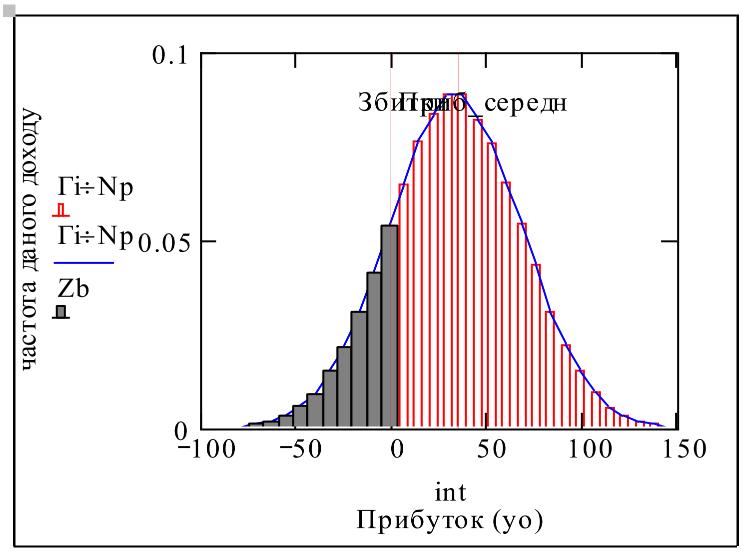
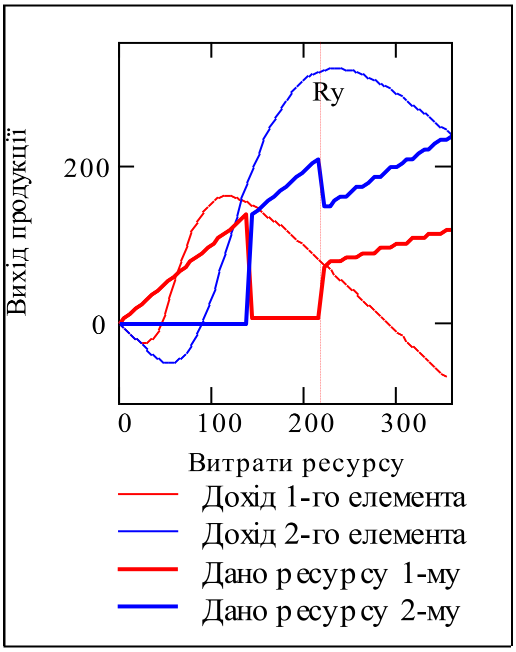
Т. М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник

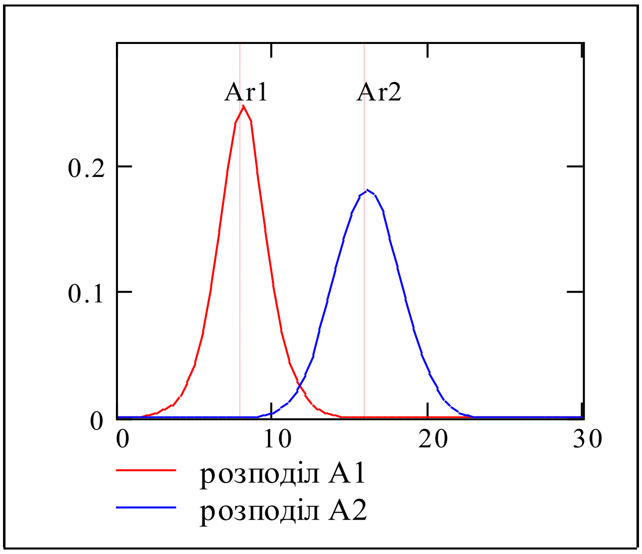
МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ У МЕНЕДЖМЕНТІ



Результати аналізу
номінальні значення
НомДох = 556.7 ;
Витр = 242 ;
НомПрб = 314.7 ;
НомРент = 130.1% і за
результатами моделювання:
Приб_середн = 36.439 ;
Станд_відх_приб = 34.7 ;
Прибуток_максим = 186 ;
Прибуток_мінімум = −121.9 .
І, нарешті, ризик:
Ймовірність_Збитків = 18.6%



Обмеження ресурсу Ry ≡ 220 pa := 0, 0.5 .. 30
ціна ресурсу pr ≡ 1.1 ціна продукту pp ≡ 4



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ У МЕНЕДЖМЕНТІ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України, як навчальний посібник для студентів напряму «Комп’ютеризовані системи, автоматика і управління» вищих навчальних закладів

УНІВЕРСУМ-Вінниця
2009

УДК 519.81
М 74

Рецензенти:
Є.Т. Володарський, доктор технічних наук, професор (НТУУ “КПІ”)
В.М. Лисогор, доктор технічних наук, професор (ВДАУ)
Ю.С. Яковлєв, доктор технічних наук, с.н.с.(Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ)

Рекомендовано до видання Міністерством освіти і науки України. Лист № 14/18-Г-58 від 15.01.07

Автори: Боровська Т. М., Северілов В. А., Бадьора С. П., Колесник І. С.

М 74 **Моделювання та оптимізація у менеджменті.** Навчальний посібник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 145 с.
ISBN 978–966–641–287–7

В посібнику розглянуто ряд типових сучасних задач менеджменту. Для цих задач побудовані і реалізовані в середовищі математичного пакету математичні моделі, розроблені інтерфейси, що дозволяють виконувати аналіз і оптимізацію. Подано нові підходи для розв’язання оптимізаційних задач менеджера - метод оптимального агрегування, декомпозиційні методи розв’язання варіаційних задач. Розглянуто актуальні задачі стратегічного управління інноваційним розвитком, а саме: кредитні, цінові, інформаційні стратегії розвитку виробничих систем, стратегії управління розвитком на конкурентних ринках. Задачі, методи і програми розглянуті в посібнику - основа для розробки систем підтримки рішень менеджера в рамках курсових і дипломних робіт, магістерських і кандидатських дисертацій. Посібник повністю забезпечує вивчення дисципліни „Експертні системи у менеджменті” і розрахований на студентів вищих навчальних закладів широкого кола спеціальностей, а також аспірантів і спеціалістів.

УДК 519.81

ISBN 978–966–641–287–7

ЗМІСТ

„Одно дело создавать модели, а другое – проверять их на практике. Такие опыты в прошлом уже ставились, и последствия были катастрофическими. Существовала такая теория - монетаризм. Так она послужила причиной гибели нескольких культур и двух планет".

Г. Гаррисон „Похождения стальной крысы"

Вступ

Даний посібник не є компіляцією, він авторський, повністю виконаний в середовищі математичного пакета. В центрі уваги даного посібника – комп'ютерне моделювання актуальних задач менеджменту. Сьогодні на світовому і вітчизняному книжкових ринках достатньо видань з питань аналізу, моделювання і управління ризиками. Робити ще одну книгу має сенс, якщо в цьому сегменті ринку знань існує певна "ринкова ніша". Таку незаповнену нішу можна описати так: нові робочі моделі для нової економіки, стартовий набір «відмичок» для розробки персональної системи підтримки рішень самим користувачем для конкретних задач свого робочого місця.

Робоча модель – це модель, описана засобами математики – графами, рівняннями, але така, що виконується в певному програмному середовищі. Сьогодні існує важке ускладнення для розвитку науки на базі нових інформаційних технологій, коли узаконеним середовищем для наукових і методичних публікацій стандартом є текстовий редактор формул. Для меншини, яка вільно володіє можливостями математичних і статистичних пакетів це досить витратна рутинно-ритуальна робота – замінити працюючі формули на декоративні. Однак для широких мас викладачів і студентів це бар'єр в освоєнні не тільки "нових інформаційних технологій, але й в освоєнні раціонального мислення.

Посібник виконано цілком в середовищі математичного пакета. Вибір конкретного математичного пакета не є вирішальним – подані моделі неважко перенести в будь-яке програмне середовище. Єдина проблема – мати ліцензовану копію програмного продукту. Обсяг посібника відповідає обсягу відповідної навчальної дисципліни. Відібрано і доведено до рівня практичного використання ряд актуальних задач сучасного бізнесу: ризики виробництва, ризики постачання, ризики фінансових інвестицій та інвестицій у створення нових виробництв і ризики ринку.

Усі задачі розглядаються як задачі оптимального управління в умовах невизначеності. Глобалізація економіки, тотальна конкуренція, приблизно однакові технології і засоби виробництва роблять необхідною умовою виживання оптимальне управління і розумний ризик. В одному з розділів показано, що в умовах невизначеності оптимальним, в першу чергу для аутсайдерів, є ризикове управління з концентрацією ресурсів на одному напрямку. Практикам це давно відомо. Посібник має електронну версію – не тільки засіб навчання, але й склад ресурсів для курсових і дипломних проектів, магістерських та кандидатських дисертацій.

Дайджест – вся книга на одній сторінці

1. Концепції розробки і використовування експертних систем

Існує дві концепції побудови і застосування експертних систем:

а) маємо нову задачу, в якій ніхто не має досвіду, опитуємо експертів і "машиною логічного виведення" виводимо, або виловлюємо нейронечіткою мережею відповідь;

б) беремо нову задачу, на границі з "емпіричною трясовиною", таку, що має "твердій острівець" фундаментальних математичних моделей, і робимо на базі цих моделей "машину логіко-математичного виводу". Головна проблема: якщо хтось зробить корисну експертну систему, він її не буде продавати. Що робити?

Попередня відповідь: розробити "персональну експертну систему на базі моделювання".

2. Розподіл обмеженого ресурсу. Однокроковий процес

У Вас два (три, тридцять три) цукрові заводи. Як поділити ресурс («буряк») між ними, щоб одержати максимальний сумарний дохід?

Попередня відповідь - або «переможець одержує все», або деякі не одержують нічого, а якщо всім пропорційно - то це початок застою. І в економіці і в математиці.

3. Розподіл обмеженого ресурсу. Багатокроковий процес

3.1 ***Стратегія розвитку***. Ви починаєте виробництво двох товарів – Вінні-Пухів і П'ятачків. Як ділити доходи між інвестиціями в розширення цих виробництв і накопичення, щоб за п'ять років одержати максимум накопичення.

Попередня відповідь: спочатку - все в розвиток, потім – в якійсь пропорції, в кінці – все в накопичення. Р. Беллман дослідив цю задачу ще 50 років тому.

3.2 ***Кредитна стратегія***. Ви починаєте виробництво двох товарів …, як брати і віддавати кредити, щоб за п'ять років одержати максимум накопичення? Попередня відповідь - іноді так: спочатку багато, потім нічого, потім знову стільки, скільки потрібно ще додати до власних ресурсів – кредитна стратегія може бути розривною.

4. Управління розвитком інноваційного виробництва

Цінова стратегія. Ви починаєте виробництво новітнього, перспективного за об'ємом ринку і собівартістю продукту. Як міняти ціну продукту, щоб за п'ять років одержати максимум накопичення?

Попередня відповідь: не собівартість визначає ціну, а ціна визначає собівартість… Спочатку продаємо в збиток – розширюємо і вдосконалюємо виробництво, потім з прибутком, але розумним (= оптимальним), "збираємо врожай".

5. Аналіз ринку з асиметричною інформаційною структурою

Інформаційна стратегія. Ви виробляєте якісні натуральні сардельки і продаєте їх за справедливою ціною, але з'являється конкурент з красивими дешевими сардельками з деякої сировини. Покупець спочатку не розрізняє продукти. В США це називається "ринок лимону". - Як буде розвиватись такий ринок? - Попередня відповідь: для Вас – банкрутство, для ринку – загальна і повна деградація, якщо тільки Ви не створите "фан-клуб" раціональних, розумних і вірних покупців.

6. Управління запасами при невизначеності

Стратегія прийняття рішень при невизначеності. Постачаємо щось для усіх, чий попит на щось має випадкову складову. Можемо визначити частотний розподіл випадкової складової. - Як замовляти щось, щоб мінімізувати суму витрат на створення запасів і втрат від штрафних поставок при виникненні дефіцитів?

Попередня відповідь: Р. Беллман знайшов розв'язання задачі і дослідив властивості цих розв'язань ще 50 років тому. Виявляється, що коли набрати текст Беллмана в середовищі математичного пакета – отримуємо працюючу програмну систему.

1. Експертні системи в менеджменті

1.1 Еволюція експертних систем. Визначення понять

В 70-их роках вартість, габарити, енергоспоживання комп'ютерів почали експоненційно зменшуватись, а обчислювальна потужність експоненційно зростати. На хвилі загальної ейфорії і з'явився новий напрям *штучний інтелект* (скорочено різними мовами: ШІ, ИИ, AI). Він здавався концептуальним проривом. Багато провідних вчених працювали в цій галузі, але згадаємо тільки одного, що має безпосереднє відношення до бізнесу та економіки. Це Герберт Саймон, лауреат Нобелівської премії з економіки 1978 року. Щоб зрозуміти логіку розвитку напрямку інтелектуальних систем, подамо назви головних праць Саймона (і його співавторів):

"Адміністративна поведінка" (1947), "Громадська адміністрація" (1950), "Моделі людини" (1957), "Організація" (1958), "Економікс і психологія" (1963), "Вирішення людських проблем" (1972), "Науки про штучне" (1972), "Теорія прийняття рішень" (1972), "Моделі відкриття та інші теми в наукових методах" (1977), "Моделі мислення" (1979), "Моделі зв'язаної раціональності" (1982), "Моделі людини: соціальне і раціональне" (1987).

Пізніше він перейшов до теорії пізнання взагалі – як основи природного і штучного інтелекту. Безумовно Саймон – авторитет в царині соціального моделювання та застосування теорії управління для моделювання поведінки соціо-техніко-економічних систем.

Авторитетів поважають, менеджмент - це управління, і тому приймемо вже спочатку робочу гіпотезу, що основою експертної системи для підтримки рішень повинні бути доброякісні моделі об'єкта управління і ефективні методи оптимального управління.

Інакше кажучи, дуже корисно, перш ніж довести до банкрутства свою фірму, тисячу раз зробити це на моделях фірми – на 1001- ий раз може знайтись вихід із безвихідного стану. Це очевидно, неочевидно тільки, звідки брати моделі, як конструювати моделі. (Фундаментом оптимізму може бути висловлювання Р. Беллмана: „Зараз ми будемо піднімати самих себе за волосся" [2]).

Спеціалісти в області ШІ завжди прагнули розробити програми для ЦОМ, які могли б в певному сенсі „думати", тобто розв'язувати задачі таким способом, який би вважався розумним, якби його застосувала людина. Експертні системи (ЕС) з'явились після двадцятирічних спроб, пошуків і, головне, – помилок. І весь цей період намагались визначити, що ж таке ЕС.

В 60-х роках спеціалісти в області ШІ намагалися моделювати складний процес мислення, шукаючи **загальні методи розв'язання широкого класу задач**. Вони розробляли універсальні програми, отримували цікаві результати і в цілому отримали багатий негативний досвід. Розробка універсальних програм виявилась занадто важкою, і, головне, безплідною справою. Чим ширше клас задач, які може розв'язувати програма, тем біднішими будуть її можливості при розв'язанні конкретної проблеми.

Розглянемо два приклади: астрономи сотні років намагалися зрозуміти правила руху планет. На базі закону тяжіння отримані закони небесної механіки, що дозволяють точно розраховувати траєкторії планет і космічних апаратів.

Сотні мільйонів доларів витрачено у всьому світі на розробку ЕС для прогнозування інфарктів. Недавно знайдено, що мікроінфаркт починається з „мікрокатастроф", коли руйнуються декілька десятків клітин серця. При цьому в кров виділяється специфічний білок. Розроблені понадчутливі методи ідентифікації, що „ловлять" окремі молекули цього білка. Це відкриття закрило цілий напрям – ЕС для прогнозування інфарктів на базі опитування хворих, опитування лікарів, виведення експертних правил... .

Після першого провалу спеціалісти зі ШІ вирішили піти іншим шляхом (щоб зробити програму розумною). Якщо важко забезпечити універсальність власне програми, то слід зосередитись („сфокусуватись" – так елегантніше) на загальних методах і прийомах програмування, придатних для створення більш спеціалізованих програм. Тому **в 70-і роки** зусилля були сконцентровані на **методах *подання знань*** — тобто, на способах формулювання проблеми так, щоб її легко було розв’язати, і на ***методах пошуку*** — тобто на хитромудрих способах управління ходом розв’язання, щоб воно не потребувало би великих витрат пам’яті і часу. Знову ця стратегія привела до певних успіхів, але „не породила революційного просування вперед” [40]. І тільки в кінці 70-х років спеціалісти зі ШІ зрозуміли, що саме **в знаннях сила ЕС**. Тобто, ефективність програми при розв’язанні задач залежить від знань, які вона має, а не тільки від формалізмів і схем введення даних. Була прийнята принципово нова концепція:

„Чтобы сделать программу интеллектуальной, ее нужно снабдить множеством высококачественных специальных знаний о некоторой предметной области” [40]. Зрозуміння цього факту привело до розвитку спеціалізованих програмних систем, кожна з яких є „експертом” в деякій вузькій предметній області. Ці програми отримали назву **експертних систем (ЕС)**.

А тепер ще раз перечитайте формулювання концепції – ви побачите, що важко придумати щось більш безсенсовне. Дійсно, термін „інтелектуальний” не має чіткого референту, це просто рекламна етикетка: інтелектуальна кавоварка , інтелектуальний телефон та ін. Що таке знання, ми теж не знаємо, а „високоякісні знання” – це вже межує з кріміналом:

Дійсно, на ринку багато систем „біржових порадників”, що допомагають прогнозувати курси акцій на базі глибоких і витончених статистичних методів. Однак „високоякісні знання” в даному випадку – конфіденційна інформація про наміри і майбутні дії „великих гравців” - корпорацій, банків, урядів. Тому і відсудили недавно французькі банки у Джорджа Сороса декілька мільйонів доларів по справі десятирічної давнини, коли він дістав якось закриту інформацію про намір певного банку і використав у вдалій спекулятивній операції.

Виникає підозра, що при створенні експертної системи для підтримки рішень менеджера фінансів треба шукати якийсь третій шлях (кримінальний відпадає: суспільство із одних злодіїв неможливе, а класичний підхід просто неконкурентний) [25].

Продовжимо номінальну історію ШІ та ЕС. Спочатку розробку і побудову експертної системи розглядали скоріше як досягнення в мистецтві програмування, ніж як наукову роботу. Тепер, однак, цей процес став більш зрозумілим і визначеним, чому зокрема допомогли спільні зусилля більш ніж 40 спеціалістів з ШІ, що написали том „***Побудова експертних систем”*** — книгу, яка упорядкувала ЕС за використанням різних методів побудови ЕС для розв’язання якоїсь певної задачі [40].

Технологію побудови ЕС часто називають **інженерією знань**. Цей процес потребує специфічної форми взаємодії розробника ЕС, якого називають **інженером знань**, *(не плутайте з „інженером людських душ”)* та одного чи декількох експертів в деякій предметній області. Інженер знань «витягує» з експертів процедури, стратегії, емпіричні правила, які вони використовують при розв’язанні задач, а потім вбудовує ці знання в ЕС.

В результаті з’являється програма для ЦОМ, що розв’язує задачі майже як „експерт-людина”. Ось як визначає Пол І. Джонсон експертів:

«Експерт — це людина, яка завдяки навчанню та досвіду може робити те, що ми всі, інші люди, робити не можемо; експерти працюють не просто професіонально, але й впевнено та ефективно” [16].

Експерти мають дуже великі знання, користуються різноманітними прийомами та *„хитрощами для застосування своїх знань до проблем и завдань; вони також вміють швидко переворушити масу несуттєвої інформації, щоб дістатися до головного, и добре вміють побачити в нових проблемах ознаки тих типових проблем, з якими вони вже мали справу. В основі поведінки експертів лежить сукупність практично застосовних знань, яку ми будемо називати компетентністю. Тому розумно припустити, що експерти — це ті люди, до яких слід звернутися, коли ми бажаємо проявити компетентність, таку як у них* ” [16].

Майже очевидно, що:

- експерт, який має ефективні знання, не буде передавати їх іншим;

- сьогодні вироби, технології виробництва і професії швидко оновлюються – експертні знання з виробництва, маркетингу, експлуатації нових виробів на початку життєвого циклу відсутні.

- досвід експертів має цінність для стабільних, давно існуючих задач і галузей знань;

- найбільш цінні - фундаментальні знання - випереджають свій час і знаходять застосування через 50 -100 років, тому знання для ЕС слід шукати також і в минулому.

Підсумок

- Менеджер сьогодні не знайде ні експертів, ні експертної системи для своїх персональних задач. Він САМ повинен вибрати зручну і потужну програмну платформу і будувати ПЕРСОНАЛЬНУ ЕКСПЕРТНУ СИСТЕМУ, „навчати” її і навчатися у неї.

- Сьогодні працездатні ЕС будуються на базі комп’ютерного моделювання, створення віртуальної реальності, яка є джерелом „віртуального експертного досвіду”, що може застосовуватись, з певною обережністю, до „реальної реальності”.

- Прогнозування за допомогою експертних систем теж повинно стати зовсім іншим – активним. Це означає, що замість статистичного аналізу кількості покупців нашої продукції ми шукаємо комплекс дій, які б детерміновано забезпечили нам потрібну кількість покупців (є такі технології сьогодні – Relationship Tech – технології спорідненості). Активне прогнозування – це пошук у віртуальній реальності бажаних варіантів розвитку, що могли б „підштовхнути” реальну виробничу систему до бажаного варіанта розвитку.

Тест на ефективність екстрагування знань з публікацій. Прочитайте цілеспрямовано наступний абзац і дайте конструктивні означення термінам: „інтелект”, „інтелектуальне розв’язання проблеми”, „знання”,

«*В основе интеллектуального решения проблемы лежит следующий принцип: система должна сконструировать это решение, действуя избирательно и эффективно в пространстве альтернатив. Из-за ограниченности собственных ресурсов эксперт вынужден осуществлять поиск в этом пространстве избирательно, сводя к минимуму бесполезную работу. Знания помогают эксперту распознать на самых ранних этапах полезную информацию, открывают ему многообещающие пути ее использования и помогают избежать малоуспешных усилий, отсекая тупиковые пути как можно раньше. Экспертная система достигает высокой производительности, используя знания для того, чтобы наилучшим образом использовать свое время*» [40]. Суть цього абзацу – діяти вибірково і ефективно – це добре, діяти неуспішно і непродуктивно – це небажано.

Характеристики експертної системи

Стисло розглянемо характеристики „класичних” ЕС. Серцевину ЕС складає *база знань*, що накопичується в процесі її побудови. Знання виражаються у явному вигляді и подаються так, щоб спростити прийняття рішень.

Рис. 1.1. Функції експертної системи

Накопичення і організація знань — одна з найважливіших характеристик ЕС, що перекладається так: добре, якщо програма якось фіксує в пам’яті і узагальнює виконані роботи. Можливість „що буде, якщо” аналізу безумовно корисна, але вона повністю залежить від якості моделі, закладеної в ЕС.

База знань ЕС може стати **інституціональною пам’яттю**. Тобто спеціалісти приходять в організацію і йдуть з неї, а їх знання і досвід залишаються. Розглянемо декілька прикладів.

В одній країні, один ректор брав і тримав здібних, але „некерованих” викладачів, поки вони не розробляли методичний комплекс певної дисципліни, потім поривав з ними, вважаючи, що тепер ці програми і папірці можна дати в руки кому завгодно, але керованому, і той буде сіяти знання як нобелівський лауреат. Не знав цей ректор, що в інші часи в іншій країні один одноокий вождь племені в битвах завжди виривав око у вбитого ворога і вставляв собі... В певних київських фірмах брали талановитого програміста і тримали, поки він не розробляв потрібні програми. Потім проводили реорганізацію... Бездоганний програмний продукт ставав ворогом свого творця. Узагальнимо ці реалії.

Існують знання, що можуть бути повністю відчужені від людини - джерела знань - це переважно книжкові знання.

Існують знання, що можуть бути передані через довге спілкування з людиною – джерелом знань – це знання, що їх отримують в системі класичної вищої освіти.

Існують знання, що не можуть бути відокремлені від людини - джерела цих знань і передані іншій, – це суто персональні знання. Часто ці знання існують на рівні підсвідомості - сам носій знань не розуміє "чому і як він це робить".

Важливою властивістю ЕС є те, що їх можна використовувати для **навчання і тренування менеджерів і аналітиків** середнього і вищого рівнів. Експертні системи можуть бути розроблені з розрахунком на подібний процес навчання, оскільки вони вже містять необхідні знання і здатні показати процес отримання результатів і висновків.

Наведемо цитати з книги Мак Дональда »[25] , де ЕС розглядаються з точки зору реалій бізнесу.

«Поскольку мы живём в мире несовершенных проблем и несовершенных инструментов, трудно ожидать появления совершенной экспертной системы до появления совершенных экспертов и совершенных технологий. С другой стороны, экспертная система даёт лучший совет, чем тот, который можно получить без неё. Маловероятно, что экспертные системы когда-нибудь полностью заменят реальных экспертов-людей. Они также не могут гарантировать верное решение. Но в их власти помочь специалистам шире взглянуть на соответствующие альтернативы. До известной степени экспертные системы похожи на заочное обучение, способное заменить преподавателя плохого, но никогда – хорошего»[16].

В цьому посібнику в межах 140 сторінок розглядається тільки один, але найбільш вагомий на сьогодні напрямок побудови і застосування експертних систем: "**системи для підтримки рішень менеджера на базі конструювання математичних моделей"**". Вибір цього напрямку обумовлений не тільки тим, що він актуальний і перспективний, але й тим, що він фактично не відображений, з певних причин, в наявній літературі.

Остання причина вибору – актуальні задачі менеджменту – стратегії інноваційного розвитку можуть бути розв’язані на базі моделювання і використання фундаментальних математичних моделей і методів.

1.2 Еволюція виробничих систем. Життєві цикли

Ретельний аналіз еволюції теорії і практики життєвого циклу виробів і виробництв – тема для окремої великої роботи з історії теорії і практики менеджменту. Однак з досвіду минулого мало що можна використати в сучасній глобалізованій, високотехнологічній економіці. Такі аналітичні огляди можна знайти в багатьох джерелах [3-14]. В рамках невеликої, порівняно з обсягами монографій і підручників, роботи будемо використовувати підсумки з надійних аналітичних оглядів і сконцентруємось на нових моделях і методах для нових задач інноваційного розвитку виробничих систем.

Життєвий цикл. Поняття життєвого циклу виробу, технології, фірми, міста є експлікацією понять з біології і екології і тому здається "самоочевидним". Поняття життєвого виходить з того, що певний матеріальний чи інформаційний продукт має кінцевий термін існування, протягом якого він проходить фази (етапи) зародження та розвитку, зрілості і спаду попиту та обсягів виробництва. Сьогодні визнано, що сучасні техніка та економіка [2, 3, 16, 19, 26, 27] є екологічними. Однак відійдемо від аналогій, тому що вони можуть приводити до нерозумних висновків. Наприклад, з точки зору аналогій – чим триваліший життєвий цикл продукту, тим краще для бізнесу? Однак з практики шоу-бізнесу відомо, що треба вчасно „вбити" свою політичну чи розважальну програму, – щоб не втратити глядачів. Ще один приклад – типова помилка в менеджменті життєвого циклу – випуск на ринок нової марки продукту певного класу, замість перемоги над конкурентом, „вбиває" власну поки успішну марку власного продукту [9].

Згідно з методологією системного аналізу складні поняття не можуть бути визначені стисло, формалізовано, вичерпно, безальтернативно. Їх можна визначити тільки через серію „розмов з приводу.."

Характерні ознаки життєвого циклу. Для життєвих циклів (ЖЦ) у бізнесі характерні такі ознаки [2-9]:

- Продукт має обмежену тривалість життя.
- Темп продажів має вид „S-функції" і на початку циклу (зростання) і в кінці (спад).
- Точки перегину та максимуму кривої темпу продажу визначають положення етапів ЖЦ: виведення на ринок, зростання, зрілість, спад. Можуть бути етапи конкурентної нестабільності ЖЦ, коли зростання уповільнюється.
- Тривалість ЖЦ можна продовжити.
- Прибутковість одиниці виміру звичайно спочатку зростає, а потім спадає.

На рис. 1.2 подано типовий ЖЦ товару. Криві на рисунку не нарисовані, а побудовані програмою згідно з математичними моделями, що розглядаються далі. Це одна зі складових "нових інформаційних технологій" – традиційна орієнтація на моделювання.

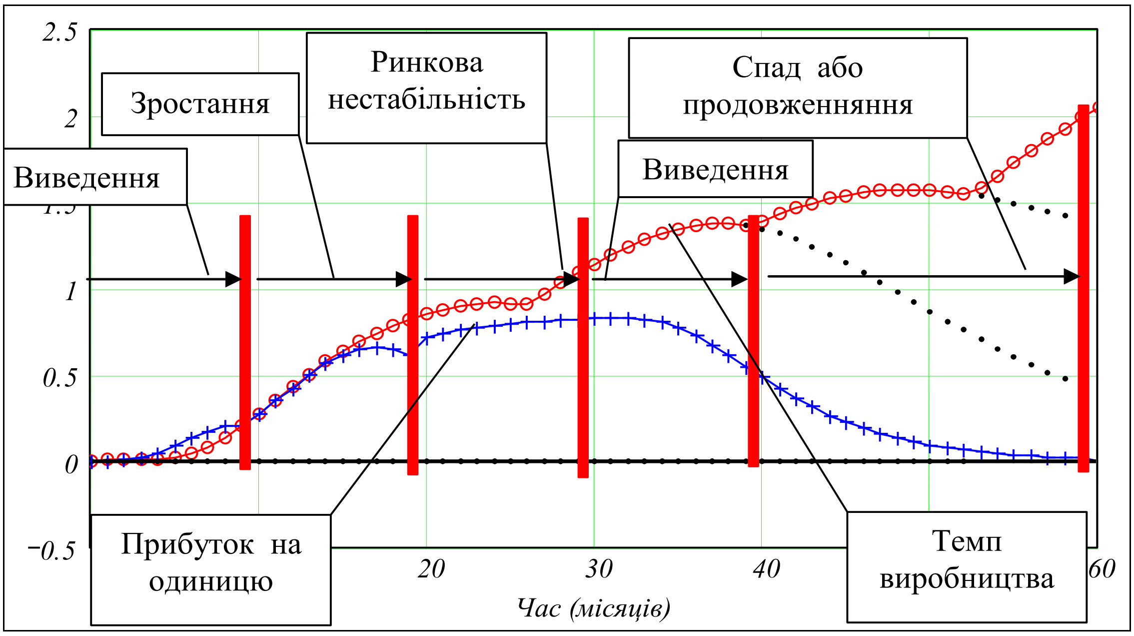


Рис. 1.2. Типовий життєвий цикл товару

На рис. 1.2 показано також альтернативи продовження життєвого циклу товару за рахунок певних дій: відкриття нових ринків, покращення сервісу та ін. В основі ЖЦ товару лежать процеси розповсюдження товару різним категоріям (сегментам) покупців. Якщо ринок – країна з розвиненою економікою, з розвиненим "середнім класом", то темпи зростання і спаду попиту можна диференціювати. На рис. 1.3 подано темпи продажу для різних категорій покупців в двох альтернативних формах. Це теж не картинки, а графіки, побудовані за відповідними моделями.

Така картина є ідеальною для випадку оптимального маркетингового менеджменту –

послідовної, диференційованої і збалансованої роботи з усіма категоріями споживачів. Звичайно "новатори" складають 2-3% покупців. "Новатори" часто вирішують долю товару – "роблять", або "вбивають" його. В першому випадку вони є найефективнішою рекламою товару.

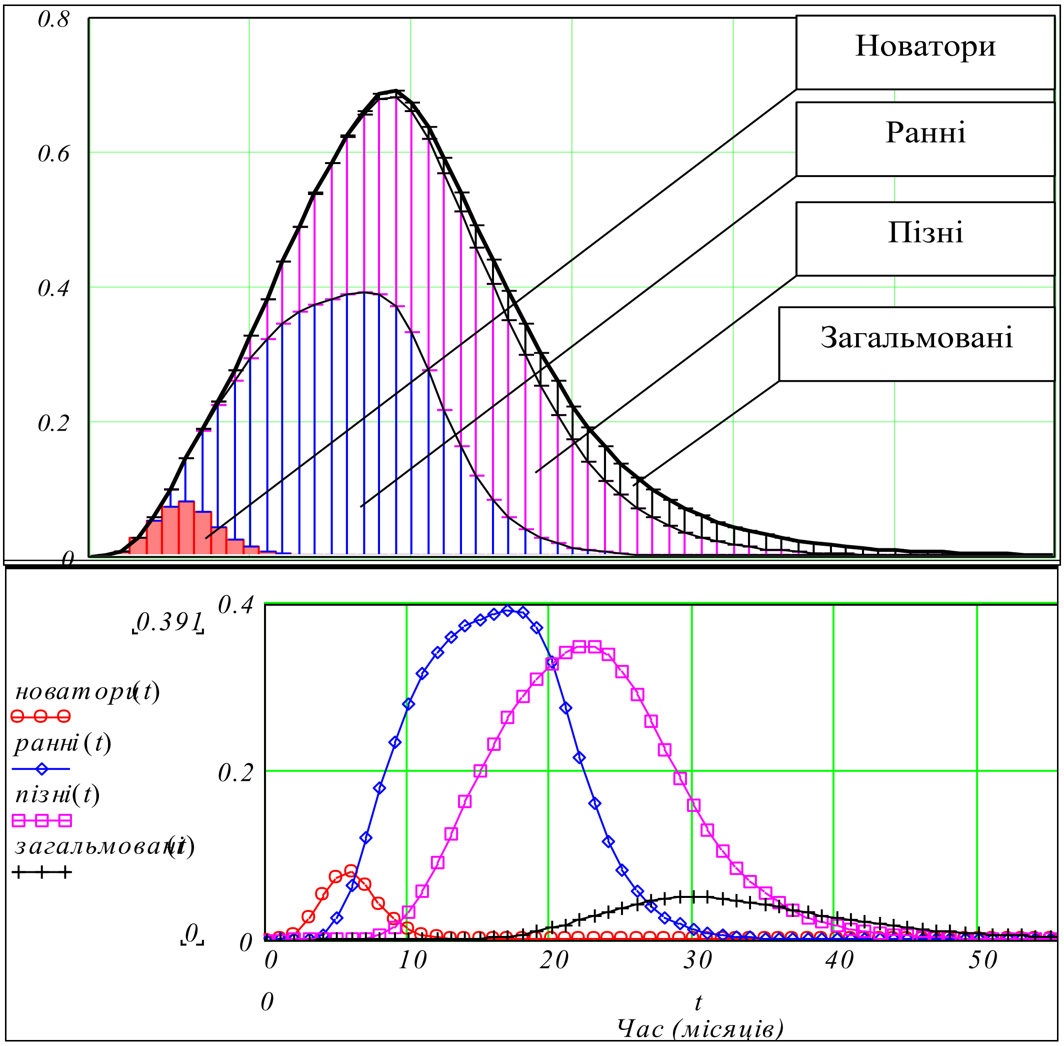


Рис. 1.3. Розподіл категорій покупців за темпом зростання попиту

Таким чином, життєвий цикл в чистому вигляді – абстракція. У виробництві не можна чітко визначити, коли закінчується життєвий цикл одного товару і починається життєвий цикл наступного. Однак концепція життєвого циклу корисна, якщо її використовувати в наближених прогнозних моделях для стратегічного управління.

Протягом життєвого циклу продукту можуть бути суттєві коливання попиту в зв’язку з конкуренцією: на успішні сегменти ринку збирається забагато виробників, потім може виникнути протилежна тенденція.

Розглянемо стратегічне значення теорії життєвого циклу. Головний підсумок, за результатами аналізу світової літератури з менеджменту, – засилля емпіризму, безпомічні математичні моделі. Це не є суб’єктивною оцінкою, навіть самі автори таких книг висловлюються про стан маркетингу так: "Стандартные инструменты и техники маркетинга крайне мало используются практикующими менеджерами. Это ставит под сомнение уместность большей части того, чему учат в школах бизнеса". "Большая часть научного менеджмента является неуместной, так как деловые проблемы сформулированы в нём нечётко". "Необходимо повторить, что теория маркетинга не практикуется в промышленности" [25, 28]. Виявилось, що ні в Європі, ні в Америці, ні в Гонконзі, ні в Австралії практики не використовують те, що викладається на курсах менеджменту [25].

Зробимо класифікацію життєвих циклів, орієнтовану на практичні задачі менеджменту (таблиця 1.1). За основу класифікації беремо місце об’єкта в ієрархії організаційно-виробничих систем.

Таблиця 1.1

Класифікація життєвих циклів за рівнем ієрархії

	Назва (клас)	Діапазон тривалості (років)		Приклади
1.	ЖЦ марки виробу	1	5	Автомобіль, мобільний телефон, пиво та ін.
2.	ЖЦ базової моделі виробу	3	20	Автомобілі, літаки, тепловози
3.	ЖЦ класу виробів	7	70	Відеомагнітофон, телевізор, факс
4.	ЖЦ технології виробництва	5	60	Технології будівельних матеріалів, технології будівництва, технології мікросхем, інформаційні технології
5.	ЖЦ підприємства (організації)	5	-	Хімзавод, автозавод, підшипниковий завод, завод вінчестерів
6.	ЖЦ галузі виробництва	50	-	Вугледобувна, виробництво мікросхем, виробництво відеомагнітофонів
7.	ЖЦ попиту на базовий продукт	7	-	Праски, пральні машини, телевізори, холодильники
8.	Фізичний ЖЦ товару	-	50	Авторучки, разові: посуд, білизна, одяг, ракети-носії; товари тривалого користування: праски, пральні машини, телевізори, холодильники, нерухомість
9.	ЖЦ регіонального, або товарного сегмента ринку	5	-	Одяг, автомобілі, подарунки, комп’ютери, меблі для офісу, будівельні матеріали

В нашій класифікації життєвих циклів ми врахували „нерозв’язні зв’язки”:

"Чтобы определить жизненный цикл одного из товаров, фирме надо уточнить жизненный цикл всего класса, к которому товар принадлежит, что весьма трудно. Необходимо **правильно понимать** связь между жизненным циклом товара и кривой распространения нововведений" [16].

Це можна перекласти так – **економічне** (попит) майже цілком визначається **технічним і технологічним** (інноваціями). Наведемо фундаментальні методики, які ми не ігноруємо, але беремо тільки як емпіричний досвід, що потім буде пояснений результатами моделювання тверджень:

матриця Ансоффа – не застосовуємо; сегментація ринку – враховуємо;

аналіз життєвого циклу продуктів – конкретизуємо і узагальнюємо;

портфельний менеджмент – ставимо на твердий математичний фундамент як задачу оптимального розподілу ресурсів організації в просторі і часі;

інформаційні системи та маркетинговий аналіз – ставимо і розв’язуємо конкретну задачу „навчання” покупців на інноваційних ринках.

Підводимо підсумки огляду стану задач теорії і практики управління життєвим циклом продукту: "Существует парадокс: компании, тщательно планирующие маркетинг, находятся в плохом состоянии, а небрежные, неумелые с точки зрения маркетинга, – в хорошем” [25]. Це певне перебільшення, але воно має підстави.

В підсумку, в літературі з питань стратегічного планування і менеджменту рекомендується базувати систему підтримки рішень менеджера **на моделюванні конкретних чітко сформульованих задач** – складових проблеми. Мається на увазі моделювання в широкому розумінні – з розробкою і використанням альтернативних моделей. Головним в моделюванні вважаються не методи обчислення, а точне і глибоке подання задачі. Автоматизована система, в яку не закладено ефективні моделі,– просто іграшка, звичайно нецікава. А при виборі задач для експертної системи рекомендується вибирати границю між „м'якою" областю (інтуїтивним болотом) і "твердими острівцями формальних технік" [16].

Контрольні запитання

1. Наведіть типові задачі менеджера сільгоспвиробництва, машинобудівництва, фінансів, торгівлі (маркетингу), інформаційних системних мереж та ін.
2. Назвіть математичні моделі і методи, що можуть бути застосовані до задач менеджера.
3. Методи прогнозування. Що таке активне прогнозування?
4. Чому застосування статистичних методів у ЕС є обмеженим?
5. Визначення і типові функції ЕС.
6. Визначення поняття життєвого циклу.
7. Визначення фаз (етапів) життєвого циклу.
7. Класифікація життєвих циклів.
8. Визначення і порівняльний аналіз понять "інформація" і "знання".
9. Порівняльний аналіз недоліків і переваг навчання менеджера на реальному об'єкті і на його моделі.
10. Порівняльний аналіз концепцій побудови ЕС.
11. Придумайте, в яких формах можна подавати знання в ЕС.
12. Визначення поняття "персональна експертна система".
13. Визначення поняття "експерт".
14. Визначення понять "прийняття рішення", "метод прийняття рішень", "підтримка прийняття рішень".

Завдання для самостійної роботи

1. Зберіть статистику з кількості публікацій з експертних систем по роках за період з 1965 по 2005 рік.
2. За допомогою Інтернету знайдіть програмні продукти класу "експертна система".
3. Знайдіть (бібліотека, Інтернет та ін.) 10 книг з експертних систем.
4. Знайдіть 10 вчених, що займалися експертними системами.
5. Знайдіть програмні продукти, в назві яких є слова "експерт".

Персональна експертна система

2. Розробка експертної системи для підтримки рішень щодо розподілу обмеженого ресурсу в розподілених виробничих системах

Постановка задачі

В лекційному матеріалі було показано, що єдиний продуктивний шлях створення експертних систем (ЕС) для задач менеджменту і маркетингу - орієнтація на моделювання і вибір для експертної системи задач тільки такого типу, де є "твердий острівець формальних технік". Вибрано дуже поширену задачу оптимального розподілу обмеженого ресурсу. Для задач такого класу **існує** декілька задовільних математичних моделей оптимізації розподілу ресурсу - "твердих острівців формальних технік" [25].

Задача для менеджера. Маємо розподілену систему, наприклад:

- декілька заводів, що виробляють один продукт, але за різними технологіями і з різними ефективностями;

- декілька виробництв різних продуктів в межах одніеї організації.

Відомі з певною точністю характеристики окремих виробництв як технологічних перетворювачів ресурсу в продукт (в глобалізованому світі і ресурси і продукт вимірюються в грошах). В розподілених системах виникають дві задачі:

- розподіл обмеженого ресурсу між виробництвами так, щоб максимізувати темп сумарного виробництва;

- розподіл навантаження між виробництвами так, щоб мінімізувати темп сумарних витрат.

Задача для ЕС - отримання і аналіз оптимальних розподілів ресурсів у децентралізованих виробничих системах при невизначеностях виробничих функцій та обмеженнях щодо ресурсів. Математичний фундамент для побудови ЕС – класичні методи нелінійного програмування і власна доробка - метод оптимального агрегування.

Концепція для ЕС - "логічна машина виведення висновків" - система математичних моделей. Роль експерта-людини - аналіз вхідних статистичних даних.

Ціль роботи - на конкретному прикладі ознайомитись з порядком розробки ЕС і порядком роботи користувача в ЕС. Подаємо поряд два списки - порядок розробки модулів ЕС і порядок роботи користувача в ЕС

Зміст лабораторної роботи №2

2.1 Вибір математичної моделі
2.2 Оптимізація розподілу ресурсу
2.3 Ризик-аналіз оптимальних розподілів
2.4 Ідентифікація виробничих функцій
2.5 Оптимізація розподілу ресурсу на базі агрегування виробничих функцій

Порядок роботи користувача з експертною системою

1. Вибір математичної моделі.
2. Ідентифікація виробничих функцій.
3. Ідентифікація розподілів параметрів.
4. Аналіз оптимальних розв'язань.
5. Ризик-аналіз.
6. Експертний висновок.

Завдання по частині 2.0 розташовані у відповідних місцях роботи. Наводимо їх разом.

Завдання №1. Знайдіть, придумайте свій приклад (виробництво, фінанси, розподіл робіт у виробничому колективі та ін.) задачі розподілу ресурсів.

Завдання №2 Запишіть постановку спряженої задачі оптимізації при обмеженні.

Завдання №3. Для заданої виробничої системи отримайте оптимальний розподіл ресурсу альтернативними методами.

2.1 Вибір математичної моделі для оптимізації розподілу обмеженого ресурсу у виробничій системі

Вступ. Постановка задачі

Ціль даної роботи, загальна - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління розподіленими виробничими системами.

Ціль даного розділу - пройти етапи вибору і побудови моделі - від прикладів, лінгвістичних моделей, графових моделей, рівнянь і алгоритмів до робочих програм.

Сьогодні вже стандартизовані мови моделювання бізнес-процесів, які фактично інтегрують названі вище етапи. Правда, працювати в цих середовищах може (поки) тільки професіонал - системний аналітик, і коштують ці системи від 10000 у.о. і вище. Приклад - програмний продукт Oracle BPEL Process Manager, що обіцяє: "опис бізнес - логіки може стати доступним для менеджерів підприємств, що не спеціалізуються в області системного аналізу". Розглянемо три **приклади задач даного класу.**

Приклад 1. Підприємство випускає у великих кількостях стирол - сировину для численних пластмасових виробів. Стирол неперервно виробляється у батареях реакторів, що працюють паралельно, але мають різні характеристики, ці характеристики змінюються з часом (старіння каталізатора), реактори періодично ставлять на ремонт, взагалі демонтують, вводять нові, попит на стирол змінюється - в таких умовах треба оперативно розподіляти навантаження між реакторами так, щоб сумарні витрати були мінімальними.

Приклад 2. У Вінницькій області існувало більше двох десятків цукрових заводів. Природно, існувала задача регіональної економіки - так розподіляти ресурси (цукровий буряк) між заводами, щоб отримати максимум прибутків. Було визначено, що в **поточних умовах** для максимізації прибутку треба половину заводів зупинити (взагалі, або на реконструкцію).

Приклад 3. В Росії попит на автомобілі задовольнявся декількома своїми автозаводами і експортом. В масштабах національної економіки виникає задача розподілу попиту між цими джерелами постачання так, щоб мінімізувати витрати. Кожне джерело постачання можна охарактеризувати **узагальненою** залежністю витрати-випуск. Аналітики визначили, що **в умовах** 2000 року для Росії вигідніше було закрити усі власні автозаводи (дорогі, ненадійні, неекономічні машини) і експортувати автомобілі корпорації Сітроен (це особливість нової економіки - "переможець отримує все").

Приклад 4. **Завдання №1:** знайди, придумай свій приклад (виробництво, фінанси, розподіл робіт у виробничому колективі та ін.) задачі розподілу ресурсів.

Лінгвістична модель задачі. Сьогодні виробничі системи - фірми, корпорації, регіони - складаються з елементів, що працюють паралельно, видають одну й ту ж продукцію, але, можливо, за різними технологіями, або за однаковими технологіями, але з різною ефективністю. Треба **розподіляти обмежені ресурси** між елементами так, щоб **максимізувати сумарний обсяг** виробництва (дохід, прибуток), або **розподіляти задане навантаження** на систему так, щоб **мінімізувати сумарні витрати** ресурсу на заданий обсяг виробництва. Така пара задач називається спряженою.

Існує практичне правило "*не бери для ЕС просту задачу*" (дискредитуєш і себе, і науковий напрям). Вибрана нами задача належить саме до цієї категорії, якщо дані задачі є детермінованими, "гладкими", стаціонарними. "На щастя", на практиці ускладнень (див 2.1 - 2.4) в цій задачі навіть більше, ніж треба для успішної ЕС.

Графічна модель задачі Відображуємо слова в схему системи - елементи - функціональні модулі, зв’язки між елементами, напрямки зв’язків. Вводимо означення для входів і виходів (рис. 2.1).

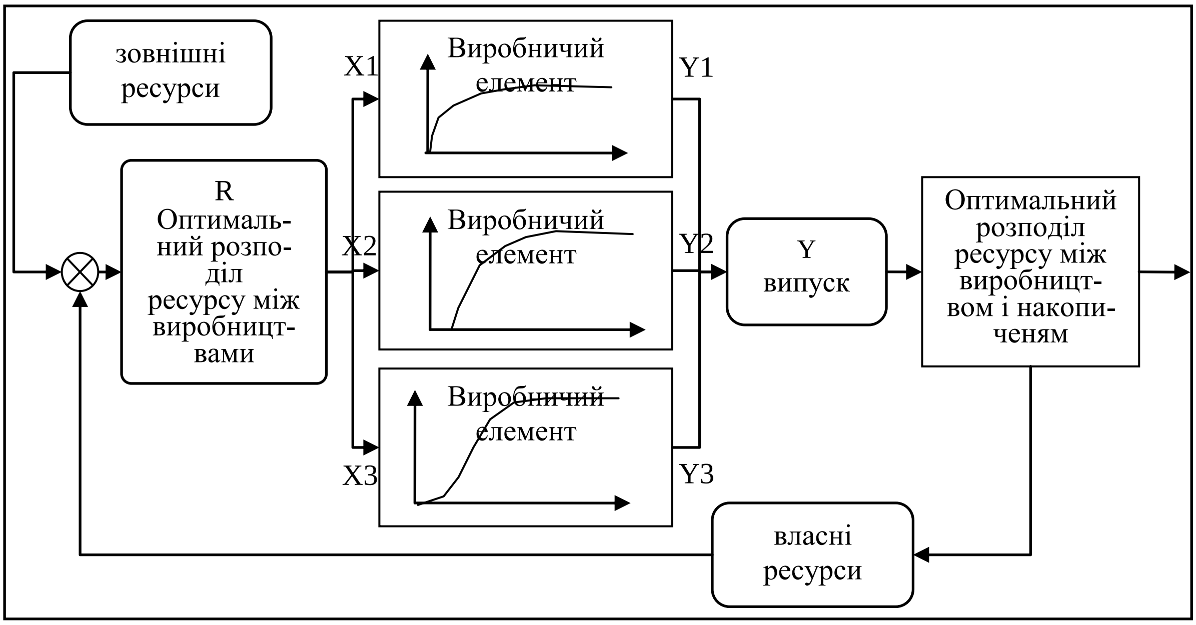


Рис. 2.1. Схема розподіленої системи

Дивимось на схему, бачимо прямі і зворотні, паралельні і послідовні поєднання елементів. Тепер майже неважко перейти до рівнянь і формул - математичних моделей.

Математична модель задачі. Розглядається система з N (беремо поки N = 2, менше не можна) виробничих елементів, що використовують деякий ресурс у кількості $\mathbf{x_i}$ і виробляють продукцію у кількості $\mathbf{yi(x_i)}$ згідно з виробничими функціями з класу додатних монотонно зростаючих функцій: $yi = fi(x_i); \quad i = 1 .. N$,

де x_i - кількість ресурсу, виділеного i-му елементу. **Треба розподілити ресурс R так, щоб максимізувати сумарне виробництво:**

$$Fo(R) = \sum_{i=1}^{N} fi(x_i) \Rightarrow \max \; ; \quad \text{за умови} \; \sum_{i=1}^{N} x_i = R$$

Завдання №2 Запишіть аналогічно постановку спряженої задачі:

Альтернативні методи знаходження екстремуму

1. Метод невизначених множників Лагранжа

Метод працює тільки, коли виробничі функції функцій елементів опуклі і мають неперервні похідні.

Порядок розв'язання задачі (для системи з двох елементів). Задаємо значення параметрів виробничих функцій $a1 := 1$; $a2 := .75$ та ресурсні обмеження $R := 5$.

Дано: **критерій** $F(x1, x2) := a1 \cdot \sqrt{x1} + a2 \cdot \sqrt{x2}$; **обмеження** $G(x1, x2) := x1 + x2 - R$.

1) Записуємо функцію Лагранжа $L(x1, x2, \lambda) := F(x1, x2) + \lambda \cdot G(x1, x2)$

2) Знаходимо похідні від L(.) за незалежними змінними x1 та x2 в аналітичному або числовому вигляді $PL1(x1, x2, \lambda) := \frac{\partial}{\partial x1} L(x1, x2, \lambda)$; $PL2(x1, x2, \lambda) := \frac{\partial}{\partial x2} L(x1, x2, \lambda)$.

3) Прирівнюємо похідні до нуля та додаємо до цих рівнянь рівняння обмеження і розв’язуємо отриману систему рівнянь. Для розв’язання довільних систем рівнянь зручно використати **блок розв'язання.**

Це робиться так: задаємо початкові наближення змінних $X1 := 2 \;\; X2 := 1$; $lmbd := 2$.

Після ключового слова **Given** (дано) записуємо систему рівнянь.

$$\text{Given}\quad PL1(X1,X2,lmbd)=0\ ;\ PL2(X1,X2,lmbd)=0\ ;\ G(X1,X2)=0.$$

Після системи рівнянь записуємо через функцію Find(..) - (знайти), що ми власне шукаємо. Вибираємо для розв'язань інші означення, ніж для шуканих змінних у системі рівнянь. Виводимо отриманий оптимальний розподіл

$$\begin{pmatrix} X1o \\ X2o \\ \lambda o \end{pmatrix} := \text{Find}(X1,X2,lmbd)\ ;\ \begin{pmatrix} X1o \\ X2o \\ \lambda o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2 \\ 1.8 \\ -0.28 \end{pmatrix}\ ;\quad X1o+X2o=5$$

2. Метод виключення змінних

Використовуючи обмеження G(.), виражаємо x2 через x1 та підставляємо у F(.). Отримуємо функцію F1(x1) однієї змінної (для нашого випадку). Знаходимо екстремум F1(x1). Використовуємо або розв'язувальний блок **Given-Find(.)**, або функцію знаходження кореня рівняння з однією змінною **root(.)**. Зробимо це для заданих даних. Із обмеження $x1+x2=R$ маємо $x2=R-x1$.

Підставляємо у F(x1,x2): $F1(x1) := a1\cdot\sqrt{x1}+a2\cdot\sqrt{R-x1}$.

Визначаємо x1 за допомогою функції root(.) : $x1opt := \text{root}\left(\frac{d}{dX1}F1(X1), X1, .1, 4\right)$.

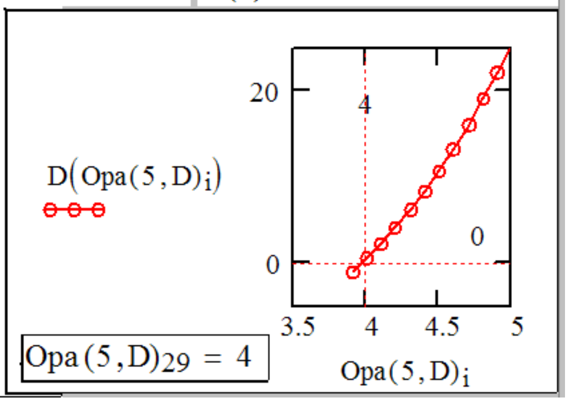
Виводимо значення оптимального розподілу ресурсу $x1opt = 3.2$

3. Пошукові методи

В нашій задачі оптимальне розв’язання знаходиться на границі допустимої області розподілів. Тому пошук екстремуму ведемо на цій границі. Алгоритмів і методів пошуку - більше, ніж багато, тому неважко зробити програму прямого перебору, або простого пошуку. Для прикладу подаємо просту, одновимірну програму пошуку нульового кореня і результат її роботи (копія екрана).

```
Opa(xo,D) :=  | x1 ← xo
              | h ← 0.1
              | for i ∈ 1..30
              |    | qq ← | D(xi + h) / D(xi) |
              |    | xi+1 ← | (xi + h)  if qq < 1
              |    |        | (xi − h)  otherwise
              | x
```

$i := 1..30\quad D(x) := 1\cdot x^3 + -4\cdot x^2 + 0.5$



4. Методи на базі нечіткої логіки

Теорія нечіткості була запропонована для задач з розмитими, нечітко визначеними цілями, критеріями, умовами. Ефективним є застосування цієї теорії для розв'язання задач з обмеженнями. Навіть там, де все чітко визначено, введення штучної нечіткості підвищує ефективність числових методів пошуку екстремуму.

Обмеження витрат у виробничій системі природним чином є нечітким - завжди можна витратити трохи менше, або трохи більше ресурсу, ніж виділено. Будемо вважати, що існує певний "штраф" за відхилення реальної витрати ресурсу від норми: (Rd - R). Виконаємо послідовно етапи "розмивання" обмежень та конструювання так званої "функції належності".

1. Записуємо цільову функцію і "чітке" обмеження:

$Ff(x1,x2) := a1\cdot\sqrt{x1}+a2\cdot\sqrt{x2}$ $\qquad$ $Gg(x1,x2,R) := R-x1-x2$

2. Перетворюємо обмеження у нечітке - конструюємо **функцію належності** для обмеження. (Для цього використовуємо вбудовану функцію нормального розподілу. Чому нормального? - Це не принципово, вирішальними є певні топологічні властивості функції, можна було взяти іншу функцію):

$$Gfuz(x1, x2, R) := dnorm(Gg(x1, x2, R), 0, fuz).$$

3. Конструюємо загальну функцію належності. Для цього ми виконуємо над усіма нечіткими обмеженнями і цільовою функцією операцію "нечітка кон'юнкція". Ця операція в теорії розмитих множин визначається ситуативно, в залежності від "фізичного смислу" цільової функції і обмежень - розмірності та ін. Розглянемо дві альтернативи:

а) мінімум $fnm(x1, x2, R) := min(Ff(x1, x2), Gfuz(x1, x2, R))$;

б) добуток $fnd(x1, x2, R) := Ff(x1, x2) \cdot Gfuz(x1, x2, R)$ від функцій належності.

Цільова функція розмита - гладка, можемо використати вбудований метод пакета.

Записуємо функцію, екстремум якої шукаємо: $D(x1, x2) := fnd(x1, x2, R)$.

Записуємо початкові значення шуканих змінних: $x1 := 0.5R$ $x2 := 0.5 \cdot R$.

Після ключового слова Given записується система обмежень (нема в даному випадку)

і отримуємо (не завжди) розв'язок: $\begin{pmatrix} x1opf \\ x2opf \end{pmatrix} := Maximize(D, x1, x2)$.

Порівнюємо з розв'язанням за методом Лагранжа. Спробуйте змінювати значення параметра "розмитості" $fuz \equiv 0.5$; подивіться, як змінюються результати розв'язання:

нечітке: $x1opf = 3.2$; $x2opf = 1.8$; чітке $X1o = 3.2$; $X2o = 1.8$.

5. Методи на базі відкритого управління (метаігровий синтез)

Метод використовується в ситуаціях, коли виробничі функції **невідомі повністю для системи управління і для самих елементів.** Суть цього методу в тому, що періодично - щодня, щомісяця, щосекундно, повторюється одна й та ж ігрова процедура розподілу ресурсу, в якій кожен елемент (це може бути мікропроцесор, людина, організація) намагається збільшити свій "виграш". За певних умов ця процедура **збігається до бажаного оптимуму**. Процедура розподілу може бути реальною, або комп'ютерною імітацією.

Алгоритм методу

Елементи на кожному періоді подають "заявки" => $\mathbf{x_i}$. Стратегія елемента у цій "грі", що повторюється (метагрі = грі з серії ігор), така: ***якщо значення К зросло на даному кроці - продовжити зміну заявки xi в попередньому напрямі, якщо ні - то змінити напрям зміни заявки.*** Така стратегія називається **індикаторною поведінкою**.

Для повного визначення процедури треба ще задати, на скільки змінювати заявку кожен раз. Це вирішується за допомогою так званих інтуїції, темпераменту, інтелекту (натурального чи штучного).

«Центральний елемент» використовує ПРИНЦИП ВІДКРИТОГО УПРАВЛІННЯ, тобто приймає $\mathbf{x_i}$ за $\mathbf{a_i}$, знаходить розподіл ресурсу, що МАКСИМІЗУЄ цільові функції елементів Кі за умови **повного розподілу ресурсу** R та ПОВІДОМЛЯЄ елементам, як він ділить ресурс; звідси і назва методу - відкрите управління.

Якщо усі $\mathbf{a_i}$ відомі, неважко обчислити $\mathbf{x_i}$, за яких досягається максимум Ко чи Кі **на кожному кроці розподілу**. Таким чином, оптимальний розподіл шукається методом проб і помилок, тому не може бути визначеним за один крок.

На рис. 2.2 подано два приклади процесів розподілу ресурсів при наявності збурень. Бачимо, що незалежно від початкових умов розподіл наближується до оптимального.

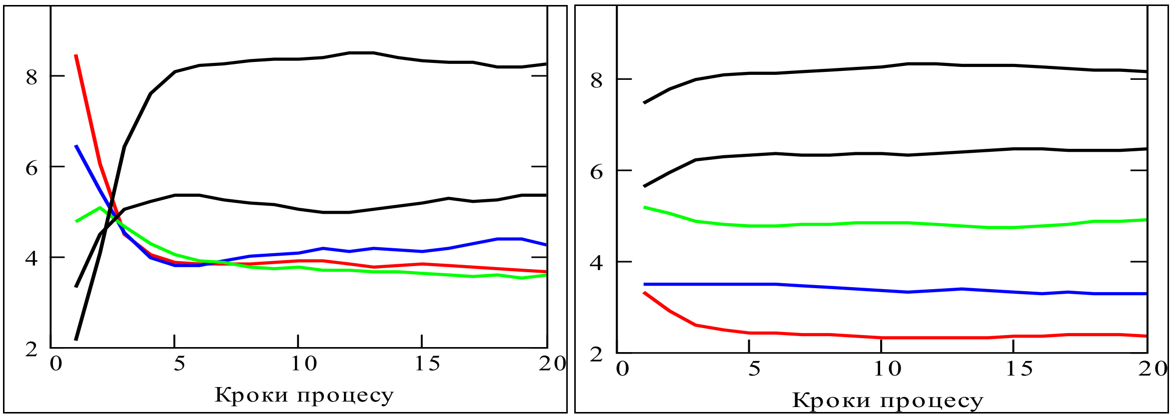


Рис. 2.2. Приклад процесів перерозподілу ресурсу методом відкритого управління

6. Методи на базі агрегування виробничих функцій (розглядаються в 2.4)

У підсумку розглянуті властивості оптимальних виробничих функцій (агрегування) та оптимальних розподілів в системах з двох елементів дають можливість запропонувати альтернативний метод оптимізації розподілу обмеженого ресурсу в розподілених системах з довільним числом елементів і довільними виробничими функціями.

Неважко створити програмний модуль (РМ), і визначити через нього оператор оптимального агрегування: *f20(f1,f2)*, що бере пару виробничих функцій і повертає комплект з вектор-функції оптимального розподілу ресурсу і оптимальної виробничої функції (ВФ). Тоді оптимальну виробничу функцію довільної розподіленої системи можна знайти послідовним попарним агрегуванням ВФ. На рис. 2.3 подано приклад – два варіанти **структурної формули** та графіки ВФ виробничих елементів та оптимальної виробничої функції системи.

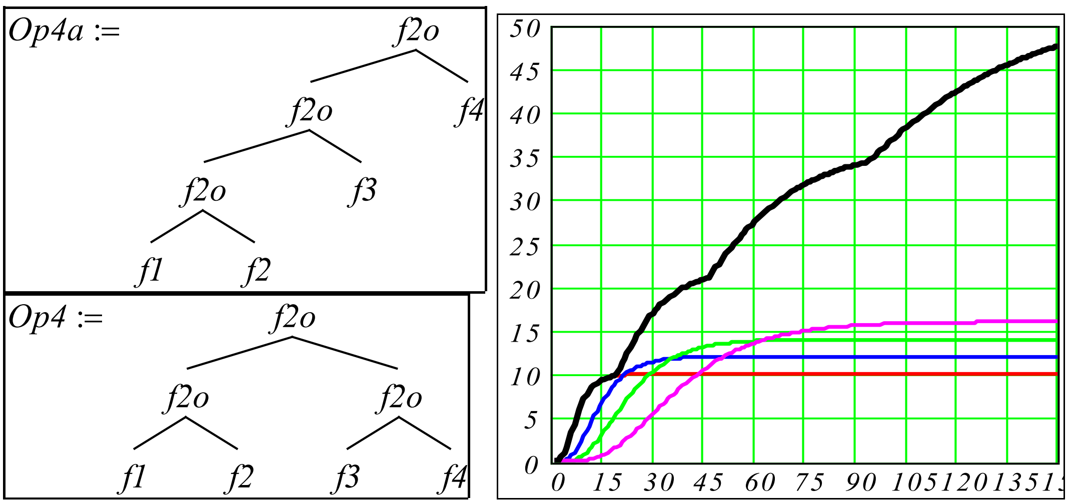


Рис. 2.3. Приклад оптимального агрегування для системи чотирьох елементів

Завдання №3. Для заданої виробничої системи отримати оптимальний розподіл ресурсу альтернативними методами.

Між іншим, подані вище методи розв'язання задачі розподілення - це експертні знання, частина **бази знань** "методи оптимального розподілу ресурсів у децентралізованих системах з паралельно працюючими елементами".

Контрольні запитання

1. Постановка задачі оптимізації розподілу ресурсів виробництва: критерій, обмеження, змінні управління.
2. Структура оптимальних функцій розподілу ресурсу при випуклих і невипуклих виробничих функціях.
3. Можливі джерела і причини ризиків виробництва.

Персональна експертна система

2.2 Оптимізація розподілу ресурсу у розподілених виробничих системах

Вступ

В цьому підрозділі робимо наступний крок в побудові системи підтримки рішень менеджера з розподілу ресурсів між виробництвами окремих продуктів, між окремими підприємствами розподіленої виробничої системи та ін. Повторюємо схему розподіленої виробничої системи з підрозділу 2.1. (рис. 2.4) Побудуємо програмну систему «першого наближення», головне призначення якої дослідження властивостей оптимальних розподілів ресурсів в сучасних виробничих системах.

Ціль даної роботи - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління розподіленими виробничими системами.

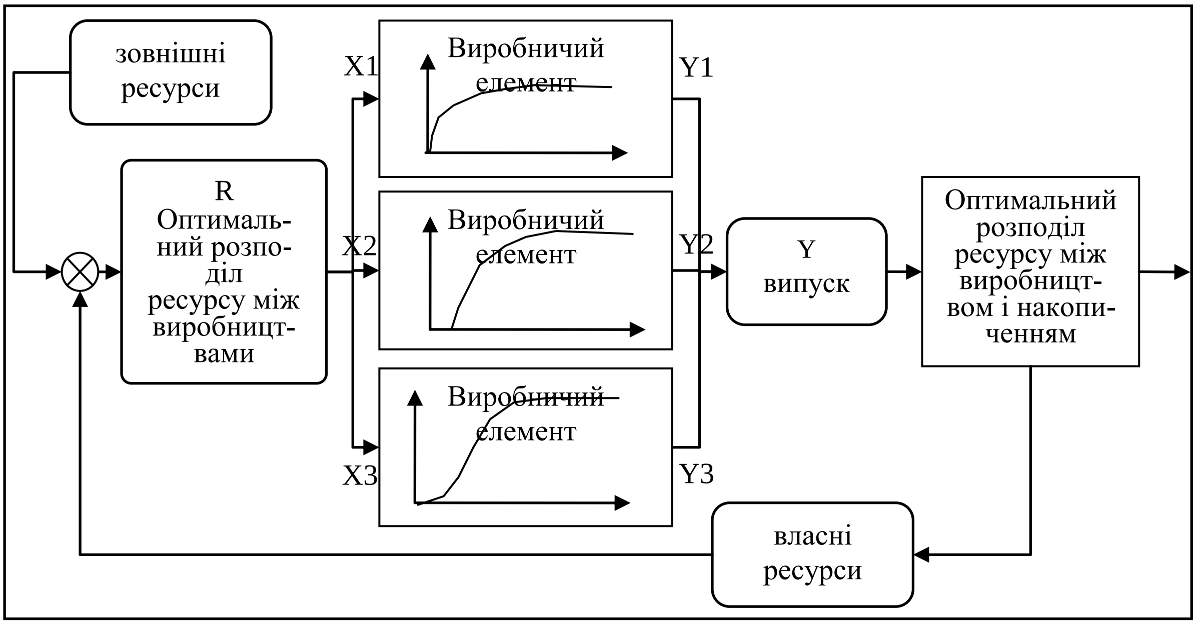


Рис. 2.4. Схема розподіленої системи

Постановка задачі

Розглядається система з N (беремо поки N = 2, менше не можна) виробничих елементів, що використовують деякий ресурс у кількості $\mathbf{x_i}$ і виробляють продукцію у кількості $\mathbf{yi(x_i)}$ згідно з виробничими функціями з класу додатних монотонно зростаючих функцій: $yi = fi(x_i)$; $i = 1 \,..\, N$, де x_i - кількість ресурсу, виділеного i-му елементу. **Треба розподілити ресурс R так, щоб максимізувати сумарне виробництво:**

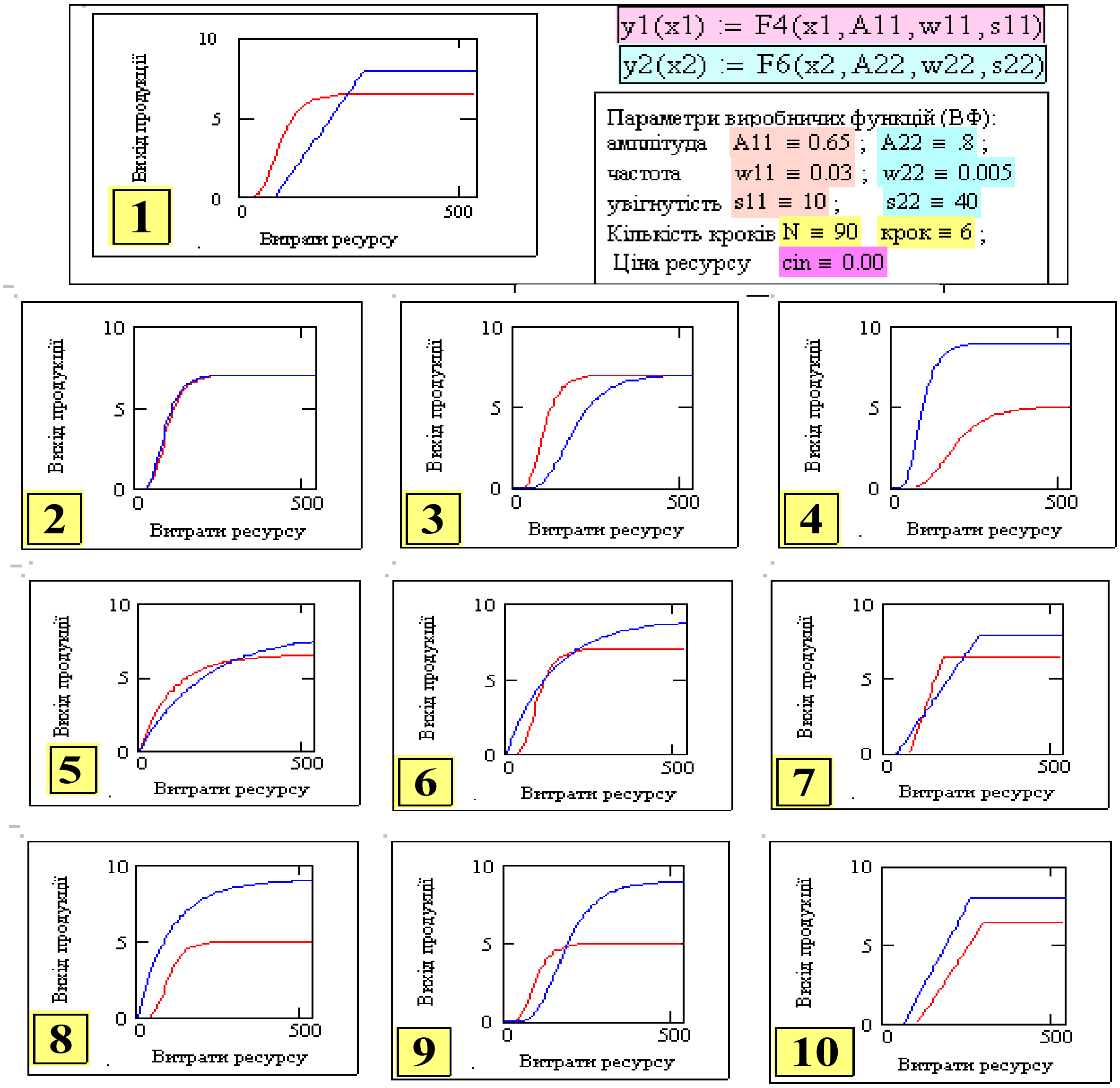
$$Fo(R) = \sum_{i=1}^{N} fi(x_i) \Rightarrow max \;; \quad \text{при умові} \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = R$$

Завдання

1. Побудувати систему для визначення (будь-яким методом) вектор-функції оптимального розподілу обмеженого ресурсу (x1(R),x2(R),..xN(R)).
2. **Для заданої пари виробничих функцій** підібрати параметри моделі і виконати дослідження функції оптимального розподілу.
3. Сформулювати **практичні (експертні) правила** оптимального розподілу ресурсу - в залежності від типу виробничих функцій (ВФ) елементів виробничої системи.

Індивідуальні завдання

1. Перенести картинку завдання до **стенда** і, дивлячись на неї, підібрати клас і параметри функцій, щоб отримати такі графіки. "Свідоцтво про виконання завдання" - копія (картинка) стенда. При описі оптимальних розподілів і виробничої функції системи вказати кількість розривів, умови їх виникнення. Нижче показано (для варіанта 1), як встановлюються класи функції та їх параметри (дивись на стенді).



Зразок виконання

Метод множників Лагранжа у випадку невипуклих, негладких виробничих функцій не працює, вбудовані методи оптимізації теж є малоефективними. Ми змушені зробити власну програму. Подаємо версію, що за ефективністю трохи краща, ніж метод прямого перебору, але безвідмовна. **Спробуйте застосувати вбудовані методи оптимізації пакета, або написати власну програму пошуку екстремуму.**

Модуль оптимізації обчислює функцію оптимального розподілу ресурсу (нагадаємо, що це вектор-функція, що бере ресурсне обмеження R і повертає вектор оптимального розподілу ресурсу, що для кожного значення обмеження задає кількості ресурсу для кожного елемента. Дискретизуємо цільову функцію. Для цього вводимо дискретні змінні **i** - для x1, **j** - для x2, **k** - для R. $ORIGIN := 1$; $M := N$; $Rm := N\cdot крок$; $i := 1..N$; $j := 1..M$; $k := 1..Rm$. Вводимо кроки квантування для змінних x1 та x2, $hr := Rm \div M$; $hx := Rm \div N$.

Для наших цілей зручно цю програму оформити як процедуру від параметрів: **QQ(R,F)**, де **R**- ресурсне обмеження, **F** - цільова функція. На рис. 2.5 подано текст програми.

```
QQ(R,F) :=  | maks ← 0
            | hx ← Rm÷N
            | for i∈1..N
            |    | vv ← F(i·hx, R − i·hx + .01)·if(R < i·hx, 0, 1)
            |    | if vv > maks
            |    |    | maks ← vv
            |    |    | xmak ← i
            | (maks)
            | (xmak)
```

Напишіть коментарі до програми.

Зробіть програму пошуку екстремуму для довільного числа змінних

Рис. 2.5 Текст програми визначення оптимального розподілу

Ідея програми: оскільки екстремум досягається на границі обмеження, то послідовно обчислюємо сумарне виробництво у всіх граничних точках і вибираємо максимум. Вихід програми - значення і координати максимуму для заданої цільової функції F та заданого ресурсного обмеження R. Тестування програми - там, далі.

Створюємо мікробібліотеку типових виробничих функцій.

Степенева $F1(x,A,w,s) \equiv 1A\cdot x^{10w}$;

Логарифмічна $F2(x,A,w,s) \equiv 1.5A\cdot\ln(x+1)$;

Експоненційна $F3(x,A,w,s) \equiv 10\cdot A\cdot\left(1-e^{-w\cdot x}\right)$;

Увігнуто-випукла (S-функція) $F4(x,A,w,s) \equiv 10\cdot A\cdot\left(1-e^{-w\cdot x}\right)^{s}$.

Задаємо параметри задачі

Виробничі функції (ВФ): $\boxed{y1(x1) := F4(x1,A11,w11,s11)}$

$\boxed{y2(x2) := F4(x2,A22,w22,s22)}$

Цільова функція системи:

$$F(x1,x2) := y1(x1) + y2(x2) - cin\cdot(x1+x2).$$

Обмеження: $x1 + x2 - R = 0$, звідки маємо:

$$Fo(x1,R) := F(x1,R-x1)$$

Число кроків обчислення функції розподілу ресурсу:

$$N = 90 \quad x := 0, крок..N\cdot крок \quad Di := крок\cdot N.$$

Для побудови графіків формуємо дискретну цільову функцію

$$Ft_{i,j} := [\,y1(i\cdot hx) + y2(j\cdot hx) - cin\cdot(i+j)\cdot hx\,]\cdot[\,[(i+j)\cdot hx < Rpo]\,];$$

визначаємо координати точок екстремуму для побудови параметричного тривимірного графіка:

$$\left.\begin{aligned} &Z_i := QQ(i\cdot hr,F)_1\cdot(i\cdot крок < Rpo);\\ &X_i := QQ(i\cdot hx,F)_2\cdot\frac{hx}{hr}-1;\\ &Y_i := i\cdot\frac{hx}{hr}-X_i-1 \end{aligned}\right\}$$

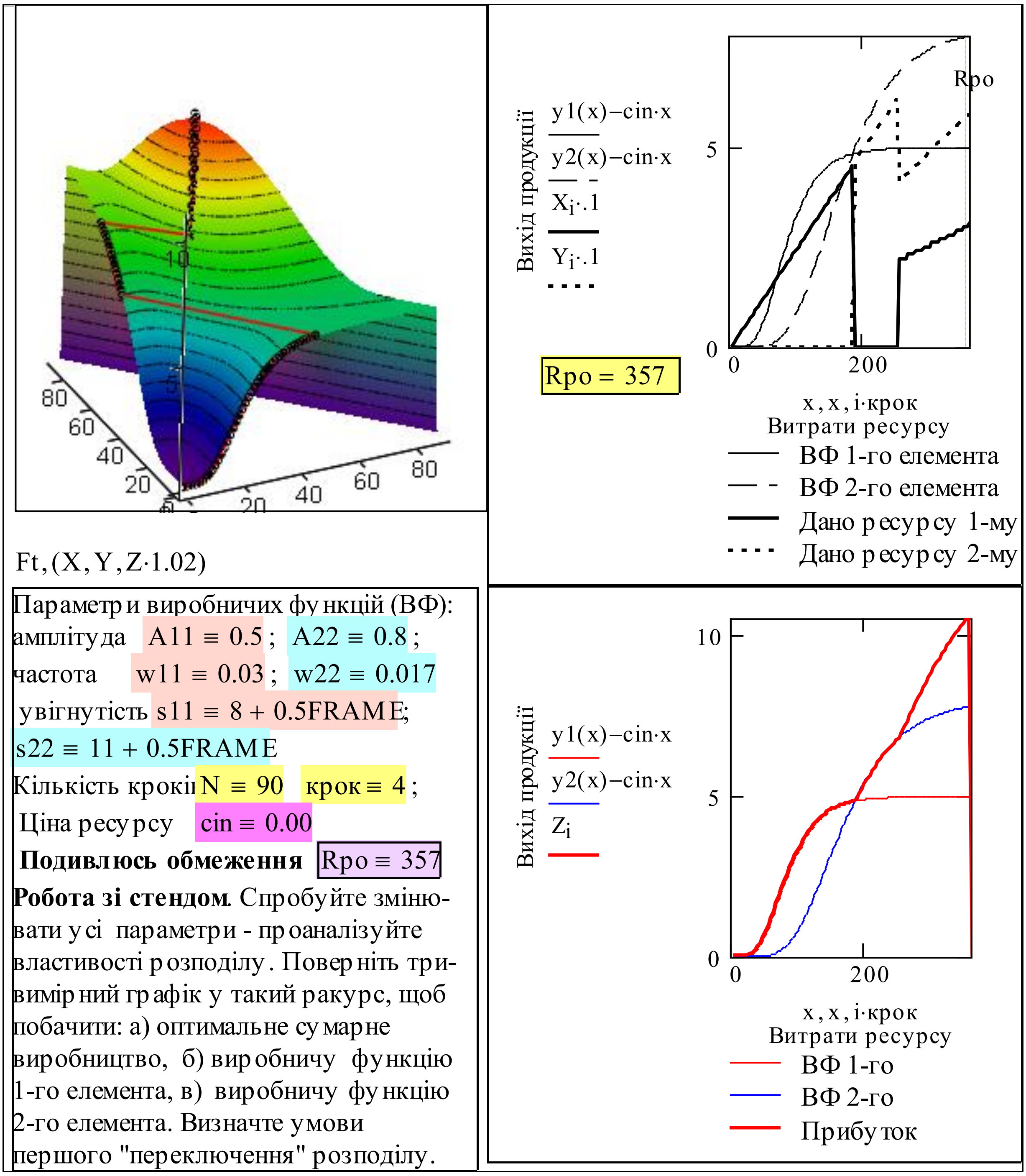


Рис. 2.6. Стенд – інтерфейс для аналізу оптимальних розподілів ресурсу

Контрольні запитання

1. Постановка задачі оптимізації розподілу ресурсів виробництва: критерій, обмеження, змінні управління.
2. Структура оптимальних функцій розподілу ресурсу при випуклих і невипуклих виробничих функціях.
3. Можливі джерела і причини розкидів виробничих функцій
4. Що таке „вектор-функція оптимального розподілу ресурсу"?

Завдання для самостійного виконання

Модифікуйте рівняння для функції сумарного виробництва Ft так, щоб на тривимірному графіку можна було бачити обмеження для ресурсу.

Персональна експертна система

2.3 Система для ризик-аналізу оптимальних розподілів ресурсу у розподілених виробничих системах

Вступ. Постановка задачі

Ціль даної роботи - освоєння методів аналізу ефективності розподілених виробничих систем з паралельно працюючими елементами при невизначеності виробничих характеристик цих елементів і при врахуванні розкиду виробничих функцій елементів (рис. 2.7).

В попередньому розділі були розглянуті задачі оптимізації та аналізу функцій розподілу ресурсу з припущеннями про повну визначеність виробничих функцій елементів.

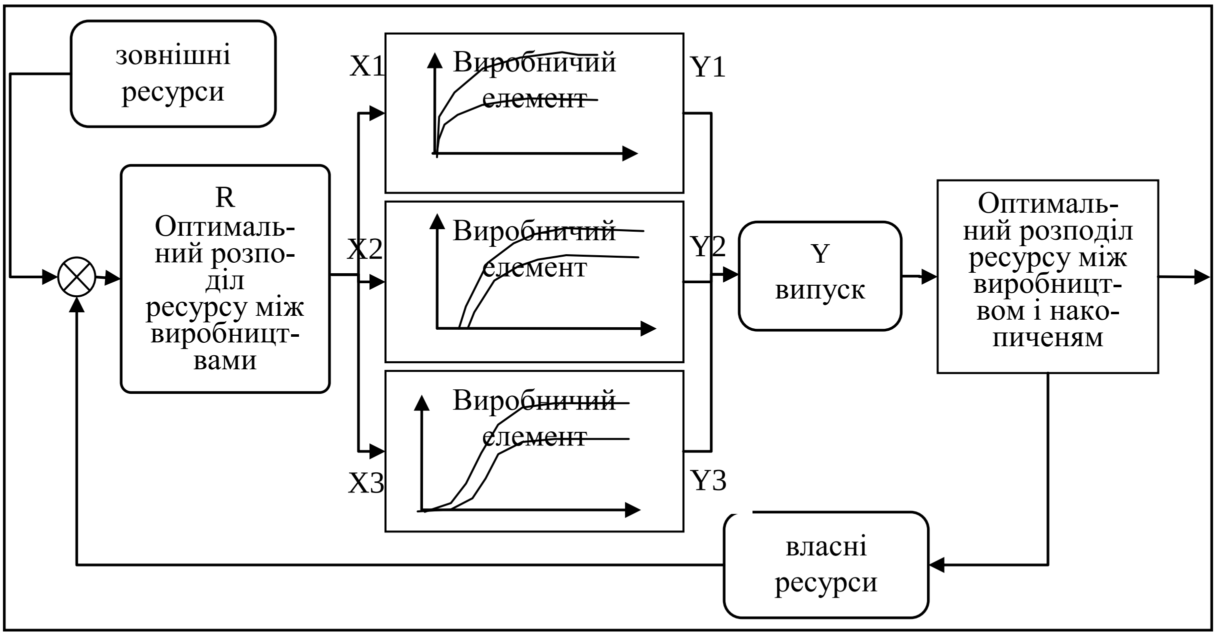


Рис. 2.7. Схема розподіленої системи з урахуванням розкидів

Завдання

Частина 1 - що буде якщо аналіз

1. Для заданого розкиду виробничих функцій елементів отримати верхню і нижню границі оптимальної виробничої функції системи. Виконати аналіз максимального прибутку при заданій ціні ресурсу.
2. Сформулювати експертні правила для вибору оптимального рівня виробництва з урахуванням невизначеностей і класу виробничих функцій елементів.

Частина 2 - ризик аналіз

1. Для заданих частотних розподілів параметрів виробничих функцій елементів побудувати частотний розподіл сумарного прибутку.
2. Отримати оцінки середнього сумарного прибутку та стандартних відхилень прибутку. Визначити імовірність отримання збитків.

Ресурси, необхідні для виконання завдання

Беремо з першої частини роботи (1.1) такі модулі: - програму оптимізації; - бібліотеку виробничих функцій. Ці модулі в електронній книзі закриті нижче, без паролю. При необхідності неважко відкрити цю зону.

Частина 1. Що буде якщо аналіз

Згадаємо суть що буде якщо аналізу *(what if analysis).*

1. На базі емпіричних даних, гіпотез про діючі у виробничих системах "механізми" перетворення ресурсів у продукцію визначається математична модель виробництва.

2. Оцінюються також розкиди цих параметрів -"верхні" та "нижні" значення.

3. Для номінальних (середніх) значень параметрів розраховується оптимальний розподіл ресурсу та очікуваний об'єм сумарного виробництва.

Тепер ми задаємо питання - **що буде, якщо** параметри приймуть верхні - оптимістичні - значення чи нижні - песимістичні, яким буде сумарне виробництво в цих випадках? Природно виникне і друге питання, - **скільки ми втрачаємо через неоптимальність** розподілу ресурсів (що визначається на базі номінальних значень параметрів) у різних випадках (оптимістичному і песимістичному)? Для цього нам потрібно обчислити оптимальні розподіли ресурсу для верхніх і нижніх значень параметрів. (**Увага!** Введення параметрів A, w, s, N нижче, біля графіка). На рис 2.8 подано графіки – „причини” – розкиди ВФ елементів і „наслідки” – розкид залежності прибутку від загального обсягу витрат (ресурсів).

Виробничі функції (ВФ): $y1(x1) := F4(x1, A1, w1, s1)$ $y2(x2) := F4(x2, A2, w2, s2)$

Цільова функція системи: $F0(x1, x2) := F4(x1, A1, w1, s1) + F4(x2, A2, w2, s2) - cin \cdot (x1 + x2)$.

В електронному документі тут закрито формули обчислення даних для графіків.

Параметри виробничих функцій: амплітуда $A1 \equiv .5$; $A2 \equiv 1.$; розкиди: $\Delta 1 \equiv 0.10$; $\Delta 2 \equiv 0.25$ (плюс-мінус відносно номіналу), частота: $w1 \equiv .04$; $w2 \equiv .02$; увігнутість $s1 \equiv 10$; $s2 \equiv 10$. Кількість кроків $N \equiv 90$ $крок \equiv 6$; $i := 1 .. N$; Ціна ресурсу $cin \equiv 0.01$.

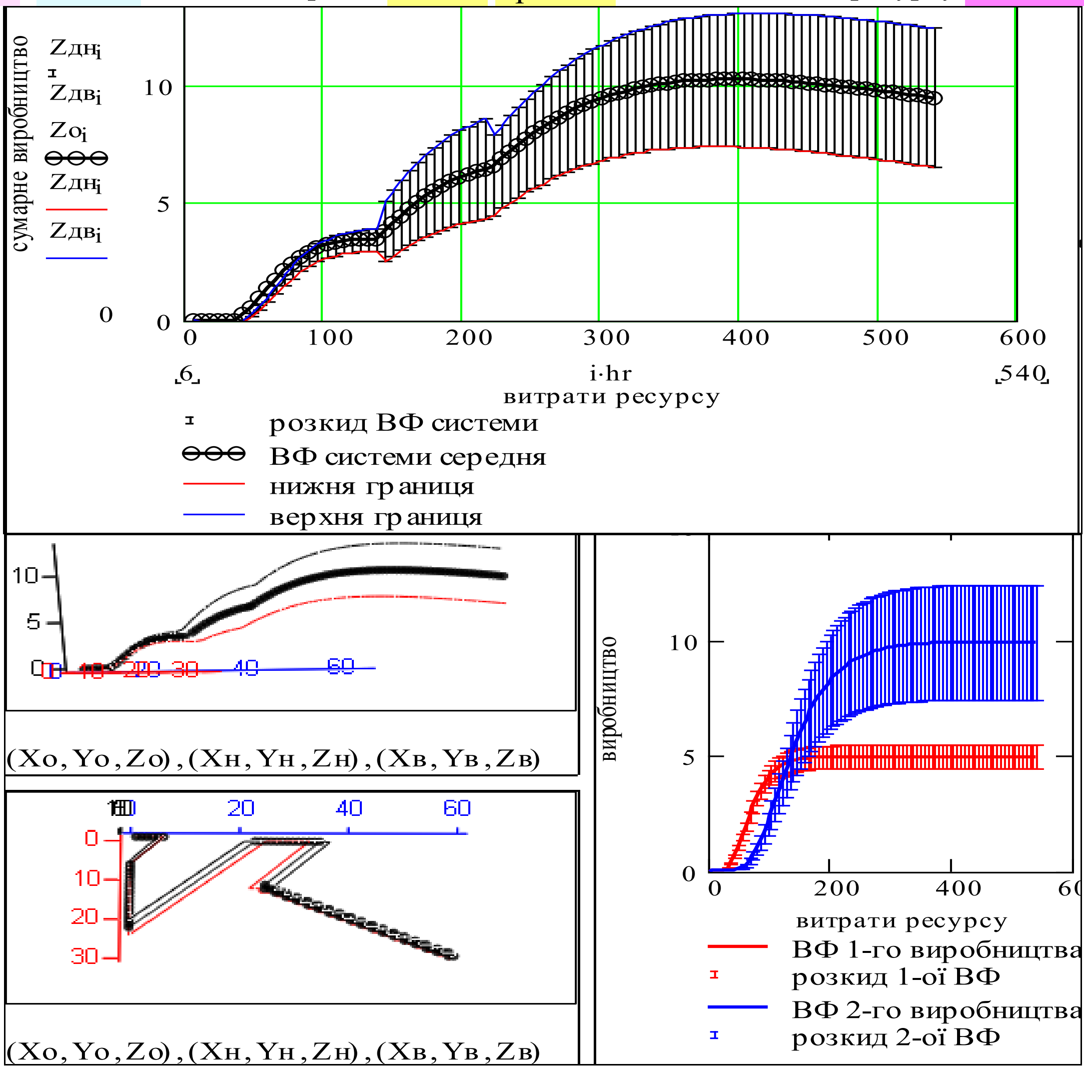


Рис. 2.8. Стенд - інтерфейс для аналізу впливу розкидів ВФ елементів системи

На графіках (рис. 2.8) праворуч подано "причини" - графіки ВФ елементів системи з їх невизначеностями. Ліворуч - дві проекції 3D-графіка, де подані три траєкторії (номінальна і граничні) оптимального розподілу ресурсу. На одному графіку бачимо розкид оптимальної ВФ системи, на другому - розкид функції оптимального розподілу ресурсу.

Частина 2. Ризик аналіз (risk analysis)

Нагадаємо суть ризик аналізу. Невизначеність параметрів виробничих функцій задається вже не розкидами, як у що буде якщо аналізі, а **розподілами ймовірностей** значень параметрів виробничих функцій елементів. Ми вважаємо, що на початку певного періоду визначається на базі номінальних значень параметрів оптимальний розподіл ресурсів і реалізується. Реальні значення звичайно відхиляються від номінальних. В кінці періоду визначається реальний прибуток.

Треба знайти розподіл ймовірностей для сумарного прибутку, а потім визначити:

- математичне очікування сумарного доходу та його стандартне відхилення;
- імовірність отримання збитків і середній розмір збитків;
- визначити умови страхування, що гарантують певний середній дохід.

Використовуємо метод Монте-Карло: задаємо випадкові значення (згідно з розподілами ймовірностей!) параметрів виробничих функцій, знаходимо сумарний прибуток. Виконуємо 200-2000 таких "експериментів", щоб отримати "репрезентативну вибірку", на якій і будемо визначати частотний розподіл. Це можна трактувати як: накопичення (не за 5-15 років, а за 5-15 хвилин) статистики віртуальної реальності.

Розв'язання задачі. Нагадаємо, що в усіх математичних і статистичних пакетах, багатьох програмних платформах є вбудовані функції - генератори випадкових чисел із типовими законами розподілу. Припустимо, що ідентифікація частотних розподілів виконана (див. розділ 1), і ви вибрали певний теоретичний розподіл і визначили його параметри із умови мінімуму розбіжностей з емпіричними даними: $xx := 0, 0.05 .. 2$

Для обгрунтованого вибору теоретичного розподілу бажано знати механізм, що породжує відхилення певного параметра від номінального значення.

Бібліотека типових частотних розподілів параметрів ВФ

Зробимо модуль - мікробібліотеку можливих розподілів параметрів виробничих функцій елементів. Користувач може її необмежено розширювати.

Рівномірний розподіл $\mathrm{runif}(Np, Ar1 - sg1, Ar1 + sg1)$; $\mathrm{runif}(Np, Ar2 - sg2, Ar2 + sg2)$.

Логістичний розподіл $\mathrm{rlogis}(Np, Ar1, sg1)$; $\mathrm{rlogis}(Np, Ar2, sg2)$.

Нормальний розподіл $\mathrm{rnorm}(Np, Ar1, sg1)$; $\mathrm{rnorm}(Np, Ar2, sg2)$.

Логнормальний розподіл $\mathrm{rlnorm}(Np, Ar1, sg1)$; $\mathrm{rlnorm}(Np, Ar2, sg2)$.

Інструкція користувачу

1. Визначіться, які розподіли мають параметри ВФ 1-го і 2-го виробництв.
2. Скопіюйте потрібний вираз (синій курсор повинен охопити вираз) для розподілу 1-го виробництва і підставте його у відповідне місце програми Приб(Np,Ry).
3. Те ж саме зробіть для розподілу 2-го виробництва.
4. Ще більше сервісу отримаєте, якщо переробите програму так, щоб вона була функцією чотирьох параметрів: Приб(Np,Ry,rp1,rp2) .

<u>**Вводимо**</u>: число прогонів $Np := 100000$; ресурсне обмеження $Ry = 220$;

Параметри виробничих функцій: амплітуда $Ar1 \equiv 8$; $Ar2 \equiv 16$; стандартні відхилення параметрів $sg1 := 1$; $sg2 := 2.2$; частота: $wr1 \equiv .04$; $wr2 \equiv .02$ увігнутість $sr1 \equiv 10$; $sr2 \equiv 10$. **Ціни** ресурсу $pr = 1.1$ і продукції $pp = 4$.

<u>**Виробничі функції елементів:**</u>

$f1(x1, Ar1) := F4(x1, Ar1, wr1, sr1)$; $f2(x2, Ar2) := F4(x2, Ar2, wr2, sr2)$.

Цільова функція системи: $Fs(x1, x2) := F4(x1, Ar1, wr1, sr1) + F4(x2, Ar2, wr2, sr2)$

Оптимальний розподіл ресурсу визначається програмою $Qo(Ry,Fs)$ (див. вище) $X1r(x) := Qo(x,Fs)_2$; $X2r(x) := x - X1r(x)$; $X1op := X1r(Ry)$; $X2op := X2r(Ry)$
$НомДох := (f1(X1op,Ar1) + f2(X2op,Ar2))\cdot pp$. $Витр := Ry\cdot pr$;
Прибуток: $НомПрб := НомДох - Витр$; Рентабельність: $НомРент := НомПрб \div Витр$
Програму робимо функцією розміру вибірки Np та ресурсного обмеження Ry (рис.2.9).

$$
Приб(Np,Ry) := \left|
\begin{array}{l}
\text{"tt"} \\
x1op \leftarrow X1op\cdot натисни \\
x2op \leftarrow X2op \\
Av1 \leftarrow rlogis(Np,Ar1,sg1) \\
Av2 \leftarrow rnorm(Np,Ar1,sg1) \\
\text{for } i \in 1..Np \\
\quad \left| \begin{array}{l}
Av1_i \leftarrow Av1_i\cdot(Av1_i > 0) \\
Av2_i \leftarrow Av2_i\cdot(Av2_i > 0) \\
Fsys_i \leftarrow f1(x1op,Av1_i) + f2(x2op,Av2_i) \\
Pri_i \leftarrow Fsys_i\cdot pp - Ry\cdot pr
\end{array}\right. \\
При
\end{array}\right.
$$

$Приб(10,200) =$

	1
1	25.26
2	-0.29
3	59.88
4	54.17
5	77.72
6	134.63
7	86.5
8	92.64
9	88.37
10	90.22

$\boxed{Qv := Приб(Np,Ry)}$

Рис. 2.9. Текст програми обчислення прибутку при наявності випадкових відхилень параметрів ВФ

Побудова частотних розподілів

Побудуємо "емпіричний" частотний розподіл (гістограму) розміру прибутку. Використовуємо вбудовану функцію пакета $hist(вектор\_інтервалів, вектор\_даних)$. Задаємо вектор даних, визначаємо граничні значення даних - діапазон (формули копіюємо з "Ресурсного центра" пакета); $дані := Qv$; $lower := floor(min(дані))$; $upper := ceil(max(дані))$. Задаємо число інтервалів групування даних, визначаємо вектор інтервалів: $n := 40$; $j := 1..n$; $h := (upper - lower) \div n$; $int_j := lower + h\cdot(j-1)$; $int := int + 0.5\cdot h$; $Збитки := 0$; $Приб\_середн := mean(Qv)$. Визначаємо також стандартні статистичні характеристики
$Прибуток\_середн := mean(Qv)$; $Станд\_відх\_приб := stdev(Qv)$;
$Прибуток\_максим := max(Qv)$; $Прибуток\_мінімум := min(Qv)$
І, нарешті, визначаємо частотний розподіл: $\boxed{Гi := hist(int, дані)}$.

$$
Zb_j := \left| \begin{array}{ll} Гi_j \div Np & \text{if } int_j \le 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{array}\right.
$$
- так виділяємо інтервал збитків.

Обчислимо ймовірність збитків (це інтеграл від графіка щільності ймовірностей в діапазоні прибутків $-\infty \le прибуток \le 0$. Гістограма є дискретною, тому замінюємо інтеграл сумою) $Ймовірність\_Збитків := \sum_{j=1}^{n-1} (Гi_j \div Np)\cdot(int_j \le 0)$.

Для того, щоб бачити як змінюються реалізації вибірки, понатискайте це: $натисни \equiv 1$.

Дивимось на графіки (рис. 2.10). Бачимо на верхньому графіку розподіл доходу виробничої системи. Нижні графіки - "причини" цього розподілу: а) функції доходу елементів та оптимальний розподіл ресурсу (ліворуч); б) - невизначеності - частотні розподіли виробничих функцій. До цих графіків винесені ключові параметри виробничої системи: обмеження ресурсу та ціни ресурсу і продукту.

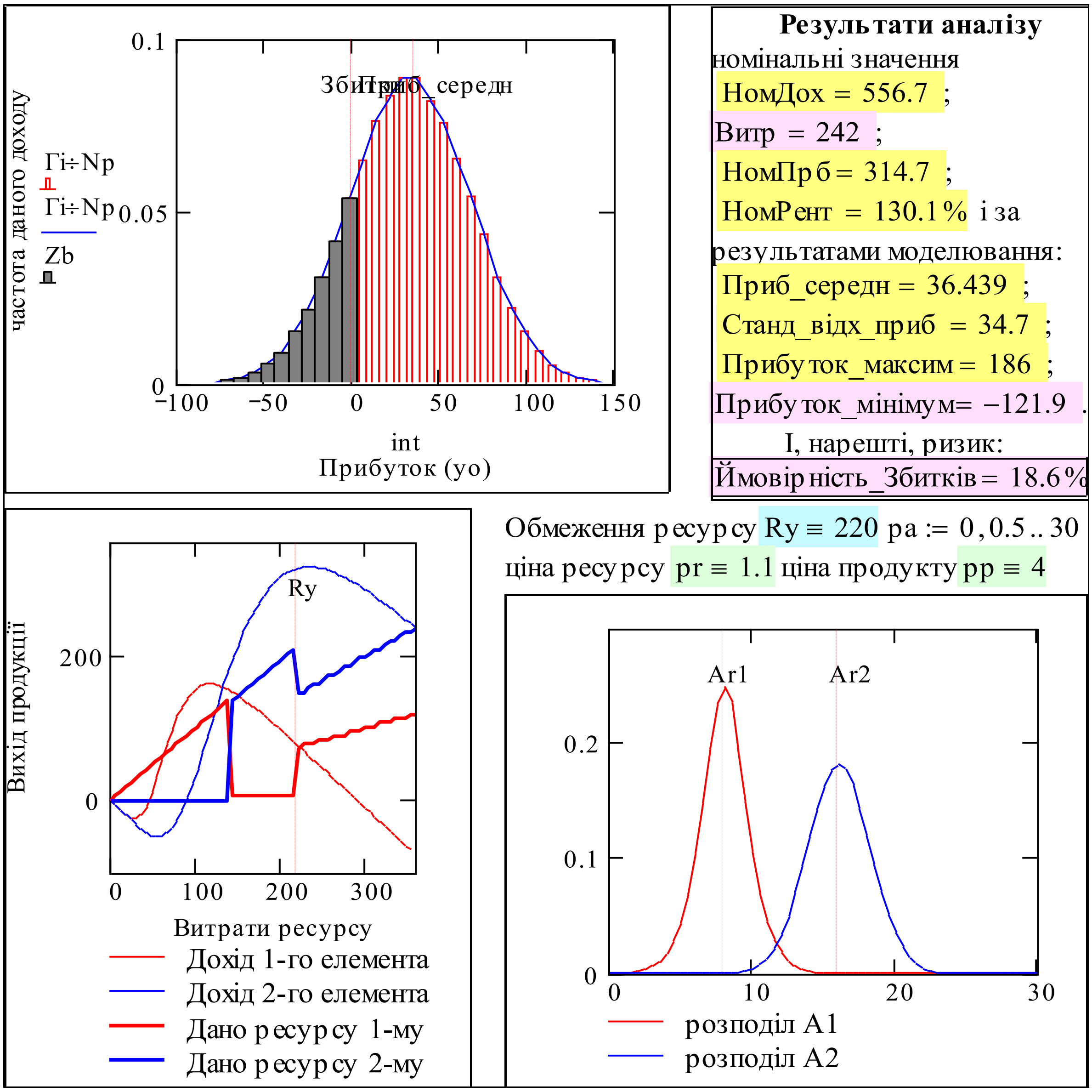


Рис. 2.10. Стенд - інтерфейс для аналізу частотних розподілів сумарного прибутку

Спробуйте змінювати (обережно) ці параметри - проаналізуйте, як змінюється частотний розподіл сумарного доходу. Між іншим, для даного випадку розподіл доходу є згорткою розподілів параметрів A1 та A2 виробничих функцій (сумарний прибуток є сумою незалежних випадкових величин, а розподіл такої суми визначається інтегралом згортки). Бачимо, що ймовірні прибутки можуть бути і від'ємними, тобто збитками.

У підсумку на базі отриманих даних **можна приймати певні рішення - купити страховку, "розміняти" високодохідне і високоризикове виробництво на менш дохідне, але менш ризикове та ін**. Це окрема тема. Подаємо копії екрана для різних випадків невизначеності виробничих функцій.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади систем, елементи яких мають невипуклі виробничі функції.
2. Властивості функції оптимального розподілу ресурсів.
3. Скільки точок розриву може мати функція оптимального розподілу обмеженого ресурсу для випадку двох увігнуто-випуклих виробничих функцій?
4. Як будується емпіричний частотний розподіл - гістограма? Що є вхідними даними?
6. Як визначаються математичне очікування та стандартне відхилення?
7. Що роблять вбудовані функції пакета stdev(X), mean(X), mode(X)?

Персональна експертна система

2.4 Система для ідентифікації виробничих функцій

Вступ. Аналіз задачі

Ціль даної роботи - освоєння методів ідентифікації виробничих функцій - узагальнених характеристик "витрати-ефект" елементів виробничих систем. В розділі ро зроблено модуль для аналізу оптимальних розв'язань з урахуванням невизначеностей. Оптимізаційні задачі попередніх розділів, експертні висновки - все це базується на вхідних даних, в першу чергу - на "виробничих функціях" - залежностях класу "витрати-випуск", "витрати-ефект". Це фундамент для подальших результатів і висновків? – Ні, тільки досить надійна купина в трясовині невизначеностей і нестаціонарностей, з якої можна перестрибнути ні іншу. Нагадаємо - ідентифікація емпіричних залежностей - типова, масова операція. Підсистеми (модулі) ідентифікації емпіричних залежностей вбудовуються у різноманітні автоматизовані системи - диспетчерські, аналітичні помічники біржового маклера або менеджера постачання.

Нагадаємо, що ідентифікація в даному випадку - це знаходження деякої аналітичної залежності, що найкраще наближує експериментальні дані. "Найкраще наближує" означає, клас і параметри аналітичної залежності f(x) вибрані так, щоб мінімізувати певний критерій. Зазвичай, це сума квадратів відхилень емпіричних точок від "спрогнозованих" функцією f(xi): (Yi(xi)-f(xi)).

Завжди будемо розрізняти два рівні ідентифікації:

а) ми маємо задовільні математичні моделі "механізмів", що породжують певну залежність "витрати-випуск", і виконуємо ідентифікацію емпіричних даних відносно цієї залежності;

б) ми не маємо обгрунтованих гіпотез про діючі в системі "механізми" і вибираємо "теоретичну залежність" тільки із умови зручності (наявність і прості вирази для похідних та ін.).

Стратегічна ціль ідентифікації - за неповними, зашумленими даними виявити закони і механізми функціонування і на цій основі прогнозувати поведінку системи, управляти системою.

Не слід, однак, до нескінченності вдосконалювати процедури вимірювання та обробки даних по виробничим функцій, виявляється: **виробничих функцій не існує**, особливо в сучасних умовах високих технологій та глобалізації. Дійсно, щоб відобразити динаміку розвитку виробничої системи, навчання, асиметрію процесів розширення і скорочення обсягів виробництва вводять "швидкі" і "повільні" виробничі функції, виробничі функції з урахуванням технічного прогресу та ін. В психології існує поняття "корисний забобон" (ритуал). В формальному плані виробнича функція - "забобон", в практичному - корисний "забобон". В наступних роботах ми побудуємо моделі розвитку виробничих систем без використання поняття виробничих функцій.

Постановка задачі

Маємо певний **масив емпіричних даних** {Xj,Yj}, j = 1..M. Прийнята ГІПОТЕЗА про те, що "істинна" залежність y = f(p,x) належить до функцій певного класу. Вважається, що емпіричні дані є результатом накладення на цю залежність помилок вимірювання та випадкових збурень. Потрібно вибрати вектор параметрів "істинної" залежності y = f(p,x) так, щоб мінімізувати заданий критерій відхилення емпіричних даних від цієї залежності. Максимально використаємо вбудовані функції, що є в будь-якому математичному чи статистичному пакеті.

Завдання

1.*Зробити зручний модуль для побудови логістичної регресії для заданих статистичних даних (кількість зірочок – важкість завдання).
2. Для заданих наборів "статистичних даних" системи з двох виробничих елементів виконати ідентифікацію їх виробничих функцій, підібрати параметри моделі і виконати дослідження точності ідентифікації оптимальної виробничої функції та функції оптимального розподілу системи.
3. Модифікувати модуль побудови логістичної регресії для ідентифікації іншої (згідно з індивідуальним завданням) залежності: степеневої, логарифмічної та ін.
4. **Розробити модуль для формування частотних розподілів значень виробничої функції при фіксованому значенні витрат ресурсу.
5. ***На базі модулів ідентифікації за різними гіпотезами зробити меню користувача"вибери регресію" (з кнопками).

Зразок виконання

Далі подано модуль ідентифікації, орієнтований на навчання. Для отримання робочого модуля експертної системи слід видалити все зайве (детальні пояснення), колапсувати рутинні присвоєння та обчислення. В робочому модулі повинні бути тільки введення вхідних даних і вихідні результати - параметри та розкид ідентифікованої виробничої функції.

Частина 1. Модуль ідентифікації: логістична регресія

Логістична модель використовується для подання
1) ***залежностей від часу***, 2) ***залежностей "ресурс-продукт".***

В першому випадку - це результат дії механізму "зростання з обмеженням". Цей механізм описується нелінійним диференціальним рівнянням. З точки зору спостерігача маємо спочатку досить довге малопомітне зростання, потім досить швидке зростання з наступним гальмуванням росту (= ресурси розвитку вичерпані).

В другому випадку логістична залежність не є наслідком дії певного механізму, приблизно такого: виробництво, навіть коли не працює, вимагає витрат (охорона, опалення, податки, зарплата директора та ін.), при малих навантаженнях обладнання працює в неефективних режимах, з ростом навантаження продуктивність зростає, однак при подальшому збільшенні витрат ресурсу досягається максимум виробничої потужності і ефективність падає.

Теоретична модель логістичної регресії: $\boxed{y = \dfrac{A}{1 + B\cdot e^{-C\cdot x}}}$

має три параметри - A, B, C. Визначення цих параметрів може бути виконане за допомогою вбудованих функцій **lgsfit** та **genfit.**

Тестова модель даних. Увага! Система ідентифікації "не знає" параметрів моделі! Це слід враховувати при створенні робочого модуля. Задаємо: $ORIGIN := 1$; інше - далі, біля графіків. $i := 1..M$; крок **x**: $ha := xma \div M$; "причина": $xl_i := i\cdot ha$; середнє шуму $mu := 0$ варіація шуму $va := 0.5$

Параметри тестових наборів даних: $A := 60$; $B := 100$; $C := 0.6$ Модель даних:

$$\boxed{yL_i := \frac{A}{1 + B\cdot e^{-C\cdot xl_i}} + lhs\cdot rnorm(2, mu, va)_1\cdot натисни} \;;\; yL_i := max(yL_i, 0)$$

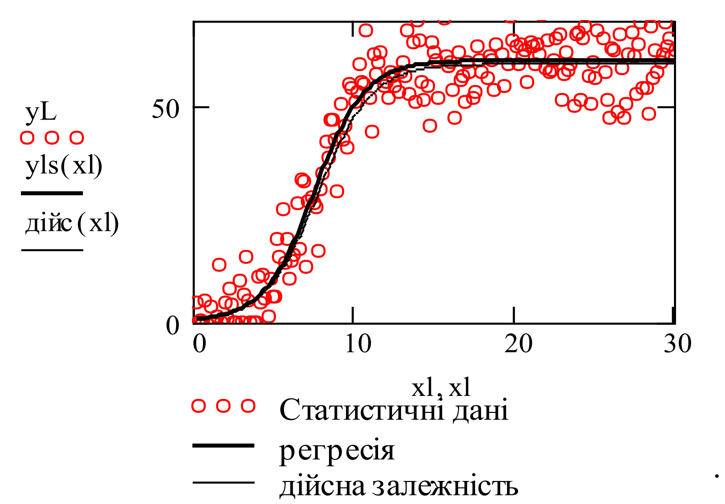
Визначення параметрів регресії. Спочатку за допомогою вбудованої функції математичного пакета $lgsfit(X, Y, Gl)$, де $Gl := (60 \;\; 60 \;\; 0.1)^T$ - вектор початкових значень параметрів апроксимації, знаходимо **вектор коефіцієнтів** інтерполяції

$$\boxed{L := lgsfit(xl, yL, Gl)} \;;\; L^T = (60.5 \;\; 122.2 \;\; 0.6)\;.$$

Вектор L "найкращим чином" наближує (мінімізує критерій помилки) статистичну залежність. Підставляємо його в "теоретичну модель" регресії. Отримуємо функцію y(x): $yls(x) := L_1 \div \left(1 + L_2 \cdot e^{-L_3 \cdot x}\right)$, що є найкращим наближенням статистичних даних. Записуємо вираз для "прихованої" в шумах дійсної залежності

$$дійс(x) := A \div \left(1 + B \cdot e^{-C \cdot x}\right).$$

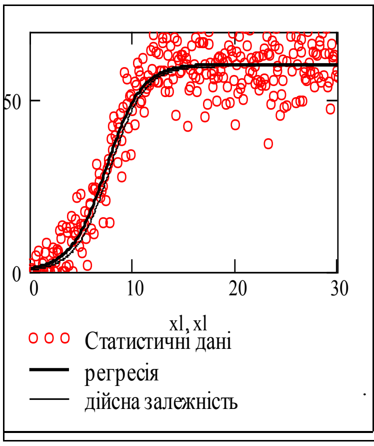
Зауваження. Вектор початкових значень Gl слід вибирати досить близьким до апостеріорних - оптимальних значень, бо програма ідентифікації lgsfit() не переобтяжена інтелектом, тому слід взяти $Gl_1 = \max(Y)$ $Gl_2 = \dfrac{\max(Y)}{\mathrm{mean}(X)}$, а Gl_3 просто підібрати, дивлячись на графіки вхідних даних та моделі регресії (рис. 2.11).



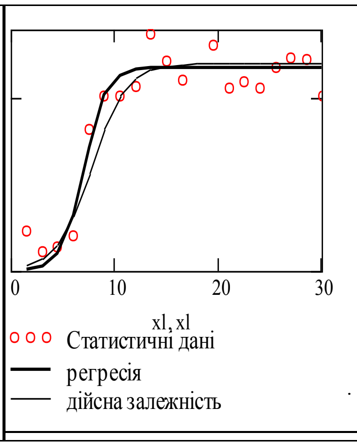
натисни ≡ 1, щоб побачити нову реалізацію вхідних даних.
кількість точок M1 ≡ 200
діапазон xma ≡ 30
рівень шуму lhs ≡ 14.
Параметри
тестові ідентифіковані
$A = 60$; $L_1 = 60.5$
$B = 100$; $L_2 = 122.2$
$C = 0.6$; $L_3 = 0.64$

Рис. 2.11. Стенд для ідентифікації виробничих функцій

Завдання для роботи зі стендом. Змінюйте реалізації ("натисни"), кількість точок (від 10 до 200), рівнянь шуму, діапазон. Зробіть експертні висновки (чи буде ідентифікація безпомилкова, якщо шумів не буде, чи завжди збільшення кількості точок підвищує точність ідентифікації.). Як квитанцію виконання роботи зробіть три копії екрана (див. зразок).



натисни ≡ 1, щоб побачити нову реалізацію вхідних даних.
кількість точок M1 ≡ 300
діапазон xma ≡ 30
рівень шуму lhs ≡ 14.
Параметри
тестові ідентифіковані
$A = 60$; $L_1 = 60.2$
$B = 100$; $L_2 = 78.2$
$C = 0.6$; $L_3 = 0.59$



натисни ≡ 1, щоб побачити нову реалізацію вхідних даних.
кількість точок M1 ≡ 20
діапазон xma ≡ 30
рівень шуму lhs ≡ 14.
Параметри
тестові ідентифіковані
$A = 60$; $L_1 = 58.7$
$B = 100$; $L_2 = 793$
$C = 0.6$; $L_3 = 0.95$

Рис. 2.12. Ідентифікація виробничих функцій. Приклади копій екрану

Так званий "оковимірний аналіз" якості наближення - об'єктивна реальність. Професіонал часто може краще, точніше і навіть швидше, ніж програма, оцінити якість апроксимації статистичних залежностей. Наведемо критерії якості ідентифікації. **Критерій якості** наближення множини точок певною функцією:

$$кряк := \sqrt{\frac{1}{M1}\cdot\sum_{i=1}^{Ml}\left(\frac{yL_i - yls(xl_i)}{yls(xl_i)}\right)^2} \quad . \quad кряк = 1.41$$

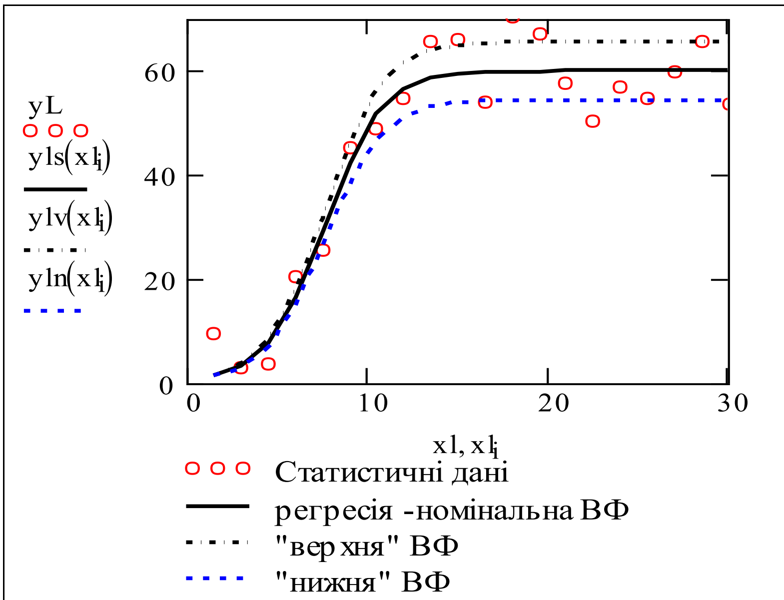
Критерій **роз**біжності двох функцій (якщо ми знаємо "точну" функцію, то можемо порівняти її з тим, що ідентифіковано за статистичними даними):

$$крроз := \sqrt{\frac{1}{M1}\cdot\sum_{i=1}^{Ml}\left(\frac{yls(xl_i) - дійс(xl_i)}{дійс(xl_i)}\right)^2} \quad крроз = 2.71\%.$$

Оцінка розкиду виробничої функції. Ми припустили, що реальні значення виробничої функції є випадковими величинами, обумовленими різними факторами. Робимо інструменти для оцінки розкиду - верхньої і нижньої границь, таких, що можливі реалізації виробничої функції знаходяться в цих границях із **заданою ймовірністю**. Записуємо вираз для випадкової величини "відхилення": $Otkl_i := yL_i - yls(xl_i)$; Виводимо: середнє квадратичне $stdev(Otkl) = 5.59$; мінімум $min(Otkl) = -9.68$; середнє $mean(Otkl) = 0.29$; максимум $max(Otkl) = 10.37$.

Тепер на основі даних про розкид статистичних даних "конструюємо" "верхню" і "нижню" виробничі функції. Змінюємо в номінальній ВФ тільки один параметр A - "амплітуду". Тоді амплітуда "верхньої" ВФ буде $Av := L_1 + stdev(Otkl)$, а "нижньої", відповідно: $An := L_1 - stdev(Otkl)$; $ylv(x) := Av \div \left(1 + L_2\cdot e^{-L_3\cdot x}\right)$; $yln(x) := An \div \left(1 + L_2\cdot e^{-L_3\cdot x}\right)$

Будуємо графіки цих залежностей (рис. 2.13).



Подивимось все це на графіку. Одразу бачим головний недолік наших моделей: абсолютне значення розкиду не залежить від значення ВФ. В зон малих значень x у сі значення y випадають допуску. Трохи не в'яжеться це із здоровим глуздом - **треба скоректувати модель шумів і збурень.**
Завдання - зробіть це.

Рис. 2.13. Визначення розкиду виробничої функції

Визначимо ймовірність потрапляння реалізації ВФ в діапазон між "верхньою" і "нижньою" ВФ. Попало 40% - чи слід розширити границі? :

$$попало := \left(\frac{1}{M1}\right)\cdot\sum_{k=1}^{Ml}\left(yln(xl_k) \le yL_k \le ylv(xl_k)\right) \quad попало = 40\%$$

Зауваження. В нашу бібліотеку формально неіснуючих (нечітких, розмитих, інтуїтивних) понять добавимо ще одне. В підсумку маємо: "експертна система", "виробнича функція", "імовірність події".

Частина 2. Модуль для ідентифікації увігнуто-випуклих виробничих функцій

Модель увігнуто-випуклої ВФ, що використана в розділах 2.1, 2.2, не має відповідної вбудованої функції ідентифікації в пакеті. Розглянута вище логістична регресія не задовольняє нас з фундаментальних причин: там використана модель для функцій часу. Вона має інший **механізм породження**. Тому зробимо модуль ідентифікації на базі загальних вбудованих функцій пакета - given-find, minerr, minimize.

Тестова модель даних. Задаємо дані, що імітують певний детермінований функціональний зв'язок, "засмічений" випадковими збуреннями. Вводимо параметри тестової моделі побудови регресії: $ORIGIN := 1$; $i := 1..Msf$; крок x: $hag := xms \div Msf$; "причина": $xs_i := i \cdot hag$; шум: середнє $mu := 0$; варіація $va := 0.2$. Параметри тестових наборів даних: $A := 1$; $w := 0.04$; $s := 8$. Модель даних:

$$\boxed{yS_i := 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot xs_i}\right)^s + ash \cdot rnorm(2, mu, va)_1 \cdot натис}; \quad yL_i := \max\left(yL_i, 0\right).$$

Визначення параметрів регресії. Використаємо як більш надійний метод minerr, який завжди знаходить хоч приблизне розв'язання там, де інші методи не працюють. Зробили його для приблизного розв'язання систем алгебраїчних рівнянь, однак він є дуже зручним для знаходження екстремумів (треба тільки трохи модифікувати задачу).

Задаємо початкові значення змінних $An := 2$; $wn := 0.05$; $sn := 3$. Початкові значення слід вибирати досить близькими до очікуваних - оптимальних значень,

Після ключової змінної Given записуємо критерій - сума квадратів відхилень статистичних даних від значень функції. Нам бажано мінімізувати її - ми прирівнюємо її до нуля. Потім пишемо, що шукаємо: Minerr(змінні оптимізації) - отримуємо розв'язання.

$$\text{Given} \quad \sum_{i=1}^{Msf} \left[yS_i - 10 \cdot An \cdot \left(1 - e^{-wn \cdot xs_i}\right)^{sn} \right]^2 = 0;$$

$$\begin{pmatrix} Ao \\ wo \\ so \end{pmatrix} := \text{Minerr}(An, wn, sn);$$

Підставляємо розв'язок в модель регресії

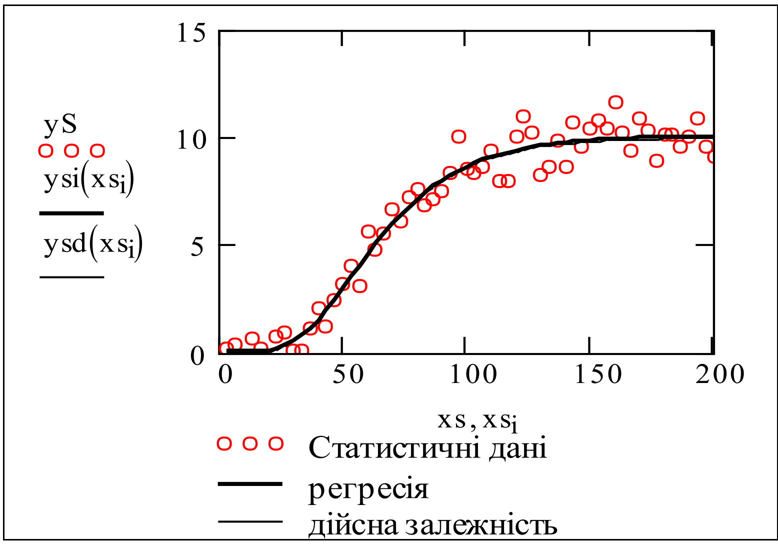
$$\boxed{ysi(x) := 10 \cdot Ao \cdot \left(1 - e^{-wo \cdot x}\right)^{so}}.$$

Записуємо "невідому дійсну залежність"

$$\boxed{ysd(x) := 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot x}\right)^{s}}.$$

На рис. 2.14 подано „стенд" для аналізу ідентифікації виробничих функцій.

Завдання для роботи зі стендом. Змінюйте реалізації ("натисни"), кількість точок (від 10 до 200), рівнянь шуму, діапазон. Зробіть експертні висновки. Як квитанцію виконання роботи зробіть три копії екрана.



натис ≡ 1, щоб побачити нову реалізацію вхідних даних.
кількість точок Msf ≡ 60
діапазон xms ≡ 200
рівень шуму ash ≡ 4.
Параметри
тестові ідентифіковані
A = 1 ; Ao = 1
w = 0.04 ; wo = 0.04
s = 8 ; so = 8.51
.

Рис. 2.14. Аналіз регресії статистичної залежності

Оцінка розкиду виробничої функції. Ми припустили, що реальні значення виробничої функції є випадковими величинами, обумовленими різними факторами (метеорологічні та астрологічні ситуації, аварії на виробництві). Для врахування випадковості треба визначити границі, в яких виробнича функція знаходиться із **заданою ймовірністю**. Беремо різниці $Otk_i := yS_i - ysi(xs_i)$; виводимо: $\min(Otk) = -1.39$; $\mathrm{mean}(Otk) = -0.01$; $\max(Otk) = 1.64$. Визначаємо верхню і нижню оцінки номінальної виробничої функції. Як і в частині 1 змінюємо тільки один параметр A - "амплітуду".

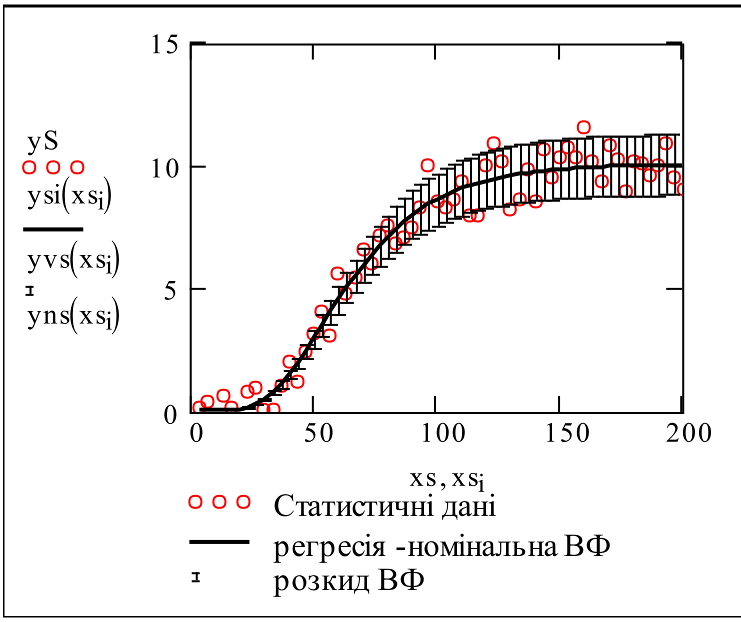
Амплітуда верхньої ВФ буде $Avs := Ao + 0.1\,\mathrm{stdev}(Otk)$,

а нижньої ВФ $Ans := Ao - 0.1\cdot\mathrm{stdev}(Otk)$.

Записуємо робочі рівняння для цих граничних оцінок виробничої функції.

$$yvs(x) := (10 + 0.5)\cdot Avs\cdot\left(1 - e^{-wo\cdot x}\right)^{so} \;;\; yns(x) := (10 - .5)\cdot Ans\cdot\left(1 - e^{-wo\cdot x}\right)^{so}$$

Будуємо графіки (рис. 2.15).



Дивимось все обчислене вище на графіку. Враховуємо головний недолік наших моделей: абсолютне значення розкиду не залежить від значення ВФ. В зоні малих значень x усі значення y випадають з допуску. Простіше рішення - просто розширити зону невизначеності - це зроблено: (10 + 0.5), (10 - 0.5)

Рис. 2.15. Визначення границь розкиду виробничої функції

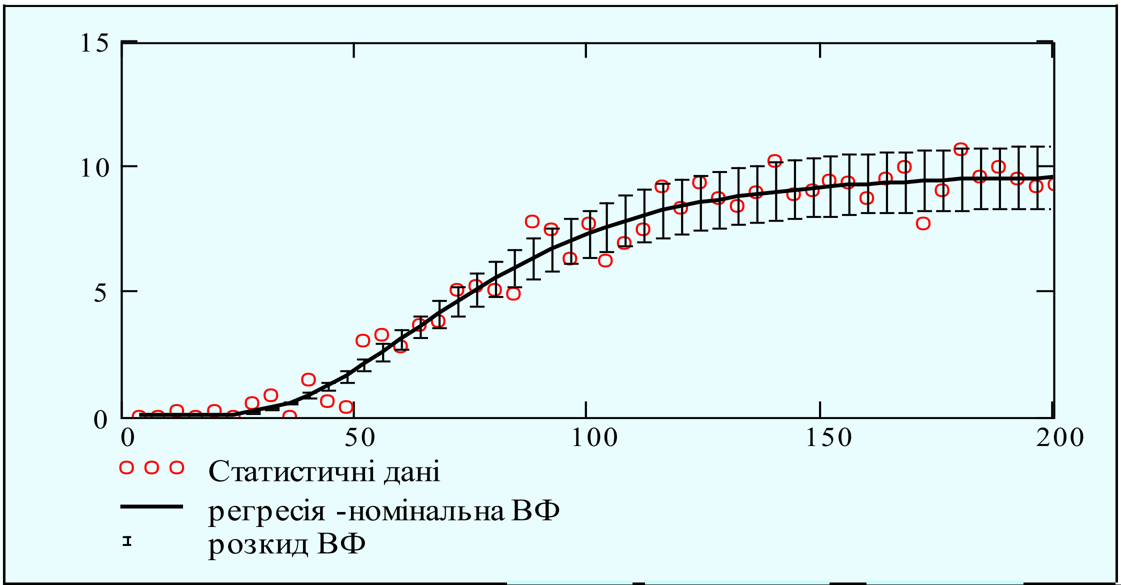
Підсумок. Зберемо тепер все розглянуте вище у „кінцевий продукт” - стенд (рис. 2.16). Зверніть увагу на дві риски – це закриті зони, де сховані робочі вирази, за якими обчислюється все, подане на стенді.

Модуль ідентифікації ВФ. Теоретична модель <u>S-функція</u> (макет)

Введи (вибери) ім'я масиву статистичних даних (MD1, MD2): $MT := MD1$

Задай* початкові значення змінних $An := 0.9$; $wn := 0.5$; $sn := 3.$

Параметри масиву : розмір $rows(MT) = 50$ крок x $MT_{3,1} - MT_{2,1} = 4$



Параметри моделі ідентифіковані: $Ao = 1$; $wo = 0.034$; $so = 8.28$

Розкид $Avs = 1.04$; $Ans = 0.89$ Потрапляє даних в діапазон $popad = 62\%$

Дійсні набори параметрів MD1: ($A = 1$; $w = 0.04$; $s = 8$)

MD2: $A \cdot 1.1 = 1.1$; $w = 0.04$; $s \cdot 1.1 = 8.8$)

$MT^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52
2	0	0	0.2	0	0.19	0	0.52	0.84	0	1.45	0.55	0.34	3

Рис. 2.16. Стенд для ідентифікації виробничих функцій

Завдання. Знайдіть в посібнику підрозділи, де використовуються узагальнені виробничі функції, і місце, де вводяться розкиди цих функцій.

Коментарі та висновки

♥ Останній модуль - це зразок виконання п.1 завдання): ми скопіювали і дещо переробили попередні три сторінки документа, закрили зони з обчисленнями, залишили тільки зона введення і виведення. Так отримали макет модуля ідентифікації, який майже без проблем можна включати в інші документи, наприклад, в підрозділ 2.2.

♥ Чому це макет? Для програми "на продаж" слід додати модулі та елементи управління - кнопки, спіннери, слайдери, різноманітні меню - все це робиться засобами Visual Basic, Visual Java, Java Script, XML та ін. Між іншим, в Mathcad 12 документи кодуються в мові XML і з ними можна працювати безпосередньо в Інтернеті.

♥ В модулі подано масив даних - це психологічний нюанс: побачити числа, з яких і отримано усі результати та висновки.

Контрольні запитання

1. Постановка задачі ідентифікації виробничої функції.
2. З яких міркувань вибирається "теоретична залежність"?
3. Можливі джерела і причини невизначеностей виробництва.
4. Вхідні дані для ідентифікації виробничої функції.
5. З яких міркувань визначаються параметри "теоретичної залежності"?
6. Які критерії використовуються при визначенні "найкращого" наближення статистичних даних "теоретичною залежністю".

Завдання для самостійного виконання

1. Розробіть модуль ідентифікації виробничих функцій на базі нечіткої логіки
Це завдання важке, але помірно - розв'язання цієї задачі подано в іншому посібнику.

Ось приклад роботи відповідного модуля: стартовий і кінцевий розподіли нечіткості для виробничої функції (рис. 2.17).

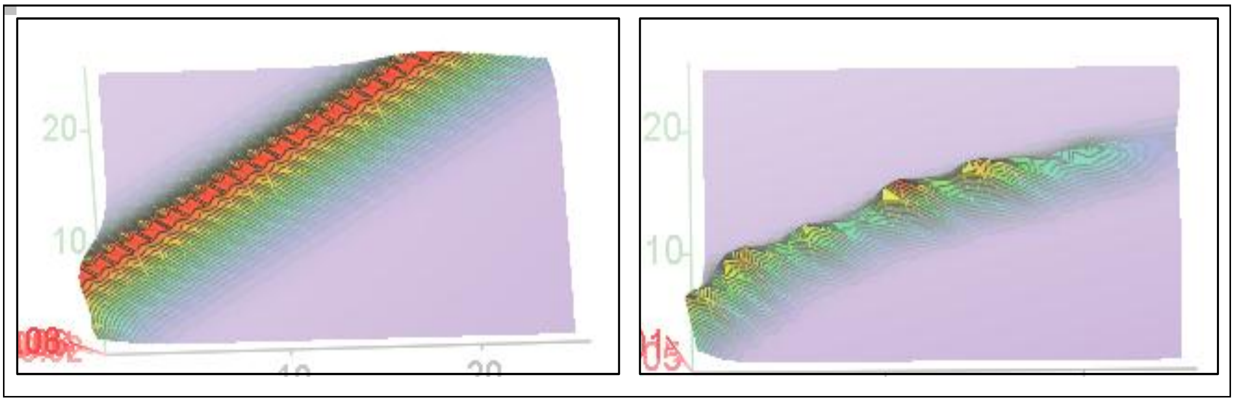
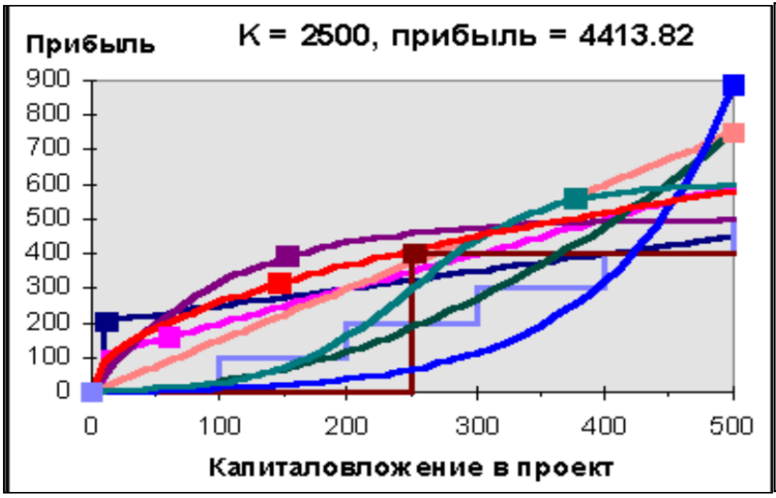


Рис. 2.17. Ідентифікація статичної залежності на базі нечіткої логіки

2. Розробіть модуль ідентифікації виробничих функцій та оптимізації розподілу ресурсу між елементами виробничої системи на базі штучних нейронних мереж.

Це завдання важке, але не занадто - в Інтернеті є відомості про розв'язання її саме за допомогою штучної нейронечіткої мережі (рис.2.18):

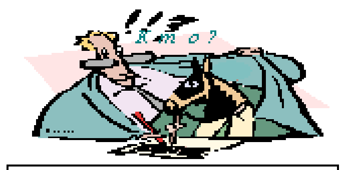


"Если увеличить суммарный объем инвестиций, становится прибыльным вкладывать деньги и в более дорогостоящие проекты.

При дальнейшем увеличении K достигается порог максимального вложения в прибыльные проекты, и инвестирование в малоприбыльные проекты опять приобретает смысл".

Рис. 2.18. Ідентифікація виробничих функцій та оптимізація розподілу ресурсу у виробничій системі на базі штучних нейронних мереж

Далі, в підрозділі 2.5, задача оптимізації розподілу ресурсу у виробничій системі радикально розв'язана на базі невикористання "штучного інтелекту".



Персональна експертна система

2.5 Розробка системи підтримки рішень по розподілу ресурсу на базі методу оптимального агрегування

Вступ. Постановка задачі

В попередньому розділах ми розглянули теоретичні основи і практичні аспекти задачі розподілу ресурсу. В цьому розділі будуємо робочі модулі системи для комплексного дослідження задач розподілу на базі **методу оптимального агрегування.** Це – підсумок.

Ціль даної роботи - розробка робочих модулів для швидкого і зручного виконання операції знаходження оптимальної виробничої функції та функції оптимального розподілу ресурсу для виробничих систем з довільними паралельно працюючими елементами. На рис. 2.19 подано дві схеми, що відображують суть задачі. Підписи подано англійською - звикайте до термінології: більше половини технічної літератури в світі видається англійською.

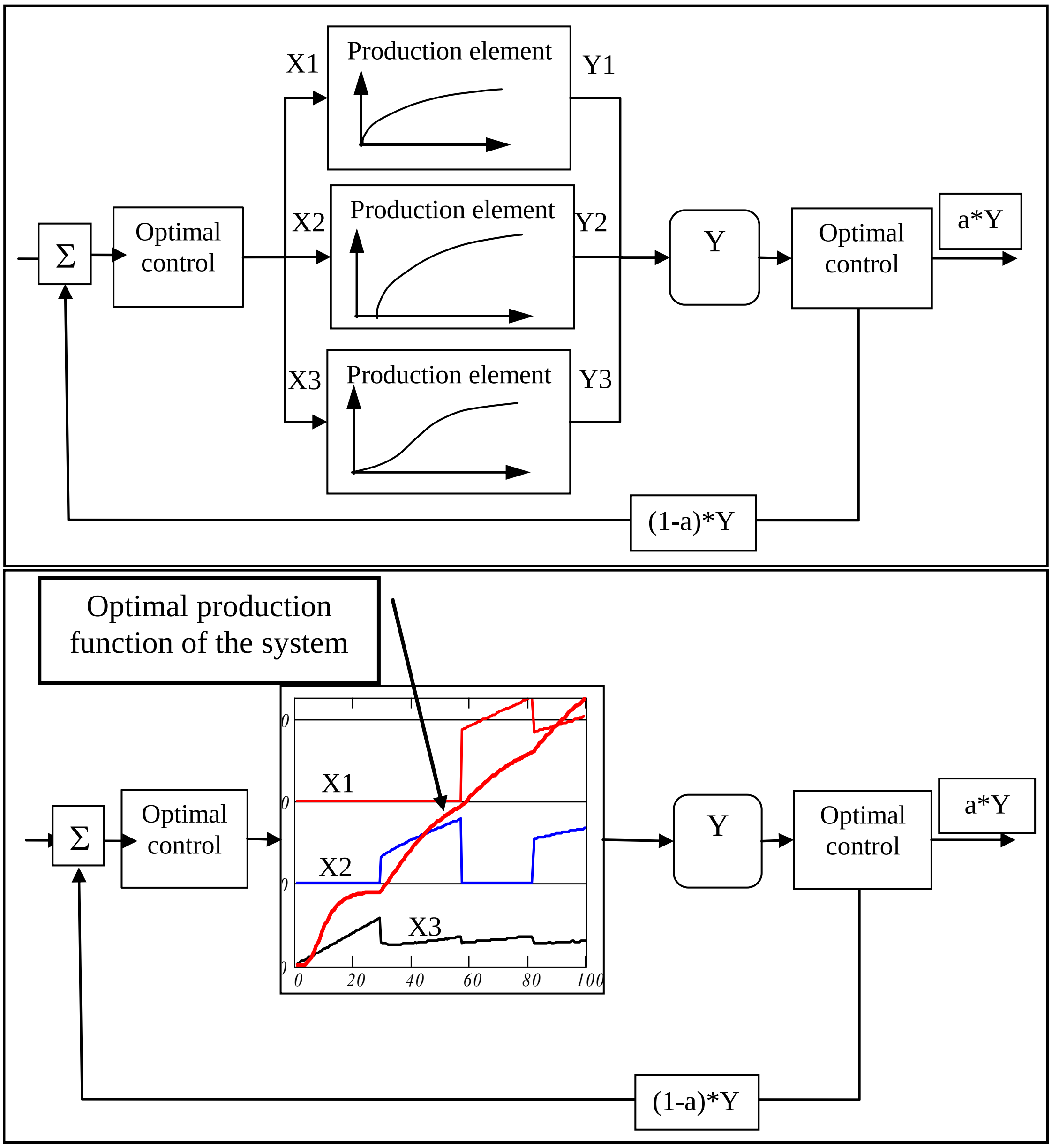


Рис. 2.19. Заміна розподіленої виробничої системи еквівалентною оптимальною одновимірною виробничою системою

Такий підхід має, крім конкретних переваг в обсязі обчислень, методологічну перевагу: ми замінюємо складну, багатовимірну, систему **еквівалентною**, одновимірною. Цей підхід також застосовується в теорії управління (еквівалентні передаточні функції), електротехніці (еквівалентні чотириполюсники).

Такий підхід матиме переваги, коли складність обчислення характеристик еквівалентного елемента буде не більшою складності безпосереднього обчислення оптимального управління для багатовимірної системи. Стисло повторимо теорію [3-10].

Теоретичні основи задачі оптимізації розподілу ресурсу

Пряма задача - максимізація сумарного виробництва при обмеженні ресурсів. Розглядається, система з N виробничих елементів, що використовують деякий ресурс у кількості x_i і виробляють продукцію у кількостях: $yi = fi(x_i)$; Змінні управління - x_i.

$i = 1 .. N$, де x_i - кількість ресурсу, виділеного і-му елементу.

Потрібно розподілити ресурс R так, щоб максимізувати сумарне виробництво:

$$F(x_1, x_2, .., x_N) = \sum_{i=1}^{N} fi(x_i) \Rightarrow \max; \text{при умові } G(x_1, x_2, .., x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i - R = 0.$$

Спряжена задача - мінімізація сумарних витрат при обмеженні рівня сумарного виробництва. Розглядається та ж система з N виробничих елементів. **Треба розподілити навантаження *Ys* так, щоб мінімізувати сумарні витрати:**

$$Gs(x_1, x_2, .., x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i \Rightarrow \min; \text{ при умові } Fs(x_1, x_2, .., x_N) = \sum_{i=1}^{N} fi(x_i) - Ys = 0.$$

Методи розв'язання. Подаємо список альтернативних методів визначення оптимального розподілу ресурсу. Детальніше - передивись пройдене (2.1).

1. Метод невизначених множників Лагранжа.
2. Метод виключення змінних.
3. Пошукові методи, в тому числі "штучні нейронні мережі" та ін.
4. Методи на базі нечіткої логіки.
5. Методи на базі відкритого управління (метаігровий синтез).
6. Методи на базі агрегування виробничих функцій, які ми і розглянемо далі.

Кожен з цих методів має свої переваги і недоліки. Якщо вибирати з цих методів кращій, то слід вибрати усі методи і застосовувати комплексно. Однак метод оптимального агрегування має унікальну особливість - він малочутливий до розмірності задачі і придатний для довільних виробничих функцій елементів.

Розширення задачі. Перший крок в методі оптимального агрегування - розширення класичної задачі. Введемо **вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу** $Dop(R)$, $0 \le R \le Rmax$, де $Rmax$ - максимальне значення обмеження. Це вектор-функція, компоненти якої задають оптимальний за критерієм сумарного виробництва розподіл заданої кількості ресурсу.

Функція $Dop(R)$ для припустимих виробничих функцій має такі очевидні властивості: $\sum_{i=1}^{N} Dop(R)_i = R$ - баланс ресурсу; $Dop(R)_i \ge 0$; $i \in 1,...N$.

Введемо **оптимальну виробничу функцію** системи $Yop(R) = \sum_{i=1}^{N} fi(Dop(R)_i)$.

Функція $Yop(R)$ для кожного значення обмеження за ресурсом R задає максимальну продуктивність перетворення ресурсу в продукт. Тепер ми можемо записати формулювання розширеної оптимізаційної задачі. ***Задано N виробничих функцій, адитивне обмеження за ресурсом і адитивний критерій - сумарне виробництво; потрібно знайти оптимальну виробничу функцію системи*** $Yop(R)$ ***і вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу*** $Dop(R)$**.**

Що дає нам це ускладнення задачі? - Потрібний рівень сучасних виробництв може суттєво і швидко змінюватись (попит, конкуренція, технічний прогрес та ін.), тому бажано завчасно обчислити оптимальні розв'язання для всіх можливих значень обмеження *R*. Обчислювальні ресурси сьогодні дешеві.

Суттєва перевага розширення задачі нелінійного програмування - зменшення загального обсягу обчислень: функції оптимального розподілу мають певні закономірності і для їх побудови буває досить обчислити декілька "переломних" точок.

Однак розширення задачі - тільки перший крок до радикального зменшення обсягу обчислень. Наступний крок:

Перехід до безрозмірних змінних управління. Замість змінних управління $x1, x2, ..xN$ введемо безрозмірні змінні $\alpha 1, \alpha 1, ..\alpha N$; де $\alpha 1 = x1 \div R$; $\alpha 2 = x2 \div R$. Змістовно ці змінні - частки ресурсу для відповідних елементів, очевидно, що сума цих часток дорівнює одиниці. Нагадаємо, що одну змінну управління завжди можна виключити урахуванням обмеження на сумарну витрату ресурсу. На рис. 2.20 для випадку системи з двох елементів подано графіки для двох альтернативних наборів змінних.

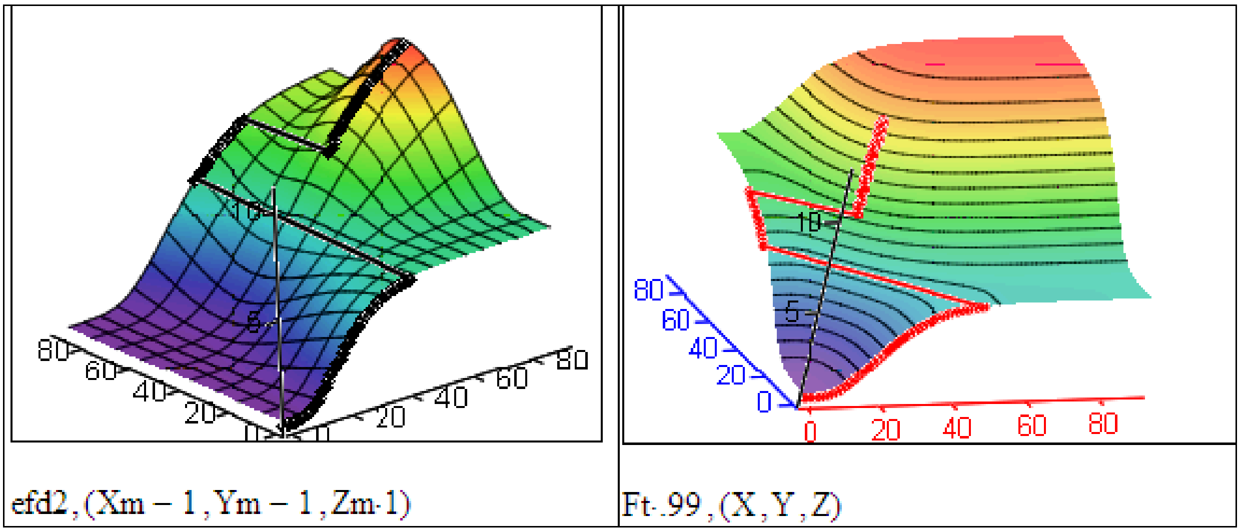


Рис. 2.20. Два варіанти вибору змінних управління – безрозмірних і розмірних

Ліворуч в координатах "обсяг ресурсу" - "пропорція розподілу" подано цільову функцію системи та годограф точок оптимального розподілу; праворуч подано ті ж самі функції, але в координатах "ресурсів 1-му" - "ресурсів 2-му".

Така формальна заміна дозволяє довести, що оптимальна виробнича функція буде **огинаючою певних виробничих функцій** елементів системи (знайдіть їх на графіку ліворуч і дайте їх визначення).

Бібліотека типових виробничих функцій. Створюємо "бібліотеку" (математичних моделей) типових виробничих функцій. $ORIGIN := 1;$

Степенева $F1(x, A, w, s) \equiv 1A \cdot x^{10w}$

Логарифмічна $F2(x, A, w, s) \equiv 1.5A \cdot ln(x+1)$

Експоненційна $F3(x, A, w, s) \equiv 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot x}\right)$

Увігнуто-випукла (S-функція) $F4(x, A, w, s) \equiv 10 \cdot A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot x}\right)^{s}$

Лінійна з обмеженням, лінійна з обмеженням і порогом витрат функції:

$$F5(x, A, w, s) := \begin{vmatrix} 10w \cdot x \quad \text{if } 10w \cdot x < 10A \quad ; \\ 10A \quad \text{otherwise} \end{vmatrix}$$

$$F6(x, A, w, s) := \begin{vmatrix} 0 \quad \text{if } 0 \le x < 2s \\ 10A\, w \cdot (x - 2s) \quad \text{if } 0 \le x - 2s < 1 \div w \\ 10A \quad \text{otherwise} \end{vmatrix} ,$$

Ступінчаста (прирощення виробничих потужностей дискретними одиницями)

$$F7(x, A, es, ls) := 10\,min(trunc(x \div ls) \cdot es \cdot ls, A)$$

де x - обсяг ресурсу, $Ar := 8$; $wr := 0.04$; $sr := 10$ - параметри функцій 1-6 параметри ступінчастої функції: A - максимальне значення es - ефективність інвестиції, ls - величина "кванта інвестування" (вартість "верстата").

Метод оптимального агрегування

Введемо множину α- функцій: $f\alpha\left(f1, f2, \alpha, x\right) := f1\left(\alpha \cdot x\right) + f2\left[\left(1 - \alpha\right) \cdot x\right]$ (див. рис. 2.20). Оптимальна виробнича функція системи з двох елементів буде огинаючою системи функцій $f\alpha\left(f1, f2, \alpha, x\right)$, $0 \le \alpha \le 1$, тобто результатом застосування операції $max(..)$, яка є асоціативною і комутативною. Майже очевидно, що для виробничої системи з критерієм "сумарне виробництво" оптимальна виробнича функція $FopN(f1, f2, .., fN)$ має властивість: $Fop3(f1, f2, f3) = Fop2(f1, Fop2(f2, f3))$, що є наслідком виконання принципу оптимальності (у Беллмана принцип оптимальності застосовується в часі - по кроках процесу, а в даному випадку - в просторі, по елементах системи).

Модуль оптимального агрегування двох елементів

Бачимо такі розумні альтернативи побудови модуля агрегування:

а) модуль бере пару неперервних функцій і повертає неперервні функції;

г) бере пару дискретних функцій і повертає дискретні функції.

В даному випадку вибрано варіант г). Обгрунтування: модуль є працездатним.

Далі слід вибрати форму подання виробничих функцій елементів:

а) для функцій одного параметричного класу - в модуль передаються тільки вектори параметрів ВФ елементів;

б) функцій різних параметричних класів - з передачею в модуль векторів параметрів і параметра класу ВФ;

в) з передачею імен ВФ елементів і векторів параметрів;

г) повністю визначених в головній програмі ВФ елементів з передачею в модуль тільки імен ВФ. Обгрунтування: простота програмного модуля.

Третій рівень вибору - як задавати кількості точок дискретизації задачі. Наш вибір - число точок функцій задається в головному документі, наприклад: $Kto := 128$. Обгрунтування: простішої альтернативи немає. **Закриваємо (**в електронній книзі**) зону з програмами** агрегування - кожен може придумати щось краще, якщо не буде знати, як це зроблено.

Подаємо версію (рис. 2.21) програмного модуля *f2o(f1,f2)*, що фактично реалізує бінарний оператор, який бере пару виробничих функцій *f1,f2* і повертає оптимальну виробничу функцію системи та відповідну вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу. Тоді оптимальну виробничу функцію довільної розподіленої системи можна знайти послідовним попарним агрегуванням ВФ.

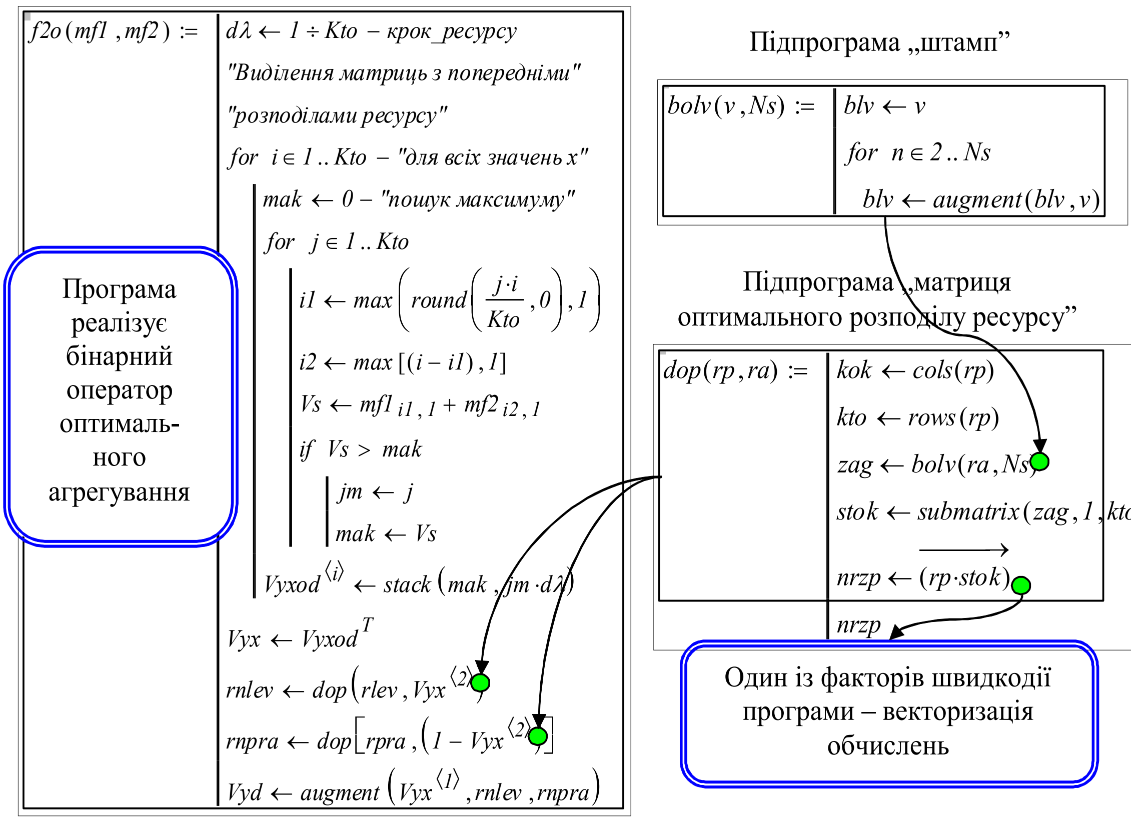


Рис. 2.21. Модуль, що реалізує бінарний оператор оптимального агрегування

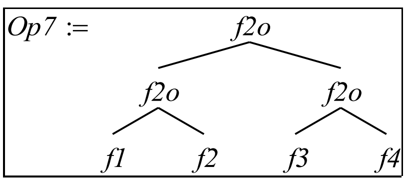
На рис. 2.22 подано послідовність структур даних для прикладу оптимального агрегування виробничої системи з 4-х елементів

$f2o(f2o(f1, f2), f2o(f3, f4)) =$

	1	2	3	4	5
1	0	0	0.01	0.01	0.98
2	0	0.56	0.19	0.19	0.06
3	0.01	0	0.01	0.83	0.16
4	0.05	0	0.01	0.01	0.98
5	0.18	0	0.01	0.01	0.98
6	0.42	0	0.01	0.01	0.98

$f2o(f1, f2) =$

	1	2	3
1	0	0.01	0.99
2	0	0.75	0.25
3	0	0.01	0.99
4	0.01	0.01	0.99
5	0.03	0.01	0.99
6	0.08	0.01	0.99



$f2o(f3, f4) =$

	1	2	3
1	0	0.01	0.99
2	0.01	0.75	0.25
3	0.05	0.84	0.16
4	0.18	0.01	0.99
5	0.42	0.01	0.99
6	0.74	0.01	0.99

$f1 =$

	1	2
1	0	1
2	0	1
3	0	1
4	0	1
5	0	1
6	0.01	1

$f2 =$

	1	2
1	0	1
2	0	1
3	0.01	1
4	0.03	1
5	0.08	1
6	0.18	1

$f3 =$

	1	2
1	0	1
2	0.01	1
3	0.05	1
4	0.15	1
5	0.33	1
6	0.59	1

$f4 =$

	1	2
1	0	1
2	0.05	1
3	0.18	1
4	0.42	1
5	0.74	1
6	1.14	1

Рис. 2.22. Схема визначення оптимальної виробничої функції системи за методом оптимального агрегування

В центрі рисунка 2.22 – робоча формула (оператор) в структурному вигляді. Поряд – вхідні і вихідні масиви. Оператор *Op7* бере виробничі функції елементів *f1, f2, f3, f4* (нижній ряд таблиць). ВФ елементів подаються масивами. Оператор оптимального агрегування *f2o* бере ВФ (масиви) відповідних елементів і повертає масив, другий і третій стовпці якого – це компоненти вектор-функції оптимального розподілу ресурсу. На верхньому рівні оператор *f2o* бере попередні результати і повертає масив з такою ж структурою.

Отримання оптимальної функції розвитку системи

Згідно з принципом оптимальності (а він виконується для нашої задачі), скільки б ресурсу не виділялося на розвиток виробництва - цей ресурс повинен розподілятись оптимально. От ми завчасно обчислимо функції розподілу ресурсу між окремими продуктами чи виробництвами.

Для нашого методу оптимального агрегування необхідно подати функції розвитку (ФР) в дискретній формі - як певні масиви. Робимо це. Задаємо: діапазон зміни обмеження з ресурсу $Rma := 150$; кількість точок обчислення ФР $Kto := 200$. Задаємо крок квантування ресурсу $.dx := Rma \div Kto$; ранжовану змінну $n := 1 .. Kto$; формальну функцію оптимального розподілу ресурсу в одноелементній системі $r0_n := 1$ (Контрольне запитання: як оптимально поділити ресурс в одноелементній системі?).

Параметри елементів системи

$A1 := 1.$; $W1 := 0.3$; $S1 := 6$; $A2 := 1.2$; $W2 := 0.16$; $S2 := 6$;

$A3 := 1.4$; $W3 := 0.10$; $S3 := 6$ $A4 := 1.6$; $W4 := 0.06$; $S4 := 6$

$A5 := 1.6$; $W5 := 0.03$; $S5 := 8$ $A6 := 1.7$; $es := 0.03$; $ls := 1$

Формуємо відповідні масиви

Спочатку дискретизуємо виробничі функції – подаємо їх векторами значень

$fo1_n := F4(n \cdot dx, A1, W1, S1)$; $fo2_n := F4(n \cdot dx, A2, W2, S2)$

$fo3_n := F4(n \cdot dx, A3, W3, S3)$; $fo4_n := F4(n \cdot dx, A4, W4, S4)$

$fo5_n := F6(n \cdot dx, A5, W5, S5)$; $fo6_n := F7(n \cdot dx, A6, es, ls)$

"Приклеюємо" до векторів значень функцій вектори з пропорціями розподілу

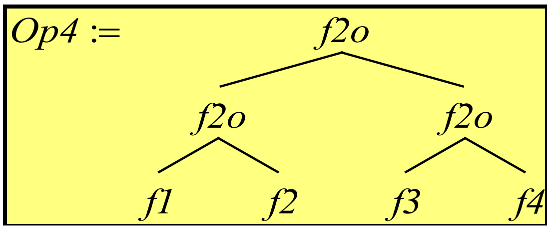
$f1 := augment(fo1, r0)$; $f2 := augment(fo2, r0)$; $f3 := augment(fo3, r0)$.

$f4 := augment(fo4, r0)$; $f5 := augment(fo5, r0)$; $f6 := augment(fo6, r0)$.

Можна в це дерево додавати функції розвитку - скільки потрібно. Якщо треба.

Запишемо **формулу** агрегування в звичайній формі: $Ops3 := f2o(f1, f2o(f2, f3))$.

і в структурній:



Працюючи в середовищі математичного пакета легко доповнювати і редагувати - для збільшення числа елементів у виробничій системі додаємо нові розгалуження, для зменшення - видаляємо. На рис. 2.23 подано графіки з результатами розрахунку оптимальної робочої функції та вектор-функції оптимального розподілу ресурсу.

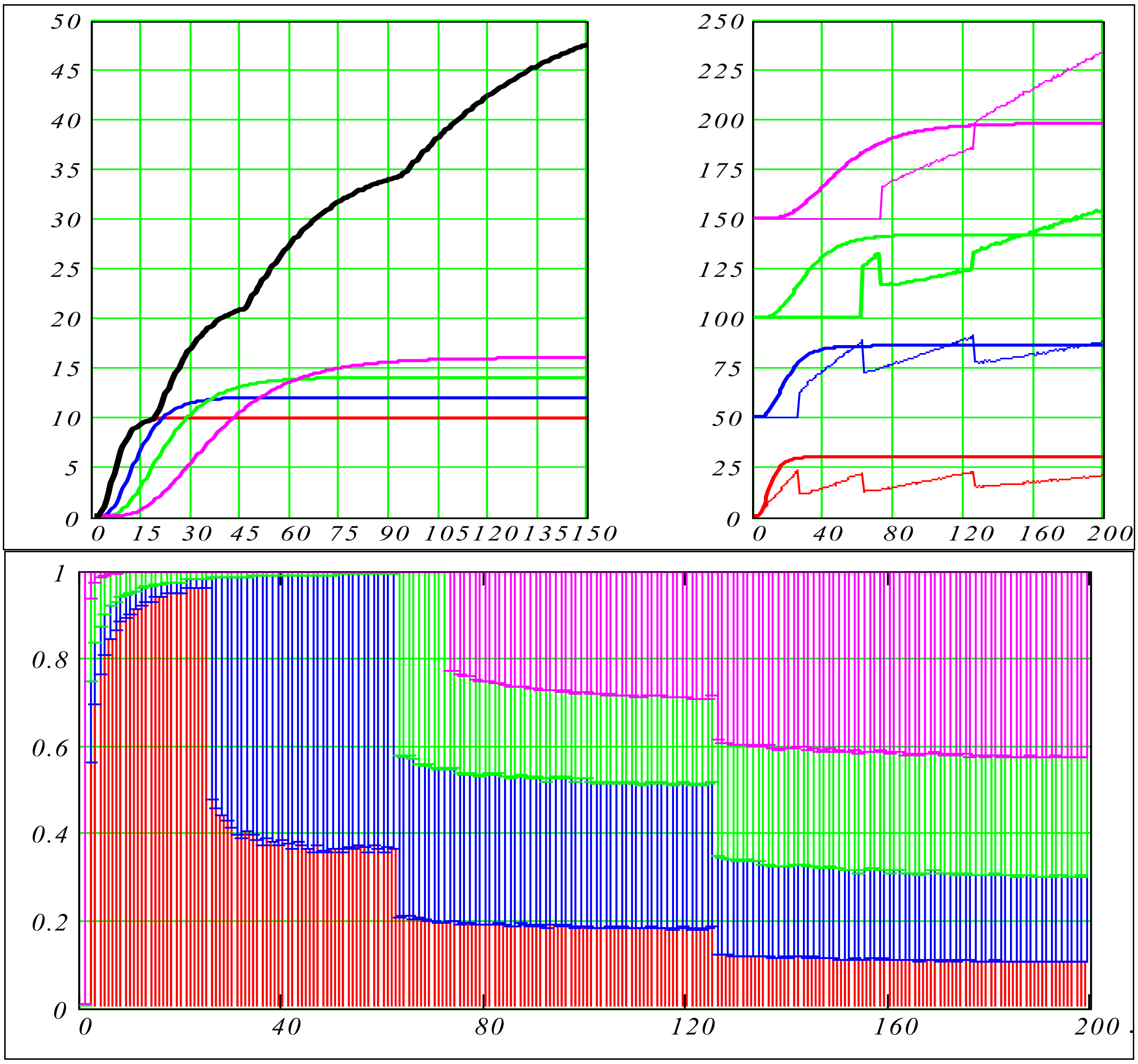


Рис. 2.23. Стенд - оптимальне агрегування виробничих функцій елементів виробничої системи

Головний пункт в моделюванні, без якого все інше нічого не варте - довести задачу до кінцевих результатів. В даному випадку немовби такі результати є.

Подивимось ще раз на розроблений числовий метод оптимізації - **метод оптимального агрегування** – Опагре. Порівняємо подання числами і формулами (див. рис 2.22) і системами графіків (рис. 2.23). Ці графіки спеціально подані без "легенд".

Завдання. Підпишіть залежності на всіх графіках на рис. 2.23 для кожної кривої.

Зробимо попередні висновки

"позитив": метод є майже нечутливим до розмірності задачі;

метод працює з довільними виробничими функціями;

"негатив": метод є дуже простим у використанні, має занадто високу швидкодію

- він незручний для "науки дисертацій";
- невідомо як класифікувати введений оператор *f2o:* - повертає він об'єкт того ж класу, чи ні;
- при малій кількості точок помітні похибки дискретизації.

Визначимо напрямки подальшої роботи:

- **застосувати** цей метод для задач з мультиплікативним критерієм оптимізації;
- **зробити** документи для **що буде якщо аналізу** та **ризик аналізу**;
- **розробити** "вичерпний інтерфейс" з можливістю контролю усіх вхідних даних,

та забезпечення потрібної точності обчислень за рахунок вибору числа точок дискретизації функцій і числа кроків пошуку екстремуму.

Завдання для самостійних досліджень

Дослідити характеристики оптимально агрегованої системи при заданих варіаціях

1. Вплив варіації параметра S - "випуклість" (усі елементи, один елемент).
2. Вплив варіації параметра A - "максимальна виробнича потужність".
4. Вплив варіації параметра W - "ефективність елемента".
5. Один елемент "невипуклий" (S4 = 1), змінюємо тільки його параметр.
6. Усі виробничі елементи - однакові (змінюємо однаково параметри усіх елементів).
7. Додати ще один елемент в систему.
8. Вилучити один елемент із системи.

Модифікувати інтерфейс для проведення вказаних нижче досліджень.

9. "Прямо корельовані варіації": як зміниться оптимальна виробнича функція (ВФ) і розподіл ресурсу при зміні параметра ефективності ("амплітуди") ВФ елементів (+-5-10%) **усіх елементів**.

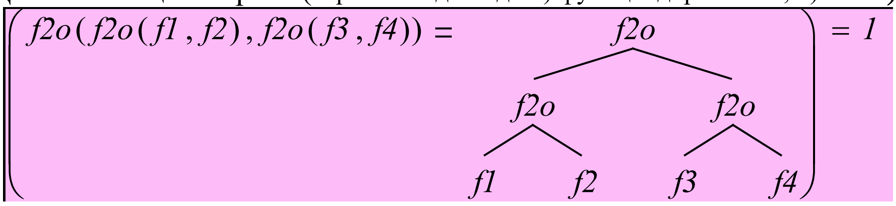
10. "Варіація одного елемента": як зміниться ОПФ і розподіл ресурсу при зміні ефективності, увігнутості ВФ **одного елемента** (+-5-10%).

11. "Зворотно корельовані варіації": як зміниться оптимальна ВФ системи і розподіл ресурсу при зміні параметрів ВФ підгруп елементів в протилежних напрямках (5-10%) .

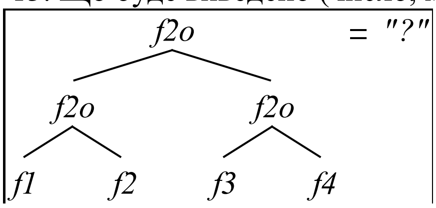
Зробити експертні висновки та виділити експертні знання.

Якщо Ви розібралися з методом оптимального агрегування то Ви знаєте:

12. Що означає цей вираз? (варіанти відповіді: а) функція дорівнює 1, б) інше).



13. Що буде виведено (число, матриця, ...та ін. при обчисленні цих виразів.



; $f2o(f2o(f1, f2), f2o(f3, f4)) = "?"$

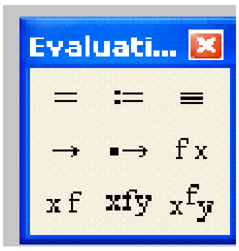
Шлях в науку: пакет питань, що звичайно задаються на захисті дисертацій

14. "От Ви максимізуєте сумарне виробництво. Виробничі функції Ви не змінюєте, за рахунок чого ж тоді у Вас збільшується сумарне виробництво?"

15. Функції оптимального розподілу є розривними. Де у Вас формула, яка визначає, коли саме виконувати цю раптову зміну розподілу. Що це за формула?

16. "В чому суть децентралізованої системи з математичної точки зору?"

Додаток. Як побудувати дерево



Перший крок (в науку) для початківця - освоїти процедури визначення і використання операторних форм запису зв'язків і залежностей. Це робиться так:
а) визначте звичайним способом функцію двох змінних;
б) знайдіть на палітрі інструментів і відкрийте палітру "Evalution",
в) поставте курсор на потрібне місце і на палітрі натисніть відповідну кнопку. З'явиться відповідний фрейм - заповніть його:
г) підставте ім'я функції та значення аргументів. Готово!

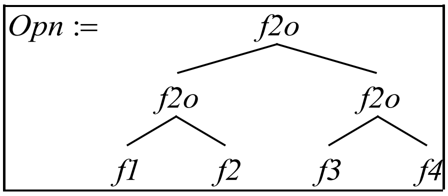
Далі подано факультатив, за освоєння якого бали не нараховуються.

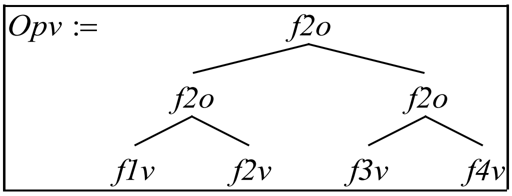
Зміст факультативу – приклад розробки модулів, які треба зробити для виконання відповідних контрольних завдань. Простіше – це відповіді на певні питання.

ФАКУЛЬТАТИВ

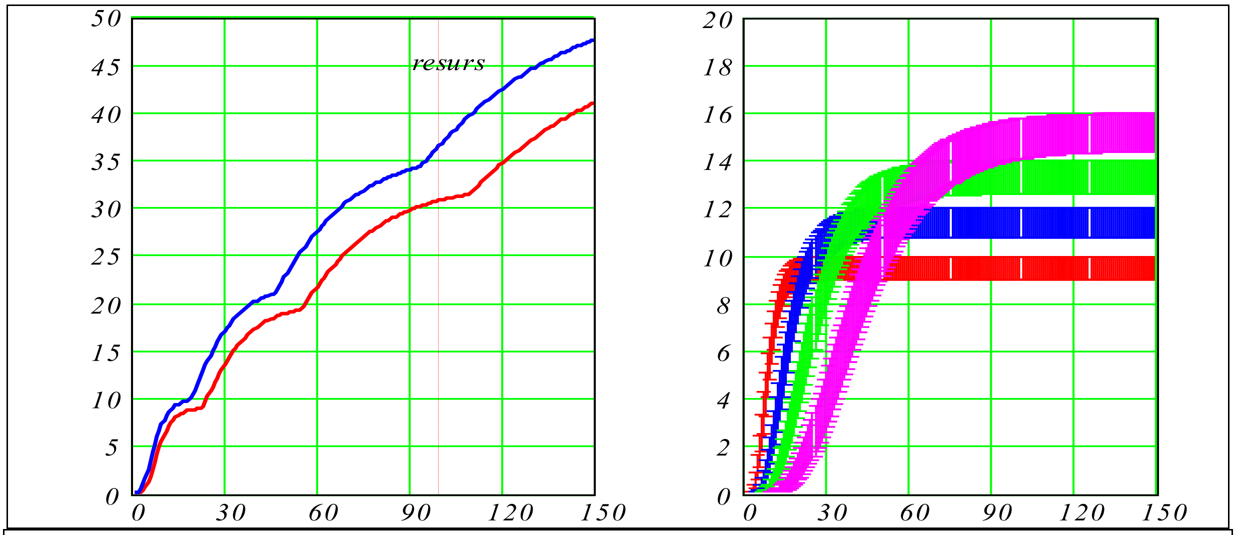
Приклад побудови модуля **що буде якщо аналізу-** (відповідь на завдання №9).

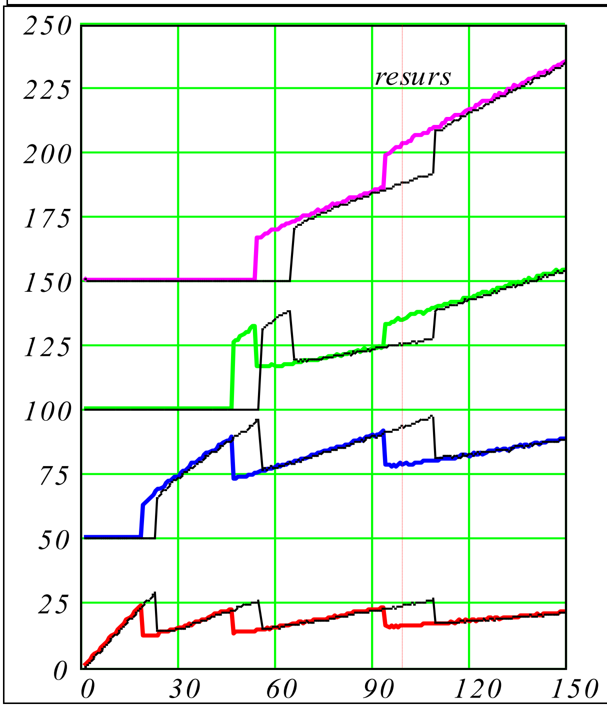
Вводимо варіації "амплітуди": $VA := 0.9$ та "увігнутості": $VS := 1.5$ ціна ресурсу $Cin := 0.0$ обмеження по ресурсу $resurs = 100$.





робочі вирази для $f1v$, $f2v$ ... та ін. колапсовані тут





При обмеженні витрат $resurs \equiv 100$

Якщо зміняться:

порогові витрати (увігн.) на $dS = 50\%$

ефективність (ампл.) на $dA = -10\%$

буде ось що сумарне виробництво зміниться з $доходN = 36.5$ до $доходV = 30.7$, тобто на $dY = -16\%$

І це, якщо управління буде оптимальним, інакше втрати будуть більшими, прибутки - меншими)

Опимальний розподіл з такого:

$розподілN =$

	1	2	3	4
1	0.12	0.21	0.26	0.4

.. зміниться на такий:

$розподілV =$

	1	2	3	4
1	0.18	0.33	0.2	0.29

Рис. 2.24. Стенд - аналіз впливу розкидів ВФ елементів на оптимальні розподіли ресурсу.

Персональна експертна система

3. Моделювання і оптимізація процесів розвитку виробництва

Постановка задачі

Прописні істини існують для того, щоб їх повторювати: в умовах швидких змін єдиний раціональний шлях створення експертних систем (ЕС) - природна орієнтація (на моделювання) і вибір для експертної системи задач, де є "твердий острівець формальних технік". В розділі 2 ми ділили ресурси „в просторі" - між елементами розподіленої системи. Тепер будемо ділити ресурси „в просторі" і „в часі" – по кроках процесу розвитку.

Задача для менеджера. Сьогодні для виробництв характерні короткі (3-8 років) життєві цикли - швидко і радикально змінюється номенклатура продукції, технології і конструкція. Природно, що організація намагається отримати максимум прибутку за період життєвого циклу - плановий період. На кожному кроці процесу наявні ресурси (те, що заробили, накопичили і позичили) ділиться між накопиченням і розвитком. Як? - Так, щоб до кінця планового періоду отримати максимум накопиченого прибутку. Це задача багатоперіодного - стратегічного планування. Термін "стратегічний" надає респектабельності всьому, до чого приклеюється. Для нас **стратегія - функція часу, що є розв'язанням варіаційної задачі з інтегральним критерієм**.

Задача для ЕС - отримання і аналіз оптимальних стратегій розподілу ресурсів у виробничій системах в просторі (між окремими виробництвами) і в часі (між накопиченням та інвестиціями), формування порад і рекомендацій (= експертних знань).

Концепція для ЕС - "логічна машина виведення висновків" - математичні моделі процесу розвитку виробничої системи і алгоритму визначення оптимальної стратегії. Роль експерта-людини - аналіз вхідних даних - ефективності інвестицій, узагальнення вихідних даних. Тобто, кожна сторона ЕС робить те, що робить краще.

Ціль роботи - на конкретному прикладі ознайомитись з **порядком розробки ЕС** і **порядком роботи користувача в ЕС** (= інформаційною технологією). Подаємо поряд два списки - порядок розробки модулів ЕС і порядок роботи користувача в ЕС.

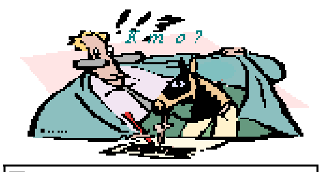
Що робити Зміст лабораторної роботи №3	**Порядок роботи користувача з експертною системою**
3.1 Вибір базової математичної моделі. 3.2 Оптимізація розвитку виробничих систем. Однопродуктова система. 3.3 Оптимізація розвитку виробничих систем. Аналіз кредитних стратегій. 3.4 Розробка системи підтримки рішень по вибору стратегій розвитку на базі методу оптимального агрегування.	1. Ідентифікація функцій виробництва, розвитку, попиту. 2. Вибір математичної моделі. 3. Розробка і настроювання програми моделювання та оптимізації. 4. Аналіз властивостей оптимальних процесів розвитку. 5. Аналіз впливу невизначеностей. 6. Формування експертних висновків.

завдання до частини 3.1 розташовані у відповідних місцях роботи. Наводимо їх разом.

Завдання №1. Знайдіть, придумайте свій приклад задачі розвитку (виробництво, фінанси, розподіл робіт у виробничому колективі та ін.).

Завдання №2 Запишіть постановку варіаційної задачі максимізації накопиченого прибутку (критерій, обмеження, граничні умови, змінні стану, змінні управління).

Завдання №3. Складіть блок-схеми альтернативних методів розв'язання задачі оптимізації розвитку (пряме числове розв'язання, декомпозиційні методи).


Персональна експертна система

3.1 Вибір математичної моделі для оптимізації стратегії розвитку і кредитної стратегії

Постановка задачі

Ціль даної роботи, загальна - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління розподіленими виробничими системами.

Ціль даного розділу - пройти етапи вибору і побудови моделі - від прикладів, лінгвістичних моделей, графових моделей, рівнянь і алгоритмів до робочих програм.

Сьогодні вже стандартизовані мови моделювання бізнес-процесів, які фактично інтегрують названі вище етапи. Правда, працювати в цих середовищах може (поки) тільки професіонал - системний аналітик, і коштують ці системи від 10000 у.о. і вище. Приклад - програмний продукт Oracle BPEL Process Manager, що обіцяє: "опис бізнес-логіки може стати доступним для менеджерів підприємств, що не спеціалізуються на системному аналізі".

Вступ

В попередніх роботах ми розглянули постановки і розв’язання задачі Марковіца-Беллмана. Тепер настав час глянути на все це "згори", узагальнити і строго математично обгрунтувати те, що може бути обгрунтоване строго математично. Такі речі звичайно вдаються "раз на сто років" дійсно видатним вченим, що звичайно "на сто років" випереджають науку і потреби практики. Сьогодні ми користуємось результатами, отриманими Ейлером.

Даний розділ є по можливості точним (ми зберігаємо означення, термінологію) відтворенням в середовищі математичного пакета розділів з книги Роберта Беллмана [3, 4].

Беллман називає її "задача розподілення". По суті це задача розвитку виробничих систем. В цьому розділі ми зосередимось саме на математичній суті задачі.

Постановка одновимірної задачі. Шукаємо максимум функціонала

$$J = \int_0^T F(x(t), y(t))\, dt, \qquad (3.1)$$

де функції $x(t), y(t)$ зв’язані диференціальним рівнянням

$$\frac{d}{dt}x(t) = G(x(t), y(t)), \qquad x(0) = c > 0 \qquad (3.2)$$

і на функцію $y(t)$ накладено обмеження

$$0 \le y \le x. \qquad (3.3)$$

Функції $F(x, y)$ та $G(x, y)$ вважаються заданими. При відсутності обмежень це класична задача варіаційного числення, при наявності обмеження - це окремий випадок задачі Больца. Розглядаючи розв’язання окремих випадків задачі (розділи 3.1, 3.2) ми побачили, що розв’язання може мати три інтервали ("все в розвиток", "пропорційно", "все в накопичення"). Головна мета цього розділу виявлення і строге обгрунтування структури розв’язання узагальненої задачі розподілу.

При виконанні певних "природних" умов розв’язання має такий вид (структуру)

$y(t) = x(t)$ при $0 \le t \le t1$ - "все в розвиток"

$0 < y(t) < x(t)$ при $t1 \le t \le t2$ - "ейлерева ділянка "

$y(t) = 0$ при $t2 \le t \le T$ - "все в накопичення"

Припускаємо, що для функцій $F(x, y)$ та $G(x, y)$ виконуються такі умови:

а) функції F та G належать до класу C^2, тобто мають неперервні окремі похідні другого порядку;

б) існують константи p, q, r такі, що

$$p \cdot x < G(x \cdot y) < q \cdot x + r \text{ при } x > 0 \text{ та } 0 < y < x; \qquad (3.4)$$

в) функція G_y (тобто часткова похідна $\frac{\partial}{\partial y} G(x, y)$) приймає значення тільки одного знака: або $G_y > 0$ або $G_y < 0$ при усіх значеннях x, y, що задовольняють умови $x > 0$ та $0 < y < x$.

Умова б) означає, що на інтервалі $(0, T)$ функція $x(t)$ буде (в силу дифрівняння (2)) обмежена позитивними константами

$$0 < m \le x(t) \le M \qquad (3.5)$$

Постановка багатовимірної задачі. Багатовимірна задача не створює принципово нових проблем крім чисто кількісної проблеми розмірності. Розглядаємо задачу визначення максимуму функціонала

$$J(y) = \int_0^T F(x(t), y(t))\, dt, \qquad (3.6)$$

де $x = (x_1, x_2, .., x_N)$ - вектор стану (темпи виробництва), $y = (y_1, y_2, .., y_N)$ - вектор управління. Вектор-функції $x(t), y(t)$ зв'язані системою диференціальних рівнянь

$$\frac{d}{dt} x_i = G_i(x(t), y(t)), \quad x_i(0) = c_i > 0, \quad i = 1..N \qquad (3.7)$$

і на вектор-функцію $y(t)$ - управління накладено обмеження

$$0 \le y_i \le x_i, \quad i = 1..N \qquad (3.8)$$

Функції $F(x, y)$ та $G(x, y)$ вважаються заданими.

Розв'язання багатовимірної задачі в загальному випадку теж має ділянки "все в розвиток", "ейлерева ділянка", "все в накопичення". На рис. 3.1 3.2 подано результати розрахунку оптимальних стратегій для різних класів функцій розвитку (ФР) - лінійних, випуклих, увігнуто-випуклих .

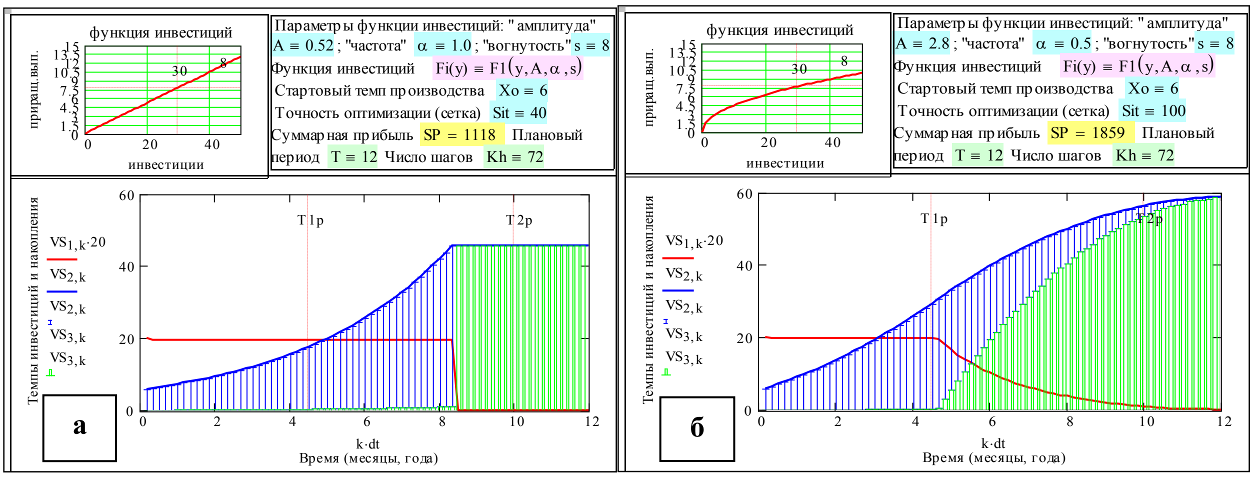


Рис. 3.1. Оптимальні стратегій для лінійних і для випуклих функцій розвитку

На відміну від більшості робіт з оптимізації того часу і сучасних Беллман не обмежувався випадком випуклих і гладких (таких, що мають першу і другу похідні) функцій F та G. Він отримав і проаналізував розв'язання задачі розподілення для випадків випуклих та увігнутих функцій. Причому отримав загальні розв'язання задачі альтернативними методами

- варіаційного числення і динамічного програмування.

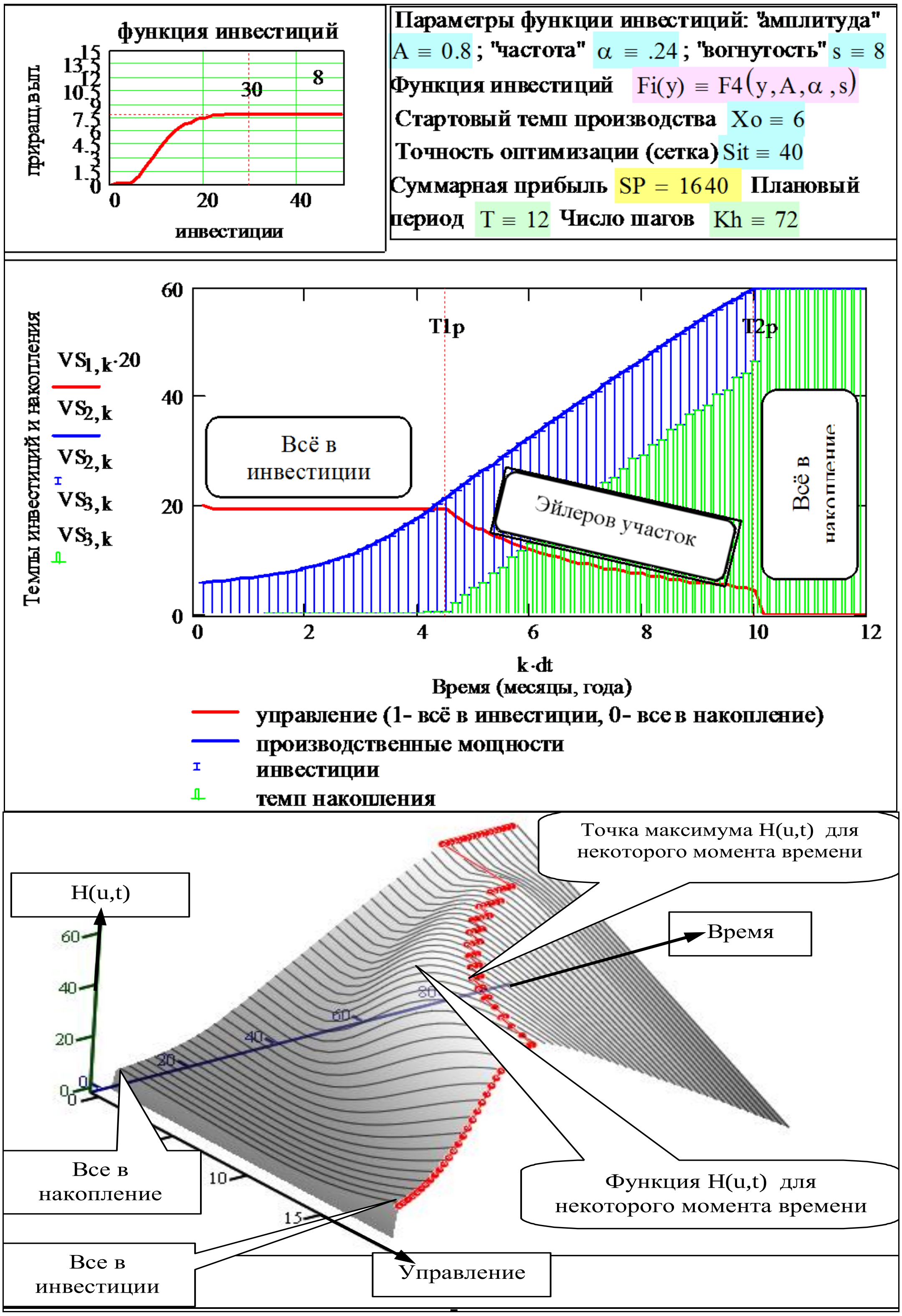
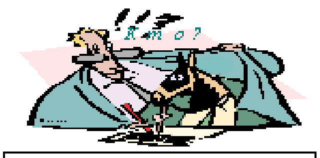


Рис. 3.2. Оптимальний процес розвитку для випадку увігнуто-випуклої функції розвитку

Дивимось на рис. 3.2. Це інтерфейс програми моделювання оптимізації процесів розвитку. Він складається з трьох частин: зона введення вхідних даних, графіки для змінних управління і стану для оптимального процесу розвитку, тривимірний графік еволюції (в часі) функції Гамільтона з накладеною на неї траєкторією максимумів.

При бажанні майже неважко зрозуміти суть методу принципу максимуму.



Персональна експертна система

3.2 Розробка математичної моделі для оптимізації стратегії розвитку. Одновимірна система

Вступ

В цьому розділі ми розглядаємо інвестиційний проект як об'єкт оптимізації. Словесна формула задачі: "**розвиток бізнесу за рахунок власних та позичених ресурсів** (кредитів)". Суть управління в тому, що ми поточний прибуток та інші ресурси розподіляємо між інвестиціями в розвиток виробництва (нові виробничі потужності, вдосконалення технологій та ін.) та накопиченням (для споживання, інвестицій в інші проекти, і просто - для розвитку культури чи мистецтва). Задача управління - так вибирати пропорцію розподілу **на кожному кроці**, щоб за період існування проекту (=життєвий цикл проекту) **отримати максимум сумарного накопичення**. Тобто ми повинні **знайти певні функції часу** - розмір поточних інвестицій ("стратегію розвитку") та розмір поточних кредитів ("кредитну стратегію").

Зрозуміло, що перед тим, як починати якийсь інвестиційний проект тривалістю 3-12 років, ну дуже бажано промоделювати варіанти оптимального процесу розвитку при різних умовах - ставці кредитного проценту, цінах на продукцію, ефективності інвестицій та ін. Моделювання процесу розвитку системи повинно в певній мірі замінити принципово відсутню статистику - сьогодні типовий інвестиційні проект має високий ступінь новизни. В черговий раз **пройдемо через усі етапи розробки моделі і моделювання**. Повторимо в черговий раз "прописні істини", бо: а) вони саме для того існують, б) розділи цього посібника зроблені досить автономними.

Розробка схеми процесу розвитку виробничої системи

Розглянемо типовий інвестиційний проект створення нового виробництва (з фінансово-економічної точки зору не має значення якого саме: виробництва телевізорів, електроенергії, продажу кави чи надання послуг - головне мати свій чи чужий досвід і технології. Одним з вирішальних моментів проекту є початок виробництва: починається потік доходів. Припустимо, що виробництво одразу є прибутковим незалежно від обсягу (звичайно це не так). Але, чи закінчуються проблеми оптимального управління інвестиційного проекту з початком процесів виробництва і повернення вкладеного капіталу?

На етапі від початку виробництва до закінчення планового періоду, коли потенціал ринку даного продукту вичерпаний, існують дві проблеми - з якого стартового рівня починати виробництво і яку частку прибутків вкладати в розширення виробництва в кожний момент часу? Остання проблема - це визначення **оптимальної стратегії розвитку** виробничої системи. Цей етап інвестиційного проекту є вирішальним - саме тут повертаються витрати і отримується прибуток. Практика дає підстави припустити, що малі помилки в стратегії розвитку можуть приводити до великих втрат прибутку.

В менеджменті, маркетингу, фінансах теорія і практика, з певних об'єктивних причин, існують самі по собі. Більшість автоматизованих систем підтримки рішень, що є на ринку,- іграшки для початківців. Ще Беллман зауважив, що шукати (оптимальні розв'язання) треба на освітлених (математичними методами) територіях. До цієї тези знову і знову приходять теоретики і практики, коли намагаються розв'язувати бізнесові проблеми за допомогою "інтелектуальних систем" на базі нечіткої логіки, нейронних мереж та ін.: "Начать следует с анализа узко ограниченной части проблемы, с упором на её моделирование с помощью всех возможных техник" [12]. **В моделюванні вважається головним знайти глибоке, точне подання задачі, проблеми**. "При моделировании лучше начинать с границы между "мягкой" областью (интуитивным болотом) и соседней с ней с твёрдыми островками формальных техник" [12].

Таким "твердим острівцем" ми вибираємо розв'язану і досліджену Р. Беллманом «задачу Марковіца» про оптимізацію накопиченого прибутку виробничої системи" [3].

Постановка оптимізаційної задачі

Інвестиційні задачі можуть бути одноперіодними, коли треба оптимізувати одноразову операцію, і багатоперіодними, коли треба **оптимізувати результат багатокрокової операції (**будемо називати це **умовно** "накопичений прибуток", або просто "прибуток"**)**. Нам треба визначити розподіл поточних ресурсів між інвестуванням у виробництво і накопиченням для кожного кроку розвитку (= в часі). В математиці такі задачі відносять до варіаційних.

Базовий критерій оптимальності в нашій задачі - сумарний (накопичений) прибуток за плановий період. Виникає природне питання: якщо на кожному кроці процесу отримувати максимальний прибуток, чи буде сумарний прибуток максимальним? З практики відомо, що високотехнологічні виробництва масової продукції вигідно розвивати так: майже до кінця періоду все вкладати в розвиток, а потім за короткий час отримати основну частину прибутку. **Ціль даного розділу - розробка методів і програм оптимізації інвестиційних проектів, пов'язаних з розвитком виробництв**. Призначення цих моделей - **прогнозування і планування діяльності організації.**

Розглядаємо задачу оптимального управління динамічними системами - так звану задачу Марковіца. Цю задачу досліджували відомі вчені, математик Річард Беллман (динамічне програмування та ін.) та фінансист Гаррі. Марковіц - Нобелівський лауреат в галузі економіки (задача оптимізації портфеля цінних паперів та ін.).

Маємо виробничу систему, де виробляються N видів продукції. Темпи випуску продукції дорівнюють *x1(t), x2(t), x3(t),... xi(t), xN(t)* (одиниць вимірювання продукції за місяць, квартал, рік). **Темп виробництва** - це синонім (поки вважаємо, що виробничі потужності використовуються повністю) терміна **виробнича потужність**. Рівняння динаміки виробничих потужностей.

$$\frac{d}{dt}x(t)_i = fin\left(y(t)_i, i\right) = fin\left(xs(t)\cdot u_i, i\right),$$

де $fin\left(y(t)_i, i\right)$ - функція інвестицій для і-го виробництва, що належить до класу монотонно зростаючих функцій; $xs(t) = \sum_j x(t)_j \quad j = 1..N$; - сумарне виробництво (в грошових одиницях) в момент t; $0 \le u(t)_i \le 1$ - управління, змістовно, це частка сумарних поточних ресурсів, що виділяється на розширення виробничих потужностей для виробництва і-го продукту. Для управлінь виконується умова нормування:

$$\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1.$$

де *unak(t)* - частка ресурсів, що йде в накопичення.

Потрібно визначити оптимальну стратегію інвестицій (не плутати з темпом витрат на виробництво видів продукції), що максимізує сумарний прибуток за певний період:

$$JN = \int_0^T xs(t)\cdot unak(t)\,dt.$$

Щоб краще бачити, чим ми власне управляємо, відобразимо постановку задачі у схему виробничої системи (рис. 3.3). На цій схемі подано **двопродуктову** систему, показано модуль "ринок" - все це буде розглядатись в наступних роботах. В цій роботі **розглядаємо однопродуктову виробничу систему** при довільних функціях віддачі інвестицій - узагальнену задачу.

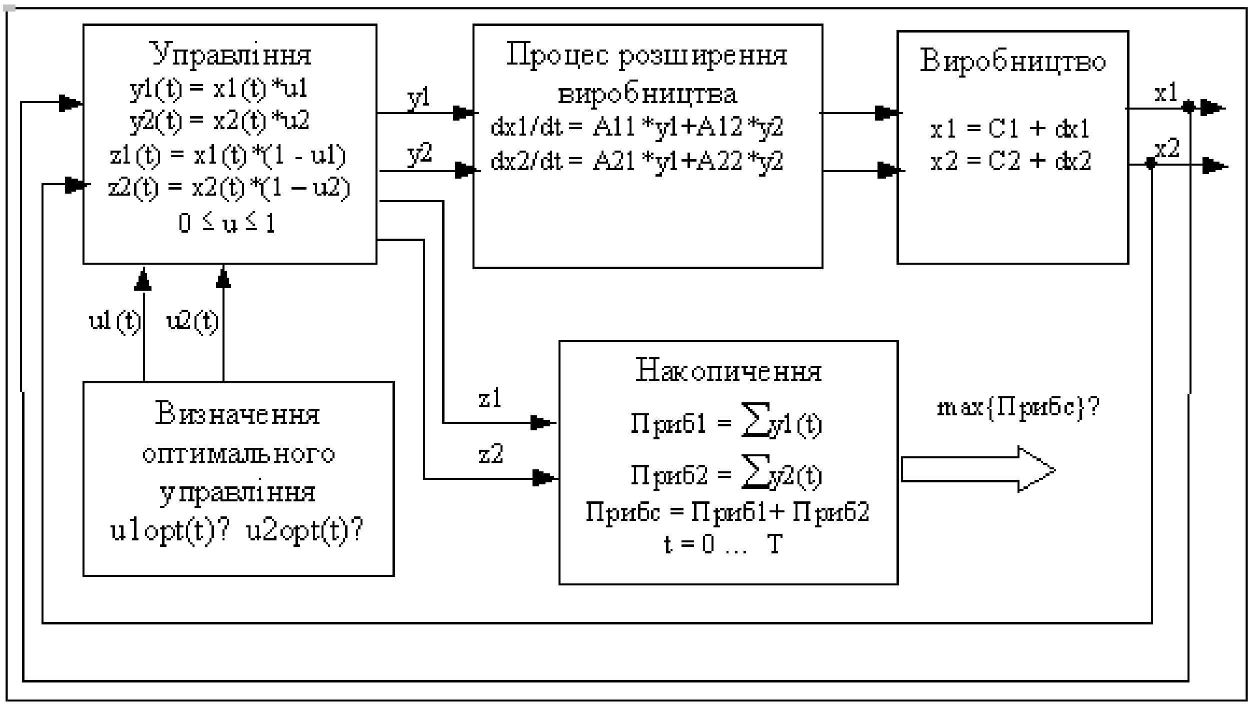


Рис. 3.3. Схема функціонування виробничої системи

Розв'язання узагальненої оптимізаційної задачі

Для **окремих випадків** відоме аналітичне розв'язання задачі Марковіца. В цій роботі ми розглянемо тільки наближене розв'язання але для довільних функцій віддачі інвестицій. Шукати розв'язання будемо **з позиції менеджера**, що трохи озброєний знаннями про методи розв'язання варіаційних задач та навичками моделювання процесів.

Визначимо, як впливає на критерій накопиченого прибутку вибір управління на деякому кроці. На рис.2 подано графіки зміни виробничих потужностей, інвестицій та накопичень. На цій схемі $S1 = x(t)\cdot(1 - u(t))$ - це та частина доходу, що йде в накопичення, S2 - те, що йде в інвестиції. Згідно з рівнянням динаміки виробничих потужностей частина $S2 = x(t)\cdot u(t)$ створює приріст $\Delta x = fin(x(t)\cdot u(t))$ виробничих потужностей. За рахунок цього приросту можна отримати до кінця процесу продукції

$$S3 = \Delta x\cdot(T - t) = fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T - t),$$

яку можна використати для накопичення чи інвестування. ***Як саме конкретно - це залежить від наступних станів. Це слабке місце нашого методу, однак відкладемо обґрунтування до наступного підрозділу.***

Виходячи з цих міркувань, будемо вибирати управління *u(t)* так, щоб отримати максимум функції $H(x) = S1 + S3$, яка характеризує приріст значення критерію, тобто:

$$\boxed{H(x,u) = x(t)\cdot(1 - u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T - t)} \rightarrow max(H(x,u))_{u\in(0..1)} \qquad (3.9)$$

Зауважимо, що наше рішення залежить тільки від поточного стану виробництва *x(t)* і не залежить від "передісторії" - способу, за яким система прийшла в даний стан (не завжди так буває). Це і є відомий **принцип оптимальності** Р. Беллмана. А як справи з майбутнім? Чи гарантує вибір максимального значення $H(x,u)$ на кожному кроці отримання максимуму критерію - сумарного прибутку за N кроків?

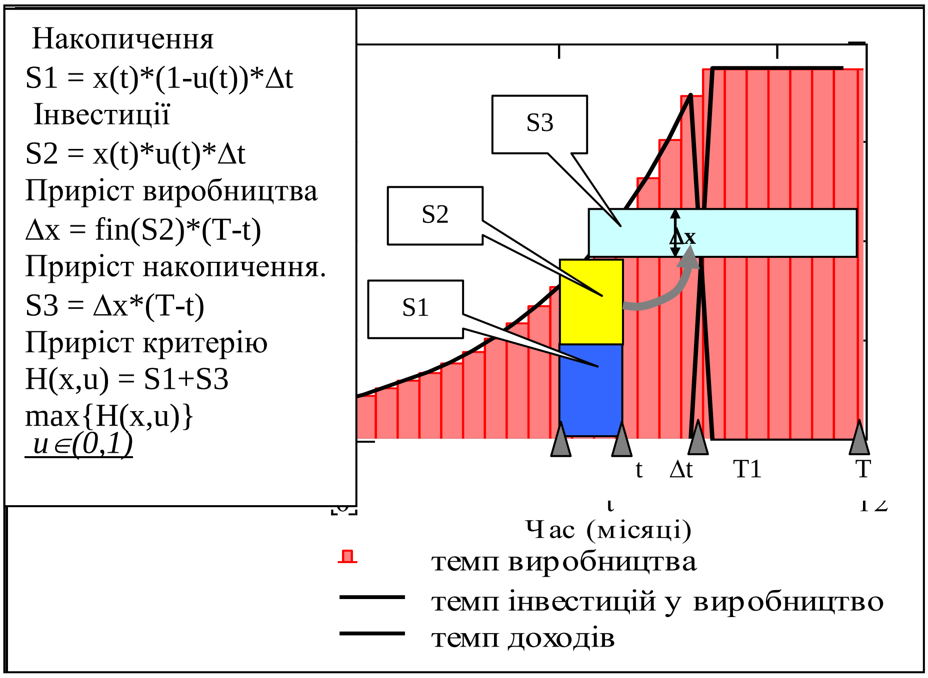


Рис. 3.4. До визначення оптимального управління на поточному кроці

Наша модель придатна для розширення та уточнення. Далі колапсовані такі розділи: врахування дисконтування грошових потоків; врахування остаточної вартості фондів. При бажанні (якщо Ви працюєте з електронною книгою), можете відкрити ці розділи.

Оптимізація кредитної стратегії

Вище ми розглянули задачу максимізації сумарного прибутку від певного виробництва за певний період. Змінною управління у нас було розподілення власних ресурсів (=виручених від реалізації продукції коштів) між інвестиціями у це ж виробництво і накопиченням. Формально треба було знайти функцію часу u1op(t) - частку ресурсів, що йде в інвестиції, яка б забезпечувала максимальний прибуток.

Неважко перевірити (за допомогою програми моделювання), що при малому стартовому рівні виробництва розвиток за рахунок власних ресурсів занадто затягується.

Для випадку увігнуто-випуклих інвестиційних функцій існує поріг стартових виробничих потужностей, коли невигідно інвестувати у розвиток виробництва. Визначимо **оптимальну кредитну стратегію** - скільки брати кредитів на кожному кроці, як віддавати борги так, щоб отримати максимальний сумарний прибуток. Візьмемо **найпростіший** для моделювання спосіб виплати: рівними частками з моменту, коли кредит взято і до кінця періоду, з урахуванням процентів.

Тепер в нашій оптимізаційній задачі буде **дві змінних управління**: - поточний розмір кредиту ***xkr(t)*** і частка поточних коштів ***u1(t)***, що йде в інвестиції. Треба знайти дві функції часу ***u1op(t), xkrop(t)***, такі, що дають максимум сумарного прибутку за термін T. Це теж варіаційна задача, але з двома невідомими функціями.

Використовуємо ту ж методологію **приблизного розв'язання**, що і для задачі без кредитів: конструюємо функцію, що дає "проекцію" поточних управлінь на кінцевий результат. Тепер на кожному кроці максимізуємо замість функції (3.2):

$H(x,u) = x\cdot(1-u) + fin(x\cdot u,p)\cdot(T-t)$ таку функцію двох змінних:

$$H(x,u,xkr) = xs\cdot(1-u) + fin(xs\cdot u,p)\cdot(T-t+prcv) - xkr\cdot[\,1+prc\cdot(T-t)\,] \qquad (3.10)$$

Розробка програми оптимізації і моделювання

Дослідимо властивості запропонованого управління у обчислювальних експериментах - робимо програму моделювання, орієнтовану на проведення початкових досліджень. Майже неважко буде зробити програму моделювання виробничої системи. Дивимось на рис. 1 - це фактично і є схема процесу функціонування системи. Програма повинна обчислювати стан системи на кожному кроці. Стан системи визначимо так: управління - u_k, темп виробництва (одиниць продукції за одиницю часу) - x_k, темп накопичення (одиниць накопичень за одиницю часу) - z_k. Випишемо рівняння для визначення вектора стану

$$\left.\begin{array}{l}
1)\quad x1_{k+1} = x1_k + fin\left(x1_k \cdot u, параметри\right)\cdot \Delta t \\
2)\quad z1_{k+1} = x1_{k+1}\cdot\left(1 - u_{k+1}\right) \\
3)\quad u_{k+1} = max_u(H(x,u))\,; \qquad 0 \le u \le 1 \\
\quad зараз = x1_k\cdot\left(1 - u_k\right);\ \ майбутнє = fin\left(x1_k\cdot u_k, пар\right)\cdot(T - t + pric) \\
\quad повернення_боргів = xkr\cdot[\,1 + prc\cdot(T - t)\,] \\
4)\ H\left(x1_k, u_k\right) = зараз + майбутнє - повернення_боргів
\end{array}\right\} \qquad (3.11)$$

В рівняннях (3.11) $fin\left(x1_k\cdot u, параметри\right)$ - функція віддачі інвестицій, що вважається довільною і може залежати від певного числа **параметрів**. Будемо вважати, що темп виробництва, як і темп накопичень вимірюється в грошових одиницях. Звернемо увагу на те, що управління знаходиться з умови максимуму функції H(x,u). Таким чином, на кожному кроці шукаємо максимум функції від ***u*** - управління.

Подана нижче програма - основа для ваших власних розробок

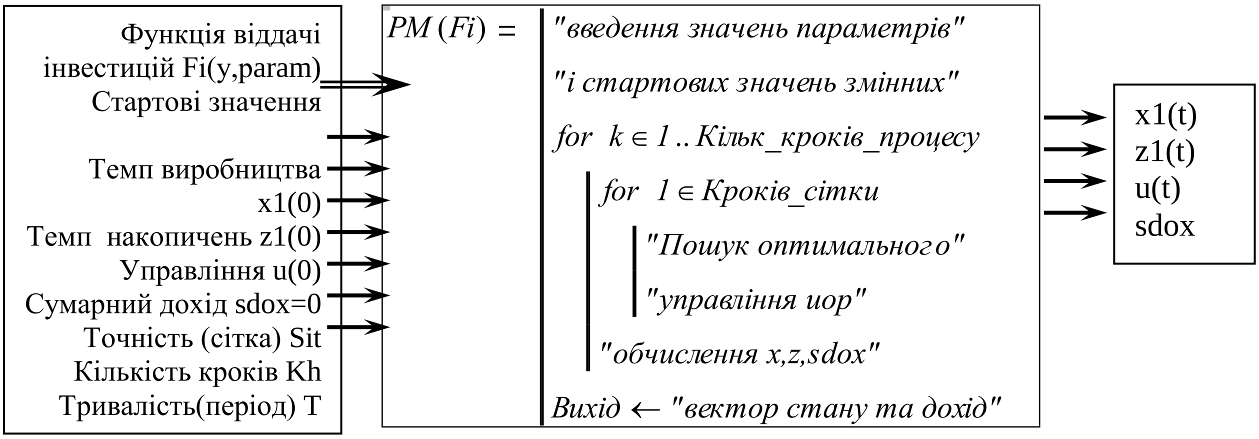


Рис. 3.5. Схема програми моделювання і оптимізації виробничої системи

Перерахуємо "проектні рішення", що закладені у програму.

☞ Щоб було зручно змінювати функцію інвестицій $Fi(y)$, **робимо програму функцією від функції інвестицій**.

☞ Для пошуку екстремуму використовуємо числові методи, а з них – найпростіший: перебір значень функції на регулярній сітці. Ви можете зробити програму краще!

☞ В методичних цілях, щоб відділити власні (локальні) змінні програми і глобальні змінні документа, на початку програми присвоюємо локальним змінним імена відповідних глобальних змінних - вхідних параметрів нашої програми.

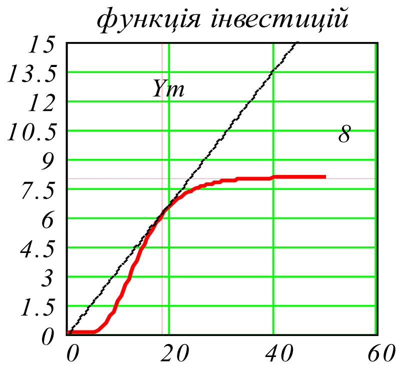
☞ Вихід програми формуємо з масиву значень u, x, z, та значення сумарного доходу. Можливо обчислювати також інші показники і розширити вихід програми.

Завдання. Напишіть коментарі до програми, нарисуйте її блок-схему.

Стенд

Збираємо "входи" (параметри виробничої системи і процесу моделювання) і "виходи" (числа, графіки) в межах однієї сторінки (рис. 3.6). Обчислюємо потік інвестицій: $inv_k := Vs_{1,k}\cdot\left(Vs_{2,k} + Vs_{4,k} + Vs_{5,k}\right)$. Дивлячись на графік функції інвестицій визначіть: максимальну віддачу інвестицій $Kim := 0.34$ *грн_випуску/грн_інв_рік* при темпі інвестицій $Ym := 19$ *грн_інв_рік*. Рівняння прямої: $vin(y) := Kim\cdot y$.

Параметри функції інвестицій:ампл. $AM \equiv 0.8$;
частота $al \equiv 0.2$; увігнутість $sl \equiv 11$
коефіцієнт остаточної вартості фондів $prcv \equiv 0.9$
Функція інвестицій $FU(y) \equiv F4(y, AM, al, sl)$
Стартовий темп виробництва $X1o \equiv 0.0$
Точність оптимізації (сітка) $Sit \equiv 40$ $sitkr \equiv 40$
Ліміт кредиту $Ymx \equiv 20$ процент $pro \equiv 0.05$
Сумарний прибуток $Sp = 247$ уо
Кредити взяли: $Skr = 57$ сплатили: $vikr = 86$
Моменти переключ. $Перек \equiv 6.1$ $Викл \equiv 10.$



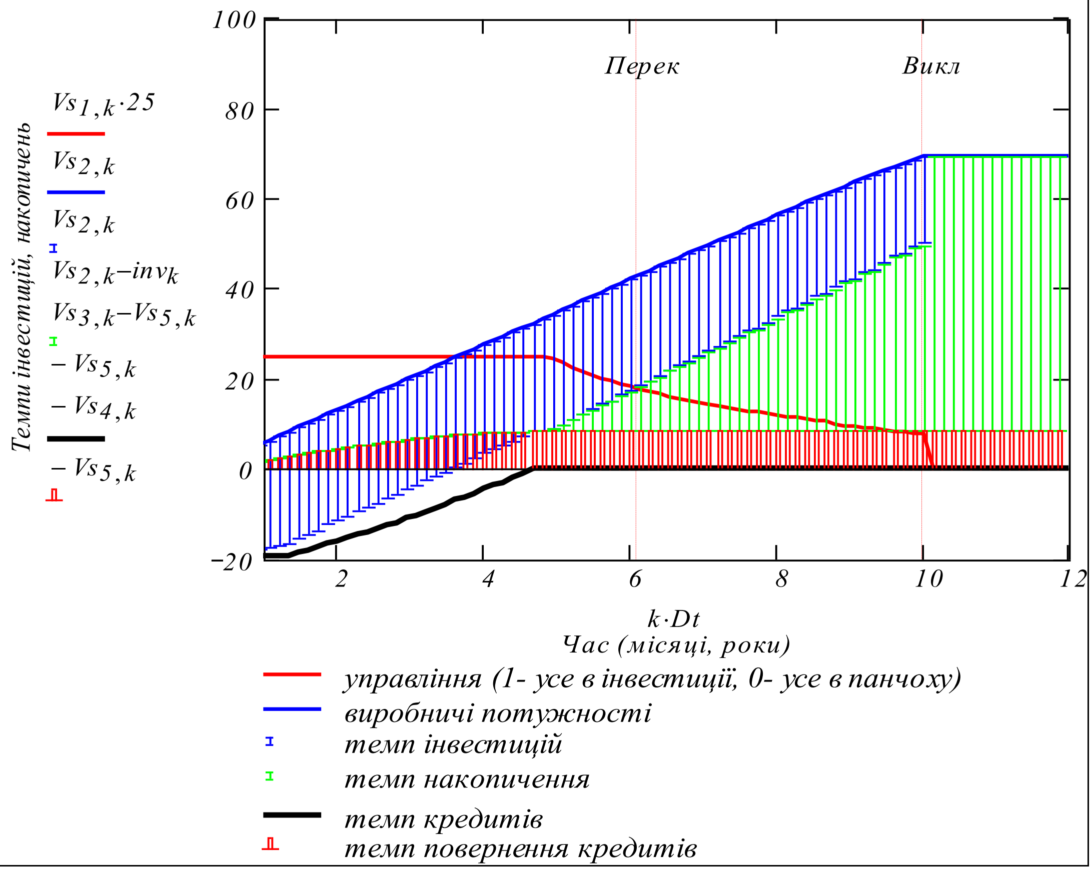


Рис. 3.6. Стенд для моделювання оптимальних процесів розвитку

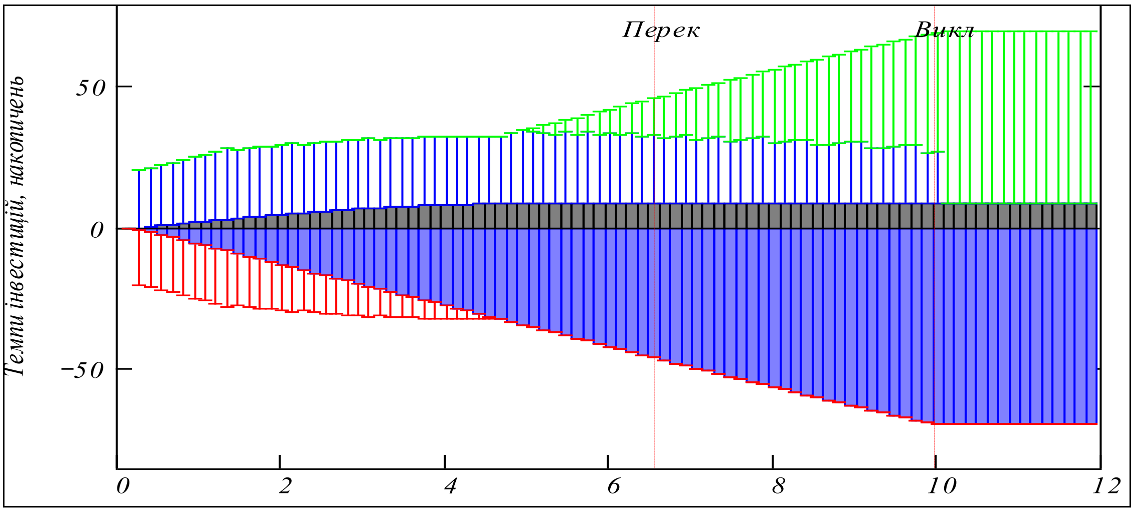


Рис. 3.7. Альтернативна - балансна форма подання результатів оптимізації та моделювання

На наведених вище графіках подані дві альтернативні форми організації вихідних даних: перша - з точки зору спеціаліста з управління; друга - з точки зору фінансиста. Розглянемо другу, балансну форму. Вниз відкладено грошові потоки, що приходять на рахунок проекту (виручка за випущену продукцію і кредити), вгору - витрати (сплата боргів, інвестиції у виробництво, накопичення). Неважко перевірити, що маємо баланс.

Що буде якщо аналіз: інструкція користувачу

Скопіювати дані для завдання (там вгорі).

1. Отримати оптимальні стратегії розвитку **без кредитів** для випадків випуклої, лінійної, невипуклої функцій інвестицій. Проаналізувати властивості оптимальних стратегій.

Встановлюємо "**Ліміт кредиту Ymx = 0**" задаємо "**Функція інвестицій Fu(y) =F1(.)** підбираємо параметри (дивись вгору), отримуємо перехідні процеси. Потім ставимо **Fu(y) =F4(.)** Фіксуємо результати (простіший спосіб - виділити і скопіювати стенд, потім вставити як рисунок).

2. Визначити для кожної функції інвестицій **критичний стартовий рівень виробництва**,- коли невигідно інвестувати в розвиток. Для кожного класу функцій встановлюємо "Стартовий темп виробництва" = 0 і починаємо його збільшувати, поки *не проявиться інвестиційний процес - оце і буде критичний стартовий рівень. Фіксуємо значення.*

3. Отримати оптимальні стратегії розвитку при використанні **кредитів** для випадку увігнуто-випуклої функції інвестицій. Встановлюємо Fu(y) =F4(.), вводимо параметри (згідно з індивідуальним завданням) і критичний стартовий рівень. Встановлюємо розумний "**процент pro =** 6.283" і "**ліміт кредиту** = наприклад: 40". Отримуємо і фіксуємо результати.

4. Визначити **критичний рівень ставки кредитів**, - коли невигідно брати кредити. Збільшуємо "**процент pro =** 10, 20, 25.., поки *не зникнуть інвестиції.* Фіксуємо значення.

5. Дослідити вплив розкиду функції інвестицій на 10% (параметр A - "амплітуда") на сумарний прибуток і оптимальне управління (стратегію). Три рази обчислюємо процес для 0.9*A, 1.0*A, 1.1*A, **або робимо "розумну" програму для "що буде якщо аналізу".**

Аналіз властивостей оптимальних процесів

Проведемо **попередній** (в наступній роботі розглядається двопродуктова система) аналіз результатів моделювання та оптимізації інвестиційних проектів.

При низькій кредитній ставці кредитів береться стільки, щоб доповнити власні ресурси **до рівня оптимального завантаження** підсистеми розширення виробництва. Коли своїх ресурсів достатньо, кредитування припиняється, і починається накопичення. Оптимальний процес логічний і простий для реалізації, за невеликим винятком: інвестування розвитку виробництв припиняється раптово, у випадку невипуклих функцій інвестицій діє "пороговий ефект". У випадку невипуклих функцій існують критичний стартовий рівень і критична ставка кредиту. Теоретично при переході критичного значення оптимальна стратегія і сумарний прибуток змінюються раптово. З точки зору практики інвестиційний проект, стан якого близький до критичних точок, є занадто ризиковим - результати його виконання мають великий розкид при малих змінах параметрів виробничої системи і зовнішніх факторів.

Висновки

Отримали інструмент для аналізу і стратегічного управління інвестиційними проектами. Навіть прості інвестиційні проекти мають складну багатокомпонентну структуру - тут і підбір персоналу, і його навчання, і розподіл відпусток, і видача замовлень на обладнання та укладання угод з іншими організаціями ... Але дуже корисно, перед прийняттям інвестиційного проекту, глянути на все це згори і потім постійно порівнювати дійсний стан проекту з прогнозами на базі моделювання.

Кредити не тільки збільшують прибуток проекту, а також, якщо вони дешеві, то:

а) спрощують управління проектом (оптимальний темп інвестицій є приблизно постійним);

б) зменшують ризик при виконанні проекту (на старті проект має потрібне фінансування і не залежить від малих і нестабільних власних ресурсів).

Висновки за результатами моделювання

Виявлено загальні властивості (незалежні від класу функцій інвестицій) - кредити мають найбільший розмір на старті і потім спадають до нуля.

Для випадків а) випуклих і б) увігнуто-випуклих функцій інвестицій маємо якісно різні залежності функції оптимального управління кредитами.

При розумному кредитному відсотку (5-15%) кредити не тільки суттєво підвищують сумарний прибуток, але й "гармонізують" оптимальне управління і процес функціонування виробництва - функції управління не мають розривів, процеси росту виробництв - лінійні, або приблизно лінійні.

Дешеві кредити спрощують управління проектом і зменшують ризик - на старті проект має надійне фінансування і не залежить від проблематичних стартових прибутків.

В підсумку отримано інструмент для аналізу і стратегічного управління інвестиційними проектами – глянути на проект згори, погратися з варіантами...

Додаткові висновки

Покоління студентів в дисциплінах типу "математичне програмування", "дослідження операцій" все ще вивчають для чогось симплекс-метод, хоч реальні задачі а) не вписуються в рамки лінійного програмування, б) обчислювальна техніка та обчислювальні методи пішли далі...

Чи можливо, що подані вище моделі і методи застаріли ще до освоєння їх широкими масами? Безумовно, застаріли:

а) можна так узагальнити задачу, щоб не вводити додаткову змінну - "темп кредитів": зробити, щоб пропорція розподілу могла бути більшою одиниці (коли беремо кредити);

б) для багатопродуктової системи попередньо обчислити оптимальну функцію віддачі інвестицій і так звести задачу до одновимірної.

В наступному розділі будуть подані ці нові моделі і методи.

Контрольні запитання

1. Формулювання варіаційної задачі взагалі. Постановка задачі Марковіца - критерій, обмеження, змінні управління, граничні умови.
2. Дайте означення функції, функціонала, оператора. Знайдіть в тексті документа приклади функції __________, функціонала __________, оператора __________.
4. Дайте означення випуклості, лінійності, увігнутості.
5. Який "фізичний зміст" має функція, яку ми максимізуємо на кожному кроці процесу.
6. Вид оптимального управління для випадків випуклих, невипуклих та лінійних функцій інвестицій.
7. Назвіть "входи" і "виходи" програми моделювання та оптимізації процесу розвитку виробничої системи.
8. Можливі причини, що обумовлюють випуклість/невипуклість функції інвестицій.
9. Список джерел ризиків в задачі оптимального розвитку виробничої системи.

Персональна експертна система

3.3 Розробка системи підтримки рішень по розподілу ресурсу на базі методу оптимального агрегування

Вступ. Проблеми інноваційного розвитку виробничих систем

Сучасне виробництво є звичайно інноваційним. Причини цього можуть бути такими:

- глобалізація: конкурентами певної національної фірми тепер звичайно є фірми з Китаю, Індії, Кореї, Росії, іноді із Сполучених Штатів, Бразилії чи Мексики;

- швидке насичення ринку - споживання хліба і навіть пива має фізичні обмеження, інші товари купують "на все життя";

- занадто швидкий темп зміни моделей виробів - моделі мобільних телефонів оновлюються двічі нарік, автомобілів - раз на рік;

- досить швидкий темп науково-технічного прогресу - щоб утриматись на ринку, треба не пізніше конкурентів вводити новації, що зменшують витрати та підвищують якість. Бізнес стає занадто ризикованою грою (на виживання), тому бажано, щоб у цьому плані він був ближче до покеру, ніж до рулетки.

Як зменшити невизначеності і ризики?

- Статистика в швидкоплинному оточенні допоможе мало.

- Моделювання процесів розвитку може точно показати майбутнє і фірми, і економіки в цілому, ЯКЩО є відповідні математичні моделі. Де їх взяти?

- Купити? - Сьогодні існує модельний бізнес, що продає моделі часів Ньютона і Коперника, існують консалтингові фірми, що консультують на базі глибоко засекречених програм.

- Розробити самостійно. Сьогодні менеджер може швидко і досить якісно зробити моделі для своїх задач, якщо володіє теорією і практикою **конструювання математичних моделей**.

Як розробляються математичні моделі для прогнозування і планування?

В цьому документі подано **шлях розробки системи підтримки рішень:**

- від словесного формулювання до отримання автоматизованої системи, де Ви
- вводите вхідні дані і отримуєте оптимальний процес розвитку;
- задаєте діапазони розкиду параметрів і отримуєте залежності показників - сумарних витрат, накопиченого прибутку та ін. від заданих параметрів - віддачі інвестицій, ставки кредиту, норми дисконтування та ін.
- шукаєте оптимальне управління розвитком.

Змістовна постановка задачі

Розглянемо задачі планування і прогнозування розвитку виробничих систем. Термін виробництво сьогодні є досить розмитим - це і матеріальне виробництво, і надання послуг, нарешті - інформаційне виробництво і виробництво знань.

- Що виробляє банк? - банківські продукти.

- Що виробляє навчальний заклад? - продукт "знання", запакований в спеціаліста.

Дано система з декількох виробництв, кожне з яких має свою функцію віддачі інвестицій, свою функцію попиту і ємність ринку, свій стартовий рівень виробництва.

Визначити

а) як зміниться максимальний можливий дохід при зміні певного параметра;

б) яким повинно бути оптимальне управління: розподіл ресурсів в часі - між інвестуванням і накопиченням; і в просторі - між інвестуванням розвитку різних виробництв?

Формалізація задачі

Перекладемо словесну модель одночасно у схему і рівняння. На рис. 3.8 подано схему виробничої системи з двома виробництвами і виділеними потоками узагальнених ресурсів. На рис. 3.9 та ж схема, але з виділенням рівнянь. На рис. 3.10 - аналогічна схема для однопродуктової системи. Звичайно для певної задачі розглядають одновимірний приклад, потім двовимірний, потім – довільної розмірності. Ми будемо йти від одновимірної задачі і прийдемо знову до одновимірної: метод оптимального агрегування дозволяє ефектно і ефективно замінювати багатовимірну систему еквівалентною одновимірною. Неважко, дивлячись на ці схеми, записати постановку задачі визначення о**птимальної стратегії розвитку** виробничої системи. (Друга схема подана англійською – базові термінології в даній області науки – англійська [3-4, 18-20, 24-28,], російська [5-6, 30-33, 41-43, 44, 46]).

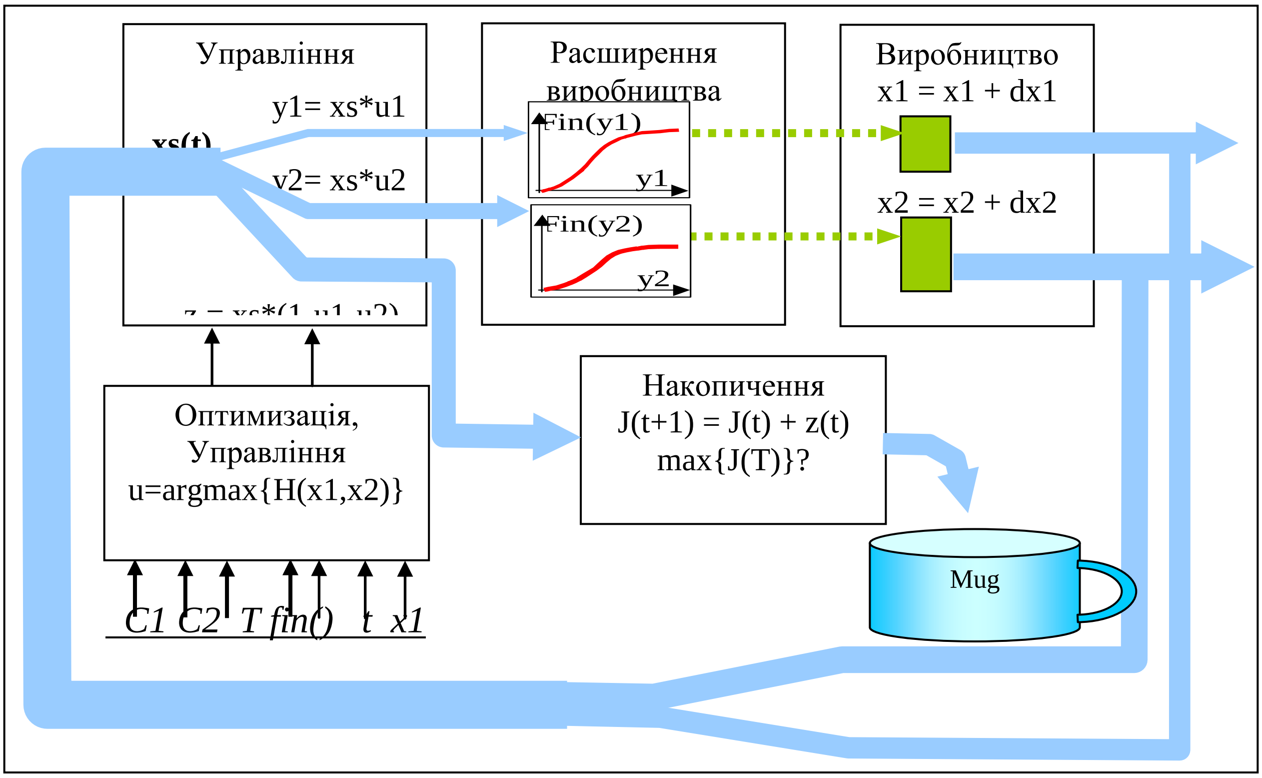


Рис. 3.8. Схема виробничої системи. Потоки ресурсів

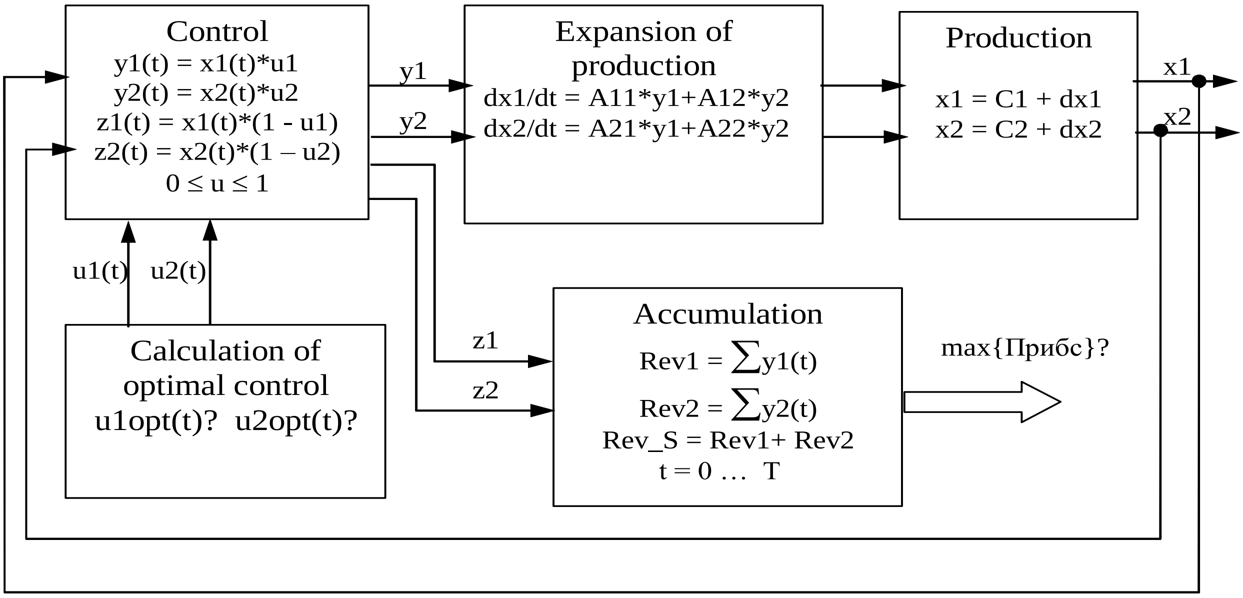


Рис. 3.9. Схема виробничої системи. Рівняння елементів системи

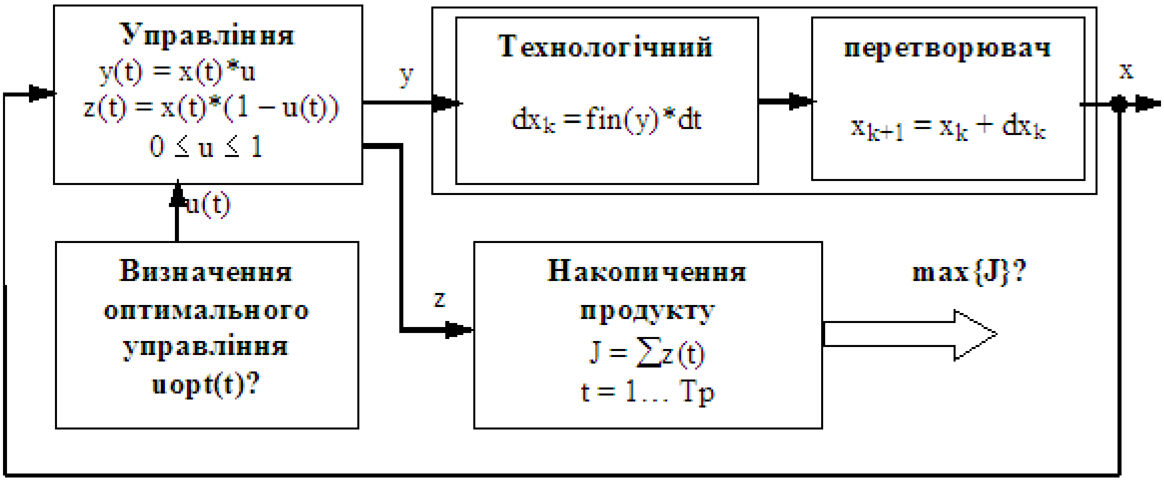


Рис. 3.10. Схема еквівалентної (агрегованої) одновимірної виробничої системи

Маємо виробничу систему, де виробляються N видів продукції. Темпи випуску продукції дорівнюють x1(t), x2(t), x3(t),... x1(t), xN(t) (одиниць вимірювання продукції за місяць, квартал, рік). **Темп виробництва** - це синонім (вважаємо, що виробничі потужності використовуються повністю) терміна **виробнича потужність**. Рівняння динаміки виробничих потужностей

$$\frac{d}{dt}x(t)_i = fin\left(y(t)_i, i\right) = fin\left(xs(t)\cdot u_i, i\right), \qquad (3.12)$$

де $fin\left(y(t)_i, i\right)$ - функція інвестицій для і-го виробництва, що належить до класу функцій, що нестрого монотонно зростають; $xs(t) = \sum_j x(t)_j$, $j = 1..N$; - сумарне виробництво (в грошових одиницях) в момент t; $0 \le u(t)_i \le 1$ - управління, змістовно, це частка сумарних поточних ресурсів, що виділяється на розширення виробничих потужностей для виробництва і-го продукту. Для управлінь виконується умова нормування:

$$\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1,$$

де unak(t) - частка ресурсів, що йде в накопичення.
Потрібно визначити оптимальну стратегію інвестицій (це не є поточні витрати ресурсів на виробництво: сировини, енергії, праці), що максимізує сумарний прибуток за певний період:

$$JN = \int_0^T xs(t)\cdot unak(t)\, dt.$$

Розширимо отриману базову модель. По-перше, так ми зробимо модель більш адекватною і корисною, по-друге, ми перевіримо модель на здатність до модифікації.

Врахування остаточної вартості фондів

В розглянутій постановці задачі ніяк не враховується цінність створених виробничих фондів - в критерій входить тільки накопичений за плановий період прибуток.

Тобто, в даному випадку, якщо ми хочемо врахувати в критерії вартість фондів, то слід взяти її з мінусом, - як витрати на підготовку земельної ділянки під наступний проект. Сьогодні побудувати нове виробництво на території заводу 60-х років набагато дорожче, ніж у чистому полі. Запишемо вираз для наближення функції H(x,u) Гамільтона при врахуванні вартості фондів в кінці планового періоду.

$$JN = \int_0^T [x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot pricovar]\,dt \;; \qquad (3.13)$$

$$\boxed{H(x,u) = x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T-t+pricovar)}. \qquad (3.14)$$

$$\boxed{H(x,u) = x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T-t)}.$$

У виразі для критерію під інтегралом з'явилась додаткова складова – це приріст виробничих потужностей, помножений на $prikovar$ – **при**ведений **ко**ефіцієнт **вар**тості фондів. Якби ми були схильні до марксизму-економізму, ми б вивели вартість фондів із витрат на їх створення. Однак в сучасному світі Ваші витрати цікавлять конкурентів і податківців, але не покупців. Тому ми виходимо з вартості продукції, що можуть давати ці фонди. Приведений коефіцієнт характеризує, скільки ще продукції можуть дати фонди до утилізації.

Використання зовнішніх ресурсів

Вище ми розглянули задачу максимізації сумарного прибутку від певного виробництва за певний період. Неважко перевірити (за допомогою програми моделювання), що при малому стартовому рівні виробництва розвиток за рахунок власних ресурсів занадто затягується. Для випадку увігнуто-випуклих інвестиційних функцій взагалі існує поріг стартових виробничих потужностей, коли взагалі невигідно інвестувати у розвиток виробництва.

Завжди було відомо, що в таких випадках слід брати кредити. Але слід визначити *оптимальну кредитну стратегію* – скільки брати кредитів на кожному кроці, як віддавати борги так, щоб отримати максимальний сумарний прибуток.

Тепер в нашій оптимізаційній задачі буде *дві змінних управління*: – поточний розмір кредиту $xkr(t)$ і частка поточних коштів $u1(t)$, що йде в інвестиції. Треба знайти дві функції часу $u1op(t)$, $xkrop(t)$, такі, що дають максимум сумарного прибутку за термін T. Це теж варіаційна задача, але з двома невідомими функціями.

Використовуємо ту ж методологію *приблизного розв'язання*, що і для задачі без кредитів: конструюємо функцію, що дає "проекцію" поточних управлінь на кінцевий результат. Тепер на кожному кроці максимізуємо замість функції (3.14):

$H(x,u) = x\cdot(1-u) + fin(x\cdot u,p)\cdot(T-t)$ таку функцію двох змінних:

$$\boxed{H(x,u,xkr) = xs\cdot(1-u) + fin(xs\cdot u,p)\cdot(T-t+prcv) - xkr\cdot[\,1+prc\cdot(T-t)\,]} \qquad (3.15)$$

де $xs(t) = x(t) + xkr(t)$ – сумарні поточні ресурси; $x(t)$ – поточні виробничі потужності (грн_продукції/рік); $u(t)$ – поточна частка коштів у інвестиції; $xkr(t)$ – поточний кредит (=темп кредитів); prc – кредитний процент (=ставка кредиту); $fin(.)$– функція віддачі інвестицій (грн. виробничих потужностей/грн. інвестицій за рік); Tp – плановий період; $prcv$ – приведений коефіцієнт остаточної вартості фондів.

Врахування дисконтування грошових потоків

Розглядаємо модифіковану задачу Марковіца: *визначити оптимальну стратегію* інвестицій у виробничі потужності, що максимізує критерій дисконтованого сумарного прибутку за певний період:

$$\max_u\{JN\}, \qquad JN = \int_0^T xs(t)\cdot unak(t)\cdot e^{-p\cdot t}\,dt. \qquad (3.16)$$

Подивимось на вираз для критерію (3.16) – він відрізняється від критерію накопиченого прибутку додатковим множником $e^{-p\cdot t}$, де p – відсоток дисконтування. Навіщо він?

"Фізичний смисл" дисконтування такий: $Kan := 100$ гривень сьогодні можна покласти в банк під відсоток pm, що характеризує вартість капіталу. Через певний час $tz := 24$

місяці, якщо проценти нараховуються досить часто (наприклад, $pm := 1\%$ щомісячно), ми отримаємо $Kan \cdot e^{pm \cdot tz} = 127.12$ гривень. За цією логікою 100 гривень, що отримаємо через 24 місяці, сьогодні еквівалентні тільки $Kan \cdot e^{-pm \cdot tz} = 78.6$. Критерій дисконтованих прибутків критикують, як "критерій егоїзму", але нічого кращого поки не придумали.

Дисконтування ще визначають як "приведення різночасових витрат і прибутків до єдиного часового горизонту". Той, хто вивчав вищу математику і теорію управління, побачить, що вираз (3.16) – це майже перетворення Лапласа від функції часу $xs(t)$ – потоку сумарного прибутку у певну функцію змінної *pm*: *Xs(pm)* ("майже" тому, що перетворення Лапласа береться для $T = \infty$).

Відомо (тим, хто вивчав теорію автоматичного управління), що на перетворенні Лапласа базуються **передаточні функції** динамічних систем. Це перетворення - зручний інструмент розв'язання багатьох задач. Таким чином, дисконтування фактично порівнює наш проект з тривіальним інвестиційним проектом "покласти гроші на депозит, або купити облігації".

Врахування тривалості планового періоду

Одне з формулювань головного принципу системного аналізу: "Не можна отримати велику перемогу одразу" (= "системи синтезуються частинами"). Наша модель розвитку не є вичерпною, в ній немає ринку, тому насичення попиту, кінець життєвого циклу в цій моделі враховуються непрямо, через плановий термін *Tp*. Суть нашої моделі більш ніж примітивна: отримати максимум прибутку до кінця планового періоду. А що робити після закінчення? - Відповідь очевидна: те ж саме - почати новий інвестиційний проект. Дійсно, на початку інвестиційного проекту невизначеність і ризик більш нових інновацій буде великою, а в кінці планового періоду вже можна досить надійно сформувати новий проект.

Конкретні причини, що визначають тривалість планового періоду:

- насичення попиту на даний продукт, в даному регіоні;
- закінчення терміну оренди чи інших угод, погіршення інвестиційного клімату в молодих демократіях.

Математичні моделі функції віддачі інвестицій

Функція віддачі інвестицій - залежність темпу приросту виробничих потужностей від темпу витрачання ресурсу. Подивимось це на графіку (рис. 3.11), де подано три функції (віддачі) інвестицій. Для точки А маємо: темп витрат 35 у.о./рік, приріст темпу виробництва 30 у.о./рік. Оцінка окупності витрат (інвестицій) ОК = 35/30 = 1.17 року. Для точки Б маємо темп витрат 125 у.о./рік, приріст темпу виробництва 55 у.о./рік. Оцінка окупності інвестицій: ОК =125/55 = 2.27 року.

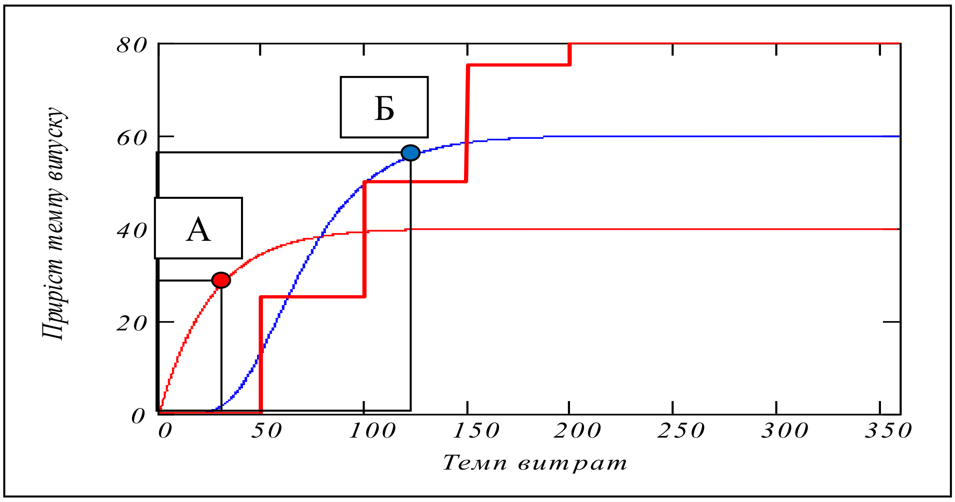


Рис. 3.11. Визначення ефективності інвестицій

В нашій спрощеній моделі не враховуємо запізнення та інерційність віддачі інвестицій: будівництво, монтаж, налагодження - дають запізнення. Навчання персоналу, "випалювання" дефектів обладнання мають певну тривалість.

Однак сучасна реальність йде назустріч спрощеним математичним моделям: замовлене обладнання приходить на другий день після оплати, а на четвертий день працює на повну потужність. Зрозуміло, що не завжди і не для всіх видів виробництв.

Врахування запізнення та інерційності віддачі інвестицій

Звичайно інвестиції дають віддачу у виді певного темпу продукту не одразу, а з певним запізненням, обумовленим постачанням, будівництвом, монтажем обладнання та ін. Крім того, віддача інвестицій досягає певного максимуму поступово, що обумовлено відлагодженням, "випалюванням" дефектів, навчанням персоналу та ін.

Відобразимо ці властивості реальних процесів в математичній моделі. Модифікуємо рівняння динаміки виробничих потужностей (3.12)

$$\frac{d}{dt}x(t) = fin(y(t)) \;==>\; \frac{d}{dt}xp(t) = fin\big(y(t-\tau)\big);\; \frac{d}{dt}xd(t) = Kob\cdot(xp(t) - xd(t)).$$

Тепер два дифрівняння складають модель віддачі інвестицій. Для тих, хто вивчав теорію управління, модель "вхід-вихід" складається з послідовного поєднання інтегральної та аперіодичної ланок.

Зміна моделі інвестицій вимагає зміни функції Гамільтона. Точне або наближене визначення функції Гамільтона - складна задача, однак методика її розв'язання є відпрацьованою [9, 10, 21, 22, 37].

Врахування ефектів освоєння виробництва

В нашій моделі ми розділили підсистеми і моделі на власне виробництво і розширення виробництва. В реальних виробничих системах не можна чітко розділити власне виробництво і будь-які зміни у ефективності і темпах виробництва.

Дійсно, підвищення ефективності виробництва складається з малої і середньої раціоналізації, навчання персоналу, незначних змін у конструкції та матеріалах виробів. Нарешті можна спробувати розмежувати дві таких ситуації: а) верстат капітально модифікували і знову запустили, б) купили і встановили новий верстат, старий здали в металобрухт.

Масштаби і, відповідно, моделі освоєння виробництва можуть бути суттєво різними. За життєвий цикл собівартість може зменшитись на 10-20% (традиційні продукти) і в тисячі разів (електроніка). Для врахування суттєвих змін в собівартості слід відмовитись від нашої моделі [9].

Все-таки можна розділити:

- освоєння інвестиційне - це відносно швидкий процес освоєння встановленого обладнання типу: купили і встановили мінізавод;
- освоєння виробниче - довготермінове, протягом усього життєвого циклу вдосконалення виробу і виробництва.

В даній роботі враховуємо ефект масштабу виробництва і навчання простішою моделлю:

$$xc(t) = fct\left(xd(t), t, \int_0^t xd(t)\,dt\right).$$

"В двох словах" цей вираз передається так: приведений темп створення ресурсу xc(t) дорівнює певній функції від дійсного випуску продукту, часу та накопиченого випуску. Форма моделі виробництва залежить від того що вважаємо незалежною змінно: 1) залежність випуску продукту (= вихідний темп ресурсу) від витрат ресурсів (вхідний темп ресурсу); 2) залежність потрібних витрат ресурсу від заданого темпу випуску продукції.

Врахування попиту і конкуренції

В часи Адама Сміта для насичення попиту на шпильки потрібно було 200 років. Сьогодні 40% "ніжок Буша" продається в Росії, а через 3-4 роки (при відповідних умовах) аналогічними ніжками може нагодувати увесь світ Україна чи Кувейт.

Сьогодні залишилось тільки два ще ненасичених ринки мобільників: Україна і Китай, але не на довго.

Просто і точно описати ефект насичення ринку можна так: витрати на продаж зростають, прибуток спадає (до від'ємних величин). Неважко це відобразити математичною моделлю зростання з обмеженням.

Вкрай складні і неоднозначні процеси конкуренції можна описати так: звичайно частка ринку у лідерів зростає, у середніх - не змінюється, у аутсайдерів - зникає. В усталеному стані буде або гіперболічний розподіл на усіх учасників ринку, або олігополія для небагатьох, або монополія.

Щоб підкреслити "нерозв'язальність" і "непідйомність" задачі моделювання попиту і конкуренції, розглянемо на прикладі ще одну альтернативу розвитку ринку:

якщо на ринку сардельок чи пельменів будуть присутні сурогати, попит на ці продукти може надовго зникнути. Саме тому на ринку ковбаси в США залишилися тільки бренди типу салямі з Угорщини. Все ці ефекти попиту і конкуренції враховані в моделях інших класів [8-10]. Об'єднання моделей розвитку сучасних виробничих систем в єдину універсальну - відкрита проблема, можливо - назавжди.

В рамках даної роботи і моделей вибраного класу (задача Марковіца) вибираємо таку модифікацію моделі виробництва [7]:

$$\frac{d}{dt}x(t) = fin(y(t)) \quad ==> \quad \frac{d}{dt}x(t) = ef \cdot x(t) \cdot \left(\frac{Ryn(t) - Sus(t, x(t))}{Ryn(t)} \right) \cdot y(t),$$

де *x(t)* - темп випуску продукції, *y(t)* - темп інвестицій, *ef* - показник ефективності інвестицій (залежить від фондоємності виробництва, кон'юнктури, досвіду і якості персоналу, оточення - податків та ін.), *Ryn(t)* - попит (ємність ринку), $Sus(t, x(t))$ - заповнення ринку (задоволення попиту).

Ця модель належить до класу узагальнених моделей зростання з обмеженням. Саме на базі таких моделей Кондратьєв, ще до розквіту лінійного програмування, будував загальні моделі економіки. "Хвилі Кондратьєва" - результат дії таких механізмів.

Словесне формулювання моделі таке:

поточний "приріст" темпу виробництва =

*ефективність*темп_поточний*незаповнена_частка ринку*інвестиції.*

Перші три множники - це коефіцієнти, що характеризують поточну ефективність перетворення інвестицій $y(t)$ у приріст темпу виробничих потужностей. Зауваження: відносний обсяг ринку може бути і від'ємним - це ситуація перевиробництва, коли інвестиції потрібні для скорочення виробництва (компенсації звільненим, демонтаж обладнання та ін.).

Звернемо увагу ще на одну особливість процесу побудови моделей процесів розвитку: на певному кроці уточнень виявляється, що окремі моделі об'єднуються в одну більш просту і більш точну модель. В останній моделі виробництва гармонічно спресувались виробництво, інвестиції, маркетинг, логістика...

Слід пам'ятати, що в сучасному високотехнологічному, глобалізованому, динамічному світі економіка як самостійна наука розділилася на тисячі напрямків, розчинилася: існує Веб-економіка, технократична економіка, соціономіка. Тільки в підручниках і дисертаціях застрягли "мікроекономіка" і "макроекономіка"

На зміну "економіко-статистичному прогнозуванню" прийшли "технологічне прогнозування", "прогнозування на базі математичних моделей". Сьогодні саме розробник продуктів, технологій і засобів виробництва повинен проектувати технологію просування продукту на ринок, технології постачання та обслуговування.

Модуль агрегування функцій розвитку

Обсяг обчислень швидко зростає при зростанні розмірності задачі – кількості виробничих елементів (або напрямків розвитку, або видів продукції). Якщо робити все "правильно" для задачі з двома виробництвами треба шукати на кожному кроці процесу максимум функції двох змінних, для системи з 22-виробництвами - екстремум... Для зменшення обсягу обчислень можна застосувати інтелектуальні алгоритми - із змінним кроком, навчанням і гарантованим неуспіхом. Причина - дуже незручна функція Гамільтона (максимум якої треба знаходити на кожному кроці процесу) - невипукла, багатоекстремальна.

Будемо вчитись на помідорах: у свій час у нас розробляли кібернетичну машину для збирання помідорів, яка розпізнавала помідори, оцінювала колір, м'яко зривала і складала. В США вивели сорт, що вистигав одразу, мав плоди стандартного розміру і кольору, дерев'яні за консистенцією, і смаком теж. Збирала ці помідори дуже неінтелектуальна машина, що просто висмикувала і обтрушувала кущі на конвеєр.

Розіб'ємо задачу оптимізації на дві:

- спочатку **замінимо окремі елементи одним еквівалентним:**
- потім будемо на кожному кроці:

а) ділити оптимально поточні ресурси між розвитком та накопиченням;

б) ділити оптимально ресурси, виділені для розвитку, між елементами системи.

Для розв'язання першої задачі використаємо метод оптимального агрегування – результат досліджень І. Колесник в дипломній роботі, а потім – в дисертації. Цей метод є декомпозиційними: задача знаходження максимуму адитивної функції замінюється послідовністю задач знаходження максимуму функції однієї змінної [12, 22,33]. Метод не "інтелектуальний": він дає гарантовані результати в гарантований час. Задача агрегування розглянута в підрозділі 2.4, тому подаємо тільки суть методу.

Отримання оптимальної функції розвитку системи

Згідно з принципом оптимальності (а він виконується для нашої задачі), скільки б ресурсу не виділялося в розвиток виробництва - цей ресурс повинен розподілятись оптимально. От ми завчасно обчислимо функції розподілу ресурсу між окремими продуктами чи виробництвами. Для нашого методу оптимального агрегування необхідно подати функції розвитку (ФР) в дискретному виді - як певні масиви. Задаємо: діапазон зміни обмеження за ресурсом $Rma := 150$; кількість точок обчислення ФР $Kto := 200$. Задаємо крок квантування ресурсу . $dx := Rma \div Kto$; ранжовану змінну $n := 1 .. Kto$; формальну функцію оптимального розподілу ресурсу в одноелементній системі $r0_n := 1$. Далі подано модуль введення параметрів функцій розвитку, де саме формуються вхідні дані методу.

Параметри елементів системи. Зміна ефективності інвестицій $oblom = 1$

Параметри функцій розвитку елементів $A1 := oblom \cdot 1.$; $W1 := 0.3$; $S1 := 9$;

$A2 := oblom \cdot 1.3$; $W2 := 0.16$; $S2 := 13$;

$A3 := oblom \cdot 1.6$; $W3 := 0.10$; $S3 := 15$

Формуємо відповідні масиви $fo1_n := F4(n \cdot dx, A1, W1, S1)$; $f1 := augment(fo1, r0)$;

$fo2_n := F4(n \cdot dx, A2, W2, S2)$; $f2 := augment(fo2, r0)$;

$fo3_n := F4(n \cdot dx, A3, W3, S3)$; $f3 := augment(fo3, r0)$.

Запишемо формулу агрегування в звичайній формі: $Ops3 := f2o(f1, f2o(f2, f3))$.

і в структурній:

$Op3 :=$ f2o

f1 f2o

f2 f3

На рис. 3.12 подані разом оптимальна функція розвитку (ФР) системи, ФР елементів, компоненти вектор-функції оптимального розподілу ресурсу.

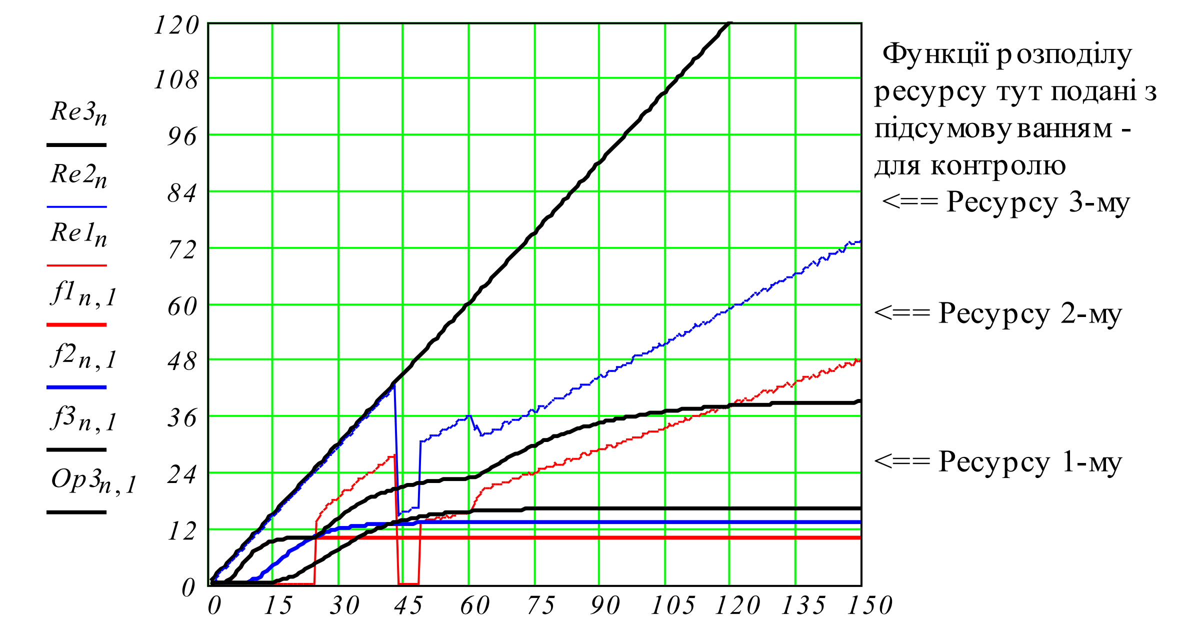


Рис. 3.12. Оптимальне агрегування функцій розвитку елементів виробничої системи

Маленька проблемка: програма агрегування видає дискретизовану функцію розвитку (вектор) а для програми моделювання (нижче) потрібна функція неперервної змінної. Можна внести зміни в програму моделювання. Можна конвертувати вектор у неперервну функцію за допомогою вбудованих функції інтерполяції. Маємо значення незалежної змінної (**пам'ятаємо: за межами діапазону інтерполяції - видається зовсім не те**)

$Xx_n := n \cdot dx$; $Yy := Op3^{\langle 1 \rangle}$; $Ss := cspline(Xx, Yy)$; $F3n(x) := interp(Ss, Xx, Yy, x) \cdot 1.0$.

Розробка програми оптимізації і моделювання та інтерфейсу. Збираємо "входи" (параметри виробничої системи і процесу моделювання) і "виходи" (числа, графіки) в межах однієї сторінки. Функція розвитку $Fu(y) := F3n(y)$. Підберіть максимальну ефективність інвестицій (дотична) $Kim := 0.36$ *грн_випуску/грн_інв/рік* при темпах (введи) інвестицій $R1m := 15$; $R2m := 45$ *грн_інв_рік*. Рівняння прямої $vin(x) := Kim \cdot x$; $dX1 := 9$; $dX2 := 21$ *грн_інв_рік*.

Параметри задачі: число елементів – 3; агрегована функція розвитку *Fu*(*y*):=*F3n*(*y*);
Норма дисконтування грошових потоків *pd*≡0.0.
Коефіцієнт остаточної вартості фондів *prcv*≡0.0.
Ціна ресурсу (середня ставка кредиту) *pro*≡0.17.
Стартовий темп виробництва *X1o*≡0.17 у.о.
Тривалість планового періоду *Tp*≡10 років.
Ліміт темпу кредитів *Ymx*≡100 у.о.
Точність оптимізації (сітка) *Sit*≡40; *sitkr*≡100.
Кількість кроків моделювання *Kk*≡80.
Зміна ефективності інвестицій *oblom*≡1.0.

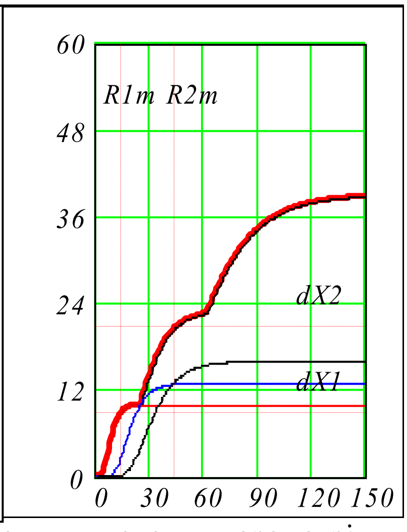


Рис. 3.13. Стенд для моделювання процесів розвитку. Модуль введення параметрів

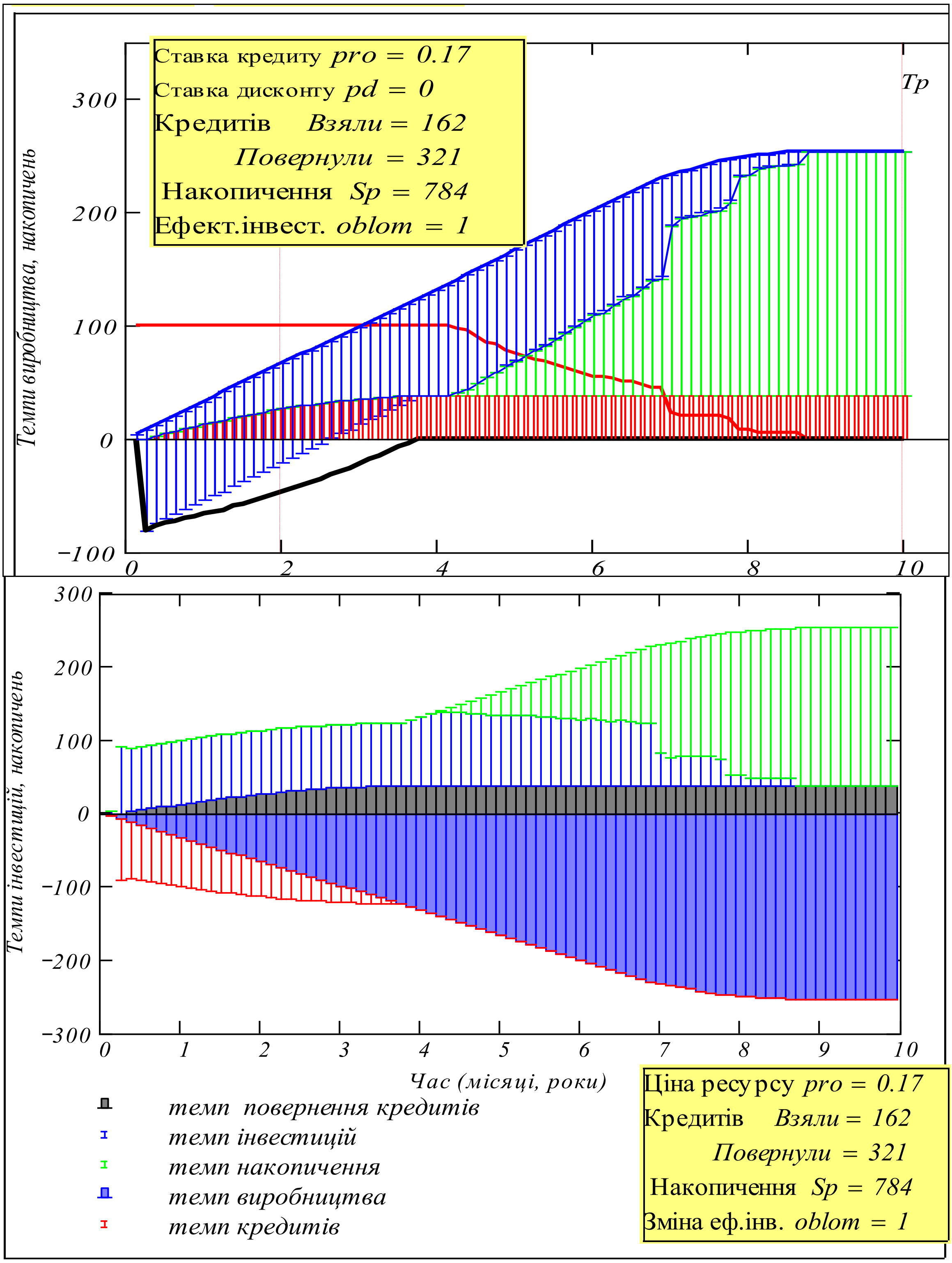


Рис. 3.14. Стенд для моделювання процесів розвитку. Модуль виведення результатів

Розглянемо цю балансну форму (дебет - кредит, активи - пасиви). Вниз відкладено грошові потоки, що приходять на рахунок проекту (виручка за випущену продукцію і кредити), вгору - витрати (сплата боргів по кредитах, інвестиції у виробництво, накопичення. Дуже неважко побачити (і перевірити), що графік сумарних "доходів" є дзеркальним відображенням графіка сумарних витрат - маємо баланс. На верхньому графіку подано окремі залежності - управління і змінні вектору стану - перехідні процеси в оптимальній системі управління розвитком.

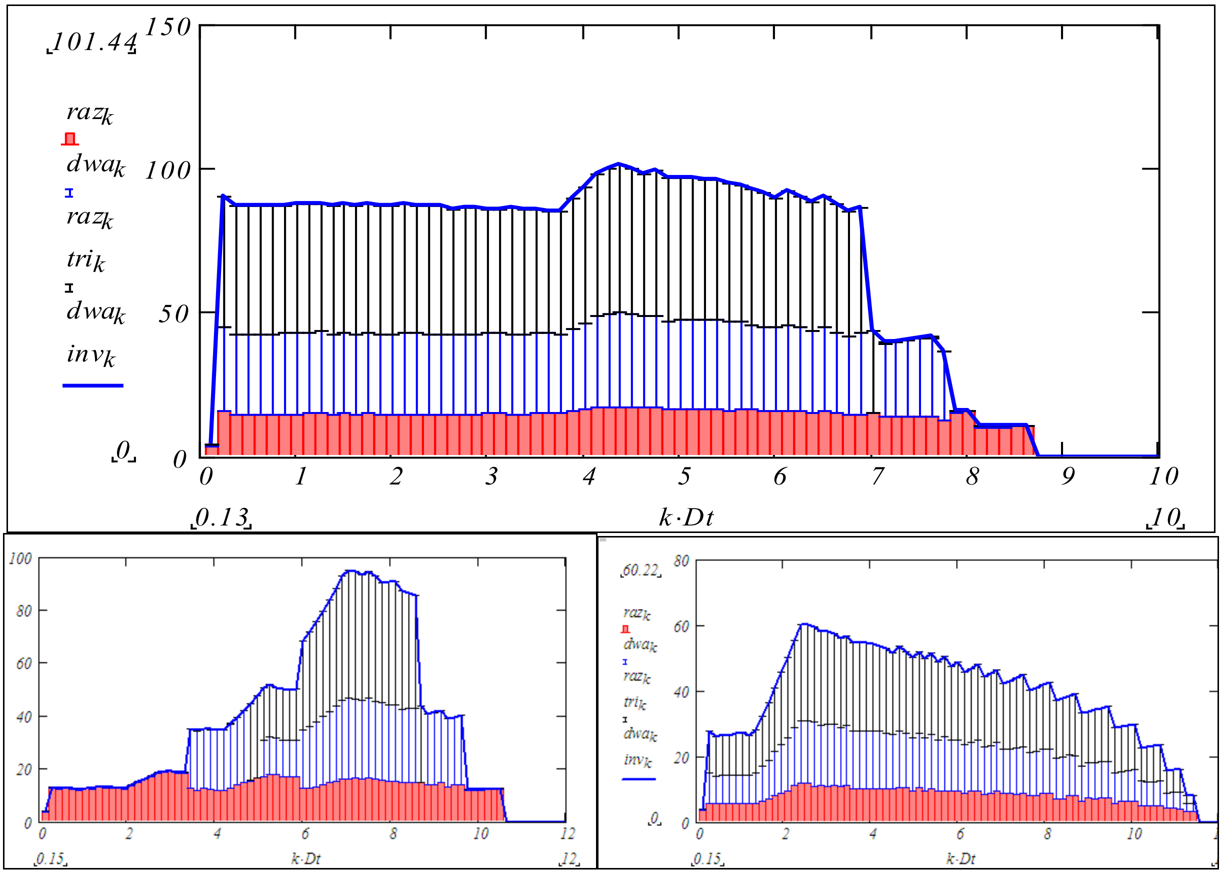


Рис. 3.15. Дезагрегування - визначення темпів інвестицій в різні виробничі елементи

На рис. 3.15 подано три приклади: невипуклі функції розвитку, дешеві кредити; невипуклі функції, дорогі кредити; випуклі функції. Завдання. Визначте самостійно, яку ситуацію подає кожний графік.

Подивимось, яким точкам відповідних ФР відповідають поточні обсяги ресурсів для відповідних виробництв. Це робиться просто, якщо звикнути до моделювання і програмного середовища.

$$ff1_{k,n} := f1_{n,1}; \quad ff2_{k,n} := f2_{n,1}; \quad ff3_{k,n} := f3_{n,1};$$

$$X1_k := k; \quad Y1_k := rore_{k,1} \div dx; \quad Z1_k := f1_{max(round(Y1_k,0),1),1};$$

$$X2_k := k; \quad Y2_k := rore_{k,2} \div dx; \quad Z2_k := f2_{max(round(Y2_k,0),1),1};$$

$$X3_k := k; \quad Y3_k := rore_{k,3} \div dx; \quad Z3_k := f3_{max(round(Y3_k,0),1),1};$$

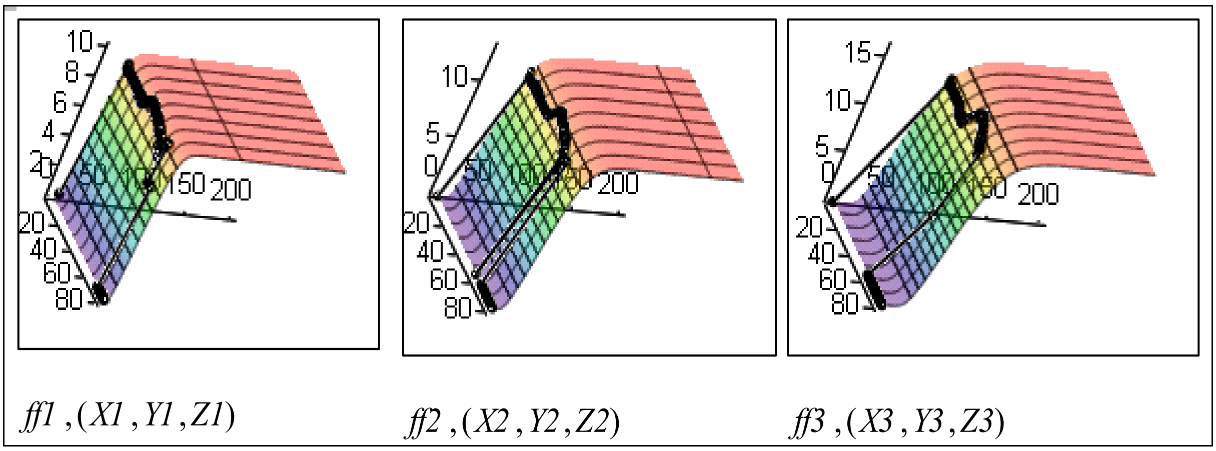


Рис. 3.16. Траєкторія робочих точок на функціях розвитку протягом процесу

Навіть такі маленькі графіки не дозволяють не побачити очевидне: - система оптимального управління використовує тільки ті значення ресурсу, що дають максимум віддачі (продуктивності). Бачимо також: є певні обчислювальні ускладнення для ступінчастої функції.

Аналіз динаміки темпів виробництва по окремих елементах

Ще раз виконаємо дезагрегування - визначимо динаміку для кожного виробництва окремо. Для цього використаємо обчислені вище функції розподілу ресурсу на розвиток для кожного виробництва.

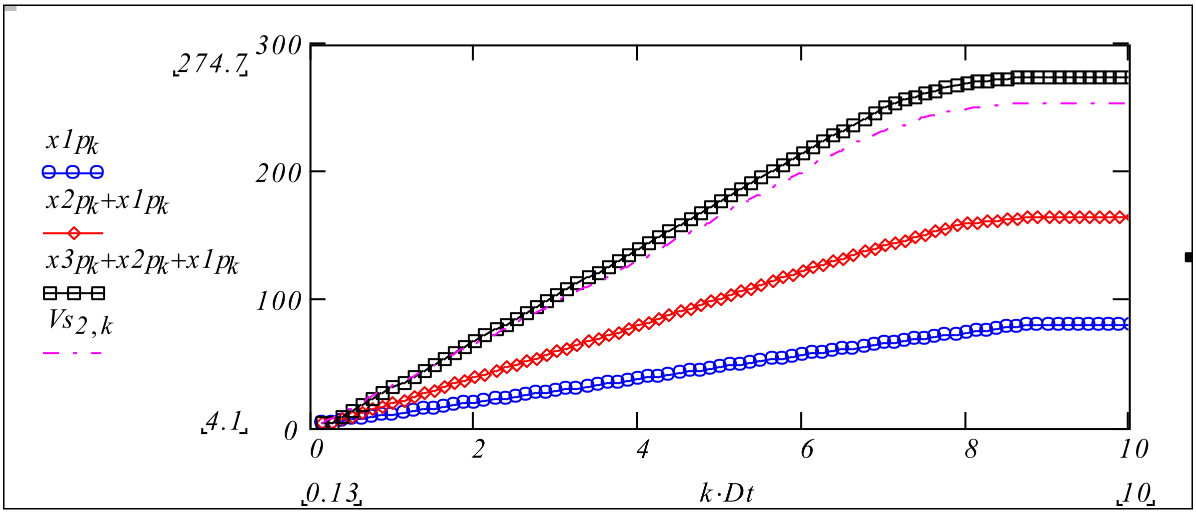


Рис. 3.17. Дезагрегування - визначення темпів виробництва по виробничих елементах

Отримання залежностей показників процесу розвитку від значень вибраних параметрів

За допомогою програми моделювання ми можемо розраховувати оптимальні процеси розвитку для конкретних значень параметрів. Звичайно значення параметрів є невизначеними. Природно подивитись, як залежать показники процесу розвитку - накопичений дохід, витрати по кредитах - від значень певних параметрів. Для практики і теорії цікавими і важливими є такі залежності накопиченого доходу і витрат по кредитах від таких параметрів:

- ставки кредиту;
- норми дисконтування грошових потоків;
- ефективності інвестицій;
- тривалості планового періоду;
- запізнення віддачі інвестицій.

Цей список можна продовжити:

- залежність доходу і витрат по кредитах від цін продажу і ємкості ринку;
- залежність доходу і витрат по кредитах від конкурентного оточення.

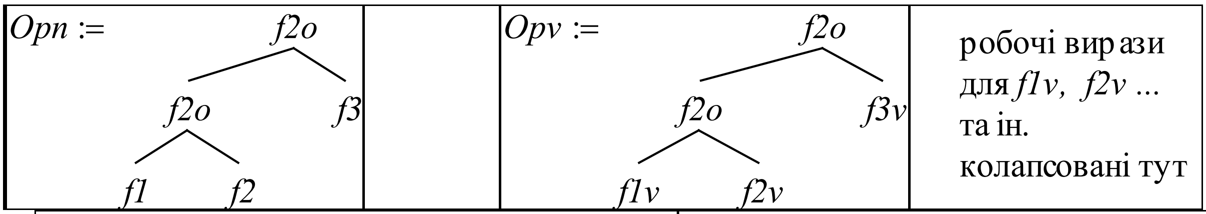
Однак для цього потрібна інша модель розвитку.

Модуль для що буде якщо аналізу

Зберемо з наявних програмних модулів систему для що буде якщо аналізу. Система повинна виводити два процеси і два набори показників - для номінальних значень і значень з урахуванням можливих відхилень.

Вводимо варіації "амплітуди"(інвестиційний клімат): $VA := 1.0$ та "увігнутості": $VS := 1.00$ ціна ресурсу $Cin := 0.0$ обмеження по ресурсу $resurs := 70$.

Обчислюємо агреговані функції розвитку для двох процесів – "номінального" і "збуреного", будуємо графіки вхідних характеристик і процесів розвитку (рис. 3.18).



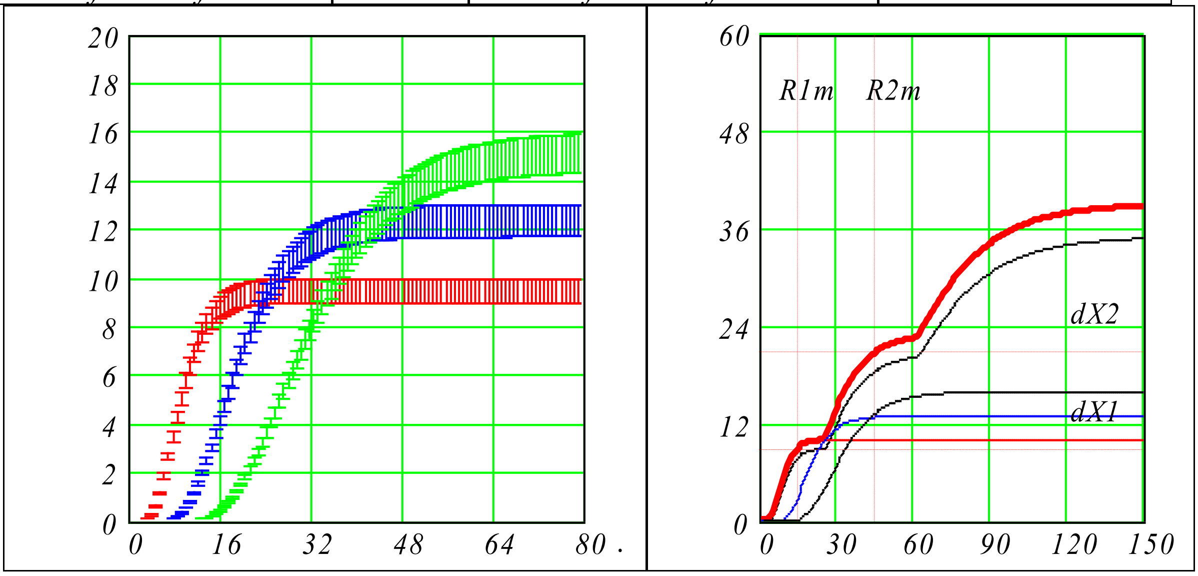


Рис. 3.18. Аналіз впливу розкидів функцій розвитку. Модуль агрегування

Виконуємо перетворення дискретизованих функцій розвитку, отриманих в результаті оптимального агрегування, в неперервні. Робимо це за допомогою вбудованих функцій інтерполяції *interp(.)* та сплайн-апроксимації *cspline(.).*

$Xx_n := n\cdot dx$; $Yy := Opn^{\langle 1\rangle}$; $Ss := cspline(Xx, Yy)$; $F3N(x) := interp(Ss, Xx, Yy, x)\cdot 1.0$.

$Xi_n := n\cdot dx$; $Yi := Opv^{\langle 1\rangle}$; $Si := cspline(Xi, Yi)$; $F3V(x) := interp(Si, Xi, Yi, x)\cdot 1.0$.

Обчислюємо процеси розвитку за допомогою програми (подана в електронній книзі). Ця програма оформлена як функція користувача *KM(F3, pr, pd, Tp),* що бере *F3* – функцію розвитку (агреговану) системи, *pr* – ставку кредиту, *pd* – ставку дисконтування, *Tp* – тривалість планового періоду.

Розпаковуємо вихід програми для двох наборів параметрів:

$$My1 := KM(F3N, pr1, pd1, Tp1) ;\ My2 := KM(F3V, pr2, pd, Tp)$$

Програма повертає: $My1^T = (\{5,80\}\ \ 1506.66\ \ 174.9\ \ 246.86)$ - структуру з масиву розміром 5×80 (число змінних, число кроків моделювання) і трьох чисел - накопичення (значення критерію), „кредитів взяли”, „кредитів повернули з процентами”. Виділяємо:

стани систем: $V1s := My1_1$: $V2s := My2_1$:

Накопичення: $Sp1 := My1_2$; $Sp2 := My2_2$

Кредитів: $Взяли1 := My1_3$ $Взяли2 := My2_3$ $Повернули1 := My1_4$; $Повернули2 := My2_4$

Обчислюємо крок моделювання $Dt := Tp \div Kk$ $Dt = 0.13$; $k := 1 .. Kk$.

Обчислюємо потоки інвестицій:

$$inv1_k := V1s_{1,k}\cdot\left(V1s_{2,k} + V1s_{4,k} + V1s_{5,k}\right),\ inv2_k := V2s_{1,k}\cdot\left(V2s_{2,k} + V2s_{4,k} + V2s_{5,k}\right).$$

Робимо головний інтерфейс підсистеми для що буде якщо аналізу шляхом модифікації попереднього інтерфейсу. Подивіться уважно: вводяться два значення ставки кредиту *pr1, pr2*. При необхідності неважко зробити таке введення для кожного параметра.

На рис. 3.19 подано інтерфейс для аналізу впливу випадкових розкидів і збурень параметрів. Ми називаємо його „стенд”. На стенді зібрано усі входи і основні виходи задачі.

Параметри задачі: число елементів -3; агрегована функція розвитку $Fu(y) := F3n(y)$;

Норма дисконтування грошових потоків $pd1 \equiv 0.0$ %

Коефіцієнт остаточної вартості фондів $prcv = 0$ %

Середні ставки кредиту $pr1 \equiv 0.04$ % $pr2 \equiv 0.16$ %

Стартовий темп виробництва $X1o = 4.1$ уо/рік

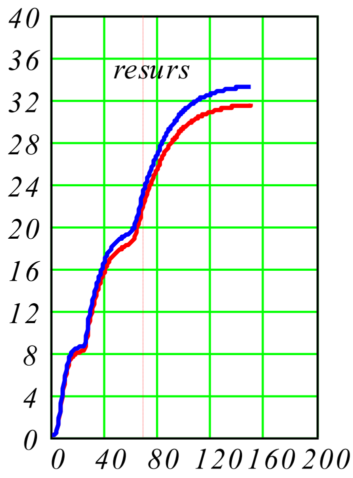
Тривалість планового періоду $Tp1 \equiv 12$ months,years

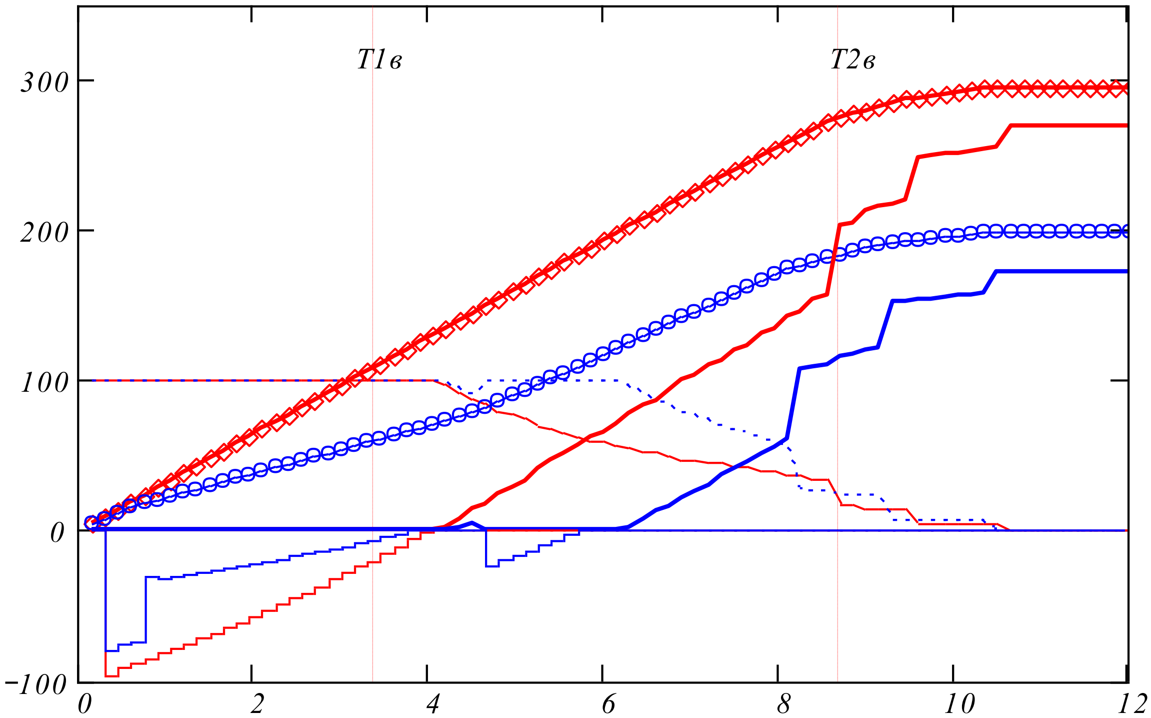
Ліміт темпу кредитів $Ymx = 100$ уо/рік

Точність оптимізації (сітка) $Sit = 40$ $sitkr = 100$

Кількість кроків моделювання $Kk = 80$

Параметр ефективності інвестицій $oblom = 0.9$.





управління1 (1- усе в розвиток, 0 - усе в накопичення)

управління2

темп виробництва1

темп виробництва2

темп накопичення1

темп накопичення2

темп кредитів1

темп кредитів2

Ціна ресурсу $pr1 = 0.04$; $pr2 = 0.16$

Кредитів $Взяли1 = 191$ $Взяли2 = 103$

$Повернули1 = 269$; $Повернули2 = 272$

Накопичення $Sp1 = 1259$ $Sp2 = 678$

"ефект": $VA = 0.9$ та "витрати": $VS = 1$

Рис. 3.19. Стенд для аналізу впливу розкидів функцій розвитку

Експертний висновок: **Якщо** зміняться: ставка кредиту з $pr1 = 4\%$ на $pr2 = 16\%$, порогові витрати (увігн.) на $dS = 0\%$ ефективність (ампл.) на $dA = 0\%$ **буде ось що:** накопичений прибуток зміниться на $(Sp2 - Sp1) \div Sp1 = -58.7\%$, обсяг витрат по кредитах зміниться на $1 - |Повернули2 - Повернули1| \div Повернули1 = 97.3\%$, якщо управління буде оптимальним.

Модуль для отримання "функцій впливу"

Чи можуть розглянуті програми певним чином замінити, доповнити, „озброїти” людину-експерта. Які конкретні питання виникають у менеджера в ситуаціях прийняття стратегічних рішень?

- Як зміниться оптимальна кредитна стратегія при зміні ставки кредитів?
- Як зміниться оптимальний прибуток при зміні тривалості планового періоду?
- Як зміниться оптимальний прибуток при зміні „інвестиційного клімату”?

Обчислювальна ефективність наших програм дозволяє обчислювати не тільки пару процесів, а цілу **„функцію впливу” - залежність певної вихідної змінної від значення певного параметра виробничої системи, або зовнішнього оточення.**

Отримані нами базові програми, методи і технології дозволяють зробити це досить просто. Зробимо модуль для отримання **функції впливу ставки кредиту**. Це майже очевидно і (очевидно) просто: задаємо кількість точок $Nk := 12$, ранжовану змінну $q := 1..Nk$ і крок зміни ставки $krok := 0.02$, $pk_q := krok \cdot q$. На рис. 3.20 подано текст програми з коментаріями, а на рис. 3.21 – результат роботи програми.

$$vkr := \left| \begin{array}{l} \text{"qq"} \\ \text{for } r \in 1..Nk \\ \quad \left| \begin{array}{l} prk \leftarrow krok \cdot r \\ BY \leftarrow KM(F3V, prk, pd, Tp) \\ vm^{\langle r \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} BY_2 \\ BY_3 \\ BY_4 \end{pmatrix} \end{array} \right. \\ vm \end{array} \right.$$

<= Програма vkr викликає підпрограму моделювання $KM(\blacksquare)$, що обчислює ряд оптимальних процесів для заданого ряду значень ставки кредиту і повертає матрицю, кожний стовпець якої задає значення накопиченого доходу, суми взятих кредитів, суми повернутих кредитів з процентами для відповідного значення ставки кредиту

$vkr =$

	1	2	3	4	5	6
1	832.85	805.93	778.52	750.06	720.23	689.14
2	177.75	175.25	174.5	174.25	174.38	176
3	167.39	189.43	212.72	236.22	259.96	285.65

$$\begin{pmatrix} \text{"накопичений.дохід"} \\ \text{"взято.кредитів"} \\ \text{"повернуто.кредитів"} \end{pmatrix}$$

Рис. 3.20. Програмний модуль для обчислення функції впливу

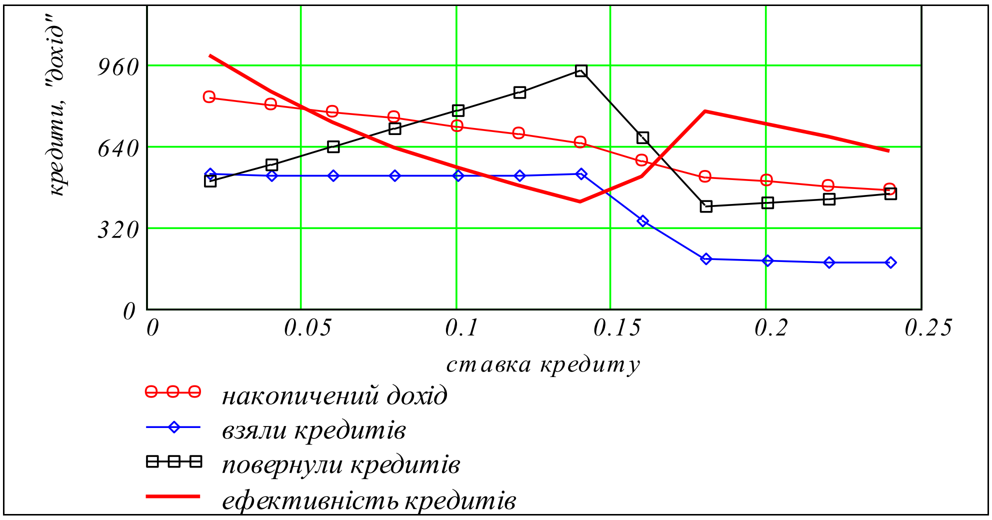


Рис. 3.21. Функції впливу ставки кредиту на показники оптимального процесу

Бачимо, що залежності немонотонні, негладкі, і, на перший погляд, антиінтуїтивні. **Людина-експерт** на базі тільки статистичного досвіду до такого не додумається. На рис. 3.22 зібрано на одній сторінці три приклади – "номінал" і дві сходинки вниз: зменшення віддачі інвестицій на 10 % та збільшення "постійних" витрат: за землю, за воду, на рекет.

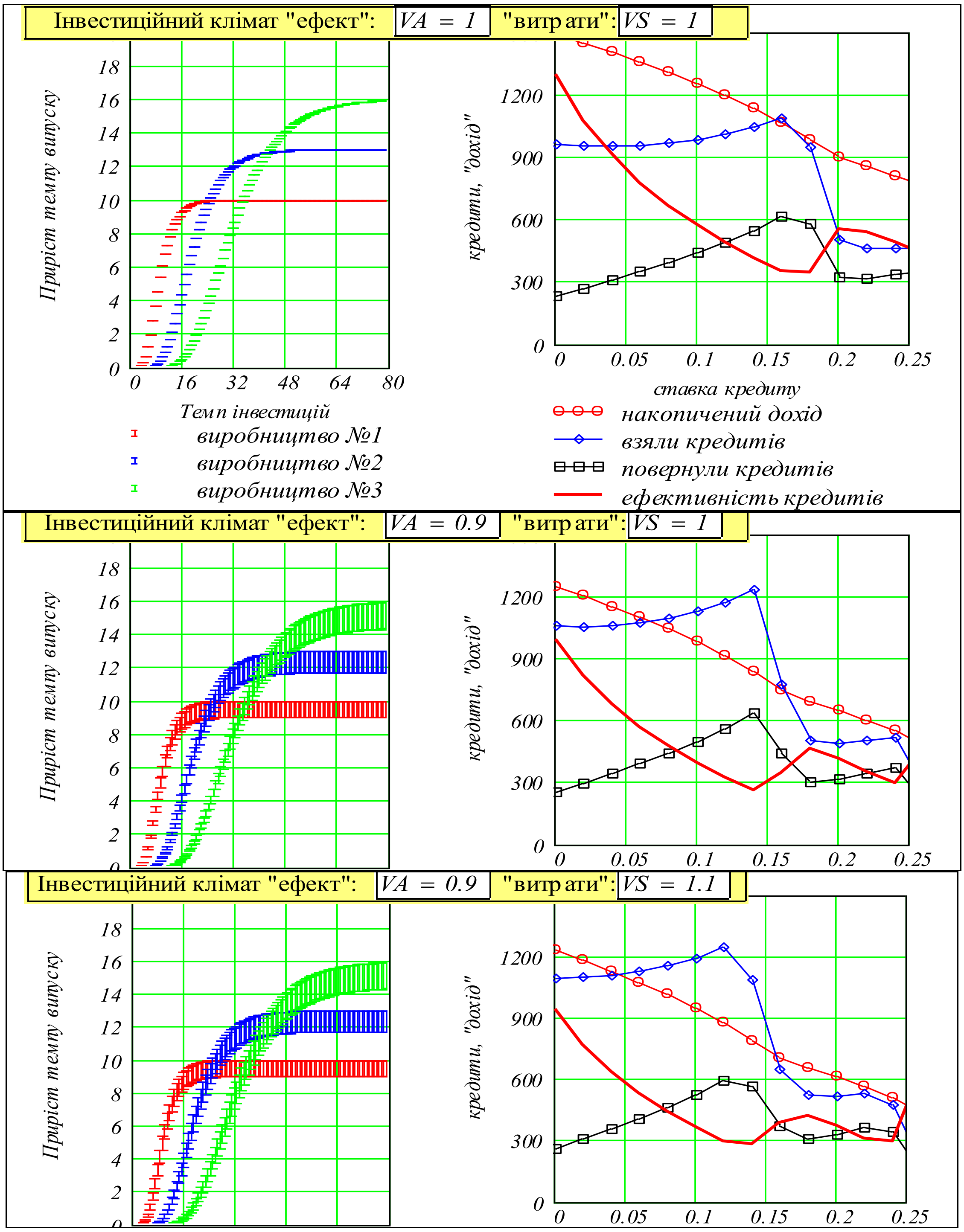


Рис. 3.22. Функції впливу ставки кредиту на процес розвитку

Завдання для самостійного виконання

Напишіть **експертні висновки** для поданих вище трьох пар графіків.

- Які експертні висновки можна зробити з розгляду цих результатів?
- Як впливає зміна "інвестиційного клімату" на прибуток і витрати по кредитах?
- Дайте приклади виробництв з випуклими та увігнуто-випуклими ФР.

Побудуйте (без розрахунків!) такі функції для випадку випуклих функцій розвитку.

Зробимо наступний крок - вдосконалимо інтерфейс для аналізу функцій впливу. Кожній точці функції впливу відповідає оптимальний процес розвитку. Для менеджера дуже важливо бачити, які саме процеси відповідають критичним точкам на функціях впливу. Робимо **дворівневий інтерфейс**, де користувач може для вибраних ним точок функції впливу отримати відповідні процеси розвитку (рис. 3.23).

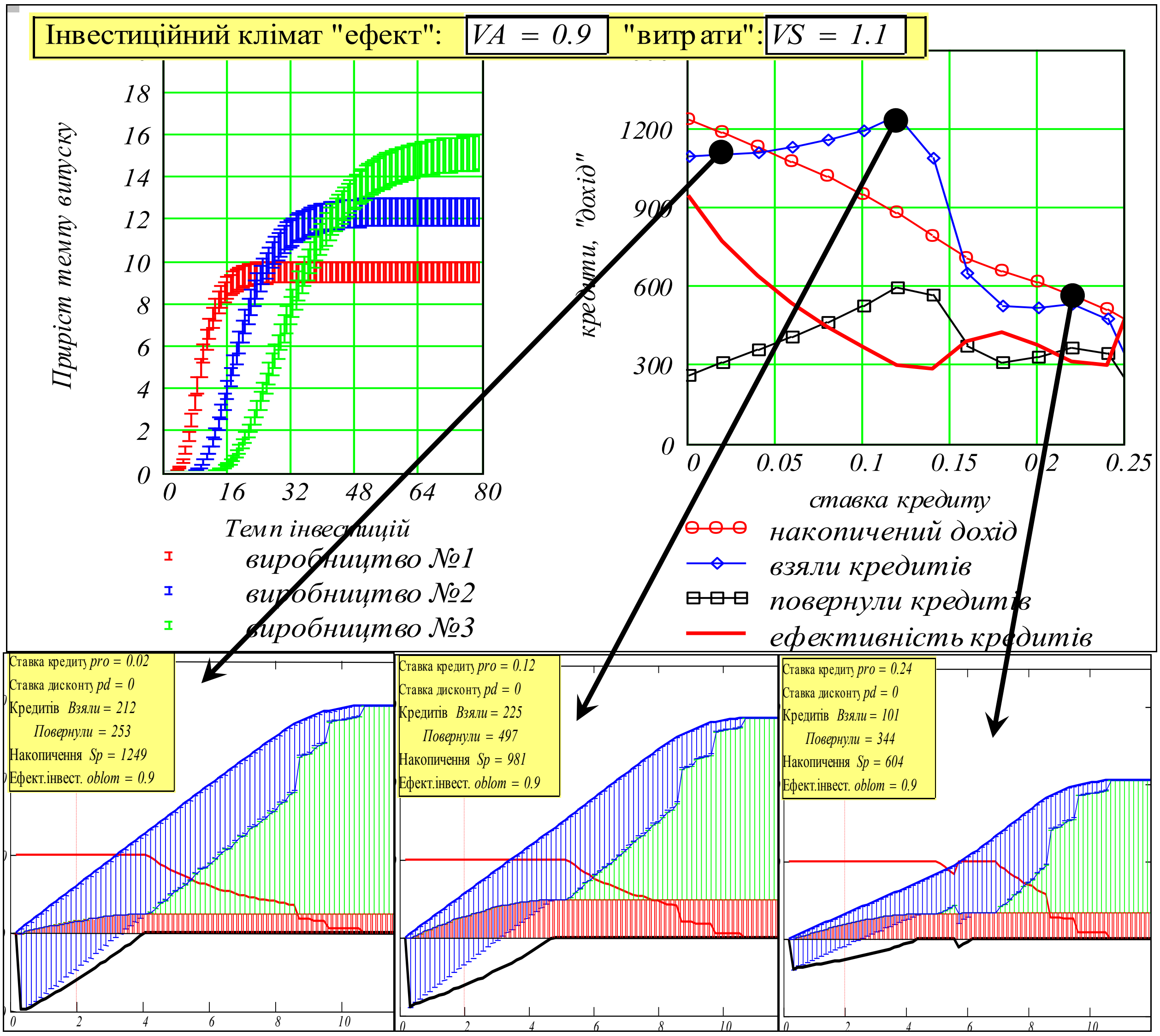


Рис. 3.23. Дворівневий інтерфейс для аналізу впливу ставки кредитів. Приклад

На рис. 3.23 розглядається виробнича систему з трьома виробничими елементами. Вгорі подано "причину" - функції розвитку (віддачі інвестицій) цих виробництв та наслідок – залежність загальної суми кредитів і накопиченого прибутку від ставки кредиту. Це показники оптимальних за критерієм накопиченого прибутку процесів розвитку при відповідних ставках кредитів. Користувач може вибрати будь-які точки на графіку функцій впливу, і для них будуть побудовані графіки оптимальних процесів розвитку.

Розглянемо приклад з точки зору неозброєного (програмою моделювання і оптимізації) **експерта-аналітика**. При зміні ставки кредитів з 25% до 2% значення критерію неперервно зростають, а залежність для показника „взяли кредитів” не є гладкою та антиінтуїтивною: спочатку при зменшенні ставки кредитів береться більше, а потім – менше. Для аналізу першопричин такої залежності побудовані для критичних точок процеси розвитку.

Проаналізуємо ці процеси: вони починаються з стратегії „все в інвестиції”, а закінчуються стратегією „все в накопичення”. Процес для критичної ставки 24% має розривну кредитну стратегію незручну для практичної реалізації. Порівнюючи процеси розвитку для ставок кредиту 12% і 2%, можемо бачити, що дешевих кредитів на старті беремо більше і швидше виходимо на самозабезпечення процесу розвитку. Тобто, неважко узгодити інтуїцію з результатами моделювання.

Зробимо модуль для отримання **функцій впливу ставки дисконтування**. Це дуже просто зробити: незначно змінюємо програму для побудови **функцій впливу ставки кредитів** (рис. 3.20). Задаємо кількість точок $Nk := 12$, ранжовану змінну $q := 1..Nk$ і крок зміни ставки $krok := 0.02,\quad pdk_q := krok \cdot q\ .\quad pr1 = 0.04\ .$

На рис. 3.24 подано текст програми та дворівневий інтерфейс.

$$vkr := \left| \begin{array}{l} \text{"qq"} \\ \text{for } r \in 1..Nk \\ \quad \left| \begin{array}{l} pdv \leftarrow krok \cdot r \\ BY \leftarrow KM(F3V, pr1, pdv, Tp) \\ vm^{\langle r \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} BY_2 \\ BY_3 \\ BY_4 \end{pmatrix} \end{array} \right. \\ vm \end{array} \right.$$

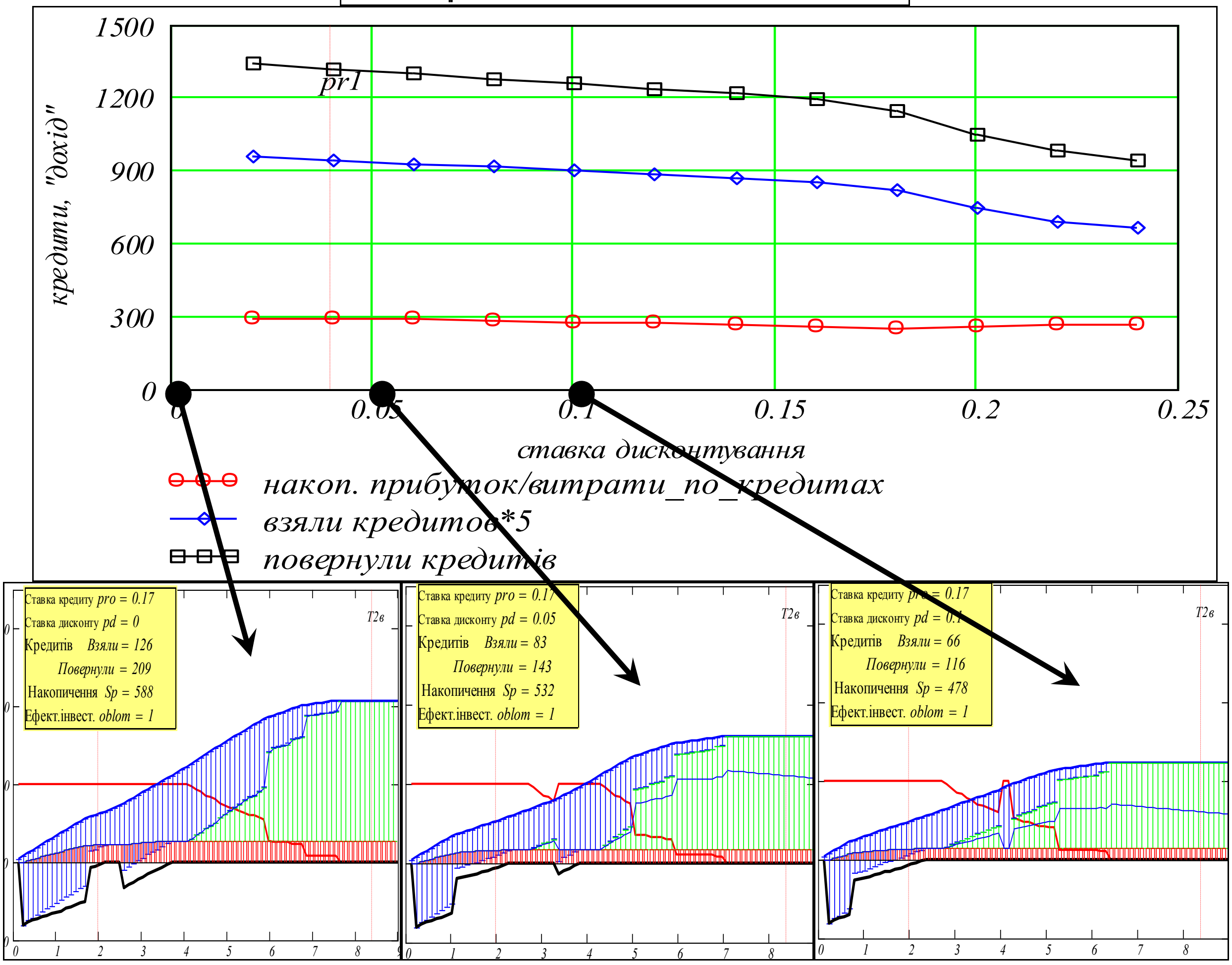


Рис. 3.24. Інтерфейс для аналізу функцій впливу ставки дисконтування

Завдання для самостійного виконання

Напишіть коментарі для поданих вище функцій впливу і процесів розвитку.

- Які експертні висновки можна зробити з розгляду цих результатів?
- Як впливає зміна ставки дисконтування на прибуток і ефективність кредитів?

Згідно з принципом трійці зробимо модуль для отримання **функції впливу тривалості планового періоду на прибуток**. Це зробити просто: змінюємо два рядки в програмі (які?), задаємо кількість точок $Nk := 12$, ранжовану змінну $q := 1..Nk$ і крок зміни тривалості $krok := 0.75,\quad Too := 2,\quad Tpk_q := krok \cdot q + Too,\quad pr1 = 0.04$. На рис. 3.25 подано текст програми та інтерфейс.

$$
vkr := \left|
\begin{array}{l}
"qq" \\
\text{for } r \in 1..Nk \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
Tpv \leftarrow krok \cdot r + Too \\
BY \leftarrow KM(F3V, pr1, pd1, Tpv) \\
vm^{\langle r \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} BY_2 \\ BY_3 \\ BY_4 \end{pmatrix}
\end{array}
\right. \\
vm
\end{array}
\right.
$$

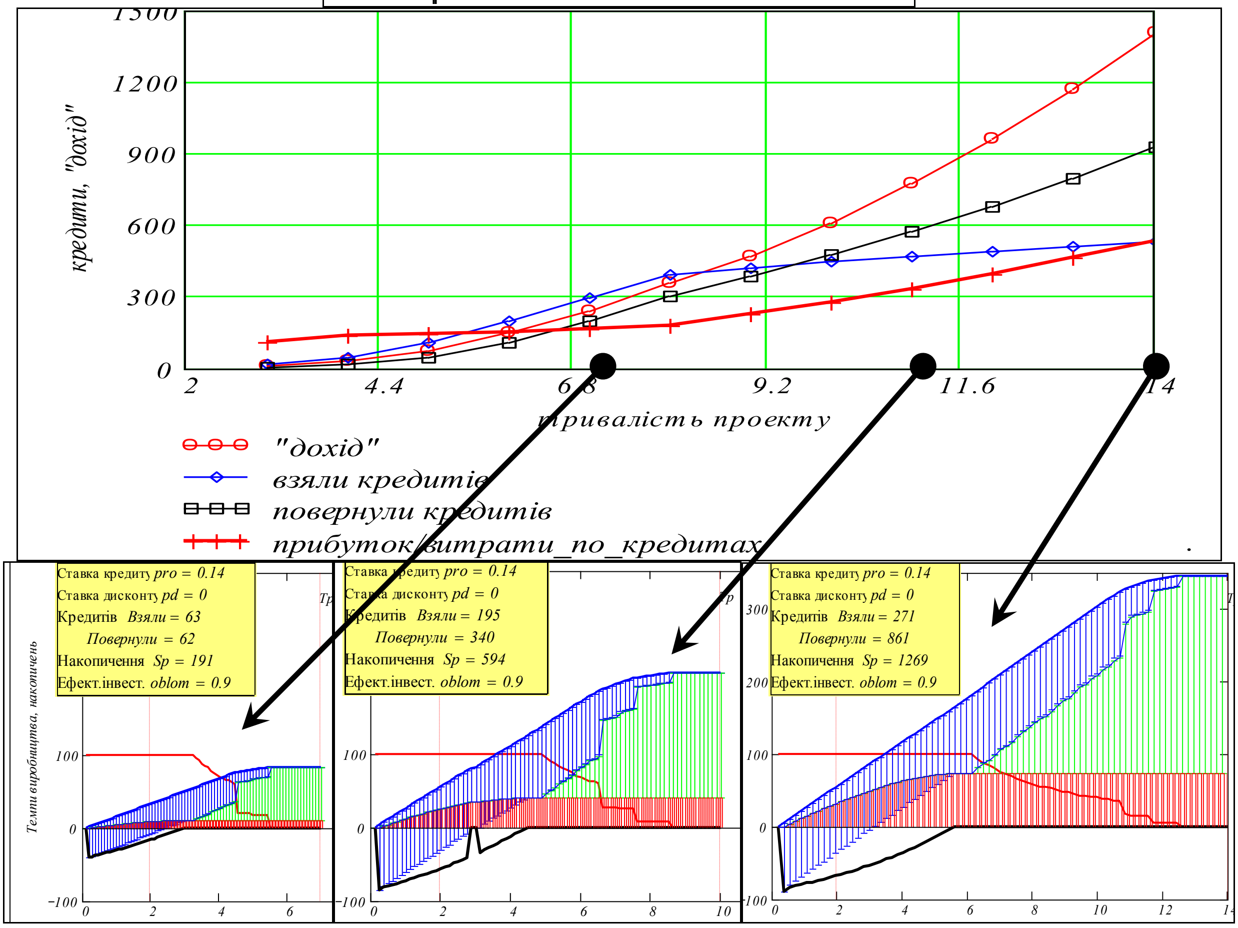


Рис. 3.25. Інтерфейс для аналізу функцій впливу ставки дисконтування

Аналіз структури програмного забезпечення

Підведемо підсумки: розробили документ, що задовільно розв'язує поставлені задачі. Спробуємо розібратись в структурі програмних модулів цього документа. Дивимось на рис. 3.26. З точки зору математики – це бінарний алгебраїчний оператор, що бере пару об'єктів певного класу і повертає об'єкт майже того ж класу. Про „майже" буде далі. Програма викликає підпрограму *dop(ra,ro)*, та, в свою чергу,– підпрограму *bolv(v,Ns)*, крім того, викликаються програми пакета *stack()* – об'єднати дві матриці по вертикалі, *augment()* - об'єднати дві матриці по горизонталі, *submatrix()* – виділити підматрицю, *cols(), rows()* – визначити кількості стовпців і рядків матриці.

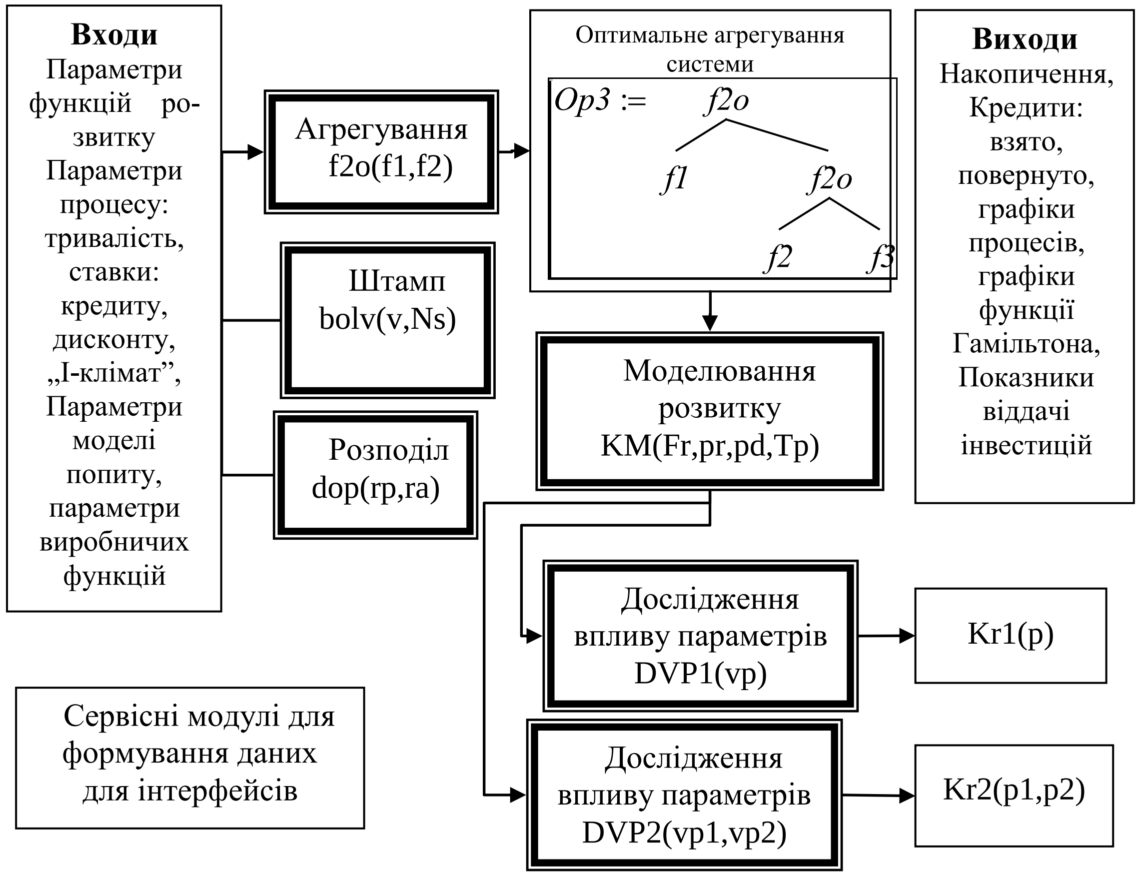


Рис. 3.26. Структура програмного забезпечення системи підтримки рішень з управління процесами розвитку

Завдання для самостійного виконання.

Провести такі дослідження впливу на показники інвестиційного проекту таких факторів:

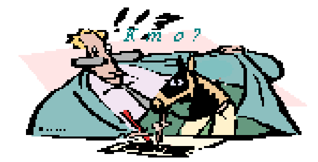
1. Варіації ставки кредиту;
2. Варіації ефективності інвестицій;
3. Варіації стартового рівня;
4. Варіації ставки кредиту;
5. Властивостей і показників системи з однаковими виробничими елементами;
6. Появи додаткового елемента в системі;
7. Вилучення елемента зі складу системи.

Завдання для розробки моделей

Як можна врахувати в моделі розвитку виробничої системи насичення ринків певними продуктами (одноразовими, тривалого користування, матеріальними, інформаційними, послугами)?

Як ввести в модель запізнення віддачі інвестицій?

Як врахувати в моделі ефекти освоєння – підвищення ефективності виробництва?



Персональна експертна система

4. Моделювання і оптимізація процесів розвитку нових виробництв з урахуванням ефекту навчання

Постановка задачі

Високі наукоємні технології породжують принципово нові задачі управління. Чи потрібні для нових задач нові математичні моделі ? В розділах 2 і 3 побудовані працездатні моделі оптимального розподілу ресурсів в просторі і часі. Змінні управління – пропорції розподілу ресурсу. В даному розділі розглядається задача оптимального розвитку з урахуванням суттєвої зміни собівартості продукту протягом процесу. Змінна управління в цій задачі інша - ціна продажу.

Задача для менеджера. У виробничій системі починається виробництво принципово нового продукту з великими перспективами покращення технології, конструкції і - відповідно - зменшення витрат. Припустимо, що конкуренція відсутня. Чи слід зменшувати ціну продукту? Очевидно, що: збільшиться попит – буде зменшуватись собівартість.. Як саме зменшувати ціну – задача не для класичного економіста. Сьогодні не собівартість визначає ціну, а ціна продажу визначає собівартість. Задача вибору і реалізації **цінової стратегії** еквівалентна вищому пілотажу в горах, в тумані, на аеробусі.

Задача для ЕС - отримання і аналіз оптимальних **стратегій зміни ціни протягом планового періоду**, формування порад і рекомендацій (= експертних знань).

Концепція для ЕС - "логічна машина виведення висновків" - математична модель процесу розвитку виробничої системи з урахуванням ефекту освоєння і алгоритму визначення оптимальної стратегії. Роль експерта-людини - аналіз вхідних даних: функцій виробництва, розвитку, навчання і попиту, узагальнення вихідних даних і планування обчислювальних експериментів, модифікація моделі процесу розвитку.

Ціль роботи - на конкретному прикладі ознайомитись з порядком розробки ЕС і порядком роботи користувача в ЕС (= інформаційною технологією). Подаємо поряд два списки - порядок розробки модулів ЕС і порядок роботи користувача в ЕС.

Що робити

Зміст лабораторної роботи №4

4.1. Розробка математичної моделі. Аналіз усталених станів.
4.2. Точне розв'язання варіаційної задачі визначення оптимальної цінової стратегії.
4.3. Розробка системи підтримки стратегічних рішень з вибору цінових стратегій розвитку інноваційних виробництв.

Порядок роботи користувача з експертною системою

1. Ідентифікація функцій виробництва, розвитку, освоєння, попиту.
2. Вибір математичної моделі.
3. Розробка і настроювання програми моделювання та оптимізації.
4. Аналіз властивостей оптимальних процесів розвитку.
5. Аналіз впливу невизначеностей.
6. Формування експертних висновків.

Завдання до частини 4.1 розташовані у відповідних місцях роботи. Наводимо їх разом.

Завдання №1. Знайдіть, придумайте свій приклад (виробництво, фінанси, розподіл робіт у виробничому колективі та ін.) задачі оптимального управління розвитку з урахуванням освоєння виробництва продукції.

Завдання №2. Запишіть постановку варіаційної задачі максимізації накопиченого прибутку (критерій, обмеження, граничні умови, змінні стану, змінні управління) з урахуванням процесів освоєння.

Завдання №3. Складіть схему виробничої системи як об'єкта оптимального управління (об'єкт, система управління, входи, виходи, зв'язки...).

.

Персональна експертна система

4.1 Розробка математичної моделі. Аналіз усталених станів

4. Follow the Free
(Сделай это бесплатным)
Kevin Kelly.
New Rules for the New Economy

Держи высокую цену -
и всё будет в порядке
Микки Спиллейн
Шанс выжить - ноль

Вступ

В розділі 3 ми крок за кроком уреальнювали та узагальнювали задачу оптимізації процесу розвитку інвестиційного проекту. Весь цей розділ є прикладом того, як при черговому кроці ускладнення і уточнення моделі, ця модель "обвалюється" і ми повинні будувати, майже з нуля, нову модель. Ми залишаємо задачу Марковіца-Беллмана. В цьому розділі ми крок за кроком будуємо іншу задачу - оптимізації цінових стратегій, максимально використовуючи напрацьовані методи і технології розділів 3 і 4.

Робимо радикальний крок - поміняємо місцями причини і наслідки. Замість логіки: ***змінюємо обсяг виробництва - змінюється ціна продажу***, приймаємо логіку: ***змінюємо ціну продажу - змінюється обсяг продажів.***

Ми побачимо, як ця зміна приводить до радикальної ревізії структури зв'язків у нашій ринково-виробничій системі. Виробництво відходить на другий план, на перший виходить маркетинг. Стратегічна ціль цієї теми - черговий крок в освоєнні конструювання математичних моделей:

1. Ми "винайшли велосипед" - узагальнили класичну задачу розподілу ресурсу.
2. Ми комп’ютеризували, деталізували і дещо розширили варіаційну задачу Белмана-Марковіца , а потім агрегували багатовимірну задачу.
3. Зробили інформаційні системи („інформативні інтерфейси”) для дослідження впливу невизначеностей.

В цьому розділі ми ставимо дві цілі:

- побудову узагальнених моделей розвитку розподілених систем;
- відпрацювання технологій конструювання математичних моделей.

Процес створення системи моделей розбиваємо на послідовність кроків, кожний з яких піддається верифікації. Згідно з методологією побудови моделей складних систем

- використовуємо альтернативні моделі для взаємоперевірки;
- створюємо бібліотеки типових субмоделей там, де можна виділити певні класи елементів;
- спочатку досліджуємо статику системи, потім
- будуємо модель функціонування і досліджуємо на ній емпіричні квазіоптимальні управління;
- на заключному етапі намагаємось отримати точне розв’язання оптимізаційної задачі, оцінюємо наближені моделі;
- проводимо повне дослідження властивостей мережевої системи з оптимальним управлінням.

Одразу орієнтуємось на практичне призначення розробки системи моделей - вбудовування в комп’ютерні системи управління, підтримка стратегічних рішень, науково-практичні дослідження, аналіз впливу невизначеностей, зокрема, ризик-аналіз. Об’єкти такого аналізу і оптимізації – інноваційні розробки на базі високих технологій.

Розробка моделей для задач розвитку

Розробка поданих далі математичних моделей розвитку була досить довгим процесом [1,2, 7-12, 21-22, 35-37] пошуку та випробування альтернатив для загальної моделі процесу та її складових – субмоделей.

Далі розглядаються дві альтернативні моделі розвитку, що виявились придатними для розширення і уточнення. В [8, 9] доведено, що у варіаційній задачі розвитку з адитивними критерієм і обмеженнями можна замінити паралельно працюючі елементи оптимальним еквівалентним з відповідним розподілом обмеженого ресурсу, що забезпечує оптимальність. Доведення базується на виконанні принципу оптимальності Беллмана для даної задачі. Метод оптимального агрегування, що реалізує заміну системи еквівалентним елементом, відрізняється від поширених методів агрегування тим, що для кожного значення обмеження за ресурсом знаходиться саме оптимальний розподіл ресурсу між елементами. На цій підставі в даному розділі розглянемо одновимірні еквівалентні системи. а багатовимірні – в п’ятому розділі.

Графова модель розвитку з урахуванням навчання

Опишемо логічну структуру задачі: після проектування певного продукту, в тому числі інформаційного, створюються стартові виробничі потужності і стартова технологія. Стартовий попит на виріб залежить від ціни продукту і ще дуже багатьох факторів. Якщо попит більше темпу випуску, виробництво розширюється за рахунок власних або зовнішніх ресурсів. Звичайно, чим нижча ціна, тим більші попит і темп виробництва, але тим менше прибуток на одиницю виробу. Чим більший темп виробництва, тим менша частка постійних витрат у собівартості виробу, тим більш ефективне обладнання і технології застосовуються. Чим довше випускається продукція, тим більше навчається персонал, "випалюються" дефекти в обладнанні і техпроцесах, що веде до зменшення собівартості і зростання прибутку на одиницю продукту (при постійній ціні). Подамо ці залежності графом зв’язків (рис 4.1).

Будуємо схему системи (рис 4.2), що є конкретизацією знакового графа зв’язків (рис. 4.1). Входи системи - ціна продукту та темп зовнішніх ресурсів, виходи системи - накопичений прибуток та виробничі потужності.

Верхня лінія функціональних блоків описується висловлюванням: "ціна продукту визначає обсяг попиту, рівень виробництва доводиться до рівня попиту за рахунок ресурсів, що виділені для розвитку".

Середня лінія блоків подає послідовність утворення накопичення ("прибутку") - темп виробництва та швидкість його зміни визначають темп зниження собівартості продукції. Різниця між ціною продажу і собівартістю, помножена на обсяг продажу, дає темп доходу, до якого можуть додаватись зовнішні ресурси – кредити, державні субсидії. З цього темпу наявних ресурсів повертаються борги за зовнішні ресурси та ведеться розширення виробництва. Те, що залишається, йде в накопичення.

Нижня лінія - це блоки, де задається ціль оптимізації та визначаються оптимальні управління (зв'язки цих блоків з іншими не показані).

В цілому маємо нестаціонарну, нелінійну динамічну систему з складними зв’язками "причини – наслідки". Певні змінні суттєво змінюються протягом процесу, тому відпадають лінеаризовані моделі. Деталізуємо характеристики елементів виробничої системи.

Перш, ніж перейти до наступного кроку розробки моделі процесу розвитку з урахуванням освоєння і навчання, згадаємо дві основні альтернативи побудови робочих моделей в середовищах математичних пакетів. Ці альтернативи звичайно називають так:

- «жива математика», коли всі коректні математичні вирази обчислюються;
- «живі блок-схеми», коли обчислюються коректно побудовані орієнтовані графи.

В даному посібнику використана перша альтернатива. Суть другої альтернативи – побудова моделі за допомогою встановлення зв'язків між входами і виходами стандартних блоків, або створених користувачем. Ці зв’язки встановлюються "рисуванням". Приклади таких пакетів – Simulink, VisSim. В цих фірмових назвах відображена суть пакетів – імітаційне моделювання за допомогою зв'язування та візуальний стиль програмування. Моделювання в таких пакетах виконується в режимі реального часу. Фактично, за технологією побудови моделей і моделювання ці пакети є "рімейком" аналогових обчислювальних машин (АВМ), що були витіснені цифровими обчислювальними машинами (ЦОМ).

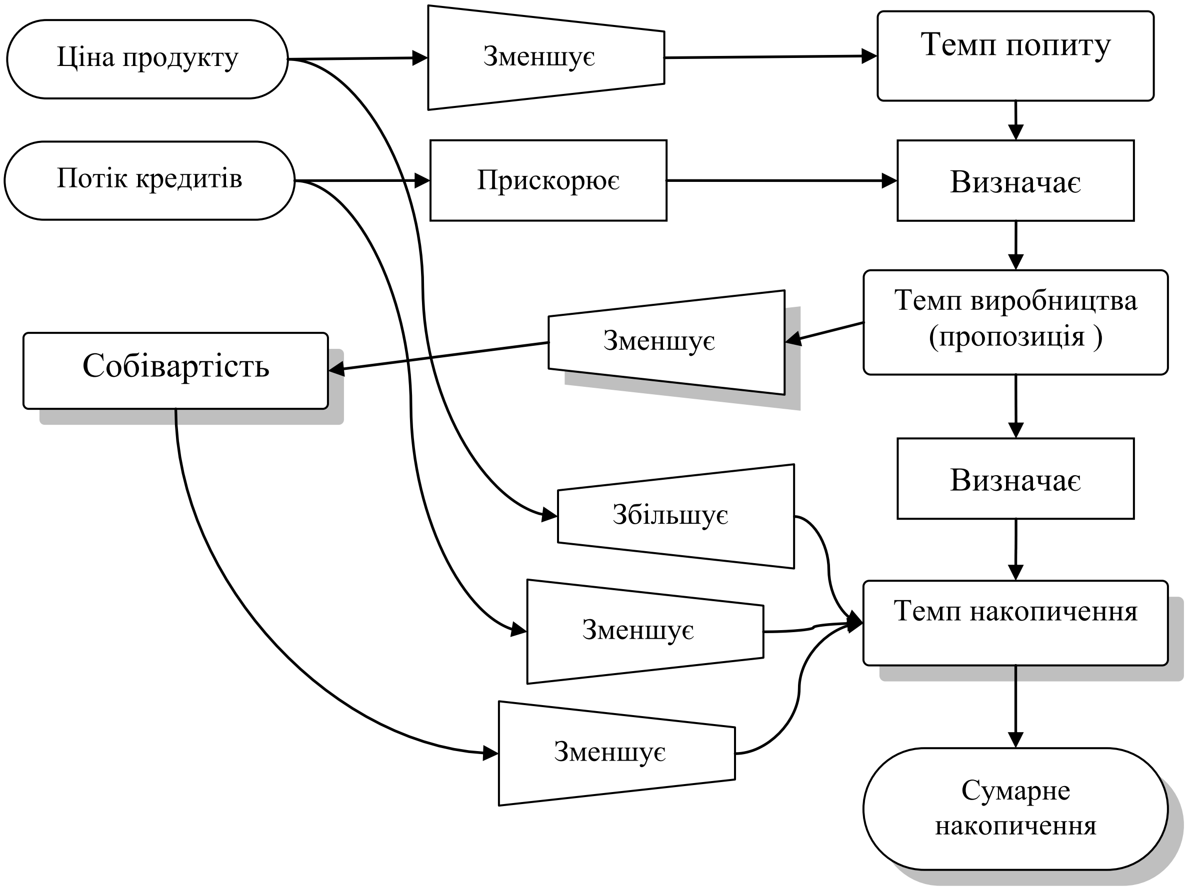


Рис. 4.1. Граф зв’язків між змінними задачі розвитку

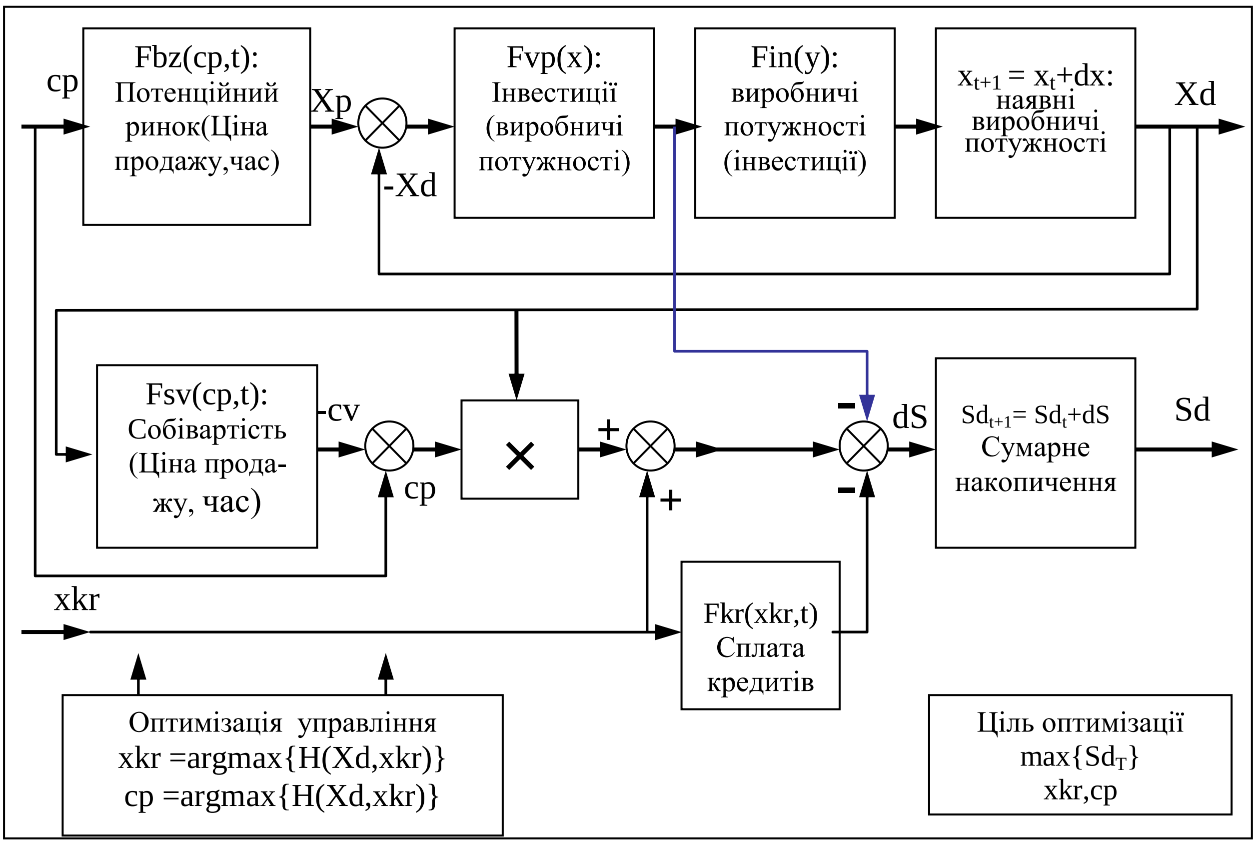


Рис. 4.2. Схема процесу розвитку з урахуванням "навчання"

Розробка функціональних моделей для процесу розвитку

Виконаємо специфікацію функціональних елементів системи – "функції розвитку", "функції виробництва", "функції попиту", "функції навчання". Термін "функція" ми трактуємо дещо ширше, ніж функцію математичну – як функцію в програмуванні. В програмуванні функція – це програмний модуль, що бере певний набір вхідних даних і повертає певний набір даних. В формально-математичному плані це можуть бути диференціальні не тільки функції, але й функціонали і оператори, наприклад, диференціальні рівняння.

Модель розвитку виробництва. Функція розвитку характеризує залежність приросту виробничих потужностей від темпу інвестицій. В загальному випадку віддача інвестицій настає з певним запізненням, і не одразу, а протягом декількох періодів. Математична модель процесу - різницеве рівняння із запізненням. В цьому розділі використаємо таку модель

$$\frac{d}{dt}x(t) = fin\big(y(t-\tau)\big) \tag{4.1}$$

де *x(t)* - швидкість зміни (темп) виробничих потужностей, кількість продукції за одиницю часу;

y(t) - темп інвестицій, грошових одиниць за одиницю часу;

τ - запізнення віддачі інвестицій;

fin(y) - монотонна позитивна функція, що може бути випуклою, ввігнутою, кусково-лінійною; $fin(0) = 0$; $y > 0$; $fin(y) \geq 0$. Обґрунтування можливих типів функцій розвитку (рис. 4.3) дано у [7-12, 21-22]. В епоху глобалізації і високих технологій віддача інвестицій починається майже одразу. Тобто, затримка у ланцюгу "гроші-замовлення-доставка-монтаж-випуск продукції" мінімальна. Однак для масштабних інвестиційних проектів, виробництв з високою новизною та іншою специфікою слід ураховувати запізнення (лаги) віддачі інвестицій. Це неважко зробити при використанні робочих моделей з відкритим текстом програмних модулів. На рис. 2.3 подано випуклу, ввігнуто-випуклу, лінійну та кусково-лінійну функції віддачі інвестицій. Цей набір можна розширювати, наприклад, додати багатоступінчасту функцію.

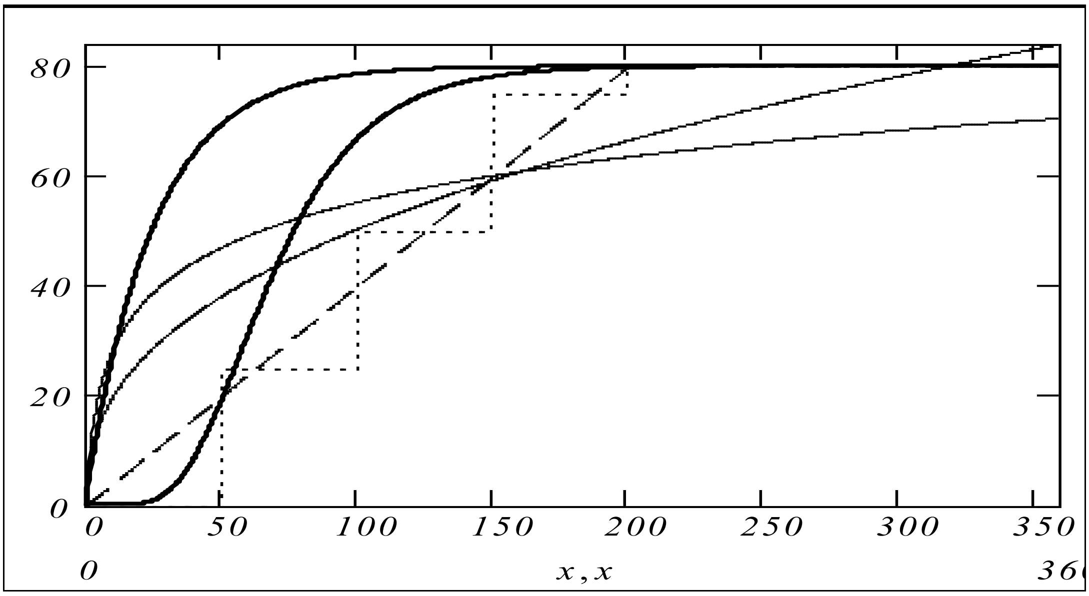


Рис. 4.3. Можливі види функції віддачі ресурсів, витрачених на розширення виробництва

Модель попиту на новий продукт. Відбираємо і узагальнюємо те, що визнається достовірним і коректним. Залежність "попит-ціна" для продуктів певного класу є результатом взаємодії таких факторів: частотне розподілення потенційних користувачів продукту за доходами, оцінка користувачем цінності, корисності та престижності продукту.

Перший фактор визначає кількість користувачів, що мають можливість придбати даний продукт за даною ціною. Другий фактор визначає частину множини потенційних користувачів, що мають не тільки можливість, але й бажання придбати продукт.

Другий фактор визначається як об'єктивною корисністю - зручністю, надійністю, економічністю продукту, так і пропагандою цінності продукту, підвищенням рівня сервісу, "преміями" стабільним і активним користувачам.

Попит на певний продукт залежить також від загального стану ринку та інших продуктів - конкурентних, та таких, що є замінниками, доповненнями.

Для певних класів продуктів, що не є продуктами щоденного споживання, попит є дійсно імовірнісним, доступна ціна не означає, що користувач обов'язково придбає продукт. Для апроксимації такої залежності вибираємо логнормальне розподілення з такою "щільністю" або "густиною" розподілення:

$$p1(xx, \mu, \sigma) := \frac{1}{\sigma \cdot xx \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left[\frac{-1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot (\ln(xx) - \mu)^2\right] \quad (4.2)$$

Одна з інтерпретацій цього розподілення - імовірність виконання роботи в певний термін (довгий "хвіст" цього розподілення - це ненульові імовірності затягування роботи дуже на довго). На рисунку 4.4 подано графік для альтернативної моделі попиту.

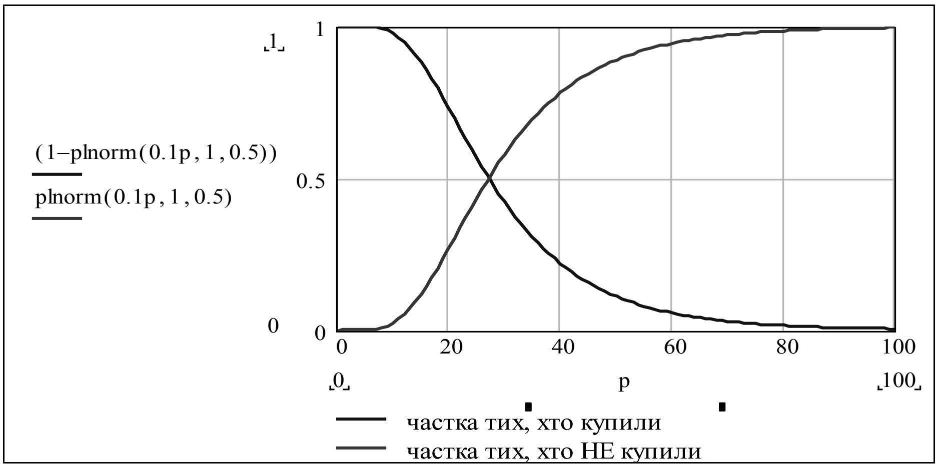


Рис. 4.4. Функція "попиту". Імовірнісна модель

Введемо в альтернативну модель такі ж обмеження – граничну, максимальну ціну. На рис. 4.5 подано в подвійних логарифмічних масштабах альтернативні графіки "ціна-попит". Подано дві пари графіків - з однаковими параметрами. За рахунок внутрішніх параметрів програмних модулів моделі настроєні так, щоб при однакових значеннях „зовнішніх" параметрів збігалися граничні точки - максимального попиту і максимальної ціни.

Модель процесу освоєння виробництва. Ця модель характеризує залежність собівартості від темпу випуску і сумарного випуску продукції. Розглянемо спочатку стисло можливі шляхи (сценарії) зменшення собівартості виробництва, це:

- ефект навчання, тобто навчання персоналу, налагодження обладнання, постійне покращення конструкції і технологій, налагодження каналів збуту продукту, встановлення відносин "спорідненості" з посередниками і користувачами.

- ефект масового виробництва - постійні витрати, що не залежать від темпу (обсягу) випуску, розподіляються на велику кількість продукції. Сьогодні діє ще один фактор масового виробництва - дуже великі обсяги виробництва дозволяють створити і використати наукоємні "високі технології", що значно зменшують змінні витрати на одиницю продукції. Таку ситуацію можна охарактеризувати так: зробити мільйон виробів дешевше, ніж зробити сто тисяч. Витрати на одиницю продукції зменшуються пропорційно накопиченому обсягу випущеної продукції. Розглянемо моделі першого наближення для собівартості. Узагальнені виробничі витрати на одиницю продукції і на поточний випуск можна відобразити такою моделлю "освоєння виробництва":

$$sv(Xs, X, p, vv, vp) := vv \cdot p^{\frac{ln(Xs)}{ln(2)}} + vp \cdot X^{-1};$$
$$Vytr_{i,t} = sv\left(\sum_{\tau=1}^{t} X_{i,\tau}, X_{i,t}, p, vv, vp\right) \cdot X_{i,t} \tag{4.3}$$

В цій моделі *vv* - коефіцієнт "змінних" витрат, *vp* - коефіцієнт "постійних" витрат, $0 < p < 1$ - коефіцієнт освоєння виробництва (чим він менше, тим швидше зменшуються витрати), *X* - темп випуску, *Xs* - сумарний випуск за весь період виробництва продукту. Виробничі витрати (і-ої фірми в момент t) $Vytr_{i,t}$ пропорційні темпу випуску. Можна бачити, що навіть спрощені моделі виробничих витрат є складними - витрати залежать і від темпу випуску і від сумарного випуску. В математичному аспекті це залежність від змінної та інтеграла цієї змінної.

Аналіз усталених станів процесів розвитку. Усі моделі навчання виробничої системи при умові незмінної технології є асимптотичними – тобто, з часом собівартість стабілізується. Це дає можливість перш, ніж переходити до моделей динаміки, розробити математичну модель для аналізу усталених станів процесів розвитку. Простіша цінова стратегія – постійна ціна. Було проведене дослідження моделей та властивостей процесів розвитку. На рис. 4.5 подано залежність накопиченого випуску (критерію оптимальності для процесів розвитку) від ціни та "потенціалу навчання" – величини стартових витрат на одиницю продукту, що можуть бути усунені в процесі розвитку. Останній параметр – об’єкт "технологічного прогнозування" [17].

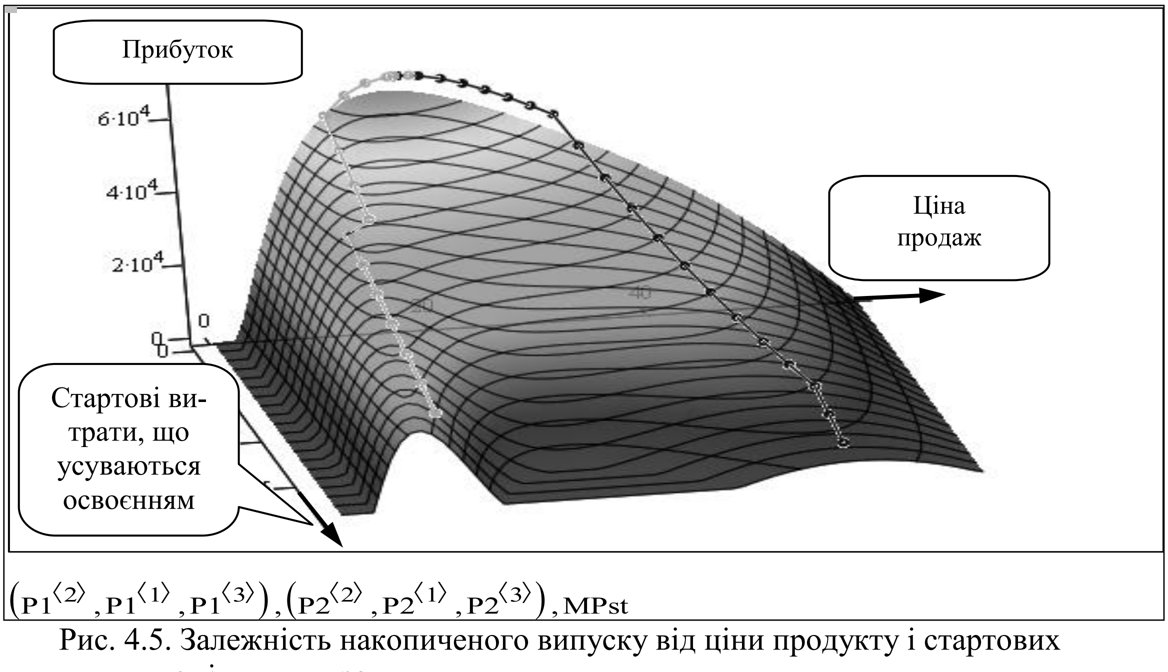


Рис. 4.5. Залежність накопиченого випуску від ціни продукту і стартових змінних витрат

Нагадаємо, що задача оптимізації цінових стратегій з урахуванням навчання є саме задачею моделювання технічних систем і технологій, а не задачею статистики і економіки. Головна властивість процесів розвитку при змінній собівартості – наявність двох екстремумів критерію накопичення. Ця властивість відповідає тому, що спостерігається в реальності: в багатьох галузях виробники (фірми і корпорації) концентруються біля станів "дорогий продукт для вузького кола споживачів" і "дешевий продукт для більшості потенційних споживачів". При відсутності ефекту навчання отримуємо класичну залежність з одним максимумом.

Наскільки можна довіряти альтернативним моделям попиту? На рис. 4.6 подано залежності "ціна - накопичення, що розраховані за альтернативними моделями попиту. Бачимо, що положення екстремумів – оптимальні ціни продажу – досить точно збігаються. Стосовно величин сумарного накопичення,то слід відзначити, що це дуже невизначена і метаморфозна величина чутлива до багатьох факторів.

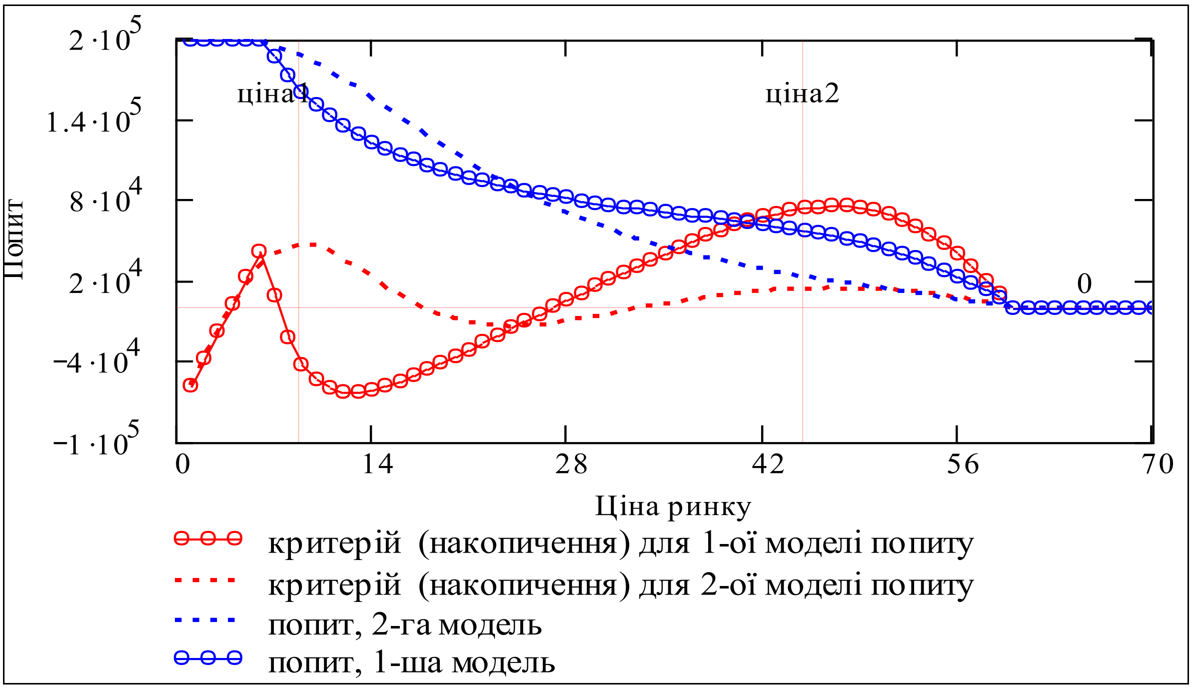


Рис. 4.6. Порівняння результатів моделювання за альтернативними моделями попиту

Висновки

1. Запропонована схема зв'язків для процесу розвитку виробничої системи з урахуванням процесу освоєння виробництва і вдосконалення виробу.
2. Вибрано моделі "першого наближення" для віддачі інвестицій, попиту і освоєння виробництва.

Контрольні запитання

1. Назвіть критерій оптимізації цінової стратегії? Що таке "цінова стратегія"?
2. Які змінні управління вибирається при оптимізації цінової стратегії?
3. Дайте визначення функції віддачі інвестицій.
4. Дайте визначення функції попиту.
5. Дайте визначення функції собівартості.
6. Які фактори впливають на собівартість виробу?
7. Дайте приклади зростання попиту при зростанні ціни і падінні попиту при падінні ціни.
8. Дайте визначення "еластичності попиту". Чи добре для виробника, коли попит "нееластичний"?
9. Професійне питання: чи відрізняються залежності «ціна-попит» на конкретний продукт (марка хліба, автомобіля, одягу, ноутбук) для споживачів з доходами 1000, 10000, 100000 грн./місяць?

Персональна експертна система

4.2 Розробка системи для моделювання і оптимізації процесу розвитку виробничої системи з урахуванням освоєння

Вступ

Розглядаємо задачу максимізації накопиченого випуску продукції за певний плановий період функціонування і розвитку певної технічної системи часу. Обчислювальна і системна (можливість розширення і модифікації) ефективності моделі часто залежать від вибору змінних управління.

У задачі розподілу, дослідженій Беллманом [28-30], змінними управління є частки поточного ресурсу системи, що йде у розширення виробничих потужностей, та темп залучення зовнішніх ресурсів. Ми вибираємо як змінну управління ціну продукту і залучення зовнішніх ресурсів. Для обґрунтування вибору розглянемо два сценарії:

- Змінюємо темп інвестицій – змінюється темп випуску продукції, ціна змінюється відповідно до еластичності попиту. Такий підхід розрахований на моделі попиту з постійною еластичністю.

- Змінюємо ціну продукту – при цьому змінюється попит, доводимо рівень виробництва до рівня попиту. Збільшення темпу виробництва зменшує собівартість через зменшення частки постійних витрат і через освоєння (навчання).

Постановка оптимізаційної задачі

Нам необхідно знайти дві функції - залежності оптимальної ціни продукту *cpo(t)* і розміру кредитів *xkro(t)* від часу такі, що дають максимум сумарного прибутку. Сумарний прибуток - це інтеграл (сума для дискретної задачі) від потоку прибутків *dS*. Нагадаємо, що "прибуток" у нас не є прибутком у його фінансовому визначенні (після сплати податків, після сплати дивідендів та ін.).

Наша задача є варіаційною – треба знайти саме функцію часу *cpo(t)* таку, що максимізує сумарний прибуток. Нам необхідно записати її в стандартній формі - критерій, обмеження, граничні умови. Природно і зручно розглядати систему як дискретну: припускаємо, що ціни, кредити змінюються раз в квартал, місяць, а дискретні - різницеві рівняння узгоджені з дискретним характером роботи ЦОМ. Визначимо вектор управління:

$$u(t) = \begin{pmatrix} cp(t) \\ xkr(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{"ціна продажу"} \\ \text{"темп кредиту"} \end{pmatrix}$$

Вектор стану системи виберемо таким:

$$X(t) = \begin{pmatrix} cv(t) \\ xp(t) \\ xd(t) \\ y(t) \\ prb(t) \\ Sd(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{"поточна собівартість одиниці"} \\ \text{"поточна виробнича потужність"} \\ \text{"поточний обсяг попиту"} \\ \text{"потрібні інвестиції"} \\ \text{"поточний прибуток"} \\ \text{"сумарне накопичення"} \end{pmatrix}$$

Запишемо дискретні рівняння динаміки системи.

$cp_{t+1} = Ops(t)$ - визначення поточної ціни продажу (вихід модуля оптимізації);

$xd_{t+1} = Fdm\left(cp_t\right)$ - визначення попиту, в першому наближенні статична залежність;

$Dxp = Fin\left(y_t\right)$ – визначення приросту виробничої потужності;

$xp_{t+1} = xp_t + Dxp \cdot Dt$ – визначення виробничої потужності;

$cv_{t+1} = cv_t - \left(K1 \cdot xp_t + K2 \cdot Dxp\right) \cdot Dt$ – визначення собівартості;

$dox_{t+1} = \left(cp_t - cv_t\right) \cdot xp_{t+1}$ – визначення поточного доходу;

$y_{t+1} = FinO\left(xd_{t+1} - xp_{t+1}\right)$ – визначення потрібних інвестицій;

$prb_{t+1} = dox_{t+1} - y_{t+1}$ – визначення прибутку;

$Sd_{t+1} = Sd_t + prb_{t+1} \cdot Dt$ – визначення сумарного прибутку;

$Sxp_{t+1} = Sxp_t + xp_{t+1} \cdot Dt$ – визначення сумарного (накопиченого) випуску; де $x(t)$ – швидкість зміни (темп) виробничих потужностей, одиниць виміру продукції за одиницю часу; $y(t)$ – темп інвестицій, грошових одиниць за одиницю часу; τ – запізнення віддачі інвестицій;

$Fin(y)$ – монотонна позитивна функція, що може бути випуклою, увігнутою, не мати неперервних похідних; $fin(0) = 0$, $y>0$: $fin(y) \geq 0$.

$Fdm(cp)$ – залежність попиту від ціни, звичайно монотонно зменшується.

$FinO(dxp)$ – функція, обернена функції $Fin(y)$.

Зробимо потрібну нам дискретну модель собівартості в приростах. Продиференціюємо вираз (4.3) символьним процесором. Перевіряємо його, перш ніж йти далі. Задаємо тестову функцію зростання з сезонними коливаннями випуску:

$$xp(t) := 0 + 10 \cdot t^{.4} + 5 \cdot sin(0.9 \cdot t)$$

Сформуємо функції – залежність собівартості одиниці виміру продукту від часу (4.1) (при певній програмі випуску продукції $xp(t)$) і похідну від цієї залежності.

$$dfcv\,(t) := vV \cdot po^{\frac{ln\left(\int_0^t xp(\tau)\,d\tau\right)}{ln(2)}} \cdot \frac{xp\,(t) \cdot ln(po)}{ln(2) \cdot \int_0^t xp(\tau)\,d\tau} - \frac{vP}{xp\,(t)^2} \cdot \frac{d}{dt} xp\,(t) \qquad (4.4)$$

Будуємо графіки процесів виробництва і освоєння

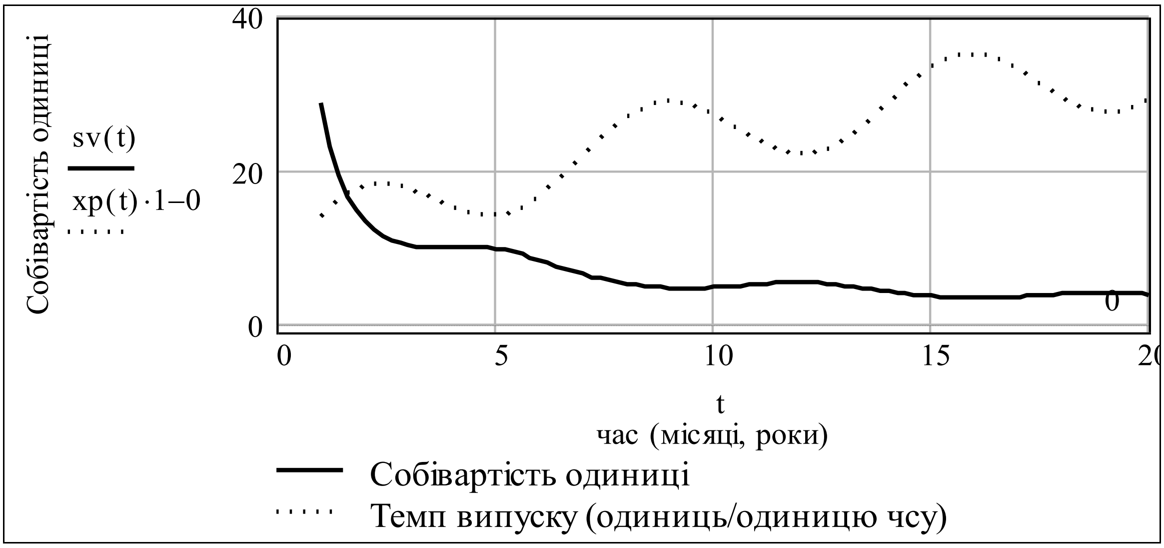


Рис. 4.7. Тестування функції собівартості. Залежність собівартості від темпу випуску

Перейдемо до дискретизованої залежності - замінимо інтеграл сумою Sxp_t , а похідну - першою різницею *Dxp*.

$$cv_{t+1} = cv_t + \left(vv \cdot \frac{xp(t) \cdot ln(po)}{ln(2) \cdot Sxp_t} \cdot po^{\frac{ln(Sxp_t)}{ln(2)}} - \frac{vp}{xp(t)^2} \cdot Dxp \right) \cdot Dt \qquad (4.5)$$

де *vv, vp* – коефіцієнти змінних і постійних витрат виробництва, *po* - коефіцієнт освоєння, *xp* – темп випуску продукції (одиниць виміру продукції за одиницю часу), *Dxp* – похідна (або оцінка похідної), *Sxp* – інтеграл (або сума) від темпу випуску продукції.

Той же самий підхід використовуємо до моделі освоєння (навчання). Вид моделі навчання може бути різним для різних ситуацій виробництва. Але загальним для всіх моделей повинні бути такі властивості: при випуску першої одиниці продукту витрати не можуть бути нескінченними - ми розглядаємо етап виробництва продукту, що пройшов стадії проектування, виготовлення і випробування і, взагалі, мав прототипи і аналоги.

Границею зменшення витрат з накопиченням досвіду і розширенням випуску є ненульова величина. Класична модель освоєння не відповідає цим вимогам і повинна бути скоректована, або замінена більш адекватною моделлю.

Отримання точного розв'язку варіаційної задачі розвитку з урахуванням ефектів освоєння виробництва

Поставимо і розв'яжемо варіаційну задачу знаходження оптимальної стратегії розвитку. Терміни "стратегія управління", "стратегія прийняття рішень" часто зустрічаються в літературі. В даній роботі згідно з [28-30] "стратегія розвитку з урахуванням освоєння" ("цінова стратегія") - функція $cp(t)$ - залежність цінності продукту від часу така, що максимізує інтегральний критерій накопичення.

Згідно з методологією Р. Беллмана вже в постановці вкажемо обмеження поставленої задачі: "ціна продукту" сама по собі однозначно не визначає попит на нього. "Ціна продукту" – розмите системне поняття, що враховує всі компоненти витрат користувача. Не враховуємо в даному розділі специфічні ефекти динаміки попиту – ажіотажний попит, відкладений попит та ін. [7, 17]. Зміна ціни в будь-якому напрямі повинна грунтуватись на складній інформаційній діяльності з донесення до користувачів потенційної цінності продукту.

Постановка варіаційної задачі оптимізації. Як базову розглядаємо "одновимірну" – однопродуктову оптимально агреговану систему. Метод оптимального агрегування для задач з адитивними критеріями і обмеженнями дає можливість замінити систему паралельно працюючих елементів одним еквівалентним елементом і розглядати еквівалентну одновимірну систему [81, 83, 84]. Формалізуємо задачу. Дано:

рівняння динаміки собівартості продукту (виробу): $\frac{d}{dt} cv = fcv(cv, cp)$,

рівняння динаміки попиту на продукт $\frac{d}{dt} xd = fd(cp)$,

рівняння динаміки темпу виробництва $\frac{d}{dt} xv = fin(xv)$,

критерій - накопичений прибуток за період Tp

$$J = \int_0^{Tp} fj(cv, cp)dt, \qquad (4.6)$$

де cp - ціна,

cv - виробничі витрати на одиницю виміру продукту,

xd - темп попиту;

xv - темп випуску;

$fcv(.),\ fd(.),\ fin(.),\ fj(.)$ - функції освоєння, попиту, розвитку та критерію, що були визначені в підрозділі 2.4.

Ціль оптимізації: $\max\{J\}$, змінна управління: - ціна продукту *cp*.

Це варіаційна задача Ейлера-Лагранжа з інтегральним критерієм і обмеженнями, що задані диференціальними рівняннями. Ми записали задачу в термінах змінної процесу - собівартості cv, і змінної управління – ціни продукту cp. Однак собівартість залежить безпосередньо від обсягу випуску продукції та накопиченого обсягу випуску. Крім того, обсяг випуску є більш вимірюваною категорією, ніж прибуток і собівартість. Вибираємо метод принципу максимуму Л.С. Понтрягіна, тому що він дає можливості гнучкого поєднання аналітичних і числових методів розв'язання, а задача максимізації функції легко "вбудовується" в програми моделювання процесів розвитку.

Розширимо набір змінних (вектора стану) процесу розвитку виробничої системи. Будемо розглядати такі змінні: *J* – сумарний прибуток, *xv*- темп випуску продукції, *xs* – накопичений обсяг випуску, *xd* – попит, *cv* – собівартість продукції. Змінні управління – ціна продукту та темп витрат на розвиток.

Приведемо задачу до канонічної форми.

1. Беремо похідну від критерію і додаємо це рівняння до рівнянь процесу:

$$\frac{d}{dt}J = fj(cv,x,cp);\ \frac{d}{dt}xv = fin(xv);\ \frac{d}{dt}xs = xv;\ \frac{d}{dt}xd = fd(cp)\ ;\ \frac{d}{dt}cv = fcv(x,xs).$$

В першому наближенні можна вважати, що темп виробництва точно дорівнює темпу попиту, тобто, темп виробництва $x(t)$ дорівнює:

$$x = xd = D2(cp,n,Dm,pma) \quad \text{або} \quad D1(cp,n,Dm,pma).$$

2. Складаємо функцію Гамільтона:

$$H(cv,cp) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i \cdot f_i = \psi j \cdot fj + \psi cv \cdot fcv + \psi x \cdot x. \qquad (4.7)$$

Згідно з методикою розв'язання задачі методом принципу максимуму не включаємо в функцію Гамільтона обмеження на управління.

3. Записуємо умову оптимальності управління

$$H\text{м}(.) = \max_{cp}\{H(cv,cp)\}.$$

4. Складаємо рівняння для визначення спряжених функцій (згідно з властивостями функції Гамільтона [31,32])

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\psi J(t) &= -\frac{\partial}{\partial J}H(cv,x,cp);\\ \frac{d}{dt}\psi cv(t) &= -\frac{\partial}{\partial cv}H(cv,x,cp);\\ \frac{d}{dt}\psi x(t) &= -\frac{\partial}{\partial x}H(cv,x,cp). \end{aligned}\right\}$$

Через ці функції виражається оптимальне управління. Особливість принципу максимуму в тому, що варіаційна задача знаходження функції, яка дає екстремум функціонала, замінюється задачею математичного аналізу з визначення параметрів оптимального управління $cp(t)$. Структура оптимального управління, внаслідок обмежень, може бути простою. В загальному випадку задача визначення оптимального управління методом принципу максимуму зводиться до розв'язання системи з $(n+n+m)$ рівнянь (*n* дифрівнянь процесу, *n* дифрівнянь для спряжених функцій, *m* рівнянь для оптимальних управлінь). В нашому випадку потрібно знаходити розв'язання диференціальних рівнянь на кожному кроці процесу. За своєю суттю метод принципу максимуму як обчислювальний метод є декомпозиційним: задачу знаходження екстремуму функції *K* (число кроків процесу) змінних розбиваємо в послідовність задач знаходження екстремуму функції Гамільтона тільки за поточними змінними управління – поточна ціна та темп зовнішніх ресурсів.

Визначення спряжених функцій. Виберемо деякі правдоподібні моделі для функцій $fj(.)$ та $fcv(.)$ і запишемо вираз для функції Гамільтона.

Визначимо функцію $fj(.)$, що є похідною від критерію:

$$J = \int_0^{Tp} fj(cv, cp)dt = \int_0^{Tp} (\mathit{потік\_прибутку} - \mathit{потік\_інвестицій})dt = ...$$

$$... = \int_0^{Tp} \left[x(t) \cdot (cp(t) - cv(t)) - fino\left(\frac{d}{dx} x(t) \right) \right] dt.$$

Це фактично підінтегральний вираз критерію:

$$fj(cv, x, cp) = x(t)\_\cdot (cp(t) - cv(t)) - fino\left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \tag{4.8}$$

Перша складова функції - це прибуток від продажу продукції, друга складова (від'ємна) - це витрати ресурсу на розширення виробництва.

Ми припустили, що пропозиція дорівнює попиту. Тоді ми можемо виключити змінну *x(t)* з рівнянь динаміки: $x(t) = D(cp(t), n, Dm, pma)$. В процесі роботи програми оптимізації і моделювання параметри функції попиту (n, Dm, pma - еластичність, максимальний попит, максимальна ціна) вводяться один раз, на початку процесу. Дана робота має електронну версію, де формули в тексті є елементами main-програми. Програмні модулі моделювання і оптимізації є підпрограмами main-програми. Змінні, визначені в підпрограмах, є локальними і "невидимими" в main-програмі. Далі розглядаються саме локальні змінні. Зокрема, вважаємо темп випуску функцією тільки ціни продажу $cp(t)$*:*

$$x(t) = D(cp(t), n, Dm, pma) = Fd(cp). \tag{4.9}$$

$$fj(cv, cp) = Fd(cp) \cdot (cp(t) - cv(t)) - fino\left(\frac{d}{dt} Fd(cp(t)) \right). \tag{4.10}$$

Підставляємо (4.10) в (4.9)

Згадаємо, що дані для задачі оптимізації цінової стратегії є невизначеними і нечіткими. Тому можна виконати ще одне спрощення - вважати функцію віддачі зовнішніх ресурсів лінійною. Лінійною буде і обернена функція: $fino(dx) = Kinv \cdot dx$.

З урахуванням цього отримуємо вираз для правої частини:

$$fj(cv, cp) = Fd(cp) \cdot (cp(t) - cv(t)) - Kinv \cdot \left(\frac{d}{dt} Fd(cp(t)) \right). \tag{4.11}$$

Визначимо функцію $fcv(x,t)$. Записуємо спрощену функцію собівартості

$$cv(x,t) = vv \cdot p^{Ko \cdot \ln(t)} + vp \cdot x(t)^{-1}.$$

Беремо похідну від цієї функції (за допомогою символьного процесора)

$$\frac{d}{dtt}(vv\cdot p^{Ko\cdot \ln(t)} + vp\cdot x(t)^{-1}).$$

Таким чином, отримуємо:

$$fcv(x,t) = vv\cdot po^{Ko\cdot \ln(t)}\cdot \frac{Ko}{t}\cdot \ln(po) - \frac{vp}{x(t)^2}\cdot \frac{d}{dt}x(t). \tag{4.12}$$

Бачимо, що функція має дві складові - функцію часу і функцію темпу випуску *x(t*). Підставимо (4.9) в (4.12) і отримаємо такий вираз:

$$fcv(x,t) = vv\cdot po^{Ko\cdot \ln(t)}\cdot \frac{Ko}{t}\cdot \ln(po) - \frac{vp}{Fd(cp)^2}\cdot \frac{d}{dt}Fd(cp) \tag{4.13}$$

Визначення функції Гамільтона. Підставимо (4.11) та (4.13) у вираз для функції Гамільтона (4.7) і спряжених функцій. Враховуємо, що змінна x, за рахунок припущення про рівність попиту і виробництва, виключена.

$$H(cv,cp) = \sum_{i=0}^{n}\psi_i\cdot f_i = \psi j\cdot fj + \psi cv\cdot fcv;$$

$$\begin{gathered} H(cv,cp) = \psi j\cdot\left[Fd(cp)\cdot(cp(t)-cv(t)) - Kinv\cdot\left(\frac{d}{dt}Fd(cp(t))\right)\right]\ldots \\ +\psi cv\cdot\left[vv\cdot po^{Ko\cdot \ln(t)}\cdot \frac{Ko}{t}\cdot \ln(po) - \frac{vp}{Fd(cp)^2}\cdot \frac{d}{dt}(Fd(cp))\right]. \end{gathered} \tag{4.14}$$

Навіть для значно спрощеної задачі отриманий вираз для функції Гамільтона є досить складним.

Знаходження спряжених функцій. Підставляємо тепер вираз для функції Гамільтона (4.14) у дифрівняння спряжених функцій

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\psi J(t) = -\frac{\partial}{\partial J}H(cv,cp,\psi J,\psi cv); \\ &\frac{d}{dt}\psi cv(t) = -\frac{\partial}{\partial cv}H(cv,cp,\psi J,\psi cv). \end{aligned}\right\}$$

Знаходимо відповідні частинні похідні від функції Гамільтона:

$$\frac{\partial}{\partial J}H(cv,cp,\psi J,\psi cv) = 0;\quad \frac{\partial}{\partial cv}H(cv,cp,\psi J,\psi cv) = -\psi J\cdot Fd(cp)$$

і підставляємо їх у дифрівняння для спряжених функцій

$$\frac{d}{dt}\psi J(t) = 0;\ \frac{d}{dt}\psi cv(t) = \psi J\cdot Fd(cp).$$

Розв’язуємо ці дифрівняння:

$$\psi J(t) = Co1;\qquad \psi cv(t) = Co1\cdot\int_0^t Fd(cp(t))dt.$$

Підставляємо отримані вирази у вираз для функції Гамільтона.

$$\begin{aligned} &H(cv,cp) = \psi j\cdot fj + \psi cv\cdot fcv = \\ &= Co1\cdot fj(cv,cp) + \left(Co1\cdot\int_0^t Fd(cp(t))dt\right)\cdot fcv(cp,t). \end{aligned}$$

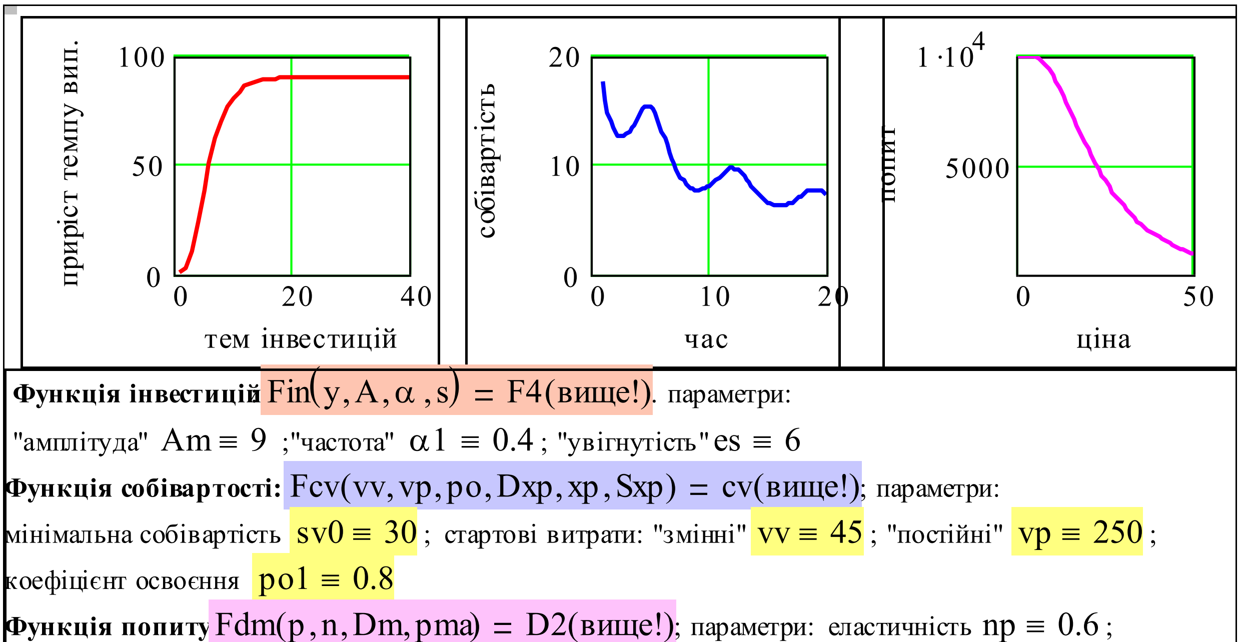
Згідно з методом принципу максимуму нам потрібно на кожному кроці процесу знаходити максимум цієї функції. Положення максимуму не залежить від множника-константи, тому остаточно маємо:

$$H(cv,cp,t) = fj(cv,cp) + fcv(cp,t) \cdot \int_0^t Fd(cp(t))dt\,. \qquad (4.15)$$

Для значно спрощеної одновимірної задачі маємо досить складний вираз, в який входять функція попиту, функція навчання (залежна від функції попиту). Функція навчання входить і як похідна, і як обернена величина квадрата. Загальна характеристика того, що ми отримали, - складний вираз, який залежить від нечітких і невизначених залежностей. На кожному кроці моделювання оптимального процесу розвитку системи ми повинні підставити у цей вираз поточні значення собівартості $cv(t)$, моменту часу t і шукати значення "ціни" продукту $cp(t)$, що дає максимум функції $H(cv,cp,t)$.

Розробка програми та інтерфейсу для моделювання процесу розвитку

Збираємо з моделей функціональних елементів системи програму моделювання (текст програми подано в електронній книзі). Перше призначення програми – контроль коректності програми моделювання і оптимізації на базі точного розв'язання. Друге призначення – дослідження емпіричних цінових стратегій. Текст базової програми наведено в кінці розділу.



4.8. Інтерфейс системи аналізу цінових стратегій. Модуль введення даних

Модель процесу розвитку виробничої системи базується на трьох функціональних моделях – функціях інвестицій, собівартості і попиту. Тому інтерфейс будується як система введення (input, ввод) і контролю структури і параметрів цих функцій.

На рисунку 4.8 подано **макет інтерфейсу**, розрахований тільки на можливості старих версій математичного пакета. В нових (дорогих) версіях пакета можна використати кнопки, спінери, слайдери, меню, що розкриваються. Це не змінює інформаційної цінності моделі, але підвищує привабливість системи для користувача.

В цій версії інтерфейсу структурні класи функцій попиту вводяться "вище" - на попередніх сторінках документа.

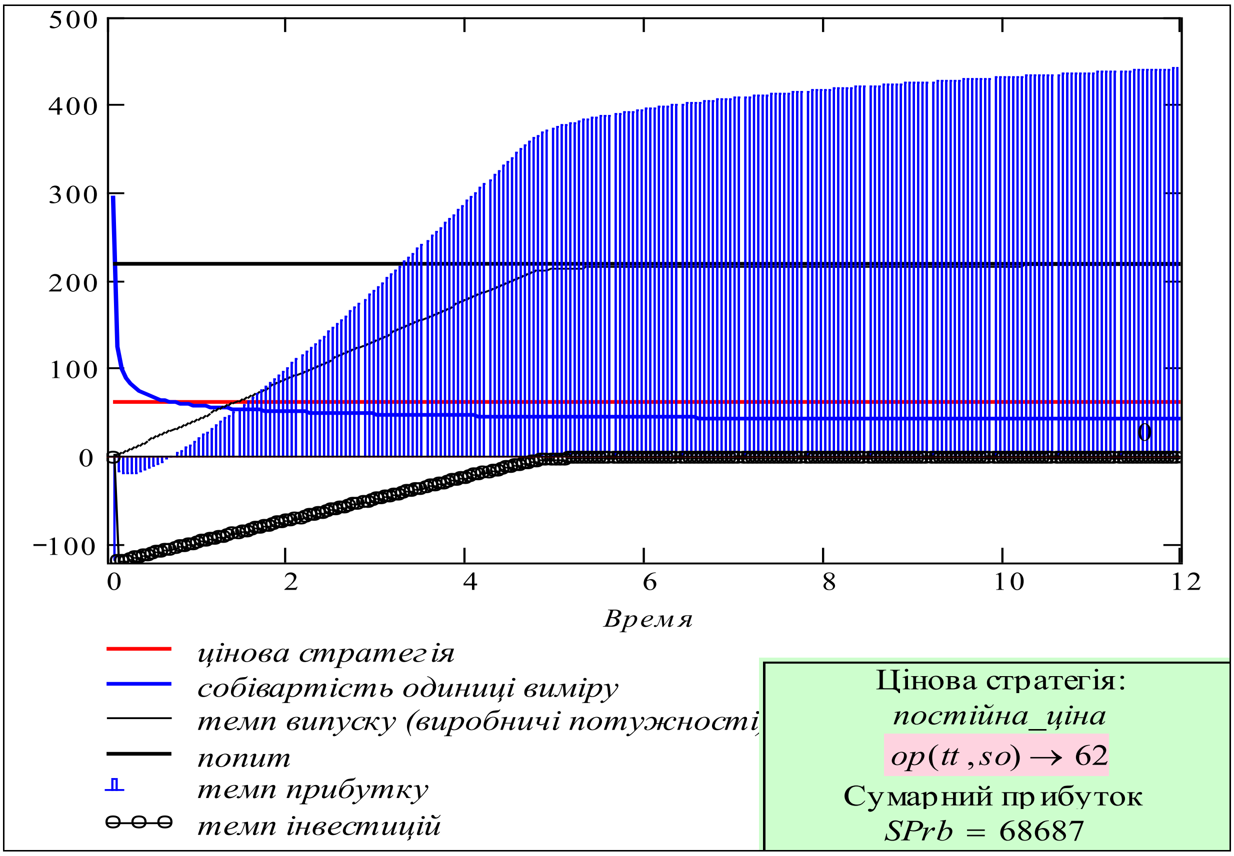


Рис. 4.9 Інтерфейс системи аналізу цінових стратегій. Модуль виведення результатів

Аналіз результатів. Висновки

1. Отримали працюючу програму моделювання процесів розвитку виробничих систем з урахуванням ефектів освоєння виробництва і навчання.
2. Програма (робоча модель) базується на трьох змінних модулях - функціях інвестицій, попиту та освоєння виробництва. Це дозволяє настроїти програму на будь-які виробничі галузі і окремі виробництва.
3. Програма дозволяє побудувати експертну систему підтримки рішень зі стратегічного управління проектами, що пов'язані з розгортанням високотехнологічних наукоємних виробництв. Для цього потрібно створити бази даних "моделі попиту", "моделі інвестицій", "моделі освоєння", "цінові стратегії". В документі подано приклади таких баз.
4. Програма є ефективним засобом проведення досліджень та навчання - вона дозволяє імітувати різноманітні ситуації розвитку проекту.
5. На базі програми моделювання може бути побудована система для ризик-аналізу.
6. Формально показано, що оптимальні цінові стратегії розвитку нових високотехнологічних виробництв мають певний період збитковості.

Завдання для самостійних досліджень

1. Дослідити вплив еластичності попиту на процес розвитку (для випадку використання першої моделі попиту - з постійною еластичністю).
2. Дослідити вплив фондоємності виробництва.
3. Розробити динамічну модель попиту, що враховує насичення ринку товаром тривалого вживання. Модифікувати програму, провести дослідження.
4. Розробити динамічну модель попиту, що враховує поступове зростання інформованості споживачів відносно корисності товару. Модифікувати програму, провести дослідження.
5. Зробити огляд моделей навчання і освоєння для різних виробництв.

Персональна експертна система

4.3 Розробка системи підтримки рішень з вибору цінових стратегій розвитку інноваційних виробництв

Постановка задачі

Ставимо за мету розробку системи для дослідження стратегій розвитку розподілених систем. В попередніх підрозділах ми розробили математичні моделі і обчислювальні методи для моделювання оптимальних процесів розвитку розподілених систем з урахуванням навчання. В останньому підрозділі розглядаємо можливості використання розроблених моделей для прогнозування та управління. В даному випадку управління розвитком - стратегічне управління, це, в першу чергу, пошук на моделях не просто оптимальних, але й надійних і реалізовних стратегій.

Аналіз оптимальних та емпіричних цінових стратегій

Отримані розв’язання для оптимальної цінової стратегії з різних причин можуть бути незручними для практичної реалізації. Природна особливість задачі управління інноваційними процесами – створення нових продуктів, нових технологій, залучення нових користувачів – висока невизначеність – не стільки параметрична, скільки структурна.

Задачі вибору оптимальних стратегій давно актуальні, практиками напрацьовані емпіричні правила, в тому числі емпіричні цінові стратегії. Емпіричні цінові стратегії мають певні переваги в практичній реалізації. Наявність точного розв’язання задачі моделювання процесу розвитку дозволяє порівняти емпіричні цінові стратегії між собою та з еталонною оптимальною стратегією.

Перший етап в аналізі емпіричних цінових стратегій – порівняння процесів і аналіз властивостей цих процесів. На базі статистики і точних розв’язань формуються емпіричні цінові стратегії - функції певних класів з двома параметрами, які інтерпретуються як стартова ціна та темп зменшення ціни.

На основі аналізу відомих цінових стратегій та правил ціноутворення сформована бібліотека емпіричних цінових стратегій. Інтерфейс програми моделювання дозволяє вибирати і підставляти у програму одну із стратегій.

Проведено дослідження для таких емпіричних цінових стратегій.

- постійна ціна: $c(t) = c0$, де c0- постійна ціна;

- лінійний спад: $c(t) = c0 - \alpha \cdot t$ де c0 - стартова ціна, α - темп спаду ціни;

- експонента: $c(t) = c0 \cdot \left(1 - e^{-\alpha \cdot t}\right)$, де c0 - стартова ціна, α - темп спаду ціни;

- постійна норма прибутку: $c(cv) = np \cdot cv(t)$ де *cv(t)* - поточна собівартість, *np* - норма прибутку;

- постійний прибуток: $c(cv) = cv(t) + pp$, де cv(t) - поточна собівартість, pp - постійний прибуток;

- змінна норма прибутку: $c(cv) = np(t) \cdot cv(t)$, де np(t) може бути

- монотонною змінною: n(t) = функція, що монотонно спадає,

- змінною з одним екстремумом: np(t) = функція, має один максимум, починається з нуля і закінчується нульовим значенням.

Ці класи цінових стратегій прості для реалізації, "інтуїтивно зрозумілі". Можна припустити, що максимальний сумарний прибуток, отриманий за деякою емпіричною стратегією, буде не набагато меншим, ніж за оптимальною стратегією, що є розв’язанням варіаційної задачі.

Відомо, що розв'язання певних класів варіаційних задач дуже важко отримати, але вони мають дуже просту структуру управління, наприклад, постійні, кусково-постійні, лінійні функції часу. Розроблена програма моделювання дозволяє дослідити емпіричні класи стратегій, знайти оптимальні в цих класах управління, і порівняти їх. На рис. 4.10 подано два процеси розвитку для двох емпіричних стратегій "постійна ціна" та "експонента". Процеси оптимізовані за критерієм накопиченого прибутку. Змінні оптимізації: ао – ціна для стратегії "постійна ціна", ао - стартова ціна, α- параметр експоненти (темп спадання ціни) для стратегії "експонента". Процеси розраховані для однакових вхідних даних. Значення критерію дорівнюють 74078 у.о. для стратегії "експонента" та 70528 у.о. для стратегії "постійна ціна".

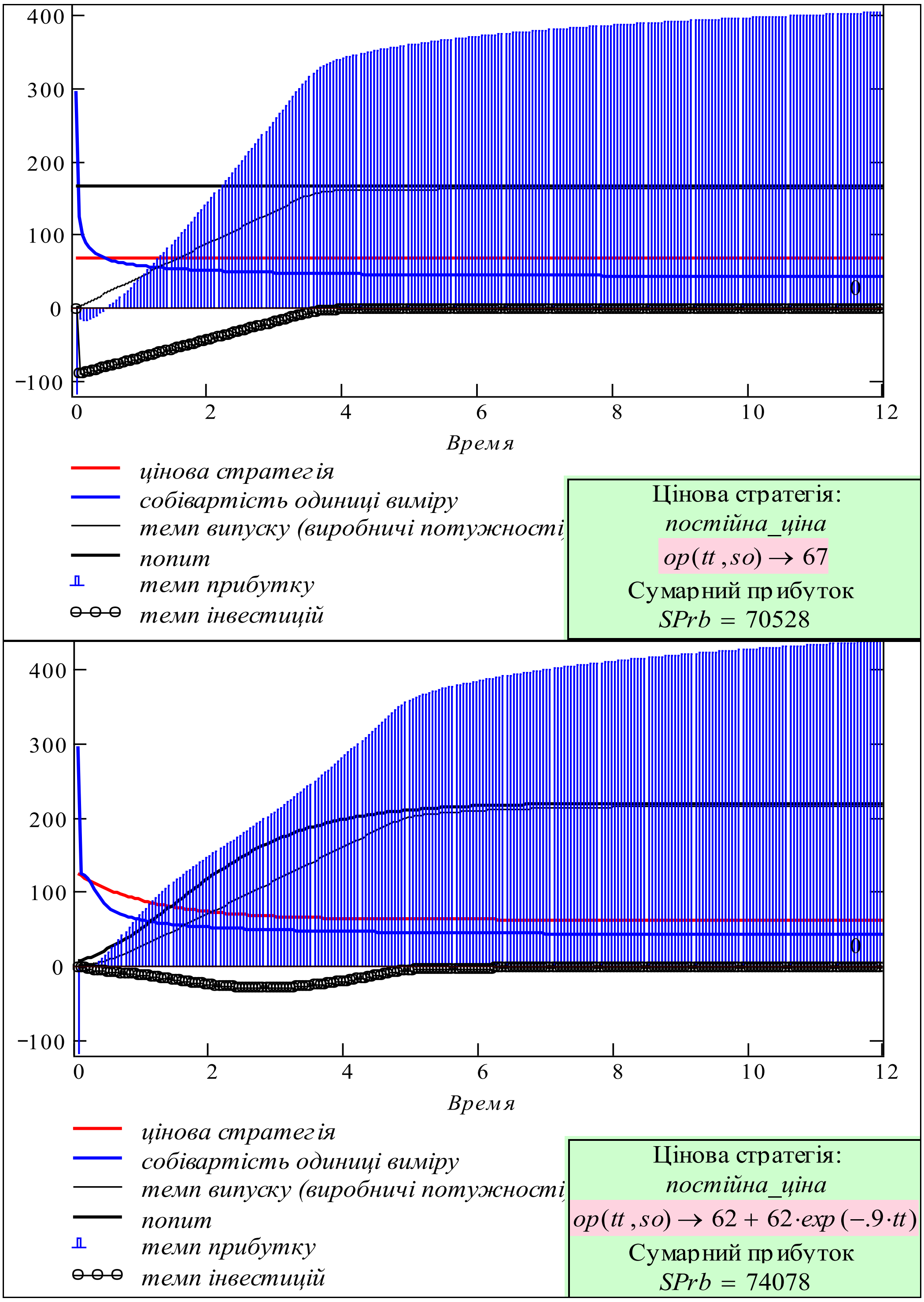


Рис. 4.10. Результати моделювання процесів розвитку з різними стратегіями

Зауважимо, що задача оптимального розвитку характеризується інтенсивними нелінійними і нестаціонарними зв’язками між змінними (див. рис. 4.1). Зокрема, розглянемо стратегії використання зовнішніх ресурсів. Вони суттєво відрізняються для різних цінових стратегій. Для стратегії "постійна ціна" маємо лінійну спадну залежність, для стратегії "експонента" темп зовнішніх ресурсів починається з нуля, зростає і потім спадає.

Ціна продукту є ключовою змінною: ціна визначає попит, попит визначає потрібні витрати на розширення виробництва. Зовнішні ресурси беруться на початку процесу для доповнення власних ресурсів до рівня, що забезпечує задоволення попиту.

Дослідження чутливості цінових стратегій до варіацій параметрів математичної моделі. Для практичного використання недостатньо знати положення екстремуму критерію в просторі змінних оптимізації. Необхідно мати дані про характер околу екстремуму. Для аналізу чутливості базова програма моделювання процесів розвитку була в черговий раз модифікована так, щоб будувати поверхню цільової функції.

На рис. 4.11 для двох цінових стратегій подано тривимірні графіки залежності критерію – накопиченого прибутку від параметрів "стартова ціна" та "темп зменшення ціни". По осях X та Y графіків відкладені параметри цінових стратегій – "стартова ціна" та "темп зменшення ціни". По осі Z відкладені значення критерію накопиченого прибутку. Точками означені екстремуми.

Саме така візуальна інформація важлива для аналізу ризиків. Стратегія на графіку ліворуч більш чутлива до помилок вибору параметрів стратегії. Можемо бачити таку властивість цінових стратегій: підмножина близьких до оптимальної цінових стратегій в просторі параметрів має приблизно лінійну структуру (структура "гірський хребет"). Практична інтерпретація отриманих результатів: існує підмножина майже рівноцінних стратегій з певним відношенням стартової ціни до темпу її зниження.

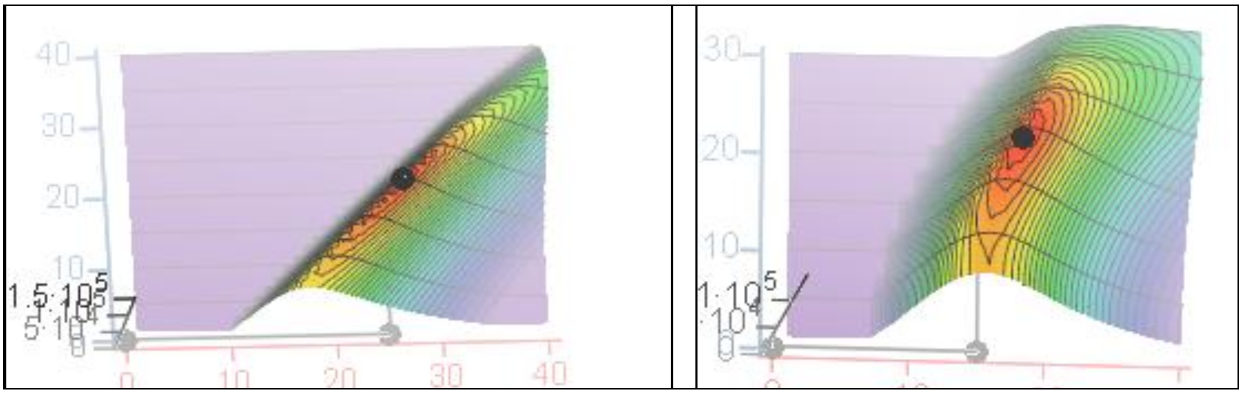


Рис. 4.11. Залежності сумарного прибутку від параметрів двох емпіричних стратегій

На рис. 4.12 подано два оптимальних процеси розвитку, розраховані для різних класів емпіричних стратегій. На графіках подано залежності від часу для ціни, собівартості і темпу випуску продукту. Бачимо, що на початковому етапі програма рекомендує збиткові ціни для стимулювання попиту. На початку процесу обсяги виробництва і продажу незначні, тому сумарні збитки малі в порівнянні з майбутніми прибутками. З американського досвіду відомо, що в певних фірмах мали місце трагікомічні (комічні за змістом і трагічні за збитками) непомітні помилки в програмах. На рисунку 4.12 прибутки починаються в момент, коли ціна дорівнює собівартості.

Для користувача-аналітика важливо порівняти різні альтернативні стратегії не тільки за сумарним прибутком, але й за динамікою зміни ціни. На рис. 4.13 подано дві оптимізовані емпіричні цінові стратегії і точна, отримана методом принципу максимуму Понтрягіна. Можемо сформулювати ще одну властивість оптимальних емпіричних цінових стратегій різних класів: **оптимальні двопараметричні цінові стратегії збігаються при наближенні до кінця процесу.**

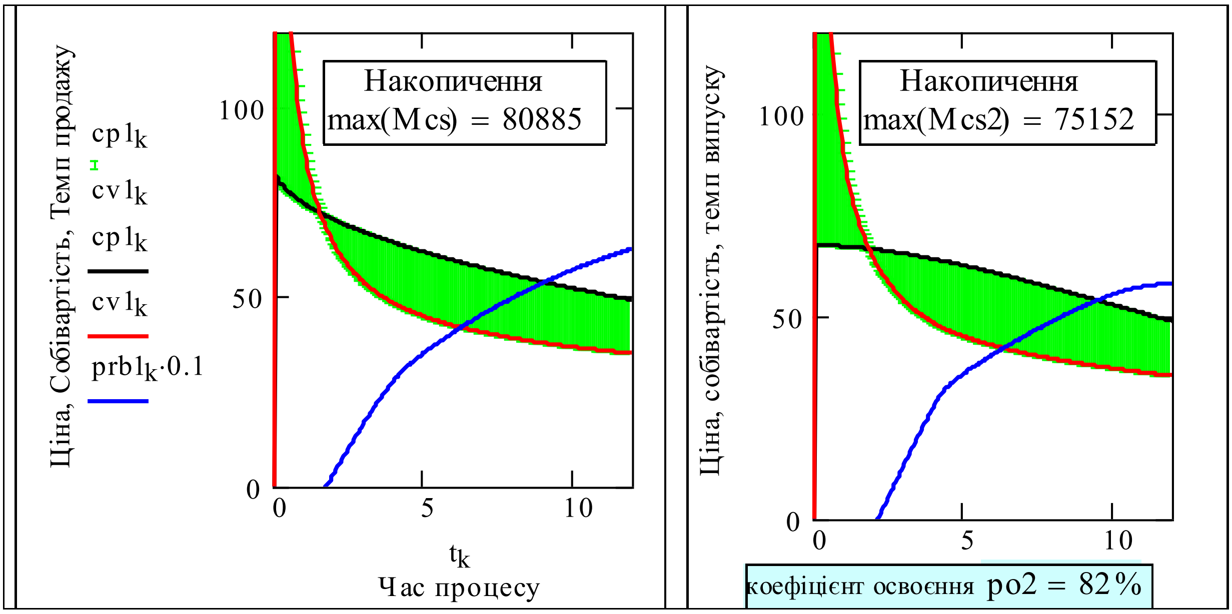


Рис. 4.12. Залежність ціни і собівартості від часу для оптимального процесу

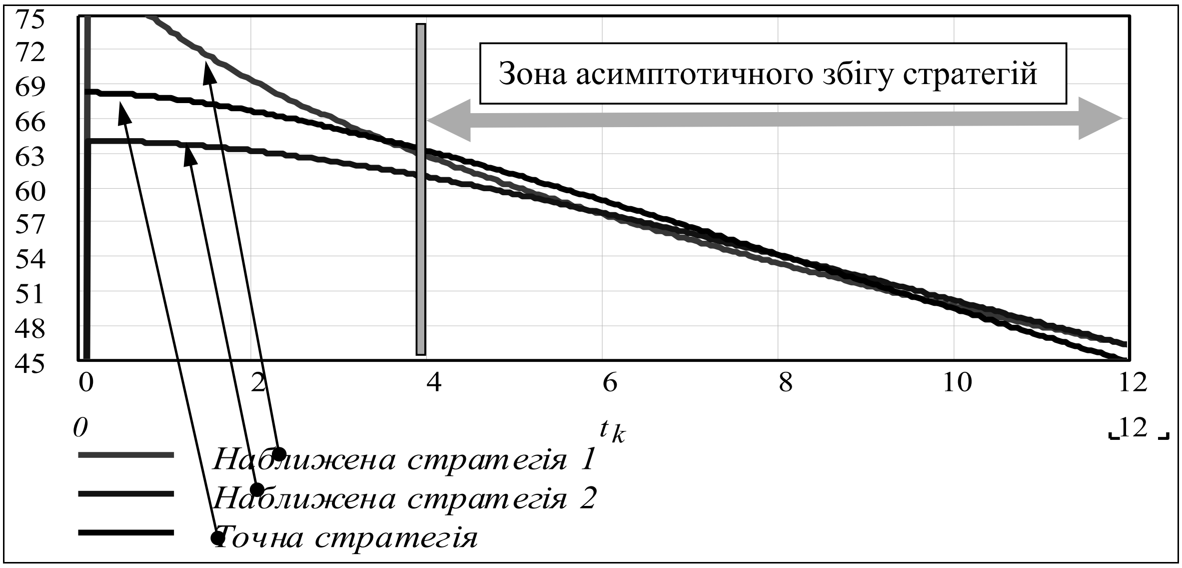


Рис. 4.13. Порівняння двох емпіричних "цінових" стратегій з точною

В умовах інноваційного розвитку керівникам і аналітикам потрібні, в першу чергу, високоінформативні комплексні графічні форми подання результатів моделювання Ці форми дозволяють не тільки оцінити вплив невизначеностей інноваційного розвитку, але й побачити властивості цілісної системи можливих процесів розвитку. Одна з таких комплексних форм подана на рис. 4.14. Це залежність накопиченого за плановий період прибутку від значення коефіцієнта освоєння. Тут же подано процеси, що відповідають окремим точкам графіків. Особливість комплексного графіка в тому, що для кожного значення коефіцієнта освоєння розраховується саме оптимальний процес розвитку. Вибір процесів, що відповідають певним точкам верхнього графіка, виконує користувач. Можемо бачити, що для всього діапазону значень коефіцієнта освоєння зберігається третя властивість оптимальних стратегій: процес розвитку має інтервал збитковості, коли "ціна" є меншою собівартості. При збільшенні значення коефіцієнта освоєння (погіршенні освоєння) стартова ціна не змінюється, а тільки зменшується темп її падіння. Практики вважають інноваційні шляхи розвитку занадто ризиковими. Наші дослідження підтверджують це: при зміні коефіцієнта освоєння з 0.74 до 0.88 накопичений прибуток зменшується приблизно в сто разів.

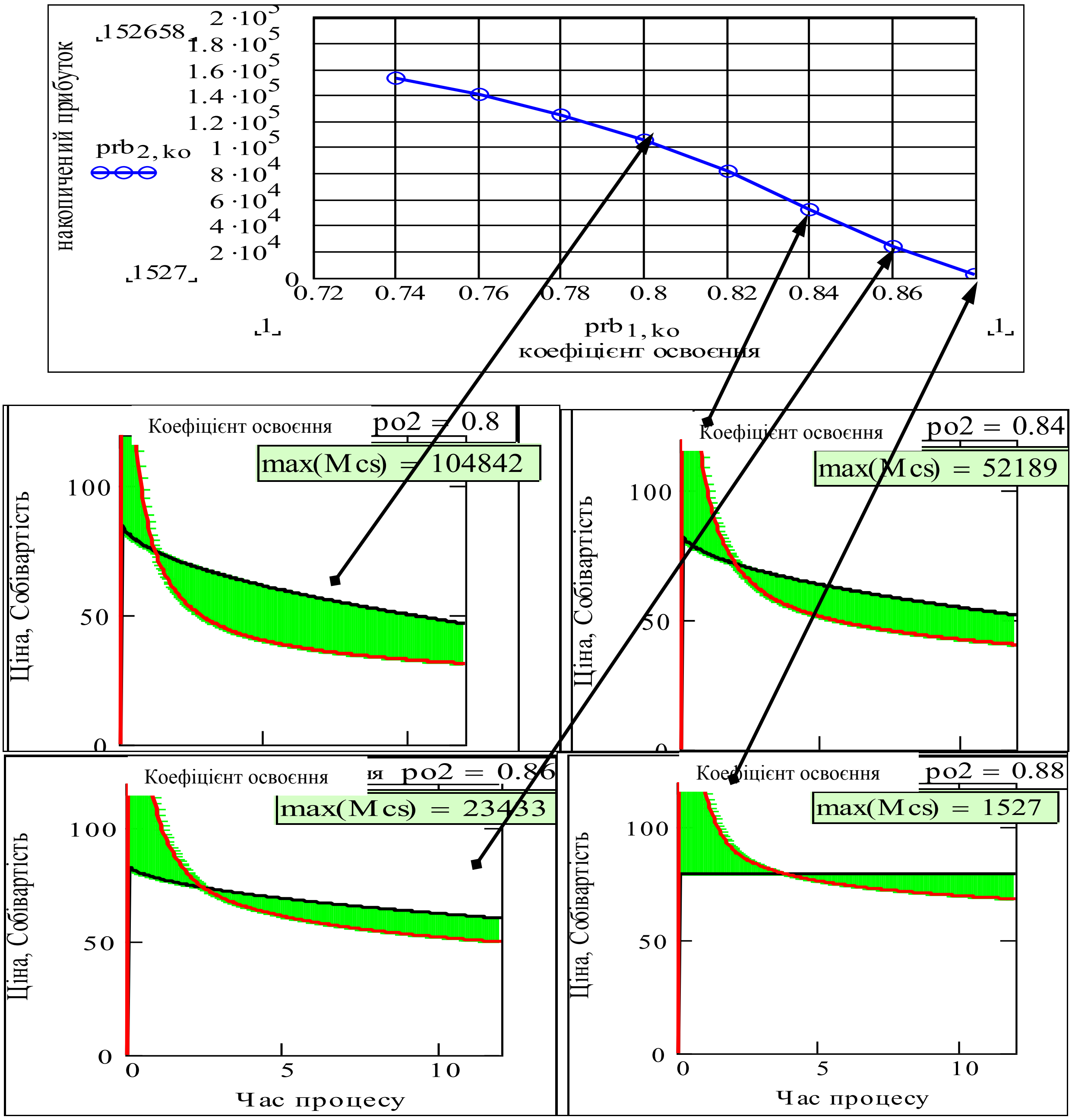


Рис. 4. 14. Залежність оптимального прибутку від коефіцієнта освоєння

ВИСНОВКИ

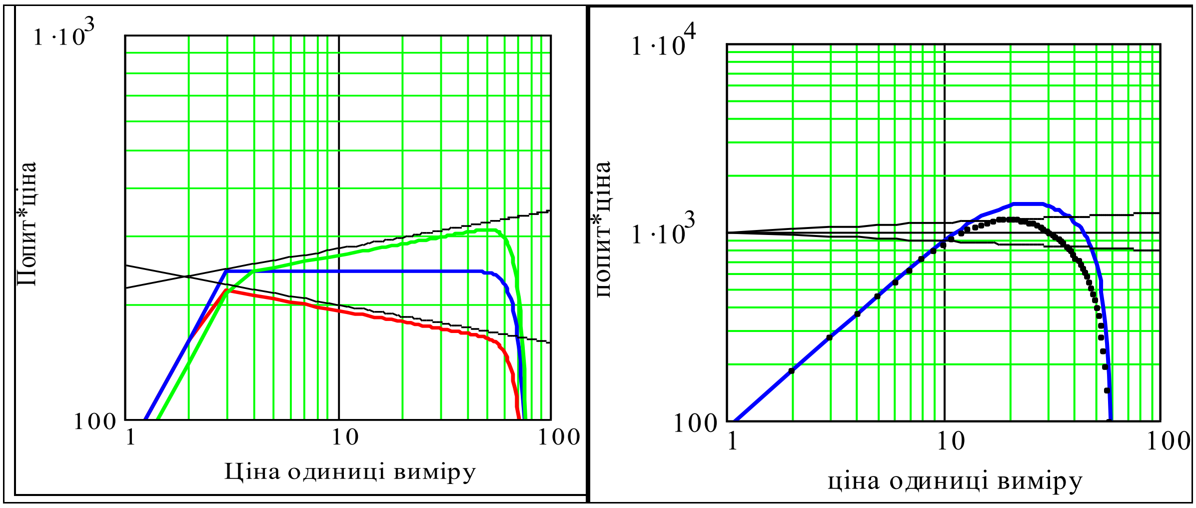
Сьогодні будь-яка технічна система є тільки ланцюгом, етапом неперервного процесу зміни продуктів, технологій, програм. Необхідною умовою виживання сучасної виробничої системи є інноваційний шлях розвитку. Кожний сучасний продукт має короткий життєвий цикл, протягом якого параметри продукту суттєво змінюються. Інноваційний характер виробництва обмежує можливості статистики і статистичних методів в прогнозуванні і плануванні. Тому побудова математичних моделей розвитку і моделювання стають головними засобами технологічного прогнозування і планування. Відомі математичні моделі процесів розвитку звичайно вимагають стаціонарності, наявності похідних, лінійності, випуклості. Невід'ємна частина процесів розвитку – процеси використання продукту і "навчання" як виробників, так і користувачів, що особливо характерно для програмних продуктів і обчислювальних систем.

Завдання. Напишіть коментарі до програми моделювання. Усі змінні і формули програми були визначені в тексті документу – уважно прогляньте документ і ви знайдете їх визначення.

$$
\begin{array}{l|l}
Cis := & xp_1 \leftarrow xp0 \\
& y_1 \leftarrow 1 \\
& cv_1 \leftarrow vv + vp \\
& cp_1 \leftarrow op(0, cv_1) \\
& xd_1 \leftarrow Fdm(cp_1, np, Dm1, pma1) \\
& dox_1 \leftarrow (cp_1 - cv_1)\cdot xp_1 \\
& prb_1 \leftarrow dox_1 \\
& Sprb \leftarrow 0 \\
& Sxp_1 \leftarrow 1 \\
& Dxp_1 \leftarrow 0 \\
& Vyx^{\langle 1\rangle} \leftarrow stack(cp_1, cv_1, xp_1, xd_1, dox_1, y_1, prb_1) \\
& \text{for } k \in 1..Nt \\
& \quad \left| \begin{array}{l}
cp_{k+1} \leftarrow op(k\cdot Dt, cv_k) \\
xd_{k+1} \leftarrow Fdm(cp_k, np, Dm1, pma1) \\
Dxp_{k+1} \leftarrow Fin(y_k, Am, \alpha 1, es) \\
xp_{k+1} \leftarrow xp_k + (Dxp_{k+1})\cdot Dt \\
cv_{k+1} \leftarrow vv\cdot po1^{\frac{\ln(Sxp_k)}{\ln(2)}} + vp\cdot(xp_{k+1})^{-1} + sv0 \\
dox_{k+1} \leftarrow (cp_{k+1} - cv_{k+1})\cdot xp_{k+1}\cdot Dt \\
y_{k+1} \leftarrow \max[Kin\cdot(xd_k - xp_k)\cdot Dt, 0] \\
prb_{k+1} \leftarrow dox_{k+1} - y_{k+1} \\
Sprb \leftarrow Sprb + prb_{k+1} \\
Sxp_{k+1} \leftarrow Sxp_k + xp_{k+1}\cdot Dt \\
Vyx^{\langle k+1\rangle} \leftarrow stack(cp_{k+1}, cv_{k+1}, xp_{k+1}, xd_{k+1}, dox_{k+1}, y_{k+1}, prb_{k+1})
\end{array} \right. \\
& \begin{pmatrix} Vyx \\ Sprb \end{pmatrix}
\end{array}
$$

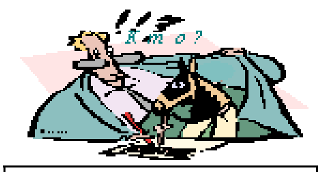
Контрольні запитання

1. Назвіть критерій оптимізації цінової стратегії? Що таке "цінова стратегія"?
2. Які змінні управління вибираються при оптимізації цінової стратегії?
3. Дайте означення функції розвитку (віддачі інвестицій).
4. Дайте означення функції попиту.
5. Дайте означення функції собівартості.
6. Які фактори впливають на собівартість виробу?
7. Дайте приклади зростання попиту при зростанні ціни і падіння попиту при падінні ціни.
8. Дайте означення "еластичності попиту". Чи добре для виробника, коли попит "нееластичний"?
9. Дайте коментар до цих графіків. Залежність якої величини (і від якої) характеризують графіки? В яких одиницях вимірюється ця величина.



Завдання для самостійного виконання

1. Дослідити вплив еластичності попиту на процес розвитку (для випадку використання першої моделі попиту – з постійною еластичністю).
2. Дослідити вплив фондоємності виробництва.
3. Розробити динамічну модель попиту, що враховує насичення ринку товаром тривалого вживання. Модифікувати програму, провести дослідження.
4. Розробити динамічну модель попиту, що враховує поступове зростання інформованості споживачів відносно корисності товару. Модифікувати програму, провести дослідження.
5. Зробити огляд моделей навчання і освоєння для різних виробництв.



Персональна експертна система

5. Моделювання і оптимізація процесів розподілу ринків з урахуванням інформаційної асиметрії

Постановка задачі

Коли дійсність абсолютно незрозуміла і нелогічна, рекомендується застосувати штучні нейронечіткі мережі. Задача моделювання конкурентного ринку при неповній інформації споживачів відносно якості і корисності альтернативних продуктів відноситься саме до такого класу. Термін "інформаційна асиметрія" означає, що знання споживача і виробника відносно певного продукту є різними. Ми також вважаємо, що споживач не одразу навчається розрізняти продукти різних виробників.

Задача для менеджера. Розглядаємо чергову задачу – прогнозування перерозподілу ринку, на якому діють "виробник якісного продукту" і "виробник неякісного продукту з малою собівартістю". Управління в цій задачі - розмір витрат на інформування і "навчання" споживача. Цю задачу відносять до ігрових - в ній діють виробники–конкуренти.

Задача для ЕС – прогнозування процесів розподілу ринку і пошук оптимальних інформаційних стратегій за критерієм ефективності віддачі витрат на інформування споживачів. Навмисне не використовуємо термін "рекламна діяльність", оскільки сучасна реклама звичайно не є інформуванням і навчанням.

Концепція для ЕС - "логічна машина виведення висновків" - математичні моделі процесу взаємодії конкурентів і споживачів на спільному ринку. Роль експерта-людини - аналіз вхідних даних: ефективності інвестицій в рекламну та інформаційну діяльність, ідентифікація функцій попиту і пропозиції, планування і проведення обчислювальних експериментів, формування експертних висновків.

Шлях побудови ЕС. Для складних, "незрозумілих" об'єктів рекомендується побудова математичної моделі інтегруванням інформації з **часткових моделей**, що описують окремі функції об'єкта, або зі спрощених моделей, що описують об'єкт в цілому, але без урахування певних "механізмів" [26]. Особливість такого процесу в тому, що випробування спрощених і часткових моделей "відкривають нові горизонти" – дають нові знання для побудови більш досконалих моделей. Саме таке призначення моделі, що розглядається в даному розділі. На базі цієї моделі ми можемо перейти до моделей з довільним числом виробників і продуктів.

Ціль роботи - на конкретному прикладі ознайомитись з порядком розробки ЕС і порядком роботи користувача в ЕС (= інформаційною технологією) для випадку відсутності базової моделі-прототипу. Подаємо поряд два списки - порядок розробки модулів ЕС і порядок роботи користувача в ЕС.

Що робити

Зміст лабораторної роботи №5

5.1. Розробка математичної моделі. Аналіз функцій пропозиції і попиту в умовах невизначеності.

5.2. Розробка програми моделювання ринку з асиметричною інформаційною структурою та інтерфейсу для системи підтримки рішень менеджера.

5.3. Аналіз процесів розподілу ринків з урахуванням ефектів навчання покупців.

Порядок роботи користувача з експертною системою

1. Вибір математичної моделі.
2. Ідентифікація функцій виробництва і попиту.
3. Розробка альтернативних моделей навчання і поведінки споживачів в ситуаціях вибору продукту.
3. Дослідження процесів розподілу ринку.
4. Аналіз впливу невизначеностей.
5. Експертний висновок.

5.1 Розробка математичної моделі. Аналіз функцій пропозиції і попиту в умовах невизначеності

Вступ. Постановка задачі

В загальнодоступній літературі відсутні робочі моделі для аналізу та прогнозування стану конкурентного ринку з декількома продавцями. Природно, що відсутні і моделі управління діяльністю фірми на такому ринку. В цій роботі подано побудову програми моделювання конкурентного ринку в умовах неповної інформації. Призначення програми: а) проведення досліджень і прогнозування; б) створення базової програми для розробки більш повних і точних моделей ринків з неповною інформацією. В цьому розділі, як і в розділі 4, центральними елементами математичних моделей будуть функції попиту і пропозиції. Цей документ – автономний модуль, тому повторюємо частково матеріал розділу 4.

Практична задача

Ви - виробник якісного продукту зі стабільною ціною і попитом. Однак у вашій ринковій ніші з'являється конкурент з агресивною рекламою, подібним вашому продуктом, з нижчою якістю й ефектною упаковкою.

На жаль, покупці слабо розрізняють марки і виробників продукту. Спочатку вони беруть продукт, тільки потім оцінюють якість, Продукту на ринку більше - падає ціна, покупці починають втрачати довіру до всіх продуктів даного класу - попит і ціна падають. Конкурент заповнює своїм продуктом усі місця торгівлі – на ринках, в універсамах.

Ваші продажі і прибутки падають - ви поставлені на швидкий шлях до банкрутства. Ясно, хто винен, але неясно, що робити. Вихід: знайти і застосувати певні засоби для "навчання" покупців. Треба оцінити додаткові витрати, збитки від падіння ціни.

Тобто: **якщо** у вас є конкурент з дешевим (у виробництві) продуктом, при цьому покупці не відрізняють (поки) його і ваш продукти:

а) **що буде** з вашим бізнесом, якщо нічого не робити;

б) **що треба робити**, щоб стабілізувати (максимізувати) свій бізнес. Конкретно:

скільки і як треба витрачати на інформаційну діяльність - (конкурент використовує рекламу та інтенсивну пропозицію).

Подамо стартове розуміння задачі такою схемою (рис. 5.1)

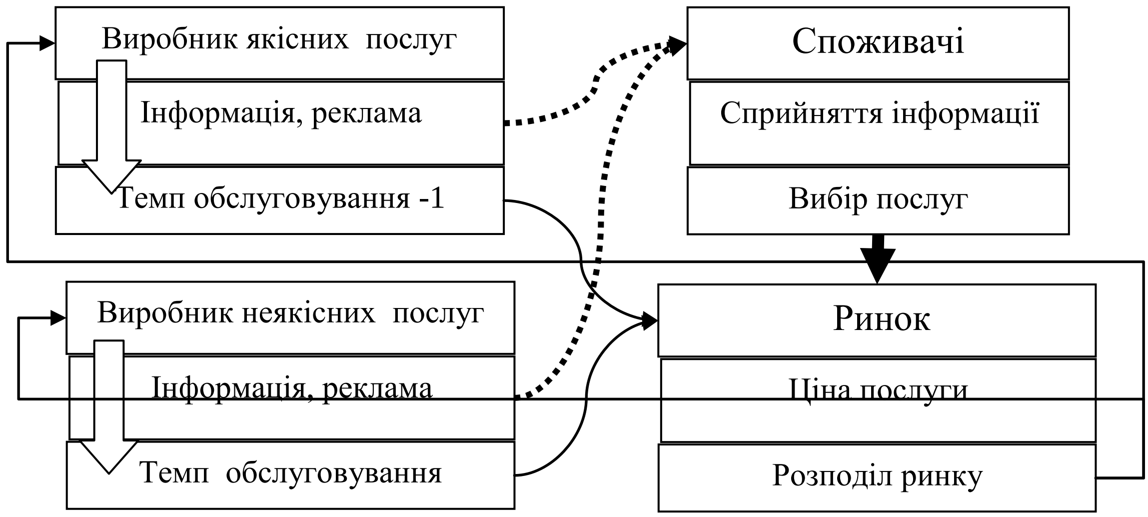


Рис. 5.1. Схема системи "ринок з двома виробниками і неповною інформацією"

Побудова математичної моделі ринку з неповною інформацією

Визначення узагальнених функцій попиту і пропозиції. Виберемо модель попиту - функцію, яка за рахунок зміни 2-3-х параметрів дозволяє досить точно подати будь-які можливі залежності попиту і пропозиції від ціни ринку. Відомо багато моделей функцій попиту і виробничих функцій - лінійні, нелінійні, стаціонарні, нестаціонарні, випуклі, ввігнуті, обмежені, необмежені (за рівнем споживання). Виходячи з результатів досліджень таких функцій, поданих в роботах Форрестера, Акоффа, Пешеля [13-17, 25-28, 41,42], введемо узагальнену функцію попиту. Такий вибір ми вже робили в розділі 4 при побудові моделі для визначення цінових стратегій.

$$
D1(p,n,Dm,pma) := \left|
\begin{aligned}
& fuz1 \leftarrow \left| \begin{aligned} & 1 \ \text{if } p < pma \\ & \max\left[\left[1 - [(p - pma) \div pma]^4\right], 0\right] \ \text{otherwise} \end{aligned} \right. \\
& fppt \leftarrow Dm \cdot 3\,(p + .00001)^{-n} \\
& fpopr \leftarrow \min(fppt \cdot fuz1, Dm) \\
& fpopr
\end{aligned}
\right. \qquad (5.1)
$$

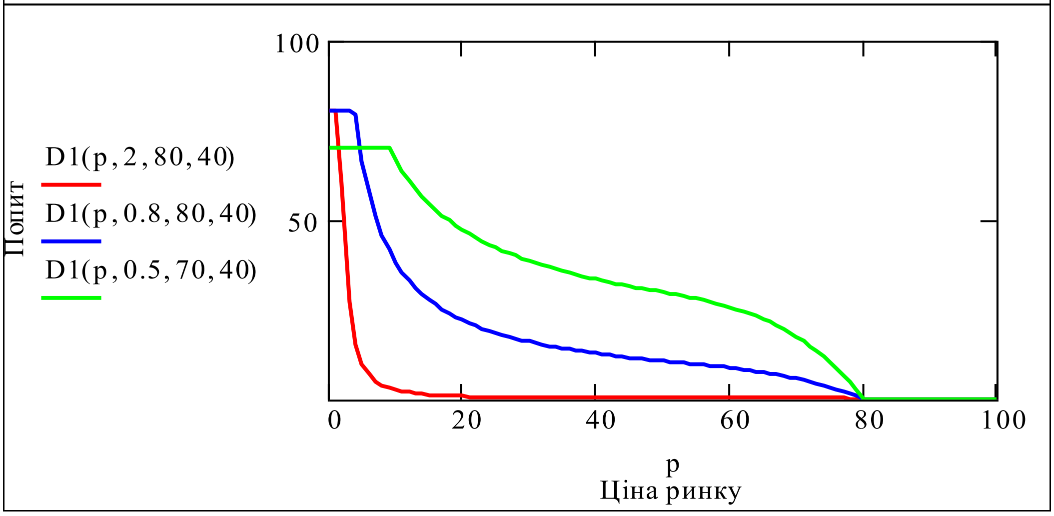


Рис. 5.2. Функції "ціна-попит". Перша модель

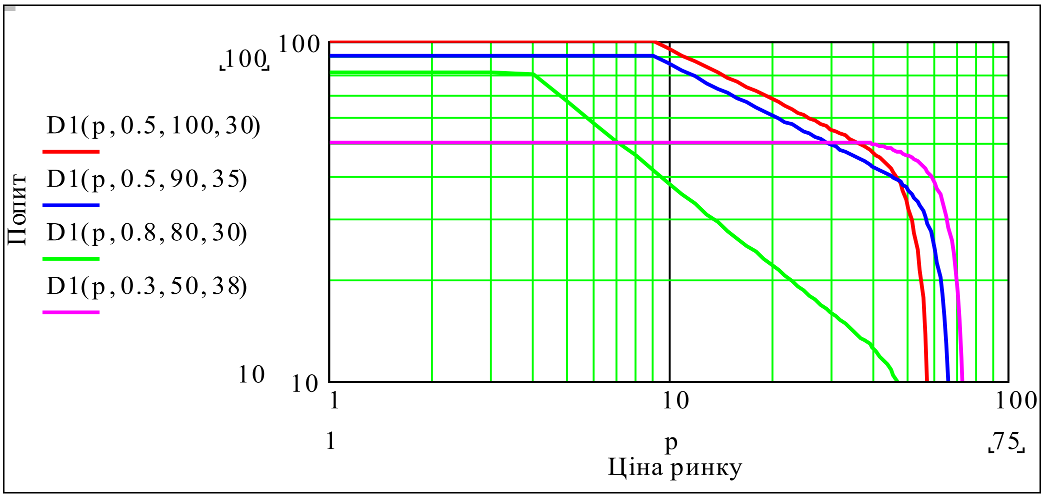


Рис. 5.3. Функції "ціна-попит" в логарифмічних масштабах. Перша модель

Формуємо і випробуємо програмний модуль для 2-ої альтернативи. Для апроксимації вибрано так зване логнормальне розподілення. Воно асиметричне, визначене на інтервалі

$(0,\infty)$. Побудуємо графіки, задаємо значення параметрів: математичне очікування $\mu := 0$; дисперсія $\sigma := 0.6$; У математичному пакеті є вбудовані функції: кумулятивний розподіл $\boxed{P(x) := \mathrm{plnorm}(x,\mu,\sigma)}$ та щільність розподілу $\boxed{pp(x) := \mathrm{dlnorm}(x,\mu,\sigma)}$.

Записуємо також аналітичний вираз для щільності розподілу.

$$pl(xx,\mu,\sigma) := \frac{1}{\sigma\cdot xx\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\exp\left[\frac{-1}{2\cdot\sigma^2}\cdot(\ln(xx)-\mu)^2\right]. \qquad (5.2)$$

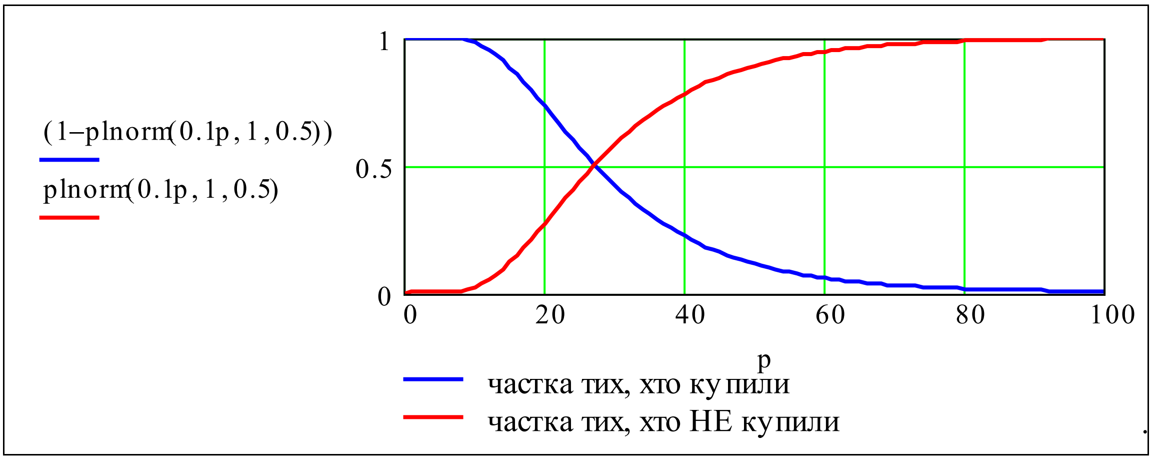


Рис. 5.4. Друга модель попиту - кумулятивний логнормальний розподіл

Одна з інтерпретацій цього розподілу - імовірність виконання роботи в певний термін (довгий "хвіст" цього розподілу - це ненульові імовірності затягування роботи дуже надовго). Можна придумати інтерпретацію цього розподілу для нашого випадку. Розглянемо графіки двох залежностей P(p) та (1-P(p)), де p - ціна продажу одиниці виміру товару певного класу.

Дивимось на рис. 5.4 і бачимо графіки двох залежностей P(p) та (1-P(p)), де p - ціна продажу одиниці виміру товару певного класу. Перша крива характеризує частку (імовірну) множини споживачів, що куплять товар за даною ціною не вище **p**. Ця частка (природно) близька до одиниці при близьких до нуля цінах і зменшується до нуля при збільшенні ціни. Неважко нормувати цю криву під конкретні грошові одиниці і конкретну ємкість ринку. Використаємо ту ж саму систему параметрів, що і для 1-ої моделі. Введемо таке ж обмеження - порогову ціну. Задаємо значення параметра моделі $nn \equiv .6$.

```
D2(p,n,Dm,pma) :=   fuz1 ← | 1  if  p < pma
                           | max[[ 1 − [(p − pma) ÷ pma]^4 ],0]  otherwise
                    fppt ← Dm·(1 − plnorm(0.1p, 1.4 − n, 0.6))
                    fpopr ← fppt·fuz1
                    fpopr
```
(5.3)

Рис. 5.5 Програмний модуль для другої моделі попиту

На рис. 5.6 подано в подвійних логарифмічних масштабах альтернативні графіки "ціна-попит". Подано дві пари графіків - з однаковими параметрами. За рахунок внутрішніх параметрів моделі настроєні так, щоб збігалися граничні точки - максимального попиту і максимальної ціни.

Зауважимо, що в певних умовах конкретний вид функції попиту не має значення для процесів і станів рівноваги – важливими є тільки певні граничні параметри. Перевірку припустимості такої інваріантності досить просто виконати моделюванням.

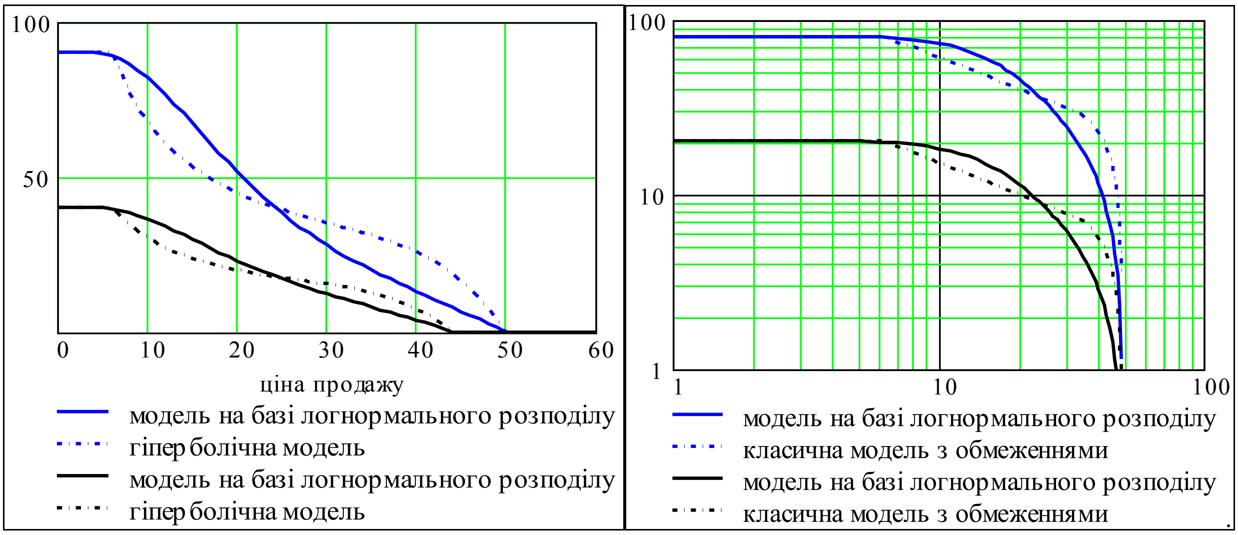


Рис. 5.6 Порівняння альтернативних моделей попиту

Розробка моделей попиту для випадку наявності продуктів з різним рівнем якості

А тепер спробуємо визначити, як буде змінюватись функція попиту при підвищенні чи зниженні якості товару. Уявимо собі покупця в таких ситуаціях вибору:

1) за однаковою ціною продаються одночасно продукти різної якості і надійності;

2) на ринку є продукт тільки високої якості;

3) на ринку є тільки продукт низької якості.

Очевидно в 1-му і 2-му випадках поведінка елементів системи ("покупців") буде відповідати функції попиту для якісного продукту. У 3-му випадку поведінка елементів системи буде відповідати функції попиту для неякісного продукту.

Нехай існують два "гатунки" певного продукту П1 і П2 (тут можуть бути найрізноманітніші інтерпретації - надійність, швидкодія, якість сервісу, консультацій, гарантійного ремонту та ін.) і продукт П1 за всіма показниками краще П2. Постулюємо відмінності відповідних функцій попиту fdП1(c), fdП2(c).

1. Для будь-якої ціни з діапазону цін продукту даного виду має місце

$$fdP1(c) \ge fdP2(c)\ ; \qquad c_{min} \le c \le c_{max}\ .$$

2. Для максимальних цін (при перевищенні яких попит стає нульовим) має місце

$$c_{max}(P1) \ge c_{max}(P2)\ .$$

3. Максимальний попит (при наближенні ціни до нуля) не залежить від якості товару

$$fdP1\left(c_{min}\right) = fdP2\left(c_{min}\right)\ .$$

4. Функції попиту продуктів з різними рівнями якості (цінності), що належать до одного виду, можна подати як параметричне сімейство. І завжди слід пам'ятати, що функція попиту певним чином не існує - вона нестаціонарна, імовірнісна, динамічна.

Підведемо підсумки підрозділу. Запропоновано дві моделі "ціна-попит" першого наближення. Моделі абсолютно не враховують: динаміки та еволюції попиту, випадковості та впливу інших товарів-конкурентів, замінників, доповнювачів. Запропоновані моделі є елементами певного класу моделей "ціна-попит" - статичних, детермінованих. Цей клас можна розширювати. **Подаємо специфікацію моделей попиту:**

$$D(p, n, Dm, pma)\ ,$$

що розшифровується так:

Попит_номер моделі(p - ціна продажу, n - параметр еластичності попиту, Dm - максимальний попит, pma - максимальна ціна)**

Розробка моделей пропозиції для продуктів з різним рівнем якості. Проаналізуємо тепер функцію "ціна-пропозиція" в системах обміну ресурсами. Ця функція стала класикою, давно ввійшла в підручники і сприймається як фундаментальний закон природи, типу законів механіки Ньютона. Але, як вже відзначалося, сучасні наука, виробництво, економіка якісно відрізняються від науки, техніки та економіки 1900-1970 років. Тому спочатку проведемо ревізію загальних властивостей цієї залежності.

Лінгвістична модель залежності "ціна-пропозиція". На ринку зафіксована певна поточна ціна *c0*. Виробник приймає гіпотезу, що ціна *c0* буде стабільною, незалежною від обсягу продажу продукту і розраховує рівень виробництва, що дає максимальний прибуток на одиницю виміру продукту. Сьогодні виробник, зазвичай (звичайно), випускає досить широкий набір продуктів. Тому спочатку треба визначити оптимальну виробничу функцію та вектор-функцію оптимального розподілу ресурсів між окремими видами продукції (інакше кажучи – чого і скільки випускати) при фіксованій ціні. Потім для кожного значення ціни знаходимо обсяг витрат ресурсів, що дає максимальний прибуток. Множина таких пар чисел дає нам залежність "ціна – прибуток". Неважко отримати також залежність "ціна – випуск". На рисунку 5.7 подана "в натурі", засобами графіки, послідовність отримання функції пропозиції.

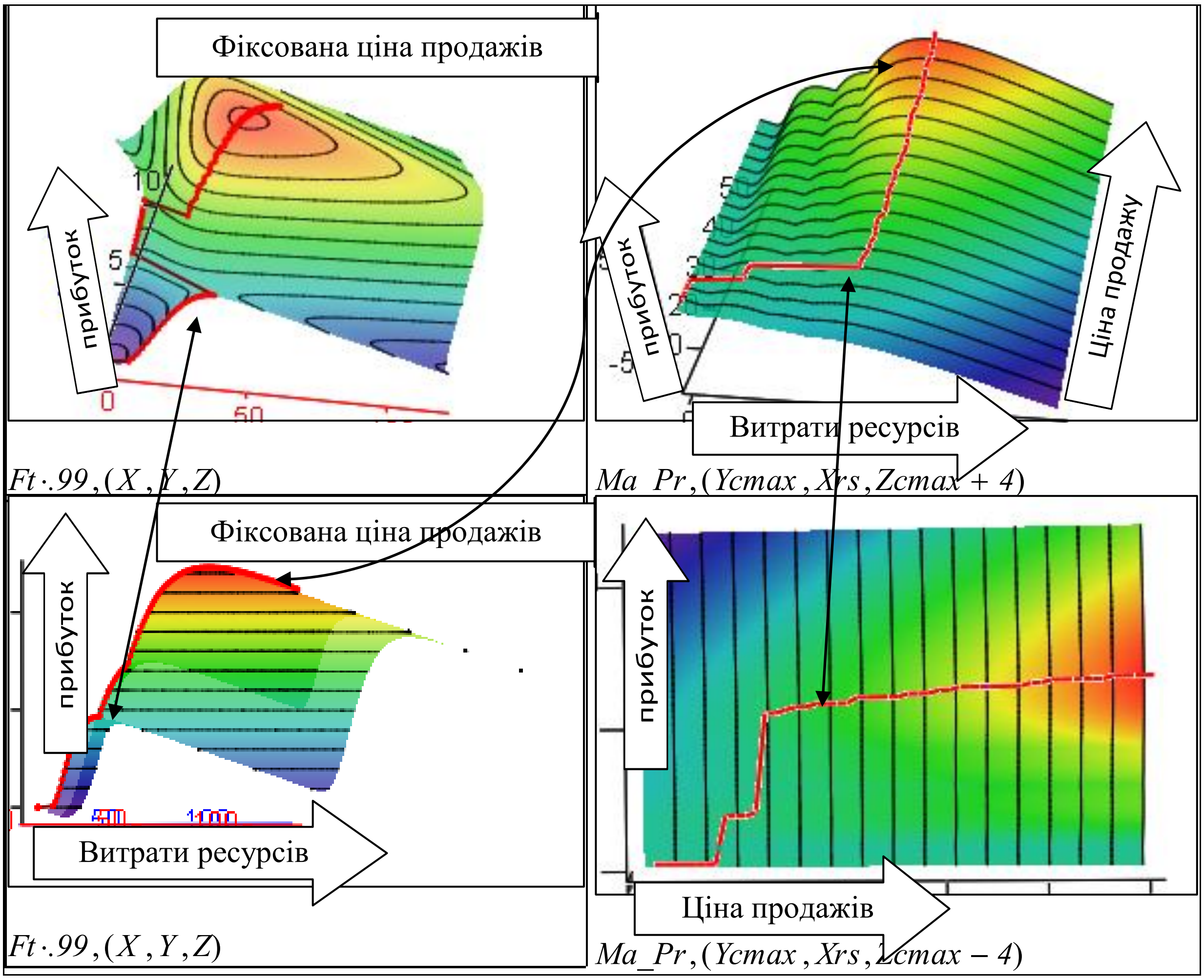


Рис. 5.7 Логіка отримання функції "ціна-пропозиція"

Перший крок оптимізації розподілу ресурсу у виробничій системі (два графіки ліворуч) розглянуто в розділі 2. Другий крок подано на двох графіках праворуч. Для того, хто мислить категорями «новітніх інформаційних технологій» (тобто може ефективно користуватись можливостями програмних платформ для створення нових знань), тут все очевидно.

В математичних моделях, за якими обчислені ці графіки, враховані ефекти освоєння і збільшення обсягів виробництва (розглянуто в розділі 4) та ефекти насичення ринку.

Конкретний висновок – класична функція пропозиції, як і класична функція попиту, певним чином не існують. Загальний висновок – "нові інформаційні технології":

- не покращили класичні моделі і методи, а замінили їх новими;

- не створили кращі моделі для прогнозування індустріальної економіки, а стихійно і спонтанно створили "нову економіку", більш стихійну, ніж індустріальна економіка;

- не покращили рівень прогнозування, а створили «віртуальну реальність» - джерело для пошуку нових варіантів виживання «реальної реальності».

Таким чином, з кожним кроком наближення математичної моделі системи з обміном ресурсами оптимізаційна задача ускладнюється і взагалі втрачає чіткі границі. Згідно з постулатом загальної теорії систем "системи синтезуються частинами" [29] ми повинні виділяти певні частини складної системи, знаходити розв'язання задач оптимізації і управління, досліджувати їх властивості, а потім збирати з цих часткових моделей модель розширеної системи. В цьому розділі будемо вважати виробничі витрати стабільними. Постулюємо властивості функції пропозиції $fsP(c)$ для випадку постійної собівартості.

1. Існує мінімальна ціна продажів така, що:

$$\forall c: \quad 0 \le c < c_{min}, \quad fsP(c) = 0.$$

2. При зростанні ціни продажів прибуток на одиницю продукту не зменшується

$$\forall\, c1, c2 \in \{c_{min} .. c_{max}\},\ c2 > c1: \quad fsP(c2) \ge fsP(c1).$$

3. Підвищення цінності і якості продукту збільшує його собівартість і тому зменшує оптимальний рівень виробництва (пропозицію) при будь-якій ціні з діапазону. Тобто, якщо продукт 1 менш цінний, ніж продукт 2, то:

$$fsP1(c) \ge fsP2(c); \quad c_{min} \le c \le c_{max}.$$

Основою для постулювання таких властивостей є конкретне розв'язання оптимізаційної задачі (рис. 5.7). Для випуклих виробничих функцій воно може бути доведеним.

$$S1(ci, ns, Sm, pmi) := \left| \begin{array}{l} fuz1 \leftarrow \left| \begin{array}{ll} 0 & \text{if } ci < pmi \\ [\,1 - \exp[-(ci - 0) \div pmi]\,] & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ fprp \leftarrow 0.2Sm \cdot ci^{ns} \\ fprr \leftarrow fprp \cdot fuz1 \end{array} \right.$$

$ci := 0 .. 35$

$nn = 1$

$ne := 0.5$

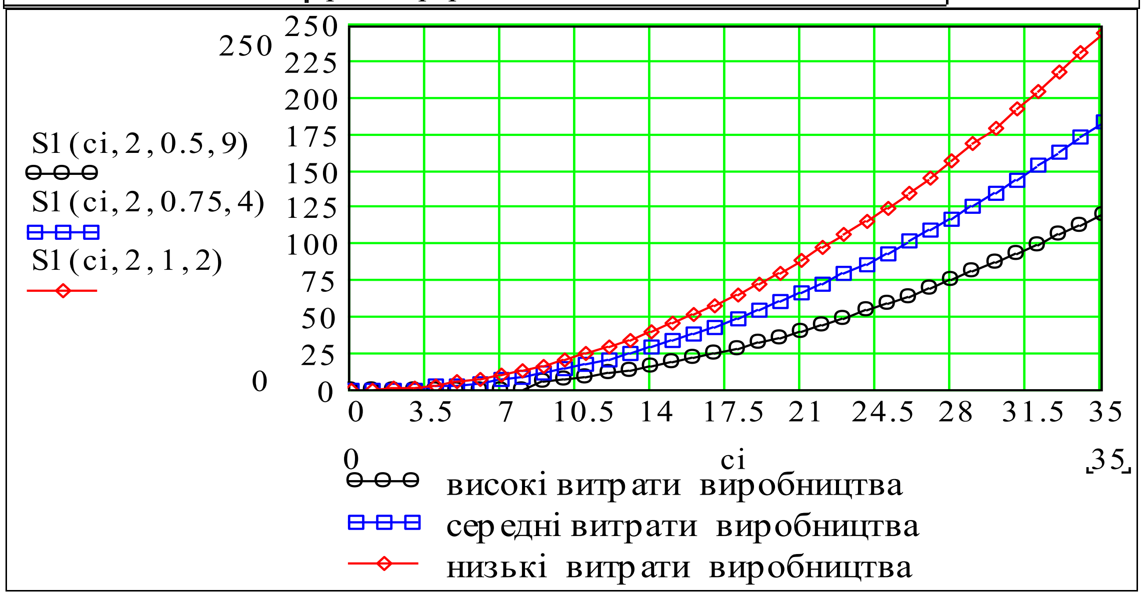


Рис. 5.8. Апроксимація залежності пропозиції від виробничих витрат

Подаємо специфікацію моделей пропозиції.

$\left|S1(p, ns, Sm, pmi)\right|$ розшифровується так:

Пропозиція_номер моделі(p - ціна продажу, ns - параметр апроксимації (степінь), Sm - параметр апроксимації , pmi - мінімальна ціна)

Аналіз станів рівноваги для випадку двох продуктів різної якості

Розглянемо стани рівноваги системи "попит-пропозиція" при наявності декількох виробників. Уявимо собі виробників, що випускають певний стандартний продукт (телевізори, комп'ютери, хліб та ін.) з різними рівнями якості (цінності) і будемо вважати, що узагальнені виробничі витрати збільшуються з ростом якості (можлива і протилежна тенденція "дешевше - якісніше", що діє на етапах освоєння нового виробництва: раціоналізація конструкції і технології одночасно зменшує витрати і підвищує якість).

Будемо поки вважати, що мета виробника - максимізація прибутку на одиницю виміру продукту. Потім ми розглянемо випадок, коли ціль виробника - максимізація маси прибутку. Це потребує врахування попиту, тобто функція пропозиції буде залежати від функції попиту. Ми вже відзначили, що функція попиту залежить від факторів, що важко формалізуються - "примх" споживача, маркетингових зусиль, дій конкурентів, коливань економічної кон'юнктури. Таким чином, ми повинні пам'ятати, що функція попиту є ситуативною і дуже розмитою і навіть, певним чином, не існує. Але поки не робимо радикальний крок - відмовитись від статичної моделі "ціна-попит".

Нехай існують два "гатунки" певного продукту П1 та П2 і продукт П1 з усіх показників краще П2. Постулюємо відмінності відповідних функцій пропозиції fsП1(c), fsП2(c).

1. Для будь-якої ціни з діапазону цін продукту даного виду має місце

$$fsP1(c) \geq fsP2(c)\,; \qquad c_{min} \leq c \leq c_{max}\,.$$

2. Для максимальних цін (при перевищенні яких попит стає нульовим) має місце

$$c_{min}(P1) \geq c_{min}(P2)\,.$$

3. Максимальне виробництво з максимальною ціною попиту (ціна, при перевищенні якої попит стає нульовим)

$$fdP1\left(c_{min}\right) = fdP2\left(c_{min}\right).$$

4. Функції попиту продуктів з різними рівнями якості (цінності), що належать до одного виду, можна подати як параметричне сімейство. Побудуємо модель попиту як апроксимацію залежності (рис. 5.8).

Побудуємо графіки функції попиту для різних рівнів цінності (якості) продукту.

Побудуємо тепер на одному графіку (рис. 5.9) три пари функцій - попит і пропозиція як функції ціни (ринку) для випадків:

1) попит і пропозиція для якісного продукту;

2) попит і пропозиція для неякісного продукту;

3) середній попит і середня пропозиція.

Формально це можливо, якщо ринок буде поділений між виробниками у пропорції

$$\frac{fsP1(c5)}{fsP2(c5)}\,;$$

дійсно (відповідний логічний вираз дорівнює одиниці, тобто є істинним) .

$$\frac{fsP1(c5)}{fsP2(c5) + fsP1(c5)} \cdot fsPm(c5) + \frac{fsP2(c5)}{fsP2(c5) + fsP1(c5)} \cdot fsPm(c5) = fsPm(c5) = 1\,.$$

На рис. 5.9 подано також тривимірний графік залежності попиту і пропозиції від ціни та якості продукту.

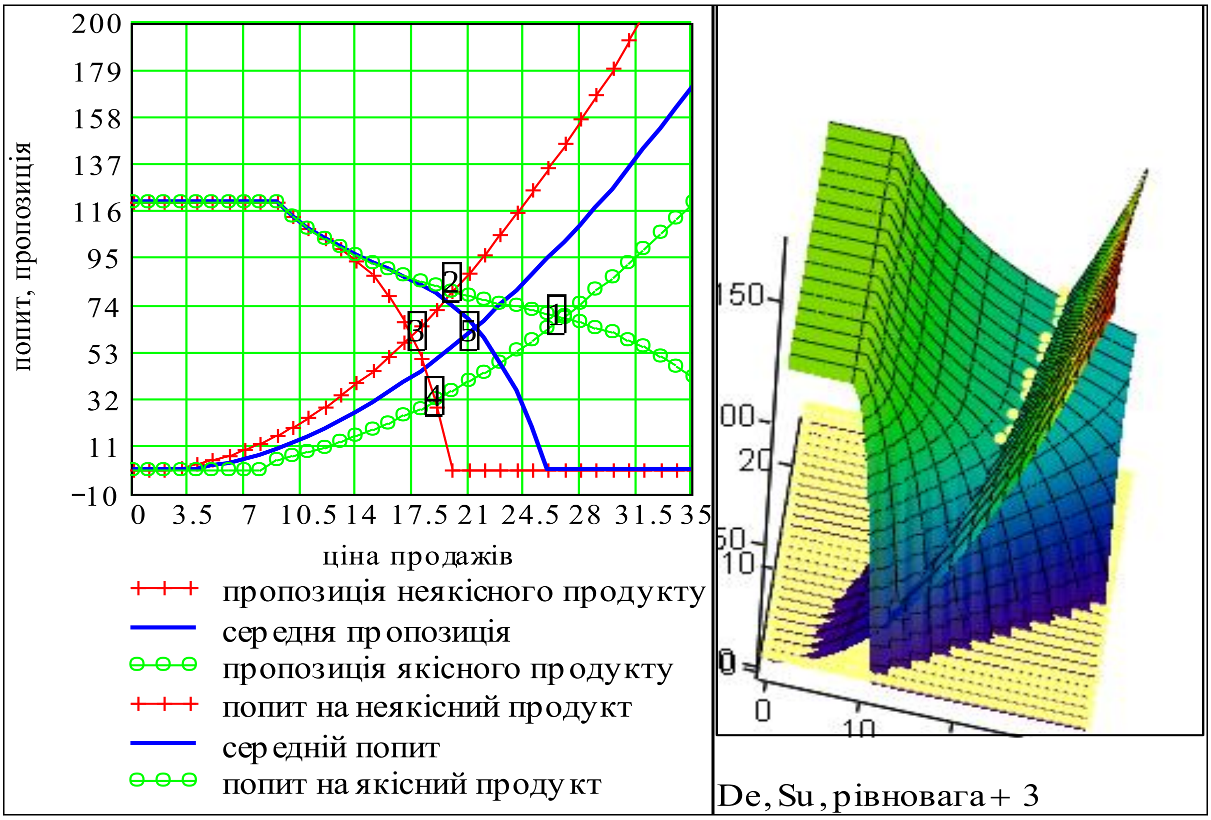


Рис. 5.9. Функції попиту і пропозиції при зміні якості і собівартості продукту

Якщо споживачі з часом, в процесі споживання отримують все більш точну інформацію про якість, то стан рівноваги в точці 2 буде зсуватись в точку 3, а з точки 4 - в точку 1.

Аналіз процесів еволюції стану рівноваги і розподілу ринку двох виробників

Визначимо поняття інформованості. Тут слід виділити два процеси.

1. "Покупець" не може розрізнити продукти різних виробників. В результаті придбання і використання продукту споживачами змінюється середня оцінка якості і цінності продукту, відповідно змінюється (це розглянуто в розділі 3 даного документа) функція попиту.

В цьому процесі покупець отримує інформацію про середній рівень якості, розкид якості та інші статистичні характеристики продукту на ринку.

2. "Покупець" може розрізняти продукти різних виробників. В результаті придбання і використання продукту на ринку середня оцінка якості і цінності продукту імовірнісно асоціюється з продуктом того чи іншого виробника. Термінальний стан процесу - повна інформованість покупця - він достовірно розрізняє продукти 1 та 2 і достовірно оцінює їх якість. Питання можливості досягнення цього стану – і, тим більше, питання існування такого стану - ми зараз не розглядаємо.

Таким чином, в системі обміну одночасно йдуть два інформаційні процеси:

- оцінювання якості продуктів на ринку,
- розпізнавання виробників продуктів.

Неважко побачити типові для України інтерпретації: ринки чаю, кави, насіння, вищої освіти. Розглянемо ситуацію, коли покупець твердо знає, що продукт "А" краще продукту "Б", треба тільки навчитись відрізняти "А" від "Б". Розглянемо правдоподібні сценарії еволюції стану ринку. Для обговорення цих сценаріїв побудуємо графіки розподілу ринку. Як незалежну змінну беремо рівень інформованості покупців: $0\% \le \inf \le 100\%$. Запишемо рівняння для графічного подання наших гіпотез про вибір "покупця" при різних рівнях інформованості стосовно якості двох альтернативних продуктів.

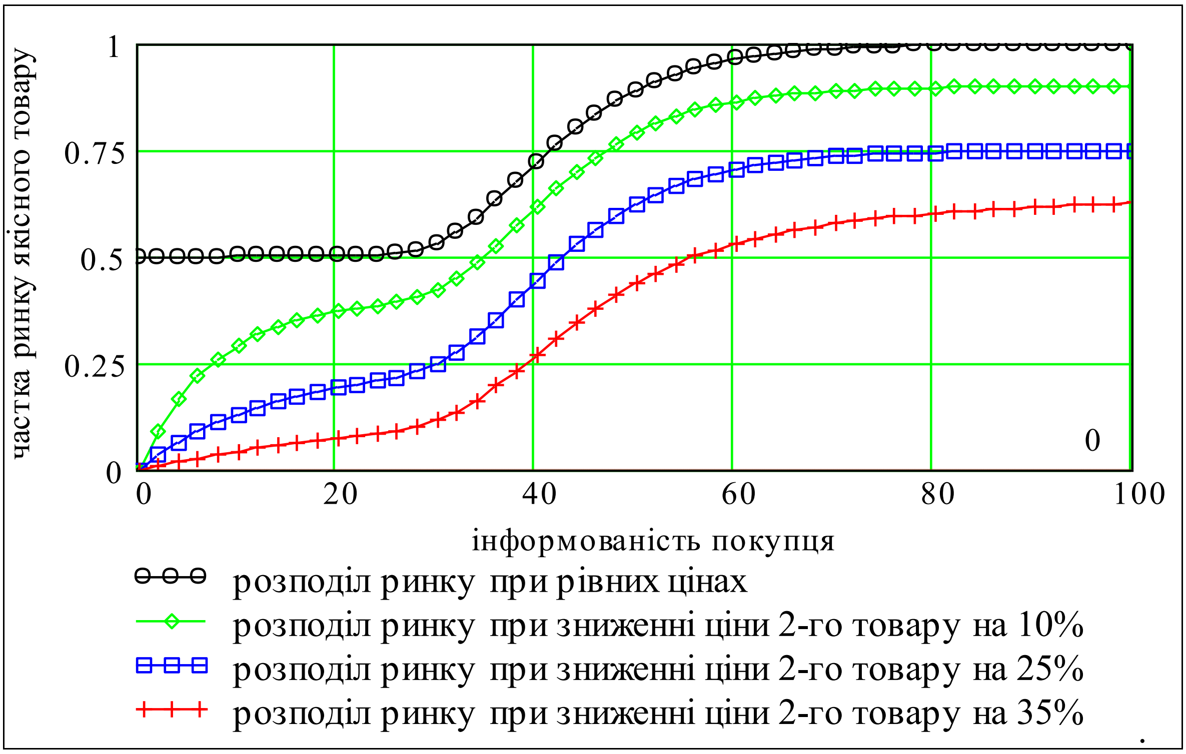


Рис. 5.10. Гіпотези про перерозподіл ринку при зростанні інформованості покупців

Можливі ситуації однакової ціни, і більш дешевого, менш цінного продукту.

1. На початку процесу (новий ринок, новий товар) покупці не розрізняють продукти різних виробників і **при однаковій ціні і рівній доступності** продуктів вибирають продукти з однаковою імовірністю. Споживання (експериментальне визначення якості і цінності) продукту, обмін досвідом серед покупців приводить до більш впевненого вибору покупцем продукту. Наведені на рис. 5.10 графіки можна трактувати і як середню імовірність вибору окремого покупця, і як математичне очікування частки покупців, що виберуть даний продукт. Головна проблема - швидкість такого "навчання" споживача.

2. На початку процесу покупці не розрізняють продукти різних виробників і при **рівній доступності продуктів і дешевшому гіршому продукті** вибирають дешевший продукт з одиничною імовірністю. Споживання (експериментальне визначення якості і цінності) продукту, обмін досвідом серед покупців приводить до більш впевненого вибору покупцем товару.

На основі графіків - гіпотез про розподіл ринку (рис. 5.10) сконструюємо функцію інформованості покупців відносно продуктів на ринку. Задаємо діапазон значень функції Infmin = 0 - нічого невідомо, Infmax = 1 - все відомо покупцю про товар.

Значення функції в середині діапазону можна трактувати так: при Inf(.) = 0.33

а) 33% покупців роблять свій вибір на базі повної інформації, а для (100- 33)% - все одно який продукт (при рівній ціні) взяти;

б) покупець з імовірністю 33% робить правильний вибір і з імовірністю (100- 33)% не розрізняє продукти. Виберемо змінні, від яких може залежати функція:

- функція часу, це простіший варіант;
- функція сумарного (накопиченого) випуску обох продуктів.

Виберемо залежність від накопиченого випуску: вважається, чим більше продукту куплено і спожито, тим більш інформованими будуть споживачі. Подібну модель ми використали при побудові моделі освоєння виробництва в розділі 4. Подаємо версію функції навчання: $\mathrm{Inf}(xn, ny, om) := \left(1 - e^{-om \cdot xn}\right)^{ny}$,

де $om := 0.05$ - "увігнутість"; $ny := 0.2$ - темп "навчання" ; $xn := 0, 2 .. 100$ - діапазон.

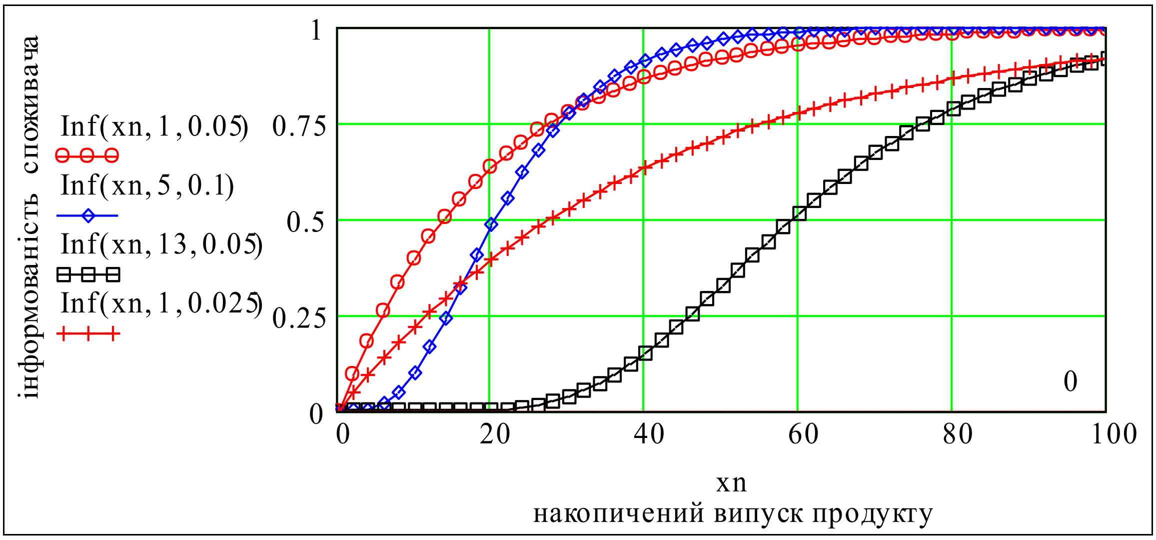


Рис. 5.11. Гіпотези про залежність інформованості покупця про якість продуктів на ринку

А тепер визначимось з найбільш важкою проблемою - як буде розподілятись ринок між виробниками. Ця проблема важка не тільки тому, що поведінка "виробників" і "покупців" на ринку є складною, але й тому, що модель обміну "попит-пропозиція" непридатна для опису ситуацій конкуренції. Детальніше про це далі, у висновках. Розглянемо ситуацію, коли на ринку встановлена єдина ціна і два виробники - дешевого неякісного і дорогого якісного продуктів.

Приймемо такі гіпотези про розподіл ринку: якщо інформованість нульова, ринок ділиться згідно з пропозицією (що частіше зустрічається, то частіше купується), при повній інформації ринок ділиться пропорційно попитам на 1-й і 2-ий продукти при середній ціні. Визначимо поняття, згадаємо формат функцій попиту і пропозиції

Специфікація моделей пропозиції. $S(p, ns, Sm, pmi)$, що розшифровується так: **Пропозиція**(p - ціна продажу, ns, Sm - параметри апроксимації, pmi - мінімальна ціна)

Специфікація моделей попиту. $D(p, n, Dm, pma)$, що розшифровується так: **Попит**(p - ціна продажу, n - параметр еластичності попиту, Dm - максимальний попит, pma - максимальна ціна).

Розробка програми моделювання процесу розподілу ринку з двома виробниками

Тепер, на базі проведеного аналізу функцій попиту і пропозиції, розгляду можливих механізмів перерозподілу ринку між виробниками ми можемо скласти програму моделювання такої системи обміну.

Спочатку запишемо і проконтролюємо в числах усі робочі залежності, а потім запишемо програму моделювання. Дано: термінальні (для випадку, коли споживач точно оцінює продукти) функції попиту і пропозиції двох виробників. $sM1 := 0.5$; $sM2 := 1$; $pMi1 := 10$; $pMi2 := 2$; $pMa1 := 20$; $pMa2 := 14$; $nU := 5$; $oM := 0.1$

Функції попиту і пропозиції вважаються такими, що належать до одного параметричного класу і мають такі однакові значення таких параметрів (розшифрування дано вище)

$nE := 0.5$; $dM := 170$; $nS := 2$

Задаємо стартовий розподіл ринку $\alpha Ko := 0.7$. **Вважаємо**, що середні попит і пропозиція визначаються пропорцією якісних і неякісних виробів.

Знаходимо параметри середніх функцій попиту і пропозиції та їх точки перетину.

$$Smm := sM1 \cdot \alpha Ko + sM2 \cdot (1 - \alpha Ko) ;$$

$$pmim := pMi1 \cdot \alpha Ko + pMi2 \cdot (1 - \alpha Ko) ; \quad pmam := pMa1 \cdot \alpha Ko + pMa2 \cdot (1 - \alpha Ko) .$$

Визначаємо середню ціну

$cim := root[(S1(ci, nS, Smm, pmim) - D1(ci, ne, dM, pmam)), ci, 1, 50]$; $cim = 27.1$.

Визначаємо пропозиції при середній ціні:

$s1 := S1(cim, nS, sM1, pMi1)$ $s1 = 68.4$;

$s2 := S1(cim, nS, sM2, pMi2);$ $s2 = 146.5$.

Визначаємо пропорцію розподілу ринку згідно з пропозиціями:

$\alpha S := s1 \div (s1 + s2)$; $\alpha S = 0.32$; $1 - \alpha S = 0.68$; контроль $(1 - \alpha S)\cdot(s1 + s2) = 146.5$

Визначаємо попити при середній ціні:

$d1 := D1(cim, ne, dM, pMa1)$ $d1 = 96.5$; $d2 := D1(cim, ne, dM, pMa2)$; $d2 = 23.7$

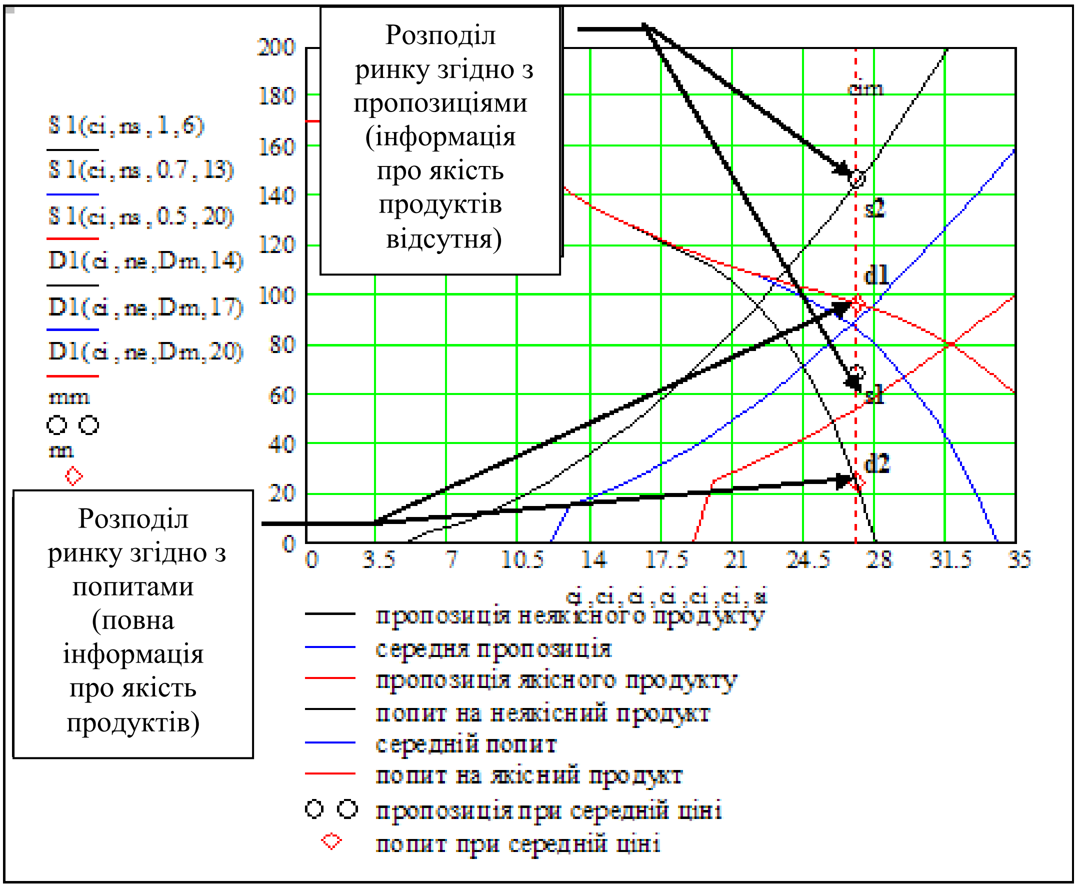


Рис. 5.12. До визначення можливих розподілів ринку між виробниками

Визначаємо пропорцію розподілу ринку за попитами на 1-ий і 2-ий продукти:

$\alpha D := d1 \div (d1 + d2)$; $\alpha D = 0.8$; $1 - \alpha D = 0.2$;

контроль $(1 - \alpha D)\cdot(d1 + d2) = 23.7$. Визначаємо інформованість

$xna = xna + x1_{k-1} + x2_{k-1}$.; $xna := 30$; $ink := Inf(xna, 5, oM)$; $ink = 0.8$.

Комбінуємо пропорцію розподілу ринку

$\alpha K := \alpha S\cdot(1 - ink) + \alpha D\cdot ink$ контроль: $\alpha S = 0 < \alpha K = 1 < \alpha D = 1$.

Визначаємо середній попит $dm := D1(cim, ne, dM, pmam)$; $dm = 92.5$

і, нарешті, визначаємо частки ринку при даному стані інформованості

$x2_k := \alpha K\cdot dm$; $x1_k := (1 - \alpha K)\cdot dm$ $x1_k = 28.3$; $x2_k = 64.2$.

Обчислюємо доходи виробників

$R1 := x1_k\cdot cim$; $R2 := x1_k\cdot cim$; $Rs := R1 + R2$.

Ця послідовність обчислень і складає цикл програми моделювання.

Ціна "ринкової війни"

Останній крок в побудові моделі ринку - введення моделей витрат на рекламу та інформування. Маємо такі задачі аналізу і управління:

Як змінювати ***витрати на інформування*** (канали доведення товару до споживача) та ***ціни***, щоб не збанкрутувати, вистояти з мінімальними витратами, витіснити конкурента з ринку. Записуємо моделі в лінгвістичній і робочій формі.

Темп_прибутку = темп_продажу (ціни)*(ціна-собівартість(обсягу));

$$Tprb1_k = x1_k \cdot \left[cim_k - \left(zmi_0 + pos \div x1_k \right) \right];$$

Темп_витрат = темп_витр_інформ + темп_витр_регул_виробн;

$$Tvytr_k = 15000 \cdot \left[ome \cdot \left(1 - ink_k \right) \right] + Nalag1 \cdot dx1;$$

Ресурс_поточний = Ресурс_поточний + (Темп_прибутку - Темп_витрат)·dT.

Можемо сформулювати **стратегію для учасника ринку**: розподіл витрат в часі (між витратами і накопиченням) і просторі (між витратами на інформування, підвищенням якості і зниженням собівартості), що максимізує накопичений за певний період прибуток.

Цінові війни вважаються шляхом до взаємного знищення, на користь третьої сторони [28]. Однак слід це твердження перевірити в обчислювальних експериментах. Якщо подивитись на рис. 5.12, то можна побачити такі можливості для „перемоги" в цінових війнах:

- виробник якісного товару виводить виробника неякісного в зону «Непопиту»;
- виробник неякісного товару виводить виробника якісного в зону «Нерентабельності».

Програма моделювання. Збираємо наведені вище рівняння в програму (рис. 5.13).

```
LM = | ORIGIN ← 1
     | αKo_1 ← 0.5 − "стартовий розподіл ринку"
     | x1_1 ← x1o − "стартова пропозиція якісного продукту"
     | x2_1 ← x2o − "стартова пропозиція НЕякісного продукту"
     | xna ← 1 − "стартовий накопичений випуск продукту"
     | cs_1 ← 30 − "стартова ціна"
     | vy ← (x1_1  x2_1  0  cs_1)
     | vyx ← vy^T − "стартовий вектор стану"
     | for k ∈ 2 .. Nm
     |   | dlr1 ← x1_(k−1) ÷ (x1_(k−1) + x2_(k−1)) − "частка ринку якісного товару"
     |   | alt ← αKo_(k−1) − "коротке означенння"
     |   | Smm ← Sm1·(1 − alt) + Sm2·alt − "параметри "
     |   | pmim ← pmi2·alt + pmi1·(1 − alt) − "середньої"
     |   | pmam ← pma2·alt + pma1·(1 − alt) − "функції"
     |   | nem ← ne2·alt + ne1·(1 − alt) −
     |   |                                    попиту
     |   | "Визначення рівноважної ціни для середніх попиту і пропозиції:"
     |   | cs_k ← root(S1(ci, ns, Smm, pmim) − D1(ci, nem, Dm, pmam), ci, 1, 50)
     |   | s1 ← S1(cs_k, ns, Sm1, pmi1) − "пропозиції на якісний і "
     |   | s2 ← S1(cs_k, ns, Sm2, pmi2) − "неякісний товари при середній ціні"
```

Рис. 5.13. Програма моделювання. Версія 1. Частина 1

$\alpha S \leftarrow s2 \div (s1 + s2)$ – "розподіл ринку за попитами"

$d1 \leftarrow D1(cs_k, ne1, Dm, pma1)$ – "попит на якісний і"

$d2 \leftarrow D1(cs_k, ne2, Dm, pma2)$ – "неякісний товар и при середній ціні"

$\alpha D \leftarrow d2 \div (d1 + d2)$ – "розподіл ринку за пропозиціями"

$ink_k \leftarrow Inf(xna \cdot 0.5, yv, ome)$ – "навчання покупців"

$\alpha Ko_k \leftarrow \alpha S \cdot (1 - ink_k) + \alpha D \cdot ink_k$ – "розподіл ринку з урахуванням начання"

$dm \leftarrow D1(cs_k, nem, Dm, pmam)$ – "попит"

$x1potr \leftarrow (1 - \alpha Ko_k) \cdot dm$ – "частина попиту для якісного товару"

$x2potr \leftarrow \alpha Ko_k \cdot dm$ – "частина попиту для неякісного товару"

$x1_k \leftarrow x1_{k-1} + Kr1 \cdot (x1potr - x1_{k-1})$ – "пропозиції якісного і неякісного товарів"

$x2_k \leftarrow x2_{k-1} + Kr2 \cdot (x2potr - x2_{k-1})$ – "з урахуванням інерційності виробництва"

$xna \leftarrow xna + x1_k + x2_k$ – "накопичений випуск продукту"

$vyx^{\langle k \rangle} \leftarrow stack(x1_k, x2_k, ink_k, cs_k)$ – "вектор стану"

vyx – "то, що повертає програма: матриця векторів станів"

Рис. 5.14. Програма моделювання. Версія 1. Частина 2

Виводимо результати роботи програми – таблицю і графік

LM =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	11.9	14.5	16.8	19	21.2	23.3	25.3	27.2	29
2	70	67.9	65.2	62.6	60.1	57.7	55.4	53.2	51.1	49
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	30	25.2	22.2	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5

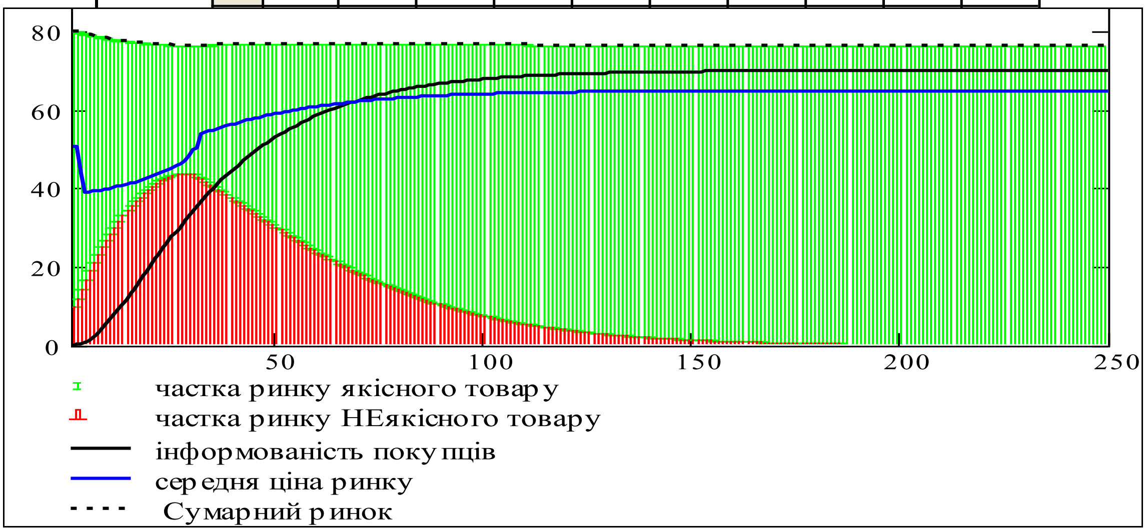


Рис. 5.15. Вихід програми моделювання

Висновки з результатів побудови моделі

На основі словесних описів актуальної задачі бізнесу побудована модель процесу функціонування ринку з двома виробниками-конкурентами при неповній інформованості покупців. Отримана працездатна програмна система, що видає досить подібні до реальності результати моделювання. Наша модель базується на „самоочевидному факті” існування функції попиту. В рамках цієї моделі можна і слід виконати дослідження таких випадків:

1) продукти з різними якостями і витратами при **єдиній ціні** (зроблено);

2) продукти з однаковою якістю і різними витратами при **різних цінах**;

3) продукти з різними якостями і однаковими витратами при **різних цінах**;

4) продукти з різними якостями і витратами при **різних цінах**.

Ми подали перелік задач за ступенем складності побудови моделей. Остання задача зовсім не вкладається в прокрустове ложе моделі "попит-пропозиція", тому що в умовах конкуренції функції попиту і пропозиції фактично руйнуються випадами конкурентів та "абсолютно нелогічною" поведінкою покупців.

Ми абсолютно на зачіпали такі реалії ціноутворення, як різні ціни для покупців одного й того ж товару у одного й того ж виробника: таємні від інших договірні ціни, знижки для великих разових або тривалих закупок. Все це робить визначення функції попиту просто неможливим, а використання для практичних прогнозів і розрахунків – проблематичним.

Це загальновідоме, наведемо цитату: "*Ценообразование в условиях конкуренции является более неоднозначным и рискованным процессом, чем ценообразование на уникальный товар. В отсутствие конкуренции менеджеры могут предвидеть эффект от изменения цены исключительно на основе анализа ценовой чувствительности покупателей. Когда товар является лишь одним из многих других, конкуренты, однако, могут поддаться панике, связанной с ожиданием. Снижение цены на конкурентном рынке – осуществляется ли оно явно или скрытно с помощью скидок, купонов, условий оплаты – это почти стопроцентное средство, немедленно повышающее продажи и прибыли. При этом легко соблазниться быстрыми взлётами и неправильно понять долгосрочные последствия. Снижение цены, которое сегодня ведёт к увеличению продаж, будет постоянно изменять отрасль производства, в которой вы будете конкурировать завтра. Часто бывает так, что это изменение в худшую сторону*". (Т. Нэгл, Р. Холден Стратегия и тактика ценообразования [26])

Можна побудувати математичні моделі сучасних ринків на іншій основі – узагальнених імовірнісних математичних моделей зростання з обмеженням [1, 2, 29, 35].

Контрольні запитання

1. Функція попиту: означення, статика і динаміка.
2. Функція пропозиції: означення, статика і динаміка.
3. Функція навчання користувача: означення, статика і динаміка, версії моделей.
4. Чим обумовлено введення обмежень "максимальний попит", "максимальна ціна" в функцію попиту?
5. Як виробник може впливати на ринкові позиції свого продукту?
6. Які знання і поради може мати менеджер від системи моделювання ринку.
7. Наведіть 2–3 приклади ринків з асиметричною інформаційною структурою.

Завдання для самостійного виконання

1. Побудуйте модель ринку з різними цінами.
2. Побудуйте модель ринку з імовірнісною поведінкою споживачів.
3. Побудуйте модель ринку з інформаційним шумом.
4. Побудуйте модель процесу з урахуванням категорій споживачів: лідерів, активних, запізнених (розділ 1).

5.2 Розробка інтерфейсу для системи підтримки рішень менеджера

Вступ. Постановка задачі

При побудові системи підтримки рішень для певної задачі головна і ключова проблема – побудова практично корисної моделі. Після того як працездатна модель побудована, виявляється, що ефективність її використання для прогнозування і планування залежить від інтерфейсу. Для системи підтримки рішень на базі моделювання інтерфейс – це:

- елементи введення вхідних даних - значень параметрів, початкових значень змінних, параметрів обчислювального експерименту:
- сам текст програми, в який при відлагодженні і модифікації вносяться зміни;
- вихідні дані у вигляді чисел, таблиць, графіків, графіки та анімацій.

Звичайно результати моделювання подаються в альтернативних формах - тривимірних, звичайних графіках. Вибір форми подачі результатів може суттєво підвищити ефективність системи підтримки рішень. Наприклад, суть процесу розвитку найкраще подана на (рис. 3.5). Це одна з декількох альтернативних версій.

Одразу можемо побачити простоту оптимального процесу (для невипуклих функцій розвитку та дешевих кредитів): темп зростання виробничих потужностей постійний і такий, що відповідає максимуму ефективності інвестицій, а кредити беруться так, щоб доповнити власні інвестиції до оптимального рівня.

Задача розділу – на базі інтерфейсів з розділів 3 і 4 розробити інтерфейси для аналізу ринків з неповною інформацією. Як інтерфейс першого рівня – концептуального - можна використати текст програми моделювання (рис. 5.16)

$$xna \leftarrow xna + x1_k + x2_k - \text{"накопичений випуск продукту"}$$
$$vyx^{\langle k\rangle} \leftarrow stack(x1_k, x2_k, ink_k, cs_k) - \text{"вектор стану"}$$

vyx- те, що повертає програма: матриця векторів стану

модифікація

$$tvtr2 \leftarrow qq\cdot[ome\cdot(1 - ink_k)] + Nalag2\cdot|dx2| - \text{"темп витрат 2-го виробника"}$$
$$tvtr1 \leftarrow qq\cdot[rkl\cdot(1 - ink_k)] + Nalag1\cdot|dx1| - \text{"темп витрат 1-го виробника"}$$
$$tprb1 \leftarrow x1_k\cdot[cs_k - (zmi1_o + pos1 \div x1_k)] - \text{"темп прибутку 1-го виробника"}$$
$$tprb2 \leftarrow x2_k\cdot[cs_k - (zmi2_o + pos2 \div x2_k)] - \text{"темп прибутку 2-го виробника"}$$
$$Kap1_k \leftarrow Kap1_{k-1} + tprb1 - tvtr1 - \text{"накопичення (капітал) 1-го виробника"}$$
$$Kap2_k \leftarrow Kap2_{k-1} + tprb2 - tvtr2 - \text{"накопичення (капітал) 2-го виробника"}$$
$$xna \leftarrow xna + x1_k + x2_k - \text{"стартовий накопичений випуск продукту"}$$
$$vyx^{\langle k\rangle} \leftarrow stack(x1_k, x2_k, ink_k, cs_k, Kap1_k, Kap2_k, tprb1, tprb2, tvtr1, tvtr2)$$
$$vyx - \text{"вихід програми - матриця з векторів стану"}$$

Рис. 5.16. Програма як інтерфейс для модифікації математичної моделі

Суть модифікації - обчислення витрат і прибутків учасників ринку. На рис. 5.17, 5.18 подано базові модулі введення і виведення. Особливість задачі – більшість параметрів задачі є суттєво невизначеними. Тому виводяться два процеси, що відповідають верхнім і нижнім границям розкидів параметрів.

Функції пропозиції $ns \equiv 2$; $Sm1 \equiv 1$; $Sm2 \equiv 0.5$; $pmi1 \equiv 6$; $pmi2 \equiv 25$;
Функції попиту $ne1 \equiv 0.6$; $ne2 \equiv 0.5$; $Dm \equiv 170$; $pma1 \equiv 12$; $pma2 \equiv 20$; $\boxed{alne \equiv 0.5}$
Функція інформованості: увігнутість $ome \equiv 0.0011$; темп $yv \equiv 2$.
Функція реклами витрати на рекламу $rk1 \equiv 0.001$ Кроків: $Nm \equiv 250$;
Стартовий розподіл ринку: гірший $x1o \equiv 10$; кращий $x2o \equiv 70$; Темп зміни пропозиції гірший виробник $Kr1 \equiv 0.04$; кращий $Kr2 \equiv 0.04$. Капітали конкурентів: $Ka1 \equiv 20000$ $Ka2 \equiv 30000$ Витрати регулювання виробн.: $Nalag1 \equiv 30$ $Nalag2 \equiv 50$ витрати виробництва: змінні $zmi1_o \equiv 2$ $zmi2_o \equiv 3$ постійні $pos1 \equiv 500$ $pos2 \equiv 500$

Рис. 5.17. Інтерфейс введення вхідних даних

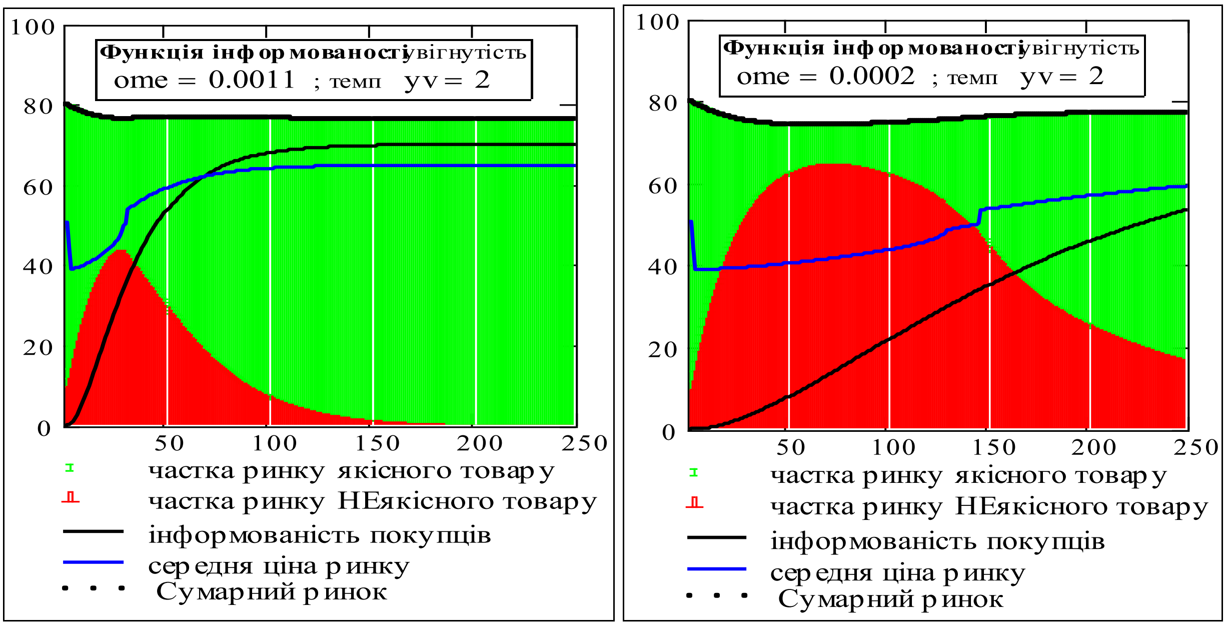


Рис. 5.18. Інтерфейс введення результатів (порівняння двох процесів)

Перехідні процеси в системах "попит – пропозиція" звичайно подаються на фазовій площині в координатах "ціна – попит/пропозиція". Ми використали таку фазову площину для обґрунтування моделей ринку 5.9, 5.12. На рис. 5.18 подано залежності частки ринку від часу. Робимо альтернативний інтерфейс, де ті ж самі процеси подаються на фазовій площині в координатах "ціна – обсяг продажів". На цьому графіку подаємо три пари залежностей попиту і пропозиції – для якісного, неякісного продуктів та середній попит. Це копія графіків, що подані на рис. 5.12. На цьому фоні подаємо динаміку продажів для двох виробників. На рис. 5.19 подано версію інтерфейсу.

Перша, очевидна, властивість процесів - "дзеркальне відображення", при однакових параметрах виробників: продажі одного продукту падають – іншого зростають. Друга, менш очевидна, властивість процесів – для прийнятого припущення – єдина ціна, в усталеному стані на ринку залишається тільки один виробник. Третя властивість – для даної моделі процеси є стійкими і збігаються до однієї з точок рівноваги "попит - пропозиція".

На рис. 5.20 подано приклади процесів при різних значеннях параметрів.

Зауваження. До моделі не включено ситуації банкрутства чи виходу одного з виробників з ринку. Тому всі процеси закінчуються за головним закону ринкової економіки – перемагає кращий товар.

Розроблена модель призначена для проведення пошукових досліджень, в тому числі і дослідження "чи є можливості повернення ринку, а якщо є, то скільки треба позичити, щоб дочекатись повернення своєї частки ринку".

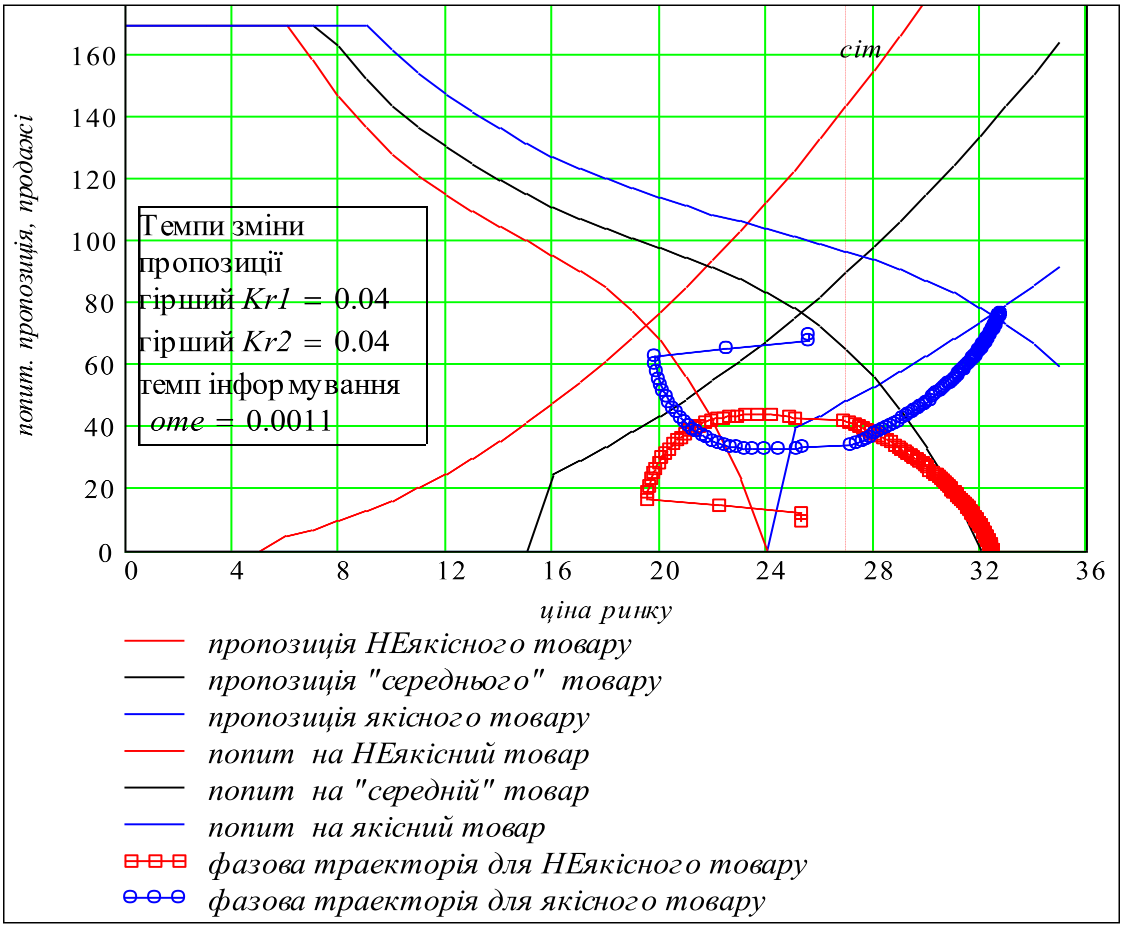


Рис. 5.19. Інтерфейс виведення результатів. Фазова площина

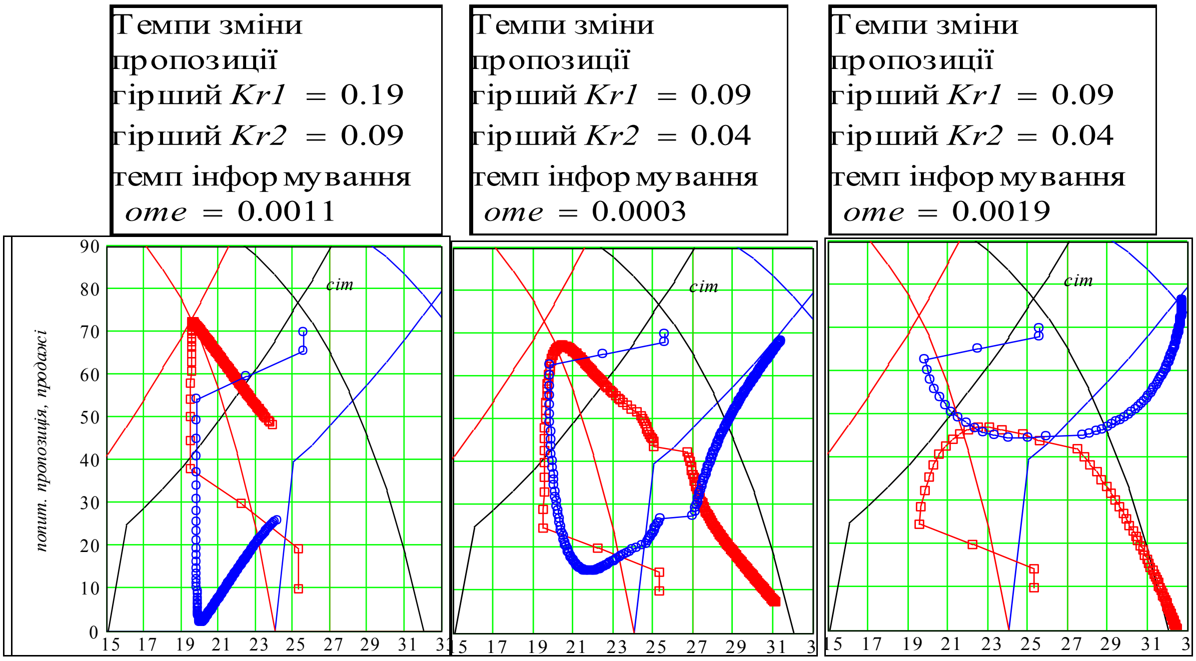


Рис. 5.20. Порівняння процесів розподілу ринку. Фазова площина

Завдання для самостійного виконання. Чим відрізняються процеси на рис. 5.20? Визначить вплив "інерційності навчання покупців" на характер процесів?

Персональна експертна система

5.3 Аналіз процесів розподілу ринків з урахуванням управління процесами навчання покупців

Вступ. Постановка задачі

В останньому розділі перевіряємо розроблену модель на придатність до отримання експертних знань, підтримки рішень. Це питання не відноситься до класу "так-ні". Фактична задача - оцінка корисності наближених, спрощених, "тимчасових" моделей.

Попередній висновок (за результатами розділів 5.1-5.2) – модель відтворює основні риси ринку, і тому придатна для розвитку – деталізації, уточнення.

Побудуємо ще одну версію інтерфейсу, де відображуються грошові потоки – темпи "прибутків" і накопичені "прибутки". Нагадуємо, що в наших моделях "доходи", "прибутки", "ціни" є спрощеними відображеннями відповідних нормативних показників обліку і аудиту. На рис. 5.21 подано приклад процесу розподілу прибутків між конкурентами.

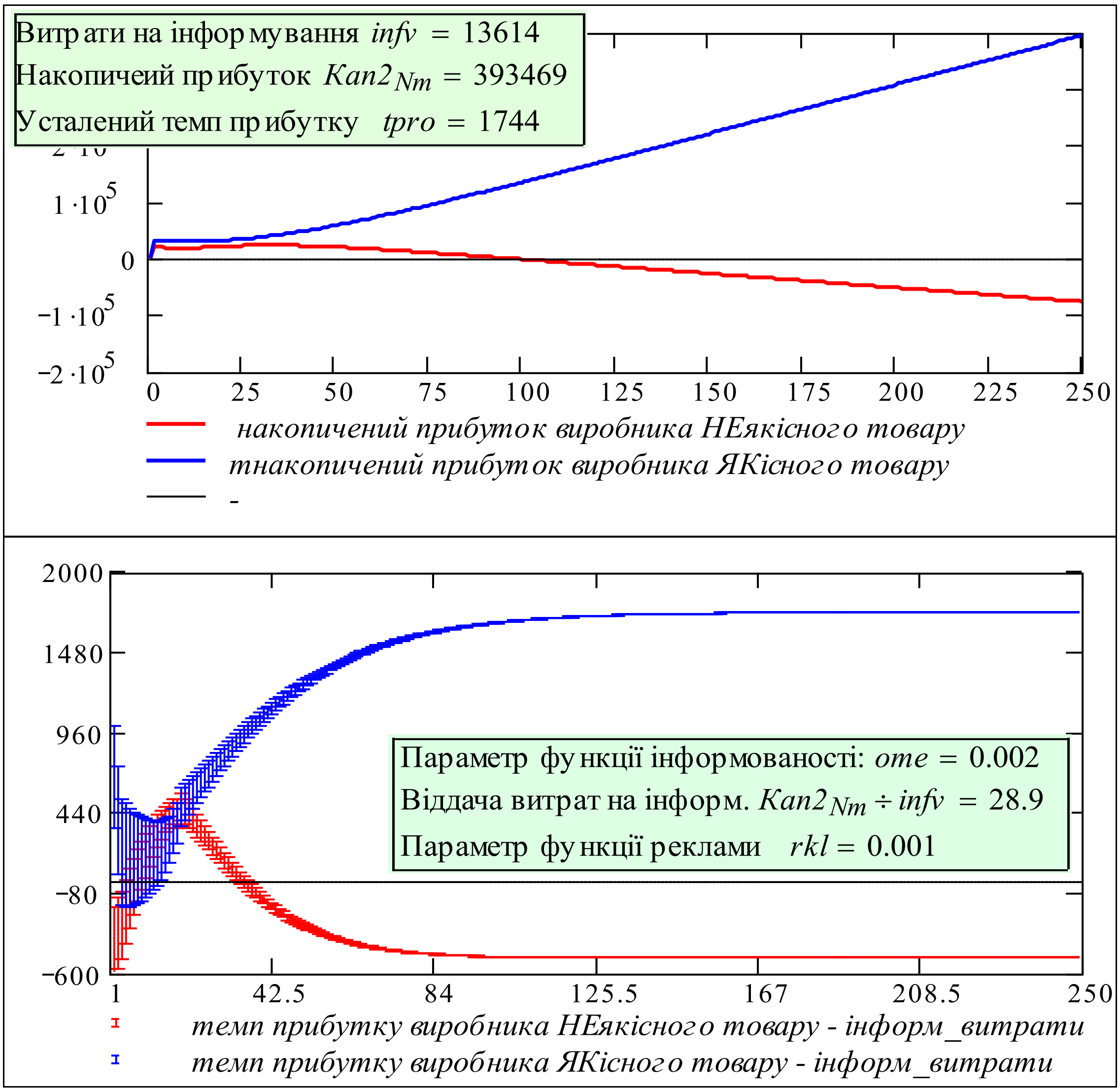
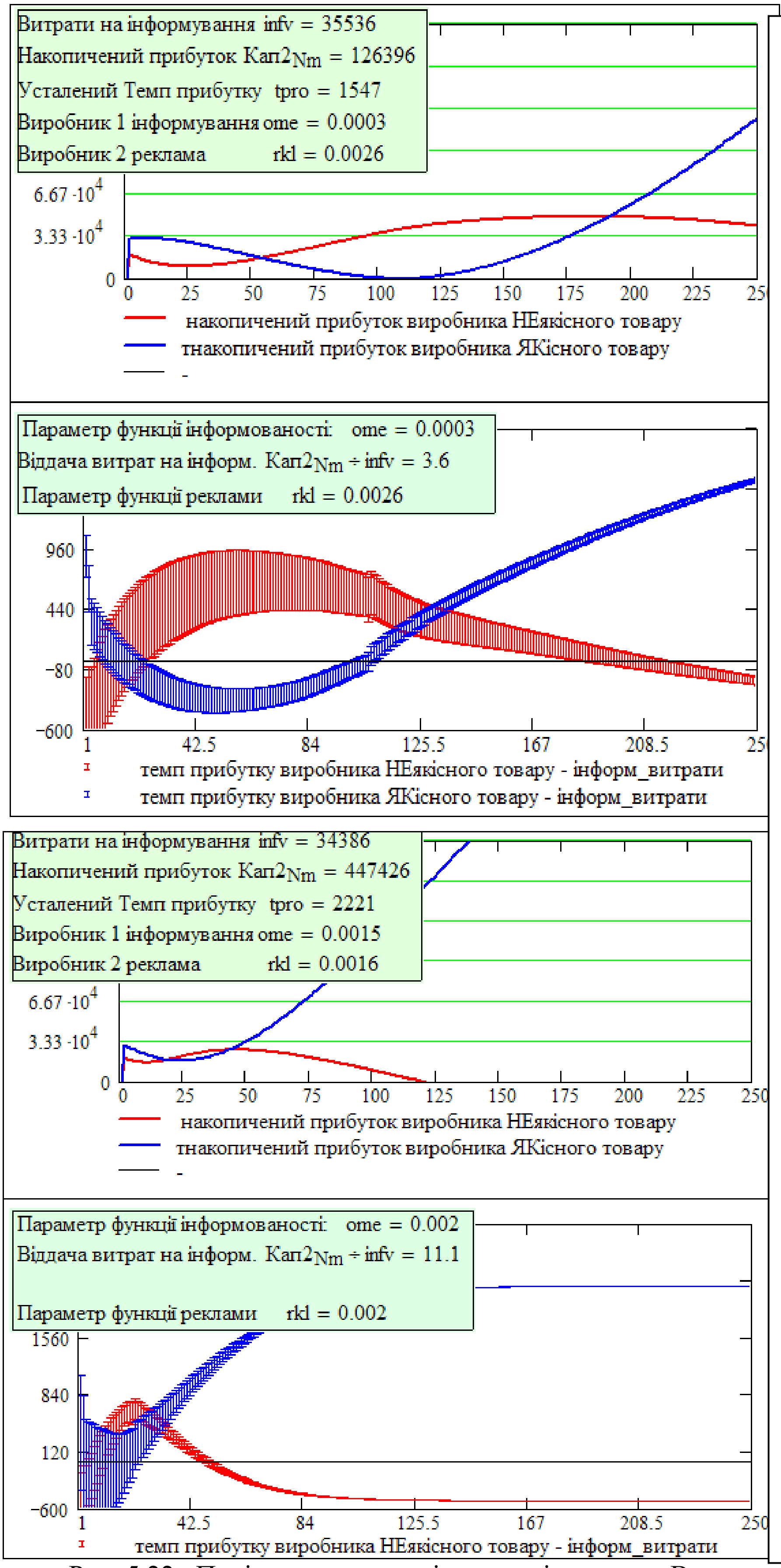


Рис. 5.21. Процес розподілу прибутків між виробниками-конкурентами. Приклад

На рис. 5.22, 5.23 подано серію процесів – відповідей на питання

- що буде, якщо виробник неякісного продукту буде більше витрачати на рекламу?
- що буде, якщо виробник якісного продукту теж збільшить витрати?



🡸На цій сторінці подано дві пари графіків зміни накопиченого прибутки і темпів прибутку для виробників якісного і неякісного продуктів одного призначення. Темпи витрат на інформування , або рекламу подані як приріст до темпів прибутків, що можуть бути і від'ємними (збитки).

🡸 Верхня пара графіків представляє процеси при малих витратах на інформування і рекламу. Бачимо: на кроках 120-175 виробник якісного продукту – банкрут. Якщо він отримає кредити і дочекається повернення ринку, то отримає 126396 у.о. накопиченого прибутку.

🡸Нижня пара графіків представляє процеси для випадку, коли виробник якісного товару збільшує темп витрат на інформування, загальні витрати на інформування зменшуються з 35536 до 34386. На початку процесу залучаються кредити. Результат: прибуток зростає з 126396 до 468583 у.о. відповідно, конкурент покидає ринок.

Для якісного товару витрати на інформування є ефективною інвестицією.

Нагадаємо прописну істину, добуту практиками. „Ще одна помилка, що міцно засіла в думках багатьох маркетологів, полягає у тому, що в маркетинговій війні перемагає кращий продукт".

Рис. 5.22. Порівняння процесів розподілу ринку. Вплив витрат на рекламу

Що буде, якщо виробник якісного продукту у відповідь на дії конкурента теж збільшить витрати на інформування – в 2, в 10 разів?

Дивимось на рис. 5.23, бачимо: прибуток зростає з 58.401 до 279.998 і до 468533 відповідно. Бачимо асиметрію в конкурентних процесах: рекламою і просуванням неякісного продукту можна "вбити" якісний, але разом з ринком. **Для якісного товару витрати на інформування є ефективною інвестицією.**

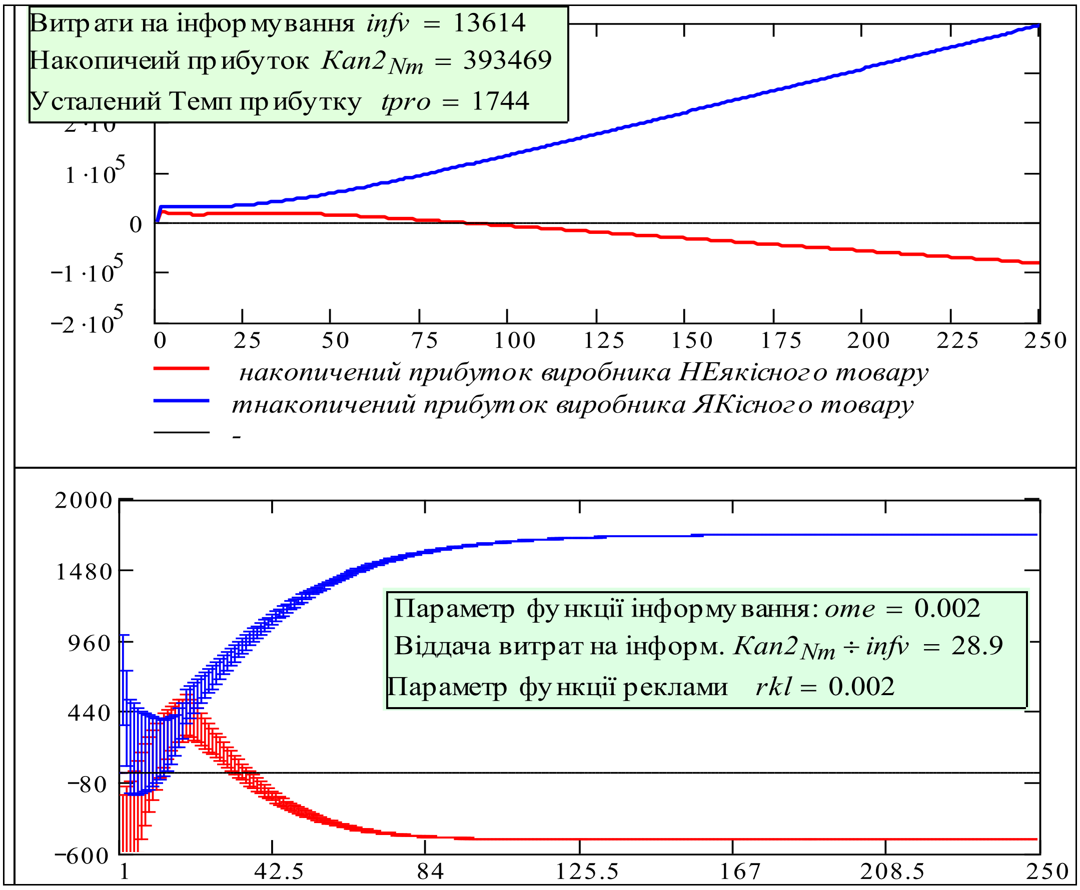


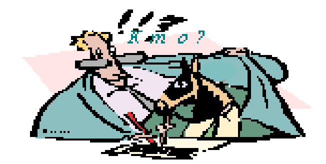
Рис. 5.23. Вплив витрат на інформування на розподіл ринку (фрагменти інтерфейсу)

Контрольні запитання

1. Знайдіть в літературі з менеджменту, маркетингу аналогічні статистичні чи модельні залежності для динаміки і статики ринків з асиметричною інформаційною структурою.
2. Функція попиту: означення, статика і динаміка.
3. Функція пропозиції: означення, статика і динаміка.
4. Функція навчання користувача: означення, статика і динаміка, версії моделей.
5. Чим обумовлено введення обмежень "максимальний попит", "максимальна ціна"?
6. Якими діями виробник може впливати на ринкові позиції свого продукту?
7. Які знання і поради може отримати менеджер від системи моделювання ринку?
8. Наведіть 2-3 приклади ринків з асиметричною інформаційною структурою.

Завдання для самостійного виконання

1. Побудуйте модель ринку з різними цінами.
2. Побудуйте модель ринку з імовірнісною поведінкою споживачів.
3. Побудуйте модель ринку з інформаційним шумом.
4. Побудуйте модель процесу з урахуванням категорій споживачів (розділ 1): лідерів, активних, запізнених.
5. Проведіть дослідження, аналогічні поданим на рис. 5.21 - 5.23 (файл роботи: 53LemLab.mcd). Змінити рівень максимального попиту pma2 з 20 до 50.
6. Розробіть модель для випадку різних цін для неякісного і якісного продуктів.
7. Розробіть програму з урахуванням деградації ринку – переходу покупців до альтернативних продуктів.



Персональна експертна система

6. Моделювання і оптимізація процесів управління запасами при невизначеності попиту

Постановка задачі

В цьому розділі розглядаємо задачу побудови системи для підтримки рішень менеджера в управлінні запасами в умовах невизначеностей - попиту, цін, термінів виконання та ін. Як і для інших задач, вибираємо продуктивний шлях створення експертних систем (ЕС) для задач менеджменту і маркетингу – побудова ЕС на базі ефективної математичної моделі.

Задача для менеджера

Задача оптимального управління запасами відноситься до класу поширених, масових задач. Багато сотень років налічує практика управління запасами і одну сотню - теорія управління запасами. Головна проблема в управління запасами, як і для інших задач, - невизначеності. Математичні моделі першого покоління були розроблені для детермінованих задач. Для задач управління запасами в умовах невизначеності як "твердий острівець формальних технік" вибираємо роботи Р. Беллмана та Я.З. Ципкіна [3, 4, 44]). Чому? - відповідь на це питання - весь цей розділ.

Задача для ЕС - отримання і аналіз оптимального управління запасами (рівнями запасів, параметрами замовлень) при невизначеностях попиту і цін.

Концепція для ЕС - "логічна машина виведення висновків" - система математичних моделей. Роль експерта-людини - аналіз вхідних статистичних даних, конструювання та вибір математичних моделей.

Ціль роботи - на конкретному прикладі ознайомитись з порядком розробки ЕС і порядком роботи користувача в ЕС. Подаємо поряд два списки - порядок розробки модулів ЕС і порядок роботи користувача в ЕС

Що робити **Зміст лабораторної роботи № 6**	**Порядок роботи користувача з експертною системою**
6.1. Аналіз детермінованих математичних моделей управління запасами. 6.2. Оптимальне управління запасами при невизначеності. 6.3. Оптимізація і моделювання процесу управління запасами при невизначеності. 6.4. Ідентифікація трендів і частотних розподілів.	Ідентифікація трендів і розподілів (6.3) Вибір математичної моделі (6.1) Визначення оптимального управління (6.2) Аналіз оптимального управління (6.4) Ризик-аналіз (6.4) Експертний висновок

Завдання розділу - контекстні, вони розташовані у відповідних місцях роботи. Наводимо їх разом.

Завдання №1.

Знайти, придумати конкретний приклад управління запасами.

Завдання №2.

Записати постановку детермінованих задач управління запасами.

Завдання №3.

Записати постановку задачі управління запасами при невизначеності попиту.

Персональна експертна система

6.1 Оптимальне управління запасами при невизначеності попиту. Теоретичні основи

Вступ

Ціль даної роботи - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління запасами. В навчальній літературі звичайно розглядаються математичні моделі управління запасами від 1913 року, або словесні описи логістичних задач типу "склад можна побудувати, а можна орендувати", "стабільний попит краще нестабільного". Неважко прийти до висновку, що найкращою буде система постачання, де запаси дорівнюють нулю. Згідно з прийнятою в даному посібнику методологією побудови систем підтримки рішень менеджера як математичний фундамент вибираємо постановки і розв'язання задач управління запасами в умовах невизначеності попиту, отримані ще 40 років тому Р. Беллманом [3]. Це не тільки фундаментальна, але й продуктивна класика.

Саме на базі розгляду таких задач Беллман створив метод динамічного програмування. Жорсткі обмеження на витрати, обсяги виробництва, терміни не завжди адекватні реальності - не випадково Р. Беллман разом із Л.Заде створили новий науковий напрям - теорію розмитих множин та нечітку логіку. Р. Беллман розробив методику розв'язання для цілої низки задач управління запасами, що поступово ускладнюються, і розв'язання однієї задачі використовується як перше наближення для наступної. Розроблені Беллманом методи і є надійним "островом формальних технік" для побудови експертної системи на базі моделювання.

Постановка узагальненої задачі управління запасами

Будемо вважати, що попит має випадкову складову з довільним розподілом імовірності. В загальній постановці задача управління запасами - це окремий випадок проблеми **прийняття рішень в умовах невизначеності**. Опишемо ситуацію управління запасами. Попит на певні товари є випадковим з певним розподілом ймовірностей. Для задоволення попиту в певні моменти видаються замовлення в розмірах, що розраховуються або задаються незмінними. Створюється певний рівень запасів, але допускається в певні моменти виникнення дефіциту, він ліквідовується за певними штрафними розцінками (тобто, з розглянутих детермінованих ми вибираємо модель постачання зі штрафами).

Що може бути у цій задачі управлінням? Розглянемо дві альтернативи:

"скільки замовити": період постачання постійний, а розмір партії - змінна управління;

"коли замовляти": розмір партії постійний, а момент поставки партії - змінна управління. Можуть бути інші варіанти. В реальних умовах враховуються скидки на розмір партії, націнки за терміновість. Раціональний шлях - розв'язати задачу для базового варіанта, а потім (якщо базовий варіант - ефективний) модифікувати його для урахування конкретних правил поповнення запасів та забезпечення попиту.

Завдання

Виберіть варіант функціонування системи та змінні управління. Обгрунтуйте вибір.

Потім порівняєте Ваш вибір з тим, який вибрав Р. Беллман.

Сучасні програмно-технічні засоби дозволяють проектувати природним способом, як тисячі років тому: методом проб і помилок. Сьогодні літаки і автомобілі спочатку літають і їздять на дисплеях, потім як тренажери, і вже потім - як реальні. Природно, що без фундаментальних аналітичних методів це буде лише емпіризм повзучий. В міру можливостей програмної платформи будемо перевіряти твердження експериментами. Для цього зробимо модель процесу постачання без алгоритму управління.

```
PR :=  ORIGIN ← 1
       запас₁ ← поч_зап
       попит₁ ← 10
       for  i ∈ 1 .. kromod
           попит_{i+1} ← 8 + 0.1·i + rnd(колив_попиту)
           партія ← 105 + rnd(37) + i
           mom ← | 1  if  mod[i,(9 + ceil(rnd(1)))] = 0
                 | 0  otherwise
           запас_{i+1} ← запас_i − попит_i + партія·mom
       вихід ← stack(попит^T, запас^T)
       вихід
```

Тест

Які невизначеності враховані в цій програмі?

Середній попит з часом а) зростає, б) падає, в) не змінюється?

Чому дорівнює середній розмір партії? Цей розмір з часом а) зростає, б) падає, в) не змінюється?

Яка функція імітує випадковості (невизначеності).

Що бере і повертає функція: $\mathrm{rnorm}(2, mu, va)_1$? Чи можна її використати в програмі?

Рис. 6.1. Моделювання невизначеності в процесах постачання

Вище закрито без паролю формули для побудови гістограми. На рис. 6.2 подано графіки попиту, зміни запасів, а поряд - в такому ж масштабі - частотний розподіл рівня попиту. Задаємо число кроків моделювання kromod ≡ 100. Працюючи з електронною версією цього документа можна "пограти в рулетку". Поставте курсор на ці зони введення: колив_попиту ≡ 8 поч_зап ≡ 100 і натискайте F9 - отримаєте реалізації випадкового процесу. Проаналізуйте процеси. Як часто виникають дефіцити? Додайте в програму рядки для підрахунку обсягу штрафних поставок.

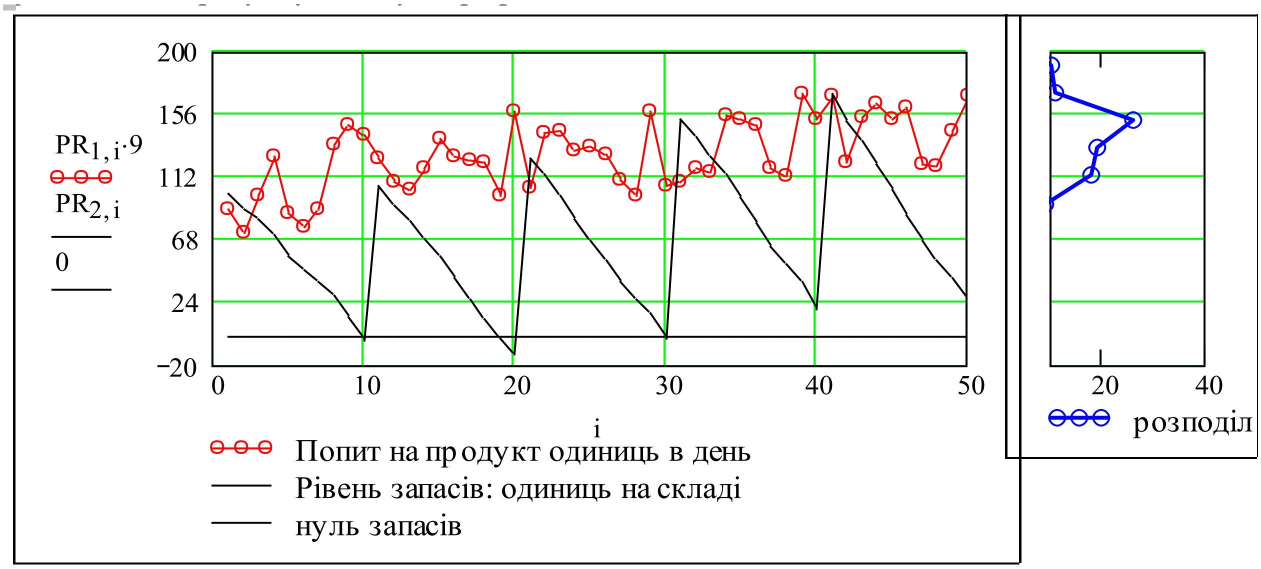


Рис. 6.2. Приклад процесів зміни попиту та рівня запасів

Очевидно, що вже не можна розпланувати поставки на рік вперед - треба приймати рішення на кожному кроці в залежності від поточного стану та прогнозів попиту. Розглянемо послідовно задачі Беллмана, на основі яких будується система управління запасами.

Задача управління запасами при кінцевому інтервалі процесу

Подаємо цю задачу **точно в постановці Беллмана,** в оригінальних означеннях. Ми хочемо показати, що справжня наука не застаріває. Вважаємо, що нам відомі такі функції:

а) $\phi(s) \cdot ds$ - імовірність того, що попит буде знаходитись в інтервалі

$$s \le \text{demand} \le s + ds;$$

б) $k(z)$ - вартість номінального замовлення розміром **z** на початку циклу постачання;

в) $p(z)$ - вартість "штрафного" замовлення розміром **z**, зробленого у кінці циклу, якщо виявилося перевищення попиту над запасами на складі (рис. 6.3).

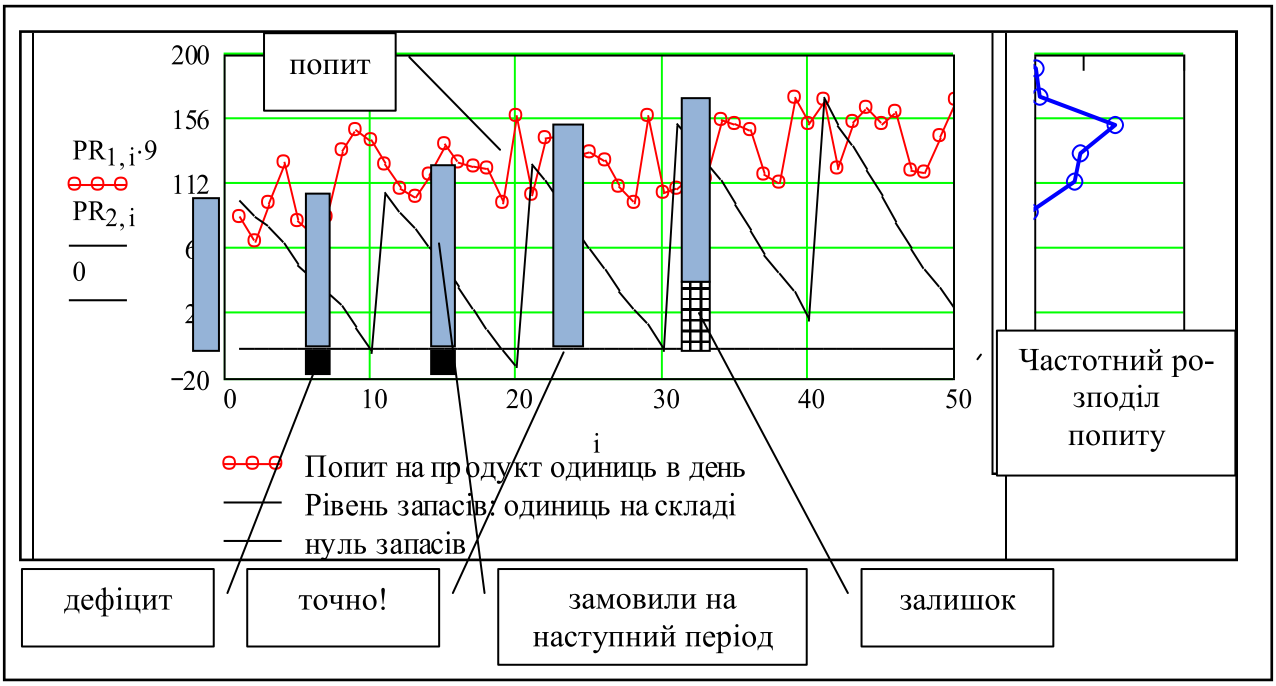


Рис. 6.3. Управління запасами при невизначеному попиті

Позначимо через **x** рівень запасів на початку циклу (рис. 6.3) забезпечення попиту. Один цикл складається з таких подій:

- **на початку циклу** менеджер, виходячи із досвіду чи розрахунків, визначає бажаний рівень запасів **y,** потім замовляє $z = y - x$ одиниць товару, де x - залишок від попереднього циклу, якщо $y < x$, то нічого не замовляється;

- потім **протягом циклу** запас витрачається відповідно до попиту;

- **в кінці циклу**, якщо виявляється дефіцит, то попит задовольняється за штрафною вартістю (це може мати різні інтерпретації - термінове замовлення, премія покупцю за те, що він почекає та ін.), якщо виявляється залишок - то він переходить у наступний цикл. Припустимо, що процес складається з **n** етапів (циклів). На першому створюється запас **y1** одиниць товару, на другому - **y2** і т.д.

Послідовність замовлень - вектор **(y1, y2, ..., yn)** назвемо **стратегією управління.** Кожній стратегії відповідає певна сумарна очікувана вартість, що складається з вартості номінального замовлення та вартості штрафного замовлення, якщо воно потрібне.

Поставимо задачу визначення стратегії, що мінімізує очікувану (середню) сумарну вартість постачання Ссмс.

Друга, більш важлива задача - мінімізація імовірності того, що вартість перейде деякий заданий рівень. Це фактично задача **мінімізації витрат при заданій надійності забезпечення попиту**. Наша задача може мати й іншу інтерпретацію - технічну: штрафні постачання - це ремонт після відмови. З математичної точки зору рівняння задачі управління запасами відносять до класу задач "відновлення" (*не обновления, а восстановления*).

Стратегія, що веде до мінімуму очікуваної сумарної вартості, називається оптимальною. На будь-якому етапі результат оптимізації - стратегія - повністю визначається двома змінними - початковим запасом **x** та кількістю етапів до кінця процесу **n.** Це відомий **принцип оптимальності** Беллмана, який базується на відсутності "післядії".

Визначимо цю функцію (це і є **Функція Беллмана**, на якій базується метод динамічного програмування, який коректно називати "метод динамічного планування"):

$f(n,x)$ - очікувана сумарна вартість для **n**-етапного процесу з початковим рівнем запасу **x** *при використанні оптимальної стратегії видачі замовлень.* Подамо стисло процес отримання функціонального рівняння для визначення функції f(n,x).

Зауваження. У Беллмана ця функція записана як fn(x), ми записуємо f(n,x), це припустимо, якщо ці функції належать до одного структурного класу з параметром n. Якщо на першому кроці замовлено $z = y - x \geq 0$, то очікувані витрати будуть:

$$\text{Сум\_витрати}(1,x) = k(y-x) + \int_{y}^{\infty} p(s-y)\cdot\phi(s)\,ds. \tag{6.1}$$

Зауваження. Звідки взявся інтеграл у формулі витрат і що він означає? - Ми розглядаємо усі можливі випадки попиту, що перевищує запас - від значення **y** до "нескінченності". Кожне значення можливого штрафу $p(s-y)$ (p від англійського penalty) множимо на імовірність відповідного попиту - $\phi(s)$, складаємо - отримуємо оцінку середнього штрафу. Тоді функція мінімальних витрат визначиться так:

$$f(1,x) = \min\left(k(y-x) + \int_{y}^{\infty} p(s-y)\cdot\phi(s)\,ds\right), \quad y \geq x. \tag{6.2}$$

Для процесів з числом кроків 2 і більше маємо рекурентну залежність:

$$f(n,x) = \min\begin{bmatrix} k(y-x) + \int_{y}^{\infty} p(s-y)\cdot\phi(s)\,ds + f[(n-1),0]\cdot\int_{y}^{\infty}\phi(s)\,ds \;... \\ + \int_{0}^{y} f[(n-1),(y-s)]\cdot\phi(s)\,ds \end{bmatrix}. \tag{6.3}$$

Задача управління запасами при необмеженому інтервалі часу

Для того, щоб розглядати необмежені інтервали функціонування системи, слід ввести показник дисконтування грошових потоків (знецінення майбутніх витрат і прибутків) - **a**. Цей показник має економічне обгрунтування і просто необхідний для отримання математично коректної задачі - без нескінченних витрат.

$$f(x) = \min\begin{pmatrix} k(y-x) + a\cdot\int_{y}^{\infty} p(s-y)\cdot\phi(s)\,ds + a\cdot f(0)\cdot\int_{y}^{\infty}\phi(s)\,ds \;... \\ + \int_{0}^{y} f(y-s)\cdot\phi(s)\,ds \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

Рівняння (6.4) більш просте, ніж (6.3). В ньому треба визначити тільки одну функцію f(x), а не цілу послідовність з n функцій.

Проаналізуємо те, що ми отримали. Ми отримали функціональне рівняння - певну залежність для невідомої функції f(x). Ми часто працюємо з певним класом функціональних рівнянь – диференціальними - і не замислюємось, як же ми їх розв'язуємо. Лінійні дифрівняння розв'язуються на базі підстановки Ейлера, згадаємо: "***розв'язок шукаємо у вигляді*** $x(t) = C\cdot e^{a\cdot t}$". Метод розв'язання довільних дифрівнянь в математичному фольклорі подається так: "дивитись на диференціальне рівняння, поки його розв'язання не прийде в голову". Беллман додав своє до цього фольклору: "Теперь мы будем поднимать сами себя за волосы" [3].

Але, коли для певного класу задач знайдено вигляд функції оптимального управління, то розв'язання їх стає простим, формалізованим, загальнодоступним – ну як розв'язання лінійних дифрівнянь. Розглянемо випадки, коли явний вигляд розв'язання можна знайти.

Нагадуємо, що *курсивом* виділено копії фрагментів з книги Беллмана

Нехай ***хєк*** *- єдиний корінь рівняння:* $k = a \cdot p \cdot \int_y^{\infty} \phi(s)\, ds + a \cdot k \cdot \int_0^y \phi(s)\, ds$ (6.5)

Тоді оптимальна стратегія має вигляд:

(а) $y = \text{хєк}$ *- при* $0 \le x \le \text{хєк}$, (6.6)

(б) $y = x$ *- при* $x > \text{хєк}$.

інакше кажучи,оптимальний рівень запасів дорівнює хєк (X - Єдиний Корінь рівняння (6.5)). Якщо $a \cdot p \le k$, *то* розв'язок при $x \ge 0$ *має вигляд y = x, тобто в цьому випадку нічого не треба замовляти.*

Доведення теореми. Наводимо доведення так, як його подано Беллманом – це приклад методики пошуку розв'язань функціональних рівнянь. **З перших рук!** Використовується евристичний (інтелектуальний) підхід: звідкись приходить (у голову) правдоподібне розв'язання, ми його перевіряємо підстановкою в (6.5), якщо воно задовольняє, то за теоремою про єдине, це і буде оптимальне розв'язання. Воно згідно з (6.5) повинно задовольняти необхідну умову екстремуму (похідна дорівнює нулю).

$$\frac{d}{dy}\left[k \cdot (y - x) + a \cdot \int_y^{\infty} p \cdot (s - y) \cdot \phi(s)\, ds + a \cdot f(0) \cdot \int_y^{\infty} \phi(s)\, ds + \int_0^y f(y - s) \cdot \phi(s)\, ds\right] = 0 .$$

Визначаємо складові похідної:

$$\frac{d}{dy} k \cdot (y - x) \to k \ ; \quad \frac{d}{dy} a \cdot \int_y^{\infty} p \cdot (s - y) \cdot \phi(s)\, ds \to a \cdot \int_y^{\infty} -p \cdot \phi(s)\, ds .$$

*А як же брати похідну від ще невідомої функції? Згідно з декларованою стратегією управління запасами функція Беллмана для цієї задачі повинна мати вигляд f(x) = -k*x, тому відповідні похідні будуть такими:*

$$\frac{d}{dy} \int_0^y f(y - s) \cdot \phi(s)\, ds = a \cdot k \cdot \int_0^y \phi(s)\, ds \ ; \qquad \frac{d}{dy} a \cdot f(0) \cdot \int_y^{\infty} \phi(s)\, ds = 0 .$$

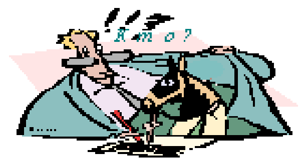
Враховуємо, що (сума ймовірностей повної групи подій) $\int_0^{\infty} \phi(s)\, ds = 1$ *, тоді рівняння (6) приводиться до вигляду:*

$$\int_y^{\infty} \phi(s)\, ds = \frac{a \cdot p - k}{a(p - k)} \qquad (6.7)$$

Неважко бачити, що рівняння (6.7) має тільки один корінь (хєк) - ***теорему доведено.***

Контрольні запитання

1. Джерела невизначеностей. Характеристики випадкових величин. Частотні розподіли.
2. Чим відрізняється задача мінімізації функціонала від задачі мінімізації функції?
3. Критерій та змінна управління задачі управління запасами при невизначеності попиту.
4. З яких компонент складається критерій сумарних витрат?
5. Запишіть інтегральний критерій сумарних витрат.
6. Дайте визначення і приклади функціонала, оператора.
7. Що таке "функція Беллмана"? Вираз для функції Беллмана.



Персональна експертна система

6.2 Оптимальне управління запасами при невизначеності попиту.
Практична реалізація

Вступ

Ціль даної роботи - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління запасами. В розділі 5.2 розглянуто методику розв'язання оптимізаційної задачі. Оскільки попит не є детермінованим, то рішення треба приймати не раз на рік, а на кожному кроці процесу. Тому задача визначення оптимального управління виявилася не просто складнішою, а задачею іншого класу - варіаційною. Крім конкретної мети - побудови системи для підтримки рішень - ставиться ціль показати високу ефективність "високої математики" - дійсно "твердих острівців формальних технік" в "трясовині" сучасних практичних задач.

Ми вибрали і обґрунтували методи оптимального управління запасами в умовах невизначеності попиту. Теоретична основа розробки (методи і методологія розроблені Беллманом) - принцип оптимальності, метод функціональних рівнянь, метод функціональної апроксимації та їх синтез - метод динамічного програмування. За рахунок введення дисконтування для необмеженого інтервалу часу функціонування системи ми отримали відносно просте функціональне рівняння з однією невідомою функцією - оптимальною стратегією. Попередньою гарантією ефективності вибраної нами методології є той факт, що Беллман постійно підкреслював непродуктивність і неконструктивність методу динамічного програмування. Наприклад, "динамічне програмування не метод, а стан розуму", "Нарешті, ми вкажемо вигляд загального розв'язання, хоч не матимемо з цього особливої користі", "розглянемо властивості цього розв'язання у всій його неприкритій простоті".

Постановка задачі

Розробка модуля для визначення оптимального рівня запасів

Будуємо модуль для розв'язання рівняння (6.7) при довільних частотних розподілах попиту. Вважаємо, що вид і параметри частотного розподілу ідентифіковані (можна використати і просто емпіричний частотний розподіл, але тоді буде закрита можливість для аналітичних досліджень). Створюємо зону введення параметрів

Назва розподілу $N := $ "нормальний"; Середнє $mu := 12$; дисперсія $\sigma := 3$; норма дисконту $pi := 0.1$; $a := 1 - pi$; $a = 0.9$; вартості: звичайної поставки $k := 5$; штрафної поставки $p := 10$; контроль рівня штрафу $a \cdot p > k = 1$

Вибраний розподіл $\boxed{\phi(x,\sigma) := dnorm(x, mu, \sigma)}$ $\quad x := 0..30$; $\quad y := 0..30$.

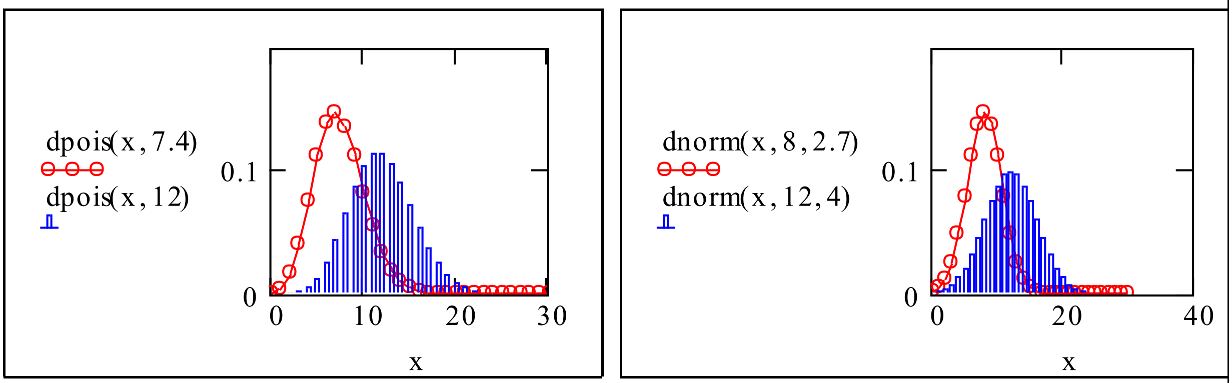


Рис. 6.4. Альтернативні теоретичні розподіли ймовірностей попиту

Зауваження. В реальній системі модуль ідентифікації частотних розподілів попиту чи цін може працювати на онлайнових даних, що надходять по мережах. Технічних проблем тут нема, є проблеми організаційно-фінансові: наявність джерел даних, можливість підписки та оплати. Виконаємо алгебраїчні перетворення рівняння (6.7) і побудуємо графіки - для аналізу і графічного розв'язання рівняння.

$$k = a \cdot p \cdot \int_{y}^{\infty} \phi(s,\sigma)\,ds + a \cdot k \cdot \int_{0}^{y} \phi(s,\sigma)\,ds\,; \quad \frac{1}{a} - \int_{0}^{y} \phi(s,\sigma)\,ds = \frac{p}{k} \cdot \int_{y}^{\infty} \phi(s,\sigma)\,ds\,;$$

$$F1(y,\sigma) := \frac{1}{a} - \int_{0}^{y} \phi(s,\sigma)\,ds\,;\ F2(y,\sigma) := \frac{p}{k} \cdot \int_{y}^{\infty} \phi(s,\sigma)\,ds\,;\ F1(y,\sigma) - F2(y,\sigma) = 0\,.$$

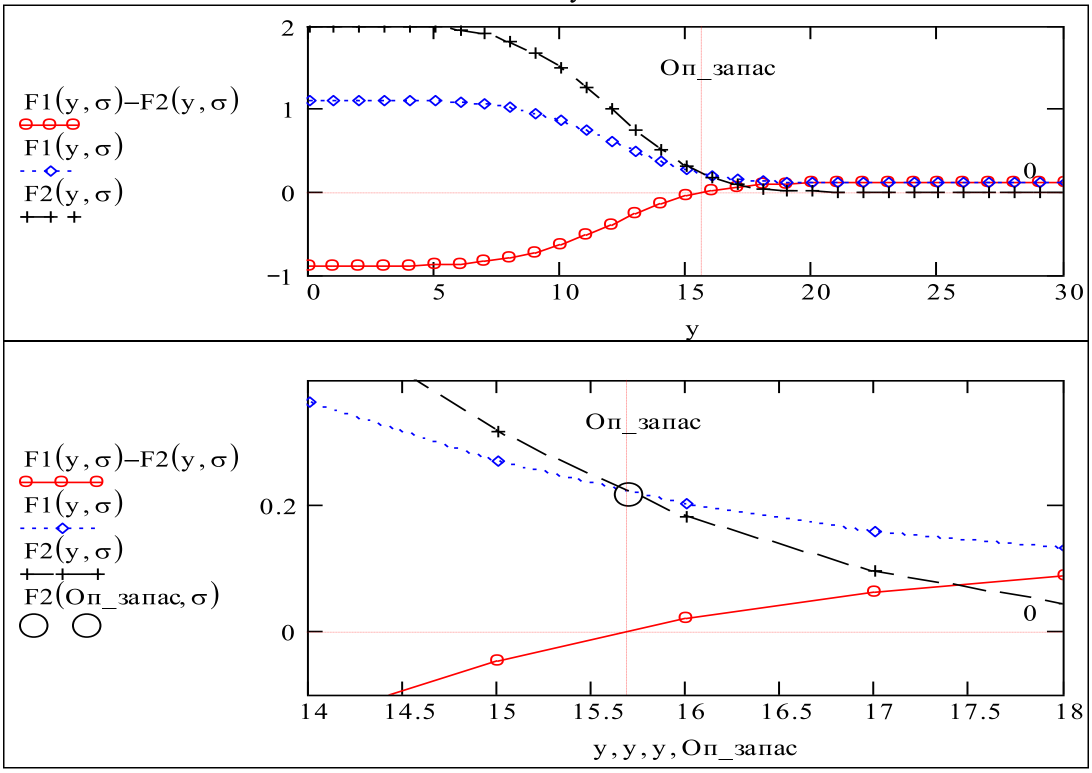


Рис. 6.5. Числове розв'язання нелінійного рівняння для визначення рівня запасів

Графічне розв'язання рівняння (6.7). Введи значення: $Оп\_запас \equiv 15.7$. На першому графіку подано загальний вигляд відповідних залежностей, на другому - область в околі нульового кореня. Знайдемо корінь рівняння (6.7) вбудованим числовим методом. Задаємо стартове значення $yp := 12$. Після ключового слова Given пишемо систему рівнянь:

$$\frac{1}{a} - \int_{0}^{yp} \phi(s,\sigma)\,ds = \frac{p}{k} \cdot \int_{yp}^{\infty} \phi(s,\sigma)\,ds \quad yp \ge 0.$$

Результат розв'язання формуємо як функцію параметрів σ, p, k. Це визначення функції користувача в термінах блока розв'язання "Given- Find" - конструкція мови C++.

$$\boxed{Xek(\sigma,p,k) := Find(yp)} \qquad \sigma p := 0.2, 0.7 .. 3.2$$

На рис. 6.6 подано графіки – результати тестування отриманої функції. На цих графіках подані залежності оптимального середнього рівня запасів від дисперсії та вартостей замовлень. Бачимо, що ці залежності дуже прості - так і повинно бути, тому що функції витрат - **лінійні.**

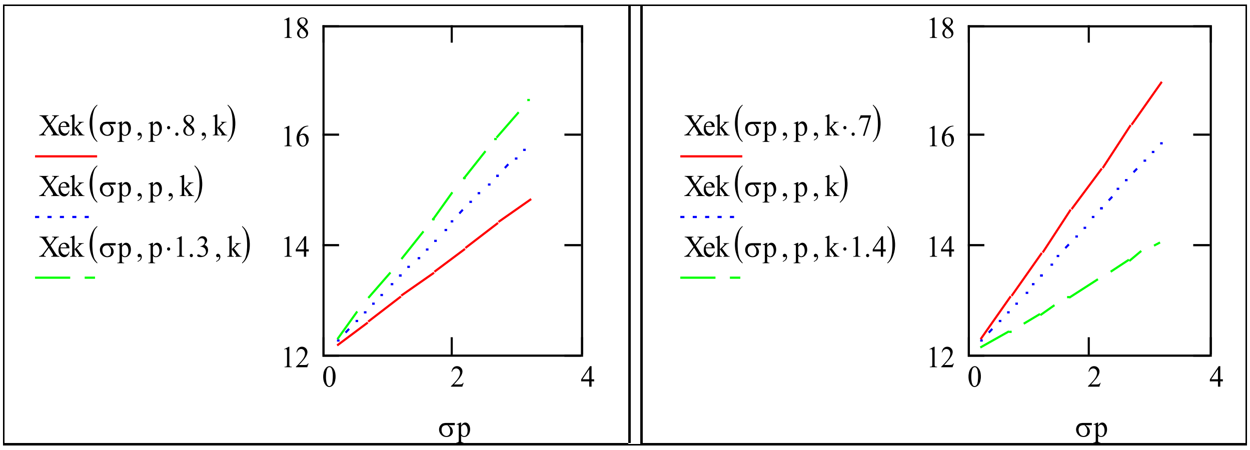


Рис. 6.6. Залежності оптимального розв'язання від розкиду попиту

Виводимо для порівняння графічне і числове розв'язання рівняння (6.7).

Оп_запас = 15.7 ; $Xek(\sigma, p, k) = 15.661$.

Тест. Бачимо, що $\sigma + mu = 15$ є гарною оцінкою оптимального рівня запасів. Чому?

Тест. Що це за параметри: $mu = 12$ та $\sigma = 3$ і в яких одиницях вимірюються?

Розробка модуля імітації довільних функцій попиту

Потрібну для обчислювального експерименту імітацію функцій попиту з довільними розподілами робимо на базі вбудованих генераторів випадкових чисел. Неважко за аналогією побудувати процеси з нестаціонарними характеристиками, трендами та ін.

$mu = 12$; $\sigma = 3$; кроків_процесу := 100 ; i := 1 .. кроків_процесу ;

Попит := rnorm(кроків_процесу, mu, σ); Pop2 := rnorm(кроків_процесу, mu, σ) ;

Pop3 := rnorm(кроків_процесу, 2mu, 1). **Додайте сюди різні тренди.**

Розробка модуля імітації процесів постачання

Модуль складається з програми оптимізації і моделювання та інтерфейсу з користувачем - стенда. Специфікація змінних і параметрів задачі подана далі, на стенді.

Розподіл ймовірностей рівнів попиту fi(x, mu, σ) := dnorm(x, mu, σ) .

Визначаємо (копіюємо і модифікуємо) в термінах блока розв'язання функцію:

Xopt(середнє, розкид, штрафна_вартість, номінальна_вартість). ORIGIN := 1 ; yp := 21

$$\text{Given}\quad \frac{1}{am} - \int_0^{yp} fi(s, mum, \sigma m)\, ds = \frac{pm}{km} \cdot \int_{yp}^{\infty} fi(s, mum, \sigma m)\, ds ; \qquad yp \geq 0 ;$$

Xopt(mum, σm, pm, km) := Find(yp) ; Xopt(mum, σm, pm, km) = 13.205

Подаємо текст програми оптимізації і моделювання процесу постачання

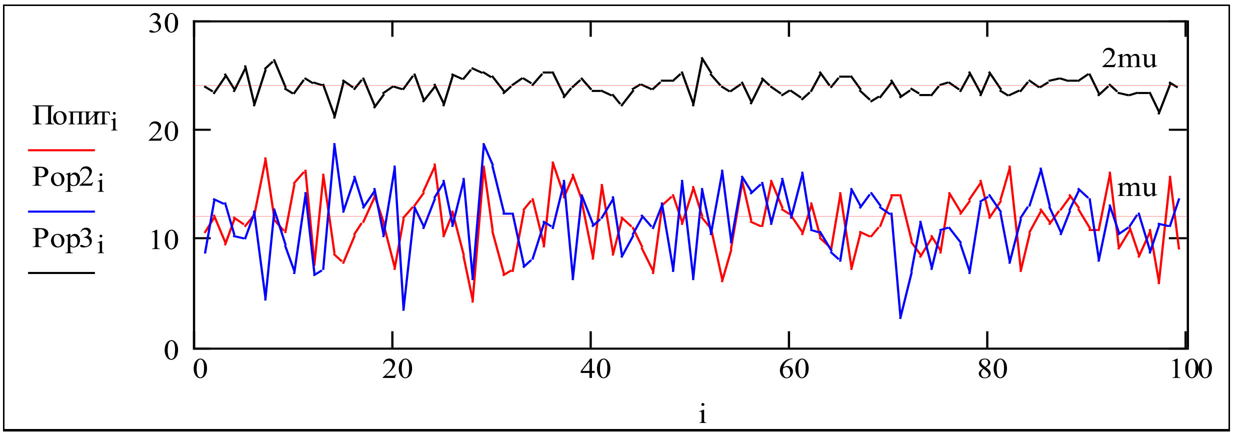


Рис. 6.7. Імітація процесів попиту

```
OPk :=  запас₁ ← X0
        "Визначаємо інтервал між партіями"
        interval ← ceil(кроків_процесу / nzak)
        "Обчислюємо імітацію попиту на всі кроки процесу"
        "Визначаємо оптимальний розмір запасів"
        Opzak ← Xopt(mum, σm, pm, km)·interval
        for i ∈ 1 .. кроків_процесу
            mutrnd ← mum·(1 + АмплТр·sin(i·0.1))
            попит_i ← rnorm(1, mutrnd, σm)_1
            "Логіка оптимальної стратегії згідно (8) з розділу 3"
            "Логіка видачі (і отримання) партій товару"
            momento ← | 1  if  mod(i, interval) = 0
                      | 0  otherwise
            Opzak ← | Opzak  if  momento = 0
                    | Xopt(mutrnd, σm, pm, km)·interval  otherwise
            "Обчислення поточного запасу"
            партія ← | (Opzak − запас_i)  if  запас_i < Opzak
                     | 0  if  запас_i ≥ Opzak
            запас_(i+1) ← запас_i − попит_i + партія·momento
        попит_(кроків_процесу+1) ← mum
        вихід ← stack(попит^T, запас^T)
```

Тестуємо програму:

$OPk^T =$

	1	2
1	13	50
2	20	37
3	8	18
4	20	10
5	16	-11
6	12	65
7	15	53
8	14	39
9	15	24
10	12	9
11	22	79
12	13	57
13	23	44
14	18	21
15	13	4
16	15	83
17	15	68
18	15	52
19	18	37
20	16	19
21	12	78
22	14	65
23	15	51

Рис. 6.8. Текст програми моделювання (версія)

Подамо короткий опис програми моделювання.

1. Програма використовує як підпрограму визначену вище функцію $Xopt(mu, \sigma, p, k)$.

2. Програма використовує певні глобальні змінні документа – вони вводяться далі – на стенді в режимі глобального присвоєння.

3. У програмі визначені певні локальні змінні – вони діють тільки в цій програмі і "невидимі" у головній програмі – цьому документі.

4. Програма повертає у головну програму (цей документ) масив розміром $2 \times N$ - значення поточних попиту та рівня запасів.

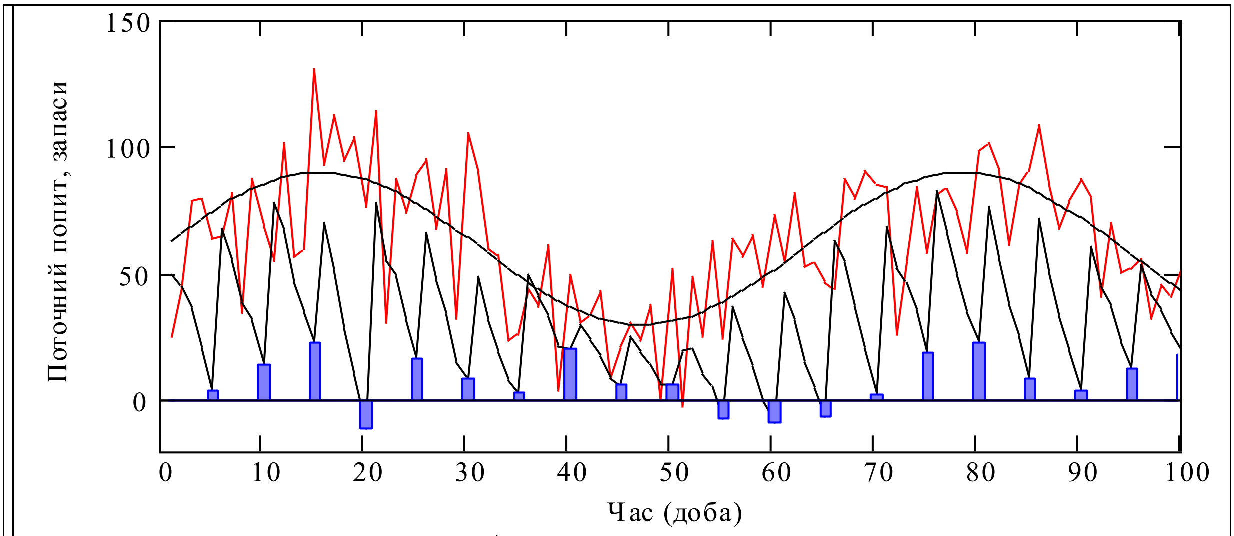
Подаємо блок формування даних – копію екрана.

Блок формування даних для стенда. $Trend_i := mum \cdot (1 + АмплТр \cdot \sin(i \cdot 0.1))$;

$ko := кроків\_процесу \div nzak$; $ОпрЗ := mean\left[\left(OPk^T\right)^{\langle 2 \rangle}\right]$; $типР :=$ "гаусовий";

$ШтрПост_i := \left(mod\left(i, \frac{кроків\_процесу}{nzak}\right) = 0\right) \cdot OPk_{2,i}$; $Витр :=$ "зроби сам згідно з р.5.2"

На рис. 6.9 подано головний інтерфейс програмної системи



Номінальна вартість замовлення km = 5
Штрафна вартість замовлення pm = 6.5

Сезонний тренд попиту АмплТр ≡ 0.5 ; Розподіл попиту типР = "гаусовий" ;
Середній попит mum ≡ 12 ; Розкид попиту σm ≡ 3.7 ; Норма дисконтування am ≡ 0.9;
Номінальна вартість замовлення одиниці km ≡ 5.0 *УО* Обмеження am·pm > km = 1
Штрафна вартість замовлення одиниці pm ≡ 6.5 *УО*
Запас початковий X0 ≡ 50 *тон.* Кількість замовлень за період nzak ≡ 20
Оптимальний рівень запасів ОпрЗ = 32 *тон.* Витрати (**завдання**)
Витр = "зроби сам згідно з р.5.2" уо ; Середнє значення попиту mum = 12
Оптимальний середній рівень запасів Xopt(mum, σm, pm, km) = 13.205
"Плата" за мінімізацію ризику Xopt(mum, σm, pm, km) ÷ mum = 1.1

Рис. 6.9. Головний інтерфейс системи - стенд

Завдання. Спробуйте змінювати ціну штрафного постачання - подивіться, як змінюється оптимальний середній рівень запасів - абсолютний і відносно середнього рівня попиту. Результати подайте за зразком на рис. 6.10.

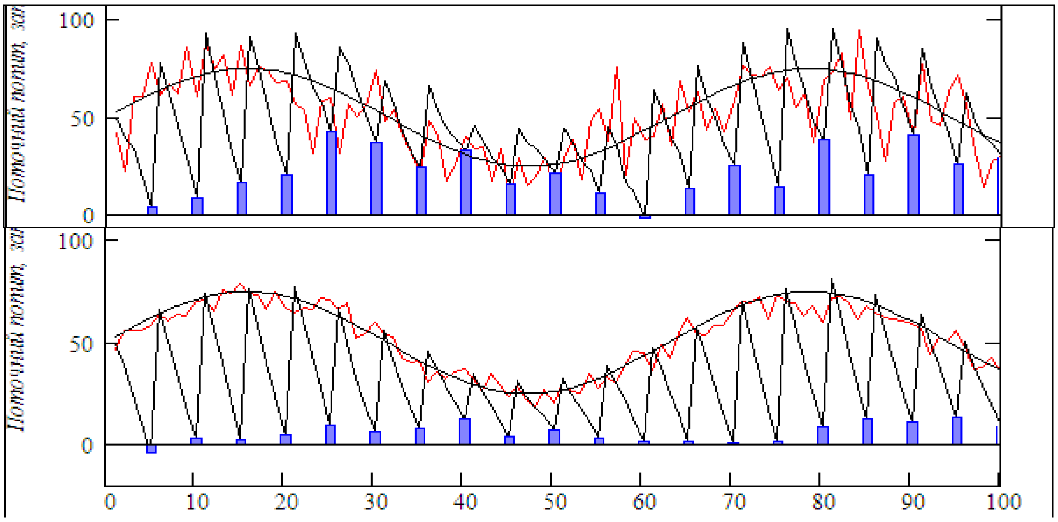


Рис. 6.10 Приклади реалізації оптимального процесу управління запасами

На таких графіках (див. рис. 6.10) можна побачити "в неприхованій простоті" результат, до якого може дійти менеджер і без високої математики: **середній запас** при майже детермінованому попиті повинен дорівнювати **середньому попиту.** При високих штрафах рівень запасів зростає, при малих штрафах - навпаки. Таким чином, тепер, коли ми побудували аналітичну оптимальну систему, можна побудувати і пошукову систему оптимізації.

Завдання. Проведіть дослідження системи для таких граничних ситуацій:
1) велика невизначеність - великі штрафи; 2) велика невизначеність - малі штрафи;
3) мала невизначеність - великі штрафи; 4) мала невизначеність - малі штрафи.
Заготовка: (тут розташувати копії екрана та коментарі)

Малі штрафи Великі штрафи

Велика невизначеність

Малі штрафи Великі штрафи

Мала невизначеність

Висновки

Розглянуто базову модель управління запасами в умовах невизначеності. Для оптимізації вибрано метод динамічного програмування. Отримано програмну систему для розрахунку оптимального за критерієм сумарних витрат управління запасами і моделювання процесів постачання (забезпечення попиту). Отримана версія з розрахунком оптимального рівня запасів на кожному циклі постачання.

Розроблена програмна система – тільки одна з трьох підсистем повної системи підтримки рішень менеджера постачання:

- онлайнова система збирання, передачі і первинної обробки даних про попит на продукти постачання;
- підсистема ідентифікації функції попиту та прогнозування попиту;
- **підсистема визначення оптимального управління запасами.**

Задачі ідентифікації розглядаються в наступному підрозділі.

Проведено випробування системи, що підтвердило працездатність програмної системи. Розроблена основа для більш близьких до реальності задач з нелінійними функціями: штрафів, витрат на зберігання, витрат на постачання.

Контрольні запитання

1. Модель попиту (детерміновані та імовірнісні, стаціонарні/нестаціонарні складові).
2. Що є входами і виходами блока оптимізації?
3. Критерій та змінна управління задачі управління запасами при невизначеності попиту.
4. З яких компонент складається критерій сумарних витрат?
5. Дайте визначення тренду. Приклади і класифікація трендів.
6. Яку саме пораду менеджеру постачання видає програмна система?
7. Спробуйте визначити напрямки розвитку і вдосконалення розробленої системи підтримки рішень, наприклад, введення нелінійної системи штрафів, оптових знижок та ін.

Персональна експертна система

6.3 Ідентифікація трендів і частотних розподілів

Вступ. Постановка задачі

Ціль даної роботи - освоєння принципів і технологій побудови систем підтримки рішень з управління запасами. Те, що зроблено в розділах 5.1-5.3, "висить в повітрі", тому що не базується безпосередньо на емпіричних даних. Для визначення оптимального управління ми використовували вже готові аналітичні моделі трендів для детермінованих складових і частотних розподілів для випадкових складових.

В цьому розділі будується програмна система для отримання необхідних аналітичних залежностей із статистичних даних. Інакше кажучи, виконується розробка засобів ідентифікації трендів і частотних розподілів попиту, цін, запізнень та інших характеристик процесу постачання.

Більшість сучасних програмних платформ має засоби статистичної обробки даних. На програмному ринку тисячі "біржових порадників", "кращих Уолл-стрітівських порадників", "аналітичних помічників" економіста. Але все це - для початківців. Причини цього:

1) спеціаліст високої кваліфікації не буде працювати з "чорним ящиком", де тільки вводяться дані і виводиться результат, а формули і рівняння **сховані** в програмі;
2) дійсно цінні програми не продаються - вони стають секретними корпоративними засобами;
3) реальні задачі дуже різноманітні, і спеціаліст повинен сам собі створювати персональну систему-помічника в середовищі якогось пакета програм.

Завдання

1. Створити програму - генератор даних із заданими статистичними характеристиками.
2. Розробити модуль для визначення трендів в статистичних даних.
3. Розробити модуль для ідентифікації частотних розподілів.
4. Використати альтернативні методи прогнозування часових рядів - спектральний, кореляційний, фільтр Калмана, метод лагів, метод автопроекції.

Зразок виконання

1. Створення генератора даних

Для фундаментально-практичного освоєння будемо вважати: *маємо статистичні дані про споживання шоколаду в Подільському регіоні.*

Дані, на яких будемо проводити статистичний аналіз, імітуємо генератором випадкових чисел із заданим розподілом імовірностей. Вводимо: початковий індекс масивів $ORIGIN := 1$; розмір масиву даних $Nd = 240$. $m := 1 .. Nd$. Функція $rnorm(N, 0, 1)$ повертає N чисел, що розподілені за нормальним законом з середнім 0 і дисперсією 1. Записуємо рівняння для імітатора даних.

Параметри моделі:

$intrc := 8$, $slop := 0.06$, $stdv := 0.5$, $w := 0.2$, $am := 2$, $ash := 4$.

Оце сама модель даних, або генератор даних:

$$Vd_m := intrc + slop \cdot w \cdot m + am \cdot \sin(w \cdot m) + ash \cdot rnorm(1, 0, stdv)_1 \cdot nts1 \cdot nts2 \cdot nts3$$

Робимо також чисту модель даних, без випадкової складової:

$$Vo_m := intrc + slop \cdot w \cdot m + am \cdot \sin(w \cdot m)$$

Обчислення граничних та середніх параметрів

В пакеті є вбудовані функції для обчислення максимуму, мінімуму, середніх, середніх відхилень та ін. Кількість даних $\text{length}(Vd) = 240$;

$\min(Vd) = 1.653$; $\text{mean}(Vd) = 9.486$; $\max(Vd) = 15.777$;

$\text{median}(Vd) = 9.43$;

$\text{var}(Vd) = 6.977$; $\text{stdev}(Vd) = 2.641$; $\sqrt{\text{var}(Vd)} = 2.641$.

2. Обчислення кореляції та регресії та лінійного тренду

В пакеті є велика кількість вбудованих функцій для обчислення зв'язків між даними.

Коефіцієнт кореляції характеризує інтенсивність **лінійної** залежності між "причиною" і "наслідком". Формуємо з даних "причину": $X_m := w \cdot m$ і "наслідок": $Y := Vd$.

Визначаємо кореляцію для наших даних $\text{corr}(X, Y) = 0.364$ - кореляція мала, але визначимо регресію, хоч вона в **даному випадку** малоінформативна.

Параметри регресії визначаються такими вбудованими функціями: $a1 := \text{slope}(X, Y)$ $ao := \text{intercept}(X, Y)$. Виводимо значення параметрів регресії: $ao = 7.81$; $a1 = 0.07$.

Записуємо рівняння регресії: $\boxed{r(x) := ao + a1 \cdot x}$. "істинні": $intrc = 8$, $slop = 0.06$.

Будуємо графік даних та статистичні характеристики. Щоб побачити нову реалізацію випадкового процесу постав курсор на зелене: $nts1 \equiv 1$ і натисни F9.

Ми поки не даємо дефініції тренду. Зробіть це самі, ознайомившись з прикладами.

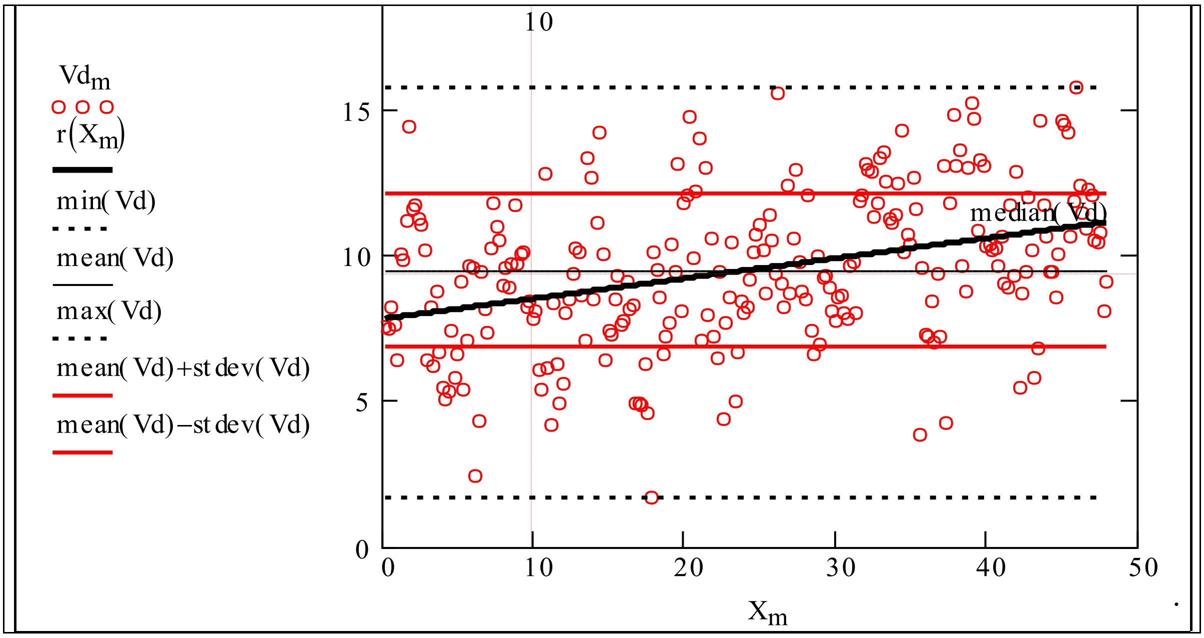


Рис. 6.11. Знаходження середніх, розкидів і регресій

Завдання. Дайте (або знайдіть) визначення (легенду) для усіх семи (7) графіків.

Підпишіть кожну залежність безпосередньо на графіку.

Отримана нами регресія для часового ряду є **лінійним трендом**. Цей тренд можна трактувати як стійку тенденцію збільшення попиту. В житті такий тренд може бути обумовленим економічним ростом, зростанням населення в регіоні постачання та ін.

3. Знаходження періодичного (сезонного) тренду

Статистичні дані крім лінійної (приблизно) детермінованої складової часто мають періодичну – сезонну – складову. Сезонним трендом (умовно) будемо вважати періодичні коливання попиту не тільки з періодом один рік, але й щомісячні (за радянських часів підприємства видавали 80% плану в період з 28-го по «32»-й день місяця), щотижневі (вікенди), щодобові.

Є ще специфічні тренди - піки чи спади попиту в період календарних («новий рік» = 15 днів), національних та релігійних свят та революцій.

Виділити періодичну складову можна

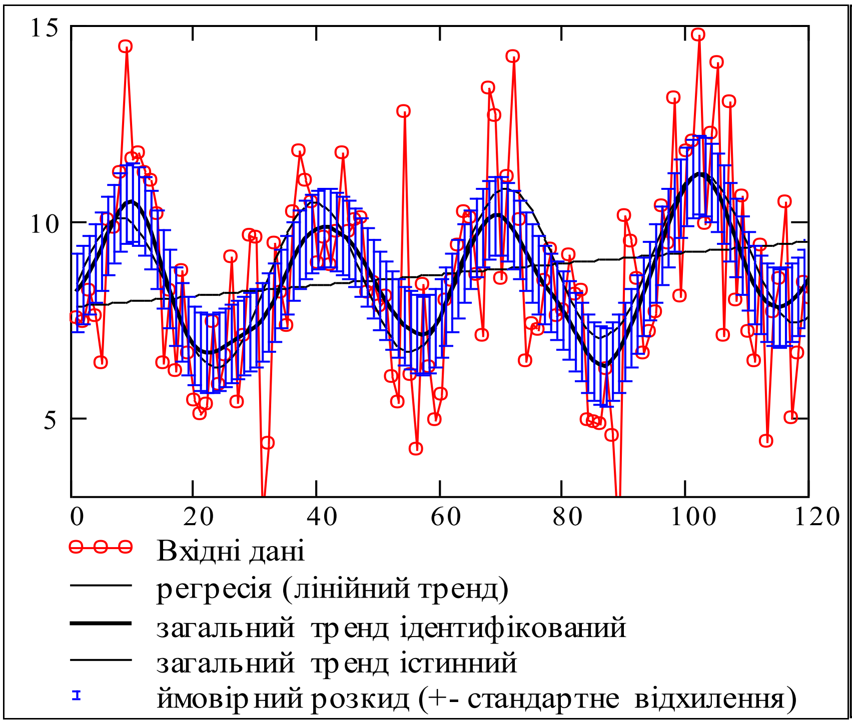
а) за допомогою вбудованої функції "синусоїдальна регресія" (розглянуто далі);

б) за допомогою функції згладжування.

Знаходження сезонного тренду за допомогою згладжування. Використовуємо вбудовану функцію згладжування, що бере вектори значень незалежної змінної X , функції Vd і значення параметра згладжування. Підставляємо наші дані:

$$Vsg := ksmooth(X, Vd, sgl),$$

Завдання. Дивлячись на графік (рис. 6.12), змінюйте параметр $sgl \equiv 2.$ і підберіть його значення, що дає найкраще, на Ваш експертний погляд, згладжування.



На цьому графіку подано 5 залежностей. Зі статистичних даних за допомогою згладжування видаляємо випадкові складові.

В хаосі точок виявляється сезонний і лінійний тренд (див. на графіку). Однак ми повинні апріорно знати, які детерміновані складові присутні в даних.

Інакше ми можемо знайти псевдорегресії та псевдотренди в чисто випадкових даних.

Рис. 6.12. Знаходження сезонного тренду

Визначення сезонного тренду за допомогою синусоїдальної регресії. Теоретична модель синусоїдальної регресії: $y = a\cdot\sin(x + b) + c$ має три параметри: a, b, c. Визначення цих параметрів може бути виконане за допомогою вбудованих функцій **sinfit** або **genfit.**

Виділення складових в статичних даних

Віднімемо зі статистичних даних Y лінійний тренд $r(x) = ao + a1\cdot x$

та сезонний тренд Vsg = "процедура сглажування, або синусоїдальної регресі

(в пункті 2 ми визначили вектор значень незалежної змінної - часу - через X, а вектор даних - попит у відповідні моменти часу Vd - через Y.)

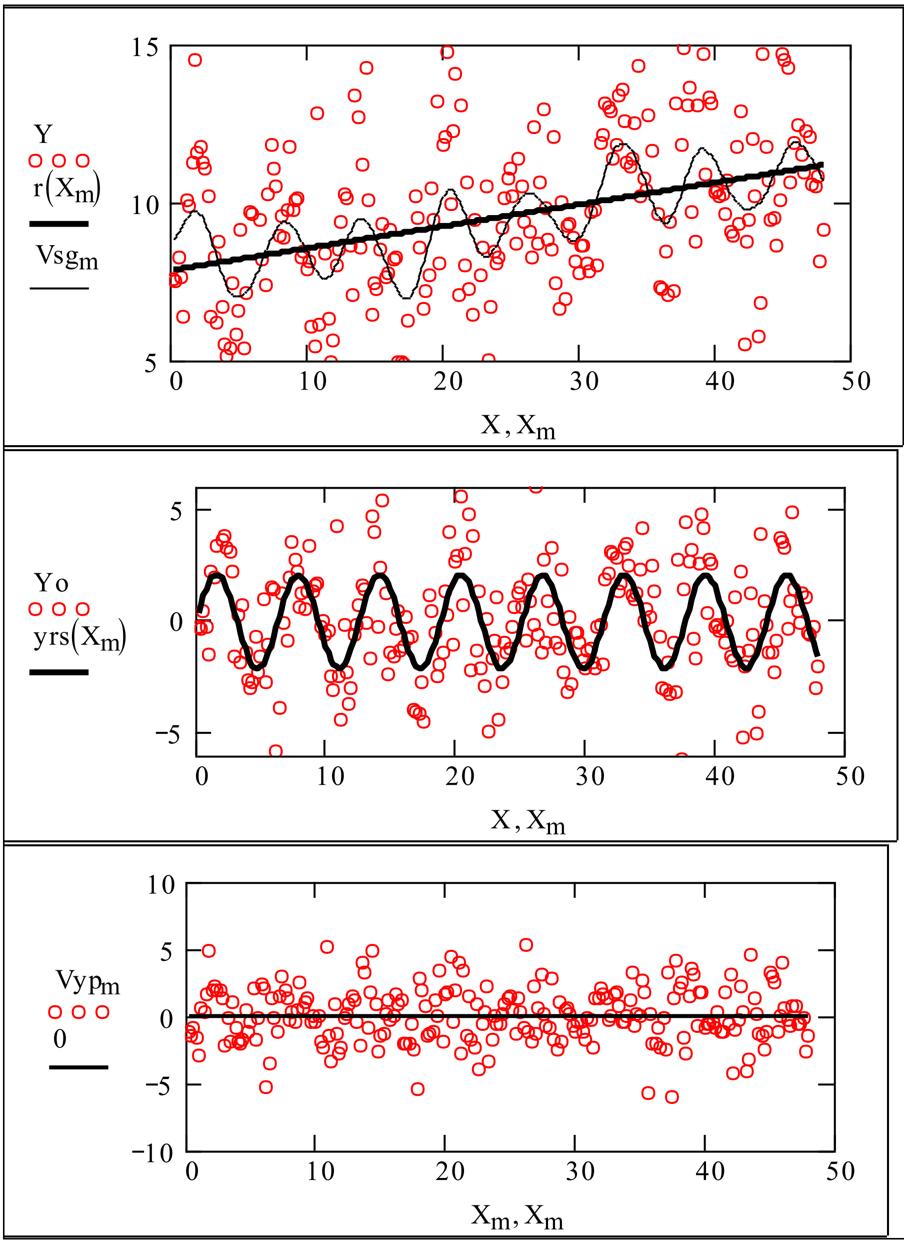
Те, що залишиться, - чисто випадкова складова (така наша гіпотеза):

$$Vyp_m := Y_m - r(X_m)\cdot 0 - Vsg_m .$$

Для визначення сезонного тренду за допомогою функції sinfit(▪) приводимо наші дані до теоретичної моделі, а саме, виключаємо лінійний тренд: $Yo_m := Y_m - r(X_m)$. Задаємо початкові значення для пошукової процедури $Grs := (6\ \ 1\ \ 4)^T$. Визначаємо оптимальні параметри для теоретичної моделі $Ers := sinfit(X, Yo, Grs)$.

Маємо: $Ers^T = (2.09\ \ -0.03\ \ -0.07)$. Підставляємо параметри в теоретичну модель і отримуємо рівняння сезонного тренду $yrs(x) := Ers_1 \cdot \sin(x + Ers_2) + Ers_3$.

Будуємо графіки (рис. 6.13), аналізуємо і порівнюємо результати ідентифікації.



На першому графіку подано **лінійний тренд** та згладжену залежність на фоні вхідних даних.

На другому графіку подано **сезонний тренд** на фоні вхідних даних, з яких видалено лінійний тренд.

Амплітуда тренду $Ers_1 = 2.09$

Амплітуда моделі $am = 2$

?Частота тренду

На третьому графіку подано "залишок" вхідних даних після видалення

а) лінійного та

б) сезонного

трендів. Якщо дані відповідають моделі, то це центрований шум: $mean(Vyp) = -0.02$

- ніби відповідають?

Рис. 6.13. Етапи аналізу статистичних даних

4. Ідентифікація частотного розподілу випадкової складової попиту

Навіщо нам частотний розподіл випадкової величини? "Справжні" випадкові величини в середньому поводять себе досить прогнозовано, якщо знати статистичні характеристики випадкової величини, то можна в середньому вигравати. Інакше кажучи, знання частотного розподілу дозволяє зменшити витрати на забезпечення випадкового попиту.

Обчислення гістограми - емпіричного частотного розподілу. В пакеті є вбудовані функції для обчислення гістограми. Вони мають такий формат:

histogram(число_інтервалів, вектор_даних)

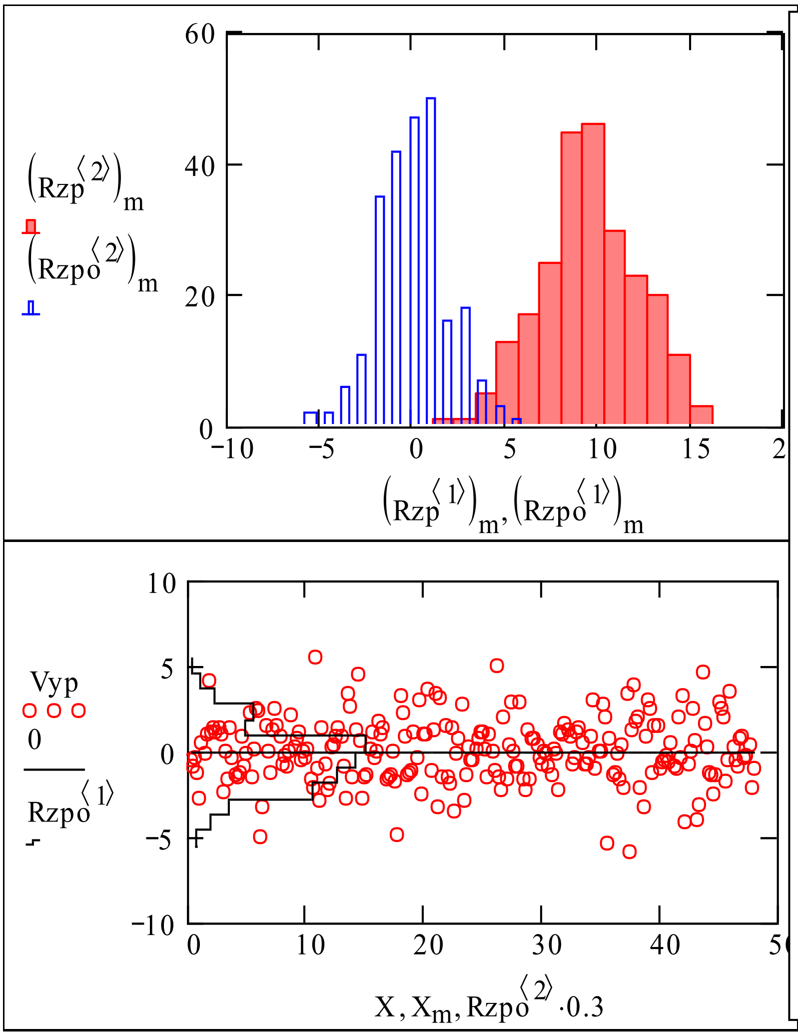
hist(вектор_інтервалів, вектор_даних)

Задаємо кількість даних тестових $Nd \equiv 240$ (це число використовується в генераторі даних - на початку документа), кількість інтервалів (**правило**: в інтервал повинно потрапляти не менше 7-10 чисел) $kin := 13$ і обчислюємо гістограми для вхідних даних:

$Rzp := histogram(kin, Vd)$ та для випадкової складової $Rzpo := histogram(kin, Vyp)$.

Будуємо графіки частотних розподілів. Щоб спостерігати реалізації випадкових процесів понатискайте: $nts2 \equiv 1$.

Завдання з дослідження гістограм. Змінюйте кількість даних (Nd = 50-2000), відповідно встановлюйте оптимальне число інтервалів (kin =), змінюйте реалізації випадкового процесу ("*nts3*"). Зробіть експертні висновки (про інформативність і стабільність гістограми). Як квитанцію виконання роботи зробіть три копії екрана згідно зразку (6.14).



Тест.
На графіку поряд подано дві гістограми.
1. Чому дорівнює число стовпчиків в гістограмах?
2. Яку структуру даних повертає функція: histogram(інтерн, дані)?
3. Чому дорівнюють суми величин стовпчиків гістограми?
4. Чому (приблизно) дорівнюють аргументи максимумів гістограм?

Тест.
1. Які залежності побудовані на цьому графіку?
2. Вкажіть вираз, що пов'язує ці дві залежності?
3. Яка з цих залежностей присутня і на верхньому графіку?

Рис. 6.14. Аналіз емпіричних частотних розподілів (гістограм)

Якщо статистика випадкових даних – гаусівська, то чим більше даних, тим більш чіткими, детермінованими стають статистичні характеристики – середні, частотні розподіли. Ці копії екрана – експериментальне підтвердження цьому: ліворуч – вибірка в 2000 точок, праворуч – 240 точок.

Якщо статистика – негаусівська, що характерно для так званих **активних систем**, то навпаки, статистичні закономірності краще виконуються на менших вибірках, тому що там суттєвим фактором є взаємодія елементів системи. Негаусівські (інша назва – гіперболічні) розподіли мають нескінчені дисперсії, тому **розглянуті в даному розділі методи непридатні для аналізу активних систем**.

Буває набагато гірша ситуація – **величини не мають статистики, це характерно для так званих хаотичних систем**. Поведінка хаотичної системи детермінована, але непрогнозовна. Приклади хаотичних систем: погода, океанські течії, певні електронні схеми.

На рис. 6.15 подано зразки оформлення звітів подання копій екранів за результатами досліджень.

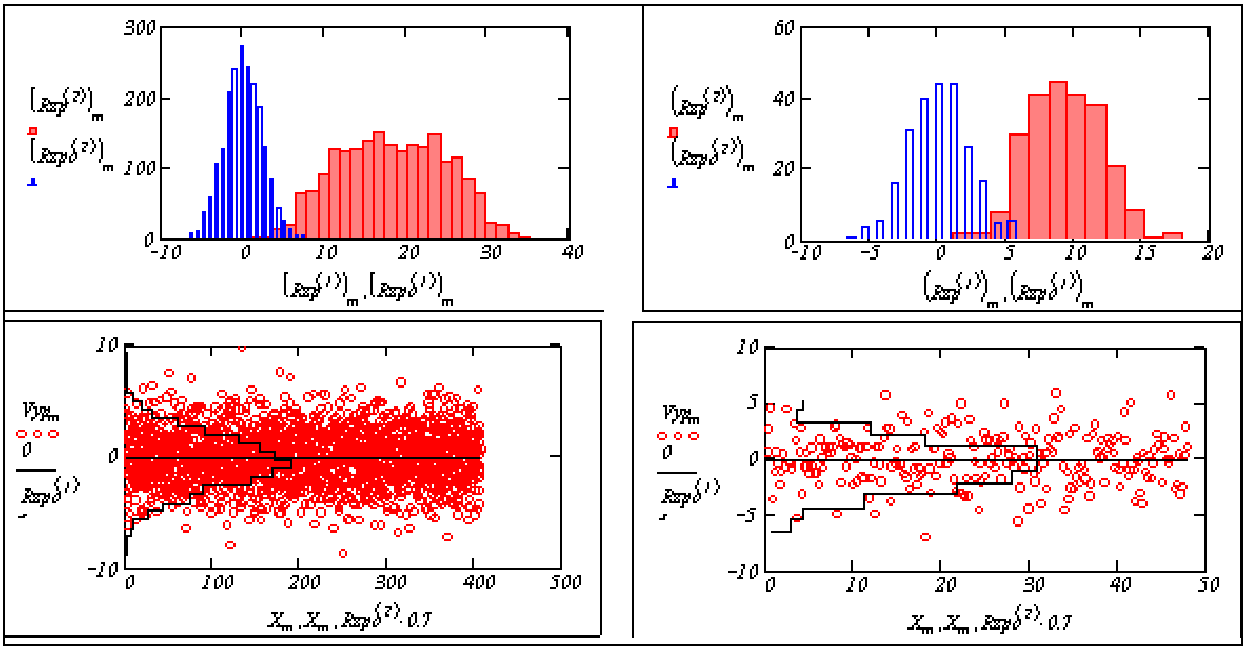


Рис. 6.15. Зразок подання результатів дослідження у звіті

Ідентифікація частотного розподілу. Суть ідентифікації частотного розподілу: **маємо** а) емпіричний частотний розподіл - гістограму; б) гіпотезу про теоретичний розподіл - "істинний", але замаскований випадковими "шумами"; **потрібно** знайти параметри теоретичного розподілу, що мінімізують критерій відхилення гістограми від теоретичного розподілу.

1. Задаємо вхідні дані ORIGIN := 1; $MD^{\langle 1\rangle} := Rzpo^{\langle 1\rangle}$; $MD^{\langle 2\rangle} := Rzpo^{\langle 2\rangle} \div Nd$ та **те**оретичний **р**озподіл $ter(t, mu, sgm) := dnorm(t, mu, sgm)$; $Крок := MD_{2,1} - MD_{1,1}$.

2. Задаємо кількість точок апроксимації і початкові значення параметрів, що оптимізуються: $n := rows(MD)$; $n = 13$; $q := 1..r$; $mu := 0$; $sgm := 1$

3. Записуємо задачу оптимізації (вибираємо надійний метод minerr). Після слова Given записуємо умови - рівняння, нерівності:

$$Given \quad \sum_{q=1}^{n} \left(MD_{q,2} - ter\left(MD_{q,1}, mu, sgm\right)\right)^2 = 0; \quad sgm > 0.$$

Після рівнянь записуємо функцію Minerr(): $IdeNrm(MD) := Minerr(mu, sgm)$.

Виводимо результати $muo := IdeNrm(MD)_1$; $sgmo := IdeNrm(MD)_2$ - оптимальні значення параметрів: середнє $muo = -0.04$; стандартне відхилення $sgmo = 2.08$. Будуємо графіки: $rte(t) := ter(t, muo, sgmo) \cdot Крок$; $t := 1..r$; (на наступній сторінці).

Наскільки можна довіряти статистичним методам? Методи і моделі прогнозування звичайно перевіряють на минулому - реалізація процесу (функціонування фірми чи світової економіки) відбулась. Ми розраховуємо прогноз, наприклад, для 1995 - 2000 років і порівнюємо з реальністю. Робимо висновки, обережно, тому що "реальні дані" можуть бути некоректними.

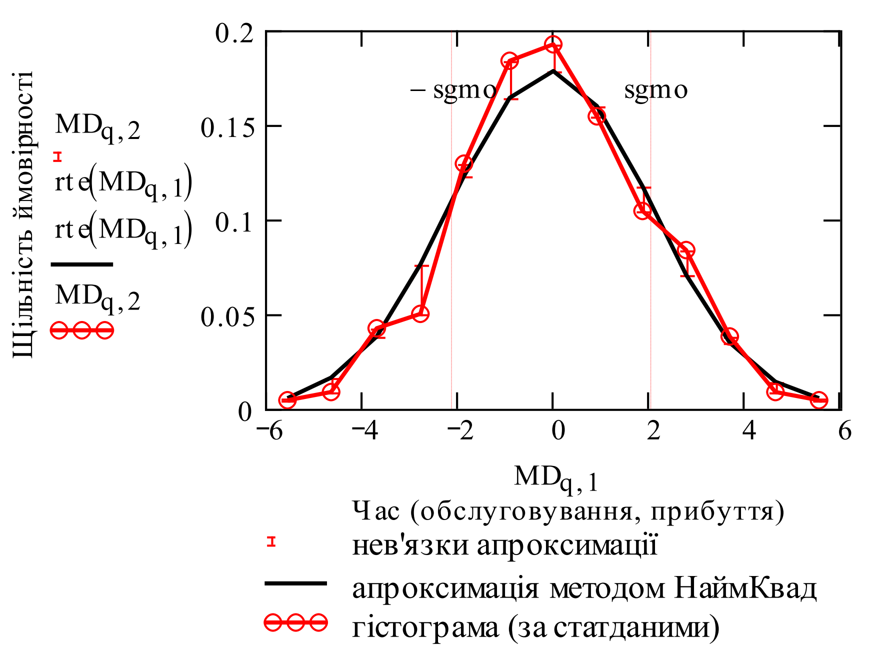
Ми взяли для аналізу синтезовані тестові дані - заклали в них тренди, імовірності та ін. Статистичні функції математичного пакета повинні були витягти з цих даних тренди та дисперсії. Перевіримо, наскільки точно методи імовірнісного моделювання та класичної статистики дозволяють ідентифікувати "приховані" в даних механізми (закони механіки, фізики, економіки), що породжують емпіричні дані, які доступні для спостереження і вимірювання. Зводимо разом, для порівняння, "входи" - тестові дані і "виходи" - результати.

На рис. 6.16 подано приклад ідентифікації частотного розподілу випадкової складової в статистичних даних про попит.

вхід (модель) $\quad intrc = 8$; $\quad slop = 0.06$; $\quad stdv = 0.5$

вихід $\quad intercept(X, Y) = 8.4$; $slope(X, Y) = 0.052$; $sgmo \div ash = 0.51$

.



Понатискайте $nts3 \equiv 1$ і зробіть експертну оцінку розкиду реалізацій. **Тест.** Для чого ми розділили усі значення гістограми Rzpo на кількість точок ? Чи може бути а) середнє, б) стандартне відхилення від'ємним? Що означає така "дика" рівність: $IdeNrm(MD) = Minerr(mu, sgm)$?

Рис. 6.16. Стенд: "ідентифікація частотного розподілу статистичних даних

Однак наша ціль не разовий розрахунок параметрів частотного розподілу, а функція користувача, яку можна використовувати в програмах моделювання та оптимізації. В цьому плані зроблено **перший крок**: ми визначили через блок розв’язання функцію користувача, яка бере гістограму і повертає параметри нормального розподілу, що з мінімальною похибкою наближують гістограму. Тестуємо цю функцію:

$MD2^{\langle 1\rangle} := Rzpo^{\langle 1\rangle}$; $MD2^{\langle 2\rangle} := Rzpo^{\langle 2\rangle} \div Nd$ $\quad IdeNrm(MD2) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 2.06 \end{pmatrix}$. Наступні кроки: функція повинна брати неагреговані дані, різні теоретичні розподіли і повертати їх параметри. Можна ввести і обчислення критерію Пірсона та ін.

Контрольні запитання

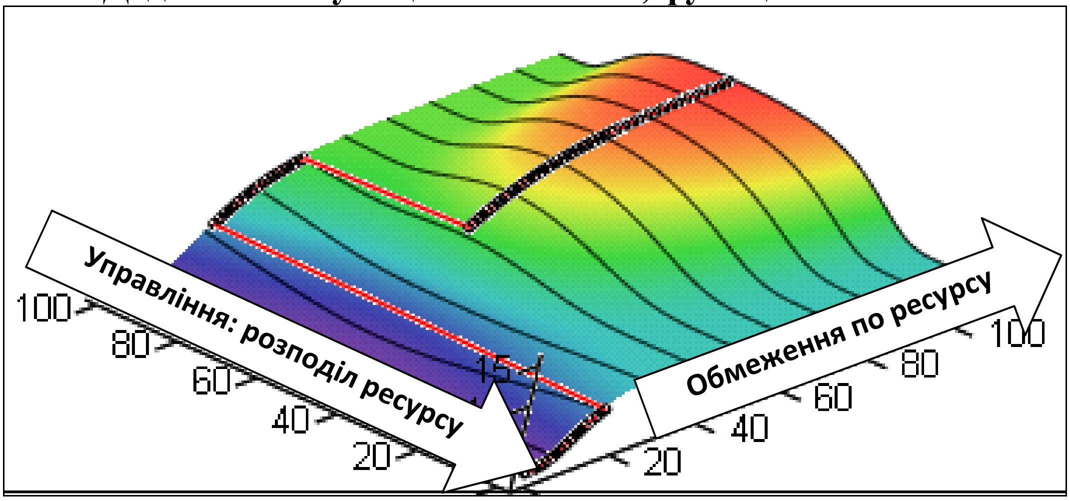
1. Визначення (дефініція) регресії і кореляції.
2. Способи знаходження (методи, вбудовані функції) регресії і кореляції.
3. Визначення (дефініція) тренду.
4. Способи знаходження (методи, вбудовані функції) трендів.
5. Визначення (дефініція) ідентифікації.
6. Способи знаходження (вхідні дані, методи, вихід) ідентифікації.
7. Класифікація задач ідентифікації.
8. Що таке параметрична ідентифікація, структурна ідентифікація?
9. Приклади задач ідентифікації в управлінні запасами.
10. Приклади задач ідентифікації в техніці та економіці.

Література

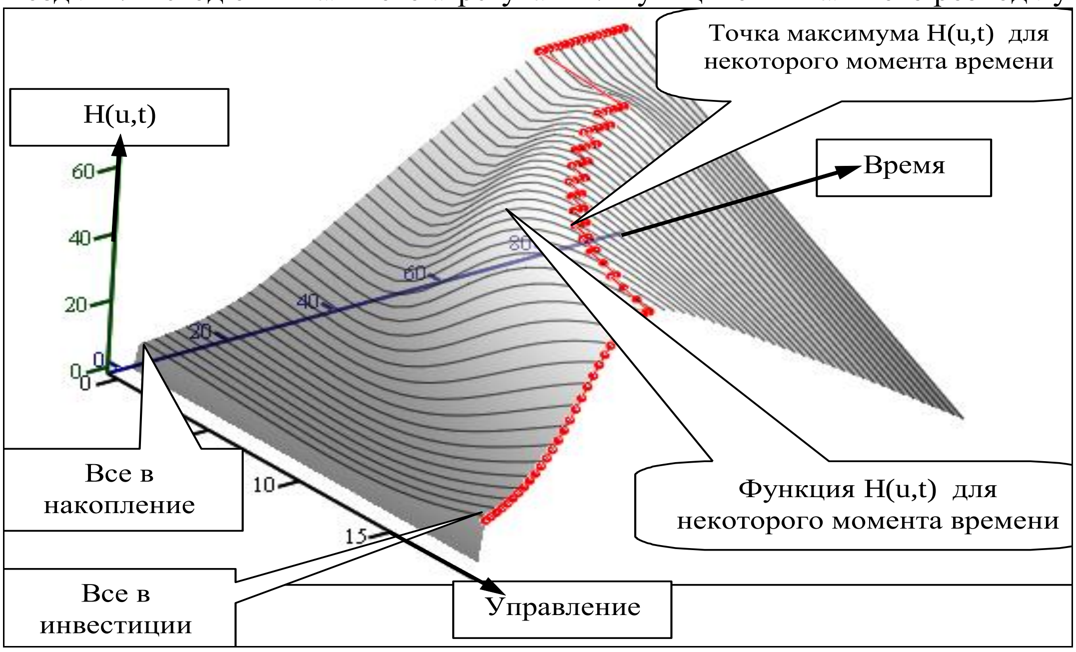
1. Боровська Т.М., Бадьора С.П., Колесник І.С., Северілов В.А. Моделювання багатопродуктових виробничих систем // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 1. – С. 48-54.
2. Бадьора С.П. Оптимальне управління інтегрованою системою «виробництво-постачання». Задача згладжування // «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – 2006. – №1(5). – С. 58-62.
3. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории управления. – М.: Издат. иностр. литер., 1962. – 233 с.
4. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. – М.: Наука, 1964. – 317 с.
5. Берзин Е. А. Оптимальное распределение ресурсов и элементы синтеза систем.– М.: Сов. радио, 1974. – 304 с.
6. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. — М.: Наука, 1966. — 308 с.
7. Боровская Т.Н., Северилов В.А., Колесник И.С. Детская экономика. Моделирование и оптимизация производственных систем // Компьютеры +Программы. — 2002. — №2. — С. 43-47.
8. Боровська Т.М., Колесник І.С., Северілов В.А. Оптимізація розподілу обмеженого ресурсу у виробничій системі на базі агрегування виробничих функцій // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2005. – № 1. – С. 12-18.
9. Боровська Т. М., Бадьора С.П., Северілов В.А. Оптимальне управління розвитком техніко-економічних систем. Цінові стратегії // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2003. — № 6. — С. 143-150.
10. Боровська Т. М., Колесник І.С., Северілов В.А. Оптимальне управління розвитком техніко-економічних систем. Кредитні стратегії// Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2003. — № 6. — С. 173-180.
11. Боровська Т. М., Колесник І.С., Северілов В.А. Основи теорії управління та дослідження операцій. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2003. – 242 с.
12. Боровська Т.М., Колесник І.С., Северілов В.А. Спеціальні розділи вищої математики. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2003. – 182 с.
13. Вітлінський В.В. та ін. Економічний ризик: ігрові моделі. Навчальний посібник. — Київ: КНЕУ, 2002. — 446 с.
14. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. Навчальний посібник: – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
15. Гелловэй Л. Операционный менеджмент. Принципы и практика. - Санкт-Петербург, Москва, Харьков, Минск: „Питер", 2001. – 323 с.
16. Дибб С., Симкин Л. Практическое руководство по сегментированию рынка. — Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 231 с.
17. Згуровський М.З., Панкратова Н.Д. Системна стратегія технологічного передбачення в інноваційній діяльності // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. – №3. – С. 7-24
18. Кендэл М. Временные ряды. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 199 с.
19. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. Под ред. В.И. Неймана. — М.: Мир, 1979. — 432 с.
20. Клиланд Д., Кинг В. Системный анализ и менеджмент проектов. - М.: "Советское радио", 1974. – 331 с.
21. Колесник І.С., Боровська Т.М., Северілов В.А. Моделі і методи для аналізу і оптимізації інвестиційних проектів // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 4. – С. 56-61.
22. Колесник І.С., Боровська Т.М., Северілов В.А. Управління проектами розвитку нових виробництв. Програмний комплекс для дистанційної освіти. // Матеріали IV міжнародної конференції "Інтернет - освіта - наука" (ІОН-2004). – Том 2. – Він-

ниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2004. – С. 254-258.
23. Крушвиц Л. Финансирование и инвестиции: Базовый курс. Учебник для вузов. — Москва-Харьков: «Питер», 2000. — 389 с.
24. Левин Р., Дранг, Эделсон Б. Практическое введение в технологію искусственного интеллекта и экспертных систем. – М.: „Финансы и статистика", 1990. – 238 с.
25. Мак-Дональд М. Стратегическое планирование маркетинга. – Санкт-Петербург, Москва, Харьков: „Питер", 2000. – 232 с.
26. Маркетинг. Сборник переводов. – Київ: Видавництво „Україна", 1995. – 279 с.
27. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. – М.: Изд-во Академии народного хозяйства, 1994. – 703 с.
28. Нэгл Томас Т. Стратегия и тактика ценообразования. Руководство для принятия решений, приносящих прибыль. — Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 375 с.
29. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск.– М.: Инфра, 1994. – 192 с.
30. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. — М.: Мир, 1981. – 286 с.
31. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. Изд.2. — М.: Едиториал УРСС, 2004. – 64 с**.**
32. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Изд.2. — М.: Высшая школа, 1969. – 384 с.
33. Попов Э.В. Экспертные системы. – М.: Наука, 1987. – 284 с.
34. Робертс. Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. – М.: Наука, 1986. – 500 с.
35. Северілов В.А., Колесник І.С., Бадьора С.П. Електронна книга «Моделювання та оптимізація в економіці». Проблема трьох «НЕ» - нелінійності, нестаціонарності та невипуклості // Збірник матеріалів НМК "Проблеми підручника для вищої школи". – Том 1. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2001. – С. 146-150.
36. Северилов В.А., Боровская Т.Н., Мельник Е.Н. Эволюционная технология разработки экспертных систем // Теория автоматизированного проектирования. — Харьков: ХАИ, 1987. — Вып. 4 — С. 33-38.
37. Северилов В.А. Детская экономика. Роль везения и умения в развитии производственных систем // Компьютеры+Программы. – 2002. – №1. – С. 46- 50.
38. Стрелец И.А. Новая экономика и информационные технологии.- М.: Издательство „Екзамен", 2003. – 256 с.
39. Соколов В.Г., Смирнов В.А. Исследование гибкости и надежности экономических систем. – Новосибирск.: Наука, 1990. – 253 с.
40. Уотермен Д. Руководство по экспертным системам. – М.: Мир, 1989. – 390 с.
41. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
42. Форрестер Дж. Динамика города. – М.: Прогресс, 1974. – 276 с.
43. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. — М.: Мир, 1966. — 276 с.
44. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
45. Чуев Ю.В., Спехова Г.П. Технические задачи исследования операций. — М.: Советское радио, 1981. — 176 с.
46. Шелдрейк Дж. Теория менеджмента от тейлоризма до японизации. – Санкт-Петербург, Москва, Харьков, Минск: „Питер", 2001. – 352 с.
47. Шрейдер Ю.А., Шаров А.А. Системы и модели. — М.: Радио и связь, 1982. – 216 с.
48. Экспертные системы. Принципы работы и примеры: Пер. сангл./ А. Брукинг, П. Джонс, Ф. Кокс и др.; Под ред. Р. Форсайта. – М.: Радио и связь, 1987. – 224 с.
49. Kelly K. New Rules for the New Economy. 10 radical strategies for a connected world.— Penguin books, 1999. — 180 p.

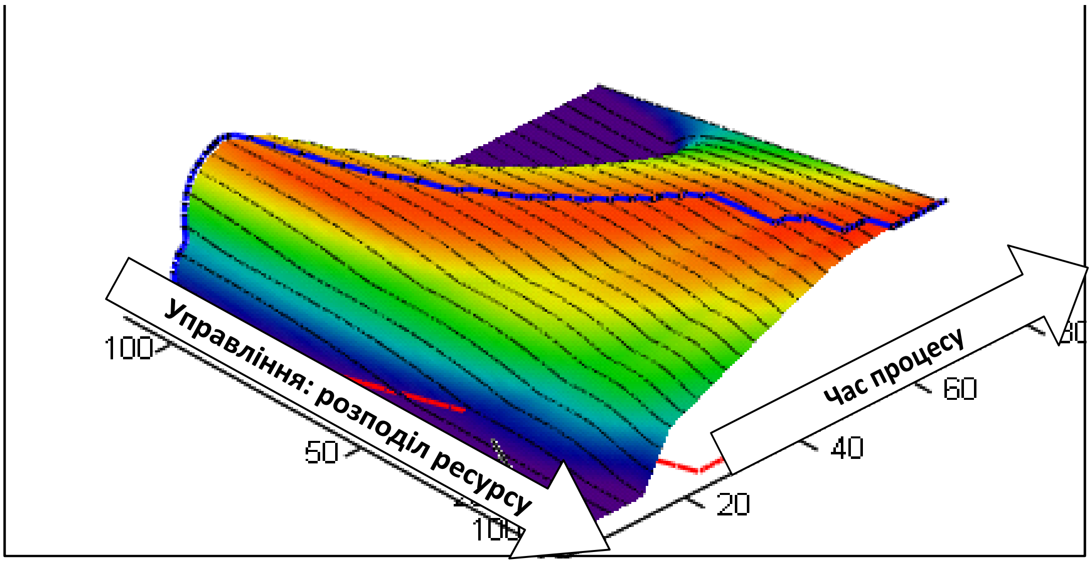
Додаток 1. Функції Гамільтона, функції Беллмана



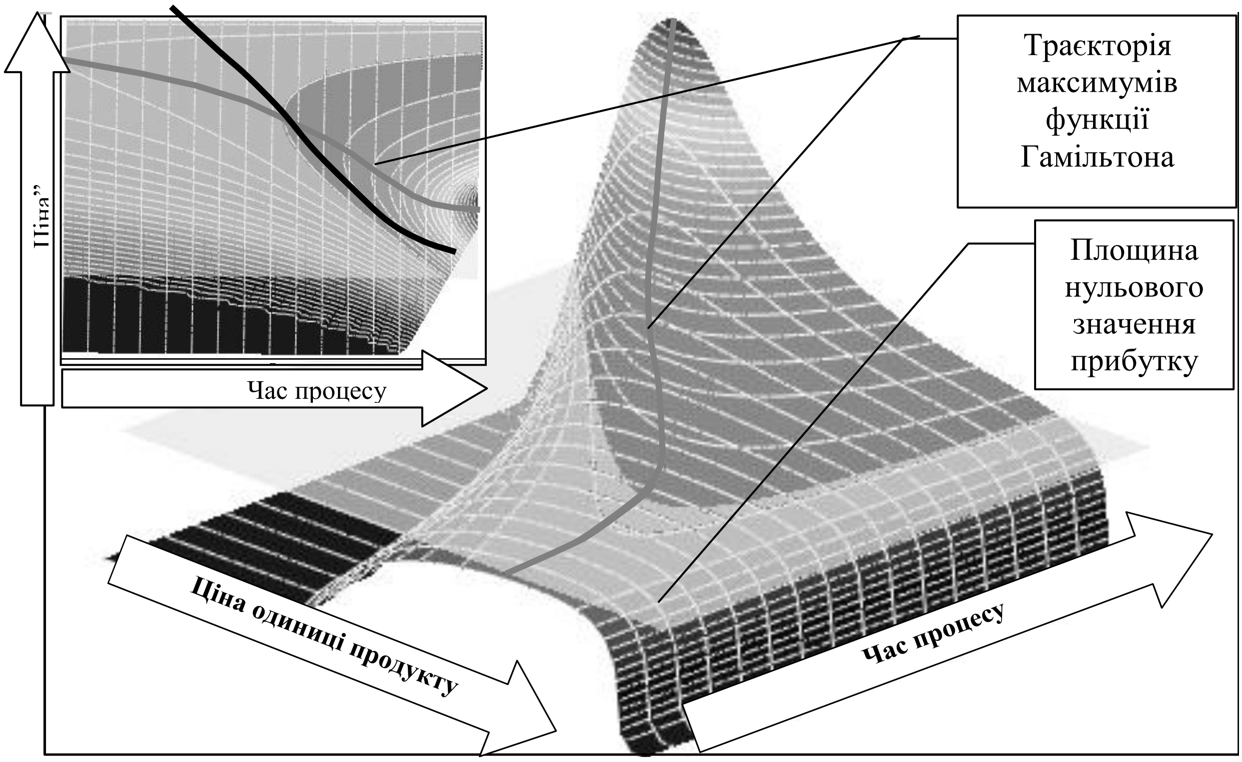
Розділ 2. Метод оптимального агрегування. Функція оптимального розподілу



Розділ 3. Метод принципу максимуму. Функція Гамільтона



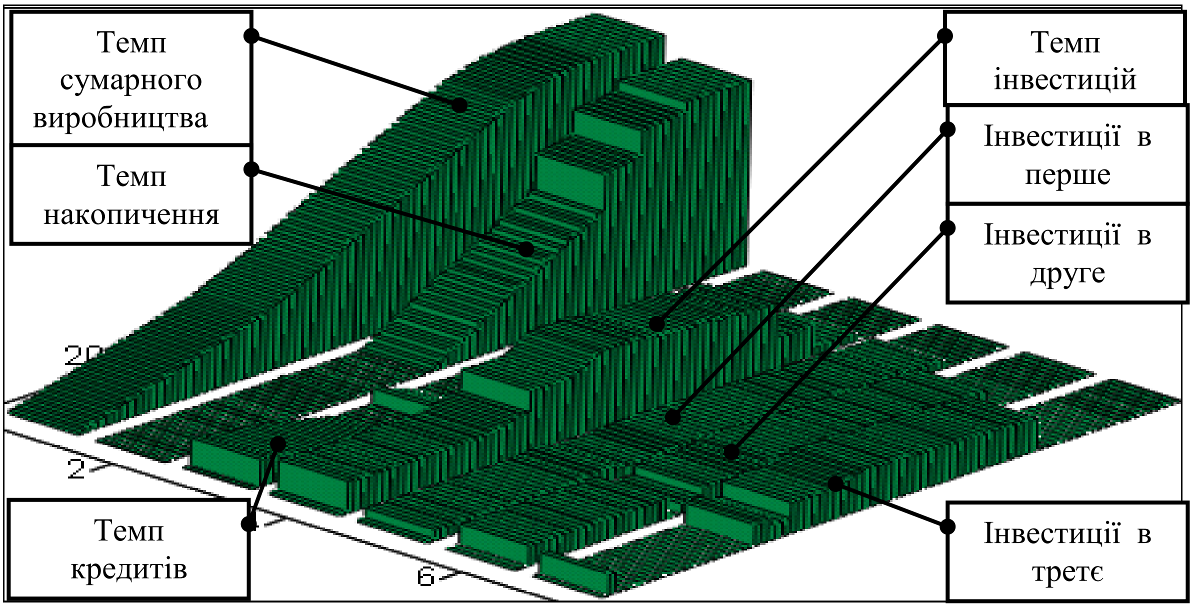
Розділ 3. Метод принципу максимуму. Функція Гамільтона для оптимальної агрегованої функції розвитку (для трьох виробничих елементів)



Розділ 4. Метод принципу максимуму. Функція Гамільтона для задачі визначення оптимальної цінової стратегії.

На графіку вище показана „кухня” знаходження цінової стратегії. Розв’язання знаходимо методом принципу максимуму: визначаємо функцію Гамільтона (складна задача), знаходимо на кожному кроці процесу ціну продажу, що дає максимум цієї функції. Послідовність оптимальних цін - цінова стратегія, що дає максимум накопиченого прибутку.

Можемо побачити, що математичні моделі, на яких ми базуємо експертні системи, побудовані на **розбитті складних багатовимірних задач в систему простих задач малої розмірності в просторі і часі**. Наприклад, так:



Розділ 3. Оптимальна стратегія розвитку виробничої системи з трьома виробничими елементами при використанні кредитів

Навчальне видання

Таїса Миколаївна Боровська
Віктор Андрійович Северілов
Сергій Петрович Бадьора
Ірина Сергіївна Колесник

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ У МЕНЕДЖМЕНТІ

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено Т. М. Боровською

Редактор В. О. Дружиніна

Видавництво ВНТУ “УНІВЕРСУМ-Вінниця”
Свідоцтво Держкомінформу України
Серія ДК №746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку
Формат 29,7×42¼
Друк різографічний
Тираж ____ прим.

Зам.№

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк.

Віддруковано в комп’ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ