

Міністерство освіти України
Інститут змісту і методів навчання
Вінницький державний технічний університет

С. Т. Август

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ
З ФІЗИКИ

ЧАСТИНА 1

(механіка, електрика, електромагнетизм)

Міністерство освіти України
Інститут змісту і методів навчання
Вінницький державний технічний університет
ISBN 5 - 7763 - 9166 - 0

С. Т. Авдєєв

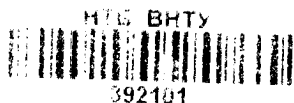
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З ФІЗИКИ

частина 1

(механіка, електрика, електромагнетизм)

*Навчальний посібник для студентів технічних
спеціальностей вищих навчальних закладів*

Рекомендовано Міністерством освіти України



53(075) А 18 1997

Авдєєв С. Т. Лабораторний практикум з фізики. — Вінниця 1997

УДК 531.6

Авдєєв С.Г. Лабораторний практикум з фізики, частина I (механіка, електрика, електромагнетизм);

Навчальний посібник призначений для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів і складений відповідно до діючої програми з курсу фізики технічних вузів.

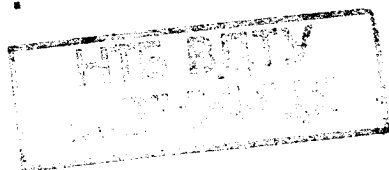
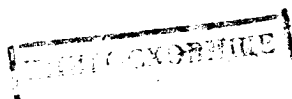
При розробці посібника автор вперше здійснив спробу узагальнити значний досвід організації і проведення лабораторного практикуму з фізики в Вінницькому державному технічному університеті.

Іл. 98. Табл. 19. Бібліогр.: 8 назв

Рецензенти: П.М.Зузяк, доктор ф.м.н., професор

В.М.Бурдейний, канд. ф.м.н., доцент

392 101



ISBN 5 - 7763 - 9166 - 0

© С.Авдєєв

ВСТУП

Вимірювання фізичних величин

*Наука починається з тих пір,
коли починають вимірювати.
Точна наука немислима без
вимірювань.*

Д.І. Менделєєв

Вимірювання фізичних величин, які здійснюються в лабораторному практикумі, мають, в основному, пізнавальну мету. У лекційному курсі студенти вивчають теорію. При цьому розглядаються ті сторони реального світу, які існуюча теорія вважає найважливішими. Може трапитись так, що знайомство студентів з світом природи обмежиться лише цими сторонами, і вони будуть глибоко впевнені, що це і є весь реальний світ, а не його окремі сторони. До того ж в теорії все досить гармонійно пов'язане і дуже легко втратити уявлення, якими неймовірними зусиллями людського розуму вона створена. Займаючись лабораторним практикумом, студенти насамперед дізнаються, як важко буває перевірити теорію, і навчаються переборювати труднощі, які виникають при цьому, але крім всього іншого у них з'явиться погляд на фізику в цілому, на взаємозв'язок між теорією і експериментом, що складає головний зміст фізики як навчального предмета.

Фізичною величиною називають властивість, яка якісно є спільною для багатьох фізичних об'єктів, але кількісно різною для кожного з них. Кожна з фізичних величин описує якусь одну характеристику фізичного об'єкту. Наприклад, властивості об'єктів: довжина, маса, електричний опір; стани систем: тиск, температура, магнітна індукція; процеси: швидкість, прискорення, робота, потужність і т. д.

У пізнанні навколишнього світу важливе значення мають кількісні оцінки фізичних величин, які дають можливість відкрити діючі в природі закономірності, врахувати матеріальні ресурси, визначити якість

різноманітної продукції і т. п. Серед різноманітних оцінок фізичних величин особливе місце займають фізичні вимірювання.

Вимірюванням називається порівняння вимірюваної величини з деяким її значенням, прийнятим за одиницю вимірювання. Результат фізичного вимірювання записують у вигляді такого рівняння:

$$Q = n [Q], \quad (1)$$

n — числове значення фізичної величини Q ,

$[Q]$ — її одиниця вимірювання.

Сукупність одиниць вимірювання фізичних величин, що охоплює певні галузі вимірювань, називається системою одиниць.

Кожна система одиниць фізичних величин складається з основних та похідних одиниць. Основною одиницею системи одиниць називається одиниця, яка прийнята за незалежну і використовується для визначення інших одиниць системи. Похідною одиницею системи називається одиниця, яка визначається через основні одиниці. Більшість похідних одиниць визначають із найпростіших рівнянь зв'язку між фізичними величинами.

Однією з важливих характеристик фізичної величини є її розмірність.

Розмірністю фізичної величини називають вираз, який показує зв'язок одиниці вимірювання цієї величини з основними одиницями даної системи одиниць. Цей вираз є одночленом у вигляді добутку символів основних одиниць у відповідних степенях (цілих або дробових, додатних або від'ємних). Наприклад, розмірність сили в системі СІ записується в такому вигляді:

$$[F] = L M T^{-2},$$

де

L — довжина,

M — маса,

Т — час.

Фізична величина називається безрозмірною, якщо у виразі її розмірності всі основні одиниці входять у нульовому степені.

Відносно сигналів вимірювальної інформації фізичні величини поділяються на активні і пасивні. Активними називаються фізичні величини, які можуть бути перетворені у сигнал вимірювальної інформації без використання допоміжних джерел енергії. Такими величинами є, наприклад, сила струму, напруга, температура, тиск і т. д. До пасивних величин, наприклад, належать електричний опір, індуктивність, маса і т. д.

Вимірювання відіграють важливу роль у житті людини. Без вимірювань неможливо уявити існування сучасної науки, промисловості, сільського господарства, медицини, торгівлі. Вимірювання необхідні в побуті, спорті та багатьох інших галузях діяльності людей. Сьогодні вони виконуються всюди: в земних умовах, в атмосфері, в космосі, на інших планетах. Вимірювання дозволяють керувати технологічними процесами, підприємствами, народним господарством у цілому. Вимірювальна інформація стала постійним супутником людини.

З розширенням сфери людської діяльності вимірювання охоплюють все нові фізичні величини, істотно розширюються діапазони вимірювань. Так, наприклад, діапазон вимірювання довжини складає від 20-100 нм до мільйонів кілометрів, температури — від 0.5K до кількох мільйонів кельвінів, тиску — від $1 \cdot 10^{-10}$ Па до $0.4 \cdot 10^{10}$ Па, електричного опору — від 10^{-6} Ом до 10^{17} Ом, індуктивності — від 10^{-8} Гн до 10^4 Гн, електроємності — від 10^{-15} Ф до 10 Ф, потужності — від 10^{-15} Вт до 10^9 Вт, сили струму від 10^{-16} А до сотень ампер.

Сьогодні є необхідність вимірювати понад 2000 різних фізичних величин. Існуючі нині методи і засоби дають можливість вимірювати лише близько 800 величин. Отже, є постійна проблема розробляти і освоювати нові методи вимірювань та конструювати та виготовляти нові

вимірювальні прилади.

Різко зросли і продовжують зростати вимоги до точності вимірювань, швидкості одержання вимірювальної інформації, якості вимірювань фізичних величин, особливо тих, які характеризують швидкопротікаючі процеси. Автоматизація виробництва та впровадження гнучких виробничих ліній обумовлюють необхідність повної автоматизації вимірювань, використання систем автоматичного контролю, безконтактних методів вимірювань, вимірювальних роботів.

Аналіз тенденцій розвитку науки і техніки дає можливість зробити висновок про необхідність дальшого підвищення точності вимірювань малих і середніх довжин у машинобудуванні, товщини тонких і надтонких плівок і покриттів у мікро- і оптоелектроніці, об'ємів корисних копалин при геологічній розвідці, витрати сировини у добувних і переробних галузях промисловості і т. д.

У залежності від способів одержання результатів фізичні вимірювання поділяють на прямі, посередні, сукупні та сумісні.

Прямими називають вимірювання, при яких певна фізична величина безпосередньо порівнюється з одиницею вимірювання або за допомогою вимірювального приладу, проградуйованого у відповідних одиницях. До прямих вимірювань відносяться вимірювання довжини масштабною лінійкою, штангенциркулем, плитками Йогансона і т. д. ; вимірювання маси на терезах за допомогою різноважок; вимірювання проміжків часу за допомогою годинника або секундоміра; вимірювання температури за допомогою термометра, сили струму за допомогою амперметра і т. д.

Посередніми називаються вимірювання, при яких шукане значення фізичної величини знаходять на підставі відомої залежності між цією величиною і величинами, які можна вимірювати безпосередньо. Прикладами посередніх вимірювань можуть служити вимірювання швидкості рівномірного (або рівноприскореного) руху на підставі прямих вимірювань

пройденого шляху і проміжку часу; вимірювання густини тіла і т. д.

Сукупними називають вимірювання, при яких одночасно вимірюється декілька однойменних величин, а шукану величину визначають шляхом розв'язку системи рівнянь, одержаних при прямих вимірюваннях різних сполучень цих величин.

Сумісними називаються вимірювання, при яких одночасно вимірюються дві або декілька неоднойменних величин для знаходження залежності між ними. Сумісними вимірюваннями, наприклад, є дослідження залежності опору провідників або напівпровідників від температури, вимірювання коефіцієнта лінійного ослаблення γ -променів і т. д.

При аналізі вимірювань слід чітко розрізняти істинні значення фізичних величин і їх емпіричні прояви — результати вимірювань.

Істинним значенням фізичної величини називається значення, яке ідеально в якісному і кількісному відношенні відображає відповідну властивість об'єкта. Воно не залежить від засобів нашого пізнання і є тією абсолютно істиною, до якої ми прагнемо.

Результати вимірювань, навпаки, є продуктами нашого пізнання. Це наближені оцінки фізичних величин, знайдені шляхом спостережень. Вони залежать не тільки від самих величин, але ще й від методів вимірювання, від технічних засобів, за допомогою яких проведені вимірювання, і від властивостей органів відчуття експериментатора, який здійснює вимірювання.

Значення фізичної величини, одержане в результаті вимірювання називається дійсним значенням. Вважають, що дійсне значення настільки близьке до істинного, що може його замінити.

Таким чином, через недосконалість засобів вимірювання і органів відчуття експериментатора, а також через багаточисленні збурення результат вимірювання фізичної величини x , як правило, відрізняється від

його істинного значення x_0 , тобто має похибку.

Похибкою вимірювання називають відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини. Розрізняють абсолютну та відносну похибки.

Похибка: $\Delta x = x - x_0$, (2)

яка виражена в одиницях вимірюваної величини, називається абсолютною похибкою, а похибка:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{x - x_0}{x_0}, \quad (3)$$

яка виражена в частинах або процентах від істинного значення вимірюваної величини, називається відносною похибкою.

Оскільки істинне значення x_0 вимірюваної величини невідоме, то невідомі і похибки вимірювання Δx і ε . Щоб отримати хоча б наближені результати, доводиться замість істинного значення фізичної величини підставляти його дійсне значення.

У залежності від закономірності появи похибки вимірювань поділяють на три типи: грубі, систематичні і випадкові.

Грубою похибкою або промахом називають похибку вимірювання, яка суттєво перевищує очікувану при даних умовах вимірювання.

Систематичною похибкою називають похибку вимірювання, яка залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Систематичні похибки часто виникають через те, що умови експерименту відрізняються від передбачуваних теорією, а поправки на цю невідповідність не зроблено.

Найбільш поширеним джерелом систематичних похибок є похибки вимірювальної апаратури.

Випадковою похибкою називається похибка, яка змінюється випадково при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж фізичної величини.

Випадкові похибки можна виявити шляхом повторних вимірювань. Крім того, збільшуючи число вимірювань і знаходячи середнє арифметичне їх результатів, ми будемо отримувати дійсні значення, які будуть наближатися до істинного значення. Але при наявності систематичної похибки це нічого не дасть. Повторні вимірювання за допомогою одного і того ж приладу не дають можливості ні виявити, ні усунути систематичні похибки. Тому систематичні похибки більш небезпечні, ніж випадкові. Якщо в ході експерименту допущені великі випадкові похибки, то вони виявлять себе у великій величині похибки кінцевого результату. Таким чином, всі будуть освідомлені про неточність результату і це не завдасть нікому ніякої шкоди, хіба що тільки самолюбству експериментатора, оскільки одержаний ним результат ні на кого не справить приємного враження. Інша справа, коли при наявності прихованої систематичної похибки результат буде виглядати цілком надійним, якщо він наведений з малою похибкою, хоча насправді він неправильний. Класичним прикладом цього може служити дослід Міллікена з вимірювання елементарного електричного заряду. У цьому експерименті потрібно знати в'язкість повітря. Відоме на той час значення коефіцієнта в'язкості повітря виявилось заниженим. Тому Міллікен одержав результат:

$$e = 1,591 \pm 0,002 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Сьогодні для цієї величини приймають значення:

$$e = 1,60217733 \pm 0,00000049 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Аж до 1930 р. включно, числові значення ряду інших атомних констант, таких, як стала Планка і число Авогадро, базувались на міллікенівському значенні e , отже, містили систематичну похибку, більшу за 0,5%.

Закономірності випадкових похибок детально вивчені і розроблені методи їх оцінок. Поява тієї чи іншої випадкової похибки є так званою випадковою подією. Випадковими подіями називають такі події, поява

яких не може бути точно передбаченою. Вони вивчаються теорією імовірностей, яка дає методи розрахунку імовірності їх появи.

Вимірювання, які виконуються при додаткових умовах, одним і тим же дослідником, одним і тим же приладом, за тією ж самою методикою вимірювань, називаються рівноточними. Нехай при повторних рівноточних вимірюваннях деякої фізичної величини x одержали n числових значень, які дещо відрізняються одне від одного:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n.$$

Припустимо, що в цьому ряді немає систематичних і грубих похибок. Тоді відхилення кожного з цих результатів вимірювання від істинного значення і вимірюваної величини можна вважати випадковою похибкою цього вимірювання:

$$\Delta x_i = x_i - x_0$$

Різні за числовим значенням похибки мають різну імовірність своєї появи. У більшості фізичних вимірювань випадкові похибки описуються так званим законом нормального розподілу або формулою Гаусса. Ця формула одержана з врахуванням таких емпіричних положень:

- 1) імовірність появи похибки зменшується із збільшенням її числового значення, тобто чим більша абсолютна величина похибки, тим рідше вона зустрічається;
- 2) при великому числі вимірювань похибки однакової абсолютної величини, але різних знаків, мають однакову імовірність.

Формула Гаусса має такий вигляд:

$$y(\Delta x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

де

$y(\Delta x_i)$ — імовірність появи похибки Δx_i ,

e — основа натуральних логарифмів;

σ — середнє квадратичне відхилення результату спостереження;

$$\Delta x_i = x_i - x_0;$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

Графіки формули Гаусса для деяких значень σ показані на рис.1.

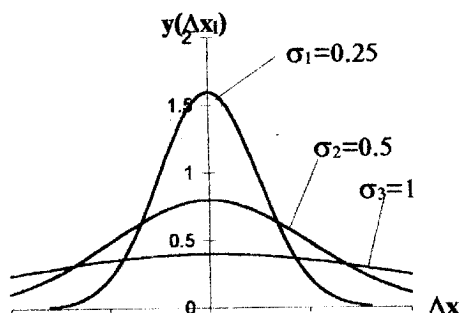


Рис. 1.

З цього рисунка видно, що чим менше σ , тим менша імовірність появи великої за абсолютною величиною випадкової похибки Δx_i .

Середнє квадратичне відхилення σ результату спостереження характеризує розкид окремих значень x_i даного ряду результатів вимірювання. Чим менше σ , тим менший розкид окремих значень x_i , тобто вища точність вимірювань.

Користуючись кривою нормального розподілу випадкових похибок (рис. 1), легко визначити імовірність появи відхилень певного числового значення. Але ще більший інтерес становить визначення імовірності того, що відхилення Δx_i лежать в межах $-\Delta x$ до Δx , тобто імовірність появи відхилень Δx_i , абсолютна величина яких не перевищує деякого заданого

значення $|\Delta x|$. Цю імовірність називають довірчою імовірністю і позначають буквою p .

Інтервал значень від $x_0 - \Delta x$ до $x_0 + \Delta x$, в який попадає дійсне значення вимірюваної величини із заданою імовірністю p називають довірчим інтервалом. Зрозуміло, що чим більшої довірчої імовірності ми вимагаємо, тим більшим буде відповідний довірчий інтервал, і, навпаки, чим більший довірчий інтервал ми задаємо, тим імовірніше, що результати вимірювань не вийдуть за його межі.

При виконанні лабораторних робіт рекомендується вибирати довірчу імовірність $p=0,9$. При обмеженій кількості вимірювань ($n=5\dots10$) вводять коефіцієнт Стюдента $t_{p,n}$, який залежить від числа вимірювань n і довірчої імовірності. Значення коефіцієнтів Стюдента для різних значень n при довірчій імовірності $p=0,9$ наведені в табл.1.

Таблиця 1

n	3	4	5	6	7	8	9	10	30	∞
$t_{p,n}$	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,93	1,86	1,83	1,70	1,65

Похибки прямих вимірювань

Припустимо, що грубі похибки відсутні, а систематичні похибки вилучені, тобто неточність вимірювання визначається тільки похибкою вимірювальних приладів і випадковими похибками. Можливі три випадки:

- 1) випадкові похибки менші за похибки приладу;
- 2) випадкові похибки такого ж порядку, як похибки приладу;
- 3) випадкові похибки більші за похибки приладу.

У першому випадку похибка вимірювання оцінюється тільки за похибкою приладу, а в другому випадку похибка вимірювання

розраховується за формулами, які дає теорія випадкових похибок.

Для з'ясування, який випадок має місце, необхідно виконати декілька однакових вимірювань. Якщо результати всіх вимірювань однакові в межах похибки приладу, то похибка вимірювання визначається похибкою приладу (систематична похибка вимірювання):

$$\Delta x_i = t_{p,\infty} \frac{\Delta x_{\text{пр}}}{3}, \quad (7)$$

де

$t_{p,\infty}$ — коефіцієнт Стюдента при $n \rightarrow \infty$,

$\Delta x_{\text{пр}}$ — абсолютна похибка приладу.

Абсолютна похибка приладу, як правило дорівнює половині ціни його поділки або визначається класом його точності (найчастіше для електровимірювальних приладів).

У другому випадку проводять n рівноточних вимірювань. Теорія випадкових похибок доводить, що найбільш близьким до істинного значення вимірюваної величини є середнє арифметичне ряду рівно точних вимірювань, тобто

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (8)$$

де x_i — числове значення, одержане при i -му вимірюванні.

Оскільки відхилення результату вимірювання Δx від істинного значення вимірюваної величини (4) нам невідоме (внаслідок невизначеності x_0), то відповідно нам невідома і величина σ , яка визначається формулою (6). Тому вводять величину

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}, \quad (9)$$

яку називають оцінкою середнього квадратичного відхилення результатів

вимірювання від їх середнього арифметичного.

Якщо вимірювань дуже багато, то виконується співвідношення:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S_x.$$

Випадкова абсолютна похибка визначається за формулою:

$$\Delta x_2 = t_{p,n} S_x, \quad (10)$$

де $t_{p,n}$ — коефіцієнт Стюдента.

Загальна абсолютна похибка вимірювання у цьому випадку дорівнює:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}. \quad (11)$$

У третьому випадку, очевидно, абсолютна похибка вимірювання визначається за формулою (10).

Остаточні записи результату прямого вимірювання мають форму:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \quad \mathcal{E} = \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%, \quad (12)$$

де

$\mathcal{E}$ — відносна похибка вимірювання.

Запис результату вимірювання

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

означає, що істинне значення x_0 вимірюваної величини з імовірністю p лежить в середині інтервалу $[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x]$.

Таким чином, можна рекомендувати слідуючий порядок математичної обробки результатів прямих вимірювань:

- 1) знайти абсолютну систематичну похибку вимірювання, користуючись формулою (7);
- 2) знайти середнє арифметичне значення вимірюваної величини за формулою (8);
- 3) знайти оцінку середнього квадратичного відхилення за формулою (9);

- 4) знайти абсолютну випадкову похибку, користуючись табл. 1 і формулою (10);
- 5) знайти загальну абсолютну похибку вимірювання за формулою (11);
- 6) записати остаточний результат (12).

Похибки посередніх вимірювань

Нехай вимірюється деяка фізична величина y , яка є функцією незалежних величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, числові значення яких знаходять за допомогою прямих вимірювань:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (13)$$

Необхідно знайти похибки вимірювання величини y за відомими похибками незалежних змінних x_i , $i = 1, \dots, n$.

Абсолютну похибку вимірювання величини y можна знайти за формулою:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 (\Delta x_i)^2}, \quad (14)$$

де

Δx_i — загальні абсолютні похибки прямих вимірювань величин $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, знайдених за правилами, розглянутими у попередньому розділі. Середнє значення $\bar{y}$ отримується підстановкою в (13) середніх арифметичних $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$. Значення частинних похідних у формулі (14) знаходяться для середніх арифметичних значень величин $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Для математичної обробки результатів посередніх вимірювань можна рекомендувати наступний порядок:

- 1) виміряти кілька разів величини $x_1, x_2, \dots, x_n$ (але не менше 3 вимірювань кожної з них);
- 2) виконати п.п. 1-6 попереднього розділу;

3) визначити середнє значення досліджуваної величини y за формулою:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n);$$

4) знайти абсолютну похибку вимірювання величини y за формулою (14);

5) записати одержані результати в такому вигляді:

$$y = \bar{y} \pm \Delta y, \mathcal{E} = \frac{\Delta y}{\bar{y}} 100\%; p = 0,9;$$

6) зробити аналіз одержаних результатів та висновки.

При математичній обробці результатів вимірювання доводиться використовувати табличні дані математичних та фізичних величин. Ці дані наводяться з правильними цифрами і однією (останньою) сумнівною. За абсолютну похибку табличних величин приймають половину одиниці сумнівної цифри. Наприклад, $\sin 58^\circ = 0,8480$. Абсолютна похибка дорівнює $\pm 0,00005$.

У фізичному лабораторному практикумі є лабораторні роботи, в яких та чи інша фізична величина отримується шляхом сумісних вимірювань. Наприклад, вимірювання термічного коефіцієнту опору, сталої термо-е.р.с. Теорія випадкових похибок рекомендує в цьому випадку використовувати так званий метод найменших квадратів.

Слід звернути увагу, що в останні роки набули поширення нестатистичні методи математичної обробки результатів вимірювань. Одним з них є метод, який базується на понятті нечітких (розмитих) множин. Теорія нечітких множин за свої 25 років існування перетворилась у розвинуту теорію, яка має важливе практичне застосування в тих випадках, коли задачі не допускають точного формулювання, включаючи неточності і невизначеності.

Розділ перший

Механіка

Перед початком виконання лабораторної роботи студенту необхідно одержати допуск до роботи. Для цього йому слід відповісти на декілька запитань з теорії методу і знання лабораторної установки. Одержавши відмітку про допуск на бланку звіту, студент може приступити до виконання роботи.

Проробивши всі необхідні вимірювання і записавши їх в звіт студент виконує контрольні розрахунки, тобто знаходить одну або декілька вимірюваних величин і при необхідності узгоджує їх у викладача. Бланк звіту з результатами контрольного розрахунку підписується у викладача.

В першому розділі перед початком подання теорії методу до кожної лабораторної роботи є посилання на підручники, які в достатній кількості є в науковій бібліотеці університету.

1. Савельев И.В. "Курс общей физики". Т.І.М.:Наука:1977.
2. Яворский Б.М. і інш. "Курс физики". Т.І.М.:Наука:1977.

Студент може користуватись також будь-яким іншим підручником де є відповідний теоретичний матеріал.

Лабораторна робота № 1-1

Дослідження прямолінійного руху тіл в полі тяжіння за допомогою машини Атвуда.

Л. 1. §§ 3, 4, 7, 8.

Мета роботи: дослідити закони руху тіл в полі земного тяжіння.

Прилади і матеріали: машина Атвуда, набір важків, додаткові тягарці, електронний секундомір.

Теоретичні відомості.

Машина Атвуда призначена для вивчення законів прямолінійного



рівномірного та рівномірно прискореного рухів і, зокрема, для визначення прискорення вільного падіння тіл.

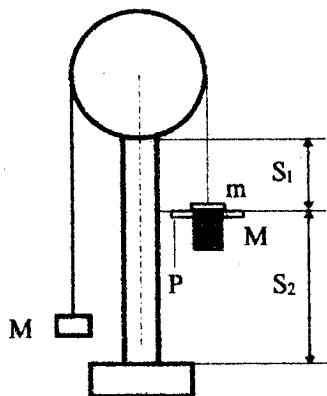


Рис.1

Будова машини Атвуда зображена на рис.1. Принцип її дії ґрунтується на використанні законів вільного падіння тіл в повітрі. Через нерухомий блок, при обертанні якого силою тертя в осі можна знехтувати, перекинута нитка з двома однаковими вантажами масою M кожний. В цьому випадку система знаходиться в рівновазі. Якщо на один з вантажів покласти невеликий додатковий тягарець масою m , то система, що складається з двох вантажів і тягарця, одержить деяке прискорення

а під дією сили $F = mg$ і на шляху S_1 , буде рухатись з цим прискоренням.

Кільцем P для додаткового тягарця m припиняється і вантажі, рухаючись рівномірно, пройдуть шлях S_2 .

Знайдемо закон руху вантажу M , розташованого праворуч. Для цього скористаємося системою координат, початок якої знаходиться на осі блока, а вісь ox напрямлена вертикально вниз. На вантаж M діють дві сили: сила тяжіння $(M+m)g$ та сила натягу правої частини нитки T_1 . Запишемо другий закон Ньютона:

$$(M + m)g - T_1 = (M + m)a, \quad (1)$$

де a — прискорення вантажу M .

Тепер застосуємо другий закон Ньютона до вантажу M , що розташований ліворуч. Так як нитка нерозтяжна, прискорення лівого вантажу за абсолютним значенням рівне прискоренню правого, але направлене в протилежний бік, тобто воно рівне $-a$. Натяг лівого кінця нитки позначимо через T_2 , тоді:

$$Mg - T_2 = -Ma. \quad (2)$$

У випадку невагомому блока і відсутності сили тертя в його осі :

$$T_1 = T_2. \quad (3)$$

З рівнянь (1), (2) та (3) знайдемо прискорення системи :

$$a = \frac{mg}{2M + m}. \quad (4)$$

Таким чином, вважаючи g відомим та проводячи досліди з різними вантажами M і додатковими тягарцями m , за формулою (4) можна вирахувати прискорення a і здійснити експериментальну перевірку другого закону Ньютона.

Машина Атвуда дає можливість також визначити прискорення вільного падіння g , що й складає основне завдання даної роботи. Для цього з формули (4) знайдемо g :

$$g = \frac{2M + m}{m} a. \quad (5)$$

Прискорення a безпосередньо виміряти неможливо, але його легко вирахувати, вимірявши шлях S_1 , пройдений вантажем M при рівномірному прискореному русі, а також шлях S_2 рівномірного руху та час t його проходження.

Для рівномірно прискореного руху, при умові, що початкова швидкість V_0 рівна нулеві, пройдений шлях можна знайти, маючи кінцеву швидкість та прискорення :

$$S_1 = \frac{V^2}{2a}. \quad (6)$$

Кінцева швидкість V набувається вантажем M в момент проходження кільця P , яке припиняє дію додаткового тягарця. Далі з цією швидкістю вантаж рухається рівномірно і за час t проходить шлях S_2 . Тому :

$$V = \frac{S_2}{t}. \quad (7)$$

З формул (6) і (7) знаходимо прискорення a , підставляючи його значення в вираз (5) ,остаточно одержуємо :

$$g = \frac{2M + m}{m} \cdot \frac{S_2}{2S_1 t^2} , \quad (8)$$

де

M — маса великого вантажу;

m — маса додаткового тягарця;

S_1 — шлях, що проходить вантаж $(M+m)$ при рівномірно прискореному русі;

S_2 — шлях, пройдений вантажем M при рівномірному русі;

t — час проходження шляху S_2 .

Порядок виконання роботи

1. Підготувати прилад до вимірювань, для чого необхідно :

- з допомогою регулюючих ніжок встановити колонку приладу строго вертикально ;
- змістити правий вантаж у верхнє положення, покласти на нього додатковий тягарець та впевнитись, що система знаходиться в стані спокою;
- натиснути клавішу “ПУСК” і переконатись, чи прийшла система в рух, чи був затриманий на середньому кронштейні додатковий тягарець, чи виміряв мілісекундомір час проходження правим вантажем шляху S_2 та чи була система загальмована в кінці цього шляху;
- звільнити клавішу “СБРОС” та перевірити чи відбулось обнуління показів вимірювача і звільнення електромагнітного блокування ролика;
- змістити правий вантаж у верхнє положення і звільнити клавішу “ПУСК”, а також перевірити виникнення повторного блокування

ролика;

2. На правий вантаж встановити один з додаткових тягарців.
3. Сумістити нижню грань правого вантажу з рисою, що нанесена на верхньому кронштейні.
4. Виміряти з допомогою шкали колонки шляхи рівномірноприскореного руху S_1 та рівномірного руху S_2 .
5. Натиснути клавішу "ПУСК".
6. Записати значення часу t .
7. Вимірювання повторити не менше 5 разів.
8. Дані всіх вимірювань занести в таблицю:

№ дослідів	M, кг	m, кг	S_1 , м	S_2 , м	t, с	g, м/с ²	Δg , м/с ²	ϵ , %

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Визначити середнє значення часу руху вантажу на шляху S_2 за формулою:

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i,$$

де n — кількість виконаних вимірювань;

t_i — час i -того вимірювання.

2. За допомогою формули (8) вирахувати значення прискорення вільного падіння тіл.
3. Визначити абсолютну та відносну похибки вимірювань.

Контрольні запитання

1. Механічний рух як найпростіша форма руху матерії. Відносність руху. Види руху.
2. Кінематика матеріальної точки: траєкторія, шлях, переміщення, швид-

кість, прискорення. Поступальний рух твердого тіла.

Проаналізуйте можливі джерела та причини похибок при визначенні g .

Лабораторна робота № 1-2

Визначення прискорення вільного падіння

з допомогою універсального маятника

Л.1. §§ 4. 2. §§ 64. 65.

Мета роботи: експериментальне визначення прискорення вільного падіння тіл з допомогою коливань математичного і фізичного маятників.

Прилади і матеріали: установка, обладнана математичним і фізичним маятниками; електронним мілісекундоміром і фотоелектричним датчиком.

Теоретичні відомості

І. Падіння тіл на Землі — одне з проявлень закону всесвітнього тяжіння, згідно з яким сила взаємодії F двох матеріальних точок з масами m_1 і m_2 на віддалі r визначається за формулою:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

де $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ — гравітаційна стала.

Під дією сили притягання до Землі всі тіла падають з однаковим відносно поверхні Землі прискоренням, яке прийнято позначати буквою g . Це значить, що в системі відліку, зв'язаною з Землею, на всяке тіло масою m діє сила:

$$P = m g. \quad (2)$$

У цьому випадку дану систему відліку можна вважати інерціальною. На основі закону тяжіння прискорення вільного падіння повинне бути:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}, \quad (3)$$

де M — маса Землі ; R — радіус Землі в даному місці.

Визначення величини прискорення вільного падіння дало можливість вирахувати масу Землі та середню густину її складу ($M = 5.96 \cdot 10^{24}$ кг, $\rho = 5.5 \cdot 10^3$ кг/м³). Збільшення прискорення вільного падіння при переміщенні від екватора до полюсів показало, що Земля має форму сплюсненого вздовж осі обертання геоїда.

Земна кора в різних місцях має неоднаковий склад, тому в місцях, де кора має більшу густину, прискорення вільного падіння збільшується . Це явище служить основою одного з методів розвідки корисних копалин.

Згідно закону тяжіння по мірі віддалення від Землі прискорення зменшується обернено пропорційно квадратові віддалі до центру Землі. Це зменшення являється суттєвим і приймається до уваги при розрахунках руху штучних космічних тіл.

При вивченні руху тіл відносно земної поверхні необхідно мати на увазі, що система відліку, зв'язана з Землею не є інерціальною. Прискорення, що відповідає рухові по орбіті, значно менше, ніж прискорення, яке зв'язане з добовим обертанням Землі. Тому з достаньою точністю можна вважати, що система відліку, що зв'язана з Землею, обертається відносно інерціальних систем з постійною кутовою швидкістю ω . Таким чином, розглядаючи рух тіл відносно Землі, необхідно вводити відцентрову силу інерції :

$$F_i = m \omega^2 r, \quad (4)$$

де m — маса тіла; r — віддаль тіла до земної осі (рис.2).

Обмежуючись випадками, коли висота тіл над поверхнею Землі невелика , можна прийняти r рівним:

$$r = R \cos \varphi, \quad (5)$$

де R — радіус Землі ; φ — широта місцевості (рис.1).

Вираз для сили інерції в такому випадку набуде вигляду:

$$F_i = m \omega^2 R \cos \varphi , \quad (6)$$

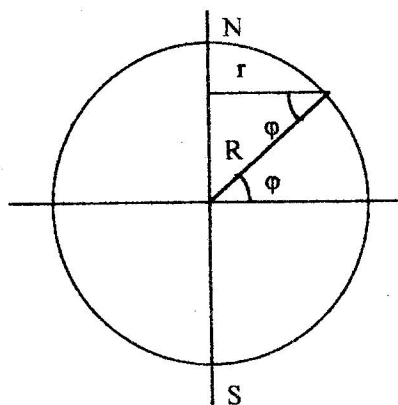


Рис.1

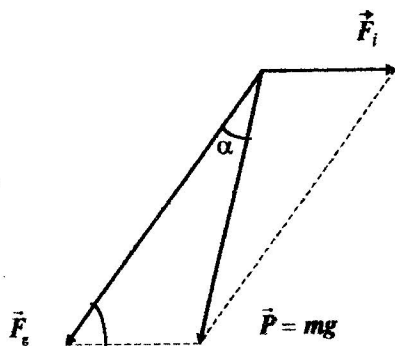


Рис.2

Отже, прискорення вільного падіння тіл відносно Землі обумовлюється дією двох сил: сили тяжіння $\vec{F}_g$ та сили інерції $\vec{F}_i$.

Результуюча цих двох сил:

$$\vec{P} = \vec{F}_g + \vec{F}_i , \quad (7)$$

є вагою тіла (див. формулу (2)).

Різниця між вагою тіла $\vec{P}$ і силою притягання до Землі $\vec{F}_g$ невелика, так як відцентрова сила інерції $\vec{F}_i$ значно менша за $\vec{F}_g$. Кут α між напрямками $\vec{F}_g$ та $\vec{P}$ можна оцінити, скориставшись теоремою синусів (рис. 2):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{F_i}{P} = \frac{m \omega^2 R \cos \varphi}{mg} = \frac{0,035 \cos \varphi}{9,8} \approx 0,0035 \cos \varphi ,$$

звідки $\sin \alpha = 0,0035 \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0,0018 \sin 2\varphi$.

Так як кут α малий, то можна записати

$$\alpha = 0,0018 \sin 2\varphi . \quad (8)$$

Напрямок дії ваги тіла $\vec{P}$, що визначається з допомогою виска, у різних

місцях на поверхні Землі, крім полюсів і екватора, не збігається з напрямом до центра Землі, вздовж якого діє сила тяжіння $\vec{F}_g$. Але кут α між ними дуже малий і на проміжних широтах визначається виразом (8).

Різниця між силою тяжіння та вагою тіла на полюсах рівна нулеві, а на екваторі досягає максимуму, рівного 0,3% сили тяжіння $\vec{F}_g$.

Завдяки дії відцентрової сили інерції та за рахунок сплюснутості земної кулі біля полюсів прискорення вільного падіння g змінюється з широтою в межах від 9,780 м/с² на екваторі до 9,832 м/с² на полюсах. Значення $g = 9,80665$ м/с² приймається як нормальне (стандартне) прискорення вільного падіння тіл на Землі.

Експериментально визначити прискорення вільного падіння можна при вивченні коливань фізичного та математичного маятників.

II. Фізичним маятником називають тверде тіло, що може здійснювати коливання навколо нерухомої точки, яка не співпадає з центром інерції. У положенні рівноваги центр інерції маятника C знаходиться під точкою підвіса маятника O на одній з нею вертикалі (рис.3).

При відхиленні маятника від положення рівноваги сила $P=mg$ викликає появу так званої квазіпружної сили, яка намагається повернути маятник в положення рівноваги. Ця сила аналогічно пружній описується закономірністю

$$F = -kx. \quad (9)$$

Знак “ - ” говорить про те, що зміщення x і сила F мають протилежні напрямки.

Таким чином, при відхиленні маятника від положення рівноваги на кут α виникає момент сили, що прагне повернути маятник в положення рівноваги. Цей момент сили дорівнює:

$$M = -mgl \sin \alpha, \quad (10)$$

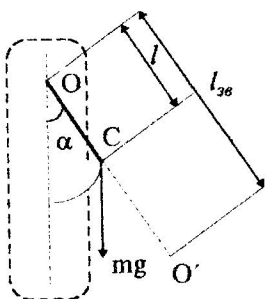


Рис.3

де m — маса маятника,

l — віддаль між точкою підвісу і центром інерції маятника.

Позначивши момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через точку підвісу, буквою I , можна записати рівняння динаміки обертального руху:

$$I\varepsilon = -mgl \sin \alpha, \quad (11)$$

де $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ — кутове прискорення.

Розглядаючи випадки малих коливань, коли кут α малий і справджується співвідношення $\sin \alpha = \alpha$ та ввівши позначення

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}, \quad (12)$$

із співвідношення (11) одержимо рівняння:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0. \quad (13)$$

Це лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку. Його загальний розв'язок має вигляд:

$$\alpha = a \cos (\omega t + \gamma_0). \quad (14)$$

Отже, при малих коливаннях кутове відхилення маятника змінюється з часом за гармонічним законом.

Так як циклічна частота ω_0 зв'язана з періодом коливань співвідношенням:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad (15)$$

то, враховуючи співвідношення (12), одержимо формулу періоду коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (16)$$

Нехай фізичний маятник являє собою матеріальну точку масою m , підвішену на невагомій нерозтяжній нитці довжиною l . Такий маятник називають математичним. Момент інерції його відносно точки підвісу визначається за формулою:

$$I = ml^2. \quad (17)$$

Використовуючи вирази (16) та (17), можна одержати формулу періоду коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (18)$$

Достатньо задовільним наближенням до математичного маятника може служити невеличка кулька, підвішена на довгій тонкій нитці.

Із співставлення формул (16) та (18) одержуємо що математичний маятник довжиною

$$l_{\text{м}} = \frac{I}{ml} \quad (19)$$

буде мати такий же період коливань, як і даний фізичний маятник. Величину $l_{\text{м}}$ називають зведеною довжиною фізичного маятника. Таким чином, зведена довжина фізичного маятника — це довжина такого математичного маятника, період коливань якого співпадає з періодом коливань даного фізичного маятника.

Точка на прямій, що з'єднує точку підвісу з центром інерції та лежить на відстані зведеної довжини від осі обертання, називається центром коливань фізичного маятника (точка О на рис. 3). Центр коливань і точка підвісу — спряжені точки: якщо їх поміняти місцями, то період коливань фізичного маятника не зміниться.

Дійсно, згідно з теоремою Штейнера, момент інерції маятника відносно осі О може бути записаний у вигляді:

$$I = I_0 + ml^2. \quad (20)$$

де I_0 — момент інерції відносно осі, що паралельна осі обертання і проходить через центр інерції маятника. Підставляючи (20) в формулу (19), одержуємо:

$$I_{\text{зв}} = \frac{I_0}{ml} + l. \quad (21)$$

З цього виразу випливає, що зведена довжина маятника завжди більша l , тому точка підвісу О і центр коливання О' лежать по різні боки відносно центру інерції.

Тепер підвісимо маятник в точці, що співпадає з центром коливань О'. згідно формули (21) зведена довжина в цьому випадку буде рівною :

$$l'_{\text{зв}} = \frac{I_0}{m l'} + l' \quad (22)$$

де l' — віддаль між попереднім центром коливань та центром інерції маятника.

Як бачимо, $l'_{\text{зв}} = l_{\text{зв}} = OC + CO' = l + l'$ звідки випливає висновок, що при підвішуванні маятника в центрі коливань його зведена довжина, а значить і період коливань, не змінюються, тобто центр коливань і точка підвісу є взаємно спряженими точками.

IV. Доведена властивість спряженості покладена в основу визначення прискорення вільного падіння з допомогою так званого оборотного маятника. Оборотним називають такий маятник, у якого поблизу кінців є дві паралельні одна одній опорні призми, за які він може по черзі підвішуватись. Вздовж маятника можуть переміщуватись та закріплюватись на ньому важкі вантажі здебільшого у вигляді циліндрів або дисків. Переміщенням добиваються того, щоб при підвішуванні маятника за лобу із призм період коливань був однаковим. Тоді віддаль між опорними ребрами призм буде рівною $l_{\text{зв}}$. Вимірюючи період коливань маятника і знаючи зведену довжину його $l_{\text{зв}}$ за формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{зв}}}{g}} \quad (23)$$

знаходять прискорення вільного падіння g .

Експериментальна установка являє собою прилад, що дає можливість з високим ступенем точності визначити період коливань математичного та фізичного (оборотного) маятників з допомогою фотоелектричного датчика і універсального мілісекундоміра. З допомогою даного приладу визначається час t певної кількості n повних коливань маятника, а потім за формулою

$$T = \frac{t}{n} \quad (24)$$

вираховується період коливань.

Порядок виконання роботи

А. Математичний маятник.

1. Нижній кронштейн з фотоелектричним датчиком встановити в нижній частині колонки, щоб верхня грань кронштейна показувала на шкалі довжину не менше 50 см.
2. Повертаючи верхній кронштейн, помістити над фотоелектричним датчиком математичний маятник.
3. Обертаючи корбочку на верхньому кронштейні встановити довжину математичного маятника так, щоб кулька перекривала оптичну вісь фотоелектричного датчика.
4. Ввімкнути прилад перемикачем "Сеть".
5. Відхилити кульку на $4-5^\circ$ від положення рівноваги.
6. Натиснути кнопку "Сброс".
7. Після підрахунку вимірювачем близько 10 коливань натиснути клавішу "Стоп".
8. Значення кількості коливань n та часу t занести в таблицю.
9. Вимірювання повторити 3-5 разів.
10. По шкалі колонки визначити довжину маятника L .

В. Фізичний (оборотний) маятник.

1. Повернути верхній кронштейн на 180° .
2. Встановити маятник опорною призмою на вкладишеві верхнього кронштейна.
3. Нижній кронштейн разом з фотоелектричним датчиком перемістити таким чином, щоб стержень маятника перекривав оптичну вісь.
4. Відхилити маятник на $4-5^\circ$ від положення рівноваги.
5. Виконати вимірювання періоду коливань.
6. Встановити маятник на другій опорній призмі. При цьому необхідно виконати корекцію положення фотоелектричного датчика.
7. Визначити період коливань у даному положенні.
8. Переміщенням вантажу, який знаходиться між опорними призмами, добитися співпадання періодів коливань при підвішуванні за яку-небудь із призм з точністю $0,5\%$.
9. Визначити зведену довжину оборотного маятника $l_{\text{зв}}$, підраховуючи число рисок на стержні між опорними гранями призм, що нанесені через кожні 10 мм.

Обробка результатів експерименту

- A.1. За формулою (24) підрахувати період коливань математичного маятника.
 2. Використовуючи формулу (18), визначити значення прискорення вільного падіння.
 3. Знайти абсолютну та відносну похибки експерименту.
- B.1. За формулою (23) визначити прискорення вільного падіння.
 2. Знайти абсолютну та відносну похибки експерименту.

Контрольні запитання

1. Чому коливання математичного та фізичного маятників описуються гармонічним законом тільки при малих кутах відхилення від положення рівноваги?
2. Якими величинами визначаються періоди коливань математичного та фізичного маятників?
3. Що таке зведена довжина фізичного маятника?
4. У чому полягає основна властивість центра коливань фізичного маятника?
5. Чи будуть рівними між собою періоди коливань однакових маятників, розташованих на екваторі і на полюсах Земної кулі?
6. Оцінити, з якою мінімальною похибкою можна виміряти g з допомогою оборотного маятника.

Лабораторна робота № 1 -3

Вивчення центрального удару куль

Л.1. §§ 16, 17, 24, 25

Мета роботи: експериментальне вивчення застосування законів збереження енергії та імпульсу до центрального удару куль.

Прилади і матеріали: установка для дослідження зіткнення тіл; штангенциркуль; лінійка; терези з комплектом важків.

Теоретичні відомості

Центральним називається такий удар куль, при якому вектори швидкості руху куль у момент їх зіткнення лежать на прямій, що сполучає центри куль. Проміжок часу, протягом якого відбувається удар, здебільшого дуже малий і складає від 10^{-4} с до 10^{-6} с. При ударі на площинах контакту тіл виникають сили, що одержали назву ударних або миттєвих.

Змінюються вони під час удару в широких межах і досягають значень, при яких середня величина тиску (напруги) на площинах контакту досягають значення 10^9 і навіть 10^{10} Н/м².

Дія ударних сил викликає значні зміни швидкостей всіх точок тіла протягом удару. Наслідком удару можуть бути також залишкові деформації, звукові коливання, нагрівання тіл та ін., а при швидкостях зіткнення, які переважають критичні значення, — руйнування тіл в місці удару. Критичні швидкості, наприклад, для міді складають біля 15 м/с, а для високоякісної сталі — 150 м/с і більше.

Процес удару тіл поділяється на дві фази. Перша — починається з моменту дотикання тіл і продовжується до кінця їх зближення. При цьому частина кінетичної енергії тіл перетворюється в потенціальну енергію деформації.

Під час другої фази відбувається зворотній перехід потенціальної енергії пружної деформації в кінетичну енергію тіл. При цьому тіла починають розходитись одне від одного і під кінець другої фази вони рухаються в різних напрямках відносно загального центра мас.

Якщо після удару тіла повністю відновлюють свою форму і розміри, а механічна енергія набуває попереднього початкового значення, то удар називають абсолютно пружним.

Якщо ж удар закінчується на першій фазі і тіла після удару рухаються як одне ціле, то удар називається абсолютно непружним. Механічна енергія при цьому не зберігається, частина її перетворюється у внутрішню енергію тіл.

При ударі реальних тіл присутні обидві фази, але повного повернення форми тіл, що стикаються, не відбувається, що приводить до зменшення механічної енергії через втрати на залишкову деформацію ; нагрівання тіл та інше.

Повний опис процесів для двох або більшої кількості тіл, що

стикаються, можливий лише в межах динамічних законів, які детально змальовують всі зміни системи з часом. Але може виявитись, що для даної системи тіл рівняння, які випливають з законів динаміки, дуже складні або відсутні відомості про деякі величини, що входять у ці рівняння.

У цьому випадку певні висновки про поведінку системи можна зробити, використовуючи закони збереження.

Найважливішими законами збереження, що дійсні для будь-яких ізольованих систем, тобто, таких систем, на тіла яких не діють зовнішні сили, є закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу та електричного заряду.

Зокрема, закон збереження імпульсу формулюється так: імпульс ізольованої системи тіл залишається сталим

$$\sum_{i=1}^n m_i V_i = \text{const} . \quad (1)$$

Згадаємо, що імпульс системи визначається як геометрична сума імпульсів окремих тіл, що складають дану систему, а імпульс тіла — це вектор, рівний добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{P} = m \vec{V} . \quad (2)$$

Імпульс системи тіл може бути визначений також добутком сумарної маси тіл системи $\sum m_i$ на швидкість центра мас цієї системи V_c .

Центр мас (центр інерції) - це геометрична точка, що характеризує розподіл маси в тілі чи в механічній системі. Радіус-вектор центра мас визначається співвідношенням:

$$R_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i R_i}{\sum_{i=1}^n m_i} , \quad (3)$$

де m_i — маса, а R_i — радіус-вектор i -того тіла.

Під час руху механічної системи її центр мас рухається так, як рухалась

би матеріальна точка, що має масу, рівну масі системи і яка знаходиться під дією всіх зовнішніх сил, прикладених до системи. З останнього визначення та з закону збереження імпульсу випливає, що центр мас ізольованої системи або знаходиться в стані спокою, або рухається з сталою швидкістю.

До числа найважливіших відноситься закон збереження енергії, але в ньому мова йде про повну енергію системи, яка складається з енергії всіх видів руху матеріальних тіл. Для механічної енергії, що рівна сумі кінетичної та потенціальної енергії, також може бути сформульований закон збереження, але він не являється загальним, а відноситься до числа законів, які справджуються тільки для обмеженого класу систем і явищ. Механічна енергія зберігається при умові дії між тілами системи тільки консервативних сил. Консервативними називають такі сили, робота яких не залежить від форми шляху. До числа консервативних відносяться гравітаційні, пружні, електростатичні та деякі інші сили. Закон збереження механічної енергії має таке формулювання: повна механічна енергія ізольованої системи тіл, між якими діють тільки консервативні сили, залишається сталою.

Кажучи про закони збереження, слід відмітити, що особливо важливу роль ці закони відіграють в теорії елементарних частинок, де крім уже відомих відкрито багато специфічних законів збереження: баріонного заряду, лептонного заряду та інші. Значення законів збереження в теорії елементарних частинок визначається тим, що вони дозволяють легко знаходити правила відбору для реакцій між елементарними частинками, тобто встановлювати, які реакції в природі можливі, а які заборонені.

Згідно з сучасним уявленням закони збереження тісно пов'язані з властивостями симетрії фізичних систем. Теорема Нетер стверджує, що наявність у системі симетрії призводить до того, що для цієї системи існує фізична величина, яка зберігається. Ця теорема є особливо важливою, бо вона дозволяє на основі експериментально виявлених законів збереження

робити висновки про фундаментальні властивості світу, в якому ми живемо. Так, наприклад, збереження енергії, імпульсу та моменту імпульсу зв'язані відповідно з однорідністю часу, однорідністю простору та ізотропністю простору.

Тому перевірка законів збереження являється одночасно перевіркою відповідних властивостей симетрії простору і часу.

Застосуємо закони збереження для вивчення центрального удару двох куль.

Для прямого центрального удару двох куль їх швидкості до удару (якщо система ізольована, то також і після удару) направлені вздовж прямої, що проходить через центри куль.

Розглянемо спочатку випадок, коли кулі, які створюють ізольовану систему, здійснюють абсолютно пружний удар. У цьому випадку виконуються закони збереження імпульсу та механічної енергії.

Згідно з законом збереження імпульсу імпульс двох куль до удару повинен бути рівним імпульсу цих же куль після удару:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2 . \quad (4)$$

Оскільки швидкості направлені вздовж однієї прямої, геометричну суму можна замінити сумою алгебраїчною:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2 . \quad (5)$$

Вважаючи, що кулі взаємодіють тільки під час удару та враховуючи ізольованість системи, робимо висновок, що повна механічна енергія обох куль до і після удару дорівнює сумі їх кінетичних енергій в відповідні моменти часу. Тому відповідно до закону збереження енергії можемо записати:

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2} . \quad (6)$$

Рівняння (5) та (6) зведемо до виду:

$$m_1 (V_1 - U_1) = m_2 (U_2 - V_2) , \quad (7)$$

$$m_1 (V_1^2 - U_1^2) = m_2 (U_2^2 - V_2^2). \quad (8)$$

Поділивши (8) на (7), одержуємо:

$$V_1 + U_1 = U_2 + V_2 . \quad (9)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (7) та (9), знаходимо вирази для швидкості куль після удару:

$$U_1 = \frac{2m_2 V_2 + (m_1 - m_2)V_1}{m_1 + m_2} , \quad (10)$$

$$U_2 = \frac{2m_1 V_1 + (m_2 - m_1)V_2}{m_1 + m_2} . \quad (11)$$

Якщо маси куль однакові, то:

$$m_1 = m_2 = m. \quad (12)$$

Підставивши (12) в (10) та (11), одержуємо:

$$U_1 = V_2 ; \quad U_2 = V_1 , \quad (13)$$

тобто кулі обмінюються швидкостями.

Знаючи масу та швидкості куль до і після удару, можна визначити середню силу удару куль. Для цього застосуємо другий закон Ньютона, наприклад, до другої кулі:

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta(m_2 V_2)}{\tau} = \frac{m_2 (U_2 - V_2)}{\tau} , \quad (14)$$

де τ — час, протягом якого відбувався удар.

$$\text{Якщо до удару друга куля була нерухома, то } V_2 = 0 \quad (15)$$

підставляючи (12), (13), та (15) в (14), маємо:

$$\langle F \rangle = \frac{m V_1}{\tau} . \quad (16)$$

У випадку абсолютно непружного удару двох куль виконується лише закон збереження імпульсу, на основі якого запишемо:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) U, \quad (17)$$

де U — швидкість обох куль після удару.

Звідки знаходимо

$$U = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}. \quad (18)$$

Втрату кінетичної енергії при абсолютно непружному ударі знайдемо як різницю кінетичних енергій обох куль до та після удару:

$$\Delta W = W_1 + W_2 - W_{1,2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2}. \quad (19)$$

Підставивши (18) в (19) прийдемо до такого виразу:

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (V_1 - V_2)^2. \quad (20)$$

У цій роботі для вимірювання початкових і кінцевих швидкостей куль, а також часу удару використовується прилад, який складається з штатива 1 (див. рис.1), на якому з допомогою спеціального пристрою 2 прикріплені підвіси з кулями 3, двох кутомірних шкал 4, електромагніту 5 та секундоміра 6. Для вивчення пружного удару використовуються сталеві

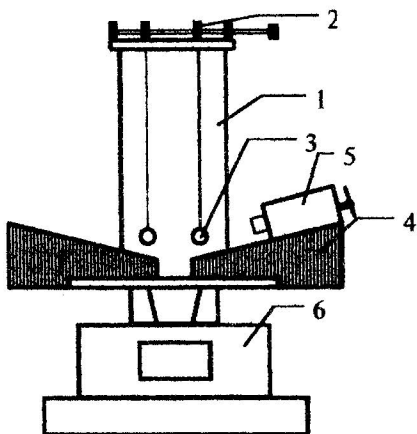


Рис. 1

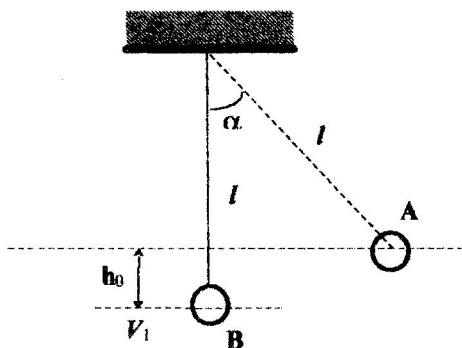


Рис. 2

кулі, а при вивченні непружного удару - пластилінові. Електромагніт служить для утримання першої кулі в відхиленому на кут α_1 положенні. Друга куля до початку вимірювань нерухома в положенні рівноваги.

Швидкість першої кулі безпосередньо перед ударом можна вирахувати, знаючи довжину підвісу та початковий кут відхилення кулі (Див.рис. 2). Оскільки з положення А в положення В куля рухається тільки під дією гравітаційних сил, справджується закон збереження енергії, на основі якого можна записати:

$$mgh = \frac{m_1 V_1^2}{2} . \quad (21)$$

При цьому вважається, що в положенні В потенціальна енергія дорівнює нулеві. З рисунка 2. видно, що:

$$h = l - l \cos \alpha_1 = 2l \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} . \quad (22)$$

З рівнянь (21) та (22) знаходимо:

$$V_1 = 2\sqrt{gl} \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} . \quad (23)$$

За цією ж формулою визначаються швидкості куль після удару: для пружного удару кути α_1' та α_2' першої і другої кулі після удару, а для непружного удару кут α_2'' , на який разом відхиляються обидві кулі.

Час удару вимірюється електронним мілісекундоміром.

При виконанні лабораторної роботи необхідно мати на увазі, що використаний в ній метод вивчення законів збереження та спосіб вимірювання фізичних величин мають певні похибки, які безумовно впливають на кінцевий результат.

Дійсно, ми вважали систему куль ізольованою і не враховували сил тертя з боку кронштейна та повітря. Ми також вважали сталі кулі абсолютно пружними, а пластилінові — абсолютно непружними, що є

ідеалізацією і не відповідає властивостям реальних тіл. Крім цього неминучі похибки при вимірюванні довжини підвісу та кутових відхилень куль, тому виконання законів збереження слід чекати в рамках цих похибок.

Порядок виконання роботи

А. Пружний удар куль.

1. Повертаючи корбочку 7, встановити таку віддаль між стержнями, щоб кулі дотикались одна до одної.
2. Встановити кутоміри так, щоб леза підвісів в положенні рівноваги показували на шкалах нулі. Шкали закріпити гайками.
3. Ввімкнути секундомір в мережу; натиснути клавішу "Сеть" мілісекундоміра; відпустити клавішу пуск "Старт". Праву кулю відхилити в бік електромагніту і блокувати в цьому положенні.
4. Записати значення кута α_1 ; натиснути клавішу "Сброс"; натиснути клавішу пуск "Старт".
5. Після зіткнення куль визначити значення кутів α_1' і α_2' , а також записати час зіткнення.
6. Дослід повторити не менше 10 разів та визначити середні значення кутів і часу за формулами:

$$\alpha_1' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{1i}' ; \alpha_2' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{2i}' ; \tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i .$$

7. Виміряти довжину підвісу l — віддаль між стержнем верхнього кронштейну та центром кулі.
8. На аналітичних терезах визначити масу кулі з точністю $\pm 0,12$ г.
9. Всі дані вимірювань занести в таблицю:

Таблиця 1

№ досліду	α_1 , град	α_1' , град	α_2' , град	l , м	m , кг	τ , с

В. Непружний удар куль.

1. Замінити на приладі сталі кулі пластиліновими.
2. Виконати пункти 1-4 завдання А.
3. Після зіткнення куль визначити кут α_2'' .
4. Дослід повторити не менше 10 разів та визначити середнє значення кута за формулою:

$$\alpha_2'' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_2'' .$$

5. Виконати пункти 7-9 завдання А.

Таблиця 2.

№ досліду	α_1 , град	α_2'' , град	m , кг	l , м

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

- А.1. За формулою (23), використовуючи дані таблиці 1, вирахувати швидкості куль до удару V_1 та V_2 , а також після удару U_1 та U_2 .
2. За формулами (5) та (6) перевірити справедливність законів збереження. Виконати аналіз результатів експерименту.
3. За формулою (16) знайти середню силу удару. Оцінити її величину.
4. Знайти абсолютну та відносну похибки.
- В.1. За формулою (23), використовуючи дані таблиці 2, вирахувати швидкості куль до удару V_1 та V_2 , а також після удару U .
2. За формулою (17) перевірити справедливність закону збереження імпульсу.
3. За формулою (19) знайти втрати механічної енергії.

4. Виконати аналіз одержаних результатів та вирахувати абсолютну і відносну похибки експерименту.

Контрольні запитання

1. Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу. Центр мас системи.
2. Удар. Абсолютно пружний та абсолютно непружний удари.
3. Енергія. Види енергії в механіці. Закон збереження енергії. Чи завжди він справджується?
4. Перерахуйте джерела похибок при виконанні даної роботи.

Лабораторна робота №1-4

Визначення швидкості кулі

з допомогою балістичного маятника

л.1. §§ 16, 17, 24, 25

Мета роботи: вивчення законів збереження при абсолютно непружному зіткненні тіл на прикладі визначення швидкості кулі.

Прилади і матеріали: балістичний маятник; пневматична гвинтівка; аналітичні терези; лінійка.

Опис установки

(Теоретичні відомості описані в лабораторній роботі 1 - 3)

Балістичним маятником в нашій роботі являється масивний циліндр, заповнений пластиліном і підвішений на практично нерозтяжних нитках (рис. 1). На деякій віддалі від циліндра на його осі закріплена пневматична гвинтівка. При пострілі швидкість кулі направлена вздовж прямої, яка проходить через центр ваги маятника. Куля масою m після зіткнення застрягає в пластиліні маятника, тому удар вважають абсолютно непружним.

Так як маятник до удару був нерухомий, тобто $V_1 = 0$, то із співвідношення (1) лабораторної роботи № 3 одержимо:

$$U = \frac{mV}{M + m}, \quad (1)$$

де m — маса кулі;
 V — швидкість кулі перед ударом;
 M — маса маятника.

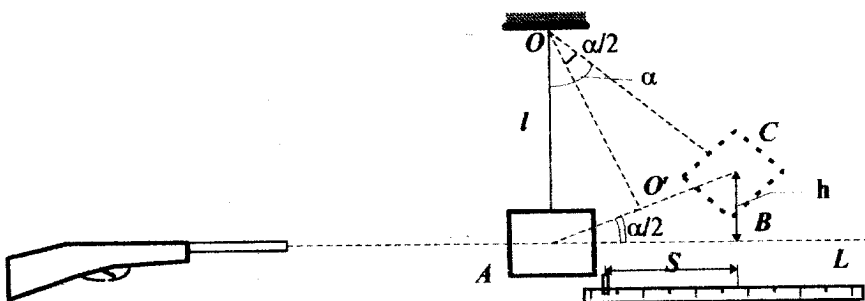


Рис.1 (Установка для визначення швидкості польоту кулі.)

Якщо знехтувати силами тертя в нитках, на яких підвішений маятник і опором повітря, то система маятник-куля після удару є ізольованою і консервативною. Тут можна використати закон збереження механічної енергії:

$$\frac{(M + m)U^2}{2} = (M + m)gh, \quad \text{звідки } U = \sqrt{2gh}. \quad (2)$$

Таким чином, завдання зводиться до визначення висоти піднімання маятника після попадання в нього кулі.

З $\triangle ABC$ $h = BC \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, але так як кут відхилення малий,

можна вважати $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AO'}{l} = \frac{AC}{2l}$.

З $\triangle AOO'$ знаходимо $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AO'}{l} = \frac{AC}{2l}$ тому $h = AC \cdot \frac{AC}{2l} = \frac{AC^2}{2l}$.

У межах похибки вимірювання можна вважати, що $AB \approx AC$, де

$AB=S$ — віддаль, на яку зміщується показчик на лінійці L .

Остаточно одержуємо:

$$h = \frac{S^2}{2l}, \quad (3)$$

Використовуючи співвідношення (1) - (3), одержуємо формулу для визначення швидкості кулі:

$$V = \frac{(M+m)}{m} \cdot U = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh} = \frac{M+m}{m} S \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (4)$$

У співвідношенні (4) величини M , m , l , S визначаються експериментально.

Порядок виконання роботи

Для проведення необхідних вимірювань слід:

1. зважити балістичний маятник;
2. зважити кулі;
3. підвісити маятник так, щоб вісь циліндра знаходилась на лінії польоту кулі. Показчик на лінійці підвести впритул до задньої стінки циліндра. Виміряти довжину підвісу маятника;
4. здійснити постріл і зміщення показчика занести в таблицю;
5. дослід повторити кілька разів.

№ досліду	M	m	l	S	V
1.					
2.					
3.					

Обробка результатів дослідження і їх аналіз

1. За формулою (4) визначити швидкість кулі для кожного пострілу окремо.

При розрахунках слід враховувати, що маса маятника після кожного

пострілу збільшується на величину маси кулі.

2. Із результатів дослідів визначити середнє значення швидкості кулі; абсолютну і відносну похибки; провести необхідний аналіз результатів.

Контрольні запитання

1. Що називається балістичним маятником?
2. Записати закони збереження для пружного і непружного ударів куль.
3. Як розрахувати зміну внутрішньої енергії системи "маятник-куля" при непружному ударі?
4. Як зміниться результат експерименту, якщо куля влітає в маятник під деяким кутом β до горизонту?
5. Як можна пояснити розходження в значеннях швидкості кулі, одержаних із даних кінематичного і динамічного методів?

Лабораторна робота № 1-5

Вивчення абсолютно пружного центрального удару куль з допомогою конденсаторного хронометра

л.1. §§ 16,17,24,25

Мета роботи: вивчити закони збереження при абсолютно пружному ударі на прикладі визначення часу удару; середньої сили удару і швидкості кулі в момент удару з допомогою конденсаторного хронометра.

Прилади і матеріали: експериментальна установка; штангенциркуль і лінійка.

Опис установки

(Теоретичні відомості описані в лабораторній роботі №.1 - 3)

Час зіткнення τ тіл настільки малий, що його неможливо виміряти секундо-
міром. Його визначають методом конденсаторного хронометра, принцип

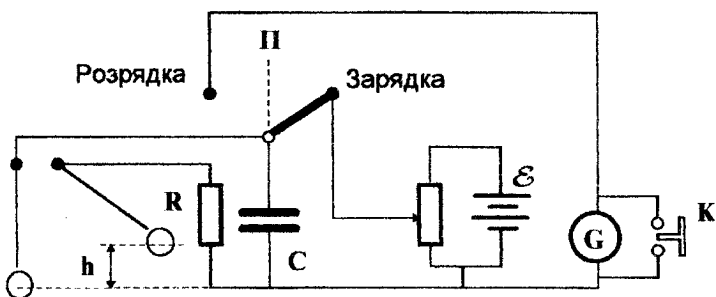


Рис.1 (Установка для визначення часу удару куль.)

дії якого полягає в наступному: куля при ударі замикає електричне коло, що складається із зарядженого конденсатора C , резистора R і гальванометра G , з'єднаних між собою згідно з рис. 1.

Нехай у початковий момент часу t конденсатор мав заряд q . За час Δt при ударі заряд конденсатора зменшився на Δq . Виходячи із співвідношення $I = dq/dt$, маємо $dq = Idt$, де I — миттєве значення струму (його можна визначити із закону Ома) $I = U/R$, але $U = q/C$, де C — ємність конденсатора, R — опір кола. Тоді $dq = (-q/RC)dt$.

Розділимо змінні і проінтегруємо останній вираз:

$$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = - \int_0^{\tau} \frac{dt}{RC}; \rightarrow \ln \frac{q_0}{q} = \frac{\tau}{RC}.$$

Звідки : $\tau = CR \ln q_0/q$;

де q_0 — початковий заряд конденсатора ;

q — заряд, який залишився після удару.

Для вимірювання заряду скористаємось гальванометром, відхилення

показчика якого n пропорційне значенню заряду. Тобто $q_0 \sim n_0$, а $q \sim n$. Тоді

$$\tau = C R \ln n_0/n.$$

Порядок виконання роботи

1. Відвести одну із куль і закріпити її фіксатором, зарядити конденсатор, поставивши перемикач П в положення "Зарядка" на 3-4 с, а потім розрядити його через гальванометр шляхом переведення перемикача П в положення "Розрядка". Записати показ гальванометра n_0 . Дослід повторити не менше 10 разів. Одержані результати занести в таблицю. Для заспокоєння показчика гальванометра слід періодично натискати кнопку К.
2. Зарядити конденсатор, перевівши перемикач П спочатку в положення "Зарядка" на 3-4 с, а потім в нейтральне положення. Провести удар куль, звільнивши при цьому фіксатор. Потім перемикач П перевести в положення "Розрядка" і записати відхилення показчика гальванометра n . Дослід повторити не менше 10 разів.
3. Визначити значення висоти піднімання кулі h і її радіус r , а також записати значення опору кола R і ємності конденсатора C .

С, Ф	R, Ом	n_0	n	h, м	r, м

Обробка результатів дослідження і їх аналіз

1. За формулою (23) визначити швидкість кулі при ударі (л.р. 1-3).
2. За формулою (1) визначити час зіткнення куль. Знайти абсолютну і відносну похибки τ .
3. Визначити масу кулі і за формулою (16) вирахувати середню силу удару. Пояснити одержані результати (л.р. 1-3).

Контрольні запитання

1. Що таке пружний і непружний удари?
2. Який буде характер руху куль після удари?
3. Одержати формули для розрахунку відносної і абсолютної похибок вимірюваних величин.

Лабораторна робота №1-6

Визначення моментів інерції твердих тіл з допомогою трифілярного підвісу

д.1. §§ 31, 23.

Мета роботи: набути навичок експериментального визначення моментів інерції твердих тіл та перевірити теорему Штейнера.

Прилади і матеріали: трифілярний підвіс; терези; комплект різноважків; штангенциркуль; досліджувані тіла.

Теоретичні відомості

Момент інерції - це фізична величина, що є мірою інертності тіл при обертотому русі. Чисельно вона дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок, на які подумки розбивають тіло, на квадрати їх віддалей від осі обертання:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

У випадку однорідного тіла правильної форми сума замінюється інтегруванням. На практиці часто необхідні значення моментів інерції твердих тіл неоднорідних або довільної (неправильної) форми. У таких випадках моменти інерції визначають експериментально. Одним з методів визначення моментів інерції є метод трифілярного підвісу. Трифілярний підвіс являє собою круглу платформу, що підвішена на трьох симетрично

розташованих нитках, прикріплених до країв цієї платформи. Зверху ці нитки також симетрично прикріплені до диска меншого діаметра, ніж діаметр платформи. Платформа може здійснювати крутильні коливання навколо (Рис.1.)

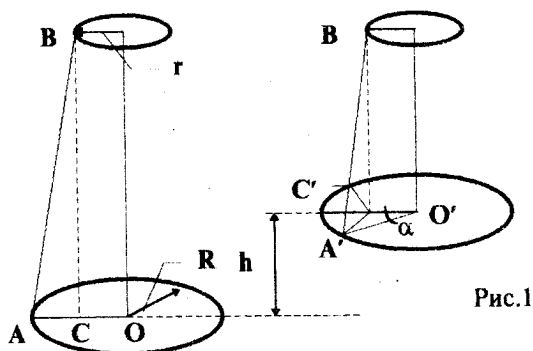


Рис.1

вертикальної осі, що перпендикулярна до її площини та проходить через її середину. Центр мас платформи при цьому переміщується вздовж осі обертання. Період коливань визначається величиною моменту інерції платформи. Він буде іншим, якщо платформу навантажити яким-небудь тілом. Це й використовується в даній роботі.

Якщо платформа масою m , обертаючись в одному напрямку, піднялась на висоту h , то вона набуде приросту потенціальної енергії

$$W = m g h,$$

де g — прискорення вільного падіння.

Обертаючись в другому напрямку, платформа прийде в положення рівноваги з кінетичною енергією:

$$W_k = \frac{I \omega_0^2}{2},$$

де I — момент інерції платформи ;

ω_0 — кутова швидкість платформи в момент досягнення нею положення рівноваги.

Знехтувавши роботою сил тертя, на основі закону збереження механічної енергії, можемо записати:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = mgh. \quad (1)$$

Вважаючи, що платформа здійснює гармонічні коливання, можемо записати залежність кутового зміщення платформи від часу в вигляді:

$$\alpha = \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

де α — кутове зміщення платформи ;

α_0 — амплітуда зміщення ;

T — період коливань ;

t — поточний час.

Кутова швидкість ω визначається як перша похідна від кута α за часом, тобто:

$$\omega_x = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi\alpha}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

В моменти проходження через положення рівноваги ($t = 0; 0.5T; 1.5T$ і т.д.) абсолютне значення її буде:

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha_0}{T}.$$

Підставивши значення ω_0 в рівняння (1), одержимо:

$$mgh = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi\alpha_0}{T} \right)^2. \quad (2)$$

Якщо l — довжина ниток підвісу, R — радіус платформи, r — радіус верхнього диска, то з рис.1. видно, що

$$h = OO' = BC - BC_1 = \frac{BC^2 - BC_1^2}{BC + BC_1},$$

але

$$BC^2 = AB^2 - AC_1^2 = l^2 - (R - r)^2;$$

$$BC_1^2 = A_1B^2 - A_1C_1^2 = l^2 - (R + r^2 - 2Rr \cos \alpha_0)^2,$$

тому

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \alpha_0)}{BC + BC_1} = \frac{4Rr \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{BC + BC_1}.$$

При малих значеннях кута відхилення α_0 синус цього кута можна замінити значенням самого кута в радіанах, а знаменник вважати рівним $2l$. Врахувавши це, одержимо:

$$h = \frac{Rr \alpha_0^2}{2l}.$$

Підставивши значення h у рівняння (2), маємо:

$$mg \frac{Rr \alpha_0^2}{2l} = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi \cdot \alpha_0}{T} \right)^2, \quad (3)$$

звідки одержуємо остаточно:

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} \cdot T^2. \quad (4)$$

За формулою (4) можна визначити момент інерції і самої платформи і тіла, що покладене на неї, так як всі величини, правої частини формули можуть бути безпосередньо виміряні.

Трифілярний підвіс дає можливість також перевірити теорему Штейнера:

$$I = I_0 + ma^2. \quad (5)$$

Момент інерції тіла відносно якої небудь осі дорівнює сумі моменту його інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас, та добутку маси тіла на квадрат віддалі між осями.

Для перевірки теореми Штейнера необхідно мати два абсолютно однакових тіла. Спочатку визначають момент інерції одного з них, а потім

обидва тіла розміщують симетрично на платформі і визначають їх момент інерції при такому розташуванні. Половина цього значення і буде давати момент інерції одного тіла, що знаходиться на фіксованій віддалі від осі обертання. Знаючи віддаль, масу тіла та момент інерції його відносно центральної осі, можна вирахувати момент інерції цього ж тіла за теоремою Штейнера. Порівняння одержаних значень моментів інерції і буде перевіркою теореми.

Порядок виконання роботи

1. Повернути нижню платформу на кут $8-10^0$, надавши їй обертовий імпульс для початку крутильних коливань. Секундоміром виміряти час 25-30 повних коливань підвісу та визначити період коливань за формулою:

$$T = \frac{t}{n} . \quad (6)$$

2. У центрі платформи розташувати досліджуване тіло m_1 та визначити період коливань системи T_1 .
3. На платформі симетрично відносно центру розмістити два тіла масою m_1 і визначити період коливань системи T_2 .
4. Штангенциркулем заміряти радіус досліджуваного диска r_1 , та віддаль a між центрами платформи і зміщеного диска. Дані всіх вимірювань занести в таблицю:

R, м	r, м	l, м	m ₀ , кг	T ₀ , с	T ₁ , с	T ₂ , с	m ₁ , кг	r ₁ , м	a, м

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (4) вирахувати момент інерції I_0 платформи. У цьому випадку
 $m=m_0, T=T_0$.

2. За формулою (4) вирахувати момент інерції I_0 платформи, навантаженої диском m_1 . У даному разі $m = m_0 + m_1$; $T = T_1$.
3. Із співвідношення $I_C = I_0 + I_D$ знайти момент інерції диска відносно центральної осі I_D .
4. За теоретичною формулою $I_D = 0.5m_1r_1^2$ знайти момент інерції цього ж диска. Результат співставити з експериментальним.
5. За формулою (4) вирахувати момент інерції I_2 платформи, навантаженої двома симетрично розташованими дисками m_1 .
6. За формулою знайти $I = \frac{I_2 - I_0}{2}$ момент інерції диска відносно осі, зміщеної на O' від центра мас.
7. За формулою (5) вирахувати момент інерції зміщеного диска згідно з теоремою Штейнера. Результат співставити з експериментом.
8. Знайти відносну та абсолютну похибки одного з експериментів.

Контрольні запитання

1. Тверде тіло як система частинок. Його момент інерції та кінетична енергія.
2. Основний закон динаміки обертального руху.
3. Теорема Штейнера.
4. Переваги та недоліки вивченого методу визначення моменту інерції тіл.

Лабораторна робота № 1-7

Визначення моменту інерції маятника Обербека

д.І. §§ 31, 32

Мета роботи: вивчення основного закону динаміки обертового руху шляхом визначення моменту інерції маятника Обербека експериментальним та розрахунковим способом.

Прилади і матеріали: маятник Обербека; комплект вантажів; штангенциркуль; електронний секундомір.

Теоретичні відомості

В даній роботі належить визначити момент інерції маятника Обербека, який являє собою хрестовину 1 (рис.1.), що складається з чотирьох взаємно перпендикулярних стержнів. Вздовж них можуть переміщуватись вантажі 2 однакової маси m_1 . На горизонтальній осі хрестовини є двоступінчастий диск 3, на який намотується нитка. Один кінець її прикріплений до диска, а на інший кінець підвішується вантаж 4. Під дією цього вантажу нитка розмотується з диска і викликає обертовий рух хрестовини, який приблизно можна вважати рівномірно прискореним рухом.

Визначити момент інерції маятника Обербека можна двома способами.

1 спосіб – експериментальний:

Якщо виміряти кутове прискорення $\mathcal{E}$ руху хрестовини і момент діючих на диск сил M , то скориставшись основним рівнянням динаміки обертового руху

$$\mathcal{E} = \frac{M}{I} \quad (1)$$

ми зможемо визначити момент інерції маятника. Але величини M та $\mathcal{E}$ безпосередньому вимірюванню не піддаються. Тому, вимірявши висоту

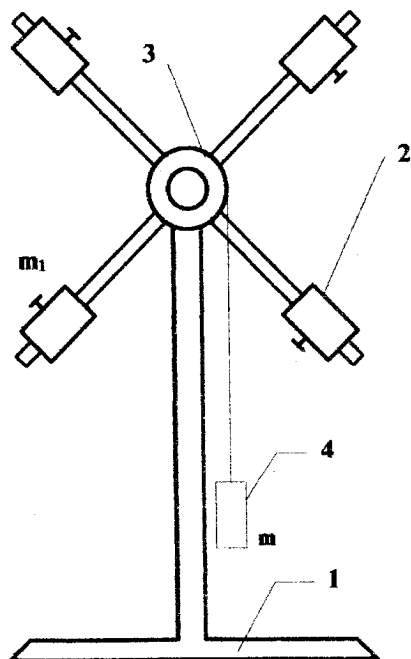


Рис 1.

Якщо знехтувати силою тертя, то

$$M = F \cdot r = m(g - a)r = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r. \quad (3)$$

Підставивши вирази (2) і (3) в (1), одержимо кінцевий результат:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (4)$$

II спосіб - теоретичний.

Розіб'ємо маятник на систему тіл, що обертаються: чотирьох стержнів довжиною l , чотирьох тіл масою m та довжиною l_0 . Момент інерції маятника дорівнює сумі моментів інерції тіл, що його складають.

Момент інерції стержня довжиною l відносно осі, що проходить перпендикулярно до стержня через його кінець дорівнює:

падіння h вантажу m та час його падіння t за рівнянням рівноприскореного руху при $V_0 = 0$

$$h = \frac{at^2}{2}$$

можемо знайти прискорення падіння вантажу, яке є одночасно тангенціальним прискоренням обертowego руху маятника. Замірявши радіус диска r , вирахуємо кутове прискорення:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{t^2 r}, \quad (2)$$

Момент діючих сил створюється силою натягу нитки

$$F = m(g - a).$$

$$I = \frac{1}{3} m_2 l^2,$$

де m_2 – маса стержня. Для чотирьох таких стержнів

$$I_1' = \frac{4}{3} m_2 l^2, \quad (5)$$

Розміри тіл масою m_1 малі в порівнянні з віддаллю R від осі обертання до центра мас цих тіл, тому їх можна розглядати як матеріальні точки, момент інерції яких визначиться співвідношенням:

$$I_2 = 4m_1 R^2. \quad (6)$$

Знехтувавши моментом інерції дисків, одержуємо для всього маятника:

$$I' = \frac{4}{3} m_2 l^2 + 4m_1 R^2. \quad (7)$$

Порядок виконання роботи

1. Встановити верхній кронштейн на вибраній висоті так, щоб вантаж при падінні проходив через середину робочого вікна фотоелектричного датчика.
2. Розмістити вантажі m_1 на однаковій віддалі від осі обертання.
3. Штангенциркулем заміряти радіуси двоступінчастого диска r_1 та r_2 .
4. Намотати нитку з вибраним числом вантажів масою m на диск радіусом r_1 .
5. Встановити нижній край вантажів точно по рисці на корпусі верхнього фотоелектричного датчика.
6. Натиснути клавішу "Сеть" та переконатись, чи всі індикатори показують "нуль", в протилежному випадку натиснути клавішу "Сброс".
7. З допомогою шкали визначити висоту падіння вантажів m .
8. Натиснути клавішу "Пуск".
9. Записати час падіння вантажів, виміряний мілісекундоміром.
10. Експеримент повторити 3-4 рази для однакового положення вантажів

m , при різних значеннях вантажу m для радіуса диска r_1 , потім повторити те ж саме для радіуса r_2 . Всі дані занести в таблицю 1.

Табл. 1

m	t	h	r_1	r_2

11. Для визначення моменту інерції маятника Обербека теоретичним шляхом необхідно заміряти довжину стержня хрестовини l , записати масу вантажів m_1 та заміряти їх довжину l_0 .
12. Заміряти діаметр стержня хрестовини D і віддаль вантажів від осі обертання R_0 . Всі дані занести в таблицю 2.

Табл. 2

l	D	m_1	l_0	m_2	R	R_0

де m_2 — маса стержня, яку можна знайти за формулою:

$$m_2 = \rho V = \rho \frac{\pi D^2}{4} l, \quad (8)$$

ρ — густина матеріалу стержнів,

R — віддаль від осі обертання до центрів мас вантажів

$$R = R_0 + \frac{l_0}{2}. \quad (9)$$

Обробка результатів експерименту і їх аналіз

1. За формулою (4) вирахувати момент інерції маятника Обербека для різних радіусів диска та вантажів m .
2. Визначити абсолютну та відносну похибки експерименту.
3. За формулою (7) визначити теоретичний момент інерції маятника Обербека.
4. Порівняти результати, одержані експериментальним та теоретичним

шляхом. Зробити відповідні висновки.

Контрольні запитання

1. Тверде тіло як система матеріальних точок. Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі.
2. Основне рівняння динаміки обертового руху твердого тіла. Момент інерції, момент сили, момент імпульсу.
3. Кінетична енергія тіла, що обертається.
4. Закони збереження енергії та моменту імпульсу.

Лабораторна робота №1 - 8

Визначення моментів інерції тіл методом

крутильних коливань

л.1. §§31, 32; 2. §§ 64,65

Мета роботи: поглиблення поняття моменту інерції тіла; експериментальне і теоретичне визначення моментів інерції тіл.

Прилади і матеріали: крутильний маятник з вмонтованим електронним секундоміром; набір досліджуваних тіл; штангенциркуль.

Теоретичні відомості

При розв'язуванні багатьох питань динаміки обертового руху тіл зустрічаються величини, які визначаються через суми добутків мас точок тіла на квадрати їх віддалей до осі, до точки чи до площини. Ці суми називають моментами інерції тіла відносно осі, відносно точки або відносно площини.

Наприклад, момент інерції тіла відносно осі z дорівнює:

$$I_z = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum m_i \cdot r_i^2. \quad (1)$$

де m_i — маса i -тої точки;
 x_i, y_i — абсциса та ордината цієї точки;
 r_i — віддаль її до осі z .

Аналогічно визначається момент інерції відносно якої-небудь точки чи площини. Так, момент інерції тіла відносно точки O дорівнює:

$$I_0 = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) = \sum_i m_i \cdot r_i^2, \quad (2)$$

а момент інерції відносно площини $ХОУ$:

$$I_{xy} = \sum_i m_i \cdot z_i^2. \quad (3)$$

Формули (1) та (2) дозволяють одержати наступне співвідношення:

$$2I_0 = I_x + I_y + I_z \quad (4)$$

яке вказує на зв'язок між моментами інерції тіла відносно координатних осей та відносно початку координат. Вираз (4) дає можливість в багатьох випадках порівняно легко визначити моменти інерції тіл.

Знайдемо момент інерції тіла відносно довільної осі OL , що проходить через початок координат O . Нехай напрямок цієї осі характеризується направляючими кутами α, β, γ . Радіус-вектор довільної точки тіла масою m_i позначимо через r_i , а віддаль цієї точки до осі OL через R_i . Тоді, згідно з визначенням моменту інерції відносно осі, маємо:

$$I_L = \sum_i m_i \cdot R_i^2. \quad (5)$$

З рис.1 видно, що $R_i = r_i \cdot \sin \varphi$. Нехай одиничний вектор осі OL дорівнює $\vec{l}$. Тоді $|\vec{r}_i \cdot \vec{l}| = r_i \cdot \sin \varphi$ і відповідно $R^2 = |\vec{r}_i \cdot \vec{l}|^2$. Так як $l = (\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma)$, а

$$\vec{r} \cdot \vec{l} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_i & y_i & z_i \\ \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \end{vmatrix}$$

то проекції цього вектора на осі координат дорівнюють:

$$(\vec{r} \cdot \vec{l})_x = y_i \cos \gamma - z_i \cos \beta,$$

$$(\vec{r} \cdot \vec{l})_y = z_i \cos \alpha - x_i \cos \gamma,$$

$$(\vec{r} \cdot \vec{l})_z = x_i \cos \beta - y_i \cos \alpha.$$

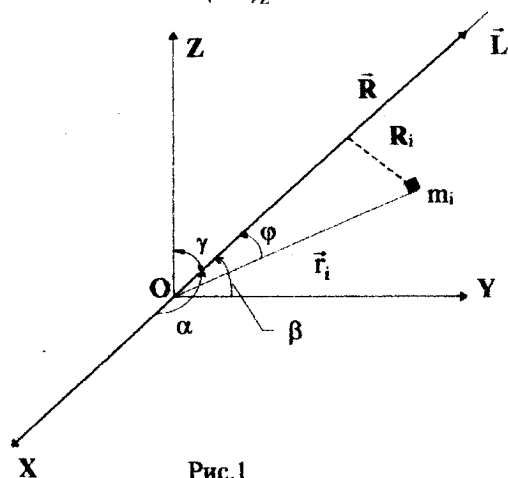


Рис.1

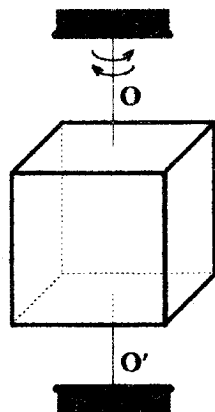


Рис.2

Таким чином, момент інерції тіла відносно осі OL можна записати у вигляді:

$$I_L = \sum_i m_i |\vec{r}_i \times \vec{l}|^2 = \sum_i m_i \left\{ (y_i \cos \gamma - z_i \cos \beta)^2 + \right. \\ \left. + (z_i \cos \alpha - x_i \cos \gamma)^2 + (x_i \cos \beta - y_i \cos \alpha)^2 \right\}. \quad (6)$$

Після очевидних перетворень одержуємо:

$$I_L = \cos^2 \alpha \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) + \cos^2 \beta \sum_i m_i (x_i^2 + z_i^2) + \cos^2 \gamma \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) - \\ - 2 \cos \beta \cdot \cos \gamma \sum_i m_i y_i z_i - 2 \cos \alpha \cdot \cos \gamma \sum_i m_i y_i z_i - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \sum_i m_i y_i z_i. \quad (7)$$

Звернемо увагу, що

$$\sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) = I_x ,$$

$$\sum_i m_i (x_i^2 + z_i^2) = I_y ,$$

$$\sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_z .$$

Введемо позначення для сум:

$$\sum_i m_i x_i y_i = I_{xy} ,$$

$$\sum_i m_i y_i z_i = I_{yz} ,$$

$$\sum_i m_i x_i z_i = I_{xz} .$$

(8)

Величини I_{xy} , I_{yz} , I_{xz} називають відцентровими моментами інерції тіла відносно відповідних пар осей. Іншими словами, відцентровий момент інерції тіла відносно якої-небудь пари осей називають суму добутків мас всіх точок тіла на їх координати відносно цих осей. Тепер формула (7) набуде вигляду:

$$I_L = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma - 2I_{xy} \cos \alpha \cdot \cos \beta - \\ - 2I_{xz} \cos \alpha \cdot \cos \gamma - 2I_{yz} \cos \beta \cdot \cos \gamma .$$

(9)

З одержаної формули випливає, що для визначення моменту інерції тіла відносно осі, яка проходить через точку, необхідно знати шість величин — три моменти інерції відносно координатних осей та три відцентрових моменти інерції.

Якщо через точку O провести пучок осей, то за формулою (9) можна визначити моменти інерції тіла відносно всіх осей пучка. У загальному випадку вони виявляться різними. Для наочного уявлення зміни моментів інерції тіла відносно осей пучка використаємо наступний геометричний спосіб. Відкладемо від точки O вздовж осі OL відрізок R , довжина якого рівна

$$R = \frac{1}{\sqrt{I_L}} .$$

Виконавши таку побудову для кожної осі пучка, одержимо сукупність точок, що складають деяку поверхню. Знайдемо рівняння цієї поверхні. З рис.1 видно, що координати кінця відрізка дорівнюють:

$$x = R \cdot \cos\alpha, y = R \cdot \cos\beta, z = R \cdot \cos\gamma, \quad (11)$$

Домноживши обидві частини рівняння (9) на R^2 і приймаючи до уваги співвідношення (10) та (11), одержуємо:

$$I_x \cdot x^2 + I_y \cdot y^2 + I_z \cdot z^2 - 2I_{xy} \cdot xy - 2I_{xz} \cdot xz - 2I_{yz} \cdot yz = 1. \quad (12)$$

Якщо зробити припущення, що $I_L \neq 0$ то вираз (12) являє собою рівняння еліпсоїда. Знайдений еліпсоїд називають еліпсоїдом інерції для даного тіла в точці 0.

Момент інерції тіла відносно осі характеризує інертність його в обертovому русі, а також розподіл мас тіла відносно цієї осі. Тому еліпсоїд інерції тіла в якій-небудь точці є загальною геометричною характеристикою розподілу мас тіла відносно пучка осей, що проходять через цю точку.

З аналітичної геометрії відомо, що рівняння еліпсоїда значно спрощується, якщо осі координат вибрати спрямованими вздовж його головних діаметрів. У цьому випадку рівняння еліпсоїда інерції (12) набуває вигляду:

$$I_x \cdot x^2 + I_y \cdot y^2 + I_z \cdot z^2 = 1, \quad (13)$$

тобто, відцентрові моменти інерції тіла дорівнюють нулеві.

Три взаємно перпендикулярних осі, що проходять через дану точку і відносно яких відцентрові моменти інерції тіла рівні нулеві, називаються головними осями інерції для даної точки, а моменти інерції I_x , I_y , I_z відносно цих осей носять назву відповідно головних моментів інерції тіла.

Написавши рівняння еліпсоїда в канонічній формі

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

та співставивши його з рівнянням (13), знайдемо півосі еліпсоїда інерції тіла:

$$a = \frac{1}{\sqrt{I_x}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{I_y}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{I_z}}. \quad (14)$$

Напрямок головних осей тіла часто можна визначити, користуючись принципом симетрії. Наприклад, головні осі однорідного прямокутного паралелепіпеда відповідно паралельні його ребрам.

Якщо тіло має симетрію обертання навколо деякої осі, то його еліпсоїд інерції має таку ж симетрію. До тіл подібного типу відноситься, наприклад, циліндр. Причому, у таких випадках вісь симетрії тіла є одночасно однією з головних осей інерції.

Для динаміки обертового руху тіла суттєвою є не симетрія самого тіла, а симетрія відповідного йому еліпсоїда інерції. Всі тіла з однаковими еліпсоїдами інерції динамічно еквівалентні. Наприклад, в динамічному відношенні конус може бути еквівалентним кулі або циліндрові.

Моменти інерції тіл правильної геометричної форми можна теоретично вирахувати з допомогою методів інтегрального числення. Для тіл складної форми простіше момент інерції знаходити експериментально. На практиці особливо велике застосування знайшли методи маятникових та крутильних коливань, а також метод падаючого тягара (маятник Обербека).

Знання моментів інерції тіл відіграють важливу роль у техніці. У різних машинах зустрічаються деталі, що обертаються з дуже великою частотою. Наприклад, веретена прядильних машин, вали парових газових турбін, колінчаті вали двигунів внутрішнього згорання і т.д. У цих випадках дуже важливо, щоб головна вісь обертання проходила через центр мас. При

цьому відбувається зрівноваження відцентрових сил інерції. Слід зокрема підкреслити, що в сучасному машинобудуванні зрівноваження сил інерції є предметом постійних турбот конструкторів.

Моменти інерції перерізів різних конструкційних елементів поряд з характеристиками міцності матеріалу визначають їх властивість чинити опір зовнішнім навантаженням. Це широко використовується при розрахунках будівельних конструкцій — ферм, балок, каркасів і т.п.

У даній роботі для експериментального визначення моментів інерції тіл використовується метод крутильних коливань. Конструкція установки дає

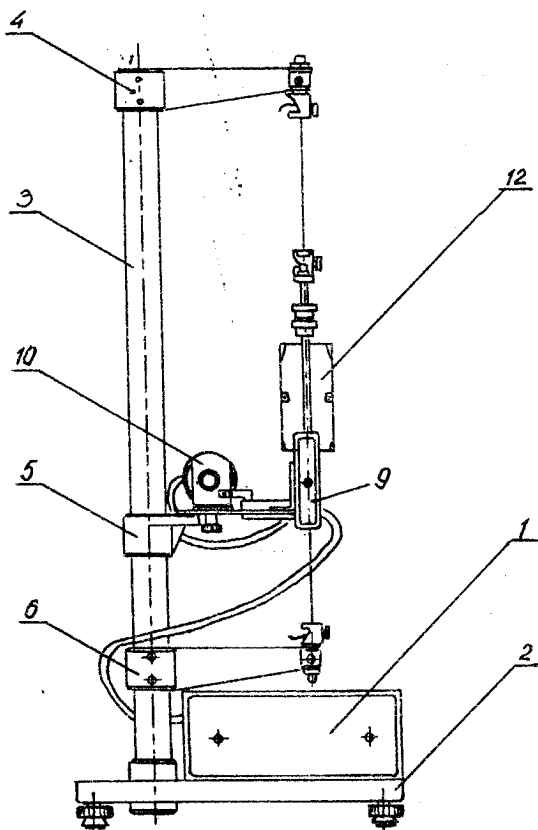


Рис. 3.

можливість визначити тільки центральні моменти інерції, тобто, моменти інерції відносно осей, які проходять через центр мас тіла.

Нехай деяке тіло закріплене з допомогою дроту, як показано на рис. 2. Якщо це тіло повернути на невеликий кут навколо осі OO' і потім відпустити, то виникнуть так звані крутильні коливання. Період цих коливань визначається за формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f}}, \quad (15)$$

де I — момент інерції тіла відносно осі OO' ,

f — модуль кручення дроту.

Для визначення невідомої величини f вимірюють спочатку період крутильних коливань T_1 тіла, момент інерції I_1 якого відомий (куб, $I_1 = (4,083 \pm 0,0005) \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$). Далі вимірюють період крутильних коливань T_2 досліджуваного тіла і визначають його момент інерції I_2 за формулою:

$$I_2 = I_1 \frac{T_2^2}{T_1^2}. \quad (16)$$

Опис експериментальної установки

Крутильний маятник зображений на рис.3. До підставки 2, що має чотири гвинтові ніжки, прикріплені мілісекундомір 1 та колонка 3 з кронштейнами 4, 5, 6. Кронштейни 4 і 6 мають затискачі для закріплення сталюого дроту з рамкою 7. З допомогою кронштейна 5 закріплюється сталюа плита 8 з фотоелектричним датчиком 9, електромагнітом 10 та кутовою шкалою 11. Положення електромагніту відносно датчика вказує стрілка на кутовій шкалі.

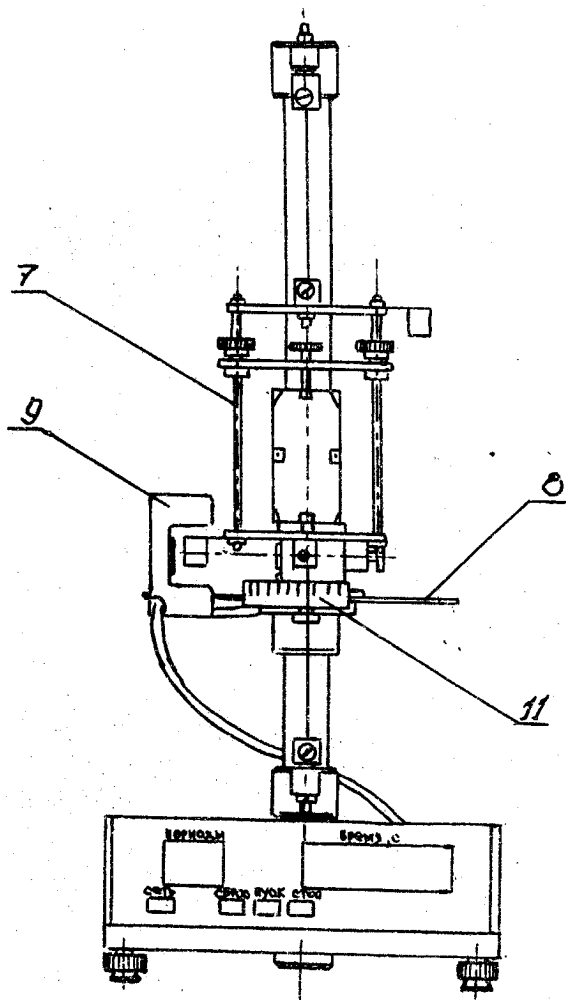


Рис.4

Конструкція рамки дає можливість закріплювати тіла 12 різних форм. Тіла закріплюються з допомогою гвинтів та рухомої балки з затискними втулками. На передній панелі мілісекундоміра розташовані клавіші управління приладом: "Сеть", "Сброс", "Пуск" і "Стоп", а також цифрові індикатори лічильника періодів коливань та лічильника часу. (Рис. 4)

Період крутильних коливань маятника вираховується на основі показів цифрових індикаторів за формулою:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (17)$$

де t - час коливань, N - число періодів.

Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути прилад в електричну мережу.
2. Натиснути клавішу "Сеть". Переконались, чи всі індикатори висвічують нулі, чи світиться лампочка фотоелектричного датчика.
3. В рамці приладу закріпити еталонне тіло-куб.
4. Повертаючи рамку приладу, наблизити стрілку до електромагніта і зафіксувати її в цьому положенні.
5. Натиснути клавішу "Пуск".
6. Після здійснення не менше 10 крутильних коливань натиснути клавішу "Стоп".
7. Записати покази лічильника періодів N та лічильника часу t .
8. Натиснути клавішу "Сброс" і "Пуск".
9. Виконати пункти 3-7 для досліджуваного тіла, вимірюючи періоди його крутильних коливань відносно головних осей та двох інших центральних осей.
10. Визначити розміри досліджуваного тіла.

Обробка результатів вимірювання

1. За формулою (17) знайти періоди крутильних коливань еталонного та досліджуваного тіла.
2. Вирахувати головні моменти інерції досліджуваного тіла за формулою (16).
3. Написати рівняння еліпсоїда інерції досліджуваного тіла в формі (13).
4. За формулою (16) знайти моменти інерції досліджуваного тіла відносно вибраних інших центральних осей.
5. Знаючи I_x , I_y , I_z та розміри досліджуваного тіла, за формулою (9) знайти моменти інерції відносно цих же осей і співставити одержані результати.
6. Знайти похибки вимірювань.

Контрольні запитання

1. Фізичний зміст поняття моменту інерції тіла. Роль моментів інерції в техніці.
2. Знаходження моментів інерції окремих тіл правильної форми: стержень, диск, куля, кільце відносно різних осей.
3. Теорема Штейнера-Гюйгенса та її практичне застосування.
4. Еліпсоїд інерції тіла та його геометричний зміст. Динамічна еквівалентність тіл.

Лабораторна робота № 1-9

Балістичний крутильний маятник

л.1. §§ 31,32; 2. §§ 64,65

Мета роботи: вивчення законів динаміки обертового руху на прикладі вимірювання швидкості "снаряда" з допомогою балістичного крутильного маятника.

Прилади і матеріали: балістичний крутильний маятник з вмонтованим мілісекундоміром; досліджувальне тіло-"снаряд".

Теоретичні відомості

Крутильний маятник у найпростішому варіанті являє собою горизонтальний стержень, підвішений на пружній нитці довжиною l . З допомогою крутильного маятника одержані фундаментальні результати в фізиці, а саме: виміряно гравітаційну сталу (Г.Кавендіш), вивчено закон взаємодії точкових зарядів (Ш.О.Кулон), виміряно тиск світла (П.І.Лебедєв). Крутильний маятник, являючись основним елементом прецезійних вимірювальних приладів, знаходить широке застосування і в сучасній дослідницькій практиці, наприклад, для вимірювання магнітної сприйнятливості, вивчення процесів внутрішнього тертя в твердих тілах і ін.

В даній лабораторній роботі з допомогою балістичного крутильного маятника вимірюється швидкість "снаряда" - тіла масою m , яке вистрілює стиснена пружина.

Схема досліду для визначення швидкості v "снаряда" зображена на рис. 1. Нехай плече імпульсу, тобто віддаль від осі обертання Z (вісь співпадає з ниткою) до лінії, вздовж якої рухається "снаряд", дорівнює g . Попадаючи в мішень, "снаряд" застрягає в пластиліні і рухається разом з мішенню. Таким чином, має місце абсолютно непружний удар. Обертання маятника відносно z описується рівнянням динаміки обертового руху:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad (1)$$

де L_z — проекція моменту імпульсу системи на вертикальну вісь Z ,

M_z - проекція результуючого моменту сил на цю ж вісь.

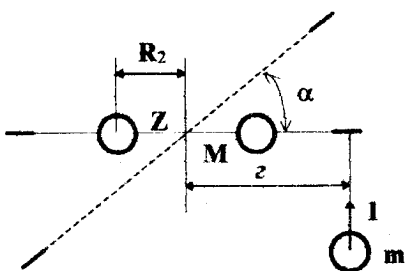


Рис. 1

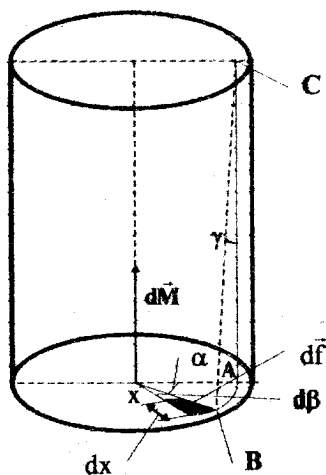


Рис. 2

До удару і безпосередньо після нього всі діючі сили (тяжіння, реакції) напрямлені вздовж осі Z, тому проекція моменту цих сил рівна нулеві. Враховуючи це, з рівняння (1) одержуємо:

$$\frac{dL_z}{dt} = 0 \quad (2)$$

Звідки слідує, що $L_z = \text{const}$.

До удару маятник знаходився в стані спокою, а момент імпульсу "снаряда" був рівний mvg . Після удару маятник разом з "снарядом" обертається з початковою кутовою швидкістю ω . Якщо в указаному на рис. 1 положенні вантажів M (на віддалі R_2 від осі обертання) момент інерції маятника позначити через I_2 , то момент імпульсу його безпосередньо після удару буде:

$$L_{2z} = I_2 \omega \quad (3)$$

На основі закону збереження моменту імпульсу (2) можемо записати:

$$I_2\omega = mvg. \quad (4)$$

Маючи початковий момент імпульсу L_{2z} , маятник повертається відносно осі Z , але внаслідок деформації кручення виникають пружні сили, момент яких $M(\phi)$ залежить від кута повороту маятника ϕ , що приводить до зменшення моменту імпульсу, а також кутової швидкості обертання. У той момент часу, коли кутова швидкість стає рівною нулю, кут повороту досягає максимального значення α , яке піддається безпосередньому вимірюванню. У процесі удару механічна енергія системи не зберігається, бо частина її перетворюється у внутрішню енергію тіл, які стикаються. Але після удару рух відбувається під дією пружних сил, а дисипативними силами, внаслідок малих значень лінійних швидкостей елементів маятника, можемо знехтувати. Тому надалі правомірне застосування закону збереження механічної енергії:

$$W_k + W_{\Pi} = \text{const}, \quad (5)$$

причому, безпосередньо перед ударом $W_{\Pi} = 0$, а при $\phi = \alpha$ $W_{1k} = 0$.

Кінетична енергія системи як енергія тіла, що обертається відносно нерухомої осі, визначається за формулою:

$$W_{1k} = \frac{I_2\omega^2}{2}. \quad (6)$$

Врахувавши всі ці висновки, закон збереження (5), приводить нас до співвідношення

$$\frac{I_2\omega^2}{2} = W_{\Pi}(\alpha). \quad (7)$$

де $W_{\Pi}(\alpha)$ — є потенціальна енергія деформації при максимальному відхиленні маятника.

Тепер необхідно цю енергію явно виразити через кут α . При повороті на безмежно малий кут $d\phi$ силами пружності виконується елементарна

робота:

$$dA = -M(\varphi) \cdot d\varphi, \quad (8)$$

де знак "мінус" враховує, що момент сили протидіє зростанню кута повороту. Оскільки $dW_{II} = -dA$, то проінтегрувавши (8), одержуємо:

$$W_{II}(\alpha) = \int_0^{\alpha} M(\varphi) d\varphi. \quad (9)$$

Вважаючи, що деформація має пружний характер, згідно з законом Гука запишемо:

$$M(\varphi) = k\varphi, \quad (10)$$

де k — коефіцієнт кручення, що залежить від пружних властивостей нитки, її геометричної форми та розмірів.

Підстановка (10) в (9) дає:

$$W_{II}(\alpha) = k \int_0^{\alpha} \varphi d\varphi = \frac{k\alpha^2}{2}. \quad (11)$$

Таким чином, закон збереження енергії (7) набуває форми:

$$\frac{I_2^2 \omega^2}{2} = \frac{k\alpha^2}{2}. \quad (12)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (4) та (12) відносно швидкості v , одержуємо:

$$v = \frac{\alpha}{\pi r} \sqrt{k I_2}. \quad (13)$$

Для доведення співвідношення (10) розглянемо більш детально деформацію кручення нитки, вважаючи що модуль зсуву матеріалу її дорівнює G , а радіус — r_0 . Виділимо в нижній основі частину кругового кільця радіусом x , товщиною dx з відповідним центральним кутом $d\beta$ (рис.2). Нехай в результаті кручення основа нитки повернулась на кут φ , тоді твірна AC повернеться на кут γ . При цьому виникне пружна напруга σ ,

тобто дотична сила, що діє на одиницю площі нижньої основи, яка визначається за законом Гука:

$$\sigma = G \cdot \gamma.$$

З трикутників OAB та ABC (рис. 2) знаходимо:

$$\gamma \approx \frac{\varphi}{l} \cdot x.$$

Враховуючи це, перепишемо закон Гука:

$$\sigma = \frac{Gx}{l} \cdot \varphi.$$

Знаючи механічну напругу σ , можемо розрахувати силу, що діє на виділений елемент кільця площиною $dS = x \cdot dx \cdot d\beta$:

$$df = \sigma dS = \frac{Gx\varphi}{l} x \cdot dx \cdot d\beta.$$

Плече цієї сили дорівнює x , тому момент її дії буде:

$$dM = xdf = \frac{G\varphi}{l} x^3 dx d\beta.$$

Інтегруючи одержаний вираз по x від 0 до r_0 , а також по β від 0 до 2π , одержуємо:

$$M = \frac{\pi G r_0^4}{2l} \cdot \varphi,$$

що співпадає з виразом (10), причому

$$\kappa = \frac{\pi G r_0^4}{2l}.$$

У співвідношенні (13) величини α , m , g доступні безпосередньому вимірюванню. Але величини κ та I_2 невідомі. Тому необхідно провести такі два незалежні досліди, з результатів яких ці невідомі можна було б визначити.

Звернемося до аналізу руху маятника під дією моменту пружних сил. Згідно з рівнянням динаміки обертового руху

$$I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{dL}{dt} = M(\varphi).$$

Підставивши момент сили з (10), одержимо:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\kappa}{I} \varphi = 0.$$

Таким чином, крутильний маятник здійснює гармонічні коливання, період яких визначається за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}.$$

При віддаленні вантажів M від осі z на величину R_2 період крутильних коливань буде:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{\kappa}}, \quad (15)$$

а якщо змістити вантажі на віддаль R_1 , період зміниться і стане рівним

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{\kappa}}, \quad (16)$$

Використовуючи теорему Штейнера, визначимо моменти інерції маятника в цих випадках:

$$I_1 = I' + I_0 + 2MR_1^2; \quad (17)$$

$$I_2 = I' + I_0 + 2MR_2^2, \quad (18)$$

де I' — момент інерції важеля відносно осі z ,

I_0 — момент інерції вантажів відносно вертикальної осі, що проходить через центр їх мас.

Розв'язуючи сумісно систему рівнянь (15-18), знаходимо:

$$\kappa = \frac{8\pi^2 M (R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (19)$$

$$I_2 = \frac{2M(R_1^2 - R_2^2)T_2^2}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (20)$$

Підстановка виразів (19) та (20) в (13) приводить до одержання основної розрахункової формули швидкості:

$$v = \frac{4\pi M(R_1^2 - R_2^2)T_2}{(T_1^2 - T_2^2)mg} \cdot \alpha, \quad (21)$$

Таким чином, знаходження швидкості "снаряду" з допомогою балістичного крутильного маятника зводиться до безпосереднього вимірювання таких величин;

1. Маси вантажів M , маси "снаряду" m та плеча імпульсу "снаряда" g .
2. Максимального кута повороту маятника α після пострілу.
3. Періодів T_1 і T_2 гармонічних коливань при двох положеннях вантажів M відносно осі R_1 і R_2 .

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з будовою та принципом дії лабораторної установки.
Підготувати її до роботи.
2. Розташувати вантажі M на мінімальній віддалі R_2 від осі маятника та виміряти цю віддаль.
3. Встановити маятник так, щоб риска на мішені співпадала з нульовою поділкою кутової шкали.
4. Виконати постріл, виміряти кут α максимального відхилення маятника та віддалі g .
5. Клавішею "Сеть" ввімкнути лічильник часу.
6. Відхилити маятник на деякий кут ϕ , клавішею "Сброс" деблокувати лічильник часу та відпустити маятник.
7. Після здійснення $N = 10$ повних коливань клавішею "Стоп" зупинити

- відлік та заміряти час t цих коливань.
8. Розташувати вантажі M на максимальній віддалі R_1 від осі маятника та заміряти цю віддаль.
 9. Повторити вимірювання за пунктами 3 та 4.
 10. Кожне з вимірювань за пунктами 3, 4 та 5, 7 виконати 3-5 разів. Результати вимірювань, а також значення мас вантажів M та "снаряда" m занести в таблицю.

Обробка результатів вимірювань

1. Вирахувати періоди T_1 і T_2 за формулою $T = t/N$.
2. Визначити середні значення T_1 і T_2 а також абсолютні похибки ΔT_1 і ΔT_2 .
3. За робочою формулою (21) вирахувати швидкість "снаряда".
4. Користуючись методом розрахунку похибок непрямих вимірювань, знайти абсолютну та відносну похибки.

Додаткові та дослідницькі завдання

1. Дослідити залежність періоду коливань T від кута відхилення ϕ .
2. Змінюючи віддаль R вантажів від осі маятника, дослідити залежність T від R . Результати зобразити графічно в координатах $T^2 = f(R^2)$.
3. Оцінити модуль зсуву G нитки маятника.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте визначення понять моменту імпульсу, моменту сили, моменту інерції.
2. Виведіть рівняння динаміки обертового руху, закон збереження моменту імпульсу.
3. Які закони динаміки використовуються при виведенні робочої формули (21)? Обґрунтуйте їх застосування.

4. Виведіть робочу формулу (21).

5. Запропонуйте незалежний спосіб визначення швидкості снаряда в даній роботі.

Лабораторна робота №1-10

Визначення моментів інерції тіл на основі закону збереження енергії

л.1. §§ 24, 32, 33

Мета роботи: експериментальна перевірка закону збереження енергії в механіці шляхом визначення моментів інерції тіл кочення.

Прилади і матеріали: установка для визначення моментів інерції тіл; набір тіл кочення; терези; штангенциркуль; лінійка.

Теоретичні відомості

Закон збереження та перетворення енергії є одним з фундаментальних законів природи, справедливим для систем як макроскопічних тіл, так і для елементарних частинок. Він є вираженням вічності й незнищуваності руху в природі, який лише переходить із однієї форми в іншу. Цей закон полягає в наступному: в ізольованій системі тіл енергія може переходити із одних видів в інші та передаватися від одного тіла до іншого, але її загальна кількість залишається незмінною.

Якщо в ізольованій системі діють тільки потенціальні (консервативні) сили, то взаємні перетворення механічної енергії в інші види (немеханічні форми) відсутні. Така система носить назву ізольованої консервативної системи і для неї дійсний закон збереження та перетворення енергії в механіці: механічна енергія ізольованої консервативної системи тіл не змінюється в процесі її руху:

$$W = W_{\kappa} + W_{\pi} = \text{const.}$$

Закон збереження механічної енергії не можна застосовувати до систем, в яких діють сили тертя або існує залишкова (пластична) деформація, так як частина механічної енергії в процесі руху розсіюється, перетворюється в немеханічні форми, наприклад, в теплоту. Такі системи називаються дисипативними.

Нехай тіло масою m скочується без тертя по похилій площині висотою h . Опором повітря знехтуємо. Так як в цьому випадку діє тільки сила тяжіння, яка є потенціальною (консервативною), то це тіло являє собою ізольовану консервативну систему, до якої можна застосувати закон збереження механічної енергії:

$$W_k = W_n. \quad (1)$$

Потенціальна енергія вираховується за формулою:

$$W_n = mgh. \quad (2)$$

Кінетична енергія тіла визначається як сума кінетичної енергії поступального та обертового рухів:

$$W_k = W_{\text{пост}} + W_{\text{оберт}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (3)$$

де I — момент інерції тіла,

ω — його кутова швидкість.

З рівнянь (1)-(3) одержуємо:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (4)$$

Кутова швидкість обертання тіла зв'язана з швидкістю його поступального руху співвідношенням:

$$\omega = \frac{v}{R}, \quad (5)$$

де R — радіус тіла.

Рух тіла рівномірноприскорений, тому

$$v = at ; \quad (6)$$

$$S = \frac{at^2}{2} ; \quad (7)$$

де S — довжина похилої площини;

t — час скочування тіла.

З формул (6) і (7) одержуємо:

$$v = \frac{2S}{t} . \quad (8)$$

Підставивши вирази (5) та (8) в (4) і, розв'язавши рівняння відносно I , одержимо:

$$I = mR^2 \left(\frac{ght^2}{2S^2} - 1 \right) . \quad (9)$$

Таким чином, визначення моменту інерції тіла кочення зводиться до вимірювання його маси, радіуса, висоти похилої площини, довжини шляху та часу скочування.

Але момент інерції тіл правильної форми можна розрахувати теоретично. Дійсно, момент інерції безмежно малого елемента з масою dm відносно осі виражається формулою:

$$dI_1 = r_1^2 dm . \quad (10)$$

де r_1 — віддаль елемента до осі обертання.

Для знаходження моменту інерції тіла його розбивають на безмежно велике число безмежно малих елементів, вираховують момент інерції кожного елемента, потім момент інерції тіла визначають сумою моментів інерції всіх його елементів. Ця операція зводиться до інтегрування:

$$I_z = \int_0^m r^2 dm . \quad (11)$$

Вирахуємо момент інерції однорідного циліндра відносно осі z , що

проходить через центр маси тіла (рис.1). Для цього виділимо елемент об'єму циліндра в вигляді кільця завтовшки dr , його об'єм буде:

$$dV = 2\pi r dr h, \quad (12)$$

тоді:

$$dm = \rho dV = 2\pi r dr h \cdot \rho. \quad (13)$$

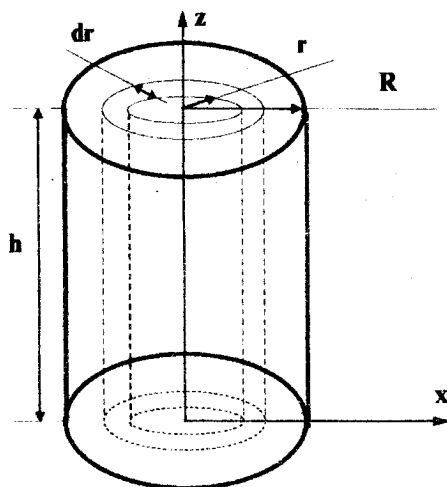


Рис.1

Значення dm з формули (13) підставляємо в формулу (11) та інтегруємо:

$$\begin{aligned} I_z &= \int_0^m r^2 dm = \int_0^R r^2 2\pi r dr h \rho = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi h \rho \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^R = \\ &= \frac{1}{2} \pi h \rho R^4 = \pi R^2 h \rho \frac{1}{2} R^2 = V \rho \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2} m R^2 \end{aligned}$$

де m — маса тіла; R — радіус тіла.

Цим способом можна визначити момент інерції будь-якого іншого однорідного тіла правильної форми; результати для найбільш часто поширених тіл приводяться в таблиці 1.

Таблиця 1.

Тіло	Момент інерції
Однорідний циліндр	$\frac{mR^2}{2}$
Однорідна куля	$\frac{2}{5}mR^2$
Тонкостінний циліндр	mR^2
Диск з отвором	$\frac{m}{2}(R^2 + r^2)$

Порядок виконання роботи

Лабораторну роботу виконують на установці, що являє собою похилу площину, висоту якої можна змінювати. Після ввімкнення установки в мережу досліджуване тіло утримується в верхній частині похилої площини з допомогою електромагніта. Після вимкнення живлення електромагніта тіло починає скочуватись і одночасно вмикається секундомір, який вимикається автоматично тілом, що скочується в кінці похилої площини. При виконанні роботи необхідно:

1. Спочатку виконати кілька тренувальних пусків тіла; добитись, щоб тіло при скочуванні не торкалось бортиків похилої площини ; переконатись у справності секундоміра.
2. За вказівкою викладача для кожного з досліджуваних тіл (куля, циліндр та ін.) виконати 3-4 вимірювання часу скочування. Знайти середній час скочування кожного тіла.
3. Заміряти довжину похилої площини та її висоту.
4. Зважити досліджуване тіло та виконати необхідні вимірювання. Всі результати занести в таблицю 2.

Таблиця. 2

Тіло	t	m	h	s	R	r	$I_{\text{експ}}$	$I_{\text{теор}}$
Куля								
Циліндр								

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (9) вирахувати момент інерції досліджуваного тіла експериментальним способом.
2. За формулою з таблиці 1 для відповідного тіла вирахувати момент інерції теоретично.
3. Результати експериментальні і теоретичні співставити між собою та зробити висновки.
4. Знайти абсолютну та відносну похибки експерименту.

Контрольні запитання

1. Тверде тіло як система матеріальних точок, його момент інерції і кінетична енергія.

Лабораторна робота № 1-11

Маятник Максвелла.

л. І. §§ 24, 32, 33

Мета роботи: експериментальне дослідження закону збереження енергії на прикладі визначення моменту інерції металічних кілець.

Прилади і матеріали: маятник Максвелла; набір кілець.

Теоретичні відомості

Закон збереження та перетворення енергії є одним з фундаментальних законів природи, що справджується як для систем макроскопічних тіл, так і для систем елементарних частинок. Він полягає в тому, що для ізольованої

системи тіл енергія може переходити з одного виду в інший та передаватися від одного тіла до іншого, але її загальна кількість залишається сталою.

Якщо в ізольованій системі тіл діють тільки потенціальні (консервативні) сили, то взаємні перетворення механічної енергії в інші види (немеханічні форми) відсутні. Така система носить назву консервативної і для неї має місце закон збереження та перетворення механічної енергії: механічна енергія ізольованої консервативної системи не змінюється в процесі її руху

$$W = W_k + W_n = \text{const}.$$

Закон збереження механічної енергії не можна застосовувати до ізольованих систем, в яких діють сили тертя чи існують залишкові (пластичні) деформації, бо частина механічної енергії розсіюється, перетворюється в немеханічні форми, наприклад, в теплоту. Такі системи звуть дисипативними.

Розглянемо закономірності перетворення енергії в системі, до складу якої входить масивне тіло, що обертається, падаючи з певної висоти h під дією сили тяжіння. Якщо знехтувати опором повітря, то дане тіло являє собою консервативну систему, до якої можна застосувати закон збереження механічної енергії, тобто його повна механічна енергія в процесі руху залишається величиною сталою:

$$W = \text{const}. \quad (1)$$

Зростання кінетичної енергії тіла під час падіння відбувається за рахунок зменшення потенціальної. В нашому випадку кінетична енергія тіла складається з енергії поступального та енергії обертального рухів:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = W_k, \quad (2)$$

де m — маса тіла ;

v — швидкість поступального руху центра мас ;

I — момент інерції тіла;

ω — кутова швидкість обертання.

Частину потенціальної енергії яка перетворилась в кінетичну, можна визначити за формулою:

$$W_n = mgh, \quad (3)$$

де h — висота падіння тіла ;

g — прискорення вільного падіння.

Згідно з законом збереження механічної енергії запишемо:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (4)$$

Використовуючи цю формулу, можемо експериментально знайти момент інерції тіла:

$$I = \frac{2mgh - mv^2}{\omega^2}. \quad (5)$$

В останній формулі виразимо v та ω через величини, що піддаються безпосередньому вимірюванню.

Так як під дією постійної сили рух тіла рівномірно прискореним, можна записати:

$$v = at, \quad (6)$$

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad (7)$$

де a — прискорення,

t — час падіння тіла.

З формул (6) та (7) одержуємо

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (8)$$

Лінійна швидкість зв'язана з кутовою співвідношенням

$$\omega = \frac{v}{R} . \quad (9)$$

Підставивши вирази (8) і (9) в формулу (5) та зробивши перетворення, одержуємо:

$$I = \frac{mD^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) , \quad (10)$$

де D — зовнішній діаметр вісі маятника ;

m — маса тіла, що обертається і складається з вісі маятника масою m_c , ролика масою m_p та одного з змінних кілець масою m_k , тому $m = m_0 + m_p + m_k$.

Зовнішній діаметр вісі маятника необхідно визначати разом з намотаною на нього ниткою підвісу.

$$D = D_0 + 2 D_n ,$$

де D_0 — діаметр вісі маятника,

D_n — діаметр нитки підвісу.

Таким чином, за формулою (10) можна експериментально знайти момент інерції маятника Максвелла, враховуючи зроблені зауваження відносно m та D і виконавши необхідні вимірювання.

Моментом інерції механічної системи відносно нерухомої вісі a звуть фізичну величину I_a , що рівна сумі добутків мас всіх n матеріальних точок системи на квадрати їх віддалі до вісі обертання:

$$I_a = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 .$$

Момент інерції тіла можна розраховувати за формулою:

$$I_a = \int_m r^2 dm = \int_{(V)} r^2 \rho dV ,$$

де $dm = \rho dV$ — маса малого елемента об'єму тіла ;

ρ — густина;

r — віддаль від елемента dV до осі a .

Якщо тіло однорідне, тобто густина його скрізь однакова, то

$$I_a = \rho \int_{(V)} r^2 dV.$$

Момент інерції тіла є мірою інертності його в обертовому русі навколо нерухомої вісі, аналогічно масі, що є мірою інертності в поступальному русі тіла.

Момент інерції тіла відносно якої-небудь осі залежить не тільки від маси, форми та розмірів тіла, але й від положення його відносно цієї осі. Згідно з теоремою Штейнера (теорема про паралельне перенесення осей) момент інерції тіла I відносно будь-якої осі обертання дорівнює сумі моменту інерції I_c відносно осі, що паралельна даній і проходить через центр маси, та добутку маси тіла на квадрат віддалі між осями:

$$I = I_c + md^2.$$

Моменти інерції деяких однорідних тіл найпростішої форми відносно певних осей наведені в слідуючій таблиці:

Тіло	Положення осі a	Момент інерції I_a
Порожнинний тонкостінний циліндр радіусом R та масою m	Вісь циліндра	mR^2
Суцільний циліндр (диск) радіусом R та масою m	Вісь циліндра	$1/2(mR^2)$
Куля радіусом R та масою m	Вісь проходить через центр кулі	$2/5(mR^2)$
Стержень довжиною l та масою m	Вісь проходить перпендикулярно через середину стержня	$1/12(ml^2)$
Цей же стержень	Вісь проходить перпендикулярно через кінець стержня	$1/3(ml^2)$

Теоретично момент інерції маятника Максвелла можна визначити як суму моментів інерції його складових елементів, тобто:

$$I_m = I_o + I_p + I_k, \quad (11)$$

де I_o — момент інерції осі маятника;

I_p — момент інерції ролика;

I_k — момент інерції змінного кільця.

Вісь маятника являє собою циліндр (диск), тому її момент інерції дорівнює:

$$I_o = \frac{1}{2} m_o R_o^2 = \frac{1}{8} m_o D_o^2, \quad (12)$$

де D_o — діаметр осі маятника.

Ролик являє собою диск з отвором, тому його момент інерції вираховується за формулою:

$$I_p = \frac{1}{2} m_p (R_p^2 + R_o^2) = \frac{1}{8} m_p (D_p^2 + D_o^2), \quad (13)$$

де D_p — зовнішній діаметр ролика.

Змінне кільце, як і ролик, теж диск з отвором, тому:

$$I_k = \frac{1}{2} m_k (R_k^2 + R_p^2) = \frac{1}{8} m_k (D_k^2 + D_p^2), \quad (14)$$

де D_k — зовнішній діаметр кільця.

Таким чином, момент інерції маятника Максвелла, визначений експериментально та вирахований теоретично може служити основою дослідження справедливості закону збереження механічної енергії в умовах виконання лабораторної роботи.

Ця лабораторна робота виконується на приладі, загальний вигляд якого зображений на рис.1. До основи приладу прикріплена колонка 1 з верхнім нерухомим 2 та нижнім рухомим 3 кронштейнами. На верхньому кронштейні знаходиться електромагніт 4, фотоелектричний датчик 5 та

корбочка 6 для закріплення і регулювання довжини біфілярного підвісу маятника.

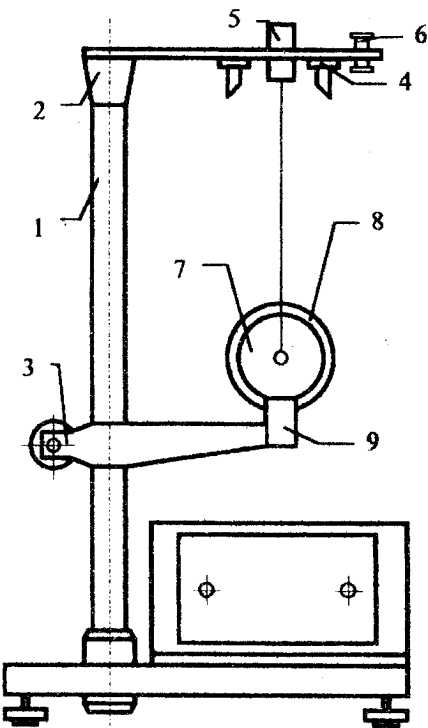


Рис.1

Маятник 7 — це ролик, закріплений на осі і підвішений біфілярним способом, на нього накладаються змінні кільця 8, що змінюють момент інерції системи.

В верхньому положенні маятник утримується електромагнітом. Довжина його визначається за міліметровою шкалою на колонці приладу. Для підвищення точності вимірювань нижній кронштейн має червоний показчик, що розташований на висоті оптичної осі нижнього фотоелектричного датчика.

Порядок виконання роботи:

1. Нижній кронштейн приладу зафіксувати в крайньому нижньому положенні.
2. На ролик маятника накласти довільно вибране кільце.
3. Пересвідчитись, що край кільця при опусканні маятника перетинає оптичну вісь нижнього фотоелектричного датчика.

4. Натиснути клавішу "Пуск".
5. Намотати нитку підвісу на вісь маятника і зафіксувати його з допомогою електромагніта.
6. Повернути маятник в напрямку його руху на кут близько 5° .
7. Натиснути клавішу "Сброс".
8. Натиснути клавішу "Пуск" і записати вимірний час падіння маятника.
9. Дослід повторити 5 разів.
10. З допомогою шкали на колонці приладу визначити довжину маятника.
11. Записати маси всіх елементів маятника: осі, ролика, кільця.
12. Виконати заміри діаметрів осі маятника, нитки, ролика і кільця.
13. Дані всіх вимірювань занести в таблицю:

№	m_0	m_p	m_k	D_0	D_H	t	h	D_F	D_K	I_0	I_M
п/п	кг	кг	кг	м	м	с	м	м	м	кг·м ²	кг·м ²

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Визначити середнє значення часу падіння маятника за формулою

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i.$$

2. Використовуючи формулу (10) визначити момент інерції маятника за даними експерименту.
3. За формулою (11) визначити момент інерції цього ж маятника теоретичним способом.
4. Визначити абсолютну і відносну похибки.
5. Проаналізувати одержані результати роботи та зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон збереження та перетворення механічної енергії.

2. Що таке момент інерції та від чого він залежить?
3. В чому полягає теорема Штейнера?
4. Доведіть вірність теореми Штейнера для стержня, використавши дані з таблиці.
5. Запропонуйте метод визначення втрат механічної енергії маятника Максвелла протягом одного періоду,

Лабораторна робота № 1-12

Визначення кінематичних характеристик гіроскопа

п.1. §§ 33,34,35

Мета роботи: поглиблене вивчення понять моменту сили та моменту імпульсу; практичне визначення кутової швидкості прецесії, моменту імпульсу і моменту інерції.

Прилади і матеріали: гіроскопічна установка з мілісекундоміром та тахометром; перемішуване тіло.

Теоретичні відомості

Слово "гіроскоп" із грецької мови означає буквально прилад для виявлення обертання. Гіроскопом називається тверде тіло, що швидко обертається, вісь обертання якого може змінювати свій напрямок в просторі.

Найбільше значення в науці і техніці мають симетричні гіроскопи. Симетричним називають гіроскоп, що має симетрію обертання відносно певної осі, яка називається геометричною віссю або віссю фігури гіроскопа. Здебільшого одна з точок осі фігури гіроскопа закріплюється і називається точкою опори гіроскопа.

Щоб вісь фігури гіроскопа могла вільно повертатися в просторі, гіроскоп закріплюється в так званому кардановому підвісі (рис. 1).

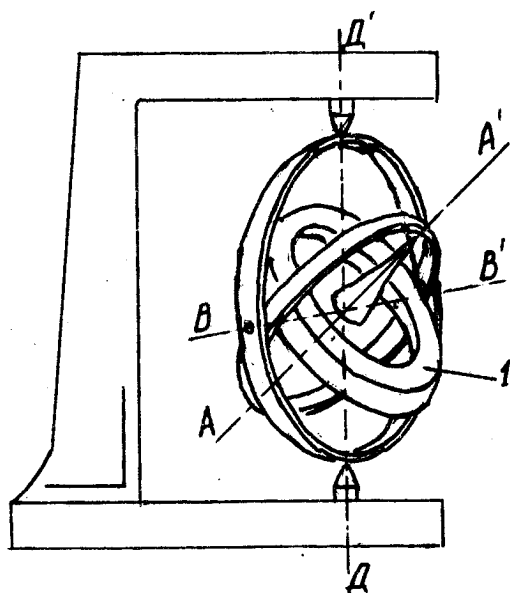


Рис. 1

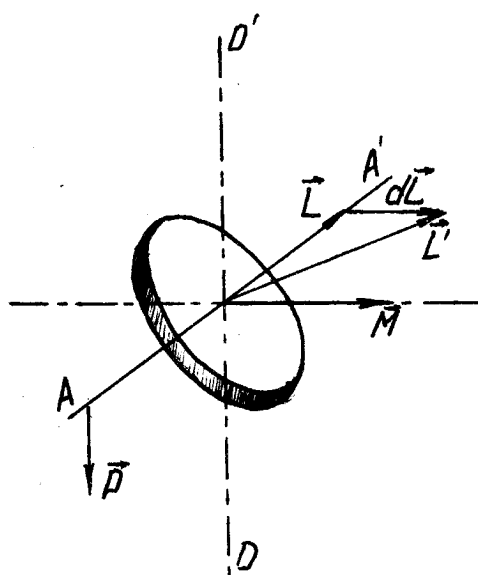


Рис. 2

Маховик гіроскопа 1 закріплюється на осі фігури AA' , що може обертатись з малим тертям в підшипниках, які утримують кінці діаметра внутрішнього кільця. Внутрішнє кільце, в свою чергу, може обертатись навколо перпендикулярної осі BB' , яка проходить через підшипники на кінцях діаметра зовнішнього кільця. Нарешті, зовнішнє кільце може здійснювати рух навколо третьої осі DD' , що проходить через нерухомі підшипники підставки. Всі три осі перетинаються в одній точці, яка називається центром карданового підвісу. Гіроскоп у кардановому підвісі має три ступені вільності і може здійснювати любі повороти навколо центра підвісу. В елементарній теорії гіроскопа кінетична енергія та моменти імпульсу кілець не враховуються, як дуже малі в порівнянні з відповідними величинами маховика гіроскопа. Якщо центр карданового підвісу або точка опори співпадає з центром мас гіроскопа, то його називають зрівноваженим чи астатичним.

Гіроскоп має цікаві властивості, наприклад, має здатність чинити опір зовнішнім діям, що намагаються змінити напрямок його осі обертання. Якщо вдарити по кільцю карданового підвісу, то можна помітити, що гіроскоп практично не піддається дії цього удару, його вісь майже не змінює попереднього напрямку. У результаті удару виникають лише незначні коливання або дрижання осі гіроскопа, які швидко затухають. Ця властивість гіроскопа використовується в приладах орієнтації, та навігації авіаційних і космічних літальних апаратів, суден, підводних човнів та інших рухомих об'єктів. Слід звернути увагу, що така стійкість властива лише гіроскопам з трьома ступенями вільності, вона зовсім зникає, якщо гіроскоп позбавити хоч би однієї ступені вільності.

Ще одна властивість гіроскопа проявляється, коли на його вісь починає діяти сила чи пара сил, які намагаються привести вісь у рух. Під дією сили $\vec{P}$ (рис.2) кінець A осі AA' гіроскопа буде відхилятися не в бік дії

сили P , а в напрямку, перпендикулярному цій силі. У результаті гіроскоп повернеться не навколо осі BB' , а навколо осі DD' , причому не прискорено, а з постійною кутовою швидкістю. Це обертання називають прецесією. Звідси випливає висновок, що внаслідок прецесії гіроскоп розвиває певний момент, який зрівноважує повертаючий момент сили тяжіння. Виникнення гіроскопічного моменту, зв'язаного з прецесією гіроскопа носить назву гіроскопічного ефекту.

Властивості гіроскопа притаманні також елементарним частинкам, атомам та молекулам завдяки наявності в них моментів імпульсу орбітального і спінового обертання. Звичайно, ці та інші явища мікросвіту повинні розглядатись на основі законів квантової механіки, але між властивостями атомних і макроскопічних систем є багато спільного. Тому теорія гіроскопа виявляється корисною і при вивченні атомної фізики, фізики елементарних частинок і атомного ядра.

Розглянемо рух твердого тіла, що має одну закріплену точку. Основною характеристикою дії сили на таке тіло є момент сили -це векторний добуток радіус-вектора точки прикладання сили на вектор сили:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} . \quad (1)$$

Запишемо другий закон Ньютона для поступального руху:

$$\vec{F} dt = d(m\vec{v}) . \quad (2)$$

Домножимо векторно це рівняння, на радіус-вектор $\vec{r}$:

$$\vec{r} \times \vec{F} dt = \vec{r} \times d(m\vec{v}) ,$$

$$\text{або:} \quad \vec{M} dt = d(\vec{r} \times m\vec{v}) , \quad (3)$$

$$\text{Вектор} \quad \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} , \quad (4)$$

називають моментом імпульсу точки відносно вибраного початку координат. Тому вираз (3) запишемо в вигляді:

$$\vec{M}dt = d\vec{L} ,$$

або

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} . \quad (5)$$

Співвідношення (5) є основним законом динаміки обертового руху тіла з однією закріпленою точкою. Він формулюється так: швидкість зміни моменту імпульсу абсолютно твердого тіла за величиною та напрямком рівна сумі моментів сил, які діють на тіло.

Теорія гіроскопа базується на рівнянні (5). Якщо момент зовнішніх сил $\vec{M}$ рівний нулеві, то гіроскоп називається вільним. Для вільного гіроскопа

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 , \quad (6)$$

а це значить, що

$$\vec{L} = \text{const} . \quad (7)$$

Це рівняння виражає закон збереження моменту імпульсу вільного гіроскопа.

Розглянемо тепер рух гіроскопа, коли в якійсь точці А осі фігури гіроскопа AA' підвісити невеликий вантаж $\vec{P}$.

У цьому випадку на гіроскоп почне діяти момент сили $\vec{M}$, що напрямлений вздовж осі BB' (рис. 2) і рівний

$$\vec{M} = \vec{P} \times \vec{l} . \quad (8)$$

де $\vec{l}$ — плече сили $\vec{P}$.

Протягом часу dt момент імпульсу гіроскопа одержує приріст $d\vec{L} = \vec{M}dt$ який за напрямком співпадає з моментом сили $\vec{M}$.

Тепер момент імпульсу гіроскопа буде дорівнювати результуючому вектору, $\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}$, що лежить у площині, перпендикулярній площині рисунка (рис. 2). Напрямок цього вектора співпадає з новим напрямком осі гіроскопа, тобто, вісь гіроскопа протягом часу dt повернеться на кут $d\phi$. З рис. 2 видно, що

$$dL = Ld\varphi = Mdt . \quad (9)$$

Звідси можна знайти кутову швидкість повертання осі гіроскопа:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L} . \quad (10)$$

Одержана формула виражає зв'язок кутової швидкості прецесії ω гіроскопа з моментом зовнішніх сил, які діють на нього, та з моментом імпульсу гіроскопа. Звернемо увагу, що вектори $\vec{M}$, $\vec{L}$ і $\vec{\omega}$ взаємно перпендикулярні.

Позначимо кутову швидкість обертання гіроскопа відносно осі AA' через Ω , а його момент інерції через I , тоді останню формулу можна переписати так:

$$\omega = \frac{P \cdot I}{I \cdot \Omega} , \quad (11)$$

звідки видно, що кутова швидкість прецесії гіроскопа обернено пропорційна кутовій швидкості обертання маховика гіроскопа.

Характерною особливістю прецесії гіроскопа є те, що вона безінерційна, тобто прецесійний рух припиняється в момент припинення дії моменту сил. Тому поведінка прецесії подібна не швидкості, а прискоренню, так як прискорення теж припиняється одночасно з припиненням дії сили.

Слід підкреслити, що формули (10) та (11) справджуються при виконанні умови $\omega \ll \Omega$. У техніці застосовують гіроскопи з частотою обертання $\Omega = 20000 \div 50000$ обертів за хвилину, а величина ω у мільйони разів менша.

Необхідно звернути увагу, що тут ми розглянули наближену теорію гіроскопа. Згідно із строгою теорією поряд з прецесією гіроскопа відбуваються коливання осі гіроскопа в вертикальній площині, які носять назву нутації. Із збільшенням частоти обертання гіроскопа амплітуда

нутацій зменшується. Крім цього нутація гаситься тертям в опорах, тому в даній роботі вона не враховувалась.

Теорія гіроскопа сьогодні являє собою важливий розділ теоретичної механіки, який інтенсивно розвивається і є теоретичною основою найважливішої галузі сучасного приладобудування. Основи прикладної теорії гіроскопа розвинені в працях великої кількості видатних вітчизняних та закордонних вчених — М.Є.Жуковського, О.М.Крилова, Б.В.Булгакова, Г.Клейна, А.Зоммерфельда, М.Мулера та інших. Сучасний розвиток прикладна теорія гіроскопа одержала в роботах А.Ю.Ішлінського, Я.Н.Ройтенберга, В.І.Кошлякова, В.І.Назарова, М.А.Павловського та інших.

Опис лабораторної установки

Гіроскоп, що використовується в даній роботі, являє собою масивний диск, закріплений на роторі електродвигуна, На підставці з чотирма гвинтовими ніжками закріплена колонка з кронштейном, на якому розміщені фотоелектричний датчик та зовнішня втулка поворотного з'єднувача.

Поворотний з'єднувач дає можливість гіроскопу повертатись навколо вертикальної осі та забезпечує живлення струмом фотоелектричного датчика і електричного двигуна.

Електричний двигун змонтований на кронштейні таким чином, щоб була можливість повороту на обмежений кут в вертикальній площині.

На валу двигуна закріплений диск з екраном захисту. З корпусом двигуна з'єднаний важіль, з метричною шкалою, вздовж якої може переміщуватись вантаж для зрівноваження гіроскопа.

Кут повороту гіроскопа навколо вертикальної осі можна виміряти з допомогою лічильника, розташованого на передній панелі приладу. Диск

мас на ободі отвори для визначення частоти обертання вала електродвигуна фотоелектричним датчиком.

Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути прилад в електричну мережу.
2. Натиснути клавішу "Сеть" і переконатись, чи всі індикатори висвічують цифру нуль та чи світяться лампочки фотоелектричних датчиків.
3. Повертаючи ручку потенціометра "Рег.швидкості" переконатись, що двигун працює і стрілка вимірювача частоти обертання його вала відхиляється.
4. З допомогою переміщення вантажу встановити важіль гіроскопа горизонтально.
5. Ввімкнути двигун і встановити частоту обертання його вала біля 6000 об/хв.
6. Змістити вантаж на 2 см вліво чи вправо.
7. Натиснути клавішу "Сброс" і після повороту гіроскопа не менше, як на 30° , натиснути клавішу "Стоп".
8. Записати покази лічильників кута φ і часу t , а також масу переміщуваного вантажу.

Обробка результатів вимірювань

Завдання 1. Визначення кутової швидкості прецесії гіроскопа.

1. За формулою $\omega = \varphi / t$ вирахувати кутову швидкість прецесії гіроскопа.
2. Результат співставити зі швидкістю обертання вала двигуна.
3. Знайти абсолютну та відносну похибки вимірювання кутової швидкості прецесії.

Завдання 2. Визначення моменту імпульсу гіроскопа.

1. За формулою (8) знайти результуючий момент сил, що діє на гіроскоп.

2. Виходячи з формули (10) знайти момент імпульсу L гіроскопа.
3. Визначити абсолютну та відносну похибки вимірювання моменту імпульсу гіроскопа.

Завдання 3. Визначення моменту інерції гіроскопа.

1. Знаючи момент імпульсу гіроскопа L і частоту його обертання Ω , вирахувати момент інерції гіроскопа.
2. Вирахувати момент інерції гіроскопа за формулою (11). Результати співставити.
3. Визначити абсолютну та відносну похибки знаходження моменту інерції гіроскопа.

Контрольні запитання

1. Момент сили і момент імпульсу тіла відносно точки та відносно осі.
2. Основні властивості гіроскопа і їх використання в техніці.
3. В чому полягає суть гіроскопічного ефекту?
4. Рівняння обертального руху твердого тіла. Основний закон динаміки обертального руху.

Лабораторна робота № 1-13

Визначення коефіцієнта тертя кочення

л.1.§§ 11, 12, 13, 14

Мета роботи: експериментальне вивчення основних закономірностей тертя кочення.

Прилади і матеріали: спеціальна установка; набір досліджуваних тіл.

Опис установки

Установка для вимірювань являє собою похилий маятник, зображений на рис.1. До підставки 2, що має чотири гвинтових ніжки, прикріплені

мілісекундомір 1 та труба 3 з змонтованим на ній корпусом 4, з'єднаним через черв'ячну передачу з кронштейном 5, який має дві шкали 6 та 7. До кронштейна прикріплена колонка 8, на якій підвішується з допомогою нитки куля з водилкою 9, та є пристрій 10 для закріплення досліджуваних зразків. Фотоелектричний датчик 12 служить для підрахунку коливань маятника.

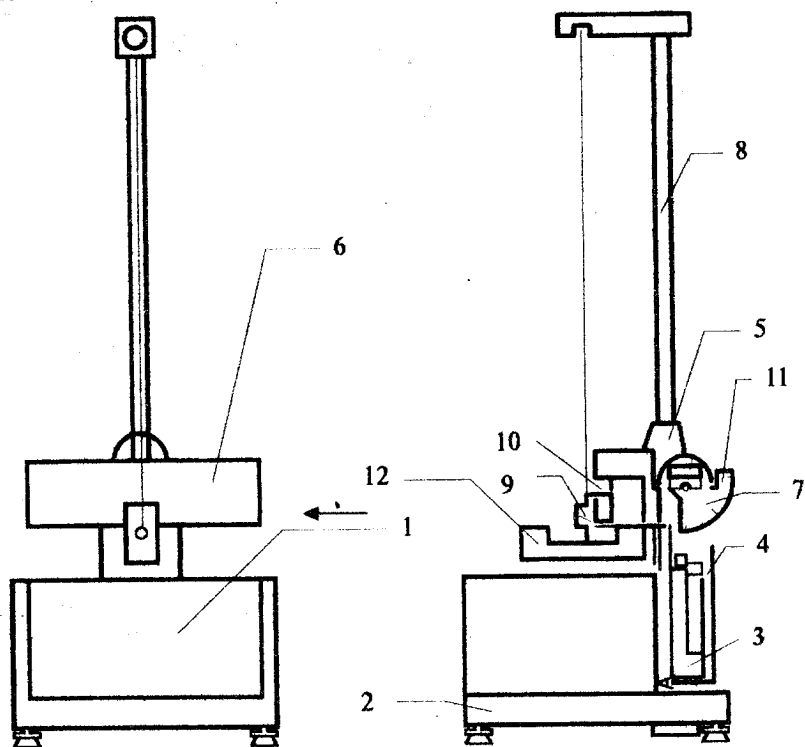


Рис. 1

Теоретичні відомості

Тертя кочення обумовлюється: а) втратами на пружний гістерезис, що зв'язаний з стисненням матеріалу під дією навантаження попереду тіла, яке котиться; б) затратами роботи на деформацію матеріалу при формуванні

валика попереду тіла, що котиться ; в) подолання "місточків зчеплення".

Причину виникнення тертя кочення можна проаналізувати на прикладі кочення кулі або циліндра на площині (рис. 2). При такому коченні в точці дотику виникають пружні або пластичні деформації. Тому точка А прикладання сили реакції $\vec{R}_n$ поверхні дещо зміщується вперед, а лінія дії сили відхиляється від вертикалі назад.

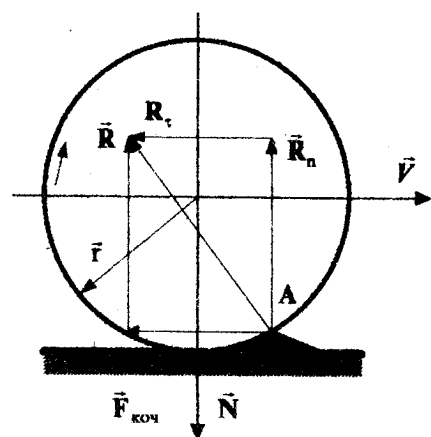


Рис. 2

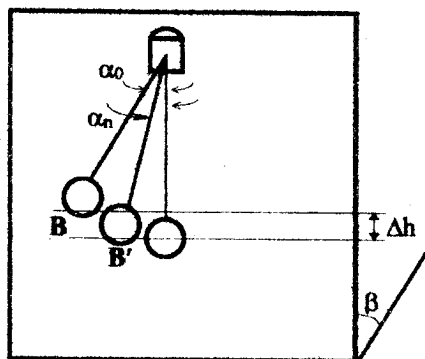


Рис. 3

Нормальна складова реакції:

$$\vec{R}_n = -\vec{N} ,$$

а дотична тертя кочення:

$$\vec{F}_{\text{коч}} = \vec{R}_t .$$

У першому наближенні для сили тертя кочення виконується закон Кулона:

$$\vec{F}_{\text{коч}} \approx f_k \cdot \frac{\vec{N}}{r} , \quad (1)$$

де r — радіус поверхні тіла, що котиться,

f_k — коефіцієнт тертя кочення.

Тертя кочення значно менше, ніж тертя ковзання. При ньому набагато менше зношуються поверхні, які труться, та в багато разів знижується дисипація механічної енергії. Тому скрізь, де це можливо, тертя ковзання замінюють тертям кочення.

У всіх реальних механічних процесах та системах мають місце сили тертя, дія яких призводить в своєму результаті до перетворення енергії в тепло.

При переміщенні одного тіла відносно іншого по його поверхні виникає опір, що характеризується цілим рядом явищ, в тому числі силою тертя. Розрізняють силу зовнішнього тертя, як силу опору, тангенціальну відносно переміщення двох твердих тіл при їх дотикові і силу внутрішнього тертя як силу опору, тангенціальну відносно переміщення шарів середовища один відносно іншого.

Характерною особливістю зовнішнього тертя є наявність сил тертя спокою, що визначається як гранична тангенціальна сила, під дією якої починається відносне переміщення тіл, які дотикаються.

Основним законом для сили зовнішнього тертя є закон Амонтона-Кулона, який доповнений В.В.Дерягіним:

$$F_{\text{тр}} = f(N + p_0 S_0) , \quad (2)$$

де f — коефіцієнт тертя ковзання ;

N — нормальне навантаження ;

p_0 — питома адгезія - сила прилипання, віднесена до одиниці площі;

S_0 — площа дійсного контакту.

Сила тертя визначається коефіцієнтом тертя f . Спостереження показують, що його величина не є сталою, а залежить від матеріалу поверхні, від їх мікрогеометричного профілю, наявності мастила, газового середовища та багатьох інших факторів.

У даній роботі коефіцієнт тертя кочення кулі по площині визначається методом похилого маятника. Куля радіусом r (рис. 3), підвішена на нитці, спирається на похилу площину, кут нахилу якої β можна змінювати. Якщо кулю вивести з положення рівноваги, вона почне перекочуватись по площині, здійснюючи затухаючі коливання під дією зовнішнього тертя.

Вимірювання сили тертя з допомогою похилого маятника ґрунтується на вимірюванні зменшення амплітуди його коливань протягом певної кількості циклів. Формулу для розрахунку коефіцієнту тертя можна одержати, прирівнюючи роботу сил тертя втратам потенціальної енергії маятника.

За n циклів коливань при переході з положення B в положення B' (рис. 3) маятник втрачає енергію:

$$\Delta\Pi = mg\Delta h, \quad (3)$$

де m — маса маятника;

g — прискорення вільного падіння;

Δh — втрата висоти.

Втрата енергії рівна роботі сил опору вздовж пройденого шляху S :

$$\Delta\Pi = \Delta A + \Delta A_1, \quad (4)$$

де $\Delta A = F_{\text{тр}} \cdot S$ — робота сили тертя; (5)

ΔA_1 — робота сил опору середовища та тертя в підвісі маятника, якою в даному випадку можна знехтувати.

Таким чином:

$$\Delta\Pi = \Delta A. \quad (6)$$

Але

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2, \quad (7)$$

де Π_1 — потенціальна енергія маятника в положенні B ,

Π_2 — потенціальна енергія маятника в положенні B' .

З рисунка 3 видно, що

$$\Pi_1 = (R - R \cos \alpha_0) \sin \beta \cdot mg, \quad (8)$$

де R — довжина маятника;

$$\Pi_2 = (R - R \cos \alpha_n) \sin \beta \cdot mg. \quad (9)$$

Вирази (8) і (9) підставимо в (7):

$$\Delta \Pi = Rmg \sin \beta (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_n) = 2Rmg \sin \beta \cdot \sin \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} \cdot \sin \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2}, \quad (10)$$

де α_0 — відхилення маятника в початковий момент часу;

α_n — відхилення маятника після n коливань.

Враховуючи, що α_0 та α_n кути малі, співвідношення (10) можна переписати:

$$\Delta \Pi = 2Rmg \sin \beta \cdot \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} \cdot \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2}. \quad (11)$$

З іншого боку $\Delta \Pi = \Delta A = F_{\text{тр}} \cdot S$,

де $F_{\text{тр}} = f \frac{N}{r}$ — сила тертя кочення;

$N = mg \cos \beta$ — сила нормального тиску; (12)

S — шлях, пройдений маятником за n коливань:

$$S = 4Rn \cdot \alpha_{\text{ср}}, \quad (13)$$

де, $\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2}$, тому: (14)

$$S = 4Rn \cdot \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2}. \quad (15)$$

Підставляючи (15) та (12) в формулу (5), знайдемо роботу:

$$\Delta A = f \frac{mg \cos \beta}{r} \cdot 4Rn \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2},$$

враховуючи її та (11) з формули (6) одержимо:

$$f = \frac{r(\alpha_0 - \alpha_n)}{4n} \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad (16)$$

де α_0 та α_n — кути відхилення першого та n -го коливань маятника в радіанах;

r — радіус кульки ;

β — кут нахилу площини коливань маятника до горизонту в градусах;

n — число повних коливань.

Отже, при умові певних наближень коефіцієнт тертя кочення між кулькою та площиною досить просто може бути виражений через експериментально вимірювальні величини α , β , r , n .

Порядок виконання роботи

1. Вибрати кульку певного матеріалу, заміряти її радіус та закріпити на підвісі.
2. Встановити відповідну плоску пластинку.
3. Похилий маятник встановити під кутом $\beta_1 = 60^\circ$ до горизонту.
4. Відхилити кульку на кут $\alpha_0 = 4 \div 5^\circ$ від вертикалі і відпустити, даючи можливість їй здійснити $n = 10$ (або 15 чи 20) коливань.
5. Заміряти кут α_n відхилення маятника після n коливань.
6. Всі дані занести в таблицю, виразивши кути α_0 та α_n в радіанах.
7. Повторити всі заміри для даної пари матеріалів кулька-пластинка 3+5 разів.
8. Встановити кут нахилу площини коливань маятника за п.3 $\beta_2 = 45^\circ$ і проробити вимірювання за п.п. 4÷7, потім повторити те саме при $\beta_3 = 30^\circ$.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (16) вирахувати коефіцієнт f тертя кочення для кожного

вимірювання фіксованих значень кута β .

2. Вирахувати середнє значення f в межах серії вимірювань, тобто при кожному фіксованому значенні кута нахилу $\beta_1, \beta_2, \beta_3$.
3. Вирахувати загальнє середнє значення коефіцієнта тертя кочення, абсолютну та відносну похибки експерименту.
4. Проаналізувати результати та зробити висновки про позитивні і негативні сторони даного методу вимірювання коефіцієнта тертя кочення і точність одержаних результатів.

Контрольні запитання

1. Опишіть фізичні причини, що призводять до виникнення сил тертя.
2. Запишіть та поясніть закони, які описують тертя ковзання, кочення.
3. Наведіть приклади корисного та шкідливого проявлення тертя з галузі Вашої майбутньої спеціальності.

Лабораторна робота №1-14

Визначення коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса

л.1.§§ 42, 43

Мета роботи: визначити коефіцієнт в'язкості досліджуваної рідини при кімнатній температурі.

Прилади і матеріали: прилад Стокса; сталі кульки; мікрометр; лінійка; секундомір; термометр.

Теоретичні відомості

Під час руху рідини між її шарами виникають сили внутрішнього тертя, які діють таким чином, щоб зрівняти швидкості всіх шарів.

Виникнення цих сил пояснюється тим, що шари, які рухаються з різними швидкостями, обмінюються молекулами. Молекули з більш швидкого шару передають більш повільному шарові певну кількість руху.

внаслідок чого останній починає рухатись швидше. Молекули з більш повільного шару одержують у швидшому шарі відповідну кількість руху, що приводить до його гальмування.

Розглянемо рідину, що рухається в напрямку осі X (рис.1). Нехай шари рідини мають різну швидкість. Виберемо на осі Z дві точки, які розташовані одна від одної на віддалі dZ . Потік рідини цих точок за величиною швидкості відрізняється на dv . Співвідношення $\frac{dv}{dZ}$ характеризує зміну швидкості потоку в напрямку осі Z і носить назву градієнта швидкості.

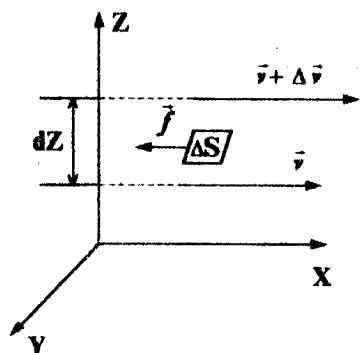


Рис.1

Сила внутрішнього тертя (в'язкості), що діє між двома шарами за законом Ньютона, пропорційна величині площі їх дотикування та градієнту швидкості:

$$f = -\eta \frac{dv}{dZ} \cdot \Delta S. \quad (1)$$

Величина η називається коефіцієнтом внутрішнього тертя або коефіцієнтом динамічної в'язкості. Якщо в формулі (1)

взяти $\frac{dv}{dZ} = 1 \text{ c}^{-1}$ і $\Delta S = 1 \text{ м}^2$, тоді $\eta = |f|$, тобто коефіцієнт динамічної в'язкості чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, яка діє на одиницю площі двох шарів рідини, що дотикаються і рухаються один відносно другого з градієнтом швидкості, рівним одиниці. В системі СІ η вимірюється в одиницях $\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$.

В системі СГС коефіцієнт динамічної в'язкості має розмірність $\text{г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ і називається пуаз. Часто використовують одиницю в сто разів меншу — сантипуаз.

Коефіцієнт динамічної в'язкості залежить від природи рідини і з

підвищенням температури зменшується. В'язкість грає суттєву роль в рухові рідини. Шар рідини, який безпосередньо прилягає до твердої поверхні, в результаті прилипання залишається відносно неї нерухомим. Швидкість решти шарів зростає з віддаленням від твердої поверхні. Наявність шарів рідини між поверхнями твердих тіл сприяє значному зменшенню коефіцієнта тертя.

Поряд з коефіцієнтом динамічної в'язкості η часто користуються поняттям коефіцієнту кінематичної в'язкості:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad (2)$$

де ρ — густина рідини.

В системі СІ одиницею коефіцієнта кінематичної в'язкості є $\text{м}^2\text{с}^{-1}$, в системі СГС — $\text{см}^2\text{с}^{-1}$, яка має назву 1 стокс.

У даній лабораторній роботі для визначення коефіцієнта в'язкості рідини (розчин гліцерину, трансформаторне масло) застосовується метод Стокса, суть якого полягає в тому, що на кульку, яка рухається в рідині, діє сила внутрішнього тертя і гальмує її рух. Ця сила визначається за законом Стокса:

$$f = -6\pi\eta r v, \quad (3)$$

де r — радіус кульки,

v — її швидкість.

Якщо кулька вільно падає у в'язкій рідині (рис. 2), то на неї, крім сили тертя $\vec{f}$, будуть також діяти сила тяжіння $\vec{P} = m\vec{g} = \rho V\vec{g}$ та виштовхувальна сила Архімеда $\vec{P}_1 = -\rho_1\vec{g}V$, що напрямлена вертикально вгору і рівна вазі витісненої кулькою рідини.

На основі другого закону Ньютона складемо рівняння руху кульки:

$$m \frac{dv}{dt} = \rho g V - \rho_1 g V - 6\pi\eta r v, \quad (4)$$

Розв'язком цього рівняння є вираз:

$$v = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi\eta r} - \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m}}\right), \quad (5)$$

в чому можна переконатись безпосередньою підстановкою.

Оскільки вираз $e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m}}$ з часом дуже швидко спадає, швидкість руху кульки через малий проміжок часу встановлюється сталою і рівною

$$v_0 = \frac{Vg(\rho - \rho_1)}{6\pi\eta r}, \quad (6)$$

де $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ — об'єм кульки,

ρ — густина речовини кульки,

ρ_1 — густина рідини.

Швидкість рівномірного руху кульки можна визначити, знаючи віддаль між мітками на приладі Стокса та час, протягом якого кулька проходить цю віддаль:

$$v_0 = \frac{l}{t},$$

Враховуючи вирази для v_0 та V , із співвідношення (6) знаходимо остаточну формулу для визначення коефіцієнту в'язкості:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_1)r^2gt}{9}. \quad (7)$$

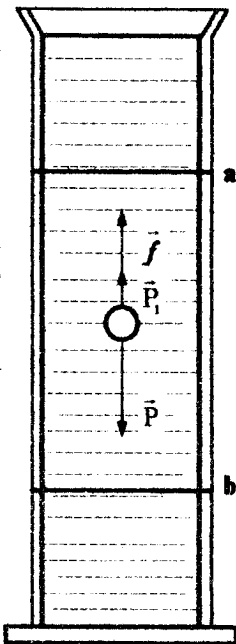


Рис. 2

Порядок виконання роботи

1. Мікрометром виміряти діаметр d кульки.

2. Лінійкою виміряти віддаль l між гумовими мітками **a** і **b** на приладі Стокса.
3. Опустити кульку в рідину приладу і секундоміром заміряти час t її руху між мітками.
4. Ареометром визначити густину досліджуваної рідини ρ_1 , а термометром її температуру t° .
5. Повторити вимірювання відповідно п.п. 1-3 ще для двох кульок.
6. Густина матеріалу кульок ρ (здебільшого сталь) взяти з довідникової таблиці і дані всіх вимірювань занести в таблицю.

№ п/п	$r = \frac{d}{2}, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\rho_1, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$t, ^\circ\text{C}$

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (7) знайти значення коефіцієнта в'язкості досліджуваної рідини відповідно результатів вимірювання для кожної кульки окремо.
2. Вирахувати абсолютну і відносну похибки проведеного експерименту та оцінити його результати.

Контрольні запитання

1. Поясніть причини виникнення внутрішнього тертя.
2. Закони Ньютона та Стокса для внутрішнього тертя.
3. Поясніть фізичний зміст коефіцієнта динамічної в'язкості.

Розділ другий.

Електрика

При виконанні лабораторних робіт з електрики і магнетизму слід неухильно дотримуватись таких правил:

1. Точно виконувати вимоги внутрішнього розпорядку, встановленого в лабораторії, і суворо дотримуватись правил техніки безпеки під час роботи з електричними установками.
2. Вмикати електричну напругу і розпочинати виконання роботи лише з дозволу викладача або лаборанта після перевірки ними електричної схеми.
3. Категорично забороняється лишати без нагляду включені схеми або окремі прилади.

В лабораторних роботах з електрики і магнетизму даються посилання на наступні підручники:

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. М : Наука : 1978.
2. Яворский Б.М. и др. Курс физики. Т.2. М : Наука : 1978.

Принцип дії і основні характеристики електровимірювальних приладів

Електровимірювальний прилад — це сукупність засобів, за допомогою яких здійснюється вимірювання певної електричної величини.

В приладах безпосередньої оцінки вимірювана величина визначається стрілочним або цифровим способом відліку, або з допомогою світлового "зайчика" на градуйованій шкалі. Це — амперметри, вольтметри, ватметри, омметри, гальванометри.

Для вимірювання електричних величин в приладах безпосередньої

оцінки використовують фізичні явища, на яких створюються обертальний момент і наступне переміщення рухливої системи приладу. Обертальний момент утворюється внаслідок взаємодії постійного магніту і магнітного поля струму в котушці, магнітного поля котушки з струмом і феромагнетиком, взаємодії магнітних полів котушок з струмами, взаємодії заряджених тіл. Залежно від використовуваного в приладі принципу взаємодії розрізняють такі системи електровимірювальних приладів: магнітоелектричну, електромагнітну, електродинамічну, індукційну і ін.

Якість електровимірювальних приладів визначається чутливістю, похибками вимірювання, реагуванням на зовнішні електричні і магнітні поля та зміну температури, межами вимірювань, тривалістю щодо перевантажень тощо.

Чутливістю електровимірювальних приладів називають відношення лінійного або кутового зміщення покажчика приладу $\Delta\alpha$ до зміни вимірюваної величини Δx , яка зумовила це зміщення:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta x}.$$

Величина $C=1/S$, обернена чутливості, дістала назву ціни поділки приладу.

Для характеристики точності електровимірювальних приладів використовують так звані зведені похибки:

$$\mathcal{E}_{\text{зв}} = \pm \frac{\Delta x}{x_n} \cdot 100\%,$$

де Δx — абсолютна похибка вимірюваної величини;

x_n — верхня межа вимірювань (шкали) приладу (його номінальне значення).

Електровимірювальні прилади відповідно до величини їх зведеної похибки згідно існуючим стандартам поділяються на вісім класів точності, нанесеним на шкалу вимірювального приладу: 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0;

1,5; 2,5. За показником класу точності визначають абсолютну похибку вимірювання:

$$\Delta x = \pm k \cdot \frac{x_n}{100},$$

де k — клас точності приладу в процентах;

x_n — максимальне значення вимірюваної величини.

Прилади класів точності 0,02; 0,05; 0,1; 0,2 використовуються, головним чином, для точних лабораторних вимірювань і називаються прецезійними; прилади класів 0,5; 1,0; 1,5; 2,5 мають назву технічних.

Прилади магнітоелектричної системи

Прилади цієї системи складаються з двох основних частин: постійного магніту і котушки, що має вигляд рамки. Принцип дії вимірювального механізму цих приладів заснований на взаємодії сильного магнітного поля постійного магніту з слабким магнітним полем рамки, по якій проходить вимірювальний струм. Схему приладу магнітоелектричної системи наведено на рис. 1.

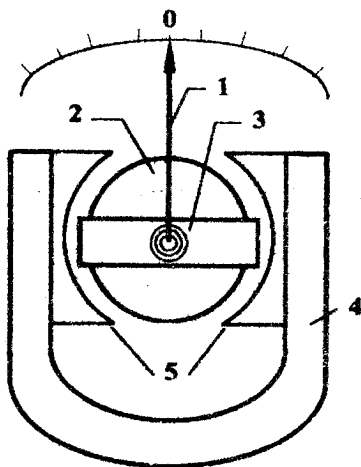


Рис. 1.

Магнітна система вимірювального механізму складається з сильного постійного магніту 4, полюсних наконечників 5, нерухомого осердя 2.

Між полюсними наконечниками і осердям розміщується рамка (котушка) 3, що являє собою досить легкий алюмінієвий каркас, на який намотаний тонкий мідний дріт діаметром від 0,03 до 0,2 мм. Така система забезпечує вільне обертання рамки навколо осердя, а отже, і відхилення скріпленої з нею стрілки 1 відносно шкали. При проходженні струму I через рамку на неї діє обертальний момент

$$M = n B S I,$$

де n — кількість витків рамки, B — магнітна індукція, S — площа рамки.

Цей момент зрівноважується протидіючим моментом деформації спіральних пружин, які на рисунку не показані.

Прилади магнітоелектричної системи мають високу чутливість, мале споживання електричної енергії, рівномірну шкалу.

Високоточні прилади класів 0,02; 0,05; 0,1; 0,2 можуть бути лише магнітоелектричної системи.

Прилади магнітоелектричної системи мають ряд недоліків, до яких слід віднести: порівняно складна будова, чутливість до перевантажень, можливість вимірювати лише постійний струм.

Прилади електромагнітної системи

Прилади цієї системи складаються з плоскої або круглої нерухомої котушки, на яку намотаний мідний дріт, і рухомого осердя, виготовленого з м'яких магнітних матеріалів (електротехнічна сталь, пермалой). Принципи дії приладів цієї системи заснований на взаємодії магнітного поля котушки, по якій проходить струм, з рухливим феромагнітним осердям рис. 2.

Вимірюваний струм I , що проходить по котушці 3, створює магнітне поле. В це поле втягується осердя у вигляді сталюї пластинки 4,

закріпленої на осі 6. Намагніченість осердя і саме магнітне поле котушки пропорційні струмові, отже, обертальний момент пропорційний квадрату струму:

$$M_1 = \kappa_1 I^2,$$

де κ_1 — коефіцієнт пропорційності, який залежить від конструкції приладу.

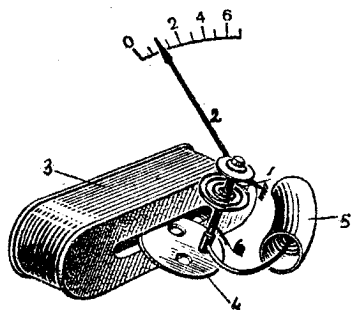


Рис. 2.

Протидіючий момент M_2 створюється пружинками 1. Він пропорційний кутові повороту рухливої частини приладу:

$$M_2 = \kappa_2 \phi,$$

де κ_2 — коефіцієнт пропорційності, який залежить від пружних властивостей пружин.

Для швидкого заспокоєння рухливої частини приладу і стрілки застосовують повітряні демпфери 5. Демпфер — це камера, в якій рухається алюмінієвий поршень. При повороті осердя поршень зазнає опору повітря.

Рівновага рухливої частини приладу визначається рівністю протилежно напрямлених моментів: $M_1 = M_2$. Звідки

$$\phi = \kappa I^2,$$

де $\kappa = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$. Отже, шкала електромагнітного приладу нерівномірна,

квадратична. Із зміною напряду струму змінюються як напрям магнітного

поля, так і намагніченість осердя. Отже, прилади цієї системи застосовуються для вимірювань постійного і змінного струмів. В останньому випадку вони реагують на діюче значення змінного струму, їх використовують також для вимірювання напруги в електричному колі.

Недоліки приладів електромагнітної системи: нерівномірність шкали, менша точність порівняно з магнітоелектричними приладами, залежність показів від зовнішніх магнітних полів. Такого типу прилади покривають металевими кожухами, або виготовляють астатичними, тобто з двома котушками, включеними послідовно.

Прилади електродинамічної системи

Прилади цієї системи відзначаються тим, що їх дія ґрунтується на взаємодії магнітних полів двох котушок (рухомої і нерухомої) із вимірюваним струмом. Одна із взаємодіючих котушок нерухома і складається з двох послідовно з'єднаних котушок 4, між якими є зазор. В ньому розміщується вісь обертання рухомої безкаркасної котушки 3. З віссю скріплена стрілка 1 — показчик з алюмінієвою пластинкою повітряного демпфера 2. Рис. 3.

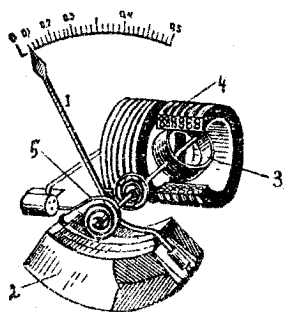


Рис. 3.

На вісі також ізольовано закріплені кінці двох спіральних пружин 5, які призначені для підведення вимірювального струму і створення

протидіючого моменту. Власне магнітне поле котушок мале, тому для захисту їх від впливу зовнішніх полів застосовують екранування або прилади виготовляють астатичними.

Котушки в приладах електродинамічної системи залежно від призначення їх з'єднуються послідовно або паралельно. Якщо котушки приладу з'єднати паралельно, то його можна використовувати як амперметр. Якщо обидві котушки з'єднати послідовно і приєднати до них додатковий опір, то прилад може використовуватись як вольтметр. У ватметрах нерухома котушка вмикається в коло струму послідовно, а рухома котушка з додатковим опором — паралельно споживачам енергії.

Прилади індукційної системи

Прилади індукційної системи характеризуються тим, що принцип їхньої дії ґрунтується на взаємодії вихрових індукційних струмів в рухомій частині приладу (алюмінієвий диск, насаджений на вертикальну вісь) із змінними магнітними потоками нерухомих електромагнітів. Один із електромагнітів має обмотку з тонкого ізольованого дроту, яка є обмоткою напруги і включається в коло паралельно навантаженню.

Серед приладів індукційної системи широке застосування мають лічильники електричної енергії змінного струму.

Прилади електронної системи

До приладів електронної системи відносяться електронні вольтметри, які складаються з електронних ламп або напівпровідникових приладів і вимірювального механізму магнітоелектричної або електростатичної системи. Прилади електронної системи використовуються для радіотехнічних вимірювань напруг і частот в значних діапазонах. Такі прилади мають досить великі вхідні опори, тому їх використовують для вимірювання напруги високоомних малопотужних джерел.

Цифрові прилади

Прилади цієї системи визначають невідому величину, що вимірюється в дискретно цифровій формі за допомогою цифрових індикаторів.

Цифрові прилади мають ряд переваг над звичайними, основні з яких: висока точність і швидкість вимірювання, об'єктивність і повна автоматизація процесу вимірювання, можливість передачі результатів на відстані і подальшої їх обробки на ЕОМ.

Поряд з перевагами цифрові прилади мають ряд недоліків; складність схеми, значні габарити, менша надійність.

Умовні позначення на шкалах електровимірювальних приладів

1.  — магнітоелектрична система з рухомою рамкою;
2.  — магнітоелектрична система з рухомих магнітом;
3.  — електромагнітна система;
4.  — електродинамічна система;
5.  — індукційна система;
6.  — електронна система;
7.  — для постійного струму чи напруги;
8.  — для змінного струму чи напруги;
9.  — для постійного або змінного струму чи напруги;
10. **1,0** — клас точності приладу;
11.  — магнітний екран;
12.  — горизонтальне розміщення;
13.  — вертикальне розміщення;
14.  — випробувальна напруга ізоляції 2 кВ.

Для правильної і ефективної організації електричних вимірювань слід

перед усім докладно ознайомитися з основними характеристиками електровимірювальних приладів на їхніх шкалах.

Довільний електровимірювальний прилад у процесі вимірювань не повинен змінювати своїх параметрів і режиму дій об'єкта вимірювання. Отже, опір амперметра мусить бути по можливості малим, а опір вольтметра - великим. Розширення меж вимірювання амперметрів досягається включенням паралельно амперметру шунта. Розрахунки шунта виконують за формулою:

$$R_{ш} = \frac{R_a}{n - 1},$$

де $n = \frac{I}{I_a}$, тобто I — найбільше значення струму, який повинен вимірювати амперметр; I_a — сила струму повного відхилення стрілки (граничний струм приладу);

R_a — внутрішній опір приладу;

$R_{ш}$ — опір шунта;

Розширення меж вимірювання вольтметрів досягається включенням послідовно до вольтметра додаткового резистора R_d . Розрахунок опору додаткового резистора виконують згідно формули:

$$R_d = R_v(n - 1),$$

де $n = \frac{U}{U_v}$, тобто U — найбільше значення напруги, яку слід вимірювати;

U_v — напруга, на яку розрахований вольтметр;

R_v — опір вольтметра;

R_d — додатковий опір.

Дослідження електричного поля методом моделювання

п.1. §§ 5, 6, 13.2. §§ 2.1, 2.2, 2.3

Мета роботи: дослідити конфігурацію електростатичного поля; побудувати еквіпотенціальні поверхні і лінії напруженості для заданої форми електродів; набути навички використання теореми Остроградського-Гаусса.

Прилади і обладнання: мікроамперметр; вольтметр; джерело струмів.

Теоретичні відомості

Електричне поле в діелектрику подібне до поля постійного струму в провідному середовищі при однаковій конфігурації електродів. Якщо потенціали електродів в обох випадках одні і ті ж, розподіл потенціалу в діелектрику такий же, як і в провідному середовищі з струмом. Подібність полів видно із слідуючого співставлення їх властивостей.

Електростатичне поле в діелектрику потенціальне, циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж замкнутого контуру

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0.$$

Поле в провідному однорідному середовищі /без джерел сторонніх сил/ також потенціальне. Постійний струм не створює завихрень між електродами. Тому

$$\oint \mathbf{j} d\mathbf{l} = 0 \quad \text{або} \quad \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0$$

оскільки у відповідності з законом Ома

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

де $\vec{j}$ — густина струму, γ — електропровідність середовища.

Існує також подібність і між граничними умовами. На границі поділу діелектриків тангенціальна і нормальна складові вектора напруженості електростатичного поля задовольняють слідуючі умови:

$$E_{t1} = E_{t2}; \quad \mathcal{E}_1 E_{n1} = \mathcal{E}_2 E_{n2}.$$

У провідному середовищі неперервність тангенціальних складових витікає із потенціальності поля струму. Граничні умови для нормальних складових вектора густини струму

$$\gamma_1 E_{n1} = \gamma_2 E_{n2}$$

випливають із умови неперервності $j_{n1} = j_{n2}$.

Із подібності граничних умов слідує, що провідне середовище з струмом може служити моделлю для дослідження електростатичного поля, якщо електропровідність γ середовища замінити діелектричною проникністю $\mathcal{E}$, яка задається для модельованого діелектрика, а електроди в обох випадках розмістити однаково. Поле в неоднорідному діелектрику, різні області якого мають неоднакову діелектричну проникність $\mathcal{E}$, також можна моделювати на провідному середовищі, якщо подібний розподіл $\mathcal{E}$ і γ .

Виміряти розподіл потенціалів у провідному середовищі значно простіше, ніж в діелектрику, тому дослідження на моделі має перевагу над електростатичним оригіналом. За допомогою моделювання легко визначити ємність досліджуваної системи. Розрахункова формула для ємності буде одержана, якщо в формулі

$$C = \frac{Q}{U}$$

заряд замінити за теоремою Остроградського-Гаусса потоком вектора електростатичного зміщення через замкнуту поверхню

$$Q = \oint_S D_n dS = \mathcal{E}_0 \oint_S \mathcal{E} E_n dS.$$

Тоді ємність

$$C = \frac{\epsilon_0 \oint S E_n dS}{U} \quad (1)$$

Потік розраховується крізь замкнуту еквіпотенціальну поверхню, яка оточує електрод модельованої системи, з використанням знайдених на провідній моделі значень нормальної компоненти вектора напруженості E_n . Різницю потенціалів U беруть рівною напрузі між електродами моделі, діелектричну проникливість — значенню, яке задається для модельованого діелектрика.

Досліджувальна установка

Як провідне середовище для моделі використовують провідний папір, властивості якого в площині однакові. Можна також використати воду, слабкі кислотні або лужні розчини, які наливають у плоскі ванночки розміром $10 \times 40 \times 40$ см із хорошого діелектрика.

Моделюють плоскі поля, тобто такі, потенціал і напруженість яких залежить лише від двох координат. Плоским являється поле в циліндричному конденсаторі далеко від його кінців, в двохпровідній довгій лінії, між окремим провідником і провідною поверхнею і т.д. На провідному папері відтворюється переріз такого поля площиною, перпендикулярною до електродів.

Електрична схема досліджуваної установки подана на рис.1. Потенціал у різних точках аркуша провідного паперу 1 вимірюють з допомогою зонда 2, з'єднаного через мікроамперметр з рухомих контактом потенціометра R.

Чотири ділянки кола — дві, між рухомих контактом потенціометра і його кінцевими контактами і дві між зондом і електродами на аркуші паперу — створюють місток постійного струму. Струм у діагоналі містка дорівнює нулю, коли зонд розміщують у точці, потенціал якої співпадає з потенціалом рухомого контакту потенціометра.

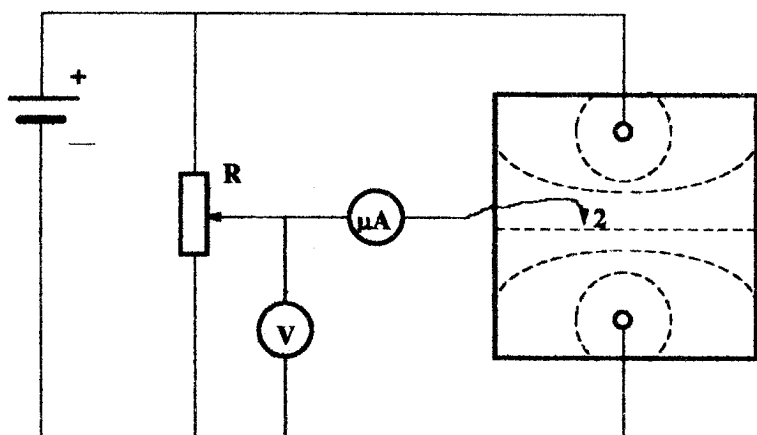


Рис. 1

Різницю потенціалів між нижнім контактом потенціометра і його рухомих контактом вимірюють за допомогою вольтметра V . Досліджувальна установка комплектується пантографом, з допомогою якого координати зонда переносять на аркуш паперу.

В результаті вимірювань одержують картину проєкцій еквіпотенціальних поверхонь на аркуш провідного паперу з заданим кроком $\Delta\phi$. Подібний вигляд має картина поля, яка може бути одержана при моделюванні поля двохпроводної лінії, що показана на рис.1 (штрихові лінії).

Для побудови ліній напруженості (силових ліній) використовують спідуючий спосіб (рис. 2). Проводять лінію, яка сполучує електроди, так, щоб вона співпала з віссю симетрії поля.

Із точки 0 на поверхні електрода вимірюють віддаль 01 до найближчої еквіпотенціальної поверхні. Цю віддаль відкладають вздовж поверхні електрода, одержують таким чином точку 1 на електроді. Через точку 1' проводять відрізок 1'2 перпендикулярно поверхні електрода. Потім віддаль 1'2 відкладають вздовж поверхні електрода і одержують таким чином точку

2 і т.д. Аналогічну побудову здійснюють від точки 0 в другу сторону (кожну побудову слід закінчити таким чином, щоб довжина останнього до осі симетрії відрізка на поверхні електрода була більшою довжини передостаннього). Розділивши таким чином найближчу до електрода еквіпотенціальну поверхню, через одержані точки (1; 2; 3; ... i) проводять перпендикулярні їй відрізки до перетину з слідуючою еквіпотенціальною поверхнею. Після того, як всі еквіпотенціальні поверхні будуть поділені, одержані точки слід з'єднати плавними лініями, додержуючись їх ортогональності до еквіпотенціальних ліній у точках перетину. (Якщо поле має дві осі симетрії, наприклад поле двохпровідної лінії, то побудову силових ліній слід проводити зразу від обох електродів).

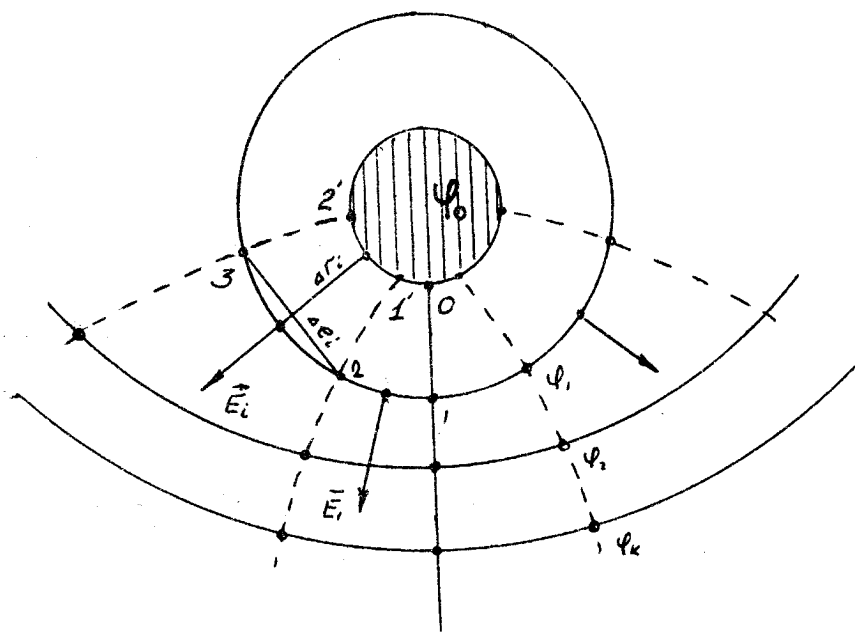


Рис. 2

Для розрахунку потоку вектора напруженості слід мати на увазі, що найближча до електрода замкнута екіпотенціальна поверхня є деформованим циліндром, твірна якого перпендикулярна площині карти. Так як напруженість поля E_i в границях кожного відрізка екіпотенціальної поверхні приблизно однакова, можна розрахувати елемент потоку вектора напруженості

$$\Delta\psi_i = E_i h \Delta l_i, \quad (2)$$

де h — висота циліндра;

Δl_i — довжина відрізка екіпотенціальної поверхні (береться з карти).

Напруженість E_i розраховують за формулою

$$E_i = \frac{(\varphi_0 - \varphi_1)}{\Delta r_i}, \quad (3)$$

Δr_i визначається з карти поля як віддаль між середніми точками відрізків на поверхні електрода і на найближчій екіпотенціальній поверхні; φ_0 і φ_1 — значення потенціалів на електроді і на екіпотенціальній поверхні. Заряд, який розміщений в середині замкнутої екіпотенціальної поверхні (циліндра), розраховують за теоремою Остроградського-Гаусса:

$$Q = \epsilon \epsilon_0 \sum_{i=1}^n \Delta\psi_i. \quad (4)$$

Із останньої формули легко розрахувати ємність одиничної довжини модельованої системи:

$$C_h = \frac{C}{h} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\varphi_0 - \varphi_1}{U} \sum \frac{\Delta l_i}{\Delta r_i}. \quad (5)$$

Порядок виконання роботи

1. Закріпити на планшеті аркуш чистого паперу, рівний за величиною провідному аркушу.

2. З допомогою пантографа перенести на аркуш паперу контури електродів.
3. Скласти досліджувальну схему згідно рисунка.
4. Встановити зонд на один із електродів і за допомогою вольтметра виміряти його потенціал (у цьому випадку потенціометром R досягають відсутності струму через мікроамперметр). Аналогічну операцію проробляють і для другого електроду.
5. Змістити зонд на невелику (5-7 мм) віддаль від електрода в напрямку протилежного електрода. Потенціометром встановити нуль на мікроамперметрі. Переміщувати зонд навколо електрода таким чином, щоб покази мікроамперметра не змінювались ($I=0$). В процесі переміщення зонда перенести за допомогою пантографа на карту 10-15 точок першої еквіпотенціальної лінії. Еквіпотенціальна поверхня обов'язково повинна бути замкнутою. Записати рядом з нею значення потенціалу ϕ_1 . Щоб швидше і успішніше знаходити точки з однаковим потенціалом, слід керуватись міркуванням про конфігурацію досліджувального поля.
6. Змінюючи покази вольтметра кожний раз на 0,5 В, побудувати слідуєчі еквіпотенціальні лінії.

Обробка результатів дослідження

1. Побудувати на одержаній карті лінії напруженості електричного поля.
2. За формулою (3) розрахувати напруженість електричного поля на кожному із відрізків еквіпотенціальної поверхні і в масштабі нанести на карту.
3. За формулою (5) розрахувати погонну ємність модельованої системи ($\epsilon=1$).

Контрольні запитання

1. Які основні характеристики електростатичного поля?
2. Які існують методи дослідження електростатичного поля?
3. Доведіть теорему Остроградського-Гаусса.
4. У чому суть явища електростатичної індукції?

Лабораторна робота 2-2

Вимірювання ємності конденсаторів

Л.1. §§ 26, 27.2. §§ 5.1, 5.2, 5.3

Мета роботи: набути навиків вимірювання ємності конденсаторів з допомогою місткової схеми; перевірити закони сполучення конденсаторів.

Прилади і обладнання: комплект досліджуваних конденсаторів; магазин еталонних конденсаторів; осцилограф; реохорд; з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

При наданні провіднику електричного заряду його потенціал по відношенню до Землі (умовна поверхня нульового потенціалу) підвищується. Однак відношення заряду Q до потенціалу U для даного провідника залишається постійним і називається його електричною ємністю C :

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (1)$$

При $Q = 1$ Кл, $U = 1$ В знаходимо одиницю електричної ємності провідника:

$$[C] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = 1 \text{ Ф}.$$

Ця одиниця називається фарадом (Φ). Фарад дорівнює електричній ємності ізолюваного провідника, якщо надання йому заряду в 1 Кл підвищує його потенціал на 1 В.

Електроємність залежить від геометричних розмірів і форми провідника, положення навколо нього інших провідників, електричних властивостей навколишнього середовища. Електроємність не залежить від матеріалу провідника і його агрегатного стану, наявності пустот і величини заряду.

Електроємність відокремленого провідника завжди мала. Збільшення електроємності за рахунок збільшення розмірів провідника не завжди виправдовує себе.

Наприклад, щоб одержати електроємність 1 мкФ, слід взяти сферичний провідник радіусом 9 км. В електро- і радіотехніці, де приходится користуватись великими ємностями, застосовують систему провідників — конденсатори. Робота конденсаторів базується на зменшенні потенціалу зарядженого провідника під впливом іншого провідника.

Візьмемо наелектризований провідник А, заряд якого $+q$ і внесемо в його поле інший провідник В, який в результаті явища електричної індукції електризується (рис. 1). Поле наведених різнойменних зарядів послаблює наведене поле заряду $+q$, тому потенціал поля А падає, а електроємність зростає.

Індуковані заряди однакового знаку можна нейтралізувати, якщо заземлити провідник В. Щоб зовнішні тіла не впливали на ємність конденсатора, обкладкам надають таку форму і так розміщують їх одну відносно іншої, щоб поле, створене нагромадженими зарядами цілком було сконцентроване всередині конденсатора. Цій умові задовольняють, перш за все, поля, які створюються зарядженими площинами, коаксіальними циліндрами та концентричними сферами.

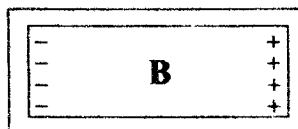
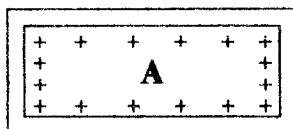


Рис. 1

Розглянемо деякі типи конденсаторів. Залежно від форми обкладок конденсатори бувають плоскі, циліндричні, сферичні.

1) плоский конденсатор являє собою систему двох металевих, паралельних пластин (розділених діелектриком), розташованих на близькій відстані d одна від одної і однаково наелектризованих різнойменними зарядами. Знайдемо ємність такого конденсатора.

Якщо лінійні розміри пластин великі порівняно з відстанню між ними, то можна знехтувати крайовим ефектом і вважати електричне поле між пластинами однорідним:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}, \quad (2)$$

інакше напруженість цього поля можна виразити через градієнт потенціалу

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (3)$$

З цих рівнянь дістаємо

$$-d\varphi = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S} dx.$$

Про інтегруємо це рівняння:

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S} \int_0^d dx; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S},$$

звідки

$$q = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}(\varphi_1 - \varphi_2); \quad C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Ця формула є наближеною, бо ми знехтували крайовим ефектом.

З'ясуємо вплив діелектрика на ємність конденсатора. Оскільки $\Phi_1 - \Phi_2 = E d$, то формулу $q = C(\Phi_1 - \Phi_2)$ можна записати так:

$$C = \frac{q}{Ed}.$$

Під впливом поля E діелектрик поляризується і на його поверхнях появляються поляризаційні заряди $\pm\sigma$. Вектор $\vec{E}_p$, направлений протилежно до вектора $\vec{E}$, а зменшення напруженості приводить до збільшення ємності (рис. 2.).

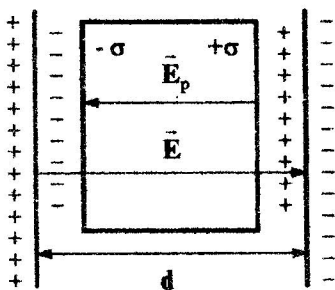


Рис. 2

2) циліндричний конденсатор являє собою систему двох порожнистих металевих коаксіальних (із спільною віссю) циліндрів, встановлених один в одного, простір між якими заповнений діелектриком (рис. 3).

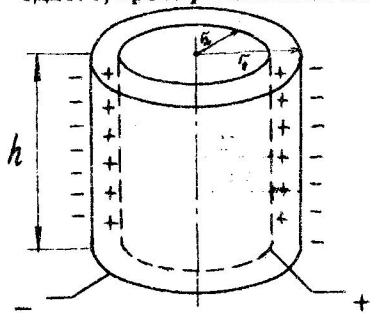


Рис.3

Якщо висота циліндрів велика порівняно з їх радіусами ($h \gg r_1$ і r_2), то можна знехтувати крайовим ефектом і використати формулу напруженості електричного поля для нескінченно довгого зарядженого циліндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r h},$$

де $\tau = \frac{q}{h}$ — лінійна густина заряду. Напруженість можна виразити через градієнт потенціалу

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

З цих рівнянь дістанемо

$$-d\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon h} \cdot \frac{dr}{r}.$$

Проінтегруємо цей вираз

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon h} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r},$$

Одержимо

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 h}{\ln \frac{r_1}{r_2}}. \quad (5)$$

Якщо зазор між обкладками конденсатора малий, тоді $\ln \frac{r_1}{r_2}$ можна розкласти в ряд і обмежитися тільки членами першого порядку:

$$\ln \frac{r_1}{r_2} = \ln \frac{r_1 + d}{r_1} \approx \frac{d}{r_1}$$

тепер

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot h}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де $S = 2\pi r_1 h$ — бічна поверхня внутрішнього циліндра. Отже, електроємність циліндричного конденсатора можна обчислити за формулою ємності плоского конденсатора;

3) сферичний конденсатор складається з двох концентричних сферичних обкладок, простір між якими заповнений діелектриком (рис. 4).

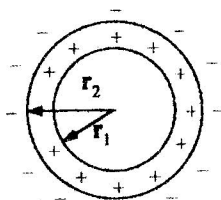


Рис. 4

Електричне поле в ньому строго радіальне. Тому сферичні конденсатори використовують в точних лабораторних дослідженнях. Потенціали обкладок такого конденсатора виражаються наступними співвідношеннями:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}.$$

Звідки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot r_2}$$

або

$$q = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Звідки дістаємо

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}. \quad (6)$$

Якщо $r_2 \gg r_1$, тоді внутрішню обкладку можна розглядати як відокремлену кулю і формула (6) набуде такого вигляду:

$$C_1 \approx 4\pi\epsilon_0\epsilon r_1 < C.$$

Як бачимо, електроємність конденсатора більша від електроємності відокремленого провідника. Якщо зазор між обкладками дуже малий порівняно з їх радіусами, то ємність сферичного конденсатора можна визначати за формулою плоского конденсатора, справді, при $r_2 - r_1 = d \ll r_1$,

$r_2 \approx r_1 = r$ формула (5) набуває вигляду:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon r'}{d} = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}.$$

Кожний конденсатор характеризується, крім ємності, пробивною або робочою напругою. Тому для одержання необхідної ємності при заданій робочій напрузі, необхідно конденсатори з'єднувати в батареї — паралельно, послідовно або змішано.

При паралельному з'єднанні (рис.5) одна із обкладок кожного конденсатора має потенціал φ_1 , а друга φ_2 . Відповідно на кожний із двох систем обкладок нагромаджується сумарний заряд

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n C_i (\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n C_i.$$

Ємність батареї одержимо, якщо розділимо сумарний заряд на прикладену до неї напругу.

В результаті:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (7)$$

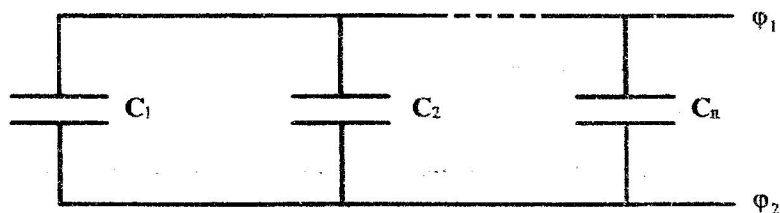


Рис. 5

Збільшення ємності при паралельному з'єднанні конденсаторів пояснюється тим, що збільшується робоча поверхня обкладок. Однак пробивне значення напруги батареї не перевищує пробивної напруги одного конденсатора.

При послідовному з'єднанні (рис. 6) обкладки окремих конденсаторів мають заряди, чисельно рівні, але протилежні по знаку. Тому напруга на i -му конденсаторі:

$$U_i = \frac{q}{C_i}.$$

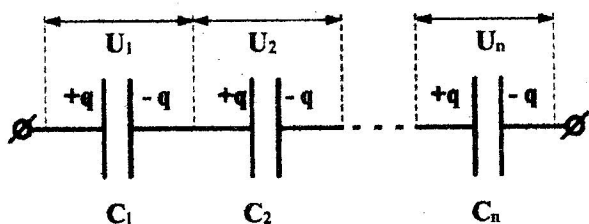


Рис. 6

Тоді загальна напруга батареї

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Звідки

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (8)$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів додаються величини, обернені їх ємностям, при цьому напруга на кожному конденсаторі зменшується. Якщо потрібно збільшити електроємність батареї, то, сполучають паралельно окремі групи послідовно з'єднаних конденсаторів (змішане з'єднання).

Широке поширення в лабораторній практиці при вимірюванні ємності конденсаторів одержали такі методи:

а) періодична зарядка і розрядка. Досліджуваний конденсатор C (рис.7) заряджається через випрямляч до U . Автоматично діючий перемикач від'єднує одну із обкладок від джерела напруги і замикає обкладки конденсатора на мікроамперметр. При цьому конденсатор розряджається. Цикл зарядка-розрядка повторюється з частотою роботи перемикача $f = 50$ Гц.

Середній заряд, який протікає через мікроамперметр за час t ,

$$I_0 t = QN,$$

де I_0 - середня величина струму, що фіксується мікроамперметром;

Q - заряд конденсатора;

N - число розрядів за час t .

Інакше $C = \frac{I_0 t}{UN} = \frac{I_0}{Uf}$ ($f = \frac{N}{t}$ - частота перемикання).

б) балістичного гальванометра. Балістичним гальванометром називають такий гальванометр, в якому момент інерції рухомої частини

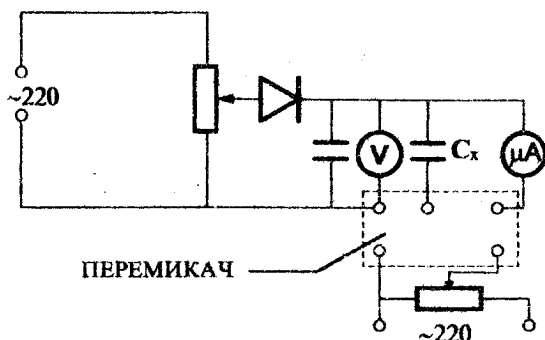


Рис. 7

(котушки) спеціально збільшений. Кут відхилення котушки такого гальванометра пропорційний величині заряду, який проходить через гальванометр:

$$Q = \beta \cdot \phi ,$$

де β - балістична постійна гальванометра, яка чисельно рівна величині заряду, необхідному для повороту рамки гальванометра на 1 одиницю кута.

Ємність конденсатора, зарядженого до відомої різниці потенціалів U , можна визначити, розряджаючи його на гальванометр:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\beta \phi}{U} .$$

Принципальна схема установки подана на рис. 8:

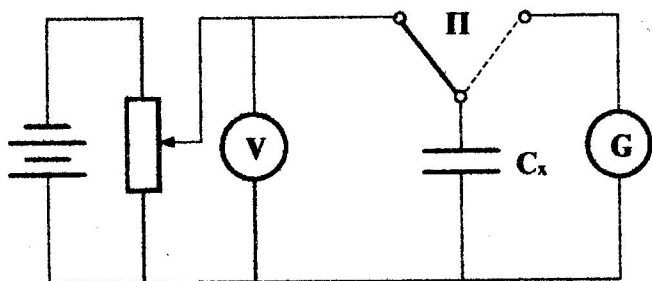


Рис. 8

в) куметра, принцип дії якого базується на тому, що вимірювана ємність входить до складу коливального контура з малим затуханням. Ємність конденсатора можна визначити, якщо добитися резонансу в контурі, ємнісний опір якого $\frac{1}{\omega C}$ дорівнює індуктивному опору ωL ($\frac{1}{\omega C} = \omega L$). Резонансу можна добитися, змінюючи або індуктивність L , або частоту змінного струму ω .

Якщо паралельно вимірювальному конденсатору C_x (рис.9) підключити проградуйований конденсатор C змінної ємності, то добившись резонансу $\frac{1}{\omega C_1} = \omega L$ і $\omega L = \frac{1}{\omega(C_x + C_2)}$ (C_1 і C_2 - ємності, взяті із шкали проградуйованого конденсатора), одержують: $C_x = C_1 - C_2$. Резонанс можна зафіксувати з допомогою показчика лампового вольтметра (ЛВ).

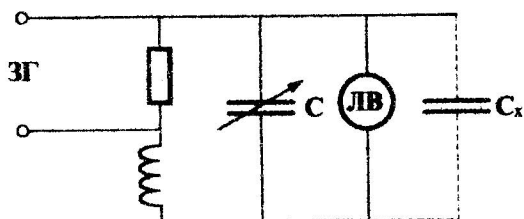


Рис. 9

г) містковий, який знайшов найбільш широке застосування. Найбільш зручна схема містка, яка називається містком Сотті, зображена на рис. 10:

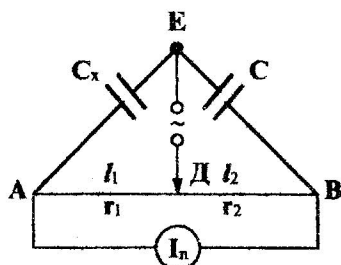


Рис. 10

За допомогою повзунка реохорда можна добитися такого положення, при якому струм, що проходить через індикатор нуля, буде відсутній ($\varphi_A = \varphi_B$)

Умова рівноваги містка виводиться таким чином: За час dt по вітці ДАЕ пройде величина заряду:

$$dq = I_1 dt, \quad I_1 = \frac{\varphi_D - \varphi_A}{r_1}.$$

Із визначення ємності конденсатора слідує, що

$$dq = C_x (\varphi_A - \varphi_E).$$

Тому,

$$\frac{\varphi_D - \varphi_A}{r_1} dt = C (\varphi_A - \varphi_E).$$

Для вітки ДЕВ по аналогії:

$$\frac{\varphi_D - \varphi_B}{r_2} dt = C (\varphi_B - \varphi_E).$$

Враховуючи, що $\varphi_A = \varphi_B$, знаходимо

$$C_x = C \frac{r_2}{r_1}$$

або враховуючи, що r_1 і r_2 - опори плечей реохорда, вони в свою чергу

пропорційні l_1 і l_2 , то

$$C_x = C \frac{l_2}{l_1} . \quad (9)$$

При роботі з містком слід мати на увазі, що одержане рівняння справедливе для ідеальної схеми. В реальній схемі завжди є паразитні ємності і індуктивності, які тут не враховуються.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему, подану на рис. 10. У ролі індикатора нуля можна використати будь-який, наявний в лабораторії осцилограф.
2. Ввімкнути в мережу 220 В осцилограф і низьковольтний трансформатор, який постачає струм в коло.
3. За допомогою повзунка D добитися відношення $\frac{l_2}{l_1}$, при якому довжина світлової лінії на екрані осцилографа буде найменшою. При цьому слід пам'ятати, що найбільш вигідно працювати в режимі, коли опори плеч мало відрізняються один від одного.
4. Провести вимірювання ємностей всіх наявних конденсаторів $C_1, C_2, \dots, C_x$.
5. З'єднати конденсатори паралельно і виміряти сумарну їх ємність.
6. З'єднати конденсатори послідовно і виміряти сумарну їх ємність.
7. Скласти таблицю, в яку занести всі виміряні і розраховані величини .

Обробка результатів вимірювання і їх аналіз

1. За формулою (9) розрахувати ємності всіх досліджуваних конденсаторів, а також паралельного і послідовного їх сполучення.
2. Перевірити закони сполучення конденсаторів теоретичними розрахунками і зробити необхідні висновки.

3. Провести розрахунки похибок вимірювань.

Контрольні запитання

1. Що таке електроємність провідника та від чого вона залежить?
2. Як одержати формули ємностей плоского, циліндричного і сферичного конденсаторів?
3. Як розраховують ємність батареї паралельно чи послідовно з'єднаних конденсаторів?
4. Якими методами міряють ємність конденсаторів?
5. Як працює місток Сотті?

Лабораторна робота № 2-3

Визначення відносної діелектричної проникності сегнетоелектриків.

Л.1. §23. 2. §§ 6.4, 6.5

Мета роботи: вивчення властивостей сегнетоелектриків та визначення відносної діелектричної проникності титанату барію.

Прилади та матеріали: міст змінного струму Р-577 для вимірювання ємностей в межах 1 пФ-1100 мкФ і штангенциркуль ; досліджувані сегнетоелектрики.

Теоретичні відомості

Згідно з уявленнями класичної фізики, діелектрики відрізняються від провідників тим, що при не дуже високих температурах та при відсутності дуже сильних електричних полів в них немає вільних електричних зарядів. При внесенні діелектриків в електричне поле вони поляризуються, на їх поверхні виникають зв'язані заряди і відповідне електричне поле, яке зменшує дію зовнішнього електричного поля. Для кількісної оцінки явища

поляризації діелектрика користуються поняттям вектора поляризації $\vec{P}$, що характеризується електричним дипольним моментом одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{P}_i}{\Delta V},$$

де $\vec{P}_i$ — дипольні моменти окремих молекул, які знаходяться в об'ємі ΔV ;

ΔV — фізично безмежно малий об'єм.

Для широкого класу ізотропних діелектриків та широкого кола явищ вектор поляризації пропорційний вектору напруженості електричного поля всередині діелектрика $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

де χ — діелектрична сприйнятливість речовини діелектрика (величина безрозмірна). Такий характер залежності між $\vec{P}$ і $\vec{E}$ пояснюється тим, що напруженість макроскопічних електричних полів здебільшого значно менша напруженості мікрополів в середині атомів та молекул.

Електричним зміщенням називають векторну величину

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

В ізотропних діелектриках $\vec{D}$ і $\vec{E}$ зв'язані співвідношенням:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E},$$

де ϵ - відносна діелектрична проникність речовини.

З молекулярної точки зору поляризація діелектриків полягає або в зміщенні пружно зв'язаних зарядів, що входять до складу молекули, атома чи іона, в електричному полі (пружна поляризація), або в виникненні дипольних молекул та іонів під дією електричного поля (релаксаційна поляризація). Пружна поляризація може бути електронною чи іонною.

Якщо діелектрик складається з неполярних молекул, то в електричному полі відбувається зміщення електронів відносно ядер в атомах чи іонах і

молекули набувають дипольного моменту (індукційний дипольний момент), який пропорційний напруженості електричного поля $\vec{E}$. Таким чином, χ та $\mathcal{E}$ для цих діелектриків не залежать від $\vec{E}$. Характерною особливістю електронної поляризації являється незалежність χ та $\mathcal{E}$ від температури.

Іонна поляризація пружного зміщення виникає при зміщенні в електричному полі позитивних та негативних іонів, які створюють решітку іонних кристалів, від їх положень рівноваги. І в цьому випадку також зв'язок між $\vec{P}$ та $\vec{E}$ лінійний, тобто $\mathcal{E}$ не залежать від $\vec{E}$.

Існують діелектрики, молекули яких у відсутності електричного поля мають власні дипольні моменти (полярні молекули). При $E=0$ такий діелектрик не поляризований, тому що завдяки тепловому руху молекул-диполі хаотично зорієнтовані в просторі. Зовнішнє електричне поле приводить до орієнтації диполів вздовж силових ліній і діелектрик поляризується. Поляризація діелектрика в основному викликана орієнтацією молекул, тому що одночасно в електричному полі у молекул виникає індукційний дипольний момент, значно менший власного дипольного моменту полярних молекул. Орієнтації молекул заважає їх тепловий рух. Якщо електричне поле забрати, то поляризація зникає, або релаксує, — звідси й назва — релаксаційна (теплова) поляризація, у випадку орієнтаційної поляризації вектор $\vec{P}$ лінійно зростає із збільшенням напруженості поля $\vec{E}$. Але при цьому діелектрична сприйнятливість χ , а також відповідно проникність $\mathcal{E}$ значно залежать від температури, зменшуючись з її підвищенням.

Відомі діелектричні кристали з незвичайними електричними властивостями. Навіть при відсутності електричного поля решітка додатних іонів в стані термодинамічної рівноваги у них зміщена відносно решітки від'ємних іонів, тому кристал виявляється поляризованим. Така самостійна

поляризація називається спонтанною, а кристали - піроелектричними. Характерним прикладом піроелектричних кристалів являється турмалін.

Існує клас кристалічних діелектриків, які в певній області температур, яка носить назву полярної області, являються піроелектриками. На границях полярних областей у таких діелектриків відбуваються фазові переходи із зміною кристалічної модифікації, що супроводжується зникненням спонтанної поляризації. Такі діелектрики називаються сегнетоелектриками, так як вперше ці властивості були виявлені у сегнетової солі. По аналогії з феромагнетиками верхня межа полярної області називається точкою Кюрі T_k , а нижня межа може бути відсутня.

Ще однією характерною рисою сегнетоелектриків являється те, що напрямок їх спонтанної поляризації може бути легко замінений на протилежний навіть в слабкому електричному полі. У звичайних піроелектриків така заміна напрямку спонтанної поляризації не може бути досягнута навіть у сильних полях.

Пряма, що паралельна векторові спонтанної поляризації сегнетоелектрика, називається його полярною віссю. Сегнетоелектрики можуть мати одну полярну вісь, наприклад, сегнетова сіль, або кілька полярних осей, наприклад, титанат барію $BaTiO_3$.

Так як сегнетоелектрикам в полярній області температур властива спонтанна поляризація, то це означає, що такий стан більш стійкий, ніж неполярний, тобто відповідає мінімальній повній енергії сегнетоелектрика. Це можливе тільки тоді, коли при відсутності зовнішнього електричного поля в об'ємі досить великого сегнетоелектрика будуть утворюватись області з різним напрямком вектора поляризації - домени. Утворення доменів приводить до зменшення повної енергії сегнетоелектрика. Дійсно, повна енергія сегнетоелектрика складається з енергії всіх доменів, енергії зовнішнього електричного поля та поверхневої енергії на границях розділу доменів. Енергія зовнішнього електричного поля найбільша тоді, коли

сегнетоелектрик має однаковий напрямок вектора поляризації в усьому об'ємі. Ділення на домени зменшує енергію зовнішнього поля, одночасно збільшуючи поверхневу енергію на границях доменів. Процес розпаду сегнетоелектриків на домени припиняється, коли внаслідок наявності двох конкуруючих процесів повна енергія кристалу стане мінімальною.

Завдяки доменній структурі дипольний момент сегнетоелектрика при відсутності зовнішнього електричного поля дорівнює нулеві, так як напрямок спонтанної поляризації доменів різний. В такому розумінні цей сегнетоелектрик є неполяризованим. Якщо сегнетоелектричний зразок внести в електричне поле, в ньому відбуватиметься переорієнтація доменів та ріст одних за рахунок інших. Це приводить до поляризації кристалу. Але у сегнетоелектриків вектор поляризації $\vec{P}$ залежить від $\vec{E}$ нелінійно. Записуючи співвідношення $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$, слід пам'ятати, що χ не є сталою величиною, а є функцією від E . При цьому для сегнетоелектриків в полярній області може досягати аномально великих значень порядку 10^4 і навіть більше.

Сегнетоелектрики знаходять широке практичне застосування в сучасній електро- та радіотехніці, їх використовують для виготовлення конденсаторів малих розмірів, генерування та прийому ультразвукових хвиль, модуляції частоти електромагнітних коливань і т.д.

Порядок виконання роботи

1. Штангенциркулем заміряти параметри пластин сегнетоелектриків і для кожного з них вирахувати площу S .
2. Розташувати сегнетоелектрик між пластинами плоского конденсатора і з допомогою мосту змінного струму Р-577 заміряти його електричну ємність.
3. Результати вимірювань та обчислень для кожного сегнетоелектрика занести в таблицю.

Обробка результатів експерименту

1. Вирахувати відносну діелектричну проникність кожного сегнетоелектрика, використовуючи формулу ємності плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}.$$

2. Вирахувати абсолютну та відносну похибки вимірювань.
3. Результати роботи проаналізувати та зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Різниця між діелектриками і провідниками.
2. В чому полягає поляризація діелектриків? Що таке вектор поляризації?
3. Які види поляризації ви знаєте? Охарактеризуйте їх.
4. Розкажіть про головні особливості сегнетоелектриків та про їх застосування.

Лабораторна робота № 2-4

Дослідження температурної залежності

властивостей сегнетоелектриків та визначення точки Кюрі

п. 1. § 23. 2. §§ 6.4, 6.5

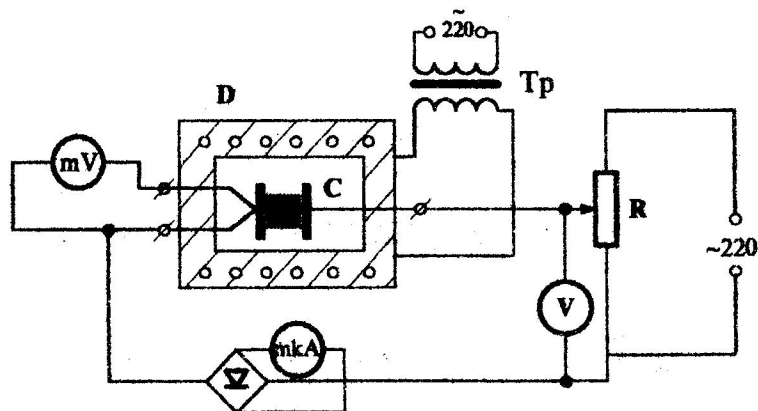
Мета роботи: вивчення залежності електричних властивостей сегнетоелектриків від температури і визначення точки Кюрі.

Прилади і матеріали: експериментальна установка; досліджуваний сегнетоелектрик.

Теоретичні відомості

Основні електричні властивості діелектриків, піроелектриків і сегнетоелектриків розглянуті в попередній лабораторній роботі (2-3). У даній роботі досліджується температурна залежність діелектричної

проникності сегнетоелектриків, так як вона грає важливу роль при їх технічному застосуванні.



На рисунку зображена електрична схема експериментальної установки для дослідження температурної залежності відносної діелектричної проникності титанату барію, який є сегнетоелектриком в області температур від 5 до 120°C.

Конденсатор С складається з круглої пластинки титанату барію товщиною $d=1$ мм і діаметром $D=8$ мм, яка розміщена в фарфоровій трубці. Пластика в трубці стиснена двома металевими електродами циліндричної форми, що служать обкладками плоского конденсатора. До одного з електродів приєднана хромонікелева термопара, один з провідників якої є одночасно струмонесячим провідником в колі мікроамперметра. Термо-ЕРС вимірюється мілівольтметром, а відповідна їй температура визначається з градуовального графіка для даного типу термопар, який додається до роботи. Потенціометром R встановлюється необхідна напруга U для живлення схеми. Детекторами в схемі мікроамперметра служать напівпровідникові діоди Д226Г. Живлення пічки Д здійснюється від знижуючого трансформатора Tr 220/150 В.

Мікроамперметр фіксує середнє значення випрямленого струму I_c , але для розрахунку кіл змінного струму необхідно знати ефективне значення струму в колі I_{ef} , в цьому випадку слід враховувати перехідний коефіцієнт:

$$I_{ef} = 1,11 I_{c_1} . \quad (1)$$

Розглянемо методику знаходження відносної діелектричної проникності сегнетоелектрика та дослідження її температурної залежності з допомогою даної установки. Нехай при кімнатній температурі t_1^0 ефективне значення струму в колі при напрузі U буде I_1 . При цьому мікроамперметр дасть значення I_{c_1} . На основі закону Ома запишемо:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} , \quad (2)$$

де $R_1 = \frac{1}{C_1 \omega}$ — ємнісний опір кола змінного струму з циклічною частотою;

$\omega = 2\pi f$, $f = 50$ Гц — частота струму міської мережі.

Електричну ємність C_1 знайдемо як ємність плоского конденсатора:

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d} . \quad (3)$$

Враховуючи вирази для R_1 і C_1 із формули (2) знайдемо відносну діелектричну проникність сегнетоелектрика ϵ_1 при кімнатній температурі:

$$\epsilon_1 = \frac{I_1 d}{S \omega \epsilon_0 U} = \frac{1,11 I_{c_1} \cdot d}{S \omega \epsilon_0 U} , \quad (4)$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - електрична стала.

При підвищенні температури зразка його відносна діелектрична проникність зміниться і набуде значення ϵ , причому, як впливає з формули (4):

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_1} = \frac{I}{I_1} = \frac{I_c}{I_{c_1}} \quad (5)$$

тобто, надалі розрахунки та дослідження можна проводити, використовуючи тільки покази мікроамперметра середніх значень струму, не переводячи в ефективне.

Порядок виконання роботи

1. При кімнатній температурі t_1 ввімкнути коло конденсатора в мережу через потенціометр R . Встановити робочу напругу 100-120 В.
2. Записати значення напруги U і струму I_U .
3. Ввімкнути електропічку D через трансформатор T_p в мережу.
4. Через кожні п'ять поділок шкали мілівольтметра (через 0,5 мВ при його ввімкненні на 15 мВ) записувати значення струму мікроамперметра до тих пір, поки його покази повільно зростають.
5. Коли значення струму почнуть спадати, покази мікроамперметра фіксувати через кожну поділку шкали мілівольтметра.
6. При досягненні температури 140°C , що відповідає 8,75 мВ, дослід припинити, пічку вимкнути і відкрити її верхню половину для остигання.
7. Користуючись градуйованим графіком термопари, перевести всі значення термо-ЕРС в градуси шкали Цельсія і скласти таблицю температур з відповідними їм значеннями струму.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (4) вирахувати відносну діелектричну проникність сегнетоелектрика ε_1 при кімнатній температурі.
2. Користуючись співвідношенням (5), визначити відношення $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$ для всіх значень струму.
3. Побудувати температурну залежність $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$ і визначити точку Кюрі для

даного сегнетоелектрика.

4. Знайти абсолютну та відносну похибки визначення відносної проникності сегнетоелектрика, проаналізувати результати роботи та зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Які основні властивості і будова сегнетоелектриків?
2. Залежність діелектричної проникності сегнетоелектриків від температури. Що таке точка Кюрі?
3. Наведіть приклади застосування сегнетоелектриків в техніці і, зокрема, в Вашій майбутній спеціальності.

Лабораторна робота № 2-5

Визначення електрорушійної сили джерела струму

л. 1. §33. 2. § 9.1

Мета роботи: набути навиків вимірювання електрорушійної сили джерел струму компенсаційним методом.

Прилади та матеріали: джерело струму; реохорд; нормальний елемент; гальванометр; досліджуване джерело струму.

Теоретичні відомості

При наявності замкнутого кола електричний струм існує лише до тих пір, поки між двома точками кола підтримується різниця потенціалів. Тому в замкнутому колі поряд з ділянками, на яких додатні заряди рухаються в сторону зменшення потенціалу ϕ , повинні бути ділянки, на яких додатні заряди рухаються в зворотньому напрямі, тобто відбувається зростання потенціалу.

Таким чином, для підтримання струму в колі необхідні сторонні сили, які діють по всьому колу, або на його окремих ділянках і які створюють

додаткові електричні поля. Напруженість стороннього поля $\vec{E}_{\text{ст}}$ вимірюється величиною сторонніх сил, які діють на одиничний додатний заряд

$$\vec{E}_{\text{ст}} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Вектор напруженості стороннього поля $\vec{E}_{\text{ст}}$ всередині джерела напрямлений проти вектора напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ (рис.1). При розімкнутому зовнішньому колі електричне поле всередині джерела

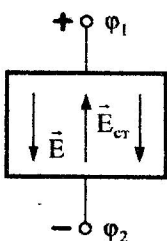


Рис. 1

зрівноважується стороннім полем. Таким чином, джерело струму - це такий енергетичний агрегат, який концентрує від'ємні заряди на одній клемі, а додатні заряди на іншій. Ці заряди і створюють напругу на клемі розімкнутого джерела; вона чисельно дорівнює спаду напруги на внутрішньому опорі.

Сторонні сили виконують роботу по розділенню електричних зарядів. Відношення величини роботи, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного додатного заряду вздовж замкнутого кола, до величини цього заряду, називають е.р.с. і вимірюють у вольтах (В)

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст.}}}{q}.$$

(2)

Серед джерел струмів в лабораторній практиці велике поширення одержали гальванічні елементи, які виготовлені із таких речовин, що забезпечують значну постійність напруги на його клемі. Ця напруга була виміряна з великою точністю і тепер добре відома, тому так звані "нормальні гальванічні елементи" є зручними еталонами напруги, які легко відтворюються в будь-якій лабораторії.

Кадмієвий нормальний гальванічний елемент при 20°C має напругу на

клемах 1,0186 В. При кімнатній температурі напруга цього елемента майже не залежить від температури: при підвищенні температури на 1°С вона зменшується менше, як на 0,0001 В.

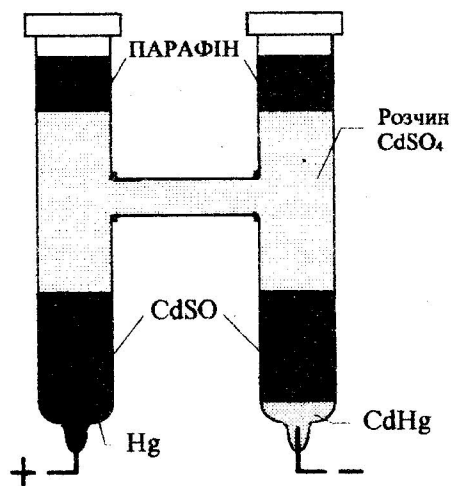


Рис. 2

Будова кадмієвого нормального елемента подана на рис.2.

Від такого нормального елемента можна одержати надзвичайно малі струми, однак вони цілком достатні для проведення різноманітних вимірювань.

Виявимо зв'язок між е.р.с. джерела і силою струму в колі. Вважаючи, що джерелом струму є гальванічний елемент, узагальнимо одержані результати на випадок будь-якого джерела.

Якщо гальванічний елемент створює в колі струм, то всередині цього джерела відбувається хімічна реакція. Енергія хімічної реакції Q_x і є та енергія, яка звільняється в гальванічних елементах. У випадку замкнутого кола в ньому буде виконуватись робота струму A , яка перетворюється в тепло:

$$A = Q = I^2 R t, \quad (3)$$

При цьому слід враховувати, що електричні заряди ніде не нагромаджуються в колі, а значить, струм існує не лише в зовнішньому колі, але і усередині джерела. Гальванічний елемент являє собою для струму деякий опір r , що називається внутрішнім, який складається із опору електроліта і електродів.

Використавши, до розглянутого замкнутого кола, перший принцип

термодинаміки (загальний закон збереження енергії), одержуємо:

$$Q_x = A + Q_T, \quad (4)$$

де Q_T — деяка кількість теплоти, яка необхідна для підтримання постійної температури джерела.

$$\text{Тоді} \quad A = Q_x - Q_T.$$

Величина A , являє собою частину енергії Q_x , яку називають максимальною роботою хімічної реакції і яка пропорційна величині заряду, перенесеного по колу. Тому вважаючи $\mathcal{E}$ (2) максимальною роботою хімічної реакції (реакцій), розрахованої на одиницю заряду, і, прирівнявши її до величини роботи струму (в зовнішньому колі і в середині джерела), одержимо:

$$\mathcal{E} = I^2 R t + I^2 r t.$$

Розділивши обидві частини рівності на величину заряду одержимо:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (5)$$

Цей вираз носить назву закону Ома для замкнутого кола.

Величина максимальної роботи A , як і енергії хімічної реакції Q_x , при відомій величині перенесеного заряду залежить тільки від розмірів джерела. Внутрішній же опір джерела, як і усього провідника, залежить від його розмірів і форми.

Е.р.с. гальванічного елемента можна подати і безпосередньо через тепловий ефект хімічної реакції. Ознайомитись з цим матеріалом можна з підручника фізичної хімії.

Одержаний закон Ома (5) при розгляданні джерела струму в вигляді гальванічного елемента має загальне значення, тому що всяке джерело можна охарактеризувати його електрорушійною силою. Напруга на затискачах джерела струму відповідно формулі (5) дещо менша е.р.с. джерела:

$$IR = \mathcal{E} - Ir . \quad (6)$$

Однак при значних за величиною опорах зовнішнього кола R порівняно з внутрішнім опором джерела r спад напруги всередині джерела незначний і напруга на клеммах наближається до е.р.с., тобто, якщо $R \gg r$ (коло розімкнуте), то $\mathcal{E} \approx U$: електрорушійна сила рівна напрузі на клеммах розімкнутого джерела. Такий метод вимірювання е.р.с. вважається досить наближеним.

Широке застосування одержав компенсаційний метод вимірювання е.р.с.. Цей метод досить простий, дає добру точність і реалізується в різноманітних типах потенціометрів. Принципіальна схема методу подана на рис. 3.

Основна ідея методу полягає в тому, що вимірювана е.р.с. зрівноважується (компенсується) спадом напруги на ділянці кола ВС так, що в результаті гальванометр показує відсутність струму в колі з невідомою е.р.с..

Запишемо рівняння Кірхгофа для схеми на рис.3, скориставшись позначеннями, вказаними в схемі:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 , \\ \mathcal{E} &= Ir + IR + I_1 r_1 + I_2 r_2 , \\ -\mathcal{E}_x &= I_1 r_x + I_1 R_1 + I_1 R_1 - I_2 r_2 . \end{aligned} \quad (7)$$

Змінюючи опір r_2 , можна досягти того, що струм I_1 , в вибраній ділянці кола буде дорівнювати нулю. При цьому

$$U_{BC} = I_2 r_2 = \mathcal{E}_x . \quad (8)$$

Із співвідношення (8) видно, що регулювання компенсаційного спаду напруги $U_{BC} = I_2 r_2$ можливе в двох випадках: при зміні струму I_2 або зміні опору r_2 . Перевагу в компенсаційних установках одержав другий випадок. При цьому в процесі вимірювань, струм, названий робочим струмом, підтримується постійним. Із формули (8) також слідує, що точність методу

залежить від точності установки робочого струму. Для даного методу велике значення має плавність регулювання опору r_2 , якість і стабільність всіх опорів.

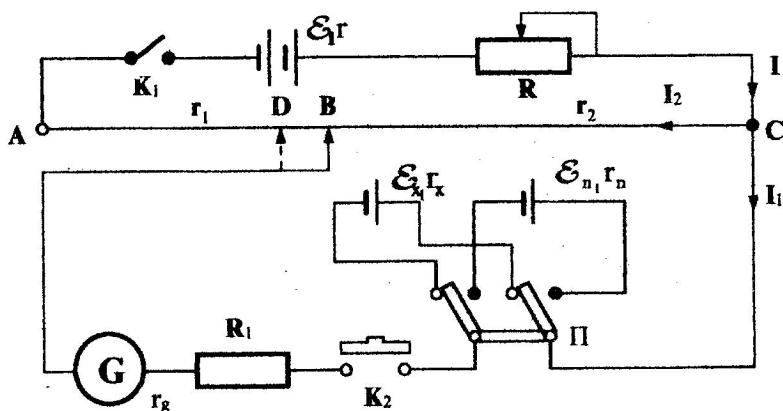


Рис. 3.

Якщо в цю схему замість досліджуваного джерела струму $\mathcal{E}_x$ включити джерело $\mathcal{E}_n$ з відомою е.р.с., то з допомогою тих же міркувань можна одержати:

$$U_{DC} = I_2 r_2' = \mathcal{E}_n, \quad (9)$$

де r_2' - опір ділянки кола (реохорда DC).

Розділивши (8) на рівняння (9), одержимо формулу за якою можна визначити е.р.с.:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{r_2}{r_2'}. \quad (10)$$

Величина е.р.с. нормального елемента $\mathcal{E}_n$ відома із точністю до 10^{-5} В.

Опори ділянок реохорда r_2 і r_2' можна замінити на довжини ділянок

калібровочного дроту відповідно $l_1=r_{\text{вс}}$ і $l_2=r_{\text{вс}}$. Тому робоча формула набуде вигляду:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{l_1}{l_2}. \quad (11)$$

Слід мати на увазі, що гальванометр реєструє відсутність струму, а не вимірює його, тому реєстрація факту компенсації не залежить від класу приладу, а залежить тільки від його чутливості.

Хід роботи

1. Скласти схему згідно рис.3, при цьому слід не переплутати напрямки увімкнення всіх е.р.с..
2. Перемикачем П ввімкнути в схему невідоме джерело $\mathcal{E}_x$.
3. Добитись компенсації напруги $U_{\text{вс}}$ і е.р.с. невідомого елемента. Записати результати вимірювань.
4. Перемикачем П включити в схему нормальний елемент $\mathcal{E}_n$.
5. З допомогою повзунка реохорда добитись відсутності струму через гальванометр.
6. Записати результати вимірювань.
7. З допомогою формули (11) розрахувати величину невідомої е.р.с..

Контрольні запитання

1. Дайте визначення е.р.с. джерела струму.
2. Як можна виміряти е.р.с. джерела струму.
3. Подайте суть компенсаційного методу вимірювання е.р.с..
4. Від чого залежить точність вимірювання е.р.с. компенсаційним методом.

Лабораторна робота № 2-6

Вимірювання електричних опорів і вивчення залежності опору металу від температури

л. 1. §34. 2. §§8.3,8.4,8.5

Мета роботи: навчитись вимірювати опори провідників з допомогою місткових схем; вивчити залежність опору металів від температури.

Прилади та матеріали: набір вимірюваних резисторів ; магазин еталонних резисторів; джерело постійного струму; універсальний міст типу МВУ-49; термостат і термометр; з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

Електричним струмом називається направлений рух електричних зарядів. Цьому рухові перешкоджає електричний опір провідників. Розглянемо класичну електронну теорію металів, яка, не дивлячись на деякі недоліки, якісно на хорошому рівні дає пояснення основних законів електричного струму.

У класичній електронній теорії металів припускається, що рух електронів описується законами класичної механіки Ньютона. Електрони створюють ідеальний (електронний) газ, що знаходиться в хаотичному тепловому русі і характеризується середньою довжиною вільного пробігу λ і середнім часом вільного пробігу τ . Електрони обмінюються енергією і імпульсом з іонами кристалічної ґратки, дякуючи чому електронний газ знаходиться в термодинамічній рівновазі з ґраткою.

Визначимо густину струму j , яка виникає в металі під дією електричного поля з напруженістю E . Електрони, здійснюючи тепловий хаотичний рух, в той же час під дією електричного поля рухаються проти

нього. Направлений рух електронів в електричному полі називається дрейфом. Електричне поле прискорює електрони і величина цього прискорення у відповідності з другим законом Ньютона буде пропорційною діючій силі: $\vec{a} = \frac{e}{m} \vec{E}$, тому в кінці вільного пробігу його швидкість буде дорівнювати

$$v_{\max} = \frac{eE}{m} \tau.$$

Так як електрони між ударами рухаються рівноприскорено, то середнє значення дрейфової швидкості становитиме половину максимальної:

$$v_{\text{др}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m} \tau.$$

Якщо концентрація електронів дорівнює n , то за одиницю часу через одиничний переріз пройде заряд, який буде знаходитись в об'ємі паралелепіпеда з одиничним перерізом і довжиною $v_{\text{др}}$:

$$j = en v_{\text{др}} = en \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau = \frac{e^2 n \tau}{2m} E.$$

Густина струму пропорційна напруженості поля E , а це і є закон Ома в диференційній формі:

$$j = \delta E, \tag{1}$$

де δ - питома електропровідність середовища; $\delta = \frac{1}{\rho}$.

(ρ - питомий опір середовища).

Для визначення питомого опору використаєм формулу $\rho = \frac{2m}{ne^2 \tau}$, яка показує, що питомий опір тим менший, чим більша концентрація електронів провідності і чим більший час вільного пробігу τ .

Це пояснюється тим, що чим більше τ , тим меншу перешкоду мають процеси розсіювання для напрямленого руху електронів.

Питомий електричний опір чисельно дорівнює опору R , виготовленого із даної речовини прямолінійного провідника з постійною по довжині площею перерізу S , рівною одиниці, і довжиною l , рівною одиниці: $\rho = R \frac{S}{l}$.

Розмірність R визначається за законом Ома:

$$[R] = 1 \frac{V}{A} = 1 \text{ Ом}.$$

Одиниця питомого опору речовини:

$$[\rho] = [R] \cdot \frac{[S]}{[l]} = 1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Для більшості металів при температурах, близьких до кімнатної, питомий опір змінюється пропорційно абсолютній температурі T :

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T). \quad (2)$$

При низьких температурах спостерігається відхід від цієї закономірності (рис. 1), пояснення якої дається квантовою механікою.

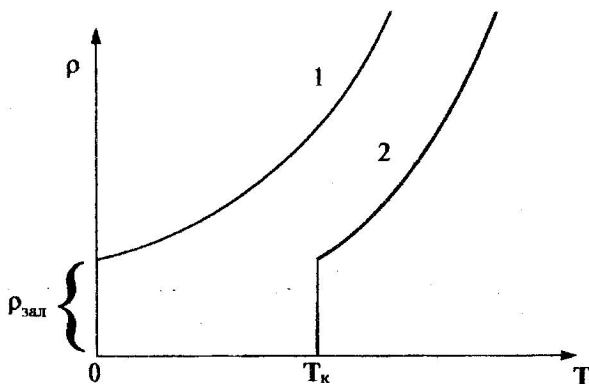


Рис. 1

У більшості випадків залежність ρ від T дається графіком 1. Величина залишкового опору $\rho_{\text{зал}}$ в великій мірі залежить від чистоти матеріалу і залишкових механічних напружень в зразку. Тому після відпалювання $\rho_{\text{зал}}$

значно зменшується. У абсолютно чистого металу з ідеально правильною кристалічною ґраткою при абсолютному нулі $\rho=0$.

Із формули (2) слідує, що температурний коефіцієнт опору :

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t^0} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0 t^0} . \quad (3)$$

Він вказує на відносний приріст питомого опору при збільшенні температури на один градус.

Вимірювання опору резисторів має широке практичне значення. У залежності від призначення резисторів електричні опори у них можна розділити на три групи: малі - до 1 Ом (опори амперметрів, шунтів, обмоток трансформаторів і т.п.), середні 1- 100 кОм (опори вольтметрів і т.п.), великі - 100 кОм і більше (опори ізоляційних матеріалів, кераміка і т.п.).

Методи вимірювання електричних опорів залежать від їх величин. При вимірюванні малих опорів слід ліквідувати вплив на результати вимірювань з'єднувальних провідників, контактів і термо ЕРС, тоді, як при вимірюванні середніх опорів, величинами додаткових опорів (як правило не перевищують 10^{-4} - 10^{-2} Ом) можна знехтувати. При вимірюванні великих опорів необхідно враховувати об'ємні і поверхневі опори, вплив температур і вологості середовища.

Скориставшись законом Ома для ділянки кола, можна виміряти невідомий опір R_x за допомогою вольтметра і амперметра згідно схеми на рис. 2 і 3.

Цей метод покладений з основу дії авометрів, за допомогою яких можна виміряти напругу, силу струму, опір. Але так як при такому методі вимірювання відбувається спад напруги на вольтметрі і амперметрі, то метод вважається наближеним.

Вимірювання середніх опорів R_x з високим ступенем точності можна виконати мостовим методом за допомогою містка Уїтстона.

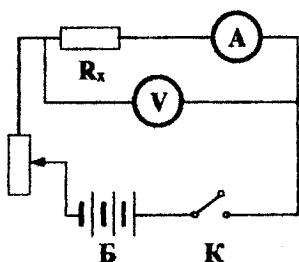


Рис. 2

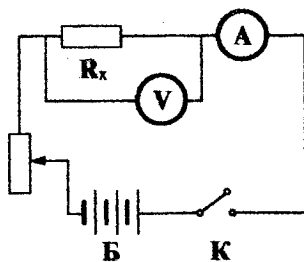


Рис. 3

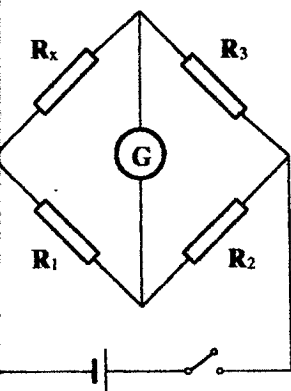


Рис. 4

Існує лише єдине співвідношення параметрів, при якому струм через гальванометр дорівнює нулю:

$$R_x = R_1 \frac{R_2}{R_3}, \quad (4)$$

де R_1 - плече порівнювання;

R_2 і R_3 - плечі відношення.

Як видно із формули (4), можливими є два методи зрівноважування містка: а) регулюванням R_1 при постійному відношенні R_2 / R_3 ; б) регулюванням відношення R_2 / R_3 при постійному R_1 .

В першому випадку R_1 виконується в вигляді багатodeкадного важільного магазину опорів; R_2 і R_3 являють собою набір опорів з клемми для підключення. У другому випадку відношення плеч виконане у вигляді реохорда з повзунком (рис. 5).

Умові рівноваги такого містка відповідає співвідношення:

$$\frac{R_1}{R} = \frac{r_{AD}}{r_{DB}},$$

яке може бути одержане на основі другого закону Кірхгофа.

Так як опори ділянок AD і DB. пропорційні їх довжинам l_1 і l_2 , то

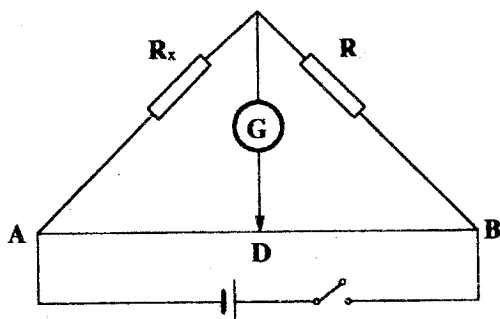


Рис. 5

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2}$$

Недоліком місткової схеми є неможливість врахувати опори з'єднувальних провідників і клемних сполучень елементів схеми, що виключає можливість вимірювання малих опорів.

Для технічного вимірювання опорів можна скористатись універсальними містками постійного струму типу МВУ-49, схема якого в принципі не відрізняється від схеми лінійного містка Уїтстона (рис. 6).

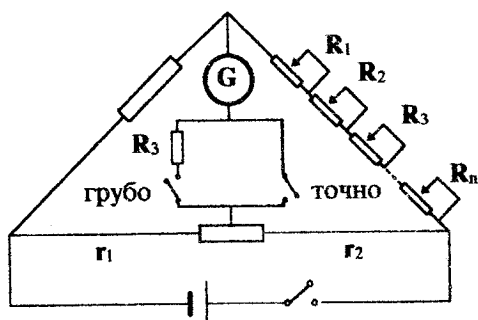


Рис. 6

В цій схемі плечем порівнювання служить магазин опорів, набраний із резисторів $R_1 \div R_n$. Відношення плеч визначається за формулою

$$N = \frac{r_1}{r_2}$$

Вимірюваний і опір резистора R_x визначається на

основі рівноваги моста:

$$R_x = \frac{r_1}{r_2} R = NR,$$

де N — множник, який відповідає положенню рукоятки перемикача “помножити”;

R — опір плеча порівняння в Ом (показання магазину).

Опір R_3 є захисним при включенні гальванометра в схему і відповідає положенню кнопки включення “Грубо”.

Із всіх методів вимірювання малих опорів найбільше поширення одержав метод вимірювання за схемою подвійного моста, запропонованого Томсоном (рис. 7). У такій схемі вплив з'єднувальних провідників і клем практично виключається.

У даній лабораторній роботі подається місткова схема вимірювання невідомих опорів.

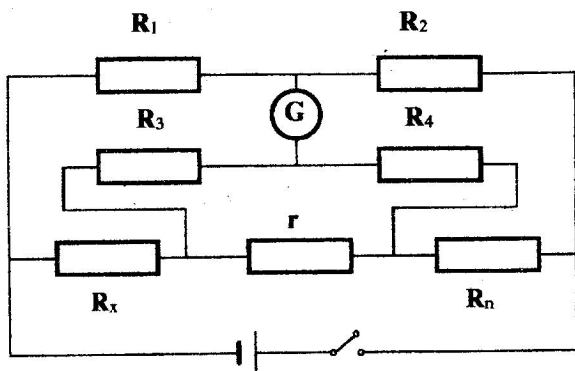


Рис. 7

Хід роботи:

- I. 1. Скласти схему (рис. 5).
2. Установити повзунок на середину реохорда.
3. Підібрати на магазині опорів такий опір, при якому струм через гальванометр дорівнював би нулю ($R_{x1} \approx R$).
4. Виміряти l_1 і l_2 - плечі реохорда в одиницях шкали реохорда.
5. Повторити аналогічні вимірювання послідовно для всіх резисторів R_i .
6. З'єднати резистори паралельно і виміряти їх загальний опір. Зробити перевірку вимірювання за допомогою аналітичних розрахунків.
7. З'єднати всі резистори послідовно і виміряти їх загальний опір.

Зробити перевірку вимірювання за допомогою аналітичних розрахунків.

8. Скласти таблицю 1 і занести в неї всі вимірювання і проведені розрахунки. Зробити відповідні узагальнення одержаних результатів.
- II. 9. З'єднати провідниками резистор із мідного дроту, розміщений в термостаті з мостом постійного струму типу МВУ.
10. Виміряти опір досліджуваної котушки при кімнатній температурі.
11. Включити нагрівник термостата і провести вимірювання опору котушки через 5°C до температури $80-90^{\circ}\text{C}$.
12. Скласти таблицю 2 і занести в неї всі одержані результати.

Обробка одержаних експериментальних результатів і їх аналіз.

1. Використовуючи дані таблиці 2, побудувати графік залежності $R_t = f(t^{\circ})$, відкладаючи по осі X значення температури від 0°C до $t^{\circ}\text{C}$, а по осі Y значення R_t .
2. Із графіка визначити значення R_0 шляхом продовження одержаної залежності до перетину з віссю R_t (рис.8).

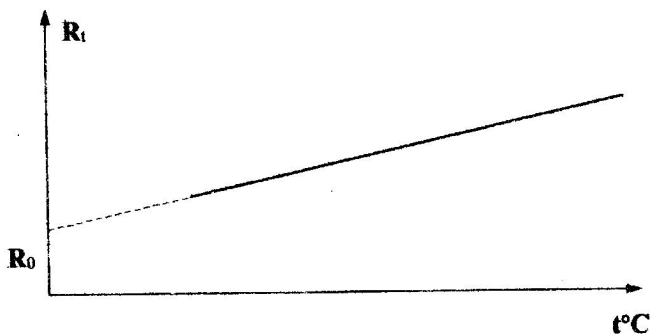


Рис.8.

3. Розрахувати значення α , за формулою (3), скориставшись даними графіка. Одержаний результат порівняти з табличним значенням

температурного коефіцієнту опору для міді.

Додаткові завдання

1. Дослідити вплив швидкості нагріву (охолодження) на точність побудованої залежності $R_t = f(t^\circ)$.
2. Дослідити величину температурного коефіцієнта опору в різних межах зміни температури і виявити залежність $\alpha = f(t^\circ)$.

Лабораторна робота № 2-7

Вивчення законів постійного струму

л.1. §§34,35. 2. §§ 9.2,9.3

Мета роботи: перевірка закону Ома для неоднорідної ділянки кола.

Прилади і обладнання: джерело струму на 6 В, два джерела на 1,5В; вольтметр ; амперметр ; реостати.

Теоретичні відомості

Електричний струм - упорядкований рух електричних зарядів. У металах - це рух електронів проти поля, в електролітах - іонів різних знаків у протилежних напрямках, у газах - електронів та іонів, у напівпровідниках - електронів і дірок. Для збудження електричного струму в тілах треба створити електричне поле. Щоб струм був тривалим, енергія поля повинна підтримуватись сталою. Це здійснюється за допомогою джерела струму.

Закон Ома у формі $U=IR$ справджується лише для однорідної ділянки кола, тобто такої, на якій немає стрибків потенціалів за рахунок контактних явищ або дії електрорушійних сил.

Розглянемо неоднорідну ділянку кола 1-2 (рис. 1), на кінцях якої діє різниця потенціалів $\phi_1 - \phi_2$. Е.р.с., що діє на даній неоднорідній ділянці кола,

позначимо через $\mathcal{E}_{1,2}$.

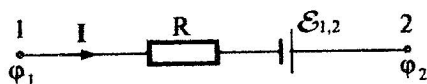


Рис. 1

Знайдемо напрям струму ($\phi_1 > \phi_2$).

Тоді $\mathcal{E}_{1,2} > 0$, якщо вона діє в напрямі струму (позначено стрілкою).

Скористаємось законом збереження і

перетворення енергії. Оскільки провідники нерухомі, то робота dA електростатичних і сторонніх сил, яка виконується при переміщенні заряду dq на ділянці 1-2, дорівнює кількості тепла dQ , яке виділилось під час проходження заряду dq .

Тому можна записати:

$$dA = \mathcal{E}_{1,2} \cdot dq + (\phi_1 - \phi_2) \cdot dq,$$

$$dQ = I^2 R dt = IR dq.$$

Прирівнявши праві частини цих рівнянь, будемо мати:

$$IR = (\phi_1 - \phi_2) + \mathcal{E}_{1,2},$$

$$I = \frac{(\phi_1 - \phi_2) + \mathcal{E}_{1,2}}{R}. \quad (1)$$

Це - закон Ома для неоднорідної ділянки кола.

Якщо неоднорідна частина кола складається з кількох ділянок, то формулу (1) можна узагальнити на будь-яке число ділянок:

$$I \cdot \sum_{i=1}^n R_i = (\phi_1 - \phi_2) + \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (2)$$

де $\sum_{i=1}^n R_i$ — загальний опір усієї ділянки кола;

$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i$ — алгебраїчна сума е.р.с., що діють на цій ділянці.

Хід роботи

1. Скласти електричне коло за схемою, показаною на рис. 2.
2. Замкнути вимикач 1, потім 2. Резисторами R_1 і R_2 добитися значення сили струму 0,3 А.

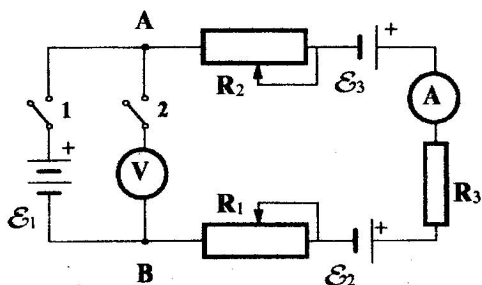


Рис.2

3. Виміряти значення I , U_{AB} , R_1 , R_2 , R_3 . Результати вимірювань занести до таблиці, яку слід нарисувати самостійно.
4. Обчислити величини, які входять до лівої і правої частини рівняння (2):

$$x = I(R_1 + R_2 + R_3),$$

$$y = U_{AB} + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2.$$

При цьому слід врахувати знаки $\mathcal{E}_1$ і $\mathcal{E}_2$.

5. Зміною опорів R_1, R_2, R_3 підібрати в колі струми 0,35 А ; 0,40 А; 0,45А та провести необхідні обчислення згідно пунктів 3, 4.
6. Обчислити похибки вимірювань за класом точності вимірювальних приладів та перевірити рівність (2). Зробити відповідні висновки.

Контрольні запитання

1. За яких умов при перевірці закону Ома для неоднорідної ділянки кола можна знехтувати внутрішнім опором амперметра?
2. Чому можна нехтувати внутрішніми опорами джерел струму?
3. Вказати межі застосування закону Ома.

Вивчення законів Кірхгофа для розгалужених електричних кіл

л. 1. §36. 2. §9.4

Мета роботи: набути навиків складання електричних кіл і вимірювання струмів і напруг.

Прилади і обладнання: джерела струму; амперметр; вольтметр; набір резисторів; провідники.

Теоретичні відомості

Розглянемо розгалужене електричне коло, в окремі ділянки якого включені джерела струму з відомими е.р.с. Розрахунок такого кола можна провести користуючись законом Ома для неоднорідної ділянки кола і законом збереження заряду. Однак завдання значно спрощується, якщо скористатися двома законами Кірхгофа або правилами Кірхгофа, які є дальшим узагальненням закону Ома для неоднорідної ділянки кола.

Перший закон Кірхгофа формулюється так: алгебраїчна сума струмів, які сходяться у вузловій точці, дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (1)$$

Струми які входять до вузлової точки, вважаються додатними, а струми, які виходять з неї, — від'ємними. Наприклад, для вузлової точки С (рис. 1) на основі (1) можна записати:

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0. \quad (2)$$

Перший закон Кірхгофа виражає закон збереження електричного заряду. Рівняння (1) можна записати для кожного із n вузлів складного кола, але незалежними будуть $n-1$ рівняння.

Другий закон Кірхгофа можна сформулювати так: у будь-якому замкненому контурі розгалуженого електричного кола алгебраїчна сума

спадів напруг (тобто добутків сил струмів в окремих ділянках контура на їх опір) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що діють в даному контурі.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i . \quad (3)$$

Фізичний зміст цього результату полягає в тому, що робота з переміщення заряду вздовж будь-якого замкненого контура дорівнює тільки роботі сторонніх сил, а робота сил електростатичного поля вздовж замкненого контура дорівнює нулю.

При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа вибирають незалежно замкнені контури, які можна виділити в даному розгалуженому колі. Оскільки ліва і права частини рівняння (3) являють собою алгебраїчні суми, то умовилися вважати знак добутку $I_i R_i$ додатним, коли струм I_i збігається з наперед вибраним напрямком обходу контура і від'ємним, коли напрям струму протилежний напрямові обходу. Знак е.р.с. додатний, коли напрям власного струму збігається з напрямом обходу контура.

Розглянемо, наприклад, складне коло на рис. 1.

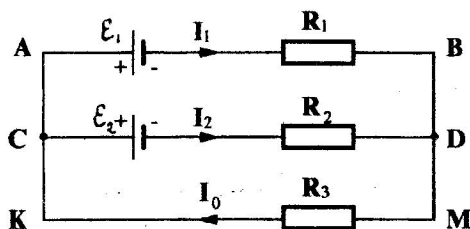


Рис. 1

Застосовуючи правила Кірхгофа, можна дотримуватись такої схеми:

1. Визначити довільно напрями струмів, які входять і виходять з вузлових точок та проходять в окремих ділянках замкненого контура.
2. Вибрати довільно напрям обходу контура i , користуючись

рекомендованим вище правилом встановлення знаків доданків алгебраїчних сум, скласти шукані рівняння.

3. Складеними рівняннями охопити всі е .р. с, і всі опори даного замкнутого контура.

Застосуємо перше правило Кірхгофа до вузла D :

$$- I_0 + I_1 + I_2 = 0 .$$

Вибираємо напрям обходу за годинниковою стрілкою,

тоді для контура ABMKA: $I_1 R_1 + I_0 R_3 = - \mathcal{E}_1$

для контура ABDCA : $I_1 R_1 - I_2 R_2 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1,$

Ці два рівняння взаємно незалежні. Для контура CDMKC рівняння вже не є незалежним, воно-результат накладання двох попередніх контурів один на другий. Маємо три рівняння з трьома невідомими, і, розв'язавши систему, визначимо невідомі струми.

Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло за однією із поданих схем для бригад: 1,5,9 — рис. 2; 2, 6, 10 — рис. 3; 3, 7, II — рис 4; 4, 8,12 — рис. 5.
2. Після перевірки змонтованої схеми лаборантом або керівником заняття включити в коло живлення.
3. Підключаючи паралельно кожній ділянці кола вольтметр, виміряти спад напруги на всіх ділянках кола.
4. Виміряти ЕРС джерел струму, для чого підключити вольтметр паралельно джерелу при розімкненому колі.
5. Виміряти струм на всіх ділянках кола, для чого через гнізда підключити у відповідні вітки амперметр.
6. Виміряні результати занести в таблиці 1, 2, 3.

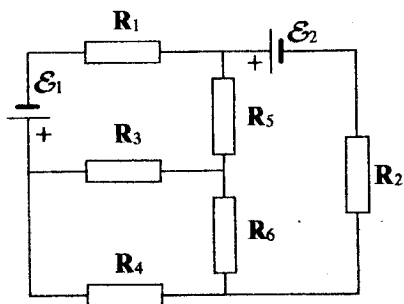


Рис. 2

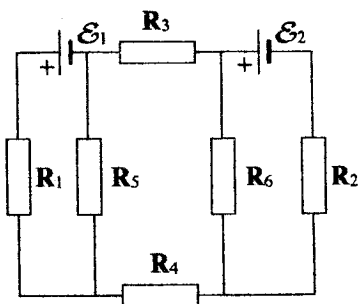


Рис. 3

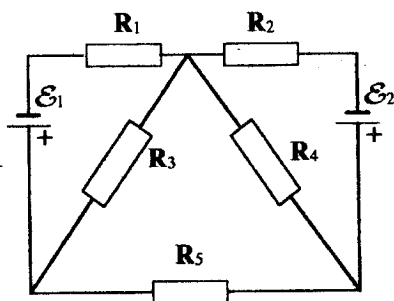


Рис. 4

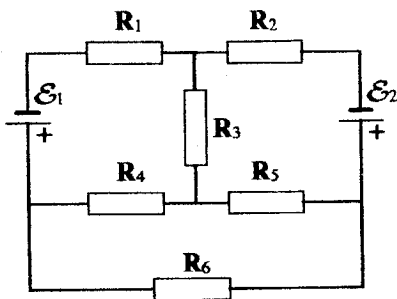


Рис. 5

Табл. 1

№	$\mathcal{E}_1$	$\mathcal{E}_2$	U_1	U_2	I_1	I_2	$r_{0,1}$	$r_{0,2}$

Табл. 2

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6

Табл. 3

U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6

Обробка результатів вимірювань

1. Користуючись законом Ома і одержаними при вимірюванні результатами, розрахувати недостаючі параметри для складання правил Кірхгофа.
2. Результати розрахунків занести в таблиці 1,2,3,
3. Користуючись даними таблиць 1,2,3 скласти рівняння першого і другого правил Кірхгофа.
4. У випадку невиконання законів Кірхгофа провести повторні вимірювання більш уважно, враховуючи похибки електровимірювальних приладів.

Контрольні питання

1. Виведіть закон Ома в диференціальній формі на основі електронних уявлень.
2. Як практично використовують правила Кірхгофа для розгалужених кіл?
3. Який порядок розрахунків параметрів розгалужених кіл постійного струму.

Лабораторна робота № 2 - 9

Зміна чутливості електровимірювальних приладів

л. 2. §17.2.

Мета роботи: освоїти методику розширення меж вимірювання електровимірювальних приладів.

Прилади і матеріали: мікроамперметр на 100-300мкА; міст постійного струму; еталонний амперметр класу точності не нижче 0,5; еталонний вольтметр такого ж класу точності; джерело е.р.с. до 10-12В; мідна або константанова дротина для шунтів; реостати до 30 Ом на струми не менше 3А;

магазин опорів.

Теоретичні відомості

Розглянемо способи розширення меж вимірювання або зменшення чутливості вимірювальних приладів — амперметрів та вольтметрів постійного струму.

Основною частиною будь-якого амперметра і вольтметра постійного струму є високочутливий прилад магнітоелектричної системи (мікроамперметр або міліамперметр). Незалежно від того, в якій схемі використовується мікроамперметр — при вимірюванні великих струмів, великих напруг або опорів провідників, він має певну чутливість і стрілка його відхиляється на всю шкалу при проходженні через нього певного струму I_0 . У зв'язку з цим, коли потрібно вимірювати великі струми з номінальним значенням $I_n = nI_0$, де n може бути числом порядку $10 \div 10^5$, до мікроамперметра паралельно підключають шунт n (рис. 1,а).

Величину опору шунта визначають із співвідношення

$$r_i = \frac{r_0}{n - 1}, \quad (1)$$

де r_0 — внутрішній опір мікроамперметра, а n — число, яке показує, в скільки разів зменшується чутливість приладу.

Для вимірювання великих напруг з номінальним значенням U_n до мікроамперметра послідовно підключають додатковий опір (рис.1,б), величина якого визначається формулою:

$$r_g = \frac{U_n}{I_0} - r_0 = \frac{I_0 \cdot n \cdot r_0}{I_0} - r_0 = (n - 1)r_0 \quad (2)$$

Амперметр і вольтметр постійного струму мають ряд переваг: вони можуть бути приладами високого класу точності, майже не чутливі до сторонніх магнітних полів, а шкали їх рівномірні. Виготовлені амперметри

чи вольтметри градуують за еталонними приладами.

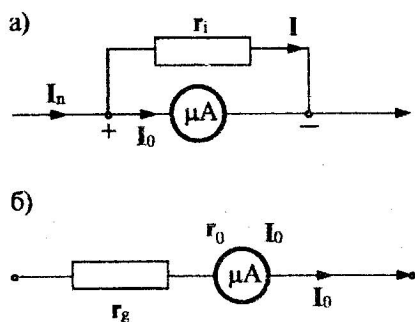


Рис.1

Схема включення приладів при розширенні меж вимірювання:

- а) амперметра;
- б) вольтметра.

Схему для градуювання амперметра подано на рис.2.

Обидва амперметри — еталонний A_e і досліджуваний A — вмикаються послідовно. Реостатом R_1 добирають певні струми, які відхиляють стрілку досліджуваного амперметра до відповідних поділок його шкали.

Величини цих підібраних струмів визначають за еталонним амперметром A_e . Аналогічно градуують вольтметр за схемою, поданою на рис.3.

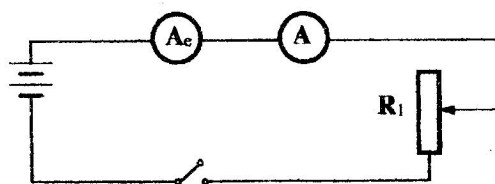


Рис. 2.

Схема для градуювання амперметра.

Після потенціометра R_1 напруга подається на вольтметр V_e і V . Для точного встановлення напруги заданої величини, користуються додатковим реостатом R_2 . При градуюванні знаходять ряд значень $I(\phi)$ і $U(\phi)$ для досліджуваних амперметра і вольтметра, на основі яких будують робочі графіки.

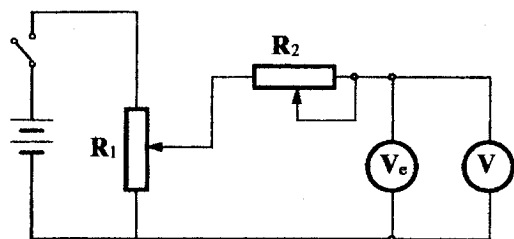


Рис. 3.
Схема градуювання вольтметра

Порядок виконання роботи

1. Підібравши відповідний мікроамперметр з номінальним значенням струму I_0 і внутрішнім опором r_0 , розрахувати за формулою (1) шунт для заданого n . Величину n визначає викладач безпосередньо на занятті.
2. За допомогою моста підібрати шунт потрібного опору так, щоб густина струму в ньому становила 4 А/мм^2 . Довжина шунта має бути такою, щоб був деякий запас, потрібний для закріплення шунта в клеммах.
3. Під'єднати шунт до клем мікроамперметра і за схемою, поданою на рис.2, проградуювати прилади в одиницях струму за еталонним амперметром.
4. Обчислити за формулою (2) додатковий опір для заданої номінальної напруги U_0 . Підібрати потрібний опір r_y за допомогою магазину опорів.
5. Під'єднавши опір r_y до мікроамперметра за схемою, поданою на рис.3, проградуювати його в одиницях напруги за еталонним вольтметром.
6. Побудувати на міліметровому папері робочі графіки $I(\phi)$ і $U(\phi)$.
Перевірити, чи зберігається на графіках лінійність цих функцій.

Контрольні запитання.

1. Що називається чутливістю вимірювального приладу?

2. Як визначити клас точності вимірювального приладу?
3. Абсолютна і відносна похибки вимірювальних приладів.

Лабораторна робота № 2-10

Експериментальне визначення термо-е.р.с. термопари

Мета роботи: набути навиків експериментального визначення коефіцієнта термо-е.р.с. термопари.

Прилади і матеріали: хромель-алюмелева термопара; два термометри; електрична пічка; потенціометр ПП-63.

Теоретичні відомості

Коло явищ, пов'язаних з виникненням термоелектричного струму при різній температурі контактів, а також явищ Пельтьє і Томсона, дістали назву термоелектричних явищ.

Розглянемо замкнене коло, складене з двох різнорідних металів А і В (рис.1). Місця спаїв 1 і 2 будемо підтримувати при однаковій температурі. В місцях контактів 1 і 2 виникнуть контактні різниці потенціалів $\Phi_1 - \Phi_2$, але в колі струму не буде:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (1)$$

де A_1 і A_2 — роботи виходу електронів із металів;

k — стала Больцмана;

T — абсолютна температура;

n_1 і n_2 — концентрації вільних електронів в металах;

e — заряд електрона.

Це пояснюється тим, що у тонкому шарі контакту двох металів виникає подвійний електричний шар і його поле гальмує дальший перехід електронів — настає динамічна рівновага.

При нагріванні спаїв 1 і 2 до різних температур T_1 і T_2 , у колі виникає струм, а термо-е.р.с. буде дорівнювати різниці контактних різниць потенціалів $\Phi_1 - \Phi_2$:

$$\mathcal{E} = \frac{\kappa(T_2 - T_1)}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} = C(T_2 - T_1), \quad (2)$$

де $C = \frac{\kappa}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}$ — стала термопари, яка дорівнює е.р.с., що виникає при різниці температур спаїв в 1°C . Таким чином, з формули (2) видно, що е.р.с. термопари пропорційна різниці температур її спаїв.

Експеримент показує, що стала термопари C у різних пар металів і даної пари металів для різних температурних інтервалів має різне значення. Отже, треба визначити диференціальні значення сталої термопари для окремих температурних інтервалів:

$$C = \frac{d\mathcal{E}}{dT} \approx \frac{\Delta\mathcal{E}}{\Delta T}. \quad (3)$$

Термопарою називають пристрій з двох різнорідних провідників, з'єднаних між собою надійним контактом (зварені або спаяні) (рис.1).

Явище виникнення е.р.с. в термопарі (2), спаї якої знаходяться при різних температурах, називається ефектом Зеебека.

При включенні в термопарне коло джерела сторонньої е.р.с. і виникненні при цьому у колі струму, спаї термопари будуть охолоджуватись або нагріватись. Це явище носить назву явища Пельтьє. При цьому теплова енергія або поглинається, або виділяється.

$$\pm \Delta Q = \Pi I t, \quad (4)$$

де Π — коефіцієнт Пельтьє;
 t — час;

I — величина струму.

Термопары широко застосовуються для вимірювання і контролю за сталістю температури — це так звані термоелектричні термометри, які складаються з термопар і приладу, що вимірює термо-е.р.с..

Явище Пельтьє реалізується в численних пристроях і термостатах, в яких охолодження або стабілізація температури може здійснюватись аж до -130°C .

Перевагою всіх термоелектричних пристроїв, як металевих так і напівпровідникових є їх простота, висока надійність, повна автономність, безшумність, мініатюризація і т.п. Недоліком таких пристроїв є низький к.к.д., який не перевищує 10-12%.

Для збільшення величини термо-е.р.с. термоелементи збирають в батареї (рис.2)

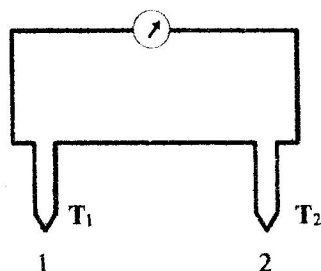


Рис. 1

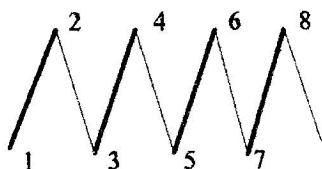


Рис. 2

Парні спаї такої термобатареї підтримують при одній температурі, а непарні — при іншій.

Залежно від інтервалу робочих температур на практиці застосовують такі типи термопар:

1. До 1900 K — група ПП, платина- платинородій, $S = 6,4 \cdot 10^{-3}\text{ мВ/К}$.
2. До 1300 K — група ХА, хромель- алломель, $S = 4,2 \cdot 10^{-2}\text{ мВ/К}$.
3. До 900 K — група ХК, хромель-копель, $S = 6,95 \cdot 10^{-2}\text{ мВ/К}$.
4. До 600 K — група МК, мідь-копель, $S = 4,75 \cdot 10^{-2}\text{ мВ/К}$.

5. До 500 К— група МК, мідь-константан, $C=4 \cdot 10^{-2} \text{ мВ/К}$.

У даній лабораторній роботі визначається термоелектрична стала C хромель-алюмелевої термопари. Лабораторна установка складається згідно рис.3.

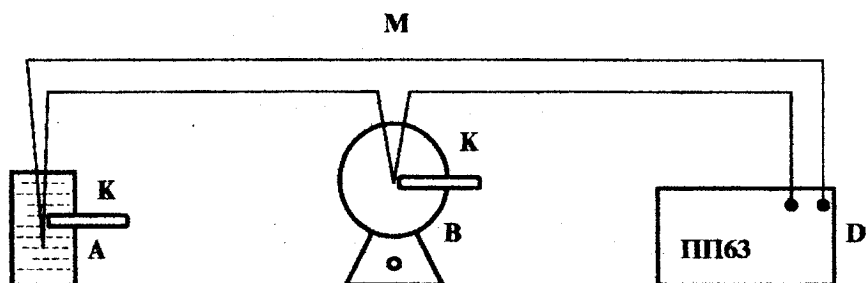


Рис. 3

На рис.3: А— термостат — посудина, заповнена рідиною при кімнатній температурі; В — нагрівальна пічка; D — потенціометр постійного струму ПП63; К-термометри; М-термопара.

Порядок виконання роботи

1. Перед початком виконання лабораторної роботи лаборант приводить потенціометр ПП-63 до робочого стану. При цьому виставляється робочий струм і така напруга, що при однаковій температурі спаів гальванометр, в колі потенціометра, повинен знаходитись на відмітці "нуль".
2. Включити електричну пічку і через кожні 5°C виміряти величину термо-е.р.с. в мВ. Вимірювання продовжувати до $80-90^{\circ}\text{C}$.
3. Результати вимірювань термо- е.р.с. і температури занести в таблицю.
4. На міліметровому папері побудувати графік залежності $\mathcal{E}=f(T)$.

5. Користуючись одержаним графіком, визначити коефіцієнт термо-е.р.с. С, який у цьому випадку чисельно буде рівний тангенсу кута нахилу одержаної прямої до вісі температур.
6. Оцінити похибки вимірювань.

Контрольні запитання

1. У чому полягає суть термоелектричних явищ? Яка їх природа?
2. Охарактеризуйте області застосування термопар?

Лабораторна робота №2-11

Вивчення явища термоелектронної емісії

л. 2. §§10.3,10.4

Мета роботи: вивчити явище термоелектронної емісії і його використання в електронних лампах.

Прилади та матеріали: змонтований макет лабораторної установки.

Теоретичні відомості

У сучасній техніці широко використовуються електровакуумні прилади-радіолампи, електронно-променеві трубки, фотоелектронні помножувачі, вакуумні фотоелементи тощо. Дія цих приладів заснована на проходженні струму у вакуумі. При цьому мова йдеться про технічний вакуум (розрідження становить 10^{-6} - 10^{-7} Па).

Розглянемо процеси, які відбуваються в електронній лампі при постійному струмі розжарення катода.

У відсутності анодної напруги навколо розжареного катода утворюється так звана електронна хмара, яка являє собою просторовий негативний заряд. У стані термодинамічної рівноваги число електронів, які вилетіли з катода, дорівнює числу електронів, що повернулись в метал. При цьому густина електронної хмари тим більша, чим вища температура

катода.

Між катодом і анодом створюється електричне поле, під дією якого і відбувається напрямлений рух електронів, тобто електричний струм у вакуумі. Залежність струму через діод від прикладеної напруги має досить складний характер. При деякому значенні $U_a = U_n$ всі електрони досягають анода, а струм стає таким, що дорівнює струмові насичення, і далі його зростання припиняється (рис.1).

Така залежність струму від напруги називається анодною (вольтамперною) характеристикою діода. При невеликих значеннях напруги струм зростає пропорційно $U_a^{3/2}$. Цю залежність встановили С.Богуславський та І.Ленгмюр, і називається вона законом трьох других. Формула Богуславського-Ленгмюра має вигляд:

$$I_a = \kappa U_a^{3/2}, \quad (1)$$

де κ - коефіцієнт пропорційності, який залежить від форми і розмірів електродів лампи.

Формула (1) справедлива при досить великих емісіях катода. Тому, для досягнення якомога більшої термоелектронної емісії, матеріал повинен мати найменшу роботу виходу.

Емісійну здатність матеріалу катода визначає густина термоелектронного струму насичення, що характеризує максимальну кількість електронів, які можуть покинути метал з одиниці поверхні за одиницю часу.

Для визначення густини термоелектронного струму насичення користуються моделлю, згідно з якою сукупність вільних електронів в металі вважають як ідеальний електронний газ, до якого застосовна квантова статистика Фермі-Дірака. Розрахунки, виконані на основі квантової статистики, приводять до такої формули:

$$j_n = AT^2 \cdot \exp\left(-\frac{\epsilon\phi}{\kappa T}\right), \quad (2)$$

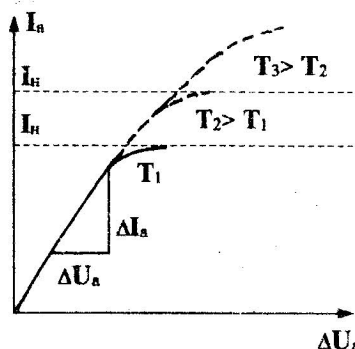


Рис. 1

де $e\phi$ — робота виходу;

A — стала, яка не залежить від роду матеріалу (теоретичне значення її $1,2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2 \text{ К}$).

Вперше аналітичну залежність струму насичення від роботи виходу встановив О.Річардсон на основі термодинамічних міркувань. Пізніше Дешман вивів цю формулу на основі квантово-механічних міркувань. Тому формула (2) дістала назву

формули Річардсона-Дешмана. Ця формула досить добре узгоджується з експериментом. Як видно з (2) густина термоелектронного струму насичення досить швидко зростає з підвищенням температури катода і визначається також значенням роботи виходу. Тому, щоб дістати великий струм насичення, а також для збільшення строку роботи лампи потрібно знижувати робочу температуру катода. Це досягається застосуванням так званих складних катодів: барієвих, цезієвих, оксидних та інших, з яких найефективнішим є оксидний. Оксидний катод складається із нікелевого або вольфрамового провідника, на який нанесено суміш оксидів барію і стронцію. Це дає змогу, згідно з формулою (2), одержати великі густини струму при порівняно невисоких температурах (1000-1170 К). Оксидні катоди знайшли широке застосування в електровакуумних приладах.

Технічне значення електронних ламп визначається тим, що електронним струмом в лампі можна легко керувати. Для цього в електронні лампи вводять ще один або кілька додаткових металевих електродів; їх часто виготовляють у вигляді проволочних спіралей і розміщують між катодом і анодом. Ці додаткові електроди одержали назву сіток. На рис.2 показано

схематичне зображення триода.

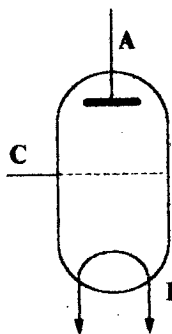


Рис. 2

Оскільки сітка розміщена ближче до катода і певною мірою "екранує" вплив анода на катод, то незначна зміна потенціалу на ній досить сильно впливає на величину анодного струму.

Отже, якщо на сітку подати навіть невеликий позитивний потенціал, електрони прискорюються і, навпаки, навіть незначний негативний потенціал гальмуватиме електрони.

Графіки, які визначають залежність анодного струму I_a від анодної напруги на сітці U_c при сталій анодній напрузі ($U_a = \text{const}$), називаються сітковими характеристиками лампи (рис. 3).

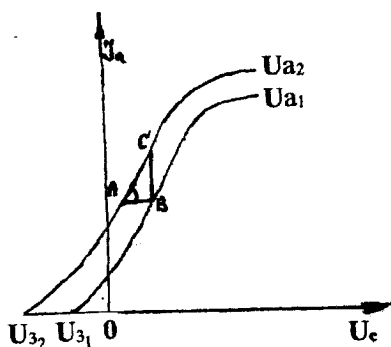


Рис.3

Для різних анодних напруг запірний потенціал U_z різний (рис. 3). Для більших анодних напруг запірний потенціал більший. Тому для різних значень напруг можна дістати так зване сімейство сіткових характеристик, з яких визначають основні параметри триода; крутизну сіткової характеристики S , внутрішній опір R і коефіцієнт

підсилення μ .

Для визначення параметрів лампи методом трьох точок треба на прямолінійній ділянці двох сіткових характеристик побудувати характеристичний трикутник ABC (рис. 3). Сторона AB визначає зміну напруги на сітці лампи ΔU_c , BC — зміну анодного струму I_a . Визначивши величину $\Delta U_a = U_{a2} - U_{a1}$, можна обчислити параметри лампи.

Крутизна сіткової характеристики є показником ступеня підсилення лампи і визначається як тангенс кута нахилу характеристики

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c} = \frac{CB}{AB} . \quad (3)$$

Внутрішній опір - відношення приросту анодної напруги до викликаного нею приросту анодного струму (при сталій напрузі на сітці лампи).

$$R = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} = \frac{(U_{a_2} - U_{a_1})}{BC} . \quad (4)$$

Коефіцієнт підсилення μ дорівнює відношенню зміни анодної напруги ΔU_a до зміни напруги на керуючій сітці ΔU_c , які спричиняють ту саму зміну анодного струму?

$$\mu = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_c} , \text{ при } I_a = \text{const} , \quad (5)$$

Величина, обернена до коефіцієнта підсилення, називається проникністю лампи D :

$$D = \frac{1}{\mu} . \quad (6)$$

Розглянуті характеристики належать до так званого статичного режиму роботи лампи, тобто такого, коли в анодному колі немає анодного навантаження. При наявності анодного навантаження параметри лампи в режимі її роботи називають динамічними.

На рис. 4 наведено схему для визначення основних параметрів триода зняття анодних та сіткових характеристик. K_1 , K_2 — подільники напруги, Π — перемикач, яким можна змінювати знак потенціалу на сітці лампи.

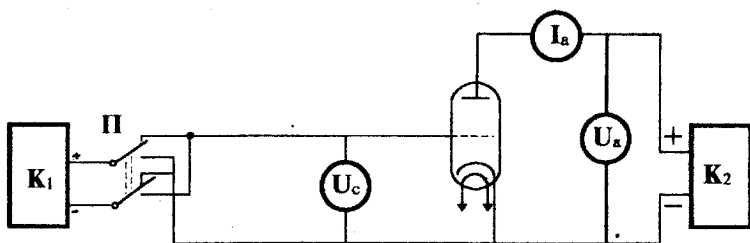


Рис. 4.

Порядок виконання роботи

1. Скласти коло за схемою на рис. 4, дотримуючись полярності подільників напруги K_1 , і K_2 .
2. Зняти сіткові характеристики $I_a = f(U_c)$ при двох значеннях анодної напруги: 40 і 60 В.
3. Подільником напруги K_1 добитися відсутності анодного струму. Записати покази вольтметра U_c . Потім, збільшуючи напругу на сітці через 0,5-1 В, записати покази міліамперметра в анодному колі. Дані занести до таблиці.
4. Подати на керуючу сітку невеликий позитивний потенціал (наприклад 2 або 3В). Змінюючи анодну напругу через 5-10В, фіксувати покази міліамперметра в анодному колі. Дані занести до таблиці. Стежити, щоб анодний струм досяг максимуму.
5. Побудувати графіки $I_a = f(U_c)$ та $I_a = f(U_a)$.
6. З графіків сіткових характеристик визначити за формулами (3), (4), (5), (6) параметри лампи.

Контрольні питання

1. Яка будова і принцип дії вакуумного діода та тріода?
2. Які основні параметри тріода?
3. У чому суть явища термоелектронної емісії?

4. Від чого залежить термоелектронний струм насичення?
5. Як формулюється закон трьох других? Поясніть його.

Розділ третій.

Електромагнетизм

До кожної лабораторної роботи подано посилання на відповідні підручники:

1. Савельев И.В.. Курс общей физики. Т. 2. М: Наука: 1978.
2. Яворский Б.М.. Курс физики. Т.2. М: Наука: 1978.

Лабораторна робота № 3-1

Визначення індукції магнітного поля за допомогою балістичного гальванометра

л.1. §§ 40, 41, 43. 2. §§15.1, 15.2, 15.3, 14.4

Мета роботи: засвоєння навичок вимірювання індукції магнітного поля і дослідження залежності індукції поля від форми полюсів магніту.

Прилади і матеріали: електромагніт; балістичний гальванометр; вимірювальна котушка; реостат; джерело постійного струму; двохолюсний перемикач.

Теоретичні відомості

На провідник із струмом в магнітному полі діє сила Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Вектор $\vec{B}$ називається магнітною індукцією і є основною характеристикою магнітного поля. Закон Ампера дозволяє визначити числове значення магнітної індукції $\vec{B}$. Якщо елемент струму $I d\vec{l}$

перпендикулярний до $\vec{B}$, то формулу (1) можна записати у вигляді:

$$B = \frac{1}{I} \cdot \frac{dF}{dl} . \quad (2)$$

З формули (2) випливає, що магнітна індукція є силовою характеристикою магнітного поля. Одиниця магнітної індукції - тесла. (Тл)- магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою 1Н на кожний метр довжини прямолінійного провідника з струмом 1А, розташованого перпендикулярно до напрямку поля. З (2) маємо:

$$1\text{Тл} = 1\text{Н} / \text{А} \cdot \text{м} = 1\text{Дж} / \text{А} \cdot \text{м}^2 = 1\text{В} \cdot \text{с} / \text{м}^2 . \quad (3)$$

Однією з основних величин електромагнетизму є магнітний потік. Потоком вектора магнітної індукції, або магнітним потоком через малу площину dS , називається фізична величина, що дорівнює добуткові цієї площі на проекцію B_n вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі $\vec{n}$ до неї. Це є скалярним добутком векторів $\vec{B}$ і $d\vec{S}$ (рис. 1)

$$d\Phi = (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = B dS \cos(\vec{B} \wedge \vec{n}) = B_n dS . \quad (4)$$

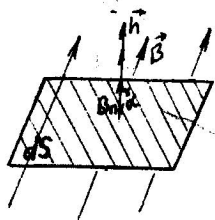


Рис. 1

Магнітний потік через довільну поверхню S можна знайти шляхом інтегрування виразу елементарного потоку $d\Phi$ по всій поверхні S , тобто

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S B_n dS = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) . \quad (5)$$

Розглянемо електричне коло, що складається з гальванометра G і вимірювальної котушки ВК, розташованої в магнітному полі електромагніту між його полюсами (рис.2) .

Наявність повітряного проміжку приводить до зменшення B , причому, із збільшенням розмірів повітряного проміжку l_0 магнітна індукція зменшується.

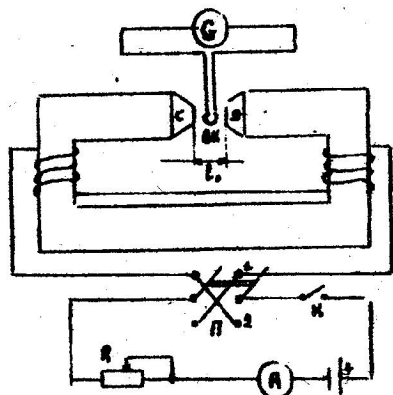


Рис. 2

Якщо магнітна індукція в місці знаходження вимірювальної котушки стала ($\frac{dB}{dt} = 0$), то струм в колі гальванометра відсутній. Якщо ж перемикач П перемкнати з положення 1 в положення 2 (чи навпаки), магнітна індукція поля за певний час зміниться від B до $-B$. Так як гальванометр G балістичний, він покаже кількість електрики q , яка протекла в колі

протягом часу t . Знаючи q , можна визначити B (див. теорію методу лабораторної роботи № 3-4). Відомо, що

$$B = \mu \mu_0 H . \quad (6)$$

Враховуючи, що для повітря $\mu=1$ та підставляючи в (6) значення H з (10) (лаб. робота №3-4), одержимо робочу формулу:

$$B = \frac{(R + R_g) \beta \cdot n}{2NS} . \quad (7)$$

Порядок виконання роботи

Завдання 1.

1. Зібрати схему згідно з рис.2.
2. Виставити ВК (вимірювальна котушка) в центрі повітряного проміжку.
3. Довжину l_0 зробити рівною 20 мм.
4. За допомогою реостата R підібрати такий струм, щоб при перемиканні П покази гальванометра були максимальними. Записати показ n гальванометра і координату x котушки.
5. Зняти 8 - 10 показів n та x , кожний раз перемішуючи вимірювальну

котушку на 1 см вправо (чи вліво).

6. Встановити $l_0=30$ мм. Повторити вимірювання п.п. 4-5, переміщуючи котушку до центру повітряного проміжку.

Завдання 2.

1. Встановити $l_0=20$ мм. При виконанні цього завдання котушка весь час залишається в центрі повітряного проміжку.
2. Записати покази амперметра. Перемикачем П змінити напрям струму в намагнічуючій котушці і при цьому записати покази п гальванометра.
3. За допомогою реостата R змінити величину струму на 0,05-0,1 А. Записати одержане значення струму. Перемикач перемкнути з положення 1 в 2 і записати відповідний показ гальванометра.
4. Зменшувати струм до нуля з вибраним кроком. Кожний раз перемикачем П міняти напрям струму, записувати його значення та відповідні їм покази гальванометра.

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

Завдання 1.

1. За формулою (7) розрахувати магнітну індукцію B для всіх експериментальних значень п . Значення R, N, S, та R_q даються на відповідних елементах схеми.
2. В одній системі координат побудувати графіки $B=f(x)$ для $l_0=20$ мм і $l_0=30$ мм (за вісь x береться пряма, що проходить через центр вимірювальної котушки і паралельна осі гвинта).

Завдання 2.

1. Розрахувати за формулою (7) магнітну індукцію для відповідних значень струму.
2. Побудувати графік залежності $B=f(I)$. Пояснити результати, одержані в обох завданнях.

Контрольні запитання.

1. Закон Ампера. Природа сил електромагнітної взаємодії.
2. Вектор магнітної індукції, його фізичний зміст та одиниці вимірювання.
3. Що називається магнітним потоком?
4. Робота переміщення провідника з струмом в магнітному полі.

Лабораторна робота № 3-2

Визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі.

л. 1. §§40,41,42. 2. §§ 15.4,15.5,15.6

Мета роботи: визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі.

Прилади та матеріали: тангенс-гальванометр; міліамперметр; реостат; джерело постійного струму; двохполюсний перемикач.

Теоретичні відомості

Земля являє собою природний магніт, полюси якого лежать поблизу географічних полюсів: недалеко від північного географічного полюса розташований південний магнітний полюс S, а поблизу південного географічного - північний магнітний полюс N (рис.1).

У першому наближенні магнітне поле Землі, подібне полю диполя, поміщеного в центрі Землі, або однорідно намагніченої кулі, магнітний момент якої дорівнює $\sim 8,3 \cdot 10^{22} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ і направлений під кутом $\sim 11,5^\circ$ до осі обертання Землі.

Характеристикою магнітного поля Землі служить напруженість $\vec{H}$ магнітного поля та її складові. Для розкладу вектора $\vec{H}$ на складові

звичайно вибирають прямокутну систему координат, в якій одну із осей (x) орієнтують в напрямку географічного меридіану, а іншу (y) — в напрямку паралелі.

При цьому додатним вважається напрямок осі x на північ, а осі y - на схід. Третя вісь z в такому випадку прийме вертикальне положення і буде направлена зверху вниз (рис.2). Таким чином значення та напрямок напруженості $\vec{H}$ магнітного поля в будь-якій точці можна задати трьома

складовими: H_y , H_x , H_z (північною, східною та вертикальною) або трьома елементами земного магнетизму:

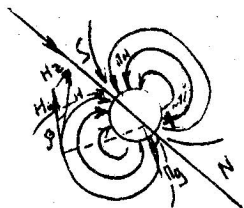


Рис. 1

горизонтальною складовою H_0 (проекцією вектора $\vec{H}$ на горизонтальну площину xoy);

магнітним схиленням α (кутом між горизонтальною складовою H_0 та площиною географічного меридіана);

магнітним нахиленням φ (кутом між вектором H та площиною горизонту xoy)

Магнітне поле Землі складається з постійного (стійкого) поля, створеного магнетизмом самої земної кулі, і змінного поля (або магнітних варіацій), зумовленого електричними струмами, що течуть над земною поверхнею і в земній корі.

Постійне поле різне в різних точках Землі і схильне до повільних (вікових) змін. Для вивчення просторового розподілу постійного поля на

географічні карти наносять значення α , H_0 , H_z , β , з'єднують лініями точки, в яких їх значення рівні.

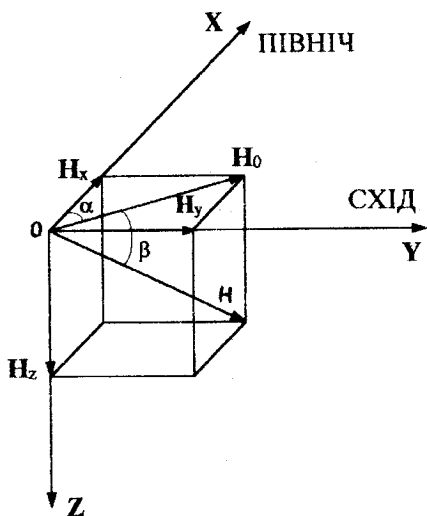


Рис. 2

На картах видно, що β змінюється від 0 в приєкваторіальній області до 90° в магнітних полюсах, а H_0 і H_x - відповідно від 33,44 А/м та 0 А/м в приєкваторіальних областях до 55,73 А/м на полюсах.

Вивчення магнітного поля Землі в минулі геологічні епохи шляхом дослідження магнітних властивостей гірських порід вказує, що напрямок магнітної осі Землі не завжди був однаковим, і, напевне, кілька разів змінювався на прямо протилежні.

Достовірної теорії постійного магнітного поля Землі поки ще немає. Локальні та регіональні магнітні аномалії викликані нерівномірним розподілом у земній корі порід, багатих феромагнітними мінералами. Проте загальної кількості їх, як показують розрахунки, недостатньо для пояснення магнетизму земної кулі в цілому. Припущення про намагніченість глибинних шарів Землі та її ядра виявляється неможливим, так як в глибинних шарах Землі температура значно вище точки Кюрі всіх відомих феромагнітних речовин. Гіпотеза про зв'язок магнітного поля Землі з її обертанням не підтверджена ні експериментально, ні теоретично.

Більш вірогідно, що головна частина постійного геомагнітного поля пояснюється вихровими електричними струмами, що течуть в верхніх шарах земного ядра. По теорії Я.І.Френкеля, ці струми - індукційного, а по теорії В.Ельзасера — термоелектричного походження. Розвивається теорія

“самозбуджуючого диполя” (Баллард, Такеуті та ін.), згідно якій електричні струми в ядрі виникають в результаті механічних рухів складаючої ядро рідкої речовини, що має високу електропровідність.

Змінне поле не перевищує, як правило, 1% постійного поля. Первинною причиною його є електричні струми, що течуть в верхніх шарах земної атмосфери та за її межами. Магнітні варіації поділяються на правильні періодичні (періодом в одну сонячну добу) і неправильні коливання різної форми і амплітуди — магнітні бурі. Вони досить різноманітні по інтенсивності та вигляду: від невеликих короткочасних коливань елементів земного магнетизму до магнітних бур тривалістю від одного до кількох днів, під час яких амплітуди коливань магнітних елементів можуть перевищувати 10^{-2} Е. Магнітні бурі тісно зв'язані з іоносферними бурями, бурями земних струмів та полярними сьйвами. Сильні магнітоіоносферні бурі часто супроводжуються порушенням короткохвильового зв'язку.

Характерною формою малих бур є короткоперіодичні коливання, інколи правильного синусоїдального характеру, інколи — менш регулярні. Іншим типом малих бур є невеликі бурі, викликані спалахами ультрафіолетової радіації під час хромосферних вивержень Сонця, які часто супроводжуються повним поглинанням коротких радіохвиль та припиненням зв'язку на денній стороні Землі.

Теорія методу.

Якщо в данній точці Землі вільно підвішати магнітну стрілку (тобто підвішати за центр маси так, щоб вона могла повертатись і в горизонтальній і в вертикальній площинах), то вона встановиться за напрямком $\vec{H}$ напруженості магнітного поля Землі в цій точці, тобто вісь стрілки складе кут β з горизонтальною площиною і кут α — з площиною географічного меридіана.

Магнітна стрілка, що може обертатись тільки навколо вертикальної осі, буде відхилятися в горизонтальній площині під дією горизонтальної складової $\vec{H}_0$. Слід відмітити, що магнітна стрілка встановлюється в певному напрямі під дією вектора індукції магнітного поля, а не вектора напруженості. Але в силу встановленої традиції будемо говорити про вектор напруженості. Це не внесе значної похибки, так як дослідження проводяться в повітрі і $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Розглянемо круговий провідник з N витків, прилягаючих достатньо густо один до одного, розташованих вертикально в площині магнітного меридіану. В центрі провідника помістимо магнітну стрілку, що може обертатись навколо вертикальної осі. Якщо через котушку пропустити струм I , то виникає магнітне поле з напруженістю $\vec{H}_m$, направлене перпендикулярно до площини котушки. Таким чином, на стрілку буде діяти два взаємно перпендикулярних магнітних поля: магнітне поле Землі і магнітне поле струму. На рис.3. показано переріз котушки горизонтальною площиною. Тут $\vec{H}_m$ — вектор напруженості поля, створеного коловим струмом, $\vec{H}_0$ — горизонтальна складова магнітного поля Землі. Стрілка встановиться за напрямом H_1 , тобто за напрямком векторної суми $\vec{H}_m$ і $\vec{H}_0$.

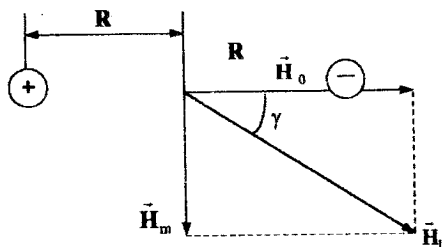


Рис. 3.

З рис.3 слідує:

$$H_m = H_0 \cdot \operatorname{tg} \gamma. \quad (1)$$

Напруженість в центрі колового струму знайдемо за законом Біо-Савара -Лапласа:

$$H_m = \int dH_m = \int_0^{2\pi R} \frac{NI d l}{4\pi R^2} = \frac{NI}{2R}, \quad (2)$$

де N - кількість витків, середній радіус яких рівний R ; I - значення сили струму в окремому витку.

З (1) та (2) знаходимо:

$$H_0 = \frac{NI}{2R \operatorname{tg} \gamma} . \quad (3)$$

Для даного місця Землі і даного приладу величина

$$\frac{I}{\operatorname{tg} \gamma} = C . \quad (4)$$

є постійною. Тоді

$$H_0 = \frac{N}{2R} C . \quad (5)$$

З формули (4) слідує, що постійна C чисельно дорівнює струму, який протікає через витки, коли кут відхилення стрілки $\gamma = 45^\circ$.

Таким чином, коловий провідник з магнітною стрілкою в центрі може бути використаний для вимірювання значення струму. Прилад, оснований на цьому принципі, називається тангенс-гальванометром. Загальний вигляд тангенс-гальванометра показаний на рисунку 4.

Використаний в даній роботі тангенс-гальванометр складається з котушки 1, закріпленої на підставці 3, що обертається. В центрі котушки на вертикальній осі закріплена стрілка 2, під якою є лімба з поділками 4.

Хід роботи.

1. Скласти схему.

Підставку 3 виставити на сферичній поверхні так, щоб кінці магнітної стрілки не торкались лімба 4.

2. Повертаючи тангенс-гальванометр по поверхні 5, встановити його витки в площині магнітного меридіану (магнітна стрілка повинна встановитись на нулі).

3. Ввімкнути котушку на $N = 100$ витків і, змінюючи струм реостатом R , добитися відхилення стрілки на 45° . Записати значення струму I' .

4. Перемикачем П змінити напрямок струму в котушці і знову добитись відхилення стрілки на 45° в протилежний бік. Записати значення струму I_2' .

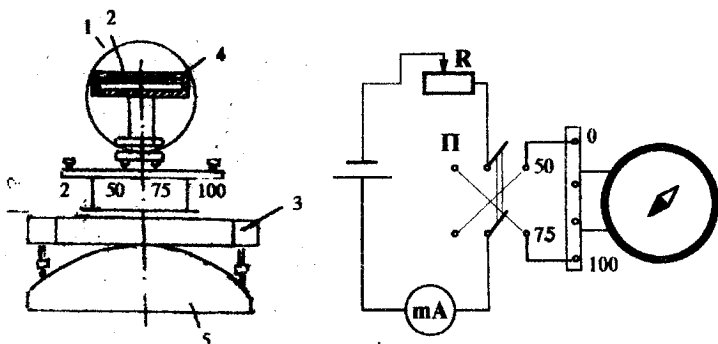


Рис.4.

5. Перевірити нульове встановлення приладу і повторити виміри для $N_2=75$ і $N_3=50$ витків. Записати значення струмів I_1'' , I_1''' , I_2'' , I_2''' .
6. Штангенциркулем виміряти середній діаметр витків котушки.

Додаткове завдання.

1. Перевірити, експериментально, справедливність рівності $\frac{I}{\text{tgy}} = \text{const}$.
2. Дослідити вплив кута відхилення стрілки γ на точність визначення H_0 .

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Обчислити значення постійних C як середнє значення струмів:

$$C' = 0,5(I_1' + I_2'); \quad C'' = 0,5(I_1'' + I_2''); \quad C''' = 0,5(I_1''' + I_2''').$$

2. За формулою(5) обчислити H_0' , H_0'' , H_0''' .

3. Розрахувати середнє значення H_0 , абсолюту ΔH_0 і відносну $\mathcal{E}$ похибки по результатах трьох вимірювань.
4. Обґрунтувати вибраний в даній роботі кут повороту стрілки на 45° , провівши аналіз формули відносної похибки, одержаної з робочої формули, записаної у вигляді:

$$H_0 = \frac{NI}{2R \operatorname{tg} \gamma} .$$

Контрольні запитання.

1. Елементи земного магнетизму.
2. Природа земного магнетизму.
3. Сформулювати закон Біо-Савара-Лапласа.
4. Вивести формулу для напруженості магнітного поля в центрі і на осі колового струму.
5. Пояснити будову і принцип дії тангенс-гальванометра.
6. Чому виміри проводились при куті відхилення $\gamma = 45^\circ$?

Лабораторна робота №3-3

Визначення питомого заряду електрона методом магнітного фокусування

л. 1. §§41,43. 2. §§18.1,18.2,18.3,18.4

Мета роботи: визначити питомий заряд електрона з допомогою магнітного фокусування розбіжного електронного пучка.

Прилади та матеріали: електронно-променева трубка з блоком живлення;
джерело постійного і змінного струмів; реостат;
амперметр; вольтметр.

Теоретичні відомості

Питомий заряд електрона є важливою характеристикою, знання якого необхідне при розрахунках конструкцій різних електровакуумних приладів, електронно-оптичних установок, прискорювачів і т.д. Експериментальні методи визначення e/m засновані на законах руху електронів в електричних і магнітних полях. Ці ж методи використовуються і для визначення маси частинок, якщо відомий їх заряд або заряду при відомій масі.

У даній лабораторній роботі використовується метод фокусування пучка електронів поздовжнім магнітним полем. Принципова схема установки показана на рис. 1.

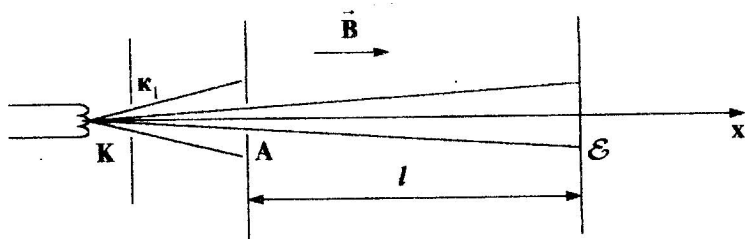


Рис. 1

Електрони, які вилетіли з нагрітого катоду К, прискорюються електричним полем, створеним між катодом і анодом А, входять через малий отвір в аноді розбіжним променем і, попавши на флуоресціюючий екран $\mathcal{E}$ створюють світлу пляму.

Якщо в просторі між анодом і екраном $\mathcal{E}$ створити магнітне поле з індукцією $\vec{B}$, направленою вздовж осі x , то на електрон, який рухається в цьому полі з швидкістю $\vec{v}$, буде діяти сила Лоренца:

$$\vec{F} = e[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (1)$$

Сила $\vec{F}$ перпендикулярна як до напрямку магнітного поля, так і до напрямку руху електрона. Для електрона $e < 0$, тому сила буде направлена

так, як показано на рис. 2.

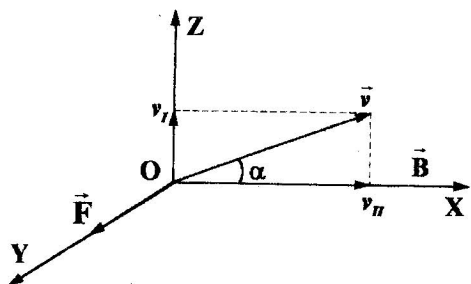


Рис. 2

Якщо напрям руху електрона і магнітна індукція створюють кут α , то швидкість $\vec{v}$ можна розкласти на дві складові, одна із яких перпендикулярна, а інша паралельна магнітному полю:

$$v_{\perp} = v \sin \alpha; \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha. \quad (2)$$

Запишемо формулу (1) в скалярній формі

$$F = e v B \sin \alpha = e B v_{\perp}. \quad (3)$$

Таким чином, значення сили Лоренца визначається тільки нормальною складовою швидкості.

Розглянемо рух електронів як складний рух з швидкостями $v_{\perp}$ і $v_{\parallel}$. Для випадку однорідного поля ($\vec{B} = \text{const}$) числові значення $v_{\perp}$ і сили, діючої на електрон в цьому напрямку, залишаються незмінними.

Тому проекція траєкторії електронів на площину $zoу$ буде колом. Паралельна складова швидкості електронів $v_{\parallel}$ залишається постійною за абсолютною величиною і напрямом, так як магнітне поле не діє на частинку, яка рухається вздовж силових ліній.

У даному випадку рух електронів здійснюється по гвинтовій лінії, тобто з постійною швидкістю вздовж осі x і по колу в площини $zoу$.

Визначимо крок гвинтової лінії l . За другим законом Ньютона:

$$F = ma,$$

$$\text{а врахувавши (3) і те, що } a = \frac{v_{\perp}^2}{R}, \text{ одержимо } e B v_{\perp} = m \frac{v_{\perp}^2}{R}.$$

В результаті знаходимо радіус кола:

$$R = \frac{v_{\perp}}{\frac{e}{m} \cdot B} . \quad (4)$$

Очевидно, що час одного оберту:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} . \quad (5)$$

З формул (4) і (5) одержуємо:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} \cdot B} , \quad (6)$$

За час одного оберту електрон, рухаючись рівномірно вздовж осі x , пройде шлях, рівний кроку гвинтової лінії (рис. 3).

$$l = v_{\parallel} \cdot T . \quad (7)$$

З формул (2), (6) і (7) одержуємо:

$$l = \frac{2\pi v \cos\alpha}{\frac{e}{m} \cdot B} . \quad (8)$$

Так як в будь-якому випадку кут α надзвичайно малий, то $\cos\alpha \approx 1$, а вираз (8) перепишеться:

$$l = \frac{2\pi v}{\frac{e}{m} \cdot B} . \quad (9)$$

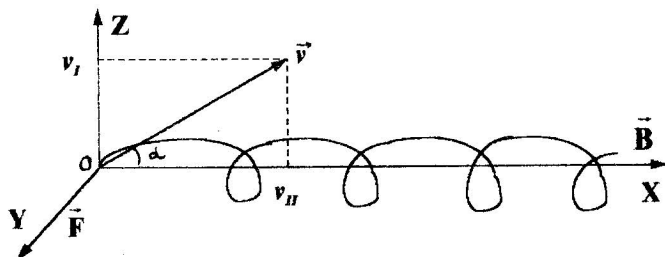


Рис. 3.

Це означає, що всі електрони, які вилетіли з отвору анода А з однаковою швидкістю за час T в площині $zoу$ описують повні кола і переміщуються вздовж осі x на віддаль l , тобто зберуться в одній точці (рис 4). Потім електронний промінь знову розходить ся і фокусується через новий проміжок часу T в точці O_2 , яка віддалена від точки O на $2l$ т.д. У цьому полягає принцип фокусування електронних променів. Співвідношення (9) може бути використане для визначення питомого заряду електрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi v}{lB} . \quad (10)$$

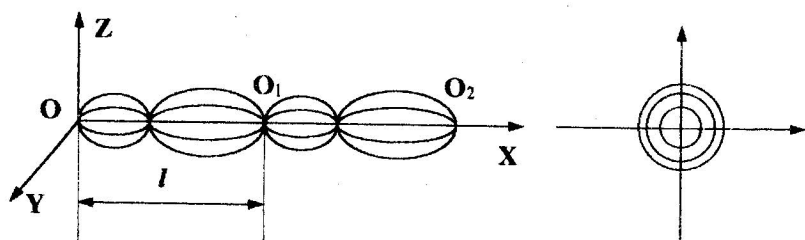


Рис.4.

Початкова швидкість електронів, що емітуються катодом нехтується, завдяки великим значенням анодної напруги U . Кінцева швидкість електронів визначається із співвідношення:

$$eU = \frac{mv^2}{2} . \quad (11)$$

Із виразів (10) і (11) одержуємо остаточну формулу для експериментального визначення питомого заряду електрона $\frac{e}{m}$:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{B^2 l^2} . \quad (12)$$

Як видно із (4) і (9) крок гвинтової лінії і її радіус залежать від індукції В магнітного поля, тому, якщо поле неоднорідне, гвинтова лінія буде мати

змінний крок і радіус. Але і в цьому випадку, якщо поле циліндрично симетричне, тобто джерело електронів розміщене на осі симетрії ox , кут α для всіх електронів буде практично однаковим. Проекції траєкторій електронів на площину $zoу$ будуть у цьому випадку еліптичними, а не коловими, як показано на рис.4.

Теорія методу

Для вимірювання величини e/m використовується установка, схема якої показана на рис.5. Основна частина установки— електронно-променева трубка.

Електрони, що вилітають з нагрітого катода K , проходять через фокусуючий електрод K_1 , а потім отвір в аноді і рухаються далі з постійною по величині швидкістю, значення якої визначається прискорюючою напругою U . Потім пучок електронів попадає в змінне електричне поле відхиляючих пластин C , направлене перпендикулярно до осі променя. Після конденсатора електрони попадають на екран трубки, покритий флуоресціюючою речовиною (ZnS). Точки екрану, на які попадають електрони, світяться, так-як при цьому атоми флуоресціюючої речовини збуджуються і на екрані створюється світла смуга. Щоб кут α був достатньо малим, довжина світлої смужки на екрані не повинна перевищувати 1,5-2 см.

Електронно-променева трубка встановлена в середину соленоїда, що створює поздовжнє магнітне поле напруженістю $\vec{H}$, паралельне осі Ox :

$$H = n I,$$

де I - струм в соленоїді; n - число витків на одиницю довжини соленоїда.

Під дією цього магнітного поля і відбувається фокусування електронного пучка, тобто електрони, збираються в одній точці (точка O_1 , на рис. 4). Відповідною зміною струму I в соленоїді, а значить і індукції

магнітного поля

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 nI \quad (13)$$

можна добитись того, щоб точка O_1 співпала з екраном.

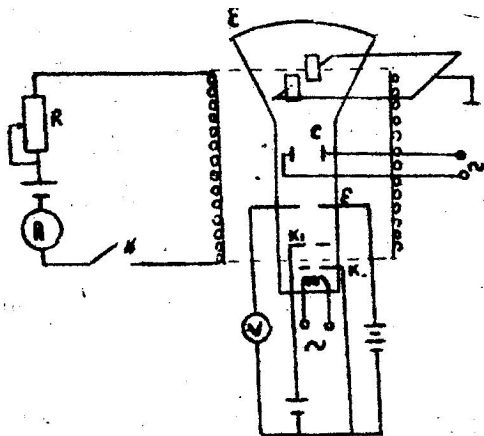


Рис. 5

Тоді I буде дорівнювати віддалі між відхиляючими пластинами C і екраном E і залишається сталою величиною для даної точки.

Таким чином, вираз (12) з урахуванням (13) набуває вигляду:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{\mu_0^2 n^2 I^2 l^2} \quad (14)$$

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему згідно рис.5. Після перевірки схеми лаборантом або викладачем ввімкнути її в мережу 220 В.
2. Ввімкнути джерело живлення електронно-променевої трубки. На екрані з'явиться світла смужка. Вертикально-відхиляючі пластини в цьому випадку повинні бути заземлені.
3. Замкнути ключ і підібрати з допомогою реостата такий струм в соленоїді, щоб світла смужка на екрані була зведена в точку.
4. Зняти покази амперметра і вольтметра.

Обробка результатів експерименту і їх аналіз

1. Розрахувати питомий заряд електрона за формулою (14). Значення n і l вказані на панелі установки.
2. Порівняти одержаний результат e/m з табличним значенням і пояснити причини розходження цих результатів.

Контрольні запитання

1. Подайте суть використаного в даній роботі методу магнітного фокусування електронних пучків.
2. Як знаходять радіус і крок гвинтової лінії, вздовж якої рухаються електрони?

Лабораторна робота № 3-4

Визначення напруженості магнітного поля на осі соленоїда

л. 1. §50.2. §§15.4, 15.5

Мета роботи: набути навиків вимірювання напруженості магнітного поля в різних точках вздовж осі соленоїда.

Прилади та матеріали: соленоїд з вимірювальною котушкою; балістичний гальванометр; амперметр; реостат; вимикач.

Теоретичні відомості

Напруженість магнітного поля на осі соленоїда в загальному випадку визначається за формулою:

$$H = \frac{In}{2} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2), \quad (1)$$

де I — струм, що проходить по обмотці соленоїда; n — кількість витків на одиницю довжини соленоїда; φ_1 та φ_2 — кути, під якими з точки спостереження видно радіуси поблизу кінців соленоїда (рис.1).

Коли діаметр і довжина соленоїда сумірні то такий соленоїд називається коротким. Для короткого соленоїда напруженість $\vec{H}$ магнітного поля максимальна на осі соленоїда. В решті точок величина H менша.

Для довгого соленоїда (коли $R \ll l$) $\varphi_1 \rightarrow 0$, $\varphi_2 \rightarrow \pi$ і магнітне поле буде однорідним. Обчислимо напруженість магнітного поля для будь-якої точки на осі соленоїда.

З рис.1 видно, що

$$\cos \varphi_1 = \frac{l}{2OA} = \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4R^2}}, \quad (2)$$

$$\cos \varphi_2 = -\frac{l}{\sqrt{l^2 + 4R^2}}. \quad (3)$$

Тоді
$$H = \frac{Inl}{\sqrt{l^2 + 4R^2}}. \quad (4)$$

Величина $n \cdot l = N$ — повне число витків. Отже,

$$H = \frac{IN}{\sqrt{l^2 + 4R^2}}. \quad (5)$$

Поле багат шарового соленоїда якісно має той самий характер, як і поле одношарового.

У даній роботі напруженість магнітного поля визначається за допомогою балістичного гальванометра. Схему установки наведено на рис. 2. Балістичний гальванометр приєднується до вимірювальної котушки W . При замиканні вимикача K напруженість магнітного поля на осі соленоїда зростає від нуля до значення H .

Магнітний потік, який пронизує при цьому вимірювальну котушку:

$$\Phi = \mu_0 H S N_1, \quad (6)$$

де S і N_1 — площа поперечного перерізу і число витків вимірювальної котушки.

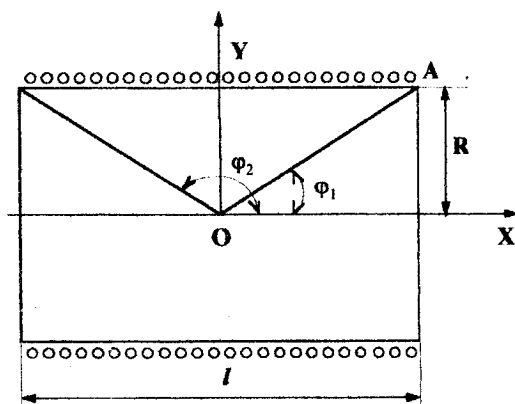


Рис. 1

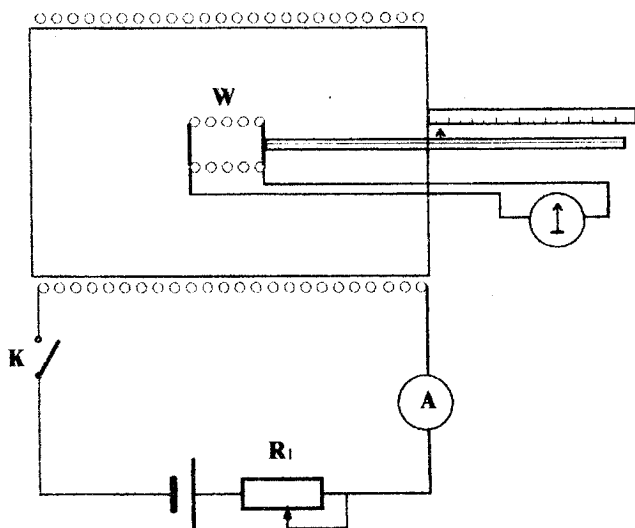


Рис. 2

У колі котушки W виникає короточасний індукційний струм і рамка гальванометра відхиляється на деякий кут β . Зміщення світлового “зайчика” відраховується по шкалі гальванометра.

Кількість електрики q , що пройде через гальванометр,

$$q = \frac{\Phi}{R_x},$$

(7)

де R_k - опір кола гальванометра, Ом. (Складається з опору котушки і опору гальванометра) $R_k = R + R_g$.

$$q = \frac{\mu\mu_0 H S N_1}{(R + R_g)} . \quad (8)$$

З другого боку, кількість електрики q пропорційна величині зміщення показчика балістичного гальванометра від положення рівноваги α :

$$q = C_g \cdot \alpha , \quad (9)$$

де C_g — стала балістичного гальванометра (рівна ціні однієї поділки шкали балістичного гальванометра).

З формул (8) і (9) маємо:

$$H = \frac{C_g (R + R_g) \cdot \alpha}{\mu\mu_0 S N_1} . \quad (10)$$

Величини S , N_1 , R , R_g , C_g , залишаються сталими при всіх вимірюваннях, тому введено позначення:

$$C' = \frac{C_g (R + R_g)}{\mu\mu_0 S N_1} . \quad (11)$$

тоді

$$C' = \frac{H}{\alpha} , \quad (12)$$

де C' - балістична стала установки.

Після визначення сталої C' установки можна визначити напруженість магнітного поля в будь-якій точці, розміщеній на осі соленоїда

$$H_x = C' \cdot \alpha_x , \quad (13)$$

де індекс x означає координату на осі соленоїда.

Порядок виконання роботи

1. Скласти схему згідно рис. 2.
2. Розмістити вимірювальну котушку W на осі соленоїда, що відповідає координаті $x = 0$, та встановити реостатом струм у колі соленоїда 1,0-1,5 А. (За точку відліку прийняти точку, яка розміщена в центрі соленоїда)
3. Розрахувати напруженість магнітного поля на осі соленоїда (центр соленоїда) за формулою (5).
4. Визначити α в момент замикання та розмикання і взяти середнє значення.
5. Користуючись формулою (11), визначити сталу C'
6. Повторити вимірювання, зазначені в пп. 4,5, не менше як 3 рази та розрахувати середнє значення.
7. Провести вимірювання в точках соленоїда, розташованих одна від одної на відстані 1 см. від точки $x=0$ і до точки, яка співпадає з кінцем соленоїда.
8. Записати в таблицю для кожної точки значення α_x та за формулою (13) розрахувати напруженість магнітного поля в цих точках.
9. Побудувати графік залежності H_x від x . Початок координат сумістити з точкою в центрі соленоїда.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон Біо-Савара-Лапласа.
2. Виведіть формулу для H на осі колового витка і на осі соленоїда.

Лабораторна робота №3 - 5

Визначення індуктивності соленоїда

л. 1. §50. 2. §§15.4,15.5

Мета роботи: засвоєння навичок експериментального визначення індуктивності соленоїда та дослідження залежності індуктивності від магнітних властивостей осердя і сили струму.

Прилади та матеріали: дві котушки із спільним рухомих осердям; амперметр; вольтметр; ватметр; автотрансформатор; омметр.

Теоретичні відомості

Явище виникнення електричного струму в замкнутому контурі при зміні магнітного потоку, що охоплений контуром провідника, називається електромагнітною індукцією. Струм, який виникає в провідникові, називається індукційним.

Але струм провідності в замкнутому колі може виникнути лише під дією стороннього електричного поля. Звідки випливає, що в замкнутому контурі під дією змінного магнітного поля виникає електричне поле. Енергетичною характеристикою цього поля є електрорушійна сила (ЕРС) електромагнітної індукції $\mathcal{E}_i$, величина якої визначається законом Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = K \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

де K - коефіцієнт пропорційності, величина якого залежить від вибору системи одиниць; $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cdot \cos\alpha$ — магнітний потік через поверхню S охоплену контуром; α — кут між зовнішньою нормаллю до поверхні S і вектором індукції магнітного поля $\vec{B}$.

Закон Фарадея доповнюється законом Ленца, згідно з яким при всякій зміні магнітного потоку через поверхню, яка охоплена замкненим контуром, в останньому виникає індукційний струм такого напрямку, що

його магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку. Враховуючи це і беручи всі величини в формулі (1) в одиницях СІ (при цьому $K=-1$), закон електромагнітної індукції запишемо в кінцевому вигляді:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (2)$$

тобто, електрорушійна сила електромагнітної індукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку з протилежним знаком.

Явище електромагнітної індукції має місце у всіх випадках зміни магнітного потоку, охопленого контуром. Зокрема, цей потік може створюватись струмом, що протікає в самому контурі. Тому при зміні сили струму в якому-небудь контурі в ньому ж виникає ЕРС індукції, яка викликає додатковий струм в контурі. Це явище носить назву самоіндукції, а електрорушійна сила - ЕРС самоіндукції. Розглянемо, від чого вона залежить. Величина магнітного поля в будь-якій точці пропорційна силі струму I в контурі, тому й магнітний потік Φ , охоплений контуром, пропорційний струмові:

$$\Phi = LI. \quad (3)$$

Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю контура. За одиницю індуктивності приймається 1 генрі (Гн). Це індуктивність такого контура, в якому при силі струму 1 А виникає магнітний потік 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}}.$$

Застосовуючи до явища самоіндукції основний закон електромагнітної індукції (2), одержимо для ЕРС самоіндукції вираз:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt}\right).$$

(4) Визначимо індуктивність безмежно довгого соленоїда.

Напруженість магнітного, поля всередині такого соленоїда:

$$H = \frac{IN}{l} = In , \quad (5)$$

де N — загальне число витків; l — довжина соленоїда; n — число витків на одиницю довжини соленоїда.

Якщо площа перерізу соленоїда S , то магнітний потік через один виток буде:

$$\Phi_0 = BS = \mu\mu_0 HS = \mu\mu_0 \frac{NI}{l} S ,$$

а повний потік через всі N витків:

$$\Phi = N\Phi_0 = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} SI = \mu\mu_0 n^2 l S \cdot I ,$$

(6)

Співставляючи формули (6) і (3), приходимо до висновку, що індуктивність соленоїда:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S = \mu\mu_0 n^2 V , \quad (7)$$

де V - об'єм соленоїда.

Таким чином, ми переконались, що індуктивність залежить від форми та розмірів контура, а також від магнітних властивостей μ навколишнього середовища. Якщо навколишнє середовище є феромагнетиком, то μ складна функція від I , тому і залежність L від I досить складна. Якщо ж μ не залежить від I , тобто при відсутності феромагнетика, тоді $L = \text{const}$ і формула (4) набуває вигляду:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt} . \quad (8)$$

Розглянемо електричне коло, яке складається з послідовно з'єднаних резистора R , індуктивності L та ємності C (Рис. 1). Ввімкнемо в це коло змінну напругу, яка описується законом:

$$U = U_0 \cdot \cos \omega t \quad (9)$$

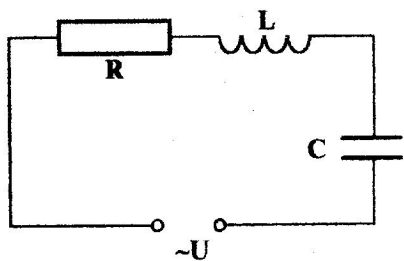


Рис.1

У колі виникне струм тієї ж частоти амплітуда I_0 і фаза φ якого, очевидно, визначатиметься параметрами R , L та C . Напруги на окремих ділянках кола описуватимуться рівняннями:

$$\begin{aligned} U_R &= I_0 R \cos \omega t, \\ U_L &= I_0 \omega L \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \\ U_C &= \frac{I_0}{\omega C} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Напруги U_R , U_L , U_C в сумі повинні дорівнювати прикладеній в колі напрузі U . Визначимо цю суму за допомогою векторної діаграми (Рис. 2).

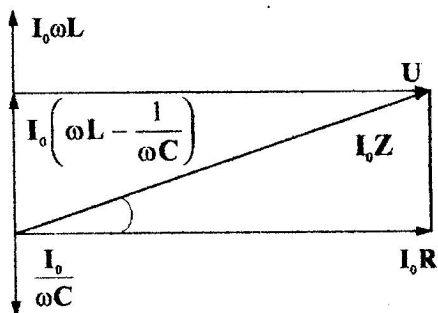


Рис.2.

$$U = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (11)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (12)$$

називається повним опором кола, а величина

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (13)$$

реактивним опором.

Зсув фаз φ між струмом і напругою можна визначити із співвідношення:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} . \quad (14)$$

З формули (11) випливає, що амплітудне значення напруги дорівнює:

$$U_0 = I_0 Z . \quad (15)$$

Слід відмітити, що активний опір R визначає витрати електричної енергії на нагрівання. Якщо нема осердя, то активний опір дорівнює омичному опорю провідників R_0 . При наявності феромагнітних осердь виникають додаткові витрати, обумовлені вихровими струмами та гістерезисними явищами. Таким чином, у загальному випадку активний опір більший омичного, тобто більший за опір постійному струмові.

Відомо, що потужність у колах змінного струму може бути знайдена через амплітудні, а також через ефективні значення струму та напруги:

$$P = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cos \varphi = I_{\text{ef}} \cdot U_{\text{ef}} \cdot \cos \varphi . \quad (16)$$

При цьому зауважимо, що закон Ома в формулі (15) справедливий також і для ефективних значень струму та напруги:

$$U_{\text{ef}} = I_{\text{ef}} \cdot Z . \quad (17)$$

Підставивши вирази (14) та (17) в (16) одержуємо:

$$P = I_{\text{ef}}^2 \cdot R . \quad (18)$$

Тобто, в досліджуваному нами колі змінного струму середня в часі потужність обумовлена наявністю активного опору. Проходження струму через ємність і індуктивність супроводжується взаємним перетворенням енергії електричного поля конденсатора та магнітного поля соленоїда з періодичним поверненням її в джерело струму. У цій лабораторній роботі вивчається коло, що складається з індуктивності та активного опору, а

ємність кола настільки мала, що в розрахунках не враховується.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему (Рис. 3). Одержати вказівки у викладача чи лаборанта, при яких струмах слід проводити експеримент.

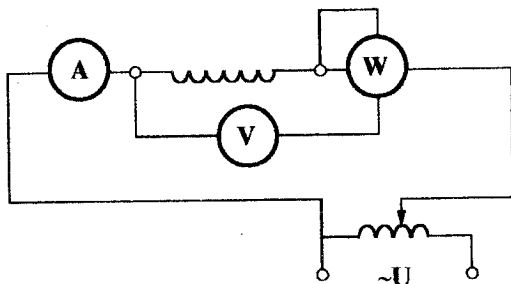


Рис.3

2. Заміряти омметром омичний опір соленоїда R_0 .
3. Заміряти величину струму I_{ef} , що проходить через соленоїд при трьох різних значеннях напруги U_{ef} на його кінцях.
4. Вставити в соленоїд осердя і записати покази ватметра P , амперметра I'_{ef} та вольтметра U'_{ef} .

Обробка результатів експерименту та їх аналіз.

1. З трьох значень U_{ef} і I_{ef} за формулою (17) вирахувати повний опір кола Z та знайти його середнє значення Z_{cp} .
2. За формулою
$$L_0 = \frac{\sqrt{Z_{\text{cp}}^2 - R_0^2}}{\omega}$$
 визначити індуктивність соленоїда без осердя. Ця формула одержана з виразу (12) при умові, що ємність у колі відсутня; $\omega = 2\pi\nu$, $\nu = 50$ Гц - частота струму в міській мережі.
3. Знайти повний опір соленоїда з осердям за формулою :

$$Z = \frac{U'_{\text{сф}}}{I'_{\text{сф}}}.$$

4. Визначити активний опір соленоїда, користуючись формулою:

$$R = \frac{P}{(I'_{\text{сф}})^2}.$$

5. Знайти індуктивність соленоїда з осердям:

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}.$$

6. Пояснити різницю між L та L_0 .

Контрольні запитання

1. Пояснити суть явища електромагнітної індукції.
2. Пояснити суть явища самоіндукції.
3. Як знаходять індуктивність котушки та від яких параметрів вона залежить?
4. Що таке активний опір контура, реактивний опір?
5. Користуючись векторною діаграмою, знайдіть напругу в колі змінного струму, яке містить окремо омичне, індуктивне або ємнісне навантаження.

Лабораторна робота №3-6

Вивчення явища взаємної індукції

л. 1. §66. 2. §19.5

Мета роботи: дослідження явища взаємної індукції двох коаксіально розміщених котушок.

Прилади та матеріали: звуковий генератор, осцилограф, дві коаксіальні котушки індуктивності, стержень зі шкалою.

Теоретичні відомості

Розглянемо два контури 1 і 2, які розміщені на деякій віддалі один від одного (Рис.1). Якщо по контуру 1 пропустити струм I_1 , то він створює потік магнітної індукції через контур 2, який буде пропорційний струму I_1 :

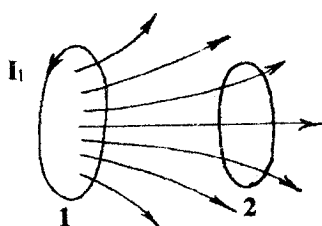


Рис. 1.

$$\Phi_{2,1} = M_{2,1} \cdot I_1 \quad (1)$$

Коефіцієнт пропорційності $M_{2,1}$ називається коефіцієнтом взаємної індукції контурів. Він залежить від форми і взаємного розміщення контурів 1 і 2, а також від магнітних властивостей навколишнього середовища. При зміні струму в першому контурі магнітний потік через другий контур змінюється, а це значить, що в ньому наводиться ЕРС взаємної індукції:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{2,1}}{dt} = -M_{2,1} \frac{dI_1}{dt} \quad (2)$$

Формула (2) справедлива при відсутності феромагнетиків.

Якщо поміняти місцями контури 1 і 2 і провести всі попередні міркування, то одержимо

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{1,2}}{dt} = -M_{1,2} \frac{dI_2}{dt} \quad (3)$$

Можна показати, що коефіцієнт взаємної індукції

$$M_{2,1} = M_{1,2} \quad (4)$$

У даній роботі вимірюється коефіцієнт взаємної індукції між довгою котушкою 1 і короткою 2, яка одягається на котушку 1 і може переміщуватись вздовж її осі. Живлення однієї із котушок, наприклад 1, здійснюється від генератора звукової частоти ЗГ, напруга якого

$$U = U_0 \cos \omega t \quad (5)$$

подається через опір R . Вольтметр, розміщений на панелі вимірює діючу

значення напруги $U_* = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$. R вибирається таким чином, щоб виконувалась нерівність

$$R \gg \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2}, \quad (6)$$

де L_1 — індуктивність котушки 1; R_1 — її активний опір.

У цьому випадку струм, який протікає через котушку 1, створює змінну ЕРС взаємної індукції в котушці 2:

$$\mathcal{E}_2 = -M_{2,1} \frac{dI_1}{dt} = M_{2,1} \frac{U_0}{R} \omega \sin \omega t. \quad (7)$$

Змінний струм у котушці 2 створює змінну ЕРС взаємної індукції в котушці 1:

$$\mathcal{E}_1 = -M_{1,2} \frac{dI_2}{dt} = M_{1,2} \frac{U_0}{R} \omega \sin \omega t. \quad (8)$$

Для вимірювання $\mathcal{E}_2$ використовується осцилограф. Амплітуда ЕРС взаємної індукції:

$$\mathcal{E}_{0,2} = M_{2,1} \frac{U_0}{R} \omega = M_{2,1} \frac{U_0}{R} 2\pi f, \quad (9)$$

де f — частота звукового генератора.

Із співвідношення (9) маємо

$$M_{2,1} = \frac{\mathcal{E}_{0,2} R}{2\pi f U_0}. \quad (10)$$

Якщо поміняти місцями котушки 1 і 2, то можна виміряти

$$M_{1,2} = \frac{\mathcal{E}_{0,1} R}{2\pi f U_0}. \quad (11)$$

Для перестановки котушок слід перемикачі Π_1 і Π_2 перекинути в протилежні положення (рис.2).

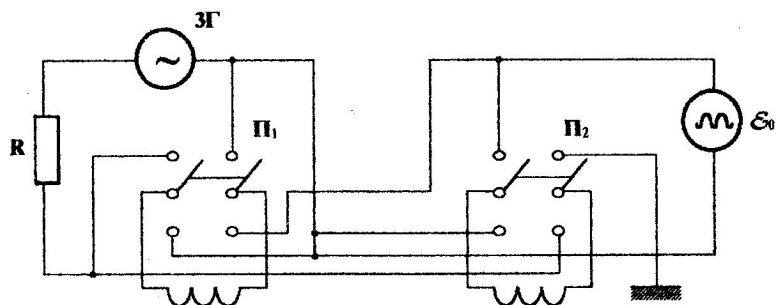


Рис. 2.

Порядок виконання роботи.

Завдання 1. Вимірювання коефіцієнтів взаємної індукції $M_{2,1}$ і $M_{1,2}$ і дослідження їх залежності від взаємного розміщення котушок.

1. Зібрати схему, зображену на рис. 2 і 3 .

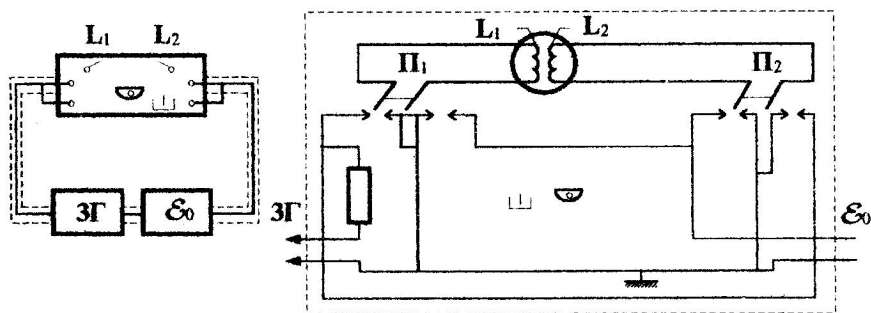


Рис. 3

2. Ознайомитись з роботою електронного осцилографа і звукового генератора.

3. Задати напругу U_0 і частоту f сигналу генератора (за вказівкою викладача), подати напругу на котушку 1 (за допомогою перемикача Π_1), а ЕРС котушки 2 на осцилограф (за допомогою вимикача Π_2)

4. Встановити рухоми котушку 1 в крайнє положення. Переміщуючи її в протилежне крайнє положення через 1 см, записати значення е.р.с. взаємної індукції в колі котушки 2.
5. За формулою (10) розрахувати значення $M_{2,1}$. Одержані значення виміряних величин занести до таб. 1.
6. Поміняти місцями котушки L_1 і L_2 за допомогою перемикачів Π_1 і Π_2 , повторити вимірювання згідно пунктів 2 і 3 і розрахувати $M_{1,2}$.
7. Побудувати графіки залежності $M_{2,1}$ і $M_{1,2}$ як функції координати Z (Z – віддаль між центрами котушок 1 і 2).

Таблиця 1.

U=			f=			
Z, см	$\mathcal{E}_{0,2}$		$M_{2,1}, \text{ Гн}$	$\mathcal{E}_{0,1}$		$M_{1,2}, \text{ Гн}$
	поділ.	В		поділ.	В	

Завдання 2. Вимірювання $M_{2,1}$ при різних значеннях амплітудного значення напруги генератора.

1. Помістити котушку 1 в середнє положення відносно котушки 2.
2. Установити частоту генератора за вказівкою викладача (наприклад, 10^4 Гц).

Виміряти амплітуду ЕРС взаємної індукції при різних значеннях напруги в колі котушки 1 в інтервалі 0-5 В через 0,1 В.

4. За формулою (10) розрахувати $M_{2,1}$. Одержані значення вимірювальних величин занести до таб. 2.

Таблиця 2.

f=			R=10 ⁴ Ом		
$U_0, \text{В}$					
$M_{2,1}, \text{Гн}$					
$\mathcal{E}_{0,2}, \text{В}$					

Завдання 3. Вимірювання $M_{2,1}$ при різних частотах напруги живлення.

1. Помістити котушку 1 в середнє положення відносно котушки 2.
2. Установити амплітуду живлення генератора (за вказівкою викладача), наприклад, 2В.
3. Виміряти амплітуду ЕРС взаємної індукції $\mathcal{E}_{0,2}$ при різних частотах звукового генератора від 5 до 20 кГц (одержати біля 10 вимірювань).
4. За формулою (10) розрахувати $M_{2,1}$. Одержані значення занести до таб.3.

Таблиця 3.

$U_B =$			$R = 10^4 \text{ Ом}$		
$f, \text{ Гц}$					
$M_{2,1}, \text{ Гн}$					
$\mathcal{E}_{0,2}, \text{ В}$					

5. Для одного із одержаних значень $M_{2,1}$ розрахувати абсолютну і відносну похибки.

Контрольні запитання

1. Сформулювати закон електромагнітної індукції Фарадея і правило Ленца.
2. Суть явища взаємної індукції.
3. Чому дорівнює е.р.с. взаємної індукції двох контурів?
4. Пояснити графік залежності $M_{2,1} = f(Z)$, одержаний у цій роботі.

Лабораторна робота № 3-7

Визначення відносної магнітної проникності магнетиків з допомогою містка Максвелла

л.І. §§51,52,53. 2. §§20.1,20.5

Мета роботи: засвоєння навичок визначення відносної магнітної проникності різних феромагнетиків з допомогою містка Максвелла.

Прилади та матеріали: індикатор нуля; еталонна катушка індуктивності; реохорд; три тороїди з досліджуваними магнетиками; трансформатор.

Теоретичні відомості

Атоми та молекули матеріальних тіл є складними системами рухомих електричних зарядів, які можна розглядати як мікроскопічні “молекулярні струми”, кожний з яких має магнітний момент і створює магнітне поле. Якщо результуючий магнітний момент всіх електронів атома чи молекули даної речовини виявляється рівним нулеві, то ця речовина - діамagnetик, а якщо відмінним від нуля, то- парамагнетик.

У зовнішньому магнітному полі під дією сили Лоренца відбувається відповідна зміна в обертовому русі електронів, що приводить до виникнення у всіх без винятку атомах і молекулах наведених магнітних моментів, спрямованих за законом Ленца завжди проти поля. Це явище носить назву діамagnetного ефекту. Таким чином, намагнічування діамagnetиків зводиться до появи у частинок лише наведених магнітних моментів, що приводить до ослаблення зовнішнього магнітного поля в діамagnetних речовинах.

При внесенні в магнітне поле парамагнетиків власні магнітні моменти атомів і молекул, які до цього мали зовсім хаотичний напрямок, частково орієнтуються в напрямку намагнічуючого поля. Це приводить до підсилення результуючого магнітного поля в парамагнітних речовинах. Розмагнічуюча дія наведених моментів спостерігається також і тут, але вона порівняно невелика.

Індукцію магнітного поля всередині речовини можна розглядати як суму:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' , \quad (1)$$

де $\vec{B}_0$ — індукція зовнішнього намагнічуючого поля;
 $\vec{B}'$ — індукція власного внутрішнього поля речовини.

Ступінь намагнічування речовини визначають вектором намагніченості, що дорівнює векторній сумі магнітних моментів всіх частинок речовини в одиниці об'єму:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}{V} . \quad (2)$$

У діа- і парамагнетиків вектор намагніченості прямо пропорційний напруженості магнітного поля $\vec{H}_0$:

$$\vec{P} = \kappa \vec{H}_0 \quad (3)$$

Коефіцієнт пропорційності κ називається магнітною сприйнятливістю речовини.

Вектори індукції $\vec{B}_0$ та $\vec{B}'$ зв'язані з $\vec{H}_0$ та $\vec{P}$ такими співвідношеннями:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0 ; \quad \vec{B}' = \mu_0 \vec{P} , \quad (4)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ — магнітна стала в системі СІ.

З врахуванням (3) та (4) векторна сума (1) приймає вигляд:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \kappa) \vec{H}_0 = \mu_0 \mu \vec{H}_0 . \quad (5)$$

Величину $\mu = 1 + \kappa$ називають відносною магнітною проникністю речовини.

Для діамагнетиків $\mu < 1$; $\kappa < 0$, а для парамагнетиків $\mu > 1$; $\kappa > 0$ і вони для цих речовин від напруженості зовнішнього намагнічуючого поля $\vec{H}_0$ практично не залежать. У речовин цих груп відносна магнітна проникність мало відрізняється від одиниці, а магнітна сприйнятливість — від нуля, тобто, $\mu \approx 1$; $\kappa \approx 0$

Серед парамагнетиків виділяється особлива група сильно магнітних

речовин - феромагнетиків (залізо, кобальт, нікель, їх сплави), які характеризуються дуже великою відносною магнітною проникністю (наприклад, для чистого заліза $\mu_{\max}=2,8 \cdot 10^5$), а також її залежністю від напруженості намагнічуючого поля та наявністю залишкової намагніченості.

Високі магнітні якості феромагнетиків обумовлені колективними властивостями великих груп атомів створювати області (домени) спонтанної намагніченості до насичення. Без поля полікристалічний зразок не проявляє намагніченості, так як магнітні моменти сусідніх доменів орієнтовані хаотично. В магнітному полі відбувається орієнтація магнітних моментів доменів в напрямку магнітних силових ліній. Але залежність індукції магнітного поля феромагнетика $\vec{B}$ від напруженості намагнічуючого поля не являється лінійною, так як магнітна проникність феромагнетиків μ в свою чергу залежить від $\vec{H}_0$ (див. рис.1).

Відомо, що індуктивність тороїда визначається за формулою:

$$L_x = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot S, \quad (6)$$

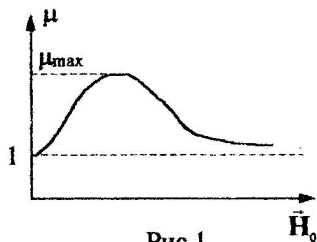


Рис.1

де N — повне число витків;

l — довжина середньої лінії тороїда ;

S — площа поперечного перерізу тороїда, обмежена його витками.

Як бачимо, в формулі (6) тільки μ залежить від $\vec{H}_0$, решта всі величини сталі. Таким чином, якщо відома індуктивність тороїда L_x і його характеристики N, l, S , то можна визначити μ .

Значення індуктивності L_x в роботі визначається з допомогою містка Максвелла, схема якого зображена на рис.2, де L_x і R_x — відповідно

індуктивність і омичний опір тороїда, осердя якого виготовлене з досліджуваного феромагнетика; L, R — відповідно індуктивність і омичний опір еталонної котушки; ІН — індикатор нуля, АВ — реохорд; l_1, l_2 — плечі реохорда.

Пересуваючи повзунок реохорда D , можна добитися такого положення, при якому струм через індикатор нуля відсутній. При цьому

$\Phi_A = \Phi_B$, тоді можна записати:

$$\Phi_D - \Phi_A = I_1 r_1;$$

$$\Phi_A - \Phi_E = I_1 \sqrt{R_x^2 + \omega^2 L_x^2};$$

$$\Phi_D - \Phi_B = I_2 r_2;$$

$$\Phi_B - \Phi_E = I_2 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Розв'язуючи одержану систему рівнянь при умові, що $\Phi_A = \Phi_B$ одержуємо:

$$\frac{\sqrt{R_x^2 + \omega^2 L_x^2}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Тут r_1 і r_2 опори ділянок AD і

DB реохорда, відношення яких правомірно замінено відношенням їх довжин. З останнього співвідношення знаходимо індуктивність тороїда:

$$L_x = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{l_1^2}{l_2^2} (R^2 + \omega^2 L^2) - R_x^2}, \quad (7)$$

значення якої треба підставити в формулу (6) для знаходження відносної магнітної проникності досліджуваного матеріалу осердя тороїда.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему (рис.2) і, після перевірки лаборантом, ввімкнути в мережу.

2. З'єднати з вимірювальною схемою містка Максвелла кінці першого тороїда і пересуваючи повзунок D реохорда добитися мінімальних розмірів індикаторної риски на ІН
3. Записати значення плеч реохорда l_1 і l_2 .
4. Перемикачем змінити величину напруги U і заміряти нові значення l_1 і l_2 .
5. Проробити вимірювання за пп. 2- 4 для другого і третього тороїдів.

Обробка результатів експерименту і їх аналіз

1. Взявши значення L, R, R_x , які вказані на відповідних елементах схеми, і враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$ ($\nu=50$ Гц) за формулою (7) вирахувати по два значення L_x для кожного тороїда.
2. Вирахувати за формулою (6) по два значення μ для кожного осердя. Число витків кожного тороїда N дається, а довжину середньої лінії l площу перерізу S вирахувати за вказаними геометричними розмірами.
3. Зробити аналіз одержаних результатів, пояснити відмінність значень μ для одного осердя.
4. Обчислити абсолютну і відносну похибки для будь-якого значення μ .

Контрольні запитання

1. Які явища відбуваються в речовині при її внесенні в магнітне поле?
2. Дайте визначення вектора намагніченості та як він зв'язаний з індукцією магнітного поля.
3. Поясніть фізичний зміст магнітної проникності речовини і її залежність від температури.
4. Які особливості магнітних властивостей феромагнетиків? Охарактеризуйте криву намагнічування.
5. Поясніть суть явища гістерезису.

Лабораторна робота №3- 8

Дослідження кривих намагнічування та петель гістерезису феромагнетиків з допомогою осцилографа

л.1. §§53, 59.2 §§20.5, 20.6, 20.7

Мета роботи: зняття кривих намагнічування різних феромагнетиків та вивчення особливостей їх петель гістерезису.

Прилади та матеріали: набір феромагнітних зразків з намотаними на них намагнічувальними та індикаторними котушками; осцилограф; реостат; конденсатор.

Теоретичні відомості

Особливий клас магнетиків складають феромагнетики, для яких характерна наявність областей спонтанного намагнічування, які називаються доменами. У межах кожного домену феромагнетик спонтанно намагнічений до насичення і має певний магнітний момент. Напрямки цих моментів для різних доменів різні, тому при відсутності зовнішнього магнітного поля результуючий момент всього тіла дорівнює нулеві. Розміри доменів складають біля кількох мікрометрів.

Попадаючи в магнітне поле, навіть відносно слабке, магнітні моменти доменів орієнтуються вздовж силових ліній і зразок намагнічується. Намагніченість феромагнетиків незрівнянно більша (до 10^7 разів) від намагніченості діа- і парамагнетиків.

Феромагнетикам властива важлива особливість, яка подібна до запам'ятовування, тобто стан феромагнетика залежить не тільки від напруженості магнітного поля в даний момент, але й від того, які зміни в магнітному полі були раніше.

Тому в загальному випадку індукція магнітного поля $\vec{B}$ феромагнетика є складною функцією напруженості поля $\vec{H}$.

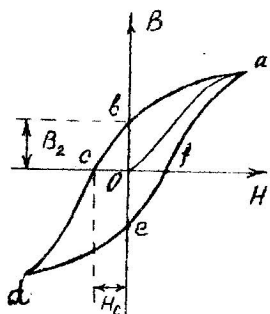


Рис. 1

Розглянемо цю залежність. Якщо повністю розмагнічений феромагнітний зразок внести в магнітне поле то при рівномірному збільшенні напруженості магнітного поля залежність $\vec{B}$ від $\vec{H}$ зображається дільницею oa (рис.1), яка носить назву основної кривої намагнічування. При подальшому збільшенні напруженості поля $\vec{H}$ ця крива переходить в лінійну залежність, так як намагніченість досягає насичення і залишається сталою, а $\vec{B}$ зростає тільки за рахунок збільшення $\vec{H}$, при зменшенні H до нуля крива розмагнічування не співпадає з кривою ao , а пройде значно вище- крива ab . Індукція $B_2=ob$ називається залишковою.

Для знищення залишкової намагніченості необхідно прикласти обернене поле напруженістю $H_c=oc$, яка називається коерцитивною силою.

При подальшому збільшенні оберненого поля знову досягається насичення. Якщо від точки насичення d зменшувати магнітне поле до нуля, а далі, змінивши напрямок $\vec{H}$, збільшувати поле, одержимо криву намагнічування $defa$. Замкнена крива $abcdefa$ носить назву петлі гістерезису. Явище гістерезису обумовлене доменною структурою феромагнетиків. Для середовища магнітне поле кількісно оцінюється відносною магнітною проникністю

$$\mu = \frac{B}{B_0} = \frac{B}{\mu_0 H}, \quad (1)$$

де B — індукція магнітного поля в речовині; B_0 — індукція зовнішнього поля (намагнічуючого).

У зв'язку з тим, що в феромагнетиках залежність B від H неоднозначна, поняття відносної магнітної проникності μ застосовується лише до основної кривої намагнічування і, як впливає з вигляду цієї кривої, в свою

чергу залежить від H .

Величини B , H , μ є основними характеристиками феромагнетиків. Якщо коерцитивна сила H_c велика, то феромагнетик називається жорстким, для нього характерна широка петля гістерезису. Феромагнетик з малою H_c (в нього відповідно вузька петля) називають м'яким.

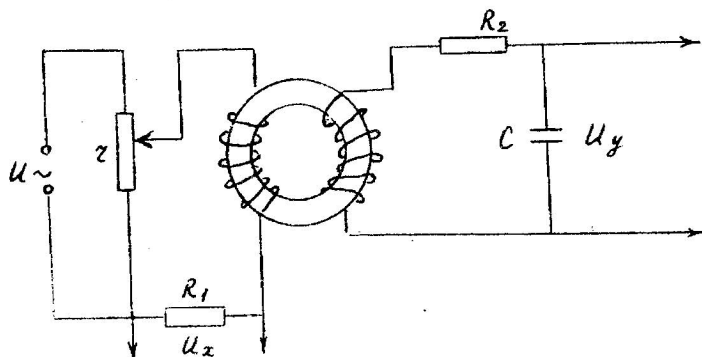


Рис. 2.

На рис.2. зображена схема для спостереження петлі гістерезису на екрані осцилографа, де осердям тороїда служить досліджуваний феромагнетик. Щоб одержати на екрані осцилографа петлю гістерезису, необхідно на горизонтальні відхиляючі пластини подати напругу U_x , яка пропорційна напруженості магнітного поля H досліджуваного зразка, а на вертикально відхиляючі пластини- напругу U_y , пропорційну векторові магнітної індукції B .

Доведемо виконання цих умов у даній схемі. Напруга U_x подається на осцилограф з опору R_1 , через який проходить струм I_1 , що живить первинну обмотку тороїда, який створює магнітне поле H для намагнічування зразка, а величина магнітного поля пропорційна струмові. Таким чином, напруга U_x пропорційна H .

Напруга U_y подається на осцилограф з конденсатора C , який заряджається завдяки ЕРС індукції, що виникає на вторинній обмотці

тороїда. Величина ж ЕРС індукції залежить від магнітного потоку, який визначається через вектор індукції магнітного поля. Таким чином, напруга U_y пропорційна магнітній індукції B .

Точні розрахунки дають такі співвідношення:

$$U_x = \frac{R_1 \cdot I_1}{N_1} \cdot H; \quad (2)$$

$$U_y = \frac{S N_2}{R_2 C I_2} \cdot B; \quad (3)$$

де N_1 — повне число витків первинної (намагнічуючої) обмотки;

l_1 — довжина первинної обмотки;

S — площа перерізу тороїда;

N_2 — повне число витків вторинної (індикаторної) обмотки;

l_2 — довжина вторинної обмотки;

C — ємність конденсатора.

Таким чином, на горизонтально відхиляючі пластини осцилографа подається напруга U_x , пропорційна H , а на вертикально відхиляючі — U_y пропорційна B . В результаті на екрані одержуємо петлю гістерезису $B=f(H)$.

За один період синусоїдальної зміни струму електронний промінь на екрані описує повну петлю гістерезису, а за кожний наступний період точно її повторює. Тому на екрані спостерігається нерухома петля. Збільшуючи потенціометром r напругу U_x , збільшуємо амплітуду H і одержуємо на екрані різні за своєю площею петлі гістерезису. Верхня точка кожної такої петлі (точка a на рис.1.) знаходиться на початковій (основній) кривій намагнічування. Тому для одержання основної кривої намагнічування (кривої oa на рис.1.) необхідно зняти з екрану осцилографа координати p_x і p_y вершин петель гістерезису при різних напругах U_x .

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Зняття основної кривої намагнічування.

1. Зібрати схему за рис. 2.
2. Ввімкнути осцилограф і вивести електронний промінь на центр координатної сітки.
3. Після перевірки схеми викладачем або лаборантом ввімкнути її в мережу.
4. За допомогою ручок “Підсилення по вертикалі”, “Підсилення по горизонталі” та потенціометром g добитися, щоб петля гістерезису мала ділянку насичення і займала значну частину екрану.
5. Визначити координати p_x і p_y вершини петлі (координата точки a на рис.1.)
6. Зменшити напругу за допомогою потенціометра g ; одержати ряд петель і для кожної з них записати координати вершин. Вимірювання проводити до тих пір, поки петля не стягнеться в точку.
7. Повторити пп 5, 6 для інших феромагнетиків.

Завдання 2. Одержання петлі гістерезису

1. Виконати вимоги згідно пунктів 1 — 4 “Завдання 1”.
2. Одержати координати 15—20 різних точок петлі в поділках координатної сітки екрана осцилографа.
3. Намалювати петлю на міліметровому папері, вибравши на осях x і y такий же масштаб, як і на координатній сітці осцилографа.

Контрольні запитання

1. Дайте пояснення явищам, які відбуваються в речовині при внесенні її в магнітне поле.
2. Подайте основи елементарної теорії діа— і парамагнетизму.
3. Назвіть основні особливості магнітних властивостей феромагнетиків.
4. В чому полягає суть явища гістерезису?

Лабораторна робота №3-9

Визначення точки Кюрі феромагнетика

л. 1. §59.2. §§20.6, 20.7

Мета роботи: набути навиків вимірювання температурної залежності намагніченості феромагнетика.

Прилади та матеріали: електрична піч; феромагнітний зразок; мікроамперметр; мілівольтметр; термopapa.

Теоретичні відомості

У загальному випадку вектор магнітної індукції в середовищі зв'язаний з напруженістю магнітного поля співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ — магнітна стала;

μ — відносна магнітна проникність середовища (для вакууму $\mu=1$)

Магнітна індукція в середовищі визначається магнітною індукцією в вакуумі $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ і намагніченістю середовища $\mu_0 \vec{J}$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad (2)$$

де $\vec{J} = \kappa \vec{H}$ — вектор намагнічування, рівний магнітному моменту одиниці об'єму речовини;

κ — магнітна сприйнятливість середовища.

Перепишемо (2):

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \kappa) \vec{H}. \quad (3)$$

При порівнянні (1) і (2) виходить, що

$$\mu = 1 + \kappa \quad (4)$$

Якщо $\chi < 0$; $\mu < 1$, то речовини називаються діамagnetиками. Речовини, для яких $\chi > 0$; $\mu > 1$, називаються пара магнетиками. Діа- і парамагнетики належать до класу слабомагнітних речовин, їх магнітна проникність близька до одиниці.

Речовини, які здатні сильно намагнічуватись називаються феромагнетиками.

Основні властивості діа-, пара- і феромагнетиків розглянуті в теоретичних відомостях до лабораторної роботи № 3-7. В даній лабораторній роботі вивчається залежність основних характеристик магнетиків від температури.

На основі класичних уявлень одержані такі формули для μ і χ в діамagnetиках:

$$\mu = 1 - \frac{\mu_0 n e^2}{6m} \cdot \sum_{k=1}^z \langle r_k^2 \rangle; \quad \chi = -\frac{\mu_0 n e^2}{6m} \cdot \sum_{k=1}^z \langle r_k^2 \rangle; \quad (5)$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд електрона;

$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг — маса електрона;

z — число електронів в атомі;

n — число атомів в одиниці об'єму;

$\langle r_k^2 \rangle$ — квадрат середньої відстані k -го електрона від ядра.

Квантово-механічна теорія феромагнетизму приводить до точно таких же висновків. Із (5) витікає, що μ і χ діамagnetиків не залежить від температури. Відмітимо також, що значення μ і χ розраховані за формулами (5), добре співпадають з експериментальними результатами.

Кюрі експериментально установив закон, згідно з яким залежність магнітної сприйнятливості парамагнетиків від температури визначається за формулою:

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (6)$$

де C — стала Кюрі;

T — абсолютна температура.

Класична теорія парамагнетизму була розвинена в 1905 році. Згідно цієї теорії:

$$\chi = \frac{\mu_0 n P_m^2}{3kT}; \quad \mu = 1 + \frac{\mu_0 n P_m^2}{3kT} \quad (7)$$

де k — стала Больцмана;

P_m — магнітний момент атома.

Із (7) і (6) слідує, що стала Кюрі

$$C = \frac{\mu_0 n P_m^2}{3k} \quad (8)$$

Слід відмітити, що формули (7) справедливі для не досить сильних полів ($\mu_0 B \ll kT$) і для дуже низьких температур. Значення μ і χ розраховані за формулами (7), в ряді випадків добре співпадають з експериментом. Квантова теорія парамагнетизму враховує, що можливі лише дискретні орієнтації P_m , відносно поля, однак і вони приводять до виразів, аналогічних (7).

Експериментально встановлено, що для кожного феромагнетика є відповідна температура T_c , при якій області спонтанного намагнічування (домени) руйнуються і речовина втрачає феромагнітні властивості. Ця температура називається точкою Кюрі. Для кожного феромагнетика вона має своє цілком визначене значення; наприклад, для заліза $T_c = 468^\circ\text{C}$, для нікелю $T_c = 365^\circ\text{C}$, тощо. При температурі, вищій за точку Кюрі, феромагнетик стає звичайним парамагнетиком, магнітна сприйнятливість пояснюється законом Кюрі-Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (9)$$

При охолодженні феромагнетика нижче температури Кюрі в ньому

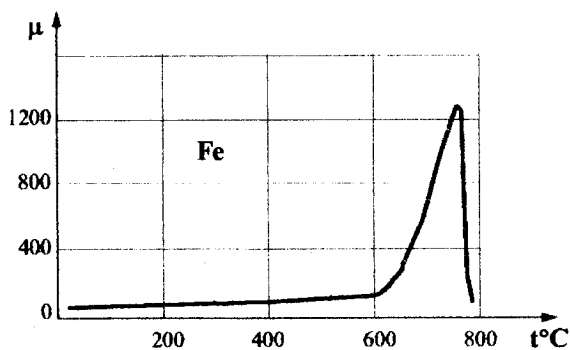


Рис.1.

знову виникають домени.

Кількісна теорія феромагнетизму була розвинута Вейсом в 1907 році. Ця теорія пояснює спонтанну

намагнічуваність, існування температури Кюрі і закон Кюрі-

Вейса. Якщо феромагнетик помістити в слабе магнітне поле, то близько точки Кюрі спостерігається різке зростання магнітної проникності (Рис.1.). Цей ефект був відкритий Гопкінсоном ще в 1889 році і спостерігався на моно- і полікристалах заліза і нікелю, а також у багатьох феромагнітних сплавах. Ефект Гопкінсона пояснюється легкістю намагнічування по мірі наближення до температури Кюрі, дякуючи різкому зменшенню магнітної анізотропії феромагнетика біля цієї температури. В безпосередній близькості від точки Кюрі μ різко падає. (Рис.1).

Для визначення точки Кюрі використовується установка, ескіз якої і принципова схема зображена на рис.2. На керамічну трубку, в середині якої розміщений феромагнітний зразок, намотаний ніхромовий провід, що являє собою електричну пічку і одночасно первинну обмотку трансформатора. Поки осердя зберігає свої магнітні властивості при проходженні по спіралі змінного струму, магнітне поле, що виникає в системі, велике і достатнє для виникнення ЕРС індукції у вторинній обмотці. Створюваний цією ЕРС струм фіксується мікроамперметром. Так як мікроамперметр тут магнітоелектричної системи, то послідовно до нього включений напівпровідниковий діод, або збирається випрямляч за містковою схемою.

При досягненні температури Кюрі магнітна проникність μ зразка різко падає, внаслідок чого також різко зменшується ЕРС індукції у вторинній обмотці, що відмічається мікроамперметром.

Причина такого зменшення ЕРС- є поява напруженості магнітного поля, яке створюється в осерді первинною обмоткою,

$$H = \frac{N_1}{l_1} I_1, \quad (10)$$

де N_1, l_1, I_1 — відповідно повне число витків, довжина і струм в первинній обмотці.

Магнітний потік через поперечний переріз осердя

$$\Phi = BS = \mu \mu_0 HS, \quad (11)$$

де S — площа поперечного перерізу осердя.

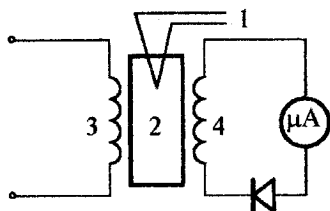
Підставивши в (11) значення H із (10) і помноживши одержаний вираз на N_2 , одержимо повний потік Φ_2 , скріплений з вторинною обмоткою:

$$\Phi_2 = \frac{S}{l_1} \mu \mu_0 N_1 N_2 I_1, \quad (12)$$

Величину $L_{2,1} = \frac{S}{l_1} \mu \mu_0 N_1 N_2$ називають взаємною індуктивністю. ЕРС у вторинній обмотці дорівнює

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{S}{l_1} \mu \mu_0 N_1 N_2 \left(\mu \frac{dI_1}{dt} + I_1 \frac{d\mu}{dt} \right) \quad (13)$$

Якщо температура нижче точки Кюрі, то $\mu \gg 1$ і $\frac{d\mu}{dt} \gg 1$, тому ЕРС і струм у вторинній обмотці великі і практично сталі. При температурі вище температури Кюрі феромагнетик переходить в парамагнетик і $\mu \approx 1$ і $\frac{d\mu}{dt} \approx 0$ — ЕРС вторинного кола різко падає, аналогічно зменшується і струм, який фіксується мікроамперметром.



1 — термопара; 2 — зразок; 3 — первинна обмотка; 4 — вторинна обмотка.

Рис.2.

Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути установку в мережу. З підвищенням температури через кожні 5°C знімати покази мікроамперметра.
2. Коли струм у вторинній обмотці почне зменшуватись, покази мікроамперметра знімати через кожні $2-3^{\circ}\text{C}$.
3. Вимірювання проводити до тих пір, поки струм вторинної обмотки не стане сталим.
4. На основі одержаних результатів побудувати графік залежності струму від температури $I_2 = f(t^{\circ})$.
5. Для визначення точки Кюрі із точки перегину графіка $I_2 = f(t^{\circ})$ опустити перпендикуляр на вісь температур t° . Абсциса точки перегину дає значення температури Кюрі.

Контрольні запитання

1. Яка існує класифікація різних видів магнетиків?
2. Як пояснити досить велике значення μ для феромагнетиків?
3. Що відбувається з феромагнетиком при досягненні температури Кюрі?
4. Як пояснити ефект Голкінсона?

Лабораторна робота № 3-10

Одержання кривої намагнічування і петлі гістерезису за допомогою магнітометра ІМІ-1

л. 1. §59. 2. §§20.6, 20.7

Мета роботи: набути навиків побудови кривої намагнічування феромагнітного зразка і петлі гістерезису.

Прилади та матеріали: феромагнітний зразок у вигляді прямокутного осердя з повітряним зазором; вимірювач магнітної індукції ІМІ-1; амперметр; потенціометр; джерело струму.

Теоретичні відомості

Якщо в магнітне поле, індукція якого $\vec{B}_0$ внести феромагнітний зразок, то він, намагнітившись, створить тим самим власне додаткове магнітне поле $\vec{B}'$. Накладаючись в зразку, ці два поля дають індукцію

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \mu \vec{B}_0. \quad (1)$$

Величина μ , яка визначає характер підсилення зовнішнього магнітного поля в феромагнітному зразку, називається відносною магнітною проникливістю.

Намагнічування речовини обумовлено тим, що атоми і молекули являють собою складні стаціонарні системи рухливих електронів (магнітними властивостями ядер нехтуємо, як несуттєвими).

Кожний електрон має власний (спіновий) магнітний момент, обумовлений його квантовою природою і орбітальний магнітний момент, пов'язаний з орбітальним рухом навколо ядра.

При накладанні орбітальних і спінових магнітних моментів може відбутись їх повна компенсація. Тоді результуючий магнітний момент

атома буде дорівнювати нулю. Якщо повної компенсації не відбувається, то атом буде мати деякий постійний магнітний момент.

Речовини, атоми і молекули яких не мають постійних магнітних моментів, називаються діамagnetиками.

Речовини, атоми і молекули яких проявляють деякі постійні магнітні моменти, можуть бути пара-, феро- або антиферомагнетиками. Це залежить від характеру взаємодії окремих атомів між собою.

Позначимо сумарний магнітний момент атома або молекули через $\vec{P}_{mi}$. Для визначення ступеня намагнічування речовини скористаємось вектором намагнічування, який дорівнює:

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{P}_{mi}}{V} \quad (2)$$

і визначає магнітний момент одиниці об'єму речовини.

Якщо на речовину не діє зовнішнє магнітне поле, то $\vec{J}=0$. При наявності зовнішнього магнітного поля

$$\vec{J} = \kappa \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad (3)$$

коефіцієнт пропорційності κ називається магнітною сприйнятливістю.

Вектор намагнічування $\vec{J}$ зв'язаний з внутрішнім магнітним полем магнетика співвідношенням:

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \frac{\kappa \vec{B}_0}{\mu_0} = \kappa \vec{B}_0 \quad (4)$$

Враховуючи, що $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{H}$, із рівнянь (1) і (4) знаходимо

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{H} + \kappa \mu_0 \vec{H} = (1 + \kappa) \mu_0 \vec{H} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (5)$$

де $\mu = 1 + \kappa$, $\vec{H}$ — вектор напруженості зовнішнього магнітного поля.

Не дивлячись на те, що магнітні моменти атомів діамagnetика дорівнюють нулю, при внесенні їх в зовнішнє магнітне поле в кожному з

них виникає магнітний момент $\vec{\Delta P}_{m,i}$, направлений проти вектора $\vec{H}$ зовнішнього магнітного поля. Тому індукція власного магнітного поля діаманетика $\vec{B}'$ направлена проти вектора $\vec{B}_0$, що приводить до послаблення зовнішнього магнітного поля.

Діамагнітні властивості характерні для будь-яких речовин.

При відсутності зовнішнього магнітного поля тепловий рух порушує орієнтацію магнітних моментів атомів парамагнетика, тому результуюча намагніченість $J=0$.

При внесенні парамагнетика в зовнішнє магнітне поле магнітні моменти атомів і молекул орієнтуються паралельно цьому полю, тобто вектори $\vec{B}_0$ і $\vec{B}'$ співпадають за напрямком. Утворені при цьому магнітні моменти $\vec{\Delta P}_{m,i}$ приводять до незначного підсилювання зовнішнього магнітного поля, так як у парамагнетиків $\vec{\Delta P}_{m,i} \ll \vec{P}_{m,i}$.

Таким чином, приходимо до висновку, що для діамагнітних речовин $\chi < 0$, $\mu < 1$. Для парамагнітних речовин $\chi > 0$, $\mu > 1$. В обох випадках μ і χ практично не залежать від величини намагнічуючого зовнішнього магнітного поля $\vec{B}_0$. При цьому μ мало відрізняється від одиниці.

Серед парамагнетиків досить різко виділяється феромагнітна група речовин. Атоми феромагнетиків мають магнітні моменти (природа їх спінова) при відсутності будь-якого зовнішнього магнітного поля. Головна особливість феромагнетиків - їх доменна структура. Домен - це область, в якій магнітні моменти всіх атомів розміщені паралельно (стан насичення). Структура розміщення доменів в феромагнітному зразку досить складна, а орієнтація магнітних моментів, повністю хаотична. Тому феромагнетик в цілому не намагнічений.

При внесенні феромагнетика у зовнішнє магнітне поле не відбувається орієнтація магнітних моментів окремих атомів і молекул, подібно до парамагнетика, а цілих областей спонтанної намагніченості (домен), що

приводить до утворення значного внутрішнього магнітного поля.

Крива залежності індукції внутрішнього магнітного поля в феромагнетик від величини напруженості зовнішнього магнітного поля називається кривою намагніченості.

При зміні величини H зовнішнього магнітного поля від H до $-H$ і навпаки, крива намагнічування феромагнетика має вигляд замкнутої кривої, яка називається петлею гістерезису.

Для одержання кривої намагнічування і петлі гістерезису використовується намагнічуюча котушка з розміщенням в ній феромагнітним осердям, яке має повітряний зазор (рис.1).

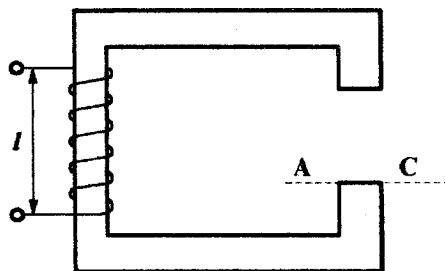


Рис. 1

Магнітне поле в феромагнітному зразку утворюється струмом I , який протікає по котушці.

Розглянемо характер зміни індукції магнітного поля на межі поділу двох середовищ феромагнетик-повітряний зазор.

Вектор $\vec{B}$ перетинає цю межу, не змінюючи свого напрямку. Виділимо на межі поділу циліндричну поверхню висотою h і площею основи S (рис.2).

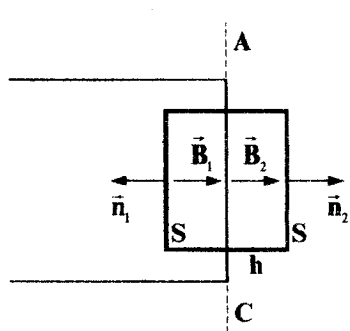


Рис. 2

Потік вектора $\vec{B}$ крізь поверхню площею S

$$\Phi = \vec{B}_1 S + \vec{B}_2 S = (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot \vec{S}, \quad (5)$$

де $\vec{B}_1$ — вектор індукції магнітного поля в феромагнетик;

$\vec{B}_2$ — вектор індукції магнітного поля в повітряному зазорі;

S — площа основи циліндра.

За теоремою Гаусса потік вектора магнітної індукції крізь замкнуту поверхню дорівнює нулеві. Прирівнявши до нуля (5) з урахуванням напрямку нормалей, одержуємо:

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 . \quad (6)$$

Напруженість магнітного поля в досліджуваному феромагнетикі

$$H = \frac{N}{l} \cdot I = nI , \quad (7)$$

де l — довжина намагнічуючої котушки.

Таким чином, залежність магнітної індукції в феромагнітному зразку від напруженості намагнічуючого поля

$$\vec{B}_1 = f(\vec{H})$$

можна замінити еквівалентною залежністю індукції $\vec{B}_2$ в повітряному зазорі від значення намагнічуючого струму I :

$$\vec{B}_2 = f(I) \quad (8)$$

Цю залежність можна одержати, вимірюючи струм в котушці амперметром, а індукцію магнітного поля в зазорі - вимірювачем магнітної індукції ІМІ-1.

ІМІ-1 складається із двох основних частин: зонда, який розміщується в зазорі феромагнетика, і контрольно-вимірювального пристрою. Контрольно-вимірювальний пристрій дає можливість установити в котушці зонда строго відповідний струм. В результаті взаємодії магнітного поля в осерді, з полем котушки з струмом зонда відбувається відхилення стрілки приладу, що дає можливість виміряти індукцію магнітного поля.

Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло згідно рис. 3.
2. Розмістити в повітряному зазорі магнітопроводу зонд ІМІ-1, відцентрувавши його за вказаними на зонді концентричними коловими

мітками.

3. Привести в робочий стан прилад ІМІ-1, користуючись інструкцією до приладу. При відсутності інструкції, операцію "привести в робочий стан" — виконує лаборант.
4. Якщо магнітне осердя намагнічене (стрілка приладу ІМІ-1 не на нулі), його слід розмагнітити, пропускаючи по намагнічуючій котушці струм певної величини і певного напрямку.

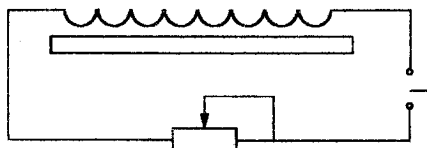


Рис.3.

5. Змінюючи струм в котушці від нуля до 1,6 А через кожні 0,2 А, одержати ряд значень індукції магнітного поля для побудови кривої намагнічування (ділянка *oa* на рис.4).

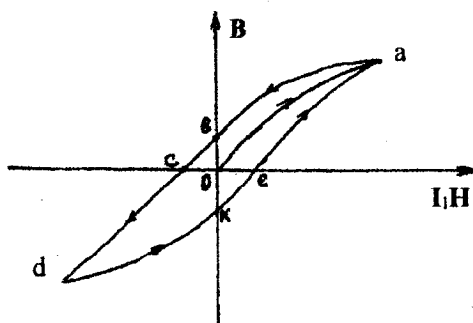


Рис.4.

6. Зменшувати струм в обмотці в тій же послідовності, але від 1,6 А до нуля і записати покази індукції магнітного поля для побудови ділянки петлі *ав*. Зафіксувати величину залишкової індукції магнітного поля *об*.
7. Змінити напрям струму в котушці на протилежний і довести феромагнітне осердя до повного розмагнічування (ділянка кривої *вс*). Зафіксувати величину цього струму, так як він відповідає коерцитивній

силі **ос**.

8. Вимикачем “Переполюсовка” змінити напрям струму в зонді. Шляхом збільшення величини струму в котушці до 1,6А зафіксувати величину індукції магнітного поля в феромагнітному осердді для побудови ділянки петлі **cd**.
9. Зменшувати струм через 0,2А від 1,6А до нуля, зафіксувати при цьому відповідні значення індукції магнітного поля для побудови ділянки петлі **dk**. Зафіксувати залишкову намагніченість феромагнітного зразка **ок**.
10. Змінити напрям струму в намагнічуючій котушці на протилежний і довести феромагнітне осердя до повного розмагнічування (ділянка кривої **ке**). Зафіксувати величину цього струму, так як він відповідає коерцитивній силі **ос**.
11. Вимикачем “Переполюсовка” змінити напрям струму в зонді. Шляхом збільшення величини струму в котушці до 1,6А зафіксувати величину індукції магнітного поля в феромагнітному осердді для побудови ділянки петлі **ea**.
12. Зменшити струм до нуля, а потім розмагнітити осердя, як це сказано в пункті (7).
13. На міліметровому папері побудувати криву намагнічування і петлю гістерезису, користуючись одержаними значеннями $B=f(I)$.
14. Проаналізувати одержані результати.

Контрольні запитання

1. Яка природа діа-і парамагнетизму?
2. Як намагнічується феромагнетик?
3. Які відмінності в намагнічуванні діа-, пара- і феромагнетиків?

ЗМІСТ

1. Вступ. Вимірювання фізичних величин.	3
2. Лабораторна робота №1-1. Дослідження прямолінійного руху в полі тяжіння за допомогою машини Атвуда	17
3. Лабораторна робота №1-2. Визначення прискорення вільного падіння з допомогою універсального маятника	22
4. Лабораторна робота №1-3. Вивчення центрального удару куль	31
5. Лабораторна робота №1-4. Визначення швидкості кулі з допомогою балістичного маятника	41
6. Лабораторна робота №1-5. Вивчення абсолютно пружного центрального удару куль з допомогою конденсаторного хронометра	44
7. Лабораторна робота №1-6. Визначення моментів інерції тіл з допомогою трифілярного підвісу	47
8. Лабораторна робота №1-7. Визначення моменту інерції маятника Обербека	53
9. Лабораторна робота №1-8. Визначення моментів інерції тіл методом крутильних коливань	57
10. Лабораторна робота №1-9. Балістичний крутильний маятник	67
11. Лабораторна робота №1-10. Визначення моментів інерції тіл на основі збереження енергії	76
12. Лабораторна робота №1-11. Маятник Максвелла	81
13. Лабораторна робота №1-12. Визначення кінематичних характеристик гіроскопа	89
14. Лабораторна робота №1-13. Визначення коефіцієнта тертя кочення	97
15. Лабораторна робота №1-14. Визначення коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса	104

16. Принцип дії і основні характеристики електровимірювальних приладів.....	109
17. Лабораторна робота №2-1. Дослідження електростатичного поля методом моделювання	118
18. Лабораторна робота №2-2. Вимірювання ємності конденсаторів.....	125
19. Лабораторна робота №2-3. Визначення відносної діелектричної проникності сегнетоелектриків.....	137
20. Лабораторна робота №2-4. Дослідження температурної залежності властивостей сегнетоелектриків та визначення точки Кюрі.....	142
21. Лабораторна робота №2-5. Визначення електрорушійної сили джерела струму.....	146
22. Лабораторна робота №2-6. Вимірювання електричних опорів і вивчення залежності опору металу від температури.....	153
23. Лабораторна робота №2-7. Вивчення законів постійного струму.....	161
24. Лабораторна робота №2-8. Вивчення законів Кірхгофа для розгалужених електричних кіл.....	164
25. Лабораторна робота №2-9. Зміна чутливості електровимірювальних приладів.....	168
26. Лабораторна робота №2-10. Експериментальне визначення термо-е.р.с. термопари.....	172
27. Лабораторна робота №2-11. Вивчення явища термоелектронної емісії.....	176
28. Лабораторна робота №3-1. Визначення індукції магнітного поля за допомогою балістичного гальванометра	182
29. Лабораторна робота №3-2. Визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі.....	186

30.Лабораторна робота №3-3. Визначення питомого заряду електрона методом магнітного фокусування	193
31.Лабораторна робота №3-4. Визначення напруженості магнітного поля на осі соленоїда	200
32.Лабораторна робота №3-5. Визначення індуктивності соленоїда	205
33.Лабораторна робота №3-6. Вивчення явища взаємної індукції.....	211
34.Лабораторна робота №3-7. Визначення відносної магнітної проникності магнетиків з допомогою містка Максвелла	216
35.Лабораторна робота №3-8. Дослідження кривих намагнічування та петель гістерезису феромагнетиків з допомогою осцилографа	219
36.Лабораторна робота №3-9. Визначення точки Кюрі феромагнетика	227
37.Лабораторна робота №3-10. Одержання кривої намагнічування і петлі гістерезису за допомогою магнітометра ІМІ-1.....	233
38.Зміст.....	240
39.Література	243

Література

40. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1, 2. М: Наука: 1977.
41. Яворский Б.М. и др. Курс физики. Т. 1, 2. М: Наука: 1977.
42. Н.М.Таченко, Е.Л. Страшевский и др. Методические указания по организации и контролю самостоятельной работы в лабораторном практикуме по физике. Ч.1. Винница: ВПИ: 1988.
43. О.А.Мисюра, Е.Л.Страшевский и др. Методические указания к организации самостоятельной работы студентов в лабораторном практикуме по физике. Ч.1.Разд. 2. Винница: ВПИ: 1987.
44. И.Г.Мельник, Н.М.Таченко и др. Методические указания к лабораторному практикуму по курсу общей физики. Ч.2. Винница: ВПИ; 1987.
45. А.М.Тхоривский, С.Г.Авдеев, С.И.Резник. Методические указания к лабораторному практикуму по курсу общей физики. Ч. 1. Разд.1. Винница: ВПИ: 1986 .
46. А.М.Тхоривский, С.Г.Авдеев, С.И.Резник. Методические указания к лабораторному практикуму по курсу общей физики. Ч.1. Разд. 2. Винница: ВПИ: 1987.
47. Лабораторный практикум по физике. Под ред. К.А. Барсукова и Ю.И.Уханова. Москва: 1988.

Навчальне видання

Сергій Григорович Авдєєв
Лабораторний практикум з фізики

частина I
(механіка, електрика, електромагнетизм)

Навчальний посібник

Редактор В.О.Дружиніна

Ум. др. арк. 15.

Тир. 100 прим.

ВДТУ, 286021, м.Вінниця, Хмельницьке шосе, 95

ISBN 5 - 7763 - 9166 - 0