

53(075)
112

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
Вінницький державний технічний університет

П.В.Гель, О.Г.Бунтар, С.І.Резнік,
М.М.Таченко, Н.П.Тимофеева

Лабораторний практикум
з фізики

частина 2

(коливання і хвилі, оптика)

Вінниця ВДТУ 1998

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
Вінницький державний технічний університет

Лабораторний практикум з фізики

частина 2
(коливання і хвилі, оптика)

Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного
університету як навчальний посібник для студентів технічних
спеціальностей

НТБ ВДТУ

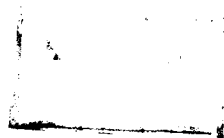


395900

53(075)

Л 12 1998

Лабораторний практикум з фізики



Вінниця ВДТУ 1998

УДК 531.7

П.В.Гель, О.Г.Бунтар, С.І.Резнік, М.М.Таченко, Н.П.Тимофєєва
Лабораторний практикум з фізики, частина 2 (коливання і хвилі,
оптика). Навчальний посібник /В.: ВДТУ - с.112.Укр.мовою/

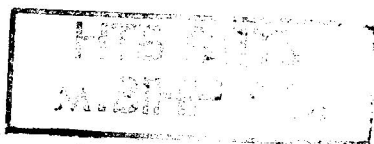
Навчальний посібник призначений для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів і складений відповідно до діючої програми з курсу фізики технічних ВУЗів.

При написанні посібника автори здійснили спробу узагальнити значний досвід організації та проведення лабораторного практикуму з фізики в Вінницькому державному технічному університеті.

Лл. 58. Табл. 25. Бібліогр. 4 назв.

Рецензенти: П.М.Зузяк, д-р ф.м.н., професор
Ю.О.Карпов, д-р т.н., професор
В.О.Поджаренко, д-р т.н., професор

395900



Зміст

Вступ.....	4
Коливання і хвилі	5
Лабораторна робота № 4-1 Фізичний маятник.....	5
Лабораторна робота № 4-2 Вивчення законів коливання математичного маятника	11
Лабораторна робота № 4-3 Вивчення явища додавання гармонічних коливань.....	17
Лабораторна робота № 4-4 Вивчення затухаючих електромагнітних коливань.....	22
Лабораторна робота № 4-5 Визначення частоти коливань мультівіб- ратора	28
Лабораторна робота № 4-6 Вивчення поперечних коливань струни.....	35
Лабораторна робота № 4-7 Визначення швидкості звуку в повітрі мето- дом резонансу.....	38
Лабораторна робота № 4-8 Визначення швидкості звуку в повітрі ме- тодом інтерференції.....	42
Лабораторна робота № 4-9 Вивчення резонансу напруг і струмів.....	51
Оптика	57
Лабораторна робота № 5-1 Визначення головної фокусної віддалі оптичних систем	57
Лабораторна робота № 5-2 Визначення показника заломлення рідин за допомогою рефрактометра	60
Лабораторна робота № 5-3 Визначення показника заломлення скляної пластинки за допомогою мікроскопа	65
Лабораторна робота № 5-4 Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля.....	69
Лабораторна робота № 5-5 Визначення довжини світлової хвилі за допомогою кілець Ньютона.....	73
Лабораторна робота № 5-6 Визначення довжини світлової хвилі за допомогою дифракційної ґратки	77
Лабораторна робота № 5-7 Визначення дифракції Фраунгофера на дифракційній ґратці.....	84
Лабораторна робота № 5-8 Вивчення закону Малюса	89
Лабораторна робота № 5-9 Визначення сталої Стефана-Больцмана	93
Лабораторна робота № 5-10 Вивчення зовнішнього фотоелектричного ефекту	98
Лабораторна робота № 5-11 Вивчення спектральних закономірностей атома водню та визначення сталої Рідберга	102
Лабораторна робота № 5-12 Дослідження співвідношення невизначено- стей Гейзенберга для фотонів	106
Література	111

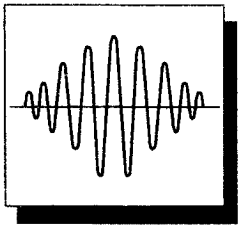
Вступ

Цей навчальний посібник є другою частиною лабораторного практикума з фізики і включає такі розділи, як коливання і хвилі та оптика. Посібник написаний у відповідності з учбовою програмою курсу загальної фізики для інженерно-технічних спеціальностей всіх форм навчання.

Методичні вказівки для кожної з лабораторних робіт об'єднані єдиною структурою, чітким цільовим спрямуванням, установкою на розвиток творчих здібностей студентів, на закріплення наявних та прищеплення нових умінь та навичок фізичних вимірювань, обробки експериментальних результатів, їх аналізу та синтезу.

Реалізація цієї мети посібника досягається шляхом тематичного підбору лабораторних робіт, які поряд з класичними включають також оригінальні або за постановкою, або за методикою виконання. В посібнику чітко витримується ідея контролю точності вимірювань, критичної оцінки результатів одержаних як даним методом, так на конкретному лабораторному обладнанні. Посібник передбачає значну самостійну роботу як на етапі попередньої підготовки до роботи. при виконанні її, а також під час оформлення, проведення розрахунків та захисті отриманих результатів.

Лабораторний практикум розрахований на використання сучасної лабораторної апаратури: осцилографів, генераторів звукових та ВЧ-сигналів, лазерів, спектрографів та ін.



Коливання і хвилі

Лабораторна робота № 4-1

Фізичний маятник

Мета роботи: вивчити коливання фізичного маятника та визначити прискорення сили земного тяжіння.

Прилади і матеріали: фізичний маятник, секундомір, лінійка.

Теоретичні відомості

Багато фізичних питань зводяться до дослідження поведінки системи при її відхиленнях від положення рівноваги. Якщо при цьому виникають сили, які намагаються повернути систему в початкове положення, то система буде здійснювати коливання.

Коливанням називається рух, який характеризується певним ступенем повторювання.

Надалі ми будемо припускати, що система здійснює одновимірні коливання. Якщо $f(x)$ – сила, яка діє на коливну систему в точках з координатою x , то для знаходження закону руху $x = x(t)$ потрібно розв'язати рівняння руху (II закон Ньютона)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f(x), \quad (1)$$

де m – маса коливної системи.

Однак, навіть у найпростішому випадку одновимірного руху залежність сили від відстані, як правило, досить складна. Тому при розв'язуванні рівняння (1) виникають значні труднощі. Якщо ж розв'язок отримано, то він може бути настільки складним, що його дуже важко проаналізувати. У випадку, якщо повертаюча сила пропорційна зміщенню тіла від положення рівноваги (квазіпружна сила):

$$f = -kx, \quad (2)$$

розв'язання рівняння (1) значно спрощується.

Оскільки сила, яка повертає систему в початкове положення, пропорцій-

на зміщенню, то рівняння називається лінійним. Враховуючи (2), рівняння (1) може бути записане в такому вигляді:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (3)$$

Рівняння (3) називається диференціальним рівнянням гармонічних коливань. Будемо шукати розв'язок рівняння (3) у вигляді:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4a)$$

Продиференціюємо цей розв'язок двічі за часом

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= -A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (4b)$$

Підставимо вирази (4a) і (4b) в рівняння (3):

$$\begin{aligned} -A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{k}{m} A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) &= 0, \\ \left(\frac{k}{m} - \omega_0^2 \right) A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) &= 0. \end{aligned}$$

Таким чином, наш передбачуваний розв'язок задовольняє рівнянню руху при довільних t , якщо

$$\frac{k}{m} - \omega_0^2 = 0 \quad \text{або} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Таким чином, рівняння гармонічних коливань може бути подано в вигляді:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

або

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (5)$$

Графік цієї функції зображено на рис. 1.

Рух, при якому фізичні величини змінюються за законом косинуса чи синуса, називається гармонічним.

Максимальне відхилення точки від положення рівноваги A називається амплітудою коливань, а аргумент косинуса (чи синуса) $\omega_0 t + \varphi_0$ – фазою коливання. Величина φ_0 , яка називається початковою фазою, показує відставання чи випередження, з яким досягається максимальне зміщення A по відношенню до моменту часу $t = 0$.

Зауважимо, що величина φ_0 не впливає на форму кривої $x(t)$, а зале-

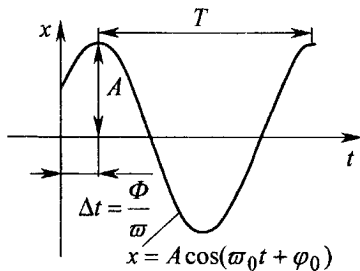


Рис. 1

жить лише від вибору початку відліку часу t .

Періодом T коливань називається час, за який здійснюється одне повне коливання. Частота f визначається як число повних коливань в 1 секунду. Частоту, як правило, вимірюють в герцах (Гц). Очевидно:

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{f}.$$

Оскільки рух тіла, що коливається, повторюється з періодом, рівним T , в момент часу $t = T$ тіло повинно знаходитися в тій самій точці та рухатися в тому самому напрямку, що і в момент часу $t = 0$. А оскільки синус та косинус – це функції, які змінюються з періодом 2π рад, то з (5) ми маємо:

$$\omega_0(t+T) + \varphi_0 = \omega_0 t + \varphi_0 + 2\pi,$$

звідки

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Величину ω_0 називають власною циклічною частотою коливань. Вона визначає кількість коливань, які здійснює точка за час 2π секунд.

Вираз (5), таким чином, можна записати у вигляді:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0\right) \quad \text{або} \quad x = A \cos(2\pi f t + \varphi_0). \quad (6)$$

Розглянемо малі коливання фізичного маятника. Фізичним маятником називається тверде тіло, яке може коливатися навколо нерухомої горизонтальної осі, що не проходить через центр мас тіла. Точка її перетину N з вертикальною площиною, яка проходить через центр мас маятника, називається точкою підвісу маятника (рис.2). Положення тіла в кожен момент часу можна охарактеризувати кутом α відхилення його від положення рівноваги.

Відстань від центра мас до осі дорівнює a . При повороті тіла від положення рівноваги на кут α виникає повертаючий момент сил тяжіння, який дорівнює:

$$M = mgd = mga \sin \alpha,$$

де m – маса тіла, d – плече сили mg .

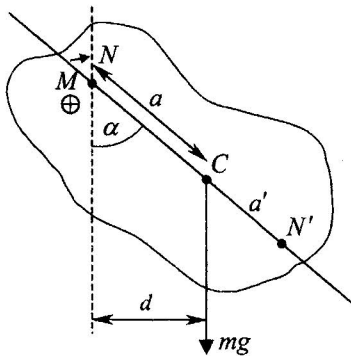


Рис. 2

При коливаннях тільки цей момент буде діяти на тіло. Отже, другий закон динаміки для обертального руху

$$M = J\varepsilon \quad (7)$$

прийме вигляд:

$$J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mga \sin \alpha, \quad (8)$$

де J – момент інерції тіла відносно горизонтальної осі, яка проходить через точку N , перпендикулярно до площини малюнка.

При малих кутах відхилення $\sin \alpha \approx \alpha$, тоді:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mga}{J} \alpha = 0. \quad (9)$$

Рівняння (9) по вигляду співпадає з рівнянням (3). Отже, коливання маятника є гармонійними з частотою:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J}}. \quad (10)$$

Період коливань фізичного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}. \quad (11)$$

Якщо період коливань не залежить від амплітуди, то такі коливання називаються ізохронними. З рівняння (10) випливає, що малі коливання фізичного маятника ізохронні.

Частинним випадком фізичного маятника є математичний маятник. Це - маятник, вся маса якого зосереджена в одній точці – у центрі мас маятника C . Прикладом математичного маятника може бути кулька, яка підвішена на довгій нерозтяжній і невагомій нитці. Для математичного маятника $a = \ell$, $J = m\ell^2$, де ℓ – довжина маятника, і, таким чином, формулу (11) можна записати:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad (12)$$

Порівнюючи (12) та (11), робимо висновок, що фізичний маятник коливається так, як математичний маятник довжиною:

$$L = \frac{J}{ma}, \quad (13)$$

яка називається зведеною довжиною фізичного маятника.

Відкладемо від точки N вздовж NC відрізок NN' , довжина якого дорівнює зведеній довжині фізичного маятника. Точка N' називається центром хитань. Центр хитань можна визначити як математичну точку, в якій треба зосередити всю масу фізичного маятника, щоб період його коливань залишився без змін. За теоремою Штейнера $J = J_C + ma^2$, де J_C – момент інерції маятника відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас C .

Підставивши цей вираз в (13), маємо:

$$L = a + \frac{J_C}{ma}. \quad (14)$$

Звідси випливає:

- 1) $L > a$, тобто, точка підвісу N та центр хитань N' знаходяться по різні боки від центра мас C ;
- 2) усім точкам підвісу, які знаходяться на однакових відстанях від центра мас, відповідає одна зведена довжина L , а отже, один і той же період коливань T .

Точка підвісу та центр хитань виявляються взаємними або спряженими точками в такому розумінні.

Якщо маятник підвісити за центр хитань N' , то його період не зміниться, а колишня точка підвісу N стане новим центром хитань. Для доведення цього позначимо через a' довжину відрізка $N'C$ та припустимо, що маятник підвісили за точку N' . Тоді аналогічно (14) його зведена довжина дорівнює:

$$L' = a' + \frac{J_C}{ma'}. \quad (15)$$

Але $a' = L - a$, або згідно (14) $a' = \frac{J_C}{ma}$. Підставивши це значення в (15),

одержимо $L' = \frac{J_C}{ma} + a$. Таким чином, $L' = L$, тобто зведена довжина, а також період коливань фізичного маятника лишилися без змін.

Якщо відома довжина L , то визначивши період коливань фізичного маятника за допомогою секундоміра, можна визначити величину прискорення

рення вільного падіння g в даному місці. З (11) та з врахуванням (13) одержимо:

$$g = \frac{4\pi^2 J}{ma^2 T} = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (16)$$

Відмітимо, що таким методом були проведені найбільш точні виміри сили тяжіння та визначені її зміни в різних точках земної поверхні.

За допомогою таких вимірів g визначають місцеві зміни густини земної кори та на цій основі роблять висновок про породи, які залягають на глибині (гравітаційна розвідка копалин).

Хід роботи

Існують різноманітні конструкції оборотного маятника. На рис.3 показана одна з них, яка використовується в роботі. Маятник складається з сталюгого стержня, довжина якого більше метра. На стержні жорстко закріплені опорні сталеві призми N , N' та сталеві чечевиці B , яка знаходиться між ними. Друга сталеві чечевиця D знаходиться на одному з кінців стержня, вона може рухатися вздовж стержня і закріплюватися в потрібному положенні.

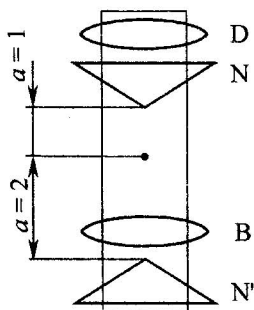


Рис. 3

Прискорення сили тяжіння за допомогою такого фізичного маятника можна визначити наступним способом. При зміщенні чечевиці D необхідно домогтись співпадання періодів коливань навколо точок підвісу N та N' (для чого необхідно перевернути маятник). Призми N та N' закріплені асиметрично відносно центра мас C . Тому при співпаданні періодів коливань відстань між ними дає зведену довжину маятника L , яка дорівнює відстані між призми:

$$L = NN'.$$

Вимірявши L , період коливань T можна розрахувати за формулою (16).

1. Провести не менше 3 серій дослідів по визначенню g .
2. Виміряти період коливань в кожній серії дослідів не менше 5 разів, визначаючи кожний раз час 40...50 коливань.
3. Вимірявши L , визначити g за формулою (16).

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Розрахувати абсолютну та відносну похибки вимірювань g .
2. Порівняти одержані результати з табличними даними та проаналізувати їх.

Додаткове завдання

1. Дослідити залежність періоду коливань T від величини a (див.рис.2), побудувати та проаналізувати графік $T = f(a)$.
2. Користуючись теоремою Штейнера, довести співвідношення $L = L'$ (див.рис.3).

Контрольні запитання

1. Які коливання називаються гармонічними?
2. Вивести вираз для періоду коливань фізичного та математичного маятників.
3. Характеристики коливального руху (амплітуда, частота, період, фаза).
4. Ізохронні коливання та умови їх спостереження.

Лабораторна робота № 4-2

Вивчення законів коливання математичного маятника

Мета роботи: вивчити закони гармонічних коливань математичного маятника та переконатись в їх справедливості шляхом співставлення періодів коливань, одержаних експериментально і теоретичними розрахунками.

Прилади і матеріали: установка для визначення періоду коливань з допомогою фотоелектричного датчика і універсального мілісекундоміра, математичний маятник, набір вантажів.

Теоретичні відомості

Для підготовки виконання цієї роботи використати теоретичні відомості лабораторної роботи № 4-1 "Фізичний маятник".

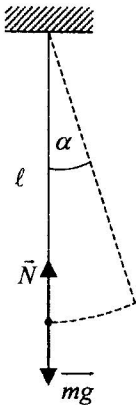


Рис. 1

Як відомо, математичним маятником називається матеріальна точка, чи тіло, розмірами якого можна знехтувати, підвішені на нерозтяжній і невагомій нитці. при малих кутах відхилення (див. рис.1) від положення рівноваги, які не перевищують $7-8^\circ$, маятник – здійснює гармонічні коливання. У цьому випадку період коливань визначається за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (1)$$

де ℓ – довжина маятника,
 g – прискорення вільного падіння.

Падіння тіл на Землі – одне з проявлень закону всесвітнього тяжіння, за яким сила взаємодії F_{zp} двох матеріальних точок масою m_1 та m_2 на віддалі R одна від одної визначається за формулою:

$$F_{zp} = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (2)$$

де $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н/м}^2 \text{ кг}^2$ – гравітаційна стала.

Під дією сили притягання до Землі всі тіла падають з однаковим відносно поверхні Землі прискоренням g . Це означає, що в системі відліку, зв'язаною з Землею, на всяке тіло масою m діє сила:

$$P = mg. \quad (3)$$

У даному випадку цю систему відліку ми вважаємо інерційною.

На основі закону всесвітнього тяжіння прискорення вільного падіння повинно бути рівним

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}, \quad (4)$$

де $M = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ – маса Землі,

R – радіус Землі в даному місці.

Визначення величини прискорення вільного падіння дало можливість

вирахувати масу Землі, а також її середню густину ($\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

За законом тяжіння з віддаленням від Землі прискорення зменшується за формулою:

$$g_h = \gamma \frac{M}{(R_0 + h)^2} = g_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2 \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_0} \right), \quad (5)$$

де $R_0 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ – середній радіус Землі,

$g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$ – нормальне (стандартне) прискорення.

При вивченні руху тіл відносно земної поверхні необхідно врахувати, що Земля здійснює добове обертання навколо власної осі з кутовою швидкістю ω . Тому необхідно ввести відцентрову силу інерції:

$$F_{in} = m\omega^2 r, \quad (6)$$

де m – маса тіла,

r – віддаль тіла від земної осі (рис.2).

Обмежуючись випадками, коли висота тіл над поверхнею Землі невелика, можна покласти $r = R \cos \varphi$, тому вираз для сили інерції набуде вигляду:

$$F_{in} = m\omega^2 R \cos \varphi, \quad (7)$$

де φ – географічна широта.

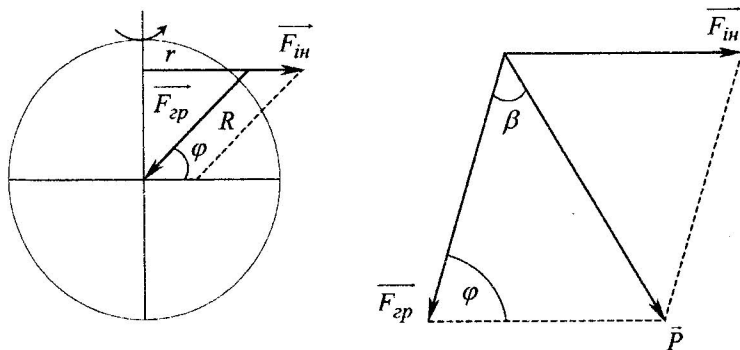


Рис. 2

Отже, прискорення вільного падіння тіл відносно Землі обумовлене дією двох сил: гравітаційної сили F_{gp} і сили інерції F_{in} . Результуюча цих двох сил (див. рис.2) $\vec{P} = \vec{F}_{gp} + \vec{F}_{in}$ називається силою тяжіння і для тіл в

інерціальних відносно Землі системах відліку співпадає з їх вагою.

Величину сили тяжіння (ваги тіла) знайдено за теоремою косинусів:

$$P = \sqrt{F_{zp}^2 + F_{in}^2 - 2F_{zp} \cdot F_{in} \cos \varphi}. \quad (8)$$

Але вага тіла P мало відрізняється від сили притягання F_{zp} , тому що відцентрова сила інерції значно менша F_{zp} . Тому й кут β між напрямками сил F_{zp} і P досить малий, його можна оцінити, скориставшись теоремою

синусів $\frac{\sin \beta}{\sin \varphi} = \frac{F_{in}}{P}$, звідки одержується співвідношення:

$$\beta = 0,0018 \sin 2\varphi, \quad (9)$$

де φ - географічна широта,

β - кут відхилення ваги тіла від вертикалі в радіанах.

Аналізуючи формулу (8) та враховуючи (2), (5), (7), бачимо, що вага тіла, а також відповідно прискорення вільного падіння мають досить складну залежність від кількох параметрів. Тому здебільшого для технічних розрахунків та для визначення зміни прискорення вільного падіння при віддаленні від поверхні Землі користуються наближеною формулою (5), а для знаходження числового значення прискорення g на незначних висотах h (в м) над рівнем моря в залежності від географічної широти φ використовують більш точну, але також наближену формулу:

$$g = 9,78049(1 + 5,2884 \cdot 10^{-3} \sin^2 \varphi - 5,9 \cdot 10^{-6} \sin^2 2\varphi) \cdot \left(1 - \frac{2h}{R_0}\right), \quad (10)$$

яка була запропонована Міжнародним геодезичним конгресом в 1930 році.

Експериментально числове значення g можна визначити при вивченні коливань фізичного чи математичного маятників.

Опис експериментальної установки

Експериментальна установка є приладом, що дозволяє з високим ступенем точності визначити період коливань математичного чи фізичного маятників за допомогою фотоелектричного датчика і універсального мілісекундоміра. На цьому приладі визначається час певної кількості повних коливань маятника, а період коливань розраховується за формулою:

$$T = \frac{t}{n}. \quad (11)$$

Порядок виконання роботи

Завдання 1

1. Нижній кронштейн з фотоелектричним датчиком встановити в нижній частині колонки, щоб верхня грань кронштейна показувала на шкалі довжину не менше 50 см.
2. Повертаючи верхній кронштейн, розмістити над фотоелектричним датчиком математичний маятник.
3. Обертаючи корбочку на верхньому кронштейні, встановити довжину маятника так, щоб кулька перетинала оптичну вісь фотоелектричного датчика.
4. Ввімкнути прилад перемикачем "Сеть".
5. Відхилити кульку на $2...3^\circ$ від положення рівноваги.
6. Натиснути кнопку "Сброс".
7. Після підрахунку вимірювачем 10...15 коливань натиснути клавішу "Стоп". Записати кількість коливань n та відповідний їм час t .
8. Вимірювання повторити 3...5 разів.
9. По шкалі колонки визначити довжину маятника ℓ_1 .
10. Всі дані вимірювань внести до складеної таблиці.

Завдання 2

1. Відхилити кульку на $4...5^\circ$ від положення рівноваги.
2. Повторити п.п. 6...8 завдання 1.
3. Відхилити кульку на $6...7^\circ$ від положення рівноваги.
4. Повторити п.п. 6...8 завдання 1.
5. Відхилити кульку на $15...20^\circ$ від положення рівноваги.
6. Повторити п.п. 6...8 завдання 1.
7. Дані вимірювань занести в таблицю.

Завдання 3

1. Встановити кульку маятника з іншого матеріалу
2. Повторити п.п. 5...8 завдання 1 для двох різних матеріалів.
3. Дані вимірювань занести в таблицю.

Завдання 4

1. Встановити довжину маятника $\ell_2 = 25...30$ см.
2. Повторити п.п. 2...10 завдання 1.

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Використовуючи дані таблиці завдання 1, за формулою (11) знайти значення періоду T_1 коливання математичного маятника.
2. За даними завдання 2 за формулою (11) знайти період коливання маятника для всіх досліджених кутів відхилення.
3. Результати співставити із значенням, одержаним в п.1. Зробити відповідні висновки.
4. За даними завдання 3 за формулою (11) знайти період коливання маятника зміненої маси.
5. Результат співставити із значенням, одержаним в п.1. Зробити відповідні висновки.
6. За даними завдання 4 за формулою (11) знайти період коливання маятника довжиною ℓ .
7. Результат співставити із значенням, одержаним в п.1. Перевірити справедливість співвідношення

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}.$$

Зробити висновки.

Додаткові завдання

1. Приймаючи для Вінниці $\varphi = 49^\circ$ та $h = 250$ м, за формулою (10) розрахувати g , за формулою (1) знайти теоретичне значення періоду коливань маятника та співставити його з експериментальним значенням g . Зробити висновок.
2. Взявши $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ за формулою (4) знайти радіус Землі для м. Вінниці. Результат порівняти з R_0 .

Контрольні запитання

1. Гармонічні коливання та їх характеристики.
2. Математичний маятник, закони його коливання.
3. Чому математичний маятник здійснює гармонічні коливання при малих кутах відхилення?
4. Наведіть приклади застосування маятників.

Вивчення явища додавання гармонічних коливань

Мета роботи: оволодіти методами отримання та спостереження складних коливань на прикладі биття та фігур Ліссажу.

Прилади і матеріали: звуковий генератор, осцилограф.

Теоретичні відомості

1. Вивчення додавання однаково спрямованих коливань.

Нехай матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях:

$$x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}); \quad x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}). \quad (1)$$

При додаванні цих коливань з різними частотами ω_1 та ω_2 виникають негармонічні коливання. Результуюче відхилення x у кожний момент часу дорівнює алгебраїчній сумі відхилень складових коливань.

У найпростішому випадку, коли початкові фази $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ і амплітуди цих коливань $A_1 = A_2 = A$, маємо:

$$x = x_1 + x_2 = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \varphi\right). \quad (2)$$

Позначимо: $\omega_{\text{сеп}} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$; $\omega_{\text{мод}} = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$.

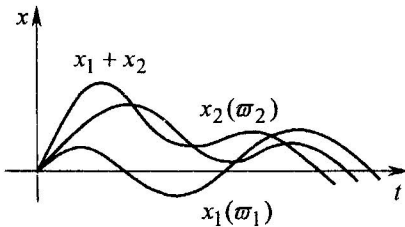


Рис. 1

Частота $\omega_{\text{сеп}}$ називається середньою частотою, а $\omega_{\text{мод}}$ — частотою модуляції результуючого коливання:

$$A_{\text{мод}}(t) = 2A \cos \omega_{\text{мод}} t.$$

Тобто вираз (2) з урахуванням позначень можна записати:

$$x = A_{\text{мод}}(t) \sin \omega_{\text{сеп}} t.$$

Результуюче коливання можна розглядати як коливання, які відбуваються з кутовою частотою $\omega_{\text{сеп}}$ та амплітудою $A_{\text{мод}}(t)$, яке залежить від часу за гармонічним законом.

Якщо додаються коливання з близькими частотами $\omega_1 \approx \omega_2$, то маємо



$\omega_{\text{мод}} \ll \omega_{\text{сер}}$ і амплітуда $A_{\text{мод}}(t)$ буде дуже повільно змінюватись на протязі декількох коливань з частотою $\omega_{\text{сер}}$. При додаванні таких двох коливань з близькими частотами виникають так звані **биття**, тобто коливання з частотою $\omega_{\text{сер}}$ та амплітудою $A_{\text{мод}}$, яка повільно змінюється від максимального значення $2A$ до нуля. При кожному перетворенні амплітуди $A_{\text{мод}}$ в нуль, фаза стрибком змінюється на π . Періодом биття $T_б$ називається проміжок часу між двома послідовними моментами часу, при яких амплітуда $A_{\text{мод}}$ перетворюється в нуль:

$$T_б = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{T_2 T_1}{T_2 - T_1}, \quad (3)$$

де T_1 та T_2 – періоди коливань з частотами ω_1 та ω_2 .

Частотою биття називається величина:

$$\omega_б = 2\omega_{\text{мод}} = \omega_1 - \omega_2. \quad (4)$$

Період результуючого коливання:

$$T_{\text{сер}} = \frac{2T_2 T_1}{T_2 + T_1}.$$

Зміна за певним законом будь-якого з параметрів періодичних коливань (наприклад, амплітуди або частоти), яка здійснюється за час, значно більший, ніж період коливань, називається модуляцією коливань. Модуляція, яка зображена на рис.2, називається амплітудною модуляцією. Якщо $A_{\text{мод}}(t) = \text{const}$, а початкова фаза результуючого коливання $\varphi_0(t)$ змінюється з часом:

$$\varphi_0(t) = (\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{02} - \varphi_{01},$$

то модуляція називається частотною.

Установка для спостереження биття складається з електронного осцилографа та двох звукових генераторів, сигнали від яких подаються на вертикально відхиляючі пластини осцилографа.

Частоти коливань, які додаються, повинні відрізнятися одна від одної на декілька герц. Тоді

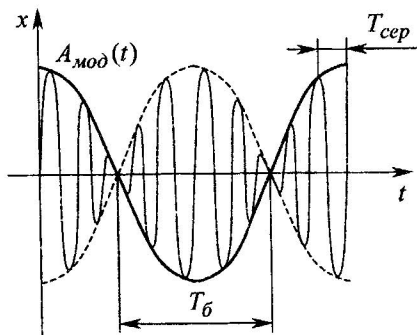


Рис. 2

на екрані осцилографа буде спостерігатися стійка картина биття (див. рис.2).

2. Вимірювання частоти за методом фігур Ліссажу.

Нехай точка одночасно виконує коливання вздовж осей координат ox та oy за законами:

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}), \\ y &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де A_1 та A_2 , φ_1 та φ_2 – відповідно амплітуди та початкові фази першого та другого коливань; ω – циклічна частота.

Вилучивши з рівнянь (4) час t , одержимо рівняння траєкторії точки, яка бере участь одночасно в двох взаємноперпендикулярних коливаннях:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{01} - \varphi_{02}) = \sin^2(\varphi_{01} - \varphi_{02}). \quad (6)$$

Це – рівняння еліпса, характеристики якого визначаються величиною різниці фаз $\varphi_{01} - \varphi_{02}$. Якщо $\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$, де $m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$, тоді осі координат ox та oy збігаються з осями еліпса, а розміри його півосей рівні амплітудам A_1 та A_2 :

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$

Якщо, крім цього, $A_1 = A_2$, тоді траєкторія точки є колом. Такий результуючий рух точки M називають циркулярно поляризованими коливаннями, чи коливаннями, які поляризовані по колу.

У тих випадках, коли $\varphi_{02} - \varphi_{01} = m\pi$ ($m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$), еліпс перетворюється у відрізок прямої:

$$y = \pm \left(\frac{A_2}{A_1} \right) x.$$

Знак плюс відповідає парним значенням m , тобто додаванню синфазних коливань (рис.3), а знак мінус – непарним значенням m , тобто додаванню коливань, які відбуваються у протифазі (рис.4). У цих випадках точка M здійснює лінійно поляризовані коливання. Вона гармонічно коливається з частотою коливань, що додаються та амплітудою $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ вздовж

прямої лінії, яка утворює з віссю ox кут

$$\alpha = \arctg \left[\left(\frac{A_2}{A_1} \right) \cos m\pi \right].$$

У випадку додавання взаємоперпендикулярних коливань з циклічними частотами $p\omega$ та $q\omega$, де p та q – цілі числа, маємо:

$$x = A_1 \sin(p\omega t + \varphi_{01}); \quad y = A_2 \sin(q\omega t + \varphi_{02}). \quad (7)$$

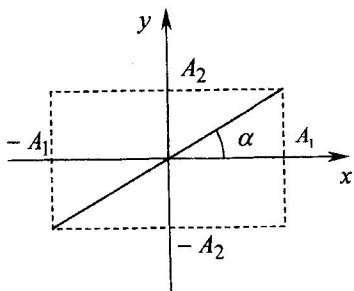


Рис. 3

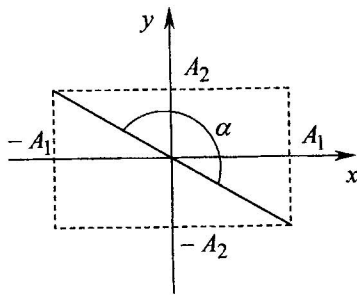


Рис. 4

Значення координат x та y точки, яка здійснює коливання, одночасно повторюється через однакові проміжки часу T_0 , які дорівнюють загальному найменшому кратному $T_1 = \frac{2\pi}{p\omega}$ та $T_2 = \frac{2\pi}{q\omega}$ періодів коливань вздовж

осей ox та oy . Тому траєкторією точки M буде замкнена крива, форма якої залежить від співвідношення амплітуд, фаз та початкових фаз коливань, що додаються. Такі замкнені траєкторії точки M , яка одночасно здійснює гармонічні коливання в двох взаємно перпендикулярних напрямках, називається фігурами Ліссажу. Фігури Ліссажу вписуються в прямокутник, центр якого співпадає з початком координат, а сторони паралельні осям координат ox та oy і розташовані по обидва боки від них на відстанях, відповідно рівних A_2 та A_1 . Відношення частот $p\omega$ та $q\omega$ коливань, що додаються дорівнює відношенню числа дотиків q відповідної їм фігури Ліссажу зі стороною прямокутника, паралельною осі oy і зі стороною, паралельною осі ox . Тобто має місце співвідношення:

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{q}{p}. \quad (8)$$

На рис.5 зображено вигляд фігур Ліссажу при трьох різних значеннях

відношення $\frac{q}{p}$ (2:1, 3:2, 4:3) та різниці початкових фаз

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}.$$

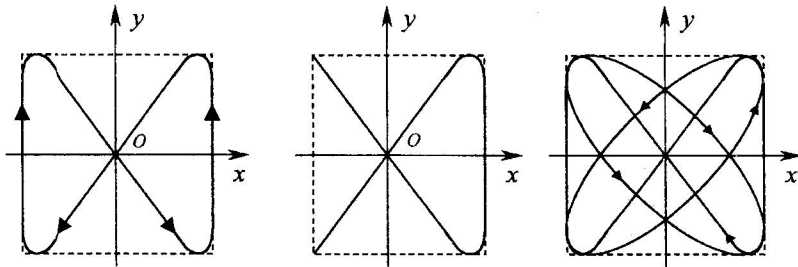


Рис. 5

Установка для визначення невідомої частоти складається з двох звукових генераторів та електронного осцилографа. Схема їх ввімкнення зображена на рис.6. На вхід X осцилографа подається синусоїдальна напруга частоти ν_x . Від другого генератора, частоту якого треба визначити, подаються сигнали на вхід Y . Отримуючи чітку фігуру Ліссажу та використовуючи співвідношення (7), знаходимо невідому частоту.

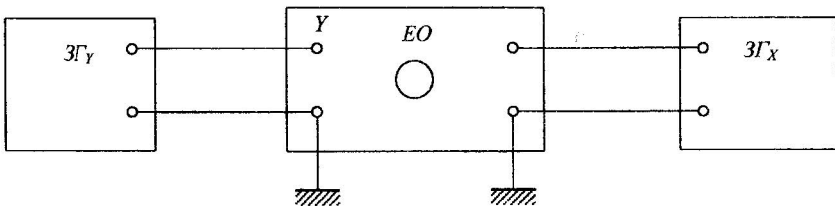


Рис. 6

Хід роботи

Завдання 1. Спостереження биття.

1. Ввімкнути осцилограф, генератори та дати їм прогрітися протягом 2...3 хв.
2. Встановити першу частоту на генераторі $ZГ_x$ та, обертаючи ручку генератора $ZГ_y$, добитися стійкого зображення фігури Ліссажу.
3. На міліметрівці змалювати з екрану отриману фігуру.

4. Підрахувати кількість точок p та q дотику фігур до сторін прямокутника.
5. Згідно співвідношення (7) знайти невідому частоту.
6. Зафіксувати отримане значення на частотному кільці генератора ЗГу.
7. Дані вимірів провести для частот: 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 та 200 Гц.

Контрольні запитання

1. Гармонічні коливання (механічні та електромагнітні) та їх характеристики. Диференціальні рівняння гармонічних коливань.
2. Енергія електромагнітних хвиль.
3. Синусоїдальні (гармонічні) хвилі. Рівняння хвилі.
4. Биття. Додавання коливань одного напрямку.
5. Додавання взаємно перпендикулярних коливань.

Лабораторна робота № 4-4

Вивчення затухаючих електромагнітних коливань

Мета роботи: вивчити і перевірити закони затухаючих електромагнітних коливань, визначити параметри коливного контуру та вирахувати характеристики затухання.

Прилади і матеріали: осцилограф, генератор імпульсів, набір конденсаторів, набір котушок індуктивності, змінний резистор, міст для вимірювання опорів, з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

Замкнуте електричне коло що складається з індуктивності L , ємності C та опору R , є коливним контуром (рис.1). Якщо при вимкненому ключі K конденсатор зарядити, а потім ввімкнути ключ, то конденсатор зразу ж почне розряджатись на котушку і в колі виникне зростаючий струм $i = \frac{dq}{dt}$.

Цей струм призведе до виникнення в ко-
тушці електрорушійної сили самоіндукції

$$\mathcal{E}_C = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2},$$

яка протидіє його мит-
тєвому зростанню. Через деякий час, коли
конденсатор повністю розрядиться, струм в
контурі досягне максимуму і ЕРС самоін-
дукції дорівнюватиме нулеві. Починаючи з
цього моменту, струм стане спадати. Знову
виникне ЕРС самоіндукції, але тепер вже
протидіюча спаданню струму. Цей струм
призведе до перезарядки конденсатора, потім процес повториться в зво-
rotnому напрямі і т.д.

У контурі виникнуть електромагнітні коливання, які без поновлення
обов'язкових втрат енергії є затухаючими. Рівняння цих коливань можна
одержати, застосовуючи другий закон Кірхгофа до даного кола:

$$\mathcal{E}_C = U_R + U_C. \quad (1)$$

Враховуючи, що $U_R = iR = R \frac{dq}{dt}$, а $U_C = \frac{q}{C}$, одержимо рівняння зміни
заряду конденсатора:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (2)$$

Враховуючи співвідношення $\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_x = \mathcal{E}(x)$, можна записати рівняння на-
пруги

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0. \quad (3)$$

Аналогічне рівняння одержується також і для струму в контурі. Ці рів-
няння, як бачимо, однотипні і є однорідними лінійними диференціальними
рівняннями другого порядку. тому і розв'язки цих рівнянь мусять бути од-
нотипними.

Будемо шукати розв'язок рівняння (3) у вигляді:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (4)$$

У цьому виразі невідомі величини β та ω , які зможемо знайти, скорис-
тавшись правилом, що розв'язок якого-небудь рівняння обов'язково пови-

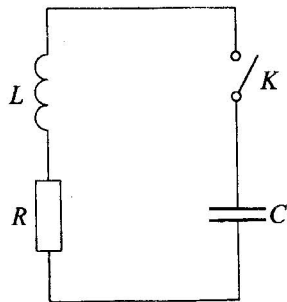


Рис. 1

нен задовольняти умови самого рівняння. Для цього знайдемо першу та другу похідні виразу (4) за часом:

$$\frac{dU}{dt} = -U_0\beta e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) - U_0\omega e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2U}{dt^2} = & U_0\beta^2 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) + 2U_0\omega e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) - \\ & - U_0\omega^2 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (6)$$

Підставимо (4), (5) та (6) в (3), винесемо за дужки вільні множники і згрупуємо доданки, пропорційні $\sin(\omega t + \varphi_0)$ та $\cos(\omega t + \varphi_0)$:

$$\begin{aligned} U_0 e^{-\beta t} \left\{ \left[\beta^2 - \omega^2 - \beta \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} \right] \cos(\omega t + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \left[2\beta\omega - \omega \frac{R}{L} \right] \sin(\omega t + \varphi_0) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Якщо вираз (4) є дійсно розв'язком диференціального рівняння (3), то (7) повинно виконуватись тотожно. Але так, як $\sin(\omega t + \varphi_0)$ і $\cos(\omega t + \varphi_0)$ утворюють незалежну систему функцій, які одночасно нулеві дорівнювати не можуть, то рівність (7) буде виконуватись при умові:

$$\beta^2 - \omega^2 - \beta \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} = 0, \quad (8)$$

$$2\beta\omega - \omega \frac{R}{L} = 0. \quad (9)$$

З останнього знаходимо:

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad (10)$$

а підставивши цей вираз в (8), маємо:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}. \quad (11)$$

Отже, ми довели, що вираз (4) є розв'язком диференціального рівняння (3). Цей вираз є рівнянням затухаючих коливань напруги. Іншими словами, при замиканні зарядженого конденсатора на коло з послідовно з'єднаних індуктивності і опору напруга на обкладках конденсатора здійснюватиме затухаючі коливання за законом (4), графічне зображення якого дається на рис.2.

Величина $\beta = \frac{R}{2L}$ називається коефіцієнтом згасання, який характеризує ступінь згасання коливань за одиницю часу.

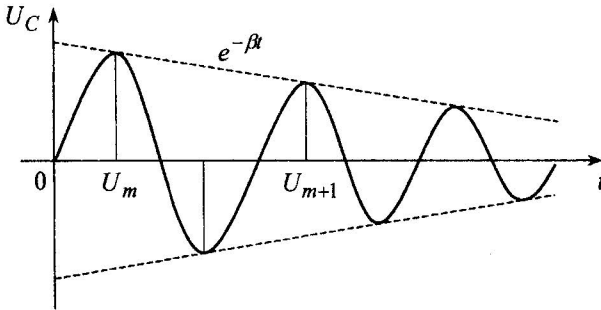


Рис. 2

Вираз $U_t = U_0 \cdot e^{-\beta t}$ визначає амплітуду, співпадаючу з часом за експоненціальним законом. Це зображено на рис.2 пунктирною лінією.

Формула $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$ виражає собою циклічну частоту згасаючих електромагнітних коливань. Якщо ж омичний опір кола $R = 0$, то одержуємо частоту коливань і ідеальному контурі $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$.

Знаючи частоту, можемо визначити період коливань для реального контуру:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}, \quad (12)$$

а також для ідеального контуру одержати формулу Томпсона:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (13)$$

Співставляючи формули (12) і (13) між собою, робимо висновок, що згасаючі коливання уповільнюються (частота зменшується, а період зростає) із збільшенням опору (відповідно збільшується при цьому також коефіцієнт згасання). У випадку виконання рівності

$$\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2} \quad (14)$$

маємо $\varpi \rightarrow 0$, $T \rightarrow \infty$. У цьому випадку процеси, які відбуваються в контурі при розрядці конденсатора, уже не мають періодичного характеру, а стають аперіодичними. Опір, при якому настає такий процес, називається критичним. Величину критичного опору можна визначити за допомогою співвідношення (14):

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (15)$$

При аперіодичному процесі напруга на конденсаторі не здійснює коливань, а змінюється як показано на рис.3.

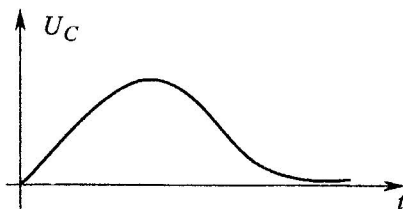


Рис. 3

Для характеристики затухаючих коливань, крім коефіцієнта затухання, часто користуються поняттям логарифмічного декременту затухання, який дорівнює натуральному логарифмові відношення двох сусідніх амплітудних значень напруги (струму чи заряду) в реальному коливальному контурі (див. рис. 2)

$$\delta = \ln \frac{U_m}{U_{m+1}}. \quad (16)$$

Підставивши в останню формулу значення амплітуд напруги, які відрізняються в часі на один період, одержимо співвідношення:

$$\delta = \ln \frac{U_m}{U_{m+1}} = \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (17)$$

Отже, логарифмічний декремент затухання характеризує ступінь затухання коливань за один період. Його можна визначити через параметри коливальної системи:

$$\delta = \beta T = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4L}{R^2 C} - 1}}. \quad (18)$$

У випадку малих значень активного опору контуру останню формулу можна спростити:

$$\delta = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (19)$$

На рис.4 зображена блок-схема установки даної лабораторної роботи. Ємність C та індуктивність L з омичним опором R створюють коливальний контур, ввімкнений на вхід осцилографа, на екрані якого спостерігаються згасаючі електромагнітні коливання.

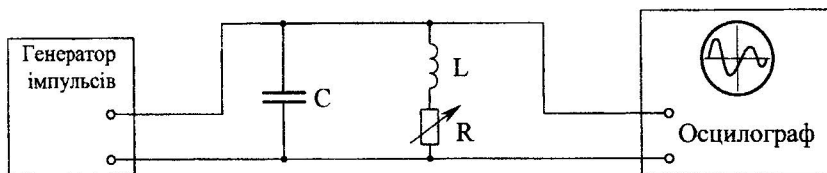


Рис. 4

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему згідно з рис.4
2. Після перевірки схеми викладачем чи лаборантом ввімкнути осцилограф та, користуючись інструкцією до нього, встановити світлу пляму в центрі координатної сітки.
3. Ввімкнути генератор імпульсів і одержати на екрані всю картину одного згасаючого коливання. При цьому всі ручки магазину опорів повинні бути виведені на нулі.
4. Підрахувати число повних коливань n , а також загальне число поділок N координатної сітки, що вміщують підраховану кількість коливань. Результати записати в таблицю.
5. Заміряти на екрані осцилографа значення двох сусідніх амплітуд напруги U_m і U_{m+1} (див. рис. 2). Результати занести в таблицю.
6. Користуючись магазином опорів, починаючи з найменшого множника, поступово збільшувати додатковий опір в контурі і спостерігати за зміною характеру згашання. Добитися аперіодичності розрядки конденсатора (див. рис. 3). Занести в таблицю значення додаткового опору R_0 .
7. Вимкнути схему. З панелі осцилографа виписати ціну однієї поділки в часі координатної сітки екрана осцилографа t_0 , а також відповідні значення опору котушки та з'єднувальних провідників R , індуктивності котушки L , ємності конденсатора C . Всі дані занести в таблицю.

n	N	U_m	U_{m+1}	R_0	R	L	C	t_0

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Знайти період електромагнітних коливань за формулою

$$T = \frac{N t_0}{n},$$

а також за точною формулою (12) та наближеною (13). Результати співставити між собою і зробити висновок.

2. За формулами (16), (18) і (19) знайти значення логарифмічного декременту затухання. Результати співставити між собою та зробити висновок.
3. За формулою (15) вирахувати теоретичне значення критичного опору та співставити його з величиною, безпосередньо одержаною в роботі $R_{кр} = R_0 + R$. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Диференціальне рівняння затухаючих коливань та його розв'язок. Рівняння затухаючих коливань для величини заряду, струму, напруги.
2. Коефіцієнт затухання і логарифмічний декремент затухання, їх фізичний зміст та одиниці вимірювання.
3. Добротність системи, її залежність від властивостей системи (механічної та електромагнітної).

Лабораторна робота № 4-5

Визначення частоти коливань мультівібратора

Мета роботи: вивчити стоячі хвилі в натягнутій струні та визначити частоту коливань мультівібратора.

Прилади і матеріали: мультівібратор (генератор імпульсів), електромагнітний збуджувач, струна, динамометр, лінійка, камертон, гвинт регулювання натягу струни, з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

Рівняння плоскої бігучої хвилі, що поширюється в довільному середовищі зі швидкістю в додатному напрямку осі, має вигляд

$$y = A \cos \varpi \left(t - \frac{x}{V} \right), \quad (1)$$

де y – зміщення коливної точки з координатою x в момент часу t , A – амплітуда зміщення, ϖ – циклічна частота коливань.

Рівняння будь-якої хвилі є розв'язком диференційного рівняння, що зветься хвильовим. Щоб знайти вигляд хвильового рівняння, співставимо другі частинні похідні по координаті x та часу t від функції (1):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\varpi^2}{V^2} y; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \varpi^2 y. \quad (2)$$

Порівнюючи праві частини рівнянь (2), легко отримуємо шукане хвильове рівняння:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (3)$$

яке описує хвилю, що поширюється в напрямку осі ox з швидкістю V .

Розглянемо тепер коливання гнучкої однорідної струни. Вважатимемо, що струна здійснює малі поперечні коливання, тобто рух її точок відбувається поблизу положення стійкої рівноваги. Виділимо елемент струни довжиною $\Delta \ell$, показаний на рис.1. Проекція на вісь ou сили натягу струни T , що діє на елемент $\Delta \ell$ в точці з координатою x , для малих кутів α може бути записана:

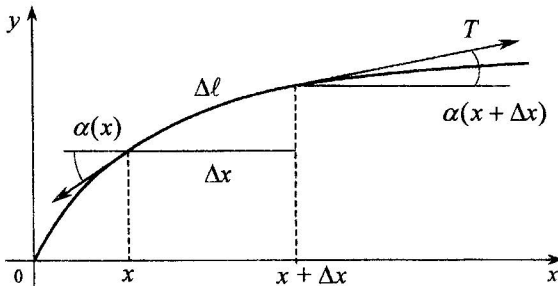


Рис. 1

$$-T \sin \alpha(x) \approx -T \operatorname{tg} \alpha(x) = -T \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_x = -T \varepsilon(x), \quad (4)$$

де $\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_x = \varepsilon(x)$, – відносна деформація струни в точці з координатою x .

Аналогічно для точки струни з координатою $x + \Delta x$ маємо:

$$T \sin \alpha(x + \Delta x) \approx T \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x + \Delta x} = T \varepsilon(x + \Delta x). \quad (5)$$

Сума проєкцій (4) і (5) є тією силою, що приводить в рух елемент $\Delta \ell$ вздовж осі oy . При малих коливаннях $\Delta y \ll \Delta x$ (рис.1) і довжина елемента струни $\Delta \ell \approx \Delta x$, а його маса $\Delta m = \tau \cdot \Delta x$, де τ – лінійна густина струни.

За другим законом Ньютона

$$T[\varepsilon(x + \Delta x) - \varepsilon(x)] = \tau \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (6)$$

де $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ – прискорення елемента струни. Очевидно, вираз (6) можна переписати у вигляді

$$\Delta \varepsilon = \frac{\tau}{T} \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Розділивши (7) на Δx , перейдемо до границі при $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\tau}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (8)$$

Повертаючись у (8) до явного вигляду відносної деформації струни $\varepsilon = \frac{\partial y}{\partial x}$, остаточно матимемо:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\tau}{T} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Рівність (9) є диференціальним рівнянням коливань струни.

Порівнюючи вирази (9) і (3), бачимо, що швидкість поширення хвилі в струні визначається формулою

$$V = \sqrt{\frac{T}{\tau}}. \quad (10)$$

Як відомо, при додаванні когерентних хвиль виникає явище інтерференції, що полягає у посиленні коливань в одних точках і послабленні – в інших. особливий випадок інтерференції спостерігається при накладанні

двох зустрічних плоских хвиль з однаковою амплітудою. коливальний процес, що виникає при цьому, називається *стоячою хвилею*. Розглянемо виникнення стоячих хвиль у натягнутій струні.

Нехай вздовж струни в додатному напрямку осі поширюється поперечна хвиля (див. рис.1)

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx),$$

де $k = \frac{\omega}{V}$ - хвильове число. При відбиванні даної хвилі від кінця струни утворюється зустрічна хвиля

$$y_2 = A \cos(\omega t + kx),$$

що поширюється у від'ємному напрямку осі ox . Якщо відбивання повне, тобто амплітуди падаючої і відбитої хвиль однакові, від накладання таких хвиль утворюється стояча хвиля.

Скориставшись тригонометричною формулою додавання косинусів

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2},$$

отримаємо рівняння стоячої хвилі:

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos kx \cos \omega t. \quad (11)$$

Згідно (11), кожна точка струни, що визначається координатою x , здійснює гармонічне коливання з циклічною частотою ω та амплітудою $A_{ст} = |2A \cos kx|$.

Точки, яким відповідає нульова амплітуда, називаються *вузлами*.

Очевидно, для вузлів $\cos kx_{вуз} = 0$, звідки $kx_{вуз} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$, $n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

Виразивши хвильове число через довжину хвилі λ , знайдемо координати вузлів:

$$x_{вуз} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (12)$$

Точки, що коливаються з максимальною амплітудою, називаються *пучностями*. Для пучностей

$$|\cos kx_{пуч}| = 1, \quad kx_{пуч} = n\pi, \quad n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$$

Координати пучностей рівні

$$x_{пуч} = n \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{\lambda}{4}. \quad (13)$$

З рівностей (12) і (13) випливає, що віддал між сусідніми вузлом та пу-

чністю дорівнює чверті довжини хвилі $\frac{\lambda}{4}$, а між двома сусідніми вузлами та пучностями – половині довжини хвилі $\frac{\lambda}{2}$.

Всі точки між двома сусідніми вузлами коливаються в однакових фазах. Вони одночасно проходять через положення рівноваги і одночасно досягають максимумів зміщень. При переході через вузол знак змінюється на протилежний. Це означає, що при цьому фаза коливання стрибком змінюється на π . Однак це не призводить до порушення неперервності коливального процесу, оскільки стрибок фази відбувається при переході через точку з нульовою амплітудою.

Картина коливань в стоячій хвилі показана на рис.2. Лінії 1, 2, 3 зображають положення точок струни при коливаннях відповідно в моменти часу t ; $t + \frac{T}{4}$; $t + \frac{T}{2}$, де T – період коливань струни, причому положення 1 і 3 є амплітудними. Стрілками показано напрямок руху, який виникає із зображених положень. Вузли немов би поділяють струну на автономні області, в яких здійснюються незалежні гармонічні коливання. Ніякої передачі руху від однієї області до іншої не відбувається, а отже, перенесення енергії через вузли не виникає. Саме тому таку хвилю називають стоячою.

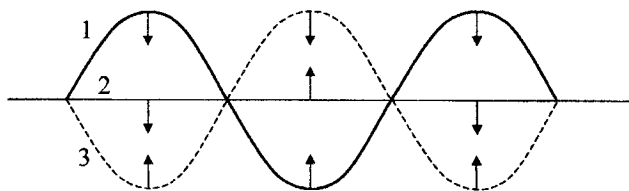


Рис. 2

Зауважимо також, що оскільки швидкість точок струни, що коливається, в моменти часу, зображені на рис. 2 кривими 1 та 3, є найменшою, наше око завдяки інерції зору найчіткіше фіксує саме ці положення струни, що сприймаються при невеликих періодах коливань як одночасні.

Нехай розглянута вище струна закріплена з обох боків. В такому випадку на її кінцях можуть утворюватись лише вузли. Це означає, що на довжині струни ℓ повинно вкладатись ціле число n півхвиль:

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}. \quad (14)$$

Врахувавши формулу швидкості (10) та визначивши довжину хвилі з (14), отримаємо вираз для частоти коливань струни

$$= \frac{V}{\lambda} = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\tau}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

Опис установки

Установка для проведення експерименту (рис.3) складається з досліджуваної струни 1, що прикріплена з одного боку до камертону 2, який збуджується електромагнітом 3 при подачі на нього електричних коливань з мультівібратора 4. З іншого боку струна 1 зв'язана з динамометром 5, призначеним для вимірювання сили її натягу. За допомогою нитки 6, що утворює деякий кут зі струною 1, динамометр 5 зв'язаний з гвинтом регулювання натягу 7. Лінійка 8 служить для вимірювання зміни довжини $\Delta\ell$ струни 1.

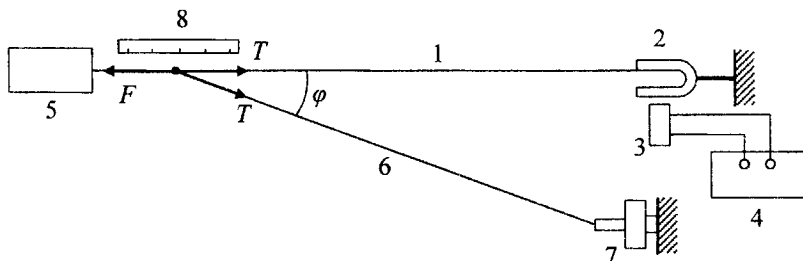


Рис. 3

Знайдемо робочі вирази для довжини струни ℓ та сили її натягу T . Очевидно, $\Delta\ell = \ell_0 - \ell$, де ℓ_0 та ℓ - відповідно довжина вільної та натягнутої струни; тому $\ell = \ell_0 - \Delta\ell$. З рис. 3 видно, що показ динамометра F та сила натягу струни T зв'язані рівністю $F = T + T \cos \varphi$, звідки $T = \frac{F}{1 + \cos \varphi}$.

Таким чином, робоча формула для вимірювання частоти мультівібратора матиме вигляд:

$$= \frac{n}{2(\ell_0 - \Delta\ell)} \sqrt{\frac{F}{\tau(1 + \cos \varphi)}}. \quad (16)$$

Хід роботи

1. Скласти установку згідно з рис. 3.
2. Після перевірки лаборантом правильності складання схеми послабити натяг струни до нульового, зафіксувати координати r_1 кінця струни, з'єднаного з динамометром, виміряти початкову довжину струни ℓ_0 .
3. Включити генератор і ручкою регулювання виставити частоту, позначену міткою на шкалі.
4. Змінюючи натяг струни за допомогою регулюючого гвинта, домогтися утворення стійкої картини стоячої хвилі.
5. Зафіксувати координату r_2 кінця струни, зняти показ динамометра та визначити кількість n пучностей стоячої хвилі.
6. Довільним способом обчислити $\cos \varphi$.
7. Не змінюючи частоту, виконати експеримент з іншими значеннями F та n (пп. 4-6) Результати вимірювань записати в таблицю

№ п/п	ℓ_0 , м	τ , кг/м	r_1 , м	r_2 , м	F_2 , Н	n	$\cos \varphi$	$\Delta \ell = r_2 - r_1$, м	ν , Гц
1									
2									
3									

Обробка результатів експерименту

1. За координатами кінця струни визначити зміну її довжини

$$\Delta \ell = r_2 - r_1.$$

2. Для кожного випадку обчислити частоту ν коливань мультивібратора за виразом (16).
3. Знайти середнє значення частоти, обчислити відносну та абсолютну похибки (методом логарифмування та диференціювання).

Додаткове завдання

Користуючись рівністю (15), експериментально встановити співвідношення між n і T для $\nu = const$. Перевірити, чи відповідають експериментальні значення натягу струни встановленому співвідношенню.

Контрольні запитання

1. Хвильове рівняння. Рівняння бігучої хвилі.
2. Утворення стоячих хвиль. Рівняння стоячої хвилі.
3. Швидкість поширення коливань в струні.
4. Вектор Умова.

Лабораторна робота № 4-6

Вивчення поперечних коливань струни

Мета роботи: виміряти власні частоти поперечних коливань струни з закріпленими кінцями.

Прилади і матеріали: установка з натягнутою струною, генератор імпульсів, постійний магніт, динамометр, мікрометр, з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

1. Опрацювати теоретичні відомості до лабораторної роботи № 4-5 "Визначення частоти коливань мультивібратора".
2. Як відомо, натягнута і закріплена з обох кінців струна може здійснювати коливання, що мають характер стоячої хвилі. Частотний спектр таких коливань є дискретним. Змінивши у виразі для частоти коливань струни (лабораторна робота № 4-5, формула (15)) лінійну густину τ об'ємною густиною ρ струни:

$$\tau = \frac{\pi d^2}{4} \rho$$

отримаємо:

$$v_n = \frac{n}{\ell d} \sqrt{\frac{T}{n\rho}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

де ℓ , d , T - відповідно довжина, діаметр, натяг струни;
 n - кількість пучностей стоячої хвилі.

Частоти (1) називаються власними частотами, а самі коливання – власними або нормальними коливаннями. Коливання з найменшою частотою

ν_1 називається основним тоном; коливання з більш високими частотами називаються обертонами. Обертони, частоти яких в ціле число разів більші за частоту ν_1 , називаються *гармоніками*.

Отже, гармоніки мають частоти, кратні частоті основного тону:

$$\nu_n = n\nu_1, \quad (2)$$

де $n=1, 2, 3, \dots$ - номер гармоніки.

Опис установки

Установка для вивчення коливань струни (рис. 1) складається з струни 1, натягнутої між двома виступами корпусу 2, один кінець якої зв'язаний гвинтом натягу 3, а інший – динамометром 4, призначеним для вимірювання сили натягу. Центр струни 1 знаходиться в полі постійного магніту 5. Через струну протікає змінний струм, джерелом якого є генератор 6; частота струму вимірюється по шкалі генератора.

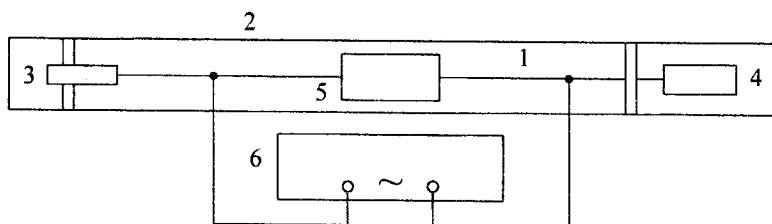


Рис. 1

Внаслідок дії сили Ампера, обумовленої взаємодією струму з полем постійного магніту, струна починає коливатись. Змінюючи частоту генератора, домагаються найбільшої інтенсивності коливного руху струни. У цьому випадку частота генератора співпадатиме з однією з власних частот струни (явище резонансу).

Хід роботи

1. Після перевірки готовності схеми встановити певний натяг струни та визначити силу натягу T , знявши покази динамометра. Виміряти (в кількох місцях) мікрометром діаметр струни d , а лінійкою - її довжину ℓ між точками закріплення.
2. Оцінити за формулою (1) частоту ν_1 та визначити необхідний діапазон частот генератора $\nu_1 \dots \nu_5$.

3. Перемістити постійний магніт в центр струни, включити генератор і, плавно змінюючи частоту, отримати чітку картину коливань, що відповідає першій гармонії. Дослід повторити кілька разів, фіксуючи кожного разу частоту f_1 генератора.

4. Виконати експеримент з третьою та п'ятою гармоніками (п. 3).

5. Повторити вимірювання (пп. 2...4) для інших декількох значень сили натягу струни. Дані записати в таблицю:

№ п/п	ρ , кг/м ³	$10^3 \cdot d$, м	ℓ , м	n	T , Н	f , Гц	ν , Гц

Обробка результатів експерименту

1. За результатами пп. 3-4 вимірювань з формули (1) визначити частоту першої ν_1 , третьої ν_3 та п'ятої ν_5 гармонік. Методом логарифмування і диференціювання визначити відносну та абсолютну похибки.

2. Для кожної гармоніки ν_n знайти середнє значення частоти генератора f_n та порівняти їх. Перевірити виконання рівності (2) для частот ν_n і f_n . Зробити висновок.

3. Знайти частоти (1) для інших значень сили натягу згідно п. 5 вимірювань.

Додаткове завдання

Дослідити вплив положення постійного магніту відносно струни на характер коливань в струні.

Контрольні запитання

1. Бігуча та стояча хвилі; їх рівняння.
2. Власні коливання струни. Виведення формули (1).
3. Механічний резонанс. Амплітуда та частота при виникненні резонансу.

Визначення швидкості звуку в повітрі методом резонансу

Мета роботи: вивчити методику вивчення швидкості звуку в повітрі; дослідити залежність величини швидкості поширення звукових хвиль від частоти.

Прилади і матеріали: установка для вимірювання швидкості звуку, звуковий генератор, підсилювач низької частоти, осцилограф, провідники.

Теоретичні відомості

Звукові хвилі в повітрі – це послідовність стиснень та розріджень повітря, що чергуються в часі і поширюються з певною швидкістю V , яка залежить від пружних властивостей середовища. Відстань між двома сусідніми стисненнями чи розрідженнями називається довжиною хвилі λ . Звукові хвилі в повітрі є поперечними, оскільки газ не чинить опору деформаціям зсуву і коливання частинок можуть відбуватися лише в напрямку розповсюдження хвилі.

Рівняння плоскої бігучої хвилі, яка поширюється в додатному напрямку осі ox , має вигляд:

$$u_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad (1)$$

де u_1 - зміщення коливної точки, A - амплітуда, ω - циклічна частота, $k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - хвильове число. Якщо на шляху хвилі (1) трапляється перешкода, хвиля відбивається від неї і утворюється зустрічна хвиля:

$$u_2 = A \cos(\omega t + kx). \quad (2)$$

Оскільки пряма і відбита хвилі є когерентними, вони інтерферують між собою, в результаті чого виникає **стояча хвиля**.

Скориставшись тригонометричною рівністю

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2},$$

виходячи з рівнянь (1) і (2), знайдемо рівняння стоячої хвилі:

$$u = u_1 + u_2 = 2A \cos kx \cos \omega t. \quad (3)$$

Величина $|2A \cos kx|$ є амплітудою стоячої хвилі.

При виведенні рівності (3) ми припустили, що відбивання хвилі є повним.

Розглянемо більш загальний випадок. Нехай маємо деяку трубу, в середині якої може переміщуватися поршень з пружною стінкою (рис.1). Збудимо коливання біля відкритого кінця труби, викликавши появу в ній хвилі (1). Дійшовши до поршня, хвиля відбиватиметься від його пружної стінки, породжуючи зустрічну хвилю. У випадку часткового відбивання амплітуда відбитої хвилі $B < A$; крім того, відбита хвиля зазнає стрибка фази коливань, що залежить від властивостей пружної стінки поршня. Отже, відбита хвиля буде описуватись рівнянням

$$u_2 = B \cos(\omega t + kx + \delta), \quad (4)$$

а рівняння результуючої хвилі матиме вигляд

$$u_{xe} = u_1 + u_2 = A \cos(\omega t - kx) + B \cos(\omega t + kx + \delta). \quad (5)$$

У рівностях (4) і (5) δ - початкова фаза відбитої хвилі, що залежить від довжини труби, а також властивостей пружної стінки поршня.

Розгорнувши косинуси за формулами

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta,$$

та згрупувавши відповідні члени, рівність (5) легко звести до вигляду

$$u_{xe} = [A \cos kx + B \cos(kx + \delta)] \cos \omega t + [A \sin kx - B \sin(kx + \delta)] \sin \omega t. \quad (6)$$

Порівнюючи отриманий результат (6) з формулою (3), робимо висновок, що хвиля, яка поширюється в трубі, є суперпозицією двох стоячих хвиль частоти ω з амплітудами

$$\begin{aligned} u_{cm.1} &= |A \cos kx + B \cos(kx + \delta)|, \\ u_{cm.2} &= |A \sin kx - B \sin(kx + \delta)|, \end{aligned} \quad (7)$$

фази коливань яких в кожній точці зміщені на $\frac{\pi}{2}$ одна відносно іншої.

Скористуємось методом векторних діаграм і виразимо амплітуду результуючої хвилі:

$$u_{xe} = \sqrt{u_{cm.1}^2 + u_{cm.2}^2}. \quad (8)$$

Підставивши в рівність (8) значення $u_{cm.1}$ та $u_{cm.2}$ з (7), знайдемо амплітуду хвилі на стінці поршня, тобто в точці $x = \ell$, де ℓ - довжина труби:

$$u_{xe} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(2k\ell + \delta)}. \quad (9)$$

Отже, як видно з формули (9), при переміщенні поршня вздовж труби амплітуда хвилі на стінці поршня буде періодично змінюватись від най-

меншого до найбільшого її значення. Максимум амплітуди досягатиметься, коли частота збуджуваних коливань співпадатиме з однією з власних частот коливань повітря в трубі, тобто при настанні явища резонансу. Очевидно, в цьому випадку початкова фаза δ не залежатиме від довжини труби ℓ , а визначатиметься лише властивостями пружної стінки поршня, тобто буде величиною сталою:

$$\delta = \delta_0.$$

Максимум амплітуди (9) виникатимуть при умові $\cos(2k\ell + \delta_0) = 1$ або $2k\ell + \delta_0 = 2n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$, звідки довжина труби при настанні резонансу дорівнюватиме

$$\ell = \left(n - \frac{\delta_0}{2\pi} \right) \frac{\lambda}{2}. \quad (10)$$

Переміщення

$$\ell_m - \ell_{m-1} = \left[\left(m - \frac{\delta_0}{2\pi} \right) - \left(m - 1 - \frac{\delta_0}{2\pi} \right) \right] \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}. \quad (11)$$

Виразивши λ

$$V = \lambda v = 2(\ell_m - \ell_{m-1})v, \quad (12)$$

де v - частота генератора, m - довільний резонансний стан (максимум), ℓ_m - відповідна довжина труби.

Очевидно, результат експерименту не зміниться при заміні максимумів амплітуди звукової хвилі мінімумами.

Опис установки

Установка для вимірювання швидкості звуку в повітрі (рис. 1) складається з скляної труби 1, поблизу кінця якої знаходиться телефон 2, гучність і тон звучання якого задаються звуковим генератором 3. З мікрофону 4, який можна переміщувати вздовж труби 1, за допомогою підсилювача 5

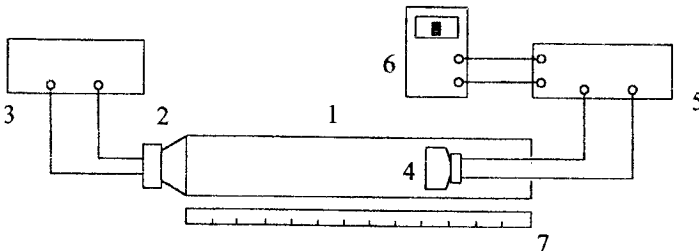


Рис. 1

сигнал подається на осцилограф 6. При русі мікрофону 4 вздовж труби 1 максимумам звучання сигналу відповідають найдовші світні лінії на екрані осцилографа 6, фіксуючи які, визначають довжину труби 1 при настанні резонансу, користуючись лінійкою 7.

Хід роботи

1. Зібрати установку згідно рис.1 та після перевірки готовності включити прилади в мережу.
2. Встановити певну частоту генератора з діапазону 500...1000 Гц та відрегулювати прийнятну гучність звучання.
3. Віддаляючи мікрофон від телефону вздовж труби, послідовно знайти можливі резонансні стани за максимумами сигналу на екрані осцилографа, вимірюючи кожного разу довжину труби ℓ_1, ℓ_2, \dots
4. Виконати експеримент з мінімумами амплітуди звукової хвилі.
5. Повторити вимірювання для інших частот вище вказаного діапазону (пп. 2...4).
6. Виміряти температуру в лабораторії.

Дані занести в таблицю

№ п/п	, Гц	ℓ_1 , м	ℓ_2 , м	ℓ_3 , м	ℓ_4 , м	T, К	V, м/с	$V_{теор}$, м/с

Обробка результатів експерименту

1. Для кожного значення частоти вимірювань визначити величини швидкості звуку за формулою (12) відповідно числу знайдених максимумів, мінімумів. Отримані результати усереднити.
2. Знайти середнє значення швидкості звуку в повітрі для всього частотного діапазону. Методом логарифмування та диференціювання обчислити похибки експерименту.
3. Визначити теоретичне значення швидкості звуку за формулою:

$$V_{теор} = \sqrt{\gamma RT / \mu},$$

де $\gamma = 1,4$ - показник адиабати для повітря;

$R = 8,31$ Дж/моль · К – універсальна газова стала;

$\mu = 0,029$ кг/моль – молярна маса повітря;

T - абсолютна температура повітря.

4. Порівняти експериментальне значення швидкості звуку з теоретичним. Зробити висновок.

Додаткове завдання

Дослідити залежність експериментально визначених значень швидкості звуку від частоти та порівняти з даними теорії. Функцію $V = f(\nu)$ зобразити графічно. Результати пояснити.

Контрольні запитання

1. Механічні хвилі. Рівняння бігучої та стоячої хвилі.
2. Звук. Характеристики звуку. Швидкість поширення звукових хвиль.
3. Диференційне рівняння вимушених коливань і його розв'язок. Амплітуда і фаза вимушених коливань.

Лабораторна робота № 4-8

Визначення швидкості звуку в повітрі методом інтерференції

Мета роботи: вивчити методи визначення швидкості звуку в повітрі методом інтерференції.

Прилади і матеріали: генератор звукових коливань, телефон, прилад Квінке.

Теоретичні відомості

1. Рівняння бігучої хвилі.

Розглянемо процес розповсюдження коливань, джерелом якого є точка 0 (рис.1), яка коливається гармонічно за законом

$$y = y_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Нехай коливання точки почалось в момент $t = 0$. Сусідні точки почнуть коливання з тією самою амплітудою та частотою ω , що і точка 0, але з дея-

ким спізненням. Початок коливань точки B , яка знаходиться на відстані x від джерела, спізниться від початку коливань точки O на час $\tau = \frac{x}{V}$, де V – швидкість хвилі в даному середовищі.

Якщо величина відхилення точки O від положення рівноваги в момент t дорівнює $y(0, t) = y_0 \cos \omega t$, то внаслідок запізнення відхилення точки B в той же момент t буде таке, яке було відхилення точки O раніше на час τ , тобто,

$$y(x, t) = y(0, t - \tau) = y_0 \cos \omega(t - \tau),$$

$$y(x, t) = y_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right). \quad (2)$$

Рівняння (2) називається рівнянням бігучої хвилі. Таким чином, з рівняння (2) виходить, що зміщення довільної точки залежить від двох змінних – відстані x від точки до джерела та часу спостереження t .

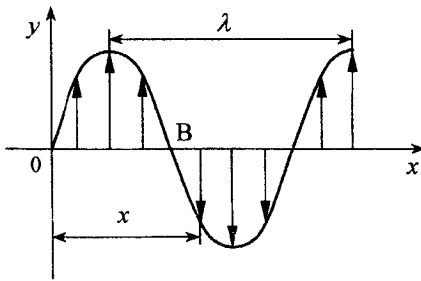


Рис. 1

Відстань, на яку розповсюджуються коливання за один період, називається довжиною хвилі λ :

$$\lambda = VT, \quad (3)$$

де T – період коливань.

Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то рівняння

бігучої хвилі можна записати у вигляді:

$$y(x, t) = y_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x}{VT} \right) = y_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \quad (4)$$

Якщо порівняти останній вираз з рівняння (1), то можна побачити, що коливання точки з координатою x зсунуті по фазі відносно коливань у точці O на $\frac{2\pi x}{\lambda}$.

Швидкість розповсюдження коливань можна подати в вигляді

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu, \quad (5)$$

де $\nu = \frac{1}{T}$ – частота коливань.

2. Інтерференція хвиль. Поняття про когерентність.

Розглянемо додавання двох синусоїдальних хвиль одного періоду (частоти), які виникають в однорідному та ізотропному середовищі від точкових джерел S_1 та S_2 , циклічні частоти гармонічних коливань яких дорівнюють ω_1 та ω_2 , а початкові фази відповідно α_1 та α_2 . Нехай коливання, які спричиняються ними в довільній точці M однаково направлені та задовольняють рівнянням

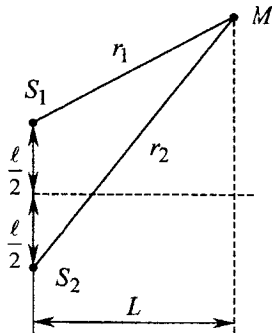


Рис. 2

$S_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \alpha_1) = A_1 \cos \varphi_1$,
 $S_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \alpha_2) = A_2 \cos \varphi_2$.

За принципом суперпозиції, результуюче коливання в точці M буде описуватись за формулою

$$S = S_1 + S_2 = A \sin \varphi.$$

Для знаходження результуючих амплітуди A та фази φ скористаємося методом векторних діаграм рис.3. З рисунка бачимо:

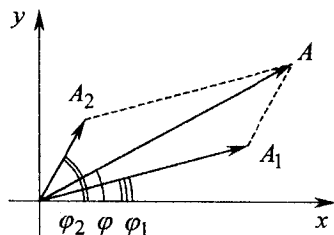


Рис. 3

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Оскільки $k = \frac{\omega}{V}$, де V – фазова швид-

кість хвилі, то

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - \left(\frac{\omega_2 r_2}{V_2} - \frac{\omega_1 r_1}{V_1} \right) + (\alpha_2 - \alpha_1). \quad (7)$$

З формули (6) бачимо, що при накладанні синусоїдальних хвиль, для яких $\omega_1 \neq \omega_2$, амплітуда A результуючого коливання в довільній точці середовища залежить від часу, тобто результуючі коливання будуть негармонічними.

Амплітуда A буде змінюватись в межах від $|A_1 - A_2|$ до $A_1 + A_2$, та циклічна частота коливань амплітуди співпадає з циклічною частотою зміни

фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ і дорівнює $\varpi_2 - \varpi_1$.

Якщо ця частота достатньо велика, то реєструючий прилад не буде встигати реагувати на зміни величини A і буде показувати лише деяке середнє значення.

Знайдемо середнє значення $\langle A^2 \rangle$ квадрату амплітуди за час, що дорівнює періоду τ її зміни:

$$\langle A^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau A^2 dt = \frac{1}{2} \int_0^\tau [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] dt,$$

$$\langle A^2 \rangle = A_1^2 + A_2^2 + \frac{2A_1A_2}{\tau} \int_0^\tau \cos(\varphi_2 - \varphi_1) dt.$$

Оскільки за час τ різниця $\varphi_2 - \varphi_1$ змінюється на 2π , то

$$\int_0^\tau \cos(\varphi_2 - \varphi_1) dt = 0 \quad \text{та} \quad \langle A^2 \rangle = A_1^2 + A_2^2. \quad (8)$$

Таким чином, при накладанні так званих некогерентних синусоїдальних хвиль, для яких $\varpi_1 \neq \varpi_2$ середнє значення квадрата амплітуди результуючої хвилі дорівнює сумі квадратів амплітуд вихідних хвиль.

Розглянемо тепер накладання когерентних хвиль.

Когерентними називаються хвилі, які характеризуються однаковою частотою ϖ та різниця фаз $\Delta\varphi$ яких не залежить від часу. Тобто якщо $\varpi_1 = \varpi_2$ та враховуючи, що при цьому в однорідному ізотропному середовищі $V_1 = V_2 = V$, отримуємо:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\varpi(r_2 - r_1)}{V} + (\alpha_2 - \alpha_1) = -k(r_2 - r_1) + (\alpha_2 - \alpha_1).$$

Тому формулу (6) можна переписати:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[k\Delta r - (\alpha_2 - \alpha_1)] \quad (9)$$

Величина $\Delta r = r_2 - r_1$, називається геометричною різницею ходу хвиль (від їх джерел S_1 та S_2 до довільної точки M).

Оскільки $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}$ та $k = \text{const}$, то бачимо, що різниця фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ та амплітуда A не залежать від часу.

Амплітуда результуючого коливання максимальна ($A = A_1 + A_2$) в усіх точках M , для яких аргумент косинуса дорівнює парному числу π :

$$k\Delta r + (\alpha_1 - \alpha_2) = \pm 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (10)$$

чи, замінивши k на $\frac{2\pi}{\lambda}$, одержимо

$$\Delta r = \pm m \lambda + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\pi} \lambda.$$

Якщо $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, то

$$\Delta r = \pm m \lambda.$$

Очевидно, що амплітуда результуючого коливання мінімальна

($A = |A_1 + A_2|$) в усіх точках M , для яких

$$k\Delta r + (\alpha_1 - \alpha_2) = \pm(2m - 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (11)$$

або

$$\Delta r = \pm(2m - 1) \frac{\lambda}{2} + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\pi} \lambda.$$

Якщо $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, то умова мінімуму амплітуди запишеться так

$$\Delta r = \pm(2m - 1) \frac{\lambda}{2}.$$

При накладанні когерентних хвиль квадрат амплітуди та енергія результуючої хвилі, взагалі кажучи, відрізняються від суми відповідно квадратів амплітуд та енергій вихідних хвиль. Так в усіх точках M , які задовольняють умову (10)

$$A_{\max}^2 = (A_1 + A_2)^2 > (A_2^2 + A_1^2),$$

а в точках M , які задовольняють умову (11)

$$A_{\min}^2 = (A_1 + A_2)^2 < (A_2^2 + A_1^2).$$

Явище накладання хвиль, при якому виникає стійке в часі їх взаємне підсилення в одних точках простору та послаблення в інших в залежності від співвідношення між фазами цих хвиль, називається інтерференцією.

Інтерферувати можуть тільки когерентні хвилі, якщо їм відповідають коливання, які проходять вздовж одного і того чи близьких напрямів.

Отже, якщо в різниці ходу когерентних хвиль вкладається парне число півхвиль, то в результаті їх накладання, отримаємо максимальну амплітуду результуючого коливання, тобто в точці спостереження будемо спостерігати максимум інтерференції. Якщо ж в різниці ходу вкладається непарне число півхвиль, то отримаємо мінімальну амплітуду, тобто спостерігаємо мінімум інтерференції.

Розглянемо явище інтерференції на прикладі розповсюдження звукових хвиль від одного джерела T вздовж труби K (рис.4).

Нехай довжина шляху вздовж труби 1 до довільної точки дорівнює x , а вздовж труби 2 - $x + d$. Очевидно, правіше точки обидві хвилі розповсю-

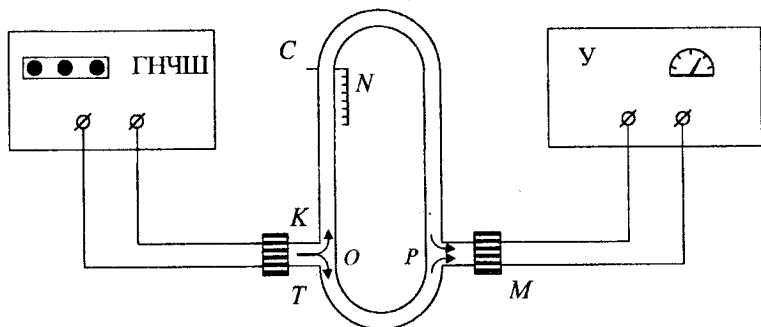


Рис. 4

джуються з постійною різницею ходу, яка дорівнює d . Запишемо рівняння хвиль, які виходять з труб 1 та 2:

$$y_1 = y_0 \sin \varpi \left(t - \frac{x}{V} \right), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= y_0 \sin \varpi \left(t - \frac{x+d}{V} \right) = y_0 \cdot \sin \left[\varpi \left(t - \frac{x}{V} \right) - \frac{\varpi d}{V} \right] = \\ &= y_0 \cdot \sin \left[\varpi \left(t - \frac{x}{V} \right) - \frac{2\pi}{\lambda} d \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Якщо порівняти рівняння (12) та (13), можна побачити, що постійна різниця ходу d спричиняє постійну різницю фаз $\frac{2\pi d}{\lambda}$. Результуюче коливання в точці C буде дорівнювати сумі коливань y_1 та y_2 :

$$y = y_1 + y_2 = 2y_0 \cos \frac{\pi}{\lambda} d \sin \left[\varpi \left(t - \frac{x}{V} \right) - \frac{\pi}{\lambda} d \right]. \quad (14)$$

Останнє рівняння описує бігучу хвилю, амплітуда якої дорівнює $2y_0 \cos \frac{\pi}{\lambda} d$. Якщо $\cos \frac{\pi}{\lambda} d = 0$, то амплітуда коливань рівна нулю, т.б. хвилі повністю гасять одна одну (якщо амплітуда коливань y_1 та y_2 різні, то в таких випадках одержимо мінімум коливань). Очевидно, умова мінімумів має вигляд:

$$\frac{\pi d}{\lambda} = (2n+1) \frac{\pi}{2},$$

тобто

$$d = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (15)$$

Якщо $\cos \frac{\pi}{\lambda} d = 1$, то амплітуда коливань буде максимально, тобто будемо спостерігати підсилення хвиль. Отже, умова максимумів має вигляд

$$\frac{\pi d}{\lambda} = n\pi,$$

тобто

$$d = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2}. \quad (16)$$

Таким чином, максимум інтерференції одержимо тоді, коли друга труба довша першої на парне число півхвиль.

Опис установки

Схема установки для визначення швидкості звуку методом інтерференції зображена на рис.4. До стіни нерухомо прикріплена вигнута труба B , в яку зверху входить подібна їй труба C меншого діаметру. Трубу C можна всувати в трубу B та висувати. В правому коліні труби зроблено отвір O , через який вона з'єднується за допомогою гумової трубки K з телефоном T , який підключено до звукового генератора ГНЧШ. Цей генератор являє собою електронний прилад, що збуджує синусоїдальний змінний струм, частоту останнього можна змінювати в межах від 500...1500 Гц. На лицьовій панелі звукового генератора знаходяться три рукоятки:

Z_1 – перемикач діапазонів частот,

Z_2 – рукоятка для регулювання гучності звуку (амплітуди коливань),

Z_3 – рукоятка плавної настройки на частоту.

Змінний струм, що збуджується генератором, проходить через котушки телефону T , в наслідок чого його мембрана почне колитись.

Звукові хвилі, які розповсюджуються вздовж труби попадають у прилад Квінке та розгалужуються: частина їх розповсюджується вздовж коротшого коліна, частина – вздовж довшого. Далі ці хвилі знов сходяться біля отвору P . Для того, щоб збільшити точність вимірів, установка обладнана мікрофоном, що розташований в точці збігу звукових хвиль P . Мікрофон з'єднаний з входом підсилювача. На лицьовій панелі підсилювача розташований стрілочний прилад, покази якого дозволяють чітко спостерігати максимуми та мінімуми інтерференції.

Оскільки звукові хвилі утворилися одним джерелом, то вони будуть когерентними. Тому внаслідок інтерференції в отворі P в залежності від різниці ходу розповсюдження хвиль за допомогою індикатора будемо спостерігати максимум та мінімум інтерференції.

Якщо ми будемо всувати чи висувати трубу C , то можна добитися того, щоб різниця ходу хвиль була рівна парному числу півхвиль, тоді в отворі P отримаємо максимум інтерференції. При цьому на індикаторі ми спостерігаємо максимальне відхилення стрілки від нуля. При непарному числі півхвиль отримаємо мінімум інтерференції. Таким чином, можемо визначити довжину λ звукової хвилі, якщо будемо знати на скільки перемістився покажчик на трубі при переході від одного максимуму до другого.

Позначимо через d відстань, на яку перемістився покажчик при переході від одного максимуму до другого. Тоді для першого максимуму (16)

$$d_1 = 2n \frac{\lambda}{2},$$

а для другого

$$d_2 = 2(n+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Оскільки при зміщенні покажчика N на величину ℓ довжина шляху по верхній трубі збільшилась на 2ℓ , то $d_2 = d_1 + 2\ell$, звідки

$$\ell = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \frac{\left[2(n+1) \frac{\lambda}{2} - 2n \frac{\lambda}{2} \right]}{2} = \frac{\lambda}{2}.$$

Отже, $\lambda = 2\ell$.

Якщо підставимо значення λ в формулу (5), одержимо вираз для визначення швидкості звуку в повітрі:

$$V = 2\ell v. \quad (17)$$

Хід роботи

1. Ввімкнути генератор ГНЧШ тумблером "Сеть".
2. Заглибити кнопку "x 10" та ручкою "Частота, Гц" встановити частоту звуку 800 Гц.
3. Ввімкнути підсилювач тумблером "ВКЛ", що розташований на лицьовій панелі підсилювача. Ручкою "Чувствительность" стрілку приладу ви-

ставити в середнє положення.

4. Переміщувати трубу C , визначити за спостереженням стрілки та покажчика N точне положення максимумів та мінімумів інтерференції. Записати поділку шкали, проти якої при цьому стоїть покажчик N .
5. Записати положення всіх максимумів.
6. Вимірювання повторити для частот 1000 і 1200 Гц.

Обробка результатів експерименту

1. Розрахувати значення ℓ_i , які дорівнюють $\ell_1 = n_2 - n_1$, $\ell_2 = n_3 - n_2$, ...
2. За формулою (17) визначити швидкість звуку для даної температури.
3. Визначити середнє значення \bar{V} .
4. Оцініть точність вимірів.

Додаткові завдання

1. Дослідити залежність швидкості звуку в повітрі від частоти задаючого генератору.

2. Порівняти одержаний результат з теоретичними виразами для швидкості звуку в адіабатичному наближенні $V_{3\theta} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$ та в ізотермічному на-

ближенні $V_{3\theta} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$ та проаналізувати одержані результати.

ближенні $V_{3\theta} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$ та проаналізувати одержані результати.

Контрольні запитання

1. Довести рівняння бігучої хвилі.
2. У чому полягає явище інтерференції?
3. Довести умову утворення максимумів та мінімумів амплітуди результуючої хвилі.
4. Які причини не дозволяють досліджувати залежність $V = f(\nu)$ у широкому частотному інтервалі?
5. Зробити розрахунок інтерференційної картини від двох точкових джерел.

Вивчення резонансу напруг і струмів

Мета роботи: дослідження вимушених електричних коливань в найпростіших колах, які містять реактивні і активні опори; спостереження резонансу напруг і струмів.

Прилади і матеріали: амперметри, вольтметри батарея конденсаторів, котушки змінної індуктивності, понижуючий трансформатор, реостат, з'єднувальні провідники.

Теоретичні відомості

В електричних колах, до складу яких поряд з омичним опором входять реактивні елементи, а саме: конденсатори, котушки індуктивності можливе виникнення коливань сили струму, напруги. Ці коливання обумовлені тим, що в колі відбуваються періодичні перетворення енергії: енергія магнітного поля котушки індуктивності перетворюється в енергію електричного поля конденсатора і навпаки. Наявність активного опору приводить до необоротних втрат енергії на нагрівання провідників внаслідок чого коливання врешті решт затухають. Якщо в коло ввімкнута джерело змінної напруги, то поряд з власними будуть відбуватися також коливання, частота яких співпадає з частотою зовнішньої ЕРС, тобто так звані вимушені коливання. Оскільки власні коливання затухають, а втрати енергії вимушених коливань компенсуються за рахунок зовнішнього джерела, то після затухання власних коливань в колі здійснюватимуться лише вимушені коливання, які можуть супроводитися резонансними явищами. Характер і особливості резонансу суттєво залежать від способу з'єднання реактивного і омичного опорів.

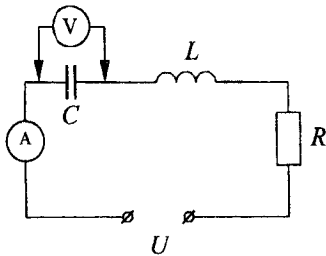


Рис. 1

В нерозгалуженому колі, яке зображене на рис.1, тобто при послідовному з'єднанні котушки індуктивністю L , конденсатора ємністю C і спостерігається резонанс напруг.

Нехай зовнішня напруга, яка і забезпечує вимушені коливання, змінюється за гармонічним законом з частотою ω і амплітудою U_0 , тобто:

$$U = U_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Оскільки частота вимушених коливань співпадає з частотою вимушуючої сили, то для сили струму можемо записати:

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

де I_0 , φ - відповідно сили струму і зсув фаз між струмом і напругою в колі. Для знаходження I_0 і φ звернемося до закону Ома, за яким

$$U_C + U_L = U + \varepsilon_i. \quad (3)$$

Тут U_C , U_L - напруга між обкладками конденсатора, спад напруги на активному опорі, а ε_i - електрорушійна сила самоіндукції.

Оскільки

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4)$$

$$U_R = IR, \quad (5)$$

$$U_C = \frac{q}{C}, \quad (6)$$

то підстановкою (4)...(6) в (3) одержуємо

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = U_0 \cos \omega t. \quad (7)$$

Зауваживши, що

$$q = \int Idt \quad (8)$$

та врахувавши залежність сили струму від часу (2) для заряду обкладок конденсатора, знаходимо:

$$q = I_0 \int \cos(\omega t + \varphi) dt = \frac{I_0}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{I_0}{\omega} \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \quad (9)$$

Вважаючи, що співвідношення (2) є розв'язком рівняння вимушених коливань (7) після підстановки (2) і (9) в (7) повинні отримати тотожність. Ця підстановка дає:

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + I_0 R \cos(\omega t + \varphi) = U_0 \cos \omega t. \quad (10)$$

Отже, підібравши I_0 і φ так, щоб рівність (10) виконувалась тотожно, ми переконаємось, що вимушені коливання в даному колі справді описуються рівнянням (2). Згідно (10) ліва частина - сума гармонічних коливань з рівними частотами. А тому для складання коливань зручно використати векторні діаграми. Враховуючи, що різниця фаз між першим і другим до-

данком складає $\frac{\pi}{2}$, одержуємо векторну діаграму рис.2.

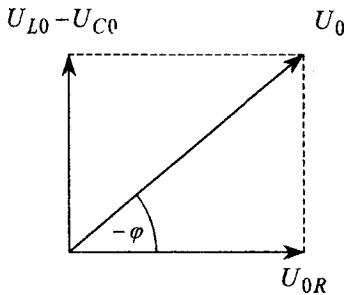


Рис. 2

Тут $U_{0R} = I_0 R$,

$$U_{0L} - U_{0C} = I_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right). \quad (11)$$

Очевидно, що

$$U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2 = U_0^2,$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{0C} - U_{0L}}{U_{0R}}. \quad (12)$$

Підстановкою (11) в (12) одержуємо:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C} \right)^2}}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}. \quad (14)$$

Із співвідношення (13) випливає, що при зростанні частоти амплітуда сили струму спочатку зростає, проходить через максимум, після чого зменшується, прямуючи до нуля. Максимальне значення амплітуди досягається, якщо частота

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15)$$

Зростання амплітуди сили струму в нерозгалуженому колі при частоті, яка визначається умовою (15) називається резонансом напруг.

З векторної діаграми (рис.2) бачимо, що при резонансі напруг $\operatorname{tg} \varphi = 0$ і $U_{0L} = U_{0C}$. В силу того, що напруги U_L і U_C змінюються в протилежних фазах, то спад напруги $U_L + U_C$ на реактивних елементах схеми (рис.1) при резонансі дорівнює нулю. Застосовуючи закон Ома для ділянки, яка містить L і C , переконуємось, що виконання умови (15) забезпечує рівність нулю реактивного опору цієї ділянки. В цьому і полягає причина резонансу напруг. Легко переконатись, що при певних співвідношеннях між L , C і R , амплітуди U_{0L} і U_{0C} можуть перевищувати U_0 . Саме з цією обставиною зв'язана як назва резонансу в послідовному з'єднанні L , C і

R , так і обширна область застосування резонансу напруг в радіотехніці і електротехніці.

Якісно інший характер резонансу в колі з паралельним з'єднанням котушки індуктивності і конденсатора, яке зображене на рис.3.

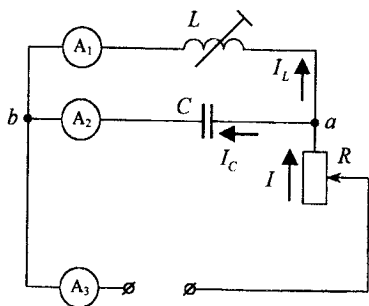


Рис. 3

Як і в попередньому випадку потрібно знайти амплітуду сили струму і зсув фаз між струмом і напругою. Перш за все зауважимо, що при паралельному з'єднанні $U_L = U_C$. Врахувавши зв'язок між амплітудами напруг і струмів:

$$I_{0L} \omega L = U_{0L}; \quad \frac{I_{0C}}{\omega C} = U_{0C}, \quad (16)$$

одержуємо співвідношення між амплітудними значеннями струмів:

$$I_{0L} \omega L = \frac{I_{0C}}{\omega C}, \quad (17)$$

З рівності (17) випливає, що

$$I_{0C} = \omega^2 LC I_{0L}. \quad (18)$$

Застосуємо до вузла a перше правило Кірхгофа. При цьому прийемо до уваги, що струм через котушку індуктивності відстає, а струм через конденсатор випереджає напругу по фазі на $\frac{\pi}{2}$. Внаслідок цього струми I_L і I_C змінюються в протилежних фазах. А тому

$$I_0 = |I_{0L} - I_{0C}| = I_{0L} |1 - \omega^2 LC|, \quad (19)$$

де враховано співвідношення (18).

Запишемо тепер для ділянки $RaLb$ закон Ома

$$U_L + U_R = U. \quad (20)$$

Кожен з доданків у лівій частині (20) – гармонічне коливання частоти ω , а тому для їх складання побудуємо відповідну діаграму (рис.4).

Тут $U_{0R} = RI_0$,

$$U_{0L} = \omega L I_{0L} = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} I_0. \quad (21)$$

U_{0R} , U_{0L} - амплітуди напруг на активному опорі і котушці індуктивності.

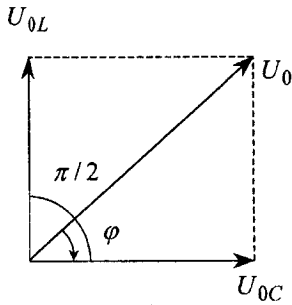


Рис. 4

З векторної діаграми маємо:

$$U_{0L}^2 + U_{0R}^2 = U_0^2. \quad (22)$$

Підстановка (21) в (22) після простих перетворень дає:

$$I_0 = \frac{U_0 - |1 - \omega^2 LC|}{\sqrt{R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (23)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{0L}}{U_{0R}} = \frac{\omega L(\omega^2 LC - 1)}{R}. \quad (24)$$

Очевидно, що при співпаданні частоти зовнішнього джерела з резонансною, яка визначається рівністю (15), відбувається різке зменшення сили струму I_0 , причому згідно (22) $I_{0R} = 0$. Із співвідношення (19) отримуємо, що амплітуди I_{0C} і I_{0R} при резонансі рівні між собою. Тому резонанс при паралельному з'єднанні L і C елементів називається резонансом струмів. Зменшення I_0 при резонансі струмів спричиняється тим, що на резонансній частоті реактивний опір кола досягає максимуму. Практичне використання резонансу струмів в значній мірі обумовлене тим, що при певному співвідношенні між параметрами амплітудні значення I_L , I_C можуть набагато перевищувати I_0 .

Хід роботи

Завдання 1. Резонанс напруг.

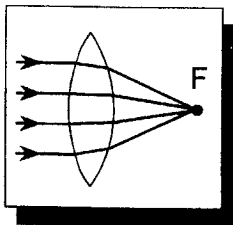
1. Скласти схему згідно рис.1.
2. Ввімкнути реостат на повний опір.
3. Підібрати оптимальну величину ємності батареї конденсаторів.
4. Перемістити осердя котушки до упору.
5. Ввімкнути схему, висовуючи сердечник з котушки через кожні 5 мм. Виміряти значення сили струму.
6. Побудувати графік залежності сили струму від переміщення осердя для трьох різних значень опору.
7. Обчислити індуктивність котушки, враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, де ν - частота промислового струму.
8. Вимірявши U_L , U_C , U , встановити співвідношення між амплітудами напруг.

Завдання 2. Резонанс струмів.

1. Скласти схему за рис.3.
2. Ввімкнути схему так, як і в завданні 1.
3. Переміщуючи осердя на 5 мм, виконати вимірювання струмів I , I_L , I_C .
4. Побудувати графіки залежності сили струму від переміщення осердя для трьох різних опорів.
5. Знайти індуктивність котушки за формулою (15).
6. Встановити співвідношення між I , I_L , I_C при резонансі.

Контрольні запитання

1. Електричний коливальний контур. Формула Томсона.
2. Вимушені електричні коливання в нерозгалуженому колі.
3. Вимушені коливання при паралельному з'єднанні реактивних елементів.
4. Параметричні коливання. Параметричний резонанс.



Оптика

Лабораторна робота № 5-1

Визначення головної фокусної віддалі оптичних систем

Мета роботи: оволодіти методикою визначення головної фокусної віддалі лінз та оптичних систем.

Прилади і матеріали: оптична лава, набір лінз, екран, освітлювач.

Теоретичні відомості

Для точного визначення головної фокусної віддалі збірної лінзи чи системи лінз користуються методом Гаусса-Бесселя.

Розглянемо формулу тонкої збірної лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (1)$$

де d - віддаль від предмету до оптичного центру лінзи;

f - віддаль від оптичного центру лінзи до чіткого зображення його на екрані;

F - головна фокусна віддаль лінзи.

Для цієї мети можна використати формулу (1). Однак величини d і f на практиці визначити точно неможливо, тому що у загальному випадку положення оптичного центру лінзи невідоме. Тому поступають таким чином. Перед усім відмітимо, що формула (1) не змінює свого вигляду, якщо d і f поміняти місцями. Це значить, що коли на місці чіткого зображення предмета помістити сам предмет, то його зображення одержимо в тому місці, де раніше знаходився предмет. Говорять, що віддалі d і f самоспряжені.

В дійсності переміщувати предмет не обов'язково. Одержавши, наприклад, чітке обернене і збільшене зображення предмету на екрані $A'B'$, вимірюють віддаль D від предмета до екрана, а потім, не змінюючи їх поло-

ження, переміщують лінзу L в положення L_1 так, щоб одержати чітке обернене й зменшене зображення предмету $A'B'$, що зображено на рис. 1.

Тобто, за допомогою лінзи можна одержати два чітких зображення. Одне з них, збільшене, що знаходиться на віддалі f від лінзи, а друге, зменшене – на віддалі d від неї.

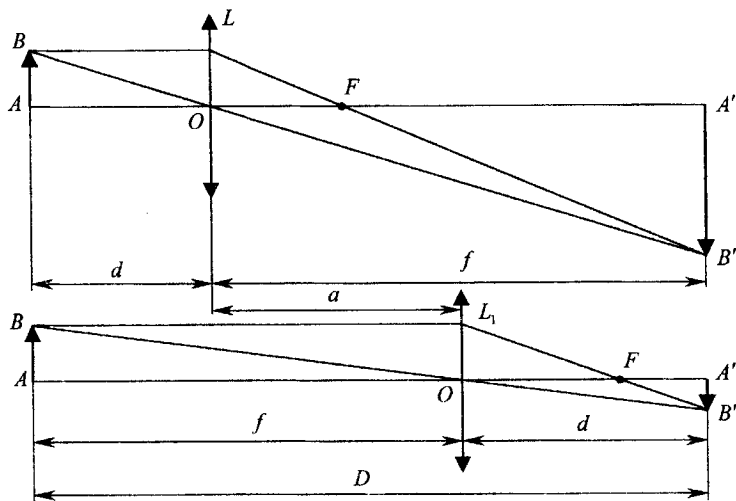


Рис. 1

Позначимо зміщення оптичного центру лінзи O через a . Величину a можна виміряти переміщенням будь-якої точки лінзи L , оскільки при її рухові положення оптичного центра відносно лінзи не змінюється. Ця обставина дозволяє подолати відмічене вище утруднення, оскільки переміщення самого оптичного центра лінзи можна замінити переміщенням будь-якої мітки на штативі цієї лінзи.

З рис. 1 випливає: $D = d + f$, $a = f - d$.

Звідси знаходимо: $f = \frac{D+a}{2}$, $d = \frac{D-a}{2}$.

Підставивши ці значення d і f в формулу (1), одержуємо:

$$F = \frac{D^2 - a^2}{4D}. \quad (2)$$

Установка для виконання роботи змонтована на оптичній лаві, де розташовані освітлений предмет, екран та рухомий штатив для закріплення лінз.

Хід роботи

Завдання 1. Визначення головної фокусної віддалі збіраної лінзи.

1. Закріпити досліджувану лінзу в штативі.
2. Ввімкнути освітлювач. Переміщуючи лінзу, добитись чіткого зображення предмету на екрані і зафіксувати положення мітки на штативі лінзи.
3. Переміщуючи лінзу, добитись нового чіткого зображення предмету на екрані і зафіксувати це положення мітки.
4. Знайти віддалі D і a . Результати занести в таблицю.
5. Виконати пункти 1...4 для другої збірної лінзи.

Завдання 2. Визначення головної фокусної віддалі системи лінз та розсівної лінзи.

1. Скласти разом дві збірні лінзи, досліджувані в першому завданні, і закріпити їх в штативі.
2. Виконати п.п. 1...4 завдання 1.
3. Скласти разом розсівну лінзу з такою збіраною лінзою, щоб одержана оптична система давала на екрані дійсне зображення.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (2) знайти головні фокусні віддалі обох досліджуваних збірних лінз.
2. За формулою (2) знайти головну фокусну віддаль оптичної системи двох збірних лінз.
3. Переконатись, що при дотику двох тонких лінз загальна оптична сила системи дорівнює сумі оптичних сил обох лінз:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}. \quad (3)$$

4. За формулою (2) вирахувати головну фокусну віддаль оптичної системи з розсіювальною лінзою.
5. Використовуючи співвідношення (3), вирахувати головну фокусну віддаль розсіювальної лінзи.
6. Результати всіх розрахунків занести в таблицю, знайти похибки вимірювань, зробити висновки по роботі.

Дослід	$D \pm \Delta D$, см	$a \pm \Delta a$, см	$F \pm \Delta F$, см	ε , %
1 збірна				
2 збірна				

З збірна система 1 – 2 система 1 – 3				
--	--	--	--	--

Дослідницьке завдання

1. Знайти світлосилу лінз.
2. Знайти збільшення лінз.

Контрольні запитання

1. Дати визначення лінзи, тонкої лінзи, оптичного центра, оптичної осі, фокальних площин, головних фокусів та оптичної сили лінзи.
2. Побудова зображень в лінзах (за завданням викладача).
3. Назвати окремі недоліки зображень, одержаних лінзами.

Лабораторна робота № 5-2

Визначення показника заломлення рідин за допомогою рефрактометра

Мета роботи: вивчити принцип дії рефрактометра, засвоїти методику вимірювання показників заломлення з його допомогою, визначити показник заломлення досліджуваних рідин.

Прилади і матеріали: рефрактометр ИРФ-22, дистильована вода, набір розчинів різної концентрації, освітлювач, салфетки.

Теоретичні відомості

Рефрактометром називається прилад для вимірювання показників заломлення світлових променів в твердих, рідких та газоподібних середовищах.

Принцип дії рефрактометра заснований на явищі, оберненому до явища повного внутрішнього відбивання.

Внутрішнє відбивання спостерігається при переході світлових променів

з оптично більш густого середовища в оптично менш густе.

Головною частиною рефрактометра являються дві призми (рис.1), виготовлені з флінтгласу ($n=1,72$). Між призмами є дуже тонкий проміжок, в який вводиться кілька крапель досліджуваної рідини.

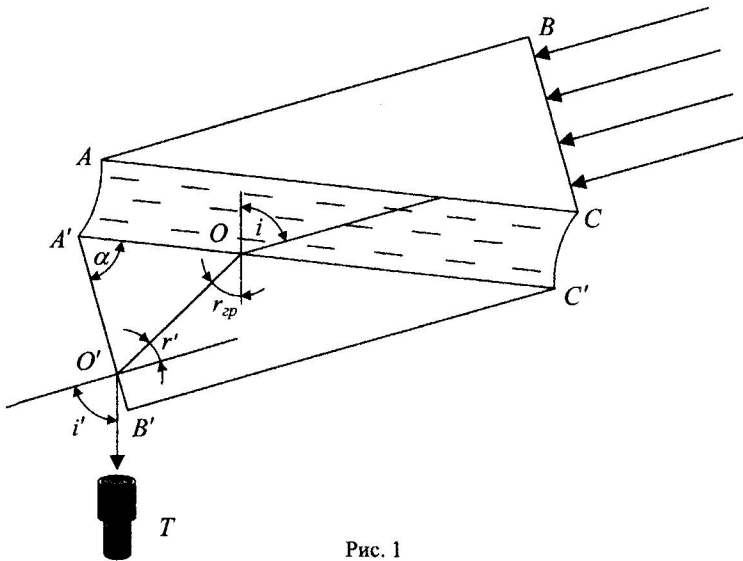


Рис. 1

Пучок світла від освітлювача, пройшовши через грань BC освітлювальної призми ABC , попадає на її грань AC , яка стикається з рідиною. Грань AC матова, тому вона розсіює світло у всіх напрямках. Внаслідок цього промені падають на грань $A'C'$ вимірювальної призми під різними кутами. Очевидно, що найбільший кут падіння променів на грань AC є $i = 90^\circ$. Такий промінь заломлюється в призмі $A'B'C'$, як це слідує з принципу оберненості світлових променів, під граничним кутом внутрішнього відбивання r_{sp} . Всі решта променів, які падають на грань $A'C'$ під кутами, меншими 90° , заломлюються в призмі під кутами, меншими граничного r_{sp} .

Розглянемо промінь MO , що падає під кутом $i = 90^\circ$ на межу розділу двох середовищ – грань призми $A'C'$. Промінь заломлюється під кутом r_{sp} , а на межі скло-повітря – під кутом i' . Для цього променя можна записати:

$$\frac{1}{\sin r_{sp}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1)$$

де n_1 – показник заломлення рідини;

n_2 – показник заломлення призми;

$$n_2 = \frac{\sin i'}{\sin r'}; \quad (2)$$

$r_{zp} = \alpha - r'$ (α – заломлюючий кут призми);

$$\sin r_{zp} = \sin(\alpha - r') = \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 r'} - \cos \alpha \sin r'. \quad (3)$$

З формул (1)...(3) одержуємо остаточну формулу для визначення показника заломлення рідини:

$$n_1 = \sin \alpha \sqrt{n_2^2 - \sin^2 i'} - \cos \alpha \sin i'. \quad (4)$$

Таким чином, щоб визначити показник заломлення рідини, необхідно заміряти кут виходу i' граничного променю з вимірювальної призми $A'B'C'$. Цей кут в рефрактометрах визначається по шкалі, яка проградуєвана в показниках заломлення рідини, що вводиться в зазор між призмами ABC та $A'B'C'$ при температурі 20°C для жовтого світла натрію ($\lambda = 5880 \text{ \AA}$).

У вимірювальну призму потрапляють промені з кутами заломлення від 0° до r_{zp} . Тому поле зору зорової труби T ділиться на дві частини при освітленні монохроматичним світлом. Одна частина темна, а друга – освітлена. При використанні білого світла замість чіткої межі між освітленою та темною частинами поля зору спостерігається кольоровий перехід, який усувається з допомогою призми Амічі (рис.2).

У рефрактометрі промені світла від дзеркала 1 направляються на освітлювальну призму 2, проходять через тонкий шар досліджуваної рідини, вимірювальну призму 3, захисне скло 4, компенсатор 5 (призма Амічі) і потрапляють в об'єктив 6, далі після заломлення призмою 9 вони проходять через пластинку 8 з перехрестям і через окуляр 7 в око спостерігача. Елементи 1...9 складають так звану візирну систему рефрактометра.

В освітлювальній системі дзеркало 13 підсвічує шкалу 12, зображення якої призмою 14 і мікрооб'єктивом 15 через призми 10 і 11 проектується на фокальну площину окуляра 7.

Таким чином, в полі зору окуляра можна одночасно спостерігати межу розділу, що проектується візирною системою, перехрестя пластинки 8 та штрихи шкали 11, яка проектується відліковою системою.

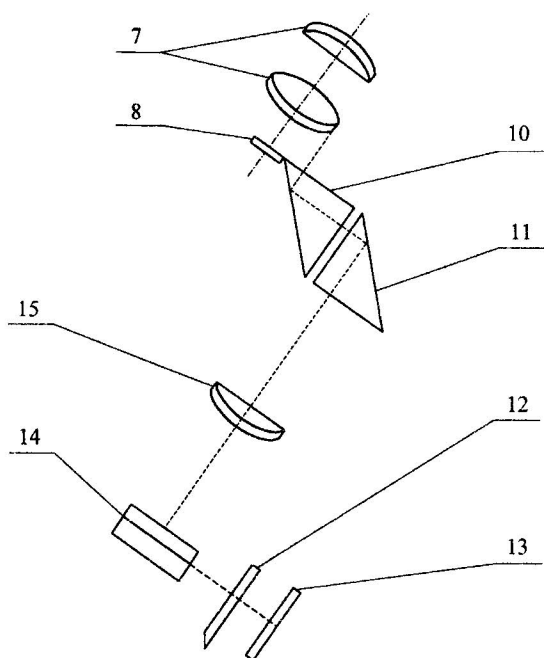
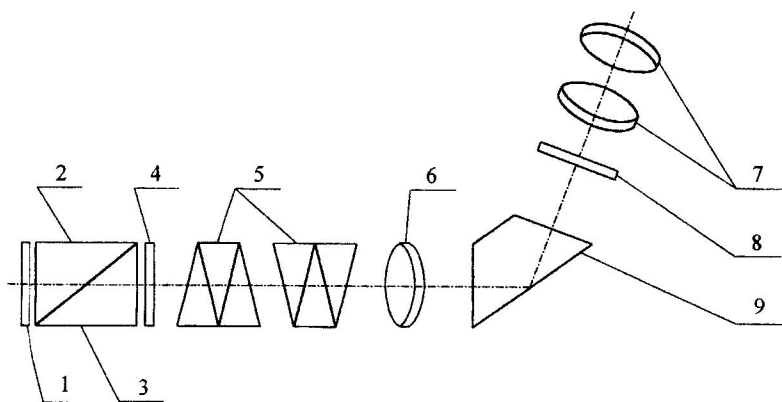


Рис. 2

Хід роботи

1. Відкрити вимірювальну призму і на її поверхню піпеткою нанести 2-3 краплини дистильованої води. Обережно закрити вимірювальну головку рефрактометра.
2. Повернути дзеркало і так, щоб поле зору було освітлене найбільш яскраво.
3. Навести окуляр на чітке зображення шкали. За допомогою компенсатора усунути хроматизм.
4. Пересувати зорову трубу до тих пір, поки три риски в полі зору (_ _ _) співпадуть з межею розділу освітленості. Записати показник заломлення для води (при 20°C він повинен дорівнювати 1,333). Заміри повторити 3...5 разів.
5. Визначити показники заломлення досліджуваних розчинів різної концентрації згідно з пунктами 1...4. Вимірювання повторити 3...5 разів.
6. Результати всіх вимірювань занести в таблицю.

Обробка результатів експерименту

1. Вирахувати середні значення показників заломлення для кожної з рідин.
2. Визначити похибки.
3. Результати обчислень занести в таблицю.

Дослідницьке завдання

Запропонувати метод визначення показника заломлення прозорих твердих тіл за допомогою рефрактометра.

Контрольні запитання

1. Описати явище повного внутрішнього відбивання.
2. Пояснити принцип дії рефрактометра.
3. Перерахувати джерела похибок при визначенні показника заломлення у цій роботі.

Визначення показника заломлення скляної пластинки за допомогою мікроскопа

Мета роботи: освоїти методику визначення показника заломлення плоско-паралельних прозорих пластинок, визначити показник заломлення скла.

Прилади і матеріали: мікроскоп з мікрометричним гвинтом, мікрометр, набір скляних пластинок різної товщини з двома взаємно перпендикулярними штрихами на верхній та нижній поверхнях, освітлювач.

Теоретичні відомості

Промінь, що падає на границю двох прозорих середовищ оптичної густини, розділяється на два промені – відбитий і заломлений.

Синус кута падіння i відноситься до синуса кута заломлення r як швидкість світла в першому середовищі V_1 до швидкості світла в другому середовищі V_2 :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2}. \quad (1)$$

Із співвідношення (1) випливає, що швидкість світла неоднакова в різних середовищах і для променя деякої хвилі справедливі рівності:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = n_{21} = \text{const}. \quad (2)$$

Величина n_{21} називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого. Якщо одним з середовищ є вакуум, то показник заломлення другого середовища називається абсолютним показником заломлення. Це записується як:

$$n = \frac{C}{V} = \frac{\sin i}{\sin r}, \quad (3)$$

де C і V – швидкість світла відповідно в вакуумі і в даному середовищі.

Показник заломлення залежить від довжини хвилі світла і від властивостей середовища. Абсолютні показники заломлення більші одиниці, тому що швидкість розповсюдження світла в будь-якому середовищі менше, ніж в вакуумі.

Якщо відомі абсолютні показники заломлення двох середовищ і n_2 , то їх відносний показник заломлення визначається за формулою:

$$n_{21} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{C}{n_1}}{\frac{C}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4)$$

Оскільки швидкість світла в повітрі наближається до швидкості світла в вакуумі, то показник заломлення, що вимірюється відносно повітря практично дорівнює абсолютному показнику.

Показник заломлення як оптична характеристика прозорих середовищ (твердих, рідких і газоподібних) має велике значення для практики. Наприклад, за значеннями показника заломлення можна визначити структуру складних молекул і встановити типи хімічного зв'язку між атомами, визначити з великою точністю (0,01-0,1 %) процентний склад газоподібних і рідких сумішей, вимірювати їх густини і т.д.

Для визначення показників заломлення різних речовин відомі різні методи. Одним з них є метод визначення показників заломлення плоскопаралельних прозорих пластинок за допомогою мікроскопу.

В основі цього методу лежить явище уявного зменшення товщини пластинок внаслідок заломлення світлових променів, що проходять крізь неї при розгляданні пластинки перпендикулярно до її поверхні.

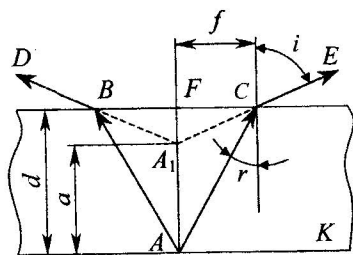


Рис. 1

Нехай точка A розглядається через плоскопаралельну пластину K (рис. 1). Промені AB і AC , що йдуть з точки A після заломлення на границі скло-повітря будуть розповсюджуватись відповідно по напрямках BD і CE . Продовження цих променів перетинаються в точці A_1 . В цій же точці перетнуться також продовження всіх променів, що виходять з точки A . Таким чином, спостерігачеві здається, що промені виходять не з точки A , а з її уявного зображення A_1 , тобто точка A здається розміщеною ближче до спостерігача на величину $a = AA_1$.

Встановимо зв'язок між показником заломлення скла і товщиною пластинки K .

З $\triangle AFC$ і $\triangle A_1FC$ маємо:

$$\frac{d}{b} = \operatorname{ctg} r, \quad (5)$$

$$\frac{b}{d-a} = \operatorname{tg} i. \quad (6)$$

Перемножуючи рівності (5) і (6), знайдемо:

$$\frac{d}{d-a} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}. \quad (7)$$

Враховуючи співвідношення

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

Залежність (7) зводимо до вигляду:

$$\frac{d}{d-a} = \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 i}{1 - \sin^2 i}}. \quad (8)$$

При спостереженні вертикально зверху $i \approx 0$. Тому співвідношення (8) приймає вигляд:

$$n = \frac{d}{d-a}. \quad (9)$$

На рис. 2 показано загальний вигляд мікроскопа:

Ок – окуляр, Т – тубус,
 В1 – кремальєра, В2 – мікрометричний гвинт, Об – об'єктив,
 С – предметний столик,
 К – конденсор, Дз – дзеркало.

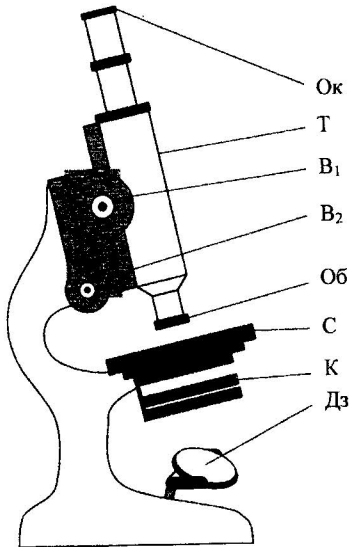


Рис. 2

Хід роботи

1. За допомогою мікрометра замірити товщину скляних пластинок в точці перетину штрихів.
2. Положити скляну пластинку на предметний столик мікроскопа так, щоб точка перетину штрихів знаходилася в центрі поля зору.
3. Повертаючи рукоятку B_1 грубого фокусування проти годинникової стрілки та рукоятку B_2 механізму мікрометричного фокусування в тому ж

напрямі до упору, підняти тубус мікроскопа в крайнє верхнє положення. Зняти показання на відліковому барабані механізму мікрометричної орієнтації і записати його, прийнявши за нульову поділку. Потім повільно повертаючи за годинниковою стрілкою рукоятку B_1 грубого фокусування, опускають тубус мікроскопа до тих пір, поки в полі зору не з'явиться найбільш чітке зображення штриха, нанесеного на верхню поверхню пластинки.

4. Повертаючи рукоятку B_2 механізму мікрометричного фокусування до тих пір, поки не з'явиться найбільш чітке зображення штриха, нанесеного на нижню поверхню, знову зняти показання на барабані. Знайти переміщення тубуса мікроскопа, яке рівне $d - a$.

5. Дані вимірів занести в табл. 1.

6. Вказані вимірювання провести для всіх пластинок.

Таблиця 1

Номер пластинки	$d \pm \Delta d$	$d - a = h \pm \Delta h$	$n \pm \Delta n$	$\varepsilon, \%$
1				
2				
3				

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (9) обчислити значення показників заломлення кожної з пластинок.
2. Результати обчислень занести в табл. 1.
3. Обчислити похибки вимірювань і також занести в табл. 1.

Дослідне завдання

Вивчити вплив товщини пластинки на точність визначення показника заломлення.

Контрольні запитання

1. Сформулювати основні закони геометричної оптики.
2. Дати визначення абсолютного та відносного показників заломлення і показати зв'язок між ними. Розкрити їх фізичний зміст.
3. Намалювати хід променів у мікроскопі.
4. Чим обмежується найбільша товщина пластинки, яку можна використати в даній роботі?

Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля

Мета роботи: вивчити один із способів одержання інтерференційної картини – біпризму Френеля, засвоїти методику визначення довжини світлової хвилі за допомогою цього способу.

Прилади і матеріали: оптична лава, біпризма Френеля, джерело світла, конденсор, світлофільтри, мікроскоп з окулярним мікрометром, лінза з відомою фокусною відстанню, щілина.

Теоретичні відомості

Біпризма Френеля є оптичною системою, що складається з двох призм з дуже малими кутами заломлення ($\sim 30'$). Призми складені своїми основами (рис.1).

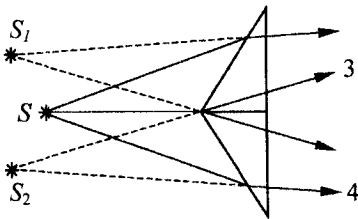


Рис. 1

Якщо промені від джерела світла проходять через щілину S , що розміщена паралельно ребру біпризми Френеля, і падають на неї, то, внаслідок заломлення в останній, вони розділяються на два пучка променів, що перетинаються. Продовження цих променів перетинаються в точках S_1 і S_2 , які є уявними зображеннями щілини і служать когерентними джерелами. В області перетину променів можна спостерігати інтерференційну картину у вигляді світлих та темних смуг, що чергуються.

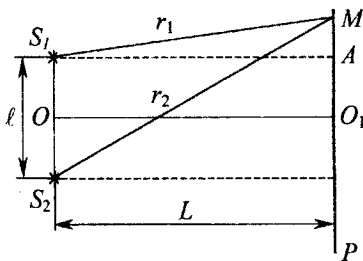


Рис. 2

Розглянемо інтерференцію світла від двох когерентних джерел S_1 і S_2 (рис.2). Нехай екран P паралельний уявним зображенням S_1 і S_2 щілини S і знаходиться від них на відстані $L \gg \ell$, де $\ell = S_1S_2$. Позначимо через y відстань MO_1 від довільної точки M екрану до площини OO_1 ,

якщо промені від джерела світла проходять через щілину S , що розміщена паралельно ребру біпризми Френеля, і падають на неї, то, внаслідок заломлення в останній, вони розділяються на два пучка променів, що перетинаються. Продовження цих променів перетинаються в точках S_1 і S_2 , які є уявними зображеннями щілини і служать когерентними джерелами. В області перетину променів можна спостерігати інтерференційну картину у вигляді світлих та темних смуг, що чергуються.

перпендикулярної до екрану і що проходить через середину S_1S_2 . З прямокутних трикутників S_1MA і S_2MB маємо:

$$r_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{\ell}{2}\right)^2;$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{\ell}{2}\right)^2;$$

$$r_2^2 - r_1^2 = \left(y + \frac{\ell}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{\ell}{2}\right)^2 = 2y\ell;$$

$$r_2 - r_1 = \frac{2y\ell}{r_1 + r_2}.$$

Звичайно чітка інтерференційна картина спостерігається тільки поблизу середини екрану. Тому можна вважати, що $y \ll L$ і $r_1 + r_2 \approx 2L$. Тоді

$$r_2 - r_1 = \frac{y\ell}{L}. \quad (1)$$

Співвідношення (1) дозволяє знайти геометричну різницю ходу променів S_1M і S_2M . Тепер встановимо положення k -го мінімуму.

Умова мінімуму при інтерференції має такий вигляд

$$r_2 - r_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

де λ - довжина хвилі світла.

Тоді

$$\frac{y_k \ell}{L} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

або

$$y_k = \frac{L}{\ell} (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Аналогічно положення m -го мінімуму визначається за формулою

$$y_m = \frac{L}{\ell} (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Відстань між k -ою і m -ою темними смугами

$$z = y_k - y_m = \frac{L}{\ell} (k - m) \lambda.$$

Звідси довжина хвилі

$$\lambda = \frac{z\ell}{L(k - m)}. \quad (3)$$

Можна переконатись, що такий же вираз одержимо і для визначення довжини хвилі λ , якщо знайти відстань між k -им і m -им максимумами.

Для визначення ℓ і L використовується збірна лінза з відомою фокусною відстанню F , яка встановлюється між біпрізмовою Френеля і мікроскопом (рис.3).

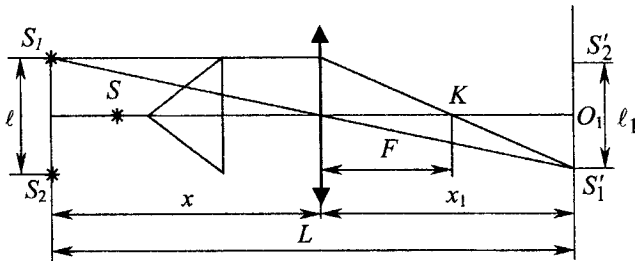


Рис. 3

Якщо спроектувати за допомогою цієї лінзи джерела S_1 і S_2 на площину окулярного мікрометра мікроскопа, то по шкалі мікрометра можна безпосередньо визначити відстань ℓ_1 між зображеннями S'_1 і S'_2 . Для знаходження справжньої відстані використаємо подібність $\triangle AKO$ і $\triangle KO_1B'_1$. Маємо

$$\frac{\ell}{\ell_1} = \frac{F}{x_1 - F}.$$

Звідси

$$\ell = \ell_1 \frac{F}{x_1 - F}. \quad (4)$$

З рис.3 видно, що

$$\frac{\ell}{\ell_1} = \frac{x}{x_1}. \quad (5)$$

З виразів (4) і (5) після перетворень можна одержати:

$$\frac{x + x_1}{x_1} = \frac{x_1}{x_1 - F}.$$

Однак $x_1 + x_2 = L$ (рис.3), тому

$$L = \frac{x_1^2}{x_1 - F}. \quad (6)$$

Підставивши значення ℓ і L у формулу (3), одержимо кінцеву формулу

для визначення довжини світлової хвилі:

$$\lambda = \frac{z}{k-m} \frac{\ell_1 F}{x_1^2}. \quad (7)$$

Хід роботи

1. Встановити всі прилади на однаковому рівні по вертикалі та, щоб оптичній осі біпрізми Френеля і мікроскопу з окулярним мікрометром співпали.

Вибрати ширину щілини 1 мм і встановити її вертикально.

2. Біпрizmu Френеля встановити на відстані 70...80 см від щілини так, щоб ребро тупого кута біпрізми було строго паралельне щілині. Цього можна домогтись поворотом біпрізми і щілини навколо горизонтальної осі.

3. Мікроскоп з окулярним мікрометром встановити на відстані 40...50 см від біпрізми.

4. Провести остаточну установку на паралельність щілини і ребра біпрізми, досягнувши максимальної яскравості і чіткості інтерференційної картини, що спостерігається в полі зору мікроскопа. Цього можна досягнути зміною ширини щілини поворотами її і біпрізми навколо горизонтальної осі, а також переміщенням біпрізми і мікроскопа один відносно одного.

5. Користуючись окулярним мікрометром, ціна поділки якого вказана на приладі, знайти відстань між k -ою і m -ою темними смугами.

6. Визначити відстань ℓ між уявними джерелами S_1 і S_2 . Для цього, не змінюючи положення приладів на оптичній лаві, розташувати між біпрізмою і мікроскопом збірну лінзу, фокусна відстань якої вказана. Пересуваючи її вздовж оптичної лави, одержуємо в полі зору мікроскопа два зображення щілини S . По окулярному мікрометрові знайти відстань ℓ .

7. Не пересуваючи приладів, по шкалі оптичної лави визначити відстань x_1 від лінзи до мікроскопа.

8. Дані вимірювань занести в таблицю, яку потрібно скласти з урахуванням (7) формули. Вимірювання провести не менше трьох разів.

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (7) обчислити довжину хвилі λ .

2. Результати обчислень занести в таблицю.

3. Обчислити похибку вимірювань λ і занести їх в таблицю.

Контрольні запитання

1. В чому полягає суть явища інтерференції?
2. Які хвилі називаються когерентними?
3. Перерахувати методи одержання когерентних джерел світла.
4. Навести приклади практичного використання явища інтерференції.

Лабораторна робота № 5-5

Визначення довжини світлової хвилі за допомогою кілець Ньютона

Мета роботи: вивчити явище інтерференції світла на прикладі кілець Ньютона, освоїти методику вимірювання довжини світлових хвиль за допомогою цього методу .

Прилади і матеріали: установка для спостереження кілець Ньютона, що зібрана на базі інструментального мікроскопу, ртутна лампа, світлофільтр.

Теоретичні відомості

Кільця Ньютона мають форму кільцевих інтерференційних смуг, що виникають у повітряному шарі

між плосковипуклою лінзою великого радіусу і плоскою скляною пластинкою. Якщо освітити систему монохроматичним світлом, світлові хвилі, що відбиваються від верхньої та нижньої границь повітряного шару, є когерентними. Внаслідок їх інтерференції на поверхні шару у ві-

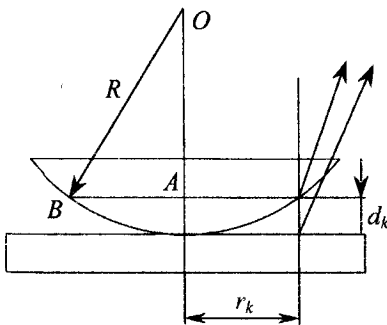


Рис. 1

дбитому світлі спостерігається ряд світлих і темних кілець з центром в точці дотику лінзи і скляної пластинки (рис.1).

При спостереженні кілець Ньютона у відбитому світлі центральна пляма буде темною, тому що в цьому випадку геометрична різниця ходу променів дорівнює нулю і втрачається півхвилі при відбитті від плоскої скляної пластинки. У світлі, що проходить, завжди виникає інтерференційна картина, що доповнює ту, що з'являється у відбитому світлі.

При освітленні системи білим світлом спостерігаються райдужні кільця Ньютона.

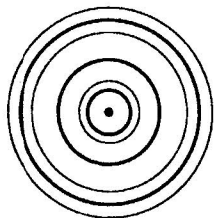


Рис. 2

Різниця ходу променів, що утворюють k -те темне кільце Ньютона, дорівнює подвоєній товщині повітряного шару плюс $\frac{\lambda}{2}$ (при відбитті світла від скляної пластинки фаза хвилі змінюється на π):

$$\Delta = 2d_k + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Умова мінімуму } \Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Таким чином, умова виникнення темних кілець Ньютона виражається рівнянням:

$$2d_k = k\lambda. \quad (2)$$

Виразимо d_k через радіус кривизни R лінзи і радіус темного кільця r_k . З $\triangle BOA$ маємо

$$R^2 = (R - d_k)^2 + r_k^2 \quad (3)$$

або

$$r_k^2 = 2Rd - d^2.$$

Якщо $R \gg d$, то

$$r_k^2 \approx 2Rd. \quad (4)$$

Співставивши (2) і (4), одержимо

$$\lambda = \frac{r_k^2}{kR}. \quad (5)$$

Однак формула (5) не може бути використана для визначення довжини хвилі. Це пояснюється тим, що між лінзою і скляною пластинкою в дійсно-

сті є незначний проміжок товщиною a , який практично неможливо виміряти. Внаслідок цього виникає додаткова різниця ходу променів $2a$.

Тому умова виникнення темних кілець приймає вигляд:

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} + 2a = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

або

$$d_k = k\frac{\lambda}{2} - a.$$

Підставивши вираз, що одержали, в (4), знайдемо

$$r_k^2 = 2R_k\frac{\lambda}{2} - 2Ra. \quad (6)$$

Хоч величину a неможливо виміряти безпосередньо, її можна виключити наступним чином. Радіус m -го темного кільця Ньютона відповідно (6):

$$r_m^2 = 2R_m\frac{\lambda}{2} - 2Ra. \quad (7)$$

Віднімемо від виразу (7) вираз (6):

$$r_m^2 - r_k^2 = R(m - k)\lambda.$$

Звідси:

$$\lambda = \frac{r_m^2 - r_k^2}{(m - k)R}$$

або

$$\lambda = \frac{(r_m - r_k)(r_m + r_k)}{(m - k)R}. \quad (8)$$

Отже, знаючи радіус кривизни лінзи і радіуси r_m і r_k темних інтерференційних кілець, можна обчислити довжину світлової хвилі λ .

Схема установки зображена на рис.3.

Тут

S – ртутна лампа,

K – монохроматичний світлофільтр, що пропускає світло, довжина якого вимірюється,

L_1 – лінза, що направляє світло на напівпрозору пластинку M ,

E – скляна пластинка,

L – плоско-випукла лінза, D – мікроскоп.

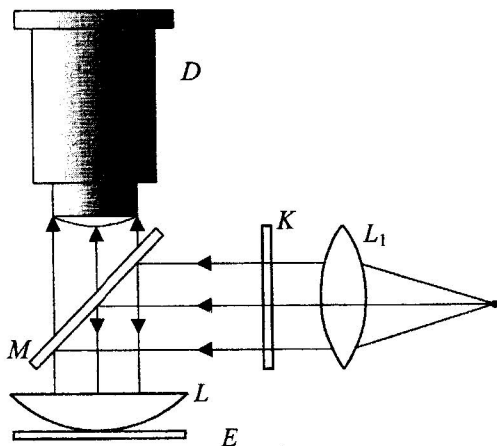


Рис. 3

Хід роботи

1. Ввімкнути ртутну лампу. Одержати в полі зору окуляру мікроскопа чітке зображення інтерференційної картини.
2. Пересуваючи столик препаратодія, сумістити центр інтерференційної картини з точкою перетину ліній перехрестя.
3. Виміряти діаметри відповідно 5, 10 і 15 темних кілець. Вимірювання повторити 3 рази для кожного з кілець по взаємно перпендикулярних напрямках.
4. Результати вимірювання записати в таблицю.

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Знайти середнє значення радіусів темних кілець Ньютона r_5, r_{10}, r_{15} .
2. Обчислити довжину хвилі за формулою (8).
3. Знайти похибки.
4. Результати обчислень занести в таблицю.

Дослідницьке завдання

Розглянути інтерференційну картину, якщо проміжок між лінзою та пластиною заповнений рідиною.

Контрольні запитання

1. Що таке смуги рівної товщини і рівного нахилу?
2. Вивести формулу радіуса світлого кільця Ньютона у відбитому світлі.
3. Навести приклади практичного використання інтерференції світла.
4. Чому ширина кілець Ньютона зменшується зі збільшенням їх радіуса?

Лабораторна робота № 5-6

Визначення довжини світлової хвилі за допомогою дифракційної ґратки

Мета роботи: вивчити явище дифракції на щілині і дифракційній ґратці, освоїти методику визначення довжини світлової хвилі за допомогою дифракційної ґратки.

Прилади і матеріали: гоніометр, дифракційна ґратка, джерело світла.

Теоретичні відомості

Явище дифракції світла полягає у відхиленні світлових хвиль від прямолінійного напрямку при проходженні світла через малі отвори або поблизу малих перешкод. Дифракція світлових хвиль спостерігається, якщо розміри отворів або перешкод одного порядку з довжиною світлової хвилі або якщо місце для спостереження дифракційної картини знаходиться на великій відстані від отвору або перешкоди.

Нехай паралельний пучок монохроматичного світла падає нормально на непрозорий екран, в якому є вузька щілина довжиною ℓ і постійної ширини b , причому

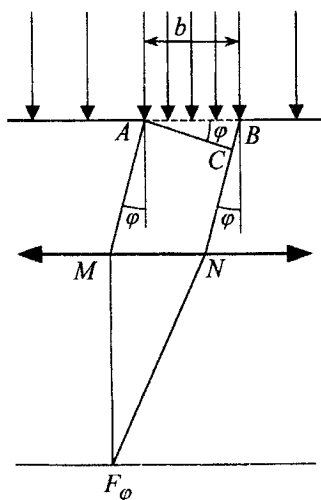


Рис. 1

$b \ll \ell$ (рис. 1). Згідно принципу Гюйгенса-Френеля точки щілини є джерелами вторинних хвиль. Фази цих хвиль будуть однакові, оскільки площина щілин співпадає з фронтом хвилі, що падає.

Так як закон прямолінійного поширення світла порушується, у фокальній площині збірної лінзи буде спостерігатися розподіл інтенсивності дифрагованих променів. У побічному фокусі F_φ цієї лінзи зберуться всі промені, кут дифракції яких дорівнює φ . Оптична різниця ходу крайніх променів AM і BN , що йдуть від щілини в цьому напрямі, а різниця фаз цих коливань

$$\Delta = BC = b \sin \varphi; \quad \Delta \varphi_0 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi b \sin \varphi}{\lambda}. \quad (1)$$

Знайдемо амплітуду результуючого коливання, що йде від щілини в точку F_φ . Для цього подумки розділимо щілину на велике число дуже вузьких

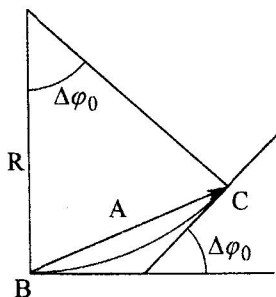


Рис. 2

прямокутних зон і графічно складемо вектори амплітуд коливань від кожної з цих зон. Всі зони будуть випромінювати в заданому напрямі зовсім однаково. Тому вектори амплітуд будуть мати однакові значення а різниця фаз двох коливань від сусідніх зон буде постійною. У цьому випадку одержуємо ламану лінію, яка є частиною правильного многокутника. При нескінченному зростанні числа зон ця ламана переходить в частину дуги кола (рис.2).

З рис.2 маємо:

$$A = 2R \sin \frac{\Delta \varphi_0}{2}; \quad R = \frac{BC}{\varphi_0}; \quad A = BC \frac{\sin \frac{\Delta \varphi_0}{2}}{\frac{\Delta \varphi_0}{2}}, \quad (2)$$

де BC - довжина дуги.

При $\Delta \varphi_0 = 0$; $A_0 = BC$, тому співвідношення (2) можна записати у такому вигляді:

$$A = A_0 \frac{\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}}{\frac{\Delta\varphi_0}{2}}. \quad (3)$$

Інтенсивність світлових хвиль можна визначити за формулою

$$J = J_0 \left(\frac{\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}}{\frac{\Delta\varphi_0}{2}} \right)^2 = J_0 f(\Delta\varphi_0). \quad (4)$$

Функція $f(\Delta\varphi_0)$ носить назву фактора розсіювання і характеризує вплив щілини на дифракцію світлових променів.

Мінімум буде спостерігатися в тому випадку, коли $\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2} = 0$, але

$$\frac{\Delta\varphi_0}{2} \neq 0.$$

$$\text{Тоді } \frac{\Delta\varphi_0}{2} = \pm k\pi;$$

$$\frac{2\pi b \sin \varphi}{2\lambda} = \pm k\pi,$$

або

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda. \quad (5)$$

Максимуми будуть спостерігати там, де $\left| \sin \frac{\Delta\varphi_0}{2} \right| = 1$, а також при

$$\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2} = 0 \text{ і } \frac{\Delta\varphi_0}{2} = 0 \text{ (центральний максимум).}$$

Тому

$$\frac{\Delta\varphi_0}{2} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2};$$

$$\frac{2\pi b \sin \varphi}{2\lambda} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$$

або

$$b \sin \varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}. \quad (6)$$

Формула (6) визначає положення побічних максимумів.

Схематичне зображення розподілу інтенсивності світла в дифракційній картині на щілині (функція $f(\Delta\varphi_0)$) показано на рис.3.

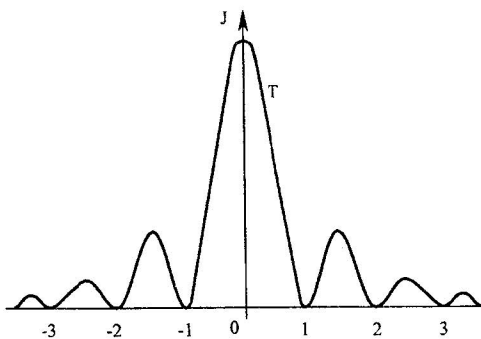


Рис. 3

Розглянемо дифракцію на дифракційній ґратці. Дифракційна ґратка це скляна пластинка, на якій за допомогою ділильної машини нанесені паралельно один одному штрихи і залишені вузькі непошкоджені смужки. Ті місця, де проведені штрихи, непрозорі і служать перешкодами для світлових хвиль.

Нехай ширина прозорої смужки a , а ширина штриха b . Величину $d = a + b$ прийнято називати періодом ґратки, або постійною ґратки (рис.4). знайдемо результуючу інтенсивність світлових хвиль в точці F_φ , в якій збираються промені від всіх щілин ґратки, що падають на лінзу під кутом φ до її головної оптичної осі OF_0 . Скористаємося для цього векторною діаграмою додавання амплітуд:

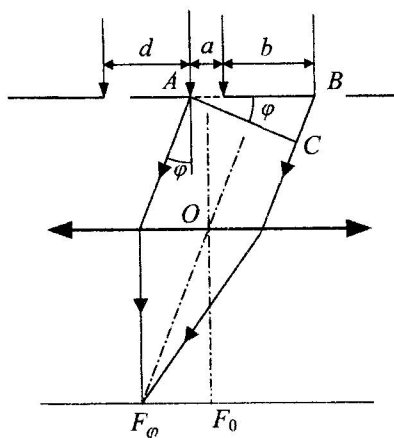


Рис. 4

$$\vec{A}^* = \sum_{i=1}^N \vec{A}_i, \quad (7)$$

де N - число щілин у ґратці,

\vec{A}_i - вектор амплітуди коливань, що викликаються і даній точці дією i -ї щілини. У випадку оптичної однорідності середовища в одному і тому напрямі всі щілини випромінюють світло однаково.

Тому всі вектори \vec{A}_i однакові за модулем $|\vec{A}_i| = A$. Зсув фаз $\Delta\varphi_0$ між векторами \vec{A}_i і \vec{A}_{i+1} визначається оптичною різницею ходу Δ

від відповідних точок двох сусідніх щілин до точки F_φ .

Тому

$$\Delta = BC = d \sin \varphi; \quad \Delta\varphi_0 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (8)$$

Таким чином, виникла задача додавання N хвиль, що описуються рівнянням

$$x_i = A \cos(\omega t + (i-1)\Delta\varphi_0). \quad (9)$$

Скористаємося графічним методом розрахунку. У результаті додавання векторів амплітуд \vec{A}_i одержимо результат, показаний на рис. 5. Вершини цього багатокутника лежать на колі (переконатися в цьому самостійно). Знайдемо радіус кола. Нехай точка C є центром шуканого кола. Тоді $\angle OCB$ дорівнює різниці фаз $\Delta\varphi_0$.

Отже,

$$A^* = 2R \sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}, \quad (10)$$

$\angle OCQ$ дорівнює $N\Delta\varphi_0$. Отже, $\alpha = 2\pi - N\Delta\varphi_0$,

$$A^* = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2R \sin \frac{N\Delta\varphi_0}{2}. \quad (11)$$

З урахуванням співвідношення (4) останній вираз набирає наступного вигляду:

$$A^* = A \frac{\sin \frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}}, \quad (12)$$

а з урахуванням співвідношень (2) одержимо остаточно:

$$A^* = A \frac{\sin \frac{\pi Nd \sin \varphi}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}}. \quad (13)$$

Дослідимо одержаний вираз для амплітуди результуючих коливань.

Якщо $\Delta\varphi_0 = 0$,
$$\frac{\sin \frac{N\Delta\varphi_0}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}} = \frac{0}{0}.$$

Розкриваючи невизначеність за правилом Лопіталя, знайдемо

$$\frac{N \cos \frac{N\Delta\varphi_0}{2}}{\cos \frac{\Delta\varphi_0}{2}} = N,$$

тобто

$$A^* = N \cdot A.$$

Таким чином, у цьому випадку спостерігається максимум дифракційної картини. Його називають максимумом нульового порядку (або нульовим).

Інші випадки максимумів відповідають наступним значенням $\Delta\varphi_0$:

$$\frac{\Delta\varphi_0}{2} = \pm k\pi \quad (k = 0; 1; 2; \dots), \quad \frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi.$$

Звідси

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda. \quad (14)$$

Ці максимуми звичайно називають головними максимумами.

Мінімуми спостерігаються при виконанні умови: $A^* = 0$. Це можливо, якщо має місце співвідношення $\sin \frac{N\Delta\varphi_0}{2} = 0$.

Таким чином,

$$\frac{N\Delta\varphi_0}{2} = \pm k\pi,$$

або

$$\Delta\varphi_0 = \pm 2k \frac{\pi}{N},$$

$$\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda} = \pm 2k \frac{\pi}{N}.$$

Звідси одержуємо

$$d \sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{N}, \quad (15)$$

де k приймає довільні цілі значення, крім $0; N; 2N; 3N; \dots$

З формули (14) видно, що положення дифракційних максимумів залежить від довжини хвиль. Іншими словами, дифракційна ґратка є спектральним приладом.

Основними оптичними характеристиками дифракційної ґратки є її роздільна здатність та кутова дисперсія.

Роздільна здатність дифракцій-

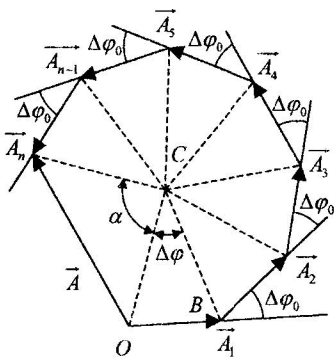


Рис. 5

ної ґратки визначається за формулою

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \quad (16)$$

де $\delta\lambda$ – різниця довжин хвиль, дифракційні максимуми яких можна спостерігати роздільно;

N – загальна кількість штрихів ґратки.

Кутова дисперсія ґратки визначається за формулою

$$D = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (17)$$

Порядок виконання роботи

1. Познайомитись з технічним паспортом гоніометра Г5.
2. Перед щілиною коліматора встановити джерело світла.
3. Установити зорову трубу гоніометра так, щоб чітко була видна щілина коліматора.
4. Помістити в середині столика гоніометра дифракційну ґратку перпендикулярно до осі коліматора.
5. Між джерелом світла і коліматором встановити жовтий світлофільтр. Установити, по-перше, чітке зображення щілини справа від нульового максимуму, а потім – зліва. Відмітити ці положення за допомогою шкали мікроскопа. Різниця цих відліків дає кут 2φ .
6. Аналогічні вимірювання виконати при встановленні зорової труби на максимуми 2-го, 3-го і т.д. порядків.
7. Замінити жовтий світлофільтр синім, а потім зеленим і повторити п.п. 5... 6.
8. Результати вимірювань занести в таблицю:

№ п/п	$d \pm \Delta d$	$\varphi \pm \Delta \varphi$	$\lambda \pm \Delta \lambda$	$\varepsilon, \%$

Обробка результатів експериментів та їх аналіз

1. Використовуючи дані вимірювань, за формулою (14) визначити довжини хвиль жовтого, синього і зеленого світла.
2. Визначити похибки відповідних вимірювань.
3. Результати розрахунків занести в таблицю.

Дослідницьке завдання

Визначити максимальну роздільну здатність та кутову дисперсію дифракційної ґратки.

Контрольні запитання

1. Яка різниця між дифракційним та призматичним спектрами?
2. Навести приклади практичного застосування дифракційних ґраток.
3. Розповісти про основні оптичні характеристики дифракційної ґратки.
4. Пояснити фізичний зміст принципу Гюйгенса-Френеля.
5. У чому полягає суть методу зон Френеля?

Лабораторна робота № 5-7

Визначення дифракції Фраунгофера на дифракційній ґратці

Мета роботи: ознайомлення з прозорою дифракційною ґраткою, визначення довжини хвилі джерела світла, а також роздільної здатності дифракційної ґратки та інтенсивності дифракційних максимумів.

Прилади і матеріали: джерело світла – гелій-неоновий лазер, дифракційна ґратка, екран з шкалою (ціна поділки 1 мм), люксметр Ю 116, оптична лава.

Теоретичні відомості

Плоска прозора дифракційна ґратка це – прозора пластинка з великою кількістю N (до 2400 на довжині 1мм) тонких паралельних щілин однакової ширини b та однакової віддалі між їх серединами (або іншими відповідними точками). Щілини ґратки утворюють упорядковану структуру. Ця структура має різний коефіцієнт пропускання світла через щілини та проміжки між ними, тому ґратку такого типу називають амплітудною.

Віддаль d називається періодом (або сталою) дифракційної ґратки.

На рис. 1 зображено хід променів через дифракційну ґратку згідно з схе-

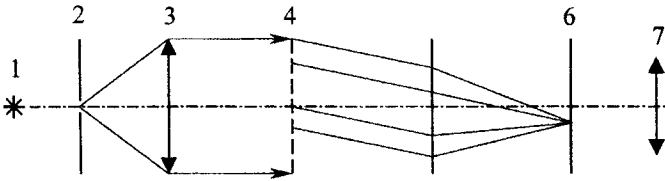


Рис. 1

мою дифракції Фраунгофера. Монохроматичне світло від джерела 1 попадає на щілину 2, що знаходиться в фокальній площині об'єктиву паралельний пучок променів. Результуючий пучок дійде до дифракційної ґратки 4 практично паралельним, тобто плоским пучком променів. Ці промені дифрагують при проходженні через ґратку і створюють вторинні конкретні розбіжні пучки під кутами дифракції $\varphi_1; \varphi_2; \dots; \varphi_m$. Пучки, пройшовши через об'єктив 5 зорової труби, дають в його фокальній площині 6 дифракційну картину, яка є зображенням щілини 2 як результату інтерференції когерентних коливань, що дійшли до площини 6. Це зображення можна спостерігати з допомогою об'єктива 7. При відсутності ґратки в фокальній площині 6 спостерігатиметься звичайне зображення щілини 2.

У відповідності з принципом Гюйгенса-Френеля розподіл інтенсивності в дифракційній картині визначається суперпозицією хвиль, що прийшли в точку спостереження від різних щілин дифракційної ґратки. При цьому амплітуди всіх інтерферуючих хвиль для певного кута φ практично однакові, а фази складають арифметичну прогресію. Нехай падаюча на ґратку світлова хвиля розповсюджується перпендикулярно до її поверхні. Інтенсивність дифрагованого світла буде максимальна для тих кутів φ_m , для яких хвилі, що приходять в точку спостереження від всіх щілин ґратки, мають однакові фази. Для таких напрямків справедливе співвідношення:

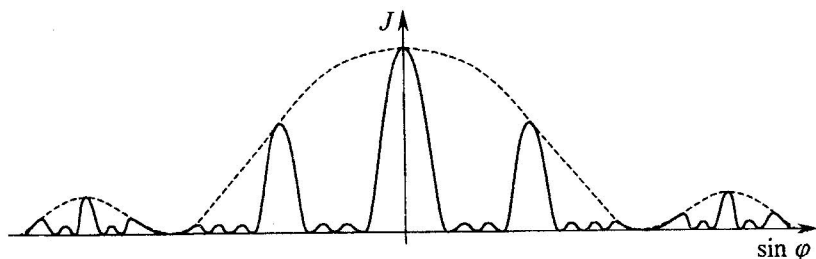
$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (m - \text{ціле число}). \quad (1)$$

Точна теорія ґратки враховує як інтерференцію хвиль, що приходять від різних щілин, так і дифракцію на кожній щілині. Розрахунки показують, що інтенсивність J світла, яке поширюється під кутом φ до нормалі, дорівнює

$$J = J_1(\varphi) \frac{\sin^2 [N(kd \sin \varphi) / 2]}{\sin^2 (kd \sin \varphi / 2)}, \quad (2)$$

де $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число, $J_1(\varphi)$ – інтенсивність, створювана однією щілиною в напрямку φ .

Аналіз виразу (2) показує, що при великій кількості щілин N світло, пройшовши крізь ґратку, поширюється тільки вздовж певних різко обмежених напрямків, які визначаються співвідношенням (1). Залежність інтенсивності світла від кута спостереження зображена на рис. 2.



Пунктирна крива зображає інтенсивність від однієї щілини, помножену на N^2 . Суцільна крива відповідає основним максимумам, а також додатковим максимумам та мінімумам.

Як впливає з (1) кути, при яких спостерігаються світлові максимуми, залежать від довжини хвилі λ . При $m = 0$ максимуми інтенсивності для всіх довжин хвиль розташовуються при $\varphi = 0$ і накладаються один на одного. Це – максимум нульового порядку. Максимуми першого, другого і т.д. порядків розміщуються симетрично відносно нульового.

У залежності від віддалі джерела світла та точки спостереження від перешкоди (ґратки) розрізняють дифракцію Френеля і дифракцію Фраунгофера. Якщо ці віддалі досить великі, то промені, падаючі на перешкоду, а також ті, які приходять в точку спостереження, можна вважати паралельними, та має місце дифракція Фраунгофера.

У даній лабораторній роботі джерелом світла являється гелій-неоновий лазер. Його випромінювання характеризується високим ступенем монохроматичності – когерентності в часі, просторової когерентності, значною потужністю та малою кутовою розбіжністю.

Для виконання роботи використовується оптична лавка 1, розміщення приладів на якій зображено на рис.3, 2 – оптичний квантовий генератор (лазер) з джерелом живлення; 3 – дифракційна ґратка; 4 – екран.

З формули (1) можна визначити довжину хвилі λ , якщо відомі кут φ , порядок максимуму m та стала дифракційної ґратки d :

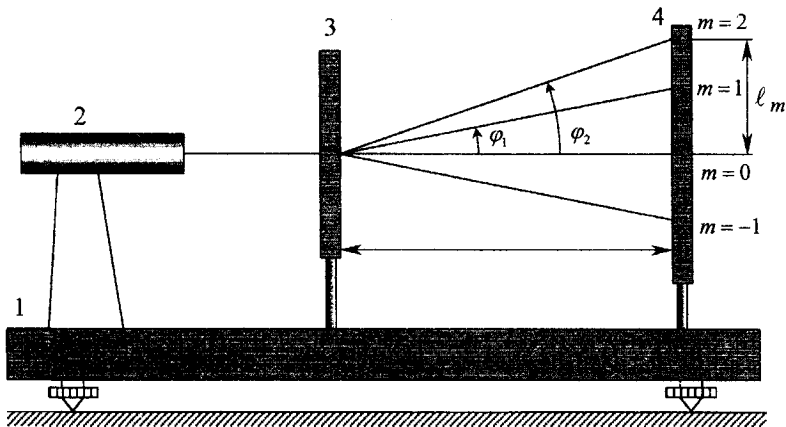


Рис. 3

$$\lambda = \frac{d}{m} \sin \varphi. \quad (3)$$

Але при малих кутах $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$, а $\operatorname{tg} \varphi$ можна знайти за співвідношенням:

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \frac{\ell_m}{L}, \quad (4)$$

таким чином:

$$\lambda = \frac{d \ell_m}{mL}, \quad (5)$$

де L – віддаль від ґратки до екрану;

ℓ_m – віддаль від центру дифракційної картини до m - того максимуму;

d – стала дифракційної ґратки.

Розподіл інтенсивності в дифракційній картині досліджується з допомогою люксметра Ю 116.

Звертаємо увагу на те, що **попадання в очі прямого лазерного пучка небезпечно для зору!** При роботі з лазером його світло можна спостерігати тільки після відбивання від розсіюючих поверхонь.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати установку за схемою рис. 3.
2. Ввімкнути лазер.
3. Регулюючи положення дифракційної ґратки та екрану, одержати на ньому дифракційну картину. Добитися найбільшої чіткості картини.

4. Виміряти віддалі від центру дифракційної картини до максимумів першого, другого та третього порядків - ℓ_m .
5. Заміряти віддаль від ґратки до екрану - L .
6. Переміщуючи світлоприймач люксметра вздовж дифракційної картини, зняти покази струмів I_{φ_m} в прямому та зворотному напрямках по всій картині. Вимірювання робити через кожні 2 мм, а поблизу максимумів та мінімумів – через 0,5 мм шкали екрану.
7. Вимкнути лазер і люксметром заміряти значення темного струму I_0 в різних місцях екрану.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (5) вирахувати довжину хвилі випромінювання лазера для максимумів 1-го, 2-го та 3-го порядків.
2. Вирахувати роздільну здатність R дифракційної ґратки за формулою $R = mN$, де m – порядок максимуму; N - загальна кількість щілин ґратки, через які проходить світловий пучок. Діаметр пучка лазера дорівнює 3 мм.
3. Враховуючи темновий струм I_0 , визначити величини струмів для максимумів всіх порядків згідно з формулою $I_{\varphi} = I_{\varphi_m} - I_0$. Вважаючи, що інтенсивність пропорційна фотострумові, побудувати графік розподілу інтенсивності світла в дифракційній картині.
4. Зробити аналіз одержаних результатів обробки експериментальних даних.
5. Вирахувати абсолютну та відносну похибки знаходження довжини хвилі лазерного випромінювання.
6. Сформулювати основні висновки по результатах проробленої роботи.

Контрольні запитання

1. Дифракція світла.
2. Дифракція Фраунгофера на одній щілині та на дифракційній ґратці.
3. Роздільна здатність оптичних приладів.

Вивчення закону Малюса

Мета роботи: експериментально дослідити явище поляризації та перевірити закон Малюса.

Прилади і матеріали: поляроїди, джерело світла, фотоелемент, гальванометр, деполаризатор.

Теоретичні відомості

Будь-яке джерело світла є сукупністю дуже великого числа окремих незалежних випромінювачів світла (атомів, молекул або тих і інших одночасно). Згідно електромагнітної теорії Максвелла світло є поперечною електромагнітною хвилею.

Результати експериментів по вивченню розповсюдження світла в різних середовищах дозволили встановити існування двох станів світла: природного та поляризованого.

Поляризованим є світло з переважним напрямом коливань: для одного з поперечних напрямків або для деякого напрямку повороту вектора напруженості електричного поля. Умовно розглядають тільки електричні коливання внаслідок більш важливої ролі електричного поля в більшості процесів, що відбуваються при взаємодії світла з речовиною.

Поляризоване світло наочно зображують за допомогою проекційної картини – проекції вектора \vec{E} на площину, перпендикулярну до променю (рис.1). Якщо коливання вектора \vec{E} відбуваються в деякій площині, то світло називається плоскополяризованим або лінійно-поляризованим (рис.1а).

Лінійно-поляризоване світло має нескінченну множину форм з різними азимутами α . Якщо величина вектора \vec{E} постійна в часі і його напрям змінюється так, що описує коло, то світло називається циркулярно-поляризованим (рис.1б). Цей тип поляризації має дві форми, що відрізняються напрямом обертання вектора \vec{E} .

Якщо величина вектора \vec{E} змінюється за часом і кінець цього вектора описує еліпс, то світло називається еліптично-поляризованим (рис.1в). Воно має нескінченну множину форм, що відрізняються азимутом α , ексцентриситетом і напрямом обертання.

Поляризоване світло за своєю природою є елементарним: монохроматичний промінь поляризованого світла вже неможливо розкласти на більш

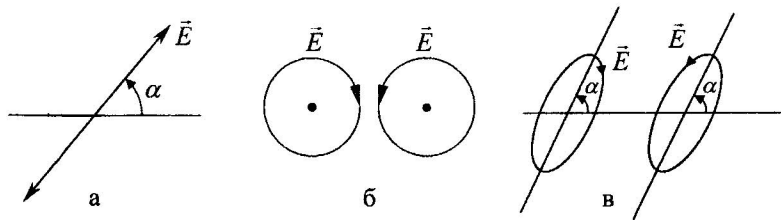


Рис. 1

прості складові.

Монохроматичне світло є поляризованим. Однак будь-який реальний промінь світла завжди має помітний діапазон частот. Тому в ньому одночасно можуть мати місце різні форми поляризації. Поки що не знайдений задовільний спосіб наочного опису природного світла. Умовно прийнято зображати природне світло у вигляді зірочки з великим числом векторів \vec{E} , але це зображення не відбиває найбільш важливих властивостей природного світла (рис.2). Площина, в якій відбуваються коливання вектора \vec{E} , називається площиною коливань. Площина, перпендикулярна до площини коливань, називається площиною поляризації.

Фізіологічна дія поляризованого світла на сітківку ока нічим не відрізняється від дії природного світла. Тому для вивчення його властивостей необхідні пристрої для його одержання і дослідження.

Пристрій, що дає можливість одержувати поляризовані промені, називається поляризатором, а пристрій, що дозволяє виявити наявність поляризованого світла – аналізатором. Слід відмітити, що обидва ці пристрої взаємно замінюються.

Особливістю поляризатора і аналізатора є те, що вони можуть пропускати світлові хвилі, електричний вектор напруженості яких коливається лише в суворо визначеному напрямі. Такий напрям називається головним.

Розглянемо установку (рис. 3), що складається з джерела світла S , поляризатора Π , аналізатора A , фотоелемента Φ , гальванометра G і деполаризатора D . Після проходження через поляризатор Π світло стає плоскополяризованим. Аналізатор може пропускати тільки ті коливання \vec{E} , які співпадають з його головним напрямом AA . Якщо головні напрями поля-

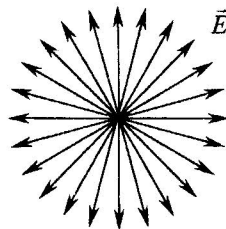


Рис. 2

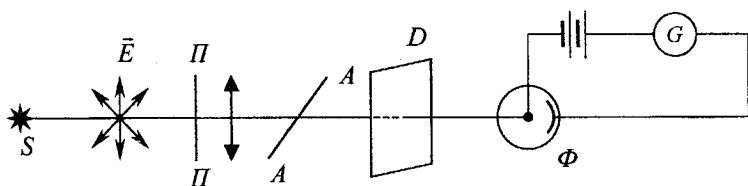


Рис. 3

ризатора $\Pi\Pi$ і аналізатора AA співпадають, то інтенсивність світла, що проходить через аналізатор A , будь максимальною. Таке положення поляризатора і аналізатора називається схрещеним.

Коли головні напрямки поляризатора і аналізатора утворюють між собою деякий кут φ , інтенсивність світла, що проходить, буде мати проміжне значення. Встановимо зв'язок між інтенсивністю променя, що проходить, і кутом φ .

На рис. 4 вказані позначення: $\Pi\Pi$ – головний напрям поляризатора, AA – головний напрям аналізатора, E_n – амплітуда електричного вектора напруженості, що пропускається поляризатором.

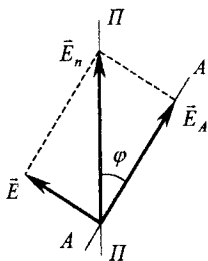


Рис. 4

Розкладемо амплітуду E_n на дві складові E_A і E , одна з яких співпадає з головним напрямом AA аналізатора, а друга перпендикулярна до нього. Коливання, перпендикулярні до напрямку AA , не проходять через аналізатор. Отже, інтенсивність світла, що проходить, визначається складовою амплітуди E_A .

З рис. 4 видно, що

$$E_A = E_n \cos \varphi.$$

Враховуючи, що інтенсивність коливань пропорційна квадрату амплітуди, маємо:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Це співвідношення виражає закон Малюса.

Порядок виконання роботи

Завдання. Дослідити залежність $i = f(\varphi)$.

1. Повертаючи аналізатор, домогтися максимального відхилення стрілки гальванометра. Записати поділки на лімбі аналізатора φ і показання гальванометра i .
2. Повернути аналізатор на 10° і записати покази гальванометра. Вимірювання провести через кожні 10° до 360° .
3. Дані вимірювань занести в таблицю.

Обробка результатів експериментів та їх аналіз

На міліметровому папері побудувати графік залежності сили фотоструму, пропорційного інтенсивності I світла, що проходить від квадрата косинуса кута повороту:

$$i = f(\cos^2 \varphi).$$

Дослідне завдання. Запропонувати методику експерименту, який дав би можливість безпосередньо спостерігати залежність

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Контрольні запитання

1. Яке світло називається поляризованим? Дати характеристику видів поляризованого світла.
2. Яке призначення деполаризатора і цій роботі?
3. Що таке призма Ніколя?
4. Що таке поляроїди?
5. У чому полягає суть явища подвійного променезаломлення, дихроїзму?

Визначення сталої Стефана - Больцмана

Мета роботи: вивчити закони теплового випромінювання абсолютно чорного тіла, визначити сталу Стефана-Больцмана.

Прилади і матеріали: термоелектричний пірометр, автотрансформатор, амперметр, вольтметр, лампа розжарювання.

Теоретичні відомості

Випромінювання, причиною якого є збудження атомів і молекул внаслідок їх теплового руху, називається тепловим або температурним випромінюванням.

Теплове випромінювання характеризується енергетичною світністю або інтегральною випромінювальною здатністю R_e тіла і спектральною густиною енергетичної світності $r(\nu, T)$.

Енергетичною світністю R_e тіла називається величини, яка дорівнює потужності випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в усьому інтервалі частот хвиль і в усіх напрямках випромінювання:

$$R_e = \frac{dW}{dSdt}, \quad (1)$$

де W – енергія випромінювання; S – площа тіла; t – час.

Розподіл енергії в спектрі випромінювання описується спектральною густиною енергетичної світності $r(\nu, T)$. Спектральна густина енергетичної світності вимірюється потужністю, випромінюваного з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот $(\nu, \nu + d\nu)$:

$$r(\nu, T) = \frac{dR_e}{d\nu}. \quad (2)$$

Нехай з усієї падаючої на тіло енергії dW монохроматичного світла в інтервалі частот $(\nu, \nu + d\nu)$ енергія dW_1 поглинається, а енергія dW_2 відбивається. тоді величину

$$a(\nu, T) = \frac{dW_1}{dW} \quad (3)$$

називають коефіцієнтом монохроматичного поглинання або поглинальною здатністю тіла.

Тіло, для якого поглинальна здатність дорівнює одиниці, називається

абсолютно чорним тілом. Це поняття є ідеалізацією. У природі відсутні тіла, властивості яких співпадали б з властивостями абсолютно чорних тіл. До таких тіл наближаються сажа і дрібнодисперсний порошок платини.

Розглянемо замкнуту систему тіл, яка не має теплообміну з навколишнім середовищем. Через деякий час тіла цієї системи перейдуть у стан рівноваги, тобто відбудеться вирівнювання температур всіх тіл системи. Але це не означає, що теплове випромінювання всередині системи припиниться. Якщо система досягла стану рівноваги, то в будь-який момент часу випромінена енергія дорівнює поглинутій.

Г.Кірхгоф, виходячи з II начала термодинаміки, встановив, що відношення спектральної густини енергетичної світності до поглинальної здатності є сталою величиною для всіх тіл для даної частоти випромінювання при даній температурі:

$$\frac{r(\nu, T)}{a(\nu, T)} = f(\nu, T). \quad (4)$$

Це твердження є формулюванням закону Кірхгофа для теплового випромінювання. З цього закону можна зробити висновок, що тіло, яке поглинає промені деяких частот, буде їх же випромінювати і навпаки.

З співвідношення (4) видно, що функція $f(\nu, T)$ є універсальною. Вона не залежить від природи тіл і є функцією тільки частоти хвиль і температури. Тому що для абсолютно чорного тіла $a(\nu, T) = 1$, то $r(\nu, T) = f(\nu, T)$, тобто $f(\nu, T)$ є спектральною густиною енергетичної світності абсолютно чорного тіла.

Явний вираз функції $f(\nu, T)$ одержав М. Планк в 1900 р. Виходячи з гіпотези про квантову природу випромінювання, методами статистичної фізики, він довів, що

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{C^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (5)$$

де h - стала Планка, ν - частота коливань, C - швидкість світла у вакуумі, k - стала Больцмана, T - термодинамічна температура.

Практичні дослідження привели до відкриття трьох загальних законів випромінювання абсолютно чорного тіла. Перший з цих законів називається законом Стефана-Больцмана: енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню термодинамічної температури:

$$R_e = \sigma T^4, \quad (6)$$

де σ - стала Стефана-Больцмана.

Якщо середовище, яке оточує абсолютно чорне тіло, має деяку температуру T_C , то воно випромінює енергію, яку частково поглинає абсолютно чорне тіло. Припускаючи, що середовище також є абсолютно чорним тілом, то результуючу енергетичну світність абсолютно чорного тіла можна визначити за формулою:

$$R_e = \sigma(T^4 - T_C^4). \quad (7)$$

Другий закон теплового випромінювання (закон зміщення Віна) стверджує, що довжина світлової хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності, обернено пропорційна термодинамічній температурі:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (8)$$

де b - стала закону зміщення Віна.

Відповідно до цього закону, чим вища температура абсолютно чорного тіла, тим на більш коротку хвилю припадає максимум його спектральної густини енергетичної світності (рис. 1).

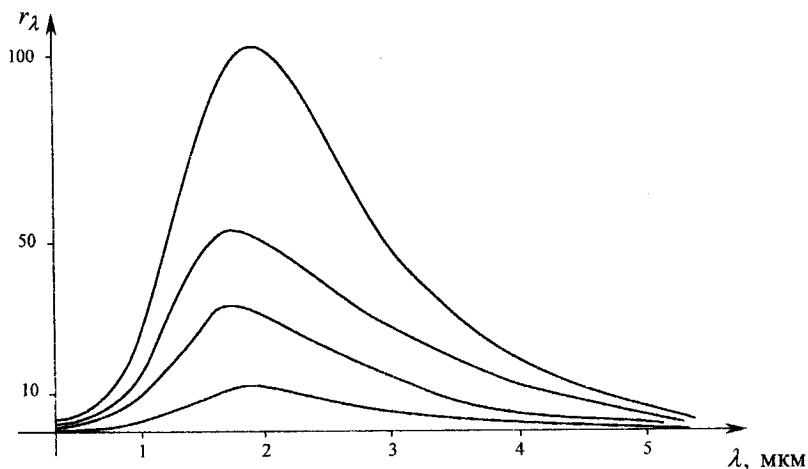


Рис. 1

Третій закон теплового випромінювання стверджує, що максимальна спектральна густина енергетичної світності абсолютно чорного тіла зростає пропорційно п'ятому степеню термодинамічної температури:

$$f_{\max}(v, T) = C'T^5, \quad (9)$$

де $C' = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^2\text{К}^5$.

Після того, як М. Планку вдалось знайти вигляд функції (5), з'явилась можливість теоретичного доведення законів теплового випромінювання.

Закон Стефана-Больцмана можна одержати, використовуючи формулу Планка (5):

$$R_e = \int_0^{\infty} f(v, T) dv = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h v^3}{C^2} \cdot \frac{dv}{e^{hv/kT} - 1}. \quad (10)$$

Введемо зміну

$$x = \frac{hv}{kT}.$$

Далі знаходимо:

$$= \frac{kT}{h} x, \quad dv = \frac{kT}{h} dx.$$

Формула (10) набуде такого вигляду

$$R_e = \frac{2\pi k^4 v^3}{C^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \quad (11)$$

$$\text{де } \sigma = \frac{2\pi k^4 v^3}{C^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 C^2 h^3},$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Закон зміщення Віна зручніше доводиться, якщо записати формулу Планка в такому вигляді:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi h C^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}. \quad (12)$$

Для знаходження λ_m потрібно знайти похідну $d\varphi(\lambda, T)/d\lambda$ і прирівняти її до нуля.

Максимум спектральної густини енергетичної світності знайдемо в результаті підстановки знайденого значення λ_m у формулу (11).

У даній роботі потрібно визначити сталу Стефана-Больцмана шляхом ресстрації випромінювання вольфрамової нитки лампи розжарювання.

Потужність, яка підводиться до 1 м^2 випромінюючої поверхні дорівнює:

$$R_e = \frac{IU}{S}, \quad (13)$$

де I - сила струму, U - напруга на нитці розжарення, S - поверхня випромінювання.

Співставляючи формули (7) і (13), одержуємо:

$$\sigma = \frac{IU}{a(\nu, T)S(T^4 - T_C^4)}. \quad (14)$$

Для вольфраму в інтервалі температур $800 - 1400^\circ\text{C}$ $a(\nu, T) = 0,8$.

Температуру розжареної вольфрамової нитки в даній роботі визначають за допомогою термоелектричного пірометра.

Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути автотрансформатор в електричну мережу.
2. Ввімкнути в електричну мережу термоелектричний пірометр.
3. Виміряти силу струму, що протікає в нитці розжарення лампи.
4. Виміряти напругу, прикладену до нитки розжарення.
5. Виміряти температуру нитки розжарення за допомогою термоелектричного пірометра.
6. Повторити вимірювання п.п. 3...5 ще при двох значеннях напруги.
7. Всі дані вимірювань занести в таблицю.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (14) обчислити значення сталої Стефана-Больцмана.
2. Обчислити похибки вимірювань.
3. Результати обчислень величини σ і похибок занести в таблицю.
4. Співставити знайдене значення σ з табличним її значенням і зробити відповідні висновки.

Контрольні запитання

1. Дати означення основних характеристик теплового випромінювання.
2. Пояснити фізичний зміст сталої σ .
3. Теоретичне доведення законів теплового випромінювання.
4. Навести приклади практичного застосування законів теплового випромінювання.

Вивчення зовнішнього фотоелектричного ефекту

Мета роботи: вивчити закони фотоелектричного ефекту; зняти вольт-амперні характеристики фотоелементу і визначити його інтегральну чутливість.

Прилади і матеріали: фотоелемент типу СЦВ-3, випрямляч, оптична лава, гальванометр, реостат, лампочка розжарення.

Теоретичні відомості

Одним з явищ, що спостерігається при взаємодії світла з речовиною є фотоелектричний ефект (фотоелектричний ефект), що полягає у вивільненні з речовини електронів під дією світла. Фотоелектричний ефект був відкритий Г.Герцем в 1887 році.

Вперше детальні дослідження фотоелектричного ефекту були проведені О.Г. Столетовим в 1887 році, який встановив, що дія світла зводиться до вивільнення від'ємних зарядів. Якщо вивчення законів теплового випромінювання привело до народження квантової теорії, уявлень про квантовий характер випромінювання енергії нагрітими тілами, то вивчення законів фотоелектричного ефекту сприяло формуванню уявлень про квантовий характер поглинання світла. У залежності від умов, в які потрапляє вирваний електрон, розрізняють три типи фотоелектричного ефекту. Якщо електрони не покидають меж тіла, то фотоелектричний ефект називають внутрішнім. Якщо фотоелектрони вилітають з тіла в вакуум або газ, то фотоелектричний ефект називають зовнішнім. У тому випадку, коли фотоелектрони покидають межі тіла, переходячи через поверхню розділу в інше тіло (напівпровідник), то явище називається фотоелектричним ефектом в запираючому шарі (вентильним фотоелектричним ефектом).

О.С. Столетов експериментально встановив такі закономірності зовнішнього фотоелектричного ефекту:

1. Швидкість фотоелектронів є функція частоти. Із збільшенням частоти швидкість електронів зростає. Частота ν_0 , починаючи з якої припиняється виліт фотоелектронів, називається червоною границею фотоелектричного ефекту.
2. Швидкість фотоелектронів не залежить від інтенсивності випромінювання.
3. Фотострум насичення для даного фотокатода прямо пропорційний потужності випромінювання при незмінному спектральному складі:

$$I_H = \gamma \Phi, \quad (1)$$

де γ – інтегральна чутливість фотокатоду.

4. Фотострум насичення для даного фотокатоду при постійній потужності випромінювання зростає зі збільшенням частоти.

Це пояснюється тим, що ймовірність одночасного поглинання одним електроном двох фотонів мала. Тому кожний електрон, що вилетів, запозичує енергію у одного фотона. Однак не кожний поглинутий фотон вивільняє електрон. Зі збільшенням частоти збільшується енергія фотонів, тому зростає число фотоелектронів. Переховані закони фотоелектру були пояснені А. Ейнштейном в 1905 р.

Рівняння Ейнштейна для фотоелектру стверджує, що при фотоелекті енергія кванта світла, поглинутого електроном в металі, йде на надання електронів кінетичної енергії на роботу A виходу електрона з металу:

$$h\nu = A + \frac{mV^2}{2}. \quad (2)$$

Рівняння (2) виражає закон збереження енергії при фотоелекті. Воно було підтвержене дослідами Міллікена, Йоффе, Лукирського і Прилежасва.

На сьогоднішній день фотоелектр широко застосовується в телебаченні, автоматичній, звуковому кіно, фотометрії та в багатьох інших областях науки і техніки.

У даній роботі вивчається вакуумний сурм'яно-цезієвий фотоелемент типу СЦВ-3. Він складається з скляного балону, на внутрішній стінці якого нанесений тонкий шар сурми, а потім тонкий шар цезію. Фотокатодом служить сполука Cs_3Sb , що при цьому одержується. Такий катод має малу роботу виходу, і червона границя фотоелектру для даного фотоелемента знаходиться у видимій частині спектра. Другий електрод значно менших розмірів розташовується в центрі балону і служить анодом (рис. 1). У балоні створюється вакуум при тискові $\sim 10^{-7}$ мм рт. ст.

Якщо на фотокатод спрямувати промінь світла і створити між катодом і анодом різницю потенціалів, то виникне фотострум. Струм, що виникає, залежить від освітленості та напруги. Залежність фотоструму від напруги графічно зображують за допомогою кривої, яка називається вольтамперною характеристикою фотоелемента.

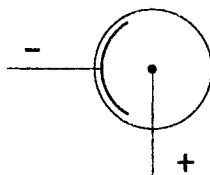


Рис. 1

Розрізняють вакуумні та газонаповнені фотоелементи. Останні відрізняються від вакуумних тим, що вони наповнені інертним газом. На рис. 2 показані вольтамперні характеристики вакуумного (1) і газонаповненого (2) фотоелементів.

Для більшості вакуумних фотоелементів робоча напруга дорівнює приблизно 250 В. Вакуумні фотоелементи практично безінерційні.

Газонаповнені фотоелементи працюють при напругах до 90 В і мають велику інерційність.

При постійній напрузі величина фотоструму пропорційна потоку світлової енергії, що падає на фотокатод:

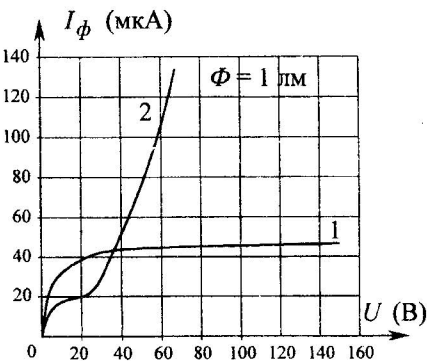


Рис. 2

$$i = \gamma\Phi. \quad (3)$$

Величина інтегральної чутливості γ різних вакуумних фотоелементів має значення від декількох мікроампер на люмен до 100 мкА/лм.

Потік світлової енергії:

$$\Phi = \frac{IS}{\ell^2}, \quad (4)$$

де I – сила джерела світла; S – площа фотокатоду; ℓ – відстань від джерела світла до фотокатоду.

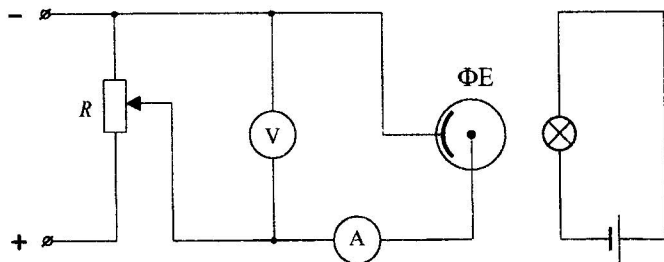


Рис. 3

Для даного фотоелемента $S = 4,0 \text{ см}^2$. На основі формул (3) і (4) одержуємо:

$$\gamma = \frac{i\ell^2}{IS}. \quad (5)$$

Схема для дослідження фотоелемента зображена на рис. 3.

Порядок виконання роботи

1. Зняти вольтамперні характеристики фотоелемента для трьох різних положень лампочки.
2. Дані експерименту занести в таблицю.

Обробка результатів експерименту

1. Побудувати вольт-амперні характеристики, використовуючи дані експерименту.
2. Обчислити за формулою (5) інтегральну чутливість фотоелемента.
3. Результати обчислень занести в таблицю.

Дослідницьке завдання

Запропонувати методику визначення постійної Планка h , основу на використанні явища фотоефекту.

Контрольні запитання

1. У чому суть явища зовнішнього фотоефекту і як це пояснити?
2. Як пояснити наявність струму насичення у вакуумних фотоелементах?
3. Навести приклади використання фотоелементів із зовнішнім фотоефектом.
4. Чому і фотоелементах із зовнішнім фотоефектом до складу фотокатодів входять лужні метали?

Вивчення спектральних закономірностей атома водню та визначення сталої Рідберга

Мета роботи: вивчення спектральних закономірностей у видимій області спектра атома водню за допомогою монохроматора УМ-2.

Прилади і матеріали: монохроматор УМ-2, спектральні трубки з воднем і гелієм.

Теоретичні відомості

Спектри ізольованих атомів мають лінійчатий характер, тобто складаються з окремих ліній, інтенсивність і розміщення яких на шкалі частот характерна лише для атомів даного елемента.

Деякі закономірності, а саме, частоти спектральних ліній спектра атома водню одержали пояснення в теорії Бора, успіхи якої сприяли становленню квантової механіки. Однак поряд з певними успіхами в теорії Бора з самого початку проявилися історичні недоліки. Найголовнішим з них була внутрішня суперечність теорії. Грунтуючись на механічному поєднанні класичної фізики з квантовими постулатами, теорія Бора в ряді проблем наштотувалась на істотні труднощі. Сюди, насамперед, належить питання про інтенсивності спектральних ліній, поляризацію випромінювання та ін. Поступово стало зрозуміло, що теорія Бора, яка правильно пояснювала одні факти і не здатна пояснити цілий ряд інших, є лише перехідним етапом на шляху створення послідовної теорії атомних і ядерних явищ. Такою послідовною теорією була квантова механіка. Застосування її до атомних процесів дало змогу не тільки пояснити величезну різноманітність явищ атомної і ядерної фізики, а й розкрити фізичний зміст самих постулатів Бора.

Розглянемо рух електрона в кулонівському полі ядра з зарядом Z_e , тобто задачу про електрон, що має потенціальну енергію $U(r) = -Z_e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$, де r – відстань між електроном і ядром. Стан електрона у водневоподібному атомі описується деякою хвильовою функцією ψ , яка задовольняє стаціонарне рівняння Шредингера:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U(r))\psi = 0, \quad (1)$$

де Δ – трьохвимірний оператор Лапласа, ψ – хвильова функція; $U(r)$ – потенційна енергія електрона в електричному полі додатно зарядженого

ядра; W – значення повної енергії електрона в атомі.

Розв'язання рівняння (1) для водневоподібної системи в сферичних координатах дає важливі результати. Насамперед виявляється, що момент імпульсу електрона в атомі квантується за формулою:

$$L_e = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (2)$$

де $\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$ – орбітальне квантове число.

Далі, з рівняння (1) випливає, що при $W < 0$, тобто в умовах, коли електрон "зв'язаний" в атомі, його рухи мають бути періодичними, а значення W – повної енергії в атомі – квантованими. Значення енергії, які може мати електрон в атомі, визначаються виразом:

$$W = -\frac{me^4}{8h^2 \varepsilon_0 n^2}, \quad (3)$$

де n – головне квантове число, яке визначає енергію стаціонарних станів і набуває значень: $0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Стан електрона в атомі водню однозначно визначається набором з трьох квантових чисел, що відповідає трьом ступеням вільності. Ця трійка квантових чисел поряд з головним і орбітальним містить також магнітне квантове число m .

Магнітне квантове число m визначає проекцію механічного моменту на напрям осі z :

$$L_z = m\hbar \quad (4)$$

і набуває одного з $(2\ell + 1)$ значень: $-\ell, -\ell + 1, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \ell$.

Енергії стаціонарних станів водневоподібних атомів показані на енергетичній діаграмі (рис. 1). На цій діаграмі показані лише переходи, які дозволяються правилами добору.

Найбільш фундаментальні особливості лінійчастого спектра водню були встановлені Бальмером, який шляхом підбору виявив, що відомі лінії із видимої частини спектра описуються співвідношенням

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (5)$$

де n набуває значень $3, 4, 5, \dots$, R – стала Рідберга.

Групи ліній, які при $n \rightarrow \infty$ зводяться до однієї і тієї ж лінії, утворюють спектральну серію. Якщо граничною лінією є $\lambda_{gp} = 2^2 / R$, то ця серія називається серією Бальмера. В ультрафіолетовій і інфрачервоній областях спе-

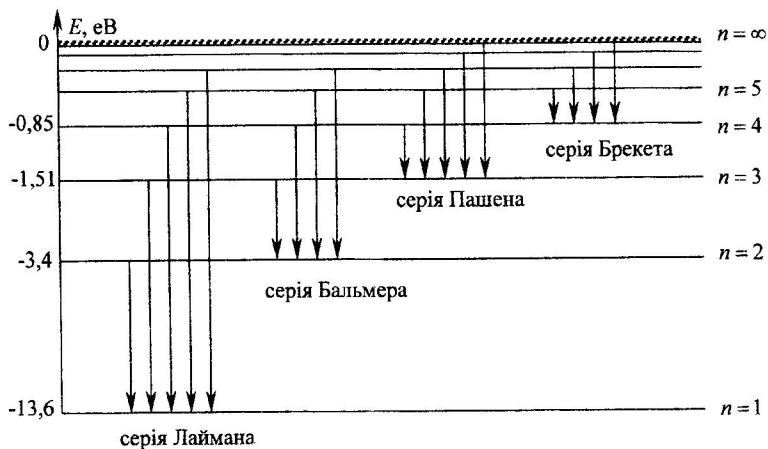


Рис. 1

ктра спостерігаються серії Лаймана, Пашена, Брекета, Пфунда, довжини хвиль яких визначаються співвідношеннями:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots, \text{ Лаймана,}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots, \text{ Пашена,} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots, \text{ Брекета,}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 6, 7, 8, \dots, \text{ Пфунда.}$$

Можна переконатись, що закономірності, які визначаються формулами (5), (6) – природний наслідок квантово-механічного результату (3). Дійсно, нехай електрон із стану з енергією W_n переходить в стан з енергією W_k . Якщо $W_n > W_k$, то такий перехід може супроводжуватись випромінюванням фотона, частота якого ν згідно закону збереження енергії, знаходиться із умови:

$$h\nu = W_n - W_k. \quad (7)$$

Звідки

$$= \frac{W_n - W_k}{h}. \quad (8)$$

Підстановкою (3) в (8) з урахуванням того, що $1/\lambda = \nu/c$, одержимо:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^3 c} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (9)$$

Підставляючи в (9) послідовно $k=1$, $k=2$, $k=3$ і т.д., і наділяючи відповідними значеннями n , одержимо співвідношення (5) і (6). Відповідні серії випромінювання для атома водню показані на рис.1.

У формулі (9) вираз

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^3 c} \quad (10)$$

називається сталою Рідберга і визначається через універсальні константи і параметри електрона.

У співвідношенні (9) m – маса електрона, e – заряд електрона, ε_0 – діелектрична стала, \hbar – стала Планка, c – швидкість світла.

Порядок виконання роботи

1. Вивчення спектральних закономірностей в спектрі атома водню проводять за допомогою монохроматора УМ-2, у високовольтну приставку якого почергово ставлять газорозрядні трубки, заповнені гелієм і воднем.
2. Градування монохроматора здійснюють за допомогою найбільш інтенсивних ліній спектра атома гелію. Спектр від газорозрядної трубки з гелієм розглядають в окуляр монохроматора. Градувальним барабаном суміщають стрілочний показник монохроматора з відповідною спектральною лінзою атома гелію. Відліки градувального барабана заносять до табл.1. Аналогічні дослідження проводять з газорозрядною трубкою з воднем.

Таблиця 1

Речовина	Лінія спектра	Інтенсивність	Довжина хвилі, нм	Відліки градувального барабана
Гелій	Червона	1000	706,5	
	Червона	100	667,5	
	Жовта	3000	587,6	
	Жовто-зелена	50	541,2	
	Зелена	100	501,6	
	Зелена	60	492,2	
	Голуба	300	468,5	
Синя	400	447,1		

	Фіолетова	70	402,6	
	Фіолетова	50	396,5	
Водень	Червона			
	Голуба			
	Синя			
	Фіолетова			

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. Побудувати градувальний графік, по осі y якого відкласти довжини хвиль спектра гелію (нм), а по осі x – відліки градувального барабана монохроматора, які відповідають цим лініям.
2. Користуючись градувальним графіком, визначити довжини хвиль спектра атома водню. Значення цих довжин хвиль занести до таблиці.
3. Користуючись формулою (3), визначити сталу Рідберга.
4. Одержані експериментальні значення сталої Рідберга порівняти з теоретичним значенням за формулою (10).

Контрольні запитання

1. Сформулювати та дати пояснення постулатів Бора.
2. Охарактеризувати переваги та недоліки теорії Бора.
3. Як утворюються серії випромінювання атомів водню? Охарактеризувати деякі із них.

Лабораторна робота № 5-12

Дослідження співвідношення невизначеностей Гейзенберга для фотонів

Мета роботи: якісно експериментально перевірити справедливість співвідношень невизначеностей.

Прилади і матеріали: лазер ЛГН-105, щілина з мікрометричним гвинтом, екран, лінійка.

Теоретичні відомості

Спостереження, а також експериментальне і теоретичне дослідження дифракції, інтерференції поляризації переконливо доводять хвильову природу світла. Однак закономірності ряду інших явищ, зокрема, фотоефекту, теплового випромінювання, ефекту Комптона можна пояснити, припустивши, що світло має корпускулярні властивості. Частинки світла, поняття про які увів А.Ейнштейн (1905 р.), називаються фотонами. Таким чином, світло має одночасно як хвильові, так і корпускулярні властивості. Нові ідеї потрібні були і для розв'язання принципових труднощів класичної фізики при обґрунтованні стійкості атомів, лінійності спектрів випромінювання і поглинання. У цьому відношенні істинно революційною, як показав досвід створення квантової механіки, була гіпотеза Луї де Бройля (1924 р.), що мікрочастинки, поряд з корпускулярними, мають також хвильові властивості. Таким чином, матерія, як у вигляді поля, так і у вигляді речовини має корпускулярні і хвильові властивості. У цій єдності полягає суть корпускулярно-хвильового дуалізму матерії. З корпускулярної точки зору динамічний стан частинки визначається її імпульсом p , в той час як хвильові властивості описуються довжиною хвилі λ . Єдність тих та інших властивостей виражається формулою де Бройля, яка зв'язує імпульс p і довжину хвилі де Бройля λ :

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (1)$$

Корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії накладає обмеження на можливість описування руху частинок за допомогою класичних понять, зокрема, поняттям траєкторії. Коли мова йде про траєкторію, припускається, що в довільний момент часу як завгодно точно одночасно визначені координати та імпульс частинки. Розглянемо з цієї точки зору вимірювання координати x частинки (наприклад, фотона), яка рухається з імпульсом p паралельно осі y . Для визначення координати частинки перпендикулярно до осі y розташуємо діафрагму (щілину) шириною Δx і екран (рис. 1). Проходження частинки через щілину супроводжується появою свічення в якійсь точці екрану. Спостерігаючи свічення, можна стверджувати, що в момент проходження щілини координата частинки дорівнює x і визначена з допомогою Δx . Для збільшення точності потрібно зменшити Δx . Якщо частинка має хвильові властивості, то при $\Delta x \approx \lambda$ повинна спостерігатись

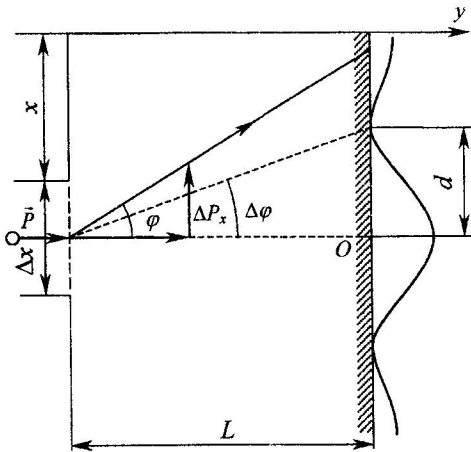


Рис. 1

дифракція. Розподіл дифракційних максимумів на екрані схематично показаний на рис.1. Корпускулярні властивості проявляються в тому, що частинка проходить через щілину і рухається до екрана як ціле, не поділяючись на будь-які частини.

Хвильові властивості проявляються в тому, що частинка попадає переважно в ті точки екрана, для яких виконується умова максимуму для дифракції на щіліні. Попадання частинки в точку екрана свідчить про те, що вона має складову Δp_x , паралельну осі x . До щілини $\Delta p_x = 0$, тобто p_x було відомо точно. Величина Δp_x називається невизначеністю імпульсу. Оскільки кут φ , під яким частинка попадає в довільну точку екрана, що відповідає дифракційним максимумам вищих порядків, задовольняє умову

$$\varphi \geq \varphi_1, \quad (2)$$

де φ_1 визначає напрям на перший дифракційний мінімум, то як видно з рис.1:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \geq \text{tg } \varphi_1. \quad (3)$$

При малих кутах $\text{tg } \varphi \approx \varphi_1$. Використовуючи умову спостереження першого дифракційного мінімуму

$$\Delta x \sin \varphi_1 = \lambda, \quad (4)$$

з формул (3) і (4) одержуємо:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \geq \frac{\lambda}{\Delta x}. \quad (5)$$

Виключивши з (1) і (5) довжину хвилі де Бройля λ , знаходимо:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h. \quad (6)$$

Нерівність (6) – співвідношення невизначеностей Гейзенберга. Згідно співвідношенню (6) як завгодно точно визначення координати і відповідної

єдності корпускулярних і хвильових властивостей не існує точних значень спряжених координат і імпульсу. Отже, по сумі співвідношення невизначеностей зводиться до неможливості описати рух частинок за допомогою поняття траєкторії.

Мета роботи саме і полягає в якісній перевірці співвідношення (6) для фотонів.

Фотони, які випромінюються лазером ЛГН-105, проходять через щілину, ширину якої Δx можна змінювати за допомогою мікрометричного гвинта. На екрані, розташованому на віддалі L від щілини, спостерігається система дифракційних максимумів. Позначимо віддаль між мінімумами, які розташовані симетрично відносно головного максимуму, через d . З рис.1 маємо:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{d}{L}. \quad (7)$$

Тоді

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \geq \frac{d}{L}. \quad (8)$$

Отже,

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h \Delta x d}{\lambda L}. \quad (9)$$

Підставивши значення імпульсу з формули (1), одержуємо

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h \Delta x d}{\lambda L}. \quad (10)$$

Співставивши (10) з співвідношенням (6), переконуємося, що для виконання співвідношення невизначеностей необхідно, щоб виконувалась умова:

$$\frac{\Delta x d}{L} \geq \lambda. \quad (11)$$

Таким чином, при виконанні умови (11) виконується також і умова (6). До перевірки нерівності (11) і зводиться дана робота.

Порядок виконання роботи

1. Розмістити щілину на осі пучка лазерного випромінювання.
2. Поставити перпендикулярно до пучка екран на віддалі $= 0,4 \dots 0,5$ м від щілини.

3. Змінюючи ширину щілини від 0,1 до 0,4 мм, виміряти значення d , що відповідають кожному значенню Δx .

4. Результати вимірювань занести в таблицю.

$L =$	Δx , мм				
	d , мм				
	$\Delta x d / L \lambda$				

Обробка результатів експерименту

1. За даними кожного вимірювання розрахувати величину

$$H = \frac{\Delta x d}{L \lambda}$$

і записати її в таблицю.

2. Порівняти одержані значення H з одиницею і зробити висновки про справедливість співвідношень невизначеностей.

Контрольні запитання

1. Фотони. Імпульс і маса фотона.
2. Корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії. Формула де Бройля.
3. Співвідношення невизначеностей. Границі застосовності класичної механіки.
4. Дослідне підтвердження корпускулярно-хвильового дуалізму речовини. Дифракція електронів.
5. Хвильова функція і її зміст як амплітуди ймовірності.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики.-М.:Наука, 1989, т.2.
2. Лабораторный практикум по физике. Под ред. К. А. Барсукова и Ю. И. Уханова.-М.:Высш. шк., 1988.
3. Мельник И. Г., Таченко Н. М. и др. Методические указания к лабораторному практикуму по курсу общей физики. Ч. II.-Винница, ВПИ, 1986.
4. Детлаор А. А., Яворский Б. М. Курс физики.-М.: Высш. шк., 1989.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
Вінницький державний технічний університет

Навчальне видання

Павло Васильович Гель, Олександр Григорович Бунтар,
Сергій Іванович Резнік, Микола Минович Таченко,
Наталія Петрівна Тимофєєва

Лабораторний практикум
з фізики

частина 2

(коливання і хвилі, оптика)

Редактор Т.А.Ягельська

Ум.др.арк. 6,94

Тир. 70 прим. Зам №

ВДТУ, 286021, м.Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
