Міністерство освіти України
Інститут змісту і методів навчання
Вінницький державний технічний університет

С.Г.Авдєєв

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

ЧАСТИНА 2

(коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика)

Міністерство освіти України

Інститут змісту і методів навчання

Вінницький державний технічний університет

ISBN 5 - 7763 - 8728 - 0

С.Г.Авдєєв

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

ЧАСТИНА 2

(коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика)

Навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів

Рекомендовано Міністерством освіти України

Вінниця ВДТУ 1998

УДК 530.1(075.8)

Авдєєв С.Г. Збірник задач з фізики. Частина 2, (коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика);
Навчальний посібник /В.:ВДТУ, 1998. - 150 с. Укр. мовою/.

Посібник охоплює розділи "Коливання і хвилі" і "Хвильова та квантова оптика", які традиційно викладаються в одному семестрі. Кожен розділ супроводжується невеликими теоретичними викладками у вигляді законів і формул, а також прикладами розв'язування задач.

Посібник складено у відповідності з діючою програмою для технічних вузів і передбачає можливість широкого залучення студентів до творчої самостійної роботи при плануванні і проведенні викладачами практичних занять.

Іл. 18. Табл. 4.Бібліогр.: 11 назв.

Рецензенти: П.М. Зузяк, доктор ф.м.н., професор
О.Г. Бунтар, доктор ф.м.н., професор

ISBN 5 - 7763 - 8728 - 0

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Основні формули

1. Зміщення, швидкість і прискорення матеріальної точки при гармонічних коливаннях визначаються рівняннями:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x,$$

де A - амплітуда коливань, ω - циклічна частота, φ_0 - початкова фаза коливань.

2. Зв'язок циклічної частоти ω з періодом коливань T і частотою ν:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

3. Сила, яка діє на тіло при вільних гармонічних коливаннях (квазіпружна сила):

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx,$$

де $k = m\omega^2$ - коефіцієнт квазіпружної сили, який вимірюється силою, що викликає зміщення $x = 1$.

4. Кінетична, потенціальна і повна енергії гармонічних коливань матеріальної точки:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

$$\Pi = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0),$$

$$W = K + \Pi = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{m\omega^2A^2}{2}.$$

5. Диференціальні рівняння [illegible] коливань

а) математичний маятник

$$\ddot{x} + \frac{g}{l}\cdot x = 0, \text{ де } \omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \text{звідки } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$$

б) пружинний маятник

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\cdot x = 0, \text{ де } \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \text{звідки } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

в) фізичний маятник

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{I}\cdot \alpha = 0, \text{ де } \omega_0^2 = \frac{mgl}{I}, \quad \text{звідки } T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}},$$

де I - момент інерції маятника відносно осі коливань; l - відстань від осі коливань до центра мас маятника.

При відсутності опору середовища циклічна частота коливань ω називається власною циклічною частотою і позначається через ω_0.

6. При додаванні двох однаково напрямлених гармонічних коливань однакового періоду одержуємо гармонічне коливання того ж періоду, амплітуда якого A і початкова фаза φ_0 визначаються рівняннями:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$tq\ \varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2},$$

де A_1 і A_2 - амплітуди коливань, що складаються; φ_1 і φ_2 - початкові фази цих коливань.

7. При додаванні двох однаково напрямлених гармонічних коливань однакової амплітуди і близьких частот ($\omega_1 \approx \omega_2$) одержуємо биття, яке описується рівнянням:

$$x = \left|2A \cdot \cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right| \cos\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t ,$$

де $\left|2A \cdot \cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right|$ - амплітуда биття.

Періодичність зміни амплітуди визначається періодичністю зміни модуля косинуса, тому період биття дорівнює:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} T_б = \pi , \text{ звідки } T_б = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} .$$

8. При додаванні двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань з однаковою частотою в напрямі координатних осей x і y матимемо рівняння траєкторії результуючого руху матеріальної точки:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1),$$

де A_1 і A_2 - амплітуди коливань, що складаються; φ_2 і φ_1 - різниця фаз цих коливань.

9. Диференціальне рівняння затухаючих коливань :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0, \quad \text{або} \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де $\beta = \frac{r}{2m}$ - коефіцієнт затухання; r - коефіцієнт опору середовища; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ - власна циклічна частота коливань.

10. Загальний розв'язок диференціального рівняння для затухаючих коливань має вигляд:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де $A_0e^{-\beta t}$ - амплітуда затухаючих коливань; ω - циклічна частота затухаючих коливань.

11. Швидкість зменшення амплітуди затухаючих коливань характеризують логарифмічним декрементом затухання

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T,$$

де λ - логарифмічний декремент затухання; β - коефіцієнт затухання; T - період затухаючих коливань.

12. Циклічна частота затухаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \text{ або } \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}.$$

13. Період затухаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ або } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}.$$

14. Добротність коливальних систем

$$\theta = 2\pi \frac{W_t}{\Delta W_{(t+T)}}, \text{ або } \theta = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega_0}{2\beta},$$

де W_t - повна енергія, яку має коливальна система на момент часу t; $\Delta W_{(t+T)}$ - втрати енергії коливальної системи за один період; λ - логарифмічний декремент затухання; β - коефіцієнт затухання; ω_0 - власна частота коливань; T - період затухаючих коливань (при малих затуханнях $T \approx T_0$).

15. Диференціальне рівняння вимушених коливань

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t,$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t\,.$$

де F_0 - змушувальна сила; ω - циклічна частота вимушених коливань.

16. Загальний розв'язок диференціального рівняння вимушених коливань, які протягом певного часу встановлюються під дією змушувальної сили має вигляд:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha)$$

де A - амплітуда вимушених коливань; α - зсув за фазою вимушених коливань і змушувальної сили.

17. Амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}},$$

де $f_0 = \dfrac{F_0}{m}$; ω_0 - власна частота коливань системи; ω - циклічна частота змушувальної сили.

18. Зсув фази вимушених коливань:

$$\mathrm{tg}\alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

19. Резонансна частота і резонансна амплітуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\,;$$

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Приклади розв'язування задач

ПРИКЛАД 1. Частинка здійснює гармонічні коливання вздовж осі x біля положення рівноваги $x = 0$. Циклічна частота коливань $\omega = 4\ с^{-1}$. В момент часу $t = 0$ координати частинки $x_0 = 25.0$ см, а її швидкість $\dot{x}_0 = 100$ см/с. Знайти координату x і швидкість $\dot{x}$ цієї частинки через $t = 2.40$ с.

Дано:

$\omega = 4\ c^{-1}$

$x_0 = 25.0$ *см*

$\dot{x}_0 = 100.0$ *см/с*

$t = 2.40$ *с*

$x = ?\quad \dot{x} = ?$

Розв'язування: Рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi). \tag{1}$$

Швидкість частинки в довільний момент часу дорівнює:

$$\dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi). \tag{2}$$

В початковий момент часу $t = 0$ величини x і $\dot{x}$ відповідно дорівнюють x_0 і $\dot{x}_0$:

$$x_0 = A\cos\varphi \qquad \text{і} \qquad \dot{x}_0 = -A\omega\sin\varphi. \tag{3}$$

Розв'язавши систему рівнянь (3), одержимо значення амплітуди коливань і початкової фази:

$$\frac{x_0^2}{A^2} + \frac{\dot{x}_0^2}{A^2 \cdot \omega^2} = 1, \quad \text{звідки} \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega^2}};$$

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A}, \qquad \text{звідки} \quad \varphi = \arccos\frac{x_0}{A}.$$

Числові значення амплітуди і початкової фази в одиницях умови задачі

$$A = \sqrt{625 + \frac{10^4}{16}} = 35.5 \text{ см},$$

$$\varphi = \arccos \frac{25}{35.5} = \frac{\pi}{4}.$$

Скориставшись значеннями амплітуди коливань і початкової фази, знаходимо координату x і швидкість $\dot{x}$ в момент часу t:

$$x = 35.5 \cos(4 \cdot 2.40 + \pi/4) = -20.2 \text{ (см)},$$

$$\dot{x} = -35.5 \cdot 4 \sin(4 \cdot 2.40 + \pi/4) = 115.7 \text{ (см/с)},$$

Відповідь: $x = -20.2$ см; $\dot{x} = 115.7$ см/с.

ПРИКЛАД 2. В результаті додавання двох гармонічних коливань однакового напрямку і близьких частот одержали результуюче рівняння:

$$x = a \cos 2.1\,t \cos 50.0\,t \text{ (см)}.$$

Визначити циклічні частоти коливань, які додаються, і період биття.

Розв'язування: Відомо, що при додаванні двох гармонічних коливань з близькими частотами ω_1 і ω_2 рівняння результуючого руху має вигляд:

$$x = \left| a \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right| \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t.$$

Порівнюючи це рівняння і рівняння умови задачі, маємо

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = 2.1 \text{ с}^{-1} \quad \text{і} \quad \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} = 50.0 \text{ с}^{-1},$$

Звідки $\omega_1 = 47.9\ c^{-1}$; $\omega_2 = 52.1\ c^{-1}$.

Періодичність зміни амплітуди $\left|a\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right|$ визначається періодичністю зміни модуля косинуса:

$$\frac{\omega_2-\omega_1}{2}T_б = \pi ,$$

де $T_б$ - період биття.

Знаходимо період биття

$$T_б = \frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1} = \frac{6.28}{52.1-47.9} = 1.49\ (c).$$

<u>*Відповідь:*</u> $\omega_1 = 47.9\ c^{-1}$; $\omega_2 = 52.1\ c^{-1}$; $T_б = 1.49$ с.

<u>*ПРИКЛАД 3.*</u> Рівняння руху частинки мають вигляд:

$$x = a\sin\omega t; \quad (1) \qquad y = b\cos\omega t, \quad (2)$$

де a і b - амплітуди коливань частинки вздовж координатних осей x і y.

Знайти:

а) рівняння траєкторії частинки y(x) і напрям її руху вздовж цієї траєкторії;

б) прискорення $\vec{w}$ в залежності від напряму радіуса вектора $\vec{r}$.

<u>*Розв'язування:*</u> Рівняння траєкторії частинки одержимо, якщо рівняння (1) і (2) записати в такому вигляді:

$$\sin \omega t = \frac{x}{a}, \quad \cos \omega t = \frac{y}{b}.$$

Піднесемо до квадрату:

$$\frac{x^2}{a^2} = \sin^2 \omega t; \qquad \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \omega t.$$

Додавши ці рівняння одержимо:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{- еліпс}.$$

Будуємо цю траєктрію в декартовій системі координат (рис.1):

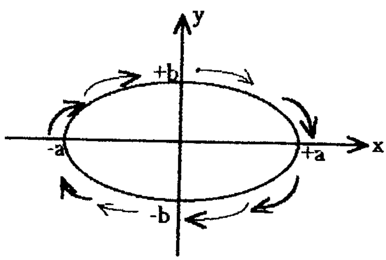

Рис.1.

Аналізуючи рівняння (1) і (2) в різні моменти часу, знаходимо, напрям руху частинки вздовж траєкторії

а) при $t = 0$, $x = 0$ і $y = b$ - початок руху ;

б) при $t = T/4$, $x = a$ і $y = 0$ - наступна точка;

в) при $t = T/2$, $x = 0$ і $y = -b$ і т.п.

Результуюче прискорення руху частинки визначаємо із відповідних прискорень руху вздовж осей x і y

$$\dot{x} = a\,\omega \cos \omega t; \qquad \ddot{x} = -\,a\,\omega^2 \sin \omega t = -\,\omega^2 x;$$

$$\dot{y} = - b\,\omega \sin \omega t; \qquad \ddot{y} = - b\omega^2 \cos \omega t = - \omega^2 y;$$

$$\vec{w} = \vec{\ddot{x}} + \vec{\ddot{y}}.$$

Модуль вектора $\vec{w}$ дорівнює

$$w = \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} = \omega^2 r ,$$

де $\sqrt{x^2 + y^2}$ - модуль радіуса-вектора частинки в довільний момент часу.

Радіус-вектор частинки $\vec{r}$ завжди напрямлений від початку координат до положення точки на траєкторії. Вектор результуючого прискорення $\vec{w}$ завжди напрямлений від положення частинки на траєкторії руху до початку координат, тобто

$$\vec{w} = -\omega^2 \vec{r} .$$

ПРИКЛАД 4. Однорідний стержень поклали на два блоки, які швидко обертаються, як це показано на рис.2. Відстань між осями блоків l = 20 см, коефіцієнт тертя ковзання між стержнем і блоками k = 0.18. Показати, що стержень буде здійснювати гармонічні коливання. Знайти період цих коливань.

Дано:
l = 20 см
k = 0.18

T - ?

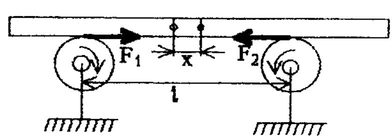

Рис.2

Розв'язування: При зміщенні стержня вліво на величину x від положення рівноваги сили тертя F_1 і F_2, які виникають між стержнем і блоками дорівнюють

$$F_1 = \left(\frac{1}{2} + x\right)\rho g S k \qquad \text{і} \qquad F_2 = \left(\frac{1}{2} - x\right)\rho g S k ,$$

де ρ - густина матеріалу стержня; S - переріз стержня; k - коефіцієнт тертя ковзання.

Повертаюча сила, яка виникне в цьому випадку, буде дорівнювати:

$$F = -(F_1 - F_2) = -2\rho g S k x. \tag{1}$$

За другим законом Ньютона ця ж сила дорівнює:

$$F = m\ddot{x}. \tag{2}$$

Порівнюючи праві частини рівностей (1) і (2), маємо

$$m\ddot{x} + 2\rho g S k x = 0.$$

Або

$$\ddot{x} + \frac{2\rho g S k}{m} x = 0. \tag{3}$$

Одержане диференціальне рівняння (3) є рівнянням гармонічних коливань. Циклічна частота цих коливань визначається співвідношенням:

$$\omega^2 = \frac{2\rho g S k}{m} ,$$

звідки

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2\rho g S k}} ,$$

або врахувавши те, що $m = \rho l S$, одержимо:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2gk}}\ .$$

Підставимо числові значення:

$$T = 6.28 \cdot \sqrt{\frac{0.2}{2 \cdot 9.8 \cdot 0.18}} = 1.5\ (c)\ .$$

Відповідь: T = 1.5 с.

ПРИКЛАД 5. Фізичний маятник у вигляді тонкого прямого стержня довжиною 120 см коливається біля горизонтальної осі, яка проходить перпендикулярно до стержня через точку, віддалену на деяку відстань а від центра мас стержня. При якому значенні a_e період коливань буде мати найменше значення? Знайти величину цього періоду ?

Дано:

$l = 120$ *см*

---

a_e - ?

T_{min} - ?

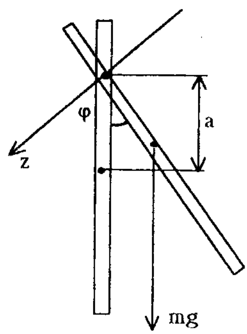

Рис.3.

Розв'язування: Відведений від положення рівноваги стержень буде здійснювати коливання відносно закріпленої осі, яка співпадає з віссю Z (рис.3). Покажемо, що при малих кутах відхилення ($\varphi < 7°$), ці коливання будуть гармонічними. В будь-який момент часу на стержень діють дві сили, сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори. Однак, повертаючий момент створюється лише силою тяжіння.

$$M = -mga \sin \varphi, \qquad (1)$$

де a - відстань від осі обертання до центра мас стержня; φ - кут відхилення стержня від положення рівноваги.

Для малих кутів $\sin\varphi = \varphi$, а напрям вектора $\vec{M}$ протилежний напрямку осі Z, тому

$$M_z = -mga\,\varphi. \qquad (2)$$

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху цей момент дорівнює:

$$M_z = I\,\frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (3)$$

Прирівняємо праві частини рівностей (2) і (3):

$$I\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} + mga\,\varphi = 0.$$

Звідки одержуємо:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mga}{I}\,\varphi = 0. \qquad (4)$$

Рівняння (4) є диференціальним рівнянням гармонічних коливань, квадрат циклічної частоти яких дорівнює:

$$\omega^2 = \frac{mga}{I}, \qquad (5)$$

де I - момент інерції стержня відносно вісі обертання; a - відстань від точки підвісу до центра мас.

Момент інерції стержня знайдемо за теоремою Штейнера, згідно з якою:

$$I = I_0 + m\,a^2,$$

де $I_0 = \frac{1}{12} ml^2$ - момент інерції стержня відносно осі, яка проходить через центр мас стержня. Тому

$$I = \frac{1}{12} m l^2 + ma^2 . \tag{6}$$

Підставимо (6) в (5) і визначимо період коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{ga}} . \tag{7}$$

Для визначення екстремальної відстані a_e від центра мас до точки підвісу, похідну по а підкореневого виразу формули (7) прирівняємо до нуля:

$$\left[\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{ga}\right]' = 0 , \qquad \frac{2a^2 g - \left(\frac{l^2}{12} + a^2\right) g}{g^2 a^2} = 0 .$$

Звідки

$$2\, a^2 - \frac{l^2}{12} - a^2 = 0;$$

$$a_e = \pm \frac{l}{\sqrt{12}} . \tag{8}$$

$a_e = \pm$ 0.34 (м).

Величину a_e з (8) підставимо в (7) і знайдемо значення найменшого періоду коливань фізичного маятника:

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + \frac{l^2}{12}}{g \frac{l}{\sqrt{12}}}} = 1.67 \text{ (с)}.$$

Відповідь: a_e = 34 см; T_{min} = 1.67 с.

ПРИКЛАД 6. Кулька масою m і радіусом r котиться без ковзання по внутрішній поверхні циліндра радіусом R, виконуючи малі коливання біля положення рівноваги. Визначити період коливань кульки.

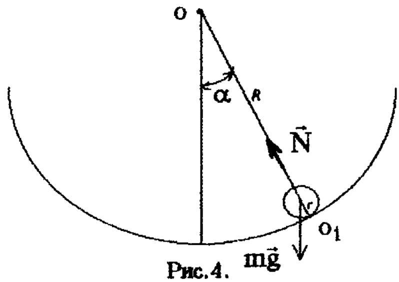

Рис.4.

Розв'язування: На відведену від положення рівноваги кульку діють дві сили, сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори з точкою прикладання o_1. Повертаючий момент відносно миттєвої точки o_1 створюється лише силою тяжіння (рис.4.):

$$M = -mgr\sin\alpha, \qquad (1)$$

де $m\vec{g}$ - сила тяжіння; r - радіус кульки; α - кут відхилення радіуса - вектора кульки від положення рівноваги.

У випадку, коли кут $\alpha < 7°$, $\sin\alpha = \alpha$. В цьому випадку

$$M = -mgr\alpha\ , \qquad (2)$$

За основним рівнянням динаміки обертального руху момент сили тяжіння дорівнює

$$M = I\beta, \qquad (3)$$

де I - момент інерції кульки відносно миттєвої вісі, яка проходить через точку o_1 ; β - кутове прискорення кульки відносно точки o_1.

Прирівняємо праві частини рівностей (2) і (3):

$$I\,\beta + mgr\,\alpha = 0\,. \qquad (4)$$

Момент інерції кульки відносно миттєвої осі знаходимо за теоремою Штейнера:

$$I = \frac{2}{5}\,mr^2 + mr^2 = \frac{7}{5}\,mr^2\,. \qquad (5)$$

Кутове прискорення кульки β можна визначити через дотичне прискорення a_τ і радіус кульки r:

$$a_\tau = \beta\, r\,. \qquad (6)$$

Дотичне прискорення a_τ також можна визначити по відношенню до точки о циліндра:

$$a_\tau = \varepsilon\,(R - r)\,, \qquad (7)$$

де ε - кутове прискорення кульки відносно точки о, яке пов'язане із зміною кута повороту α за часом ($\varepsilon = \ddot{\alpha}$); (R - r) - відстань від точки о до центра мас кульки.

Прирівняємо праві частини рівностей (6) і (7) і визначимо β:

$$\beta = \frac{\varepsilon(R - r)}{r}\,. \qquad (8)$$

Значення I з (5) і β з (8) підставимо в (4):

$$\frac{7}{5}\,mr^2\,\frac{\varepsilon(R - r)}{r} + mgr\,\alpha = 0\,.$$

Звідки

$$\ddot{\alpha} + \frac{5}{7}\frac{g}{R - r}\,\alpha = 0\,. \qquad (9)$$

Диференціальне рівняння (9) є рівнянням гармонічних коливань. Циклічна частота цих коливань дорівнює

$$\omega = \sqrt{\frac{5}{7} \cdot \frac{g}{R - r}} .$$

Отже період коливань кульки:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{7(R - r)}{5g}} .$$

ПРИКЛАД 7. Тіло масою 1 кг знаходиться у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору r = 0.05 кг/с. З допомогою двох однакових пружин жорсткістю k = 50 Н/м кожне тіло утримується в положенні рівноваги, пружини при цьому не деформовані. Тіло змістили від положення рівноваги, як це показано на рис.5, і відпустили. Визначити:

1) коефіцієнт затухання β; 2) частоту ν коливань ; 3) логарифмічний декремент коливань λ; 4) число N коливань за час, протягом якого амплітуда коливань зменшиться в e разів; 5) добротність коливної системи.

Дано:

m = 1 кг

r = 0.05 кг/с

k = 50 Н/м

β - ? ν - ? λ - ?

N - ? θ - ?

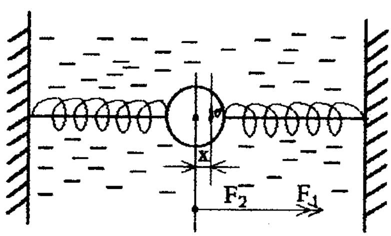

Рис.5.

Аналіз задачі. На відведене від положення рівноваги тіло (рис.5) діють дві однакові сили $F_1 = F_2 = -kx$, які направлені в один бік. Повертаюча сила в цьому випадку дорівнює:

$$F_n = -2kx. \tag{1}$$

При русі тіла у в'язкому середовищі з боку останнього виникає сила опору, яка пропорційна швидкості руху тіла:

$$F_0 = -r\,\dot{x}. \tag{2}$$

Інших сил в напрямі руху тіла при здійсненні коливань не існує. За другим законом Ньютона результуюча цих двох сил призводить до виникнення прискорення, тобто можна записати:

$$m\,\ddot{x} = -r\dot{x} - 2kx. \tag{3}$$

Рівняння (3) можна перетворити:

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{2k}{m}x = 0, \tag{4}$$

де $\frac{r}{m} = 2\beta$, β - коефіцієнт затухання; $\frac{2k}{m} = \omega_0^2$, ω_0 - власна циклічна частота.

З урахуванням позначень рівняння (4) набуде вигляду:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \tag{5}$$

Рівняння (5) є диференціальним рівнянням затухаючих коливань, розв'язком якого є функція:

$$x = A_0\, e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \tag{6}$$

__Розв'язування:__ а) Коефіцієнт затухання дорівнює

$$\beta = \frac{r}{2m} = \frac{0.05}{2 \cdot 1} = 0.025\ c^{-1}.$$

б) Частоту коливань ν знайдемо за формулою:

$$\nu = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 50}{1} - \frac{25 \cdot 10^{-4}}{4}}}{6.28} = 1.59\ c^{-1}.$$

в) Логарифмічний декремент затухання дорівнює

$$\lambda = \ln \frac{A_0 \cdot e^{-\beta t}}{A_0 \cdot e^{-\beta(t+T)}} = \beta T = \frac{\beta}{\nu} = \frac{0.025}{1.59} = 0.0157.$$

г) Число коливань, які будуть здійснені коливною системою за час τ, протягом якого амплітуда зменшиться в е разів:

$$N = \frac{\tau}{T},$$

де τ - час, за який амплітуда зменшується в е разів; T - період затухаючих коливань.

Спочатку знайдемо час τ

$$1 = \ln \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+\tau)}} = \beta\tau,$$

звідки

$$\tau = \frac{1}{\beta}.$$

Тоді

$$N = \frac{1}{\beta \cdot T} = \frac{\nu}{\beta} = \frac{1.59}{0.025} = 64.$$

д) Добротність коливної системи

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{3.14}{0.0157} = 200.$$

__Відповідь:__ $\nu = 1.59\ c^{-1}$; $\lambda = 0.0157$; $N = 64$; $\theta = 200$.

ПРИКЛАД 8. Частинку змістили від положення рівноваги на відстань A_0 = 1 см і відпустили. Який шлях пройде ця частинка, здійснюючи затухаючі коливання, до повної зупинки, якщо логарифмічний декремент затухання $\lambda = 0.01$?

Розв'язування: Зміщена від положення рівноваги частинка за першу чверть періоду, після того, як її відпустили, пройде шлях $S_1 = A_0$. За кожну наступну половину періоду частинка буде проходити відповідно шляхи

$$S_2 = 2A_0\, e^{-\beta\frac{T}{2}};\ S_3 = 2A_0\, e^{-2\beta\frac{T}{2}};\ S_4 = 2\,A_0\cdot e^{-3\beta\frac{T}{2}}\ \text{і т.п.}$$

Весь шлях руху частинки буде дорівнювати

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n.$$

Або

$$S = A_0 + 2A_0\, e^{-\beta\frac{T}{2}} + 2A_0\, e^{-2\beta\frac{T}{2}} + 2A_0\, e^{-3\beta\frac{T}{2}} + \ldots + 2A_0\, e^{-n\beta\frac{T}{2}}.$$

Після спрощення одержимо

$$S = A_0\cdot\left[1 + 2\left(e^{-\beta\frac{T}{2}} + e^{-2\beta\frac{T}{2}} + e^{-3\beta\frac{T}{2}} + \ldots + e^{-n\beta\frac{T}{2}}\right)\right].$$

В круглих дужках безмежно спадна геометрична прогресія, сума членів якої визначається формулою

$$S_n = \frac{a_1}{1-q},$$

де $a_1 = e^{-\beta\frac{T}{2}}$ - перший член геометричної прогресії; $q = e^{-\beta\frac{T}{2}}$ - знаменник прогресії.

Тому

$$S = A_0 \cdot \left[1 + 2 \cdot \frac{e^{-\beta\frac{T}{2}}}{1 - e^{-\beta\frac{T}{2}}}\right] = A_0 \cdot \frac{1 + e^{-\beta\frac{T}{2}}}{1 - e^{-\beta\frac{T}{2}}} \ .$$

Врахувавши те, що $\beta T = \lambda$, одержимо

$$S = 0.01 \cdot \frac{1 + e^{-\frac{0.01}{2}}}{1 - e^{-\frac{0.01}{2}}} = 4 \text{ (м)}.$$

Відповідь: $S = 4$ м.

ПРИКЛАД 9. До спіральної пружини жорсткістю 10 Н/м підвісили тягарець масою 10 г і занурили всю систему у в'язке середовище. Прийнявши коефіцієнт опору середовища рівним 0.1 кг/с, визначити: а) резонансну частоту ν_0 власних коливань; б) резонансну частоту $\nu_{рез}$; в) резонансну амплітуду $A_{рез}$, якщо змушуюча сила змінюється за гармонічним законом і її амплітудне значення F_0 = 0.02 Н; г) відношення резонансної амплітуди до статичного зміщення під дією сили F_0.

Аналіз теорії задачі.

На тягарець, який здійснює коливання, окрім сили тертя і пружної сили, діє зовнішня сила, яка змінюється за гармонічним законом.

З урахуванням дії всіх сил диференціальне рівняння коливань матиме вигляд:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \ . \tag{1}$$

Поділимо рівняння (1) на масу тягарця m і введемо позначення:

$\frac{r}{m} = 2\beta$; $\quad \frac{k}{m} = \omega_0^2$; $\quad \frac{F_0}{m} = f_0$, одержимо

$$\ddot{x} + 2\beta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \ x = f_o \cos \omega t \ . \qquad (2)$$

Рівняння (2) є неоднорідним лінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Розв'язком такого рівняння є функція, яка складається з двох частин:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) + A \cos(\omega t + \varphi) \ . \qquad (3)$$

Через деякий час під дією змушуючої сили коливання тягарця стануть стабільними. Тому розв'язком рівняння (2) буде лише функція

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \qquad (4)$$

Першу та другу похідні від (4) підставимо в (2):

$$\dot{x} = - A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2),$$

$$\ddot{x} = - A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) \ ,$$

$$A\omega^2 \ \cos(\omega t + \varphi + \pi) + 2 \ \beta \ A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2) +$$

$$+ A\omega_0^2 \ \cos(\omega t + \varphi) = f_0 \cos \omega t \ . \qquad (5).$$

Введемо позначення: $A_1 = A\omega^2$; $A_2 = 2 \ \beta \ A\omega$; $A_3 = A \ \omega_0^2$; $A_4 = f_0$.

Для знаходження амплітуди A вимушених коливань скористаємось векторною діаграмою, на якій відкладемо амплітуди A_1, A_2, A_3, A_4 згідно з (5) (рис.6)

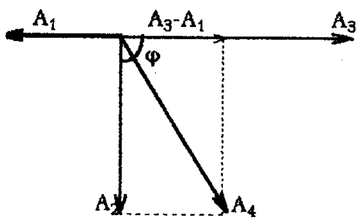

Рис.6.

$A_4^2 = A_2^2 + (A_3 - A_1)^2$, або врахувавши позначення, одержимо:

$$f_0^2 = 4\beta^2 A^2 \ \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2) A^2 ,$$

звідки маємо:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}} . \tag{6}$$

Аналіз виразу (6) амплітуди вимушених коливань:

а) $\omega << \omega_0$, тобто $\omega \to 0$

$$A_{ст} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} , \tag{7}$$

де $A_{ст}$ - статичне зміщення тягарця під дією сталої сили F_0.

б) $\omega \approx \omega_0$

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\omega_0}, \tag{8}$$

де A_p - резонансне значення амплітуди.

При $\beta \to 0$, $A_p \to \infty$.

Для знаходження резонансної частоти і резонансної амплітуди дослідимо на максимум підкореневий вираз формули (6):

$$\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2\right]' = 0 ,$$

звідки

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} , \tag{9}$$

де ω_p - резонансна частота вимушених коливань.

Значення ω_p з (9) підставимо в (6)

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} . \tag{10}$$

Якщо $\beta \to 0$, то $A_p = \dfrac{F_0}{2\beta m\omega_0}$, що співпадає з формулою (8).

Розв'язування:

а) Частота ν_0 власних коливань тягарця

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{6.28}\cdot\sqrt{\frac{10}{0.01}} = 5.03\ c^{-1}.$$

б) Резонансну частоту знайдемо за формулою (9)

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2}} =$$

$$= \frac{1}{6.28}\cdot\sqrt{\frac{10}{0.01} - \frac{0.01}{2\cdot 10^{-4}}} = 4.91\ c^{-1}.$$

в) Резонансну амплітуду знайдемо за формулою (10):

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{0.02}{2\cdot\frac{0.1}{2\cdot 0.01}\cdot 0.01\cdot\sqrt{1000 - \frac{0.01}{4\cdot 10^{-4}}}} = 6.4\cdot 10^{-3}\ (м).$$

г) Відношення резонансної амплітуди до статичного зміщення тягарця, тобто добротність коливної системи

$$\theta = \frac{A_p}{A_{ст}} = \frac{F_0 m\omega_0^2}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}F_0} = \frac{\omega_0^2}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} =$$

$$= \frac{1000}{2\cdot 0.1\cdot\sqrt{1000 - 25}} = 160.$$

Відповідь: $\nu_0 = 5.03\ c^{-1}$; $\nu_p = 4.91\ c^{-1}$; $A_p = 6.4$ мм; $\theta = 160$.

МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

Основні формули

1. Рівняння плоскої хвилі

$$U_{x,t} = A\cos(\omega t - kx),$$

де $U_{x,t}$ - зміщення точок пружного середовища від положення рівноваги на відстані x від джерела; A - амплітудне зміщення цих точок; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; λ - довжина хвилі; ω - циклічна частота коливань.

2. Рівняння сферичної хвилі.

$$U_{r,t} = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr),$$

де r - радіус-вектор пружного середовища.

3. Зв'язок довжини хвилі з періодом коливань і частотою:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu},$$

де v - швидкість поширення хвиль в пружному середовищі; T - період коливань; ν - частота.

4. Швидкість поширення хвиль:

а) поздовжня хвиля в твердому середовищі:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E - модуль Юнга; ρ - густина твердого середовища.

б) поперечна хвиля в твердому середовищі:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}} ,$$

де G - модуль зсуву; ρ - густина твердого середовища.

в) поздовжня хвиля в рідкому середовищі:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} ,$$

де K - модуль об'ємної пружності рідини; ρ - густина рідини.

г) поздовжня хвиля в газоподібному середовищі :

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} ,$$

де γ - стала Пуассона $\left(\gamma = \frac{c_p}{c_v}\right)$; R - газова стала; T - абсолютна температура; μ - молярна маса газу.

5. Енергія пружних хвиль:

а) кінетична енергія

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho S \Delta x \omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t - kx) ,$$

де $m = \rho S \Delta x$ - маса виділеного елемента пружного середовища; $v = \frac{du_{x,t}}{dt}$ - швидкість хвильового руху.

б) потенціальна енергія

$$\Pi = \frac{k \Delta u_{x,t}^2}{2} = \frac{\rho S \Delta x \omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t - kx);$$

в) повна енергія хвиль

$$W = K + П = \rho\ S\ \Delta x\omega^2\ A^2\cos^2(\omega t - kx);$$

г) густина енергії

$$w = \frac{W}{S\Delta x} = \rho\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t - kx)\ ;$$

д) середні значення повної енергії і густини енергії за час в один період

$$\overline{W} = \frac{\rho S\Delta x\omega^2 A^2}{2}\ , \qquad \overline{w} = \frac{\rho\omega^2 A^2}{2}\ .$$

6. Потік енергії пружних хвиль

$$R = \frac{\overline{W}}{S\Delta t}\ ,$$

де $\overline{W}$ - середнє значення повної енергії хвиль.

7. Вектор потоку енергії пружних хвиль

$$\vec{R} = \overline{w} \cdot \vec{V}\ ,$$

де $\overline{w}$ - середня густина енергії пружних хвиль; $\vec{v}$ - вектор швидкості поширення хвиль в пружному середовищі.

8. Ефект Доплера для звукових хвиль

$$\nu' = \frac{c \pm v}{c \mp u} \cdot \nu\ ,$$

де ν' - частота звуку яка сприймається приймачем; ν - частота звуку джерела; c - швидкість поширення звукових хвиль в пружному середовищі; v - швидкість руху приймача звуку; u - швидкість руху джерела звуку; нижній знак - джерело і приймач розходяться; верхній знак - джерело і приймач сходяться.

9. Інтерференція когерентних хвиль:

а) максимуми інтерференції спостерігаються, коли

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \pm 2n\pi ,$$

де $x_2 - x_1$ - різниця ходів хвиль; $\Delta\varphi$ - різниця фаз; λ - довжина хвилі; $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ - порядок max.

Або

$$\Delta x = |x_2 - x_1| = n \cdot \lambda .$$

б) мінімуми інтерференції спостерігаються, коли:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \pm(2n + 1)\pi ,$$

або

$$\Delta x = |x_2 - x_1| = (2n + 1)\ \lambda/2.$$

10. Рівняння стоячої хвилі

$$U_{x,t} = |A \cos kx| \cos \omega t ,$$

де $U_{x,t}$ - зміщення точок середовища від положення рівноваги на відстані x від джерела коливань; A - амплітуда зміщення; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; ω - циклічна частота коливань; $|A\cos kx|$ - амплітуда стоячої хвилі.

а) Координати вузлів стоячої хвилі

$$kx = \pm (2n + 1)\pi/2 \text{ , або } x = \pm (2n + 1)\lambda/4 \text{ ,}$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$; x - координати вузлів стоячої хвилі.

б) Координати пучностей стоячої хвилі

$$kx = \pm n\pi \qquad \text{або} \qquad x = \pm n\lambda,$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Приклади розв'язування задач.

ПРИКЛАД 1. Плоска звукова хвиля має період T = 3 мс, амплітуду A = 0.2 мм і довжину хвилі λ = 1.2 м. Для точок середовища, які знаходяться на відстані x = 2 м, визначити: а) зміщення $u_{x,t}$ в момент часу t = 7 мс; б) швидкість і прискорення для того ж моменту часу. Початкову фазу коливань прийняти рівною нулю.

Дано:

$T = 3$ *мс*
$A = 0.2$ *мм*
$\lambda = 1.2$ *м*
$x = 2$ *м*
$t = 7$ *мс*

$u_{x,t}$ -? $\dot{u}_{x,t}$ - ? $\ddot{u}_{x,t}$ - ?

Розв'язування: Рівняння плоскої хвилі має вигляд:

$$U_{x,t} = A \cos (\omega t - kx), \qquad (1)$$

де $\omega = 2\pi/T$ - циклічна частота коливань; $k = 2\pi/\lambda$ - хвильове число.

Знайдемо швидкість і прискорення поширення хвиль в пружному середовищі, як відповідні похідні за часом від (1):

$$\frac{du_{x,t}}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx); \tag{2}$$

$$\frac{d^2u_{x,t}}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 u_{x,t} . \tag{3}$$

а) Зміщення точок середовища на відстані $x = 2$ м і в момент часу $t = 7$ мс, дорівнює

$$u_{x,t} = 0.2 \cdot 10^{-3} \cos\left(\frac{6.28}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 7 \cdot 10^{-3} - \frac{6.28}{1.2} \cdot 2\right) = -0.1 \text{ (мм)}.$$

б) Швидкість цих точок

$$\frac{du_{x,t}}{dt} = -A\omega \cos(\omega t - kx) =$$

$$= 0.2 \cdot 10^{-3} \sin\left(\frac{6.28}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 7 \cdot 10^{-3} - \frac{6.28}{1.2} \cdot 2\right) = 0.36 \text{ м/с}.$$

в) Прискорення руху точок середовища

$$\frac{d^2u_{x,t}}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 u_{x,t} =$$

$$= \left(\frac{6.28}{3 \cdot 10^{-3}}\right)^2 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3} = 438.2 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $u_{x,t} = 0.1$ мм; $\frac{du_{x,t}}{dt} = 0.36$ м/с;

$$\frac{d^2u_{x,t}}{dt^2} = 438.2 \text{ м/с}^2.$$

ПРИКЛАД 2. Рівняння плоскої хвилі, яка біжить, має вигляд

$$u_{x,t} = 6.0 \cdot 10^{-2} \cos(1800t - 5.3x) \text{ мм}. \qquad (1)$$

Знайти: а) відношення амплітуди зміщення частинок середовища до довжини хвилі; б) амплітуду швидкості частинок середовища і її відношення до швидкості поширення хвиль; в) амплітуду відносної деформації середовища і її зв'язок з амплітудою швидкості частинок.

Розв'язування: Рівняння плоскої хвилі, яка біжить, в загальному вигляді запишемо так:

$$u_{x,t} = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{Tv}x\right). \qquad (2)$$

а) Порівнюючи співвідношення (1) і (2), знайдемо відношення амплітуди зміщення частинок середовища до довжини хвилі. Крім того амплітуда, період коливань і довжина хвилі дорівнюють:

$$A = 6.0 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \qquad 2\pi/T = 1800 \text{ с}^{-1},$$

звідки

$$T = 2\pi/1800 = 3.49 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$2\pi/\lambda = 5.3$ звідки $\lambda = 2\pi/5.3 = 1.18$ м

Тому $$\frac{A}{\lambda} = \frac{6.0 \cdot 10^{-5}}{1.18} = 5.08 \cdot 10^{-5}.$$

б) Швидкість частинок середовища знайдемо, взявши похідну за часом від рівняння (1)

$$\frac{du_{x,t}}{dt} = -6.0 \cdot 10^{-5} \cdot 1800 \sin(1800t - 5.3x) \text{ м/с},$$

де $\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} = 6.0 \cdot 10^{-5} \cdot 1800 = 0.11$ м/с - амплітуда швидкості частинок.

Швидкість поширення хвиль в пружному середовищі

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1.18}{3.49 \cdot 10^{-3}} = 339 \text{ м/с}.$$

Відношення амплітуди швидкості частинок середовища до швидкості поширення хвиль

$$\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} \Big/ V = \frac{0.11}{339} = 3.19 \cdot 10^{-4} .$$

в) Для знаходження зв'язку амплітуди відносної деформації частинок і амплітуди швидкості частинок знайдемо відповідні похідні від рівності (2):

$$\frac{du_{x,t}}{dx} = \frac{2\pi}{Tv} A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{Tv} \cdot x\right) ; \qquad (3)$$

$$\frac{du_{x,t}}{dt} = -\frac{2\pi}{T} A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{Tv} \cdot x\right) . \qquad (4)$$

Поділимо рівняння (4) на (3)

$$\frac{du_{x,t}}{dt} \Big/ \frac{du_{x,t}}{dx} = v,$$

або

$$\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} = v \cdot \left(\frac{du_{x,t}}{dx}\right)_{max},$$

де $\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max}$ - амплітуда швидкості; $\left(\frac{du_{x,t}}{dx}\right)_{max}$ - амплітуда відносної деформації; v - швидкість поширення хвиль.

<u>*Відповідь:*</u> $A/\lambda = 5.08 \cdot 10^{-5}$; $\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} = 0.11$ м/с;

$\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} \Big/ V = 3.19 \cdot 10^{-4}$, $\left(\frac{du_{x,t}}{dt}\right)_{max} = v \cdot \left(\frac{du_{x,t}}{dx}\right)_{max}$.

<u>*ПРИКЛАД 3.*</u> Труба має довжину 85 см. Вважаючи швидкість звуку 340 м/с, визначити число власних коливань стовпа повітря в трубі, частоти яких менше ν_0 = 1250 Гц. Розглянути два випадки: а) труба закрита з одного кінця; б) труба відкрита з обох кінців.

<u>*Дано:*</u>
$l = 0.85$ м
$v = 340$ м/с
$\nu_0 = 1250$ Гц

ν_1 - ? ν_2 - ? ....

<u>*Розв'язування:*</u> В трубі як в першому, так і в другому випадку створюється стояча хвиля. Слід мати на увазі, що біля відкритого кінця труби завжди буде пучність, а біля закритого кінця труби завжди буде вузол, як це показано на рис.7.

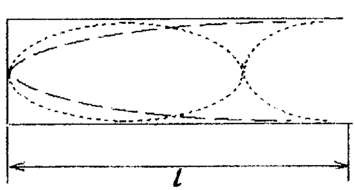

Рис.7.

а) У випадку закритої з одного кінця труби на її довжині вкладається непарне число $\lambda/4$, тобто

$$l = (2k + 1)\ \lambda/4,$$

де $k = 0, 1, 2, \ldots$; λ - довжина хвилі, яка пов'язана з частотою коливань $\lambda = v/\nu$.

Тому $l = (2k + 1)\ \dfrac{v}{4\nu}$, звідки $\nu = \dfrac{(2k+1)v}{4l}$.

Знайдемо ці частоти

$k = 0;\ \nu_1 = \dfrac{v}{4l} = \dfrac{340}{4 \cdot 0.85} = 100$ Гц

$k = 1;\ \nu_2 = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{v}{l} = 300$ Гц

$k = 2;\ \nu_3 = \dfrac{5}{4} \cdot \dfrac{v}{l} = 500$ Гц

$k = 3;\ \nu_4 = \dfrac{7}{4} \cdot \dfrac{v}{l} = 700$ Гц

$k = 4;\ \nu_5 = \dfrac{9}{4} \cdot \dfrac{v}{l} = 900$ Гц

$k = 5;\ \nu_6 = \dfrac{11}{4} \cdot \dfrac{v}{l} = 1100$ Гц

Наступна частота буде більша за ν_6.

б) У випадку відкритої з обох кінців труби, для збереження умови пучностей біля відкритого кінця, слід, щоб в її довжині вкладалось ціле число півхвиль, тобто

$$l = k\ \frac{\lambda}{2}, \qquad \text{де } k = 1, 2, 3, \ldots.$$

З урахуванням того, що $\lambda = \frac{v}{\nu}$, маємо

$$l = k\frac{v}{2\nu}, \qquad \text{звідки} \qquad \nu = \frac{kv}{2l}.$$

Знайдемо ці частоти

$$k = 1; \quad \nu_1 = \frac{v}{2l} = 200 \text{ Гц}. \quad k = 2; \quad \nu_2 = \frac{2 \cdot v}{2l} = 400 \text{ Гц}.$$

$$k = 3; \ \nu_3 = \frac{340 \cdot 3}{1.7} = 600 \text{ Гц}. \quad k = 4; \quad \nu_4 = \frac{4 \cdot v}{2l} = 800 \text{ Гц}.$$

$$k = 5; \ \nu_5 = \frac{5 \cdot v}{2l} = 1000 \text{ Гц}. \quad k = 6; \quad \nu_6 = \frac{6 \cdot v}{2l} = 1200 \text{ Гц}.$$

ПРИКЛАД 4. На шосе рухаються назустріч дві автомашини з швидкостями u_1 = 30 м/с і u_2 = 20 м/с. Перша з них подає звуковий сигнал частотою ν_1 = 600 Гц. Визначити частоту, яка буде сприйматись водієм другої автомашини в двох випадках: 1) до зустрічі; 2) після зустрічі. Швидкість звуку в повітрі с = 340 м/с.

Дано:
$u_1 = 30$ м/с
$u_2 = 20$ м/с
$\nu_0 = 600$ Гц
$c = 340$ м/с

ν_2' - ? ν_2'' - ?

Розв'язування. Зміна частоти коливань при русі джерела звуку і приймача в цих випадках визначається за допомогою формули ефекта Доплера

$$\nu' = \frac{c \pm v}{c \mp u} \cdot \nu .$$

а) До зустрічі

$$\nu_2' = \frac{c + u_2}{c - u_1} \cdot \nu_0 = \frac{340 + 20}{340 - 30} \cdot 600 = 696 \text{ (Гц)}.$$

б) Після зустрічі

$$\nu_2'' = \frac{c - u_2}{c + u_1} \cdot \nu_0 = \frac{340 - 20}{340 + 30} \cdot 600 = 519 \text{ (Гц)}.$$

Відповідь: $\nu_2' = 696$ Гц; $\nu_2'' = 519$ Гц.

ПРИКЛАД 5. Визначити потужність точкового ізотропного джерела звуку, якщо на відстані r = 25 м від нього інтенсивність звуку R дорівнює 20 мВт/м^2. Яка середня густина енергії $\overline{w}$ на цій відстані ?

Дано:

r = 25 м

R = 20 мВт/м^2

N - ? $\overline{w}$ - ?

Розв'язування. Відомо, що інтенсивність, або густина потоку енергії визначається за формулою

$$R = \frac{W}{S\Delta t},$$

де W - повна енергія, яка випромінюється точковим джерелом звуку у всіх напрямках; S - площа поверхні, через яку здійснюється перенос енергії; Δt - час випромінювання.

Тоді потужність точкового джерела випромінювання буде дорівнювати

$$N = \frac{W}{\Delta t} \qquad \text{або} \qquad N = R\,S.$$

Підставимо числові значення

$$N = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 625 = 157 \text{ Вт}.$$

Середня об'ємна густина енергії на цій відстані визначається з формули

$$R = \overline{w} \cdot v \,, \quad \text{звідки} \qquad \overline{w} = \frac{R}{v} \,,$$

де *v* - швидкість звуку в повітрі, яка для н.у. дорівнює 340 м/с.

Тому

$$\overline{w} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{340} = 5.88 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м}^3.$$

Відповідь: 157 Вт; $5.88 \cdot 10^{-5}$ Дж/м^3.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Основні формули

1. При вільних коливаннях в контурі, який складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C, котушки з індуктивністю L і резистора з омічним опором R, заряд на обкладках конденсатора змінюється за законом:

$$q = q_0\, e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $q_0\, e^{-\beta t}$ - амплітуда затухаючих коливань; β - коефіцієнт затухання; ω - циклічна частота затухаючих коливань; q_0 і φ_0 - початкові значення амплітуди заряду і фази коливань.

2. Циклічна частота затухаючих коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}} .$$

3. Власна циклічна частота коливального контура:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

4. Добротність коливального контура:

$$\theta = \frac{L}{R}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} ,$$

або для малих значень R наближена формула

$$\theta = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} .$$

5. Якщо в коливальному контурі, який складається з конденсатора емністю C, котушки, резистора з омічним опором R, з'єднаних послідовно, діє періодично діюча е.р.с. $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$, то в такому колі виникнуть вимушені коливання струму з частотою ω

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi);$$

при цьому величини I_0 і φ виражаються формулами:

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

6. Амплітуда струму I_0 досягне найбільшого значення (явище резонансу), якщо частота ω вимушених коливань співпаде з частотою ω_0 власних коливань:

$$\omega_p = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}.$$

7. Швидкість поширення електромагнітних хвиль в прозорих середовищах:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}},$$

де ε і μ - відносні діелектрична і магнітна проникності середовища; ε_0 і μ_0 - електрична і магнітна сталі вакууму.

8. Швидкість поширення електромагнітних хвиль в вакуумі:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} .$$

9. Показник заломлювання середовища

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu} .$$

10. Рівняння електромагнітних хвиль

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kx) ;$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kx) ,$$

де E_0 і H_0 - амплітуди значень векторів напруженостей електричного і магнітного полів в електромагнітній хвилі; $k = 2\pi/\lambda$ - хвильове число.

11. Густина енергії електромагнітних хвиль

$$w = w_e + w_м = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}\, E\, H = \frac{1}{v} E\, H ,$$

де w_e і $w_м$ - густина енергії відповідно електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі.

12. Вектор густини потоку енергії електромагнітних хвиль, вектор Пойнтінга

$$\vec{R} = w \cdot \vec{v} = \vec{E} x \vec{H} ,$$

де w - густина енергії; $\vec{v}$ - швидкість електромагнітних хвиль; $\vec{E}$ і $\vec{H}$ - вектори напруженості електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі.

Приклади роз'язування задач.

ПРИКЛАД 1. Коливальний контур має індуктивність 1.6 мГн, електричну ємність 0.04 мкФ і максимальну напругу U_{max} на клемах, рівну 200 В. Визначити максимальну силу струму в контурі. Опором контура знехтувати.

Дано:
$L = 1.6$ мГн
$C = 0.04$ мкФ
$U_{max} = 200$ В

I_{max} - ?

Розв'язування. Згідно з законом збереження енергії, максимальна енергія електричного поля конденсатора дорівнює максимальній енергії магнітного поля котушки індуктивності. Тому

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2},$$

звідки

$$I_{max} = U_{max}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Підставимо числові значення

$$I_{max} = 200 \cdot \sqrt{\frac{0.04 \cdot 10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-3}}} = 1 \text{ A}.$$

Відповідь: $I_{max} = 1$ А.

ПРИКЛАД 2. Індуктивність коливального контура дорівнює 0.5 мГн. Контур резонує на довжину хвилі 300 м. Визначити електроємність такого контура. Опором контура знехтувати.

Дано:
$L = 0.5$ *мГн*
$\lambda = 300$ *м*

C - ?

Розв'язування: Виразимо довжину електромагнітної хвилі через швидкість поширення і період коливань контура

$$\lambda = c\,T,$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Період коливань контура дорівнює

$$T = 2\pi\,\sqrt{LC}\,.$$

Тому

$$\lambda = 2\pi\, c\,\sqrt{LC}\,.$$

Звідки знаходимо ємність конденсатора

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}\,.$$

Підставимо числові значення

$$C = \frac{9 \cdot 10^4}{4 \cdot \pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0.5 \cdot 10^{-3}} = 5{,}1 \cdot 10^{-11}\ \Phi.$$

Відповідь: C = 51 пФ.

ПРИКЛАД 3. В середовищі, для якого $\varepsilon = 4.00$ і $\mu = 1.00$, поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда електричного вектора хвилі $E_{max} = 200$ В/м. На шляху хвилі розміщена поглинаюча поверхня, яка має форму диска радіусом $r = 300$ мм. Яку енергію поглинає ця поверхня за $t = 1.00$ хв? Період хвилі $T \ll t$.

Дано:

$\varepsilon = 4.00; \mu = 1.00,$
$E_{max} = 200$ *В/м*
$r = 300$ *мм*
$t = 1.00$ *хв*

W - ?

Розв'язування: Енергія, яка переноситься електромагнітною хвилею за одиницю часу через одиницю поверхні, перпендикулярно напрямку поширення хвилі, визначається вектором Пойнтінга

$$\vec{R} = \vec{E} \times \vec{H} , \qquad (1)$$

де $\vec{R}$ - вектор густини потоку енергії.

В електромагнітній хвилі вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ взаємно перпендикулярні, тому модуль вектора Пойнтінга дорівнює

$$R = E \times H . \qquad (2)$$

Оскільки обидві величини E і H, які характеризують електромагнітну хвилю, в кожній її точці змінюються в часі за законом синуса або косинуса і знаходяться в однакових фазах, співвідношення (2) можна записати так:

$$R = E_0 \sin \omega t \; H_0 \sin \omega t = E_0 \; H_0 \sin^2 \omega t. \qquad (3)$$

Таким чином, величина R є функцією часу, а формули (2) і (3) дають лише миттєве значення цієї величини.

Нехай через площадку S в перпендикулярному напрямі до напряму поширення хвилі переноситься за час t енергія W. Тоді густина потоку

$$R = \frac{W}{St} . \qquad (4)$$

Через площадку S буде перенесена за час t енергія W, яка міститься в об'ємі циліндра з основою S і висотою vt.

Тобто

$$W = R\,S\,t. \tag{5}$$

З урахуванням (3) маємо

$$W = E_0\,H_0\,S\,t\,\sin^2\omega t. \tag{6}$$

Згідно з теорією електромагнітних хвиль, густини енергії електричного і магнітного полів хвилі в будь-який момент часу однакові як для E і H, так і для E_0 і H_0. Тому

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H_0^2}{2}. \tag{7}$$

З формули (7) знаходимо H_0 і підставляємо в (6)

$$W = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_0^2\,S\,t\,\sin^2\omega t. \tag{8}$$

Так як за умовою задачі $T << t$, то величину $\sin^2\omega t$ можна усереднити в часі, тобто

$$\overline{\sin^2\omega t} = \frac{1}{2}.$$

Остаточно одержуємо

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_0^2\,S\,t.$$

Підставимо числові значення

$$W = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{4\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}{12.56\cdot 10^{-7}}}\cdot 4\cdot 10^4\cdot 9\cdot 10^{-2}\cdot 3.14\cdot 60 = 1800 \text{ Дж}.$$

Відповідь: 1800 Дж.

Задачі для самостійного розв'язування.

4-1. Записати рівняння гармонічного коливання матеріальної точки масою 10 г, якщо амплітуда її коливання 0.05 м, а повна енергія $3 \cdot 10^{-5}$ Дж. Початкова фаза коливань $\pi/3$.

4-2. Рівняння коливань точки має вигляд $x = A\cos\omega(t + \tau)$, де $\omega = \pi c^{-1}$, $\tau = 0.2$ c. Визначити період та початкову фазу коливань.

Відповідь: 2 с; 36°.

4-3. Амплітуда коливань матеріальної точки масою m=0.02 кг дорівнює 5 см, а період коливань 10 с. Знайти значення швидкості, прискорення, повертаючої сили і кінетичної енергії точки для моменту часу, коли фаза дорівнює 60°.

Відповідь: $1.57 \cdot 10^{-2}$м/с; $-1.7 \cdot 10^{-2}$м/с^2; $3.4 \cdot 10^{-4}$Н; $2.46 \cdot 10^{-6}$ Дж.

4-4. Визначити період T, частоту ν і початкову фазу φ коливань, які задаються рівнянням $x = A\sin\omega(t + \tau)$, де $\omega = 2.5\pi$ c^{-1}, $\tau = 0.4$ c.

Відповідь: 0.8 с; 1.25 Гц; $\pi_{рад}$.

4-5. Частинка здійснює гармонічні коливання. Амплітуда швидкості частинки v_{max} = 22 см/с, амплітуда її прискорення a_{max} = 77 см/с^2. Визначити амплітуду зміщення і циклічну частоту коливань частинки.

Відповідь: A = 0.063 м; $\omega = 3.5$ с$^{-1}$.

4-6. Точка виконує коливання за законом $x = A\cos(\omega t+\varphi)$, де $A = 2$ *см*; $\omega = \pi c^{-1}$, $\varphi = \pi/4$ *рад*. Побудувати графіки залежності від часу: зміщення $x(t)$; швидкості $\dot{x}(t)$; прискорення $\ddot{x}(t)$.

4-7. Частинка здійснює коливання вздовж осі x за законом $x = 6.00\cos 0.5\pi(t + 1)$ см. Знайти шлях, пройдений частинкою за період, а також середні значення швидкості $\bar{\dot{x}}$ і прискорення $\bar{\ddot{x}}$ за першу чверть періоду.

Відповідь: l = 0.240 м; $\bar{\dot{x}}$ = 0.060 м/с; $\bar{\ddot{x}}$ = -0.094 м/с^2.

4-8. Визначити максимальні значення швидкості $\dot{x}_{max}$ і прискорення $\ddot{x}_{max}$ точки, яка виконує гармонічні коливання з амплітудою A = 3 см, та циклічною частотою $\omega = \pi/2$ с$^{-1}$.

Відповідь: 4.71 см/с; 7.40 см/с^2.

4-9. Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливань T = 2 с, амплітуда коливань A = 4 см. Знайти швидкість точки v для моменту часу, коли зміщення точки від положення рівноваги дорівнює x = 2 см.

Відповідь: v = ± 10.9 см/с.

4-10. Рух матеріальної точки описується рівнянням $x = \sin \pi/3t$. Знайти проміжки часу, в які швидкість і прискорення точки будуть найбільшими.

Відповідь: 3n; 1.5(2n + 1), де n = 0,1,2,...

4-11. Матеріальна точка здійснює гамонічні коливання за законом $x = A\cos \omega t$, де A = 5 см; ω = 2 с$^{-1}$. Визначити прискорення $|\ddot{x}|$ точки в момент часу, коли її швидкість $\dot{x}$ = 8 см/с.

Відповідь: 12 см/с^2.

4-12. Циклічна частота гармонічних коливань точки дорівнює ω = 4 с$^{-1}$, а амплітуда прискорення $\ddot{x}_{max}$ = 72 см/с^2. Знайти швидкість точки v в момент часу, коли зміщення її від положення рівноваги дорівнює x = 2.2см.

Відповідь: v = ±15.6 см/с.

4-13. Найбільше зміщення x_{max} точки, яка здійснює гармонічні коливання, дорівнює 10 см, найбільша швидкість $\dot{x}_{max}$ = 20 см/с.

Знайти прискорення $|\ddot{x}|$ точки в момент часу, коли її швидкість $\dot{x} = 8$ см/с.

Відповідь: 12 см/с.

4-14. Частинка здійснює гармонічні коливання. При зміщенні частинки від положення рівноваги на $x_1 = 2.6$ см її швидкість $v_1 = 2.9$ см/с, а при зміщенні $x_2 = 3.4$ см швидкість частинки $v_2 = 1.9$ см/с. Знайти амплітуду зміщення A і циклічну частоту коливань ω частинки.

Відповідь: $A = 3.9$ см; $\omega = 1.0$ $с^{-1}$.

4-15. Максимальна швидкість $\dot{x}_{max}$ точки, яка здійснює гармонічні коливання, дорівнює 10 см/с, максимальне прискорення $\ddot{x}_{max} = 100$ см/$с^2$. Знайти циклічну частоту коливань ω, їх період T і амплітуду A. Записати рівняння цих коливань, прийнявши початкову фазу рівною нулю.

Відповідь: 10 $с^{-1}$; 0.628 с; 1 см.

4-16. Визначити період T і амплітуду коливань частинки, якщо при зміщеннях x_1 і x_2 від положення рівноваги швидкість частинки відповідно v_1 і v_2.

4-17. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання за законом $x = A\sin\omega t$. В деякий момент часу зміщення x_1 точки виявилось рівним 5 см. Коли фаза коливань зросла вдвоє, зміщення x_2 стало рівним 8 см. Визначити амплітуду коливань.

Відповідь: 8.33 см.

4-18. Частинка здійснює гармонічні коливання з періодом $T = 6$ с. Визначити проміжки часу τ_1 і τ_2 між послідовним моментами часу, в які зміщення частинки однакові за знаком і рівні за модулем половині амплітуди.

Відповідь: $\tau_1 = 4.0$с; $\tau_2 = 2.0$с; або $\tau_1 = 2.0$с; $\tau_2 = 4.0$с.

4-19. Коливання точки відбуваються за законом $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. В деякий момент часу зміщення x точки дорівнює 5 см, її швидкість $\dot{x} = 20$ см/с і прискорення $\ddot{x} = -80$ см/с^2. Знайти амплітуду A, циклічну частоту ω, період коливань Т і фазу $(\omega t + \varphi)$ в цей момент часу.

Відповідь: 7.07 см; 4 с$^{-1}$; 1.57 с; $\pi/4$ рад.

4-20. Точка здійснює гармонічні коливання з періодом $T = 24$ с і початковою фазою, рівною нулю. Через який час, починаючи від початку коливань, величина зміщення точки від положення рівноваги буде дорівнювати половині амплітуди?

Відповідь: 2 с.

4-21. Прискорення матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання, дорівнює $a = -2 \sin t$. Знайти величину зміщення точки від положення рівноваги через $t = 1.57$ с після початку коливань.

Відповідь: 2 м.

4-22. Через яку частину періоду після проходження матеріальною точкою положення рівноваги її лінійна швидкість дорівнюватиме половині максимальної швидкості?

Відповідь: $1/6\ T$.

4-23. Рівняння зміщення матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання, має вигляд $x = \sin \pi/6t$ см. Знайти моменти часу, в які швидкість та прискорення точки будуть максимальними.

Відповідь: 0, 6, 12,...; 3, 9, 15,... с.

4-24. Матеріальна точка бере участь у двох коливаннях однакового періоду та з однаковими початковими фазами. Амплітуди коливань $A_1 = 3$ см і $A_2 = 4$ см. Знайти амплітуду результуючого коливання, якщо вони відбуваються в одному напрямі.

Відповідь: 7 см.

4-25. Частинка одночасно бере участь у двох коливаннях одного напрямку : $x_1 = 4\cos 4t$ см, $x_2 = 3\cos(4t + \pi/2)$ см. Знайти циклічну частоту ω, амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання частинки.

Відповідь: $\omega = 4.0$ с$^{-1}$; $A = 5.0$ см; $\varphi = 37°$.

4-26. Два однаково напрямлених гармонічних коливання однакового періоду з амплітудами $A_1 = 10$ см і $A_2 = 6$ см складаються в одне коливання з амплітудою $A = 14$ см. Знайти різницю фаз $\Delta\varphi$ цих коливань.

Відповідь: $\pi/3$ рад.

4-27. Знайти амплітуду і початкову фазу гармонічного коливання, одержаного від додавання двох однаково напрямлених коливань, які задаються рівняннями: $x_1 = 2\sin(5\pi t + \pi/2)$,
$x_2 = 2\sin(5\pi t + \pi/4)$ (м).

Відповідь: 3.7 м; 67°30'.

4-28. Два гармонічних коливання, напрямлених вздовж однієї прямої з однаковими амплітудами та періодами складаються в одне коливання тієї ж амплітуди. Знайти різницю фаз коливань $\Delta\varphi$, які складаються.

Відповідь: $2\pi/3$ рад або $4\pi/3$ рад.

4-29. Два гармонічних коливання однакового напрямку з амплітудами 6 та 9 см, складаються в одне коливання. Знайти амплітуду результуючого коливання, якщо різниця фаз коливань, які складаються, дорівнює 62°.

Відповідь: 13 см.

4-30. Визначити амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання, отриманого при додаванні двох коливань однакового напрямку та періоду: $x_1 = A_1 sin\omega t$ і $x_2=A_2 sin\omega(t+\tau)$, де $A_1=A_2=1см$; $\tau=0.5с$. Знайти рівняння результуючого коливання. $\omega = \pi$ $с^{-1}$.

Відповідь: 1.41 см; $\pi/4$ рад.

4-31. Знайти рівняння руху $x(t)$ частинки, яка одночасно бере участь в двох коливаннях однакового напрямку: $x_1 = 30cos\pi/3t$, $x_2 = 30cos(\pi/3t + \pi/6)$.

Відповідь: $x = 58\ cos\ (\pi/3t + \pi/12)$.

4-32. Точка бере участь в двох однаково напрямлених коливаннях: $x_1 = A_1 sin\ \omega t$ і $x_2 = A_2\ cos\ \omega t$, де $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1$ $с^{-1}$. Визначити амплітуду результуючого коливання, його частоту ν і початкову фазу φ.

Відповідь: 2.24 см; 0.159 Гц; 0.353 π рад.

4-33. Написати рівняння результуючого коливання, яке отримане при додаванні двох однаково напрямлених коливань: $x_1 = 40cos\ 18\ \pi t$ і $x_2 = 40cos\ 20\pi t$.

Відповідь: $x = |80\ cos\ \pi t|\, cos19\ \pi t$.

4-34. Два камертони одночасно створюють звукові коливання, частоти яких $\nu_1 = 440$ Гц і $\nu_2 = 440.5$ Гц. Визначити період биття.

Відповідь: 2 с.

4-35. Складаються два гармонічні коливання одного напрямку з частотами $\nu_1 = 460$ Гц і $\nu_2 = 461$ Гц. Визначити період биття.

Відповідь: 1 с.

4-36. При додаванні двох коливань однакового напрямку одержано рівняння $x = A\ cos2.1tcos80t$. Знайти період биття T і циклічні частоти ω_1 і ω_2 коливань що складаються.

Відповідь: 1.5 с; 77.9 $с^{-1}$; 82.1 $с^{-1}$.

4-37. Матеріальна точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, рівняння яких $x = 2\sin\omega t$ і $y = 2\cos\omega t$. Знайти рівняння траєкторії руху точки.

Відповідь: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$, коло.

4-38. Знайти рівняння результуючого коливання, одержаного при додаванні двох однаково направлених гармонічних коливань з однаковими частотами 7.5 Гц і початковою фазою $\pi/6$. Амплітуди коливань відповідно дорівнюють 2 і 3,5 см.

Відповідь: $S = 4.04\sin(15\pi t + \pi/6)$.

4-39. Складаються два взаємно перпендикулярні коливання, які описуються рівняннями $x = A_1\sin\omega t$ і $y = A_2\cos\omega(t + \tau)$, де $A_1 = 2$ см; $A_2 = 1$ см; $\omega = \pi$ с$^{-1}$; $\tau = 0.5$ с. Знайти рівняння траєкторії та побудувати її, вказавши напрям руху точки.

4-40. Точка бере участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які задаються рівняннями: $x = 4\sin\omega t$, $y = 6\cos\omega t$. Знайти рівняння траєкторії руху точки.

Відповідь: $x^2/16 + y^2/36 = 1$, еліпс.

4-41. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які описуються рівняннями $x = A_1 \cos \omega t$ і $y = A_2\sin\omega t$, де $A_1 = 2$ см і $A_2 = 1$ см. Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати її, вказавши напрям руху.

4-42. Знайти рівняння траєкторії, одержаної при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань $x = \cos \pi t$ і $y = \cos \pi/2t$.

Відповідь: $x = 2y^2 - 1$.

4-43. Точка одночасно здійснює два гармонічних коливання, які відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і які описуються рівняннями $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos \omega (t + \tau)$, де $A_1 = 4$ см; $A_2 = 8$ см; $\omega = \pi$ с$^{-1}$; $\tau = 1$с. Знайти рівняння траєкторії руху точки.

4-44. Точка одночасно здійснює два гармонічних коливання, які відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуються рівняннями $x = A_1 \cos\omega t$, і $y = A_2 \cos 2\omega t$, де $A_1 = 4$ см; $A_2 = 1$ см. Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати її, вказавши напрямок руху.

4-45. Рух матеріальної точки задається рівняннями $x = A_1 \sin\omega t$ і $y = A_2 \sin \omega (t + \tau)$, де $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см; $\omega = 2$ с$^{-1}$; $\tau = \pi/4$ с. Знайти рівняння траєкторії та швидкості точки в момент часу $t = 0.5$ с.

Відповідь: 13.7 м/с.

4-46. Матеріальна точка одночасно бере участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які описуються рівняннями $x = A_1 \cos\omega t$ і $y = -A_2 \cos 2\omega t$, де $A_1 = 2$ см; $A_2 = 1$ см. Знайти рівняння траєкторії та побудувати її, вказавши напрям руху точки.

4-47. Коливання матеріальної точки масою 0.1 г відбуваються згідно з рівнянням $x = A\cos\omega t$, де $A = 5$ см, $\omega = 20$ с$^{-1}$. Визначити максимальні значення повертаючої сили F_{max} і кінетичної енергії T_{max}.

Відповідь : 2 мН; 50 мкДж.

4-48. Визначити повертаючу силу і повну енергію матеріальної точки в момент часу $t = 1$ с, якщо коливання відбуваються за законом $x = A\cos \omega t$ де $A = 20$ см; $\omega = 2\pi/3$ с$^{-1}$. Маса матеріальної точки дорівнює 10 г.

Відповідь: 4.39 мН; 877 мкДж.

4-49. На тіло, яке здійснює гармонічні коливання з періодом коливань 1 с і початковою фазою $\pi/6$, діє максимальна повертаюча сила 1.75 10^{-2} Н. При цьому повна енергія коливання 2.85 10^{-4} Дж. Знайти рівняння коливань цього тіла.

Відповідь : $x = 3.2 \sin (2\pi \ t + \pi/6)$ см.

4-50. Коливання матеріальної точки відбуваються згідно з рівнянням $x = A\cos\omega t$, де A = 8 см; $\omega = \pi/6$ $с^{-1}$. В момент, коли повертаюча сила вперше досягла значення - 5 мН, потенціальна енергія точки стала рівною 100 мкДж. Знайти цей момент часу t і відповідну йому фазу ωt.

Відповідь: 2 с; $\pi/3$.

4-51. Амплітуда коливань матеріальної точки масою 3 г дорівнює 15 см, циклічна частота 10 $с^{-1}$. Визначити максимальні значення повертаючої сили і кінетичної енергії точки.

Відповідь: $4.5 \cdot 10^{-2}$ Н, $3.38 \cdot 10^{-3}$ Дж.

4-52. Математичний маятник довжиною 1м, встановлений в ліфті, піднімається з прискоренням 2.5 $м/с^2$. Визначити період коливань маятника.

Відповідь: 1.8 с.

4.53. Математичний маятник встановлений в вагоні електропотягу. У кільки разів зміниться період коливань маятника, якщо вагону надати горизонтального прискорення 2 $м/с^2$.

Відповідь: 1.01 рази.

4-54. Математичний маятник довжиною 40 см і фізичний маятник у вигляді тонкого прямого стержня довжиною 60 см синхронно коливаються навколо однієї горизонтальної осі. Знайти відстань центра мас стержня до осі коливань.

Відповідь: 10 см.

4-55. Як зміниться хід маятникового годинника, якщо його підняти на висоту 20 км над поверхнею Землі ?

Відповідь: Уповільниться в 1.003 разу.

4-57. Кулька масою 200 г підвішена до пружини і здійснює гармонічні коливання з частотою 5.0 Гц. Визначити коефіцієнт жорсткості пружини.

Відповідь: 200 Н/м.

4-58. Амплітуда коливання тягарця, підвішеного до пружини, дорівнює 2 см, а максимальна кінетична енергія тягарця 0.4 Дж. Визначити жорсткість пружини.

Відповідь: 2000 Н/м.

4-59. Мідна кулька, підвішена до пружини, коливається у вертикальному напрямі. Як зміниться період коливання, якщо замість мідної кульки підвісити алюмінієву, такого самого розміру ?

Відповідь: зменшиться в 1.8 разу.

4-60. До пружини підвішено тягарець масою m. Період коливання такої системи дорівнює 0.5 с. Якщо до цього тягарця добавити ще один масою Δm, то період зросте до 0.6 с. Визначити величину додаткового розтягу пружини під дією додаткового тягарця.

Відповідь: $\Delta x = 2.8$ мм.

4-61. Визначити період коливань вантажу масою 5 кг, підвішеного до пружини, якщо пружина під дією сили 40 Н розтягується на 6 см.

Відповідь: 0.542с.

4-62. До пружини, яка має коефіцієнт жорсткості 800 Н/м, підвісили тягарець і привели систему в коливальний рух. Визначити амплітуду коливання, знаючи, що максимальна кінетична енергія тягарця 2.5 Дж.

Відповідь: 7.9 см.

4-63. До пружини підвісили тягарець, в результаті чого пружина розтягнулась на 9 см. Яким буде період коливань тягарця, якщо його дещо відтягнути вниз і відпустити ?

Відповідь: 0.6 с.

4-64. Вантаж, підвішений до пружини, здійснює вертикальні незатухаючі коливання з амплітудою 0.06 м. Максимальна кінетична енергія вантажу 1.2 Дж. Знайти коефіцієнт жорсткості пружини.

Відповідь: 0.67 кН/м.

4-65. Тягарець масою 250 г, який підвішений до пружини, здійснює вертикальні коливання з періодом 1 с. Визначити жорсткість пружини.

Відповідь: 4.87 Н/м.

4-66. Визначити повну кінетичну енергію коливання вантажу, підвішеного до пружини, якщо в початковий момент часу його відтягнули вниз на $8 \cdot 10^{-2}$ м від положення рівноваги і відпустили. Відомо, що під дією сили 20 Н пружина розтягується на 10 мм.

Відповідь: 6.4 Дж.

4-67. Підвішена до пружини гиря здійснює вертикальні коливання з амплітудою 4 см. Визначити повну енергію коливань гирі, якщо жосткість пружини 1 кН/м.

Відповідь: 0.8 Дж.

4-68. Суцільний стержень довжиною 20 см підвішено за один кінець. Знайти період вільних коливань стержня.

Відповідь: ≈ 0.735 с.

4-69. Фізичний маятник у вигляді важкого тонкого стержня довжиною 60 см коливається навколо горизонтальної осі, яка проходить крізь кінець стержня. Знайти зведену довжину маятника.

Відповідь: 40 см.

4-70. До стелі ліфта підвішено стержень за один кінець так, що він може здійснювати гармонічні коливання. Довжина стержня 50 см. Визначити період коливання стержня, якщо ліфт рухається вверх з прискоренням 1.2 $м/с^2$.

Відповідь: 1.1 с.

4-71. На кінцях тонкого стержня довжиною 30 см закріплені однакові тягарці по одному на кожному кінці. Стержень з тягарцями коливається навколо горизонтальної осі, яка проходить через точку віддалену на 10 см від одного з кінців стержня. Визначити зведену довжину та період коливань такого фізичного маятника.

Відповідь: 50 см; 1.42 с.

4-72. Тонкий обруч, який підвісили на цвях, вбитий горизонтально в стінку, коливається в площині, паралельній стінці. Радіус обруча дорівнює 30 см. Визначити період коливання обруча.

Відповідь: 1.55 с.

4-73. Однорідний диск радіусом 30 см коливається навколо горизонтальної осі, яка проходить через одну із твірних циліндричної поверхні диска. Визначити період коливань диска.

Відповідь: 1.35 с.

4-74. Диск радіусом 24 см коливається навколо горизонтальної осі, яка проходить через середину одного із радіусів перпендикулярно площині диска. Визначити зведену довжину і період коливань такого маятника.

Відповідь: 36 см; 1.7 с.

4-75. Однорідний диск радіусом 0.1 м здійснює гармонічні коливання навколо горизонтальної осі, яка проходить через точку, розташовану на відстані $R/2$ від центру диска і перпендикулярну площині диска. Визначити частоту коливань диска.

Відповідь: $\nu = 1.3$ Гц.

4-76. Стержень довжиною 50 см виконує гармонічні коливання навколо горизонтальної осі, яка проходить через точку, що розташована на відстані 12.5 см від кінця стержня. Визначити частоту коливань стержня.

Відповідь: $\nu = 0.92$ Гц.

4-77. У відкриту з обох кінців U-подібну трубку вливають 0.24 кг ртуті. Радіус канала трубки 5 мм. Визначити циклічну частоту коливань ртуті в трубці. Тертя відсутнє.

Відповідь: $\omega = 9.3$ с$^{-1}$.

4-78. У відкриту з обох кінців U-подібну трубку з площею поперечного перерізу 0.4 см^2 швидко вливають ртуть масою 200 г. Визначити період коливань ртуті в трубці.

Відповідь: 0.86 с.

4-79. Ареометр плаває в рідині. Маса ареометра 98 г, діаметр його трубки 8 мм. Після невеликого поштовху ареометр здійснює вертикальні гармонічні коливання з періодом 8.8 с. Знайти густину рідини.

Відповідь: $\approx$ 1000 кг/м^3.

4-80. Ареометр масою 50 г, який має трубку діаметром 1 см, плаває в воді. Ареометр дещо занурили в воду і відпустили, в результаті чого він буде здійснювати гармонічні коливання. Знайти період цих коливань.

Відповідь: 1.6 с.

4-81. Набрякла деревина однакового перерізу вздовж всієї довжини занурюється вертикально у воду так, що над водою знаходиться лише незначна її частина. Період коливань деревини дорівнює 5 с. Визначити довжину деревини.

Відповідь: 6.21 м.

4-82. Початкова амплітуда затухаючого коливання матеріальної точки 2 см, за 4 с вона зменшилась до 0.7 см. Через скільки секунд амплітуда зменшиться до 0.4 см ?

Відповідь: 6.1 с.

4-83. Амплітуда затухаючих коливань маятника за час $t_1 = 5$ хв. зменшилась в два рази. За який час t_2 від початкового моменту амплітуда зменшиться у вісім разів ?

Відповідь: 15 хв.

4-84. Тіло масою 360 г підвісили до пружини з коефіцієнтом жорсткості k = 16 Н/м і привели в коливальний рух. Логарифмічний декремент затухання λ = 0.01. Скільки коливань здійснить тіло до того моменту, коли амплітуда зменшиться в e разів? За який проміжок часу відбудеться це зменшення амплітуди ?

Відповідь: N = 100; τ = 94 с.

4-85. Логарифмічний декремент затухання маятника дорівнює 0.003. Визначити число N коливань, за які амплітуда коливань зменшиться в два рази.

Відповідь: 231.

4-86. Побудувати графік затухаючого гармонічного коливання, частота якого 10 Гц, початкова амплітуда 6 см і логарифмічний декремент затухання 0.01.

4-87. Визначити число повних коливань системи, протягом яких енергія системи зменшилась в 2 рази. Логарифмічний декремент затухання 0.01.

Відповідь: 35.

4-88. Гиря масою 500 г підвішена до спіральної пружини з жорсткістю 20 Н/м і виконує пружні коливання в деякому середовищі. Визначити число повних коливань, які повинна виконати гиря, щоб амплітуда коливань зменшилась в 2 рази. За який час відбудеться це змешення? $r = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

Відповідь: $N = 173$; $t = 2$ хв. 52 с.

4-89. Амплітуда затухаючого коливання зменшується за один період у два рази. Визначити логарифмічний декремент затухання.

Відповідь: ≈ 0.7.

4-90. За час 8 хв. амплітуда затухаючих коливань маятника зменшилась в три рази. Визначити коефіцієнт затухання.

Відповідь: $\beta = 0.0023$ с$^{-1}$.

4-91. Математичний маятник здійснює затухаючі коливання в деякому середовищі, логарифмічний декремент якого $\lambda_1 = 1.26$. Визначити логарифмічний декремент затухання λ_2 маятника, якщо опір середовища збільшиться в 2 рази.

Відповідь: $\lambda = 2.69$.

4-92. Визначити період T затухаючих коливань, якщо період T_0 власних коливань системи дорівнює 1 с і логарифмічний декремент затухання $\lambda = 0.628$.

Відповідь: 1.005 с.

4-93. Визначити коефіцієнт затухання математичного маятника, якщо за проміжок часу $\tau = 4.8 \cdot 10^{-2}$ с маятник втрачає 99% своєї повної механічної енергії.

Відповідь: $\beta = 0.0048$ с$^{-1}$.

4-94. Тіло масою 1 кг знаходиться у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $r = 0.05$ кг/с. За допомогою двох однакових пружин жорсткістю $k = 50$ Н/м кожне тіло утримується в положенні рівноваги, пружини при цьому не деформовані. Тіло змістили від положення рівноваги і відпустили. Визначити: 1) коефіцієнт затухання β; 2) частоту коливань ν; 3) логарифмічний декремент затухання λ; 4) число коливань N, протягом яких амплітуда коливань зменшиться в e разів.

Відповідь: 0.025 $с^{-1}$; 1.59 Гц; 0.0157; 64.

4-95. Частинка здійснює затухаючі коливання з періодом 4.5 с. Початкова амплітуда коливань 0.16 м, а амплітуда після 20 повних коливань 0.01 м. Визначити коефіцієнт затухання β і логарифмічний декремент затухання λ.

Відповідь: $\beta = 0.031$ $с^{-1}$; $\lambda = 0.14$.

4-96. Тіло масою 5 г виконує затухаючі коливання. Протягом часу $t = 50$ с тіло втратило 60 % своєї повної механічної енергії. Визначити коефіцієнт опору r середовища.

Відповідь: $9.16 \cdot 10^{-5}$ кг/с.

4-97. Амплітуда коливань камертона за 15 хв зменшилась в 100 разів. Знайти коефіцієнт затухання коливань.

Відповідь: $\beta = 0.8$ $с^{-1}$.

4-98. Тіло масою 12 г здійснює затухаючі коливання з циклічною частотою 3.14 $с^{-1}$. При цьому за час $\tau = 60$ с тіло втрачає 0.9 своєї повної механічні енергії. Знайти: а) коефіцієнт затухання; б) коефіцієнт опору середовища; в) добротність коливальної системи.

Відповідь: $\beta = 0.019$ $с^{-1}$; $r = 4.56 \cdot 10^{-4}$ кг/с; $\theta = 83$.

4-99. Визначити коефіцієнт затухання і логарифмічний декремент затухання математичного маятника, якщо відомо, що за 100 с коливань повна механічна енергія маятника зменшилась в 10 разів. Довжина маятника 0.98 м.

Відповідь: $\beta = 0.0115$ с$^{-1}$; $\lambda = 0.023$.

4-100. Пружинний маятник, жорсткість пружини якого 10 Н/м, а маса тягарця дорівнює 100 г, виконує вимушені гармонічні коливання у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $2 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Визначити коефіцієнт затухання β і резонансну амплітуду $A_{рез}$. Амплітудне значення змушуючої сили дорівнює $F_0 = 10$ мН.

Відповідь: $\beta = 0.1$ с$^{-1}$; $A_{рез} = 5$ см.

4-101. Амплітуди вимушених гармонічних коливань на частотах 400 Гц і 600 Гц рівні між собою. Визначити резонансну частоту $\nu_{рез}$. Затуханням знехтувати.

Відповідь: $\nu_{рез} = 510$ Гц.

4-102. Амплітуди вимушених гармонічних коливань на частотах 100 Гц і 150 Гц рівні між собою. Визначити резонансну частоту в цьому випадку.

Відповідь: $\nu_{рез} = 127$ Гц.

4-103. Коливальна система здійснює затухаючі коливання з частотою $\nu = 1000$ Гц. Визначити частоту ν_0 власних коливань, якщо резонансна частота $\nu_{рез} = 998$ Гц.

Відповідь: $\nu_0 = 1002$ Гц.

4-104. Визначити амплітуду вимушених коливань тягарця масою 0.1 кг на пружині з коефіцієнтом жорсткості 10 Н/м, якщо на тягарець діє вертикальна змушуюча гармонічна сила з амплітудою $F_0 = 1.5$ Н і частотою, в два рази більшою власної частоти коливання тягарця. Коефіцієнт затухання 0.4 с$^{-1}$.

Відповідь: $A = 5.0$ см.

4-105. Визначити, на скільки резонансна частота відрізняється від частоти $\nu_0 = 1$ кГц власних коливань системи, якщо коефіцієнт затухання 400 $с^{-1}$.

Відповідь: $\Delta\nu = 4.05$ Гц.

4-106. Тіло виконує вимушені коливання в середовищі з коефіцієнтом опору $r = 1$ г/с. Вважаючи, що затухання мале, визначити амплітудне значення змушуючої сили, якщо резонансна амплітуда $A_{рез} = 0.5$ см, а частота ν_0 власних коливань дорівнює 10 Гц.

Відповідь: $F_0 = 0.314$ мН.

4-107. Визначити логарифмічний декремент затухання коливальної системи, для якої резонанс спостерігається на частоті, меншій власної частоти $\nu_0 = 10$ кГц на $\Delta\nu = 2$ Гц.

Відповідь: $\lambda = 0.089$.

4-108. Період власних коливань пружинного маятника дорівнює 0.55 с. У в'язкому середовищі період коливань того ж маятника дорівнює 0.56 с. Визначити резонансну частоту коливань.

Відповідь: $\nu_{рез} = 1.75$ Гц.

4-109. Рівняння плоскої хвилі $u(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$, де A = 0.5 см; $\omega = 628$ $с^{-1}$; $k = 2$ $м^{-1}$ Визначити: 1) частоту коливань ν і довжину хвилі λ; 2) фазову швидкість v; 3) максимальне значення швидкості $\dot{u}_{(x,t)}$ та прискорення $\ddot{u}_{(x,t)}$ коливань частинок середовища.

Відповідь: 100 Гц; 3.14 м; 314 м/с; 0.314 м/с; 197 м/$с^2$.

4-110. Рівняння плоскої механічної хвилі, яка поширюється в пружному середовищі, має вигляд $u_{(x,t)} = 10^{-8}\sin(6280\,t - 1.256\,x)$. Визначити довжину хвилі та швидкість її поширення.

Відповідь: 5000 м/с; 5 м.

4-111. Покажіть, що вираз $u_{(x,t)} = A\cos(\omega t - kx)$ дає можливість одержати хвильове рівняння $\frac{d^2u_{(x,t)}}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2u_{(x,t)}}{dt^2}$ за умови, що $\omega = kv$.

4-112. Вздовж осі x поширюється плоска гармонічна хвиля довжиною λ. Визначити відстань Δx між двома точками пружного середовища, фази яких відмінні на $\pi/2$.

Відповідь: $\Delta x = \lambda/4$.

4-113. Знайти швидкість поширення пружної хвилі в повітрі, якщо довжина хвилі 0.17 м, а частота коливань частинок середовища 2 кГц.

Відповідь: 340 м/с.

4-114. Плоска пружна хвиля поширюється вздовж лінії, яка з'єднує дві точки, відстань між якими Δx = 0.15 м. Визначити різницю фаз коливань частинок середовища в цих точках, якщо частота коливань 10^3 Гц, а швидкість поширення хвиль 340 м/с.

Відповідь: 2.8 рад.

4-115. Знайти швидкість поширення звукових коливань в повітрі, довжина хвилі яких 1.0 м, а частота коливань 340 Гц. Чому дорівнює максимальна швидкість зміщення частинок повітря, якщо амплітуда коливань 0.2 мм.

Відповідь: 340 м/с; 0.4 м/с.

4-116. Хвиля поширюється у пружному середовищі з швидкістю 15 м/с. Знайти зміщення точок середовища на відстані 3 м від джерела коливань через 4 с від початку коливань. Період коливання 1 с, а амплітуда 2 см.

Відповідь: 0.62 см.

4-117. Від джерела коливань поширюється плоска хвиля. Амплітуда коливань частинок середовища 10 см. Знайти зміщення точки, віддаленої від джерела на $x = 3/4\lambda$, в момент часу, коли від початку коливань пройшов час $t = 0.9$ T.

Відповідь: $u_{x,t} = 5.88$ см.

4-118. Визначити фазову швидкість v розповсюдження хвилі в пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань двох точок середовища, які знаходяться на відстані $\Delta x = 10$ см одна від одної, дорівнює $\pi/3$. Частота коливань дорівнює 25 Гц.

Відповідь: $v = 15$ м/с.

4-119. Звукові коливання, які мають частоту 0.5 кГц і амплітуду $A = 0.25$ мм, розповсюджуються в пружному середовищі. Довжина хвилі $\lambda = 70$ см. Знайти: 1) швидкість розповсюдження хвиль; 2) максимальну швидкість $\dot{u}_{(x,t)max}$ частинок середовища.

Відповідь: 350 м/с; 785 м/с.

4-120. Хвиля розповсюджується в пружному середовищі зі швидкістю 100 м/с. Найменша відстань Δx між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює 1 м. Визначити частоту коливань.

Відповідь: $\nu = 50$ Гц.

4-121. Дві точки знаходяться на відстані $\Delta x = 50$ см одна від одної на прямій, вздовж якої розповсюджується хвиля зі швидкістю 50 м/с. Період коливань дорівнює 0.05 с. Знайти різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань в цих точках.

Відповідь: 1.26 рад.

4-122. Визначити різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань джерела хвиль, яке знаходиться в пружному середовищі, і точки цього середовища, яка знаходиться на відстані $x = 2$ м від джерела. Частота коливань дорівнює 5 Гц; хвилі розповсюджуються зі швидкістю 40 м/с.

Відповідь: 1.57 рад.

4-123. Визначити довжину хвилі, якщо відстань між першою і п'ятою пучностями стоячих хвиль $\Delta x = 0.32$ м.

Відповідь: $\lambda = 16$ см.

4-124. Стальний стержень довжиною 1 м, закріплений посередині, натирають суконкою, посипаною каніфоллю. Визначити частоту власних поздовжніх коливань стержня, які при цьому утворюються. Модуль Юнга для сталі дорівнює $210 \cdot 10^9$ Па, а густина $7.8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Відповідь: 2590 Гц.

4-125. Визначити довжину біжучої хвилі , якщо в стоячій хвилі відстань між першою і сьомою пучностями дорівнює 120 см.

Відповідь: 0.4 м.

4-126. Визначити швидкість поширення поперечних звукових хвиль в міді. Модуль зсуву для міді 12.0 ГПа, густина міді 8900 кг/м^3.

Відповідь: 1161 м/с.

4-127. В трубі довжиною 1.2 м знаходиться повітря при температурі $T = 300$ К. Визначити мінімальну частоту можливих коливань повітряного стовпа в двох випадках: 1) труба відкрита; 2) труба закрита.

Відповідь: 144 Гц; 72 Гц.

4-128. Визначити швидкість звуку в воді, якщо відомо, що модуль всестороннього стиснення вди дорівнює 1.98 ГПа.

Відповідь: 1400 м/с.

4-129. Чому дорівнює коефіцієнт всестороннього стиснення води, якщо ультразвукова хвиля, яка посилається з теплохода, відбивається на глибині 1500 м і повертається через 2.1 с?

Відповідь: $2.0 \cdot 10^9$ Па.

4-130. Мідний стержень довжиною 1 м закріплений посередині. Визначити частоти ν_n власних поздовжніх коливань в стержні, якщо модуль Юнга для міді дорівнює $100 \cdot 10^9$ Па. Густина міді 8900 кг/м^3.

Відповідь: $\nu_n = 1.7 \cdot (2n - 1)$ кГц.

4-131. Визначити швидкість поширення поперечних хвиль в алюмінії, якщо модуль зсуву $24 \cdot 10^9$ Па, а густина алюмінію 2700 кг/м^3.

Відповідь: 2980 м/с.

4-132. Знайти частоту основного тону стовпа повітря в трубі, відкритій з обох кінців. Довжина труби 0.85 м. Швидкість поширення пружних хвиль в повітрі 340 м/с.

Відповідь: $\nu_1 = 200$ Гц.

4-133. Визначити частоту основного тону стовпа повітря в трубі, якщо вона відкрита з одного кінця, а її довжина 0.85 м. Швидкість поширення пружних хвиль в повітрі 340 м/с.

Відповідь: $\nu_1 = 100$ Гц.

4-134. Визначити густину стержня, якщо його модуль пружності $196 \cdot 10^9$ Па, а швидкість звуку в ньому 5100 м/с.

Відповідь: $7.5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

4-135. Чи можливі електромагнітні коливання в контурі, що складається з конденсатора електроємністю $4 \cdot 10^{-9}$ Ф та котушки, індуктивністю 5 мкГн?

Відповідь: ні.

4-136. Якою повинна бути електроємність конденсатора, щоб при індуктивності 25 мкГн можна було настроїти контур у резонанс на хвилю довжиною 100 м?

Відповідь: ≈ 110 пФ.

4-137. Яку індуктивність потрібно ввімкнути в коливальний контур, щоб при ємності 2 мкФ отримати власну частоту 1 кГц?

Відповідь: 13 мГн.

4-138. Коливальний контур складається з паралельно з'єднаних конденсатора ємністю 1.0 мкФ і котушки індуктивністю 1.0 мГн. Опір контура дуже малий. Знайти власну частоту коливань контура.

Відповідь: 5.1 кГц.

4-139. На яку довжину хвилі настроєний приймальний контур радіоприймача, якщо він має індуктивність 1.5 мГн і ємність 0.67 нФ? Активним опором контура знехтувати.

Відповідь: 1900 м.

4-140. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 1 нФ і котушки індуктивності 1 мГн. Активним опором знехтувати. На яку частоту монохроматичних електромагнітних хвиль настроєний контур?

Відповідь: $1.6 \cdot 10^5$ Гц.

4-141. За який час відбувається одне повне коливання в контурі, який випромінює електромагнітну хвилю довжиною 240 м в вакуумі?

Відповідь: 0.80 мкс.

4-142. Період власних коливань контура 1.0 мкс. Визначити ємність конденсатора, якщо індуктивність 0.4 мГн. Активним опором контура знехтувати.

Відповідь: 4.0 пФ.

4-143. Власна частота коливального контура з малим активним опором 1.0 Мгц. Визначити індуктивність контура, якщо його ємність 8.0 пФ.

Відповідь: 3.2 мГн.

4-144. Індуктивність коливального контура 50 мкГн. Якою повинна бути ємність контура, щоб він резонував на електромагнітну хвилю, довжина якої 300 м?

Відповідь: 51 пФ.

4-145. Визначити період власних коливань в контурі, якщо його ємність 16 пФ і індуктивність 1.6 мГн. Активним опором знехтувати.

Відповідь: 1.0 мкс.

4-146. Контур приймача з конденсатором ємністю 20 пФ настроєний на електромагнітну хвилю довжиною 5 м. Визначити індуктивність котушки контура, якщо активний опір відсутній.

Відповідь: 0.35 мкГн.

4-147. Знайти проміжок часу, за який амплітуда коливань сили струму в контурі з добротністю $\theta = 5000$ зменшиться в 2 рази, якщо частота вільних коливань в контурі 2.2 МГц.

Відповідь: $\tau = 0.50$мс.

4-148. Якою повинна бути добротність контура θ, щоб частота, при якій наступає резонанс струмів, відрізнялась від частоти, при якій наступає резонанс напруг, більш ніж на 1%?

4-149. Коливальний контур має ємність 1.1 нФ і індуктивність 5 мГн. Логарифмічний декремент затухання контура 0.005. За який час τ енергія контура зменшиться внаслідок затухання на 99% ?

Відповідь: $\tau = 6.7$ мс.

4-150. В контурі, добротність якого θ = 50 і власна частота 5.5 кГц, збуджуються затухаючі коливання. Через який час τ енергія, яка є в контурі, зменшиться за рахунок випромінювання в 2 рази?

Відповідь: τ = 1 мс.

4-151. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 2 мкФ і котушки індуктивністю 100 мГн. Активний опір котушки 100 Ом. Визначити логарифмічний декремент затухання контура.

Відповідь: 1,4.

4-152. Ємність коливального контура 10 мкФ, індуктивність 25 мГн і активний опір 1 Ом. Через скільки повних коливань N амплітуда сили струму в контурі зменшиться в e разів?

Відповідь: N = 16.

4-153. Яку потужність P повинен споживати коливальний контур з активним опором 1.8 Ом, щоб в ньому підтримувалися незатухачі гармонічні коливання з амплітудою сили струму 20 мА?

Відповідь: P = 0.36 мВт.

4-154. Конденсатор ємністю 1 мкФ, котушку з активним опором 0.1 Ом і індуктивністю 1 мГн підключили паралельно до джерела синусоїдної напруги. Знайти резонансну частоту $\omega_{рез}$.

Відповідь: $\omega_{рез} = 3 \cdot 10^4$ с$^{-1}$.

4-155. Визначити частоту ν_0 коливань контура, якщо максимальна напруга на обкладках конденсатора U_{max} = 100 В, а максимальний струм в котушці I_{max} = 5 мА. Ємність конденсатора 0.5 мкФ. Активним опором знехтувати.

Відповідь: ν_0 = 0.16 кГц.

4-156. Конденсатор ємністю 16 пФ заряджається до напруги 320 В і замикається на котушку з індуктивністю 1 мГн. Визначити максимальну силу струму I_{max} в такому контурі. Активним опором знехтувати.

Відповідь: $I_{max} = 40$ мА.

4-157. Індуктивність коливального контура 1.6 мГн, ємність 0.04 мкФ, а максимальна напруга, прикладена до контура, 200 В. Знайти максимальну силу струму в контурі. Активний опір не враховувати.

Відповідь: 1 А.

4-158. Коливальний контур містить конденсатор ємністю 8 пФ і котушку індуктивністю 0.5 мГн. Опором контура знехтувати. Яка максимальна напруга U_{max} на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму в контурі 40 мА?

Відповідь: $U_{max} = 320$ В.

4-159. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю 2.5 мГн та повітряного конденсатора ємністю 10 пФ. У скільки разів зміниться частота і період коливань, якщо простір між обкладками конденсатора заповнити діелектриком з $\varepsilon = 6$?

Відповідь: $\nu_1/\nu_2 = 2.45$; $T_2/T1 = 2.45$.

4-160. Визначити циклічну частоту коливань в електричному коливальному контурі, якщо максимальна сила струму в котушці індуктивності 1 А, максимальна різниця потенціалів на обкладках конденсатора 300 В, а енергія контура 0.15 мДж.

Відповідь: $\omega = 10^6$ с$^{-1}$.

4-161. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 5 мкФ і котушки з індуктивністю 200 мГн. Визначити максимальну силу струму I_{max} в контурі, якщо максимальна різниця потенціалів на обкладках конденсатора $U_{max} = 90$ В. Активним опором знехтувати.

Відповідь: $I_{max} = 0.45$ А.

4-162. Через 0.25 мкс після вмикання коливального контура енергія магнітного поля котушки стала дорівнювати енергії електричного поля конденсатора. Визначити частоту коливань, які виникають у контурі, якщо струм в котушці індуктивності змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$.

Відповідь: $5 \cdot 10^5$ Гц.

4-163. В коливальному контурі, активний опір якого 0.56 Ом, підтримують гармонічні незатухаючі коливання з амплітудою сили струму $I_{max} = 50$ мА. Визначити потужність, яка споживається контуром.

Відповідь: $P = 0.70$ мВт.

4-164. В резонансно настроєному контурі під дією зовнішньої синусоїдної напруги з амплітутою 200 В встановився змінний струм, амплітуда якого 16 А. Визначити активний опір контура.

Відповідь: $R = 12.5$ Ом.

4-165. Плоска електромагнітна хвиля $E=100\sin(6.28\cdot10^8t - 4.55x)$ поширюється у речовині. Визначити діелектричну проникність цієї речовини, якщо $\mu = 1$.

Відповідь: $\varepsilon = 4.7$.

4-166. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, яка поширюється в деякому середовищі з $\mu = 1$, має вигляд $E = 10 \sin(6.28\cdot10^8 t - 4.19\ x)$. Визначити діелектричну проникність середовища, довжину хвилі та швидкість її поширення.

Відповідь: $\varepsilon = 4$; $\lambda = 1.5$ м; $v = 1.5 \cdot 10^8$ м/с.

4-167. Радіолокатор працює на довжині хвилі 20 см і випромінює 2000 імпульсів за секунду. Кожен з цих імпульсів триває

0.02 мкс. Визначити число коливань в одному імпульсі, а також найбільшу відстань дії цього радіолокатора.

Відповідь: $N = 30$; $l = 75$ км.

4-168. Визначити довжину електромагнітної хвилі в трансформаторному маслі (ε = 2.2, μ = 1.0), якщо частота коливань хвилі 50 МГц.

Відповідь: 4 м.

4-169. Електромагнітна хвиля з частотою 100 МГц переходить з вакууму в немагнітне середовище з показником заломлювання n = 2.45. Знайти приріст довжини хвилі $\Delta\lambda$ в середовищі.

Відповідь: $\Delta\lambda$ = - 1.8 м.

4-170. Як змінюється довжина λ і швидкість v електромагнітної хвилі при переході з вакууму в немагнітне середовище з діелектричною проникністю ε? Чи змінюється при цьому частота ν хвилі?

Відповідь: λ і v зменшуються в $\sqrt{\varepsilon}$ разів; ν не змінюється.

4-171. Електромагнітна хвиля з частотою 59 МГц поширюється в немагнітному середовищі з діелектричною проникністю ε = 26. Визначити довжину хвилі в цьому середовищі.

Відповідь: λ = 1.0 м.

4-172. Частота електромагнітної хвилі 100 МГц, а її довжина в бензолі 2 м. Чому дорівнює діелектрична проникність ε бензолу, якщо він є немагнітною речовиною.

Відповідь: ε = 2.2.

4-173. Інтенсивність звуку I = 1 Вт/м^2. Визначити середню об'ємну густину $\overline{w}$ енергії звукової хвилі, якщо звук розповсюджується в сухому повітрі при нормальних умовах.

Відповідь: 3.01 мДж/м^3.

4-174. Вздовж циліндричної труби діаметром 20 см і довжиною 5 м, заповненої сухим повітрям, розповсюджується хвиля середньої за період інтенсивності $\bar{I}$ = 50 мВт/м^2. Знайти енергію W звукового поля, обмеженого трубою.

Відповідь: W = 23.7 мкДж.

4-175. Потужність ізотропного точкового джерела звукових хвиль дорівнює 10 Вт. Яка середня об'ємна густина $\bar{w}$ енергії на відстані r = 10 м від джерела хвиль. Температура повітря 250 К.

Відповідь: 0.251 Дж/м^3.

4-176. Потяг проходить повз станцію зі швидкістю u = 40 м/с. Частота ν_0 тону гудка потягу дорівнює 300 Гц. Яку частоту ν буде сприймати людина, яка стоїть на платформі в двох випадках:

а) потяг наближається; б) потяг віддаляється.

Відповідь: 341 Гц; 268 Гц.

4-177. Біля нерухомого електропотягу, частота звукового сигналу якого дорівнює 300 Гц, проїжджає інший електропотяг зі швидкістю u = 40 м/с. Якої частоти звуковий сигнал нерухомого електропотягу буде сприйматись пасажиром в момент наближення і в момент віддалення?

Відповідь: 336 Гц; 264 Гц.

4-178. Коли потяг проходить повз нерухомого спостерігача, висота тону звукового сигналу змінюється стрибком. Визначити відносну зміну частоти $\Delta\nu/\nu$, якщо швидкість потягу дорівнює 54 км/год.

Відповідь: 0.09.

4-179. Потяг рухається зі швидкістю u = 120 км/год. Він подає звуковий сигнал протягом τ = 5 с. Якою буде довжина τ звукового сигналу для нерухомого спостерігача, якщо: а) потяг наближається до нього; б) потяг віддаляється. Швидкість звуку в повітрі 348 м/с.

Відповідь: 4.5; 5.5 с.

4-180. Швидкий потяг наближається до електропотягу, який стоїть на колії, зі швидкістю u = 72 км/год. Електропотяг подає звуковий сигнал частотою ν_0 = 0.6 кГц. Визначити частоту ν звукового сигналу, який буде сприйматись машиністом швидкого потягу.

Відповідь: 636 Гц.

ОПТИКА

Основні формули і приклади розв'язування задач

Інтерференція світла

1. Швидкість поширення світла в середовищі

$$v = \frac{c}{n},$$

де c - швидкість світла в вакуумі; n - показник заломлювання середовища.

2. Оптична довжина ходу променя

$$L = ln,$$

де l - геометрична довжина ходу променя в середовищі з показником заломлювання n.

3. Оптична різниця ходу двох променів

$$\Delta = L_2 - L_1 = n(l_2 - l_1).$$

4. Зв'язок оптичної різниці ходу з різницею фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; λ - довжина хвилі світла.

5. Умова максимуму інтерференції когерентних хвиль

$$\Delta = \pm k\lambda,$$

де $k = 1, 2, 3, \ldots$ - порядок максимуму; λ – довжина хвилі.

6. Умова мінімуму інтерференції когерентних хвиль

$$\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2},$$

де - $k = 1, 2, 3, \ldots$ - порядок мінімуму.

7. Ширина інтерференційної смуги в досліді Юнга

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d},$$

де L - відстань від екрану до щілин Юнга; d - відстань між щілинами Юнга; λ - довжина хвилі.

8. Оптична різниця ходу променів в тонких плівках:

а) відбиті промені

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2}, \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn\cos i_2 + \frac{\lambda}{2};$$

б) прохідні промені

$$\Delta = 2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}, \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn\cos i_2,$$

де d - товщина плівки; n - показник заломлювання речовини плівки; i_1 і i_2 - кути падіння і заломлювання променів.

9. Радіуси світлих і темних кілець Ньютона:

а) відбиті промені

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2n}} \quad \text{- світлі кільця;}$$

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad \text{- темні кільця;}$$

б) прохідні промені

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad \text{- світлі кільця;}$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{k\lambda}{2n}} \quad \text{- темні кільця,}$$

де k = 1, 2, 3, ... - порядок кільця; R - радіус кривизни плоско-опуклої лінзи; λ - довжина хвилі світла; n - показник заломлювання речовини, якою заповнено простір між лінзою і плоско-паралельною пластинкою.

ПРИКЛАД 1: Відстань d між двома когерентними джерелами світла (λ= 0.5 мкм) дорівнює 0.1 мм. Відстань b між сусідніми інтерференційними максимумами в середній частині екрану дорівнює 1 см. Визначити відстань L від джерела до екрану.

Дано:
d = *0.1 мм*
λ = *0.5 мкм*
b = *1 см*

L -?

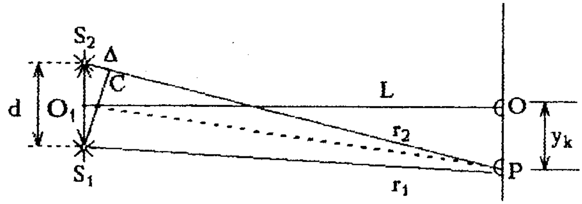

Рис.8

Розв'язування: З подібності трикутників S_1S_2C і O_1OP знаходимо наближене відношення сторін (рис.8).

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{y_k}{L}, \qquad \text{звідки} \qquad y_k = \frac{\Delta L}{d}.$$

В точці P спостерігається k-й максимум інтерференції двох променів S_2k і S_1k, оптична різниця ходу між якими

$$\Delta = r_2 - r_1.$$

З умови максимуму інтерференції двох променів маємо:

$$\Delta = \pm k\lambda.$$

Тому

$$y_k = \frac{k\lambda L}{d},$$

де y_k - відстань від 0-го максимуму до k-го максимуму на екрані.

Для $k+1$-го максимуму

$$y_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda L}{d}.$$

Ширина інтерференційної смуги

$$b = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda L}{d}.$$

Звідки відстань від джерел світла до екрану

$$L = \frac{b \cdot d}{\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$L = \frac{10 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 10^{-6}} = 2 \ \ (м).$$

Відповідь: L = 2 м.

ПРИКЛАД 2. На мильну плівку (n = 1.33), яка знаходиться в повітрі, падає перпендикулярно промінь білого світла. При якій найменшій товщині d плівки відбите світло з довжиною хвилі λ= 0.55 мкм виявиться максимально підсиленим в результаті інтерференції?

Дано:
n = 1.33
λ = 0.55 мкм

---

d_{min} - ?

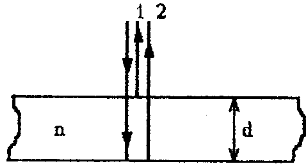

Рис.9

Розв'язування. З рис.9 видно, що інтерферують промені 1 і 2, які відбиті від верхньої і нижньої поверхонь плівки. Оптична різниця ходу цих променів дорівнює

$$\Delta = r_2 - r_1,$$

де $r_1 = \frac{\lambda}{2}$, враховано повернення фази хвилі на протилежну при відбиванні від межі з оптично більш густим середовищем; $r_2 = 2d \cdot n$.

Тому

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Для максимуму інтерференції виконується співвідношення:

$$\Delta = \pm k\lambda .$$

Прирівняємо оптичні різниці ходу

$$k\lambda = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Звідки

$$d = (2k+1)\frac{\lambda}{4n}.$$

Якщо $k = 0$, то $d = d_{min}$

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}.$$

Підставимо числові значення

$$d_{min} = \frac{0.55 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 1.33} = 10^{-7}\ (\text{м}).$$

__*Відповідь:*__ $d_{min} = 0.1$ мкм

__*ПРИКЛАД 3.*__ Діаметри d_i і d_k двох світлих кілець Ньютона відповідно дорівнюють 4.0 і 4.8 мм. Порядкові номери кілець не визначались, але відомо, що між ними розміщені ще три світлих кільця. Кільця спостерігаються у відбитому світлі (λ = 500 нм). Визначити радіус кривизни плоскоопуклої лінзи, взятої для досліду.

__*Дано:*__

d_i=4.0 мм

d_k=4.8мм

λ = 500нм

$k = i+3$

R - ?

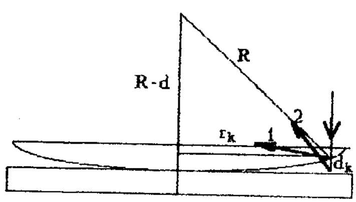

Рис.10

Розв'язування: Співвідношення між радіусом сферичної поверхні плоско-опуклої лінзи R, радіусом k-го кільця Ньютона і товщиною повітряного проміжку має такий вигляд:

$$R^2 = (R-d_k)^2 + r_k^2; \quad \text{або} \quad R^2 = R^2 - 2Rd_k + d_k^2 + r_k^2.$$

Нехтуючи за малістю d_k^2, знаходимо:

$$r_k^2 = 2R\, d_k\ . \tag{1}$$

Аналогічно для і-го кільця:

$$r_i^2 = 2R\, d_i\ . \tag{2}$$

Різниця ходу променів, які дають інтерференційну картину у випадку, коли промені падають перпендикулярно до системи, лінза - пластинка для максимумів інтеренференції, виражається формулою:

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

Звідки

$$d_k = (2k - 1)\,\frac{\lambda}{4}. \tag{3}$$

Для і-го світлого кільця

$$d_i = (2i - 1)\frac{\lambda}{4}. \tag{4}$$

Підставимо (3) і (4) відповідно в (1) і (2)

$$r_k^2 = (2k - 1)\,\frac{R\lambda}{2}.$$

$$r_i^2 = (2i - 1)\,\frac{R\lambda}{2}. \tag{5}$$

З урахуванням того, що $k = i + 3$, маємо

$$r_k^2 = (2i + 5)\,\frac{R\lambda}{2}. \tag{6}$$

Від (6) віднімемо (5)

$$r_k^2 - r_i^2 = 3\ R\lambda.$$

Звідки

$$R = \frac{r_k^2 - r_i^2}{3\lambda}\ .$$

Підставимо числові значення

$$R = \frac{(2.4 \cdot 10^{-3})^2 - (2.0 \cdot 10^{-3})^2}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 1.17 \quad (м).$$

Відповідь: R = 1.17 м.

ПРИКЛАД 4. Дві плоско-паралельні скляні пластинки утворюють клин з кутом $\alpha = 30''$. Простір між пластинками заповнено гліцерином ($n = 1.47$). На клин перпендикулярно до його поверхні падає промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. В відбитому світлі спостерігається інтерференційна картина. Яке число N темних інтерференційних смуг вкладається на 1 см довжини клина?

Дано:

$\alpha = 30''$

$n = 1.47$

$\lambda = 500$ *нм*

$b = 1$ *см*

N - ?

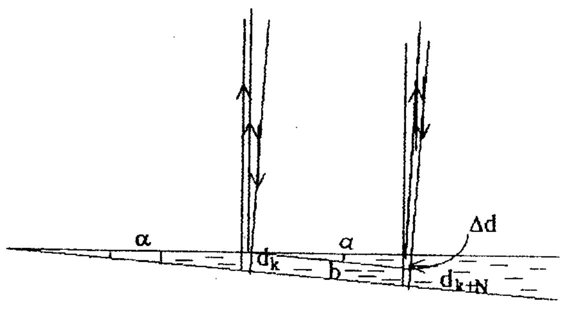

Рис.11

Розв'язування: Оптичні різниці ходу променів в точках розміщення *k-го* і *(k + N)*-го мінімумів (рис.11) дорівнюють:

$$\Delta_1 = 2d_k n + \frac{\lambda}{2}\ ; \qquad \Delta_2 = 2d_{k+N}\, n + \frac{\lambda}{2}\ .$$

Згідно умови мінімумів інтерференції запишемо

$$\Delta_1 = (2k+1)\,\frac{\lambda}{2}\ ; \qquad \Delta_1 = [2(k+N)+1]\,\frac{\lambda}{2}\ .$$

Або

$$(2k+1)\,\frac{\lambda}{2} = 2d_k\, n + \frac{\lambda}{2}, \qquad \text{звідки} \qquad d_k = \frac{k\lambda}{2n};$$

$$[2(k+N)+1]\,\frac{\lambda}{2} = 2d_{k+N}\, n + \frac{\lambda}{2}, \qquad \text{звідки} \qquad d_{k+N} = \frac{(k+N)\lambda}{2n};$$

З рисунка видно, що

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta d}{b}\ ,$$

де $\Delta d = d_{k+N} - d_k = \dfrac{N\lambda}{2n}$.

Тоді

$$tg\,\alpha = \frac{N\lambda}{2nb},$$

Звідки

$$N = \frac{2nbtg\alpha}{\lambda}.$$

Для малих кутів $tg\,\alpha = \alpha$.
Тому

$$N = \frac{2nb\alpha}{\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$N = \frac{2 \cdot 1.47 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{57.3 \cdot 3600 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 8.55\ \ (1/\text{см}).$$

<u>*Відповідь:*</u> N = 8.55 (1/см).

<u>*ПРИКЛАД 5.*</u> Визначити переміщення дзеркала в інтерферометрі Майкельсона, якщо інтерференційна картина змістилась на m = 100 смуг. Довжина хвилі світла 546 нм.

Дано:

m =100

λ = 456 нм

L - ?

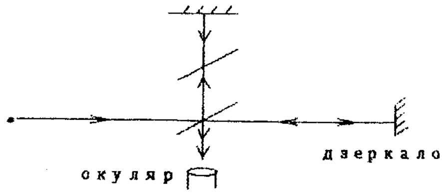

Рис. 12

Розв'язування: Переміщення дзеркала на відстань $\frac{\lambda}{2}$ відповідає зміні різниці ходу променів на одну смугу (рис. 12). Таким чином, можна записати:

$$L = m\frac{\lambda}{2} .$$

Підставимо числові значення

$$L = \frac{100 \cdot 546 \cdot 10^{-9}}{2} = 27.3 \cdot 10^{-6} \ (\text{м}).$$

Відповідь: $L = 27.3 \cdot 10^{-6}$ м.

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

1. Радіуси зон Френеля:

а) сферичний хвильовий фронт

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a + b}} ;$$

б) плоский хвильовий фронт

$$\rho_k = \sqrt{k\lambda b} ,$$

де k - порядковий номер зони Френеля ($k = 1, 2, 3, \ldots$); λ - довжина хвилі світла; a - радіус хвильової поверхні; b - відстань

2. Умова максимумів дифракції на щілині

$$b\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де b - ширина щілини; φ - кут дифракції; k = 1, 2, 3,... - порядок максимуму, або мінімуму дифракції.

3. Умова мінімумів дифракції на щілині

$$b\sin\varphi = \pm k\lambda.$$

4. Умова головних максимумів на дифракційній гратці

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де d - стала дифракційної гратки, яка дорівнює ширині однієї прозорої і однієї непрозорої частини гратки (d = b + a).

5. Кутова дисперсія гратки

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi},$$

де k - порядок спектра (k = 1, 2, 3,...); φ - кут дифракції.

6. Роздільна здатність дифракційної гратки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN,$$

де $\delta\lambda$ - найменший інтервал довжин хвиль, які за умовою Релея можуть бути розділені ; k - порядок спектра (k = 1, 2, 3,...); N - число всіх щілин в гратці .

7. Умова максимумів дифракції рентгенівських променів на просторовій гратці (формула Вульфа-Бреггів)

$$2d\sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де d - стала кристалічної структури; φ - кут між напрямком променя і поверхнею кристалу; k - порядок спектра (k = 1, 2, 3, ...); λ - довжина хвилі.

ПРИКЛАД 6: Точкове джерело світла з довжиною хвилі 0.6 мкм розміщене на відстані a = 100 см перед діафрагмою з круглим отвором радіусом ρ_k = 1 мм. Визначити відстань b від хвильової поверхні до точки спостереження, для якої в отворі діафрагми вкладається k = 5 зон Френеля.

Дано:

$\lambda = 0.6$ *мкм*

$a = 1$ *м*

$k = 5$

$\rho_k = 1$ *мм*

---

b - ?

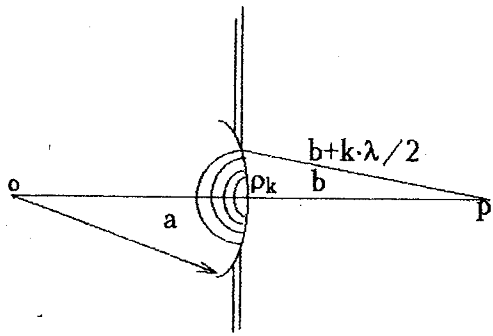

Рис.13

Розв'язування: Якщо в отворі діафрагми на хвильовій поверхні радіусом a вкладається k зон Френеля, то радіус k-ї зони буде рівний (рис.13):

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a+b}},$$

звідки

$$b = \frac{a\rho_k^2}{k\lambda a - \rho_k^2}.$$

Підставимо числові значення

$$b = \frac{10^{-6}}{5 \cdot 6 \cdot 10^{-7} - 10^{-6}} = 0.5 \text{ (м)}.$$

Відповідь: b = 0.5 м.

ПРИКЛАД 7: На щілину шириною b = 0.01 мм перпендикулярно падає промінь світла (λ = 577 нм). Під яким кутом φ до початкового напрямку будуть спостерігатись максимуми другого і третього порядків?

Дано:

$b = 0.01$ *мм*

$\lambda = 577$ *нм*

$k_1 = 2$

$k_2 = 3$

φ_2 - ? φ_3 - ?

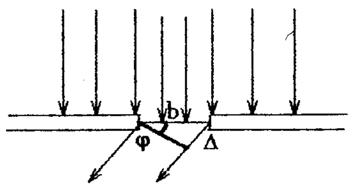

Рис. 14

Розв'язування: Умова максимумів дифракції на одній щілині має вигляд:

$$b \cdot \sin\varphi = \pm\,(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2},$$

де $b \cdot \sin\varphi = \Delta$ - оптична різниця ходу двох крайніх променів, які проходять крізь щілину (рис. 14)

Звідки

$$\sin\varphi = \pm\,\frac{(2k+1)\lambda}{2b}, \quad \text{або} \quad \varphi = \arcsin\frac{(2k+1)\lambda}{2b}.$$

Підставимо числові значення:

$$\text{а)}\quad k = 2,\quad \varphi_2 = \arcsin\frac{5\cdot 577\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-5}} = 8.1^\circ;$$

$$\text{б)}\quad k = 3,\quad \varphi_3 = \arcsin\frac{7\cdot 577\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-5}} = 11.6^\circ.$$

Відповідь: $\varphi_2 = 8.1^\circ$; $\varphi_3 = 11.6^\circ$.

ПРИКЛАД 8: Дифракційна гратка містить 200 рисок на 1 мм. На гратку падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі 0.6 мкм. Максимуми якого найбільшого порядку дає ця гратка?

Дано:

$N = 200$

$l = 1$ *мм*

$\lambda = 0.6$ *мкм*

---

k_{max} - ?

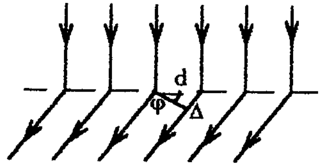

Рис.15

Розв'язування: Головні максимуми дифракції на дифракційній гратці (рис.15) спостерігаються згідно з умовою

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda ,$$

де $d\sin\varphi = \Delta$ - оптична різниця ходу двох суміжних променів; k - порядок дифракційної смуги; λ - довжина хвилі світла.

Порядок дифракційної смуги з цієї умови дорівнює:

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda} .$$

Якщо $\sin\varphi = 1$, то $k = k_{max}$, тому

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} .$$

Сталу дифракційної гратки знайдемо із умови

$$d = \frac{l}{N} .$$

Тому

$$k_{max} = \frac{l}{N\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$k_{max} = \frac{10^{-3}}{200 \cdot 0.6 \cdot 10^{-6}} = 8.3.$$

Відповідь: $k_{max} = 8$.

ПРИКЛАД 9. За допомогою дифракційної гратки з періодом $d = 20$ мкм необхідно роздільно бачити дублет натрію ($\lambda_1 = 589.0$ нм і $\lambda_2 = 589.6$ нм) в спектрі другого порядку. При якій найменшій ширині гратки це можливо?

Дано:
$d = 20$ мкм
$\lambda_1 = 589.0$ нм
$\lambda_2 = 589.6$ нм
$k = 2$

---

l - ?

Розв'язування: Роздільна здатність дифракційної гратки визначається формулами:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \qquad \text{і} \qquad R = kN,$$

де k - порядок спектра; N - число всіх щілин в гратці;

$\delta\lambda = |\lambda_1 - \lambda_2|$ - найменший інтервал довжин хвиль, які можна бачити роздільно в околі довжин хвиль λ_1.

Прирівняємо праві частини цих формул:

$$kN = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Число всіх щілин в гратці дорівнює

$$N = \frac{l}{d},$$

де l - ширина гратки; d - стала гратки.

Тому

$$k\frac{l}{d} = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

звідки

$$l = \frac{\lambda d}{k\delta\lambda},$$

або

$$l = \frac{\lambda d}{k(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Підставимо числові значення

$$l = \frac{589 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.6 \cdot 10^{-9}} = 9.8 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Відповідь: $l \cong 1$ см.

ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

1. Закон Брюстера

$$\text{tg}\, i = n_{2,1},$$

де i - кут падіння променя; $n_{2,1}$ - відносний показник заломлювання.

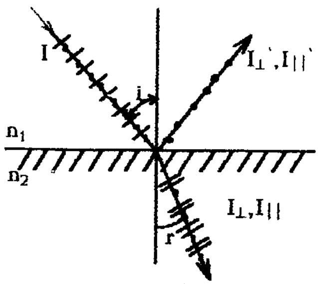

Рис. 16

2. Коефіцієнт відбивання падаючого променя:

$$k' = \frac{I'_{\perp} + I'_{11}}{I_0},$$

де $I_{\perp}' = 0.5 I_0 \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$, або $I_{\parallel}' = 0.5 I_0 \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$;

I_0 - інтенсивність природного променя.

3. Коеффіцієнт заломлювання променя:

$$k = \frac{I_{\perp} + I_{11}}{I_0},$$

де $I_{\perp}$ - інтенсивність променя з перпендикулярною орієнтацією вектора $\vec{E}$; $I_{\parallel}$ - інтенсивність променя з паралельною орієнтацією вектора $\vec{E}$.

4. Ступінь поляризації заломленого променя

$$P = \frac{I_{11} - I_{\perp}}{I_{11} + I_{\perp}}.$$

5. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2\alpha ,$$

де I - інтенсивність поляризованого світла після аналізатора; I_0 - інтенсивність світла до аналізатора; α - кут між площиною поляризатора і площиною поляризації аналізатора.

6. Ступінь поляризації частково поляризованого світла в довільному випадку :

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} ,$$

де I_{max} і I_{min} - максимальна і мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, яке пропускається через аналізатор.

7. Різниця фаз поляризованих променів, яка створюється анізотропною пластинкою

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l(n_з - n_н) ,$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; l - товщина анізотропної пластинки;

$n_з$ і $n_н$ - показники заломлювання відповідно звичайного і незвичайного променів в анізотропній пластинці;

8. Кут повертання площини поляризації монохроматичного світла при проходженні через оптично активну речовину:

а) в твердих тілах

$$\varphi = [\alpha]\, l ;$$

в) в розчинах

$$\varphi = [\alpha]\, C\, l ,$$

де $[\alpha]$ - питоме повертання площини поляризації; C - масова концентрація оптично активної речовини в розчині; l - довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині.

9. Виникнення оптичної різниці фаз в деяких штучно анізотропних речовинах:

а) у випадку механічних деформацій

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_1 \sigma ,$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число; l - довжина тіла в напрямку створення механічних деформацій; k_1 - стала величина, характеризує властивості певної речовини; σ - нормальна напруга ($\sigma = \frac{F}{S}$).

б) у випадку дії електричного поля (ефект Керра)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_2 E^2,$$

де k_2 - стала величина; E - напруженість електричного поля в комірці Керра.

в) у випадку дії магнітного поля

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_3 H^2 ,$$

де k_3 - стала величина; H - напруженість магнітного поля.

ПРИКЛАД 10. Алмазна призма (n = 2.43) знаходиться в деякому середовищі з показником заломлювання n_1. Промінь природного світла падає на призму так, як це показано на рис.17. Визначити показник заломлювання цього середовища, якщо відбитий промінь повністю поляризований.

Дано:

$n = 2.42$

$\alpha = 60°$

---

n_1 - ?

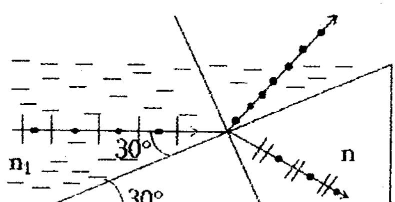

Рис.17

Розв'язування: З рис.17 видно, що кут падіння променя на поверхню алмазної призми $\alpha = \frac{\pi}{2} - 30° = 60°$.

Для кута α виконується закон Брюстера

$$tg\,\alpha = \frac{n}{n_1},$$

де n - показник заломлювання алмазної призми; n_1 - показник заломлювання деякого середовища.

Звідки

$$n_1 = \frac{n}{tg\alpha}.$$

Підставимо числові значення

$$n_1 = \frac{2.42}{tg60^\circ} = 1.40.$$

Відповідь: $n_1 = 1.40$.

ПРИКЛАД 11. У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, яке проходить через систему двох призм Ніколя, площини пропускання яких утворюють кут $\alpha = 30^\circ$, якщо відомо, що в кожній із призм втрачається на поглинання 10% падаючої інтенсивності?

Дано:

$\alpha = 30^\circ$

$\rho = 0.1$

$\frac{I_0}{I_2}$ - ?

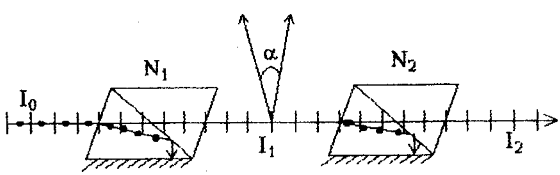

Рис. 18

Розв'язування: Природний промінь, що падає на грань призми Ніколя, (рис.18) роздвоюється внаслідок подвійного променезаломлювання на звичайний і незвичайний промені. Обидва промені однакові за інтенсивністю і є повністю поляризовані. Звичайний промінь внаслідок повного внутрішнього відбивання на межі шару канадського бальзаму поглинається покрашеною в чорний колір поверхнею призми. Незвичайний промінь проходить через призму, зменшивши свою інтенсивність на 10% внаслідок відбивання і поглинання в призмі.

Таким чином, інтенсивність світла, яке пройшло першу призму, дорівнює

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0(1-\rho) \ .$$

Плоско-поляризований промінь світла з інтенсивністю I_1 падає на другу призму, де також роздвоюється на звичайний і незвичайний промені. Інтенсивність незвичайного променя I_2, який пройде крізь другу призму Ніколя, визначається законом Малюса. Врахувавши також втрати інтенсивності на відбивання і поглинання, маємо:

$$I_2 = I_1 \ (1 - \rho) \cos^2 \alpha \ .$$

де α - кут між площинами поляризації поляризатора і аналізатора. Інтенсивність I_2 з урахуванням I_1 буде дорівнювати

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 \ (1 - \rho)^2 \cos^2 \alpha \ .$$

Послаблення інтенсивності

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-\rho)^2 \cos^2 \alpha} \ .$$

Підставимо числові значення

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0.1)^2 \cdot \cos^2 30^\circ} = 3.28.$$

<u>*Відповідь:*</u> $I_0/I_2 = 3.28$ рази.

<u>*ПРИКЛАД 12.*</u> На шляху частково поляризованого світла, ступінь поляризації якого 0.6, поставили аналізатор так, що інтенсивність пропущеного ним світла виявилась найбільшою. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, якщо аналізатор повернути на кут 30° ?

Дано:

$p = 0.6$

$\alpha = 30^\circ$

$\dfrac{I_1}{I_2}$ - ?

Розв'язування: Ступінь поляризації для частково поляризованого світла визначається за формулою

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \; ,$$

де I_{max} і I_{min} - максимальна і мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, яке пропускається аналізатором.

З цієї формули знайдемо залежність I_{max} від I_{min}

$$I_{max} = \frac{1+p}{1-p} I_{min} = 4I_{min}. \tag{1}$$

Максимальна інтенсивність світла, що проходить крізь аналізатор, дорівнює

$$I_{max} = I_п + \frac{1}{2} I_{н.п.}, \tag{2}$$

де $I_п$ - інтенсивність поляризованого світла; $I_{н.п.}$- інтенсивність неполяризованого світла.

Мінімальна інтенсивність світла, яке проходить крізь аналізатор, дорівнює

$$I_{min} = \frac{1}{2} I_{н.п.} \; . \tag{3}$$

Після підстановки (2) і (3) в (1) маємо

$$\frac{I_п + 0.5I_{н.п.}}{0.5I_{н.п.}} = 4,$$

звідки

$$I_п = 1.5I_{н.п}. \qquad (5).$$

Згідно з умовою задачі аналізатор пропускає в першому випадку

$$I_1 = I_п + \frac{1}{2} I_{н.п.}. \qquad (6)$$

В другому випадку

$$I_2 = I_п \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_{н.п.} \qquad (7)$$

Поділивши (6) на (7) та врахувавши (5), одержимо

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_п + 0.5I_{н.п.}}{I_п \cos^2 \alpha + 0.5I_{н.п.}} = \frac{1.5 + 0.5}{1.5 \cos^2 \alpha + 0.5}.$$

Врахувавши кут α, будемо мати

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{1.5 \cdot \frac{3}{4} + 0.5} = 1.23.$$

Відповідь: $I_1 / I_2 = 1.23$ рази.

ПРИКЛАД 13. Кут повороту площини поляризації жовтого світла натрію при проходженні через трубку з розчином цукру $\varphi = 40^\circ$.

Довжина трубки $l = 15$ см. Питоме повертання площини поляризації розчином цукру $[\alpha] = 0.665$ град·м²/кг. Визначити концентрацію C цукру в розчині.

Дано:

$\varphi = 40°$

$l = 15$ см

$[\alpha] = 0.665$ град·м²/кг.

C - ?

Розв'язування: Поворот площини поляризації монохроматичного світла при проходженні його крізь розчин оптичноактивної речовини (цукру) визначається формулою:

$$\varphi = [\alpha]\, C\, l ,$$

де $[\alpha]$ - питоме повертання площини поляризації; C - масова концентрація оптичноактивної речовини; l - хід поляризованого променя в цьому розчині.

Звідки

$$C = \frac{\varphi}{[\alpha] l} .$$

Підставимо числові значення

$$C = \frac{40}{0.665 \cdot 0.15} = 401 \ \ (кг/м^3).$$

Відповідь: C = 401 кг/м³.

ДИСПЕРСІЯ СВІТЛА

Дисперсією світла називається залежність показника заломлювання n речовин від частоти ν або довжини хвилі світла λ.

1. Фазова швидкість:

$$v = \frac{\omega}{k},$$

де ω - циклічна частота коливань; k - хвильове число.

2. Групова швидкість:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}\cdot(k\cdot v) = v + k\cdot\frac{dv}{dk},$$

де u - групова швидкість; v - фазова швидкість; k - хвильове число; $\frac{dv}{dk}$ - похідна залежності фазової швидкості від величини хвильового числа.

Похідну $\frac{dv}{dk}$ перепишемо

$$\frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk}.$$

Похідну $\frac{d\lambda}{dk}$ знайдемо із виразу для хвильового числа

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}; \quad d\lambda = -\frac{2\pi dk}{k^2} \quad \text{або} \quad \frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2}.$$

Тому

$$\frac{dv}{dk} = -\frac{dv}{d\lambda}\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{dv}{d\lambda}\frac{\lambda}{k}.$$

З урахуванням виразу для $\frac{dv}{dk}$ співвідношення для залежності групової швидкості від фазової набуде вигляду

$$u = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda}.$$

3. Фазова швидкість для світлових хвиль

$$v = \frac{c}{n} ,$$

де c - швидкість світла в вакуумі; n - абсолютний показник заломлювання середовища.

4. Зв'язок групової швидкості з фазовою для світлових хвиль

$$u = v \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\right) ,$$

де $\frac{dn}{d\lambda} = D$ - дисперсія речовини.

5. Показник заломлювання середовища з макроскопічної електромагнітної теорії Максвелла:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} ,$$

де ε - відносна діелектрична проникність, μ - відносна магнітна проникність середовища.

6. Закон Бугера для поглинання світла в речовині

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x},$$

де I_0 і I - інтенсивності плоскої монохроматичної хвилі на вході і виході шару поглинаючої речовини; α - коефіцієнт поглинання, x - товщина шару поглинання.

ПРИКЛАД 14. Показник заломлювання *n* сірководню для світла різної довжини хвилі λ подається в таблиці.

λ, нм	*n*
509	1.647
534	1.640
574	1.630

Визначити фазову і групову швидкості світла в околі довжини хвилі 534 нм.

<u>Дано</u> : $\lambda_1 = 509$ *нм*; $\quad n_1 = 1.647$;

$\lambda_2 = 534$ *нм*; $\quad n_2 = 1.640$;

$\lambda_3 = 574$ *нм*; $\quad n_3 = 1.630$;

<u>Знайти</u> : v, u.

<u>Розв'язування</u> : Фазова швидкість світла з довжиною хвилі $\lambda = 534$ нм дорівнює

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.640} = 1.83 \cdot 10^8 \ (\text{м/с}).$$

Групова швидкість u пов'язана з фазовою швидкістю v в середовищі з показником заломлювання n співвідношеням:

$$u = v \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Похідну $\frac{dn}{d\lambda}$ можна визначити, якщо відома функція $n(\lambda)$, або за тангенсом кута нахилу дотичної до графіку функції $n(\lambda)$ при відомій довжині хвилі λ. Маючи три точки залежності n від λ, похідну $\frac{dn}{d\lambda}$ визначимо наближено через середнє значення співвідношень

$$\frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{і} \quad \frac{n_3 - n_2}{\lambda_3 - \lambda_2}.$$

Або

$$\frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = -\frac{0.007}{25 \cdot 10^{-9}} = -2.8 \cdot 10^5 \ \text{м}^{-1};$$

$$\frac{n_3 - n_2}{\lambda_3 - \lambda_2} = -\frac{0.010}{40 \cdot 10^{-9}} = -2.8 \cdot 10^5 \ \text{м}^{-1}.$$

Звідки

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2.8 \cdot 10^5 + 2.5 \cdot 10^5}{2} = -2.65 \cdot 10^5 \ \text{м}^{-1}.$$

Знак (-) показує, що з ростом довжини хвилі показник заломлювання зменшується, а фазова швидкість зростає. Це область нормальної дисперсії.

Групова швидкість буде дорівнювати

$$u = 1.83 \cdot 10^8 \cdot \left[1 + \frac{534 \cdot 10^{-9}}{1.640} \cdot \left(-2.65 \cdot 10^5\right)\right] = 1.67 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

<u>*Відповідь:*</u> $v = 1.83 \cdot 10^8$ м/с; $u = 1.67 \cdot 10^8$ м/с.

<u>*ПРИКЛАД 15.*</u> При проходженні плоскої монохроматичної хвилі відстані $l_1 = 10$ мм інтенсивність її зменшується на 1 %, а при проходженні відстані $l_2 = 4,6$ м - на 99 %. Визначити коефіцієнт поглинання середовища для даної довжини хвилі.

<u>*Дано:*</u>

$l_1 = 10$ *мм;*

$l_2 = 4.6$ *м;*

α - ?

<u>*Розв`язування:*</u> Поглинання монохроматичного світла описується законом Бугера, згідно з яким

$$I_1 = I_0 \cdot e^{-\alpha l_1} \qquad \text{і} \qquad I_2 = I_0 \cdot e^{-\alpha l_2}.$$

Після нескладних математичних перетворень одержуємо :

$$\frac{I_0 - I_0 e^{-\alpha l_2}}{I_0} = 0.99; \qquad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\ln 100}{l_2}.$$

$$\frac{I_0 - I_0 \cdot e^{-\alpha l_1}}{I_0} = 0.01; \qquad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\ln 0{,}01}{l_1},$$

Підставимо числові значення

$$\alpha = \frac{\ln \frac{1}{0.99}}{0.01} = 1.0 \text{ м}^{-1} \qquad \text{і} \qquad \alpha = \frac{\ln 100}{4.6} = 1.0 \text{ м}^{-1}.$$

<u>*Відповідь:*</u> $\alpha = 1.0$ м$^{-1}$.

КВАНТОВА ПРИРОДА ВИПРОМІНЮВАННЯ

Теплове випромінювання

1. Закон Стефана-Больцмана для абсолютно чорного тіла

$$R = \sigma T^4,$$

де R - інтегральна випромінювальна здатність, або енергетична світимість абсолютно чорного тіла; σ - стала Стефана-Больцмана ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2 \cdot$К^4); T - термодинамічна температура тіла.

2. Закон Стефана-Больцмана для сірого тіла

$$R_c = \alpha\sigma T^4,$$

де α - поглинальна здатність тіла, яка визначається відношенням поглинутої енергії до падаючої.

3. Закон Кірхгофа

$$\frac{\varepsilon_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = r_{\nu,T} \quad ,$$

де $\varepsilon_{\nu,T}$ - спектральна випромінювальна здатність будь-якого тіла; $\alpha_{\nu,T}$ - спектральна поглинальна здатність будь-якого тіла; $r_{\nu,T}$ - стала величина для всіх тіл, називається спектральною випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла.

4. Закон зміщення Віна

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

де λ_{max} - довжина хвилі, на якій енергія випромінювання абсолютно чорного тіла досягає максимуму; b - стала Віна ($b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К); T - термодинамічна температура.

5. Формула Планка через частоту ν випромінювання:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi \cdot \nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

де ν - частота випромінювання; c - швидкість світла; hν - енергія кванта; k - стала Больцмана ($k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К); h - стала Планка ($h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); T - термодинамічна температура.

6. Формула Планка через довжину хвилі λ

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}.$$

7. Залежність максимальної спектральної густини випромінювання від температури:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = c \cdot T^5,$$

де c - стала величина ($c = 1,30 \cdot 10^{-5}$ Вт/м³К⁵).

<u>*ПРИКЛАД 17.*</u> Абсолютно чорне тіло знаходиться при температурі 2900° К. В результаті охолодження довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності тіла, зменшилась на $\Delta\lambda = 9$ мкм. До якої температури було охолоджено тіло?

<u>*Дано:*</u>

$T_1 = 2900$ К

$\Delta\lambda = 9$ мкм

T_2 - ?

<u>*Розв'язування:*</u> Згідно закону Віна, довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, розраховується за формулою

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T_1}.$$

Після охолодження довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності, зросте на величину $\Delta\lambda$:

$$(\lambda_1 + \Delta\lambda)_{max} = \frac{b}{T_2}.$$

Після нескладних перетворень одержуємо:

$$\Delta\lambda = b\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right),$$

звідки

$$T_2 = \frac{bT_1}{\Delta\lambda T_1 + b}.$$

Підставимо числові значення

$$T_2 = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \cdot 2900}{9 \cdot 10^{-6} \cdot 2900 + 2.9 \cdot 10^{-3}} = 290\ (K).$$

Відповідь: $T_2 = 290$ K.

ПРИКЛАД 18. Температура T абсолютно чорного тіла дорівнює 2000 K. Визначити спектральну густину випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ для довжини хвилі $\lambda = 600$ нм.

Дано:

T = 2000 K

λ = 600 нм

$r_{\lambda,T}$ - ?

Розв'язування: Скористаємось формулою Планка через довжину хвилі λ

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1},$$

де $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $к = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; $\lambda = 600$ нм; $T = 2000$ К.

Підставимо числові значення

$$r_{\lambda,T} = \frac{6.28 \cdot 6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{\left(6 \cdot 10^{-7}\right)^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 2000 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}} - 1} =$$

$$= 29.8 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^3.$$

Відповідь: $r_{\lambda,T} = 29.8 \cdot 10^{10}$ Вт/м^3.

ПРИКЛАД 19. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює 10 кВт. Визначити величину поверхні випромінювання, якщо відомо, що довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини його випромінювальної здатності, дорівнює $7 \cdot 10^{-7}$ м.

Дано:

$P = 10$ кВт

$\lambda_{max} = 7 \cdot 10^{-7}$ м

S - ?

Розв'язування: Інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює

$$R = \frac{W}{S \cdot \Delta t}, \qquad (1)$$

де W - повна енергія випромінювання; S - величина поверхні випромінювання; Δt - час випромінювання.

Згідно з законом Стефана-Больцмана інтегральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла визначають також за формулою:

$$R = \sigma T^4, \qquad (2)$$

де σ - стала Стефана-Больцмана; T - термодинамічна температура.

Значення термодинамічної температури знаходять із закону зміщення Віна:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} , \qquad (3)$$

де b - стала Віна.

Прирівнюючи праві частини формул (1) і (2) та враховуючи (3), знаходимо площу випромінювання

$$\frac{W}{S\Delta t} = \sigma \frac{b^4}{\lambda_{max}^4} ,$$

де $\frac{W}{\Delta t} = P$ - потужність випромінювання.

Отже, одержуємо:

$$S = \frac{P\lambda_{max}^4}{\sigma b^4} .$$

Підставимо числові значення

$$S = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \left(7 \cdot 10^{-7}\right)^4}{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(2.9 \cdot 10^{-3}\right)^4} = 5.98 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 .$$

Відповідь: $S = 5.98 \cdot 10^{-4}$ м^2 ≈ 6 см^2.

ПРИКЛАД 20. Обчислити температуру поверхні Сонця, якщо відомо, що сонячна стала, яка дорівнює потужності енергії випромінювання на 1 м^2 площини, що розміщена перпендикулярно до сонячного проміння біля поверхні Землі, становить $1.4 \cdot 10^3$ Вт/м^2.

Дано:

C = $1.4 \cdot 10^3$ Вт/м^2.

T - ?.

Розв'язування: Зв'язок енергії випромінювання з одиниці площі поверхні Сонця за одиницю часу, з температурою випромінювання дається законом Стефана-Больцмана

$$R = \sigma T^4,$$

Енергія, яка випромінюється всією поверхнею Сонця, дорівнює

$$W = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2 ,$$

де r - радіус Сонця.

Величину цієї енергії можна розрахувати також через сонячну сталу, помножену на площу поверхні радіусом, рівним відстані від Землі до Сонця,

$$W = C 4\pi R^2,$$

де C - сонячна стала; R - радіус земної орбіти.

Прирівнюючи праві частини цих рівностей та розв'язуючи одержане рівняння відносно температури, знаходимо

$$T = \sqrt[4]{\frac{CR^2}{\sigma r^2}} .$$

Підставимо числові значення

$$T = \sqrt[4]{\frac{1.4 \cdot 10^3 \cdot \left(1.5 \cdot 10^{11}\right)^2}{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(6.96 \cdot 10^8\right)^2}} = 5800\ K .$$

__*Відповідь:*__ T *= 5800 K.*

ФОТОЕФЕКТ

1. Енергія фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} ,$$

де h - стала Планка, ν - частота світлових хвиль; λ - довжина хвилі; c - швидкість світла.

2. Маса рухомого фотона (маса спокою фотона дорівнює нулю, фотон в спокої не існує):

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} .$$

3. Імпульс фотона:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} .$$

4. Формула Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2} ,$$

де $h\nu$ - енергія фотона; A - робота виходу електрона з металу; $\frac{mv_{max}^2}{2}$ - максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

5. Червона межа фотоефекту:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \qquad \text{або} \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{A} ,$$

де ν_0 - найменша частота світла, при якій ще можливий фотоефект; λ_0 - найбільша довжина хвилі, при якій ще можливий фотоефект.

6. Формула Ейнштейна для фотонів, енергія яких співрозмірна з енергією спокою електрона (роботою виходу нехтують)

$$h\nu = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) ,$$

де $E_0 = m_0c^2$ - енергія спокою електрона; $\beta = \frac{v}{c}$ - відношення швидкості руху електрона до величини швидкості світла.

ПРИКЛАД 21. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів, які вилітають з поверхні металу під дією γ - випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0.3$ нм.

Дано:

$\lambda = 0.3$ нм

v_{max} - ?

Розв'язування: В залежності від швидкості фотоелектронів максимальна кінетична енергія їх може бути розрахована або за класичною формулою

$$K_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2},$$

або за релятивісською формулою

$$K = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right).$$

Критерієм вибору тієї чи іншої формули є співвідношення між енергією падаючого фотона і енергією спокою електрона.

Знайдемо енергію падаючого на поверхню металу фотона

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{0.3\cdot10^{-9}\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot10^{6}} = 0.04\ (\text{MeB}).$$

Енергія спокою електрона

$$\varepsilon = m_0\cdot c^2 = \frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot9\cdot10^{16}}{1.6\cdot10^{-19}\cdot10^{6}} = 0.51\ (\text{MeB}).$$

Енергія падаючого фотона ще значно менше енергії спокою електрона. Тому можна користуватись як класичною, так і релятивістською формулами кінетичної енергії.

а) В релятивістському випадку

$$\varepsilon = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right).$$

Швидкість фотоелектронів дорівнюватиме

$$v = \frac{c\sqrt{(2E_0+\varepsilon)\varepsilon}}{E_0+\varepsilon},$$

де $E_0 = m_0c^2$; $\varepsilon = h\nu$.

Підставимо числові значення

$$v=\frac{3\cdot10^8\cdot\sqrt{\left(2\cdot0.51\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}+0.04\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}\right)\cdot0.04\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}}}{0.51\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}+0.04\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}}=$$

$$= 3.79\cdot10^7\ (\text{м/с}).$$

б) В класичному випадку, нехтуючи роботою виходу,

$$\varepsilon = \frac{m\cdot v_{max}^2}{2}, \quad \text{звідки} \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2\cdot\varepsilon}{m}}.$$

Підставимо числові значення

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2\cdot0.04\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19}}{9.1\cdot10^{-31}}} = 3.8\cdot10^7\ (\text{м/с}).$$

<u>Відповідь:</u> $v = 3.8\cdot10^7$ м/с.

ТИСК СВІТЛА

1. Тиск світла при перпендикулярному падінні на поверхню тіла

$$p = \frac{E_0}{c}(1+\rho) \qquad \text{або} \qquad p = w\,(1+\rho),$$

де E_0 - енергія всіх фотонів, які падають на одиницю площі за одиницю часу; ρ - коефіцієнт відбивання (для дзеркального тіла $\rho = 1$, для чорного тіла $\rho = 0$); c - швидкість світла; w - об'ємна густина енергії.

<u>*ПРИКЛАД 22*</u>. Лазер випромінює в імпульсі протягом $\tau = 0.134$ мс промінь світла енергією $W = 10$ Дж. Визначити середній тиск такого світлового імпульсу, якщо його сфокусувати на невелику пляму діаметром $d = 10$ мкм на деякій поверхні, перпендикулярно до проміння, з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0.5$.

<u>*Дано:*</u>

$\tau = 0.13$ мс

$W = 10$ Дж

$d = 10$ мкм

$\rho = 0.5$

P - ?

<u>*Розв'язування:*</u> При дії квантів світла на деяку поверхню половина з них поглинається, а друга половина - відбивається, змінюючи свій імпульс на протилежний.

Зміна імпульсу всіх фотонів за час одного імпульсу випромінювання лазера

$$\Delta K = 2\,\rho\frac{Nh\nu}{c} + (1-\rho)\frac{Nh\nu}{c}\;,$$

де $2\rho\dfrac{Nh\nu}{c}$ - зміна імпульсу відбитих фотонів;

$\rho \dfrac{Nh\nu}{c}$ - зміна імпульсу поглинутих фотонів.

Або

$$\Delta K = \frac{W}{c}(1 + \rho) ,$$

де $W = Nh\nu$,

За другим законом Ньютона

$$\Delta K = F\tau,$$

де F - середня сила, з якою фотони діють на деяку поверхню; τ - час дії сили, який рівний часу одного імпульсу випромінювання лазера.

Звідки

$$F\tau = \frac{W}{c}(1 + \rho).$$

Тиск світлового імпульсу

$$p = \frac{F}{S} = \frac{W}{cS\tau}(1 + \rho) \quad \text{де} \quad S = \frac{\pi d^2}{4} .$$

Підставимо числові значення

$$P = \frac{4 \cdot 10 \cdot (1 + 0.5)}{3 \cdot 10^8 \cdot 3.14 \cdot \left(10^{-5}\right)^2 \cdot 0.13 \cdot 10^{-3}} = 4.89 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

<u>*Відповідь:*</u> $P = 4.89 \cdot 10^6$ Па.

ЕФЕКТ КОМПТОНА

1. Формула ефекту Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) ,$$

або

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} ,$$

де λ - довжина хвилі фотона, який падає на вільний або зв`язаний електрон; $\lambda$` - довжина хвилі розсіяного під кутом θ фотона; m_0 - маса спокою електрона.

2. Комптонівська довжина хвилі електрона

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c} , \quad /\Lambda = 2.436 \cdot 10^{-12}\ м/ .$$

ПРИКЛАД 23. Рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 70.8$ пм здійснюють комптонівське розсіювання на вільних електронах. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів, розсіяних в напрямках:

а) $\pi/2$; б) π.

Дано:

$\lambda = 70.8$ *пм*

$\theta_1 = \pi/2$

$\theta_2 = \pi$

λ_1 - ? λ_2 - ?

<u>Розв'язування:</u> Зв'язок довжини хвиль падаючих і розсіяних фотонів подається формулою Комптона

$$\lambda_1 = \lambda + \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) \ .$$

Підставимо числові значення $(\cos\frac{\pi}{2} = 0)$:

а)

$$\lambda_1 = 70.8 \cdot 10^{-12} + \frac{6.62 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 73.2 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

б)

$$\lambda_2 = 70.8 \cdot 10^{-12} + \frac{6.62 \cdot 10^{-31}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{8}} \cdot (1 - \cos 180^\circ) =$$

$$= 75.64 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

<u>Відповідь:</u> λ_1 = 73.2 пм; λ_2 = 75.64 пм.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

5-1. Кожний інтерференційний максимум, який створюється на екрані двома когерентними джерелами білого світла, є багатоколірним з червоним зовнішнім (λ = 0.7 мкм) і фіолетовим внутрішнім (λ = 0.4 мкм) краями. Яка ширина першого максимуму, якщо відстань між джерелами світла 4 мм, а їх відстань до екрана 4 м?

Відповідь: 0.3 мм.

5-2. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ м) замінити червоним ($\lambda_2 = 6.5 \cdot 10^{-7}$ м)?

Відповідь: в 1.3 рази.

5-3. Відстань між двома когерентними джерелами 1.1 мм, а відстань від джерел до екрана 2.5 м. Джерела випромінюють монохроматичне світло з довжиною хвилі $5.5 \cdot 10^{-7}$ м. Визначити число інтерференційних смуг на 1 см довжини екрана.

Відповідь: $N = 8$.

5-4. У досліді Юнга щілини освітлювались монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 6.0 \cdot 10^{-7}$ м. Відстань між щілинами 1 мм, а відстань від щілин до екрана 3 м. Знайти положення трьох перших світлих смуг.

Відповідь: $y_1 = 1.8$ мм; $y_2 = 3.6$ мм; $y_3 = 5.4$ мм.

5-5. Різниця ходу двох когерентних променів 2.5 мкм. Визначити довжини хвиль видимого світла (від 700 нм до 400 нм), які дають інтерференційні максимуми.

Відповідь: 625 нм; 500 нм; 417 нм.

5-6. На шляху одного з інтерферуючих променів у досліді Юнга помістили тонку скляну (n = 1.5) пластинку товщиною 2.5 мкм. Промінь світла падає на пластинку перпендикулярно. На скільки світлових смуг зміщується інтерференційна картина на екрані, якщо довжина світлової хвилі $\lambda = 6.5 \cdot 10^{-7}$ м?

Відповідь: 2.

5-7. Знайти довжину хвилі світла, яке падає на дзеркала Френеля, якщо відстань між двома уявними зображеннями джерела світла в дзеркалах дорівнює 0.7 мм. Відстань уявних зображень до екрана 2.267 м, а на 1.9 см довжини екрана знаходиться 10 світлих інтерференційних смуг.

Відповідь: 0.58 мкм.

5-8. Знайти довжину хвилі світла, яке освітлює установку в досліді Юнга, якщо на шляху одного з інтерферуючих променів поміщено скляну пластинку (n = 1.52) товщиною 3 мкм, в результаті чого картина інтерференції змістилась на екрані на три світлих смуги.

Відповідь: $\lambda = 5.2 \cdot 10^{-7}$ м.

5-9. Різниця ходу інтерферуючих хвиль від двох когерентних джерел світла дорівнює 0.2 довжини хвилі. Визначити різницю фаз цих хвиль.

Відповідь: 72^0.

5-10. Два когерентних джерела, відстань між якими 0.2 мм, розташовані на відстані 1.5 м від екрана. Знайти довжину світлової хвилі, якщо третій мінімум розташований на екрані на відстані 12.6 мм від центра інтерференційної картини.

Відповідь: $5.6 \cdot 10^{-7}$ м.

5-11. В досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними зображеннями джерела світла 0.5 мм. Відстань від уявних зображень до екрана 5 м. Знайти відстань між сусідніми інтерференційними максимумами, якщо довжина хвилі світла $5 \cdot 10^{-7}$ м.

Відповідь: 5 мм.

5-12. Відстань двох когерентних джерел від екрана 1.5 м, відстань між ними 0.18 мм. Скільки світлих смуг розміститься на відрізку довжиною 1 см від центра інтерференційної картини. Довжина хвилі світла $6 \cdot 10^{-7}$ м.

Відповідь: 2.

5-13. Для усунення відбивання світла на поверхню скляної лінзи наносять плівку речовини з показником заломлювання 1.2, меншим, ніж у скла. При якій найменшій товщині такої плівки відбите світло з довжиною хвилі 0.6 мкм не буде спостерігатися, якщо світло падає перпендикулярно?

Відповідь: $1.25 \cdot 10^{-7}$ м.

5-14. Знайти найменший кут падіння монохроматичного світла (λ = 0.5 мкм) на мильну плівку (n = 1.3) товщиною 0.1 мм, яка, перебуваючи в повітрі в прохідному світлі, здається темною.

Відповідь: $\approx 21^o$.

5-15. Мильна плівка завтовшки 0.104 мкм освітлюється промінням Сонця. Яке забарвлення матиме плівка у відбитому світлі, якщо кут відбивання 35^o, а показник заломлювання плівки 1.33 ?

Відповідь: зелене; $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$м.

5-16. На тонку мильну плівку (n_1 = 1.3) товщиною 1.25 мкм падає перпендикулярно монохроматичне світло. У відбитому світлі плівка здається світлою. Якої найменшої товщини необхідно взяти іншу тонку плівку (n_2 = 1.48), щоб вона за цих же умов здавалась темною ?

Відповідь: 2.2 мкм.

5-17. На мильну плівку однакової товщини (n = 1.33) падає біле світло під кутом α = 45°. При якій найменшій товщині h плівки відбите від неї світло буде зеленим (λ = 550 нм)?

Відповідь: $4.88 \cdot 10^{-7}$ м.

5-18. На мильну плівку падає світло під кутом 60°. При якій найменшій товщині плівки відбиті промені будуть забарвлені в червоний колір (λ=0.65 мкм)? Показник заломлювання мильної води 1.33.

Відповідь: $3.1 \cdot 10^{-7}$ м.

5-19. На поверхню скляної пластинки (n = 1.5) нанесена прозора плівка (n = 1.4), яка освітлюється перпендикулярно світлом з довжиною хвилі $6 \cdot 10^{-7}$ м. Яку найменшу товщину повинна мати плівка для того, щоб не було відбивання світла?

Відповідь: $1.0 \cdot 10^{-7}$ м.

5-20. Промінь монохроматичного світла (λ = $5.5 \cdot 10^{-7}$ м) падає перпендикулярно на тонку плівку, яка нанесена на скляну пластинку. Показники заломлювання плівки і скла відповідно рівні 1.46 і 1.54. Визначити найменшу товщину плівки, яка забезпечує максимальне ослаблення відбитого світла.

Відповідь: 94 нм.

5-21. Монохроматичний промінь з довжиною хвилі $6 \cdot 10^{-7}$ м падає на мильну плівку під кутом 45°. Показник заломлювання мильної води 1.33. При якій найменшій товщині плівки відбите від неї світло буде максимально ослаблене?

Відповідь: $5.3\cdot10^{-7}$ м.

5-22. На плівку з гліцерину (n = 1.5) товщиною 0.3 мкм падає біле світло. Яким буде здаватися колір плівки у відбитому світлі, якщо кут падіння променів 45°?

Відповідь: $k = 2$; $\lambda = 5.29\cdot10^{-7}$ м.

5-23. На тонкий скляний клин падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі $6\cdot10^{-7}$ м. Відстань між суміжними інтерференційними смугами дорівнює 2 мм. Знайти кут між поверхнями клина.

Відповідь: 20.5".

5-24. Між плоско-паралельними скляними пластинками лежить дротина, внаслідок чого між ними утворився клин, який заповнили рідиною з показником заломлювання 1.5 (меншим за показник заломлювання скла). У відбитому світлі з довжиною хвилі $5\cdot10^{-7}$ м спостерігається інтерференційна картина у вигляді смуг, відстань між якими 5 мм. Знайти кут між пластинками клина.

Відповідь: 6.8".

5-25. На тонкий скляний клин перпендикулярно падає світло з довжиною хвилі $6\cdot10^{-7}$ м. Відстань між суміжними інтерференційними смугами у відбитому світлі дорівнює 0.5 мм. Показник заломлювання скла 1.5. Визначити кут між поверхнями клина.

Відповідь: 1.37'.

5-26. Радіус другого темного кільця Ньютона у відбитому світлі r_2 = 0.4 мм. Визначити радіус R кривизни плоско-опуклої лінзи взятої для досліду, якщо вона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі λ = 0.64 мкм.

Відповідь: 0.125 м.

5-27. Пристрій для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом, яке падає перпендикулярно. Довжина хвилі світла 0.5 мкм. Знайти радіус кривизни лінзи, якщо діаметр п'ятого світлого кільця у прохідному світлі дорівнює 10 мм.

Відповідь: R = 10,0 м.

5-28. На скляну пластину покладена опуклою стороною плоско-опукла лінза. Радіус п'ятнадцятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі (λ = 0.6 мкм) дорівнює 3 мм. Знайти оптичну силу лінзи.

Відповідь: 0.5 діоптрій.

5-30. Кільця Ньютона утворюються між плоским склом та лінзою з радіусом кривизни 12.1 м. Монохроматичне світло падає перпендикулярно. Діаметр другого світлого кільця у відбитому світлі дорівнює 6.6 мм. Знайти довжину хвилі падаючого світла.

Відповідь: $6 \cdot 10^{-7}$ м.

5-31. Плоско-опукла лінза з оптичною силою 2 діоптрії лежить опуклою стороною на плоскій скляній пластинці. Радіус четвертого темного кільця у відбитому світлі дорівнює 0.7 мм. Визначити довжину світлової хвилі.

Відповідь: $4.9 \cdot 10^{-7}$ м.

5-32. У пристрої для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнено рідиною. Визначити показник заломлювання рідини, якщо діаметр третього темного кільця у відбитому світлі дорівнює 7мм. Світло з довжиною хвилі $6.0 \cdot 10^{-7}$ м падає перпендикулярно. Радіус кривизни лінзи 10 м.

Відповідь: $n = 1.47$.

5-33. Відстань між першим та другим світлими кільцями Ньютона при спостереженні їх у відбитому світлі дорівнює 0.5 мм. Знайти відстань між десятим та одинадцятим кільцями.

Відповідь 0.152 мм.

5-34. У досліді з інтерферометром Майкельсона для зміщення інтерференційної картини на 500 смуг потрібно було змістити дзеркало на відстань 0.161 мм. Чому дорівнює довжина хвилі інтерферуючого світла?

Відповідь: $6.44 \cdot 10^{-7}$ м.

5-35. В інтерферометрі Майкельсона переміщенням одного із дзеркал інтерференційна картина змінюється на 200 смуг. Довжина хвилі $5 \cdot 10^{-7}$ м. На яку відстань було зміщено дзеркало?

Відповідь : 0,05 мм.

5-36. На якій найменшій відстані від діафрагми з круглим отвором радіусом 0.6 мм необхідно розмістити екран, щоб при освітленні отвору паралельним пучком променів (λ = 0.6 мкм) в центрі дифракційної картини на екрані спостерігалась темна пляма?

Відповідь: 0.3 м.

5-37. Дифракційна картина спостерігається на відстані 1 м від точкового джерела монохроматичного світла (λ = 0.5 мкм). Посередині між екраном і джерелом світла розміщено діафрагму з круглим отвором. При якому найменшому радіусі отвору центр дифракційної картини буде темним?

Відповідь $r = 5 \cdot 10^{-4}$ м.

5-38. Світло від монохроматичного джерела (λ = 0.6 мкм) падає перпендикулярно на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору 6 мм. За діафрагмою на відстані 3 м від неї знаходиться екран. Скільки зон Френеля вкладається в отвір діафрагми? Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним чи світлим?

Відповідь: 5, світлий.

5-39. Знайти площу будь-якої зони Френеля у випадку сферичного хвильового фронту, якщо відстань від центральної зони до точки спостереження 5 м, а радіус кривизни хвильового фронту 3 м і довжина світлової хвилі 0.5 мкм.

Відповідь: 2.94 мм^2.

5-40. Обчислити радіуси перших трьох зон Френеля, якщо відстань від джерела світла до хвильової поверхні 1м, відстань від хвильової поверхні до точки спостереження також 1м та λ = 0.5 мкм.

Відповідь: 0.5; 0.71; 0.86 (мм).

5-41. Світло від монохроматичного джерела (λ = 0.6 мкм) падає перпендикулярно на діафрагму з круглим отвором діаметром 1.2 мм. Темним чи світлим буде центр дифракційної картини на екрані, який знаходиться на відстані 0.3 м від діафрагми?

Відповідь: k = 2, темний.

5.42. Обчислити радіуси перших трьох зон Френеля для випадку плоскої хвилі. Відстань від хвильової поверхні до точки спостереження 1 м. Довжина хвилі 0.5 мкм.

Відповідь: 0.71; 1.00; 1.23 (мм).

5-43. Дифракційна картина спостерігається на відстані l від точкового джерела монохроматичного світла (λ = 0.6 мкм). На відстані $0.5l$ від джерела розташовано круглу непрозору перешкоду діаметром 1 см. Чому дорівнює відстань l, якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля ?

Відповідь: 83 м.

5-44. Дифракційна картина спостерігається на відстані 4 м від точкового джерела монохроматичного світла (λ = 0.5 мкм). Посередині між екраном та джерелом світла розташовано діафрагму з круглим отвором. При якому радіусі отвору центр дифракційної картини на екрані буде найбільш темним ?

Відповідь: 1 мм.

5-45. На відстані 20.35 м від щита з отвором, діаметр якого 10 мм встановлено екран для спостереження дифракції світла (λ = 0.614 мкм). Визначити - темна чи світла пляма буде знаходитись в центрі дифракційної картини.

Відповідь: $k = 2$; темна.

5-46. На щілину шириною 0.1 мм падає перпендикулярно монохроматичне світло, яке відповідає довжині хвилі 0.7 мкм. Визначити кут відхилення променів для першого дифракційного максимуму.

Відповідь: 36'.

5-47. Монохроматичне світло (λ = 0.5 мкм) падає перпердикулярно паралельним пучком на пластинку з щілиною. Знайти відхилення променів, яке відповідає першому дифракційному мінімуму, якщо ширина щілини 0.1мм. Чому дорівнюватиме цей кут, якщо ширину щілини зробити рівною 1 мм ?

Відповідь: ≈ 17.7'; ≈ 1.17'.

5-48. На щілину шириною 2 мкм перпендикулярно падає паралельний промінь монохроматичного світла (λ = 589 нм). Під якими кутами будуть спостерігатись дифракційні мінімуми світла ?

Відповідь: 17.8°; 36.5°; 62°.

5-49. На щілину шириною 0.2 мм падає перпендикулярно паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі 0.6 мкм. Знайти відстань між першими дифракційними мінімумами на екрані, який знаходиться на відстані 0.5 м від щілини.

Відповідь: $3 \cdot 10^{-3}$ м.

5-50. На щілину шириною 6λ перпендикулярно падає паралельний промінь монохроматичного світла. Під яким кутом буде спостерігатись третій дифракційний мінімум ?

Відповідь: 30°.

5-51. На непрозору пластинку з щілиною падає перпендикулярно паралельний промінь світла з довжиною хвилі 0.6 мкм. Ширина щілини 0.25 мм. Знайти кут відхилення променів, який відповідає першому дифракційному максимуму.

Відповідь: 12.4°.

5-52. Промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі 0.76 мкм падає перпендикулярно на вузьку щілину, створюючи перший дифракційний мінімум під кутом 14°30′. Визначити ширину щілини.

Відповідь: 3 мкм.

5-53. Яку кількість рисок на одиницю довжини має дифракційна гратка, якщо зелена лінія ртуті (λ = 546.1 нм) в спектрі першого порядку спостерігається під кутом 19.8°?

Відповідь: 626 $мм^{-1}$.

5-54. При освітленні дифракційної гратки білим світлом спектри другого та третього порядків накладаються. На яку довжину хвилі в спектрі третього порядку накладається червона межа (λ=780 нм) в спектрі другого порядку ?

Відповідь: 520 нм.

5-55. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь світла від газорозрядної трубки. Якою повинна бути стала d дифракційної гратки, щоб в напрямку $\varphi = 41°$ співпадали максимуми ліній $\lambda_1 = 656.3$ нм та $\lambda_2 = 410.2$ нм ?

Відповідь: $d = 5$ мкм.

5-56. На дифракційну гратку падає перпендикулярно монохроматичний промінь світла ($\lambda = 0.59$ мкм), причому спектр третього порядку спостерігається під кутом 10°12'. При якій довжині світлової хвилі дифракційний спектр першого порядку буде спостерігатись під кутом 2°48'.

Відповідь: 0.490 мкм.

5-57. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь світла від газорозрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda = 670$ нм) в спектрі другого порядку ?

Відповідь: 447 нм; синя лінія гелію.

5-58. На дифракційну гратку з періодом 4.8 мкм світло падає перпендикулярно. Які спектральні лінії, що їм відповідають довжини хвиль, які лежать в межах видимого спектра, будуть співпадати в напрямі $\varphi = 30°$?

Відповідь: 800; 600; 480; 400 нм.

5-59. Знайти найбільший порядок спектра для жовтої лінії натрію (λ = 589 нм), якщо стала дифракційної гратки d = 2 мкм.

Відповідь: 3.

5-60. На дифракційну гратку падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі 600 нм. Гратка має 200 рисок на міліметр. Визначити число дифракційних максимумів, які утворюються в цьому випадку.

Відповідь: 17.

5-61. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом 36,48°. Визначити сталу гратки в довжинах хвиль падаючого світла.

Відповідь: $d/\lambda = 5$.

5-62. Скільки рисок на 1 см довжини має дифракційна гратка, якщо зелена лінія ртуті (λ = 546 нм) у спектрі першого порядку спостерігається під кутом 19°8′?

Відповідь: 6000 $см^{-1}$.

5-63. Одна з найкращих дифракційних граток має 2000 рисок на один міліметр. Визначити напрямок максимуму в спектрі першого порядку для блакитних променів (λ = 480 нм).

Відповідь: 73,46°.

5-64. Скільки рисок на сантиметр має дифракційна гратка, якщо спектр четвертого порядку, який утворюється нею при перпендикулярному падінні світла з довжиною хвилі 650 нм, спостерігається під кутом 60°.

Відповідь: 3330 $см^{-1}$.

5-65. Визначити найбільший порядок спектра, загальне число головних максимумів в дифракційній картині та кут дифракції у спектрі третього порядку при перпендикулярному падінні монохроматичного світла з довжиною хвилі 0.59 мкм. Стала дифракційної гратки 2.5 мкм.

Відповідь: $N = 9$; $k_{max} = 4$; $\varphi = 45°$.

5-66. На екрані одержано дифракційні спектри за допомогою гратки, яка має 500 рисок на один міліметр та розташована паралельно до екрана. Вважаючи, що граничні довжини хвиль, що їх сприймає око людини, знаходяться в інтервалі 0,39 мкм - 0,78 мкм, знайти ширину спектра першого порядку, якщо екран знаходиться на відстані 1,8 м від гратки.

Відповідь: 35,1 см.

5-67. Дифракційна гратка має 117 рисок на 1 мм довжини. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, яке падає перпендикулярно на гратку, якщо кут між двома спектрами другого порядку 16°.

Відповідь: 0.598 мкм.

5-68. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі 0.59 мкм. Під якими кутами будуть спостерігатись дифракційні максимуми першого та другого порядків, якщо гратка має 500 рисок на міліметр ?

Відповідь: 17°; 36°.

5-69. Скільки рисок повинна мати дифракційна гратка, щоб з її допомогою можна було розділити у третьому порядку лінії кадмію 288,12 нм та 288,078 нм ?

Відповідь: ≈ 2300.

5-70. Чому повинна дорівнювати ширина дифракційної гратки з періодом 20 мкм, щоб у спектрі першого порядку був розділений дублет $\lambda_1 = 404.4$ нм та $\lambda_2 = 404.7$ нм ?

Відповідь: 2.7 см.

5-71. Дифракційна гратка довжиною 3 см має сталу гратки 3 мкм. Яка її роздільна здатність у спектрі другого порядку? Чому дорівнює різниця довжин двох найближчих хвиль, які розділяються у спектрі другого порядку, якщо довжина однієї із хвиль 500 нм ?

Відповідь: 20000; 0,025 нм.

5-72. Яку різницю довжин хвиль можна бачити роздільно за допомогою дифракційної гратки шириною 2 см та періодом 5 мкм в області червоних променів ($\lambda = 0.7$ мкм) у спектрі другого порядку?

Відповідь: $\Delta\lambda = 8.75$ нм.

5-73. Якою повинна бути мінімальна ширина дифракційної гратки, за допомогою якої можна розділити дві лінії спектра ртуті з довжинами хвиль $\lambda_1 = 313.184$ нм та $\lambda_2 = 313.156$ нм, якщо стала гратки 3.1 мкм?

Відповідь: 0.35 см.

5-74. На грань кристала кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівських променів. Відстань між атомними площинами кристала $d = 280$ пм. Під кутом $\theta = 65°$ до площини грані спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів.

Відповідь: 0.507 нм.

5-75. На грань кристала кам'яної солі падає вузький пучок рентгенівських променів ($\lambda = 0.15$ нм). Під яким кутом до поверхні кристала повинні падати промені, щоб спостерігався дифракційний максимум першого порядку? Відстань між атомними площинами кристала дорівнює 0.285 нм.

Відповідь: 15,26°.

5-76. Паралельний пучок рентгенівських променів, яким відповідає довжина хвилі 0.15 нм, падає на поверхню кам'яної солі. Визначити відстань між атомними площинами кристала, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається при куті ковзання падаючих променів в 30°.

Відповідь: 0.3 нм.

5-77. Падаючий на алюмінієву пластинку електронний промінь утворює при відбиванні дифракційний максимум другого порядку, який відповідає куту ковзання 84.55°. Визначити швидкість електронів в промені, якщо відстань між атомними площинами кристалічної гратки алюмінію 0.4 нм.

Відповідь: $1.83 \cdot 10^6$ м/с.

5-78. Граничний кут повного внутрішнього відбивання для деякої речовини $\alpha = 45°$. Знайти для цієї речовини кут повної поляризації.

Відповідь: 54.7°.

5-79. Знайти показник заломлювання n скла, якщо при відбиванні від нього світла відбитий промінь буде повністю поляризований при куті заломлювання $\beta = 30°$.

Відповідь: 1.73.

5-80. Під яким кутом θ до горизонту повинно знаходитись Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні озера, були максимально поляризовані ?

Відповідь: $\theta = 37°$.

5-81. Промінь плоскополяризованого світла (λ=589 нм) падає на пластинку ісландського шпату перпендикулярно до його оптичної осі. Знайти довжини хвиль λ_o та λ_e звичайного та незвичайного променів в кристалі, якщо показники заломлювання ісландського шпату для звичайного і незвичайного променів відповідно n_0 = 1.66 та n_e = 1.49.

Відповідь: λ_0 = 355 нм; λ_e = 395 нм.

5-82. Знайти кут між головними площинами поляризатора та аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке проходить через поляризатор та аналізатор, зменшилась в чотири рази. Відбиванням та поглинанням світла знехтувати.

Відповідь: 45°.

5-83. У скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла яке пройшло через два ніколі, площини поляризації яких складають кут 60°. Кожен ніколь відбиває та поглинає 10% падаючої на нього інтенсивності.

Відповідь: 9.91.

5-84. Осі двох поляроїдів розташовані під прямим кутом, а вісь третього поляроїда, розміщеного між ними, складає 30° з віссю першого. В скільки разів зменшиться інтенсивність світла, яке пройде через такий пристрій, якщо при проходженні кожного із поляроїдів на відбивання і поглинання втрачається 5% інтенсивності ?

Відповідь: 12.5.

5-85. У досліді з двома ніколями втрати світла в поляризаторі та аналізаторі відповідно дорівнюють 8% та 10%. Кут між головними площинами ніколів дорівнює 60°. В скільки разів зменшилась інтенсивність світла після проходження поляризатора ? після проходження аналізатора?

Відповідь: 2.2; 9.7.

5-86. На ніколь направлено природний промінь світла. При проходженні ніколя світло за рахунок поглинання і відбивання втрачає 8% енергії. Яким буде послаблення (у відсотках) незвичайного променя і чому?

Відповідь: 46%.

5-87. Розчин глюкози з концентрацією $2.8 \cdot 10^2$ кг/м^3, налитий в скляну трубку, повертає площину поляризації на кут 64°. Другий розчин, налитий в ту ж саму трубку, повертає площину поляризації на 48°. Знайти концентрацію другого розчину.

Відповідь: $2.1 \cdot 10^2$ кг/м^3.

5-88. Розчин цукру з концентрацією $2.5 \cdot 10^2$ кг/м^3 товщиною 20 см повертає площину поляризації монохроматичного світла на кут 33.3°. Інший розчин товщиною 15 см повертає площину поляризації на кут 20°. Визначити концентрацію цукру в другому розчині.

Відповідь: $1.55 \cdot 10^2$ кг/м^3.

5-89. Розміщений між двома поляризаторами розчин цукру в трубці довжиною 18 см повертає площину поляризації жовтих променів полум'я натрію на 30°. Яка маса цукру в 1 м^3 розчину, якщо питоме повертання цукру для жовтих променів натрію 0.667 ° м^2/кг.

Відповідь: 250 кг.

5-90. Концентрація налитого в скляну трубку розчину цукру дорівнює 0.3 г/см^3. Цей розчин повертає площину поляризації монохроматичного світла на 25°. Визначити концентрацію іншого розчину цукру, налитого в коротшу в два рази трубку, якщо він повертає площину поляризації на 2.5°.

Відповідь: 0.06 г/см^3.

5-91. Між схрещеними ніколями поляризатора розмістили трубку з цукровим розчином. Поле зору при цьому стало максимально світлим. Визначити довжину трубки, якщо концентрація цукру 270 кг/м^3, а його питоме повертання 66.5 °/дм при концентрації цукру 100 кг/м^3.

Відповідь: 5 см.

5-92. Визначити найменшу товщину пластинки у півхвилі, виготовленої з ісландського шпату, для світла з довжиною хвилі 687 нм, якщо показники заломлювання звичайного та незвичайного променів цього світла відповідно дорівнюють 1.653 та 1.484.

Відповідь: $2 \cdot 10^{-4}$ см.

5-93. Зелене світло було максимально послаблене при проходженні через два схрещених ніколі. Якої товщини пластинку з кварцу потрібно помістити між ніколями, щоб поле зору стало максимально світлим. Питоме повертання кварцу для зеленого світла дорівнює 463 рад/м ?

Відповідь: 3.4 мм.

5-94. Між схрещеними ніколями розмістили кварцову пластинку, вирізану паралельно до оптичної осі. Для одержання повного затемнення поля зору, аналізатор повернули на кут 20°. Визначити товщину пластинки, якщо дослід проводився з монохроматичним світлом, для якого стала повертання площини поляризації кварцу дорівнює 29.7° на 1 мм.

Відповідь: 0.67 мм.

5-95. Визначити найменшу товщину кварцової пластинки в чверть хвилі для світла з довжиною хвилі 527 нм. Показники заломлювання звичайного і незвичайного променів в пластинці відповідно дорівнюють 1.547 та 1.537.

Відповідь: 0.026 мм.

5-96. Якою має бути напруженість електричного поля в приладі Керра з сірководнем (стала Керра для сірководню $3.89 \cdot 10^{-14}$ м/В), щоб зсув фаз при довжині пластин конденсатора 5 см дорівнював $\pi/2$? Довжина хвилі світла, яке взято для досліду - $5 \cdot 10^{-7}$ м.

Відповідь: 8 кВ/м.

5-97. Показники заломлювання води при 20° С для світла з довжинами хвиль 670.8, 656.3 та 643.8 нм відповідно рівні 1.3308, 1.3311 та 1.3314. Визначити фазову та групову швидкості світла біля довжини хвилі 656.3 нм.

Відповідь: $v = 2.25 \cdot 10^8$ м/с; $u = 2.23 \cdot 10^8$ м/с.

5-98. Показники заломлювання води при 20° С для світла з довжинами хвилі 508.6; 486.1 та 480.0 відповідно дорівнюють 1.3360; 1.3371 та 1.3374. Визначити фазову та групову швидкості біля довжини хвилі 486.1 нм.

Відповідь: $2.24 \cdot 10^8$ м/с; $u = 2.20 \cdot 10^8$ м/с.

5-99. Показники заломлювання води при 20° С для світла з довжинами хвиль 589.3; 546.1 та 508.6 нм відповідно дорівнюють 1.3330; 1.3345; 1.3360. Визначити співвідношення фазової та групової швидкості світла біля довжини хвилі 546.1 нм.

Відповідь: 1.0155.

5-100. Показник заломлювання води для світла з довжиною хвилі в вакуумі 760 нм дорівнює 1.239, а для світла з довжиною хвилі 400 нм - 1,344. На скільки відсотків відрізняються фазові швидкості світла в воді?

Відповідь: 1.13%.

5-101. Чому дорівнює фазова швидкість світла в воді, якщо при частоті $4.4 \cdot 10^{14}$ Гц довжина хвилі дорівнює 510 нм?

Відповідь: $2.24 \cdot 10^{8}$ м/с.

5-102. Показники заломлювання флюориту для світла з довжиною хвиль 670.8; 656.3; 643.8; 643.8 нм відповідно дорівнюють 1.4323; 1.4325; 1.4327. Обчислити відношення фазової швидкості до групової біля довжини хвилі 656.3 нм.

Відповідь: 1.0048.

5-103. Визначити відносне зменшення інтенсивності світла при проходженні ним віконного скла, товщиною 4 мм за рахунок поглинання. Коефіцієнт поглинання скла $1.23 м^{-1}$.

Відповідь: 0.5%.

5-104. Коефіцієнт лінійного поглинання речовини дорівнює $2.5 \cdot 10^{-3}$ $см^{-1}$. Визначити товщину шару цієї речовини, яка послаблює інтенсивність монохроматичного світла в 5 разів.

Відповідь: 6.44 м.

5-105. Якої товщини шар речовини послаблює інтенсивність монохроматичного світла в 2 рази, якщо коефіцієнт поглинання речовини дорівнює $1.38 м^{-1}$?

Відповідь: 0.502 м.

5-106. Визначити коефіцієнт поглинання червоного світла в воді, якщо товщина шару половинного послаблення дорівнює 30 см.

Відповідь: 2.31 1/м.

5-107. Як зміниться інтенсивність монохроматичного світла при проходженні через два шари поглинача: товщина першого шару 10^{-2} м, другого $2 \cdot 10^{-2}$ м, коефіцієнти лінійного поглинання відповідно дорівнюють 0.1 та 0.3 $см^{-1}$.

Відповідь: зменшиться в 2.014 рази.

5-108. Два захисних шари деяких речовин однакової товщини послаблюють інтенсивність монохроматичного світла: перший в 2 рази при коефіцієнті поглинання 5 $м^{-1}$, другий - в 5 разів. Визначити коефіцієнт поглинання другого шару.

Відповідь: 11.61 $м^{-1}$.

5-109. Визначити довжину шару деякого металу з коефіцієнтом поглинання 10^6 $м^{-1}$, який послаблює інтенсивність світла в e разів.

Відповідь: 10^{-6} м.

5-110. Площа поверхні вольфрамової нитки розжарювання 25-ватної лампочки дорівнює 0.403 $см^2$, а її температура розжарювання 2450 К. У скільки разів випромінюється енергії лампочкою менше, ніж абсолютно чорним тілом за тих же умов ?

Відповідь: 0.3.

5-111. Металеве тіло при температурі 1200 К випромінює за 1 с з 1 $см^2$ поверхні енергію 8.2 Дж. Знайти інтегральну поглинальну властивість цього тіла.

Відповідь: ≈ 0.7.

5-112. Площа поверхні нитки розжарювання 60-ватної лампочки дорівнює 0.5 $см^2$. Інтегральна поглинальна здатність вольфраму, з якого виготовлено нитку розжарювання, дорівнює 0.6. Знайти температуру нитки розжарювання.

Відповідь: $2.46 \cdot 10^3$ К.

5-113. Віконце для спостереження плавильної печі має площу 6 см^2. Яка кількість променевої енергії вийде із печі через віконце за 1 хв, якщо температура печі 1000 К.

Відповідь: 2040 Дж.

5-114. Яку температуру повинно мати тіло для того, щоб при температурі навколишнього середовища 17° С випромінювати в 100 разів більше енергії, ніж поглинати.

Відповідь:917 К.

5-115. Знайти температуру абсолютно чорного тіла, яке випромінює за 1 хв 4 Дж енергії з площі 1 мм^2.

Відповідь: 1004 К.

5-116. При якій температурі абсолютно чорне тіло матиме таку саму випромінювальну здатність як вольфрам при температурі 1500 К? Інтегральна поглинальна здатність вольфраму дорівнює 0.65.

Відповідь: 1372 К.

5-117. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла Φ = 10 кВт, максимум енергії випромінювання приходиться на довжину хвилі λ = 0.8 мкм. Знайти площу поверхні випромінювання.

Відповідь: 10^{-3} м^2.

5-118. У скільки разів зросте потужність випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії в його спектрі переміститься з довжини хвилі 0.6 мкм до 0.5 мкм ?

Відповідь: ≈ 2 рази.

5-119. Яку енергію випромінює абсолютно чорне тіло за 1 с з 1 см^2 поверхні, якщо максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі 0.725 мкм ?

Відповідь: ≈ 1452 Дж/см$^2\cdot$с.

5-120. На яку довжину хвилі приходиться максимум випромінювання абсолютно чорного тіла, яке має температуру людського тіла (37° С) ?

Відповідь: 9.3 мкм.

5-121. Кількість променевої енергії, яку щосекунди посилає Сонце через площинку 1 $м^2$, розміщену перпендикулярно сонячним променям на верхній межі земної атмосфери, називається сонячною сталою W_0. Визначити величину сонячної сталої, вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом з температурою поверхні 5800 К. Радіус Сонця, $r = 6.95 \cdot 10^8$ м, відстань від Сонця до Землі $R = 1.5 \cdot 10^{11}$м.

Відповідь: 1,377 кВт/$м^2$.

5-122. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити, скільки енергії воно випромінює за 1 с. Температура сонячної поверхні 5800 К, радіус Сонця $6.95 \cdot 10^8$ м.

Відповідь: $3.89 \cdot 10^{26}$ Дж.

5-123. У випромінюванні абсолютно чорного тіла, площа поверхні якого 25 $см^2$, максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі 680 нм. Скільки енергії випромінюється за 1 с з 1 $см^2$ поверхні цього тіла.

Відповідь: $1.89 \cdot 10^3$ Дж/$см^2$·с.

5-124. Визначити повну випромінювальну здатність Землі і довжину хвилі, якій відповідає максимум її випромінювання. Вважати Землю абсолютно чорним тілом з температурою поверхні 7° С.

Відповідь: 356 Вт/$м^2$; 10.3 мкм.

5-125. Відомо, що температура випромінюючої поверхні Сіріуса дорівнює 11000 К, а його діаметр $1.76 \cdot 10^9$м. Скільки енергії елекгромагнітного випромінювання Сіріуса одержує 1 м^2 поверхні Землі за 1 хв, якщо він віддалений від Землі на 8.8 світлових років ?

Відповідь: $56.4 \cdot 10^{-7}$ Дж/м$^2\cdot$хв.

5-126. Монохроматичне джерело світла випромінює світло довжиною хвилі 630 нм, має к.к.д. 9% та споживає потужність 15 Вт. Скільки фотонів за 1 с випромінює це джерело світла ?

Відповідь: $\approx 43 \cdot 10^{17}$ с$^{-1}$.

5-127. При охолодженні абсолютно чорного тіла довжина хвилі, якій відповідає максимум його випромінювання, збільшилась від 0.4 до 0.7 мкм. У скільки разів зменшилась при цьому випромінювальна здатність тіла ?

Відповідь: 9.4.

5-128. Визначити температуру плавильної печі, якщо відомо, що з її віконця площею поверхні 6 см^2 щосекунди випромінюється 168 Дж променевої енергії.

Відповідь: 1650 К.

5-129. Потужність, яка розсіюється у вигляді випромінювання у всіх напрямках лампочкою кишенькового ліхтарика, дорівнює 1 Вт; середня довжина хвилі випромінювання 1 мкм. Скільки фотонів проходить за 1 с через площинку 1 см^2, розміщену на відстані 10 км від лампочки перпендикулярно променям ?

Відповідь: $4{,}3 \cdot 10^5$.

5-130. Людське око найбільш чутливе до зеленого світла (λ = 0.55 мкм), для якого межа чутливості ока відповідає 80 фотонам, які падають на сітківку ока за 1 с. Якій потужності світла відповідає ця межа ?

Відповідь: $2.9 \cdot 10^{-17}$ Вт.

5-131. Температура абсолютно чорного тіла підвищилась в 2 рази, в результаті чого довжина хвилі, на яку приходиться максимум випромінювальної здатності, зменшилась на 600 нм. Знайти початкову і кінцеву температури тіла.

Відповідь: 2416 К; 4832 К.

5-132. Визначити температуру, при якій повна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла складає 10^4 Вт/м^2.

Відповідь: 647 К.

5-133. На скільки зміниться довжина хвилі, яка відповідає максимуму випромінювання, якщо випромінювальна здатність зросте від 90.7 до 221 Вт/см^2 ?

Відповідь: $2.9 \cdot 10^{-7}$ *м*.

5-134. Інтенсивність монохроматичного випромінювання з густиною потоку 10^{14} фотонів за 1 с через площадку 1 м^2 (перпендикулярно напрямку потоку) дорівнює $3 \cdot 10^{-2}$ Дж/м^{2}с. Визначити частоту цього випромінювання.

Відповідь: $4.53 \cdot 10^{17}$ Гц.

5-135. Температура абсолютно чорного тіла дорівнює 2000 К. Визначити спектральну густину випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ для довжини хвилі 600 нм.

Відповідь: $3 \cdot 10^{10}$ Вт/м^3.

5-136. Користуючись формулою Планка, одержати закон Стефана-Больцмана та розрахувати сталу в законі Стефана-Больцмана.

Відповідь: $R = \sigma T^4$; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

5-137. Користуючись формулою Планка, одержати закон зміщення Віна та розрахувати сталу Віна.

Відповідь: $\lambda_{max} = b/T$; $b = 2.9 \cdot 10^{-3}$ м·К.

5-138. На поверхню срібної пластинки падають ультрафіолетові промені (λ = 0.3 мкм). Робота виходу електронів із срібла 4.7 еВ. Чи буде мати місце фотоефект ?

Відповідь: ні.

5-139. Визначити довжину хвилі світла, яке падаючи на поверхню нікелю, надасть фотоелектронам швидкість $3 \cdot 10^6$ м/с. Робота виходу електронів із нікелю 5.0 еВ.

Відповідь: 48 нм.

5-140. Червоній межі фотоефекту для алюмінію відповідає довжина хвилі 0.332 мкм. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла, яке падає на алюмінієвий електрод, якщо фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів 1 В.

Відповідь: $2.62 \cdot 10^{-7}$ м.

5-141. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вилітають з вольфрамового електрода, освітленого ультрафіолетовим світлом з довжиною хвилі 0.2 мкм. Робота виходу електронів з вольфраму 4.5 еВ.

Відповідь: $7.7 \cdot 10^5$ м/с.

5-142. Червона межа фотоефекту для рубідію 590 нм. Знайти роботу виходу електрона із цього металу в електронвольтах.

Відповідь: 2.1 еВ.

5-143. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів при освітлюванні цинкового електрода монохроматичним світлом дорівнює 0.26 еВ. Робота виходу електрона із цинку 4.0 еВ. Знайти довжину хвилі світла, яке використовувалось в цьому випадку.

Відповідь: $2.90 \cdot 10^{-7}$м.

5-144. При опроміненні світлом цинкової кульки, віддаленої від інших тіл, вона зарядилась до потенціалу 4,3 В. Знайти довжину хвилі падаючого світла. Робота виходу електрона із цинку 4.0 еВ.

Відповідь: $1.5 \cdot 10^{-7}$ м.

5-145. Знайти затримуючу різницю потенціалів для фотоелектронів, які випромінюються при освітлюванні цезієвого електрода ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі 0,3 мкм. Робота виходу електронів із цезію 1.97 еВ.

Відповідь: 2.17 В.

5-146. Кінетична енергія електрона, вибитого із цезієвого фотокатода, дорівнює 3 еВ. Знайти максимальну довжину хвилі падаючого світла, якщо робота виходу електронів із цезію дорівнює 1.8 еВ.

Відповідь: $2.6 \cdot 10^{-7}$ м.

5-147. Робота виходу електронів із міді дорівнює 4.5 еВ. Чи буде спостерігатися фотоефект, якщо на мідь направити ультрафіолетові промені з довжиною хвилі 300 нм ?

Відповідь: ні.

5-148. Знайти червону межу фотоефекту для натрію, якщо робота виходу електронів дорівнює 2.3 еВ.

Відповідь: $5.4 \cdot 10^{-7}$ м.

5-149. Фотон з довжиною хвилі 0.2 мкм вириває з поверхні молібдену фотоелектрон, кінетична енергія якого 2 еВ. Знайти роботу виходу і червону межу фотоефекту.

Відповідь: 4.2 еВ; $2.96 \cdot 10^{-7}$ м.

5-150. Червона межа фотоефекту для деякого металу 275 нм. Знайти а) роботу виходу електрона із цього металу; б) максимальну швидкість фотоелектронів; в) максимальну кінетичну енергію вирваних електронів. Метал опромінюють світлом з довжиною хвилі 180 нм.

Відповідь: 4.5 еВ; $9.2 \cdot 10^5$ м/с; 2.44 еВ.

5-151. Літієвий фотокатод опромінюється фіолетовими променями (λ = 400 нм). Знайти швидкість фотоелектронів, якщо червона межа фотоефекту для літію 520 нм.

Відповідь: $5 \cdot 10^5$ м/с.

5-152. Яка доля енергії фотона тратиться на роботу виривання електро́на, якщо червона межа фотоефекту дорівнює 307 нм, а кінетична енергія електрона - 1 еВ ?

Відповідь: 80.2%.

5-153. Катод вакуумного фотоелемента освітлюється світлом з довжиною хвилі 0.405 мкм. Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів 1.2 В. Знайти роботу виходу електронів з катода.

Відповідь: 1.86 еВ.

5-154. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів, які вилітають з металу при опроміненні його γ-квантами з довжиною хвилі 0.81 пм.

Відповідь: $2.90 \cdot 10^8$ м/с.

5-155. Максимальна швидкість фотоелектронів, які вилітають із металу при опроміненні його γ-квантами, дорівнює 291 Мм/с. Визначити енергію γ-квантів.

Відповідь: 1.59 МеВ.

5-156. В результаті комптонівського розсіяння енергія ε_0 падаючого фотона розділилась порівну між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Кут розсіяння $\theta = 90°$. Визначити енергію ε і імпульс p розсіяного фотона.

Відповідь: $\varepsilon = 4.11 \cdot 10^{-14}$ Дж; $p = 1.4 \cdot 10^{-22}$ Н·с.

5-157. Визначити кут розсіювання фотона, який зазнав пружної взаємодії з вільним електроном, якщо довжина хвилі розсіяного фотона зросла на $\Delta\lambda = 3.62 \cdot 10^{-3}$ нм.

Відповідь: 120° або 240°.

5-158. Знайти кут, на який був розсіяний γ-фотон з енергією 1.53 МеВ при ефекті Комптона, якщо кінетична енергія електрона віддачі 0.51 МеВ.

Відповідь: 32°.

5-159. Знайти максимальну зміну довжини хвилі $\Delta\lambda_{max}$ при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах і протонах.

Відповідь: $4.86 \cdot 10^{-12}$ м; $2.66 \cdot 10^{-15}$ м.

5-160. Фотон з довжиною хвилі 6 пм розсіявся під прямим кутом на електроні, який знаходився в стані спокою. Знайти частоту розсіяного фотона і енергію електрона віддачі.

Відповідь: $3.56 \cdot 10^{19}$ Гц; 0.06 МеВ.

5-161. Фотон з енергією 1 МеВ розсіяний на вільному нерухомому електроні. Знайти кінетичну енергію електрона віддачі, якщо в результаті розсіювання довжина хвилі фотона змінилась на 25%.

Відповідь: 0.2 МеВ.

5-162. В результаті комптонівського розсіяння на вільному електроні довжина хвилі γ -фотона збільшилась в 2 рази. Знайти кінетичну енергію електрона віддачі, якщо кут розсіяння фотона 60°. До зіткнення електрон перебував в стані спокою.

Відповідь: 0.51 МеВ.

5-163. Рентгенівський фотон, частота якого $1.5 \cdot 10^{18}$ Гц, при комтонівському розсіянні на вільному електроні втратив 10% своєї енергії. Визначити енергію і довжину хвилі падаючого і розсіяного фотонів.

Відповідь: $9.9 \cdot 10^{-16}$ Дж; 0.20 нм; $8.9 \cdot 10^{-16}$Дж; 0.22 нм.

5-164. Знайти енергію розсіяного фотона, якщо розсіяння відбувається під кутом 120°, а енергія падаючого фотона дорівнює 250 кеВ.

Відповідь: 144 кеВ.

5-165. Фотон з енергією 0.49 МеВ розсіявся на вільному електроні під кутом 60°. Знайти енергію електрона віддачі.

Відповідь: 0.33 МеВ; 0,16 МеВ.

5-166. Гамма-фотон розсіявся на вільному протоні під кутом 90°. При цьому його енергія зменшилася в 2 рази. Знайти енергію падаючого фотона.

Відповідь: 937 МеВ.

5-167. Гамма-фотон з енергією 1.3 МеВ розсіяний на вільному електроні під кутом 60°. Знайти довжину хвилі розсіяного γ-фотона.

Відповідь: $2.166 \cdot 10^{-12}$ м.

5-168. На кожний квадратний метр чорної поверхні щосекунди падає $2.5 \cdot 10^{5}$ фотонів рентгенівських променів з частотою $7 \cdot 10^{19}$ Гц. Який тиск створює це випромінювання на поверхню ?

Відповідь: $3.85 \cdot 10^{-17}$ Па.

5-169. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла при перпендикулярному падінні його на дзеркальну поверхню площею 1 м^2, якщо щосекунди падає $5 \cdot 10^{18}$ фотонів, а тиск світла 10^{8} Па.

Відповідь: $6.62 \cdot 10^{-7}$ м.

5-170. Лазер випромінює в імпульсі протягом 0.1 мс промінь світла енергією 10 Дж. Знайти середній тиск такого світлового імпульсу, якщо його сфокусувати на пляму діаметром 10 мкм перпендикулярно до променя. Коефіцієнт відбивання $\rho = 0.5$.

Відповідь: $6.3 \cdot 10^{6}$ Па.

5-171. Розжарена нитка проходить вздовж осі циліндра довжиною 10 см і радіусом 5 см. Нитка випромінює світловий потік потужністю 600 Вт. Вважаючи світловий потік симетричним відносно нитки, знайти тиск світла на поверхню циліндра. Коефіцієнт відбивання $\rho = 10\%$.

Відповідь: $7 \cdot 10^{-5}$ Па.

5-172. Густина потоку світлової енергії біля поверхні Землі 0.14 Вт/см^2. Знайти значення світлового тиску, обумовленого потоком світлової енергії, прийнявши коефіцієнт відбивання $\rho = 0.6$.

Відповідь: $7.5 \cdot 10^{-6}$ Па.

5-173. Знайти коеффіцієнт відбивання від деякої поверхні, якщо при густині потоку 120 Вт/м^2 створюється тиск на неї 0.5 мкПа.

Відповідь: 0.25.

5-174. Тиск світла на дзеркальну поверхню дорівнює 4 мПа. Знайти концентрацію n_0 фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі світла, яке падає на цю поверхню, 0.5 мкм.

Відповідь: 10^{15} м$^{-3}$.

5-175. Світло з довжиною хвилі $\lambda = 600$ нм падає перпендикулярно на дзеркальну поверхню і спричиняє на неї тиск 4 мкПа. Знайти число фотонів, які падають на 1 мм^2 цієї поверхні за 10 с.

Відповідь: $1{,}8 \cdot 10^{16}$.

5-176. Знайти тиск світла на дзеркальну поверхню, віддалену на 1.5 м від точкового джерела випромінювання потужністю 60 Вт. Промені падають перпендикулярно до поверхні.

Відповідь: $1.4 \cdot 10^{-8}$ Па.

5-177. На дзеркальну поверхню площею 6 см^2 падає перпендикулярно потік випромінювання потужністю 0.8 Вт. Знайти величину тиску і величину сили тиску світла на цю поверхню.

Відповідь: $9 \cdot 10^{-6}$ Па; $5.4 \cdot 10^{-9}$ н.

5-178. У черенковському лічильнику, заповненому гліцерином, пучок релятивістських променів випромінює світло у конусі з кутом розхилу 88°. Визначити, у скільки разів швидкість променів більша фазової швидкості світла в гліцерині.

Відповідь: 1.39.

5-179. Розрахувати тиск сонячних променів, які падають перпендикулярно на дзеркальну поверхню. Інтенсивність сонячного випромінювання 1,377 кВт/м^2.

Відповідь: $4.57 \cdot 10^{-7}$ Па.

5-180. Густина потоку енергії в імпульсі випромінювання лазера може досягти 10^{20} Вт/м^2. Визначити тиск такого випромінювання, яке падає перпендикулярно на чорну поверхню.

Відповідь: $3.33 \cdot 10^{11}$ Па.

ЛІТЕРАТУРА

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1979.
2. Чертов А.Г., Воробъев А.А. Задачник по физике.-М.: Высш. шк., 1981.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики.- М.: Высш.шк., 1973 - 1979. - Т. 1-3.
4. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Наука, 1979.
5. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. -М.: Наука, 1982.
6. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей фызики. - М.: Высш.шк., 1978.
7. Чепуренко В.Г., Богданович А.С. Практичні заняття з фізики. - К.: КДУ, 1967.
8. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976.
9. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1978 - 1982. Т. 1-3.
10. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики.-К.: Вища шк.,1981.
11. Дж. Орир. Физика. - М.: Мир, 1981. - Т. 1-2.

ДОДАТОК

Пружні сталі

Матеріал	Модуль Юнга E,ГПа	Модуль зсуву G, ГПа	Коефіцієнт всестороннього стискування
Алюміній	70	26	
Мідь	130	40	
Свинець	16	5.6	
Сталь(залізо)	200	81	
Скло	60	30	
Вода	-	-	$0.49 \cdot 10^{-9}$ Па$^{-1}$

Показник заломлювання

Речовина	n	Речовина	n
Азот	1.00030	Гліцерин	1.47
Кисень	1.00027	Сірководень	1.63
Повітря	1.00029	Кварц	1.46
Спирт	1.36	Скло	1.50
Вода	1.33	Алмаз	2.42
Бензол	1.50	Лід	1.31

Робота виходу електронів з металу

Метал	$A_{вих}$		Метал	$A_{вих}$	
	еВ	10^{-19}Дж		еВ	10^{-19}Дж
Алюміній	3.74	5.98	Молібден	4.2	6.72
Вольфрам	4.5	7.2	Натрій	2.5	4.0
Залізо	4.36	6.98	Нікель	5.0	8.0
Золото	4.58	7.42	Платина	6.3	10.1
Літій	2.3	3.7	Срібло	4.7	7.5
Калій	2.0	3.2	Цезій	1.97	3.15
Магній	3.46	5.54	Цинк	4.0	6.4

Основні фізичні сталі

Прискорення вільного падіння	$g = 9.81$ м/с^2
Стала Авогадро	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярна газова стала	$R = 8.31$ Дж/моль·К
Стала Больцмана	$K = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Елементарний заряд	$q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса електрона	$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса протона	$m = 1.67 \cdot 10^{-27}$кг
Швидкість світла у вакуумі	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
Стала Стефана-Больцмана	$\tau = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4
Стала закону зміщення Віна	$b = 2.90 \cdot 10^{-3}$ м.К
Стала Планка	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Комптонівська довжина хвилі	$\Lambda = 2.43 \cdot 10^{-12}$ м
Електрична стала	$\varepsilon = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Префікси кратних і часткових одиниць

Кратність і частковість	Найменування приставок	Українськими буквами	Латинськими або грецькими буквами
10^{12}	тера	Т	T
10^{9}	гіга	Г	G
10^{6}	мега	М	M
10^{3}	кіло	к	k
10	дека	да	da
10^{-1}	деці	д	d
10^{-2}	санті	с	c
10^{-3}	мілі	м	m
10^{-6}	мікро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	піко	п	p

З м і с т

Навчальне видання

Авдєєв Сергій Григорович

Збірник задач з фізики
частина 2
(коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика)

Навчальний посібник

Редактор В.О.Дружиніна

Ум. др. арк. 9,0
Тир. 150 прим. КІВЦ ВДТУ № 98-079

ВДТУ, 286021, м.Вінниця, Хмельницьке шосе, 95

ISBN 5 - 7763 - 8728 - 0