

53(075)
А 18

Т. О. Данилюк, С. І. Резнік, С. Г. Авдєєв

ПОСІБНИК З ФІЗИКИ
для слухачів Інституту довузівської підготовки
(механіка, молекулярна фізика та термодинаміка)

3314-44

Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний технічний університет

ПОСІБНИК З ФІЗИКИ
для слухачів Інституту довузівської підготовки
(механіка, молекулярна фізика та термодинаміка)



Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного університету як навчальний посібник для слухачів Інституту довузівської підготовки. Протокол № 11 від 1 липня 2001 р.

Рецензенти:

П.М.Зузяк, доктор фізико-математичних наук, професор

В.І.Клочко, доктор педагогічних наук, професор

О.Г.Бунтар, доктор фізико-математичних наук, професор

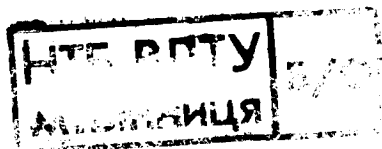
Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України

Данилюк Т.О., Резнік С.І., Авдєєв С.Г.

Д 18 **Посібник з фізики для слухачів Інституту довузівської підготовки (механіка, молекулярна фізика та термодинаміка).**
Навчальний посібник. – Вінниця, 2002. – 127 с.

Посібник призначений для самостійної роботи слухачів підготовчих відділень, учнів фізико-математичних шкіл та технічних ліцеїв, слухачів підготовчих вечірніх та заочних курсів, які функціонують при факультетах та інститутах довузівської підготовки. Він містить задачі з усіх питань програми вступних іспитів, переважно ті, які пропонувалися протягом ряду років на вступних іспитах з фізики в багатьох вузах України.

До всіх розділів посібника подано короткі вказівки щодо загальної методики розв'язування задач та перелік основних формул, які використовуються під час розв'язування.



ЗМІСТ

| | |
|---|-----|
| Передмова..... | 4 |
| Механіка..... | 5 |
| Розділ 1. Кінематика поступального і обертального руху..... | 5 |
| Основні поняття..... | 6 |
| Приклади розв'язування задач..... | 8 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 19 |
| Розділ 2. Динаміка поступального і обертального руху..... | 29 |
| Основні поняття..... | 30 |
| Приклади розв'язування задач..... | 33 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 54 |
| Розділ 3. Робота і енергія..... | 67 |
| Основні поняття..... | 67 |
| Приклади розв'язування задач..... | 68 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 73 |
| Розділ 4. Рідини і гази..... | 80 |
| Основні поняття..... | 81 |
| Приклади розв'язування задач..... | 82 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 87 |
| Молекулярна фізика й термодинаміка..... | 94 |
| Розділ 1. Основи молекулярно-кінетичної теорії..... | 94 |
| Основні поняття..... | 95 |
| Приклади розв'язування задач..... | 97 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 101 |
| Розділ 2. Основи термодинаміки..... | 109 |
| Основні поняття..... | 109 |
| Приклади розв'язування задач..... | 111 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 117 |
| Розділ 3. Властивості твердих і рідких тіл..... | 124 |
| Основні поняття..... | 124 |
| Приклади розв'язування задач..... | 124 |
| Задачі для самостійного розв'язування..... | 127 |

Передмова

Посібник з фізики призначається для самостійної роботи слухачів факультету доувзівської підготовки.

В посібнику вміщено задачі різної складності. До всіх розділів посібника подані короткі вказівки щодо методики розв'язування задач та перелік основних формул, які використовуються під час розв'язування.

При розв'язуванні задач слід виконувати такі дії:

1. Прочитати умову задачі та вникнути в фізичну суть явищ або процесів, що розглядаються. Вияснити мету розв'язування та виділити відомі та невідомі величини.
2. Коротко записати умову задачі та перевести значення всіх фізичних величин в СІ. Зробити рисунок або схему, де вказати всі векторні величини (швидкості, прискорення, сили, імпульсу, напруженості електричного поля, індукцію магнітного поля тощо).
3. З'ясувати, за допомогою яких фізичних законів можна описати ситуацію, що розглянута в задачі. Якщо в закон входять векторні величини, то записати цей закон у векторному вигляді. Вибрати систему координат і записати векторні співвідношення в проєкціях на координатні осі у вигляді скалярних рівнянь, які зв'язують відомі та невідомі величини.
4. Розв'язати одержане рівняння (або систему рівнянь) в загальному вигляді.
5. Перевірити правильність розв'язування задачі, знайшовши розмірність одержаних величин.
6. Підставити в загальний розв'язок числові значення фізичних величин та провести необхідні обчислення.
7. Проаналізувати одержаний результат та оцінити його реальність. Записати відповідь в одиницях СІ або в тих одиницях, які вказані в умові задачі.
8. Вияснити, чи є інші способи розв'язування задачі. Подумати, чи зміниться результат, якщо внести зміни в умову задачі. Проаналізувати граничні або окремі випадки загального розв'язку.

Недоліки, які часто зустрічаються на письмових іспитах з фізики:

1. Неуважність при написанні даних умови задачі, неправильне переведення фізичних величин з одних одиниць в інші.
2. Не врахування того, що векторні величини додаються геометрично за правилом паралелограма, а не алгебраїчно.
3. Досить часто одна і та ж величина позначається різними буквами, або різні величини – однаковими буквами. Результат – помилки в алгебраїчних перетвореннях і, отже, неправильна відповідь.
4. Підводить також і техніка обчислень, а також невміння вибрати з одержаного математичного розв'язку відповідь, що відповідає умові задачі.

МЕХАНІКА

Механіка вивчає закономірності найпростіших процесів матеріального світу: просторових переміщень взаємодіючих тіл або їх частини, а також закони рівноваги таких тіл.

Розділ I Кінематика поступального і обертального руху

Кінематика вивчає різноманітні механічні рухи, не розглядаючи причин, які зумовлюють ці рухи. При розв'язуванні задач на тему "Кінематика" рекомендується:

- вибрати систему відліку (тіло відліку, систему координат і початок відліку часу). При виборі напрямків координатних осей варто враховувати напрямок векторів переміщень, швидкостей та прискорень;
- зобразити траєкторію руху частинки (матеріальної точки) у вибраній системі відліку, вказати на рисунку напрямки векторів переміщень, швидкостей та прискорень;
- записати закон руху та відповідні йому рівняння спочатку у векторному вигляді ($\vec{r} = \vec{r}(t)$, $\vec{v} = \vec{v}(t)$), а потім записати ці рівняння в проекціях на осі координат і одержати систему рівнянь у скалярному вигляді;
- при необхідності доповнити одержану систему рівнянь і знайти шукані величини;
- при графічному розв'язуванні задачі використати графіки залежності координат або швидкості (чи інших величин) від часу, визначити на підставі цих графіків невідомі величини. Слід пам'ятати, що графічні залежності кінематичних величин можуть бути дуже корисними як при аналізі умови задачі, так і при перевірці результатів її розв'язування.

Основні співвідношення

Рівняння шляху рівномірного прямолінійного руху:

$$S = Vt, \quad (1)$$

де S - шлях, V - швидкість руху, t - час руху.

Середня швидкість нерівномірного руху:

$$V_{cp} = \frac{S}{t}, \quad (2)$$

де S - шлях, t - час руху.

Прискорення рівноприскореного руху:

$$\vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t}, \quad (3)$$

де \vec{V}_0 - початкова швидкість, \vec{V} - кінцева швидкість, t - тривалість руху.

Швидкість рівнозмінного руху:

$$V = V_0 \pm at, \quad (4)$$

де V_0 - початкова швидкість, a - прискорення, V - кінцева швидкість.

Шлях рівнозмінного руху:

$$S = V_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \quad (5)$$

$$V^2 - V_0^2 = 2aS. \quad (6)$$

де V_0 - початкова швидкість, V - кінцева швидкість, a - прискорення.

Тривалість польоту тіла, кинутого під кутом α до горизонту:

$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}. \quad (7)$$

Дальність польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту:

$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}, \quad (8)$$

де V_0 - початкова швидкість, α - кут кидання тіла, g - прискорення вільного падіння.

Висота підйому тіла, кинутого під кутом до горизонту:

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (9)$$

Кутова швидкість рівномірного обертового руху:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad (10)$$

де φ - кут повороту, t - час повороту.

Кутова швидкість і період обертання зв'язані між собою співвідношеннями:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{або} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (11)$$

Частота обертання і період обертання зв'язані між собою співвідношеннями:

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad \text{або} \quad T = \frac{1}{\nu}. \quad (12)$$

Кутова швидкість дорівнює:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (13)$$

Лінійна швидкість дорівнює:

$$V = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu. \quad (14)$$

Швидкість руху частинки відносно нерухомої системи відліку (закон додавання швидкостей)

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{V}', \quad (15)$$

де \vec{U} - швидкість рухомої системи відліку відносно нерухомої (переносна швидкість), \vec{V}' - швидкість частинки відносно рухомої системи відліку (відносна швидкість), \vec{V} - швидкість частинки відносно нерухомої системи відліку (абсолютна швидкість).

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Автомобіль проїхав першу половину дороги зі швидкістю $V_1 = 90 \text{ км/год}$, другу зі швидкістю $V_2 = 60 \text{ км/год}$. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху.

| | |
|---------------------------|--------------------------|
| $V_1 = 90 \text{ км/год}$ | $V_1 = 25 \text{ м/с}$ |
| $V_2 = 60 \text{ км/год}$ | $V_2 = 16,6 \text{ м/с}$ |
| $V_{\text{сєр}} - ?$ | $V_{\text{сєр}} - ?$ |

Розв'язування

Середню швидкість визначають за формулою $V_{\text{сєр}} = \frac{S}{t}$.

Вибираємо систему відліку і виконуємо рисунок.

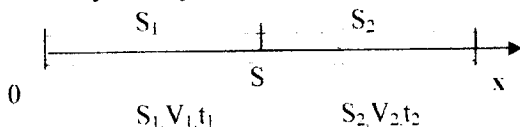


Рисунок 1

Рух тіла змінний. Рівняння руху має вигляд

$$V_{\text{сєр}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} \quad (1)$$

В проекції на вісь x швидкість дорівнює

$$V_1 = \frac{S_1}{t_1} = \frac{S}{2t_1}, \quad V_2 = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S}{2t_2}$$

Підставляючи ці значення в формулу (1) маємо

$$V_{\text{сєр}} = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$$

Перевіримо розмірність і обчислимо

$$\frac{\frac{M}{c}}{c} = \frac{\frac{c}{M} \cdot \frac{c}{c}}{\frac{M}{c} + \frac{M}{c}} = \frac{M}{c}$$

$$V_{\text{сєр}} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 16,6}{26 + 16,6} \approx 19,5 \frac{M}{c}$$

Відповідь: $19,5 \frac{M}{c}$.

Задача 2. Обчислити, протягом якого часу швидкий поїзд довжиною $l = 300 \text{ м}$, що рухається зі швидкістю $V_1 = 90 \text{ км/год}$ буде проходити мимо пасажира, який знаходиться в зустрічному поїзді, що

рухається зі швидкістю $V_2 = 54 \text{ км/год}$.

$$l = 300 \text{ м}$$

$$V_1 = 90 \text{ км/год}$$

$$V_2 = 54 \text{ км/год}$$

$$t_{1,2} - ?$$

Розв'язування

Систему відліку пов'яжемо з пасажиром. де $\vec{V}_{1,2}$ - швидкість руху першого поїзда відносно другого поїзда.

Відомо, що відносна швидкість

$$\vec{V}_{1,2} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \quad (\text{у векторній формі}). \quad (1)$$

В скалярній формі рівняння (1) прийме вигляд після проектування векторів на вісь x :

$$V_{1,2} = -V_1 - (+V_2) = -(V_1 + V_2).$$

Знак "-" показує, що відносна швидкість першого поїзда направлена в сторону протилежну додатній осі x .

Проекція переміщення на вісь x буде $-l$. тоді рівняння в скалярній формі прийме вигляд

$$t_{1,2} = \frac{-l}{-V_{1,2}} = \frac{l}{V_{1,2}}.$$

Обчислимо:

$$t_{1,2} = \frac{300 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 7.5 \text{ с}.$$

Відповідь: 7.5 с.

Задача 3. Катер проходить відстань між двома пунктами по річці вниз за течією за 8 год , проти течії - за 12 год . За скільки годин катер пройшов би ту ж саму відстань в нерухомій воді?

$$t_1 = 8 \text{ год}$$

$$t_2 = 12 \text{ год}$$

$$t - ?$$

Розв'язування

Позначимо відстань між пунктами буквою L . швидкість руху катера в нерухомій воді - V і швидкість течії в річці - U .

Запишемо рівняння руху катера вниз за течією річки: $L = (V + U) \cdot t_1$. Те ж саме вгору проти течії: $L = (V - U) \cdot t_2$. З цих рівнянь необхідно знайти

величину $t = \frac{L}{V}$. Перепишемо їх так, щоб вилучити U :

$$\frac{L}{t_1} = V + U; \quad \frac{L}{t_2} = V - U.$$

Додавши ці рівняння, одержимо $\frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2} = 2V$.

$$\text{Звідси } t = \frac{L}{V} = \frac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 9.6 \text{ год.}$$

Відповідь: $t = 9.6 \text{ год.}$

Задача 4. Тіло, що має початкову швидкість 4 м/с , пройшло за шосту секунду руху шлях 2.9 м . Знайти прискорення тіла.

$$V_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$t_6 - t_5 = 1 \text{ с}$$

$$\Delta S = 2.9 \text{ м}$$

$$a = ?$$

Розв'язування

Шлях, пройдений тілом за шосту секунду руху.

$$\Delta S = S_6 - S_5 = \left(V_0 t_6 + \frac{at_6^2}{2} \right) - \left(V_0 t_5 + \frac{at_5^2}{2} \right).$$

де S_5 і S_6 - шляхи, що пройшло тіло за п'ять і шість секунд, відповідно

Звідси

$$\Delta S = V_0(t_6 - t_5) + \frac{a}{2}(t_6^2 - t_5^2).$$

$$a = \frac{2(\Delta S - V_0(t_6 - t_5))}{t_6^2 - t_5^2} = -0.2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Відповідь: $a = -0.2 \text{ м/с}^2$. Тіло рухалось сповільнено з прискоренням, що направлено протилежно до швидкості.

Задача 5. Рівняння руху тіла має вигляд $x = 15t + 0.4t^2$. Знайти прискорення руху тіла. Визначити початкову швидкість тіла і його швидкість через 5 с .

$$x = 15t + 0.4t^2$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$a = ? V_0 = ?$$

$$V = ?$$

Розв'язування

Порівняємо дане рівняння руху тіла з рівнянням руху у загальному вигляді:

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad x = 15t + 0.4t^2.$$

Очевидно, що $x_0=0$, $V_0=15 \text{ м/с}$, $\frac{a}{2}=0.4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, звідси $a=0.8 \text{ м/с}^2$.

Швидкість тіла через 5 с знайдемо з рівняння:

$$V = V_0 + a t;$$

тоді $V = 15 + 0.8 \cdot 5 = 19 \text{ м/с}$.

Відповідь: $a = 0.8 \text{ м/с}^2$; $V_0 = 15 \text{ м/с}$; $V = 19 \text{ м/с}$.

Задача 6. З висоти 1000 м падає тіло без початкової швидкості. Одночасно з висоти 1100 м падає друге тіло з деякою початковою швидкістю. Обидва тіла досягають Землі в один і той же момент часу. Знайти початкову швидкість другого тіла. Опором повітря знехтувати.

$$h = 1000 \text{ м}$$

$$H = 1100 \text{ м}$$

$$t_1 = t_2$$

$$V_{02} = ?$$

Розв'язування

Позначимо час падіння обох тіл буквою t .

Тоді

$$h = \frac{gt^2}{2};$$

$$H = V_{02}t + \frac{gt^2}{2}$$

Підставляючи в друге рівняння з першого

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

одержимо:

$$H = V_{02} \sqrt{\frac{2h}{g}} + h, \text{ або } V_{02} = \frac{H-h}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \frac{H-h}{2h} \cdot \sqrt{2gh} \approx 7 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $V_{02} \approx 7 \text{ м/с}$.

Задача 7. Тіло кинуте з висоти H у горизонтальному напрямі з швидкістю V_0 . Визначити, як залежить від часу координата тіла і його повна швидкість. Вивести рівняння траєкторії.

Розв'язування

Візьмемо систему координат XOY (рис.2), початок якої розміщений на поверхні землі, вісь OX спрямована в бік початкової

швидкості, а вісь OY - вертикально вгору. Рух тіла можна уявити як суму рівномірного руху з швидкістю V_0 в горизонтальному напрямі і рівноприскореного руху без початкової швидкості у вертикальному напрямі з прискоренням $a_y = -g$, направленим донизу. Складові швидкості по осях координат:

$$V_x = V_0, \quad (1)$$

$$V_y = -gt, \quad (2)$$

повна швидкість

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 + g^2 t^2}. \quad (3)$$

Закони руху для координат:

$$x = V_0 t, \quad (4)$$

$$y = H - \frac{gt^2}{2}. \quad (5)$$

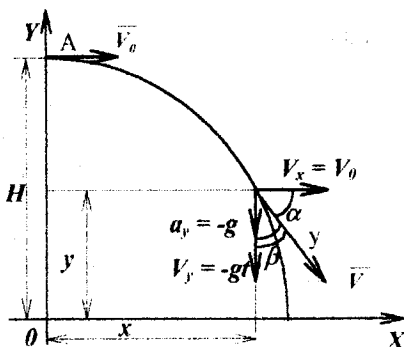


Рисунок 2

Виключивши з виразів (4) і (5) час t , дістанемо рівняння траєкторії:

$$y = H - \frac{gx^2}{2V_0^2}.$$

Це рівняння параболи.

Відповідь: Це рівняння параболи.

Задача 8. Снаряд зенітної гармати, що випущений вертикально вгору зі швидкістю 800 м/с , досягнув цілі через 6 с . На якій висоті знаходився ворожий літак і яка швидкість снаряду при досягненні цілі?

$$V_0 = 800\text{ м/с}$$

$$t = 6\text{ с}$$

$$h = ? \quad V = ?$$

Розв'язування

Запишемо рівняння для визначення координати тіла і швидкості в довільний момент часу:

$$\begin{cases} y = h_0 + V_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} \\ V_y = V_{0y} - gt \end{cases}$$

Початок відліку координати сумістимо з поверхнею Землі. координатну вісь Y спрямуємо вертикально вгору. Тоді $h_0 = 0$, $g_y = -g$,

$$V_{0y}=V_0; V_j=V.$$

$$\begin{cases} h = V_0 t - \frac{g_y t^2}{2} \\ V = V_0 - g t^2. \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему двох рівнянь з двома невідомими одержимо

$$V = 740 \text{ м/с}; \quad h = 4620 \text{ м.}$$

Відповідь: $V = 740 \text{ м/с}; h = 4620 \text{ м.}$

Задача 9. З вертольоту, що знаходиться на висоті 300 м. скинуто тягар. Через який час тягар досягне Землі, якщо вертоліт: 1) нерухомий; 2) опускається зі швидкістю 5 м/с; 3) піднімається зі швидкістю 5 м/с?

$$\begin{array}{|l} Y_0 = 300 \text{ м} \\ V_0 = 5 \text{ м/с} \\ \hline t - ? \end{array}$$

Розв'язування.

Направимо вісь Y вертикально вниз, початок осі помістимо на висоті Y_0 від поверхні Землі (рис.3).

1. Якщо вертоліт нерухомий, то рівняння руху тягаря

$$Y = \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

Коли тягар досягає поверхні Землі ($t = t_1$, $Y = Y_0$), рівняння (1) прийме вигляд:

$$Y_0 = \frac{gt_1^2}{2}, \text{ звідси час падіння тягаря на Землю}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2Y_0}{g}}. \quad t_1 = 7.8 \text{ с.}$$

2. Оскільки перед падінням тягар опускається разом з вертольотом зі швидкістю V_0 , то рівняння руху тягаря

$$Y = V_0 t + \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Коли тягар досягне поверхні Землі ($t = t_2$, $Y = Y_0$), рівняння (2) прийме вигляд:

$$Y_0 = V_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2},$$

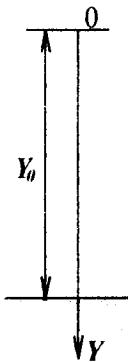


Рисунок 3

звідси

$$t_2^2 + \frac{2V_0}{g} t_2 - \frac{2Y_0}{g} = 0.$$

Розв'язуючи отримане рівняння, знайдемо

$$t_2 = \frac{-V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 2gY_0}}{g};$$

$t_2 \approx 7.3$ с, від'ємний корінь $t_2 = -8.3$ відкидаємо, отже, $t_2 \approx 7.3$ с.

3. Складаємо рівняння руху тягара

$$Y = -V_0 t + \frac{gt^2}{2}, \quad (3)$$

(оскільки перед падінням тягар піднімається разом з вертольотом зі швидкістю V_0). В момент досягнення тягарем Землі ($t = t_3$, $Y = Y_0$) рівняння (3) має вигляд:

$$Y_0 = -V_0 t_3 + \frac{gt_3^2}{2},$$

звідси

$$t_3^2 - \frac{2V_0}{g} t_3 - \frac{2Y_0}{g} = 0.$$

Розв'язуючи отримане рівняння, знайдемо

$$t_3 = \frac{V_0 \pm \sqrt{V_0^2 + 2gY_0}}{g}.$$

Відкидаючи від'ємний корінь $t_2 = -7.3$, одержуємо $t_2 \approx 8.3$ с.

Відповідь: $t_1 = 7.8$ с; $t_2 = 7.3$ с; $t_3 = 8.3$ с.

Задача 10. Одне тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю V_{01} , друге падає з висоти h з початковою швидкістю, що дорівнює нулю. Знайти залежність відстані між тілами від часу, якщо відомо, що тіла почали рух одночасно.

V_{01} ,

$V_{02} = 0$

$Y_0 = h$

$\Delta Y = f(t) - ?$

Розв'язування

Направимо вісь Y вертикально вгору, початок осі виберемо на поверхні Землі (рис. 4). Оскільки тіла кинуті одночасно, то час їх руху однаковий, а рівняння руху мають вигляд:

$$Y_1 = V_{01}t - \frac{gt^2}{2}; \quad Y_2 = Y_0 - \frac{gt^2}{2},$$

де Y_0 - початкова координата другого тіла.

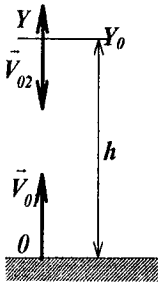


Рисунок 4

Відстань між тілами ΔY у довільний момент часу виражається рівнянням

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1 = Y_0 - \frac{gt^2}{2} - V_{01}t + \frac{gt^2}{2} = Y_0 - V_{01}t$$

або $\Delta Y = h - V_{01}t$.

Відповідь: $\Delta Y = h - V_{01}t$.

Задача 11. Тіло кинуте під кутом α_0 до горизонту з швидкістю V_0 . Знайти залежність координат тіла від часу (закони руху тіла) і написати рівняння траєкторії.

| | |
|------------|--|
| α_0 | |
| V_0 | |
| $x(t) - ?$ | |
| $Y(t) - ?$ | |
| $Y(x) - ?$ | |

Розв'язування

Візьмемо прямокутну систему координат у тому місці, звідки кинуте тіло (рис.5). Вісь x направимо горизонтально в той бік, куди кинуте тіло, а вісь OY - вертикально вгору (рис.5). У цій системі координат рух можна подати у вигляді суми рівномірного руху

вздовж горизонтальної осі з швидкістю $V_{0x} = V_0 \cos \alpha_0$ і рівноприскореного руху вздовж вертикальної осі з початковою швидкістю $V_{0y} = V_0 \sin \alpha_0$ і прискоренням $a_y = -g$. Проекції швидкості на осі координат у цьому випадку будуть:

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha_0, \quad (1)$$

$$V_y = V_{0y} - gt = V_0 \sin \alpha_0 - gt. \quad (2)$$

Закони руху для координат будуть:

$$x = (V_0 \cos \alpha_0) \cdot t, \quad (3)$$

$$Y = (V_0 \sin \alpha_0) \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (4)$$

Рівняння траєкторії тіла дістанемо виключивши час t з цих рівнянь:

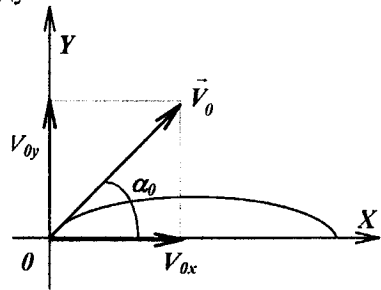


Рисунок 5

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha_0}, \quad Y = (V_0 \sin \alpha_0) \frac{x}{V_0 \cos \alpha_0} - \frac{g \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha_0} \right)^2}{2}.$$

$$Y = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha_0}.$$

Це рівняння параболи.

Задача 12. Пружинний пістолет, встановлений на горизонтальній поверхні так, що його дуло направлено під кутом α до горизонту. При якому значенні кута α дальність польоту кулі при пострілі буде максимальною? Знайти максимальну дальність польоту кулі при швидкості вильоту $V_0 = 7 \text{ м/с}$.

$$l = l_{\max}$$

$$V_0 = 7 \text{ м/с}$$

$$\alpha - ?$$

$$l_{\max} - ?$$

$$\alpha_{\max} - ?$$

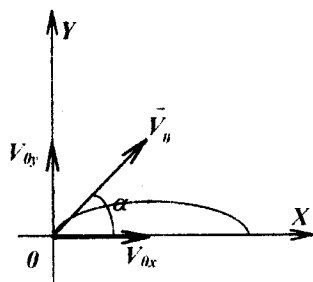


Рисунок 6

Розв'язування

Вздовж осі x куля рухається рівномірно зі швидкістю $V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha$. Тому її координата x змінюється з часом згідно з формулою:

$$x = (V_0 \cos \alpha) \cdot t. \quad (1)$$

У вертикальному напрямі куля рухається з сталим прискоренням $a = g$ (воно направлене вниз), початкова швидкість кулі в цьому напрямі $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$. Координату Y кулі в момент часу t можна знайти за формулою

$$Y = V_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = (V_0 \sin \alpha) t - \frac{gt^2}{2}.$$

Знайдемо час руху кулі t_0 . У момент t_0 падіння її на Землю $Y = 0$. Отже, ми можемо записати:

$$0 = (V_0 \sin \alpha) t_0 - \frac{gt_0^2}{2}$$

звідси

$$l_{\max} = (V_0 \cos \alpha) t_0 = \frac{2V_0^2}{g} \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

Дальність буде максимальною, якщо $\sin 2\alpha = 1$, тобто $2\alpha = 90^\circ$; $\alpha = 45^\circ$. Отже, максимальна дальність польоту:

$$l_{\max} = \frac{V_0^2}{g}; \quad l_{\max} = 5 \text{ м.}$$

Відповідь: $\alpha = 45^\circ$; $l_{\max} = 5 \text{ м.}$

Задача 13. Визначити доцентрове прискорення точок земної поверхні на екваторі, на широті 45° і на полюсі, що викликане обертанням Землі.

$$T = 24 \text{ год} = 8.64 \cdot 10^4 \text{ с}$$

$$\varphi = 45^\circ$$

$$a_{\text{доц}} = ?$$

Розв'язування

1. Точка A земної поверхні на екваторі здійснює разом з Землею за добу один повний оберт (рис.7). Отже, лінійна швидкість:

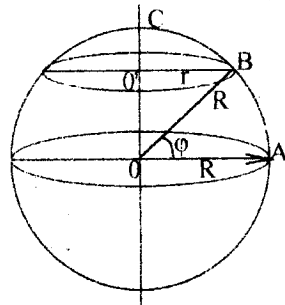


Рисунок 7

$$V = \frac{l_c}{t} = \frac{2\pi R}{T}$$

де l_c - довжина кола земного екватора, R - радіус Землі. Доцентрове прискорення точки A : $a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{R}$. Підставивши V у вираз для $a_{\text{доц}}$, одержимо:

$$a_{\text{доц}} = \frac{4\pi^2 R^2}{RT^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}; \quad a_{\text{доц}} = 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$$

2. Лінійна швидкість точки B земної поверхні, що знаходиться на широті φ , дорівнює $V = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}$, де r - радіус кола, який описує точка B . З рисунка знаходимо, що $r = R \cos \varphi$. За визначенням доцентрове прискорення точки B :

$$a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cos \varphi,$$

$$a_{\text{доц}} = 2.4 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2.$$

3. Лінійна швидкість точки C земної поверхні, що знаходиться на полюсі, $V = 0$. Отже $a_{\text{доц}} = 0$.

Відповідь: $a_{\text{доц}} = 3.4 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2$, $a_{\text{доц}} = 2.4 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2$, $a_{\text{доц}} = 0$.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Матеріальна точка, рухаючись у певному напрямку, пододала шлях 3 м, потім після зупинки і повороту на 90° , рухаючись по прямій, пройшла ще 4 м. Знайти весь шлях і модуль повного переміщення.

Відповідь: 7 м, 5 м.

Задача 2. Рівняння руху автомобіля: $x_1 = -270 + 12t$, пішохода $x_2 = -1.5t$. Виконати рисунок, знайти положення автомобіля та пішохода при $t = 0$. Коли вони зустрінуться? Який шлях пройде пішоход до зустрічі?

Відповідь: через 20 с, 30 м.

Задача 3. Швидкість поздовжньої подачі різця токарного верстака 12 см/хв, поперечної - 5 см/хв. Яка його швидкість у системі відліку, пов'язаній з корпусом верстака?

Відповідь: 13 см/хв.

Задача 4. Першу половину шляху автомобіль проїхав із середньою швидкістю $V_1 = 60$ км/год, другу - зі швидкістю $V_2 = 40$ км/год. Знайти середню швидкість на всьому шляху.

Відповідь: $V_{\text{ср}} = 2 V_1 V_2 / (V_1 + V_2) = 48$ км/год.

Задача 5. Першу половину часу автомобіль проїхав із середньою швидкістю $V_1 = 40$ км/год, другу - із середньою швидкістю $V_1 = 60$ км/год. Знайти середню швидкість на всьому шляху.

Відповідь: $V_{\text{ср}} = (V_1 + V_2) / 2 = 50$ км/год.

Задача 6. Катер, рухаючись за течією, подолав деяку відстань в $n = 3$ рази швидше, ніж під час руху проти течії. Середня швидкість

катера на всьому шляху $V_{\text{сеп}} = 3$ км/год. Знайти швидкість течії і швидкість катера відносно води.

Відповідь: $V_T = \frac{(n^2 - 1)V_{\text{ср}}}{4n} = 2 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, $V_K = \frac{(n+1)^2 V_{\text{ср}}}{4n} = 4 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

Задача 7. З катера, що пливе за течією, кинули рятівний круг. Через 15 хв. катер змінив напрямок руху на протилежний. Коли він порівняється з кругом? Як зміниться відповідь, якщо катер спочатку рухатиметься проти течії?

Відповідь: ще через 15 хв., не зміниться.

Задача 8. Вагон завширшки $b = 3.6$ м рухався зі швидкістю $V_1 = 15$ м/с. Його стінки пробила куля, що летіла перпендикулярно до напрямку руху вагона. Відносне зміщення дірок у стінках вагона $S = 9.0$ см. Знайти швидкість V_2 кулі.

Відповідь: $V_2 = bV_1/S = 600$ м/с.

Задача 9. Спостерігач чує, ніби літак перебуває в зеніті, а бачить його під кутом 60° до горизонту. Яка швидкість літака? Швидкість звуку в повітрі 340 м/с.

Відповідь: 196.3 м/с.

Задача 10. Два поїзди рухаються назустріч один одному зі швидкостями 54 км/год та 72 км/год. Пасажира першого поїзда помічає, що другий поїзд рухається повз нього протягом 4с. Яка довжина другого поїзда?

Відповідь: 140 м.

Задача 11. Швидкість руху човна в n разів більша за швидкість течії. У скільки разів більше часу займає поїздка між двома пунктами проти течії, ніж за течією?

Відповідь: $\frac{n+1}{n-1}$.

Задача 12. Автомобіль, що рухається рівномірно зі швидкістю $V_1 = 45$ км/год, за $t_1 = 10$ с пройшов такий самий шлях, як і автобус, що рухається в тому самому напрямку за 15с. Знайти їх відносну швидкість.

Відповідь: $V = \frac{V_1(t_2 - t_1)}{t_2} = 15 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

Задача 13. По шосе в одному напрямку рухаються два мотоциклісти. Відстань між ними в початковий момент часу дорівнює 300 м. Швидкість першого мотоцикліста 15 м/с, а другого, який їде за ним, 20 м/с. Через який час другий мотоцикліст наздожене першого і який шлях до цього моменту він пройде?

Відповідь: через 1 хв., 1200 м.

Задача 14. Поїзд завдовжки $l_1 = 300$ м їде через міст завдовжки $l_2 = 200$ м зі швидкістю 72 км/год. За який час поїзд переїде через міст?

Відповідь: 25 с.

Задача 15. Дві прямі дороги перетинаються під кутом 60° . Від перехрестя віддаляються два автомобілі зі швидкостями 40 км/год та 80 км/год. Знайти швидкість першого автомобіля відносно другого.

Відповідь: 69 км/год, 106 км/год.

Задача 16. З катера, що рухався униз річкою, кинули рятівний круг, коли він проходив під мостом. Через півгодини катер змінив напрям руху на протилежний і зустрів круг на відстані 1.5 км від мосту. Яка швидкість течії?

Відповідь: 1.5 км/год.

Задача 17. З пунктів А і В, відстань між якими l , рухаються в одному напрямку два тіла зі швидкостями V_1 і V_2 , причому з точки В тіло починає рухатись на t_0 пізніше від початку руху тіла з точки А. Коли вони зустрінуться?

Відповідь: $t = \frac{l - V_2 t_0}{V_1 - V_2}$.

Задача 18. Човен підтягують до високого берега мотузкою, яку намотують на циліндричний барабан зі швидкістю V . Знайти залежність швидкості човна U від довжини мотузки l . Висота берега h .

Відповідь: $U = \frac{V \sqrt{l^2 - h^2}}{l}$.

Рівноприскорений прямолінійний рух

Задача 19. Через 10с після початку руху швидкість поїзда дорівнює 0,6 м/с. Через який час після початку руху швидкість поїзда дорівнюватиме 3 м/с?

Відповідь: через 50с.

Задача 20. Кулька котиться по жолобу без початкової швидкості і за першу секунду проходить 10 см. Який шлях вона пройде за час 3 с? Який шлях вона пройде за третю секунду?

Відповідь: 90 см, 50 см.

Задача 21. Рухаючись зі швидкістю 72 км/год, автомобіль загальмував за 5 с. Знайти гальмівний шлях.

Відповідь: 50 м.

Задача 22. Схил завдовжки 100 м лижник пройшов за 20 с, рухаючись з прискоренням 0.3 м/с^2 . Яка швидкість лижника на початку і в кінці схилу?

Відповідь: 2 м/с, 8 м/с.

Задача 23. Тіло падає з висоти 78.4 м. Знайти його переміщення за останню секунду падіння.

Відповідь: 34.3 м.

Задача 24. Тіло кинули вертикально вгору з початковою швидкістю 19.6 м/с. Знайти координату і швидкість тіла через 3 с, а також шлях, пройдений за цей час.

Відповідь: $h = 14.7 \text{ м}$, $V = -9.8 \text{ м/с}$, $S = 24.5 \text{ м}$.

Задача 25. Людина, що кинула камінь у прірву, почула звук падіння через $t = 6 \text{ с}$. Знайти глибину прірви. Швидкість звуку 340 м/с.

Відповідь: $h = 151 \text{ м}$.

Задача 26. Тіло мало початкову швидкість $V_0 = 1 \text{ м/с}$. Через деякий час, рухаючись рівноприскорено, воно досягло швидкості $V_k = 7 \text{ м/с}$. Яка була швидкість тіла на середині пройденого шляху?

Відповідь: $V = \sqrt{\frac{V_0^2 + V_k^2}{2}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 27. Стрілу випустили з лука вертикально вгору. Через 6 с вона впала. Яка початкова швидкість стріли і яка максимальна висота її підйому?

Відповідь: $V_0 = 29.4$ м/с; $h_{\max} = 44.1$ м.

Задача 28. Автомобіль почав рухатись з прискоренням $a = 1.5$ м/с² і за деякий час проїхав відстань $S = 12$ м. Знайти його швидкість у цей момент і середню швидкість.

Відповідь: $V = \sqrt{2aS} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $V_{\text{сеп}} = \frac{aS}{2} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 29. Знайти різницю відстаней, пройдених тілом, що вільно падає, за n -у секунду і $(n - 1)$ -у секунду.

Відповідь: 9.8 м.

Задача 30. Два тіла починають одночасно падати з висот H і h і одночасно досягають землі. Яку початкову швидкість мало верхнє тіло, якщо нижнє падало без початкової швидкості?

Відповідь: $V_0 = (H - h) \sqrt{\frac{g}{2h}}$.

Задача 31. Тіло, яке вільно падає, пройшло за останню секунду третину всього шляху. Знайти час падіння і висоту, з якої впало тіло.

Відповідь: 5.45 с, 146 м.

Задача 32. Тіло кинули вгору з початковою швидкістю V_0 . Коли воно досягло найвищої точки, з тієї самої точки кинули інше тіло зі швидкістю V_0 . На якій висоті тіла зустрінуться?

Відповідь: $h = \frac{3V_0^2}{8g}$.

Криволінійний рух

Задача 33. З башти заввишки $h = 25$ м кинули горизонтально камінь з початковою швидкістю $V_0 = 10$ м/с. На якій відстані від башти він впаде на землю?

Відповідь: $S = V_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 22.6 \text{ м.}$

Задача 34. Камінь кинули горизонтально з даху будинку з початковою швидкістю $V_0 = 25 \text{ м/с}$. На землю він впав під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Яка висота h будинку?

Відповідь: $h = \frac{(V_0 \operatorname{tg} \alpha)^2}{2g} = 94 \text{ м.}$

Задача 35. Тіло кинули горизонтально з початковою швидкістю $V_0 = 15 \text{ м/с}$. Знайти нормальне a_n і дотичне a_t прискорення через $t = 1 \text{ с}$.

Відповідь: $a_n = \frac{gV_0}{\sqrt{V_0^2 + g^2 t^2}} = 8.2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_t = \frac{g^2 t}{\sqrt{V_0^2 + g^2 t^2}} = 5.4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 36. Дальність польоту тіла, кинутого горизонтально зі швидкістю $V = 9.8 \text{ м/с}$, дорівнює висоті, з якої його кинули. З якої висоти h його кинули?

Відповідь: $h = \frac{2V^2}{g} = 19.6 \text{ м.}$

Задача 37. Тіло кинули горизонтально з висоти h з початковою швидкістю V_0 . Вивести рівняння траєкторії.

Відповідь: $y = h - \frac{gx^2}{2V_0^2}$.

Задача 38. Тіло кинули горизонтально з висоти $h = 2 \text{ м}$ так, що воно падає на землю під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту. Яку відстань по горизонталі пролітає тіло? Яка відстань між точкою, з якої його кинули, і точкою падіння?

Відповідь: $l = \frac{2h}{\operatorname{tg} \alpha} = 4 \text{ м}$; $S = h \left(1 + \frac{4}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \right) = 4 \cdot 5 \text{ м.}$

Задача 39. З вертольота, який летить на висоті $H = 125 \text{ м}$ із швидкістю $V_0 = 90 \text{ км/год}$, скинули вантаж. На якій висоті його швидкість буде направлена під кутом 45° до горизонту?

Відповідь: $h = H - \frac{V_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2g} = 93 \text{ м.}$

Задача 40. По мішені стріляли двічі з відстані 50 м при однаковій наводці гвинтівки. Швидкість першої кулі $V_1 = 320$ м/с, другої - $V_2 = 350$ м/с. Знайти відстань між місцями попадання куль у мішень.

Відповідь: $\Delta H = \frac{gS^2(V_2^2 - V_1^2)}{2V_1^2 \cdot V_2^2} = 2$ см.

Задача 41. Тіло кинули з землі під кутом α до горизонту з початковою швидкістю V_0 . Знайти рівняння траєкторії.

Відповідь: $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2(V_0 \cos \alpha)^2}$.

Задача 42. Тіло кинули з землі під кутом α до горизонту з початковою швидкістю V_0 . На яку максимальну висоту воно підніметься? За який час?

Відповідь: $h = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g}$; $t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$.

Задача 43. Тіло кинули з башти заввишки h з початковою швидкістю V_0 під кутом α до горизонту. На якій відстані від основи башти тіло впаде на землю?

Відповідь: $S = \frac{V_0}{g} \cos \alpha \left(V_0 \sin \alpha + \sqrt{(V_0 \sin \alpha)^2 + 2gh} \right)$.

Задача 44. Під яким кутом до горизонту треба кинути з землі камінь, щоб його максимальна висота підйому дорівнювала дальності польоту?

Відповідь: $\alpha = \arctg 4 = 76^\circ$.

Задача 45. Камінь, кинутий під кутом до горизонту, впав через $t = 4$ с. Чому дорівнюють висота і дальність польоту каменю, якщо відомо, що його максимальна швидкість вдвічі більша за мінімальну?

Відповідь: $H = \frac{1}{8} gt^2 = 19.6$ м; $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} gt^2 = 45.3$ м.

Задача 46. Автомобіль проїхав 3 км по прямій дорозі, яка переходить у кільцеву радіусом 2 км. Знайти відношення пройденого шляху до модуля переміщення в момент повороту автомобіля на 180° .

Відповідь: 1.86.

Задача 47. Знайти радіус R колеса, якщо при його обертанні лінійна швидкість точки на ободі дорівнює $V_1 = 6$ м/с, а швидкість точки, що лежить ближче до осі обертання на $a = 15$ см, дорівнює $V_2 = 5.5$ м/с.

Відповідь: $R = \frac{V_1 \cdot a}{V_1 - V_2} = 1.8 \text{ м.}$

Задача 48. Знайти лінійну швидкість V_0 та доцентрове прискорення a_n точок на екваторі і на широті 60° . Радіус Землі $R = 6400$ км.

Відповідь: на екваторі: $V_0 = \frac{2\pi R}{T} = 465 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0,034 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$;

на широті: $\varphi = 60^\circ$; $V_\varphi = \frac{2\pi(R \cos \varphi)}{T} = 233 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

$a_{n\varphi} = \frac{V_\varphi^2}{R \cos \varphi} = 0,017 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 49. Лінійна швидкість точок обода диска, що обертається, дорівнює $V_1 = 3$ м/с, а точок, що лежать на відстані $d = 10$ см від обода, дорівнює $V_2 = 2$ м/с. Знайти частоту обертання диска.

Відповідь: $n = \frac{V_1 - V_2}{2\pi d} = 1.62 \text{ с}^{-1} = 97 \text{ хв}^{-1}$.

Задача 50. Хвилинна стрілка годинника втричі довша за секундну. Знайти відношення лінійних швидкостей кінців стрілок.

Відповідь: 1:20.

Задача 51. Ротор турбіни діаметром 40 см обертається з частотою 12000 хв^{-1} . Яке доцентрове прискорення кінців лопатей турбіни?

Відповідь: 320 км/с^2 .

Задача 52. Радіус робочого колеса гідротурбіни в 8 разів більший, ніж парової, а частота обертання в 40 разів менша. Порівняти лінійні швидкості та прискорення точок ободів коліс турбін.

Відповідь: 1:5, 1:200.

Задача 53. Циліндр радіусом $R = 10$ см міститься між двома

рейками, які рухаються в один бік зі швидкостями $V_1 = 6$ м/с та $V_2 = 4$ м/с.

1) Знайти швидкість руху точок на осі циліндра та кутову швидкість його обертання.

2) Розв'язати задачу і для випадку, коли рейки рухаються в різні боки.

Відповідь: 1) $V = \frac{V_1 + V_2}{2} = 5 \frac{м}{с};$ $\omega = \frac{V_1 - V_2}{2R} = 10 \text{ с}^{-1};$

2) $V = \frac{V_1 - V_2}{2} = 1 \frac{м}{с};$ $\omega = \frac{V_1 + V_2}{2R} = 50 \text{ с}^{-1}.$

Задача 54. Пропелер радіусом $R = 1.5$ м літака обертається з частотою $n = 2000 \text{ хв}^{-1}$, причому швидкість літака відносно землі $V = 161$ км/год. Яка швидкість руху точки на кінці пропелера? Яка її траєкторія?

Відповідь: $u = 4\pi^2 n^2 R^2 + V^2 = 317 \frac{м}{с}$, гвинтова лінія з кроком

$$h = \frac{V}{n} = 1.34 \text{ м}.$$

Розділ 2. Динаміка поступального і обертального руху

При розв'язуванні задач на тему "Основи динаміки" рекомендується:

- зробити рисунок, зобразити на ньому всі сили, які діють на кожне тіло, вибрати систему координат, осі якої направити у відповідності з напрямом вектора прискорення руху системи тіл або одного з них;
- при русі тіла по колу одну з координатних осей зручно направити в напрямку нормального (доцентрового) прискорення, тобто до центру кола;
- записати у векторній формі другий та третій закон Ньютона для кожного тіла окремо: $m\vec{a} = \vec{F}$, потім записати це рівняння в проєкціях на осі координат і одержати систему рівнянь у скалярному вигляді;
- при необхідності використати формули кінематики і закони збереження, розв'язати отриману систему рівнянь і визначити шукані величини.

При розв'язуванні задач на закон збереження імпульсу рекомендується:

- зробити рисунок, вказати на ньому всі сили, що діють на тіла, які входять у систему, що розглядаємо;
- зобразити на ньому імпульси (швидкості) для всіх тіл системи до і після взаємодії;
- вибрати систему відліку, визначити напрям координатних осей;
- якщо система тіл, які розглядаються в задачі, замкнута або взаємодія тіл системи відбувається дуже швидко (вибух, удар, постріл), то використовувати закон збереження імпульсу

$$\left(\sum_i \vec{P}_i \right)_{\text{до взаєм.}} = \left(\sum_i \vec{P}_i \right)_{\text{після взаєм.}}$$

- і закон збереження імпульсу $\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$, якщо система не замкнута;
- записати векторні рівняння в проєкціях на осі координат і одержати систему рівнянь у скалярному вигляді. При цьому необхідно слідкувати, щоб імпульси всіх тіл були виражені в одній системі відліку;
 - у випадку необхідності використати кінематичні і динамічні рівняння, розв'язати одержану систему рівнянь і визначити шукані

величини.

Основні співвідношення

Другий закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$
 - сума всіх сил, які діють на

тіло (частинку) масою m , \vec{a} - прискорення, з яким рухається тіло.

Імпульс тіла

$$\vec{P} = m\vec{V},$$

де m - маса і \vec{V} - швидкість тіла.

Закон зміни імпульсу

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t,$$

де $\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$ - зміна імпульсу тіла за проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$.

Сила пружності

$$F = -k \cdot \Delta l,$$

де k - коефіцієнт пружності (жорсткості) тіла, Δl - величина деформації.

Закон Гука

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0},$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ - механічна напруга, F - модуль прикладеної сили, l_0 - початкова довжина, S - площа поперечного перерізу тіла. Δl - величина деформації, E - модуль пружності (модуль Юнга).

Модуль сили тертя ковзання

$$F_m = \mu \cdot N.$$

де μ - коефіцієнт тертя ковзання, N - модуль сили нормальної реакції опори.

Закон всесвітнього тяжіння

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

де F - модуль сили притягання між двома тілами з масами m_1 і m_2 , що

знаходяться на відстані r один від одного, $G = 6.67 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ - гравітаційна стала.

Залежність прискорення вільного падіння від висоти h над поверхнею Землі

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \cdot g_0,$$

де M - маса Землі, R - радіус Землі, $g_0 = G \frac{M}{R^2}$ - прискорення вільного падіння біля поверхні Землі, G - гравітаційна стала.

Модуль сили тяжіння

$$F_m = mg,$$

де m - маса тіла, g - прискорення вільного падіння.

Перша космічна швидкість на висоті h над поверхнею Землі

$$V_I = R \frac{g}{R+h} \text{ біля поверхні Землі } V_I = g_0 R.$$

Друга космічна швидкість

$$V_{II} = \sqrt{2V_I}.$$

Закон збереження імпульсу в замкнутій системі

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \text{const}.$$

де $\vec{P}_i = m_i \vec{V}_i$ - імпульс i -го тіла при $\vec{F} = 0$, $\Delta \vec{P} = 0$, $\vec{P} = \text{const}$.

Елементарна робота сили

$$dA = F dr \cdot \cos \alpha,$$

де F - модуль сили, $d\vec{r}$ - модуль елементарного переміщення, α - кут між векторами \vec{F} і $d\vec{r}$. $A = \sum \Delta A$ - робота змінної сили при скінченному переміщенні частинки.

Потужність сили

$$N = \frac{dA}{dt} = FV \cdot \cos \alpha,$$

де dA - елементарна робота сили, що виконується за малий проміжок часу dt , V - модуль швидкості частинки (тіла).

Кінетична енергія тіла

$$T = \frac{mV^2}{2}$$

де m - маса, V - модуль швидкості тіла.

Теорема про зміну кінетичної енергії

$$T_1 - T_2 = A,$$

де A - робота всіх сил, що прикладені до тіла.

Робота потенціальної (консервативної) сили

$$A = U_1 - U_2,$$

де U_1 і U_2 - потенціальна енергія в початковому і кінцевому станах, $U_1 - U_2$ - зменшення потенціальної енергії.

Потенціальна енергія тіла, що підняте над поверхнею Землі

$$U(h) = mgh,$$

де m - маса тіла, g - прискорення вільного падіння, h - висота підйому $h \ll R, R$ - радіус Землі.

Потенціальна енергія тіла в гравітаційному полі Землі

$$U(r) = -G \frac{mM}{r},$$

де r - відстань між тілами масою m і центром Землі.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

$$U(x) = \frac{kx^2}{2}.$$

де x - модуль вектора пружної деформації тіла.

Механічна енергія тіла (системи тіл)

$$E = T + U,$$

де T - кінетична енергія, U - потенціальна енергія тіла (системи тіл). Закон зміни механічної енергії: $E_2 - E_1 = A$, де A - робота всіх не потенціальних (дисипативних) сил, що діють на тіло (систему тіл).

Закон збереження механічної енергії

$$E = T + U = \text{const},$$

де E - механічна енергія системи тіл, які створюють замкнену систему і взаємодіють між собою за допомогою потенціальних сил (сили тяжіння, пружності, кулонівські сили).

Коефіцієнт корисної дії механізму (машини)

$$\eta = \frac{A_k}{A_i} \cdot 100\% = \frac{N_k}{N_i} \cdot 100\%,$$

де A_k і N_k - корисні робота і потужність, A , і N , - затрачені (повні) робота і потужність.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Тіло масою 3 кг падає в повітрі з прискоренням 8 м/с^2 . Знайти силу опору.

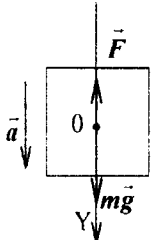
$m = 3 \text{ кг}$
 $a = 8 \text{ м/с}^2$
 $F - ?$

Розв'язування

На тіло, що падає в повітрі діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння і \vec{F} - сила опору повітря (рис.8). Оскільки рух рівноприскорений, то вектор прискорення направлений в бік напрямку руху.

Запишемо для тіла другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}.$$



Проведемо вісь Y в напрямку руху тіла і зпроектувавши на вісь Y сили, запишемо рівняння руху в скалярному вигляді:

$$mg - F = ma.$$

звідси

$$F = mg - ma = m(g - a) = 5.4 \text{ Н.}$$

Рисунок 8

Відповідь: $F = 5.4 \text{ Н.}$

Задача 2. Яку силу потрібно прикласти для підйому вагонетки масою 600 кг по естакаді з кутом нахилу 20° , якщо коефіцієнт опору рухові дорівнює 0.05 ?

$M = 600 \text{ кг}$
 $\angle \alpha = 20^\circ$
 $\mu = 0.05$
 $F - ?$

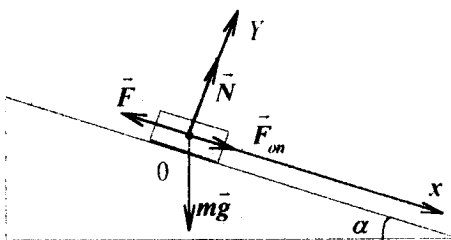


Рисунок 9

Розв'язування

Рух вагонетки прямолінійний рівномірний (рис.9). Рівняння руху

$$m\vec{g} + \vec{F}_{on} + \vec{N} + \vec{F} = 0.$$

У проєкціях на вісь x (вздовж похилої площини) рівняння руху має вигляд:

$$-mg \sin \alpha - F_{on} + F = 0,$$

звідси на вісь Oy : $N - mg \cos \alpha = 0,$

$$F = mg \sin \alpha + F_{on} ; N = mg \cos \alpha ;$$

$$F_{on} = \mu N = \mu mg \cos \alpha ;$$

$$F = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 2.3 \text{ кН.}$$

Відповідь: $F = 2.3 \text{ кН.}$

Задача 3. Тіло масою 45 кг переміщується по горизонтальній площині під дією сили 294 Н , що направлена під кутом 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя тіла об площину 0.1 . Визначити прискорення руху тіла.

$$F = 294 \text{ Н}$$

$$m = 45 \text{ кг}$$

$$k = 0.1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$a = ?$$

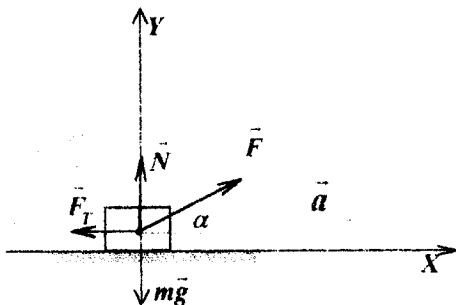


Рисунок 10

Розв'язування

На тіло діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння. \vec{N} - сила нормальної реакції площини, \vec{F} - сила тяги. \vec{F}_T - сила тертя. Вектор \vec{a} спрямований паралельно площині направо (рис. 10).

Запишемо для даного тіла рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_T = m\vec{a}. \quad (1)$$

Вибравши напрям осей OX і OY і знайшовши проєкції сил на осі, запишемо рівняння (1) у скалярному вигляді

$$F \cos \alpha - F_T = ma, \quad (2)$$

$$N + F \sin \alpha - mg = 0. \quad (3)$$

З рівняння (3) знаходимо, що $N = mg - F \sin \alpha$.

Враховуючи, що $F_T = \mu N = \mu (mg - F \sin \alpha)$, підставимо це рівняння в рівняння (2)

$$F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = ma,$$

звідси:

$$F = \frac{F \cos \alpha - k(mg - F \sin \alpha)}{m} \approx 5.0 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $a \approx 5.0 \text{ м/с}^2$.

Задача 4. На кінцях нитки, яка перекинута через блок, що підвішений до стелі, закріплені два тягарці загальною масою 30 кг . Тягарці рухаються з прискоренням $a = 0.3g$, яке для правого тягарця направлено вниз. Знайти маси обох тягарців. Масою блока, нитки, а також тертям в осі блока знехтувати.

Розв'язування

| |
|-----------------------------|
| $m_1 + m_2 = 30 \text{ кг}$ |
| $a = 0.3g$ |
| $m_1 - ? \quad m_2 - ?$ |

Розглянемо рух лівого тягарця (рис.11). До нього прикладені сила тяжіння $m_1 \vec{g}$, сила натягу нитки \vec{T} : $\vec{T} + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}$. Для проекцій цих сил на вісь x ми можемо записати

$$T - m_1 g = m_1 a.$$

Аналогічно для правого тягарця масою: $\vec{T} + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}$, що в проекціях на вісь x дає: $\vec{T} + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}$. Віднімаючи від першого рівняння друге, отримуємо: $(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1)a$.

Звідси:

$$m_2 - m_1 = \frac{(m_2 + m_1)a}{g}.$$

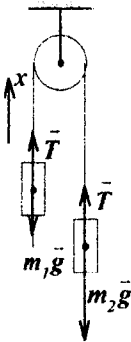


Рисунок 11

Підставляючи сюди відомі величини, знайдемо

$$m_2 - m_1 = 9 \text{ кг}.$$

Відповідь: $m_1 = 10.5 \text{ кг}$, $m_2 = 19.5 \text{ кг}$.

Задача 5. Блок з тягарцями, що описаний в попередній задачі, підвішений за допомогою динамометра до стелі ліфта, що рухається з прискоренням $a_1 = 0.1g$, спрямованим вгору. Знайти показ динамометра F_0 .

Розв'язування

| | |
|--|--|
| $a = 0.3g$ $a_1 = 0.1g$ $m_1 + m_2 = 30 \text{ кг}$ $F_g - ?$ | Прискорення лівого тягарця (рис.12) відносно Землі спрямоване вгору: $a_1 = a + a_1 = 0.4g$. Для цього тягарця в проєкціях на вісь x маємо: |
| | $T - m_1g = m_1a_1$. (1) |

Прискорення правого тягарця спрямоване вниз

$$a_2 = a - a_1 = 0.2g.$$

Для цього тягарця в проєкціях на вісь x одержимо:

$$T - m_2g = -m_2a_2$$
 (2)

Додаємо рівності (1) і (2):

$$2T - (m_1 + m_2)g = m_1a_1 - m_2a_2$$

На динамометр зі сторони ниток діють дві однакові сили. кожна з яких дорівнює силі натягу нитки T , тому показ динамометра:

$$F_d = 2T = (m_1 + m_2)g + (m_1a_1 - m_2a_2) = g(m_1 + m_2)(g + a_1) + (m_1 - m_2)a$$
 (3)

Для отримання відповіді необхідно знайти різницю $m_2 - m_1$, оскільки всі інші величини в виразі x (3) відомі.

Тому віднімаємо з (1) рівність (2):

$$(m_2 - m_1)g = m_1a_1 + m_2a_2 = m_1(a + a_1) + m_2(a + a_2),$$

звідси

$$m_2 - m_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{a_1 + g} a$$

Підставимо цей вираз в (3):

$$F_d(m_1 + m_2) \left[g + a_1 - \frac{a^2}{g - a} \right] = 300 \text{ Н.}$$

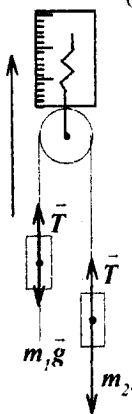


Рисунок 12

Відповідь: $F_d = 300 \text{ Н.}$

Задача 6. Літак, швидкість якого 720 км/год , описує вертикальну петлю радіусом 400 м . Яке перенавантаження відчує пілот у верхній і нижній точках петлі? Маса пілота 80 кг .

Розв'язування

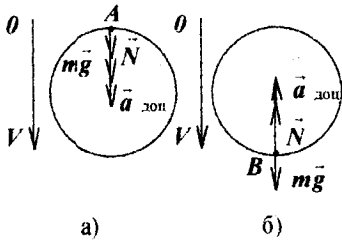
$$V = 720 \text{ км/год} = 200 \text{ м/с}$$

$$R = 400 \text{ м}$$

$$m = 80 \text{ кг}$$

$$n_A = ? \quad n_B = ?$$

Перенавантаження визначається відношенням ваги пілота до його сили тяжіння. Розглянемо сили, що діють на пілота, коли літак знаходиться у верхній точці вертикальної петлі (рис.13, а):



$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{доц}}$$

В проєкціях на вісь OY:

$$mg + N = ma_{\text{доц}}$$

$$N = ma_{\text{доц}} - mg,$$

$$P_A = ma_{\text{доц}} - mg.$$

Перенавантаження в точці A:

Рисунок 13

$$n_A = \frac{P_A}{mg} = \frac{ma_{\text{доц}} - mg}{mg} = \frac{a_{\text{доц}} - g}{g} = \frac{a_{\text{доц}}}{g} - 1, \text{ при } a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{R}$$

$$n_A = 9.$$

У нижній точці B вертикальної петлі (рис.13, б) рівняння руху пілота запишеться так: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{доц}}$. В проєкціях на вісь OY:

$$mg - N = ma_{\text{доц}}, \quad -N = -ma_{\text{доц}} - mg;$$

$$N = ma_{\text{доц}} + mg; \quad P_B = ma_{\text{доц}} + mg.$$

Перенавантаження в точці B:

$$n_B = \frac{P_B}{mg} = \frac{ma_{\text{доц}} + mg}{mg} = \frac{a_{\text{доц}} + g}{g} = \frac{a_{\text{доц}}}{g} + 1 = \frac{V^2}{Rg} + 1 = 11;$$

Відповідь: $n_A = 9, n_B = 11.$

Задача 7. Автомобіль з вантажем масою 5 т проходить по випуклому мосту зі швидкістю 21,6 км/год. З якою силою він тисне на середину моста, якщо радіус кривизни моста 50 м ?

Розв'язування

$$m = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$V = 21.6 \text{ км/год} = 6 \text{ м/с}$$

$$R = 50 \text{ м}$$

$$F = ?$$

На автомобіль діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{N} - сила нормальної реакції моста (рис.14). Спрямуємо вісь Y вертикально вниз по радіусу моста. Запишемо для автомобіля рівняння другого закону Ньютона у

векторному вигляді: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Проектуючи це рівняння на вісь Y , одержимо:

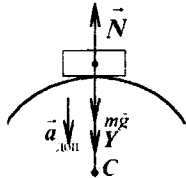


Рисунок 14

$$mg - N = ma_y,$$

де $a_y = a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{R}$. Тоді $mg - N = m \frac{V^2}{R}$.

звідси:

$$N = mg - m \frac{V^2}{R} = m \left(g - \frac{V^2}{R} \right).$$

За третім законом Ньютона, з такою ж силою автомобіль буде тиснути на міст, тобто $F = N$, або $F = m \left(g - \frac{V^2}{R} \right) = 4.5 \cdot 10^4 \text{ Н}$.

Відповідь: $F = 4.5 \cdot 10^4 \text{ Н}$.

Задача 8. Знайти швидкість, яку буде мати супутник Землі на коловій орбіті, що знаходиться на висоті **1600 км** над поверхнею Землі. Радіус Землі **6400 км**, прискорення вільного падіння біля поверхні Землі **9.8 м/с²**.

$$H = 1600 \text{ км}$$

$$R = 6400 \text{ км}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$V = ?$$

Розв'язування

На висоті H над поверхнею Землі на супутник діє сила тяжіння:

$$F = G \frac{M \cdot m}{(R + H)^2},$$

де M - маса Землі, m - маса супутника. Так як супутник обертається по коловій орбіті радіуса $R + H$, то сила F надає супутнику доцентрове прискорення $a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{R + H}$. За другим законом Ньютона:

$$G \frac{Mm}{(R+H)^2} = \frac{mV^2}{R+H}$$

звідси $V = \sqrt{\frac{GM}{R+H}}$

Біля поверхні Землі сила тяжіння $F_{\text{тяж}} = G \frac{Mm}{R^2}$ надає тілу маси m прискорення g . Тому $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, тобто $GH = gR^2$. Враховуючи це, одержимо:

$$V = \frac{gR^2}{R+H} = R \frac{g}{R+H} = 7.1 \text{ км/с.}$$

Відповідь: $V = 7.1 \text{ км/с.}$

Задача 9. Визначити коефіцієнт жорсткості пружини складеної з двох послідовно з'єднаних пружин з коефіцієнтами жорсткості 300 Н/м і 200 Н/м , відповідно.

$$k_1 = 300 \text{ Н/м}$$

$$k_2 = 200 \text{ Н/м}$$

$$k - ?$$

Розв'язування

За визначенням коефіцієнт жорсткості $k = \frac{F}{\Delta x}$.

де F - модуль сили пружності, що виникає в деформованій пружині, Δx - модуль абсолютної деформації пружин, тобто $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, а сила пружності однакова вздовж всієї системи пружин. Таким чином, коефіцієнт жорсткості складеної пружини дорівнює:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{F}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = \frac{F}{\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 120 \text{ Н/м.}$$

Відповідь: $k = 120 \text{ Н/м.}$

Задача 10. Ракета масою 100 т починає вертикальний підйом з поверхні Землі, викидаючи за 1 с 150 кг продуктів згорання пального зі швидкістю 2000 м/с . Знайти модуль прискорення ракети в момент старту.

$$M = 100 \text{ т} = 10^5 \text{ кг}$$

$$\Delta t = 0.1 \text{ с}$$

$$\Delta m = 150 \text{ кг}$$

$$U = 2000 \text{ м/с}$$

$$a - ?$$

Розв'язування

З моменту початку роботи двигунів на ракету діють три сили: \vec{F}_p - реактивна сила тяги двигунів, $M\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{N} - сила нормальної реакції опори. В момент відриву від поверхні $\vec{N} = 0$, і другий закон Ньютона

можна записати у вигляді:

$$M\vec{a} = \vec{F}_p + M\vec{g}. \quad (1)$$

Реактивна сила тяги спрямована вертикально вгору, а її модуль визначається швидкістю зміни імпульсу продуктів згорання:

$$F_p = \frac{\Delta P}{\Delta t}, \text{ де } \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot u, \text{ де } \frac{\Delta m}{\Delta t} - \text{витрата пального за одиницю}$$

часу, U - швидкість витікання продуктів згорання відносно ракети.

Припустимо, що ракета відривається від поверхні за настільки малий проміжок часу після включення двигунів, що зміною маси ракети за рахунок викиду продуктів згорання можна знехтувати. Записавши вираз (1) в проєкціях на вертикальний напрям, одержуємо:

$$Ma = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot U - Mg,$$

$$\text{звідси } a = \frac{U\Delta m}{M\Delta t} - g = 20 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Відповідь: } a = 20 \text{ м/с}^2.$$

Задача 11. Повітряна куля масою M опускається з сталою швидкістю. Яку кількість баласту m треба викинути, щоб куля піднімалась з тією самою швидкістю? Підйомна сила кулі F_A .

Розв'язування

При опусканні з сталою швидкістю сума сил, які діють на кулю, дорівнює нулю:

$$Mg - F_A - F = 0, \quad (1)$$

де F - сила опору повітря кулі. При підніманні кулі сила опору матиме, як і раніше, величину F , оскільки за умовою задачі швидкість зберігає свою величину, але тепер ця сила направлена вниз. Сума всіх сил з урахуванням зменшення маси кулі за рахунок викинутого

баласту, як і раніше, дорівнює нулю:

$$(M - m)g - F_A + F = 0. \quad (2)$$

З рівняння (1) знаходимо F і підставляємо в рівняння (2):

$$\begin{aligned} F &= Mg - F_A, \\ (M - m)g - F_A + Mg - F_A &= 0, \\ Mg - mg - F_A + Mg - F_A &= 0, \\ 2Mg - mg - 2F_A &= 0, \\ mg &= 2Mg - 2F_A, \\ m &= 2\left(M - \frac{F_A}{g}\right). \end{aligned}$$

Відповідь: $m = 2\left(M - \frac{F_A}{g}\right).$

Задача 12. М'яч масою $m = 150$ г вдаряється в гладеньку стінку під кутом $\alpha = 30^\circ$ до неї і відскакує без втрати швидкості. Знайти середню силу $\langle F \rangle$, яка діє на м'яч з боку стінки, якщо швидкість м'яча $V = 10$ м/с, а тривалість удару $\Delta t = 0.1$ с.

$m = 150 \text{ г} = 0.150 \text{ кг}$

$\alpha = 30^\circ$

$V = 10 \text{ м/с}$

$\Delta t = 0.1 \text{ с}$

$\langle F \rangle = ?$

Розв'язування

Оскільки стінка гладенька, то при зіткненні складова кількості руху м'яча вздовж стінки не зміниться (рис.15). На рисунку зображено вектори кількості руху м'яча перед ударом \vec{P}_1 і після удару \vec{P}_2 .

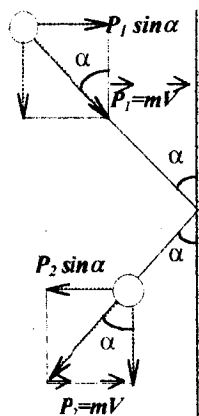


Рисунок 15

Складова імпульсу, що перпендикулярна до стінки, змінює знак. Внаслідок цього м'яч відскакує під кутом α до стінки. Зміна проекції кількості руху на напрям, перпендикулярний до стінки.

$$\Delta p = mV \cdot \sin \alpha - (-mV \sin \alpha) = 2mV \sin \alpha.$$

Шукана сила:

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mV \sin \alpha}{\Delta t} = 15 \text{ Н}.$$

Відповідь: $\langle F \rangle = 15 \text{ Н}.$

Задача 13. Кулька масою $m = 100 \text{ г}$ впала з висоти $h = 2.5 \text{ м}$ на горизонтальну плиту і відскочила від неї внаслідок пружного удару без втрати швидкості. Визначити середню силу $\langle F \rangle$, що діє на кульку при ударі, якщо тривалість удару $\Delta t = 0.1 \text{ с}$.

$$\begin{array}{l} m = 100 \text{ г} = 0.100 \text{ кг} \\ h = 2.5 \text{ м} \\ \Delta t = 0.1 \text{ с} \\ \langle F \rangle = ? \end{array}$$

Розв'язування

За другим законом Ньютона добуток середньої сили на час її дії дорівнює зміні імпульсу тіла, що викликається цією силою, тобто:

$$\langle F \rangle \Delta t = mV_2 - mV_1 = m(V_2 - V_1), \quad (1)$$

де V_1 і V_2 - швидкості тіла до і після дії сили, Δt - час, протягом якого діяла сила.

В (1) одержимо:

$$\langle F \rangle = \frac{m(V_2 - V_1)}{\Delta t}. \quad (2)$$

Якщо врахувати, що швидкість V_2 чисельно дорівнює швидкості V_1 і протилежна їй за напрямом, то формула (2) прийме вигляд:

$$\langle F \rangle = \frac{m(-V_1 - V_1)}{\Delta t} = -\frac{2mV_1}{\Delta t}.$$

Кулька впала з висоти h , її швидкість при ударі $V_1 = \sqrt{2gh}$.
Тому

$$\langle F \rangle = -\frac{2m}{\Delta t} \cdot \sqrt{2gh} = -14 \text{ Н}.$$

Знак "-" показує, що сила направлена протилежно швидкості падіння кульки.

Відповідь: $\langle F \rangle = -14 \text{ Н}$.

Задача 14. Визначити вагу тіла масою $m = 1000 \text{ кг}$ на екваторі і на полюсі, якщо відомо, що середній радіус Землі $R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ м}$, маса Землі $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, гравітаційна стала $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Тіло знаходиться в стані спокою відносно Землі.

$$m = 1000 \text{ кг}$$

$$R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

$$P_n = ? \quad P_e = ?$$

Розв'язування

На полюсі на тіло діють дві сили: гравітаційна \vec{F} , реакція опори \vec{N}_n (рис. 16), при цьому гравітаційна сила надає тілу прискорення вільного падіння $F = mg_n$. За третім законом Ньютона

вага тіла, тобто сила, з якою тіло діє на опору, дорівнює за модулем силі реакції опори $P_n = N_n$. Тіло знаходиться у рівновазі, тому

$N_n = F$. Отже, вага тіла, яке знаходиться у стані спокою, на полюсі чисельно дорівнює силі гравітації $P_n = F$. За законом всесвітнього тяжіння

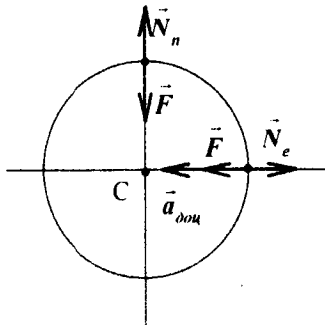


Рисунок 16

$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

Отже, на полюсі тіло має вагу, яку можна обчислити за формулою:

$$P_n = G \frac{mM}{R^2}$$

На екваторі на тіло діють: сила гравітації \vec{F} і сила реакції опори \vec{N}_e , при цьому тіло обертається навколо земної осі, тобто рухається по колу з доцентровим прискоренням $\vec{a}_{доц}$, направленим до осі обертання. Доцентрове прискорення за модулем дорівнює: $a_{доц} = \omega^2 R$ (ω - кутова швидкість обертання Землі: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T - тривалість доби).

За другим законом Ньютона $\vec{F} + \vec{N}_e = m\vec{a}_{доц}$. Враховуючи напрями векторів на екваторі та значення їх модулів, можна записати рівняння другого закону Ньютона в проекції на напрям вздовж радіуса Землі до її центру:

$$F - N_e = m\omega^2 R = \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$$

звідки $N_e = F - \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = N_n - \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$. Отже, вага тіла на екваторі може

бути обчислена за формулою: $P_e = P_n - \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$.

Отже знаходимо:

а) на полюсі $P_n = 9.83 \cdot 10^3 \text{ Н}$;

б) на екваторі $P_e = 9.78 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Відповідь: $P_n = 9.83 \cdot 10^3 \text{ Н}$, $P_e = 9.78 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

Задача 15. На екваторі деякої планети тіло важить вдвоє менше, ніж на полюсі. Густина речовини цієї планети 3 г/см^3 . Визначити період обертання планети навколо своєї осі.

$$P_e = \frac{P_n}{2}$$

$$\rho = 3 \text{ г/см}^3 = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$T = ?$$

Розв'язування

На тіло, що знаходиться на поверхні планети, діють: \vec{F} - сила тяжіння з боку планети. \vec{N} - сила нормальної реакції планети (рис. 16, зад.27) (різницею

між силою притягання і силою тяжіння нехтуємо):

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2},$$

де M - маса планети, m - маса тіла, R - радіус планети. Маса планети

$M = \rho V$, де V - об'єм планети, $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Тоді $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$, а

$$F = G \frac{4\pi R^3 \rho m}{3R^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho m R. \quad (1)$$

Сила нормальної реакції N чисельно дорівнює силі тяжіння mg тіла і спрямована вздовж радіуса від центру C планети.

Запишемо для тіла рівняння другого закону Ньютона в скалярному вигляді:

$$F - N = ma_{\text{доц}}. \quad (2)$$

З врахуванням формули (1) перетворюємо рівняння другого закону Ньютона:

$$\frac{4}{3} \pi G \rho m R - N = ma_{\text{доц}}. \quad (3)$$

Розглянемо два можливі випадки руху тіла:

1. Тіло знаходиться на полюсі. Оскільки на полюсі $r = 0$, то

лінійна швидкість тіла $V = \frac{2\pi r}{T} = 0$. Отже, рівняння (3) матиме вигляд

$$\frac{4}{3} \pi G \rho m R - N_n = 0,$$

звідси

$$N_n = \frac{4}{3} \pi G \rho m R. \quad (4)$$

де N_n - сила нормальної реакції поверхні на полюсі.

2. Тіло знаходиться на екваторі. У цьому випадку $r = R$ і $V = \frac{2\pi R}{T}$.

Тоді рівняння (3) матиме вигляд:

$$\frac{4}{3} \pi G \rho m R - N_e = m \frac{(2\pi R)^2}{RT^2},$$

звідки:

$$T = \frac{m4\pi R}{4\pi G \rho m - N_e}$$

де N_e - сила нормальної реакції поверхні на екваторі. За умовою задачі: $P_e = \frac{P_n}{2}$. Оскільки $P = N$, то $N_e = \frac{N_n}{2}$, або з урахуванням виразу (4):

$$N_e = \frac{2}{3} G \rho m R.$$

Підставимо формулу (6) в (5):

$$T = \frac{4\pi^2 m R}{4\pi G \rho m R - \frac{2\pi G \rho m R}{3}} = \frac{6\pi}{G \rho} = 9.7 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Відповідь: $T = 9.7 \cdot 10^3 \text{ с.}$

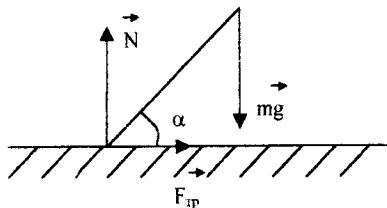
Задача 16. Велосипедист при повороті по колу радіусом R нахилився всередину закруглення так, що кут між площиною велосипеда і землею дорівнює α . Визначити швидкість V велосипедиста.

| | |
|----------|--|
| α | <u>Розв'язування</u> |
| R | На велосипедиста і велосипед діють три сили: вага - $m\bar{g}$, |
| V - ? | реакція опори \bar{N} і сила тертя \bar{F} (рис 17.). |

Оскільки центр ваги не переміщується по вертикалі, то

$N - mg = 0$. Необхідного для руху по колу доцентрового прискорення

надає сила тертя: $\frac{mV^2}{R} = F$. Напрямок результуючої сили $\vec{N} + \vec{F}$ збігається з напрямком уздовж велосипеда до центра ваги системи "велосипедист - велосипед". Тому



$$F = N \operatorname{ctg} \alpha = mg \operatorname{ctg} \alpha.$$

Підставляючи це значення F у

рівняння руху, одержуємо:

Рисунок 17

$$\frac{mV^2}{R} = mg \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$V = \sqrt{g \cdot R \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Відповідь: $V = \sqrt{g \cdot R \operatorname{ctg} \alpha}$.

Задача 17. На горизонтальній дошці лежить вантаж. Якого прискорення в горизонтальному напрямку треба надати дошці, щоб вантаж сповз з неї? Коефіцієнт тертя між дошкою і вантажем $\mu = 0.2$.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = 0.2 \\ a = ? \end{array} \right\}$$

Розв'язування

Сили, що діють на вантаж, зображено на рис. 18. У горизонтальному напрямі на вантаж діє тільки сила тертя F .

Прискорення, яке надається вантажу, $a = \frac{F}{m}$. У вертикальному напрямі вантаж не прискорюється:

$$N - mg = 0,$$

максимальне значення сили тертя спокою:

$$F_{\max} = \mu N = \mu mg.$$

Отже, можливі значення прискорення вантажу задовольняють нерівність:

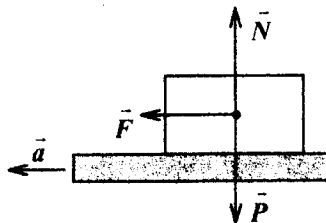


Рисунок 18

$$a \geq \frac{F_{\max}}{m} = \mu g.$$

Допішлі треба надати прискорення $a > \mu g = 1.96 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: $a \geq 1.96 \text{ м/с}^2$.

Задача 18. Вагон масою 10 т з автоматичним зчепленням, який рухається з швидкістю 12 м/с , доганяє такий же вагон масою 20 т , що рухається з швидкістю 6 м/с , і зчіплюється з ним. Рухаючись далі разом, обидва вагони зіштовхуються з третім вагоном масою 7.5 т , який стоїть на рейках. Знайти швидкість руху вагонів на різних частинах шляху. Тертям знехтувати.

| |
|-------------------------|
| $m_1 = 10 \text{ т}$ |
| $V_1 = 12 \text{ м/с}$ |
| $m_2 = 20 \text{ т}$ |
| $V_2 = 6 \text{ м/с}$ |
| $m_3 = 7.5 \text{ т}$ |
| $V_3 = 0$ |
| $V_4 - ? \quad V_5 - ?$ |

Розв'язування

На основі закону збереження імпульсу маємо

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V}_4 = (m_1 + m_2 + m_3) \vec{V}_5,$$

де V_4 - загальна швидкість руху двох вагонів, V_5 - трьох вагонів.

Розв'язуючи рівняння $m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V_4$, знаходимо

$$V_4 = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}, \quad V_4 = 8 \text{ м/с}.$$

З рівняння $(m_1 + m_2) V_4 = (m_1 + m_2 + m_3) V_5$ знаходимо

$$V_5 = \frac{(m_1 + m_2) V_4}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad V_5 = 6.4 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $V_4 = 8 \text{ м/с}$, $V_5 = 6.4 \text{ м/с}$.

Задача 19. Снаряд масою m_1 , що летить зі швидкістю V паралельно рейкам, вдаряється в нерухому платформу з піском масою m_2 і застрягає в піску. З якою швидкістю починає рухатися платформа?

| |
|-------------|
| $m_1 = m_2$ |
| $V_1 = V$ |
| $V_2 = 0$ |
| $V - ?$ |

Розв'язування

Систему снаряд-платформа можна вважати замкнутою.

Отже, для неї можна застосувати закон збереження

імпульсу

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots + m_n \vec{V}_n = \text{const}.$$

Запишемо закон збереження імпульсу для даного випадку (удар абсолютно непружній)

$$m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}.$$

Напрями швидкостей \vec{V}_1 і \vec{V}_2 збігаються. Вісь x спрямуємо вздовж напрямку швидкості \vec{V}_1 .

$$m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}; \quad \vec{V} = \frac{m_1 \vec{V}_1}{m_1 + m_2}.$$

Відповідь: $V = \frac{m_1 V_1}{m_1 + m_2}.$

Задача 20. Гармата, яка стоїть на дуже гладенькій горизонтальній площадці, стріляє під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Маса снаряда $m = 20$ кг, початкова швидкість $V = 200$ м/с. Якої швидкості набуває гармата під час пострілу, коли її маса $M = 500$ кг.

$$\alpha = 30^\circ$$

$$m = 20 \text{ кг}$$

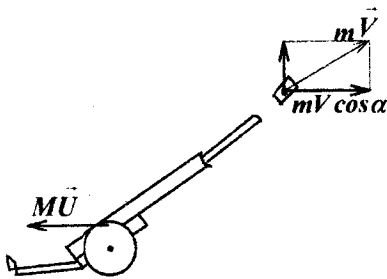
$$V = 200 \text{ м/с}$$

$$M = 500 \text{ кг}$$

$$U - ?$$

Розв'язування

Імпульс системи гармата-снаряд уздовж горизонтального напрямку, що дорівнює нулю до пострілу, за час пострілу не змінюється, бо в цьому напрямі зовнішні сили не діють. У цьому випадку постріл зроблено під кутом α до горизонту і проекція



Вектора імпульсу снаряда на горизонтальний напрям дорівнює $mV \cos \alpha$ (рис. 19). За законом збереження імпульсу

$$MU + mV \cos \alpha = 0.$$

Звідси

$$U = - \frac{mV \cos \alpha}{M} = -7 \text{ м/с}.$$

Відповідь: -7 м/с.

Рисунок 19

Задача 21. Невелике тіло зковзує без тертя з вершини півсфери радіусом R . На якій висоті тіло відірветься від поверхні півсфери?

$$R$$

$$h - ?$$

Розв'язування

Якщо тіло ще не покинуло поверхню півсфери, то на нього,

крім сили тяжіння $m\vec{g}$, діє ще реакція опори \vec{N} (рис. 20). Другий закон Ньютона для руху по півсфері визначає рівність добутку маси тіла на доцентрове прискорення і суми проєкцій на радіус півсфери сил, що діють на тіло:

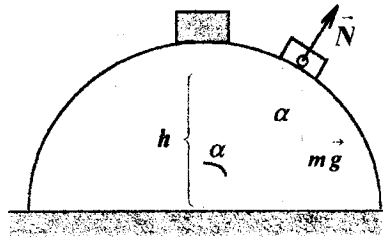


Рисунок 20

$$\frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha - N.$$

Кут α визначає положення тіла на півсфері.

У момент, коли N дорівнює нулю, тіло відривається від півсфери. Значення відповідного кута α визначаємо за рівнянням

$$\frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha.$$

Використовуючи закон збереження енергії, можна записати:

$$mgR = \frac{mV^2}{R} + mgR \cos \alpha.$$

Отже, $2(1 - \cos \alpha) = \cos \alpha$, звідси $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Шукана висота

$$h = R \cos \alpha = \frac{2R}{3}.$$

Відповідь: $h = \frac{2R}{3}$.

Задача 22. Відбувається зіткнення двох абсолютно пружних куль, маси яких m_1 і m_2 . Їх початкові швидкості V_1 і V_2 . Знайти швидкості куль після зіткнення. Удар вважати центральним. Швидкості куль напрямлені вздовж лінії, яка сполучає їх центри.

Розв'язування

 m_1
 m_2
 V_1
 V_2
 $U_1 - ?$
 $U_2 - ?$

На підставі законів збереження кількості руху і енергії можна записати такі рівняння:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2,$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2},$$

де U_1 і U_2 - швидкості куль після зіткнення. Або в скалярному вигляді:

$$\begin{cases} m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2, \\ \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \end{cases}$$

Щоб розв'язати цю систему рівнянь зручно в обох рівняннях з одного боку знака рівності об'єднати величини, що стосуються першої кулі, а другого - другої, після чого поділити друге рівняння на перше. Внаслідок дістанемо рівняння першого степеня:

$$\begin{cases} m_1 V_1 - m_1 U_1 = m_2 U_2 - m_2 V_2, \\ \frac{m_1 V_1^2}{2} - \frac{m_1 U_1^2}{2} = \frac{m_2 U_2^2}{2} - \frac{m_2 V_2^2}{2}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(V_1 - U_1) = m_2(U_2 - V_2), \\ m_1(V_1^2 - U_1^2) = m_2(U_2^2 - V_2^2), \end{cases}$$

$$m_1(V_1 + U_1) \cdot (V_1 - U_1) = m_2(U_2 - V_2)(U_2 + V_2),$$

$$\frac{m_1(V_1 - U_1)}{m_2(U_2 - V_2)} = \frac{m_2(U_2 + V_2)}{m_1(V_1 + U_1)},$$

$$U_2 = V_1 + U_1 - V_2,$$

$$m_1(V_1 - U_1) = m_2(V_1 + U_1 - V_1 - V_2),$$

$$m_1 V_1 - m_1 U_1 = m_2 V_1 + m_2 U_1 - 2m_2 V_2;$$

$$(m_1 + m_2)U_1 = m_1 V_1 - m_2 V_1 - 2m_2 V_2$$

$$U_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot V_1 + 2m_2 V_2}{m_1 + m_2}, U_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot V_2 + 2m_1 V_2}{m_1 + m_2}.$$

Відповідь:

$$U_1 = \frac{(m_1 - m_2)V_1 + 2m_2 V_2}{m_1 + m_2}, U_2 = \frac{(m_2 - m_1)V_2 + 2m_1 V_2}{m_1 + m_2}.$$

Задача 23. Кулю масою m , яка підвішена на нерозтяжній нитці

довжиною l , відхиляють на кут 90° від вертикалі і дають можливість коливатися. Визначити максимальний натяг нитки.

m

l

$\alpha=90^\circ = 1.57 \text{ рад}$

$T_{max} = ?$

Розв'язування

Максимальний натяг нитки спостерігається при проходженні кулею точки B (рис. 21). У точці B на кулю діють сили: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{T}_{max} - сила натягу нитки.

Запишемо для кулі рівняння динаміки відносно осі y

$$T_{max} - mg = ma_{\text{доц}}, \quad (1)$$

де $a_{\text{доц}} = \frac{V^2}{R}$ - доцентрове прискорення.

$R = l$ (рис.21).

Враховуючи це запишемо

$$T_{max} - mg = \frac{mV^2}{l}$$

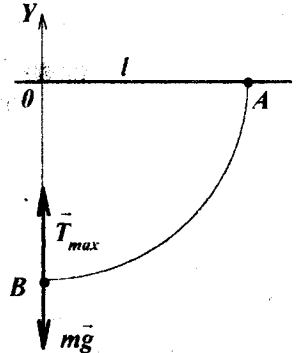


Рисунок 21

$$T_{max} = mg + \frac{mV^2}{l} \quad (2)$$

Швидкість кулі в точці B визначається із закону збереження енергії для точок A і B :

$W_A = W_B$, де $W_A = mgl$,

$$W_B = \frac{mV^2}{2} \quad (3)$$

Тоді рівняння (3) матиме вигляд:

$$mgl = \frac{mV^2}{2}$$

звідси

$$V^2 = 2gl$$

$$T_{max} = mg + \frac{m2gl}{l} = 3mg$$

Відповідь: $T_{\max} = 3mg$.

Задача 24. В маятник масою M ударяє куля масою m , що летить горизонтально зі швидкістю V_1 і застряє в ньому. На яку висоту h підніметься маятник? Яка частина механічної енергії кулі, що летить, перетворюється в механічну енергію маятника з кулею?

| |
|-----------|
| M |
| m |
| V_1 |
| h - ? |
| E_2 - ? |
| E_1 |

Розв'язування

При влучанні кулі в маятник механічна енергія кулі частково перетворюється у внутрішню енергію внаслідок тертя і деформації тіл при проникненні кулі в маятник і лише частково перетворюється в механічну (кінетичну) енергію маятника з кулею. Ця частина всієї механічної енергії кулі потім, коли маятник відхилився до найбільшої висоти h (рис. 22), перетворюється в потенціальну енергію

маятника і кулі.

Знайдемо швидкість, з якою починає рухатися маятник разом з кулею, в момент, що йде за влучанням кулі. Для цього запишемо закон збереження імпульсу в проєкціях на горизонтальну вісь: $mV_1 = (m + M)V_2$, звідки горизонтальна швидкість маятника з кулею $V_2 = \frac{mV_1}{m + M}$.

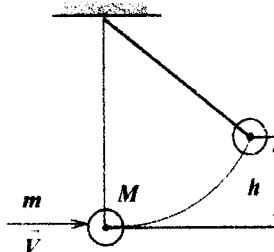


Рисунок 22

Кінетична енергія маятника з кулею на початку їх руху:

$$E_2 = \frac{(m + M) \cdot V_2^2}{2} = \frac{m + M}{2} \left(\frac{mV_1}{m + M} \right)^2 = \frac{m^2 V_1^2}{2(m + M)}$$

Відношення цих енергій

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2(m + M)}{mV_1^2} = \frac{m}{m + M}$$

Тепер кінетичну енергію маятника з кулею на початку руху прирівнюємо до їх потенціальної енергії в крайньому положенні, коли

їх загальна швидкість дорівнює нулю:

$$\frac{(m+M)V_2^2}{2} = (m+M)gh,$$

звідси максимальна висота підйому маятника

$$h = \frac{V_2^2}{2g} = \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}.$$

Відповідь: $h = \frac{V_2^2}{2g} = \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}, \frac{E_2}{E_1} = \frac{m}{m+M}.$

Задачі для самостійного розв'язування

Закони Ньютона

Задача 1. М'яч масою 0.5 кг після удару, який тривав 0.02 с, набув швидкості 10 м/с. Знайти середню силу удару.

Відповідь: 250 Н.

Задача 2. Візок, рухаючись із стану спокою під дією сили, пройшов шлях 40 см за деякий час. Коли на візок поклали тягарець масою 20 г, то під дією тієї самої сили він за той самий час пройшов шлях 20 см. Яка маса візка?

Відповідь: 20 г.

Задача 3. Прискорення тіла дорівнює нулю. Чи означає це, що на нього не діє жодна сила?

Відповідь: Ні.

Задача 4. Парашутист масою 90 кг опускається зі сталою швидкістю. Знайти силу опору повітря.

Відповідь: 0.88 кН.

Задача 5. Повітряна куля масою M опускається зі сталою швидкістю. Якої маси m баласт треба скинути, щоб вона підіймалась з тією самою швидкістю? Підйомна сила кулі Q .

Відповідь: $m = 2\left(M - \frac{Q}{g}\right).$

Задача 6. З якою силою треба діяти на тіло масою $m = 5$ кг, щоб воно падало вертикально вниз з прискоренням $a = 15$ м/с²?

Відповідь: $F = m(a - g) = 26$ Н.

Задача 7. Дріт витримує вантаж масою $m_{\max} = 450$ кг. З яким

максимальним прискоренням можна підіймати вантаж масою $m = 400$ кг, щоб дріг не обірвався?

Відповідь: $a = g \left(\frac{m_{\max}}{m} - 1 \right) = 1.2 \frac{M}{c^2}$.

Задача 8. Мотузка витримує вантаж масою $m_1 = 110$ кг при його русі з прискоренням, спрямованим угору, і вантаж масою $m_2 = 690$ кг при русі з тим самим прискоренням, спрямованим униз. Якої маси вантаж витримає ця мотузка при підйомі його зі сталою швидкістю?

Відповідь: $m = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} = 190 \text{ кг}$.

Задача 9. Вантаж масою $m = 140$ кг тисне на підлогу ліфта з силою $F = 1440$ Н. Знайти прискорення ліфта та його напрямок.

Відповідь: $a = \frac{F}{m} - g = 0.49 \frac{M}{c^2}$, угору.

Задача 10. На тіло масою 0.2 кг, що перебувало в стані спокою, протягом 5 с діє сила 0.1 Н. Якої швидкості набуло тіло та який шлях воно пройшло?

Відповідь: 2.5 м/с, 6.25 м.

Задача 11. Автомобіль масою 2 т пройшов 100 м за 10 с (початкова швидкість дорівнює нулю). Знайти силу тяги.

Відповідь: 4 кН.

Задача 12. Під дією сили 20 Н тіло рухається з прискоренням 0.4 м/с². З яким прискоренням рухатиметься це тіло під дією сили 50 Н?

Відповідь: 1 м/с².

Задача 13. Тіло масою 4 кг під дією певної сили рухається з прискоренням 2 м/с². З яким прискоренням рухатиметься тіло масою 10 кг від дією тієї самої сили?

Відповідь: 0.8 м/с².

Задача 14. З якою силою людина масою 70 кг тисне на підлогу ліфта, який рухається з прискоренням 0.8 м/с², спрямованим: вгору, вниз? З яким прискоренням має рухатись ліфт, щоб людина не тиснула на підлогу?

Відповідь: $P_1 = 740$ Н; $P_2 = 630$ Н; $a = g$.

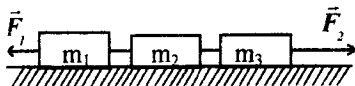
Задача 15. Два тіла масами $m_1 = 50$ г та $m_2 = 100$ г зв'язані ниткою і лежать на гладенькій горизонтальній поверхні. З якою силою F можна тягнути перше тіло, щоб нитка, яка витримує натяг $T_{\max} = 5$ Н, не обірвалась? Чи зміниться результат, якщо силу прикласти до другого тіла?

Відповідь: $F \leq T_{\max} \frac{m_1 + m_2}{m_2} = 7.5$ Н; $F \leq T_{\max} \frac{m_1 + m_2}{m_1} = 15$ Н.

Задача 16. Два тіла зв'язані ниткою і лежать на гладенькій горизонтальній поверхні. До тіла масою m_1 прикладена сила F_1 , спрямована вздовж поверхні, а до тіла масою m_2 - сила $F_2 < F_1$, спрямована в протилежний бік. Знайти силу натягу T нитки.

Відповідь:
$$T = \frac{m_1 F_2 + m_2 F_1}{m_1 + m_2}$$

Задача 17. Три тіла масами m_1, m_2, m_3 зв'язані ниткою і лежать на гладенькій горизонтальній поверхні (див. рисунок). До тіла масою m_1 прикладено силу F_1 , спрямовану вздовж поверхні, а до тіла масою m_3 - силу $F_2 > F_1$ спрямовану в протилежний бік. Знайти силу натягу T нитки між тілами з масами m_1 та m_2 .



Відповідь:
$$T = \frac{m_1 F_2 + (m_2 + m_3) F_1}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Задача 18. Через блок, що підвішений на динамометрі, перекинута шнур, на кінцях якого закріплено тіла з масами $m_1 = 1$ кг та $m_2 = 100$ кг. Знайти силу натягу T шнура під час руху тіл.

Відповідь:
$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 19.4 \text{ Н.}$$

Задача 19. Через блок, що підвішений на динамометрі, перекинута шнур, на кінцях якого закріплені тіла з масами $m_1 = 2$ кг та $m_2 = 8$ кг. Що покаже динамометр?

Відповідь:
$$F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 63 \text{ Н.}$$

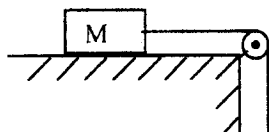
Задача 20. Два тіла масами m_1 та m_2 висять на кінцях нитки, перекинutoї через блок. Відстань між ними дорівнює h . Початкові швидкості дорівнюють нулю. Через який час t тіла будуть на одній висоті?

Відповідь:
$$t = \frac{h(m_1 + m_2)}{g(m_2 - m_1)}$$

Задача 21. Тіло масою $M = 2$ кг лежить на гладенькому горизонтальному столі¹ (див. рисунок). З яким прискоренням рухатиметься тіло, якщо:

¹ Тут і далі блоки вважаємо невагомими і нехтуємо тертям в осі.

- 1) нитку потягнути із силою $F = 9.8 \text{ Н}$;
 2) підвісити до неї тягар масою $m = 1 \text{ кг}$?



- Відповідь:** 1) $a = F/M = 4.9 \text{ м/с}^2$
 2) $a = mg/(m+M) = 3.3 \text{ м/с}^2$.

Задача 22. Два тіла масою $m = 100 \text{ г}$ кожне підвішені на кінцях нитки, перекинutoї через блок. На одне з тіл покладено важок масою $m_0 = 50 \text{ г}$. З якою силою F він тиснутиме на тіло під час руху?

Відповідь: $F = \frac{2mm_0g}{2m + m_0} = 0.39 \text{ Н}$.

Задача 23. Два тіла підвішені на однаковій висоті на нитці, перекинutoї через нерухомий блок. Маса одного тіла вдвічі більша за масу іншого. Через який час від початку руху одне з тіл буде на 1 м вище від іншого?

Відповідь: через 0.55 с .

Задача 24. Літак робить петлю Нестерова ("мертву петлю") радіусом $R = 255 \text{ м}$. Якою має бути мінімальна швидкість V літака у верхній точці петлі, щоб пілот не зависнув на ремінцях, якими він пристебнутий до сидіння?

Відповідь: $V = \sqrt{gR} = 180 \text{ км/год}$.

Задача 25. Автомобіль масою $m = 1000 \text{ кг}$ рухається зі швидкістю $V = 36 \text{ км/год}$ по опуклому мосту, радіус кривизни якого $R = 50 \text{ м}$. З якою силою F автомобіль тисне на міст у його середині? З якою мінімальною швидкістю він має їхати, щоб у верхній точці він не чинив тиску на міст? Що буде, коли він перевищить цю швидкість?

Відповідь: $F = mg - \frac{mV^2}{R} = 7.8 \text{ Н}$; $V = \sqrt{gR} = 22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 26. Автомобіль масою $m = 2000 \text{ кг}$ рухається зі швидкістю $V = 36 \text{ км/год}$ по увігнутому мосту, радіус кривизни якого $R = 100 \text{ м}$. З якою силою F автомобіль тисне на міст у його середині.

Відповідь: $F = mg + \frac{mV^2}{R} = 21.6 \text{ Н}$.

Задача 27. Літак робить "мертву петлю" радіусом 1 км зі сталою швидкістю. При цьому максимальна сила тиску пілота на сидіння втричі перевищує мінімальну. Знайти швидкість літака.

Відповідь: 140 м/с .

Задача 28. Хлопчик масою 40 кг гойдається на гойдалці з довжиною

підвісу 4 м. З якою силою він тисне на сидіння при проходженні положення рівноваги зі швидкістю 6 м/с?

Відповідь: 0,75 кН.

Задача 29. Знайти кут між ниткою з прив'язаним до неї тягарем і вертикаллю, якщо нитка підвішена на візку, що рухається з прискоренням a .

Відповідь: $\alpha = \arctg \frac{a}{g}$.

Задача 30. Кулька, що підвішена в ліфті на нитці завдовжки l рухається по колу в горизонтальній площині. Кут між ниткою і вертикаллю дорівнює α . Знайти період обертання T кульки. Ліфт рухається з прискоренням $a < g$, спрямованим униз.

Відповідь: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g - a}}$.

Задача 31. Камінь, підвішений до стелі на мотузці, рухається в горизонтальній площині по колу, відстань від якого до стелі $h = 1.25$ м. Знайти період обертання каменя.

Відповідь: $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} = 2.25$ с.

Задача 32. Якою має бути швидкість V вагона, що рухається по заокругленню радіусом $R = 98$ м, якщо куля масою $m = 10$ кг, яка підвішена до стелі вагона, відхиляється від вертикалі на кут $\alpha = 45^\circ$? Яка при цьому сила натягу T нитки?

Відповідь: $V = \sqrt{R \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha} = 112$ м/с; $T = \frac{mg}{\cos \alpha} = 137$ Н.

Задача 33. Кулька, підвішена на нитці, обертається в горизонтальній площині з частотою ν . Кут відхилення нитки від вертикалі дорівнює α , маса кульки - m . Знайти швидкість і прискорення кульки, силу натягу нитки і її довжину.

Відповідь: $V = \frac{g}{2\nu} \operatorname{tg} \alpha$; $a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$; $T = \frac{mg}{\cos \alpha}$; $l = \frac{g}{4\pi^2 \nu^2 \cos \alpha}$.

Задача 34. Дошка масою M може рухатись без тертя по похилій площині, що утворює кут α з горизонтом. З яким прискоренням і у якому напрямі по цій дошці має бігти людина масою m , щоб дошка не ковзала по похилій площині?

Відповідь: $a = g \sin \alpha \frac{m + M}{m}$, прискорення спрямоване вниз.

Задача 35. На візку, що котиться без тертя по похилій площині, встановлено стержень з підвішеною до нього на нитці кулькою масою m .

Знайти силу натягу T нитки, якщо кут нахилу похилої площини до горизонту дорівнює α . Коливання відсутні.

Відповідь: $T = mg \cos \alpha$.

Закон всесвітнього тяжіння

Задача 36. Оцініть порядок значення сили взаємного тяжіння двох кораблів, відстань між якими 100 м, якщо маса кожного з них 10000 т. Гравітаційна стала $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.

Відповідь: близько 1 Н.

Задача 37. Середня густина Венери $\rho = 4900 \text{ кг/м}^3$, її радіус $R = 6200 \text{ км}$. Знайти прискорення вільного падіння на її поверхні.

Відповідь: $g = \frac{4}{3} \pi G \rho R = 8,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 38. Радіус Марса становить 0.53 від радіуса Землі, маса – 0.11 від маси Землі. Знайти прискорення вільного падіння на Марсі.

Відповідь: $3,8 \text{ м/с}^2$.

Задача 39. На якій відстані від поверхні Землі сила тяжіння в 100 разів менша, ніж на поверхні?

Відповідь: $h = 9R$ Землі.

Задача 40. Знайти радіус орбіти супутника Землі, якщо період обертання 1 доба. Радіус Землі 6400 км.

Відповідь: 42.4 Мм.

Задача 41. Відстань між центрами Землі і Місяця дорівнює 60 земним радіусам, а маса Місяця у 81 раз менша від маси Землі. У якій точці прямої, що сполучає їх центри, тіло притягувалось би Землею і Місяцем з однаковою силою?

Відповідь: на відстані 6 земних радіусів від центра Місяця.

Задача 42. Знайти першу космічну швидкість. Радіус Землі $R = 6400 \text{ км}$.

Відповідь: $V = \sqrt{gR} = 7,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 43. Знайти першу космічну швидкість на Місяці, якщо його радіус 1760 км, а прискорення вільного падіння в 6 разів менше, ніж на Землі.

Відповідь: 1.7 км/с.

Задача 44. При якій тривалості доби на Землі тіла на екваторі були б невагомими? Радіус Землі 6400 км.

Відповідь: 85 хв.

Задача 45. Знайти середню густину планети ρ , якщо на її екваторі покази динамометра, до якого підвішений вантаж, на 10 % менші, ніж на полюсі. Тривалість доби на планеті $T = 6$ год.

Відповідь: $\rho = \frac{3\pi}{0.1GT^2} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Сила пружності. Сила тертя

Задача 46. Дві пружини скріпили одними кінцями, а за вільні кінці їх розтягують руками. Пружина з жорсткістю 100 Н/м розтягнулась на 5 см. Яка жорсткість іншої пружини, якщо вона розтягнулась на 1 см?

Відповідь: 500 Н/м.

Задача 47. Жорсткість дроту завдовжки l дорівнює k . Яка жорсткість такого самого дроту завдовжки $l/2$.

Відповідь: $2k$.

Задача 48. Знайти видовження троса з жорсткістю $k = 100$ кН/м під час окисування автомобіля масою $m = 2$ т з прискоренням $a = 0.5$ м/с². Тертям знехтувати.

Відповідь: $x = \frac{ma}{k} = 1 \text{ см}$.

Задача 49. Дві паралельно з'єднані пружини з жорсткостями k_1 , k_2 треба замінити однією. Яка її жорсткість?

Відповідь: $k = k_1 + k_2$.

Задача 50. Дві послідовно з'єднані пружини з жорсткостями k_1 і k_2 треба замінити однією. Яка її жорсткість?

Відповідь: $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

Задача 51. Покладіть на аркуш паперу тигарець. Потягніть аркуш спочатку плавно (з незначним прискоренням), а потім ривком. Поясніть результат досліду.

Задача 52. Яку горизонтальну силу F треба прикласти до тіла масою $m = 2$ кг, щоб тіло, яке лежить на горизонтальній поверхні, почало ковзати по ній з прискоренням $a = 0.2$ м/с²? Коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею $\mu = 0.02$.

Відповідь: $F = m(a + \mu g) = 0.79 \text{ Н}$.

Задача 53. Камінь ковзає по горизонтальній поверхні. Сила тертя

між каменем і поверхнею становить 6 % від сили тяжіння, що діє на камінь. Пройшовши шлях $S = 20.4$ м, камінь зупиняється. Яка початкова швидкість каменю ?

Відповідь: $V = \sqrt{2 \cdot 0.06 g S} = 4.9 \frac{m}{c}$.

Задача 54. Під дією якої сили рухається автомобіль?

Задача 55. Чому великі краплі дощу падають з більшою швидкістю, ніж малі?

Задача 56. На горизонтальній дошці лежить тіло. Яке прискорення треба надати дошці, щоб тіло зісковзнуло з неї? Коефіцієнт тертя $\mu = 0.2$.

Відповідь: $a > \mu g = 1.96 \text{ м/с}^2$.

Задача 57. Яка початкова швидкість шайби, пущеної по поверхні льоду, якщо вона зупинилась через 40 с? Який шлях вона пройшла? Коефіцієнт тертя шайби об лід дорівнює 0.05.

Відповідь: 20 м/с, 400 м.

Задача 58. У тепловоза масою M всі колеса ведучі. Коефіцієнт тертя ковзання між колесами і рейками μ . Яку максимальну силу тяги F може розвинути тепловоз на горизонтальній ділянці колії?

Відповідь: $F = \mu Mg$.

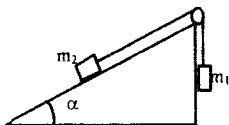
Задача 59. Знайти прискорення тіла, що ковзає по похилій площині, яка утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з горизонталлю. Коефіцієнт тертя між тілом і площиною $\mu = 0.3$.

Відповідь: $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2.45 \text{ м/с}^2$.

Задача 60. У ліфті на похилій площині, що утворює кут α з горизонталлю, лежить тіло масою m . Ліфт рухається з прискоренням a , спрямованим угору. При якому коефіцієнті тертя між тілом і площиною воно не буде ковзати вниз? Знайти силу тиску F тіла на площину.

Відповідь: $\mu > \text{tg} \alpha$; $F = m(g + a) \cos \alpha$.

Задача 61. Два тіла масами $m_1 = 10$ г та $m_2 = 15$ г зв'язані ниткою, перекинутою через блок, який встановлено на гладенькій похилій площині (див. рисунок). Площина утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з горизонталлю. Знайти прискорення, з яким рухається тіло.



Відповідь: $a = g \frac{m_2 \sin \alpha - m_1}{m_1 - m_2} = -0.98 \frac{m}{c^2}$.

Задача 62. Санки з'їжджають з гори заввишки h і далі їдуть горизонтально. Кут нахилу гори до горизонту α . Коефіцієнт тертя однаковий на всьому шляху і дорівнює μ . Виняток становить короткий відрізок шляху, де схил плавно переходить у горизонтальну дорогу; тут коефіцієнт тертя дорівнює нулю. Знайти шлях, який санки проходять по горизонтальній ділянці до повної зупинки.

Відповідь: $S = \frac{h(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}{\mu}$; $\mu < \operatorname{tg} \alpha$.

Задача 63. Який має бути мінімальний коефіцієнт тертя μ між шинами автомобіля та асфальтом, щоб автомобіль, який їде зі швидкістю $V = 50$ км/год, зміг зробити поворот по дузі кола радіусом $R = 100$ м?

Відповідь: $\mu = \frac{V^2}{Rg} = 0.2$.

Задача 64. Велосипедист під час повороту по дузі радіусом R нахилиється до центра дуги так, що кут між площиною велосипеда і поверхнею землі дорівнює α . Знайти швидкість V велосипедиста.

Відповідь: $V = \sqrt{g \cdot R \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$.

Задача 65. Тіло масою m , прикріплене пружиною з жорсткістю k до осі, рухається по горизонтальній гладенькій поверхні по колу радіусом R з кутовою швидкістю ω . Яка довжина недеформованої пружини?

Відповідь: $l = \left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)R$.

Задача 66. Людина тягне санки масою m з силою F , спрямованою під кутом α до горизонту. Коефіцієнт тертя між санками і дорогою дорівнює μ . Знайти прискорення санок. При якій силі F_0 рух буде рівномірним?

Відповідь: $a = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$; $F_0 = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$.

Задача 67. На одному кінці нитки, перекинutoї через нерухомий блок, висить тіло масою $m_1 = 30$ г. До іншого її кінця приєднана легка пружина, а до неї - тіло масою $m_2 = 50$ г. Довжина пружини в нерозтягнутому стані $l_0 = 10$ см. Під дією сили $F = 0.1$ Н пружина подовжується на $\Delta l = 2$ см. Знайти довжину l пружини під час руху тіл, вважаючи, що коливання в системі відсутні.

Відповідь: $l = l_0 + \frac{2m_1 m_2 g \Delta l}{(m_1 + m_2)F} = 17.4$ см.

Задача 68. Бруску масою $m = 1$ кг, що лежить на довгій горизонтальній дошці масою $M = 2$ кг, надали швидкість $V = 2$ м/с. Який шлях S пройде брусок відносно дошки, якщо коефіцієнт тертя між ними

$\mu = 0.2$, а тертя між дошкою і площиною, по якій вона рухається, відсутнє?

Відповідь: $S = \frac{MV^2}{2\mu g(M+m)} = 0.68 \text{ м.}$

Задача 69. Дерев'яний брусок масою 2 кг рівномірно тягнуть по дерев'яній дошці за допомогою пружини з жорсткістю 100 Н/м. Коефіцієнт тертя 0.3. Знайти видовження пружини.

Відповідь: 6 см.

Задача 70. Хлопчик масою 40 кг, з'їхавши на санках з гірки, проїхав по горизонтальному шляху до повної зупинки 20 м за 10 с. Знайти силу тертя та коефіцієнт тертя.

Відповідь: 16 Н, 0.04.

Задача 71. Похила площина утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з горизонталлю. При яких значеннях коефіцієнта тертя μ легше піднімати вантаж вертикально, ніж по похилій площині?

Відповідь: $\mu > \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = 0.58.$

Задача 72. З вершини похилої площини завдовжки $l = 10$ м і заввишки $h = 5$ м зісковзус тіло. Знайти час руху тіла по похилій площині та швидкість, яку воно матиме. Коефіцієнт тертя $\mu = 0.2$.

Відповідь: $t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = 2.5 \text{ с. } V = \sqrt{2al} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; де $a = g \frac{h - \mu \sqrt{l^2 - h^2}}{l}$

Задача 73. У вагоні поїзда, що їде рівномірно зі швидкістю 20 м/с по заокругленню радіусом 250 м, динамометром зважують тіло масою 10 кг. Знайти силу натягу пружини.

Відповідь: 101 Н.

Імпульс

Задача 74. М'яч масою 100 г летить зі швидкістю 20 м/с. Знайти зміну його імпульсу після пружного удару об горизонтальну площину. Кут падіння (між напрямком швидкості і перпендикуляром до площини) дорівнює 60° і дорівнює куту, під яким м'яч відлітає від площини після удару.

Відповідь: 2 кг·м/с.

Задача 75. Снаряд масою m_1 летить горизонтально й паралельно рейкам зі швидкістю V_1 і влучає в платформу з піском масою m_2 . З якою швидкістю починає рухатись платформа, якщо снаряд застряв у піску?

Відповідь: $V_2 = \frac{m_1 V_1}{m_1 + m_2}.$

Задача 76. Снаряд вибухнув у верхній точці траєкторії на висоті h і розірвався на дві частини масами m_1 та m_2 . Швидкість снаряда до розриву була V_0 . Швидкість більшої частини дорівнює V_2 і збігається за напрямком зі швидкістю снаряда перед розривом. Знайти відстань між місцями падіння обох частин снаряда.

Відповідь:
$$S = \frac{(V_2 - V_0) \cdot (m_1 + m_2)}{m_1} \cdot \frac{2h}{g}$$

Задача 77. Снаряд розірвався у верхній точці траєкторії на висоті $h = 19.6$ м на дві частини однакової маси. Через час $t = 1$ с після вибуху одна частина впала на землю у місці вибуху. На якій відстані S_2 від місця пострілу впаде друга частина снаряда, якщо перша впала на відстані $S_1 = 1000$ м? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $S_2 = 5000$ м.

Задача 78. Граната, що летить зі швидкістю 10 м/с, розірвалась на два осколки. Більший осколок, маса якого складає 60% маси гранати, продовжує рухатися в тому самому напрямку, але зі швидкістю 25 м/с. Знайти швидкість меншого осколка.

Відповідь: 12.5 м/с.

Задача 79. Два непружних тіла масами 2 кг і 6 кг рухаються назустріч одне одному зі швидкістю 2 м/с кожне. Знайти модуль і напрямок швидкості тіл після їх зіткнення.

Відповідь: 1 м/с; в напрямку руху більшого тіла.

Задача 80. Поїзд масою 2000 т, рухаючись прямолінійно, збільшив швидкість із 36 км/год до 72 км/год. Знайти зміну імпульсу поїзда.

Відповідь: $\Delta P = 2 \cdot 10^7$ кг·м/с.

Задача 81. Матеріальна точка масою 1 кг рівномірно рухається по колу зі швидкістю 10 м/с. Знайти зміну її імпульсу за чверть періоду, за половину періоду, за цілий період.

Відповідь: 14 кг·м/с, 20 кг·м/с, 0 .

Задача 82. Вагон масою 20 т, що рухається зі швидкістю 0.3 м/с, доганяє вагон масою 30 т, що рухається зі швидкістю 0.2 м/с. Яка швидкість вагонів після їх зіткнення, якщо удар абсолютно непружний?

Відповідь: 0.24 м/с.

Задача 83. Снаряд, що вилетів з гармати під деяким кутом до горизонту, в верхній точці траєкторії розривається на два осколки однакової маси. Один з них повертається до гармати по тій самій траєкторії. Де впаде другий осколок?

Відповідь: другий осколок впаде на відстані від гармати вдвічі більшій, ніж впав би снаряд.

Задача 84. Залізнична платформа з гарматою рухається зі швидкістю $V_1 = 9$ км/год. Загальна маса їх $M = 20$ т. З гармати випустили снаряд масою $m = 25$ кг. Визначити швидкість платформи U після пострілу: а) коли стріляли в напрямку руху платформи; б) коли стріляли в протилежному напрямку. Швидкість снаряда у випадку пострілу з нерухомої платформи дорівнює $V_2 = 700$ м/с.

Відповідь: а) $U = \frac{MV_1 - m(V_1 + V_2)}{M - m} = 1.69 \frac{м}{с}$; б) $U = \frac{MV_1 + m(V_2 - V_1)}{M - m} = 3.39 \frac{м}{с}$.

Задача 85. Космічний корабель летить у хмарі нерухомих мікрометеоритних частинок, які зіштовхуються з кораблем абсолютно не пружно. У скільки разів треба підвищити силу тяги двигунів, щоб удвічі збільшити швидкість корабля?

Відповідь: у 4 рази.

Задача 86. Людина масою $m = 70$ кг стоїть на кормі човна. Довжина човна $l = 5$ м, його маса $M = 280$ кг. На яку відстань відносно дна переміститься човен після того, як людина перейде з його корми на ніс? Течія відсутня. Розв'язати задачу двома способами.

Відповідь: $x = \frac{ml}{m + M} = l$ м.

Задача 87. Гармата, що стоїть на горизонтальній поверхні, стріляє під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Маса снаряда $m = 20$ кг, його початкова швидкість $V = 200$ м/с. Яка швидкість гармати після пострілу, якщо її маса $M = 500$ кг?

Відповідь: $U = -\frac{mV \cos \alpha}{M} = -7$ м/с.

Розділ 3. Робота і енергія

При розв'язуванні задач на закон збереження енергії рекомендується:

- зробити рисунок, вибрати рівень відліку потенціальної енергії, зобразити на рисунку всі сили, що діють на тіла системи, а також швидкості, імпульси тіл і їх розташування в початковому і кінцевому станах, вибрати систему відліку, визначити напрям координатних осей;

- якщо система тіл замкнена і в ній діють тільки потенціальні сили, то використати закон збереження механічної енергії:

$$E_{\text{поч. стану}} = E_{\text{кінц. стану}},$$

де $E = E_k + U$ - сума кінетичної E_k і потенціальної U енергій системи:

- якщо при переході системи з початкового стану в кінцевий на тіла діяли зовнішні сили, а між тілами системи - сили тертя, то використовувати закон зміни механічної енергії системи:

$$\Delta E = A + A_{\text{терт}},$$

де ΔE - зміна механічної енергії системи; A - робота зовнішніх сил, $A_{\text{терт}}$ - робота сил тертя;

- при необхідності доповнити одержані рівняння кінематичними і динамічними співвідношеннями, розв'язати ці рівняння і визначити шукані величини.

Для розв'язування задач використовуємо формули попереднього розділу.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти швидкість вильоту снаряда з пружинного пістолета масою m при пострілі вертикально вгору, якщо жорсткість пружини k , а стискування дорівнює x .

m

k

x

$V = ?$

Розв'язування

Стиснута пружина має потенціальну енергію, яка витрачається на здійснення роботи по подоланню сили тяжіння снаряду, та надання йому кінетичної

енергії. Потенціальна енергія пружини дорівнює роботі змінної сили $F_{\text{пружин}} = -kx$ на переміщенні x :

$$E_n = \frac{kx^2}{2}; E_n = mgx + \frac{mV^2}{2}; \frac{kx^2}{2} = mgx + \frac{mV^2}{2}$$

Звідки:

$$V = \frac{x(kx - 2mg)}{m}$$

Відповідь: $V = \frac{x(kx - 2mg)}{m}$

Задача 2. Трактор має тягову потужність на гаківі, що дорівнює 72 кВт . З якою швидкістю цей трактор може тягнути причіп масою 5 т на підйомі з нахилом, що дорівнює 0.2 при коефіцієнті тертя 0.4 ?

$$P = 72 \text{ кВт} = 72 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0.2$$

$$\mu = 0.4$$

$$V = ?$$

Розв'язування

Рівняння руху (рис. 24) має вигляд:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{F}_{\text{тертя}} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$$

(рух рівномірний).

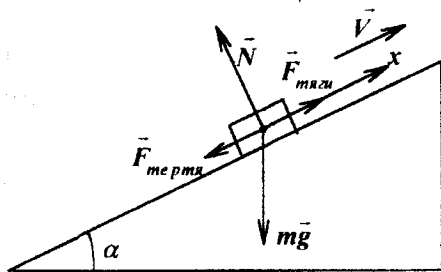


Рисунок 24

Зпроектуємо це рівняння на вісь x , яка спрямована вгору по похилій площині:

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{тертя}} + mg \sin \alpha,$$

де $F_{\text{тертя}} = \mu mg \cos \alpha$.

Тягова потужність, що розвивається трактором, визначається за формулою:

$$P = F_{\text{тяги}} V.$$

Звідси

$$V = \frac{P}{F_{\text{тяги}}} = \frac{P}{mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 2.4 \text{ м/с.}$$

тут враховано, що

$$\cos = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}.$$

Відповідь: $V = 2.4 \text{ м/с.}$

Задача 3. Яку роботу виконує автомобіль "Жигулі" масою 1.3 т після початку руху з місця на перших 75 м шляху, якщо ця відстань автомобіль проходить за 10 с , а коефіцієнт опору рухові дорівнює 0.05 ?

$$m = 1.3\text{ т} = 1.3 \cdot 10^3\text{ кг}$$

$$S = 75\text{ м}$$

$$\mu = 0.05$$

$$V = 0$$

$$A - ?$$

Розв'язування

$$A = F_{\text{тяги}} \cdot S; \vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{F}_{\text{опору}} = m\vec{a};$$

$$F_{\text{тяги}} = ma + F_{\text{опору}} = ma + \mu mg;$$

$$A = m(a + \mu g)S;$$

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}; V_0 = 0; a = \frac{2S}{t^2}.$$

$$A = m \left(\frac{2S}{t^2} + \mu g \right) S = 195\text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = 195\text{ Дж}$.

Задача 4. Яку роботу виконує людина при підйомі тіла масою 2 кг на висоту 1 м з прискоренням 3 м/с^2 ?

$$m = 2\text{ кг}$$

$$S = 1\text{ м}$$

$$a = 3\text{ м/с}^2$$

$$A - ?$$

Розв'язування

Робота, що здійснюється силою \vec{F} на відстані S :

$$A = F \cdot S \cos \alpha \ (\alpha = 0); \ A = F \cdot S.$$

Рівняння руху:

$$m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}.$$

Вісь x спрямуємо вертикально вниз і одержимо:

$$F = ma + mg; \ A = m(g + a) \cdot S = 26\text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = 26\text{ Дж}$.

Задача 5. Тіло кинуте вертикально вгору з швидкістю 10 м/с . На якій висоті кінетична енергія буде дорівнювати потенціальній енергії? Відлік потенціальної енергії тіла в полі тяжіння проводиться від точки кидання. Опором повітря знехтувати.

$$V_0 = 10\text{ м/с}$$

$$E_k = E_p$$

$$g = 10\text{ м/с}^2$$

$$h - ?$$

Розв'язування

За умовою задачі опором повітря можна знехтувати, і, отже, повна механічна енергія тіла в процесі руху залишається постійною і дорівнює початковій кінетичній

енергії тіла в момент відриву від поверхні Землі:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh, \quad (1)$$

де $\frac{mV^2}{2}$ - кінетична енергія на висоті h , mgh - потенціальна енергія тіла на висоті h . За умовою задачі кінетична і потенціальна енергії на шуканій висоті h рівні, тобто

$$\frac{mV^2}{2} = mgh. \quad (2)$$

Підставляючи вираз (2) в (1), одержимо:

$$\frac{mV_0^2}{2} = 2mgh, \text{ звідси } h = \frac{V_0^2}{4g} = 2.5 \text{ м.}$$

Відповідь: $h = 2.5 \text{ м.}$

Задача 6. Для піднімання води з колодязя глибиною $h = 20 \text{ м}$ встановили насос потужністю $N = 3.7 \text{ кВт}$. Визначити масу і об'єм води, яка піднята за час $t = 7 \text{ год}$, якщо к.к.д. насоса $\eta = 80 \%$.

$$h = 20 \text{ м}$$

$$N = 3.7 \text{ кВт} = 3.7 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$t = 7 \text{ год}$$

$$\eta = 80 \% = 0.80$$

$$m - ?, V - ?$$

Розв'язування

Відомо, що потужність насоса з врахуванням к.к.д. визначається за формулою:

$$N = \frac{A}{t\eta}, \quad (1)$$

де A - робота, що здійснюється при підніманні вантажу без прискорення на висоту h . A дорівнює потенціальній енергії Π , яку має вантаж на цій висоті, тобто:

$$A = \Pi = mgh, \quad (2)$$

де g - прискорення вільного падіння.

Підставивши вираз роботи A з (2) в (1), одержимо

$$N = \frac{mgh}{t\eta}$$

звідки

$$m = \frac{Nt\eta}{gh} = 3.80 \cdot 10^5 \text{ кг}. \quad (3)$$

Щоб визначити об'єм води, потрібно її масу розділити на густину:

$$V = \frac{m}{\rho} = 380 \text{ м}^3.$$

Відповідь: 380 м^3 .

Задача 7. На вершині горба висотою 10 м знаходилась бочка масою 200 кг (рис. 25). Її торкнули, вона покотилась і зупинилась на горизонтальній поверхні. Яку роботу доведеться виконати, щоб повернути її тим же шляхом в початкове положення?

$$H = 10 \text{ м}$$

$$m = 200 \text{ кг}$$

$$A = ?$$

Розв'язування

Спочатку бочка мала потенціальну енергію $E_n = mgH$. В кінцевому положенні у бочки немає ні потенціальної, ні кінетичної енергії, оскільки E_n була витрачена на виконання роботи проти

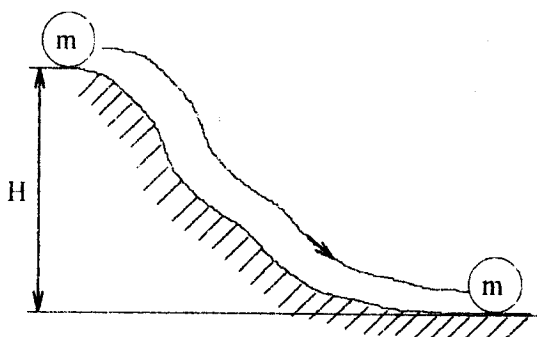


Рисунок 25

сили тертя на шляху скочування бочки.

Отже,

$$E_n = mgH = A_1.$$

Повертаючи бочку назад, необхідно підняти її на висоту H (робота піднімання $A_1 = mgH = E_n$) і виконати роботу A_2 проти сили тертя. Таким чином, загальна робота повернення бочки у початкове положення обчислюється за формулою

$$A = A_1 + A_2 = mgH + mgH = 2mgH = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $A = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$

Задача 8. Однорідний ланцюжок довжиною L лежить на абсолютно гладькому столі. Невелика частинка ланцюжка звисає в отвір у столі. У початковий момент часу кінець ланцюжка, що лежить на столі, притримують, а потім відпускають, і ланцюжок починає зісковзувати зі столу під дією сили тяжіння на звисаючий кінець. Визначити швидкість руху ланцюжка в той момент, коли довжина звисаючої частини дорівнюватиме $x \left(x < \frac{L}{2} \right)$.

Розв'язування

Нехай потенціальна енергія ланцюжка, що лежить на столі, дорівнює нулю. Тоді в момент, коли звисатиме частина ланцюжка довжиною x , його потенціальна енергія дорівнюватиме силі тяжіння $\frac{m}{L}gx$ звисаючої частини, помноженої на $\frac{x}{2}$ (ланцюжок однорідний і центр ваги звисаючої частини знаходиться на відстані $\frac{x}{2}$ нижче краю стола). Тут m - маса ланцюжка. На підставі закону збереження енергії маємо (знехтуємо потенціальною енергією частини ланцюжка, яка звисала у початковий момент):

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mg}{2L}x^2 = 0.$$

звідси

$$V = x \frac{g}{L}.$$

Відповідь: $V = x \frac{g}{L}$.

Задачі для самостійного розв'язування

Задача 1. Яку роботу виконає людина, яка піднімає тіло масою 4 кг на висоту 1 м з прискоренням 1.2 м/с^2 ?

Відповідь: 44 Дж.

Задача 2. Хлопчик тягне санки за мотузку з силою 100 Н. Мотузка утворює кут 30° з горизонтом. Яку роботу виконає хлопчик на шляху 50 м?

Відповідь: 4.3 кДж.

Задача 3. Яку роботу треба виконати, щоб однорідний стержень завдовжки 2 м масою 100 кг перевести з горизонтального положення у вертикальне?

Відповідь: 1 кДж.

Задача 4. Яку роботу треба виконати, щоб підняти ґрунт на поверхню, риючи колодязь завглибшки $h=10\text{м}$ з площею поперечного перерізу $S=2\text{м}^2$? Вважати, що ґрунт розсипають тонким шаром по поверхні землі. Густина ґрунту $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $A = \frac{\rho g h^2}{2} S = 2 \text{ МДж}$.

Задача 5. Колодязь завглибшки h наполовину заповнено водою. Площа дна S . Насос подає воду на поверхню через циліндричну трубу радіусом R . Яку роботу виконано, якщо насос відкачав всю воду з колодязя за час t ?

Відповідь: $A = \frac{3}{8} \rho g S h^2 + \frac{\rho S^3 h^3}{16 \pi^2 R^4 t^2}$.

Задача 6. Знайти потенціальну та кінетичну енергії тіла масою 5 кг, яке вільно падає з висоти 3 м, на відстані 2 м від поверхні землі.

Відповідь: 98 Дж, 49 Дж.

Задача 7. Тіло кинули зі швидкістю V_0 під кутом до горизонту. Знайти його швидкість на висоті h .

Відповідь: $V = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$.

Задача 8. Швидкість тіла, що вільно падає, масою 4 кг зростає від 2 м/с до 8 м/с. Знайти роботу сили тяжіння.

Відповідь: 120 Дж.

Задача 9. Імпульс тіла дорівнює 8 кг·м/с, а кінетична енергія - 16 Дж. Знайти масу і швидкість тіла.

Відповідь: 2 кг, 4 м/с.

Задача 10. Початкова швидкість кулі $V=600 \text{ м/с}$, її маса $m = 10 \text{ г}$. Під яким кутом до горизонту вона вилетіла з рушничі, якщо її кінетична енергія в найвищій точці траєкторії дорівнює $W_k = 450 \text{ Дж}$?

Відповідь: $\cos \alpha = \frac{1}{V} \frac{2W_K}{m} = \frac{1}{2}$; $\alpha = 60^\circ$.

Задача 11. Тролейбус масою 20 т рушає з прискоренням 2 м/с^2 . Знайти роботу сили тяги та роботу сили опору на перших 20 м шляху, якщо коефіцієнт опору дорівнює 0.05. Яку кінетичну енергію набув тролейбус?

Відповідь: $A_1 = 1 \text{ МДж}$; $A_2 = -0.2 \text{ МДж}$; $W_K = 0.8 \text{ МДж}$.

Задача 12. Камінь масою $m=1 \text{ кг}$ падає з висоти $h=20 \text{ м}$ і в момент падіння на землю має швидкість $V=18 \text{ м/с}$. Яка робота сили опору при падінні?

Відповідь: $A = \frac{1}{2} m(V^2 - 2gh) = -34 \text{ Дж}$.

Задача 13. Яку роботу виконує сила $F=40 \text{ Н}$ за $t=8 \text{ с}$, що піднімає з землі вертикально вгору вантаж масою $m=2 \text{ кг}$?

Відповідь: $A = \frac{F \cdot t^2}{2m} (F - mg) = 13 \text{ кДж}$.

Задача 14. Санки з'їжджають з гори заввишки h і далі їдуть горизонтально. Кут нахилу гори до горизонту α . Коефіцієнт тертя однаковий на всьому шляху і дорівнює μ , за винятком короткого відрізка шляху, де схил плавно переходить у горизонтальну дорогу, тут коефіцієнт тертя дорівнює нулю. Знайти шлях, який санки проходять по горизонтальній ділянці до повної зупинки.

Відповідь: $S = h \frac{1 - \mu \text{ctg} \alpha}{\mu}$, $\mu > \text{tg} \alpha$.

Задача 15. Санки масою 10 кг з'їжджають з гори заввишки 5 м і зупиняються на горизонтальній ділянці шляху. Яку роботу виконає хлопчик, витягуючи їх по тому самому шляху на гору?

Відповідь: 1 кДж.

Задача 16. Літак масою 2 т рухається горизонтально зі швидкістю 50 м/с на висоті 420 м. Потім він знижується при вимкненому двигуні і сідає на аеродром, маючи швидкість 30 м/с. Знайти роботу сили тертя повітря під час зниження літака.

Відповідь: -10 МДж.

Задача 17. При стисненні пружини дитячого пістолета на 3 см приклали силу 20 Н. Знайти потенціальну енергію стиснутої пружини.

Відповідь: 0.3 Дж.

Задача 18. Динамометр, розрахований на 40 Н, має пружину з жорсткістю 500 Н/м. Яку треба виконати роботу, щоб розтягнути пружину від середини динамометра до останньої поділки?

Відповідь: 1.2 Дж.

Задача 19. Яку треба виконати роботу, щоб розтягнути на 0.5 см пружину з жорсткістю 4 кН/м?

Відповідь: 0.05 Дж.

Задача 20. Порівняти роботи, які виконує людина, розтягуючи пружину динамометра від 0 до 10 Н, від 10 Н до 20 Н, від 20Н до 30Н.

Відповідь: 1: 3 :5.

Задача 21. Залізничний вагон масою 20 т наштовхується на перешкоду із швидкістю 0.2 м/с. Обидві буферні пружини вагона при цьому стиснулися на 4 см. Знайти максимальне значення сили, яка діє на пружину.

Відповідь: 10 кН.

Задача 22. Легка кулька починає вільно падати і, пролетівши відстань l , пружно зіштовхується з важкою плитою, яка рухається вгору зі швидкістю U . На яку висоту підскочить кулька після удару?

$$\text{Відповідь: } h = \frac{(2gl + 2U)^2}{2g}$$

Задача 23. Дві кульки масами m_1 і m_2 підвішені на нитках однакової довжини так, що дотикаються одна до одної. Одну кульку відхиляють у площині ниток на кут α і відпускають. На які кути α_1 і α_2 відносно вертикалі відхиляться кульки? Кути вважати малими, удар - пружним.

$$\text{Відповідь: } \alpha_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \alpha; \quad \alpha_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \alpha.$$

Задача 24. Людина стоїть на нерухомому візку і кидає горизонтально камінь масою m зі швидкістю V . Маса людини разом з візком M . Яку роботу виконано?

$$\text{Відповідь: } A = \frac{m}{2M} (m + M)V^2.$$

Задача 25. Швидкість тіла перед абсолютно пружним зіткненням з другим тілом була $V_1=3$ м/с, після нього стала

$V_2=2$ м/с. Знайти швидкість другого тіла, якщо до удару воно не рухалось.

Відповідь: $U_2 = V_1 + U_1 = 5$ V/c; $U_2 = V_1 - U_1 = 1$ м/с.

Задача 26. Пластмасова куля масою M лежить на підставці з отвором. Знизу в неї попадає невелика куля масою m , що летить вертикально зі швидкістю V_0 , і пробиває пластмасову кулю наскрізь. При цьому пластмасова куля підскакує на висоту H . На яку висоту h над підставкою підніметься куля, що пробила пластмасову?

Відповідь: $h = \frac{l}{2m^2 g} \cdot (mV_0 - M \sqrt{2gH})^2$.

Задача 27. Знайти швидкості куль після пружного центрального зіткнення, якщо їх маси m_1 та m_2 , а швидкості до зіткнення V_1 та V_2 .

Відповідь: $V_1' = \frac{(m_1 - m_2)V_1 + 2m_2V_2}{m_1 + m_2}$; $V_2' = \frac{(m_2 - m_1)V_2 + 2m_1V_1}{m_1 + m_2}$.

Задача 28. На горизонтальній поверхні лежать два зв'язаних ниткою бруски, між якими міститься стиснута пружина. Нитку перепалюють, і бруски розходяться в різні боки. При цьому відстань між ними зростає на Δl . Знайти потенціальну енергію U стиснутої пружини, якщо маса кожного бруска m . Коефіцієнт тертя між бруском і площиною μ .

Відповідь: $U = \mu g h \Delta l$.

Задача 29. Кулька масою $m=100$ г, що підвішена на нитці завдовжки $l=40$ см, описує коло в горизонтальній площині. Яка кінетична енергія кульки, якщо під час руху нитка утворює кут $\alpha = 60^\circ$ з вертикаллю?

Відповідь: $W_k = \frac{1}{2} mg l \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0.3$ Дж.

Задача 30. Від вантажу масою M , що висить на пружині з жорсткістю k , відпала частина масою m . На яку максимальну висоту підніметься вантаж?

Відповідь: $h = 2mg/k$.

Задача 31. Тіло після абсолютно непружного удару об нерухоме тіло, почало рухатися в $n=4$ рази повільніше. Визначити частину енергії, яка перейшла у внутрішню.

Відповідь: $\frac{\Delta E}{E} = 1 - n^{-1} = 0.75$.

Задача 32. Під яким кутом розлітаються після абсолютно пружного нецентрального зіткнення дві однакові гладенькі кульки, якщо до удару одна з них була нерухомою?

Відповідь: $\alpha = \pi/2$.

Задача 33. Невелике тіло масою m обертається на невагомому стержні у вертикальній площині. Знайти різницю сил натягу $T_2 - T_1$ стержня у нижній та верхній точках, якщо:

а) швидкість обертання стала;

б) зміна швидкості обертання зумовлена дією сили тяжіння.

Відповідь: а) $T_2 - T_1 = 2 mg$;

б) $T_2 - T_1 = 6mg$.

Задача 34. Невелике тіло зісковзує без тертя з вершини півсфери радіусом R . На якій висоті тіло відірветься від півсфери?

Відповідь: $h = \frac{2}{3} R$.

Задача 35. З похилої площини завдовжки l і кутом нахилу α до горизонталі зісковзує тіло. Яка швидкість тіла біля основи площини, якщо коефіцієнт тертя дорівнює μ ?

Відповідь: $v = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$.

Задача 36. Знайти ККД похилої площини завдовжки l м і заввишки 0.6 м, якщо коефіцієнт тертя при русі по ній тіла дорівнює 0.1 .

Відповідь: 88% .

Задача 37. Яку роботу треба виконати, щоб по похилій площині з кутом нахилу 30° підняти вантаж масою 400 кг на висоту 2 м при коефіцієнті тертя $\mu = 0.3$? Який при цьому ККД?

Відповідь: 12 кДж; 67% .

Задача 38. По похилій площині завдовжки $l=5$ м і заввишки $h=3$ м рівномірно піднімають вантаж масою $m=200$ кг, прикладаючи силу $F = 1.5$ кН. Визначити ККД похилої площини.

Відповідь: $\eta = \frac{mgh}{Fl} = 0.78$ (78%).

Задача 39. Трактор на оранці долає силу опору 10 кН.

розвиваючи корисну потужність 40 кВт. З якою швидкістю рухається трактор?

Відповідь: 4 м/с.

Задача 40. Тролейбус масою 12 т підходить до підйому заввишки 12 м і завдовжки 180 м зі швидкістю 10 м/с. Знайти середню потужність на цьому підйомі, якщо кінцева швидкість тролейбуса дорівнює 6 м/с, а коефіцієнт опору 0.03.

Відповідь: 74 кВт.

Задача 41. Тіло масою $m = 1$ кг вільно падає з висоти $h = 1$ м. Знайти потужність сили тяжіння в момент падіння тіла.

Відповідь: $N = mg \quad 2gh = 43 \text{ Вт}$.

Задача 42. Швидкість водяного струменя, що витікає з труби діаметром $D=20$ см, становить $V=5$ м/с. Знайти потужність насоса, що подає воду. Густина води $\rho = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $N = \frac{1}{8} \pi D^2 \rho V^3 = 2 \text{ кВт}$.

Задача 43. Автомобіль масою $m=1$ т рушає з місця і, рухаючись рівноприскорено, проходить шлях $S=20$ м за час $t=2$ с. Яку потужність N має розвивати мотор цього автомобіля? Яка при цьому його середня потужність $N_{\text{сеп}}$?

Відповідь: $N = 4S^2 m/t^3 = 200$ кВт; $N_{\text{сеп}} = 2S^2 m/t^3 = 100$ кВт.

Задача 44. Кулемет стріляє зі швидкістю 600 куль за 1 хвилину. Маса кулі 10 г, швидкість 800 м/с. Знайти корисну потужність кулемета.

Відповідь: 32 кВт.

Задача 46. Моторний човен, долаючи опір течії гірської річки, відносно берега лишається нерухомим. Сила тяги мотора 2 кН, швидкість течії 5 м/с. Чи виконує роботу сила тяги мотора? Якщо так, то яку роботу вона виконує за 5 с? Яка потужність мотора?

Відповідь: відносно берега: $A = 0$, $N = 0$; відносно води: $A = 50$ кДж, $N = 10$ кВт.

Розділ 4. Рівновага тіл. Рідини і газу (гідростатика)

При розв'язуванні задач на рівновагу тіл рекомендується:

- зробити рисунок, показати всі сили, що діють на тіло (або тіла системи), які знаходяться в стані рівноваги, вибрати систему координат і визначити напрям координатних осей;

- для тіла що не має осі обертання, записати першу умову рівноваги у векторному вигляді $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$, потім записати цю умову рівноваги в

проекціях на осі координат і одержати рівняння в скалярному вигляді:

- для тіла з закріпленою віссю обертання потрібно визначити плечі всіх сил відносно цієї осі і використати другу умову рівноваги (правило моментів): $\sum_i \vec{M}_i = \vec{0}$, враховуючи при цьому знаки ("+" або "-") моментів

сил:

- при визначенні центру тяжіння тіла або системи жорстко зв'язаних між собою тіл використовувати правило моментів, маючи на увазі при цьому, що вісь обертання проходить через центр тяжіння;

- якщо з умови задачі випливає, що вісь обертання тіла не закріплена, то необхідно використати обидві умови рівноваги. При цьому положення осі обертання слід вибрати таким чином, щоб через неї проходило найбільше число ліній дії відомих сил;

- розв'язати отриману систему рівнянь і визначити шукані величини.

При розв'язуванні задач на рівновагу рідин і газів рекомендується:

- зробити рисунок, показати на ньому всі врівноважені рівні рідини, які вона займала в різних станах, зобразити границю розділу різних рідин (якщо це необхідно за умовою задачі);

- вибрати нульовий (горизонтальний) рівень для відліку висот стовпів різних рідин;

- записати умову рівноваги рідини $p_i = p_k$, де p_i і p_k - загальні (сумарні) тиски всередині рідини в точках i і k , що розташовані на одному рівні в рідині, що знаходиться в стані спокою;

- якщо до встановлення рівноваги відбувалося переливання рідин з однієї посудини в іншу, то до умови рівноваги слід додати умову нестискуваності рідини $\Delta V_1 = \Delta V_2$, де ΔV_1 - зменшення об'єму рідини в одній частині посудини і ΔV_2 - збільшення його в іншій частині посудини;

- розв'язуємо одержану систему рівнянь і визначаємо шукані величини.

При розв'язуванні задач, в яких розглядається рівновага або рух твердих тіл в рідині та газі, слід врахувати закон Архімеда і використати рекомендації, що наведені на початку даного розділу і в темі "Основи динаміки".

Основні поняття

Момент сили відносно осі:

$$M = F \cdot d,$$

де F - модуль сили, d - найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили (плече сили);

Умови рівноваги твердого тіла:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}; \quad \sum_{i=1}^n M_i = 0;$$

1) $M_i > 0$ (обертання за годинниковою стрілкою),

2) $M_i < 0$ (обертання проти годинникової стрілки).

Тиск:

$$p = \frac{F}{S}$$

де F - модуль сили, що рівномірно розподілена по поверхні площею S (сила перпендикулярна до поверхні).

Гідростатичний тиск всередині рідини

$$p = \rho g h.$$

де ρ - густина рідини, g - прискорення вільного падіння; h - глибина занурення.

Сила Архімеда:

$$F_A = \rho g V.$$

де ρ - густина рідини; g - прискорення вільного падіння; V - об'єм зануреної в рідину частини тіла.

Рівні рідин різної густини, на яких вони встановилися в сполучених посудинах, зв'язані з їх густинами ρ_1 і ρ_2 співвідношенням:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Для гідравлічного пресу:

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1.$$

де F_2 - сила, що діє на тіло з боку великого поршня з площею поперечного перерізу S_2 , F_1 - сила, що діє на малий поршень з площею поперечного перерізу S_1 .

Рівняння неперервності:

$$V_1 S_1 = V_2 S_2,$$

де V_1 і V_2 - швидкості течії рідини в трубках (руслах) з площею поперечного перерізу S_1 і S_2 .

Рівняння Бернуллі:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho V_2^2}{2}.$$

де p_1 і p_2 - тиск в різних точках рідини, що рухається; h_1 і h_2 - висоти цих точок, що відраховуються від загального рівня; V_1 і V_2 - швидкості течії в цих точках.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Якою повинна бути сила F , яка утримує брусок масою m на гладенькій похилій площині, якщо кут нахилу площини до горизонту дорівнює α , а сила паралельна похилій площині? Тертям між бруском і площиною знехтувати. Знайти силу реакції площини N .

Розв'язування

m
 α
 $N - ?$
 $F - ?$

Оскільки брусок знаходиться в рівновазі, то сума проєкцій на осі x і y всіх сил, що діють на брусок, повинні дорівнювати нулю.

$$F - mg \sin \alpha = 0,$$

$$N - mg \cos \alpha = 0.$$

Звідси

$$F = mg \sin \alpha,$$

$$N = mg \cos \alpha.$$

Відповідь: $F = mg \sin \alpha,$

$$N = mg \cos \alpha.$$

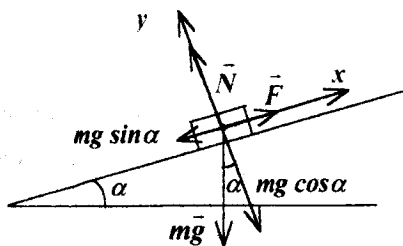


Рисунок 26

Задача 2. Тягарець масою m , підвішений з допомогою двох ниток таким чином, що одна з них утворює з вертикаллю кут α , а інша проходить горизонтально. Знайти сили натягу ниток.

m
 α
 $T_1 - ?$
 $T_2 - ?$

Розв'язування

Умова рівноваги тіла (рис.27) запишеться у вигляді:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0.$$

У проєкціях на осі координат одержимо:

$$OX: T_2 - T_1 \sin \alpha = 0$$

$$OY: T_1 \cos \alpha - mg = 0.$$

Звідси знаходимо:

$$T_1 = \frac{mg}{\cos \alpha};$$

$$T_2 = mg \operatorname{tg} \alpha.$$

Відповідь: $T_1 = \frac{mg}{\cos \alpha}; T_2 = mg \operatorname{tg} \alpha.$

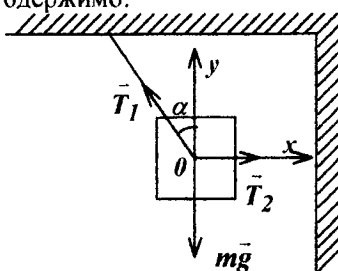


Рисунок 27

Задача 3. Якою повинна бути висота циліндричної посудини радіусом 5 см , яка наповнена водою, щоб сила тиску води на дно посудини була рівна силі її тиску на бічну поверхню.

$$\frac{R = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{h - ?}$$

Розв'язування

За означенням сила тиску на дно посудини

$$F = p \cdot S. \quad (1)$$

Оскільки тиск на дно посудини $p = \rho gh$ (ρ - густина води, h - висота посудини, $S = \pi R^2$ - площа дна посудини), то вираз (1) прийме вигляд

$$F = \rho gh \pi R^2.$$

Аналогічно, сила тиску на бокову поверхню посудини:

$$F = \langle p \rangle \cdot S_{\text{бічне}},$$

де $\langle p \rangle = \frac{p}{2}$ - середній тиск води на бічну поверхню посудини, $S_{\text{бічне}}$ - площа бічної поверхні посудини. Враховуючи, що

$$p = \rho gh \text{ і } S_{\text{бічне}} = 2\pi R \cdot h,$$

одержимо:

$$F_{\text{бічне}} = \rho g \pi R h^2.$$

За умовою задачі $F = F_{\text{бічне}}$, або $\rho gh \pi R^2 = \rho g \pi R h^2$.

звідси $h = R = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5 \text{ см}$.

Відповідь: $h = 5 \text{ см}$.

Задача 4. Динамометр, до якого підвішений шматок сплаву, який складається з міді і срібла, показує в повітрі P_1 , а в воді P_2 . Виштовхувальною силою повітря знехтувати. Знайти масу срібла m_c та масу міді m_m .

$$\frac{P_1}{P_2} \quad \left| \quad \begin{array}{l} m_m - ? \\ m_c - ? \end{array} \right.$$

Розв'язування

При зважуванні в повітрі на шматок металу діють:

$m\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{P}_1 - сила натягу пружини (рис. 28, а). Запишемо умову рівноваги тіла в скалярному вигляді відносно вибраного напрямку осі Y :

$$-mg + P_1 = 0,$$

звідси $mg = P_1$; $m = \frac{P_1}{g}$.

При зважуванні в воді на шматок металу

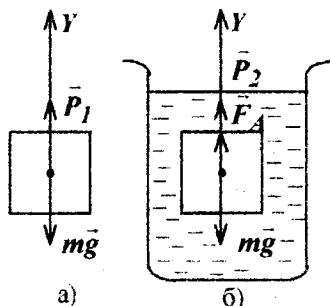


Рисунок 28

діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{P}_2 - сила натягу пружини, \vec{F}_A - виштовхувальна сила води.

Запишемо умову рівноваги тіла в воді в векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{P}_2 + \vec{F}_A = 0. \quad (1)$$

Враховуючи, що $m\vec{g} = P_1$ і $F_A = \rho g V$, де V - об'єм тіла, ρ - густина води, перетворимо рівняння (1):

$$P_2 - P_1 + \rho g V = 0. \quad (2)$$

З іншого боку, маса тіла в повітрі і його об'єм відповідно дорівнюють:

$$m = m_M + m_C, \quad (3)$$

$$V = V_M + V_C,$$

або

$$V = \frac{m_M}{\rho_M} + \frac{m_C}{\rho_C}, \quad (4)$$

де m_M і m_C - маса міді і срібла в шматковій сплаву; ρ_M і ρ_C - густини міді і срібла.

Розв'язуючи спільно рівняння (2)-(4), одержимо:

$$m_C = \frac{\rho_C \rho_M}{(\rho_C - \rho_M)g} \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{P_1}{\rho_M} \right), \quad m_C = 0.210 \text{ кг}$$

Враховуючи, що $m = \frac{P_1}{g}$ з рівняння (3) знайдемо:

$$m_M = m - m_C = \frac{P_1}{g} - m_C, \quad m_M = 0.0356 \text{ кг.}$$

Відповідь: $m_M = 0.0356 \text{ кг}$, $m_C = 0.210 \text{ кг}$.

Задача 5. Залізну кулю зважують в повітрі і гасі. Покази динамометра відповідно дорівнюють P_1 і P_2 . Визначити об'єм внутрішньої порожнини кулі. Виштовхувальною силою повітря знехтувати.

| | |
|-----------|---|
| P_1 | <p style="text-align: center;"><u>Розв'язування</u></p> <p>При зважуванні в повітрі на кулю діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, \vec{P}_1 - сила натягу пружини (рис. 28, зад.4).</p> |
| P_2 | |
| $V_n - ?$ | |

Запишемо умову рівноваги тіла в скалярному вигляді відносно осі Y :

$$-mg + P_1 = 0,$$

звідки $mg = P_1$, або $m = \frac{P_1}{g}$.

При зважуванні в гасі на кулю діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, P_2 - сила натягу пружини, F_A - виштовхувальна сила гасу.

Запишемо умову рівноваги кулі в гасі в векторному

$$m\vec{g} + \vec{P}_2 + \vec{F}_A = 0$$

і скалярному виглядах:

$$-mg + P_2 + F_A = 0 \quad (1)$$

відносно вибраного напрямку осі Y .

Враховуючи, що $mg = P_1$, $F_A = \rho_2 gV$, де V - об'єм кулі, ρ_2 - густина гасу, перетворимо рівняння (1):

$$P_2 - P_1 + \rho_2 gV = 0.$$

Об'єм порожнини $V_n = V - V_K$, де $V_K = \frac{m}{\rho_3}$ - об'єм, що займає залізо.

Отже, $V_n = V - \frac{m}{\rho_3}$. Оскільки $m = \frac{P_1}{g}$, то $V_n = V - \frac{P_1}{\rho_3 g}$.

Розв'язуючи спільно рівняння (2) і (3), одержимо:

$$V_n = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g} - \frac{P_1}{\rho_3 g}; \quad V_n = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Відповідь: $V_n = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$.

Задача 6. У циліндричний посуд налито однакові маси ртуті і води. Загальна висота двох шарів рідин **29.2 см**. Визначити тиск рідини на дно посуду.

| |
|---|
| $\rho_1 = 1.36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$ $\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ $h = 29.2 \text{ см} = 0.292 \text{ м}$ $p = ?$ |
|---|

Розв'язування

Повний тиск рідин на дно посуду (рис.29)

$$p = p_1 + p_2 \quad (1)$$

Тут $p_1 = \rho_1 g h_1$ і $p_2 = \rho_2 g h_2$ - тиск ртуті та води на дно посуду. де ρ_1 і ρ_2 - густини ртуті і води відповідно.

Підставляючи вирази p_1 і p_2 в рівняння (1). одержимо:

$$p = g (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2). \quad (2)$$

причому

$$h = h_1 + h_2. \quad (3)$$

За умовою задачі, маси стовпів рідин однакові, отже, $m_1 = m_2$, або $\rho_1 h_1 S = \rho_2 h_2 S$. Звідси

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2. \quad (4)$$

де S - площа основи посудини.

З рівнянь (3) і (4) знайдемо:

$$h_1 = \frac{h \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}; \quad h_2 = \frac{h \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (5)$$

Підставляючи вираз (5) в рівняння (2), знайдемо:

$$p = g \left(\frac{\rho_1 \rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} + \frac{\rho_1 \rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} \right) = \frac{2 \rho_1 \rho_2 g h}{\rho_1 + \rho_2} \quad p = 5.3 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

Відповідь: $p = 5.3 \cdot 10^3 \text{ Па.}$

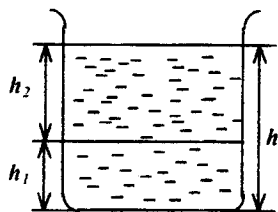


Рисунок 29

Задачі для самостійного розв'язування.

Задача 1. З якою силою тисне пара на запобіжний клапан діаметром 80 мм, якщо тиск всередині парового котла 10 МПа?

Відповідь: 50 кН.

Задача 2. Побудувати графік залежності тиску води в банці від глибини. Як зміниться графік, якщо зміниться атмосферний тиск?

Задача 3. Пробірку завдовжки $l = 10$ см заповнюють водою й занурюють відкритим кінцем у склянку з водою так, щоб майже вся пробірка була над водою. Знайти тиск p води на дно пробірки. Атмосферний тиск $p_0 = 0.1$ МПа. Густина води $\rho = 1000$ кг/м³.

Відповідь: $p = p_0 - \rho gh = 99 \text{ кПа}$.

Задача 4. Який стовп води відповідав би нормальному атмосферному тиску при користуванні водяним барометром? Густина ртуті $13.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, води 1000 кг/м^3 .

Відповідь: $h = 10.3 \text{ м}$.

Задача 5. Знайти тиск рідини на нижню поверхню циліндра, що плаває, масою m з площею поперечного перерізу S , якщо атмосферний тиск дорівнює p_0 .

Відповідь: $p = p_0 + \frac{mg}{S}$.

Задача 6. У сполучені посудини діаметрами 3 см і 7 см налита воду. У вузьку посудину наливають масло об'ємом 100 см^3 і густиною 0.8 г/см^3 . Знайти зміну рівня води у вузькій посудині.

Відповідь: 9.5 см.

Задача 7. У дві циліндричні сполучені посудини налита ртуть. Площа поперечного перерізу однієї з них удвічі більша від площі поперечного перерізу іншої. Широку посудину доливають водою до краю. На яку висоту при цьому підніметься рівень ртуті в іншій посудині? Спочатку рівень ртуті був на відстані l від краю широкої посудини. Густина ртуті ρ , води ρ_0 .

Відповідь: $h = \frac{2\rho_0 l}{3\rho - \rho_0}$.

Задача 8. У циліндричну посудину налита однакові за масою кількості води та ртуті. Загальна висота стовпа рідин H . Знайти гідростатичний тиск p на дно посудини. Густина ртуті ρ , води ρ_0 .

Відповідь: $p = \frac{2\rho_0 \rho g H}{\rho_0 + \rho}$.

Задача 9. Під час піднімання вантажу масою m_0 за допомогою гідравлічного преса виконана робота A . При цьому малий поршень зробив n ходів, перемішуючись за один хід на висоту h . У скільки разів площа S великого поршня більша за площу s малого?

Відповідь: $\frac{S}{s} = \frac{mghn}{A}$

Задача 10. Малий поршень гідравлічного преса за один хід опускається на $h = 0.2$ м, а великий піднімається на $H=1$ см. З якою силою F діє прес на затиснуте в ньому тіло, якщо на малий поршень діє сила $f = 500$ Н? ККД преса η дорівнює 0.95.

Відповідь: $F = \eta f h/H = 9.5$ кН.

Задача 11. У дві вертикальні трубки з різними площами поперечного перерізу, що сполучені між собою, налили ртуть, а потім у широкую трубку з площею перерізу $S = 8$ см² налили воду. Маса води $m = 272$ г. На скільки вищий рівень ртуті у вузькій трубці, ніж у широкій? Густина ртуті $\rho = 13.6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $h = \frac{m}{\rho S} = 2.5$ см.

Задача 12. Тіло вільно падає з деякої висоти і занурюється у воду на таку саму глибину. Знайти густину тіла. Густина води 10^3 кг/м³.

Відповідь: $0.5 \cdot 10^3$ кг/м³.

Задача 13. У U-подібну трубку наливають ртуть. Потім в одне з колін її наливають масло, в інше - воду. Рівень ртуті однаковий в обох колінах. Знайти висоту стовпчика води h_0 , якщо висота стовпчика масла $h=20$ см, а його густина $\rho = 0.9 \cdot 10^3$ кг/м³. Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м³.

Відповідь: $h_0 = \rho h/\rho_0 = 18$ см.

Задача 14. До якого значення можна збільшити силу тиску за допомогою гідравлічного преса, якщо до малого поршня прикласти силу

$f=100$ Н, а площі перерізів поршнів $S_1=5$ см² та $S_2=500$ см²? ККД преса $\eta = 0.8$.

Відповідь: $F = \eta f S_2/S_1 = 8$ кН.

Задача 15. Аеростат масою 500 кг і об'ємом 600 м³ піднімається вгору рівноприскорено. Знайти висоту підйому аеростата за перші 10 с. Густина повітря 1.3 кг/м³.

Відповідь: 274 м.

Задача 16. Знайти найменшу площу плоскої крижини завтовшки $H = 20$ см, яка здатна утримати на воді людину масою $m = 80$ кг. Густина льоду $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³, води $\rho_{\text{в}} = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $S = \frac{m}{H(\rho_{\text{ж}} - \rho)} = 4$ м².

Задача 17. Порожниста куля зі сталі розтягує пружину динамометра у повітрі з силою 6 Н, у воді - з силою 5 Н. Знайти об'єм порожнини. Густина сталі $8 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: 24 см³.

Задача 18. Куля, що до половини занурена у воду, тисне на дно посудини з силою втричі меншою від сили тяжіння, яка діє на кулю. Знайти густину кулі. Густина води $\rho_0 = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $\rho = \frac{3}{4} \rho_0 = 0.75 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 19. Кусок льоду масою $m = 1.9$ кг плаває в циліндричній посудині, наповненій рідиною з густиною $\rho = 0.95 \cdot 10^3$ кг/м³. Наскільки зміниться рівень рідини, коли лід розтане? Площа дна посудини $S = 400$ см², густина води $\rho = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $h = \frac{m}{S} \frac{\rho - \rho_0}{\rho \rho_0} = -2.5$ см.

Задача 20. Для визначення густини невідомої рідини однорідне тіло підвісили на динамометрі у цій рідині, а потім у вакуумі та воді. У рідині тіло розтягує пружину динамометра з силою $P_p = 1.66$ Н, у вакуумі - з силою $P = 1.8$ Н, а у воді - $P_w = 1.6$ Н. Знайти густину рідини ρ_r і тіла ρ . Густина води $\rho_w = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $\rho_r = \frac{P - P_p}{P - P_w} \rho_w = 0.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $\rho = \frac{P \cdot \rho_w}{P - P_w} = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Задача 21. У посудину налито дві рідини, що не змішуються. На межі поділу плаває однорідне тіло, верхня рідина повністю його покриває. Густина тіла ρ , верхньої рідини ρ_1 , нижньої ρ_2 . Яка частина тіла занурена у нижню рідину?

Відповідь: $\frac{V_2}{V} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$

Задача 22. Посудина з водою рухається поступально вздовж горизонтальної прямої з прискоренням a . Під яким кутом до горизонту нахилена поверхня води?

Відповідь: $\text{tg} \alpha = \frac{a}{g}$

Задача 23. В бак наливають воду рівномірно зі швидкістю $V_t = 2$ дм³/с. У дні бака є отвір площею $S = 2$ см². На якому рівні буде триматися вода?

Відповідь: $h = \frac{V_t^2}{2gS^2} = 5$ м.

Задача 24. Знайти площу плоскої крижини завтовшки $H = 20$ см, якщо вона може утримати на воді вантаж масою $m = 50$ кг, занурюючись у воду на глибину $h = 19$ см. Густина льоду $\rho_l = 900$ кг/м³, води $\rho_w = 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $S = \frac{m}{\rho_0 h - \rho_1 H} = 5 \text{ м}^2$.

Задача 25. З води з глибини 5 м піднімають на поверхню камінь об'ємом 0.6 м^3 . Густина каменю 2500 кг/м^3 , води - 1000 кг/м^3 . Знайти виконану роботу.

Відповідь: 45 кДж.

Задача 26. З води з глибини 10 м кран підіймає стальний зливоч масою 780 кг. Знайти роботу сили пружності троса, якщо зливоч підняли на висоту 4 м над поверхнею води. Густина сталі 7800 кг/м^3 , води - 1000 кг/м^3 .

Відповідь: 99 кДж.

Задача 27. Зливоч сплаву золота зі сріблом розтягує пружину динамометра в повітрі з силою 14.7 Н, а у воді на 1.274 Н меншою. Знайти маси золота і срібла у зливку, вважаючи, що об'єм сплаву дорівнює сумі об'ємів золота і срібла. Густина золота дорівнює $19.3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, срібла - $10.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, води - 10^3 кг/м^3 . Виштовхувальною силою повітря знехтувати.

Відповідь: $m_{Au} = 296 \text{ г}$, $m_{Ag} = 1204 \text{ г}$.

Задача 28. Знайти густину однорідного тіла, що діє на і нерухому опору в повітрі з силою $P_n = 2.8 \text{ Н}$, а у воді - з силою $P_0 = 1.69 \text{ Н}$. Виштовхувальною силою повітря знехтувати. Густина води $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $\rho = \frac{\rho_0 P_n}{P_n - P_0} = 2.5 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 29. Швидкість течії води в широкій частині труби 10 см/с. Яка швидкість течії у вузькій частині, коли її діаметр в 4 рази менший від діаметра широкої?

Відповідь: 1.6 м/с.

Задача 30. Двигун насоса розвиває потужність 25 кВт і піднімає при цьому 100 м^3 нафти на висоту 6 м за 8 хв. Знайти ККД насоса. Густина нафти $0.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: 40%.

Задача 31. Землесос виймає 500 м^3 ґрунту за годину. Об'єм пульпи (ґрунту, змішаного з водою) в 10 разів більший за об'єм ґрунту. Яка швидкість руху пульпи у трубі діаметром 0.6 м?

Відповідь: 4.9 м/с.

Молекулярна фізика й термодинаміка

Розділ 5. Основи молекулярно-кінетичної теорії.

Газові закони

При розв'язуванні задач на цю тему рекомендується:

- використати рівняння Менделєєва-Клапейрона, вважаючи стан газу рівноважним; якщо при цьому тиск p і об'єм газу V не задані, то їх потрібно знайти через величини, які вказані в умові задачі;
- якщо в задачі розглядаються декілька станів газу, то параметри цих станів позначають так:

1-ий стан: m_1, p_1, V_1, T_1 ;

2-ий стан: m_2, p_2, V_2, T_2 і т.д., а потім використовують для кожного з цих станів рівняння Менделєєва-Клапейрона (якщо маса газу m змінюється) або рівняння Клапейрона $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$ (якщо маса газу не змінюється);

- якщо один з параметрів газу залишається сталим і маса газу не змінюється, то використовують один із законів ідеального газу Бойля-Маріотта (при $T = const$), Гей-Люсака (при $p = const$) і Шарля (при $V = const$).

- використати вказані вище рекомендації при розв'язуванні задач, в яких розглядаються процеси, що пов'язані зі зміною станів декількох газів (сумішів), при цьому всі вказані дії потрібно виконати для кожного газу зокрема;

- розв'язати одержані рівняння, доповнені у випадку необхідності іншими співвідношеннями, які впливають з умови задачі, і знайти шукані величини.

Основні поняття

Кількість речовини:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A},$$

де m - маса; μ - молярна маса речовини; N - число структурних елементів (атомів, молекул, іонів та ін.), $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ - стала Авогадро.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle,$$

де p - тиск ідеального газу; m_0 - маса молекули; $n = \frac{N}{V}$ - концентрація молекул; V - об'єм газу; $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2$ - середнє значення квадрата швидкості молекул; N - число молекул.

Середня квадратична швидкість молекул ідеального газу

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

де $R = k \cdot N_A = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ - молярна газова стала; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ - стала Больцмана; $T = t + 273$ - термодинамічна температура; t - температура за шкалою Цельсія.

Середня енергія теплового руху молекул одноатомного газу:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Тиск ідеального газу

$$p = n k T,$$

де n - концентрація молекул; k - стала Больцмана; T - термодинамічна температура.

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона)

$$pV = \nu RT,$$

де p – тиск; V – об'єм газу.

Закон Бойля-Маріотта

$$pV = \text{const},$$

при $m = \text{const}$ і $T = \text{const}$ (ізотермічний процес), де p – тиск і V – об'єм газу.

Закон Гей-Люсака

$$V = V_0(1 + \alpha_V t) \text{ або } \frac{V}{T} = \text{const} \text{ при } m = \text{const} \text{ і } p = \text{const}$$

(ізобаричний процес), де V_0 – об'єм даної маси газу при

0°C , $\alpha_V = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$ – термічний коефіцієнт об'ємного розширення,

p – тиск і V – об'єм газу, T – термодинамічна температура.

t – температура за шкалою Цельсія.

Закон Шарля

$$p = p_0(1 + \alpha_p t) \text{ або } \frac{p}{T} = \text{const} \text{ при } m = \text{const} \text{ і } V = \text{const}$$

(ізохоричний процес). де p_0 – тиск даної маси газу при 0°C ,

$\alpha_p = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$ – термічний коефіцієнт тиску, p – тиск і V – об'єм газу,

T – термодинамічна температура газу, t – температура за шкалою Цельсія.

Об'єднаний закон газового стану (рівняння Клапейрона)

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

при $m = \text{const}$, де p – тиск, V – об'єм і T – термодинамічна температура ідеального газу.

Тиск суміші хімічно не взаємодійних ідеальних газів

$p = \sum_{i=1}^n p_i$, де p_i - парціальний тиск i -ої компоненти суміші (закон Дальтона).

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Скільки атомів знаходиться в 1 кг кисню? Яка кількість речовини знаходиться в цій масі? Знайти масу однієї молекули і одного атому кисню.

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$\mu = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$N = ? \quad \nu = ? \quad m_{O_2} = ? \quad m_{O_1} = ?$$

Розв'язування

1. Число молекул N в даній масі газу визначається за формулою:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A,$$

де m - маса газу, μ - молярна маса, ν - кількість речовини, N_A - число Авогадро.

$$N = \frac{1}{0.032} 6.02 \cdot 10^{23} = 1.88 \cdot 10^{25}.$$

2. Кількість речовини $\nu = \frac{m}{\mu} = 31.25 \text{ моль}.$

3. Маса молекули кисню визначається відношенням молярної маси кисню до сталої Авогадро:

$$m_{O_2} = \frac{\mu}{N_A}.$$

$$m_{O_2} = \frac{0.032}{2 \cdot 10^{23}} = 5.316 \cdot 10^{-26} \text{ кг}, \quad m_{O_1} = 2,658 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Маса атома кисню в 2 рази менша маси молекули, тому що молекула складається з двох атомів: $m_{O_1} = \frac{m_{O_2}}{2}.$

Відповідь: $m_{O_1} = 2,658 \cdot 10^{-26} \text{ кг}; m_{O_2} = 5.316 \cdot 10^{-26} \text{ кг},$

Задача 2. Густина кисню $\rho = 0.2 \text{ кг/м}^3$, тиск $p = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Визначити при цих умовах середню квадратичну швидкість молекул кисню, а також концентрацію молекул кисню.

$$\begin{array}{l} \rho = 0.2 \text{ кг/м}^3 \\ p = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ \mu = 0.032 \text{ кг/моль} \\ V - ? \quad n - ? \end{array}$$

Розв'язування

В основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газу $p = \frac{1}{3} m_0 n V^2$

входить концентрація молекул n і маса однієї молекули m_0 . Оскільки $\rho = m_0 n$, то

$$p = \frac{1}{3} \rho V^2; \text{ звідси } V = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = 1231 \text{ м/с.}$$

$$n = \frac{\rho}{m_0}; m_0 = \frac{\mu}{N_A}; n = \frac{\rho N_A}{\mu} = 3.763 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

Відповідь: $n = 3.763 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Задача 3. У балоні знаходиться суміш азоту і водню кількість речовини в якій $\nu_1 = 5 \text{ моль}$ і $\nu_2 = 10 \text{ моль}$ відповідно при температурі $t = 7^\circ\text{C}$ і тиску $p_c = 2.5 \text{ МПа}$. Знайти густину суміші.

$$\begin{array}{l} \mu_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ \mu_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ \nu_1 = 5 \text{ моль} \\ \nu_2 = 10 \text{ моль} \\ t = 7^\circ\text{C} \\ p_c = 2.5 \text{ МПа} \\ T_1 = 280\text{K} \\ \rho - ? \end{array}$$

Розв'язування:

На основі означення поняття густини (як фізичної величини) для даного випадку масмо

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}, \quad (1)$$

де m_1 і m_2 - маси азоту і водню відповідно через кількість речовини і молярну масу:

$$m_1 = \nu_1 \mu_1; \quad m_2 = \nu_2 \mu_2. \quad (2)$$

Для визначення об'єму газу в балоні використаємо рівняння Менделєєва-Клапейрона для суміші газів:

$$p_c V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT = (\nu_1 + \nu_2) RT,$$

де R - молярна газова стала; T - термодинамічна температура. Звідси знайдемо:

$$V = \frac{(v_1 + v_2)RT}{p_c} \quad (3)$$

Підставивши вирази m_1 і m_2 та V , одержимо

$$\rho = \frac{(V_1\mu_1 + V_2\mu_2)p_c}{(V_1 + V_2)RT} = 11 \text{ кг/м}^3.$$

Відповідь: $\rho = 11.5 \text{ кг/м}^3$.

Задача 4. Об'єм бульбашки повітря при піднятті її з дна озера на поверхню збільшується в 3 рази. Яка глибина озера?

| |
|--------------|
| $V_2 = 3V_1$ |
| $h = ?$ |

Розв'язування:

Вважаємо, що температура води в озері на довільній глибині стала. Тоді за законом Бойля-Маріотта маємо:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

де p_1, p_2 - тиски повітря в бульбашці біля дна і поверхні озера.

Очевидно, що тиск повітря в бульбашці біля поверхні озера p_2 дорівнює атмосферному тиску p_0 , тобто $p_2 = p_0$.

Тоді: $p_1 V_1 = 3p_0 V_1,$

звідси $p_1 = 3p_0.$

Отже, збільшення тиску біля дна озера дорівнює:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = 3p_0 - p_0 = 2p_0.$$

З іншого боку, як відомо з гідростатики,

$$\Delta p = \rho g h,$$

де ρ - густина води, h - глибина озера.

Прирівнюючи праві частини двох останніх рівнянь, маємо:

$$2p_0 = \rho g h,$$

звідси $h = \frac{2p_0}{\rho g} = 20.6 \text{ м}.$

Відповідь: $h = 20.6 \text{ м}.$

Задача 5. Визначити початкову температуру газу, що знаходиться у закритій посудині, якщо при збільшенні тиску на 0.4% від початкового тиску температура виросла на 1°K.

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = 0.4 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 1K$$

$T - ?$

Розв'язування

На основі рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}; \quad V_1 = V_2 = const.$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{T_2}{T_1} - 1.$$

звідси

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

Знаходимо T_1 : $T_1 = \frac{p_1 \Delta T}{p_2 - p_1} = 250^0 K.$

Відповідь: $T_1 = 250^0 K.$

Задача 6. З балона місткістю 10 л з стиснутим воднем внаслідок несправності вентиля витікає газ. При температурі 7° С манометр показує 5·10⁶Па. Показання манометра не змінилось і при температурі 17° С. Визначити, скільки газу витікло.

$$V = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 273^0 \text{ C} + 7^0 \text{ C} = 280^0 \text{ K}$$

$$p = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$T_2 = 273^0 \text{ C} + 17^0 \text{ C} = 290^0 \text{ K}$$

$\Delta m - ?$

Розв'язування:

Використовуючи рівняння Менделєєва-Клапейрона, запишемо:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1.$$

Знайдемо звідси початкову масу водню:

$$m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1}.$$

Аналогічно знайдемо масу m_2 водню після витікання:

$$m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2}$$

Отже, маса газу, що витік, дорівнює:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pV\mu}{RT_1} - \frac{pV\mu}{RT_2} = \frac{pV\mu}{R} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

Відповідь: $\Delta m = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Задача 7. Є дві посудини з газом: одна – місткістю 3 л, друга – 4 л. В першій посудині газ знаходиться під тиском 2 атм, в другій – 1 атм. Під яким тиском буде знаходитися газ, якщо з'єднати ці посудини між собою? Вважати, що температура в посудинах однакова і стала.

$$V_1 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 4 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p_1 = 2 \text{ атм} = 2.02 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$p_2 = 1 \text{ атм} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$p = ?$$

Розв'язування:

За законом Дальтона:

$$p = p_3 + p_4 \quad (1)$$

Оскільки процес ізотермічний, то парціальний тиск газу в кожній посудині можна знайти за законом Бойля-Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_3 V; \quad p_2 V_2 = p_4 V; \quad V = V_1 + V_2.$$

Звідси парціальний тиск газу в першій посудині після їх з'єднання:

$$p_3 = \frac{p_1 V_1}{V}, \quad (2)$$

в другій

$$p_4 = \frac{p_2 V_2}{V}. \quad (3)$$

Підставляючи вирази (2), (3) в рівняння (1), одержимо:

$$p = \frac{p_1 V_1}{V} + \frac{p_2 V_2}{V} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V} = 1.41 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Відповідь: $p = 1.41 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задачі для самостійного розв'язування.

Задача 1. Скільки молекул міститься в 1 см^3 води? Яка маса молекули води? Який приблизно розмір молекули води?

Відповідь: $n = 3.33 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$; $m = 2.99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$; $a = 3.11 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Задача 2. Який об'єм займають 100 молів ртуті? Густина ртуті $13.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, маса 1 моля 200.6 г.

Відповідь: 1.5 л.

Задача 3. Яка маса 50 молів вуглекислого газу?

Відповідь: 2.2 кг.

Задача 4. За 10 діб зі склянки повністю випарувалося 100 г води. Скільки в середньому вилітало молекул води з поверхні за 1с?

Відповідь: $4 \cdot 10^{18}$.

Задача 5. Який об'єм займе водень, що містить таку саму кількість речовини, як і 2 м^3 азоту? Який об'єм займе така сама кількість речовини кисню? Температура і тиск газів однакові.

Відповідь: 2 м^3 , 2 м^3 .

Задача 6. Добре відкачана лампа розжарювання об'ємом 10 см^3 має тріщину, в яку щосекунди проникає мільйон молекул газу. Скільки часу потрібно для наповнення лампи до нормального тиску, якщо швидкість проникнення газу стала? Температура 0°C .

Відповідь: 8.5 млн. років.

Задача 7. Порівняти кількість атомів, з яких складаються срібні та алюмінієві ложки однакового об'єму. Густина срібла $10.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, алюмінію – $2.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярні маси срібла й алюмінію 107.9 г/моль та 27 г/моль.

Відповідь: приблизно однакова.

Задача 8. Чим пояснюється збільшення швидкості дифузії зі зростанням температури?

Задача 9. Швидкість руху молекул газу за звичайних умов становить сотні метрів за секунду. Чому ж процес дифузії проходить порівняно повільно?

Задача 10. У озеро, середня глибина якого 10 м, а площа 10 км^2 , кинули кристалик кухонної солі (NaCl) масою 0.01 г. Скільки іонів хлору було б у наперстку води об'ємом 2 см^3 , яку зачерпнули з озера, якщо вважати, що сіль, розчинившись, рівномірно розподілилась в озері?

Відповідь: $2 \cdot 10^6$.

Задача 11. Кристалик кухонної солі кубічної системи складається з іонів Na і Cl , що чергуються у вузлах решітки.

Визначити середню відстань між їхніми центрами. Молекулярна маса солі 58.46, а її густина 2200 кг/м^3 .

Відповідь: $d = 2.81 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Задача 12. На стінку площею S налітає потік молекул із швидкістю v . Кількість молекул в одиниці об'єму, що рухаються в напрямку до стінки, дорівнює n_0 . Маса кожної молекули m . Знайти силу і тиск, які діють на стінку, якщо молекули рухаються перпендикулярно до стінки. Удари об стінку абсолютно пружні.

Відповідь: $F = 2n_0mV^2S$, $p = 2n_0mV^2$.

Задача 13. Вважаючи, що повітря в основному складається з кисню і азоту, знайти процентний (ваговий) вміст цих газів у атмосфері. Молярна маса азоту $\mu_1 = 0.028 \text{ кг/моль}$, кисню $\mu_2 = 0.032 \text{ кг/моль}$, повітря $\mu = 0.029 \text{ кг/моль}$.

Відповідь:

$$x_1 = \frac{\mu_1(\mu - \mu_2)}{\mu(\mu_1 - \mu_2)} \cdot 100\% = 72.4\%; \quad x_2 = \frac{\mu_2(\mu_1 - \mu)}{\mu(\mu_1 - \mu_2)} \cdot 100\% = 27.6\%.$$

Задача 14. На виріб, площа поверхні якого 20 см^2 , нанесли шар срібла завтовшки 1 мкм . Скільки атомів срібла міститься в покритті? Густина срібла $10.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярна маса 107.9 г .

Відповідь: $1.2 \cdot 10^{20}$.

Задача 15. Який тиск азоту, якщо середньоквадратична швидкість його молекул 500 м/с , а густина 1.35 кг/м^3 ?

Відповідь: 0.11 МПа .

Задача 16. Знайти середню кінетичну енергію молекули газу при тиску 20 кПа . Концентрація молекул $3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Відповідь: 10^{-21} Дж .

Задача 17. Яка температура T газу, що перебуває під тиском $p = 0.5 \text{ МПа}$, якщо в посудині об'ємом $V = 15 \text{ л}$ міститься $N = 1.8 \cdot 10^{24}$ молекул?

Відповідь: $T = \frac{pV}{kN} = \frac{pVN}{NR} = 301 \text{ К}$.

Задача 18. Яка внутрішня енергія одноатомного газу, який при температурі T займає об'єм V , якщо концентрація його молекул n ?

Відповідь: $U = \frac{3}{2} nVKT$.

Задача 19. Який тиск має бути у балоні об'ємом $V = 1 \text{ м}^3$, заповненому ідеальним газом, щоб у ньому містилося $N = 2 \cdot 10^{26}$ молекул. Температура газу $t = 0^\circ\text{C}$.

Відповідь: $p = \frac{NkT}{V} = 7.5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 20. У скільки разів середньоквадратична швидкість молекул кисню менша від середньоквадратичної швидкості молекул водню, якщо температура газів однакова?

Відповідь: у 4 рази.

Задача 21. Яка середньоквадратична швидкість руху молекул газу, якщо, маючи масу 6 кг, він займає об'єм 5 м^3 при тиску 200 кПа?

Відповідь: 700 м/с.

Задача 22. Знайти концентрацію молекул кисню, якщо його тиск 0.2 МПа, а середньоквадратична швидкість молекул дорівнює 700 м/с.

Відповідь: $2.3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 23. Скільки молекул газу міститься в об'ємі 2 м^3 при тиску 150 кПа і температурі 27°C ?

Відповідь: $7.2 \cdot 10^{25}$.

Задача 24. Сучасні вакуумні насоси знижують тиск до $p = 10^{-10} \text{ Па}$. Яка кількість молекул газу n міститься в одиниці об'єму при цьому тиску і температурі $t = 48^\circ \text{C}$?

Відповідь: $n = \frac{pN_A}{RT} = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$.

Задача 25. У циліндрі під поршнем міститься газ. Вага поршня $P = 6 \text{ Н}$, площа поршня $S = 20 \text{ см}^2$, атмосферний тиск $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$. З якою додатковою силою треба діяти на поршень, щоб об'єм газу в циліндрі зменшився влвічі? Температуру газу не змінюється.

Відповідь: $F = p_0 S + P = 206 \text{ Н}$.

Задача 26. Дві посудини, заповнені повітрям при тисках $p_1 = 0.8 \text{ МПа}$ та $p_2 = 0.6 \text{ МПа}$, мають об'єми $V_1 = 3 \text{ л}$ та $V_2 = 5 \text{ л}$. Їх з'єднують трубою, об'ємом якої можна знехтувати. Знайти, який тиск p установиться в посудинах. Температуру вважати сталою.

Відповідь: $p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 675 \text{ кПа}$.

Задача 27. Знайти об'єм камери всмоктувального поршневого насоса, якщо при викачуванні цим насосом повітря з балона об'ємом $V = 4 \text{ л}$ тиск зменшується при кожному циклі в $n = 1.2$ рази.

Відповідь: $V = V(n - 1) = 0.8 \text{ л}$.

Задача 28. До якого тиску накачали футбольний м'яч об'ємом $V = 3 \text{ л}$ за $n = 40$ ходів поршня насоса? Об'єм камери насоса $V_0 = 150 \text{ см}^3$, атмосферний тиск $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$.

Відповідь: $p = \frac{nV_0 p_0}{V} = 0.2 \text{ Па}$.

Газові закони

Задача 29. Побудувати графіки ізобаричного процесу для ідеального газу при тисках $p = p_1$ та $p = 3p_1$ у координатах p, V ; p, T і V, T .

Задача 30. Яка кількість речовини міститься в газі, якщо при тиску 200 кПа і температурі 240 К його об'єм дорівнює 40 л?

Відповідь: 4 моля.

Задача 31. Під час нагрівання газу на $\Delta T = 1$ К при сталому тиску його об'єм збільшився вдвічі. В якому інтервалі температур нагрівали газ?

Відповідь: $T_1 = \frac{V_1 \Delta T}{V_2 - V_1} = 1\text{K}$; $T_2 = \frac{V_2 \Delta T}{V_2 - V_1} = 2\text{K}$.

Задача 32. Вертикальний циліндр з важким поршнем заповнено киснем, маса якого $m = 10$ г. Після збільшення температури на $\Delta T = 50$ К поршень піднявся на висоту $h = 7$ см. Знайти масу поршня M , якщо тиск газу над ним $p_0 = 0.1$ МПа. Площа поршня $S = 100$ см², молярна маса кисню $\mu = 0.032$ кг/моль.

Відповідь: $M = \frac{mR\Delta T}{\mu gh} - \frac{p_0 S}{g} = 85\text{кг}$.

Задача 33. Манометр на балоні з газом у приміщенні з температурою $t_1 = 17$ °С показує тиск $p = 240$ кПа. На вулиці покази манометра зменшились на $\Delta p = 40$ кПа. Знайти температуру повітря на вулиці, якщо атмосферний тиск $p_0 = 0.1$ МПа.

Відповідь: $T_2 = \frac{(p + p_0 - \Delta p)T_1}{p + p_0} = 256\text{K}$.

Задача 34. Дві однакові за об'ємом посудини містять повітря, одна - при температурі T_1 і тиску p_1 , друга - при температурі T_2 і тиску p_2 . Посудини з'єднують і нагрівають до температури T . Який тиск установиться в посудинах?

Відповідь: $p = \frac{T}{2} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right)$.

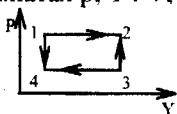
Задача 35. Балон ємністю $V = 0.04$ м³ наповнений стисненим повітрям при температурі $t = 20$ °С до тиску $p = 15$ МПа. Який об'єм води можна витиснути цим повітрям із цистерни підводного човна в морі на глибині $h = 30$ м, якщо температура води $t_1 = 5$ °С і густина морської води 1030 кг/м³? Атмосферний тиск $p_0 = 0.1$ МПа.

Відповідь: $\Delta V = V \frac{pT_1 - p_1 T}{p_1 T} = 1.4\text{м}^3$, де $p_1 = p_0 + \rho gh$.

Задача 36. Визначити питомий об'єм азоту при температурі 27°C і тиску $4.9 \cdot 10^4$ Па.

Відповідь: $1.82 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Задача 37. На рисунку подано графік зміни стану ідеального газу в координатах p, V . Подати цей круговий процес (цикл) у координатах $p; T$ і V, T .



Задача 38. Знайти густину азоту при температурі $t = 27^\circ\text{C}$ і тиску $p = 0.1$ МПа. Молярна маса азоту $\mu = 0.028$ кг/моль.

Відповідь: $\rho = \frac{p\mu}{RT} = 1.12 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 39. Скільки молекул повітря виходить з кімнати об'ємом $V_0 = 120 \text{ м}^3$ при підвищенні температури від $t_1 = 15^\circ\text{C}$ до $t_2 = 25^\circ\text{C}$? Атмосферний тиск $p_0 = 10^5$ Па.

Відповідь: $N = \frac{p_0 V_0 (T_2 - T_1) N_A}{RT_1 \cdot T_2} = 10^{25}$.

Задача 40. Під час зміни об'єму тиск ідеального газу змінюється за законом $p = kV$, де k - стала. У скільки разів змінився тиск газу, якщо його температура підвищилась від $T_1 = 200$ К до $T_2 = 338$ К?

Відповідь: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1.3$.

Задача 41. По газопроводу тече вуглекислий газ при тиску $p = 5 \cdot 10^5$ Па і температурі $t = 17^\circ\text{C}$. Яка середня швидкість руху газу в трубі, якщо за $\tau = 5$ хв через поперечний переріз труби площею $S = 6 \text{ см}^2$ протікає $m = 2.5$ кг вуглекислого газу? Молярна маса повітря $\mu = 0.029$ кг/моль.

Відповідь: $V = \frac{mRT}{\mu p S \tau} = 1.5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 42. Відкриту пробірку з повітрям нагріли, потім герметично закрили і охолодили до температури $t_2 = 7^\circ\text{C}$. Тиск повітря у пробірці після цього впав у $n = 1.5$ рази. До якої температури t_1 була нагріта пробірка?

Відповідь: $T_1 = nT_2 = 420 \text{ К} = 147^\circ\text{C}$.

Задача 43. У фляжці ємністю 0.5 л залишилось 0.3 л води. Турист п'є з фляжки воду так, що у неї не попадає повітря. Скільки

води вдається випити туристу, якщо він може знизити тиск у фляжці до 80 кПа? Атмосферний тиск 100 кПа.

Відповідь: 50 см^3 .

Задача 44. За нормальних умов газ займає об'єм $V_0 = 1 \text{ м}^3$. Який об'єм займатиме цей самий газ при ізотермічному стисненні до тиску $p = 4.9 \text{ МПа}$? Нормальний атмосферний тиск $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$.

Відповідь: $V = \frac{p_0 V_0}{p} = 0.02 \text{ м}^3$.

Задача 45. Газ ізотермічно стискають від об'єму $V_1 = 8 \text{ л}$ до об'єму $V_2 = 4 \text{ л}$. Тиск при цьому зростає на $\Delta p = 4 \text{ кПа}$. Яким був початковий тиск p_1 ?

Відповідь: $p_1 = \frac{V_2 \Delta p}{V_1 - V_2} = 12 \text{ кПа}$.

Задача 46. Бульбашка повітря піднімається з дна водоймища завглибшки H . Знайти залежність радіуса бульбашки r від глибини її місцезнаходження в даний момент часу, якщо її початковий об'єм дорівнював V . Силу поверхневого натягу не враховувати. Атмосферний тиск p_0 , густина води ρ .

Відповідь: $r = \sqrt[3]{\frac{3(p_0 + \rho g H)V}{4\pi(p_0 + \rho g h)}}$.

Задача 47. Компресор забирає шосекунди з атмосфери 3 л повітря і подає його в балон ємністю 45 л. Через який час тиск у балоні перевищить атмосферний у 9 разів? Початковий тиск у балоні дорівнює атмосферному.

Відповідь: через 2 хв.

Задача 48. Насос за кожний хід поршня всмоктує з атмосфери $V = 40 \text{ см}^3$ повітря. За скільки ходів поршня можна наповнити порожню камеру шини велосипеда настільки, щоб площа її контакту з дорогою була $S = 60 \text{ см}^2$? Навантаження на колесо $p = 360 \text{ Н}$, об'єм камери $V_1 = 2000 \text{ см}^3$. Атмосферний тиск $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Відповідь: $n = \frac{V_1(p_0 S + p)}{p_0 V S} = 80$.

Задача 49. Яка температура газу в закритій посудині, якщо при нагріванні його на 140 К тиск підвищився у 1.5 рази?

Відповідь: 7° С .

Задача 50. При зменшенні об'єму газу вдвічі тиск підвищився на 120 кПа, а абсолютна температура - на 10 %. Яким був початковий тиск?

Відповідь: 100 кПа.

Задача 51. Під час виготовлення електроламп їх заповнюють інертним газом при температурі $t_1 = 150^\circ \text{C}$. Під яким тиском мають заповнюватись лампи, щоб при температурі $t_2 = 300^\circ \text{C}$, що встановлюється, коли лампа світить, тиск газу не перевищував $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$?

Відповідь: $p = \frac{T_1 p_0}{T_2} = 74 \text{ кПа}$.

Задача 52. З балона із стиснутим киснем випустили стільки газу, що тиск його впав з $p_1 = 10 \text{ МПа}$ до $p_2 = 8 \text{ МПа}$. Яку частину маси кисню випустили?

Відповідь: $\frac{p_1 - p_2}{p_1} = 0.2$.

Задача 53. Знайти густину ацетилену ($\text{C}_2 \text{H}_2$) за нормальних умов.

Відповідь: 1.15 кг/м^3 .

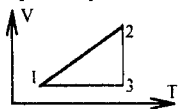
Задача 54. Яка різниця мас Δm повітря, що заповнює приміщення об'ємом $V = 50 \text{ м}^3$ взимку і влітку, якщо влітку температура в приміщенні досягає $t_1 = 40^\circ \text{C}$, а взимку спадає до $t_2 = 0^\circ \text{C}$? Атмосферний тиск $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$. Молярна маса повітря $\mu = 0.029 \text{ кг/моль}$.

Відповідь: $\Delta m = \frac{p_0 V \mu}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = 8.2 \text{ кг}$.

Задача 55. У балоні міститься газ при температурі 15°C . У скільки разів зменшиться тиск газу, якщо 40% його вийде з балона, а температура при цьому знизиться до 8°C ?

Відповідь: в 1.7 рази.

Задача 56. На рисунку зображено графік зміни стану ідеального газу в координатах V, T . Зобразити цей процес на графіках у координатах, p, V і p, T .



Розділ 6. Основи термодинаміки

При розв'язуванні задач на цю тему рекомендується:

- встановити, які тіла входять у термодинамічну систему, що розглядається, а також вияснити, що є причиною зміни внутрішньої енергії тіл системи;
- у випадку ізольованої замкнутої системи слід встановити, у яких тіл системи внутрішня енергія збільшується, а у яких зменшується;
- вияснити, чи відбуваються в системі тіл фазові переходи (випаровування або конденсація, плавлення або кристалізація);
- скласти рівняння теплового балансу $\sum Q_i = 0$, при цьому слід пам'ятати, що в цю суму доданки, що відповідають теплоті плавлення твердих тіл або теплоті пароутворення рідин входять зі знаком "+", а доданки, що відповідають теплоті кристалізації твердих тіл або теплоті конденсації пари, зі знаком "-";
- при розгляданні процесів, в яких відбувається теплообмін з навколишнім середовищем і здійснюється механічна робота, перший закон термодинаміки записується у вигляді $Q = \Delta U + A$, де Q - кількість теплоти, що передана системі, ΔU - зміна її внутрішньої енергії, A - робота, яку здійснює система.

Основні поняття

Внутрішня енергія ідеального одноатомного газу

$$U = \frac{3}{2} \nu RT,$$

зміна внутрішньої енергії - $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$,

де ν - кількість речовини, T - термодинамічна температура,
 $R = 8.31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ - газова стала.

Елементарна робота, що здійснюється газом при зміні об'єму dV

$$dA = p dV,$$

де p – тиск; при зміні об'єму від V_1 до V_2 робота $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$, при

ізобарному процесі: $A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$.

Кількість теплоти, що необхідна для нагрівання тіла масою m від температури T_1 до температури T_2 :

$$Q = cm(T_2 - T_1) = cm\Delta T.$$

де c – питома теплоємність речовини; $C = cm$ – теплоємність тіла.

Перший закон термодинаміки

$$Q = \Delta U + A.$$

де Q – кількість теплоти, що передана газу (системі), ΔU – зміна внутрішньої енергії ідеального газу, A – робота, яку виконує газ.

При ізохорному процесі - $\Delta V=0$, $\Delta A=0$, $\Delta U=Q$, $Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$. При

ізобарному процесі $Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$.

При ізотермічному процесі $\Delta T = 0$, $\Delta U = 0$, $\Delta Q = -A$. При адіабатичному процесі $\Delta Q = 0$, $A = -\Delta U$ (стискування газу – нагрівання, розширення газу – охолодження).

Коефіцієнт корисної дії теплового двигуна

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%.$$

де A – робота, яку виконує двигун, Q_1 – кількість теплоти, що одержана від нагрівника. Q_2 – кількість теплоти, що передана холодильнику.

Для ідеальної теплової машини (цикл Карно) $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\%$.

де T_1 – температура нагрівника, T_2 – температура холодильника.

Кількість теплоти, що виділяється при повному згоранні палива масою m

$$Q = qm.$$

де q – питома теплота згорання палива.

Кількість теплоти, що необхідна для плавлення кристалічного тіла масою m

$$Q = \lambda m,$$

де λ - питома теплота плавлення.

Кількість теплоти, що необхідна для випаровування рідини масою m

$$Q = rm,$$

де r - питома теплота пароутворення.

Відносна вологість повітря.

$$\varphi = \frac{p}{p_0} 100\%,$$

де p - парціальний тиск водяної пари при даній температурі, p_0 - парціальний тиск насиченої пари при тій же температурі.

Сила поверхневого натягу рідини

$$F = \sigma l,$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу, l - довжина границі (межі) поверхневого шару рідини.

Висота підняття (опускання) рідини в капілярі при повному змочуванні (незмочуванні)

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}.$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу; ρ - густина рідини; g - прискорення вільного падіння; R - радіус капіляра.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Яку кількість теплоти потрібно передати 2 кг льоду, взятому при температурі -10°C , щоб лід розплавити, а одержану воду нагріти до 100°C і випаровувати?

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$T_1 = 273^\circ \text{C} - 10^\circ \text{C} = 263 \text{ K}$$

$$T_{\text{пл}} = 273 \text{ K}$$

$$T_{\text{пр}} = 373 \text{ K}$$

$Q = ?$

Розв'язування

Прийmemo, що $\Delta U_1 = c_1 m (T_{\text{пл}} - T_1)$ - зміна внутрішньої енергії при нагріванні льоду до точки плавлення, $\Delta U_2 = \lambda m$ - зміна внутрішньої енергії при плавленні льоду:

$\Delta U_3 = c_2 m (T_{\text{пр}} - T_{\text{пл}})$ - зміна внутрішньої енергії при нагріванні розплавленого льоду до точки пароутворення; $\Delta U_4 = gm$ - зміна внутрішньої енергії при випаровуванні води, де c_1 і c_2 питомі теплоємності льоду і води відповідно.

Тоді повна кількість теплоти, яку потрібно передати тілу

$$Q = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4.$$

Підставляючи в це рівняння вирази для ΔU_1 , ΔU_2 , ΔU_3 , ΔU_4 знайдемо

$$Q = cm(T_{\text{пл}} - T_1) + \lambda m + c_2 m(T_{\text{пр}} - T_{\text{пл}}) + gm = \\ = m[c_1(T_{\text{пл}} - T_1) + \lambda + c_2(T_{\text{пр}} - T_{\text{пл}}) + g] = 6 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

Відповідь: $Q = 6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Задача 2. Колба, теплоємністю якої можна знехтувати, містить 600г води при температурі 80°C . Яку кількість льоду при температурі -15°C потрібно додати до води, щоб кінцева температура суміші була 50°C ?

$$m = 0.6 \text{ кг}$$

$$t_1 = 80^\circ \text{C}; \quad T_1 = 353^\circ \text{K}$$

$$t_2 = -15^\circ \text{C}; \quad T_2 = 258^\circ \text{K}$$

$$t_3 = 50^\circ \text{C}; \quad \theta = 323^\circ \text{K}$$

$$m_1 - ?$$

Розв'язування:

Кількість теплоти, що віддана при охолодженні водою, витрачається на:

- 1) нагрівання льоду від 258°K до $T_0 = 273^\circ \text{K}$;
- 2) танення льоду;

- 3) нагрівання води, що одержана з льоду до температури θ .

Рівняння теплового балансу:

$$cm(T_1 - \theta) = c_1 m_1 (T_0 - T_2) + m_1 \lambda + cm_1(\theta - T_0),$$

$$\text{звідси } m_1 = \frac{cm(T_1 - \theta)}{c_1(T_0 - T_2) + \lambda + c(\theta - T_0)} = 0.13 \text{ кг.}$$

Відповідь: $m_1 = 0.13 \text{ кг}$.

Задача 3. Свинцева куля, що летить зі швидкістю 100 м/с, пробиває дошку і вилітає з неї зі швидкістю 60 м/с. На скільки нагрівається дробинка, якщо вважати, що на збільшення її внутрішньої енергії іде 0.4 втраченої кінетичної енергії? Питома теплоємність свинцю $c = 125 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$.

$$V_1 = 100 \text{ м/с}$$

$$V_2 = 60 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 0.4$$

$$c = 125 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$$

$$\Delta T = ?$$

Розв'язування:

Зменшення кінетичної енергії кулі, що пробила дошку :

$$\Delta W_k = \frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_2^2}{2} = \frac{m}{2}(V_1^2 - V_2^2).$$

На нагрівання кулі потрібно витратити кількість теплоти, що дорівнює:

$$Q = cm\Delta T.$$

Має місце рівність: $cm\Delta T = \alpha\Delta W_k.$

Звідси знаходимо:

$$\Delta T = \frac{\alpha\Delta W_k}{cm} = \frac{\alpha(V_1^2 - V_2^2)}{2c} = 10^\circ \text{C}.$$

Відповідь: $\Delta T = 10^\circ \text{C}.$

Задача 4. Температура повітря в кімнаті об'ємом 70 м^3 була 280 К . Після того, як пропалили піч, температура піднялась до 296 К . Знайти роботу повітря при розширенні, якщо тиск постійний і дорівнює 100 кПа .

$$V_1 = 70 \text{ м}^3$$

$$T_1 = 280 \text{ К}$$

$$T_2 = 296 \text{ К}$$

$$p = 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}$$

$$A = ?$$

Розв'язування

Робота повітря при розширенні і постійному тиску визначається за законом

$$A = p(V_2 - V_1),$$

де V_2 – можна знайти за законом Гей-Люсака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1};$$

$$A = p \left(\frac{V_1 T_2}{T_1} - V_1 \right) = p \left(\frac{V_1 T_2 - V_1 T_1}{T_1} \right) = \frac{pV_1}{T_1} (T_2 - T_1) = 400 \text{ кДж}.$$

Відповідь: $A = 400 \text{ кДж}.$

Задача 5. При підвищенні температури газу, маса якого 2 кг і молярна маса $28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, на 50 К при постійному тиску газів передано кількість теплоти 50 кДж . Визначити кількість

теплоти, яка необхідна для такого ж нагрівання газу при постійному об'ємі.

$$m = 6 \text{ кг}$$

$$\mu = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\Delta T = 50 \text{ К}$$

$$Q_p = 50 \text{ кДж}$$

$$Q_v - ?$$

Розв'язування

Кількість теплоти, що передана газу при сталому тиску, відповідно до першого закону термодинаміки дорівнює:

$$Q_p = \Delta U + A = \Delta U + p\Delta V.$$

Записавши рівняння стану газу до нагрівання і після нагрівання

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1; \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2,$$

і віднімаючи від другого рівняння перше, знайдемо:

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T.$$

Таким чином, одержимо:

$$Q_p = \Delta U + \frac{m}{\mu} R\Delta T.$$

При нагріванні газу, коли об'єм його не змінюється, $A = 0$.

$$Q_v = \Delta U = Q_p - \frac{m}{\mu} R\Delta T = 20 \text{ кДж}.$$

Відповідь: $Q_v = 20 \text{ кДж}$.

Задача 6. Автомобіль витрачає 5.67 кг бензину на шлях 50 км. Знайти потужність N , що розвиває двигун автомобіля, якщо швидкість руху 72 км/год і к.к.д. двигуна 22 %. Питома теплота згорання бензину 45 МДж/кг.

$$m = 5.67 \text{ кг}$$

$$S = 50 \text{ км}$$

$$V = 72 \text{ км/год}$$

$$\eta = 22\% = 0.22$$

$$q = 45 \text{ МДж/кг}$$

$$N - ?$$

Розв'язування

Кількість теплоти, що виділяється при згоранні бензину

$$Q = mq.$$

Корисна робота складає $\eta = 0.22$ від цієї кількості теплоти: $A = 0.22 Q$.

Потужність двигуна:
$$N = \frac{A}{t} = \frac{0.22mq}{t},$$

де $t = \frac{S}{V}$ час, за який витрачається маса палива m .

$$\text{Тому } N = 0.22 \frac{mqV}{S} = 22.5 \text{ кВт.}$$

Відповідь: $N = 22.5 \text{ кВт.}$

Задача 7. Скільки дров потрібно спалити в печі з к.к.д. $\eta = 40\%$, щоб одержати з 200 кг снігу, взятого при температурі -10°C , воду при 20°C .

$$m = 200 \text{ кг}$$

$$t_1 = -10^{\circ}\text{C}, T_1 = 263^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 20^{\circ}\text{C}, T_2 = 293^{\circ}\text{C}$$

$$t = 0^{\circ}\text{C}, T = 273^{\circ}\text{C}$$

$$\eta = 40\% = 0.40$$

$$\lambda_{\text{сн}} = 330 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$$

$$c_1 = 2.1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг К)}$$

$$c_2 = 4.2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг К)}$$

$$q_{\text{др}} = 10^7 \text{ Дж/кг}$$

Розв'язування

Для одержання з снігу води при температурі 20°C необхідно сніг нагріти до 0°C , розплавити його, а потім нагріти одержану воду:

$$Q_{\text{нс}} + Q_{\text{плс}} + Q_{\text{нв}} = \eta m_{\text{др}} q_{\text{др}}$$

$$c_1 m \Delta T_1 + \lambda_{\text{сн}} m + c_2 m \Delta T_2 = \eta m_{\text{др}} q_{\text{др}}$$

$$m_{\text{др}} = \frac{c_2 m \Delta T_2 + \lambda_{\text{сн}} m + c_1 m \Delta T_1}{q_{\text{др}} \eta} = 22 \text{ кг.}$$

Відповідь: $m_{\text{др}} = 22 \text{ кг.}$

Задача 8. Два молі ідеального газу нагрівають на 10°K так, що температура газу змінюється пропорційно квадрату тиску. Яку роботу виконує газ при нагріванні?

$$\nu = 2$$

$$\Delta T = 10^{\circ}\text{K}$$

$$A = ?$$

Розв'язування:

Рівняння даного процесу можна записати у вигляді:

$$T = c p^2, \quad (1)$$

де c – коефіцієнт пропорційності.

Робота, яка виконується газом в ході процесу, чисельно дорівнює площі під кривою залежності тиску газу від його об'єму. Виражаючи абсолютну температуру T з рівняння стану ідеального газу:

$$T = \frac{pV}{\nu R}, \quad (2)$$

і підставляючи її в рівняння процесу (1), одержимо:

$$\frac{pV}{\nu R} = cp^2 \quad \text{або} \quad p = \frac{V}{c\nu R}. \quad (3)$$

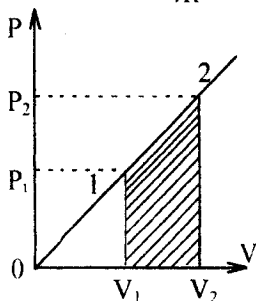


Рис. 1.

Тиск газу в заданому процесі пропорційний об'єму газу (рис. 1) тобто робота газу при зміні об'єму від V_1 до V_2 , дорівнює площі трапеції (заштрихована область на рисунку).

Тоді:

$$A = \left(\frac{p_2 + p_1}{2} \right) (V_2 - V_1) = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2c\nu R}. \quad (4)$$

З рівняння стану ідеального газу

$$p = \frac{\nu RT}{V}. \quad (5)$$

Підставивши рівняння (5) в рівняння процесу (1), одержуємо:

$$T = c \frac{\nu^2 R^2 T^2}{V^2},$$

звідси: $V^2 = c\nu^2 R^2 T$.

$$A = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2c\nu R} = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{2} = 83.6 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $A = 83.6 \text{ Дж.}$

Задачі для самостійного розв'язування

Внутрішня енергія і способи її зміни

Задача 1. У калориметр із теплоємністю 63 Дж/К було налито 250 г масла при 12° С. Після того, як в нього занурили мідне тіло масою 500 г при 100° С, установилась температура 33° С. Яка питома теплоємність масла? Питома теплоємність міді 0.38 кДж/(кг·К).

Відповідь: 2.2 кДж/(кг·К).

Задача 2. Після занурення у воду з температурою 10° С тіла, нагрітого до 100° С, через деякий час установилась температура 40° С. Якою стане температура води, якщо, не виймаючи першого тіла, в неї занурити ще одне таке саме, нагріте до 100° С?

Відповідь: 55° С.

Задача 3. Свинцева куля летить із швидкістю 200 м/с і попадає в земляний вал. Наскільки підвищилась температура кулі, якщо 78% її кінетичної енергії перейшло у внутрішню? Питома теплоємність свинцю 0.13 кДж/(кг·К).

Відповідь: на 120 К.

Задача 4. У посудину, де міститься $m = 2$ кг води при температурі $t = 5^\circ \text{C}$, поклали кусок льоду масою $m_{\text{л}} = 5$ кг, який мав температуру $t_{\text{л}} = -40^\circ \text{C}$. Знайти температуру θ і об'єм V суміші після встановлення теплової рівноваги. Питомі теплоємності води і льоду $c = 4.2$ кДж/(кг·К) і $c_{\text{л}} = 2.1$ кДж/(кг·К), при $t_0 = 0^\circ \text{C}$ їх густини $\rho = 10^3$ кг/м³ та $\rho_{\text{л}} = 0.92 \cdot 10^3$ кг/м³. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 0.33$ МДж/кг. Теплоємністю посудини та втратами теплоти знехтувати.

Відповідь: $\theta = 0^\circ \text{C}$. $V = 7.54$ л.

Задача 5. Для приготування ванни ємністю 200 л змішали холодну воду при 10° С з гарячою при 60° С. Які об'єми холодної та гарячої води треба взяти, щоб установилась температура 40° С?

Відповідь: 80 л і 120 л.

Задача 6. На візок масою M , що рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю V_0 кладуть цеглину масою m_0 , яка до цього перебувала в спокої. Визначити кількість теплоти, що виділилась.

Відповідь: $Q = \frac{MmV_0^2}{2(M+m)}$.

Задача 7. З висоти h вільно падає шматок металу, питома теплоємність якого c . Наскільки зросла його температура при ударі об

землю, якщо вважати, що $k\%$ механічної енергії перейшло у внутрішню?

$$\text{Відповідь: } \Delta t = \frac{kg h}{100c}$$

Задача 8. Стальний осколок, падаючи з висоти 500 м, мав біля поверхні землі швидкість 50 м/с. Наскільки зросла температура осколка, якщо вважати, що вся робота сили опору повітря пішла на його нагрівання? Питома теплоємність сталі 0.46 кДж/(кг·К).

Відповідь: на 8 К.

Задача 9. Шматок свинцю масою $m = 1$ кг розплавився наполовину після того, як йому надали кількість теплоти $Q = 54.5$ кДж. Яка була початкова температура T свинцю? Питома теплоємність свинцю $c = 130$ Дж/(кг·К). Питома теплота плавлення свинцю $\tau = 24$ кДж/К, температура плавлення $T_{\text{пл}} = 600$ К.

$$\text{Відповідь: } T = T_{\text{пл}} - \frac{2Q - m\lambda}{2mc} = 273 \text{ К.}$$

Задача 10. До якої температури треба нагріти алюмінієвий куб, щоб він, коли його покласти на лід, повністю занурився в нього? Температура льоду 0°C , густина льоду $\rho_{\text{л}} = 920$ кг/м³, алюмінію - $\rho = 2700$ кг/м³. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 0.33$ МДж/кг, питома теплоємність алюмінію $c = 896$ Дж/(кг·К).

$$\text{Відповідь: } t = \frac{\rho \lambda}{\rho - c} = 124.6^\circ \text{C.}$$

Задача 11. У тепло ізольованій посудині об'ємом $V = 5.6$ л міститься кисень при температурі $t_1 = 66^\circ \text{C}$ і тиску $p_1 = 0.25$ МПа. Для нагрівання газу до температури $t_2 = 68^\circ \text{C}$ йому треба надати кількість теплоти $Q = 21$ Дж. Яка питома теплоємність кисню за цих умов? Молярна маса кисню $\mu = 0.032$ кг/моль.

$$\text{Відповідь: } c = \frac{QRT_1}{\mu p_1 V (T_2 - T_1)} = 660 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Задача 12. У двох теплоізольованих циліндрах об'ємами $V_1 = 3$ л і $V_2 = 5$ л міститься газ при різних тисках: $p_1 = 0.4$ МПа та $p_2 = 0.6$ МПа і температурах: $t_1 = 27^\circ \text{C}$ і $t_2 = 127^\circ \text{C}$. Циліндри з'єднали трубою. Які установляться температура T і тиск p ?

Відповідь:

$$T = \frac{T_1 T_2 (p_1 V_1 + p_2 V_2)}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1} = 366 \text{ К}, \quad p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 525 \text{ кПа.}$$

Задача 13. Під час згоряння 1 м^3 природного газу за нормальних умов виділяється 36 МДж енергії. Скільки енергії виділиться під час

згорання 10 м^3 газу, що перебуває під тиском 110 кПа при температурі 7°C ?

Відповідь: 390 МДж .

Задача 14. Яку роботу виконано під час ізобаричного нагрівання на 20 К повітря масою 290 г і яку кількість теплоти йому при цьому надали? Молярна маса повітря 0.029 кг/моль , питома теплоємність повітря при сталому тиску $c_p = 1.0 \text{ кДж/(кг К)}$.

Відповідь: 1.7 кДж , 5.8 кДж .

Задача 15. Під час ізобаричного нагрівання 800 молів газу на 500 К йому надали кількість теплоти 9.4 МДж . Знайти виконану роботу та приріст внутрішньої енергії газу.

Відповідь: 3.3 МДж , 6.1 МДж .

Задача 16. У вертикальному циліндрі під важким поршнем міститься кисень масою $m = 2 \text{ кг}$. Для підвищення температури кисню на $\Delta T = 5 \text{ К}$ йому надали кількість теплоти $Q = 9160 \text{ Дж}$. Знайти питому теплоємність кисню c_p , роботу A , виконану під час розширення, і збільшення внутрішньої енергії ΔU кисню. Молярна маса кисню $\mu = 0.032 \text{ кг/моль}$.

Відповідь: $c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = 916 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $A = \frac{mR(T_2 - T_1)}{\mu} = 2.59 \text{ кДж}$;

$$\Delta U = Q - A = 6.57 \text{ кДж}.$$

Задача 17. Температуру газу масою m і молярною масою μ підвищують на ΔT один раз при сталому тиску p , інший - при сталому об'ємі V . Наскільки різняться надані газу кількості теплоти Q_p , Q_V і питомі теплоємності c_p , c_V при сталому тиску і сталому об'ємі?

Відповідь: $Q_p - Q_V = \frac{mR\Delta T}{\mu}$, $c_p - c_V = \frac{R}{\mu}$.

Задача 18. У циліндрі об'ємом $V_1 = 190 \text{ см}^3$ під поршнем міститься газ при температурі $T_1 = 323 \text{ К}$. Знайти роботу, виконану під час нагрівання газу на $\Delta T = 100 \text{ К}$. Маса поршня $m = 120 \text{ кг}$, його площа $S = 50 \text{ см}^2$. Атмосферний тиск $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$.

Відповідь: $A = \left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) V_1 \frac{\Delta T}{T_1} = 20 \text{ Дж}$.

Задача 19. Під час ізотермічного розширення ідеального газу виконано роботу $A = 20 \text{ Дж}$. Яку кількість теплоти надано газу?

Відповідь: $Q = A = 20 \text{ Дж}$.

Задача 20. Наскільки змінилась внутрішня енергія $\nu = 10 \text{ моль}$ одноатомного газу під час його ізобаричного нагрівання на

$\Delta T = 100 \text{ K}$? Яку роботу виконано при цьому і яку кількість теплоти надано газу?

Відповідь: $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = 12.4 \text{ кДж}, A = \nu R \Delta T = 8.3 \text{ кДж},$

$Q = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = 20.7 \text{ кДж}.$

Задача 21. Об'єм газу збільшився вдвічі: один раз ізотермічно, другий - ізобарично. В якому з цих випадків виконано більшу роботу? Початковий об'єм газу в обох випадках однаковий.

Відповідь: під час ізобаричного розширення.

Задача 22. Ідеальний газ масою m , початкова температура якого дорівнює T , охолоджують ізохорично, доки тиск не зменшиться у n разів. Після цього його нагрівають ізобарично до початкової температури. Знайти виконану роботу. Молярна маса газу μ .

Відповідь: $A = \frac{mRT(n-1)}{\mu \cdot n}$

Задача 23. У циліндрі двигуна внутрішнього згоряння утворюються гази з температурою $t_1 = 727^\circ \text{ C}$. Температура відпрацьованих газів $t_2 = 100^\circ \text{ C}$. Двигун споживає за одиницю часу $m_t = 36 \text{ кг/год}$ палива. Яку максимальну потужність може розвинути цей двигун? Питома теплота згоряння палива $q = 43 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $N = m_t q \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 263 \text{ кВт}.$

Задача 24. Судно на підводних крилах розвиває потужність $N = 1500 \text{ кВт}$ при ККД двигуна $\eta = 30\%$. Знайти витрату палива на одиницю шляху при швидкості судна $v = 72 \text{ км/год}$. Питома теплота згоряння пального $q = 50 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $m_s = \frac{N}{q\eta v} = 5 \frac{\text{кг}}{\text{км}}.$

Задача 25. Тіло масою $m = 2 \text{ кг}$ зісковзує по похилій площині довжиною $l = 10 \text{ м}$, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 30^\circ$. Початкова швидкість тіла дорівнює нулю, швидкість тіла біля основи площини $V = 4 \text{ м/с}$. Яка кількість теплоти виділилася за час руху тіла по площині?

Відповідь: $Q = m \left(gl \sin \alpha - \frac{1}{2} V^2 \right) = 82 \text{ Дж}.$

Задача 26. Скільки часу потрібно для того, щоб у електричній печі потужністю $P = 100 \text{ кВт}$ розплавити зливочку зі сталі масою $m = 1000 \text{ кг}$, якщо його спочатку треба нагріти на $T = 1500 \text{ K}$? Питома

теплоємність сталі $c = 500$ Дж/кг·К, питома теплота плавлення сталі $\lambda = 2.7 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Відповідь: $\tau = m \frac{c\Delta T + \lambda}{P} = 2200$ 50хв.

Задача 27. Скляна кулька об'ємом $V = 1$ см³ рівномірно падає у воді. Яка кількість теплоти виділиться за час занурення кульки на глибину $h = 5$ м? Густина скла $\rho_1 = 2500$ кг/м³, води $\rho_2 = 1000$ кг/м³.

Відповідь: $Q = Vgh(\rho_1 - \rho_2) = 7.35 \cdot 10^2$ Дж.

Задача 28. Температура нагрівника ідеальної теплової машини 117° С, а холодильника – 27° С. За 1с нагрівник отримує 60 кДж теплоти. Обчислити ККД машини, її потужність, а також кількість теплоти, яку дістає холодильник за 1с.

Відповідь: 23%, 14кВт, 46 кДж.

Задача 29. Повітря масою $m = 5$ г нагрівається при сталому тиску. Початкова температура $T_0 = 290$ К. Яку кількість теплоти треба надати повітрю, щоб його об'єм збільшився вдвічі? Вважати, що питома теплоємність повітря при сталому тиску $c_p = 1.018$ Дж/(кг·К).

Відповідь: $Q = mc_p T_0 = 1.49$ кДж.

Задача 30. У циліндрі під невагомим поршнем міститься повітря масою $m = 1$ кг. Температура повітря збільшується на $\Delta T = 100$ К при сталому тиску. Знайти роботу A , яка виконується при розширенні повітря. Густина повітря за нормальних умов $\rho_0 = 1.3$ кг/м³.

Відповідь: $A = m\rho_0\Delta T/(\rho_0 T_0) = 28$ кДж, де $\rho_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 273$ К.

Задача 31. У циліндрі з поршнем міститься кисень масою $m = 1.6$ кг при температурі $t = 17^\circ$ С. До якої температури треба ізобарично нагріти кисень, щоб під час його розширення було виконано роботу $A = 4 \cdot 10^4$ Дж? Молярна маса кисню $\mu = 0.032$ кг/моль.

Відповідь: $\theta = t + \frac{A\mu}{Rm} = 113^\circ$ С.

Задача 32. Яка робота виконується під час ізобаричного процесу? Маємо ν моль газу, температура підвищилась на ΔT .

Відповідь: $A = \nu R\Delta T$.

Задача 33. У скільки разів кількість теплоти, яка йде на нагрівання газу при сталому тиску, більша від роботи, яка

виконується? Питома теплоємність при сталому тиску c_p , молярна маса μ .

Відповідь: $\frac{c_p \mu}{R}$.

Задача 34. В ідеальній тепловій машині кожному кілоджоулю енергії, яку вона отримує від нагрівника, відповідає робота 300 Дж. Знайти ККД машини і температуру нагрівника, якщо температура холодильника 280 К.

Відповідь: 30 %, 400 К.

Задача 35. Трактор розвиває потужність 60 кВт і при цьому витрачає 18 кг дизельного палива за годину. Питома теплота згоряння палива 42 МДж/кг. Знайти ККД двигуна.

Відповідь: 2 %.

Задача 36. У скільки разів максимально можливий ККД двигуна внутрішнього згоряння більший від максимально можливого ККД парової машини, що працює на парі з температурою $t_1 = 300^\circ \text{C}$, якщо температура газів у циліндрі двигуна досягає $t_2 = 1000^\circ \text{C}$? Відпрацьовані гази і пара мають однакову температуру $t = 100^\circ \text{C}$.

Відповідь: $\eta = \frac{(T_2 - T)T_1}{(T_1 - T)T_2} = 2$.

Задача 37. Який ККД двигуна автомобіля потужністю $N = 20$ кВт, якщо при швидкості $v = 72$ км/год двигун споживає $V = 10$ л бензину на шляху $S = 100$ км? Питома теплота згоряння бензину $q = 46$ МДж/кг, його густина $\rho = 700$ кг/м³.

Відповідь: $\eta = \frac{NS}{\rho V q v} \cdot 100\% = 31\%$.

Задача 38. У процесі ізотермічного розширення газу виконується робота $A = 5$ кДж. Наскільки зросла б внутрішня енергія газу, якби йому надали вдвічі більшу кількість теплоти, але при сталому об'ємі?

Відповідь: на $\Delta U = 2A = 10$ кДж.

Задача 39. У посудину, в якій міститься $m_1 = 1.5$ кг води при температурі $t_1 = 15^\circ \text{C}$, впускають $m_2 = 200$ г водяної пари при $t_2 = 100^\circ \text{C}$. Яка температура встановиться в посудині після конденсації пари? Питома теплоємність води $c = 4.2$ кДж/(кг·К), питома теплота пароутворення $r = 2.3$ МДж/кг.

Відповідь: $\theta = \frac{c(m_1 t_1 + m_2 t_2) + r m_2}{c(m_1 + m_2)} = 89^\circ \text{C}$.

Задача 40. Алюмінієвий чайник масою $M = 400$ г, в якому міститься $m = 2$ кг води при $t_1 = 10^\circ \text{C}$, поставили на газовий пальник з ККД $\eta = 0.4\%$. Яка потужність N пальника, якщо через $\tau = 10$ хв вода закипіла, причому $m_{\text{п}} = 20$ г води википіло? Питома теплоємність алюмінію $c_{\text{Al}} = 0.88$ кДж/кг·К, води - $c = 4.2$ кДж/(кг·К), питома теплота пароутворення $r = 2.3$ МДж/кг.

Відповідь:
$$N = \frac{rm_{\text{п}} + (t_2 - t_1)(cm + c_{\text{Al}}M)}{\eta\tau} = 3.5 \text{ кВт}, \text{ де } t_2 = 100^\circ \text{C}.$$

Задача 41. Через воду, яка має температуру 10°C , пропускають водяну пару з температурою 100°C . Скільки відсотків становитиме маса води, що утворилася з пари, від маси води в посудині в момент, коли її температура дорівнює 50°C ? Питома теплоємність води 4.2 кДж/(кг·К), питома теплота її пароутворення 2.3 МДж/кг.

Відповідь: 6.2 %.

Розділ 7. Властивості твердих та рідких тіл

Деформація твердих тіл. Закон Гука

$$\sigma = \frac{E\Delta l}{l_0},$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ - механічна напруга, F - модуль прикладеної до тіла сили.

l_0 - початкова довжина, S - площа поперечного перерізу тіла, Δl - абсолютне видовження (деформація тіла), E - модуль Юнга.

Межа міцності - максимальна напруга

$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{S}.$$

Сила поверхневого натягу рідини

$$F = \sigma l,$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу, l - довжина межі поверхневого шару рідини: $\sigma = \frac{W}{S}$, де W - потенціальна енергія поверхневого шару, яка припадає на одиницю площі.

Висота підняття (опускання) рідини в капілярі при повному змочуванні (незмочуванні)

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}.$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу рідини, ρ - густина рідини, g - прискорення вільного падіння, R - радіус капіляра.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Визначити роботу, яку потрібно здійснити, щоб видути мильну бульбашку діаметром $d = 10$ см.

$$d = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$$

$$\sigma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$A - ?$$

Розв'язування

Робота, яку потрібно здійснити, щоб розтягнути плівку, збільшити її поверхню на ΔS , виражається формулою

$$A = \sigma \Delta S, \text{ або } A = \sigma(S - S_0).$$

В даному випадку S - загальна площа двох сферичних поверхонь півки мильної бульбашки, S_0 - загальна площа двох поверхонь плоскої півки, яка затягує отвір трубки до видування бульбашки. Нехтуючи S_0 , знайдемо

$$A \approx \sigma S = 2\pi d^2 \sigma = 2.5 \text{ мДж.}$$

Відповідь: $A = 2.5 \text{ мДж.}$

Задача 2. Тонке алюмінієве кільце радіусом 7.8 см торкається до мильного розчину. Яким зусиллям можна відірвати кільце від розчину? Температура розчину кімнатна, маса кільця 7 г.

$$R = 7.8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\sigma = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$$

$$F - ?$$

Розв'язування

На кільце діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, $\vec{F}_{\text{н.н.}}$ - сила поверхневого натягу, \vec{F} - зовнішня сила (рис. 3).

Оскільки кільце торкається до розчину і зовнішньою, і внутрішньою сторонами, то сила поверхневого натягу:

$$F_{\text{н.н.}} = 2 \sigma l$$

$$\text{де } l = 2\pi R$$

Умову відриву кільця від розчину запишемо у скалярній формі відносно осі Y :

$$F = mg + F_{\text{н.н.}}$$

або

$$F = mg + 2 \sigma l = mg + 4 \pi \sigma R = 0.11 \text{ Н.}$$

Відповідь: $F = 0.11 \text{ Н.}$

Задача 3. Капілярна довга відкрита з обох кінців трубка радіусом 1 мм, заповнена водою і поставлена вертикально. Якою буде висота стовпа рідини, що залишилась в капілярі? Товщиною стінки капіляра знехтувати.

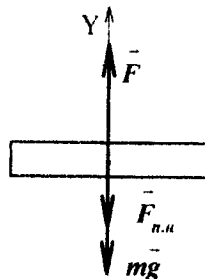


Рисунок 3

$$R = 10^{-3} \text{ м}$$

$$\sigma = 7.4 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$h = ?$$

Розв'язування

На воду в капілярній трубці діють: $m\vec{g}$ - сила тяжіння, $\vec{F}_{\text{н.н.}}$ - сила поверхневого натягу у верхньому і нижньому меніску (рис. 4).

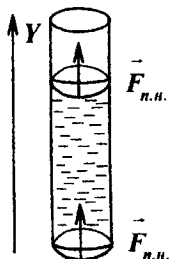


Рисунок 4

Запишемо умову рівноваги стовпчика рідини в скалярній формі для вибраного напрямку осі Y:

$$2 F_{\text{н.н.}} - mg = 0$$

Враховуючи, що $F_{\text{н.н.}} = \sigma \cdot 2\pi R$ і $mg = \rho g V = \rho g \pi R^2 h$, одержимо

$$2\sigma 2\pi R - \rho g \pi R^2 h = 0,$$

звідси

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g R} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Відповідь: $h = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$

Задача 4. Верхній кінець сталюгого стержня довжиною $l = 5 \text{ м}$ з площею поперечного перерізу $S = 4 \text{ см}^2$ закріплений нерухомо, до нижнього кінця підвішений тягар масою $m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$. Знайти: 1) нормальну напругу σ матеріалу стержня, 2) абсолютне Δl і відносне ε видовження стержня.

$$l = 5 \text{ м}$$

$$S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sigma = ? \quad \Delta l = ? \quad \varepsilon = ?$$

Розв'язування

1. Нормальна напруга матеріалу розтягнутого стержня $\sigma = \frac{F}{S}$, де F - сила, яка діє вздовж осі стержня.

В даному випадку сила F дорівнює силі тяжіння mg і тому

$$\sigma = \frac{mg}{S} = 49 \text{ МПа.}$$

2. Абсолютне видовження

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES},$$

де E - модуль Юнга.

$$\Delta l = 1.23 \text{ мм.}$$

Відносне видовження стержня

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = 2.46 \cdot 10^{-4}$$

Відповідь: $\sigma = 49$ МПа; $\Delta l = 1.23$ мм, $\varepsilon = 2.46 \cdot 10^{-4}$.

Задачі для самостійного розв'язування

Поверхневий натяг рідин. Капілярні явища

Задача 1. Яку роботу треба виконати, щоб роздути мильну бульбашку до радіуса $r = 4$ см? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки $\sigma = 0.041$ Н/м.

Відповідь: $A = 8\pi r^2$, $\sigma = 1.6$ мДж.

Задача 2. У капілярній трубці радіусом 0.5 мм рідина піднімається на 11 мм. Знайти густину рідини, якщо її коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює 0.022 Н/м.

Відповідь: 820 кг/м³.

Задача 3. У двох капілярних трубках різного діаметра, занурених у воду, встановилась різниця рівнів 2.6 см. При зануренні цих самих трубок у спирт різниця рівнів була 1 см. Знаючи коефіцієнт поверхневого натягу води $7.2 \cdot 10^{-2}$ Н/м, знайти коефіцієнт поверхневого натягу спирту.

Відповідь: 0.022 Н/м.

Задача 4. Знайти ККД капіляра (відношення потенціальної енергії стовпчика рідини до роботи, виконаної силами поверхневого натягу при підйомі рідини по капіляру).

Відповідь: 0.5.

Задача 5. Чому дорівнює коефіцієнт поверхневого натягу води, якщо за допомогою піпетки, що має кінчик діаметра $d = 0.4$ мм, можна дозувати воду з точністю до $m = 0.01$ г?

Відповідь: $\sigma = \frac{mg}{\pi d} = 0.078$ Н/м.

Задача 6. На яку висоту підніметься вода (коефіцієнт поверхневого натягу $7.2 \cdot 10^{-2}$ Н/м) між паралельними пластинками, якщо відстань між ними дорівнює 0.2 мм?

Відповідь: на 7.3 см.

Задача 7. При плавленні вертикально підвішеної свинцевої дротини діаметра $d = 1$ мм утворилось $n = 20$ крапель свинцю. Наскільки покоротшала дротина? Коефіцієнт поверхневого натягу рідкого свинцю $\sigma = 0.47$ Н/м, густина свинцю $\rho = 11.3 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $l = \frac{4n\sigma}{\rho g d} = 34$ см.

Задача 8. Яким може бути найбільший діаметр пор у гноті керогаза, щоб гас піднімався від дна керогаза до пальника (висота $h = 10$ см)? Вважати пори циліндричними трубками. Коефіцієнт поверхневого натягу гасу $\sigma = 0.03$ Н/м, його густина $\rho = 800$ кг/м³.

Відповідь: $d = \frac{4\sigma}{\rho g h} = 0.15$ мм.

Задача 9. Яку роботу треба виконати, щоб рідину об'ємом V з поверхневим натягом σ розтягнути у плівку завтовшки $h \ll \sqrt[3]{V}$?

Відповідь: $A = \frac{2V\sigma}{h}$.

Задача 10. Крапля ртуті масою $m = 1$ г розбивається на $n = 100$ однакових крапель. Визначити, наскільки зростає при цьому енергія поверхневого шару ртуті. Коефіцієнт поверхневого натягу ртуті $\sigma = 0.5$ Н/м, густина ртуті $\rho = 13.6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $\Delta E = \sigma \cdot \frac{36\pi m^2}{\rho^2} (n - 1) = 1.44 \cdot 10^{-8}$ Дж.

Задача 11. З крапельниці накрапали однакові маси холодної води при 8° С та гарячої води при 80° С. Як і в скільки разів змінився коефіцієнт поверхневого натягу води, якщо в першому випадку утворилося 40, а в другому - 48 крапель? Густина води вважати однаковою.

Відповідь: зменшився в 1.2 рази.

Задача 12. По квадратному капіляру зі стороною $a = 0.5$ мм рідина підіймається на висоту $h = 59$ мм. Коефіцієнт поверхневого натягу рідини $\sigma = 0.072$ Н/м. Знайти густину рідини.

Відповідь: $\rho = \frac{4\sigma}{agh} = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Механічні властивості твердих тіл

Задача 13. З гумового шнура завдовжки $l = 42$ см радіусом $R = 3$ мм виготовлено рогатку. Хлопчик, стріляючи з неї, розтягнув

шнур на $\Delta l = 20$ см. Знайти модуль Юнга E для цієї гуми, якщо відомо, що камінь масою $m = 20$ г, випущений з рогатки, полетів зі швидкістю $V = 20$ м/с. Зміною перерізу шнура при розтягу знехтувати.

Відповідь: $E = \frac{mV^2 l}{\pi R^2 \Delta l^2} = 2,97 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$.

Задача 14. Якого перерізу має бути залізний стержень завдовжки $l = 1,5$ м, щоб при навантаженні $P = 5000$ Н він видовжувався не більш як на $0,3$ мм? Модуль пружності (модуль Юнга) заліза $E = 19,6 \cdot 10^{10}$ Н/м².

Відповідь: $S = \frac{P \cdot l}{E \Delta l} = 127 \text{ мм}^2$.

Задача 15. До залізного стержня підвішений вантаж вагою $P = 50000$ Н. Межа пружності заліза $\sigma_n = 1,8 \cdot 10^8$ Н/м². Знайти площу поперечного перерізу стержня, при якому не буде залишкової деформації після зняття вантажу. Модуль пружності заліза $E = 19,6 \cdot 10^{10}$ Н/м². Яке при цьому відносне видовження стержня?

Відповідь: $S = \frac{P}{\sigma_n} = 2,8 \text{ см}^2$; $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_n}{E} = 9,2 \cdot 10^{-4}$.

Задача 16. Для вимірювання глибини моря з пароплава спустили гирю на сталевому тросі. Нехтуючи вагою гирі порівняно з вагою троса, знайти найбільшу глибину, яку можна виміряти таким способом. Межа міцності сталі $\sigma_M = 6,86 \cdot 10^8$ Па, густина води $\rho_v = 1000$ кг/м³, густина сталі $\rho = 7700$ кг/м³.

Відповідь: $l < \frac{\sigma_M}{g(\rho - \rho_v)} = 10400 \text{ м}$.

Задача 17. Який мінімальний поперечний переріз має бути в алюмінієвого стержня, щоб до нього можна було підвісити вантаж масою 200 кг при коефіцієнті запасу міцності 5 ? Межа міцності алюмінію на розтяг 100 МПа.

Відповідь: 1 см^2 .

Задача 18. Межа міцності троса, на якому висить тіло масою $m = 200$ кг, $\sigma_m = 4,9 \cdot 10^7$ Па. Площа поперечного перерізу троса $S = 0,8 \text{ см}^2$. На який найбільший кут можна відхилити від вертикалі трос з тілом, щоб коли тіло відпустити, він не розірвався під час руху?

Відповідь: $\alpha = \arccos \left[\frac{1}{2} \left(3 - \frac{T}{mg} \right) \right] = 60^\circ$.

Задача 19. Стальний дріт завдовжки 3 м і перерізом 1 мм^2 розтягують з силами по 200 Н, прикладеними до кінців дроту. Знайти

абсолютне та відносне видовження дроту. Модуль пружності сталі 200 ГПа.

Відповідь: 3 мм, 10^{-3} .

Задача 20. До дроту підвісили вантаж. Потім дріт зігнули навпіл і підвісили той самий вантаж. Порівняти абсолютне і відносне видовження дроту в обох випадках.

Відповідь: абсолютне зменшиться в чотири рази, відносне - вдвічі.

Задача 21. Розрахувати діаметр залізного стержня гака підйомного крана для вантажу вагою $P = 80000$ Н, якщо треба забезпечити шестикратний запас міцності. Руйнівне навантаження $\sigma_M = 6 \cdot 10^8$ Па.

Відповідь: $d = \frac{24P}{\sigma_M \pi} = 3.2$ см.

Задача 22. Чи можна використати кабель з тонкого мідного дроту у свинцевій броні для телефонного зв'язку з прив'язаним аеростатом, що перебуває на висоті 300 м? Межа міцності свинцю $2 \cdot 10^7$ Н/м², його густина 11300 кг/м³.

Відповідь: не можна.

Задача 23. Стальний канат, що витримує вагу нерухомої кабіни ліфта, має діаметр 9 мм. Яким має бути діаметр каната, якщо кабіна ліфта при раптовій зупинці може мати прискорення до 8g?

Відповідь: $D = 27$ мм.

Задача 24. Брусок площею поперечного перерізу $S = 4$ см² під навантаженням 10 000 Н видовжується на 0.025% початкової довжини. Визначити модуль пружності для матеріалу бруска. Вважати, що видовження бруска лежить в межах пружної деформації.

Відповідь: $E = 10^{11}$ Па.

Задача 25. У скільки разів відносне видовження рибальської волосіні діаметром 0.2 мм більше, ніж волосіні діаметром 0.4 мм, якщо сили розтягування однакові?

Відповідь: у 4 рази.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мясников С. П., Осанова Т. Н.. Пособие по физике для подготовительных отделений – 5-е издание переработ.:: – М. 1981. – 391 с.
2. Корсак К. В.. Фізика. Письмовий екзамен. – К., 1993. – 224 с.
3. Балаш В. А.. Задачи по физике и методы их решения. Пособие для учителя. – М., 1983. – 432 с.
4. Гончаренко С. У. Конкурсні задачі з фізики. – К., 1980. – 432 с.
5. Болсун А. И., Галякевич Б. К.. Физика в экзаменационных вопросах и ответах. – М., 1997. – 318 с.
6. Романенко В. І.. Збірник задач з фізики. Самостійні та контрольні роботи для 9-11 класів. – К.: 1998. – 224 с.
7. Гельфгат І. М., Генденштейн Л. Е., Кирик Л. А.. 1001 задача з фізики з відповідями, вказівками, розв'язками, – Х.: 1998. – 352 с.
8. Римкевич А. П.. Збірник задач з фізики для 9 – 11 класів середньої школи. – Х.: Олант, 1989. – 224 с.

Навчальне видання

Т. О. Данилюк, С. І. Резнік, С. Г. Авдєєв

ПОСІБНИК З ФІЗИКИ
для слухачів Інституту доузівської підготовки
(механіка, молекулярна фізика та термодинаміка)

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор С. А. Малішевська

Підписано до друку *28.08.2002р.*
Формат $29,7 \times 42 \frac{1}{4}$ Гарнітура Times New Roman
Друк різнографічний Ум. друк. арк. *5,35*
Тираж 75 прим.
Зам. № *2002-181*

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького державного технічного університету
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ, ГНК, 9-й поверх
Тел. (0432) 44-01-59