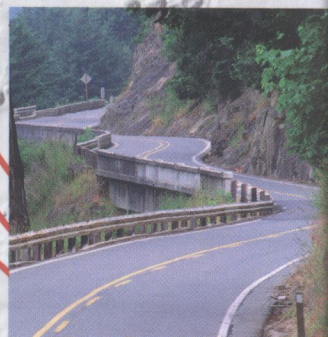


ІНЖЕНЕРНА

В. І. Кузьмін
О. А. Білятинський

ГЕОДЕЗІЯ

В ДОРОЖНЬОМУ
БУДІВНИЦТВІ



● 161,1

● 163,0

160

155

«ВИЦА ШКОЛА»

528(07s)
К 89

ІНЖЕНЕРНА ГЕОДЕЗІЯ

В ДОРОЖНЬОМУ БУДІВНИЦТВІ

В. І. Кузьмін
О. А. Білятинський

*Рекомендовано
Міністерством
освіти і науки
України*

Навчальний посібник
для студентів
вищих навчальних
закладів, які навчаються
за спеціальностями
«Будівництво
та експлуатація
автомобільних доріг
і аеродромів»
та «Мости
і транспортні
тунелі»

ІАБОЧЕМЕНТ-2

КИЇВ
«ВИЩА ШКОЛА»
2006

УДК 528.4:625.72(075.8)
ББК 38.115я73
К89

Гриф надано Міністерством освіти
і науки України (лист від 30 січня 2004 р.
№ 14/18.2-132)

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. *В. О. Боровий*, д-р техн. наук,
проф. *Т. Т. Чмян* (Київський національний університет будівництва і архі-
тектури)

Редактор *Т. М. Глушко*

Кузьмін В. І., Білятинський О. А.

К89 Інженерна геодезія в дорожньому будівництві: Навч. посіб. —
К.: Вища шк., 2006. — 278 с.: іл.
ISBN 966-642-260-3

Викладено теоретичні положення інженерної геодезії у дорожньому бу-
дівництві, методи вимірювання і перевірок роботи приладів. Розглянуто пи-
тання теорії похибок вимірів, опрацювання й оцінювання точності резуль-
татів, а також цифрові прилади, за допомогою яких проводять інженерно-
геодезичні роботи.

Для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціаль-
ностями «Будівництво та експлуатація автомобільних доріг і аеродромів»
та «Мости і транспортні тунелі».

ISBN 966-642-260-3

НТБ ВНТУ	УДК 528.4:625.72(075.8)
М. Вінниця	ББК 38.115я73
6/0	Кузьмін, О. А. Білятинський, 2006

Інженерно-геодезичні роботи є невід'ємною частиною комплексу робіт, пов'язаних із вишукуванням, проектуванням, будівництвом, реконструкцією, експлуатацією автомобільних доріг та аеродромів, а також різних споруд, розміщених на них.

У навчальному посібнику подано традиційні методи геодезичних робіт: орієнтування та вимірювання ліній мірними стрічками, вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів теодолітами, вимірювання перевищень між точками місцевості нівелірами, виконання топографічних знімачів тощо. Проте в сучасних умовах відбуваються істотні зміни в технології і методах проектно-вишукувальних робіт та будівництва інженерних об'єктів, що знаходить відображення у зміні складу і методів інженерно-геодезичних робіт. При цьому якісно змінюється геодезичне обладнання, що використовується у дорожньому будівництві.

Останнім часом в умовах тотальної комп'ютеризації проектно-вишукувальних робіт широкого застосування набули електронні тахеометри, опис яких подано у навчальному посібнику, в проектно-вишукувальних і будівельних процесах — системи автоматизованого проектування (САПР), автоматизовані системи управління будівництвом (АСУБ), географічні інформаційні системи тощо.

Інженер повинен вміти працювати з традиційними видами інженерно-геодезичної інформації — топографічними картами і планами, а також із їхніми електронними аналогами — електронними картками (ЕК), які є основою географічних інформаційних систем, цифровими (ЦММ) і математичними моделями місцевості (МММ), на основі яких здійснюється системне автоматизоване проектування інженерних об'єктів на рівні САПР.

Отже, інженер-будівельник доріг на сучасному етапі має добре володіти як традиційними, так і новими високопродуктивними методами інженерно-геодезичних робіт.

Ці види інженерно-геодезичних робіт дають змогу максимально скоротити обсяги і вартість польових робіт завдяки збільшенню обсягів

камеральних робіт при широкому використанні засобів автоматизації й обчислювальної техніки.

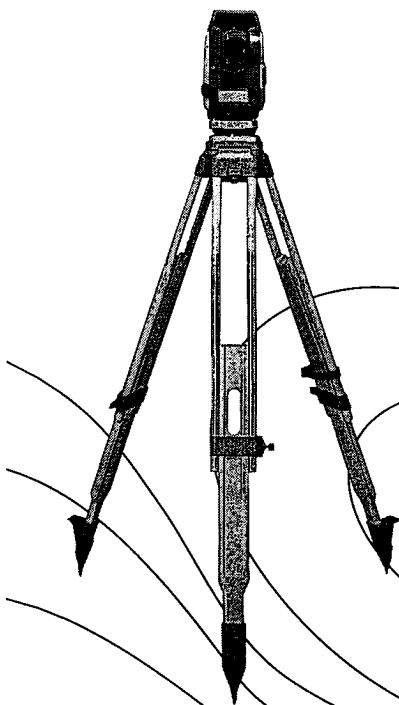
Інженерно-геодезичні роботи істотно впливають на якість автомобільних доріг, оскільки точність реалізації проектних рішень значною мірою визначає їхні транспортно-експлуатаційні характеристики. Крім того, виконання інженерно-геодезичних вимірювань при реконструкції та будівництві автомобільних доріг має певні особливості, які враховано при викладенні матеріалу, наприклад, подано нові моделі віражів і способи їх розмічування.

Сучасне будівництво неможливе без широкого використання геодезичних методів розмічування інженерних споруд на місцевості, що забезпечують високу точність і виключають грубі похибки; методів оперативного контролю будівельних робіт і геодезичного керування роботою будівельних машин і механізмів. Із цією метою при будівництві інженерних об'єктів широко застосовують лазерну техніку.

Викладення матеріалу в навчальному посібнику побудовано таким чином, щоб максимально полегшити самостійну роботу студентів під час вивчення основ інженерної геодезії.

Автори висловлюють подяку співробітникам кафедри проектування доріг НТУУ «КПІ» В. Б. Кузнецовій, К. В. Кривді за допомогу в підготовці навчального посібника.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ. ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ



Частина 1

*Загальні відомості
і поняття*

Топографічні плани і карти

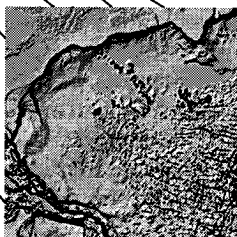
*Визначення положень точок
на картах і планах*

Орієнтування ліній

*Елементи теорії похибок
вимірів*

Теодолітне знімання

*Тахеометричне
знімання
майданчиків*



Інженерна геодезія, 1.1
її зміст і завдання

Інженерна геодезія — наукова дисципліна, яка вивчає і розробляє теорію, методи і прилади для проведення вимірювань на поверхні землі з метою вишукувань, проектування і будівництва інженерних споруд (доріг), аеродромів, мостів, тунелів, трубопроводів, каналів тощо.

Інженерну геодезію використовують під час розв'язання багатьох важливих завдань народного господарства, науки, промисловості. Будівництво будь-якого об'єкта розпочинається з розмічування робіт на місцевості й виконується під постійним контролем інженерно-геодезичної служби. До початку будівництва геодезисти здійснюють знімання ділянки місцевості, щоб мати топографічні плани, профілі, систему опорних точок та інші вихідні дані для проектування.

У процесі будівництва об'єкта інженерам-геодезістам і будівельникам доводиться розв'язувати низку завдань, іноді досить складних, щоб забезпечити реалізацію проекту на місцевості з потрібною точністю. Наведемо кілька прикладів зі світової практики.

У 1986 р. збудовано транспортний тунель Сейкан під протокою Цугару на півночі Японії між островами Хонсю і Хоккайдо. Загальна довжина тунелю — 53,8 км, із них під протокою — 23,3 км. Для здійснення проекту спеціалісти виконали комплекс високоточних інженерно-геодезичних робіт, які забезпечили прокладання тунелю з обох боків під дном протоки.

Не менш вражаючим є Сімплонський тунель в Альпах між Швейцарією та Італією завдовжки 20 км. Його також проклали з обох боків. Геодезисти мали визначити координати початкової й кінцевої точок тунелю в Швейцарії та Італії в єдиній системі координат із високою точністю.

На Байкало-Амурській магістралі в Росії побудовано кілька тунелів, кожний з яких за довжиною дорівнює Сімплонському.

У 1994 р. збудовано три 50-кілометрових паралельних тунелі: два — для руху поїздів, один — для технічних цілей під протоками Ла-Манш між Францією й Великою Британією.

Глибина проходження тунелів — 100 м нижче рівня моря і 40 м нижче дна протоки. Залізничні тунелі під протокою Ла-Манш — це видатна інженерна споруда ХХ століття.

У 1981 р. у Вірменії побудовано найдовший у світі гідравлічний тунель «ріка Арпа — озеро Севан» завдовжки 48 км, із великим перепадом висот. Це також приклад складної інженерної споруди, яку будували впродовж 18 років під систематичним геодезичним контролем. У 1986 р. побудовано найдовший у Європі 24-кілометровий Орхотський транспортний тунель на Кавказькій перевальній автомобільній дорозі.

Сучасні автомобільні магістралі є досить складними інженерними спорудами. Щоб збудувати дорогу, потрібно виконати великий комплекс інженерно-геодезичних робіт, починаючи з вишукувань і розмічування траси дороги і закінчуючи зведенням інженерних споруд, пов'язаних з її експлуатацією (мостів, шляхопроводів, автовокзалів, кемпінгів, тунелів тощо). У процесі будівництва дороги здійснюється постійний геодезичний контроль усіх операцій дорожньо-будівельних робіт. Особливо велике значення мають геодезичні роботи, які забезпечують на натурі проектні розміри головних геометричних параметрів дороги в плані, поздовжньому і поперечному профілях, оскільки геометрія дороги визначає її основні транспортно-експлуатаційні характеристики.

Високоточні інженерно-геодезичні роботи виконуються під час будівництва висотних будинків, телебашт, метрополітенів, спостереження за деформаціями інженерних споруд під дією різних зовнішніх і внутрішніх сил і факторів, при вирішенні інших будівельних, виробничих і дослідних завдань.

Стислі історичні відомості | 1.2 про розвиток і становлення геодезії як науки

Геодезія як наука почала формуватися у сивій давнині, що підтверджується археологічними розкопками і пам'ятками будівництва та архітектури, які дійшли до нас. У Вавилоні понад 5 тис. років тому вміли робити на місцевості розмічування меж земельних ділянок і складати їхні плани.

У Стародавньому Єгипті здійснювали землемірні роботи під час відновлення меж землеволодінь, порушених розливами ріки Ніл. Такі самі роботи проводились у Давній Греції, Вірменії, Грузії.

Вперше вимірювання у вертикальній площині й нівелювання почали застосовувати в Єгипті й Месопотамії під час зрошування земель і будівництва каналів, які потребували дотримання ухилів. За допомогою виска і рівня води визначали вертикальні й горизонтальні напрямки. Прикладом застосування нівелювання є канал, що з'єднує ріку Ніл з Червоним

морем, збудований за 6 тис. років до н. е. Відомо також, що нівелювання застосовувалось у стародавньому Китаї, де в XI–X ст. до н. е. для цього використовували рейки з рухомими ціликами.

П'ять тисяч років тому в Єгипті було побудовано піраміди. Піраміда Хофу з основою $227,5 \times 227,5 \text{ м}^2$ і висотою 137,2 м і нині залишається неперевершеним творінням людських рук. Під час будівництва пірамід використовували геодезичні методи.

У Греції геодезичні роботи почали застосовувати пізніше, ніж у Єгипті, адже храми, цирки, інші споруди, що дійшли до нас, свідчать про високий на той час рівень геодезичних і будівельних робіт. У 1320 р. до н. е. було складено першу з відомих нам карт єгипетського золотого рудника (Туринський папірус).

У середині XVI ст. з'явився гідростатичний нівелір із самоустановлювальною лінією візування. У 1609 р. Галілей збудував першу підзорну трубу, що сприяло швидкому прогресу в геодезичному приладобудуванні й геодезії загалом. Нідерландський астроном і математик Снелліус у 1614 р. запропонував метод визначення положення точок на поверхні Землі, який дістав назву «триангуляція».

В Україні у XIII ст. було зроблено перші топографічні описи Лівобережжя. На основі перепису населених пунктів, опису шляхів, річок і лісів робилися креслення — зародки топографічних карт. Приблизно 1570 р. у Росії було створено «Большой чертеж» — карту всієї країни. У пояснювальному тексті до «Большого чертежа» зазначалися відстані між містами Росії, зокрема для Лівобережжя і Придніпров'я України. «Большой чертеж» охоплював величезну територію — від «Студеного моря» до Чорного.

На початку XX ст. у державному архіві в Стокгольмі знайшли карту «Чертеж Украинским и Черкасским городам от Москвы до Крыма». Вважають, що це доповнення до «Большого чертежа».

У 1630–1648 рр. в Україні великі геодезичні роботи проводив французький інженер Г. Боплан. За їх даними він зробив точні на той час карти Київщини.

1720 р. у Київській губернії працювали геодезисти, мета роботи яких полягала у зніманні й опису території. Вони застосовували квадрант і астролябію, відстані вимірювали вірвовками. Результатом цих робіт була карта губернії та повітів.

Із 1766 р. до 80-х років XIX ст. великі геодезичні роботи в Україні було виконано під час генерального межування. Результатом самовідданої праці геодезистів були топографічні, морські, економічні, геологічні карти. Виконувалися геодезичні роботи, пов'язані з побудовою шосейних і ґрунтових доріг. Підвищувалася точність геодезичних робіт.

Останнім часом в Україні у зв'язку з реконструкцією автомобільних доріг, мостів, залізниць, із розширенням мережі газопроводів тощо виконується значний обсяг геодезичних робіт.

Прикладом можуть слугувати геодезичні роботи під час вишукувань та реконструкції автомагістралі Київ – Одеса. Застосування електронних тахеометрів та САПР дало змогу повністю автоматизувати весь комплекс вишукувальних та проектних робіт.

Автомагістраль Київ – Одеса є інженерною спорудою, до якої входять транспортні розв'язки, шляхопроводи тощо.

Вишукувальні та проектні роботи, пов'язані з будівництвом та реконструкцією автомобільних доріг, виконують проектний інститут ДП «Укрдїпродор» та АТЗТ «Київсоюздорпроект».

Усі основні геодезичні, топографічні й картографічні роботи в Україні виконуються під загальним керівництвом Державної служби геодезії, картографії та кадастру (Укргеодезкартографія).

Згідно з Постановою Кабінету Міністрів України, виконання топографо-геодезичних та картографічних робіт, починаючи з 1 січня 2007 р., здійснюватиметься із застосуванням Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000.

Форма | 1.3 і розміри Землі

Знання форми і розмірів Землі потрібне для правильного зображення земної поверхні на картах і планах, а також виконання точних геодезичних вимірювань на значних її площах. Близько 2,5 тис. років тому люди вже мали уявлення про те, що наша планета має форму кулі. Піфагор висловлював припущення, що Земля – куля. Арістотель довів кулястість Землі за формою тіні, яку вона відкидає на Місяць під час затемень.

Близько 1680 р. Ісаак Ньютон висунув гіпотезу про те, що Земля стиснута в напрямку осі обертання через наявність у середині її рідкої магми й обертання навколо осі.

Французька академія наук вирішила перевірити гіпотезу Ньютона вимірюванням дуги меридіана в 1° на різних відстанях від екватора. Згідно з гіпотезою, довжина дуги в 1° поблизу екватора повинна бути трохи більшою за довжину дуги в 1° , розміщеної північніше. Проте через помилки, допущені під час вимірювань, учені отримали неправильний висновок про те, що Земля не стиснута, а витягнута вздовж своєї осі, як лимон.

Майже 50 років тривала наукова суперечка між прихильниками гіпотез

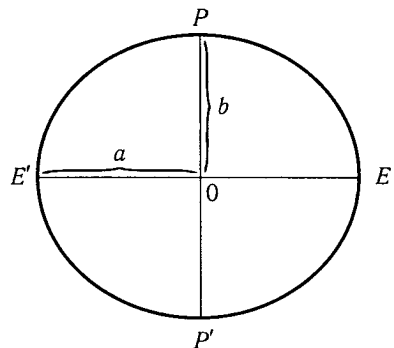


Рис. 1. Схема земного еліпсоїда (сфероїда)

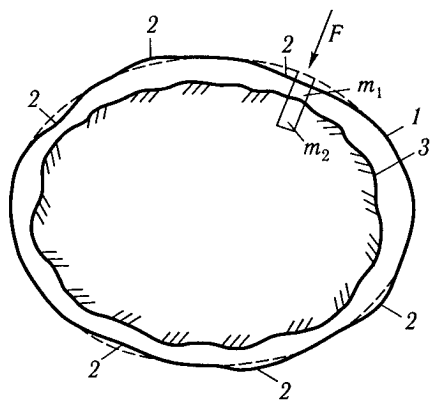


Рис. 2. Схема утворення знижень і підвищень на поверхні Світового океану, пов'язаних з аномаліями гравітаційного поля Землі:

1 — поверхня земного еліпсоїда; 2 — поверхня геоїда; 3 — дно Світового океану

«мандарина» і «лимона». У 1735 р. Французька академія наук організувала дві експедиції — одну до екватора в Перу, другу — в Лапландію, на північ Фінляндії. На основі повторних вимірювань дуг меридіанів у 1° було встановлено, що Земля справді стиснута в напрямку до

своєї осі. Гіпотеза Ньютона знайшла своє підтвердження.

Пізніші високоточні геодезичні вимірювання довели, що форма Землі близька до еліпсоїда обертання. У 1946 р. в СРСР було прийнято Референц-еліпсоїд видатного вченого-геодезиста Ф. М. Красовського з розмірами великої й малої півосей (рис. 1), де $a = 6378,245$ км, $b = 6356,863$ км.

Уявімо, що наша планета Земля не має континентів і суцільно покрита водами Світового океану. **Референц-еліпсоїд** — це такий еліпсоїд обертання з обчисленими на основі геодезичних вимірювань значеннями півосей a і b , який найближче відповідає поверхні Світового океану (в спокої) в межах будь-якої значної ділянки цієї поверхні. На території колишнього СРСР і прилеглих до нього просторах Світового океану референц-еліпсоїд Красовського якнайкраще відповідає земному еліпсоїду (сфероїду).

Крім еліпсоїда Красовського в різні часи були запропоновані референц-еліпсоїди Кларком, Хейфордом, Бесселем, які щонайбільше відповідають поверхні Світового океану в районах Європи та Америки. Значення півосей a і b цих еліпсоїдів і їхнє орієнтування в тілі сфероїда відрізняються від параметрів референц-еліпсоїда Красовського.

Важливою характеристикою форми Землі є стискування. Воно подається відношенням різниці великої і малої півосей еліпсоїда до великої півосі, тобто

$$\alpha = \frac{a - b}{a}. \quad (1)$$

Якщо у формулу (1) підставити значення a і b із референц-еліпсоїда Красовського, отримаємо

$$\alpha = \frac{21,382}{6378,245} = \frac{1}{298,3} \approx \frac{1}{300}.$$

Уявімо глобус з великою піввіссю $a = 300$ мм. Якщо різниця $a - b$ у нього становить 1 мм, то оком не помітна різниця між значеннями екваторіального a і полярного b радіусів глобуса. Через малу величину стискування α при вирішенні багатьох задач інженерної геодезії форму Землі можна вважати сферою із середнім радіусом 6371,11 км. Довжина екватора Землі дорівнює $l = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 6371 \approx 40\ 000$ км.

Фізична поверхня Світового океану в багатьох місцях істотно відхиляється від поверхні земного еліпсоїда. Пояснюється це тим, що дно Світового океану складається з гірських порід, які мають різну щільність. Якщо в товщі води і гірських порід дна Світового океану подумки виокремити вертикальний циліндричний стовп, то маса води m_1 і маса гірських порід m_2 у середині цього стовпа притягуватимуться один до одного, як два тіла з силою F , яка за законом Ньютона (рис. 2) дорівнює

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де G — гравітаційна стала, що дорівнює $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$; r — відстань між центрами ваги мас m_1 і m_2 .

У різних місцях Світового океану сила F має різні значення залежно від щільності гірських порід, що утворюють дно. Там, де щільність більша, сила F також більша. Товща води тут сильніше притягується до дна, і на поверхні Світового океану утворюється зниження. Там, де щіль-

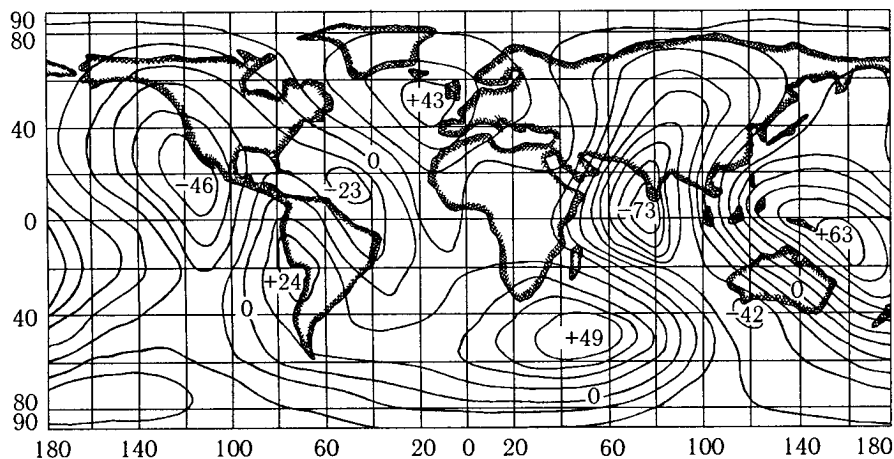


Рис. 3. Карта ізолій відхилень поверхні Світового океану від поверхні сфероїда (ізолії проведено через 10 м відхилень)

ність порід дна менша, сила F також менша, і на поверхні Світового океану утворюється підняття. Таким чином, вона в різних місцях має зниження і перевищення, які виявляються відхиленнями фізичної поверхні Світового океану від теоретичної поверхні земного еліпсоїда. Цю фізичну поверхню називають **геоїдом**.

Карту з ізолініями відхилень поверхні геоїда від поверхні земного еліпсоїда, побудовану за результатами спостережень із супутника Землі, зображено на рис. 3. Як впливає з рисунка, найбільші відхилення спостерігаються південніше острова Цейлон (-73 м), північно-східніше Африки ($+49$), південно-західніше Великої Британії ($+43$ м), у Бермудському трикутнику (-23 м), біля західного узбережжя Північної (-46 м) і Південної ($+24$ м) Америки.

Відомий геодезист і геофізик М. С. Молоденський у 1945 р. запропонував теорію поверхні *квазігеоїда*, яка найточніше відображає поверхню геоїда. Його дослідження мають велике практичне значення для створення високоточних геодезичних мереж [17].

Метод проєкцій,
що застосовується
під час побудови планів і карт 2.1

Побудова планів і карт здійснюється на уявній поверхні земного сфероїда. При цьому всі точки контурів річок, морів, озер, доріг, населених пунктів, лісів, полів і рельєфу фізичної поверхні Землі проєціюють по прямовисних лініях, що проходять через ці точки, на поверхню сфероїда.

Якщо уявна ділянка поверхні невелика, не більше ніж $20 \times 20 \text{ км}^2$, то кривиною поверхні сфери можна знехтувати і вважати, що рівнева поверхня земного сфероїда в таких межах є площиною. Похибки зображення елементів місцевості (контурів, відстаней) на плані, пов'язані з заміною поверхні сфери площиною на площі $20 \times 20 \text{ км}^2$, практично невідчутні.

Схему проєціювання характерних точок місцевості A, B, C, D, E на горизонтальну площину прямовисними лініями, що проходять через кожну з цих точок, зображено на рис. 4. Точки a, b, c, d, e , отримані на площині Π , є горизонтальними проєкціями точок A, B, C, D, E місцевості. Отже, **план** — це проєкція численних характерних точок місцевості на горизонтальній площині. При цьому контур A, B, C, D, E місцевості зображують на плані горизонтальною проєкцією цього контуру a, b, c, d, e . Відрізки ліній AB, BC, CD, DE, EA місцевості зображують на плані їхніми горизонтальними проєкціями ab, bc, cd, de, ea , а кути в точках A, B, C, D, E , утворені відрізками AB, BC, CD, DE, EA , — горизонтальними проєкціями цих кутів у точках a, b, c, d, e в плані.

Загалом довільний просторовий контур A, B, C, D, E місцевості зображують на плані плоскою фігурою a, b, c, d, e . Якщо контур на місцевості має складні обриси з безліччю кутових (характерних) точок, то для отримання його подібного зображення потрібно спроеціювати на плані всі ці точки. Що більше точок місцевості зображують на плані, то точніше й детальніше план відображує місцевість.

Положення кожної точки місцевості на плані визначається її координатами x, y . Проте цього недостатньо, щоб мати повне уявлення про положення точки. Для повного й однозначного визначення точки в просторі потрібно знати її третю координату — аплікату $\bar{Z}(H)$. Ця коор-

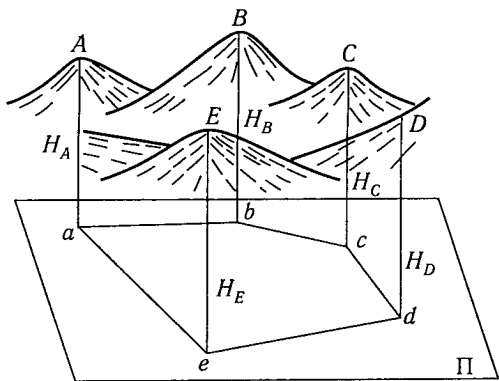


Рис. 4. Схема проєціювання точок місцевості на горизонтальну площину П прямовисними лініями

дината визначає висоту точки над рівнем Світового океану. Висоти точок A, B, C, D, E позначені відповідно H_A, H_B, H_C, H_D, H_E (див. рис. 4). На плані висоту точки над рівнем Світового океану (або відносно другої рівневої поверхні) записують біля точки у вигляді числа (висотної позначки) у метрах.

Якщо точка розміщена вище від рівня Світового океану, її позначка буде додатна, якщо нижче (наприклад, на дні океану), — від'ємна.

На всій території колишнього Радянського Союзу позначки точок визначають відносно рівня Балтійського моря, оскільки воно є частиною Світового океану. Цю систему обчислення висотних позначок точок називають **Балтійською**.

Масштаби | 2.2 планів і карт |

Топографічний план — це зменшене і подібне зображення на аркуші паперу горизонтальних проєкцій контурів і форм рельєфу місцевості без урахування сферичності Землі. Ступінь зменшення зображення на плані контурів місцевості називають **масштабом**. Масштаб є відношенням відрізка лінії на плані (карті) до довжини горизонтальної проєкції цього відрізка на місцевості. Записують його у вигляді дробу, де в чисельнику — одиниця, а в знаменнику — число, яке відображує, у скільки разів план (карта) зменшений порівняно з місцевістю. Наприклад, $1 : 2000$, $1 : 5000$ тощо. Масштаб, виражений таким дробом, називають **чисельним**.

Масштаб $1 : 1000$ можна прочитати як «один сантиметр на плані відповідає 1000 сантиметрам на місцевості». Оскільки відстань на місцевості вимірюють зазвичай у метрах, то масштаб $1 : 1000$ означає, що 1 см на плані відповідає 10 м на місцевості, а масштаб $1 : 2000$ — 1 см на плані відповідає 20 м на місцевості.

Масштаб на плані залишається постійним за всіма напрямками, отже, контури на планах зберігають свою подібність до контурів на місцевості.

При зображенні на площині великих частин поверхні Землі застосовують картографічні проєкції, які забезпечують побудову карт за певними законами. Існує досить велика кількість картографічних проєкцій,

кожна з яких має свої переваги й недоліки. Найуживанішою є конформна поперечно-циліндрична проекція Гаусса–Крюгера (див. п. 3.2). Формальною ознакою карти є наявність на ній сітки меридіанів і паралелей.

Карти за їх масштабами умовно поділяють на великомасштабні (1 : 25 000—1 : 100 000), середньомасштабні (1 : 200 000 — 1 : 500 000), дрібномасштабні (1 : 1 000 000) і дрібніші. Карти масштабу 1 : 25 000 і більше належать до планів. Під час вишукувань, проектування і будівництва автомобільних доріг найчастіше застосовують плани масштабу 1 : 25 000 — 1 : 5000. Такі плани використовують для проектування, прокладання і побудови поздовжнього профілю траси. Великомасштабні карти називають *топографічними*.

Для вимірювання і відкладання відрізків прямих ліній на плані користуються **лінійним масштабом** у вигляді шкали, складеної з однакових відрізків (зазвичай по 2 см), і чисел, які відображають, скільки метрів вміщується в одному, двох і т. д. інтервалах шкали. Інтервал 2 см називають **основою масштабу**.

Лінійний масштаб для планів масштабу 1 : 5000 зображено на рис. 5. Оскільки у масштабі 1 : 5000 одному сантиметрові на плані відповідає 50 м на місцевості, то двом сантиметрам на плані відповідають 100 м на місцевості. Якщо основа лінійного масштабу дорівнює 2 см, то його інтервали дорівнюватимуть 100 м. Якщо масштаб плану 1 : 2000, а основа лінійного масштабу 2 см, його інтервали дорівнюватимуть 40 м.

При побудові планів найменший лінійний розмір, який можна відкласти за допомогою вимірювача, дорівнює 0,1 мм (укол голкою на аркуші). Величину 0,1 мм приймають за граничну точність графічних побудов (вимірів) на плані. Значення 0,1 мм у масштабі називають **точністю масштабу**. Наприклад, у масштабі 1 : 2000 0,1 мм дорівнює 0,2 м, тому точність масштабу 1 : 2000 дорівнює $\pm 0,2$ м. Аналогічно точність масштабу 1 : 5000 становить $\pm 0,5$ м.

Найточніші вимірювання для побудови відрізків прямих на планах забезпечує **поперечний масштаб** (рис. 6). За основу поперечного масштабу беруть зазвичай 2 см. Крайній ліворуч двосантиметровий інтервал ділять на 10 частин. На вертикальній прямій AB відкладають 10 однакових довільних відрізків. Далі проводять похилі й горизонтальні паралельні прямі. Якщо поперечний масштаб використовують під час роботи на плані масштабу 1 : 2000, то кожний двосантиметровий інтервал поперечного масштабу відповідатиме 40 м.

З рис. 6 впливає, що $\triangle DOC$ має висоту $OC = H$ і основа DC дорівнює $1/10$ основи поперечного масштабу. Водночас найменший трикутник, обмежений прямими OC і OD та основою завдовжки t , має висоту h . Оскільки $h = H/10$, то $t = DC/10$. Отже, t становить $1/100$ від основи поперечного

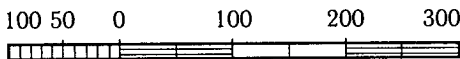


Рис. 5. Лінійний масштаб

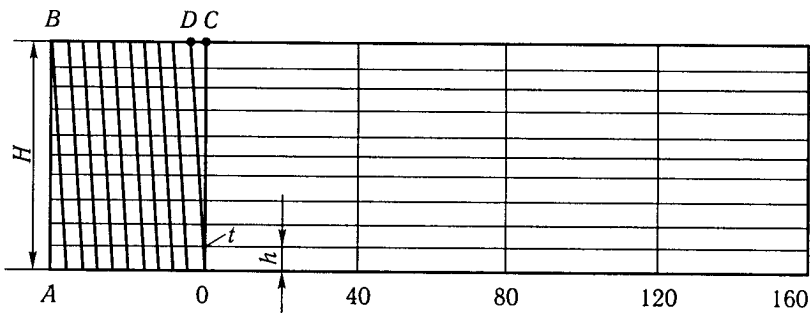


Рис. 6. Поперечний масштаб

масштабу $BC = 40$ м. Звідси випливає, що $t = 0,4$ м. Таким чином, поперечний масштаб дає змогу будувати і вимірювати на планах відрізки прямих із точністю до $1/100$ його основи.

Якщо поперечний масштаб застосовують під час роботи на карті масштабу $1 : 1000$, то 2 см тут відповідають 20 м. Отже, за допомогою поперечного масштабу в цьому випадку можна виміряти і побудувати відрізки прямих із точністю $\pm 0,2$ м.

Зображення рельєфу | 2.3 і ситуації місцевості на картах і планах

Рельєф — це сукупність форм нерівностей місцевості. Земна поверхня має різні форми нерівностей, які можна поділити на дві групи: опуклі й ввігнуті. До опуклих форм належать горби, сопки, гори, до ввігнутих — улоговини (западини), лощини, яри.

Горб — опукла, порівняно невисока (до кількох десятків метрів) полого форма рельєфу.

Сопка — опукла, досить висока (до кількох сотень метрів) і крута форма рельєфу.

Гора — опукла, значних розмірів, великої висоти і крута форма рельєфу.

Хребет — витягнута височина, що має два стрімких схили, перехрещення яких утворює вісь хребта, яка є вододільною лінією, що розділяє водозбірні басейни.

Улоговина (западина) — ввігнута форма рельєфу у вигляді чаші; найнижча її частина — дно, верхній край — брівка, бічна поверхня — схили.

Лощина — витягнута ввігнута форма рельєфу, що поступово знижується в одному напрямку, найнижча частина лощини (дно) є її віссю й називають її **водозливом**, або **талвегом**.

Яр — вузька лощина з крутими схилами; виникає і збільшується в розмірах через розмивання ґрунту зливовими й талими водами на схилах горбів, сопок і гір.

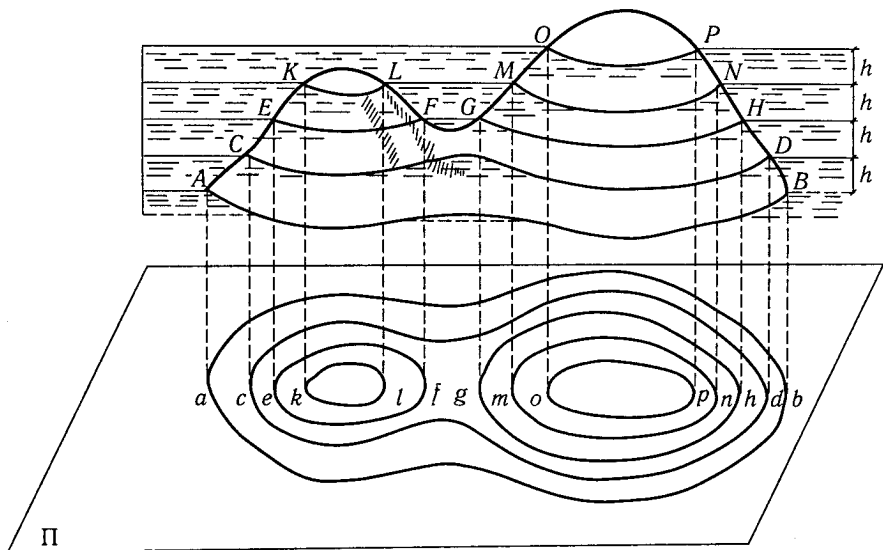


Рис. 7. Схема зображення рельєфу горизонталями

Рельєф є основною частиною змісту плану або карти. Під час проектування і будівництва інженерних споруд він має велике значення, тому точності й детальності його знімання і зображення на планах надають особливого значення. На сучасних топографічних планах і картах рельєф зображують горизонталями.

Наприклад, маємо опуклу форму у вигляді горба, розміщеного на середині озера (рис. 7). Уявімо, що рівень води в озері підвищується, тому фіксуємо його за висотою через інтервал h метрів. Гладь води на рівнях AB , CD , EM , KN , OP на боковій поверхні горба залишатиме замкнуті лінії неправильної форми, які називають *горизонталями*. Кожна горизонталь перебуває на відстані від сусідньої за висотою через інтервал h метрів, який називають *висотою перерізу рельєфу*.

Спроеціюємо горизонталі прямовисними лініями на горизонтальну площину (рис. 7). В результаті отримаємо зображення горизонталей на плані. Кожна горизонталь є лінією, всі точки якої мають ту саму висоту (позначку) над рівнем моря. Рахувати позначки горизонталей починають від рівня моря. Оскільки всі горизонталі перебувають на відстані одна від одної за висотою через h метрів, то їхні позначки кратні висоті перерізу рельєфу h .

Відстань між горизонталями на плані називають *закладанням*. Що менша відстань між горизонталями в цьому місці на карті або плані, то крутіша топографічна поверхня. Закладання залежить не тільки від крутості рельєфу, а й від його перерізу h (табл. 1).

Горизонталі на планах і картах мають висотні позначки, які надписують у розривах кожної четвертої або п'ятої горизонталі. Щоб полегшити

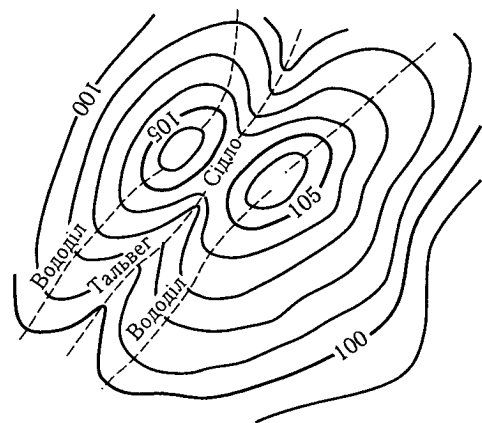
Таблиця 1. Значення висоти перерізу рельєфу залежно від масштабу карти і складності рельєфу [2]

Характер рельєфу	Масштаб карти і плану			
	1 : 2000	1 : 5000	1 : 10 000	1 : 25 000
	Висота перерізу рельєфу h , м			
Рівнинний	0,5	0,5	2	2,5
Горбистий	1	1	2,5	5
Гірський	2	5	5	10

читання рельєфу і розв'язування задач, у яких він використовується, введено таке правило запису висотних позначок. Якщо вважати, що кожна цифра має «головку» (верхня частина цифри), то позначки у розривах горизонталей мають бути записані так, щоб «головки» цифр були спрямовані вгору по схилу рельєфу. Нижче за цю позначку по схилу завжди розміщується менша висотна позначка. Уздовж ліній вододілу або водозливу (тальвегу) на горизонталях креслять бергштрихи, які визначають напрямки стоку талих і зливових вод. Ці позначки також полегшують читання рельєфу. Фрагмент топографічної поверхні (горб із двома вершинами, лініями вододілу і тальвегу) в горизонталях з перерізом рельєфу $h = 1$ м зображено на рис. 8. Горизонталі мають позначки від 99 до 107 м, на лінії вододілу і тальвегу показані бергштрихи.

Ситуація є другою частиною змісту карти або плану. До ситуації на карті належать:

- населені пункти (міста, селища, села);
- комунікації (залізниці, автомобільні дороги, лінії електропередач і телефонного зв'язку, трубопроводи тощо);
- гідрографія (ріки, канали, озера, моря, водосховища, струмки, джерела);
- сільськогосподарські угіддя (ліси, поля, ниви, плантації, луки, перелогові землі);



- різні інженерні споруди (аеродроми, дороги, мости, тунелі, шахти, башти тощо).

Усі ці об'єкти й елементи ситуації зображують на картах і планах за допомогою спеціальних умовних позначок, що мають стандартні розміри та зображення для карт і планів різних масштабів [13].

Рис. 8. Фрагмент зображення рельєфу горизонталями

Побудова водозбірного басейну | 2.4 і вимірювання його площі

Досить часто автомобільна дорога, що проектується, перетинає яри, балки або ущелини. У місцях перетинання дороги будують мости або споруджують насипи (рис. 9). В останньому випадку насип перегороджує яр і виконує роль дамби, яка збирає і стримує воду, що стікає по яру з його верхів'я до гирла. Накопичуючись, вода руйнівню діє на насип і може його розмити.

Щоб уникнути цього, під насипом по дну яру впоперек дороги укладають водозливну трубу. Діаметр її має бути таким, щоб труба повністю пропускала воду, що притікає до неї. Для розрахунку діаметра труби потрібно знати кількість води, що надходить до неї. Для цього слід визначити площу поверхні рельєфу, з якої дощові (зливові) й талі води стікають до яру і потім витікають через трубу.

Площа поверхні рельєфу, з якої зливові й талі води надходять до водопропускної споруди (міст, труба), називають **водозбірним басейном**. Межею водозбірного басейну є вододільні лінії, що проходять через найвищі точки рельєфу, прилеглого до водопропускної споруди. Вододільні лінії збігаються з осями хребтів гір, сопок, горбів (рис. 10).

Під насипом дороги на дні яру водопропускною спорудою є запроєктована труба. Для розрахунку її діаметра побудовано межу відповідного водозбірного басейну (штрихова лінія), площу якого потрібно визначити. Розглянемо найпростіші та найпродуктивніші методи вимірювання площі водозбірного басейну, що застосовують під час проектування автомобільних доріг.

Зазвичай площі криволінійних фігур вимірюють *планіметром* — приладом для механічного визначення площі криволінійних фігур на плані. Полярний планіметр (рис. 11) складається з полюсного 1 і обвідного 6 важелів. Полюсний важіль на одному кінці має вантаж 2 з голкою, на іншому — штифт 9 з круглою головкою, який вставляють в отвір на обвідному важелі при складанні планіметра перед роботою.

На кінці обвідного важеля є обертальна ручка 3, регульовальний штифт 4 і обвідна голка 5. У планіметрах останніх моделей обвідну голку замінено на кругле скло з точкою в центрі. При вимірюванні площі фігури голкою обводять її контур, утримуючи ручку обвідного важеля в руці.

Перед початком вимірювання полюс 2 планіметра встановлюють за межами фігури так, щоб кут між обвідним і полюсним важелями за будь-яких їхніх взаємних по-

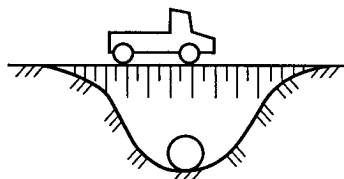


Рис. 9. Схема насипу автомобільної дороги через яр

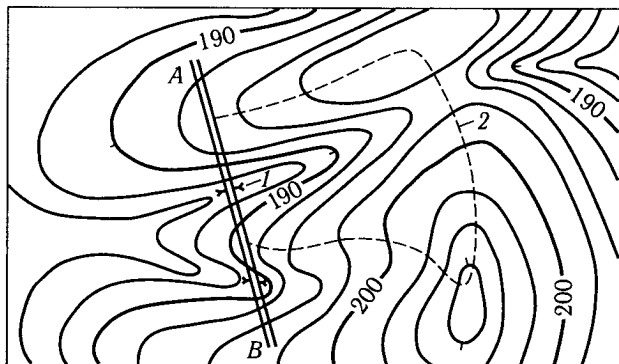


Рис. 10. Приклад побудови межі (контуру) водозбірного басейну: 1 — труба; 2 — межа водозбірного басейну

ложень під час обведень був не менше ніж 30° і не більш як 150° . Досягають цього послідовним підбором положення полюса, методом проб і помилок. При цьому потрібно стежити за тим, щоб коліщатко 7 відлікового приладу весь час залишалось у межах плану (не заїжджало на стіл).

Після того як знайдено положення полюса з урахуванням зазначених вимог, пальцем натискують на вантаж і голку вдавлюють у стіл. Обвідну голку встановлюють у будь-якій точці на контурі площі (точку позначають олівцем) і беруть початковий відлік на відліковому приладі. Контур обводять голкою за рухом годинникової стрілки і встановлюють її в початковій точці. На відліковому приладі беруть відлік b і обчислюють різницю відліків $q = a - b$, яка виражає площу фігури в поділках планіметра.

Для контролю і підвищення точності результатів вимірювань процес обведення контуру фігури повторюють тричі. У результаті отримують три значення площі фігури: $q_1 = a_1 - b_1$, $q_2 = a_2 - b_2$, $q_3 = a_3 - b_3$. Якщо значення q_1 , q_2 , q_3 відрізняються не більше ніж на 1 %, то з них обчислюють середнє $q_{\text{сер}} = \frac{1}{3}(q_1 + q_2 + q_3)$. Величина $q_{\text{сер}}$ є остаточним значенням площі фігури в поділках планіметра.

Щоб отримати площу водозбірного басейну в квадратних метрах, потрібно знати ціну однієї поділки планіметра у квадратних метрах.

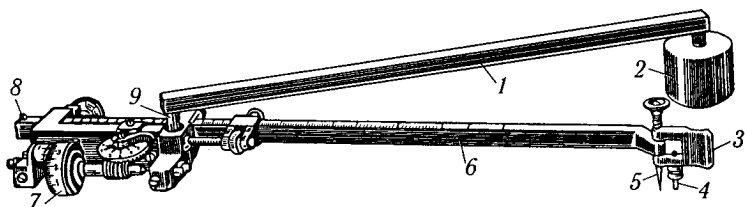


Рис. 11. Полярний планіметр

Тоді площа басейну становитиме

$$S = q_{\text{сер}} \tau, \quad (2)$$

де τ — ціна однієї поділки планіметра, м².

Для визначення ціни поділки планіметра беруть будь-яку правильну геометричну фігуру (квадрат, круг), площа якої відома. Якщо тричі обвести контур цієї фігури планіметром, то з трьох обведень можна обчислити τ . За формулою (2) ціна поділки планіметра дорівнюватиме

$$\tau = \frac{S}{q_{\text{сер}}}, \quad (2a)$$

де S — наперед відома площа фігури.

Зазвичай для визначення τ використовують координатну сітку на планах і картах. Для цього обирають один із квадратів сітки, обводять його і за формулою (2a) обчислюють значення τ . Слід зауважити, що отримане значення ціни поділки буде справедливим тільки для тієї довжини обвідного важеля, при якій воно визначалося. Довжина обвідного важеля залежить від положення відлікового приладу на цьому важелі, тому рекомендується при визначенні τ , а потім і під час роботи з планіметром відліковий прилад завжди встановлювати в крайнє положення зліва на важелі, до упору в стопорний гвинт 8 (рис. 11).

Ціна поділки τ залежить також від масштабу плану або карти. Наприклад, на плані масштабу 1 : 10 000 сторона квадрата площею 1 дм² дорівнює 1000 м і площа квадрата $S = 1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000$ м². Ціна поділки дорівнюватиме $\tau = 1\,000\,000 / q_{\text{сер}}$ (м²). На площі масштабу 1 : 2000 сторона квадрата 1 дм² дорівнює 200 м і площа квадрата $S = 200 \cdot 200 = 40\,000$ м². Ціна поділки за того самого значення $q_{\text{сер}}$ буде $\tau = 40\,000 / q_{\text{сер}}$ (м²). Результати вимірювань площі басейну і визначень ціни поділки планіметра слід записувати в журнал (табл. 2).

Першу цифру відліку на відліковому приладі планіметра (рис. 12) беруть на циферблаті 1 за стрілкою, другу й третю — на шкалі барабанчика 2 за нульовим штрихом на нерухомій шкалі 3, четверту цифру беруть на шкалі 3 як номер штриха цієї шкали, що збігається з будь-яким штрихом на шкалі 2. Загалом шкала 3 є ноніусом шкали 2 на обертовому барабанчику. Перша цифра відліку за стрілкою 1 дорівнює 3. Друга і третя цифри на шкалі 2 дорівнюють 68. Остання цифра відліку дорівнює 4, оскільки четвертий штрих на шкалі 3 збігається зі штрихом на шкалі 2. Повний відлік дорівнює 3684 поділкам.

Таблиця 2. Журнал вимірювання площ водозбірного басейну (планіметр № ____, довжина обвідного важеля ____)

Номер обводу	Відлік		$q = b - a$
	початковий a	кінцевий b	
1	a_1	b_1	q_1
2	a_2	b_2	q_2
3	a_3	b_3	q_3

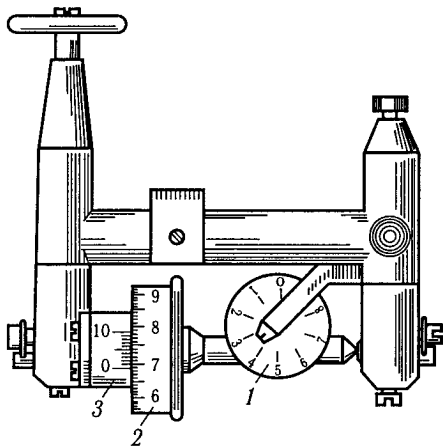
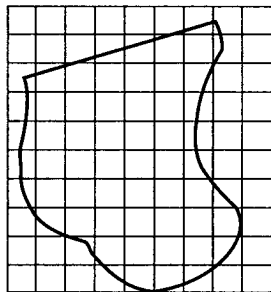


Рис. 12. Відліковий прилад полярного планіметра

Рис. 13. Палетка у вигляді сітки квадратів



Якщо планіметра немає, то площу водозбірного басейну або будь-якої криволінійної фігури можна визначити за допомогою **палетки**. Креслять її на кальці, лавсані або іншому прозорому матеріалі у вигляді сітки квадратів зі стороною 0,5, 1 або 2 см (рис. 13). Що менша площа водозбірного басейну, то меншими мають бути квадрати палетки, які називають *основою палетки*.

Досвід роботи з палеткою показує, що вона дає задовільні результати, якщо до основи палетки ΔS у середину контуру вимірюваної площі входить не менше 30 її квадратів. Якщо число квадратів у середині контуру менше за 30, то основу палетки слід зменшити.

В основу методу вимірювання площ за допомогою палетки у вигляді сітки квадратів покладено принцип графічного інтегрування, а саме: викреслену на прозорому матеріалі палетку накладають на контур водозбірного басейну і переводять його на палетку (див. рис. 13). Далі рахують кількість цілих квадратів, які увійшли у середину контуру, а з неповних квадратів подумки складають повні й також підраховують їх кількість. Площа фігури дорівнюватиме

$$S = n\Delta S,$$

де n — загальна кількість повних квадратів, які увійшли у середину контуру (рахуючи й частки квадратів); ΔS — площа основи палетки в масштабі плану, м^2 .

У межах, якщо $n \rightarrow \infty$, а $\Delta S \rightarrow 0$, отримаємо істинне значення площі, тобто

$$S_{\text{ист}} = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta S \rightarrow 0}} (n\Delta S).$$

Рис. 14. Фрагмент палетки з граничними квадратами

Незважаючи на простоту методу, практичне його застосування за такого підходу пов'язане з певними труднощами, оскільки загальну кількість повних квадратів, що увійшли у середину контуру, підрахувати з високою точністю складно. Проте цього можна уникнути, якщо трохи змінити підхід до розв'язання задачі.

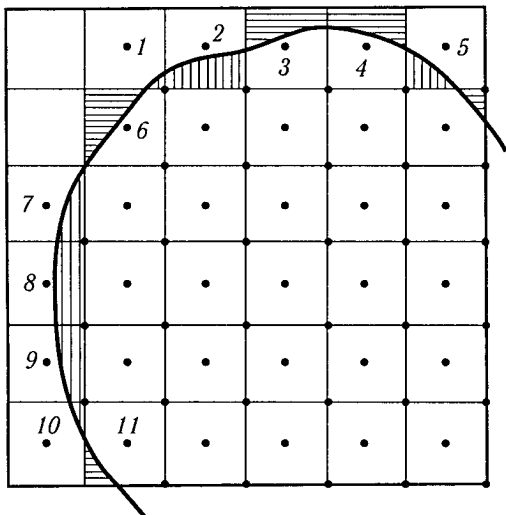
Побудуємо центри квадратів палетки і вважатимемо, що квадрат повністю входить у контур вимірюваної площі,

якщо його центр знаходиться у середині контуру, і навпаки, якщо центр квадрата не увійшов у середину контуру, то вважатимемо, що весь квадрат не входить у контур. Фрагмент палетки з нанесеним на неї контуром криволінійної фігури зображено на рис. 14. Розглянемо квадрати палетки, що розміщені вздовж контуру (вони пронумеровані). Квадрати 3, 4, 6, 11 вважатимемо такими, що повністю входять у контур, оскільки їхні центри виявились у середині контуру. При цьому вводимо в площу фігури й ті частини квадратів, що залишилися поза контуром (горизонтальна штрихова лінія).

Квадрати 1, 2, 5, 7–10 вважатимемо такими, що повністю не входять у контур, оскільки їхні центри лежать поза його межами. При цьому виводимо з площі криволінійної фігури і ті частини квадратів, що виявились у середині контуру (вертикальна штрихова лінія).

За такого підходу сумарна площа неповних граничних квадратів, яку штучно вводимо в площу фігури, приблизно дорівнюватиме сумарній площі граничних квадратів, яку штучно виведено з площі фігури. У підсумку отримуємо баланс: сумарна площа граничних квадратів, яку введено у площу фігури, дорівнює сумарній площі граничних квадратів, виведеної з її площі. Як зазначалося, майже повну компенсацію введених у контур і виведених з нього частин граничних квадратів палетки отримуємо, якщо в контур фігури входить не менше ніж 30 центрів квадратів.

Розв'язок задачі можна ще більше спростити, якщо вважати, що вузлові точки палетки (кутові точки квадратів) також є центрами квадратів, які можна подумки описати навколо кожної вузлової точки. За такого підходу достатньо підрахувати кількість вузлових точок палетки, що увійшли



у середину контуру фігури. Точки, що потрапили на контур, можна вважати «суперечними», оскільки вони з однаковою ймовірністю можуть входити в площу контуру або лежати за її межами. Тому кількість таких точок під час вимірювання рахують окремо і ділять на 2.

Таким чином, при вимірюваннях площі криволінійної фігури палетку накладають на фігуру і копіюють контур. Далі підраховують кількість вузлових точок палетки, що увійшли у середину контуру, і кількість точок, що потрапили на контур. Площу фігури обчислюють за формулою

$$S = \left(n + \frac{n'}{2} \right) \Delta S, \quad (3)$$

де n — кількість вузлових точок палетки, що увійшли у середину контуру; n' — кількість вузлових точок, що потрапили на контур; ΔS — площа основи палетки в масштабі плану, м^2 .

Для контролю і підвищення точності результатів усі операції повторюють, причому у разі другого накладання палетки на фігуру рекомендується повернути її на 30 – 60° відносно першого положення. В результаті отримують два значення площі фігури (S_1, S_2). Якщо різниця між ними не перевищує 2% , то визначення площі водозбірного басейну можна вважати задовільним. За остаточне значення приймають

$$S_{\text{сеп}} = (S_1 + S_2) / 2.$$

Визначення | 2.5 на плані позначок точок і ухилів ліній

Визначення позначок. Якщо задана точка лежить на горизонталі рельєфу, то її позначка дорівнює позначці горизонталі. Якщо точка лежить між горизонталями, то її позначка знаходиться в інтервалі позначок нижньої і верхньої горизонталей. Фрагмент рельєфу на плані з перерізом $h = 2,5$ м зображено на рис. 15. Задану точку K розміщено

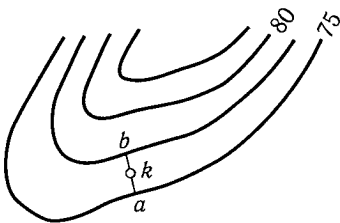


Рис. 15. Фрагмент рельєфу на плані

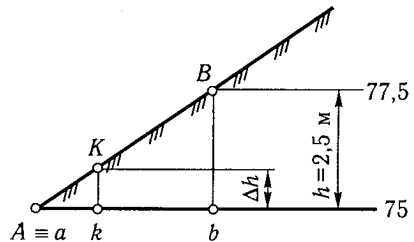


Рис. 16. Профіль схилу рельєфу

Рис. 17. Масштаб закладань для визначення ухилів

на ухилі між горизонталями з позначками 75 і 77,5 м. Отже, позначка точки K знаходиться в інтервалі $75 \text{ м} < H_K < 77,5 \text{ м}$.

Для точного визначення позначки через точку K на плані проводять відрізок ab як найкоротшу відстань між горизонталями. Відрізок ab збігається з напрямком найбільшої стрімкості схилу поблизу точки k . Побудуємо профіль схилу по лінії ab (рис. 16). Для цього за допомогою вимірювача відкладають відрізок на горизонтальній прямій, у точці b відновлюють перпендикуляр і відкладають на ньому значення перерізу рельєфу $h = bV$ у довільному масштабі. Похилий відрізок AB є лінією профілю схилу. На лінії схилу будують точку K . Для цього на відрізку ab за допомогою вимірювача відкладають ak і будують перпендикуляр до перетину з AB .

З рис. 16 випливає: $h : ab = \Delta h : ak$, звідси $\Delta h = \frac{ak}{ab} h$; $H_K = 75 \text{ м} + \Delta h$. Відрізки ak і ab вимірюють на плані за допомогою вимірювача.

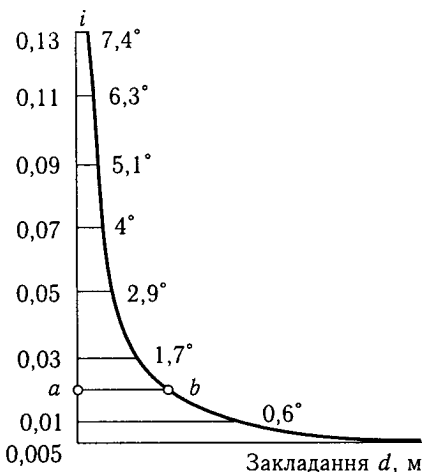
Важливою характеристикою рельєфу на будь-якій його ділянці є крутість. У дорожньому будівництві крутість рельєфу найчастіше характеризується ухилом. **Ухил** — це відношення перевищення між будь-якими двома точками рельєфу до горизонтальної проекції відстані (закладання) між цими точками. Якщо точки розміщені на двох сусідніх горизонталях, то ухил дорівнюватиме

$$i = \operatorname{tg} v = \frac{h}{d}, \quad (4)$$

де h — перетин рельєфу; d — закладання між точками.

Щоб не робити щоразу обчислень при визначенні ухилу, на планах і картах будують графік, який називають **масштабом закладань**. Він дає змогу за виміряним на плані закладанням d визначити ухил i . З формули (4) випливає: $d = h/i$. Підставляючи значення ухилу i , обчислюють закладання d . Наприклад, при перетині рельєфу $h = 2,5 \text{ м}$ отримаємо:

Ухил i	0,005	0,010	0,030	0,050	0,070	0,090	0,110	0,130
Закладання d , м	500	250	83	50	36	28	23	19



Далі на вертикальній прямій відкладають довільні однакові відрізки i в отриманих точках роблять напис значень ухилів (рис. 17). На горизонтальних лініях відкладають відповідні значення d в масштабі заданого плану. Кінці відрізків сполучають плавною кривою. Зображений на рис. 17 масштаб закладань побудовано для плану масштабу $1 : 10\ 000$.

Порядок користування масштабом закладань. На плані вимірювачем вимірюють закладання між двома горизонталями в тому місці, де потрібно визначити ухил. Одну голку вимірювача пересувають уздовж вертикальної прямої масштабу закладань, а іншу розміщують так, щоб обидві голки знаходилися на одній горизонтальній лінії. Коли права голка вимірювача виявиться на кривій, по лівій роблять відлік на осі i . Закладання $ab = d$, якому відповідає ухил $i = 0,020$.

На масштабі закладань слід підписати кути, що відповідають указанам на осі i ухилам. У цьому випадку матимемо уявлення про крутість рельєфу в градусах. Кути ухилу рельєфу позначені уздовж кривої.

ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕНЬ ТОЧОК НА КАРТАХ І ПЛАНАХ

Розділ 3

Система географічних координат 3.1

Система географічних координат — це єдина для всього земного еліпсоїда система, в якій положення точки на його поверхні визначають за допомогою географічних широти і довготи. Основу системи становлять початковий (нульовий) меридіан, який проходить через Гринвіч (південно-східне передмістя Лондона), й екватор.

Розглянемо систему географічних координат на земному еліпсоїді (рис. 18), де PM_0P_1 — нульовий (Гринвіцький) меридіан, $ЗM_0MB$ — дуга екватора, $PAMP_1$ — меридіан, який проходить через визначувану точку A . Положення точки A на поверхні еліпсоїда визначається довготою λ і широтою φ .

Довгота λ — це кут, який відлічують від нульового меридіана по дузі екватора або будь-якої паралелі на схід або захід до меридіана, що проходить через визначувану точку. Якщо довготу вимірюють на схід від нульового меридіана, то її називають *східною*, якщо на захід, — *західною*. Довгота змінюється в межах від 0 до 180° .

Широта φ — це кут, який відлічують по дузі меридіана, що проходить через визначувану точку A , від екватора до цієї точки. Якщо широту вимірюють на північ від екватора, то її називають *північною*, якщо на південь, — *південною*. Широта змінюється в межах від 0 до 90° . Для точок північної півкулі Землі широта скрізь буде північною.

Якщо задаються координати λ , φ точки, то обов'язково мають

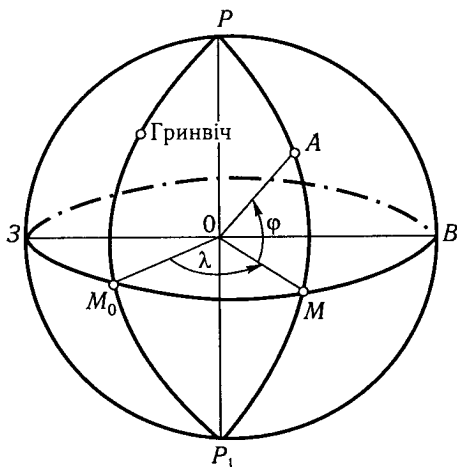


Рис. 18. Система географічних координат на земному еліпсоїді

бути вказані їхні назви. Наприклад: $\lambda = 49^{\circ}23'36''$ східної довготи (сх. д.) і $\varphi = 67^{\circ}39'42''$ північної широти (пн. ш.). Якщо цього не зробити, то визначити точку на поверхні Землі буде неможливо.

На картах великого масштабу довготу позначають і вимірюють уздовж південної і північної рамок планшета, а широту — вздовж східної і західної. Значення довготи і широти, що обмежують розміри аркуша у градусній мірі, вказані у кутах планшета.

Систему географічних координат широко застосовують у навігації, при описуванні й розгляді великих територій на поверхні Землі. В геодезії при визначенні положення точок на поверхні Землі використовують систему плоских зональних прямокутних координат.

Система | 3.2 плоских зональних координат

Ідею плоских зональних координат запропонував видатний німецький математик, астроном і геодезист К. Ф. Гаусс (1777–1855). Суть її така. Поверхню Землі поділяють на шестиградусні зони (рис. 19) за допомогою меридіанів, які проводять через 6° по дузі екватора.

Початковий меридіан проходить через Гринвіч. Нумерацію зон починають від Гринвіцького меридіана на схід. Усього шестиградусних зон буде $360^{\circ} : 6^{\circ} = 60$. Остання шестиградусна зона прилягає до початкового меридіана із заходу.

У середині кожної зони проводять середній меридіан, який ділить цю зону на дві симетричні половини. Далі поверхню земного сфероїда розрізають на зони по обмежувальних меридіанах і кожну зону розгортають у площину (всі точки зони суміщають із площиною). Проте останню

операцію виконати без зім'яття і розривів поверхні кожної шестиградусної зони неможливо, оскільки поверхня кулі є нерозгортуючою і будь-який елемент (навіть дуже малий) є поверхнею двоякої кривини.

Щоб цього уникнути, Гаусс запропонував кожну шестиградусну зону спроеціювати від центра сфероїда на циліндр, що його обертає, а потім поверхню циліндра розгорнути в площину (рис. 20).

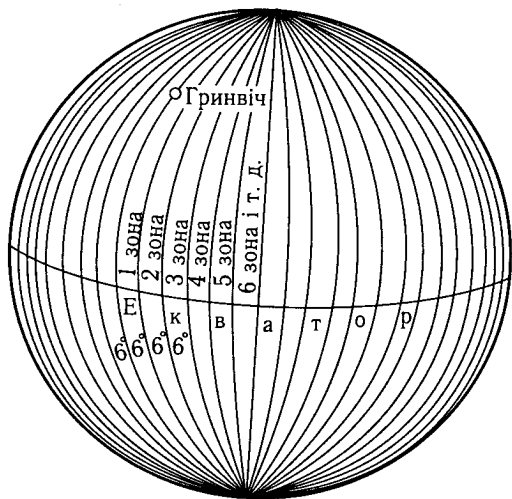
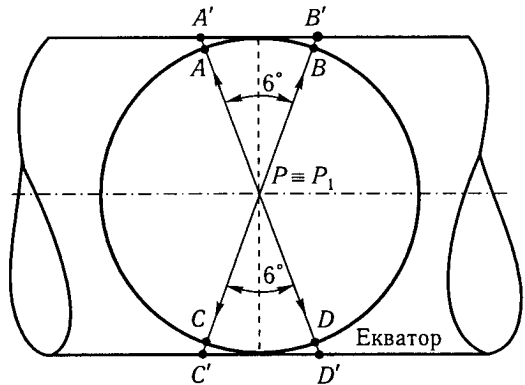


Рис. 19. Поверхня Землі, поділена на шестиградусні зони

Рис. 20. Схема проєціювання шестиградусної зони на поверхню циліндра, що огортає сфероїд (вигляд зверху)



Поверхня сфероїда торкається внутрішньої поверхні циліндра по середніх меридіанах двох протилежних шестиградусних зон, які проєціюють на циліндр.

Із рис. 20 випливає, що точки A, B і C, D , які лежать на екваторі двох шестиградусних зон, проєціюються з

центра сфероїда на циліндр відповідно в точки A', B' і C', D' . Шестиградусна зона на циліндрі буде дещо ширшою, ніж на сфероїді. Виникає деяке викривлення кожної шестиградусної зони біля її граничних меридіанів. Викривлення центральної частини шестиградусної зони незначне, а вздовж середнього меридіана викривлень не виникає.

Після проєціювання шестиградусної зони на циліндр його розрізають по верхній і нижній утворювальних і розгортають у площину. Аналогічно проєціюють на циліндр усі інші шестиградусні зони.

Розгортання шестиградусних зон за описаною методикою є **поперечно-циліндричною проєкцією** Гаусса. Її ще називають рівнокутною, або конформною, оскільки на сфероїді й на розгортках шестиградусних зон зберігаються рівність кутів і подібність зображених фігур.

К. Ф. Гаусс запропонував свою проєкцію приблизно у 1830 р.; у 1912 р. німецький учений Л. І. Крюгер (1857–1923) розробив формули і схеми обчислень для практичного використання проєкції. Він, зокрема, довів, що відстань d між точками A і B на карті, складеній у проєкції Гаусса, буде більшою за відстань S між цими точками на поверхні сфероїда на величину

$$\Delta = d - S \approx \frac{S}{2} \left(\frac{Y_m}{R_m} \right)^2, \quad (5)$$

де Y_m — відстань від осьового меридіана зони, $Y_m = \frac{1}{2}(Y_A + Y_B)$; R_m — радіус Землі, $R_m = 6371$ км.

Із формули (5) випливає, якщо $Y_m \rightarrow 0$, то і $\Delta \rightarrow 0$, тобто викривлень уздовж осьового меридіана шестиградусної зони не відбувається. Навпаки, при збільшенні Y_m (тобто при наближенні до граничного меридіана зони) величина Δ зростає. Значення $\frac{\Delta}{S}$ при віддаленні вимірюваної лінії від осьового меридіана зони Y_m , які відображують відносні викривлення довжин у проєкції Гаусса–Крюгера, наведено в табл. 3.

Таблиця 3. Відносні викривлення довжин у проекції Гаусса–Крюгера

Y_m , км	$\frac{\Delta}{S}$	Y_m , км	$\frac{\Delta}{S}$
0	1 : ∞	128	1 : 5000
40	1 : 50 000	200	1 : 2000
60	1 : 20 000	285	1 : 1000
90	1 : 10 000	319	1 : 800

Найбільша ширина шестиградусної зони (по лінії екватора) дорівнює $40\,000 : 60 = 667$ км. Найбільша ширина зони на території України ($\varphi \geq 42^\circ$) становить 500 км, звідси випливає, що $Y_m < 250$ км. Для цього значення Y_m відносно викривлення довжин у проекції Гаусса–Крюгера не перевищують

1 : 1500, що для точності результатів інженерно-геодезичних робіт у дорожньому будівництві здебільшого не має істотного значення.

Розглянемо розгортки кількох шестиградусних зон (рис. 21). Всередині кожної зони є своя особлива (автономна) система координат. За вісь абсцис приймають зображення середнього меридіана зони (його називають *осьовим*), за вісь ординат — зображення екватора, за початок системи координат — точку перетину ліній осьового меридіана й екватора. Абсциси x точок відлічують від екватора до полюсів, причому на північ від екватора абсциси вважають додатними, а на південь — від'ємними. Ординати y точок відлічують від осьового меридіана зони. На схід вони додатні, а на захід — від'ємні.

Щоб не мати на картах і планах від'ємних значень ординат, початок кожної шестиградусної зони умовно переносять на захід на 500 км.

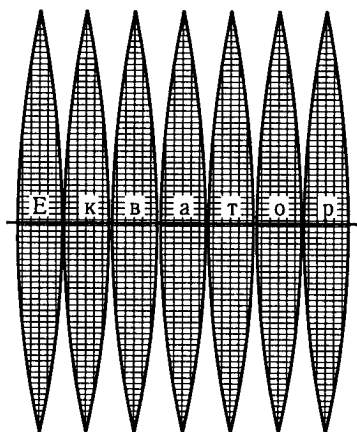


Рис. 21. Розгортки кількох шестиградусних зон

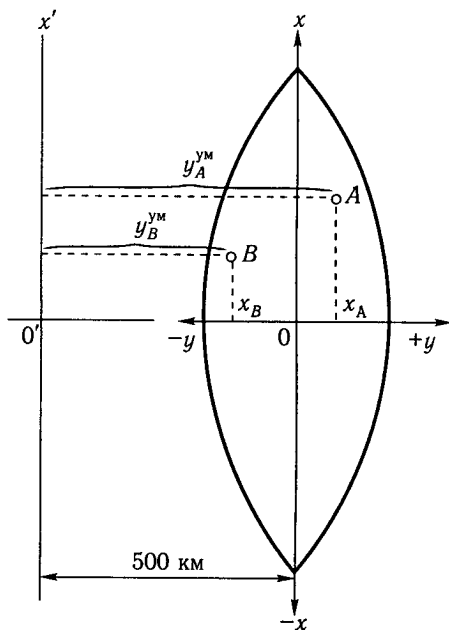


Рис. 22. Схема визначення умовних та істинних ординат точок на карті або плані

У цьому випадку ординати всіх точок будуть додатними і збільшені на 500 км. Такі ординати називають *умовними* (рис. 22). Для отримання істинної ординати точки потрібно її умовну ординату, виміряну на плані, зменшити на 500 км, тобто

$$y_i^{\text{іст}} = y_i^{\text{ум}} - 500 \text{ км},$$

де $y_i^{\text{ум}}$ — умовна ордината тієї самої точки, км.

Для зручності роботи на картах креслять координатну сітку (див. рис. 22). Сторона квадратів цієї сітки здебільшого дорівнює 10 см. У масштабі 1 : 10 000 це буде кілометрова сітка, в масштабі 1 : 5000 — півкілометрова, а в масштабі 1 : 2000 — двохсотметрова.

Аркуш карти масштабу 1 : 10 000 (рис. 23) обмежений меридіанами з 18°00' і 18°03'45" східної довготи і паралелями з 54°42'30" і 54°45' північної широти, зазначеними в кутах рамки. На верхній і нижній лініях

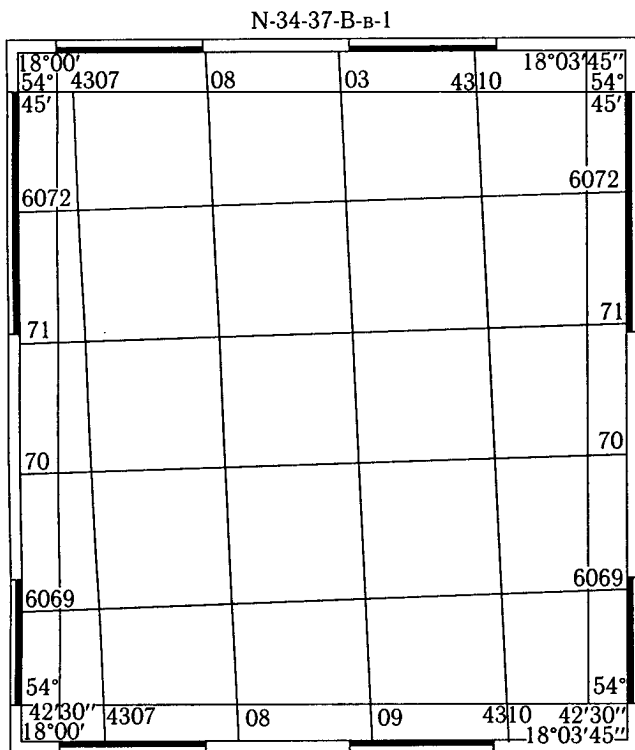


Рис. 23. Аркуш карти масштабу 1 : 10 000

рамки нанесено поділки, які позначають мінути дуг паралелей (довготи), а на лівій і правій — мінути дуг меридіанів (широти).

Якщо кінці однойменних мінутних поділок на північній і південній рамках сполучити прямими лініями, то отримаємо лінії меридіанів, якщо на західній і східній — паралелей. Сітка меридіанів і паралелей дає змогу визначити географічні координати (довготу λ , широту φ) точок на карті. Секунди довготи і широти на карті можна визначити лінійною інтерполяцією.

На аркуші карти нанесено також кілометрову сітку. Вертикальні її лінії паралельні осьовому меридіану шестиградусної зони, в якій розміщено аркуш карти. Горизонтальні лінії перпендикулярні до осьового меридіана. Саме тому горизонтальні й вертикальні лінії кілометрової сітки на карті повернуті на деякий кут відносно ліній рамки.

Нижня лінія кілометрової сітки має напис 6069, що означає: всі точки цієї лінії лежать на відстані 6069 км від екватора у напрямку меридіана. Повний напис таких відстаней зроблено тільки на крайніх нижній і верхній лініях; проміжні лінії написано двома останніми цифрами.

Крайні ліва і права вертикальні лінії сітки мають написи 4307 і 4310. Цифра 4 позначає номер зони, три інші цифри відображують у кілометрах збільшені на 500 км ординати цих ліній. Істинні ординати ліній дорівнюють $307 - 500 = -193$ км і $310 - 500 = -190$ км. Знак «мінус» свідчить про те, що весь аркуш карти розміщений на захід від осьового меридіана четвертої зони. Проміжні вертикальні лінії сітки мають тільки дві останні цифри з повних написів.

Таким чином, на аркуші карти є дві системи координат: система географічних координат і система плоских зональних координат. Слід зазначити, що у випадках, коли точки будь-якої інженерної споруди (наприклад, дороги) розміщуються в різних шестиградусних зонах, рішення інженерно-геодезичних завдань пов'язані з досить значними труднощами, оскільки координати точок, розміщених на межі двох шестиградусних зон, доводиться переобчислювати в системі координат сусідньої зони. Це основний недолік системи плоских зональних координат.

Дирекційний кут, істинний і магнітний азимуту

4.1

Під час вирішення багатьох геодезичних завдань потрібно знати положення ліній відносно меридіанів у шестиградусній зоні. Орієнтувати лінію — означає визначити її напрямок відносно меридіана на плані й на місцевості. Для орієнтування ліній слугують кути орієнтування: дирекційний кут α , істинний азимут A_i , магнітний азимут A_m , румб r .

Дирекційний кут — це горизонтальний кут, який вимірюють від північного напрямку *осьового меридіана* певної шестиградусної зони або лінії, паралельної йому, за рухом годинникової стрілки до заданого напрямку (лінії). Шестиградусну зону, в середині якої задано лінію AB , зображено на рис. 24. У точці A проведено вісь x , паралельну осьовому меридіану зони. Дирекційний кут лінії AB α показано у вигляді дуги, яку відлічують за рухом годинникової стрілки від північного напрямку осі x до AB .

На картах і планах дирекційні кути вимірюють і будують за допомогою транспортира від північних напрямків вертикальних ліній кілометрової сітки, оскільки ці лінії паралельні осьовому меридіану шестиградусної зони. Дирекційний кут змінюється в межах від 0 до 360° залежно від того, який напрямок матиме задана лінія AB відносно осьового меридіана цієї шестиградусної зони.

Істинний азимут — це горизонтальний кут, який вимірюють від північного напрямку *істинного (географічного) меридіана*, що проходить через задану точку A , за рухом годинникової стрілки до заданого напрямку (лінії) AB . Через точку A (див. рис. 24) проведено істинний (географічний) меридіан PAK , від північного напрямку якого в точці A виміряно (побудовано) азимут A_i заданої лінії AB . Азимут істинний, як і дирекційний кут, змінюється від 0 до 360°.

З рис. 24 випливає, що

$$A_i = \alpha + \gamma,$$

де γ — кут зближення осьового меридіана цієї шестиградусної зони й істинного меридіана в заданій точці A .

Кут зближення меридіанів можна обчислити так (рис. 25). Проведемо на поверхні земного сфероїда будь-яку паралель на широті ϕ і

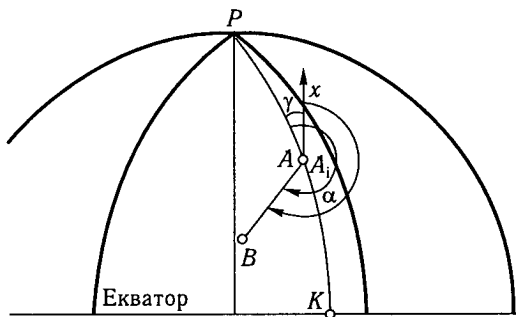


Рис. 24. Схема вимірювання дирекційного кута й істинного азимута

відкладемо на ній точки A і B у межах однієї шестиградусної зони. Лінійну відстань між точками A і B по дузі паралелі позначимо l км. Проведемо в точках A і B дотичні до меридіанів, що проходять через ці точки.

Дотичні перетнуться у точці T й утворять кут γ , який і буде кутом зближення меридіанів у точці A або B .

Оскільки кут γ дуже малий, то відстань l можна розглядати як дугу радіуса AT , тобто $l = AT\gamma$, де γ вимірюють у радіанах. Проте з прямокутного трикутника OAT $AT = R \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi) = R \operatorname{ctg} \varphi = R / \operatorname{tg} \varphi$.

Отже, $l = R\gamma / \operatorname{tg} \varphi$, звідси $\gamma = l \operatorname{tg} \varphi / R$.

Оскільки в радіані вміщується 3438' і $R = 6371$ км, то

$$\gamma' = \frac{3438}{6371} l \operatorname{tg} \varphi = 0,54 l \operatorname{tg} \varphi. \quad (7)$$

Формула (7) дає змогу обчислити кут зближення меридіанів, проведених через довільні точки A і B . Проте у формулі (6) цікавить кут зближення осьового меридіана цієї шестиградусної зони й істинного меридіана в заданій точці A . У цьому випадку в формулі (7) відстань l потрібно замінити істинною ординатою $y^{\text{іст}}$ точки A , в якій визначають зближення меридіанів, бо $y^{\text{іст}}$ є відстанню від цієї точки до осьового меридіана.

Отже, кут зближення меридіанів у мінутах у формулі (6) слід обчислювати за виразом

$$\gamma = 0,54 y^{\text{іст}} \operatorname{tg} \varphi, \quad (8)$$

де $y^{\text{іст}}$ — ордината точки A , в якій визначають кут зближення меридіанів, км; φ — широта точки A .

Із формули (8) випливає, що коли $y^{\text{іст}}$ має знак «плюс» (точка A лежить на східній половині шестиградусної зони), то кут γ буде додатним. У цьому випадку його називають *східним*. Якщо $y^{\text{іст}} < 0$, то $\gamma < 0$ і називають його *західним*. Середнє значення кута зближення меридіанів для кожного аркуша великого масштабу можна прочитати в лівому нижньому куті аркуша. Цього цілком достатньо, щоб користуватися середнім значенням кута γ на всьому аркуші карти.

Якщо $\varphi = 0$, то з формули (8) випливає, що $\operatorname{tg} \varphi = 0$ і $\gamma = 0$. Це означає, що у всіх точках, які лежать на екваторі, кут зближення будь-

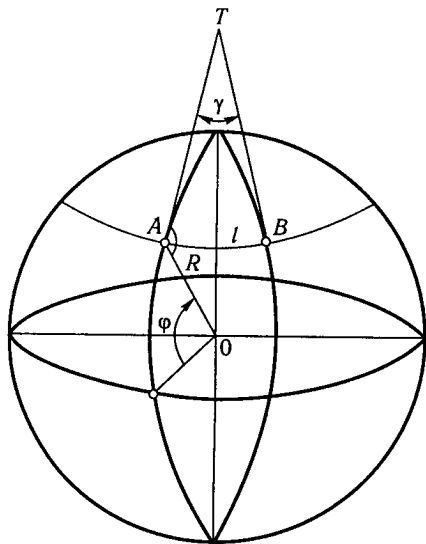


Рис. 25. Схема для обчислення кута зближення меридіанів

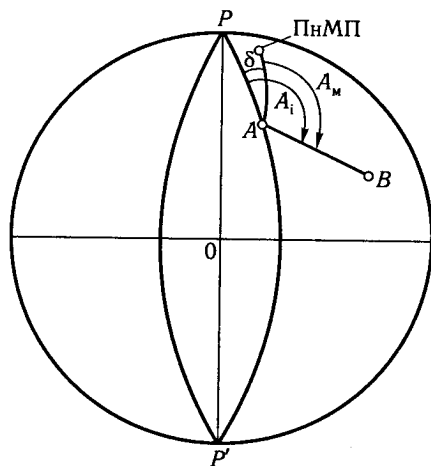


Рис. 26. Схема вимірювання магнітного азимута

яких двох меридіанів дорівнюватиме нулю (на екваторі всі меридіани паралельні). За зростанням кута φ зростає і кут γ .

Магнітний азимут — це горизонтальний кут, який вимірюють від північного напрямку магнітного меридіана, що проходить через задану точку A , за рухом годинникової стрілки до заданого напрямку AB . Змінюється він у межах від 0 до 360° . Магнітний азимут не дорівнює істинному. Це пов'язано з тим, що північний магнітний полюс не збігається з північним географічним.

Напрямок AB , його істинний A_i і магнітний A_m азимутів зображено на рис. 26. Азимут магнітний вимірюють від магнітного меридіана, який проходить через задану точку A і північний магнітний полюс (ПнМП). Із рис. 26 випливає, що азимут істинний і магнітний відрізняються на кут δ , який називають *кутом магнітного нахилу*, або *магнітним нахилом*.

Якщо в точці A поставити магнітний компас (бусоль), то його стрілка збігатиметься з напрямком магнітного меридіана, який проходить через точку A , бо магнітний меридіан у цій точці збігається за напрямком із силовою лінією магнітного поля Землі. При відхиленні магнітної стрілки на схід на кут δ від істинного меридіана цей кут називають *східним кутом магнітного нахилу*. Якщо стрілка компаса відхилиться від істинного меридіана на захід, то δ називатимемо *західним кутом магнітного нахилу*. Східний кут магнітного нахилу в геодезії вважають додатним, а західний — від'ємним. Отже,

$$A_i = A_m + \delta. \quad (9)$$

Порівнюючи формули (6) і (9), бачимо, що обидві вони виражають азимут істинний. Отже, праві частини рівностей рівні, тобто

$$\alpha + \gamma = A_M + \delta.$$

Звідси

$$\alpha = A_M + \delta - \gamma. \quad (10)$$

Формула (10) дає змогу обчислити дирекційний кут будь-якого заданого напрямку (лінії), якщо виміряний його азимут магнітний, відомі кут зближення меридіанів γ і кут магнітного нахилу δ .

Потрібно звернути увагу на те, що кут магнітного нахилу не залишається постійним, із часом він змінюється. Пояснюється це тим, що північний полюс (як і південний) змінює своє положення в полярній області, прилеглий до північного географічного полюса. Явище переміщення північного і південного магнітних полюсів у полярних областях називають *дрейфом полюсів*.

Дрейфи магнітних полюсів пов'язані зі складними електромагнітними процесами, що відбуваються в надрах Землі, і не мають ґрунтовних наукових пояснень. Північний магнітний полюс рухається зі швидкістю 15–20 км за годину, але іноді ця рівномірність помітно порушується. Канадська географічна служба приблизно раз на 10 років ретельно визначає положення північного магнітного полюса. У 1985 р. він знаходився за 350 км від бухти Резольют на півночі Канади і переміщувався на захід, у бік географічного полюса.

Зміна магнітного нахилу може бути східною, якщо північний магнітний полюс переміщуватиметься на схід, або західною, якщо він переміщуватиметься на захід. У лівому нижньому куті карт великого масштабу вказують значення кута магнітного нахилу δ_0 на рік складання карти і значення зміни магнітного нахилу за рік $\Delta\delta$. Вважають, що східна зміна магнітного нахилу є додатною, а західна — від'ємною.

Зміна магнітного нахилу за обмежений проміжок часу відбувається за лінійним законом

$$\delta_t = \delta_0 + \Delta\delta t, \quad (11)$$

де δ_t — магнітний нахил на цей рік; δ_0 — магнітний нахил на рік складання карти; $\Delta\delta$ — зміна магнітного нахилу за рік; t — кількість років, що минули від часу складання карти.

Рівність (11) має приблизний характер і дає досить точний результат, якщо

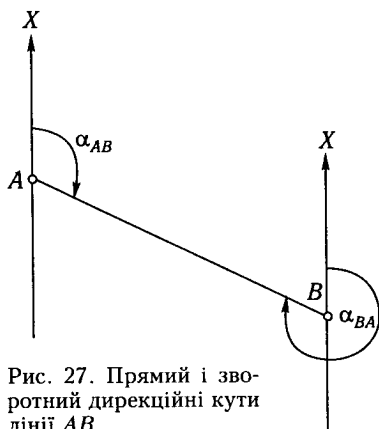


Рис. 27. Прямий і зворотний дирекційні кути лінії AB

$t < 10$ років. Якщо $\Delta\delta$ є західним, то у формулі (11) знак «плюс» змінюється на «мінус».

Формула (10) має велике практичне значення. Вона дає можливість обчислювати дирекційний кут, який є основним і найчастіше застосовуваним у геодезії кутом орієнтування. Якщо кути δ і γ є західними, то знаки у формулі (10) замінують на протилежні.

Кожна лінія може мати *прямий і зворотний дирекційні кути*. Наприклад, якщо дирекційний кут напрямку AB вважати прямим, то дирекційний кут напрямку BA — зворотним. Обидва дирекційні кути відповідно позначають α_{AB} і α_{BA} (рис. 27). Із рисунка випливає

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ.$$

Румби | 4.2

Для орієнтування ліній використовують також румби. **Румб** — це горизонтальний гострий кут, який вимірюють від північного або південного напрямку меридіана за рухом годинникової або проти руху годинникової стрілки до заданої лінії. Румб змінюється від 0 до 90° . Розглянемо послідовні положення лінії AB (рис. 28): AB_1 лежить у першій чверті і має румб r_1 (північний схід); AB_2 лежить у другій чверті і має румб r_2 (південний схід); AB_3 лежить у третій чверті і має румб r_3 (південний захід); AB_4 — у четвертій чверті, її румб r_4 (північний захід). При вимірюванні або заданні румба обов'язково потрібно вказу-

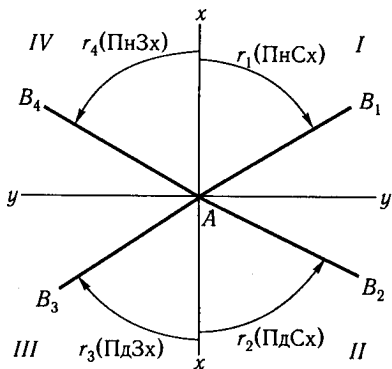


Рис. 28. Румби ліній у чвертях

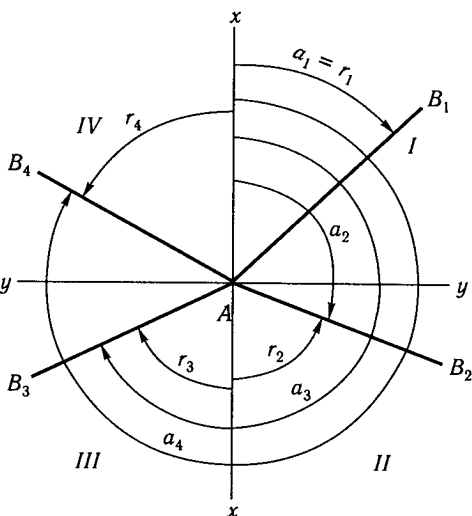


Рис. 29. Співвідношення між румбом і дирекційним кутом у чвертях

Таблиця 4. Формули обчислення румбів у чвертях

Чверть	I	II	III	IV
Значення дирекційного кута α	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$	$180^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$	$270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$
Значення румба r	$r = \alpha$ (ПнСх)	$r = 180^\circ - \alpha$ (ПдСх)	$r = \alpha - 180^\circ$ (ПдЗх)	$r = 360^\circ - \alpha$ (ПнЗх)

вати його назву, оскільки без цього неможливо визначити, в якій чверті знаходиться лінія. Наприклад:

$r_{AB_1} = 29^\circ 40'$ ПнСх (лінія лежить у першій чверті);

$r_{AB_2} = 46^\circ 25'$ ПдСх (лінія лежить у другій чверті);

$r_{AB_3} = 30^\circ 50'$ ПдЗх (лінія лежить у третій чверті) і т. д.

Румби застосовують переважно при обчисленнях, якщо потрібно знайти значення тригонометричних функцій. Тому за кутами α , A_1 , A_M визначають відповідні румби. Дирекційні кути і румби послідовних положень лінії AB у чвертях зображено на рис. 29. Наприклад, у першій чверті румб дорівнює дирекційному куту, в другій $r_2 = 180^\circ - \alpha_2$. У третій $r_3 = \alpha_3 - 180^\circ$ і в четвертій чверті $r_4 = 360^\circ - \alpha_4$ (табл. 4).

Якщо румб обчислюють за істинним і магнітним азимутами, то в табл. 4 замість символу α потрібно записати відповідно A_1 або A_M . Румб, обчислений за дирекційним кутом, називають *осьовим* (r_o), румб, обчислений за істинним азимутом, — *істинним* (r_i), румб, обчислений за магнітним азимутом, називають *магнітним* (r_m).

За даними табл. 4 можна отримати формули для обчислення дирекційних кутів, істинного і магнітного азимутів, якщо відомі значення відповідних румбів.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК ВИМІРІВ

Розділ 5

Класифікація похибок вимірів 5.1

Будь-які вимірювання супроводжуються похибками, як би ретельно вони не виконувалися. Точність вимірів залежить від точності застосовуваних приладів і обладнання, методів вимірювань, кваліфікації спеціаліста й зовнішніх умов, у яких вони виконуються. Підвищуючи точність приладів і обладнання, удосконалюючи методи спостережень, поліпшуючи кваліфікацію спостережника, можна досягти якнайменшої похибки вимірів, однак повністю уникнути похибок неможливо.

Похибки вимірів можна поділити на три групи: грубі, систематичні й випадкові.

Грубі похибки переважно є наслідком огріхів і прорахунків під час вимірювань. Для їх виявлення проводять повторні та контрольні вимірювання.

Систематичні похибки — ті, що входять до результатів вимірювань за певним законом, постійно перевищуючи або зменшуючи вимірювану величину (кут, відстань, перевищення тощо). Систематичні похибки виникають через несправності приладів, неточність установлення їх на станціях і точках, вплив зовнішніх факторів, фізіологічні особливості спостерігача. Вплив систематичних похибок зводять до мінімуму перевіркою та юстируванням приладів, застосовуючи відповідні методики вимірів і введення поправок до результатів вимірювань.

Випадкові — такі похибки, величину яких указати в результатах вимірювань неможливо. Їх вплив на результати вимірювань можна зменшити застосуванням точніших приладів, методів вимірювань і поліпшенням умов, у яких вони виконуються, однак повністю уникнути їх впливу неможливо. Тому випадкові похибки називають ще немінучими.

Теорія похибок вимірів вивчає властивості, методи обчислення, порівняння випадкових похибок і оцінювання точності кінцевих результатів. Вона дає змогу вибирати такі прилади і методи вимірювань, які забезпечують зменшення впливу випадкових похибок на кінцеві результати до допустимої межі.

Статистичні властивості | 5.2 випадкових похибок

Теоретичні дослідження і багаторічний досвід різних вимірювань підтверджують, що випадкові похибки мають певні закономірності, знання яких дає змогу визначити за результатами вимірювань найточніше значення вимірюваної величини й оцінити його точність.

Випадкові похибки мають такі властивості:

1) за конкретних умов вимірювань вони за своєю абсолютною величиною не можуть перевищувати величину визначеної межі; величина цієї межі залежить від умов, в яких виконуються виміри (точність приладу, метод вимірювання, кваліфікація спостерігача, освітленість, прозорість повітря тощо);

2) малі за абсолютною величиною похибки трапляються під час вимірювань частіше, ніж великі;

3) рівні за абсолютною величиною додатні й від'ємні похибки трапляються під час вимірювань із однаковою частотою;

4) середнє арифметичне із випадкових похибок вимірів тієї самої величини, виконаних за однакових умов, може наближатися до нуля за необмеженого зростання кількості вимірів, тобто

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i}{n} = 0, \quad (12)$$

де $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$ — випадкові похибки вимірів; n — кількість вимірювань.

Формула (12) виражає властивість компенсації випадкових похибок, оскільки однакові за величиною додатні та від'ємні похибки трапляються однаково часто.

Середнє арифметичне | 5.3 з результатів вимірювань — найточніша оцінка значення вимірюваної величини

Виміряємо деяку величину L_n n разів. У результаті вимірів отримаємо n значень: $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$. Різницю між результатом виміру l_i та істинним значенням вимірюваної величини L , тобто $\Delta_i = l_i - L$, називають *істинною похибкою виміру*. При n вимірах маємо n значень істинних похибок

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= l_1 - L; \\ \Delta_2 &= l_2 - L; \\ \Delta_3 &= l_3 - L; \\ &\dots \\ \Delta_n &= l_n - L. \end{aligned} \right\}$$

Підсумувавши ліві й праві частини цих рівностей, отримаємо

$$\sum_1^n \Delta_i = \sum_1^n l_i - nL^*.$$

Поділивши ліву і праву частини рівності на n , отримаємо

$$\frac{\sum_1^n \Delta_i}{n} = \frac{\sum_1^n l_i}{n} - L^*.$$

Нехай кількість вимірів необмежено зростає, тобто $n \rightarrow \infty$, тоді згідно з формулою (12)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_1^n \Delta_i}{n} = 0 \quad \text{і} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_1^n l_i}{n} = L. \quad (13)$$

Із формули (13) випливає, що за необмеженого збільшення кількості вимірювань середнє арифметичне з них наближається до істинного значення вимірюваної величини. Якщо позначити

$$\frac{\sum_1^n l_i}{n} = l_i,$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} l_i = L. \quad (14)$$

На практиці кількість вимірювань завжди обмежена, тому при обмеженій кількості вимірювань матимемо нерівність

$$\bar{l} \neq L \quad \text{або} \quad \lim_{n < \infty} (\bar{l} - L) = \epsilon,$$

де ϵ — мала величина, що наближається до нуля.

Отже, середнє арифметичне з результатів вимірювань тієї самої величини L є найточнішою оцінкою (наближенням) цієї величини. Ця властивість середнього арифметичного характеризує його як найефективнішу й найдостовірнішу оцінку вимірюваної величини.

Нехай сума відхилень v_i результатів вимірювань l_i від середнього арифметичного \bar{l} завжди дорівнює нулю. Обчислимо відхи-

*Тут і надалі гауссове позначення суми $[\Delta_i]$, $[l_i]$, $[v_i]$ і т. д., що використовують зазвичай у теорії похибок вимірів, замінено на позначення Σ , тобто $\Sigma \Delta_i$, Σl_i , Σv_i і т. д.

лення v_i :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= l_1 - \bar{l}; \\ v_2 &= l_2 - \bar{l}; \\ v_3 &= l_3 - \bar{l}; \\ &\dots \\ v_n &= l_n - \bar{l}. \end{aligned} \right\}$$

Підсумувавши почленно рівності, отримаємо

$$\sum_1^n v_i = \sum_1^n l_i - n\bar{l}.$$

Розділимо ліву і праву частини рівності на n :

$$\frac{\sum_1^n v_i}{n} = \frac{\sum_1^n l_i}{n} - \bar{l}.$$

Оскільки

$$\frac{\sum_1^n l_i}{n} = \bar{l},$$

то

$$\sum_1^n v_i = 0.$$

Отриманий результат використовують для контролю правильності обчислень середнього арифметичного \bar{l} і відхилень v_i : якщо $\sum_1^n v_i \neq 0$, то це свідчить про помилки під час обчислення \bar{l} та $\sum_1^n v_i$.

Середня квадратична похибка | 5.4 одного виміру

Нехай маємо ряд результатів вимірювань $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ будь-якої величини L . За відомого значення L істинні похибки вимірів можна було б обчислити як різниці

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= l_1 - L; \\ \Delta_2 &= l_2 - L; \\ \Delta_3 &= l_3 - L; \\ &\dots \\ \Delta_n &= l_n - L. \end{aligned}$$

Для оцінки середньої точності одного виміру з цього ряду вимірів Гаусс запропонував величину

$$m = \pm \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}} = \mp \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}}, \quad (15)$$

яку назвав **середньою квадратичною похибкою**.

Середню точність ряду можна оцінити й іншою величиною, обчисленою за абсолютними значеннями похибок Δ_i :

$$\theta = \frac{|\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_3| + \dots + |\Delta_n|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta_i|}{n}.$$

Проте середня квадратична похибка m має деякі переваги порівняно з оцінкою θ , а саме: 1) середня квадратична похибка швидко зростає, якщо в ряду вимірів є великі за абсолютною величиною похибки Δ_i ; 2) значення m , $2m$, $3m$ і tm (t — деякий «коефіцієнт імовірності») значною мірою пов'язані з імовірністю їх появи, що має велике значення для визначення ймовірності появи похибок Δ_i різної величини під час вимірювань. Оцінка θ не має таких якостей.

Формула (15), запропонована Гауссом, має більш теоретичне, ніж практичне значення, оскільки в ній використовуються істинні похибки Δ_i . Виходячи з цього, німецький астроном і математик Ф. В. Бессель (1784–1846), використовуючи властивість (14) середнього арифметичного i , запропонував у формулі (15) середньої квадратичної похибки замінити істинні похибки Δ_i на відхилення результатів вимірювань l_i від їх арифметичного середнього l_i , тобто на величини $l_i - \bar{l}_i = v_i$.

Розглянемо виведення формули Бесселя. Нехай для ряду результатів вимірювань $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ отримаємо два ряди рівностей:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= l_1 - L; & v_1 &= l_1 - \bar{l}; \\ \Delta_2 &= l_2 - L; & v_2 &= l_2 - \bar{l}; \\ \Delta_3 &= l_3 - L; & v_3 &= l_3 - \bar{l}; \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_n &= l_n - L; & v_n &= l_n - \bar{l}, \end{aligned}$$

де

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i.$$

Віднявши з рівностей лівого стовпця відповідні рівності правого, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 - v_1 &= \bar{L} - L; \\ \Delta_2 - v_2 &= \bar{L} - L; \\ \Delta_3 - v_3 &= \bar{L} - L; \\ \dots\dots\dots \\ \Delta_n - v_n &= \bar{L} - L. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Різниця $\bar{L} - L$ є **випадковою похибкою** середнього арифметичного \bar{L} із ряду вимірів $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$. Позначимо $\bar{L} - L = \delta$, тоді рівності (16) можна подати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= v_1 + \delta; \\ \Delta_2 &= v_2 + \delta; \\ \Delta_3 &= v_3 + \delta; \\ \dots\dots\dots \\ \Delta_n &= v_n + \delta. \end{aligned} \right\} \quad (16a)$$

Піднесемо рівності (16a) до квадрату, складемо їх почленно і поділимо на n . В результаті отримаємо

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \Delta_i^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (v_i^2 + \delta^2 + 2v_i\delta)$$

або

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \Delta_i^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n v_i^2 + \delta^2 + 2\delta \frac{1}{n} \sum_1^n v_i.$$

Раніше було показано, що $\sum_1^n v_i = 0$, тому

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \Delta_i^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n v_i^2 + \delta^2. \quad (17)$$

Середня квадратична похибка величини \bar{L} дорівнює

$$m_{\bar{L}} = \frac{m}{\sqrt{n}},$$

звідси

$$m_{\bar{L}}^2 = \frac{m^2}{n}.$$

Замінюючи у формулі (17) $\frac{1}{n} \sum_1^n \Delta_i^2$ на m^2 і δ^2 на $\frac{m^2}{n}$, отримаємо

$$m^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n v_i^2 + \frac{m^2}{n},$$

звідси

$$m = \pm \sqrt{\frac{\sum_1^n v_i^2}{n-1}}. \quad (18)$$

Формула (18) дає змогу обчислити середню квадратичну похибку одного виміру в ряду вимірів $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ через відхилення від їхнього арифметичного середнього \bar{l} , тобто через величину $l_i - \bar{l}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

Різницю $v_i = l_i - \bar{l}$, що використовують у формулі (18), називають **імовірнісною похибкою**.

Формула (18) не дуже зручна для обчислень, оскільки доводиться обчислювати різницю $l_i - \bar{l}$, підносити їх до квадрата і підраховувати суму $\sum (l_i - \bar{l})^2$. Для спрощення обчислень формулу (18) подамо у зручнішому вигляді

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_1^n (l_i - \bar{l})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (l_i^2 - 2l_i\bar{l} + \bar{l}^2) = \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_1^n l_i^2 - \frac{2\bar{l}}{n-1} \sum_1^n l_i + \frac{n}{n-1} \bar{l}^2. \end{aligned}$$

Помноживши і поділивши на n перші два доданки в останньому виразі, отримаємо

$$m^2 = \frac{n}{n-1} \frac{\sum_1^n l_i^2}{n} - \frac{n}{n-1} 2\bar{l} \frac{\sum_1^n l_i}{n} + \frac{n}{n-1} \bar{l}^2$$

або

$$m^2 = \frac{n}{n-1} \left\{ \frac{\sum_1^n l_i^2}{n} - \bar{l}^2 \right\}; \quad m = \pm \sqrt{\frac{n}{n-1} \left\{ \frac{\sum_1^n l_i^2}{n} - \bar{l}^2 \right\}}. \quad (18a)$$

У формулі (18a) не потрібно обчислювати різницю $(l_i - \bar{l})$ і потім підносити її до квадрата, тому обчислення спрощуються. Виконувати обчислення зручно за допомогою таблиці (табл. 5).

Таблиця 5. Обчислення середньої квадратичної похибки

Номер вимірювання	Результат вимірювання l_i	l_i^2	Номер вимірювання	Результат вимірювання l_i	l_i^2
1	l_1	l_1^2
2	l_2	l_2^2	N	l_n	l_n^2
3	l_3	l_3^2		$\sum_1^n l_i$	$\sum_1^n l_i^2$

$$\text{Обчислення: } \bar{l} = \frac{\sum_1^n l_i}{n} = \dots, \quad \frac{\sum_1^n l_i^2}{n} = \dots, \quad m^2 = \pm \sqrt{\frac{n}{n-1} \left\{ \frac{\sum_1^n l_i^2}{n} - \bar{l}^2 \right\}}.$$

Нормальний закон розподілу випадкових похибок вимірів | 5.5

Теоретичні та експериментальні дослідження доводять, що властивості випадкових похибок вимірів повністю узгоджуються з нормальним законом розподілу випадкових величин.

Якщо виміряти будь-яку величину, наприклад L , 100 разів, то отримаємо 100 результатів вимірювань: $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{100}$. Уявімо, що істинне значення вимірюваної величини L відоме. Тоді обчислимо 100 значень випадкових похибок вимірів:

$$\Delta_1 = l_1 - L, \quad \Delta_2 = l_2 - L, \quad \Delta_3 = l_3 - L, \quad \Delta_{100} = l_{100} - L.$$

Поділимо всі похибки залежно від їх знаків (\pm) на додатні й від'ємні. Далі всі додатні похибки поділимо залежно від їх величини на «класи»: від 0 до 1 см, від 1 до 2 см, від 2 до 3 см і т. д. і підрахуємо кількість похибок у кожному класі. Аналогічну процедуру виконаємо з від'ємними похибками.

Поділимо чисельність кожного класу (тобто кількість похибок, що потрапили до нього) на кількість всіх похибок N (у нашому випадку $N = 100$). У результаті отримаємо чисельність кожного класу в частках одиниці: $n_1/N, n_2/N, n_3/N, \dots, (n_1, n_2, n_3, \dots, \text{чисельності першого, другого, третього і т. д. класів})$. Числа $n_1/N, n_2/N, n_3/N, \dots$, виражені в частках одиниці або у відсотках від загальної чисельності N похибок, називають **частотностями**. Частотностями є емпіричні ймовірності появи похибок цього класу в цьому ряду вимірів.

За результатами вимірів розподілимо значення випадкових похибок за класами (табл. 6).

На аркуші паперу побудуємо систему координат (рис. 30). На горизонтальній осі (на додатному і від'ємному її напрямках) у довільному масштабі відкладемо інтервали класів випадкових похибок Δ . На вертикальній осі у довільному масштабі також відкладемо інтервали частотностей n/N . Потім на інтервалах 0-1, 1-2, 2-3 тощо додатного напрямку горизонтальної осі Δ побудуємо прямокутник із висотами 0,26; 0,15; 0,04 тощо. Аналогічні прямокутники з висотами 0,27; 0,16; 0,03; 0,02 тощо побудуємо на інтервалах Δ від'ємного напрямку горизонтальної осі.

У результаті отримаємо майже точно симетричну ступінчасту діаграму, яку називають **гістограмою**. Гістограма в графічній формі відображає емпіричні ймовірності (частотності) появи випадкових похибок різних значень. Її можна апроксимувати кривою

$$y = f(\Delta) = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2m^2}}, \quad (19)$$

яка зображує **густину ймовірності** нормального розподілу.

Площу фігури, обмеженої кривою (19), у межах від $\Delta = -\infty$ до $\Delta = +\infty$ можна обчислити за допомогою інтеграла

$$S = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Delta^2}{2m^2}} d\Delta.$$

Вважатимемо цю площу такою, що дорівнює одиниці, тобто

$$S = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Delta^2}{2m^2}} d\Delta = 1.$$

Якщо площу S обчислюють у межах від $\Delta = 0$ до деякого значення $\Delta = tm$, то вона виражатиме ймовірність P появи в цьому ряду вимірів $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ похибки Δ , що не перевищує за абсолютною величиною

Таблиця 6. Розподіл випадкових похибок

Клас похибок, см	Чисельність класів n	Частотність класів у частках одиниці n/N
від'ємних		
5-6	1	0,01
4-5	1	0,01
3-4	2	0,02
2-3	3	0,03
1-2	16	0,16
0-1	27	0,27
додатних		
0-1	26	0,26
1-2	15	0,15
2-3	4	0,04
3-4	3	0,03
4-5	1	0,01
5-6	1	0,01
	$\Sigma = 100$	$\Sigma = 1,00$

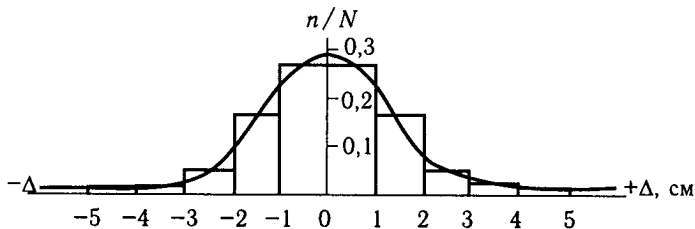


Рис. 30. Гістограма і крива густини ймовірностей нормального закону розподілу

значення tm , тобто

$$P\{|\Delta| \leq tm\} = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Delta^2}{2m^2}} d\Delta. \quad (20)$$

Якщо у виразі (20) прийняти $t = 1$, то ймовірність того, що в ряду вимірів $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ похибка Δ за модулем не перевищить середню квадратичну похибку m , обчислену для цього ряду, дорівнюватиме

$$P\{|\Delta| \leq m\} = 0,684 \text{ (68,4 \%)}. \quad (21)$$

Якщо у виразі (20) прийняти $t = 2$, то ймовірність того, що $|\Delta|$ не перевищить $2m$, дорівнюватиме 0,95, тобто

$$P\{|\Delta| \leq 2m\} = 0,95 \text{ (95 \%)}. \quad (22)$$

Нарешті, якщо прийняти $t = 3$, то отримаємо

$$P\{|\Delta| \leq 3m\} = 0,997 \text{ (99,7 \%)}. \quad (23)$$

Співвідношення (21) – (23) важливі при визначенні ймовірності появи похибки Δ , яка не перевищує за модулем одинарну, подвоєну і потроєну середню квадратичну похибку в цьому ряду вимірів $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$. Є таблиці, які дають змогу визначити ймовірність появи в цьому ряду вимірів похибки $|\Delta| = tm$ за будь-яких значень t [14]. Вони дають змогу вирішувати і зворотну задачу – за заданою ймовірністю P визначити межу похибок, що з'являються.

Із співвідношення (23), зокрема, випливає, що поява похибок, які перевищують за модулем потроєну середньоквадратичну похибку в цьому ряду вимірів, має дуже малу ймовірність (0,3 % або 3 похибки на 1000 вимірювань). Тому в геодезії величину $3m$ беруть як граничну похибку для ряду вимірів. Іноді за граничну похибку беруть $2m$, якщо ймовірність $P\{|\Delta| \leq \Delta m\} = 0,95$ задовольняє умови.

Зауважимо, що крива густини ймовірності нормального закону розподілу (рис. 30) у графічній формі відображає статистичні якості випадкових похибок.

Середня квадратична похибка функцій результатів вимірювань | 5.6

У геодезії за результатами вимірювань обчислюють величини, що є функціями вимірів. До функцій вимірів належать, наприклад, перевищення між точками, горизонтальні проєкції виміряних відстаней, прирощення координат, координати точок тощо.

Оскільки результати вимірювань супроводжуються випадковими похибками, то й обчислені за ними функції також матимуть випадкові похибки. Розглянемо, як впливають похибки результатів вимірювань на точність їхніх функцій. Спочатку розглянемо прості лінійні функції.

1. Нехай z є функція у вигляді суми двох незалежних величин

$$z = x + y. \quad (a)$$

Величини x і y вимірюють відповідно з похибками Δx , Δy . Розглянемо x , y як аргументи функції z , а похибки Δx , Δy — прирощення аргументів (додатні або від'ємні). Якщо аргументи x , y отримують прирощення Δx , Δy , то функція z — прирощення Δz , тобто

$$z + \Delta z = (x + \Delta x) + (y + \Delta y). \quad (б)$$

Віднявши з рівності (б) початкове значення функції (а), отримаємо

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y. \quad (в)$$

Якщо виконують n вимірювань величин x , y , то отримують n рівностей вигляду (в), тобто

$$\begin{aligned} \Delta z_1 &= \Delta x_1 + \Delta y_1; \\ \Delta z_2 &= \Delta x_2 + \Delta y_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta z_n &= \Delta x_n + \Delta y_n. \end{aligned}$$

Піднесемо ліві й праві частини останніх рівностей до квадрата, додамо їх і поділимо на n :

$$\frac{\sum \Delta z_i^2}{n} = \frac{\sum \Delta x_i^2}{n} + \frac{\sum \Delta y_i^2}{n} + 2 \frac{\sum \Delta x_i \Delta y_i}{n}.$$

Останній доданок у цій рівності відображає подвоєну суму добутків випадкових незалежних похибок. Згідно з четвертою властивістю ви-

$$\sum_{i=1}^n \Delta x \Delta y$$
 падкових похибок (див. п. 5.2) $\frac{1}{n}$ прямує до нуля при необмеженому зростанні числа вимірів. Тому останній доданок можна відкинути, тоді отримаємо

$$\frac{\sum_{i=1}^n \Delta z_i^2}{1} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i^2}{n}.$$

Згідно з формулою Гауса (15) отримаємо квадрати середніх квадратичних похибок функції z і аргументів x , y , тобто

$$m_z^2 = m_x^2 + m_y^2$$

або

$$m_z = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2}. \quad (24)$$

Отже, середня квадратична похибка функції z , поданої сумою двох незалежних величин x і y , дорівнює кореню квадратному із суми квадратів середніх квадратичних похибок доданків.

Відносна похибка функції $z = x + y$ дорівнює

$$\frac{m_z}{z} = \pm \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{x + y}.$$

Можна довести, що формула (24) справедлива і для випадку, якщо функція $z = x - y$. Справді, міркуючи аналогічно попередньому, для n вимірів отримаємо

$$\frac{\sum_{i=1}^n \Delta z_i^2}{1} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i^2}{n} - 2 \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i \Delta y_i}{n}.$$

Останнім доданком, як уже відомо, можна знехтувати. Тому в підсумку скористаємося формулою (24).

Відносна похибка функції $z = x - y$ дорівнює

$$\frac{m_z}{z} = \pm \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{x - y}.$$

За наближених значень x і y їхня різниця виявляється величиною дуже малою і тому відносна похибка різниці $z = x - y$ буде набагато більшою за відносну похибку суми цих величин $z = x + y$ за тих самих значень середніх квадратичних похибок m_x , m_y . Тому завжди менш

бажано будь-яку величину обчислювати як різницю результатів вимірювань, ніж як їх суму.

Отже, якщо функція $z = x \pm y$, то середню квадратичну похибку цієї функції виражають формулою (24). В окремому випадку, якщо $m_x = m_y = m$, отримуємо

$$m_z = \pm m\sqrt{2},$$

тобто середня квадратична похибка алгебричної суми двох незалежних величин, виміряних з однаковою точністю, в $\sqrt{2}$ разів більша за середню квадратичну похибку кожного з доданків.

2. Нехай функція

$$z = x_1 \pm x_2 \pm x_3,$$

позначимо: $x_1 \pm x_2 = y$. Тоді $z = x_1 \pm y$. Проте для функції такого виду отримали формулу (24). В цьому випадку вона становитиме

$$m_z = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_y^2}. \quad (\text{г})$$

Щодо функції $y = x_2 \pm x_3$ формула (24) набере вигляду

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x_2}^2 + m_{x_3}^2}.$$

Підставляючи у вираз (г) значення m_y , отримуємо

$$m_z = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 + m_{x_3}^2}.$$

Міркуючи аналогічно, можна довести, якщо ця функція у вигляді алгебричної суми

$$z = x_1 \pm x_2 \pm x_3 \pm \dots \pm x_n,$$

то її середня квадратична похибка становитиме

$$m_z = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 + m_{x_3}^2 + \dots + m_{x_n}^2}. \quad (25)$$

Якщо величини $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ виміряні з однаковою точністю, тобто $m_{x_1} = m_{x_2} = m_{x_3} = \dots = m_{x_n} = m$, то

$$m_z = \pm \sqrt{nm^2} = \pm m\sqrt{n}.$$

З останньої формули випливає, що середня квадратична похибка алгебричної суми кількох незалежних величин, виміряних з однаковою точністю, в \sqrt{n} разів більша за середню квадратичну похибку кожного з доданків.

3. Розглянемо функцію

$$z = kx,$$

де k — деякий сталий коефіцієнт.

Нехай аргумент x виміряно з похибкою Δx . Тоді $z + \Delta z = k(x + \Delta x)$ і $\Delta z = k\Delta x$. Якщо виконано n вимірювань величини x , то отримаємо n рівностей

$$\begin{aligned}\Delta z_1 &= k\Delta x_1; \\ \Delta z_2 &= k\Delta x_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta z_n &= k\Delta x_n.\end{aligned}$$

Піднесемо їх до квадрата. Додамо і поділимо на n . У результаті отримаємо

$$\frac{\sum_{i=1}^n \Delta z_i^2}{n} = k^2 \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}.$$

У лівій і правій частинах рівності, згідно з формулою (15), стоять квадрати середніх квадратичних похибок, тобто

$$m_z^2 = k^2 m_x^2,$$

звідси

$$m_z = \pm k m_x. \quad (26)$$

Із формули (26) випливає, якщо функція подається добутком деякого сталого числа k на виміряну величину x , то середня квадратична похибка функції дорівнюватиме середній квадратичній похибці аргументу, помноженій на коефіцієнт k .

4. Подамо функцію у вигляді лінійного полінома

$$z = k_1 x_1 \pm k_2 x_2 \pm \dots \pm k_n x_n, \quad (д)$$

де k_1, k_2, \dots, k_n — сталі коефіцієнти.

Нехай аргументи x_1, x_2, \dots, x_n вимірюють з деякими похибками $\pm \Delta x_1, \pm \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$. Виведемо формулу середньої квадратичної похибки функції m_z .

Позначимо: $z_1 = k_1 x_1$; $z_2 = k_2 x_2, \dots$; $z_n = k_n x_n$.

Функція набере вигляду

$$z = z_1 \pm z_2 \pm \dots \pm z_n.$$

Проте згідно з формулою (26)

$$m_{z_1} = k_1 m_{x_1}, \quad m_{z_2} = k_2 m_{x_2}, \dots, \quad m_{z_n} = k_n m_{x_n}.$$

Водночас з урахуванням формули (25), отримаємо

$$m_z = \pm \sqrt{m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2 + \dots + m_{z_n}^2}.$$

Підставляючи в останній вираз значення $m_{z_1}, m_{z_2}, \dots, m_{z_n}$, отримаємо

$$m_z = \pm \sqrt{k_1^2 m_{x_1}^2 + k_2^2 m_{x_2}^2 + \dots + k_n^2 m_{x_n}^2}. \quad (27)$$

Якщо $k_1 = k_2 = \dots = k_n$, то з формули (27) випливає

$$m_z = \pm k \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 + \dots + m_{x_n}^2}. \quad (28)$$

Формула (27) є найузагальненішою, а вирази (24) – (26) можна отримати з неї як окремі випадки.

Середня квадратична похибка середнього арифметичного з результатів вимірювань | 5.7

Середнє арифметичне з результатів вимірювань у геодезії, як найточнішу й остаточну оцінку вимірюваної величини (див. формулу (13)), обчислюють за формулою

$$\bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{1}{n} l_1 + \frac{1}{n} l_2 + \dots + \frac{1}{n} l_n. \quad (29)$$

Вираз (29) є функцією вимірів, у якій l_1, l_2, \dots, l_n – результати вимірювань і n – кількість вимірювань. Якщо позначити $\bar{l} = z$, $l_1 = x_1$, $l_2 = x_2, \dots, l_n = x_n$, $\frac{1}{n} = k$, то вираз (29) набере вигляду

$$z = kx_1 + kx_2 + \dots + kx_n.$$

Проте похибка цієї функції виражатиметься формулою (28). Якщо вимірювання l_1, l_2, \dots, l_n зроблено в тих самих умовах, то їх можна вважати приблизно рівноточними, тобто їхні середні квадратичні похибки також однакові: $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n} = m_x$. У цьому випадку формула (28) матиме вигляд

$$m_z = \pm k m_x \sqrt{n}.$$

Позначимо похибку середнього арифметичного через $m_{\bar{l}}$ і підставимо в останню формулу значення $k = \frac{1}{n}$. У результаті отримаємо

$$m_{\bar{l}} = \pm \frac{m_l \sqrt{n}}{n} = \frac{m_l}{\sqrt{n}}. \quad (30)$$

Із виразу (30) випливає, що середня квадратична похибка середнього арифметичного \bar{l} у \sqrt{n} разів менша, ніж середня квадратична похибка будь-якого з вимірів l_i . Саме тому в геодезії (не розглядаючи інші причини) прагнуть виконати кілька вимірювань будь-якої величини і з них обчислити середнє арифметичне. Наприклад, довжини ліній вимірюють у прямому і зворотному напрямках і за остаточний результат беруть середнє з вимірів.

Середня квадратична похибка функції загального вигляду від кількох незалежних змінних | 5.8

Формули (24)–(27) дають змогу обчислити середні квадратичні похибки тільки лінійних функцій, які відображають результати вимірювань у вигляді алгебричних сум. Проте в геодезії трапляються і складніші функції багатьох змінних вигляду $d = L \cos^2 \nu$, $\Delta x = d \cos \alpha$, $h = dt \operatorname{tg} \nu + i - \nu$ тощо. До них не можна застосовувати ці формули, оскільки функції не є лінійними.

Розглянемо функцію узагальненого вигляду багатьох незалежних змінних

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Якщо змінні x_1, x_2, \dots, x_n виміряні з випадковими похибками $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, то функція отримає приріст і дорівнюватиме

$$z + \Delta z = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n).$$

Оскільки $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ малі, то функцію можна розкласти в ряд Тейлора, обмежуючись у розкладанні членами, що містять тільки перші степені похибок Δx_i . У результаті отримаємо

$$z + \Delta z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n.$$

Віднявши з цієї функції початкове значення, матимемо

$$\Delta z = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n.$$

Позначимо частинні похідні функції z як

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = k_1, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = k_2, \quad \dots, \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} = k_n.$$

Вони подані сталими числами і тому їх можна розглядати як коефіцієнти. Отже,

$$\Delta z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n.$$

Порівнюючи вираз з функцією (д), бачимо, що вони мають однакову структуру. Отже, формулу (27) можна застосувати в цьому випадку

$$m_z = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{x_n}^2}, \quad (31)$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$ – частинні похідні функції z за аргументами x_1, x_2, \dots, x_n ; $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}$ – середні квадратичні похибки аргументів x_1, x_2, \dots, x_n .

Формула є найузагальненішим розв'язком для знаходження середньої квадратичної похибки функції кількох незалежних результатів вимірів. Усі формули середніх квадратичних похибок для лінійних функцій можна отримати як окремі випадки з формули (31). І тільки виходячи з методики викладення, середні квадратичні похибки функцій розглядають, починаючи з простих лінійних залежностей.

Приклади обчислення середніх квадратичних похибок функцій | 5.9

Розглянемо кілька прикладів обчислення середніх квадратичних похибок функцій.

1. На місцевості двічі виміряно довжину лінії теодолітного полігона. Результати вимірювань у прямому $D_{\text{пр}}$ і зворотному $D_{\text{звор}}$ напрямках отримані з відносною похибкою $1/\mu$. Потрібно обчислити допустиме значення різниці $\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}|$ як середню квадратичну похибку функції ΔD .

Позначимо $\Delta D = z_1$, $D_{\text{пр}} = x_1$, $D_{\text{звор}} = x_2$. Тоді різницю ΔD можна подати як функцію $z = |x_1 - x_2|$. Середня квадратична похибка функції згідно з формулою (24) становитиме

$$m_z = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2}.$$

Якщо задано відносну похибку вимірів $1/\mu$, то абсолютні похибки m_{x_1}, m_{x_2} можна обчислити за співвідношенням

$$m_{x_1} = \frac{D_{\text{пр}}}{\mu}, \quad m_{x_2} = \frac{D_{\text{звор}}}{\mu}.$$

Підставляючи значення m_{x_1}, m_{x_2} у формулу похибки, отримаємо

$$m_z = \pm \sqrt{\left(\frac{D_{\text{пр}}}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{D_{\text{звор}}}{\mu}\right)^2}.$$

Оскільки різниця між $D_{\text{пр}}$ і $D_{\text{звор}}$ є незначною і не впливає на значення похибок m_{x_1} , m_{x_2} , можна вважати $D_{\text{пр}} \approx D_{\text{звор}} \approx D$. Тому

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{D^2}{\mu^2} + \frac{D^2}{\mu^2}} = \frac{D\sqrt{2}}{\mu}$$

або остаточно

$$\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}| \leq \frac{D\sqrt{2}}{\mu}.$$

Якщо відносна похибка вимірів довжин у полігоні $\mu = 2000$, то

$$\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}| \leq \frac{D\sqrt{2}}{2000},$$

при довжині $D = 100$ м отримуємо $\Delta D \leq \frac{100\sqrt{2}}{2000} = 0,07$ м, тобто на кожні

100 м довжини припускається 7 см різниці $|D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}|$.

2. У замкненому теодолітному полігоні, що має n вершин, виміряні внутрішні кути β . Похибка виміру кожного кута дорівнює m_β . Теоретична сума внутрішніх кутів у замкненому полігоні дорівнює $180^\circ(n - 2)$. Оскільки кожний кут виміряно з похибкою m_β , то фактична сума внутрішніх кутів відрізнятиметься від теоретичної на величину $f_\beta = \sum \beta_{\text{вим}} - 180^\circ(n - 2)$, яку називають **кутовою нев'язкою**.

Потрібно обчислити допустиме значення нев'язки $\Sigma\beta_{\text{доп}}$ як середню квадратичну похибку функції.

Оскільки нев'язка дорівнює

$$f_\beta = (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n) - 180^\circ(n - 2),$$

то похибка цієї функції буде

$$m_{f_\beta} = \pm \sqrt{m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2 + \dots + m_{\beta_n}^2}.$$

При $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \dots = m_{\beta_n} = m_\beta$, отримаємо

$$m_{f_\beta} = \pm \sqrt{nm_\beta^2} = \pm m_\beta \sqrt{n}.$$

Отже, $f_{\beta_{\text{доп}}} \leq \pm m_\beta \sqrt{n}$. Якщо $m_\beta = \pm 1'$, то $f_{\beta_{\text{доп}}} \leq \pm 1' \sqrt{n}$.

3. Виміряно довжину сторони полігона D з відносною похибкою $1/\mu$. Горизонтальну проекцію довжини обчислюють за формулою $d = D \cos \nu n$, де νn — кут нахилу сторони полігона до горизонтальної площини, виміряний із середньою квадратичною похибкою m_ν . Обчислити загальну похибку горизонтальної проекції довжини d .

Горизонтальна проекція є функцією величин D і v , які виміряні з похибками відповідно $1/\mu$ і m_v . Щоб обчислити похибку функції $d = D \cos v$, потрібно, згідно з формулою (31), знайти її частинні похідні за D і v , піднести їх до квадратів, помножити на квадрати $1/\mu$ і m_v , взяти суму і добути з отриманого виразу корінь.

Знайдемо частинні похідні функції $d = D \cos v$:

$$\frac{\partial d}{\partial D} = \cos v; \quad \frac{\partial d}{\partial v} = -D \sin v.$$

Піднесемо їх до квадрата, помножимо на квадрати середніх квадратичних похибок D/μ , m_v і візьмемо суму під радикалом

$$m_d = \pm \sqrt{\cos^2 v \left(\frac{D}{\mu} \right)^2 + D^2 \sin^2 v \left(\frac{m_v}{\rho} \right)^2}.$$

Потрібно звернути увагу на те, що у другому доданку під радикалом похибку m_v поділено на величину ρ , яка відображує значення радіана. Зроблено це тому, що похибка m_v має розмірність «кутові мінути». При діленні на ρ похибка m_v стає безрозмірною і під коренем обидва доданки мають ту саму розмірність (m^2).

Після невеликих перетворень останнього виразу отримаємо

$$m_d = \pm d \sqrt{\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 v \left(\frac{m_v}{\rho} \right)^2}.$$

Поділимо ліву і праву частини рівності на d :

$$\frac{m_d}{d} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 v \left(\frac{m_v}{\rho} \right)^2}.$$

Із формули випливає, що зі збільшенням кута нахилу v відносна похибка $\left(\frac{m_d}{d} \right)$ визначення горизонтальної проекції виміряної лінії зростає. Візьмемо $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{2000}$, $v = 10^\circ$, $m_v = \pm 1'$. Підставивши ці значення у формулу, отримаємо $\frac{m_d}{d} = \frac{1}{1350}$.

4. Прирошення координати x обчислюють за формулою $\Delta x = d \cos r$, де d і r – відповідно горизонтальна проекція виміряної лінії і її румб; відносна похибка горизонтальної проекції лінії дорівнює $1/\mu$ і середня квадратична похибка визначення румба $\pm m_r$. Обчислити похибку визначення Δx .

Похибку функції $\Delta x = d \cos r$ обчислюватимемо за формулою (31). Знайдемо частинні похідні

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial d} = \cos r, \quad \frac{\partial \Delta x}{\partial r} = -d \sin r.$$

Підставимо їх у формулу (31)

$$m_{\Delta x} = \pm \sqrt{\cos^2 r \left(\frac{d}{\mu} \right)^2 + d^2 \sin^2 r \left(\frac{m_r}{\rho} \right)^2}$$

або

$$m_{\Delta x} = \pm \Delta x \sqrt{\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 r \left(\frac{m_r}{\rho} \right)^2}.$$

Із рівності випливає, що зі збільшенням румба (за незмінності інших умов) похибка обчислення прирощення Δx зростає і при $r \approx 90^\circ$ стає дуже великою. Ефективних засобів боротьби з цим явищем немає.

Проте якщо розглядати прирощення $\Delta y = d \sin r$ за тих самих похибок $1/\mu$ і m_r , то

$$m_{\Delta y} = \pm \sqrt{\sin^2 r \left(\frac{d}{\mu} \right)^2 + d^2 \cos^2 r \left(\frac{m_r}{\rho} \right)^2},$$

звідси

$$m_{\Delta y} = \pm \Delta y \sqrt{\left(\frac{1}{\mu} \right)^2 + \operatorname{ctg}^2 r \left(\frac{m_r}{\rho} \right)^2}.$$

Із формули випливає, що зі збільшенням румба (за незмінності інших умов) похибка обчислення прирощення Δy зменшується. Проте при $r \approx 0^\circ$ вона стає дуже великою.

5. Розглянемо обчислення середньої квадратичної похибки функції $z = x_1 x_2$ із суто формального боку. Для цього знайдемо частинні похідні

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = x_2, \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} = x_1,$$

використовуючи формулу (31)

$$m_z = \pm \sqrt{x_2^2 m_{x_1}^2 + x_1^2 m_{x_2}^2}.$$

Поділимо цей вираз на функцію $z = x_1 x_2$

$$\frac{m_z}{z} = \pm \sqrt{\left(\frac{m_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2} \right)^2}.$$

Із рівності випливає, що відносна похибка функції, поданої добутком $x_1 x_2$, дорівнює кореню квадратному із суми квадратів відносних похибок аргументів.

Отримана формула може бути поширена на функцію будь-якого числа співмножників. Нехай

$$z = x_1 x_2 x_3.$$

Логарифмуючи цей вираз, отримаємо

$$\ln z = \ln x_1 + \ln x_2 + \ln x_3.$$

Застосуємо до отриманої рівності формулу (31). Для цього знайдемо частинні похідні функції $\ln z$:

$$\frac{\partial \ln z}{\partial z} = \frac{1}{z}; \quad \frac{\partial \ln z}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1}; \quad \frac{\partial \ln z}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2}; \quad \frac{\partial \ln z}{\partial x_3} = \frac{1}{x_3}.$$

Підставляючи значення частинних похідних у формулу (31), отримаємо

$$\left(\frac{m_z}{z}\right)^2 = \left(\frac{m_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_3}}{x_3}\right)^2$$

або

$$m_z = z \sqrt{\left(\frac{m_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_3}}{x_3}\right)^2}.$$

Із останнього виразу випливає, що похибка функції $z = x_1 x_2 x_3, \dots, x_n$ дорівнює добутку функції на корінь квадратний із суми квадратів відносних похибок аргументів.

У геодезії є функції, які подаються добутками вимірюваних величин.

6. Розглянемо похибку функції, яка подається відношенням

$$z = \frac{x_1}{x_2}.$$

Логарифмуючи цей вираз, отримаємо

$$\ln z = \ln x_1 - \ln x_2.$$

Обчислимо частинні похідні функції $\ln z$:

$$\frac{\partial \ln z}{\partial z} = \frac{1}{z}; \quad \frac{\partial \ln z}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1}; \quad \frac{\partial \ln z}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2}.$$

Згідно з формулою (31) отримаємо

$$\left(\frac{m_z}{z}\right)^2 = \left(\frac{m_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_3}}{x_3}\right)^2$$

або

$$\frac{m_z}{z} = \sqrt{\left(\frac{m_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2}\right)^2}.$$

Порівнюючи цю формулу з формулою середньої квадратичної похибки функції $z = x_1 x_2$, бачимо їх цілковиту тотожність.

**Зміст і призначення
теодолітного знімання
у дорожньому будівництві** 6.1

Теодолітне знімання — це знімання місцевості, що виконується кутомірним приладом — *теодолітом*. За результатами теодолітного знімання будують так званий **контурний план місцевості**, на якому зображують контури (горизонтальні проекції обрисів) населених пунктів, річок, озер, лісів, полів, доріг та інших об'єктів і елементів ситуації. Контурний план називають також *ситуаційним*.

Контурний план не має рельєфу, висотних позначок точок і тому є плоским зображенням місцевості. У певному розумінні це графічний документ, який у подальшому потрібно буде доповнювати зображенням рельєфу в горизонталях і висотними позначками різних точок рельєфу й ситуації. Отже, теодолітне знімання є *плановим*, тобто таким, що не визначає висотного положення точок, які знімають.

Як самостійний, закінчений вид топографічних робіт теодолітне знімання у дорожньому будівництві застосовують рідко, здебільшого як основу для іншого виду топографічного знімання — *тахеометричного* (див. розд. 7). У цьому випадку створення теодолітного полігона на місцевості у вигляді системи опорних точок становить основне завдання теодолітного знімання.

Теодолітне знімання виконують з метою отримання плану місцевості у великому масштабі (1 : 2000 — 1 : 10 000) для складання проектів автомобільної дороги і супутніх їй інженерних споруд. Оскільки дорога — це витягнута лінійна споруда, то і план, на якому передбачається розробляти проект, повинен мати форму смуги місцевості, видовженої в напрямку дороги. Ширина цієї смуги може бути різною залежно від вирішуваних у проекті задач, особливостей рельєфу та інших умов місцевості.

У зв'язку з цим теодолітні полігони в дорожньому будівництві мають форму видовжених незамкнених ламаних ліній, обіпертих на початку і наприкінці на жорсткі пункти державної або місцевої геодезичної мережі. В місцях можливого будівництва мостів, транспортних розв'язок або інших інженерних споруд ці полігони доповнюють замкненими ходами у вигляді багатокутників. Основний теодолітний полігон V-1-2-3-4-VI,

який на початку і наприкінці обпирється на жорсткі пункти триангуляції *V*, *VI* і жорсткі дирекційні кути напрямків *IV-V* і *VI-VII*, зображено на рис. 31. Основний полігон доповнено замкненим теодолітним ходом у вигляді багатокутника 1-5-6-7-8-2. Таких замкнених теодолітних ходів на основному полігоні може бути кілька, особливо якщо знімають широкую смугу місцевості вздовж передбачуваної траси автомобільної дороги.

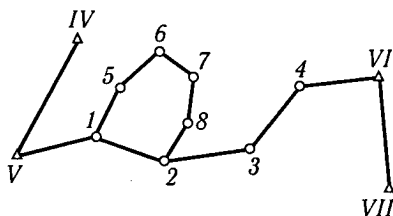


Рис. 31. Схема теодолітного полігона

Під час теодолітного знімання виконують такі види польових і камеральних робіт:

1. Рекогносціювання місцевості, вибір місць закладання і закріплення вершин (точок) теодолітного полігона.
2. Вимірювання довжин ліній полігона.
3. Вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів на точках полігона.
4. Прив'язка полігона до опорних пунктів державної або місцевої геодезичної мережі.
5. Знімання ситуації місцевості.
6. Камеральні роботи — опрацювання лінійних і кутових вимірів, обчислення координат точок, побудова плану.

Докладно розглянемо кожний вид робіт.

Рекогносціювання місцевості, вибір місць закладання і закріплення вершин теодолітного полігона | 6.2

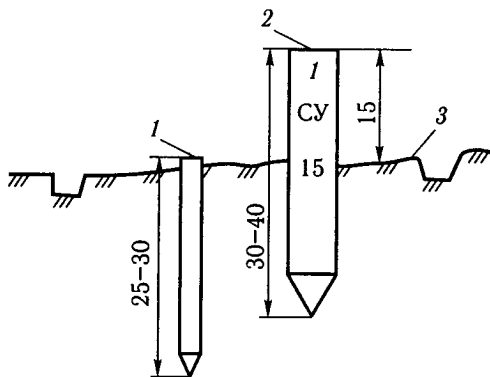
Рекогносціювання (від англ. *to recognize* — пізнавати) — ознайомлення з місцевістю, де виконуватимуть теодолітне знімання. Під час рекогносціювання співробітники партії або бригади, які здійснюють знімання, обходять місцевість, ознайомлюються з її рельєфом, рослинністю, гідрографією, дорогами та іншими об'єктами ситуації.

Під час рекогносціювання обирають місця для закладання і закріплення точок полігона. При вирішенні цього завдання керуються такими міркуваннями. Кожна точка полігона має бути закладена приблизно в тому місці, де вона позначена на дрібномасштабній карті. Місце має бути відкритим — не в хащах лісу або кущів, не на дні яру або улоговини. З кожної вершини полігона мають бути видимі сусідні точки: задня і передня. Це потрібно для того, щоб можна було виміряти довжини ліній між точками і кути на кожній з них.

Відстань між вершинами полігона коливається у досить значних межах: від 80–100 до 200–250 м. Якщо у подальшому припускається на основі полігона робити тахеометричне знімання, то оптимальними довжинами його сторін можна вважати 100–120 м.

Рис. 32. Зразок закріплення точки полігона:

1 — точка; 2 — сторожок; 3 — канавка



Кожну точку закріплюють кілком завдовжки 25–30 см і перерізом 3 × 3 см. Кілочки забивають так, щоб над землею вони піднімалися на 2–3 см. Біля кілочка забивають сторожок, на якому фарбою указують номер точки і назву організації, яка виконує роботи.

Навколо точки обкопують канавку у формі кола, трикутника або квадрата, місце розчищають від каменів, сучків і знімають верхній шар землі (рис. 32).

У лісистій або зарослій чагарником місцевості поруч із точкою закопують у землю віху заввишки 1,8–2 м, щоб у подальшому точку легко було відшукати.

Зазвичай точки «прив'язують» до місцевих орієнтирів (будинків, розв'язань або перехрещень доріг, опор ліній електропередач) проміром відстаней до них кроками і зазначенням, в якому напрямку від орієнтира слід рухатися, щоб знайти точку («на північний схід», «на південь» тощо). Схему прив'язки зображують у вигляді абрису в книзі рекогносціювання місцевості.

Після закріплення кожної точки перевіряють видимість з цієї точки двох сусідніх і з сусідніх точок — видимість закріплюваної точки. Якщо взаємну видимість не забезпечено, то трохи змінюють положення закріплюваної точки.

Наприкінці робіт з рекогносціювання і закріплення точок складають приблизну окомірну схему полігона, на якій показують розміщення точок, приблизні довжини сторін і кути полігона. Схему використовують під час відшукування точок на місцевості і планування робіт.

Вимірювання довжин | 6.3 ліній полігона

У дорожньому будівництві лінійні вимірювання переважно виконують двадцятиметровою сталевною штриховою землемірною або шкаловою стрічками завширшки 15–20 мм і завтовшки 0,5–0,6 мм (рис. 33, а–б). На кінцях стрічки є ручки, користуючись якими стрічку переносять і натягують під час вимірювань. Стрічку розділено на метри, які позначені пластинками, приклепаними до її полотна. Пластинки мають написи «1 м, 2 м, 3 м ... 19 м». Кожний метр розділено на дециметри невеликими круглими отворами, розміщеними вздовж полотна. Півметрові відстані позначено заклепками.

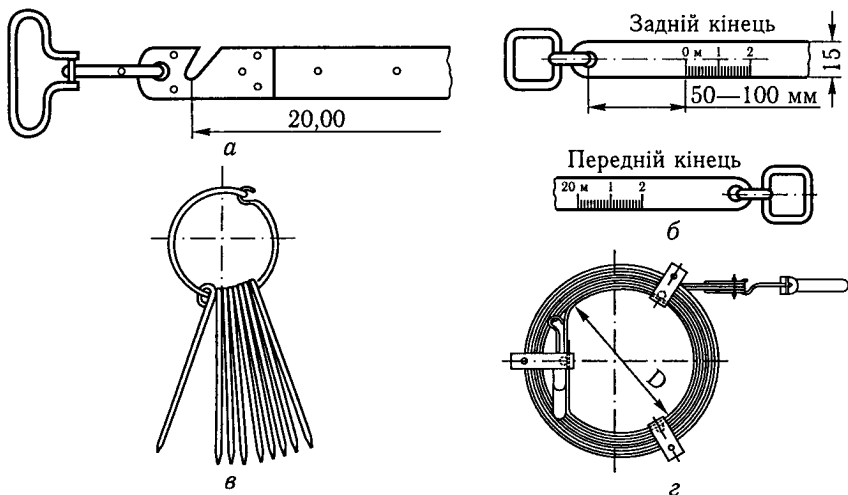


Рис. 33. Землемірні стрічки:

a — сталева штрихова; *б* — шкалова; *в* — шпильки; *г* — стрічка, намотана на залізне кільце

Початковий нульовий і кінцевий 20-метровий штрихи нанесені наприкінці стрічки навпроти середини вирізів для шпильок (див. рис. 33, *a*). До стрічки додається комплект із 6 або 11 шпильок (рис. 33, *в*), які використовують для фіксації стрічки на землі під час вимірювань. Під час транспортування і зберігання стрічку намотують на залізне кільце (рис. 33, *г*).

Вимірювання довжин ліній полігона виконують два мірники. Безпосередньо перед початком вимірювань на кінцях лінії встановлюють віхи, щоб позначити створ, у якому потрібно укласти лінію на землю. Стрічку розмотують і укладають уздовж лінії. Задній мірник встромлює шпильку упритул до кілка, який позначає точку, і надягає виріз на задньому кінці стрічки на шпильку. Передній мірник натягує стрічку так, щоб вона лежала на землі у створі точок 1, 2, позначених віхами (рис. 34). Для цього задній мірник рукою направляє переднього так, щоб вона при кожному укладанні стрічки проєціювалася на передню віху (передній мірник стоїть спиною до передньої віхи).

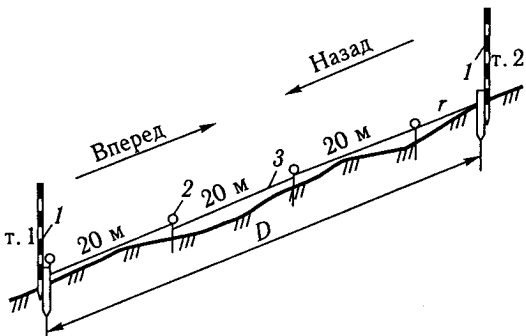


Рис. 34. Схема вимірювання довжини лінії землемірною стрічкою:

1 — віхи; 2 — шпильки; 3 — стрічка

Після того як стрічку укладено у створ вимірюваної лінії, передній мірник натягує її приблизно з силою 10 кг/г, вставляє шпильку у виріз біля переднього кінця стрічки і втискує її в землю. Задній мірник витягує шпильку із землі й звільняє задній кінець стрічки. Передній мірник, не торкаючись своєї шпильки, знімає виріз переднього кінця стрічки зі шпильки і переміщується вперед уздовж створу лінії доти, доки задній мірник підійде до залишеної в землі шпильки.

Далі задній мірник надягає виріз заднього кінця стрічки на шпильку у вирівнює виріз переднього кінця у створі вимірюваної лінії. Передній мірник натягує стрічку і через виріз переднього кінця стрічки втискує шпильку в землю. Потім усі операції повторюють. Стрічку послідовно укладають уздовж вимірюваної лінії, причому під час кожного нового її укладання передню шпильку залишають у землі, а задню задній мірник витягує із землі й надягає на кільце (див. рис. 33, в).

Так у процесі вимірювань усі шпильки від переднього мірника переходять до заднього. Коли вимірюють 100 м довжини, то у заднього мірника в руках буде 5 шпильок, це свідчитиме про те, що стрічку послідовно уклали на землі 5 разів, тобто виміряли 100 м. Потім задній мірник передає передньому всі 5 шпильок, крім тієї, що заглиблена у землю в кінці 100-метрового інтервалу.

Якщо лінія має довжину понад 100 м, то вимірювання продовжують. Наприкінці кожної лінії завжди є залишок r , коротший на 20 м (див. рис. 34). Під час його вимірювання доводиться брати відлік по стрічці на середині кілочка, який позначає передній кінець вимірюваної лінії. Відлік беруть із точністю до 1 см. Сантиметри відлічують на око між отворами, що позначають діаметри. Наприклад, $r = 16,35$ м.

Як впливає з рис. 34, вимірювана довжина лінії становить

$$D = n20 + r,$$

де n – кількість укладань стрічки по довжині лінії; r – залишок.

Кожну лінію вимірюють двічі: у прямому і зворотному напрямках для забезпечення контролю вимірів і підвищення точності їх. Якщо позначити результати прямого і зворотного вимірювань відповідно

$$D_{\text{пр}} = n20 + r_1; \quad D_{\text{звор}} = n20 + r_2,$$

то побачимо, що $D_{\text{пр}}$ і $D_{\text{звор}}$ відрізняються у значеннях залишків r_1 і r_2 . У п. 5.9 зазначалося, що різниця $\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}|$ не повинна перевищувати

$$\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}| \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{\mu}. \quad (32)$$

При відносній похибці $\mu = 1/2000$ отримаємо

$$|D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}| \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{2000}. \quad (33)$$

Якщо виконується умова (32), то за кінцевий результат приймають середнє арифметичне

$$D_{\text{сер}} = \frac{D_{\text{пр}} + D_{\text{звор}}}{2}.$$

У п. 5.7 зазначено, що похибка середнього арифметичного в \sqrt{n} разів менша, ніж похибка одного виміру. У цьому випадку $n = 2$, тому похибка $D_{\text{сер}}$ буде в $\sqrt{2}$ разів меншою, ніж похибка $D_{\text{пр}}$ або $D_{\text{звор}}$. Оскільки $\sqrt{2} = 1,41$, то похибка $D_{\text{сер}}$ буде в 1,41 раза менша, ніж похибки $D_{\text{пр}}$ або $D_{\text{звор}}$.

Точність вимірів довжин ліній полігона землемірною стрічкою залежить від характеру поверхні землі й складності мікрорельєфу місцевості.

Якщо місцевість рівна, без горбів, канав, грудок, каменів і значного трав'янистого покриву, то відносна похибка лінійних вимірів дорівнює $1/2000$. У цьому випадку допустима різниця

$$\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}| \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{2000}.$$

Якщо місцевість горбиста, поверхня землі має невеликі канави і середній трав'янистий покрив, то відносна похибка лінійних вимірів становитиме приблизно $1/1500$. Допустима різниця вимірів у прямому і зворотному напрямках становить

$$\Delta D \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{1500}.$$

Якщо місцевість горбиста, а поверхня землі ускладнена канавами, камінням, чагарниками і високим трав'янистим покривом, то відносна похибка лінійних вимірів зростає до $1/1000$ або $1/800$. За цих умов

$$\Delta D \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{1000}$$

або

$$\Delta D \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{800}.$$

У гористій місцевості з великими нерівностями поверхні рельєфу відносна похибка зростає до $1/500$. При цьому

$$\Delta D \leq \frac{D_{\text{сер}} \sqrt{2}}{500}.$$

Залежно від типу рельєфу і характеру поверхні землі місцевість умовно поділяють на IV категорії. Допустимі значення різниці ΔD для різних категорій місцевості й різних довжин ліній наведено у табл. 7.

Таблиця 7. Допустимі значення різниці $\Delta D = |D_{\text{пр}} - D_{\text{звор}}|$

Довжина лінії D , м	Категорія місцевості			
	I $1/m = 1/2000$	II $1/m = 1/1500$	III $1/m = 1/1000$	IV $1/m = 1/500$
	Допустимі значення ΔD , см			
20	1,5	2	3	6
40	3	4	6	12
60	4,5	6	9	18
80	6	8	12	24
100	7,5	10	15	30
120	9	12	18	36
140	10,5	14	21	42
160	12	16	24	48
180	13,5	18	27	54
200	15	20	30	60

Вони корисні при виконанні лінійних вимірів, оскільки дають змогу швидко відбракувати низькоточні результати, які не задовольняють заданої точності вимірів.

На точність виміру довжин ліній впливають різні фактори: неточне визначення довжини землемірної стрічки і її укладання у створі лінії, вигини і провисання через нерівності поверхні землі, непостійність сили натягу стрічки, похибки у відліку сантиметрів при вимірюванні залишків r тощо.

Деякі з цих факторів мають випадковий, інші — систематичний вплив на точність лінійних вимірів. Наприклад, неточне укладання стрічки у створі лінії, прогини і провисання діють систематично, постійно збільшуючи довжину вимірюваної лінії. Похибка у визначенні довжини стрічки також діє систематично, але вона може і збільшувати, і зменшувати довжину ліній залежно від знака похибки.

Оскільки довжина лінії D приблизно дорівнює сумі відкладень довжини стрічки l , то згідно з теорією похибок вимірів випадкова похибка m_1 одного відкладення стрічки зростатиме пропорційно \sqrt{n} відкладень, а систематична m_2 — пропорційно кількості відкладень n . Середня квадратична похибка вимірюваної лінії становитиме

$$m_D^2 = m_1^2 n + m_2^2 n^2.$$

Кількість відкладень стрічки $n = \frac{D}{l}$. Підставивши це значення n у формулу, отримаємо

$$m_D^2 = \frac{m_1^2}{l} D + \frac{m_2^2}{l^2} D^2.$$

Позначимо $\frac{m_1}{\sqrt{l}} = \mu$, $\frac{m_2}{\sqrt{l}} = \lambda$, тоді

$$m_D = \sqrt{\mu^2 D + \lambda^2 D^2}. \quad (34)$$

Величину μ називають *коефіцієнтом випадкового впливу*, а λ — *коефіцієнтом систематичного впливу* похибок лінійних вимірів. Залежно від умов місцевості коефіцієнт μ змінюється у межах від 0,004 до 0,006, коефіцієнт λ приймають у 20–30 разів меншим [4].

Для підвищення точності лінійних вимірів слід перед початком робіт розчистити і вирівняти місцевість уздовж вимірюваних ліній. Нерівності рельєфу і дрібні нерівності поверхні землі є основними факторами, що визначають точність лінійних вимірів.

Під час побудови плану використовують горизонтальні проекції ліній (рис. 35). Тому при опрацюванні лінійних вимірів за вимірними довжинами ліній обчислюють їх горизонтальні проекції. Із рис. 35 випливає, що

$$d = D \cos \nu, \quad (35)$$

де d — горизонтальна проекція лінії; D — виміряна похила довжина лінії; ν — кут нахилу лінії.

Формулою (35) доцільно користуватися при кутах нахилу $\nu \geq 2^\circ$. При $\nu < 2^\circ$ можна вважати, що $d = D$. Пояснюється це тим, що $\cos 2^\circ = 0,9994$, отже, при довжині лінії $D = 100$ м її горизонтальна проекція буде коротшою на 6 см. Водночас похибка вимірів лінії 100 м навіть при відносній похибці $1/2000$ становитиме 5 см.

Було розглянуто найпростіший випадок вимірювання довжини лінії, коли профіль місцевості уздовж неї є прямолінійним. На практиці профіль місцевості часто має кілька точок зламу (рис. 36). У цьому випадку в точках зламу A і B тимчасово забувають кілочки, і частини $1A$, AB , $B2$ лінії 1–2 вимірюють як самостійні лінії.

Вимірюють також кути нахилу ν_1 , ν_2 , ν_3 . Обчислюють горизонтальні проекції $d_1 = D_1 \cos \nu_1$, $d_2 = D_2 \cos \nu_2$, $d_3 = D_3 \cos \nu_3$. Горизон-

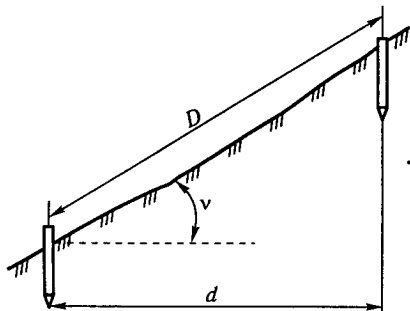


Рис. 35. Схема обчислення горизонтальних проекцій довжин ліній

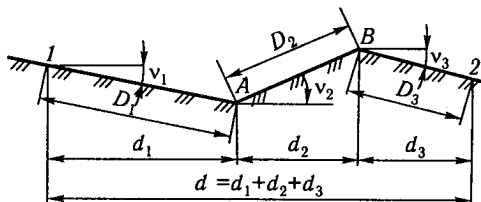
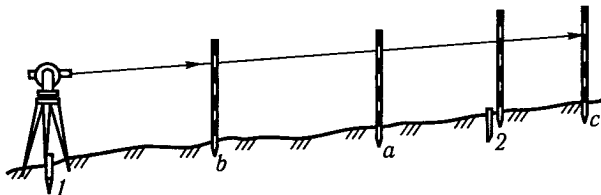


Рис. 36. Схема визначення горизонтальної проекції лінії 1–2

Рис. 37. Провішування лінії значної довжини



гальна проекція лінії 1-2 дорівнюватиме

$$d = d_1 + d_2 + d_3.$$

Якщо лінія значної довжини (понад 100 м), перед вимірюванням її *провішують*. Для цього на двох кінцевих точках лінії встановлюють віхи (рис. 37). Робітник, візуючи через віху в точці 1, на віху, встановлену в точці 2, виставляє у створі лінії 1-2 додаткові віхи *a*, *b*. Встановлення додаткових віх починають від дальньої точки «на себе». Іноді для вирішення задачі використовують теодоліт.

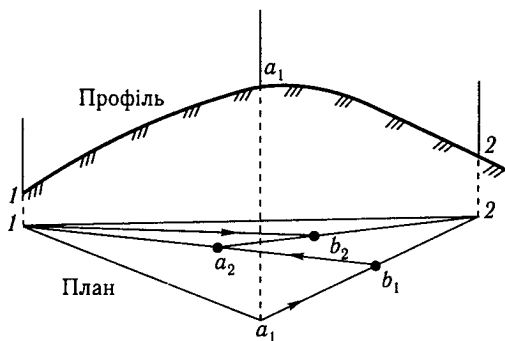
Для продовження лінії 1-2 за точкою 2 встановлюють віху в створі цієї лінії.

Іноді між кінцевими точками 1 і 2 лінії немає видимості (рис. 38). У цьому випадку провішування виконують методом послідовного наближення до створу. Робітник встановлює віху в довільній точці a_1 і направляє іншого робітника з віхою b_1 у створ $a_1 2$.

Робітник b_1 направляє робітника a_1 у створ $b_1 1$, тобто в точку a_2 . Потім робітник a_2 направляє робітника b_1 у створ $a_2 2$, тобто в точку b_2 і т. ін. У результаті віха a_1 виявляється у створі лінії 1-2.

Вимірювання кутів нахилу ліній виконують екліметром. *Маятниковий екліметр* (рис. 39, а) складається з круглої металевої коробки 1, усередині якої на горизонтальній осі обертається диск, що має градуювання від 0 до 30° в обидва боки. У нижній частині диска укріплено вантаж 5, під дією якого нульовий діаметр диска завжди займає горизонтальне положення.

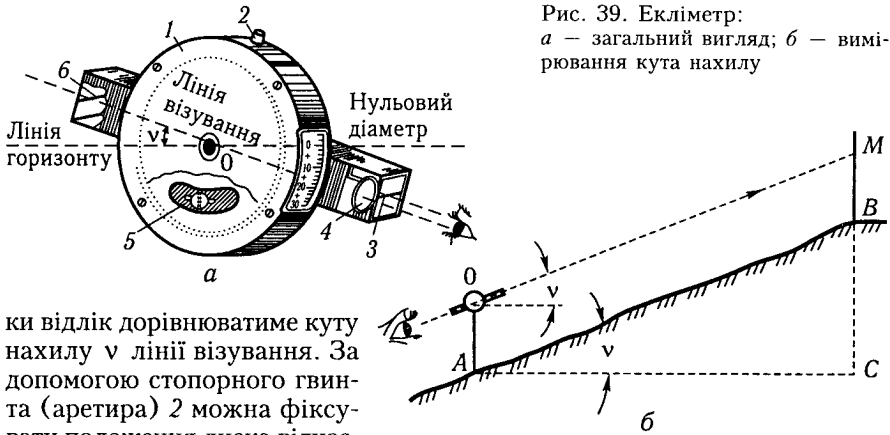
На коробці збоку укріплено чотиригранну візирну трубку, яка з боку



спостерігача має вузьку горизонтальну візирну щілину 3, а з боку предмета — горизонтальний тонкий дріт 6. Коли візирну трубку розміщено горизонтально, то відлік на градусній шкалі диска дорівнюватиме 0°. У похилому положенні візирної труб-

Рис. 38. Провішування лінії за відсутності видимості між її кінцевими точками

Рис. 39. Екліметр:
 а — загальний вигляд; б — вимірювання кута нахилу



ки відлік дорівнюватиме куту нахилу v лінії візування. За допомогою стопорного гвинта (аретира) 2 можна фіксувати положення диска відносно лінії візування трубки. Відліки беруть, користуючись лупою 4, по горизонтальному дроту 6.

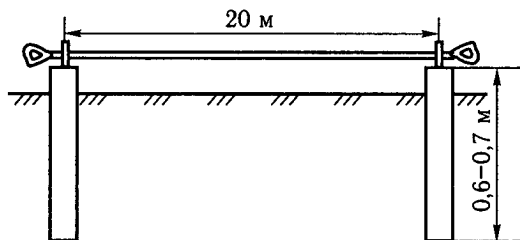
Для вимірювання кута нахилу v лінії AB (рис. 39, б) у точці A стає спостерігач з екліметром, а в точці B встановлюють віху, на якій гумкою або шпагатом позначають точку M на висоті BM , що дорівнює висоті візування AO спостерігача. Спостерігач наводить візирну трубку на точку M , натискає на аретир 1 і дає час, щоб зупинилися коливання диска. Відпускає аретир і бере відлік на градусній шкалі. Точність вимірів вертикальних кутів екліметром становить $\pm 30'$.

Компарування мірної стрічки. Щоб уникнути в результатах лінійних вимірів систематичних похибок, пов'язаних з неточним визначенням фактичної довжини мірної стрічки, роблять її *компарування* — порівняння будь-якої кінцевої міри (стрічки, рулетки, дроту) з довжиною іншої кінцевої міри, взятої за еталон. Велике значення компарування стрічки (або іншого мірного приладу) має в тому випадку, якщо вона склепана після розривання або має інші дефекти внаслідок наїзду транспорту, недбало користування або зберігання.

За еталон при компаруванні мірної стрічки беруть іншу мірну стрічку, яка не має дефектів і пройшла, в свою чергу, порівняння з новою мірною стрічкою або рулеткою. Для компарування стрічки в польових виробничих умовах установлюють *польовий компаратор*. Для цього на відстані 20 м закопують у землю два кілочки завдовжки 0,6–0,7 м і діаметром 5–6 см, які мають виступати над землею на 10–15 см.

В один кілочок забивають сталевий штир (цвях без головки) діаметром 4–5 мм. Розмотують еталонну стрічку і виріз одного її кінця надягають на штир. Стрічку натягують із силою ≈ 10 кг і через виріз іншого кінця забивають у другий кілочок такий самий штир (рис. 40).

При компаруванні робочої стрічки її укладають уздовж компаратора, надягають виріз одного кінця на штир і стрічку натягують із силою



≈ 10 кг. Якщо вирізи другого кінця точно збігається з другим штирем компаратора, то довжина стрічки відповідає номінальному значенню 20 м. Якщо нульова позначка другого кінця стрічки не дійшла до штиря або виявилася за межами 20-метрового інтервалу компаратора, то скорочення або подовження стрічки

Рис. 40. Схема польового компаратора

ки на величину Δl замірюють за допомогою міліметрової лінійки на шкаловій стрічці як відстань від центра штиря до нульового штриха навпроти середини вирізу (див. рис. 33).

Результати компарування записують у такому вигляді:

а) при скороченні стрічки на Δl : $l = 20 \text{ м} - \Delta l$; б) при подовженні стрічки на Δl : $l = 20 \text{ м} + \Delta l$. Значення Δl указують у метрах, наприклад: $l = (20 - 0,01) \text{ м}$ або $l = (20 + 0,005) \text{ м}$. Під час вимірювань ліній їх ураховують так.

Випадок 1. Стрічка коротша за номінальну довжину на 20 м на Δl , тобто $l = 20 - \Delta l$. Оскільки при вимірюванні лінії стрічку укладають в її довжину n разів, довжина лінії становитиме

$$D = (20 - \Delta l)n + \left(r + \frac{\Delta l}{20}r\right),$$

або

$$D = 20n - \Delta ln + r \left(1 + \frac{\Delta l}{20}\right).$$

Випадок 2. Стрічка довша на 20 м на Δl , тобто $l = 20 + \Delta l$

$$D = (20 + \Delta l)n + \left(r + \frac{\Delta l}{20}r\right),$$

або

$$D = 20n + \Delta ln + r \left(1 + \frac{\Delta l}{20}\right).$$

Здебільшого поправковий член $\frac{\Delta l}{20}r$ не враховують, оскільки він незначний. Тоді при скороченні стрічки на Δl

$$D = 20n - \Delta ln + r,$$

а при подовженні стрічки на Δl

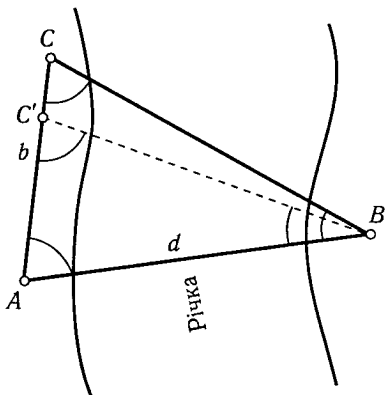
$$D = 20n + \Delta ln + r.$$

Інших поправок під час вимірювання довжин ліній мірною стрічкою (на непостійність натягу, температуру тощо) не вводять, оскільки вони незначні порівняно з вигинами і провисанням стрічки через нерівності поверхні землі.

Рис. 41. Схема вимірювання недоступної відстані

Відомі інші, точніші прилади і методи лінійних вимірів, у дорожньому будівництві застосовують в особливо складних умовах [2, 4, 6].

Вимірювання недоступних відстаней. Трапляються випадки, коли при продовженні траси автомобільної дороги або теодолітного полігона лінії перетинають водні перешкоди або глибокі яри. Виміряти безпосередньо довжини таких ліній неможливо, тому їх називають *недоступними відстанями*. Розглянемо, як вирішується задача у таких випадках.



Нехай лінія полігона AB перетинає русло ріки (рис. 41). Для визначення довжини AB на одному березі розмічують базис $AC = b$ і вимірюють його довжину землемірною стрічкою в прямому і зворотному напрямках, унаслідок чого отримують два значення довжини базису: $b_{\text{пр}}$

і $b_{\text{звор}}$. При виконанні умови $|b_{\text{пр}} - b_{\text{звор}}| \leq \frac{b_{\text{сер}} \sqrt{2}}{2000}$ за кінцеве значення довжини базису беруть $b_{\text{сер}} = \frac{b_{\text{пр}} + b_{\text{звор}}}{2}$.

Далі у точках A, B, C послідовно встановлюють теодоліт і вимірюють внутрішні кути трикутника ABC одним повним прийомом (див. п. 6.4). Обчислюють кутову нев'язку в трикутнику ABC :

$$f_{\beta} = \angle A + \angle B + \angle C - 180^{\circ}.$$

Якщо виконується умова $f_{\beta} \leq 1' \sqrt{3}$, то виміряні кути виправляють введенням у кожний кут поправки $\delta_{\beta} = \frac{-f_{\beta}}{3}$. Виправлені кути дорівнюватимуть

$$A_{\text{випр}} = A + \delta_{\beta}, \quad B_{\text{випр}} = B + \delta_{\beta}, \quad C_{\text{випр}} = C + \delta_{\beta}.$$

Сума виправлених кутів має дорівнювати 180° .

Недоступну відстань d обчислюють за теоремою синусів

$$\frac{d}{b} = \frac{\sin C}{\sin B}.$$

Із формули випливає

$$d = \frac{b \sin C}{\sin B}. \quad (36)$$

Для контролю відстань $AB = d$ рекомендується визначати двічі. З цієї метою на базисі AC вибирають довільну точку C' , вимірюють довжину нового базису $AC' = b'$, кут C' на точці C' і кут $B' = \angle C'BA$ на точці B (див. рис. 41). Із трикутника ABC' визначають $AB = d$ за теоремою синусів

$$\frac{d}{b'} = \frac{\sin C'}{\sin B'}. \quad (37)$$

Із формули (37) випливає

$$d = \frac{b' \sin C'}{\sin B'}.$$

Позначимо через d_1 і d_2 значення недоступної відстані з першого і другого визначень. Якщо різниця між d_1 і d_2 не перевищує $1/1400 d$, тобто $|d_1 - d_2| \leq d/1400$, то за кінцеве значення беруть середнє

$$d_{\text{сеп}} = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

При невиконанні зазначеної умови всі вимірювання потрібно виконувати заново. Бажано, щоб трикутники ABC і ABC' за формою не дуже відрізнялися від рівносторонніх.

Простіше й водночас найточніше виміряти недоступну відстань можна за допомогою сучасних світловіддалемірів.

Світловіддалеміри — це геодезичні прилади, в яких за одиницю виміру довжини використовується довжина світлової хвилі. Світловіддалемір складається з приймача-передавача і рефлектора. У приймачі-передавачі світло модулюється з частотою f , прилад випромінює світлові хвилі з довжиною λ модуляції. Світлові хвилі, відбиті рефлектором, повертаються в передавач зсунутими по фазі, оскільки відстань вперед і назад не дорівнює цілому числу хвиль. Зсув по фазі ϕ вимірюють фазовимірвальним приладом. Відстань визначають за формулою

$$S = \frac{1}{2}(N\lambda + \phi\lambda),$$

де N — ціле число хвиль; λ — довжина хвилі цієї модуляції; ϕ — зсув по фазі.

Ціле число хвиль визначають вимірюванням відстаней на двох-трьох різних частотах і наступним опрацюванням результатів.

За способом отримання результатів вимірювань світловіддалеміри поділяють на автоматичні й неавтоматичні. *Автоматичні* світловіддалеміри одразу відображають значення виміряної відстані у цифровому вигляді, *неавтоматичні* — у вигляді відліків фаз, які потім опрацьовують для отримання відстаней.

Світловіддалеміри випускають у вигляді окремого приладу, світловіддалемірної насадки на теодоліт або віддалемірного тахеометра. Віддале-

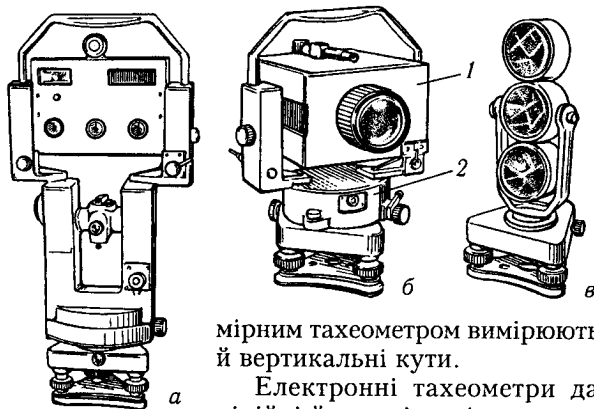


Рис. 42. Світловіддалемір СМ-5:
 а – світловіддалемір СМ-5, встановлений на теодоліт 2Т; б – приймач-передавач (1), встановлений на спеціальну основу (2); в – рефлектор

мірним тахеометром вимірюють відстані, горизонтальні й вертикальні кути.

Електронні тахеометри дають змогу записувати лінійні й кутові виміри на магнітній стрічці.

Точність світловіддалемірних вимірів визначають за формулою

$$m_s = a + bs,$$

де m_s – середня похибка вимірів s ; a , b – коефіцієнти, властиві цій конструкції світловіддалеміра.

Розглянемо деякі світловіддалеміри, що використовують в інженерно-геодезичних роботах.

Світловіддалемір СМ-5 (рис. 42) призначений для вимірювання відстаней до 500 м із середньою похибкою ± 3 см. Комплект віддалеміра складається з приймача-передавача 1, який устанавлюють на підставку за допомогою спеціальної основи 2, трипільпризмового рефлектора і блока живлення.

Приймач-передавач можна встановлювати на теодоліти серії 2Т для одночасного вимірювання кутів і відстаней. Результат вимірювань відстані автоматично висвічується на п'ятирозрядному електронно-цифровому табло. При використанні світловіддалеміра СМ-5 разом із теодолітом 2Т отримують світловіддалемірний тахеометр.

Світловіддалемір СТ-5 «Блиск» вимірює відстань до 5000 м із середньою похибкою $(10 + 5 \cdot 10^{-6} s)$ мм. Результати вимірювань автоматично висвічуються на шестирозрядному цифровому табло. У приймачі-передавачі є рознім для підключення пристрою, що реєструє та опрацьовує результати вимірювань.

Світловіддалемір МСД1М (маркшейдерський) (рис. 43) призначений для вимірювання відстаней до 500 м. Середня квадратична похибка виміру дорівнює $(2 + 5 \cdot 10^{-6} s)$ мм. Це є віддалемір фазового типу з напівпровідниковим генератором інфрачервоного випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,91$ мкм. Для вимірювання відстані застосовують фіксовані частоти модуляції: $f_1 = 150,1549$ МГц, $f_2 = 142,3624$ МГц; $f_3 = 149,8552$ МГц.

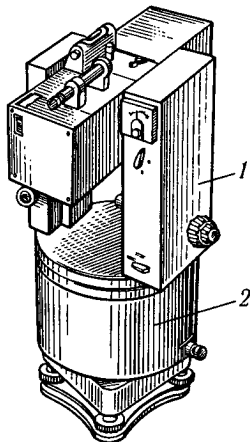


Рис. 43. Світловіддалемір МСД1М

Приймач-передавач 1 світловіддалеміра МСД1М, зроблений у вигляді блока, який встановлюють на штативі. Блок живлення 2 (акумуляторні батареї) розміщують в основі приладу. Рефлектор трипіль-призмового типу з металевою оправою, яка шарнірно закріплена у вилці, що вставляється в гніздо підставки.

Світловіддалемір дає змогу вимірювати відстані з кутами нахилу від -45° до $+90^\circ$. Відстань вимірюють послідовно на трьох заданих частотах. При цьому фіксують фази повернених сигналів і вимірюють різниці фаз за допомогою барабана (зі шкалою) оптичної лінії затримки. Зазвичай на кожній із трьох частот виконують не менше чотирьох вимірювань різниці фаз.

Маркшейдерський світловіддалемір МСД1М застосовують при високочастотних лінійних вимірах, створенні опорної геодезичної мережі, будівництві мостових переходів і т. ін.

Електронний тахеометр ЕОТ 2000 дає змогу вимірювати відстані до 2 км із середньою квадратичною похибкою ± 10 мм, а кути — із середньою квадратичною похибкою $\pm 1''$. Відліки на горизонтальному і вертикальному кругах визначають візуально. Похилі відстані вимірюються автоматично і висвічуються на цифровому табло. Мікропроцесор, умонтований у пульт керування, використовують для обчислення горизонтальних прокладань і перевищень.

Досвід використання світловіддалемірів свідчить, що на точність далекомірних вимірювань значно впливають зовнішні умови, зокрема неточний облік умов поширення світлових хвиль в атмосфері та їх мінливість. Тому для підвищення точності потрібно правильно вибрати час, тривалість (обсяг) спостережень, висоту встановлення приладу над поверхнею водної перешкоди.

Під час вимірювання відстаней потрібно знати швидкість поширення електромагнітних (світлових) коливань (робочу швидкість). Проте для її обчислення слід знати показник заломлення повітря на шляху поширення хвиль, який безперервно змінюється через зміну метеоумов. Для визначення середнього коефіцієнта заломлення потрібно знати середню температуру t , атмосферний тиск P і парціальний тиск водяної пари e . Від правильного визначення цих величин залежить точність обчислення середнього значення показника заломлення. Сумарний вплив метеорологічних факторів на точність вимірювання відстаней визначають за формулою

$$\Delta s \approx (\pm 1,0 \Delta t \pm 0,4 \Delta P \pm 0,53 \Delta e) 10^{-6} s,$$

де Δt , ΔP , Δe — відповідно зміни температури, тиску й вологості повітря за час спостереження.

Із формули випливає, що найбільше впливають на результати спостережень зміни температури. Тому рекомендовано виконувати вимірювання ввечері, коли в температурі повітря відбуваються незначні зміни і над водною поверхнею не спостерігається туман. З іншого боку, зменшення тривалості спостережень забезпечує зменшення коливань температури, атмосферного тиску і вологості повітря.

Фактори, що впливають на точність вимірювань горизонтальних кутів

6.4

Під час вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів у полігонах теодоліт встановлюють у вершині кута. Розглянемо, як виконуються вимірювання кута ABC , що не лежить у горизонтальній площині (рис. 44). Для побудови плану місцевості потрібний не сам кут ABC , а його горизонтальна проекція abc на горизонтальній площині Π .

Для вимірювання кута abc теодоліт у точці b горизонтують, тобто його горизонтальному кругу надають горизонтальне положення. При цьому вісь обертання теодоліта BZ стає вертикальною. Якщо через прямию висну лінію BZ і точки A і C , що спостерігаються, провести площини K_1 і K_2 , то сторони кута AB і BC лежатимуть у цих площинах. Вертикальні площини K_1 і K_2 називають *колімаційними*. Вони утворюють двограний кут, виміром якого є лінійний кут $abc = \beta$, що лежить у її площині.

Горизонтальний кут β отримують розсіканням двогранного кута горизонтальною площиною Π , яка проходить перпендикулярно до ребра bZ цього кута. Горизонтальний круг теодоліта, який складається з лімба й аліади, використовують як горизонтальну площину. В перетині з площинами K_1 і K_2 на лімбі отримують напрямки On_A і On_C , що утворюють кут β ; n_A і n_C — відліки на лімбі при наведенні труби на точки A і C .

Отже, під час вимірювання горизонтального кута β теодоліт потрібно встановити над точкою, виконати центрування і горизонтування, трубу теодоліта послідовно навести на точки A і C та взяти відповідні відліки n_A і n_C . Відлік n_A на праву точку A кута

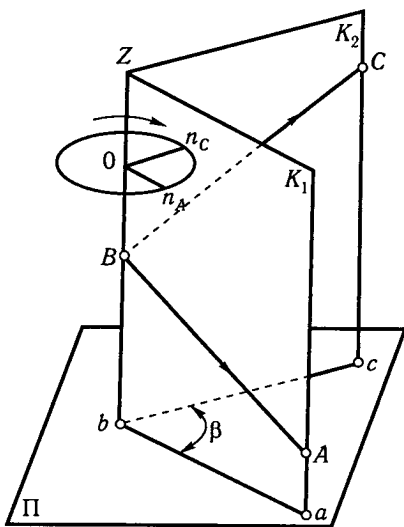


Рис. 44. Схема вимірювання горизонтального кута

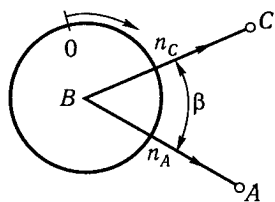


Рис. 45. Схема обчислення горизонтального кута за відліками n_A , n_C на лімбі

завжди більший за відлік n_C на ліву точку C , оскільки відліки на лімбі зростають за рухом годинникової стрілки.

Розглянемо лімб теодоліта, встановленого в точці B (рис. 45). При наведенні труби на точки A і C на лімбі отримаємо відліки n_A і n_C . Відлік n_A більший за n_C і тому називається *старшим*. Як випливає з рис. 45, кут β дорівнює різниці: старший відлік n_A мінус молодший відлік n_C , тобто

$$\beta = n_A - n_C.$$

У випадках, коли нуль лімба виявляється між відліками n_A і n_C , матимемо співвідношення $n_C > n_A$, тобто старший відлік буде меншим, ніж молодший. У цих випадках до старшого відліку n_A потрібно додати 360° .

На точність вимірів горизонтального кута впливають похибки вимірів.

1. *Похибки приладу і методу вимірювання кута.* До похибок приладу належать похибка відліку за лімбом m_B і похибка наведення труби на точку (похибка візування) m_V . Похибку відліку за лімбом оцінюють за формулою

$$m_B = \pm \frac{t}{2},$$

де t — точність відлікового пристрою (верньєра).

У сучасних оптичних теодолітах Т-30, 2Т-30М шкали відлікових мікроскопів дають змогу брати відліки на лімбах із похибкою не більше ніж $\pm 1'$, отже, $m_B = \pm 30''$.

Похибку наведення на точку оцінюють величиною $m_V = 60''/V$, де $V = \times 20$ — збільшення труби, тому $m_V = 60''/20 = \pm 3''$.

При наведенні труби на точки A і C беруть відліки n_A , n_C на лімбі. Кожна така операція супроводжується похибками наведення й відліку. Оскільки вони незалежні, то підсумовуються за правилом складання середніх квадратичних похибок, тобто

$$m_{n_A} = m_{n_C} = \pm \sqrt{m_V^2 + m_B^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{60}{V}\right)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}.$$

Кут β дорівнює різниці відліків n_A і n_C , тому

$$m_\beta = \sqrt{m_{n_A}^2 + m_{n_C}^2} = \pm \sqrt{2 \left[\left(\frac{60}{V}\right)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2 \right]}.$$

Кожний кут вимірюють двічі (при «крузі право» і при «крузі ліво») і з $\beta_{\text{кп}}$, $\beta_{\text{кл}}$ результатів обчислюють середнє значення

$$\beta_{\text{сєр}} = \frac{\beta_{\text{кп}} + \beta_{\text{кл}}}{2}.$$

Похибка цього результату в $\sqrt{2}$ рази менша, ніж похибка одного виміру кута, тому

$$m\beta_{\text{сєр}} = \frac{m\beta_{\text{кп}}}{\sqrt{2}} = \frac{m\beta_{\text{кл}}}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{\left(\frac{60}{V}\right)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}. \quad (38)$$

При $t = \pm 1'$ і $V = \times 20$ похибка виміру кута, що залежить від точності теодоліта й методу вимірювання, дорівнює

$$m\beta_{\text{сєр}} = \pm \sqrt{\left(\frac{60''}{20}\right)^2 + \left(\frac{60''}{2}\right)^2} = \pm 30,1''.$$

2. *Похибка центрування теодоліта у вершині кута.* Теодоліт у вершині кута центрують над точкою за допомогою виска або оптичного центратора (рис. 46). Для цього штатив теодоліта встановлюють над точкою так, щоб платформа його головки (верхньої частини) була горизонтальна і розміщувалась на вертикалі, що проходить через кілочок. На штатив установлюють теодоліт, а на гачок його станового гвинта підвищують висок. Пересуваючи теодоліт на платформі головки штатива, досягають, щоб вістря виска проєціювалось у центр кілочка. Теодоліт закріплюють і горизонтують за допомогою підняття гвинтів і циліндричного рівня. Після виконання цих операцій вертикальна вісь обертання теодоліта має бути прямовисна і проходити через точку (центр кілочка).

Унаслідок впливу різних факторів (вітер, недостатня ретельність виконання операції) теодоліт центрують над точкою з деякою лінійною похибкою e_T . Вона показує радіус круга, всередині якого з деякою ймовірністю може розміщуватися горизонтальна проєкція осі обертання теодоліта. Схему вимірювання кута $ABC = \beta$ зображено на рис. 47. Теодоліт центрується в точці B з лінійною похибкою e_T , B' — фактичне положення осі теодоліта. Похибка e_T зумовлює похибки $\Delta\beta_1$ і $\Delta\beta_2$ при вимірюванні кута β . Найбільший вплив e_T має на точність

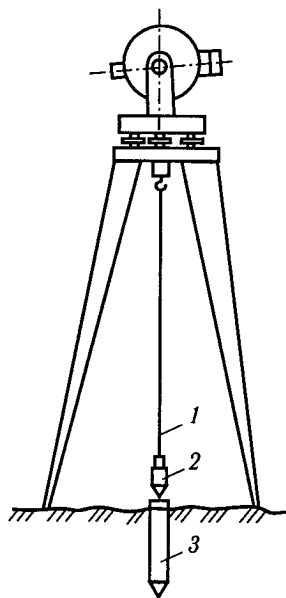


Рис. 46. Схема центрування теодоліта над точкою:
1 — нитка виска; 2 — висок; 3 — кілочок

вимірювання кута β , коли вона збігається з напрямком бісектриси кута β , тобто напрямлена по лінії BB' або BB'' .

Обчислимо похибки $\Delta\beta_1$ і $\Delta\beta_2$. Для цього з точки B' опустимо перпендикуляри на сторони кута AB і BC . Розглянемо $B'K_1$ і $B'K_2$ як дуги кіл, побудовані відповідно з центрів A і C радіусами d_1 і d_2 . Довжини дуг $B'K_1$ і $B'K_2$ дорівнюють

$$B'K_1 = \frac{\Delta\beta_1 d_1}{\rho}; \quad B'K_2 = \frac{\Delta\beta_2 d_2}{\rho},$$

де $\rho = 3438'$ — радіан у мінутах.

З іншого боку, з трикутників $BB'K_1$ і $BB'K_2$

$$B'K_1 = B'K_2 = e_T \sin \frac{\beta}{2}.$$

Отже, $\Delta\beta_1 = \frac{e_T \rho}{d_1} \sin \frac{\beta}{2}$; $\Delta\beta_2 = \frac{e_T \rho}{d_2} \sin \frac{\beta}{2}$. Обидві похибки підсумовуються арифметично, збільшуючи або зменшуючи кут β , тобто

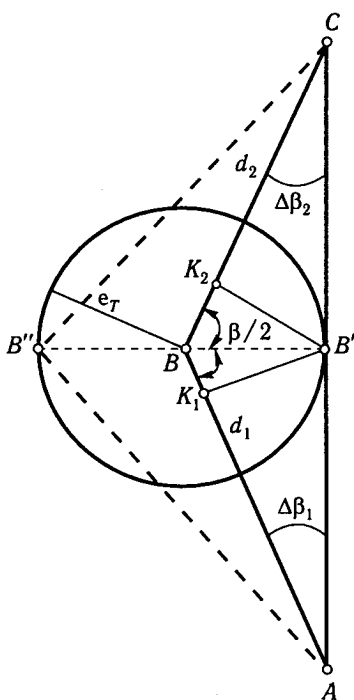
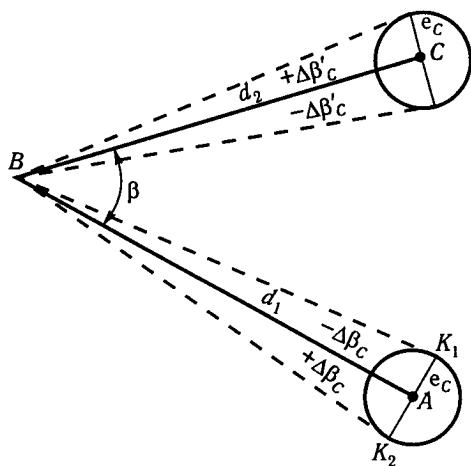


Рис. 47. Схема для обчислення похибки виміру кута, яка зумовлена неточністю центрування теодоліта

Рис. 48. Схема для обчислення похибки виміру кута, яка зумовлена неточністю центрування віх (сигналів) у точках A і C



$$\Delta\beta_T = \pm(\Delta\beta_1 + \Delta\beta_2) = \pm e_T \rho \sin \frac{\beta}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right), \quad (39)$$

де β — значення вимірюваного кута; $\rho = 3438'$ — радіан у мінутах; d_1, d_2 — довжини сторін, що утворюють кут.

Із формули (39) випливає, що похибка $\Delta\beta_T$, зумовлена неточністю центрування теодоліта, прямо пропорційна лінійній похибці центрування e_T і обернено пропорційна довжинам сторін d_1 і d_2 . Якщо вважати, що $e_T = \pm 1$ см, $d_1 \approx d_2 = 100$ м, $\beta = 180^\circ$, то $\Delta\beta_T = \pm 0,7'$. Це в 1,5 раза більше за похибку (38).

Висновок: похибка центрування теодоліта не повинна перевищувати $\pm 0,5$ см, щоб $\Delta\beta_T$ була не більша ніж $\pm 0,35'$.

3. *Похибки центрування (встановлення) віх на точках.* Лінійні похибки центрування віх на точках також мають вплив на точність виміру кута (рис. 48). Кут $ABC = \beta$. У точках A і C встановлені віхи (сигнали), на які візують при вимірюванні кута. Віхи встановлені на точках із лінійними похибками e_C . Найбільший вплив на точність вимірів кута β ці похибки мають у тому випадку, якщо вони збігаються з перпендикулярами до сторін d_1 і d_2 .

Розглянемо вплив e_C у точці A . Вважатимемо, що $AK_1 = AK_2 = e_C$ є дугою кола радіуса d_1 із центром у точці B .

Довжина дуги дорівнює

$$e_C = \frac{\Delta\beta_C d_1}{\rho},$$

звідси

$$\Delta\beta_C = \frac{e_C \rho}{d_1}.$$

Аналогічно в точці C отримаємо

$$\Delta\beta'_C = \frac{e_C \rho}{d_2}.$$

Оскільки розглянуті похибки випадкові й незалежні, їх підсумовують за правилом складання середніх квадратичних похибок

$$m_{\text{ц}} = \pm \sqrt{e_T^2 \rho^2 \sin^2 \frac{\beta}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^2 + \left(\frac{e_C \rho}{d_1} \right)^2 + \left(\frac{e_C \rho}{d_2} \right)^2}.$$

Якщо вважати, що $e_T = e_C = e$ (що відповідає дійсним похибкам центрування теодоліта і сигналів), то після невеликих перетворень остаточно отримаємо

$$m_{\text{ц}} = \pm e \rho \sqrt{\sin^2 \frac{\beta}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{d_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{d_2} \right)^2}, \quad (40)$$

де e — лінійна похибка центрування теодоліта й сигналів.

При $d_1 = d_2 = d$ і $\beta \approx 180^\circ$ з формули (40) випливає

$$m_{\text{ц}} = \pm \frac{\rho e \sqrt{6}}{d}. \quad (41)$$

Вважатимемо, що $e = 0,5$ см, $d = 100$ м, тоді на основі формули (41) отримаємо $m_{\text{ц}} = \pm 25''$.

Отже, якщо похибка центрування теодоліта і сигналів не перевищує $\pm 0,5$ см і довжини сторін кута $d \approx 100$ м, то похибка $m_{\text{ц}}$ не перевищує $\pm 25'' - 30''$. Якщо врахувати, що похибка приладу і методу вимірювання кута згідно з формулою (38) становить $\pm 30''$, то загальна похибка виміру кута не перевищить

$$m_{\beta} = \pm \sqrt{30^2 + 30^2} = \pm 43''.$$

Наведений аналіз доводить, що для підвищення точності виміру кута в теодолітних полігонах потрібно сторони полігона брати не меншими ніж 100 м, ретельно центруючи теодоліт і віхи на точках. Похибки центрування теодоліта і віх не повинні перевищувати $\pm 0,5$ см.

Зазначимо, що формула (41) дає найбільше значення похибки. При точнішому висновку формули (15) середнє значення похибки дорівнює

$$m_{\text{ц}} = \pm \frac{\rho e \sqrt{3}}{d},$$

тобто в $\sqrt{2}$ рази менше, ніж дає формула (41).

Будова | 6.5 теодолітів

Сучасні теодоліти мають скляні лімби горизонтального і вертикального кругів. За допомогою системи лінз і призм відліки на обох лімбах передаються у відліковий мікроскоп, закріплений на зоровій трубі. В інженерно-геодезичних роботах при дорожньому будівництві застосовують технічні теодоліти з точністю виміру горизонтальних кутів від $\pm 15''$ до $\pm 30''$. Розглянемо основні частини теодоліта Т-30 і їх призначення (рис. 49).

Зорова труба 1 слугує для візування на предмет (сигнал); має збільшення $V = \times 20$, поле зору 2° , межі візування від 1,2 м до ∞ , коефіцієнт віддалеміра $K = 100$; 2 — вертикальний круг; ціна однієї поділки лімба $10'$, похибка відліку не більша ніж $1'$; 3 — колонки труби, що підтримують її горизонтальну вісь обертання; 4 — горизонтальний круг, що складається з лімба й аліадади; ціна однієї поділки лімба $10'$, похибка відліку не більша ніж $1'$; 5 — підставка з трьома підйомними гвинтами; 6 — підйомні гвинти для горизонтування приладу; 7 — платформа теодоліта для встановлення теодоліта на штативі; 8 — становий гвинт з гачком для підвішування виска, слугує для закріплення теодоліта на штативі; 9 — затискний гвинт для затискання лімба горизонтального круга теодо-

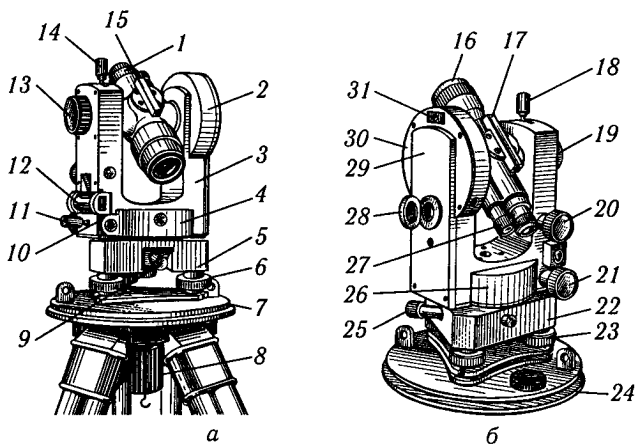


Рис. 49. Теодоліт Т-30:
а — загальний вигляд; *б* — робоче положення

літа, має бути затиснений перед початком роботи; 10 — виправні гвинти для юстирування рівня; 11 — затискний гвинт для затискання алідади і скріплення її з лімбом; 12 — рівень на колонці труби для горизонтування теодоліта (надання його вертикальній осі обертання прямовисного положення); 13 — фокусувальний гвинт (кремальєра) для отримання чіткого зображення предмета в трубі; 14 — затискний гвинт труби для фіксування положення труби; 15 — візор для швидкого попереднього наведення труби на предмет; 16 — зорова труба; 17 — візор; 18 — затискний гвинт труби; 19 — фокусувальний гвинт; 20 — навідний гвинт для наведення труби на предмет у вертикальній площині, працює, якщо закріплено затискний гвинт труби 18; 21 — навідний гвинт алідади для наведення труби на предмет у горизонтальній площині при закріпленому лімбі, працює, якщо закріплено затискний гвинт 11; 22 — підставка з підйомними гвинтами; 23 — підйомні гвинти; 24 — платформа; 25 — навідний гвинт лімба для наведення труби на предмет у горизонтальній площині за незмінного фіксованого відліку на лімбі, працює, якщо закріплений затискний гвинт 9; 26 — горизонтальний круг; 27 — окуляр відлікового мікроскопа для відліку на горизонтальному і вертикальному кругах; 28 — дзеркало для підсвічування шкал при відліках на горизонтальному і вертикальному лімбах за допомогою мікроскопа; 29 — колонки труби; 30 — вертикальний круг; 31 — посадковий паз для встановлення бусолі на колонці труби.

Поле зору відлікового мікроскопа зображено на рис. 50. У верхній частині, позначеній буквою *В*, є штрихові лінії вертикального круга, в нижній частині, позначеній буквою *Г*, — штрихові лінії горизонтального круга. Лімби вертикального і горизонтального кругів поділені на градуси,

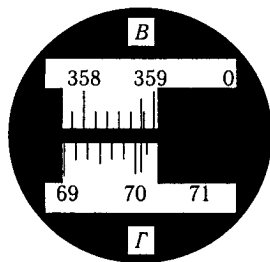


Рис. 50. Поле зору відлікового мікроскопа теодоліта Т-30

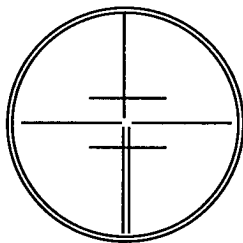


Рис. 51. Сітка ниток зорової труби

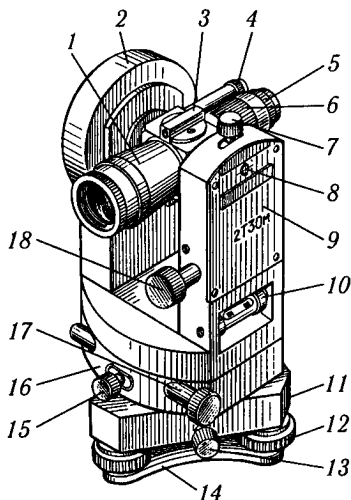


Рис. 52. Теодоліт 2Т-30М

а кожний градус — на 6 частин. Оскільки градус вміщує $60'$, то одна найменша поділка лімба дорівнює $60' : 6 = 10'$.

Відлік беруть із рухомого індексу (вертикальна лінія з горизонтальною штриховою лінією на кінці). Вважають, що він завжди рухається від малого відліку в бік більшого. Частки найменшої поділки оцінюють з точністю до 0,1 поділки, тобто до $1'$. Відлік по вертикальному кругу дорівнює $358^{\circ}48'$, по горизонтальному — $70^{\circ}05'$ (див. рис. 50).

Сітку ниток зорової труби зображено на рис. 51. Точка перетину горизонтальної і вертикальної ниток, яку називають *перехрестям сітки*, слугує для наведення труби на предмет.

Теодоліт технічний маркшейдерський* застосовують для вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів під час прокладання полігонів і виконання знімальних робіт на поверхні й у гірських виробках. Забезпечує вимірювання горизонтальних кутів із середньою квадратичною похибкою не більше ніж $\pm 30''$ і вертикальних кутів — $\pm 45''$. Має збільшення труби — $\times 18$, кут поля зору труби — $\alpha = 2^{\circ}$. Найменша відстань вимірювання — 1 м.

Основні частини теодоліта 2Т-30М і їх призначення (рис. 52):

1 — зорова труба, коефіцієнт віддалеміра $K = (100 \pm 0,5)\%$; 2 — вертикальний круг; ціна однієї поділки лімба 1° ; ціна поділки відлікової шкали $1'$; 3 — візир для швидкого попереднього наведення труби на предмет; 4 — окуляр відлікового мікроскопа; 5 — діоптрійне кільце для отримання чіткого зображення сітки в трубі; 6 — кільце фокусоване (кремальєра) для отримання чіткого зображення предмета в трубі;

* Маркшейдерська справа (від нім. *markscheidenkunst* — буквально «мистецтво встановлення меж») — наукова дисципліна про знімання гірських виробок під час проходження тунелів, вивчення надр.

7 — затискний гвинт для фіксування труби у вертикальній площині; 8 — посадковий паз і нарізний отвір для встановлення бусолі; 9 — колонки труби, що підтримують її горизонтальну вісь обертання; 10 — циліндричний рівень на колонці труби для горизонтування теодоліта; ціна поділки рівня 60"; 11 — підставка з трьома підйомними гвинтами; 12 — підйомні гвинти; 13 — затискний гвинт лімба (закріплює теодоліт у підставці, має бути затиснений до початку роботи); 14 — платформа теодоліта; 15 — затискний гвинт горизонтального круга; 16 — горизонтальний круг (складається з лімба й аліадади; ціна однієї поділки 1°; ціна однієї поділки відлікової шкали 1'; похибка відліку не більша ніж 1'); 17 — гвинт навідний горизонтального круга для наведення труби на предмет у горизонтальній площині; 18 — навідний гвинт для наведення труби на предмет у вертикальній площині (працює, якщо затиснено гвинт 7).

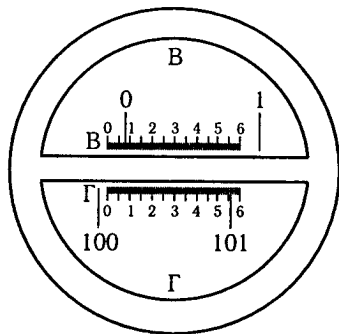


Рис. 53. Поле зору відлікового мікроскопа теодоліта 2Т-30М

На рис. 52 не зображено фіксатор (знаходиться з іншого боку теодоліта), який фіксує положення аліадади відносно лімба горизонтального круга. При натисканні на горизонтальну пластину фіксатора лімб обертається разом із аліададою, і відлік на лімбі залишається постійним.

Поле зору відлікового мікроскопа зображено на рис. 53. Верхня частина, яку позначено буквою В, — це вертикальний круг, нижня частина, що позначена буквою Г, — горизонтальний круг. Шкала, що ділить один градус лімба на 60 частин, дає змогу брати відліки з точністю $\pm 1'$. Відлік по вертикальному кругу дорівнює $0^{\circ}08'$, відлік по горизонтальному кругу — $101^{\circ}56'$. Індексом, за допомогою якого беруть відлік, є штрих градусних поділок лімба, який проєціюється на шкалу. На верхній шкалі це штрих 0° , на нижній — штрих 101° .

Перевірки | 6.6 та юстирування теодолітів

Перевірки — це дії, за допомогою яких перевіряють виконання визначених геометричних умов, що висувають до теодоліта. Якщо на основі перевірок встановлюють порушення цих умов, то роблять виправлення, які називають **юстируванням** (від нім. *justieren* — точно підганяти). Перевірки та юстирування геодезичних приладів виконують перед початком роботи, щоб улаштувати прилади і запобігти під час вимірювань систематичним інструментальним похибкам.

Оскільки теодоліти Т-30 і 2Т-30М мають принципово однакову конструкцію, розглянемо перевірки та юстирування цих теодолітів разом.

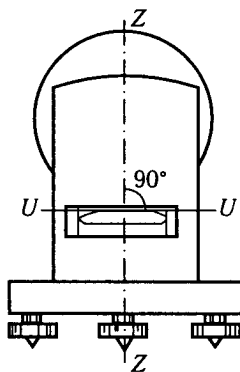


Рис. 54. Схема для перевірки циліндричного рівня на колонці теодоліта

Перевірка 1. Умова перевірки. Підставка і штатив теодоліта мають бути стійкими.

Виконання перевірки. Теодоліт установлюють на штативі і перехрестя сітки труби наводять на точку. До штатива прикладають невелике бічне зусилля і знову дивляться в трубу. Якщо перехрестя не змістилося з точки, то штатив можна вважати стійким. У протилежному випадку потрібно затягнути всі гвинти і гайки на головці й ніжках штатива. Аналогічно перевіряють стійкість підставки. Якщо перехрестя сітки зміщується з точки, то слід затягнути регулювальні гайки на підйомних гвинтах підставки.

Перевірка 2. Умова перевірки. Вісь циліндричного рівня UU на колонці труби повинна бути перпендикулярна до осі обертання теодоліта ZZ (рис. 54).

Виконання умови перевірки потрібне для того, щоб за допомогою циліндричного рівня можна було горизонтувати теодоліт. Справді, якщо між осями UU і ZZ буде прямий кут, то при горизонтальному положенні UU вісь ZZ буде вертикальна, що й потрібно отримати при горизонтуванні приладу.

Виконання перевірки. Підставку теодоліта з трьома підйомними гвинтами 1, 2, 3 і рівень на колонці труби при двох його положеннях схематично зображено на рис. 55. Теодоліт встановлюють так, щоб вісь циліндричного рівня UU була паралельна лінії двох будь-яких підйомних гвинтів, наприклад, 1, 2 підставки. Діючи цими підйомними гвинтами (їх обертають назустріч один одному), виводять бульбашку рівня на середину (в нуль-пункт) ампули. Теодоліт повертають навколо вертикальної осі ZZ на 90° , щоб вісь рівня була перпендикулярна до лінії підйомних гвинтів 1, 2, і, діючи тільки гвинтом 3, знову виводять бульбашку рівня на середину.

Далі теодоліт повертають на 180° відносно його початкового положення. При цьому рівень займе положення 4 і його вісь UU знову буде паралельна лінії гвинтів 1, 2, але повернута на 180° . Якщо при цьому бульбашка рівня залишилася на середині ампули, то це означає, що вісь рівня перпендикулярна до осі обертання теодоліта ZZ і ніяких виправлень його положення (юстирування) робити не потрібно.

Якщо бульбашка рівня відхилилася від середини ампули на n поділок, то, діючи виправними гвинтами рівня, наближають бульбашку до середини ампули на $n/2$ поділок, а решту $n/2$ поділок відхилення усувають підйомними гвинтами 1, 2. Далі теодоліт повертають навколо осі ZZ знову на 180° , і якщо бульбашка відхилиться від нуль-пункту на n' поділок, то $n'/2$ поділок виправляють виправними гвинтами рівня, а другу половину ($n'/2$) — підйомними гвинтами 1, 2. Двох-трьох наближень достатньо, щоб досягти виконання умови перевірки $UU \perp ZZ$.

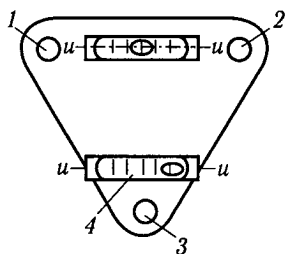


Рис. 55. Схема підставки теодоліта з трьома підйомними гвинтами (вид зверху)

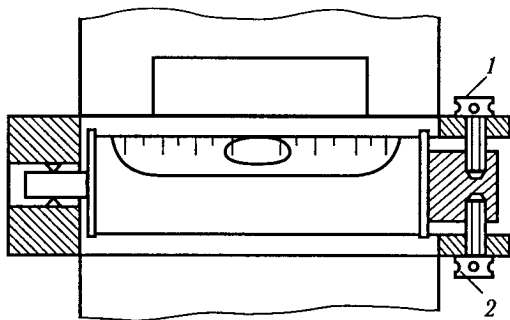


Рис. 56. Циліндричний рівень із двома гвинтами на колонці теодоліта Т-30

Циліндричний рівень з двома виправними гвинтами 1, 2 на колонці теодоліта Т-30 зображено на рис. 56. Якщо бульбашка рівня відхилилася вправо на n поділок від нуля-пункту ампули, то це означає, що правий кінець ампули піднятий (бульбашка в ампулі завжди займає найвище положення). Щоб опустити цей кінець ампули на $n/2$ поділок, потрібно нижній виправний гвинт 2 угвинтити знизу в тіло водильця. Тоді гвинт 2 притягне водильце донизу і бульбашка переміститься до нуля-пункту на $n/2$ поділок. Проте слід не забувати спочатку трохи відпустити (вигвинтити) гвинт 1, оскільки буде зірвано різьбу на гвинті 2. Різьба на гвинтах 1, 2 права.

Якщо бульбашка рівня відхилилася вліво від нуля-пункту, то це означає, що лівий кінець ампули піднятий. У цьому випадку потрібно гвинт 1 угвинтити в тіло водильця, щоб підняти правий кінець ампули. Перед цим слід трохи відпустити гвинт 2.

Після перевірки гвинти 1, 2 мають бути добре затягнені, щоб водильце не мало слабшого місця і рівень залишався в тому положенні, якого йому надали наприкінці перевірки.

По-іншому діють виправні гвинти 1, 2 циліндричного рівня на колонці теодоліта 2Т-30М (рис. 57). Обидва гвинти угвинчують в тіло колонки: гвинт 1 знизу вгору і гвинт 2 — згори вниз. Своїми головками вони впираються у водильце й утримують його в заданому положенні.

Якщо бульбашка рівня відхилилася вліво від нуля-пункту ампули, то правий її кінець потрібно підняти. Для цього верхній гвинт 1 слід угвинтити в тіло колонки, а нижній 2 — вигвинтити. Водильце злегка підіймають, і бульбашка переміщується вправо, в бік нуля-пункту. При відхиленні бульбашки вправо від нуля-пункту нижній гвинт 2 потрібно угвинтити, а верхній гвинт 1 — вигвинтити. Наприкінці перевірки головки гвинтів потрібно міцно затиснути водильце.

Перевірка 3. Умова перевірки. Візирна вісь труби VV має бути перпендикулярна до її горизонтальної осі обертання HH (рис. 58). Візирна вісь труби — це уявна лінія, яка проходить через оптичний центр

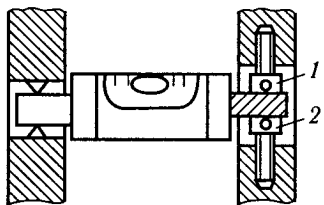


Рис. 57. Циліндричний рівень з виправними гвинтами на колонці теодоліта 2Т-30М

лінзи об'єктива O і перехрестя K сітки труби. Оптичний центр лінзи об'єктива є нерухомою точкою, оскільки лінзу нерухомо вмонтовано в трубу. Перехрестя сітки K може зміщуватися, оскільки скло, на якому вигравіровано сітку, вставлене в кільце, що утримується в трубі чотирма виправними гвинтами (рис. 59). Якщо обертати гвинти 1, 2, 3, 4, то кільце і перехрестя сітки змінюватимуть своє положення в полі зору труби. Таким чином, змінюючи положення перехрестя сітки, можна змінювати положення візирної осі труби.

Якщо візирна вісь VV не перпендикулярна до осі обертання труби HH , то виникає кут неперпендикулярності осей C , який називають *колімаційною похибкою*.

Колімаційна похибка викривлює відліки на горизонтальному крузі теодоліта й негативно впливає на точність вимірів або побудову горизонтальних кутів. За великих нахилів візирної осі труби до горизонтальної площини проекція колімаційної похибки на цю площину зростає за законом

$$Cr = \frac{C}{\cos v},$$

де Cr — горизонтальна проекція кута C ; v — кут нахилу візирної осі труби.

Вплив колімаційної похибки на точність вимірів горизонтального кута визначають за формулою

$$\Delta\beta_C = C \left(\frac{1}{\cos v_1} - \frac{1}{\cos v_2} \right), \quad (42)$$

де $\Delta\beta_C$ — похибка вимірів горизонтального кута, пов'язана з колімаційною похибкою труби; C — колімаційна похибка труби; v_1, v_2 — кути нахилу візирної осі труби при візуванні на точки, що визначають кут.

Із формули (42) випливає, якщо кути v_1 і v_2 значно різняться, то похибка $\Delta\beta_C$ зростає. Наприклад, якщо одна сторона кута β горизонтальна ($v_1 = 0$), а інша має великий нахил, то вплив колімаційної похибки труби на точність вимірів кута буде найбільшим. При $v_1 = v_2$ отримуємо $\Delta\beta_C = 0$.

Виконання перевірки. Теодоліт встановлюють на відстані 6–8 м від стіни і горизонтують. На стіні обирають точку (хрест на папері) на рівні труби теодоліта і наводять на неї перехрестя сітки труби при «крузі право». Беруть відлік на горизонтальному крузі $M_{\text{кп1}}$. Трубу переводять через зеніт, відпускають аліададу, повертають теодоліт навколо вертикальної осі на 180° і трубу при «крузі ліво» знову наводять на ту саму точку. Беруть відлік на горизонтальному крузі $M_{\text{кл1}}$.

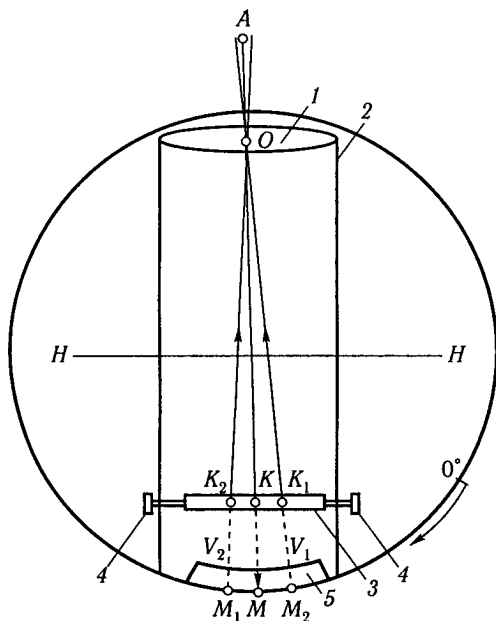
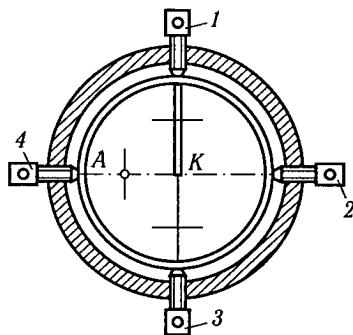


Рис. 58. Схема виконання перевірки перпендикулярності візирної осі труби до її горизонтальної осі обертання: 1 — лінза об'єктива; 2 — труба; 3 — кільце сітки ниток; 4 — виправні гвинти сітки; 5 — алідада горизонтального круга

Рис. 59. Сітка ниток із виправними гвинтами



Відпускають затискний гвинт 13 лімба теодоліта (див. рис. 52), повертають теодоліт на підставці на 180° і знову трубу наводять на точку на стіні при «крузі ліво» і «крузі право». Беруть відліки на горизонтальному крузі $M_{кл2}$, $M_{кп2}$. Колімаційну похибку обчислюють за формулою

$$C = \frac{(M_{кл1} - M_{кп1} \pm 180^\circ) + (M_{кл2} - M_{кп2} \pm 180^\circ)}{4}$$

Якщо $C \leq 2'$, то значення колімаційної похибки вважають допустимим і ніяких виправлень роботи не потрібно. Якщо $C > 2'$, то обчислюють виправлений відлік

$$M_{кл}^{\text{випр}} = M_{кл2} - C$$

або

$$M_{кп}^{\text{випр}} = M_{кп2} + C$$

і встановлюють його на горизонтальному крузі теодоліта: $M_{кл}^{\text{випр}}$ при «крузі ліво» і $M_{кп}^{\text{випр}}$ при «крузі право». При цьому діють навідним гвинтом алідади горизонтального круга.

Перехрестя K сітки ниток труби зміститься зі спостережуваної точки A (див. рис. 59). Відгвинчують запобіжний ковпачок на трубі й

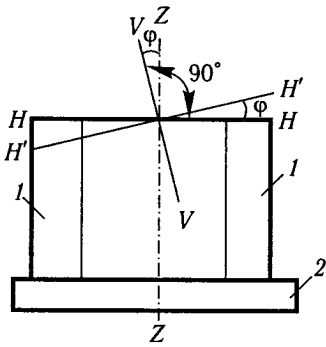


Рис. 60. Схема виконання перевірки перпендикулярності осі обертання труби HH і осі обертання теодоліта ZZ :

1 – колонки труби; 2 – горизонтальний круг

оголюють виправні гвинти сітки 1, 2, 3, 4. Діючи бічними виправними гвинтами сітки, переміщують перехрестя K у бік точки A і суміщають з нею.

Далі потрібно повторити всі операції й обчислити колімаційну похибку, щоб упевнитися у виконанні умови $C \leq 2'$.

Для розуміння перевірки з погляду геометрії звернімося до рис. 58. Якщо візна вісь труби VV перпендикулярна до осі обертання труби HH , то при спостереженні точки A відлік на горизонтальному крузі буде M . Якщо перехрестя сітки ниток займе положення, то для наведення візирної осі на точку A трубу слід повернути вправо на кут C . Разом із трубою на такий самий кут повернеться алідада 5 горизонтального круга і відлік на лімбі буде M_1 . Оскільки відліки на горизонтальному крузі зростають за рухом годинникової стрілки, то $M = M_1 - C$.

Переведемо трубу через зеніт. Візна вісь труби займе положення K_2O . Щоб навести її на точку A , трубу потрібно повернути ліворуч на кут C . Разом із трубою на той самий кут повернеться алідада горизонтального круга і відлік на лімбі буде M_2 . Отже, $M = M_2 + C$.

Щоб отримати відлік M , що відповідає правильному положенню візирної осі, додамо дві останні рівності

$$M = M_1 - C; \quad (a)$$

$$M = M_2 + C; \quad (6)$$

$$2M = M_1 + M_2,$$

або

$$M = \frac{M_1 + M_2}{2}. \quad (43)$$

Із формули (43) випливає, що для отримання правильного відліку M при спостереженні будь-якої точки A потрібно навести на цю точку трубу при «крузі право» і «крузі ліво», взяти відліки M_1 і M_2 й обчислити середнє значення. Саме тому при вимірюванні горизонтальних кутів кожний кут вимірюють при КП і КЛ і обчислюють середнє значення

$$\beta_{\text{сер}} = \frac{\beta_{\text{КП}} + \beta_{\text{КЛ}}}{2}, \quad (44)$$

де $\beta_{\text{КП}}$, $\beta_{\text{КЛ}}$ – значення кута, вимірюного при КП і КЛ.

Вимірювання горизонтального кута при КП і КЛ з наступним обчисленням за результатами вимірювань середнього значення (44) називають *методом вимірювання одним повним прийомом*. При вимірюванні кутів цим методом колімаційна похибка не впливає на точність вимірювань.

Якщо від рівності (а) відняти рівність (б), отримаємо

$$2C = M_1 - M_2$$

або

$$C = \frac{M_1 - M_2}{2}.$$

За цієї формулою можна обчислювати колімаційну похибку труби.

Перевірка 4. *Умова перевірки.* Горизонтальна вісь обертання труби HH повинна бути перпендикулярною до вертикальної осі обертання теодоліта ZZ (рис. 60).

Виконання умови перевірки потрібно для того, щоб колімаційна площина, яку описує візирна вісь труби при її обертанні навколо осі HH , була вертикальною. Це особливо важливо у будівництві, коли за допомогою теодоліта виставляють вертикальні колони або інші вертикальні елементи конструкцій. Якщо умов перевірки не дотримуються, то за допомогою теодоліта не можна визначити вертикальну лінію. З рис. 60 випливає, якщо $H'H'$ неперпендикулярна до ZZ , то візирна вісь труби VV визначає похилу колімаційну площину.

Виконання перевірки сітки ниток. Теодоліт встановлюють на відстані 3–4 м від стіни і горизонтують. Вибирають на висоті 3–4 м від землі точку A (рис. 61). Трубу опускають до горизонтального положення і на стіні олівцем позначають перекриття сітки (точка A_1). Трубу переводять через зеніт, знову наводять на точку A й опускають до горизонтального положення. На стіні олівцем позначають перекриття сітки (точка A_2).

Вимірюють відстані A_1A_2 , AA' й обчислюють кут нахилу осі обертання труби HH

$$\varphi = \frac{A_1A_2}{2AA'} \rho,$$

де $\rho = 206\,265''$ – радіан, с.

У геодезичній літературі будь-яких допустимих значень для кута φ не зазначено. Проте можна обчислити, що при $A_1A_2 = 4$ мм і $AA' = 3$ м значення кута φ дорівнюватиме $130''$. При такому значенні кута φ кінець вертикальної лінії завдовжки 3 м відхилиться від прямовисного

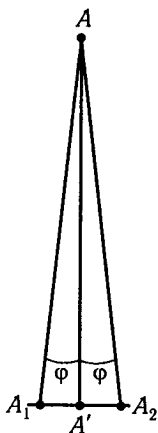


Рис. 61. Схема виконання перевірки сітки ниток

положення всього на 2 мм. У більшості випадків це відхилення є допустимим. Отже, умову $\varphi \leq 2'$ можна вважати допустимою.

Якщо під час перевірки отримують результат $\varphi > 2'$, то теодоліт підлягає ремонту в спеціальній майстерні.

Методика вимірювання | 6.7 горизонтального кута на точці | теодолітного полігона |

Після розгляду будови і перевірок теодолітів, а також факторів, що впливають на точність вимірів горизонтального кута, докладно розглянемо методику вимірювань. Вважатимемо, що до початку робіт теодоліт перевірено і від'юстовано.

1. Теодоліт виймають із футляра, встановлюють на головці штатива і закріплюють за допомогою станового гвинта. Затискають затискний гвинт 13 підставки теодоліта (див. рис. 52).

2. Встановлюють теодоліт над точкою і, переставляючи ніжки штатива, досягають того, щоб вістря виска проеціювалося на торець кілочка. Площадка головки штатива при цьому має бути горизонтальною (на око). Злегка відпускають станований гвинт і, переміщуючи теодоліт по платформі головки штатива, встановлюють так, щоб вістря виска проеціювалося у центр торця кілочка, а похибка центрування не перевищувала $\pm 0,5$ см. У вітряну погоду слід прикривати висок і його нитку з боку вітру.

3. Вимірювання зазвичай починають при «крузі ліво». Трубу наводять на праву («старшу») точку і беруть відлік на горизонтальному крузі n_A (див. рис. 45).

Відпускають алідаду горизонтального круга, відгвинчують затискний гвинт алідади 11 (див. рис. 49); при роботі на теодоліті 2Т-30М відгвинчують затискний гвинт горизонтального круга 15 (див. рис. 52). Трубу наводять на ліву («молодшу») точку і беруть відлік на горизонтальному крузі n_B (див. рис. 45). Ці дії називають *половиною прийому*, або — *напівприйомом*.

4. Затискають затискний гвинт алідади (на рис. 49 і 52 не зображено) і відпускають затискний гвинт горизонтального круга 11 (див. рис. 52). Теодоліт повертають на 90° . Відпускають затискний гвинт алідади і затискають затискний гвинт горизонтального круга. Роблять це для того, щоб у другому напівприйомі вимірювання кута виконувати на новому секторі лімба і мати незалежні відліки. З іншого боку, таким чином згладжують нерівномірність нанесення градусних поділок на різних частинах лімба.

5. Трубу при «крузі право» наводять на праву точку і беруть відлік на горизонтальному крузі n_A . Відпускають затискний гвинт 11 алідади горизонтального круга і трубу наводять на ліву точку. Беруть відлік n_B .

Таблиця 8. Журнал теодолітного знімання

Точка		Відлік		Вимір- ний кут β	Середнє з кутів $\beta_{\text{сеп}}$	Кут нахи- лу ν	Вимі- ряна довжи- на лінії $D, \text{м}$	Горизон- тальна проекція виміря- ної дов- жини $d, \text{м}$
стоян- ня	візу- вання	горизон- тальний круг ГК	верти- кальний круг ВК					
B	A C	$163^{\circ}28'$ $21^{\circ}11'$		$142^{\circ}17'$	$142^{\circ}17,5'$			
B	A C	$73^{\circ}42'$ $291^{\circ}24'$		$142^{\circ}18'$				

При наведенні труби на точки щоразу працюють навідним гвинтом аліади 21 (див. рис. 49), який переміщує трубу в горизонтальній площині на малий кут. Попереднє швидке наведення труби на точку виконують за допомогою візира 15 (див. рис. 49) або 3 (див. рис. 52).

Відліки при вимірюванні кута записують у журнал теодолітного знімання (табл. 8). Обчислюють значення кута при «крузі ліво» і «крузі право». Із даних табл. 8 випливає, що при «крузі право» відлік на праву («старшу») точку A виявився меншим, ніж на ліву («молодшу») C . Тому до відліку $73^{\circ}42'$ потрібно додати 360° і від результату відняти «молодший» відлік $291^{\circ}24'$, тобто $(73^{\circ}42' + 360^{\circ}) - 291^{\circ}24' = 142^{\circ}18'$.

Різниця між значеннями кута в напівприйомах має бути не більшою за $1'$. Якщо ця умова виконується, то за остаточне значення кута беруть середнє арифметичне

$$\beta_{\text{сеп}} = \frac{\beta_{\text{КП}} + \beta_{\text{КЛ}}}{2} = \frac{142^{\circ}17' + 142^{\circ}18'}{2} = 142^{\circ}17,5'.$$

Якщо умова $|\beta_{\text{КЛ}} - \beta_{\text{КП}}| \leq 1'$ не виконується, то результати вимірювань у журналі закреслюють і вимірювання кута виконують заново.

Метод одного повного прийому не є єдиним під час вимірювання горизонтальних кутів. Для підвищення точності кутових вимірювань використовують методи двох і навіть трьох повних прийомів, двох або трьох повторів [2, 4, 6].

Вимірювання | 6.8 вертикальних кутів |

Вертикальні кути ν вимірюють за допомогою вертикального круга теодоліта. Якщо кут вимірюють угору від горизонтальної площини, яка проходить через вісь обертання труби HH , його вважають додатним, якщо кут вимірюють униз від цієї площини, — від'ємним (рис. 62). Кути нахилу змінюються у межах від 0 до 90° .

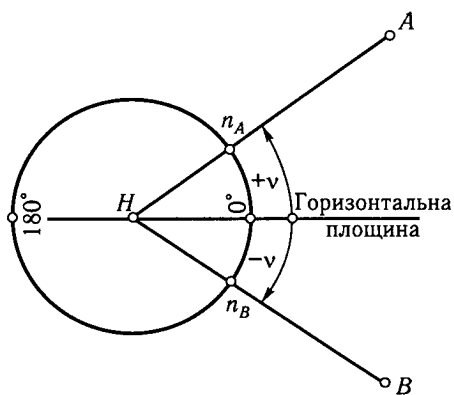


Рис. 62. Схема вимірювання вертикальних кутів за допомогою вертикального круга теодоліта

Якби при складанні вертикального круга теодоліта його діаметр з індексами 0° – 180° встановлювали строго горизонтально, то при вимірюванні кожний вертикальний кут дорівнював би відліку на вертикальному крузі. На практиці вертикальний круг при складанні встановлюють із деякою похибкою, через що діаметр з індексами 0° – 180° має нахил до горизонтальної

площини, яка проходить через вісь HH обертання труби (рис. 63).

Відлік на вертикальному крузі, при якому візирна вісь труби чітко горизонтальна, називають *місцем нуля* і позначають MO . При цьому бульбашка рівня на колонці труби має бути виведена на середину ампули.

Із рис. 63 випливає, що кут $+v$ дорівнює різниці

$$v = \text{КЛ} - \text{МО}, \quad (45)$$

де КЛ — відлік на вертикальному крузі при наведенні труби на точку A при «крузі ліво».

Переведемо трубу через зеніт і знову наведемо її на точку A при «крузі право», тобто графічно точка A зайняла симетричне положення відносно осі обертання теодоліта ZZ , але по інший бік від неї. Відлік на вертикальному крузі при наведенні труби на точку A при «крузі право» позначимо як КП . До відліку КП додамо 180° , в результаті чого отримаємо новий відлік $\text{КП} + 180^\circ$. Він розміщується нижче від горизонтальної площини, симетрично відліку КЛ і визначає кут $-v$ (див. рис. 63):

$$v = \text{МО} - (\text{КП} + 180^\circ)$$

або

$$v = \text{МО} - \text{КП} - 180^\circ. \quad (46)$$

Формули (45) і (46) дають змогу обчислити вертикальний кут v за відліками КЛ і КП з урахуванням того, що діаметр вертикального круга 0° – 180° має нахил до горизонтальної площини під кутом, що дорівнює МО .

Щоб визначити значення МО , від рівності (45) віднімемо рівність (46). У результаті отримаємо

$$0 = \text{КЛ} - \text{МО} - \text{МО} + \text{КП} + 180^\circ$$

або

$$\text{МО} = \frac{\text{КЛ} + \text{КП} + 180^\circ}{2}. \quad (47)$$

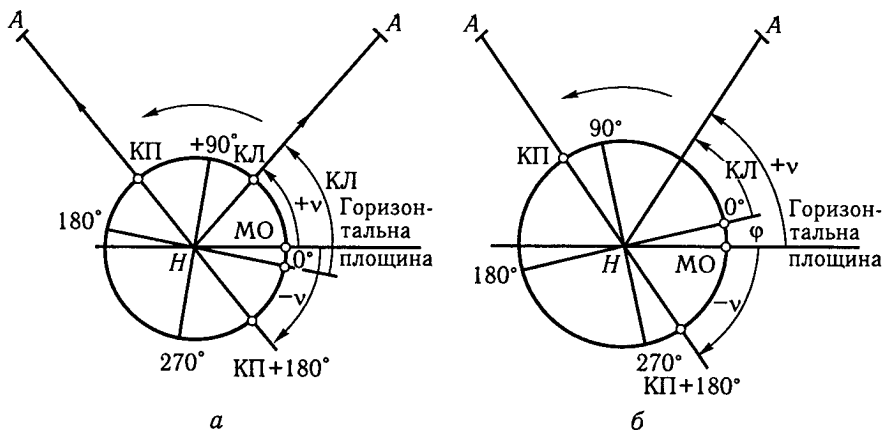


Рис. 63. Схема для визначення МО:
 а – випадок 1; б – випадок 2

Із формули (47) випливає наступний метод визначення МО. Встановлюють теодоліт і горизонтують. Вибирають довільну точку і наводять на неї трубу за положення вертикального круга «круг ліво». Беруть відлік на вертикальному крузі КЛ. Трубу переводять через зеніт і знову наводять на точку при «крузі право», яку спостерігають. Беруть відлік на вертикальному крузі КП. За формулою (47) обчислюють значення МО.

Приклад. Під час спостереження за точкою А отримано відліки: КЛ = 12°26', КП = 167°38'. Обчислимо МО за формулою (47). При цьому до відліків, що менші за 90°, завжди потрібно додавати 360°:

$$МО = \frac{12^{\circ}26' + 360^{\circ} + 167^{\circ}38' + 180^{\circ}}{2} = 360^{\circ}02' = 0^{\circ}02'.$$

Обчислимо кут v :

$$v = КЛ - МО = 12^{\circ}26' - 0^{\circ}02' = 12^{\circ}24';$$

$$v = МО - КП - 180^{\circ} = 360^{\circ}02' - 167^{\circ}38' - 180^{\circ} = 12^{\circ}24'.$$

Формули (45) і (46) дають однакове значення кута, якщо правильно обчислено МО. Тому обчислення кута v за формулами (45) і (46) є контролем правильності обчислень МО і v . Важливо звернути увагу на те, що значення МО входить до формул (45) і (46) у вигляді деякої поправки. Якщо не враховувати значення МО при обчисленнях, то вертикальні кути будуть виміряні з систематичною похибкою, що дорівнює значенню МО.

Було розглянуто випадок, коли $МО > 360^{\circ}(0^{\circ})$. Проте місце нуля може бути меншим за $360^{\circ}(0^{\circ})$. Це залежить від того, як встановлено

вертикальний круг на теодоліті при складанні. На рис. 63, б зображено випадок, коли $MO < 360^\circ$. Із рисунка випливає, що

$$v = КП + \varphi.$$

Проте

$$\varphi = 360^\circ - MO,$$

тому

$$v = КЛ + 360^\circ - MO. \quad (a)$$

З іншого боку,

$$v = MO - (КП + 180^\circ). \quad (б)$$

Віднімаючи з рівності (а) рівність (б), отримуємо формулу (47).

Приклад. Під час спостереження за точкою А отримано відліки: $КЛ = 14^\circ 32'$, $КП = 165^\circ 23'$:

$$MO = \frac{14^\circ 32' + 360^\circ + 165^\circ 23' + 180^\circ}{2} = 359^\circ 57,5'.$$

Обчислимо кут v

$$v = КЛ - MO = 14^\circ 32' - 359^\circ 57,5' = 14^\circ 32' + 360^\circ - 359^\circ 57,5' = 14^\circ 34,5';$$

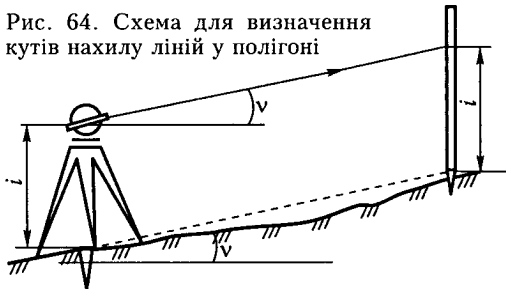
$$v = MO - КП - 180^\circ = 359^\circ 57,5' - 165^\circ 23' - 180^\circ = 14^\circ 34,5'.$$

Отже, значення MO може відрізнитися від $360^\circ (0^\circ)$ у той чи той бік, але різниця буде невеликою. Якщо $MO = 10''-12''$, то це свідчить про те, що теодолітом користувалися невміло.

У теодолітних полігонах вертикальні кути подаються кутами нахилу лінії до горизонтальної площини (рис. 64). Для вимірювання цих кутів на точці теодолітного ходу встановлюють теодоліт, надають робочого положення і вимірюють його висоту i (вертикальна відстань від осі обертання труби до торця кілочка). Висоту теодоліта фіксують на вищій, встановленій на сусідній точці.

Трубу теодоліта наводять на позначку висоти i при $КП$ і $КЛ$, беруть відліки на вертикальному крузі ($КП$, $КЛ$) і за формулами (45), (46) і (47) обчислюють MO і v . Із рис. 64 випливає, що виміряний кут v дорівнює середньому куту нахилу профілю рельєфу між точками.

Рис. 64. Схема для визначення кутів нахилу ліній у полігоні



Отже, вертикальні кути можна виміряти за будь-якого значення MO , проте якщо $MO = 0^\circ$, то обчислення вертикальних кутів спрощуються. Із формули (45) випливає, що при $MO = 0^\circ$, $v = КЛ$. Розглянемо методику зведення MO до нуля.

Для зведення MO до нуля теодоліт установлюють на від-

стані 6–8 м від стіни і горизонтують. На стіні на рівні труби теодоліта закріплюють аркуш паперу із зображенням хрестика. Трубу наводять на хрест при КП і КЛ і беруть відліки на вертикальному крузі. Обчислюють МО за формулою (47). Діючи навідним гвинтом труби 20 (рис. 49, б), встановлюють на вертикальному крузі відлік, що дорівнює МО. При цьому візирна вісь труби набуде чітко горизонтального положення. На стіні олівцем позначають точку, в яку проєціюється перехрестя сітки труби.

За допомогою того самого навідного гвинта труби встановлюють на вертикальному крузі відлік $0^{\circ}00'$. Перехрестя сітки труби зміститься з позначеної точки. На трубі відгвинчують запобіжний ковпачок, розміщений з боку окуляра, й оголюють виправні гвинти сітки (див. рис. 59). Діючи верхнім 1 і нижнім 3 виправними гвинтами, пересувають сітку так, щоб її перехрестя сумістилося з точкою. Після виконання всіх операцій виправні гвинти 1, 2, 3, 4 мають бути затиснені й міцно утримувати кільце сітки в заданому положенні.

По завершенні знову визначають МО, щоб упевнитись, що $МО = 0^{\circ}$.

Під час прокладання теодолітних ходів і траси автомобільної дороги на місцевості застосовують точніші й досконаліші геодезичні прилади, зокрема електронні теодоліти-тахеометри. Розглянемо деякі з них.

Електронний тахеометр Та5 (рис. 65) — це поєднання теодоліта зі світловіддалеміром. При вимірюванні кутів відліки на горизонтальному і вертикальному кругах роблять візуально, а при вимірюванні відстаней світловіддалеміром результати виводяться на цифрове табло 1. Тахеометр має мікропроцесор, який автоматично обчислює горизонтальні прокладання відстаней, перевищення між точками і приріст координат. Результати обчислень висвічуються на цифровому табло і можуть автоматично передаватися на зовнішній запам'ятовувальний пристрій — накопичувач інформації для наступного опрацювання на комп'ютері. Відліки на лімбах горизонтального й вертикального кругів вводять у запам'ятовувальний пристрій за допомогою клавіатури. Значення виміряної відстані виправляють введенням відповідних поправок і заносять у мікропроцесор. Тахеометр Та5 вимірює відстань від 2 до 2500 м із середньою квадратичною похибкою ± 2 см, а горизонтальні кути і зенітні відстані — з похибками відповідно $\pm 6''$ і $\pm 10''$.

Нині у багатьох країнах (США, Швейцарія, Японія, Німеччина, Швеція, Росія) серійно випускають автоматичні електронні тахеометри з мікропроцесорами і системою геодезичних програм. За допомогою цих приладів безпосередньо в полі за результатами вимірювань можна визначати просторове положення знімальних точок методом довільного вибору точок стояння. Процесори дають

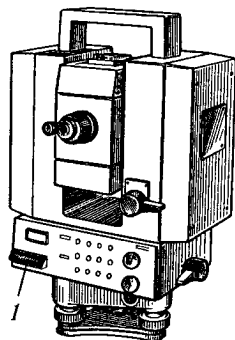


Рис. 65. Електронний тахеометр Та5

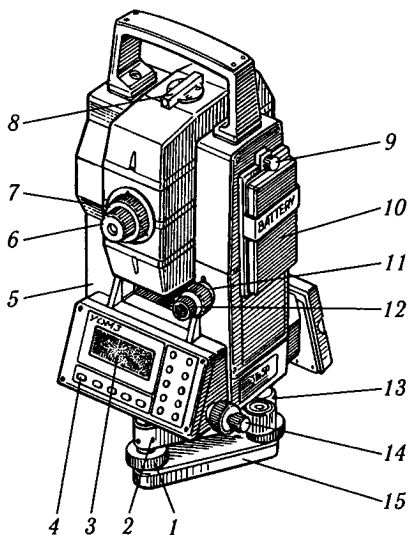


Рис. 66. Електронний тахеометр 3Та5Р (вигляд з боку окуляра):

1 – підйомний гвинт; 2 – юстирувальний гвинт; 3 – дисплей; 4 – кнопка ввімкнення/вимкнення; 5 – колонка; 6 – діоптрійне кільце; 7 – кільце кремальєри зорової труби; 8 – коліматорний візор; 9 – гвинт; 10 – касетне джерело живлення; 11, 13 – навідний гвинт; 12, 14 – закріплювальні гвинти; 15 – підставка

зможу обчислювати полярні й прямокутні (x, y) координати точки.

Як приклад наведемо **автоматичний тахеометр Rekota**.

У приладі є система автоматичного вимірювання кутів і відстаней, програма для визначення координат точки стояння і точок знімання, а також реєстраційний запам'ятовувальний пристрій. Під час роботи з тахеометром Rekota спостерігач лише навод

ить трубку на знімальну точку і включає систему автоматичних вимірювань і обчислень. Тахеометр Rekota дає змогу вимірювати відстань до 3000 м із середньою квадратичною похибкою $(5 + 2 \text{ мм/км})$ і кути з похибкою $\pm 1,6''$. При цьому вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів виконується з автоматичним уведенням у результати поправок за ексцентриситет аліади, колімаційну похибку труби і місце зеніту. Горизонтальні відстані обчислюють з поправкою на кривину землі й рефракцію (при великих відстанях).

Передбачено встановлення відліку на горизонтальному крузі на нуль або на заданий напрямок. Прилад забезпечений 8-розрядним табло з вільним вибором одиниць виміру. Мікропроцесор обчислює координати точки стояння методом зворотної кутової і лінійної засічок або комбінованим методом (лінійно-кутової засічки) з оцінкою точності. Програма забезпечує перехід від полярних координат до декартових і навпаки. Запам'ятовувальний пристрій слугує для зберігання накопиченої в полі інформації і передавання її на комп'ютер для опрацювання.

Електронний тахеометр 3Та5Р (рис. 66) виробляє Уральський оптико-механічний завод (Росія). Він поєднує в собі електронний теодоліт, світловіддалемір, обчислювальний прилад і реєстратор інформації. При вимірюванні кутів за один прийом похибка виміру горизонтального кута дорівнює $5''$, вертикального – $7''$; похибка виміру похилої відстані – $(5 + 3 \cdot 10^{-6} s)$ мм. Прилад дає змогу вимірювати відстані від 2 до 1000 м з однопризмовим рефлектором і до 2000 – з шестипризмовим, збільшення труби $\times 30$; зображення пряме.

У тахеометрі при вимірюванні значення горизонтальних кутів автоматично вводиться поправка на колімаційну похибку, величина якої визначається в процесі визначення похибок тахеометра і зберігається у пам'яті приладу до повторного визначення поправки.

При вимірюванні вертикальних кутів автоматично вводиться поправка на місце нуля вертикального круга. У режимах вимірювання з урахуванням кута нахилу вертикальної осі приладу автоматично вводиться поправка на нахил вертикальної осі, а на кривину землі і рефракцію при вимірюваннях вертикальних кутів і відстаней.

Під час роботи тахеометра постійно контролюється напруга джерела живлення, у разі її падіння на дисплеї висвічується повідомлення «Розрядження акумулятора» і подається звуковий сигнал. Високоточні віддалеміри і теодоліти використовують переважно під час будівництва мостових переходів, тунелів, розв'язок на перехрестях доріг та інших складних інженерних споруд, які потребують високої точності геодезичних робіт.

Прив'язка полігона до опорних пунктів державної або місцевої геодезичної мережі | 6.9

Для обчислення координат точок полігона здійснюють прив'язку його до пунктів триангуляції або полігонометрії державної чи місцевої геодезичної мережі. При цьому від найближчого пункту триангуляції або полігонометрії прокладають «прив'язний» полігон до будь-якої точки полігона.

Полігон 1-2-3-4, який на початку прив'язаний до опорних пунктів *A*, *B* прокладанням прив'язного полігона *B-C-1* і прокладанням полігона, що складається з однієї сторони *4-D*, зображено на рис. 67. Довжини прив'язних полігонів і кількість точок у них залежить від віддаленості початкової і кінцевої точок теодолітного полігона від опорних пунктів *A*, *B* і *D*, *E*.



Рис. 67. Схема прив'язки теодолітного полігона до пунктів геодезичної мережі

Потім обчислюють координати точок *C*, *1*, *2*, *3*, *4* розв'язанням так званих прямих геодезичних задач. Докладно це питання розглянуто у п. 6.12.

Знімання ситуації місцевості | 6.10

Знімання ситуації виконують в основному за допомогою землемірної стрічки, рулетки й екера. Теодоліт для цього застосовують нечасто. Розглянемо основні методи знімання ситуації.

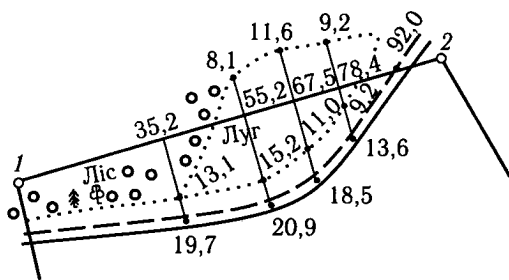


Рис. 68. Знімання ситуації методом перпендикулярів

польову автомобільну дорогу, межу луга, частину межі лісу. Щоб зняти характерні точки межі лугу, вздовж лінії 1-2 від точки 1 у бік точки 2 натягують землемірну стрічку (в точці 2 встановлюють віху). Знімач пересувається вздовж стрічки і за допомогою екера опускає з характерних точок ситуації перпендикуляри на стрічку. Наприклад, перший перпендикуляр на стрічку опущено із точки на осі дороги. Відстань від точки 1 до основи перпендикуляра вздовж лінії 1-2 дорівнює 35,0 м, довжина перпендикуляра 19,7 м. Одночасно на цьому перпендикулярі зафіксовано точку на межі лісу і лугу. Довжина перпендикуляра до цієї точки 13,1 м.

Стрічку переносять уздовж лінії 1-2 ще на 20 м і знімають наступну точку на осі дороги. Відстань від точки 1 до основи другого перпендикуляра дорівнює 55,2 м, а довжина перпендикуляра — 20,9 м. На цьому перпендикулярі зафіксовано точку, яку розміщено на межі лугу. Довжина перпендикуляра до точки — 15,2 м. Далі стрічку переносять ще на 20 м і знімання характерних точок осі дороги й межі лугу продовжують так само.

По інший бік від лінії 1-2 цим методом знято характерні точки протилежної межі лугу. Довжини перпендикулярів вимірюють за допомогою сталевих або тасьмових рулеток.

Дводзеркальний екер слугує для побудови перпендикулярів під час знімання або інших інженерно-геодезичних робіт. Він складається з двох дзеркал, розміщених одне відносно одного під кутом 45° і укріплених на ручці. Над дзеркалами знаходяться віконця, через які можна бачити відображені в дзеркалах предмети.

Розглянемо побудову прямого кута за допомогою екера (рис. 69). Промінь із точки 1 (в якій встановлено віху) потрапляє на дзеркало Z_1 , відбивається від нього і потрапляє на дзеркало Z_2 . Після відбиття від дзеркала Z_2 промінь потрапляє в око спостерігача. Таким чином, у дзеркалі Z_2 спостерігач бачить відображення віхи, що стоїть у точці 1. Якщо спостерігач, пересуваючись уздовж лінії полігона 1-2, сумістить зображення віхи 1 з точкою А ситуації, то буде побудовано перпендикуляр до лінії 1-2, який проходить через точку А.

Метод перпендикулярів. Ситуацію знімають уздовж ліній теодолітного полігона в смузі завширшки приблизно 20 м по обидва боки від кожної лінії. Лінія полігона під час знімання є опорним напрямком і виконує роль осі абсцис умовної системи координат.

Лінію полігона 1-2, вздовж якої виконують знімання, зображено на рис. 68. Знімають

Рис. 69. Дводзеркальний екер

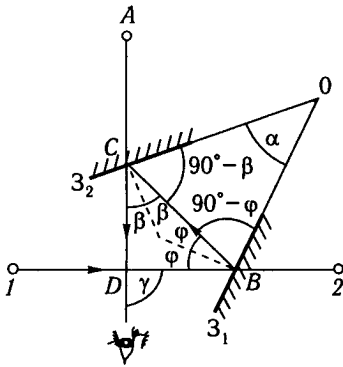
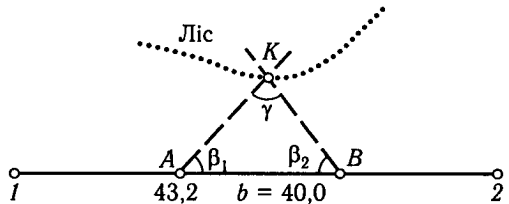


Рис. 70. Знімання ситуації методом кутових засічок



Справді, сума внутрішніх кутів у трикутнику OBC дорівнює

$$\alpha + (90^\circ - \beta) + (90^\circ - \varphi) = 180^\circ,$$

звідси $\alpha = \beta + \varphi$.

Проте зовнішній кут γ у трикутнику BCD дорівнює

$$\gamma = 2\beta + 2\varphi = 2(\beta + \varphi) = 2\alpha.$$

Отже, якщо $\alpha = 45^\circ$, то $\gamma = 90^\circ$.

Таким чином, пересуваючись уздовж лінії $1-2$, будують перпендикуляри, що проходять через характерні точки ситуації. У точці D на лінії визначають відстань від точки 1 до основи перпендикуляра.

Під час знімання складають абрис, на якому зображують лінію $1-2$, характерні точки контурів ситуації, довжини перпендикулярів від лінії до цих точок і відстані від початкової точки лінії до основ перпендикулярів (див. рис. 68).

Метод кутових засічок. За значної віддаленості точок ситуації від лінії теодолітного полігона (понад 20 м) виконувати знімання методом перпендикулярів складно. У таких випадках застосовують метод кутових засічок (рис. 70).

На лінії $1-2$ розбивають базис $AB = b$, положення якого визначають відстанню $1-A$. Відстань вимірюють мірною стрічкою. У точках A і B послідовно встановлюють теодоліт і вимірюють кути β_1 і β_2 між лінією і напрямками AK, BK на точку ситуації K . Довжину базису K обирають такою, щоб кут γ при точці K був не меншим ніж 30° і не більшим ніж 150° . З одного базису знімають кілька точок ситуації. Схему кутової засічки зображують на абрисі.

Метод лінійних засічок застосовують у тих випадках, коли методи перпендикулярів і кутових засічок застосовувати не можна або незручно (рис. 71).

На лінії $1-2$ розмічують базис $AB = b$, положення якого, як і в методі кутових засічок, визначають відстанню $1-A$. Від кінців базису вимірюють

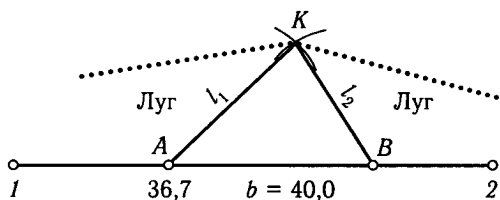


Рис. 71. Знімання ситуації методом лінійної засічки

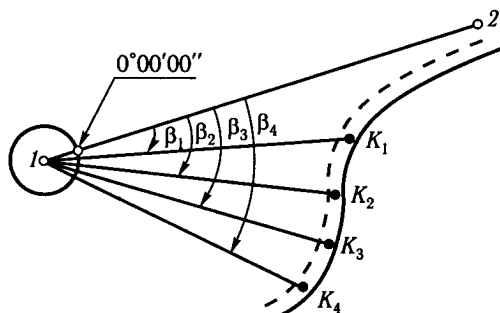


Рис. 72. Знімання ситуації полярним методом

відстані $AK = l_1$ і $BK = l_2$ до точки ситуації, що визначають. З одного базису можна знімати кілька точок. Довжина базису має бути такою, щоб кут лінійної засічки біля точки K був у межах $30^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$. Схему засічки фіксують в абрисі.

Полярний метод є найпродуктивнішим і найчастіше застосовуваним при зніманні ситуації (рис. 72).

На точці 1 встановлюють теодоліт, приводять в робоче положення (центрують, горизонтують). При «крузі ліво» суміщають на горизонтальному крузі нуля лімба й алідади, закріплюють алідаду, для чого затискають затискний гвинт алідади (див. рис. 49). Відпускають затискний гвинт лімба

і при відліку $0^\circ 00' 00''$ на горизонтальному крузі трубу наводять на передню точку 2. Закріплюють лімб і відкріплюють алідаду. Операція має назву *орієнтування*. Після її виконання лімб на точці 1 зорієнтований так, що при візуванні на точку 2 відлік на горизонтальному крузі завжди дорівнює $0^\circ 00' 00''$. До закінчення роботи на точці 1 затискний гвинт лімба не чіпають, щоб не порушити орієнтування теодоліта.

Розпочинають знімання точок K_1, K_2, K_3, K_4 ситуації. У точці K_1 вертикально встановлюють нівелірну рейку, на якій відлічено висоту теодоліта i . Перехрестя сітки труби наводять на позначку висоти i , беруть відлік на горизонтальному і вертикальному кругах і вимірюють відстань до точки K_1 нитяним віддалеміром. Для цього підраховують кількість сантиметрів рейки, що лежить у полі зору труби між верхньою і нижньою віддалемірними нитками. Оскільки коефіцієнт віддалеміра дорівнює 100, то кількість сантиметрів, які видно в трубу між віддалемірними нитками, дорівнює відстані L від теодоліта до точки K_1 у метрах.

Аналогічно знімають точки K_2, K_3, \dots . Результати записують у журнал, а схему знімання відображають на абрисі. Докладніше полярний метод знімання ситуації розглянуто у розділі «Тахеометричне знімання».

Опрацювання результатів кутових | 6.11 вимірів у теодолітних полігонах |

Як зазначалося, теодолітні полігони можуть бути *замкненими* і *розімкненими*. Розглянемо спочатку опрацювання результатів кутових вимірів у замкнених полігонах.

У замкнених полігонах вимірюють, як правило, внутрішні кути. Теоретична сума внутрішніх кутів у n -кутнику дорівнює

$$\sum \beta_{\text{теор}} = 180^\circ (n - 2).$$

Фактична сума внутрішніх вимірних кутів базису в n -кутнику не дорівнюватиме теоретичній, оскільки кожний кут вимірюють з деякою випадковою похибкою $\pm \Delta \beta_1$. Різницю між цими величинами називають *кутовою нев'язкою полігона*

$$f_\beta = \sum \beta_{\text{вим}} - 180^\circ (n - 2),$$

де $\beta_{\text{вим}}$ — вимірний кут полігона; n — кількість кутів у замкненому полігоні.

Як зазначалося, допустиме значення кутової нев'язки дорівнює $f_{\beta_{\text{доп}}} = 1' \sqrt{n}$. Отже, якщо кутові вимірювання у полігоні виконані задовільно, то має виконуватись умова

$$f_\beta = \sum \beta_{\text{вим}} - 180^\circ (n - 2) \leq 1' \sqrt{n}.$$

При виконанні умови нев'язку f_β ділять на всі вимірні кути порівну і з оберненим знаком, оскільки похибки вимірів усіх кутів приблизно однакові. Поправка до кожного кута дорівнюватиме

$$\delta_\beta = \frac{-f_\beta}{n}. \quad (48)$$

Знак «мінус» у формулі (48) означає, що нев'язку беруть з оберненим знаком.

Виправляють кожний кут полігона згідно з формулою

$$\beta_{\text{випр}_i} = \beta_{\text{вим}} + \delta_\beta.$$

За виправленими кутами обчислюють дирекційні кути ліній полігона.

Обчислення дирекційних кутів ліній полігона, в якому вимірні лінії по ходу полігона кути (рис. 73). Нехай задано дирекційний кут початкової лінії полігона. Обчислимо дирекційні кути таких ліній:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta_1,$$

але

$$\Delta_1 = \beta_1 - 180^\circ,$$

тому

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \beta_1 - 180^\circ,$$

звідси

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_2 - 180^\circ.$$

Якщо підставити в останню рівність значення α_1 , то отримаємо

$$\alpha_2 = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 - 2 \cdot 180^\circ.$$

Аналогічно

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \Delta_3,$$

але

$$\Delta_3 = \beta_3 - 180^\circ,$$

тому

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \beta_3 - 180^\circ = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 3 \cdot 180^\circ.$$

Продовжуючи міркування, запишемо

$$\alpha_n = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n - n \cdot 180^\circ. \quad (49)$$

Отже, *дирекційний кут наступної лінії полігона дорівнює дирекційному куту попередньої лінії плюс лівий по ходу полігона кут між цими лініями і мінус 180°* , тобто

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \beta_i - 180^\circ. \quad (50)$$

Якщо в полігоні виміряно праві кути по його ходу (рис. 74), то

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta_1,$$

але

$$\Delta_1 = 180^\circ - \beta_1,$$

тому

$$\alpha_1 = \alpha_0 - \beta_1 + 180^\circ, \quad \alpha_2 = \alpha_1 + \Delta_2,$$

але

$$\Delta_2 = \beta_2 - 180^\circ,$$

звідси

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \beta_2 + 180^\circ = \alpha_0 - \beta_1 - \beta_2 - 2 \cdot 180^\circ.$$

Аналогічно

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \Delta_3,$$

але

$$\Delta_3 = 180^\circ - \beta_3,$$

тому

$$\alpha_3 = \alpha_2 - \beta_3 + 180^\circ = \alpha_0 - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 + 3 \cdot 180^\circ.$$

Для загального випадку при n кутах полігона

$$\alpha_n = \alpha_0 - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 - \dots - \beta_n + n \cdot 180^\circ. \quad (51)$$

При правих по ходу полігона виміряних кутах діє правило: *дирекційний кут наступної лінії полігона дорівнює дирекційному куту попе-*

редньої лінії мінус правий кут між цими лініями і плюс 180° , тобто

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} - \beta_i + 180^\circ. \quad (52)$$

Формули (50) і (52) відрізняються знаками. Зазначимо, якщо обчислення дирекційних кутів у полігоні виконувати від точки B у бік точки A , то в першому випадку (див. рис. 73) ліві по ходу полігона кути стають правими, а в другому випадку (рис. 74) праві кути стають лівими. Відповідно і формули (50) і (52) ніби міняються своїми місцями.

Отже, при виборі формули обчислення дирекційних кутів ліній полігона має значення не послідовність вимірювання кутів на місцевості, а послідовність обчислення дирекційних кутів ліній.

У замкненому полігоні (рис. 75) дирекційні кути можна обчислювати за рухом годинникової стрілки, тоді внутрішні виміряні кути будуть правими. У цьому випадку слід використовувати формулу (51). Проте обчислення дирекційних кутів можна виконувати і проти руху годинникової стрілки, тоді внутрішні кути будуть лівими (формула (50)). Контролем правильності обчислення дирекційних кутів є збіг значення початкового дирекційного кута, наприклад сторони 1-2 $\alpha_{(1-2)}$ з обчисленим його значенням, отриманим наприкінці всіх обчислень.

Розглянемо опрацювання результатів вимірів у *розімкнених полігонах*. Якщо полігон на початку і в кінці спирається на жорсткі пункти державної або місцевої геодезичної мережі, то це означає, що на початку і в кінці поставлені жорсткі дирекційні кути α_0 і α_n і можна обчислювати кутову нев'язку

$$f_\beta = \alpha_n^{\text{обч}} - \alpha_n, \quad (53)$$

де $\alpha_n^{\text{обч}}$ — обчислений дирекційний кут останньої сторони полігона; α_n — жорсткий (заданий) дирекційний кут тієї самої сторони.

Дирекційний кут останньої сторони полігона можна обчислити за формулою (49) при лівих виміряних кутах і за формулою (51) при правих виміряних кутах. Розглянемо випадок, якщо виміряно ліві кути по ходу полігона.

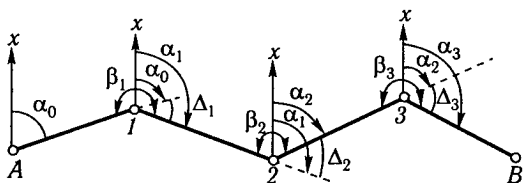


Рис. 73. Схема для обчислення дирекційних кутів при лівих виміряних кутах

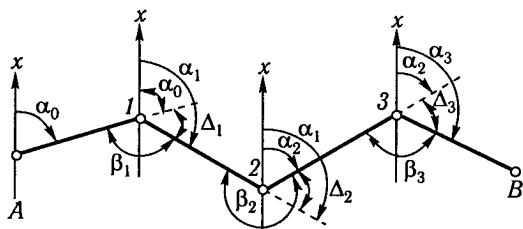


Рис. 74. Схема для обчислення дирекційних кутів при правих виміряних кутах

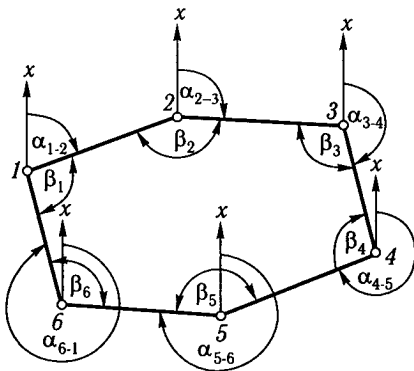


Рис. 75. Схема для обчислення дирекційних кутів у замкнутому полігоні

Запишемо формулу (49) у вигляді

$$\alpha_n = \alpha_0 + \sum_1^n \beta_{\text{лів}} - n \cdot 180^\circ$$

і підставимо це значення α_n у формулу (53):

$$f_\beta = \alpha_0 + \sum_1^n \beta_{\text{лів}} - n \cdot 180^\circ - \alpha_n.$$

Запишемо цю рівність у такому вигляді:

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{лів}} - (\alpha_n - \alpha_0) - n \cdot 180^\circ. \quad (54)$$

Формула (54) відображає куту нев'язку розімкненого полігона, коли виміряні по ходу ліві кути.

Якщо нев'язка не перевищує допустиме значення $f_{\beta_{\text{доп}}} = 1'\sqrt{n}$, тобто, якщо

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{лів}} - (\alpha_n - \alpha_0) - n \cdot 180^\circ \leq 1'\sqrt{n},$$

то її можна розділити на всі виміряні кути полігона порівну і з оберненим знаком. Поправку в кожний кут, як і в замкнутому полігоні, обчислюють за формулою (48).

Після виправлення всіх кутів обчислюють дирекційні кути сторін полігона за формулою (50).

Якщо в полігоні виміряні праві по ходу кути, то з формули (51) випливає

$$\alpha_n = \alpha_0 - \sum_1^n \beta_{\text{прав}} + n \cdot 180^\circ.$$

Підставляючи цю рівність у формулу (53), отримаємо

$$f_\beta = \alpha_0 - \sum_1^n \beta_{\text{прав}} + n \cdot 180^\circ - \alpha_n,$$

або

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{прав}} - (\alpha_0 - \alpha_n) - n \cdot 180^\circ. \quad (55)$$

Формула (55) відрізняється від формули (54) тим, що в ній замість $(\alpha_n - \alpha_0)$ стоїть $(\alpha_0 - \alpha_n)$.

Як і при лівих вимірних кутах, тут має виконуватися умова

$$f_{\beta} = \sum_1^n \beta_{\text{прав}} - (\alpha_0 - \alpha_n) - n \cdot 180^{\circ} \leq 1' \sqrt{n},$$

щоб нев'язку можна було визнати допустимою.

Після виправлення всіх вимірних кутів обчислюють дирекційні кути сторін полігона за формулою (52).

Пряма й обернена | 6.12 геодезичні задачі |

Пряма геодезична задача. При прокладанні полігонів і вирішенні інших інженерно-геодезичних задач потрібно передавати координати з одних точок на інші. Якщо відомі координати однієї точки і потрібно визначити координати іншої, то для вирішення задачі знімають горизонтальну відстань між точками і дирекційний кут. Такий процес називають *прямою геодезичною задачею*.

Нехай задано точку $A(x_A, y_A)$, горизонтальну проекцію відстані d_{AB} між точками A і B і дирекційний кут α_{AB} напрямку AB . Потрібно визначити координати точки B : x_B, y_B (рис. 76).

Обчислимо за дирекційним кутом α_{AB} румб r_{AB} (див. табл. 4). Із рис. 73 випливає, що

$$x_B = x_A + \Delta x = x_A + d_{AB} \cos r_{AB}; \quad (56)$$

$$y_B = y_A + \Delta y = y_A + d_{AB} \sin r_{AB}. \quad (57)$$

Вирішення прямої геодезичної задачі зображено на рис. 76 для I чверті. Проте лінія AB може лежати у II, III, IV чвертях залежно від дирекційного кута α . Знаки прирощень координат $\Delta x, \Delta y$ для чвертей, у яких вирішується задача, наведено у табл. 9.

При вирішенні задачі за формулами (56) і (57) знаки прирощень координат отримують із табл. 9 залежно від значення α .

Обернена геодезична задача. Її вирішують під час прив'язки полігонів до опорних пунктів геодезичної мережі, при будівництві тунелів, метрополітену, інших інженерних споруд.

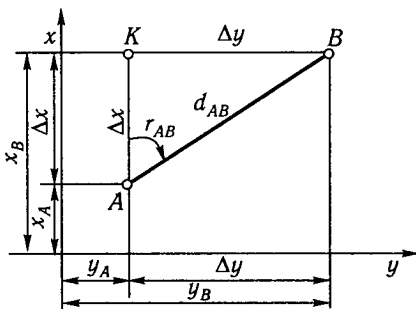


Рис. 76. Схема для вирішення прямої і оберненої геодезичних задач

Таблиця 9. Знаки прирощень координат у чвертях

Прирощення координат	Чверть			
	I $0^\circ < \alpha < 90^\circ$	II $90^\circ < \alpha < 180^\circ$	III $180^\circ < \alpha < 270^\circ$	IV $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
Δx	+	-	-	+
Δy	+	+	-	-

Таблиця 10. Формули для обчислення дирекційних кутів у чвертях

Позначення	Чверть			
	I	II	III	IV
Δx	+	-	-	+
Δy	+	+	-	-
α	$\alpha = r$	$\alpha = 180^\circ - r$	$\alpha = 180^\circ + r$	$\alpha = 360^\circ - r$

Умова задачі. Нехай задано координати точок $A(x_A, y_A)$ і $B(x_B, y_B)$. Потрібно визначити горизонтальну проекцію d_{AB} відстані між точками A і B та дирекційний кут α_{AB} напрямку AB .

Із рис. 76 випливає

$$\begin{aligned}\Delta x &= x_B - x_A; \\ \Delta y &= y_B - y_A; \\ \operatorname{tg} r_{AB} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.\end{aligned}\quad (58)$$

За $\operatorname{tg} r_{AB}$ знаходять румб r_{AB} , а потім за знаками прирощень обчислюють дирекційний кут α_{AB} (табл. 10).

Горизонтальну проекцію відстані AB обчислюють за однією з формул:

$$d_{AB} = \frac{\Delta x}{\cos r_{AB}} = \frac{\Delta y}{\sin r_{AB}}; \quad (59)$$

$$d_{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (60)$$

Приклад. Задано координати точок A і B : $x_A = 1628,50$ м, $y_A = 2356,40$ м; $x_B = 1546,30$ м, $y_B = 2284,15$ м. Визначити α_{AB} і d_{AB} . Обчислимо:

$$\Delta x = x_B - x_A = 1546,30 - 1628,50 = -82,20 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_B - y_A = 2284,15 - 2356,40 = -72,25 \text{ м};$$

$$\operatorname{tg} r_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{72,25}{82,20} = 0,87895;$$

$$r_{AB} = 41^{\circ}18'50''.$$

Оскільки Δx і Δy є від'ємними, то чверть, у якій розв'язується задача, буде III. Отже,

$$\alpha_{AB} = 180^{\circ} + r_{AB} = 180^{\circ} + 41^{\circ}18'50'' = 221^{\circ}18'50'';$$

$$d_{AB} = \frac{\Delta x}{\cos r_{AB}} = \frac{82,25}{0,75110} = 109,44 \text{ м};$$

$$d_{AB} = \frac{\Delta y}{\sin r_{AB}} = \frac{72,25}{0,66018} = 109,44 \text{ м}.$$

Зрівнювання прирощень координат | 6.13 у теодолітних полігонах

Оскільки кути й довжини ліній у полігонах вимірюють із деякими випадковими похибками, прирощення координат обчислюють також із похибками. Тому перед обчисленням координат точок полігона прирощення Δx , Δy потрібно виправити (зрівняти) згідно з теоретичними вимогами.

Розглянемо замкнений полігон (рис. 77). Нехай полігон 1-2-3 є «істинним», тобто таким, у якому кути і довжини виміряні без похибок. При проєціюванні сторін полігона на осі x і y отримаємо прирощення Δx , Δy . Із рис. 77 випливає, що в замкненому полігоні виконуються умови

$$\left. \begin{aligned} \sum \Delta x &= 0; \\ \sum \Delta y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Якщо кути і довжини сторін полігона виміряні з похибками, то замість полігона 1-2-3 отримаємо полігон 1-2'-3'-1', який буде незамкнений. Замість рівності (61) отримаємо нерівності

$$\left. \begin{aligned} \sum \Delta x &\neq 0; \\ \sum \Delta y &\neq 0. \end{aligned} \right\}$$

Величини $\sum \Delta x$, $\sum \Delta y$, відмінні від нуля, подаються лінійними нев'язками по осях x , y , тобто

$$\begin{aligned} \sum \Delta x &= f_x; \\ \sum \Delta y &= f_y. \end{aligned}$$

Із рис. 77 випливає, що лінійна нев'язка дорівнює

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{(\sum \Delta x)^2 + (\sum \Delta y)^2}.$$

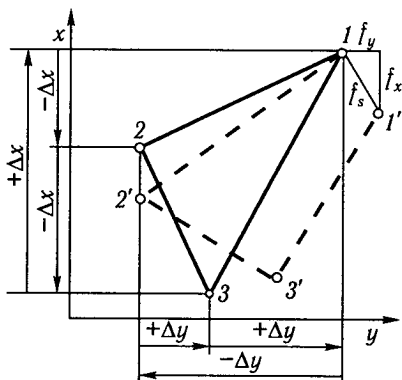


Рис. 77. Схема для обчислення нев'язок f_x , f_y , f_s у замкнутому полігоні

Нев'язка f_s залежить від периметра полігона, оскільки похибки лінійних вимірювань приблизно пропорційні довжинам вимірюваних ліній. Тому вказати цілком певне допустиме значення лінійної нев'язки f_s неможливо. Для визначення допустимого значення f_s обчислюють величину

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_s}{P},$$

яка відображає відносну нев'язку, тобто нев'язку на 1 м периметра полігона. Якщо $f_{\text{відн}}$ не перевищує задану відносну похибку лінійних вимірів, то величину f_s вважають допустимою. Умову записують у вигляді нерівності

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_s}{P} = \frac{1}{P/f_s} \leq \frac{1}{m},$$

де m — знаменник відносної похибки лінійних вимірів (див. табл. 7).

Якщо $m = 2000$, то вираз набере вигляду

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_s}{P} = \frac{1}{P/f_s} \leq \frac{1}{2000}. \quad (62)$$

При виконанні умови (62) лінійну нев'язку f_s вважають допустимою, тому допустимими вважають і нев'язки f_x , f_y , від яких вона залежить. У цьому випадку нев'язки f_x , f_y з оберненими знаками розподіляють на прирощення координат Δx , Δy пропорційно довжинам відповідних сторін полігона. Поправки в прирощеннях координат Δx_i , Δy_i обчислюють за формулами

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= -\frac{f_x}{P} d_i; \\ \Delta y_i &= -\frac{f_y}{P} d_i; \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

де Δx_i , Δy_i — поправки до прирощень координат Δx_i , Δy_i ; f_x , f_y — нев'язки по осях координат; P — периметр полігона; d_i — довжина сторони полігона, з якою пов'язані прирощення Δx_i , Δy_i .

Мають виконуватись умови

$$\begin{aligned}\sum \delta x_i &= -f_x; \\ \sum \delta y_i &= -f_y,\end{aligned}$$

тобто сума поправок δx_i повинна дорівнювати нев'язці f_x із протилежним знаком, а сума поправок δy_i — нев'язці f_y і також із протилежним знаком. Це контроль правильності обчислення поправок.

Виправлені прирощення координат обчислюють за формулами

$$\begin{aligned}\Delta x_i^{\text{випр}} &= \Delta x_i^{\text{обч}} + \delta x_i; \\ \Delta y_i^{\text{випр}} &= \Delta y_i^{\text{обч}} + \delta y_i.\end{aligned}$$

За виправленими прирощеннями обчислюють координати точок полігона.

Розглянемо розімкнений полігон, який спирається на початку і наприкінці на жорсткі пункти B і C державної або місцевої геодезичної мережі (рис. 78). Координати цих пунктів відомі. Лінійні нев'язки по осях x і y в цьому випадку обчислюють за формулами

$$\left. \begin{aligned}f_x &= x_n^{\text{обч}} - x_n; \\ f_y &= y_n^{\text{обч}} - y_n;\end{aligned} \right\} \quad (64)$$

де $x_n^{\text{обч}}$, $y_n^{\text{обч}}$ — обчислені координати останньої точки полігона, на яку він спирається наприкінці; x_n , y_n — жорсткі координати останньої точки полігона.

Обчислені координати останньої точки полігона можна отримати за формулами

$$\left. \begin{aligned}x_n^{\text{обч}} &= x_0 + \sum \Delta x_i; \\ y_n^{\text{обч}} &= y_0 + \sum \Delta y_i;\end{aligned} \right\} \quad (65)$$

де x_0 , y_0 — жорсткі координати початкової точки полігона B ; $\sum \Delta x_i$, $\sum \Delta y_i$ — суми обчислених прирощень координат між точками полігона B і C .

Підставляючи з формули (65) у формулу (64) зна-

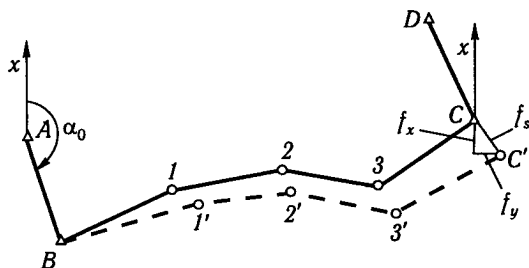


Рис. 78. Схема для обчислення нев'язок f_x , f_y , f_s у розімкненому полігоні

чення $x_n^{\text{обч}}$ і $y_n^{\text{обч}}$, отримаємо

$$f_x = x_0 + \sum \Delta x_i - x_n;$$

$$f_y = y_0 + \sum \Delta y_i - y_n,$$

або

$$\left. \begin{aligned} f_x &= x_0 + \sum \Delta x_i - (x_n - x_0); \\ f_y &= y_0 + \sum \Delta y_i - (y_n - y_0). \end{aligned} \right\}$$

Щоб вирішити питання про те, чи є лінійні нев'язки f_x , f_y допустимими, обчислюють абсолютну нев'язку

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

а потім відносну нев'язку

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_s}{P} = \frac{1}{P/f_s}.$$

Якщо виконується умова

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_s}{P} = \frac{1}{P/f_s} \leq \frac{1}{2000},$$

то нев'язки f_x , f_y вважають допустимими і розподіляють зі зворотними знаками на прирощення Δx_i , Δy_i пропорційно довжинам відповідних сторін за формулами (63).

За виправленими прирощеннями координат обчислюють координати точок полігона.

Обчислення у відомості | 6.14 координат точок полігона |

Обчислення координат точок полігона виконують у відомості (табл. 11). У графі 1 записують номери точок, у графі 2 — значення вимірних кутів полігона, які отримують із журналу теодолітного знімання.

Кутову нев'язку і її допустиме значення підраховують за формулою (54). Оскільки f_β не перевищує допустиме значення $f_{\beta\text{доп}} = 2'30''$, то її вважають допустимою і розподіляють зі зворотним знаком порівну на всі кути. Поправка на кожний кут $\delta_\beta = +25''$. Поправки записують над секундами кожного виміряного кута.

У графі 3 обчислюють виправлені кути, у графі 4 — дирекційні кути ліній полігона за формулою (50), оскільки виміряні ліві по ходу поліго-

Таблиця 11. Відомість розрахунку координат

Точка полігона	Вимірний кут $\beta_{\text{лів}}$	Виправлений кут $\beta_{\text{випр}}$	Дирекційний кут α	Румб r	Горизонтальна проекція ліній d , м	Розрахований приріст		Виправлений приріст		Координата точки	
						Δx	Δy	Δx	Δy	x , м	y , м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
124	25	97°12'30"	246°18'00"								
125	25	97°12'30"	163°30'55"	16°29'05"	198,23	+9	+4	-199,00	+56,25	+659,98	+1067,82
Кут 1	25	89°15'30"	89°15'55"	72°46'50"	162,34	+7	+3	+48,03	+155,06	+469,98	+1124,07
Кут 2	25	198°57'30"	198°57'55"	72°46'50"	203,02	+9	+5	+48,10	+155,09	+518,08	+1279,16
Кут 3	25	179°58'30"	179°58'55"	88°15'15"	199,97	-6,10	+202,93	-6,01	+202,98	+512,07	+1482,14
Кут 4	25	164°59'00"	164°59'25"	88°16'20"	235,01	+9	+4	+199,88	+99,92	+506,12	+1682,06
130	25	199°17'30"	199°17'55"	76°43'05"		+11	+6	-5,95	+228,82	+560,23	+1910,88
131			96°01'00"	76°43'05"		+54,00	+228,76	+54,11	+228,82		
$\Sigma \beta =$	928°40'30"				$P = 998,77$	-100,22	+842,84	-99,77	+843,26		

$$f_x = \Sigma \beta_{\text{лів}} - (\alpha_n - \alpha_0) - n \cdot 180^\circ;$$

$$f_x = \Sigma \Delta x - (x_n - x_0) = -100,20 - (560,23 - 659,98) = -0,45 \text{ м};$$

$$f_y = 929^\circ40'30'' - (96^\circ01' - 246^\circ18' + 1080^\circ) = -2'30'';$$

$$f_y = \Sigma \Delta y - (y_n - y_0) = +842,84 - (1910,88 - 1067,82) = -0,22 \text{ м};$$

$$f_{\text{дод}} = \pm 1 \cdot \sqrt{n} = 1 \cdot \sqrt{6} = \pm 2'30'';$$

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{0,42^2 + 0,22^2} = 0,49 \text{ м};$$

$$\delta_\beta = -\frac{f_\beta}{6} = \frac{+2'30''}{6} = +25''.$$

$$f_{\text{відн}} = \frac{0,49}{198,77} = \frac{1}{2040} < \frac{1}{2000}.$$

на кути. Вихідним (жорстким) дирекційним кутом є дирекційний кут жорсткого спрямування $124-125 \alpha = 246^{\circ}18'00''$. Наприкінці обчислень повинні отримати жорсткий дирекційний кут спрямування $130-131 \alpha_n = 96^{\circ}01'00''$. Ця умова є контрольною для правильності обчислень.

У графі 5 обчислюють румби ліній за формулами табл. 4.

У графі 6 записують горизонтальні проекції ліній полігона, які беруть із журналу теодолітного знімання. Підраховують периметр полігона як суму всіх d .

У графах 7 і 8 обчислюють прирощення Δx і Δy на калькуляторі за формулами (56), (57) або за допомогою таблиць [3], у яких докладно розглянуто технологію обчислень. Під час обчислення граф 7 і 8 потрібно стежити за тим, у якій чверті вирішується пряма геодезична задача. Чверть визначають за румбом у графі 4. Залежно від чверті прирощенням надають знаки (\pm).

Суми $\sum \Delta x$, $\sum \Delta y$ підраховують і обчислюють лінійні нев'язки по осях f_x і f_y , абсолютну лінійну нев'язку f_s і відносну $f_{\text{відн}}$. Якщо виконується умова $f_{\text{відн}} < 1/2000$, то нев'язки f_x і f_y вважають допустимими і розподіляють зі зворотними знаками на прирощення Δx і Δy пропорційно довжинам d .

Поправки δx , δy обчислюють за формулами (63) і записують у графах 7, 8 з відповідними знаками над сантиметрами прирощень Δx і Δy .

У графах 9, 10 обчислюють виправлені прирощення Δx і Δy . Підраховують суми $\sum \Delta x_{\text{випр}}$, $\sum \Delta y_{\text{випр}}$. При цьому мають виконуватися рівності $\sum \Delta x_{\text{випр}} = x_n - x_0$, $\sum \Delta y_{\text{випр}} = y_n - y_0$, що є контролем правильності обчислень.

У графах 11, 12 обчислюють координати точок полігона за формулами

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{\text{випр}};$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_{\text{випр}}.$$

Наприкінці обчислень отримують жорсткі координати останньої точки полігона x_n і y_n .

Складання плану | 6.15 теодолітного знімання |

На аркуші цупкого креслярського паперу будують сітку квадратів зі стороною 10 см. Сітку можна побудувати за допомогою координатографа або лінійки Дробишева, а якщо їх немає — за допомогою циркуля і масштабної лінійки.

Лінійка Дробишева — це металева лінійка завдовжки 70,711 см, що має наскрізні віконця, розміщені через 10 см (рис. 79). Скошений край першого віконця є прямою, а скошені краї інших віконць — дугами кіл, радіуси яких дорівнюють 10, 20, ..., 50 см. Правий кінець лінійки також має скошений край по дузі радіуса 70,711 см.

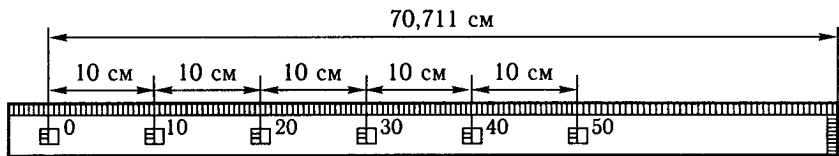


Рис. 79. Лінійка Дробишева

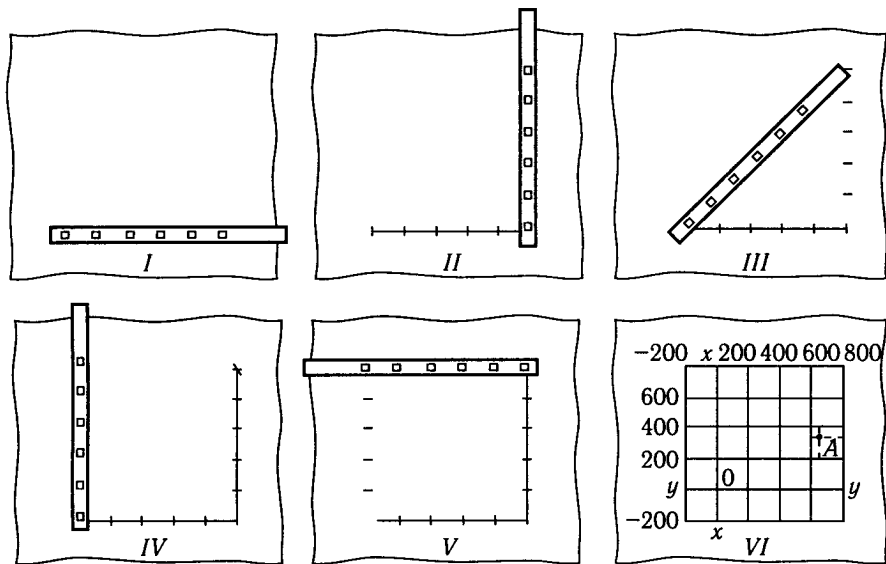


Рис. 80. Побудова координатної сітки за допомогою лінійки Дробишева

Порядок побудови координатної сітки за допомогою лінійки Дробишева (рис. 80). Відступивши від нижнього краю креслярського паперу на 10 см, по скошеному краю лінійки проводять горизонтальну пряму. Прикладають до неї лінійку так, щоб лінія проходила через середини віконця (положення *I*), і по їх скошених краях позначають на лінії короткі вертикальні штрихи. У положенні *II* суміщають штрих, що є на середині скошеного краю першого віконця, з правим кінцем горизонтальної лінії і по скошених краях віконця проводять горизонтальні штрихи.

У положенні *III* суміщують штрих на середині скошеного краю першого віконця з початком горизонтальної лінії, скошеним краєм лінійки роблять зарубку на п'ятому горизонтальному штриху праворуч. Отриману таким чином точку з'єднують з правим кінцем горизонтальної лінії сітки. У положенні *IV* суміщують штрих, який є на середині скошеного краю першого віконця, з лівим кінцем горизонтальної лінії і по скошених краях віконця проводять горизонтальні штрихи.

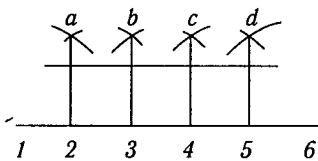


Рис. 81. Побудова координатної сітки за допомогою масштабної лінійки і циркуля

У положенні V лінійку розміщують горизонтально, суміщують штрих на середині скошеного краю першого віконця з верхньою точкою на правій вертикальній лінії і проводять по скошених краях віконця вертикальні штрихи на верхній горизонтальній лінії сітки, з'єднують відповідні штрихи на протилежних горизонтальних і вертикальних лініях і отримують сітку квадратів.

Далі на осях x і y надписують значення абсцис і ординат відповідних горизонтальних і вертикальних ліній сітки. Якщо план складають у масштабі $1 : 2000$, то 1 см дорівнюватиме 20 м. А 10 см дорівнюватимуть 200 м. Отже, сторона кожного квадрата координатної сітки дорівнюватиме 200 м.

Надписувати значення абсцис і ординат на лініях сітки починають із лівого нижнього кута планшета. Для цього у відомості координат (див. табл. 11) обирають найменше значення $x = 469,98$ м і округлюють його до найближчого меншого значення, кратного 200 м, тобто до $x = 400,00$ м. Аналогічно обирають найменше значення $y = 1067,82$ м і округлюють його до найближчого меншого значення, кратного 200 м, тобто $y = 1000,00$ м.

На планшеті значення x , y вказують у кілометрах, тому вздовж осі x , починаючи від кута планшета, надписують $0,4$; $0,6$; $0,8$ і т. д. На проти-

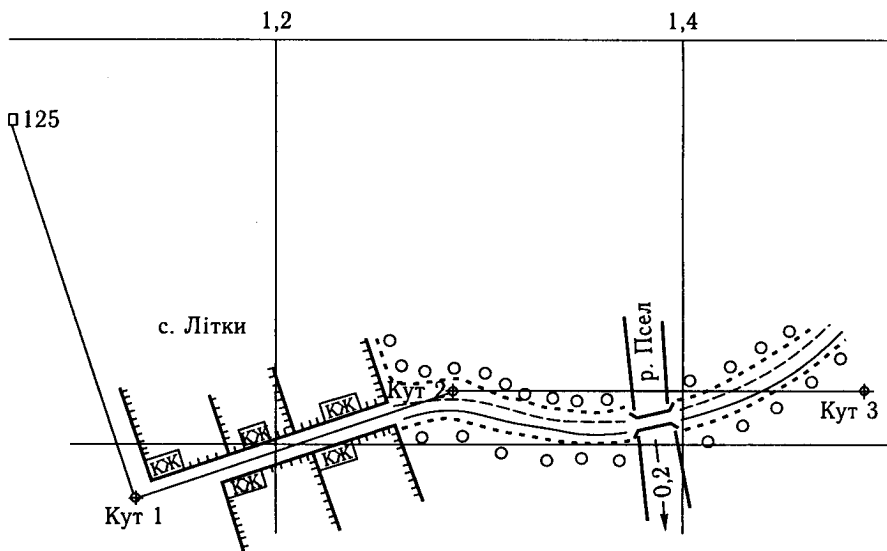


Рис. 82. Контурний план теодолітного знімання

лежній вертикальній лінії сітки праворуч надписують ті самі значення x . Так само уздовж нижньої горизонтальної лінії сітки, починаючи від лівого кута, надписують 1,0, 1,2, 1,4 і т. д. Уздовж верхньої горизонтальної лінії сітки надписують відповідні значення y .

Якщо координатографа і лінійки Дробишева немає, то координатну сітку можна побудувати за допомогою масштабної лінійки і циркуля (рис. 81). На горизонтальній прямій за допомогою циркуля через кожні 10 см розмічують точки 1, 2, 3, 4, Далі з точок 1 і 3, 2 і 4, 3 і 5 циркулем роблять засічки. Радіус засічок повинен бути приблизно 20–25 см. Точки засічок сполучають із точками 1, 3, 4, 5, ... прямими і продовжують їх за допомогою лінійки вгору. Потім на цих лініях розмічують точки через 10 см і сполучають їх горизонтальними прямими. У результаті отримують сітку.

Фрагмент контурного плану теодолітного знімання, побудований за даними відомості координат (див. табл. 11) і абрисним кресленням у журналі теодолітного знімання, зображено на рис. 82.

Накопичення похибок лінійних і кутових вимірів у теодолітних полігонах | 6.16

Як зазначалося (див. пп. 6.3, 6.4), вимірювання відстаней і кутів у теодолітних полігонах завжди супроводжуються певними похибками. Ці похибки впливають на точність визначення координат точок полігона, «зрушуючи» ці точки відносно істинних їх положень на місцевості. Похибки у визначенні координат будь-якої точки вільного* полігона, який спирається на початку на жорстку точку геодезичної мережі й жорсткий початковий дирекційний кут, обчислюють за формулою (20):

$$m_x^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \sum R_{iy}^2 + \mu^2 \sum d_i \cos^2 \alpha_i + \lambda^2 L_x^2; \quad (66)$$

$$m_y^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \sum R_{ix}^2 + \mu^2 \sum d_i \sin^2 \alpha_i + \lambda^2 L_y^2; \quad (67)$$

$$m_s^2 = \frac{m_B^2}{\rho^2} \sum R_i^2 + \mu^2 \sum d_i + \lambda^2 L^2, \quad (68)$$

де m_x , m_y — похибки положення розглядуваної точки полігона вздовж осей координат x , y ; m_s — похибка положення точки в довільному

* Вільним називають полігон, що спирається на «жорстку» точку із заданими координатами тільки на початку, а кінець полігона вільно звисає, як консоль.

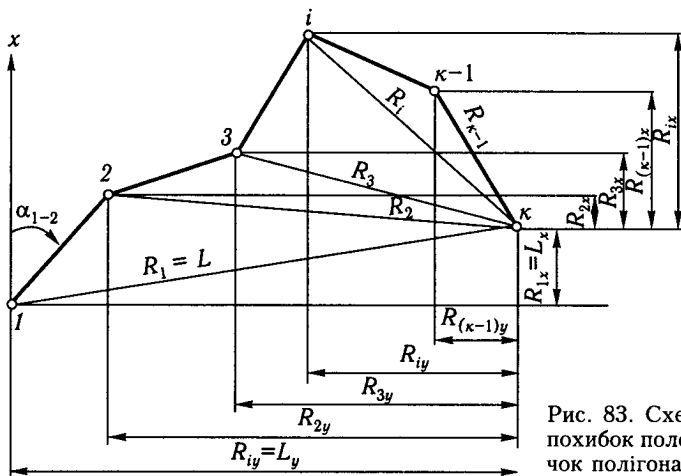


Рис. 83. Схема для визначення похибок положення m_x , m_y точок полігона

напрямку на плані; m_β — похибка вимірів кутів полігона; R_i — відстані від розглядуваної точки полігона до всіх його точок (рис. 83); R_{ix} , R_{iy} — проекції відстаней R_i на осі координат x , y ; d — довжини сторін полігона; α_i — дирекційні кути сторін полігона в системі координат x , y ; L — замикальна полігона (відстань від його початкової до кінцевої точок); L_x , L_y — проекції замикальної L на осі x , y ; μ , λ — коефіцієнти випадкового й систематичного впливу похибок лінійних вимірів на m_x , m_y , m_s ; $\rho = 3438$ — радіан у мінутах.

При оцінюванні похибки положення точки полігона найчастіше цікавлять похибки її положення у напрямках вздовж і впоперек останньої лінії полігона, які називають *поздовжнім* і *поперечним зсувами*. Якщо систему координат x , y повернути так, щоб одна з осей (наприклад, x) збігалася з останньою лінією траси $(k-1) - k$ (рис. 84), то похибка вздовж цієї осі виставлятиме оцінку поздовжнього зсуву m_t , а похибка вздовж другої осі — оцінку поперечного зсуву m_u . Формули (66), (67) і (68) для обчислення m_t , m_u і m_s при цьому не змінюються, за винятком того, що дирекційні кути α_1 сторін полігона і проекції R_{ix} , R_{iy} , L_x , L_y потрібно обчислювати за новою системою координат x' , y' .

Якщо лінії полігона відхиляються від його замикальної в обидва боки на кути не більше ніж 24° , то такий полігон можна вважати витягнутим [20]. Щодо витягнутого полігона формули (66) і (67) мають вигляд

$$m_t^2 = \mu^2 \sum d_i^2 + \lambda_i \sum d_i^2; \quad (69)$$

$$m_u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} L^2 \frac{n}{3}, \quad (70)$$

Рис. 84. Схема для визначення поздовжнього і поперечного зрушень точок полігона

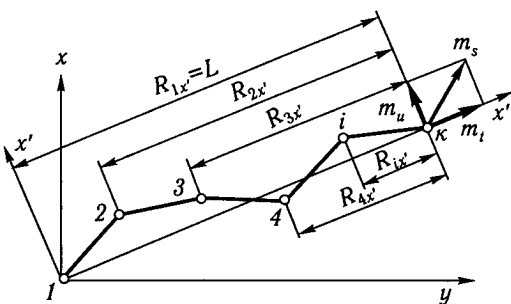
де m_t , m_u — поздовжній і поперечний зсуви кінцевої точки полігона, d_i — довжини сторін полігона; L — довжина замикальної; n — кількість кутів полігона.

Якщо довжина витягнутого полігона $L = 1000$ м, $m_\beta =$

$= \pm 1'$, $n = 6$, $\mu = 0,005$, $\lambda = 0,0003$, то з формул (69) і (70) випливає $m_t = \pm 0,34$ м, $m_u = \pm 0,41$ м, $m_s = \pm 0,53$ м, тобто кінцева точка витягнутого полігона завдовжки 1000 м має поздовжній і поперечний зсуви, що дорівнюють відповідно $\pm 0,34$ м і $\pm 0,41$ м, і загальний зсув (у довільному напрямку) $\pm 0,53$ м.

Якщо прийняти, що довжина полігона $L = 2000$ м, то за тих самих значень m_β , μ , λ отримаємо $m_t = 0,93$ м, $m_u = \pm 1,17$ м, $m_s = \pm 1,49$ м.

Із прикладів випливає, що зі збільшенням довжини полігона похибки визначення координат його точок швидко зростають. Знання законів накопичення похибок лінійних і кутових вимірів має велике значення під час прокладання трас автомобільних доріг, які мають полігони витягнутої або довільної форми. Вчасний контроль положення траси на місцевості методом прив'язки її до геодезичної мережі дає змогу уникнути неприпустимих відхилень траси від проектного положення.



Принципова схема
тахеометричного знімання.
Загальні зауваження

7.1

Тахеометричне знімання (від грецьк. *tacheos* — швидкий, швидке знімання) пов'язано з тим, що при його виконанні відстані від теодоліта (тахеометра) до точок місцевості, які знімають, вимірюють не землемірною стрічкою, а оптичним (нитковим) віддалеміром, що істотно прискорює цей процес.

Тахеометричне знімання на відміну від теодолітного є одночасно плановим (визначають положення точок на плані) і висотним (визначають висотні позначки точок). Інакше кажучи, тахеометричне знімання є планово-висотним.

Плановою основою тахеометричного знімання є точки теодолітного ходу — станції. Навколо кожної станції роблять знімання ситуації і рельєфу місцевості на площі круга радіусом 80–100 м.

Для цього в характерних точках ситуації і рельєфу послідовно встановлюють нівелірну рейку, наводять на неї теодоліт і беруть відліки на вертикальному і горизонтальному кругах і віддалемірі. Такі точки називають *рейковими, знімальними, або пікетами*.

Замкнений теодолітний хід, *I, II, III, IV, V* точки якого є плановою основою для тахеометричного знімання, зображено на рис. 85. На цих точках встановлюють теодоліт і навколо кожної роблять знімання місцевості. Наприклад, на станції *I* знято рейкові точки *1, 2, ..., 9*, на станції *II* — точки *10, 11, ..., 18* тощо. Рейкові точки мають рівномірно покривати знімальну площу місцевості, без пропусків об'єктів і «білих плям» на деяких ділянках.

Характерними точками ситуації обирають кутові точки будинків і споруд, точки, розміщені на осі дороги, на перехресті осей доріг, на їх розгалуженнях і приляганнях, на початковій і кінцевій точках осей мостових споруд, на контурах сільгоспугідь (лісів, плантацій, посівів, лугів, нив, перелогових земель), на берегах річок, водоймищ, каналів тощо.

Розглянемо фрагмент тахеометричного знімання ситуації місцевості (рис. 86). Зі станції *I* знято: точки початку і кінця мосту (*1, 9*), осі дороги (*2*), узлісся (*3, 5*), берега річки (*4*), кутів будинку (*6, 7*), кута огорожі садиби (*8*); зі станції *II* знято: вісь дороги (*10, 11*), узлісся

(12, 13) тощо. Показати на схемі всі рейкові точки, які потрібно зняти на цій станції, неможливо. На рис. 86 наведено як приклад лише деякі. На практиці їх на кожній станції залежно від складності ситуації і рельєфу буває від 10–15 до 40–50.

Висотною основою тахеометричного знімання є позначки станцій. Їх визначають або методом тригонометричного нівелювання, або методом геометричного нівелювання. Тригонометричне нівелювання виконують похилим променем візування за допомогою теодоліта, а геометричне — горизонтальним променем із застосуванням нівеліра. Докладніше ці методи розглянуто нижче.

Позначки характерних точок рельєфу визначають на основі позначок станцій методом тригонометричного нівелювання. За характерні точки рельєфу обирають найвищі й найнижчі точки всіх його форм і нерівностей (вершини гір, сопок, горбів, підвищень; осі ярів, лощин, ущелин, улоговин, западин), а також точки на згинах схилів горбів, сопок, гір, ярів, улоговин, ущелин, западин.

Приклад вибору характерних точок рельєфу зображено на рис. 87. Точки 1 і 8 є найвищими у цьому місці рельєфу, точка 6 — найнижчою (дно яру), інші точки є точками перелому схилів. Якщо їх пропустити під час знімання рельєфу, то його форми на плані будуть виставлені надто грубо, з великими узагальненнями (див. рис. 87, штрихова лінія). Похибки узагальнення рельєфу (як і контурів ситуації) можуть істотно вплинути на якість і точність проектних рішень, розроблених на планах під час проектування автомобільних доріг та інших інженерних споруд.

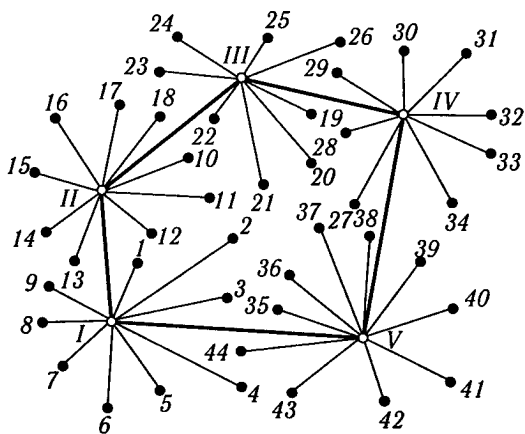


Рис. 85. Принципова схема тахеометричного знімання

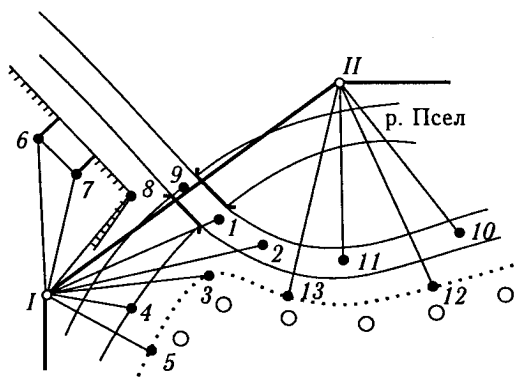


Рис. 86. Фрагмент тахеометричного знімання ситуації місцевості



Рис. 87. Схема, що пояснює вибір характерних точок рельєфу при тахеометричному зніманні

Кількість і розміщення рейкових точок навколо кожної станції мають бути такими, щоб профіль місцевості між двома будь-якими сусідніми знімальними точками можна було вважати приблизно прямолінійним, а поверхню рельєфу всередині трикутника, обмеженого трьома сусідніми знімальними точками, — приблизно плоскою. При такому розміщенні й щільності точок фізична

поверхня рельєфу замінюється багатогранною поверхнею, складеною з великої кількості граней у формі трикутників. Що більше буде таких граней і що меншими будуть розміри кожного трикутника, то точніше буде подано рельєф на плані й меншими будуть похибки його узагальнення під час знімання.

Оскільки зі збільшенням кількості точок зростають обсяг робіт і терміни виконання, то їх щільність обмежують деякою оптимальною межею, за якої похибки узагальнення рельєфу можна вважати допустимими за такої складності і з урахуванням вимог проектування цієї інженерної споруди. Під час знімання масштабу 1 : 1000 максимальна відстань між рейковими точками має бути 15–20 м, при 1 : 2000 — 25–30 м, 1 : 5000 — 35–50 м.

Слід звернути увагу на те, що при тахеометричному зніманні всі точки (і контурів ситуації, і рельєфу) повинні мати висотні позначки. Завдяки цьому вдається дещо зменшити кількість точок, що виступають тільки як рельєфні, оскільки контурні точки можуть характеризувати і рельєф.

Метод тригонометричного | 7.2 нівелювання |

Як зазначалося, тригонометричне нівелювання виконують похилим променем за допомогою теодоліта. Застосування цього методу є доцільним і ефективним в умовах порізаного рельєфу, де при невеликих відстанях між точками рельєфу різниця між їхніми висотними позначками, які називають *перевищеннями*, сягає понад 3–4 м. Метод дає змогу визначити перевищення між будь-якими точками і висотні позначки точок.

Сутність методу (рис. 88). Нехай потрібно визначити перевищення між точками *A* і *B* рельєфу, закріпленими кілочками. На точці *A* встановлюють теодоліт, центрують і горизонтують. Рулеткою вимірюють висоту теодоліта, яка дорівнює вертикальній відстані від торця кілочка до осі обертання труби. На точці *B* на кілочок вертикально встановлюють нівелірну рейку.

Трубу теодоліта наводять на рейку, на довільний відлік v і вимірюють кут нахилу v візирної осі труби. Із рис. 88 випливає

$$h + v = d \operatorname{tg} v + i,$$

звідси

$$h = d \operatorname{tg} v + i - v, \quad (71)$$

де h — перевищення між точками A і B ; v — відлік на рейці, що видно в трубу теодоліта; d — горизонтальна проекція відстані між точками; i — висота теодоліта.

Якщо попередньо на рейці відкласти висоту теодоліта, зафіксувати її за допомогою шпагату і навести на цей відлік середню нитку труби, то в рівності (71) відлік v дорівнюватиме i , і формула набере вигляду

$$h = d \operatorname{tg} v. \quad (72)$$

Формула (72) — найпростіша і тому найзручніша.

Уявімо, що точки A і B є станціями тахеометричного знімання і висотну позначку точки A відомо. Тоді позначка точки B дорівнюватиме

$$H_B = H_A + h,$$

де H_B , H_A — позначки точок B і A .

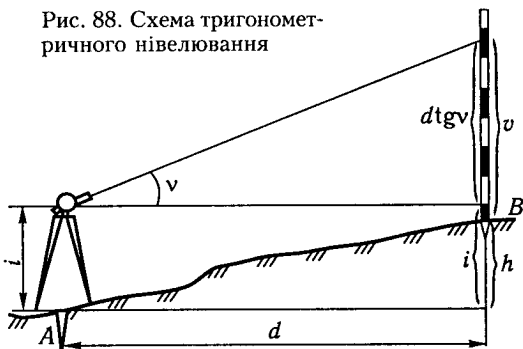
Горизонтальну проекцію відстані між точками A і B обчислюють за формулою (35) на основі лінійних вимірів, виконаних при положенні теодолітного ходу.

Створення висотної основи тахеометричного знімання методом тригонометричного нівелювання | 7.3

Як зазначалося, висотною основою тахеометричного знімання є позначки точок теодолітного ходу. Для визначення цих позначок на всіх точках послідовно встановлюють теодоліт і виконують тахеометричне нівелювання ходу.

Для контролю і підвищення точності результатів кожне перевищення між двома сусідніми станціями визначають двічі: у прямому і зворотному напрямках (рис. 89). Теодоліт і рейку при цьому міняють

Рис. 88. Схема тригонометричного нівелювання



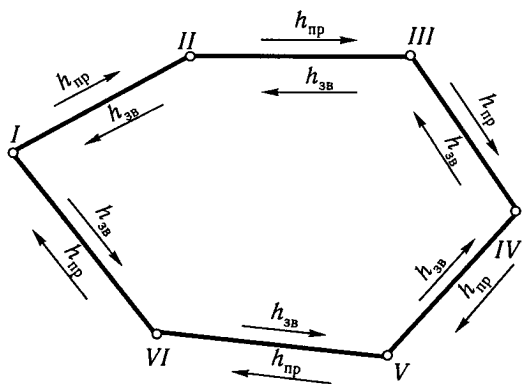


Рис. 89. Схема для визначення прямих і зворотних перевищень при нівелюванні полігона

вирішують із похибкою $\pm 1'$. Тоді за довжини сторони полігона d похибка при визначенні перевищення дорівнюватиме

$$\Delta h = \pm \frac{1'd}{\rho'}$$

де $\rho = 3438'$ — радіан у мінугах.

Оскільки їх визначають з однаковою точністю, то

$$|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq \pm \frac{1'd\sqrt{2}}{\rho'}$$

Якщо d виразити у сантиметрах, отримаємо

$$|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq \pm \frac{1'd \cdot 100\sqrt{2}}{3438'}$$

звідси

$$|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq 0,04d. \quad (73)$$

При застосуванні точніших теодолітів похибка виміру кута ν можна вважати такою, що дорівнює $\pm 30''$, тому допустима різниця між $h_{\text{пр}}$ і $h_{\text{зв}}$ дорівнюватиме

$$|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq 0,02d. \quad (73a)$$

При $d = 100$ м у першому випадку отримаємо $|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq 4$ см, у другому — $|h_{\text{пр}}| - |h_{\text{зв}}| \leq 2$ см.

місцями. Отримують два значення перевищення: пряме $h_{\text{пр}}$ і зворотне $h_{\text{зв}}$. Теоретично їх абсолютні значення мають бути однаковими, відрізняться вони можуть лише знаками. Проте через дію випадкових похибок $h_{\text{пр}}$ і $h_{\text{зв}}$ значення практично ніколи не бувають однаковими.

Обчислимо допустиме розходження між абсолютними значеннями $h_{\text{пр}}$ і $h_{\text{зв}}$. Вважатимемо, що вертикальний кут ν при нівелюванні виміру

Якщо виконується умова (73) або (73а), то за остаточне значення перевищення приймають середнє

$$h_{\text{сер}} = \frac{h_{\text{пр}} + h_{\text{зв}}}{2},$$

де $h_{\text{пр}}$ і $h_{\text{зв}}$ — завжди беруть зі знаком «плюс», а знак $h_{\text{сер}}$ має бути таким самим, як знак $h_{\text{пр}}$. Отже, при тригонометричному нівелюванні точок теодолітного ходу різниця між $h_{\text{пр}}$ і $h_{\text{зв}}$ не повинна перевищувати ± 4 см на 100 м довжини відповідної сторони полігона.

Зрівнювання перевищень і обчислення висотних позначок точок полігона | 7.4

У замкненому полігоні сума середніх перевищень $h_{\text{сер}}$ (із урахуванням їхніх знаків) має дорівнювати нулю, тобто теоретично має виконуватись умова

$$\sum h_{\text{сер}} = 0.$$

На практиці через дію випадкових похибок вимірів ця умова ніколи не виконується. Відхилення $\sum h_{\text{сер}}$ від нуля є нев'язкою в сумі перевищень замкненого ходу, тобто

$$f_h = \sum h_{\text{сер}}.$$

Обчислимо допустиме значення нев'язки f_h . Нехай периметр ходу дорівнює P метрів, кількість його сторін — n . Тоді середня довжина сторони ходу буде P/n . Середня довжина сторони дорівнюватиме $\frac{P}{100n}$.

Якщо похибка виміру кута v дорівнює $\pm 1'$, то при довжині сторони $d = 100$ м похибка у визначенні перевищення становитиме

$$\Delta h = \frac{1' \cdot 100}{3438} = \pm 3 \text{ см.}$$

При визначенні перевищень у прямому і зворотному напрямках похибка $h_{\text{сер}}$ на кожні 100 м довжини полігона дорівнюватиме

$$m_{h_{\text{сер}}} = \pm \frac{3P}{100n\sqrt{2}}.$$

Для суми n і середніх перевищень полігона матимемо

$$m_{\sum h_{\text{сер}}} = \pm \frac{3P\sqrt{n}}{100n\sqrt{2}}.$$

Прийmemo за граничну допустиму похибку подвійну середню квадратичну. Тоді

$$f_{h_{\text{доп}}} = \pm \frac{3P\sqrt{n^2}}{100n\sqrt{2}} = \pm \frac{0,04P}{\sqrt{n}}. \quad (74)$$

У формулі (74) периметр обчислюють у метрах, а допустиме значення нев'язки f_h — у сантиметрах, оскільки похибка визначення перевищення становить 3 см на 100 м довжини.

Якщо похибка $m_v = 30''$, то формула (74) матиме вигляд

$$f_{h_{\text{доп}}} = \pm \frac{0,02P}{\sqrt{n}}, \text{ см.} \quad (74a)$$

При виконанні умови формули (74), тобто

$$f_h = \sum h_{\text{сеп}} \leq \pm \frac{0,04P}{\sqrt{n}}, \text{ см,}$$

нев'язку $\sum h_{\text{сеп}}$ вважають допустимою і ділять з оберненим знаком на всі середні перевищення пропорційно довжинам сторін, через які визначали ці перевищення. Поправка до кожного середнього перевищення дорівнюватиме

$$\delta h_i = \frac{-f_h}{P} d_i, \quad (75)$$

де δh_i — поправка до перевищення $h_{\text{сеп}}$ з номером i ; $-f_h$ — нев'язка з оберненим знаком; P — периметр полігона, м; d_i — довжина сторони з номером i .

Виправлені перевищення обчислюють за формулою

$$h_{i_{\text{випр}}} = h_{i_{\text{сеп}}} + \delta h_i.$$

За виправленими перевищеннями обчислюють висотні позначки станцій

$$H_{II} = H_I + h_{1_{\text{випр}}}, \quad H_{III} = H_{II} + h_{2_{\text{випр}}} \quad \text{і т. д.}$$

Наприкінці всіх обчислень маємо отримати позначку H_I , від якої починають обчислення. Ця умова є контрольною для правильності всіх обчислень.

Позначку станції I отримують прив'язкою теодолітного ходу до державної або місцевої нівелірної мережі (реперів).

Якщо теодолітний полігон є незамкненим, а початкова і кінцева точки його прив'язані до реперів, то нев'язка в сумі середніх перевищень

Таблиця 12. Зразок обчислення поправок δh і виправлених перевищень $h_{\text{випр}}$ у замкнутому полігоні

Номер точки	Довжина лінії, м	Середнє перевищення, м	Поправка до перевищення, м	Виправлене перевищення, м	Висотна позначка точки, м
	d	$h_{\text{сер}}$	δh	$h_{\text{випр}}$	
1	130	+3,45	+0,015	+3,365	120,650
2	90	+2,55	+0,011	+2,561	124,115
3	70	+1,70	+0,008	+1,708	126,676
4	100	-2,60	+0,012	-2,588	128,384
5	120	+1,10	+0,014	+1,114	125,796
6	110	-2,70	+0,013	-2,687	126,910
7	90	-1,92	+0,011	-1,909	124,223
8	140	+1,30	+0,017	+1,317	122,314
9	70	-2,99	+0,008	-2,982	123,631
1		$\Sigma h_{\text{сер}} = -0,11$	$\Sigma \delta h = +0,11$	$\Sigma h_{\text{випр}} = 0$	120,650

між точками ходу дорівнюватиме

$$f_h = \Sigma h_{\text{сер}} - (H_n - H_I),$$

де f_h — нев'язка в сумі $\Sigma h_{\text{сер}}$; H_n, H_I — висотні позначки відповідно останньої і початкової точок полігона.

Решту обчислень у незамкнутому полігоні виконують так само, як і в замкнутому. Правильність обчислень контролюють виконанням рівності

$$\Sigma h_{\text{випр}} = (H_n - H_I).$$

Приклад. Скористаємося даними табл. 12, де замкнений полігон складається з 9 точок, периметр якого дорівнює 920 м, сума середніх перевищень між точками — $\Sigma h_{\text{сер}} = -0,11$ м. Отже, $f_n = -0,11$ м. Допустиме значення нев'язки згідно з формулою (74) дорівнює

$$f_{h_{\text{доп}}} = \frac{0,04 \cdot 900}{\sqrt{9}} = 12 \text{ см.}$$

Оскільки $\Sigma h_{\text{сер}} < f_{h_{\text{доп}}}$, то нев'язку $f_h = -11$ см можна вважати допустимою. Розглянемо обчислення поправок δh_i . Згідно з формулою (75)

$$\delta h_1 = \frac{-(-0,11)}{920} 130 = 0,015 \text{ м;} \quad \delta h_3 = \frac{-(-0,11)}{920} 70 = 0,0008 \text{ м;}$$

$$\delta h_2 = \frac{-(-0,11)}{920} 90 = 0,011 \text{ м;} \quad \delta h_4 = \frac{-(-0,11)}{920} 100 = 0,012 \text{ м.}$$

В останніх двох вертикальних графах таблиці наведено виправлені перевищення і позначки точок.

При тригонометричному нівелюванні перевищення і позначки станцій округляють до сантиметрів.

Створення висотної основи тахеометричного знімання можна здійснювати і методом геометричного нівелювання в умовах не дуже пересіченого рельєфу. Докладно метод геометричного нівелювання розглянуто у розд. 8.

Нитковий віддалемір, | 7.5 його будова і точність |

Нитковий віддалемір є найпоширенішим видом віддалемірів у геодезичних приладах. Він складається з двох горизонтальних ниток (aa , bb) сітки, ниток труби, віддалених одна від одної на відстані p (рис. 90). Розглянемо теорію ниткового віддалеміра. Із рис. 90 випливає, що відстань d між двома точками

$$d = E + f + \delta. \quad (76)$$

Із подібності трикутників $a'b'F$ і ABF можна записати

$$\frac{E}{f} = \frac{n}{p} \quad \text{або} \quad E = \frac{f}{p}n = Kn,$$

де $K = \frac{f}{p}$ — коефіцієнт віддалеміра.

Отже, з урахуванням формули (76)

$$d = Kn + f + \delta, \quad (77)$$

де d — вимірювана відстань між точками; $K = 100$ — коефіцієнт віддалеміра; n — кількість сантиметрів між верхньою і нижньою нитками сітки, видимих у трубу; f — фокусна відстань об'єктива труби; δ — приблизно половина довжини труби теодоліта.

Якщо позначити $c = f + \delta$, то формулу (77) можна записати у вигляді

$$d = Kn + c = 100n + c. \quad (78)$$

Стала c дорівнює приблизно 1,5 довжини труби теодоліта. За середньої довжини труби 18 см отримуємо $c \approx 27$ см.

Точність ниткового віддалеміра на основі спеціальних експериментальних досліджень характеризується відносно похибкою $1/300$. Це означає, що кожні 100 м вимірюють з похибкою ± 33 см. Оскільки величина c менша від похибки вимірів довжин ліній нитковим віддалеміром, то цією величиною у формулі (78) у багатьох випадках нехтують. З іншо-

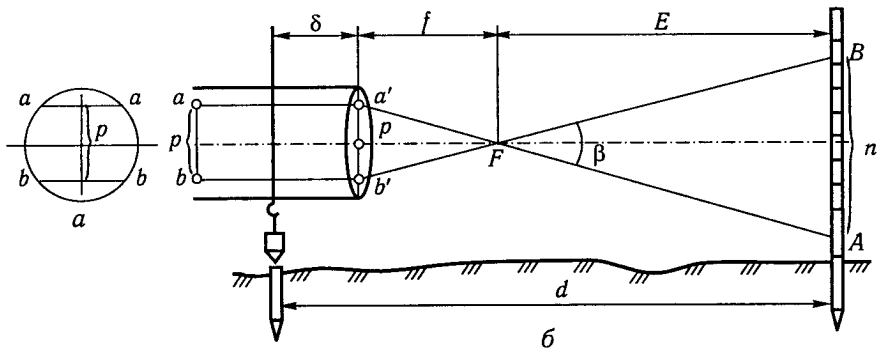


Рис. 90. Схема поля зору труби (а) і ниткового віддалеміра (б)

го боку, на планах масштабу 1 : 1000 одному міліметру відповідає 1 м, а 0,27 мм відповідає 27 см у натурі. На планах масштабу 1 : 2000 графічній точності побудов 0,1 мм відповідає 0,2 м. У багатьох випадках контурні точки (межі ниви, плантацій, лісу тощо) на місцевості можна визначити з похибкою не менше ніж 0,5 м.

Таким чином, остаточно формулу (78) можна подати у вигляді

$$d = 100n. \quad (79)$$

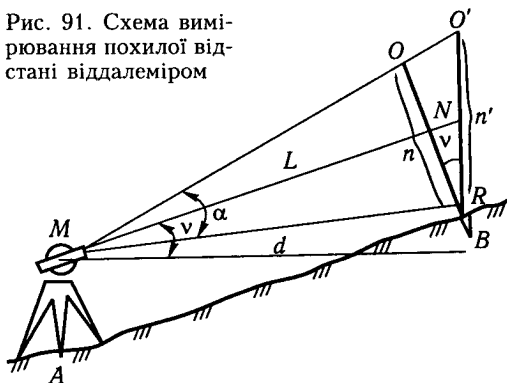
Оскільки коефіцієнт віддалеміра $K = 100$, то n сантиметрам рейки, видимих у трубу між крайніми (верхньою і нижньою) нитками, відповідає n метрів довжини лінії. Отже, кількість сантиметрів рейки (включаючи і частки сантиметра), видимих у трубу між крайніми її нитками, дорівнює кількості метрів вимірюваної лінії.

Слід звернути увагу, що при виведенні формули (77) передбачалося, що візирна вісь труби (див. рис. 90) перпендикулярна до рейки. На практиці ця умова майже ніколи не виконується через нерівності рельєфу.

Визначення горизонтальних проекцій похилих відстаней, вимірюваних віддалеміром | 7.6

Схему вимірювання похилої відстані AB зображено на рис. 91. Якби рейка була нахилена під кутом ν , то між крайніми нитками сітки труби був би відлік n см. На практиці рейку на точці тримають вертикально, тому відлік на вертикальній рейці буде викривлений і дорівнюватиме n' . Оскільки поле зору труби $\alpha \leq 2^\circ$, то промені MO і MR можна вважати майже паралельними.

Рис. 91. Схема вимірювання похилої відстані віддалеміром



Із прямокутного трикутника ORO' (який має прямий кут при точці O) випливає

$$n = n' \cos v,$$

звідси

$$MN = Kn' \cos v = L \cos v,$$

де $L = Kn'$.

Оскільки нас цікавить горизонтальна проекція відстані MN , то

$$d = MN \cos v = L \cos^2 v, \quad (80)$$

де L — відстань, яку визначають за відліком n' на вертикальній рейці; v — кут нахилу візирної осі труби.

Із порівняння формул (35) і (80) випливає, якщо похилу відстань вимірюють мірною стрічкою, то її горизонтальна проекція дорівнює $d = D \cos v$. Під час вимірювання відстані L віддалеміром його горизонтальну проекцію слід обчислювати за формулою $d = L \cos^2 v$. Ці два випадки не слід плутати, тому віддалемірну відстань для відмінності позначено через L .

Знімання ситуації і рельєфу. | 7.7 Робота на станції |

Перед початком робіт теодоліт потрібно перевірити і від'юстирувати. Бажано місце нуля MO вертикального круга звести до нуля (див. п. 6.8). У цьому випадку згідно з формулою (45) вертикальний кут дорівнюватиме відліку $KЛ$ на вертикальному крузі при «крузі ліво». Якщо MO не дорівнюватиме нулю, то при опрацюванні результатів вимірювань вертикальні кути обчислюють за формулою

$$v = KЛ - MO.$$

На станції встановлюють теодоліт, центрують над точкою і горизонтуєть. Трубі надають положення «круг ліво». Суміщають нулі лімба й алідади горизонтального круга, закріплюють алідаду, відкріплюють лімб і при відліку $0^{\circ}00'00''$ трубу наводять на передню станцію теодолітного ходу. Закріплюють лімб і відкріплюють алідаду. Останню операцію називають *орієнтуванням теодоліта*. До закінчення роботи на станції закріплювальний гвинт теодоліта не чіпають, щоб не порушити його орієнтування. У разі порушення орієнтування операцію виконують заново. Орієнтування теодоліта на станції дає змогу спростити опрацювання результатів знімання і нанесення рейкових точок на план.

Нівелірні рейки завдовжки 3 м по всій довжині мають сантиметрові поділки. Десятисантиметрові інтервали мають написи 00, 01, 02, 03, ..., 10, 11, ..., 29, 30. Нижній кінець рейки, який називають *п'яткою*, збігається з індексом 00. Вершина рейки має індекс 30. Рейку встановлюють на точці завжди п'яткою донизу і тримають строго вертикально.

На рейці фіксують висоту теодоліта, для чого рейку встановлюють «нулем вниз» біля теодоліта (п'ятка рейки при цьому має бути на рівні торця кілочка) і на рівні горизонтальної осі обертання труби її обв'язують шпагатом. У подальшому під час вимірювань середню нитку сітки труби наводять на зроблену позначку висоти теодоліта, якщо її видно в трубу.

Далі разом із рейковиком оглядають місцевість навколо станції, дають йому вказівку, куди ставити рейку під час знімання ситуації і рельєфу. В журналі тахеометричного знімання креслять окомірний абрис, на якому зображають ситуацію і рейкові точки, що підлягають зніманню. Щоб не пропустити елементи ситуації і рельєфу, які потрібно зняти, знімання точок виконують послідовно за рухом годинникової стрілки. З метою економії часу і скорочення обсягу робіт на одному візирному промені можна знімати відразу кілька точок. Наприклад, на промені 1 (узлісся) (рис. 92) знято також точку 2 (межа ниви). На промені 3 (узлісся) знято точки 3 (вісь дороги) і 5 (межа ниви) тощо.

При зніманні кожної рейкової точки перехрестя сітки труби наводять на позначку висоти теодоліта на рейці й беруть відлік на вертикальному крузі (КЛ). Бульбашка рівня на колонці труби при цьому має бути на середині ампули (в нуль-пункті). Далі беруть відлік за віддалеміром, який дорівнює кількості n сантиметрових поділок рейки між крайніми нитками сітки. Для цього за допомогою мікрометричного гвинта труби її трохи піднімають угору, щоб верхня нитка сітки проходила через початок п'ятисантиметрового інтервалу рейки. За нижньою ниткою визначають кількість сантиметрів. Насамкінець беруть відлік на горизонтальному крузі теодоліта.

Результати записують у журнал тахеометричного знімання (табл. 13). У графі «Примітка» вказують, який елемент ситуації визначає ця рейкова точка (межа ниви, вісь дороги, узлісся тощо).

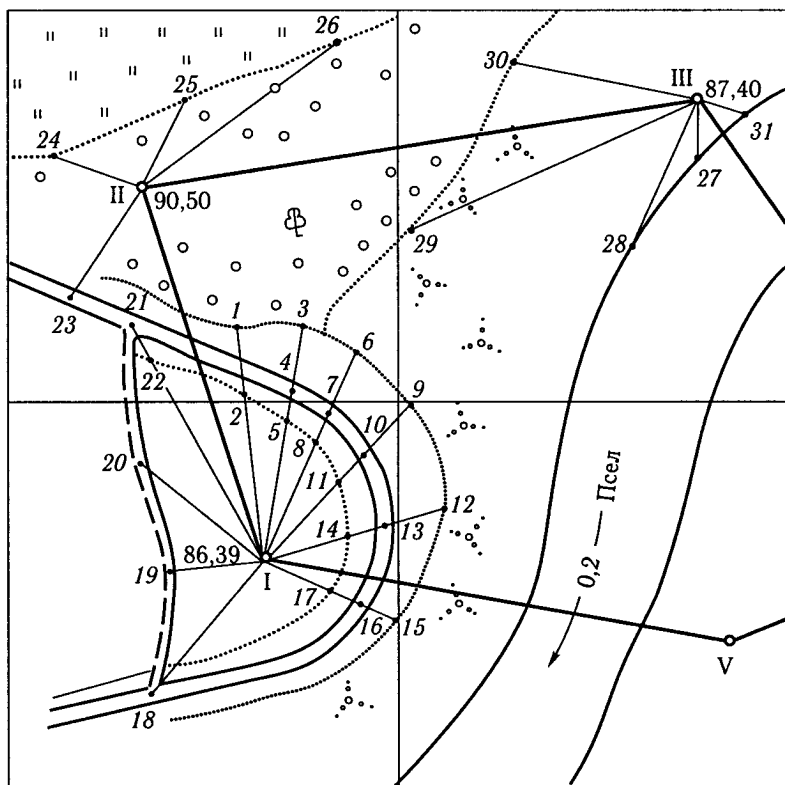


Рис. 92. Зразок зміння ситуації

Якщо позначку висоти теодоліта на рейці закрито кущем, складками рельєфу тощо, то трубу наводять на будь-який довільний відлік на рейці v . Цей відлік обов'язково записують у графі «Примітка». В інших випадках відлік, що дорівнює i , можна не записувати. Нумерацію рейкових точок на всіх станціях доцільно витримувати наскрізну, щоб не мати на плані повторної нумерації. Після завершення спостережень цієї станції трубу теодоліта наводять на передню станцію і беруть відлік на горизонтальному крузі, щоб упевнитися, що орієнтування теодоліта за час спостережень не було порушено. Між початковим і кінцевим відліками не допускається різниця більше ніж $5'$.

У табл. 13 наведено зразок зміння на станції I, де висота теодоліта $i = 1,40$ м і $MO = 0^{\circ}04'$. Орієнтування теодоліта на станцію II (відлік на горизонтальному крузі $0^{\circ}00'$). Під час спостереження рейкової точки 1 трубу наводили на позначку $k = 1,40$ м, $v = 7^{\circ}27' - 4' = 7^{\circ}23'$. При спо-

Таблиця 13. Журнал тахеометричного знімання

Виконавець
Теодоліт 2Т-30М №

Спостережувана точка	Відлік на крузі		Вертикальний кут v	Відстань за віддалеміром L , м	Горизонтальне прокладання d , м	Перевищення h , м	Позначка точки H , м	Примітка
	горизонтальному	вертикальному						
Станція I $i = 1,40$; $MO = 0^{\circ}04'$; $H_{ст} = 85,40$ м «круг ліво»								
Ст. II	$0^{\circ}00'$							
1	$16^{\circ}20'$	$7^{\circ}27'$	$7^{\circ}23'$	47,80	47,40	+6,10	91,50	Вісь дороги Межа ниви Узлісся $v = 2,70$
2	$16^{\circ}20'$	$12^{\circ}15'$	$12^{\circ}11'$	31,60	29,90	+6,17	91,57	
3	$31^{\circ}20'$	$353^{\circ}12'$	$-6^{\circ}42'$	29,45	29,05	-4,71	80,69	
...
Ст. II	$0^{\circ}03'$							

стереженні точки 3 трубу наводили на відлік $v = 2,7$ м, $v = 353^{\circ}12' - 360^{\circ}04' = -6^{\circ}42'$ і т. ін. При наведенні труби на станцію II наприкінці спостережень відлік на горизонтальному крузі дорівнює $0^{\circ}03'$.

При використанні під час тахеометричного знімання сучасних тахеометрів-автоматів продуктивність робіт значно підвищується, а самі роботи спрощуються.

Опрацювання результатів | 7.8 тахеометричного знімання |

Під час опрацювання результатів тахеометричного знімання обчислюють горизонтальні прокладання за формулою (80), перевищення h рейкових точок відносно станції і позначки рейкових точок.

Обчислення перевищень h робити за формулою (71) незручно, оскільки для цього попередньо потрібно обчислити горизонтальні прокладання. Зробимо перетворення формули (71), які дають змогу обчислити h безпосередньо за вимірними далекомірними відстанями L .

Підставимо у формулу (71) значення d із формули (80). У результаті отримаємо

$$h = L \cos^2 v \operatorname{tg} v + i - v = \frac{L}{2} \sin v \cos v + i - v,$$

або

$$h = \frac{1}{2} L \sin 2v + i - v. \quad (81)$$

Якщо трубу наводять на позначку висоти теодоліта на рейці, то формула набирає вигляду

$$h = \frac{1}{2} L \sin 2v. \quad (82)$$

Знак перевищення h у формулі (82) залежить від знака кута v . Знак перевищення у формулі (81) залежить і від співвідношення величин першого, другого і третього доданків. Якщо кут v додатний і $\frac{1}{2} L \sin 2v + i > v$, то $h > 0$. Якщо кут v від'ємний і $\left| -\frac{1}{2} L \sin 2v - v \right| > i$, то $h < 0$.

На основі формули (82) розробляють спеціальні тахеометричні таблиці, які використовують під час опрацювання результатів тахеометричного знімання.

Позначки рейкових точок обчислюють за формулою

$$H_{p,t} = H_{ст} + h,$$

де $H_{p,t}$ — позначка рейкової точки; $H_{ст}$ — позначка станції; h — перевищення рейкової точки відносно станції.

Перевищення в останній формулі беруть з їхніми знаками.

Побудова плану | 7.9 теодолітно-тахеометричного знімання

Точки теодолітного ходу наносять на план за їхніми координатами x , y . Біля кожної точки надписують її номер і висотну позначку. Далі за допомогою геодезичного транспортира, поперечного масштабу і вимірника наносять навколо кожної точки теодолітного ходу рейкові точки. Для цього від напрямку на передню станцію (якщо теодоліт орієнтовано на передню точку) відкладають горизонтальний кут (відлік на горизонтальному крузі), проводять радіальний напрямок від станції на задану точку і на напрямку за допомогою вимірника і поперечного масштабу відкладають горизонтальну проекцію відстані від станції до рейкової точки в масштабі плану. Біля отриманої точки надписують її номер і висотну позначку, округлену до десятих часток метра.

Після того, як нанесли всі рейкові точки навколо станції I, так само наносять точки навколо станцій II, III і т. д. Потім розпочинають побудову горизонталей рельєфу, використовуючи висотні позначки всіх рейкових точок і станцій. Горизонталі проводять через інтервали h , що дорівнюють обраній висоті перерізу рельєфу. Побудови виконують методом лінійної інтерполяції. Для виконання операцій інтерполявання використовують аркуш паперу в клітинку.

Нехай на плані є точки A і B з їхніми висотними позначками 81,40 м і 87,70 м (рис. 93), задача інтерполювання полягає у тому, щоб на лінії AB знайти точки, позначки яких були б кратні висоті перерізу рельєфу h . Нехай висота перерізу рельєфу $h = 1$ м. Тоді на лінії AB потрібно знайти точки з позначками, кратними 1 м. Очевидно, це будуть точки з позначками 82, 83, 84, 85, 86, 87 м.

Прикладемо до лінії AB на плані аркуш паперу в клітинку так, щоб його горизонтальні лінії були паралельні AB . Перенесемо олівцем на нижню горизонтальну лінію точки A і B . Надпишемо на лініях, що лежать вище, позначки «81 м, 82 м, ..., 88 м» (див. рис. 93). Піднінемо точки A і B вертикальними лініями так, щоб їхні положення між лініями 81–82 м і 87–88 м відповідали їхнім висотним позначкам (частки метра оцінюють на око).

Побудовані точки A' і B' з'єднаємо прямою. Лінія $A'B'$ імітує схил місцевості між точками A' і B' . На перетині лінії схилу з горизонтальними лініями аркуша паперу отримаємо точки з позначками 81, 82, ..., 87 м. Спроеціюємо ці точки на нижню горизонтальну лінію і надпишемо біля них їхні висотні позначки. Знову прикладемо аркуш паперу до лінії AB на плані й перенесемо на AB побудовані точки. Біля них запишемо їхні позначки.

Аналогічно знаходять точки з позначками, кратними обраному перерізу h , на інших відрізках, що сполучають дві сусідні рейкові точки або станцію з рейковою точкою, що лежить поблизу. Слід звернути увагу на те, що інтерполяцію можна робити тільки між кожною парою сусідніх, близько розміщених точок, що лежать на одному й тому самому схилі горба (сопки, гори або на одному й тому самому схилі яру, лощини, улоговини). Не можна робити інтерполяцію між точками, які не є сусідніми або які занадто віддалені одна від одної.

Неправильний вибір парних точок у процесі виконання інтерполяції може призвести до значних помилок під час побудови горизонталей і зображення рельєфу. Щоб уникнути цих помилок під час тахеометричного знімання, на абрисі в журналі стрілками показують напрямки, по яких стікатимуть талі або зливові води на заданій ділянці рельєфу. Ці стрілки вказуватимуть схили форм рельєфу і визначатимуть порядок інтерполяції під час побудови горизонталей на плані.

Після побудови достатньої кількості інтерполяційних точок проводять горизонталі на ділянці плану, що розглядається. Кожна горизонталь повинна проходити через точки, що мають ту саму позначку, на-

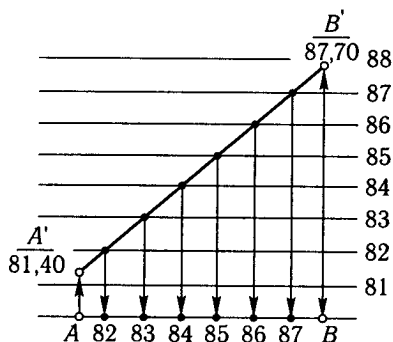


Рис. 93. Зразок виконання інтерполяції позначок під час побудови

приклад, «80 м» або «81 м» і т. д. Побудову горизонталей слід розпочинати на найпростішій ділянці рельєфу. Побудова на складних ділянках рельєфу, які важко сприймаються, рекомендується тимчасово відкласти і повернутися до них після побудови на сусідніх, простіших ділянках.

У розривах кожної п'ятої горизонталі надписують позначки, а по лініях вододілів і тальвегів зображують бергштрихи (див. п. 2.3).

Одночасно з нанесенням на план рейкових точок складають кальку висот. Для цього на кальку, лавсан чи іншу прозору основу переносять із плану всі станції і рейкові точки з їхніми висотними позначками. Калька висот зберігає всю висотну основу плану теодолітно-тахеометричного знімання і дає змогу за потреби контролювати на плані правильність побудови горизонталей рельєфу.

Ситуацію наносять після побудови горизонталей. Для цього використовують абрис кожної станції в журналі тахеометричного знімання. Під час нанесення ситуації користуються стандартними умовними знаками для планів заданого масштабу, креслення й оформлення плану виконують тушшю відповідно до вимог і вказівок посібника [13].

ІНЖЕНЕРНО- ГЕОДЕЗИЧНІ РОБОТИ ПІД ЧАС ВИШУКУВАНЬ, ПРОЕКТУВАННЯ І БУДІВНИЦТВА АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ

Частина 2

*Вишукування і детальне
розмічування траси
автомобільної дороги*

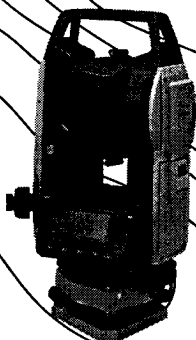
Геометричне нівелювання

*Нівелювання траси
автомобільної дороги*

*Інженерно-
геодезичні роботи
під час будівництва
автомобільних доріг*

*Вертикальне планування
промислових, будівельних
та інших майданчиків*

*Короткі відомості
про геодезичні опорні
мережі*



ВИШУКУВАННЯ І ДЕТАЛЬНЕ РОЗМІЧУВАННЯ ТРАСИ АВТОМОБІЛЬНОЇ ДОРОГИ

Розділ 8

Траса автомобільної дороги, її геометричні елементи

8.1

Траса є віссю майбутньої дороги. Проект траси дороги складають на картах масштабів 1 : 100 000 – 1 : 100 000. На складних за рельєфом ділянках використовують плани масштабів 1 : 5000 – 1 : 2000. Розроблення проекту траси на карті називають *камеральним трасуванням*.

Початково трасу дороги на карті між заданими початковою і кінцевою точками прокладають у вигляді полігона. Далі у точках повороту траси прямі лінії сполучають коловими або складнішими кривими, які забезпечують плавний та безпечний рух автомобільного транспорту на поворотах дороги. На завершальному етапі проектування траса має вигляд послідовності прямих і кривих ліній.

Розглянемо схему траси автомобільної дороги (рис. 94): S_1 – відстань від початку траси $A(ПТ)$ до вершини BK_1 першого кута повороту; S_2, S_3 – відстані між вершинами BK_1, BK_2, BK_3 кутів повороту; S_4 – відстань від вершини кута BK_3 до кінця траси $B(КТ)$. Прямі ділянки траси P_1, P_2, P_3, P_4 називають *прямими вставками*, між якими на поворотах траси розміщуються криві. Кожна крива має початкову і кінцеву точки, які називають відповідно *початком кривої (ПК)* і *кінцем кривої (КК)*. Довжини кривих позначають буквою K з відповідним індексом (K_1, K_2, K_3), кут повороту позначають буквою θ^* з відповідним індексом ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$).

Кутом повороту траси θ називають кут, розміщений між продовженням колишнього напрямку траси і новим її напрямком. Розрізняють ліві й праві кути повороту. Якщо траси повертають праворуч, то кут повороту називають *правим* ($\theta_1^п$), при повороті ліворуч – *лівим* ($\theta_2^л$).

*У деяких таблицях і довідкових джерелах для розмічування кривих кути повороту позначають буквою α .

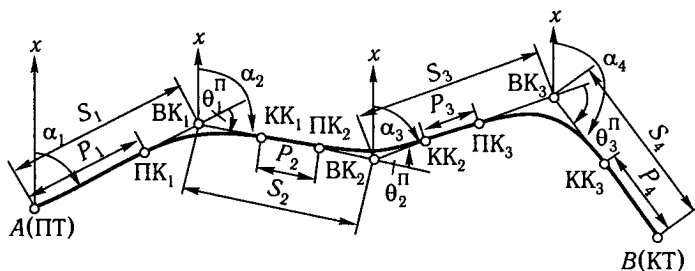


Рис. 94. Схема траси автомобільної дороги

Довжина траси дорівнює сумі довжин прямих P_i і сумі довжин кривих K_i вставок, тобто

$$L_{\text{тр}} = P_1 + K_1 + P_2 + K_2 + P_3 + K_3 + P_4$$

або

$$L_{\text{тр}} = \sum P_i + \sum K_i.$$

Геометричні елементи | 8.2 колової кривої

Розглянемо обчислення геометричних елементів колової кривої (рис. 95). У проекті траси дороги задано кут повороту θ і радіус R колової кривої на заданій вершині кута повороту BK . Відстані $AB = BC$ називають *тангенсами*, їх вимірюють у метрах*. Дуга кола ADC є кривою, а відрізок $BD = B$ — бісектрисою. Ці елементи колової кривої потрібні під час розмічування траси на місцевості, тому інженер повинен уміти обчислювати їх за заданими значеннями θ і R . Із прямокутного трикутника ABO випливає

$$AB = T = R \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (83)$$

Довжина дуги

$$ADC = K = \frac{R\theta\pi}{180^\circ}. \quad (84)$$

Бісектриса

$$B = OB - OD = \frac{R}{\cos \theta/2} - R = R \left(\frac{1}{\cos \theta/2} - 1 \right)$$

або

$$B = \frac{R}{\cos \theta/2} (1 - \cos \theta/2). \quad (85)$$

*Не слід плутати відстані $AB-BC$ із тригонометричною функцією tg .

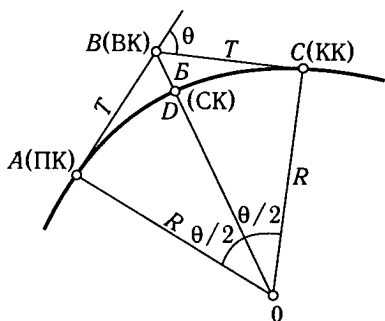


Рис. 95. Геометричні елементи колової кривої

Під час розмічування колових кривих використовують величину

$$2T - K = D, \quad (86)$$

яка називається *доміром*. За доміром перевіряють правильність обчислень T і K . Якщо у формулу (86) підставити значення T і K із формул (83) і (84), отримаємо

$$D = R \left(2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{\rho} \right), \quad (87)$$

де $\rho = 57,3^\circ$.

За формулами (83), (84), (85) і (87) обчислено спеціальні таблиці [5, 9], які значно спрощують розрахунки. У цих таблицях подано також значення D , обчислені за рівністю (87). Якщо значення D , отримані з формул (86) і (87), однакові, це свідчить про те, що значення T і K обчислені правильно.

Задання початкового напрямку траси | 8.3

Після затвердження проектного варіанта траси роблять польове трасування, за якого на місцевості розмічують і закріплюють кілочками всі головні точки і геометричні елементи за графічними значеннями кутів θ_i і відстаней S_i , виміряних на плані з високою точністю й ретельністю.

Розмічування починають із задання початкового напрямку траси. Розглянемо розв'язання цієї задачі за допомогою бусолі, встановленої на колонці труби.

Перед початком роботи обчислюють магнітний азимут початкового напрямку траси

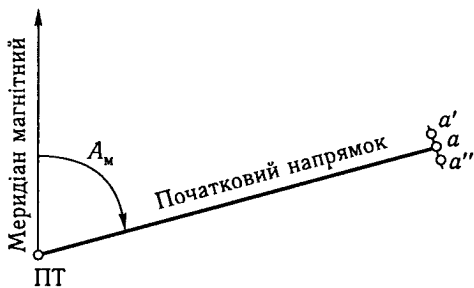
$$A_m = \alpha + \gamma - \delta,$$

де α — дирекційний кут початкового напрямку, який вимірюють на плані геодезичним транспортиром; γ — зближення меридіанів у точці початку траси, що обчислюють за формулою (8); δ — магнітне схилення, яке обчислюють за формулою (11) на рік вирішення задачі.

У початковій точці траси ПТ встановлюють теодоліт і приводять у робочий стан (центрують, горизонтують). На колонці труби закріплюють бусоль. Працюють при КЛ. На горизонтальному крузі теодоліта встановлюють відлік $0^\circ 00' 00''$, закріплюють алідаду і відкріплюють лімб.

Із відліком $0^\circ 00' 00''$ теодоліт обертають так, щоб кінці магнітної стрілки бусолі сумістилися з двома протилежними позначками на бусольному

кільці. У цьому положенні теодоліта його труба буде спрямована уздовж магнітного меридіана, який проходить через початок траси. Далі відпускають алідаду, теодоліт обертають і на горизонтальному крузі встановлюють відлік A_m . Труба теодоліта буде напрямлена уздовж початкового напрямку траси.



Уздовж візирної осі труби виставляють віху a' на максимальній відстані, яка визначається умовами видимості (рис. 96).

Рис. 96. Схема задання початкового напрямку траси за допомогою бусолі

Трубу переводять через зеніт і при КП повторюють усі операції. Уздовж візирної осі труби виставляють другу віху a'' . Відстань $a'a''$ між віхами ділять навпіл і на середині $a'a''$ встановлюють кілочок. Це і буде остаточний початковий напрямок траси, вільний від впливу колимаційної похибки труби.

Велике значення для всієї методики розмічування траси на місцевості має реальна оцінка похибки задання її початкового напрямку. Обчислимо її.

Похибка вимірів дирекційного кута початкового напрямку траси на плані за допомогою геодезичного транспортира дорівнює $\pm 12-15'$. Похибками кутів γ і δ можна знехтувати, оскільки вони порівняно невеликі. Отже, для обчислення магнітного азимута за виміряним на плані дирекційним кутом похибку A_m можна вважати такою, що дорівнює $\pm 15'$.

Похибка орієнтування теодоліта за бусоллю, згідно з паспортними даними, дорівнює приблизно $\pm 30'$. Звідси загальна похибка задання початкового напрямку становитиме

$$m_{A_m} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \pm 34'.$$

За довжини початкового напрямку траси $L = 1$ км кінцева точка цього відрізка траси відхилиться в поперечному до траси напрямку на величину

$$\Delta l = \frac{L m_{A_m}}{\rho} = \frac{1000 \cdot 34'}{3438'} \approx \pm 10 \text{ м},$$

тобто на кожний кілометр довжини траси її поперечний зсув відносно проектного положення дорівнює приблизно ± 10 м.

Результати задання початкового напрямку траси можна поліпшити, якщо є можливість прив'язати початок траси до розміщених поблизу пунктів геодезичної мережі. Схему задання початкового напрямку

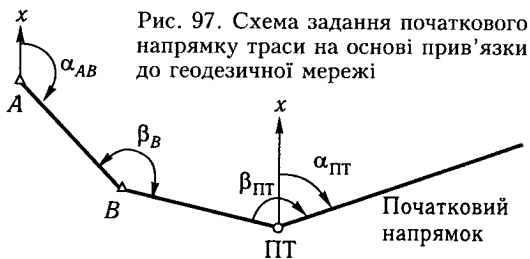


Рис. 97. Схема задання початкового напрямку траси на основі прив'язки до геодезичної мережі

шляхом прив'язки початку траси до геодезичних пунктів зображено на рис. 97. По координатах x, y геодезичних пунктів A і B визначають дирекційний кут α_{AB} напрямку AB , вирішуючи зворотну геодезичну задачу (див. п. 6.12).

На пункті B вимірюють прилеглий кут β_B одним повним прийомом і обчислюють дирекційний кут напрямку $(B-ПТ)$

$$\alpha_{(B-ПТ)} = \alpha_{AB} + \beta_B - 180^\circ.$$

Далі обчислюють кут $\beta_{ПТ}$ у точці «початок траси»

$$\beta_{ПТ} = 180^\circ - (\alpha_{(B-ПТ)} - \alpha_{ПТ}),$$

де $\alpha_{ПТ}$ — дирекційний кут початкового напрямку траси, виміряний на плані геодезичним транспортиром.

У точці $ПТ$ встановлюють теодоліт і приводять у робоче положення (центрують, горизонтують). При «крузі ліво» на горизонтальному крузі теодоліта встановлюють відлік $0^\circ 00' 00''$, закріплюють алідаду і відкріплюють лімб. При відліку $0^\circ 00' 00''$ трубу наводять на точку B і закріплюють лімб. Далі відкріплюють алідаду і на горизонтальному крузі встановлюють відлік, що дорівнює обчисленому куту $\beta_{ПТ}$.

Труба теодоліта при цьому буде напрямлена уздовж початкового напрямку траси. На лінії візирної осі труби виставляють віху.

Трубу теодоліта переводять через zenit і при КП усі операції повторюють. На лінії візування уздовж початкового напрямку траси виставляють другу віху. Відстань між першою і другою віхами ділять навпіл і посередині забувають кілочок, який і фіксуватиме початковий напрямку траси.

Проаналізуємо похибку задання початкового напрямку траси викладеним способом. Із опису випливає, що при заданні початкового напрямку $\alpha_{ПТ}$ використовують кути α_{AB} , β_B , $\beta_{ПТ}$ (див. рис. 97), тому похибки цих кутів і визначатимуть точність задання початкового напрямку, тобто

$$m_{\alpha_{ПТ(сум)}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{AB}}^2 + m_{\beta_B}^2 + m_{\beta_{ПТ}}^2}.$$

Проте $\beta_{ПТ} = 180^\circ - (\alpha_{(B-ПТ)} - \alpha_{ПТ})$, тому

$$m_{\beta_{ПТ}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{(B-ПТ)}}^2 + m_{\alpha_{ПТ}}^2}.$$

Остаточно отримаємо

$$m_{\alpha_{\text{ПТ(сум)}}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{AB}}^2 + m_{\beta_B}^2 + m_{\alpha_{(B-\text{ПТ})}}^2 + m_{\alpha_{\text{ПТ}}}^2}$$

Похибки $m_{\alpha_{AB}}$, m_{β_B} , $m_{\alpha_{(B-\text{ПТ})}}$ не перевищують $1'-2'$, похибка кута $\alpha_{\text{ПТ}}$, виміряного на плані транспортиром, дорівнює $15'$. Сумарна похибка задання початкового напрямку траси дорівнюватиме

$$m_{\alpha_{\text{ПТ(сум)}}} = \pm \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2 + 15^2} = \pm 15,2'$$

Поперечне зміщення точки наприкінці початкового напрямку траси завдовжки 1 км становитиме, м:

$$\Delta l = \frac{L m_{\alpha_{\text{ПТ(сум)}}}}{\rho} = \frac{1000 \cdot 15,2}{3438} = \pm 4,4,$$

тобто приблизно вдвічі менше, ніж при заданні напрямку за допомогою бусолі. Звідси можна зробити висновок, що задання початкового напрямку траси прив'язкою до геодезичної мережі в багатьох випадках є точнішим розв'язанням задачі.

Слід наголосити, що схема прив'язки до геодезичної мережі описує найпростіший випадок. На практиці можуть траплятися й інші складніші умови прив'язки, коли між точками B і ПТ потрібно буде прокладати так званій прив'язний полігон із кількох точок. Точність прив'язки у таких випадках буде нижчою, ніж у розглянутій схемі. Однак інженер повинен вміти точно і правильно розмічувати за будь-яких розміщень початку траси відносно пунктів геодезичної мережі.

Зміщення точок траси на місцевості відносно їх проектних положень на плані траси спричинене дією похибок кутових і лінійних вимірів, знижує якість проектних рішень, викривлює проектні значення параметрів дороги, погіршує геометрію і транспортно-експлуатаційні якості дороги, підвищує вартість її будівництва. Тому проблема підвищення точності розмічування траси на місцевості є однією з основних у дорожньо-будівельному будівництві. Вирішують її шляхом контролю задання початкового напрямку траси і періодичних прив'язок її до пунктів геодезичної мережі або надійних і зручно розміщених орієнтирів місцевості.

Періодичність прив'язки траси до геодезичної мережі залежить від точності геодезичних вимірювань при вишукуванні і розмічуванні траси, складності рельєфу, категорії автомобільної дороги. Вона коливається від 11–16 км для доріг V категорії на рівневій місцевості до 3–5 км для доріг I категорії в гірській місцевості, при середній похибці кутових вимірів $m_{\beta} = \pm 1,5'$. Докладніше це питання розглядається під час вивчення теми «Будівництво автомобільних доріг».

Метод контролю задання | 8.4 напряmkів ліній траси

Нехай на місцевості задано початковий напрямок траси PK (рис. 98), що проходить на відстані кількох сотень метрів від геодезичного пункту або орієнтира місцевості O . Пункт O є на плані траси. Для контролю положення напрямку PK опускають перпендикуляр OB із точки O на PK і вимірюють його довжину на плані й місцевості. Оскільки побудову перпендикуляра на місцевості з високою точністю виконати складно, визначають його довжину непрямим методом.

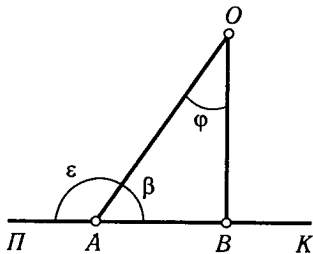


Рис. 98. Метод контролю задання початкового напрямку траси

Із прямокутного трикутника AOB випливає

$$\beta = 180^\circ - \epsilon, \quad \varphi = \epsilon - 90^\circ, \quad OB = OA \cos \varphi.$$

Позначимо довжину перпендикуляра OB , виміряну на плані, символом l , а довжину перпендикуляра, виміряну на місцевості, — символом l' . Обчислимо поправку до кута $\alpha_{ПТ}$, за допомогою якого було задано початковий напрямок траси

$$\Delta\alpha = \frac{(l - l')\rho}{L},$$

де $\Delta\alpha$ — поправка до дирекційного кута $\alpha_{ПТ}$; $\rho = 3438'$ — радіан у мінутах; L — довжина початкової ділянки траси PB , на якій виконується контроль.

Для визначення L обчислюють відстань PA з використанням пікетажних положень точок*, розміщених на PA , і обчислюють відрізок $AB = OA \sin \varphi$. Остаточоно отримують $L = PA + AB$.

Далі в точці P встановлюють теодоліт, трубу наводять на одну з точок, зафіксованих на початковому напрямку, і до відліку на горизонтальному крузі n додають поправку зі своїм знаком. Діючи мікрометричним гвинтом аліадади, встановлюють на горизонтальному крузі відлік $n + \Delta\alpha$ і уздовж візирної осі труби фіксують точку виправленого початкового напрямку траси. Задачу вирішують при КП і КЛ, щоб уникнути впливу колімаційної похибки труби.

Аналогічно здійснюють контроль задання напрямків усіх наступних ліній траси. Важливою позитивною якістю методу є те, що для його

* Про пікетажне положення точок траси див. п. 8.6.

застосування потрібно мати всього один пункт геодезичної мережі або орієнтир місцевості. Традиційні методи прив'язки і контролю потребують щонайменше двох опорних пунктів, що не завжди є на місцевості [2, 4].

Досліди показують, що метод забезпечує обчислення поправки α з точністю $\pm 4'-5'$.

Детальне | 8.5 розмічування траси |

Після задання початкового напрямку траси відкладають відстані S_1, S_2, S_3, \dots , закріплюють вершини кутів, пікетів, плюсових точок і головних точок кривих (див. рис. 94).

Відстані S_1, S_2, S_3 вимірюють на плані траси за допомогою вимірювача і поперечного масштабу з максимально можливою точністю. Реальна графічна точність вимірювання довжин на плані дорівнює 0,2 мм. На плані масштабу 1 : 10 000 цій величині відповідає 2 м. Отже, якщо проект траси складено на плані у масштабі 1 : 10 000, то відстані S_1, S_2, S_3, \dots отримують із похибками ± 2 м. На плані масштабу 1 : 5000 похибка відстаней становитиме ± 1 м.

Відстань S_1 відкладають на місцевості частинами з урахуванням кутів нахилу ділянок місцевості і нерівностей рельєфу на початковому напрямку. Слід звернути увагу на те, що розмічувальні роботи за своїм змістом і методикою виконання прямо протилежні зніманням. Під час знімання обчислюють горизонтальні проекції виміряних відстаней і відкладають їх на планах.

Під час розмічувальних робіт на планах вимірюють горизонтальні проекції відстаней, а на місцевості розмічують «похилі» значення цих відстаней із урахуванням кута нахилу місцевості (рис. 99). Обчислення похилих відстаней виконують за формулою

$$D = \frac{d}{\cos v},$$

де D — відстань між двома точками на місцевості; d — горизонтальна проекція відстані D ; v — кут нахилу місцевості вздовж лінії.

Схему відкладання відстані S_1 зображено на рис. 100. Оскільки вздовж лінії S_1 рельєф місцевості має кілька точок зламу, то в цих точках забивають кілочки і кожну частину лінії S_1 (D_1, D_2, D_3) вимірюють як самостійну лінію в прямому і зворотному напрямках (див. п. 6.3). Кути нахилу v_1, v_2, v_3 ліній D_1, D_2, D_3 вимірюють екліметром або теодолітом і обчислюють горизонтальні проекції $d_1 = D_1 \cos v_1, d_2 = D_2 \cos v_2, d_3 = D_3 \cos v_3$.

Далі обчислюють суму $d_1 + d_2 + d_3$ і залишок $d_4 = S_1 - (d_1 + d_2 + d_3)$, який потрібно відкласти, щоб отримати на місцевості довжину S_1 . За

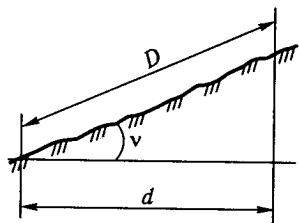


Рис. 99. Схема для обчислення відстаней D за їхніми горизонтальними проєкціями d

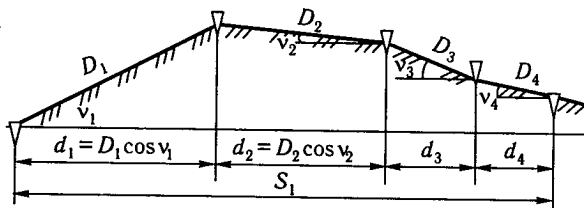


Рис. 100. Схема відкладання відстаней S_1, S_2, S_3, \dots під час розмічування траси

значенням d_4 і кутом нахилу v_4 обчислюють $D_4 = \frac{d_4}{\cos v_4}$. Величину

D_4 відкладають мірною стрічкою і кінець лінії S_1 закріплюють кілочком. Отримана точка є вершиною першого кута повороту траси BK_1 (див. рис. 94). У точці BK_1 встановлюють теодоліт і відкладають кут повороту θ_1^n . Для цього на горизонтальному крузі суміщують нулі лімба й алідади, закріплюють алідаду, відкріплюють лімб і при положенні труби КЛ наводять її на початок траси або будь-яку іншу точку, розміщену в ступці початкового напрямку (на точці встановлюють віху).

Трубу переводять через зеніт, відкріплюють алідаду і встановлюють на горизонтальному крузі відлік, що дорівнює θ_1^n . Труба буде напрямлена вздовж нового напрямку траси. По лінії візування встановлюють віху на відстані, трохи більшій за S_2 (якщо дозволяють умови видимості).

Потім при КП на горизонтальному крузі встановлюють відлік $0^\circ 00' 00''$, відкріплюють лімб і з відліком $0^\circ 00' 00''$ трубу знову наводять на точку ПТ. Далі всі операції повторюють. Уздовж візирної осі труби виставляють другу віху. Відстань між першою і другою віхами ділять навпіл і посередині забивають кілочок, який фіксуватиме напрямок S_2 .

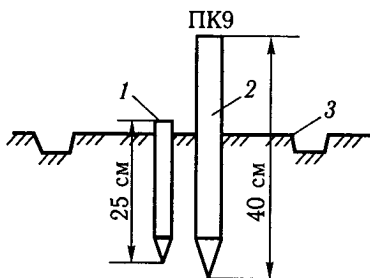
Вздовж нового напрямку траси відкладають відстань S_2 так само, як для S_1 . Якщо відкласти довжину S_2 повністю за умовами видимості неможливо, то відкладають її частинами. Щоб продовжити побудовану лінію, в кінці її встановлюють і приводять у робоче положення (центрують, горизонтують) теодоліт. Трубу наводять на будь-яку задню точку в створі лінії, закріплюють лімб і алідаду, а потім трубу переводять через зеніт. По лінії візування встановлюють віху.

Операцію повторюють за іншого положення вертикального круга і встановлюють другу віху. Відстань між віхами ділять навпіл і посередині забивають кілочок. Це і буде продовжений напрямок лінії, вільний від впливу колімаційної похибки труби.

Вище було розглянуто побудову правого кута повороту траси. Під час побудови лівого кута повороту θ_2^n всі операції виконують у тому

Рис. 101. Закріплення на місцевості пікетів і плюсових точок:

1 — пікет або плюсова точка; 2 — сторожок; 3 — канавка



самому порядку, однак після переведення труби через zenit на горизонтальному крузі встановлюють відлік, що дорівнює $360^\circ - \theta_2^I$, оскільки при повороті труби вліво відліки на горизонтальному крузі спадатимуть.

На кожній вершині кута повороту траси розмічують головні точки кривої: початок кривої (ПК), кінець кривої (КК) і середину кривої (СК) (див. рис. 95). Для цього за попереднім і наступним напрямками траси від вершини кута за допомогою мірної стрічки відкладають довжини тангенсів T . Далі будують бісектрису кута ($180^\circ - \theta$) і на напрямку бісектриси відкладають її значення. Точки ПК, СК, КК закріплюють кілочками, на сторожках вказують їхнє пікетажне положення.

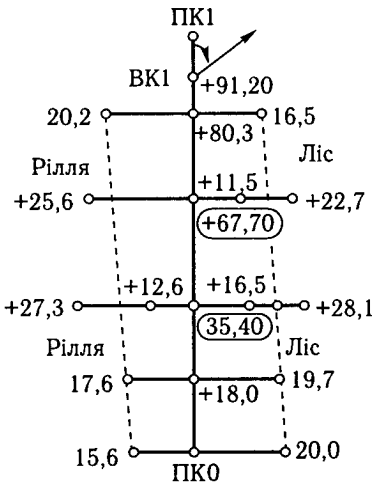
Одночасно з відкладенням відстаней S_1, S_2, S_3 і побудовою кутів $\theta_1^I, \theta_2^I, \theta_2^II$ уздовж ліній траси розмічують пікети. Пікети позначають 100-метрові відстані, вони слугують для визначення довжини траси від її початку до заданої точки. Початок траси позначається як «пікет нуль» і записується ПК0. Сто метрів траси позначають ПК1, двісті метрів — ПК2 тощо. Один кілометр траси має позначку ПК10, а 1100 м траси — ПК11 і т. д.

Якщо між пікетами профіль рельєфу місцевості по лінії траси має нерівності (горби, пагорби, яри, низини тощо), то в точках зламу лінії профілю (на вершинах пагорбів, у найвищих точках горбів, на дні ярів, низин тощо) розмічують додаткові точки, які називають *плюсовими*. Плюсові точки мають позначення, наприклад ПК1 + 62,30 або ПК7 + 18,10. Це означає, що точка знаходиться від початку траси на відстані 100 м плюс 62,30 м або на відстані 700 м плюс 18,10 м.

Нерівності рельєфу заввишки (завглибшки) 0,4 м і більше обов'язково мають бути зафіксовані й закріплені кілочками як плюсові точки, оскільки у подальшому вони підлягають нівелюванню. Положення кожної плюсової точки траси визначають від найближчого заднього пікету вимірюванням відстані від пікету до цієї точки мірною стрічкою.

Усі пікети і плюсові точки закріплюють на місцевості кілочком, біля яких встановлюють сторожок (рис. 101). Поверхню землі навколо пікетів і плюсових точок очищують від каменів, сухих гілок, знімають трав'яний шар і обкопують точку канавкою у формі прямокутника, кола, трикутника. На сторожку фарбою або фломастером записують номер пікету або назву плюсової точки, а також назву підприємства, що виконує вишукувальні роботи. Іноді біля точки встановлюють стовп або віху для полегшення пошуку точки на місцевості під час нівелювання.

Рис. 102. Креслення і заповнення сторінки пікетажного журналу



Під час вишукувань і розмічування траси креслять і заповнюють пікетажний журнал, до якого заносять усі точки траси, їхнє пікетажне положення, а також ситуацію у смузі траси. Пікетажний журнал у подальшому використовують під час нівелювання траси, складання відомості прямих, кривих, кутів повороту, побудови плану і профілю траси. Для пікетажного журналу зручно використовувати загальний зошит «у клітинку» в твердій палітурці. Порядок складання і креслення журналу такий.

На кожній сторінці фіксують 100 м траси. Посередині аркуша знизу вгору проводять пряму, яка зображує лінію траси, внизу на лінії позначають точку і надписують ПК0, угорі позначають таку саму точку і роблять напис ПК1 (рис. 102). Якщо на цій 100-метровій ділянці траси є плюсові точки, то їх позначають на лінії траси точками і відповідними написами, наприклад, +35,40; +67,70.

Абрис у пікетажному журналі складають без масштабу, проте якщо для цього використовують учнівський зошит, то при розміщенні на сторінці 100-метрового інтервалу траси масштаб абрису виходить $\approx 1:500$ (в 1 см — 5 м). Положення плюсових точок на лінії траси в журналі має приблизно відповідати їхнім «плюсовим» положенням на місцевості (+35,40 м, +67,70 м).

Оскільки плюсові точки фіксують злами профілю місцевості й підлягають нівелюванню, їхні «плюсові числа» обводять кружками, щоб під час нівелювання траси не пропустити точки. Їх у подальшому називатимемо *плюсовими точками першого роду*.

На плюсових точках першого роду розмічують лінії поперечних профілів. Довжина лінії поперечного профілю залежить від категорії дороги, рельєфу місцевості та інших особливостей проекту дороги. На дорогах III, IV категорій ліворуч і праворуч від траси розмічують по 20–25 м ліній поперечних профілів. На дорогах I, II, III категорій довжини поперечних профілів можуть бути по 30–40 м ліворуч і праворуч від лінії траси.

На кожній лінії поперечного профілю розмічують плюсові точки в місцях зламу поперечного профілю місцевості. Точки на лініях поперечних профілів підлягають нівелюванню, результати нівелювання використовують у подальшому під час проектування дороги і підрахунку обсягів земляних робіт.

На кожній наступній сторінці пікетажного журналу побудови повторюють: посередині проводять вертикальну пряму, внизу позначають початковий, а вгорі кінцевий пікети наступного розмічувального 100-метрового інтервалу траси.

Із викладеного випливає, що під час зображення траси в пікетажному журналі застосовують умовний прийом, згідно з яким лінія траси завжди проходить посередині сторінки знизу вгору. Повороти траси зображають на цій лінії стрілками, напрямленими вправо (при правих поворотах) або вліво (при лівих поворотах). Початок стрілки виходить із точки ВК, яку показують на лінії траси згідно з її пікетажним положенням.

У пікетажному журналі відображають також ситуацію в смузі траси. Знімання ситуації виконують методом перпендикулярів одночасно з прокладанням траси. Праворуч від траси знято узлісся, ліворуч — межу ниви.

Перпендикуляри відновлені до лінії траси вправо і вліво на плюсових точках $+18,0$; $+80,3$. Основою перпендикуляра слугує плюсова точка, яку визначають за відліком на мірній стрічці, натягнутій уздовж лінії траси. Вершина перпендикуляра визначає положення елемента або точки ситуації. Довжини перпендикулярів вимірюють сталевую або тасьмовою рулеткою, прями кути будують на око.

Плюсові точки, які визначають під час знімання методом перпендикулярів, називають *плюсовими точками другого роду*. На місцевості їх не закріплюють кілочками, а фіксують тільки в пікетажному журналі. Плюсові точки другого роду не підлягають нівелюванню, тому в пікетажному журналі їхні пікетажні числа не обводять кружальцями. Надалі не слід плутати плюсові точки першого і другого роду.

Ситуацію із пікетажного журналу переносять на план і профіль траси.

Обчислення пікетажних | 8.6 положень точок траси |

Схему траси, складеної з трьох прямих вставок P_1, P_2, P_3 і двох кривих K_1, K_2 , зображено на рис. 103. Оскільки траса складається з послідовно розміщених прямих вставок і кривих, то довжина траси (або пікетажне положення кінця траси) дорівнюватиме

$$KT = P_1 + K_1 + P_2 + K_2 + P_3 = P_1 + P_2 + P_3 + K_1 + K_2. \quad (88)$$

На основі формули (86) можна записати

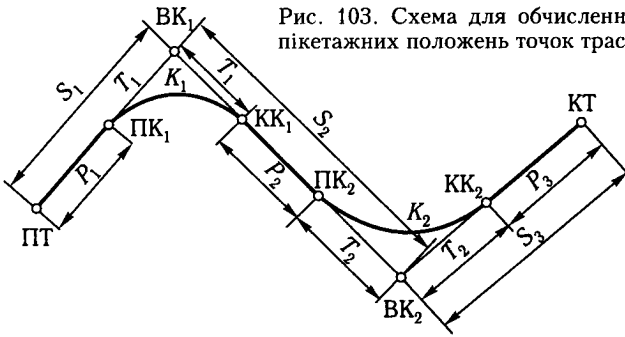
$$K_1 = 2T_1 - D_1;$$

$$K_2 = 2T_2 - D_2;$$

.....

$$K_{n-1} = 2T_{n-1} - D_{n-1}.$$

Рис. 103. Схема для обчислення пікетажних положень точок траси



Складаючи ліві й праві частини рівностей, отримаємо

$$\sum_1^{n-1} K_i = 2 \sum_1^{n-1} T_i - \sum_1^{n-1} D_i.$$

Підставивши у формулу (88) значення $\sum_1^{n-1} K_i$ з останньої рівності, матимемо

$$КТ = \sum_1^n P_i - 2 \sum_1^{n-1} T_i - \sum_1^{n-1} D_i. \quad (89)$$

Із рис. 103 випливає, що

$$\begin{aligned} S_1 &= P_1 + T_1; \\ S_2 &= P_2 + T_1 + T_2; \\ S_3 &= P_3 + T_2 + T_3; \\ &\dots\dots\dots \\ S_{n-1} &= P_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-1}; \\ S_n &= P_n + T_{n-1}. \end{aligned}$$

Додаючи ліві й праві частини рівностей, отримаємо

$$\sum_1^n S_i = \sum_1^n P_i + 2 \sum_1^{n-1} T_i.$$

Замінюючи у рівності (89) $\sum_1^n P_i - 2 \sum_1^{n-1} T_i$ на суму $\sum_1^n S_i$, остаточно можна записати

$$КТ = \sum_1^n S_i - \sum_1^{n-1} D_i. \quad (90)$$

Із формули (90) випливає, що довжина траси дорівнює сумі відстаней S_1 між вершинами кутів мінус сума домірів на всіх кутах поворотів. Справді, якщо взяти суму всіх відстаней S_1 , то сума $\sum_1^n S_i$ буде більшою, ніж довжина траси на $\sum_1^{n-1} D_i$, оскільки на кожній вершині кута до довжини траси включатиметься ламана $2T_i$ замість кривої K_i . Проте $2T_i - K_i = D_i$, звідси випливає, що «надлишок» D_i на кожній вершині кута має бути виключений із довжини траси.

Розглянемо пікетажні положення вершин кутів $BK_1, BK_2, BK_3 \dots$. Із рис. 103 випливає, що $BK_1 = S_1$. Для обчислення пікетажних положень інших вершин скористаємося формулою (90). Якщо прийняти, що траса закінчується в точці BK_2 , отримаємо

$$BK_2 = S_1 + S_2 - D_1 = \sum_1^2 S_i - D_i.$$

Аналогічно для BK_3 отримаємо

$$BK_3 = S_1 + S_2 + S_3 - (D_1 + D_2) = \sum_1^3 S_i - \sum_1^2 D_i.$$

У загальному випадку для вершини з номером k можна записати $k = n - 1$

$$BK_n = \sum_1^n S_i - \sum_1^{n-1} D_i. \quad (91)$$

Отже, пікетажне положення вершини кута з номером n дорівнює сумі всіх відстаней S_i між вершинами мінус сума домірів на всіх вершинах, за винятком останньої. Формула (91) є найпростішою і найзручнішою для обчислення пікетажних положень вершини кутів повороту.

Розглянемо обчислення пікетажних положень точок ПК, СК, КК на кожному куті повороту. Якщо відомо пікетажне положення вершини кута повороту, то пікетажне положення точок ПК, СК, КК на цьому куті повороту найпростіше можна обчислити від вершини кута. Із рис. 103 випливає, що

$$ПК_1 = BK_1 - T_1 = S_1 - T_1 = P_1;$$

$$СК_1 = ПК_1 + K_1/2 = P_1 + K_1/2;$$

$$КК_1 = ПК_1 + K_1 = BK_1 + T_1 - D_1.$$

Для вершини кута повороту BK_2 матимемо

$$ПК_2 = BK_2 - T_2;$$

$$СК_2 = ПК_2 + K_2/2;$$

$$КК_2 = ПК_2 + K_2 = BK_2 + T_2 - D_2.$$

Для вершини з номером n отримаємо

$$\left. \begin{aligned} \text{ПК}_n &= \text{ВК}_n - T_n; \\ \text{СК}_n &= \text{ПК}_n + K_n/2; \\ \text{КК}_n &= \text{ПК}_n + K_n = \text{ВК}_n + T_n - D_n. \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

Обчислені пікетажні положення точок ПК, СК, КК на кожному куті повороту записують на сторожках біля відповідної точки.

Розглянемо методику відкладення відстані S уздовж нового напрямку на кожній вершині кута повороту траси. Нехай це буде, наприклад, ВК_1 . Після того як побудовано кут повороту θ_1 і зафіксовано напрямок траси на точку ВК_2 , на попередньому і новому напрямках траси відкладають тангенси T_1 , закріплюють точки ПК_1 і КК_1 кілочками й обчислюють їх пікетажне положення, як розглянуто вище.

Далі від точки КК_1 стрічкою продовжують відкладати відстані по 20 м. Проте пікетажне положення точки КК_1 , що включає пікет і дрібне число, створює незручності при обчисленні пікетажного положення кожної нової точки наприкінці відкладеного 20-метрового інтервалу. Щоб уникнути цих незручностей, рекомендується від точки КК_1 спочатку відкласти таку довжину, яка округлює пікетажне положення точки КК_1 до значення, кратного 20 м.

Нехай, наприклад, пікетажне положення КК_1 дорівнює $\text{ПК}_9 + 23,60$. Щоб пікетажне положення наступної точки було кратне 20 м, потрібно від КК_1 відкласти 16,40 м. Пікетажне положення кінця цього відрізка довжини буде $\text{ПК}_9 + 40,00$ м. Далі відкладають 20-метрові інтервали, кінці яких матимуть послідовно пікетажне положення: $\text{ПК}_9 + 60,0$ м; $\text{ПК}_9 + 80,0$ м; ПК_{10} .

У разі детального розмічування траси обчислюють і контролюють дирекційні кути напрямків між вершинами. Із рис. 94 випливає, що

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_1 + \theta_1^{\text{II}}; \\ \alpha_3 &= \alpha_2 - \theta_2^{\text{II}} = \alpha_1 + \theta_1^{\text{II}} - \theta_2^{\text{II}}; \\ \alpha_4 &= \alpha_3 + \theta_3^{\text{II}} = \alpha_1 + \theta_1^{\text{II}} - \theta_2^{\text{II}} + \theta_3^{\text{II}}. \end{aligned}$$

У загальному випадку для дирекційного кута напрямків можна записати

$$\alpha_n = \alpha_1 + \sum \theta_1^{\text{II}} - \sum \theta_1^{\text{I}}, \quad (93)$$

звідси

$$\alpha_n - \alpha_1 = \sum \theta_1^{\text{II}} - \sum \theta_1^{\text{I}}, \quad (94)$$

тобто різниця дирекційних кутів кінцевого і початкового напрямків траси дорівнює сумі всіх правих кутів повороту мінус сума всіх лівих кутів повороту.

Таблиця 14. Відомість прямих, кривих і кутів повороту

Номер кута	Кілометр	Кути повороту θ			Крива					Прямі													
		вправо	вліво	величина	елементи кривої, м	положення	довжини	напрямки	вставка	відстань між вершинами кутів s , м	дирекційний кут α	румб r	Примітка										
1	2																						
0	0	ПК0 + 0,00																					
1	0	ПК1 + 62,34	18°57'		500	83,45	165,37	6,92	1,52	ПК0 + 78,89			78,89	162,34	72°47'	72°47'	ПдСх						
2	0	ПК5 + 64,42		15°01'	800	105,44	209,67	6,12	1,21	ПК4 + 58,98			214,71	403,60	91°44'	88°16'	ПнСх						
3	0	ПК7 + 98,08	20°20'		500	89,66	177,44	7,98	1,88	ПК7 + 8,42			39,77	234,87	76°43'	76°43'	ПдСх						
4	1	ПК13 + 22,70		27°15'	600	145,43	285,36	17,38	5,50	ПК11 + 77,27			291,41	526,50	97°03'	82°57'	ПнСх						
КТ	2	ПК22 + 98,10											835,47	980,90	69°48'	69°48'	ПдСх						
										Σ39°17'		Σ42°16'		Σ423,98		Σ837,84		Σ10,11		Σ1460,25		Σ2308,21	

Контроль:

- $\Sigma D = 2\Sigma T - \Sigma K = 847,96 - 837,84 = 10,12$ м.
- $\Sigma KT = \Sigma P + \Sigma K = 1460,25 + 837,84 = 2298,09$ м.
- $\Sigma KT = \Sigma S - \Sigma D = 2308,21 - 10,12 = 2298,10$ м.
- $\alpha_n - \alpha_0 = 69^\circ48' - 72^\circ47' = -2^\circ59'$.
- $\Sigma \theta^n - \Sigma \theta^l = 39^\circ17' - 42^\circ16' = -2^\circ59'$.

Відомість прямих, | 8.7 кривих і кутів повороту |

Відомість прямих, кривих і кутів повороту є документом, у якому подано значення всіх геометричних параметрів траси (табл. 14). Якщо до проекту траси під час її вишукувань і детального розмічування не вносять будь-яких змін і уточнень, то відомість прямих, кривих і кутів повороту залишають такою, якою її складено при камеральному трасуванні. Якщо при польовому трасуванні до проекту вносять зміни, то до відомості вносять і відповідні зміни з урахуванням результатів польового трасування. Обчислення виконують за формулами (83)–(94).

Зробимо кілька зауважень щодо заповнення її вертикальних граф: у графі 3 записують пікетажні положення вершин кутів, які обчислюють за формулою (91); у графах 6, 7, 8, 9, 10 записують значення геометричних елементів кривих, які обчислюють за формулами (83)–(87); у графах 11, 12 фіксують пікетажні положення точок ПК, КК, які обчислюють за формулою (92); у графі 14 записують відстані S між вершинами, які беруть із проекту траси; в графі 13 записують значення прямих вставок P , які обчислюють за схемою траси; в графі 15 записують значення дирекційних кутів, які обчислюють за формулою (93). Під відомістю виконують контрольні обчислення за формулами (88)–(90) і (94).

Побудова | 8.8 плану траси |

План траси складають у тих випадках, коли до проекту траси вносять досить істотні зміни в процесі польового трасування. Якщо таких змін немає, то проект траси і є її планом. Його доповнюють лише новими ситуаційними даними, які беруть із пікетажного журналу.

На плані траси показують усі пікети і плюсові точки першого роду, а також лінії поперечних профілів, які розмічені й закріплені на місцевості кілочками в процесі детального розмічування траси.

Якщо до проекту траси вносять істотні зміни, то план траси складають заново на плані великого масштабу (1 : 10 000–1 : 2000). Вершини кутів траси наносять на план за їхніми обчисленими координатами. Вихідними даними для обчислення координат є відстані S_i між вершинами кутів і їхні дирекційні кути α_i . Ситуацію на план переносять із пікетажного журналу. Пікетажні положення точок ПК, КК беруть із відомості прямих, кривих і кутів повороту. План траси оформляють тушшю.

Основний принцип
і способи геометричного
нівелювання

9.1

Геометричне нівелювання принципово відрізняється від тригонометричного тим, що його виконують за допомогою приладів, які мають горизонтальний промінь візування. Такі прилади називають *нівелірами*. Під час нівелювання визначають перевищення між точками і висотні позначки цих точок. Для цього на точках установлюють нівелірні рейки, нівелір установлюють між точками в будь-якому зручному для роботи місці, далі візують на рейки і беруть відліки Z (задній) і Π (передній) (рис. 104).

Із рис. 104 випливає, що перевищення h між точками A і B дорівнює різниці відліків Z і Π , тобто

$$h = Z - \Pi,$$

де Z і Π — відповідно задній і передній відліки на рейках, встановлених на точках A і B .

Якщо задній відлік більший за передній, то перевищення h буде додатним (профіль місцевості піднімається за напрямком нівелірного ходу), якщо менший, — h буде від'ємним (профіль місцевості опускається вниз за напрямком нівелірного ходу). Із рис. 104 випливає

$$H_B = H_A + h,$$

тобто позначка точки B дорівнює позначці точки A плюс перевищення h , яке додають зі своїм знаком.

Якщо нівелірний хід напрямлено від точки B у бік точки A , то відлік на рейці B буде задній, а на рейці A — передній (див. рис. 104). Звідси

$$h = (Z - \Pi) < 0,$$

тобто перевищення h буде від'ємним. Якщо відома висотна позначка точки B , то позначка точки A дорівнюватиме

$$H_A = H_B + (-h) = H_B - h.$$

Рис. 104. Принципова схема геометричного нівелювання ізсередины

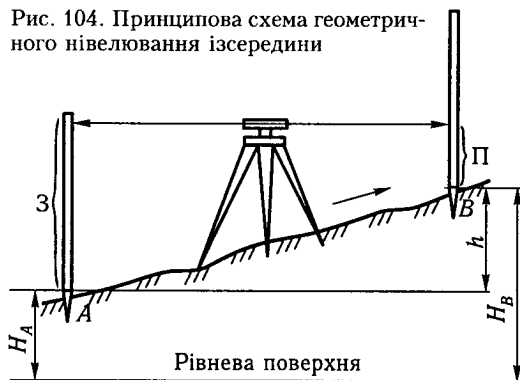
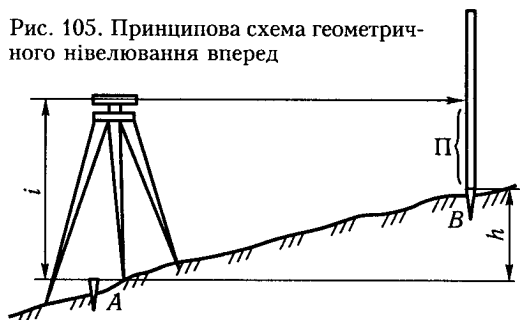


Рис. 105. Принципова схема геометричного нівелювання вперед



ни зниці окуляра з точністю ± 1 мм. На точці B встановлюють рейку і беруть на ній відлік Π . Обчислюють перевищення h між точками A і B : $h = i - \Pi$. Якщо $i > \Pi$, то $h > 0$, якщо $i < \Pi$, то $h < 0$.

Із рис. 105 випливає, що коли позначка точки A відома, то

$$H_B = H_A + h.$$

Спосіб нівелювання вперед трохи поступається за точністю способу нівелювання ізсередины.

Будова та основні характеристики нівелірів НЗ і Н-ЗК | 9.2

Нівелір НЗ застосовують під час нівелювання трас (доріг, трубопроводів, каналів), будівельних і монтажних робіт. Має нескладну будову і надійний у роботі.

Основні частини нівеліра НЗ та їх призначення (рис. 106):

1 — зорова труба, призначена для візування на рейку, має збільшення $V = \times 30$, поле зору $\alpha = 1^\circ 20'$, межа візування від 1,5 м до ∞ , кое-

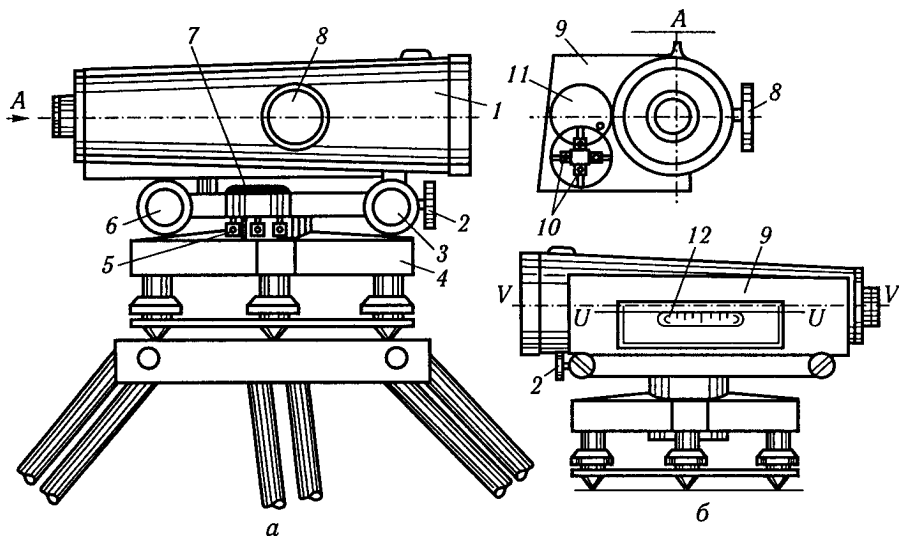


Рис. 106. Нівелір НЗ:

a — загальний вигляд; *б* — вигляд з боку камери циліндричного рівня

фіцієнт віддалеміра $K = 100$; 2 — затискний гвинт труби для фіксування положення труби після наведення на рейку; 3 — навідний гвинт труби для повороту труби в горизонтальній площині на малий кут при наведенні на рейку; 4 — підставка нівеліра з трьома підйомними гвинтами для встановлення нівеліра на штативі, за допомогою підйомних гвинтів виконують горизонтування приладу; 5 — виправні гвинти для юстирування круглого рівня; 6 — елевацийний гвинт труби для надання її візирній осі строго горизонтального положення; 7 — круглий (настановний) рівень для попереднього (грубого) надання осі нівеліра прямовисного положення, ціна поділки — $10'$; 8 — фокусійний (кремальєрний) гвинт труби для отримання чіткого зображення; 9 — камера циліндричного рівня; 10 — виправні гвинти для юстирування циліндричного рівня; 11 — заслінка для зачинення віконця в камері циліндричного рівня.

Циліндричний рівень 12 (рис. 106, б), закріплений на трубі, є однією з основних частин нівеліра, оскільки за його допомогою приводиться в горизонтальне положення візирна вісь труби VV . Ціна поділки дорівнює $15''$.

Основна геометрична вимога, яку висувають до нівеліра, полягає в тому, щоб візирна вісь труби після приведення приладу в робочий стан була чітко горизонтальна. Це досягається тільки в тому випадку, коли вісь циліндричного рівня UU паралельна візирній осі труби VV і бульбашку рівня виведено в нуль-пункт (на середину ампули рівня).

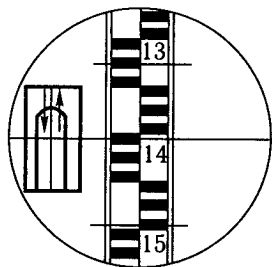


Рис. 107. Поле зору труби нівеліра НЗ

Поле зору труби нівеліра зображено на рис. 107. Зліва від нівелірної рейки розміщено прямокутну рамку, розділену навпіл вертикальною лінією. Зліва і справа уздовж цієї лінії переміщуються половинки протилежних кінців бульбашки циліндричного рівня, які за допомогою системи заломлювальних призм передаються з камери рівня в поле зору труби.

Якщо обернути елеваційний гвинт *б* (див. рис. 106), то зображення половинок кінців бульбашки рівня перемістяться уздовж роздільної лінії. Таким чином можна досягти їхнього повного суміщення в одну фігуру. Таке суміщення зображень половинок кінців бульбашки рівня називають **контактом**.

Рівні, в яких можна спостерігати ефект контакту зображень половинок кінців бульбашки, називають *контактними*. У момент контакту зображень вісь циліндричного рівня приводиться в горизонтальне положення. Якщо вісь рівня паралельна візирній осі труби, то й візирна вісь труби приводиться в горизонтальне положення, тобто виконується головна геометрична вимога до нівеліра. Основна перевага рівнів контактного типу полягає в тому, що за її допомогою можна приводити візирну вісь труби в горизонтальне положення, не перериваючи спостережень у трубу. Це зручно під час виконання нівелювальних робіт.

Нівелір Н-ЗК (рис. 108) — технічний нівелір із компенсатором. *Компенсатор* — пристрій, який автоматично приводить лінію візування труби в горизонтальне положення. Нівелір Н-ЗК має такі пристрої:

1 — об'єktiv зорової труби; 2 — фокусійний (кремальєрний) гвинт для отримання чіткого зображення в трубі; 3 — зорова труба для візування на рейку, має збільшення $V = \times 30$, поле зору $\alpha = 1^\circ 20'$, межа візування від 2 м до ∞ , коефіцієнт віддалеміра $K = 100 \pm 1$; 4 — окуляр; 5 — круглий рівень з ціною поділки $8'$ для встановлення нівеліра в робоче положення, після виведення бульбашки круглого рівня в нуль-пункт автоматично починає діяти компенсатор; 6 — три підйомні гвинти для горизонтування приладу; 7 — навідний гвинт, за допомогою якого нівелір повертають навколо своєї осі, діє як нескінченний гвинт.

Компенсатор нівеліра складається з двох прямокутних призм, які під дією сили ваги маятника забезпечують приведення візирного променя в горизонтальне положення, якщо кут нахилу труби не перевищує $15'$. Повітряний демпфер сприяє швидкому загасанню коливань маятника. Компенсатор забезпечує

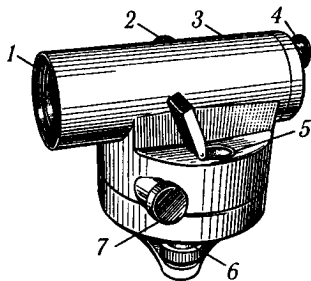


Рис. 108. Нівелір Н-ЗК

встановлення візирного променя в горизонтальне положення з похибкою не більше ніж $0,5''$.

Крім технічних є нівеліри високоточні. До них належить нівелір Н-05, який застосовують під час створення висотної опорної геодезичної мережі, будівництва мостів, метрополітенів, дослідження нерівностей дорожнього покриття, деформацій споруд.

Нівелір Н-05 під час прокладання нівелірних ходів забезпечує середню квадратичну похибку $0,5$ мм на 1 км подвійного ходу і $0,2$ мм визначення перевищення на станції при відстанях до рейок не більше ніж 50 м. Збільшення зорової труби до $\times 40$, ціна поділки рівня при трубі дорівнює $10''$.

Перевірка та юстирування | 9.3 нівелірів НЗ і Н-ЗК

Перед початком нівелювання траси виконують перевірку та юстирування нівелірів. Нівелір НЗ вважається готовим до роботи, якщо виконують такі геометричні умови.

1. Вісь круглого рівня має бути паралельна осі обертання нівеліра.

Виконання перевірки. Підйомними гвинтами нівеліра виводять бульбашку круглого рівня у центр кола, зображеного на сферичній поверхні його ампули. Повертають нівелір навколо його осі на 180° . Якщо бульбашка залишається в центрі кола, то умова перевірки виконується і юстирування робити не потрібно. Якщо бульбашка відхилиться від центра на деяку відстань (відповідну визначеному куту), то половину цього відхилення ліквідують за допомогою виправних гвинтів 5 круглого рівня (див. рис. 106), а іншу — за допомогою підйомних гвинтів нівеліра. Далі операції повторюють. Двох-трьох наближень достатньо, щоб досягти виконання умови перевірки.

2. Горизонтальна нитка сітки труби має бути перпендикулярна до осі обертання нівеліра.

Виконання перевірки. Вісь обертання нівеліра приводять в прямо-висне положення, для чого бульбашку круглого рівня виводять у нуль-пункт. Трубу наводять на будь-яку точку і за допомогою навідного гвинта 3 повільно обертають вліво або вправо. Якщо точка спостереження не зійде з горизонтальної нитки сітки труби, то умова перевірки виконується. В протилежному випадку потрібно ослабити кріпильні гвинти окулярної частини труби і повернути сітку на деякий кут, щоб горизонтальна нитка її зайняла горизонтальне положення.

Після виправлення положення сітки перевірку повторюють.

3. Вісь циліндричного рівня UU має бути паралельна візирній осі труби VV.

Перевірку виконують подвійним нівелюванням лінії завдовжки приблизно 50 м способом нівелювання вперед. Для цього на місцевості кінці ліній закріплюють кілочками і над одним із них встановлюють

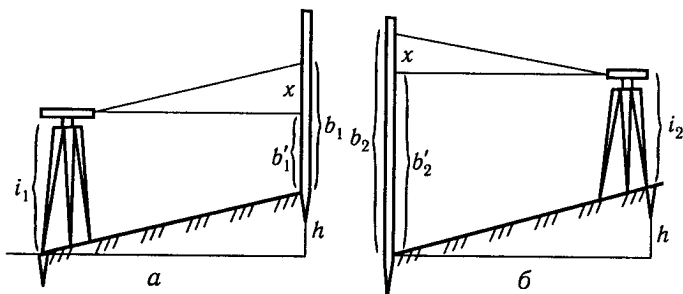


Рис. 109. Схема виконання перевірки з нівеліра НЗ:
a – нівелювання з початку траси; *б* – з кінця траси

нівелір (рис. 109, *a*). Нівелір приводять у робоче положення і за допомогою сталеві міліметрової рулетки вимірюють його висоту i_1 .

На другому кілочку встановлюють рейку і наводять на неї трубу нівеліра (попередньо виводячи бульбашку циліндричного рівня в нуль-пункт). На рейці беруть відлік b_1 .

Із рис. (109, *a*) випливає

$$b'_1 = b_1 - x, \quad h = i_1 - b'_1 = i_1 - b_1 + x. \quad (a)$$

Нівелір і рейку міняють місцями (рис. 109, *б*). Нівелір приводять у робоче положення і вимірюють його висоту i_2 . Трубу приладу наводять на рейку і беруть відлік b_2 :

$$b'_2 = b_2 - x, \quad |h| = b'_2 - i_2 = b_2 - x - i_2. \quad (б)$$

Оскільки рівності (а) і (б) визначають те саме перевищення між закріпленими точками, то їх можна прирівняти

$$i_1 - b_1 + x = b_2 - x - i_2.$$

Звідси

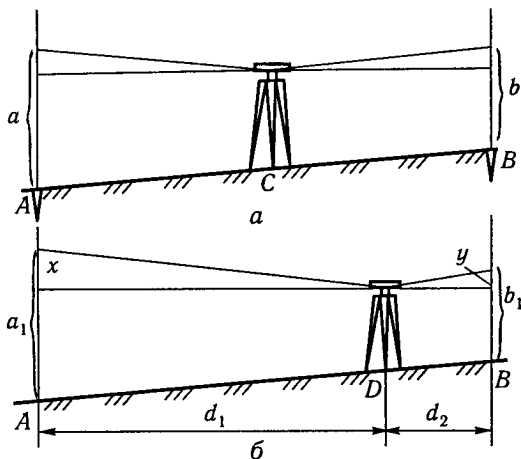
$$x = \frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2}.$$

Якщо $(b_1 + b_2) > (i_1 + i_2)$, то $x > 0$, якщо $(b_1 + b_2) < (i_1 + i_2)$, то $x < 0$. Поправку x віднімають зі своїм знаком від відліку b_2 і обчислюють правильний відлік

$$b'_2 = b_2 - x.$$

Діючи елеваційним гвинтом *б* (див. рис. 106), наводять перехрестя сітки труби на обчислений відлік b'_2 на рейці. При цьому бульбашка циліндричного рівня зміститься з нуль-пункту. Відкриваючи заслінку 11 вікця камери циліндричного рівня, за допомогою верхнього і нижнього

Рис. 110. Схема виконання перевірки горизонтальності лінії візування нівеліра Н-ЗК за різного встановлення інструмента: a – по середині лінії; b – на відстані 10 м від однієї з точок



виправних гвинтів 10 виводять бульбашку в нуль-пункт. Наприкінці юстирування виправні гвинти мають бути добре замкнені, щоб циліндричний рівень не змінив свого положення під час транспортування і роботи з нівеліром.

Після завершення юстирування всі операції повторюють, щоб упевнитися, що $|x| \leq 2$ мм. Значення $|x| \leq 2$ мм вважатимемо допустимим і юстирування рівня в цьому випадку можна не виконувати.

Перевірку нівеліра Н-ЗК виконують так само, як і нівеліра НЗ. Винятком є тільки одна перевірка, яку розглянемо окремо.

4. Лінія візування труби має бути горизонтальною.

Виконання перевірки. У точках A і B , розміщених на відстані 100 м, забивають кілочки і встановлюють на них рейки (рис. 110, a). Точно на середині цього інтервалу в точці C встановлюють нівелір, змінюючи горизонт приладу не менше трьох разів, визначають перевищення між точками A і B і обчислюють його середнє значення h , яке буде вільним від інструментальних похибок.

Нівелір переносять у точку D , розміщену на відстані 10 м від точки A або B , і беруть відліки a , b на рейках (рис. 110, b):

$$h = (a_1 - x) - (b_1 - y); \quad \frac{x}{y} = \frac{d_1}{d_2}.$$

Із цієї рівності визначимо

$$y = x \frac{d_1}{d_2}.$$

Підставивши це значення у попередню рівність, отримаємо

$$h = (a_1 - x) - \left(b_1 - x \frac{d_2}{d_1} \right).$$

Звідси

$$x \left(1 - \frac{d_2}{d_1} \right) = a_1 - b_1 - h.$$

Позначимо

$$a_1 - b_1 = h_1.$$

Тоді останню рівність подамо у вигляді

$$x = \frac{d_1}{d_1 - d_2} (h_1 - h) = \frac{d_1}{d_1 - d_2} f,$$

де $f = h_1 - h$.

Оскільки $d_1 - d_2 = 80$ м і $d_1 = 90$ м, то $\frac{d_1}{d_1 - d_2} = 1,12$.

Звідси випливає, що $x = 1,12f$.

Знак поправки x залежить від знака різниці f . Якщо $f = (h_1 - h) > 0$, то $x > 0$, якщо $f < 0$, то $x < 0$. Далі обчислимо виправлений відлік на дальню рейку $a = a_1 - x$ (x беруть зі своїм знаком).

Не порушуючи положення нівеліра, трубу наводять на дальню рейку, знімають ковпачок окулярного коліна і за допомогою вертикальних виправних гвинтів сітки наводять горизонтальну нитку на напрямлений відлік a .

Якщо поправка $|x| < 2$ мм, то жодних виправлень положення сітки робити не потрібно.

Нівелірні рейки | 9.4

Нівелірні рейки є суцільними і складаними, завдовжки 3 або 4 м. Нині в інженерно-геодезичних роботах використовують переважно складані триметрові двобічні рейки (рис. 111). На таких рейках з одного боку чорною олійною фарбою нанесено сантиметрові поділки, нульовий відлік яких збігається з нижнім кінцем (п'яткою) рейки. На другому боці нанесено такі самі сантиметрові поділки червоною фарбою і з п'яткою рейки збігається відлік 4687 мм на суцільних рейках або 4468 мм — на складаних. Для зручності відліку сантиметрові поділки в шаховому порядку об'єднані в п'ятисантиметрові інтервали, а дециметрові інтервали мають написи 01, 02, 08, ..., 10, 11, ..., 30. Цифри на рейках записують у переверненому положенні, оскільки труба нівеліра дає перевернене зображення. Нумерація зростає від п'ятки рейки до вершини.

До нівелірів, у яких труби дають пряме зображення, в комплекті додають рейки з прямим нумеруванням.

Чорний і червоний боки двобічних рейок дають змогу під час нівелювання отримувати незалежні відліки і незалежні «чорні» та «червоні»

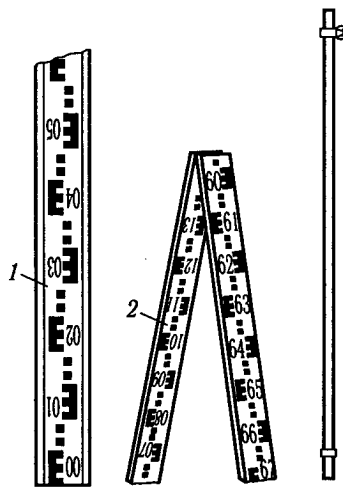
Рис. 111. Нівелірні рейки:
1 — суцільна; 2 — складана

перевищення, що забезпечує контроль польових спостережень і підвищує їх точність.

Рейки під час нівелювання ставлять на кілочку, забиті врівень із землею, п'яткою донизу. Тримують їх вертикально до рівня, укріпленого посередині рейки, збоку.

Щоб уникнути похибок, пов'язаних із неточним встановленням рейок у вертикальне положення, під час відліків рейковик дається команда «гойдати»! Рейковик повільно нахиляє рейку в бік нівеліра і від нього так, щоб вона проходила через вертикальне положення. Найменший відлік, отриманий за середньою горизонтальною ниткою сітки труби, буде найточнішим.

Перед роботою рейки компарують, для чого уздовж них укладають сталеву міліметрову рулетку і порівнюють сантиметрові, дециметрові й метрові інтервали рейки з однойменними інтервалами рулетки. У разі істотних розходжень (кілька міліметрів) у поділках рейки вносять виправлення олійною фарбою.



НІВЕЛЮВАННЯ ТРАСИ АВТОМОБІЛЬНОЇ ДОРОГИ

Розділ 10

Основні похибки нівелювання

10.1

На точність нівелювання впливають такі основні похибки:

- а) похибка візування в трубу m_b ;
- б) похибка встановлення бульбашки циліндричного рівня в нуль-пункт m_6 ;
- в) похибка, пов'язана з непаралельністю осі циліндричного рівня візирної осі труби (залишкова непаралельність після виконання юстирування) m_y ;
- г) похибка округлення відліку на рейці m_0 ;
- д) похибка під час нанесення сантиметрових поділок на рейку.

Розглянемо, як впливає відстань встановлення рейки від нівеліра на перелічені похибки.

Похибка візування в трубу при збільшенні труби нівеліра до $\times 30$ дорівнює $\frac{60''}{30} = 2''$. За відстані від нівеліра до рейки $S = 100$ м похибка відліку дорівнюватиме

$$m_b = \frac{2''}{206\,265''} 100\,000 = 1 \text{ мм.}$$

Похибка встановлення бульбашки циліндричного рівня в нуль-пункт дорівнює $0,1\tau$ (τ — ціна поділки рівня). При $\tau = 15''$ вона становить $1,5''$. При $S = 100$ м похибка відліку на рейці становить

$$m_6 = \frac{1,5''}{206\,265''} 100\,000 = 0,7 \text{ мм.}$$

Похибкою, пов'язаною із залишковою непаралельністю осі рівня візирної осі труби, під час нівелювання ізсередини можна знехтувати, оскільки вона незначна.

Похибка округлення відліку на рейці дорівнює приблизно $0,5$ мм.

Похибка нанесення поділок на рейці не залежить від відстані її встановлення.

Оскільки всі похибки незалежні й випадкові, то їх підсумовують як середні квадратичні, тобто похибка відліку на рейці дорівнює

$$m_{\text{відл}} = \pm\sqrt{m_{\text{в}}^2 + m_{\text{с}}^2 + m_{\text{о}}^2} = \pm\sqrt{1^2 + 0,7^2 + 0,5^2} = \pm 1,3 \text{ мм.}$$

Перевищення дорівнює різниці відліків на задню і передню рейки (З – П), тому похибка перевищення становитиме $m_h = m_{\text{відл}} \sqrt{2} = \pm 1,3\sqrt{2} = \pm 2 \text{ мм.}$

Граничне значення цієї похибки можна вважати подвійним значенням m_h , тобто

$$m_{h_{\text{гран}}} = 2m_h = 2 \cdot 2 = 4 \text{ мм.}$$

Отже, для того щоб похибка перевищення на станції під час роботи з одного боку рейки (наприклад, чорного) не перевищувала $\pm 4 \text{ мм}$, відстань від нівеліра до рейки (її називають **плечем нівелювання**) не повинна перевищувати 100 м. Під час нівелювання трас автомобільних доріг граничне значення плечей нівелювання беруть таким, що дорівнює 100 м.

Вибір місць | 10.2 для встановлення нівеліра. Прив'язка траси до реперів нівелірної мережі |

Трасу дороги нівелюють після її розмічування або під час розмічувальних робіт, якщо є достатня кількість робітників. Нівелювання розпочинають зазвичай із прив'язки початку траси (ПК0) до реперів державної або місцевої нівелірної мережі. Для цього на найближчому до початку траси репері встановлюють рейку (нулем донизу) і на відстані приблизно 80–100 м ставлять нівелір.

Оскільки нівелір – не кутомірний прилад, то місце для його встановлення (станцію) обирають довільно. Вибираючи станцію, слід дотримуватися таких правил: прилад має стояти в зручному для роботи місці, не заважати руху транспорту і пішоходів; відстані від нівеліра до задньої і передньої рейок (плечі нівелювання) мають бути приблизно однаковими (з точністю $\pm 5\text{--}7 \text{ м}$) і дорівнювати 80–100 м; після приведення нівеліра у робоче положення в трубу має бути видно задню і передню рейки.

Якщо відстань від репера до початку траси не перевищує 200 м і з однієї станції видно обидві точки, то прив'язку траси до репера можна здійснювати з однієї станції. Якщо початок траси віддалений від репера на значну відстань, то між цими точками доводиться прокласти прив'язний нівелірний хід, складений із кількох точок. Точки обирають довільно і закріплюють кілочками. Бажано, щоб відстані між точками

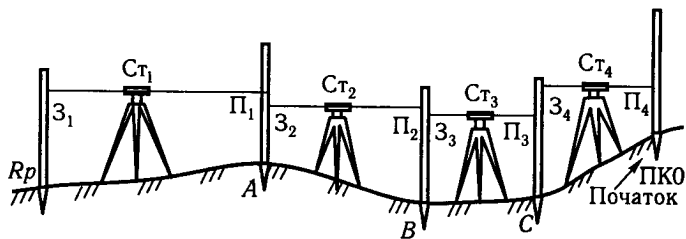


Рис. 112. Схе-
ма прив'язки
траси до репера
нівелірної
мережі

дорівнювали приблизно 150–200 м. У цьому випадку обсяг робіт із прив'язки траси до нівелірної мережі буде мінімальним.

Схему прив'язки траси до репера зображено на рис. 112. Прив'язний хід має три проміжні точки (А, В, С) і нівелюється з чотирьох станцій. На кожній станції беруть відліки на задній і передній рейках. Спочатку нівелюють з чорних боків рейок, а потім — з червоних. Перед кожним відліком на рейці бульбашку циліндричного рівня виводять в нуль-пункт (досягають ефекту контакту) за допомогою елевацийного гвинта.

Позначимо задній і передній відліки за чорними боками рейок відповідно $З_ч$ і $П_ч$. Тоді перевищення між точками Rp і А на станції I за «чорними» відліками становитиме $h_{ч1} = З_{ч1} - П_{ч1}$. Аналогічно за червоними боками рейок будемо мати «червоне» перевищення

$$h_{чер1} = З_{чер1} - П_{чер1}.$$

Якщо «чорне» і «червоне» перевищення на станції різняться не більше ніж на 4 мм, то за остаточне значення перевищення приймають середнє

$$h_1 = \frac{(h_{ч1} + h_{чер1})}{2}. \quad (95)$$

Аналогічно на станції 2 за «чорними» і «червоними» відліками обчислюють $h_{ч2}$ і $h_{чер2}$. Якщо різниця між ними не перевищує 4 мм, то за остаточне значення приймають

$$h_2 = \frac{(h_{ч2} + h_{чер2})}{2}.$$

Так роблять на кожній станції, забезпечуючи польовий контроль правильності відліків і перевищень. Якщо на станції різниця $|h_ч - h_{чер}|$ виявиться понад 4 мм, то всі відліки беруть заново і досягають виконання умови $|h_ч - h_{чер}| \leq 4$ мм.

Позначку точки початку траси (ПКО) обчислюють за формулою

$$H_{ПТ} = H_{Rp} + h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n,$$

де H_{Rp} — позначка репера; $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ — середні перевищення на станціях, узяті зі своїми знаками.

Якщо поблизу траси реперів нівелірної мережі немає, то нівелювання траси виконують від умовної рівневої поверхні. Для цього неподалік від початку траси забивають у землю або цементують на глибину 0,6–0,7 м металевий стрижень, який і вважають репером. Умовну позначку верхнього кінця стрижня вибирають такою, щоб вона дорівнювала будь-якому круглому числу, наприклад 50, 100, 120 м.

Прив'язку початку траси до умовного репера роблять так, як описано вище. Проте слід зазначити, що прив'язку траси до репера державної або місцевої нівелірної мережі у більшості випадків є обов'язковою. Якщо вона здійснюється на етапі нівелювання траси, то позначки усіх точок траси потрібно обчислити заново. При цьому їх виправляють введенням постійної поправки, яка дорівнює

$$\Delta H = (H_{\text{умов}} - H_{Rp}),$$

де $H_{\text{умов}}$ — умовна позначка тимчасового репера, до якого для початку прив'язали трасу.

Поправку ΔH вводять у позначки точок траси зі своїм знаком.

Нівелювання сполучних і проміжних точок траси. | 10.3 Робота на станції

Після прив'язки траси до репера розпочинають її нівелювання. Нагадаємо, що нівелюють пікети та плюсові точки першого роду, які характеризують злами профілю місцевості уздовж лінії траси. Всі вони зафіксовані в пікетажному журналі, тому під час нівелювання траси він має бути в інженера або техніка, що виконує ці роботи.

Порядок нівелювання (рис. 113). На кілочок ПК0 встановлюють рейку і в пікетажному журналі обирають точку, віддалену від початку траси приблизно на 200 м, щоб плече нівелювання дорівнювало 100 м. Нехай такою точкою буде ПК2, на яку ставлять іншу рейку, а нівелір встановлюють посередині між точками (біля точки ПК1). Бульбашку

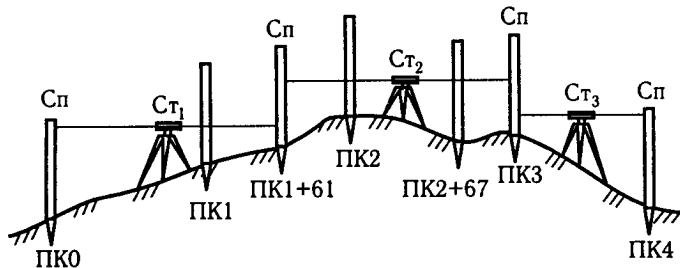


Рис. 113. Схема нівелювання траси

круглого рівня виводять у нуль-пункт і візують у трубу на задню, а потім на передню рейки. Якщо в трубу видно обидві рейки (не закриваються нерівностями рельєфу, рослинністю і перевищення між ними менше ніж 3 м), то станцію вважають обраною вдало і починають нівелювання першого 200-метрового інтервалу траси.

Якщо з обраної станції одну або обидві рейки не видно, то нівелір переносять ближче до початку траси, а передню рейку встановлюють ближче до нівеліра, наприклад, на точку ПК1 + 61 м. Якщо і в цьому випадку видимість не забезпечується, то передню рейку ще наближають до початку траси і відповідно переносять нівелір на середину інтервалу. Так методом проб і помилок знаходять місце встановлення нівеліра, з якого можна побачити обидві рейки і плече нівелювання буде максимальним (але не більше ніж 100 м).

Місця встановлення нівеліра позначені Ст₁, Ст₂, Ст₃ (див. рис. 113). Із кожної станції можна бачити найдальшу задню і найдальшу передню рейки. Точки, на яких установлено ці рейки, називаються **сполучними**, оскільки через них передають позначки з однієї станції на іншу. Кожну таку точку спостерігають двічі: із задньої та передньої станції. Точки ПК1 + 61, ПК3 і ПК4 є сполучними (Сп).

Сполучними точками можуть бути як пікети, так і плюсові точки. Вказати завчасно, до нівелювання місцевості, сполучні точки неможливо, оскільки вибір їх залежить від рельєфу місцевості, рослинності та інших умов, за яких визначають видимість. Точки, розміщені між сполучними, називають **проміжними**.

Сполучні точки нівелюють з чорного і червоного боків рейки (оскільки через них здійснюється передавання позначок на всю трасу), а проміжні — тільки з чорного боку. Про це слід пам'ятати під час роботи на кожній станції.

Досвідчений нівелювальник вишукуванням станцій, які найбільше підходять, і регулюванням висоти штатива нівеліра досягає максимального можливих плечей нівелювання на кожній станції і таким чином скорочує їх кількість на 1 км траси. Продуктивність робіт вимірюють довжиною нівелірного ходу, який прокладають за робочий день. Цю довжину називають *просуванням ходу за добу*.

Технологія виконання робіт на станції. Нівелір горизонтують спочатку грубо по круглому рівню, працюючи підйомними гвинтами. Трубу наводять на задню рейку, встановлену на сполучній точці чорним боком до нівеліра. За допомогою елевачійного гвинта труби виводять бульбашку циліндричного рівня в нуль-пункт (у поле зору труби спостерігають ефект контакту країв бульбашки).

Рейковикую дають команду «гойдати» і за середньою горизонтальною ниткою сітки беруть найменший відлік на рейці в міліметрах, який записують у журналі нівелювання у графі «Відлік за рейкою, задня». Рейковикую дають команду повернути рейку червоним боком до нівеліра і гойдати. За тією самою середньою ниткою сітки беруть найменший «черво-

ний» відлік, який записують у журналі в тій самій вертикальній графі під «чорним» відліком. Слід пам'ятати, що «червоний» відлік завжди більший, ніж «чорний», на постійне число, наприклад 4468. Це іноді використовують для контролю правильності відліків на тій самій рейці.

Перед кожним відліком спостерігають у поле зору труби за бульбашкою циліндричного рівня, і якщо порушено контакт половинок кінців бульбашки, то відновлюють його за допомогою елеваційного гвинта.

Рейковику на передній сполучній точці подають команду «поставити рейку на кілочок». Наводять трубу на рейку і контролюють ефект контакту. Подають команду «гойдати» і беруть найменший відлік з чорного боку рейки за середньою ниткою. Відлік записують у журналі в графі «Відлік за рейкою, передня» в міліметрах. Рейковику дають команду повернути рейку червоним боком і гойдати. Контролюють ефект контакту і беруть відлік. «Червоний» відлік записують у тій самій графі під «чорним».

Обчислюють і записують «чорне» і «червоне» перевищення в графі «Перевищення обчислене» у міліметрах. Якщо різниця між $h_{\text{ч}}$ і $h_{\text{чер}}$ не перевищує 4 мм, то обчислюють середнє перевищення за формулою (95) і записують у графі «Перевищення середнє і виправлене» у міліметрах.

Якщо різниця між $h_{\text{ч}}$ і $h_{\text{чер}}$ виявилась більшою ніж 4 мм, то весь цикл спостережень потрібно повторити, звернувши особливу увагу на дотримання контакту половин кінців бульбашки перед кожним відліком. Зроблені в журналі нівелювання записи не стирають gumкою, а акуратно закреслюють двома діагональними лініями.

Після завершення нівелювання сполучних точок дають команду задньому рейковику переміститися в бік нівеліра і послідовно встановлювати рейку на всіх проміжних точках. Їх нівелюють, як і сполучні, але тільки з чорного боку рейки. «Чорні» відліки записують у графі «Відліки за рейкою, проміжна» у міліметрах. Відліки за проміжними точками не контролюють, тому виявити помилки при їх узятті на рейці або у записі практично неможливо.

Задній рейковик має обійти всі проміжні точки на заданій станції. На наступній станції він стає переднім і бере участь у вишукуванні місця для нової станції. Передній рейковик залишається на місці й на новій станції стає заднім. Таким чином, у процесі нівелювальних робіт задній і передній рейковики міняються своїми обов'язками. Рейковики мають

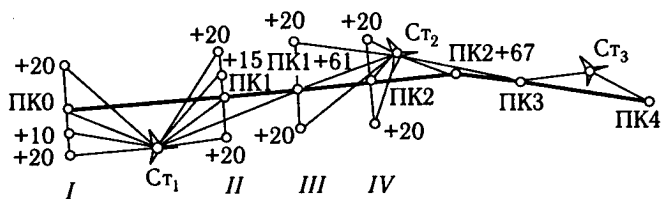
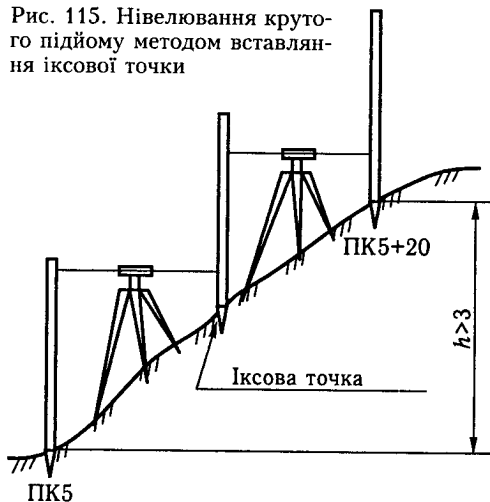


Рис. 114. Схема нівелювання точок на лініях поперечних профілів (план)

Рис. 115. Нівелювання крутого підйому методом вставляння іксової точки



знати розміщення точок траси й умовні жести (сигнали) інженера.

Нівелювання ліній поперечних профілів виконують як проміжних точок. Під час обходу всіх проміжних точок на станції задній рейковик додає до проміжних також точки, розміщені на лініях поперечних профілів.

План схеми нівелювання траси у вигляді профілю зображено на рис. 114. Із рисунка випливає, що на станції 1 нівелюють не тільки точки ПК0, ПК1, ПК1 + 61, а й точки, розміщені на профільних лініях I і II. На станції 2 нівелюють точки ПК1 + 61, ПК2, ПК2 + 67, ПК3, а також точки, розміщені на лініях поперечних профілів III і IV, тощо.

Результати записують у журналі нівелювання в графі «Відлік за рейкою, проміжна» під загальним заголовком «Поперечний профіль № ___ на ПК... + ...».

У разі крутих підйомів або спусків траси перевищення між сусідніми пікетами або плюсовими точками можуть бути понад 3 м. Пронівелювати такі точки з однієї станції неможливо, оскільки довжина нівелірної рейки дорівнює 3 м. Як не встановлювали б нівелір, побачити одразу обидві рейки неможливо. В подібних випадках між сусідніми точками траси доводиться вставляти одну або кілька додаткових точок, які називають **іксовими** (рис. 115).

Іксові точки, на відміну від усіх інших, завжди є сполучними, тому їх нівелюють із двох боків рейки. Під час побудови профілю місцевості вони не використовуються і потрібні тільки для передавання позначки на наступну частину траси. Пікетажне положення іксових точок не визначають.

Журнал | 10.4 нівелювання |

Дані, отримані під час нівелювальних робіт, записують у журнал нівелювання траси (табл. 15). Коротко розглянемо його заповнення.

На станції 1 виконано прив'язку початку траси ПК0 до репера 59. Задня точка — репер 59, передня — ПК0. Відповідні («чорний» і «чер-

Таблиця 15. Журнал нівелювання

Номер станції	Пікети і плюсові точки	Відлік, отриманий з рейки, мм			Перевіщення, мм		Горизонт приладу, м	Висота точки, м
		задньої	передньої	проміжної	обчислене	середнє і виправлене		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	R_p 59	0475				-4		123,200
		4943			-1123	-1122		
	ПК0		1598		-1121	-1126		122,074
			6064					
2	ПК0	1510				-4	123,584	122,074
		5978			0358	0358		
	ПК2		1152		0357	0354		122,428
			5621					
	ПК1			0266				123,318
		ПК1+22,5			0126			
	ПК1+75,5			0596				122,988
Поперечний профіль № 1 на ПК0								
	ПК0л+20			1570				122,014
	ПК0п+20			2520				121,060
Поперечний профіль № 2 на ПК1								
	ПК1л+10			1320				122,264
	ПК1л+20			1585				121,999
	ПК1п+20			0140				123,444

Номер станції	Пікети і плюсові точки	Відлік, отриманий з рейки, мм			Перевіщення, мм	Горизонт приладу, м	Висота точки, м	
		задньої	передньої	проміжної				середнє і виправлене
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Поперечний профіль № 3 на ПК1 + 22,5								
	(ПК1+22,5)л+20			2110				121,474
	(ПК1+22,5)п+20			0180				123,404
Поперечний профіль № 4 на ПК1 + 65,5								
	(ПК1+65,5)л+20			1245				122,339
	(ПК1+65,5)п+20			1650				121,934
3	ПК2	0960					-4	122,428
		5428			-0300		-0300	
	ПК3+50,0		1260		-0301		-0304	122,124
			5729					
	Контроль	$\Sigma Z = 19294$	$\Sigma П = 21424$		$\Sigma h = -2130$		$\Sigma h_{\text{сер}} = -1064$	

воний») відліки на точки записують у графах 3 і 4. «Чорне» і «червоне» перевищення, записані в графі 6, різняться на 2 мм. Оскільки це менше за допустимі 4 мм, то за остаточне значення приймають середнє — 1122, записане в графі 7.

На станції 2 задня точка — ПК0, передня — ПК2, проміжні — ПК1, ПК1 + 22,5, ПК1 + 65,5.

На цих точках розбито поперечні профілі № 1, № 2, № 3, № 4, які віднівельовані також як проміжні точки. Відліки на всі проміжні точки записують в графі 5.

На станції 3 віднівельовані ПК2 і ПК3 + 50,0, які є сполучними точками. «Чорне» і «червоне» перевищення між ними відрізняється на 1 мм і тому середнє перевищення дорівнює -0300 мм.

«Чорні» і «червоні» перевищення між сполучними точками обчислюють у журналі одразу на станції, не знімаючи приладу. І тільки у разі виконання умови $|h_{ч} - h_{чер}| \leq 4$ мм починають нівелювання проміжних точок.

Правильність обчислень у журналі нівелювання обов'язково перевіряють посторінковим контролем. Оскільки перевищення між сполучними точками дорівнює $h = Z - П$, на сторінці журналу матимемо кілька таких рівнянь для «чорних» і «червоних» перевищень, тобто

$$h_1 = Z_1 - П_1;$$

$$h_2 = Z_2 - П_2;$$

$$h_{II} = Z_{II} - П_{II}.$$

Складемо ліві і праві частини рівнянь. У результаті отримаємо

$$\sum h_i = \sum Z_i - \sum П_i.$$

Отже, якщо в кінці сторінки підсумувати всі задні відліки («чорні» і «червоні») і всі середні відліки («чорні» і «червоні»), то різниця $\sum Z - \sum П_i$ має дорівнювати сумі усіх («чорних» і «червоних») перевищень між сполучними точками. У журналі нівелювання (див. табл. 15) $\sum Z_i = 19\ 294$, $\sum П_i = 21\ 424$, $\sum h_i = -2130$. Звідси впливає $19\ 294 - 21\ 424 = -2130$.

Оскільки при підрахунку графі 6 отримуємо суму «чорних» і «червоних» перевищень, то

$$\frac{\sum h_i}{2} = \sum h_{сер},$$

тобто $\frac{-2130}{2} = -1064$ (з округленням до міліметра).

Усі умови посторінкового контролю в журналі виконуються, що свідчить про правильність обчислень на цій сторінці.

Наприкінці журналу нівелювання обов'язково виконують підсумковий контроль за рівностями $\sum h_i = \sum Z_i - \sum \Pi_i$, $\frac{\sum h_i}{2} = \sum h_{\text{сер}}$, в яких $\sum h_i$, $\sum Z_i$, $\sum \Pi_i$ обчислюють як загальні суми із сум цих величин, отриманих на всіх сторінках журналу.

Контроль | 10.5 нівелювання траси |

Під час нівелювання траси відбувається нарощення похибок у визначенні висотних позначок точок. Для контролю виконаних робіт з нівелювання траси роблять прив'язку нівелірного ходу до реперів державної або місцевої мережі нівелювання, розміщених уздовж траси. Позначимо позначку репера, до якого прив'язаний початок траси H_0 . Якщо нівелірний хід траси через L км прив'язаний для контролю до другого репера державної або місцевої мережі нівелювання, то позначку цього репера за результатами нівелювання і прив'язки траси до реперів можна обчислити за формулою

$$H_n^{\text{обч}} = H_0 + \sum h_{\text{сер}},$$

де $H_n^{\text{обч}}$ — обчислена позначка репера в кінці ділянки траси завдовжки L ; $\sum h_{\text{сер}}$ — сума середніх перевищень між сполучними точками траси, куди входять і ходи для прив'язки траси до реперів.

Проте репер, до якого прив'язаний кінець ділянки траси L , має свою жорстку (задану) позначку H_n . Різниця

$$f_h = H_n^{\text{обч}} - H_n = H_0 + \sum h_{\text{сер}} - H_n = \sum h_{\text{сер}} - (H_n - H_0).$$

Різниця є нев'язкою в сумі середніх перевищень нівелірного ходу на ділянці L км.

За чинними нормами [11] вказана нев'язка не повинна перевищувати значення $50\sqrt{L}$, мм (L — довжина траси, км) на ділянках траси, які проходять через населені пункти, поблизу мостових переходів, на перехрестях доріг, тобто в цих випадках має виконуватися умова

$$f_h = \sum h_{\text{сер}} - (H_n - H_0) \leq 50\sqrt{L}.$$

В інших випадках допустиме значення нев'язки не повинно перевищувати значення $100\sqrt{L}$, мм.

Якщо уздовж траси немає реперів державної нівелірної мережі, то з метою контролю її нівелювання всі ділянки траси достатньої довжини

нівелюють двічі: у прямому та зворотному напрямках. Нев'язку в сумі перевищень на кожній ділянці обчислюють за формулою

$$f_h = \sum h_{\text{прям}} + \sum h_{\text{звор}},$$

де $\sum h_{\text{прям}}$ — сума середніх перевищень прямого ходу; $\sum h_{\text{звор}}$ — сума перевищень зворотного ходу, яка не повинна перевищувати $100\sqrt{2L}$, мм, де L — довжина ходу, км. Тобто має виконуватися умова

$$f_h = |\sum h_{\text{прям}} + \sum h_{\text{звор}}| \leq 100\sqrt{2L}.$$

У деяких випадках за можливості нівелювання траси здійснюють двома нівелірами. Різниця позначок кінцевої точки траси завдовжки L , км, отриманих із двох незалежних нівелювань, не повинна перевищувати $100\sqrt{2L}$, мм.

Для забезпечення майбутніх дорожньо-будівельних робіт під час нівелювання траси через кожні 1–2 км закладають будівельні репері, на які передають висотні позначки. Положення реперів уздовж траси фіксують у пікетажному журналі, а їхні висотні позначки записують у спеціальній відомості (журналі) будівельних реперів траси.

Зрівнювання перевищень і обчислення позначок сполучних і проміжних точок | 10.6

Якщо невязка f_h у всіх зазначених випадках є допустимою, то її розподіляють порівну на всі середні перевищення між сполучними точками з оберненим знаком. Поправка в кожне середнє перевищення дорівнюватиме

$$\delta h = \frac{-f_h}{n},$$

де f_h — невязка ходу, мм; n — кількість станцій ходу.

Виправлене перевищення дорівнює

$$h_{\text{випр}} = h_{\text{сер}} + \delta h,$$

де $h_{\text{сер}}$ — середнє перевищення; δh — поправка (береться зі своїм знаком).

Виправлення середніх перевищень виконують у графі 7 журналу нівелювання (див. табл. 15). Для цього поправку δh у міліметрах записують над значенням середнього перевищення, а під ним — виправлене перевищення.

Наприклад, у нівелірному ході завдовжки $L = 9$ км невязка $f_h = +240$ мм.

Допустиме значення нев'язки дорівнює $f_h = 100\sqrt{L} = 100\sqrt{9} = 300$ мм, отже, нев'язка $f_h = +240$ мм є допустимою. Нехай число станцій ходу $n = 60$, тоді поправка в кожному середньому перевищенні дорівнюватиме

$$\delta h = \frac{-f_h}{n} = \frac{-240}{60} = -4 \text{ мм.}$$

Після виправлення середніх перевищень обчислюють позначки сполучних точок. Позначка кожної наступної сполучної точки дорівнює позначці попередньої точки плюс виправлене перевищення між точками, тобто

$$H_{i+1} = H_i + h_{\text{випр.}}$$

Наприклад, позначка ПК0 дорівнює позначці репера 59 плюс виправлене перевищення $h_{\text{випр.}} = -1126$ мм (див. табл. 15), тобто

$$H_{\text{ПК0}} = H_{Rp59} + h_{\text{випр.}} = 123,200 + (-1,126) = 122,074 \text{ м.}$$

Позначку 122,074 м переписують на станції 2 у рядку ПК0 і обчислення продовжують

$$H_{\text{ПК2}} = H_{\text{ПК0}} + h_{\text{випр.}} = 122,074 + 0,354 = 122,428 \text{ м.}$$

Позначку 122,428 м переписують на станції 3 у рядку ПК2 і обчислення продовжують

$$H_{\text{ПК3+50}} = H_{\text{ПК2}} + h_{\text{випр.}} = 122,428 + (-0,304) = 122,124 \text{ м і т. д.}$$

Наприкінці журналу нівелювання отримуємо позначку репера, до якого прив'язана кінцева точка траси. Це є контролем правильності обчислень позначок сполучних точок траси.

Після закінчення обчислень позначок сполучних точок обчислюють позначки проміжних точок. Їх зручніше обчислювати не через перевищення, а через горизонт приладу на заданій станції. **Горизонт приладу** (ГП) — це висота візирного променя труби нівеліра над рівнем моря. Горизонт приладу дорівнює позначці репера (або взагалі будь-якій точці) плюс відлік із чорного боку рейки (рис. 116), встановленої на репері (або точці), тобто

$$\text{ГП} = H_{Rp} + b_{Rp},$$

де b_{Rp} — відлік з чорного боку рейки, встановленої на репері.

Рис. 116. Схема визначення горизонту приладу

Із рис. 116 випливає, що позначки точок 1 і 2 дорівнюють

$$H_1 = \text{ГП} - b_1, \quad H_2 = \text{ГП} - b_2,$$

тобто позначки проміжних точок дорівнюють горизонту приладу на цій станції мінус відліки з чорного боку рейки, встановленої послідовно на точках 1, 2 і т. д. Саме у такий спосіб обчислюють позначки проміжних точок у журналі нівелювання.

Звернемося до журналу нівелювання (див. табл. 15). На станції 1 проміжних точок немає, тому потреби в обчисленні ГП на цій станції також немає.

На станції 2 є 12 проміжних точок, позначки яких зручно обчислювати через ГП. Горизонт приладу на станції 2 дорівнює позначці точки ПК0 плюс відлік з чорного боку рейки, встановленої на точці, тобто

$$\text{ГП} = H_{\text{ПК0}} + 1510 = 122,074 + 1,510 = 123,584 \text{ м.}$$

Горизонт приладу записують у графі 8.

Позначки проміжних точок на станції 2 дорівнюватимуть

$$H_{\text{ПК1}} = 123,584 - 0,266 = 123,318 \text{ м;}$$

$$H_{\text{ПК1+22,5}} = 123,584 - 0,126 = 123,458 \text{ м;}$$

$$H_{\text{ПК1+65,5}} = 123,584 - 0,596 = 122,988 \text{ м і т. д.}$$

Побудова поздовжнього і поперечного профілів автомобільної дороги | 10.7

Поздовжній і поперечний профілі дороги разом з її планом належать до найважливіших розрахунково-графічних документів, які є її проектом.

Поздовжні профілі автомобільних доріг будують на рулонному міліметровому папері заввишки 300 мм зазвичай у масштабах 1 : 5000 (горизонтальний) і 1 : 500 (вертикальний). І тільки на ділянках зі складним

рельєфом будують у масштабах 1 : 2000 (горизонтальний) і 1 : 200 (вертикальний). Вертикальний масштаб завжди приймають у 10 разів більшим за горизонтальний для того, щоб профіль був виразнішим і на ньому можна було приймати й аналізувати технічні рішення.

Побудову починають з накреслення так званої сітки профілю, яка визначає прийняте стандартне розграфлення для розміщення і запису потрібних даних і умовних позначок. Частина стандартної сітки поздовжнього профілю з розмірами зображено на рис. 117. Верхня лінія сітки має збігатися з однією з товстих горизонтальних ліній міліметровки.

Цю лінію приймають за умовний горизонт, від якого відкладають під час побудови висотні позначки точок профілю. Умовному горизонту приписують будь-яку зручну позначку, щоб висота всього креслення поздовжнього профілю не перевищувала 25–26 см. Наприклад, найбільші позначки точок профілю дорівнюють 295–300 м, масштаб по вертикалі 1 : 500. Сітка профілю заввишки 12 см. Над лінією профілю залишають місце 3–5 см для різних написів, наприклад, позначок реперів, розмірів мостів, інших штучних споруд. Отже, безпосередньо на профіль залишається не більше ніж 15 см. У масштабі 1 : 500 це становитиме 75 м.

Таким чином, у цьому випадку умовний горизонт зручно прийняти таким, що дорівнює 250 м. Ординати точок, які доведеться відкладати вгору від лінії умовного горизонту, не перевищують $(300-250) : 5 = 10$ см.

Заповнення граф сітки профілю починають із нанесення пікетів. Їх розмічують на нижній лінії графі 11 через кожні 100 м з урахуванням горизонтального масштабу. Наприклад, за горизонтального масштабу 1 : 5000 відстань між пікетами в графі 11 дорівнюватиме 2 см. Між пікетами розмічують плюсові точки першого роду, назви яких не вказують. У цій графі записують відстані між точками, які попередньо обчислюють. Вихідні дані беруть із пікетажного журналу. Якщо між пікетами плюсових точок немає, то відстань 100 м між ними не записують.

У графі 10 записують позначки землі з осі дороги, округлені до сантиметра, які беруть із журналу нівелювання. Із пікетних і плюсових точок, розміщених під лінією графі 11, проводять вертикальні лінії (їх проводять олівцем вище рівня горизонту), на яких відкладають у вертикальному масштабі ординати точок, обчислені зі співвідношення: значення ординати дорівнює позначці точки мінус позначка умовного горизонту. Для зручності на лівій крайній ординаті профілю рекомендується побудувати олівцем шкалу висот. Кінці побудованих у такий спосіб ординат з'єднують прямими лініями й отримують поздовжній профіль рельєфу землі за лінією траси (див. рис. 117).

У графі 12 умовними дугами, повернутими опуклістю донизу або доверху, зображають криві заокруглень. Якщо траса повертає вправо, то дуга кривої буде повернута опуклістю догори, якщо вліво, то — донизу. Початок і кінець кожної кривої показують згідно з їхніми пікетажними положеннями, записаними у відомості прямих, кривих і кутів повороту

кості, найбільшої безпеки і зручності руху автотранспорту на дорозі, що проектується. Дорога існує не сама по собі, вона функціонує як складова системи «водій — автомобіль — дорога». Щоб система працювала в оптимальному і безпечному режимі, дорога, насамперед її геометричні параметри, мають задовольняти визначені норми.

У ДБН В.2.3-4-2000 вказано, що при призначенні параметрів плану та поздовжнього профілю за основні рекомендується приймати такі їхні значення: поздовжні ухили — не більше ніж 30 %; радіуси кривих у плані — не менше ніж 3000 м; радіуси кривих у поздовжньому профілі: опуклих — не менше ніж 70 000 м, угнутих — не менше 8000 м; довжини кривих у поздовжньому профілі: опуклих — не менше ніж 300 м; угнутих — не менше ніж 100 м.

Якщо за умовами місцевості або з економічних міркувань реалізувати вказані значення геометричних параметрів неможливо, допускається приймати їхні граничні значення (табл. 16).

Під час проектування проектної лінії поздовжнього профілю дороги керуються наведеними та іншими нормами [10] і обов'язковою умовою, щоб проектна лінія проходила через так звані контрольні точки. *Контрольними точками* є позначки початку і кінця запроєктованої дороги; позначки існуючих автомобільних доріг і залізниць у місцях, де вона їх перетинає або де вона прилягає до існуючих доріг; позначки мостових споруд існуючих або запроєктованих мостових переходів; максимально допустимі позначки, на яких проектована дорога може перетинатися з лініями електропередач. Із перелічених контрольних точок зрозуміло, що запроєктована дорога не може проходити вище або нижче від цих точок (за винятком точок перетинання з лініями електропередач).

Якщо з урахуванням вказаних вимог запроєктовано лінію поздовжнього профілю дороги, то проектні позначки пікетів, плюсових та інших

Таблиця 16. Параметри доріг, що залежать від розрахункової швидкості

Параметр	Розрахункова швидкість, км/год								
	150	140	120	110	100	80	60	50	30
Максимальний поздовжній ухил, %	30	35	40	45	50	60	70	80	100
Мінімальні радіуси кривих:									
– у плані	1200	1100	800	700	600	300	150	100	30
– у поздовжньому профілі:									
опуклих	30 000	25 000	15 000	13 000	10 000	5000	2500	1500	600
угнутих	8000	7000	5000	4000	3000	2000	1500	1200	600

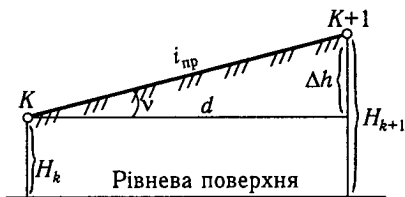


Рис. 119. Схема для обчислення проектних позначок лінії поздовжнього профілю

Ухили в дорожньому будівництві записують «у тисячних», як тангенси, або в проміле. Наприклад, $\text{tg } 5^\circ = 0,088$ або $i = 88 \text{ ‰}$ (‰ — знак проміле).

Обчислення проектних позначок точок розпочинають від початку траси (ПК0) і просуваються по всій трасі. При цьому якщо позначку початкової точки прямолінійної ділянки проектної лінії профілю задано (наприклад, позначку початку траси) і позначкою кінцевої точки є позначка контрольної точки, то проектний ухил лінії на цій ділянці дорівнюватиме (див. рис. 119)

$$i_{\text{пр}} = \frac{\Delta h}{d} = \frac{H_{k+1} - H_k}{d}. \quad (97)$$

Позначки усіх точок профілю, розміщених між крайніми точками k і $k + 1$, обчислюють за формулою (96), в якій $i_{\text{пр}}$ визначають за формулою (97), а відстань d беруть на лінії пікетажу поздовжнього профілю.

У точках зламу проектної лінії поздовжнього профілю проектний ухил $i_{\text{пр}}$ може міняти не тільки значення, а й знак. Якщо лінія профілю на її прямолінійній ділянці піднімається, то $i_{\text{пр}}$ буде додатним, якщо опускається донизу, — від'ємним. В останньому випадку перевищення Δh між точками і проектні позначки точок обчислюють за формулою

$$H_{k+1} = H_k - \Delta h = H_k - di.$$

Обчислені проектні позначки точок поздовжнього профілю, округлені до сантиметра, записують у графі 9 (див. рис. 117). Вони можуть бути більшими за відповідні позначки землі, якщо проектна лінія проходить над профілем землі, і меншими від позначок землі, якщо проектна лінія проходить нижче від профілю землі. У першому випадку маємо справу з насипом земляного полотна дороги, в іншому — з виїмкою. Різницями між проектними і фактичними (чорними) позначками у кожній точці поздовжнього профілю є або висота насипу, або глибина виїмки. Ці різниці називають **робочими позначками**. Отже, робоча позначка дорівнює

$$h_{\text{роб}} = H_{\text{пр}} - H_{\text{ф}},$$

де $H_{\text{пр}}$ — проектна позначка точки; $H_{\text{ф}}$ — фактична позначка точки.

точок обчислюють за формулою (рис. 119)

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= H_k + \Delta h = \\ &= H_k + dt \text{tg} \gamma = H_k + di_{\text{пр}}, \end{aligned} \quad (96)$$

де H_{k+1} — проектна позначка визначуваної точки; H_k — проектна позначка попередньої точки; d — горизонтальна відстань між точками; $i_{\text{пр}}$ — проектний ухил лінії профілю.

Якщо $h_{\text{роб}} > 0$, то вона представляє висоту насипу, якщо $h_{\text{роб}} < 0$, то — глибину виїмки у певній точці.

Робочі позначки записують уздовж проектної лінії поздовжнього профілю. Якщо $h_{\text{роб}}$ — висота насипу, то її записують над проектною лінією, якщо вона позначає глибину виїмки, — під проектною лінією (див. рис. 117).

Поздовжній профіль креслять чорною і червоною тушшю. Все, що стосується фактичного профілю рельєфу землі (графа 10, графа 11, ситуація в графі 1, ординати і лінія фактичного профілю землі), креслять чорною тушшю. Все, що стосується проектних даних (вісь дороги і криві з їхніми написами в графі 12, проектні позначки у графі 9, вісь дороги в графі 1, проектна лінія поздовжнього профілю, робочі позначки уздовж проектної лінії), креслять червоною тушшю. Написи в графах 1–4, 10–12 сітки профілю виконують чорною, а написи в графах 5–9 (проектні дані) — червоною тушшю.

Вище від проектної лінії профілю надписують номери, висотні позначки і дані про місцезнаходження відносно траси всіх реперів, а також дані, що характеризують штучні споруди вздовж дороги.

Визначення положень | 10.9 точок нульових робіт |

На поздовжньому профілі проектна лінія може багаторазово перетинати лінію фактичного профілю рельєфу, переходячи з насипу у виїмку і навпаки. У точках перетинання проектної лінії з лінією фактичного профілю рельєфу насип переходить у виїмку або навпаки. У цих точках не виконують ніяких земляних робіт, тому їх називають **точками нульових робіт**.

Під час будівництва дороги потрібно знати положення точок нульових робіт, щоб планувати протяжність і положення насипів і виїмок та підраховувати обсяги земляних робіт. Графічне визначення цих точок на поздовжньому профілі має низьку точність і не відповідає практичним вимогам. Розглянемо аналітичне вирішення задачі.

Нехай задано прямолінійну ділянку фактичного профілю рельєфу 1–2, який перетинає проектна лінія 3–4 (рис. 120). Точка O є точкою нульових робіт, h_1 і h_2 — робочі позначки на кінцях прямолінійного інтервалу профілю завдовжки d . Обчислимо відстань x , що визначає положення точки нульових робіт на профілі. Із подібності трикутників $1O3$ і $4O2$ впливає відношення

$$\frac{x}{d-x} = \frac{h_1}{h_2},$$

звідси

$$x = \frac{h_1}{h_1 + h_2} d. \quad (98)$$

Обчислені значення x і $d-x$ надписують над лінією умовного горизонту профілю ліворуч і праворуч від штрихової лінії, опущеної з точки нульових робіт на лінію умовного горизонту. Вказані штрихова лінія, значення x і $d-x$ надписують синьою тушшю.

Фактичний профіль землі 1-2 на інтервалі d показано строго прямолінійним (рис. 120). На практиці він деякою мірою відхиляється, особливо у разі хвилястого мікрорельєфу. Якщо під час нівелювання траси невеликі нерівності мікрорельєфу пропускають, то формула (98) втрачає свою точність і дає наближене значення. Для практичного застосування важливо знати, як впливає пропускання невеликих нерівностей мікрорельєфу під час нівелювання на точність визначення положення точок нульових робіт за формулою (98). Розглянемо цю задачу.

На ділянці фактичного профілю рельєфу завдовжки d під час нівелювання пропущено точку K , що має відхилення Δh від лінійного профілю землі 1-2 (рис. 121). У зв'язку з цим фактичне положення точки нульових робіт O_2 зміщено відносно обчисленого за рівністю (98) положення O_1 на величину Δx .

Величина Δx є похибкою визначення точки нульових робіт, зумовленою нелінійністю профілю землі на інтервалі d . Для її оцінювання введемо позначення: i_ϕ — фактичний ухил землі; $i_{пр}$ — ухил проектної лінії поздовжнього профілю; l — відстань до точки K ; $i_{випр}$ — виправлений ухил профілю землі на інтервалі l з урахуванням точки K .

Прийmemo, що позначка точки 1 $H_1 = 0$. Тоді позначка точки 2 $H_2 = i_\phi d$, позначка точки 3 $H_3 = h$ і позначка точки 4 $H_4 = H_3 + i_{пр}d$. Ухили i_ϕ , $i_{пр}$ у записаних рівностях потрібно брати зі своїми знаками. Обчислимо позначки точок K' , K , M і ухил $i_{випр}$:

$$H_{K'} = H_1 + li_\phi = li_\phi;$$

$$H_K = H_{K'} - \Delta h = li_\phi - \Delta h;$$

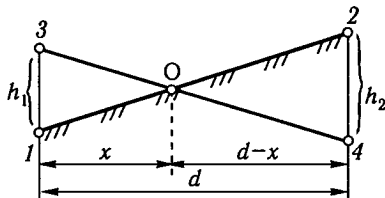


Рис. 120. Визначення положення точки нульових робіт

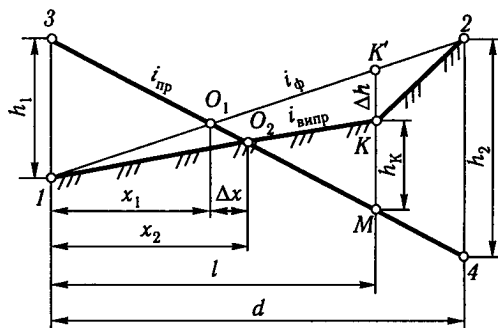


Рис. 121. Схема для обчислення похибки визначення положення точки нульових робіт

$$H_M = H_3 + l_{i_{\text{пр}}} = h_1 + l_{i_{\text{пр}}};$$

$$i_{\text{випр}} = \frac{(H_K - H_1)}{l} = \frac{li_{\phi} - \Delta h}{l}.$$

Обчислимо робочу позначку h_K у точці K :

$$h_K = H_K - H_M = (i_{\phi} - i_{\text{пр}})l - h_1 - \Delta h.$$

Обчислимо відстань x_2 на інтервалі l , використовуючи робочі позначки h_1 і h_K . Згідно з формулою (98), отримаємо

$$x_2 = \frac{h_1}{h_1 + h_K} l = \frac{h_1}{(i_{\phi} - i_{\text{пр}})l - \Delta h} l.$$

Остаточно похибка Δx дорівнюватиме

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{h_1 l}{(i_{\phi} - i_{\text{пр}})l - \Delta h} - \frac{h_1 d}{h_1 + h_2},$$

або

$$\Delta x = h_1 \left[\frac{d}{h_1 + h_2} - \frac{l}{(i_{\phi} - i_{\text{пр}})l - \Delta h} \right]. \quad (99)$$

Розглянемо приклад для звичайних середніх умов. Нехай $h_1 = 3$ м, $h_2 = 2$ м, $d = 100$ м, $l = 50$ м, $i_{\phi} = 0,080$, $i_{\text{пр}} = -0,040$, $\Delta h = 0,30$ м. Підставляючи значення величин у формулу (99), отримаємо $x = 34$ м.

Із прикладу випливає, що пропуск порівняно невеликих ($\Delta h \leq 0,3$ м) відхилень від лінійності профілю рельєфу між точками нівелювання призводить до похибок визначення положення точок нульових робіт близько 25–35 м.

Якщо ширина полотна дороги $B = 12$ м, висота насипу $h = 3$ м і крутість укосів насипу $1 : m = 1 : 1,5$, то площа поперечного перерізу земляного полотна дорівнюватиме $S = 45 \text{ м}^2$. При похибці $\Delta x = 30$ м помилка у визначенні обсягу земляних робіт становитиме

$$\Delta V = \frac{1}{2} S \Delta x = \frac{1}{2} (45 \cdot 30) = 675 \text{ м}^3.$$

Висновок. Пропуск нерівностей рельєфу заввишки 0,3–0,4 м під час розмічування плюсових точок і нівелювання траси значно впливає на точність визначення обсягів земляних робіт, тому пропускати їх не можна.

Визначення висоти підвісу | 10.10 лінії електропередач (ЛЕП)

Серед контрольних точок, через які має проходити проектна лінія поздовжнього профілю, як зазначалося, вказувалися максимально допустимі позначки, на яких запроектована дорога може перетинатися з лініями електропередач. Пояснюється це тим, що існують норми для висоти підвісу дровів над проїзною частиною дороги (табл. 17).

Щоб ці норми виконувалися під час проектування поздовжнього профілю, потрібно вміти визначати висоту підвісу ЛЕП у місці перетинання з трасою дороги. Розглянемо цю задачу.

На відстані 20–25 м уздовж траси від точки її перетинання з лінією електропередачі встановлюють теодоліт і приводять у робочий стан. У точці перетинання траси з ЛЕП встановлюють рейку, на якій попередньо позначають висоту теодоліта l (рис. 122). При КЛ трубу наводять на позначку висоти теодоліта на рейці і беруть відлік із вертикального круга КЛ₁. Одночасно нитковим віддалеміром вимірюють відстань від теодоліта до рейки. Трубу піднімають угору до перетинання візирної осі з ЛЕП і беруть відлік КЛ₂.

Трубу переводять через зеніт і при КП знову наводять на позначку висоти теодоліта на рейці, беруть відлік КП₁, вимірюють віддалеміром відстань до рейки, піднімають трубу до перетинання з ЛЕП і беруть відлік КП₂. Результати записують у журнал (табл. 18).

Таблиця 17. Мінімально допустима висота підвісу ЛЕП над проїзною частиною дороги

Напруга ЛЕП, кВ	Мінімально допустима висота підвісу, м	Напруга ЛЕП, кВ	Мінімально допустима висота підвісу, м	Напруга ЛЕП, кВ	Мінімально допустима висота підвісу, м
1	6	150	7,5	330	8,5
110	7	220	8	500	9

Таблиця 18. Журнал спостережень при визначенні висоти підвісу ЛЕП

Дата _____ Спостерігав _____ Висота теодоліта $l = 1,40$ м

Точка спостережень	Відлік до вертикального круга		Відстань за віддалеміром L , м	При-мітка
	КЛ	КП		
Позначка висоти теодоліта на рейці	353°46'	186°18'	23,5	
Точка А ЛЕП	14°27'	165°35'	23,6	

Обчислимо:

$$MO_1 = \frac{КЛ_1 + КП_1 + 180^\circ}{2} = \frac{353^\circ 46' + 186^\circ 18' + 180^\circ}{2} = 360^\circ 02',$$

$$v_1 = КЛ_1 - MO_1 = 353^\circ 46' - 360^\circ 02' = -6^\circ 16',$$

$$v'_1 = MO_1 - КП_1 - 180^\circ = 360^\circ 02' - 186^\circ 18' - 180^\circ = -6^\circ 16',$$

$$MO_2 = \frac{КЛ_2 + КП_2 + 180^\circ}{2} = \frac{14^\circ 27' + 165^\circ 35' + 180^\circ + 360^\circ}{2} = 360^\circ 01',$$

$$v_2 = КЛ_2 - MO_2 = 14^\circ 27' - 0^\circ 01' = 14^\circ 26',$$

$$v'_2 = MO_1 - КП_2 - 180^\circ = 360^\circ 01' - 165^\circ 35' - 180^\circ = 14^\circ 26',$$

Контроль: $v_1 = v'_1$, $v_2 = v'_2$, $|MO_1 - MO_2| \leq 2'$.

Із рис. 122, а випливає, що горизонтальне прокладання $d = L \cos^2 v_1$, висота підвісу ЛЕП над землею

$$H = dtg v_1 + dtg v_2 + l = d(tg v_1 + tg v_2) + l. \quad (100)$$

Нехай у точці перегинання траси з ЛЕП проектується насип заввишки $h_{роб}$. Тоді висота підвісу ЛЕП над проїзною частиною дороги

$$H_{дор} = H - h_{роб}.$$

Якщо величина $H_{дор}$ буде не меншою, ніж відповідна норма (див. табл. 17), то вели-

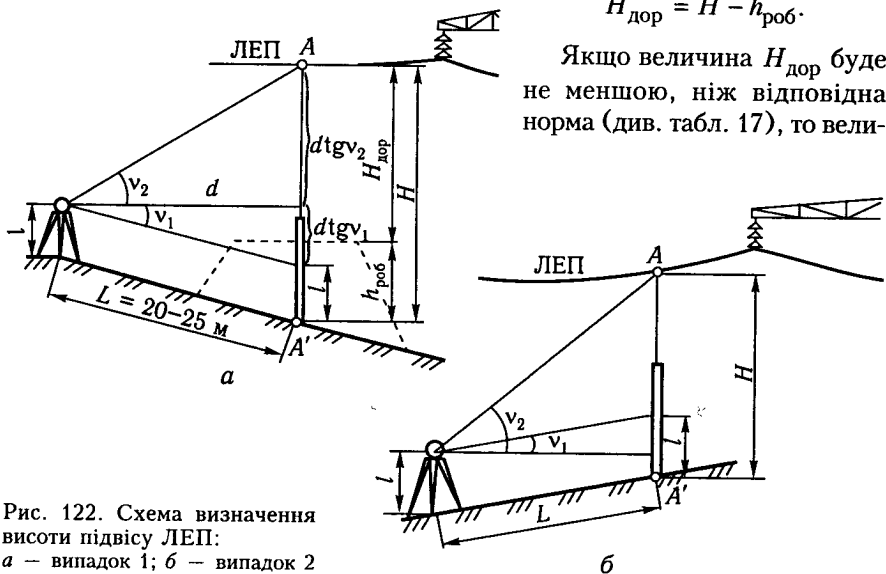


Рис. 122. Схема визначення висоти підвісу ЛЕП:
а – випадок 1; б – випадок 2

чина насипу проходить. У протилежному випадку величину насипу потрібно зменшити. Тільки у деяких випадках збільшують висоту підвісу ЛЕП за рахунок збільшення висоти опор.

Інший випадок визначення висоти підвісу ЛЕП, коли профіль землі уздовж траси підвищується від теодоліта до точки перетинання її з ЛЕП, зображено на рис. 122, б.

Із рис. 122, б випливає

$$H = dtg\alpha_2 - dtg\alpha_1 + 1 = d(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) + 1. \quad (101)$$

Формула (101) відрізняється від формули (100) тим, що в ній у дужках стоїть різниця тангенсів.

Щоб правильно застосовувати формули, потрібно точно визначити, який саме випадок трапився під час вимірювань на місцевості. Ці випадки відрізняються за знаком кута α : якщо кут $\alpha_1 < 0$, то маємо справу з першим випадком і потрібно користуватися формулою (100); якщо $\alpha_1 > 0$, то місцевість у бік точки А підвищується, тому слід користуватися формулою (101). У разі неправильного вибору формул неправильні будуть і результати. На око визначити, підвищується чи знижується місцевість від теодоліта в бік точки А, як правило, складно, особливо при малих кутах α_1 .

Дослідження показують, що точність визначення висоти підвісу залежить переважно від її значення, яке обчислюють за формулою

$$m_H = \frac{H - i}{300}.$$

При $H = 9$ м, $m_H = \pm 3$ см, тобто точність визначення висока.

ІНЖЕНЕРНО-
ГЕОДЕЗИЧНІ
РОБОТИ ПІД ЧАС
БУДІВНИЦТВА
АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ

Розділ 11

Винесення на натуру
проектної лінії поздовжнього
профілю дороги 11.1

Будівництво дороги розпочинають з винесення проектної лінії поздовжнього профілю. Найпростіше це можна зробити за допомогою візирок. **Візирки** — це кілки різної довжини з поперечною планкою на кінці (рис. 123). Для кожного пікету і плюсової точки виготовляють свою візирку, довжина якої має дорівнювати робочій позначці на цій точці плюс 0,3–0,4 м, щоб забити візирку в землю. Робочі позначки точок беруть на поздовжньому профілі.

На планці візирки фарбою позначають назву точки і від верхнього ребра відкладають величину $h_{\text{роб}}$. Візирку забивають у землю до позначки $h_{\text{роб}}$. Якщо кілька візирок фіксують на місцевості прямолінійну ділянку проектної лінії, то їхні горизонтальні планки мають бути розміщені на одній лінії візування.

Проте винесення проектної лінії поздовжнього профілю за допомогою візирок можна здійснювати тільки в насипу. У виїмці проектну лінію виносять на натуру в процесі виконання земляних робіт і контролюють за допомогою нівеліра. Для цього нівелір встановлюють приблизно посередині ділянки, на якій передбачено розроблення виїмки, приводять у робочий стан і прив'язують до будь-якого робочого репера, наприклад, можна використати будь-яку точку траси (пікетну або плюсову), яку віднівелювано і яка має обчислену висотну позначку.

На точку встановлюють рейку чорним боком до нівеліра і беруть відлік. Обчислюють горизонт приладу (рис. 124)

$$ГП = H_{\text{реп}} + b_{\text{реп}},$$

де $H_{\text{реп}}$ — позначка робочого репера (точки); $b_{\text{реп}}$ — відлік із чорного боку рейки, встановленої на репері (точці).

Далі обчислюють проектні відліки b_1, b_2, b_3 на точках 1, 2, 3 траси, за яких п'ятка рейки зна-

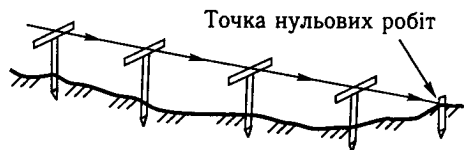


Рис. 123. Винесення проектної лінії на натуру за допомогою візирок

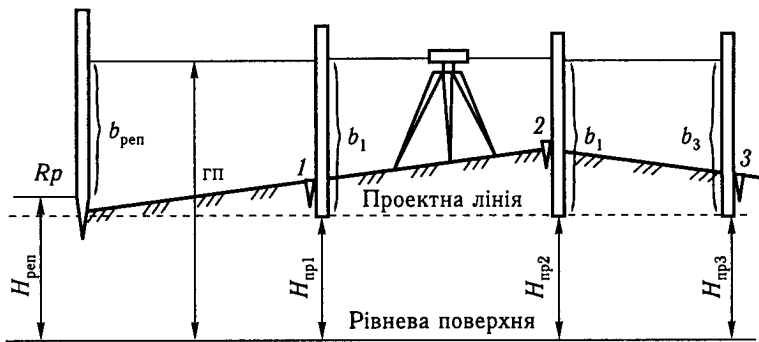


Рис. 124. Винесення проектної лінії на натуру за допомогою нівеліра

ходитиметься на проектній лінії. З рис. 124 випливає, що проектні відліки дорівнюватимуть

$$b_1 = \text{ГП} - H_{\text{пр}1}, \quad b_2 = \text{ГП} - H_{\text{пр}2}, \quad b_3 = \text{ГП} - H_{\text{пр}3}, \dots,$$

де $H_{\text{пр}1}$, $H_{\text{пр}2}$, $H_{\text{пр}3}$ — проектні позначки точок 1, 2, 3, які беруть із поздовжнього профілю дороги.

Обчислення виконують у журналі винесення проектної лінії на натуру (табл. 19).

У міру заглиблення виїмки рейку послідовно встановлюють на точках 1, 2, 3, ..., і стежать за тим, щоб відліки поступово наближались до обчислених значень b_1 , b_2 , b_3 . Якщо позначити фактичні відліки за рейкою на точках 1, 2, 3, ..., на певному етапі заглиблення виїмки $b_{\phi 1}$, $b_{\phi 2}$, $b_{\phi 3}$, то різниці $\Delta h = b_1 - b_{\phi 1}$, $\Delta h = b_2 - b_{\phi 2}$, $\Delta h = b_3 - b_{\phi 3}$, ..., вказуватимуть, на скільки ще потрібно заглибити виїмку на кожній точці, щоб вийти на проектну лінію. Різниці Δh_1 , Δh_2 , Δh_3 обчислюють на завершальному етапі спорудження виїмки, щоб не пропустити момент виходу її на проектну лінію. Зазвичай доводиться цю операцію повторювати кілька разів, оскільки задача вирішується методом наближень.

Таблиця 19. Журнал винесення проектної лінії профілю на натуру

Назва точки	Проектні позначки точок H , м	Горизонт приладу на станції ГП, м	Проектний відлік b_i , мм	Примітка
Репер	$H_{\text{реп}}$	$H_{\text{реп}} + b_{\text{реп}}$	$b_{\text{реп}}$	Репер для прив'язки станції
1	$H_{\text{пр}1}$		$b_1 = \text{ГП} - H_{\text{пр}1}$	
2	$H_{\text{пр}2}$		$b_2 = \text{ГП} - H_{\text{пр}2}$	
3	$H_{\text{пр}3}$		$b_3 = \text{ГП} - H_{\text{пр}3}$	

Аналогічно за допомогою нівеліра здійснюють контроль зведення насипів з тією тільки різницею, що насип поступово «росте» вгору, і фактичні відліки $b_{\phi 1}, b_{\phi 2}, b_{\phi 3}$ у міру його зростання зменшуватимуться, наближаючись до проектних значень b_1, b_2, b_3 . Тому різниці $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h_3$ потрібно обчислювати за формулами $\Delta h = b_{\phi 1} - b_1, \Delta h = b_{\phi 2} - b_2, \Delta h = b_{\phi 3} - b_3, \dots$

Слід звернути увагу на те, що якщо нівелір знімають зі станції до закінчення робіт, то при наступному встановленні приладу всі операції потрібно повторити.

Розмічування і винесення | 11.2 на натуру поперечного профілю земляного полотна дороги в насипу, виїмці, на косогорі

Під час розмічування поперечних профілів у насипу (рис. 125) на місцевості кілочками закріплюють положення проєкцій брівок B', B'_1 і положення підшви A, A_1 насипу. В точках B', B'_1 встановлюють Г-подібні візирки, за якими роблять відсіпання насипу. Якщо поперечний схил місцевості не перевищує $3^\circ - 4^\circ$, то під час розмічувальних робіт ним можна знехтувати і вважати, що $O'B' = O'B'_1 = B/2, B'A_1 = B'_1A_1 = hm$, де B — проектна ширина дорожнього полотна; h — висота насипу; h/m — стрімкість схилу насипу.

Для підвищення точності відсіпання насипу і формування його схилів у точках A і A_1 підшви встановлюють укосники у вигляді трикутників, на яких задають стрімкість схилу $1 : m$ (рис. 125).

За значного поперечного ухилу місцевості ($v > 3^\circ$) доводиться враховувати кут схилу v (рис. 126). Від осьової точки дорожнього полотна O' вгору і вниз на косогорі відкладають відстані l_1 і l_2 , у точках A та A_1 забивають кілочки, які визначають положення підшви насипу. Відстані l_1 і l_2 обчислюють за формулами

$$l_1 = \left(\frac{B}{2} + mh \right) \frac{\sin \beta}{\sin (\beta + v)}; \quad (102)$$

$$l_2 = \left(\frac{B}{2} + mh \right) \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - v)}; \quad (103)$$

де B — проектна ширина дорожнього полотна; h — висота насипу; m — знаменник стрімкості схилу насипу; β — кут стрімкості схилу; v — кут стрімкості косогору місцевості; n — знаменник стрімкості схилу; $\beta = \arctg(1/m), v = \arctg(1/n)$.

Для побудови проєкцій брівок B' і B'_1 угору і вниз від осьової точки відкладають відстані

$$O'B' = O'B'_1 = \frac{B/2}{\cos v}.$$

Щоб нерівності поверхні схилу не впливали на результати вимірювань, на кінцях лінійки 1 укріплені горизонтальні пластини 6, якими вона спирається на поверхню. Для отримання точнішого результату рекомендується ухил визначати у тому самому місці двічі-тричі зі зміщенням приладу на 0,5–1 м.

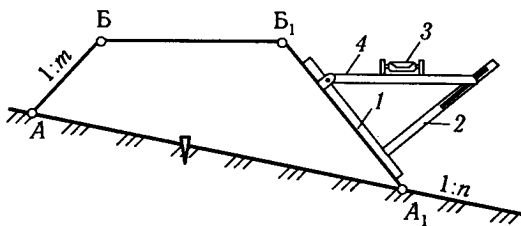


Рис. 128. Визначення ухилу насипу уклономіром

Перед застосуванням уклономір потрібно перевірити. Основна умова перевірки: вісь циліндричного рівня 3 має бути паралельною нижній площині лінійки 1, коли відлік на лінійці 2 дорівнює нулю. Це означає, якщо лінійка 1 і лінійка 5 вставлені на нульовому відліку шкали ухилів, то бульбашка рівня має бути посередині ампули.

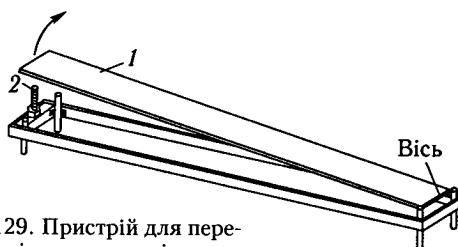


Рис. 129. Пристрій для перевірки рівня уклономіра

Для перевірки рівня уклономіра (рис. 129) його встановлюють на обертальну пластину 1 і за допомогою підйомного гвинта 2 виводять бульбашку рівня у нуль-пункт. Потім лінійку 1 уклономіра повертають на 180° і половину відхилення бульбашки рівня з нуль-пункту виправляють його виправними гвинтами, а другу половину — підйомним гвинтом 2 пристрою. Далі дії повторюють.

Під час розмічування поперечного профілю полотна дороги у виїмці (рис. 130) від осьової точки O в обидва боки відкладають відстань l , яку обчислюють за формулою

$$l = \frac{B}{2} + D + h_B m,$$

де B — проектна ширина дорожнього полотна; h_B — глибина виїмки; m — знаменник стрімкості схилу виїмки; D — ширина кювету, яку обчислюють за формулою

$$D = 2mh_k + C,$$

де h_k — глибина кювету; C — ширина дна кювету.

У точках A і A_1 , які показують польові брівки виїмки, забивають кілочки і ставлять укосини, на яких задають стрімкість схилів $1 : m$. При розробці виїмки стрімкість схилів контролюють уклономіром, проектну глибину h — нівеліром.

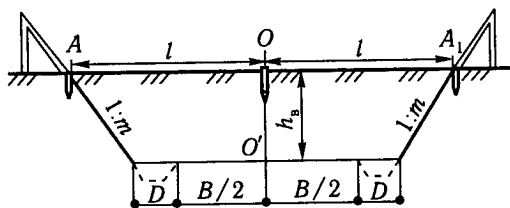


Рис. 130. Розмічування поперечних профілів у виїмці

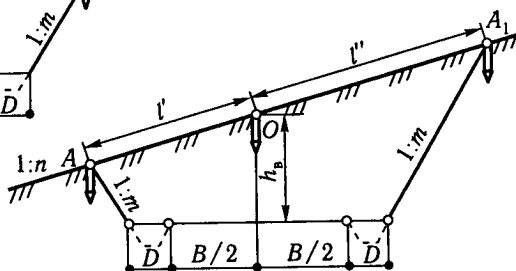


Рис. 131. Розмічування виїмки на косогорі

Якщо виїмку споруджують на косогорі (рис. 131), то від осьової точки траси вниз і вгору відкладають відстані l' і l'' , які обчислюють за формулами

$$l' = \left(\frac{B}{2} + D + mh_B \right) \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \nu)},$$

$$l'' = \left(\frac{B}{2} + D + mh_B \right) \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \nu)}.$$

Позначення у формулах такі самі, як і в формулах (102) і (103). Глибину виїмки контролюють нівеліром.

Розмічування поперечного профілю полотна дороги на заокругленні має свої особливості, тому докладно розглядатимемо у п. 11.5.

Детальне розмічування | 11.3 колової кривої методом прямокутних координат від тангенсів

Детальне розмічування кривих виконують після розмічування траси. Для цього на кривій визначають точки, розміщені через 10, 15 або 20 м дуги. Розглянемо порядок виконання робіт (рис. 132). Точки A (ПК), B (БК), C (СК) побудовані при детальному розмічуванні траси (див. п. 8.5). Потрібно побудувати на кривій точки $1, 2, 3, \dots$, розміщені через l м дуги ($l = 10, 15, 20$ м).

Якщо задано дугу l , то кут ϕ , що відповідає дузі, дорівнюватиме

$$\phi = \frac{l}{R} \rho,$$

де R — радіус кривої; $\rho = 57,3^\circ$ — радіан у градусах.

Приймемо лінію тангенса AB за вісь x , а напрямком, перпендикулярний до неї, — за вісь y . Визначимо координати точок $1, 2, 3, \dots$ у цій умовній

Рис. 132. Детальне розмічування колової кривої методом прямокутних координат від тангенсів

системі координат. Із рис. 132 випливає

$$x_1 = R \sin \varphi,$$

$$y_1 = R - R \cos \varphi = R(1 - \cos \varphi),$$

$$x_2 = R \sin 2\varphi,$$

$$y_2 = R - R \cos 2\varphi = R(1 - \cos 2\varphi).$$

Для точки з номером i отримаємо

$$x_i = R \sin i\varphi; \quad y_i = R(1 - \cos 2i\varphi). \quad (104)$$

За формулою (104) обчислені спеціальні таблиці для розмічування колових кривих методом прямокутних координат від тангенсів [5], у яких для заданих значень R і l даються координати x , y точок $1, 2, 3, \dots$, розміщених на кривій через 1 м дуги.

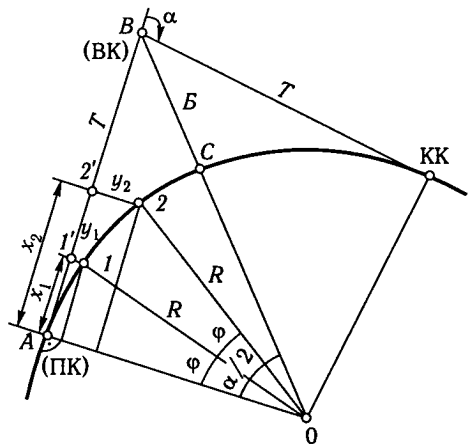
Розмічування кривої. На вершині кута β встановлюють віху і в створці лінії AB від точки $A(\text{ПК})$ натягують стрічку. На стрічці відкладають значення x_1 і отримують точку $1'$, у якій будують перпендикуляр до лінії тангенса, на ньому за допомогою рулетки відкладають значення y_1 . У побудованій точці 1 забивають кілочок.

Далі вздовж лінії тангенса від точки A за допомогою стрічки відкладають x_2 і отримують допоміжну точку $2'$, в якій будують перпендикуляр і вздовж нього рулеткою відкладають y_2 . Отриману точку 2 кривої закріплюють кілочком і т. д.

Криву від тангенса AB розмічують до середини. Другу половину кривої розмічують за тими самими значеннями x , y від другого тангенса заокруглення. На середині кривої отримують дві точки, розміщені відносно точки $C(\text{СК})$ по дузі на відстані, меншій від заданого значення l .

Детальне розмічування кривої методом прямокутних координат від тангенсів рекомендується робити тільки за умови, якщо довжини перпендикулярів не перевищують 20 м. За великих довжин відкладати перпендикуляри за допомогою 20-метрової мірної стрічки незручно і точність побудови знижується.

За малих радіусів кривих ($R \leq 100$ м) точки розмічують зазвичай через 10 м дуги, за середніх ($150 \leq R \leq 300$ м) — через 15 м дуги і за великих радіусів ($R > 300$ м) — через 20 м дуги.



У багатьох випадках під час детального розмічування траси, особливо у разі великих радіусів кривих, пікети потрапляють на криву. Винесення пікетів на криву здійснюють під час детального розмічування кривої методом прямокутних координат від тангенсів. Розв'язання задачі розглянемо на прикладах.

Приклад 1. Нехай крива радіуса $R = 100$ м має довжину $K = 90,40$ м. Точка A (початок кривої) має пікетажне положення ПК5 + 69,30 (рис. 133). Це означає, що від пікету 5 до точки A (ПК) пройдено 69,30 м і до пікету 6 по кривій залишилося $100 - 69,30 = 30,70$ м. У таблицях Ганьшина-Хренова [5] для $K = 100$ м і довжин дуги кривої 30 і 31 м подано значення x і y (табл. 20).

Оскільки довжина дуги між точками A і ПК6 дорівнює 30,70 м (тобто понад 30 м, але менша ніж 31 м), потрібно знайти значення x і y для кривої $K = 30,70$ м. Це роблять методом лінійної інтерполяції.

Із даних табл. 20 випливає, що різниця $\Delta x = 0,96$ м припадає на $\Delta K = 1,00$ м, тож на $\Delta K = 0,70$ м припадатиме $0,96 \cdot 0,70$. Це значення потрібно додати до значення $x = 29,55$ м, що відповідає $K = 30$ м, щоб отримати значення x для кінця дуги $K = 30,70$ м, тобто $x_{ПК6} = 29,55 + (0,96 \cdot 0,70) = 30,22$ м.

Аналогічно для $y_{ПК6}$ матимемо $y_{ПК6} = 4,47 + (0,30 \cdot 0,70) = 4,68$ м.

Уздовж лінії тангенса від точки A (ПК) за допомогою стрічки відкладають $x = 30,22$ м і на перпендикулярі — $y = 4,68$ м. Побудовану точку закріплюють кілочком і на сторожку роблять напис «ПК6».

Приклад 2. Нехай на тій самій кривій радіусом $R = 100$ м і завдовжки $K = 90,40$ м початок кривої A має пікетажне положення ПК5 + 19,30 (рис. 134). Це означає, що від ПК5 до ПК пройдено 19,30 м і по кривій до ПК6 залишилося $100 - 19,30 = 80,70$ м. Оскільки довжина кривої $K = 90,40$ м, то $K/2 = 45,20$ м, тобто ПК6 потрапляє на другу половину кривої і виносити його на криву слід від кінця кривої KK уздовж другого тангенса.

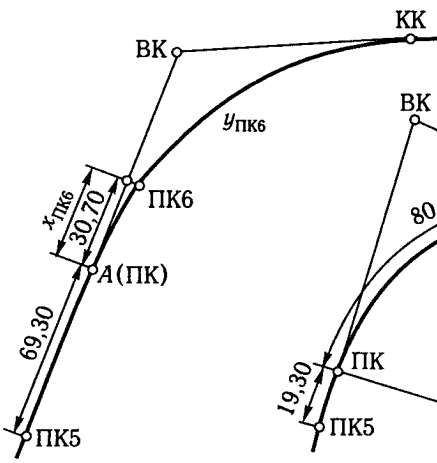


Рис. 133. Винесення пікетів на криву методом прямокутних координат від тангенсів

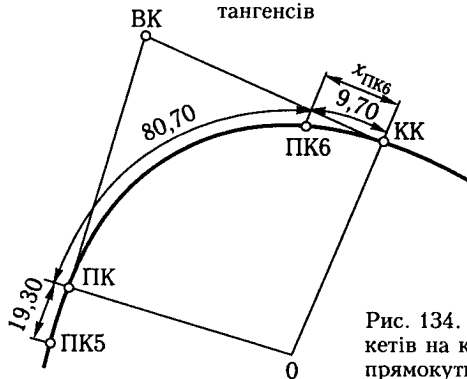


Рис. 134. Винесення пікетів на криву методом прямокутних координат

Таблиця 20. Інтерполяція значень x, y

Довжина кривої $K, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$
30	29,55	4,47
31	30,51	4,77
$\Delta K = 1,00$	$\Delta x = 0,96$	$\Delta y = 0,30$

Таблиця 21. Інтерполяція значень x, y

Довжина кривої $K, \text{ м}$	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$
9,00	8,99	0,40
10,00	9,98	0,50
$\Delta K = 1,00$	$\Delta x = 0,99$	$\Delta y = 0,10$

До кінця кривої від ПК6 залишилось $90,40 - 80,70 = 9,70 \text{ м}$. Для цієї дуги кривої і потрібно визначити значення x, y , щоб винести ПК6 на криву від точки КК. У таблицях Ганьшина–Хренова подано значення x, y для кривої $K = 9 \text{ м}$ і 10 м (табл. 21).

Для $K = 9,70 \text{ м}$ отримуємо $x_{\text{ПК6}} = 8,99 + (0,99 \cdot 0,70) = 9,68 \text{ м}$, $y_{\text{ПК6}} = 0,40 + (0,10 \cdot 0,70) = 0,47 \text{ м}$. Від точки КК уздовж другого тангенса відкладають $x = 9,68 \text{ м}$ і на перпендикулярі $-y = 0,47 \text{ м}$. Отриману точку закріплюють кілочком і на сторожку записують «ПК6».

При кривих завдовжки 200 і більше метрів на заокруглення потрапляють кілька пікетів. Їх потрібно винести на криву методом прямокутних координат від тангенсів. Для полегшення розв'язання задачі рекомендується скласти схему заокруглення і розмітити на ній точки ПК, КК, СК і всі пікети із зазначенням їхніх пікетажних положень.

Розмічування поперечних профілів траси на заокругленні | 11.5

На заокругленні поперечні профілі траси розмічують так само, як і на прямолінійних ділянках траси. Відмінність полягає у тому, що кожен лінію поперечного профілю на місцевості потрібно розмічувати в радіальному напрямку.

Якщо профіль розмічують, наприклад, на точці 3 кривої (рис. 135), то лінію профілю будують як бісектрису кута, який розмічено між її хордами. Кут на точці 3 між хордами дорівнює $180^\circ - \varphi$, тому для побудови бісектриси в точці 3 встановлюють теодоліт і від напрямку 5 хорди 34 відкладають кут $(90^\circ - \varphi/2)$.

Якщо лінія поперечного профілю проходить через середину хорди, то перед розмічуванням точок профілю точку A , що лежить на хорді, попередньо потрібно винести на криву. Для цього від середини хорди у бік від центра кривої потрібно відкласти відрізок AB . Його можна

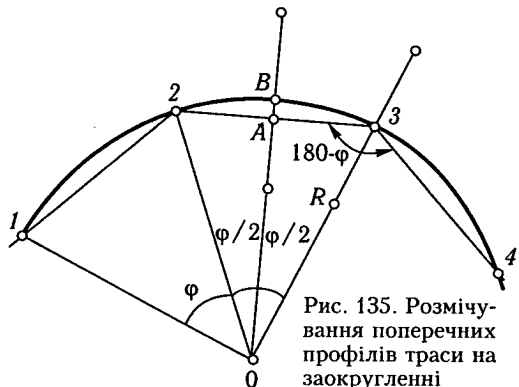


Рис. 135. Розмічування поперечних профілів траси на заокругленні

за допомогою стрічки завдовжки a на візирному промені $A2$ роблять зарубку (трубу нахилиють). Отриману точку 2 закріплюють кілочком.

Аналогічно визначають точку 3, встановивши на горизонтальному крузі відлік $\varphi_3 = 3\varphi/2$ і виконавши на візирному промені засічку з точки 2 стрічкою завдовжки a .

Таким чином, при побудові точок 1, 2, 3, ... на горизонтальному крузі теодоліта послідовно встановлюють відліки $\varphi/2, 2\varphi/2, 3\varphi/2, i\varphi/2$ (i — номер точки) і на візирному промені труби з попередньої точки хордою a роблять зарубки. Для першої точки початковою є точка ПК.

У такий спосіб розмічують усі точки до половини кривої. Точки на другій половині кривої розмічують на кінці кривої КК від лінії другого тангенса. Проте відліки на горизонтальному крузі в цьому випадку будуть послідовно рівні $(360^\circ - \varphi/2), (360^\circ - 2\varphi/2), (360^\circ - 3\varphi/2), \dots (360^\circ - i\varphi/2)$, оскільки обертання труби відбуватиметься вліво від початкового відліку $0^\circ (360^\circ)$.

Важливо звернути увагу на те, що в методі кутів і хорд кожному нову точку на кривій розмічують від попередньої. Якщо попередню точку визначено з деякою похибкою, то її переносять на всі наступні точки. У зв'язку з цим до середини кривої похибки положення точок нарощуються досить швидко. Метод кутів і хорд за своєю точністю поступається методу прямокутних координат від тангенсів, тому довгі криві ($K > 300$ м) за цим методом розмічувати не рекомендується.

Детальне розмічування | 11.7 колової кривої методом подовжених хорд

Розглянемо схему розмічування колової кривої *методом подовжених хорд* (рис. 137). Точку 1 розмічують за її прямокутними координатами x_1, y_1 , які подано у таблицях [5] для кривої радіуса R і хорди a , значення якої задають ($a = 5, 10, 20$ м). Далі в точці A шпилькою фіксують кінець стрічки і натягують її так, щоб вона пройшла через точку 1, закріплену кілочком. Від точки 1 по стрічці відкладають хорду a і допоміжну точку $2'$ фіксують шпилькою.

Із рис. 137 випливає, що трикутники $1O2$ і $2'12$ подібні, оскільки вони рівнобедрені й кути при точках O і 1 рівні

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{R},$$

звідси

$$b = \frac{a^2}{R}.$$

Побудову точки 2 виконують лінійною засічкою з точки $2'$ радіусом, що дорівнює b , та з точки 1 радіусом, що дорівнює a . Для цього в

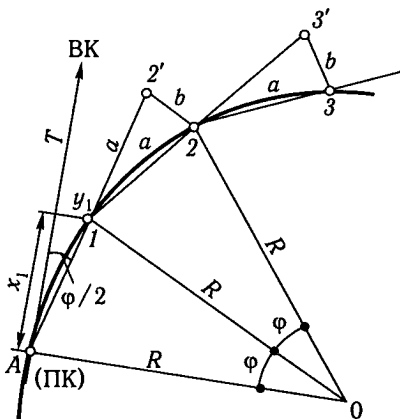


Рис. 137. Детальне розмічування колової кривої методом подовжених хорд

точці 2' фіксують шпилькою кінець рулетки, на якій відкладають довжину b . В точці 1 шпилькою фіксують кінець стрічки, на якій відкладають хорду a . Рулетку і стрічку натягують так, щоб відлік a на стрічці і відлік b на рулетці сумістилися. У разі їх суміщення в цьому місці забивають кілочок 2.

Далі кінець стрічки фіксують у точці 1 і стрічку натягують так, щоб вона пройшла через точку 2. Від точки 2 на стрічці відкладають хорду a і

допоміжну точку 3' фіксують шпилькою. Із точки 2 радіусом a і з точки 3' радіусом b методом лінійної засічки будують точку 3, яку фіксують кілочком.

Так розмічують половину кривої. Другу половину кривої таким самим методом розмічують від її кінця КК:

$$x_1 = R \sin \varphi,$$

де

$$\sin \varphi/2 = \frac{a}{2R};$$

$$y_1 = a \sin \varphi/2 = a \frac{a}{2R} = \frac{a^2}{2R} = \frac{b}{2},$$

тобто початкове переміщення точки 1 удвічі менше за проміжне переміщення b усіх інших точок кривої.

Точність побудови наступних точок кривої методом подовжених хорд значною мірою залежить від точності побудови попередніх точок. Похибки положення точок за цим методом нарощуються швидше, ніж за методом кутів і хорд, тому рекомендується розмічувати криві завдовжки не більше ніж 250 м.

Методом користуються за умов, якщо використання методів прямокутних координат та кутів і хорд неможливе.

При розмічуванні точок кривої, віддалених одна від одної по хорді через 20 м ($a = 20$ м), за допомогою 20-метрової стрічки неможливо повністю забезпечити виконання всієї технології розмічувальних робіт, оскільки відстані $A2'$, $1-3'$ тощо дорівнюватимуть 40 м. Щоб відкласти подовження хорд $1-2'$, $2-3'$ тощо, потрібно фіксувати напрямки цих подовжень. Зручним у цьому випадку буде нежорсткий дріт завдовжки 41 м із кільцями на кінцях. Напрямки ліній $A2'$, $1-3'$ тощо визначають натягуванням дроту, а довжини хорд a відкладають стрічкою.

Короткі відомості | 11.8 про перехідні криві

Заокруглення на автомобільних дорогах складаються з колової і двох перехідних кривих, прилеглих до неї зліва і справа. Перехідні криві застосовують у заокругленнях для того, щоб забезпечити плавніший і непомітний перехід автомобіля, що рухається, з прямолінійної ділянки дороги на заокруглення. Вони являють собою відрізки спіралей із повільно зростаючою кривиною і тому забезпечують поступове збільшення відцентрового прискорення під час в'їзду автомобіля на заокруглення.

За нормами [10] перехідні криві передбачають на заокругленнях при радіусах колових кривих не більше ніж 2000 м, а на під'їзних дорогах — при радіусах не більше ніж 400 м. Як перехідні криві використовують клотоїду (спіраль Корню), рівняння якої має вигляд

$$\rho = \frac{RL}{S} = \frac{C}{S}, \quad (105)$$

де ρ — радіус кривини у певній точці кривої; R — радіус колової кривої; L — довжина перехідної кривої від початку до точки сполучення з коловою кривою; S — довжина дуги кривої від її початку до цієї точки; $C = RL$ — параметр кривої, що залежить від розрахункової швидкості руху автомобіля на заокругленні й поперечного ухилу віражу.

Із формули (105) випливає, що на початку кривої ($S = 0$) радіус кривини $\rho = \infty$, а наприкінці її ($S = L$) $\rho = R$. Отже, радіус кривини перехідної кривої змінюється у межах $\infty \geq \rho \geq R$, а кривина — у межах

$$0 \leq \frac{1}{\rho} \leq \frac{1}{R}.$$

Координати точок клотоїди в прямокутній системі координат, де за вісь x приймається лінія тангенса заокруглення, обчислюють за формулами

$$\left. \begin{aligned} x &= S - \frac{S^5}{40C^2} + \frac{S^9}{3455C^4} - \dots; \\ x &= \frac{S^3}{6C} - \frac{S^7}{336C^3} - \frac{S^1}{42240C^5} - \dots. \end{aligned} \right\} \quad (106)$$

Практично для розрахунків у формулах (106) достатньо використати по два перших члени. Є таблиці для розмічування перехідних кривих методом прямокутних координат від тангенсів [5, 9]. Оскільки перехідні криві прилягають до тангенсів ближче, ніж колові, то значення y не перевищують 6 м за будь-яких довжин кривих. Це набуває великого практичного значення, оскільки полегшує їх розмічування.

Геометричну конструкцію заокруглення з перехідними кривими зображено на рис. 138, де BB' — колова крива радіуса R . При введенні у заокруглення перехідних кривих AD і $A'D'$ колову криву вкорочують з

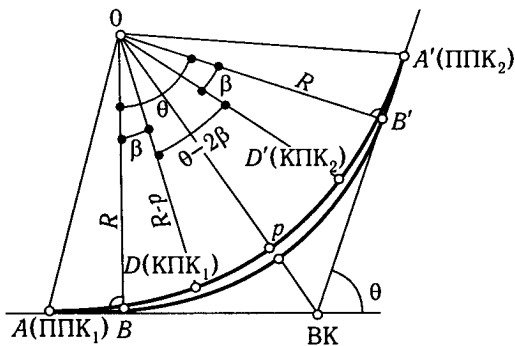


Рис. 138. Геометрична конструкція заокруглення з перехідними кривими

шення зазвичай не перевищує 1 м, тому при розрахунках кривої DD' величиною p нехтують.

Кут β , що відповідає половині довжини перехідної кривої, дорівнює

$$\beta = \frac{L \cdot 180^\circ}{2R\pi}.$$

Із рис. 138 випливає, що двом половинам перехідних кривих відповідає кут 2β , визначений рівністю

$$2\beta = \frac{L \cdot 180^\circ}{R\pi}. \quad (107)$$

На частку колової кривої DD' залишається кут $(\theta - 2\beta)$.

Якщо при заданих значеннях θ і параметра $C = RL$ отримуємо, що $\theta = 2\beta$, то кут $\theta - 2\beta = 0^\circ$ і перехідні криві AD і $A'D'$ збігаються. Довжина колової кривої при цьому дорівнюватиме нулю. При $2\beta > 0$ перехідні криві перетинаються, звідси випливає, що при заданому куті повороту θ радіус колової кривої R має бути збільшений.

Отже, перш ніж розраховувати всі елементи заокруглення з перехідними кривими, потрібно впевнитися, що при заданих значеннях θ , R у геометричну конструкцію заокруглення можуть бути введені перехідні криві. Критерієм можливості їх уведення є нерівність $\theta > 2\beta$, де 2β обчислюють за формулою (107). Значення довжини перехідної кривої визначають за даними табл. 22 [10].

Таблиця 22. Значення довжини перехідної кривої залежно від радіуса колової кривої

Радіус колової кривої, м	30	50	60	80	100	150	200	250	300	400	500	600–1000	1000–2000
Довжина перехідної кривої, м	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100	110	120	100

Обчислення | 11.9 елементів заокруглення з перехідними кривими

Обчислення елементів заокруглення можна виконувати за допомогою таблиць Ганьшина–Хренова [5] або Мітіна [9].

Розглянемо порядок обчислення за допомогою таблиць Мітіна, що, як і таблиці Ганьшина–Хренова, складаються з кількох таблиць різного призначення.

За допомогою табл. 1 обчислюють елементи колової кривої, які (щоб не переплутати їх з елементами заокруглення з перехідними кривими) позначимо: тангенс — $T_{\text{КК}}$; крива — $K_{\text{КК}}$; домір — $D_{\text{КК}}$; бісектриса — $B_{\text{КК}}$. Після обчислення елементів виконують контроль:

$$2T_{\text{КК}} - K_{\text{КК}} = D_{\text{КК}}.$$

За допомогою табл. 6 для заданих значень R і L знаходять доповнення $\Delta T_{\text{ПК}}$ і $\Delta B_{\text{ПК}}$ до елементів колової кривої $T_{\text{КК}}$, $B_{\text{КК}}$ й обчислюють елементи заокруглення з перехідними кривими:

$$\begin{array}{ll} \text{тангенс} & T_{\text{ПК}} = T_{\text{КК}} + \Delta T_{\text{ПК}}; \\ \text{крива} & K_{\text{ПК}} = T_{\text{КК}} + L, \dots; \\ \text{домір} & D_{\text{ПК}} = D_{\text{КК}} + \Delta D_{\text{ПК}}, \dots, \text{ де } \Delta D_{\text{ПК}} = 2\Delta T_{\text{ПК}} - L; \\ \text{бісектриса} & B_{\text{ПК}} = B_{\text{КК}} + \Delta B_{\text{ПК}}. \end{array} \quad (108)$$

Після обчислення елементів виконують контроль: $2T_{\text{ПК}} - K_{\text{ПК}} = D_{\text{ПК}}$. Отримане значення має дорівнювати $D'_{\text{ПК}} = D_{\text{КК}} + \Delta D_{\text{ПК}}$.

Слід звернути увагу на таку обставину, що загальна довжина кривих заокруглення дорівнює

$$K_{\text{ПК}} = K_{\text{КК}} + 2L.$$

Проте її також визначають за формулою

$$K_{\text{ПК}} = K_{\text{КК}} + L.$$

Це уявне протиріччя пояснюється тим, що за табл. 1 [9] колову криву обчислюють у межах кута θ за формулою (84), штучно замінюючи половини перехідних кривих у межах кутів β зліва і справа від колової кривої дугами кола.

Насправді колова крива існує в межах кута $(\theta - 2\beta)$ й обчислювати її слід за формулою

$$K_{\text{КК}} = \frac{R(\theta - 2\beta)\pi}{180^\circ}. \quad (109)$$

Таблиця 23. Прямокутні координати для детального розмічування перехідної і колової кривих від тангенсів через 20 м дуги ($R = 400$ м, $L = 100$ м)

$K, \text{м}$	$x, \text{м}$	$y, \text{м}$
20	20,00	0,04
40	40,00	0,27
60	59,99	0,90
80	79,95	2,14
100	99,84	4,17
120	119,61	7,15
140	139,21	11,13
151	149,90	13,73

Якщо довжину колової кривої обчислювати за формулою (109), то загальна довжина кривих на заокругленнях дорівнюватиме

$$K_{\text{пк}} = K_{\text{кк}} + 2L. \quad (110)$$

Формули (108) і (110) практично дають той самий результат, тому загальну довжину кривих заокруглення обчислюють за рівністю (108), в якій $K_{\text{кк}}$ визначають за формулою (84). Такий прийом дає змогу спростити обчислення.

Для детального розмічування заокруглення з перехідними кривими методом прямокутних координат від тангенсів із даних табл. 7 [9] вибирають значення x , y для точок, розміщених на кривій через 10, 15 або 20 м дуги. Складають таблицю, яку в подальшому і використовують під час розмічування (табл. 23).

У табл. 23 горизонтальною рисою відокремлено перехідну і колову криві, тому якщо при розмічуванні заокруглення потрібно побудувати точки $K_{\text{пк}}p1$ (кінець першої перехідної кривої) і $K_{\text{пк}}p2$ (кінець другої перехідної кривої), то їх будують за координатами x , y , записаними над рисою.

Детальне розмічування заокруглення з перехідними кривими методом прямокутних координат від тангенсів і дотичних

11.10

Детальне розмічування заокруглення виконують у такий спосіб. Від вершини кута повороту траси уздовж колишнього і нового її напрямку за допомогою стрічки відкладають значення $T_{\text{пк}}$. У результаті отримують точки ППК₁ і ППК₂, які закріплюють кілочками (рис. 139). Уздовж бісектриси кута $180^\circ - \theta$ відкладають значення $B_{\text{пк}}$ й отриману точку СК також закріплюють кілочком. Від точки ППК₁ уздовж лінії тангенса відкладають x_1 і в точці $1'$ будують перпендикуляр, на якому відкладають значення y_1 . Отриману точку 1 на кривій фіксують кілочком. Аналогічно будують точки 2, 3, 4 і т. д. до середини заокруглення.

За тими самими координатами x , y будують точки 1, 2, 3, ... на другій половині заокруглення від точки ППК₂.

При розмічуванні заокруглень значної довжини ординати y швидко зростають, особливо на коловій кривій поблизу середини заокруглення.

Виконання побудови при $y > 20$ м стає утрудненим і точність їх помітно знижується. У таких випадках розмічування перехідних кривих заокруглення рекомендується виконувати методом прямокутних координат від тангенсів при ($y \leq 4 - 5$ м), а розмічування колової кривої — методом прямокутних координат від дотичних. Цей метод докладно розглянуто у таблицях [9].

Схему розмічування заокруглення, при якій перехідні криві розмічують від тангенсів, а коловою кривою — від дотичних NA , що проходять через точки C на серединах половин колової кривої, зображено на рис. 140. У табл. 7 [9] наведено координати x, y , за якими можна розмітити всі заокруглення (і перехідні, і колові криві) від тангенсів, а біля них подано значення x', y' , за якими можна розмітити коловою кривою від дотичних NA (див. рис. 140).

Для цього від точки O (ППК₁) уздовж тангенса відкладають відстань $ON = x_N$ і отриману точку N фіксують кілочком. У точці N встановлюють теодоліт і від напрямку NO відкладають кут ONA . Значення $ON = x_N$ і $\angle ONA$ наведено у верхній частині таблиці. Далі половину колової кривої будують методом прямокутних координат від дотичної NA . Початок координат знаходиться у точці N , значення x' відкладають уздовж NA , а значення y' — на перпендикулярах до лінії NA .

Координати x, y і x', y' (табл. 24) подані для гочок, розміщених через 20 м дуги перехідної і колової кривих. Із даних табл. 24 випливає, що при довжині кривих $K = 180$ м, $y = 21,99$ м, а $y' = 6,11$ м, що, безперечно,

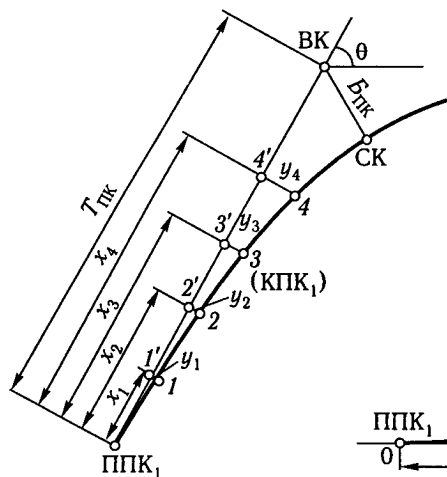


Рис. 139. Схема детального розмічування заокруглення з перехідними кривими методом прямокутних координат від тангенсів

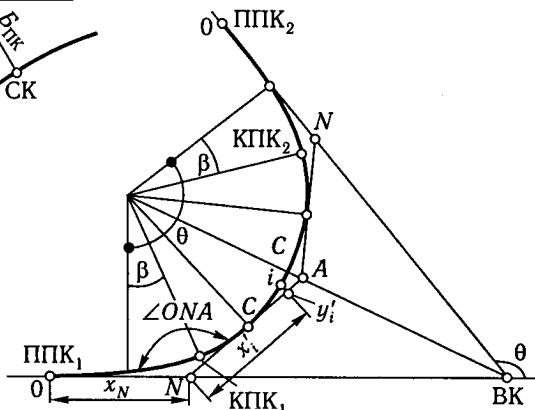


Рис. 140. Схема розмічування заокруглення методом прямокутних координат від дотичних

Таблиця 24. Прямокутні координати точок кривих для розмічування від тангенсів і дотичних до колової кривої ($R = 400$ м, $L = 100$ м) [9]

K, м	Координати від тангенсів		K, м	Координати від тангенсів		Координати від дотичних		
	x, м	y, м		x, м	y, м	x', м	y', м	
20	20,00	0,04	160	ON = $x_N = 150,20$ м		$\angle ONA = 151^{\circ}21'08''$		
40	40,00	0,27		158,59	16,07	15,07	10,08	
60	59,99	0,90		177,69	21,99	34,67	6,11	
80	79,95	2,14		200	196,48	28,84	54,44	3,13
100	99,84	4,17		220	214,90	36,60	74,34	1,12
120	119,61	7,15		240	232,90	45,33	94,31	0,12
140	139,21	11,13		260	–	–	114,31	0,12
				280	–	–	134,28	1,12

зручніше під час розмічувальних робіт. При наближенні до точки C від початку координат N ординати y' спадають, а за точкою C симетрично зростають. Для розмічувальних робіт від дотичних NA над другою половиною таблиці подано значення $ON = x_N$ і $\angle ONA$.

Розмічування заокруглення від дотичних NA дає змогу не тільки спростувати розмічувальні роботи і підвищити їх точність, а й забезпечує зниження до мінімуму збитку, якого завдають інженерно-вишукувальні роботи навколишньому середовищу (посівам, плантаціям, лісним угіддям). Метод розмічування заокруглень від дотичних до колової кривої є еколого-зберігаючою технологією і тому заслуговує на широке застосування у практиці будівництва автомобільних доріг.

Детальне розмічування заокруглення | 11.11 з перехідними кривими методом кутів і хорд

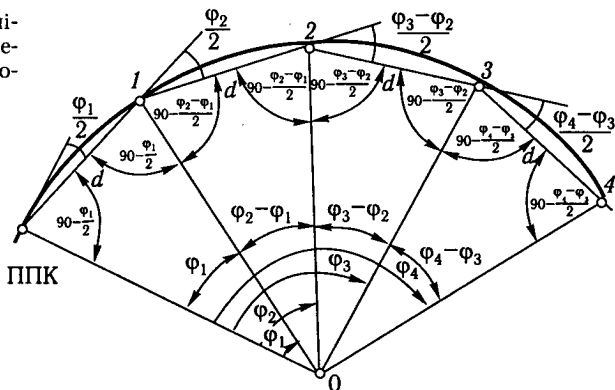
У деяких випадках, коли дорога має високий насип ($h > 3$ м) або споруджується у глибокій виїмці й ширина проїзної частини разом із узбіччями не перевищує 12 м, ефективним і зручним методом розмічування заокруглення з перехідними кривими є **метод кутів і хорд**.

Сутність методу. Відомо, що між кутом φ і відрізком клотоїдної кривої l , що його стягує, існує залежність [9]:

$$\varphi = \frac{l^2}{2C},$$

де $C = RL$ — параметр клотоїдної кривої; R — радіус колової кривої в центральній частині заокруглення, до якої прилягає клотоїда; L — довжина клотоїдної кривої.

Рис. 141. Детальне розмічування заокруглення з перехідними кривими методом кутів і хорд



Припустимо, що криву розмічують через інтервали l . Тоді відрізки l кривої L відповідатиме кут φ_1 у радіанній мірі:

$$\varphi_1 = \frac{l^2}{2C}$$

Аналогічно відрізкам $2l, 3l, 4l$ і т. д. відповідатимуть кути в радіанній мірі

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{(2l)^2}{2c} = \frac{4l^2}{2c}; \\ \varphi_3 &= \frac{(3l)^2}{2c} = \frac{9l^2}{2c}; \\ \varphi_4 &= \frac{(4l)^2}{2c} = \frac{16l^2}{2c} \end{aligned} \right\} \quad (111)$$

і т. д.

Ділянку клотоїдної кривої, на якій розмічено точки $1, 2, 3, \dots$, зображено на рис. 141. Під час розмічувальних робіт визначають кути $\varphi_1, \varphi_1(\varphi_2 - \varphi_1), (\varphi_3 - \varphi_2), (\varphi_4 - \varphi_3), \dots$, які відповідають інтервалам l кривої на різних її ділянках.

Із розгляду рівнобедрених трикутників ППК01, 102, 203, 304 і т. д. випливає, що зовнішній відносно трикутника ППК01 кут при точці ППК дорівнює $\frac{\varphi_1}{2}$. Аналогічно зовнішній кут при точці 1 дорівнює $\frac{\varphi_2}{2}$.

Зовнішні кути при точках $2, 3, 4, \dots$, дорівнюють відповідно $\frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2}, \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}, \frac{\varphi_5 - \varphi_4}{2}, \dots$.

Для розмічування кривої крім кутів $\frac{\varphi_1}{2}, \frac{\varphi_2}{2}, \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2}, \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}, \dots$ потрібно знати також довжини хорд ППК1, 1-2, 2-3, 3-4, Клотоїда є

кривою зі змінним радіусом кривини, який змінюється від ∞ на початку заокруглення до значення R у точці $K_{\text{ПК}}$, де клотоїда прилягає до колової кривої. Оскільки кривина клотоїди на початку заокруглення дуже мала, довжини відрізків кривої l практично не відрізняються від довжин відповідних хорд. Тільки поблизу точки $K_{\text{ПК}}$, де кривина клотоїди наближається до значення $\frac{1}{R}$, різниця між довжинами відрізків кривої l і хорд d , що їх стягують, виявляється істотною.

Приклад. Нехай радіус колової кривої, з якою сполучається клотоїда, $R = 300$ м, інтервали розмічування кривої $l = 20$ м. Довжину хорди обчислимо за формулою

$$d = 2R \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (a)$$

де φ — кут, що відповідає дузі l (або хорді d).

Визначимо кут $\varphi/2$:

$$\varphi = \frac{lP}{R} = \frac{20 \cdot 57,3^\circ}{300} = 3,82^\circ, \quad \varphi/2 = 1,91^\circ = 1^\circ 54' 36'',$$

підставивши у формулу (a) значення $\sin 1^\circ 54' 36''$, отримаємо

$$d = 2 \cdot 300 \cdot 0,0335 = 19,98 \text{ м.}$$

Отже, при $R = 300$ м, $l = 20$ м різниця між відрізком кривої і відповідною йому хордою $l - d = 0,02$ м.

При $R = 400$ м, $l = 20$ м, різниця $l - d = 0$.

Із прикладу випливає, що при $R > 300$ м і $l \leq 20$ м під час розмічування кривих можна замість хорд використовувати відрізки кривої.

При радіусах кривих $R < 300$ м за потреби довжину хорди можна обчислювати за довжинами відрізків кривої за формулою

$$d = l - \frac{l^3}{24R^2}. \quad (6)$$

Приклад. Нехай $R = 300$ м, $l = 20$ м. Підставляючи ці значення у формулу (6), отримаємо

$$d = 20 - \frac{20^3}{24 \cdot 300^2} = (20 - 0,004) \text{ м.}$$

Перед початком розмічувальних робіт потрібно виконати обчислення кутів $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dots$ за рівнянням (111), далі $\frac{\varphi_1}{2}, \frac{\varphi_2}{2}, \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2}, \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}, \dots$.

Перевіримо можливість використання відрізків кривої l замість хорд d . За потреби обчислюємо хорди за рівнянням (6).

Для практичного застосування методу при детальному розмічуванні заокруглень рекомендується скласти програму обчислень на комп'ютері і результати записувати у вигляді таблиці (табл. 25).

Таблиця 25. Результати обчислень при детальному розмічуванні заокруглень

Номер точки перехідної кривої	Кути на точках	Хорди	Номер точки перехідної кривої	Кути на точках	Хорди
$H_{\text{пк}}$	$\frac{\varphi_1}{2}$	l або d	3	$\frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}$	– “ –
1	$\frac{\varphi_2}{2}$	– “ –	4	$\frac{\varphi_5 - \varphi_4}{2}$	– “ –
2	$\frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2}$	– “ –	$K_{\text{пк}}$	$\frac{\varphi_{K_{\text{пк}}} - \varphi_{n-1}}{2}$	l' або d'

Порядок розмічування кривих заокруглення таких (див. рис. 141). У точці ППК, яку попередньо визначають на трасі дороги за її пікетажним положенням, встановлюють теодоліт, на горизонтальному крузі – відлік $0^{\circ}00'00''$, закріплюють алідаду, відкріплюють лімб і трубу наводять на віху, встановлену на лінії траси за 30–40 м перед початком заокруглення ППК. Трубу переводять через zenit і на горизонтальному крузі встановлюють відлік $\frac{\varphi_1}{2}$ (якщо заокруглення правоповоротне) або $360 - \frac{\varphi_1}{2}$ (якщо заокруглення лівоповоротне). Вздовж візирної осі труби за допомогою мірної стрічки відкладають l (або d) і точку 1 фіксують кілочком.

Усі операції повторюють за іншого положення вертикального круга і забивають другий кілочок, що фіксує точку l . Відстань між кілочками в точці 1 ділять навпіл і остаточно фіксують точку 1 кілочком.

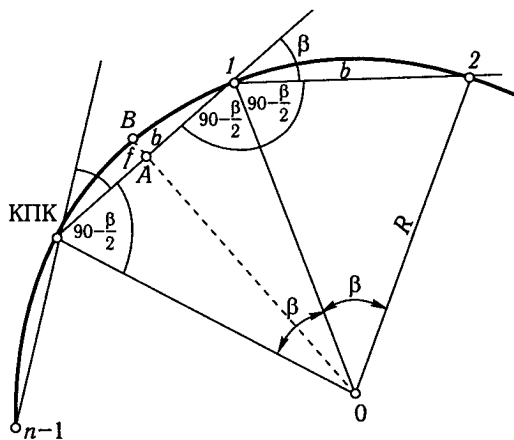
Теодоліт переносять у точку 1, приводять у робоче положення і при відліку $0^{\circ}00'00''$ на горизонтальному крузі трубу наводять на точку ППК. Далі трубу переводять через zenit і на горизонтальному крузі встановлюють відлік $\frac{\varphi_2}{2}$ (при правоповоротному заокругленні) або $360 - \frac{\varphi_2}{2}$ (при лівоповоротному заокругленні). Вздовж візирної осі відкладають хорду l (або d). Усі операції повторюють за іншого положення вертикального круга.

Аналогічно будують точки 2, 3, 4, ... відповідно за допомогою кутів $\frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2}$, $\frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}$ і т. д. За таким методом розмічують усі точки до кінця клоатоїди (до точки КПК). Слід мати на увазі, що хорди $l(d)$ не кратні довжині перехідної кривої L . Тому останній інтервал перед точкою КПК буде менший, ніж $l(d)$. Його можна обчислити за рівнянням

$$l' = L - nl,$$

де n – число цілих хорд l , укладених по довжині перехідної кривої.

Рис. 142. Детальне розмічування колової кривої методом кутів і хорд на заокругленні з перехідними кривими



Оскільки $l' < l$, то центральний кут в останньому розмічувальному трикутнику

$\left(\frac{\varphi_{\text{КПК}} - \varphi_{n-1}}{2} \right)$ буде меншим за попередній, оскільки

$$\varphi_{\text{КПК}} = \frac{[(n-1)l + l']^2}{2C}$$

Розмічувальний зовнішній кут при точці $(n - 1)$, що передує точці КПК, дорівнюватиме

$$\frac{\varphi_{\text{КПК}} - \varphi_{n-1}}{2}$$

Після побудови точки КПК починають розмічування колової кривої, що становить центральну частину заокруглення (рис. 142). Метод кутів і хорд тут не має відмінностей від методики, яку застосовували при розмічуванні клогоїдної кривої. Відрізняється лише обчислення хорд і кутів β .

Із рис. 142 випливає

$$l = \frac{R\beta}{\rho},$$

звідси

$$\beta = \frac{l\rho}{R},$$

де l — інтервал дуги, через який виконують розмічування кривої; R — радіус кривої; $\rho = 57,3^\circ = 3438'$ — радіан.

Хорди b обчислюють за формулою

$$b = 2R \sin \frac{\beta}{2}.$$

Якщо хорди b завеликі й виникає потреба у додаткових розмічувальних точках на серединах дуг l колової кривої, то на серединах хорд b будуть перпендикуляри завдовжки f . На рис. 142 на середині хорди в точці А зображено стрілу прогину f , за допомогою якої побудовано точку В на середині відрізка l .

Довжину стріли прогину обчислюють за формулою

$$f = 2R \sin^2 \frac{\beta}{4}.$$

Побудова перпендикулярів f на серединах хорд b дає змогу скоротити обсяг розмічувальних робіт. Наприклад, якщо точки на кривій потрібно мати через 20 м дуги, то методом кутів і хорд можна побудувати точки через 40 м дуги і між ними від середини хорд додатково побудувати за допомогою стріл прогину f точки через 20 м.

Детальне розмічування заокруглення з недоступною вершиною кута повороту траси | 11.12

Проблема недоступної вершини кута повороту виникає під час вишукувань у районах боліт, ярстого і гірського рельєфу, коли вершини кутів потрапляють у недоступні місця. Недоступними слід вважати і ті вершини кутів, що потрапляють на орні землі, посіви, в лісові масиви.

При розмічуванні заокруглення з недоступною вершиною кута повороту (рис. 143) не обов'язково виносити до природи точку ВК, як це роблять зазвичай під час вишукувань траси. Достатньо побудувати точку A (ППК₁) за її пікетажним положенням, яке є в проекті траси. Дві інші точки заокруглення — B (СК) і C (ППК₂) визначають на основі таких побудов.

У точці A встановлюють теодоліт, суміщують нулі лімба й аліадади горизонтального круга і трубу наводять на одну з точок траси, що передують точці A . Далі трубу переводять через зеніт і на горизонтальному крузі встановлюють відлік $\theta/2$. Уздовж візирної осі відкладають відстань $AD = T_{\text{пк}} \cos \theta/2$. Якщо існує видимість між A і C , то від точки D уздовж візирної осі труби теодоліта відкладають $DC = AD$. Якщо видимості між точками A і C немає, то теодоліт переносять у точку D і продовжують створ AD за його допомогою. Для побудови точки B теодоліт встановлюють у точці D , будують прямий кут і відкладають відрізок $DB = T_{\text{пк}} \sin \theta/2 - B_{\text{пк}}$. Значення $T_{\text{пк}}$, $B_{\text{пк}}$ обчислюють за таблицями [5, 9].

Якщо вершина кута повороту недоступна, детальне розмічування перехідних кривих здійснюють ме-

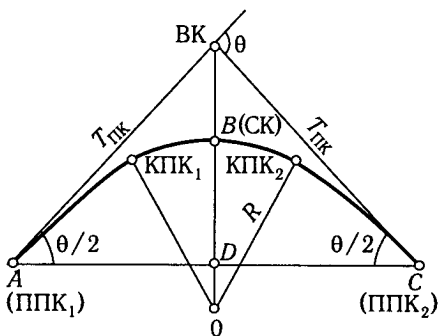


Рис. 143. Детальне розмічування заокруглення з недоступною вершиною

тодом прямокутних координат від ліній ON тангенсів, а колову криву – від ліній NA , які є дотичними до середини C половин колової кривої (див. рис. 140). Повного розмічування тангенсів не роблять, оскільки практично цього зробити неможливо, і в цьому немає потреби.

Геометричні елементи | 11.13 вертикальних кривих

Згідно з нормами [10], під час проектування поздовжнього профілю рекомендується проектні лінії профілю в точках зламу сполучати вертикальними кривими (див. табл. 16): на дорогах I і II категорії при алгебричній різниці ухилів ліній, що дорівнює 5 % і більше; на дорогах III категорії, якщо ця різниця дорівнює 10 % і більше; на дорогах IV і V категорій, якщо різниця – 20 % і більше.

Розглянемо розрахунок вихідних даних для попереднього розмічування вертикальної кривої.

Вертикальну криву, що поєднує дві лінії поздовжнього профілю AC і CB з ухилами i_1 та i_2 , зображено на рис. 144. Оскільки поздовжні ухили практично не можуть перевищувати 0,100, то кути, що відповідають цим ухилам, не перевищують 6° . За малих кутів тангенси дорівнюють самим кутам у радіанній мірі. Наприклад, $\text{tg}5^\circ = 0,0875$, $v_{\text{рад}} = 5^\circ/57,3^\circ = 0,0872$. Різниця становить 0,0003 радіана.

Отже, кут β у точці C у радіанній мірі дорівнює алгебричній різниці ухилів $\beta_{\text{рад}} = i_1 - i_2$. Довжина кривої ADB становить

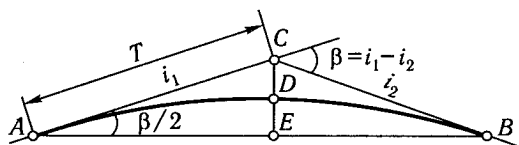
$$K = R\beta_{\text{рад}} = R(i_1 - i_2).$$

Оскільки крива близько прилягає до тангенсів AC і CB , то можна вважати, що

$$T = \frac{K}{2} = R \frac{i_1 - i_2}{2}. \quad (112)$$

Із рис. 144 випливає, що

$$CE = T \sin \frac{\beta}{2} \approx T \text{tg} \frac{\beta}{2} = R \frac{i_1 - i_2}{2} \frac{i_1 - i_2}{2}.$$



Проте з формули (112)
 $\frac{i_1 - i_2}{2} = \frac{T}{R}$, тому $CE = \frac{T^2}{R}$.
 Приблизно можна вважати, що бісектриса

$$B = \frac{CE}{2} = \frac{T^2}{2R}.$$

Рис. 144. Схема для розрахунку головних геометричних елементів вертикальної кривої

Якщо $i_1 \neq i_2$, то вершина вертикальної кривої не збігається з її серединою. Зсув вершини кривої відносно її середини дорівнює

$$f = \frac{|i_1| - |i_2|}{2} R,$$

де i_1, i_2 — ухили тангенсів вертикальної кривої.

При цьому вершина зміщується в бік ухилу тангенса.

Значення T, K, B для $R = 1000$ м і різних значень $(i_1 - i_2)$ подано у таблицях [5], [9] як елементи горизонтальних кривих. За допомогою тангенсів і бісектриси на місцевості розмічують головні точки (ПК, СК, КК) вертикальної кривої. Для цього обчислюють пікетажне положення точок ПК, КК: $ПК = ВК - T$, $КК = ВК + T$. Мірною стрічкою від найближчих пікетів або плюсових точок визначають положення точок на лінії траси і закріплюють їх кілочками. У подальшому висотне положення точок ПК, СК, КК визначають і контролюють за допомогою геометричного або тригонометричного нівелювання, використовуючи їхні обчислені проектні позначки.

Приклад. Нехай $i_1 = i_2 = 0,060$, $R = 20000$ м. Згідно з формулою (111), отримаємо

$$T = 20\,000 \frac{0,060 - (-0,060)}{2} = 1200 \text{ м}, \quad K = 2T = 2400 \text{ м}.$$

Із прикладу випливає, що за достатньо великих ухилів i_1, i_2 і $R = 20\,000$ м тангенси і довжини вертикальних кривих можуть бути дуже значимими, що ускладнює розмічування їх на місцевості.

Розрахунок вихідних даних | 11.14 для детального розмічування вертикальних кривих

Детальне розмічування вертикальних кривих виконують методом прямокутних координат від тангенсів, подібно до того, як це роблять у разі детального розмічування горизонтальних кривих цим методом. Виведемо формули для розрахунку прямокутних координат.

Фрагмент вертикальної кривої зображено на рис. 145. Для точки з номером k можна записати

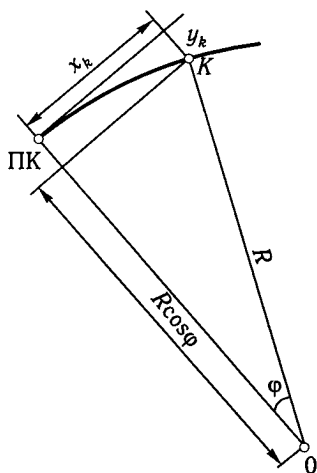
$$x_k = R \sin \varphi = 2R \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}; \quad (a)$$

$$y_k = R - R \cos \varphi = R(1 - \cos \varphi) = 2R \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (б)$$

Із формули (a) випливає

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{x_k}{2R \cos \varphi/2},$$

Рис. 145. Схема для виведення формул прямокутних координат точок вертикальної кривої



звідси

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{x_k^2}{4R^2 \cos^2 \varphi/2}.$$

Підставимо значення $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ у рівність (6)

$$y_k = 2R \frac{x_k^2}{4R^2 \cos^2 \varphi/2} = \frac{x_k^2}{2R \cos^2 \varphi/2}.$$

Оскільки кут $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ невеликий, то $\cos \frac{\varphi}{2} \approx 1$, тому

$$y_k = \frac{x_k^2}{2R}. \quad (113)$$

Формула (113) подає рівняння параболи, хоча під час її виведення виходили з припущення, що йдеться про колову криву. Це пов'язано з деякими наближеннями, які прийняті при виведенні формули. В геодезичній літературі криві, які розраховують за формулою (113), називають **коловими**. Пояснюється це тим, що різниці між коловими і параболічними кривими, обчислювані за формулою (113), стають помітними тільки за i_1 та $i_2 \geq 0,080$.

Останнім часом замість формули (113) застосовують рівняння кубічної параболи

$$y_k = \frac{x_{k,3}}{6RL}, \quad (113a)$$

де R — радіус вертикальної кривої; L — половина довжини вертикальної кривої.

Крива, побудована за формулою (113a), є плавнішою, ближче прилягає до ліній тангенсів, забезпечує кращі умови руху.

Оскільки вертикальні криві близько прилягають до тангенсів, то значення x приблизно дорівнюють довжині дуги кривої, тобто $x \approx l$ (l — дуга). Під час розмічування і вертикального планування кривої значення x задають, а значення y для відповідних точок обчислюють за формулою (113). Обчислення проектних позначок точок детального розмічування кривої виконують у такій послідовності.

Для опуклої кривої (рис. 146). Позначка точки ПК

$$H_{ПК} = H_{ВК} - T i_1.$$

Позначка точки з номером k

$$H_k = H_{ПК} + x_k i_1 - y_k.$$

Позначка точки КК

$$H_{\text{КК}} = H_{\text{ВК}} - T i_2.$$

Позначка точки з номером k (на другій половині кривої)

$$H_k = H_{\text{КК}} + x_k i_2 - y_k.$$

Для увігнутої кривої (рис. 147) позначка точки НК

$$H_{\text{НК}} = H_{\text{ВК}} + T i_1.$$

Позначка точки з номером k

$$H_k = H_{\text{НК}} - x_k i_1 + y_k.$$

Позначка точки КК

$$H_{\text{КК}} = H_{\text{ВК}} + T i_2.$$

Позначка точки з номером k (на другій половині кривої)

$$H_k = H_{\text{КК}} - x_k i_2 + y_k.$$

Із наведених формул випливає, що значення y_k при обчисленні позначок точок кривої відкладають не перпендикулярно до тангенса, а вздовж вертикальних ліній як перевищення. Пояснюється це невеликими кутами нахилу тангенсів, якими під час обчислень нехтують.

Прямокутні координати x, y для детального розмічування вертикальних кривих подано в таблицях [4, 9].

Детальне розмічування | 11.15 вертикальних кривих

Вертикальні криві мають переважно великі радіуси, тому кривина їх невелика. Виконувати часте розмічування і вертикальне планування кривої за малої її кривини не слід, оскільки практичної потреби в цьому немає, а затрати праці й часу на розмічувальні та планувальні роботи значні. Виникає задача визначення оптимального інтервалу розмічування, за якого досягається мінімум робіт при дотриманні потрібної точності.

Згідно з нормами [10], допущені відхилення висотних позначок позовжнього профілю земляного полотна від проектних значень не повинні перевищувати ± 5 см. Якщо вважати, що ця величина становить гранично допустиму похибку, що дорівнює подвійній середній квадратичній, то її середнє квадратичне значення дорівнюватиме $\pm 2,5$ см. Виходячи з принципу рівного впливу, вважатимемо, що розмічувально-планувальні й будівельні роботи виконуються з однаковою точністю і визначають однаковий внесок у величину середньої квадратичної похибки $\pm 2,5$ см,

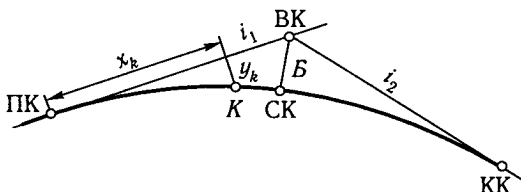


Рис. 146. Схема для розрахунку проектних позначок точок опуклої кривої

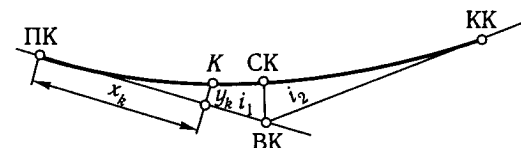


Рис. 147. Схема для розрахунку проектних позначок точок увігнутої кривої

тобто $m_r = m_6 = m$ (m_r, m_6 – відповідно середні квадратичні похибки геодезичних і будівельних робіт). Тоді

$$\sqrt{m_r^2 + m_6^2} = \sqrt{m^2 + m^2} = \sqrt{2m^2} = m\sqrt{2} = \pm 2,5 \text{ см},$$

звідси

$$m = \frac{2,5}{\sqrt{2}} = \pm 1,8 \text{ см}.$$

Нехай розмічувальні роботи виконують через інтервал l (рис. 148). Тоді дугу AB замінюють хордою AB і стріла прогину f є найбільшою похибкою розмічувальних робіт на середині інтервалу l . Із креслення випливає

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + (R - f)^2 = R^2,$$

звідси

$$l = \sqrt{8Rf - 4f^2}.$$

Величиною $4f^2$ можна знехтувати, оскільки вона мала порівняно з першим доданком під знаком кореня. Отже,

$$l = \sqrt{8Rf}. \quad (114)$$

Оскільки середнє квадратичне значення похибки розмічувальних робіт $f = \pm 0,018 \text{ м}$, то остаточно $l_{\text{опт}} = \sqrt{0,144R} = 0,38\sqrt{R}$. Значення $l_{\text{опт}}$, обчислені за формулою (114) й округлені до 5 м, наведено у табл. 26.

Із даних табл. 26 випливає, що тільки за малих значень радіуса вертикальної кривої потрібно виконувати її розмічування через 10, 15, 20 м. В інших випадках розмічування кривої можна робити значно рідше.

Розмічування вертикальних кривих розпочинають із визначення положення головних точок ПК, СК, КК на лінії траси. Роблять це лінійни-

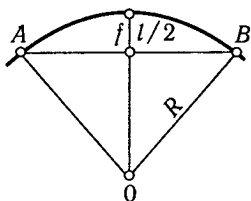


Рис. 148. Схема для визначення оптимального інтервалу розмічування вертикальної кривої

Таблиця 26. Значення оптимальних інтервалів розмічування вертикальних кривих

$R, \text{ м}$	$l_{\text{опт}}, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$l_{\text{опт}}, \text{ м}$
30 000	65	5000	25
15 000	45	3000	20
10 000	35	2000	15
8000	30	1000	10

ми вимірюваннями від найближчих пікетів або плюсових точок згідно з пікетажними положеннями головних точок. Точки ПК, СК, КК закріплюють кілочками. Висотні положення точок визначають геометричним або тригонометричним нівелюванням на основі обчислених проектних позначок.

Точки детального розмічування кривої фіксують уздовж траси через прийнятий інтервал $l_{\text{опт}}$. Оскільки при кутах нахилу $v < 5^\circ$ значення x , прийняті в розрахунках, мало відрізняються від їхніх горизонтальних проєкцій, то під час розмічування відкладають значення x . У деяких випадках безпосередньо перед розмічувальними роботами виконують грубе планування траси бульдозером, зрізують «незручні» горби, засипають ями і великі канали. Це дає змогу підвищити точність і продуктивність розмічувальних робіт.

За вихідні точки при вертикальному плануванні кривої приймають ПК, СК, КК але тільки після того, як надійно «виведуть» їх на проектні позначки. Точки ПК, СК, КК мають бути закріплені більш фундаментально, ніж всі інші «рядові» точки кривої. Для зручності і надійності їх положення висоту дублюють на створних виносних точках. Відсипання земляного полотна і розробку виїмки на інтервалі вертикальної кривої контролюють за допомогою візірок, нівеліра або теодоліта.

Детальне розмічування вертикальної кривої, суміщеної з горизонтальним заокругленням | 11.16

За будівельними нормами і правилами [10] рекомендовано при проєктуванні доріг суміщати вертикальні криві поздовжнього профілю з горизонтальними заокругленнями. При цьому криві в плані мають бути на 100–150 м довгими, ніж вертикальні, а суміщення середин кривих має бути не більшим за $1/4$ довжини меншої з них. За такого суміщення вертикальна крива має складну просторову форму, що нагадує гвинтову лінію на циліндрі.

Приклад. Побудуємо вертикальну параболічну криву на площині з гнучкого матеріалу (картону), поставимо вертикально й обернемо нею криві горизонтально заокруглення. Внаслідок цього вертикальна крива відобразиться на вертикальній циліндричній поверхні, обертаючи горизонтальне заокруглення.

Розмічування і планування кривої. На місцевості розмічують криві горизонтального заокруглення за методикою, викладеною в п. 11.10, 11.11. Обчислюють пікетажні положення точок ПК, СК, КК вертикальної кривої і від найближчих пікетів та плюсових точок лінійними промірами визначають їхнє положення на трасі. Потім за допомогою нівеліра виносять ці точки на їхні проектні позначки і закріплюють кілочками або візірками. На межі смуги відведення траси точки дублюють створними

кілочками або візирками, щоб у процесі будівництва їх можна було швидко відбудувати.

Далі уздовж кривих горизонтального заокруглення від точок ПК і КК вертикальної кривої до її середини стрічкою відкладають значення x_1, x_2, x_3 і т. д. точок детального розмічування вертикальної кривої. Отримані точки закріплюють кілочками. За допомогою нівеліра або теодоліта точки виносять на їхні проектні позначки і фіксують кілочками або візирками відповідної висоти. На межі смуги відведення точки дублюють виносними кілочками або візирками, встановленими на таку саму висоту й у створі поперечної лінії, яка проходить через цю точку.

Від осевих точок дороги розмічують усі елементи насипу або виїмки дороги, встановлюють укусини, фіксують борозною межу (підошву) насипу або брівку виїмки (див. рис. 125, 126, 130, 131, 135) і розпочинають земляні роботи. Надалі слід звернути увагу на те, що проїзна частина дороги у поперечному перерізі на прямолінійних ділянках має двошхилий профіль із поперечними ухилами вліво і вправо $i_{\text{поп}}$.

Виражі на заокругленнях | 11.17 автомобільних доріг

На автомобіль, що рухається по заокругленню, діє відцентрова сила

$$c = \frac{mV^2}{R},$$

де m — маса автомобіля, кг; V — швидкість руху, м/с; R — радіус кривої заокруглення у заданій точці, м.

Відцентрова сила прагне зрушити автомобіль у поперечному до руху напрямку і перекинути його. Вона ускладнює умови керування автомобілем, знижує його стійкість і безпеку руху. На кривих малих радіусів збільшується витрата пального і підвищується зношення шин [1].

Крім відцентрової на автомобіль діє ще сила ваги автомобіля $G = mg$, де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — прискорення сили вільного падіння. Сили, прикладені до його центра ваги, зображено на рис. 149. Проеціюючи обидві сили на напрямок поперечного ухилу проїзної частини дороги, отримаємо

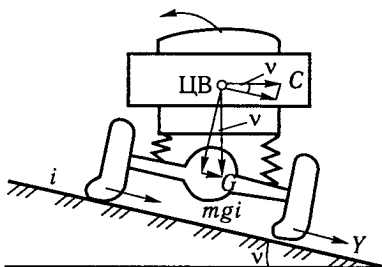


Рис. 149. Схема сил, що діють на автомобіль під час руху на заокругленні

$$Y = \frac{mV^2}{R} \cos \nu \pm mgi, \quad (115)$$

де Y — результативна поперечна сила, що намагається зрушити автомобіль у

поперечному відносно осі дороги напрямку; i — поперечний ухил проїзної частини.

На лівоповоротних заокругленнях сили C і mg_i діють у той самий бік, а саме — в бік від центра заокруглення, тому у формулі (115) другий доданок слід брати зі знаком «плюс». Через те що кут ν малий, $\cos \nu \approx 1$. Остаточно формула (115) набирає вигляду

$$Y = \frac{mV^2}{R} \pm mgi. \quad (116)$$

Для забезпечення умов стійкого і безпечного руху автомобіля на заокругленні потрібно, щоб рушійна поперечна сила Y була значно меншою, ніж притискна $G = mg$. Відношення $\frac{Y}{G}$ називають **коефіцієнтом поперечної сили**, тобто

$$\mu = \frac{Y}{G} = \frac{V^2}{gR} \pm i. \quad (117)$$

Для визначення мінімальних радіусів кривих заокруглення прийнято значення $\mu = 0,12$ при розрахункових швидкостях 120–150 км/год і $\mu = 0,18$ при розрахунковій швидкості 60 км/год. У випадках, коли розрахункові значення радіусів кривих заокруглень за умовами місцевості реалізувати неможливо, для зменшення дії поперечної сили Y на заокругленнях улаштовують віражі.

Віраж — центральна частина заокруглення у межах колової кривої у вигляді конічної поверхні з поперечним ухилом $i_{\text{вир}}$, напрямленим до центра заокруглення. Зліва і справа до віражу прилягають його відгони.

Відгін віражу — складна поверхня у межах перехідної кривої, за допомогою якої двосхилий поперечний профіль полотна дороги поступово перетворюється на лінійно-односхилий з ухилом $i_{\text{вир}}$, напрямленим до центра заокруглення. Він має вигляд однієї або кількох «склеєних» смужок поверхні кільця Мебіуса.

Кільце Мебіуса утворюється так. Вузьку смужку паперу згортають у кільце, далі один кінець повертають уздовж поздовжньої лінії смуги на 180° і кільце склеюють. Поверхня його згорнута в поперечному відносно поздовжньої лінії смуги напрямку, тобто має поперечну кривину. Поперечна кривина («пропелерність») поверхні кільця Мебіуса залежить від його довжини, оскільки кут 180° (у радіанній мірі π) розподіляється по довжині кільця l_M . Середня поперечна кривина поверхні кільця $K_M = \frac{\pi}{l_M}$. При $l_M = \infty$, $K_M = 0$.

Якщо поверхня кільця Мебіуса скручена рівномірно по всій довжині, то на будь-якій його ділянці поперечна кривина дорівнює $K_M = \frac{\pi}{l_M}$.

Звідси випливає, що коли поперечний ухил віражу дорівнює $i_{\text{вiр}}$ і рівномірно розподілений на відгоні $L_{\text{вiдг}}$, то $\frac{i_{\text{вiр}}}{L_{\text{вiдг}}} = \frac{\pi}{l_{\text{м}}}$ і $l_{\text{м}} = \frac{\pi L_{\text{вiдг}}}{i_{\text{вiр}}}$.

Припустимо, що $L_{\text{вiдг}} = 100$ м, $i_{\text{вiр}} = 0,035$, тоді $l_{\text{м}} = \frac{100 \cdot 3,14}{0,035} = 8941$ м, тобто довжина відгону не перевищує 1,12 % повної довжини кільця Мебіуса. Проте можливий випадок, коли вся кривина $K_{\text{м}}$ зосереджена на короткій ділянці кільця Δl , а решта $(L - \Delta l)$ у поперечному відносно смуги кільця напрямку є плоскою.

При в'їзді на відгін віражу лівоповоротного заокруглення автомобіль вздовж своєї поздовжньої осі зазнає обертання справа наліво, а при з'їзді наприкінці заокруглення — зліва направо. Якщо поперечна кривина («скрученість») поверхні відгону буде розподілена по його довжині нерівномірно, то й обертання автомобіля буде нерівномірним. При в'їзді на відгін (особливо на великій швидкості) він зазнаватиме поштовху в колеса, що розміщені з правого боку, а це призведе до зниження стійкості і керованості автомобіля.

Перехід від двосхилого поперечного профілю проїзної частини дороги на прямій ділянці до односхило-лінійного на віражі можна здійснювати по-різному. Відгін віражу лівоповоротного заокруглення (для спрощення креслення він умовно спрямлений), на якому перехід від двосхилого поперечного профілю до односхилого на віражі виконується «обертанням» поперечного профілю полотна дороги навколо брівки внутрішнього узбіччя (рис. 150), де $11'$ — брівка внутрішнього узбіччя; $22'$ — край проїзної частини; $33'$ — вісь дороги; $44'$ — зовнішній край проїзної частини; $55'$ — брівка зовнішнього узбіччя.

Поверхня відгону віражу утворюється ковзанням ламаної утворювальної 135 у напрямках $11'$, $33'$, $55'$. При цьому права половина утворювальної 35 немов обертається навколо точки 3 , яка ковзає по осі дороги $33'$. Наприкінці інтервалу ΔL відгону віражу вона стає горизонтальною і займає положення mn . Далі вона продовжує обертатися навколо точки 3 , що ковзає уздовж осі $33'$, і водночас уся ламана утворювальна 135 обертається навколо точки 1 , що ковзає уздовж брівки узбіччя $11'$. Наприкінці відгону віражу $L_{\text{вiдг}}$ ламана утворювальна 135 випрямляється в пряму $1'5'$, яка при подальшому русі по коловій кривій виконує роль утворювальної кінчної поверхні віражу.

Назвемо цей механізм конструювання віражу моделлю 1 (оскільки обертання поперечного профілю полотна дороги відбувається навколо лінії $11'$).

Аналогічно, якщо за вісь обертання поперечного профілю прийняти внутрішній край проїзної частини $22'$, то отримаємо іншу модель відго-

Рис. 150. Схема конструювання відгону виражу обертанням поперечного профілю полотна навколо внутрішнього узбіччя проїзної частини 22' (модель 1)

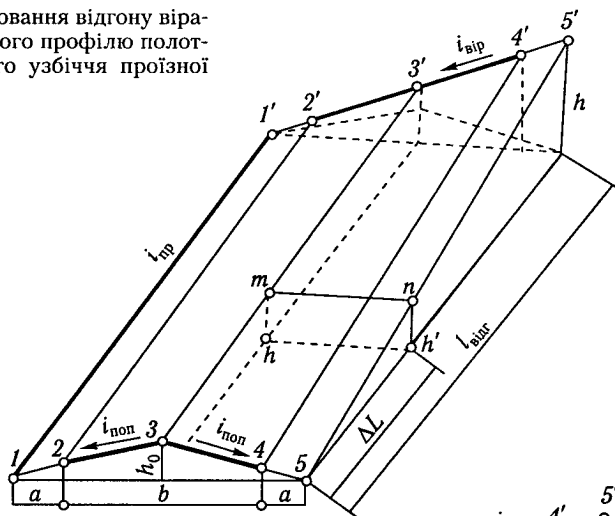


Рис. 151. Схема конструювання відгону виражу обертанням поперечного профілю полотна навколо брівки внутрішнього узбіччя 11' (модель 2)

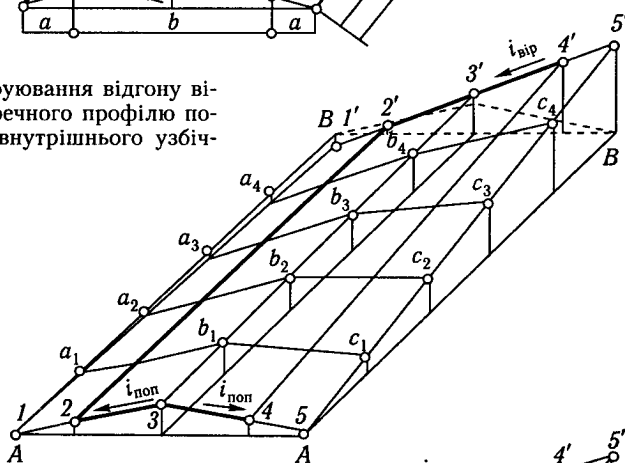


Рис. 152. Схема конструювання відгону виражу обертанням поперечного профілю полотна навколо осі дороги 33' (модель 3)

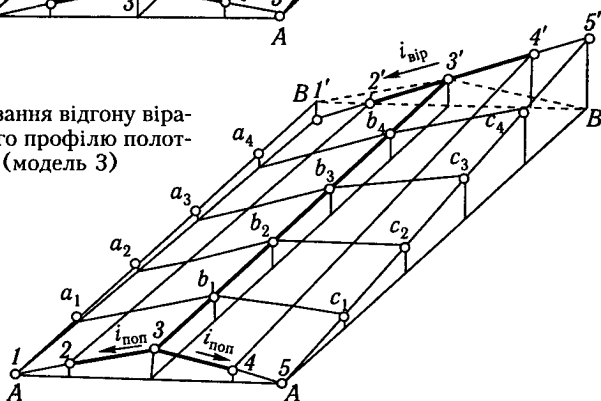
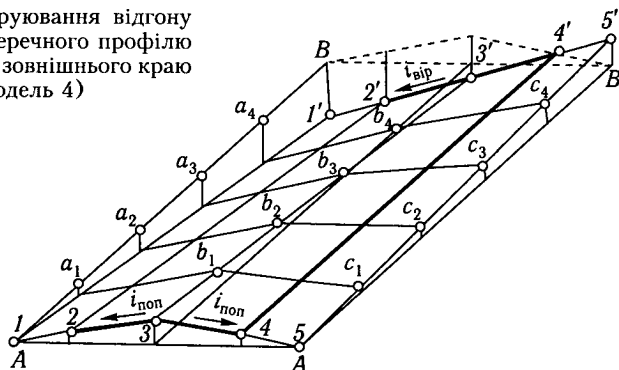


Рис. 153. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо зовнішнього краю проїзної частини 44' (модель 4)



ну віражу, в якій внутрішнє узбіччя полотна дороги буде трохи опущене вниз. Поверхня відгону віражу і сам віраж також будуть трохи нижчими порівняно з розглянутою моделлю 1. Назвемо цей механізм утворення і конструкцію відгону віражу моделлю 2 (рис. 151).

Найчастіше при конструюванні відгону віражу застосовують модель 3, у якій обертання поперечного профілю відбувається навколо осі дороги 33'. При цьому внутрішня половина полотна дороги (на лівоповоротних заокругленнях) опускається, а зовнішня — піднімається вгору (рис. 152).

Якщо полотно дороги на заокругленні потрібно опустити відносно рельєфу місцевості, то обертання поперечного профілю дороги здійснюється навколо зовнішнього краю покриття 44' або брівки зовнішнього узбіччя 55'. Позначимо ці моделі 44' і 55' (рис. 153).

Нові моделі | 11.18 конструкцій віражів |

Конструкції відгонів віражів, що застосовують нині, мають один загальний недолік: при повороті дороги ліворуч зовнішня половина її проїзної частини відгону віражу ΔL має зворотний поперечний ухил, напрямлений у бік від центра заокруглення.

Наприкінці заокруглення, на іншому відгоні віражу, також існує ділянка ΔL , на якій поперечний ухил зовнішньої половини проїзної частини напрямлений у бік від центра заокруглення.

На автомобіль, який рухається в межах ΔL , діє поперечна сила, визначена рівністю (116). Якщо на відгоні віражу поперечний ухил i скрізь буде напрямлений до центра заокруглення, то перед другим доданком у записаній рівності стоятиме знак «мінус», що свідчатиме про поліпшення умов руху, оскільки поперечна сила зменшиться на $2mgi$.

Ділянка ΔL відгону віражу дорівнює

$$\Delta L = \frac{L_{\text{від}}}{1 + \frac{i_{\text{вир}}}{i_{\text{поп}}}},$$

де $L_{\text{від}}$ — довжина відгону віражу; $i_{\text{вир}}$ — поперечний ухил віражу; $i_{\text{поп}}$ — поперечний ухил проїзної частини дороги на прямолінійній ділянці.

Довжина ΔL залежно від відношення $i_{\text{вир}}/i_{\text{поп}}$ коливається у межах від 30 до 50 % від $L_{\text{від}}$. За середньої довжини $L_{\text{від}}$, що дорівнює 100 м, довжина ΔL становить 30–50 м.

Для поліпшення умов і підвищення безпеки руху на заокругленнях автомобільних доріг розроблено нові моделі віражів, у яких зовнішня половина проїзної частини дороги до початку відгону віражу приводиться в горизонтальне положення [16]. Внаслідок цього на всьому віражі, включаючи початкову і кінцеву ділянки ΔL , зовнішня половина проїзної частини має поперечний ухил, напрямлений до центра заокруглення.

Нові моделі віражів вигідно відрізняються від традиційних, у яких поперечна сила Y і коефіцієнт поперечної сили μ на початку відгону віражу мають максимальне значення. Звідси випливає, що ділянки ΔL в'їзду автомобіля на заокруглення і з'їзду з нього є найнебезпечнішими з точки зору умов руху. У нових моделях значення Y і μ нарощуються поступово від нуля до найбільших значень наприкінці відгону віражу. При цьому коефіцієнт μ на перших 10–15 м відгону віражу приблизно в 10–20 разів менший, ніж у традиційних моделях на тій самій ділянці. Наприкінці відгону віражу значення μ у нових і традиційних моделях поступово зближуються.

Наприкінці заокруглення все повторюється, але у зворотному порядку.

Слід зазначити, що у традиційних моделях відгонів віражів наприкінці ділянок ΔL (де поперечний ухил $i_{\text{поп}} = 0$) можливе накопичення зливових і талих вод, що ускладнює рух. До того ж у традиційних моделях відгонів автомобіль зазнає обертання навколо своєї поздовжньої осі на кут ($i_{\text{поп}} + i_{\text{вир}}$), а у запропонованих тільки на кут $i_{\text{вир}}$.

Із зростанням поперечного ухилу $i_{\text{поп}}$ проїзної частини дороги переваги нових моделей віражів стають помітнішими.

Нові моделі віражів $2'$, $3'$, $4'$, які є аналогами традиційних моделей 2 , 3 , 4 , найчастіше застосовуваних на практиці, зображено на рис. 154–156. Формули, за якими обчислюють додаткові та загальні ухили ліній $11'$, $22'$, $33'$, $44'$, $55'$ у цих моделях, наведено у табл. 27.

Рис. 154. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо ліній 22' (модель 2')

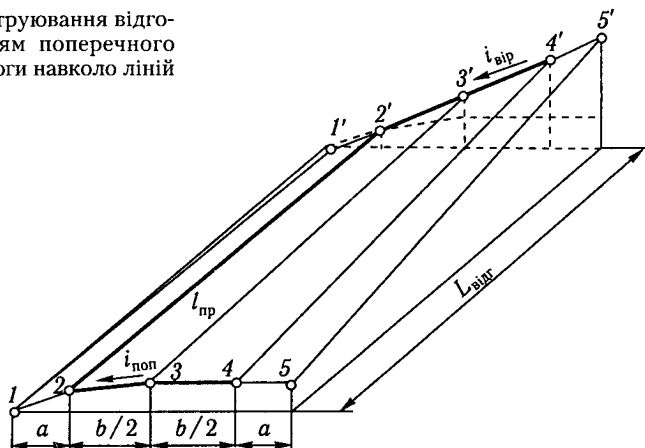


Рис. 155. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо ліній 33' (модель 3')

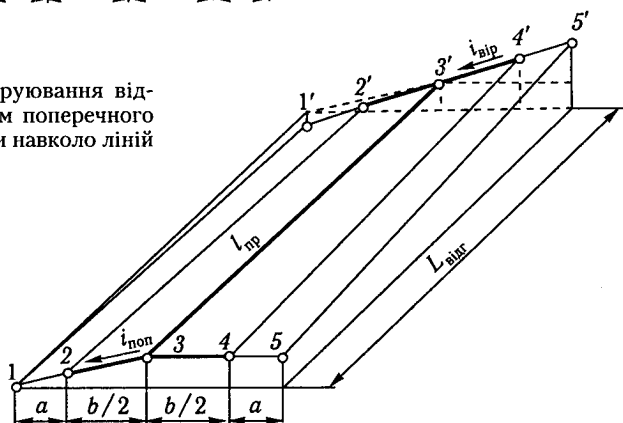
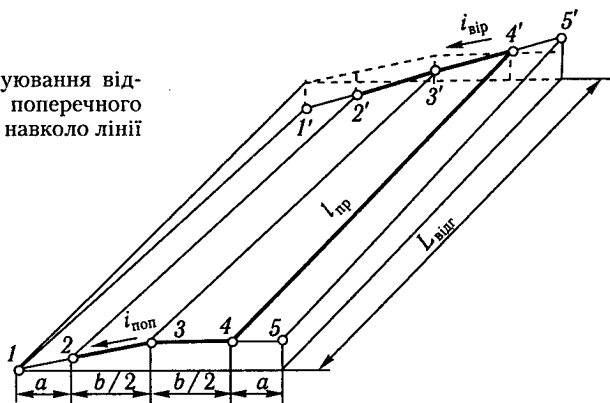


Рис. 156. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо ліній 44' (модель 4')



Значення довжини ділянки $p = \frac{b}{2} \frac{i_{\text{поп}}}{\Delta i_{\text{пр}}}$, на якій зовнішня смуга проїзної частини дороги до початку заокруглення приводиться в горизонтальне положення, наведено у табл. 28.

Таблиця 27. Додаткові та загальні ухили характерних ліній полотна дороги моделей 1'-5' відгону віражу

Лінія, навколо якої виконується обертання профілю дороги	Індекс лінії полотна дороги	Додатковий ухил лінії	Загальний (сумарний) ухил лінії
Брівка внутрішнього узбіччя 11' (модель 1')	11'	$i_{\text{дод}1} = 0$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3}$
	22'	$i_{\text{дод}2} = \frac{a(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) - \Delta i_{\text{вір}}}{L_2}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}2}$
	33'	$i_{\text{дод}3} = \frac{(a + b/2)(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) - \Delta/2 i_{\text{вір}}}{L_3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}3}$
	44'	$i_{\text{дод}4} = \frac{(a + b)i_{\text{вір}} - (a + b/2)i_{\text{поп}}}{L_4}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}4}$
	55'	$i_{\text{дод}5} = \frac{(2a + b)(i_{\text{вір}} - 0,5i_{\text{поп}})}{L_5}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}5}$
Внутрішня смуга проїзної частини 22' (модель 2')	11'	$i_{\text{дод}1} = -\frac{a(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) - \Delta i_{\text{вір}}}{L_1}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}1}$
	22'	$i_{\text{дод}2} = 0$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3}$
	33'	$i_{\text{дод}3} = \frac{b/2(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) + \Delta/2 i_{\text{вір}}}{L_3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}3}$
	44'	$i_{\text{дод}4} = \frac{(b + \Delta)i_{\text{вір}} - (b/2)i_{\text{поп}}}{L_4}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}4}$
	55'	$i_{\text{дод}5} = \frac{(a + b + \Delta)i_{\text{вір}} - (b/2)i_{\text{поп}}}{L_5}$	
Вісь дороги 33' (модель 3')	11'	$i_{\text{дод}1} = -\frac{(a + b/2)(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) - \Delta/2 i_{\text{вір}}}{L_1}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}1}$
	22'	$i_{\text{дод}2} = -\frac{b/2(i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}}) + (\Delta/2)i_{\text{вір}}}{L_2}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}2}$

Лінія, навколо якої виконується обертання профілю дороги	Індекс лінії полотна дороги	Додатковий ухил лінії	Загальний (сумарний) ухил лінії
Вісь дороги 33' (модель 3')	33'	$i_{\text{дод}3} = 0$	$i_3 = i_{\text{пр}3}$
	44'	$i_{\text{дод}4} = \frac{(b/2 + \Delta/2) i_{\text{вір}}}{L_4}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}4}$
	55'	$i_{\text{дод}5} = \frac{(a + b/2 + \Delta/2) i_{\text{вір}}}{L_5}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}5}$
Зовнішня смуга проїзної частини 44' (модель 4')	11'	$i_{\text{дод}1} = -\frac{(a + b) i_{\text{вір}} - (a + b/2) i_{\text{поп}}}{L_1}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}1}$
	22'	$i_{\text{дод}2} = -\frac{b(i_{\text{вір}} - 0,5i_{\text{поп}}) + \Delta i_{\text{вір}}}{L_2}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}2}$
	33'	$i_{\text{дод}3} = -\frac{(b/2 + \Delta/2) i_{\text{вір}}}{L_3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}3}$
	44'	$i_{\text{дод}4} = 0$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3}$
	55'	$i_{\text{дод}5} = \frac{a}{L_5} i_{\text{вір}}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}5}$
Брівка зовнішнього узбіччя 55' (модель 5')	11'	$i_{\text{дод}1} = -\frac{2a + b}{L_1} i_{\text{вір}} - 0,5i_{\text{поп}}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}1}$
	22'	$i_{\text{дод}2} = \frac{(a + b + \Delta) i_{\text{вір}} (b/2) i_{\text{поп}}}{L_2}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}2}$
	33'	$i_{\text{дод}3} = -\frac{a + b/2 + \Delta/2}{L_3} i_{\text{вір}}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}3}$
	44'	$i_{\text{дод}4} = -\frac{a}{L_4} i_{\text{вір}}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + i_{\text{дод}4}$
	55'	$i_{\text{дод}5} = 0$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3}$

Примітки: a – ширина узбіччя; b – ширина проїзної частини; Δ – повне розширення проїзної частини; L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 – довжина відгону відповідно уздовж ліній 11', 22', 33', 44', 55'; $i_{\text{поп}}$ – поперечний ухил двосхилого профілю дороги; $i_{\text{вір}}$ – поперечний ухил віражу; $i_{\text{пр}3}$ – проектний ухил уздовж дороги.

Слід зазначити, що ухил ліній потрібно обчислювати з точністю до 0,00001, оскільки зазвичай вони різняться саме в четвертому або п'ятому знаку після коми.

Таблиця 28. Довжина ділянки p , на якій зовнішня смуга проїзної частини дороги приводиться в горизонтальне положення

Категорія дороги	Половина ширини проїзної частини $b/2$, м	Поперечний ухил двосхилого профілю $i_{\text{поп}}$	Допустимий додатковий поздовжній ухил $\Delta i_{\text{пр}}$	Довжина ділянки p , м
I	7,5	0,020	0,005	30
II	3,75	0,020	0,005	15
Рівнинна місцевість				
III	3,50	0,020	0,010	7,0
IV	3,0	0,020	0,010	6,0
V	2,25	0,020	0,010	5,0
Гірська місцевість				
III	3,50	0,020	0,020	4,0
IV	3,0	0,020	0,020	3,0
V	2,25	0,020	0,020	3,0

На практиці при застосуванні традиційних моделей конструкцій віражу 1, 2, 3, 4, 5 часто відгін його конструюють на основі такої схеми. До початку відгону віражу поперечний ухил зовнішнього узбіччя зменшують до поперечного ухилу проїзної частини. Потім поперечний ухил зовнішньої смуги проїзної частини дороги приводять до ухилу внутрішньої смуги обертанням утворювальної 35 навколо осі дороги 33'. Положення внутрішньої смуги (тобто напрямних 11' і 22') при цьому не змінюють. Далі односхилий лінійний поперечний профіль обертають навколо внутрішньої смуги проїзної частини 22' до положення, коли його поперечний ухил наприкінці відгону віражу дорівнюватиме $i_{\text{вир}}$.

Назвемо цю схему конструювання моделлю 3'-2', оскільки обертання тут відбувається послідовно навколо ліній 33''' і 2''2'. Довжину ділянки L' , наприкінці якої поперечний профіль полотна дороги стає лінійним, визначають за виразом

$$L' = L_{\text{від}} \frac{2}{1 + (i_{\text{вир}}/i_{\text{поп}})} = 2\Delta L.$$

Застосовують також ще дві схеми конструювання відгону віражу.

Модель 3-4. Механізм утворення поверхні відгону віражу такої. На ділянці L' зовнішню половину проїзної частини обертають навколо 33' до положення, коли її ухил дорівнюватиме $i_{\text{поп}}$. На ділянці $L'' = L_{\text{від}} - L'$ односхилий лінійний профіль обертають навколо 44' до положення, коли його ухил стане таким, що дорівнюватиме $i_{\text{вир}}$ (рис. 157).

Розглянемо ще одну схему конструювання відгону віражу (рис. 158). На ділянці L' внутрішню половину проїзної частини разом із узбіччям обертають навколо осі дороги 33''' до положення, коли їх ухил дорівню-

Рис. 157. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо ліній 3'3' і 4'4' (модель 3'-4')

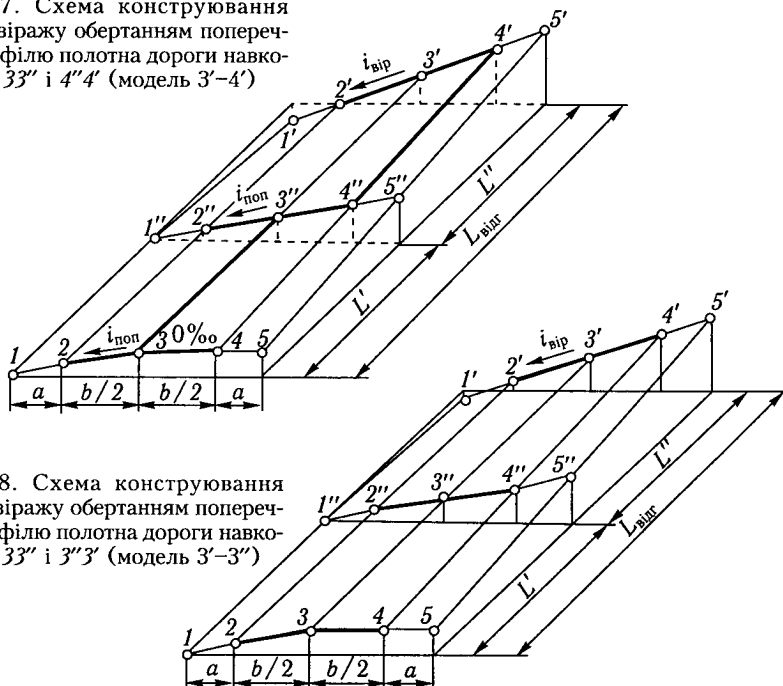


Рис. 158. Схема конструювання відгону віражу обертанням поперечного профілю полотна дороги навколо ліній 3''3' і 3''3'' (модель 3'-3'')

ватиме $i_{\text{поп}}$. Далі односхилий поперечний профіль полотна дороги обертають навколо 3''3' до положення, коли його поперечний ухил дорівнюватиме $i_{\text{вир}}$. Оскільки тут обертання полотна відбувається навколо 3''3' і 3''3'', назвемо цей механізм конструювання відгону моделлю 3'-3'.

Якщо застосувати схеми конструювання 3-2, 3'-3' і 3-4 отримаємо нові моделі відгону віражу 3'-2', 3'-3', 3'-4'. Додаткові та загальні ухли характерних ліній полотна дороги цих моделей обчислюють так само, як і моделей 1, 2, 3, 4, 5 (табл. 29).

Таблиця 29. Додаткові та загальні ухли характерних ліній полотна дороги моделей 3'-2', 3'-3', 3'-4' відгону віражу

Індекс ліній полотна дороги	Загальні ухли характерних ліній на ділянці L'	Загальні ухли характерних ліній на ділянці L''
Модель 3'-2'		
11'	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр3}}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр3}} - \frac{a}{L_1} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
22'	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр3}}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр3}}$

Індекс ліній полотної дороги	Загальні ухили характерних ліній на ділянці L'	Загальні ухили характерних ліній на ділянці L''
33'	$i_3 = i_{\text{пр}3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} + \frac{b/2}{L_3'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
44'	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + \frac{b/2}{L_4'} i_{\text{поп}}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + \frac{b}{L_4'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
55'	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a+b/2}{L_5'} i_{\text{поп}}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a+b}{L_5'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
Модель 3'-3'		
11'	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} - \frac{a+b/2}{L_1'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
22'	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3} - \frac{b/2}{L_2'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
33'	$i_3 = i_{\text{пр}3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3}$
44'	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + \frac{b/2}{L_4'} i_{\text{поп}}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + \frac{b/2}{L_4'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
55'	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a+b/2}{L_5'} i_{\text{поп}}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a+b/2}{L_5'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
Модель 3'-4'		
11'	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3}$	$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр}3} - \frac{a+b}{L_1'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
22'	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3}$	$i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр}3} - \frac{b}{L_2'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
33'	$i_3 = i_{\text{пр}3}$	$i_3 = i_{\text{пр}3} - \frac{b/2}{L_3'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$
44'	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3} + \frac{b/2}{L_4'} i_{\text{поп}}$	$i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр}3}$
55'	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a+b/2}{L_5'} i_{\text{поп}}$	$i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр}3} + \frac{a}{L_5'} (i_{\text{вир}} - i_{\text{поп}})$

Примітка. Позначення в табл. 29 ті самі, що й у табл. 27. Величини L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 обчислюють за заданим значенням відгону віражу вздовж осі дороги L_3 на основі формул (120). Далі обчислюють довжину ділянки відгону L' вздовж ліній 11', 22', 33', 44', 55' за такими формулами [16]:

$$L_1' = L_1 \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{вир}}}; \quad L_2' = L_2 \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{вир}}}; \quad L_3' = L_3 \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{вир}}}; \quad L_4' = L_4 \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{вир}}}; \quad L_5' = L_5 \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{вир}}}.$$

Потім обчислюють значення $L_1'', L_2'', L_3'', L_4'', L_5''$ за рівностями $L_1'' = L_1 - L_1', L_2'' = L_2 - L_2', L_3'' = L_3 - L_3', L_4'' = L_4 - L_4', L_5'' = L_5 - L_5'$.

Обчислення даних для розмічування | 11.19 і вертикального планування віражу |

Будівництво віражу і його відгонів розпочинають із розмічування у межах перехідних кривих заокруглення радіальних ліній, на яких від осевих точок $З$ у бік центра заокруглення і в протилежний бік відкладають половину ширини проїзної частини $b/2$ і ширину узбіччя a .

Точки $1, 2, 3, 4, 5$ на профільних лініях потрібно винести на проектні позначки. Розглянемо їх обчислення.

Позначки точки $З$ (ППК) на початковому нульовому профілі визначають нівелюванням, а позначки точок $1, 2, 3, 4, 5$ обчислюють. Оскільки ліва половина початкового профілю має поперечний ухил $i_{\text{поп}}$, то

$$H_1 = H_3 - (a + b/2)i_{\text{поп}},$$

$$H_2 = H_3 - b/2i_{\text{поп}}.$$

Права половина початкового профілю в нових моделях є горизонтальною (див. п. 11.18), тому

$$H_3 = H_4 = H_5.$$

Обчислення позначок точок $1, 2, 3, 4, 5$ на поперечних профілях I, II, III, ... виконують через інтервали d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 між профільними лініями та ухилами i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 ліній $11', 22', 33', 44', 55'$, які обчислюють за даними табл. 26 для обраної моделі відгону віражу (рис. 159). Наприклад,

$$H'_1 = H_1^0 + d_1 i_1; \quad H'_2 = H_2^0 + d_2 i_2; \quad H'_3 = H_3^0 + d_3 i_3;$$

$$H'_4 = H_4^0 + d_4 i_4; \quad H'_5 = H_5^0 + d_5 i_5;$$

$$H''_1 = H'_1 + d_1 i_1; \quad H''_2 = H'_2 + d_2 i_2; \quad H''_3 = H'_3 + d_3 i_3;$$

$$H''_4 = H'_4 + d_4 i_4; \quad H''_5 = H'_5 + d_5 i_5 \text{ і т. д.,}$$

де $H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_4^0, H_5^0$ — позначки точок на початковому профілі; $H'_1, H'_2, H'_3, H'_4, H'_5$ — позначки точок на профілі I; $H''_1, H''_2, H''_3, H''_4, H''_5$ — позначки точок на профілі II.

Розглянемо рис. 160, на якому поперечні радіальні профілі сходяться у центрі заокруглення і тому інтервали d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 не однакові між собою: найдовший — d_5 , найкоротший — d_1 .

Обчислимо інтервали (див. рис. 160)

$$d_1 = [R - (a + b/2)] \frac{\varphi}{\rho}, \quad d_2 = [R - b/2] \frac{\varphi}{\rho},$$

$$d_3 = R \frac{\varphi}{\rho} \text{ (задають),} \quad d_4 = [R + b/2] \frac{\varphi}{\rho},$$

$$d_5 = [R + (a + b/2)] \frac{\varphi}{\rho}.$$

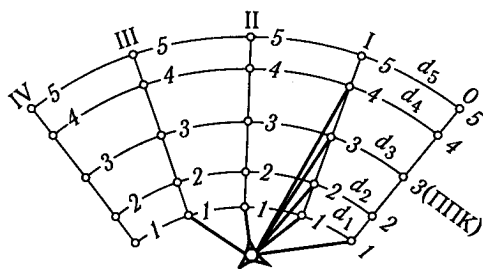


Рис. 159. Схема розмічування та вертикального планування віражу на заокругленні

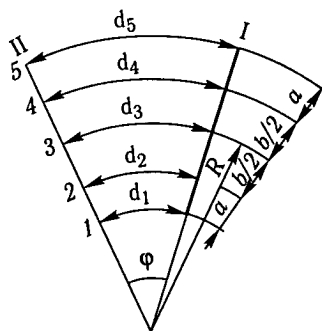


Рис. 160. Схема для виведення формули (118)

Оскільки R і d_3 задають, то кут φ можна обчислити з рівності

$$\varphi = \frac{d_3 \rho}{R}.$$

Підставляючи значення φ у попередні формули, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \left(1 - \frac{a + b/2}{R}\right) d_3; \\ d_2 &= \left(1 - \frac{b/2}{R}\right) d_3; \\ d_4 &= \left(1 + \frac{b/2}{R}\right) d_3; \\ d_5 &= \left(1 + \frac{a + b/2}{R}\right) d_3. \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

На відгоні віражу радіус ρ_k клоатоїдної кривої змінюється за законом

$$\rho_k = \frac{C}{l} = \frac{RL}{l}.$$

Після підстановки у формулу (118) замість R значення ρ_k матимемо

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \left(1 - \frac{(a + b/2)l}{RL}\right) d_3; \\ d_2 &= \left(1 - \frac{(b/2)l}{RL}\right) d_3; \\ d_4 &= \left(1 + \frac{(b/2)l}{RL}\right) d_3; \\ d_5 &= \left(1 + \frac{(a + b/2)l}{RL}\right) d_3, \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

де a — ширина узбіччя; b — ширина проїзної частини; R — радіус колової кривої; L — довжина клотоїди (відгону віражу); l — довжина клотоїди від початку заокруглення до заданої точки.

Формули (118) дають змогу обчислити інтервали між радіальними профілями в межах колової кривої, а формули (119) — у межах перехідних кривих (відгонів віражу).

Якщо визнати, що радіальні профілі приблизно паралельні, то випливає, що $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d_5$. Це означає, що інтервали d_4 і d_5 при розрахунках зменшуватимуться на величини $\Delta d_5 = d_3 \frac{a+b/2}{R}$; $\Delta d_4 = d_3 \frac{b/2}{R}$, а інтервали d_1 і d_2 збільшуватимуться відповідно на ті самі значення величини.

Оскільки позначки точок на радіальних профілях обчислюють через інтервали та ухили ліній $11'$, $22'$, $33'$, $44'$, $55'$, то, як наслідок, перевищення між сусідніми точками вздовж ліній $11'$, $22'$ збільшуватимуться, а вздовж ліній $44'$, $55'$ зменшуватимуться. Поверхні і відгону, і самого віражу викривлятимуться.

Приклад. Нехай $R = 500$ м, довжина колової кривої (віражу) $K = 200$ м, $a = 3,75$ м, $b = 15$ м, $d = 20$ м, поздовжній ухил на віражі $i = 0,060$.

Похибка вздовж лінії $55'$ становитиме

$$\Delta d_5 = 20 \frac{3,75 + 7,5}{500} = 0,45 \text{ м.}$$

Похибка вздовж лінії $44'$ становитиме

$$\Delta d_4 = 20 \frac{7,5}{500} = 0,30 \text{ м.}$$

На такі самі значення збільшуватимуться інтервали d_1 та d_2 .

Похибки Δd призведуть до помилок в обчисленнях перевищень між відповідними точками на сусідніх профільних лініях

$$\Delta h_5 = \Delta d_5 = 0,45 \cdot 0,060 = 0,027 \text{ м;}$$

$$\Delta h_4 = \Delta d_4 = 0,30 \cdot 0,060 = 0,018 \text{ м;}$$

$$\Delta h_1 = \Delta d_1 i = 0,45 \cdot 0,60 = -0,027 \text{ м;}$$

$$\Delta h_2 = \Delta d_2 i = 0,30 \cdot 0,60 = -0,018 \text{ м.}$$

Оскільки похибки Δh є систематичними, то їх підсумовують зі своїми знаками. На передній половині віражу число інтервалів між радіальними профілями дорівнюватиме $\frac{100}{20} = 5$, тобто сумарна похибка позначки точки 5, розміщеної на середній радіальній лінії віражу, дорівнюватиме

$$\Delta h_5 = 0,027 \cdot 5 = 0,135 \text{ м.}$$

Для точки 4 отримаємо

$$\Delta h_4 = 0,018 \cdot 5 = 0,090 \text{ м.}$$

На відгоні віражу похибки будуть менші, проте, зважаючи на їхні величини, все-таки виникає явище сходження радіальних ліній до центра заокруглення.

Аналогічні похибки точок на лініях 11', 22' призводять до того, що вони піднімаються відповідно на 0,135 і 0,090 м. Все це призводить до опускання зовнішньої і підняття внутрішньої половини віражу на лівоповоротних заокругленнях. Поверхня віражу нібито починає обертатися зліва направо, причому кут обертання збільшується до середини віражу. Запроектований поперечний ухил віражу $i_{\text{вир}}$ спотворюється (зменшується) на значення величини

$$\Delta i_{\text{вир}} = \frac{\sum \Delta h_5}{a + b/2} = \frac{0,135}{10,75} = 0,0126,$$

що при $i_{\text{вир}} = 0,040$ становить 31,5 %. Якщо врахувати похибки на відгонах віражу, то похибка розмічування поперечного ухилу віражу може досягти 35 %.

Висновок: для поліпшення транспортно-експлуатаційних якостей заокруглень потрібно в розрахунках враховувати сходження радіальних поперечних профілів до центра заокруглення.

Із формул (119) можна отримати низку важливих висновків, які також дають змогу уточнити теорію конструювання віражів. Якщо величини l і d_3 прирівняти до $L_{\text{відг}}$, тобто розглядати відгін віражу загалом, то формули (119) набирають вигляду

$$\left. \begin{aligned} L_{\text{відг1}} &= \left(1 - \frac{a + e/2}{R}\right) L_{\text{відг3}}; \\ L_{\text{відг2}} &= \left(1 - \frac{e/2}{R}\right) L_{\text{відг3}}; \\ L_{\text{відг4}} &= \left(1 + \frac{a + e/2}{R}\right) L_{\text{відг3}}; \\ L_{\text{відг5}} &= \left(1 + \frac{a + e/2}{R}\right) L_{\text{відг3}}. \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

Із рівняння (120) випливає, що довжина відгону віражу вздовж ліній 11', 22', 33', 44', 55' відрізняється, а тому при розрахунках додаткових поздовжніх ухилів ліній 11', 22', 33', 44', 55' у моделях відгонів віражів на цю обставину слід зважати. У знаменнику формул, за якими обчислюють додаткові ухили $i_{\text{дод1}}$, $i_{\text{дод2}}$, $i_{\text{дод3}}$, $i_{\text{дод4}}$, $i_{\text{дод5}}$, замість наближеного $L_{\text{відг}}$, слід застосовувати значення $L_{\text{відг}}$, що відповідає довжині

лінії, яка розглядається, наприклад (див. табл. 27, модель 3’):

$$i_{\text{дод1}} = \frac{a + \vartheta/2}{L_{\text{відг1}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}});$$

$$i_{\text{дод2}} = -\frac{\vartheta/2}{L_{\text{відг2}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}});$$

$$i_{\text{дод4}} = -\frac{\vartheta/2}{L_{\text{відг4}}} i_{\text{вір}};$$

$$i_{\text{дод5}} = \frac{a + \vartheta/2}{L_{\text{відг5}}} i_{\text{вір}}.$$

Аналогічним чином значення $L_{\text{відг1}}$, $L_{\text{відг2}}$, $L_{\text{відг4}}$, $L_{\text{відг5}}$ використовують і в інших моделях.

Приклад. Нехай $R = 500$ м, довжина відгону вздовж осі $L_{\text{відг3}} = 100$ м, $a = 3,75$ м, $\vartheta = 15$ м. Підставивши ці значення в першу формулу (120), отримуємо:

$$L_{\text{відг1}} = \left(1 - \frac{3,75 + 7,5}{500}\right) 100 = 97,75 \text{ м.}$$

Якщо ухил лінії $11'$, при довжині $L_{\text{відг}} = 100$ м, був $i_1 = 0,050$, то при уточненій довжині він становитиме

$$i = \frac{100}{97,75} 0,050 = 0,0511.$$

Різниця між ухилами дорівнює 0,0011. При довжині відгону віражу 100 м похибка визначення позначки точки наприкінці лінії $11'$ становитиме 0,11 м. Це груба помилка.

Журнал обчислення позначок точок 1, 2, 3, 4, 5 на профільних лініях I, II, III, ... через заданий інтервал d_3 (10, 15, 20 м) подано у табл. 30. Значення d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , d_5 до цього часу мають бути обчислені за формулами (119) в межах відгону віражу і за формулами (118) на віражі.

Аналогічно обчислюють для першої половини віражу, де інтервали d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , d_5 обчислюють за формулами (119).

Другий відгін і другу половину віражу (наприкінці лівоповоротного заокруглення) конструюють за тими самими формулами і в такій самій послідовності, що й на передній половині заокруглення. Відмінність полягає лише в тому, що на передній половині заокруглення лінії $11'$, $22'$, $33'$, $44'$, $55'$ нумерують зліва направо, а наприкінці заокруглення — справа наліво, знак проектного профілю $i_{\text{пр}}$ змінюється на зворотний. Нумерація поперечних радіальних профілів іде від кінця заокруглення (ППК₂) до середини віражу.

Таблиця 30. Журнал обчислення позначок точок 1–5 на профільних лініях відгону віражу

Номер точки	Позначки точок H^0 , м	Перевищення Δh , м	Позначки точок H^I , м	Перевищення Δh , м	Позначки точок H^{II} , м	Перевищення Δh , м	Позначки точок H^{III} , м
Профіль 0		Профіль I		Профіль II		Профіль III	
1	H_1^0	$d_1 i_1$	H_1^I	$d_1 i_1$	H_1^{II}	$d_1 i_1$	H_1^{III}
2	H_2^0	$d_2 i_2$	H_2^I	$d_2 i_2$	H_2^{II}	$d_2 i_2$	H_2^{III}
3	H_3^0	$d_3 i_3$	H_3^I	$d_3 i_3$	H_3^{II}	$d_3 i_3$	H_3^{III}
4	H_4^0	$d_4 i_4$	H_4^I	$d_4 i_4$	H_4^{II}	$d_4 i_4$	H_4^{III}
5	H_5^0	$d_5 i_5$	H_5^I	$d_5 i_5$	H_5^{II}	$d_5 i_5$	H_5^{III}

На радіальній лінії, що проходить через середину віражу, розраховані позначки точок 1, 2, 3, 4, 5, обчислені на початку і наприкінці заокруглення, мають збігатися. Допустима різниця у позначках відповідних точок не повинна перевищувати похибки нівелірів між початком і кінцем заокруглення

$$\Delta H \leq (30\sqrt{L}) \text{ мм,}$$

де L — повна довжина заокруглення.

Для виконання останньої умови система позначок точок, розміщених на початковому і кінцевому радіальних профілях заокруглення, має бути несуперечною. Це означає, якщо відгони віражу конструюють на основі моделі 3, то має виконуватися умова

$$H_{3'} - H_3 = L_3 i_{\text{пр}3},$$

де $H_{3'}$ і H_3 — позначки точок осі дороги наприкінці й на початку заокруглення; L_3 — повна довжина заокруглення по осі дороги 33'; $i_{\text{пр}3}$ — проектний ухил дороги 33'.

Якщо при конструюванні віражу прийнято моделі 1', 2', 3', 4', 5', то аналогічна умова має виконуватися для осрової лінії моделі, навколо якої здійснюється обертання профілю, тобто

$$H_{1'}^0 = H_1^0 + L_1 i_{\text{пр}1};$$

$$H_{2'}^0 = H_2^0 + L_2 i_{\text{пр}2};$$

$$H_{4'}^0 = H_4^0 + L_4 i_{\text{пр}4};$$

$$H_{5'}^0 = H_5^0 + L_5 i_{\text{пр}5},$$

де $H_{1'}^0$, $H_{2'}^0$, $H_{4'}^0$, $H_{5'}^0$ — позначки точок 1', 2', 4', 5' на радіальному профілі наприкінці заокруглення; H_1^0 , H_2^0 , H_3^0 , H_4^0 , H_5^0 — позначки

точок 1, 2, 4, 5 на радіальному профілі на початку заокруглення; L_1, L_2, L_4, L_5 — повна довжина заокруглення вздовж ліній 11', 22', 44', 55', обчислена за формулами (120); $i_{пр1}, i_{пр2}, i_{пр4}, i_{пр5}$ — проектний ухил, що відповідає «осьовій» лінії.

Позначки точок на початковому (нульовому) профілі наприкінці заокруглення слід обчислювати від «осьової» точки профілю відповідної моделі:

$$\left. \begin{aligned} H_2^0 &= H_1^0 + ai_{y3}; \\ H_3^0 &= H_1^0 + ai_{y3} + \epsilon/2 i_{\text{поп}}; \\ H_3^0 &= H_4^0 = H_5^0; \end{aligned} \right\} \text{ для моделі 1}$$

$$\left. \begin{aligned} H_1^0 &= H_2^0 - ai_{y3}; \\ H_3^0 &= H_2^0 + \epsilon/2 i_{\text{поп}}; \\ H_3^0 &= H_4^0 = H_5^0; \end{aligned} \right\} \text{ для моделі 2}$$

$$\left. \begin{aligned} H_1^0 &= H_3^0 - b/2 i_{\text{поп}} - ai_{y3}; \\ H_2^0 &= H_3^0 - b/2 i_{\text{поп}}; \\ H_3^0 &= H_4^0 = H_5^0; \end{aligned} \right\} \text{ для моделі 3}$$

$$\left. \begin{aligned} H_1^0 &= H_3^0 - b/2 i_{\text{поп}} - ai_{y3}; \\ H_2^0 &= H_3^0 - b/2 i_{\text{поп}}; \\ H_3^0 &= H_4^0 = H_5^0; \end{aligned} \right\} \text{ для моделі 4}$$

$$\left. \begin{aligned} H_2^0 &= H_3^0 - ai_{y3} - b/2 i_{\text{поп}}; \\ H_2^0 &= H_3^0 - b/2 i_{\text{поп}}; \\ H_3^0 &= H_4^0 = H_5^0, \end{aligned} \right\} \text{ для моделі 5}$$

де $i_{\text{поп}}$ — поперечний ухил проїзної частини дороги на прямолінійній ділянці дороги; ai_{y3} — поперечний ухил узбіччя на тій самій ділянці дороги.

Якщо не виконувати наведених вимог, то при розрахунках на середній радіальній лінії віражу може з'явитися «сходінка», що досягає висоти 300–500 мм через розбіжність результатів обчислень.

Слід зауважити, якщо між початком і кінцем заокруглення, що мають різницю позначок ΔH , проходить кілька ліній різної довжини L_1, L_2, L_4, L_5 , то має виконуватись умова

$$L_1 i_1 = L_2 i_2 = L_3 i_3 = L_4 i_4 = L_5 i_5 = \Delta H,$$

де i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 — ухили ліній.

Звідси випливає, що найкрутішою буде найкоротша лінія L_1 (брівка внутрішнього узбіччя), а найпологішою — найдовша лінія L_5 (брівка зовнішнього узбіччя). Із рівності випливають також співвідношення

$$i_1 = \frac{L_3}{L_1} i_3; \quad i_2 = \frac{L_3}{L_2} i_3; \quad i_4 = \frac{L_3}{L_4} i_3; \quad i_5 = \frac{L_3}{L_5} i_3,$$

що дають змогу обчислити ухили $i_1 - i_5$ характерних ліній полотна дороги за заданим проектним ухилом i_3 вздовж осі дороги і довжинами заокруглення $L_1 - L_5$. Отже, ще до початку конструювання відгону виразу характерні лінії полотна дороги матимуть різні ухили

$$i_{\text{пр1}} = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр3}}; \quad i_{\text{пр2}} = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр3}}; \quad i_{\text{пр4}} = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр3}}; \quad i_{\text{пр5}} = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр3}}.$$

З урахуванням співвідношень формули загальних ухилів характерних ліній полотна дороги в табл. 27 і 29 мають вигляд

$$i_{\text{пр1}} = \frac{L_3}{L_1} i_{\text{пр3}} + i_{\text{дод1}}; \quad i_{\text{пр2}} = \frac{L_3}{L_2} i_{\text{пр3}} + i_{\text{дод2}}; \quad i_{\text{пр3}} = \frac{L_3}{L_3} i_{\text{пр3}} + i_{\text{дод3}};$$

$$i_{\text{пр4}} = \frac{L_3}{L_4} i_{\text{пр3}} + i_{\text{дод4}}; \quad i_{\text{пр5}} = \frac{L_3}{L_5} i_{\text{пр3}} + i_{\text{дод5}}.$$

Якщо у формулах табл. 27 прийняти, що $\Delta = 0$, то отримаємо моделі відгону виразу без розширення проїзної частини.

Розмічування і вертикальне | 11.20 планування виражів на заокругленнях | автомобільних доріг |

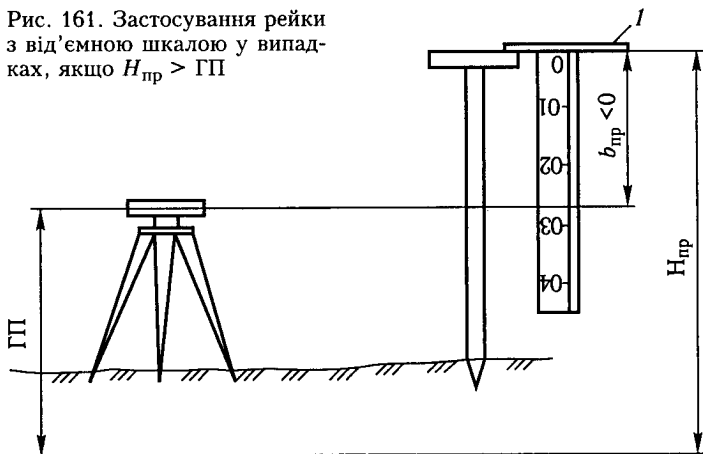
Під час розмічування поперечного профілю полотна дороги на заокругленнях, у яких радіус колової кривої не більший за 1000 м, ДБН В.2.3-4-2000 [10] рекомендовано передбачати розширення проїзної частини з внутрішнього боку за рахунок внутрішнього узбіччя. Величина розширення дороги має збільшуватися поступово по довжині відгону виразу $L_{\text{відг}}$ і до його кінця досягати певного значення Δb_0 . Розрахунок розширення визначають за формулою

$$\Delta i = \frac{\Delta 0}{L_{\text{відг}}} l,$$

де Δi — величина розширення на відстані l від початку відгону; $\Delta 0$ — повне розширення; $L_{\text{відг}}$ — довжина відгону виразу; l — відстань від початку відгону виразу до розглядуваної точки.

Ділянку заокруглення, на якій здійснюється поступове наростання розширення від нуля до $\Delta 0$, називають **відводом розширення**. Практично він дорівнює $L_{\text{відг}}$. У межах колової кривої розширення залишається постійним і дорівнює $\Delta 0$.

Рис. 161. Застосування рейки з від'ємною шкалою у випадках, якщо $H_{\text{пр}} > \text{ГП}$



Під час розмічування поперечних радіальних профілів на відгоні виражу до розміру $b/2$ додають Δi , яке розраховують для заданого поперечного профілю. Розмір $(b/2 + \Delta i)$ відкладають від осевої точки в бік центра заокруглення. Ширину внутрішнього узбіччя зменшують на ту саму величину Δi , тобто $a' = a - \Delta i$.

У межах колової кривої від осевих точок $З$ у бік центра заокруглення відкладають $(b/2 + \Delta i)$ і $a' = a - \Delta i$. Всі точки закріплюють кілочками.

Далі розпочинають винесення побудованих точок на їхні проектні позначки (обчислення позначок див. п. 11.19). Для цього встановлюють нівелір з внутрішнього боку заокруглення (див. рис. 159), прив'язують його до репера й обчислюють горизонт приладу ГП. Потім обчислюють проектні відліки b_i , за якими точки 1, 2, 3, 4, 5 на профільних лініях виносять на їхні проектні позначки (див. табл. 19). Точки фіксують візирками відповідної висоти.

Досить часто під час винесення проектних точок на натуру нівеліром їхні проектні позначки виявляються більшими за горизонт приладу (рис. 161). Ці випадки трапляються при спорудженні насипів, виражів, винесенні на натуру проектної лінії поздовжнього профілю з ухилом $i_{\text{позд}} \geq 0,060$. Проектні відліки на точках, обчислювані за формулою $b_{\text{пр}} = \text{ГП} - H_{\text{пр}}$ (ГП — горизонт приладу; $H_{\text{пр}}$ — проектна позначка точки), в цих випадках будуть від'ємними, і місце встановлення нівеліра доводиться змінювати для підняття його горизонту. На пошуки місця для нової станції,

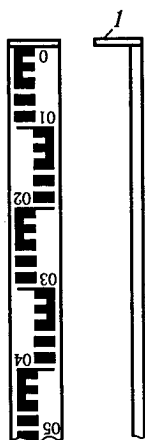


Рис. 162. Рейки з від'ємною шкалою:
1 — пластина на п'ятці рейки

встановлення, приведення в робоче положення і прив'язку нівеліра до репера витрачається час, внаслідок чого продуктивність інженерно-геодезичних робіт знижується.

У подібних випадках рекомендується застосовувати рейку з від'ємною шкалою. Рейка з від'ємною шкалою (рис. 162) — це звичайна нівелірна рейка завдовжки 1–1,5 м, у якій нуль (п'ятка рейки) знаходиться зверху, а цифри поділок зростають зверху донизу. На п'ятці є горизонтальна пластина, якою рейка чіпляється за поперечну планку візирки під час її встановлення. Для від'ємної шкали використовують червоний бік нівелірної рейки. Рейку з від'ємною шкалою можна зробити розсувною або складаною.

Застосування рейок із від'ємною шкалою дає змогу збільшити плече нівелювання у 1,5–1,8 раза, що має практичне значення під час будівництва доріг із поздовжнім ухилом $i_{\text{позд}} \geq 0,060$. При застосуванні звичайних рейок при $i_{\text{позд}} = 0,060$ станції нівелір доводиться міняти через кожні 45 м. При застосуванні рейок з від'ємною шкалою кількість станцій можна зменшити вдвічі.

Конструювання, розмічування і вертикальне планування віражів на заокругленнях, суміщених із вертикальними кривими | 11.21

Випадки конструювання і будівництва віражів на заокругленнях, суміщених із вертикальними кривими, є найскладнішими у теорії і практиці будівництва заокруглень на автомобільних дорогах. Відмітною особливістю розрахунку вихідних даних у задачі, що розглядається, є те, що поздовжній ухил осі дороги постійно змінюється від максимальних значень у точках ПК і КК вертикальної кривої до нульового значення на її вершині.

Нехай поздовжній ухил дороги є постійним, тобто на заокругленні немає вертикальної кривої. Виходячи з цього припущення, загальні (сумарні) ухили характерних ліній 11', 22', 33', 44', 55' полотна дороги на відгоні віражу можна обчислити за допомогою табл. 27 або 29, залежно від того, яку модель прийнято для конструювання цього віражу.

Уявімо, що вісь дороги у поздовжньому профілі плавню зігнута і суміщена з вертикальною параболічною або коловою кривою, тобто має складну просторову криву. Разом із віссю дороги, як єдина каркасна конструкція з ковзними шарнірами, зігнуться і характерні лінії 11', 22', 33', 44', 55' полотна дороги. При цьому кути, які утворюють з однойменними лініями двосхилого поперечного профілю дороги, за рахунок наявності в них додаткових ухилів, залишаться незмінними.

Лінію 44', що має додатковий ухил $i_{\text{дод4}}$, зображено на рис. 163. При згинанні осі дороги 33' лінія 44' також зігнеться і набуде форми вертикальної кривої, але кут ν , зумовлений додатковим ухилом $i_{\text{дод4}}$, зали-

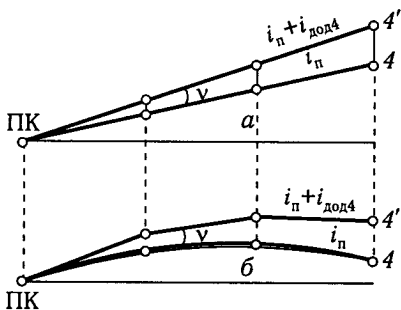


Рис. 163. Схема для обчислення загальних (сумарних) ухилів характерних ліній полотна дороги на заокругленні, суміщеному з вертикальною кривою

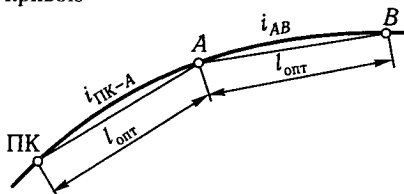


Рис. 164. Частина вертикальної кривої, поділеної на оптимальні інтервали

шиться незмінним. Це стосується і всіх інших ліній полотна дороги. Таким чином, у разі зміни поздовжнього ухилу дороги i_n на послідовних ділянках вертикальної кривої додаткові ухили її характерних ліній залишаються незмінними.

При розрахунках і розмічувальних роботах керуватимемося оптимальними інтервалами розмічування $l_{\text{опт}}$. Відрізок вертикальної кривої, який розмічений на оптимальні інтервали, що відповідають заданому радіусу, зображено на рис. 164. Оскільки максимальне відхилення хорди $l_{\text{опт}}$ від кривої на її середині не перевищує 1,8 см, то поздовжній ухил дороги на кожному інтервалі $l_{\text{опт}}$ можна вважати постійним і таким, що дорівнює середньому ухилу цього інтервалу. Позначки точок ПК, А, В обчислюють за такими формулами:

для опуклої кривої

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{ПК}} &= H_{\text{ВК}} - T i_1; \\ H_n &= H_{\text{ПК}} + x_n i_1 - y_n; \end{aligned} \right\} \quad (121)$$

для угнутої кривої

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{ПК}} &= H_{\text{ВК}} - T i_1; \\ H_n &= H_{\text{ПК}} - x_n i_1 + y_n; \end{aligned} \right\} \quad (122)$$

де $H_{\text{ВК}}$ — позначка вершини кута в точці зламу лінії поздовжнього профілю; T , i_1 — тангенс вертикальної кривої та її ухил; x_n , y_n — прямокутні координати точки n ;

$$y_n = \frac{x_n^3}{6RL},$$

де R — радіус вертикальної кривої; L — половина довжини вертикальної кривої.

Середні поздовжні ухили осі дороги на інтервалах ПК-А, АВ, ВС, ... становитимуть

$$i_{\text{ПК-А}} = \frac{H_A - H_{\text{ПК}}}{l_{\text{опт}}}; \quad i_{\text{АВ}} = \frac{H_B - H_A}{l_{\text{опт}}}; \quad i_{\text{ВС}} = \frac{H_C - H_B}{l_{\text{опт}}} \quad \text{і т. д.} \quad (123)$$

Розглянемо модель 3' конструювання віражу, згідно з якою обертання поперечного профілю полотна дороги відбувається навколо її осі 33'. Довжину оптимального інтервалу рекомендується округляти у бік зменшення так, щоб вона укладалася в довжину відгону віражу ціле число разів. Наприклад, якщо $L_{\text{відг}} = 120$ м, а $l_{\text{опт}} = 35$ м, то доцільно $l_{\text{опт}}$ прийняти таким, що дорівнює 30 м. Тоді відгон віражу ділитиметься на 4 рівні частини. Кратність $l_{\text{опт}}$ довжині відгону віражу дає змогу в подальшому спростити обчислення проектних позначок характерних точок 1, 2, 3, 4, 5 профілю полотна дороги на кожній поперечній профільній лінії.

Отже, маємо відгон віражу, поділений на інтервали ПК-А, АВ, ВС, ..., що за довжиною дорівнюють $l_{\text{опт}}$. Позначки точок ПК, А, В, С тощо обчислюють за формулами (121) або (122). Обчислені також середні ухили на інтервалах $l_{\text{опт}}$. Для визначення додаткових і загальних ухилів ліній 11', 22', 33', 44', 55' на інтервалах $l_{\text{опт}}$ використовують рівняння $i_{\text{дод}}$ та $i_{\text{заг}}$ вибраної моделі 3' (див. табл. 27). Результати записують у таблиці (табл. 31, 32).

Після обчислення даних табл. 31 визначають проектні позначки точок 1, 2, 3, 4, 5 на поперечних профілях I, II, III, IV, ... відгону віражу. Їх обчислення, як і обчислення загальних ухилів ліній 11', 22', 33', 44', 55', виконують окремо за інтервалами ПК-А, АВ, ВС і т. д. Значення загальних ухилів ліній полотна дороги 11', 22', 33', 44', 55' беруть із табл. 32.

Нехай на кожному оптимальному інтервалі розмічування вертикальної кривої буде три поперечні профілі, в тому числі два на кінцях інтервалу. Проектні позначки точок 1, 2, 3, 4, 5 на початковому (нульовому) профілі дорівнюють $H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_4^0, H_5^0$. Якщо профілі розмічують через d_m^* , то порядок обчислень буде такий.

Інтервал відгону віражу ПК-А

Профіль I

$$H_1^I + d_1 i_1 = H_1^0 + \Delta h_1,$$

$$H_2^{II} = H_2^0 + d_2 i_2 = H_2^0 + \Delta h_2,$$

$$H_3^I = H_3^0 + d_3 i_3 = H_3^0 + \Delta h_3,$$

$$H_4^I = H_4^0 + d_4 i_4 + \Delta h_4,$$

$$H_5^I = H_5^0 + d_5 i_5 = H_5^0 + \Delta h_5,$$

Профіль II

$$H_1^{II} = H_1^I + \Delta h_1,$$

$$H_2^{II} = H_2^I + \Delta h_2,$$

$$H_3^{II} = H_3^I + \Delta h_3,$$

$$H_4^{II} = H_4^I + \Delta h_4,$$

$$H_5^{II} = H_5^I + \Delta h_5.$$

Профіль II наприкінці інтервалу ПК-А буде початковим на інтервалі АВ.

* Інтервал d має бути кратним округленому значенню $l_{\text{опт}}$, щоб під час обчислень і будівництва його можна було розмічувати на рівні частини.

Таблиця 31. Додаткові та загальні ухили ліній 11', 22', 33', 44', 55' на інтервалах $l_{\text{опт}}$ відгону віражу

Індекс ліній полотна дороги	Додатковий ухил ліній	Загальний ухил ліній
Інтервал відгону віражу ПК-А		
11'	$i_{\text{дод1}} = -\frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i_1 = i_{\text{ПК-А}} + i_{\text{дод1}}$
22'	$i_{\text{дод2}} = -\frac{b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i_2 = i_{\text{ПК-А}} + i_{\text{дод2}}$
33'	$i_{\text{дод3}} = 0$	$i_3 = i_{\text{ПК-А}}$
44'	$i_{\text{дод4}} = -\frac{b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i_4 = i_{\text{ПК-А}} + i_{\text{дод4}}$
55'	$i_{\text{дод5}} = \frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i_5 = i_{\text{ПК-А}} + i_{\text{дод5}}$
Інтервал відгону віражу АВ		
11'	$i_{\text{дод1}} = -\frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i'_1 = i_{\text{АВ}} + i_{\text{дод1}}$
22'	$i_{\text{дод2}} = -\frac{b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i'_2 = i_{\text{АВ}} + i_{\text{дод2}}$
33'	$i_{\text{дод3}} = 0$	$i'_3 = i_{\text{АВ}}$
44'	$i_{\text{дод4}} = \frac{b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i'_4 = i_{\text{АВ}} + i_{\text{дод4}}$
55'	$i_{\text{дод5}} = \frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i'_5 = i_{\text{АВ}} + i_{\text{дод5}}$
Інтервал відгону віражу ВС		
11'	$i_{\text{дод1}} = -\frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i''_1 = i_{\text{ВС}} + i_{\text{дод1}}$
22'	$i_{\text{дод2}} = -\frac{b/2}{L_{\text{відг}}} (i_{\text{вір}} - i_{\text{поп}})$	$i''_2 = i_{\text{ВС}} + i_{\text{дод2}}$
33'	$i_{\text{дод3}} = 0$	$i''_3 = i_{\text{ВС}}$
44'	$i_{\text{дод4}} = \frac{b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i''_4 = i_{\text{ВС}} + i_{\text{дод4}}$
55'	$i_{\text{дод5}} = \frac{a+b/2}{L_{\text{відг}}} i_{\text{вір}}$	$i''_5 = i_{\text{ВС}} + i_{\text{дод5}}$

Примітки: 1. Середні ухили на інтервалах ПК-А, АВ, ВС тощо позначені в таблиці як $i_{\text{ПК-А}}$, $i_{\text{АВ}}$, $i_{\text{ВС}}$, ... 2. $L_{\text{відг}}$ у формулах додаткових ухилів слід обчислювати з урахуванням формул (120).

Інтервал відгону віражу AB

Профіль III

Профіль IV

$$H_1^{III} = H_1^{II} + d_1 i_1 = H_1^{II} + \Delta h_1,$$

$$H_1^{IV} = H_1^{III} + \Delta h_1,$$

$$H_2^{III} = H_2^{II} + d_2 i_2 = H_2^{II} + \Delta h_2,$$

$$H_2^{IV} = H_2^{III} + \Delta h_2,$$

$$H_3^{III} = H_3^{II} + d_3 i_3 = H_3^{II} + \Delta h_3,$$

$$H_3^{IV} = H_3^{III} + \Delta h_3,$$

$$H_4^{III} = H_4^{II} + d_4 i_4 = H_4^{II} + \Delta h_4,$$

$$H_4^{IV} = H_4^{III} + \Delta h_4,$$

$$H_5^{III} = H_5^{II} + d_5 i_5 = H_5^{II} + \Delta h_5,$$

$$H_5^{IV} = H_5^{III} + \Delta h_5.$$

Профіль IV наприкінці інтервалу AB буде початковим на інтервалі BC .

Таблиця 32. Обчислення проектних позначок точок на профільних лініях відгону віражу

Номер точки	Проектна позначка H , м	Перевищення Δh , м	Проектна позначка H , м	Перевищення Δh , м	Проектна позначка H , м
Інтервал відгону віражу ПК-А					
Профіль 0		Профіль I		Профіль II	
1	H_1^0	Δh_1	H_1^I	Δh_1	H_1^{II}
2	H_2^0	Δh_2	H_2^I	Δh_2	H_2^{II}
3	H_3^0	Δh_3	H_3^I	Δh_3	H_3^{II}
4	H_4^0	Δh_4	H_4^I	Δh_4	H_4^{II}
5	H_5^0	Δh_5	H_5^I	Δh_5	H_5^{II}
Інтервал відгону віражу ПК-AB					
Профіль II		Профіль III		Профіль IV	
1	H_2^{II}	Δh_1	H_1^{III}	Δh_1	H_1^{IV}
2	H_2^{II}	Δh_2	H_2^{III}	Δh_2	H_2^{IV}
3	H_3^{II}	Δh_3	H_3^{III}	Δh_3	H_3^{IV}
4	H_4^{II}	Δh_4	H_4^{III}	Δh_4	H_4^{IV}
5	H_5^{II}	Δh_5	H_5^{III}	Δh_5	H_5^{IV}
		і т. д.			

Інтервал відгону віражу ВС

Профіль V

Профіль VI

$$H_1^V = H_1^{IV} + di_1 = H_1^{IV} + \Delta h_1,$$

$$H_1^{VI} = H_1^V + \Delta h_1,$$

$$H_2^V = H_2^{IV} + di_2 = H_2^{IV} + \Delta h_2,$$

$$H_2^{VI} = H_2^V + \Delta h_2,$$

$$H_3^V = H_3^{IV} + di_3 = H_3^{IV} + \Delta h_3,$$

$$H_3^{VI} = H_3^V + \Delta h_3,$$

$$H_4^V = H_4^{IV} + di_4 = H_4^{IV} + \Delta h_4,$$

$$H_4^{VI} = H_4^V + \Delta h_4,$$

$$H_5^V = H_5^{IV} + di_5 = H_5^{IV} + \Delta h_5,$$

$$H_5^{VI} = H_5^V + \Delta h_5.$$

Обчислення зручно записувати в таблицю (табл. 32).

Після обчислення проектних позначок точок розпочинають розмічувальні роботи і вертикальне планування відгону віражу. Якщо початок вертикальної кривої ПК_в не збігається з початком горизонтальної кривої ПК_г і зміщений у бік середини горизонтального заокруглення, то ділянку відгону віражу між точками ПК_г і ПК_в розмічують і планують зазвичай доти, доки вертикальна крива не суміститься з горизонтальним заокругленням.

Аналогічно наприкінці заокруглення планують ділянку між точками «кінець вертикальної кривої» (КК_в) і «кінець горизонтальної кривої» (КК_г), якщо точка КК_в зрушена відносно точки КК_г у бік середини горизонтальної кривої.

Аналогічно наприкінці заокруглення планують ділянку між точками «кінець вертикальної кривої» (КК_в) і «кінець горизонтальної кривої» (КК_г), якщо точка (КК_в) зміщена відносно КК_г у бік середини горизонтальної кривої.

Загальні
зауваження 12.1

Будівництво автомобільних доріг супроводжується спорудженням кемпінгів, автовокзалів, майстерень, автозаправних станцій, майданчиків відпочинку та ін. Для їх будівництва доводиться природну топографічну поверхню вирівнювати під горизонтальну або похилу площину.

Проекти вертикального планування поверхні входять також як складова частина до проектів населених пунктів, промислових підприємств, інших інженерних споруд. Вертикальне планування має за мету перетворити природну топографічну поверхню або поверхню, сформовану в результаті господарської діяльності людини, на горизонтальну або похилу проектну площину із заданими геометричними параметрами (позначками, ухілами, напрямками стоку вод).

У результаті вертикального планування майданчиків створюються умови для будівництва різних інженерних споруд, прокладання підземних комунікацій, доріг, функціонування транспорту, відведення зливових і талих вод, створення архітектурно-художнього вигляду інженерної споруди, що будується.

Вихідними даними для складання проекту вертикального планування є топографічні плани і карти, а якщо їх немає — результати нівелювання майданчиків по квадратах. Із метою зменшення обсягів земляних робіт проектування вертикального планування виконують так, щоб проектні позначки були якнайближче до існуючих.

Перед складанням проекту вертикального планування на план майданчика наносять усі підземні інженерні споруди і комунікації з їхніми висотними позначками. Під час планування території під будівництво населених пунктів максимальні ухили на майданчиках не повинні перевищувати 0,030, а на автостоянках — 0,020. Ухили поверхні кварталів мають бути 0,005–0,010. Поздовжні ухили магістральних вулиць і доріг не повинні перевищувати 0,050.

Для забезпечення відведення атмосферних опадів бажано, щоб позначки майданчиків були більшими, ніж позначки прилеглих вулиць, а ухил на майданчику напрямлений від центра до лотків. У останньому випадку поверхня майданчика може бути двохилою.

Нівелювання майданчика | 12.2 по квадратах

Нівелювання майданчика по квадратах виконують, якщо немає його топографічного плану великого масштабу (1 : 2000 – 1 : 500) з перерізом рельєфу через 1,0–0,5 м.

На місцевості в межах майданчика розмічують сітку квадратів зі сторонами 20 × 20 м, 40 × 40 м або 50 × 50 м. Для цього на межі майданчика обирають кутову точку 1, яку фіксують кілочком. Залежно від форми майданчика обирають два взаємно перпендикулярних напрямки, уздовж яких розмічують сторони квадратів (рис. 165).

Для цього на точці 1 встановлюють теодоліт і приводять його в робоче положення (центрують, горизонтують). На одній із точок обраного напрямку 1-9 встановлюють віху і наводять на неї трубу. На горизонтальному крузі теодоліта беруть відлік, додають до нього 90°, відкріплюють алідаду і на горизонтальному крузі отримують новий відлік. Трубу теодоліта встановлюють уздовж напрямку 1-37.

На напрямку 1-37 (уздовж візирної осі труби) встановлюють віху. Уздовж напрямків 1-9 і 1-37 за допомогою мірної стрічки відкладають відстані a ($a = 20, 40, 50$), у результаті чого отримують точки 2, 3, 4, ..., 9 і 10, 19, 28, 37, які фіксують кілочками.

Теодоліт переносять у точку 37, приводять його в робоче положення, трубу наводять на точку 1, в якій встановлюють віху. На горизонтальному крузі беруть відлік, додають до нього 90°, відкріплюють алідаду і вста-

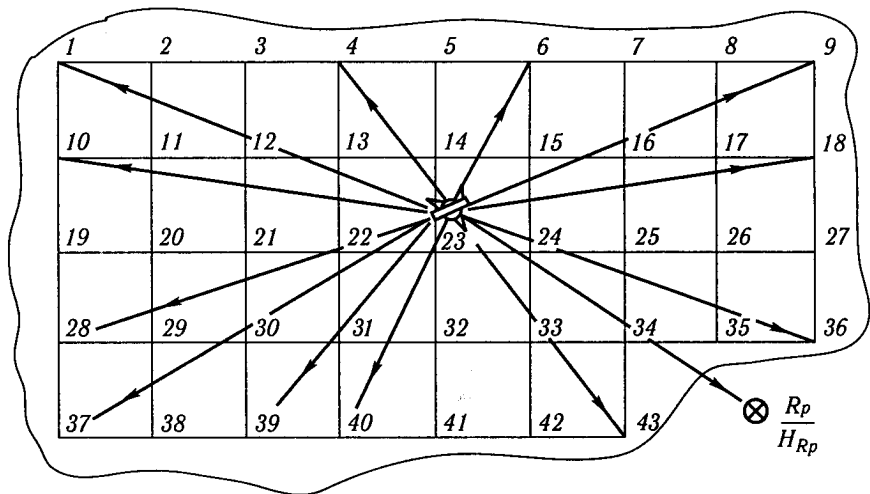


Рис. 165. Нівелювання майданчика по квадратах

новлюють отриманий відлік. Труба теодоліта буде напрямлена на точку 43. Напрямок 37-43 фіксують віхою, яку встановлюють за точкою 43.

Потім на напрямку 37-43 мірною стрічкою відкладають інтервали, точки 38, 39, ..., 43 фіксують кілочками. Теодоліт переносять у точку 43, приводять його в робоче положення, трубу наводять на точку 37 і будують прямий кут. Уздовж візирного променя труби на відстані a виставляють точку 34.

У точці 34 встановлюють теодоліт, приводять його в робоче положення і трубу наводять на точку 43. До відліку на горизонтальному крузі додають 90° і встановлюють новий відлік обертанням аліади. Труба буде напрямлена на точку 28, яку має бути видно на візирному промені труби (контроль правильності розмічування сітки). Далі трубу переводять через zenit і уздовж візирного променя двічі відкладають відстань a . Отримані точки 35, 36 фіксують кілочками.

Теодоліт переносять у точку 36 і вимірюють кут наведенням труби на точки 35 і 9. Він має відхилитися від 90° не більше ніж на $10'$. Уздовж напрямку 36-9 відкладають інтервали a , отримані точки закріплюють кілочками. Далі уздовж напрямків 10-18, 19-27, 28-36 відкладають інтервали a , отримані точки фіксують кілочками. Розмічування сітки буде правильним, якщо побудовані точки знаходяться одночасно у створах 2-38, 3-39 і т. д.

У результаті розмічувальних робіт отримують сітку квадратів зі стороною a , орієнтовану уздовж сторін майданчика, який планується. Всі кілочкі нумерують, як зображено на рис. 165. Оскільки сітка квадратів не є будівельною, до неї не висувають високих вимог точності. Її можна розмічувати при одному положенні вертикального круга теодоліта (КЛ або КП).

Після розмічування сітки квадратів починають нівелювання майданчика. Місце встановлення нівеліра обирають так, щоб із нього можна було віднівелювати найбільшу кількість вершин квадратів. Максимальна відстань від нівеліра до точки не повинна перевищувати 130 м. Нівелір приводять у робоче положення (горизонтують), трубу наводять на репер і беруть відлік b_{Rp} із чорного боку рейки. Репер закладають безпосередньо біля майданчика, за межею земляних робіт, і передають на нього позначку від найближчого репера нівелірної сітки перед початком будівництва.

Горизонт приладу обчислюють за формулою

$$\Gamma\Pi = H_{Rp} + b_{Rp},$$

де H_{Rp} — позначка репера; b_{Rp} — відлік із чорного боку рейки, встановленої на репері.

Усі точки сітки квадратів нівелюють, для чого рейку послідовно встановлюють на землі біля кожної точки. Нівелювання виконують тільки з чорного боку рейки. Всі польові записи (відліки) та обчислення роблять у журналі нівелювання (табл. 33).

Таблиця 33. Журнал нівелювання майданчика по квадратах

Номер точки	Відлік за рейкою	Горизонт приладу (ГП)	Позначка землі	Примітка
Rp	b_{Rp}	ГП	H_{Rp}	
1	b_1		H_1	
2	b_2		H_2	
3	b_3		H_3	
.....	
43	b_{43}		H_{43}	

Позначки землі у кожній точці сітки обчислюють за формулою

$$H_i = \text{ГП} - b_i,$$

де b_i — відлік із чорного боку рейки у точці з номером i .

Горизонт приладу залишається постійним, якщо місце встановлення нівеліра не змінюють протягом усього терміну нівелювання майданчика. Якщо доводиться вибирати дві або більше станцій, то на кожній буде свій ГП. Для цього кожен нову станцію прив'язують до нівелірної сітки візуванням на дві-три вузлові точки квадратів, позначки яких уже обчислені,

$$\text{ГП}' = H_i + b_i,$$

де H_i — позначка вузлової точки з номером i .

Оскільки при візуванні на різні точки сітки квадратів горизонт приладу на новій станції матиме різні значення, за остаточне значення беруть середнє з обчислених значень ГП, тобто

$$\text{ГП}' = \frac{\text{ГП}'_1 + \text{ГП}'_2}{2},$$

де $\text{ГП}'_1$, $\text{ГП}'_2$ — значення ГП, отримані за відліками на рейці на двох різних точках.

Складання проекту вертикального планування майданчика під горизонтальну проектну площину, що проходить на заданій позначці

12.3

Вихідними даними для складання проекту є результати нівелювання майданчика. Складання проекту розпочинають із обчислення робочих позначок вузлових точок сітки. Робочу позначку в кожній точці

обчислюють за формулою

$$h_{\text{роб}i} = H_{\text{пр}} - H_i,$$

де $H_{\text{пр}}$ — позначка горизонтальної проектної площини, яку задають або обирають з урахуванням умов рельєфу.

Якщо $H_{\text{пр}} > H_i$, то $h_{\text{роб}} > 0$, що відповідає насипу заввишки $h_{\text{роб}i}$ у заданій точці. Якщо $H_{\text{пр}} < H_i$, то $h_{\text{роб}} < 0$, що відповідає зрізанню землі завглибшки $h_{\text{роб}i}$ у точці i . Обчислення слід виконувати у журналі вертикального планування майданчика (табл. 34).

Потім складають картограму земляних робіт і обчислюють обсяги робіт окремо з насипання і зрізання. Для цього на плані біля кожної вузлової точки записують її робочу позначку, яку беруть із журналу вертикального планування. Частина точок може мати додатні робочі позначки ($+h_i$), а частина — від'ємні ($-h_i$). Наприклад, на рис. 166 точка 7 має додатну, а точка 8 від'ємну робочу позначку. Тому на стороні 7-8 квадрата знаходитиметься точка нульових робіт. Її положення на стороні 7-8 визначають обчисленням відстані x_{7-8}

$$x_{7-8} = \frac{h_7}{h_7 + h_8} a,$$

де h_7 , h_8 — робочі позначки точок 7, 8, узяті за модулем; a — сторона квадрата.

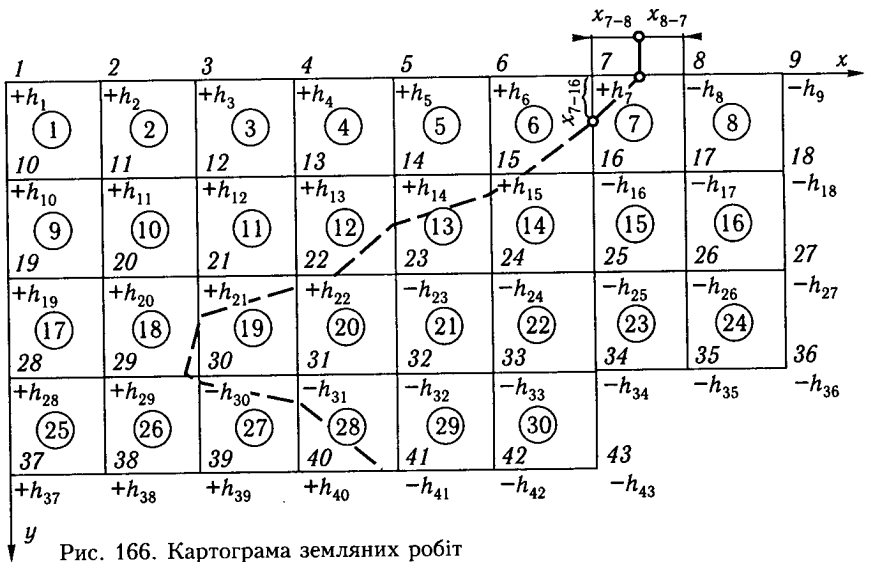
Відстань x_{7-8} відкладають у масштабі плану від точки 7 у бік точки 8. Якщо точку нульових робіт визначають від точки 8, то відстань x_{7-8} обчислюють за формулою

$$x_{8-7} = \frac{h_8}{h_7 + h_8} a.$$

Аналогічно визначають положення точок нульових робіт на сторонах 7-16, 15-16, 15-24 і т. д. Наприклад, точку нульових робіт на стороні

Таблиця 34. Журнал вертикального планування майданчика

Номер точки	Позначка землі H , м	Проектна позначка площини $H_{\text{пр}}$, м	Робоча позначка $h_{\text{роб}i}$, м	Примітка
1	H_1	$H_{\text{пр}}$	$h_{\text{роб}1}$	
2	H_2	$H_{\text{пр}}$	$h_{\text{роб}2}$	
3	H_3	$H_{\text{пр}}$	$h_{\text{роб}3}$	
.....	
43	H_{43}	$H_{\text{пр}}$	$h_{\text{роб}43}$	



7-16 визначають обчисленням відстані

$$x_{7-16} = \frac{h_7}{h_7 + h_{16}} a.$$

На плані точки нульових робіт з'єднують прямолінійними відрізка-ми й отримують лінію нульових робіт, яка є межею між насипанням і зрізанням. Потім в спеціальному журналі (табл. 35) обчислюють обсяги земляних робіт. Для цього квадрати нумерують, в журналі записують їхні номери, а також номери точок, що входять у заданий квадрат або фігуру (трикутник, трапецію, п'ятикутник), і їхні робочі позначки. У графі 4 записують середні робочі позначки, у графі 5 — площі фігур, у графі 6 — обсяги земляних робіт у кожній фігурі.

Середні робочі позначки обчислюють так (див. табл. 35):

у чистих квадратах:

у квадраті 1
$$h_1^{\text{сеп}} = \frac{h_1 + h_2 + h_{10} + h_{11}}{4},$$

у квадраті 2
$$h_2^{\text{сеп}} = \frac{h_2 + h_3 + h_{11} + h_{12}}{4} \text{ і т. д.};$$

у змішаних квадратах:

у квадраті 6
$$h_6^{\text{сеп}} = \frac{h_6 + h_7 + h_{15} + 0 + 0}{5},$$

Таблиця 35. Журнал обчислення обсягів земляних робіт

Номер квадрата	Номер точки	Робочі позначки точок	Середні робочі позначки	Площа фігури	Обсяг земляних робіт
1	2	3	4	5	6
Насипання, чисті квадрати					
1	1	h_1	$h_1^{\text{сеп}}$	S_1	V_1
	2	h_2			
	10	h_{10}			
	11	h_{11}			
2	2	h_2	$h_2^{\text{сеп}}$	S_2	V_2
	3	h_3			
	11	h_{11}			
	12	h_{12}			
3	3	h_3	$h_3^{\text{сеп}}$	S_3	V_3
	4	h_4			
	12	h_{12}			
	13	h_{13}			
Насипання, змішані квадрати					
6	6	h_6	$h_6^{\text{сеп}}$	S'_6	V_6
	7	h_7			
	15	h_{15}			
	0	0			
	0	0			
7	7	h_7	$h_7^{\text{сеп}}$	S'_7	V_7
	0	0			
	0	0			
Обсяг земляних робіт із насипання $\Sigma V =$					

Номер квадрата	Номер точки	Робочі позначки точок	Середні робочі позначки	Площа фігури	Обсяг земляних робіт
1	2	3	4	5	6
Зрізання, чисті квадрати					
8	8	h_8	$h_8^{\text{сеп}}$	S_8	V_8
	9	h_9			
	17	h_{17}			
	18	h_{18}			
16	16	h_{16}	$h_{16}^{\text{сеп}}$	S_{16}	V_{16}
	17	h_{17}			
	25	h_{25}			
	26	h_{26}			
21	23	h_{23}	$h_{21}^{\text{сеп}}$	S_{21}	V_{21}
	24	h_{24}			
	32	h_{32}			
	33	h_{33}			
Зрізання, змішані квадрати					
7	0	0	$h_7^{\text{сеп}}$	S_7	V_7
	8	h_8			
	0	0			
	16	h_{16}			
	17	h_{17}			
12	0	0	$h_{12}^{\text{сеп}}$	S_{12}	V_{12}
	0	0			
	23	h_{23}			
13	0	0	$h_{13}^{\text{сеп}}$	S_{13}	V_{13}
	0	0			
	23	h_{23}			
	24	h_{24}			
Обсяг земляних робіт із зрізання $\Sigma V =$.					

у квадраті 7
$$h_7^{\text{сеп}} = \frac{h_7 + 0 + 0}{3},$$

у квадраті 13
$$h_{13}^{\text{сеп}} = \frac{0 + 0 + h_{23} + h_{24}}{4} \text{ і т. д.}$$

Площі чистих квадратів обчислюють за формулою $S = a^2$, де a – сторона квадрата.

Площі фігур у змішаних квадратах обчислюють так. Площа фігури у квадраті 6 із насипанням (площа п'ятикутника)

$$S'_6 = a^2 - \frac{1}{2} x_{16-15} y_{16-7},$$

де x_{16-15} – відстань від точки 16 до точки нульових робіт уздовж сторони 16-15; y_{16-7} – відстань від точки 16 до точки нульових робіт уздовж сторони 16-7.

Площа фігури у квадраті 7 із насипанням (площа трикутника)

$$S'_7 = \frac{1}{2} x_{7-8} y_{7-16}.$$

Площа фігури в квадраті 13 (площа трапеції)

$$S'_{13} = \frac{y_{14-23} + y_{15-24}}{2} a.$$

Аналогічно обчислюють площі фігур у квадратах 12, 14, 18, 19, 20, 26, 27, 28 із насипанням та зрізанням.

Площі фігур округлюють до цілих метрів квадратних і записують у графі 5. Потім підраховують загальні обсяги земляних робіт із насипання та зрізання, підсумовуючи обсяги у квадратах.

Після завершення обчислень розпочинають вертикальне планування майданчика.

Вертикальне планування майданчика | 12.4 під горизонтальну проектну площину, що проходить на заданій позначці

На місцевості згідно з картограмою земляних робіт розмічають лінію нульових робіт. Для цього за допомогою відстаней x_{7-8} , y_{7-16} , x_{15-16} , y_{15-24} і т. д. на сторонах квадратів кілочками фіксують точки нульових робіт. Рекомендується в цих точках поставити вішки з прапорцями, щоб чітко позначити межу між насипом і зрізанням для роботи землерийних машин.

Потім у вузлових точках сітки квадратів, розміщених у межах насипу, забивають візирки. Висота їх має дорівнювати робочій позначці у заданій точці плюс 10–15 см. Візирки готують перед початком земляних робіт.

Зрізання ґрунту на площі зрізання контролюють за допомогою нівеліра.

Після завершення земляних робіт контролюють якість їх виконання. Для цього встановлюють нівелір так, щоб можна було проконтролювати максимальну кількість вузлових точок (точки в процесі виконання земляних робіт доводиться відновлювати на перехресті створів двох взаємно перпендикулярних ліній). Беруть відлік на чорному боці рейки, встановленої на репері, й обчислюють горизонт приладу. Далі обчислюють проектний відлік $b_{\text{пр}} = \text{ГП} - H_{\text{пр}}$, який має бути постійним на усіх вузлових точках.

Рейку послідовно встановлюють на точках і беруть відліки. Різниця між фактичним $b_{\text{ф}}$ і проектним $b_{\text{пр}}$ відліками на точці, тобто $\Delta b = b_{\text{ф}} - b_{\text{пр}}$, вказуватиме, скільки потрібно зняти або підсипати ґрунту. Якщо $\Delta b > 0$, то Δb позначає висоту підсипання, якщо $\Delta b < 0$, то — глибину завершального зрізання.

Складання проекту вертикального планування майданчика під горизонтальну проектну площину за умови балансу земляних робіт

12.5

Умова балансу земляних робіт

$$\sum V_{\text{нас}} = \sum V_{\text{зріз}}, \quad (124)$$

де $\sum V_{\text{нас}}$, $\sum V_{\text{зріз}}$ — суми обсягів земляних робіт у квадратах із насипання та зрізання.

Ця умова є водночас і умовою мінімуму земляних робіт, оскільки увесь зрізаний ґрунт укладається до насипу і його не потрібно транспортувати.

Складання проекту розпочинають із обчислення позначки H_0 , на якій має проходити проектна площина, щоб виконувалася умова балансу.

Позначку проектної площини обчислюють за формулою

$$H_0 = \frac{\sum_1^n H_i}{n}, \quad (125)$$

де $\sum_1^n H_i$ — сума позначок землі у вузлових точках квадратів; n — кількість усіх точок.

Формулу (125) можна подати у зручнішому запису для роботи з калькулятором. Запишемо позначку кожної вузлової точки у вигляді суми

$$H_i = H_y + h_i,$$

де H_y — деяка довільна умовна позначка в цілих метрах; $h_i = H_i - H_y$ — «додаток» до умовної позначки.

Тоді формула (125) набере вигляду

$$H_0 = \frac{\sum_1^n (H_y + h_i)}{n} = \frac{nH_y + \sum_1^n h_i}{n} = H_y + \frac{\sum_1^n h_i}{n}.$$

Значення h_i будуть невеликими і з ними зручно працювати на калькуляторі. Наприклад, позначки вузлових точок сітки коливаються близько 180 м; 182,40; 181,10; 179,46; 180,85 і т. д. Прийнемо $H_y = 180$ м. Тоді $h_1 = 2,40$ м, $h_2 = 1,10$ м, $h_3 = -0,54$ м, $h_4 = 0,85$ м.

Формулу (125) можна подати також у вигляді

$$H_0 = \frac{4\sum H_a + 3\sum H_b + 2\sum H_c + \sum H_d}{4n'}, \quad (126)$$

де $\sum H_a$ — сума позначок точок, що входять до чотирьох квадратів (на рис. 166 точки 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 і т. д.); $\sum H_b$ — сума позначок точок, що входять до трьох квадратів (на рис. 166 це позначка точки 34); $\sum H_c$ — сума позначок точок, що входять до двох квадратів (на рис. 166 точки 2, 3, 4 і т. д.); $\sum H_d$ — сума позначок точок, що входять до одного квадрата (на рис. 166 точки 1, 9, 37, 43, 36); n' — кількість квадратів у межах майданчика.

Потім обчислюють робочі позначки

$$h_{\text{роб}(i)} = H_0 - H_i,$$

де H_i — позначка землі в точці i , отримана на основі нівелювання по квадратах. Складають картограму земляних робіт і підраховують обсяги земляних робіт із насипання та зрізання (див. табл. 34), а також загальні обсяги земляних робіт. У результаті має виконуватися умова формули (127). На практиці через похибки інтерполяції і наближень умова майже ніколи точно не виконується. Припускається, щоб

$$|\sum V_{\text{нас}} - \sum V_{\text{зріз}}| \leq 4\%, \text{ тобто}$$

$$\Delta V = \frac{|\sum V_{\text{нас}} - \sum V_{\text{зріз}}|}{\sum V_{\text{нас}} + \sum V_{\text{зріз}}} 100 \leq 4\%. \quad (127)$$

Якщо виконується остання умова, можна вважати, що розрахунки зроблено правильно. У протилежному випадку потрібно знайти й усунути в розрахунках похибки.

Далі розпочинають вертикальне планування майданчика.

Складання проекту вертикального планування майданчика під похилу проектну площину, що проходить через точку із заданою позначкою і має заданий проектний ухил

12.6

Вихідними даними для складання проекту є результати нівелювання майданчика по квадратах, точка k у межах майданчика з позначкою H_k , через яку має проходити проектна площина та ухил площини $i_{пр}$ у заданому напрямку α .

Складання проекту розпочинають із обчислення проектних позначок вузлових точок сітки квадратів. Для цього на план наносять задану точку і записують її позначку H_k (рис. 167). Через точку k проводять вектор ухилу $i_{пр}$ у заданому напрямку α . Обчислюють проекції вектора $i_{пр}$ на координатні осі x і y умовної системи координат, які збігаються із напрямками сторін сітки квадратів

$$i_x = i_{пр} \cos \alpha; \quad i_y = i_{пр} \sin \alpha.$$

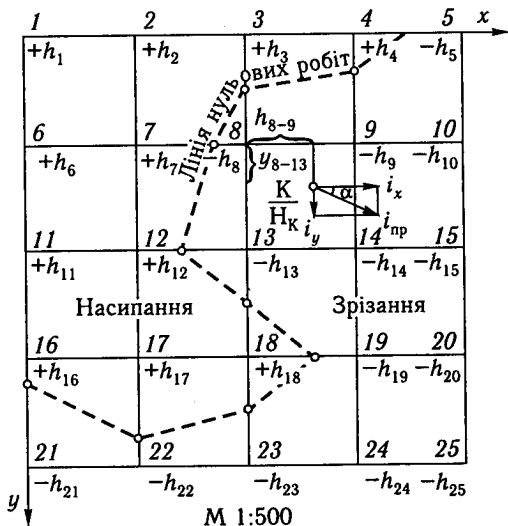


Рис. 167. Картограма земляних робіт

Якщо $\alpha > 90^\circ$, то його потрібно звести до румба відповідної чверті в умовній системі координат.

Знаходять проектну позначку вузлової точки, найближчої до точки k , наприклад точки δ

$$H_8^{\text{np}} = H_k + y_{8-13}^i y + x_{8-9}^i x.$$

Потім обчислюють проектні позначки інших кутових точок сітки квадратів на основі позначки точки δ

$$\begin{cases} H_9^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} - ai_x, \\ H_{10}^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} - 2ai_x, \\ H_7^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} + ai_x, \\ H_6^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} + 2ai_x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_3^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} + ai_y, \\ H_4^{\text{np}} = H_3^{\text{np}} - ai_x, \\ H_5^{\text{np}} = H_3^{\text{np}} - 2ai_x, \\ H_2^{\text{np}} = H_3^{\text{np}} + ai_x, \\ H_1^{\text{np}} = H_3^{\text{np}} + 2ai_x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{13}^{\text{np}} = H_8^{\text{np}} - ai_y, \\ H_{14}^{\text{np}} = H_{13}^{\text{np}} - ai_x, \\ H_{15}^{\text{np}} = H_{13}^{\text{np}} - 2ai_x, \\ H_{12}^{\text{np}} = H_{13}^{\text{np}} + ai_x, \\ H_{11}^{\text{np}} = H_{13}^{\text{np}} + 2ai_x \text{ і т. д.} \end{cases}$$

Обчислюють робочі позначки вузлових точок за формулою

$$h_i^{\text{роб}} = H_i^{\text{np}} - H_i^{\text{ф}},$$

де H_i^{np} , $H_i^{\text{ф}}$ — проектна і фактична позначки точки з номером i .

Обчислення виконують у журналі (табл. 36).

Робочі позначки записують у відповідних вузлових точках на картограмі земляних робіт і знаходять положення точок нульових робіт на сторонах квадратів.

Таблиця 36. Журнал обчислення робочих позначок

Номер точки	Фактична позначка точок H_i^{Φ}	Проектна позначка точок H_i^{np}	Робоча позначка точок $h_i^{роб}$	Примітка
1	H_1^{Φ}	H_1^{np}	$h_1^{роб}$	
2	H_2^{Φ}	H_2^{np}	$h_2^{роб}$	
3	H_3^{Φ}	H_3^{np}	$h_3^{роб}$	
.....	
29	H_{29}^{Φ}	H_{29}^{np}	$h_{29}^{роб}$	

Потім нумерують усі квадрати і обчислюють обсяги земляних робіт із насипання та зрізання, як описано в п. 12.3. У результаті отримують загальний обсяг земляних робіт із насипання $V_{нас}$ та зрізання $V_{зріз}$.

Після складання проекту здійснюють вертикальне планування майданчика. За досить великого ухилу проектної площини ($i_{np} \geq 0,040$) і значних розмірів майданчика (150×150 м) контролювати земляні роботи за допомогою нівеліра і звичайних рейок незручно, оскільки перевищення по краях майданчика досягають понад 3 м. При цьому проектні відліки на рейці b_{np} , за якими вузлові точки сітки квадратів виносять на їхні проектні позначки, можуть бути від'ємними. У таких випадках рекомендується застосовувати рейки з від'ємною шкалою (див. рис. 162).

Складання проекту вертикального планування майданчика під похилу проектну площину із заданим проектним ухилом за умови балансу земляних робіт

12.7

Вихідними даними для складання проекту є результати нівелювання майданчика, проектний ухил i_{np} у заданому напрямку α і умова балансу земляних робіт за формулою (127).

Складання проекту починають із обчислення координат x_0, y_0, H_0 центра ваги земляних мас у межах майданчика. Для цього обирають умовну систему координат x, y , у якій виконують обчислення (рис. 168). Координати x_0, y_0, H_0 обчислюють за такими формулами:

$$x_0 = \frac{\sum_1^n x_i H_i}{\sum_1^n H_i}; \quad (128)$$

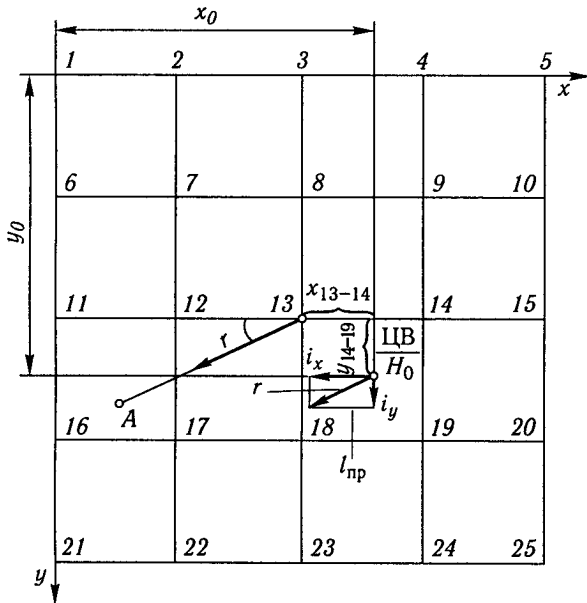


Рис. 168. Картограма земляних робіт

$$y_0 = \frac{\sum_1^n y_i H_i}{\sum_1^n H_i}; \quad (129)$$

$$H_0 = \frac{\sum_1^n H_i}{n}, \quad (130)$$

де x_i , y_i — координати вузлових точок сітки у прийнятій умовній системі координат; H_i — позначки землі тих самих вузлових точок; n — кількість вузлових точок.

Якщо вважати, що $H_i = H_y + h_i$, то формули (128)–(130) матимуть вигляд

$$x_0 = \frac{\sum_1^n x_i (H_y + h_i)}{\sum_1^n (H_y + h_i)} = \frac{H_y \sum_1^n x_i + \sum_1^n x_i h_i}{n H_y + \sum_1^n h_i};$$

$$y_0 = \frac{\sum_1^n y_i (H_y + h_i)}{\sum_1^n (H_y + h_i)} = \frac{H_y \sum_1^n y_i + \sum_1^n y_i h_i}{nH_y + \sum_1^n h_i};$$

$$H_0 = \frac{\sum_1^n (H_y + h_i)}{n} = H_y + \frac{\sum_1^n h_i}{n}.$$

Добутки $x_i h_i$ і $y_i h_i$ будуть невеликі, розрахунки можна виконувати на калькуляторі. Обчислення зручно виконувати в журналі (табл. 37).

Позначку центра ваги земляних мас можна отримати також за формулою (126).

Центр ваги (ЦВ) наносять на картограму земляних робіт за його координатами x_0 , y_0 і біля нього надписують позначку H_0 .

Через точку ЦВ під кутом α до осі x проводять вектор і обчислюють проєкції i_{np} на осі x і y

$$i_x = i_{np} \cos r;$$

$$i_y = i_{np} \sin r,$$

де r — румб вектора i_{np} у відповідній чверті умовних координат.

Обчислюють проєктні позначки вузлових точок квадратів. Наприклад:

$$\begin{cases} H_{13}^{np} = H_{ЦГ} - x_{13-14} i_x + y_{13-18} i_y; \\ H_{12}^{np} = H_{13} - a i_x; \\ H_{11}^{np} = H_{13} - 2a i_x; \\ H_{14}^{np} = H_{13} + a i_x; \\ H_{15}^{np} = H_{13} + 2a i_x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_8^{np} = H_{13} + a i_y; \\ H_7^{np} = H_8 - a i_x; \\ H_6^{np} = H_8 - 2a i_x; \\ H_9^{np} = H_8 + a i_x; \\ H_{10}^{np} = H_8 + 2a i_x \text{ і т. д.} \end{cases}$$

Таблиця 37. Журнал обчислень координат x_0, y_0, H_0 центра ваги земляних мас

Номер точки	Позначка землі H_i , м	$h_i = H_i - H_y$, м	x_i , м	$x_i h_i$, м ²	y_i , м	$y_i h_i$, м ²
1	H_1	h_1	x_1	$x_1 h_1$	y_1	$y_1 h_1$
2	H_2	h_2	x_2	$x_2 h_2$	y_2	$y_2 h_2$
3	H_3	H_3	x_3	$x_3 h_3$	y_3	$y_3 h_3$
.....
25	H_{25}	h_{25}	x_{25}	$x_{25} h_{25}$	y_{25}	$y_{25} h_{25}$

$$\sum_1^n h_i = \quad \sum_1^n x_i = \quad \sum_1^n x_i h_i = \quad \sum_1^n y_i = \quad \sum_1^n y_i h_i =$$

Обчислюють робочі позначки вузлових точок сітки квадратів (див. табл. 35), які записують на картограмі земляних робіт біля точок. Далі визначають положення точок нульових робіт на сторонах квадратів.

Нумерують квадрати й обчислюють обсяги земляних робіт із насипання і зрізання (див. табл. 35). У результаті отримують загальні обсяги. Якщо виконується умова формули (127), то проект складений правильно і можна розпочинати вертикальне планування майданчика.

Вертикальне планування майданчика теодолітом | 12.8

Вертикальне планування майданчика значних розмірів ($S > 1$ га), який має ухил $i_{\text{пр}} \geq 0,030$, доцільно виконувати теодолітом. Викладений метод тригонометричного нівелювання дає змогу істотно спростити і прискорити виконання робіт.

Одну з вузлових точок квадратів, наприклад точку 13, виносять на її проектну позначку $H_{13}^{\text{пр}}$ і закріплюють кілочком. Над точкою встановлюють теодоліт, приводять його в робоче положення і на горизонтальному крузі суміщають нулі лімба й алідади. Закріплюють алідаду, відкріплюють лімб і трубу наводять на точку 11. Відкріплюють алідаду і на горизонтальному крузі встановлюють відлік, що відповідає румбу вектора ухилу в умовній системі координат. Якщо теодоліт повертає ліворуч від напрямку 13-11, то на горизонтальному крузі потрібно встановити $360^\circ - r$, якщо праворуч від напрямку 13-11 ($\alpha > 180^\circ$), то відлік дорівнюватиме r . Візирна вісь труби буде паралельною вектору ухилу проекцій площини $i_{\text{пр}}$ у плані (див. рис. 168).

Уздовж візирної осі труби на відстані 30–40 м від точки 13 встановлюють рейку А, на якій позначають висоту теодоліта. На вертикальному крузі теодоліта (при положенні труби КЛ) фіксують відлік, що відпо-

відає проектному ухилу площини $i_{пр}$,

$$КЛ = v + MO,$$

де $v = \arctg i_{пр}$.

Рейку в точці A піднімають або опускають так, щоб висота теодоліта, зафіксована на рейці, виявилася на візирній осі труби. Під п'яту рейки забивають кілочок або візирку відповідної висоти. Так точку A виносять на проектну позначку.

На вертикальному крузі теодоліта встановлюють відлік MO . Працюючи підйомним гвинтом підставки теодоліта, розміщеним по лінії $13-A$, візирну вісь труби знову наводять на його висоту, позначену на рейці A . Для виконання останньої операції при встановленні теодоліта в точці 13 підставку на площадці штатива потрібно розгорнути так, щоб один підйомний гвинт розміщувався по лінії $13-A$, а два інших — перпендикулярно до неї. Це можна зробити, якщо попередньо відкласти кут r і поставити рейку в точці A , а потім остаточно встановити підставку на точці 13 , як вказано вище.

Після виконання описаних операцій вісь обертання теодоліта буде перпендикулярна до проектної площини, а візирна вісь труби — паралельна їй. Отже, візирна вісь труби під час обертання теодоліта описуватиме (скануватиме) опорну площину, паралельну проектній. Якщо рейку з позначкою висоти теодоліта послідовно встановлювати у вузлових точках сітки квадратів або в будь-яких довільних точках майданчика так, щоб позначка висоти теодоліта була на візирному промені, то можна швидко, без будь-яких відліків на рейці та обчислень робити вертикальне планування. Продуктивність робіт за цим методом підвищується приблизно втричі.

Викладений метод можна удосконалити так, щоб при вертикальному плануванні майданчика відліки по рейці дорівнювали робочим позначкам (висоті насипання і глибині зрізання) в точках. Для цього під час знімання рекомендується застосовувати спеціальну рейку з пересувною шкалою (рис. 169).

Рейка з пересувною шкалою є звичайною нівелірною рейкою 1 завдовжки 2,5–3 м, пофарбованою в білий колір (сантиметрові поділки зафарбовано). По ній переміщується рухома шкала 2 із сантиметровими поділками, поділена на дві частини: верхню додатну (пофарбовану в червоний колір) і нижню від'ємну (пофарбовану в синій колір). Середня горизонтальна лінія шкали відповідає нульовому відліку. Від нульового індексу відліки зростають угору і вниз. Довжина рухомої рейки ста-

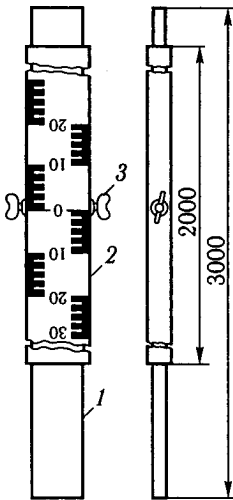


Рис. 169. Рейка з рухомою шкалою

новить 1,5–2 м залежно від нерівностей рельєфу та ухилу проектної площини.

Рухома шкала розміщується на П-подібному дюралевому, пластиковому чи дерев'яному коробі, який охоплює рейку з трьох боків і має два стопорні гвинти 3, за допомогою яких рухома шкалу фіксують уздовж рейки 1.

Порядок роботи. На місцевості закріплюють і виносять за допомогою нівеліра на проектну позначку точку A , через яку має проходити проектна площина. На точці встановлюють теодоліт у робоче положення, як описано вище. Трубу теодоліта спрямовують уздовж вектора ухилу проектної площини (рис. 170). На візирному промені на відстані 30–40 м від точки A закріплюють і виносять на проектну позначку точку B , що фіксує напрямок ухилу площини.

Потім теодоліт встановлюють так, щоб його вісь обертання була перпендикулярна до проектної площини, а візирна вісь труби — паралельна їй. На точці B встановлюють рейку з рухливою шкалою в характерних точках рельєфу (на дні западини і на вершинах горбів). Спостерігач під час наведення труби на рейку бере відлік на рухомій шкалі. Кожний відлік дорівнює робочій позначці у заданій точці. Якщо відлік роблять на червоній (додатній) частині шкали, то він показує висоту насипу в точці, якщо його беруть із синьої (від'ємної) частини шкали, то він дорівнює глибині зрізання (рис. 171).

Одночасно спостерігач робить відлік на горизонтальному крузі і визначає віддалемірну відстань до точки, як при тахеометричному

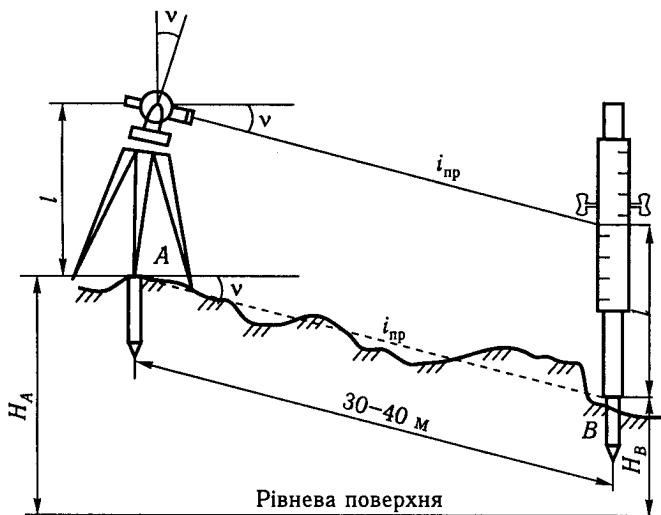


Рис. 170. Рейка з рухомою шкалою в робочому стані

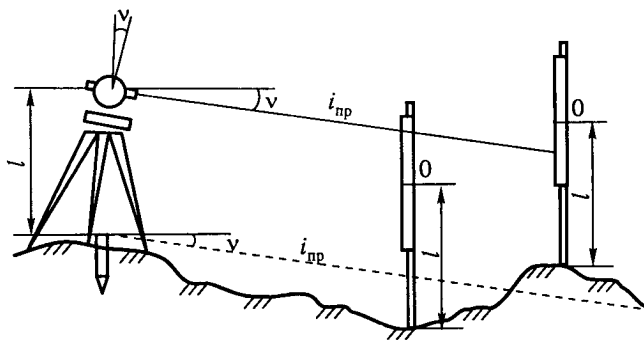


Рис. 171. Визначення робочих позначок характерних точок рельєфу при використанні рейки з рухомою шкалою

зніманні. При цьому рекомендується відлік $0^{\circ}00'00''$ на горизонтальному крузі сумістити з будь-яким початковим напрямком, наприклад із напрямком AB . Результати спостережень записують у журнал, подібний до журналу тахеометричного знімання.

Усі спостережувані точки фіксують кілочками, на яких позначають їхні номери і робочі позначки.

За результатами робіт знімальні точки наносять на план і біля них записують робочі позначки ($\pm h_p$). Будують систему трикутників, на сторонах яких методом інтерполяції визначають точки нульових робіт і підраховують обсяги земляних робіт із насипання та зрізання (рис. 172).

Переваги методу вертикального планування майданчиків порівняно з традиційним методом, при якому виконують нівелювання майданчиків

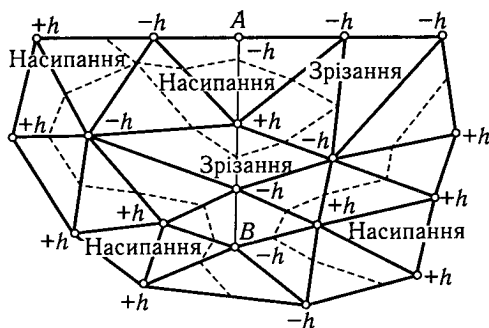


Рис. 172. Картограма земляних робіт, побудована на основі застосування рейки з рухомою шкалою

по квадратах, полягають у тому, що немає потреби у розмічуванні на місцевості сітки квадратів і нівелюванні її вузлових точок; в обчисленні фактичних і проектних позначок, проектних відліків при плануванні майданчика; при плануванні враховуються характерні точки рельєфу (найнижчі в заглибленнях і найвищі на горбах), що дає змогу збільшити відстань між планувальними точками на порівняно рівних ділянках місцевості і розмішувати їх щільніше на ділянках

із мінливим рельєфом. Як наслідок поліпшується якість планування, підвищується точність підрахунку обсягу земляних робіт.

Точність методу залежить головним чином від точності реалізації сканувальної площини на станції. Її положення визначається точністю встановлення візирної осі труби теодоліта в похиле положення. Оскільки $v = \text{КЛ} - \text{МО}$, то похибка встановлення візирної осі труби в похиле положення дорівнює

$$m_v = \sqrt{m_{\text{КЛ}}^2 + m_{\text{МО}}^2},$$

де $m_{\text{КЛ}}$ і $m_{\text{МО}}$ — похибки в розрахунку КЛ і визначенні МО.

При використанні 30-секундного теодоліта можна вважати, що похибки $m_{\text{КЛ}}$ і $m_{\text{МО}}$ дорівнюють $t/2$, де t — точність відліку за верньєром. Тому

$$m_v = \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2} = \frac{t}{\sqrt{2}} = \frac{30''}{\sqrt{2}} = \pm 21''.$$

Похибка визначення точки за висотою дорівнюватиме

$$m_h = \frac{m_v L}{\rho},$$

де L — відстань від теодоліта до точки; ρ — 206265'' — радіани в секундах.

Максимальну відстань від приладу до точки можна вважати такою, що дорівнює $L = 75$ м, тоді максимальна похибка становитиме

$$m_h = \frac{21'' \cdot 75}{206\,265} = 0,008 \text{ м.}$$

З однієї станції можна виконати вертикальне планування площі до 2 га.

Метод може бути використаний під час знімання мікрорельєфу нерівностей покриттів автомобільних доріг. Для цього теодоліт встановлюють на осі дороги і вимірюють кут нахилу її осі і кут нахилу лінії поперечного профілю половини проїзної частини, яку мають знімати. За вимірними кутами нахилу визначають поздовжній ухил осі дороги на цій ділянці $i_{\text{поз}}$ та ухил лінії поперечного профілю половини проїзної частини $i_{\text{поп}}$.

Потім визначають напрямок найбільшого ухилу половини проїзної частини на заданій ділянці

$$\text{tg} \alpha = \frac{i_{\text{поп}}}{i_{\text{поз}}},$$

де α — кут між віссю дороги і напрямком найбільшого ухилу

$$i_{\text{max}} = \sqrt{i_{\text{поп}}^2 + i_{\text{поз}}^2}.$$

Кут α відкладають від осі дороги і вздовж візирного променя труби на краю покриття. Крейдою фіксують точки. Далі теодоліт встановлюють у положення, коли його вісь обертання перпендикулярна до поверхні смуги проїзної частини, а візирна вісь труби паралельна цій поверхні. Кут ν_{\max} , відповідний i_{\max} , використовують для контролю під час установа візирної осі труби паралельно вектору ухилу i_{\max} .

У зафіксованій на краю покриття точці встановлюють рейку з рухомою шкалою і нульовий індекс шкали закріплюють на рівні візирного променя труби. Теодоліт і рейка готові до знімання мікрорельєфу нерівностей покриття дороги.

Потім рейковик встановлює рейку у вершинах опуклих і на дні угнутих форм мікрорельєфу. Спостерігач знімає кожну точку і записує її робочу позначку. В результаті отримують цифрову модель нерівностей мікрорельєфу покриття. У разі потреби за нею можна побудувати карту нерівностей у горизонталях з перерізом через 1 або 2 см.

З однієї станції можна знімати до 20–25 м смуги проїзної частини перед теодолітом і позаду нього. Точність знімання робочих позначок — близько 3 мм.

Головні принципи організації
геодезичних робіт | 13.1

В основі організації та виконання геодезичних робіт лежать два принципи: 1) «від загального до часткового», або «від головного до другорядного»; 2) усі види робіт (польові й камеральні) обов'язково мають контролюватися: «ні кроку без контролю».

Перший принцип полягає у тому, що будь-який вид геодезичних робіт має спиратися на достатню кількість раціонально розміщених і надійно (точно) визначених опорних точок. Ці точки становлять основу або опорну мережу вирішуваної задачі. Від них визначають положення всіх інших точок, які характеризують положення елементів або частин інженерної споруди, деталей і елементів ситуації або рельєфу місцевості.

Такий принцип організації і виконання геодезичних робіт дає змогу, з одного боку, уникнути швидкого накопичення похибок вимірів, з іншого, — постійно контролювати правильність і точність польових робіт. Точки опорної мережі, що мають високу точність визначення свого положення, є основою, на яку нанизуються другорядні точки деталей.

За іншої організації геодезичних робіт, наприклад, при визначенні кожної наступної точки від попередньої у формі неперервного і довгого ланцюга не дуже точних вимірювань, відбувається швидке накопичення похибок вимірів і немає можливості контролювати роботи, оскільки вони не спираються на «головні» точки.

За головну опорну мережу під час виконання геодезичних робіт (топографічного знімання, розмічувальних і будівельних робіт при спорудженні доріг, мостів, тунелів, аеродромів тощо) використовують точки державної або місцевої геодезичної мережі. Вони мають найвищу точність і визначаються методами триангуляції, трилатерації і полігонометрії.

Другий принцип організації і виконання геодезичних робіт потребує постійного і систематичного їх контролю. Згідно з цим принципом усі польові вимірювання (кутові, лінійні, висотні тощо) для контролю і підвищення точності виконують кілька разів. Так само всі обчислювальні та інші камеральні роботи супроводжуються контрольними обчисленнями, порівнянням результатів із допусками і нормами точності.

Слід пам'ятати, що помилки в польових або камеральних геодезичних роботах можуть призвести до серйозних наслідків, зокрема додаткових матеріальних витрат, аварійних ситуацій тощо.

Короткі відомості | 13.2 про триангуляцію, трилатерацію, полігонометрію

Геодезичні опорні мережі — це сукупність геодезичних пунктів, положення яких на поверхні Землі визначено в плані і за висотою з необхідною точністю. Всі вони надійно і міцно закріплені спеціальними знаками і спорудами, що забезпечують їхнє збереження і нерухомість.

Для визначення положення пунктів державної геодезичної мережі користуються єдиною системою координат, яка діє з 1942 р.

Основними методами визначення планового положення пунктів геодезичної мережі на поверхні Землі є методи триангуляції, трилатерації і полігонометрії. Висотна мережа реперів створюється методом геометричного нівелювання.

Сутність методу триангуляції (від лат. *triangulum* — трикутник). На поверхні Землі будують систему зімкнених трикутників у вигляді ряду (рис. 173). В одному з трикутників, наприклад $\triangle ABD$, з високою точністю вимірюють сторону AB , внутрішні кути вимірюють в усіх трикутниках. На основі теореми синусів у трикутнику обчислюють сторони AD і BD :

$$AD = \frac{AB}{\sin D} \sin B \quad \text{і} \quad BD = \frac{AB}{\sin D} \sin A.$$

Сторону BD використовують для обчислення сторін BC і DC у $\triangle BCD$:

$$BC = \frac{BD}{\sin C} \sin D, \quad DC = \frac{BD}{\sin C} \sin B.$$

Аналогічно обчислюють усі сторони інших трикутників ряду.

Із астрономічних спостережень визначають координати початкового пункту A та азимут сторони AB у $\triangle ABD$. Використовуючи виміряні внутрішні кути в трикутниках, обчислюють азимуты усіх їхніх сторін. Далі на основі вирішення прямих геодезичних задач послідовно визначають координати пунктів триангуляції B, D, C, M . Наприкінці ряду трикутників вимірюють сторону PQ , з якою по-

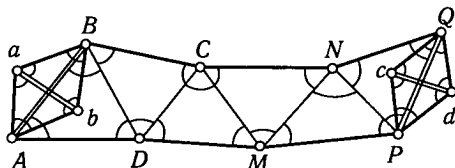


Рис. 173. Ряд триангуляції

рівнюють обчислене її значення. На основі порівняння виміряного й обчисленого значень PQ отримують оцінку точності результатів, обчислюють і вводять поправки у виміри, обчислюють зрівнювані значення координат пунктів.

Оскільки довжини сторін трикутників досить значні (10–20 км), то безпосереднє їх вимірювання ускладнене. Для визначення сторін AB і PQ на початку і наприкінці ряду будують базисні мережі, складені з ромбів або трикутників abA та abB . У базисній мережі безпосередньо вимірюють короткий базис ab і внутрішні кути трикутників. Сторону AB трикутника $\triangle ABD$ обчислюють за теоремою синусів, використовуючи довжину базису ab . Так само визначають довжину вихідної сторони PQ .

Сутність методу трилатерації (від лат. *trilaterus* — тристоронній) полягає в тому, що коли в трикутниках замість кутів виміряти сторони, то внутрішні кути трикутників можна обчислити за формулами тригонометрії. Наприклад:

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}};$$

$$\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}};$$

$$\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}};$$

де a, b, c — сторони трикутника; A, B, C — протилежні їм кути;
 $P = \frac{1}{2}(a+b+c)$ — півпериметр трикутника.

За сторонами і кутами трикутників обчислюють координати пунктів, як це роблять за методом триангуляції.

Сторони в трикутниках вимірюють світловіддалемірами з високою точністю.

Сутність методу полігонометрії (від грец. *poligonos* — багатокутний). Це найпоширеніший метод розвитку мережі опорних геодезичних точок у дорожньому будівництві. У полігонометрії планове положення точок визначають включенням їх до полігонометричних ходів. У таких ходах, що мають вигляд замкнених або розімкнених полігонів, вимірюють довжини сторін і кутів.

Розв'язуючи прямі геодезичні задачі, за виміряними довжинами і кутами визначають координати точок. У деяких випадках розвивають полігонометричні ходи, які перетинаються з вузловими точками.

Висотне положення точок визначають методом геометричного нівелювання, прокладаючи нівелірні ходи між реперами. Зазвичай усі точки планових геодезичних мереж мають також висотні позначки, тобто є точками висотної геодезичної основи.

Державні | 13.3 геодезичні мережі |

Державну геодезичну мережу поділяють на планову і висотну. Державну планову геодезичну мережу залежно від точності вимірів кутів і відстаней та порядку розвитку поділяють на мережі I, II, III, IV класу.

Геодезичну мережу I класу розвивають у формі рядів триангуляції або ходів полігонометрії, розміщених приблизно по меридіанах і паралелях через 200 км. Сторони трикутників триангуляції і сторони ходів полігонометрії I класу мають становити, як правило, менше ніж 20 км. Точність виміру кутів характеризується середньою квадратичною похибкою $\pm 0,7''$, похибка базисних вимірів 1 : 400 000.

Державну геодезичну мережу II класу будують як заповнювальну мережу трикутників на території, обмеженій рядами триангуляції I класу (рис. 174). Сторони трикутників — від 7 до 20 км. Заповнювальна мережа II класу спирається на ряди триангуляції I класу, її побудова відповідає принципу «від головного до другорядного».

Мережі I і II класів слугують геодезичною основою для розвитку мереж III і IV класів, які є мережами згущення.

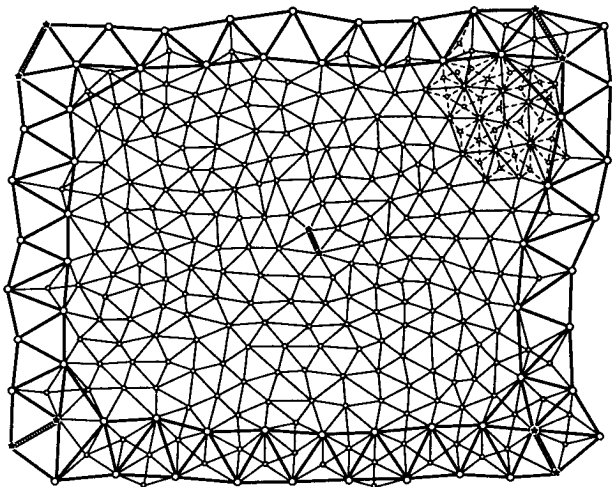


Рис. 174. Схема побудови державної геодезичної мережі I–III класів методом триангуляції

Таблиця 38. Основні показники державної геодезичної мережі

Клас триангуляції	Середня довжина сторін трикутників, км	Середня квадратична похибка виміру кута	Допустима кутова нев'язка в трикутнику	Відносна похибка визначення довжини вихідної сторони
I	Не менше ніж 20 км	0,7''	3''	1 : 400 000
II	7–20	1,0''	3,5''	1 : 300 000
III	5–8	1,5''	5''	1 : 200 000
IV	2–5	2''	7''	1 : 200 000

Таблиця 39. Допустимі середні квадратичні похибки і нев'язки мереж нівелювання I, II, III, IV класів

Назва похибок і нев'язок	Клас нівелювання			
	I	II	III	IV
Середня квадратична випадкова похибка на 1 км ходу, мм	$\pm 0,5$	$\pm 2,0$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$
Систематична похибка на 1 км ходу, мм	0,05	0,4		
Допустима нев'язка в замкнутому полігоні або ході між реперами вищого класу нівелювання, мм, L — кількість кілометрів ходу	—	$5\sqrt{L}$	$10\sqrt{L}$	$20\sqrt{L}$

Основні показники державної геодезичної мережі, встановлені обов'язковою для всіх міністерств і відомств інструкцією, наведено у табл. 38.

Пункти триангуляції на місцевості обирають так, щоб із них можна було бачити суміжні пункти і щоб трикутники за формою наближались до рівносторонніх.

Висотна державна геодезична мережа є висотною основою для топографічного знімання всіх масштабів і вирішення наукових та інженерно-технічних задач. Це мережа ґрунтових реперів і марок, зацементованих у стінах будинків і споруд. Залежно від точності визначення висот точок державну нівелірну мережу поділяють на I, II, III і IV класи.

Нівелірну мережу I класу прокладають за спеціально розробленою схемою, яка передбачає забезпечення країни вихідними висотними пунктами для розвитку нівелірної мережі II, III, IV класів у єдиній системі, зв'язку водомірних станцій на морях і океанах, вирішення спеціальних наукових проблем. Нівелювання I класу повторюється через кожні 25 років за існуючими точками для перевірки постійності їхніх висотних позначок, виявлення руху земної літосфери.

Нівелювання II класу прокладають між точками I класу полігонами з периметром 500–600 км. Лінії нівелювання III класу прокладають усередині полігонів I і II класів у вигляді окремих ходів або систем ходів із вузловими точками. Нівелювання IV класу є згущенням нівелір-

ної мережі III класу. Воно слугує основою для технічного нівелювання під час будівництва автомобільних доріг та інших технічних споруд.

Точність нівелірних мереж I, II, III, IV класів характеризується середніми квадратичними похибками і допустимими нев'язками, наведеними в табл. 39.

Закріплення пунктів | 13.4 геодезичних мереж

Пункти триангуляції, трилатерації і полігонометрії закріплюють на місцевості закладанням у землю спеціальних центрів. Залежно від кліматичних умов і фізичних властивостей ґрунту конструкції центрів бувають різними. Зокрема, центр, що закладається на пунктах триангуляції усіх класів при глибині промерзання ґрунту до 1,5 м, являє собою бетонний пілон із закладеними в нього чавунними марками (рис. 175).

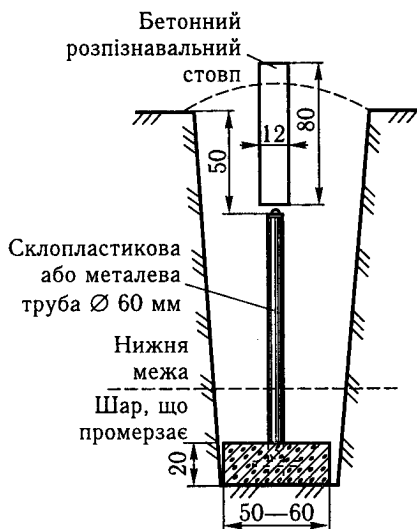


Рис. 175. Ґрунтовий фундаментальний репер (центр) для районів із глибиною промерзання ґрунту до 1,5 м

Для вимірювання кутів над кожним центром триангуляції (трилатерації) будують геодезичні дерев'яні або металеві знаки — піраміди (рис. 176), або сигнали. Піраміди (сигнали) зверху мають візирні циліндри, які спостерігають у трубу теодоліта під час вимірювання кутів у трикутниках. Візирні циліндри мають знаходитися на вертикальних лініях, що проходять через центри триангуляційних знаків, закладених у землі.

Проста піраміда (рис. 177) за висотою не перевищує 10 м. Теодоліт при вимірюваннях кутів на пірамідах устанавлюють на штативі над триангуляційним центром.

Точки нівелірних ходів усіх класів закріплюють на місцевості реперами і марками різних конструкцій для забезпечення їх збереженості на тривалий час.

Геодезичні мережі | 13.5 місцевого значення

Геодезичні мережі місцевого значення слугують для подальшого згущення державної мережі й поділяються на:

а) аналітичні мережі I і II розрядів, розвинені методом триангуляції;

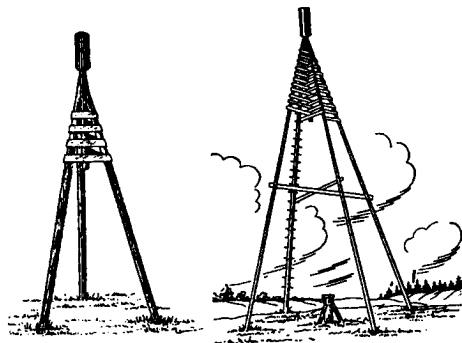


Рис. 176. Триангуляційні піраміди

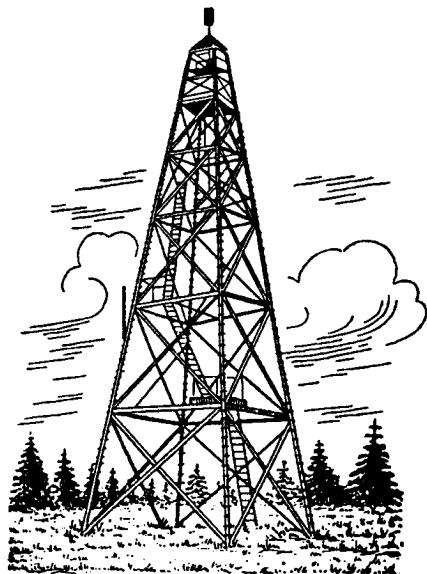


Рис. 177. Проста піраміда

б) полігонометричні мережі I і II розрядів, розвинені методом полігонометрії;

в) мережі технічного нівелювання, розвинені методом геометричного нівелювання.

Аналітичні мережі є суцільною мережею триангуляції, ланцюжками трикутників або окремими точками, отримуваними засічками з пунктів державної мережі.

Основні показники, що характеризують побудову і точність геодезичних мереж місцевого значення, наведено у табл. 40.

Таблиця 40. Основні показники, що характеризують геодезичні мережі місцевого значення

Показник	Аналітичні мережі		Полігонометричні мережі		Мережі технічного нівелювання
	розряд		розряд		
	I	II	I	II	
Середня квадратична похибка вимірів кута	5"	10"	5"	10"	—
Відносна середня квадратична похибка вихідних (базисних) сторін	1:50 000	1:25 000	—	—	—

Показник	Аналітичні мережі		Полігонометричні мережі		Мережі технічного нівелювання
	розряд		розряд		
	I	II	I	II	
Відносна середня квадратична похибка вимірів сторін у полігонометричних мережах	—	—	1:10 000	1:5000	—
Відносні допустимі нев'язки полігонометричних ходів	—	—	1:10 000	1:5000	—
Граничні значення кутових нев'язок трикутників	20''	40''	—	—	—
Допустимі нев'язки в полігонах і ходах технічного нівелювання (між реперами вищого класу)	—	—	—	—	$50\sqrt{L}$, мм

Список рекомендованої і використаної літератури

1. Білятинський О. А., Володін М. О., Демчишина К. С., Омельчук С. К. Інженерна геодезія: Зб. задач. — К.: Вища шк., 1992. — 190 с.
2. Білятинський О. А., Заворицький В. Й., Старовойда В. П., Хом'як Я. В. Проектування автомобільних доріг. — К.: Вища шк., 1997. — Ч. 1. — 518 с.
3. Видуев Н. Г., Полищук Ю. В. Инженерные изыскания. — К.: Вища шк., 1979. — 270 с.
4. Инженерная геодезия / Под ред. Л. С. Хренова. — М.: Недра, 1968. — 360 с.
5. Ганьшин В. Н., Хренов Л. С. Таблицы для разбивки круговых и переходных кривых. — К.: Будівельник, 1974. — 430 с.
6. Инструкция по разбивочным работам при строительстве, реконструкции и капитальном ремонте автомобильных дорог и искусственных сооружений. — М.: Транспорт, 1983. — 105 с.
7. Кузьмин В. И., Овчаренко А. А. К теории конструирования выражей // Тр. СоюздорНИИ. — М., 1997. — № 194. — С. 64–76.
8. Левчук Г. П. Курс инженерной геодезии. — М.: Недра, 1970. — 411 с.
9. Митин Н. А. Таблицы для разбивки кривых на автомобильных дорогах. — М.: Недра, 1971. — 383 с.
10. ДБН В.2.3-4–2000 Споруди транспорту. Автомобільні дороги / ДерждорНДІ. — К., 2000. — 114 с.
11. СНиП 3.01.03-84 Геодезические работы в строительстве / ЦНИИОМПТ. — М., 1985. — 28 с.
12. Парамонов А. Г. Геодезические работы при вертикальной планировке. — М.: Недра, 1984. — 153 с.
13. Справочник геодезиста / Под ред. В. Д. Большакова, Г. П. Лебедева. — М.: Недра, 1975. — 376 с.
14. Геодезические работы при строительстве мостов / Под ред. В. А. Коугия. — М.: Недра, 1986. — 248 с.

15. *Лазерные геодезические приборы в строительстве* / В. В. Грузинов, В. И. Иванович, В. А. Коугия и др. — М.: Недра, 1977. — 165 с.
16. *Кузьмин В. И.* Новые конструкции виражей на закруглении автомобильных дорог. — Харьков, 2001. — 64 с.
17. *Монін І. Ф.* Вища геодезія. — К.: Вища шк., 1993. — 230 с.
18. *Шилов П. И., Федоров В. И.* Инженерная геодезия и аэрогеодезия. — М.: Недра, 1971. — 384 с.
19. *Федоров В. И., Шилов П. И.* Инженерная геодезия. — М.: Недра, 1982. — 357 с.
20. *Чеботарев А. С.* Геодезия. — М.: Госгеоліздат, 1962. — Ч. I. — 636 с.
21. *Мюллер Г.* Основы трассирования и разбивка автомобильных и железных дорог: Пер. с нем. — М.: Транспорт, 1990. — 239 с.

Передмова	3
Частина 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ. ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ	5
Розділ 1. Загальні відомості і поняття	6
1.1. Інженерна геодезія, її зміст і задачі	6
1.2. Стислі історичні відомості про розвиток і становлення геодезії як науки	7
1.3. Форма і розміри Землі	9
Розділ 2. Топографічні плани і карти	13
2.1. Метод проєкцій, що застосовується під час побудови планів і карт	13
2.2. Масштаби планів і карт	14
2.3. Зображення рельєфу і ситуації місцевості на картах і планах	16
2.4. Побудова водозбірного басейну і вимірювання його площі	19
2.5. Визначення на плані позначок точок і ухилів ліній	24
Розділ 3. Визначення положень точок на картах і планах	27
3.1. Система географічних координат	27
3.2. Система плоских зональних координат	28
Розділ 4. Орієнтування ліній	33
4.1. Дирекційний кут, істинний і магнітний азимути	33
4.2. Румби	37
Розділ 5. Елементи теорії похибок вимірів	39
5.1. Класифікація похибок вимірів	39
5.2. Статистичні властивості випадкових похибок	40
5.3. Середнє арифметичне з результатів вимірювань — найточніша оцінка значення вимірюваної величини	40
5.4. Середня квадратична похибка одного виміру	42
5.5. Нормальний закон розподілу випадкових похибок вимірів	46
5.6. Середня квадратична похибка функцій результатів вимірювань	49
5.7. Середня квадратична похибка середнього арифметичного з результатів вимірювань	53

5.8. Середня квадратична похибка функції загального вигляду від кількох незалежних змінних	54
5.9. Приклади обчислення середніх квадратичних похибок функцій	55

Розділ 6. Теодолітне знімання

6.1. Зміст і призначення теодолітного знімання у дорожньому будівництві	60
6.2. Рекогносціювання місцевості, вибір місць закладання і закріплення вершин теодолітного полігона	61
6.3. Вимірювання довжин ліній полігона	62
6.4. Фактори, що впливають на точність вимірювань горизонтальних кутів	75
6.5. Будова теодолітів	80
6.6. Перевірки та юстирування теодолітів	83
6.7. Методика вимірювання горизонтального кута на точці теодолітного полігона	90
6.8. Вимірювання вертикальних кутів	91
6.9. Прив'язка полігона до опорних пунктів державної або місцевої геодезичної мережі	97
6.10. Знімання ситуації місцевості	97
6.11. Опрацювання результатів кутових вимірів у теодолітних полігонах	101
6.12. Пряма й обернена геодезичні задачі	105
6.13. Зрівнювання прирощень координат у теодолітних полігонах	107
6.14. Обчислення у відомості координат точок полігона	110
6.15. Складання плану теодолітного знімання	112
6.16. Накопичення похибок лінійних і кутових вимірів у теодолітних полігонах	115

Розділ 7. Тахеометричне знімання

7.1. Принципова схема тахеометричного знімання. Загальні зауваження	118
7.2. Метод тригонометричного нівелювання	120
7.3. Створення висотної основи тахеометричного знімання методом тригонометричного нівелювання	121
7.4. Зрівнювання перевищень і обчислення висотних позначок точок полігона	123
7.5. Нитковий віддалемір, його будова і точність	126
7.6. Визначення горизонтальних проєкцій похилих відстаней, виміряних віддалеміром	127
7.7. Знімання ситуації і рельєфу. Робота на станції	128
7.8. Опрацювання результатів тахеометричного знімання	131
7.9. Побудова плану теодолітно-тахеометричного знімання	132

Частина 2. ІНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧНІ РОБОТИ ПІД ЧАС ВИШУКУВАНЬ, ПРОЕКТУВАННЯ І БУДІВНИЦТВА АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ

Розділ 8. Вишукування і детальне розмічування траси автомобільної дороги	136
8.1. Траса автомобільної дороги, її геометричні елементи	136
8.2. Геометричні елементи колової кривої	137
8.3. Задання початкового напрямку траси	138

8.4. Метод контролю задання напрямків ліній траси	142
8.5. Детальне розмічування траси	143
8.6. Обчислення пікетажних положень точок траси	147
8.7. Відомість прямих, кривих і кутів повороту	152
8.8. Побудова плану траси	152
Розділ 9. Геометричне нівелювання	153
9.1. Основний принцип і способи геометричного нівелювання	153
9.2. Будова та основні характеристики нівелірів НЗ і Н-ЗК	154
9.3. Перевірка та юстирування нівелірів НЗ і Н-ЗК	157
9.4. Нівелірні рейки	160
Розділ 10. Нівелювання траси автомобільної дороги	162
10.1. Основні похибки нівелювання	162
10.2. Вибір місць для встановлення нівеліра. Прив'язка траси до реперів нівелірної мережі	163
10.3. Нівелювання сполучних і проміжних точок траси. Робота на станції	165
10.4. Журнал нівелювання	168
10.5. Контроль нівелювання траси	172
10.6. Зрівнювання перевищень і обчислення позначок сполучних і проміжних точок	173
10.7. Побудова поздовжнього і поперечного профілів автомобільної дороги ...	175
10.8. Проектування проектної лінії поздовжнього профілю автомобільної дороги	178
10.9. Визначення положень точок нульових робіт	181
10.10. Визначення висоти підвісу лінії електропередач (ЛЕП)	184
Розділ 11. Інженерно-геодезичні роботи під час будівництва автомобільних доріг	187
11.1. Винесення на натуру проектної лінії поздовжнього профілю дороги	187
11.2. Розмічування і винесення на натуру поперечного профілю земляного полотна дороги в насипу, виїмці, на косогорі	189
11.3. Детальне розмічування колової кривої методом прямокутних координат від тангенсів	192
11.4. Винесення пікетів на криву	194
11.5. Розмічування поперечних профілів траси на заокругленні	195
11.6. Детальне розмічування колової кривої методом кутів і хорд	196
11.7. Детальне розмічування колової кривої методом подовжених хорд	197
11.8. Короткі відомості про перехідні криві	199
11.9. Обчислення елементів заокруглення з перехідними кривими	201
11.10. Детальне розмічування заокруглення з перехідними кривими методом прямокутних координат від тангенсів і дотичних	202
11.11. Детальне розмічування заокруглення з перехідними кривими методом кутів і хорд	204
11.12. Детальне розмічування заокруглення з недоступною вершиною кута повороту траси	209
11.13. Геометричні елементи вертикальних кривих	210
11.14. Розрахунок вихідних даних для детального розмічування вертикальних кривих	211

11.15. Детальне розмічування вертикальних кривих	213
11.16. Детальне розмічування вертикальної кривої, суміщеної з горизонтальним заокругленням	215
11.17. Віражі на заокругленнях автомобільних доріг	216
11.18. Нові моделі конструкцій віражів	220
11.19. Обчислення даних для розмічування і вертикального планування віражу	228
11.20. Розмічування і вертикальне планування віражів на заокругленнях автомобільних доріг	235
11.21. Конструювання, розмічування і вертикальне планування віражів на заокругленнях, суміщених із вертикальними кривими	237
Розділ 12. Вертикальне планування промислових, будівельних та інших майданчиків	243
12.1. Загальні зауваження	243
12.2. Нівелювання майданчика по квадратах	244
12.3. Складання проекту вертикального планування майданчика під горизонтальну проектну площину, що проходить на заданій позначці	246
12.4. Вертикальне планування майданчика під горизонтальну проектну площину, що проходить на заданій позначці	251
12.5. Складання проекту вертикального планування майданчика під горизонтальну проектну площину за умови балансу земляних робіт	252
12.6. Складання проекту вертикального планування майданчика під похилу проектну площину, що проходить через точку із заданою позначкою і має заданий проектний ухил	254
12.7. Складання проекту вертикального планування майданчика під похилу проектну площину із заданим проектним ухилом за умови балансу земляних робіт	256
12.8. Вертикальне планування майданчика теодолітом	259
Розділ 13. Короткі відомості про геодезичні опорні мережі	265
13.1. Головні принципи організації геодезичних робіт	265
13.2. Короткі відомості про триангуляцію, трилатерацію, полігонометрію	266
13.3. Державні геодезичні мережі	268
13.4. Закріплення пунктів геодезичних мереж	270
13.5. Геодезичні мережі місцевого значення	270
<i>Список рекомендованої і використаної літератури</i>	<i>273</i>

Навчальне видання

*Кузьмін Валентин Іванович
Білятинський Олександр Антонович*

ІНЖЕНЕРНА
ГЕОДЕЗІЯ
В ДОРОЖНЬОМУ
БУДІВНИЦТВІ

*Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено*

Оправа і титул художника *В. С. Гурлева*
Художній редактор *Г. С. Муратова*
Технічний редактор *А. І. Омоховська*
Коректори: *Л. М. Байбородіна, Н. М. Мельник*
Комп'ютерна верстка *Н. П. Довлетукаєвої*

Підп. до друку 19.10.2006. Формат 60 × 84/16. Папір офс. № 1.
Гарнітура Times New Roman. Офс. друк. Ум. друк. арк. 16,27.
Обл.-вид. арк. 17,00. Тираж 2300 пр. Вид. № 10557. Зам. № 6-715

Видавництво «Вища школа», вул. Гоголівська, 7г, м. Київ, 01054

Свідоцтво про внесення до Держ. реєстру
від 04.12.2000 серія ДК № 268

Надруковано з плівок, виготовлених у видавництві «Вища школа»,
у ВАТ «Білоцерківська книжкова фабрика»,
вул. Л. Курбаса, 4, м. Біла Церква, 09117

Свідоцтво про внесення до Держ. реєстру
від 14.08.2001 серія ДК № 567

