53(075)
А18

С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 3

(елементи квантової механіки, молекулярна фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла, ядерна фізика)

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

**С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 3

(елементи квантової механіки, молекулярна фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла, ядерна фізика)

НТБ ВНТУ
447271

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 530(078)
ББК 22.3я77
А18

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 24.12.09 р.)

Рецензенти:
І. О. Сівак, доктор технічних наук, професор
О. В. Осадчук, доктор технічних наук, професор
В. Г. Дзісь, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Авдєєв, С. Г.

А18 Збірник задач з фізики. Ч. 3 (елементи квантової механіки, молекулярна фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла, ядерна фізика) : збірник задач / С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк, О. С. Камінський. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 84 с.

Збірник задач складається з розділів "Елементи квантової механіки, молекулярна фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла, ядерна фізика", які традиційно викладаються в одному триместрі. Кожен окремий розділ супроводжується короткими теоретичними викладками і прикладами розв'язування задач.

В першу чергу збірник задач призначений для організації та проведення практичних занять з курсу загальної фізики студентами вищих технічних навчальних закладів. Велика кількість і різноманітність задач, які ввійшли до збірника задач, дозволяє широко організовувати самостійну та індивідуальну роботу студентів.

УДК 53(078)
ББК 22.3я77

442271
НТБ ВНТУ
м.Вінниця

© С. Авдєєв, Т. Бабюк, О. Камінський, 2010

ЗМІСТ

Частина 3

Частина 3

АТОМ ВОДНЮ

Основні формули

1. Електрони в атомі воднію рухаються на окремих стаціонарних рівнях, на яких вони не випромінюють і не поглинають електромагнетних хвиль. Ці рівні мають дискретні значення моменту імпульсу

$$m\upsilon_n r_n = n\hbar ,$$

де m – маса електрона;

υ_n – лінійна швидкість орбітального руху;

r_n – радіус n-го колового рівня;

n – порядковий номер стаціонарного рівня – головне квантове число;

$\hbar$ – стала Планка поділена на 2π $(\hbar = h/2\pi)$.

2. При переході електрона з одного стаціонарного рівня на інший випромінюється або поглинається квант енергії

$$h\nu = E_{n2} - E_{n1} ,$$

де E_{n1}, E_{n2} – дискретні значення енергії електронів на відповідних енергетичних рівнях.

3. Радіус Боровської орбіти атома воднію визначається за допомогою формули

$$r_n = \frac{4\pi\ \varepsilon_0 \hbar^2}{me^2} \cdot n^2 ,$$

де ε_0 – електрична стала ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м*);

m – маса електрона ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*);

e – елементарний заряд ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*)

4. Енергія електрона на n-му стаціонарному рівні

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

5. Енергія, яка випромінюється або поглинається атомом (іоном)

$$E = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1} = Z^2 E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) ,$$

де n_1 й n_2 – квантові числа, що відповідають енергетичним рівням, між якими відбувається перехід електрона;

Z – порядковий номер елементу в таблиці Менделєєва або число елементарних зарядів у ядрі атома.

6. Формула Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

де λ – довжина хвилі фотона;

R – постійна Рідберга ($R = 1,1 \cdot 10^7\ 1/м$)

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Електрон в атомі водню перейшов із четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити енергію, випущеного при цьому, фотона.

Дано:

$n_2 = 4$

$n_1 = 2$

$\varepsilon_ф - ?$

Розв'язування. Для визначення енергії фотона скористаємося узагальненою формулою для водне-подібних іонів (формула Бальмера)

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (1)$$

де λ – довжина хвилі фотона;

R – постійна Рідберга;

Z – заряд ядра у відносних одиницях (при $Z = 1$ формула переходить в узагальнену формулу для водню і водне-подібних атомів);

n_1 – номер орбіти, на яку перейшов електрон;

n_2 – номер орбіти, з якої перейшов електрон (n_1 й n_2 – головні квантові числа).

Енергія фотона $\varepsilon_ф$ виражається формулою

$$\varepsilon_ф = hc/\lambda\ .$$

Помноживши обидві частини рівності (1) на hc, одержимо вираз для енергії фотона

$$\varepsilon_{ф} = RhcZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Вираз Rhc є енергією іонізації E_i атома водню, тому

$$\varepsilon_{ф} = E_i Z^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Обчислення виконаємо у позасистемних одиницях. Підставляючи дані з умови: $E_i = 13{,}6$ *еВ*; $Z = 1$; $n_1 = 2$; $n_2 = 4$, одержимо

$$\varepsilon_{ф} = 13{,}6 \cdot 1^2 \cdot (1/2^2 - 1/4^2)\ еВ = 13{,}6 \cdot 3/16\ еВ = 2{,}55\ еВ.$$

Приклад 2. Електрон в іоні гелію (He^+) перебуває в основному стані. Визначити кінетичну, потенціальну й повну енергії електрона на цьому енергетичному рівні.

Дано:
He^+
$n = 1$

$E_к - ?$
$E_п - ?$
$W - ?$

Розв'язування. Відповідно до теорії Бора кінетична енергія електрона на стаціонарному рівні з номером n визначається формулою

$$E_к = \frac{m\upsilon_n^2}{2},$$

а потенціальна енергія

$$E_п = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r_n},$$

де Z – заряд ядра (порядковий номер елементу в таблиці Менделєєва);
υ_n й r_n – швидкість електрона й радіус енергетичного рівня, відповідно.

Радіус n-го рівня дорівнює

$$r_n = \frac{n^2}{Z} r_o, \qquad (1)$$

а швидкість електрона на цьому рівні визначається виразом (відповідно до правила квантування орбіт).

$$\upsilon_n = \frac{n\hbar}{mr_n}, \qquad (2)$$

або з урахуванням формули (1),

$$\upsilon_{\rm n} = \frac{Z\hbar}{mr_o n}. \qquad (3)$$

На енергетичному рівні доцентрова сила $\frac{m\upsilon_n^2}{r_n}$ дорівнює силі Кулона $\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r_n^2}$, що зв'язує електрон з ядром,

$$\frac{m\upsilon_n^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r_n^2}.$$

Тому потенціальна енергія електрона може бути подана у вигляді

$$E_n = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r_n^2} = -m\upsilon_n^2 = -2E_\kappa.$$

При цьому повна енергія електрона на енергетичному рівні дорівнює

$$E = E_n + E_\kappa = -E_\kappa.$$

Врахувавши формулу (3) знаходимо кінетичну енергію

$$E_\kappa = \frac{m\upsilon_n^2}{2} = \frac{Z^2\hbar^2}{2mr_n^2 n^2},$$

З урахуванням того, що $\hbar = 1{,}05\cdot 10^{-34}$ *Дж·с*, $m = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ *кг*, $r_o = 0{,}529\cdot 10^{-10}$ *м*, для гелію $Z = 2$ й умова $n = 1$, одержимо

$$E_\kappa = \frac{4\cdot(1{,}05)^2 10^{-68}}{2\cdot 0{,}911\cdot 10^{-30}(0{,}529)^2 10^{-20} 1} = 8{,}63\cdot 10^{-18}\ Дж = \frac{8{,}63\cdot 10^{-18}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = 54{,}4\ еВ,$$

$$E_n = -2E_\kappa = -108{,}8\ еВ,\ E = -E_\kappa = -54{,}4\ еВ.$$

Відзначимо, що повна енергія електрона в основному стані ($n = 1$) може бути записана у вигляді

$$E = -Z^2E_i,$$

де E_i – енергія іонізації атома водню дорівнює $13,6$ *еВ*.

Підставляючи в це рівняння $Z = 2$, одержимо вищезазначене значення енергії $E = -54,4$ *еВ*.

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

Основні формули

1. Довжина хвилі де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad \text{або} \quad \lambda = \frac{h}{p},$$

де p – імпульс частки;

h – постійна Планка.

У релятивістському випадку імпульс частинки дорівнює

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k},$$

де E_o – енергія спокою частинки ($E_o = mc^2$);

$E_к$ – кінетична енергія частинки, яка дорівнює

$$E_к = m_oc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} - 1\right),$$

де m_o – маса спокою частинки;

υ – швидкість частинки.

У нерелятивістському випадку

$$p = m_o\upsilon = \sqrt{2m_oE_k},$$

де кінетична енергія частинки

$$E_к = \frac{m_o\upsilon^2}{2}.$$

2. Співвідношення невизначеностей:

а) $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$ (для координати й імпульсу),

де Δp_x – невизначеність проекції імпульсу на вісь x;

Δx – невизначеність координати;

б) $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ (для енергії і часу),

де ΔE – невизначеність енергії;

Δt – невизначеність часу, або час життя квантової системи в даному енергетичному стані.

3. Часове рівняння Шредінгера має вигляд

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r},t) + U(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t),$$

де m – маса частинки;

$U(\vec{r},t)$ – потенціальна енергія частинки в силовому полі;

$i=\sqrt{-1}$ – уявна одиниця;

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Дірака;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

4. Стан електрона в атомі водню або воднеподібному атомі описується деякою хвильовою функцією Ψ, яка задовольняє стаціонарне рівняння Шредінгера:

$$\Delta\psi_{(x,y,z)} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi_{(x,y,z)} = 0, \qquad (1)$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа;

E – значення повної енергії електрона в атомі;

m – маса частинки;

$\psi_{(x,y,z)}$ – хвильова функція у декартовій системі координат.

5. Розв'язок рівняння Шредінгера для частинки в одновимірному нескінченно глибокому прямокутному потенційному ящику ($0 \leq x \leq 1$):

а) $\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n}{l}x$ (власна нормована хвильова функція),

б) $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2ml^2}$ (власне значення енергії),

де $n = 1,2,3\ldots$ – головне квантове число;

l – ширина ящика;

m – маса частинки.

В області $x \leq 0$ і $x \geq l$ потенціальна енергія частинки дорівнює нескінченності а $\Psi(x) = 0$.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорювальну різницю потенціалів U. Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: 1) $U_1 = 51$ *В*; 2) $U_2 = 510$ *кВ*.

Дано:

$U_1 = 51$ *В*

$U_2 = 510$ *кВ* $= 5{,}1 \cdot 10^5$ *В*

$\lambda_1 - ?$ $\lambda_2 - ?$

Розв'язування. Довжина хвилі де Бройля λ для частинки залежить від її імпульсу p і визначається формулою

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

де h – постійна Планка.

Імпульс частинки можна визначити, якщо відома її кінетична енергія $E_к$. Зв'язок імпульсу з кінетичною енергією різний для нерелятивістського випадку (коли кінетична енергія частинки багато менша енергії її спокою) і для релятивістського випадку (коли кінетична енергія збігається за величиною з енергією спокою частинки).

У нерелятивістському випадку

$$p = \sqrt{2m_o E_k}, \tag{2}$$

де m_0 – маса спокою частинки.

У релятивістському випадку

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k}, \tag{3}$$

де $E_0 = m_0 c^2$ – енергія спокою частинки;

c – швидкість світла у вакуумі.

Формула (1) з урахуванням співвідношень (2) і (3) запишеться:

- у нерелятивістському випадку

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_o E_k}}, \tag{4}$$

- у релятивістському випадку

$$\lambda = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k}}. \qquad (5)$$

Зрівняємо кінетичні енергії електрона, який пройшов задані в умові задачі різниці потенціалів $U_1 = 51\ В$ и $U_2 = 510\ кВ$, з енергією спокою електрона й, залежно від цього, вирішимо, яку з формул (4) або (5) варто застосувати для обчислення довжини хвилі де Бройля.

Як відомо, кінетична енергія електрона, який пройшов прискорювальну різницю потенціалів U, дорівнює

$$E_к = qU.$$

У першому випадку

$$E_к = q_1U = 51\ еВ = 0{,}51 \cdot 10^{-4}\ МеВ.$$

Отже, у цьому випадку можна застосувати формулу (4). Для спрощення розрахунків помітимо, що $E_к = 10^{-4}\ m_oc^2$. Підставивши цей вираз у формулу (4), перепишемо її у вигляді

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_o \cdot 10^{-4} \cdot m_oc^2}} = 70{,}7\frac{h}{m_oc}.$$

Урахувавши, що $\frac{h}{m_oc}$ є комптонівська довжина хвилі Λ, одержимо $\lambda_1 = 70{,}7\Lambda$.

Оскільки $\Lambda = 2{,}43\ пм$, то

$$\lambda_1 = 70{,}7 \cdot 2{,}43\ пм = 171\ пм.$$

У другому випадку кінетична енергія

$$E_к = qU_2 = 510\ кеВ = 0{,}51\ МеВ,$$

тобто дорівнює енергії спокою електрона. У цьому випадку необхідно застосувати релятивістську формулу (5). Урахувавши, що $E_к = 0{,}51 МэВ = m_oc^2$, за формулою (5) знайдемо

$$\lambda_2 = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{(2m_o c^2 + m_o c^2)m_o c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3m_0^2 c^2}},$$

Підставивши значення й виконавши необхідні розрахунки, одержимо

$$\lambda_2 = 1{,}40\ пм.$$

Приклад 2. Кінетична енергія електрона в атомі водню не перевищує величину *10еВ.* Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити мінімальні розміри атома.

Дано:
$E_к = 10$ *еВ*

---

l_{min} – ?

Розв'язування. Співвідношення невизначеностей для координати й імпульсу записують так:

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar/2,$$

де Δp – невизначеність імпульсу частинки (електрона);

Δx – невизначеність координати частинки (у цьому випадку електрона);

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постійна Планка (h поділена на 2π).

Із співвідношення невизначеностей випливає, що чим точніше визначається положення частинки в просторі, тим більше невизначеним стає імпульс, а отже, і енергія частинки. Нехай атом має лінійні розміри l, тоді електрон атома буде перебувати десь у межах області з невизначеністю

$$\Delta x = \frac{l}{2}.$$

В цьому випадку співвідношення невизначеностей можна записати у вигляді

$$\frac{l}{2}\Delta p \geq \frac{\hbar}{2},$$

звідки

$$l \geq \frac{\hbar}{\Delta p}.$$

Фізично розумна невизначеність імпульсу Δp не повинна перевищувати значення самого імпульсу p, тобто $\Delta p \le p$.

Імпульс p пов'язаний з кінетичною енергією $E_к$ співвідношенням

$$p = \sqrt{2mE_k}\ .$$

Замінимо Δp значенням $\sqrt{2mE_k}$ (така заміна не збільшить $\hbar$). Перейдемо до рівності

$$l_{min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mE_\hbar}}\ .$$

Підставивши числові значення й виконавши обчислення, одержимо

$$l_{min} = \frac{2 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}}\ м = 1{,}16 \cdot 10^{-10}\ м = 116\ пм.$$

Приклад 3. Хвильова функція $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{\pi}{l}x$ описує основний стан частинки в нескінченно глибокому прямокутному ящику шириною l. Обчислити імовірність знаходження частинки в малому інтервалі $\Delta l = 0{,}01l$ у двох випадках: 1) поблизу стінки $(0 \le 1 \le \Delta l)$; 2) у середній частині ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \le x \le \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$.

Дано:
$\Delta l = 0{,}01l$

$W_1 - ?$
$W_2 - ?$

Розв'язування. Імовірність того, що частинка буде виявлена в інтервалі dx (від x до $x+dx$), пропорційна цьому інтервалу й квадрату модуля хвильової функції, яка описує даний стан

$$dW = |\psi(x)|^2\, dx.$$

У першому випадку шукана імовірність знаходиться інтегруванням у межах від 0 до $0{,}01l$

$$W = \frac{2}{l}\int\limits_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x\, dx \qquad (1)$$

Знак модуля пропущений, тому що ψ - функція в цьому випадку не є комплексною.

Оскільки x змінюється в інтервалі ($0 \le x \le 0{,}01l$) і, отже, $\frac{\pi}{l}x \ll 1$, справедлива наближена рівність

$$\sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 .$$

З урахуванням цього вираз (1) набуде вигляду

$$W = \frac{2}{l}\int\limits_0^{0.01l} \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3}\int\limits_0^{0.01l} x^2 dx = \frac{2\pi^2}{3l^3} x^3 \Big|_0^{0.01} .$$

Після інтегрування одержимо

$$W = \frac{2\pi^2}{3} 10^{-6} = 6{,}6 \cdot 10^{-6} .$$

У другому випадку можна обійтися без інтегрування, оскільки квадрат модуля хвильової функції поблизу її максимуму в заданому малому інтервалі (Δl = $0{,}01l$) практично не змінюється. Шукана імовірність у другому випадку визначається виразом

$$W = \left|\psi\left(\frac{l}{2}\right)\right|^2 \Delta l$$

або

$$W = \frac{2}{l}\left(\sin \frac{\pi}{l}\frac{l}{2}\right)^2 \Delta l = \frac{2}{l} 1 \cdot 0{,}01l = 0{,}02 .$$

Задачі

623. Знайти: а) радіуси трьох перших борівських електронних рівнів в атомі водню; б) швидкість електрона на цих рівнях.

Відповідь: $r_1 = 53$ *пм*; $r_2 = 212$ *пм*; $r_3 = 477$ *пм*; $\upsilon_1 = 2{,}19$ *Мм/с*; $\upsilon_2 = 1{,}1$ *Мм/с*; $\upsilon_3 = 0{,}73$ *Мм/с*.

624. Знайти числове значення кінетичної, потенціальної і повної енергій електрона на першому борівському енергетичному рівні.

Відповідь: $E_k = 13{,}6$ *еВ*; $U = -27{,}2$ *еВ*; $E = -13{,}6$ *еВ*.

625. Обчислити кінетичну енергію електрона, який перебуває на *n*-му енергетичному рівні атома водню. Задачу розв'язати для $n = 1, 2, 3$ і ∞.

Відповідь: $E_{kn} = \dfrac{4\varepsilon_0^2 h^3 n^3}{ml^4}$; $E_{k1} = 13{,}6\,eB$; $E_{k2} = 3{,}4\,eB$; $E_{k3} = 1{,}51\,eB$; $E_{k\infty} = 0$.

626. Знайти: *а*) період обертання електрона на першому борівському енергетичному рівні в атомі водню; *б*) кутову швидкість обертання електрона.

Відповідь: $T_{об} = 1{,}43 \cdot 10^{-16}$ *с*; $\omega = 4{,}4 \cdot 10^{16}$ *рад/с*.

627. Знайти: *а)* радіус першого борівського енергетичного рівня для одноразово іонізованого атома гелію; *б*) швидкість електрона на цьому рівні.

Відповідь: $r_1 = 26{,}6$ *пм*; $\upsilon_1 = 4{,}37$ *Мм/с*.

628. Скориставшись постулатами теорії Бора, обчислити: *а)* радіуси двох перших енергетичних рівнів в атомі водню; б) швидкості електрона на цих рівнях.

Відповідь: $r_1 = 53$ *пм*; $r_2 = 212$ *пм*; $\upsilon_1 = 2{,}19$ *Мм/с*; $\upsilon_2 = 1{,}1$ *Мм/с*.

629. На якому енергетичному рівні в атомі водню швидкість електрона дорівнює *734 км/с*?

Відповідь: $n = 3$.

630. Визначити кутову швидкість електрона на першому борівському енергетичному рівні в атомі водню.

Відповідь: $\omega = 4{,}14\ 10^{16}\ c^{-1}$.

631. Розрахувати значення кулонівської сили притягання і напруженість електричного поля ядра на першому й другому енергетичних рівнях в атомі водню.

Відповідь: $F_1 = 82,4$ *нН*; $E_1 = 515$ *ГВ/м*; $F_2 = 5,14$ *нН*; $E_2 = 32,1$ *ГВ/м.*

632. Атом водню переводиться з нормального стану в збуджений, що характеризується головним квантовим числом 2. Розрахувати енергію збудження цього атома.

Відповідь: $E = 10,2$ *еВ.*

633. Атом водню перебуває в основному стані. У скільки разів збільшиться радіус енергетичного рівня електрона в атомі, якщо він поглине квант з енергією *12,09 еВ?*

Відповідь: $r_n/r_1 = 9$.

634. Перехід електрона в атомі водню з n-го на k-й енергетичний рівень ($k = 1$) супроводжується випромінюванням фотона з довжиною хвилі *102,6 нм*. Знайти радіус n-го енергетичного рівня.

Відповідь: $r = 475$ *пм.*

635. Показати, що для атома водню на борівських стаціонарних енергетичних рівнях укладається ціле число довжин хвиль де Бройля. Визначити довжини хвиль де Бройля на першому і третьому енергетичних рівнях.

Відповідь: $2\pi r_n = n\lambda$; $r_1 = 332$ *пм*; $r_3 = 996$ *пм.*

636. Яку роботу необхідно виконати, щоб перевести електрон з другого енергетичного рівня атома водню за межі його притягання ядром?

Відповідь: $A = 5,45 \cdot 10^{-19}$ *Дж.*

637. Скориставшись постулатами Бора, визначити для електрона, що перебуває на першому й другому енергетичних рівнях в атомі водню, відношення радіусів цих рівнів.

Відповідь: $r_2/r_1 = 4$.

638. Скориставшись постулатами Бора, визначити для електрона, що перебуває на першому й другому енергетичних рівнях в атомі водню, відношення магнітного моменту електрона до його механічного моменту.

Відповідь: $\frac{P_m}{L} = \frac{e}{2m} = 8,79 \cdot 10^{10}$ *Кл / кг.*

639. Скориставшись постулатами Бора, визначити для електрона, що перебуває на першому й другому енергетичних рівнях в атомі водню, відношення їх повних енергій.

Відповідь: $\frac{E_2}{E_1} = 8,4$.

640. Визначити, як зміниться орбітальний момент імпульсу електрона в атомі водню при його переході із збудженого стану в основний стан, якщо при цьому випромінюється один квант енергії з довжиною хвилі $\lambda = 97{,}25$ *нм*.

Відповідь: Зменшиться у 4 рази.

641. У спектрі атомарного водню інтервал між першими двома спектральними лініями, які належать до серії Бальмера, складає $\lambda = 1{,}71\ 10^{-7}$ *м*. Визначити сталу Рідберга.

Відповідь: $R = 1{,}09\ 10^{7}$ $м^{-1}$.

642. Квант світла з енергією $E = 15$ *еВ* вибиває електрон з атома водню, що перебуває в нормальному стані. З якою відносною швидкістю буде рухатися цей електрон далеко від ядра?

Відповідь: $v = 6{,}89\ 10^{5}$ *м/с*.

643. Обчислити циклічну частоту обертання електрона на другому борівському енергетичному рівні іона He^{+}.

Відповідь: $\omega = 2{,}07 \cdot 10^{16}$ c^{-1}.

644. Знайти для воднеподібних систем магнітний момент, що відповідає руху електрона на n-му енергетичному рівні, а також відношення магнітного моменту до механічного.

Відповідь: $p_m = \dfrac{e\hbar}{2m}$; $\quad \dfrac{P_m}{L} = \dfrac{e}{2m}$.

645. Обчислити індукцію магнітного поля в центрі атома водню, обумовленого рухом електрона по першому борівському енергетичному рівні.

Відповідь: $B = 12{,}5$ *Тл*.

646. Енергія зв'язку електрона в основному стані атома He дорівнює $E_{зв} = 24{,}6$ *еВ*. Знайти енергію, необхідну для видалення обох електронів з цього атома.

Відповідь: $E = E_{зв} + 4\hbar R = 79\, eB$.

647. Обчислити за теорією Бора період $T_{об}$ обертання електрона в атомі водню, що перебуває в збудженому стані з головним квантовим числом $n = 2$.

Відповідь: $T_{об} = 1{,}14\ 10^{-16}$ *с*.

648. У скільки разів зміниться період $T_{об}$ обертання електрона в атомі водню, якщо при переході в незбуджений стан атом випромінює фотон з

НТБ ВНТУ
м.Вінниця

442271

довжиною хвилі $\lambda = 97,5$ *нм?*

Відповідь: $T_{обп} / T_{об1} = 64$.

649. На скільки змінилася кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні ним фотона з довжиною хвилі $\lambda = 435$*нм?*

Відповідь: $\Delta E_k = 4,56 \cdot 10^{-19}$ *Дж* $= 2,85$ *еВ*.

650. Знайти найбільшу довжину хвилі у видимій області спектра атома водню.

Відповідь: $\lambda = 656$ *нм.*

651. Знайти найбільшу довжину хвилі в ультрафіолетовій серії Лаймана спектра атома водню. Яку найменшу швидкість повинні мати електрони, щоб під час збудження атомів водню ударами електронів з'явилася ця лінія?

Відповідь: $\lambda = 121$ *нм*; $v = 1,9$ *Мм/с.*

652. Визначити потенціал іонізації атома водню.

Відповідь: $E_i = 13,6$ *В.*

653. Визначити перший потенціал збудження атома водню.

Відповідь: $E_1 = 10,2$ *В.*

654. Яку найменшу енергію (в електрон-вольтах) повинні мати електрони, щоб при збудженні атомів водню ударами цих електронів появилися всі лінії всіх серій спектра водню? Яку найменшу швидкість повинні мати ці електрони?

Відповідь: $E = 13,6$ *еВ*; $v = 2,2$ *Мм/с.*

655. У яких межах повинна змінюватись енергія електронів, щоб при збудженні ними атомів водню, які перебувають у нормальному стані, енергетичний спектр випромінювання мав тільки одну спектральну лінію?

Відповідь: $10,2$ *еВ* $\le E \le 12,1$ *еВ.*

656. Яку найменшу енергію (в електрон-вольтах) повинні мати електрони, щоб при збудженні ними атомів водню, спектр водню мав три спектральні лінії? Знайти довжини хвиль цих ліній.

Відповідь: $E \ge 10,2$ *еВ*; $\lambda_1 = 656$ *нм;* $\lambda_2 = 122$ *нм;* $\lambda_3 = 103$ *нм.*

657. У яких межах повинні розміщуватись довжини хвиль монохроматичного світла, щоб при збудженні атомів водню квантами цього світла спостерігалися три спектральні лінії?

Відповідь: $97,3$ *нм* $\le \lambda \le 102,6$ *нм.*

658. На скільки зміниться кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні ним фотона з довжиною хвилі $\lambda = 486$ *нм?*

Відповідь: $\Delta E_k = 2{,}56$ *еВ.*

659. У яких межах повинні лежати довжини хвиль монохроматичного світла, щоб при збудженні атомів водню квантами цього світла радіус енергетичного рівня електрона збільшився в 9 разів?

Відповідь: *97,3 нм* $\leq \lambda \leq$ *102,6 нм.*

660. На дифракційну гратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки, наповненої атомарним воднем. Стала гратки дорівнює $5 \cdot 10^{-4}$ *см.* Якому переходу електрона відповідає спектральна лінія, що спостерігається за допомогою цієї гратки у спектрі п'ятого порядку під кутом $41°$?

Відповідь: 3 $\rightarrow$2.

661. Знайти найменшу довжину хвилі фотона, що випромінюється електроном при переході із збудженого в основний стан в іоні гелію He^{+}.

Відповідь: $\lambda = 30{,}4$ *нм.*

662. Яка найменша енергія необхідна для збудження іона Li^{++}?

Відповідь: $E = 92$ *еВ.*

663. Знайти різницю енергій іонізації іонів He^{+} та атома водню.

Відповідь: $\Delta E = 41$ *еВ.*

664. Визначити межу серії водневих ліній, розміщених в далекій ультрафіолетовій частині спектра (серія Лаймана).

Відповідь: $\lambda = (121{,}6 - 91{,}2)$ *нм.*

665. Визначити енергію фотона, що відповідає найменшій довжині хвилі в ультрафіолетовій серії водню.

Відповідь: $E = 2{,}18 \cdot 10^{-10}$ *Дж.*

666. Знайти довжини хвиль першої, другої і третьої ліній видимої серії водню (серія Бальмера).

Відповідь: $\lambda_1 = 656{,}3$ *нм;* $\lambda_2 = 486{,}1$ *нм;* $\lambda_3 = 434$ *нм.*

667. Чому дорівнює довжина хвилі четвертої спектральної лінії в інфрачервоній області спектра водню (серія Пашена)?

Відповідь: $\lambda_4 = 1{,}005$ *мкм.*

668. Експериментально встановлено, що друга спектральна лінія

водневої серії Брекета відповідає довжині хвилі *2,63 мкм*. На підставі цих даних установити наближене значення сталої Рідберга.

Відповідь: $R = 1{,}095 \cdot 10^{7}$ $м^{-1}$.

669. Найбільша довжина хвилі спектральної водневої лінії серії Лаймана *121,6 нм*. Обчислити найбільшу довжину хвилі в серії Бальмера.

Відповідь: $\lambda = 656{,}6$ *нм.*

670. При переході електрона атома водню з одного з можливих енергетичних рівнів на інший, більш близький до ядра, енергія атома зменшується на *1,892 еВ*. Визначити довжину хвилі випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 657$ *нм.*

671. Обчислити найменше значення енергії, при якому в результаті збудження атомів водню з'являється повний спектр.

Відповідь: $E = 13{,}63$ *еВ.*

672. Атомарний водень переведений з нормального стану в збуджений з головним квантовим числом $n = 3$. Які спектральні лінії можуть з'явитися в спектрі водню при переході атома зі збудженого стану в нормальний?

Відповідь: $2 \rightarrow 1$, $\lambda = 121{,}6$ *нм*; $3 \rightarrow 1$, $\lambda = 102{,}6$ *нм*; $3 \rightarrow 2$, $\lambda = 656{,}3$ *нм* .

673. Які спектральні лінії з'являться у видимій області спектра при збудженні атомів водню електронами з енергією *13 еВ*?

Відповідь: $\lambda_1 = 656{,}3$ *нм*; $\lambda_2 = 486{,}1$ *нм;* $\lambda_3 = 434{,}0$ *нм.*

674. Атоми водню освітлюється ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі *100 нм.* Визначити, які спектральні лінії з'являться в спектрі водню.

Відповідь: $\lambda_1 = 121{,}6$ *нм*; $\lambda_2 = 102{,}6$ *нм*; $\lambda_3 = 656{,}6$ *нм.*

675. Різниця довжини хвиль між головними лініями серій Лаймана і Бальмера в спектрі атомарного водню дорівнює $\lambda = 534{,}7$ *нм*. Визначити за цими даними сталу Планка.

Відповідь: $h = 6{,}64 \cdot 10^{-34}$ *Дж с.*

676. Електрон, що перебуває далеко від ядра атома водню і має швидкість $\upsilon = 1{,}870 \cdot 10^{6}$ *м/с*, захоплюється цим ядром, у результаті чого утворюється збуджений атом водню. Визначити довжину хвилі фотона, що випромінюється при переході атома в нормальний стан.

Відповідь: $\lambda = 52{,}7$ *нм.*

677. Які спектральні лінії з'являться при збудженні атомарного водню електронами з енергією: *а)* $12,5\ eB$; б) $14\ eB$?

Відповідь: *а)* $\lambda_1 = 103\ нм$; $\lambda_2 = 127\ нм$; $\lambda_3 = 656\ нм$; б) всі.

678. При спостереженні спектра атомарного водню, отриманого за допомогою дифракційної гратки з періодом $d = 2\ мкм$, виявлено, що одна зі спектральних ліній серії Бальмера в спектрі другого порядку відповідає куту дифракції $\varphi = 29°05''$. Визначити головне квантове число енергетичного рівня атома, переходу з якого відповідає дана лінія.

Відповідь: $n = 4$.

679. Скориставшись постулатами Бора, визначити для дворазово іонізованого атома літію (Li^{++}) радіус першого енергетичного рівня.

Відповідь: $r_1 = 18\ пм$.

680. Визначити довжини хвиль де Бройля електрона й протона, які пройшли однакову прискорювальну різницю потенціалів $U = 400\ B$.

Відповідь: $\lambda_e = 61,4\ нм$; $\lambda_p = 1,43\ нм$.

681. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорювану різницю потенціалів U. Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: а) $U = 51\ B$, б) $U = 510\ кB$.

Відповідь: $\lambda_1 = 172\ пм$; $\lambda_2 = 54\ пм$.

682. Яку прискорювану різницю потенціалів має пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля дорівнювала $10^{-8}\ м$?

Відповідь: $U_1 = 0,015\ B$.

683. Порівняти довжину хвилі де Бройля для електрона і частинки масою 0,1 г, які рухаються з однаковими швидкостями. Який висновок можна зробити?

Відповідь: $\lambda_e/\lambda_ч = 1,08 \cdot 10^{28}$ *разів.*

684. Визначити довжину хвилі де Бройля для протона, що рухається зі швидкістю $\upsilon = 0,6\ c$ (c – швидкість світла у вакуумі).

Відповідь: $\lambda = 1,76 \cdot 10^{-15}\ м$.

685. Електрон рухається вздовж колової траєкторії радіусом $0,5\ см$ в однорідному магнетному полі з індукцією $8\ мТл$. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона.

Відповідь: $\lambda = 1,035 \cdot 10^{-10}\ м$.

686. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона, якщо його

кінетична енергія дорівнює *1 кеВ*.

Відповідь: $\lambda = 10^{-9}$ *м*.

687. Визначити довжину хвилі де Бройля і кінетичну енергію протона, який рухається зі швидкістю $\upsilon = 0,99\ c$ (c – швидкість світла у вакуумі).

Відповідь: $\lambda = 1,89 \cdot 10^{-16}$ *м*; $T = 9,15 \cdot 10^{-10}$ *Дж*.

688. Порівняти довжини хвиль де Бройля електрона й іона He^{+}, які пройшли однакову різницю потенціалів $U = 1$ *кеВ*.

Відповідь: $\lambda_e = 3,88 \cdot 10^{-11}$ *м*; $\lambda_n = 4,53 \cdot 10^{-13}$ *м*.

689. З якою швидкістю рухається електрон, якщо довжина хвилі де Бройля електрона дорівнює *2,456 нм*?

Відповідь: $\upsilon = 2,96 \cdot 10^{5}$ *м/с*.

690. Знайдіть довжину хвилі де Бройля для протона, який пройшов прискорюючи різницю потенціалів: 1) *1 кВ*, 2) *1 МВ*.

Відповідь: $\lambda_1 = 9,06 \cdot 10^{-13}$ *м*; $\lambda_2 = 2,87 \cdot 10^{-14}$ *м*.

691. Кінетична енергія протона дорівнює його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля цього протона.

Відповідь: $\lambda_p = 2,7$ *пм*.

692. Визначити кінетичні енергії протона і електрона, для яких довжина хвилі де Бройля дорівнює 0,06 нм.

Відповідь: $E_{ke} = 727$ *пм*; $E_{kp} = 0,396$ *пм*.

693. Протон має кінетичну енергію, що дорівнює його енергії спокою. У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля протона, якщо його кінетична енергія збільшиться у 2 рази?

Відповідь: $\lambda_{p2} / \lambda_{p1} = 1,63$.

694. Кінетична енергія електрона дорівнює його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля для такого електрона.

Відповідь: $\lambda_e = 1,4$ *пм*.

695. Використовуючи постулати Бора, знайти зв'язок між довжиною хвилі де Бройля і довжиною колового енергетичного рівня.

Відповідь: $l_n = \lambda_n$.

696. Яку кінетичну енергію повинен мати електрон, щоб його

довжина хвилі де Бройля дорівнювала комптонівській довжині хвилі?

Відповідь: $E_k = 0,21\ МеВ$.

697. Який імпульс повинен мати протон, щоб його хвиля де Бройля дорівнювала комптонівській довжині хвилі?

Відповідь: $p = 5 \cdot 10^{-19}\ кг \cdot м/с$.

698. Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що перебуває в русі на першому борівському енергетичному рівні в атомі водню.

Відповідь: $\lambda_e = 0,33\ нм$.

699. Написати вираз для хвилі де Бройля λ релятивістської частинки маси *m;* а) через її швидкість υ; б) через кінетичну енергію E_k.

Відповідь: $\lambda = \frac{2\pi\hbar\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}{m_0\upsilon}$; $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_k\left(1+\frac{E_k}{2m_0c^2}\right)}}$;

700. При якому значенні швидкості υ довжина хвилі де Бройля мікрочастинки дорівнює її комптонівській довжині хвилі?

Відповідь: $\upsilon = 0,71\ c$.

701. При якій швидкості υ електрона його довжина хвилі де Бройля буде дорівнювати *500 нм*?

Відповідь: $\upsilon_1 = 1,46\ км/с$.

702. Знайти довжину хвилі де Бройля електрона, що рухається зі швидкістю 20 км/с. До якої області електромагнетного спектра можна віднести довжину хвилі, яка дорівнює знайденій?

Відповідь: $\lambda_e = 3,64\ нм$.

703. Швидкості теплових нейтронів ядерних реакторів близькі до *2,5 км/с*. Знайти довжину хвилі де Бройля для таких нейтронів.

Відповідь: $\lambda_n = 160\ пм$.

704. У телевізійній трубці проекційного типу електрони розганяються до швидкості $10^8\ м/с$. Визначити довжину хвилі де Бройля електронів без урахування залежності маси від швидкості.

Відповідь: $\lambda_e = 7,27\ пм$.

705. Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі

швидкістю, яка дорівнює 0,8 швидкості світла. Врахувати зміну маси зі швидкістю.

Відповідь: $\lambda_e = 1,82$ *пм.*

706. Обчислити довжину хвилі де Бройля для протона з кінетичною енергією 100 еВ.

Відповідь: $\lambda_p = 2,86$ *пм.*

707. Знайти довжину хвилі де Бройля для α-частинки, нейтрона і молекули азоту, що рухаються із середньою квадратичною швидкістю при температурі $25°$ *С.*

Відповідь: $\lambda_\alpha = 73$ *пм*; $\lambda_n = 145$ *пм;* $\lambda_N = 28$ *пм.*

708. Електрон рухається на другому енергетичному рівні атома водню. Знайти його довжину хвилі де Бройля.

Відповідь: $\lambda_e = 0,67$ *нм.*

709. Електрон має кінетичну енергію $E_k = 1,02$ *МеВ.* У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля, якщо кінетична енергія електронів зменшиться удвічі.

Відповідь: $\lambda_{e1}/\lambda_{e2} = 1,63$.

710. Середня кінетична енергія електрона в основному стані атома водню дорівнює *13,6еВ.* Використовуючи співвідношення невизначеностей, знайти найменшу похибку, з якою можна обчислити координату електрона в атомі.

Відповідь: $\Delta x = 52,8$ *пм.*

711. Показати, що для частинки, невизначеність координати якої складає $\Delta x = \lambda/(2\pi)$ (λ – довжина хвилі де Бройля), невизначеність її швидкості за величиною дорівнює самій швидкості частинки.

712. Виходячи зі співвідношення невизначеностей, оцінити розміри ядра атома, вважаючи, що мінімальна енергія нуклона в ядрі *8 МеВ.*

Відповідь: $d = 1,6$ *фм.*

713. Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити енергію електрона, що перебуває на першому борівському енергетичному рівні в атомі водню.

Відповідь: $E = 13,6$ *еВ.*

714. Електрон перебуває в одновимірній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками, ширина якої $1,4 \cdot 10^{-9}$ *м.* Визначити енергію, що випромінюється при переході електрона з третього енергетичного рівня на другий.

Відповідь: $E = 1,52 \cdot 10^{-19}$ *Дж* $= 0,95$ *еВ.*

715. Електрон знаходиться в одновимірній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками, ширина якої $l = 1$ *нм.* Визначити найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

Відповідь: $\Delta E = 5,98 \cdot 10^{-20}$ *Дж* $= 0,37$ *еВ.*

716. Частинка в потенціальній ямі шириною l перебуває у збудженому стані. Визначити імовірність перебування частинки в інтервалі $0 < x < \frac{l}{4}$ на другому енергетичному рівні.

Відповідь: $W = \frac{1}{4}$.

717. Визначити ширину одновимірної потенціальної ями з нескінченно високими стінками, якщо при переході електрона з третього енергетичного рівня на другий випромінюється енергія *1 еВ?*

Відповідь: $l = 1,37$ *нм.*

718. Знайти хвильову функцію і значення енергії частинки масою m, що перебуває в одновимірній нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною l.

Відповідь: $\psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x; \qquad E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2$.

719. Альфа-частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі. Чому дорівнює ширина ями, якщо мінімальна енергія частинки складає *6 МеВ?*

Відповідь: $l = 2,9 \cdot 10^{-15}$ *м.*

720. Електрон знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною *0,1 нм.* Обчислити довжину хвилі випромінювання при переході електрона з другого на перший енергетичний рівень.

Відповідь: $\lambda = 11$ *нм.*

721. Протон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною *0,01 пм.* Обчислити довжину хвилі випромінювання при переході протона з третього на другий енергетичний

рівень.

Відповідь: $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-12}$ *м.*

722. Атом водню знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною *0,1 нм*. Обчислити різницю енергій сусідніх рівнів, які відповідають середній енергії теплового руху атома при температурі *300 К*.

Відповідь: $E = \frac{3}{2}\kappa T;\quad E = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2ml^2};\ n = 2;\quad \Delta E = E_2 - E_1 = 3{,}1\cdot 10^{-21}$ *Дж.*

723. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l в основному стані. У яких точках ями густина імовірності виявлення частинки збігається з класичною густиною імовірності.

Відповідь: $\omega_{кл.} = \frac{1}{l};\quad \omega = \frac{2}{l}\sin^2\frac{\pi}{l}x;\quad x_1 = \frac{l}{8};\quad x_2 = \frac{3}{4}l;\quad x_3 = \frac{5}{4}l;\quad x_4 = \frac{7}{4}l.$

724. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l в основному стані. Чому дорівнює відношення густин імовірності виявлення частинки в центрі ями до класичної густини імовірності.

Відповідь: $\omega_{кл} = \frac{1}{l};\quad \omega = \frac{2}{l}\sin^2\frac{\pi}{l}x;\quad x = \frac{l}{2};\quad \frac{\omega}{\omega_к} = 2.$

725. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l на першому збудженому рівні. У яких точках ями густина імовірності виявлення частинки максимальна, а в яких – мінімальна?

Відповідь: $\omega = \frac{2}{l}\sin^2\frac{2\pi}{l}x;\ n=2;\ x_1 = \frac{l}{4};\quad x_2 = \frac{3}{4}l.$

726. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l на другому енергетичному рівні. Визначити імовірність виявлення частинки в межах від *0* до *l/3*.

Відповідь: $W=0{,}40.$

727. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенційній ямі шириною l в основному стані. Знайти відношення імовірності перебування частинки в межах від 0 до $l/3$ і від $l/3$ до $2l/3$.

Відповідь: $\frac{W_2}{W_1} = \frac{0{,}48}{0{,}26} = 1{,}84.$

728. Частинка знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l. Обчислити відношення імовірності

перебування частинки в межах від 0 до $l/4$ для першого і другого енергетичних рівнів.

Відповідь: $\frac{W_2}{W_1}=\frac{0{,}25}{0{,}09}=2{,}77.$

729. Частинка перебуває в основному стані в одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною l з абсолютно непроникними стінками ($0<x<l$). Знайти ймовірність перебування частинки в області $\frac{l}{3}<x<\frac{2l}{3}$.

Відповідь: $W=\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2\pi}=0{,}61$.

730. Електрон перебуває в прямокутній потенціальній ямі з непроникними стінками. Ширина ями $l = 0{,}2$ *нм*, енергія електрона в ямі $E = 37{,}8$ *еВ*. Визначити номер n енергетичного рівня.

Відповідь: $n = 2$.

731. Частинка перебуває в потенціальній ямі в основному стані. Яка імовірність виявлення частинки: а) у середній третині ями; б) у крайній третині ями?

Відповідь: $W_1 = 0{,}609;\quad W_2 = 0{,}195$.

732. Частинка перебуває у нескінченно глибокій, одновимірній, прямокутній потенціальній ямі. Знайти відношення різниці енергій $\Delta E_{n,n+1}$ сусідніх енергетичних рівнів до енергії E_n частинки у випадку, якщо $n = 2$.

Відповідь: $\Delta E_{n,n+1}/E_n=\frac{5}{4}$.

733. Електрон перебуває у нескінченно глибокій, одновимірній, прямокутній потенціальній ямі шириною $l = 0{,}1$ *нм*. Визначити в електрон-вольтах найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

Відповідь: $\Delta E = 113$ *еВ*.

734. Частинка в нескінченно глибокій, одновимірній, прямокутній потенціальній ямі шириною l перебуває у збудженому стані ($n = 3$). Визначити, у яких точках інтервалу $0 < x < l$ густина імовірності перебування частинки має максимальне і мінімальне значення.

Відповідь: $W_{min}=\frac{l}{3},\ \frac{2l}{3};\quad W_{max}=\frac{l}{6},\ \frac{l}{2},\ \frac{5l}{6}$.

735. У прямокутній потенціальній ямі шириною l з абсолютно

непроникними стінками ($0 < x < l$) перебуває частинка в основному стані. Знайти імовірність W знаходження цієї частинки в області $l/4 < x < \frac{3}{4}l$.

Відповідь: $W = 0,82$.

736. Частинка в нескінченно глибокій, одновимірній, прямокутній потенціальній ямі перебуває в основному стані. Яка ймовірність W виявлення частинки в крайній чверті ями?

Відповідь: $W = 0,09$.

737. Частинка перебуває в основному стані в прямокутній ямі шириною l з абсолютно непроникними стінками. У скільки разів відрізняються імовірності виявити частинки: а) у крайній третині ями; б) у крайній чверті ями?

Відповідь: $W_1 / W_2 = 2,17$.

738. Моноенергетичний потік електронів (E = 100 еВ) падає на низький прямокутний потенціальний бар'єр нескінченної ширини. Визначити висоту потенціального бар'єра U, якщо відомо, що *4%* електронів, що падають на бар'єр, відбиваються.

Відповідь: $U = 55,6$ *еВ*.

739. Електрон з енергією E = *4,9 еВ* рухається у позитивному напрямку осі x (рис.1). Висота U потенціального бар'єра дорівнює 5 еВ. При якій ширині d бар'єра ймовірність проходження електрона крізь нього буде дорівнювати 0,2.

Відповідь: $d = 0,495$ *нм*.

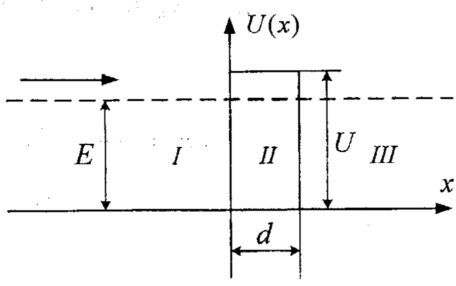

Рисунок 1

740. Написати рівняння Шредінгера для електрона з енергією E, що рухається в позитивному напрямку осі x для областей I та II (рис.1), якщо на межі цих областей існує низький потенціальний бар'єр висотою U.

Відповідь: $\psi_1''(x) + k_1^2\varphi_1(x) = 0$; $\psi_2''(x) + k_2^2\varphi_2(x) = 0$; $k_l = \frac{2mE}{h^2}$;

$k_2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2}$.

741. На шляху електрона з довжиною хвилі де Бройля $\lambda_1 = 0{,}1$ *нм* розміщений потенціальний бар'єр висотою $U = 120$ *еВ*. Визначити довжину хвилі де Бройля λ_2 після проходження бар'єра.

Відповідь: $\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\frac{1 - mU\lambda_1^2}{2\pi^2\hbar^2}}}$.

742. Електрон з енергією $E = 100$ *еВ* попадає на потенціальний бар'єр висотою $U = 64$ *еВ*. Визначити імовірність W того, що електрон відіб'ється від бар'єра.

Відповідь: $W = 0{,}0625$.

743. Визначити показник заломлення n хвиль де Бройля при проходженні частинкою потенціального бар'єра с коефіцієнтом відбиття $\rho = 0{,}5$.

Відповідь: $n = 0{,}172$.

744. При якому відношенні висоти U потенціального бар'єра і енергії E електрона, що падає на бар'єр, коефіцієнт відбиття $\rho = 0{,}5$?

Відповідь: $U/E = 0{,}971$.

745. Кінетична енергія E_k електрона в два рази перевищує висоту U потенціального бар'єра. Визначити коефіцієнт відбиття ρ і коефіцієнт проходження τ електронів на межі бар'єра.

Відповідь: $\rho = 0{,}0295$; $\tau = 0{,}97$.

746. Коефіцієнт проходження протонів τ через потенціальний бар'єр дорівнює $0{,}8$. Визначити показник заломлення $n_з$ хвиль де Бройля на межі бар'єра.

Відповідь: $n_з = 0{,}384$.

747. Обчислити коефіцієнт проходження τ електрона з енергією $E = 100$ *еВ* через потенціальний бар'єр висотою $U = 99{,}75$ *еВ*.

Відповідь: $\tau = 0{,}2$.

748. Ширина d прямокутного потенціального бар'єра дорівнює 0,2 нм. Різниця енергій $U - E = 1$ *еВ*. У скільки разів зміниться імовірність W проходження електрона через бар'єр, якщо різниця енергій зросте в $n = 10$ разів?

Відповідь: $\frac{W_1}{W_2} = 79.$

749. Електрон з енергією $E = 9$ *еВ* рухається у позитивному напрямку осі x. При якій ширині d потенціального бар'єра коефіцієнт прозорості $D = 0,1$, якщо висота U бар'єра дорівнює *10 еВ?* Зобразити на рисунку вигляд хвильової функції (її дійсну частину) у межах кожної з областей *I, II, III* (див. рис.1).

Відповідь: $d = \dfrac{\hbar \ln \frac{1}{D}}{2\sqrt{2m(U - E)}} = 0{,}22$ *нм.*

750. При якій ширині d прямокутного потенціального бар'єра коефіцієнт прозорості D для електронів дорівнює *0,01?* Різниця енергій $U - E = 10$ *еВ.*

Відповідь: $d = 0{,}143$ *нм.*

751. Електрон з енергією E рухається у позитивному напрямку осі x. При якому значенні $U - E$, вираженому в електрон-вольтах, коефіцієнт прозорості $D = 10^{-3}$, якщо ширина d бар'єра дорівнює 0,1 нм?

Відповідь: $U - E = \dfrac{1}{2m}\left(\dfrac{\hbar \ln \frac{1}{D}}{2d}\right)^2 = 0{,}45$ *еВ.*

752. Електрон з енергією $E = 9$ *еВ* рухається у позитивному напрямку осі x. Оцінити імовірність W того, що електрон пройде через потенціальний бар'єр, якщо його висота $U = 10$ *еВ* і ширина $d = 0{,}1$ *нм.*

Відповідь: $W = 0{,}2.$

753. Прямокутний потенціальний бар'єр має ширину $d = 0{,}1$ *нм.* При якій різниці енергій $U - E$ ймовірність W проходження електрона через бар'єр дорівнює 0,99?

Відповідь: $U - E = 10^{-4}$ *еВ.*

754. Ядро випромінює α-частинки з енергією $E = 5$ *МеВ.* У першому наближенні можна вважати, що α-частинки проходять через прямокутний потенціальний бар'єр висотою $U = 10$ *МеВ* і шириною $d = 5$ *фм.* Знайти коефіцієнт прозорості D бар'єра для α-частинок.

Відповідь: $D = 0{,}89.$

755. Протон і електрон пройшли однакову прискорювальну різницю потенціалів $U = 10$ *кВ.* У скільки разів відрізняються коефіцієнти

прозорості D_q для електрона і D_p для протона, якщо висота U бар'єра дорівнює *20 кеВ* і ширина $d = 0,1$ *пм?*

Відповідь: $D_q / D_p = 74$.

756. Електрон має енергію E = *10 еВ*. Визначити, у скільки разів зміняться його швидкість υ, довжина хвилі де Бройля λ і фазова швидкість $\upsilon_ф$ при проходженні через потенціальний бар'єр (див. рис.1) висотою $U = 6$ *еВ.*

Відповідь: $\upsilon_1/\upsilon_2 = 0{,}632$; $\lambda_1/\lambda_2 = 1{,}58$; $\upsilon_{ф1}/\upsilon_{ф2} = 0{,}632$.

757. Коефіцієнт відбиття протона від потенціального бар'єра ρ дорівнює $2{,}5 \cdot 10^{-5}$. Визначити, який відсоток складає висота U бар'єра від кінетичної енергії E_k протонів, що падають на бар'єр.

Відповідь: $U/E_k = 2\%$.

758. Електрон з енергією E = *10 еВ* падає на потенціальний бар'єр. Визначити висоту U бар'єра, при якій показник заломлення n хвиль де Бройля і коефіцієнт відбиття ρ чисельно збігаються.

Відповідь: $U = 9{,}13$ *еВ.*

759. Псі-функція деякої частинки має вигляд $\psi = \frac{A}{r}\exp\left(-\frac{r}{a}\right)$, де r – відстань частинки від силового центра; A – константа. Знайти: *а*) значення коефіцієнта A; *б*) середню відстань r частинки від центра.

Відповідь: $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}}; \langle r \rangle = \frac{a}{2}$.

760. Псі-функція деякої частинки має вигляд $\psi = \left(\sqrt{\pi a \sqrt{2\pi}}\right)^{-1} \frac{1}{r}\exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right)$, де r – відстань частинки від силового центра; a – константа. Знайти середню відстань $\langle r \rangle$ частинки від центра.

Відповідь: $\langle r \rangle = \frac{a}{\sqrt{2\pi}}$.

761. Хвильова функція, що описує рух електрона в основному стані атома водню, має вигляд $\psi(r) = A\exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$, де A – деяка стала; r_0 – перший борівський радіус. Середнє значення потенціальної енергії для цього стану дорівнює $\langle U \rangle = \frac{ke^2}{r_0}$. Знайти значення сталої A.

Відповідь: $A = -\frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}}$.

762. Написати рівняння Шредінгера для електрона, що перебуває у воднеподібному атомі.

Відповідь: $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi = 0$.

763. Написати рівняння Шредінгера для лінійного гармонічного осцилятора. Врахувати, що сила, яка повертає частинку до положення рівноваги, $F = kx$ (де k – коефіцієнт пропорційності; x – зміщення).

Відповідь: $\psi''_{xx} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{kx^2}{2}\right)\psi = 0$.

764. Провести нормування хвильової функції $\psi = Ae^{-r/a}$.

Відповідь: $A = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}$.

765. Чим обумовлена вимога скінченності ψ-функції?

766. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів має вигляд $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(U - E)\psi = 0$. Обґрунтувати, виходячи з цього рівняння, вимоги, що висувають до хвильової функції, її неперервність і неперервність першої похідної від хвильової функції.

767. Електрон у атомі водню описується у основному стані хвильовою функцією $\psi(r) = Ae^{-r/a}$. Визначити відношення імовірностей W_1/W_2 перебування електрона у сферичних шарах товщиною $\Delta r = 0{,}01a$ та радіусами $r_1 = 0{,}5\,a$ і $r_2 = 1{,}5\,a$.

Відповідь: $W_1/W_2 = 0{,}825$.

768. Визначити короткохвильову межу суцільного спектра рентгенівського випромінювання, якщо рентгенівська трубка працює під напругою U=*30 кВ*.

Відповідь: $\lambda_{\min}$ = *41 пм.*

769. Обчислити найбільшу довжину хвилі $\lambda_{\max}$ у К-серії характеристичного рентгенівського спектра скандію (z=*21*).

Відповідь: $\lambda_{\max}$ = *304 пм.*

770. Під час дослідження лінійчатого рентгенівського спектра деякого елементу було знайдено, що довжина хвилі λ лінії K_α дорівнює *76 пм*. Що це за елемент?

Відповідь: $Z = 41$; ніобій.

771. Яку найменшу різницю потенціалів U_{min} необхідно прикласти до рентгенівської трубки, антикатод якої покритий ванадієм ($Z = 23$), щоб у спектрі рентгенівського випромінювання з'явились усі лінії K-серії ванадію? Межа K-серії ванадію λ=*226 пм.*

Відповідь: U_{min} = *5,5 кВ.*

772. Визначити енергію E фотона, який відповідає K_α-лінії у характеристичному спектрі марганцю ($Z = 25$).

Відповідь: E =*5,9 кеВ.*

773. У атомі вольфраму електрон перейшов з M-шару на L-шар. Беручи сталу екранування σ такою, що дорівнює 5,5, визначити довжину хвилі λ фотона, що випромінюється.

Відповідь: λ = *0,14 нм.*

774. Рентгенівська трубка працює під напругою $U = 1$ *МВ*. Визначити найменшу довжину хвилі λ_{min} рентгенівського випромінювання.

Відповідь: λ_{min} = *1,24 пм.*

775. Розрахувати довжину хвилі λ і енергію E фотона, який належить K_α-лінії в спектрі характеристичного рентгенівського випромінювання платини.

Відповідь: $\lambda = 20,5$; E = *60,5 кеВ.*

776. При якій найменшій напрузі U_{min} на рентгенівській трубці починають з'являтись лінії K-серії міді?

Відповідь: U_{min} = 8 кВ.

777. До електродів рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів *60 кВ*. Найменша довжина хвилі рентгенівських променів, що одержані від цієї трубки, дорівнює *0,0206 нм*. Знайти з цих даних сталу Планка.

Відповідь: $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ *Дж с.*

778. Знайти коротнохвильову межу суцільного рентгенівського спектра для випадків, коли до рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів: *а) 30 кВ; б) 40 кВ; в) 50 кВ.*

Відповідь: $\lambda_1 = 41{,}3$ *нм;* $\lambda_2 = 31$*нм;* $\lambda_3 = 24{,}8$ *нм.*

779. Знайти короткохвильову межу суцільного рентгенівського спектру, якщо відомо, що зменшення прикладеної до рентгенівської трубки напруги на *23 кВ* збільшує шукану довжину хвилі в 2 рази.

Відповідь: $\lambda = 27$ *пм.*

780. Довжина хвилі γ випромінювання радію дорівнює $\lambda = 0{,}0016$ *нм.* Яку різницю потенціалів треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати рентгенівські промені з цією довжиною хвилі?

Відповідь: $U = 770$ *кВ.*

781. Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати всі лінії К-серії, якщо матеріалом антикатода взяти платину?

Відповідь: $U = 79$ *кВ.*

782. Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати всі лінії К-серії, якщо матеріалом антикатода взяти мідь?

Відповідь: $U = 8$ *кВ.*

783. Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати всі лінії К-серії, якщо матеріалом антикатода взяти срібло?

Відповідь: $U = 23{,}5$ *кВ.*

784. Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати всі лінії К-серії, якщо матеріалом антикатода взяти вольфрам?

Відповідь: $U = 69$ *кВ.*

685. Знайти сталу екранування для L-серії рентгенівських променів, якщо відомо, що при переході електрона в атомі вольфраму з М-шару на L-шар випромінюються рентгенівські промені з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}143$ *нм.*

Відповідь: $\sigma = 5{,}5$.

686. При переході електрона в атомі з L-шару на К-шар випромінюються рентгенівські промені з довжиною хвилі *0,0788 нм.* Який це атом? Для К-серії стала екранування дорівнює одиниці.

Відповідь: $Z = 40$, цирконій.

787. Знайти довжину хвилі L_α-лінії в характеристичному рентгенівському спектрі заліза ($Z=26$). Стала екранування $\sigma = 5{,}7$.

Відповідь: $\lambda = 1{,}76$ *нм.*

788. У якого елементу довжина хвилі L_α-лінії в характеристичному рентгенівському спектрі дорівнює *1,23 нм?* Стала екранування $\sigma = 5{,}7$.

Відповідь: $Z = 30$, *цинк.*

789. Антикатод рентгенівської трубки бомбардується електронами, швидкість яких *100 Мм/с.* Визначити максимальну частоту випромінювання в суцільному рентгенівському спектрі з урахуванням залежності маси електрона від швидкості його руху.

Відповідь: $\nu = 9{,}22 \cdot 10^{18}$ *Гц.*

790. При якій найменшій напрузі рентгенівська трубка може дати промені з найменшою довжиною хвилі *13,3 пм?*

Відповідь: $U = 93$ *кВ.*

791. Найменша довжина хвилі рентгенівських променів, отриманих від трубки, що працює при напрузі *40 кВ*, дорівнює *31 пм.* Обчислити за цими даними сталу Планка.

Відповідь: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с.*

792. Рентгенівська трубка працює при напрузі *30 кВ.* Знайти найменше значення довжини хвилі рентгенівського випромінювання.

Відповідь: $\lambda = 41{,}3$ *пм.*

793. Знайти найменшу довжину хвилі рентгенівського випромінювання, якщо рентгенівська трубка працює при напрузі *150 кВ.*

Відповідь: $\lambda = 8{,}27$ *пм.*

794. Атомні площини кристала віддалені одна від одної на *210 пм.* Чому дорівнює довжина хвилі рентгенівських променів, що падають на кристал, якщо відбиття першого порядку спостерігається під кутом $45°$?

Відповідь: $\lambda = 297$ *пм.*

796. При опроміненні кристала хлористого калію (*KCl*) монохроматичними рентгенівськими променями з довжиною хвилі *145 пм* і кутом між пучком рентгенівських променів і поверхнею кристала $14°20'$ з'являється максимум першого порядку. Знайти відстань між сусідніми атомними площинами кристала.

Відповідь: $d = 293$ *пм.*

797. Чому дорівнює стала кристалічної ґратки хлористого натрію ($NaCl$), якщо монохроматичне рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі *71,2 пм* відбивається від його природної грані площини спайності? Максимум першого порядку має місце при куті $7°18'$.

Відповідь: $d = 280$ *пм*

МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ
Основні формули

1. Рівняння стану ідеального газу або рівняння Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu}RT,$$

де p – тиск газу;
V – його об'єм;
T – абсолютна температура;
m – маса газу;
μ – маса одного моля газу;
$R = 8{,}31$ *Дж/(моль·К)* – газова стала;
m/μ – число молів.

2. Кількість речовини газу (у молях)

$$\nu = \frac{N}{N_A} \text{ або } \nu = \frac{m}{\mu},$$

де N – число молекул газу;
$N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$ – постійна Авогадро.

3. Кількість речовини в суміші газів визначається

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + \ldots + N_n/N_A$$

або

$$\nu = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2 + \ldots + m_n/\mu_n,$$

де ν_i, N_i, m_i, μ_i – відповідно кількість речовини, число молекул, маса, молярна маса i-ї компоненти суміші.

4. Молярна маса суміші газів

$$\mu = (m_1 + m_2 + \ldots + m_n)/(\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n),$$

де m_i – маса i-ї компоненти суміші;

ν_i – кількість речовини i-ї компоненти суміші;

n – число компонент суміші.

Масова частка w_i i-ї компоненти суміші газів (у долях одиниці)

$$w_i = m_i / m ,$$

де m – маса суміші.

5. Концентрація молекул

$$n = N / V = N_A \rho / \mu,$$

де N – число молекул, що втримуються в даній системі;

ρ – густина речовин;

V – об'єм системи.

Формула справедлива не тільки для газів, але й для будь-якого агрегатного стану речовини.

6. Тиск суміші газів (закон Дальтона) дорівнює сумі їх парціальних тисків

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n,$$

де n – число компонент суміші.

Парціальним тиском називається тиск газу, який мав би кожен газ, що входить до складу суміші, за умови, що при даній температурі він один заповнював би весь об'єм.

7. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_n > = \frac{2}{3} n \frac{m < \upsilon^2 >}{2},$$

де n – число молекул в одиниці об'єму;

$<\varepsilon_n>$ – середня енергія поступального руху однієї молекули;

m – маса молекули;

$<\upsilon^2>$ – середнє значення квадрата швидкості.

8. Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$< \varepsilon_k > = \frac{3}{2} kT,$$

де $k = R/N_a = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К* – стала Больцмана.

9. Середня повна кінетична енергія молекули

$$< \varepsilon_i > = \frac{i}{2} kT,$$

де i – число ступенів вільності молекули.

Для одноатомного газу $i = 3$; для двохатомного газу $i = 5$; для багатоатомного газу $i = 6$.

10. Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT.$$

11. Швидкості газових молекул:
- середня квадратична швидкість

$$< \upsilon_{кв.} > = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/\mu} \;;$$

- середня арифметична швидкість

$$< \upsilon > = \sqrt{8kT/\pi m} = \sqrt{8RT/\pi\mu} \;;$$

- найбільш імовірна швидкість

$$< \upsilon_i > = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/\mu} \,,$$

де m – маса однієї молекули.

12. Відносна швидкість молекули

$$u = \upsilon / \upsilon_i \;,$$

де υ – швидкість даної молекули;
υ_i – найбільш імовірна швидкість.

13. Закон розподілу молекул за швидкостями (закон Максвелла) дозволяє знайти число молекул dN, відносні швидкості яких лежать в інтервалі від u до $u + du$,

$$dN = (4/\sqrt{\pi})Ne^{-u^2}u^2du.$$

де du – величина інтервалу відносних швидкостей мала в порівнянні зі швидкістю u;

N – загальне число молекул в системі.

Щоб визначити, яка частина молекул $\Delta N/N$ має відносні швидкості в діапазоні від u_1 до u_2, треба розрахувати такий вираз

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\int_{u_1}^{u_2} e^{-u^2}u^2du.$$

14. Класичний розподіл Максвелла буде мати інший вигляд, якщо відносну швидкість виразити через значення середньої і найбільш імовірної швидкостей

$$u = \frac{\upsilon}{\upsilon_i},$$

звідки

$$du = \frac{1}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}}d\upsilon, \quad \text{а також} \quad u^2 = \frac{m\upsilon^2}{2kT} \quad \text{і} \quad e^{-u^2} = e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}.$$

Після підстановки цих значень у формулу розподілу Максвелла через відносні швидкості одержуємо цей же розподіл в іншому вигляді

$$dN_{(\upsilon)} = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \ell^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}\upsilon^2 d\upsilon.$$

15. Розподіл Больцмана (розподіл частинок у силовому потенціальному полі U_n

$$n = n_0 e^{-\frac{U_n}{kT}},$$

де n – концентрація частинок в тих точках силового поля, де потенціальна енергія U_n;

n_0 – концентрація частинок у тих точках силового поля, де $W_n=0$.

16. Середня довжина $<l>$ вільного пробігу молекул газу

$$<l> = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},$$

де d – ефективний діаметр молекул;
n – концентрація молекул газу.

17. Середнє число зіткнень молекул за одиницю часу

$$<z> = \frac{<\upsilon>}{<l>} = \sqrt{2}\pi d^2 n <\upsilon>,$$

де $<\upsilon>$ – середня швидкість газових молекул;
$<l>$ – довжина вільного пробігу молекул;
d – ефективний діаметр молекули;
n – концентрація молекул газу.

18. Динамічна в'язкість газового середовища

$$\eta = \frac{1}{3}\rho <l><\upsilon>,$$

де ρ – густина газу (рідини);
$<l>$ – середня довжина вільного пробігу молекул.

19. Закон Ньютона

$$F = \frac{dp}{dt} = -\eta \frac{d\upsilon}{dz}\Delta S,$$

де η – коефіцієнт динамічної в'язкості;
$\frac{d\upsilon}{dz}$ – градієнт швидкості газу;
ΔS – площадка переносу газу.

20. Закон Фурє

$$\Delta Q = -\chi \frac{dT}{dz}\Delta S \Delta t,$$

де $\chi = \frac{1}{3}\rho <l><\upsilon> c_\upsilon$ – коефіцієнт теплопровідності газу;
$\frac{dT}{dz}$ – градієнт температури;
ΔS – площадка переносу газу;
Δt – час переносу теплової енергії;
c_υ – теплоємність газу при сталому об'ємі.

21. Закон Фіка

$$\Delta m = -D\frac{dn}{dz} m \Delta S \Delta t,$$

де $-D = \frac{1}{3} <\upsilon> <l>$ – коефіцієнт дифузії газу;

$\frac{dn}{dz}$ – градієнт концентрації газу;

m – маса однієї молекули газу.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Визначити число молекул, які містяться в об'ємі $1\ мм^3$ води, і масу молекули води. Знайти також діаметр молекул. Вважати умовно, що молекули води мають вигляд кульок, які щільно прилягають одна до одної.

Дано:

H_2O

$V = 1\ мм^3 = 10^{-9} м^3$

$N - ?\ m_1 - ?\ d - ?$

Розв'язування. Число N молекул, які втримуються в деякій системі масою m, дорівнює добутку постійної Авогадро N_A на кількість речовини ν

$$N = \nu N_A.$$

Оскільки $\nu = m/\mu$, де μ – молярна маса, то $N = (m / \mu)\, N_A$. Виразивши в цій формулі масу як добуток густини на об'єм V, одержимо

$$N = \rho V N_A / \mu. \qquad (1)$$

Виконаємо обчислення, врахувавши, що $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль,*

$$\rho = 1{,}0 \cdot 10^3\ кг/м^3$$

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{19}\ \text{молекул.}$$

Масу m_1 однієї молекули можна знайти за формулою

$$m_1 = \mu / N_A. \qquad (2)$$

Підставивши в (2) значення μ і N_A, знайдемо масу молекули води

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 2{,}99 \cdot 10^{-26}\ кг.$$

Якщо молекули води щільно прилягають одна до одної, то можна вважати, що на кожну молекулу приходиться об'єм $V_1 = d^3$, *де* d – діаметр молекули. Звідки

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \qquad (3)$$

Об'єм V_1 знайдемо, розділивши об'єм моля V_μ на число молекул у молі, тобто на N_A

$$V_1 = V_\mu / N_A. \qquad (4)$$

Підставивши вираз (4) в (3), одержимо

$$d = \sqrt[3]{V_m / N_A} \ ,$$

де $V_\mu = \mu / \rho$.

Тоді

$$d = \sqrt[3]{\mu / (\rho N_A)} \ . \qquad (5)$$

Зробимо необхідні розрахунки

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}} = 3{,}11 \cdot 10^{-10}\ м = 311\ пм.$$

Приклад 2. Знайти масу сірчистого газу (SO_2), який займає об'єм *25 л* при температурі $27^o\ C$ і тиску *101 кПа*.

Дано:

SO_2

$V = 25\ л = 25 \cdot 10^{-3}\ м^3$

$t = 27^oC$

$P = 101\ кПа = 1{,}01 \cdot 10^5\ Па$

$m - ?$

Розв'язування. З рівняння Клапейрона маса газу дорівнює

$$m = pV\mu / RT.$$

Визначаємо молярну масу сірчистого газу за даними таблиці Менделєєва $\mu = (32+16\cdot 2) г/моль = 64\cdot 10^{-3} кг/моль$ й абсолютна температура $T = t + 273^o = 27^o + 273^o = 300^o K$.

Обчислюємо масу

$$m = \frac{1{,}01\cdot 10^5\cdot 25\cdot 10^{-3}\cdot 64\cdot 10^{-3}}{8{,}31\cdot 300} = 0{,}065\,кг.$$

Приклад 3. Балон містить *80 г* кисню й *300 г* аргону. Тиск суміші *10 атм*, температура *15°С*. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити ємність балона.

Дано:

O_2

$m_1 = 80\ г = 8\cdot 10^{-2}\ кг$

Ar

$m_2 = 300\ г = 3\cdot 10^{-1}\ кг$

$t = 15^o\ C$

$P = 10\ атм = 1{,}01\cdot 10^6\ Па$

$V - ?$

Розв'язування. За законом Дальтона тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. Парціальним тиском газу називається тиск, який здійснював би газ, якби тільки він один перебував у посудині, зайнятій сумішшю.

З рівняння Клапейрона парціальні тиски кисню p_1 й аргону p_2 виражаються формулами

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1}\cdot\frac{RT}{V} \quad і \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2}\cdot\frac{RT}{V}.$$

Отже, за законом Дальтона для суміші газів $p = p_1 + p_2$ або

$$p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\cdot\frac{RT}{V},$$

звідки об'єм балона дорівнює

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\cdot\frac{RT}{p}. \qquad (1)$$

Виразимо в одиницях СІ числові значення величин, які входять у цю формулу: $m_1 = 0,08$ *кг*; $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль*; $m_2 = 0,3$ *кг*; $\mu_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль*; $p = 10 \cdot 1,01 \cdot 10^5$ *Па*; $T = 288K$; $R = 8,31$ *Дж /(моль · К)*.

Підставимо числові значення у формулу (1) і виконаємо необхідні розрахунки

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,3}{40 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot \left(\frac{8,31 \cdot 288}{10 \cdot 1,01 \cdot 10^5}\right) м^3 \approx 24 \cdot 10^{-3}\, м^3.$$

Приклад 4. Знайти кінетичну енергію обертального руху однієї молекули кисню при температурі 13^0C, а також кінетичну енергію обертального руху всіх молекул, які містяться в 4 *г* кисню.

Дано:

O_2

$m = 4\ г = 4 \cdot 10^{-3}\ кг$

$t = 13^oC$

$\varepsilon_{об} - ?\ W_{об} - ?$

Розв'язування. Відомо, що на кожну ступінь вільності молекули газу доводиться однакова енергія, яка виражається формулою

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} kT, \qquad (1)$$

де k – стала Больцмана;

T– абсолютна температура газу.

Оскільки обертальному руху двохатомної молекули (молекула кисню – двохатомна) приписуються дві ступені вільності, то енергія обертального руху молекули кисню виразиться формулою

$$\varepsilon_{об} = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \qquad (2)$$

Підставивши у формулу (2) $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К* й $T = 286\ K$, одержимо

$$\varepsilon_0 = 1,38 \cdot 10^{23} \cdot 286 = 3,94 \cdot 10^{-21} Дж.$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу визначається з рівності

$$W_{об} = N\varepsilon_0\ , \qquad (3)$$

де N – число всіх молекул газу.

Число молекул N можна одержати за формулою

$$N = N_A \nu, \tag{4}$$

де N_A – число Авогадро;

ν – число молів газу.

Число молів газу дорівнює

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

де m – маса газу;

μ – маса одного моля газу,

Кількість молекул газу визначається із формули (4)

$$N = N_A \frac{m}{\mu}. \tag{5}$$

Підставивши цей вираз N у рівність (3), одержимо

$$W_{об} = N_A \frac{m}{\mu} \varepsilon_0. \tag{6}$$

Виразимо величини, що входять у цю формулу, в одиницях СІ:

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$; $m = 4 \cdot 10^{-3}$ *кг*; $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль;*

$\varepsilon_0 = 3{,}94 \cdot 10^{-21}$ *Дж.*

Підставивши ці значення у формулу (6), знайдемо

$$W_{об} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}94 \cdot 10^{-21}}{32 \cdot 10^{-3}} = 296 \text{ Дж}.$$

Приклад 5. На якій висоті над рівнем моря густина повітря зменшується у *2* рази? Вважати, що температура повітря не залежить від висоти й дорівнює 0^oC. Молярна маса повітря дорівнює $29 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль.*

Дано:

$\rho_1 / \rho_2 = 2$

$t = 0^oC$

$h - ?$

Розв'язування. Густина ідеального газу (і його концентрація n) зв'язані співвідношенням

$$\rho = n m_0,$$

де $m_0 = \mu / N_A$ – маса однієї молекули повітря;

μ – молярна маса повітря;

N_A – число Авогадро.

Таким чином, відношення густин газу ρ_1/ρ_2 дорівнює відношенню концентрацій молекул n_1/n_2. Відповідно до розподілу Больцмана концентрація n молекул повітря на висоті h дорівнює

$$n = n_0 e^{-\frac{U_n}{kT}},$$

де n_0 – концентрація молекул на рівні моря ($h = 0$);

U_n – потенціальна енергія молекули на висоті h визначається за формулою $U_n = m_0 gh$ (якщо $h = 0$ то $U_n = 0$).

Концентрації молекул на висоті $h = 0$ і h відповідно дорівнюють

$$n_1 = n_0 \quad \text{й} \quad n_2 = n_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}.$$

Відношення концентрацій на цих висотах дорівнює

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = e^{\frac{m_0 gh}{kT}} = e^{\frac{\mu gh}{RT}},$$

де $N_A k = R$ і $N_A m_0 = \mu$.

Беремо натуральний логарифм від обох частин відношення й знаходимо висоту h

$$h = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Підставивши в отриману формулу дані з умови задачі, одержимо

$$h = \frac{8{,}31 \cdot 273 \cdot \ln 2}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8} = 5{,}5.10^{3}\text{м}.$$

ЕЛЕМЕНТИ ТЕРМОДИНАМІКИ
Основні формули

1. Перший принцип термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

де Q – теплота, передана системі;

ΔU – зміна внутрішньої енергії системи;

A – робота, виконана системою проти зовнішніх сил.

2. Зв'язок між питомою c і молярною C_μ теплоємностями

$$C_\mu = c\mu.$$

3. Питома теплоємність газу при постійному об'ємі

$$c_v = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}.$$

4. Питома теплоємність газу при постійному тиску

$$c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu}.$$

5. Внутрішня енергія газу (енергія теплового руху молекул)

$$\Delta U = c_v m \Delta T = \frac{i}{2} R \frac{m}{\mu} \Delta T.$$

6. Робота розширення газу від об'єму V_1 до об'єму V_2 дорівнює

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV.$$

7. Робота газу в різних процесах визначають так:
   – при ізотермічному процесі

$$A = (m/\mu)\,RT\,ln(V_2/V_1);$$

   – при ізобарному процесі

$$A = p\,(V_2 - V_1);$$

   – при адіабатному процесі

$$A = -\Delta U = -mc_v\Delta T = \frac{RT}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

де $\gamma = c_p / c_v$ – показник адіабати.

8. Рівняння Пуассона, яке пов'язує параметри ідеального газу при адіабатному процесі

$$p^{\gamma} = const \text{ або } TV^{\gamma-1} = const.$$

9. Коефіцієнт корисної дії теплової (ККД) машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – тепло, передане робочому тілу;
Q_2 – тепло, передане холодильнику.

10. Термічний ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 – температура нагрівача;
T_2 – температура холодильника.

11. Збільшення ентропії при переході із стану A у стан B

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

яка складається із приростів ентропії у проміжних процесах

$$\Delta S_{AB} = \sum_i \Delta S_i .$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Чому дорівнюють питомі теплоємності c_v і c_p деякого двохатомного газу, якщо густина цього газу при нормальних умовах дорівнює $1,43$ *кг/м*^{3}?

Дано:
$\rho = 1,43$ *кг/м*^{3}
$i = 5$

$c_p - ?$ $c_v - ?$

Розв'язування. Питомі теплоємності газів при сталому об'ємі і сталому тиску відповідно дорівнюють

$$c_v = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} \quad \text{і} \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu}.$$

З рівняння Клапейрона знаходимо молярну масу

$$\mu = \frac{mRT}{pV} = \rho\frac{RT}{p},$$

оскільки густина газу $\rho = m/V$.

Підставляючи молярну масу у формули для теплоємності, одержуємо:

$$c_v = \frac{i}{2}\frac{p}{\rho T} \quad \text{і} \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{p}{\rho T}.$$

Виконаємо розрахунки, врахувавши, що для двохатомного газу число ступенів вільності $i = 5$. Тиск газу і температура при нормальних умовах відповідно дорівнюють $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ *Па* й $T = 273^0$ *К*, тому:

$$c_v = \frac{5}{2}\cdot\frac{1{,}01\cdot 10^5}{1{,}43\cdot 273} = 650 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К},$$

$$c_p = \frac{(5+2)}{2}\frac{1{,}01\cdot 10^5}{1{,}43\cdot 273} = 970 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}.$$

Приклад 2. Кисень масою 2 кг займає об'єм *1 м*^{3} і перебуває під тиском *0,2 МПа*. Газ був нагрітий спочатку при постійному тиску до об'єму *3 м*^{3}, а потім при постійному об'ємі до тиску *0,5 МПа*. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, виконану ним роботу й теплоту, передану газу. Побудувати графік процесу.

Дано:

O_2

$m = 2$ *кг*

$V_1 = 1$ *м*^{3}

$p_1 = 0{,}2$ *МПа* $= 2 \cdot 10^5$ *Па*

1) $p = const$, $V_2 = 3$ *м*^{3}

2) $V = const$, $p_3 = 0{,}5$ *МПа* $= 5 \cdot 10^5$ *Па*

$\Delta U - ?$ $A - ?$ $Q - ?$

Розв'язування. Зміна внутрішньої енергії газу

$$\Delta U = -c_v m\Delta T = -\frac{i}{2}\frac{R}{\mu}m\Delta T, \qquad (1)$$

де i – число ступенів вільності молекул газу (для двохатомних молекул кисню $i = 5$);

$\Delta T = T_3 - T_1$ – різниця температур газу в кінцевому (третьому) і початковому станах.

Початкову й кінцеву температуру газу знайдемо з рівняння Клапейрона

$$p = \frac{m}{\mu}\cdot\frac{RT}{V},$$

звідки

$$T = \frac{pV\mu}{mR}.$$

Робота розширення газу при постійному тиску виражається формулою

$$A_1 = \frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Робота газу, який нагрівається при постійному об'ємі, дорівнює нулю

$$A_2 = 0.$$

Отже, повна робота, виконана газом дорівнює,

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Відповідно до першого принципу термодинаміки теплота Q_1, передана газу, дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії ΔU і роботи A

$$Q = \Delta U + A.$$

Виконаємо обчислення, урахувавши, що для кисню $\mu = 32\cdot 10^{-3}$ *кг/моль:*

$$T_1 = \frac{2\cdot 10^5\cdot 1\cdot 32\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8{,}31}K = 385K;$$

$$T_2 = \frac{2\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}K = 1155K;$$

$$T_3 = \frac{5\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}K = 2887K;$$

$$A_1 = \frac{8{,}31\cdot2\cdot(1155-385)}{32\cdot10^{-3}}Дж = 0{,}4\cdot10^6\ Дж = 0{,}4\ МДж;$$

$$A = A_1 = 0{,}4\ МДж;$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{8{,}31\cdot2(2887-385)}{32\cdot10^{-3}}Дж = 3{,}24\cdot10^6\ Дж = 3{,}24\ МДж;$$

$$Q = (3{,}24 + 0{,}4)\ МДж = 3{,}64\ МДж.$$

Графік процесу наведений на рис 2.

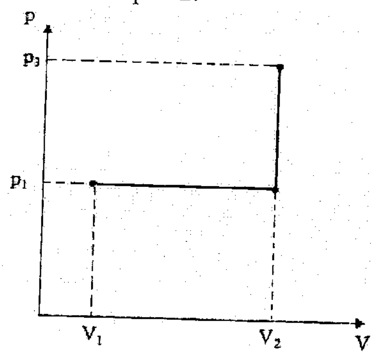

Рисунок 2

Приклад 3. У циліндрі під поршнем перебуває водень масою *0,02 кг* при температурі *300К*. Водень спочатку розширився адіабатно, збільшивши свій об'єм в 5 разів, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в 5 разів. Знайти температуру наприкінці адіабатного розширення й роботу, виконану газом при цих процесах. Зобразити процес графічно.

Дано:

H_2

$m = 0{,}02$ *кг*

$T_1 = 300\ K$

1) $\Delta Q = 0 \quad V_2/V_1 = 5$

2) $\Delta T = 0 \quad V_3/V_2 = 1/5$

$T_3 - ?\ A_2 - ?\ A_3 - ?$

Розв'язування. Температури й об'єми газу, що виконує адіабатичний процес, зв'язані між собою співвідношенням

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{або} \quad \frac{T_2}{T_1}=\frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

де γ – відношення теплоємностей газу при постійному тиску й постійному об'ємі;

$n_1 = V_2/V_1$ – відношення об'ємів газу в процесі.

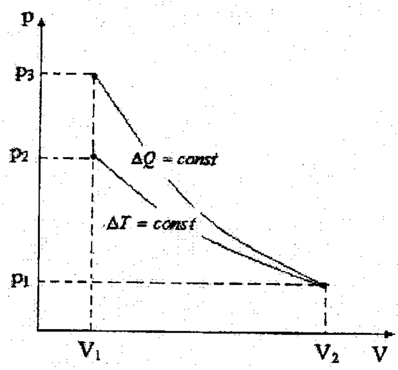

Рисунок 3

Звідси одержуємо такий вираз для кінцевої температури

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

Робота A_1 газу при адіабатичному розширенні може бути визначена за формулою

$$A_1=\frac{m}{\mu}c_V(T_1-T_2)=\frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R(T_1-T_2),$$

де c_V – питома теплоємність газу при постійному об'ємі.

Робота A_2 газу при ізотермічному процесі може бути виражена у вигляді

$$A_2=\frac{m}{\mu}RT_2\ln\frac{V_3}{V_2} \quad \text{або} \quad A_2=\frac{m}{\mu}RT_2\ln\frac{1}{n_2},$$

де $n_2 = V_2/V_3$.

Виконаємо необхідні обчислення урахувавши, що для водню як двохатомного газу $\gamma = 1,4$, $i = 5$ й $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль*

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} K = \frac{300}{5^{0,4}} K.$$

Оскільки $5^{0,4} = 1,90$ (знаходиться логарифмуванням), то

$$T_2 = \frac{300}{1,90} K = 158K;$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} \cdot (300 - 158)\,Дж = 29,5кДж;$$

$$A_2 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 158 \ln\frac{1}{5}\,Дж = -21кДж.$$

Знак мінус показує, що при стисненні робота газу виконується проти зовнішніх сил. Графік процесу зображений на рис. 3.

Приклад 4. Теплова машина працює за зворотним циклом Карно (рис. 4). Температура нагрівача *500K*. Визначити термічний ККД циклу й температуру холодильника теплової машини, якщо за рахунок кожного кілоджоуля теплоти, отриманої від нагрівача, машина виконує корисну роботу в *350 Дж*. Втрати теплової енергії на тертя не враховувати.

Дано:

$T_1 = 500K$

$Q_1 = 1кДж = 10^3\,Дж$

$A_к = 350\,Дж$

$\eta - ?$ $T_2 - ?$

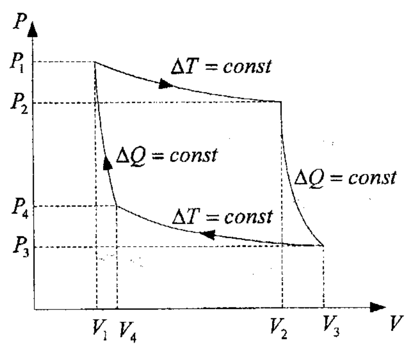

Рисунок 4

Розв'язування. Термічний ККД теплової машини показує, яка частина теплової енергії отримана від нагрівача, перетворюється в механічну роботу. Термічний коефіцієнт корисної дії виражається формулою

$$\eta = A / Q_1,$$

де Q_1 – теплота, отримана від нагрівача;

A – робота, виконана робочим тілом теплової машини.

Знаючи ККД циклу, можна за формулою $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$ визначити температуру холодильника T_2

$$T_2 = T_1 (1 - \eta).$$

Виконаємо необхідні розрахунки:

$$\eta = 350 / 1000 = 0{,}35;$$

$$T_2 = 500 (1 - 0{,}35)\ K = 325\ K.$$

Приклад 5. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 *г* льоду взятого при температурі $-20^o\ C$ у пару при температурі $100^o\ C$.

Дано:

$m = 10$ *г* $= 10^{-2}$*кг*

$t_1 = -20^o\ C$

$t_2 = 100^o\ C$

$\Delta S - ?$

Розв'язування. Зміна ентропії визначається за допомогою формули

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}, \qquad (1)$$

де S_1 і S_2 – значення ентропії відповідно в першому й у другому стані.

У цьому випадку загальна зміна ентропії ΔS складається зі змін її в окремих процесах.

1. Нагрівання маси m льоду від температури T_1 до температури T_2

$$dQ = mc_1\, dT,$$

де c_1 – питома теплоємність льоду.

Таким чином, зміна ентропії в цьому процесі відповідно до формули (1) дорівнює

$$\Delta S_1 = mc_1 \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc_1 \ln(T_2 / T_1). \qquad (2)$$

2. Плавлення маси m льоду при температурі T_2. Тут

$$\Delta S_2 = \int \frac{dQ}{T_2} = \frac{\lambda m}{T_2}, \qquad (3)$$

де λ – питома теплота плавлення.

3. Нагрівання маси m води від T_2 до T_3. Аналогічно за формулою (2), одержуємо

$$\Delta S_3 = mc_2 \ln(T_3 / T_2),$$

де c_2 – питома теплоємність води.

4. Випаровування маси m води при температурі T_3. Тут зміна ентропії буде дорівнювати

$$\Delta S_4 = \int \frac{dQ}{T_3} = \frac{rm}{T_3},$$

де r – питома теплота паротворення.

Загальна зміна ентропії дорівнює (закон зростання ентропії)

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4 = m\,[c_1 \ln(T_2 / T_1) + \lambda/T_2 + c_2 \ln(T_3/T_2) + r/T_3].$$

Виконавши необхідні обчислення, маючи на увазі, що $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж / кг·К, $T_1 = 253K$, $T_2 = 273K$, $T_3 = 373K$, $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж / кг, $c_2 = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж / (кг·К), $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж / кг, одержимо

$$\Delta S = 88 \text{ Дж / К}.$$

Приклад 6. Знайти зміну ентропії при переході *8 г* кисню від об'єму в *10 л* при температурі 80^o *С* до об'єму в *40 л* при температурі 300^o *С*.

Дано:

$m = 8$ *м* $= 8 \cdot 10^{-3}$ *кг*

$V_1 = 10$ *л* $= 10^{-2} м^3$

$t_1 = 80^o$ *С*

$V_2 = 40\ л = 4\cdot 10^{-2} м^3$
$t_2 = 300^o\ C$

$\Delta S - ?$

Розв'язування. Зміну ентропії для будь-якого процесу знаходять за формулою

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Але

$$dQ = mc_V dT + pdV\ ,$$

де $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}$ – теплоємність кисню при сталому об'ємі.

З урахуванням рівняння Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu}RT\ ,$$

маємо

$$\Delta S = \int_1^2 m\frac{c_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{RdV}{V}$$

або

$$\Delta S = mc_v \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu}R\ln\frac{V_2}{V_1}\ .$$

Виконавши необхідні розрахунки одержуємо $\Delta S = 5{,}4$ *Дж/К.*

Задачі

798. У балоні знаходиться $m_1 = 8\ г$ водню і $m_2 = 12\ г$ азоту при температурі $t = 17^o\ C$ і тиску $p = 1{,}8\cdot 10^5$ Па. Визначити молярну масу μ суміші й об'єм V балона.
Відповідь: $\mu = 4{,}51\cdot 10^{-3}$ *кг/моль;* $V = 0{,}06\ м^3$.

799. Знайти тиск p суміші газу в посудині об'мом $V = 5\ л$, якщо в ньому знаходиться $N_1 = 2\cdot 10^{15}$ молекул кисню, $N_2 = 8\cdot 10^{15}$ молекул азоту і $m = 1{,}0$ *нкг* аргону. Температура суміші $t = 17^oC$.
Відповідь: $p = 19{,}7\cdot 10^{-3}$ *Па.*

800. Один балон об'ємом 10 л містить кисень під тиском *1,5 МПа,* інший балон об'ємом *22 л* містить азот під тиском *0,6 МПа.* Обидва

балони були з'єднані між собою, і обидва гази змішалися, утворивши однорідну суміш (без зміни температури). Знайти парціальний тиск обох газів у суміші і повний тиск суміші.

Відповідь: $p_{n1} = 0,47 \cdot 10^6$ *Па;* $p_{n2} = 0,41 \cdot 10^6$ *Па;* $p = 0,88 \cdot 10^6$ *Па.*

801. У посудині *A* об'ємом $V_1 = 2$ *л* знаходиться газ під тиском $p_1 = 2 \cdot 10^5$ *Па*, а в посудині В об'ємом $V_2 = 4$ *л* знаходиться той же газ під тиском $p_2 = 1 \cdot 10^5$ *Па.* Температура в обох посудинах однакова і постійна. Під яким тиском р буде знаходитися газ після з'єднання посудин *A* и *B* трубкою? Знайти парціальні тиски газів у суміші. Об'ємом з'єднувальної трубки знехтувати.

Відповідь: $p_{n1} = 0,66 \cdot 10^5$ *Па;* $p_{n2} = 0,66 \cdot 10^5$ *Па;* $p = 1,33 \cdot 10^5$ *Па.*

802. У балоні об'ємом *22,4 л* знаходиться водень при нормальних умовах. Після того, як у балон була додатково введена деяка кількість гелію, тиск у балоні зріс до *0,25 МПа*, а температура не змінилася. Визначити масу гелію, введену додатково в балон.

Відповідь: $m = 6 \cdot 10^{-3}$ *кг.*

803. У балоні знаходиться *10 кг* деякого газу під тиском 10^7 *Па.* Яку кількість газу взяли з балона, якщо остаточний тиск в балоні знизився до $2,5 \cdot 10^6$ *Па?* Температуру газу вважати постійною.

Відповідь: $\Delta m = 7,5$*кг.*

804. Суміш водню й азоту загальною масою *290 г* при температурі *600 К* і тиску *2,46 МПа* займає об'єм *30 л.* Визначити масу водню і масу азоту в суміші.

Відповідь: $m_1 = 9,5$ *г* (H_2); $m_2 = 280,5$ *г* (N_2).

805. Два балони однакового об'єму містять кисень. В одному балоні тиск $p_1 = 2$ *МПа* і температура $T_1 = 800$ *К*, в іншому $p_2 = 2,5$ *МПа* і $T_2 = 200$ *К* . Балони з'єднали трубкою й охолодили кисень в них до температури $T = 200$ *К.* Який тиск установиться в балонах?

Відповідь: $p = 1,5$ *МПа.*

806. У посудині знаходиться суміш кисню і водню. Маса суміші дорівнює *3,6 кг.* Масова частка кисню складає *0,6.* Визначити маси кожного газу в посудині.

Відповідь: $m_1 = 2,16$*кг* (O_2); $m = 1,44$ *кг* (H_2).

807. У колбі ємністю *100 см³* утримується деякий газ при температурі *300 К.* На скільки знизиться тиск газу в колбі, якщо внаслідок витоку з колби вийде 10^{20} молекул цього газу?

Відповідь: $\Delta p = 4,14 кПа$.

808. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T = 350\ K$, а також кінетичну енергію E обертального руху всіх молекул кисню масою $m = 4\ г$.
Відповідь: $\xi_{ср.} = 1,21 \cdot 10^{-21}\ Дж$; $\xi_{об.} = 6,03 \cdot 10^{-22}\ Дж$.

809. Визначити сумарну кінетичну енергію E поступального руху всіх молекул газу, які знаходиться в посудині об'ємом $V = 3\ л$ під тиском $p = 540\ кПа$.
Відповідь: $\xi = 2,43\ кДж$.

810. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули водяної пари при температурі $T = 500\ K$.
Відповідь: $\xi_{ср.} = 2,07 \cdot 10^{-20}\ Дж$.

811. Визначити середню квадратичну швидкість $\upsilon_{кв.}$ молекул газу, який міститься у посудині об'ємом $V = 2\ л$ під тиском $p = 200\ кПа$. Маса газу $m=0,3\ г$.
Відповідь: $\upsilon_{кв.} = 2 \cdot 10^{3}\ м/с$.

812. Скільки молекул газу міститься у балоні місткістю $V = 30\ л$ при температурі $T = 300\ K$ и тиску $p = 5\ МПА$?
Відповідь: $N = 3,6 \cdot 10^{25}$.

813. Визначити середнє значення повної кінетичної енергії однієї молекули гелію, кисню і водяної пари при температурі $T = 400\ K$.
Відповідь: $\xi_{ср.1} = 8,28 \cdot 10^{-21}\ Дж$; $\xi_{ср.2} = 1,38 \cdot 10^{-20}\ Дж$; $\xi_{ср.3} = 1,65 \cdot 10^{-20}\ Дж$.

814. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху всіх молекул, які містяться в $0,20\ г$ водню при температурі $27^{o}C$.
Відповідь: $\xi_{ср.} = 6,23 \cdot 10^{5}\ Дж$.

815. Тиск ідеального газу $10\ мПа$, концентрація молекул $8 \cdot 10^{10}\ см^{-3}$. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули і температуру газу.
Відповідь: $\xi_{ср.} = 1,87 \cdot 10^{-19}\ Дж$.

816. Визначити середнє значення повної кінетичної енергії однієї молекули аргону і водяної пари при температурі $500\ K$.
Відповідь: $\xi_{ср.1} = 1,035 \cdot 10^{-20}\ Дж$; $\xi_{ср.2} = 2,07 \cdot 10^{-20}\ Дж$.

817. У посудині, яка має форму кулі, радіус якої $0,1\ м$, знаходиться

56 г азоту. До якої температури можна нагріти посудину, якщо її стінки витримують тиск $5 \cdot 10^5$ *Па?*

Відповідь: $T = 3778\ K$.

818. Знайти відносне число молекул $\Delta N/N$ гелію, швидкості яких відрізняються від найбільш імовірної швидкості не більше ніж на *10 м/с*, при температурах газу: а) $T_1 = 300\ K$, б) $T_2 = 600\ K$.

Відповідь: $\Delta N/N = 0,0074$ (для T_1); $\Delta N/N = 0,0052$ (*для* T_2).

819. Обчислити середню квадратичну швидкість $\upsilon_{кв.}$ при температурі $T = 300\ K$. Знайти відносне число молекул, швидкості яких відрізняються від середньої квадратичної швидкості не більш ніж на *1%*.

Відповідь: $\upsilon_{кв.} = 517$ *м/с*; $\Delta N/N = 0,013$.

820. Обчислити середню арифметичну швидкість υ молекули азоту при температурі $T = 300\ K$. Знайти відносне число молекул, швидкості яких відрізняються від середньої арифметичної швидкості не більш ніж на *0,5%*.

Відповідь: $\Delta N/N = 0,0045$.

821. Азот займає об'єм $V = 2,5$ *л* при тиску $p = 20$ *Па* і температурі $T = 300\ K$. Яке число молекул азоту має швидкості, що відрізняються від найбільш ймовірної не більш ніж на *0,01%*.

Відповідь: $\Delta N = 9,47 \cdot 10^{14}$.

822. При якій температурі Т найбільш імовірна швидкість молекул азоту менша їх середньої квадратичної швидкості на *50 м/с?*

Відповідь: $T = 82,26\ K$.

823. Знайти відносне число молекул $\Delta N/N$, швидкості яких відрізняються не більше ніж на одну соту відсотка від найбільш ймовірної швидкості.

Відповідь: $\Delta N/N = 5 \cdot 10^{-9}$.

824. Тиск повітря біля поверхні Землі $p = 100$ *кПа*. Вважаючи температуру повітря постійною і рівною $T = 270\ K$ визначити концентрацію молекул n повітря: а) біля поверхні Землі; б) на висоті $h = 8$ *км*. Молярна маса повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль*.

Відповідь: $n = 9,73 \cdot 10^{24}\ 1/м^3$.

825. На якій висоті h тиск повітря складає 80% тиску на рівні моря? Температуру до цієї висоти вважати постійною і рівною $t = 7^oC$. Для повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ *кг/моль*.

Відповідь: $h = 1826$ *м*.

826. На якій висоті h концентрація молекул водню складає 50% концентрації на рівні моря? Температуру вважати постійною і рівною $273\ K$. Прискорення вільного падіння постійне і дорівнює $9{,}8\ м/с^2$.

Відповідь: $h = 5532\ м$.

827. У кабіні гвинтокрила барометр показує тиск $p_1 = 86\ кПа$. На якій висоті h летить гвинтокрил, якщо біля поверхні Землі тиск дорівнює $p_2 = 0{,}10\ МПа$. Вважати, що температура повітря постійна і дорівнює $280\ K$. Молярна маса повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$.

Відповідь: $h = 1235\ м$.

828. У посудині ємністю $1\ л$ утримується кисень масою $32\ г$. Визначити середнє число зіткнень молекул за секунду при температурі $100\ K$. Ефективний діаметр молекул кисню $0{,}36\ нм$.

Відповідь: $z_{ср.} = 8{,}88 \cdot 10^{10}\ 1/с$.

829. Визначити середню довжину і середню тривалість вільного пробігу молекул вуглекислого газу при температурі $400\ K$ и тиску $1{,}36\ Па$. Ефективний діаметр молекули вуглекислого газу дорівнює $0{,}3\ нм$.

Відповідь: $l_{ср} = 2{,}3 \cdot 10^{-5}\ м$; $\tau = 5{,}2 \cdot 10^{-8}\ с$.

830. У посудині ємністю $1\ л$ знаходиться $4{,}4\ г$ вуглекислого газу. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул цього газу. Ефективний діаметр молекул вуглекислого газу $0{,}3\ нм$.

Відповідь: $l_{ср} = 1{,}09 \cdot 10^{-10}\ м$.

831. Визначити коефіцієнт дифузії гелію при тиску $10^6\ Па$ і температурі 27^oC. Ефективний діаметр молекул гелію $0{,}22\ нм$.

Відповідь: $D = 6 \cdot 10^{-9}\ м^2/с$.

832. Визначити коефіцієнт внутрішнього тертя кисню при температурі 400 К. Ефективний діаметр молекул кисню $0{,}36\ нм$.

Відповідь: $\eta = 3 \cdot 10^{-8}\ кг/м \cdot с$.

833. У посудині ємністю $5\ л$ утримується $40\ г$ аргону. Визначити середнє число зіткнень молекул за одну секунду при температурі $400\ K$. Ефективний діаметр молекул аргону $0{,}35\ нм$.

Відповідь: $\langle z \rangle = 3 \cdot 10^{10}\ с^{-1}$.

834. Визначити коефіцієнт внутрішнього тертя повітря при температурі $100\ K$. Ефективний діаметр молекул повітря $0{,}27\ нм$.

Відповідь: $\eta = 4{,}9 \cdot 10^{-8}\ кг/м \cdot с$.

835. Визначити коефіцієнт дифузії азоту при тиску $0{,}5\cdot10^5$ *Па* і температурі 127^oC. Ефективний діаметр молекул азоту *0,38 нм*.

Відповідь: $D = 5{,}7\cdot10^{-8}$ $м^2/с$.

836. Коефіцієнт внутрішнього тертя кисню при нормальних умовах $1{,}9\cdot10^{-4}$ *кг/м·с*. Визначити коефіцієнт теплопровідності кисню.

Відповідь: $\chi = 0{,}12$ *Вт/м·К*.

837. Коефіцієнт дифузії водню при нормальних умовах $9{,}1\cdot10^{-5}$ $м^2/с$. Визначити коефіцієнт теплопровідності водню.

Відповідь: $\chi = 1607$ *Вт/м·К*.

838. Одноатомний газ був нагрітий при постійному тиску $p = 90$ *кПа*. У результаті його об'єм збільшився на $\Delta V = 2$ $см^2$. Знайти: 1) виконану газом роботу; 2) збільшення внутрішньої енергії ΔU газу; 3) кількість теплоти Q, передану газу.

Відповідь: $A = 0{,}18$ *Дж*; $\Delta U = 0{,}27$ *Дж*; $Q = 0{,}45$ *Дж*.

839. Аргон нагрівався при постійному тиску, причому йому була передано кількість теплоти $Q = 50$ *кДж*. Визначити збільшення внутрішньої енергії ΔU аргону і роботу А, виконану аргоном.

Відповідь: $\Delta U = 30$ *кДж*; $A = 20$ *кДж*.

840. Три літри кисню знаходяться під тиском $p = 0{,}15$ *МПа*. Яку кількість теплоти Q треба надати кисню, щоб: а) при постійному об'ємі вдвічі збільшити тиск; б) при постійному тиску вдвічі збільшити об'єм?

Відповідь: $Q_1 = 1575$ *Дж*; $Q_2 = 1125$ *Дж*.

841. У закритій посудині знаходиться водень масою $m_1 = 12$ *г* і азот масою $m_2 = 2$ *г*. Знайти збільшення внутрішньої енергії ΔU цієї суміші при зміні її температури на $\Delta T = 56$ *К*.

Відповідь: $\Delta U = 7{,}06$ *кДж*.

842. Азот масою $m = 5$ *г* нагрівається від температури $t_1 = 20^o$ *С* при постійному тиску $p = 150$ *кПа*. Після нагрівання об'єм газу виявився рівним $V_2 = 12$ *л*. Знайти: *а)* кількість теплоти Q, отриману азотом; *б)* роботу A, виконану газом; *в)* збільшення внутрішньої енергії ΔU.

Відповідь: $Q = 4{,}77$ *МДж*; $A = 1{,}36$ *МДж*; $\Delta U = 3{,}41$ *МДж*.

843. Один моль газу ізотермічно розширюється при температурі $T = 300$ *К*, причому його об'єм збільшується в три рази. Знайти: *а*) збільшення внутрішньої енергії ΔU газу; *б*) виконану газом роботу А; *в*) кількість теплоти Q, передану газу.

Відповідь: $\Delta U = 0$; $A = Q = 2739$ *Дж*.

844. Азот масою *0,1 кг* був ізобарно нагрітий від температури *200 К* до температури *400 К*. Визначити роботу, виконану газом, отриману ним теплоту і зміну внутрішньої енергії азоту.

Відповідь: $\Delta U = 14{,}839$ *кДж;* $A = 5{,}935$ *кДж;*

845. Кисень нагрівається при незмінному тиску *80 кПа*. Його об'єм збільшується від $1\ м^3$ до $3м^3$. Визначити: зміну внутрішньої енергії кисню, роботу, виконану газом при розширенні, кількість теплоти, передану газу.

Відповідь: $\Delta U = 400$ *кДж;* $A = 160$ *кДж;* $Q = 560$ *кДж.*

846. Водень масою *10 г* нагріли на *200 К*, причому газу було передано *40 кДж* теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії газу і виконану ним роботу.

Відповідь: $\Delta U = 28{,}57$ *кДж;* $A = 11{,}43$ *кДж;*

847. Розширюючись, водень виконав роботу в *6 кДж*. Визначити кількість теплоти, передана газу, якщо процес протікав: *а*) ізобарно; *б*) ізотермічно.

Відповідь: $Q_1 = 21$ *кДж;* $Q_2 = 6$ *кДж.*

848. Визначити зміну ентропії *14 г* азоту при ізобарному нагріванні його від *27 до 127°С*.

Відповідь: $\Delta S = 1{,}2$ *Дж/К.*

849. Як зміниться ентропія *2-х* молів вуглекислого газу при ізотермічному розширенні, якщо об'єм газу збільшується у чотири рази.

Відповідь: $\Delta S = 23$ *Дж/К.*

850. Знайти зміну ентропії при нагріванні *2 кг* води від *0* до *100° С* і наступному перетворенні її в пару при тій же температурі. Питома теплоємність паротворення $r = 22{,}5 \cdot 10^5$ *Дж/кг.*

Відповідь: $\Delta S = 2745$ *Дж/К.*

851. Знайти зміну ентропії при плавленні *2 кг* свинцю і подальшому його охолодженні від *327* до *0°С*. Питома теплота плавлення свинцю $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^4$ *Дж/кг.*

Відповідь: $\Delta S = 0{,}394$ *МДж/К.*

852. Визначити зміну ентропії, що відбулася при змішуванні *2 кг* води, що знаходиться при температурі *300 К* і *4 кг* води при температурі *370 К.*

Відповідь: $\Delta S = 2310{,}4$ *Дж/К.*

853. Змішали воду масою $m_1 = 5$ *кг* при температурі $T = 280$ *К* з водою

масою $m_2 = 8$ *кг* при температурі $T = 350$ *К*. Знайти зміну ентропії, яка відбувається при змішуванні.

Відповідь: $\Delta S = 5697$ *Дж/К*.

854. У результаті ізохорного нагрівання водню масою $m = 1$ *г* тиск p газу збільшився в 2 рази. Визначити зміну ентропії газу.

Відповідь: $\Delta S = 7{,}2$ *Дж/К*.

855. Знайти зміну ентропії при ізобарному розширенні азоту масою $m = 4$ *г* від об'єму $V_1 = 5$ *л* до об'єму $V_2 = 9$ *л*.

Відповідь: $\Delta S = 2{,}44$ *Дж/К*.

856. Кисень масою $m = 2$ *кг* збільшив свій об'єм у n разів. Один раз процес ізотермічний, другий – адіабатний. Знайти зміну ентропії в кожному із зазначених процесів.

Відповідь: $\Delta S_1 = 720$ *Дж/К*; $\Delta S_2 = 0$.

857. Водень масою $m = 100$ *г* був ізобарно нагрітий так, що його об'єм збільшився в $n = 3$ рази, потім водень був ізохорично охолоджений так, що його тиск зменшився в $n = 3$ рази. Знайти зміну ентропії в ході зазначених процесів.

Відповідь: $\Delta S_1 = 1597$ *Дж/К*; $\Delta S_2 = 1141$ *Дж/К*.

ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

Основні формули

1. Розподіл вільних електронів у металі за енергіями при 0 К

$$dn(E) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{1/2} dE \ , \qquad (1)$$

де m – маса електрона;

$dn(E)$ – концентрація вільних електронів, енергія яких перебуває в межах від E до $E + dE$ (причому $E < E_f$, де E_f – енергія рівня Фермі).

2. Енергія Фермі в металі при $T=0$ *К*

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3},$$

де n – концентрація вільних електронів.

3. Питома електропровідність напівпровідника

$$\gamma = q(nb_n + pb_p)\,, \qquad (2)$$

де q – заряд електрона;

n і p – концентрації носіїв заряду (електронів і дірок);

b_n і b_p – рухливості електронів і дірок.

У випадку провідності одного типу одним з доданків у виразі (2) можна знехтувати. Для власного напівпровідника слід враховувати, що $n = p$.

4. Залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури

$$\gamma = \gamma_o \exp\left(\frac{-\Delta E}{2kT}\right),$$

де ΔE – ширина забороненої зони напівпровідника;

γ_o – константа, що майже не залежить від температури;

k – постійна Больцмана.

5. Холлівська різниця потенціалів дорівнює

$$U_н = R_н \frac{B}{a} I\,,$$

де B – індукція магнетного поля;

a – товщина зразка;

I – сила струму в зразку.

Для напівпровідника із кристалічною граткою типу алмаза із провідністю одного типу постійна Холла дорівнює

$$R_н = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{qp} \qquad \text{або} \qquad R_н = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{qn},$$

для діркового й електронного напівпровідників, відповідно.

Постійна Холла для власного напівпровідника (при $n = p$)

$$R_н = \frac{3\pi}{8}\frac{b_p - b_n}{nq(b_p + b_n)}\,.$$

6. Сила струму в p-n переході

$$I = I_0\left[\exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right],$$

де I_0 – зворотний струм насичення;

U – зовнішня напруга, прикладена до p-n переходу.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Обчислити максимальну енергію E_f (енергію Фермі), яку можуть мати вільні електрони в металі (мідь) при абсолютному нулі температур. Прийняти, що на кожен атом міді приходиться по одному електрону.

Дано:

$\rho = 8{,}9\cdot 10^3$ *кг/м*^{3}

$\mu = 64\cdot 10^{-3}$ *кг/моль*

E_f – ?

Розв'язування. Максимальна енергія E_f, яку можуть мати електрони в металі при абсолютному нулі температур, пов'язана з концентрацією n вільних електронів співвідношенням

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}. \qquad (1)$$

Концентрація вільних електронів за умовою задачі дорівнює концентрації атомів, яку може знайти за формулою

$$n = \rho\frac{N_A}{\mu},$$

де ρ – густина міді;

N_A – число Авогадро;

μ – молярна маса для міді.

Підставимо вираз для концентрації у формулу (1), одержимо

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2\rho\frac{N_A}{\mu}\right)^{2/3}.$$

Підставляючи числові значення величин, які входять в останню формулу й здійснивши відповідні обчислення, одержимо

$$E_f = \frac{(1{,}05\cdot 10^{-34})^2}{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}\left[3\cdot(3{,}14)^2\cdot 8{,}9\cdot 10^3\,\frac{6{,}02\cdot 10^{23}}{64\cdot 10^{-3}}\right]^{2/3} Дж = 7{,}4 еВ\ .$$

Приклад 2. Деякий домішковий напівпровідник має гратку типу алмаза й наділений тільки дірковою провідністю. Визначити концентрацію носіїв і їхню рухливість, якщо постійна Холла $3{,}8\cdot 10^{-4}$ м^3/Кл. Питома провідність напівпровідника 110 См/м.

Дано:
p - напівпровідник
$R_x = 3{,}8\cdot 10^{-4}$ *м^3/Кл*
γ = *110 См/м*

$n_p - ?\ \ b_p - ?$

Розв'язування. Концентрація *p* дірок пов'язана з постійною Холла, для напівпровідників з граткою типу алмаза, яка наділена носіями тільки одного знака, виражається формулою

$$R_x = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{qp}\ ,$$

де *q* – елементарний заряд.
Звідки

$$p = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{qR_x}\ . \qquad (1)$$

Запишемо всі величини в одиницях *СІ:* $q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ *Кл;* $R_x = 3{,}8\cdot 10^{-4}$ *м^3/Кл*. Підставимо числові значення величин у формулу (1) і виконаємо обчислення

$$p = \frac{3\cdot 3{,}14}{8}\frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3{,}8\cdot 10^{-4}} = 1{,}93\cdot 10^{22}\ м^{-3}.$$

Питома провідність γ напівпровідників виражається формулою

$$\gamma = q\,(n\,b_n + p\,b_p), \qquad (2)$$

де *n* й *p* – концентрації електронів і дірок;

b_n й b_p – їхні рухливості.

При відсутності електронної провідності перший доданок у дужках дорівнює нулю й формула (2) набуде вигляду

$$\gamma = q\,p\,b_p.$$

Звідси знаходимо рухливість дірок

$$b_p = \frac{\gamma}{qp}. \qquad (3)$$

Підставимо в (3) значення p з формули (1)

$$b_p = \frac{8}{3\pi}\gamma R_x. \qquad (4)$$

Підставивши в (4) значення γ й R_x в одиницях СІ й виконавши необхідні обчислення, одержимо

$$b_p = \frac{8}{3\cdot 3{,}14} 110\cdot 3{,}8\cdot 10^{-4}\ м^2/(В\cdot с) = 3{,}6\cdot 10^{-2}\ м^2/(В\cdot с).$$

Задачі

858. Власний напівпровідник (германій) має питомий опір *0,5 Ом·м*. Визначити концентрацію носіїв струму, якщо рухливість електронів *0,38 м²/(В·с)* і дірок *0,18 м²/(В·с)*.
Відповідь: $n = 2{,}23\cdot 10^{19}$ $м^{-3}$.

859. Рухливості електронів і дірок у кремнію відповідно дорівнюють $1{,}5\cdot 10^3$ *м²/(В·с)* і $5\cdot 10^3$ *м²/(В·с)*. Обчислити постійну Холла для кремнію, якщо його питомий опір $6{,}2\cdot 10^2$ *Ом·м*.
Відповідь: $R = 4{,}74\cdot 10^6$ $м^3/Кл$.

860. Опір кремнієвого стрижня довжиною *2 см* і перерізом *1 мм²* дорівнює $1{,}25\cdot 10^7$ Ом. Визначити концентрацію носіїв струму в кремнії, якщо рухливості електронів і дірок рівні відповідно *0,15 м²/(В·с)* і *0,05 м²/(В·с)*.
Відповідь: $n = 5\cdot 10^{16}$ $1/м^3$.

861. Питомий опір кремнію з домішками дорівнює 10^{-2} *Ом·м*.

Визначити концентрацію дірок і їх рухливість, якщо напівпровідник наділений лише дірковою провідністю. Постійна Холла $4 \cdot 10^{-4}$ $м^3/Кл$.

Відповідь: $n = 1,84 \cdot 10^{22}$ $м^{-3}$; $b_p = 0,034$ $м^2/В \cdot с$.

862. Питома провідність кремнію з домішками дорівнює 112 $(Ом \cdot м)$. Визначити рухливість дірок і їхню концентрацію, якщо постійна Холла $3,66 \cdot 10^{-4}$ $м^3/Кл$. Прийняти, що напівпровідник має лише діркову провідність.

Відповідь: $n = 2 \cdot 10^{22}$ $м^{-3}$; $b_p = 0,035$ $м^2/В \cdot с$.

863. Тонка пластинка із кремнію шириною 2 $см$ поміщена в однорідне магнетне поле перпендикулярно до ліній індукції ($B = 0,5$ $Тл$). При густині струму 2 $мкА/мм^2$, спрямованого вздовж пластини, холлівська різниця потенціалів дорівнює $2,8$ $В$. Визначити концентрацію носіїв струму.

Відповідь: $n = \frac{3\pi}{8} \frac{jBl}{qU} = 5,25 \cdot 10^{16}$ $м^{-3}$.

864. Концентрація носіїв струму у кремнії дорівнює $5 \cdot 10^{16}$ $1/м^3$, рухливість електронів $0,15$ $м^2/(В \cdot с)$ і дірок $0,05$ $м^2/(В \cdot с)$. Визначити опір кремнієвого стрижня довжиною 5 $см$ і площею перерізу 2 $мм^2$.

Відповідь: $R = \frac{Lqn}{S}(b_n + b_p) = 40 Ом$.

865. Напівпровідник у вигляді тонкої пластинки шириною 1 $см$ і довжиною 10 $см$ поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією $0,2$ $Тл$ перпендикулярно до ліній індукції. До кінців пластини прикладена постійна напруга 300 $В$. Визначити холлівську різницю потенціалів на гранях пластини, якщо постійна Холла $0,1$ $м^3/Кл$, питомий опір $0,5$ $Ом \cdot м$.

Відповідь: $U_x = 1,2$ $В$.

866. У напівпровіднику, рухливість електронів провідності якого в 2 рази більша рухливості дірок, ефект Холла не спостерігався. Знайти відношення концентрацій дірок і електронів провідності в цьому напівпровіднику.

Відповідь: $\frac{n_p}{n_n} = \frac{b_n}{b_p} = 2$.

867. Власний напівпровідник (германій) має при деякій температурі питомий опір $\rho = 0,48$ $Ом \cdot м$. Визначити концентрацію носіїв заряду, якщо рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $b_n = 0,36$ $м^2/(В \cdot с)$ і $b_p = 0,16$ $м^2/(В \cdot с)$.

Відповідь: $n = \frac{3\pi}{8\rho q(b_n + b_p)} = 2,94 \cdot 10^{19}$ $м^{-3}$.

ФІЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Загальні відомості про ядра атомів

1. Число протонів в ядрі (також порядковий номер елементу) прийнято позначати через Z, число нейтронів – через N. Їх сума $A = Z + N$ називається масовим числом ядра. Атоми з однаковим Z (тобто атоми одного і того ж елементу), але з різними N називаються ізотопами, з однаковими A, але з різними Z – ізобарами.

2. Основна відмінність між протоном і нейтроном полягає в тому, що протон – заряджена частинка, заряд якої $e = 1{,}602\times10^{-19}$ *Кл*. Це елементарний заряд, чисельно рівний заряду електрона. Нейтрон же, як і показує його назва, електрично нейтральний. Спіни протона і нейтрона однакові і рівні спіну електрона, тобто *1/2* (в одиницях $\hbar$ зведеної сталої Планка). Маси протона і нейтрона майже рівні: *1836,15* і *1838,68* мас електрона, відповідно.

3. Протон і нейтрон не є елементарними частинками. Вони складаються з двох типів кварків – *d*-кварка із зарядом -1/3 і *u*-кварка із зарядом *+2/3* від елементарного заряду *e*. Протон складається з двох *u*-кварків і одного *d*-кварка (сумарний заряд +1), а нейтрон з одного *u*-кварка і двох *d*-кварків (сумарний заряд – 0). Вільний нейтрон – частинка нестабільна. Він розпадається через 15 хвилин після свого виникнення на протон, електрон і антинейтрино. В ядрі нейтрон знаходиться в глибокій потенціальній ямі, тому його розпад може бути заборонений законами збереження.

4. Позначення ядер $\;{}^{A}_{Z}X$,

де X – хімічний символ елементу;
A – масове число (число нуклонів у ядрі);
Z – зарядове число (число протонів).

5. Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_o e^{-\lambda t} ,$$

де N – число ядер, які не розпалися на момент часу t;
N_0 – число ядер у початковий момент часу ($t = 0$);
λ – постійна розпаду.

6. Залежність періоду піврозпаду T від постійної розпаду

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

7. Число ядер, які розпалися за час t

$$\Delta N = N_o - N = N_o\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

У випадку, якщо інтервал часу Δt набагато менший періоду піврозпаду T, то

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

8. Середній час життя τ радіоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

9. Число атомів (ядер) N, які перебувають у радіоактивному ізотопі довільної маси m

$$N = \frac{mN_A}{\mu},$$

де m – маса ізотопу;
μ – молярна маса;
N_A – постійна Авогадро.

10. Активність A радіоактивного ізотопу

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_o e^{-\lambda t} = A_o e^{-\lambda t},$$

де dN – число ядер, що розпалися за інтервал часу dt;
A_0 – активність ізотопу в початковий момент часу.

У системі СІ одиницею активності радіоактивної речовини є бекерель *(Бк)*,

$$1Бк = 1розпад/с.$$

Позасистемною одиницею активності є кюрі *(Кі)* $1Кі = 3,7 \cdot 10^{10}$ *Бк*. Таку активність має *1 г* чистого ізотопу радію-226.

11. Дефект маси ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_я,$$

де m_p – маса протона;

m_n – маса нейтрона;

$m_я$ – маса ядра.

12. Енергія зв'язку нуклонів у ядрі

$$E_{зв.} = \Delta m \cdot c^2,$$

де Δm – дефект маси ядра;

c – швидкість світла у вакуумі.

У позасистемних одиницях енергія зв'язку ядра дорівнює

$$E_{зв} = 931{,}4 \cdot \Delta m \ MeB,$$

де Δm – дефект маси, виражений в а.о.м.;

931,4 – коефіцієнт пропорційності (*1 а.о.м. ~ 931,4 Мев*).

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію – *27* масою *0,2 мкг*, а також його активність через 6 годин. Період піврозпаду магнію 10 хвилин.

Дано:

$m = 0{,}2$ мкг $= 2 \cdot 10^{-10}$ кг

$t = 6$ год $= 2{,}16 \cdot 10^4$ с

$T_{½} = 10$ хв $= 600$ с

$A_0 - ?\quad A - ?$

Розв'язування. Активність A ізотопу характеризує швидкість радіоактивного розпаду й визначається відношенням числа dN ядер, які розпалися за інтервал часу dt, до цього інтервалу

$$A = -\frac{dN}{dt}, \tag{1}$$

знак мінус показує, що число N радіоактивних ядер із часом зменшується.

Для того, щоб знайти dN/dt, скористаємося законом радіоактивного розпаду

$$N = N_o e^{-\lambda t}, \qquad (2)$$

де N – число радіоактивних ядер, які ще не розпались на момент часу t;

N_o – початкове число радіоактивних ядер на момент часу $t = 0$;

λ – постійна радіаційного розпаду.

Диференціюємо вираз (2) за часом, одержуємо

$$dN/dt = -\lambda N_o e^{-\lambda t}. \qquad (3)$$

Виключивши з формул (1) і (3) dN/dt, знаходимо активність препарату на момент часу t

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \qquad (4)$$

Початкову активність A_o препарату одержимо при $t = 0$

$$A_o = \lambda N_o. \qquad (5)$$

Постійна радіоактивного розпаду λ пов'язана з періодом піврозпаду T співвідношенням

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}. \qquad (6)$$

Число N_o радіоактивних ядер, які втримуються в ізотопі, дорівнює добутку постійної Авогадро N_A на кількість речовини $\frac{m}{\mu}$ даного ізотопу

$$N_o = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A, \qquad (7)$$

де m – маса ізотопу:

μ – молярна маса.

З урахуванням виразів (6) і (7) формули (5) і (4) приймають вигляд:

$$A_o = \frac{m}{\mu} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A, \qquad (8)$$

$$A = \frac{m}{\mu}\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t\right). \qquad (9)$$

Виконавши необхідні розрахунки з урахуванням того, що $T = 600\ c$; $ln2 = 0{,}693$; $t = 6\ год = 63{,}6 \cdot 10^3\ c = 2{,}16 \cdot 10^4\ c$, одержимо

$$A_o = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}}\frac{0{,}693}{600}6{,}02 \cdot 10^{23}\ Бк = 5{,}13 \cdot 10^{12}\ Бк = \frac{5{,}13 \cdot 10^{12}}{3{,}7 \cdot 10^{10}} = 138\ Ki,$$

$$A = A_o \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t\right) = 138 \exp\left(-\frac{0{,}693}{600} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4\right) = 170\,Бк = 46 \cdot 10^{-10}\,Ki.$$

Приклад 2. Обчислити дефект маси, енергію зв'язку й питому енергію зв'язку ядра $^7_4 Be$.

Дано:

$^7_4 Be$

$\Delta m - ?,\ E_{зв.} - ?,\ \frac{E_{зв.}}{A} - ?$

Розв'язування. Дефект маси ядра дорівнює

$$\Delta m = Z\, m_p + (A - Z)\, m_n - m_я, \qquad (1)$$

де m_p – маса протона;

m_n – маса нейтрона;

$m_я$ – маса ядра;

Z – число протонів у ядрі;

$(A - Z)$ – число нейтронів у ядрі;

A – масове число.

Маси нейтральних атомів, а також маси протона, нейтрона і масу ядра берилію можна взяти з довідкових таблиць.

Підставляючи у формулу (1) числові значення мас (див. довідкову таблицю), одержимо

$$m = [4.1{,}00783 + (7 - 4)1{,}00867 - 7{,}01693]\ а.е.м. = 0{,}04040\ а.е.м.$$

Енергія зв'язку ядра, тобто найменша енергія, яку потрібно надати ядру для розщеплення його на окремі нуклони, визначається з формули

$$E_{св} = \Delta m c^2.$$

Енергія зв'язку в позасистемних одиницях (*МеВ*) дорівнює

$$E_{св} = 931{,}4 \cdot \Delta m \ (МэВ) . \qquad (2)$$

Підставивши у формулу (2) числове значення дефекту маси ядра, одержимо

$$E_{св} = 931{,}4 \cdot 0{,}04040 = 37{,}26 \ МеВ .$$

Питома енергія зв'язку, тобто енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон, дорівнює

$$\frac{E_{зв.}}{A} = \frac{37{,}26}{7} \ МеВ / нуклон = 5{,}32 \ МеВ / нуклон.$$

Задачі

868. Використовуючи відомі значення мас нейтральних атомів ^1_1H, ^2_1H, $^{12}_6C$ і електрона, визначити маси протона, дейтрона і ядра атома вуглецю.

Відповідь: $m_p = 1{,}00728$ *а.о.м.*; $m_д = 2{,}01355$ *а.о.м.*; $m_в = 11{,}9967$ *а.о.м.*

869. Маса альфа-частинки (ядро атома гелію) дорівнює *4,00150 а.о.м.* Визначити масу нейтрального атома гелію.

Відповідь: *4,00095 а.о.м.*

870. Знаючи масу нейтрального атома літію ^7_3Li, визначити маси іонів літію: $^7_3Li^+$, $^7_3Li^{++}$, $^7_3Li^{+++}$.

Відповідь: *7,015498; 7,010016; 7,009468.*

871. Відносний вміст радіоактивного вуглецю $^{14}_6C$ в куску дерева становить *6,25%* від його вмісту в живих рослинах. Який вік (у роках) цього куска дерева, якщо період піврозпаду $^{14}_6C$ становить *5570* років?

Відповідь: $1{,}286 \cdot 10^5$ років.

872. Яка частина радіоактивних ядер деякого елементу (у %) розпадається за час, що дорівнює двом періодам піврозпаду?

Відповідь: $\frac{\Delta N}{N_0} = 0{,}75$ або *75%.*

873. Яка частина радіоактивних ядер деякого радіоактивного елементу (у *%*) розпадається за час, що дорівнює трьом періодам піврозпаду?

Відповідь: $\frac{\Delta N}{N_0} = 0{,}875$ або *87,5%.*

874. Якою буде маса (у *кг*) радіоактивної речовини через чотири доби, якщо початкова маса її була *0,1 кг*? Період піврозпаду речовини становить 2 доби.

Відповідь: *0,025 кг.*

875. Якою буде маса радіоактивної речовини через вісім діб, якщо початкова маса її була *0,4 кг*? Період піврозпаду речовини становить 2 доби.

Відповідь; *0,025 кг.*

876. У скільки разів зменшиться кількість атомів одного з ізотопів радону за *15,28* доби, якщо його період піврозпаду дорівнює *3,82* доби?

Відповідь: $\frac{N_0}{N} = 16.$

877. Період піврозпаду ${}^{226}_{88}Ra$ дорівнює *1600* років. За скільки років кількість радіоактивних ядер зменшиться у 8 разів?

Відповідь: *4801* рік.

878. Обчислити енергію ядерної реакції: ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n.$ Звільняється чи поглинається ця енергія?

879. Обчислити енергію ядерної реакції: ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H.$ Звільняється чи поглинається ця енергія?

880. Обчислити енергію ядерної реакції: ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n.$ Звільняється чи поглинається ця енергія?

881. Обчислити енергію ядерної реакції: ${}^{14}_{7}N + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He.$ Звільняється чи поглинається ця енергія?

882. Обчислити енергію ядерної реакції: ${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He.$ Звільняється чи поглинається ця енергія?

883. Визначити енергію бета-розпаду ядра карбону ${}^{14}_{6}C$.

884. Визначити найменшу енергію, яка необхідна для поділу ядра карбону ${}^{12}_{6}C$ на три однакові частинки.

885. Визначити активність радіоактивного препарату ${}^{90}_{38}Sr$ масою 0,1 мкг.

Відповідь: *14,2 мкКі.*

Література

1. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.1: Механика. Молекулярная физика. – С.Пб: Лань, 2006.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т. 2: Электричество. Электромагнетизм. – С.Пб: Лань, 2006.

3. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т. 3: Волны. Оптика. – С.Пб: Лань, 2005.

4. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.

5. Чертов А. Г., Воробьов А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981.

6. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. – С.Пб: Лань, 2006.

7. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (механіка, електрика, електромагнетизм). – Вінниця: ВНТУ, 2003.

8. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (коливання і хвилі, оптика). – Вінниця: ВНТУ, 2005.

9. Авдєєв С.Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (квантова фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла). – Вінниця: ВНТУ, 2003.

10. Авдєєв С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (ядерна фізика, радіаційна екологія). – Вінниця: ВНТУ, 2004.

11. Авдєєв С. Г. Збірник задач з фізики. Ч.2 (коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика). – Вінниця: ВДТУ, 1998.

12 А. С. Опанасюк. Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч. 1. – Суми: ДУ, 2001.

13. А. С. Опанасюк, Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч. 2. – Суми: ДУ, 2002.

14. Міщенко Б. А., Опанасюк А. С., Панченко Л. М. Збірник практичних та індивідуальних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.3. – Суми: ДУ, 2003.

Додаток А

Деякі відомості з математики

1. Формули з алгебри та тригонометрії

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$Z=a+ib$$
$$Z=\rho(\cos\varphi+i\sin\varphi)$$
$$Z=\rho e^{i\varphi}$$
$$|Z|=\rho=\sqrt{a^2+b^2}$$
$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$$
$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\cos y$$
$$\sin 2x=2\sin x\cos x$$
$$\sin^2 x=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$

$$Z^*=a-ib$$
$$Z^*=\rho(\cos\varphi-i\sin\varphi)$$
$$Z^*=\rho e^{-i\varphi}$$
$$ZZ^*=|Z|^2$$
$$\sin(x-y)=\sin x\cos y-\sin y\cos x$$
$$\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\cos y$$
$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$
$$\cos^2 x=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$

$$\sin ax\sin bx=\frac{1}{2}\cos(a-b)x-\frac{1}{2}\cos(a+b)x$$
$$\sin ax\cos bx=\frac{1}{2}\sin(a+b)x+\frac{1}{2}\sin(a-b)x$$

2. Формули диференціального й інтегрального числень

$$\frac{d(uv)}{dx}=v\frac{d(u)}{dx}+u\frac{d(v)}{dx}$$
$$\frac{d(x^m)}{dx}=mx^{m-1}$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx}=\frac{v\frac{d(u)}{dx}-u\frac{d(v)}{dx}}{v^2}$$
$$\frac{d(e^x)}{dx}=e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx}=\frac{1}{x}$$
$$\frac{d(\cos x)}{dx}=-\sin x$$
$$\frac{d(ctgx)}{dx}=-\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{d(a^x)}{dx}=a^x\ln a$$
$$\frac{d(\sin x)}{dx}=\cos x$$
$$\frac{d(tgx)}{dx}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx=\frac{1}{m+1}x^{m+1}\quad \text{при } m\neq 0$$
$$\int\frac{dx}{x}=\ln x$$

$$\int\frac{dx}{x^2}=-\frac{1}{x}$$
$$\int\sin x dx=-\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x \qquad \int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| \qquad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \qquad \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n! \qquad \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \qquad \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi} a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2} \qquad \int_0^\infty \frac{xdx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi} a^{-5/2} \qquad \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2{,}405$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \qquad \int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0{,}225$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2} \qquad \int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0{,}225$$

*Тут і далі стала інтегрування опускається.

3. Формули для наближених обчислень

Якщо $a \ll 1$, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a; \qquad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a;$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a; \qquad e^a = 1 + a;$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a; \qquad \ln(1 + a) = a.$$

Якщо кут α малий *($\alpha < 5^o$ або $\alpha < 0{,}1$ рад)* і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin\alpha = tg\alpha = \alpha \ , \ \cos\alpha = 1 .$$

Таблиця А. 1 – **Основні фізичні постійні**

Фізична постійна	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	$9{,}81$ *м/с*^{2}
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ *1/моль*
Газова постійна	R	$8{,}31$ *Дж/(моль К)*
Постійна Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К*
Елементарний заряд	e	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*
Маса спокою електрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ *кг*
Маса спокою протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг*
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^{8}$ *м/с*
Постійна Планка	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*
Постійна Планка (стала Дірака)	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}05459 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*
Атомна одиниця маси	*а.о.м.*	$1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ *кг*
Постійна Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *Вт/(м^2·К^4)*
Постійна закону зміщення Віна	b	$2{,}9 \cdot 10^{-3}$ *м·К*
Стала Рідберга	R'	$1{,}097 \cdot 10^{7}$ *м*$^{-1}$

Довідкові дані

Електрична постійна	$\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м*
Магнетна постійна	$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м*
Атомна одиниця маси	1 *а.о.м.* $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ *кг*
Одиниця енергії – електрон-вольт	1 *еВ* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Дж*
Одиниця довжини – Ангстрем	$1\ \text{Å} = 10^{-10}$ *м*
Маса α-частинки	$m_\alpha = 4m_p$, де m_p – маса протона
Заряд α-частинки	$q_\alpha = 2e$, де e – елементарний заряд.

Таблиця А. 2 – **Приставки, що служать для утворення кратних одиниць СІ**

Приставка	Числове значення	Позначення	Приставка	Числове значення	Позначення
піко	10^{-12}	*п*	санти	10^{-2}	*с*
нано	10^{-9}	*н*	деці	10^{-1}	*д*
мікро	10^{-6}	*мк*	кіло	10^{3}	*к*
мілі	10^{-3}	*м*	мега	10^{6}	*М*

Таблиця А. 3 – **Властивості деяких твердих тіл**

Речовина	Густина, $кг/м^3$	Температура плавлення, *К*	Питома теплоємність, *Дж/(кг·К)*	Питома теплота плавлення, *Дж/кг*	Коефіцієнт теплового розширення, $К^{-1}$
Алюміній	$2{,}7 \cdot 10^{3}$	932	$9{,}2 \cdot 10^{2}$	$3{,}8 \cdot 10^{5}$	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$
Залізо	$7{,}8 \cdot 10^{3}$	1803	$4{,}6 \cdot 10^{2}$	$2{,}7 \cdot 10^{5}$	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
Цинк	$7{,}1 \cdot 10^{3}$	692	$4{,}0 \cdot 10^{2}$	$1{,}18 \cdot 10^{5}$	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$
Мідь	$8{,}9 \cdot 10^{3}$	1356	$3{,}8 \cdot 10^{2}$	$1{,}8 \cdot 10^{5}$	$1{,}7 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$8{,}5 \cdot 10^{3}$	1173	$3{,}8 \cdot 10^{2}$	–	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
Олово	$7{,}3 \cdot 10^{3}$	505	$2{,}5 \cdot 10^{2}$	$5{,}8 \cdot 10^{4}$	$2{,}1 \cdot 10^{-5}$
Свинець	$1{,}14 \cdot 10^{4}$	600	$1{,}2 \cdot 10^{2}$	$2{,}5 \cdot 10^{4}$	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$
Лід	$0{,}9 \cdot 10^{3}$	273	$2{,}09 \cdot 10^{3}$	$3{,}35 \cdot 10^{5}$	$5{,}1 \cdot 10^{-5}$

Таблиця А. 4 – **Діелектрична проникність деяких речовин**

Гас	*2*	Слюда	*6*
Парафін	*2*	Фарфор	*6*
Ебоніт	*2,6*	Скло	*6 – 10*
Кварц	*2,7*	Вода	*81*

Таблиця А. 5 – **Електричні властивості матеріалів при 20°С**

Матеріал	Питомий опір, 10^{-8} $Ом \cdot м$	Темпер. коефіц. опору, K^{-1}	Матеріал	Питомий опір, 10^{-8} $Ом \cdot м$	Темпер. коефіц. опору, K^{-1}
Алюміній	*2,7*	*0,0038*	Константан	*48*	*0,00002*
Мідь	*1,72*	*0,0043*	Нікелін	*40*	*0,000017*
Срібло	*1,6*	-	Ніхром	*100*	*0,00026*
Залізо	*9,8*	*0,0062*	Ртуть	*94*	*0,0009*
Сталь	*12*	*0,006*	Свинець	*22*	*0,0042*
Вольфрам	*5,5*	*0,0051*	Графіт	*800*	-

Таблиця А. 6 – **Робота виходу** *A* **електронів з металу,** *еВ*

Метал	*A*	Метал	*A*	Метал	*A*
Вольфрам	*4,5*	Магній	*3,5*	Срібло	*4,5*
Залізо	*4,5*	Мідь	*4,5*	Тантал	*4,1*
Калій	*2,0*	Нікель	*5,0*	Рубідій	*2,13*
Літій	*2,4*	Платина	*5,3*	Цезій	*1,97*

Таблиця А. 7 – **Періоди піврозпаду деяких радіоактивних ізотопів**

Ізотопи	Тип розпаду	Період піврозпаду	Ізотоп	Тип розпаду	Період піврозпаду
Актиній $^{225}_{89}Ac$	α	10 д.	Радон $^{222}_{86}Rn$	α	3,8 д.
Йод $^{131}_{53}I$	$\beta-,\gamma$	8 д.	Стронцій $^{90}_{38}Sr$	$\beta-$	28 д.
Іридій $^{192}_{77}Ir$	$\beta-,\gamma$	75 д.	Торій $^{229}_{90}Th$	α,γ	$7 \cdot 10^3$ р.
Кобальт $^{60}_{27}Co$	$\beta-,\gamma$	5,3 р.	Уран $^{238}_{92}U$	α,γ	$4.5 \cdot 10^9$ р.
Магній $^{27}_{12}Mg$	$\beta-$	10 хв.	Фосфор $^{32}_{15}P$	$\beta-$	14,3 д.
Радій $^{219}_{88}Ra$	α	10^{-3} с.	Натрій $^{22}_{11}Na$	γ	2,6 р.
Радій $^{226}_{88}Ra$	α,γ	$1,62 \cdot 10^3$ р.			

Таблиця А. 8 – **Маси деяких нейтральних атомів**

Елемент	Символ	Маса (а. о. м.)
	${}_{0}^{1}n$	*1,00867*
Гідроген	${}_{1}^{1}H$	*1,00783*
	${}_{1}^{2}H$	*2,01410*
	${}_{1}^{3}H$	*3,01605*
Гелій	${}_{2}^{3}He$	*3,01605*
	${}_{2}^{4}He$	*4,00260*
Літій	${}_{3}^{6}Li$	*6,01513*
	${}_{3}^{7}Li$	*7,011601*
Берилій	${}_{4}^{7}Be$	*7,01693*
	${}_{4}^{8}Be$	*9,01219*
	${}_{4}^{10}Be$	*10,01354*
Бор	${}_{5}^{9}B$	*9,01333*
	${}_{5}^{10}B$	*10,01294*
	${}_{5}^{11}B$	*11,00931*
Карбон	${}^{10}C$	*10,00168*
	${}^{12}C$	*12,00000*
	${}^{13}C$	*13,00335*
	${}^{14}C$	*14,00324*
Нітроген	${}_{7}^{13}N$	*13,00574*
	${}_{7}^{14}N$	*14,00307*
	${}_{7}^{15}N$	*15,00011*
Оксиген	${}_{8}^{16}O$	*15,99491*
	${}_{8}^{17}O$	*16,99913*
	${}_{8}^{18}O$	*17,99916*
Магній	${}_{12}^{23}Mg$	*22,99414*
Алюміній	${}_{13}^{30}Al$	*29,99817*
Кремній	${}_{14}^{31}Si$	*30,97376*
Фосфор	${}_{15}^{31}P$	*30,97376*
Калій	${}_{19}^{41}K$	*40,96184*

Продовження таблиці А. 8

Елемент	Символ	Маса (а. о. м)
Кальцій	${}^{44}_{20}Ca$	*43,95549*
Кальцій	${}^{44}_{20}Ca$	*43,95549*
Свинець	${}^{206}_{82}Pb$	*205,97446*
Полоній	${}^{210}Po$	*209,98297*

Таблиця А. 9 – **Маса і енергія спокою деяких елементарних частинок**

Частинка	Маса		Енергія	
	m_0, кг	m_0, а.о.м.	E_0, *Дж*	E_0, *Мэв*
Електрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Нейтральний π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14526	–	135
Протон	$1.672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}5\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1.675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтон	$3.35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частинка	$6.64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733

Навчальне видання

Сергій Григорович Авдєєв
Тодор Ілліч Бабюк
Олександр Станіславович Камінський

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 3
(елементи квантової механіки, молекулярна фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла, ядерна фізика)

Збірник задач

Редактор О. Скалоцька

Оригінал-макет підготовлено С. Авдєєвим

Підписано до друку 5.07.2010 р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум. друк. арк. 5.2.
Наклад 100 прим. Зам.№ 2010 - 135

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-81-59.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.