

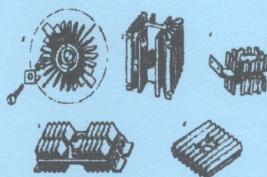
621.396.6(045)

3-41

В.І. Калінін, О.А. Костюк, А.А. Грудін, С.Т.Барась

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ ТА ВПРАВ З ТЕПЛОБМІНУ В  
ЕЛЕКТРОННІЙ АПАРАТУРІ**

**частина I**



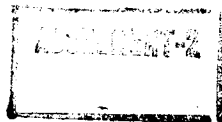
223

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

В.І. Калінін, О.А. Костюк, А.А. Грудін, С.Т.Барась

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ ТА ВПРАВ З ТЕПЛООБМІНУ В**  
**ЕЛЕКТРОННІЙ АПАРАТУРІ**

**Частина I**



Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного університету як навчальний посібник для студентів приладобудівного профілю. Протокол № 2 від 28 вересня 2000 р.



621.396.6(075 3-41      2002

Збірник задач та вправ з теплообміну в еле

Вінниця ВДТУ 2002

УДК 536.24 : 681.3

З 41

Рецензенти:

*В.С.Осадчук*, доктор технічних наук, професор

*Р.Н.Кветний*, доктор технічних наук, професор

*Г.І.Гаврилюк*, кандидат технічних наук, доцент.

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного  
технічного університету Міністерства освіти і науки України

В.І.Калінін, О.А.Костюк, А.А.Грудін, С.Т.Барась

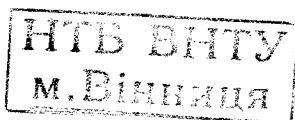
З 41 Збірник задач та вправ з теплообміну в електронній апаратурі.

Частина І. Навчальний посібник. – Вінниця: ВДТУ, 2002. – 121 с.

2

Навчальний посібник стане в нагоді студентам  
приладобудівельного профілю денної та заочної форм навчання,  
а також може бути корисним для викладачів та фахівців.

№65444



УДК 536.24: 681.3

© В.І.Калінін, О.А.Костюк, А.А.Грудін, С.Т.Барась 2002

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Основні умовні позначення.....	8
1. Короткі відомості з теплопередачі кондукцією.....	10
2. Короткі відомості з теплопередачі конвекцією.....	17
3. Приклади та задачі.....	30
3.1. Стационарна теплопровідність.....	30
3.2. Тепловіддача при вільній та вимушеній конвекції.....	72
Додатки.....	112
Література.....	121

## ВСТУП

Основними тенденціями еволюції сучасних виробів електронної апаратури (ЕА) в мікроелектронному виконанні є зростання їх складності та габаритів з одного боку та виконання вимог до стабільності параметрів, з іншого боку. Ці тенденції суперечать одна одній, оскільки зростання складності та зменшення габаритів приводять до збільшення напруженості теплового режиму, а вимоги збільшення стабільності параметрів виробу пов'язана з необхідністю полегшення його теплового режиму.

Напруженість теплового режиму в виробках ЕА як і в радіоелектронних засобах (РЕЗ) характеризуються густиною  $q$  теплового потоку. Середній рівень  $q$  у середині того чи іншого виробу суттєво пов'язаний з густиною компонування (кількість компонентів/см<sup>3</sup>) виробу, яка знаходиться на рівні комірок, блоків та вузлів для ЕА та РЕЗ 1...3-х поколінь. Тому і середні рівні  $q$  для цілого ряду сучасних виробів 4...5-х поколінь (боргових, спеціальних та т.д.) в декілька десятків разів перевищують рівні  $q$  для виробів, які відносяться до виробів ЕА 1...3-х поколінь [1,10].

Вироби ЕА (РЕЗ), які відносяться до будь-яких вищеназваних поколінь, в процесі виробництва, зберігання, транспортування та експлуатації можуть піддаватись впливу значних перепадів температури, обумовлених впливом навколишнього середовища, об'єктів установки та тепловиділення самих виробів. Зокрема, діапазони зміни температури у середині об'єктів, де встановлені вироби ЕА (РЕЗ), досягають в приміщеннях що опалюються, (+5...+50) °С, на наземних транспортних засобах (-60...+60) °С, на літаках (-70...+100) °С і т.д. Самі вироби ЕА (РЕЗ) є, як правило, джерелами теплоти внаслідок того, що їх коефіцієнт корисної дії (ККД) менше 100%. Так, наприклад, ККД приймальних пристроїв на електровакуумних лампах, модулів активних фазових ґраток

складає біля 8%, передавальних пристроїв РЛС – біля 10...15%, транзисторних підсилювачів – 50...60%, тобто значна кількість енергії, яка підведена до виробів від джерел живлення, виділяється у вигляді тепла. Це призводить до збільшення температури їх складових частин (електрорадіоелементів (ЕРЕ), деталей, вузлів тощо).

Якщо теплова енергія не розсіюється у елементах конструкції виробу або в навколишньому середовищі, то підвищується температура виробу та інтенсивність його відмов. Зокрема суттєве збільшення температурних полів у середині виробів обумовлює погіршення ізоляційних властивостей матеріалів та ЕРЕ з виникненням їх несподіваних відмов, загальне збільшення швидкості старіння ЕРЕ, зміну електричних властивостей ЕРЕ (індуктивностей, резисторів, напівпровідникових приладів тощо) і, як наслідок, недопустиму зміну сигналів на виході виробів (параметричні відмови). Тому забезпечення нормальних теплових режимів виробів є необхідною (але не єдиною) умовою їх нормального функціонування в процесі експлуатації.

Процес перенесення теплової енергії з однієї частини простору в іншу здійснюється трьома різними засобами: теплопровідністю (кондукцією), конвекцією та випромінюванням, які частіше всього існують одночасно та визначають спільно тепловий режим виробу.

Перенесення тепла кондукцією спостерігається у просторі, що заповнений твердою речовиною, а також рідиною, коли в ній відсутнє конвективне перенесення тепла.

Конвективне перенесення тепла відбувається у рідинному чи газоподібному середовищі, де спостерігається переміщення об'ємів рідини (газу) відносно один одного. В рідкому чи газоподібному середовищі також існує перенесення тепла шляхом теплопровідності, однак питома вага цього процесу, як правило, мала у порівнянні з конвективним перенесенням.

Теплообмін випромінюванням характеризується тим, що частина енергії тіла перетворюється у випромінювання і у формі електромагнітних хвиль переноситься у просторі.

Таким чином розробники та конструктори виробів ЕА (РЕЗ) змушені приділяти значну увагу теоретичному та експериментальному дослідженню умов теплообміну в них з метою досягнення потрібних теплових режимів, а ефективність і якість конструкцій виробів ЕА (РЕЗ) в значній мірі залежать від їх властивості відводити тепло.

Для забезпечення нормальних теплових режимів виробів необхідні найкраще взаємне розташування їх складових частин (зокрема, ізоляція, у разі можливості, теплочутливих складових частин від теплонавантажених складових частин) та вибір найоптимальніших систем забезпечення теплового режиму. Принагідно відмітимо, що тепловий режим виробу називають нормальним, якщо температура в будь-якій точці температурного поля у середині виробу не виходить за допустимі, з точки зору надійності його елементів, межі. Отже, вид спроектованої конструкції виробу суттєво визначається його тепловим режимом та вибраною системою забезпечення теплового режиму.

Розрахунок температурних полів окремих складових частин виробів дозволяє точніше виконувати розрахунки електричних та магнітних полів у конструкції виробу та техніко-економічне обґрунтування альтернативних варіантів його побудови.

Отже, роль та актуальність оцінки теплообміну з метою забезпечення нормальних теплових режимів виробів обумовлюють необхідність виконання розрахунків температурних полів поряд з електричними, магнітними, кінематичними та іншими розрахунками виробів, що проектуються.

Викладені у [1+7,10,13] теоретичні основи фундаментальних методів розрахунку, а також алгоритми та наближені прийоми оцінки теплових

режимів відносно складних за конструкцією електронних апаратів різноманітних класів дозволяють виконувати не тільки детальний аналіз умов та видів теплообміну в апаратах з відомими принципами побудови їх конструкцій (задачі першого напрямку), але і є основою для синтезу конструкції виробу та конструкції їх систем забезпечення температурного режиму (СЗТР) (задачі другого напрямку). З метою більш раціонального використання фонду навчального часу для поглибленого засвоєння теоретичного та практичного матеріалу складений даний збірник. Наявністю розширеного складу відносно простих прикладів та задач він у певній мірі доповнює фундаментальні праці [1÷7]. Однак, на відміну від об'ємних збірників по теплопередачі [8,9], призначених, в основному, для теплофізичних, енергетичних та інших спеціальностей, даний збірник орієнтований на приладобудівні спеціальності та призначений для самостійного опрацювання та поглиблення практичних навичок в розв'язуванні відносно простих задач по оцінці основних видів теплообміну в елементах і складових частинах електронної апаратури (ЕА), радіоелектронної апаратури (РЕА), (РЕЗ).

По кожному з основних способів теплопередачі наведені короткі теоретичні відомості з контрольними запитаннями для самоперевірки, приклади розв'язання декількох типових (та нетипових) задач, а також ряд задач для самостійного розв'язування з метою забезпечення більш якісної поетапної підготовки до наступного виконання оцінок теплових режимів та розрахунків СЗТР для складних видів ЕА (РЕА, РЕЗ) різних конструкцій. У зв'язку з обмеженістю обсягу навчального посібника перша частина охоплює процеси теплопередачі теплопровідністю у стаціонарному режимі, вільною та вимушеною конвекцією, а друга частина – процеси теплообміну випромінюванням та складні види теплообміну в ЕА (РЕА).



## Основні умовні позначення

$r$  - радіус, м

$\beta$  - коефіцієнт об'ємного розширення, град<sup>-1</sup>

$d$  - діаметр, м

$L, l$  - довжина, м

$a$  - коефіцієнт теплопровідності, м<sup>2</sup>·град<sup>-1</sup>

$\delta$  - товщина, м

$h, H$  - висота, м

$C_p$  - питома теплоємність, Дж·кг<sup>-1</sup>·град<sup>-1</sup>

$U$  - периметр, м

$\nu$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості, м<sup>2</sup>/с

$S$  - площа поверхні, м<sup>2</sup>

$f$  - площа поперечного перерізу, м<sup>2</sup>

$g$  - прискорення сили тяжіння, м·с<sup>-2</sup>

$t$  - температура, °С

$\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності, Вт·м<sup>-1</sup>·град<sup>-1</sup>

$P$  - тепловий потік (потужність джерела теплоти), Вт

$Q$  - кількість теплоти, Дж

$q$  - густина потоку теплоти, Вт·м<sup>-2</sup>

$\sigma$  - теплова провідність, Вт·град<sup>-1</sup>

W - питома потужність джерел енергії, Вт·м<sup>-3</sup>

R - тепловий опір, град·Вт<sup>-1</sup>

$\alpha_k$  - коефіцієнт тепловіддачі конвекцією, Вт·м<sup>-2</sup>·град<sup>-1</sup>

V - швидкість, м·с<sup>-1</sup>

G - об'ємні витрати рідини, м<sup>3</sup>·с<sup>-1</sup>

E<sub>k</sub> - коефіцієнт конвекції

K - коефіцієнт теплопередачі, Вт·м<sup>-2</sup>·град<sup>-1</sup>

# 1 КОРОТКІ ВІДОМОСТІ З ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ КОНДУКЦІЄЮ

Процес передачі теплової енергії від однієї молекули твердого тіла до іншої називають теплопровідністю або кондукцією. Наслідком цього процесу є тепловий потік.

Сукупність твердих тіл з різноманітними теплофізичними параметрами і явно вираженими межами розділу називають системою тіл або неоднорідним тілом. Кожна частина такої системи, що виконана з одного і такого ж матеріалу (за маркою, типом), буде однорідним тілом.

Зміна кількості теплоти  $dQ$  за деякий час  $dt$  називають тепловим потоком (або тепловою потужністю)  $P$ . Тепловий потік, віднесений до елемента площі  $dS$ , називають густиною теплового потоку ( $q$ ).

Таким чином

$$q = \frac{dQ}{dS \cdot dt}. \quad (1.1)$$

Якщо температура в усіх точках системи, не змінюється протягом часу, то таке температурне поле називають стаціонарним.

Згідно з законом Фур'є, який дає зв'язок між  $q$  та градієнтом температури ( $\text{grad } t$ ),

$$q = -\lambda \cdot \text{grad } t, \quad (1.2)$$

де  $\lambda$ - коефіцієнт теплопровідності,  $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$ ;

$\text{grad } t = \vec{i} \frac{\partial t}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial t}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial t}{\partial z}$ ;  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - одиничні вектори (орти),

скеровані по трьох координатних осях ( $x, y, z$ ), ортогональних між собою.

Якщо стаціонарне температурне поле одновимірне та змінюється в одному напрямку (наприклад в напрямку осі  $x$ ), а значення  $\text{grad } t$  стале, тобто

$$\text{grad } t = \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \text{const}, \quad (1.3)$$

де  $t_1, t_2$  - значення температур на поверхнях  $(x_1, x_2)$  (причому  $t_1 > t_2$ ;  $x_2 > x_1$ ), то з (1.1) та (1.2) витікає

$$q = \frac{Q}{S \cdot \tau} = -\lambda \cdot \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{x_2 - x_1}. \quad (1.4)$$

Якщо прийняти  $x_2 - x_1 = \delta$  (де  $\delta$  - товщина стінки), то з (1.4), з урахуванням (1.1) можна визначити кількість теплоти, яка передається в одиницю часу  $\tau$  (теплову потужність  $P$ ) через ділянку стінки твердого тіла площиною  $S$ , у вигляді

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{S \cdot \lambda}{\delta} \cdot (t_1 - t_2). \quad (1.5)$$

Величина  $\sigma = S \cdot \lambda / \delta$  Вт · град<sup>-1</sup>, яка входить в (1.5) називається тепловою провідністю.

Величина, обернена до  $\sigma$ , називається тепловим (термічним) опором  $R$

$$R = 1/\sigma = \delta/S \cdot \lambda, \text{ град} \cdot \text{Вт}. \quad (1.6)$$

Величину обернену до  $\lambda$ , називають питомим (термічним) опором  $\rho_\tau$

$$\rho_\tau = 1/\lambda, \text{ м} \cdot \text{°C}/\text{Вт}. \quad (1.7)$$

Один з варіантів розв'язування задач з визначення теплового потоку та густини теплового потоку (наприклад), для випадків розповсюдження

тепла в стаціонарному режимі ( $dt/dt = 0$ ) крізь плоску стінку (поверхню) заснований на застосуванні рівняння Пуасона.

$$\nabla^2 t + W/\lambda = 0, \quad (1.8)$$

де  $W$  - потужність внутрішніх, розподілених по об'єму стінки, джерел теплоти  $\text{Вт/м}^3$ ;  $\nabla^2$ - оператор Лапласа (для декартової системи координат  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ ).

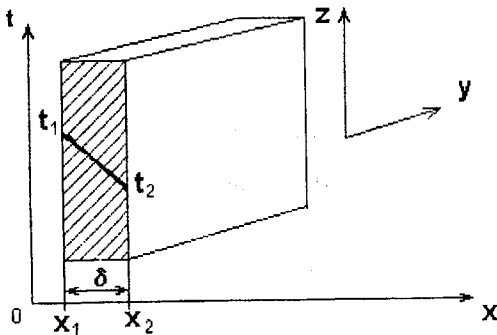


Рисунок 1.1 - Однорідна плоска стінка

Якщо розміри однорідної плоскої стінки (рис. 1.1) по осях  $Y$  і  $Z$  набагато більші її товщини  $\delta$  (орієнтованої по осі  $X$ ) та торці стінки адіабатичні, причому коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки дорівнює  $\lambda$ , як прийнято в (1.8), площа стінки (в площині  $YZ$ ) дорівнює  $S$ , а на лівому та правому боках стінки підтримується температура  $t_1$  та  $t_2$  відповідно ( температура змінюється тільки вздовж осі  $X$ ), то розподіл температури по координаті  $X$ , який визначається розв'язуванням рівняння (1.8) відносно  $t$ , описується виразом

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x + \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{\lambda} (\delta - x) \cdot x. \quad (1.9)$$

Підставляючи значення  $t$  з (1.9) у (1.2) та використовуючи ліву частину виразу (1.3), знаходимо  $q$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{t_1 - t_2}{\delta} + W \left( x - \frac{1}{2} \delta \right). \quad (1.10)$$

З урахуванням (1.10) визначають значення  $P$

$$P = q \cdot S. \quad (1.11)$$

З (1.9) та (1.10) витікає, що розподіл  $t$  та  $q$  (в стінці по осі  $X$ ) залежить від різниці температур  $(t_1 - t_2)$  та від  $W$ . Тому практично найбільш важливими є два окремі випадки:

1.  $W = 0$ , але діє зовнішній температурний напір, наприклад,  $t_1 - t_2$ ;
2.  $W \neq 0$ , а  $t_1 = t_2 = t_n$ , де  $t_n$  - температура лівої та правої поверхонь стінки.

Розв'язки, які отримуються з рівнянь (1.9) та (1.10) для цих двох випадків для  $t$  і  $q$  відповідно, суттєво відрізняються один від одного.

Другий варіант розв'язування задач з визначення теплового потоку та густини теплового потоку (наприклад, для випадків розповсюдження теплоти у стаціонарному режимі крізь циліндричну стінку, рисунок 1.2) заснований на застосуванні рівняння, що витікає з закону Фур'є

$$P_{\text{цк}} = (t_1 - t_2) / R_{\text{цк}}, \quad (1.12)$$

де  $R_{\text{цк}}$  - тепловий опір циліндричної стінки, що визначається в загальному випадку співвідношенням

$$R_{\text{ис}} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\lambda \cdot S(r)},$$

де  $S(r)$  - площа ізотермічної поверхні.

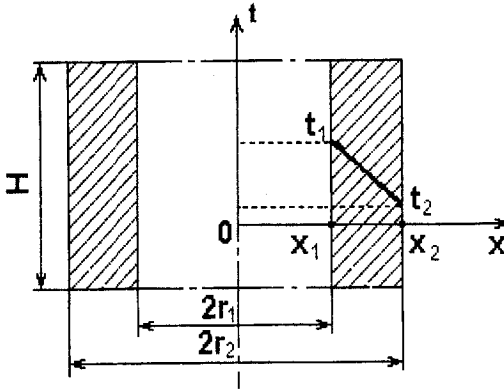


Рисунок 1.2 - Циліндрична стінка

Для циліндричної стінки ( див. рис. 1.2) з внутрішнім діаметром  $2r_1$ , зовнішнім діаметром  $2r_2$ , висотою  $H$ , при ізотермічних внутрішніх та зовнішніх поверхнях циліндричної стінки з температурами  $t_1$  та  $t_2$  відповідно і адіабатичних торцях циліндричної стінки та при  $W=0$  значення  $R_{\text{ис}}$  визначається виразом

$$R_{\text{ис}} = \frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{2\pi\lambda \cdot H}. \quad (1.13)$$

Підставивши (1.13) у (1.12) отримаємо вираз для оцінки теплового потоку ( $P_{\text{ис}}$ ) через циліндричну стінку

$$P_{\text{ис}} = \frac{(t_1 - t_2) \cdot 2\pi\lambda \cdot H}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (1.14)$$

Враховуючи, що площа ізотермічної поверхні для циліндричної стінки

$$S(r) = S_{\text{ис}}(r) = 2\pi rH, \quad (1.15)$$

де  $r$  - поточний радіус ізотермічної поверхні в товщі циліндричної стінки, з (1.14), (1.15) отримуємо формулу для оцінки густини теплового потоку ( $q_{\text{ис}}$ ) через циліндричну стінку

$$q_{\text{ис}} = P_{\text{ис}}/S_{\text{ис}}(r) = \frac{t_1 - t_2}{\left(\frac{r}{\lambda}\right) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (1.16)$$



## Контрольні запитання

1. Визначення терміну “теплообмін”. Поняття теплового режиму виробу.
2. Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в системах тіл.
3. Способи передачі теплової енергії.
4. Вплив підвищеної температури на властивості матеріалів, елементів та характеристик виробів.
5. Закон Фур'є та його інтерпретація для опису одновимірних стаціонарних температурних полів.
6. Які одиниці вимірювання використовуються в міжнародній системі одиниць (SI) для фізичних величин: кількість теплоти, тепловий потік, коефіцієнт теплопровідності, температурний градієнт?
7. Рівняння Пуассона та можливості його застосування.
8. Тепловий опір плоскої та циліндричної стінок.
9. Які розміри одиниць використовують для вимірювання густини теплового потоку, теплової провідності, питомого теплового опору?

## 2 КОРОТКІ ВІДОМОСТІ З ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ КОНВЕКЦІЄЮ

Одночасне перенесення теплоти конвекцією та теплопровідністю називають конвективним теплообміном.

В процесі проектування та експлуатації в елементах та виробках ЕА (РЕА, РЕЗ) частіше всього зустрічаються з конвективним теплообміном між потоком рідини (чи газу) та поверхнею твердого тіла (під рідиною в аспекті теорії конвективного теплообміну розуміють як крапельні рідини, так і гази (в тому числі повітря та інші), якщо спеціально не обумовлено). Цей випадок конвективного теплообміну називають конвективною тепловіддачею або тепловіддачею.

465444  
Характер конвективного теплообміну суттєво залежить від виду конвекції. Розрізняють вільну чи природну конвекцію, яка виникає внаслідок різниці густини нагрітих та холодних частинок рідини у полі тяжіння, та вимушену конвекцію (є результатом пересування рідини за рахунок роботи насоса, вентилятора тощо).

Рух рідини може бути ламінарним (в режимі ламінарності течія рідини має струйний (спокійний) характер) або турбулентний (в режимі турбулентності рух рідини неупорядкований, вихороподібний). Зміна режиму руху рідини відбувається при деякій критичній швидкості потоку, яка в кожному конкретному випадку (варіанті задачі конвекції) різна.

Інтенсивність конвективного теплообміну характеризують частіше всього конвективним коефіцієнтом тепловіддачі  $\alpha_k$ , а значення  $q$  і  $P$  визначаються законом Ньютона - Ріхмана, що має вигляд

$$q = \alpha_k \cdot (t_n - t_c) \quad (2.1)$$



$$P = \alpha_k \cdot (t_n - t_c) \cdot S \quad (2.2)$$

де  $q$ - густина теплового потоку від твердого тіла до рідини або від рідини до твердого тіла, Вт/м<sup>2</sup>;  $t_n$ - температура поверхні твердого тіла;  $t_c$  – температура рідини ( температура навколишнього середовища набагато більша від температури поверхні твердого тіла);  $P$ - кількість теплової енергії, що переноситься в одиницю часу (теплова потужність або тепловий потік ) від твердого тіла до рідини (або від рідини до твердого тіла), Вт;  $\alpha_k$ - коефіцієнт тепловіддачі, [Вт/м<sup>2</sup>°C] ( $\alpha_k$  вимірюється кількістю теплоти, що віддається (отримується) одиницею поверхні твердого тіла в одиницю часу при різниці температур поверхні твердого тіла та навколишнього середовища в один градус).

Основні труднощі при розв'язанні задач з конвективного теплообміну полягають у визначенні  $\alpha_k$ . Тому головною частиною таких задач є оцінка значень  $\alpha_k$  для різних випадків конвекції, різних форм та розмірів твердого тіла.

В загальному випадку  $\alpha_k$  є функцією багатьох змінних

$$\alpha_k = \varphi(v, t_c, t_n, \lambda, C_p, \rho, \beta, \Phi, l_1, l_2, \dots),$$

де  $v$  - швидкість руху рідини, м/с;  $t_c, t_n$  - температури поверхні твердого тіла та рідини;  $\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності рідини;  $C_p$  – питома ізобарна теплоємність рідини, Дж/кг°С;  $\rho$ - густина рідини;  $\Phi$ - умовно позначає площу поверхні твердого тіла;  $l_1, l_2$ - розміри твердого тіла;  $\beta$ - температурний коефіцієнт об'ємного розширення:

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p=\text{const}}, \quad ^\circ\text{C}^{-1}; \quad \text{для газу } \beta = \frac{1}{T};$$

$V$ - питоми об'єм середовища, м<sup>3</sup>/кг.

Визначення  $\alpha_k$  в загальному випадку дуже складне, однак спрощується шляхом узагальнення експериментальних даних з використанням подібності.

Теорія подібності в аспекті ТМО присвячена оцінкам подібності явищ при конвекції. Термін "подібність" взятий з геометрії. Основні положення цієї теорії сформульовані у трьох теоремах:

1. Подібні між собою процеси мають однакові критерії подібності .
2. Залежність між змінними, що характеризують будь-який процес, може бути представлена у вигляді критеріального рівняння (рівняння подібності).
3. Подібні між собою ті процеси , в яких умови однозначності подібні та визначальні критерії рівні (ця 3-тя теорема визначає процеси, на які можна розповсюджувати результати даного експерименту).

Згідно з теорією подібності параметри, що характеризують процеси теплообміну, замінюються їх безрозмірними комплексами, тобто критеріями подібності, а самі явища теплоперенесення описуються критеріальними рівняннями, які включають в себе ці безрозмірні критерії подібності.

В склад критеріїв подібності (для випадку стаціонарного конвективного теплообміну) входять:

1. Критерій (число) Рейнольдса ( $Re$ ) - характеризує гідродинамічний режим потоку, який є для нього мірою відношення сил інерції та молекулярного тертя

$$Re = V \cdot l / \nu, \quad (2.3)$$

де  $V$  - швидкість рідини (газу) при вимушеній конвекції вздовж труб, каналів та т.і., м/с;  $\nu$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини (газу), м<sup>2</sup>/с;

$l$ -характерний (визначальний) розмір твердого тіла (наприклад, внутрішній діаметр труби, висота циліндра, найменша сторона шасі та ін.) м.

2. Критерій (число) Прандтля ( $Pr$ ) - є мірою подібності температурних та швидкісних полів у потоці

$$Pr = \nu/a, \quad (2.4)$$

де  $a$  - коефіцієнт теплопровідності рідини (газу),  $m^2/s$ .

3. Критерій (число) Грасгофа ( $Gr$ ) - характеризує взаємодію сил молекулярного тертя (в'язкості) та підйомної сили, що обумовлена різницею густини в окремих точках ізотермічного потоку:

$$Gr = \frac{g \cdot l^3}{\nu} \cdot \beta \cdot (t_{II} - t_c), \quad (2.5)$$

де  $g$  - прискорення сили тяжіння,  $m^2/s$ .

4. Критерій (число) Нусельта ( $Nu$ ) - безрозмірний коефіцієнт теплопровідності, що характеризує зв'язок між інтенсивністю тепловіддачі, конвекцією та температурним полем у граничному шарі потоку:

$$Nu = \alpha_k \cdot l / \lambda. \quad (2.6)$$

Якщо знайдено число  $Nu$ , то визначається  $\alpha_k$ :

$$\alpha_k = Nu \cdot \lambda / l. \quad (2.7)$$

Отже, задача визначення  $\alpha_k$  зводиться до визначення числа  $Nu$ .

Загальне критеріальне рівняння при стаціонарній конвекції встановлює зв'язок між критеріями подібності  $Nu$ ,  $Gr$ ,  $Pr$ ,  $Re$  та безрозмірними координатами  $X_{II}$ ,  $Y_{II}$  поверхні тепловіддачі

$$Nu = \psi (X_n, Y_n, Gr, Pr, Re). \quad (2.8)$$

Існує багато випадків тепловіддачі і для них визначені критеріальні рівняння. Методика використання критеріальних рівнянь, що існують в літературі така:

1. Відповідно до умов задачі, що розв'язується, підбирають аналогічний добре вивчений випадок тепловіддачі.
2. Обирають відповідне критеріальне рівняння типу (2.8).
3. Для заданих умов задачі визначають всі необхідні критерії подібності та по вибраному критеріальному рівнянню розраховують критерій Nu.
4. Знаючи Nu по (2.7) знаходять  $\alpha_k$ .
5. Знаючи  $\alpha_k$  по (2.1) та (2.2) визначають значення q і P.

Для цілого ряду практичних задач при розрахунку теплового режиму виробів ЕА (РЕА, РЕЗ) замість залежності виду (2.8) можна використати критеріальне рівняння більш простого вигляду:

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (2.9)$$

Зокрема, при розв'язанні задач по тепловіддачі в умовах природної конвекції використовується середнє значення критерію Nu ( $Nu_{cp}$ ) (критеріальне рівняння виду (2.9)):

$$Nu_{cp} = Nu_m = C \cdot (Gr, Pr)_m^n, \quad (2.10)$$

де C, n - емпіричні коефіцієнти; m - індекс, який показує, що значення теплофізичних параметрів  $\lambda, \alpha, \nu$ , слід вибирати для середньоарифметичної температури  $t_m$

$$t_{cp} = t_m = 0,5 \cdot (t_n + t_c). \quad (2.11)$$

Розрізняють чотири основних закони тепловіддачі, що відповідають режимам (видам) руху потоків:

1. Плівковий режим:  $C=0,5$ ;  $n=0$  (при цьому з (2.10) витікає  $Nu=0,5$ ). В цьому режимі біля поверхні твердого тіла утворюється майже непорушна плівка нагрітої рідини. Таке явище характерне, наприклад, для твердого тіла з плавною конфігурацією при невеликих температурних напорах.
2. Закон  $1/8$  ступеня ( $n=1/8$ ). Відповідає ламінарному режиму руху рідини. Інтенсивність тепловіддачі незначна. Такий режим характерний для навколишнього середовища, що охоплює тонкі провідники.
3. Закон  $1/4$  ступеня ( $n=1/4$ ). Відповідає інтенсивному ламінарному та локоноподібному руху рідини. Інтенсивність тепловіддачі збільшується. Такий режим присутній біля плоских та циліндричних кожухів виробів ЕА (РЕА, РЕЗ) середніх розмірів, біля плоских радіаторів.
4. Закон  $1/3$  ступеня ( $n=1/3$ ). Відповідає турбулентному (вихреподібному) руху рідини, при якому тепловіддача відбувається досить інтенсивно. Такий режим спостерігається біля зовнішніх поверхонь виробів ЕА (РЕА, РЕЗ) великих розмірів.

Розрахунок коефіцієнта тепловіддачі з застосуванням (2.10) та (2.11) виконують у такому порядку:

- а) визначають за умовою задачі значення  $t_{cp} = t_m$ ;
- б) за відомим  $t_{cp}$  та характерним розміром  $l$  знаходять для конкретної поверхні добуток  $(Gr \cdot Pr)_{cp}$ ;
- в) за відомим  $(Gr \cdot Pr)_{cp}$  з [1,4] (або табл. Д8.) знаходять коефіцієнти "С" та "n";
- г) з (2.10) знаходять значення  $Nu_{cp}$ ;
- д) з (2.7) визначають коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_k$ .

Безпосередньо за (2.10) зручно розраховувати  $\alpha_k$  лише при  $n=0$ . В інших випадках користуються формулами, що отримані на основі (2.10) для твердих тіл різної конфігурації та наведеними в спеціальній та навчальній літературі по ТМО (наприклад, в[1,2,4,5]).

Множення  $\alpha_k$  на площу поверхні  $S_i$ , через яку здійснюється тепловіддача, утворює конвективну складову теплопровідності  $\sigma_{ik}$  між поверхнею  $i$ -го твердого тіла та навколишнього середовища:

$$\sigma_{ik} = \alpha_k \cdot S_i. \quad (2.12)$$

В реальному малому просторі блоків та виробів ЕА (РЕА, РЕЗ) явища нагрівання та охолодження рідини відбуваються поблизу одне одного і розділити їх практично неможливо. При цьому рідина ніби циркуює в малих проміжках (щілинах) різної форми між елементами конструкції виробу. Під реальним простором в середині блоків, шкафів, пультів та їм подібних слід розуміти сукупність поверхонь твердих тіл (плоских, циліндричних, кулеподібних та ін.) і прошарків рідини, розташованих між цими поверхнями. В цьому випадку оцінку процесу теплообміну в малих реальних просторах, тобто просторах, обмежених тільки товщиною  $\delta$  невеликих проміжків між твердими тілами, виконують з допомогою “еквівалентного” коефіцієнта теплопровідності ( $\lambda_{ек}$ ) середовища, яке знаходиться між поверхнями цих твердих тіл. При цьому  $\lambda_{ек}$  враховує передавання теплоти одночасно і шляхом конвекції і шляхом теплопровідності.

Процес теплообміну в таких прошарках, наприклад, в необмежених плоских прошарках (рис. 2.1), необмежених циліндричних прошарках (рис. 2.2) та кулеподібних прошарках (рис. 2.3), прийнято описувати за допомогою критеріального рівняння виду

$$\varepsilon_k = \varphi (Gr, Pr)_f, \quad (2.13)$$



де

$$\varepsilon_k = \lambda_{\text{екв}} / \lambda_f, \quad (2.14)$$

де  $\varepsilon_k$ - коефіцієнт конвекції ;  $\lambda_f$ - коефіцієнт теплопровідності рідини (газу) в прошарку при температурі, що дорівнює середньому арифметичному значенню температур твердих поверхонь, що обмежують цей прошарок.

Тепловий потік, що переноситься конвективно-кондуктивним шляхом від однієї стінки прошарку до іншої, може бути визначений співвідношенням

$$P = K \cdot (t_1 - t_2) \cdot S \quad (2.15)$$

де  $t_1, t_2$  - температури стінок;  $S$ - площа поверхні стінки;  $K$ - коефіцієнт теплопередачі.

Для необмежених плоских та циліндричних прошарків, а також для кулеподібного прошарку коефіцієнт теплопередачі  $K$  дорівнює відповідно:

1. Для необмеженого плоского прошарку товщиною  $\delta$  (рис. 2.1)

$$K_{\text{пл}} = \varepsilon_k \cdot \lambda_f / \delta \quad (2.16)$$

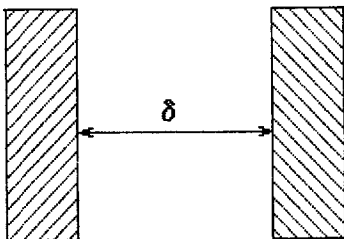


Рисунок 2.1 - Необмежений плоский прошарок

2. Для необмеженого циліндричного прошарку (рис. 2.2)

$$K_{ц} = 2 \cdot \epsilon_k \cdot \lambda_r / (d_1 \cdot \ln(d_2/d_1)) \quad (2.17)$$

де  $d_1$  та  $d_2$  - внутрішній та зовнішній діаметри циліндричного прошарку.

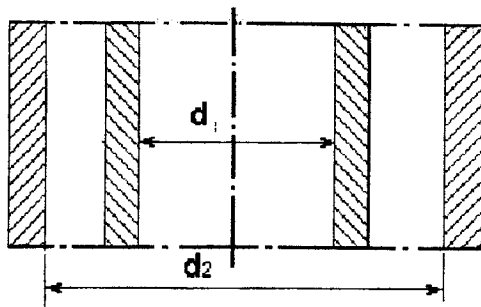


Рисунок 2.2 - Необмежений циліндричний прошарок

2. Для кулеподібного прошарку (рис. 2.3)

$$K_k = 2 \cdot \epsilon_k \cdot \lambda_r \cdot d_2 / (\delta \cdot d_1), \quad (2.18)$$

де  $d_1$  та  $d_2$  - внутрішній та зовнішній діаметри кулеподібного прошарку;

$\delta$  - товщина прошарку,  $\delta = 0,5 \cdot (d_2 - d_1)$ .

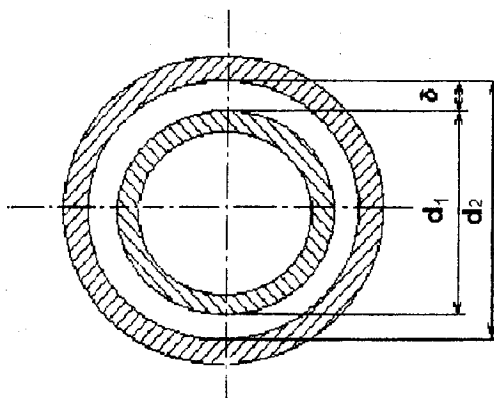


Рисунок 2.3 - Кулеподібний прошарок

Значення  $\epsilon_k$ , що входить в (2.16÷2.18), визначають з критеріального рівняння виду (2.13). Ці значення можна знайти в [1,2,5]. Наприклад, для необмежених плоских, циліндричних, а також кулеподібних прошарків рекомендується приймати [1]  $\epsilon_k=1$ , при  $Gr \cdot Pr < 1000$  та  $\epsilon_k=0,18(Gr \cdot Pr)^n$ ,  $n=0,25$  при  $Gr \cdot Pr > 1000$ .

При розрахунках теплообміну в обмежених плоских прошарках слід враховувати, що процес теплообміну відбувається у тривимірному просторі, тому необхідно замість одного геометричного параметра  $\delta$  необмеженого прошарку ввести три параметри  $\delta$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ , рис. 2.4. Прийнято замість  $l_1$ ,  $l_2$  використовувати їх середньгеометричне значення

$$l = \sqrt{l_1 \cdot l_2}. \quad (2.19)$$

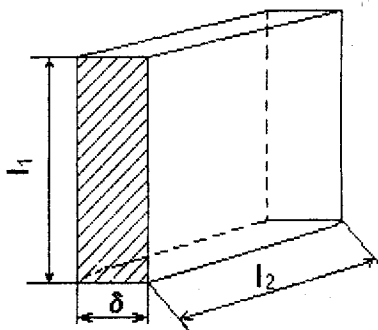


Рисунок 2.4 - Обмежена плоска стінка

З урахуванням (2.19) та (2.13) оцінку  $\epsilon_k$  для обмежених плоских прошарків визначають за допомогою такого критеріального рівняння:

$$\epsilon_k = N \cdot A \cdot (Gr \cdot Pr)^n \cdot f(\delta/l), \quad (2.20)$$

де коефіцієнт  $N$  враховує орієнтацію нагрітої поверхні у просторі, а коефіцієнт  $A$ , показник степеня  $n$  та функція  $f(\delta/l)$  визначені експериментально та приведені у [1].

При оцінці тепловіддачі при вимушеній течії рідини для випадків поздовжнього та поперечного обтікання нею поверхонь твердого тіла попередньо визначають режим руху рідини (ламінарний або турбулентний). Перехід від ламінарного до турбулентного визначається критичним значенням  $Re$  ( $Re_{кр}$ ). Для оцінки  $Re$  використовують вираз (2.3).

Наприклад, при русі рідини вздовж плоскої неізотермічної поверхні (стінки) число  $Re_{кр}=4 \cdot 10^4$ . При цьому у випадку ламінарного руху рідини (тобто при  $Re_f < 4 \cdot 10^4$ ) для оцінки  $Nu_f$  використовують таке критеріальне рівняння:

$$Nu_f = 0,66 \cdot Gr_f^{0,5} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (2.21)$$

Індекси “ $f$ ” та “ $w$ ” в (2.21) та далі означають, що відповідні критерії подібності (або будь-які інші теплофізичні параметри) розглядаються (оцінюються) при температурі рідини (індекс “ $f$ ”) або плоскої поверхні (індекс “ $w$ ”).

Для повітря критеріальне рівняння, аналогічне (2.21), спрощується

$$Nu_f = 0,57 \cdot \sqrt{Re_f} \quad (2.22)$$

Для турбулентного руху рідини (тобто при  $Re_f \geq 4 \cdot 10^4$ ) використовують (замість (2.21)) таке критеріальне рівняння

$$Nu_f = 0,037 \cdot Gr_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (2.23)$$

При цьому для повітря відповідно отримують таке критеріальне рівняння

$$\text{Nu}_f = 0,032 \cdot \text{Re}_f^{0,8} \quad (2.24)$$

При поперечному обтіканні твердого тіла (циліндра, кулі тощо) повітрям спрощене критеріальне рівняння (з похибкою не більше 20%) має такий вигляд

$$\text{Nu}_f = 0,8 \cdot \text{Re}_f^{0,5} \quad (2.25)$$

Довжина обтікання (визначальний розмір)  $l$ , яка входить в критерій подібності  $\text{Re}$  (2.3), для пластин дорівнює їх довжині, а для циліндра та кулі  $l = 0,5 \cdot \pi d$  (де  $d$  - діаметр циліндра чи кулі відповідно).

Розрахувавши  $\text{Nu}_f$  далі визначають коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_k$ .

Вимушений рух рідини у трубах спричиняється зовнішніми джерелами (насосами, вентиляторами тощо).

При постійній витраті рідини ( $G$ ) середньовитратна швидкість її ( $V$ ) залишається постійною та дорівнює

$$V = G/f, \quad (2.26)$$

де  $f$  - площа поперечного перерізу труби.

При русі рідини у круглих трубах визначальним розміром є діаметр, а для не круглих труб – еквівалентний діаметр

$$d_{\text{екв}} = 4 \cdot f/u, \quad (2.27)$$

де  $u$  - периметр поперечного перерізу каналу, який повністю заповнюється рідиною.

Режим руху рідини у трубах може бути:

1. Ламінарний ( $Re_f < 2,2 \cdot 10^3$ ).
2. Перехідний ( $2,2 \cdot 10^3 < Re_f < 10^4$ ).
3. Турбулентний ( $Re_f > 10^4$ ).

Види критеріальних рівнянь для розрахунку процесів тепловіддачі при цих режимах руху рідини в трубах можна знайти в літературі з ТМО [1,4,5,8,9 та ін.].

### Контрольні запитання

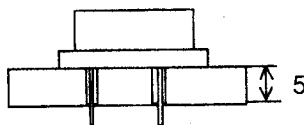
1. Сутність конвективного теплообміну.
2. Види конвекції. Режими руху рідини (газу).
3. Інтенсивність конвективного теплообміну. Закон Ньютона.
4. Основні положення теорії подібності. Види та характеристика критеріїв подібності для стаціонарної конвекції.
5. Призначення та методика використання критеріальних рівнянь.
6. Які одиниці вимірювання використовуються в системі SI для фізичних величин: коефіцієнт тепловіддачі, питома теплоємність, температурний коефіцієнт об'ємного розширення, кінематична в'язкість?
7. Критеріальні рівняння для випадків природної конвекції в необмеженому просторі.
8. Методика вибору процесу тепловіддачі в обмеженому просторі.
9. Порядок вибору критеріальних рівнянь та оцінки тепловіддачі для випадків поздовжнього та поперечного обтікання рідиною (повітрям) поверхонь твердих тіл.
10. Вимушений рух рідини в трубах.

### 3 ПРИКЛАДИ ТА ЗАДАЧІ

#### 3.1 СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

##### Приклад 3.1.1

Для охолодження транзистора використовується радіатор у вигляді плоскої латунної пластини. Визначити густину теплового потоку, якщо температура транзистора  $t_1=35^\circ\text{C}$ , а температура навколишнього середовища  $t_2=20^\circ\text{C}$ , товщина пластини  $\delta=5\text{мм}$ , коефіцієнт теплопровідності латуні дорівнює  $\lambda=60\text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ . Теплообміном за рахунок випромінювання знехтувати.



##### Розв'язування

Згідно з законом Фур'є густина теплового потоку визначається за формулою:

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

Підставляючи наші дані у формулу, отримаємо остаточний результат:

$$q = 60 \cdot \frac{35 - 20}{5 \cdot 10^{-3}} = 180 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$$

Відповідь: Густина теплового потоку  $q$  дорівнює  $180\text{ кВт/м}^2$

### Приклад 3.1.2

Знайти товщину стінки апарата, якщо температури внутрішньої та зовнішньої сторін відповідно дорівнюють  $t_1=25^\circ\text{C}$  та  $t_2=24^\circ\text{C}$ . Густина теплового потоку дорівнює  $q=4000 \text{ Вт/м}^2$ ; коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $\lambda=40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$

#### Розв'язування

Згідно з законом Фур'є густина теплового потоку визначається за формулою:

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

За цією формулою знаходимо товщину стінки

$$\delta = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{q}$$

Підставляючи дані у формулу, знаходимо

$$\delta = 40 \cdot \frac{25 - 24}{4000} = 0,01 \text{ м.}$$

Відповідь: Товщина стінки дорівнює 0.01 м.

### Приклад 3.1.3

Обчислити товщину плоскої однорідної стінки  $\delta$ , виготовленої з сталі, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює  $\lambda=40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , якщо відомо, що густина теплового потоку через неї складає  $q=8 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ . Ширина та висота стінки значно більші її товщини, різниця температур на поверхнях стінки складає  $\Delta t=t_1-t_2=10^\circ\text{C}$ .



### Розв'язування

Згідно з законом Фур'є

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta},$$

виводимо формулу для знаходження товщини стінки:

$$\delta = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{q}.$$

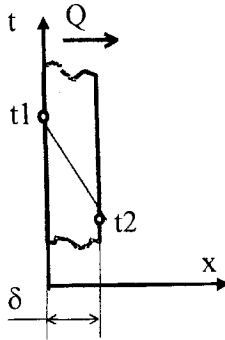
Підставляючи чисельні значення отримаємо

$$\delta = \frac{40 \cdot 10}{8 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-2}.$$

Відповідь: Товщина плоскої однорідної стінки дорівнює 50 мм.

### Приклад 3.1.4

Густина теплового потоку через плоску стінку товщиною  $\delta=0,01$  м дорівнює  $q=80$  Вт/м<sup>2</sup>. Визначити різницю температур на поверхнях стінки і градієнт температур, якщо коефіцієнт теплопровідності  $\lambda=80$  Вт/м·град.



### Розв'язування

Густина теплового потоку визначається за формулою

$$q = -\lambda \cdot \text{grad } t.$$

З цієї формули можна знайти  $\text{grad } t$

$$\text{grad } t = -\frac{q}{\lambda} = -\frac{80}{80} = -1 \text{ град/м.}$$

Згідно з законом Фур'є густина теплового потоку дорівнює:

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta} = \lambda \cdot \frac{\Delta t}{\delta},$$

$$\Delta t = \frac{q \cdot \delta}{\lambda} = \frac{80 \cdot 0,01}{80} = 0,01^\circ\text{C}.$$

Відповідь: Різниця температур дорівнює  $0,01^\circ\text{C}$ , градієнт температур дорівнює  $-1$  град/м.

### Приклад 3.1.5

Визначити ізоляційний матеріал між корпусом транзистора і теплопровідною шиною, а також термічний опір від корпусу транзистора до шини, якщо товщина матеріалу складає  $\delta_{\text{мт}}=0,2$  мм. Температура корпусу транзистора  $t_1=45^\circ\text{C}$ ., температура шини дорівнює  $t_2=22^\circ\text{C}$ ., товщина шини  $\delta_{\text{шн}}=1,5$  мм, її теплопровідність  $\lambda_{\text{шн}}=0,98$  Вт/м·град. Густина теплового потоку дорівнює  $q=12$  кВт/м<sup>2</sup>. Площа поверхні теплового контакту транзистора  $S=1$  см<sup>2</sup>.

### Розв'язування

З виразу для густини теплового потоку знайдемо теплопровідність

матеріалу

$$q = \lambda_{MT} \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta_{MT}} \Rightarrow \lambda_{TM} = q \cdot \frac{\delta_{MT}}{t_1 - t_2}$$

Підставивши числові значення у формулу, маємо:

$$\lambda_{MT} = 12 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{45 - 22} = 0,104 \text{ Вт/м} \cdot \text{град.}$$

Отримана нами теплопровідність належить матеріалу – слюда за даними таблиці А.3.

Термічний опір знаходиться за формулою:

$$R_t = \frac{\delta_{ШН}}{\lambda_{ШН} \cdot S} + \frac{\delta_{MT}}{\lambda_{MT} \cdot S}$$

$$R_t = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,981 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{0,041 \cdot 10^{-4}} = 3,45 \text{ град/Вт.}$$

Відповідь: Матеріалом є слюда, термічний опір складає 3,45 град/Вт.

### Приклад 3.1.6

Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу перегородки, якщо, при товщині 2 мм, кількість тепла, що передається за одиницю часу дорівнює 9 кВт. Площа поверхні перегородки дорівнює 0,2 м<sup>2</sup>, різниця температур на різних поверхнях перегородки складає 3 °С.

### Розв'язування

Потужність, що розсіюється однорідною плоскою стінкою площею S визначається за формулою:

$$P = \frac{\lambda}{\delta} \cdot S \cdot \Delta t,$$

звідки можна знайти коефіцієнт теплопровідності:

$$\lambda = \frac{P \cdot \delta}{S \cdot \Delta t}.$$

Підставляючи числові значення, отримаємо:

$$\lambda = \frac{9000 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 3} = 30 \text{ Вт/м}\cdot\text{град.}$$

Відповідь: коефіцієнт теплопровідності дорівнює 30 Вт/м·град.

### Приклад 3.1.7

Визначити втрати тепла через стінку, яка виконана із сталі довжиною 25 см, висотою 10 см, товщиною 4 мм, якщо температури на поверхнях стінки відповідно дорівнюють 90°C і 56°C. Коефіцієнт теплопровідності сталі 40 Вт/м·град.

### Розв'язування

Втрати тепла визначаються за формулою

$$P = q \cdot S,$$

де тепловий потік  $q$  дорівнює

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta},$$

а площа поверхні  $S$

$$S = l \cdot h.$$

Тоді формула втрат тепла буде мати вигляд:

$$P = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta} \cdot l \cdot h.$$

Підставляючи числові значення у формулу, отримаємо:

$$P = 40 \cdot \frac{90 - 56}{0,004} \cdot 0,25 \cdot 0,1 = 8500 \text{ Вт.}$$

Відповідь: втрати тепла складають 8500 Вт.

### **Приклад 3.1.8**

По трубці довжиною 30 см з зовнішнім діаметром 10,5 мм і внутрішнім діаметром 10 мм пропускають електричний струм силою 15А. Все тепло виділяється через зовнішню поверхню трубки. Визначити перепад температур в стінці трубки і тепловий потік, що відводиться від поверхні трубки, якщо коефіцієнт теплопровідності дорівнює 18,6 Вт/м·град, а питомий опір матеріалу трубки складає 0,85 Ом·мм<sup>2</sup>/м.

### **Розв'язування**

Потужність розсіювання визначається за формулою

$$P = I^2 \cdot R. \quad (1)$$

Електричний опір трубки:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (2)$$

де  $S$ -площа

$$S = \pi (r_2^2 - r_1^2).$$

Підставляючи  $R$  і  $S$  у формулу (1), маємо:

$$P = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{\pi (r_2^2 - r_1^2)},$$
$$P = 15^2 \cdot 0,85 \cdot \frac{0,3}{3,14 \cdot (5,25^2 - 5^2)} = 7,13 \text{ Вт}.$$

Тепловий потік визначається формулами

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta},$$

або

$$q = \frac{P}{S}$$

звідки:

$$\Delta t = \frac{P \cdot \delta}{S \cdot \lambda}.$$

Підставляючи числові значення у формулу, отримаємо:

$$\Delta t = \frac{7,130,5 \cdot 10^3}{3,14(5,25^2 - 5^2) \cdot 10^{-6} \cdot 18,6} = 23,8^\circ\text{C}.$$

Відповідь: перепад температур складає 23,8 °С.

### Приклад 3.1.9

Густина теплового потоку через плоску стінку товщиною 6 см складає 800 Вт/м<sup>2</sup>. Визначити різницю температур на поверхні стінки та градієнт температури в стінці, якщо вона виготовлена з латуні, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює 70 Вт/м·град.

#### *Розв'язування*

З формули густини теплового потоку:

$$q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

ми можемо визначити різницю температур на поверхнях стінки:

$$t_1 - t_2 = q \cdot \frac{\delta}{\lambda},$$

$$t_1 - t_2 = 800 \cdot \frac{0,06}{70} = 0,686^\circ\text{C}.$$

Градієнт температури визначається за формулою:

$$\text{grad } t = -\frac{q}{\lambda}.$$

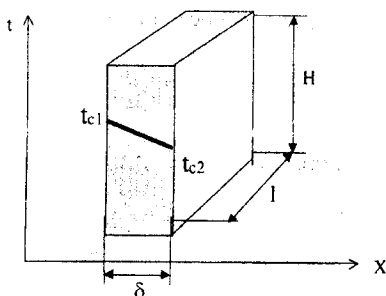
Підставивши числові значення, отримаємо:

$$\text{grad } t = -\frac{800}{70} = -11,4 \text{ град/м.}$$

Відповідь: Різниця температур на поверхнях стінки складе 0,686 °С, градієнт температури дорівнює -11,4 град/м.

### Приклад 3.1.10

Визначити втрати тепла через сталеву стінку довжиною 1 м і висотою 10 см, якщо товщина стінки 20 мм;  $t_{c1}=80^\circ\text{C}$ ;  $t_{c2}=25^\circ\text{C}$ , коефіцієнт теплопровідності дорівнює 40 Вт/м·град.



### Розв'язування

Витрати тепла визначаються за формулою:

$$Q = q \cdot S.$$

Визначимо тепловий потік:



$$q = \lambda \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} = 40 \cdot \frac{80 - 25}{0.02} = 110000 \text{ Вт/м}^2.$$

Визначимо площу сталевий стінки:

$$S = l \cdot H = 1 \cdot 0,1 = 0,1 \text{ м}^2.$$

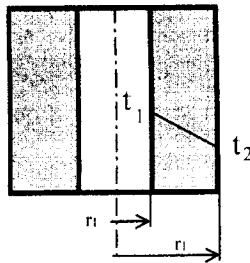
Знайдемо втрати тепла:

$$Q = 110000 \cdot 0,1 = 11000 \text{ Вт} = 11 \text{ кВт}.$$

Відповідь: знайдені втрати тепла через сталеву стінку 11 кВт.

### Приклад 3.1.11

Визначити максимальний струм для провідника діаметром 1 мм, покритого поліхлорвініловою ізоляцією товщиною 1,5 мм. Внутрішня температура ізоляції 50°C, а на зовнішній стороні ізоляції не більше 49,8°C. Коефіцієнт теплопровідності поліхлорвінілу 0,25 Вт/м·град. Опір одного погонного метра провідника 0,005 Ом/м.



### Розв'язування

Знайдемо відстані від початку відліку до ізотермічних поверхонь з температурами  $t_1$  і  $t_2$ :

$$r_1 = d/2 = 1/2 = 0,5 \text{ мм},$$

$$r_2 = r_1 + \delta = 0,5 + 1,5 = 2 \text{ мм}.$$

Із формули потужності, що розсіюється провідником, знайдемо силу струму:

$$P = I^2 \cdot R \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}},$$

де  $R = \rho \cdot L$  - електричний опір провідника;

$\rho$  - опір одного погонного метра провідника;

$L$  - довжина провідника.

Теплова потужність для циліндричної поверхні визначається за формулою:

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

де  $t_1, t_2$  - температури внутрішньої і зовнішньої стінок відповідно;

$\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності матеріалу.

Підставляючи значення потужності у формулу:

$$I = \sqrt{\frac{P}{\rho \cdot L}},$$

отримаємо вираз:

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{L \cdot \rho \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (t_2 - t_1)}{\rho \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

Підставляючи числові значення, отримаємо:

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot (50 - 49,8)}{0,005 \cdot \ln \frac{2}{0,5}}} = 6,69 \text{ А.}$$

Відповідь: сила струму дорівнює 6,69 А.

### Приклад 3.1.12

Визначити допустиму силу струму, що проходить крізь провідник діаметром 1,2 мм, який покритий шаром ізоляції товщиною 0,5 мм за умови, що максимальна температура провідника дорівнює 30°C, довжина провідника 1 м. Температура зовнішнього шару ізоляції дорівнює температурі навколишнього середовища і дорівнює 29,5 °С. Коефіцієнт теплопровідності провідника дорівнює 0,25 Вт/м-град. Опір провідника  $R=0,012$  Ом.

### Розв'язування

Потужність, що виділяється провідником:

$$P = I^2 \cdot R,$$

з іншого боку, ця потужність визначається для циліндричних поверхонь за формулою:

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

Прирівнявши праві частини, отримаємо:

$$I^2 \cdot R = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

звідки сила струму дорівнює:

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{R \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}}$$

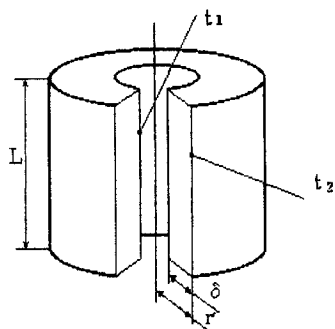
Підставивши у цей вираз числові значення, отримаємо:

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,25 \cdot 1 \cdot (30 - 29,5)}{0,012 \cdot \ln \frac{1,1}{0,6}}} = 10,39 \text{ А.}$$

Відповідь: сила струму дорівнює 10,39 А.

### Приклад 3.1.13

Обчислити допустимий електричний опір мідного провідника при товщині ізоляції дроту 2 мм, радіус провідника з ізоляцією 4 мм, якщо максимальна температура провідника 80°C, а на зовнішній поверхні ізоляції 40°C. Коефіцієнт теплопровідності 0,15 Вт/м-град, сила струму 80А, довжина провідника 1м.



### Розв'язування

Половина діаметру мідної жили і провідника з ізоляцією:

$$r_1 = r - \delta,$$

$$r_2 = r.$$

Тепловий опір циліндричної стінки ізоляції град/Вт:

$$R_t = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1},$$

де L - довжина провідника.

Потужність, що виділяється у провіднику:

$$P = \frac{(t_2 - t_1)}{R_t},$$

$$P = R \cdot I^2.$$

Звідки:

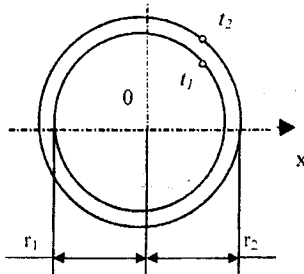
$$R \cdot I^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow R = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (t_2 - t_1)}{I^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}},$$

$$R = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,15 \cdot 1 \cdot (80 - 40)}{80^2 \cdot \ln \frac{4}{2}} = 8,49 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

Відповідь: опір провідника дорівнює  $8,49 \cdot 10^{-3}$  Ом.

### Приклад 3.1.14

Визначити коефіцієнт теплопровідності кульової стінки, якщо відомо, що в стаціонарному режимі потужність теплового потоку при передачі тепла крізь стінку дорівнює 100 Вт, температура на внутрішній поверхні стінки  $30^\circ\text{C}$ , на зовнішній  $25^\circ\text{C}$ . Відстань від центру кулі до внутрішньої стінки - 50 см, а до зовнішньої - 55 см.



### Розв'язування

Зв'язок між внутрішньою і зовнішньою температурами і тепловою потужністю визначається виразом:

$$t_1 - t_2 = P \cdot R, \quad (1)$$

де  $t_1$ - температура на внутрішній стінці;

$t_2$ - температура на зовнішній стінці;

$R$ - термічний опір кульової стінки.

В стаціонарному режимі, коли  $\lambda = \text{const}$ , термічний опір визначається

виразом:

$$R = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{S(r)}, \quad (2)$$

де  $S(r)$ - аналітичний вираз площі ізотермічної поверхні на відстані  $r$  м від початку відліку;

$r_1, r_2$ - відстані від початку відліку до ізотермічних поверхонь з температурами  $t_1$  і  $t_2$ .

Для кульової стінки маємо:

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{\lambda \cdot 4 \cdot \pi \cdot x^2} = \frac{1}{\lambda \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{\lambda \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (3)$$

Підставляючи в формулу (1) вираз (3), отримаємо вираз, з якого знайдемо  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} (t_1 - t_2) &= P \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \lambda &= P \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot (t_1 - t_2)} \\ \lambda &= 100 \cdot \left( \frac{1}{0,5} - \frac{1}{0,55} \right) \cdot \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot (30 - 25)} = 0,289. \end{aligned}$$

Відповідь: коефіцієнт теплопровідності кульової стінки 0,289 Вт/м·град.

### Приклад 3.1.15

Чи витримає ізоляція провідника, яка виготовлена з гуми і для якої максимальна температура складає  $60^\circ\text{C}$ , температура навколишнього середовища  $20^\circ\text{C}$ , якщо теплопровідність гуми  $0,15$  Вт/м·град, діаметр провідника  $2$  мм, товщина гумового шару  $1,5$  мм, сила струму, що тече крізь провідник  $6,2$  А, опір погонного метра провідника  $0,015$  Ом/м.

### Розв'язування

Визначимо відстань від початку відліку до ізотермічних поверхонь з температурами  $t_1$  і  $t_2$ :

$$r_1 = d/2 = 2 \cdot 10^{-3} / 2 = 10^{-3} \text{ м,}$$

$$r_2 = r_1 + \delta = 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

де  $d$  - діаметр провідника,

$\delta$  - товщина ізоляції.

Зв'язок між температурами зовнішньої та внутрішньої поверхонь і теплової потужності визначається виразом:

$$t_1 - t_2 = P \cdot R, \quad (1)$$

де  $t_1, t_2$  - температури зовнішньої та внутрішньої поверхонь

$R$  - термічний опір ізоляції

Оскільки  $\lambda = \text{const}$ , термічний опір визначається виразом:

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot x \cdot L} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{x} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (2)$$

де  $\lambda$  - теплопровідність матеріалу;

$L$  - довжина провідника;

$r_1, r_2$  - відстань від початку відліку до ізотермічних поверхонь.

Потужність розсіювання на провіднику:



$$P = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot L, \quad (3)$$

Підставивши у формулу (1) вирази (2) и (3) отримаємо:

$$t_1 - t_2 = \frac{I^2 \cdot \rho \cdot L}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{I^2 \cdot \rho}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

З цього виразу знайдемо температуру в середині ізоляції:

$$t_1 = \frac{I^2 \cdot \rho}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + t_2 = \frac{6.2^2 \cdot 0,015}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,15} \cdot \ln \frac{2,5}{1} + 20 = 20,56 \text{ } ^\circ\text{C},$$

що значно менше 60 °С.

Відповідь: температура ізоляції 20,56 °С.

### Приклад 3.1.16

Обчислити температуру на зовнішній стороні поліхлорвінілової ізоляції, товщина стінки якої дорівнює 1 мм, а вміщений у ній провідник має діаметр 1 мм. Провідник має електричний опір погонного метра 0,05 Ом/м. Струм у провіднику дорівнює 5 А. Температура на внутрішній поверхні ізоляції дорівнює 50°С. Коефіцієнт теплопровідності поліхлорвінілу 0,2 Вт/м·град.

### Розв'язування

Зв'язок між температурами внутрішньої і зовнішньої поверхонь поліхлорвінілової трубки і тепловою потужністю описується виразом:

$$t_1 - t_2 = P \cdot R,$$

де  $t_1$  - температура внутрішньої стінки;

$t_2$  - температура зовнішньої стінки;

$R$  - термічний опір трубки.

За умови, що термічний опір описується виразом:

$$R = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{A(r)},$$

де  $A(r)$  - аналітичний вираз площі ізотермічної поверхні на відстані від початку відліку;

$r_1, r_2$  - відстані від початку відліку до ізотермічної поверхні з температурами  $t_1$  і  $t_2$ .

Для циліндричної стінки маємо:

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot x} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{x} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Потужність, що розсіюється на провіднику:

$$P = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot L.$$

Прирівнявши потужності з двох співвідношень, маємо:

$$I^2 \cdot \rho \cdot L = \frac{(t_1 - t_2) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

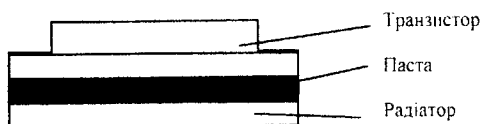
$$t_2 = t_1 - \frac{I^2 \cdot \rho}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

$$t_2 = 50 - \frac{5^2 \cdot 0,05 \cdot \ln \frac{1,5}{0,5}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} = 48,9^\circ \text{C}.$$

Відповідь: температура на зовнішній стінці ізоляції дорівнює  $48,9^\circ \text{C}$ .

### Приклад 3.1.17

Транзистор КТ808А розсіює потужність 10 Вт. Він встановлений основою, діаметр якої  $d=25$  мм, на радіаторі з температурою в місці контакту  $t_r=60^\circ \text{C}$ . Внутрішній тепловий опір транзистора "перехід-корпус"  $R_{п.к}=2$  град/Вт. Визначити температуру р-п переходу транзистора при його установці на пасту КПТ-8, яка забезпечує питомий тепловий опір  $R_{пит}=0,76 \cdot 10^{-4}$  град·м<sup>2</sup>/Вт. При виконанні обчислень не враховувати тепловіддачу від корпуса транзистора в навколишнє середовище.



#### Розв'язування

З рисунку видно, що тепловий потік  $P$  передається крізь плоску двохшарову стінку, один шар якої характеризується тепловим опором від р-п переходу до корпуса транзистора  $R_{п.к}$ , а другий шар – тепловим опором  $R_{к.р}$  від корпуса транзистора до радіатора з температурою  $t_r$ .

Температура р-п переходу транзистора без врахування теплопередачі конвекцією, і теплопередачі від корпуса транзистора в навколишнє середовище дорівнює:

$$t_{p-n} = t_r + P \cdot (R_{п.к.} + R_{к.р.}) .$$

Значення опору  $R_{к.р.}$  знаходимо за формулою:

$$R_{к.р.} = \frac{R_{шт.}}{S} ,$$

де  $S$ - площа контакту транзистора з радіатором без урахування отворів для виводів:

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (25 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 .$$

Значення опору  $R_{к.р.}$ :

$$R_{к.р.} = \frac{0,76 \cdot 10^{-4}}{4,9 \cdot 10^{-4}} = 0,16 \text{ град/Вт} .$$

Температура p-n переходу транзистора

$$t_{p-n} = 60 + 10 \cdot (2 + 0,16) = 81,6 \text{ } ^\circ\text{C} .$$

Відповідь: Температура p-n переходу транзистора складає 81,6 °С.

### Приклад 3.1.18

Визначити кількість теплоти, яка виділяється в навколишнє середовище внаслідок теплопровідності крізь плоску стінку з міді, об'єм якої  $V=0,1 \text{ м}^3$ , а товщина  $d=0,05 \text{ м}$ , якщо температура внутрішньої поверхні дорівнює  $t_1=100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , а температура зовнішньої поверхні складає  $t_2=80 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

### **Розв'язування**

Для знаходження коефіцієнта теплопровідності знайдемо середню температуру міді:

$$t_{\text{сер}} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{100 + 80}{2} = 90 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Коефіцієнт теплопровідності міді для температури 90°C дорівнює 390 Вт/м·град (див. Табл. А.3).

Визначимо густину теплового потоку:

$$q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{d} = 390 \frac{100 - 80}{0,05} = 156000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Знайдемо площу пласкої стінки:

$$S = \frac{V}{\delta} = \frac{0,1}{0,05} = 2 \text{ м}^2.$$

Кількість теплоти, яка виділяється в навколишнє середовище:

$$Q = qS = 156000 \cdot 2 = 312000 \text{ Вт}.$$

Відповідь: кількість теплоти складає 312000 Вт.

### **Приклад 3.1.19**

Визначити, яку температуру повинен мати радіатор в місці контакту з транзистором КТ902, який розсіює потужність  $P=15$  Вт, щоб температура

p-n переходу транзистора не перевищувала  $t_{p-n}=130^{\circ}\text{C}$ . Транзистор має діаметр основи  $d=25$  мм і встановлений на радіатор через поліамідну плівку товщиною  $\lambda=50$  мкм. Теплопровідність плівки  $\delta=0,148$  Вт/м·град. Температурний опір від p-n переходу до корпусу дорівнює  $R_{н.к.}=3,3$ град/Вт.

### *Розв'язування*

Температура p-n переходу транзистора без урахування конвекції і передачі тепла від корпусу транзистора в навколишнє середовище дорівнює:

$$t_{p-n} = t_p + P \cdot (R_{п.к.} + R_{к.р.}).$$

Тоді температура радіатора в місці установки транзистора

$$t_p = t_{p-n} - P \cdot (R_{п.к.} + R_{к.р.}).$$

Термічний опір від корпусу транзистора до радіатора знайдемо за формулою

$$R_{к.р.} = \frac{\delta}{S \cdot \lambda},$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4},$$

де  $S$ - площа контакту транзистора з радіатором без урахування отворів для виводів,

$d$ - товщина поліамідної плівки:

$$R_{\text{к.р.}} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 4}{3,14(25 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,148} = 0,69 \text{ град/Вт,}$$

де

$$t_p = t_{p-n} - P \cdot (R_{\text{п.к.}} + R_{\text{к.р.}}) = 130 - 15 \cdot (3,3 + 0,69) = 70,15 \text{ }^\circ\text{C,}$$

Відповідь: Температура радіатора в місці контакту з транзистором повинна бути не більшою 70,15 °С.

### Приклад 3.1.20

Системою водяного охолодження авіаційного двигуна є подвійна обшивка фюзеляжу з ємністю, в якій конденсується вода, яка випаровується при охолодженні двигуна. Потрібно визначити кількість води, необхідної для роботи двигуна, якщо задані такі параметри: потужність двигуна 10 кВт, період повного кругообігу води в системі охолодження  $\tau_{\text{к.р.}}=20$  с, температура повітря за бортом -30 °С, товщина зовнішньої обшивки, виготовленої зі сплаву з коефіцієнтом теплопровідності 3 Вт/м·град, дорівнює 2 мм, питома теплота конденсації води 200 кДж/кг, площа охолоджуваної поверхні 2 м<sup>2</sup>.

### Розв'язування

Енергія конденсації визначається за формулою:

$$E = m \cdot c.$$

де  $c$  - питома теплота конденсації.

Потужність, що віддається крізь зовнішню стінку:

$$P = \frac{S}{d} \cdot \lambda \cdot (t - t_n).$$

Необхідна кількість води:

$$m = \frac{P \cdot \tau_{кр}}{C},$$
$$m = \frac{\frac{S}{d} \cdot \lambda \cdot (t - t_n) \cdot \tau_{кр}}{c} = \frac{2}{0,002} \cdot 3 \cdot (100 + 30) \cdot 20 = 39 \text{ кг.}$$

Відповідь: кількість води, що необхідна для роботи двигуна дорівнює 39 кг.

### Приклад 3.1.21

Визначити електричний опір металевої трубки, якщо різниця потенціалів на її кінцях складає 30 В. Зовнішній діаметр трубки  $d_2=18$  мм, внутрішній  $d_1=14$  мм. Перепад температур в трубці  $103$  °С, а все тепло, що виділяється в трубці, виділяється через зовнішню поверхню трубки. Електричний опір погонного метра трубки складає  $0,85$  Ом/м, коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $18,6$  Вт/м·град.

### Розв'язування

Перепад температур визначається за формулою:

$$\Delta t = \frac{W \cdot r_1^2}{4 \cdot \lambda} \left[ \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]$$

звідки



$$W = \frac{4 \cdot \lambda \cdot \Delta t}{r_1^2 \cdot \left[ \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]} = \frac{4 \cdot 18,6 \cdot 103}{49 \cdot 10^{-6} \cdot \left[ \left( \frac{9}{7} \right)^2 - 2 \cdot \ln \frac{9}{7} - 1 \right]} = 920 \cdot 10^6 \text{ Вт.}$$

З іншої точки зору:

$$W = \frac{P}{V} = \frac{I^2 \cdot \rho L}{S_K \cdot S_K \cdot L}, \text{ де } S_K = \pi(r_2^2 - r_1^2) = 100,53 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Звідки:

$$I = \frac{W \cdot S_K^2}{\rho} = \frac{920 \cdot 10^6 \cdot (100,53 \cdot 10^{-6})^2}{0,85} = 3,3 \text{ А.}$$

Тоді опір буде дорівнювати:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{30}{3,3} = 9,1 \text{ Ом.}$$

Відповідь: Опір дорівнює 9,1 Ом.

### Приклад 3.1.22

Трубка із неіржавіючої сталі з внутрішнім діаметром 7,6 мм і зовнішнім діаметром 8 мм нагрівається електричним струмом шляхом прямого під'єднання до електричної мережі. Все тепло, що виділяється в стінці трубки, відводиться через внутрішню поверхню трубки. Обчислити об'ємну продуктивність джерел тепла і перепад температур в стінці трубки, якщо по трубці пропускається струм 250 А. Питомий електричний опір і коефіцієнт теплопровідності сталі дорівнює відповідно  $\rho=0,85 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$  і  $\lambda=18,6 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$ .

### Розв'язування

Електричний опір на одиницю довжини трубки:

$$R_1 = \frac{\rho}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)} = \frac{0,85}{3,14 \cdot (4^2 - 3,8^2)} = 0,174 \text{ Ом/м.}$$

Тепловий потік на одиницю довжини:

$$q_1 = I^2 \cdot R_1 = 250^2 \cdot 0,174 = 10875 \text{ Вт/м.}$$

Об'ємна продуктивність внутрішніх джерел тепла:

$$q_v = \frac{q_1}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)} = \frac{10875}{3,14 \cdot (4^2 - 3,8^2) \cdot 10^{-6}} = 2,22 \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^3.$$

Перепад температур в стінці трубки:

$$\begin{aligned} t_{c2} - t_{c1} &= \frac{q_1 \cdot r_2^2}{4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot \left[ 2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right] = \frac{q_v \cdot r_2^2}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[ 2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right] = \\ &= \frac{2,22 \cdot 10^9 \cdot 4^2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 18,6} \cdot \left[ 2 \cdot \ln \frac{4}{3,8} + \left( \frac{3,8}{4} \right)^2 - 1 \right] \approx 2,4 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Відповідь: тепловий потік на одиницю довжини дорівнює  $2,22 \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^3$ , а перепад температур в стінці трубки –  $2,4 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Приклад 3.1.23

Стінки циліндричної форми виготовлені з матеріалу, середній

коефіцієнт теплопровідності якого  $0,6 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , а температура на внутрішній поверхні стінки  $t_{c1}=110^\circ\text{C}$ . Визначити температуру зовнішньої поверхні стінки, якщо тепловий потік крізь стінку на один погонний метр за  $\tau = 300 \text{ с}$  дорівнює  $Q=6\cdot 10^3 \text{ Дж/м}$ , внутрішній і зовнішній діаметри дорівнюють відповідно  $d_1=200 \text{ мм}$  і  $d_2=650 \text{ мм}$ .

### ***Розв'язування***

Потужність теплового потоку крізь стінку в умовах стаціонарного режиму:

$$q_1 = \frac{Q}{\tau} = \frac{6\cdot 10^4}{300} = 200 \text{ Вт/м.}$$

Температура на зовнішній стінці дорівнює:

$$t_{c2} = t_{c1} - \frac{q_1}{2\cdot\pi\cdot\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} = 110 - \frac{200}{2\cdot 3,14\cdot 0,6} \cdot \ln \frac{650}{200} = 47,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Відповідь: температура на зовнішній стінці дорівнює  $47,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### **Приклад 3.1.24**

Маємо плоску стінку, котра складається з різнорідних шарів, товщина і коефіцієнт теплопровідності яких:

$$\delta_1=20 \text{ мм}; \quad \lambda_1=18,6 \text{ Вт/м}\cdot\text{град};$$

$$\delta_2=5 \text{ мм}; \quad \lambda_2=25,3 \text{ Вт/м}\cdot\text{град};$$

$$\delta_3=25 \text{ мм}; \quad \lambda_3=40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}.$$

Поверхня стінки омивається рідиною з температурами  $t_{c1}=30^\circ\text{C}$ ;  $t_{c2}=18^\circ\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності одного середовища до поверхні тіла дорівнює  $\alpha_1=15 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{град}$ , а від поверхні тіла до другого середовища

$\alpha_2=7,8 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{град}$ . Між середовищами проходить обмін через плоску неоднорідну стінку. Визначити тепловий потік, що протікає крізь цю стінку.

### Розв'язування

Повний тепловий потік дорівнює:

$$q = k \cdot (t_{c1} - t_{c2}), \quad (1)$$

де,  $k$ - коефіцієнт теплопровідності (загальний)

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2)$$

Підставляючи (2) в (1) маємо:

$$q = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (3)$$

Підставляючи значення величин в (3), визначасмо:

$$q = \frac{(30 - 18)}{\frac{1}{15} + \frac{2 \cdot 10^{-2}}{18.6} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{25.3} + \frac{2.5 \cdot 10^{-2}}{40} + \frac{1}{7.8}} = 61,2 \text{ Вт/м}^2.$$

Відповідь: тепловий потік, що протікає крізь стінку дорівнює  $61,2 \text{ Вт/м}^2$

### Приклад 3.1.25

Визначити допустимий струм через монтажний провідник (мідний) діаметром 0.5 мм, покритий гумовою ізоляцією товщиною 0.5 мм, якщо температура ізоляції не повинна бути вищою ніж 40°C всередині і 30°C зовні. Електричний опір погонного метра провідника дорівнює 0,05 Ом/м, а коефіцієнт теплопровідності 0,15 Вт/м·град.

#### Розв'язування

Знайдемо потужність електричного струму:

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot \rho.$$

Оскільки

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Тоді:

$$I = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (t_1 - t_2)}{\rho \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,15 \cdot (40 - 30)}{0,05 \cdot \ln \frac{0,75}{0,25}}} = 13,1 \text{ А.}$$

Відповідь: допустимий струм крізь монтажний провідник – 13,1 А.

### Приклад 3.1.26

Плоска стінка виготовлена з шамотної цегли певної товщини. Температури її поверхонь дорівнюють відповідно  $t_{c1}=1350$  °C і  $t_{c2}=50$  °C. Коефіцієнт теплопровідності шамотної цегли залежить від температури і визначається, як  $\lambda=0,838 \cdot (1+0,00071 \cdot t)$  Вт/м·град. Обчислити залежність розподілу температури в стінці ( $t=f(x)$ ). Товщина стінки 250 мм.

### Розв'язування

У випадку залежності коефіцієнта теплопровідності від температури, щільність теплового потоку дорівнює:

$$q = \lambda_{\text{ср}} \cdot \frac{\Delta t}{\delta},$$

де

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda_0 \cdot \left(1 + \beta_{\lambda} \cdot \frac{t_{\text{с1}} + t_{\text{с2}}}{2}\right),$$

У нашому випадку:

$$\lambda_{\text{ср}} = 0,838 \cdot \left(1 + 0,00071 \cdot \frac{1350 + 50}{2}\right) = 1,25 \text{ Вт/м} \cdot \text{град},$$

$$q = 1,25 \cdot \frac{(1350 - 50)}{0,25} = 7000 \text{ Вт/м}^2.$$

Температура на будь-якій відстані від поверхні стінки визначається за формулою:

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{\beta_{\lambda}} + t_{\text{с1}}\right)^2 - \frac{2 \cdot q \cdot x}{\lambda_0 \cdot \beta_{\lambda}} - \frac{1}{\beta_{\lambda}}}.$$

Підставивши значення  $\lambda_0$  та знайшовши значення  $q$  одержимо:

$$\begin{aligned} t_x &= \left(\frac{1}{0,00071} + 1350\right)^2 - \frac{2 \cdot 7000 \cdot x}{0,838 \cdot 0,00071} - \frac{1}{0,00071} = \\ &= (7,61 - 23,5 \cdot x - 1,41) \cdot 10^3 \text{ } ^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Відповідь: температура змінюється за законом:

$$t_x = (\sqrt{7,61 - 23,5 \cdot x} - 1,41) \cdot 10^3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

### Приклад 3.1.27

Стальна труба діаметром  $d_1/d_2=100/110$  мм з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda_1=50$  Вт/м·град покрита ізоляцією в два шари однакової

товщини  $\delta_2=\delta_3=50$  мм. Температура внутрішньої поверхні труби  $t_{c1}=250$  °С і зовнішньої поверхні ізоляції  $t_{c4}=50$  °С. Визначити втрати теплоти крізь ізоляцію з одного погонного метра труби і температуру на границі стику шарів ізоляції ( $t_{c3}$ ), якщо перший шар ізоляції виконаний з матеріалу, з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda_2=0,06$  Вт/м·град, а другий шар (зовнішній) – із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda_3=0,12$  Вт/м·град.

### Розв'язування

Визначаємо густину теплового потоку з одного погонного метра труби за допомогою співвідношення:

$$q_1 = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{2\pi \cdot \left( \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \cdot \ln \frac{d_4}{d_3} \right)},$$

$$\text{де } d_3 = d_2 + 2 \cdot \delta_2;$$

$$d_4 = d_3 + 2 \cdot \delta_3.$$

$$d_3 = 110 + 2 \cdot 50 = 210 \text{ мм.}$$

$$d_4 = 210 + 2 \cdot 50 = 310 \text{ мм.}$$

Тоді

$$q_1 = \frac{250 - 50}{2 \cdot 3,14 \cdot \left( \frac{1}{50} \cdot \ln \frac{110}{100} + \frac{1}{0,06} \cdot \ln \frac{210}{110} + \frac{1}{0,12} \cdot \ln \frac{310}{210} \right)} = 89,5 \text{ Вт/м.}$$

Визначаємо температуру на границі стику шарів ізоляції:

$$\begin{aligned} t_{c3} &= t_{c1} - \frac{q_1}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} \right) = \\ &= 250 - \frac{89,5}{2 \cdot 3,14} \cdot \left( \frac{1}{50} \cdot \ln \frac{110}{100} + \frac{1}{0,06} \cdot \ln \frac{210}{110} \right) = 96,3 \text{ °С.} \end{aligned}$$

Відповідь: температура на границі стику шарів ізоляції дорівнює 96,3 °С, а втрати теплоти крізь ізоляцію з одного погонного метра труби складають 89,5 Вт/м.

### Задача 3.1.1

Знайти товщину плоскої однорідної стінки, якщо густина теплового потоку через цю стінку складає  $80 \text{ Вт/м}^2$ . Температура середовища відповідно  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  та  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Стінка виготовлена із сталі з коефіцієнтом теплопровідності  $40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\delta=0,1 \text{ м}$ .

### Задача 3.1.2

Визначити густина теплового потоку через плоску стінку товщиною  $15 \text{ мм}$ , якщо коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $30 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$  і різниця температур на поверхнях стінки складає  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $q=10^4 \text{ Вт/м}^2$ .

### Задача 3.1.3

Обчислити густина теплового потоку через ізоляційну прокладку, якщо відомо, що коефіцієнт теплопровідності прокладки дорівнює  $5 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ . Товщина прокладки значно менша її ширини і довжини і складає  $0,1 \text{ мм}$ . Різниця температур на поверхнях стінки складає  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $q=25 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$ .

### Задача 3.1.4

Внутрішня поверхня корпусу радіоприймача має температуру  $65 \text{ }^\circ\text{C}$ . Товщина стінки з текстоліту дорівнює  $1,5 \text{ мм}$ . Густина теплового потоку через стінку  $520 \text{ Вт/м}^2$ . Визначити різницю температур, температуру зовнішньої поверхні корпусу і градієнт температур, якщо відомо, що коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $0,27 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\Delta t=2,89 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{з.н.}}=62,1 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\text{grad } t=-1925,9 \text{ град/м}$ .

### Задача 3.1.5

Густина теплового потоку через плоску стінку товщиною  $12 \text{ см}$  складає  $55 \text{ Вт/м}^2$ . Визначити різницю температур і градієнт температур, якщо стінка виготовлена з латуні, з коефіцієнтом теплопровідності  $70 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\Delta t=0,0942 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\text{grad } t=-0,785 \text{ град/м}$ .

### Задача 3.1.6

Визначити зовнішню температуру плоскої однорідної стінки товщиною  $20 \text{ мм}$ , якщо густина теплового потоку через цю стінку



дорівнює  $6 \text{ кВт/м}^2$ . Стінка виготовлена із сталі. Коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , внутрішня температура складає  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $t_{\text{вн}}=47 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Задача 3.1.7

Густина теплового потоку через плоску стінку товщиною  $2 \text{ см}$  складає  $150 \text{ Вт/м}^2$ . Визначити різницю температур і градієнт температур, якщо стінка виготовлена із сталі з коефіцієнтом теплопровідності  $40 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\Delta t=0,075 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\text{grad } t=-3,75 \text{ град/м}$ .

### Задача 3.1.8

Визначити коефіцієнт теплопровідності металевої стінки, якщо при товщині  $60 \text{ мм}$  і різниці температур на поверхнях у  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ , густина теплового потоку становить  $200 \text{ Вт/м}^2$ .

Відповідь:  $\lambda=1,2 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

### Задача 3.1.9

Знайти густину теплового потоку через куб, якщо він виготовлений із міді і відомі такі дані: коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $60 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , довжина ребра куба складає  $20 \text{ см}$ , температури на протилежних сторонах куба дорівнюють відповідно  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  та  $120 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $q=9000 \text{ Вт/м}^2$ .

### Задача 3.1.10

Густина теплового потоку через радіатор транзистора, виготовленого у вигляді алюмінієвої пластини товщиною  $5 \text{ мм}$ , складає  $8000 \text{ Вт/м}^2$ . Визначити різницю температур і градієнт температур, якщо коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $4 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\Delta t=10 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\text{grad } t=-2\cdot 10^3 \text{ град/м}$ .

### Задача 3.1.11

Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу трубки при товщині  $50 \text{ мм}$  і різниці температур у  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Відомо, що густина теплового потоку дорівнює  $150 \text{ Вт/м}^2$ .

Відповідь:  $\lambda=0,75 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

### Задача 3.1.12

Визначити товщину плоскої однорідної стінки, якщо густина теплового потоку дорівнює  $5 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>, коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки дорівнює 40 Вт/м·град, а температура стінок дорівнює відповідно 80°C та 75°C.

Відповідь:  $\delta = 4 \cdot 10^{-3}$  м.

### Задача 3.1.13

Визначити різницю температур на стінках матеріалу, якщо відомі такі дані: товщина стінки 40 мм, густина теплового потоку 145 Вт/м<sup>2</sup>, коефіцієнт теплопровідності 0,29 Вт/м·град.

Відповідь:  $\Delta t = 20$  °C.

### Задача 3.1.14

Визначити втрати тепла через плоску однорідну стінку товщиною 2 мм. Коефіцієнт теплопровідності сталі дорівнює 40 Вт/м·град. Температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь стінки відповідно дорівнюють 65 °C і 25 °C. Розміри стінки 200 x 300 мм.

Відповідь:  $Q = 48$  кВт.

### Задача 3.1.15

Знайти температуру зовнішньої поверхні стінки, якщо температура внутрішньої поверхні 50 °C, густина теплового потоку 6500 Вт/м<sup>2</sup>, коефіцієнт теплопровідності 3 Вт/м·град, товщина стінки 2 мм.

Відповідь:  $t_2 = 45,67$  °C.

### Задача 3.1.16

Знайти температуру зовнішньої поверхні стінки, якщо температура внутрішньої поверхні 40 °C, густина теплового потоку 6000 Вт/м<sup>2</sup>, коефіцієнт теплопровідності 5 Вт/м·град, товщина стінки 2 мм.

Відповідь:  $t_{н.} = 37,6$  °C.

### Задача 3.1.17

Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки, якщо при товщині 3 мм і різниці температур між поверхнями  $t_1 - t_2 = 10$  °C, густина теплового потоку дорівнює 50000 Вт/м<sup>2</sup>.

Відповідь:  $\lambda = 15$  Вт/м·град.

### Задача 3.1.18

Обчислити перепад температур на плоскій стінці, якщо густина теплового потоку дорівнює  $8 \cdot 10^3$  Вт/м<sup>2</sup>, товщина стінки 50 мм, коефіцієнт теплопровідності складає 40 Вт/м·град.

Відповідь:  $\Delta t = 10$  °С.

### Задача 3.1.19

Обчислити густину теплового потоку через верхню стінку корпуса, якщо вона виготовлена із сталі з коефіцієнтом теплопровідності, рівним 40 Вт/м·град і товщиною 3 мм. Температура на поверхнях стінки стала і складає відповідно 35 °С і 28 °С.

Відповідь:  $q = 93333$  Вт/м<sup>2</sup>.

### Задача 3.1.20

Визначити втрати тепла через сталеву стінку довжиною  $l=120$  мм і висотою  $h=20$  см, якщо товщина стінки  $\delta=30$  мм, різниця температур між поверхнями  $t_1-t_2=45$  °С, коефіцієнт теплопровідності  $\lambda=3$  Вт/м·град.

Відповідь:  $Q=108$  Вт.

### Задача 3.1.21

Визначити тепловий потік  $P$  через двошарову пластину Cu-Fe при різниці температур  $\Delta t=20$  °С, площа пластини  $S=0,2$  м<sup>2</sup>, коефіцієнт теплопровідності міді  $\lambda_{Cu}=398$  Вт/м·град, коефіцієнт теплопровідності заліза  $\lambda_{Fe}=80$  Вт/м·град. Товщина шару міді  $\delta_{Cu}=0,1$  м, заліза  $\delta_{Fe}=0,1$  м.

Відповідь:  $P=26,63$  Вт.

### Задача 3.1.22

Визначити питомий термічний опір через плоску стінку, якщо температура на поверхнях стінок дорівнює  $t_1=45$  °С,  $t_2=36$  °С, а теплова потужність  $P=3 \cdot 10^2$  Вт, товщина стінки  $\delta=25$  мм, а її розмір  $100 \times 200$  мм<sup>2</sup>.

Відповідь:  $\rho_m = 0,023$  м·град/Вт.

### Задача 3.1.23

Знайти різницю температур на стінках пластини, товщина якої  $\delta=4$  мм, якщо градієнт температури складає  $-2 \cdot 10^3$  град/м.

Відповідь:  $\Delta t=8$  °С.

### Задача 3.1.24

Знайти температуру на зовнішній стороні поліхлорвінілової ізоляції товщиною  $\delta_{із}=1$  мм, якою покрито мідний провідник, опір якого  $0,0050\text{ Ом/м}$ , якщо по ньому протікає струм  $5$  А. Максимальна температура на внутрішній поверхні для поліхлорвінілу  $70^\circ\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності поліхлорвінілу  $0,2$  Вт/м·град. Діаметр провідника  $1,5$  мм.

Відповідь:  $t_{з.п.}=69,9^\circ\text{C}$ .

### Задача 3.1.25

Якою повинна бути довжина трубки кип'ятильника, щоб зміна температур складала  $5^\circ\text{C}$ . Зовнішній і внутрішній діаметри трубки відповідно дорівнюють  $8$  мм і  $7$  мм. Потужність кип'ятильника  $P=1000$  Вт, коефіцієнт теплопровідності трубки кип'ятильника  $\lambda=18,6$  Вт/м·град.

Відповідь:  $L = 0,228$  м.

### Задача 3.1.26

При конструюванні нагрівальної печі, яка має вигляд циліндра з розмірами  $d_1=20$  см,  $d_2=30$  см, висотою  $40$  см, необхідно визначити потужність, котра б забезпечила нагрівання камери до  $150^\circ\text{C}$ . Втрати енергії за межі циліндра невеликі, ними можна знехтувати за рахунок доброго теплоекранування циліндра печі від навколишнього середовища. Коефіцієнт теплопровідності повітря  $2,88 \cdot 10^{-2}$  Вт/м·град, температура навколишнього середовища  $25^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $P = 22,3$  Вт.

### Задача 3.1.27

Знайти температуру провідника, якщо по ньому протікає електричний струм  $3$  А, а його опір  $20$  Ом. Діаметр провідника  $0,5$  мм. Він покритий ізоляцією товщиною  $0,5$  мм. Довжина провідника  $5$  м, коефіцієнт теплопровідності  $18$  Вт/м<sup>2</sup>·град. Температура навколишнього середовища  $18^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $t_1=18,35^\circ\text{C}$ .

### Задача 3.1.28

Обчислити допустиму силу струму для мідного провідника діаметром  $0,5$  мм, покритого поліхлорвініловою ізоляцією товщиною  $0,5$  мм, за умови, що максимальна температура ізоляції повинна бути

меншою  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на зовнішній поверхні ізоляції – не вищою  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності поліхлорвінілу  $0,15\text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , питомий опір міді дорівнює  $0,2\text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ .

Відповідь:  $I = 4,63\text{ А}$ .

### Задача 3.1.29

Провідник діаметром  $2\text{ мм}$  має температуру  $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Охолоджується потоком повітря з температурою  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Температура, яку буде мати провідник, якщо його покрити гумовою ізоляцією товщиною  $4\text{ мм}$  дорівнює  $63\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У скільки разів потрібно збільшити струм у провіднику для того, щоб температура оголеного провідника і покритого гумовою ізоляцією мали однакову температуру  $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Відповідь:  $I_1/I_2 = 1,28$ .

### Задача 3.1.30

Дротяний резистор довжиною  $0,5\text{ м}$  виготовлено з ніхромового дроту діаметром  $1\text{ мм}$ , покритого ізоляцією товщиною  $0,5\text{ мм}$ . Обчислити максимально допустиму силу струму для даного резистора за умови, що максимальна температура дроту не повинна перевищити  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на зовнішній поверхні ізоляції –  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності ізоляції  $0,61\text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , питомий опір дроту дорівнює  $10\text{ Ом/м}$ .

Відповідь:  $I = 2,35\text{ А}$ .

### Задача 3.1.31

Є мідний дріт діаметром  $4\text{ мм}$ , котрий покрито гумовою ізоляцією товщиною  $2\text{ мм}$ . Визначити допустиму силу струму для мідного дроту, якщо відомо, що питомий опір дроту  $0,005\text{ Ом/м}$ , коефіцієнт теплопровідності ізоляції  $0,15\text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ , температура на внутрішній та зовнішній сторонах ізоляції дорівнює відповідно  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  і  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Відповідь:  $I = 52,25\text{ А}$ .

### Задача 3.1.32

На задній стінці радіоелектронного блока встановлено три транзистори: П210А, 2Т808А, КТ902, температура корпусу яких дорівнює  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Внутрішній тепловий опір кожного з них дорівнює відповідно  $1, 2, 3,3\text{ град/Вт}$ . Визначити температури р-п переходів транзисторів, якщо потужність, що розсіюється кожним транзистором дорівнює  $10\text{ Вт}$ . При

розв'язуванні задачі не враховувати контактний опір між корпусом блока і корпусом транзистора, а також тепловіддачу від корпусів транзисторів в навколишнє середовище.

Відповідь:  $t_{p-n} = 70\text{ }^{\circ}\text{C}, 80\text{ }^{\circ}\text{C}, 93\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Задача 3.1.33

Через трубку довжиною 50 мм, зовнішнім діаметром 7 мм і внутрішнім діаметром 6.6 мм протікає електричний струм. Тепло відводиться через зовнішню поверхню трубки. Визначити силу струму в стінці трубки, якщо потужність складає 5 Вт, питомий опір дорівнює  $0,9\text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ , коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $16\text{ Вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $I = 21,8\text{ А}$ .

### Задача 3.1.34

Визначити допустиму силу струму для мідного провідника, покритого гумовою ізоляцією, товщина якої 1,5 мм, за умови, що температура поверхні провідника складає  $t_1=58\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а навколишнього середовища  $t_2=30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Довжина провідника 1 м, діаметр складає 1,5мм. Питомий опір дорівнює  $0,78\text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ , а коефіцієнт теплопровідності ізоляції  $17,5\text{ Вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $I = 79,6\text{ А}$ .

### Задача 3.1.35

Через трубку довжиною 1м з внутрішнім діаметром 9,8 мм і зовнішнім діаметром 10,2 мм проходить електричний струм силою 9 А. Все тепло виходить через верхню стінку. Визначити перепад температур в стінці трубки, якщо коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $1,48\text{ Вт}/\text{м}\cdot\text{град}$  і питомий опір дорівнює  $0,85\text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ .

Відповідь:  $\Delta t=0,06\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Задача 3.1.36

Температура повітря всередині напівпровідникового приладу дорівнює  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ , на зовнішній поверхні  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Визначити інтенсивність внутрішнього джерела тепла, якщо він виготовлений у вигляді циліндричної поверхні із зовнішнім діаметром 15 мм і внутрішнім діаметром 10 мм. Коефіцієнт теплопровідності дорівнює  $70\text{ Вт}/\text{м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $W=226,7\cdot 10^6\text{ Вт}/\text{м}^3$ .

### Задача 3.1.37

Все тепло, що виділяється в стінку трубчатого резистора виділяється крізь зовнішню поверхню трубки. Внутрішній діаметр трубки дорівнює 12 мм, а зовнішній діаметр 20 мм. Знайти силу струму, що проходить крізь трубку, якщо перепад температур в трубці складає  $2 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності матеріалу резистора дорівнює  $18,6 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ . Питомий електричний опір  $0,85 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ .

Відповідь:  $I=9,0 \text{ А}$ .

### Задача 3.1.38

По трубці з зовнішнім діаметром 8 мм і внутрішнім діаметром 7,5 мм протікає електричний струм силою 20 А. Все тепло відводиться через внутрішню поверхню. Обчислити перепад температур в стінці трубки, якщо питомий опір дорівнює  $0,5 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ , а коефіцієнт теплопровідності  $20 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\Delta t \approx 0,02 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Задача 3.1.39

Обмурок печі зроблений з шару шамотної цегли з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda = 0,84 \cdot (1 + 0,695 \cdot 10^{-3} \cdot t) \text{ Вт/м}^2$ . Побудувати графік залежності теплопровідності від температури на підставі таких значень:  $t_1=600 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2=650 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_3=800 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_4=850 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_5=950 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $\lambda_1=1,19 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ ,  $\lambda_2=1,22 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ ,  $\lambda_3=1,31 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ ,  $\lambda_4=1,34 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ ,  $\lambda_5=1,39 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

### Задача 3.1.40

По трубці з внутрішнім радіусом 5 мм і зовнішнім 10 мм протікає електричний струм. Все тепло відводиться через внутрішню поверхню. Струм через трубку дорівнює 1 А. Визначити питомий опір матеріалу, з якого виготовлена трубка, якщо перепад температур в стінці трубки дорівнює  $0,006 \text{ }^\circ\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності матеріалу трубки дорівнює  $15 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ .

Відповідь:  $\rho = 316,9 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ .

### Задача 3.1.41

Мідний дріт діаметром 2 мм покрито гумовою ізоляцією товщиною 1 мм. Максимальна температура, яку витримує ізоляція, відповідає силі струму 13 А, при цьому зовнішня поверхня ізоляції повинна нагріватися до температури, яка не перевищує 40 °С. Електричний опір мідного дроту 0,005 Ом/м. Необхідно знайти коефіцієнт теплопровідності гуми. Температура провідника дорівнює 41 °С.

Відповідь:  $\lambda \approx 0,1$  Вт/м·град.



## 3.2 ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ ВІЛЬНІЙ ТА ВИМУШЕНІЙ КОНВЕКЦІЇ. ВІЛЬНА КОНВЕКЦІЯ

### Приклад 3.2.1

Електричний провід діаметром  $d_1=1,5$  мм має температуру поверхні  $t_{c1}=70$  С і охолоджується потоком повітря, який має температуру  $t_f=15$  С.

Коефіцієнт тепловіддачі від поверхні проводу до повітря  $\alpha_1 = 16 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$ .

Визначити температуру стінки  $t'_{c1}$  проводу, якщо покрити його ізоляцією (наприклад, каучуковою тощо) товщиною  $\delta=2$  мм, а силу струму в проводі залишити без зміни. Коефіцієнт теплопровідності ізоляції

$\lambda_{iz} = 0,15 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$ . Коефіцієнт тепловіддачі від поверхні ізоляції до потоку

повітря  $\alpha_{iz} = \alpha_2 = 8,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$ .

### *Розв'язування*

Визначимо щільність теплового потоку в 1 погонному метрі проводу

$$q = \frac{\pi \cdot (t_{c1} - t_f)}{1} = \pi \cdot \alpha_1 \cdot d_1 \cdot (t_{c1} - t_f) = 3,14 \cdot 16 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot (70 - 15) = 4,14 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}. \quad (1)$$

Визначимо температуру стінки  $t'_{c1}$  ізольованого проводу, використовуючи вираз для залежності  $q$  від різниці температур та геометричних і теплофізичних параметрів шару (кільця) ізоляції

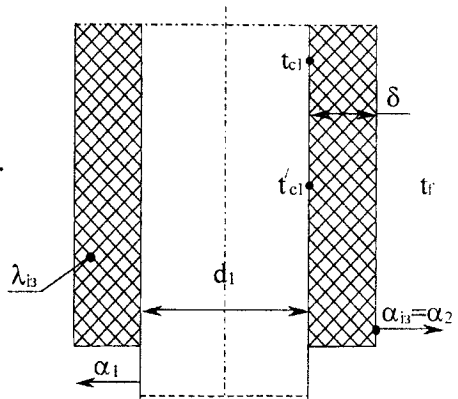
$$q = \frac{\pi \cdot (t'_{c1} - t_f)}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_{i3}} \cdot \ln \frac{d_{2i3}}{d_{1i3}} + \frac{1}{\alpha_{i3} \cdot d_{2i3}}}, \quad (2)$$

де  $d_{2i3} = d_1 + 2\delta$ ;

$d_{1i3} = d_1 = 1,5 \text{ мм}$ .

$d_{2i3} = 1,5 + 2 \cdot 2 = 5,5 \text{ мм}$ .

З (2) отримаємо формулу для визначення  $t'_{c1}$  в такому вигляді:



$$t'_{c1} = t_f + \frac{q}{\pi} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot \lambda_{i3}} + \ln \frac{d_{2i3}}{d_{1i3}} + \frac{1}{\alpha_{i3} \cdot d_{2i3}} \right) = 15 + \frac{4,14}{3,14} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot 0,15} + 2,3 \cdot \ln \frac{5,5}{1,5} + \frac{1}{8,2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-3}} \right) = 15 + 35 = 50 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Відповідь: температура  $t'_{c1} = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

### Приклад 3.2.2

Голково-штирєвий радіатор має розміри  $A \times B = 30 \times 100 \text{ мм}$ . Висота штирів  $h = 15 \text{ мм}$ , радіус штирів  $r = 1,5 \text{ мм}$ , загальна кількість пеньків  $N = 100$  шт. Товщина пластини радіатора  $\delta = 5 \text{ мм}$ . На радіаторі розташований транзистор, що виділяє теплову потужність  $P = 10 \text{ Вт}$ . Визначити перегрівання радіатора, якщо коефіцієнт тепловіддачі конвекцією дорівнює  $\alpha_k = 40 \text{ Вт/м}^2 \text{ град}$ .

### Розв'язування

Визначимо площу радіатора:

$$S_p = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} + S_{\text{ш}}.$$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot \delta \cdot (A+B) = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (30+100) \cdot 10^{-3} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$S_{\text{осн}} = 2 \cdot A \cdot B = 2 \cdot 100 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$S_{\text{ш}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \cdot N = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 14,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$S_p = (1,3 + 6 + 14,13) \cdot 10^{-3} = 21,43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Перегрівання радіатора визначимо за формулою Ньютона-Ріхмана:

$$P = \alpha_k \cdot S_p \cdot (t - t_c).$$

Тоді перегрівання радіатора відносно навколишнього середовища дорівнює:

$$\Delta t = \frac{P}{\alpha_k \cdot S_p} = \frac{10}{40 \cdot 21,43 \cdot 10^{-3}} = 11,7 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Відповідь: перегрівання радіатора становить 11,7 °С.

### Приклад 3.2.3

Електричний нагрівник виконаний з ніхромового проводу

діаметром  $d=2$  мм та довжиною  $L=10$  м. Температура повітря  $t_f=20^\circ\text{C}$ . Обчислити тепловий потік з 1 м нагрівника, а також температури на поверхні  $t_n$  та осі проводу  $t_o$ , якщо сила струму, який проходить крізь нагрівник складає  $I=25$  А. Питомий електричний опір ніхрому  $\rho=1,1$  Ом·мм<sup>2</sup>/м, коефіцієнт теплопровідності ніхрому  $\lambda=17,5$  Вт/м град, та коефіцієнт тепловіддачі від поверхні нагрівника до повітря  $\alpha=46,5$  Вт/м<sup>2</sup> град.

### *Розв'язування*

Визначимо електричний опір нагрівника:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{\pi \cdot r^2} = \frac{1,1 \cdot 10}{3,14 \cdot 1} = 3,5 \text{ Ом.}$$

Кількість тепла, що виділяється нагрівником

$$Q = I^2 \cdot R = 25^2 \cdot 3,5 = 2187,5 \text{ Вт.}$$

Тепловий потік на 1 м проводу

$$q_e = \frac{Q}{L} = \frac{2187,5}{10} = 218,75 \text{ Вт/м.}$$

Температура поверхні проводу визначається з умов тепловіддачі

$$t_n = t_f + \frac{q_e}{\pi \cdot d \cdot \alpha} = 20 + \frac{218,75}{3,14 \cdot 0,002 \cdot 46,5} = 20 + 749 = 769^\circ\text{C.}$$

Температуру на осі проводу визначаємо з умов теплопровідності при наявності внутрішніх джерел тепла

$$t_0 = t_{\pi} + \frac{q_c}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} = 769 + \frac{218,75}{4 \cdot 3,14 \cdot 17,5} = 770 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Відповідь: 770 °С.

### Приклад 3.2.4

Визначити конвективний коефіцієнт тепловіддачі вертикально орієнтованої поверхні висотою  $h=0,6$  м. Середня температура поверхні  $t=80$  °С. Температура середовища  $t_c=20$  °С. Конвекція природна, тиск повітря нормальний.

### Розв'язування

Визначимо закон теплообміну за формулою:

$$(t - t_c) \leq \left( \frac{840}{L} \right)^3,$$

де  $L$  - розмір плоскої поверхні в мм,

$$(80 - 20) \leq \left( \frac{840}{600} \right)^3 = 2,7 \text{ град.}$$

Тобто, теплообмін підпорядковується “закону 1/3”.

Коефіцієнт тепловіддачі знаходимо за формулою

$$\alpha_k = A_3 \cdot (t - t_c)^{1/3},$$

де  $A_3$  - коефіцієнт, до якого входять всі фізичні параметри середовища.

За таблицею А7 знаходимо  $A_3$ , для температури  $t_{\text{ср}}=0,5(80+20)=50$  °С

$$A_3 = 1,49.$$

Тоді:

$$\alpha_k = 1,49 \cdot (80-20)^{1/3} = 5,83 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 5,83 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$

### Приклад 3.2.5

Визначити конвективний коефіцієнт тепловіддачі провідника діаметром  $d=5$  мм при  $t=150^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_c=10^\circ\text{C}$ . Конвекція природна. Середовище: вода, повітря.

#### Розв'язування

Визначимо середню температуру  $t_m$ :

$$t_m = 0,5 \cdot (10+150) = 80^\circ\text{C}.$$

За таблицею A5 знаходимо значення  $A_1$  для температури  $t_m$ :

а) для повітря  $A_1 = 0,31 \text{ Вт/м}^{11/8} \text{ град}^{9/8}$ .

б) для води  $A_1 = 19,0 \text{ Вт/м}^{11/8} \text{ град}^{9/8}$ .

Конвекційний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює

а) для повітря:

$$\alpha_k = A_1 \cdot \left( \frac{t-t_c}{d^5} \right)^{1/8} = 0,31 \cdot \frac{140^{1/8}}{(5 \cdot 10^{-3})^{5/8}} = 15,7 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$$

б) для води:

$$\alpha_k = A_1 \cdot \left( \frac{t-t_c}{d^5} \right)^{1/8} = 19 \cdot \frac{140^{1/8}}{(5 \cdot 10^{-3})^{5/8}} = 966 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$$

Відповідь: для повітря  $\alpha_k = 15,7 \text{ Вт/м}^2 \text{ град}$ , для води  $\alpha_k = 966 \text{ Вт/м}^2 \text{ град}$ .

### Приклад 3.2.6.

Визначити конвективний коефіцієнт тепловіддачі транзистора типу КТ 817, який має форму прямокутної пластини, встановленого вертикально без радіатора,  $h = 15$  мм. Середня температура корпусу транзистора  $t = 80^\circ\text{C}$ , температура навколишнього середовища  $t_c = 20^\circ\text{C}$ . Конвекція природна, тиск повітря нормальний.

#### Розв'язування

Визначимо закон теплообміну за формулою:

$$(t - t_c) \leq \left( \frac{840}{L} \right)^3 \text{ град},$$

де  $L$  - розмір плоскої поверхні в мм.

$$(80 - 20) \leq \left( \frac{840}{15} \right)^3 = 175615 \text{ град}.$$

Тобто, теплообмін підкоряється "закоу 1/4".

Визначимо середню температуру:

$$t_m = 0,5 \cdot (20 + 80) = 50^\circ\text{C}.$$

За таблицею А6 знаходимо значення  $A_2 = 1,325$ .

Коефіцієнт тепловіддачі транзистора знаходимо за формулою

$$\alpha_k = A_2 \cdot \left( \frac{t - t_c}{h} \right)^{1/4} = 1,325 \cdot \left( \frac{60}{15 \cdot 10^{-3}} \right)^{1/4} = 1,325 \cdot 7,952 = 10,537 \text{ Вт/м}^2 \text{ град}.$$

Відповідь:  $10,537 \text{ Вт/м}^2 \text{ град}$ .

### Приклад 3.2.7

Розміри дроселя 40 мм x 90 мм x 45 мм. Температура поверхні дроселя 95°C, температура повітря 25°C. Напруга 220 В, струм 0,3 А. Визначити конвективний коефіцієнт тепловіддачі.

#### Розв'язування

Визначимо потужність:

$$P = U \cdot I = 220 \cdot 0,3 = 66 \text{ Вт.}$$

Визначимо площу дроселя, яка бере участь у теплообміні:

$$S = 2 \cdot 0,04 \cdot 0,09 + 0,09 \cdot 0,045 \cdot 2 + 0,04 \cdot 0,045 \cdot 2 = 1,89 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Закону Ньютона  $P = \alpha_k \cdot S \cdot (t - t_f)$  визначасмо  $\alpha_k$ :

$$\alpha_k = \frac{P}{S \cdot (t - t_f)} = \frac{66}{1,89 \cdot 10^{-2} \cdot (95 - 25)} = 49,9 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 49,9 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$

### Приклад 3.2.8

Визначити конвективний коефіцієнт тепловіддачі від вертикальної плити висотою  $h=2$  м до навколишнього спокійного повітря, якщо відомо, що температура поверхні плити  $t_n=100$  °С. Температура навколишнього повітря на відстані від поверхні  $t_f=20$  °С.

#### Розв'язування

Тепловіддачу при природній конвекції біля поверхні вертикальної плити знаходимо за формулою:



$$N_{uf} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_f^n \cdot (Pr_f / Pr_m)^{0.25},$$

де за визначальний розмір прийнята висота плити  $h$ . При  $t_f=20\text{ }^\circ\text{C}$  параметри повітря будуть такі (див. табл. А4):

$$\lambda_f = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{град};$$

$$\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$Pr_f = 0,703;$$

$$\beta_f = \frac{1}{t_f + 273} = \frac{1}{293} \text{ град}^{-1}.$$

При  $t_m=100\text{ }^\circ\text{C}$  значення  $Pr_m=0,688$ .

За цих умов значення комплексу  $(Gr \cdot Pr)_f$  чисельно дорівнює:

$$(Gr \cdot Pr)_f = g \cdot \beta_f \cdot \frac{\Delta t \cdot h^3}{\nu_f^2} \cdot Pr_f = 9,81 \cdot \frac{1}{293} \cdot \frac{80 \cdot 2^3}{(15,06 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0,703 = 6,64 \cdot 10^{10}.$$

За результатами визначення комплексу  $(Gr \cdot Pr)_f$  знаходимо значення констант “ $C$ ” і “ $n$ ” з табл. А8:

$$C=0,135;$$

$$n=1/3.$$

При цьому додатково враховуємо, що для повітря

$$(Pr_f / Pr_m)^{0.25} \approx 1.$$

Тоді:

$$Nu_f = 0.135 \cdot (6,64 \cdot 10^{10})^{\frac{1}{3}} = 501$$

і відповідно значення коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha_k$  дорівнює:

$$\alpha_k = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{h} = 501 \cdot \frac{2,59 \cdot 10^{-2}}{2} = 6,5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 6,5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$

### Приклад 3.2.9

В контурі для вивчення гідродинаміки та тепловіддачі рідиннометалевих теплоносіїв метал в забірному баці нагрівається за допомогою горизонтального електричного нагрівника, який оформлений у формі циліндра діаметром 50 мм. Визначити коефіцієнт тепловіддачі від поверхні нагрівника до металу для випадку, коли контур заповнений нагрієм з температурою  $t_f=200^\circ\text{C}$ , а температура поверхні нагрівника  $t_n=400^\circ\text{C}$ .

#### Розв'язування

Тепловіддача при вільному русі рідинних металів може бути обчислена за формулою [9, с. 141]

$$Nu_m = C \cdot Gr_m^n \cdot Pr_m^{0,4}$$

В цьому рівнянні  $C$  та  $n$  знаходяться в залежності від значення критерію  $Gr$ :

при  $Gr_m = 10^2 \div 10^9$   $C = 0,52$  та  $n = 0,25$  ;

при  $Gr_m = 10^9 \div 10^{13}$   $C = 0,106$  та  $n = 0,33$ .

Фізичні параметри беруться при температурі

$$t_m = 0,5 \cdot (t_f + t_n) = 0,5 \cdot (200 + 400) = 300 \text{ }^\circ\text{C}.$$

При цій температурі фізичні властивості натрію:

$$\nu_m = 39,4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\lambda_m = 71 \text{ Вт/м} \cdot \text{град};$$

$$Pr_m = 0,63 \cdot 10^{-2};$$

$$Gr_m = g \cdot \beta_m \cdot \frac{\Delta t \cdot d^3}{\nu_m^2} = 9,81 \cdot 2,71 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{200 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^3}{(39,4 \cdot 10^{-8})^2} = 4,28 \cdot 10^8,$$

$$\text{де } \beta_m = \frac{\rho_f - \rho_n}{\rho_f \cdot (t_n - t_f)} = \frac{903 - 854}{903 \cdot (400 - 200)} = 2,71 \cdot 10^{-4} \text{ 1/град}.$$

При цьому значенні критерію Грасгофа

$$C = 0,52; n = 0,25.$$

Тоді число Нусельта

$$Nu_m = 0,52 \cdot (4,28 \cdot 10^8)^{0,25} \cdot (0,63 \cdot 10^{-2})^{0,4} = 11,1,$$

звідки

$$\alpha = Nu_m \cdot \frac{\lambda_m}{d} = 11,1 \cdot \frac{71}{0,05} = 15750 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}.$$

Відповідь:  $\alpha = 15750 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Приклад 3.2.10

В експериментальній установці для визначення коефіцієнта тепловіддачі рідинних металів по трубці діаметром  $d=12$  мм і довжиною  $l=1$  м тече вісмут. Трубка нагрівається електричним нагрівником; густина теплового потоку на стінці постійна по довжині трубки і дорівнює  $q_c = 6 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup>.

Визначити температуру стінки на виході з трубки, якщо температура вісмуту на вході  $t_{r1} = 300$  °С і його витрата  $G = 2,2$  кг/с.

#### *Розв'язування*

При постійній густині теплового потоку на стінці температура вісмуту на виході з трубки визначається з рівняння

$$t_{r2} = t_{r1} + \frac{q_c \cdot \pi \cdot d \cdot l}{G \cdot C_{pf}}$$

Теплоємність вісмуту мало залежить від температури:

при  $t_{r1} = 300$  °С;  $C_{pf1} = 151$  Дж/кг·град.

Після підстановки знаних величин знаходимо:

$$t_{r2} = 300 + \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{2,2 \cdot 151} = 300 + 68 = 368 \text{ °С.}$$

При  $t_{r2} = 368$  °С фізичні властивості вісмуту відповідно дорівнюють:

$$\mu_{r2} = 15 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2; \lambda_{r2} = 14 \text{ Вт/м} \cdot \text{град};$$

$$C_{pf2} = 151 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}; C_{r1} = 1,62 \cdot 10^{-2}$$

Число Рейнольдса на виході з труби

$$Re_{f_2} = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot d \cdot \mu_{f_2}} = \frac{4 \cdot 2,2}{3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 1,56 \cdot 10^5 > 10^4.$$

Режим течії турбулентний.

Розрахунок коефіцієнта тепловіддачі проводимо за формулою [9]

$$Nu_f = 4,5 + 0,014 \cdot Pe_f^{0,8}.$$

Визначаємо

$$Pe_{f_2} = Re_{f_2} \cdot Pr_{f_2} = 1,56 \cdot 10^5 \cdot 1,62 \cdot 10^{-2} = 2530$$

$$Nu_{f_2} = 4,5 + 0,014 \cdot (2,53 \cdot 10^3)^{0,8} = 11,9$$

$$\alpha_2 = Nu_{f_2} \cdot \frac{\lambda_{f_2}}{d} = 11,9 \cdot \frac{14}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 13900 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Температура стінки на виході

$$t_{c_2} = t_{f_2} + \frac{q_c}{\alpha_2} = 368 + \frac{6 \cdot 10^5}{1,39 \cdot 10^4} = 368 + 43 = 411 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Відповідь  $t_{c_2} = 411 \text{ }^\circ\text{C.}$

### Приклад 3.2.11

Електронагрівник повітря виготовлений з ніхромового проводу діаметром  $d=2\text{мм}$ ,  $\rho=1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ , який охолоджується вільним потоком повітря при  $t=10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Знайти допустиму силу струму в нагрівнику за умови, що температура проводу не перевищує  $t_{c_1}=1000 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Розв'язування

Визначимо допустиму силу струму  $I_{\text{доп}}$ , припустивши, що тепловиділення електричного струму дорівнює тепловій провідності від проводу в навколишнє середовище.

Для одного метра проводу:

$$\alpha \cdot (t_{\text{ст}} - t) \cdot \pi \cdot d = I^2 \cdot \rho / f,$$

де  $f$ - площа перерізу проводу,  $\text{м}^2$ .

Визначасмо середню температуру

$$t_m = 0,5 \cdot (t_c + t_{\text{ст}}) = 0,5 \cdot (10 + 1000) = 505 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Фізичні параметри повітря при температурі  $505^\circ\text{C}$  визначаються

з[9]:

$$\nu = 79,38 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}. \quad \beta = 1/T = 1/(273+500) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/град};$$

$$\lambda = 5,75 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{град}; \quad \text{Pr} = 0,69.$$

Характерний розмір

$$l = d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Знаходимо добуток коефіцієнтів Грасгофа та Прандля

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = \frac{g \cdot d^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot \text{Pr} = \frac{9,81 \cdot 0,002^3}{(79,38 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 1,3 \cdot 10^{-3} \cdot 990 \cdot 0,69 = 11.$$

Таке значення відповідає ламінарному потоку. Визначасмо критерій Нусельта для даного режиму.

$$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/8} = 1,18 \cdot (11)^{1/8} = 1,6$$

Обчислюємо коефіцієнт теплопередачі

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} = \frac{1,6 \cdot 5,75 \cdot 10^{-2}}{0,002} = 46 \text{ Вт/м}^2 \text{ град.}$$

Визначаємо допустимий струм:

$$I = \sqrt{\frac{\alpha \cdot (t_{ст} - t) \cdot \pi \cdot \pi \cdot (d/2)^2}{\rho}} = \sqrt{\frac{46 \cdot (1000 - 10) \cdot 3,14^2 \cdot (0,002/2)^2}{1,1 \cdot 10^{-3}}} = 19,2 \text{ А.}$$

Відповідь:  $I_{дон} = 19,2 \text{ А.}$

### Приклад 3.2.12

Визначити конвективно- кондуктивний коефіцієнт теплопередачі для обмеженого повітряного прошарку прямокутної форми, товщиною  $\delta = 50 \text{ мм}$ , довжиною  $l_1 = 250 \text{ мм}$  та шириною  $l_2 = 200 \text{ мм}$ . Температура одної нагрітої поверхні дорівнює  $t_1 = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ , а другої поверхні -  $t_2 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$ . Прошарок може бути орієнтований вертикально та горизонтально. Тиск повітря нормальний.

### Розв'язування

Знаходимо середню температуру повітряного прошарку

$$t_m = 0,5 \cdot (70 + 35) = 52,5 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Середньгеометричне значення розміру прошарку:

$$l = \sqrt{l_1 \cdot l_2} = \sqrt{2 \cdot 2,5 \cdot 10^4} = 223,6 \text{ мм.}$$

З графіка знаходимо  $f_2(\delta/l)$  [1]

$$\frac{\delta}{l} = \frac{50}{223,6} = 0,224; \quad f_2\left(\frac{\delta}{l}\right) = 2,52.$$

За формулою [1]

$$k = N \cdot f_2\left(\frac{\delta}{l}\right) \cdot A_s \cdot \sqrt[4]{\frac{t_1 - t_2}{\delta}}$$

визначаємо коефіцієнти теплопередачі  $k_v$  і  $k_r$  для вертикально і горизонтально орієнтованого прошарку ( $N_v=1,0$ ;  $N_r=1,3$ ):

$$k_v = 1 \cdot 2,52 \cdot 0,58 \cdot \sqrt[4]{\frac{70 - 35}{5 \cdot 10^{-2}}} = 7,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град};$$

$$k_r = 1,3 \cdot 7,2 = 9,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град},$$

де  $A_s = 0,58$  для  $t_m = 52,5$  °C [1].

Відповідь: конвективно-кондуктивний коефіцієнт теплопередачі для вертикально орієнтованого прошарку  $k_v = 7,2$  Вт/м<sup>2</sup>·град, а для горизонтально орієнтованого прошарку  $k_r = 9,4$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

### Приклад 3.2.13

Визначити, якою повинна бути мінімальна швидкість потоку води в трубі діаметром  $d = 10$  см, при температурі 10°C, щоб режим потоку був перехідний.

#### Розв'язування

Використаємо критерій Рейнольдса



$$Re = \frac{Vd}{\nu},$$

де  $\nu$  - в'язкість води ( $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ).

Для перехідного режиму  $2200 < Re < 10^4$ .

Визначимо швидкість потоку води

$$V = \frac{Re \cdot \nu}{d} = \frac{2200 \cdot 1,310^{-6}}{10 \cdot 10^{-2}} = 0,0286 \text{ м/с.}$$

Відповідь:  $V = 0,0286 \text{ м/с}$ .

### Приклад 3.2.14

По трубі діаметром  $d = 10 \text{ мм}$  тече вода. Коефіцієнт кінематичної в'язкості  $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Визначити режим руху води у трубі, якщо витрати води  $L = 100 \text{ л/год}$ .

#### Розв'язування

Знаходимо площу перерізу труби

$$f = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 7,85 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Визначимо швидкість течії рідини

$$V = \frac{L}{S} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{3600 \cdot 7,85 \cdot 10^{-6}} = 3,54 \text{ м/с.}$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{3,54 \cdot 0,010}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 2,72 \cdot 10^4$$

оскільки  $2,2 \cdot 10^3 < (Re = 4,58 \cdot 10^3) < 10^4$ , то режим потоку у трубі турбулентний.

Відповідь: режим потоку у трубі турбулентний.

### Приклад 3.2.15

Циліндр діаметром  $d = 24$  мм омивається поперечним потоком повітря, швидкість якого  $V = 2$  м/с, а температура  $t_f = 20$  °С. Визначити коефіцієнт тепловіддачі циліндра.

#### Розв'язування

З додатка (табл. А4) знаходимо параметри повітря  $\nu_f$  та  $\lambda_f$ :

$$\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\lambda_f = 2,60 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{град.}$$

Визначаємо характерний розмір тіла і критерій Рейнольдса:

$$l' = 0,5 \cdot \pi \cdot d = 0,5 \cdot \pi \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 37,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$Re_{l'} = \frac{2 \cdot 37,7 \cdot 10^{-3}}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^3.$$

З відомих формул знаходимо значення критерію Нусельта і коефіцієнта тепловіддачі:

$$Nu_{l'} = 0,8 \cdot \sqrt{Re_{l'}} = 0,8 \cdot \sqrt{5 \cdot 10^3} = 56,5.$$

$$\alpha = Nu_{l'} \cdot \frac{\lambda_f}{l'} = 56,5 \cdot \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{37,7 \cdot 10^{-3}} = 39 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Відповідь: коефіцієнт тепловіддачі дорівнює  $39 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$

### Приклад 3.2.16

Мідний шинопровідник круглого перерізу діаметром  $d=15$  мм охолоджується поперечним потоком сухого повітря. Швидкість і температура набігаючого повітря дорівнюють відповідно  $V=1$  м/с і  $t_f = 20$  °С. Визначити коефіцієнт тепловіддачі від поверхні шинопровідника до повітря і допустимий струм в шинопровіднику за умови, що температура його поверхні не повинна перевищувати  $t_n = 80$  °С. Питомий електричний опір міді  $\rho = 0,0175$  Ом·мм<sup>2</sup>/м.

#### *Розв'язування*

При температурі  $t_f = 20$  °С фізичні властивості повітря  $\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с і  $\lambda_f = 2,59 \cdot 10^{-2}$  Вт/м·град.

Число Рейнольдса

$$Re_f = \frac{V \cdot d}{\nu_f} = \frac{1 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 995.$$

Розрахунок тепловіддачі при поперечному обтіканні одиночного циліндра повітрям можна виконувати за такими формулами [9]:

$$Nu_f = 0,44 \cdot Re_f^{0,5}, \text{ якщо } 10 < Re_f < 1 \cdot 10^3;$$

$$Nu_f = 0,22 \cdot Re_f^{0,6}, \text{ якщо } 1 \cdot 10^3 \leq Re_f \leq 2 \cdot 10^5,$$

де за визначальний розмір приймається зовнішній діаметр циліндра, а за визначальну температуру – температура набігаючого потоку повітря  $t_f$ .

В даному випадку

$$\text{Nu}_r = 0,44 \cdot (995)^{0,5} = 13,8$$

і коефіцієнт теплопередачі

$$\alpha = \text{Nu}_r \cdot \frac{\lambda_f}{d} = 13,8 \cdot \frac{2,59 \cdot 10^{-2}}{15 \cdot 10^{-3}} = 23,8 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Допустимий струм визначаємо з рівняння балансу енергії:

$$\alpha \cdot (t_n - t_r) \cdot \pi \cdot d \cdot l = I^2 R,$$

де

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot d^2}, \text{ Ом,}$$

4

звідки вираз для струму

$$I = 10^3 \cdot \pi \cdot d \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot d}{4 \cdot \rho}}$$

Підставляючи відомі величини, отримаємо:

$$I = 10^3 \cdot 3,14 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{23,8 \cdot (80 - 20) \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 0,0175}} = 825 \text{ А.}$$

Відповідь: коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha = 23,8 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;  
допустимий струм  $I = 825 \text{ А}$ .

### Приклад 3.2.17

На металевій основі розташовані 4 модулі високого ступеню

інтеграції. Модулі розсіюють однакову потужність і кожен з них поміщений у металевий корпус. Охолодження всього блоку здійснюється примусовим потоком повітря з температурою  $t_0=30\text{ }^\circ\text{C}$  та витратами  $G=4,5\cdot 10^{-3}\text{ м}^3/\text{с}$ . Мікроблок розташований в повітропроводі з поперечним перерізом  $S=0,0024\text{ м}^2$ . Довжина мікроблоку у напрямі обдуву  $L=0,05\text{ м}$ . Визначити конвективний коефіцієнт теплообміну.

### ***Розв'язування***

Для температури  $t_0=30\text{ }^\circ\text{C}$  знаходимо з табл.А4 додатку А

$$\lambda_f = 2,68 \cdot 10^{-2}\text{ Вт/м}\cdot\text{}^\circ\text{C};$$

$$\nu_f = 16 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2/\text{с}.$$

Визначаємо швидкість повітря у повітропроводі

$$V=G/S=4,5\cdot 10^{-3}/2,4\cdot 10^{-3}=1,875\text{ м/с}.$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$\text{Re}_f = \frac{VL}{\nu_f} = \frac{1,875 \cdot 0,05}{16 \cdot 10^{-6}} = 5,859 \cdot 10^3.$$

Обчислюємо критерій Нусельта

$$\text{Nu}_f = 0,8 \cdot \sqrt{\text{Re}} = 0,8 \cdot \sqrt{5859} = 61,24.$$

Визначаємо конвективний коефіцієнт теплообміну

$$\alpha_k = \text{Nu}_f \lambda_f / L = 61,24 \cdot 0,0268 / 0,05 = 32,8\text{ Вт/м}^2\text{град.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 32,8\text{ Вт/м}^2\text{град.}$

### Приклад 3.2.18

Водяний калориметр, що має форму трубки з зовнішнім діаметром  $d = 15$  мм, вміщений до поперечного потоку повітря. Повітря має швидкість  $V = 2$  м/с і спрямоване під кутом  $90^\circ$  до осі калориметра і середню температуру  $t_f = 20$  °С. При стаціонарному тепловому режимі на зовнішній поверхні калориметра установлюється постійна середня температура  $t_n = 80$  °С. Визначити коефіцієнт тепловіддачі від трубки до повітря і тепловий потік на одиницю поверхні довжини калориметра.

#### *Розв'язування*

Фізичні параметри повітря при температурі  $t_f = 20$  °С:

$$\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \lambda_f = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{град.}$$

Число Рейнольдса

$$\text{Re}_f = \frac{V \cdot d}{\nu_f} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 1,99 \cdot 10^3.$$

При  $1 \cdot 10^3 < \text{Re}_f < 2 \cdot 10^5$  згідно [9]  $\text{Nu}_f = 0,22 \cdot \text{Re}_f^{0,6}$ .

$$\text{Тоді } \text{Nu}_f = 0,22 \cdot (1,99 \cdot 10^3)^{0,6} = 21$$

та коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha_k = \text{Nu}_f \cdot \frac{\lambda_f}{d} = \frac{21 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2}}{15 \cdot 10^{-3}} = 36,3 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Тепловий потік на одиницю довжини

$$q_1 = \alpha_k \cdot (t_n - t_r) = 36,3 \cdot (80 - 20) \cdot 3,14 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 102 \text{ Вт/м.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 36,3 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;  $q_1 = 102 \text{ Вт/м.}$

### Приклад 3.2.19

В каналі прямокутного перерізу 30x10 см протікає повітря, нагріваючись від  $t_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити питомий тепловий потік, якщо розрахункові витрати повітря  $G = 0,8 \text{ м}^3/\text{с}$ , а середня температура стінки каналу  $t_{ст} = 180 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### Розв'язування

Середня температура потоку

$$t = 0,5 \cdot (t_1 + t_2) = 0,5 \cdot (40 + 160) = 100 \text{ }^\circ\text{C}.$$

При цій температурі фізичні параметри повітря визначаємо з таблиці А4 додатку А або з [1.2]:

$$\lambda_f = 3,21 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{ }^\circ\text{C}; \quad \nu_f = 23,13 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$Pr_f = 0,688.$$

При  $t_{ст} = 180 \text{ }^\circ\text{C}$  маємо  $Pr_{ст} = 0,681$ .

Розраховуємо еквівалентний діаметр перерізу

$$d_{екв} = 4f/U = 4 \cdot 0,3 \cdot 0,1 / 2 \cdot (0,3 + 0,1) = 0,15 \text{ м.}$$

Визначасмо розрахункову швидкість повітря в каналі

$$W = G/f = 0,8/0,3 \cdot 0,1 = 26,6 \text{ м/с.}$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{Wd_c}{\nu_f} = \frac{26,6 \cdot 0,15}{23,13 \cdot 10^{-6}} = 170 \cdot 10^3$$

При такому значенні критерію Рейнольдса ( $Re=170 \cdot 10^3$ ) існує турбулентний режим руху потоку

Використовуємо відповідно з такими умовами критеріальне рівняння

$$\begin{aligned} Nu &= 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} (Pr_f/Pr_{ct})^{0,25} = \\ &= 0,021 \cdot (170 \cdot 10^3)^{0,8} \cdot (0,688)^{0,43} (0,688/0,681)^{0,25} = 274. \end{aligned}$$

Визначасмо коефіцієнт теплопередачі

$$\alpha = Nu \cdot \lambda / d_c = 274 \cdot 3,22 \cdot 10^{-2} / 0,15 = 58,8 \text{ Вт/м}^2 \text{град.}$$

Питомий тепловий потік

$$q = \alpha(t_{ct} + t) = 58,8(180 - 100) = 4,7 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

Відповідь:  $q = 4,7 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ .

### Приклад 3.2.20

Резистор на платі обдувається поперечним потоком повітря, швидкість якого  $v = 10 \text{ м/с}$ , а температура  $t_f = 20^\circ\text{C}$ . Розрахувати



конвективний коефіцієнт тепловіддачі резистора, якщо його діаметр  $d=4$  мм.

### ***Розв'язування***

При цій температурі фізичні параметри повітря визначаємо з табл. А4 додатку А:

$$\lambda = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{град}; \quad \nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Визначаємо характерний розмір резистора

$$l = 0,5 \cdot \pi \cdot d = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{Vl}{\nu} = \frac{10 \cdot 6,28 \cdot 10^{-3}}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 4169,9.$$

Обчислюємо критерій Нусельта

$$\text{Nu} = 0,8 \cdot \sqrt{\text{Re}} = 0,8 \cdot \sqrt{4169,9} = 51,66.$$

Визначаємо коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha_k = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{l} = 51,66 \cdot 2,6 \cdot 10^{-2} / 6,28 \cdot 10^{-3} = 213,88 \text{ Вт/м}^2\text{град}.$$

Відповідь:  $\alpha_k = 213,88 \text{ Вт/м}^2\text{град}$ .

### **Приклад 3.2.21**

По трубі діаметром  $d=14$  мм та довжиною  $l=900$  мм тече ртуть із швидкістю  $V=2,5$  м/с. Середня температура ртуті  $t_f=250$  °С. Визначити

коефіцієнт тепловіддачі від ртуті до труби.

### *Розв'язування*

При цій температурі фізичні параметри ртуті визначаємо з формул, [8,9]

$$\lambda_r = 11 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}, \quad \nu_r = 7,55 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}; \quad \text{Pr}_r = 1,24 \cdot 10^{-2}.$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$\text{Re}_r = \frac{Vd}{\nu_r} = \frac{2,5 \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{7,55 \cdot 10^{-8}} = 4,64 \cdot 10^5 > 10^4.$$

Режим течії ртуті - турбулентний.

Обчислюємо критерій Нусельта

$$\text{Nu}_r = 5 + 0,025 \cdot \text{Pe}_r^{0.8} \text{ з [1,2].}$$

$$\text{Де } \text{Pe}_r = \text{Re}_r \cdot \text{Pr}_r = 4,64 \cdot 10^5 \cdot 1,24 \cdot 10^{-2} = 5753,6$$

$$\text{Тоді } \text{Nu}_r = 5 + 0,025 \cdot (5753,6)^{0.8} = 30,46.$$

Визначаємо коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha_k = \text{Nu}_r \cdot \lambda_r / d = 30,46 \cdot 11 / 14 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 2,4 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$

### **Приклад 3.2.22**

В каналі квадратного перерізу, сторона якого  $a = 10 \text{ мм}$  та

довжина  $l = 1600$  мм, тече вода з швидкістю  $V = 4$  м/с. Визначити коефіцієнт тепловіддачі від стінки каналу до води, якщо середня по довжині каналу температура води  $t_f = 40$  °С, а температура внутрішнього каналу  $t_c = 90$  °С.

### Розв'язування

При середній температурі  $t_f = 40$  °С фізичні властивості води дорівнюють відповідно [9]:

$$\nu_f = 0,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \lambda_f = 0,634 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; Pr_f = 4,3$$

При  $t_c = 90$  °С –  $Pr_c = 1,95$ .

Еквівалентний діаметр каналу

$$d_c = \frac{4 \cdot f}{U} = \frac{4 \cdot a^2}{4 \cdot a} = a = 0,01 \text{ м},$$

де  $f$  – площа поперечного перерізу каналу,  $\text{м}^2$ ;  $U$  – периметр каналу,  $\text{м}$ .

Критерій Рейнольдса

$$Re_f = \frac{V \cdot d}{\nu_f} = \frac{4 \cdot 0,01}{0,66 \cdot 10^{-6}} = 6,07 \cdot 10^4 > 1 \cdot 10^4.$$

Режим руху – турбулентний.

Для рідини з числами  $Pr \geq 0,7$  тепловіддача при турбулентній течії в каналах некруглого перерізу може бути наближено розрахована за формулою [9] з введенням в якості визначального розміру еквівалентного

діаметра. Тобто,

$$Nu_f = 0.021 \cdot Re_f^{0.8} \cdot Pr_f^{0.43} \cdot \left( \frac{Pr_f}{Pr_c} \right)^{0.25} = 0.021 \cdot (6.07 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot 4.3^{0.43} \cdot \left( \frac{4.3}{1.95} \right)^{0.25} = 320$$

і коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha_k = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{d_c} = 320 \cdot \frac{0.634}{0.01} = 20300 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 20300 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Приклад 3.2.23

Визначити відносну довжину ділянки теплової стабілізації  $l_{ct}/d$  при ламінарному режимі потоку води у трубі діаметром  $d = 14$  мм в умовах постійної вздовж труби температури стінки ( $t_c = \text{const}$ ), якщо середня температура води  $t_f = 50$  °С, та  $Re_f = 1500$ . Визначити також місцевий коефіцієнт тепловіддачі на ділянці труби  $l > l_{ct}$ .

#### Розв'язування

При ламінарному режимі течії за умови  $t_c = \text{const}$  відносну довжину ділянки теплової стабілізації можна прийняти

$$l_{ct}/d \approx 0.05 Pe_f,$$

$$Pe_f = Re_f \cdot Pr_f.$$

При  $t_f = 50$ °С,  $Pr_f = 3.55$  з [1,9]

$$Pe_f = 1500 \cdot 3.55 = 5325.$$

Звідси:

$$l_{cr}/d \approx 0,05 \cdot 5325 = 266,25.$$

При  $l > l_{cr}$  граничне значення числа  $Nu_x = 3,66$ , тому

$$\alpha_k = Nu_x \cdot \lambda_f/d = 3,66 \cdot 0,648/14 \cdot 10^{-3} = 169,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град},$$

де  $\lambda_f = 0,648 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$  при  $t = 50^\circ\text{C}$  з [1,9].

Відповідь:  $\alpha_k = 169,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ,  $l_{cr}/d = 266,25$ .

### Приклад 3.2.24

Мідний шинопровід круглого перерізу діаметром  $d = 15$  мм охолоджується поперечним потоком сухого повітря, швидкість і температура якого дорівнюють  $V = 1$  м/с та  $t_f = 20^\circ\text{C}$ . Визначити коефіцієнт тепловіддачі від поверхні шинопровода до повітря, допустиму силу струму в шинопроводі, за умови, що температура його поверхні не повинна перевищувати  $t_c = 80^\circ\text{C}$ . Питомий електричний опір  $\rho = 0,0175 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ .

### Розв'язування

Визначаємо по табл. А4 фізичні параметри повітря при цій температурі:

$$\lambda_f = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; \quad \nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Визначимо критерій Рейнольдса

$$Re_f = \frac{Vd}{\nu_f} = \frac{1 \cdot 0,015}{15,065 \cdot 10^{-6}} = 996.$$

Тепловіддачу при поперечному обтіканні одного циліндру повітрям можна розрахувати за формулою:

$$Nu_f = 0,44 \cdot Re_f^{0.5} = 0,44 \cdot (996)^{0.5} = 13,9, \text{ при } 10 \leq Re_f \leq 10^3$$

Визначасмо коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha_k = Nu_f \cdot \lambda_f / d = 13,9 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2} / 15 \cdot 10^{-3} = 24 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Допустиму силу струму в шинопроводі визначаємо з умови балансу енергії:

$$\alpha_k \cdot (t_c - t_f) \cdot \pi \cdot d \cdot L = I^2 R, \quad R = \rho \cdot L / s = 4 \rho L / \pi d^2,$$

$$I = \frac{d\pi}{2} \sqrt{\frac{\alpha_k \cdot \Delta t \cdot d}{\rho}} = \frac{3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{2} \sqrt{\frac{24 \cdot (80 - 20) \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{0,0175}} = 0,827 \text{ А.}$$

Відповідь:  $\alpha_k = 24 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;  $I = 0,827 \text{ А}$ .

### Приклад 3.2.25

Плоска пластина довжиною  $L_0 = 1 \text{ м}$  обдувається поздовжнім потоком повітря, швидкість і температура якого дорівнюють  $V_0 = 80 \text{ м/с}$  та  $t_f = 10^\circ \text{C}$ . Перед пластиною встановлена турбулізуюча ґратка, внаслідок чого рух у граничному шарі по всій довжині пластини турбулентний. Визначити середнє значення коефіцієнта тепловіддачі з поверхні пластини, значення місцевого коефіцієнта тепловіддачі на заданій кромці та товщину гідродинамічного суміжного шару на задній кромці пластини.

#### Розв'язування

Визначаємо по табл. А4 фізичні параметри повітря при температурі  $t_f = 10^\circ \text{C}$ :  $\lambda_f = 2,51 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$ ;  $\nu_f = 14,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Визначаємо критерій Рейнольдса:

$$Re_r = \frac{V_0 \cdot L_0}{\nu_r} = \frac{80 \cdot 1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 5,65 \cdot 10^6 > 5 \cdot 10^5.$$

Режим руху в суміжному шарі на пластині – турбулентний. Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі при обтіканні пластини повітрям для турбулентного суміжного шару можна визначити за формулою (2.24):

$$Nu_r = 0,032 \cdot Re_r^{0,8}.$$

Підставивши розраховане значення числа Рейнольдса, отримаємо:

$$Nu_r = 0,032 \cdot (5,65 \cdot 10^6)^{0,8} = 8050.$$

Звідки

$$\alpha = Nu_r \cdot \frac{\lambda_r}{L_0} = 8050 \cdot \frac{2,51 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 202 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Для визначення місцевого коефіцієнта тепловіддачі при обтіканні пластини повітрям в турбулентному суміжному шарі можна використати таку формулу [9]:

$$Nu_{rx} = 0,0255 \cdot (Re_{rx})^{0,8},$$

де

$$Nu_{rx} = \frac{\alpha_x \cdot X}{\lambda_r} \text{ і } Re_{rx} = \frac{V_0 \cdot X}{\nu_r}.$$

Значення місцевого коефіцієнта передачі на задній кромці пластини знайдемо, прийнявши  $X = L_0$ ; тоді  $Re_{rx} = 5,65 \cdot 10^6$ , а

$$Nu_{rx} = 0,0255 \cdot (5,65 \cdot 10^6)^{0,8} = 6280$$

і

$$\alpha_{X=L_0} = Nu_{ix=L_0} \cdot \frac{\lambda_f}{L_0} = 6280 \cdot \frac{2,51 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 157,5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Місцеву товщину турбулентного гідродинамічного суміжного шару можна визначити за формулою [9]:

$$\delta_T = \frac{0,37 \cdot X}{\sqrt[5]{Re_{ix}}}$$

Підставивши значення відомих величин, отримаємо при  $X = L_0$ :

$$\delta_T = \frac{0,37 \cdot 1,0}{\sqrt[5]{5,65 \cdot 10^6}} = 0,0165 \text{ м.}$$

Відповідь: середній коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha = 202 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ; місцеве значення коефіцієнта тепловіддачі при  $X = L_0$   $\alpha_{X=L_0} = 157,5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ; товщина гідродинамічного суміжного шару при  $X = L_0$   $\delta_T = 16,5 \text{ мм}$ .

### Приклад 3.2.26

Тонка пластина довжиною  $L=2\text{м}$  та шириною  $b=1,5\text{м}$  обдувається поздовжнім потоком повітря, швидкість і температура якого дорівнюють  $V=3 \text{ м/с}$  та  $t_f=20^\circ\text{C}$ . Температура поверхні пластини  $t_c=90^\circ\text{C}$ . Визначити середній по довжині пластини коефіцієнт тепловіддачі та кількість теплоти, що віддається пластиною у повітря.

#### Розв'язування

Визначаємо по табл. А4 фізичні параметри повітря при температурі  $t_f=20^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_f=2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}, \quad \nu_f=15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \quad Pr_f=0,703.$$

Визначимо критерій Рейнольдса



$$Re_{\Gamma} = \frac{VL}{\nu_{\Gamma}} = \frac{3 \cdot 2}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 3,98 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5.$$

Режим руху у граничному шарі - ламінарний.

Визначимо критерій Нусельта

$$Nu_{\Gamma} = 0,67 \cdot Re_{\Gamma}^{0,5} \cdot Pr_{\Gamma}^{1/3} = 0,67 \cdot (3,98 \cdot 10^5)^{0,5} \cdot (0,703)^{1/3} = 376.$$

Значення коефіцієнта тепловіддачі

$$\alpha_k = Nu_{\Gamma} \cdot \lambda_{\Gamma} / L = 376 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2} / 2 = 4,87 \text{ Вт/м}^2\text{град.}$$

Кількість теплоти, що віддається з обох боків пластини

$$Q = \alpha_k \cdot (t_c - t_f) \cdot S = 4,87 \cdot (90 - 20) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1,5 = 2045 \text{ Вт.}$$

Відповідь:  $Q = 2045 \text{ Вт}$ ;  $\alpha_k = 4,87 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$

### Приклад 3.2.27

Тонка пластина довжиною  $l = 0,2 \text{ м}$  обтікається поздовжнім потоком повітря. Швидкість і температура повітря, що набігає, дорівнюють відповідно  $V_0 = 150 \text{ м/с}$  і  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити середнє значення коефіцієнта тепловіддачі і густину теплового потоку на поверхні пластини за умови, що температура поверхні пластини  $t_c = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ . Розрахунок виконати, припустивши, що по всій довжині пластини режим течії в суміжному шарі турбулентний.

### Розв'язування

Визначаємо по табл. А4 фізичні параметри повітря при температурі  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{град}; \nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; C_p = 1,0 \text{ кДж/кг}\cdot\text{град}.$$

Визначимо критерій Рейнольдса:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} = \frac{150 \cdot 0,2}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 1,99 \cdot 10^6.$$

Визначимо число Маха:

$$M = \frac{V_0}{a} = \frac{150}{344} = 0,436,$$

де швидкість руху в повітрі  $a = 20,1 \cdot \sqrt{T_0} = 20,1 \cdot \sqrt{293} = 344 \text{ м/с}$ .

Для розрахунку тепловіддачі в повітряному потоці високої дозвукової швидкості при  $10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$  і  $0,25 < M < 0,8$  формула (2.24) справедлива за умови, що коефіцієнт тепловіддачі віднесений до різниці між температурою  $t_c$  і адіабатичною температурою стінки (власною температурою поверхні)  $t_{ал.с}$  [9]:

$$t_{ал.с} = t_0 + r \cdot \frac{V_0^2}{2 \cdot C_p},$$

де коефіцієнт відновлення для пластини з поздовжнім обтіканням при турбулентному суміжному шарі можна прийняти рівним  $r = 0,89$ .

В даному випадку

$$Nu = 0,032 \cdot Re^{0,8} = 0,032 \cdot (1,99 \cdot 10^6)^{0,8} = 3500$$

i

$$\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{l} = 3500 \cdot \frac{2,59 \cdot 10^{-2}}{0,2} = 454 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Адіабатична температура стінки

$$t_{\text{ад.с}} = 20 + 0,89 \cdot \frac{150^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^3} = 30 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Густина теплового потоку

$$q = \alpha \cdot (t_c - t_{\text{ад.с}}) = 454 \cdot (50 - 30) = 9080 \text{ Вт/м}^2.$$

Відповідь:  $\alpha = 454 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;  $q = 9080 \text{ Вт/м}^2$ .

### Задача 3.2.1

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі круглого провідника діаметром  $d=1\text{мм}$  при  $t_n=110^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_f=30^\circ\text{C}$ . Конвекція природна. Розрахунок вести для повітря.

Відповідь: для повітря  $\alpha_k=40,83 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Задача 3.2.2

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі круглого провідника діаметром  $d=2\text{мм}$  при  $t=140^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_f=20^\circ\text{C}$ . Конвекція природна, відбувається в повітрі.

Відповідь:  $\alpha_k = 27,42 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Задача 3.2.3

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі тепловіддачі вертикально орієнтованого диску діаметром  $d=10\text{мм}$ . Середня температура диску  $t_n=200^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_f=40^\circ\text{C}$ . Конвекція природна. Тиск повітря - нормальний.

Відповідь:  $\alpha_k = 14,17 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Задача 3.2.4

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі вертикально орієнтованої поверхні висотою  $h=1,2$  м. Середня температура поверхні  $t_n=65^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_f=17^\circ\text{C}$ . Конвекція природна. Тиск повітря - нормальний.

Відповідь:  $\alpha_k=5,57$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

### Задача 3.2.5

Розрахувати втрату тепла у навколишнє середовище, а також конвективний коефіцієнт тепловіддачі при нормальному русі повітря біля поверхні вертикального циліндричного теплообмінника діаметром  $d=400$  мм, та висотою  $h=4$  м. Температура стінки  $t_n=370$  °С. Навколишнього повітря  $t_f=30^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $\alpha_k=9,6$  Вт/м<sup>2</sup>·град ;  $P=16400$  Вт

### Задача 3.2.6

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі двоватного резистора типу МЛТ-2, при нормальному навантаженні та температурі навколишнього середовища  $t_f=20^\circ\text{C}$ . Діаметр резистора  $7,8$  мм, довжина  $17$  мм. Температура резистора  $t=50^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $\alpha_k=130$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

### Задача 3.2.7

В горизонтальній трубі діаметром  $5$  мм тече вода з середньою швидкістю  $2,5$  м/с при температурі  $20$  °С. Визначити характер течії.

Відповідь: характер течії ламінарний.

### Задача 3.2.8

Діаметр труби  $d=0,02$  м. Швидкість течії рідини  $3,0$  м/с. Кінематична в'язкість  $\nu=13 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Визначити режим течії.

Відповідь: перехідний режим.

### Задача 3.2.9

Визначити числове значення критерія Рейнольдса для повітряного потоку з температурою  $t_f = 40^\circ\text{C}$  і швидкістю 4,0 м/с, який огинає резистор довжиною  $l = 10$  мм.

Відповідь:  $Re_f = 2,358 \cdot 10^3$ .

### Задача 3.2.10

Визначити критерій Нусельта при протіканні рідини крізь трубу діаметром 8 мм. Середня температура води  $t_f = 40^\circ\text{C}$ . Коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_k = 3,2 \cdot 10^{-3}$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

Відповідь:  $Nu_f = 40,3 \cdot 10^{-6}$ .

### Задача 3.2.11

Температура повітря, що протікає по трубі квадратного перерізу  $3 \times 3 \text{ см}^2$  дорівнює  $t = 100^\circ\text{C}$ . Температура навколишнього середовища  $t_c = 30^\circ\text{C}$ . В'язкість повітря  $\nu = 0,1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Визначити числове значення критерію Грасгофа.

Відповідь:  $Gr = 4,96 \cdot 10^9$ .

### Задача 3.2.12

Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі циліндра діаметром  $d = 24$  мм, який обдувається поперечним потоком повітря. Швидкість повітря  $V = 2$  м/с. Температура навколишнього середовища  $t_c = 20^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $\alpha_k = 39$  Вт/м<sup>2</sup>·град.

### Задача 3.2.13

Резистор типу ВС-10 обдувається поздовжнім потоком повітря, швидкість якого  $V = 4$  м/с, а температура  $t = 20^\circ\text{C}$ . Довжина резистора  $l = 6$  см. Середня температура поверхні резистора  $t = 80^\circ\text{C}$ . Розрахувати

конвективний коефіцієнт тепловіддачі.

Відповідь:  $\alpha_k = 31,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

#### Задача 3.2.14

Резистор типу ПЕВ-10 обдувається поздовжнім потоком повітря, швидкість якого  $V=2 \text{ м/с}$ , а температура  $t=20^\circ\text{C}$ . Довжина резистора  $l=6 \text{ см}$ . Середня температура поверхні резистора  $80^\circ\text{C}$ . Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі.

Відповідь:  $\alpha_k = 22 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

#### Задача 3.2.15

Резистор типу ВС-10 обдувається поздовжнім потоком повітря, швидкість якого  $V=2 \text{ м/с}$ , а температура  $t_c=20^\circ\text{C}$ . Довжина резистора  $l=10 \text{ см}$ . Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі.

Відповідь:  $\alpha_k = 17 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

#### Задача 3.2.16

Резистор циліндричної форми обдувається поперечним потоком повітря, швидкість якого  $V=3 \text{ м/с}$ , а температура  $t_c=20 \text{ C}$ . Розрахувати конвективний коефіцієнт тепловіддачі. Діаметр резистора  $d=8,7 \text{ см}$ .

Відповідь:  $\alpha_k = 25 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

#### Задача 3.2.17

Тонка пластина довжиною  $l=3 \text{ м}$  та шириною  $b=2 \text{ м}$  обдувається потоком повітря, швидкість якого  $V=2 \text{ м/с}$ , а температура  $t_c=20^\circ\text{C}$ . Температура поверхні пластини  $t_n=90^\circ\text{C}$ . Розрахувати коефіцієнт тепловіддачі пластини.

Відповідь:  $\alpha = 3,25 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

#### Задача 3.2.18

Розрахувати коефіцієнт тепловіддачі для автомобільного радіатора,

якщо температура води на вході  $t_{r1} = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ , на виході  $t_{r2} = 85 \text{ }^\circ\text{C}$ . Швидкість води  $V = 0,657 \text{ м/с}$ . Температура повітря перед радіатором  $t'_{r1} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ , після радіатора  $t'_{r2} = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ . Швидкість повітря перед фронтом радіатора  $V'' = 17 \text{ м/с}$ . Для розв'язання задачі використати критеріальну залежність  $Nu = C \cdot (Re)^n$ . Відомо, що коефіцієнти для даної швидкості води в радіаторі дорівнюють  $C = 0,34$ ,  $n = 0,55$ .

Відповідь:  $\alpha = 186 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ .

### Задача 3.2.19

В теплообміннику типу труба-труба у зовнішньому кільцевому каналі рухається вода зі швидкістю  $V = 3,0 \text{ м/с}$ . Середня по довжині каналу температура води  $t_w = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ . Розрахувати середній коефіцієнт тепловіддачі та теплову потужність теплообмінника, якщо температура зовнішньої поверхні внутрішньої труби  $t_c = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ . Зовнішній та внутрішній діаметри кільцевого каналу відповідно дорівнюють:  $d_2 = 26 \text{ мм}$  та  $d_1 = 20 \text{ мм}$ . Довжина каналу  $l = 1,4 \text{ м}$ .

Відповідь:  $\alpha = 7600 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ ;

$P = 20 \text{ кВт}$ .

### Задача 3.2.20

Водяний калориметр, який має форму трубки із зовнішнім діаметром  $d = 15 \text{ мм}$ , розміщений в поперечний потік повітря. Повітря має швидкість  $V = 2 \text{ м/с}$ , направлену під кутом  $90^\circ$  відносно осі калориметра, і середню температуру.  $t_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . При стаціонарному тепловому режимі на зовнішній поверхні калориметра встановлюється

стала середня температура, яка дорівнює  $t_c = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити коефіцієнт тепловіддачі від трубки в повітря і тепловий потік на одиницю довжини калориметра.

Відповідь  $\alpha = 36,3 \text{ Вт/м}^2\text{-град}$ ;  $q_1 = 102 \text{ Вт/м}$ .



## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 - Одиниці вимірювання фізичних величин за Міжнародною системою одиниць СІ

Величина	Одиниці вимірювання	Скорочене позначення одиниць вимірювання
<b>Одиниці геометричних і механічних величин</b>		
Довжина	метр	м
Маса	кілограм	кг
Час	секунда	с
Площа	квадратний метр	м <sup>2</sup>
Об'єм	кубічний метр	м <sup>3</sup>
Плоский кут	радіан	рад
Швидкість	метр за секунду	м/с
Прискорення	метр на секунду в квадратах	м/с <sup>2</sup>
Кутова швидкість	радіан за секунду	с <sup>-1</sup>
Період	секунда	с
Частота	Герц	Гц
Гradient швидкості	секунда в мінус першому степені	с <sup>-1</sup>
Об'ємні витрати	кубічний метр за секунду	м <sup>3</sup> /с
Масові витрати	кілограм за секунду	кг/с
Сила	ньютон	Н (кг·м/с <sup>2</sup> )
Робота та енергія	джоуль	Дж (Н·м)
Об'ємна густина енергії	джоуль на кубічний метр	Дж/м <sup>3</sup>
Потужність	ват	Вт (Дж/с)
Тиск	паскаль (ньютон на квадратний метр)	Па (Н/м <sup>2</sup> )
Густина	кілограм на кубічний метр	кг/м <sup>3</sup>
Динамічна в'язкість	паскаль - секунда (ньютон - секунда на квадратний метр)	Па·с (Н·с/м <sup>2</sup> )
Кінематична в'язкість	квадратний метр на секунду	м <sup>2</sup> /с
Коефіцієнт дифузії	квадратний метр на секунду	м <sup>2</sup> /с

## Продовження таблиці А.1

<b>Одиниці електричних величин</b>		
Сила струму	ампер	А
Густина струму	ампер на квадратний метр	А/м <sup>2</sup>
Електричний опір	ом	Ом
Електрична провідність	сіменс	См
Питомий електричний опір	ом - метр	Ом·м
Питома провідність (електропровідність)	сіменс на метр	См/м
<b>Одиниці теплових величин</b>		
Термодинамічна температура	градус Кельвіна	К
Температура за шкалою Цельсія	градус за шкалою Цельсія	°С
Кількість теплоти	джоуль	Дж
Температурний градієнт	градус на метр	град/м
Тепловий потік (теплова потужність)	ват	Вт (Дж/с)
Поверхнева густина теплового потоку	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>
Ентропія системи	джоуль на градус Кельвіна	Дж/К
Питома масова ентропія	джоуль на кілограм-градус Кельвіна	Дж/(кг·К)
Питома теплота фазового перетворення, теплота спалювання палива, ентальпія (в розрахунку на одиницю маси)	джоуль на кілограм	Дж/кг
Коефіцієнт теплопровідності	ват на метр - градус	Вт/(м·град)
Коефіцієнт тепловіддачі	ват на квадратний метр - градус	Вт/(м <sup>2</sup> ·град)
Коефіцієнт теплопередачі	ват на квадратний метр - градус	Вт/(м <sup>2</sup> ·град)
Коефіцієнт випромінювання (променевипускання)	ват на квадратний метр - градус Кельвіна в четвертому степені	Вт/м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup>
Коефіцієнт температуропровідності	квадратний метр на секунду	м <sup>2</sup> /с

Примітка: В позначеннях одиниць, віднесених до температурного інтервалу, замість градуса Кельвіна (К) може стояти градус Цельсія (°С). Різниця температур позначається “град”.

Таблиця А.2 - Співвідношення між деякими одиницями вимірювання в системі МКГСС, позасистемними тепловими одиницями, основаними на калорії, та одиницями вимірювання за Міжнародною системою одиниць СІ.

Величина	Співвідношення між одиницями вимірювання
<i>Кількість теплоти, енергія</i>	1 кал = 4,1868 Дж
Сила	1 кг = 9,81 Н
Питома вага	1 кг/м <sup>3</sup> = 9,81 Н/м <sup>3</sup>
Густина	1 кг·с <sup>2</sup> /м <sup>4</sup> = 9,81 кг/м <sup>3</sup>
Тиск	1 кг/см <sup>2</sup> = 9,81 Н/см <sup>2</sup>
Коефіцієнт динамічної в'язкості	1 кгс/м <sup>2</sup> = 9,81 Н·с/м <sup>2</sup>
Питома теплоємність	1 ккал/кг·град = 4,1868 кДж/кг·град
Питома теплота фазового перетворення, хімічної реакції, ентальпія	1 ккал/кг = 4,1868 кДж/кг
Тепловий потік	1 ккал/год = 1,1630 Вт
Поверхнева густина теплового потоку	1 ккал/(м <sup>2</sup> год) = 1,1630 Вт/м <sup>2</sup>
Коефіцієнт теплопровідності	1 ккал/(м год · град) = = 1,1630 Вт/(м·град)
Коефіцієнт тепловіддачі	1 ккал/(м <sup>2</sup> год · град) = = 1,1630 Вт/(м <sup>2</sup> ·град)
Коефіцієнт теплопередачі	1 ккал/(м <sup>2</sup> год · град) = = 1,1630 Вт/(м <sup>2</sup> ·град)
Коефіцієнт випромінювання	1 ккал/(м <sup>2</sup> год · К <sup>4</sup> ) = = 1,1630 Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )

Таблиця А.3 - Теплопровідність  $\lambda$ , густина  $\rho$  та питома теплоємність  $C_p$  різних твердих матеріалів.

Назва матеріалу	Температура, °С	$\lambda$ , (Вт/м·град)	$\rho$ , (кг/м <sup>3</sup> )	$C_p$ , Дж/(кг·К)
Метали і сплави				
Алюміній	0-100	210	2700	900
Германій	20	14,7-29,3	53200	314
Дюралюміній	0-100	160-180	2750	920
Залізо	0	74.4	7880	440
Кремній	20	23,3	2300	733
Лагунь	0-100	90-100	2600	376
Срібло	0-100	390-420	10500	234
Свинець	0-100	35	11250	125
Сталь 12	0-100	45	7900	470
Сталь 20	0-100	50	7850	460
Сталь легована конструкційна	0-100	38	7780	480
Мідь	0-100	390	8930	380
Неметалеві матеріали				
Азбест листовий	30	0,11	770	816
Азбест волокно	50	0,11	470	816
Бакелітовий лак	20	0,29	1400	-
Папір	20	0,10-0,14	300-730	1507
Дерево(фанера)	20	0,15	600	1256
Картон звичайний	20	0,17	700	1510
Плексиглас (оргскло)	20	0,19	1180	1423-1550
Пробкова пластина	30	0,042	190	1884
Гума	20	0,15	250-1300	2050
Слюда	20	0,06 – 0,45	2600-3200	879
Скло кварцове	100-200	1,4-1,5	2500-2800	892
Скляна вата	0	0,037	200	670
Текстоліт	20	0,23-0,34	1300-1400	1460-1500
	100	2-2,5	2500-2600	1088
Гетинакс	20	0,15-0,18	1215	-
Компаунд ЕК-16А	50-100	0,30-0,35	1350	1200-1400

Таблиця А.4 - Значення густини  $\rho$ , питомої теплоємності  $C_p$ , теплопровідності  $\lambda$ , кінематичної в'язкості  $\nu$  та числа Прандтля ( $Pr$ ) сухого повітря при тиску  $10^5$  Па і різних температурах.

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , Дж/кг·град	$\lambda \cdot 10^2$ , Вт/м·град	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	$Pr$
-50	1,584	1010	2,04	9,23	0,728
-20	1,395	1010	2,28	12,79	0,716
0	1,293	1000	2,44	13,28	0,707
10	1,247	1000	2,51	14,16	0,705
20	1,205	1000	2,60	15,06	0,703
30	1,165	1000	2,68	16,00	0,701
40	1,128	1000	2,76	16,96	0,699
50	1,093	1000	2,83	17,95	0,698
60	1,060	1000	2,90	18,97	0,696
70	1,029	1000	2,97	20,02	0,694
80	1,000	1000	3,05	21,09	0,692
90	1,972	1000	3,13	22,10	0,690
100	1,946	1000	3,21	23,13	0,688
120	1,898	1000	3,24	25,45	0,686

Таблиця А.5 - Значення  $A_1$  для повітря та води

Середовище	Значення $A_1$ при температурі $t_m, ^\circ\text{C}$						
	0	20	40	60	80	100	120
Повітря	0,291	0,295	0,3	0,306	0,310	0,315	0,320
Вода	9,35	13,1	15,7	17,6	19,0	20,0	-

Примітка до таблиці А.5

$A_1$ - коефіцієнт тепловіддачі для необмежених циліндрів.

Після проведення аналізу теплового режиму радіодеталей необхідно знати конвективні коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha_k$ - різних провідників. З задовільною точністю такі розрахунки можна проводити за формулою [1] для необмеженого циліндра при  $(Gr \cdot Pr)$ , рівному  $10^3 \div 5 \cdot 10^2$ :

$$\alpha_k = A_1 \cdot \left( \frac{t - t_c}{d} \right)^{1,8} \quad [\text{Вт/м}^2 \cdot \text{град}].$$

У коефіцієнт  $A_1$  входять всі фізичні параметри середовища:

$$A_1 = 1,18 \cdot (\beta \cdot g \cdot Pr)_m^{1,8} \cdot \frac{\lambda_m}{V_m} \quad [\text{Вт/м}^{11/8} \cdot \text{град}^{9/8}].$$

Таблиця А.6 - Значення  $A_2$  для повітря та води

Середовище	Значення $A_2$ при температурі $t_m, ^\circ\text{C}$									
	10	20	30	40	60	80	100	120	140	150
Повітря	1,40	1,38	1,36	1,34	1,31	1,29	1,27	1,26	1,25	1,245
Вода	90	105	127	149	178	205	227	-	-	-

Примітка до таблиці А.6.

$A_2$ - коефіцієнт тепловіддачі для плоских та циліндричних поверхонь.

Наведені нижче робочі формули придатні для розрахунку конвективного коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha_k$  для плоских та циліндричних поверхонь в умовах природної конвекції у необмеженому просторі.

Якщо визначальний розмір ( $L$ , мм) плоскої або циліндричної поверхні та її температурний потік  $t-t_c$  задовольняють нерівності

$$(t-t_c) \leq \left(\frac{840}{L}\right)^3, \text{ [град]},$$

то рух рідини підкоряється закону 1/4 степені, в протилежному випадку підкоряється закону 1/3 степені. Якщо теплообмін підкоряється закону 1/4 ступеню, то конвективний коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_k$  дорівнює [1]:

1. Для вертикально орієнтованої поверхні висотою  $h$ , або циліндра діаметром  $h$ , м

$$\alpha_k = A_2 \cdot \left(\frac{t-t_c}{h}\right)^{1.4}, \text{ [Вт/м}^2\text{-град]}.$$

2. Для горизонтально орієнтованої поверхні (з найменшою стороною поверхні  $L$ , м)  $h$ , що обернена нагрітим боком вверх,

$$\alpha_k = 1.30 \cdot A_2 \cdot \left(\frac{t-t_c}{L}\right)^{1.4}, \text{ [Вт/м}^2\text{-град]}.$$

3. Для горизонтально орієнтованої поверхні, що обернена нагрітим боком вниз,

$$\alpha_k = 0.70 \cdot A_2 \cdot \left(\frac{t-t_c}{L}\right)^{1.4}, \text{ [Вт/м}^2\text{-град]}.$$

У коефіцієнт  $A_2$  входять всі фізичні параметри середовища:

$$A_2 = 0.54 \cdot (\beta \cdot g \cdot \text{Pr})_m^{1/4} \cdot \frac{\lambda_m}{V_m^{1/2}}, \text{ [Вт/м}^{7/4}\text{-град}^{5/4}\text{]}.$$

Таблиця А.7 - Значення  $A_3$  для повітря та води

Середовище	Значення $A_3$ при температурі $t_m$ , °C						
	0	20	40	60	80	100	150
Повітря	1,69	1,61	1,53	1,45	1,39	1,33	1,23
Вода	102	198	290	363	425	480	610

Примітка до таблиці А.7 додатка А

Якщо визначальний розмір ( $L$ , мм) плоскої або циліндричної поверхні та її температурний потік  $t-t_c$  в умовах природної конвекції у необмеженому просторі не задовольняють нерівності:

$$(t-t_c) \leq \left(\frac{840}{L}\right)^3, \text{ [град]},$$

то рух рідини підкоряється закону  $1/3$  (див примітку до таблиці А.6), тоді формули для розрахунку конвективного коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha_k$  мають такий вигляд:

1. Для вертикально орієнтованої плоскої поверхні, циліндричної поверхні, або кулі

$$\alpha_k = A_3 \cdot (t-t_c)^{1/3}, \text{ [Вт/м}^2\text{·град]}.$$

2. Для горизонтально орієнтованої плоскої поверхні, що обернена нагрітим боком вгору,

$$\alpha_k = 1,3 \cdot A_3 \cdot (t-t_c)^{1/3}, \text{ [Вт/м}^2\text{·град]}.$$

3. Для горизонтально орієнтованої плоскої поверхні, що обернена нагрітим боком вниз,

$$\alpha_k = 0,70 \cdot A_3 \cdot (t-t_c)^{1/3} \text{ [Вт/м}^2\text{·град]}.$$

Таблиця А.8 - Значення "С" та "n" для формули (2.10) (при природній конвекції газів у необмеженому просторі)

$(Gr \cdot Pr)_m$	С	n
$<10^{-3}$	0,50	0,00
$10^{-3} \dots 5 \cdot 10^2$	1,18	1/8
$5 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^7$	0,54	1/4
$2 \cdot 10^7 \dots 1 \cdot 10^{13}$	0,135	1/3



Таблиця А.9 - Значення густини  $\rho$ , питомої теплоємності  $C_p$ , теплопровідності  $\lambda$ , кінематичної в'язкості  $\nu$  та числа Прандля ( $Pr$ ) води на лінії насичення

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , Дж/кг·град	$\lambda \cdot 10^2$ , Вт/м·град	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	$Pr$
0	999,9	4212	55,1	1,789	13,67
10	999,7	4191	57,4	1,306	9,52
20	998,2	4183	59,9	1,006	7,02
30	995,7	4174	61,8	0,805	5,42
40	992,2	4174	63,5	0,659	4,31
50	998,1	4174	64,8	0,556	3,54
60	983,2	4179	65,9	0,478	2,98
70	977,8	4187	66,8	0,415	2,55
80	971,8	4195	67,4	0,365	2,21
90	965,3	4208	68,0	0,326	1,95
100	958,4	4220	68,3	0,295	1,75
110	951,0	4233	68,5	0,272	1,60
120	943,1	4250	68,6	0,252	1,47
130	934,8	4266	68,6	0,233	1,36
140	926,1	4287	68,5	0,217	1,26

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дульнев Г.Н., Семяшкин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах.- Л.: Энергия, 1968. - 358 с.
2. Дульнев Г.Н., Тарновский Н.Н. Тепловые режимы электронной аппаратуры.- М.: Энергия, 1971. - 276 с.
3. Роткоп Л.Л., Спокойный Ю.Е. Обеспечение тепловых режимов при конструировании РЭА.- М.: Сов. радио, 1976.
4. Головатюк В.М., Медведков В.И., Павлов Е.П. Теплообмен в РЭА (ЭВА).- Горький: ГГУ, 1979. - 120 с.
5. Дульнев Г.Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре.- М.: Высшая школа, 1984. - 247 с.
6. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена.- М.: Высшая школа, 1990. - 206 с.
7. Спокойный Ю.Е., Сибиряков В.В. Теплообмен в радиоэлектронной аппаратуре. Лаб. практикум: Уч. пос.- К., Одесса: Высшая школа, 1988. - 224 с.
8. Сборник задач по технической термодинамике и теплопередаче. Изд 2-е, перераб. и доп./ Под ред Б.Н. Юдашева. - М.: Высшая школа, 1968. - 371 с.
9. Краснощечков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче. Изд 2-е, перераб. и доп. - М.: Энергия, 1969. - 264 с.
10. Ненашев А.П. Конструирование радиоэлектронных средств.- М.: Высшая школа, 1990. - 432 с.
11. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. Изд 2-е, перераб. и доп.- М.: Наука, 1977. - 336 с.
12. Единицы измерения и обозначения физико- технических величин. Справочник. Изд 2-е, перераб. и доп./ под ред. Н.В. Калашникова. - М.: Недра, 1966. - 512 с.
13. Резников Г.В. Расчет и конструирование систем охлаждения ЭВМ.- М.: Радио и связь, 1988.

Навчальне видання

В.І. Калінін, О.А. Костюк, А.А. Грудін, С.Т. Барась

**Збірник задач та вправ з теплообміну в електронній апаратурі**

Частина I

Навчальний посібник

Оригінал – макет підготовлено авторами

Редактор В. О. Дружиніна

Коректор З. В. Поліщук

Підписано до друку 2.07.02р.

Формат 29,7×42 ¼

Гарнітура Times New Roman

Друк різнографічний.

Ум. друк. арк. 517

Тираж 75 примірників

Зам. № 2002 - 160

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі  
Вінницького державного технічного університету

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ, ГНК, 9-й поверх

тел.(0432) 44-01-59