С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 2

(коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика)

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 2

(коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика)

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 530(078)
ББК 22.3я77
А18

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 24.12.09 р.)

Рецензенти:
І. О. Сівак , доктор технічних наук, професор
О. В. Осадчук, доктор технічних наук , професор
В. Г. Дзісь, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Авдєєв, С. Г.
А18 Збірник задач з фізики. Ч. 2 (коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика) : збірник задач / С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк, О. С. Камінський. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 122 с.

Збірник задач складається з розділів “Механіка, електрика і електромагнетизм”, які традиційно викладаються в одному триместрі. Кожен окремий розділ супроводжується короткими теоретичними викладками і прикладами розв'язування задач.

В першу чергу збірник задач призначений для організації та проведення практичних занять з курсу загальної фізики студентами вищих технічних навчальних закладів. Велика кількість і різноманітність задач, які ввійшли до збірника задач, дозволяє широко організовувати самостійну та індивідуальну роботу студентів.

УДК 53(078)
ББК 22.3я77

ЗМІСТ

Частина 2

Гармонічні коливання і хвилі. Основні формули 3

Приклади розв'язування задач 8

Механічні хвилі. Основні формули 23

Приклади розв'язування задач 27

Електромагнітні коливання і хвилі. Основні формули 33

Приклади розв'язування задач 36

Задачі 39

Інтерференція світла. Основні формули 53

Приклади розв'язування задач 61

Дифракція світла. Основні формули 63

Поляризація світла. Основні формули 67

Приклади розв'язування задач 69

Дисперсія світла. Основні формули 73

Приклади розв'язування задач 75

Теплове випромінювання. Основні формули 77

Приклади розв'язування задач 78

Фотоефект. Основні формули 82

Приклади розв'язування задач 83

Тиск світла. Основні формули 85

Приклади розв'язування задач 85

Ефект Компотна. Основні формули 86

Приклади розв'язування задач 87

Задачі 88

Література 116

Додаток А 117

Довідкові таблиці 119

Частина 2

ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Основні формули

1. Зміщення, швидкість і прискорення матеріальної точки при гармонічних коливаннях визначаються рівняннями:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$\upsilon = -A\,\omega\sin(\omega t + \varphi_0),$$

$$a = -A\,\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x,$$

де A – амплітуда коливань;

ω – циклічна частота;

φ_0 – початкова фаза коливань.

2. Зв'язок циклічної частоти ω з періодом коливань T і частотою ν:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

3. Сила, яка діє на тіло при вільних гармонічних коливаннях (квазіпружна сила):

$$F = ma = -m\,\omega^2 x = -kx,$$

де $k = m\omega^2$ – коефіцієнт квазіпружної сили, який вимірюється силою, що викликає зміщення $x = 1$.

4. Кінетична, потенціальна і повна енергії гармонічних коливань матеріальної точки:

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

$$\Pi = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0),$$

$$W = K + \Pi = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{m\omega^2A^2}{2}.$$

5. Диференціальні рівняння малих коливань:

а) математичний маятник

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{l}x=0, \text{ де } \omega_0^2=\frac{g}{l}, \text{ звідки } T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$$

б) пружинний маятник

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\kappa}{m}x=0, \text{ де } \omega_0^2=\frac{k}{m}, \text{ звідки } T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

в) фізичний маятник

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{mgl}{I}x=0, \text{ де } \omega_0^2=\frac{mgl}{I}, \text{ звідки } T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}},$$

де I – момент інерції маятника відносно осі коливань;

l – відстань від осі коливань до центра мас маятника;

$\frac{I}{ml}=L$ – зведена довжина.

При відсутності опору середовища циклічна частота коливань ω називається власною циклічною частотою і позначається через ω_0.

6. При додаванні двох однаково направлених гармонічних коливань однакового періоду одержуємо гармонічне коливання того ж періоду, амплітуда якого A і початкова фаза φ_0 визначаються рівняннями :

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)},$$

$$tq\ \varphi_0=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2},$$

де A_1 і A_2 – амплітуди коливань, що складаються;

φ_1 і φ_2 – початкові фази цих коливань.

7. При додаванні двох однаково направлених гармонічних коливань однакової амплітуди і близьких частот ($\omega_1 \approx \omega_2$) одержуємо биття, яке описується рівнянням:

$$x=\left|2A\cdot\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right|\cos\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t,$$

де $\left|2A\cdot\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right|$ – амплітуда биття.

Періодичність зміни амплітуди визначається періодичністю зміни модуля косинуса, тому період биття дорівнює:

$$\frac{\omega_2-\omega_1}{2}T_б=\pi\ ,\ \text{звідки}\ T_б=\frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}\ .$$

8. При додаванні двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань з однаковою частотою в напрямі координатних осей x і y матимемо рівняння траєкторії результуючого руху матеріальної точки:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1\cdot A_2}cos(\varphi_2-\varphi_1)=sin^2(\varphi_2-\varphi_1),$$

де A_1 і A_2 – амплітуди коливань, що додаються;

$\varphi_2-\varphi_1$ – різниця фаз цих коливань.

9. Диференціальне рівняння згасаючих коливань :

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{r}{m}\frac{dx}{dt}+\frac{k}{m}x=0$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_o^2x=0,$$

де $\beta=\frac{r}{2m}$ – коефіцієнт згасання;

r – коефіцієнт опору середовища;

$\omega_0^2=\frac{k}{m}$ – власна циклічна частота коливань.

10. Загальний розв'язок диференціального рівняння для згасаючих коливань має вигляд:

$$x=A_0e^{-\beta t}cos(\omega t+\alpha),$$

де $A_0e^{-\beta t}$ – амплітуда згасаючих коливань;

ω – циклічна частота згасаючих коливань.

11. Швидкість зменшення амплітуди згасаючих коливань характеризують логарифмічним декрементом згасання

$$\delta=ln\frac{A_0e^{-\beta t}}{A_0e^{-\beta(t+T)}}=\beta T\ ,$$

де δ – логарифмічний декремент згасання;

β – коефіцієнт згасання;

T – період згасаючих коливань.

12. Циклічна частота згасаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \text{або} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}} \ .$$

13. Період згасаючих коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{або} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m}}} \ .$$

14. Добротність коливальних систем

$$\theta = 2\pi \frac{W_t}{\Delta W_{(t=T)}} \quad \text{або} \quad \theta = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega_0}{2\beta} \ ,$$

де W_t – повна енергія, яку має коливальна система на момент часу t;
$\Delta W_{(t=T)}$ – втрати енергії коливальної системи за один період;
δ – логарифмічний декремент згасання;
β – коефіцієнт згасання;
ω_0 – власна циклічна частота коливань;
T – період згасаючих коливань (при малих згасаннях $T \approx T_0$).

15. Диференціальне рівняння вимушених коливань

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

або

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t \ ,$$

де F_0 – вимушувальна сила;
ω – циклічна частота вимушених коливань.

16. Загальний розв'язок диференціального рівняння вимушених коливань, які протягом певного часу встановлюються під дією вимушувальної сили має вигляд:

$$x = A \cos{(\omega t + \alpha)},$$

де A – амплітуда вимушених коливань;
α – зсув за фазою вимушених коливань і вимушувальної сили.

17. Амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}},$$

де $f_0 = \frac{F_0}{m}$;

ω_0 – власна частота коливань системи;

ω – циклічна частота вимушувальної сили.

18. Зсув фази вимушених коливань:

$$tg\alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

19. Резонансна частота і резонансна амплітуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2};$$

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Частинка здійснює гармонічні коливання вздовж осі x біля положення рівноваги $x = 0$. Циклічна частота коливань $\omega = 4\ c^{-1}$. В момент часу $t = 0$ координати частинки $x_0 = 25,0$ *см*, а її швидкість $\upsilon = 100$ *см/с*. Знайти координату x і швидкість υ цієї частинки через $t = 2,40$ *с*.

Дано:

$\omega = 4\ c^{-1}$

$x_0 = 25,0$ *см*

$\upsilon = 100,0$ *см/с*

$t = 2,40$ *с*

---

x – ? υ – ?

Розв'язування. Рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Швидкість частинки в довільний момент часу дорівнює:

$$\upsilon = -A\omega\sin(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

В початковий момент часу $t = 0$ величини x і υ відповідно дорівнюють x_0 і υ_0:

$$x_0 = A\cos\varphi \qquad \text{і} \qquad \upsilon_0 = -A\omega\ \sin\varphi\ . \tag{3}$$

Розв'язавши систему рівнянь (3), одержимо значення амплітуди коливань і початкової фази:

$$\frac{x_0^2}{A^2} + \frac{\upsilon_0^2}{A^2 \cdot \omega^2} = 1 \quad \text{звідки} \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\upsilon_0^2}{\omega^2}}\ ;$$

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A} \qquad \text{звідки} \qquad \varphi = arc\cos\frac{x_0}{A}\ .$$

Числові значення амплітуди і початкової фази в одиницях умови задачі

$$A = \sqrt{625 + \frac{10^4}{16}} = 35{,}5\ см,$$

$$\varphi = arc\cos\frac{25}{35{,}5} = \frac{\pi}{4}\ .$$

Скориставшись значеннями амплітуди коливань і початкової фази, знаходимо координату x і швидкість υ в момент часу t:

$$x = 35{,}5\cos(4 \cdot 2{,}40 + \pi/4) = -20{,}2\ см,$$

$$\upsilon = -35{,}5 \cdot 4\sin(4 \cdot 2{,}40 + \pi/4) = 115{,}7\ см/с.$$

Відповідь: $x = -20{,}2$ *см*; $\upsilon = 115{,}7$ *см/с*.

Приклад 2. В результаті додавання двох гармонічних коливань однакового напрямку і близьких частот одержали результуюче рівняння $x = A\cos 2{,}1\,t\cos 50{,}0\,t$ *см*. Визначити циклічні частоти коливань, які додаються, і період биття.

Дано:

$x = A\cos 2{,}1\,t\cos 50{,}0\,t$ *см*

$\omega_1 - ?\quad \omega_2 - ?\quad T_б - ?$

Розв'язування. Відомо, що при додаванні двох гармонічних коливань з близькими частотами ω_1 і ω_2 рівняння результуючого руху має вигляд:

$$x = \left|A\cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right|\cos\frac{\omega + \omega_1}{2}t\ .$$

Порівнюючи це рівняння і рівняння умови задачі, маємо

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = 2{,}1\ c^{-1} \quad \text{і} \quad \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} = 50{,}0\ c^{-1}$$

Звідки $\omega_1 = 47{,}9\ c^{-1}$; $\omega_2 = 52{,}1\ c^{-1}$.

Періодичність зміни амплітуди $\left|A\cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right|$ визначається періодичністю зміни модуля косинуса:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} T_б = \pi \ ,$$

де $T_б$ – період биття.

Знаходимо період биття

$$T_б = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega} = \frac{6{,}28}{52{,}1 - 47{,}9} = 1{,}49\ c$$

Відповідь: $\omega_1 = 47{,}9\ c^{-1}$; $\omega_2 = 52{,}1\ c^{-1}$; $T_б = 1{,}49$ с.

Приклад 3. Задаються рівняння руху частинки $x = A\sin\omega t$ і $y = B\cos\omega t$, де A і B – амплітуди коливань частинки вздовж координатних осей x і y. Знайти: а) рівняння траєкторії частинки $y(x)$ і напрям її руху вздовж цієї траєкторії; б) прискорення a в залежності від напряму радіуса вектора $\vec{r}$.

Дано:

$x = A\sin\omega t$

$y = B\cos\omega t$

$y(x)$ – ? a – ?

Розв'язування. Рівняння траєкторії частинки одержимо, якщо рівняння (1) і (2) записати в такому вигляді:

$$\sin\omega t = \frac{x}{A}, \quad \cos\omega t = \frac{y}{B} .$$

Піднесемо до квадрата:

$$\frac{x^2}{A^2} = \sin^2\omega t; \qquad \frac{y^2}{B^2} = \cos^2\omega t;$$

Додавши ці рівняння одержимо:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1 \quad \text{– еліпс.}$$

Будуємо цю траєкторію в декартовій системі координат (рис.1):

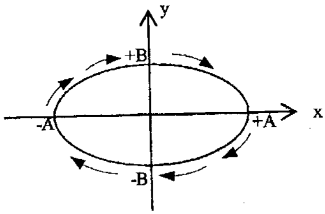

Рисунок 1

Аналізуючи рівняння умови задачі в різні моменти часу, знаходимо, напрям руху частинки вздовж траєкторії:

а) при $t = 0$, $x = 0$ і $y = B$ – початок руху ;

б) при $t = \pi/4$, $x = A$ і $y = 0$ – наступна точка;

в) при $t = T/2$, $x = 0$ і $y = -B$ і т. д.

Результуюче прискорення руху частинки визначаємо із відповідних прискорень руху вздовж осей x і y:

$$\upsilon_x = A\,\omega\cos\omega t; \qquad a_x = -A\,\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x;$$

$$\upsilon_y = -B\,\omega\sin\omega t; \qquad a_y = -B\omega^2\cos\omega t = -\omega^2 y;$$

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y.$$

Модуль вектора $\vec{a}$ дорівнює

$$a = \omega^2\sqrt{x^2 + y^2} = \omega^2 r,$$

де $\sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль радіуса-вектора частинки в довільний момент часу.

Радіус-вектор частинки $\vec{r}$ завжди направлений від початку координат до положення точки на траєкторії. Вектор результуючого прискорення $\vec{a}$ завжди направлений від положення частинки на траєкторії руху до початку координат, тобто

$$\vec{a} = -\omega^2\vec{r}.$$

Приклад 4. Однорідний стрижень поклали на два блоки, які швидко обертаються, як це показано на рис.2. Відстань між осями блоків $l = 20$ см, коефіцієнт тертя ковзання між стрижнем і блоками $k = 0{,}18$. Показати, що стрижень буде здійснювати гармонічні коливання. Знайти період цих коливань.

Дано:
$l = 20$ *см*
$k = 0{,}18$

$T - ?$

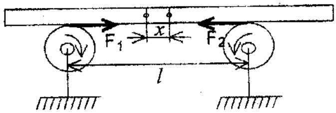

Рисунок 2

Розв'язування. При зміщенні стрижня вліво на величину x від положення рівноваги сили тертя F_1 і F_2, які виникають між стержнем і блоками дорівнюють

$$F_1 = \left(\frac{l}{2} + x\right)\rho g S k, \qquad F_2 = \left(\frac{l}{2} - x\right)\rho g S k,$$

де ρ – густина матеріалу стрижня;
S – переріз стрижня;
k – коефіцієнт тертя ковзання.

Повертаюча сила, яка виникне в цьому випадку, буде дорівнювати:

$$F = -(F_1 - F_2) = -2\rho g S k x. \qquad (1)$$

За другим законом Ньютона ця ж сила дорівнює:

$$F = m a. \qquad (2)$$

Порівнюючи праві частини рівностей (1) і (2), маємо

$$ma + 2\rho g S k x = 0$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2\rho g S k}{m} x = 0. \qquad (3)$$

Одержане диференціальне рівняння (3) є рівнянням гармонічних коливань. Циклічна частота цих коливань визначається співвідношенням:

$$\omega^2 = \frac{2\rho g S k}{m}$$

звідки

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho g S k}}$$

або врахувавши, що $m = \rho lS$, одержимо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2gk}} .$$

Підставимо числові значення:

$$T = 6,28\sqrt{\frac{0,2}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,18}} = 1,5 \ c.$$

Відповідь: $T = 1,5$ *с.*

Приклад 5. Фізичний маятник у вигляді тонкого прямого стрижня довжиною 120 см коливається біля горизонтальної осі, яка проходить перпендикулярно до стрижня через точку, віддалену на деяку відстань a від центра мас стрижня. При якому значенні a_e період коливань буде мати найменше значення? Знайти величину цього періоду?

Дано:

$l = 120$ *см*

$a_e - ?$
$T_{min} - ?$

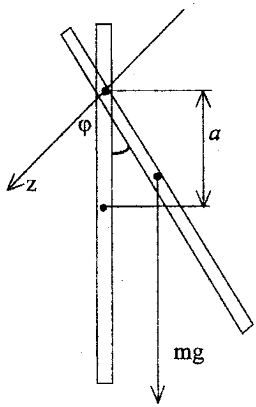

Рисунок 3

Розв'язування. Відведений від положення рівноваги стрижень буде здійснювати коливання відносно закріпленої осі, яка збігається з віссю Z (рис.3). Покажемо, що при малих кутах відхилення $(\varphi < 7°)$, ці коливання будуть гармонічними. В будь-який момент часу на стрижень діють дві сили, сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори. Однак, обертаючий момент створюється лише силою тяжіння.

$$M = - mga \sin \varphi, \tag{1}$$

де a – відстань від осі обертання до центра мас стрижня;

φ – кут відхилення стрижня від положення рівноваги.

Для малих кутів $sin\varphi = \varphi$, а напрям вектора $\vec{M}$ протилежний до напрямку осі Z, тому

$$M_z = - mga\ \varphi, \tag{2}$$

Згідно з основним рівнянням динаміки обертального руху цей момент дорівнює:

$$M_z = I\ \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{3}$$

Прирівняємо праві частини рівностей (2) і (3), одержимо:

$$I\ \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mga\ \varphi = 0.$$

Звідки:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mga}{I}\ \varphi = 0. \tag{4}$$

Рівняння (4) є диференціальним рівнянням гармонічних коливань, квадрат циклічної частоти яких дорівнює:

$$\omega^2 = \frac{mga}{I}, \tag{5}$$

де I – момент інерції стрижня відносно осі обертання;

a – відстань від точки підвісу до центра мас.

Момент інерції стрижня знайдемо за теоремою Штейнера згідно з якою:

$$I = I_0 + m\ a^2,$$

де $I_0 = \dfrac{1}{12} ml^2$ – момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через центр мас стрижня. Тому

$$I = \frac{1}{12}\ m\ l^2 + ma^2\ . \tag{6}$$

Підставимо (6) в (5) і визначимо період коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{ga}}\ . \tag{7}$$

Для визначення екстремальної відстані a_e від центра мас до точки підвісу, похідну за a підкореневого виразу формули (7) прирівняємо до нуля:

$$\left[\frac{\frac{l^2}{12}+a^2}{ga}\right]' = 0\,, \qquad \frac{2a^2g-\left(\frac{l^2}{12}+a^2\right)g}{g^2a^2}=0\,.$$

Звідки

$$2\,a^2 - \frac{l^2}{12} - a^2 = 0;$$

$$a_e = \pm\,\frac{l}{\sqrt{12}}. \tag{8}$$

$a_e = \pm\,0{,}34$ *м.*

Величину a_e з (8) підставимо в (7) і знайдемо значення найменшого періоду коливань фізичного маятника:

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{l^2}{12}+\frac{l^2}{12}}{g\frac{l}{\sqrt{12}}}} = 1{,}67\ c.$$

Відповідь: $a_e = 34$ *см;* $T_{min} = 1{,}67$ *с.*

Приклад 6. Кулька масою m і радіусом r котиться без ковзання по внутрішній поверхні циліндра радіусом R, виконуючи малі коливання біля положення рівноваги. Визначити період коливань кульки.

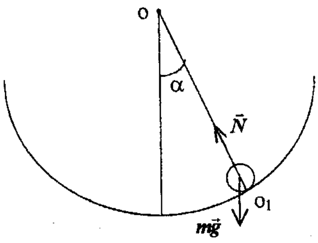

Рисунок 4

Розв'язування: На відведену від положення рівноваги кульку діють дві сили, сила тяжіння mg і сила реакції опори з точкою прикладання o_1. Обертаючий момент відносно миттєвої точки o_1 створюється лише силою тяжіння (рис.4.):

$$M = -\,mgr\sin\alpha, \tag{1}$$

де mg – сила тяжіння;

r – радіус кульки;

α – кут відхилення радіуса-вектора кульки від положення рівноваги.

У випадку, коли кут $\alpha < 7°$, $sin\ \alpha = \alpha$. В цьому випадку

$$M = - mgr\alpha. \tag{2}$$

За основним рівнянням динаміки обертального руху момент сили тяжіння дорівнює

$$M = I\,\beta, \tag{3}$$

де I – момент інерції кульки відносно миттєвої осі, яка проходить через точку o_1 ;

β – кутове прискорення кульки відносно точки o_1.

Прирівняємо праві частини рівностей (2) і (3):

$$I\,\beta + mgr\,\alpha = 0. \tag{4}$$

Момент інерції кульки відносно миттєвої осі знаходимо за теоремою Штейнера:

$$I = \frac{2}{5}\,mr^2 + mr^2 = \frac{7}{5}\,mr^2. \tag{5}$$

Кутове прискорення кульки β можна визначити через дотичне прискорення a_τ і радіус кульки r:

$$a_\tau = \beta\,r\,. \tag{6}$$

Дотичне прискорення a_τ також можна визначити відносно точки o циліндра:

$$a_\tau = \varepsilon\,(R - r)\,, \tag{7}$$

де ε – кутове прискорення кульки відносно точки о, яке пов'язане із зміною кута повороту α за часом $(\varepsilon = \alpha\,)$;

$(R - r)$ – відстань від точки o до центра мас кульки.

Прирівняємо праві частини рівностей (6) і (7) і визначимо β:

$$\beta = \frac{\varepsilon(R-r)}{r}. \tag{8}$$

Значення I з (5) і β з (8) підставимо в (4), одержимо:

$$\frac{7}{5}mr^2\,\frac{\varepsilon(R-r)}{r} + mgr\,\alpha = 0.$$

Звідки

$$\ddot{\alpha}+\frac{5}{7}\frac{g}{R-r}\alpha=0. \qquad (9)$$

Диференціальне рівняння (9) є рівнянням гармонічних коливань. Циклічна частота цих коливань дорівнює

$$\omega=\sqrt{\frac{5}{7}\cdot\frac{g}{R-r}}.$$

Отже період коливань кульки:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{7(R-r)}{5g}}.$$

Приклад 7. Тіло масою *1 кг* знаходиться у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору r = *0,05 кг/с*. З допомогою двох однакових пружин жорсткістю k = *50 Н/м* кожна тіло утримується в положенні рівноваги, пружини при цьому недеформовані. Тіло змістили від положення рівноваги, як це показано на рис.5, і відпустили. Визначити: *а*) коефіцієнт згасання β; б) частоту ν коливань; в) логарифмічний декремент коливань δ; г) число N коливань за час, протягом якого амплітуда коливань зменшиться в e разів; д) добротність коливальної системи.

447211

Дано:
m = *1 кг*
r = *0,05 кг/с*
k = *50 Н/м*

$\beta - ?\ \nu - ?\ \delta - ?$
$N - ?\ \theta - ?$

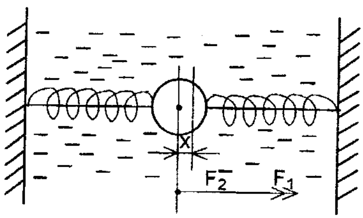

Рисунок 5

Розв'язування. На відведене від положення рівноваги тіло (рис.5) діють дві однакові сили $F_1 = F_2 = kx$, які направлені в один бік. Повертальна сила в цьому випадку дорівнює:

$$F_n = -2kx. \qquad (1)$$

При русі тіла у в'язкому середовищі з боку останнього виникає сила опору, яка пропорційна швидкості руху тіла:

$$F_0 = - r\,\dot{x}\,. \qquad (2)$$

Інших сил в напрямі руху тіла при здійсненні коливань не існує. За другим законом Ньютона результуюча цих двох сил призводить до виникнення прискорення, тобто можна записати:

$$m\ddot{x} = -r\dot{x} - 2kx. \qquad (3)$$

Рівняння (3) можна перетворити:

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{2k}{m}x = 0, \qquad (4)$$

де $\frac{r}{m} = 2\beta$, β – коефіцієнт згасання;

$\frac{2k}{m} = \omega_0^2$, ω_0 – власна циклічна частота.

З урахуванням позначень рівняння (4) набуде вигляду:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (5)$$

Рівняння (5) є диференціальним рівнянням згасаючих коливань, розв'язком якого є функція:

$$x = A_0\, e^{-\beta t} \cos\,(\omega t + \varphi). \qquad (6)$$

Розв'язування: а) коефіцієнт згасання дорівнює

$$\beta = \frac{r}{2m} = \frac{0{,}05}{2 \cdot 1} = 0{,}025\ c^{-1};$$

б) частоту коливань ν знайдемо за формулою:

$$\nu = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 50}{1} - \frac{25 \cdot 10^{-4}}{4}}}{6{,}28} = 1{,}59\ c^{-1};$$

в) логарифмічний декремент згасання дорівнює

$$\delta = ln\ \frac{A_0 \cdot e^{-\beta t}}{A_0 \cdot e^{-\beta(t+T)}} = \beta T = \frac{\beta}{\nu} = \frac{0,025}{1,59} = 0,0157;$$

г) число коливань, які виконані коливальною системою за час τ, протягом якого амплітуда зменшиться в e разів, дорівнює

$$N = \frac{\tau}{T},$$

де τ – час, за який амплітуда зменшується в e разів;

T – період згасаючих коливань.

Спочатку знайдемо час τ

$$1 = ln\ \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+\tau)}} = \beta\tau,$$

звідки

$$\tau = \frac{1}{\beta}.$$

Тоді

$$N = \frac{1}{\beta \cdot T} = \frac{\nu}{\beta} = \frac{1,59}{0,025} = 64.$$

д) добротність коливальної системи

$$\theta = \frac{\pi}{\delta} = \frac{3,14}{0,0157} = 200.$$

Відповідь: $\nu = 1,59\ c^{-1}$; $\delta = 0,0157$; $N = 64$; $\theta = 200$.

Приклад 8. Частинку змістили від положення рівноваги на відстань $A_0 = 1\ см$ і відпустили. Який шлях пройде ця частинка, здійснюючи згасаючі коливання, до повної зупинки, якщо логарифмічний декремент згасання $\delta = 0,01$?

Дано:

$A_0 = 1\ см$

$\delta = 0,01$

$S - ?$

Розв'язування. Зміщена від положення рівноваги частинка за першу чверть періоду, після того, як її відпустили, пройде шлях $S_1 = A_0$. За кожну наступну половину періоду частинка буде проходити відповідно шляхи

$S_2 = 2A_0\ e^{-\beta\frac{T}{2}}$; $S_3 = 2A_0\ e^{-2\beta\frac{T}{2}}$; $S_4 = 2\ A_0 \cdot e^{-3\beta\frac{T}{2}}$ і т.д.

Весь шлях руху частинки буде дорівнювати

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n.$$

Або

$$S = A_0 + 2A_0\, e^{-\beta\frac{T}{2}} + 2A_0\, e^{-2\beta\frac{T}{2}} + 2A_0\, e^{-3\beta\frac{T}{2}} + \ldots + 2A_0\, e^{-n\beta\frac{T}{2}}.$$

Після спрощення одержимо

$$S = A_0 \cdot \left[1 + 2\left(e^{-\beta\frac{T}{2}} + e^{-2\beta\frac{T}{2}} + e^{-3\beta\frac{T}{2}} + \ldots + e^{-n\beta\frac{T}{2}}\right)\right].$$

В круглих дужках нескінченно спадна геометрична прогресія, сума членів якої визначається за формулою

$$S_n = \frac{a_1}{1-q},$$

де $a_1 = e^{-\beta\frac{T}{2}}$ – перший член геометричної прогресії;

$q = e^{-\beta\frac{T}{2}}$ – знаменник прогресії.

Тому

$$S = A_0 \cdot \left[1 + 2 \cdot \frac{e^{-\beta\frac{T}{2}}}{1 - e^{-\beta\frac{T}{2}}}\right] = A_0 \cdot \frac{1 + e^{-\beta\frac{T}{2}}}{1 - e^{-\beta\frac{T}{2}}}.$$

Врахувавши те, що $\beta T = \delta$, одержимо

$$S = 0{,}01 \cdot \frac{1 + e^{-\frac{0{,}01}{2}}}{1 - e^{-\frac{0{,}01}{2}}} = 4\ м$$

Відповідь: $S = 4$ *м.*

Приклад 9. До спіральної пружини жорсткістю *10 Н/м* підвісили тягарець масою *10 г* і занурили всю систему у в'язке середовище. Прийнявши коефіцієнт опору середовища рівним *0,1 кг/с,* визначити: а) частоту ν_0 власних коливань; б) резонансну частоту $\nu_{рез}$; в) резонансну амплітуду $A_{рез}$, якщо вимушувальна сила змінюється за гармонічним законом і її амплітудне значення $F_0 = 0{,}02$ *Н;* г) відношення резонансної амплітуди до статичного зміщення під дією сили F_0.

Дано:

$k = 10$ *Н/м*

$m = 10$ *г*

$r = 0,1$ *кг/с*

ν_0 – ? $\nu_{рез}$ – ? $A_{рез}$ – ? θ – ?

Аналіз теорії задачі. На тягарець, який здійснює коливання, окрім сили тертя і пружної сили, діє зовнішня сила, яка змінюється за гармонічним законом. З урахуванням дії всіх сил диференціальне рівняння коливань матиме вигляд:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \tag{1}$$

Поділимо рівняння (1) на масу тягарця m і введемо позначення:

$$\frac{r}{m} = 2\beta; \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2; \quad \frac{F_0}{m} = f, \quad \text{одержимо}$$

$$\ddot{x} + 2\beta \cdot \dot{x} + \omega_0^2\, x = f \cos \omega t. \tag{2}$$

Рівняння (2) є неоднорідним лінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Розв'язком такого рівняння є функція, яка складається з двох частин:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) + A \cos(\omega t + \varphi). \tag{3}$$

Через деякий час під дією вимушувальної сили коливання тягарця стануть стабільними. Тому розв'язком рівняння (2) буде лише функція

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \tag{4}$$

Першу та другу похідні від (4) підставимо в (2):

$$\dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2),$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi),$$

$$A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) + 2\beta A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2) + \\ + A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = f_0 \cos \omega t. \tag{5}$$

Введемо позначення: $A_1 = A\omega^2$; $A_2 = 2\beta A\omega$; $A_3 = A\,\omega_0^2$; $A_4 = f_0$.

Для знаходження амплітуди А вимушених коливань скористаємось векторною діаграмою, на якій відкладемо амплітуди A_1, A_2, A_3, A_4 згідно з

(5) (рис.6)

$$A_4^2 = A_2^2 + (A_3 - A_1)^2$$

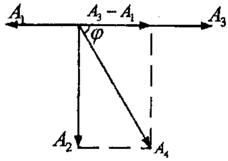

Рисунок 6

або врахувавши позначення, одержимо:

$$f_0^2 = 4\beta^2 A^2\ \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)\, A^2.$$

Звідки маємо:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}\ . \tag{6}$$

Аналіз виразу (6) амплітуди вимушених коливань:

а) $\omega << \omega_0$, тобто $\omega \to 0$

$$A_{cm} = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\ , \tag{7}$$

де A_{cm} – статичне зміщення тягарця під дією сталої сили F_0;

б) $\omega \approx \omega_0$

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\omega_0^2}, \tag{8}$$

де A_p – резонансне значення амплітуди (при $\beta \to 0,\ A_p \to \infty$).

Для знаходження резонансної частоти і резонансної амплітуди дослідимо на максимум підкореневий вираз формули (6):

$$\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + 4\beta^2\omega^2\right]' = 0\ .$$

Звідки

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\ , \tag{9}$$

де ω_p – резонансна частота вимушених коливань.

Значення ω_p з (9) підставимо в (6)

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}\ . \tag{10}$$

Якщо $\beta \to 0$, то $A_p = \dfrac{F_0}{2\beta m\omega_0}$, що збігається з формулою (8).

Розв'язування: а) частота ν_0 власних коливань тягарця дорівнює

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{6{,}28}\cdot\sqrt{\frac{10}{0{,}01}} = 5{,}03\ c^{-1};$$

б) резонансна частота знаходиться за формулою (9)

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2}} =$$

$$= \frac{1}{6{,}28}\cdot\sqrt{\frac{10}{0{,}01} - \frac{0{,}01}{2\cdot 10^{-4}}} = 4{,}91\ c^{-1};$$

в) резонансну амплітуду знайдемо за формулою (10)

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{0{,}02}{2\cdot\frac{0.1}{2\cdot 0{,}01}\cdot 0{,}01\cdot\sqrt{1000 - \frac{0{,}01}{4\cdot 10^{-4}}}} = 6{,}4\cdot 10^{-3}\ м;$$

г) відношення резонансної амплітуди до статичного зміщення тягарця, тобто добротність коливальної системи, дорівнює

$$\theta = \frac{A_p}{A_{c\square}} = \frac{F_0 m\omega_0^2}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,F_0} = \frac{\omega_0^2}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{1000}{2\cdot 0{,}1\cdot\sqrt{1000 - 25}} = 160.$$

Відповідь: $\nu_0 = 5{,}03\ c^{-1}$; $\nu_p = 4{,}91\ c^{-1}$; $A_p = 6{,}4$ мм; $\theta = 160$.

МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

Основні формули

1. Рівняння плоскої хвилі

$$U_{x,t} = A\cos(\omega t - kx),$$

де $U_{x,t}$ – зміщення точок пружного середовища від положення рівноваги на відстані x від джерела;

A – амплітудне зміщення цих точок;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;

λ – довжина хвилі;

ω – циклічна частота коливань.

2. Рівняння сферичної хвилі

$$U_{x,t} = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr),$$

де r – радіус-вектор пружного середовища.

3. Зв'язок довжини хвилі з періодом коливань і частотою:

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu},$$

де υ – швидкість поширення хвиль в пружному середовищі;
T – період коливань;
ν – частота коливань.

4. Швидкість поширення хвиль (фазова швидкість хвильового руху):

а) поздовжня хвиля в твердому середовищі:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга;
ρ – густина твердого середовища.

б) поперечна хвиля в твердому середовищі:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

де G – модуль зсуву;
ρ – густина твердого середовища.

в) повздовжня хвиля в рідкому середовищі:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

де K – модуль об'ємної пружності рідини;
ρ – густина рідини.

г) поздовжня хвиля в газоподібному середовищі:

$$\upsilon = \sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}},$$

5. Енергія пружних хвиль:

а) кінетична енергія

$$K=\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{\rho S\Delta x\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t-kx)\ ,$$

де $m=\rho S\Delta x$ – маса виділеного елементу пружного середовища;

$\upsilon=\dfrac{\partial U_{x,t}}{\partial t}$ – швидкість хвильового руху точок середовища;

б) потенціальна енергія

$$\Pi=\frac{k\Delta u_{x,t}^2}{2}=\frac{\rho S\Delta x\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t-kx);$$

в) повна енергія хвиль

$$W=K+\Pi=\rho S\Delta x\omega^2A^2\cos^2(\omega t-kx);$$

г) середні значення повної енергії і густини енергії за час в один період

$$\overline{W}=\frac{\rho S\Delta x\omega^2A^2}{2},\qquad \overline{w}=\frac{\rho\omega^2A^2}{2}.$$

6. Потік енергії пружних хвиль

$$R=\frac{\overline{W}}{S\Delta t}\ ,$$

де $\overline{W}$ – середнє значення повної енергії хвиль.

7. Вектор потоку енергії пружних хвиль

$$\vec{R}=\overline{w}\,\vec{\upsilon}\,,$$

де $\overline{w}$ – середня густина енергії пружних хвиль;

$\vec{\upsilon}$ – вектор швидкості поширення хвиль в пружному середовищі.

8. Ефект Допплера для звукових хвиль

$$\nu'=\frac{c\pm\upsilon}{c\mp u}\cdot\nu\ ,$$

де ν' – частота звуку яка сприймається приймачем;

ν – частота звуку джерела;

c – швидкість поширення звукових хвиль в пружному середовищі;

υ – швидкість руху приймача звуку;

u – швидкість руху джерела звуку (нижній знак – джерело і приймач розходяться; верхній знак – джерело і приймач сходяться).

9. Інтерференція когерентних хвиль:
а) максимуми інтерференції спостерігаються, коли

$$\Delta\varphi = 2\pi\,\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \pm 2n\,\pi,$$

де $x_2 - x_1$ – різниця ходу двох хвиль;
$\Delta\varphi$ – різниця фаз хвиль;
λ – довжина хвилі;
$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – порядок max.

Або

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = n \cdot \lambda;$$

б) мінімуми інтерференції спостерігаються, коли:

$$\Delta\varphi = 2\pi\,\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \pm(2n+1)\pi.$$

або

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = \pm\ (2n + 1)\ \lambda/2.$$

10. Рівняння стоячої хвилі

$$u_{x,t} = \left|A\cos kx\right|\cos\omega t,$$

де $u_{x,t}$ – зміщення точок середовища від положення рівноваги на відстані x від джерела коливань;
A – амплітуда зміщення;
$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;
ω – циклічна частота коливань;
$\left|A\cos kx\right|$ – амплітуда стоячої хвилі.

а) координати вузлів стоячої хвилі

$$kx = \pm(2n + 1)\pi/2 \quad \text{або} \quad x = \pm(2n + 1)\lambda/4,$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \ldots;$
x – координати вузлів стоячої хвилі.

б) координати пучностей стоячої хвилі

$$kx = \pm n\pi \qquad \text{або} \qquad x = \pm n\,\lambda,$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Плоска звукова хвиля має період $T = 3\ мс$, амплітуду $A = 0{,}2\ мм$ і довжину хвилі $\lambda = 1{,}2\ м$. Для точок середовища, які знаходяться на відстані $x = 2\ м$, визначити: а) зміщення $u_{x,t}$ в момент часу $t = 7\ мс$; б) швидкість і прискорення для того ж моменту часу. Початкову фазу коливань прийняти рівною нулю.

Дано:
$T = 3\ мс$
$A = 0{,}2\ мм$
$\lambda = 1{,}2\ м$
$x = 2\ м$
$t = 7\ мс$

$u_{x,t}$ –? $\dot{u}_{x,t}$ – ? $\ddot{u}_{x,t}$ – ?

Розв'язування. Рівняння плоскої хвилі має вигляд:

$$u_{x,t} = A\cos(\omega t - kx), \tag{1}$$

де $\omega = 2\pi/T$ – циклічна частота коливань;
$k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

Знайдемо швидкість і прискорення поширення хвиль у пружньому середовищі як відповідні похідні за часом від (1):

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = -A\omega\sin(\omega t - kx)\,; \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos(\omega t - kx) = -\omega^2 u_{x,t}\ . \tag{3}$$

а) зміщення точок середовища на відстані $x = 2\ м$ і в момент часу $t = 7\ мс$, дорівнює

$$u_{x,t} = 0{,}2\cdot 10^{-3}\cos\left(\frac{6{,}28}{3\cdot 10^{-3}}\cdot 7\cdot 10^{-3} - \frac{6{,}28}{12}\cdot 2\right) = 0{,}12\cdot 10^{-3}\ м.$$

б) швидкість цих точок

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx) =$$

$$= -0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2093 \sin\left(\frac{6,28}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 7 \cdot 10^{-3} - \frac{6,28}{1.2} \cdot 2\right) = -0,031 \text{ м/с}.$$

в) прискорення руху точок середовища

$$\frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 u_{x,t} =$$

$$= -0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2093^2 \cos\left(\frac{6,28}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 7 \cdot 10^{-3} - \frac{6,28}{1.2} \cdot 2\right) = -873,3 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $u_{x,t} = 0,12$ мм; $\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = -0,031$ м/с; $\frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2} = -873,3$ м/с^2.

Приклад 2. Рівняння плоскої біжучої хвилі має вигляд

$$u_{x,t} = 6,0 \cdot 10^{-2} \cos(1800t - 5,3x) \text{ мм}. \tag{1}$$

Знайти: а) відношення амплітуди зміщення частинок середовища до довжини хвилі; б) амплітуду швидкості частинок середовища і її відношення до швидкості поширення хвиль; в) амплітуду відносної деформації середовища і її зв'язок з амплітудою швидкості частинок.

Розв'язування. Рівняння плоскої біжучої хвилі в загальному вигляді запишемо так:

$$u_{x,t} = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T\upsilon}x\right). \tag{2}$$

а) порівнюючи співвідношення (1) і (2), знайдемо відношення амплітуди зміщення частинок середовища до довжини хвилі. Крім того амплітуда, період коливань і довжина хвилі дорівнюють:

$$A = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \quad 2\pi/T = 1800 \text{ с}^{-1},$$

звідки

$$T = 2\pi/1800 = 3,49 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Оскільки $2\pi/\lambda = 5,3$ м$^{-1}$, то $\lambda = 2\pi/5,3 = 1,18$ м.

Тому

$$\frac{A}{\lambda} = \frac{6,0 \cdot 10^{-5}}{1,18} = 5,08 \cdot 10^{-5}.$$

б) швидкість частинок середовища знайдемо, взявши похідну за часом від рівняння (1)

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = -6{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 1800 \sin (1800 \cdot t - 5{,}3 \cdot x) \text{ м/с},$$

де $\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{max} = 6{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 1800 = 0{,}11$ *м/с* – амплітуда швидкості частинок.

Швидкість поширення хвиль у пружному середовищі

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{1{,}18}{3{,}49 \cdot 10^{-3}} = 339 \text{ м/с}.$$

Відношення амплітуди швидкості частинок середовища до швидкості поширення хвиль

$$\frac{\frac{\partial u_{xt}}{\partial t}}{\upsilon} = \frac{0{,}11}{339} = 3{,}19 \cdot 10^{-4}.$$

в) для знаходження зв'язку амплітуди відносної деформації частинок і амплітуди швидкості частинок знайдемо відповідні похідні від рівності (2):

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial x} = \frac{2\pi}{T\upsilon} A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{T\upsilon} \cdot x\right); \qquad (3)$$

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = -\frac{2\pi}{T} A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{T\upsilon} \cdot x\right); \qquad (4)$$

Поділимо рівняння (4) на (3)

$$\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t} \Big/ \frac{\partial u_{x,t}}{\partial x} = \upsilon$$

або

$$\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{\max} = \upsilon \cdot \frac{\partial u_{x,t}}{\partial x}.$$

де $\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{\max}$ – амплітуда швидкості;

$\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial x}\right)_{\max}$ – амплітуда відносної деформації;

υ – швидкість поширення хвиль.

Відповідь: $A/\lambda = 5{,}08 \cdot 10^{-5}$; $\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{\max} = 0{,}11\ м/с;$

$\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{\max} \Big/ \upsilon = 3{,}19 \cdot 10^{-4};$ $\left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{\max} = \upsilon \cdot \left(\frac{\partial u_{x,t}}{\partial x}\right)_{\max}$.

Приклад 3. Труба має довжину *85 см.* Вважаючи швидкість звуку *340 м/с,* визначити число власних коливань стовпа повітря в трубі, частоти яких менше $\nu_0 = 1250\ Гц$. Розглянути два випадки: а) труба закрита з одного кінця; б) труба відкрита з обох кінців.

Дано:
$l = 0{,}85\ м$
$\upsilon = 340\ м/с$
$\nu_0 = 1250\ Гц$

$\nu_1 - ?\ \nu_2 - ?\ ...$

Розв'язування. В трубі як в першому, так і в другому випадку створюється стояча хвиля. Слід мати на увазі, що біля відкритого кінця труби завжди буде пучність, а біля закритого кінця труби завжди буде вузол, як це показано на рис.7.

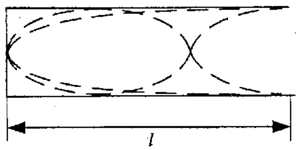

Рисунок 7

а) у випадку закритої з одного кінця труби на її довжині вкладається непарне число $\lambda/4$, тобто

$$l = (2k+1)\ \lambda/4,$$

де $k = 0,\ 1,\ 2,\ ...;$

λ – довжина хвилі, яка пов'язана з частотою коливань $\lambda = \upsilon/\nu$.
Тому

$$l = (2k+1)\ \frac{\nu}{4\upsilon}\ , \text{звідки}\quad \nu = \frac{(2k+1)\upsilon}{4l}\ .$$

Знайдемо ці частоти

$$k = 0;\ \nu_1 = \frac{\upsilon}{4l} = \frac{340}{4 \cdot 0{,}85} = 100\ Гц.$$

$$k = 1;\ \nu_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{\upsilon}{l} = 300\ Гц.$$

$$k = 2;\ \nu_3 = \frac{5}{4} \cdot \frac{\upsilon}{l} = 500\ Гц.$$

$$k = 3;\ \nu_4 = \frac{7}{4} \cdot \frac{\upsilon}{l} = 700\ Гц.$$

$$k = 4;\ \nu_5 = \frac{9}{4} \cdot \frac{\upsilon}{l} = 900\ Гц.$$

$$k = 5;\ \nu_6 = \frac{11}{4} \cdot \frac{\upsilon}{l} = 1100\ Гц.$$

Наступна частота буде більша за ν_6;

б) у випадку відкритої з обох кінців труби, для збереження умови пучностей біля відкритого кінця, треба, щоб в її довжині вкладалось ціле число півхвиль, тобто

$$l = k\,\frac{\lambda}{2}, \qquad \text{де } k = 1, 2, 3, \ldots.$$

З урахуванням того, що $\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$, маємо

$$l = k\,\frac{\upsilon}{2\nu}, \qquad \text{звідки} \qquad \nu = \frac{k\upsilon}{2l}.$$

Знайдемо ці частоти

$$k = 1;\ \ \nu_1 = \frac{\upsilon}{2l} = 200\ Гц.\ k = 2;\ \ \nu_2 = \frac{2 \cdot \upsilon}{2l} = 400\ Гц.$$

$$k = 3;\ \nu_3 = \frac{340 \cdot 3}{1.7} = 600\ Гц.\ k = 4;\ \ \nu_4 = \frac{4 \cdot \upsilon}{2l} = 800\ Гц.$$

$$k = 5;\ \nu_5 = \frac{5 \cdot \upsilon}{2l} = 1000\ Гц.\ \ k = 6;\ \ \nu_6 = \frac{6 \cdot \upsilon}{2l} = 1200\ Гц.$$

Приклад 4. На шосе рухаються назустріч дві автомашини з швидкостями $u_1 = 30$ *м/с* і $u_2 = 20$ *м/с*. Перша з них подає звуковий сигнал частотою $\nu_1 = 600$ *Гц*. Визначити частоту, яка буде сприйматись водієм другої автомашини в двох випадках: а) до зустрічі; б) після зустрічі. Швидкість звуку в повітрі $c = 340$ *м/с*.

Дано:
$u_1 = 30$ *м/с*
$u_2 = 20$ *м/с*

$\nu_0 = 600$ *Гц*
$c = 340$ *м/с*

$\nu_2' - ?$ $\nu_2'' - ?$

Розв'язування. Зміна частоти коливань при русі джерела звуку і приймача в цих випадках визначається за допомогою формули ефекту Допплера:

$$\nu' = \frac{c \pm v}{c \mp u} \cdot \nu;$$

а) до зустрічі

$$\nu_2' = \frac{c + u_2}{c - u_1} \cdot \nu_0 = \frac{340 + 20}{340 - 30} \cdot 600 = 696\ Гц;$$

б) після зустрічі

$$\nu_2'' = \frac{c - u_2}{c + u_1} \cdot \nu_0 = \frac{340 - 20}{340 + 30} \cdot 600 = 519\ Гц.$$

Відповідь: $\nu_2' = 696$ *Гц;* $\nu_2'' = 519$ *Гц.*

Приклад 5. Визначити потужність точкового ізотропного джерела звуку, якщо на відстані $r = 25$ *м* від нього інтенсивність звуку R дорівнює 20 *мВт/м*^{2}. Яка середня густина енергії $\overline{w}$ на цій відстані ?

Дано:
$r = 25$ *м*
$R = 20$ *мВт/м*^{2}

$N - ?$ $\overline{w} - ?$

Розв'язування. Відомо, що інтенсивність або густина потоку енергії визначається за формулою

$$R = \frac{W}{S\Delta t},$$

де W – повна енергія, яка випромінюється точковим джерелом звуку у всіх напрямках;

S – площа поверхні, через яку здійснюється перенесення енергії;

Δt – час випромінювання.

Тоді потужність точкового джерела випромінювання буде дорівнювати

$$N = \frac{W}{\Delta t} \qquad \text{або} \qquad N = R\,S.$$

Підставимо числові значення

$$N = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 625 = 157\ Вт.$$

Середня об'ємна густина енергії на цій відстані визначається з формули

$$R = \bar{w} \cdot \upsilon \ \text{звідки} \qquad \bar{w} = \frac{R}{\upsilon},$$

де υ – швидкість звуку в повітрі, яка для норальних умов дорівнює *340 м/с.*

Тому

$$\bar{w} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{340} = 5{,}88 \cdot 10^{-5}\ Дж/м^3.$$

Відповідь: *157 Вт; 5,85·10⁻⁵ Дж/м³.*

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ
Основні формули

1. При вільних коливаннях в контурі, який складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю С, котушки з індуктивністю L і резистора з омічним опором R, заряд на обкладках конденсатора змінюється за законом:

$$q = q_0\, e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $q_0\, e^{-\beta t}$ – амплітуда згасаючих коливань;

β – коефіцієнт згасання;

ω – циклічна частота згасаючих коливань;

q_0 *і* φ_0 – початкові значення амплітуди заряду і фази коливань.

2. Циклічна частота згасаючих коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

3. Власна циклічна частота коливального контуру:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

4. Добротність коливального контуру:

$$\theta = \frac{L}{C}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

або для малих значень R (наближена формула)

$$\theta = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} .$$

5. Якщо в коливальному контурі, який складається з конденсатора ємністю C, котушки резистора з омічним опором R, з'єднаних послідовно, діє періодично діюча е.р.с $\xi = \xi_0 \cos \omega t$, то в такому колі виникнуть вимушені коливання струму з частотою ω

$$I = I_0 \cos (\omega t + \varphi).$$

При цьому величини I_0 і φ виражаються формулами:

$$I_0 = \frac{\xi_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$tg\, \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} .$$

6. Амплітуда струму I_0 досягне найбільшого значення (явище резонансу), якщо частота ω вимушених коливань збіжиться з частотою ω_0 власних коливань:

$$\omega_p = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} .$$

7. Швидкість поширення електромагнітних хвиль в прозорих середовищах:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} ,$$

де ε і μ – діелектрична і магнітна проникності середовища; ε_0 і μ_0 – електрична і магнітна сталі вакууму.

8. Швидкість поширення електромагнітних хвиль в вакуумі:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} .$$

9. Показник заломлення середовища

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu} .$$

10. Рівняння електромагнітних хвиль

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kx) ;$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kx) ,$$

де E_0 і H_0 – амплітуди значень векторів напруженості електричного і магнітного полів в електромагнітній хвилі;

$k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

11. Густина енергії електромагнітних хвиль

$$w = w_e + w_м = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}\, E H = \frac{1}{\upsilon}\, E H ,$$

де w_e і $w_м$ – густина енергії відповідно електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі.

12. Вектор густини потоку енергії електромагнітних хвиль, вектор Пойнтінга

$$\vec{R} = w \cdot \vec{\upsilon} = \vec{E} \cdot \vec{H},$$

де w – густина енергії поля;

$\vec{\upsilon}$ – вектор швидкості електромагнітних хвиль;

$\vec{E}$ і $\vec{H}$ – вектори напруженості електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Коливальний контур має індуктивність *1,6 мГн*, електричну ємність *0,04 мкФ* і максимальну напругу U_{max} на клемах рівну 200 В. Визначити максимальну силу струму в контурі. Опором контуру знехтувати.

Дано:
$L = 1{,}6$ *мГн*
$C = 0{,}04$ *мкФ*
$U_{max} = 200$ *В*

I_{max} – ?

Розв'язування. Згідно з законом збереження енергії, максимальна енергія електричного поля конденсатора дорівнює максимальній енергії магнітного поля котушки індуктивності. Тому

$$\frac{CU^2_{\max}}{2} = \frac{LI^2_{\max}}{2}.$$

Звідки

$$I_{max} = U_{max}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Підставимо числові значення

$$I_{max} = 200 \cdot \sqrt{\frac{0{,}04 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-3}}} = 1\ A.$$

Відповідь: $I_{max} = 1\ A$.

Приклад 2. Індуктивність коливального контуру дорівнює *0,5 мГн*. Контур резонує на довжину хвилі *300 м*. Визначити електроємність такого контуру. Опором контуру знехтувати.

Дано:
$L = 0{,}5$ *мГн*
$\lambda = 300$ *м*

C – ?

Розв'язування. Виразимо довжину електромагнітної хвилі через швидкість поширення і період коливань контуру

$$\lambda = c\,T,$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ *м/с* – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

Період коливань контуру дорівнює

$$T = 2\pi \sqrt{LC}\ .$$

Тому

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}\ .$$

Звідки знаходимо ємність конденсатора

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}\ .$$

Підставимо числові значення

$$C = \frac{9 \cdot 10^4}{4 \cdot \pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}} = 5{,}1 \cdot 10^{-11}\ Ф.$$

Відповідь: $C = 51\ пФ$.

Приклад 3. В середовищі, для якого $\varepsilon = 4{,}00$ і $\mu = 1{,}00$, поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда електричного вектора хвилі $E_{max} = 200\ В/м$. На шляху хвилі розміщена поглинаюча поверхня, яка має форму диска радіусом $r = 300\ мм$. Яку енергію поглинає ця поверхня за $t = 1{,}00\ хв$? Період хвилі $T << t$.

Дано:
$\varepsilon = 4{,}00;\ \mu = 1{,}00$
$E_{max} = 200\ В/м$
$r = 300\ мм$
$t = 1{,}00\ хв$

$W - ?$

Розв'язування. Енергія, яка переноситься електромагнітною хвилею за одиницю часу через одиницю поверхні, перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, визначається вектором Пойнтінга

$$\vec{R} = \vec{E} \cdot \vec{H}\ , \tag{1}$$

де $\vec{R}$ – вектор густини потоку енергії.

В електромагнітній хвилі вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ взаємно перпендикулярні, тому модуль вектора Пойнтінга дорівнює

$$R = E \cdot H. \tag{2}$$

Оскільки обидві величини E і H, які характеризують електромагнітну хвилю, в кожній її точці змінюються в часі за законом синуса або косинуса і знаходяться в однакових фазах, співвідношення (2) можна записати так:

$$R = E_0 \sin \omega t \, H_0 \sin \omega t = E_0 \, H_0 \sin^2 \omega t. \tag{3}$$

Таким чином, величина R є функцією часу, а формули (2) і (3) дають лише миттєві значення цієї величини.

Нехай через площадку S в напрямі перпендикулярному до напряму поширення хвилі переноситься за час t енергія W. Тоді густина потоку

$$R = \frac{W}{St}. \tag{4}$$

Через площадку S буде перенесена за час t енергія W, яка міститься в об'ємі циліндра з основою S і висотою vt, тобто

$$W = R\,S\,t. \tag{5}$$

З урахуванням (3) маємо

$$W = E_0 \, H_0 \, S \, t \sin^2 \omega t. \tag{6}$$

Згідно з теорією електромагнітних хвиль, густини енергії електричного і магнітного полів хвилі в будь-який момент часу однакові як для E і H, так і для E_0 і H_0. Тому

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H_0^2}{2}. \tag{7}$$

З формули (7) знаходимо H_0 і підставляємо в (6)

$$W = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2 \; S \, t \sin^2 \omega t. \tag{8}$$

Оскільки за умовою задачі $T << t$, то величину $\sin^2 \omega t$ можна усереднити в часі, тобто

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}.$$

Остаточно одержуємо

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_0^2 St \ .$$

Підставимо числові значення

$$W = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{4\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}{12{,}56\cdot 10^{-7}}}\cdot 4\cdot 10^4\cdot 9\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}14\cdot 60 = 1800\,Дж.$$

Відповідь: *1800 Дж.*

Задачі

303. Точка виконує гармонічні коливання. Найбільше зміщення x_{max} дорівнює *10 см,* найбільша швидкість $v_{мах} = 20$ *см/с*. Знайти циклічну частоту ω коливань і максимальне прискорення a_{max}.

Відповідь: *2 $с^{-1}$; 40 см/$с^2$.*

304. Точка виконує коливання за законом $x = A\sin\omega t$. У деякий момент часу зміщення x_1 точки виявилося рівним *5 см*. Коли фаза коливань збільшилася вдвічі, зміщення x_2 стало дорівнювати *8см*. Знайти амплітуду А коливань.

Відповідь: $A = 2x_1^{\,2} / \sqrt{4x_1^{\,2} - x_2^{\,2}} = 8{,}33$ см .

305. Рівняння коливань точки має вигляд $x = A\cos\omega\,(t + \tau)$, де $\omega = \pi с^{-1}$; $\tau = 0{,}2$ *с*. Визначити період T і початкову фазу φ коливань.

Відповідь: *2 с; 36°.*

306. Точка виконує коливання за законом $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, де $A = 4$ *см*. Визначити початкову фазу φ, якщо: а) $x(0) = 2см$ і $\dot{x}(0) < 0$; б) $x(0) = 2\sqrt{3}$ *см* *і* $\dot{x}(0) > 0$; в) $x(0) = -2\sqrt{2}$ *см* і $\dot{x}(0) < 0$; г) $x(0) = -2\sqrt{3}$ *см* і $\dot{x}(0) > 0$. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t = 0$.

Відповідь: *а)*$5\pi/6рад$; *б)*$\pi/3рад$; *в)*$5\pi/\,рад$; *г)*$5\pi/3рад$.

307. Точка виконує коливання з амплітудою $A = 4$ *см* і періодом $T = 2$ *с*. Написати рівняння цих коливань, вважаючи, що в момент часу $t = 0$ зміщення $x(0) = 0$ і $x(0) < 0$. Визначити фазу $(\omega t + \varphi)$ для двох моментів часу: а) коли зміщення $x = 1$ *см* і $x > 0$; б) коли швидкість $x = -6$ *см/с* і $x < 0$.

Відповідь: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, де $A = 4см$, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi\,рад/с$, $\varphi = \pi/2\,рад$;

а) $5\pi/3\,рад$; *б)* $0{,}842\pi\,рад$.

308. Точка виконує коливання за законом $x = A\cos\omega t$, де $A = 5$ *см;*

$\omega = 2\ c^{-1}$. Визначити прискорення $|\dot{x}|$ точки в момент часу, коли її швидкість $\dot{x} = 8\ см/с$.

Відповідь: $|\ddot{x}| = \omega\sqrt{(\omega^2 A^2 - \dot{x}^2)} = 12 см/с^2$.

309. Максимальна швидкість υ_{max} точки, що виконує гармонічні коливання, дорівнює *10 см/с,* максимальне прискорення a_{max} = 100 $см/с^2$. Знайти циклічну частоту ω коливань, їх період T і амплітуду А. Написати рівняння коливань, прийнявши, що початкова фаза дорівнює нулю.

Відповідь: $10c^{-1}$; *0,628 с; 1 см;* $x = A\cos\omega t$.

310. Коливання точки відбуваються за законом $x = A\ cos\ (\omega t + \varphi)$. У деякий момент часу зміщення х точки дорівнює 5 см, її швидкість $\upsilon = 20\ см/с$ і прискорення $a = -\ 80\ см/с^2$. Знайти амплітуду A, циклічну частоту ω, період T коливань і фазу $(\omega t + \varphi)$ у розглянутий момент часу.

Відповідь: $\omega = \sqrt{-a/\upsilon} = 4c^{-1}$; $T = 2\pi/\omega = 1{,}57c$; $A = \sqrt{x^2 + \omega^2 x^2} = 7{,}07$см; $\omega t + \varphi = \arccos(x/A) = \pi/4\ рад.$

311. Точка бере участь у двох однаково направлених коливаннях $x_1 = A_1\ sin\ \omega t$ *і* $x_2 = A_2\ cos\ \omega t$, де $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2\ см;\ \omega = 1c^{-1}$. Визначити амплітуду A результуючого коливання, його частоту ν і початкову фазу φ. Знайти рівняння цього руху.

Відповідь: $A\ =\ 2{,}24\ см;$ $\nu = 0{,}159Гц$; $\varphi = 0{,}353\pi\ рад;$ $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, де $\omega = 1c^{-1}$.

312. Матеріальна точка виконує гармонічні коливання уздовж осі х за законом: $x = 6{,}0\cos\pi(t + 0{,}20)$, де t – час у секундах, x – у сантиметрах. Визначити амплітуду зміщення A и період коливань T. Знайти зміщення x, швидкість υ і прискорення a матеріальна точки в момент часу $t = 4{,}0$ *с.*

Відповідь: *A = 6,0 см; T = 2 с; x = 4,85 см; υ = 11,07 см/с;* $a = 47{,}6\ см/с^2$.

313. Частинка виконує прямолінійні гармонічні коливання. Амплітуда швидкості частинки $\upsilon_{max} = 22\ см/с$, амплітуда її прискорення a_{max} = $77\ см/с^2$. Визначити амплітуду зміщення A і циклічну частоту ω коливань частинки.

Відповідь: $A = 6{,}28\ см;\ \omega = 3{,}5\ c^{-1}$.

314. Матеріальна точка виконує коливання уздовж деякого напрямку за законом $x = A\sin\omega t$, де $\omega\ =\ 1{,}57\ c^{-1}$. Амплітуда швидкості $\upsilon_{max} = 9{,}42\cdot10^{-2}$м/с. Знайти для моментів часу $t_1 = 0$, $t_2 = T/8$, $t_3 = T/4$ значення координати x, швидкості υ і прискорення a точки.

Відповідь: $x_1\ =\ 0;$ $x_2\ =\ 0{,}042м;$ $x_3{=}0{,}06\ м;$ $\upsilon_1\ =\ 0{,}094\ м/с;$

$\upsilon_2 = 0,066$ *м/с*; $\upsilon_3 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0,1$ *м/с*^{2}; $a_3 = 0,15$ *м/с*^{2}.

315. Матеріальна точка виконує гармонічні коливання. Найбільше зміщення точки дорівнює *0,1 м*, найбільша швидкість *0,2 м/с*. Знайти циклічну частоту коливань і максимальне прискорення точки.

Відповідь: $\omega = 2$ с$^{-1}$; $a_{мах} = 0,4$ *м/с*^{2}.

316. Коливання матеріальної точки масою *0,1 г* відбуваються за законом: $x = 5\cos 2\pi t$ *(см)*. Визначити максимальні значення кінетичної енергії і сили, яка повертає матеріальну точку до положення рівноваги.

Відповідь: $K_{мах} = 4,9 \cdot 10^{-4}$ *Дж*; $F_{мах} = 1,94 \cdot 10^{-4}$ *Н*.

317. До спіральної пружини підвісили тягарець, у результаті чого пружина розтяглася на *9 см*. Який буде період коливань тягарця, якщо його трохи відтягнути від положення рівноваги, а потім відпустити?

Відповідь: $T = 0,6$ *с*.

318. Матеріальна точка виконує прямолінійні гармонічні коливання. Період коливань $T = 2$ *с*, а амплітуда $A = 4$ *см*. Знайти швидкість υ точки у момент часу, коли її зміщення від положення рівноваги $x = 2$ *см*.

Відповідь: $\upsilon = 0,0613$ *м/с*.

319. Матеріальна точка виконує прямолінійні гармонічні коливання. Циклічна частота $\omega = 4$ *с*$^{-1}$, амплітуда прискорення $a_{max} = 72$ *см/с*^{2}. Визначити швидкість υ точки у момент часу, коли її зміщення від положення рівноваги $x = 2,2$ *см*.

Відповідь: $\upsilon = 0,71$ *м/с*.

320. Частинка виконує прямолінійні гармонічні коливання. При зміщенні частинки від положення рівноваги на $x_1 = 2,6$ *см* її швидкість $\upsilon_1 = 2,9$ *см/с*, а при зміщенні на $x_2 = 3,4$ *см* швидкість частинки $\upsilon_2 = 1,9$ *см/с*. Визначити амплітуду зміщення A і циклічну частоту ω коливань частинки.

Відповідь: $A = 0,0389$ *м*; $\omega = 1$ *с*$^{-1}$.

321. Частинка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях одного напрямку: $x_1 = 4\cos 4\pi t$ *(см)* і $x_2 = 3\cos(4\pi t + \pi/2)$ (см). Визначити циклічну частоту ω, амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання частинки. Побудувати векторну діаграму.

Відповідь: $\omega = 4\pi$ *с*$^{-1}$; $A = 0,05$ *м*; $\varphi = 36,86^\circ$.

322. Написати рівняння руху $x(t)$ частинки, яка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях одного напрямку: $x_1 = 30\cos\pi t/3$ і $x_2 = 30\cos(\pi t/3 + \pi/6)$ *мм*.

323. Додаються два гармонічних коливання одного напрямку: $x_1 = 20\cos\omega t$ (мм) і $x_2 = 20\cos(\omega t + \pi/3)$ (мм). Визначити амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання, якщо $\omega = \pi\ c^{-1}$. Написати також рівняння результуючого коливання $x(t)$.

Відповідь: $A = 34{,}6$ мм: $\varphi = \pi/6$.

324. Матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які виражаються рівняннями: $x = \sin\omega t$ (мм) і $y = \cos\omega(t + 0{,}5)$ (мм). Знайти рівняння траєкторії точки $y(x)$ та побудувати його графік.

325. Частинка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які виражаються рівняннями: $x = 0{,}50\sin\omega t$ і $y = 1{,}5\cos\omega t$. Знайти рівняння руху частинки $y(x)$. Побудувати графік результуючого траєкторії коливань і вказати на ній напрямок руху частинки.

326. Визначити амплітуду і початкову фазу результуючого коливання, утвореного при додаванні двох коливань однакового напрямку і періоду: $x_1 = 10\sin 3\pi t$ (см) і $x_2 = 12\sin(3\pi t + \pi/2)$ (см). Написати рівняння результуючого коливання. Побудувати векторну діаграму.

Відповідь: $A = 15{,}6$ см; $\varphi = 50{,}2^o$.

327. Зміщення освітленої точки на екрані осцилографа є результатом додавання двох взаємно перпендикулярних коливань, які описуються рівняннями: $x = 1{,}5\sin 2\pi t$ см і $y = 3\sin 2\pi t$ см. Написати рівняння результуючого коливання $y(x)$ і побудувати його траєкторію.

327. Додаються два гармонічних коливання одного напрямку з однаковими періодами $T_1 = T_2 = 1{,}5$ с і амплітудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Початкові фази коливань $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi/3$. Визначити амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання. Знайти його рівняння і побудувати з дотриманням масштабу діаграму додавання амплітуд.

Відповідь: $A = 3{,}86$ см; $\varphi = 75^o$.

329. Точка рухається в площині xy за законом $x = A\sin\omega t$ і $y = B\cos\omega t$, де $A = B = 10$ см, $\omega = 2{,}0$ рад/с. Знайти рівняння траєкторії руху точки $y(x)$ і її прискорення у момент часу 2 с.

Відповідь: $a = 0{,}56$ м/с^2.

330. Матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які виражаються рівняннями: $x = 5\cos\pi t$ см і $y = 10\cos\pi t$ см. Знайти рівняння траєкторії точки $y(x)$ і швидкість точки в момент часу 1 с.

Відповідь: $\upsilon = 0$.

331. Частинка виконує прямолінійні згасаючі коливання з періодом $T = 4,5$ $с$. Початкова амплітуда коливань $A_o = 0,16$ $м$, а амплітуда після 20 – ти повних коливань $A = 0,01$ $м$. Визначити коефіцієнт згасання β і логарифмічний декремент згасання δ. Написати рівняння коливань частинки, прийнявши початкову фазу коливань $\varphi = 0$.

Відповідь: $\beta = 0,03$ $с^{-1}$; $\delta = 0,135$.

332. Математичний маятник довжиною $l = 1$ $м$ виконує згасаючі коливання в середовищі, логарифмічний декремент згасання якого $\delta_1 = 1,26$. Визначити логарифмічний декремент згасання δ_2 маятника, якщо опір середовища зросте в 2 рази.

Відповідь: $\delta_2 = 2,57$.

333. Знайти коефіцієнт згасання β і логарифмічний декремент згасання δ математичного маятника, якщо відомо, що за час $t = 100$ $с$ коливань повна механічна енергія маятника зменшилася в десять разів. Довжина маятника $l = 0,98$ $м$.

Відповідь: $\beta=0,0115$ $с^{-1}$; $\delta = 0,023$.

334. Тіло масою $m = 12$ $г$ виконує згасаючі коливання з частотою $\omega = 3,14$ c^{-1}. При цьому за час $\tau = 60$ $с$ тіло втрачає 0,9 своєї повної механічної енергії. Знайти: а) коефіцієнт згасання β; б) коефіцієнт опору середовища r.

Відповідь: $\beta = 0,019$ c^{-1}; $r = 4,56 \cdot 10^{-4}$ $кг/с$.

335. Амплітуда згасаючих коливань маятника за час $t_1 = 5$ $хв.$ зменшилася у 2 рази. За який час, від початкового моменту, амплітуда зменшилася у вісім разів?

Відповідь: $t_2 = 15$ $хв.$

336. Енергія згасаючих коливань маятника, які відбуваються у деякому середовищі, протягом 120 $с$ зменшилася у 100 разів. Визначити коефіцієнт опору середовища, якщо маса маятника дорівнює $0,1$ $кг$.

Відповідь: $r = 0,0076$ $кг/с$.

337. Знайти логарифмічний декремент згасання математичного маятника довжиною 50 $см$, якщо за проміжок часу 5 $хв.$ його повна механічна енергія зменшилася в $4 \cdot 10^4$ разів.

Відповідь: $\delta = 0,025$.

338. Знайти число повних коливань системи, протягом яких енергія системи зменшилася у 2 рази. Логарифмічний декремент згасання $\delta = 0,01$.

Відповідь: $N = 34,6$.

339. Тіло масою $5 \cdot 10^{-3}$ *кг* виконує згасаючі коливання. Протягом часу $t = 50$ *с* тіло втратило *60%* своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору середовища.

Відповідь: $r = 9,16 \cdot 10^{-5}$ *кг/с*.

340. Визначити період згасаючих коливань, якщо період власних коливань системи дорівнює *1 с*, а логарифмічний декремент згасання дорівнює $\delta = 0,628$.

Відповідь: $T = 0,98$ *с*.

341. Складаються два взаємно перпендикулярних коливання, що описуються рівняннями $x = A_1 \sin \omega t$ і $y = A_2 \cos\omega(t+\tau)$, де $A_1 = 2$ *см*; $A_2 = 1$ *см*; $\omega = \pi\ c^{-1}$; $\tau = 0,5$ *с*. Знайти рівняння траєкторії і побудувати її, зазначивши напрямок руху точки.

Відповідь: $y = -(A_2 / A_1)x$ або $y = -\frac{1}{2}x$.

342. Амплітуда згасаючих коливань маятника за час $t_1 = 2$*хв* зменшилася у три рази. За який час t_2, рахуючи від початкового моменту, амплітуда зменшиться у десять разів?

Відповідь: $t_2 = 4,18$ *хв*.

343. Амплітуда коливань маятника довжиною $l = 1$*м* за час $t = 10$ *хв.* зменшилася у два рази. Визначити логарифмічний декремент коливань δ.

Відповідь: $\delta = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\frac{l}{g}}\ln\frac{A_1}{A_2} = 2,31 \cdot 10^{-3}$.

344. Гиря масою $m = 500$ *г* підвішена до спіральної пружини жорсткістю $k = 20$ *Н/м* і виконує пружні коливання у деякому середовищі. Логарифмічний декремент коливань $\theta = 0,004$. Визначити кількість N повних коливань, які повинна виконати гиря, щоб амплітуда коливань зменшилася в $n = 2$ рази. Коефіцієнт опору середовища дорівнює $r = 4 \cdot 10^{-3}$ *кг/с*. За який час t відбудеться це зменшення?

Відповідь: $N = \frac{1}{\delta}\ln\frac{A_1}{A_2} = 173$; $t = 2\pi n\sqrt{\frac{m}{k}} = 2$*хв*. 52с.

345. Визначити період T згасаючих коливань, якщо період T_0 власних коливань системи дорівнює *1с* і логарифмічний декремент згасань $\delta = 0,628$.

Відповідь: $T = 1,005$*с*.

346. Знайти кількість N повних коливань системи, протягом яких енергія системи зменшилася в $n = 2$ рази. Логарифмічний декремент

коливань $\delta = 0,01$.

Відповідь: $N = 35$.

347. Вагон масою $m = 80$ *т* має чотири ресори. Жорсткість k пружин кожної ресори дорівнює 500 *кН/м*. При якій швидкості υ вагон почне сильно розгойдуватися внаслідок поштовхів на стиках рейок, якщо довжина l рейки дорівнює $12,8$ *м*?

Відповідь: $\upsilon = (l/\pi)\sqrt{(k/m)} = 10{,}2$ м/с.

348. Визначити амплітуду А і початкову фазу φ результуючого коливання, що виникає при додаванні двох коливань однакових напрямків і періодів: $x_1 = A_1 \sin\omega t$ і $x_2 = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, де $A_1 = A_2 = 1$ *см*; $\omega = \pi\ c^{-1}$; $\tau = 0,5$ *с*. Знайти рівняння результуючого коливання.

Відповідь: $A = 1,41$ *см*; $\varphi = \pi/4$ *рад*; $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, де $\omega = \pi\, c^{-1}$.

349. Точка бере участь одночасно у двох гармонічних коливаннях, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуються рівняннями $x = A_1 \cos \omega t$ і $y = A_2 \cos \omega(t+\tau)$, де $A_1 = 4$ *см*; $A_2 = 8$ *см*; $\omega = \pi\ c^{-1}$; $\tau = 1$ *с*. Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати графік її руху.

Відповідь: $y = -(A_2/A_1)x$ або $y = -2x$.

350. За час $t = 8$ *хв.* амплітуда згасаючих коливань маятника зменшилася у три рази. Визначити коефіцієнт згасання β.

Відповідь: $\beta = 0,0023\ c^{-1}$.

351. Логарифмічний декремент коливань δ маятника дорівнює $0,003$. Визначити кількість N повних коливань, які повинен виконати маятник, щоб їх амплітуда зменшилася у два рази.

Відповідь: $N = \dfrac{1}{\delta}\ln\dfrac{A_1}{A_2} = 231$.

352. Тіло масою $m = 5$ *г* бере участь у згасаючих коливаннях. Протягом часу $t = 50$ *с* тіло втратило 60% своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору середовища r.

Відповідь: $r = 9,16 \cdot 10^{-5}$ *кг/с*.

353. Тіло масою $m = 1$ *кг* міститься у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $r = 0,05$ *кг/с*. За допомогою двох однакових пружин жорсткістю $k = 50$ *Н/м* кожне тіло утримується в положенні рівноваги, пружини при цьому недеформовані. Тіло змістили від положення рівноваги і відпустили. Визначити: а) коефіцієнт згасання β; б) частоту ν коливань; в) логарифмічний декремент коливань δ; г) кількість N коливань,

після яких амплітуда зменшиться в e разів.

Відповідь: а) $\beta = 0,025c^{-1}$; б) $\nu = 1,59$ *Гц;* в) $\delta = 0,0157$; г) $N = 64$.

354. Коливальна система бере участь у згасаючих коливаннях з частотою $\nu = 1000$ *Гц*. Визначити частоту ν_0 власних коливань, якщо резонансна частота $\nu_{рез} = 998$ *Гц*.

Відповідь: $\nu_0 = 1002$ *Гц*.

355. Визначити, наскільки резонансна частота відрізняється від частоти $\nu_0 = 1$ *кГц* власних коливань системи, що характеризується коефіцієнтом згасання $\beta = 400\ c^{-1}$.

Відповідь: $\Delta\nu = \beta^2/(4\pi^2\nu_0) = 4,05$*Гц*.

356. При незмінній амплітуді змушувальної сили, амплітуда вимушених коливань при частотах $\nu_1 = 100\ c^{-1}$ і $\nu_2 = 200\ c^{-1}$ виявилася однаковою. Знайти резонансну частоту.

Відповідь: $\nu_{рез.} = 122,5$ *Гц*.

357. Визначити, на скільки резонансна частота відрізняється від частоти $\nu_0 = 1000$ *Гц* власних коливань системи, яка характеризується коефіцієнтом згасання, рівним $\beta = 400\ c^{-1}$.

Відповідь: $\Delta\nu = 4$ *Гц*.

358. Визначити логарифмічний декремент δ згасання коливань коливальної системи, для якої резонанс спостерігається при частоті, меншій власної частоти на 2 *Гц*. Власна частота коливань системи дорівнює $\nu_0 = 10$ *кГц*.

Відповідь: $\delta = 0,09$.

359. Пружинний маятник (жорсткість пружини якого дорівнює $k = 10$ *Н/м*, маса тягарця $0,1$ *кг*) виконує змушені коливання у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $r = 2\cdot10^{-2}$ *кг/с*. Визначити коефіцієнт згасання і резонансну амплітуду, якщо амплітудне значення змушувальної сили дорівнює 10^{-3} *Н*.

Відповідь: $\beta = 0,1\ c^{-1}$; $A_{рез.} = 5\cdot10^{-3}$ *м*.

360. У скільки разів амплітуда вимушених коливань менша резонансної амплітуди, якщо частота змушувальної сили у 2 рази більша резонансної частоти, а коефіцієнт згасання в обох випадках дорівнює $0,1\omega_0$ (ω_0 – циклічна частота власних коливань)?

Відповідь: $A_{рез.}/A = 18$.

361. Коливальний контур радіоприймача складається з котушки

індуктивністю *100 мГн* і змінного конденсатора, ємність якого може змінюватися в межах від *9,7* до *92 пФ*. У якому діапазоні довжин хвиль може працювати цей радіоприймач?

Відповідь: $\lambda_1 = 1855,5$ *м*; $\lambda_2 = 5714,4$ *м*.

362. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин діаметром *8 см*. Між пластинами затиснута скляна пластинка ($\varepsilon = 6$) товщиною *5 мм*. Обкладки конденсатора замкнуті через котушку з індуктивністю *0,02 Гн*. Визначити частоту коливань, яка виникає у цьому контурі.

Відповідь: $\nu = 1,55 \cdot 10^5$ *Гц*.

363. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю *0,003 Гн* і плоского конденсатора. Пластини конденсатора у вигляді дисків радіусом *1,2 см* розташовані на відстані *0,3 мм* одна від одної. Яким буде період коливань, якщо конденсатор заповнити діелектриком з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4$?

Відповідь: $T = 1,256 \cdot 10^{-6}$ *с*.

364. Котушка індуктивністю *30 мкГн* приєднана до плоского конденсатора з площею пластин *0,01* $м^2$ і відстанню між ними *0,1 мм*. Знайдіть діелектричну проникність середовища, яке заповнює простір між пластинами, якщо контур налаштований на частоту *400 кГц*.

Відповідь: $\varepsilon = 6$.

365. Максимальна напруга в коливальному контурі, який складається з котушки індуктивністю *5 мкГн* і конденсатора ємністю *1330 пФ*, дорівнює *1,2 В*. Опір котушки безмежно малий. Визначити максимальне значення сили струму в контурі.

Відповідь: $I_{max} = 0,002$ *А*.

366. На конденсаторі, ввімкнутому в коливальний контур, максимальна напруга дорівнює *100 В*. Ємність конденсатора *10 пФ*, індуктивність *1,6 мГн*. Напишіть рівняння залежності електричної і магнітної енергії в контурі. Визначити максимальне значення сили струму в контурі.

Відповідь: $I_{max} = 7,9 \cdot 10^{-3}$ *А*.

367. У коливальному контурі індуктивність котушки дорівнює *0,2 Гн*. Амплітуда сили струму *40 мА*. Знайдіть енергію магнітного поля котушки й енергію електричного поля конденсатора в момент, коли миттєве значення сили струму в 2 рази менше амплітудного. Опором у контурі знехтувати.

Відповідь: $W_e = 1,2 \cdot 10^{-4}$ *Дж*; $W_м = 0,4 \cdot 10^{-4}$ *Дж*.

368. Коливальний контур складається із котушки індуктивністю *4 Гн* і конденсатора ємністю *1 мкФ*. Амплітуда коливань заряду на обкладках конденсатора дорівнює *100 мкКл*. Визначити максимальне значення напруги на обкладках конденсатора і максимальне значення струму в котушці.

Відповідь: $I_{мах} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ *А*; $U_{мах} = 5$ *В*.

369. Коливальний контур містить конденсатор ємністю C = *8 пФ* і котушку індуктивністю L = *0,5 мГн*. Опором контура знехтувати. Яка максимальна напруга U_{max} на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму в контурі I_{max} = *40 мА*?

Відповідь: $U_{мах} = 10^5$ *В*.

370. Котушка (без сердечника) довжиною l = 50 *см* і перерізом S_1 = *3 см²* має N = 1000 витків і з'єднана паралельно з конденсатором. Площа кожної пластини конденсатора S_2 = *75 см²*, відстань між пластинами d = 5 мм, діелектрик – повітря. Знехтувавши активним опором контура, знайти період T його коливань.

Відповідь: $T = 6{,}26 \cdot 10^{-7}$ *с*.

371. Знайти відношення енергії магнітного поля до енергії електричного поля для моменту часу $t = T/8$, вважаючи, що коливальні процеси відбуваються у ідеальному коливальному контурі.

Відповідь: $W_м/W_е = 1$.

372. Ємність коливального контуру *1,0 мкФ*, а індуктивність *10 мГн*. Який омічний опір потрібно ввімкнути в коло, щоб зменшити резонансну частоту незатухаючих коливань на *0,01%*?

Відповідь: R = *20 Ом*;

373. На яку довжину хвилі буде резонувати контур, який складається з котушки індуктивністю *4 мкГн* і конденсатора ємністю *1,11 нФ*?

Відповідь: λ = *125,5 м*.

374. Котушка, індуктивність якої L = *30 мкГн*, приєднана до плоского конденсатора. Площа кожної пластини S = *100 см²*, відстань між ними d = *0,1 мм*. Визначити діелектричну проникність ε середовища, яке заповнює простір між пластинами, якщо контур резонує на монохроматичну електромагнітну хвилю, довжина якої λ = *750 м*.

Відповідь: $\varepsilon = 6$.

375. На яку довжину хвилі λ налаштований коливальний контур радіоприймача, якщо він має індуктивність L = 1,5 *мГн* і ємністю C = *0,67 нФ*? Активним опором контуру знехтувати.

Відповідь: $\lambda = 1888,7$ *м.*

376. Задано рівняння плоскої хвилі $U_{(x,\ t)} = A\cos(\omega t - kx)$, де $A = 0,5$ *см;* $\omega = 628$ $с^{-1}$; $k = 2$ $м^{-1}$. Визначити: а) частоту коливань ν і довжину хвилі λ; б) фазову швидкість υ; в) максимальні значення швидкості υ_{max} і прискорення a_{max} коливань частинок середовища.

Відповідь: а) *100 Гц, 3,14 м;* б) *314 м/с;* в) *0,314 м/с, 197 м/с²*.

377. Плоска звукова хвиля має період $T = 3$ *мс*, амплітуду $A = 0,2$ мм і довжину хвилі $\lambda = 1,2$ *м*. Для точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань $x = 2$ *м*, знайти: а) зміщення $U_{(x,\ t)}$ у момент $t = 7$ *мс;* б) швидкість υ і прискорення a для того самого моменту часу. Початкову фазу коливань прийняти рівною нулю.

Відповідь: а) – *0,1 мм*; б) *0,363 м/с, 0,439 кг/с²*.

378. Визначити різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань джерела хвиль, що містяться у пружному середовищі, і точки цього середовища, віддаленої на $x = 2$ м від джерела. Частота ν коливань дорівнює *5 Гц;* хвилі поширюються зі швидкістю $\upsilon = 40$ *м/с.*

Відповідь: *1,57 рад.*

379. Знайти швидкість υ звуку в повітрі при температурах $T_1 = 290$ *К* і $T_2 = 350$ *К.*

Відповідь: *339 м/с; 375 м/с.*

380. Є два джерела, що створюють коливання в однаковій фазі і збуджують у навколишнім середовищі плоскі хвилі однакової частоти і амплітуди ($A_1 = A_2 = 1$ *мм*). Знайти амплітуду A коливань точки середовища, віддаленої від одного джерела коливань на відстань $x_1 = 3,5$ *м* і від іншого – на $x_2 = 5,4$ *м.* Напрямки коливань у розглянутій точці збігаються. Довжина хвилі $\lambda = 0,6$ *м.*

Відповідь: 1,73 мм.

381. У трубі довжиною $l = 1,2$ *м* міститься повітря при температурі $T = 300$ *К.* Визначити мінімальну частоту ν_{min} можливих коливань повітряного стовпа у двох випадках: а) труба відкрита; б) труба закрита.

Відповідь: а) *1,44 Гц*; б) *72 Гц.*

382. Звукові коливання, що мають частоту $\nu = 0,5$ кГц і амплітуду $A = 0,25$ *мм*, поширюються у пружному середовищі. Довжина хвилі $\lambda = 70$ *см.* Знайти: а) швидкість υ поширення хвиль; б) максимальну швидкість υ_{max} частинок середовища.

Відповідь: а) *350 м/с;* б) *0,79 м/с.*

383. Від джерела коливань поширюється хвиля вздовж прямої лінії. Амплітуда A коливань дорівнює *10 см*. Наскільки велике зміщення точки, віддаленої від джерела на $x = 3/4\lambda$, у момент, коли від початку коливань минув час $t = 0,9\ T$?

Відповідь: *5,88 см.*

384. Спостерігач, який перебуває на відстані $l = 800$ *м* від джерела звуку, чує звук, що надійшов по повітрю, на $\Delta t = 1,78$ *с* пізніше, ніж звук, що долинув по воді. Знайти швидкість υ звуку у воді, якщо температура T повітря дорівнює *350 К.*

Відповідь: *1,45 км/с.*

385. Знайти відношення швидкостей υ_1/υ_2 звуку у водні і вуглекислому газі при однаковій температурі газів.

Відповідь: *4,8.*

386. Стояча хвиля утворюється при накладанні біжучої хвилі, і хвилі, відбитої від межі поділу середовищ, перпендикулярної її напрямку поширення. Знайти положення (відстань від межі поділу середовищ) вузлів і пучностей стоячої хвилі, якщо відбивання відбувається: а) від середовища з меншою густиною; б) від середовища з більшою густиною. Швидкість υ поширення звукових коливань дорівнює *340м/с* і частота $\nu = 3,4$ *кГц.*

Відповідь: а)$l_{вузл} = (2m+1)\cdot\upsilon/4\upsilon$; $l_{вузл} = 2,5,\ 7,5,\ 12,5$ *см*, ...; $l_{пучн} = m\nu/2\upsilon$; $l_{пучн} = 0.5,\ 10$ *см*, ...; б)$l_{вузл} = m\upsilon/2\upsilon$; $l_{вузл} = 0,5,\ 10$ *см*, ...; $l_{пучн} = (2m+1)\nu/4\upsilon$; $l_{пучн} = 2,5,\ 7,5,\ 12,5$ *см*, ...

387. Визначити довжину λ біжучої хвилі, якщо в стоячій хвилі відстань l між: а) першою і сьомою пучностями дорівнює *15 см,* б) першим і четвертим вузлом дорівнює *15 см.*

Відповідь: а) *5см;* б) *10 см.*

388. Поперечна хвиля поширюється уздовж пружної мотузки зі швидкістю *15 м/с.* Період коливань дорівнює *1,2 с,* амплітуда – *2 м.* Визначити довжину хвилі, фазу коливань, зміщення точок від положення рівноваги, які перебувають на відстані *45 м* від джерела хвиль у момент часу $t = 4$ *с.*

Відповідь: $\lambda = 18$ *м*; $\Phi = 5,23$ *рад*; $u_{x,t} = 1,99$ *м* або $u_{x,t} = 0,18$ *м.*

389. Хвиля з періодом *1,6 с* і амплітудою коливань *8 см* поширюється зі швидкістю *25 м/с.* Чому дорівнює зміщення точок від положення рівноваги на відстані *75 см* від джерела хвиль, у той момент часу, коли від початку коливань джерела пройшов час *2 с*? Чому дорівнює швидкість коливань цієї точки?

Відповідь: $u_{x,t} = 0{,}079\ м$; $\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t} = 0{,}042\ м/с.$

390. Звукові коливання, які мають частоту *500 Гц* і амплітуду *0,25 мм*, поширюються у пружньому середовищі. Довжина хвилі – *0,7 м*. Знайти: а) швидкість поширення хвиль, б) максимальну швидкість коливань частинок у середовищі.

Відповідь: $\upsilon = 350\ м/с$; $\left(\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{мах} = 0{,}785 м/с.$

391. Швидкість звуку у воді – *1450 м/с*. Джерело коливань, що знаходиться у воді, має частоту *200 Гц*. Визначити: а) довжину звукової хвилі у воді; б) відстань між найближчими точками, що виконують коливання в протилежних фазах; в) різницю фаз коливань у двох точках, що знаходяться на відстані *1 м*.

Відповідь: $\lambda = 7{,}25\ м$; $\Delta x = 3{,}625\ м$; $\Delta\Phi = \pi/6$.

392. Хвиля поширюється у пружному середовищі зі швидкістю 100 м/с. Найменша відстань між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює 1 м. Визначити: а) частоту коливань; б) максимальне значення швидкості коливань точок середовища, якщо амплітуда коливань дорівнює 5 см.

Відповідь: $\nu = 50\ Гц$; $\left(\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{мах} = 15{,}7\ м/с.$

393. Рівняння плоскої хвилі має вигляд $\xi(x,t) = 0{,}005\cos(628t - 2x)\,м$. Визначити: а) частоту коливань і довжину хвилі; б) фазову швидкість; в) максимальне значення швидкості і прискорення коливань частинок середовища.

Відповідь: $\nu = 100\ Гц$; $\lambda = 3{,}14\ м$; $\upsilon = 314\ м/с$; $\left(\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{мах} = 3{,}14\ м/с$; $\left(\dfrac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2}\right)_{мах} = 1{,}97\cdot 10^3\ м/с^2.$

394. Плоска пружна хвиля поширюється уздовж лінії, яка з'єднує дві точки, відстань між якими $\Delta r = 0{,}15\ м$. Визначити довжину хвилі λ і різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань частинок середовища в цих точках, якщо частота джерела $\nu = 10^3\ Гц$, а фазова швидкість хвилі $\upsilon = 340\ м/с$. Записати рівняння хвилі, якщо амплітуда $A = 2\ см$.

Відповідь: $\lambda = 0{,}340\ м$; $\Delta\varphi = 2{,}77\ рад$.

395. Звукові коливання, які мають частоту $\nu = 0{,}5\ кГц$ і амплітуду

$A = 0{,}25$ *мм,* поширюються у пружному середовищі. Довжина хвилі $\lambda = 0{,}7$ *м.* Знайти: а) фазову швидкість υ поширення хвиль; б) максимальну швидкість частинок середовища.

Відповідь: $\upsilon = 350$ *м/с;* $\left(\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{max} = 0{,}785$ *м/с.*

396. Скласти рівняння плоскої хвилі, яка поширюється у повітрі, частинки якої коливаються з частотою *2000 Гц* і амплітудою 1,7 *мкм.* Фазова швидкість поширення хвилі *340 м/с.* Визначити також середнє значення густини енергії хвильового руху, якщо густина повітря дорівнює *1 кг/м³.*

Відповідь: $\overline{w} = \dfrac{\rho\omega^2 A^2}{2} = 3{,}6 \cdot 10^{-8}$ *Дж/м³.*

397. Механічні коливання частотою *400 Гц* і амплітудою зміщення *25 мм* поширюються у повітрі уздовж циліндричної труби зі швидкістю $\upsilon = 340$ *м/с.* Записати рівняння хвилі. Визначити довжину хвилі, максимальну швидкість частинок повітря, середню густину енергії. Густина повітря дорівнює *1 кг/м³*.

Відповідь: $\lambda = 0{,}85$ *м*; $\left(\dfrac{\partial u_{x,t}}{\partial t}\right)_{max} = 62{,}8$ *м/с;* $\overline{w} = \dfrac{\rho\omega^2 A^2}{2} = 1972$ *Дж/м³.*

398. Котушка індуктивністю $L = 1$ *мГн* і повітряний конденсатор, який складається з двох круглих пластин діаметром $D = 20$*см* кожна, з'єднані паралельно. Відстань d між пластинами дорівнює *1 см.* Визначити період T коливань.

Відповідь: $T = \pi D\sqrt{\pi\varepsilon_0 \dfrac{L}{D}} = 33{,}2$ *нс.*

399. Коливальний контур складається з котушки індуктивності $L = 1{,}6$ *мГн* і конденсатора ємністю $C = 0{,}04$ *мкФ.* Визначити максимальну силу струму I_{max} в контурі, якщо максимальна напруга $U_{\max}$ на клемах конденсатора дорівнює *200 В.* Опором контуру знехтувати.

Відповідь: *1 А.*

400. Котушка (без сердечника) довжиною $l = 50$ *см* і площею S_1 перерізу, яка дорівнює *3 см²*, має $N = 1000$ витків і з'єднана паралельно з конденсатором. Конденсатор складається із двох пластин площею $S_2 = 75$ *см²* кожна. Відстань d між пластинами дорівнює *5 мм.* Діелектрик – повітря. Визначити період T коливань контура.

Відповідь: *628 нс.*

401. Індуктивність L коливального контуру дорівнює *0,5 мГн.* Яка повинна бути електроємність C контуру, щоб він резонував на довжину хвилі $\lambda = 300$ *м?*

Відповідь: *51 пФ.*

402. Для демонстрації дослідів Герца із заломленням електромагнітних хвиль іноді беруть велику призму, виготовлену з парафіну. Визначити показник заломлення парафіну, якщо його діелектрична проникність $\varepsilon = 2$ і магнітна проникність $\mu = 1$.

Відповідь: *1,4.*

403. Два паралельних провідники, які занурені в гліцерин, індуктивно з'єднані з генератором електромагнітних коливань частотою $\nu = 420$ *МГц.* Відстань l між пучностями стоячих хвиль на провідниках дорівнює *7 см.* Знайти діелектричну проникність ε гліцерину. Магнітну проникність μ середовища прийняти за одиницю.

Відповідь: *26.*

404. Конденсатор електроємністю $C = 500$ *пФ*, з'єднаний паралельно з котушкою довжиною $l = 40$ *см* і площею перерізу S, яка дорівнює *5 см^2*. Котушка має $N = 1000$ витків. Сердечник немагнітний. Знайти період T коливань.

Відповідь: $T = 2\pi N\sqrt{\mu_0 \frac{SC}{l}} = 5{,}57$ *мкс.*

405. Коливальний контур має конденсатор електроємністю $C = 8$ *пФ* і котушку індуктивністю $L = 0{,}5$ *мГн.* Яка максимальна напруга U_{max} на обкладках конденсатора, якщо максимальна сила струму $I_{max} = 40$ *мА*?

Відповідь: $U_{\max} = I_{\max}\sqrt{\frac{L}{C}} = 317$ *В.*

406. На яку довжину хвилі λ буде резонувати контур, який складається із котушки індуктивністю $L = 4$ *мкГн* і конденсатора електроємністю $C = 1{,}11$ *нФ*?

Відповідь: *1,1 см.*

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

Основні формули

1. Швидкість поширення світла в середовищі

$$v = \frac{c}{n},$$

де c – швидкість світла в вакуумі;
n – показник заломлення середовища.

2. Оптична довжина ходу променя

$$L = l \cdot n,$$

де l – геометрична довжина ходу променя в середовищі з показником заломлення n.

3. Оптична різниця ходу двох променів

$$\Delta = L_2 - L_1 = n(l_2 - l_1).$$

4. Зв'язок оптичної різниці ходу з різницею фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;
λ – довжина хвилі світла.

5. Умова максимуму інтерференції когерентних хвиль

$$\Delta = \pm k\lambda,$$

де $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок максимуму;
λ – довжина хвилі.

6. Умова мінімуму інтерференції когерентних хвиль

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок мінімуму.

7. Ширина інтерференційної смуги в досліді Юнга

$$\Delta = \frac{L\lambda}{d},$$

де L – відстань від екрана до щілин Юнга;
d – відстань між щілинами Юнга;
λ – довжина хвилі.

8. Оптична різниця ходу променів в тонких плівках:

а) відбиті промені

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn\cos i_2 - \frac{\lambda}{2};$$

б) прохідні промені

$$\Delta = 2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn\cos i_2,$$

де d – товщина плівки;

n – показник заломлення речовини плівки;

i_1 і i_2 – кути падіння і заломлення променів.

9. Радіуси світлих і темних кілець Ньютона:

а) відбиті промені

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2n}} \quad \text{– світлі кільця;}$$

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad \text{– темні кільця;}$$

б) прохідні промені

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad \text{– світлі кільця;}$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{k\lambda}{2n}} \quad \text{– темні кільця,}$$

де $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядок кільця;

R – радіус кривизни плоско-опуклої лінзи;

λ – довжина хвилі світла;

n – показник заломлення речовини, якою заповнено простір між лінзою і плоскопаралельною пластинкою.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Відстань d між двома когерентними джерелами світла (λ = *0,5 мкм*) дорівнює *0,1 мм*. Відстань b між сусідніми інтерференційними максимумами в середній частині екрана дорівнює *1 см*. Визначити відстань L від джерела до екрана.

Дано:
$d = 0{,}1$ *мм*
$\lambda = 0{,}5$ *мм*
$b = 1$ *см*
L -?

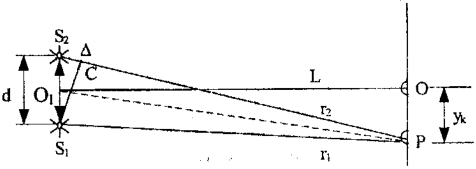

Рисунок 8

Розв'язування. З подібності трикутників S_1S_2C і O_1OP знаходимо наближене відношення сторін (рис.8).

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{y_k}{L} \quad \text{звідки} \quad y_k = \frac{\Delta \cdot L}{d}.$$

В точці P спостерігається k – *й* максимум інтерференції двох променів S_2k і S_1k, оптична різниця ходу між якими

$$\Delta = r_2 - r_1.$$

З умови максимуму інтерференції двох променів маємо:

$$\Delta = \pm k\lambda.$$

Тому

$$y_k = \frac{k\lambda L}{d},$$

де y_k – відстань від 0 -го максимуму до k -го максимуму на екрані.
Для $(k+1)$- го максимуму

$$y_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda L}{d}.$$

Ширина інтерференційної смуги

$$b = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda L}{d}.$$

Звідки відстань від джерел світла до екрана

$$L = \frac{b \cdot d}{\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$L = \frac{10 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3}}{0{,}5 \cdot 10^{-6}} = 2м\ .$$

Відповідь: $L = 2$ *м.*

Приклад 2. На мильну плівку *(n = 1,33)*, яка знаходиться у повітрі, падає перпендикулярно промінь білого світла. При якій найменшій товщині d плівки відбите світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}55$ *мкм* виявиться максимально підсиленим в результаті інтерференції?

Дано:
$n = 1{,}33$
$\lambda = 0{,}55$ *мкм*

---

d_{min} – ?

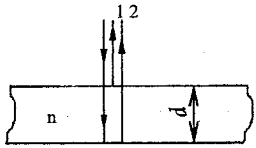

Рисунок 9

Розв'язування. З рис.9 видно, що інтерферують промені *1* і *2*, які відбиті від верхньої і нижньої поверхонь плівки. Оптична різниця ходу цих променів дорівнює

$$\Delta = r_2 - r_1,$$

де $r_1 = \frac{\lambda}{2}$ – враховано повернення фази хвилі на протилежну при відбиванні від межі з оптично більш густим середовищем;

$r_2 = 2dn$ – оптичний хід променя в тонкій плівці.

Тому

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Для максимуму інтерференції виконується співвідношення:

$$\Delta = \pm k\lambda\ .$$

Прирівняємо оптичні різниці ходу

$$k\lambda = 2dn - \frac{\lambda}{2}.$$

Звідки

$$d = (2k+1)\frac{\lambda}{4n}.$$

Якщо $k = 0$, то $d = d_{min}$

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}.$$

Підставимо числові значення

$$d_{\min} = \frac{0{,}55 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 1{,}33} = 10^{-7} \text{ м.}$$

Відповідь: $d_{min} = 0{,}1$ *мкм*

Приклад 3. Діаметри d_i і d_k двох світлих кілець Ньютона відповідно дорівнюють *4,0* і *4,8 мм*. Порядкові номери кілець не визначались, але відомо, що між ними розміщені ще три світлих кільця. Кільця спостерігаються у відбитому світлі (λ = *500 нм*). Визначити радіус кривизни плоско-опуклої лінзи, взятої для досліду.

Дано:
$d_i = 4{,}0$ *мм*
$d_k = 4{,}8$*мм*
$\lambda = 500$*нм*
$k = i+3$

$R - ?$

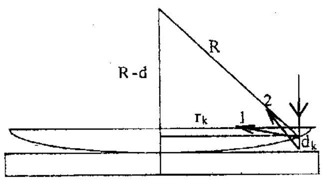

Рисунок 10

Розв'язування. Співвідношення між радіусом сферичної поверхні плоско-опуклої лінзи R радіусом k-го кільця Ньютона і товщиною повітряного проміжку має такий вигляд:

$$R^2 = (R-d_k)^2 + r_k^2 \quad \text{або} \quad R^2 = R^2 - 2Rd_k + d_k^2 + r_k^2.$$

Нехтуючи за малістю d_k^2, знаходимо:

$$r_k^2 = 2R\, d_k. \tag{1}$$

Аналогічно для i-го кільця:

$$r_i^2 = 2R\, d_i. \tag{2}$$

Різниця ходу променів, які дають інтерференційну картину у випадку, коли промені падають перпендикулярно до системи, лінза – пластинка для максимумів інтерференції, виражається формулою:

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Звідки

$$d_k = (2k - 1)\frac{\lambda}{4}. \qquad (3)$$

Для і-го світлого кільця

$$d_i = (2i - 1)\frac{\lambda}{4}. \qquad (4)$$

Підставимо (3) і (4) відповідно в (1) і (2)

$$r_k^2 = (2k - 1)\frac{R\lambda}{2}.$$

$$r_i^2 = (2i - 1)\frac{R\lambda}{2}. \qquad (5)$$

З урахуванням того, що $k = i + 3$, маємо

$$r_k^2 = (2i + 5)\frac{R\lambda}{2}. \qquad (6)$$

Від (6) віднімемо (5)

$$r_k^2 - r_i^2 = 3R\lambda.$$

Звідки

$$R = \frac{r_k^2 - r_i^2}{3\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$R = \frac{(2{,}4 \cdot 10^{-3})^2 - (2{,}0 \cdot 10^{-3})^2}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 1{,}17\ м.$$

Відповідь: $R = 1{,}17\ м.$

Приклад 4. Дві плоскопаралельні скляні пластинки утворюють клин з кутом $\alpha = 30''$. Простір між пластинками заповнено гліцерином ($n = 1{,}47$). На клин перпендикулярно до його поверхні падає промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 500\ нм$. В відбитому світлі спостерігається інтерференційна картина. Яке число N темних інтерференційних смуг вкладається на *1 см* довжини клина?

Дано:

$\alpha = 30°$

$n = 1{,}47$

$\lambda = 500$ *нм*

$b = 1$ *см*

$N - ?$

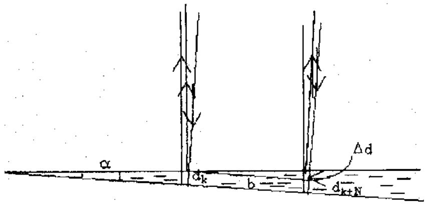

Рисунок 11

Розв'язування. Оптичні різниці ходу променів в точках розміщення k-го і $(k + N)$ -го мінімумів (рис.11) дорівнюють:

$$\Delta_1 = 2d_k n - \frac{\lambda}{2}\ ; \qquad \Delta_2 = 2d_{k+N}\, n - \frac{\lambda}{2}\ .$$

Згідно з умовою мінімумів інтерференції запишемо

$$\Delta_1 = (2k+1)\ \frac{\lambda}{2}\ ; \qquad \Delta_2 = [2(k+N)+1]\ \frac{\lambda}{2}\ .$$

Або

$$(2k+1)\ \frac{\lambda}{2} = 2d_k\, n - \frac{\lambda}{2} \qquad \text{звідки} \qquad d_k = \frac{(k+1)\lambda}{2n};$$

$$[2(k+N)+1]\frac{\lambda}{2} = 2d_{k+N}\, n - \frac{\lambda}{2} \qquad \text{звідки} \qquad d_{k+N} = \frac{(k+N)\lambda}{2n};$$

З рисунка видно, що

$$tg\ \alpha = \frac{\Delta d}{b},$$

де $\Delta d = d_{k+N} - d_k = \dfrac{N\lambda}{2n}$.

Тоді

$$tg\ \alpha = \frac{N\lambda}{2nb}.$$

Звідки

$$N = \frac{2nbtg\alpha}{\lambda}.$$

Для малих кутів $tg\ \alpha = \alpha$.

Тому

$$N = \frac{2nb\alpha}{\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$N = \frac{2 \cdot 1{,}47 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{57{,}3 \cdot 3600 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 8{,}55 \ \ 1/см.$$

Відповідь: $N = 8{,}55 \ 1/см.$

Приклад 5. Визначити переміщення дзеркала в інтерферометрі Майкельсона, якщо інтерференційна картина змістилась на $m = 100$ смуг. Довжина хвилі світла *546 нм.*

Дано:
$m = 100$
$\lambda = 456$ *нм*

$L - ?$

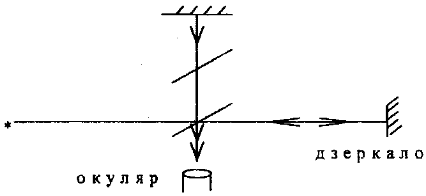

Рисунок 12

Розв'язування. Переміщення дзеркала на відстань $\frac{\lambda}{2}$ відповідає зміні різниці ходу променів на одну смугу (рис.12).

Таким чином, можна записати:

$$L = m\frac{\lambda}{2}.$$

Підставимо числові значення

$$L = \frac{100 \cdot 546 \cdot 10^{-9}}{2} = 27{,}3 \cdot 10^{-6} \ м.$$

Відповідь: $L = 27{,}3 \cdot 10^{-6}$ *м.*

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Основні формули

1. Радіуси зон Френеля:
   а) сферичний хвильовий фронт

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a+b}};$$

б) плоский хвильовий фронт

$$\rho_k = \sqrt{k\lambda b},$$

де k – порядковий номер зони Френеля ($k = 1, 2, 3,...$);

λ – довжина хвилі світла;

a – радіус хвильової поверхні;

b – відстань від вершини хвильової поверхні до екрана.

2. Умова максимумів дифракції на щілині

$$b \sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де b – ширина щілини;

φ – кут дифракції;

$k = 1, 2, 3,...$ – порядок максимуму або мінімуму дифракції.

3. Умова мінімумів дифракції на щілині

$$b \sin\varphi = \pm k\lambda.$$

4. Умова головних максимумів на дифракційній гратці

$$d \sin\varphi = \pm k\lambda,$$

де d – стала дифракційної гратки, яка дорівнює ширині однієї прозорої і однієї непрозорої смуг ($d = b + a$).

5. Кутова дисперсія гратки

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi},$$

де k – порядок спектра ($k = 1, 2, 3,...$);

φ – кут дифракції.

6. Роздільна здатність дифракційної гратки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN,$$

де $\delta\lambda$ – найменший інтервал довжин хвиль, які за умовою Релея можуть бути розділені;

k – порядок спектра ($k = 1, 2, 3,...$);

N – число всіх щілин в гратці .

7. Умова максимумів дифракції рентгенівських променів на просторовій гратці (формула Вульфа-Брегга)

$$2d \sin \varphi = \pm k \lambda,$$

де d – стала кристалічної структури;

φ – кут між напрямком променя і поверхнею кристала;

k – порядок спектра ($k = 1, 2, 3, ...$);

λ – довжина хвилі.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Точкове джерело світла з довжиною хвилі *0,6 мкм* розміщене на відстані a = *100 см* перед діафрагмою з круглим отвором радіусом ρ_k = *1 мм.* Визначити відстань b від хвильової поверхні до точки спостереження, для якої в отворі діафрагми вкладається $k = 5$ зон Френеля.

Дано:
$\lambda = 0{,}6$ *мкм*
$a = 1$ *м*
$k = 5$
$\rho_k = 1$ *мм*

$b - ?$

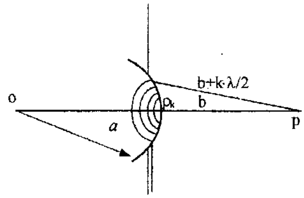

Рисунок 13

Розв'язування. Якщо в отворі діафрагми на хвильовій поверхні радіусом a вкладається k зон Френеля, то радіус k-ї зони буде рівний (рис.13):

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda ab}{a+b}}.$$

Звідки

$$b = \frac{a\rho_k^2}{k\lambda a - \rho_k^2}.$$

Підставимо числові значення

$$b = \frac{10^{-6}}{5 \cdot 6 \cdot 10^{-7} - 10^{-6}} = 0{,}5\ м.$$

Відповідь: $b = 0{,}5\ м.$

Приклад 2. На щілину шириною $b = 0{,}01\ мм$ перпендикулярно падає промінь світла ($\lambda = 577\ нм$). Під яким кутом φ до початкового напрямку будуть спостерігатись максимуми другого і третього порядків?

Дано:
$b = 0{,}01\ мм$
$\lambda = 577\ нм$
$k_1 = 2$
$k_2 = 3$

$\varphi_1 - ?\ \varphi_2 - ?$

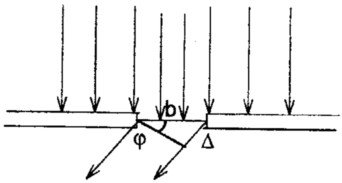

Рисунок 14

Розв'язування. Умова максимумів дифракції на одній щілині має вигляд:

$$b \sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де $b\sin\varphi = \Delta$ – оптична різниця ходу двох крайніх променів, які проходять крізь щілину (рис.14).

Звідки

$$\sin\varphi = \pm\frac{(2k+1)\lambda}{2b} \quad \text{або} \quad \varphi = \arcsin\frac{(2k+1)\lambda}{2b}.$$

Підставимо числові значення:

а) $k = 2,\ \varphi_2 = \arcsin\dfrac{5 \cdot 577 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 8{,}1^o;$

б) $k = 3,\ \varphi_3 = arcsin\ \dfrac{7 \cdot 577 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 11{,}6°$.

Відповідь: $\varphi_2 = 8{,}1°$; $\varphi_3 = 11{,}6°$.

Приклад 3. Дифракційна гратка містить *200* смуг на *1 мм*. На гратку падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі *0,6 мкм*. Максимуми якого найбільшого порядку дає ця гратка?

Дано:
$N = 200$
$l = 1\ мм$
$\lambda = 0{,}6\ мкм$

$k_{max} - ?$

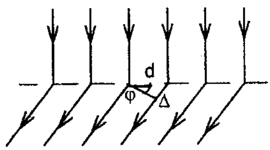

Рисунок 15

Розв'язування. Головні максимуми дифракції на дифракційній гратці (рис.15) спостерігаються згідно з умовою

$$d\ sin\ \varphi = \pm k\ \lambda,$$

де $dsin\varphi = \Delta$ – оптична різниця ходу двох суміжних променів;
k – порядок дифракційної смуги;
λ – довжина хвилі світла.

Порядок дифракційної смуги з цієї умови дорівнює:

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}.$$

Якщо $sin\ \varphi = 1$, то $k = k_{max}$, тому

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda}.$$

Сталу дифракційної гратки знайдемо із умови

$$d=\frac{l}{N}$$

Тому

$$k_{max}=\frac{l}{N\lambda}.$$

Підставимо числові значення

$$k_{max}=\frac{10^{-3}}{200\cdot 0.6\cdot 10^{-6}}=8,3.$$

Відповідь: $k_{max}=8$.

Приклад 4. За допомогою дифракційної гратки з періодом $d = 20$ *мкм* необхідно роздільно бачити дублет натрію ($\lambda_1 = 589,0$ нм і $\lambda_2 = 589,6$ *нм*) в спектрі другого порядку. При якій найменшій ширині гратки це можливо?

Дано:

$d = 20$ *мкм*

$\lambda_1 = 589,0$ *нм*

$\lambda_2 = 589,6$ *нм*

$k = 2$

$l - ?$

Розв'язування. Роздільна здатність дифракційної гратки визначається формулами:

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad \text{і} \quad R=kN,$$

де k – порядок спектра;

N – число всіх щілин або смуг в гратці;

$\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ – найменший інтервал довжин хвиль, які можна бачити роздільно в околі довжин хвиль λ_1.

Прирівняємо праві частини цих формул:

$$kN=\frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Число всіх щілин в гратці дорівнює

$$N=\frac{l}{d},$$

де l – ширина гратки;

d – стала гратки.

Тому

$$k\frac{l}{d}=\frac{\lambda}{\delta\lambda}\ .$$

Звідки

$$l=\frac{\lambda d}{k\delta\lambda}\ ,$$

або

$$l=\frac{l_1 d}{k(\lambda_2-\lambda_1)}\ .$$

Підставимо числові значення

$$l=\frac{589\cdot10^{-9}\cdot20\cdot10^{-6}}{2\cdot0{,}6\cdot10^{-9}}=9{,}8\cdot10^{-3}\ м.$$

Відповідь: $l\cong 1\ см.$

ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА
Основні формули

1. Закон Брюстера

$$tg\, i=n_{2,1}\,,$$

де i – кут падіння променя; $n_{2,1}$ – відносний показник заломлення.

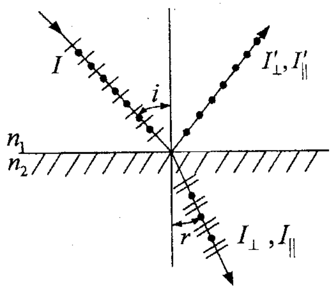

Рисунок 16

2. Коефіцієнт відбивання падаючого променя:

$$k'=\frac{I'_{\perp}+I'_{II}}{I_0}\,,$$

де $I_{\perp}=0{,}5I_0\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$, або $I_{II}=0{,}5I_0\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$;

I_0 – інтенсивність природного променя.

3. Коефіцієнт заломлення променя:

$$k=\frac{I_{\perp}+I_{II}}{I_0}\,,$$

де $I_{\perp}$ – інтенсивність променя з перпендикулярною орієнтацією вектора $\vec{E}$;

I_{II} – інтенсивність променя з паралельною орієнтацією вектора $\vec{E}$.

4. Ступінь поляризації заломленого променя

$$P = \frac{I_{II} - I_{\perp}}{I_{II} + I_{\perp}}.$$

5. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha ,$$

де I – інтенсивність поляризованого світла після аналізатора;

I_0 – інтенсивність світла до аналізатора;

α – кут між площинами поляризації поляризатора і аналізатора.

6. Ступінь поляризації частково поляризованого світла в довільному випадку :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} ,$$

де I_{max} і I_{min} – максимальна і мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, яке пропускається через аналізатор.

7. Різниця фаз поляризованих променів, яка створюється анізотропною пластинкою

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l(n_з - n_н),$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;

l – товщина анізотропної пластинки;

$n_з$ і $n_н$ – показники заломлення відповідно звичайного і незвичайного променів в анізотропній пластинці;

8. Кут повертання площини поляризації монохроматичного світла при проходженні через оптично активну речовину:

а) в твердих тілах

$$\varphi = [\alpha]\, l ;$$

в) в розчинах

$$\varphi = [\alpha]\, C\, l ,$$

де $[\alpha]$ – питоме повертання площини поляризації;

C – масова концентрація оптично активної речовини в розчині;

l – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині.

9. Виникнення оптичної різниці фаз в деяких штучно анізотропних речовинах:

а) у випадку механічних деформацій

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_1 \sigma \ ,$$

де $\frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число;

l – довжина тіла в напрямку створення механічних деформацій;

k_1 – стала величина, характеризує властивості певної речовини;

σ – нормальна механічна напруга $(\sigma = \frac{F}{S})$.

б) у випадку дії електричного поля (ефект Керра)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_2 E^2,$$

де k_2 – стала величина;

E – напруженість електричного поля в комірці Керра.

в) у випадку дії магнітного поля

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l k_3 H^2,$$

де k_3 – стала величина;

H – напруженість магнітного поля.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Алмазна призма ($n = 2,43$) знаходиться в деякому середовищі з показником заломлення n_1. Промінь природного світла падає на призму так, як це показано на рис.*17*. Визначити показник заломлення цього середовища, якщо відбитий промінь повністю поляризований.

Дано:

$n = 2,42$

$\alpha = 60°$

$n_1 - ?$

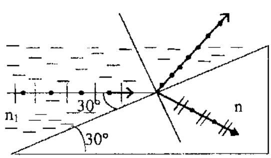

Рисунок 17

Розв'язування. З рис.17 видно, що кут падіння променя на поверхню алмазної призми $\alpha = \frac{\pi}{2} - 30° = 60°$.

Для кута α виконується закон Брюстера

$$tg\,\alpha = \frac{n}{n_1} ,$$

де n – показник заломлення алмазної призми;
n_1 – показник заломлення деякого середовища.

Звідки

$$n_1 = \frac{n}{tg\alpha} .$$

Підставимо числові значення

$$n_1 = \frac{2{,}42}{tg60°} = 1{,}40 .$$

Відповідь. $n_1 = 1{,}40$.

Приклад 2. У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, яке проходить через систему двох призм Ніколя, площини пропускання яких утворюють кут $\alpha = 30°$, якщо відомо, що в кожній із призм втрачається на поглинання 10% падаючої інтенсивності?

Дано:
$\alpha = 30°$
$\rho = 0{,}1$

$\frac{I_0}{I_2}$ – ?

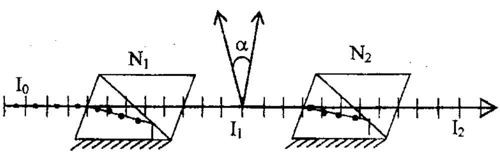

Рисунок 18

Розв'язування. Природний промінь, що падає на грань призми Ніколя, (рис.18) роздвоюється внаслідок подвійного променезаломлення на звичайний і незвичайний промені. Обидва промені однакові за інтенсивністю і є повністю поляризованими. Звичайний промінь внаслідок повного внутрішнього відбивання на межі шару канадського бальзаму поглинається пофарбованою в чорний колір поверхнею призми. Незвичайний промінь проходить через призму, зменшивши свою інтенсивність на 10% внаслідок відбивання і поглинання в призмі.

Таким чином, інтенсивність світла, яке пройшло першу призму, дорівнює

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-\rho) .$$

Плоскополяризований промінь світла з інтенсивністю I_1 падає на другу призму, де також роздвоюється на звичайний і незвичайний промені.

Інтенсивність незвичайного променя I_2, який пройде крізь другу призму Ніколя, визначається законом Малюса. Врахувавши також втрати інтенсивності на відбивання і поглинання, маємо:

$$I_2 = I_1\,(1 - \rho)\cos^2\alpha.$$

де α – кут між площинами поляризації поляризатора і аналізатора.
Інтенсивність I_2 з урахуванням I_1 буде дорівнювати

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0\,(1 - \rho)^2 \cos^2\alpha\,.$$

Послаблення інтенсивності

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-\rho)^2\cos^2\alpha}\,.$$

Підставимо числові значення

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,1)^2\cdot\cos^2 30^\circ} = 3,28.$$

Відповідь: $I_0/I_2 = 3,28$ рази.

Приклад 3. На шляху частково поляризованого світла, ступінь поляризації якого *0,6*, поставили аналізатор так, що інтенсивність пропущеного ним світла виявилась найбільшою. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, якщо аналізатор повернути на кут 30°?

Дано:
$p = 0,6$
$\alpha = 30^\circ$

$\frac{I_1}{I_2} - ?$

Розв'язування. Ступінь поляризації для частково поляризованого світла визначається за формулою

$$\rho = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

де I_{max} і I_{min} – максимальна і мінімальна інтенсивності частково поляризованого світла, яке пропускається аналізатором.

З цієї формули знайдемо залежність I_{max} від I_{min}

$$I_{\max} = \frac{1+\rho}{1-\rho} I_{\min} = 4I_{\min} \,. \qquad (1)$$

Максимальна інтенсивність світла, що проходить крізь аналізатор, дорівнює

$$I_{\max} = I_n + \frac{1}{2} I_{н.п.}, \qquad (2)$$

де I_n – інтенсивність поляризованого світла;

$I_{н.п.}$– інтенсивність неполяризованого світла.

Мінімальна інтенсивність світла, яке проходить крізь аналізатор, дорівнює

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{н.п.} \,. \qquad (3)$$

Після підстановки (2) і (3) в (1) маємо

$$\frac{I_n + 0{,}5I_{н.п.}}{0{,}5I_{н.п.}} = 4 \,.$$

Звідки

$$I_n = 1{,}5I_{н.п}. \qquad (5)$$

Згідно з умовою задачі аналізатор пропускає в першому випадку

$$I_1 = I_n + \frac{1}{2} I_{н.п.}. \qquad (6)$$

В другому випадку

$$I_2 = I_n cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_{н.п.} \qquad (7)$$

Поділивши (6) на (7) та врахувавши (5), одержимо

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_n + 0{,}5I_{н.п.}}{I_n \cos^2\alpha + 0{,}5I_{н.п.}} = \frac{1{,}5 + 0{,}5}{1{,}5\cos^2\alpha + 0{,}5} \,.$$

Врахувавши кут α, будемо мати

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{1{,}5 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}5} = 1{,}23.$$

Відповідь: $I_1/I_2 = 1{,}23$ рази.

Приклад 4. Кут повороту площини поляризації жовтого світла натрію при проходженні через трубку з розчином цукру $\varphi = 40°$. Довжина трубки $l = 15$ *см*. Питоме повертання площини поляризації розчином цукру $[\alpha] = 0{,}665$ *град·м²/кг*. Визначити концентрацію C цукру в розчині.

Дано:
$\varphi = 40°$
$l = 15$ *см*
$[\alpha] = 0{,}665$ *град·м²/кг.*

$C - ?$

Розв'язування. Повертання площини поляризації монохроматичного світла при проходженні його крізь розчин оптично активної речовини (цукру) визначається за формулою:

$$\varphi = [\alpha] C\, l,$$

де $[\alpha]$ – питоме повертання площини поляризації;
C – масова концентрація оптично активної речовини;
l – хід поляризованого променя в цьому розчині.
Звідки

$$C = \frac{\varphi}{[\alpha]\, l}.$$

Підставимо числові значення

$$C = \frac{40}{0{,}665 \cdot 0{,}15} = 401 \ кг/м^3.$$

Відповідь: $C = 401$ *кг/м³*.

ДИСПЕРСІЯ СВІТЛА
Основні формули

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення n речовин від частоти ν або довжини хвилі світла λ.

1. Фазова швидкість:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k}\text{, а також } \upsilon = \frac{c}{n},$$

де ω – циклічна частота коливань;
k – хвильове число;
c – швидкість світла у вакуумі;
n – абсолютний показник заломлення середовища.

2. Групова швидкість:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}\cdot(k\cdot\upsilon) = \upsilon + k\cdot\frac{d\upsilon}{dk},$$

де u – групова швидкість;
υ – фазова швидкість;
k – хвильове число;
$\frac{d\upsilon}{dk}$ – похідна залежності фазової швидкості від величини хвильового числа.

Похідну $\frac{d\upsilon}{dk}$ перепишемо

$$\frac{d\upsilon}{dk} = \frac{d\upsilon}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk}.$$

Похідну $\frac{d\lambda}{dk}$ знайдемо із виразу для хвильового числа

$$\lambda = \frac{2\pi}{k};\quad d\lambda = -\frac{2\pi dk}{k^2} \quad \text{або} \quad \frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2}.$$

Тому

$$\frac{d\upsilon}{dk} = -\frac{d\upsilon}{d\lambda}\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{d\upsilon}{dk}\frac{\lambda}{k}.$$

З урахуванням виразу для $\frac{d\upsilon}{dk}$ співвідношення для залежності групової швидкості від фазової набуде вигляду

$$u = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$

3. Фазова швидкість для світлових хвиль

$$\upsilon = \frac{c}{n} \ ,$$

де c – швидкість світла в вакуумі;

n – абсолютний показник заломлення середовища.

4. Зв'язок групової швидкості з фазовою для світлових хвиль

$$u = \upsilon \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\right),$$

де $\dfrac{dn}{d\lambda} = D$ – дисперсія речовини.

5. Показник заломлення середовища з макроскопічної електромагнітної теорії Максвелла:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} \ ,$$

де ε – відносна діелектрична проникність;

μ – відносна магнітна проникність середовища.

6. Закон Бугера для поглинання світла в речовині

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x},$$

де I і I_0 – інтенсивності плоскої монохроматичної хвилі на вході і виході шару поглинаючої речовини;

α – коефіцієнт поглинання;

x – товщина шару поглинання.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Показник заломлення n сірководню для світла різної довжини хвилі λ подається в таблиці.

λ, *нм*	n
509	*1,647*
534	*1,640*
574	*1,630*

Визначити фазову і групову швидкості світла в околі довжини хвилі 534 нм.

Дано: $\lambda_1 = 509$ *нм*; $n_1 = 1,647$;

$\lambda_2 = 534$ *нм*; $n_2 = 1,640$;

$\lambda_3 = 574$ *нм*; $\qquad n_3 = 1{,}630$;

Знайти: υ, u.

Розв`язування. Фазова швидкість світла з довжиною хвилі $\lambda = 534$ *нм* дорівнює

$$\upsilon = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}640} = 1{,}83 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Групова швидкість u пов'язана з фазовою швидкістю υ в середовищі з показником заломлення n співвідношенням:

$$u = \upsilon \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Похідну $\frac{dn}{d\lambda}$ можна визначити, якщо відома функція $n(\lambda)$ або за тангенсом кута нахилу дотичної до графіку функції $n(\lambda)$ при відомій довжині хвилі λ. Маючи три точки залежності n від λ, похідну $\frac{dn}{d\lambda}$ визначимо наближено через середнє значення співвідношень

$$\frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{і} \quad \frac{n_3 - n_2}{\lambda_3 - \lambda_2}.$$

Або

$$\frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = -\frac{0{,}007}{25} = -2{,}8 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1};$$

$$\frac{n_3 - n_2}{\lambda_3 - \lambda_2} = -\frac{0{,}010}{40} = -2{,}5 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}.$$

Звідки

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2{,}8 \cdot 10^5 + 2{,}5 \cdot 10^5}{2} = -2{,}65 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}.$$

Знак (–) показує, що з ростом довжини хвилі показник заломлення зменшується, а фазова швидкість зростає. Це область нормальної дисперсії.

Групова швидкість буде дорівнювати

$$u = 1{,}83 \cdot 10^8 \cdot \left[1 + \frac{534 \cdot 10^{-9}}{1{,}640} \cdot \left(-2{,}65 \cdot 10^5\right)\right] = 1{,}67 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $\upsilon = 1{,}83 \cdot 10^8$ *м/с*; $u = 1{,}67 \cdot 10^8$ *м/с*.

Приклад 2. При проходженні плоскої монохроматичної хвилі відстані $l_1 = 10$ *мм* інтенсивність її зменшується на *1 %*, а при проходженні відстані $l_2 = 4{,}6$ *м* – на *99 %*. Визначити коефіцієнт поглинання середовища для даної довжини хвилі.

Дано:
$l_1 = 10\ мм;$
$l_2 = 4{,}6\ м;$

$\alpha - ?$

Розв`язування. Поглинання монохроматичного світла описується законом Бугера, згідно з яким

$$I_1 = I_0 \cdot e^{-\alpha l_1} \qquad і \qquad I_2 = I_0 \cdot e^{-\alpha l_2}.$$

Після нескладних математичних перетворень одержуємо :

$$\frac{I_0 - I_0 \cdot e^{-\alpha l_1}}{I_0} = 0{,}01 \quad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\ln\frac{1}{0{,}99}}{l_1},$$

$$\frac{I_0 - I_0 e^{-\alpha l_2}}{I_0} = 0{,}99; \quad \text{звідки} \quad \alpha = \frac{\ln 100}{l_2}.$$

Підставимо числові значення

$$\alpha = \frac{\ln\frac{1}{0{,}99}}{0{,}01} = 1{,}0\ м^{-1} \quad і \quad \alpha = \frac{\ln 100}{4{,}6} = 1{,}0\ м^{-1}.$$

Відповідь: $\alpha = 1{,}0\ м^{-1}$.

6 КВАНТОВА ПРИРОДА ВИПРОМІНЮВАННЯ
Теплове випромінювання

1. Закон Стефана – Больцмана для абсолютно чорного тіла

$$R = \sigma T^4,$$

де R – інтегральна випромінювальна здатність або енергетична світність абсолютно чорного тіла;

σ – стала Стефана – Больцмана ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ Вт/м^2 \cdot K^4$);

T – термодинамічна температура тіла.

2. Закон Стефана – Больцмана для сірого тіла

$$Rc = \alpha\sigma T^4,$$

де α – поглинальна здатність тіла, яка визначається відношенням поглинутої енергії до падаючої.

3. Закон Кірхгофа

$$\frac{\varepsilon_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = r_{\nu,T} \quad ,$$

де $\varepsilon_{\nu,T}$ – спектральна випромінювальна здатність будь-якого тіла;

$\alpha_{\nu,T}$ – спектральна поглинальна здатність будь-якого тіла;

$r_{\nu,T}$ – стала величина для всіх тіл, називається спектральною випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла.

4. Закон зміщення Віна

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

де λ_{max} – довжина хвилі, на якій енергія випромінювання абсолютно чорного тіла досягає максимуму;

b – стала Віна ($b = 2{,}9\cdot10^{-3}\ м\cdot К$);

T – термодинамічна температура.

5. Формула Планка через частоту ν випромінювання:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\cdot\nu^2}{c^2}\cdot\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \quad ,$$

де $r_{\nu,T}$ – спектральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла при температурі T і в діапазоні частот від ν до $\nu + d\nu$;

ν – частота випромінювання;

c – швидкість світла;

$h\nu$ – енергія кванта;

k – стала Больцмана ($k = 1{,}38\cdot10^{-23}\ Дж/К$);

h – стала Планка ($h = 6{,}62\cdot10^{-34}\ Дж\cdot с$);

T – термодинамічна температура.

6. Формула Планка через довжину хвилі λ

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1} \quad .$$

7. Залежність максимальної спектральної густини випромінювання абсолютно чорного тіла від температури:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = c \cdot T^5,$$

де c – стала величина ($c = 1{,}30 \cdot 10^{-5}\ Вт/м^2K^5$).

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Абсолютно чорне тіло знаходиться при температурі *2900К*. В результаті охолодження довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності тіла, зменшилась на $\Delta\lambda = 9\ мкм$. До якої температури було охолоджено тіло?

Дано:
$T_1 = 2900\ K$
$\Delta\lambda = 9\ мкм$

$T_2 - ?$

Розв`язування. Згідно з законом Віна, довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, розраховується за формулою

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T_1}.$$

Після охолодження довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини випромінювальної здатності, зросте на величину $\Delta\lambda$:

$$(\lambda + \Delta\lambda)_{max} = \frac{b}{T_2}.$$

Після нескладних перетворень одержуємо:

$$\Delta\lambda = b\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right).$$

Звідки

$$T_2 = \frac{bT_1}{\Delta\lambda T_1 + b}.$$

Підставимо числові значення

$$T_2 = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 2900}{9 \cdot 10^{-6} \cdot 2900 + 2{,}9 \cdot 10^{-3}} = 290\ K.$$

Відповідь: $T_2 = 290\ K$.

Приклад 2. Температура T абсолютно чорного тіла дорівнює $2000\ K$. Визначити спектральну густину випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ для довжини хвилі $\lambda = 600\ нм$.

Дано:

$T = 2000\ K$

$\lambda = 600\ нм$

$r_{\lambda,T} - ?$

Розв`язування. Скористаємось формулою Планка через довжину хвилі λ

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1},$$

де $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ $Дж\cdot с$; $c = 3\cdot10^8\ м/с$; $к = 1{,}38\cdot10^{-23}\ Дж/К$; $\lambda = 600\ нм$; $T = 2000\ K$.

Підставимо числові значення

$$r_{\lambda,T} = \frac{6{,}28\cdot6{,}62\cdot10^{-34}\cdot9\cdot10^{16}}{\left(6\cdot10^{-7}\right)^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{6{,}62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot2000\cdot6\cdot10^{-7}}} - 1} =$$

$$= 29{,}8\cdot10^{10}\ Вт/м^3.$$

Відповідь. $r_{\lambda,T} = 29.8\cdot10^{10}\ Вт/м^3$.

Приклад 3. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює $10\ кВт$. Визначити величину поверхні випромінювання, якщо відомо, що довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини його випромінювальної здатності, дорівнює $7\cdot10^{-7}\ м$.

Дано:

$P = 10\ кВт$

$\lambda_{max} = 7\cdot10^{-7}\ м$

$S - ?$

Розв`язування. Інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює

$$R = \frac{W}{S\cdot\Delta t}, \qquad (1)$$

де W – повна енергія випромінювання; S – величина поверхні випромінювання; Δt – час випромінювання.

Згідно з законом Стефана – Больцмана інтегральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла визначають також за формулою:

$$R = \sigma T^4, \qquad (2)$$

де σ – стала Стефана – Больцмана;

T – термодинамічна температура.

Значення термодинамічної температури знаходять із закону зміщення Віна:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}}, \qquad (3)$$

де b – стала Віна.

Прирівнюючи праві частини формул (1) і (2) та враховуючи (3), знаходимо площу випромінювання

$$\frac{W}{S\Delta t} = \sigma \frac{b^4}{\lambda_{max}^4},$$

де $\frac{W}{\Delta t} = P$ – потужність випромінювання.

Отже, одержуємо:

$$S = \frac{P\lambda_{max}^4}{\sigma b^4}.$$

Підставимо числові значення

$$S = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot (7 \cdot 10^{-7})^4}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (2{,}9 \cdot 10^{-3})^4} = 5{,}98 \cdot 10^{-4}\ м^2.$$

Відповідь. $S = 5{,}98 \cdot 10^{-4}\ м^2 \approx 6\ см^2$.

Приклад 4. Обчислити температуру поверхні Сонця, якщо відомо, що сонячна стала, яка дорівнює потужності енергії випромінювання на один $м^2$ площини, що розміщена перпендикулярно до сонячного проміння біля поверхні Землі, становить $1{,}4 \cdot 10^3\ Вт/м^2$.

Дано:

$C = 1{,}4 \cdot 10^3\ Вт/м^2$

T – ?.

Розв`язування. Зв`язок енергії випромінювання з одиниці площі поверхні Сонця за одиницю часу, з температурою випромінювання дається законом Стефана – Больцмана

$$R = \sigma T^4,$$

Енергія, яка випромінюється всією поверхнею Сонця, дорівнює

$$W = \sigma T^4 \, 4\pi r^2 ,$$

де r – радіус Сонця.

Величину цієї енергії можна розрахувати також через сонячну сталу, помножену на площу поверхні радіусом, рівним відстані від Землі до Сонця,

$$W = C 4\pi R^2,$$

де C – сонячна стала;

R – радіус земної орбіти.

Прирівнюючи праві частини цих рівностей та розв`язуючи одержане рівняння відносно температури, знаходимо

$$T = \sqrt[4]{\frac{CR^2}{\sigma r^4}} .$$

Підставимо числові значення

$$T = \sqrt[4]{\frac{1.4 \cdot 10^3 \cdot \left(1.5 \cdot 10^{11}\right)^2}{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(6.96 \cdot 10^8\right)^2}} = 5800\ K$$

Відповідь: $T = 5800\ K$.

ФОТОЕФЕКТ

Основні формули

1. Енергія фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} ,$$

де h – стала Планка;

ν – частота світлових хвиль;

λ – довжина хвилі;

c – швидкість світла.

2. Маса рухомого фотона (маса спокою фотона дорівнює нулю, фотон в спокої не існує):

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} .$$

3. Імпульс фотона:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} .$$

4. Формула Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{max}^2}{2} ,$$

де $h\nu$ – енергія фотона;
A – робота виходу електрона з металу;
$\frac{m\upsilon_{max}^2}{2}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

5. Червона межа фотоефекту:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \quad \text{або} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A} ,$$

де ν_0 – найменша частота світла, при якій ще можливий фотоефект;
λ_0 – найбільша довжина хвилі, при якій ще можливий фотоефект.

6. Формула Ейнштейна для фотонів, енергія яких сумірна з енергією спокою електрона (роботою виходу нехтують)

$$h\nu = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) ,$$

де $E_0 = m_0c^2$ – енергія спокою електрона;
$\beta = \frac{\upsilon}{c}$ – відношення швидкості руху електрона до величини швидкості світла.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів, які вилітають з поверхні металу під дією γ-випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}3$ *нм*.

Дано:
$\lambda = 0{,}3$ *нм*

v_{max} – ?

Розв`язування. В залежності від швидкості фотоелектронів максимальна кінетична енергія їх може бути розрахована або за класичною формулою

$$K_{max} = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2} ,$$

або за релятивістською формулою

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Критерієм вибору тієї чи іншої формули є співвідношення між енергією падаючого фотона і енергією спокою електрона.

Знайдемо енергію падаючого фотона на поверхню металу

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0{,}3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{6}} = 0{,}04\ MeB.$$

Енергія спокою електрона

$$\varepsilon = m_0 \cdot c^2 = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{6}} = 0{,}51\ MeB.$$

Енергія падаючого фотона ще значно менша енергії спокою електрона. Тому можна користуватись як класичною, так і релятивістською формулами кінетичної енергії.

а) в релятивістському випадку

$$\varepsilon = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Швидкість фотоелектронів дорівнюватиме

$$\upsilon = \frac{c\sqrt{(2E_0 + \varepsilon)\varepsilon}}{E_0 + \varepsilon},$$

де $E_0 = m_0 c^2$; $\varepsilon = h\nu$.

Підставимо числові значення

$$\upsilon = \frac{3 \cdot 10^{8} \cdot \sqrt{(2 \cdot 0{,}51 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} + 0{,}04 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot 0{,}4 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}}{0{,}51 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} + 0{,}04 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}79 \cdot 10^{7}\ м/с.$$

б) в класичному випадку, нехтуючи роботою виходу,

$$\varepsilon = \frac{m \cdot \upsilon_{max}^2}{2} \quad \text{звідки} \quad \upsilon_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon}{m}}.$$

Підставимо числові значення

$$\upsilon_{max} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}04\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}} = 3{,}8\cdot 10^{7}\ м/с.$$

Відповідь: $\upsilon = 3{,}8\cdot 10^{7}$ *м/с.*

ТИСК СВІТЛА

Основні формули

1. Тиск світла при перпендикулярному падінні на поверхню тіла визначається за допомогою формули

$$p = \frac{E_0}{c}(1+\rho) \qquad \text{або} \qquad p = w\,(1+\rho),$$

де E_0 – енергія всіх фотонів, які падають на одиницю площі за одиницю часу;

ρ – коефіцієнт відбиття (для дзеркального тіла $\rho = 1$, для чорного тіла $\rho = 0$);

c – швидкість світла;

w – об`ємна густина енергії.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Лазер випромінює в імпульсі протягом $\tau = 0{,}134$ *мс* промінь світла енергією $W = 10$ *Дж.* Визначити середній тиск такого світлового імпульсу, якщо його сфокусувати на невелику пляму діаметром $d = 10$ *мкм* на деякій поверхні, перпендикулярно до проміння, з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0{,}5$.

Дано:

$\tau = 0{,}13$ *мс*

$W = 10$ *Дж*

$d = 10$ *мкм*

$\rho = 0{,}5$

$p - ?$

Розв`язування. При дії квантів світла на деяку поверхню половина з них поглинається, а друга половина – відбивається, змінюючи свій імпульс на протилежний.

Зміна імпульсу всіх фотонів за час одного імпульсу випромінювання лазера дорівнює

$$\Delta K = 2\ \rho\frac{Nh\nu}{c} + (1-\rho)\frac{Nh\nu}{c}\ ,$$

де $2\rho\dfrac{Nh\nu}{c}$ – зміна імпульсу відбитих фотонів;

$\rho\dfrac{Nh\nu}{c}$ – зміна імпульсу поглинутих фотонів.

Або

$$\Delta K = \frac{W}{c}(1+\rho)\ ,$$

де $W = Nh\nu$.

За другим законом Ньютона

$$\Delta K = F\tau,$$

де F – середня сила, з якою фотони діють на деяку поверхню;

τ – час дії сили, який рівний часу одного імпульсу випромінювання лазера.

Звідки

$$F\tau = \frac{W}{c}(1+\rho).$$

Тиск світлового імпульсу

$$p = \frac{F}{S} = \frac{W}{cS\tau}(1+\rho),\ \text{де}\ S = \frac{\pi d^2}{4}\ .$$

Підставимо числові значення

$$p = \frac{4\cdot 10\cdot(1+0{,}5)}{3\cdot 10^8\cdot 3{,}14\cdot\left(10^{-5}\right)^2\cdot 0{,}13\cdot 10^{-3}} = 4{,}89\cdot 10^6\ \textit{Па}.$$

Відповідь: $p = 4{,}89\cdot 10^6\ \textit{Па}$.

ЕФЕКТ КОМПТОНА
Основні формули

1. Формула ефекту Комптона має вигляд

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)\ ,$$

або

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}\ ,$$

де λ – довжина хвилі фотона, який падає на вільний або зв'язаний електрон;

λ' – довжина хвилі розсіяного під кутом θ фотона;

m_0 – маса спокою електрона.

2. Комптонівська довжина хвилі електрона

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c}, \quad \Lambda = 2{,}436 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 70{,}8$ *пм* здійснюють комптонівське розсіювання на вільних електронах. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів, розсіяних в напрямках: а) $\pi/2$; б) π.

Дано:
$\lambda = 70{,}8$ *пм*
$\theta_1 = \pi/2$
$\theta_2 = \pi$

λ_1 - ? λ_2 - ?

Розв'язування. Зв'язок довжини хвиль падаючих і розсіяних фотонів подається формулою Комптона

$$\lambda_1 = \lambda + \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) .$$

Підставимо числові значення $(\cos\frac{\pi}{2} = 0)$

а) $\lambda_1 = 70{,}8 \cdot 10^{-12} + \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 73{,}2 \cdot 10^{-12}$ м.

б) $\lambda_2 = 70{,}8 \cdot 10^{-12} + \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-31}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{8}} \cdot (1 - \cos 180^\circ) = 75{,}64 \cdot 10^{-12}$ м.

Відповідь: $\lambda_1 = 73{,}2$ *пм*; $\lambda_2 = 75{,}64$ *пм*.

Задачі

407. Кожний інтерференційний максимум, який створюється на екрані двома когерентними джерелами білого світла, є багатоколірним з червоним зовнішнім ($\lambda = 0{,}7$ *мкм*) і фіолетовим внутрішнім ($\lambda = 0{,}4$ *мкм*) краями. Яка ширина першого максимуму, якщо відстань між джерелами світла *4 мм*, а їх відстань до екрана *4 м?*

Відповідь: *0,3 мм.*

408. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ *м*) замінити червоним ($\lambda_2 = 6{,}5 \cdot 10^{-7}$ *м*)?

Відповідь: в *1,3* раза.

409. Відстань між двома когерентними джерелами *1,1 мм*, а відстань від джерел до екрана *2,5 м*. Джерела випромінюють монохроматичне світло з довжиною хвилі $5{,}5 \cdot 10^{-7}$ *м*. Визначити число інтерференційних смуг на *1 см* довжини екрана.

Відповідь: $N = 8$.

410. У досліді Юнга щілини освітлювались монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ *м*. Відстань між щілинами *1 мм*, а відстань від щілин до екрана *3 м*. Знайти положення трьох перших світлих смуг.

Відповідь: $y_1 = 1{,}8$ *мм*; $y_2 = 3{,}6$ *мм*; $y_3 = 5{,}4$ *мм*.

411. Різниця ходу двох когерентних променів *2,5 мкм*. Визначити довжини хвиль видимого світла (від *700 нм* до *400 нм*), які дають інтерференційні максимуми.

Відповідь: 625 нм; 500 нм; 417 нм.

412. На шляху одного з інтерферуючих променів у досліді Юнга помістили тонку скляну ($n = 1{,}5$) пластинку товщиною *2,5 мкм*. Промінь світла падає на пластинку перпендикулярно. На скільки світлових смуг зміщується інтерференційна картина на екрані, якщо довжина світлової хвилі $\lambda = 6{,}5 \cdot 10^{-7}$ *м*?

Відповідь: *2*.

413. Знайти довжину хвилі світла, яке падає на дзеркала Френеля, якщо відстань між двома уявними зображеннями джерела світла в дзеркалах дорівнює *0,7 мм*. Відстань уявних зображень до екрана *2,267 м*, а на *1,9 см* довжини екрана знаходиться 10 світлих інтерференційних смуг.

Відповідь: *0,58 мкм.*

414. Знайти довжину хвилі світла, яке освітлює установку в досліді Юнга, якщо на шляху одного з інтерферуючих променів поміщено скляну пластинку ($n = 1,52$) товщиною 3 *мкм*, в результаті чого картина інтерференції змістилась на екрані на три світлих смуги.

Відповідь: $\lambda = 5,2 \cdot 10^{-7}$ *м.*

415. Різниця ходу інтерферуючих хвиль від двох когерентних джерел світла дорівнює $0,2$ довжини хвилі. Визначити різницю фаз цих хвиль.

Відповідь: 72°

416. Два когерентних джерела, відстань між якими $0,2$ *мм,* розташовані на відстані $1,5$ *м* від екрана. Знайти довжину світлової хвилі, якщо третій мінімум розташований на екрані на відстані $12,6$ *мм* від центра інтерференційної картини.

Відповідь: $5,6 \cdot 10^{-7}$ *м.*

417. В досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними зображеннями джерела світла $0,5$ *мм.* Відстань від уявних зображень до екрана 5 *м.* Знайти відстань між сусідніми інтерференційними максимумами, якщо довжина хвилі світла $5 \cdot 10^{-7}$ *м.*

Відповідь: 5 *мм.*

418. Відстань двох когерентних джерел від екрана $1,5$ *м,* відстань між ними $0,18$ *мм.* Скільки світлих смуг розміститься на відрізку довжиною 1 *см* від центра інтерференційної картини. Довжина хвилі світла $6 \cdot 10^{-7}$ *м.*

Відповідь: 2.

419. Для усунення відбивання світла на поверхню скляної лінзи наносять плівку речовини з показником заломлення $1,2$, меншим, ніж у скла. При якій найменшій товщині такої плівки відбите світло з довжиною хвилі $0,6$ *мкм* не буде спостерігатися, якщо світло падає перпендикулярно?

Відповідь: $1,25 \cdot 10^{-7}$ *м.*

420. Знайти найменший кут падіння монохроматичного світла ($\lambda = 0,5$ *мкм*) на мильну плівку ($n = 1,3$) товщиною $0,1$ *мкм*, яка, перебуваючи в повітрі в прохідному світлі, здається темною.

Відповідь: $\approx 21^o$.

421. Мильна плівка завтовшки $0,104$ *мкм* освітлюється промінням Сонця. Яке забарвлення матиме плівка у відбитому світлі ($к = 0$), якщо кут відбивання 35^o, а показник заломлення плівки $1,33$?

Відповідь: зелене; $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$*м.*

422. На тонку мильну плівку (n_1 = *1,3*) товщиною *1,25 мкм* падає перпендикулярно монохроматичне світло. У відбитому світлі плівка здається світлою. Якої найменшої товщини необхідно взяти іншу тонку плівку (n_2 = *1,48*), щоб вона за цих же умов здавалась темною ?

Відповідь: *2,2 мкм.*

423. На мильну плівку однакової товщини (n = *1,33*) падає біле світло під кутом $\alpha = 45^o$. При якій найменший товщині h плівки відбите від неї світло буде зеленим (λ = *550 нм*)?

Відповідь: $1{,}22\cdot10^{-7}$ *м.*

424. На мильну плівку падає світло під кутом 60°. При якій найменшій товщині плівки відбиті промені будуть забарвлені в червоний колір (λ=*0,65 мкм*)? Показник заломлення мильної води *1,33.*

Відповідь: $1{,}61\cdot10^{-7}$ *м.*

425. На поверхню скляної пластинки (n = *1,5*) нанесена прозора плівка (n = *1,4*), яка освітлюється перпендикулярно світлом з довжиною хвилі $6\cdot10^{-7}$ *м*. Яку найменшу товщину повинна мати плівка для того, щоб не було відбиття світла?

Відповідь: $1{,}0\cdot10^{-7}$ *м.*

426. Промінь монохроматичного світла (λ = $5{,}5\cdot10^{-7}$ *м*) падає перпендикулярно на тонку плівку, яка нанесена на скляну пластинку. Показники заломлення плівки і скла відповідно рівні *1,46* і *1,54.* Визначити найменшу товщину плівки, яка забезпечує максимальне ослаблення відбитого світла.

Відповідь: *94 нм.*

427. Монохроматичний промінь з довжиною хвилі $6\cdot10^{-7}$ *м* падає на мильну плівку під кутом 45^o. Показник заломлення мильної води *1,33*. При якій найменший товщині плівки відбите від неї світло буде максимально ослаблене?

Відповідь: $5{,}3\cdot10^{-7}$ *м.*

428. На мильну плівку товщиною *0,15 мкм* падає перпендикулярно біле світло. Якого кольору буде плівка у відбитому і прохідному світлі? Показник заломлення плівки n = *1,33.*

Відповідь: $\lambda = 4\cdot10^{-7}$ *м.* Фіолетовий.

429. На тонкий скляний клин падає перпендикулярно пучок променів з довжиною хвилі 0,6 мкм. Кут між поверхнями клина $\theta = 20°$. Показник заломлення скла клина –*1,5.* Яке число темних смуг приходиться на *1 см* довжини клина?

Відповідь: $N = 3\ см^{-1}$.

430. На шляху світлової хвилі, яка поширюється в повітрі, поставили скляну пластинку товщиною *1 мм*. Як зміниться оптична довжина шляху, якщо хвиля падає на пластинку під кутом 30°? Показник заломлення скла $n = 1,5$.

Відповідь: $\Delta l = 0,75 \cdot 10^{-3}\ м$.

431. Пучок білого світла падає перпендикулярно на скляну пластинку, товщина якої *0,4 мкм*. Показник заломлення скла $n = 1,5$. Які довжини хвиль, що лежать у межах видимого спектра (від $4 \cdot 10^{-7}\ м$ до $7,8 \cdot 10^{-7}\ м$) підсилюються у відбитому пучку?

Відповідь: $\lambda = 4,8 \cdot 10^{-7}\ м$. Лише одна хвиля.

432. У скількох разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7}\ м$) замінити червоним ($\lambda_2 = 6,5 \cdot 10^{-7}\ м$)?

Відповідь: в *1,3* раза.

433. У досліді Юнга отвори освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}\ см$. Відстань між отворами $d = 1\ мм$ і відстань від отворів до екрана $L = 3\ м$. Знайти відстані до трьох перших максимумів, починаючи від нульового.

Відповідь: $y_1 = 1,8\ мм$; $y_2 = 3,6\ мм$; $y_3 = 5,4\ мм$.

434. Знайти довжину хвилі λ монохроматичного випромінювання, якщо в досліді Юнга відстань між першим і нульовим інтерференційними максимумами $x = 0,05\ см$, відстань від щілин до екрана $L = 5\ м$, а відстань між щілинами $d = 0,5\ см$.

Відповідь: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

435. На тонку плівку ($n = 1,33$) падає рівнобіжний пучок білого світла. Кут падіння $\alpha = 60°$. При якій товщині плівки відбите світло найбільш сильно пофарбоване в жовтий колір ($\lambda = 0,60\ мкм$)?

Відповідь: $к = 0$, $d = 1,8 \cdot 10^{-7}\ м$.

436. Мильна плівка освітлюється випромінюванням, яке має такий спектральний склад: $\lambda_1 = 410,2$нм; $\lambda_2 = 434$нм; $\lambda_3 = 486,1$нм; $\lambda_4 = 656,3$нм. Спостереження проводиться у відбитому світлі. Які світлові хвилі λ будуть максимально підсилені, а які максимально ослаблені в результаті інтерференції, якщо товщина плівки $d = 0,615\ мкм$? Світло падає перпендикулярно до поверхні плівки. Показник заломлення мильної рідини $n = 1,33$.

Відповідь: Підсилюється λ_4; Ослаблюється λ_1.

437. Знайти мінімальну товщину d_{min} плівки з показником заломлення $n = 1,33$, при якій світло з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,64$ *мкм* буде повністю відбиватися, а світло з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0,40$ *мкм* буде повністю поглинатися. Кут падіння світла $\alpha = 30^o$.

Відповідь: $к = 1$; $d_{min} = 3,89 \cdot 10^{-7}$ *м.*

438. На плівку з гліцерину ($n = 1,5$) товщиною $0,3$ *мкм* падає біле світло. Яким буде здаватися колір плівки у відбитому світлі, якщо кут падіння променів 45^o?

Відповідь: $k = 2$; $\lambda = 5,29 \cdot 10^{-7}$ *м.*

439. На мильну плівку товщиною $0,15$ *мкм* падає перпендикулярно біле світло. Якого кольору буде плівка у відбитому і прохідному світлі? Показник заломлення плівки $n = 1,33$.

Відповідь: $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ *м.*. Фіолетовий.

440. На тонкий скляний клин падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі $6 \cdot 10^{-7}$ *м.* Відстань між суміжними інтерференційними смугами дорівнює 2 *мм.* Знайти кут між поверхнями клина.

Відповідь: 20,5″.

441. Між плоскопаралельними скляними пластинками лежить дротина, внаслідок чого між ними утворився клин, який заповнили рідиною з показником заломлення $1,5$ (меншим за показник заломлення скла). У відбитому світлі з довжиною хвилі $5 \cdot 10^{-7}$ *м* спостерігається інтерференційна картина у вигляді смуг, відстань між якими 5 *мм.* Знайти кут між пластинками клина.

Відповідь: 6,8″.

442. На тонкий скляний клин падає перпендикулярно світло з довжиною хвилі $6 \cdot 10^{-7}$ *м.* Відстань між суміжними інтерференційними смугами дорівнює $0,5$ *мм.* Показник заломлення скла 1,5. Визначити кут між поверхнями клина.

Відповідь: 1,37″.

443. Радіус другого темного кільця Ньютона у відбитому світлі $r_2 = 0,4$ *мм.* Визначити радіус R кривизни плоско-опуклої лінзи взятої для досліду, якщо вона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,64$ *мкм.*

Відповідь: $0,125$ *м.*

444. Пристрій для спостереження кілець Ньютона освітлюється

монохроматичним світлом, яке падає перпендикулярно. Довжина хвилі світла *0,5 мкм.* Знайти радіус кривизни лінзи, якщо діаметр п'ятого світлого кільця у прохідному світлі дорівнює *10 мм.*

Відповідь: $R = 12{,}5$ *м.*

445. На скляну пластину покладена опуклою стороною плоско-опукла лінза. Радіус п'ятнадцятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі ($\lambda = 0{,}6$ *мкм*) дорівнює *3 мм.* Знайти оптичну силу лінзи.

Відповідь: *0,5* діоптрії.

446. Кільця Ньютона утворюються між плоским склом та лінзою з радіусом кривизни *12,1м.* Монохроматичне світло падає перпендикулярно. Діаметр одинадцятого світлого кільця у відбитому світлі дорівнює *6,6 мм.* Знайти довжину хвилі падаючого світла.

Відповідь: $6 \cdot 10^{-7}$ *м.*

447. Плоско-опукла лінза з оптичною силою *2* діоптрії лежить опуклою стороною на плоскій скляній пластинці. Радіус четвертого темного кільця у відбитому світлі дорівнює *0,7 мм.* Визначити довжину світлової хвилі.

Відповідь: $4{,}9 \cdot 10^{-7}$ *м.*

448. У пристрої для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнено рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо діаметр третього темного кільця у відбитому світлі дорівнює *7мм.* Світло з довжиною хвилі $6{,}0 \cdot 10^{-7}$ *м* падає перпендикулярно. Радіус кривизни лінзи 10 м.

Відповідь: $n = 1{,}47$.

449. Відстань між першим та другим світлими кільцями Ньютона при спостереженні їх у відбитому світлі дорівнює *0,5 мм.* Знайти відстань між десятим та одинадцятим кільцями.

Відповідь: *0,152 мм.*

450. У досліді з інтерферометром Майкельсона для зміщення інтерференційної картини на *500* смуг потрібно було змістити дзеркало на відстань *0,161 мм.* Чому дорівнює довжина хвилі інтерферуючого світла?

Відповідь: $6{,}44 \cdot 10^{-7}$ м.

451. В інтерферометрі Майкельсона переміщенням одного із дзеркал інтерференційна картина змінюється на *200* смуг. Довжина хвилі $5 \cdot 10^{-7}$ *м.* На яку відстань було зміщено дзеркало?

Відповідь: *0,05 мм.*

452. На якій найменшій відстані від діафрагми з круглим отвором радіусом *0,6 мм* необхідно розмістити екран, щоб при освітленні отвору паралельним пучком променів (λ = *0,6 мкм*) в центрі дифракційної картини на екрані спостерігалась темна пляма?

Відповідь: *0,3 м.*

453. Дифракційна картина спостерігається на відстані *1 м* від точкового джерела монохроматичного світла (λ = *0,5 мкм*). Посередині між екраном і джерелом світла розміщено діафрагму з круглим отвором. При якому найменшому радіусі отвору центр дифракційної картини буде темним?

Відповідь: $k = 2$; $r = 5 \cdot 10^{-4}$ *м.*

454. Світло від монохроматичного джерела (λ = *0,6 мкм*) падає перпендикулярно на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору *6 мм.* За діафрагмою на відстані *3 м* від неї знаходиться екран. Скільки зон Френеля вкладається в отвір діафрагми? Яким буде центр дифракційної картини на екрані – темним чи світлим?

Відповідь: *5;* світлий.

455. Знайти площу будь-якої зони Френеля у випадку сферичного хвильового фронту, якщо відстань від центральної зони до точки спостереження *5 м*, а радіус кривизни хвильового фронту *3 м* і довжина світлової хвилі *0,5 мкм.*

Відповідь: *2,94 мм*^{2}.

456. Обчислити радіуси перших трьох зон Френеля, якщо відстань від джерела світла до хвильової поверхні *1м,* відстань від хвильової поверхні до точки спостереження також *1м* та λ = *0,5 мкм.*

Відповідь: *0,5; 0,71; 0,86 (мм).*

457. Світло від монохроматичного джерела (λ = *0,6 мкм*) падає перпендикулярно на діафрагму з круглим отвором діаметром *1,2 мм.* Темним чи світлим буде центр дифракційної картини на екрані, який знаходиться на відстані *0,3 м* від діафрагми?

Відповідь: $k = 2$, темний.

458. Обчислити радіуси перших трьох зон Френеля для випадку плоскої хвилі. Відстань від хвильової поверхні до точки спостереження *1 м.* Довжина хвилі *0,5 мкм.*

Відповідь: *0,71; 1,00; 1,23 (мм).*

459. Дифракційна картина спостерігається на відстані l від точкового джерела монохроматичного світла (λ = *0,6 мкм*). На відстані $0,5l$ від

джерела розташовано круглу непрозору перешкоду діаметром *1 см*. Чому дорівнює відстань *l*, якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля?

Відповідь: *83 м*.

460. Дифракційна картина спостерігається на відстані *4 м* від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 0{,}5$ *мкм*). Посередині між екраном та джерелом світла розташовано діафрагму з круглим отвором. При якому радіусі отвору центр дифракційної картини на екрані буде найбільш темним ?

Відповідь: *1,41 мм*.

461. На відстані *20,35 м* від щита з отвором, діаметр якого *10 мм* встановлено екран для спостереження дифракції світла ($\lambda = 0{,}614$ *мкм*). Визначити – темна чи світла пляма буде знаходитись в центрі дифракційної картини.

Відповідь: $k = 2$; темна.

462. На щілину шириною *0,1мм* падає перпендикулярно монохроматичне світло, яке відповідає довжині хвилі *0,7 мкм*. Визначити кут відхилення променів для першого дифракційного максимуму.

Відповідь: $36'$.

463. Монохроматичне світло ($\lambda = 0{,}5$ *мкм*) падає перпендикулярно паралельним пучком на пластинку з щілиною. Знайти відхилення променів, яке відповідає першому дифракційному мінімуму, якщо ширина щілин *0,1 мм*. Чому дорівнюватиме цей кут, якщо ширину щілини зробити рівною 1 мм ?

Відповідь: $\approx 17{,}7'$; $\approx 1{,}7'$.

464. На щілину шириною *2 мкм* перпендикулярно падає паралельний промінь монохроматичного світла ($\lambda = 589$ *нм*). Під якими кутами будуть спостерігатись дифракційні мінімуми світла?

Відповідь: $17{,}8°$; $36{,}5°$; $62°$.

465. На щілину шириною *0,2 мм* падає перпендикулярно паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі *0,6 мкм*. Знайти відстань між першими дифракційними мінімумами на екрані, який знаходиться на відстані *0,5 м* від щілини.

Відповідь: $3 \cdot 10^{-3}$ *м*.

466. На щілину шириною 6λ перпендикулярно падає паралельний промінь монохроматичного світла. Під яким кутом буде спостерігатись

третій дифракційний мінімум?

Відповідь: 30°.

467. На непрозору пластинку з щілиною падає перпендикулярно паралельний промінь світла з довжиною хвилі *0,6 мкм*. Ширина щілини *0,25 мм*. Знайти кут відхилення променів, який відповідає першому дифракційному максимуму.

Відповідь: 12,4°.

468. Промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі *0,76 мкм* падає перпендикулярно на вузьку щілину, створюючи перший дифракційний мінімум під кутом 14°30′. Визначити ширину щілини.

Відповідь: *3 мкм.*

469. Яку кількість рисок на одиницю довжини має дифракційна гратка, якщо зелена лінія ртуті (λ = *546,1 нм*) в спектрі першого порядку спостерігається під кутом 19,8° ?

Відповідь: *626 мм*$^{-1}$.

470. При освітленні дифракційної гратки білим світлом спектри другого та третього порядків накладаються. На яку довжину хвилі в спектрі третього порядку накладається червона межа (λ = *780 нм*) в спектрі другого порядку?

Відповідь: *520 нм.*

471. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь світла від газорозрядної трубки. Якою повинна бути стала d дифракційної гратки, щоб в напрямку $\varphi = 41°$ збігались максимуми ліній $\lambda_1 = 656{,}3\,нм$ та $\lambda_2 = 410{,}2\,нм$?

Відповідь: $d = 5$ мкм.

472. На дифракційну гратку падає перпендикулярно монохроматичний промінь світла (λ = *0,59 мкм*), причому спектр третього порядку спостерігається під кутом *10°12′*. При якій довжині світлової хвилі дифракційний спектр першого порядку буде спостерігатись під кутом *2°48′*.

Відповідь: *0,490 мкм.*

473. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь світла від газорозрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію (λ = *670 нм*) в спектрі другого порядку ?

Відповідь: *447 нм*; синя лінія гелію.

474. На дифракційну гратку з періодом *4,8 мкм* світло падає перпендикулярно. Які спектральні лінії, що їм відповідають довжини хвиль, які лежать в межах видимого спектра, будуть збігатися в напрямі $\varphi = 30°$?

Відповідь: *800; 600; 480; 400 нм.*

475. Знайти найбільший порядок спектра для жовтої лінії натрію (λ = *589 нм*), якщо стала дифракційної гратки d = *2 мкм.*

Відповідь: 3.

476. На дифракційну гратку падає перпендикулярно монохроматичне світло з довжиною хвилі *600 нм.* Гратка має *200* смуг на міліметр. Визначити число дифракційних максимумів, які утворюються в цьому випадку.

Відповідь: *17.*

477. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $36{,}48°$. Визначити сталу гратки в довжинах хвиль падаючого світла.

Відповідь: $d/\lambda = 5$.

478. Скільки смуг на *1 см* довжини має дифракційна гратка, якщо зелена лінія ртуті (λ = *546 нм*) у спектрі першого порядку спостерігається під кутом *19°8′*?

Відповідь: *6000* $см^{-1}$.

479. Одна з найкращих дифракційних граток має *2000* смуг на один міліметр. Визначити напрямок максимуму в спектрі першого порядку для блакитних променів (λ = *480 нм*).

Відповідь: $73{,}46°$.

480. Скільки смуг на сантиметр має дифракційна гратка, якщо спектр четвертого порядку, який утворюється нею при перпендикулярному падінні світла з довжиною хвилі *650 нм*, спостерігається під кутом *60°*?

Відповідь: *3330* $см^{-1}$.

481. Визначити найбільший порядок спектра, загальне число головних максимумів в дифракційній картині та кут дифракції у спектрі третього порядку при перпендикулярному падінні монохроматичного світла з довжиною хвилі *0,59 мкм*. Стала дифракційної гратки *2,5 мкм.*

Відповідь: $N = 9$; $k_{max} = 4$; $\varphi = 45°$..

482. На екрані одержано дифракційні спектри за допомогою гратки,

яка має *500* смуг на один міліметр та розташована паралельно до екрана. Вважаючи, що граничні довжини хвиль, що їх сприймає око людини, знаходяться в інтервалі *0,39 мкм – 0,78 мкм*, знайти ширину спектра першого порядку, якщо екран знаходиться на відстані *1,8 м* від гратки.

Відповідь: *35,1 см.*

483. Дифракційна гратка має *117* смуг на *1 мм* довжини. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, яке падає перпендикулярно на гратку, якщо кут між двома спектрами другого порядку 16°..

Відповідь: *0,598 мкм.*

484. На дифракційну гратку падає перпендикулярно промінь монохроматичного світла з довжиною хвилі *0,59 мкм*. Під якими кутами будуть спостерігатись дифракційні максимуми першого та другого порядків, якщо гратка має *500* смуг на міліметр ?

Відповідь: 17°; 36°.

485. Скільки смуг повинна мати дифракційна гратки, щоб з її допомогою можна було розділити у третьому порядку лінії кадмію *288,12 нм* та *288,078 нм* ?

Відповідь: *≈2300.*

486. Чому повинна дорівнювати ширина дифракційної гратки з періодом 20 мкм, щоб у спектрі першого порядку був розділений дублет $\lambda_1 = 404{,}4$ *нм* та $\lambda_2 = 404{,}7$ *нм ?*

Відповідь: *2,7 см.*

487. Дифракційна гратка шириною *3 см* має сталу гратки *3 мкм*. Яка її роздільна здатність у спектрі другого порядку? Чому дорівнює різниця довжин двох найближчих хвиль, які розділяються у спектрі другого порядку, якщо довжина однієї із хвиль *500 нм ?*

Відповідь: *20000; 0,025 нм.*

488. Яку різницю довжин хвиль можна бачити роздільно за допомогою дифракційної гратки шириною *2 см* та періодом *5 мкм* в області червоних променів ($\lambda = 0{,}7$ *мкм*) у спектрі другого порядку?

Відповідь: $\Delta\lambda = 8{,}75$ *нм.*

489. Якою повинна бути мінімальна ширина дифракційної гратки, за допомогою якої можна розділити дві лінії спектра ртуті з довжинами хвиль $\lambda_1 = 313{,}184$ *нм* та $\lambda_2 = 313{,}156$ *нм*, якщо стала гратки *3,1 мкм?*

Відповідь: *0,35 см.*

490. На грань кристала кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівських променів. Відстань між атомними площинами кристала $d = 280$пм. Під кутом $\theta = 65°$ до площини грані спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів.

Відповідь: *0,507 нм.*

491. На грань кристала кам'яної солі падає вузький пучок рентгенівських променів (λ = *0,15 нм*). Під яким кутом до поверхні кристала повинні падати промені, щоб спостерігався дифракційний максимум першого порядку? Відстань між атомними площинами кристала дорівнює *0,285 нм.*

Відповідь: 15,26°.

492. Паралельний пучок рентгенівських променів, яким відповідає довжина хвилі *0,15 нм,* падає на поверхню кам'яної солі. Визначити відстань між атомними площинами кристала, якщо дифракційний максимум другого порядку спостерігається при куті ковзання падаючих променів в 30°.

Відповідь: *0,3 нм.*

493. Падаючий на алюмінієву пластинку електронний промінь утворює при відбиванні дифракційний максимум другого порядку, який відповідає куту ковзання 84,55°. Визначити швидкість електронів в промені, якщо відстань між атомними площинами кристалічної гратки алюмінію *0,4 нм.*

Відповідь: $1,83 \cdot 10^6$ *м/с.*

494. Граничний кут повного внутрішнього відбивання для деякої речовини $\alpha = 45°$. Знайти для цієї речовини кут повної поляризації.

Відповідь: 54,7°..

495. У скільки разів зменшується інтенсивність природного світла, яке пройшло крізь два поляризатори, площини поляризації яких складають кут 60^o, якщо втрати інтенсивності поляризованого променя на поглинання в кожному поляроїді складають *10%?*

Відповідь: $I_0/I = 9,87$ раза.

496. Інтенсивність світла, що вийшло з аналізатора, дорівнює *10%* інтенсивності природного світла, яке падає на поляризатор. Знайти кут між головними площинами поляризатора й аналізатора, якщо втрати інтенсивності поляризованого променя на поглинання в кожному поляроїді складають *8%* .

Відповідь: $\varphi = 62,2°$.

497. Аналізатор у 2 рази зменшує інтенсивність світла, що приходить до нього від поляризатора. Визначити кут між площинами поляризатора й аналізатора. Втрати інтенсивності світла в аналізаторі складають 10%.

Відповідь: $\varphi = 41,8°$.

498. Природне світло падає на систему з трьох послідовно розташованих поляроїдів, причому головний напрямок середнього поляроїда складає кут $\varphi = 60°$ з головним напрямком двох інших поляроїдів. Кожен поляроїд поглинає 19% падаючої на нього інтенсивності поляризованого світла. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження цієї системи?

Відповідь: $I_0/I = 60,37$ раза.

499. Чому дорівнює кут між головними площинами поляризації поляризатора й аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке пройшло через поляризатор і аналізатор, зменшилася у *4 рази*? Поглинанням світла знехтувати.

Відповідь: $I_0/I_2 = 4$.

500. Кут між площинами поляризації двох поляризаторів 60°. Природне світло, проходячи через таку систему, ослабляється в 10 разів. Знехтувавши втратами світла на відбивання, визначити коефіцієнт поглинання світла в поляроїдах.

Відповідь: $\rho = 0,37$.

501. Чому дорівнює кут α між головними площинами поляризатора й аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що пройшло через аналізатор і поляризатор, зменшується у 4 рази? Коефіцієнт поглинання світла в кожному поляроїді дорівнює $k = 10\%$.

Відповідь: $\varphi = 38,2°$..

502. Плоскополяризоване світло з інтенсивністю $I_o = 100$ *Вт/м²* послідовно проходить через два поляризатори, площини поляризації яких утворять із площиною коливань у вхідному промені кути $\alpha_1 = 20^o$ і $\alpha_2 = 50^o$ (кути відраховуються від площини коливань по годинниковій стрілці, якщо дивитися уздовж променя). Визначити інтенсивність світла I на виході з другого поляризатора. Втратами інтенсивності світла в поляризаторах знехтувати.

Відповідь: $I = 66$ *Вт/м²*.

503. Пучок природного світла падає на систему із 4 ніколів, площини пропускання кожного з яких повернені на кут 30° відносно площини пропускання попереднього ніколя. Яка частина світлового потоку проходить через цю систему? Втратами інтенсивності світла в ніколях знехтувати.

Відповідь: $I_4 / I_0 = 0{,}21$.

504. Пучок природного світла падає на систему із *6* поляроїдів, площини пропускання кожного з яких повернені на кут 60° відносно площини пропускання попереднього поляроїда. Яка частина світлового потоку проходить через цю систему? Втратами інтенсивності світла в поляроїдах знехтувати.

Відповідь: $I_6/I_0 = 0{,}00049$.

505. Знайти показник заломлення n скла, якщо при відбитті від нього світла відбитий промінь буде повністю поляризований при куті заломлювання $\beta = 30°$.

Відповідь: *1,73.*

506. Під яким кутом θ до горизонту повинно знаходитись Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні озера, були максимально поляризовані ?

Відповідь: $\theta = 37°$.

507. Промінь плоскополяризованого світла (λ = *589 нм*) падає на пластинку ісландського шпату перпендикулярно до його оптичної осі. Знайти довжини хвиль λ_o та λ_e звичайного та незвичайного променів в кристалі, якщо показники заломлення ісландського шпату для звичайного і незвичайного променів, відповідно $n_0 = 1{,}66$ та $n_e = 1{,}49$.

Відповідь: $\lambda_0 = 355$ *нм*; $\lambda_e = 395$ *нм.*

508. Знайти кут між головними площинами поляризатора та аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке проходить через поляризатор та аналізатор, зменшилась в чотири рази. Відбиттям та поглинанням світла знехтувати.

Відповідь: 45°.

509. У скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла, яке пройшло через два ніколі, площини поляризації яких складають кут 60°. Кожен ніколь відбиває та поглинає *10%* падаючої на нього інтенсивності.

Відповідь: *9,91.*

510. Осі двох поляроїдів розташовані під прямим кутом, а вісь третього поляроїда, розміщеного між ними, складає 30° з віссю першого. В

скільки разів зменшиться інтенсивність світла, яке пройде через такий пристрій, якщо при проходженні кожного із поляроїдів на відбиття і поглинання втрачається *5%* інтенсивності ?

Відповідь: *12,5*.

511. У досліді з двома ніколями втрати світла в поляризаторі та аналізаторі відповідно дорівнюють *8%* та *10%*. Кут між головними площинами поляризації ніколів дорівнює $30°$. В скільки разів зменшилась інтенсивність світла після проходження поляризатора, після проходження аналізатора?

Відповідь: *2,2; 9,7*.

512. На ніколь направлено природний промінь світла. При проходженні ніколя світло за рахунок поглинання і відбиття втрачає *8%* енергії. Яким буде послаблення (у відсотках) незвичайного променя і чому?

Відповідь: *46%*.

513. Розчин глюкози з концентрацією $2,8 \cdot 10^2$ *кг/м*^{3}, налитий в скляну трубку, повертає площину поляризації на кут $64°$. Другий розчин, налитий в ту ж саму трубку, повертає площину поляризації на $48°$. Знайти концентрацію другого розчину.

Відповідь: $2,1 \cdot 10^2$ *кг/м*^{3}.

514. Розчин цукру з концентрацією $25 \cdot 10^2$ *кг/м*^{3} товщиною *20 см* повертає площину поляризації монохроматичного світла на кут $33,3°$. Інший розчин товщиною *15 см* повертає площину поляризації на кут $20°$. Визначити концентрацію цукру в другому розчині.

Відповідь: $1,55 \cdot 10^2$ *кг/м*^{3}.

515. Розміщений між двома поляризаторами розчин цукру в трубці довжиною *18 см* повертає площину поляризації жовтих променів полум'я натрію на $30°$. Яка маса цукру в *1 м*^{3} розчину, якщо питоме повертання площини поляризації цукру для жовтих променів натрію $0,667\ °/м^2 \cdot кг$.

Відповідь: *250 кг*.

516. Концентрація налитого в скляну трубку розчину цукру дорівнює *0,3г/см*^{3}. Цей розчин повертає площину поляризації монохроматичного світла на $25°$. Визначити концентрацію іншого розчину цукру, налитого в коротшу в два рази трубку, якщо він повертає площину поляризації на $2,5°$.

Відповідь: *0,06 г/см*^{3}.

517. Між схрещеними ніколями поляризатора розмістили трубку з цукровим розчином. Поле зору при цьому стало максимально світлим.

Визначити довжину трубки, якщо концентрація цукру *270 кг/м*^{3}, а його питоме повертання *0,665°/кг·м*^{2} .

Відповідь: *50 см.*

518. Визначити найменшу товщину пластинки у півхвилі, виготовленої з ісландського шпату, для світла з довжиною хвилі *687 нм,* якщо показники заломлення звичайного та незвичайного променів цього світла відповідно дорівнюють *1,653* та *1,484.*

Відповідь: $2\cdot 10^{-4}$ *см.*

519. Зелене світло було максимально послаблене при проходженні через два схрещених ніколі. Якої товщини пластинку з кварцу потрібно помістити між ніколями, щоб поле зору стало максимально світлим. Питоме повертання кварцу для зеленого світла дорівнює *463 рад/м* ?

Відповідь: *3,4 мм.*

520. Між схрещеними ніколями розмістили кварцову пластинку, вирізану паралельно до оптичної осі. Для одержання повного затемнення поля зору, аналізатор повернули на кут *20°.* Визначити товщину пластинки, якщо дослід проводився з монохроматичним світлом, для якого стала повертання площини поляризації кварцу дорівнює *29,7°* на *1 мм.*

Відповідь: *0,67 мм.*

521. Визначити найменшу товщину кварцової пластинки в четверть хвилі для світла з довжиною хвилі *527 нм.* Показники заломлення звичайного і незвичайного променів в пластинці відповідно дорівнюють *1,547* та *1,537.*

Відповідь: *0,013 мм.*

522. Якою має бути напруженість електричного поля в приладі Керра з сірководнем (стала Керра для сірководню $3,89\cdot 10^{-14}$ *м/В*), щоб зсув фаз при довжині пластин конденсатора *5 см* дорівнював $\pi/2$? Довжина хвилі світла, яке взято для досліду – $5\cdot 10^{-7}$ *м.*

Відповідь: *8 кВ/м.*

523. Показники заломлення води при *20° С* для світла з довжинами хвиль *670,8, 656,3* та *643,8* нм відповідно рівні *1,3308, 1,3311* та *1,3314.* Визначити фазову та групову швидкості світла біля довжини хвилі *656,3* нм.

Відповідь: $\upsilon = 2,25\cdot 10^8$ *м/с;* $u = 2,23\cdot 10^8$ *м/с.*

524. Показники заломлення води при *20° С* для світла з довжинами хвилі *508,6; 486,1* та *480,0* відповідно дорівнюють *1,3360; 1,3371* та *1,3374.*

Визначити фазову та групову швидкості біля довжини хвилі *486,1 нм.*

Відповідь: $2{,}24\cdot10^{8}$ *м/с*; $u = 2{,}20\cdot10^{8}$ *м/с.*

525. Показники заломлення води при $20°C$ для світла з довжинами хвиль *589,3; 546,1* та *508,6 нм* відповідно дорівнюють *1,3330; 1,3345; 1,3360.* Визначити співвідношення фазової та групової швидкості світла біля довжини хвилі *546,1 нм.*

Відповідь: *1,0155.*

526. Показник заломлення води для світла з довжиною хвилі в вакуумі *760 нм* дорівнює *1,239*, а для світла з довжиною хвилі *400 нм – 1,344.* На скільки відсотків відрізняються фазові швидкості світла в воді?

Відповідь: *1,13%.*

527. Чому дорівнює фазова швидкість світла в воді, якщо при частоті $4{,}4\cdot10^{14}$ *Гц* довжина хвилі дорівнює *510 нм?*

Відповідь: $2{,}24\cdot10^{4}$ *м/с.*

528. Показники заломлення флюориту для світла з довжиною хвиль *670,8; 656,3; 643,8; 643,8 нм* відповідно дорівнюють *1,4323; 1,4325; 1,4327.* Обчислити відношення фазової швидкості до групової біля довжини хвилі *656,3 нм.*

Відповідь: *1,0048.*

529. Визначити відносне зменшення інтенсивності світла при проходженні ним віконного скла, товщиною *4 мм* за рахунок поглинання. Коефіцієнт поглинання скла $1{,}23м^{-1}$.

Відповідь: *0,5%.*

530. Коефіцієнт лінійного поглинання речовини дорівнює $2{,}5\cdot10^{-3}\ с^{-1}$. Визначити товщину шару цієї речовини, яка послаблює інтенсивність монохроматичного світла в *5* разів.

Відповідь: *6,44 м.*

531. Якої товщини шар речовини послаблює інтенсивність монохроматичного світла в *2* рази, якщо коефіцієнт поглинання речовини дорівнює $1{,}38\ м^{-1}$?

Відповідь: *0,502 м.*

532. Визначити коефіцієнт поглинання червоного світла в воді, якщо товщина шару половинного послаблення дорівнює *30 см.*

Відповідь: *2,31 1/м.*

533. Як зміниться інтенсивність монохроматичного світла при

проходженні через два шари поглинача: товщина першого шару 10^{-2} *м*, другого $2 \cdot 10^{-2}$ *м*, коефіцієнти лінійного поглинання відповідно дорівнюють *0,1* та *0,3* $см^{-1}$.

Відповідь: зменшиться в *2,014* раза.

534. Два захисних шари деяких речовин однакової товщини послаблюють інтенсивність монохроматичного світла: перший в *2* рази при коефіцієнті поглинання *5* $м^{-1}$, другий – в *5* разів. Визначити коефіцієнт поглинання другого шару.

Відповідь: *11,61* $м^{-1}$.

535. Визначити довжину шару деякого металу з коефіцієнтом поглинання 10^{6} $м^{-1}$, який послаблює інтенсивність світла в *е* разів.

Відповідь: 10^{-6} *м*.

536. Площа поверхні вольфрамової нитки розжарювання *25*-ватної лампочки дорівнює *0,403* $см^2$, а її температура розжарювання *2450 К*. У скільки разів лампочкою випромінюється енергії менше, ніж за тих же умов абсолютно чорним тілом?

Відповідь: *0,3*.

537. Потік енергії, випромінюваної з оглядового віконця плавильної печі *34 Вт*. Визначити температуру печі, якщо площа отвору – *6* $см^2$.

Відповідь: $T = 1000$ *К*.

538. Температура верхніх шарів зірки Сіріус дорівнює 10^4 *К*. Визначити потік енергії, випромінюваної з поверхні площею *1* $км^2$ цієї зірки.

Відповідь: $N = 56{,}7 \cdot 10^{15}$ *Вт*.

539. Приймаючи коефіцієнт чорноти вугілля при температурі *600°С* рівним *0,8*, визначити енергію, яка випромінюється з поверхні в *5* $см^2$ нагрітого вугілля за *10* хвилин.

Відповідь: *1763,6 Дж*.

540. Потужність випромінювання кулі радіусом *10 см* при деякій постійній температурі дорівнює *1000 Вт*. Знайти цю температуру, якщо коефіцієнт чорноти кулі дорівнює *0,25*.

Відповідь: *865,7 К*.

541. Знайти температуру печі, якщо відомо, що з отвору в ній площею *6,0* $см^2$ випромінюється за *1* секунду *34,02 Дж* енергії. Випромінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Відповідь: $T = 1000\ K$.

542. Температура вольфрамової спіралі в 25-ватної електричної лампочки дорівнює $2450\ K$. Приймаючи коефіцієнт чорноти рівним $0,3$, знайти величину площі випромінюючої поверхні спіралі.

Відповідь: $S = 0,4\ см^2$.

543. Діаметр нитки вольфрамової спіралі в електричній лампочці дорівнює $0,3\ мм$, довжина нитки спіралі $5\ см$. При вмиканні лампочки в коло з напругою $127\ В$ через лампочку тече струм силою $0,31\ А$. Знайти температуру нагрівання спіралі, при умові, що після встановлення рівноваги вся теплова енергія випромінюється циліндричною поверхнею нитки спіралі. Коефіцієнт чорноти дорівнює $0,31$.

Відповідь: $T = 3714\ K$.

544. З поверхні нагрітої сажі площею $2\ см^2$ при температурі $400\ K$ за час $5\ хв$. випромінюється $83\ Дж$ енергії. Визначити коефіцієнт чорноти сажі.

Відповідь: $\alpha = 0,95$.

545. Визначити температуру поверхні Сонця, приймаючи її за абсолютно чорне тіло, якщо відомо, що максимум інтенсивності спектра Сонця лежить у зеленій області $\lambda_m = 5\cdot 10^{-7}\ м$. Яка його енергетична світність?

Відповідь: $T = 5800\ K$; $R_e = 6,4\cdot 10^7\ Вт/м^2$.

546. Поверхня Сонця близька за своєю властивістю до абсолютно чорного тіла. Максимум випромінювальної здатності цієї поверхні приходиться на довжину хвилі $\lambda_m = 0,50\ мкм$. Визначити температуру сонячної поверхні й енергію W, яку випромінює Сонце за $\tau = 1\ с$ у вигляді електромагнітних хвиль. Радіус Сонця $6,95\cdot 10^8\ м$.

Відповідь: $W = 3,89\cdot 10^{26}\ Дж$

547. Визначити температуру плавильної печі, якщо відомо, що з її віконця площею поверхні $6\ см^2$ щосекунди випромінюється $168\ Дж$ променистої енергії.

Відповідь: $1650\ K$.

548. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла $\Phi = 10\ кВт$, максимум енергії випромінювання приходиться на довжину хвилі $\lambda = 0,8\ мкм$. Знайти площу поверхні випромінювання.

Відповідь: $10^{-3}\ м^2$.

549. У скільки разів зросте потужність випромінювання абсолютно

чорного тіла, якщо максимум енергії в його спектрі переміститься з довжини хвилі *0,6 мкм* до *0,5 мкм* ?

Відповідь: $\approx$ *2 рази.*

550. Яку енергію випромінює абсолютно чорне тіло за *1с* з *1 см*^{2} поверхні, якщо максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі *0,725 мкм* ?

Відповідь: $\approx$ *1492 Дж/м*^{2}*·с.*

551. На яку довжину хвилі приходиться максимум випромінювання абсолютно чорного тіла, яке має температуру людського тіла (*37 °С*) ?

Відповідь: *9,3 мкм.*

552. Кількість променистої енергії, яку щосекунди посилає Сонце через площинку *1 м*^{2}, розміщену перпендикулярно сонячним променям на верхній межі земної атмосфери, називається сонячною сталою W_0. Визначити величину сонячної сталої, вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом з температурою поверхні *5800 К*. Радіус Сонця, $r = 6{,}95 \cdot 10^8$ *м*, відстань від Сонця до Землі $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$*м.*

Відповідь: *1,377 кВт/м*^{2}.

553. Металеве тіло при температурі 1200 К випромінює за 1 с з *1 см*^{2} поверхні енергію *8,2 Дж.* Знайти інтегральну поглинальну властивість цього тіла.

Відповідь: $R_n = R_e - \dfrac{W}{St} = 3{,}55 \cdot 10^4\, Вт/м^2$.

554. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити скільки енергії воно випромінює за 1 с. Температура сонячної поверхні *5800 К*, радіус Сонця $6{,}95 \cdot 10^8$ *м.*

Відповідь: $3{,}89 \cdot 10^{26}$ *Дж.*

555. Потужність, яка розсіюється у вигляді випромінювання у всіх напрямках лампочкою кишенькового ліхтарика, дорівнює *1 Вт;* середня довжина хвилі випромінювання *1 мкм.* Скільки фотонів проходить за *1 с* через площинку *1 см*^{2}, розміщену на відстані *10 км* від лампочки перпендикулярно променям ?

Відповідь: $4 \cdot 10^5$.

556. Людське око найбільш чутливе до зеленого світла ($\lambda = 0{,}55$*мкм*), для якого межа чутливості ока відповідає *80* фотонам, які падають на сітківку ока за *1 с.* Якій потужності світла відповідає ця межа ?

Відповідь: $2{,}9 \cdot 10^{-17}$ *Вт.*

557. При якій температурі абсолютно чорне тіло матиме таку саму випромінювальну здатність, як вольфрам при температурі *1500 K*? Інтегральна поглинальна здатність вольфраму дорівнює 0,65.

Відповідь: *1372 K*.

558. У випромінюванні абсолютно чорного тіла максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі 680 нм. Скільки енергії випромінюється за *1 с* з *1 см*^{2} поверхні цього тіла?

Відповідь: $1{,}87 \cdot 10^3$ *Дж/см*^{2}*·с*.

559. Визначити повну випромінювальну здатність Землі і довжину хвилі, якій відповідає максимум її випромінювання. Вважати Землю абсолютно чорним тілом з температурою поверхні $7\,^{\circ}C$.

Відповідь: *356 Вт/м*^{2}*; 10,3 мкм.*

560. Відомо, що температура випромінювальної поверхні Сіріуса дорівнює *11000 K*, а його діаметр $1{,}76 \cdot 10^9$*м*. Скільки енергії електромагнетного випромінювання Сіріуса одержує *1 м*^{2} поверхні Землі за 1 хв, якщо він віддалений від Землі на *8,8* світлових років ?

Відповідь: $56{,}4 \cdot 10^{-7}$ *Дж/м*^{2}*·хв.*

561. Монохроматичне джерело світла випромінює світло довжиною хвилі *630 нм,* має к.к.д. *9%* та споживає потужність *15 Вт.* Скільки фотонів за *1 с* випромінює це джерело світла?

Відповідь: $\approx 43 \cdot 10^{17}\ c^{-1}$.

562. При охолодженні абсолютно чорного тіла довжина хвилі, якій відповідає максимум його випромінювання, збільшилась від *0,4* до *0,7 мкм.* У скільки разів зменшилась при цьому випромінювальна здатність тіла?

Відповідь: *9,4.*

563. Температура абсолютно чорного тіла підвищилась в *2* рази, в результаті чого довжина хвилі, на яку приходиться максимум випромінювальної здатності, зменшилась на *600 нм.* Знайти початкову і кінцеву температури тіла.

Відповідь: *2416 K; 4832 K.*

564. Визначити температуру, при якій повна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла складає 10^4 *Вт/м*^{2}.

Відповідь: *647 K.*

565. На скільки зміниться довжина хвилі, яка відповідає максимуму

випромінювання, якщо потужність зросте від $90,7$ до $221\ Вт/см^2$?

Відповідь: $2,9\cdot10^{-7}$.

566. Інтенсивність монохроматичного випромінювання з густиною потоку 10^{14} фотонів за 1 с через площадку $1\ м^2$ (перпендикулярно напрямку потоку) дорівнює $3\cdot10^{-2}\ Дж/м^2\cdot с$. Визначити частоту цього випромінювання.

Відповідь: $4,53\cdot10^{17}\ Гц$.

567. Температура абсолютно чорного тіла дорівнює $2000\ К$. Визначити спектральну густину випромінювальної здатності $r_{\lambda,T}$ для довжини хвилі $600\ нм$.

Відповідь: $3\cdot10^{10}\ Вт/м^3$.

568. Користуючись формулою Планка, одержати закон Стефана - Больцмана та розрахувати сталу в законі Стефана - Больцмана.

Відповідь: $R=\sigma T^4$; $\sigma=5,67\cdot10^{-8}\ Вт/м^2\cdot К^4$.

569. Користуючись формулою Планка, одержати закон зміщення Віна та розрахувати сталу Віна.

Відповідь: $\lambda_{max}=b/T$; $b=2,9\cdot10^{-3}\ м\cdot К$.

570. На металеву пластинку спрямований пучок ультрафіолетових променів з довжиною хвилі $0,2\ мкм$. Фотострум припиняється при мінімальній затримуючій різниці потенціалів у $2,2\ В$. Визначити роботу виходу електронів з металу.

Відповідь: $A=4\ еВ$.

571. На поверхню металу падають монохроматичні промені з довжиною хвилі $150\ нм$. Червона границя фотоефекту $\lambda_ч=200\ нм$. Яка частина енергії фотона витрачається на надання електрону кінетичної енергії?

Відповідь: $0,25$.

572. На фотоелемент із рубідієвим катодом падають промені з довжиною хвилі $100\ нм$. Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум (робота виходу для рубідію дорівнює $A=3,4\cdot10^{-19}\ Дж$).

Відповідь: $U=10,3\ В$.

573. На поверхню літію падають промені з довжиною хвилі $250\ нм$. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів (робота виходу електрона для літію дорівнює $A=3,7\cdot10^{-19}\ Дж$).

Відповідь: $9,67\cdot10^{5}\ м/с$.

574. Червона межа фотоефекту для цезію $\lambda_ч = 640$ *нм*. Визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів, якщо на цезій падають промені з довжиною хвилі *200 нм*. (Робота виходу для цезію $A = 1,9$ *еВ*) .

Відповідь: $K_{мах} = 4,27$ *еВ*.

575. На пластинку падає монохроматичне світло з довжиною хвилі *0,42 мкм,* фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів *0,95 В*. Визначити роботу виходу електрона з поверхні пластинки.

Відповідь: $A = 2$ *еВ*.

576. При почерговому освітленні поверхні деякого металу світлом з довжинами хвиль *0,35 мкм* і *0,54 мкм* знайшли, що відповідні максимальні швидкості фотоелектронів відрізняються одна від одної в *2* рази. Знайти роботу виходу з поверхні цього металу.

Відповідь: $A = 1,88$ *еВ*.

577. Визначити червону межу фотоефекту для цинку і максимальну швидкість фотоелектронів, які вириваються з його поверхні за допомогою електромагнітного випромінювання з довжиною хвилі *250 нм*. (Робота виходу дорівнює $A = 6,4 \cdot 10^{-19}$ *Дж*).

Відповідь: $\lambda_{\max} = 3,1 \cdot 10^{-7}$ *м*; $\upsilon_{\max} = 5,8 \cdot 10^{5}$ *м/с*.

578. При фотоефекті з платинової поверхні затримуючий потенціал виявився рівним $U_з = 0,8$ *В*. Знайти довжину хвилі використаного в цьому випадку електромагнетного випромінювання. (Робота виходу електрона з платини дорівнює $A = 6,3$ *еВ*).

Відповідь: $\lambda_ч = 3,1.10^{-7}$ *м*; $\upsilon_{мах} = 5,84 \cdot 10^{5}$ *м/с*.

579. Червоній межі фотоефекту для алюмінію відповідає довжина хвилі $\lambda_o = 332$ *нм*. Знайти: а) роботу виходу електрона для цього металу; б) довжину світлової хвилі λ, при якій затримуючий потенціал $U_з = 1$ *В*.

Відповідь: $A = 3,15$ *еВ*; $\lambda = 1,63 \cdot 10^{-7}$ *м*.

580. При опроміненні світлом цинкової кульки, віддаленої від інших тіл, вона зарядилась до потенціалу *4,3 В*. Знайти довжину хвилі падаючого світла. Робота виходу електрона із цинку *4,0 еВ*.

Відповідь: $1,5 \cdot 10^{-7}$ *м*.

581. Знайти затримуючу різницю потенціалів для фотоелектронів, які випромінюються при опроміненні цезієвого електрода ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі *0,3 мкм*. Робота виходу електронів із цезію *1,97 еВ*.

Відповідь: *2,17 В*.

582. Кінетична енергія електрона, вибитого із цезієвого фотокатода, дорівнює *3 еВ*. Знайти максимальну довжину хвилі падаючого світла, якщо робота виходу електронів із цезію дорівнює *1,8 еВ*.

Відповідь: $2{,}6 \cdot 10^{-7}$ *м*.

583. Робота виходу електронів із міді дорівнює *4,5 еВ*. Чи буде спостерігатися фотоефект, якщо на мідь направити ультрафіолетові промені з довжиною хвилі *300 нм* ?

Відповідь: ні.

584. Знайти червону межу фотоефекту для натрію, якщо робота виходу електронів дорівнює *2,3 еВ*.

Відповідь: $5{,}4 \cdot 10^{-7}$ *м*.

585. Фотон з довжиною хвилі *0,2 мкм* вириває з поверхні молібдену фотоелектрон, кінетична енергія якого *2 еВ*. Знайти роботу виходу і червону межу фотоефекту.

Відповідь: *4,2 еВ*; $2{,}96 \cdot 10^{-7}$ *м*.

586. Червона межа фотоефекту для деякого металу *275 нм*. Знайти: а) роботу виходу електрона із цього металу; б) максимальну швидкість фотоелектронів; в) максимальну кінетичну енергію вирваних електронів. Метал опромінюють світлом з довжиною хвилі *180 нм*.

Відповідь: *4,5 еВ*; $9{,}2 \cdot 10^{5}$ *м/с*; *2,44 еВ*.

587. Літієвий фотокатод опромінюється фіолетовими променями (λ = *400нм*). Знайти швидкість фотоелектронів, якщо червона межа фотоефекту для літію *520 нм*.

Відповідь: $5 \cdot 10^{5}$ *м/с*.

588. Яка частка енергії фотона витрачається на роботу виривання електрона, якщо червона межа фотоефекту дорівнює *307 нм*, а кінетична енергія електрона – *1 еВ* ?

Відповідь: *80,2%*.

589. На поверхню срібної пластинки падають ультрафіолетові промені (λ = *0,3 мкм*). Робота виходу електронів із срібла *4,7 еВ*. Чи буде мати місце фотоефект ?

Відповідь: ні.

590. Визначити довжину хвилі світла, яке падаючи на поверхню нікелю, надасть фотоелектронам швидкість $3 \cdot 10^{6}$ *м/с*. Робота виходу

електронів із нікелю *5,0 еВ*.

Відповідь: *48 нм*.

591. Червоній межі фотоефекту для алюмінію відповідає довжина хвилі *0,332 мкм*. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла, яке падає на алюмінієвий електрод, якщо фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів *1 В*.

Відповідь: $2{,}62 \cdot 10^{-7}$ *м*.

592. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вилітають з вольфрамового електрода, освітленого ультрафіолетовим світлом з довжиною хвилі *0,2 мкм*. Робота виходу електронів з вольфраму *4,5 еВ*.

Відповідь: $7{,}76 \cdot 10^{5}$ *м/с*.

593. Червона межа фотоефекту для рубідію *590 нм*. Знайти роботу виходу електрона із цього металу в електрон-вольтах.

Відповідь: *2,1 еВ*.

594. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів при освітлюванні цинкового електрода монохроматичним світлом дорівнює *0,26 еВ*. Робота виходу електрона із цинку *4,0 еВ*. Знайти довжину хвилі світла, яке використовувалось в цьому випадку.

Відповідь: $2{,}90 \cdot 10^{-7}$ *м*.

595. Катод вакуумного фотоелемента освітлюється світлом з довжиною хвилі *0,405 мкм*. Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів *1,2 В*. Знайти роботу виходу електронів з катода.

Відповідь: *1,86 еВ*.

596. Визначити максимальну швидкість υ_{max} фотоелектронів, які вилітають з металу при опроміненні його γ-квантами з довжиною хвилі *0,81 пм*.

Відповідь: $2{,}90 \cdot 10^{8}$ *м/с*.

597. Максимальна швидкість фотоелектронів, які вилітають із металу при опроміненні його γ-квантами, дорівнює *291 Мм/с*. Визначити енергію γ-квантів.

Відповідь: *1.59 МеВ*.

598. В результаті комптонівського розсіювання енергія ε_0 падаючого фотона розділилась порівну між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Кут розсіяння $\theta = 90°$. Визначити енергію ε і імпульс p розсіяного фотона.

Відповідь: $\varepsilon = 4{,}11 \cdot 10^{-14}$ *Дж*; $p = 1{,}4 \cdot 10^{-22}$ *н·с*.

599. Визначити кут розсіювання фотона, який зазнав пружної взаємодії з вільним електроном, якщо довжина хвилі розсіяного фотона зросла *на* $\Delta\lambda = 3{,}62 \cdot 10^{-3}$ *нм*.

Відповідь: *120° або 240°.*

600. Знайти кут, на який був розсіяний γ-фотон з енергією *1,53 МеВ* при ефекті Комптона, якщо кінетична енергія електрона віддачі *0,51 МеВ.*

Відповідь: *32°.*

601. Знайти максимальну зміну довжини хвилі $\Delta\lambda_{max}$ при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах і протонах.

Відповідь: $4{,}86 \cdot 10^{-12}$ *м*; $2{,}66 \cdot 10^{-15}$ *м.*

602. Фотон з довжиною хвилі 6 пм розсіявся під прямим кутом на електроні, який знаходився в стані спокою. Знайти частоту розсіяного фотона і енергію електрона віддачі.

Відповідь: $3{,}56 \cdot 10^{19}$ *Гц; 0,06 МеВ.*

603. Фотон з енергією *1 МеВ* розсіяний на вільному нерухомому електроні. Знайти кінетичну енергію електрона віддачі, якщо в результаті розсіювання довжина хвилі фотона змінилась на *25%.*

Відповідь: *0,2 МеВ.*

604. В результаті комптонівського розсіювання на вільному електроні довжина хвилі γ-фотона збільшилась в 2 рази. Знайти кінетичну енергію електрона віддачі, якщо кут розсіяння фотона *60°.* До зіткнення електрон перебував в стані спокою.

Відповідь: *0,51 МеВ.*

605. Рентгенівський фотон, частота якого $1{,}5 \cdot 10^{18}$ *Гц*, при комптонівському розсіюванні на вільному електроні втратив *10%* своєї енергії. Визначити енергію і довжину хвилі падаючого і розсіяного фотонів.

Відповідь: $9{,}9 \cdot 10^{-16}$ *Дж*; *0,20 нм*; $8{,}9 \cdot 10^{-16}$*Дж; 0,22 нм.*

606. Знайти енергію розсіяного фотона, якщо розсіювання відбувається під кутом *120°*, а енергія падаючого фотона дорівнює *250 кеВ.*

Відповідь: *144 кеВ.*

607. Фотон з енергією *0,49 МеВ* розсіявся на вільному електроні під кутом *60°.* Знайти енергію електрона віддачі.

Відповідь: *0,33 МеВ; 0,16 МеВ.*

608. Гамма-фотон розсіявся на вільному протоні під кутом *90°*. При цьому його енергія зменшилася в *2* рази. Знайти енергію падаючого фотона.

Відповідь: *937 МеВ.*

609. Гамма-фотон з енергією *1,3 МеВ* розсіяний на вільному електроні під кутом *60°*. Знайти довжину хвилі розсіяного γ-фотона.

Відповідь: $2{,}166 \cdot 10^{-12}$ *м.*

610. На кожний квадратний метр чорної поверхні щосекунди падає $2{,}5 \cdot 10^{5}$ фотонів рентгенівських променів з частотою $7 \cdot 10^{19}$ *Гц*. Який тиск створює це випромінювання на поверхню?

Відповідь: $3{,}85 \cdot 10^{-17}$ *Па.*

611. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла при перпендикулярному падінні його на дзеркальну поверхню площею *1* $м^2$, якщо щосекунди падає $5 \cdot 10^{18}$ фотонів, а тиск світла 10^{8} *Па.*

Відповідь: $6{,}62 \cdot 10^{-7}$ *м.*

612. Лазер випромінює в імпульсі протягом *0,1мс* промінь світла енергією *10 Дж.* Знайти середній тиск такого світлового імпульсу, якщо його сфокусувати на пляму діаметром *10 мкм* перпендикулярно до променя. Коефіцієнт відбиття $\rho = 0{,}5$.

Відповідь: $6{,}3 \cdot 10^{6}$ *Па.*

613. Розжарена нитка проходить вздовж осі циліндра довжиною *10 см* і радіусом *5 см*. Нитка випромінює світловий потік потужністю *600 Вт*. Вважаючи світловий потік симетричним відносно нитки, знайти тиск світла на поверхню циліндра. Коефіцієнт відбиття $\rho = 10\%$.

Відповідь: $7 \cdot 10^{-5}$ *Па.*

614. Густина потоку світлової енергії біля поверхні Землі *0,14* $Вт/см^2$. Знайти значення світлового тиску, обумовленого потоком світлової енергії, прийнявши коефіцієнт відбиття $\rho = 0{,}6$.

Відповідь: $7{,}5 \cdot 10^{-6}$ *Па.*

615. Знайти коефіцієнт відбиття від деякої поверхні, якщо при густині потоку *120* $Вт/м^2$ створюється тиск на неї *0,5 мкПа*.

Відповідь: *0,25.*

616. Тиск світла на дзеркальну поверхню дорівнює *4 мПа*. Знайти концентрацію n_0 фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі світла, яке падає на цю поверхню, *0,5 мкм.*

Відповідь: 10^{15} $м^{-3}$.

617. Світло з довжиною хвилі $\lambda = 600$ *нм* падає перпендикулярно на дзеркальну поверхню і спричиняє на неї тиск *4 мкПа.* Знайти число фотонів, які падають на 1 *мм*^{2} цієї поверхні за *10 с*.

Відповідь: $1{,}8 \cdot 10^{16}$.

618. Знайти тиск світла на дзеркальну поверхню, віддалену на *1,5 м* від точкового джерела випромінювання потужністю *60 Вт.* Промені падають перпендикулярно до поверхні.

Відповідь: $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ *Па.*

619. На дзеркальну поверхню площею 6 *см*^{2} падає перпендикулярно потік випромінювання потужністю *0,8 Вт.* Знайти величину тиску і величину сили тиску світла на цю поверхню.

Відповідь: $9 \cdot 10^{-6}$ *Па*; $5{,}4 \cdot 10^{-9}$ *Н.*

620. У черенковському лічильнику, заповненому гліцерином, пучок релятивістських променів випромінює світло у конусі з кутом розхилу 88°. Визначити, у скільки разів швидкість променів більша фазової швидкості світла в гліцерині.

Відповідь: *1,39.*

621. Розрахувати тиск сонячних променів, які падають перпендикулярно на дзеркальну поверхню. Інтенсивність сонячного випромінювання *1,37 кВт/м*^{2}.

Відповідь: $4{,}57 \cdot 10^{-7}$ *Па.*

622. Густина потоку енергії в імпульсі випромінювання лазера може досягти 10^{20} *Вт/м*^{2}. Визначити тиск такого випромінювання, яке падає перпендикулярно на чорну поверхню.

Відповідь: $3{,}33 \cdot 10^{11}$ *Па.*

Література

1. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.1: Механика. Молекулярная физика. – С.Пб: Лань, 2006.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.2: Электричество. Электромагнетизм. – С.Пб: Лань, 2006.

3. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.3: Волны. Оптика. – С.Пб: Лань, 2005.

4. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.

5. Чертов А. Г., Воробьов А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981.

6. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. – С.Пб: Лань, 2006.

7. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (механіка, електрика, електромагнетизм). – Вінниця: ВНТУ, 2003.

8. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (коливання і хвилі, оптика). – Вінниця: ВНТУ, 2005.

9. Авдєєв С.Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (квантова фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла). – Вінниця: ВНТУ, 2003.

10. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (ядерна фізика, радіаційна екологія). – Вінниця: ВНТУ, 2004.

11. Авдєєв С. Г. Збірник задач з фізики. Ч.2 (коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика). – Вінниця: ВДТУ, 1998.

12 А. С. Опанасюк. Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.1. – Суми: ДУ, 2001.

13. А. С. Опанасюк, Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.2. – Суми: ДУ, 2002.

14. Міщенко Б. А., Опанасюк А. С., Панченко Л. М. Збірник практичних та індивідуальних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.3. – Суми: ДУ, 2003.

Додаток А

Деякі відомості з математики

1. Формули з алгебри та тригонометрії

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$Z=a+ib \qquad Z^*=a-ib$$
$$Z=\rho(\cos\varphi+i\sin\varphi) \qquad Z^*=\rho(\cos\varphi-i\sin\varphi)$$
$$Z=\rho e^{i\varphi} \qquad Z^*=\rho e^{-i\varphi}$$
$$|Z|=\rho=\sqrt{a^2+b^2} \qquad ZZ^*=|Z|^2$$
$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x \qquad \sin(x-y)=\sin x\cos y-\sin y\cos x$$
$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\cos y \qquad \cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\cos y$$
$$\sin 2x=2\sin x\cos x \qquad \cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$
$$\sin^2 x=\frac{1}{2}(1-\cos 2x) \qquad \cos^2 x=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$

$$\sin ax\sin bx=\frac{1}{2}\cos(a-b)x-\frac{1}{2}\cos(a+b)x$$
$$\sin ax\cos bx=\frac{1}{2}\sin(a+b)x+\frac{1}{2}\sin(a-b)x$$

2. Формули диференціального й інтегрального числень

$$\frac{d(uv)}{dx}=v\frac{d(u)}{dx}+u\frac{d(v)}{dx} \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx}=\frac{v\frac{d(u)}{dx}-u\frac{d(v)}{dx}}{v^2}$$
$$\frac{d(x^m)}{dx}=mx^{m-1} \qquad \frac{d(e^x)}{dx}=e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx}=\frac{1}{x} \qquad \frac{d(a^x)}{dx}=a^x\ln a$$
$$\frac{d(\cos x)}{dx}=-\sin x \qquad \frac{d(\sin x)}{dx}=\cos x$$
$$\frac{d(ctgx)}{dx}=-\frac{1}{\sin^2 x} \qquad \frac{d(tgx)}{dx}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx=\frac{1}{m+1}x^{m+1} \quad \text{при } m\neq 0 \qquad \int\frac{dx}{x^2}=-\frac{1}{x}$$
$$\int\frac{dx}{x}=\ln x \qquad \int\sin x dx=-\cos x$$
$$\int\cos x dx=\sin x \qquad \int e^x dx=e^x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}a^{-3/2}$$

$$\int_0^\infty \frac{xdx}{e^x-1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}a^{-5/2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^2dx}{e^x-1} = 2{,}405$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^1 \frac{x^3dx}{e^x-1} = 0{,}225$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}a^{-3/2}$$

$$\int_0^2 \frac{x^3dx}{e^x-1} = 0{,}225$$

*Тут і далі стала інтегрування опускається.

3. Формули для наближених обчислень

Якщо $a<<1$, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\frac{1}{1\pm a} = 1\mp a; \qquad \frac{1}{\sqrt{1\pm a}} = 1\mp\frac{1}{2}a;$$

$$(1\pm a)^2 = 1\pm 2a; \qquad e^a = 1+a;$$

$$\sqrt{1\pm a} = 1\pm\frac{1}{2}a; \qquad \ln(1+a) = a.$$

Якщо кут α малий ($\alpha < 5^o$ або $\alpha < 0,1$ *рад*) і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin\alpha = tg\alpha = \alpha\ , \ \cos\alpha = 1.$$

Таблиця А. 1 – **Основні фізичні постійні**

Фізична постійна	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	$9{,}81\ м/с^2$
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}\ 1/моль$
Газова постійна	R	$8{,}31\ Дж/(моль\ К)$
Постійна Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$
Елементарний заряд	e	$1{,}6 \cdot 10^{-19} Кл$
Маса спокою електрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31} кг$
Маса спокою протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27} кг$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^8\ м/с$
Постійна Планка	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34} Дж{\cdot}с$
Постійна Планка (стала Дірака)	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}05459 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$
Атомна одиниця маси	$а.о.м.$	$1{,}66057 \cdot 10^{-27}\ кг$
Постійна Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67{\cdot}10^{-8} Вт/(м^2{\cdot}К^4)$
Постійна закону зміщення Віна	b	$2{,}9{\cdot}10^{-3}\ м{\cdot}К$
Стала Рідберга	R'	$1{,}097 \cdot 10^{7}\ м^{-1}$

Довідкові дані

Електрична постійна	$\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$
Магнетна постійна	$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$
Атомна одиниця маси	$1\ а.о.м. = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ кг$
Одиниця енергії – електрон-вольт	$1\ еВ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж$
Одиниця довжини – Ангстрем	$1\ \mathring{A} = 10^{-10}\ м$
Маса α-частинки	$m_\alpha = 4m_p$, де m_p – маса протона
Заряд α-частинки	$q_\alpha = 2e$, де e – елементарний заряд.

Таблиця А. 2 – **Приставки, що служать для утворення кратних одиниць СІ**

Приставка	Числове значення	Позначення	Приставка	Числове значення	Позначення
піко	10^{-12}	*п*	санти	10^{-2}	*с*
нано	10^{-9}	*н*	деці	10^{-1}	*д*
мікро	10^{-6}	*мк*	кіло	10^{3}	*к*
мілі	10^{-3}	*м*	мега	10^{6}	*М*

Таблиця А. 3 – **Властивості деяких твердих тіл**

Речовина	Густина, $кг/м^3$	Температура плавлення, *К*	Питома теплоємність, $Дж/(кг \cdot К)$	Питома теплота плавлення, $Дж/кг$	Коефіцієнт теплового розширення, $К^{-1}$
Алюміній	$2,7 \cdot 10^{3}$	932	$9,2 \cdot 10^{2}$	$3,8 \cdot 10^{5}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Залізо	$7,8 \cdot 10^{3}$	1803	$4,6 \cdot 10^{2}$	$2,7 \cdot 10^{5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Цинк	$7,1 \cdot 10^{3}$	692	$4,0 \cdot 10^{2}$	$1,18 \cdot 10^{5}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Мідь	$8,9 \cdot 10^{3}$	1356	$3,8 \cdot 10^{2}$	$1,8 \cdot 10^{5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$8,5 \cdot 10^{3}$	1173	$3,8 \cdot 10^{2}$	–	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Олово	$7,3 \cdot 10^{3}$	505	$2,5 \cdot 10^{2}$	$5,8 \cdot 10^{4}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$
Свинець	$1,14 \cdot 10^{4}$	600	$1,2 \cdot 10^{2}$	$2,5 \cdot 10^{4}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Лід	$0,9 \cdot 10^{3}$	273	$2,09 \cdot 10^{3}$	$3,35 \cdot 10^{5}$	$5,1 \cdot 10^{-5}$

Таблиця А. 4 – **Діелектрична проникність деяких речовин**

Гас	2	Слюда	6
Парафін	2	Фарфор	6
Ебоніт	2,6	Скло	6 – 10
Кварц	2,7	Вода	81

Таблиця А. 5 – **Електричні властивості матеріалів при 20°С**

Матеріал	Питомий опір, 10^{-8} *Ом·м*	Темпер. коефіц. опору, $К^{-1}$	Матеріал	Питомий опір, 10^{-8} *Ом·м*	Темпер. коефіц. опору, $К^{-1}$
Алюміній	*2,7*	*0,0038*	Константан	*48*	*0,00002*
Мідь	*1,72*	*0,0043*	Нікелін	*40*	*0,000017*
Срібло	*1,6*	-	Ніхром	*100*	*0,00026*
Залізо	*9,8*	*0,0062*	Ртуть	*94*	*0,0009*
Сталь	*12*	*0,006*	Свинець	*22*	*0,0042*
Вольфрам	*5,5*	*0,0051*	Графіт	*800*	-

Таблиця А. 6 – **Робота виходу *А* електронів з металу, *еВ***

Метал	*А*	Метал	*А*	Метал	*А*
Вольфрам	*4,5*	Магній	*3,5*	Срібло	*4,5*
Залізо	*4,5*	Мідь	*4,5*	Тантал	*4,1*
Калій	*2,0*	Нікель	*5,0*	Рубідій	*2,13*
Літій	*2,4*	Платина	*5,3*	Цезій	*1,97*

Навчальне видання

Сергій Григорович Авдєєв
Тодор Ілліч Бабюк
Олександр Станіславович Камінський

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 2
(коливання і хвилі, хвильова і квантова оптика)
Збірник задач

Редактор О. Скалоцька

Оригінал-макет підготовлено С. Авдєєвим

Підписано до друку 5.07.2010р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум. друк. арк. 7,8.
Наклад 100 прим. Зам.№ 2010-134

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-81-59.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.