

31043/
A18

С.Г.Авдєєв, Т.І.Бабюк

ЛЕКЦІЇ З ФІЗИКИ

(механіка, електрика, електромагнетизм)

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

С.Г. Авдєєв, Т.І. Бабюк

ЛЕКЦІЇ З ФІЗИКИ

(механіка, електрика, електромагнетизм)



НТБ ВНТУ



415857

53(075)

A 18

2003

Авдєєв С.Г. Лекції з фізики

Затверджено Вченою радою Вінницького державного технічного університету як навчальний посібник для студентів електротехнічних спеціальностей. Протокол №11 від 25.06.2003 р.

Вінниця ВНТУ 2003

УДК 53 (075)

А 75

Рецензенти:

П.М. Зузяк, доктор фізико-математичних наук, професор

І.О. Сівак, доктор технічних наук, професор

В.Г. Дзись, кандидат технічних наук, доцент

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України

Авдєєв С.Г., Бабюк Т.І.

А75 Лекції з фізики (механіка, електрика, електромагнетизм).

Вінниця: ВНТУ, 2003. – 176 с.

415 857

Посібник розроблений у відповідності з планом кафедри та програми до дисципліни “Загальна фізика” в технічному вузі і призначений для самостійної роботи студентів електротехнічних спеціальностей.

Посібник також буде корисним для самостійної роботи з фізики студентам інших технічних спеціальностей.

УДК 53 (075)

Автори висловлюють подяку студентці групи ЕСМ-02 ІнЕЕЕМ Багрії Ксенії Анатоліївні за значну допомогу в здійсненні комп'ютерного набору посібника.

© С.Г. Авдєєв, Т.І. Бабюк, 2003

З М І С Т

Передмова.....	4
Лекція 1. Кінематика поступального й обертального руху	10
Лекція 2. Динаміка поступального руху точки.....	19
Лекція 3. Механічна енергія	29
Лекція 4. Динаміка обертального руху твердого тіла	38
Лекція 5. Елементи спеціальної теорії відносності	50
Лекція 6. Електростатика	58
Лекція 7. Потенціал електричного поля.....	71
Лекція 8. Електричне поле в провіднику.Електросмієть.....	80
Лекція 9. Електричне поле в діелектрику.....	92
Лекція 10. Постійний електричний струм.....	104
Лекція 11. Магнітне поле у вакуумі.....	115
Лекція 12. Магнітне поле рухомого заряду. Явище електромагнітної індукції.....	127
Лекція 13. Вихровий характер магнітного поля.....	139
Лекція 14. Магнітне поле в речовині	148
Додаток	161

ПЕРЕДМОВА

Макросвіт і мікросвіт, їх взаємозв'язок. Сучасна картина світу

Фізика - це наука про природу. Вона виникла, як результат споконвічного прагнення людей зрозуміти й описати світ, що її оточує. Світ надзвичайно складний і цікавий. Людина, як частина цього світу завжди намагалася зрозуміти його будову. Чи можливо його пізнати? Сьогодні ми знаємо, що світ пізнаваний і що багато чого вже відомо.

Найважливішим є те, що всі навколишні тіла складаються з атомів. Атоми є цеглинками світобудови, вони знаходяться у безперервному русі, притягаються на великих відстанях, але відштовхуються, коли їх намагатися наблизити один до одного. Розміри атомів приблизно 10^{-10} м.

Чи можна побачити атом? Можна - у тунельний мікроскоп (1981 р.). Дивлячись у такий мікроскоп, можна перерахувати атоми поштучно (рис.1).

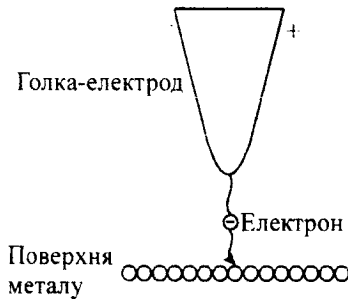


Рис. 1. Тунельний мікроскоп

Чи є користь від того, що світ складається з атомів? Користь дуже велика. Лише в цьому випадку можна зрозуміти чому існують тверді, рідкі й газоподібні тіла; з якою швидкістю поширюється звук; чому летить літак; що таке температура і багато іншого.

А з чого складаються атоми? Атоми складаються з позитивно зарядженого ядра й негативно заряджених електронів, які рухаються навколо нього.

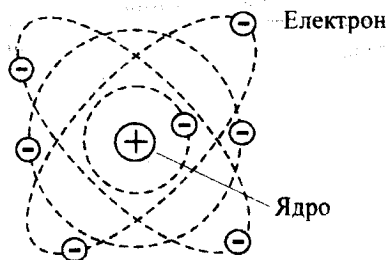


Рис. 2. Структура атома

Розміри електронів до цього часу не піддаються вимірюванню. Відомо лише, що радіус електрона менший 10^{-18} м. Розмір ядра набагато більший, і має порядок $10^{-4} \div 10^{-5}$ Å або $10^{-14} \div 10^{-15}$ м. У свою чергу, ядра складаються із протонів і нейтронів.

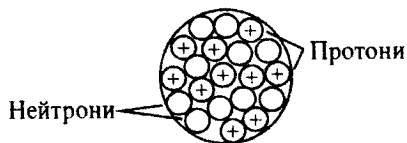


Рис. 3. Структура ядра

Уся маса атома зосереджена в ядрі. Електрон майже в 2000 разів легший від протона й нейтрона:

$$m_p \approx m_n \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \quad (1)$$

Можна поставити ще й таке запитання “А з чого складаються протони й нейтрони?” Відповідь відома. Вони складаються з кварків. А електрон? Сам по собі він ні з чого не складається. Однак зупинимося поки що на цьому, інакше можна досить швидко підійти до межі незвіданого.

Атом порожній. Якщо ядро атома збільшити до розмірів яблука, то відстань від ядра до електронів буде порядку 1 км. Якби електрони і ядра не мали заряду, атоми спокійно проходили б один крізь інший, зовсім не заважаючи один одному.

Де все це знаходиться? Де розігруються всі явища природи? Весь цей простір називається Всесвітом. Розміри Всесвіту мають порядок 10^{30} м або приблизно 10^{10} світлових років. Для порівняння, відстань від Землі до Сонця дорівнює $1,5 \cdot 10^{15}$ м (150 млн. км.), а радіус Землі дорівнює $6,4 \cdot 10^6$ м (6400 км). Загальне число протонів і нейтронів у Всесвіті дорівнює 10^{80} ($10^{78} \div 10^{82}$). До складу Сонця входять близько 10^{57} протонів і нейтронів, у складі Землі їх - $4 \cdot 10^{51}$. Число зірок із масою порядку маси

Сонця приблизно дорівнює 10^{23} . Зірка має масу від 0,01 до 100 мас Сонця.

Усе в природі складається з атомів, у тому числі і люди. Життя - це найбільш складне явище у Всесвіті. Людина, як одна з найбільш складних живих істот, складається з $\approx 10^{16}$ клітин. Клітина є елементарним фізіологічним осередком, який містить $10^{12} \div 10^{14}$ атомів. У будь-яку клітину будь-якого живого організму входить хоча б одна довга молекулярна нитка ДНК (дезоксирибонуклеїнової кислоти). У молекулі ДНК $10^8 \div 10^{10}$ атомів, точне розташування яких може змінюватися від індивідууму до індивідууму. Можна сказати, що молекула ДНК є носієм генетичної інформації.

Невіддільним від атомів є поняття взаємодії. Як атоми скріплюються між собою у твердому тілі? Чому Земля рухається навколо Сонця по коловій орбіті, а не летить від нього? Нарешті, чому протони в ядрі, маючи позитивний заряд, не відштовхуються один від одного і не розлітаються? Що тримає їх разом?

У даний час у природі виявлено чотири основних види взаємодії: електромагнітна, гравітаційна, сильна й слабка.

Перший вид взаємодії відбувається між зарядженими частинками. Коли пальцем намагатися натиснути на стіл, то будемо мати справу з взаємодією електромагнітної природи. Є притягання і є відштовхування.

Гравітаційна взаємодія, основним проявом якої є закон всесвітнього тяжіння, проявляється завжди у вигляді притягання (гравітаційне відштовхування поки що не виявлене). Свідченням цього є ті ж яблука, які завжди падають на Землю. Притягання між Землею й Сонцем змушує Землю рухатися по коловій орбіті навколо Сонця. Сила тяжіння - це та сила, яка змушує світитись зірки. Вона надає ядрам атомів необхідну для зближення кінетичну енергію (для подолання сили електричного відштовхування), щоб змогла розпочатися реакція термоядерного синтезу - основного джерела енергії більшості зірок у Всесвіті.

Сильна взаємодія, на відміну від перших двох, є дуже короткодійною. Радіус дії сильної взаємодії не перевищує радіуса ядра і має порядок $10^{-14} \div 10^{-15}$ м. Ця взаємодія проявляється між нуклонами, тобто протонами й нейтронами, і завжди має характер притягання.

Нарешті, остання взаємодія - це слабка взаємодія. За допомогою слабкої взаємодії поглинається речовиною така невловима частинка як нейтрино. Прикладом процесу, у якому відбувається слабка взаємодія, є так званий β -розпад нейтрона. З урахуванням слабкої взаємодії вільний нейтрон нестабільний і розпадається на протон, електрон і антинейтрино приблизно через 15 хвилин:



Останнім часом завдяки зусиллям теоретиків вдалося об'єднати електромагнітну й слабку взаємодії в одну, що зменшує число основних взаємодій до трьох. Порівняльна сила цих взаємодій така: якщо вважати, що відносна величина взаємодії нуклонів (протонів і нейтронів) у ядрі дорівнює одиниці, то наступною за величиною буде електромагнітна взаємодія - 10^{-2} , потім слабка - 10^{-5} . Найслабшою в цьому випадку є гравітаційна взаємодія $\sim 10^{-40}$.

Природа сильної взаємодії усе ще залишається не повністю зрозумілою. Точніше, її теорія усе ще недобудована. Проте, людство вже навчилася використовувати ядерні сили, створивши атомну бомбу. Природа давно навчилася використовувати ці сили. Термоядерна реакція на Сонці - джерело тепла на Землі, причина свічення зірок у нічному небі, завдяки чому ми бачимо зірки, що знаходяться від нас на відстані в тисячі й мільйони світлових років.

Одним із найважливіших понять, введених у сучасну фізику, є поняття поля. Простір, у якому немає частинок і тому його можна назвати «порожнім», насправді не є таким. У «порожньому» (від частинок) просторі можуть існувати різні поля, прикладом яких є електромагнітне поле. Ці поля можуть існувати цілком самостійно, незалежно від частинок, які їх породжують. Ця форма існування - теж добре відомі електромагнітні хвилі. Електромагнітні хвилі ввійшли в наше повсякденне життя. Радіо й телебачення здаються нам настільки ж природними як і автомобіль.

Гравітаційні хвилі поки що не виявлені експериментально, але їх існування впевнено пророкує загальна теорія відносності Ейнштейна. І, очевидно, їх виявлення не за горами. Уже тепер є реальним створення надчутливих детекторів гравітаційних хвиль, які здатні зареєструвати вибух наднових зірок у Галактиці, віддаленої від нас на відстань у мільйони світлових років. І тоді одночасно зі спалахом світла до нас дійде гравітаційна хвиля, яка теж поширюється зі швидкістю світла. Збіг у часі цих подій буде переконливим доказом існування гравітаційних хвиль.

Основною рушійною силою майже всіх процесів, які відбуваються на Землі, є електромагнітні сили і явища, що ними породжені. Знання цих сил є основою для розуміння хімічних реакцій, біологічних процесів, а значить і життя, руху повітря, води і навіть землетрусів. І все це ховається в такій малесенькій часточці, як атом, що складається з позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів, які рухаються навколо нього.

Але чому електрони не падають на ядро, адже вони до нього майже доторкаються? Можна було б думати, що причина та ж, що і при обертанні Землі навколо Сонця. Земля обертається і не падає. Але тут є одна проблема. Річ у тому, що електрично заряджена частинка, рухаючись із прискоренням, випромінює електромагнітні хвилі. Ці хвилі несуть із собою енергію. У результаті електрон повинен, зрештою, впасти на ядро, а цього не відбувається - атом відносно стійкий (наше з вами існування -

тому доказ). У чому ж причина стабільності атома? Справа в тім, що закони, які керують рухом електрона навколо ядра атома, - це не ті закони класичної механіки, завдяки яким Земля рухається навколо Сонця. В атомі діють закони квантової механіки.

Квантова механіка, або квантова фізика - одне з найбільших наукових досягнень двадцятого століття. Вона описує закони руху частинок у мікросвіті, тобто рух частинок малої маси (або електронів атома) у малих ділянках простору. Квантова механіка - це більш загальна наука, яка включає в себе класичну механіку як окремий випадок. До чого ж зводиться основне твердження квантової механіки? Воно зводиться до того, що частинки не можуть мати одночасно визначені значення координат й імпульсу, тобто у квантовій механіці не існує поняття траєкторії частинки. Якщо Δx - це невизначеність координати частинки, а Δp - невизначеність її імпульсу, то ці величини в квантовій механіці обмежені нерівністю

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar. \quad (3)$$

де \hbar - постійна Планка ($\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

Це співвідношення, називається **співвідношенням невизначеності Гейзенберга**. Суть цього співвідношення полягає в тому, що якби електрон упав на ядро (а воно дуже маленьке), то його координата визначалася б із точністю $\Delta x = 0$. Але в цьому випадку невизначеність імпульсу Δp буде дорівнювати безмежності і електрон з такою енергією вилетів би з ядра знову, переборовши сили притягання. Неможливість локалізації електрона на ядрі є в остаточному підсумку наслідком того, що насправді електрон - не частинка, а хвиля, довжина якої

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}, \quad (4)$$

де p — імпульс електрона.

А, як відомо, хвилю не можна локалізувати в просторі з розмірами, меншими за довжину хвилі. З цих міркувань можна оцінити розмір атома.

Скористаємося співвідношенням невизначеності $\Delta r \Delta p \approx \hbar$, де Δr — невизначеність координати електрона, а Δp — невизначеність його імпульсу. Будемо вважати, що величини $\Delta r \approx r$ і $\Delta p \approx p$, де r - характерна відстань електрона від ядра (тобто розмір атома), а p - значення імпульсу електрона на цій відстані. При русі електрона в кулонівському полі ядра, потенціальна енергія буде такого ж порядку, що й кінетична енергія. Тому маємо два співвідношення для визначення p і r :

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \approx \frac{p^2}{2m} \quad (6)$$

$$rp \approx \hbar.$$

З першої умови одержуємо, що $p \approx \sqrt{\frac{mq^2}{2\pi\epsilon_0 r}}$. Підставивши цей вираз у друге рівняння, знайдемо радіус атома

$$r \approx \frac{2\pi\epsilon_0 \hbar^2}{mq^2}. \quad (7)$$

Приблизно $\hbar \approx 10^{-34}$ Дж·с, $m \approx 10^{-31}$ кг і $q \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Підставляючи ці величини у формулу (7), одержуємо $0,4 \text{ \AA}$.

Таким чином, атом є досить стійким завдяки існуванню принципу невизначеності. Квантова механіка необхідна для розуміння хімічних і біологічних процесів, а значить для розуміння того, як ми улаштовані. Однак, унаслідок її відносної складності, починають вивчати фізику з більш простих речей - із класичної механіки.

Використана література:

Д.А. Паршин, Г.Г. Зегря, В.Ф. Мастеров. Кинематика материальной точки: Учебное пособие. - Санкт-Петербург, 1998.

ЛЕКЦІЯ 1

КІНЕМАТИКА

1.1. Кінематика руху матеріальної точки. Системи координат. Переміщення і швидкість руху. Пройдений шлях. Середні значення кінематичних величин.

1.2. Рух точки по колу. Кутова швидкість і кутове прискорення.

1.3. Тангенціальне і нормальне прискорення. Зв'язок між кінематичними величинами криволінійного руху.

1.1. Кінематика руху матеріальної точки. Системи координат.

Переміщення і швидкість руху. Пройдений шлях. Середні значення кінематичних величин

Кінематикою називають розділ механіки, в якому вивчається рух тіл без виявлення причин цього руху.

Механічним рухом тіла називають зміну його положення в просторі по відношенню до інших тіл протягом певного часу.

Механічний рух є **відносним**. Рух одного і того ж тіла відносно різних тіл може бути різним. Тому для пояснення руху тіла слід вказувати тіло відліку, тобто тіло, відносно якого розглядається рух в просторі й часі. З тілом відліку зв'язують систему координат.

Системою координат називають три взаємно перпендикулярні осі, початок яких суміщається з тілом відліку. Таку систему координат називають **декартовою**.

Положення довільної точки М в просторі характеризується **радіусом-вектором** \vec{r} , який з'єднує початок координат з точкою М в просторі (рис.1.1).

З рисунку видно, що

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z, \quad (1.1.1)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - одиничні вектори, напрямки яких збігаються з напрямками відповідних осей координат x, y, z . Модуль радіуса-вектора дорівнює

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1.1.2)$$

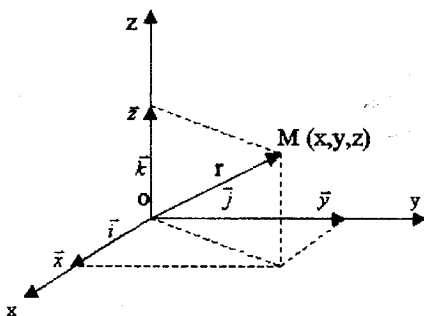


Рис.1.1

Рух матеріальної точки $M(x,y,z)$ повністю буде визначено, якщо декартові координати матеріальної точки будуть задані в залежності від часу:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t). \quad (1.1.3)$$

Ці рівняння називаються **кінематичними рівняннями руху** точки, вони еквівалентні одному векторному рівнянню руху

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.1.4)$$

Будь-яке тіло має відповідні розміри. Тому різні частини тіла можуть перебувати в різних точках простору. Якщо розміри тіла малі в порівнянні з відстанями до інших тіл, то дане тіло можна вважати **матеріальною точкою**. Якщо всі частини тіла рухаються однаково, то такий рух називається **поступальним**. Прикладом поступального руху може бути рух автомобіля на горизонтальній ділянці шляху. При поступальному русі тіла його можна розглядати як матеріальну точку.

Поняття матеріальної точки відіграє дуже важливу роль, значно спрощуючи розуміння кінематику руху матеріальної точки. Переміщуючись у просторі з однієї точки в іншу, тіло описує деяку лінію, яку називають **траєкторією руху** тіла. Рівняння траєкторії руху можна одержати, якщо з кінематичних рівнянь (1.1.3) виключити час t .

У залежності від форми траєкторії, рух матеріальної точки, або твердого тіла, може бути **прямолінійним** і **криволінійним**. При прямолінійному русі вектор переміщення збігається з напрямком руху, а при криволінійному русі напрям вектора переміщення може бути під довільним кутом до напрямку руху.

Довжина шляху точки визначається сумою довжин всіх ділянок траєкторії, пройденої точкою за відповідний проміжок часу t .

$$\Delta S = \Delta S(t). \quad (1.1.5)$$

Довжина шляху – скалярна функція часу.

Переміщенням точки $\Delta \vec{r}$ називають спрямований відрізок прямої, який з'єднує початкове положення точки з його наступним положенням. Переміщення точки є векторною величиною (рис.1.2).

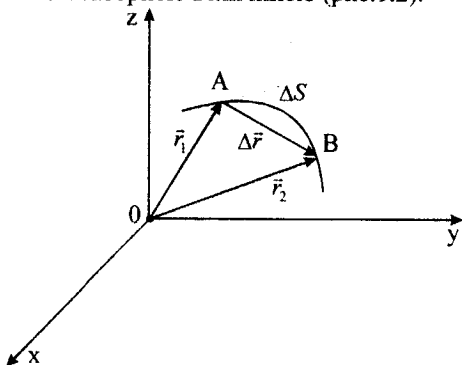


Рис.1.2

З рис. 1.2 видно, що

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \quad (1.1.6)$$

де \vec{r}_1 - радіус-вектор точки A, \vec{r}_2 - радіус-вектор точки B.

Якщо час Δt руху точки від A до B прямує до нуля, то довжина шляху ΔS буде наближатися до довжини вектора переміщення.

Для характеристики руху матеріальної точки вводиться поняття **середньої швидкості**

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.1.7)$$

Вектором середньої швидкості за час Δt називається відносно переміщення $\Delta \vec{r}$ радіуса-вектора точки до проміжку часу Δt . Одиницею вимірювання швидкості є м/с.

У кінематиці руху більше уваги приділяється не середній швидкості, а **миттєвій**.

Миттєва швидкість визначається границею, до якої наближається відношення (1.1.7) за безмежно малий проміжок часу, тобто

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.1.8)$$

Вектор миттєвої швидкості збігається з дотичною до траєкторії руху і направлений в сторону руху.

Модуль миттєвої швидкості є скалярною величиною і дорівнює першій похідній шляху за часом

$$v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad (1.1.9)$$

звідки

$$dS = v \cdot dt$$

Якщо рух **нерівномірний**, то вводять поняття модуля миттєвої швидкості, величина якої змінюється з часом. В цьому випадку середню швидкість нерівномірного руху визначають за формулою:

$$v_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (1.1.10)$$

Довжина шляху S , пройденого точкою за проміжок часу від t_1 до t_2 , визначається інтегралом

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (1.1.11)$$

При **прямолінійному русі** точки напрям вектора швидкості залишається незмінним. Рух точки називається **рівномірним**, якщо модуль її швидкості не змінюється з часом. Для такого руху $v = \text{const}$, а

$$S = v \Delta t \quad (1.1.12)$$

Якщо модуль швидкості збільшується з часом, то такий рух називається **прискоренням**, якщо ж він зменшується, то він називається **сповільненням**.

Прискорення - це векторна величина, яка характеризує швидкість зміни швидкості по модулю і за напрямком.

Середнє прискорення матеріальної точки в інтервалі часу Δt є векторною величиною, рівною відношенню зміни швидкості $\Delta \vec{v}$ за час Δt :

$$\bar{a}_{cp} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}. \quad (1.1.13)$$

Миттєве прискорення матеріальної точки в інтервалі часу $\Delta t \rightarrow 0$ визначається похідною вектора швидкості за часом:

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2}. \quad (1.1.14)$$

1.2. Рух точки по колу. Кутова швидкість і кутове прискорення

Довільний **криволінійний рух** можна подати як рух по дугах кіл. Тому зупинимось на кінематиці обертального руху, або руху точки вздовж колової траєкторії. У даному випадку зручно користуватись полярною системою координат, координатами якої є радіус кола R і кут повороту радіуса відносно вибраного напрямку φ . В цьому випадку R – відстань від центра кола до точки на коловій траєкторії, а φ - полярний кут (кут обертання)

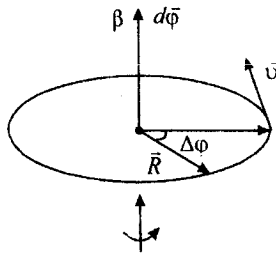


Рис.1.3

З рис. 1.3 видно, що $d\bar{\varphi}$ - кутове переміщення – векторна величина, модуль якої дорівнює куту повороту радіуса вектора \bar{R} за час dt . Напрямок цього вектора збігається з напрямком поступального руху правого гвинта.

Кутова швидкість – векторна величина, яка дорівнює зміні кута повороту радіуса - вектора \bar{R} з часом, тобто

$$\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}. \quad (1.2.1)$$

Напрямок вектора $\vec{\omega}$ збігається з напрямком $d\vec{\varphi}$. Одиницею вимірювання кутової швидкості є $\text{рад}/\text{с}$.

Кутове прискорення – векторна величина, яка дорівнює зміні кутової швидкості з часом, тобто

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} . \quad (1.2.2)$$

Напрямок вектора кутового прискорення направлений по осі обертання (рис. 1.3). Вектор кутового прискорення руху точки по колу $\vec{\beta}$ збігається з напрямком $\vec{\omega}$. Для сповільненого обертання вектор $\vec{\beta}$ має протилежний напрямок до вектора $\vec{\omega}$. Вимірюється кутове прискорення у $\text{рад}/\text{с}^2$.

Модуль вектора лінійної швидкості точки \vec{v} , напрям якої збігається з дотичною до кола, зв'язаний з модулем вектора кутової швидкості $\vec{\omega}$ співвідношенням:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega R . \quad (1.2.3)$$

У векторній формі вектор швидкості \vec{v} дорівнює векторному добутку векторів $\vec{\omega}$ і \vec{R}

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}] . \quad (1.2.4)$$

З визначення векторного добутку модуль вектора швидкості \vec{v} визначається співвідношенням

$$|\vec{v}| = \omega R \sin \alpha , \quad (1.2.5)$$

де α – кут між векторами $\vec{\omega}$ і \vec{R} , як це показано на рис. 1.4.

Для рівномірного обертання матеріальної точки по коловій траєкторії модуль кутової швидкості дорівнює

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const} . \quad (1.2.6)$$

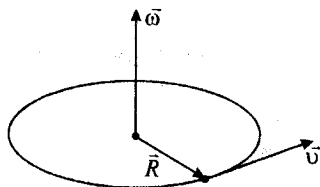


Рис.1.4

Рівномірний рух по колу можна характеризувати також **періодом обертання** T , тобто часом, за який точка здійснює один повний оберт, $2\pi = \omega T$. Звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.2.7)$$

Частота обертання визначається числом повних обертів, які здійснює точка при русі по колу, за одиницю часу:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.2.8)$$

При рівноприскореному обертальному русі $\beta = \text{const}$. Тому формули кінематики обертального руху точки матимуть вигляд:

$$\omega = \omega_0 + \beta t; \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}; \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta} \quad (1.2.9)$$

Рівноприскорений обертальний рух характеризується **дотичним й нормальним або доцентровим** прискореннями:

$$a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\beta;$$

у векторній формі $\vec{a}_r = [\vec{R} \cdot \vec{\beta}]$,

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad (1.2.10)$$

Зв'язок пройденого шляху по дузі кола з кутом повороту визначається так:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} \omega R dt = R \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\varphi}{dt} dt = R\varphi \quad (1.2.11)$$

1.3. Тангенціальне й нормальне прискорення. Зв'язок між кінематичними величинами криволінійного руху

Розглянемо нерівномірний криволінійний рух матеріальної точки. За малий проміжок часу Δt лінійна швидкість точки змінюється від \vec{v}_1 до \vec{v}_2 у відповідності з рисунком.

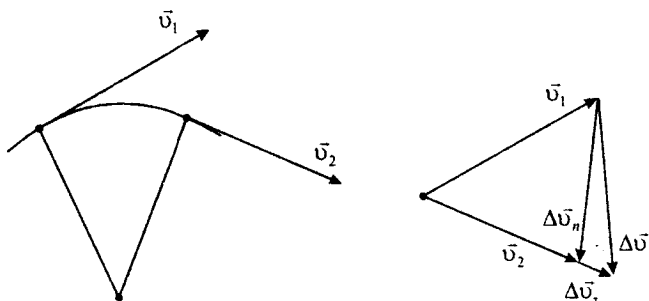


Рис.1.4

Вектори лінійної швидкості \vec{v}_1 і \vec{v}_2 змінюється як за величиною, так і за напрямком. З рис.1.4. видно, що

$$\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}_r + \Delta \vec{v}_n \quad (1.3.1)$$

У цьому випадку миттєве прискорення точки буде дорівнювати

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}_r}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} \quad (1.3.2)$$

В граничному випадку при $\Delta t \rightarrow 0$, $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_n$, де

$$\vec{a}_r = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_r}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_r}{dt}$$

i

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_n}{dt}. \quad (1.3.3)$$

У випадку, коли вектори $\vec{v}, \vec{\omega}, \vec{r}$ змінюються з часом, зв'язок між кінематичними величинами знаходять шляхом диференціювання за часом векторного добутку $\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}]$, тобто

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r} \frac{d\vec{\omega}}{dt} = [\vec{\omega} \cdot \vec{v}] + [\vec{r} \cdot \vec{\beta}] = \vec{a}_n + \vec{a}_r. \quad (1.3.4)$$

З цього співвідношення отримуємо:

$$\begin{aligned} \vec{a}_n &= [\vec{\omega} \cdot \vec{v}] \\ \vec{a}_r &= [\vec{r} \cdot \vec{\beta}] \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

Напрямки векторів $\vec{a}_n, \vec{\omega}, \vec{v}$ а також \vec{a}_r, \vec{r} і $\vec{\beta}$ є взаємно перпендикулярними.

Із цих міркувань можна зробити такі висновки:

- нормальне й тангенціальне прискорення точки зростають лінійно із зростанням відстані точки до осі обертання;
- вектор дотичного або тангенціального прискорення завжди збігається з дотичною до колової траєкторії;
- вектор нормального прискорення направлений від точки на коловій траєкторії в сторону центра кола.

ЛЕКЦІЯ 2

ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ ТОЧКИ

- 2.1. Перший закон Ньютона. Маса. Сила.
- 2.2. Другий закон Ньютона. Рівняння руху точки.
- 2.3. Третій закон Ньютона. Закон збереження імпульсу.

2.1. Перший закон Ньютона. Маса. Сила

При русі матеріальної точки її швидкість \vec{v} може змінюватись як за величиною, так і за напрямком. Це означає, що точка рухається з деяким прискоренням. Як показує досвід, будь-яка зміна швидкості тіла можлива під впливом інших тіл. Якщо в кінематиці не ставилось питання про фізичну причину руху тіл з прискоренням, то динаміка розглядає дію одних тіл на інші тіла, як основну причину прискорення руху.

Розділ механіки, який вивчає закони взаємодії тіл, називається *динамікою*.

Закони динаміки були відкриті Ньютоном ще в XVII сторіччі. Три закони динаміки, сформульовані Ньютоном лежать у основі класичної механіки. Закони Ньютона слід розглядати, як узагальнення великої кількості експериментальних фактів.

Висновки класичної механіки справедливі лише для руху тіл з малими швидкостями, значно меншими за швидкість світла.

Найпростішою механічною системою є *ізольоване тіло* на яке не діють інші тіла. Так - як рух і спокій відносні, то в різних системах відліку рух ізольованого тіла буде різним. В одній системі відліку тіло може перебувати у спокої, а в іншій – рухатись з постійною швидкістю, а ще в іншій системі – рухатись з прискоренням.

Існують такі системи відліку, відносно яких тверде тіло зберігає стан спокою або рівномірного й прямолінійного руху до тих пір, доки дією інших тіл воно не буде виведене з цього стану.

Це формулювання є *першим законом Ньютона*. Властивість тіл зберігати свій стан при відсутності дії інших тіл називається *інерцією*. Тому перший закон Ньютона називають ще *законом інерції*. Перший закон Ньютона, або закон інерції, діє тільки в інерціальних системах відліку. Лише в ізольованій інерціальній системі відліку на тіло або матеріальну точку не діють інші тіла, і створюється можливість стану спокою або рівномірного й прямолінійного руху.

Системи відліку, зв'язані з Землею, приблизно можна вважати інерціальними. Однак, при підвищенні точності вимірювання появляються відхилення від закону інерції, обумовлені добовим обертанням Землі навколо своєї осі.

З високим ступеням точності інерціальною системою є геліоцентрична система відліку, пов'язана з Сонцем. В цій системі відліку Ньютон відкрив **закон всесвітнього тяжіння**.

Усі інерціальні системи відліку, що рухаються одна відносно іншої рівномірно й прямолінійно, утворюють групу інерціальних систем. Прискорення будь-якого тіла в різних інерціальних системах відліку однакові.

Отже, причиною зміни швидкості тіла завжди є його взаємодія з іншими тілами. Для кількісної характеристики руху тіла під впливом інших тіл необхідно ввести дві нові фізичні величини – **інертну масу тіла й силу**.

Маса тіла – це властивість, що характеризує його інертність. Більш інертне тіло має більшу масу. Якщо два тіла взаємодіють одне з одним, то в процесі взаємодії вони набувають різних прискорень. На основі досвіду встановлено, що маси різних взаємодіючих тіл обернено пропорційні їх прискоренням:

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{a_2}{a_1} \quad (2.1.1)$$

Знак “мінус” у правій стороні рівності (2.1.1) означає, що прискорення взаємодіючих тіл спрямовані в протилежних напрямках.

У системі СІ маса тіла вимірюється у **кілограмах (кг)**. За одиницю маси прийнято масу еталонного тіла. Маси інших тіл визначають шляхом порівнювання їх з масою еталона.

Маса тіла є скалярною величиною. Дослідним шляхом доведено, що якщо два тіла з масами m_1 і m_2 з'єднати в одне, то маса складеного тіла виявиться рівною сумі мас m_1 і m_2 , тобто

$$m = m_1 + m_2 \quad (2.1.2)$$

Цю властивість мас називають **адитивністю**.

Поряд з інертними властивостями тіл (інертна маса), слід відмітити гравітаційні властивості тіл, пов'язані із їхнім взаємним притягуванням. Маса, яка входить в закон всесвітнього тяжіння Ньютона, називається **гравітаційною масою**. Найточніші дослідження властивостей інертної й гравітаційної маси будь-яких відмінностей між ними не виявили. Ці маси є повністю еквівалентні.

Сила – векторна величина, яка є мірою механічної дії одного тіла на інше тіло, у результаті чого перше тіло набуває прискорення і може змінити свою форму й розміри. Механічна взаємодія може відбуватися як між тілами, які безпосередньо перебувають у контакті, так і між віддаленими тілами за рахунок існуючих біля них фізичних полів.

Особлива форма матерії, яка зв'язує різні тіла в єдині системи на будь-яких відстанях і передає цю взаємодію з кінцевою швидкістю, називається **фізичним полем** або **полем**. Взаємодія віддалених тіл між собою відбувається за рахунок взаємодії їхніх гравітаційних або електромагнітних полів.

Вектор сили \vec{F} повністю буде заданим, якщо вказується його модуль F , напрям у просторі і точка прикладання.

Пряма, вздовж якої направлена сила, називається **лінією дії сили**. Сили називаються **центральноними**, якщо вони направлені уздовж прямих, які проходять через одну точку – центр сил, і залежать лише від відстані до центра сил.

Поле, яке діє на матеріальну точку або тіло із сталою силою \vec{F} , називається **стаціонарним полем**.

Одночасна дія на матеріальну точку кількох сил або полів еквівалентна дії однієї сили, яка називається **рівнодійною**. Рівнодійна кількох діючих сил дорівнює її геометричній сумі.

Одиницею сили є **ньютон (Н)**. Один ньютон – це сила, яка тілу масою 1 кг надає прискорення 1 м/с²

$$1 \text{ Н} = \text{кг} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Механічною системою називається сукупність матеріальних точок (тіл), які розглядаються як єдине ціле. Тіла, які не входять до механічної системи, називають **зовнішніми**. Сили, які діють зі сторони зовнішніх тіл, називаються **зовнішніми силами**. **Внутрішніми** називаються сили, які виникають при взаємодії між тілами самої ізольованої системи.

Ізольованою системою може бути будь-яка система, якщо в ній на тіло не діють зовнішні сили.

Векторна величина \vec{p} , яка дорівнює добутку маси m матеріальної точки на її швидкість \vec{v} називається **імпульсом**. Вектор імпульсу завжди направлений уздовж напрямку дії швидкості

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}. \quad (2.1.3)$$

Співвідношення (2.1.3) справедливе як для матеріальних точок, так і для протяжних рухомих тіл. У цьому випадку протяжне тіло, котре

рухається поступально, можна виразити через сукупність матеріальних точок з масами Δm_i . Тому повний імпульс тіла буде дорівнювати:

$$\vec{p} = \sum_i \Delta m_i \vec{v}_i.$$

Слід відмітити, що в релятивістській механіці співвідношення для імпульсу твердого тіла має дещо складніший характер, а саме

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.1.4)$$

У цьому виразі m_0 – маса спокою тіла, тобто маса тіла, швидкість руху якого $v \cong 0$; c – швидкість світла у вакуумі.

Зіставлення формул (2.1.3) і (2.1.4) показує, що маса тіла змінюється при великих швидкостях руху. Відчутні зміни маси рухомого тіла наступають лише при наближенні швидкості його руху до швидкості світла. При малих (звичайних) швидкостях руху тіла ця залежність практично не проявляється.

У найбільш загальному випадку маса рухомого тіла буде дорівнювати:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.1.5)$$

У цій формулі масу рухомого тіла m називають релятивістською масою.

2.2. Другий закон Ньютона. Рівняння руху точки

Другий закон Ньютона є основним законом динаміки. Він виконується лише в інерційних системах відліку. Це фундаментальний закон природи, який є узагальненням багатьох дослідних фактів. Формулюється другий закон Ньютона так:

Прискорення, набуте матеріальною точкою або тілом, пропорційне рівнодійній всіх діючих сил і обернено пропорційне масі матеріальної точки або тіла.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \text{ або } \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (2.2.1)$$

Більш загальне формулювання другого закону Ньютона таке:

Швидкість зміни імпульсу тіла дорівнює діючій на нього силі.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (2.2.2)$$

Векторна величина $\vec{F}dt$ називається елементарним імпульсом сили. Згідно з другим законом Ньютона зміна імпульсу матеріальної точки або тіла дорівнює імпульсу діючої на точку або тіло сили, тобто

$$d\vec{p} = \vec{F}dt. \quad (2.2.3)$$

Основний закон динаміки матеріальної точки виражає **принцип причинності** в класичній механіці. Суть цього принципу визначає однозначний зв'язок між зміною в часі стану руху і положення в просторі матеріальної точки або тіла і діючої сили. Це дозволяє використати початкові умови стану матеріальної точки та розрахувати її стан в довільний наступний момент часу.

Другий закон Ньютона, записаний у вигляді

$$\int_{v_0}^v d\vec{v} = \frac{1}{m} \int_0^t \vec{F} dt, \quad (2.2.4)$$

називається рівнянням руху точки. Така форма запису другого закону Ньютона використовується для розв'язування задач стосовно матеріальної точки або твердого тіла.

У механіці велике значення має **принцип незалежної дії сил**. Якщо на матеріальну точку діють одночасно кілька сил, то кожна з них надає матеріальній точці прискорення у відповідності з другим законом Ньютона. Згідно з цим принципом сили й прискорення можна проектувати на координатні осі, що суттєво полегшує розв'язування задач.

Дотичне (тангенціальне) й нормальне (доцентрове) прискорення матеріальної точки або твердого тіла, можна визначати за допомогою відповідних складових сил:

$$a_{\tau} = \frac{\bar{F}_{\tau}}{m}; \quad a_{\tau} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\bar{F}_{\tau}}{m}; \quad \bar{F}_{\tau} = m \frac{d\bar{v}}{dt}, \quad (2.2.5)$$

а також

$$a_n = \frac{F_n}{m}; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{F_n}{m}; \quad \bar{F}_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R, \quad (2.2.6)$$

де \bar{F}_{τ} - дотична складова діючої сили; \bar{F}_n - нормальна складова сили.

Короткі висновки:

- другий закон Ньютона є експериментальним законом. Він виник у результаті оброблення величезної кількості експериментальних фактів;
- у випадку, коли результуюча всіх діючих сил $\bar{F} = 0$, тобто при відсутності дії на тіло інших тіл, прискорення з яким рухається тіло теж буде дорівнювати нулю. Цей висновок збігається з першим законом Ньютона, тому можна вважати, що перший закон Ньютона є окремим випадком другого закону.

2.3. Третій закон Ньютона. Закон збереження імпульсу

Сили, з якими взаємодіють тіла або матеріальні точки, завжди рівні за модулем й протилежні за напрямком.

Це і є формулювання **третього закону Ньютона**.

Результатом третього закону Ньютона є ствердження того, що сили взаємодії направлені уздовж прямої, яка з'єднує взаємодіючі тіла або матеріальні точки, тобто

$$\bar{F}_1 = -\bar{F}_2. \quad (2.3.1)$$

У співвідношенні (2.3.1) сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 прикладені до різних тіл, а тому не можуть зрівноважувати одна одну. Додавати за правилом векторного додавання можна лише сили, прикладені до одного тіла. Сили, прикладені до різних матеріальних точок (тіл), завжди діють парами і є силами однієї природи.

Третій закон Ньютона дозволяє перейти від динаміки окремої матеріальної точки до динаміки системи матеріальних точок, оскільки дозволяє звести будь-яку взаємодію до сил парної взаємодії між цими матеріальними точками.

Доведемо що в довільній замкненій системі сумарний імпульс всіх матеріальних точок або тіл цієї системи з часом не змінюється (закон збереження імпульсу).

Розглянемо механічну систему, яка складається із n матеріальних точок або тіл, маси і швидкості яких відповідно дорівнюють $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ і $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n$

Запишемо другий закон Ньютона для кожного із тіл (матеріальних точок) цієї системи:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) &= \vec{F}'_1 + \vec{F}_1, \\ \frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) &= \vec{F}'_2 + \vec{F}_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) &= \vec{F}'_n + \vec{F}_n, \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

де $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ - рівнодійні всіх внутрішніх сил, діючих на відповідні тіла або матеріальні точки системи; $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ - рівнодійні всіх зовнішніх сил.

Додамо почленно ці рівняння, одержимо:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.3.2)$$

або

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.3.3)$$

У відповідності з третім законом Ньютона всі внутрішні сили мають парний характер, а тому взаємно компенсують одна одну

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}'_i = 0. \quad (2.3.4)$$

Для замкненої механічної системи $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$, зовнішні сили на тіла ізольованої системи не діють.

Тому

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0,$$

звідки

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const. \quad (2.3.5)$$

Вираз (2.3.5) є законом збереження імпульсу в механіці.

У відповідності з законом збереження імпульсу відбувається рух ракет, взаємодіють між собою матеріальні точки або тверді тіла тощо.

Короткі висновки:

- при відсутності дії зовнішніх сил сумарний імпульс усіх тіл замкнутої системи з часом не змінюється. (наслідок закону збереження імпульсу);
- сумарний імпульс залишається сталим і для незамкнутої системи при умові, що зовнішні сили в сумі не дорівнюють нулю. Однак і в цьому випадку проекції суми цих сил на відповідні напрямки мають дорівнювати нулю.

В класичній механіці Ньютона через те, що маса тіла не залежить від швидкості руху ($v \ll c$), імпульс системи тіл може бути виражений через швидкість її центра мас.

Центром мас (або центром інерції) системи матеріальних точок називається деяка точка в тілі або системі матеріальних точок, положення якої характеризує розподіл маси цієї системи.

Радіус-вектор центра мас системи матеріальних точок або твердих тіл (рис. 2.1.) дорівнює

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad (2.3.6)$$

де m_i і \vec{r}_i - маса і радіус-вектор i -ї точки в системі; $\sum_{i=1}^n m_i$ - сумарна маса всіх тіл або матеріальних точок системи.

У цьому випадку імпульс системи матеріальних точок визначається формулою:

$$\vec{p} = m \frac{d\vec{r}_c}{dt} = m\vec{v}_c . \quad (2.3.7)$$

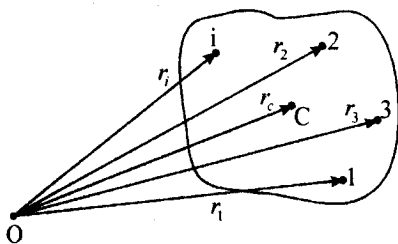


Рис.2.1.

Центр мас системи рухається як матеріальна точка, в якій зосереджена маса всієї системи. Рівняння руху центра мас системи можна записати так:

$$m \frac{dv_c}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i . \quad (2.3.8)$$

Із закону збереження імпульсу витікає, що центр мас замкнутої системи або рухається рівномірно й прямолінійно, або залишається в стані спокою.

Зупинимося коротко на характеристичі сил, які діють в механіці.

В системі відліку зв'язаною із Землею, на будь-яке тіло масою m діє **сила тяжіння**.

$$\vec{F}_T = m\vec{g} , \quad (2.3.9)$$

де \vec{g} – прискорення сили земного тяжіння. Біля поверхні землі $g=9,81 \text{ м/с}^2$. Сили тяжіння діють на всі тіла. Не завжди сила тяжіння може бути вагою тіла.

Вага тіла – це сила, з якою тіло діє внаслідок тяжіння на опору або підвіс. Вага тіла може дорівнювати силі тяжіння лише у випадку перебування його в стані спокою на горизонтальній підставці (рис. 2.2)

Вага тіла \vec{P} чисельно дорівнює реакції опори \vec{N} , однак направлена по лінії дії сили тяжіння $m\vec{g}$.

$$\vec{P} = -\vec{N} = m\vec{g} . \quad (2.3.10)$$

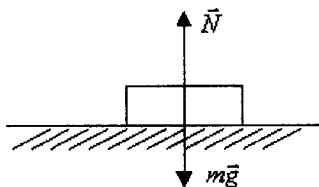


Рис.2.2.

В усіх інших випадках вага тіла не дорівнює силі тяжіння.

Невагомість – це стан тіла, при якому воно рухається тільки під дією сили тяжіння. Будь-яке вільно падаюче тіло перебуває завжди в стані невагомість.

Крім гравітаційних сил широко поширені **сили пружності**, які проявляються при взаємодії тіл у вигляді **деформацій**.

В межах пружності тіл пружні сили, як правило, пропорційні величині деформацій

$$\vec{F}_{np} = -k\vec{x}, \quad (2.3.11)$$

де \vec{x} - величина деформації; k - коефіцієнт пружності, різний для різних тіл.

Природа пружних сил пов'язана з **електромагнітними взаємодіями**.

Сили тертя виникають при ковзанні одних тіл по поверхні інших тіл. У цьому випадку сила тертя пропорційна силі нормального тиску \vec{N} , тобто

$$F_{тер} = k \cdot N, \quad (2.3.12)$$

де k – коефіцієнт тертя (залежить від оброблення поверхонь ковзання); N – сила нормального тиску.

Сила тертя завжди перешкоджає наведеному руху тіла. Природа сили тертя теж пов'язана із **електромагнітними взаємодіями**.

ЛЕКЦІЯ 3

МЕХАНІЧНА ЕНЕРГІЯ

3.1. Механічна робота, як міра зміни енергії. Потужність. Кінетична енергія.

3.2. Консервативні й неконсервативні сили. Потенціальна енергія. Зв'язок роботи й потенціальної енергії.

3.3. Сила й потенціальна енергія. Поняття градієнта.

3.4. Закон збереження й перетворення механічної енергії.

3.1. Механічна робота, як міра зміни енергії. Потужність. Кінетична енергія

Енергія – це універсальна міра руху різних форм матерії.

З різними формами руху матерії пов'язані різні форми енергії: механічна, теплова, електромагнітна, ядерна та ін.

Будь-які зміни механічного руху визиваються силами, що діють із сторони інших тіл.

Фізична величина, яка чисельно дорівнює скалярному добутку векторів сили \vec{F} і переміщення \vec{S} , називається механічною роботою.

$$A = \vec{F}\vec{S} = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cos(\vec{F} \wedge \vec{S}), \quad (3.1.1)$$

де $|\vec{F}|$ і $|\vec{S}|$ - модулі векторів сили і переміщення; $(\vec{F} \wedge \vec{S})$ – кут між напрямками векторів сили і переміщення.

У загальному випадку дія сили може змінюватись як за величиною, так і за напрямком, тому в таких випадках формулою (3.1.1) користуватися не можна.

На безмежно малому переміщенні $d\vec{r}$ силу \vec{F} можна вважати постійною. В цьому випадку величина елементарної роботи δA буде дорівнювати

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}. \quad (3.1.2)$$

Робота змінної сили визначається за допомогою інтеграла:

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (3.1.3)$$

Одиницею вимірювання роботи в системі СІ є джоуль (Дж)

$$[A] = [\vec{F}] \cdot [d\vec{r}] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Розглянемо найбільш загальний випадок руху матеріальної точки уздовж криволінійної траєкторії L . Умовно поділимо пройдений шлях на безмежно малі ділянки шириною dx , на яких силу F може вважати сталою величиною (рис. 3.1).

Елементарна робота на таких безмежно малих переміщеннях може бути розрахована за формулою

$$\delta A = \vec{F} d\vec{x} . \quad (3.1.4)$$

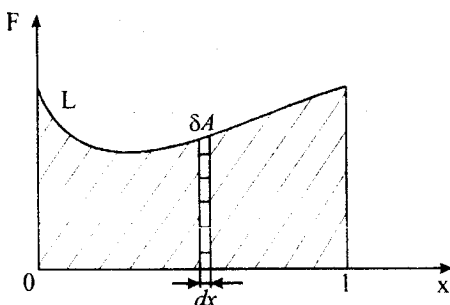


Рис.3.1

Якщо скласти всі елементарні роботи, то одержимо вираз для знаходження повної роботи у вигляді криволінійного інтеграла уздовж криволінійної траєкторії

$$A = \int_L \vec{F} d\vec{r} . \quad (3.1.5)$$

Робота сили, виконана за одиницю часу, називається **потужністю**. Потужність – це швидкість виконання механічної роботи. Тому

$$P = \frac{\delta A}{dt} . \quad (3.1.6)$$

Одиницею вимірювання потужності є ват (Вт). Один Вт дорівнює 1 Дж/с.

Оскільки

$$\delta A = \frac{\delta A}{dt} dt = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} dt, \quad (3.1.7)$$

то формулу для роботи можна переписати у вигляді

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \vec{v} dt, \quad (3.1.8)$$

тобто роботу можна виразити через інтеграл від потужності й часу, а також через скалярний добуток вектора сили й вектора швидкості. В останньому випадку сила, перпендикулярна до вектора швидкості, роботи не виконує.

З урахуванням другого закону Ньютона $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ вираз для механічної роботи набуде вигляду:

$$A = \int \vec{F} \vec{v} dt = \int \frac{d\vec{p}}{dt} \vec{v} dt = \int d\vec{p} \vec{v}. \quad (3.1.9)$$

Оскільки $\vec{p} = m\vec{v}$, а $d\vec{p} = m d\vec{v}$, то

$$A = \int d\vec{p} \vec{v} = m \int \vec{v} d\vec{v} = \frac{m v^2}{2} + const. \quad (3.1.10)$$

Якщо швидкість матеріальної точки в процесі руху змінюється від v_1 до v_2 , то робота, яка виконується у цьому випадку, буде дорівнювати

$$A = m \int_{v_1}^{v_2} \vec{v} d\vec{v} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}. \quad (3.1.11)$$

Скалярна величина $\frac{m v^2}{2}$ називається кінетичною енергією. Таким чином ми довели, що робота сили по переміщенню матеріальної точки дорівнює зміні її кінетичної енергії.

Слід також пам'ятати, що в цьому прикладі ми мали справу з повною силою, діючою на точку. Так, у випадку переміщення саней уздовж не дуже гладенької дороги, посипаної піском, виконується робота, відмінна від нуля. Приросту кінетичної енергії тут не буде. Вся справа в тому, що сила опору руху саней має протилежний напрям. Робота цієї сили має від'ємний знак. Сила тертя теж виконує роботу, але від'ємну. А в результаті повна сила і повна робота виявляються рівними нулю.

3.2. Консервативні й неконсервативні сили. Потенціальна енергія. Зв'язок роботи й потенціальної енергії

Всі сили, які зустрічаються в механіці макроскопічних тіл, прийнято поділяти на **консервативні й неконсервативні**.

До консервативних сил відносяться такі сили, робота яких не залежить від форми шляху між двома точками 1 і 2 (рис. 3.2).

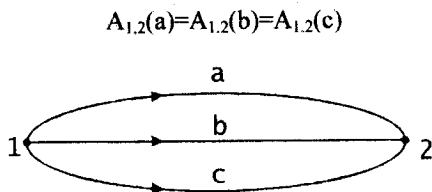


Рис. 3.2

Прикладом консервативних сил є сила тяжіння Землі. Робота сили тяжіння при перенесенні матеріальної точки із положення 1 в положення 2, уздовж прямолінійного відрізка $\vec{r}_{1,2}$ (рис. 3.3) дорівнює:

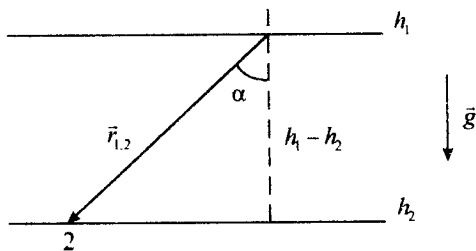


Рис. 3.3

$$A_{1,2} = m\bar{g} \vec{r}_{1,2} = mg r_{1,2} \cos \alpha = mg(h_1 - h_2) = mg h_1 - mg h_2, \quad (3.2.1)$$

де h_1 і h_2 - висоти, на яких перебувала матеріальна точка на початку і в кінці шляху. Вираз роботи (3.2.1) справедливий для переміщення з точки 1 в точку 2 на будь-якому шляху.

Ще одним прикладом консервативних сил є так звані центральні сили. Прикладом центральних сил можуть бути гравітаційні сили планет і зірок, кулонівські сили точкових зарядів обох знаків, ядерні сили (на дуже малих відстанях) тощо.

Покажемо, що робота центральних сил не залежить від форми шляху. Знайдемо роботу сили гравітаційного притягання двох точкових мас m і M у випадку переміщення точкової маси m з точки 1 в точку 2 в гравітаційному полі точкової маси M (рис. 3.4.).

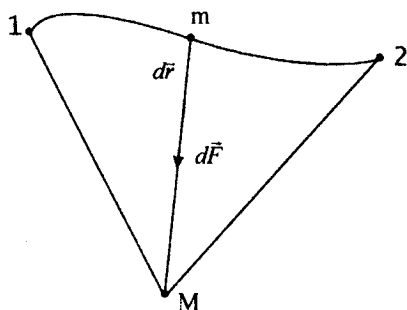


Рис. 3.4

$$A_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = - \int_1^2 G \frac{mM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} = -GmM \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3} \vec{r} d\vec{r} = -GmM \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = GmM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (3.2.2)$$

В даних перетвореннях $\vec{r} d\vec{r} = r dr$. Тому

$$A_{1,2} = \frac{GmM}{r_2} - \frac{GmM}{r_1}. \quad (3.2.3)$$

Введемо поняття **потенціальної енергії**, як частини механічної енергії, яка залежить від взаємного розміщення матеріальних точок (тіл) у силовому полі.

Силове поле називається **потенціальним**, якщо робота переміщення точки в цьому полі не залежить від форми шляху. В потенціальних полях діють лише консервативні сили.

Потенціальна енергія чисельно дорівнює роботі переміщення матеріальної точки (тіла) з даної точки простору в деяке фіксоване або нульове положення. Точка "O" на рис. 3.5. є фіксованою.

Знайдемо роботу переміщення матеріальної точки з положення M_1 в положення M_2 . Для цього спочатку знайдемо роботу переміщення точки (тіла) з точки " M_1 " в точку " O " і з точки " M_2 " в точку " O ".

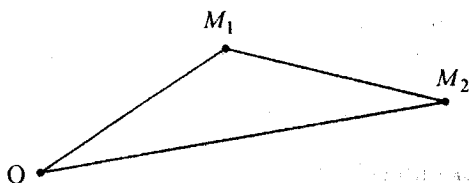


Рис. 3.5.

$$A_{M_1O} = \int_{M_1}^O \vec{F} d\vec{r} = \Pi_1, \quad A_{M_2O} = \int_{M_2}^O \vec{F} d\vec{r} = \Pi_2. \quad (3.2.4)$$

$$A_{M_1M_2} = A_{M_1O} - A_{M_2O} = \int_{M_1}^O \vec{F} d\vec{r} - \int_{M_2}^O \vec{F} d\vec{r} = \Pi_1 - \Pi_2 = -(\Pi_1 - \Pi_2). \quad (3.2.5)$$

В цих розрахунках Π_1 і Π_2 , згідно з визначенням, є потенціальними енергіями матеріальної точки (тіла) в точках M_1 і M_2 простору. Тому робота консервативних сил в потенціальних полях може бути виражена через втрату (зменшення) потенціальної енергії

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = -d\Pi, \quad \text{де} \quad d\Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1). \quad (3.2.6)$$

При заміні одного нульового положення іншим, потенціальна енергія змінюється на постійну величину. Таким чином, потенціальна енергія визначається неоднозначно, а з точністю до деякої константи. Однак це не впливає на кінцеві результати, так як в цьому випадку є важливою лише різниця потенціальних енергій $d\Pi$.

Прикладами потенціальної енергії у деяких найпростіших випадках є:

$\Pi = mgh$ – потенціальна енергія однорідного поля тяжіння;

$\Pi = \frac{kx^2}{2}$ – потенціальна енергія розтягнутої на величину x пружини

(початкова точка $x=0$);

$\Pi = -\frac{GmM}{r}$ – потенціальна енергія гравітаційного притягання

точкових мас m і M .

3.3. Сила й потенціальна енергія. Поняття градієнта

Зв'язок сили й потенціальної енергії знайдемо із співвідношення (3.2.6)

$$\vec{F}d\vec{r} = -d\Pi, \quad \text{звідки} \quad \vec{F} = -\frac{d\Pi}{dr}. \quad (3.2.7)$$

Потенціальна енергія є скалярною величиною. Однак її зміна в певному напрямі є векторною величиною. Зміна потенціальної енергії в певному напрямі називається градієнтом, тобто

$$\vec{F} = -g\vec{r}ad\Pi. \quad (3.2.8)$$

В рівності (3.2.8) вектором є градієнт.

Для руху матеріальної точки (тіла) в тривимірному просторі градієнт потенціальної енергії повинен враховувати проєкції на осі координат x, y, z , тобто

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial\Pi_x}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Pi_y}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Pi_z}{\partial z}\vec{k}\right), \quad (3.2.9)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - одиничні вектори в напрямках координатних осей x, y, z ;
 $\frac{\partial\Pi_x}{\partial x}, \frac{\partial\Pi_y}{\partial y}, \frac{\partial\Pi_z}{\partial z}$ - частинні похідні потенціальної енергії в напрямку відповідних осей координат.

Вираз (3.2.9) також можна записати через оператор набла, тобто

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}\Pi, \quad (3.2.10)$$

де $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ - оператор набла.

В формулі (3.2.10) потенціальна енергія є скалярною величиною, а ось диференціювання скалярної величини по координатним осям дає вектор.

Вирази оператора набла ∇ і $grad$ мають однаковий фізичний зміст, і відображують одну і ту ж зміну скалярної величини Π в напрямку координатних осей x, y, z ; тобто

$$g\vec{r}ad\Pi = \vec{\nabla}\Pi. \quad (3.2.11)$$

Гradient скалярної величини Π є вектор, який направлений вздовж нормалі в сторону зростання функції Π_z (рис.3.6).

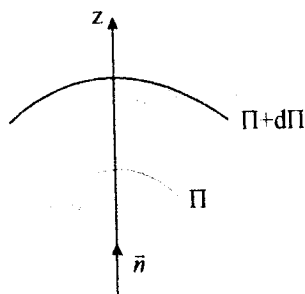


Рис. 3.6.

Поверхні однакової потенціальної енергії називаються екіпотенціальними поверхнями.

3.4. Закон збереження й перетворення механічної енергії

Сума кінетичної і потенціальної енергії всіх тіл, які складають замкнуту систему і взаємодіють між собою лише консервативними силами, залишається незмінною.

Це твердження виражає собою закон збереження й перетворення енергії в механічних процесах.

Якщо між тілами, які входять до замкнутої системи, будуть діяти сили тертя, то механічна енергія не зберігається. Частина її перетворюється у внутрішню енергію нагрівання тіл.

Розглянемо замкнуту систему матеріальних точок масами $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, які рухаються з швидкостями відповідно $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ під дією внутрішніх консервативних сил $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$. Запишемо для всіх тіл цієї системи II-й закон Ньютона:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} - \vec{f}_1 &= 0 \\ m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} - \vec{f}_2 &= 0 \\ m_3 \frac{d\vec{v}_3}{dt} - \vec{f}_3 &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} - \vec{f}_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.1)$$

Нехай за час dt кожна із точок системи здійснює відповідне переміщення $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, d\vec{r}_3, \dots, d\vec{r}_n$.

Помножимо рівності (3.4.1) на відповідні їм переміщення, одержимо:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} d\vec{v}_1 - \vec{f}_1 d\vec{r}_1 &= 0 \\ m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} d\vec{v}_2 - \vec{f}_2 d\vec{r}_2 &= 0 \\ m_3 \frac{d\vec{r}_3}{dt} d\vec{v}_3 - \vec{f}_3 d\vec{r}_3 &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ m_n \frac{d\vec{r}_n}{dt} d\vec{v}_n - \vec{f}_n d\vec{r}_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.2)$$

Склавши всі ці рівняння в одно, одержимо

$$(m_1 \vec{v}_1 d\vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 d\vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 d\vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n d\vec{v}_n) - (\vec{f}_1 d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 d\vec{r}_2 + \vec{f}_3 d\vec{r}_3 + \dots + \vec{f}_n d\vec{r}_n) = 0$$

або

$$\sum_{i=0}^n m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i - \sum_{i=0}^n \vec{f}_i d\vec{r}_i = 0. \quad (3.4.3)$$

В рівності (3.4.3) під знаками сум є безмежно малі зміни відповідно кінетичної і потенціальної енергій, тобто

$$\sum_{i=0}^n d k_i + \sum_{i=0}^n d \Pi_i = 0. \quad (3.4.4)$$

В рівності (3.4.4) враховано, що робота консервативних сил виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії (рівність 3.2.6), або

$$d\left(\sum_{i=1}^n k_i + \sum_{i=1}^n \Pi_i\right) = 0, \quad (3.4.5)$$

де $\sum_{i=1}^n k_i$ - повна кінетична енергія всіх тіл замкнутої системи;

$\sum_{i=1}^n \Pi_i$ - повна потенціальна енергія всіх матеріальних точок (тіл) замкнутої системи.

З урахуванням цих зауважень одержуємо:

$$d(K+P)=0, \text{ звідки } K+P=\text{const}. \quad (3.4.6)$$

Повна механічна енергія всіх тіл замкненої системи з часом не змінюється. В межах замкнутої системи відбувається перетворення енергії з одного виду в інший.

Системи тіл, в яких спостерігається перетворення енергії в інші, не механічні види енергії, називаються **дисипативною**. Однак і в цьому випадку відповідна еквівалентність між енергіями обов'язково зберігається.

Короткий висновок:

Таким чином, **енергія ніколи не зникає безслідно і не виникає, вона лише перетворюється із одного виду в інший у рівновеликих кількостях.** У цьому твердженні полягає основна фізична суть закону збереження і перетворення механічної енергії – суть не зникнення матерії та її руху.

ЛЕКЦІЯ 4

ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

4.1. Момент інерції матеріальної точки відносно нерухомої осі.

4.2. Моменти інерції найпростіших тіл: диск, стержень, куля.

Теорема Штейнера.

4.3. Момент імпульсу. Момент сили. Основне рівняння динаміки обертального руху. Кінетична енергія обертання.

4.4. Закон збереження моменту імпульсу і його використання. Гіроскоп. Гіроскопічний ефект.

4.1. Момент інерції матеріальної точки відносно нерухомої осі

Моментом інерції матеріальної точки відносно осі обертання, називається фізична величина, яка дорівнює добутку маси цієї точки на квадрат відстані до осі обертання.

$$dI = dm r^2, \quad (4.1.1)$$

де dm – маса матеріальної точки; r – відстань до осі обертання.

Моментом інерції твердого тіла відносно осі обертання називають фізичну величину, яка дорівнює сумі добутків мас всіх матеріальних точок твердого тіла на квадрат їх відстаней до осі обертання (рис.4.1)

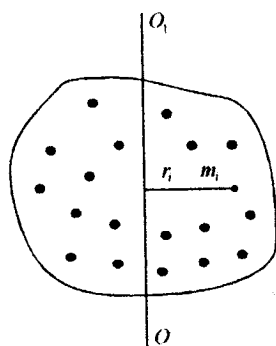


Рис.4.1

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (4.1.2)$$

Якщо маса твердого тіла розподілена безперервно, то знак суми заміняють інтегралом

$$I = \int_0^m r^2 dm \quad (4.1.3)$$

Момент інерції в динаміці обертального руху відіграє таку ж роль, що й маса тіла в динаміці поступального руху. Точніше кажучи, момент інерції твердого тіла є мірою інертності цього тіла при обертальному русі.

Однак, є принципова різниця між інертностями поступального й обертального рухів. Якщо маса – внутрішня властивість тіла, яка не залежить від його руху, то момент інерції залежить від того, навколо якої осі тіло обертається.

Для різних осей обертання момент інерції одного і того ж тіла буде різний.

4.2. Моменти інерції найпростіших тіл: диск, стержень, куля. Теорема Штейнера

Розглянемо приклади розрахунку моментів інерції найпростіших тіл.

Момент інерції суцільного диска. Розглянемо обертання диска масою m і радіусом R відносно осі, яка проходить через центр мас диска, перпендикулярно до його площини, як це показано на рис. 4.2.

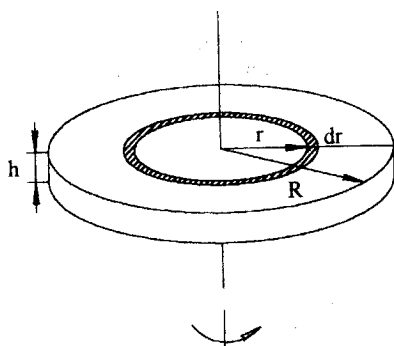


Рис. 4.2

Момент інерції заштрихованої частини диска з масою dm і радіусом r у відповідності з (4.1.3) буде дорівнювати

$$dl = dmr^2. \quad (4.2.1)$$

Маса заштрихованої частини диска дорівнює

$$dm = dV\rho; dV = 2\pi r dr h; dm = 2\pi h \rho r dr. \quad (4.2.2)$$

Елемент маси dm (4.2.2) підставимо в (4.2.1) і інтегруємо по радіусу диска

$$I_o = \int_0^R 2\pi h \rho r^3 dr = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi h \rho \frac{R^4}{4} = \pi R^2 h \rho \frac{R^2}{2} = \frac{mR^2}{2},$$

де h – товщина диска; ρ – густина речовини диска.

Таким чином момент інерції диска відносно осі обертання, перпендикулярної до площини диска, дорівнює

$$I_o = \frac{1}{2} m R^2. \quad (4.2.3)$$

Момент інерції стрижня відносно осі обертання, яка проходить через кінець стрижня, перпендикулярно до його довжини.

Маса стрижня m , а довжина l (рис.4.3).

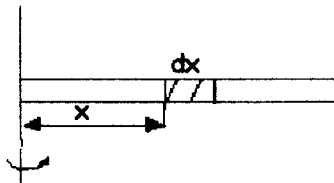


Рис. 4.3

Для знаходження моменту інерції стрижня скористаємося формулою (4.2.1)

$$dI = dm x^2,$$

де $dm = S dx \rho$ - маса виділеного елемента; S - переріз стрижня; ρ - густина речовини стрижня; dx - довжина виділеного елемента стрижня.

Інтегруємо цей вираз по довжині стрижня, одержимо

$$I = S\rho \int_0^l x^2 dx = S\rho \frac{l^3}{3} = Sl\rho \frac{l^2}{3} = \frac{ml^2}{3}. \quad (4.2.4)$$

Таким чином знайдена величина моменту інерції стрижня відносно осі, яка проходить через кінець стрижня, перпендикулярно до його довжини, буде дорівнювати

$$I = \frac{1}{3} ml^2.$$

Момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через центр мас, перпендикулярно до його середини (рис.4.3)

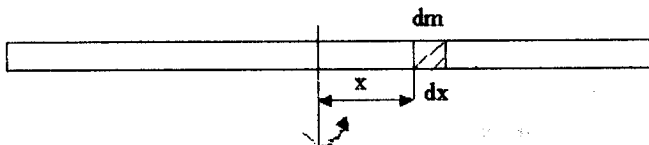


Рис.4.4

Момент інерції безмежно малого елемента стрижня відносно осі, показаної на рисунку, дорівнює

$$dI = dm x^2,$$

де $dm = Sdx\rho$ - маса заштрихованого елемента.

З урахуванням цієї маси момент інерції елемента стрижня буде дорівнювати

$$dI = S\rho x^2 dx. \quad (4.2.5)$$

Інтегруємо вираз (4.2.5) в межах від 0 до $\frac{l}{2}$, помноживши попередньо весь результат на 2 (дві симетричні частини стрижня)

$$I_c = S\rho 2 \int_0^{\frac{l}{2}} x^2 dx = \frac{2S\rho l^3}{24} = \frac{ml^2}{12}. \quad (4.2.5)$$

Таким чином момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через його центр мас (рис.4.4), дорівнює

$$I_c = \frac{ml^2}{12}.$$

Момент інерції кулі знайдемо відповідно до рис. 4.5.

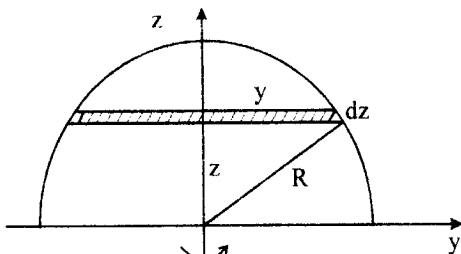


Рис.4.5

Заштрихована частина кулі має форму диска радіусом y і товщиною dz .

Момент інерції виділеного диска відповідно до (4.2.3) дорівнює

$$dI = \frac{1}{2} dm \cdot y^2, \quad (4.2.6)$$

Маса виділеного диска радіусом y і товщиною dz буде дорівнювати

$$dm = \pi y^2 \rho dz. \quad (4.2.7)$$

Підставимо (4.2.7) у (4.2.6), одержимо

$$dl = \frac{\pi\rho}{2} \cdot y^4 dz. \quad (4.2.8)$$

З рис.4.5 видно, що $y^2 = R^2 - z^2$, тому

$$dl = \frac{\pi\rho}{2} [R^2 - z^2]^2 dz = \frac{\pi\rho}{2} [R^4 - 2R^2z^2 + z^4] dz = \frac{\pi\rho}{2} [R^4 dz - 2R^2z^2 dz + z^4 dz].$$

Інтегруємо цей вираз в межах z від 0 до R , урахувавши нижню частину кулі, не показану на рис. 4.5

$$I_k = \frac{\pi\rho}{2} 2 \left[R^4 \int_0^R dz - 2R^2 \int_0^R z^2 dz + \int_0^R z^4 dz \right] = \pi\rho \left[R^5 - \frac{2}{3}R^5 - \frac{R^5}{5} \right] = \frac{2}{5} m R^2.$$

Тобто момент інерції кулі масою m і радіусом R дорівнює

$$I_k = \frac{2}{5} m R^2. \quad (4.2.9)$$

У деяких випадках момент інерції твердого тіла відносно осі, яка не збігається з центром мас тіла, розраховують за **теоремою Штейнера**.

Момент інерції тіла I відносно довільної осі OO_1 дорівнює сумі моменту інерції цього тіла відносно паралельної осі I_c , яка проходить через центр мас, і добутку маси цього тіла на квадрат відстані між паралельними осями (рис. 4.6).

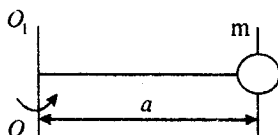


Рис. 4.6

$$I = I_c + ma^2, \quad (4.2.10)$$

де вираз (4.2.10) є **теоремою Штейнера**.

Покажемо справедливність цієї теореми на прикладі розрахунку моментів інерції стержня, для якого $I_c = \frac{1}{12} ml^2$ (рис. 4.7).

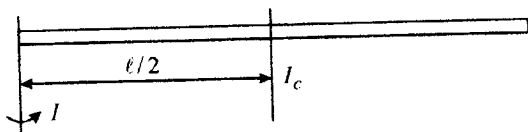


Рис. 4.7

$$I = \frac{1}{12} m l^2 + m \frac{l^2}{4} = \frac{1}{3} m l^2,$$

що підтверджується попереднім незалежним виведенням методом інтегрування.

Моменти інерції найпростіших тіл показані в таблиці 1.

Таблиця 1

Тіло	Вісь обертання	Момент інерції
Обруч		$I_z = m R^2$ $I_x = \frac{1}{2} m R^2$ $I_y = \frac{1}{2} m R^2$
Диск		$I_z = \frac{1}{2} m R^2$ $I_x = \frac{1}{4} m R^2$ $I_y = \frac{1}{4} m R^2$
Стрижень		$I = \frac{1}{12} m l^2$ $I = \frac{1}{3} m l^2$
Куля		$I_z = I_y = I_x = \frac{2}{5} m R^2$

4.3. Момент імпульсу. Момент сили. Основне рівняння динаміки обертального руху. Кінетична енергія обертання

Моментом імпульсу матеріальної точки масою m_i називається векторний добуток радіуса-вектора \vec{r}_i на вектор імпульсу $m_i \vec{v}_i$ цієї точки

$$L_i = [\vec{r}_i \cdot m_i \vec{v}_i]. \quad (4.3.1)$$

За означенням напрям вектора моменту імпульсу визначають за правилом векторного добутку. На рис. 4.7 показано напрям вектора моменту імпульсу матеріальної точки, який збігається з напрямком поступального руху правого гвинта.

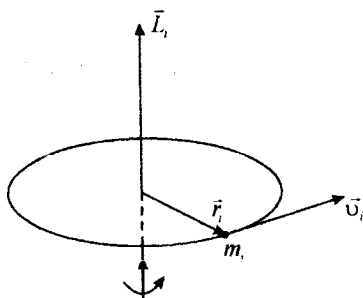


Рис.4.7

Момент імпульсу твердого тіла знаходять за допомогою додавання моментів імпульсу всіх матеріальних точок тіла:

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{p}_i], \quad (4.3.2)$$

або

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{p}_i]. \quad (4.3.3)$$

Знайдемо похідну за часом від рівняння (4.3.1)

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}_i}{dt} \vec{p}_i \right] + \left[\vec{r}_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right], \quad (4.3.4)$$

де $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i; [\vec{v}_i \vec{p}_i] = 0$, так як це однонаправлені вектори;

$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i$ - сила у відповідності з другим законом Ньютона; $[\vec{r}_i \vec{F}_i] = \vec{M}_i$ - момент сили, діючий на i -ту матеріальну точку.

З урахуванням всіх позначень рівність (4.3.4) набуває вигляду

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_i. \quad (4.3.5)$$

Підсумувавши цю рівність для всіх матеріальних точок твердого тіла, одержимо

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (4.3.6)$$

Рівність (4.3.3) для твердого тіла дає величину моменту імпульсу тіла, який дорівнює

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \cdot m_i \vec{v}_i] = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \vec{\omega} = I \vec{\omega}. \quad (4.3.7)$$

Таким чином для твердого тіла виконується рівність

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}, \quad (4.3.8)$$

або

$$I \vec{\beta} = \vec{M}.$$

Рівності (4.3.8) у фізиці називають **основним рівнянням динаміки обертального руху**. В цих рівностях I – скалярна величина, яка є мірою інертності тіл при обертальному русі; $\vec{\beta}$ - кутове прискорення – векторна величина, напрям якого збігається з напрямком поступального руху правого гвинта. Вектор моменту імпульсу \vec{L} направлений за напрямком вектора кутового прискорення.

Основне рівняння динаміки обертального руху відіграє таку ж роль у динаміці обертального руху, що і другий закон Ньютона для поступального руху. Ці закони мають також однакову форму написання.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \text{ або } \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}, \text{ або } \vec{F} = m\vec{a}. \quad (4.3.9)$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \text{ або } \vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \text{ або } \vec{M} = I\vec{\beta}. \quad (4.3.10)$$

Знайдемо вираз для кінетичної енергії обертального руху матеріальної точки або твердого тіла.

Скористаємося формулою кінетичної енергії поступального руху матеріальної точки або твердого тіла:

$$K = \frac{m v^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i (\omega r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (4.3.11)$$

де $v_i = \omega r_i$; $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = I$ - момент інерції твердого тіла відносно осі обертання.

Якщо тіло здійснює поступальний і обертальний рухи, то його повна кінетична енергія буде дорівнювати сумі кінетичних енергій поступального й обертального рухів

$$K = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2}, \quad (4.3.12)$$

де I - момент інерції тіла відносно вибраної осі обертання; v - швидкість руху центра мас цього тіла.

Зіставивши вирази кінетичної енергії поступального й обертального рухів, робимо висновок, що мірою інертності при обертальному русі є момент інерції тіла.

Розглянемо рух матеріальної точки або твердого тіла по коловій траєкторії у відповідності з рис. 4.8.

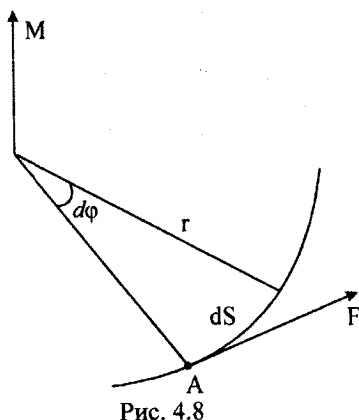
За безмежно малий час матеріальна точка під дією сили F здійснює переміщення по дузі dS , довжина якої дорівнює $r d\varphi$. При цьому виконується механічна робота

$$\delta A = F dS = F r d\varphi = M d\varphi. \quad (4.3.13)$$

Потужність у цьому випадку буде дорівнювати

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega, \quad (4.3.14)$$

де M – момент діючої сили; ω – кутова швидкість.



Потужність є скалярною величиною, тому

$$N = \vec{M}\vec{\omega}. \quad (4.3.15)$$

4.4. Закон збереження моменту імпульсу і його використання. Гіроскопи. Гіроскопічний ефект

Скористась основним рівнянням динаміки обертального руху
(4.3.6)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (4.4.1)$$

Якщо система замкнута, то будь-які зовнішні сили будуть відсутні. Це означає, що $\vec{M} = 0$. Тому для замкнутої системи виконується рівність

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0. \quad (4.4.2)$$

Рівність (4.4.2) має місце лише в одному випадку: коли результуючий момент імпульсу дорівнює сталій величині, тобто

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (4.4.3)$$

В будь-якій замкнутій системі сумарний момент імпульсу всіх тіл цієї системи з часом не змінюється. Це і є формулювання закону збереження моменту імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу має досить широке використання.

Оскільки

$$\sum_{i=1}^n I_i \omega_i = \text{const}, \quad (4.4.4)$$

то зміна моменту інерції I_i приводить до відповідної зміни кутової швидкості. Приклади використання закону збереження моменту імпульсу мають місце в техніці (наприклад регулятор Уатта), в спорті (фігурне катання) тощо.

Масивні симетричні тіла, які обертаються з великою кутовою швидкістю, називаються гіроскопами.

Якщо до гіроскопа, який здійснює обертальний рух прикласти дві сили, які намагаються повернути його навколо осі, перпендикулярної до осі обертання, то гіроскоп повернеться відносно третьої осі, перпендикулярної до перших двох осей. Цю властивість гіроскопа називають гіроскопічним ефектом (рис.4.9).

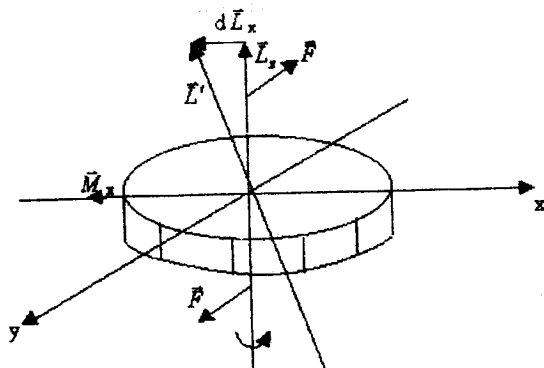


Рис.4.9

Дія пари сил \vec{F} призводить до повертання гіроскопа відносно осі x . Напрямок моменту сил \vec{M}_x збігається з віссю x .

У відповідності з основним рівнянням динаміки обертального руху виникає додатковий момент імпульсу $d\vec{L}_x$, тобто

$$d\vec{L}_x = \vec{M}dx.$$

Вісь обертання гіроскопа з повернеться і займе нове положення вздовж рівнодійної векторів \vec{L}_z і $d\vec{L}_x$. Це рівноцінно тому, що гіроскоп повертається відносно осі y .

Сучасні гіроскопи широко використовуються у техніці. Обертаючись з кутовою швидкістю у сотні тисяч обертів за хвилину, гіроскопи допомагають прокладати курс різноманітним плавзасобам, стабілізують польоти ракет тощо.

ЛЕКЦІЯ 5

ЕЛЕМЕНТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

5.1. *Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення координат Лоренца.*

5.2. *Наслідки перетворення координат Лоренца. Закон складання швидкостей.*

5.3. *Зв'язок маси й енергії.*

5.1. Постулати спеціальної теорії відносності Перетворення координат Лоренца

В класичній механіці Ньютона для тіл, які рухаються з швидкостями, набагато меншими за швидкість світла ($v \ll c$), виконується механічний принцип відносності Галілея.

Суть класичного принципу відносності полягає в тому, що закони динаміки однакові для всіх інерціальних систем відліку.

Розглянемо дві інерціальні системи координат відліку (рис.5.1).

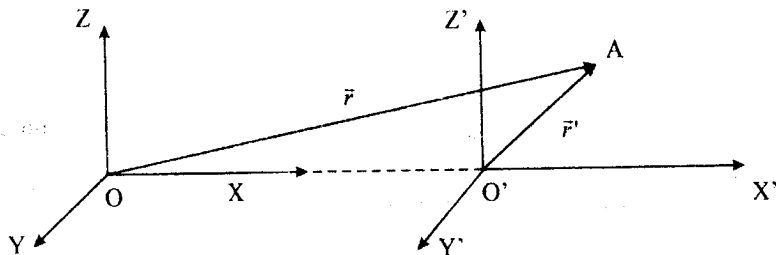


Рис. 5.1.

Інерціальну систему з координатами x, y, z будемо вважати нерухомою. Система, координати якої x', y', z' рухається відносно нерухомої системи з сталою швидкістю u .

В довільний момент часу t

$$x' = x - ut, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (5.1.1)$$

Ці перетворення координат називаються **перетвореннями Галілея**. Диференціюємо ці перетворення за часом і знайдемо **закон складання швидкостей у класичній механіці**:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - u; \quad v'_x = v_x + u. \quad (5.1.2)$$

де $\frac{dx'}{dt} = v'_x$ - швидкість руху матеріальної точки в напрямі осі x відносно штрихованої системи координат; $\frac{dx}{dt} = v_x$ - швидкість руху матеріальної точки в напрямі осі x відносно нерухомої системи координат; u - швидкість руху штрихованої системи відносно нештрихованої системи.

У векторній формі класичний закон складання швидкостей матиме вигляд:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{u}. \quad (5.1.3)$$

Диференціюємо за часом вираз (5.1.3), одержимо:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}, \quad \text{або} \quad \vec{a} = \vec{a}'. \quad (5.1.4)$$

Прискорення матеріальної точки інваріантне відносно перетворень координат Галілея. Можна також стверджувати, що сили теж є інваріантними величинами відносно перетворень координат Галілея

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (5.1.5)$$

Висновок: У будь-яких інерціальних системах відліку всі механічні явища за однакових умов є інваріантні (однакові).

Цей висновок носить назву механічного принципу відносності.

У 1905 році видатний фізик ХХ сторіччя Альберт Ейнштейн, аналізуючи великий експериментальний матеріал, сформулював два постулати створеної ним спеціальної теорії відносності, суть яких така:

- у будь-яких інерціальних системах відліку всі фізичні явища за однакових умов відбуваються однаково;
- швидкість світла у вакуумі не залежить від швидкості руху джерела світла.

З першого постулату Ейнштейна виходить, що за допомогою будь-яких фізичних дослідів, поставлених у замкнутій системі, неможливо виявити рухається ця система чи перебуває у стані спокою.

Другий постулат Ейнштейна суперечить класичному закону додавання швидкостей.

З постулатами спеціальної теорії відносності перебувають у відповідності не перетворення координат Галілея, а дещо складніші перетворення, які називаються перетвореннями координат Лоренца.

Нехай штрихована система рухається відносно нештрихованої системи координат з сталою швидкістю v , при чому $v \ll c$. Нехай швидкість v направлена уздовж осі ОХ. Тоді релятивістські перетворення координат Лоренца будуть мати вигляд:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.1.6)$$

Координати штрихованої системи по відношенню до координат нештрихованої системи:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.1.7)$$

У випадку, коли $v \ll c$, перетворення координат Лоренца переходять у класичні перетворення Галілея:

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t';$$

або

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (5.1.8)$$

Класична механіка придатна для розгляду таких рухів, швидкості яких, порівняно з швидкістю світла, досить малі.

Механіка, яка розглядає рух тіл з швидкостями, близькими до швидкості світла, називається **релятивістською механікою**.

5.2. Наслідки перетворення координат Лоренца.

Закон складання швидкостей

Розглянемо деякий процес, який відбувається у точці А, нерухомій відносно штрихованої системи координат. Позначимо тривалість деякого процесу за годинниками не штрихованої системи й штрихованої системи відповідно через τ і τ_0 . Очевидно, що

$$\tau_0 = t'_2 - t'_1; \quad \text{і} \quad \tau = t_2 - t_1. \quad (5.2.1)$$

Для знаходження залежності τ_0 від τ скористаємось перетвореннями координат Лоренца (5.1.7)

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.2.2)$$

Відніmemo рівності (5.2.2), одержимо τ_0 :

$$\tau_0 = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - (x_2 - x_1)\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \text{але } t_2 - t_1 = \tau, \text{ а } x_2 - x_1 = v\tau,$$

тому

$$\tau_0 = \frac{\tau \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (5.2.3)$$

З рівності (5.2.3) знайдемо τ

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.2.4)$$

Висновок.

Якщо $v \approx c$, то $\tau_0 \ll \tau$. Час в різних системах відліку протікає не однаково. Одна і та ж подія має різну тривалість у різних системах відліку.

Знайдемо довжину рухомого предмета в різних системах відліку. Нехай стрижень, який має довжину l_0 в штрихованій системі координат, рухається разом з цією системою координат з швидкістю v відносно не штрихованої системи координат (рис. 5.2). (Стрижень перебуває у спокої відносно штрихованої системи координат).

Як видно з рисунка, довжина стрижня у штрихованій системі координат дорівнює:

$$l_0 = x'_2 - x'_1. \quad (5.2.5)$$

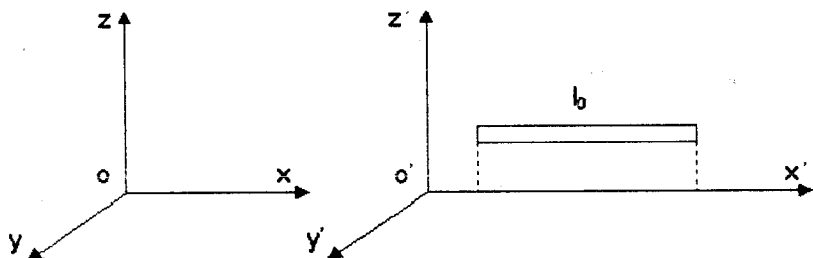


Рис. 5.2

Координати x'_2, x'_1 запишемо з перетворень Лоренца для моменту часу t (в один і той же час)

$$l_0 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t - t)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Звідки

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (5.2.6)$$

Висновок.

Якщо швидкість руху стрижня для спостерігача, який перебуває у стані спокою в системі координат x, y, z прямує до швидкості світла, то $l \rightarrow 0$.

Лінійні розміри тіла, яке рухається з швидкістю близькою до швидкості світла, в різних системах відліку будуть різними.

Для знаходження закону складання швидкостей, запишемо перетворення координат Лоренца (5.1.7) через безмежно малі зміни координат x , x' і часу t і t' , тобто

$$dx = \frac{dx' - v dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5.2.7)$$

$$dt = \frac{dt' - \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.2.8)$$

Поділивши (5.2.7) на (5.2.8), одержимо

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}. \quad (5.2.9)$$

Введемо позначення $\frac{dx}{dt} = v_x$; $\frac{dx'}{dt'} = v'_x$, одержимо

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} v'_x}. \quad (5.2.10)$$

Нехай швидкість штрихованої системи координат $v \rightarrow c$, швидкість матеріальної точки в штрихованій системі $v'_x \rightarrow c$, тоді швидкість цієї точки відносно спостерігача, який перебуває в стані спокою у нештрихованій системі буде дорівнювати:

$$v_x = \frac{2c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = c. \quad (5.2.11)$$

Цей висновок є гарним доказом другого постулату Ейнштейна. Формула (5.2.10) є законом складання швидкостей у напрямі осі x .

Аналогічно можна одержати відповідні співвідношення для інших осей координат.

5.3. Зв'язок маси і енергії

Релятивістська маса рухомого тіла залежить від швидкості руху

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5.3.1)$$

де m_0 - маса спокою тіла; m - маса тіла в процесі руху з швидкістю v .

Залежність маси тіла від швидкості руху в релятивістському випадку показана на рис. 5.3. З рисунка видно, що якщо $v \rightarrow c$ то $m \rightarrow \infty$.

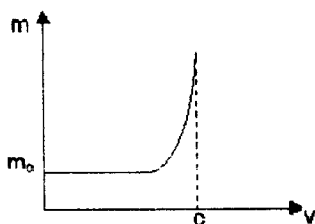


Рис.5.3

Оскільки реальне тіло при наближенні швидкості його руху до швидкості світла збільшує свою масу до безмежності, то тіла реальної маси такої швидкості досягти не можуть. Швидкість світла мають лише фотони, маса спокою яких дорівнює нулю.

Релятивістський імпульс тіла, швидкість якого наближається до швидкості світла, має вигляд:

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.3.2)$$

Релятивістський імпульс всіх тіл замкнутої системи з часом не змінюється. Цей висновок для закону збереження імпульсу є наслідком однорідності простору.

Релятивістський закон динаміки (другий закон Ньютона) матиме вигляд

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \quad (5.3.3)$$

Якщо $v \ll c$, то рівняння (5.3.3) трансформується у класичний закон динаміки

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}). \quad (5.3.4)$$

Повна енергія тіла масою m визначається співвідношенням:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5.3.5)$$

де m – маса тіла в процесі руху з швидкістю v ; m_0 – маса спокою цього тіла; c – швидкість світла в вакуумі.

Енергія спокою тіла дорівнює $E_0 = m_0 c^2$, тому співвідношення (5.3.5) перепишеться

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.3.6)$$

Кінетичну енергію руху легко визначити, якщо від повної енергії тіла відняти енергію спокою цього тіла, тобто

$$K = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (5.3.7)$$

Релятивістське співвідношення між повною енергією і релятивістським імпульсом тіла має вигляд

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2. \quad (5.3.8)$$

У випадку фотонів, маса спокою яких дорівнює нулю :

$$E^2 - p^2 c^2 = 0, \text{ або } p^2 = \frac{E^2}{c^2}.$$

Тобто

$$p = \frac{E}{c}. \quad (5.3.9)$$

ЛЕКЦІЯ 6

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

6.1. Електричний заряд. Закон збереження електричного заряду.

Закон Кулона.

6.2. Електричне поле і його напруженість. Принцип суперпозиції полів. Поле точкового заряду.

6.3. Теорема Гаусса та її використання.

6.1. Електричний заряд. Закон збереження електричного заряду.

Закон Кулона

Електростатика – вчення про статичні електричні заряди та про властивості полів цих зарядів.

Електричний заряд – це невіддільна властивість деяких елементарних частинок.

До елементарних частинок відносяться такі мікрочастинки, для яких сучасними засобами фізики не можна доказати, що вони є об'єднаннями інших мікрочастинок.

Відомо, що заряди бувають двох видів – позитивні й негативні. Носієм елементарного негативного заряду є електрон. Елементарним позитивним зарядом наділений протон.

За абсолютною величиною елементарні заряди електрона й протона однакові. За одиницю електричного заряду прийнято кулон (Кл).

Один кулон – це електричний заряд, який проходить через поперечний переріз провідника при силі струму в один ампер за час в одну секунду

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}.$$

Елементарний електричний заряд електрона або протона дорівнює

$$|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Будь-який інший заряд є сукупністю елементарних зарядів

$$q = \pm N \cdot e. \quad (6.1.1)$$

Електричні заряди можуть мати лише дискретні значення, кратні заряду електрона. Таку властивість зарядів називають квантуванням.

В довільних інерціальних системах заряд є **інваріантним** або незмінним.

Електричні заряди можуть зникати або виникати знову. Пояснити цей факт можна однаковим або різним числом зарядів різних знаків у системі, або їх взаємним перетворенням. Так відомо, що електрон і позитрон можуть анігілювати



В той же час гамма-кванти високих енергій ($E \approx 1,02\text{Me}$) - в полі ядерних сил, або кулонівському полі елементарних заряджених частинок здатні перетворюватись в електрон і позитрон:



Сумарний заряд електрично ізольованої системи є величиною сталою. Це твердження є **законом збереження електричного заряду**.

Всі основні властивості електричних зарядів знайдені дослідним шляхом. Серед них відмітимо такі:

- однойменні заряди відштовхуються, різнойменні притягуються;
- величина заряду не залежить від системи відліку;
- дискретний характер заряду, тобто кратність до елементарного заряду;
- електричний заряд має властивість адитивності. Це означає, що заряд системи тіл дорівнює сумі зарядів всіх частинок, які входять в систему.

В електростатиці використовується фізична модель точкового джерела.

Точковим джерелом заряду називається заряджене тіло, форма й розміри якого в даних умовах не є суттєвими.

Дослідним способом було доказано, що сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна величині кожного із зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

Закон взаємодії точкових зарядів називається законом Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (6.1.4)$$

де q_1 і q_2 - точкові електричні заряди; ϵ_0 - діелектрична стала; r - відстань між точковими зарядами.

Сила \vec{F} напрямлена вздовж прямої, яка з'єднує взаємодіючі заряди. У векторній формі сила, з якою взаємодіють два точкові заряди q_1 і q_2 записується так

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}_{1,2}. \quad (6.1.5)$$

Згідно з третім законом Ньютона сили з якими взаємодіють два точкових заряди, рівні за величиною і протилежні за напрямком

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}. \quad (6.1.6)$$

Діелектрична стала ϵ_0 відноситься до числа фундаментальних фізичних сталих. Її величина дорівнює $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Якщо взаємодія двох точкових зарядів відбувається у ізотропному діелектричному середовищі, то закон Кулона матиме вигляд

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}. \quad (6.1.7)$$

Відносна діелектрична проникність ϵ показує у скільки разів сила взаємодії між електричними зарядами в даному ізотропному діелектричному середовищі буде меншою сили взаємодії між цими зарядами у вакуумі

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}, \quad (6.1.8)$$

де F_0 - сила взаємодії між двома точковими зарядами у вакуумі; F - сила взаємодії між цими зарядами в однорідному діелектричному середовищі.

Відносна діелектрична проникність вакууму $\epsilon = 1$.

6.2. Електричне поле і його напруженість. Принцип суперпозиції полів. Поле точкового заряду

Будь-яке заряджене тіло можна розглядати як сукупність точкових зарядів подібно до того, як в механіці будь-яке тіло можна вважати сукупністю матеріальних точок.

Тому електростатична сила, з якою одне заряджене тіло діє на інше заряджене тіло, дорівнює геометричній сумі сил, прикладених до всіх точкових зарядів, наприклад другого тіла з сторони всіх точкових зарядів першого тіла.

Часто буває більш доцільно вважати, що заряди розподілені в зарядженому тілі неперервно, а тому слід користуватись поняттями лінійної, поверхневої й об'ємної густини зарядів.

Лінійна густина зарядів у випадку зарядженого стрижня, визначається за допомогою формули

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \quad (6.2.1)$$

де τ - лінійна густина зарядів, яка вимірюється в Кл/м.

Поверхнева густина зарядів у випадку рівномірно зарядженої поверхні визначається за формулою

$$\sigma = \frac{dq}{ds}, \quad (6.2.2)$$

де σ - поверхнева густина зарядів, яка вимірюється в Кл/м².

Об'ємна густина зарядів, у випадку рівномірно зарядженого тіла по об'єму, визначається за формулою

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad (6.2.3)$$

де ρ - об'ємна густина зарядів, яка вимірюється в Кл/м³.

Взаємодія між двома зарядами, які перебувають у стані спокою, здійснюється за рахунок взаємодії електричних полів цих зарядів. Будь-який заряд змінює властивості оточуючого простору, створюючи в ньому електричне поле.

Поле електричного заряду можна виявити за допомогою іншого заряду з своїм електричним полем.

Електричне поле – це один із видів існування матерії в оточуючому просторі.

Електричне поле будь-якого статичного заряду можна характеризувати векторною величиною – напруженістю електричного поля, і скалярною величиною – потенціалом.

Напруженість електричного поля визначається силою, з якою діє деякий заряд у даній точці його поля на електричне поле точкового заряду, поміщеного в цю точку. Точковий заряд завжди є позитивним. Розміри точкового заряду мають бути такими, щоб він своїм власним електричним полем не спотворював поля основного заряду.

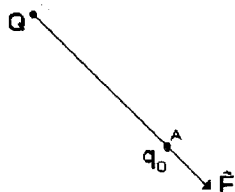


Рис 6.1

Нехай у деякому просторі заряд Q створює статичне електричне поле. Для виявлення цього поля в точку A розміщують точковий заряд q_0 (рис 6.1).

На заряд q_0 зі сторони основного заряду Q діє кулонівська сила \vec{F} вздовж лінії, яка з'єднує ці заряди. Якщо в точку A послідовно розміщувати різні точкові заряди $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, то і сили взаємодії будуть відповідно різними $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$. Однак у кожному випадку відношення відповідної сили до величини точкового заряду, залишиться сталим.

Величину цього відношення називають напруженістю електричного поля і позначають буквою \vec{E}

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (6.2.4)$$

Одиницею напруженості електричного поля статичного заряду є Н/Кл або В/м.

Напрямок вектора напруженості електричного поля збігається з напрямком вектора сили.

Важливо знати:

- якщо поле створене позитивним зарядом, то напрям вектора \vec{E} в будь-якій точці цього поля збігається з радіусом-вектором і направлений в протилежну сторону від заряду.

- якщо поле створене негативним зарядом, то напрям вектора \vec{E} в будь-якій точці цього поля збігається з радіусом-вектором і направлений у сторону до заряду (рис 6.2).

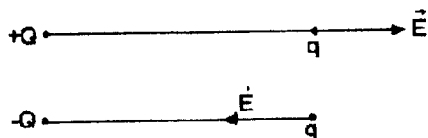


Рис. 6.2

До кулонівських сил застосовується принцип незалежності дії сил – принцип суперпозиції.

Суть принципу суперпозиції полягає в тому, що напруженість результуючого поля, створеного системою електричних зарядів, теж дорівнює геометричній сумі напруженостей полів кожного із зарядів окремо, тобто

$$\vec{E} = \sum_{i=0}^n E_i \quad (6.2.5)$$

Формула (6.2.5) виражає принцип суперпозиції (принцип накладання) електростатичних полів. Він дозволяє розрахувати електростатичне поле довільної системи нерухомих електричних зарядів, розглянувши її як сукупність точкових електричних зарядів.

Графічно електростатичне поле зображують за допомогою силових ліній або ліній напруженості, які завжди розпочинаються на позитивному заряді й закінчуються на негативному заряді.

Вектор напруженості електростатичного поля завжди є дотичною до силової лінії у даній точці поля (рис 6.3).

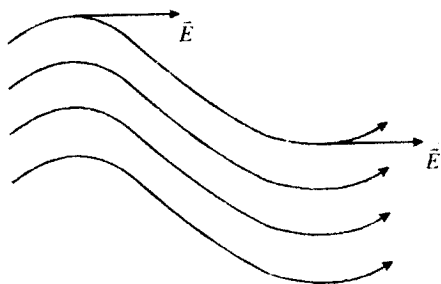


Рис 6.3

Силлові лінії окремих електричних зарядів починаються на позитивному заряді і йдуть у безмежність або починаються у безмежності й закінчуються на негативному заряді (рис. 6.4 а,б).

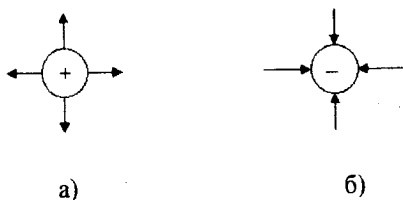


Рис. 6.4

Для однорідного диполя (наприклад електричного поля між пластинами конденсатора) лінії напруженості паралельні вектору напруженості (рис. 6.5).

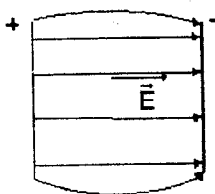


Рис. 6.5

Важливо знати, що силлові лінії електричного поля завжди перпендикулярні до поверхні зарядженого тіла. Якби це було не так, то паралельна до поверхні тіла складова напруженості електричного поля привела б до руху зарядів, а це є протиріччям статичності їх розподілу (рис. 6.6).

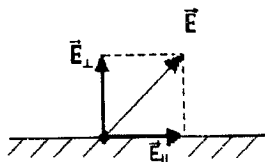


Рис. 6.6

Електричне поле точкового заряду розраховують досить простою формулою, яка одержана з використанням сили Кулона для точкового заряду, тобто

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad (6.2.6)$$

де q – точковий заряд, поле якого визначається за цією формулою; ϵ_0 – діелектрична стала; ϵ – відносна діелектрична стала; r – відстань від заряду до точки, в якій визначається напруженість поля.

6.3. Теорема Гаусса і її використання

У випадках розрахунків напруженості електричного поля не-точкових зарядів, виникають певні труднощі. В таких випадках напруженість електричного поля розраховують за допомогою методу суперпозиції. Для цього, просторово розміщені заряди ділять на точкові й методом інтегрування (принцип суперпозиції), знаходять відповідну напруженість. Покажемо це на прикладах:

Приклад 1. Визначити напруженість електричного поля біля безмежної, рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною зарядів σ (рис. 6.7).

Скористаємось формулою напруженості точкового заряду (6.2.6)

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x^2}, \quad (6.3.1)$$

де dq – це заряд заштрихованої безмежно малої ділянки поверхні; x – відстань від цієї ділянки до точки А, в якій розраховується напруженість електричного поля E .

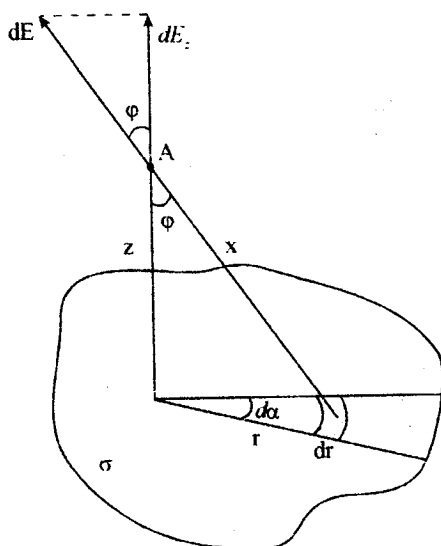


Рис. 6.7

З рисунка видно, що $x^2 = z^2 + r^2$, а $dq = rd\alpha dr\sigma$, й $dE_z = dE\cos\varphi$.

З урахуванням цих позначень одержуємо:

$$dE_z = \frac{\sigma dr \cos\varphi d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (z^2 + r^2)}. \quad (6.3.2)$$

Але оскільки $\cos\varphi = \frac{z}{x}$, тому

$$dE_z = \frac{\sigma z r dr d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma z}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d(z^2 + r^2)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} d\alpha.$$

Інтегруємо цей вираз у межах: для r від 0 до ∞ ; для α від 0 до 2π , одержимо:

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\sigma z}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty \frac{d(z^2 + r^2)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\sigma z}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \int_0^\infty (z^2 + r^2)^{-3/2} d(z^2 + r^2) \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha = \\ &= \frac{\sigma z}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{z^2 + r^2}} \Big|_0^\infty \cdot 2\pi = \frac{\sigma z}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{2}{z} \cdot 2\pi = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \end{aligned}$$

З розрахунків видно, що напруженість електричного поля біля безмежної, рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною зарядів σ , визначається досить простою формулою і не залежить від відстані до самої площини

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (6.3.3)$$

Приклад 2. Визначити напруженість електричного поля на відстані a від тонкої, досить довгої, рівномірно зарядженої, із лінійною густиною зарядів τ нитки або циліндра (рис 6.8).

Скористаємось формулою (6.2.6)

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}.$$

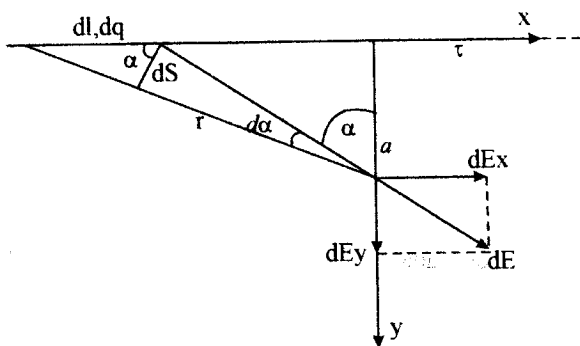


Рис. 6.8

З рисунка видно, що: $dq = \tau dl$ і $dS = r d\alpha$, а також $dS = dl \cdot \cos\alpha$.

З урахуванням цих залежностей одержуємо величину точкового заряду:

$$dq = \frac{\tau r d\alpha}{\cos\alpha} \quad (6.3.4)$$

Тоді напруженість електричного поля у напрямі осі y E_y – буде дорівнювати

$$dE_y = dE \cos\alpha = \frac{\tau d\alpha \cos\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2 \cos\alpha} = \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

Величину радіуса-вектора r виразимо через відстань a і кут α :

$$r = \frac{a}{\cos\alpha}$$

З урахуванням останнього одержимо:

$$dE_y = \frac{\tau \cos\alpha d\alpha}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} \quad (6.3.5)$$

Інтегруємо останній вираз у межах зміни α від 0 до $\pi/2$, помноживши весь вираз на 2 (враховується друга, симетрична частина нитки).

$$E_y = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} \cdot 2 \int_0^{\pi/2} \cos\alpha \cdot d\alpha = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} \cdot 2 \sin\alpha \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a}$$

Таким чином одержано досить просту залежність напруженості електричного поля біля довгої, рівномірно зарядженої нитки або циліндра:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} \quad (6.3.6)$$

Паралельна складова напруженості E_x , завдяки симетричності нитки, буде дорівнювати нулю.

Знайдемо потік вектора \vec{E} напруженості електричного поля крізь замкнену поверхню (рис. 6.9)

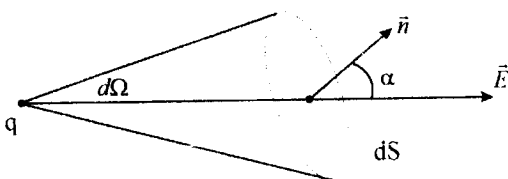


Рис. 6.9

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot dS \cdot \vec{n}, \quad (6.3.7)$$

де dS - величина площі заштрихованої поверхні, \vec{n} - нормаль до поверхні (одиничний вектор).

З рисунка видно, що

$$d\Phi_E = \vec{E} dS \vec{n} = E dS \cos\alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dS \cos\alpha}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} d\Omega,$$

де $\frac{dS \cos\alpha}{r^2} = d\Omega$ - тілесний кут.

Площа поверхні кулі $S = 4\pi r^2$ (тут 4π є тілесним кутом).

Таким чином одержуємо:

$$E dS_n = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} d\Omega. \quad (6.3.8)$$

Інтегруємо цей вираз у межах замкнутої поверхні і повного тілесного кута для цієї поверхні, тобто

$$\oint_S E \cdot dS_n = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_0^{4\pi} d\Omega = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Одержаний вираз носить назву теореми Гаусса

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (6.3.9)$$

Якщо замкнута поверхня охоплює систему зарядів, теорема Гаусса набуде вигляду

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{\Sigma q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (6.3.10)$$

Потік вектора напруженості електричного поля крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів у середині цієї поверхні, поділених на $\epsilon\epsilon_0$.

Покажемо на прикладах, як використовується теорема Гаусса у найпростіших випадках.

Приклад 1. Електричне поле біля безмежної, рівномірно зарядженої, із поверхневою густиною зарядів σ , площини (рис. 6.10).

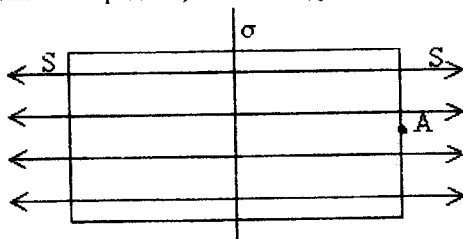


Рис. 6.10

На рисунку заряджена площина спроектована перпендикулярно до площини листка. Замкнена поверхня є циліндром із площею торців S . Потік вектора напруженості в даному випадку слід розрахувати лише крізь

горці. Лінії напруженості електричного поля паралельні до бокової поверхні, а тому потоку не створюють, тобто

$$\oint_S E dS_n = E2S. \quad (6.3.11)$$

За теоремою Гаусса

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{\Sigma q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (6.3.12)$$

Прирівнявши праві сторони (6.3.11) і (6.3.12) одержимо:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0}.$$

Цей висновок збігається з формулою (6.3.3).

Приклад 2. Електричне поле на відстані a від довгої, рівномірно зарядженої з лінійною густиною зарядів τ , нитки (рис. 6.11).

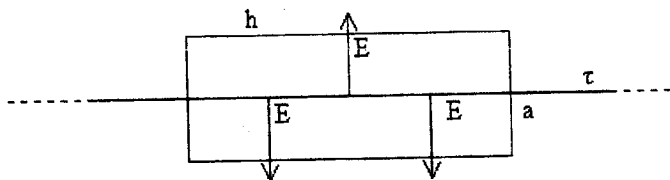


Рис. 6.11

На рисунку замкнуту поверхню вибрано у вигляді циліндра радіусом a і довжиною h . Потік силових ліній слід розглядати лише крізь бокову поверхню, так як торці перпендикулярні до нитки й паралельні до напрямку силових ліній електричного поля. (Потік крізь торці в цьому випадку дорівнює нулю).

$$\oint_S E dS = E2\pi ah. \quad (6.3.13)$$

За теоремою Гаусса

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{\Sigma q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\tau h}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (6.3.14)$$

Прирівнюємо праві частини (6.3.13) і (6.3.14), одержимо

$$E \cdot 2\pi ah = \frac{\tau h}{\epsilon\epsilon_0}$$

Звідки

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a}, \quad (6.3.15)$$

що збігається з формулою (6.3.6)

Висновок. Теорема Гаусса значно спрощує розрахунки, але має дуже вузькі рамки використання. Більш загальним, універсальним методом розрахунків напруженості електричного поля є метод суперпозиції, який у кінцевому випадку зводиться до інтегрування.

ЛЕКЦІЯ 7

ПОТЕНЦІАЛ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

7.1. Циркуляція вектора напруженості. Теорема про циркуляцію вектора напруженості. Потенціальна енергія заряду.

7.2. Потенціал електростатичного поля. Різниця потенціалів. Принцип суперпозиції.

7.3. Зв'язок між потенціалом і напруженістю електростатичного поля. Приклади розрахунку полів.

7.1. Циркуляція вектора напруженості. Теорема про циркуляцію вектора напруженості. Потенціальна енергія заряду

Знайдемо роботу переміщення точкового заряду q_0 в електричному полі точкового заряду q із точки 1 в точку 2 (рис 7.1)

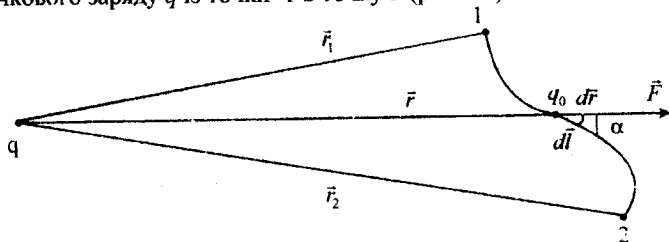


Рис 7.1

На елементарному переміщенні $d\vec{l}$ силою \vec{F} виконується елементарна робота, яка дорівнює

$$\delta A = \vec{F} d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos \alpha = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr, \quad (7.1.1)$$

де $dr = dl \cos \alpha$ - проекція переміщення $d\vec{l}$ на напрям дії сили.

Інтегруємо вираз (7.1.1) в межах від r_1 до r_2 , одержимо

$$A_{1,2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (7.1.2)$$

З формули (7.1.2) видно, що робота переміщення точкового заряду q_0 із точки 1 в точку 2 поля статичного заряду q не залежить від форми шляху, а визначається лише положенням початкової й кінцевої точок.

Цей висновок є доказом того, що поле точкового заряду є потенціальним, а діючі в цьому полі сили є консервативними.

У випадку замкнутого контуру робота переміщення точкового заряду q_0 в полі статичного заряду q буде дорівнювати нулю (рис 7.2).

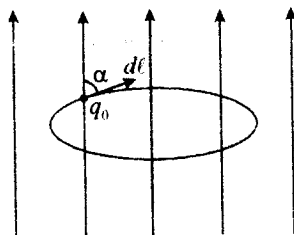


Рис. 7.2

Елементарна робота сил поля на шляху $d\vec{l}$ дорівнює

$$\delta A = q \vec{E} d\vec{l} = q_0 E \cos \alpha dl = q_0 E_c dl,$$

де $E_c = E \cos \alpha$.

Робота перенесення точкового заряду q_0 по замкнутому контуру в цьому випадку буде дорівнювати нулю

$$q_0 \oint \vec{E} d\vec{l} = q_0 \oint E_e dl = 0. \quad (7.1.3)$$

Оскільки $q_0 \neq 0$, то

$$\oint E_e dl = 0. \quad (7.1.4)$$

Вираз (7.1.4) називають теоремою про циркуляцію вектора \vec{E} електростатичного поля вздовж будь-якого замкнутого контуру.

Силове поле, яке наділене такими властивостями, називають потенціальним полем.

Формула (7.1.4) має використання лише для статичних (нерухомих) зарядів.

В потенціальних полях робота консервативних сил виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії.

Скориставшись формулою (7.1.2), виразимо роботу сил поля по переміщенню точкового заряду q_0 з точки 1 в точку 2 поля заряду q , через потенціальні енергії заряду q_0 , в цих точках (рис 7.1)

$$A_{1,2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} = \Pi_1 - \Pi_2, \quad (7.1.5)$$

де $\Pi_1 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1}$ - потенціальна енергія заряду q_0 в точці 1 поля точкового заряду q ;

$\Pi_2 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2}$ - потенціальна енергія заряду q_0 в точці 2 поля точкового заряду.

Або виразимо цю роботу через зменшення потенціальної енергії, при перенесенні заряду q_0 з точки 1 в точку 2, тобто

$$A_{1,2} = -(\Pi_2 - \Pi_1). \quad (7.1.6)$$

Якщо поле створюється системою точкових зарядів, то потенціальна енергія заряду q_0 , в полі системи точкових зарядів q_i матиме вигляд

$$\Pi = q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_i} \quad (7.1.7)$$

Важливо знати, що для однойменних зарядів потенціальна енергія їх взаємодії завжди додатна, а потенціальна енергія взаємодії різнойменних зарядів завжди від'ємна.

7.2. Потенціал електростатичного поля. Різниця потенціалів. Принцип суперпозиції

В лекціях з розділу "Механіка" потенціальна енергія матеріальної точки або тіла визначалась через роботу переміщення тіла з будь-якої точки поля в деяке фіксоване положення, вибране за нульове положення, тобто

$$\int_M^0 \vec{F} d\vec{r} = \Pi. \quad (7.2.1)$$

Для електричних зарядів сила $\vec{F} = q_0 \vec{E}$, тому

$$q_0 \int_M^0 \vec{E} d\vec{r} = \Pi. \quad (7.2.2)$$

З рівності (7.2.2) можна зробити висновок, що відношення $\frac{\Pi}{q} = \text{const}$, тобто який би заряд q_i не розміщувати в поле іншого заряду, відношення потенціальної енергії заряду q_i до величини цього заряду для даної точки поля буде величиною сталою. Цю величину називають потенціалом і позначають буквою ϕ , тобто

$$\phi = \frac{\Pi}{q_0}. \quad (7.2.3)$$

Потенціал ϕ в будь-якій точці електростатичного поля є скалярною величиною, яка визначається потенціальною енергією позитивного пробного заряду, поміщеного в цю точку.

З урахуванням формули (7.1.5) потенціал поля точкового заряду q буде дорівнювати

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (7.2.4)$$

При переміщенні одиничного позитивного заряду з точки 1 поля в точку 2 виконану роботу можна виразити спочатку через різницю потенціальних енергій, а потім і через різницю потенціалів поля в цих точках, тобто

$$A_{1,2} = \Pi_1 - \Pi_2 = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 \Delta\varphi \quad (7.2.5)$$

Різниця потенціалів в двох точках поля $\varphi_1 - \varphi_2$ визначається роботою сил поля по переміщенню точкового позитивного заряду із точки 1 в точку 2, тобто

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1,2}}{q_0} \quad (7.2.6)$$

Якщо вибрати точку 2 за межами поля, скажемо на безмежності, то й потенціал поля там буде дорівнювати нулю. Тому потенціал поля точкового заряду з цих міркувань можна виразити ще й так:

$$\varphi = \frac{A_{1,\infty}}{q_0} \quad (7.2.7)$$

де $A_{1,\infty}$ - робота переміщення заряду q_0 з даної точки 1 в безмежність, q_0 - точковий позитивний заряд.

Потенціал точкового заряду, так само як і різниця потенціалів, вимірюється в Дж/Кл або вольтах (В).

Для системи точкових зарядів потенціал поля в довільній точці поля цих зарядів визначається за допомогою принципу суперпозиції полів, тобто

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad (7.2.8)$$

де φ_i - потенціал i -го заряду в цій точці поля.

Потенціал поля системи електричних зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів всіх цих зарядів. У випадку просторового розміщення системи електричних зарядів, потенціал поля цих зарядів знаходиться шляхом інтегрування.

Розглянемо приклад розрахунку потенціалу просторово розміщених електричних зарядів. Для цього знайдемо потенціал поля рівномірно зарядженого стрижня довжиною l з лінійною густиною зарядів τ , в точці A , яка перебуває на продовженні осі стрижня на відстані a від його кінця (рис. 7.3).

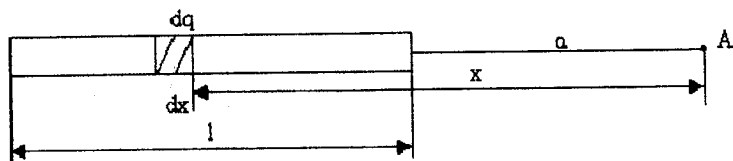


Рис 7.3

На стрижні виділимо безмежно малу ділянку, довжиною dx із зарядом dq , для якої потенціал в точці A можна записати, як для точкового заряду, а саме

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x}. \quad (7.2.9)$$

Величина точкового заряду dq дорівнює τdx , тому

$$d\varphi = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon\epsilon_0 x}. \quad (7.2.10)$$

Проінтегруємо цей вираз в межах зміни x від a до $a+l$, тобто

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dx}{x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{a+l}{a}.$$

Аналогічно можна виконувати розрахунки потенціалу просторово розміщених електричних зарядів та в інших випадках

7.3. Зв'язок між потенціалом і напруженістю електростатичного поля. Приклади розрахунку полів

Як уже показано вище, робота переміщення одиничного позитивного заряду q_0 в полі заряду q , виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії, тобто

$$A_{1,2} = \Pi_1 - \Pi_2 = -(\Pi_2 - \Pi_1) = -q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Запишемо цю роботу для безмежно малого переміщення, на якому електричний потенціал змінюється на безмежно малу величину

$$\begin{aligned} \delta A &= -q_0 d\phi, \\ i \quad \delta A &= q_0 \vec{E} d\vec{r}. \end{aligned} \quad (7.3.1)$$

Прирівняємо праві сторони рівностей (7.3.1), одержимо зв'язок між потенціалом і напруженістю електростатичного поля:

$$\begin{aligned} \vec{E} d\vec{r} &= -d\phi, \\ \text{звідки} \quad E &= -\frac{d\bar{\phi}}{dr}. \end{aligned} \quad (7.3.2)$$

Сам потенціал $d\phi$ є величиною скалярною, а градієнт зміни потенціалу в певному напрямі є величиною векторною.

В більш загальному випадку просторового переміщення точкового заряду формула (7.3.2) набуває вигляду

$$\vec{E} = -gr\vec{a}d\phi = -\vec{\nabla}\phi,$$

де $\vec{\nabla}$ - вектор, який має назву оператора Гамільтона або його ще називають "набла".

Оператор $\vec{\nabla}$ є вектором, який також можна записати так

$$\vec{\nabla} = \frac{d}{dx} \vec{i} + \frac{d}{dy} \vec{j} + \frac{d}{dz} \vec{k}, \quad (7.3.3)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - одиничні вектори в напрямку осей x, y, z декартової системи координат.

Знайдемо різницю потенціалів $\phi_2 - \phi_1$, в двох точках поля біля безмежної поверхні з поверхневою густиною зарядів σ у відповідності з рисунком (рис.7.4)

Скористаємося формулою (7.3.2) зв'язку напруженості електричного поля з потенціалом, одержимо

$$d\phi = -E dr. \quad (7.3.4)$$

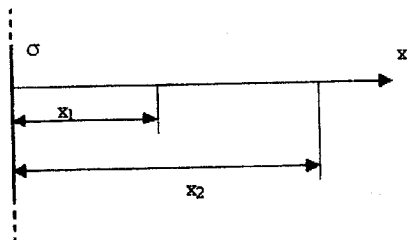


Рис 7.4

Напруженість поля E біля безмежної поверхні розрахована в шостій лекції (6.3.3), тому скористаємось готовим результатом, який дорівнює

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Тоді

$$d\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} dr.$$

Інтегруємо цей вираз в межах зміни координати від x_1 до x_2 і зміни потенціалу від φ_1 до φ_2 , одержимо

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dr,$$

звідки

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (x_2 - x_1),$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (x_2 - x_1). \quad (7.3.5)$$

2. Потенціали поля в двох точках біля довгого, рівномірно зарядженого стрижня з лінійною густиною зарядів τ у відповідності з рисунком (рис. 7.5)

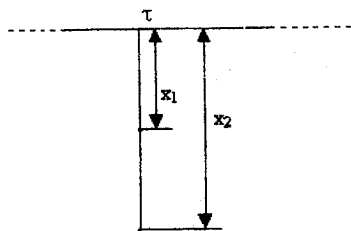


Рис 7.5

На довільній відстані x від стрижня напруженість електричного поля розраховується або за принципом суперпозиції (методом інтегрування), або за теоремою Гауса. Скористаємось готовою формулою напруженості електричного поля (6.3.15) попередньої лекції

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 x}$$

Підставимо це значення напруженості у формулу (7.3.2) та виконаємо інтегрування

$$d\phi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 x} dx, \quad (7.3.6)$$

або

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x}$$

звідки

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{x_2}{x_1} \quad (7.3.7)$$

Аналогічно можуть бути виконані і будь-які інші розрахунки різниці потенціалів електричного поля статичних зарядів.

ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В ПРОВІДНИКУ. ЕЛЕКТРОСМНІСТЬ

8.1. Провідник в електростатичному полі. Розподіл зарядів у провіднику.

8.2. Електроємність окремого провідника. Конденсатори. Електроємність конденсаторів різної форми.

8.3. Енергія взаємодії електричних зарядів. Енергія окремого провідника й конденсатора.

8.4. Енергія електростатичного поля. Густина енергії електростатичного поля.

8.1. Провідник в електростатичному полі. Розподіл зарядів у провіднику

У металевих провідниках завжди є вільні (не зв'язані з вузлами кристалічної ґратки) електричні заряди. Переважно це валентні електрони, які слабо зв'язані з атомами в кристалічній структурі й за цієї причини стали колективізованими. Вільні електрони у провіднику перебувають у неперервному хаотичному русі, рівномірно заповнюючи весь об'єм провідника.

При внесенні такого провідника у зовнішнє електричне поле з сторони останнього на вільні електрони у провіднику, а також на вузли кристалічної ґратки, які втративши частину валентних електронів і стали позитивними іонами, будуть діяти електричні сили. Під дією цих сил у провіднику відбувається перерозподіл електричних зарядів. Це призводить до виникнення власного електричного поля, направленого в протилежному напрямку до зовнішнього електричного поля.

Перерозподіл зарядів у провіднику завершиться в той момент, коли внутрішнє поле повністю компенсує зовнішнє електричне поле. Будь-яка зміна величини зовнішнього електричного поля завжди закінчується адекватною зміною величини внутрішнього електричного поля. Так що результуюче поле у провіднику, згідно з принципом суперпозиції, буде дорівнювати нулю. (рис. 8.1).

На рис.8.1 у випадку а) тіло є нейтральним і не таким, у якому відсутні вільні електричні заряди. У випадку б) вільні електричні заряди провідника змістились і утворили власне електричне поле \vec{E}' , яке зрівноважило або знищило зовнішнє електричне поле \vec{E}_0 . В цьому випадку поле у провіднику буде дорівнювати нулю, тобто

$$\vec{E}' + \vec{E}_0 = 0. \quad (8.1.1)$$

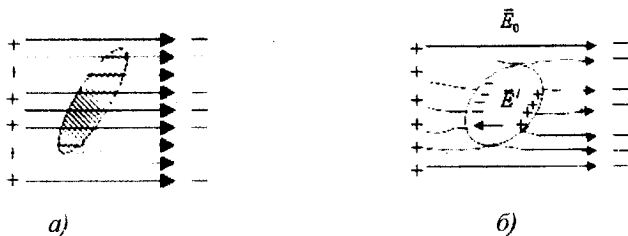


Рис 8.1

Електричне поле \vec{E}_0 провідником деформується. Силві лінії зовнішнього електричного поля входять у провідник перпендикулярно до його поверхні й виходять з провідника теж перпендикулярно до його поверхні.

Поверхня провідника є екіпотенціальною, тобто поверхнею однакового потенціалу.

Якщо такому провіднику надати додатково електричні заряди величиною q , то і в цьому випадку всередині провідника електричне поле буде відсутнім. Це означає, що і ці електричні заряди електричним полем будуть перерозподілені по поверхні провідника. У провіднику, що перебуває у зовнішньому електричному полі, вільні електричні заряди перерозподіляються лише на його поверхні.

Цю властивість провідників використовують для електростатичного захисту чутливої електронної техніки. Корпуси різних електронних пристроїв виготовляють із провідників. Якщо такий корпус заземлити, то тим самим можна захистити електронні пристрої від будь-яких зовнішніх електричних і магнітних перешкод. Поверхня металевого корпусу стає екіпотенціальною і добре виконує покладені на неї екрануючі властивості.

Важливо знати:

1. В стаціонарному стані направлений рух вільних зарядів у провіднику відсутній. Електричне поле у провіднику дорівнює нулю. Це означає, що хаотичний рух вільних електричних зарядів у провіднику ніколи не приводить до їх перерозподілу.

2. Якщо внести провідник у зовнішнє електричне поле, то власні вільні електричні заряди, а також додатково передані провіднику вільні електричні заряди за допомогою зовнішнього електричного поля будуть перерозподілитись по поверхні провідника до тих пір, доки своє внутрішнє електричне поле повністю не компенсує зовнішнє електричне поле. При цьому в першу чергу будуть перерозподілені додатково внесені електричні заряди.

3. Оскільки поверхня провідника є екіпотенціальною, то електричне поле \vec{E} , яке дорівнює $-\frac{d\varphi}{dr}$, повинно бути перпендикулярним до поверхні в кожній точці провідника.

4. Поле \vec{E} на поверхні провідника не дорівнює нулю, однак це поле дорівнює нулю всередині провідника.

8.2. Електроємність окремого провідника. Конденсатори. Ємність конденсаторів різної форми

Надаючи провіднику різні електричні заряди можна виявити, що потенціал провідника при цьому змінюється пропорційно величині заряду, тобто

$$\frac{q_1}{\varphi_1} = \frac{q_2}{\varphi_2} = \dots = \frac{q_n}{\varphi_n} = const. \quad (8.2.1)$$

Цю сталу величину було названо електричною ємністю провідника. Таким чином, електрична ємність провідника дорівнює

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (8.2.2)$$

де q – заряд провідника, (додатково наданий провіднику); φ – потенціал, під яким перебуває його поверхня.

Якщо провіднику був переданий заряд в 1 Кл, а його потенціал при цьому змінився на 1В, то ємність такого провідника дорівнює 1Ф (Фарад).

Ємність у 1Ф досить велика. Практично використовують значно менші, кратні значення ємності:

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}; \quad 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

У випадку провідника сферичної форми електрична ємність буде дорівнювати:

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

але

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

тому

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r. \quad (8.2.3)$$

Ємність сферичного провідника визначається величиною його радіуса.

Для прикладу знайдемо радіус сферичного провідника, ємність якого буде дорівнювати 1Ф. З формули (8.2.3) маємо

$$r = \frac{C}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (\text{м}) = 8,9 \cdot 10^9 \text{ м}.$$

Радіус такої кулі перевищує радіус Землі у 1400 разів.

Для практичних цілей ємність окремого провідника використовувати недоцільно через великі розміри. У цьому випадку використовують системи із двох окремих провідників, які називаються конденсаторами. Обидва провідники конденсатора заряджаються рівними за величиною і протилежними за знаком електричними зарядами.

Конденсатори бувають різні. Найбільш широко використовуються плоскі, циліндричні й сферичні конденсатори.

Для кожного типу конденсаторів справедливе співвідношення

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad (8.2.4)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів між двома окремими провідниками конденсатора; q - заряд кожного знаку на провідниках.

Знайдемо ємності окремих типів конденсаторів

Плоский конденсатор

На рис.8.2 схематично зображений плоский конденсатор.

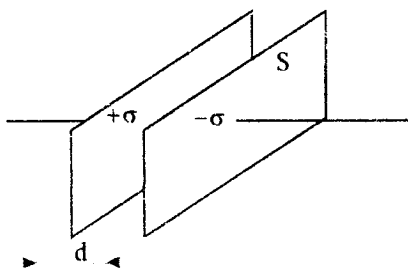


Рис.8.2

Плоский конденсатор складається із двох паралельних пластин площею S кожна, які розміщені на відстані d одна від одної. Заряди окремих пластин мають однакову поверхневу густину σ , тобто

$$|\sigma^+| = |\sigma^-| = \sigma. \quad (8.2.5)$$

Для знаходження різниці потенціалів у формулі (8.2.4) та визначення ємності плоского конденсатора скористасмо формулою (7.3.2) зв'язку напруженості електричного поля із потенціалом, тобто

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (8.2.6)$$

Напруженість електричного поля між двома пластинами плоского конденсатора перевищує напруженість електричного поля біля однієї площини у два рази (поля обох пластин збігаються за напрямком, а тому у відповідності з принципом суперпозиції накладаються). Тому у відповідності з формулою (6.3.3) маємо

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (8.2.7)$$

де $\sigma = \frac{q}{S}$ - поверхнева густина зарядів.

Підставимо (8.2.7) у (8.2.6) і інтегруємо одержаний результат

$$d\varphi = -\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} dr,$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \int_0^d dr,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (8.2.8)$$

Підставимо (8.2.8) у (8.2.4), одержимо

$$C = \frac{q\epsilon\epsilon_0}{\sigma d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

Ємність плоского конденсатора буде дорівнювати

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (8.2.9)$$

З формули (8.2.9) видно, що величина ємності плоского конденсатора зростає при зростанні відносної діелектричної сталої ϵ і площі пластини конденсатора S , а також при зменшенні відстані між пластинами конденсатора d . Електрична константа вакууму дорівнює $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Циліндричний конденсатор

Циліндричний конденсатор складається із двох циліндрів, розміщених один у одному, розділених шаром діелектричної речовини (рис.8.3).

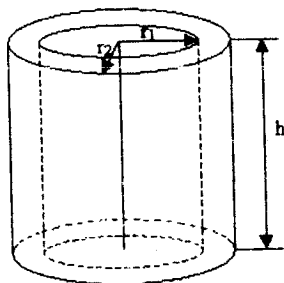


Рис 8.3

Для знаходження ємності циліндричного конденсатора скористаємось формулами (8.2.4), (8.2.6) і (6.3.6). У цьому випадку внутрішню циліндричну частину можна вважати тонким, дуже довгим циліндром. Напруженість електричного поля біля такого циліндра на відстані r від осі у відповідності з формулою (6.3.6) буде дорівнювати (рис.8.4)

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (8.2.10)$$

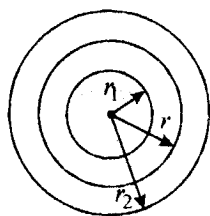


Рис.8.4

Підставимо вираз (8.2.10) у формулу (8.2.6), одержимо

$$d\varphi = -E dr = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr$$

Інтегруємо цей вираз в межах r від r_1 до r_2

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (8.2.11)$$

де $\tau = \frac{q}{h}$.

Вираз (8.2.11) підставимо у (8.2.4), одержимо ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (8.2.12)$$

В цій формулі r_1 , r_2 і h - параметри конденсатора у відповідності з рис.8.3 і 8.4. Діелектрична проникність ϵ - залежить від властивостей діелектрика між циліндрами. Константа $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Сферичний конденсатор

Сферичний конденсатор складається з двох сферичних поверхонь, розділених шаром діелектричної речовини з діелектричною проникністю ϵ (рис.8.5).

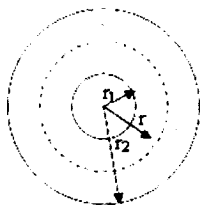


Рис.8.5

Напруженість електричного поля на відстані r можна розрахувати, як для точкового заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (8.2.13)$$

Знайдемо ємність сферичного конденсатора за аналогією з розрахунками ємності плоского і циліндричного конденсаторів.

$$d\varphi = -E dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr,$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}, \quad \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (8.2.14)$$

Вираз (8.2.14) підставимо у (8.2.4), одержимо ємність сферичного конденсатора

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (8.2.15)$$

Конденсатори різних типів мають досить широке практичне використання.

З'єднання конденсаторів

У випадку, коли до батареї конденсаторів прикладена стала різниця потенціалів ($\Delta\varphi = \text{const}$), будемо мати:

а). паралельне з'єднання конденсаторів

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (8.2.16)$$

б). послідовне з'єднання конденсаторів

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = \frac{q}{C},$$

звідки

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (8.2.17)$$

8.3. Енергія взаємодії електричних зарядів. Енергія окремого провідника і конденсатора

Енергія системи нерухомих точкових електричних зарядів

Розглянемо систему двох електричних зарядів q_1 і q_2 , які перебувають на відстані r один від одного, кожний з яких в полі другого заряду має потенціальну енергію

$$W_1 = q_1 \varphi_{1,2} = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r},$$

$$W_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} = q_2 \varphi_{2,1},$$

де $\varphi_{1,2}$ – потенціал першого заряду в полі другого заряду; $\varphi_{2,1}$ – потенціал другого заряду в полі першого заряду.

Оскільки енергії $q_1\varphi_{1,2}$ і $q_2\varphi_{2,1}$ - однакові, то енергія системи нерухомих електричних зарядів q_1 і q_2 буде дорівнювати

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{1,2} + q_2\varphi_{2,1}). \quad (8.3.1)$$

Якщо взаємодіють n електричних зарядів, то за аналогією з (8.3.1) будемо мати

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i. \quad (8.3.2)$$

де φ_i - потенціал в точці розміщення i -го заряду, створюваний всіма n зарядами цієї системи.

Вираз (8.3.2) дає можливість розрахувати енергію взаємодії будь-якої системи статичних зарядів.

Енергія зарядженого окремого провідника

Розглянемо окремий провідник, заряд, смність і потенціал якого відповідно дорівнюють q , C , φ . Для зміни потенціалу провідника на величину $d\varphi$ слід виконати елементарну роботу по перенесенню заряду dq з безмежності в дану точку провідника

$$\delta A = \varphi dq = C\varphi d\varphi.$$

Щоб зарядити провідник від нульового потенціалу до величини φ , необхідно виконати роботу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (8.3.3)$$

Тому енергія окремого зарядженого провідника визначається формулою

$$W = \frac{C\varphi^2}{2},$$

а з врахуванням співвідношення $C = \frac{q}{\varphi}$, будемо мати

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (8.3.4)$$

Енергія зарядженого конденсатора

Для знаходження енергії зарядженого конденсатора слід розрахувати роботу переміщення заряду q з однієї пластини на іншу пластину.

Елементарна робота зовнішніх сил перенесення малого заряду dq з обкладки 2 конденсатора на обкладку 1 буде дорівнювати

$$\delta A = dq \cdot \Delta\varphi = \frac{q dq}{C}.$$

Робота переміщення заряду q визначається інтегралом

$$A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}.$$

З використанням співвідношення $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$, енергія зарядженого конденсатора буде дорівнювати

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2}. \quad (8.3.5)$$

Оскільки різницю потенціалів двох точок поля $\Delta\varphi$ можна виразити однією буквою U , то формули (8.3.5) матимуть вигляд:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}. \quad (8.3.6)$$

8.4. Енергія електростатичного поля. Густина енергії електростатичного поля

У загальному випадку електричну енергію системи заряджених нерухомих тіл, провідників і невідвідників, можна знайти за формулою:

$$W = \frac{1}{2} \int_S \sigma \, dS + \frac{1}{2} \int_V \rho \, dV, \quad (8.4.1)$$

де σ і ρ - відповідно поверхнева і об'ємна густини вільних електричних зарядів; φ - потенціал результуючого поля всіх вільних і зв'язаних електричних зарядів, заряджених поверхонь і об'ємів.

Інтегрування виразу (8.4.1) слід здійснювати по всім зарядженим поверхням S і по всьому об'єму V заряджених тіл системи.

Для прикладу знайдемо енергію поля плоского конденсатора. Скористаємось формулою (8.3.6), а саме

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Для плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad U = Ed,$$

де E - напруженість поля між пластинами конденсатора; d - відстань між пластинами.

В цьому випадку енергія поля зарядженого конденсатора буде дорівнювати:

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{2d} \cdot E^2 \cdot d^2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V, \quad (8.4.2)$$

де $V = Sd$ - об'єм діелектрика; E - напруженість електричного поля в діелектрику.

Густину енергії електричного поля в діелектрику можна знайти, поділивши вираз (8.4.2) на об'єм V , тобто

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (8.4.3)$$

За допомогою формули (8.4.3) знаходять густину енергії електричного поля в об'ємі діелектрика. Її інколи називають об'ємною густиною енергії поля конденсатора.

Вираз (8.4.3) показує, що вся енергія зарядженого конденсатора локалізована в електростатичному полі діелектрика. Цією формулою можна скористатись і для неоднорідних полів.

ЛЕКЦІЯ 9

ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В ДІЕЛЕКТРИКУ

9.1. Зв'язані і вільні електричні заряди. Поляризованність діелектрика. Діелектрична сприйнятливність.

9.2. Вектор електричного зміщення. Теорема Гаусса для поля в діелектрику. Діелектрична проникність.

9.3. Поле в діелектрику. Умови на межі двох діелектриків.

9.4. Сегнетоелектрики (самостійно).

9.1. Зв'язані й вільні електричні заряди. Поляризованність діелектрика. Діелектрична сприйнятливність

Діелектриками (або ізоляторами) називають речовини, які практично не проводять електричний струм. В таких речовинах відсутні вільні електричні заряди.

Однак, це зовсім не означає, що зовнішнє електричне поле не діє на діелектрики. За результатами дії електричного поля на діелектрики останні можна поділити на три групи:

- а) полярні діелектрики H_2O , NH_3 , BaTiO_3 , ...
- б) неполярні діелектрики H_2 , N_2 , CO_2 , CH_4 , ...
- в) іонні кристали NaCl , KCl , ...

Зупинимося на більш детальній характеристиці кожної групи діелектриків та дії на них зовнішнього електричного поля.

Полярні діелектрики

Існує ряд діелектриків, в молекулах яких уже від природи зміщені центри позитивних і негативних зарядів у відношенні один до одного. Такі молекули за своєю природою ще називаються диполями. Прикладом дипольної будови може бути молекула води. Атоми водню у такій молекулі створюють ковалентні зв'язки з атомом кисню. Молекула має несиметричний характер (рис. 9.1).

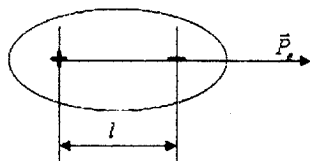


Рис.9.1.

Електричний дипольний момент такої молекули дорівнює добутку величини зміщеного електричного заряду q на відстань між центрами зміщених зарядів.

$$\vec{p}_e = q\vec{l}. \quad (9.1.1.)$$

Напрямок вектора дипольного моменту направлений по лінії від позитивного заряду в сторону негативного заряду, як це показано на рис. 9.1.

У формулі (9.1.1.) величина електричного заряду

$$q = | +q | = | -q |.$$

При внесенні полярного діелектрика у зовнішнє електричне поле він буде поляризуватись. Суть поляризації діелектрика зводиться до орієнтації полярних молекул у напрямку силових ліній електричного поля. Схематично цей процес можна подати за допомогою рис. 9.2.

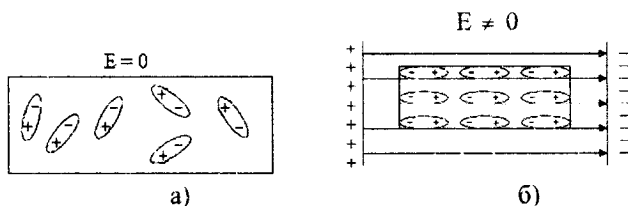


Рис.9.2.

На окрему дипольну молекулу зі сторони зовнішнього електричного поля буде діяти пара сил \vec{F} , моменти яких направлені від нас за площину рисунка (рис. 9.3).

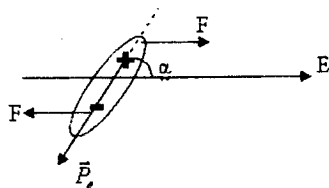


Рис.9.3.

Під дією цих моментів молекула повертається і займає положення, при якому її дипольний момент направляється по лінії напруженості (рис.9.4).



Рис.9.4.

Покажемо це за допомогою розрахунків. На електричний диполь буде діяти пара сил \vec{F} , момент яких направлений за площину рисунка.

$$M = F \frac{l}{2} \sin \alpha + F \frac{l}{2} \sin \alpha = Fl \sin \alpha .$$

Враховуючи, що $F = qE$, одержимо

$$M = qlE \sin \alpha = pE \sin \alpha ,$$

або

$$\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}] . \quad (9.1.2)$$

При дії цього моменту сил відбувається повертання дипольної молекули до тих пір, доки \vec{p} і \vec{E} не будуть орієнтовані вздовж однієї лінії (рис. 9.4).

Реальна картина поляризації полярних діелектриків ускладнюється за рахунок взаємодії між окремими дипольними моментами. В цьому випадку розрахований момент сил в певній мірі зменшується.

Неполярні діелектрики

В неполярних молекулах при відсутності зовнішнього електричного поля центри позитивних і негативних зарядів у межах молекули збігаються.

При внесенні таких молекул у зовнішнє електричне поле вони стають полярними. Це означає, що під дією зовнішнього електричного поля деформуються електронні оболонки молекул (рис. 9.5).

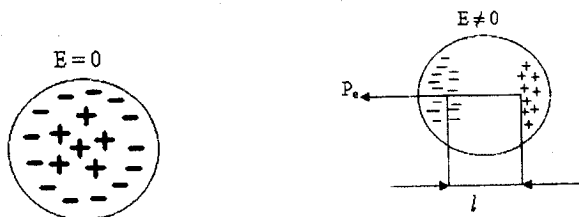


Рис.9.5

Процес поляризації неполярних молекул має пружні властивості, подібно до пружної механічної деформації, яка пояснюється законом Гука.

Дослідним способом встановлено, що величина дипольного моменту всіх молекул у зразку діелектрика пропорційна напруженості зовнішнього електричного поля E , тобто

$$\vec{p} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (9.1.3)$$

де ϵ_0 – діелектрична стала; χ – діелектрична сприйнятливність (різна для різних діелектриків, безрозмірна величина).

Для діелектриків завжди $\chi > 0$. Діелектрична сприйнятливність χ не залежить від величини напруженості електричного поля E .

Іонні діелектрики

При внесенні в зовнішнє електричне поле іонних діелектриків (кристали кухонної солі NaCl та інші) кристалічні ґратки останніх деформуються. Вузли ґратки, які заряджені позитивно, орієнтуються по полю, негативно заряджені вузли орієнтуються проти силових ліній електричного поля.

Таким чином, і в іонних кристалах здійснюється поляризація.

Мірою поляризації діелектрика є відмінний від нуля в об'ємі V дипольний момент діелектрика .

$$P_v = \sum_{i=1}^n p_i , \quad (9.1.4)$$

де p_i – дипольний момент однієї молекули.

Кількісною мірою поляризації діелектрика є вектор поляризації. Вектором поляризації діелектрика називають електричний момент одиниці об'єму діелектрика.

$$\bar{P} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i , \quad (9.1.5)$$

де V – об'єм діелектрика; $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ – векторна сума всіх дипольних моментів окремих молекул в цьому об'ємі.

Помножимо і поділимо (9.1.5) на число окремих диполів у об'ємі V .

$$\bar{P} = \frac{N \sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V N} = n \langle \vec{p}_i \rangle , \quad (9.1.6)$$

де n – концентрація диполів, $\langle \vec{p}_i \rangle$ – середнє значення дипольного моменту однієї молекули.

Знайдемо зв'язок між вектором поляризації \bar{P} і величиною зв'язаного заряду σ' . Розглянемо діелектричну призму перерізом S і довжиною L , розміщену в зовнішнє електричне поле з напруженістю \vec{E} (рис. 9.6).

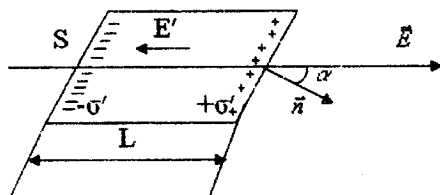


Рис. 9.6

Під дією зовнішнього електричного поля у діелектрику відбудеться зміщення електричних зарядів з утворенням поля E' . На торцях циліндра появляються заряди $+\sigma'S$ і $-\sigma'S$. Відстань між цими зарядами дорівнює L . Тому електричний момент циліндра буде дорівнювати $\sigma'SL$.

Але з другого боку електричний момент всього циліндра чисельно дорівнює значенню суми векторів моментів всіх молекул циліндра, тому

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sigma'SL. \quad (9.1.7)$$

Числове значення вектора поляризації діелектрика можна одержати, якщо поділити (9.1.6) на об'єм циліндра

$$|\vec{P}| = \frac{\left| \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \right|}{\Delta V} = \frac{\sigma'SL}{\Delta V}. \quad (9.1.8)$$

Але об'єм циліндра дорівнює

$$\Delta V = SL \cos \alpha, \quad (9.1.9)$$

де α - кут між напрямком нормалі до циліндра і вектором \vec{E} . Підставимо (9.1.9) у (9.1.8), знайдемо вираз для вектора поляризації \vec{P} .

$$|\vec{P}| = \frac{\sigma'}{\cos \alpha},$$

звідки

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n,$$

де P_n - проекція вектора поляризації на нормаль до поверхні циліндра.

Тому

$$\sigma' = P_n. \quad (9.1.10)$$

Густина поверхневих зв'язаних зарядів σ' чисельно дорівнює перпендикулярній складовій вектора поляризації. З урахуванням співвідношення (9.1.3) одержимо, що

$$\sigma' = \chi \varepsilon_0 E_n'. \quad (9.1.11)$$

9.2. Вектор електричного зміщення. Теорема Гаусса для поля в діелектрику. Діелектрична проникність

Розглянемо діелектрик, який розміщено між пластинами конденсатора, площа яких досить велика порівняно з відстанню між пластинами. Лише при цій умові електричне поле в центральній частині конденсатора можна вважати однорідним (рис. 9.7).

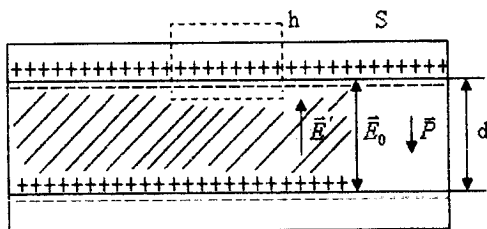


Рис.9.7

З рисунка видно, що електричне поле \vec{E}_0 , створюється вільними зарядами, розміщеними на пластинах конденсатора. Електричне поле \vec{E}' створено зв'язаними електричними зарядами. Вектор поляризації \vec{P} безпосередньо відноситься до вільних зарядів на пластинах конденсатора.

В діелектрику поля \vec{E}_0 і \vec{E}' паралельні, тому результуюче поле визначається за допомогою принципу суперпозиції

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

В скалярній формі

$$|\vec{E}| = E_0 - E',$$

де
$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Скористаємося теоремою Гаусса до замкнутої поверхні у вигляді циліндра з стороною h паралельною до вектора \vec{E} . Нехай висота циліндра $h \approx 0$, тоді

$$\oint E dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0},$$

де $E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$.

З урахуванням того, що E' і P_n мають протилежні знаки, одержимо (рис. 9.7)

$$\oint (\vec{E}_0 + \frac{\vec{P}_n}{\epsilon_0}) dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0}. \quad (9.2.1)$$

Помножимо рівняння (9.2.1) на ϵ_0 , одержимо:

$$\oint (\epsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P}_n) dS = \sum q. \quad (9.2.2)$$

Величину в дужках в лівій частині рівняння називають вектором електричного зміщення і позначають буквою \vec{D} .

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P}_n. \quad (9.2.3)$$

Вектор електричного зміщення визначається лише вільними зарядами і не залежить від властивостей діелектрика.

Теорема Гаусса для поля в діелектрику буде мати вигляд

$$\oint_S D ds = \sum q. \quad (9.2.4)$$

Із викладеного вище відомо, що

$$\vec{P}_n = \chi \epsilon_0 \vec{E}_0.$$

Підставимо величину вектора поляризації \vec{P}_n у співвідношення (9.2.3), одержимо

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \chi \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0 E_0 (1 + \chi). \quad (9.2.5)$$

Величину $1 + \chi$ у співвідношенні (9.2.5) називають відносною діелектричною проникністю середовища і позначають буквою ε , тобто

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (9.2.6)$$

З урахуванням (9.2.6) вектор електричного зміщення буде мати вигляд

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_0 \quad (9.2.7)$$

Для вакууму $\varepsilon = 1$; в діелектричному середовищі $\varepsilon > 1$.

Фізично відносна діелектрична проникність середовища показує у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі більша за напруженість цього ж поля у деякому діелектричному середовищі.

9.3. Поле в діелектрику. Умови на межі двох діелектриків

Розглянемо плоский конденсатор, заповнений діелектриком (рис.9.8).

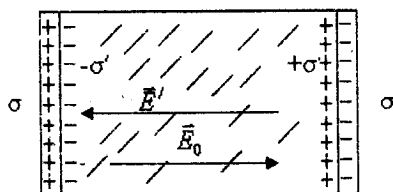


Рис.9.8

На рисунку σ - поверхнева густина вільних електричних зарядів на обкладках конденсатора; σ' - поверхнева густина зв'язаних зарядів діелектрика.

В цьому випадку

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

в той же час

$$E' = -\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Для поля в діелектрику одержимо співвідношення

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (9.3.1)$$

Напруженість поля у діелектрику збігається з напруженістю поля у вакуумі у випадку рівності $\sigma = \sigma'$.

Для вимірювання поля у діелектрику достатньо виміряти різницю потенціалів на обкладках конденсатора і відстань між пластинами конденсатора.

У цьому випадку

$$E = \frac{U}{d}. \quad (9.3.2)$$

Розглянемо умови на межі двох діелектриків. На межі поділу двох діелектриків з різними діелектричними проникностями вектори \vec{E} і \vec{D} можуть стрибкоподібно змінювати свою величину. Розглянемо цей процес дещо детальніше.

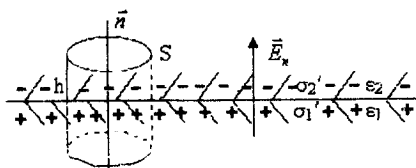


Рис.9.10

Поблизу межі поділу в кожному із діелектриків електричні поля створені лише зв'язаними зарядами. Ці поля орієнтовані в різних напрямках.

Результуюче поле \vec{E}_n в цьому випадку буде дорівнювати

$$\vec{E}_n = \vec{E}_{1,n} + \vec{E}_{2,n} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{\varepsilon_0}. \quad (9.3.3)$$

Скористаємось теоремою Гаусса для розрахунку потоку напруженості електричного поля крізь замкнуту поверхню циліндра з торцями S і висотою h (всі розміри досить малі)

$$\oint D_{n,2} dS - \oint D_{n,1} dS = 0 .$$

Тут вільні електричні заряди відсутні, а тому й права сторона співвідношення дорівнює нулю.

Після інтегрування одержимо

$$D_{n,2} S = D_{n,1} S ,$$

або

$$D_{n,2} = D_{n,1} \quad (9.3.4)$$

Нормальні складові електричного зміщення на межі поділу двох діелектриків не розриваються.

З урахуванням того, що $D_{n,2} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{n,2}$, а $D_{n,1} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{n,1}$, одержуємо:

$$\epsilon_2 \epsilon_0 E_{n,2} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{n,1} ,$$

звідки

$$\frac{E_{n,1}}{E_{n,2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} ,$$

тому

$$E_{n,1} \neq E_{n,2} . \quad (9.3.5)$$

Нормальні складові напруженостей електричного поля на межі поділу двох діелектриків розриваються.

Для дослідження дотичних складових векторів \vec{D}_τ і \vec{E}_τ на межі поділу двох діелектриків можна скористатися теоремою про циркуляцію вектора \vec{E} .

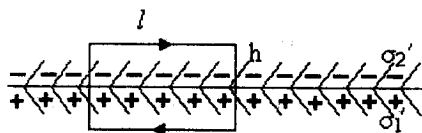


Рис. 9.11

У вибраному прямокутнику довжина сторони l наближено дорівнює нулю, тому

$$\oint E_{\tau,1} dl = \oint E_{\tau,2} dl.$$

Після інтегрування одержимо

$$E_{\tau,1} = E_{\tau,2}.$$

Дотичні складові вектора напруженості на межі поділу двох діелектриків не розриваються.

Для дотичних складових вектора електричного зміщення будемо мати

$$\epsilon_1 \epsilon_0 E_{\tau,1} \neq \epsilon_2 \epsilon_0 E_{\tau,2}.$$

Так як $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$, то

$$D_{\tau,1} \neq D_{\tau,2}.$$

Дотичні складові електричних змішень розриваються на межі поділу двох діелектриків.

ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

10.1. Провідники й ізолятори. Електричний струм. Умови існування струму. Сторонні сили.

10.2. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі. Опір провідників. Потужність струму.

10.3. Закони Ома для ділянки кола, неоднорідної ділянки кола і замкнутого кола. Правила Кірхгофа.

10.4. Закони Ома й Джоуля-Ленца в диференціальній формі. Густина електричного струму в провідниках.

10.1. Провідники і ізолятори. Електричний струм. Умови існування струму. Сторонні сили

До провідників відносять будь-які речовини, які мають вільні електричні заряди незалежно від агрегатного стану і від умов оточуючого середовища. Деякі речовини стають провідниками лише при підвищенні температури, а при досить високих температурах практично всі речовини є провідниками.

Ізолятори – це речовини, які при звичайних умовах не мають вільних зарядів, або їх число можна вважати безмежно малим.

Електричний струм – це направлений рух електричних зарядів, які приводяться в рух електричним полем або рухаються на протидію електричному полю. Чисельно електричний струм характеризують швидкістю переміщення електричних зарядів, тобто

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Електричний струм вимірюється в амперах (А). Струм в 1А відповідає заряду в 1Кл, який переноситься через поперечний переріз провідника за час в 1с.

Одиниця електричного струму в 1А є основою одиницею системи СІ, а тому має більш загальне визначення, яке буде розглянуте пізніше.

Для існування електричного струму необхідне виконання певних умов, серед яких:

- а) наявність провідника;
- б) наявність джерела електрорушійної сили;

в) наявність замкнутого кола.

Невиконання цих умов, або будь-якої із них, робить неможливим виникнення електричного струму в провіднику.

У джерелі струму перерозподіл зарядів на його клеммах здійснюється за допомогою сторонніх сил, тобто сил неелектричного походження.

У випадку замкнутого провідника сили електричного походження роботи не виконують. Робота таких сил дорівнює нулю. Перерозподіл зарядів у джерелі здійснюється переважно силами хімічного, магнітного, механічного, й іншого походження. У цьому випадку в джерелі одночасно існують два електричні поля:

- зовнішнє поле \vec{E} , утворене різницею потенціалів між клемми джерела;
- внутрішнє, або поле сторонніх сил \vec{E}^* , яке діє лише у джерелі (рис.10.1).

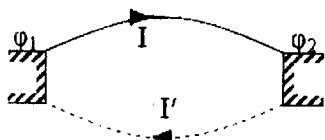


Рис.10.1

Струм I існує у зовнішній ділянці кола і створюється полем \vec{E} . Струм I' існує у джерелі і створюється полем сторонніх сил \vec{E}^* .

На будь-який заряд у цьому випадку діятиме сила, величина якої дорівнює

$$\vec{F} = q(\vec{E}^* + \vec{E}). \quad (10.1.1)$$

Під дією цієї сили виконується елементарна робота

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{l}. \quad (10.1.2)$$

З урахуванням (10.1.1) елементарна робота δA буде дорівнювати:

$$A = q \oint_L \vec{E}^* d\vec{l} + q \oint_L \vec{E} d\vec{l}, \quad (10.1.3)$$

де $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$ - теорема про циркуляцію вектора \vec{E} .

Тому величину $\frac{A}{q} = \oint_L \vec{E}^* d\vec{l}$ - називають електрорушійною силою джерела струму, тобто

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \oint_L \vec{E}^* d\vec{l}. \quad (10.1.4)$$

Електрорушійна сила джерела струму чисельно дорівнює роботі переміщення точкового електричного заряду сторонніми силами в замкнутому колі, включаючи і саме джерело, до величини цього заряду, тобто

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}^* d\vec{l} \quad (10.1.5)$$

Причиною виникнення е. р. с. джерела струму може бути також змінне в часі магнітне поле, що видно із одного із рівнянь Максвелла

$$\oint_L E d\vec{l} = - \oint_S \left(\frac{dB}{dt} \right)_n dS, \quad (10.1.6)$$

де $\left(\frac{dB}{dt} \right)_n$ - змінне в часі магнітне поле; $\oint_S \left(\frac{dB}{dt} \right)_n dS$ - потік змінного в часі магнітного поля крізь довільну замкнуту поверхню в перпендикулярному напрямку до цієї поверхні. Це та інші рівняння Максвелла будуть розглянуті в наступній лекції.

10.2. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі. Опір провідників. Потужність струму

Найпростішою формою дії струму в провіднику є його теплова дія. Дослідним шляхом встановлено, що:

а) кількість теплової енергії, яка виділяється у провіднику, прямо пропорційна часу дії струму, тобто $dQ \sim dt$;

б) величина теплової енергії струму пропорційна квадрату струму в провіднику, тобто $dQ \sim I^2$.

З урахуванням цих двох дослідних фактів можна зробити висновок, що кількість теплової енергії, яка вивіляється у провіднику завдяки дії електричного струму, пропорційна квадрату струму й часу його протікання, тобто

$$dQ \sim I^2 dt. \quad (10.2.1)$$

Якщо у співвідношення (10.2.1) ввести коефіцієнт пропорційності, то одержимо рівність

$$dQ = RI^2 dt. \quad (10.2.2)$$

Рівність (10.2.2) називають законом Джоуля-Ленца в інтегральній формі. Коефіцієнт пропорційності в цьому законі називають **електричним опором** провідника.

З рівності (10.2.2) опір провідника буде дорівнювати

$$R = \frac{dQ}{I^2 dt}, \quad (10.2.3)$$

де dQ – кількість теплової енергії, яка переноситься електричним струмом; I^2 – квадрат величини електричного струму; dt – час проходження струму.

Розмірність електричного опору відповідно до (10.2.3) має значення

$$[R] = \frac{\text{Дж}}{\text{А}^2 \cdot \text{с}} = \text{Ом}.$$

Опір провідників вимірюється в омах (Ом).

Встановимо фізичну суть опору провідника, який має вільні електричні заряди, що у випадку відсутності електричного поля рухаються хаотично між вузлами кристалічної ґратки з досить великими швидкостями. Середнє значення швидкості хаотичного руху електронів у металевому провіднику приблизно дорівнює 10^6 м/с.

Температура на швидкість хаотичного руху носіїв струму в провіднику практично не впливає.

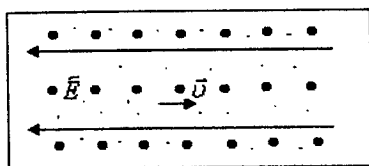


Рис.10.2

На рис.10.2 схематично показано ділянку кристалічної структури. Простір між вузлами кристалічної ґратки заповнений вільними електронами.

Електричний опір провідника чисельно дорівнює роботі, яка виконується сторонніми силами джерела струму для подолання хаотичності руху вільних електронів, взаємодії їх один з одним і з вузлами кристалічної ґратки.

Слід відмітити, що найбільше енергії джерела струму витрачається на подолання взаємодії носіїв струму з позитивно зарядженими вузлами кристалічної ґратки. В меншій мірі енергія джерела витрачається на подолання хаотичності руху й взаємодії носіїв між собою.

У масштабах країни на подолання електричного опору в лініях електропередач витрачається до 25% виробленої електричної енергії.

Опір провідників зростає при їх нагріванні. Пояснити це зростання опору можна збільшенням амплітуди коливань вузлів кристалічної ґратки, і як наслідок, зростанням частоти захоплення вузлами кристалічної ґратки вільних електричних зарядів. На хаотичність руху носіїв і взаємодію їх один з одним зростання температури практично не впливає (буде пояснено в 3-й частині курсу фізики).

Вираз для потужності електричного струму можна отримати із рівності (10.2.2).

У випадку нерухомого провідника робота струму дорівнює тепловій енергії, тому потужність струму буде дорівнювати

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} = RI^2. \quad (10.2.4)$$

З цієї рівності видно, що величина потужності струму пропорційна квадрату струму, що протікає в колі.

10.3. Закони Ома для ділянки кола, неоднорідної ділянки кола й замкнутого кола. Правила Кірхгофа

Розглянемо неоднорідну ділянку кола, опір якої дорівнює $R + r$ (рис.10.3).

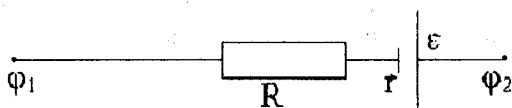


Рис.10.3

На кінцях такої ділянки створена різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. Робота переміщення заряду dq вздовж цієї ділянки дорівнює

$$\delta A = dq(\varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2), \quad (10.3.1)$$

де ε - електрорушійна сила джерела струму; $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів на кінцях провідника.

Якщо ж провідник нерухомий, то цю ж роботу можна виразити із закону Джоуля-Ленца, тобто

$$\delta A = (R + r)I^2 dt, \quad (10.3.2)$$

де $(R + r)$ - загальний опір ділянки кола й джерела струму; I - величина струму в ділянці кола; dt - час проходження струму.

Порівняємо праві сторони цих рівностей

$$dq(\varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2) = (R + r)I^2 dt. \quad (10.3.3)$$

Але заряд dq можна виразити через струм I і час проходження струму dt , тобто

$$dq = Idt. \quad (10.3.4)$$

Підставимо вираз (10.3.4) у (10.3.3) і після відповідного скорочення одержимо:

$$(R + r) I^2 dt = Idt(\varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2),$$

звідки

$$I = \frac{\varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2}{R + r}. \quad (10.3.5)$$

Рівність (10.3.5) називається законом Ома для неоднорідної ділянки кола, тобто ділянки кола, яка містить електрорушійну силу джерела ε .

У випадку відсутності електрорушійної сили ε у колі одержимо закон Ома для ділянки кола

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (10.3.6)$$

Якщо коло замкнуте, то $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, тому що початкова й кінцева точки збігаються. У такому випадку одержимо закон Ома для замкнутого кола, тобто

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \quad (10.3.7)$$

Закономірності (10.3.5), (10.3.6) і (10.3.7) називаються законами Ома в інтегральній формі. Ці закони мають широке практичне використання для розрахунку електричних кіл в електротехніці.

Розглянемо ділянку розгалуженого кола, яке складається з трьох неоднорідних ділянок АВ, ВС і СА (рис.10.4)

На цьому рисунку точки А,В,С називаються вузловими точками. В ці точки входять і виходять не менше трьох струмів. Для вузлових точок у відповідності із законом збереження електричних зарядів, має виконуватись умова, згідно з якою

$$\sum_{i=1}^n J_i = 0. \quad (10.3.8)$$

Рівність (10.3.8) називають першим правилом Кірхгофа. Суть цього правила така:

Алгебраїчна сума всіх струмів будь-якої вузлової точки розгалуження дорівнює нулю.

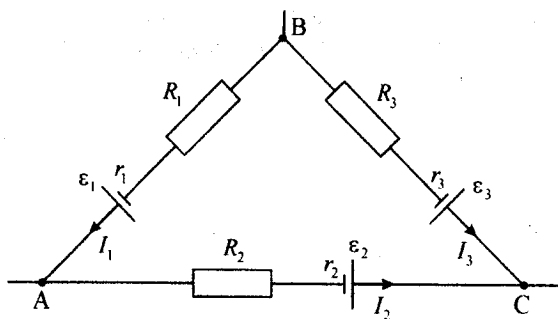


Рис.10.4

Запишемо закон Ома для кожної окремої неоднорідної ділянки кола (рис. 10.4):

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varphi_B - \varphi_A}{R_1 + r_1}, \quad (10.3.9)$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varphi_C - \varphi_B}{R_2 + r_2}, \quad (10.3.10)$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_3 + \varphi_C - \varphi_A}{R_3 + r_3}. \quad (10.3.11)$$

Зведемо рівності (10.3.9) – (10.3.11) до спільного знаменника й додамо їх

$$I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) + I_3(R_3 + r_3) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

або

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i, \quad (10.3.12)$$

де $\sum_{i=1}^n I_i R_i$ - алгебраїчна сума всіх спадів напруг в замкнутому

колі; $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i$ - алгебраїчна сума електрорушійних сил в цьому колі.

Рівність (10.3.12) називається другим правилом Кірхгофа. Правила Кірхгофа значно полегшують розрахунки розгалужених кіл і широко використовуються в електротехнічних дисциплінах.

10.4. Закони Ома й Джоуля-Ленца в диференціальній формі. Густина електричного струму в провіднику

Розглянемо елемент провідника перерізом S і довжиною $L = \bar{v}dt$. Концентрація вільних електронів у такому провіднику дорівнює n (рис.10.5)

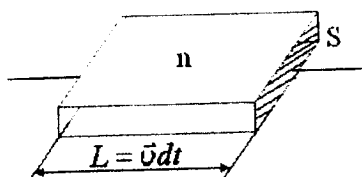


Рис.10.5

Нехай в такому елементі за допомогою сторонньої сили джерела є створений струм I . Величина струму в провіднику буде дорівнювати:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{nq_0S\bar{v}dt}{dt} = nq_0\bar{v}S, \quad (10.4.1)$$

де $dq = n dV q_0$ - число зарядів у елементі провідника з об'ємом $dV = S\bar{v}dt$; n - концентрація вільних електронів; q_0 - елементарний електричний заряд; \bar{v} - середня швидкість направлено руху носіїв струму.

Розрахунки показують, що \bar{v} наближено кілька міліметрів за секунду. Це дуже мала швидкість. Швидкість хаотичного руху електронів у металевому провіднику при звичайних умовах має порядок 10^6 м/с.

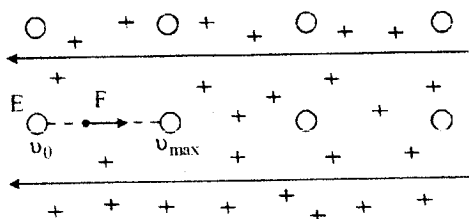
Густину струму провідності в провіднику легко знайти, поділивши (10.4.1) на переріз провідника S

$$j = \frac{I}{S} = \frac{nq_0\bar{v}S}{S} = nq_0\bar{v}. \quad (10.4.2)$$

Розрахунки показують, що у кабелі з двох жил перерізом 1 мм^2 безпечним є струм, який не перевищує величини $(12,5 \div 15) \text{ А}$. Якщо цей струм, а також концентрацію вільних носіїв струму, яка для більшості провідників не перевищує 10^{29} м^{-3} , підставити у формулу (10.4.2), то одержимо значення швидкості направленого руху електронів. Ця швидкість буде дорівнювати лише кілька міліметрів за секунду. В процесі направленого руху носії струму більшість часу перебувають у вузлах кристалічної ґратки.

Знайдемо середню швидкість направленого руху носіїв струму у провіднику, які рухаються під дією сторонніх сил джерела струму.

Будемо вважати, що між двома сусідніми взаємодіями з вузлами кристалічної ґратки носії струму рухаються з прискоренням a . Нехай між двома сусідніми взаємодіями кожен з електронів вільно рухається протягом часу τ . Перед взаємодією швидкість електрона досягає максимального значення v_{max} . Вириваючись із вузла ґратки швидкість електрона дорівнює нулю.



Тому середня швидкість направленого руху електрона між двома сусідніми взаємодіями буде дорівнювати

$$\bar{v} = \frac{v_{\text{max}} + 0}{2} \quad (10.4.3)$$

Оскільки рух рівноприскорений, то

$$v_{\text{max}} = a\tau.$$

Прискорення руху носіїв струму простіше знаходити із 2-го закону Ньютона, тобто

$$q_e E = ma,$$

звідки

$$a = \frac{q_0 E}{m}$$

Тому

$$v_{\max} = \frac{q_0 E \tau}{m}, \quad (10.4.4)$$

де q_0 – елементарний заряд; E – напруженість електричного поля у провіднику; τ – час вільного руху між двома взаємодіями; m – маса електрона.

Підставимо (10.4.4) у (10.4.3), одержимо

$$\bar{v} = \frac{q_0 E \tau}{2m}. \quad (10.4.5)$$

Значення середньої швидкості \bar{v} підставимо у формулу (10.4.2), одержимо закон Ома у диференціальній формі

$$j = \frac{nq_0^2 \tau}{2m} \cdot E, \quad (10.4.6)$$

де n – концентрація вільних носіїв струму у провіднику; q_0 – величина елементарного заряду; τ – час вільного руху носіїв струму між двома сусідніми взаємодіями; m – маса носія струму у провіднику (у більшості випадків це маса електрона).

Величину $\sigma = \frac{nq_0^2 \tau}{2m}$ називають питомою електропровідністю провідника.

Знайдемо енергію, яка переноситься вільними електричними зарядами у провіднику одиничного об'єму, за одиницю часу, тобто

$$\omega = \frac{W}{Vt}, \quad (10.4.7)$$

де ω – енергія, яка переноситься електронами одиниці об'єму провідника за одиницю часу.

Оцінити цю енергію можна так. За одиницю часу кожен з електронів захоплюється вузлами кристалічної ґратки $\frac{1}{\tau}$ разів, щоразу передаючи ґратці кінетичну енергію $\frac{mv_{\max}^2}{2}$. Оскільки в одиниці об'єму провідника міститься n вільних електронів, то енергія, яка переноситься

всіма електронами одиниці об'єму провідника за одиницю часу буде дорівнювати

$$\omega = n \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m v_{\max}^2}{2}, \quad (10.4.8)$$

де n – концентрація вільних електронів у провіднику; $\frac{1}{\tau}$ – число взаємодій кожного із електронів протягом 1с з вузлами кристалічної ґратки провідника; $\frac{m v_{\max}^2}{2}$ – кінетична енергія, яка щоразу передається кожним із електронів в процесі взаємодії з вузлами кристалічної ґратки.

Підставивши в (10.4.8) значення v_{\max} із (10.4.4), одержимо закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі

$$\omega = n \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m q_0^2 E^2 \tau^2}{2 m^2} = \frac{n q_0^2 \tau}{2 m} \cdot E^2, \quad (10.4.9)$$

або

$$\omega = \sigma E^2. \quad (10.4.10)$$

ЛЕКЦІЯ 11

МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

11.1. Магнітне поле. Магнітна індукція. Закон Ампера.

11.2. Закон Біо-Савара-Лапласа та його використання в найпростіших випадках:

- а) Магнітне поле прямолінійного провідника із струмом;*
- б) Магнітне поле кругового провідника із струмом;*
- в) Магнітне поле соленоїда.*

11.3. Магнітний момент контуру із струмом.

11.1. Магнітне поле. Магнітна індукція. Закон Ампера

Дослідним шляхом встановлено, що подібно до електричних зарядів, навколо яких виникає електричне поле, в просторі навколо провідників із струмом або постійних магнітів виникає магнітне поле.

Магнітне поле – це одна із форм існування матерії, завдяки якій здійснюється взаємодія струмів і постійних магнітів.

Встановлено також, що:

- магнітне поле діє лише на рухомі електричні заряди;
- рухомі електричні заряди створюють у просторі магнітне поле;
- магнітне поле не діє на статичні заряди.

Характер дії магнітного поля на струм залежить:

- від форми провідника, по якому тече струм;
- від розміщення провідника в просторі.

У якості пробного тіла для дослідження магнітного поля використовують замкнутий пробний контур з струмом, лінійні розміри якого досить малі. Магнітне поле такого пробного контуру не повинно створювати зовнішнього магнітного поля. При розміщенні такої рамки у досліджуване зовнішнє магнітне поле, із сторони останнього, на рамку діятиме обертальний момент сил M . Елементарна рамка із струмом займе певний напрям у просторі так, щоб магнітне поле рамки і досліджуваного магнітного поля збіглися (рис 11.1).

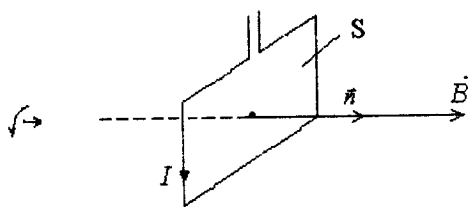


Рис 11.1

Орієнтація контуру в просторі характеризується напрямком нормалі \vec{n} до контуру.

Додатний напрям нормалі визначається правилом правого гвинта. За позитивний напрям нормалі приймається напрям поступального руху правого гвинта, обертання якого збігаються з напрямком струму в пробній рамці.

За напрям магнітного поля у даній точці простору приймається напрям, вздовж якого направляється позитивно орієнтована нормаль до контуру.

Момент сил, який створюється зовнішнім магнітним полем у рамці із струмом, визначається векторним добутком вектора магнітного моменту рамки із струмом і магнітної індукції зовнішнього магнітного поля

$$\vec{M} = [\vec{p}_M \cdot \vec{B}], \quad (11.1.1)$$

де $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ - магнітний момент пробної рамки із струмом I і площею S ; \vec{B} - вектор магнітної індукції - силова характеристика зовнішнього магнітного поля.

Скалярна величина вектора моменту сили \vec{M} визначається формулою

$$M = p_m B \sin(\vec{p}_m \wedge \vec{B}). \quad (11.1.2)$$

Якщо в дану точку зовнішнього магнітного поля розміщувати елементарні рамки із різними магнітними моментами \vec{p}_m , то на них з сторони магнітного поля будуть діяти різні обертальні механічні моменти сил \vec{M} . Однак відношення $\frac{\vec{M}}{\vec{p}_m}$ для кожного випадку буде сталою величиною, яка є силовою характеристикою цього поля. Позначають цю величину буквою \vec{B} і називають **індукцією магнітного поля**.

$$\vec{B} = \frac{\vec{M}}{\vec{p}_m} = \frac{\vec{M}}{IS}. \quad (11.1.3)$$

Індукція магнітного поля вимірюється у теслах (Тл), розмірність якого визначається з (11.1.3)

$$Tл = \frac{H \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{H}{A \cdot m}.$$

Подібно до електричного поля магнітне поле зображають з допомогою силових ліній магнітного поля, напрям яких у кожній точці поля збігається із напрямком вектора \vec{B} .

Лінії індукції магнітного поля завжди замкнуті й охоплюють провідники із струмом. Замкнутість силових ліній магнітного поля характеризує вихровий характер цього поля.

Природа магнітного поля зводиться або до руху електричних зарядів, або до змінного в часі електричного поля. Про це свідчать рівняння Максвелла:

$$a) \quad \oint_L E dl = - \oint_S \left(\frac{dB}{dt} \right)_n dS, \quad (11.1.4)$$

де $\oint_L E dl$ - циркуляція вектора електростатичного поля вздовж довільного замкнутого контуру; $\oint_S \left(\frac{dB}{dt}\right)_n dS$ - потік змінного в часі вихрового магнітного поля крізь довільну замкнуту поверхню;

$$б) \quad \oint_L H dl = \oint_S \left(j + \frac{dD}{dt} \right)_n dS, \quad (11.1.5)$$

де $\int_S j dS$ - струм провідності, який створюється в провіднику вільними електричними зарядами; $\oint_S \left(\frac{dD}{dt}\right)_n dS$ - потік змінного в часі електричного поля, що інколи називають струмом зміщення. Струм зміщення не пов'язаний з рухом будь-яких електричних зарядів.

Рівняння Максвелла (11.1.4) і (11.1.5) характеризують взаємозв'язок електричних і магнітних явищ. З рівняння (11.1.4) чітко видно, що змінне в часі магнітне поле є причиною виникнення вихрового електричного поля. Останнє, створює електричний струм у замкнутому провіднику.

З рівняння (11.1.5) випливає, що причиною виникнення магнітного поля може бути або струм провідності, або змінне в часі електричне поле, яке не обов'язково призводить до руху зарядів у провіднику.

Оскільки будь-який струм є причиною виникнення магнітного поля, то це пояснює дослідний факт силової дії магнітного поля на провідник із струмом:

Величину цієї сили знайшов Ампер, тому вона називається **силою Ампера**

$$d\vec{F}_A = I [\vec{B} \cdot d\vec{l}], \quad (11.1.6)$$

де $I d\vec{l}$ - вектор елемента струму, що збігається з напрямком струму у провіднику; \vec{B} - індукція зовнішнього магнітного поля.

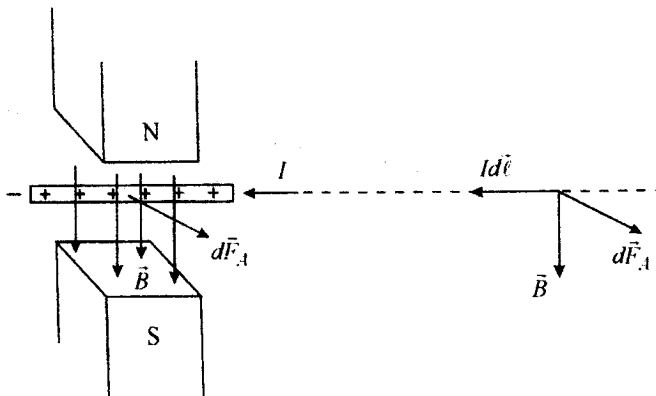


Рис.11.2

На рис.11.2 струм створюється позитивними зарядами, напрям руху яких збігається з напрямком струму.

Напрямок сили Ампера визначається правилом лівої руки. Якщо силові лінії магнітного поля входять в долоню лівої руки, а чотири пальці направлені по напрямку струму у провіднику, то великий палець, відхилений на 90^0 , покаже напрямок сили Ампера.

11.2. Закон Біо-Савара-Лапласа та його використання у найпростіших випадках

Ще на початку 19-го сторіччя французькі фізики Біо і Савар, обробляючи величезний експериментальний матеріал вивчення характеристик магнітного поля провідників зі струмом за участю математика Лапласа, одержали формулу, яка дістала назву у фізиці закону Біо-Савара-Лапласа.

У векторній формі цей закон має вигляд

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}] \quad (11.2.1)$$

де μ - відносна магнітна проникність середовища, безрозмірна величина; μ_0 - магнітна постійна ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}$); I - струм у провіднику; $d\vec{l}$ - елемент провідника; \vec{r} - відстань від елемента струму до точки, в якій знаходиться індукція магнітного поля $d\vec{B}$ (рис.11.3).

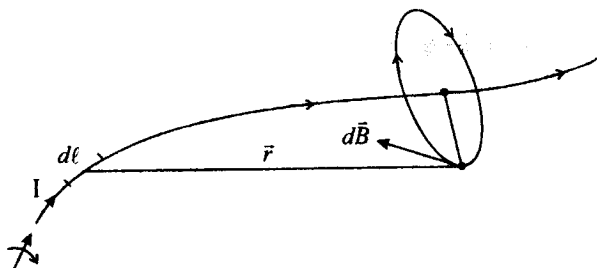


Рис.11.3

З видно, що вектор індукції магнітного поля $d\vec{B}$ є дотичною до силової лінії магнітного поля, яка охоплює провідник, і проходить через точку, в якій визначається індукція магнітного поля.

Напрямок силової лінії визначається за допомогою правила правого гвинта, як це показано на рисунку.

Поряд із індукцією магнітного поля \vec{B} магнітне поле характеризується напруженістю \vec{H} . Ця величина не залежить від властивостей середовища і дорівнює

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}. \quad (11.2.2)$$

Величина напруженості магнітного поля входить в одне із рівнянь Максвелла. Розмірність напруженості \vec{H} буде встановлена трохи пізніше.

Закон Біо – Савара - Лапласа для напруженості магнітного поля \vec{H} має вигляд

$$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (11.2.3)$$

або в скалярній формі

$$dH = \frac{Idl \sin(\vec{dl} \wedge \vec{r})}{4\pi r^2}. \quad (11.2.4)$$

Магнітному полю властивий принцип суперпозиції. Це означає, що поля від кількох джерел магнітного поля накладаються як вектори, тобто

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (11.2.5)$$

Знайдемо індукцію магнітного поля біля безмежного прямого провідника із струмом (рис.11.4).

Скористаємось законом Біо – Савара - Лапласа в скалярній формі

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin(d\vec{l} \wedge \vec{r})}{4\pi r^2}, \quad (11.2.6)$$

де кут α - це кут між напрямком елемента провідника із струмом $d\vec{l}$ і радіусом-вектором \vec{r} , як це показано на рис.11.4; $d\vec{B}$ - дотичний вектор до силової лінії, напрям якого збігається з напрямком обертання правого гвинта.

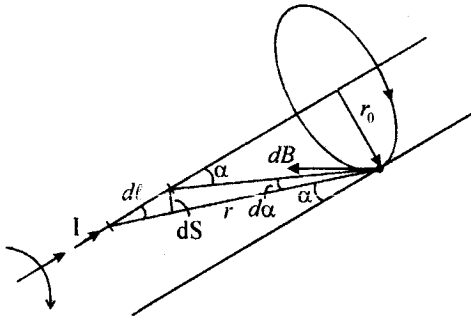


Рис.11.4

З рисунка видно, що

$$dS = dl \sin \alpha \quad \text{і} \quad dS = r d\alpha,$$

звідки

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}.$$

Радіус-вектор \vec{r} також можна виразити через r_0 і кут α , тобто

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha}.$$

З урахуванням цих зауважень закон Біо – Савара - Лапласа набуде вигляду

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin \alpha \, d\alpha. \quad (11.2.7)$$

Інтегруємо вираз (11.2.7) в межах зміни кута α від α_1 до α_2 , в результаті чого одержимо

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (11.2.8)$$

Якщо у виразі (11.2.8) α_1 прямує до 0, а α_2 прямує до π , то одержимо **безмежний прямий провідник із струмом**.

У цьому випадку:

а) індукція магнітного поля буде дорівнювати

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (11.2.9)$$

б) напруженість магнітного поля буде дорівнювати

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \quad (11.2.10)$$

З останньої формули легко встановити розмірність напруженості магнітного поля

$$[H] = \frac{[I]}{[r_0]} = \frac{A}{m}.$$

Знайдемо магнітне поле на осі кругового витка із струмом (рис.11.5).

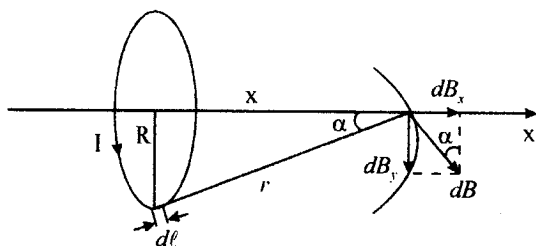


Рис.11.5

Елемент провідника із струмом dl , створює на осі x індукцію магнітного поля dB . Вектор $d\vec{B}$ є дотичним до силової лінії, зображеної на рисунку пунктирною лінією. Складова вектора індукції магнітного поля dB_y буде скомпенсована аналогічним елементом з протилежної сторони. Результуючу індукцію магнітного поля від кругового витка із струмом слід шукати в напрямку осі x (принцип суперпозиції магнітних полів).

З рисунка видно, що

$$dB_x = dB \sin \alpha. \quad (11.2.11)$$

Закон Біо -- Савара - Лапласа запишеться

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl}{4\pi r^2}, \quad (11.2.12)$$

тут враховано, що $\sin(\vec{dl} \wedge \vec{r}) = 1$.

Підставимо вираз (11.2.12) у (11.2.11), одержимо

$$dB_x = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (11.2.13)$$

Але врахувавши, що

$$r = \sqrt{R^2 + x^2}; \quad \sin \alpha = \frac{R}{r},$$

одержимо

$$dB_x = \frac{\mu\mu_0 IR dl}{4\pi(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (11.2.14)$$

Інтегруємо цей вираз в межах довжини витка від 0 до $2\pi R$, одержимо

$$B_x = \frac{\mu\mu_0 IR}{4\pi(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Таким чином, магнітна індукція на осі кругового витка дорівнює визначається за допомогою формули

$$B_x = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (11.2.15)$$

Напруженість магнітного поля у цьому випадку буде дорівнювати

$$H_x = \frac{IR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (11.2.16)$$

Для індукції та напруженості магнітного поля у центрі колового витка зі струмом одержимо

$$B_0 = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \quad (11.2.17)$$

$$H_0 = \frac{I}{2R}. \quad (11.2.18)$$

Знайдемо індукцію і напруженість магнітного поля на осі довгого соленоїда з струмом (рис. 11.6).

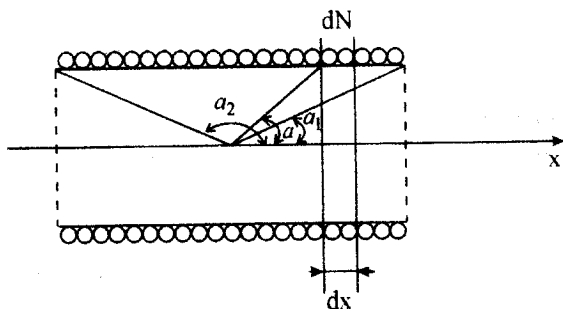


Рис.11.6

Виділений елемент соленоїда шириною dx , в якому dN витків, що щільно прилягають один до одного, можна розглянути як круговий виток, індукція якого розраховується за формулою (11.2.15)

$$dB = \frac{\mu\mu_0 IR^2 dN}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (11.2.19)$$

Кількість витків у виділеному елементі соленоїда дорівнює

$$dN = ndx,$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда.

З урахуванням цих позначень одержуємо

$$dB = \frac{\mu\mu_0 IR^2 ndx}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (11.2.20)$$

Виконаємо заміну змінних у співвідношенні (11.2.20), тобто

$$x = R \operatorname{ctg} \alpha, \quad \text{і} \quad |dx| = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

З урахуванням цих позначень одержимо, що

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I n}{2} \sin \alpha d\alpha.$$

Інтегруємо цей вираз у межах зміни кута від α_1 до α_2 . Після інтегрування одержимо

$$B = \frac{\mu\mu_0 In}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (11.2.21)$$

Якщо $\alpha_1 \rightarrow 0$, а $\alpha_2 \rightarrow \pi$, одержимо соленоїд безмежної довжини. У цьому випадку:

а) індукція магнітного поля на осі довгого соленоїда

$$B = \mu\mu_0 In. \quad (11.2.22)$$

б) напруженість магнітного поля на осі довгого соленоїда

$$H = In. \quad (11.2.23)$$

11.3. Магнітний момент контуру із струмом

Для плоского контуру із струмом I магнітний момент визначається співвідношенням:

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}, \quad (11.3.1)$$

де I – струм у контурі; S – площа контуру; \vec{n} – нормаль до площини контуру, яка збігається з поступальним рухом правого гвинта, якщо його обертати за напрямком струму у витку.

Якщо контур із струмом розмістити у зовнішнє магнітне поле, то результуюча сила Ампера, яка діє зі сторони зовнішнього магнітного поля на контур з струмом, буде дорівнювати нулю, тобто

$$F = I \oint [d\vec{l} \cdot \vec{B}] = IB \oint dl = 0.$$

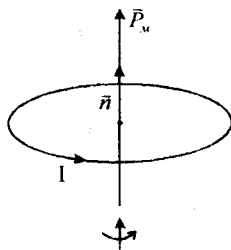


Рис.11.7

У випадку неоднорідного магнітного поля результуючий вектор сили Ампера не буде дорівнювати нулю.

Відповідні розрахунки показують, що в цьому випадку

$$\vec{F} = \vec{P}_m \frac{d\vec{B}}{dn}, \quad (11.3.2)$$

де $\frac{d\vec{B}}{dn}$ - похідна вектора \vec{B} в напрямку нормалі або градієнт вектора \vec{B} в напрямку нормалі до контуру; \vec{P}_m - магнітний момент контуру.

ЛЕКЦІЯ 12

МАГНІТНЕ ПОЛЕ РУХОМОГО ЗАРЯДУ. ЯВИЩЕ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ

12.1. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі.

12.2. Ефект Холла. Магнітогазодинамічний генератор та його використання.

12.3. Явище електромагнітної індукції.

12.4. Самоіндукція. Індуктивність. Е.р.с. самоіндукції.

12.1. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі

Покажемо, що будь-яка заряджена частинка в процесі руху утворює у навколишньому просторі магнітне поле.

Скористаємось законом Біо – Савара – Лапласа для елемента струму:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin|\vec{dl} \wedge \vec{r}|}{4\pi r^2}, \quad (12.1.1)$$

де μ - магнітна проникність середовища (для неферомагнетиків наближено дорівнює одиниці); μ_0 - магнітна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{M}$); I - струм у провіднику; \vec{dl} - елемент провідника; \vec{r} - відстань від елемента струму, до точки знаходження індукції магнітного поля; $(\vec{dl} \wedge \vec{r})$ - кут між елементом провідника і радіусом-вектором \vec{r} .

Струм I у провіднику виразимо через густину струму j переріз S , а саме

$$I = jS. \quad (12.1.2)$$

Густину струму виразимо із електронної теорії

$$j = nq_0\bar{v}, \quad (12.1.3)$$

де n - концентрація вільних носіїв струму в провіднику; q_0 - елементарний заряд; \bar{v} - середня швидкість направленої руху носіїв струму в провіднику.

Підставимо (12.1.2) і (12.1.3) у (12.1.1), одержимо

$$dB = \frac{\mu\mu_0 nq_0\bar{v}Sdl \sin|\vec{v} \wedge \vec{r}|}{4\pi r^2}. \quad (12.1.4)$$

Напрямок вектора \vec{v} збігається з напрямком \vec{dl} , тому

$$\sin|\vec{dl} \wedge \vec{r}| = \sin|\vec{v} \wedge \vec{r}|.$$

Замінімо у співвідношенні (12.1.4) Sdl на dV і ndV на dN , одержимо

$$dB = \frac{\mu\mu_0 q_0\bar{v}dN \sin|\vec{v} \wedge \vec{r}|}{4\pi r^2}, \quad (12.1.5)$$

де dB - індукція магнітного поля, яка створюється dN зарядами на відстані r від елемента струму, у якому рухаються ці заряди.

Магнітне поле одного рухомого заряду легко розрахувати, поділивши ліву і праву частини (12.1.5) на dN :

$$B_0 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu\mu_0 q_0 \bar{v} \sin(\bar{v} \wedge \bar{r})}{4\pi r^2}, \quad (12.1.6)$$

де B_0 - магнітне поле одного рухомого заряду (рис. 12.1); q_0 - величина цього заряду; \bar{v} - середня швидкість направлено руху заряду.

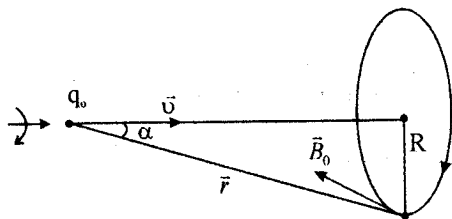


Рис. 12.1

На рис.12.1 індукція магнітного поля одного заряду \bar{B}_0 є дотичною до силової лінії, яка має напрям обертання правого гвинта.

У векторній формі індукція магнітного поля рухомого заряду записується так

$$\bar{B}_0 = \frac{\mu\mu_0 q_0 [\bar{v} \cdot \bar{r}]}{4\pi r^3} \quad (12.1.7)$$

Оскільки рухомий електричний заряд в навколишньому просторі створює магнітне поле, то з сторони зовнішнього поля на цей заряд має діяти магнітна сила. Цю силу називають **силою Лоренца**.

Величину сили Лоренца визначимо, скориставшись силою Ампера

$$dF_{A,l} = I B dl \sin(\bar{B} \wedge d\bar{l}), \quad (12.1.8)$$

де $dF_{A,l}$ - сила, з якою зовнішнє магнітне поле діє на елемент провідника із струмом $I dl$.

Замінюємо струм I на густину струму в провіднику j і його значення з електронної теорії

$$I = jS = nq_0\bar{v}S,$$

де n – концентрація носіїв струму в провіднику; q_0 – елементарний позитивний заряд; \bar{v} – середня швидкість направленої руху носіїв струму; S – переріз провідника.

У цьому випадку сила Ампера буде дорівнювати

$$dF_A = nq_0\bar{v}SdlB \sin(\vec{B} \wedge d\vec{l}), \quad (12.1.9)$$

де dF_A – сила, з якою зовнішнє магнітне поле діє на магнітні поля всіх рухомих електричних зарядів, які є у виділеному елементі dl провідника.

Оцінимо число рухомих електричних зарядів у елементі струму Idl , яке в нашому випадку дорівнює

$$nSdl = dN.$$

Поділимо (12.1.9) на указане число електричних зарядів dN й одержимо

$$F_s = \frac{dF_A}{dN} = q_0\bar{v}B \sin(\vec{B} \wedge \vec{r}), \quad (12.1.10)$$

де F_s – сила Лоренца – сила з якою зовнішнє магнітне поле діє на магнітне поле окремого електричного заряду; q_0 – величина елементарного заряду; \bar{v} – середня швидкість направленої руху носіїв струму; B – індукція зовнішнього магнітного поля.

У векторній формі сила Лоренца записується так:

$$\vec{F}_L = q_0[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (12.1.11)$$

Напрямок вектора сили Лоренца визначається правилом лівої руки, аналогічно правилу лівої руки для напрямку сили Ампера.

При дії на рухому заряджену частинку електромагнітного поля сила Лоренца буде складатися із двох складників, електричної сили qE і магнітної сили $q_0[\vec{v} \cdot \vec{B}]$, тобто

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q_0[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (12.1.12)$$

Формула (12.1.12) є найбільш загальним виразом сили Лоренца для малих швидкостей руху заряду.

Розглянемо рух зарядженої частинки в зовнішньому магнітному полі.

а) нехай заряджена частинка влітає перпендикулярно до напрямку силових ліній зовнішнього магнітного поля (рис.12.2).

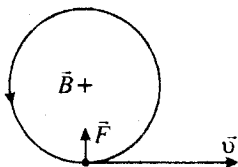


Рис.12.2

Сила Лоренца в цьому випадку виконує роль доцентрової сили, під дією якої заряджена частинка буде рухатися по коловій траєкторії. Рівняння руху зарядженої частинки запишеться

$$q_0 v B = \frac{m v^2}{R}, \quad (12.1.13)$$

де $\sin(\vec{B} \wedge \vec{v}) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$; m - маса частинки.

Визначимо радіус траєкторії обертання, а також період обертання, вважаючи, що

$$v = \omega R, \quad \text{і} \quad v = \frac{2\pi}{T} R.$$

У цьому випадку радіус кривизни траєкторії й період обертання заряду будуть дорівнювати

$$R = \frac{mV}{q_0 B}; \quad T = \frac{2\pi m}{q_0 B}, \quad (12.1.14)$$

де R - радіус кривизни траєкторії; m - маса частинки; V - лінійна швидкість обертання; q_0 - елементарний позитивний заряд; B - індукція магнітного поля.

б) у випадку руху зарядженої частинки паралельного напрямку силових ліній зовнішнього магнітного поля (рис.12.3) будемо мати.

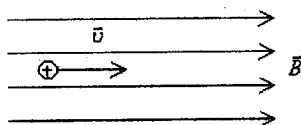


Рис. 12.3

Сила Лоренца в цьому випадку буде дорівнювати нулю, оскільки кут між векторами \vec{v} і \vec{B} дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле не буде діяти на магнітне поле рухомої зарядженої частинки, якщо вона рухається паралельно силовим лініям зовнішнього магнітного поля.

в) якщо заряджена частинка попадає у зовнішнє магнітне поле під деяким кутом α до напрямку силових ліній поля, то вона буде рухатись уздовж гвинтової траєкторії, як це показано на (рис.12.4).

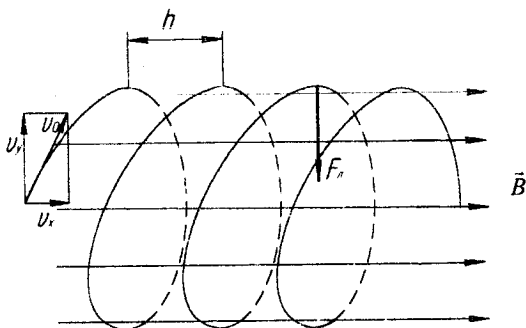


Рис.12.4

З рисунка видно, що

$$F_L = qv_y B = qv_0 B \sin \alpha \quad (12.1.15)$$

Рівняння руху по коловій траєкторії буде мати вигляд

$$\frac{mv_y^2}{R} = qv_y B, \quad (12.1.16)$$

де $v_y = v_0 \sin \alpha$; R - радіус колової траєкторії.

Крок гвинтової лінії h , або шлях, який проходить заряджена частинка за один повний оберт у горизонтальному напрямі, можна розрахувати так:

$$h = v_x \cdot T, \quad \text{де } v_x = v_0 \cos \alpha. \quad (12.1.17)$$

Період обертання визначають із рівняння руху (12.1.16), шляхом заміни лінійної швидкості на кутову, яку в свою чергу виражають через період обертання

$$v_y = \omega R = \frac{2\pi}{T} R.$$

12.2. Ефект Холла. Магнітогазодинамічний генератор та його використання

Розмістимо провідник зі струмом у перпендикулярне зовнішнє магнітне поле, як це показано на рис. 12.5.

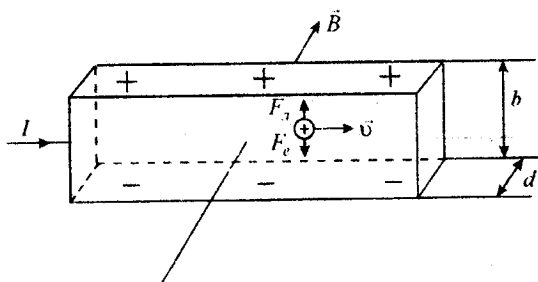


Рис. 12.5

Сила Лоренца F_L зміщує рухомі електричні заряди, створюючи на гранях провідника різницю потенціалів, яку називають холлівською різницею потенціалів U_H .

Перерозподіл зарядів буде завершений, якщо сила Лоренца F_L стане дорівнювати електричній силі F_e , тобто

$$q\bar{U} B = qE = q\frac{U_x}{b}, \quad (12.2.1)$$

де b - ширина провідника; U_x - холлівська різниця потенціалів; q - елементарний позитивний заряд.

З (12.2.1) одержуємо

$$U_x = \bar{U} Bb.$$

Середню швидкість направлено руху зарядів у провіднику знайдемо із електронної теорії, в цьому випадку

$$I = jS = nq\bar{U}S = nq\bar{U}bd, \quad (12.2.3)$$

звідки

$$\bar{U} = \frac{I}{nqbd}. \quad (12.2.4)$$

Підставимо (12.2.4) в (12.2.2) і після відповідних скорочень будемо мати

$$U_x = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}, \quad (12.2.5)$$

де U_x - холлівська різниця потенціалів, яка створюється на гранях провідника із струмом у зовнішньому магнітному полі; I - величина струму у провіднику; d - товщина провідника; n - концентрації вільних носіїв; q - елементарний позитивний заряд.

Величину $\frac{1}{nq} = R_x$ - називають сталою Холла.

Ефект Холла має широке практичне використання. За допомогою ефекту Холла легко визначають знак носіїв струму у провіднику або напівпровіднику. Ефект Холла дає можливість визначити концентрацію вільних носіїв, а також будувати датчики Холла, які використовуються для вимірювання індукції зовнішнього магнітного поля.

Для підвищення к.к.д. теплових електростанцій може бути використаний магнітогазодинамічний генератор, який працює на принципі ефекту Холла (рис.12.6).

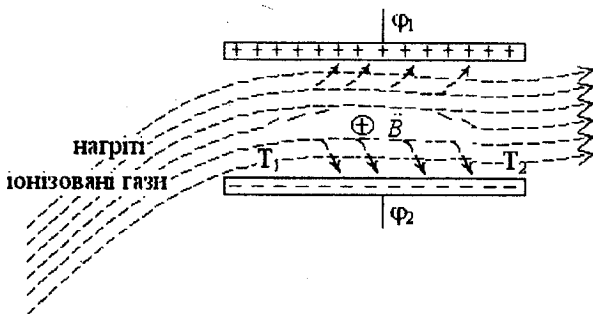


Рис. 12.6.

Перерозподіл поперечним магнітним полем електричних зарядів нагрітих відпрацьованих газів (утворюються в котлі при спалюванні палива), приводить до виникнення різниці потенціалів на пластинах конденсатора $\Phi_1 - \Phi_2$, яку можна практично використати для живлення струмом обладнання самої теплової станції. При цьому зниження температури нагрітих газових продуктів горіння від T_1 до T_2 дає можливість підвищити к.к.д. енергетичного блоку

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Якщо на вході в магнітогазодинамічний генератор (показаний на рис.12.6) продукти горіння матимуть температуру $T_1 = 3000\text{K}$, а на виході - $T_2 = 2500\text{K}$, то к.к.д. блока станції може підвищитись майже на 15%, що суттєво покращує показники роботи самої теплової електростанції.

12.3. Явище електромагнітної індукції

У 1831 році Фарадей відкрив один із найбільш фундаментальних законів електродинаміки - **явище електромагнітної індукції**.

З'єднаємо соленоїд з гальванометром, як це показано на рис.12.7. Якщо постійний магніт вводиться в котушку і виводиться з котушки, то гальванометр покаже в колі наявність електричного струму. Напря-

відхилення стрілки гальванометра змінюється при введенні і виведенні постійного магніту.

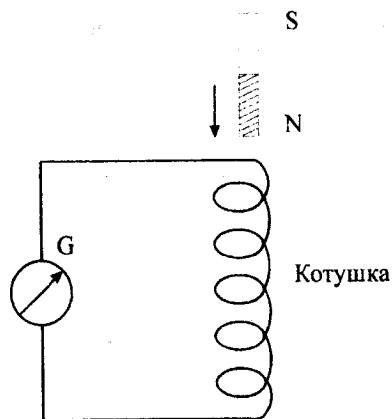


Рис. 12.7

Відхилення стрілки буде більшим, якщо швидкість введення або виведення магніту збільшувати. Цей же ефект можна спостерігати і у випадку руху не постійного магніту, а котушки.

Відкрите Фарадесм фізичне явище носить назву **явища електромагнітної індукції**. Суть явища полягає у тому, що у замкнутому контурі при зміні в ньому потоку магнітної індукції, виникає електричний струм, який був названий індукційним.

Основні властивості індукційного струму такі:

- виникає завжди при зміні в контурі потоку магнітної індукції;
- сила індукційного струму не залежить від способу зміни потоку магнітної індукції, а визначається лише швидкістю зміни потоку.

Відкриття явища електромагнітної індукції підтвердило тісний зв'язок електричних і магнітних явищ та дало можливість побудувати генератори електричного струму з використанням у них змінного магнітного поля.

На основі виявленого фізичного явища був сформульований **закон електромагнітної індукції**, який називають **законом Фарадея-Ленца**

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad , \quad (12.3.1)$$

де $d\Phi = BdS$ - зміна магнітного потоку (вимірюється у Вб); dt - час, за який відбувається ця зміна; ε_i - електрорушійна сила індукції.

Електрорушійна сила індукції у контурі чисельно дорівнює швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим

контуром. Знак мінус характеризує правило Ленца. Суть цього правила в тому, що в замкнутому контурі виникає індукційний струм такого напрямку, що його власне магнітне поле протидіє будь-якій зміні зовнішнього магнітного поля.

Е.р.с. індукції вимірюється у вольтах

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{B\delta}{c} = B.$$

На явищі електромагнітної індукції працюють практично всі генератори електричного струму, які діють на різних електростанціях.

12.4. Самоіндукція. Індуктивність. Е.р.с. самоіндукції

При зміні сили струму в контурі буде змінюватись зчеплений з контуром магнітний потік. Це приводить до виникнення в цьому ж контурі електрорушійної сили, яку назвали е.р.с. **самоіндукції**. Іншими словами це явище пояснюється так – зменшення або збільшення струму в котушці приводить до утворення власної е.р.с. і, як наслідок, ще одного струму, який називається струмом самоіндукції. Магнітне поле струму самоіндукції перешкоджає зміні основного магнітного поля у відповідності з правилом Ленца.

Електрорушійна сила самоіндукції залежить від швидкості зміни струму в котушці та від кількості в ній витків

$$\varepsilon_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (12.4.1)$$

де L - індуктивність котушки ($L = \mu\mu_0 n^2 V$), визначається числом витків на одиницю довжини n і об'ємом котушки V , а також наявністю феромагнітного осердя μ ; $\frac{dI}{dt}$ - швидкість зміни струму в котушці.

Знак мінус у формулі (12.4.1) показує, що при зменшенні струму у котушці струм самоіндукції за напрямком збігається з основним струмом і таким чином своїм магнітним полем перешкоджає його зменшенню. При наростанні основного струму у котушці струм самоіндукції миттєво змінює свій напрям на протилежний і створеним струмом самоіндукції магнітним полем протидіє наростанню основного магнітного поля.

Індуктивність котушки є її характеристикою, подібно до ємності конденсатора. Індуктивність вимірюється у генрі (Гн)

$$[L] = \frac{[\varepsilon_c] \cdot [dt]}{dI} = \frac{B \cdot c}{A} = \Gamma_{\text{H}}.$$

З іншого боку, якщо в просторі, де перебуває контур зі струмом I , відсутні феромагнетика, то поле B , а це означає і повний магнітний потік Φ через контур, буде пропорційним силі струму, тобто

$$\Phi = LI. \quad (12.4.2)$$

Тому розмірність індуктивності дорівнює

$$[L] = \left[\frac{\Phi}{I} \right] = \frac{B\delta}{A} = \Gamma_{\text{H}}.$$

Визначимо індуктивність соленоїда. Магнітний потік через довгу котушку з витками, яку називають соленоїдом, дорівнює

$$\Phi = BNS = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} IS. \quad (12.4.3)$$

З другого боку

$$\Phi = LI. \quad (12.4.4)$$

В обох випадках магнітний потік є повним, тобто зчепленим з усіма витками соленоїду. Прирівняємо праві сторони рівностей (12.4.3) і (12.4.4), одержимо

$$LI = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} IS.$$

Звідки індуктивність соленоїда буде дорівнювати

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 V,$$

де

$$n^2 = \frac{N^2}{l^2}; \quad \text{і} \quad V = IS.$$

ЛЕКЦІЯ 13

ВИХРОВИЙ ХАРАКТЕР МАГНІТНОГО ПОЛЯ

13.1. Закон повного струму. Використання закону повного струму для розрахунку магнітного поля.

13.2. Магнітний потік. Теорема Гаусса для магнітного поля.

13.3. Робота переміщення провідника із струмом і контуру із струмом у магнітному полі.

13.4. Енергія магнітного поля.

13.1. Закон повного струму. Використання закону повного струму для розрахунку магнітного поля

Скористась рівнянням Максвелла для циркуляції вектора напруженості магнітного поля

$$\oint_L H dl = \oint_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \quad (13.1.1)$$

де j – густина струму провідності вільних електричних зарядів;
 $\frac{\partial D}{\partial t}$ – струм зміщення, не пов'язаний з наявністю вільних електричних зарядів; H – напруженість магнітного поля.

У провідниках, в яких є вільні електричні заряди, струм зміщення відсутній (він може існувати лише у діелектричному середовищі), тобто

$$\left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS = 0.$$

У цьому випадку рівняння (13.1.1) набуває вигляду:

$$\oint_L H dl = \oint_S j dS = \sum_{i=1}^n I_i, \quad (13.1.2)$$

Рівняння (13.1.2) називається законом повного струму. Для написання закону повного струму через індукцію магнітного поля слід замінити H у формулі (13.1.2) на

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}$$

Закон повного струму у цьому випадку матиме вигляд

$$\oint_L Bdl = \mu\mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (13.1.3)$$

Рівняння (13.1.3) формулюється так:

Циркуляція вектора індукції магнітного поля уздовж довільного замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі всіх струмів, охоплених цим контуром і помноженій на $\mu\mu_0$.

Як видно з рівняння (13.1.3)

$$\oint_L Bdl \neq 0.$$

Таке магнітне поле називається вихровим. Силкові лінії магнітного поля є завжди замкнутими.

Скористаємось законом повного струму (13.1.3) для розрахунку магнітного поля соленоїда і тороїда.

а) знайдемо циркуляцію вектора B вздовж замкнутого контуру ABCD (рис.13.1). У нашому випадку витки в соленоїді щільно прилягають один до одного. Соленоїд має довжину, значно більшу за діаметр.

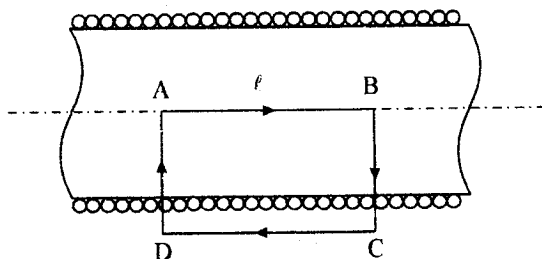


Рис.13.1

$$\oint_L Bdl = \int_A^B Bdl + \int_B^C Bdl + \int_C^D Bdl + \int_D^A Bdl.$$

На ділянках DA і BC $\int Bdl = 0$; Тут $\vec{B} \wedge d\vec{l} = \frac{\pi}{2}$, а $\cos \frac{\pi}{2} = 0$.

На ділянці CD $\int Bdl = 0$; Цю ділянку можна вибрати досить далеко від соленоїда, де магнітне поле відсутнє.

Тому з урахуванням цих зауважень маємо:

$$\int Bdl = \mu\mu_0 NI \quad (13.1.4)$$

де N – число витків, які вкладаються в інтервалі довжини соленоїда AB; I – струм, який протікає в цих витках.

Але $\int Bdl = Bl$, де $l = AB$. Закон повного струму в цьому випадку переписується:

$$Bl = \mu\mu_0 IN \quad (13.1.5)$$

Звідки індукція магнітного поля на осі довгого соленоїда буде дорівнювати:

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I = \mu\mu_0 nI \quad (13.1.6)$$

Вираз (13.1.6) показує, що на осі довгого соленоїда зі струмом I індукція магнітного поля дорівнює:

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

б) магнітне поле на осі тороїда.

Розглянемо тороїд, який має вигляд довгого соленоїда, кінець і початок якого збігаються (рис.13.2).

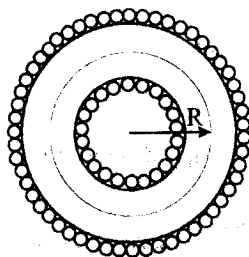


Рис.13.2

Витки в такій котушці щільно прилягають один до одного, а радіус осьової лінії R . Знайдемо циркуляцію вектора \vec{B} вздовж осьової лінії тороїда

$$\oint_L B dl = \mu\mu_0 NI,$$

де N - число витків у тороїді; I - струм у витках.

Але $\int_L dl = 2\pi R$ - довжина кола вздовж осьової лінії, тому

$$B = \frac{\mu\mu_0 N}{2\pi R} I = \mu\mu_0 n I,$$

де $n = \frac{N}{2\pi R}$ - число витків на одиницю довжини осьової лінії тороїда.

Таким чином, індукція магнітного поля на осі тороїда визначається такою ж формулою, що і для довгого соленоїда, тобто

$$B = \mu\mu_0 n I. \quad (13.1.7)$$

13.2. Магнітний потік. Теорема Гаусса для магнітного поля

Потоком магнітної індукції або магнітним потоком називають скалярну величину, яка дорівнює:

$$d\Phi = \vec{B}_n dS \vec{n} = B dS \cos(\vec{B} \wedge \vec{n}), \quad (13.2.1)$$

де \vec{B}_n - вектор індукції магнітного поля у напрямку нормалі до площадки dS (рис.13.3)

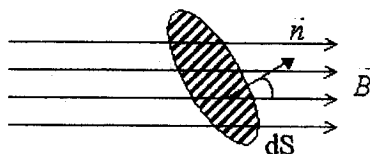


Рис.13.3

Повний магнітний потік через поверхню S знаходять шляхом інтегрування.

Розмірність магнітного потоку визначається так:

$$[\Phi] = [B] \cdot [S] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}.$$

Магнітному потоку в 1 Вб відповідає 10^8 силових ліній індукції магнітного поля крізь площадку в 1 м^2 .

У випадку замкнутої поверхні слід відрізнати між собою такі особливості:

- силові лінії, які входять у поверхню, мають від'ємний потік, тому в цьому випадку

$$(\vec{B} \wedge \vec{n}) > \frac{\pi}{2};$$

- силові лінії, які виходять з поверхні мають

$$(\vec{B} \wedge \vec{n}) < \frac{\pi}{2};$$

- у загальному випадку

$$\oint B dS = 0. \quad (13.2.2)$$

Вираз (13.2.2) є теоремою Гауса для магнітного поля. Суть цієї теореми полягає в тому, що силові лінії магнітного поля не пов'язані з

магнітними зарядами. Магнітних зарядів у природі не існує. Описане явище показано на рис. 13.4.

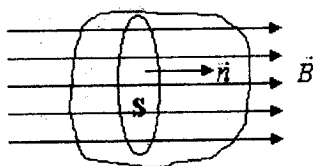


Рис.13.4

$$\oint \vec{B} dS \vec{n} = NS - NS = 0 . \quad (13.2.3)$$

13.3. Робота переміщення провідника із струмом і контуру із струмом у магнітному полі

Знайдемо роботу, яку слід виконати для переміщення провідника із струмом I у магнітному полі, як це показано на рис. 13.5

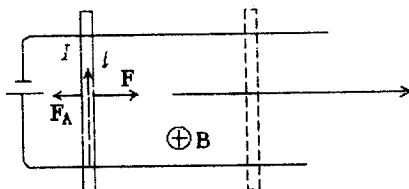


Рис.13.5

Провідник, що має довжину l і струм I виготовлений у вигляді коточка і має можливість переміщуватись. На рухому частину провідника з сторони магнітного поля діє сила Ампера, напрям якої визначається правилом лівої руки.

Для переміщення такого коточка вздовж направляючих дротів слід прикладати силу F , яка має бути рівною силі Ампера. Робота в цьому випадку буде дорівнювати:

$$\delta A = -F_A dx . \quad (13.3.1)$$

де $F_A = IBl$ – величина сили Ампера, яка діє на рухомий коточок, тому:

$$\delta A = -Ibldx = -IbdS = -Id\Phi \quad (13.3.2)$$

Знак мінус показує, що робота виконується проти сили Ампера.

Якщо роботу виконує сила Ампера, то

$$\delta A = Id\Phi \quad (13.3.3)$$

де δA – позитивна робота, виконана силою Ампера.

Після інтегрування одержуємо роботу сили по переміщенню провідника із струмом у магнітному полі.

$$A = -I\Delta\Phi,$$

або

$$A = I\Delta\Phi. \quad (13.3.4)$$

У випадку контуру із струмом, який рухається у магнітному полі, слід враховувати як позитивну роботу, так і негативну роботу переміщення двох частин цього контуру (рис.13.6)

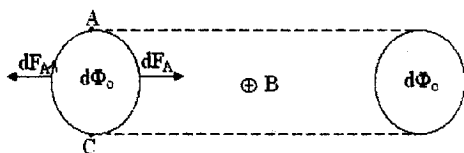


Рис.13.6

При русі частини контуру AC (зліва) робота виконується позитивна. Тому в цьому випадку

$$\delta A_1 = I(d\Phi_1 + d\Phi_0), \quad (13.3.5)$$

де $d\Phi_1$ – потік, який визначається площею лівої частини контуру AC (заштрихована площа),

$d\Phi_0$ - потік, який визначається площею самого контуру з струмом.

При переміщенні правої сторони цього контуру робота буде дорівнювати

$$\delta A_2 = -I(d\Phi_2 + d\Phi_0), \quad (13.3.6)$$

де $d\Phi_2$ – потік, який утвориться переміщенням правої частини контуру; $d\Phi_0$ – потік за рахунок площі самого контуру.

Ця площа перекривається площею правої сторони контуру. Робота δA_2 – від'ємна.

У загальному випадку робота переміщення контуру з струмом у магнітному полі буде дорівнювати

$$\delta A = I(d\Phi_1 - d\Phi_2) = Id\Phi. \quad (13.3.7)$$

Після інтегрування одержимо

$$A = I\Delta\Phi. \quad (13.3.8)$$

Висновок. Робота переміщення провідника із струмом i і контуру із струмом визначається однаковою формулою.

13.4. Енергія магнітного поля

Розглянемо замкнуте коло, в якому є резистор R , котушка L і джерело струму ϵ (рис.13.7)

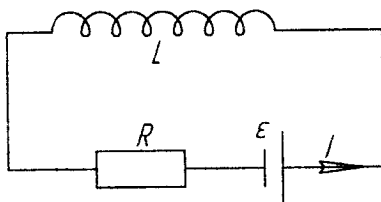


Рис.13.7

Скористаємось другим правилом Кірхгофа для замкнутого контуру, показаного на рис.13.7.

У цьому випадку

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i, \quad (13.4.1)$$

або

$$\varepsilon - L \frac{dI}{dt} = IR, \quad (13.4.2)$$

де $L \frac{dI}{dt}$ - електрорушійна сила самоіндукції, діє лише в момент замикання або розмикання кола.

З рівняння (13.4.2) визначимо електрорушійну силу джерела

$$\varepsilon = L \frac{dI}{dt} + IR. \quad (13.4.3)$$

Зведемо цей вираз до спільного знаменника

$$\varepsilon dt = I r dt + L dI. \quad (13.4.4)$$

Помножимо вираз (13.4.4) на струм I , одержимо

$$I \varepsilon dt = I^2 r dt + L I dI, \quad (13.4.5)$$

де $I^2 r dt$ - джоулеве тепло; $I \varepsilon dt$ - робота сторонніх сил джерела струму; $L I dI$ - енергія магнітного поля, локалізована в котушці зі струмом.

Тому

$$dW_M = L I dI. \quad (13.4.6)$$

Інтегруємо цей вираз у межах зміни енергії магнітного поля від 0 до W_M , а струму від 0 до I , одержимо

$$\int_0^{W_M} dW_M = L \int_0^I I dI,$$

або

$$W_M = \frac{LI^2}{2}. \quad (13.4.7)$$

Вираз (13.4.7) визначає енергію магнітного поля котушки зі струмом.

Для довгого соленоїда $L = \mu\mu_0 n^2 V$. Підставимо це значення L у (13.4.7), одержимо

$$W_M = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2 V}{2} \quad (13.4.8)$$

де $\mu^2 \mu_0^2 n^2 I^2 = B^2$ – квадрат індукції магнітного поля соленоїда. З урахуванням цього зауваження одержуємо:

$$W_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V \quad (13.4.9)$$

При діленні енергії магнітного поля на об'єм одержимо об'ємну густину енергії магнітного поля, локалізованого в котушці

$$w = \frac{W_M}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0},$$

або

$$w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (13.4.10)$$

ЛЕКЦІЯ 14

МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

14.1. Струми і механізм намагнічування. Намагнічуваність речовини.

14.2. Магнітна сприйнятливість і проникність.

14.3. Циркуляція намагнічування. Вектор напруженості магнітного поля.

14.4. Феромагнетики та їх основні властивості.

14.1. Струми і механізм намагнічування. Намагнічуваність речовини

Розглянемо орбітальний рух електрона в атомі. Цей рух подібний до деякого колового струму, який називають мікрострумом. Мікрострум утворює в просторі магнітне поле, яке можна характеризувати за

допомогою вектора магнітного моменту \vec{P}_m . Розглянемо орбітальний рух електрона (рис. 14.1).

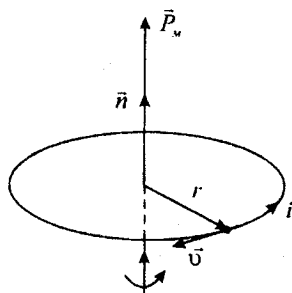


Рис. 14.1

Струм i направлений у протилежну сторону орбітального руху електрона. Напрямок магнітного моменту збігається з поступальним рухом правого гвинта, якщо його обернути за напрямком струму.

За означенням орбітальний магнітний момент визначається за формулою:

$$\vec{P}_m = iS\vec{n}, \quad (14.1.1)$$

де i – коловий струм; S – площа колового струму; n – нормаль до контуру з напрямком поступального руху правого гвинта.

Величину колового струму оцінимо за формулою

$$i = \frac{q_0}{T}, \quad (14.1.2)$$

де q_0 – заряд електрона; T – період обертання електрона навколо ядра.

З рисунка видно, що

$$S = \pi r^2; \quad v = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} r; \quad T = \frac{2\pi r}{v}.$$

З урахуванням цих зауважень одержимо:

$$\vec{P}_m = \frac{q_0}{T} \pi r^2 \vec{n} = \frac{q_0 v}{2\pi r} \pi r^2 \vec{n} = \frac{q_0 v r}{2} \vec{n}. \quad (14.1.3)$$

У випадку атома, в якому є z електронів, сумарний магнітний момент всіх z електронів буде дорівнювати:

$$\vec{P}_v = \sum_{i=1}^z \vec{P}_{m,i} \quad (14.1.4)$$

2. Внесемо такий атом у змінне зовнішнє магнітне поле, величина якого змінюється від 0 до B протягом часу dt .

Змінне магнітне поле породжує у просторі вихрове електричне поле, величина якого описується рівнянням Максвелла

$$\oint_L E dl = - \oint \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS, \quad (14.1.5)$$

де $\left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n$ - змінне в часі магнітне поле; dS - площа контуру вздовж якого рухається електрон; E - напруженість вихрового електричного поля, породжена зміною магнітного поля.

Вихрове електричне поле має напрям силових ліній, які збігаються з напрямком струму в контурі. Напрямок замкнутих силових ліній електричного поля теж визначається правилом правого гвинта, тобто напрям силових ліній збігається з напрямком струму в контурі.

Однак у цьому випадку електрони рухаються в сторону, протилежну напрямку струму. Тому вихрове електричне поле гальмує рух цих електронів.

На електрон у вихровому електричному полі діє електрична сила \vec{F} , напрям якої дотичний до силової лінії в сторону мікроструму (рис.14.2).

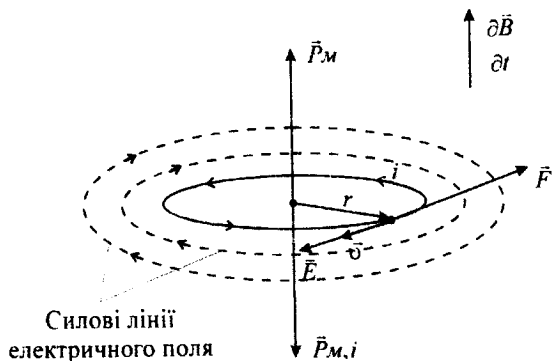


Рис.14.2

Згідно з рівнянням (14.1.5) змінне в часі магнітне поле породжує вихрове електричне поле, струм якого згідно з правилом Ленца має бути протилежний до діючого мікроструму i .

Силові лінії вихрового електричного поля у випадку наростаючого магнітного поля мають такий напрям, щоб визваний ним струм індукції протилежним до i , а магнітний момент $\vec{P}_{m,i}$ такого струму теж був протилежний до \vec{P}_m .

Розглянемо цей випадок трохи детальніше. Скористаємось другим законом Ньютона

$$q_0 E = m \frac{dv}{dt}, \quad (14.1.6)$$

де $q_0 E$ - електрична сила індукована змінним в часі магнітним полем; m - маса електрона; $\frac{dv}{dt}$ - прискорення гальмування.

З рівняння (14.1.6) прискорення руху електрона дорівнює

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q_0}{m} E. \quad (14.1.7)$$

Напруженість вихрового електричного поля E знайдемо з рівняння Максвелла (14.1.5)

$$\oint E dl = - \frac{d\Phi}{dt},$$

де $\oint \partial B = B$; $B dS = d\Phi$, а $\oint dl = 2\pi r$, тому $E 2\pi r = - \frac{d\Phi}{dt}$,

звідки $E = - \frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi}{dt}$.

Тому

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{q_0}{2\pi m r} \frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{або} \quad dv = - \frac{q_0}{2\pi m r} d\Phi = - \frac{q_0 S}{2\pi m r} dB.$$

Інтегруємо останній вираз у межах зміни швидкості від v_0 до v , а індукції магнітного поля від 0 до B

$$\int_{v_0}^v dv = -\frac{q_0 S}{2\pi m r} \int_0^B dB.$$

Після інтегрування одержимо:

$$v = v_0 - \frac{q_0 S}{2\pi m r} B. \quad (14.1.8)$$

Значення швидкості з (14.1.8) підставимо у вираз орбітального магнітного моменту (14.1.3)

$$\bar{P}_m = \frac{q_0 v_0 S}{2\pi r} \bar{n} - \frac{q_0^2 S}{4\pi m} B. \quad (14.1.9)$$

Для атома, в якому є z електронів, одержимо:

$$\bar{P}_a = \frac{q_0 v_0 z S}{2\pi r} \bar{n} - \frac{q_0^2 z S}{4\pi m} \bar{B}, \quad (14.1.10)$$

де $\frac{q_0 v_0 z S}{2\pi r} \bar{n}$ - складова, яка пов'язана з орбітальним рухом електрона в атомі; $\frac{q_0^2 z S}{4\pi m} \bar{B}$ - складова, яка появляється лише у зовнішньому магнітному полі.

Одержана формула (14.1.10) показує, що магнітний момент атома у випадку дії змінного в часі магнітного поля зменшується за рахунок намагнічування атома у протилежному напрямі.

Магнетики, для яких характерна ця особливість, називаються діамagnetиками.

Покажемо, що у випадку, коли \bar{P}_a не збігається з напрямком дії змінного в часі магнітного поля, такі атоми здійснюють прецесію. Частота цієї прецесії дорівнює

$$\Delta v = v - v_0 = -\frac{qS}{2\pi m r} B ;$$

але $\Delta v = \Delta \omega \cdot r$, тому

$$\Delta \omega = -\frac{q_0 S}{2m\pi \cdot r^2} B = \frac{q_0}{2m} B, \quad \text{де } S = \pi r^2.$$

Величину $\frac{q_0}{2m} = g$ - називають гіромагнітним відношенням, а

$\Delta \omega = g\vec{B}$ - Ларморова частота прецесії.

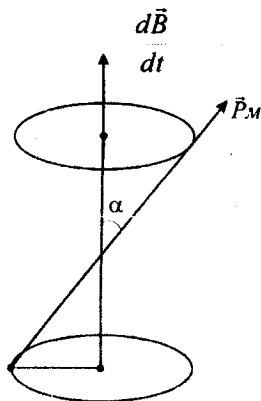


Рис.14.3

14.2. Магнітна сприйнятливість і проникність

Якщо магнетики намагнічуються у ту ж сторону, що і \vec{P}_m , то вони називаються **парамагнетиками**.

Кількісною мірою намагнічування є вектор намагніченості, який можна подати через одиницю об'єму речовини:

$$\bar{j} = \frac{\sum \bar{P}_i}{\Delta V} = \frac{N\bar{P}_i}{\Delta V} = n\bar{P}_i, \quad (14.2.1)$$

де n – концентрація атомів або їх число в одиниці об'єму магнетика;
 \bar{P}_i - індукований магнітний момент атома, друга складова у рівнянні
 (14.1.10).

З урахуванням викладеного одержуємо

$$\bar{j} = -\frac{q_0 z n S}{4\pi \cdot m} \vec{B},$$

або

$$\bar{j} = -\frac{q_0^2 z n S \mu_0}{4\pi \cdot m} \vec{H}. \quad (14.2.2)$$

Величину $-\frac{q_0^2 z n S \mu_0}{2\pi m} = \chi$ називають магнітною сприйнятливістю.

Якщо магнітна сприйнятливість $\chi < 0$, то такі магнетики називають діамагнетиками.

За розрахунками Кюрі-Венса для парамагнетиків

$$\chi = \frac{n P_a^2 \mu_0}{3kT} > 0.$$

У цьому випадку магнітна сприйнятливість обернено пропорційна до абсолютної температури.

З інших міркувань встановлено, що

$$\mu = 1 + \chi, \quad (14.2.3)$$

де μ - відносна магнітна проникність середовища; χ - магнітна сприйнятливість.

Із співвідношення (14.2.3) одержуємо:

$\mu > 1$ - парамагнетики; $\mu < 1$ - діамагнетики.

Прикладом діамагнітних речовин є металевий вісмут. При внесенні шматочка вісмуту, підвешеного до нитки у зовнішнє магнітне поле, останнє цей шматочок віштовхує з магнітного поля.

Парамагнітна мідь або латунь слабо втягуються у зовнішнє магнітне поле.

14.3. Циркуляція намагнічування. Вектор напруженості магнітного поля

Нехай у деякому середовищі діє зовнішнє магнітне поле, напрям якого показаний на рис. 14.4

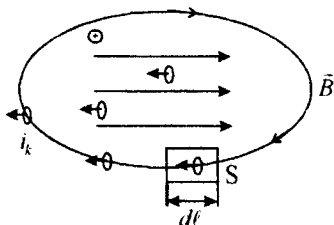


Рис. 14. 4

Замкнутий контур, показаний на рис. 14.4, охоплює певну кількість атомних струмів i_k , а також струм провідності I .

Знайдемо циркуляцію вектора \vec{B} вздовж замкнутого контуру

$$\oint Bdl = \mu_0 I + \mu_0 \sum_{k=1}^n i_k, \quad (14.3.1)$$

де I - струм провідності; $\sum_{k=1}^n i_k$ - алгебраїчна сума всіх атомних струмів, налізаних на цей контур.

Виділимо об'єм Sdl , у якому міститься idN елементарних атомних струмів. У виділеному об'ємі

$$idN = niSdl = nP_a dl = jdl, \quad (14.3.2)$$

де j - вектор намагніченості магнетика.

З урахуванням (14.3.2) алгебраїчну суму всіх атомних струмів можна записати так:

$$\sum_{k=1}^n i_k = \oint jdl \quad (14.3.3)$$

Закон повного струму (14.3.1) з урахуванням останніх зауважень буде мати вигляд:

$$\oint B dl = \mu_0 I + \mu_0 \oint j dl ; \quad (14.3.4)$$

або

$$\oint \left(\frac{B}{\mu_0} - j \right) dl = I , \quad (14.3.5)$$

де $\frac{B}{\mu_0} - j = H$ – напруженість магнітного поля.

З урахуванням цього позначення закон повного струму набуде вигляду:

$$\oint H dl = I \quad (14.3.6)$$

Оскільки вектор намагнічування магнетика визначається через магнітну сприйнятливість і напруженість магнітного поля співвідношенням (14.2.2)

$$\vec{j} = \chi \cdot \vec{H} ,$$

то індукція магнітного поля буде дорівнювати

$$\frac{B}{\mu_0} - \chi \cdot H = H ,$$

або

$$B = \mu_0(1 + \chi)H . \quad (14.3.7)$$

Введемо позначення $1 + \chi = \mu$, тоді

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H ,$$

де $1 + \chi = \mu$ відносна магнітна проникність середовища; μ_0 – магнітна проникність вакууму.

Оскільки $1 + \chi = \mu$, а $\chi = \frac{\vec{j}}{H}$, то

$$\mu = 1 + \frac{j}{H} \quad (14.3.8)$$

Графічно цю залежність виражають так:

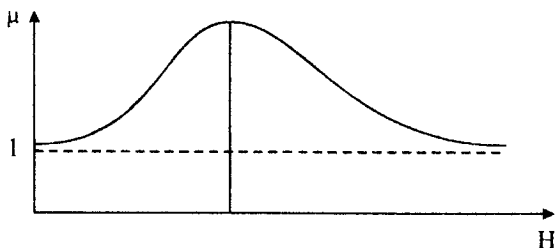


Рис.14.5

Всі магнетика діляться на три групи, для яких:

$$\chi = -\frac{q^2 z \mu_0 n S}{4 \pi m} < 0; \mu < 1 - \text{діамагнетиками};$$

$$\chi = \frac{P_a^2 n \mu_0}{3 k T} > 0; \mu > 1 - \text{парамагнетиками};$$

$$\chi \gg 0; \mu \gg 1 - \text{ферромагнетиками}.$$

14.4. Ферромагнетиками та їх основні властивості

Поряд із слабomagнітними речовинами діамагнетиками і парамагнетиками, існують сильномагнітні речовини - **ферромагнетиками**.

До ферромагнетиків відносяться речовини, які мають від природи спонтанну намагніченість, тобто зберігають намагніченість при відсутності зовнішнього магнітного поля.

У діамагнетиках вектор намагніченості j лінійно змінюється із зростанням напруженості зовнішнього магнітного поля. У феромагнетиках при зростанні H вектор j росте до насичення, а потім залишається постійним.

Магнітна проникність μ у феромагнетиках може досягати значень, які випірюються сотнями тисяч одиниць.

Магнітна проникність і магнітна індукція у феромагнетиках залежить від величини напруженості зовнішнього магнітного поля. (рис.14.6)

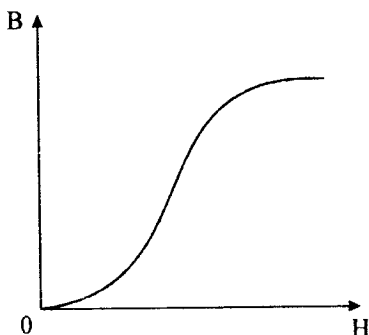


Рис.14.6

Як видно з рис. 14.6 в слабких магнітних полях індукція магнітного поля зростом H зростає досить швидко. В сильних магнітних полях через властивості насичення, зростання індукції магнітного поля феромагнетика не спостерігається.

Класичну теорію феромагнетизму розробив французький фізик Вейсс. В основу цієї теорії він поклав дві гіпотези. Перша з них полягає в тому, що для феромагнетиків властиве спонтанне намагнічування лише в певній області температур (починається біля абсолютного нуля і закінчується температурою Кюрі), яке не залежить від наявності зовнішнього намагнічувального поля. Однак досліді показують, що у випадку відсутності зовнішнього намагнічувального поля будь-яке феромагнітне тіло в цілому буде розмагнічене. Наступна гіпотеза стверджує, що нижче температури Кюрі будь-яке феромагнітне тіло поділяється на малі області, для яких характерне однорідне спонтанне намагнічування. Такі області називаються доменами. Лінійні розміри доменне перевищують 0,1 мм.

При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти окремих домен орієнтовані у просторі хаотично, так що сумарний магнітний момент всього феромагнетика дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле, що діє на феромагнетик, орієнтує магнітні моменти не

окремих атомів, як це було у парамагнетиків, а цілих областей спонтанного намагнічування. З цих міркувань зрозуміло, що магнітне насичення настає тоді, коли вектори магнітних моментів всіх домен будуть встановлені паралельно до напрямку зовнішнього магнітного поля.

Для феромагнетиків властива така особливість намагнічування, як магнітний гістерезис (рис.14.7).

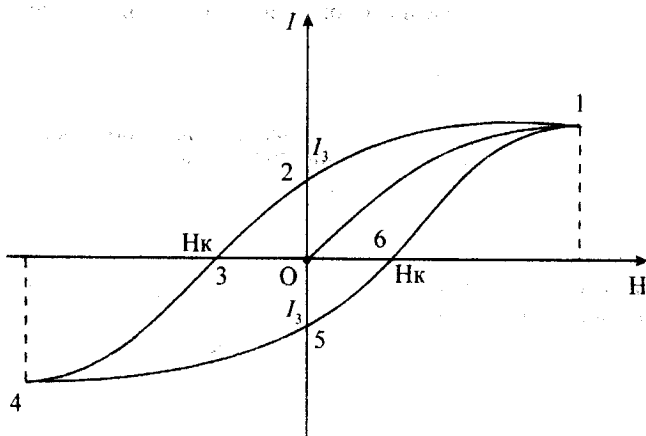


Рис.14.7

Нехай намагнічування феромагнетика до насичення (точка 1 на рис. 14.7) відбувається по кривій 01. Якщо далі зменшувати напруженість H зовнішнього намагнічувального поля, то як показує дослід, розмагнічування феромагнетика відбуватиметься за кривою 1-2, розміщеної вище кривої намагнічування. Якщо напруженість намагнічувального поля досягне нуля $H=0$, у феромагнетику спостерігається деяке **залишкове намагнічування** I_z , обумовлене тим, що і після припинення дії зовнішнього магнітного поля в частині доменів зберігається переважна орієнтація їхніх магнітних моментів. Щоб повністю розмагнітити даний зразок феромагнетика, треба створити намагнічувальне поле H_k у протилежному напрямку. Величину цього поля H_k називають **коерцитивною силою**. При дальшому збільшенні зовнішнього поля у протилежному напрямку, намагнічування зразка знову досягне насичення у точці 4. Повертаючись поступово до початкового намагнічування, дістанемо замкнуту криву, яка називається **петлею гістерезису**.

Залишкова намагніченість I_s і коерцитивна сила H_c характеризують властивість феромагнетика намагнічуватись і зберігати це намагнічування для тих чи інших практичних цілей.

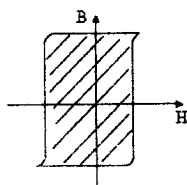
При намагнічуванні феромагнетика відбувається зміна його форми і об'єму. Це явище називають **магнітострикцією**, яке було відкрите Джоулем ще в середині 19 століття.

Сучасна теорія феромагнетизму була розроблена на початку минулого століття. Відповідальними за діаманітні властивості феромагнетиків є власні магнітні моменти електронів (спінові магнітні моменти). При певних умовах в кристалах виникають так звані обмінні сили, які примушують магнітні моменти електронів встановлюватись паралельно один одному, внаслідок чого і виникають області спонтанного намагнічування – домени.

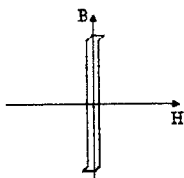
Природа феромагнетизму має квантове пояснення. За магнітні властивості феромагнетиків несуть відповідальність електрони недобудованих 3-d - оболонки феромагнетиків. В цих оболонках частина електронів мають некомпенсовані спіни. **Спін електрона** – це невіддільна квантова властивість електрона. Тому природа феромагнетизму є спінова.

Площа петлі гістерезису чисельно дорівнює роботі перемагнічування. Чим менша площа петлі, тим менше енергії витрачається на перемагнічування феромагнетика.

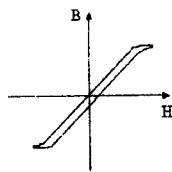
Далі наведено приклади петлі гістерезису для різних типів феромагнетиків:



а) магнітожорсткий феромагнетик;



б) магнітом'який феромагнетик;



в) феромагнетик із незадовільними магнітними властивостями

Для кожного феромагнетика є своя температура, яку називають **температурою Кюрі**. При температурі Кюрі феромагнетик втрачає магнітні властивості і перетворюється у парамагнетик. При цій температурі зникають області спонтанного намагнічування, які називають доменами.

Програма першої частини
Механіка

1. Кінематика руху матеріальної точки. Системи координат. Переміщення і швидкість руху. Пройдений шлях. Середні значення кінематичних величин.
2. Рух точки по колу. Кутова швидкість і кутове прискорення.
3. Тангенціальне і нормальне прискорення. Зв'язок між кінематичними величинами.
4. Поняття стану в класичній механіці. Маса і імпульс. Межі використання законів класичної механіки.
5. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку. Сили в природі.
6. Другий закон Ньютона. Рівняння руху і його розв'язування.
7. Третій закон Ньютона. Закон збереження імпульсу. Рух центра мас.
8. Механічна робота як міра зміни енергії. Потужність. Кінетична енергія.
9. Консервативні і неконсервативні сили. Потенціальні поля. Потенціальна енергія. Зв'язок роботи з потенціальною енергією.
10. Сила і потенціальна енергія. Поняття градієнта.
11. Закон збереження і перетворення енергії в механіці.
12. Момент інерції матеріальної точки відносно нерухомої осі.
13. Моменти інерції найпростіших тіл: диск, стрижень, куля. Теорема Штейнера та її використання.
14. Момент імпульсу. Момент сили. Основне рівняння динаміки обертального руху. Кінетична енергія тіл які здійснюють обертальний рух.
15. Закон збереження моменту імпульсу і його використання. Гіроскопи.
16. Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення координат Лоренца.
17. Наслідки із перетворень координат Лоренца. Закон складання швидкостей.
18. Зв'язок маси і енергії.

Електрика

19. Електричний заряд. Закон збереження електричного заряду. Закон Кулона.
20. Електричне поле і його напруженість. Принцип суперпозиції полів. Поле точкового заряду.
21. Теорема Гаусса і її використання в найпростіших випадках.

22. Циркуляція електростатичного поля. Потенціал. Зв'язок потенціалу з напруженістю електричного поля.
23. Провідники в електричному полі. Розподіл зарядів в провіднику.
24. Електроємність окремого провідника. Конденсатори. Електроємність конденсаторів різної форми.
25. Енергія взаємодії електричних зарядів. Енергія окремого провідника і конденсатора.
26. Енергія електростатичного поля. Густина енергії електричного поля.
27. Провідники і ізолятори. Електричний струм. Умови існування електричного струму. Сторонні сили джерела струму.
28. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній формі. Електричний опір. Потужність електричного струму.
29. Закони Ома для неоднорідної ділянки кола, ділянки кола і замкненого кола. Правила Кірхгофа та їх використання.
30. Закони Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі. Густина струму в провіднику.

Електромагнетизм

31. Магнітне поле та його природа. Магнітна індукція. Закон Ампера.
32. Рівняння Максвелла. Взаємозв'язок електричних і магнітних полів.
33. Закон Біо-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиції магнітних полів.
34. Використання закону Біо-Савара-Лапласа в найпростіших випадках: прямолінійний провідник з струмом; коловий провідник з струмом; соленоїд з струмом.
35. Магнітний момент контуру з струмом.
36. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі.
37. Ефект Холла. Магнітогазодинамічний генератор та його використання.
38. Принцип дії циклотрона.
39. Явище електромагнітної індукції. Правило Ленца.
40. Виведення закону електромагнітної індукції. Розглянути різні випадки.
41. Явище самоіндукції і взаємоіндукції. Індуктивність. Індуктивність соленоїда.
42. Струми при замиканні і розмиканні електричного кола.
43. Закон повного струму. Використання закону повного струму для розрахунку магнітного поля соленоїда і тороїда.
44. Магнітний потік. Теорема Гаусса для магнітного поля.
45. Робота переміщення провідника і контуру в магнітному полі.
46. Енергія магнітного поля. Густина енергії магнітного поля.
47. Намагнічуваність речовини. Струм і механізм намагнічування. Діа- і парамагнетики.
48. Циркуляція намагнічування. Вектор напруженості магнітного поля.

49. Магнітна сприйнятливість і магнітна проникність. Різні види магнетиків.
50. Феромагнетики. Природа феромагнетизму. Намагнічування феромагнетиків. Гістерезис. Залишкова намагнічуваність. Магнітом'яккі і магнітожорсткі феромагнетики та їх використання.

Рекомендована література

1. Савельєв И.В. Курс фізики, т. 1, 2, 3.
2. Яворский Б.М. и др. Курс фізики, т. 1, 2, 3.
3. Трофимова Т.И. Курс общей фізики.
4. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Задачник по фізице.
5. Авдеев С.Г. Лабораторний практикум з фізики, ч. 1.

ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Заняття 1. Кінематика поступального й обертального руху

1. Положення матеріальної точки в просторі. Радіус-вектор. Кінематичні величини. Кінематичні рівняння руху.
2. Швидкість. Миттєва швидкість. Середня швидкість. Абсолютне значення швидкості.
3. Прискорення. Нормальне і тангенціальне прискорення. Кінематичні рівняння рівнозмінного руху.
4. Зіставлення кінематичних параметрів поступального й обертального рухів.

Задачі для самостійного розв'язування: 1-2, 1-8, 1-18, 1-25, 1-29, 1-40, 1-46, 1-55, 1-59.

Заняття 2. Динаміка поступального руху

1. Рівняння руху матеріальної точки в векторній і координатній формах.
2. Поняття сили. Сили пружності. Гравітаційна сила. Сила тертя.
3. Координати центра мас системи матеріальних точок. Рух центра мас.
4. Закон збереження імпульсу і його використання.

Задачі для самостійного розв'язування: 2-2, 2-3, 2-6, 2-13, 2-27, 2-29, 2-31, 2-33.

Заняття 3. Механічна енергія. Закон збереження енергії

1. Робота постійної і змінної сили.
2. Середня і миттєва потужність.
3. Кінетична енергія матеріальної точки.

4. Потенціальна енергія тіла. Зв'язок потенціальної енергії з силою. Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла. Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії. Закон збереження енергії. Задачі для самостійного розв'язування: 2-60, 2-68, 2-76, 2-84, 2-86, 2-92, 2-77.

Заняття 4. Динаміка обертального руху

1. Поняття моменту інерції тіла. Моменти інерції найпростіших тіл. Теорема Штейнера.
2. Основне рівняння динаміки обертального руху. Кінетична енергія обертального руху.
3. Закон збереження моменту імпульсу та його використання. Задачі для самостійного розв'язування: 3-6, 3-13, 3-14, 3-25, 3-27, 3-31, 3-34, 3-36, 3-39, 3-45.

Заняття 5. Елементи теорії відносності

1. Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення координат Лоренца. Наслідки із перетворень координат Лоренца. Закон складання швидкостей.
2. Самостійна робота, складена із задач для самостійного розв'язування на 45 хв.

Заняття 6. Аналіз розв'язування задач самостійної роботи

Проведення індивідуальних співбесід; індивідуальні завдання та контроль їх виконання.

Заняття 7. Електричне поле. Електроємність

1. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції.
2. Використання теореми Гаусса для розрахунку поля в окремих найпростіших випадках.
3. Потенціал електричного поля. Зв'язок потенціалу з напруженістю поля.
4. Електрична ємність окремого провідника і конденсаторів різної форми. Задачі для самостійного розв'язування: 14-15, 14-17, 14-5, 14-7, 14-11, 14-21, 14-47, 15-15, 15-18, 17-3, 17-11, 18-4, 18-18.

Заняття 8. Закони електричного струму

1. Закон Джоуля-Ленца в інтегральній і диференціальній формах. Опір провідників. Потужність струму.
2. Закони Ома в інтегральній і диференціальній формах. Використання цих законів.
3. Правила Кірхгофа та їх використання.
Задачі для самостійного розв'язування: 19-1, 19-2, 19-13, 19-21, 19-27, 20-1, 20-3, 20-4, 20-6.

Заняття 9. Індукція магнітного поля. Закон Біо - Савара - Лапласа

1. Закон Ампера. Індукція магнітного поля. Напруженість магнітного поля.
2. Використання закону Біо - Савара - Лапласа.
3. Магнітний момент контуру з струмом.
Задачі для самостійного розв'язування: 21-5, 21-10, 21-13, 21-19, 21-31, 22-12, 22-19, 22-22.

Заняття 10. Рух електричного заряду в магнітному полі

1. Магнітне поле рухомого заряду.
2. Дія магнітного поля на рухомий заряд. Сила Лоренца.
3. Ефект Холла. Циклотрон.
Задачі для самостійного розв'язування: 21-33, 23-6, 23-17, 23-22, 23-29, 23-34, 23-35.

Заняття 11. Електромагнітна індукція

1. Закон електромагнітної індукції. Правило Ленца та його фізичний зміст.
2. Явище самоіндукції. Індуктивність котушки.
3. Струми замикання і розмикання кола. Струми Фуко.
Задачі для самостійного розв'язування: 24-5, 24-7, 24-8, 25-7, 25-9, 25-25, 25-34, 25-42, 25-43.

Заняття 12. Закон повного струму. Енергія магнітного поля

1. Використання закону повного струму для розрахунку магнітного поля соленоїда і тороїда.
2. Енергія магнітного поля. Густина енергії магнітного поля.
Задачі для самостійного розв'язування: 24-1, 24-2, 26-1, 26-2, 26-13, 26-14.
3. Самостійна робота на 45 хв.

Заняття 13. Аналізу розв'язування задач самостійної роботи.

1. Індивідуальні консультації та індивідуальні завдання.

Заняття 14. Підсумкове.

Література. Заплановані для практичних занять задачі взяті із "А.Г.Чертов, Задачник по физике".

СПИСОК ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

1-1. Дослідження прямолінійного руху в полі тяжіння за допомогою машини Атвуда.

1-3. Вивчення центрального удару куль.

1-5. Вивчення абсолютно пружного удару куль за допомогою конденсаторного хронометра.

1-6. Визначення моментів інерції тіл за допомогою трифілярного підвісу.

1-7. Визначення моменту інерції маятника Обербека.

1-9. Балістичний крутильний маятник.

1-10. Визначення моментів інерції тіл на основі закону збереження енергії.

1-12. Визначення кінематичних характеристик гіроскопа.

2-2. Вимірювання ємності конденсаторів.

2-3. Визначення відносної діелектричної проникності сегнетоелектриків.

2-5. Визначення електрорушійної сили джерела струму.

2-6. Вимірювання електричних опорів та визначення залежності опору металів від температури.

2-8. Вивчення законів Кірхгофа для розгалужених кіл.

2-10. Експериментальне визначення е.р.с. термопари.

2-11. Вивчення явища термоелектронної емісії.

3-1. Визначення індукції магнітного поля за допомогою балістичного гальванометра.

3-2. Визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі за допомогою тангенс гальванометра.

3-5. Визначення індуктивності соленоїда.

3-7. Визначення відносної магнітної проникності магнетиків за допомогою містка Максвелла.

3-8. Дослідження кривих намагнічування та петель гістерезису феромагнетиків.

3-9. Визначення точки Кюрі феромагнетика.

ЛІТЕРАТУРА: С.Г.Авдєєв, Лабораторний практикум з фізики ч. 1.

Графік виконання лабораторних робіт

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	1-5	1-9	1-12		2-2	2-6	2-10		3-5	3-1	3-7		
	1-5	1-10	1-3		2-2	2-6	2-10		3-5	3-1	3-7		
	1-10	1-7	1-5		2-6	2-2	2-11		3-7	3-9	3-5		
	1-10	1-5	1-3		2-6	2-2	2-11		3-7	3-9	3-5		
	1-7	1-5	1-9		2-5	2-11	2-8		3-8	3-1	3-2		
	1-7	1-6	1-10		2-5	2-11	2-8		3-8	3-1	3-2		
	1-6	1-3	1-5		2-3	2-10	2-5		3-9	3-8	3-1		
	1-6	1-7	1-10		2-3	2-10	2-5		3-9	3-8	3-1		
	1-1	1-12	1-7		2-8	2-5	2-2		3-1	3-5	3-8		
	1-3	1-12	1-6		2-8	2-5	2-2		3-1	3-5	3-8		
	1-9	1-10	1-6		2-10	2-8	2-3		3-2	3-7	3-9		
	1-12	1-6	1-9		2-10	2-8	2-3		3-2	3-7	3-9		

В таблиці:

Перший тиждень – вступне заняття.

П'ятий, дев'ятий і тринадцятий тижні – захист лабораторних робіт.

Чотирнадцятий тиждень – підсумкове заняття.

Контрольні запитання

для захисту лабораторних робіт

1-1. Кінематика руху матеріальної точки. Системи координат. Радіус-вектор. Переміщення. Швидкість переміщення. Пройдений шлях. Середні значення кінематичних величин.

1-3, 1-5. Закон збереження імпульсу (виведення). Закон збереження енергії (виведення). Застосування законів збереження імпульсу і енергії до пружного і непружного ударів.

1-6, 1-7. Моменти інерції матеріальної точки і твердого тіла. Моменти інерції диска, стрижня і кулі з застосуванням інтегрування і теореми Штейнера.

1-9, 1-10. Основне рівняння динаміки обертального руху (виведення). Закон збереження моменту імпульсу (виведення). Кінетична енергія обертального руху. Закон збереження енергії та його пояснення в цих роботах.

1-12. Основне рівняння динаміки обертального руху. Закон збереження моменту імпульсу. Основні властивості гіроскопів. Гіроскопічний ефект та його пояснення.

2-2. Формули ємності плоского, сферичного та циліндричного конденсаторів. (виведення цих формул з застосуванням теореми Гаусса). Енергія зарядженого конденсатора. Густина енергії поля конденсатора. Послідовне й паралельне з'єднання конденсаторів.

2-3. Природа сегнетоелектричних властивостей. Фізична суть відносно діелектричної проникності. Прямий і зворотний п'єзоефект та їх використання в техніці. (Опрацювати матеріал за підручником С.Г.Калашникова, "Електричество", параграфи 50, 51, 52.)

2-5. Джерела струму. Визначення електрорушійної сили. Закони Ома для ділянки кола, неоднорідної ділянки кола, замкненого кола. К.к.д. джерела струму. Максимальна потужність джерела струму. Природа сторонньої сили.

2-8. Правила Кірхгофа та їх пояснення на прикладі розгалуженого кола. Як одержують друге правило Кірхгофа?

2-11. Фізична природа роботи виходу електронів з металу і фактори, які впливають на її величину. Термоелектронна емісія та її пояснення. Записати та пояснити формулу Богуславського – Ленгмюра та формулу Річардсона.

2-10. Контактна різниця потенціалів. Термоелектрорушійна сила та механізм її виникнення. Ефект Пельтьє. Ефект Томсона. Використання цих ефектів. Використання термопар для вимірювання температур. (Опрацювати за підручником С.Г. Калашникова "Електричество" параграфи 198, 199, 200, 201, 202).

3-2. Використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку індукції магнітного поля колового провідника, прямого провідника і соленоїда з струмами. Природа земного магнетизму.

3-5. Явище електромагнітної індукції та його пояснення. Виведення формул е.р.с. індукції із закону збереження енергії та електронної теорії. Явище самоіндукції та його пояснення. Індуктивність. Енергія магнітного поля.

3-7, 3-8, 3-9. Магнетики. Механізм намагнічування магнетиків. Магнітні моменти електронів і атомів. Природа діамагнетизму. Природа парамагнетизму. Феромагнетики. Магнітний гістерезис. Робота перемагнічування. Температура Кюрі та її пояснення.

Тренувальні варіанти контрольної роботи 1

Варіант 1

1. Рівняння прямолінійного руху має вигляд $x = At + Bt^2$, де $A = 3 \text{ м/с}$; $B = -0,25 \text{ м/с}^2$. Побудувати графіки залежності координати і шляху від часу для даного руху.
2. Кулька масою 300 г ударяється в стінку і відскакує від неї. Визначити імпульс, одержаний стінкою, якщо перед ударом кулька мала швидкість 10 м/с направлену під кутом 30° до поверхні стінки.
3. Куля масою 200г, рухаючись з швидкістю 10 м/с, ударяється в нерухому кулю масою 800 г. Удар прямий, абсолютно пружний. Які швидкості будуть мати кулі після удару?
4. Кінетична енергія маховика, який здійснює обертальний рух, дорівнює 1 кДж. Під дією сталого гальмівного моменту маховик почав обертатись рівношвидково і зробивши 80 обертів, зупинився. Визначити момент сили гальмування.

Варіант 2

1. Тіло падає з висоти 1000 м. Який шлях пройде тіло за останню секунду свого падіння?
2. Катер масою 1,5 т з двигуном 50 кВт розвиває максимальну швидкість 28 м/с. Визначити час, протягом якого катер після вимкнення двигуна втратить половину своєї швидкості. Вважати, що сила опору руху пропорційна квадрату швидкості.
3. В балістичний маятник попала куля масою 8 г. Маса маятника 4 кг. Визначити швидкість кулі, якщо маятник після непружного удару піднявся на висоту 12 см.
4. На лаві Жуковського стоїть людина і держить в руках стрижень довжиною 3 м вздовж осі обертання. Лава з людиною обертається з частотою $1,5 \text{ с}^{-1}$. З якою частотою буде обертатись лава разом з людиною, якщо стрижень буде повернуто горизонтально, симетрично відносно лави. Розглянути два випадки.

Варіант 3

1. Точка рухається вздовж прямої згідно з рівнянням $x = At + Bt^3$, де $A = 6 \text{ м/с}$; $B = -0,125 \text{ м/с}^3$. Визначити середню шляхову швидкість руху точки в інтервалі часу від 2с до 6 с.
2. До пружинних ваг підвісили блок, через який перекинули шнур з прив'язаними тягарцями масами 1,5кг і 3 кг. Що покажуть ваги під час руху тягарців? Масою блока і шнура знехтувати.
3. Бойок пального молота масою 500 кг падає на палю масою 100 кг. Визначити к.к.д. пального молота, вважаючи удар непружним. Зміною потенціальної енергії палі знехтувати.

Визначити момент інерції тонкого однорідного кільця радіусом 30 см і масою 300 г відносно осі, яка є дотичною до кільця паралельно діаметру.

Варіант 4

- Точка рухається вздовж кривої з сталим тангенціальним прискоренням в $0,5 \text{ м/с}^2$. Визначити повне прискорення точки на ділянці шляху з радіусом кривизни 3 м, якщо швидкість руху в цій точці дорівнює 2 м/с .
- На столі стоїть візок масою 3 кг. До візка прив'язали один кінець шнура і перекинули через невагомий блок. З яким прискоренням буде рухатись візок, якщо до другого кінця шнура прив'язати гирю масою 1 кг?
- З якої найменшої висоти має їхати акробат на велосипеді (непрацюючи ногами), щоб проїхати по доріжці, яка має форму мертвої петлі і не відірватись в її верхній точці? Радіус мертвої петля дорівнює 5 м. Тертя відсутнє.
- Через нерухомий блок масою 0,2 кг перекинаний шнур, до кінців якого прив'язали два тягарці масами 0,4 кг і 0,5 кг. Визначити сили натягу шнура з обох боків блоку, вважаючи його диском.

Варіант 5

- З вишки кинули тіло в горизонтальному напрямі. Через 8 с тіло упало на землю на відстані 60 м від основи вишки. Визначити початкову і кінцеву швидкості тіла в цьому випадку.
- Моторний човен масою 300 кг рухається по озеру. Сила тяги двигуна складає 0,25 кН. Вважаючи силу опору пропорційною швидкості руху, визначити швидкість човна через 20 с після початку руху. Коефіцієнт опору середовища дорівнює 20 кг/с .
- Визначити роботу, яка виконується на шляху 20 м рівномірно зростаючою силою від 20 Н до 100 Н.
- Через блок що має форму диска перекинули шнур з прив'язаними до його кінців тягарцями в 150 г і 250 г. З яким прискоренням будуть рухатись тягарці, якщо маса блока 500 г. Тертям знехтувати.

Варіант 6

- Снаряд, випущений із гармати під кутом 45° до горизонту, двічі побував на деякій висоті в моменти часу 8 с і 56 с після пострілу. Визначити початкову швидкість снаряда, і висоту, на якій побував снаряд.
- Парашутист, маса якого 65 кг, здійснює зтяжний стрибок. Вважаючи, що сила опору повітря пропорційна швидкості руху, визначити, через який проміжок часу його швидкість досягне $0,9$ установленої

швидкості. Коефіцієнт опору прийняти рівним 15 кг/с . Початкова швидкість дорівнює нулю.

3. Куля масою 200 г рухається з швидкістю 10 м/с і непружно вдаряється в кулю масою 400 г , яка перебувала в стані спокою. Яку швидкість будуть мати кулі після удару?
4. Визначити момент інерції тонкого стрижня довжиною 50 см і масою 200 г відносно осі, яка проходить через точку, що розташована від його кінця на $1/3$ довжини. Розглянути всі варіанти.

Варіант 7

1. Колесо автомобіля обертається рівноприскорено. Зробивши 50 повних обертів, воно змінило частоту обертання від 4 с^{-1} до 6 с^{-1} . Визначити кутове прискорення колеса.
2. Похила площина утворює кут 30° з площиною горизонту і має довжину 2 м . Тіло, рухаючись рівноприскорено, сповзає з цієї площини за час 2 с . Визначити коефіцієнт тертя.
3. Молотком, маса якого 1 кг , забивають цвях масою 50 г . Визначити к.к.д. удару молотка при цих умовах. Удар непружний.
4. Людина стоїть на лаві Жуковського і ловить рукою м'яч масою 400 г , який летить горизонтально з швидкістю 15 м/с . Траєкторія м'яча проходить на відстані $0,8 \text{ м}$ від осі лави. З якою кутовою швидкістю буде обертатись лавка з людиною, яка спіймала м'яч, якщо сумарний момент інерції лави і людини дорівнює $10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$?

Колоквіум 1

Білет 1

1. Кінематика прямолінійного руху. Системи координат. Швидкість і прискорення і їх проєкції на координатні осі. Знаходження пройденого шляху і швидкості.
2. Момент імпульсу. Момент сили. Основне рівняння динаміки обертального руху.

Білет 2

1. Рух точки по колу. Кутова швидкість і кутове прискорення. Зв'язок між параметрами обертального і поступального руху.
2. Наслідки із перетворень координат Лоренца.

Білет 3

1. Третій закон Ньютона. Закон збереження імпульсу та його використання.
2. Момент інерції найпростіших тіл: стрижень; диск. Теорема Штейнера та її використання.

Білет 4

1. Другий закон Ньютона. Рівняння руху та його розв'язування.
2. Зв'язок маси і енергії в релятивістській механіці.

Білет 5

1. Поняття стану в класичній механіці. Маса і імпульс. Межі використання законів класичної механіки.
2. Момент імпульсу матеріальної точки. Виведення основного рівняння динаміки обертального руху.

Білет 6

1. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку. Сили в природі.
2. Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення координат Лоренца та їх аналіз. Класичні перетворення координат.

Білет 7

1. Потенціальні поля. Консервативні і неконсервативні сили. Потенціальна енергія. Зв'язок роботи і потенціальної енергії.
2. Момент інерції кулі відносно осі, яка проходить через центр мас.

Білет 8

1. Закон збереження моменту імпульсу та його використання. Гіроскопічний ефект.
2. Закон складання швидкостей.

Білет 9

1. Механічна робота як міра зміни енергії. Потужність. Кінетична енергія.
2. Релятивістський вираз для кінетичної енергії (виведення).

Тренувальні варіанти контрольної роботи 2

Варіант 1

1. Тонкий стрижень, довжина якого 20 см, заряджений з лінійною густиною 300 нКл/м. Визначити напруженість електричного поля в точці, розміщеній на відстані 10 см від стрижня проти його середини.
2. По обмотці дуже короткої котушки радіусом 20 см тече струм силою в 15 А. Скільки витків проводу має така котушка, якщо напруженість магнітного поля в її центрі дорівнює 1000А/м.

Варіант 2

1. Тонке кільце радіусом 10 см рівномірно заряджене з лінійною густиною 15 нКл/м. Визначити напруженість електричного поля на осі кільця на відстані 30 см від його центра.

2. Довгий прямий соленоїд із проводу діаметром 0,2 мм намотаний так, що витки щільно прилягають один до одного. Визначити магнітну індукцію та напруженість магнітного поля в соленоїді при силі струму в ньому 5А.

Варіант 3

1. Дуже довгий прямий провід рівномірно заряджений по довжині. Визначити лінійну густину зарядів, якщо напруженість електричного поля на відстані 0,8 м від проводу проти його середини дорівнює 400 В/м.
2. По двох довгих прямих проводах, схрещених під прямим кутом, течуть однакові струми величиною 50 А. Відстань між проводами дорівнює 20 см. Визначити магнітну індукцію на середині цієї відстані.

Варіант 4

1. По тонкому кільцю радіусом 10 см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 10 нКл/м. Визначити потенціал в точці, яка лежить на осі кільця, на відстані 5 см від його центра.
2. Електрон в незбудженому атомі водню рухається навколо ядра по колу радіусом 53 пм. Визначити індукцію магнітного поля в центрі цього кола.

Варіант 5

1. Безмежно довгий тонкий прямий провід рівномірно заряджений з лінійною густиною 0,01 мкКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок, віддалених від проводу на 5 см і 10 см.
2. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією 0,05 Тл вздовж кола радіусом 5 см. Розрахувати кінетичну енергію електрона в електрон-вольтах.

Варіант 6

1. Електроємність плоского повітряного конденсатора дорівнює 200 пФ. Відстань між пластинами цього конденсатора дорівнює 4 мм. Як зміниться ємність конденсатора, якщо на нижню його пластину покласти лист ебоніту товщиною 2 мм?
2. В однорідному магнітному полі з індукцією 200 мкТл рухається електрон вздовж гвинтової лінії. Шаг гвинтової лінії 15 см. Визначити швидкість електрона, якщо радіус кола 12 см.

Варіант 7

1. Визначити густину струму в залізному проводі довжиною 10 м, якщо він перебуває під напругою 5 В.

2. Визначити число оборотів, яке має зробити протон в магнітному полі циклотрона, щоб набути кінетичної енергії 10 MeV. Різниця потенціалів між дуантами 30 кВ.

Колоквіум 2

Варіант 1

1. Електричне поле і його напруженість. Принцип суперпозиції полів. Поле точкового заряду.
2. Рівняння Максвелла та їх аналіз. Взаємозв'язок електричних і магнітних полів.

Варіант 2

1. Теорема Гаусса та її використання в найпростіших випадках.
2. Використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку магнітного поля прямого провідника з струмом.

Варіант 3

1. Циркуляція електростатичного поля. Потенціал. Зв'язок потенціалу з напруженістю електричного поля. Потенціал точкового заряду.
2. Використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку магнітного поля на осі кругового витка.

Варіант 4

1. Електроємність окремого провідника. Конденсатори. Електроємність плоского конденсатора.
2. Використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку магнітного поля на осі соленоїда з струмом.

Варіант 5

1. Електроємність окремого провідника. Конденсатори. Електроємність конденсатора циліндричної форми.
2. Використання закону Біо-Савара-Лапласа для розрахунку магнітного поля в центрі кругового витка.

Варіант 6

1. Енергія взаємодії електричних зарядів. Енергія окремого провідника і конденсатора.
2. Магнітне поле рухомого заряду. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок в магнітному полі.

Варіант 7

1. Енергія електростатичного поля. Густина енергії магнітного поля.

2. Ефект Холла. Магнітогазодинамічний генератор та його використання для підвищення к.к.д. теплових електростанцій.

Варіант 8

1. Провідники і ізолятори. Електричний струм. Умови існування електричного струму. Сторонні сили джерела струму.
2. Явище електромагнітної індукції. Правило Ленца. Виведення закону електромагнітної індукції. Розглянути два випадки.

Варіант 9

1. Закон Джоуля –Ленца в інтегральній формі. Електричний опір та його фізична суть. Потужність електричного струму.
2. Струми при замиканні і розмиканні електричного кола. Графічне пояснення одержаних результатів.

Варіант 10

1. Закони Ома для неоднорідної ділянки кола, ділянки кола і замкненого кола. Правила Кірхгофа та їх використання.
2. Закон повного струму. Використання закону повного струму для розрахунку магнітного поля біля провідника з струмом і в соленоїді.

Варіант 11

1. Густина струму в провіднику. Закон Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
2. Робота переміщення провідника з струмом в магнітному полі.

Варіант 12

1. Теорема Гаусса та її використання в найпростіших випадках.
2. Енергія магнітного поля. Густина енергії магнітного поля.

Варіант 13

1. Правила Кірхгофа та їх пояснення. Виведення правил Кірхгофа.
2. Явище самоіндукції і взаємоіндукції. Е.р.с. самоіндукції. Індуктивність. Індуктивність соленоїда.

Навчальне видання

Сергій Григорович Авдєєв,
Тодор Ілляч Бабюк

ЛЕКЦІЇ З ФІЗИКИ

(механіка, електрика, електромагнетизм)

Оригінал-макет підготовлено Авдєєвим С.Г.
Редактор О.Д. Скалоцька

Навчально-методичний відділ ВНТУ
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку 30.12.03
Формат 29,7 x 42 1/4
Друк різнографічний
Тираж 110 прим.
Зам. № 2004-10

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк. 993

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету.
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ