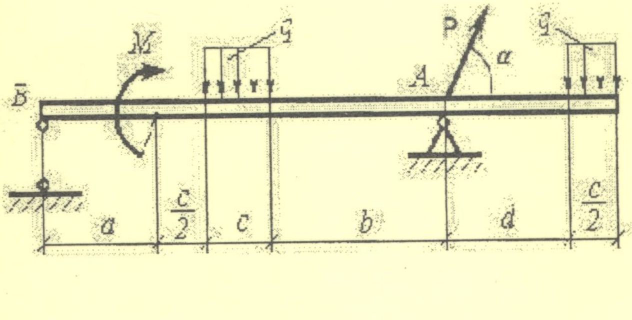
ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

СТАТИКА

Організація самостійної роботи студентів



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Теоретична механіка. Статика
Організація самостійної роботи студентів

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2013

УДК 531.2
ББК 22.21я73
Т33

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 22.12.2011 р.).

Рецензенти:
І. С. Алієв, доктор технічних наук, професор
О. В. Нахайчук, доктор технічних наук, професор
І. О. Сивак, доктор технічних наук, професор

Огороднiков, В. А
Т33 Теоретична механіка. Статика. Організація самостійної роботи студентів: навчальний посібник / В. А. Огороднiков, В. О. Федотов, О. Д. Панкевич, А. В. Губанов, І. В. Федотова. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 132 с.

В навчальному посібнику наведені методичні вказівки до самостійної роботи студентів, опорний конспект лекцій з статики, тестові завдання для самоконтролю знань студентів з відповідями, завдання вхідного контролю з вищої математики, дев`ять комплектів завдань до різних тем практичних занять з статики. Кожний комплект має 30 задач з відповідями.

Для студентів денної та заочної форм навчання.

УДК 531.2
ББК 22.21я73

ЗМІСТ

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ДИСЦИПЛІНИ "ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА" ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Головна мета вищої освіти – це формування із студента спеціаліста, який здатний до розвитку і освоєння нових знань відповідно до вимог сучасності. Тобто майбутній спеціаліст повинен не тільки засвоювати знання, а і творчо їх застосувати, уміти ставити нові проблеми, аналізувати варіанти їх виконання і знаходити правильні оптимальні результати. Тому самостійна робота студента лежить в основі освітнього процесу і формує такі риси особистості, як:

- самостійність;
- творче відношення до праці;
- відповідальність;
- вміння планувати роботу;
- вміння вибирати спосіб (способи) найбільш швидкого і раціонального розв'язання поставленої проблеми (задачі);
- вміння швидко і якісно вносити корективи в процесі виконання та аналізувати виконану роботу і накреслювати шляхи подальшої праці.

Необхідно наголосити, що самостійна робота виконується в вищому навчальному закладі, гуртожитку, домашніх умовах, обчислювальному центрі без безпосередньої участі викладача. Але при виконанні роботи студент опирається на свої знання, уміння, досвід з дисципліни, який отримує під керівництвом викладача.

В процесі самостійної роботи студент повинен:

- знати аксіоми, закони, теореми, принципи для дослідження руху (спокою) матеріальної системи та матеріальної точки;
- використовувати отримані знання на практичних заняттях, при виконанні лабораторних і контрольних робіт, на олімпіадах з механіки;
- вміти використовувати знання та вміння для постановки та розв'язання нових проблем та задач (науково-дослідна робота студентів).

Самостійна робота студента повинна бути основою вищої освіти тому, що знання, які він отримав самостійно, будуть визначати його в майбутньому як фахівця.

1.1 Планування самостійної роботи студентів

Самостійна робота студентів це активна пізнавальна творча діяльність студентів, що присутня в будь-якому виді навчальних занять: лекціях, практичних заняттях, лабораторних роботах, виконанні розрахунково-графічних завдань (РГЗ) та контрольних робіт (КР) і їх захистах тощо.

На підставі робочих навчальних планів спеціальностей та вимог кваліфікаційної характеристик спеціаліста розробляються навчальні та робочі навчальні програми з дисципліни “ Теоретична механіка ”.

В кожному триместрі на підставі робочих навчальних програм складаються та затверджуються в установлені терміни робочі плани дисциплін.

1.2 Організація самостійної роботи студентів

В установлені терміни кожного триместру складаються: розклад занять, графіки консультацій студентів стаціонарної форми навчання, розклад установчої сесії студентів заочної форми навчання (ЗФН), графіки приїзду студентів ЗФН на захист контрольних робіт, розклад екзаменаційних сесій з прізвищами асистентів на екзаменах. Кожного року організовується проведення олімпіади з дисципліни “Теоретична механіка”.

Викладачі на першій лекції знайомлять студентів з організацією навчального процесу з теоретичної механіки за кредитно-модульною системою, дають перелік необхідної літератури, зміст та кількість задач РГЗ або КР. На практичному занятті проводиться за розробленими тестами або комплектами завдань вхідний контроль знань студентів з дисциплін.

Викладачам кафедри розроблений дистанційний курс з теоретичної механіки, конспекти лекцій, навчальні посібники до індивідуальних завдань (РГЗ, КР).

Для лекційних та практичних занять виготовлено біля 80 демонстраційних макетів та більше ніж 50 плакатів.

Кожна робота лабораторного практикуму забезпечена дослідною установкою, причому, до 70% лабораторних робіт установки спроектовані та виготовлені викладачами кафедри.

1.3 Форми самостійної роботи студентів

При вивченні теоретичної механіки використовуються такі форми самостійної роботи:

- вивчення навчального матеріалу з дисципліни (підготовка конспектів, реалізація теоретичних знань для розв’язання практичних задач, самостійна проробка монографій та наукової періодики тощо);
- виконання РГЗ та контрольних робіт в тому числі і з використанням ПЕОМ;
- підготовка, виконання та захист лабораторних робіт;
- підготовка рефератів, доповідей на наукові семінари та конференції;
- підготовка до колоквіуму, контрольної роботи, заліку, екзамену;
- участь в олімпіадах з дисципліни ” Теоретична механіка ”.

1.4 Контроль самостійної роботи студентів

Оцінювання результатів самостійної роботи потребує від викладача систематичного та об'єктивного контролю знань, умінь і навичок студентів. Цьому сприяє організація вивчення дисципліни "Теоретична механіка" за кредитно-модульною системою.

Знання студентів реалізуються в бальні оцінки на: колоквіумах; контрольних роботах; виконанні та захисті контрольних робіт та РГЗ; вхідному контролі; диспутах та діалогах зі студентами; предметних олімпіадах.

Зміст задач на контрольних роботах, захистах РГЗ та КР (студенти заочної форми навчання) передбачає різницю в швидкості індивідуальної роботи студентів та рівень їх підготовки з дисципліни.

На екзаменах з теоретичної механіки використовуються задачі, які є типовими для даного профілю майбутнього спеціаліста.

Для стимулювання самостійної роботи студентів на кафедрі використовуються бали із фонду ініціативи роботи студентів на лекційних, практичних, лабораторних заняттях тощо. Переможцям предметних олімпіад в академічних групах нараховуються додаткові бали. Заохоченням до навчання студентів, активної самостійної роботи є отримання позитивної оцінки за результатами навчання в триместрі за кредитно-модульною системою, а моральним стимулом для підвищення якості навчання студентів – ректорські контрольні роботи.

1.5 Контроль за організацією і проведенням самостійної роботи студентів

При вивченні дисципліни "Теоретична механіка" контроль за організацією здійснюється:

- перевіркою журналів викладачів;
- перевіркою конспектів лекцій студентів;
- перевіркою виконання викладачами графіків консультацій;
- перевіркою термінів проведення контрольних заходів за кредитно-модульною системою (колоквіуми, контрольні роботи, РГЗ тощо);
- заслуховуванням результатів навчання студентів після закінчення кожного модуля і триместру на засіданнях кафедри;
- аналізом на засіданнях кафедри здачі студентами заліків та екзаменів з дисципліни.

Результати контролю записуються у відповідні журнали та протоколи засідання кафедри.

Контроль за самостійною роботою студентів направлений на розвиток здатності студента до самоконтролю і самоосвіти, визначенням здатності студента до систематичної самостійної роботи, розвитком умінь студента користуватися підручниками, посібниками, періодичними виданнями, Інтернетом тощо.

При проведенні контролю дотримуються таких вимог:

- оперативність отриманих результатів;
- охоплення значної частини студентів;
- об'єктивність контролю на базі критеріїв;
- регулярність контролю;
- розвиток у студентів вміння логічно і послідовно викладати свої знання;
- забезпечення самостійності відповіді.

При викладанні дисципліни " Теоретична механіка ", на першому практичному занятті з метою виявлення шкільного рівня підготовки проводиться нульовий контроль (експрес-контроль) знань студентів, причому в більшості випадків в усній формі, з використанням методики "сніжного кому". Підсумки контролю обговорюються і плануються заходи щодо підвищення рівня знань студентів.

Вхідний контроль проводиться в письмовій формі за розробленими комплектами задач. Студенти, що показали незадовільні результати, визиваються на консультації.

При виконанні РГЗ з дисципліни "Теоретична механіка" контролюють виконання студентами кожної задачі. Для кожної задачі встановлюється термін здачі і захисту. Це примушує студентів працювати постійно протягом триместру.

Поточний контроль в вигляді колоквіумів, контрольних робіт, здачі та захистом РГЗ дозволяє за результатами підсумкових модулів провести оцінювання самостійної роботи в групі. Підсумки поточного контролю викладач аналізує в групі, вказує шляхи студентам для поліпшення якості навчання. Крім того результати обговорюються на засіданні кафедри і при необхідності повідомляються батькам студентів.

Бали поточного і підсумкового контролю викладач заносить у журнал. Ця інформація завжди доступна студентам, що робить оцінювання знань, умінь і навичок студентів більш об'єктивним.

1.6 Лекційні заняття

Під час розгляду теоретичного матеріалу на лекції або при самостійному вивченні по підручнику [1], необхідно дуже старанно в ньому розібратися та зрозуміти запропоновані аксіоми, допущення, поняття, означення, принципи і доведення теорем.

Після вивчення кожного теоретичного питання корисно записати його не користуючись підручником [1], навчальним посібником [8] або конспектом лекцій [10] і критично проаналізувати результат. Необхідно мати на увазі, що в означеннях і доведеннях кожне слово має відповідне значення і не може бути викинуте без шкоди для повноти та зрозумілості даних означень, доведень. Ні в якому разі не можна заучувати напам'ять без розуміння аксіоми, допущення, поняття, означення, принципи і доведення теорем. Дуже важливо зрозуміти значення кожного слова в означенні теорем, принципів тощо, а не тільки формально напам'ять навести їх означення з підручника, навчального посібника або конспекту лекцій. Для кращого засвоєння доведення теорем бажано змінювати рисунки, а не повторювати в точності ті, що наведені в підручнику. Такий шлях дозволить виключити вплив механічного відтворення матеріалу підручника, навчального посібника або конспекту лекцій та більш глибоко зрозуміти суть даного теоретичного матеріалу.

Вивчення дисципліни "Теоретична механіка", що методично складається з розділів статика, кінематика та динаміка, неможливо без базових знань з відповідних розділів вищої математики.

Для успішного освоєння матеріалу зі статики необхідно вміти розв'язувати прямокутні трикутники, знати теореми синусів та косинусів, мати основні поняття з аналітичної геометрії (декартові та натуральні координати, формули для відстані між двома точками, рівняння прямої і основних кривих на площині і в просторі) та векторної алгебри (додавання та віднімання векторів, векторний та скалярний добуток векторів, теорію проекцій векторів).

В кінематиці студент повинен вміти вільно знаходити похідні, будувати графіки і знаходити екстремальні значення функцій, знати основні відомості з теорії кривих другого порядку з аналітичної геометрії.

Для успішного вивчення динаміки студент повинен знати інтегральне числення, мати поняття про криволінійні інтеграли і знати частинні похідні та повні диференціали функцій кількох змінних, вміти інтегрувати диференціальні рівняння першого та другого порядків (однорідні та неоднорідні).

Кращому освоєнню теоретичної механіки сприяють знання студентів з розділу «Механіка» курсу «Загальна фізика».

1.7 Практичні заняття

Студент повинен переходити до розв'язання задач тільки після засвоєння теоретичних положень і розібравшись з прикладами з даної теми в підручниках [1], навчальних посібниках [2 – 4, 6,7,11], конспекті лекцій [10] або зошиті з практичних занять. Основна трудність, з якою студенти зустрічаються з самого початку при розв'язанні задач, це набуття самостійних навичок в схематизації механічних явищ і вміння конкретні фізичні задачі подавати в абстрактній математичній формі.

При самостійному розв'язанні задачі спочатку необхідно обміркувати план всього рішення і встановити, які рівняння, принципи, теореми необхідно використати для оптимального розв'язання задачі. Рисунки та розрахункові схеми до задач необхідно виконувати акуратно і бажано притримуючись масштабу, оскільки недбало зроблені креслення досить часто приводять до помилок.

1.8 Лабораторні роботи

З дисципліни "Теоретична механіка" робочим навчальним планом передбачені лабораторні роботи для підготовки бакалавра за напрямом 6.060101 – «Будівництво». Теми лабораторних робіт визначаються робочим планом дисципліни із лабораторного практикуму [5].

На першому занятті студенти отримують план лабораторних робіт з теоретичної механіки. Перед початком проведення лабораторного практикуму студенти знайомляться з вимогами техніки безпеки та правилами протипожежної безпеки при роботі з електричними приладами і зобов'язаннями не порушувати встановлені правила, що підтверджується підписами в журналі викладача.

Студент допускається до виконання лабораторної роботи при знанні мети, змісту роботи та методики її виконання. Якщо студент не підготувався до виконання лабораторної роботи, то він повинен протягом 15 хвилин готуватися безпосередньо в лабораторії, отримуючи вказівки від викладача.

Захист однієї лабораторної роботи відбувається в межах 15 хвилин побригадно за одним звітом, шляхом задавання запитань кожному члену бригади і оцінювання відповідей кожного. В разі, якщо хтось із членів бригади не зміг з поважних причин захищати роботу разом з бригадою, тоді для індивідуального захисту йому дозволяється використовувати ксерокопію звіту бригади. Студенти, що не виконали або не захистили хоча б одну лабораторну роботу, не допускаються до іспиту з дисципліни "Теоретична механіка ".

Звіт з лабораторної роботи виконується на аркушах формату А4 (210×297мм) основним креслярським шрифтом (стандарт 2.304-68) з висотою літер не менше 2,5 мм, за допомогою принтера ЕОМ на одній стороні листа. Перша сторінка звіту оформляється відповідно до стандарту 2.105-95; на наступних сторінках повинен бути штамп відповідно до стандарту 2.104-68 .

При оформленні звіту необхідно притримуватися такої послідовності:
- назва лабораторної роботи;
- мета лабораторної роботи;
- програма (завдання) роботи;
- теоретична частина;
- експериментальна частина;
- обробка результатів вимірювань;
- висновки.

1.9 Розрахунково-графічні завдання

Студенти стаціонарної форми навчання з дисципліни "Теоретична механіка" за напрямом підготовки бакалавра 6.050502 – «Інженерна механіка», 6.050504 – «Зварювання», 6.060101 – «Будівництво», 6.070106 – «Автомобільний транспорт», 6.050702 – «Електромеханіка» виконують чотири РГЗ, а за напрямом 6.050601 – «Теплоенергетика», 6.050701 – «Електротехніка та електротехнології» – дві РГЗ.

Роботи виконуються на аркушах розмірами 210×297 мм; заповнюється тільки одна сторона аркуша. Перша сторінка РГЗ – титульний лист – виконується відповідно до стандарту 2.105 – 68 чорнилом чи пастою креслярським шрифтом або друкується. На наступних сторінках креслиться штамп (2.106-68). Умова та розв'язування задачі наводяться з необхідними поясненнями та докладними розрахунками. Аркуші нумеруються, починаючи з титульного аркуша, але на титульній сторінці номер не проставляється. Аркуші складаються та скріплюються з лівої сторони.

1.10 Контрольні роботи

Студенти заочної форми навчання з дисципліни "Теоретична механіка" за напрямом підготовки бакалавра 6.050502 – «Інженерна механіка», 6.050504 – «Зварювання», 6.060101 – «Будівництво», 6.070106 – «Автомобільний транспорт», 6.050702 – «Електромеханіка» виконують дві контрольні роботи, а за напрямом 6.050601 – «Теплоенергетика» – одну контрольну роботу.

Завдання контрольної роботи виконуються в зошитах або відповідно до діючих стандартів ЄСКД (2.105 і 2.106 для текстових конструкторських документів та 2.104 – для основних надписів).

На титульній сторінці зошита вказується номер контрольної роботи, назва дисципліни, прізвище та ініціали студента, шифр, факультет, група і домашня адреса.

Розв'язання кожної задачі потрібно починати на развороті зошита (з лівої сторони), так, щоб розрахункова схема та формули, складені за нею, знаходились поряд. На початку сторінки пишеться номер завдання, варіант і наводиться коротка умова задачі (що відомо та що потрібно знайти). Розрахункові схеми (рисунки) виконуються за допомогою креслярських приладів. Розрахунки необхідно супроводжувати короткими поясненнями. На кожній сторінці залишаються поля для зауважень рецензента. Якщо робота висилається на повторну перевірку (при виконанні її у другому зошиті) обов'язково прикладається не зарахована робота.

Після зарахування усіх задач студент повинен до іспиту захистити роботу. Графік приїзду студентів на захист завдань контрольної роботи планується деканатом.

2 ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ ЗІ СТАТИКИ

Вступ

Механіка (mechanics) належить до природничих наук, які вивчають різноманітні властивості матерії та різні форми її існування.

Матерія (matter) – це об'єктивна реальність, яка існує незалежно від нашої свідомості. В теоретичній механіці розглядається тільки та форма матерії, яка називається речовиною, з якої складаються всі фізичні тіла.

Механіка – це наука про загальні закономірності механічного руху речовини. В широкому розумінні рух матерії – це усяка її зміна. В теоретичній механіці під «механічним рухом» розуміють найпростіші форми руху речовини, які зводяться до простих переміщень фізичних тіл із одного положення в просторі і часі в інше.

Простір (space) і *час* (time) є об'єктивними формами існування матерії. В основу класичної механіки покладені поняття абсолютного простору і часу, які були висловлені І. Ньютоном у праці «Математичні начала натуральної філософії».

Ньютон вважав, що властивості простору цілком визначаються системою аксіом і теорем геометрії Евкліда.

Математичне вивчення руху речовин потребує введення системи відліку. Тіло, відносно якого вивчається рух інших фізичних тіл, називається ***основним*** (basic). Сукупність основного тіла і системи координат називається – ***системою відліку*** (readout system). Для кожної системи відліку вибирається спосіб вимірювання довжини і проміжків часу. Таким чином, кожній точці простору ставляться у відповідність три дійсні числа, кожному моменту часу – одне число.

Вивчаючи найпростіші форми рухів фізичних тіл, механіка бере до уваги лише деякі фізичні властивості речовини: протяжність і тяжіння частин речовини одна до одної, тобто гравітацію.

При побудові теорії реальні об'єкти замінюють моделями, в яких враховують не всі властивості реальних фізичних тіл, а тільки найважливіші щодо питань, які розглядаються. Знаходити найважливіші властивості можна тільки за допомогою практики, яка базується на багатовікових дослідах і спостереженнях явищ природи та подальшій абстракції від конкретних властивостей кожного досліду і узагальненого ряду спостережень.

У теоретичній механіці найпростішою моделлю є ***матеріальна точка*** (particle), тобто тіло, розмірами якого нехтують при розв'язанні певних задач механіки. Наприклад, вивчаючи рух планети Земля навколо Сонця, розмірами планети можна знехтувати, розглядаючи її як матеріальну точку, маса якої дорівнює масі Землі.

Із поняттям про матеріальну точку тісно пов'язане поняття про систему матеріальних точок.

Системою називається така сукупність матеріальних точок, рухи і положення яких взаємопов'язані.

Велике значення для теоретичної механіки мають **незмінні системи матеріальних точок**. Незмінною називається система, в якій взаємне розміщення точок не змінюється з бігом часу. Якщо матерія, яка утворює незмінну систему, суцільно заповнює певну частину простору, така система матеріальних точок називається **абсолютно твердим тілом**. З означення видно, що відстань між будь-якими двома точками абсолютно твердого тіла не змінюється під час його руху. Введення такої граничної абстракції, як абсолютне тверде тіло, дає змогу вивчати механічні рухи тіла, нехтуючи деформаціями твердих тіл і зміною їх форми, тому що ці деформації і зміна форми такі незначні, що вони практично не впливають на рух тіла і для їх виявлення потрібні спеціальні інструменти.

Закони теоретичної механіки, як і інші закони природничих наук, об'єктивно відображають реально існуючу дійсність. На основі законів, установлених у теоретичній механіці, вивчається ряд дисциплін: опір матеріалів, будівельна механіка, гідромеханіка. Отже, теоретична механіка є фундаментом загальної механіки.

Відношення між моделлю і реальним об'єктом досить складне. Закони механіки, хоча вони і сформульовані для моделей, виводяться із експериментів і спостережень над реальними тілами і процесами. На запитання про те, чи знання, набуті шляхом математичного аналізу моделей, є дійсними знаннями про реальні об'єкти, може відповісти тільки практика.

Закони класичної механіки досить точно відображають дійсність при вивченні руху макроскопічних фізичних тіл, які переміщуються у просторі з відносно малою швидкістю порівняно зі швидкістю світла ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

2.1 Основні поняття та аксіоми статики

Статика (statics)– це загальне вчення про сукупність сил, прикладених до матеріальних тіл, та про основні операції над силами, які дають змогу звести їх сукупність до найпростішого вигляду.

У статиці під матеріальним тілом розуміють абсолютно тверде тіло.

2.1.1 Сила. Система сил

У теоретичній механіці одним із основних є поняття сили. У механіці під ***силою*** (force) розуміють міру механічної взаємодії матеріальних тіл, у результаті якої тіла, що взаємодіють, можуть надавати одне одному прискорення або деформуватися (змінювати свою форму). Із цього означення випливають два методи вимірювання сили:

1. Динамічний, в основі якого лежить вимірювання прискорення тіла в інерціальній системі відліку;
2. Статичний, побудований на вимірюванні деформації пружних тіл.

Те, що в основу механіки було покладено кількісні закони сил, дозволило І. Ньютону сформувати закони руху тіл, не вивчаючи фізичних явищ, які виникають при взаємодії тіл. Більш того, в деяких випадках можна встановити кількісний зв'язок між механічними і немеханічними формами матерії при їх взаємних перетвореннях.

Модель сили (model of force) визначається трьома головними кількісними умовами: величиною, напрямом дії і точкою прикладення.

Такому означенню сили повністю відповідає поняття вектора, довжина якого у вибраному масштабі дорівнює значенню сили, прикладеної в даній точці. Вектор напрямлений в бік дії сили. Силу позначимо символом $\overline{F}$ (рис. 2.1).

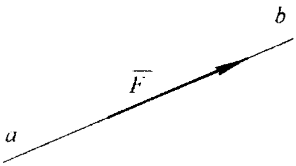


Рисунок 2.1

Пряму ab, на якій відкладено відрізок, що зображує силу, називають ***лінією дії сили*** (line of force).

Для вимірювання модуля сили її порівнюють з іншою силою, яку вважають еталоном. У СІ за одиницю сили (еталон) прийнято Ньютон (H). Використовуються також більші одиниці вимірювання сил: меганьютон ($1MH = 10^6 H$); кілоньютон ($1kH = 10^3 H$).

Сила, як векторна величина, підпорядкована всім законам векторного числення.

2.1.2 Основні означення статики

Означення 1. Точка перебуває у стані рівноваги, якщо вона перебуває у спокої або рухається рівномірно і прямолінійно в інерціальній системі відліку.

Наслідок. Коли кожна точка системи матеріальних точок перебуває в стані рівноваги, то і система в цілому буде в *стані рівноваги* (state of equilibrium).

Означення 2. Сукупність сил $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, $\overline{F}_3$, ... $\overline{F}_n$, прикладених до тіла або до точки, називається *системою сил* (system of force) і позначається $\{\overline{F}_k\}_n$.

Означення 3. Система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ називається ***зрівноваженою*** (balanced) або еквівалентною нулю (нульовою системою), якщо система матеріальних точок під її дією перебуває в стані рівноваги. Символічно нульову систему позначають так:

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim 0. \qquad (2.1)$$

Наслідок 1. Дві сили, що діють на абсолютно тверде тіло, зрівноважені тоді і лише тоді, коли вони діють уздовж спільної лінії дії в протилежному напрямі і мають однакове числове значення (рис. 2.2).

Наслідок 2. Система матеріальних точок перебуватиме у стані рівноваги, якщо до неї прикласти або від неї відкинути зрівноважену систему сил.

Означення 4. Не змінюючи стану руху абсолютно твердого тіла, силу можна переносити уздовж її лінії дії в довільну точку тіла.

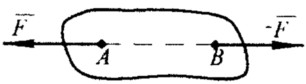


Рисунок 2.2

До тіла D у точці A (рис. 2.3) прикладена силу $\overline{F}$. Візьмемо на лінії дії цієї сили довільну точку B і прикладемо в цій точці дві сили, що дорівнюють силі $\overline{F}$ і напрямлені у протилежні боки вздовж її лінії дії.

Таку систему сил можемо прикласти, не порушуючи рівноваги на підставі означення 3 і наслідків із нього.

Сила $\overline{F}$, прикладена в точці A, і сила F, прикладена в точці B, зрівноважені. На підставі наслідку 2 (означення 3) таку систему можна відкинути, не порушуючи рівноваги тіла. Отже, залишається сила F, прикладена в точці B. Таким чином, означення 4 є очевидним.

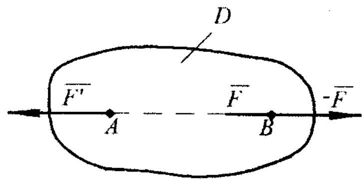


Рисунок 2.3

Означення 5. Дві системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_s$ називаються зрівноваженими одна відносно одної, якщо їх сукупність утворює зрівноважену систему (нульову), тобто

$$(\{\overline{F}_k\}_n, \{F_k\}_s) \sim 0. \qquad (2.2)$$

Означення 6. Дві системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ називаються статично еквівалентними, якщо кожна з них окремо зрівноважує одну й ту саму третю систему сил $\{\overline{F}_k\}_s$:

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim \{\overline{F}_k\}_m, \qquad (2.3)$$

якщо

$$\left(\{\overline{F}_k\}_n, \{\overline{F}_k\}_s\right) \sim 0,$$
$$\left(\{\overline{F}_k\}_m, \{\overline{F}_k\}_s\right) \sim 0. \tag{2.4}$$

Означення 7. Якщо система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ статично еквівалентна одній силі F, то вона називається рівнодійною системи сил:

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim F.$$

2.1.3 Момент сили відносно центра

Нехай O – точка, відносно якої знаходиться *момент сили* (moment of force) F (рис. 2.4).

Означення. Моментом сили $\overline{F}$ відносно центра називається векторний добуток радіуса-вектора $\overline{r}$, проведеного із точки O до точки прикладення сили $\overline{F}$, на вектор сили $\overline{F}$:

$$m_0\overline{F} = \overline{r} \times \overline{F}. \tag{2.5}$$

Модуль векторного добутку

$$\left|m_0\overline{F}\right| = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot h, \tag{2.6}$$

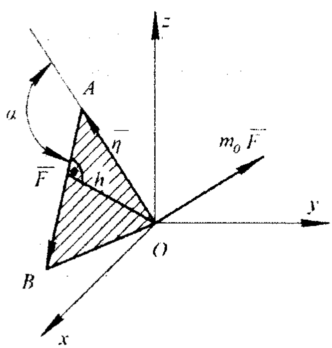


Рисунок 2.4

де h – плече сили, тобто перпендикуляр, проведений із центра O на лінію дії сили.

Іноді формулу (2.6) записують у вигляді

$$\left|m_0\overline{F}\right| = 2 \cdot S,$$

де S – площа моментного трикутника OAB.

Запишемо вектори $\overline{F}$ і $\overline{r}$ через їх проекції на координатні осі X, Y, Z:

$$\overline{F} = F_x \cdot \overline{i} + F_y \cdot \overline{j} + F_z \cdot \overline{i}$$
$$\overline{r} = x \cdot \overline{i} + y \cdot \overline{j} + z \cdot \overline{i}.$$

Тоді векторний добуток (2.5) запишеться у вигляді

$$m_0\overline{F} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(F_z \cdot y - F_y \cdot z\right)\cdot \bar{i} + \tag{2.7}$$

$$\left(F_x \cdot z - F_z \cdot x\right)\cdot \bar{j} + \left(F_y \cdot x - F_x \cdot y\right)\cdot \bar{k}$$

Наслідок 1. Із означення ясно, що момент сиди $\overline{F}$ відносно центра не зміниться, якщо силу $\overline{F}$ перенести по лінії дії.

Наслідок 2. Момент сили відносно центра дорівнює нулю, якщо лінія сили проходить через центр O моменту.

2.1.4 Момент сили відносно осі

Сила $\overline{F}$ прикладена в точці A (рис. 2.5). На площину, яку проведено перпендикулярно до осі Z, спроектуємо вектор $\overline{F}$. Із точки O перетину площини з віссю Z опустимо перпендикуляр на лінії дії вектора $\overline{F}_{np}$.

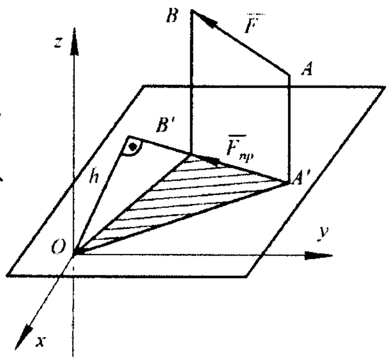


Рисунок 2.5

Означення. Моментом вектора $\overline{F}$ відносно осі Z є скалярна величина $m_z\overline{F}$, яка дорівнює добутку модуля вектора $\overline{F}_{np}$ на плече h цього вектора:

$$m_z\overline{F} = \pm F_{np}h. \tag{2.8}$$

Додатний знак беремо в тому випадку, коли, дивлячись назустріч осі Z, бачитимемо рух вектора $\overline{F}$ навколо неї проти годинникової стрілки.

Вираз (2.8) можна записати через площу S трикутника $OA'B'$:

$$m_z\overline{F} = \pm 2S\,. \tag{2.9}$$

Наслідок 1. Момент сили відносно осі не змінюється при переміщенні вектора сили $\overline{F}$ по лінії дії.

Наслідок 2. Якщо сила $\overline{F}$ і вісь Z лежать в одній площині, то момент сили $\overline{F}$ відносно осі Z дорівнює нулю.

Із виразу (2.7) маємо, що момент вектора $\overline{F}$ відносно осі дорівнює проекції на цю вісь вектора моменту сили $\overline{F}$ відносно довільної точки цієї осі, тобто

$$m_z \overline{F} = \left(m_0 \overline{F}\right)_z . \tag{2.10}$$

Аналогічно для осей X, Y:

$$\begin{aligned} m_x \overline{F} &= \left(m_0 \overline{F}\right)_x ; \\ m_y \overline{F} &= \left(m_0 \overline{F}\right)_y . \end{aligned} \tag{2.11}$$

Із формул (2.7), (2.10) та (2.11) запишемо моменти сили $\overline{F}$ відносно осей X , Y, Z через координати точки A і проекції сили $\overline{F}$ на координатні осі F_x, F_y, F_z:

$$\begin{aligned} m_x \overline{F} &= y \cdot F_z - z \cdot F_y ; \\ m_y \overline{F} &= z \cdot F_x - x \cdot F_x ; \\ m_z \overline{F} &= x \cdot F_y - y \cdot F_x . \end{aligned} \tag{2.12}$$

2.1.5 Головний вектор і головний момент системи сил

Означення 1. Головним вектором $\overline{R}_0$, тобто замикаючим вектором силового многокутника системи сил $\left\{\overline{F}_k\right\}_n$, є векторна сума всіх сил системи (рис. 2.6):

$$\overline{R}_0 = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \ldots + \overline{F}_k + \ldots + \overline{F}_n ; \qquad \overline{R}_0 = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k . \tag{2.13}$$

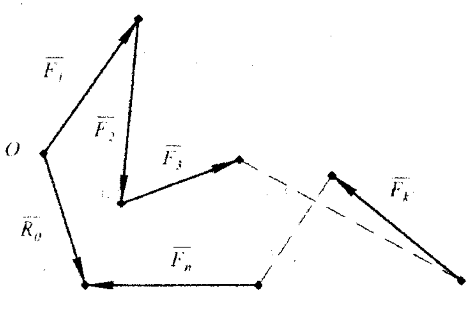


Рисунок 2.6

Індекс при символі головного вектора R показує, що він прикладений у довільній точці O, від вибору якої не залежить.

Векторну рівність (2.13) можна записати у вигляді трьох скалярних (через проекції на декартові осі координат X, Y, Z) рівностей:

$$R_{0x} = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}, \quad R_{0y} = \sum_{k=1}^{n} F_{ky}, \quad R_{0z} = \sum_{k=1}^{n} F_{kz} . \qquad (2.14)$$

Означення 2. Головним моментом сил $\{\overline{F}_k\}_n$ відносно центра O називається вектор $\overline{M}_0$, який дорівнює геометричній сумі моментів усіх сил системи відносно того самого центра:

$$\overline{M}_0 = m_0\overline{F}_1 + m_0\overline{F}_2 + m_0\overline{F}_3 + \ldots + m_0\overline{F}_k + \ldots + m_0\overline{F}_n;$$

$$\overline{M}_0 = \sum_{k=1}^{n} m_0 \overline{F} . \qquad (2.15)$$

Із означення головного моменту системи сил видно, що величина і напрям $\overline{M}_0$ залежать від вибору центра O (рис. 2.4).

Якщо взяти точку O (рис. 2.4) за початок декартової системи координат, то головний момент системи сил відносно осей X, Y і Z знайдемо за формулами:

$$M_x = \left(\overline{M}_0\right)_x = \sum_{k=1}^{n} m_x \overline{F};$$

$$M_y = \left(\overline{M}_0\right)_y = \sum_{k=1}^{n} m_y \overline{F};$$

$$M_z = \left(\overline{M}_0\right)_z = \sum_{k=1}^{n} m_z \overline{F}.$$

2.2 Аксіоми та теореми статики

2.2.1 Теорема про зв'язок між головними моментами системи сил відносно різних центрів

Нехай A і B (рис. 2.7) – довільні точки простору, де визначена система сил $\{\overline{F}_k\}_n$. Знайдемо головні моменти системи сил відносно центрів A і B:

$$\overline{M}_A = \sum_{k=1}^{n} m_A \overline{F}_k , \quad \overline{M}_B = \sum_{k=1}^{n} m_B \overline{F}_k . \qquad (2.16)$$

Як видно із рис. 2.7, з урахуванням (2.5)

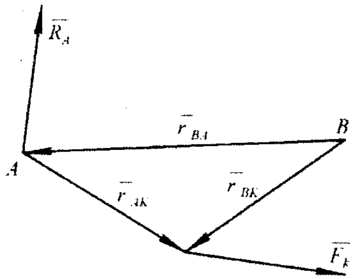


Рисунок 2.7

$$\overline{M}_A = \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_{Ak} \times \overline{F}_k. \qquad (2.17)$$

$$\overline{M}_B = \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_{Bk} \times \overline{F}_k. \qquad (2.18)$$

Оскільки $\overline{r}_{Bk} = \overline{r}_{BA} + \overline{r}_{Ak}$, тоді головний момент системи сил відносно центра B (2.18) запишеться у вигляді

$$\overline{M}_B = \sum_{k=1}^{n} \left(\overline{r}_{BA} + \overline{r}_{Ak}\right) \cdot \overline{F}_k. \qquad (2.19)$$

Відповідно до закону дистрибутивності рівність (2.19) можна записати так:

$$\overline{M}_B = \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_{BA} \times \overline{F}_k + \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_{Ak} \times \overline{F}_k. \qquad (2.20)$$

У виразі (2.20) другий доданок являє собою головний момент системи відносно центра A (2.17), а в першому доданку вектор $\overline{r}_{BA}$ є спільним множником системи сил $\left\{\overline{F}_k\right\}_n$, і його можна винести за знак суми:

$$\overline{M}_B = \overline{M}_A + \overline{r}_{BA} \times \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k. \qquad (2.21)$$

Враховуючи поняття головного вектора системи сил $\overline{R}_A = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$, і означення моменту сили відносно центра $m_B \overline{R}_A = \overline{r}_{BA} \times \overline{R}_A$, рівність (2.21) записують в остаточному вигляді

$$\overline{M}_B = \overline{M}_A + m_B \overline{R}_A. \qquad (2.22)$$

Означення. Головний момент системи сил $\left\{\overline{F}_k\right\}_n$ відносно центра B дорівнює векторній сумі головного моменту системи сил відносно довільного центра A і моменту головного вектора системи, прикладеного в центрі A, відносно центра B.

2.2.2 Аксіома рівноваги

Означення. Система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ буде врівноваженою, якщо головний вектор R_0 і головний момент системи M_0 відносно довільного центра дорівнюватимуть нулю:

$$\overline{R}_0 = 0,\ \overline{M}_0 = 0. \tag{2.23}$$

Умови (2.23) у проекціях на декартові осі координат запишуться у вигляді

$$\begin{aligned} &R_x = 0;\ R_y = 0;\ R_z = 0; \\ &M_x = 0; M_y = 0; M_z = 0. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Аксіома рівноваги для збіжної системи сил

Означення. Система сил називаються *збіжною* (convergent), якщо лінії дії всіх сил перетинаються в одній точці (рис. 2.8).

Нехай головний вектор системи дорівнює нулю:

$$\overline{R}_0 = 0. \tag{2.25}$$

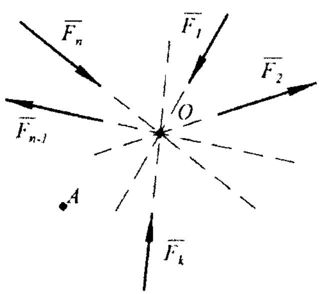


Рисунок 2.8

Із означення моменту сили відносно центра для збіжної системи сил маємо:

$$\overline{M}_0 = 0. \tag{2.26}$$

Візьмемо у просторі довільну точку A (рис. 2.8) і за теоремою про зв'язок між головними моментами системи відносно різних центрів знайдемо:

$$\overline{M}_A = \overline{M}_0 + m_A \overline{R}_0. \tag{2.27}$$

Розглянувши рівність (2.27) разом із (2.26) і (2.25), побачимо, що $\overline{M}_A = 0$. Таким чином, збіжна система сил буде врівноважена, якщо її головний вектор дорівнюватиме нулю.

Умова (2.25) аналогічна трьом скалярам:

$$R_x = 0,\quad R_y = 0,\quad R_z = 0. \tag{2.28}$$

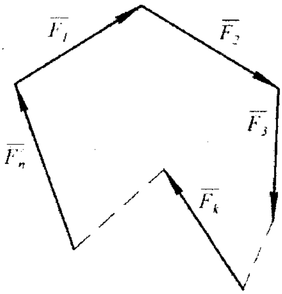


Рисунок 2.9

Із виразу (2.25) виходить, що для збіжної врівноваженої системи сил силовий многокутник, побудований на силах, як на сторонах, буде замкненим (рис. 2.9).

Якщо лінії дії врівноваженої системи сили лежать в одній площині, то умову (2.28) записують у вигляді двох рівнянь, наприклад, для площини XOY

$$R_x = 0, \quad R_y = 0 \quad . \tag{2.29}$$

Аксіома рівноваги для системи паралельних сил

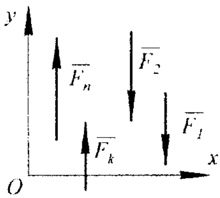


Рисунок 2.10

Розглянемо систему сил $\{\overline{F}_k\}_n$, у якій лінії дії всіх сил паралельні.

Введемо декартову систему таким чином, щоб вісь z була паралельна векторам сил (рис. 2.10).

Аналізуючи рівняння (2.24) для врівноваженої довільної просторової системи сил, одержимо умови, за яких система паралельних сил буде врівноваженою:

$$R_z = 0, \quad M_x = 0, \quad M_y = 0 . \tag{2.30}$$

Якщо лінії дії всіх сил лежать в одній площині, наприклад XOY (рис. 2.11), то умови (2.30) запишуться у вигляді (якщо сили паралельні осі Y):

$$R_y = 0 , \; M_0 = 0 . \tag{2.31}$$

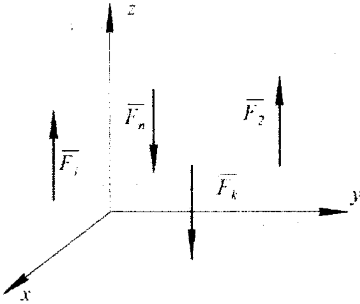


Рисунок 2.11

Аксіома рівноваги для плоскої системи сил

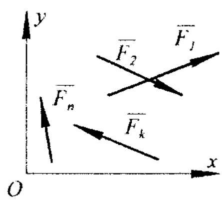


Рисунок 2.12

Умови (2.24) для системи сил, лінії дії яких довільно розміщені в одній площині (рис. 2.12), мають вигляд

$$R_x = 0,\ R_x = 0,\ M_0 = 0. \qquad (2.32)$$

Три незалежні рівняння для плоскої системи сил можна записати інакше:

$$R_x = 0,\ M_A = 0,\ M_B = 0. \qquad (2.33)$$

$$M_A = 0,\ M_B = 0,\ M_c = 0. \qquad (2.34)$$

Але при цьому на вибір точок, відносно яких знаходять головний вектор системи, накладаються умови: точки A і B (2.33) не повинні лежати на прямій, перпендикулярній до осі X; точки A, B і C (2.34) не повинні лежати на одній прямій.

2.2.3 Теорема про три непаралельні сили

Означення. Якщо під дією трьох непаралельних сил тіло знаходиться у стані рівноваги, то лінії дії сил лежать в одній площині і перетинаються в одній точці.

Нехай на тіло діє врівноважена система сил $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3\}$ (рис. 2.13)

$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3\} \sim 0.$$

Знайдемо головний момент системи відносно точки A_3 (точки прикладання сили $\overline{F}_3$). Ураховуючи умови (2.33), маємо

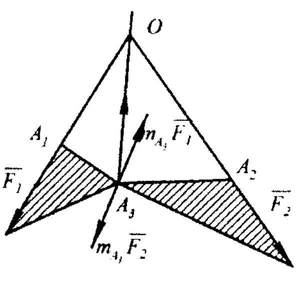


Рисунок 2.13

$$m_{A3}\overline{F}_1 + m_{A3}\overline{F}_2 = 0. \qquad (2.35)$$

Сума двох векторів дорівнюватиме нулю, якщо вони напрямлені по одній прямій, однакові за величиною і протилежні за напрямом.

Таким чином, із умови (2.35) виходить, що сили $\overline{F}_1$ і $\overline{F}_2$ лежать у одній площині. Оскільки сили $\overline{F}_1$ і $\overline{F}_2$ непаралельні, то їх лінії перетнуться в точці O. Знайдемо головний момент системи $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3\}$ відносно точки O:

$$m_0\overline{F}_1 + m_0\overline{F}_2 + m_0\overline{F}_3 = 0. \qquad (2.36)$$

Лінії дії сил $\overline{F}_1$ і $\overline{F}_2$ проходять через точку O, тоді

$$m_0\overline{F}_1 = 0,\ m_0\overline{F}_2 = 0. \qquad (2.37)$$

І з (2.36) випливає, що $m_0\overline{F}_3 = 0$.

Це означає, що лінія дії сили $\overline{F}_3$ проходить через точки A_3 і O, які лежать у площині сил $\overline{F}_1$ і $\overline{F}_2$. Таким чином, сили $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ і $\overline{F}_3$ лежать у одній площині і лінії їх перетинаються в точці O.

2.2.4 Аксіома дії та протидії (третій закон Ньютона)

Сили взаємодії двох тіл однакові за модулем і напрямлені по одній прямій у протилежні сторони.

2.2.5 Аксіома про рівновагу здеформованого тіла

Рівновага здеформованого тіла не порушиться, якщо не змінюючи форми тіла, положення у просторі вважати його абсолютно твердим.

2.2.6 Аксіоми про в'язі

Означення 1. Тіло називається вільним, якщо воно з даного положення може переміщатися в будь-яке сусіднє.

Якщо тіло не може переміщатися в довільному напрямі, то воно невільне, або зв'язане.

Означення 2. Тіла, які перешкоджають переміщенню невільного тіла в будь-яку сторону, називаються *в'язями* (counteracting force).

Означення 3. Сили, з якими в'язі діють на невільне тіло, називаються реакціями в'язей (counteraction), або просто реакціями.

Аксіома 1. Аксіома про звільнення від в'язей.

Механічний стан системи не зміниться, якщо звільнити її від в'язі, приклавши до точок системи сили, що дорівнюють реакціям в'язі.

Аксіома 2. Аксіома про накладання нових в'язей.

Якщо матеріальна система перебуває в стані рівноваги, то рівновага її не порушиться при накладенні на неї нових в'язей.

2.2.7 Класифікація в'язей

За своєю природою в'язі можна розділити на два класи.

До першого класу належать в'язі, напрям реакцій яких не залежить від величини і напряму активних сил, прикладених до тіла, що перебуває у стані рівноваги. Наприклад; троси, нитки, ланцюги (рис. 2.14);

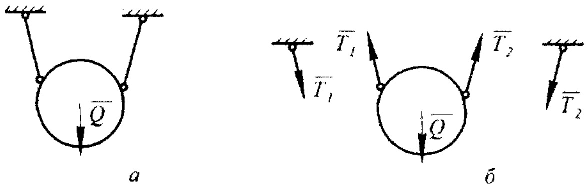


Рисунок 2.14

ідеальні стержні (ideal bar) (рис. 2.15 *а*, *в*); *гладенькі поверхні* (smooth surface) (рис. 2.16).

Реакції в'язей троса, нитки, ланцюга напрямлені по тросу, нитці, ланцюгу, причому ці тіла можуть тільки розтягуватися (рис. 2.15, *б*) тобто

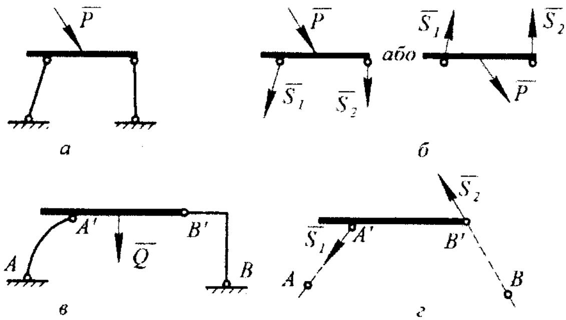


Рисунок 2.15

чинять протидію тільки дії розтягання. Невагомий стержень, до якого не прикладена сила (активні та реакції в'язей), називається ідеальним. Реакції в'язі ідеального стержня напрямлені по лінії, яка сполучає початок і кінець стержня (рис. 2.15, *б*, *г*), причому ідеальний стержень може стискатися або розтягуватися.

Гладенькими, з точки зору статики, називаються такі поверхні, в яких реакції в'язей в точці контакту з іншими тілами напрямлені до загальної нормалі до дотичних поверхонь (рис. 2.16).

До другого класу належать в'язі, напрям реакцій яких повністю визначається напрямом і величиною активних сил. Такими в'язями є *защемлення* (jamming) (рис. 2.17 *а*), циліндричний (рис. 2.18, *а*) і сферичний (рис. 2.19, *а*) *шарніри* (hinge).

На рис. 2.20, *а* показано циліндричний шарнір разом із горизонтальною гладенькою поверхнею.

Реакції в'язей другого класу зображено на рис. 2.17, *б*; рис. 2.18, *б*; рис. 2.19, *б*; рис. 2.20, *б*.

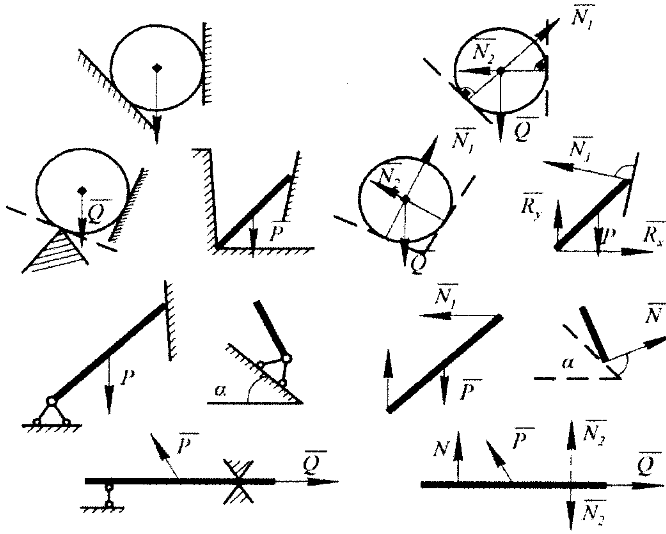
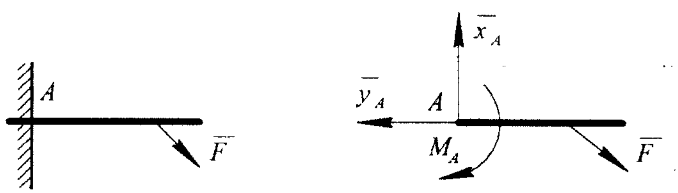


Рисунок 2.16

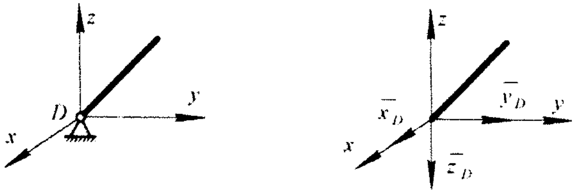


а *б*

Рисунок 2.17

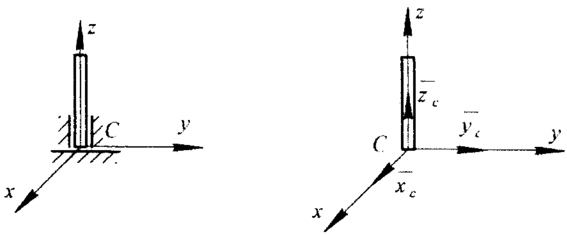
а *б*

Рисунок 2.18



а *б*

Рисунок 2.19



а *б*

Рисунок 2.20

2.2.8 Сили тертя ковзання

До невільного тіла A з шорсткою поверхнею прикладена система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ (рис. 2.21).

У точці A тіло має геометричний дотик шорсткої поверхні тіла B, яка відносно тіла A є в'яззю. Нехай в точці M прикладена рівнодійна $\overline{R}_M = \sum\limits_{k=1}^{n} \overline{F}_k$ системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$.

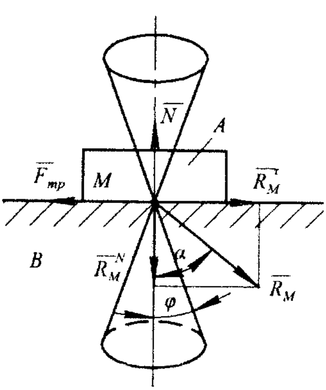


Рисунок 2.21

Розкладемо силу $\overline{R}_M$ на складові $\overline{R}_M^N$ і $\overline{R}_M^{\tau}$, напрямлені по спільній нормалі до поверхні тіла A, B і по дотичній. Нормальна складова $\overline{R}_M$ притискує тіло A до площини B і спричинює нормальну реакцію $\overline{N}$. Дотична складова $\overline{R}_M^{\tau}$ може спричинити рух тіла A в напрямі спільної дотичної до поверхонь тіл A і B. Наявність або відсутність руху тіла A залежить від співвідношення між дотичною складовою сили $\overline{R}_M$ і найбільш можливою величиною

– дотичною реакцією в'язі $\overline{F}_{тр}$, яка називається *силою тертя* (friction force).

Сили тертя виникають не тільки між поверхнями твердих тіл, які і вважаються вільними від змащування, а й між частинками рідин і газів при їх внутрішніх взаємодіях та з поверхнями твердих тіл.

Залежно від взаємних рухів, тертя між твердими тілами є трьох видів. У тих випадках, коли, відносна швидкість точок дотику поверхонь тіл, які контактують, не дорівнює нулю, виникає *тертя ковзання* (kinetic friction) або тертя першого роду. Якщо відносна швидкість точок дотику поверхонь дорівнює нулю і спостерігається кочення без ковзання, виникає *тертя кочення* (rolling friction) або тертя другого роду. Нарешті розглядають тертя третього роду або *тертя крутіння* (pivoting friction).

Уперше тертя ковзання вивчив на дослідах Амонтон, а властивості сил тертя сформулював видатний фізик Кулон.

Як свідчать навіть найпростіші досліди, сила тертя спокою (при відсутності відносного руху тіл A і B, рис. 2.21) має неозначений напрям і величину. Сила тертя ковзання – гальмуюча. Вона має напрям, протилежний напряму того руху тіла, що міг би виникнути під дією активних сил $\{\overline{F}_k\}_n$, коли б сила тертя перестала чинити опір цьому руху.

Дослідження сил тертя ковзання, привели до таких результатів:

1. Сила тертя ковзання залежить від матеріалу та фізичного стану поверхонь тертьових тіл;

2. Тертя руху майже не залежить від відносної швидкості між тертьовими тілами;

3. Сила тертя спокою завжди більша, ніж сила тертя руху;

4. Тертя зростає при збільшенні часу попереднього контакту між поверхнями тіл;

5. Величина сили статичного тертя задовольняє нерівність

$$F_{тр} \le fN, \tag{2.38}$$

де f – коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнтом статичного тертя ковзання.

Знак рівності відповідає стану граничної рівноваги між силою тертя і активними силами:

$$F_{тр\,\max} = fN. \tag{2.39}$$

Позначимо кут між силами $\overline{R}_M^n$ і $\overline{R}_M$ через α (див. рис. 2.21). Тоді модулі векторів $\overline{R}_M^\tau$ і $\overline{R}_M^n$ запишуться у вигляді

$$\overline{R}_M^{\tau} = R_M \sin\alpha\ ,\ \overline{R}_M^{n} = P\cos\alpha\ .$$

Отже, на підставі (2.38) і (2.39), якщо

$$R_M \sin\alpha \le fN = fP\cos\alpha\ , \tag{2.40}$$

тоді тіло перебуває в стані рівноваги. Знак рівності відповідає стану граничної рівноваги. Коли справджується нерівність

$$R_M \sin\alpha > fR_M \cos\alpha\ , \tag{2.41}$$

тіло рухається. Нерівність (2.41) можна записати у вигляді

$$tg\alpha > f\ . \tag{2.42}$$

Уведемо кут тертя φ так, що $tg\varphi = f$. Отже, якщо $\alpha \le \varphi$, то тіло перебуває в стані рівноваги, а коли $\alpha > \varphi$, тіло рухається.

Проведемо через точку M (див. рис. 2.21) пряму під кутом φ до спільної нормалі поверхонь тіл A і B. Обертаючи цю пряму навколо нормалі, одержимо поверхню конуса з кутом 2φ при вершині. Цей конус називається конусом тертя. Якщо сила $\overline{R}_M$ проходить у середині конуса тертя, то тіло A перебуває в стані рівноваги при будь-яких значеннях сили $\overline{R}_M$. Якщо вектор $\overline{R}_M$ напрямлений по твірній конуса тертя, тіло A перебуває в стані граничної рівноваги. І у випадку, коли вектор $\overline{R}_M$ проходить поза конусом тертя, тіло A рухається.

Приклад. На шорсткій площині, нахиленій під кутом φ до горизонту, лежить тіло A, вага якого P (рис. 2.22).

Коефіцієнт статичного тертя ковзання цього тіла об похилу площину дорівнює f. Знайти максимальне значення кута φ, при якому тіло A буде знаходитись у стані рівноваги.

Розв'язання. Розглянемо граничний стан рівноваги тіла, тобто таке положення похилої площини, за якого збільшення кута нахилу призведе до руху тіла A. На тіло A діє одна активна сила – сила ваги $\overline{P}$ і накладена в'язь – похила площина.

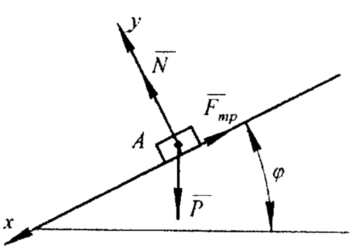


Рисунок 2.22

Згідно з аксіомою про в'язі, дію негладкої похилої площини на тіло A замінюємо реакцією в'язі: нормальною реакцією $\overline{N}$ і силою тертя $\overline{F}_{бд}$ (рис. 2.22). Запишемо аксіому рівноваги в проекціях на осі X і Y:

$$\sum F_x = 0;\ P\sin\varphi - F_{mp} = 0. \qquad (2.43)$$

$$\sum F_y = 0;\ -P\cos\varphi - N = 0. \qquad (2.44)$$

На підставі формули (2.39)

$$F_{mp} = fN. \qquad (2.45)$$

Із виразів (2.43) – (2.45) знаходимо кут φ при граничному стані рівноваги тіла A на похилій площині $tg\alpha = f$ або $\varphi = arctgf$.

2.2.9 Тертя кочення

Розглянемо абсолютно твердий циліндричний каток вагою P, що спирається на горизонтальну здеформовану площину і на який діє горизонтальна сила $\overline{F}$ (рис. 2.23).

При малих значеннях сили $\overline{F}$ каток перебуватиме в стані рівноваги. При збільшенні сили у певний момент матимемо граничний стан рівноваги, а далі каток рухатиметься.

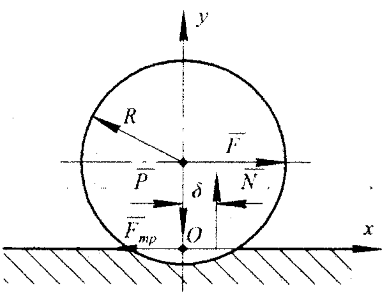


Рисунок 2.23

Припустимо, що каток перебуває в стані граничної рівноваги. Візьмемо до уваги деформацію площини, на яку спирається каток. Дію площини на каток замінимо нормальною силою $\overline{F}$ і силою тертя $\overline{F}_{mp}$ (рис. 2.23). Тоді з умови рівноваги системи сил на площині маємо:

$$\sum F_x = 0;\ F - F_{mp} = 0, \qquad (2.46)$$

$$\sum F_y = 0;\ -P + N = 0, \qquad (2.47)$$

$$\sum m_0 \overline{F} = 0;\ -FR + N\delta = 0. \qquad (2.48)$$

Зміщення реакції площини $\overline{N}$ на величину δ в напрямі можливого руху тіла пояснюється деформацією площини, на яку спирається каток.

Розглянемо поняття моменту тертя кочення при граничному стані рівноваги:

$$M_к = \delta \cdot N. \qquad (2.49)$$

Величина δ називається коефіцієнтом тертя кочення і має розмірність довжини.

Із рівностей (2.46) – (2.49) знайдемо коефіцієнт тертя кочення:

$$\delta = R\frac{F}{P}\ , \tag{2.50}$$

і зв'язок між силою $\overline{F}$ нормальною реакцією $\overline{N}$:

$$F = \frac{\delta}{R}N\ . \tag{2.51}$$

Якщо сила $\overline{F}$ невелика і каток знаходиться в стані рівноваги, то рівняння (2.49) і (2.51) можна замінити нерівностями:

$$\begin{aligned} &M_{\kappa} \le \delta \cdot N; \\ &F \le \frac{\delta}{R}N. \end{aligned} \tag{2.52}$$

У довідкових таблицях наведено відношення коефіцієнта тертя кочення до радіуса циліндра ($\lambda = \frac{\delta}{R}$) для різних матеріалів.

2.2.10 Теорема еквівалентності

Дві системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ мають головні вектори $\overline{R}_A^n$, $\overline{R}_A^m$ і головні моменти ($\overline{M}_A^n, \overline{M}_A^m$) систем відносно довільної точки A.

$$\overline{R}_A^n = \sum_{\kappa=1}^{n} \overline{F}_{\kappa}\ ,\ \overline{M}_A^n = \sum_{\kappa=1}^{n} m_A \overline{F}_{\kappa}\ , \tag{2.53}$$

$$\overline{R}_A^m = \sum_{\kappa=1}^{m} \overline{F}_{\kappa}\ ,\ \overline{M}_A^m = \sum_{\kappa=1}^{m} m_A \overline{F}_{\kappa}\ . \tag{2.54}$$

Означення. Дві системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ еквівалентні, якщо їх головні вектори і головні моменти відносно довільної точки однакові.

Нехай системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ еквівалентні:

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim \{\overline{F}_k\}_m \tag{2.55}$$

Тоді з означення еквівалентних систем (2.4) матимемо

$$\left(\{\overline{F}_k\}_n, \{\overline{F}_k\}_s\right) \sim 0,$$
$$\left(\{\overline{F}_k\}_m, \{\overline{F}_k\}_s\right) \sim 0, \qquad (2.56)$$

де система сил $\{\overline{F}_k\}_s$ є зрівноважуючою відносно системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$.

Знайдемо головний вектор $\overline{R}_A^s$ і головний момент системи сил $\{\overline{F}_k\}^s$ відносно точки A:

$$\overline{R}_A^s = \sum_{k=1}^{s} \overline{F}_k , \ \overline{M}_A^s = \sum_{k=1}^{s} m_A \overline{F}_k . \qquad (2.57)$$

Із умов (2.56) і аксіоми рівноваги з урахуванням (2.53), (2.54), (2.57) випливають такі рівності:

$$\overline{R}_A^n + \overline{R}_A^s = 0, \ \ \overline{M}_A^n + \overline{M}_A^s = 0. \qquad (2.58)$$
$$\overline{R}_A^m + \overline{R}_A^s = 0, \ \ \overline{M}_A^m + \overline{M}_A^s = 0. \qquad (2.59)$$

Порівнюючи перші та другі рівності відповідно систем (2.58) і (2.59), знаходимо

$$\overline{R}_A^n = R_A^m , \ \overline{M}_A^n = M_A^m , \qquad (2.60)$$

що і треба було довести.

Наслідок. Якщо у двох системах сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ головні вектори і моменти систем відносно довільної точки A однакові, то ці системи еквівалентні.

Візьмемо систему $\{\overline{F}_k\}_s$, яка є зрівноважуючою щодо системи сил, наприклад, $\{\overline{F}_k\}_m$. Тоді виконуватимуться умови (2.59), розглянувши які разом із рівностями (2.60) матимемо умови (2.58). Таким чином, система $\{\overline{F}_k\}_s$ є зрівноважуючою відносно двох систем $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$, тобто справедливі умови (2.56). Звідки маємо, що системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ і $\{\overline{F}_k\}_m$ еквівалентні (2.55).

2.3 Теорія пар сил

Означення 1. ***Парою сил*** (pair of forces) називається система двох паралельних сил, що мають однакові модулі та протилежні напрями (рис. 2.24).

Означення 2. *Площина* (plane), в якій лежать сили $\overline{F}$ і $-\overline{F}$, називається площиною пари.

Означення 3. Найкоротша відстань між лініями дії пари сил називається *плечем* (shoulder) пари сил.

Момент пари сил $(\overline{F},-\overline{F})$

$$m(\overline{F},-\overline{F}) = \bar{r} \times \overline{F} \qquad (2.61)$$

Модуль моменту пари

$$|m(\overline{F},-\overline{F})| = r \cdot F \cdot \sin(\bar{r},\overline{F}) = F \cdot h. \qquad (2.62)$$

2.3.1 Головний вектор і головний момент пари сил

Оскільки $\overline{F} = -\overline{F}$, головний вектор пари сил (рис. 2.24) дорівнює нулю:

$$\overline{R} = \overline{F} - \overline{F} = 0. \qquad (2.63)$$

Знайдемо тепер головний момент пари сил відносно довільної точки простору O (рис. 2.24). За теоремою про зв'язок між головними моментами системи сил відносно різних центрів (2.22) запишемо

$$\overline{M}_0 = m_0\overline{F} + m_0\overline{R}_A. \qquad (2.64)$$

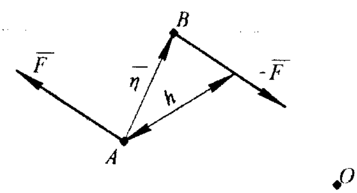


Рисунок 2.24

Ураховуючи (2.63), маємо

$$m_0\overline{R}_A = 0. \qquad (2.65)$$

Таким чином, головний момент пари сил не залежить від вибору центра моменту і дорівнює моменту - пари сил (2.61).

2.3.2 Аксіома рівноваги пар сил

Тіло буде знаходитись у стані рівноваги під дією системи пар $\{\overline{F}_к,-\overline{F}_к\}_n$ тільки тоді, коли сума моментів пар цієї системи дорівнюватиме нулю.

2.3.3 Теорема еквівалентності пар сил

Означення. Дві пари сил $(\overline{F},-\overline{F})$ і $(\overline{F}_1,-\overline{F}_1)$ будуть еквівалентними, якщо їх моменти однакові:

$$\{\overline{F},-\overline{F}\}\sim\{\overline{F}_1,-\overline{F}_1\}, \tag{2.66}$$

$$m\{\overline{F},-\overline{F}\}\sim m\{\overline{F}_1,-\overline{F}_1\}. \tag{2.67}$$

Відповідно до теореми еквівалентності дві системи сил будуть еквівалентними, якщо їх головні вектори і головні моменти відносно довільного центра однакові. Враховуючи (2.63) – (2.65), маємо (2.67), що і треба було довести.

Наслідки. Дія пари сил на тверде тіло не зміниться, якщо:

– пару сил перемістити в її площині;

– пару сил перемістити в площину, паралельну площині пари;

– змінити плече пари і величину сили таким чином, щоб момент пари сил залишився без змін.

2.3.4 Теорема складання пар сил

Означення. Систему пар $\left|\overline{F}_\kappa,-\overline{F}_\kappa\right|_n$ можна замінити однією парою $\left|\overline{F}_m,-\overline{F}_m\right|$, момент якої дорівнює векторній сумі моментів системи пар:

$$\{\overline{F}_\kappa,-\overline{F}_\kappa\}_n\sim\{\overline{F}_m,-\overline{F}_m\}\ , \tag{2.68}$$

Якщо

$$m(\overline{F}_m,-\overline{F}_m)=\sum_{\kappa=1}^{n}m(\overline{F}_n,-\overline{F}_n). \tag{2.69}$$

Теорема складання пар сил очевидна, оскільки повністю відповідає теоремі еквівалентності пар.

Зауваження. Пара сил $(\overline{F}_m,-\overline{F}_m)$, яка еквівалентна системі пар $\{\overline{F}_\kappa,-\overline{F}_\kappa\}_n$, називається рівнодіючою парою цієї системи.

2.3.5 Момент компланарних пар сил

Означення. Компланарними називаються пари сил, які розміщені в одній або в паралельних площинах.

Оскільки в компланарних парах вектори моментів пар сил перпендикулярні до однієї площини, в таких системах момент пар достатньо визначити як алгебраїчну величину.

Таким чином, моментом пари $(\overline{F}_к,-\overline{F}_к)$, яка належить до системи компланарних пар, називається алгебраїчна величина добутку однієї із сил пари на плече:

$$m(\overline{F}_к,-\overline{F}_к)=\pm F_к\cdot h. \tag{2.70}$$

У виразі (2.70) знак «+» береться тоді, коли, дивлячись назустріч вектору моменту пари сил, бачитимемо обертання площини пари проти годинникової стрілки.

2.3.6 Правило паралельного перенесення сили

До твердого тіла в точці A прикладена сила $\overline{F}$ (рис. 2.25).

У довільній точці B тіла прикладемо врівноважену систему сил $\{\overline{F}_в,-\overline{F}_в\}$:

$$\{\overline{F}_в,-\overline{F}_в\}\sim 0. \tag{2.71}$$

Причому

$$\overline{F}_в=\overline{F} \tag{2.72}$$

Сили $\overline{F}$ і $-\overline{F}_в$ утворюють пару сил. Таким чином, сила $\overline{F}$ буде еквівалентна силі $\overline{F}_в$, яка дорівнює силі $\overline{F}$ і парі сил ($\overline{F}_1-\overline{F}_в$).

Означення. Дія сили на тверде тіло не зміниться, якщо її перенести паралельно з однієї точки A тіла в іншу B, додавши при цьому пару сил, момент якої дорівнює моменту сили F відносно точки B.

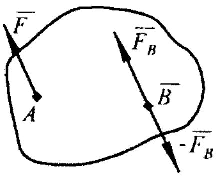


Рисунок 2.25

Наслідок. Сукупність сили і пари сил, розташованих в одній площині, можна замінити однією силою, якщо перенести її паралельно у відповідний бік на відстань, яка дорівнює частці від ділення значення моменту пари сил на значення сили.

2.4 Зведення системи сил до центра

2.4.1 Теорема зведення системи сил до центра

У системі сил $\{\overline{F}_k\}_n$ головний вектор системи $\overline{R}_A = \sum \overline{F}_k$ прикладений у довільній точці A простору, яку називатимемо *центром зведення* (centre of inertia). Знайдемо головний момент системи M_A відносно центра A:

$$\overline{M}_A = \sum_{\kappa=1}^{n} m_A F_\kappa .$$

Означення. Довільну систему сил $\{\overline{F}_k\}_n$ можна замінити однією результуючою силою $\overline{R}^*_A$, що дорівнює головному вектору системи і прикладена в точці A, і однією результуючою парою $\overline{M}^*_A$, момент якої дорівнює головному моменту системи відносно центра зведення A.

За умовою $\overline{R}^*_A = \overline{R}_A$ $\overline{M}^*_A = \overline{M}_A$.

Тоді за теоремою еквівалентності

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim \overline{R}^*_A, \overline{M}^*_A ,$$

що і треба було довести.

Зауваження 1. Процес заміни довільної системи сил результуючою силою і результуючою парою називається зведенням системи сил до центра.

Зауваження 2. Головний вектор і головний момент системи це характеристика системи сил, а результуюча сила і результуюча пара сил заміняють систему $\{\overline{F}_k\}_n$, причому на відміну від головного вектора результуюча сила має конкретну точку прикладення.

2.4.2 Два інваріанти зведення системи сил до центра

Відомо, що головний вектор довільної системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$

$$\overline{R}_0 = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_n , \tag{2.73}$$

не залежить від центра зведення. Головний момент системи, а отже і момент результуючої пари, змінюється залежно від центра зведення:

$$\overline{M}_0^* = M_A^* + m_0\overline{R}_A^*, \qquad (2.74)$$

де M_0^* і $\overline{M}_A^*$ – момент результуючої пари при зведенні довільної системи сил відповідно до центрів O і A.

Другий доданок у правій частині формули (2.74) являє собою момент результуючої сили, прикладеної в центрі A, відносно нового центра зведення O.

Помножимо скалярно ліву і праву частини рівності (2.74) на вектор $\overline{R}_0$:

$$\overline{M}_0^* \cdot \overline{R}_0^* = \overline{M}_A^* \cdot \overline{R}_0^* + m_0\overline{R}_A^*\overline{R}_0^*. \qquad (2.75)$$

Оскільки $\overline{R}_0^* = \overline{R}_A^*$ і вектор $m_0\overline{R}_A^*$ перпендикулярний до вектора $\overline{R}_0^*$, то їх скалярний добуток дорівнює нулю. Таким чином,

$$\overline{M}_0^*\overline{R}_0^* = \overline{M}_A^*\overline{R}_A^*. \qquad (2.76)$$

Тобто, при зміні центра зведення не змінюється результуюча сила і скалярний добуток результуючої сили на момент результуючої пари. Ці величини є інваріантними відносно вибору центра зведення.

Першим статичним інваріантом називається результуюча сила

$$I_1 = \overline{R}_0^* = \overline{R}_A^*.$$

Другим статичним інваріантом називається скалярний добуток результуючої сили на момент результуючої пари:

$$I_2 = \overline{F}_0^* \cdot \overline{M}_0^* = \overline{F}_A^* \cdot \overline{M}_A^*. \qquad (2.77)$$

Запишемо (2.76) в такому вигляді:

$$\overline{F}_0^* \cdot \overline{M}_0^* \cos\left(\overline{F}_0^*, \overline{M}_0^*\right) = \overline{F}_A^* \cdot \overline{M}_A^* \cos\left(\overline{F}_A^*, \overline{M}_A^*\right).$$

Якщо результуюча сила не дорівнює нулю, то

$$\overline{M}_0^* \cos\left(\overline{F}_0^*, \overline{M}_0^*\right) = \overline{M}_A^* \cos\left(\overline{F}_A^*, \overline{M}_A^*\right).$$

При зміні центра зведення проекція моменту результуючої пари на напрям результуючої сили не зміниться.

2.4.3 Деякі випадки зведення довільної системи сил

I. При зведенні системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ до центра A з'ясувалось, що момент результуючої пари дорівнює нулю. Тоді система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ буде замінена однією результуючою силою, тобто

$$\{\overline{F}_k\}_n \sim \overline{R}_A^*. \tag{2.78}$$

Означення. Якщо система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ замінюється однією силою, то така сила називається рівнодійною.

Якщо умова (2.78) виконується, то відповідно до теореми еквівалентності запишемо

$$\sum_{k=1}^{n} m_B \overline{F}_k = m_B \overline{R}_A^* \ , \tag{2.79}$$

де B – довільна точка простору.

Означення. Момент рівнодіючої системи сил відносно довільного центра дорівнює векторній сумі моментів сил системи відносно того самого центра (теорема Варіньона).

II. Система сил при зведенні до деякого центра A замінюється однією парою з моментом $\overline{M}_A^*$. Тоді згідно з (2.22) маємо

$$\overline{M}_B^* = \overline{M}_A^* + m_B \overline{R}_A^* \ , \tag{2.80}$$

де точка B – новий центр зведення. Оскільки $\overline{R}_A^* = 0$, то $m_B \overline{R}_A^*$ також дорівнює нулю і виходить, що момент результуючої пари не залежить від вибору центра зведення:

$$\overline{M}_B^* = \overline{M}_A^*.$$

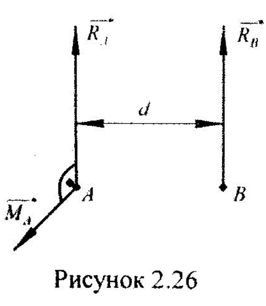


Рисунок 2.26

Таким чином, система сил $\{\overline{F}_k\}_n$ зводиться до рівнодіючої пари, момент якої не залежить від вибору центра.

III. Систему сил $\{\overline{F}_k\}_n$ можна замінити однією результуючою силою $\overline{R}_A^*$ і результуючою парою $\overline{M}_A^*$, причому вектор сили лежить у площині пари, тобто $\overline{R}_A^* \perp \overline{M}_A^*$ (рис. 2.26).

Відповідно до правила паралельного перенесення сили сукупність пари і сили, що лежать у площині пари, можна замінити однією силою, переміщуючи її в площині пари у відповідну сторону на величину

$$d = \frac{M_A^*}{\overline{R}_A^*}.$$

Означення. Якщо система сил зводиться до результуючої пари і сили, що лежить у площині пари, то ця система зводиться до рівнодійної сили.

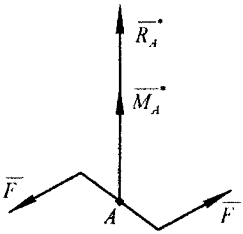


Рисунок 2.27

IV. Головний вектор і головний момент системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ відносно центра A відмінні від нуля, причому площина пари перпендикулярна до вектора сили.

Означення. Сукупність результуючої сили і результуючої пари сил системи $\{\overline{F}_k\}_n$, у якій площина пари перпендикулярна до вектора сили, називається динамо, або гвинтом (рис. 2.27).

2.4.4 Теорема зведення системи сил до найпростішого вигляду

Розглянуті чотири випадки зведення довільної системи сил показали, що зміна центра зведення може привести до спрощення або ускладнення системи, яку отримуємо в результаті зведення.

Означення. При зведенні довільної системи сил $\{\overline{F}_k\}_n$ до найпростішого вигляду вона зводиться до динами.

Нехай у довільному центрі зведення O система зведена до сили $\overline{F}_0^*$, яка дорівнює головному вектору $\overline{F} = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$ і парі сил з моментом $\overline{M}_0^*$ (рис. 2.28), який дорівнює головному моменту системи відносно центра

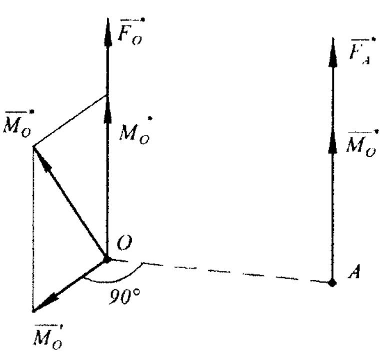


Рисунок 2.28

$$\overline{M}_0 = \sum_{k=1}^{n} m_0 \overline{F}_k .$$

Причому другий інваріант системи відмінний від нуля, тобто

$$\overline{M}_0^* \cdot \overline{R}_0^* \neq 0 .$$

Розкладемо момент результуючої пари на дві складові: одну $\overline{M}_0^*$ направимо по результуючій силі, а другу $\overline{M'}_0$ – перпендикулярно до результуючої сили.

Сукупність пари $\overline{M'}_0$ і сили $\overline{F}_0^*$, що лежить у площині пари, відповідно до правила паралельного перенесення сил можна замінити однією силою $\overline{F}_A^* = \overline{F}_0^*$ паралельним перенесенням її у відповідний бік на величину $OA = \overline{M'}_0 / \overline{F}_0^*$. Оскільки пару сил з моментом $\overline{M}_0^*$ можна переміщувати у площині пари, то $\overline{M}_A^* = \overline{M}_0^*$.

Таким чином,

$$\left\{\overline{F}_0^*, \overline{M}_0^*\right\} \sim \left\{\overline{F}_A^*, \overline{M}_A^*\right\}.$$

Із рис. 2.28 видно, що сила $\overline{F}_A^*$ перпендикулярна до площини пари з моментом $\overline{M}_A^*$, тобто ми одержали динамічний гвинт або динамо.

Точка A не єдина, де система сил зводиться до динами. Силу $\overline{F}_A^*$ можна переносити вздовж лінії її дії, а момент пари сил є вільним вектором. Таким чином, систему сил можна звести до динамічного гвинта в усіх точках прямої, яка проходить через точку A і є лінією дії сили $\overline{F}_A^*$. Ця пряма називається центральною віссю системи сил. Знайдемо тепер рівняння центральної осі. Нехай A (рис. 2.29) – точка центральної осі.

За теоремою про зв'язок між головними моментами сил відносно різних центрів маємо

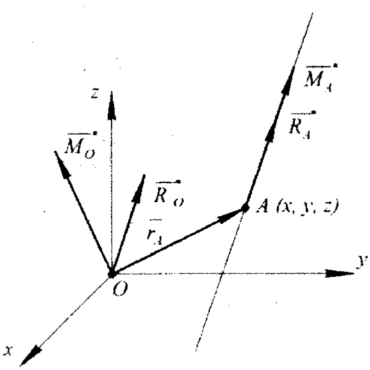


Рисунок 2.29

$$\overline{M}_0^* = \overline{M}_A^* + \overline{r}_A \times \overline{R}_A^*,$$

Звідки

$$\overline{M}_A^* = \overline{M}_0^* - \overline{r}_A \times \overline{R}_A^*. \qquad (2.81)$$

Умову колінеарності $\overline{R}_A^*$ і $\overline{M}_A^*$ запишемо у вигляді

$$n\overline{R}_A^* = \overline{M}_A^*, \qquad (2.82)$$

де n – скалярний множник, який називатимемо параметром гвинта.

Нехай F_x, F_y, F_z і M_{AX}, M_{AY}, M_{AZ} – відповідно проекції головних вектора і моменту на осі X, Y, Z, тоді

$$\overline{R}_A^* = F_x\bar{i} + F_y\bar{j} + F_z\bar{k},$$
$$\overline{M}_A^* = M_{AX}\bar{i} + M_{AY}\bar{j} + M_{AZ}\bar{k}. \tag{2.83}$$

Тепер рівність (2.82) з урахуванням (2.83) запишемо у вигляді

$$n\left(F_x\bar{i} + F_y\bar{j} + F_z\bar{k}\right) = M_{AX}\bar{i} + M_{AY}\bar{j} + M_{AZ}\bar{k} - \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \tag{2.84}$$
$$= \left[M_{AX} - \left(F_z y - F_y z\right)\right]\cdot\bar{i} + \left[M_{AY} - \left(F_x z - F_z x\right)\right]\cdot\bar{j} + \left[M_{AZ} - \left(F_y x - F_x y\right)\right]\cdot\bar{k}$$

де X, Y, Z – координати точки A центральної осі.

Порівнюючи коефіцієнти при одиничних векторах $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ матимемо

$$nF_x = M_{AX} - \left(F_x y - F_y z\right);$$
$$nF_y = M_{AY} - \left(F_x z - F_z x\right);$$
$$nF_z = M_{AZ} - \left(F_y x - F_x y\right).$$

Отже

$$\frac{M_{AX} - \left(F_z y - F_y z\right)}{F_x} = \frac{M_{AY} - \left(F_x z - F_z x\right)}{F_y} = \frac{M_{AZ} - \left(F_x z - F_x x\right)}{F_z}.$$

Це і є рівняння центральної осі системи сил.

2.4.5 Випадок зведення до центра і найпростішого вигляду системи паралельних сил

Розглянемо систему паралельних сил $\left\{\overline{F}_k\right\}_n$, в якій головний вектор і головний момент відносно довільного центра відмінні від нуля (рис. 2.30). Введемо систему координат так, щоб вісь Z була паралельна силам. Знайдемо другий інваріант системи:

$$\overline{R}_A^* \cdot \overline{M}_A^* = R_{AX}^* \cdot M_x^* + R_{AY}^* \cdot M_y^* + R_{AZ}^* \cdot M_z^*, \tag{2.85}$$

де R_{AX}^*, R_{AY}^*, R_{AZ}^* і M_x^*, M_y^*, M_z^* – відповідно проекції результуючої сили і моменту результуючої пари на осі X, Y, Z, як видно з рис. 2.30.

$$R_{AX}^* = 0;\ R_{AY}^* = 0;\ R_{AZ}^* = 0;$$
$$M_x^* \neq 0;\ M_y^* \neq 0;\ M_z^* \neq 0.$$

Тоді з (2.85) отримуємо

$$\overline{R}_A^* \cdot \overline{M}_A^* = 0. \qquad (2.86)$$

Оскільки за умовою головний вектор і головний момент системи відмінні від нуля, то рівність (2.86) виконуватиметься, якщо сила $\overline{R}_A^*$ лежатиме в площині пари з моментом $\overline{M}_A^*$. Така сукупність відповідно до правила паралельного перенесення сили зводиться до однієї сили, що дорівнює головному вектору системи.

Таким чином, система паралельних сил зводиться до рівнодійної, якщо головний вектор системи не дорівнює нулю.

Знайдемо радіус-вектор точки C, яка лежить на лінії дії рівнодійної.

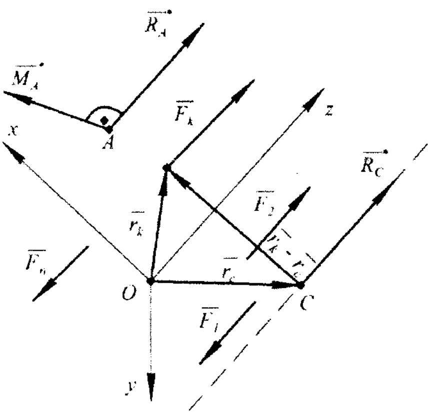


Рисунок 2.30

Відповідно до теореми Варіньона (2.80) сума моментів усіх сил відносно точки C дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} (\overline{r}_k - \overline{r}_c) \times \overline{F}_k = 0, \qquad (2.87)$$

оскільки точка C лежить на лінії дії рівнодіючої $\overline{R}_c^*$ (рис. 2.30).

Рівність (2.87) можна переписати в такій формі:

$$\sum_{k=1}^{n} \overline{r}_k \times \overline{F}_k - \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_c \times \overline{F}_k = \sum_{k=1}^{n} \overline{r}_k \times \overline{F}_n - \overline{r}_c \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k = 0. \qquad (2.88)$$

Введемо одиничний вектор $\overline{e}$, паралельний лініям дії сил. Тоді довільну силу $\overline{F}_k$ можна записати у вигляді

$$\overline{F}_k = F'_k \cdot \overline{e}, \qquad (2.89)$$

де $F'_k = F_k$, якщо напрям сили збігається з напрямом вектора $\bar{e}$, $F'_k = -F_k$, якщо сила F_k і вектор $\bar{e}$ напрямлені протилежно.

Тоді

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{F}_k = \bar{e} \sum_{k=1}^{n} F'_k . \tag{2.90}$$

Підставляючи вирази (2.89) і (2.90) у співвідношення (2.88), маємо

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \times \bar{e} F'_k - \bar{r}_c \times \bar{e} \sum_{k=1}^{n} F'_k = 0,$$

звідки

$$\bar{e} \times \left[\sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \cdot F'_k - \bar{r}_c \cdot \sum_{k=1}^{n} F'_k \right] = 0 . \tag{2.91}$$

Рівність (2.91) виконується при довільному напрямі сил тільки за умови, що перший множник дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \cdot F'_k - \bar{r}_c \cdot \sum_{k=1}^{n} F'_k = 0, \tag{2.92}$$

звідки

$$\bar{r}_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} \bar{r}_k \cdot F'_k}{\sum_{k=1}^{n} F'_k} . \tag{2.93}$$

Нехай X_c, Y_c, Z_c – координати центра паралельних сил, а X_k, Y_k, Z_k – координати точки прикладення довільної сили $\bar{F}_k$. Тоді координати центра паралельних сил можна визначити за формулами

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k \cdot F'_k}{\sum_{k=1}^{n} F'_k}, \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k \cdot F'_k}{\sum_{k=1}^{n} F'_k}, \quad z_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} z_k \cdot F'_k}{\sum_{k=1}^{n} F'_k} . \tag{2.94}$$

Ураховуючи те, що точка C не залежить від орієнтації паралельних сил у просторі, можна сказати, що центр паралельних сил є точкою простору, навколо якої повертається рівнодійна система паралельних сил при повороті всіх сил на один і той самий кут в один бік навколо точок їх прикладення.

2.4.6 Центр ваги дискретної системи матеріальних точок

Нехай відстані між точками системи значно менші від радіуса земної кулі. Тоді збіжну систему сил ваги, прикладених до точок системи, можна наближено розглядати як паралельні сили.

Означення. *Центром ваги* (the center of mass) системи матеріальних точок є центр системи сил ваги, прикладених до точок матеріальної системи.

Позначимо вагу і-ї точки системи через P_i $(i = 1,2,...,n)$.

Тоді координати центра ваги системи згідно з (2.94) визначатимуться за формулами:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_i \cdot x_i}{\sum_{k=1}^{n} P_i}, \; y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_i \cdot y_i}{\sum_{k=1}^{n} P_i}, \; z_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_i \cdot z_i}{\sum_{k=1}^{n} P_i}. \qquad (2.95)$$

Сума сил ваги точок системи називається вагою системи P:

$$P = \sum_{k=1}^{n} P_i . \qquad (2.96)$$

2.4.7 Координати центра ваги однорідного тіла

Припустимо, що треба визначити положення центра ваги однорідного тіла. Позначаючи сталу питому вагу тіла γ, матимемо

$$dP = \gamma \cdot dV ,$$

де dV – елемент об'єму тіла.

Вага тіла $P = \gamma \cdot V$, де V– об'єм тіла.

Тоді на підставі формули (2.95) матимемо

$$x_c = \frac{\int x \cdot dV}{V}, \; y_c = \frac{\int y \cdot dV}{V}, \; z_c = \frac{\int z \cdot dV}{V}. \qquad (2.97)$$

Із (2.97) випливає, що положення центра ваги однорідного тіла залежить не від фізичних властивостей матеріалу, а лише від геометричної форми і розмірів тіла.

Якщо тіло має форму тонкої пластини, то формули (2.97) запишуться у вигляді

$$x_c = \frac{\int x \cdot dS}{S}, \; y_c = \frac{\int y \cdot dS}{S} \quad (2.98)$$

де S – площа пластини.

Запитання для самоконтролю

1. Структура курсу теоретична механіка, її основні завдання.
2. Основні поняття теоретичної механіки.
3. Статика. Основні поняття статики.
4. Аксіоми статики.
5. В'язі. Аксіома про в'язі.
6. Теорема про ковзний вектор сили. Теорема про три сили.
7. В'язі, їх види. Реакції в'язей.
8. Збіжна система сил. Графічні умови рівноваги.
9. Збіжна система сил. Аналітичні умови рівноваги.
10. Поняття моменту сили на площині і в просторі.
11. Поняття пари сил. Момент пари сил. Властивості пари сил.
12. Теорема про перенос пари сил в площині її дії.
13. Теорема про перенос пари сил в паралельну площину. Правило складання пар сил.
14. Приведення сили до центра.
15. Головний вектор і головний момент системи сил.
16. Рівновага системи тіл.
17. Аналітичні умови рівноваги просторової довільної системи сил.
18. Аналітичні умови рівноваги плоскої довільної системи сил.
19. Статично визначені і статично невизначені задачі.
20. Тертя ковзання. Тертя кочення.
21. Центр паралельних сил.
22. Формули для знаходження центра ваги тіла, системи тіл.
23. Методи визначення центра ваги тіла.

3 ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ЗІ СТАТИКИ

1. Що називають силою?

1) переміщення тіла відносно іншого тіла, яке відбувається у просторі і в часі;

2) кількісна міра механічної взаємодії матеріальних тіл;

3) вектор, проведений із початкового положення рухомої точки в її положення в деякий момент часу;

4) сполучення матеріальних точок, в які положення і рух кожної точки залежать від положення і руху інших точок цієї системи.

2. Як змінюється сила, що дорівнює головному вектору системи при зміні центра зведення?

1) збільшується; 2) не змінюється; 3) зменшується;

4) залежно від центра зведення може збільшуватися або зменшуватися.

3. В яких одиницях вимірюється розподілене навантаження q?

1) в ньютонах Н;

2) в ньютонах, ділених на метр (Н/м);

3) в ньютонах, помножених на метр (Н· м);

4) в ньютонах, ділених на метр в квадраті (Н/м^2).

4. Що називають плечем пари сил?

1) найкоротша відстань між лініями дії сил пари;

2) кількісна міра механічної взаємодії матеріальних тіл;

3) конус з вершиною в точці дотику тіл, твірна яких складає кут зчеплення з нормаллю до поверхонь тіл;

4) система двох рівних за модулем, паралельних і направлених в протилежні сторони сил, які діють на абсолютно тверде тіло.

5. В яких одиницях вимірюється момент сили?

1) в ньютонах Н;

2) в ньютонах, ділених на метр (Н/м);

3) в ньютонах, помножених на метр (Н· м).

4) в ньютонах, ділених на метр в квадраті (Н/м^2).

6. Що називається парою сил?

1) система двох рівних за модулем, паралельних і протилежно направлених сил;

2) система двох рівних за модулем і перпендикулярних сил;

3) система двох нерівних за модулем, паралельних і протилежно направлених сил;

4) система двох рівних за модулем, паралельних і однаково направлених сил.

7. Що називають головним вектором системи сил?

1) відстань між лініями дії сил пари;

2) величину, яка дорівнює взятому з відповідним знаком добутку модуля одної з сил пари на її плече;

3) величину, яка дорівнює геометричній сумі всіх сил системи;

4) система двох рівних за модулем, паралельних і направлених в протилежні сторони сил, які діють на абсолютно тверде тіло.

8. Які задачі називаються статично невизначеними?

1) в яких число невідомих не перевищує числа рівнянь рівноваги сил;

2) в яких число невідомих перевищує число рівнянь рівноваги сил;

3) в яких число невідомих перевищує число відомих;

4) в яких число відомих перевищує число невідомих.

9. Які системи сил називають еквівалентними?

1) система сил, лінії дії яких паралельні;

2) система сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці;

3) системи сил, під дією яких тверде тіло перебуває в однаковому кінематичному стані;

4) сполучення матеріальних точок, в якому положення і рух кожної точки залежать від положення і руху інших точок цієї системи.

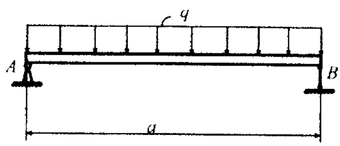
10. Балка завантажена розподіленим навантаженням *q*=1кН/м. Знайти реакції в'язей, якщо *a*=10м.

1) R_A=10кН, R_B=5кН;

2) R_A=5кН, R_B=10кН;

3) R_A=10кН, R_B=10кН;

4) R_A=5кН, R_B=5кН.



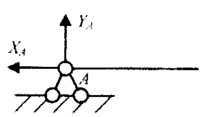
11. Як називається опора, зображена на схемі?

1) шарнірно-рухома;

2) шарнірно-нерухома;

3) жорстке защемлення;

4) петля.



12. Чому дорівнює модуль сили тертя ковзання $F_{тр}$?

1) $F_{mp} = \sum F_i \cdot t$; 2) $F_{mp} = \sum F_k^e$ 3) $F_{mp} = \sum F_i = 0$; 4) $F_{mp} = fN$.

13. Чому дорівнює величина моменту сили відносно центра?

1) різниці між модулем сили і плечем; 2) сумі модуля сили і плеча;

3) добутку модуля сили на її плече; 4) відношенню модуля сили і плеча.

14. Що вивчає статика?

1) методи перетворення систем в еквівалентні системи і встановлюються умови рівноваги сил, прикладених до твердого тіла;

2) рух матеріальних тіл в просторі з геометричної точки зору, поза зв'язком з силами, які визначають цей рух;

3) рух матеріальних тіл в просторі в залежності від діючих на них сил;

4) інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість.

15. Що таке в'язь?

1) тіла або поля, що обмежують переміщення тіла переміщення даної системи матеріальних точок або тіла;

2) будь-яка точка даної системи матеріальних точок;

3) тіла, що входять в систему матеріальних точок;

4) сполучення матеріальних точок, в яких положення і рух кожної точки залежать від положення і руху інших точок цієї системи.

16. Що називають механічною системою?

1) переміщення тіла відносно іншого тіла, яке відбувається у просторі і в часі;

2) кількісна міра механічної взаємодії матеріальних тіл;

3) тіло, розміри якого за всіма напрямками досить малі, так що різницею у русі окремих точок цього тіла можна знехтувати;

4) сполучення матеріальних точок, в якому положення і рух кожної точки залежать від положення і руху інших точок цієї системи.

17. Що називають моментом пари сил?

1) відстань між лініями дії сил пари;

2) величину, яка дорівнює взятому з відповідним знаком добутку модуля одної з сил пари на її плече;

3) конус з вершиною в точці дотику тіл, твірна яких складає кут зчеплення з нормаллю до поверхонь тіл;

4) систему двох рівних за модулем, паралельних і направлених в протилежні сторони сил, які діють на абсолютно тверде тіло.

18. Яке тверде тіло називається невільним?

1) тіло, яке завжди зберігає незмінною свою геометричну форму;

2) тіло, яке може пересуватися в просторі в будь-якому напрямку;

3) тверде тіло, свобода руху якого обмежена в'язями;

4) рівнодійну двох сил, які перетинаються, прикладену в точці їх перетину і яка зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

19. Які задачі називаються статично визначеними?

1) в яких число невідомих дорівнює числу рівнянь рівноваги сил;

2) в яких число невідомих перевищує число рівнянь рівноваги сил;

3) в яких число невідомих перевищує число відомих;

4) в яких число відомих перевищує число невідомих.

20. Що називають головним моментом системи сил відносно центра?

1) відстань між лініями дії сил пари;

2) величину, яка дорівнює взятому з відповідним знаком добутку модуля одної з сил пари на її плече;

3) величину, яка дорівнює геометричні сумі всіх сил системи;

4) величину, яка дорівнює векторній сумі моментів всіх сил системи відносно центра.

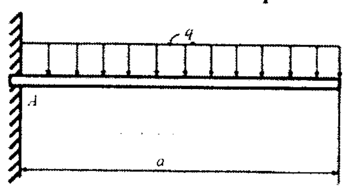
21. Балка завантажена розподіленим навантаженням *q* = 2кН/м. Знайти реакції в'язей, якщо *a*=9м.

1) M_A=81кНм, R_A=18кН;

2) M_A=61кНм, R_A=14кН;

3) M_A=41кНм, R_A=10кН;

4) M_A=21кНм, R_A=6кН.



22. Що називають центром ваги твердого тіла?

1) незмінно зв'язана з цим тілом точка, через яку проходить лінія дії рівнодіючої сил ваги частинок даного тіла при будь якому положенні тіла в просторі;

2) величину, яка дорівнює взятому з відповідним знаком добутку модуля одної з сил пари на її плече;

3) величину, яка дорівнює геометричній сумі всіх сил системи;

4) величину, яка дорівнює сумі моментів всіх сил системи відносно центра.

23. Яка сила називається рівнодійною?

1) тіло, яке завжди зберігає незмінною свою геометричну форму;

2) вектор, проведений із початкового положення рухомої точки в її положення в деякий момент часу;

3) невагомий жорсткий стержень, що має вісь обертання;

4) сила, еквівалентна певній системі сил.

24. Як визначаються координати центра ваги тіла?

1) $x_C = \dfrac{\sum p_k x_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum p_k y_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum p_k z_k}{P}$;

2) $x_C = \sum p_k x_k$, $y_C = \sum p_k y_k$, $z_C = \sum p_k z_k$;

3) $x_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$;

4) $x_C = \dfrac{\sum x_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum y_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum z_k}{P}$.

25. Яка формула характеризує рівновагу збіжної системи сил?

1) $m\bar{v} = \sum \overline{F}_i t$; 2) $\sum\limits_{i=1}^{n} \overline{F}_i = 0$; 3) $m\bar{v} = \sum \overline{F}_i$; 4) $\dfrac{d(m\bar{v})}{dt} = \sum \overline{F}_i t$.

26. Що називають головним вектором системи сил?

1) геометричну суму сил системи; 2) алгебраїчну суму сил системи;
3) добуток всіх сил системи; 4) алгебраїчну суму двох сил системи.

27. Що називають системою взаємно врівноважених сил?

1) систему сил, яка прикладена до твердого тіла, що знаходиться в спокої і не виводить його з цього стану;

2) вектор, проведений із початкового положення рухомої точки в її положення в деякий момент часу;

3) систему сил, під дією яких тверде тіло перебуває в однаковому кінематичному стані;

4) силу, еквівалентну певні системі сил.

28. Як визначаються координати центра ваги об'єму?

1) $x_C = \sum p_k x_k$, $y_C = \sum p_k y_k$, $z_C = \sum p_k z_k$;

2) $x_C = \dfrac{\sum V_k x_k}{V}$, $y_C = \dfrac{\sum V_k y_k}{V}$, $z_C = \dfrac{\sum V_k z_k}{V}$;

3) $x_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$;

4) $x_C = \dfrac{\sum x_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum y_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum z_k}{P}$.

29. Що називають центром ваги тіла?

1) центр системи паралельних сил, в якому прикладена вага тіла;
2) алгебраїчну суму всіх сил системи;
3) добуток всіх сил системи;
4) алгебраїчну суму двох сил системи.

30. Що називається реакцією в'язі?

1) сили або система сил, яка виражає механічну дію в'язі на тіло;

2) уявні нескінченно малі переміщення, які допускаються в даний момент накладеними на системі в'язями;

3) незалежні величини, які однозначно не визначають положення всіх точок механічної системи;

4) уявні нескінченно великі переміщення, які допускаються в даний момент накладеними на системі в'язями.

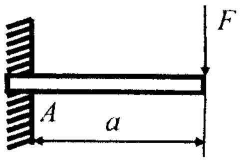
31. Балка завантажена силою F = 5кН. Знайти реакції в'язей, якщо a = 1м.

1) M_A=30кНм, R_A=30кН;

2) M_A=20кНм, R_A=20кН;

3) M_A=10кНм, R_A=10кН;

4) M_A=5кНм, R_A=5кН.



32. Як звучить закон інерції?

1) під дією взаємно врівноважених сил матеріальна точка (тіло) або знаходиться в стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно;

2) дві сили, які прикладені до твердого тіла, взаємно врівноважуються тільки в тому випадку, якщо їх модулі рівні і вони направлені по одній прямі в протилежні сторони;

3) якщо до твердого тіла, яке знаходиться під дією певної системи сил, прикласти врівноважену систему або виключити таку систему сил, то утвориться система сил, еквівалентна задані системі;

4) рівнодійна двох сил, які перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

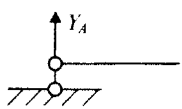
33. Як називається опора зображена на схемі?

1) шарнірно-рухома;

2) шарнірно-нерухома;

3) жорстке защемлення;

4) петля.



34. Як звучить аксіома рівноваги двох сил?

1) під дією взаємно врівноважених сил матеріальна точка (тіло) або знаходиться в стані покою, або рухається прямолінійно і рівномірно;

2) дві сили, які прикладені до твердого тіла, взаємно врівноважуються тільки в тому випадку, якщо їх модулі рівні і вони направлені по одній прямій в протилежні сторони;

3) якщо до твердого тіла, яке знаходиться під дією певної системи сил, прикласти врівноважену систему або виключити таку систему сил, то утвориться система сил, еквівалентна задані системі;

4) рівнодійна двох сил, які перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

35. Який вигляд мають рівняння рівноваги сил довільно розташованих на площині?

1) $mv = \sum \bar{F}_i t$; 2) $S_{yz} = \int_A yzdA$;

3) $\left.\begin{matrix} M_0 = \sum M_{0i} = 0 \\ \bar{R} = \sum \bar{F}_i = 0 \end{matrix}\right\}$; 4) $\bar{R} = \sum \bar{F}_i = 0$.

36. Як визначаються координати центра ваги площі?

1) $x_C = \sum p_k x_k$, $y_C = \sum p_k y_k$; 2) $x_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$;

3) $x_C = \dfrac{\sum A_k x_k}{A}$, $y_C = \dfrac{\sum A_k y_k}{A}$; 4) $x_C = \dfrac{\sum x_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum y_k}{P}$.

37. Як звучить аксіома приєднання і виключення врівноважених сил?

1) під дією взаємно врівноважених сил матеріальна точка (тіло) або знаходиться в стані покою, або рухається прямолінійно і рівномірно;

2) дві сили, які прикладені до твердого тіла, взаємно врівноважуються тільки в тому випадку, якщо їх модулі рівні і вони направлені по одній прямій в протилежні сторони;

3) якщо до твердого тіла, яке знаходиться під дією певної системи сил, прикласти врівноважену систему або виключити таку систему сил, то утвориться система сил, еквівалентна заданій системі;

4) рівнодійна двох сил, які перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

38. Яке тверде тіло називається вільним?

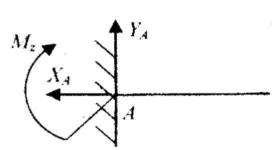
1) тверде тіло, свобода руху якого обмежена в'язями;

2) тіло, яке може пересуватися в просторі в будь-якому напрямку;

3) тверде тіло, свобода руху якого обмежена тільки однією в'яззю;

4) рівнодійна двох сил, які перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

39. Як називається опора, зображена на схемі?



1) шарнірно-рухома;

2) шарнірно-нерухома;

3) жорстке защемлення;

4) петля.

40. Як звучить аксіома паралелограма сил?

1) під дією взаємно врівноважених сил матеріальна точка (тіло) або знаходиться в стані покою, або рухається прямолінійно і рівномірно;

2) дві сили, які прикладені до твердого тіла, взаємно врівноважуються тільки в тому випадку, якщо їх модулі рівні і вони направлені по одній прямій в протилежні сторони;

3) якщо до твердого тіла, яке знаходиться під дією певної системи сил, прикласти врівноважену систему або виключити таку систему сил, то утвориться система сил, еквівалентна заданій системі;

4) рівнодійна двох сил які, перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

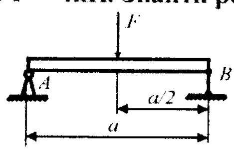
41. Балка завантажена силою F = 4кН. Знайти реакції в'язей

1) R_A=1кН, R_B=1кН;

2) R_A=2кН, R_B=2кН;

3) R_A=3кН, R_B=3кН;

4) R_A=4кН, R_B=4кН.



42. Яку матеріальну точку називають невільною?

1) точка, свобода руху якої обмежена;

2) тіло, яке обмежує свободу руху точки;

3) матеріальна точка підвішена на нитці, що невагома і не розтягується, яка виконує рухи в одній вертикальній площині під дією сили тяжіння;

4) матеріальна точка підвішена на нитці, що невагома і не розтягується, яка виконує рухи в одні вертикальні площині під дією сили інерції.

43. Які тіла називаються в'язями?

1) точка, свобода руху якої обмежена;

2) тіла, які обмежують свободу руху точки, або твердого тіла;

3) матеріальна точка, яка виконує рухи в одній вертикальній площині під дією сили тяжіння;

4) матеріальна точка, яка виконує рухи в одній вертикальній площині під дією сили інерції.

44. Яке тіло називають абсолютно твердим?

1) тіло, яке завжди зберігає незмінною свою геометричну форму;

2) вектор, проведений із початкового положення рухомої точки в її положення в деякий момент часу;

3) тіло, розміри якого за всіма напрямками досить малі, так що різницею у русі окремих точок цього тіла можна знехтувати;

4) сполучення матеріальних точок, в якому положення і рух кожної точки залежить від положення і руху інших точок цієї системи.

45. Що називають збіжною системою сил?

1) систему сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці;

2) тіло, яке може пересуватися в просторі в будь-якому напрямку;

3) тверде тіло, свобода руху якого обмежена в'язями;

4) систему сил, що довільно розміщені в просторі.

46. Від чого залежить коефіцієнт тертя ковзання?

1) від матеріалу і фізичного стану поверхонь, що труться, а також від швидкості руху тіла і питомого тиску;

2) від обертання з постійною кутовою швидкістю;

3) від обертання з постійним кутовим прискоренням;

4) від уявних нескінченно малих переміщень, які допускаються в даний момент накладеними на системі в'язями.

47. Що називають головним моментом системи сил відносно центра?

1) відстань між лініями дії сил пари;

2) величину, що дорівнює взятому з відповідним знаком добутку модуля одної з сил пари на її плече;

3) величину, яка дорівнює геометричній сумі всіх сил системи;

4) величину, яка дорівнює векторній сумі моментів всіх сил системи відносно центра.

48. Як визначаються координати центра ваги лінії?

1) $x_C = \sum p_k x_k$, $y_C = \sum p_k y_k$, $z_C = \sum p_k z_k$;

2) $x_C = \dfrac{\sum x_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum y_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum z_k}{P}$.

3) $x_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $y_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$, $z_C = \dfrac{\sum p_k}{P}$;

4) $x_C = \dfrac{\sum l_k x_k}{l}$, $y_C = \dfrac{\sum l_k y_k}{l}$, $z_C = \dfrac{\sum l_k z_k}{l}$;

49. Як звучить аксіома рівності дії і протидії?

1) всякій дії відповідає рівна і протилежно направлена протидія;

2) дві сили, які прикладені до твердого тіла, взаємно врівноважуються тільки в тому випадку, якщо їх модулі рівні і вони направлені по одній прямій в протилежні сторони;

3) якщо до твердого тіла, яке знаходиться під дією певної системи сил, прикласти врівноважену систему або виключити таку систему сил, то утвориться система сил, еквівалентна заданій системі;

4) рівнодійна двох сил, які перетинаються, прикладена в точці їх перетину і зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах.

50. В яких одиницях вимірюється сила?

1) в ньютонах (Н);

2) в ньютонах, ділених на метр (Н/м);

3) в ньютонах, помножених на метр (Н·м);

4) в ньютонах, ділених на метр в квадраті (Н/м^2).

51. Реакція в'язі, це:

1) сили, з якими взаємодіють точки даної матеріальної системи;

2) сили, з якими в'язі діють на точки матеріальної системи або тіла в їх точках взаємодії;

3) сили з якими взаємодіють точки даної матеріальної системи з точками, що не належать системі;

4) тіла, що обмежують переміщення точок системи або тіл.

52. До якого найпростішого вигляду зводиться система паралельних сил?

1) до однієї рівнодіючої пари сил;

2) до однієї рівнодіючої сили;

3) до сили, що дорівнює головному вектору системи і пари сил, що дорівнює головному моменту системи відносно центра зведення, причому вектор сил ортогональний до площини пари (динамічний гвинт);

4) до сили, що дорівнює головному вектору системи і пари сил, що дорівнює головному моменту системи відносно центра зведення, причому вектор сили лежить в площині пари.

53. Умова рівноваги просторової системи сил:

1) $\sum \overline{F} = 0, \quad \sum \overline{M}_O = 0$; 2) $\sum \overline{F} = 0$; 3) $\sum \overline{M}_O = 0$;

4) $\sum \overline{F} = 0, \quad \sum \overline{M}_O = 0, \quad \sum \overline{R} = 0$.

54. Момент сили відносно осі z дорівнює нулю:

1) якщо вектор сили лежить в площині ортогональній до осі z;

2) якщо вектор z і вісь z перехрещуються;

3) якщо вектор сили і вісь z знаходяться в одній площині;

4) якщо точка прикладення вектора сили знаходиться на значній відстані від осі.

55. Чи залежить головний вектор і головний момент системи сил від вибору центра зведення?

1) головний вектор системи залежить, а головний момент не залежить від центра зведення;

2) головний вектор і головний момент системи сил не залежить від вибору центра зведення;

3) головний момент системи сил залежить, а головний вектор не залежить від вибору центра зведення;

4) головний вектор і головний момент системи сил залежать від вибору центра зведення.

56. Назвіть статичні інваріанти зведення системи сил до центру:

1) головний вектор і головний момент системи не залежать від вибору центра зведення;

2) головний момент системи сил не залежить від вибору центра зведення;

3) головний вектор і скалярний добуток головного вектора на головний момент системи не залежить від центра зведення;

4) головний вектор і векторний добуток головного вектора на головний момент системи не залежить від центра зведення.

57. В теоретичній механіці вектор сили можна:

1) переносити паралельно собі тільки вправо;

2) переносити паралельно собі в довільну сторону;

3) переносити по лінії дії;

4) переносити паралельно собі тільки вліво.

58. Як визначається напрям моменту сили відносно точки O?

1) вектор моменту сили відносно точки O колінеарний з вектором сили;

2) вектор моменту сили відносно центра O направлений перпендикулярно до площини, що проходить через точку O і лінію дії сили, в той бік, звідки рух сили навколо точки спостерігається проти годинникової стрілки;

3) вектор моменту сили відносно точки O ортогональний до вектора сили;

4) вектор моменту сили відносно центра O направлений перпендикулярно до площини, що проходить через точку O і лінію дії сили, в той бік, звідки рух сили навколо точки спостерігається за годинниковою стрілкою.

59. При якому напрямі сили її момент відносно даної осі є найбільшим?

1) коли вісь і лінія дії сили паралельні;

2) коли лінія дії сили перетинає вісь;

3) коли лінія дії сили лежить в площині, перпендикулярній до осі;

4) коли лінія дії сили направлена під кутом до осі.

60. Який зв'язок між моментом сили відносно точки О і моментом сили відносно осі z, що проходить через цю точку?

1) рівні між собою за величиною;

2) проекція вектора моменту сили відносно центра О на площину, що ортогональна до осі, дорівнює моменту сили відносно осі;

3) це різні поняття і відсутній зв'язок між цими величинами;

4) проекція вектора моменту сили відносно центра О на вісь z, що проходить через точку О, дорівнює моменту сили відносно осі z.

4) коли вони однакові за величиною і діють вздовж однієї прямої в одному напрямку.

62. Аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил:

1) $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0;$ 2) $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y \neq 0;$

3) $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0;$ 4) $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_z = 0.$

63. Система з двох рівних за модулем і протилежних за напрямком сил, лінії дії яких не збігаються, називаються:

1) системою збіжних сил;

2) моментом сили;

3) парою сил;

4) системою просторових сил.

64. Головним вектором системи сил $\left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \ldots, \overline{F}_n\right)$ є:

1) $\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i;$

2) $\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} F_i + \sum_{i=1}^{n} M_i;$

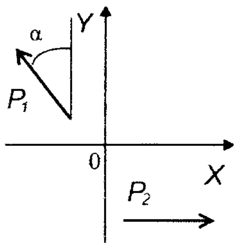
3) $\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i \cdot h_i;$

4) $\overline{R} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i}{n}.$

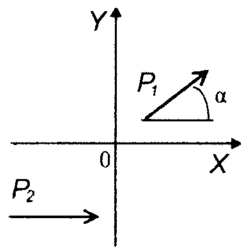
4 ЗАВДАННЯ ДЛЯ ВХІДНОГО КОНТРОЛЮЬ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ З ДИСЦИПЛІНИ "ВИЩА МАТЕМАТИКА"

Знайти проекції векторів $\overline{P}_1$ та $\overline{P}_2$ на координатні осі, якщо $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, а кут $\alpha = 30°$. Визначити також кути між векторами сил та віссю X.

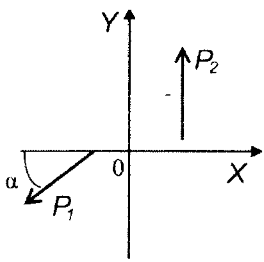
Задача № 1



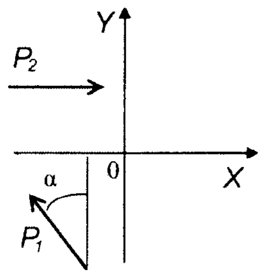
Задача № 2



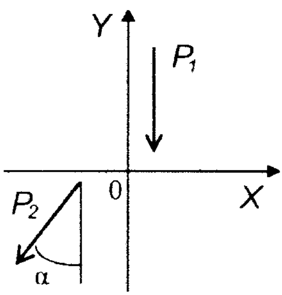
Задача № 3



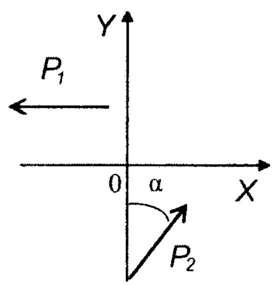
Задача № 4



Задача № 5

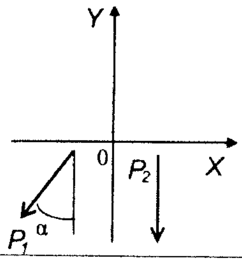


Задача № 6

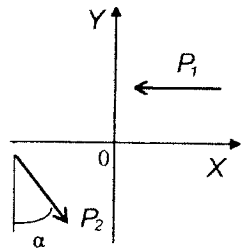


Знайти проекції векторів $\bar{P}_1$ та $\bar{P}_2$ на координатні осі, якщо $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, а кут $\alpha = 30°$. Визначити також кути між векторами сил та віссю X.

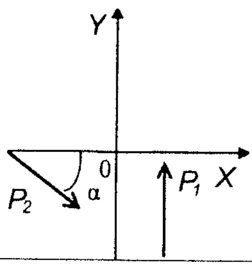
Задача № 7



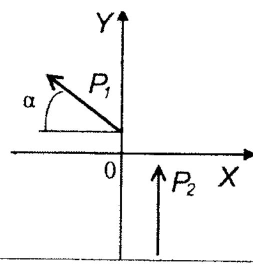
Задача № 8



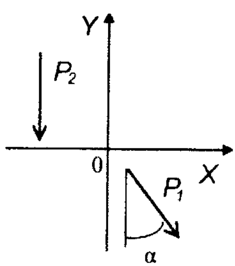
Задача № 9



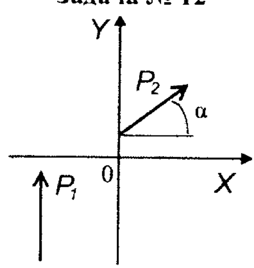
Задача № 10



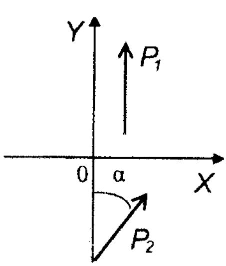
Задача № 11



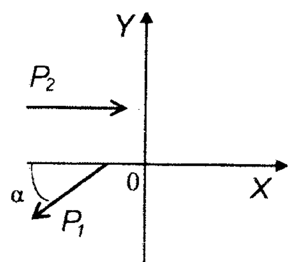
Задача № 12



Задача № 13

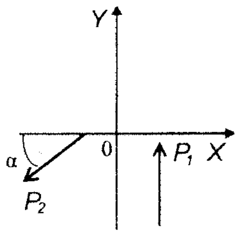


Задача № 14

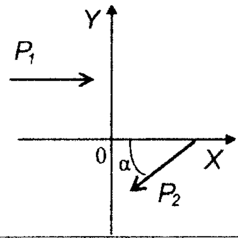


Знайти проекції векторів $\overline{P}_1$ та $\overline{P}_2$ на координатні осі, якщо $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, а кут $\alpha = 30°$. Визначити також кути між векторами сил та віссю X.

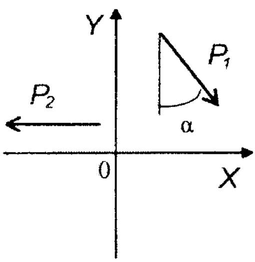
Задача № 15



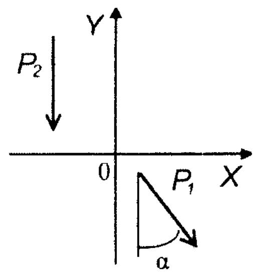
Задача № 16



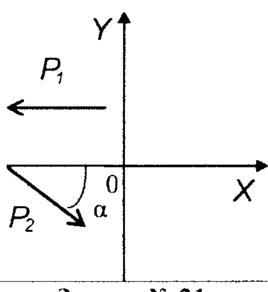
Задача № 17



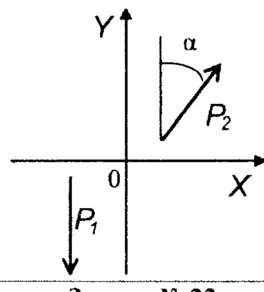
Задача № 18



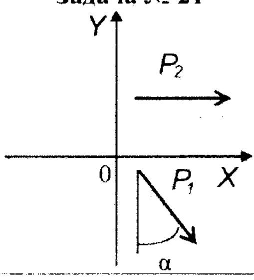
Задача № 19



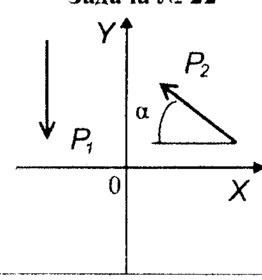
Задача № 20



Задача № 21

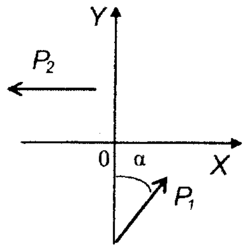


Задача № 22

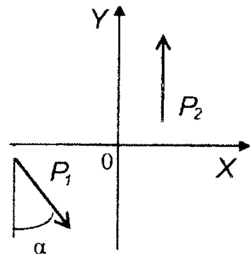


Знайти проекції векторів $\bar{P}_1$ та $\bar{P}_2$ на координатні осі, якщо $P_1 = 2$, $P_2 = = 3$, а кут $\alpha = 30°$. Визначити також кути між векторами сил та віссю X.

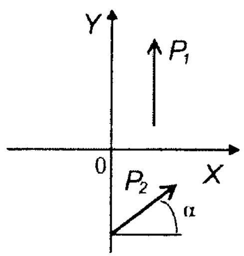
Задача № 23



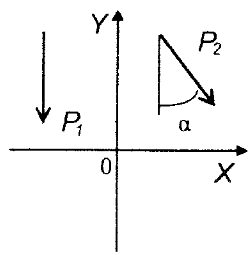
Задача № 24



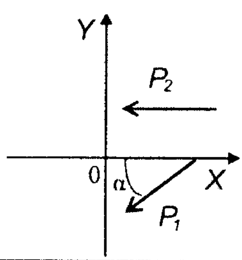
Задача № 25



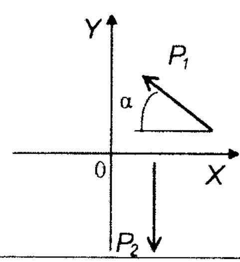
Задача № 26



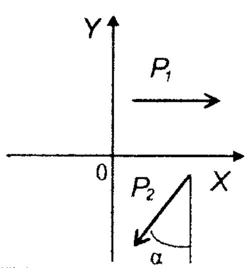
Задача № 27



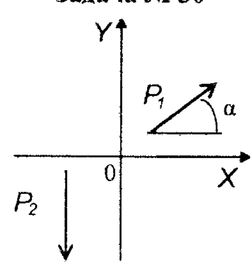
Задача № 28



Задача № 29



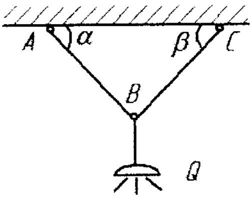
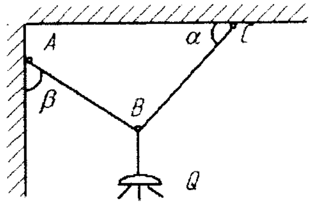
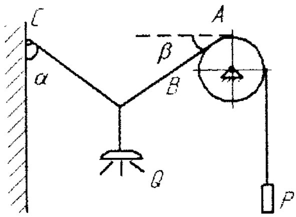
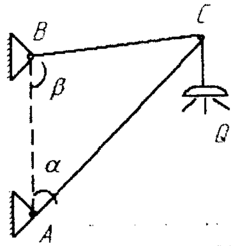
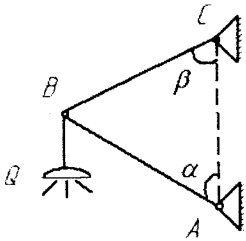
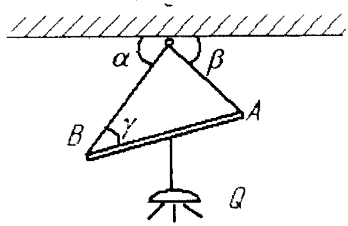
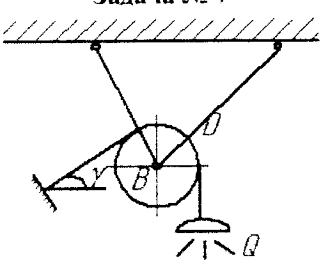
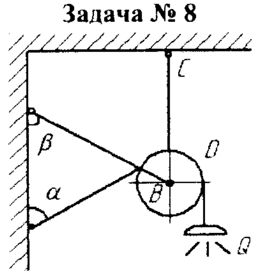
Задача № 30



5 ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ ТА ПОТОЧНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

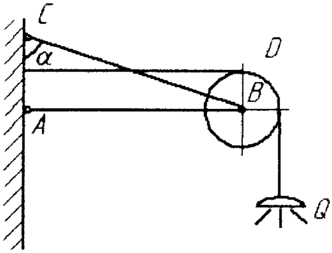
5.1 Плоска збіжна система сил

Знайти зусилля в тросі BC та стрижні AB, якщо: $Q = 16$ Н, $\alpha = 60°$; $\beta = 45°$; $\gamma = 150°$.

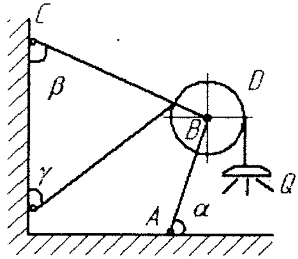
Задача № 1	**Задача № 2**
	
Задача № 3	**Задача № 4**
	
Задача № 5	**Задача № 6**
	
Задача № 7	**Задача № 8**
	

Знайти зусилля в тросі BC та стрижні AB, якщо: Q = 16 Н, $\alpha = 60°$; $\beta = 45°$; $\gamma = 150°$.

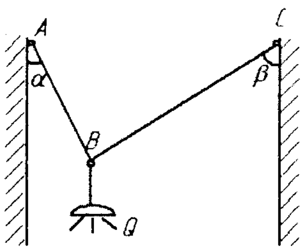
Задача № 9



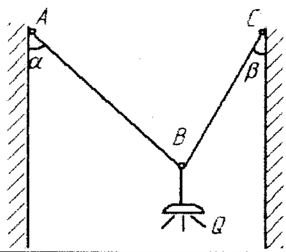
Задача № 10



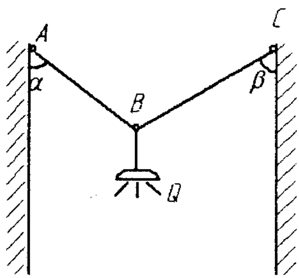
Задача № 11



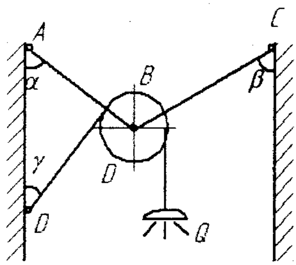
Задача № 12



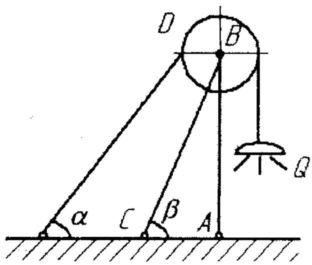
Задача № 13



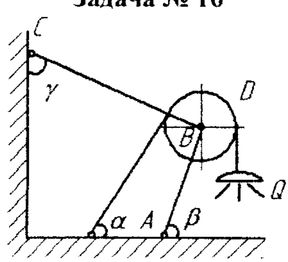
Задача № 14



Задача № 15

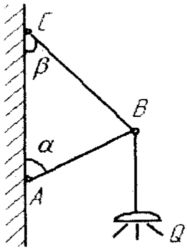


Задача № 16

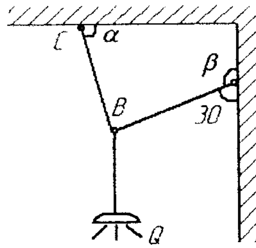


Знайти зусилля в тросі BC та стрижні AB, якщо: $Q = 16$ Н, $\alpha = 60°$; $\beta = 45°$; $\gamma = 150°$.

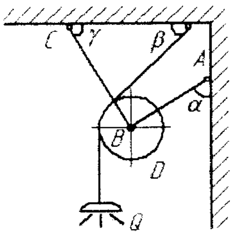
Задача № 17



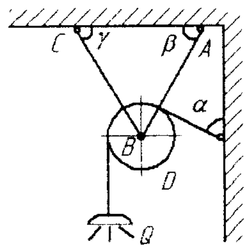
Задача № 18



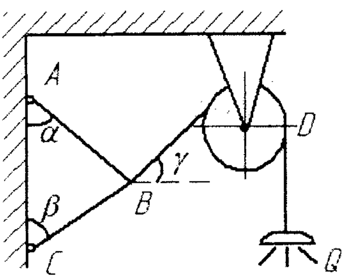
Задача № 19



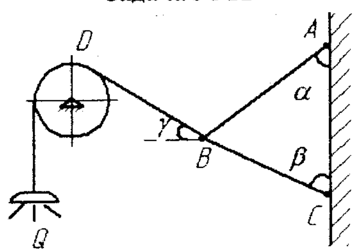
Задача № 20



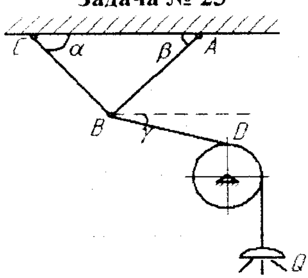
Задача № 21



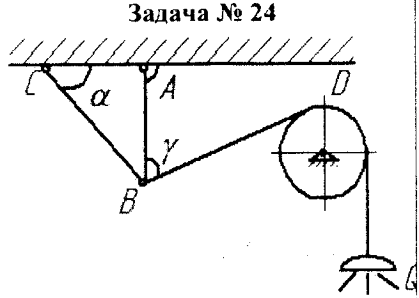
Задача № 22



Задача № 23

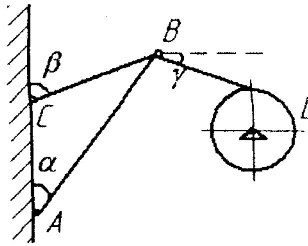


Задача № 24

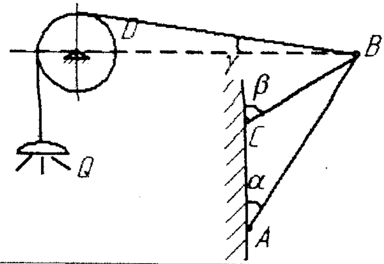


Знайти зусилля в тросі BC та стрижні AB, якщо: $Q = 16$ Н, $\alpha = 60°$; $\beta = 45°$; $\gamma = 150°$.

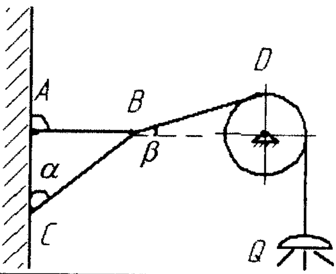
Задача № 25



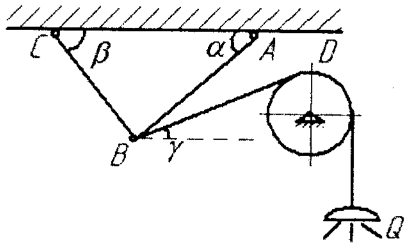
Задача № 26



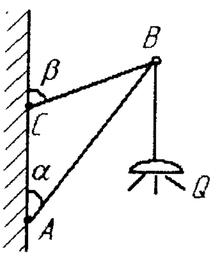
Задача № 27



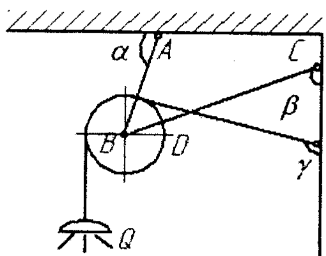
Задача № 28



Задача № 29



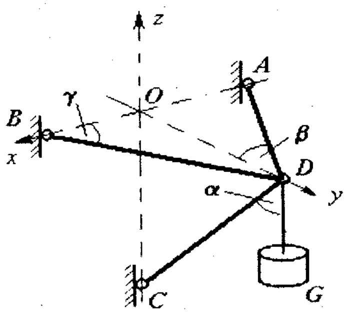
Задача № 30



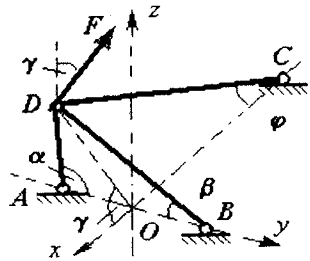
5.2 Просторова збіжна система сил

На вузол D просторової конструкції діє або сила $\overline{F}$, або вантаж вагою G. Знайти зусилля в стрижнях AD, BD і CD, якщо: $F = 20$ кН, $G = 10$ кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 1

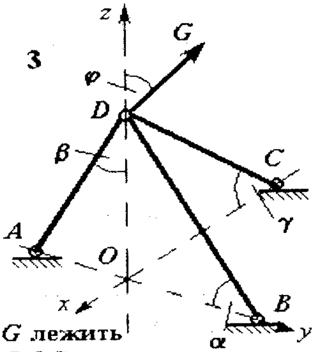


Задача № 2



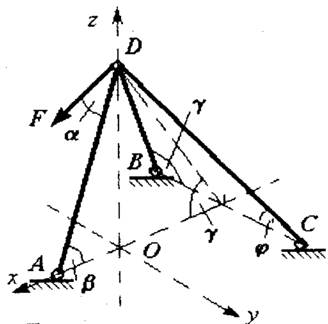
Сила F лежить в пл. OCD

Задача № 3



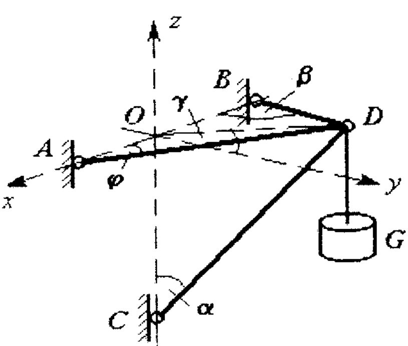
Сила G лежить в пл. DOC

Задача № 4

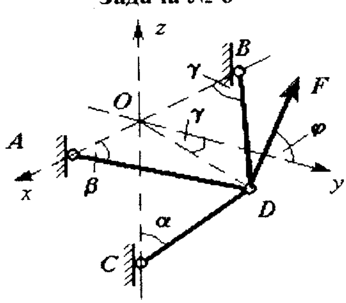


Сила F лежить в пл. AOD

Задача № 5



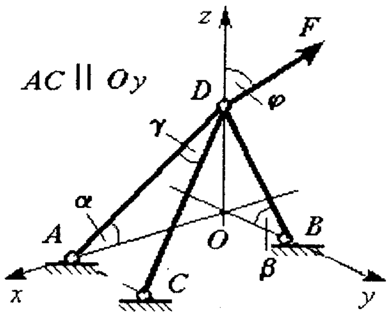
Задача № 6



Сила F лежить в пл. ODC

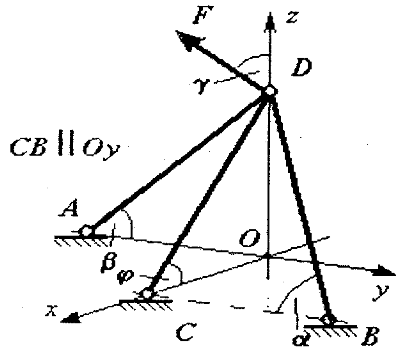
На вузол D просторової конструкції діє або сила $\bar{F}$, або вантаж вагою G. Знайти зусилля в стрижнях AD, BD і CD, якщо: $F = 20$ кН, $G = 10$ кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 7



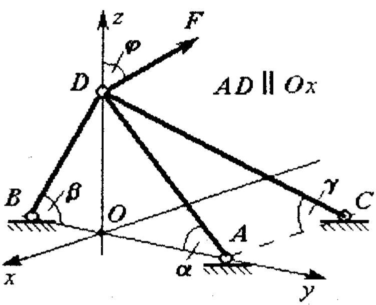
Сила F лежить в пл. yOz

Задача № 8



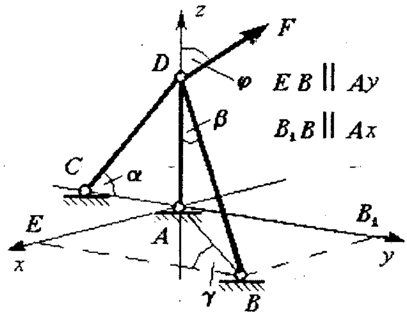
Сила F лежить в пл. zOy

Задача № 9



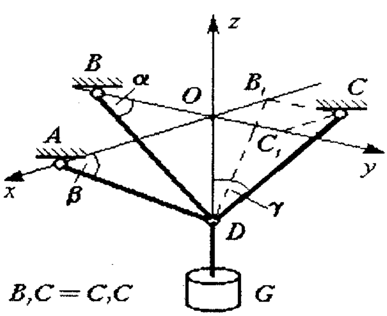
Сила F лежить в пл. xOz

Задача № 10

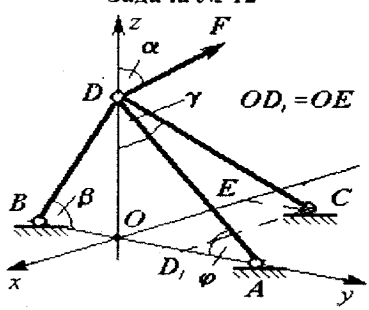


Сила F лежить в пл. yAz

Задача № 11



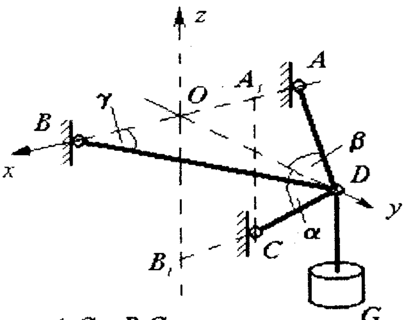
Задача № 12



Сила F лежить в пл. yOz

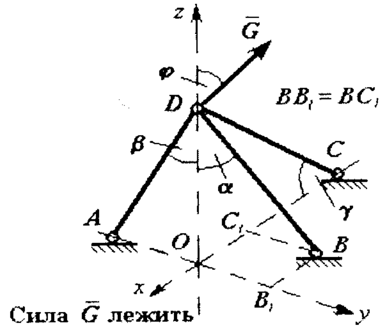
На вузол D просторової конструкції діє або сила $\overline{F}$, або вантаж вагою G. Знайти зусилля в стрижнях AD, BD і CD, якщо: $F = 20$ кН, $G = 10$ кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 13



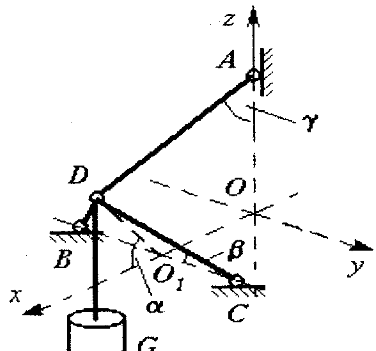
$A_1C = B_1C$

Задача № 14



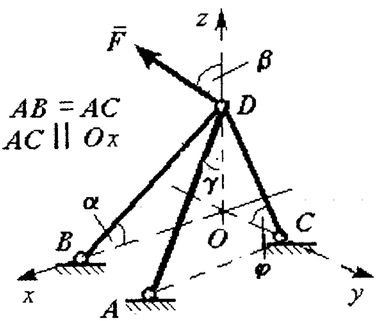
Сила $\overline{G}$ лежить в пл. DOy

Задача № 15



$CO_1 = BO_1$

Задача № 16

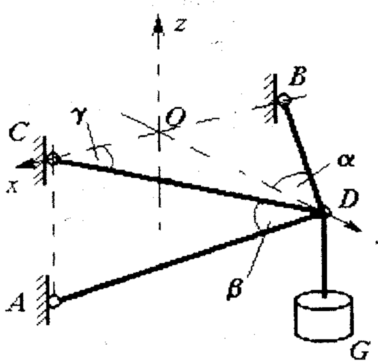


$AB = AC$

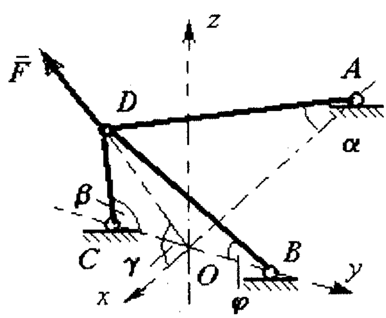
$AC \parallel Ox$

Сила $\overline{F}$ лежить в пл. xOz

Задача № 17



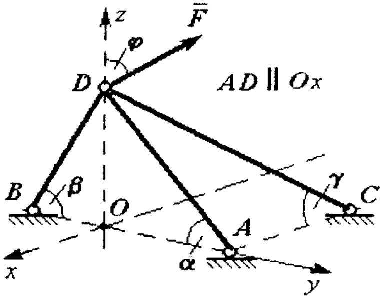
Задача № 18



Сила $\overline{F}$ направлена по OD

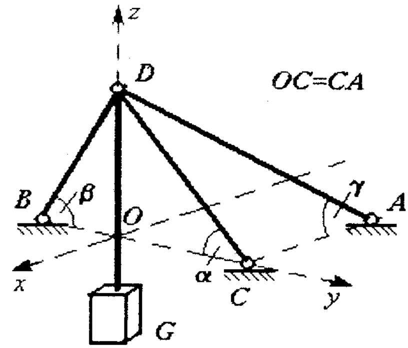
На вузол D просторової конструкції діє або сила $\overline{F}$, або вантаж вагою G. Знайти зусилля в стрижнях AD, BD і CD, якщо: $F = 20$ кН, $G = 10$ кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 19

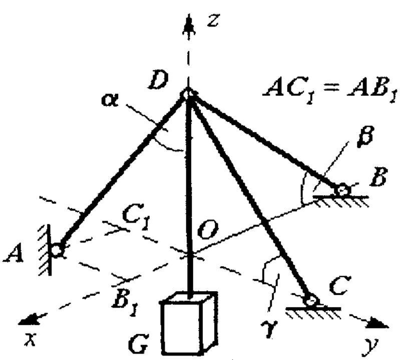


Сила $\overline{F}$ лежить в пл. xOz

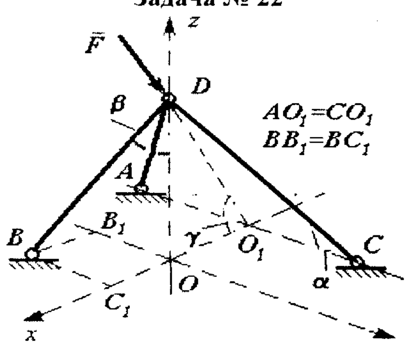
Задача № 20



Задача № 21

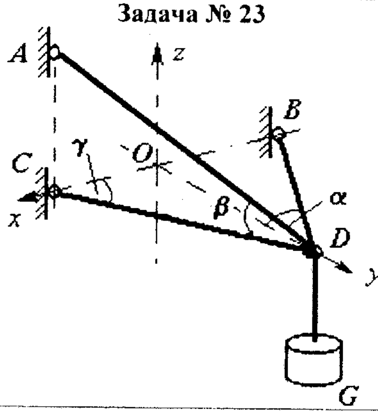


Задача № 22

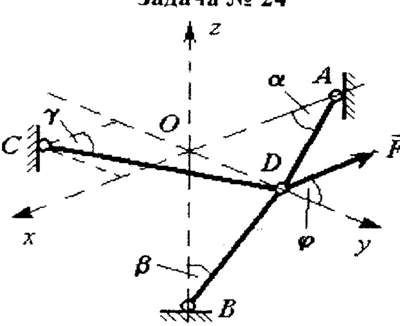


Сила $\overline{F}$ діє по DO_1

Задача № 23



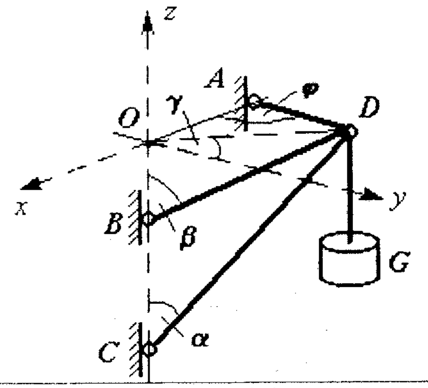
Задача № 24



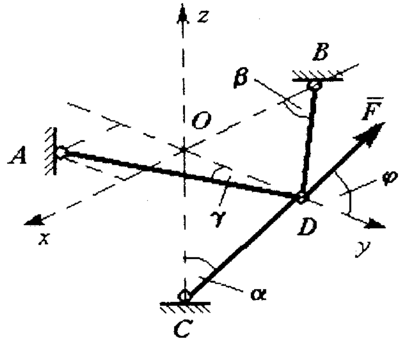
Сила $\overline{F}$ лежить в пл. yOz

На вузол D просторової конструкції діє або сила $\bar{F}$, або вантаж вагою G. Знайти зусилля в стрижнях AD, BD і CD, якщо: F = 20 кН, G = 10 кН, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 25

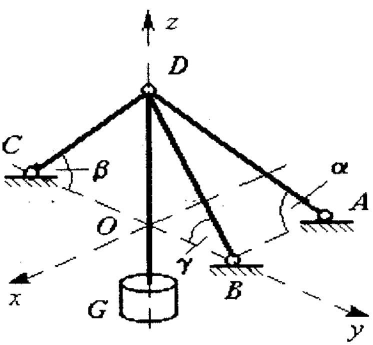


Задача № 26

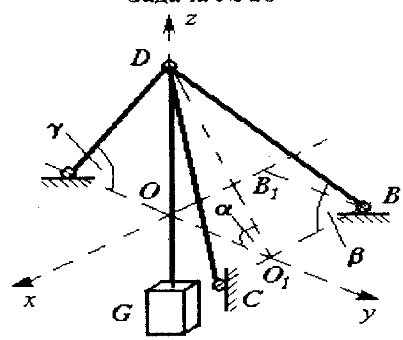


Сила $\bar{F}$ лежить в пл. xOy

Задача № 27

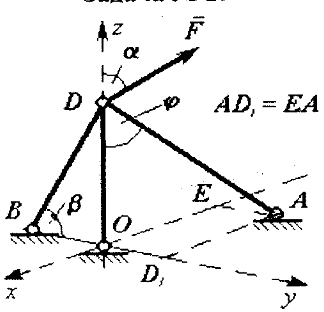


Задача № 28



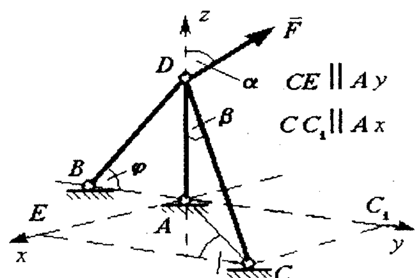
$O_1B = BB_1 = O_1C$

Задача № 29



Сила $\bar{F}$ лежить в пл. xOz

Задача № 30



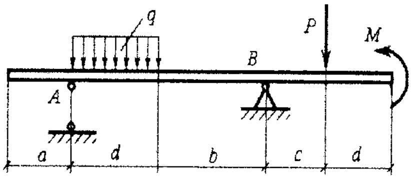
Сила $\bar{F}$ лежить в пл. xOz

5.3 Плоска система паралельних сил

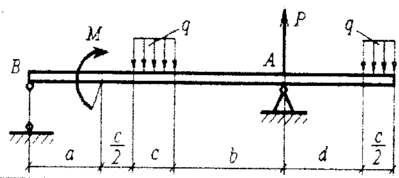
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти значення: P = 10 кН, M = 5 кН·м, q = 2 кН/м, a = 4 м, b = 5 м, c = 2 м, d = 3 м.

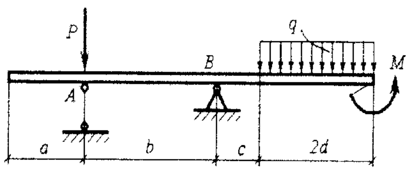
Задача № 1



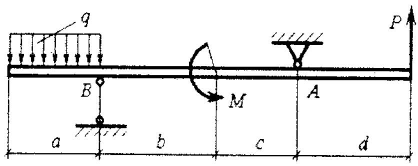
Задача № 2



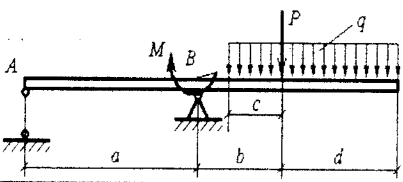
Задача № 3



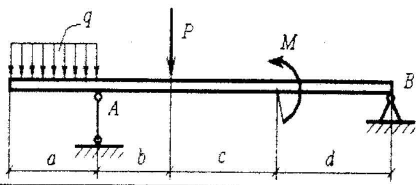
Задача № 4



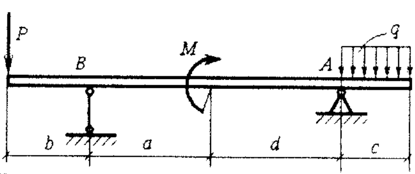
Задача № 5



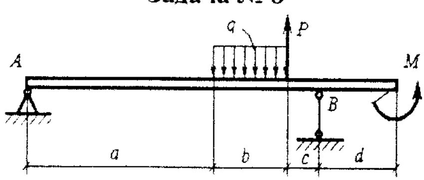
Задача № 6



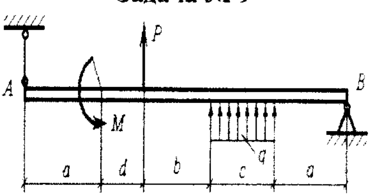
Задача № 7



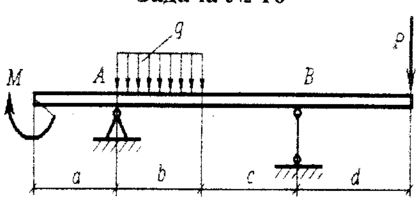
Задача № 8



Задача № 9



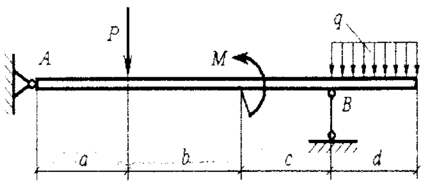
Задача № 10



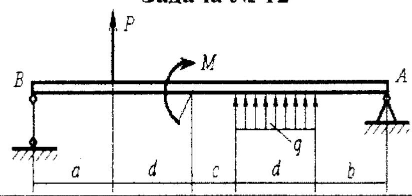
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти значення: $P = 10$ кН, $M = 5$ кН·м, $q = 2$ кН/м, $a = 4$ м, $b = 5$ м, $c = 2$ м, $d = 3$ м.

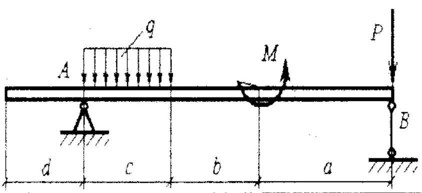
Задача № 11



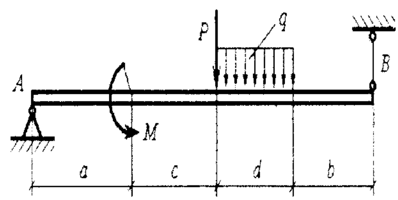
Задача № 12



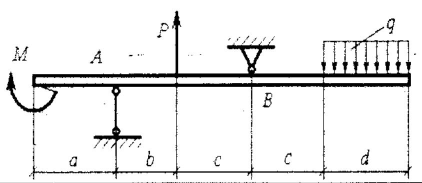
Задача № 13



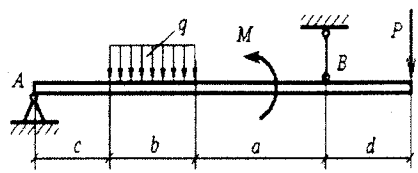
Задача № 14



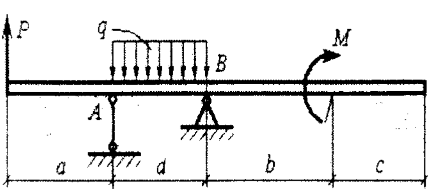
Задача № 15



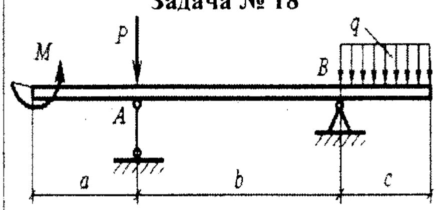
Задача № 16



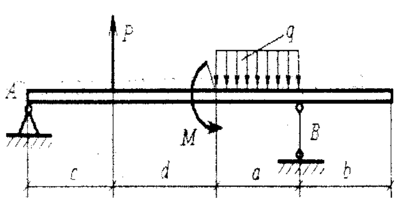
Задача № 17



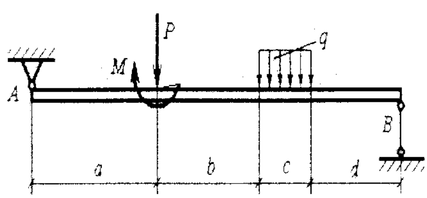
Задача № 18



Задача № 19



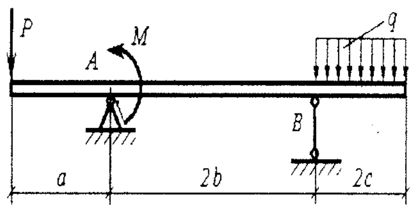
Задача № 20



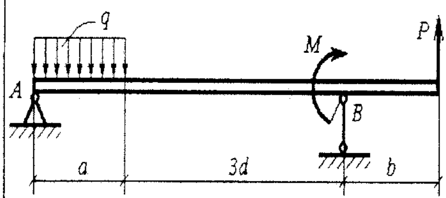
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти значення: P = 10 кН, M = 5 кН·м, q = 2 кН/м, a = 4 м, b = 5 м, c = 2 м, d = 3 м.

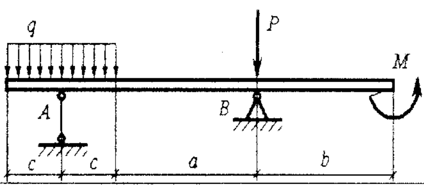
Задача № 21



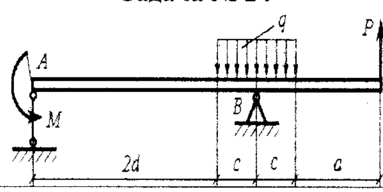
Задача № 22



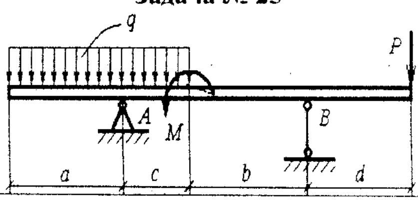
Задача № 23



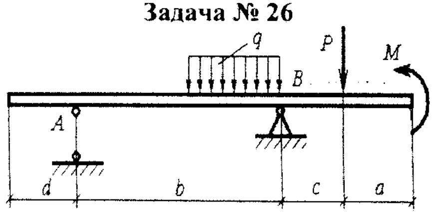
Задача № 24



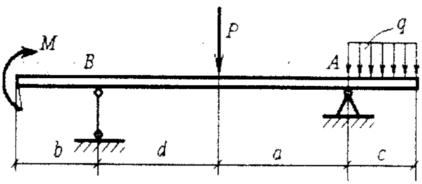
Задача № 25



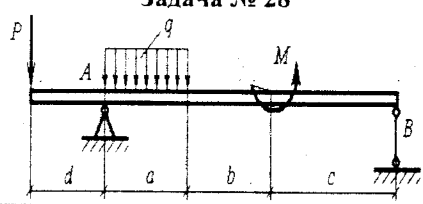
Задача № 26



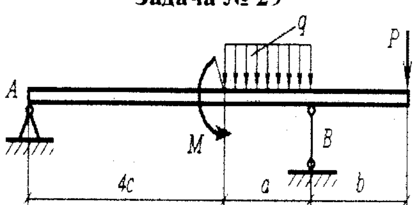
Задача № 27



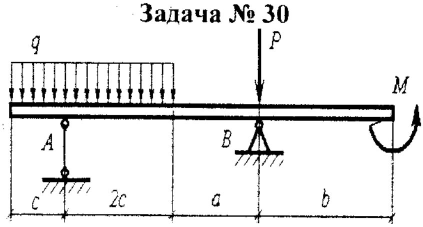
Задача № 28



Задача № 29



Задача № 30

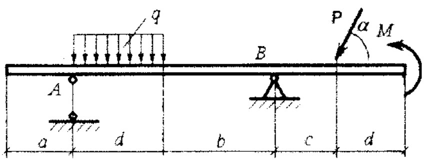


5.4 Плоска довільна система сил. Балка

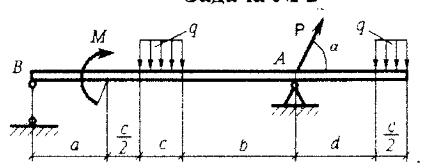
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти: $P = 10$ кН, $M = 5$ кН·м, $q = 2$ кН/м, $a = 4$ м, $b = 5$ м, $c = 2$ м, $d = 3$ м, $\alpha = 30°$.

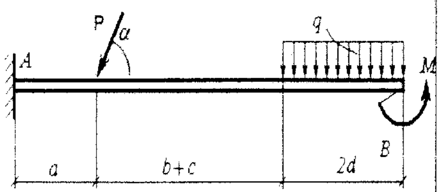
Задача № 1



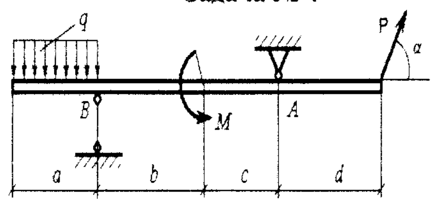
Задача № 2



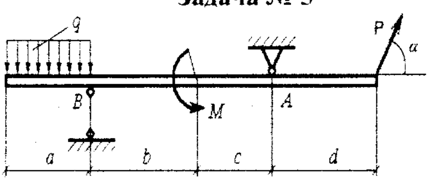
Задача № 3



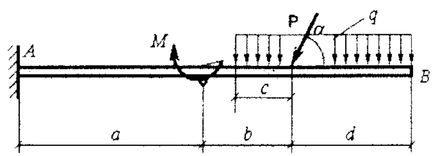
Задача № 4



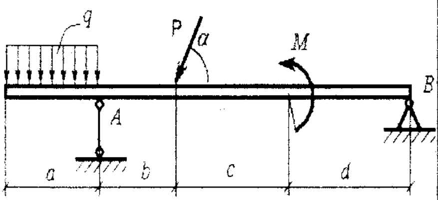
Задача № 5



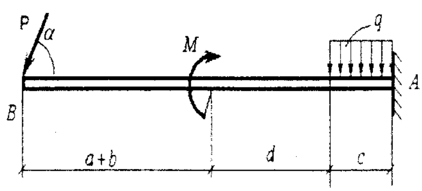
Задача № 6



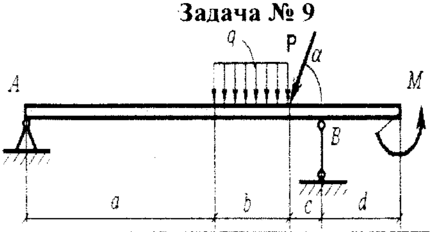
Задача № 7



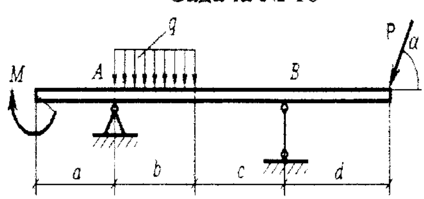
Задача № 8



Задача № 9



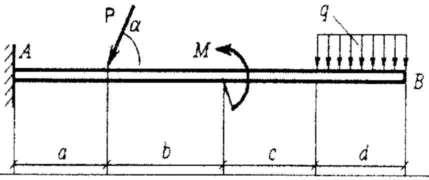
Задача № 10



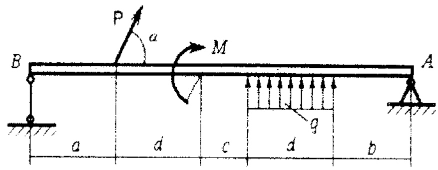
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти: $P = 10$ кН, $M = 5$ кН·м, $q = 2$ кН/м, $a = 4$ м, $b = 5$ м, $c = 2$ м, $d = 3$ м, $\alpha = 30°$.

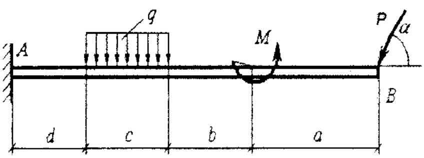
Задача № 11



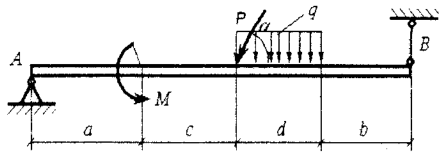
Задача № 12



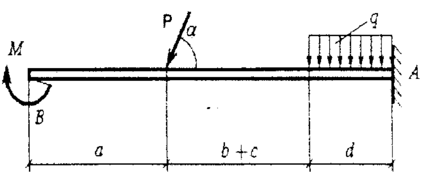
Задача № 13



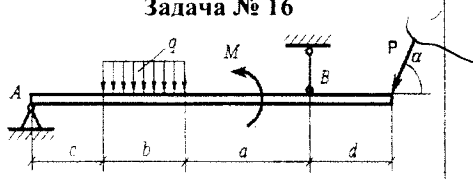
Задача № 14



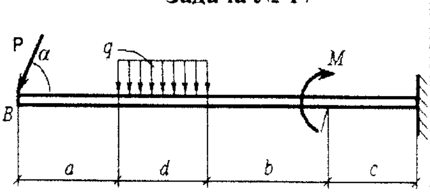
Задача № 15



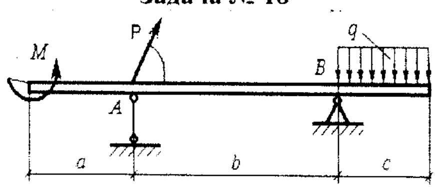
Задача № 16



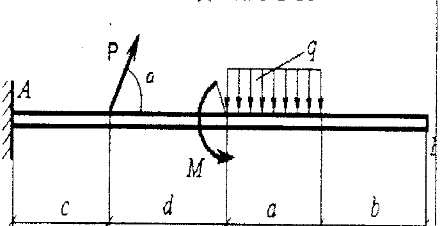
Задача № 17



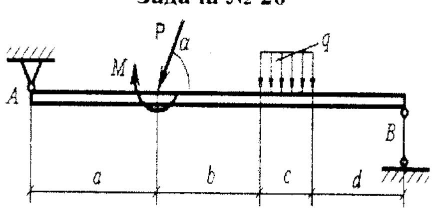
Задача № 18



Задача № 19



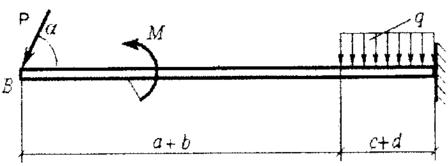
Задача № 20



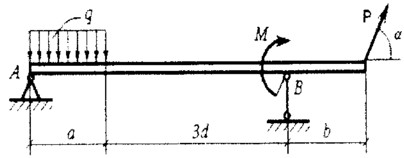
Горизонтальна балка навантажена силою P, моментом M і розподільним навантаженням інтенсивністю q. Визначити реакції в'язей. Виконати перевірку.

В остаточних розрахунках прийняти: $P = 10$ кН, $M = 5$ кН·м, $q = 2$ кН/м, $a = 4$ м, $b = 5$ м, $c = 2$ м, $d = 3$ м, $\alpha = 30°$.

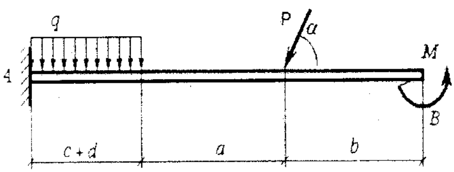
Задача № 21



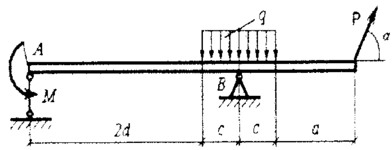
Задача № 22



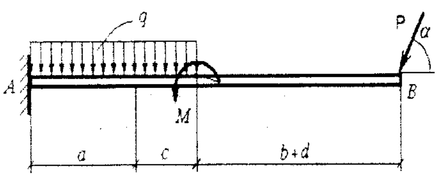
Задача № 23



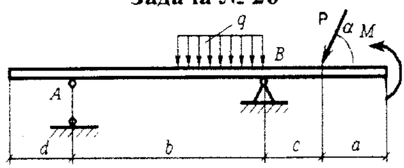
Задача № 24



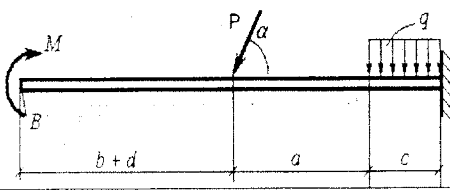
Задача № 25



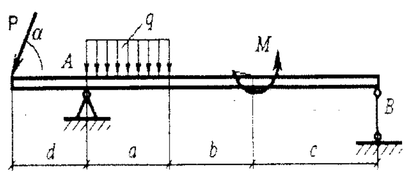
Задача № 26



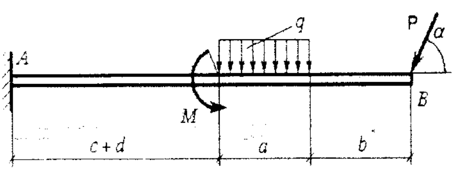
Задача № 27



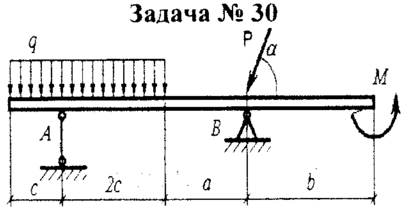
Задача № 28



Задача № 29



Задача № 30

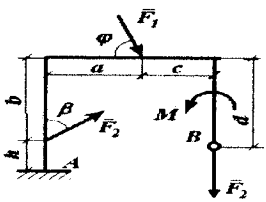


5.5 Плоска довільна система сил. Рама

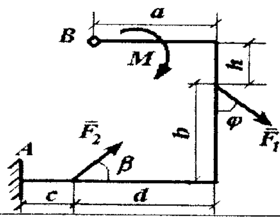
Плоска рама знаходиться в рівновазі під дією сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 20$ Н і пари сил з моментом $M = 60$ Н.

Знайти реакції в'язей, якщо: $a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$м, $d = 3$ м, $h = 2$ м, $\varphi = 45°$, $\beta = 30°$.

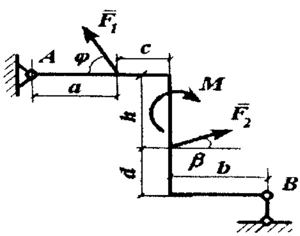
Задача № 1



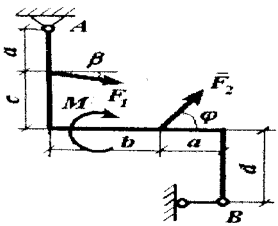
Задача № 2



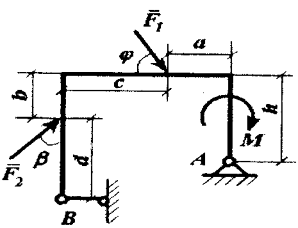
Задача № 3



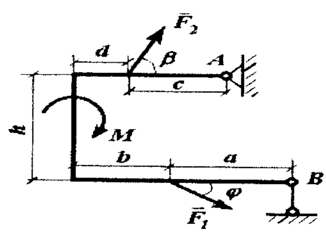
Задача № 4



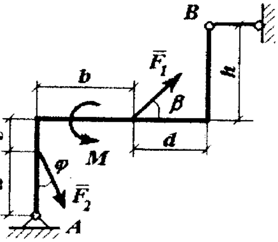
Задача № 5



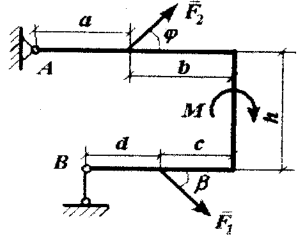
Задача № 6



Задача № 7



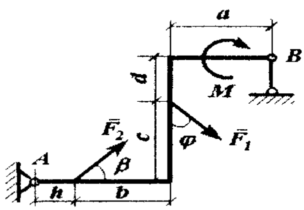
Задача № 8



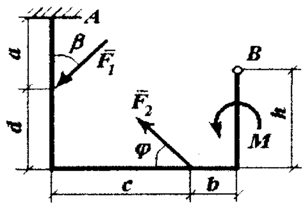
Плоска рама знаходиться в рівновазі під дією сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 20$ Н і пари сил з моментом $M = 60$ Н.

Знайти реакції в'язей, якщо: $a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$м, $d = 3$ м, $h = 2$ м, $\varphi = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

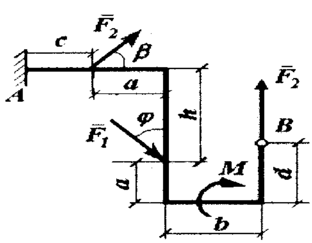
Задача № 9



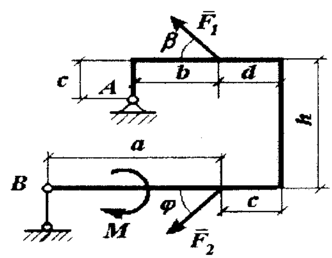
Задача № 10



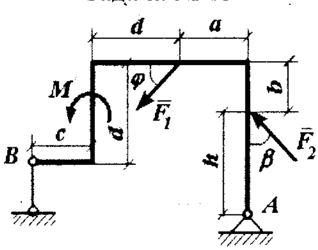
Задача № 11



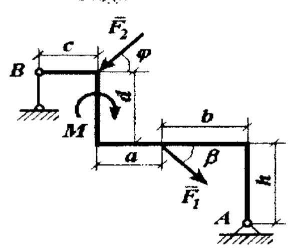
Задача № 12



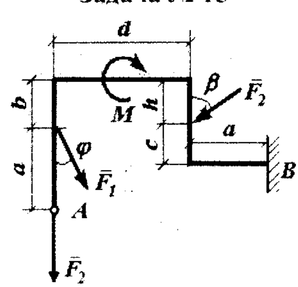
Задача № 13



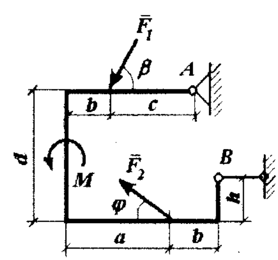
Задача № 14



Задача № 15



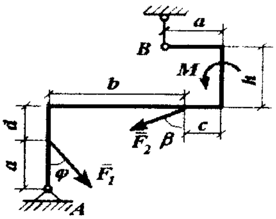
Задача № 16



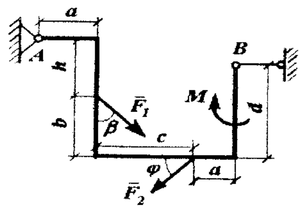
Плоска рама знаходиться в рівновазі під дією сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 20$ Н і пари сил з моментом $M = 60$ Н.

Знайти реакції в'язей, якщо: $a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$м, $d = 3$ м, $h = 2$ м, $\varphi = 45°$, $\beta = 30°$.

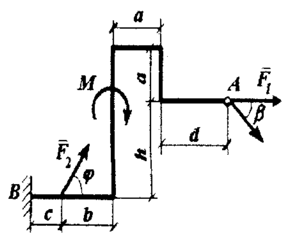
Задача № 17



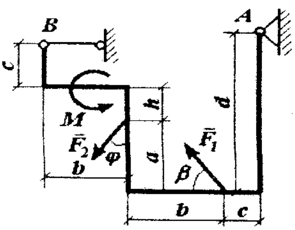
Задача № 18



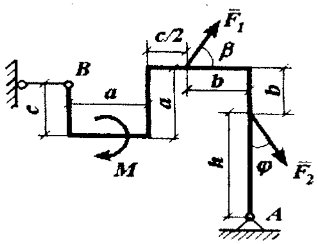
Задача № 19



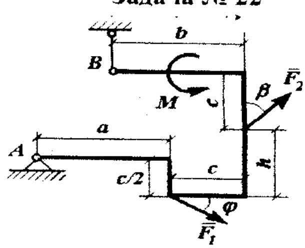
Задача № 20



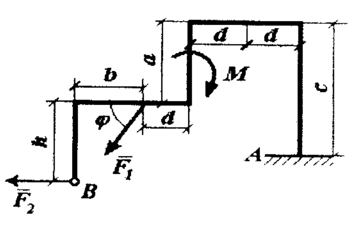
Задача № 21



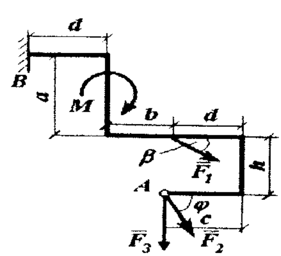
Задача № 22



Задача № 23



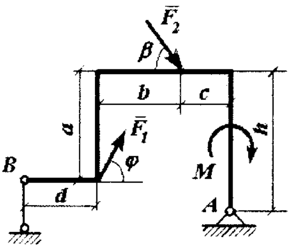
Задача № 24



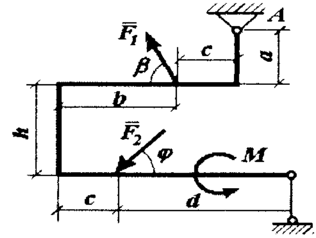
Плоска рама знаходиться в рівновазі під дією сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 20$ Н і пари сил з моментом $M = 60$ Н.

Знайти реакції в'язей, якщо: $a = 5$ м, $b = 8$ м, $c = 3$м, $d = 3$ м, $h = 2$ м, $\varphi = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

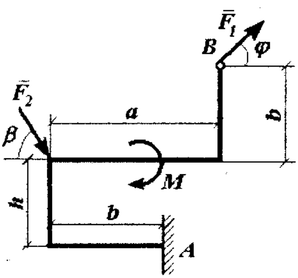
Задача № 25



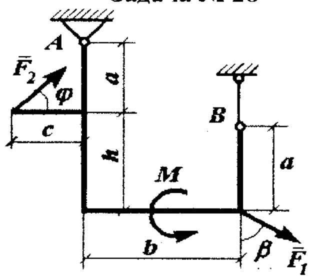
Задача № 26



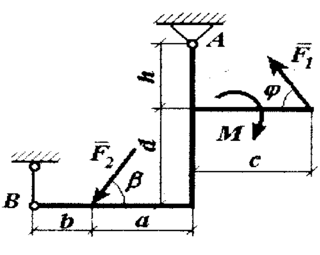
Задача № 27



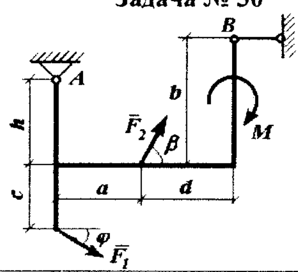
Задача № 28



Задача № 29



Задача № 30

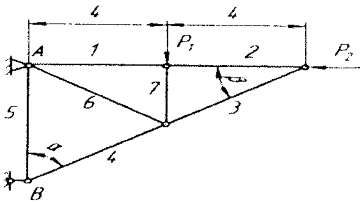


5.6 Плоска ферма

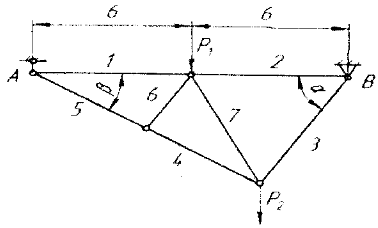
Визначити зусилля в стрижнях плоскої ферми якщо: P_1 = 20 кН; P_2 = =10 кН; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$.

На схемі розміри стрижнів в метрах.

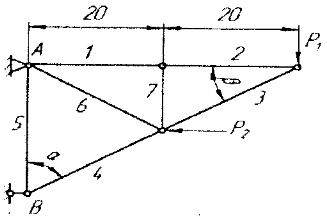
Задача № 1



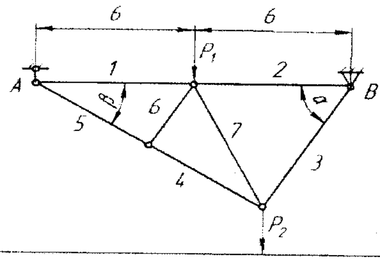
Задача № 2



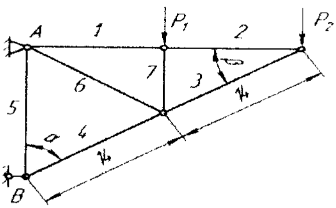
Задача № 3



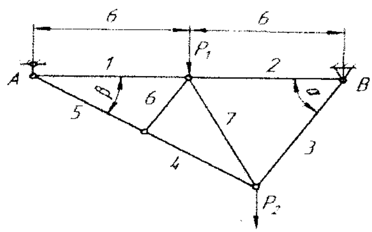
Задача № 4



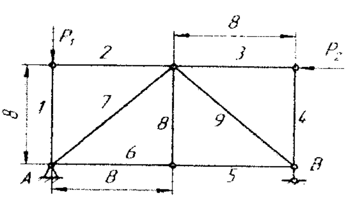
Задача № 5



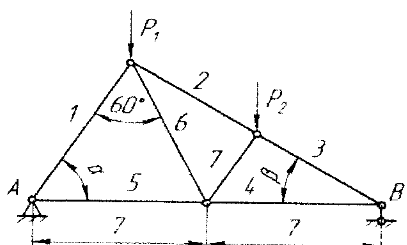
Задача № 6



Задача № 7



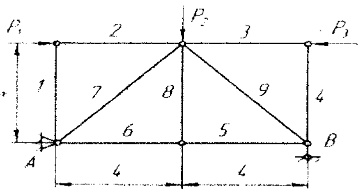
Задача № 8



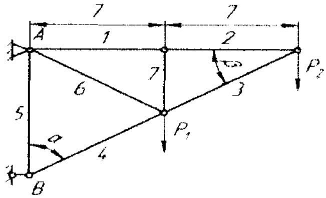
Визначити зусилля в стрижнях плоскої ферми якщо: P_1 = 20 кН; P_2 = =10 кН; α = 60°; β = 30°.

На схемі розміри стрижнів в метрах.

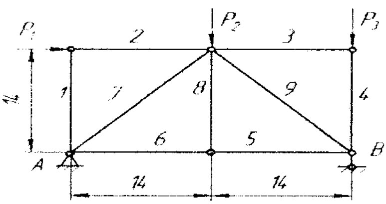
Задача № 9



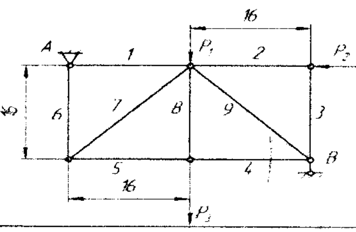
Задача № 10



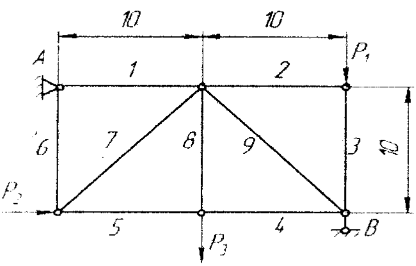
Задача № 11



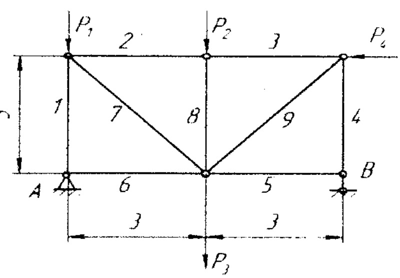
Задача № 12



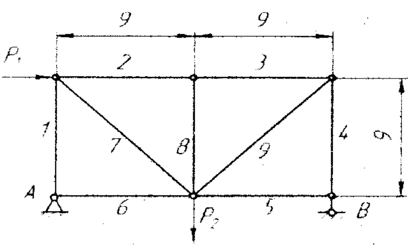
Задача № 13



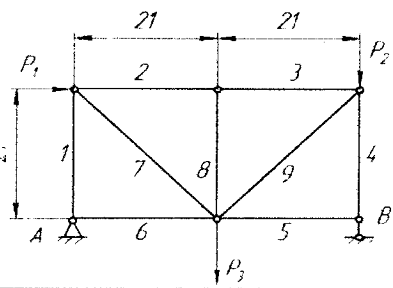
Задача № 14



Задача № 15



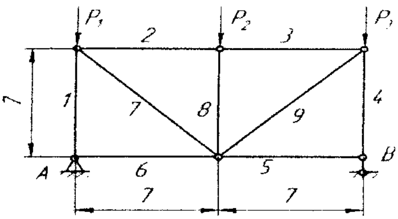
Задача № 16



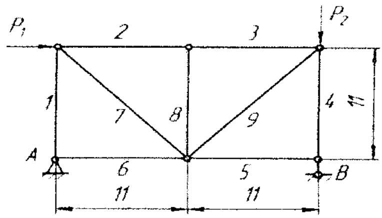
Визначити зусилля в стрижнях плоскої ферми якщо: P_1 = 20 кН; P_2 = =10 кН; α = 60°; β = 30°.

На схемі розміри стрижнів в метрах.

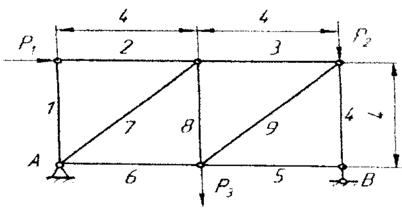
Задача № 17



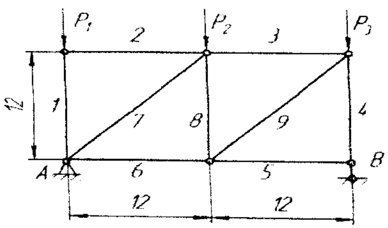
Задача № 18



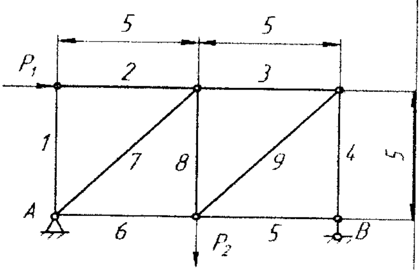
Задача № 19



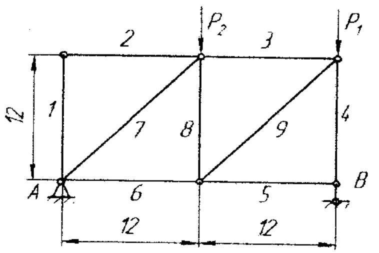
Задача № 20



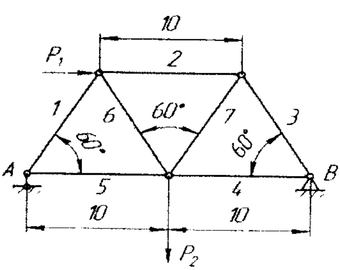
Задача № 21



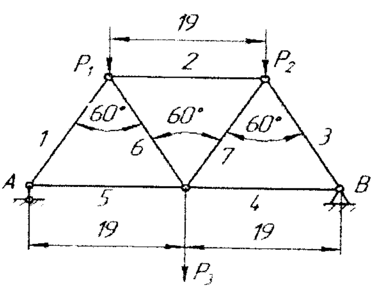
Задача № 22



Задача № 23



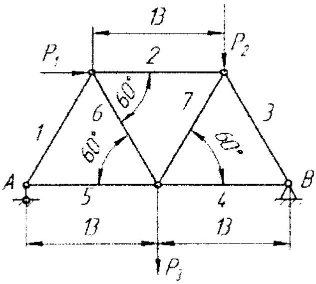
Задача № 24



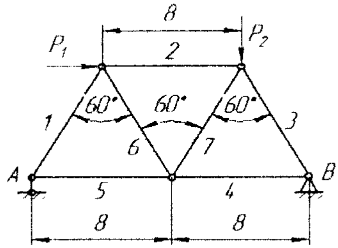
Визначити зусилля в стрижнях плоскої ферми якщо: $P_1 = 20$ кН; $P_2 = 10$ кН; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$.

На схемі розміри стрижнів в метрах.

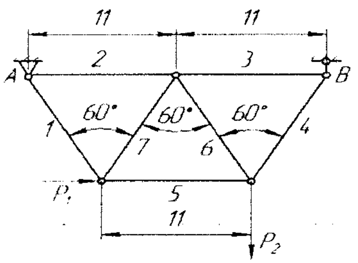
Задача № 25



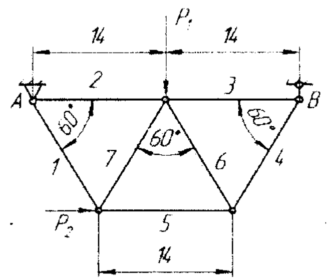
Задача № 26



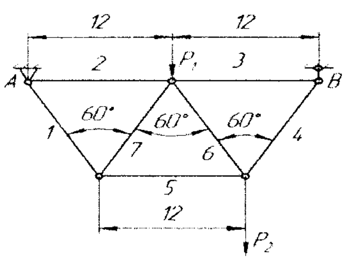
Задача № 27



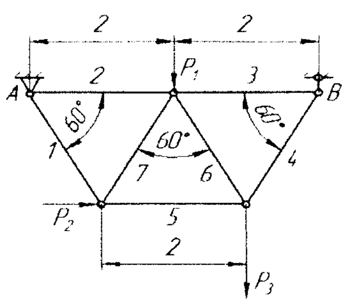
Задача № 28



Задача № 29



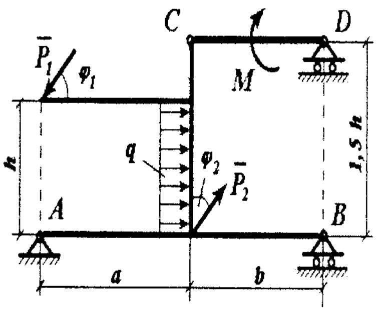
Задача № 30



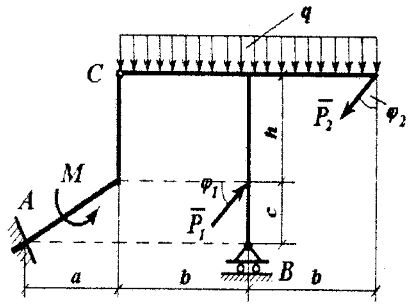
5.7 Плоска довільна система сил. Збірна конструкція

Плоска рама складається з двох частин, які з'єднані шарніром C. На раму діють сили P_1 і P_2 і пара сил з моментом M. До окремих частин рами прикладене розподілене навантаження інтенсивністю q. За даними розмірами і силовими навантаженнями знайти опорні реакції рами, якщо: $P_1 = 7$ кН; $P_2 = 6$ к·Н; $M = 8$ кН·м; $q = 1{,}4$ кН/м; $a = 5$м; $b = 3$ м; $c = 4$ м; $h = 2$ м; $\varphi_1 = 75°$; $\varphi_2 = 60°$.

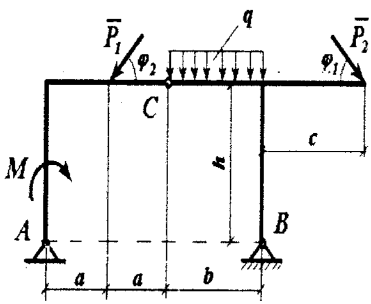
Задача № 1



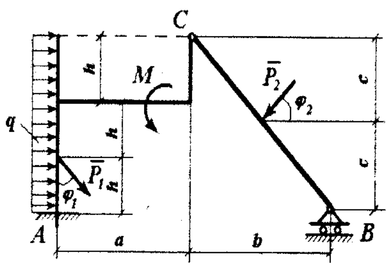
Задача № 2



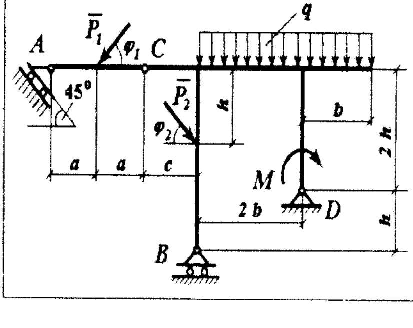
Задача № 3



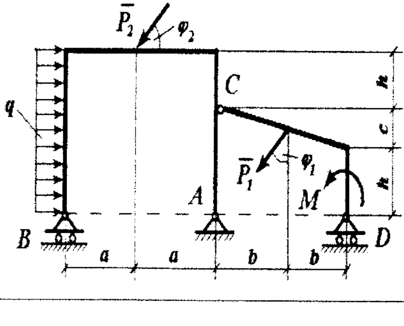
Задача № 4



Задача № 5

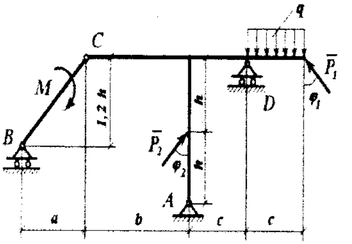


Задача № 6

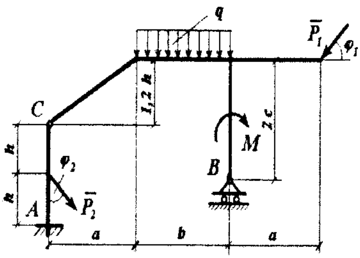


Плоска рама складається з двох частин, які з'єднані шарніром C. На раму діють сили P_1 і P_2 і пара сил з моментом M. До окремих частин рами прикладене розподілене навантаження інтенсивністю q. За даними розмірами і силовими навантаженнями знайти опорні реакції рами, якщо: $P_1 = 7$ кН; $P_2 = 6$ к·Н; $M = 8$ кН·м; $q = 1{,}4$ кН/м; $a = 5$м; $b = 3$ м; $c = 4$ м; $h = 2$ м; $\varphi_1 = 75°$; $\varphi_2 = 60°$.

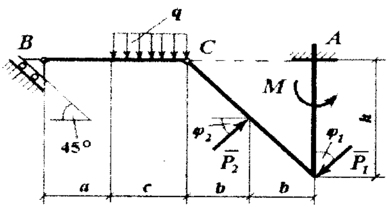
Задача № 7



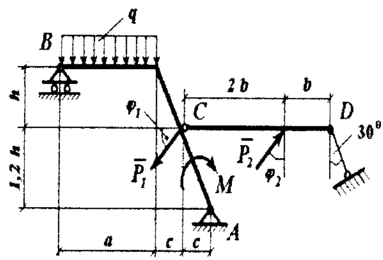
Задача № 8



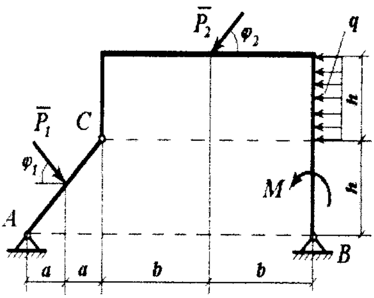
Задача № 9



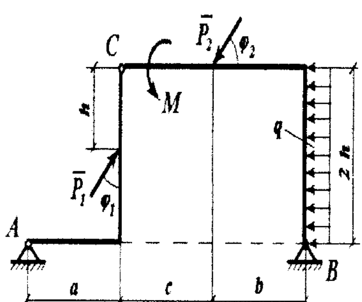
Задача № 10



Задача № 11

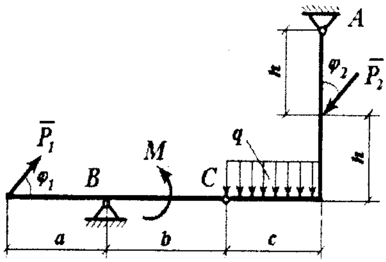


Задача № 12

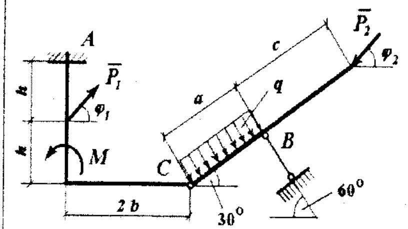


Плоска рама складається з двох частин, які з'єднані шарніром C. На раму діють сили P_1 і P_2 і пара сил з моментом M. До окремих частин рами прикладене розподілене навантаження інтенсивністю q. За даними розмірами і силовими навантаженнями знайти опорні реакції рами, якщо: $P_1 = 7$ кН; $P_2 = 6$ к·Н; $M = 8$ кН·м; $q = 1{,}4$ кН/м; $a = 5$м; $b = 3$ м; $c = 4$ м; $h = 2$ м; $\varphi_1 = 75°$; $\varphi_2 = 60°$.

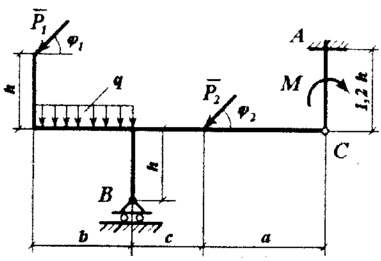
Задача № 13



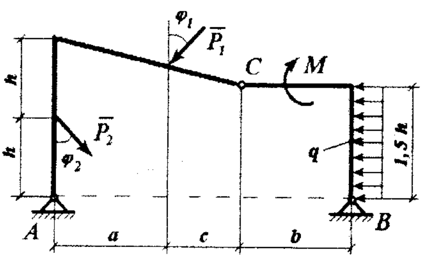
Задача № 14



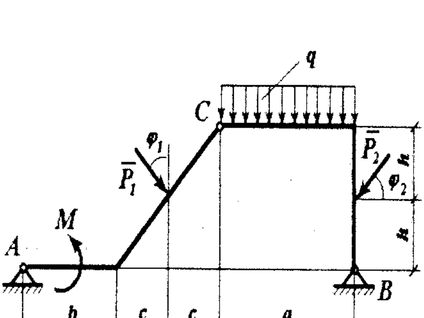
Задача № 15



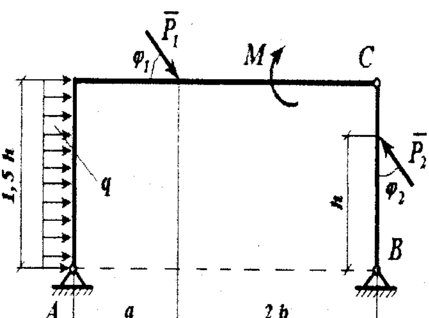
Задача № 16



Задача № 17

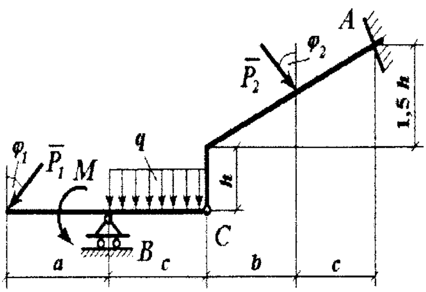


Задача № 18

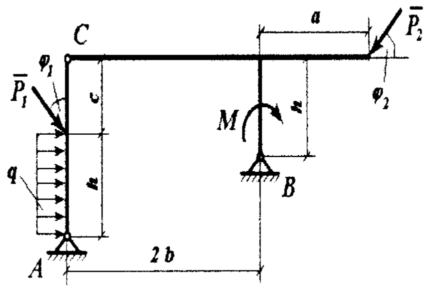


Плоска рама складається з двох частин, які з'єднані шарніром C. На раму діють сили P_1 і P_2 і пара сил з моментом M. До окремих частин рами прикладене розподілене навантаження інтенсивністю q. За даними розмірами і силовими навантаженнями знайти опорні реакції рами, якщо: $P_1 = 7$ кН; $P_2 = 6$ к·Н; $M = 8$ кН·м; $q = 1{,}4$ кН/м; $a = 5$м; $b = 3$ м; $c = 4$ м; $h = 2$ м; $\varphi_1 = 75°$; $\varphi_2 = 60°$.

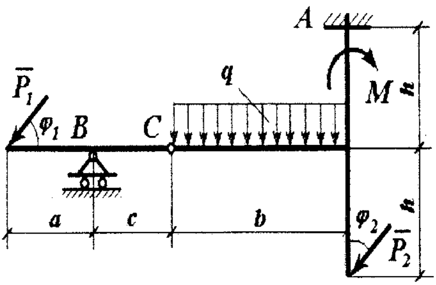
Задача № 19



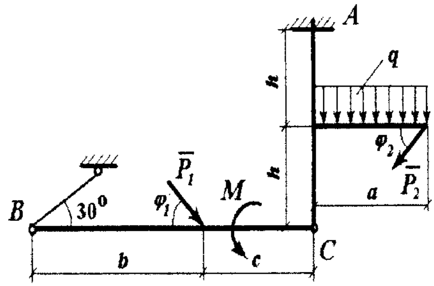
Задача № 20



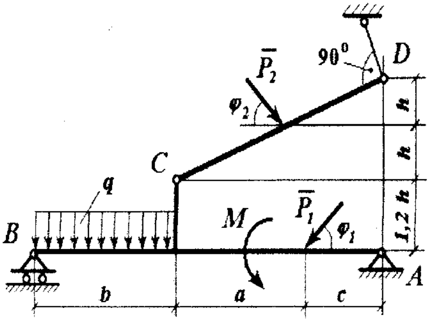
Задача № 21



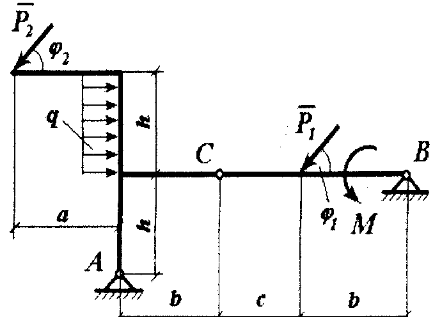
Задача № 22



Задача № 23

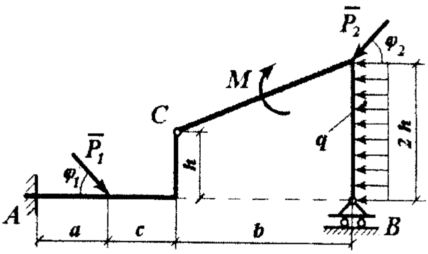


Задача № 24

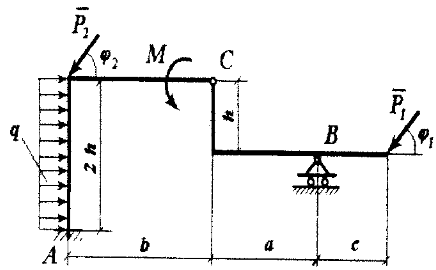


Плоска рама складається з двох частин, які з'єднані шарніром C. На раму діють сили P_1 і P_2 і пара сил з моментом M. До окремих частин рами прикладене розподілене навантаження інтенсивністю q. За даними розмірами і силовими навантаженнями знайти опорні реакції рами, якщо: $P_1 = 7$ кН; $P_2 = 6$ к·Н; $M = 8$ кН·м; $q = 1{,}4$ кН/м; $a = 5$м; $b = 3$ м; $c = 4$ м; $h = 2$ м; $\varphi_1 = 75°$; $\varphi_2 = 60°$.

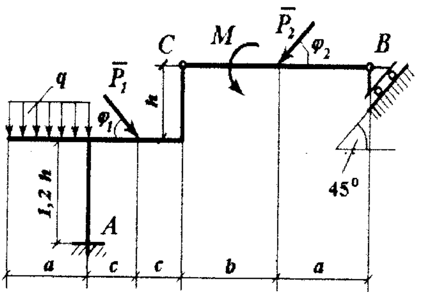
Задача № 25



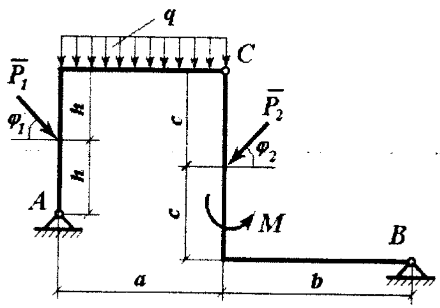
Задача № 26



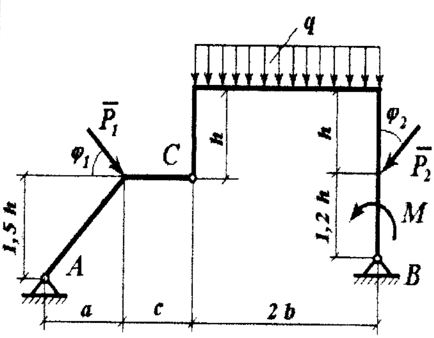
Задача № 27



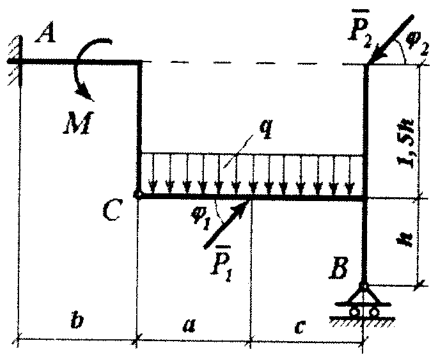
Задача № 28



Задача № 29



Задача № 30

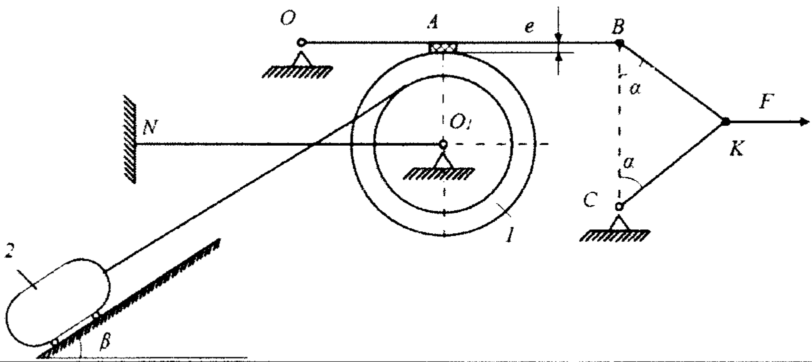


5.8 Плоска довільна система сил. Тертя

Задача № 1

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

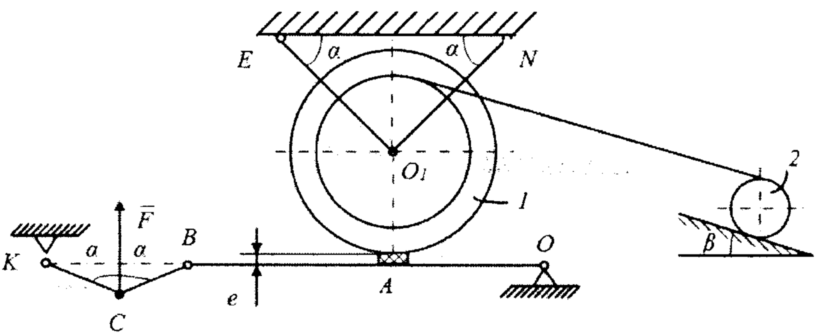
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 75°$; $O_1N = 1{,}5R_1$; $e = 0{,}04$ м. Стрижні O_1N, CK і KB ідеальні.



Задача № 2

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

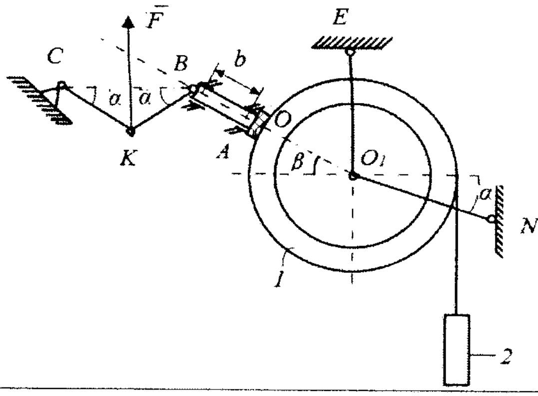
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$; $e = 0{,}05$ м. Стрижні O_1N, CK KB, O_1F ідеальні.



Задача № 3

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

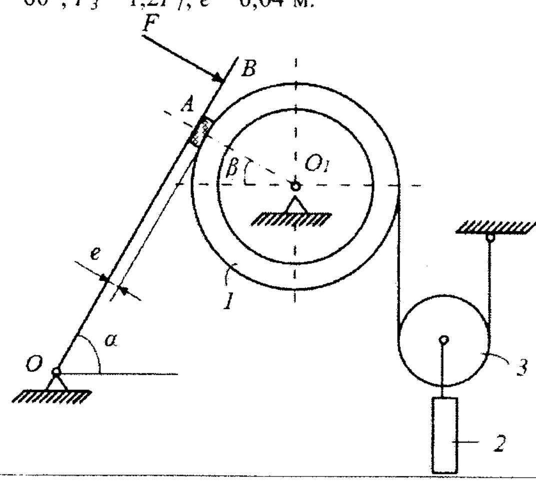
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$; $b = 0,7AB$. Стрижні O_1N, CK KB, O_1E ідеальні.



Задача № 4

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

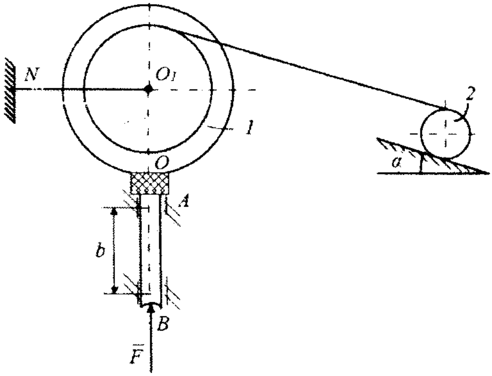
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $P_3 = 1,2P_1$; $e = 0,04$ м.



Задача № 5

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

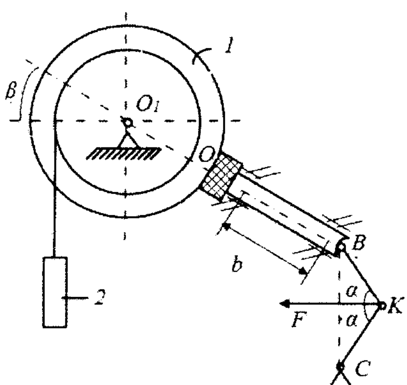
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $b = 0,6AB$; $O_1N = 2R_1$. Стрижень O_1N ідеальний.



Задача № 6

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

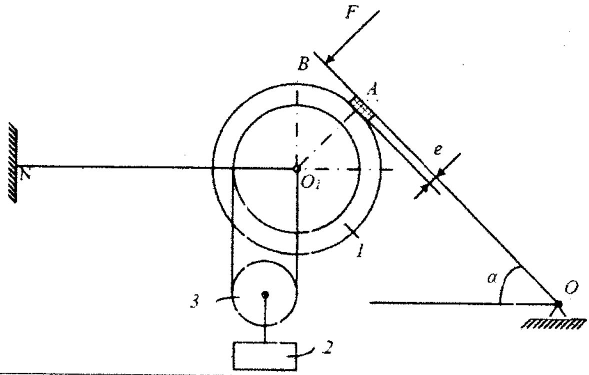
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 75°$; $\beta = 30°$; $b = 0,8AB$. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 7

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

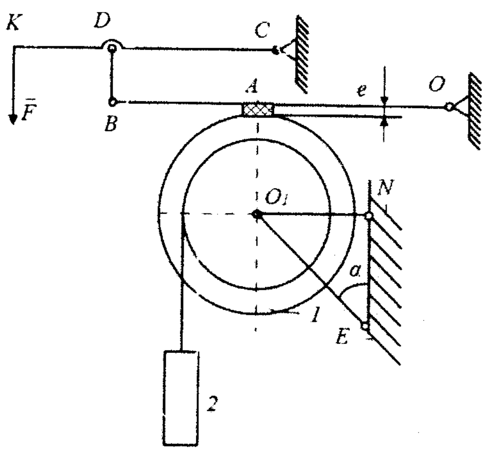
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $O_1AO = 90°$; $\alpha = 75°$; $O_1N = 2R_1$; $e = 0,04$ м; $P_3 = =1/4P_1$. Стрижень O_1N ідеальний.



Задача № 8

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

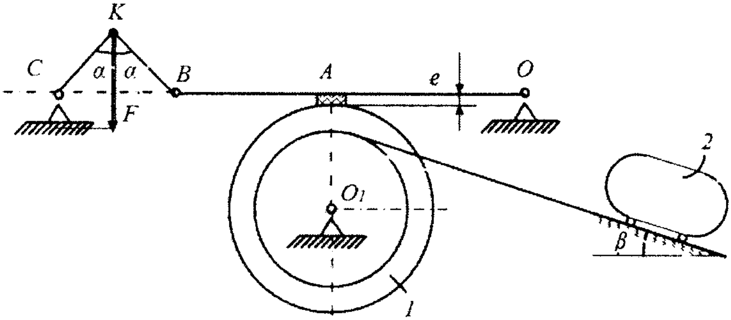
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0,04$ м; $CD = OA$; $KD = 2CD$. Стрижні O_1N, CK DB, O_1E ідеальні.



Задача № 9

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

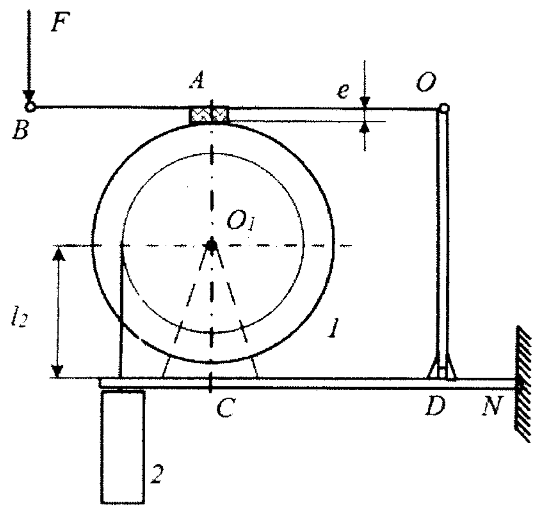
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 30°$; $\beta = 45°$; $e = 0,05$ м. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 10

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

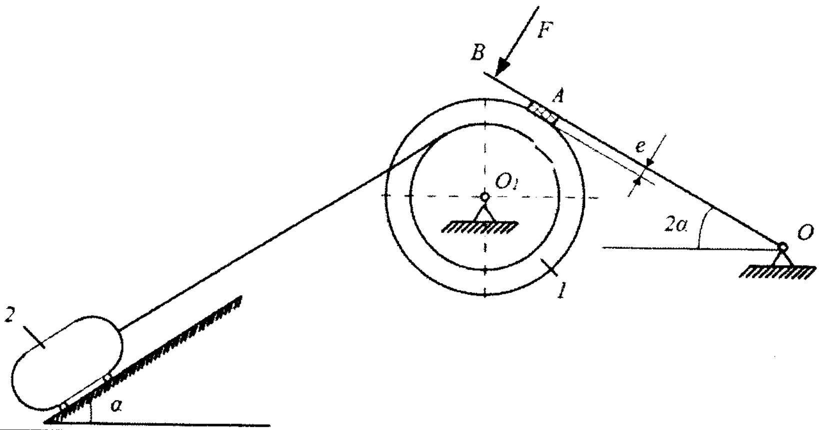
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $e = 0,05$ м; $AO = CD$; $CN = l_2$; $l_2 = 1,2R_1$.



Задача № 11

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0,3$.

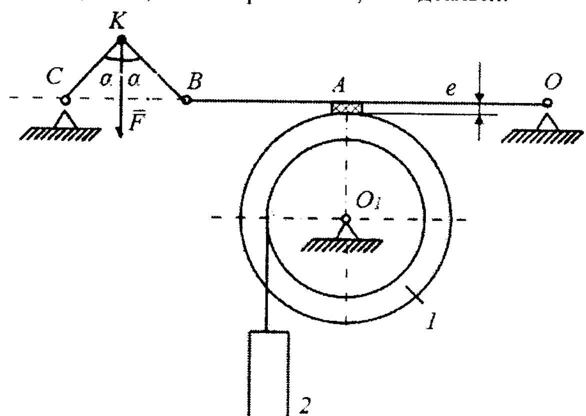
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 30°$; $e = 0,04$ м.



Задача № 12

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0,3$.

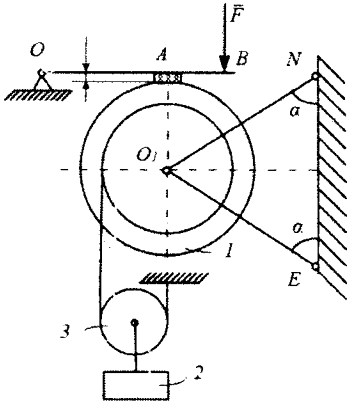
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0,05$ м. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 13

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

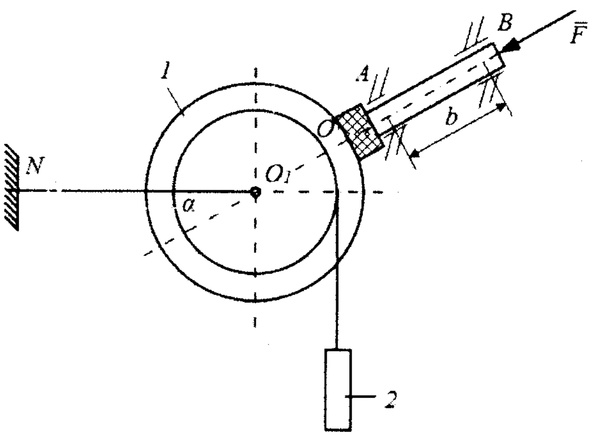
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0{,}02$ м; $P_3 = 1/2P_1$. Стрижні O_1N, O_1E ідеальні.



Задача № 14

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

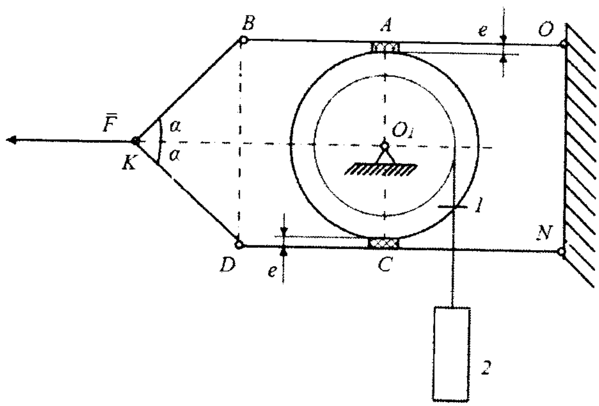
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 30°$; $b = 0{,}7AB$; $O_1N = 1R_1$. Стрижень O_1N ідеальний.



Задача № 15

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0{,}3$.

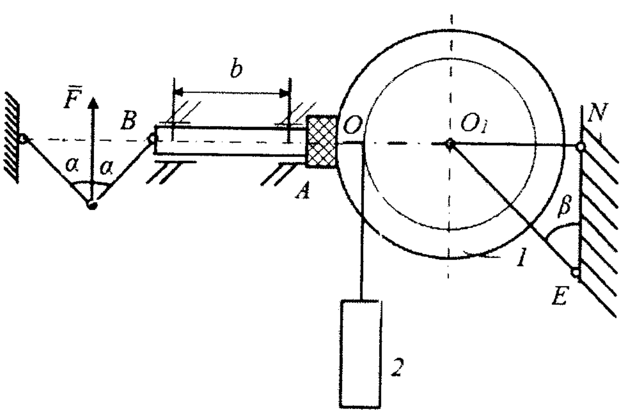
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 75°$; $e = 0{,}04$ м; $AB = CD$; $OA = NC$. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 16

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0{,}3$.

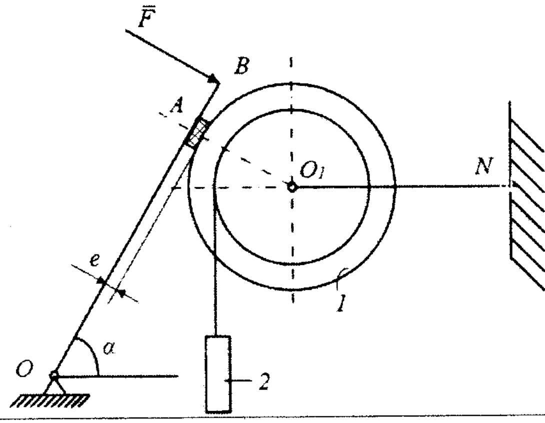
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 75°$; $\beta = 60°$; $b = 0{,}7AB$. Стрижні O_1N, CK BK, O_1E ідеальні.



Задача № 17

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

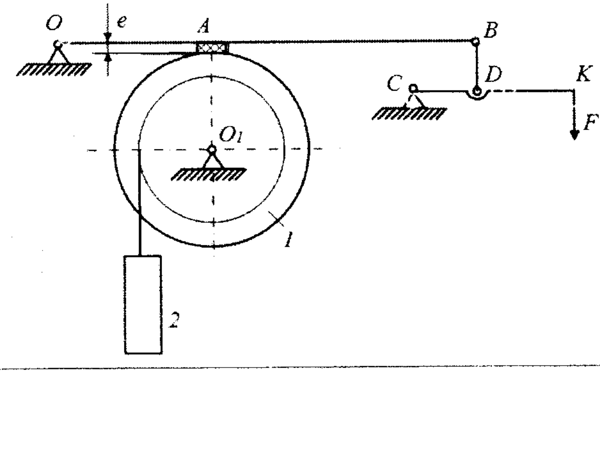
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $O_1AO = 90°$; $\alpha = 60°$; $O_1N = 2R_1$; $e = 0,04$ м. Стрижень O_1N ідеальний.



Задача № 18

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

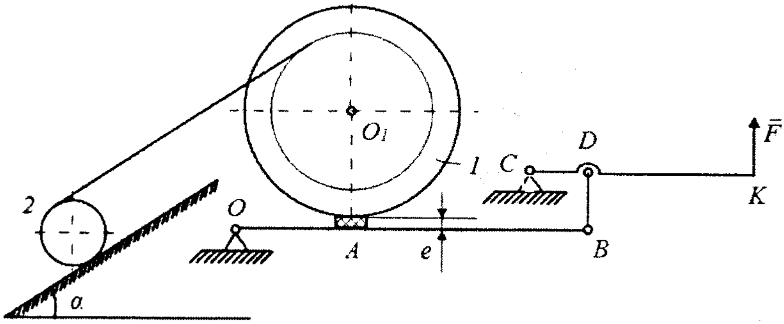
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $e = 0,05$ м; $CD = OA$; $DK = R_1$. Стрижні CK, DB ідеальні.



Задача № 19

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

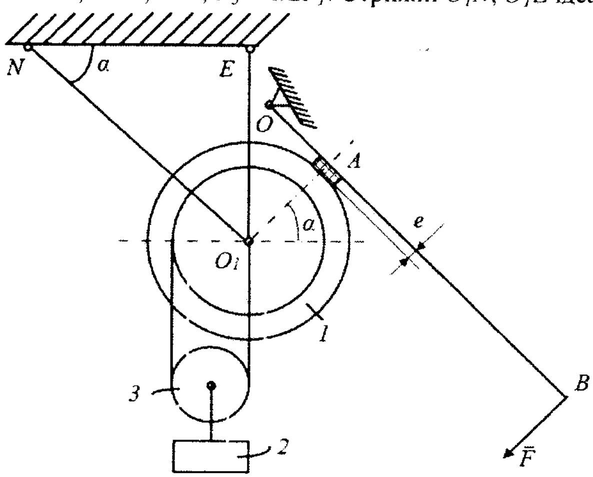
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0,05$ м; $CD = OA$; $KD = R_1$. Стрижні CK, DB ідеальні.



Задача № 20

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0,3$.

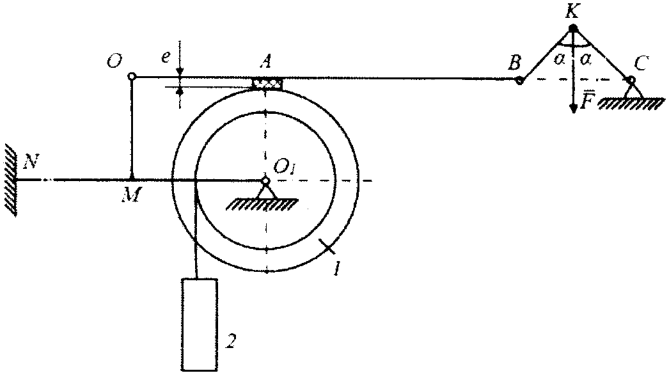
Прийняти: $P_1 = 0,1$ кН; $P_2 = 1,1$ кН; $OB = 0,6$ м; $OA = 0,15$ м; $R_1 = 0,2$ м; $r_1 = 0,16$ м; $\alpha = 30°$; $e = 0,02$ м; $P_3 = 1/2P_1$. Стрижні O_1N, O_1E ідеальні.



Задача № 21

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

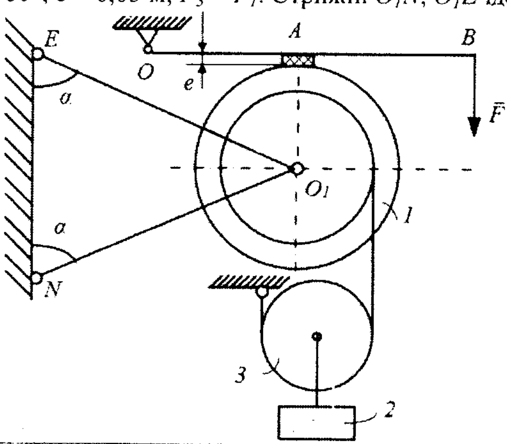
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0{,}01$ м; $O_1M = OA$; $NM = R_1$. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 22

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

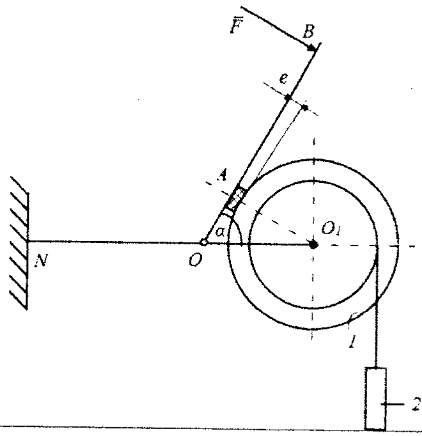
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0{,}05$ м; $P_3 = P_1$. Стрижні O_1N, O_1E ідеальні.



Задача № 23

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

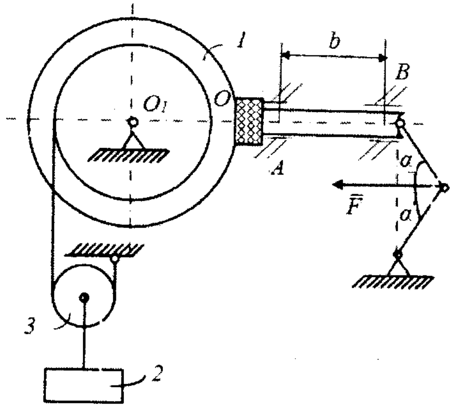
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $O_1AO = 90°$; $\alpha = 60°$; $ON = 2R_1$; $e = 0{,}04$ м. Вагою стрижня O_1N знехтувати.



Задача № 24

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

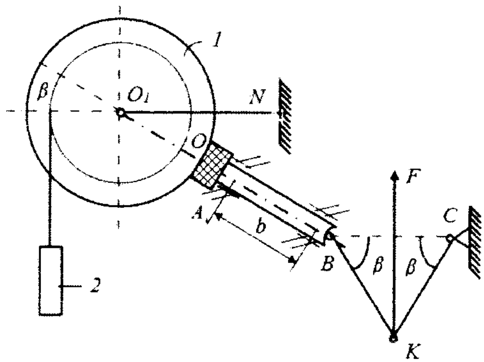
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $b = 0{,}6AB$; $P_3 = 1/2P_1$. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 25

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0{,}3$.

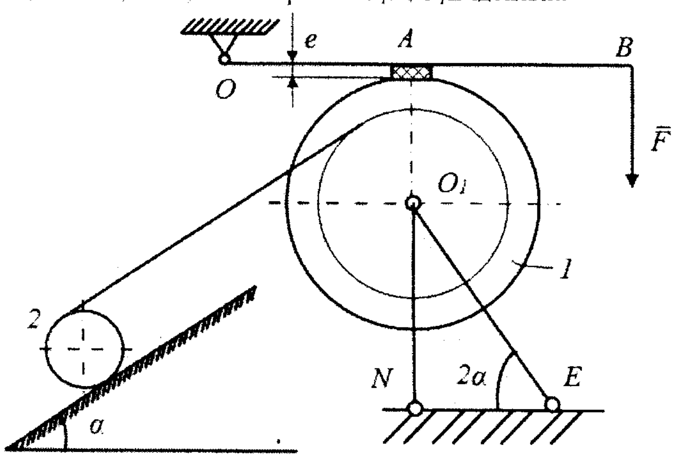
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\beta = 30°$; $b = 0{,}7AB$; $O_1N = 1{,}2R_1$. Стрижні CK, KB, O_1N ідеальні.



Задача № 26

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла OB дорівнює $f = 0{,}3$.

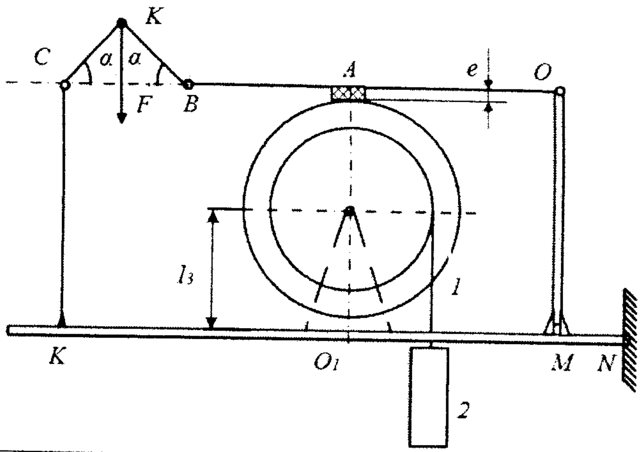
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 30°$; $e = 0{,}04$ м. Стрижні O_1N, O_1E ідеальні.



Задача № 27

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

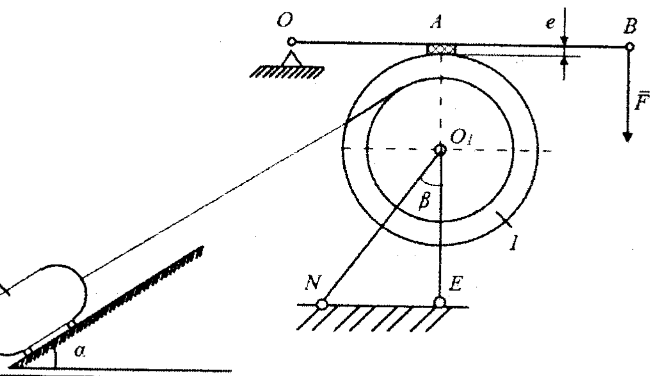
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $e = 0{,}03$ м; $O_1M = OA = 2MN$; $O_1K = 1{,}5R_1$; $l_3 = 1{,}1R_1$. Стрижні CK, KB ідеальні.



Задача № 28

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

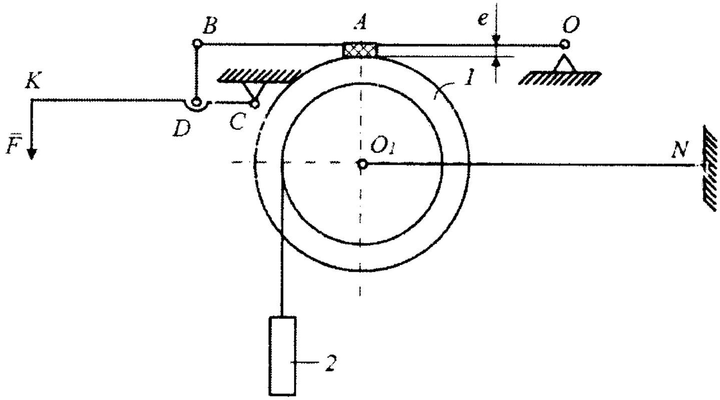
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$; $e = 0{,}05$ м. Стрижні O_1N, O_1E ідеальні.



Задача № 29

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

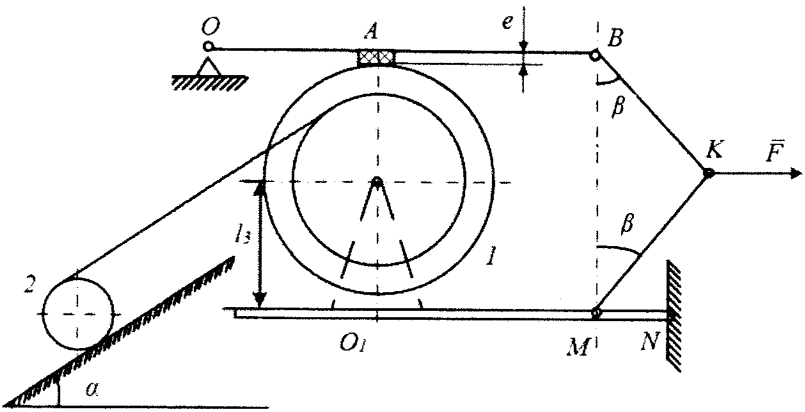
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $e = 0{,}05$ м; $O_1N = 1{,}5R_1$; $CD = R_1$; $KD = 2CD$. Стрижні CK, DB, O_1N ідеальні.



Задача № 30

Знайти мінімальне значення сили F, якщо при критичній рівновазі матеріальної системи коефіцієнт тертя f між східчастим шківом і гальмівною колодкою тіла ОВ дорівнює $f = 0{,}3$.

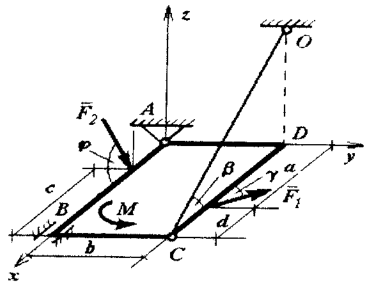
Прийняти: $P_1 = 0{,}1$ кН; $P_2 = 1{,}1$ кН; $OB = 0{,}6$ м; $OA = 0{,}15$ м; $R_1 = 0{,}2$ м; $r_1 = 0{,}16$ м; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$; $e = 0{,}05$ м; $O_1M = AB = 2MN$; $l_3 = =1{,}2R_1$. Стрижні MK, KB ідеальні.



5.9 Просторова довільна система сил

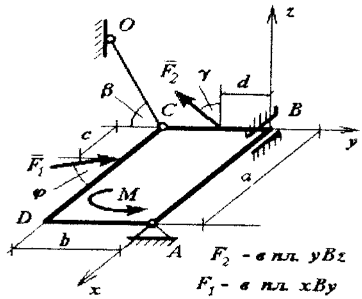
Невагома плита $ABCD$ навантажена силами $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ і парою сил з моментом M, що діє в площині плити. Знайти реакції в опорах (в'язях) A, B і C, якщо: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН, $M = 15$ кН·м, $a = 1$м, $b = 2$ м, $c = 0{,}3$ м, $d = 0{,}4$ м, $\gamma = 45°$, $\beta = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 1



F_1 - в пл. xAy F_2 - в пл. xAz

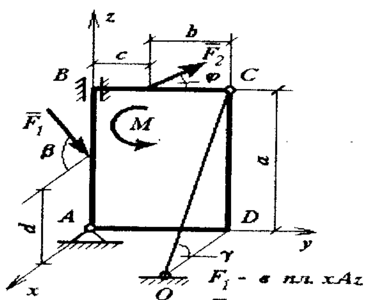
Задача № 2



F_2 - в пл. yBz

F_1 - в пл. xBy

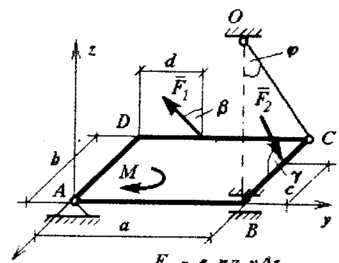
Задача № 3



F_1 - в пл. xAz

F_2 - в пл. yAz

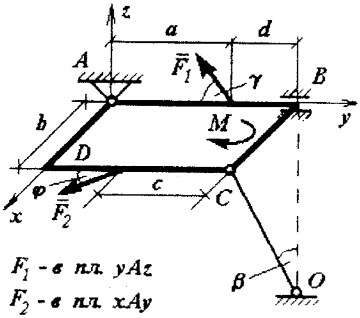
Задача № 4



F_1 - в пл. yAz

F_2 - в пл. xAz

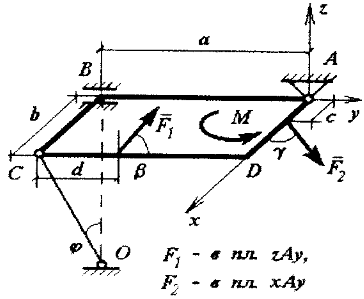
Задача № 5



F_1 - в пл. yAz

F_2 - в пл. xAy

Задача № 6

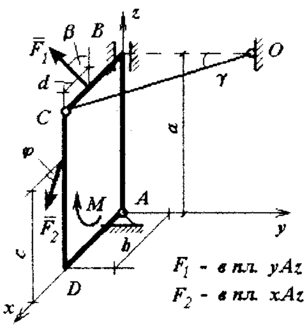


F_1 - в пл. zAy,

F_2 - в пл. xAy

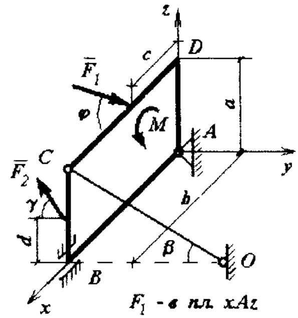
Невагома плита $ABCD$ навантажена силами $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ і парою сил з моментом M, що діє в площині плити. Знайти реакції в опорах (в'язях) A, B і C, якщо: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН, $M = 15$ кН·м, $a = 1$м, $b = 2$ м, $c = 0{,}3$ м, $d = 0{,}4$ м, $\gamma = 45°$, $\beta = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 7



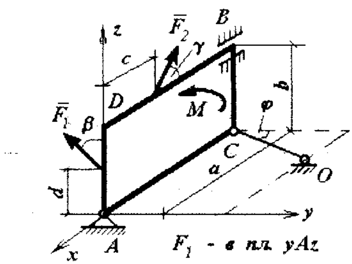
F_1 - в пл. yAz
F_2 - в пл. xAz

Задача № 8



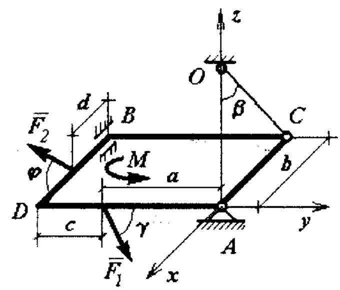
F_1 - в пл. xAz
F_2 - в пл. yAz

Задача № 9



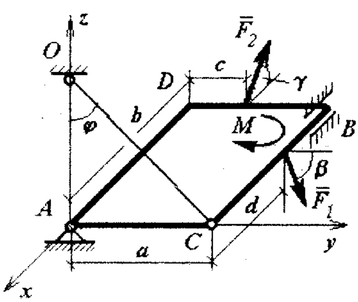
F_1 - в пл. yAz
F_2 - в пл. xAz

Задача № 10



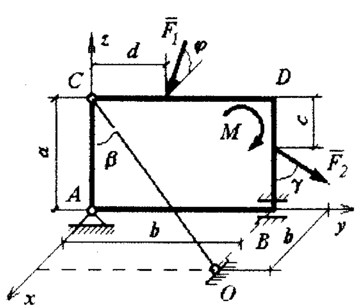
F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

Задача № 11



F_2 - в пл. xAz F_1 - в пл. yAz

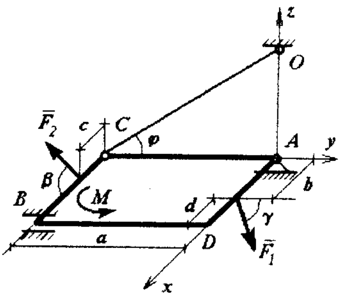
Задача № 12



F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

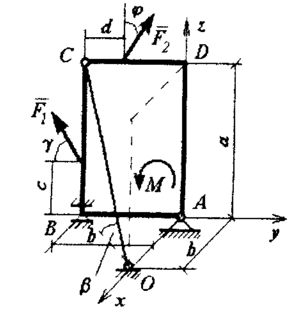
Невагома плита $ABCD$ навантажена силами $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$ і парою сил з моментом M, що діє в площині плити. Знайти реакції в опорах (в'язях) A, B і C, якщо: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН, $M = 15$ кН·м, $a = 1$м, $b = 2$ м, $c = 0{,}3$ м, $d = 0{,}4$ м, $\gamma = 45°$, $\beta = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 13



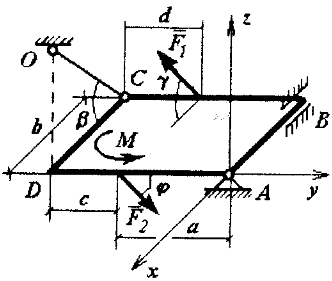
F_2 - в пл. xAz F_1 - в пл. yAz

Задача № 14



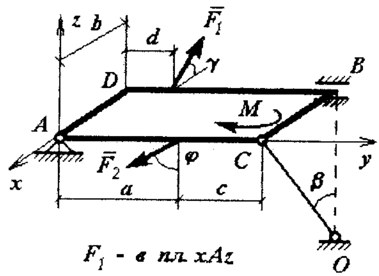
F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

Задача № 15



F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

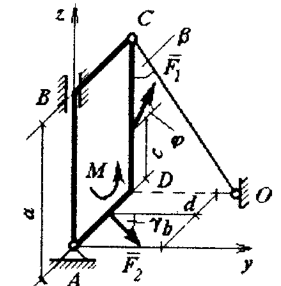
Задача № 16



F_1 - в пл. xAz

F_2 - в пл. yAz

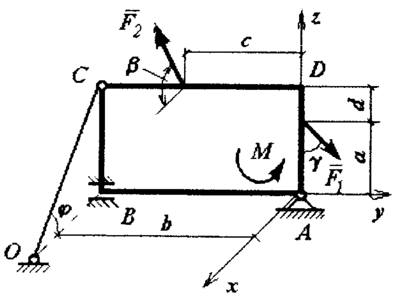
Задача № 17



F_1 - в пл. xAz

F_2 - в пл. yAz

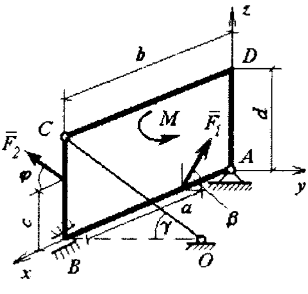
Задача № 18



F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

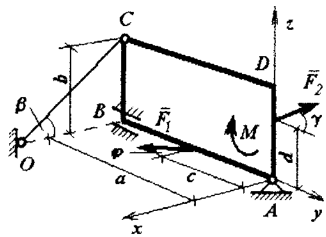
Невагома плита $ABCD$ навантажена силами $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ і парою сил з моментом M, що діє в площині плити. Знайти реакції в опорах (в'язях) A, B і C, якщо: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН, $M = 15$ кН·м, $a = 1$м, $b = 2$ м, $c = 0{,}3$ м, $d = 0{,}4$ м, $\gamma = 45°$, $\beta = 60°$, $\varphi = 30°$.

Задача № 19



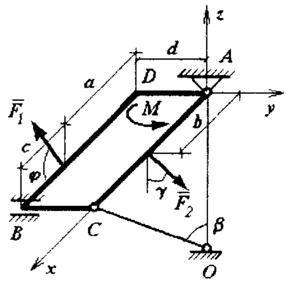
F_1 - в пл. yAz F_2 - в пл. xAz

Задача № 20



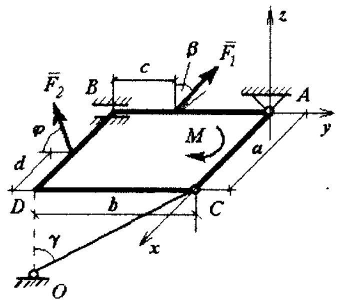
F_1 - в пл. xAy, F_2 - в пл. yAz

Задача № 21



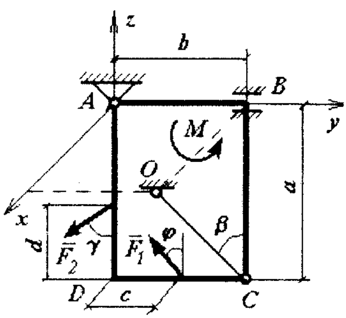
F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

Задача № 22



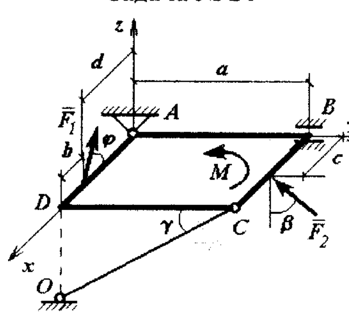
F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

Задача № 23



F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

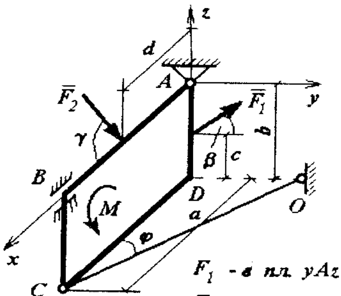
Задача № 24



F_1 - в пл. xAz, F_2 - пл. yAz

Невагома плита $ABCD$ навантажена силами $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ і парою сил з моментом M, що діє в площині плити. Знайти реакції в опорах (в'язях) A, B і C, якщо: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 20$ кН , $M = 15$ кН·м, $a = 1$м, $b = 2$ м, $c = 0{,}3$ м, $d = 0{,}4$ м, $\gamma = 45°$, $\beta = 60°$, $\varphi = 30°$.

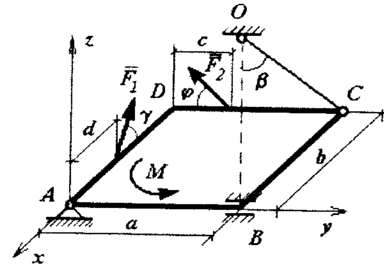
Задача № 25



F_1 - в пл. yAz

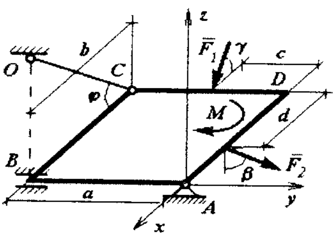
F_2 - в пл. xAz

Задача № 26



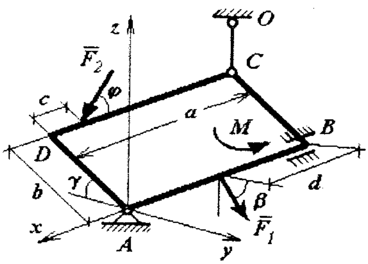
F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

Задача № 27



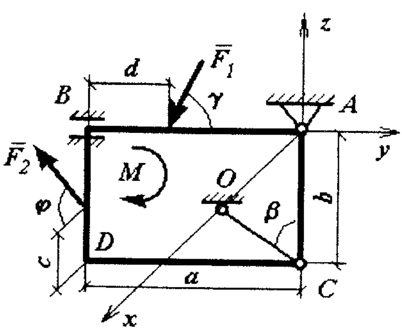
F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

Задача № 28



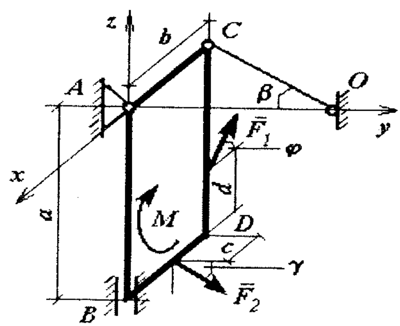
F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

Задача № 29



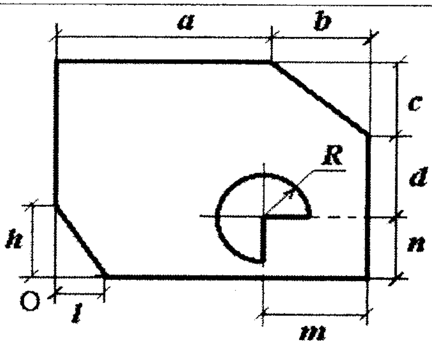
F_1 - в пл. yAz, F_2 - в пл. xAz

Задача № 30



F_1 - в пл. xAz, F_2 - в пл. yAz

5.10 Визначення положення центра ваги пластини

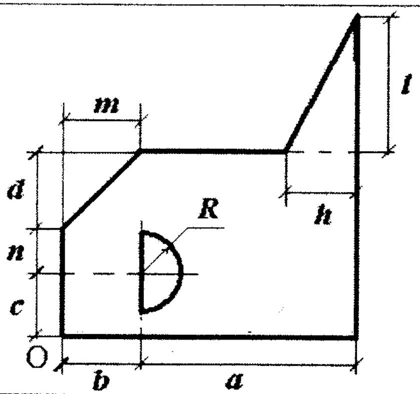


Задача № 1

Для плоскої фігури визначити координати центра ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $m = 20$ мм; $h = d = c = b = 15$ мм; $l = n = 12$ мм; $R = 10$ мм; $a = 35$ мм.

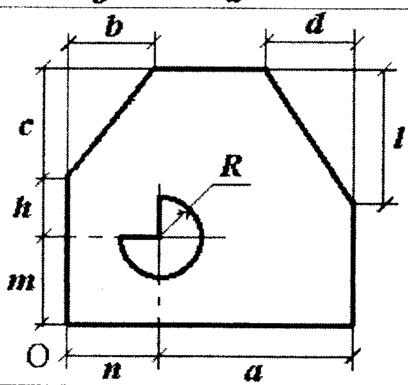


Задача № 2

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $l = 30$ мм; $h = c = b = d = m = 15$ мм; $n = 10$ мм; $R = 10$ мм; $a =$ $=25$ мм.



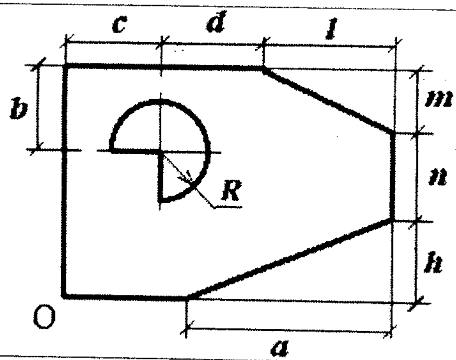
Задача № 3

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $h = 10$ мм; $m = n = 15$ мм; $R = 10$ мм. $c = b = d = 18$ мм; $l = a = 30$ мм.

Задача № 4

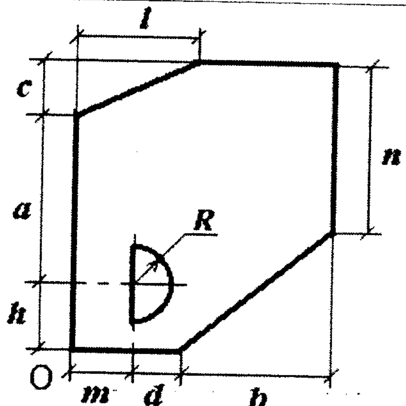


Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “О”.

Прийняти: R = 10 мм; $m = b = c = d = n = h = 15$ мм; $l = 18$ мм; $a = 30$ мм.

Задача № 5

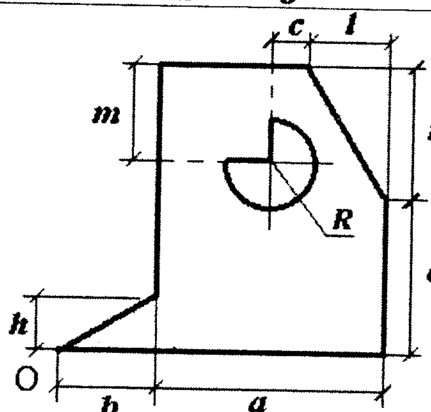


Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “О”.

Прийняти: $d = 10$ мм; $a = b = n = 30$ мм; $R = 10$ мм; $m = h = c = 15$ мм; $l = 24$ мм.

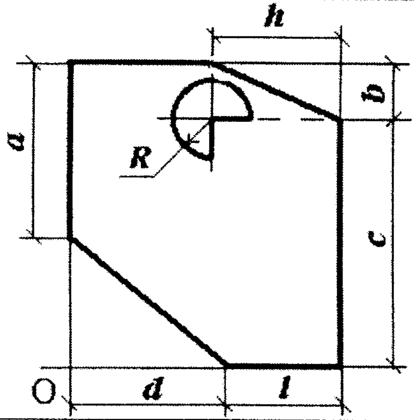
Задача № 6



Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “О”.

Прийняти: $R = 10$ мм; $b = m = 15$ мм; $h = 12$ мм; $a = 40$ мм; $l = 12$ мм; $n = d = 30$ мм; $c = 5$ мм.

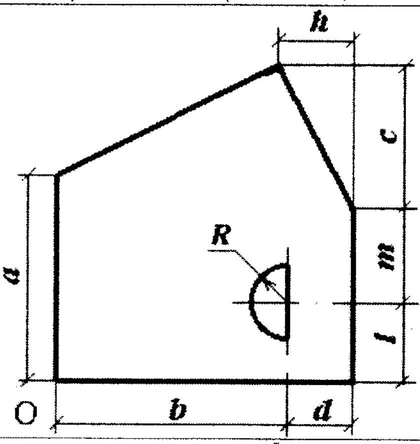


Задача № 7

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $c = 40$ мм; $R = 10$ мм; $d = h = 30$ мм; $l = 20$ мм; $b = 18$ мм; $a = 28$ мм.

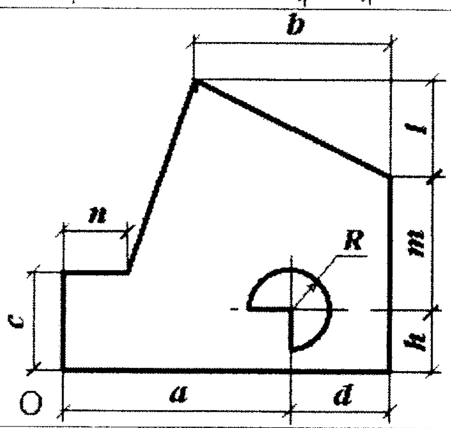


Задача № 8

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $a = 50$ мм; $c = 30$ мм; $h = l = 15$ мм; $d = 12$ мм; $b = 33$ мм; $m = 20$ мм; $R = 10$ мм.

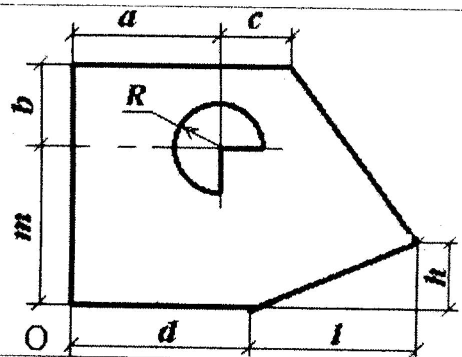


Задача № 9

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $n = 10$ мм; $a = b = 30$ мм; $R = 10$ мм; $d = c = 20$ мм; $h = 15$ мм; $m = 25$ мм; $l = 18$ мм; $a = 35$ мм.

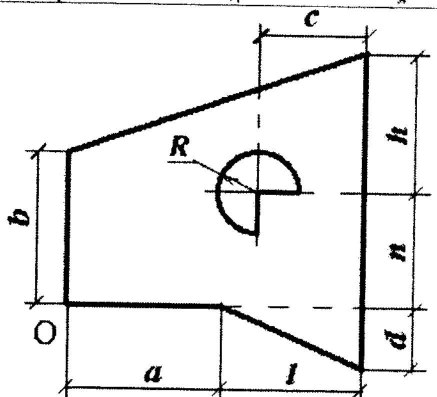


Задача № 10

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: R = 10 мм; $m = d = l = a$ = 30 мм; $h = c$ = 12 мм; b = 15 мм.

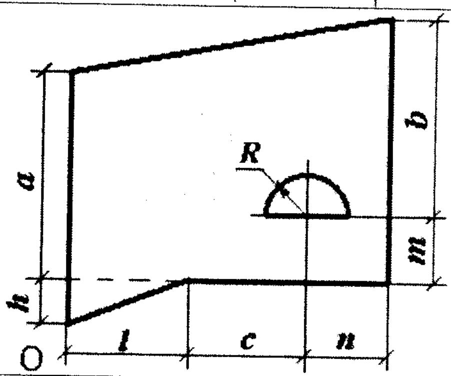


Задача № 11

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: R = 10 мм; d = 12 мм; $n = c$ = 20 мм; $a = l = b = h$ = 30 мм.

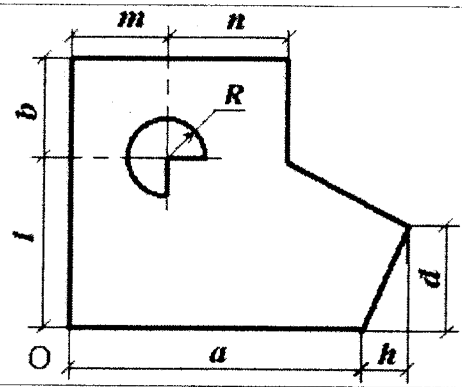


Задача № 12

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: b = 25 мм; R = 10 мм; $n = m$ = 15 мм; $l = c$ = 18 мм; h = 6 мм; a = 28 мм.

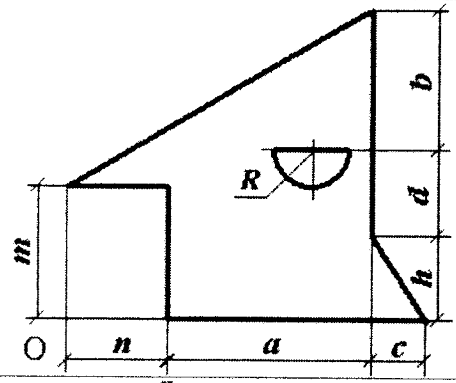


Задача № 13

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $R = 10$ мм; $b = m = d = 18$ мм; $n = 20$ мм; $h = 12$ мм; $a = 46$ мм; $l = 30$ мм.

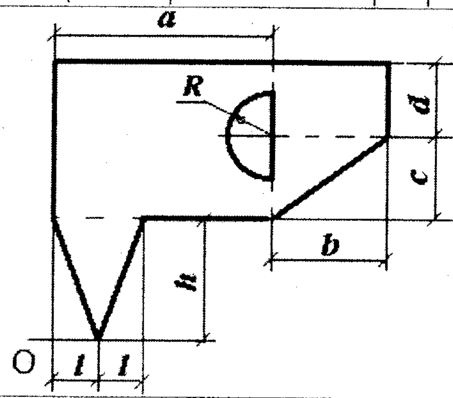


Задача № 14

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $a = 45$ мм; $R = 10$ мм; $m = b = 20$ мм; $n = h = d = 15$ мм; $c = 12$ мм.

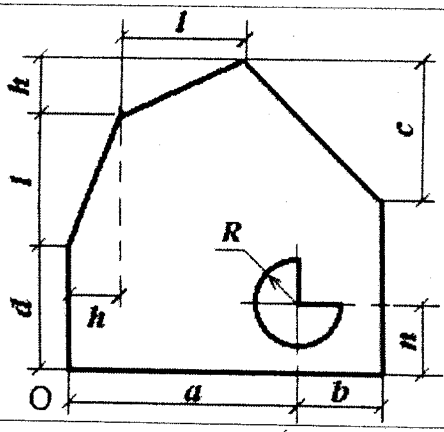


Задача № 15

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $l = 12$ мм; $h = b = 30$ мм; $c = 15$ мм; $d = 18$ мм; $a = 40$ мм; $R = 10$ мм.

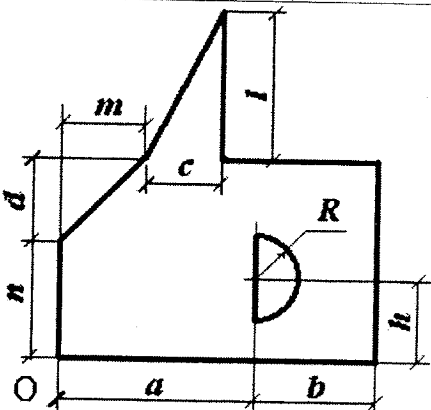


Задача № 16

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $R = 10$ мм; $d = l = c = 30$ мм; $h = 12$ мм; $b = n = 15$ мм; $a = 51$ мм.

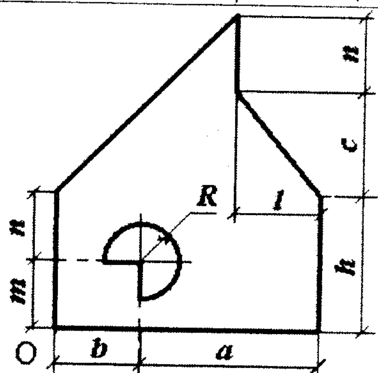


Задача № 17

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти:
$R = 10$ мм; $h = d = m = 15$ мм; $l = a = 30$ мм; $n = 25$ мм; $c = 12$ мм; $b = 20$ мм.



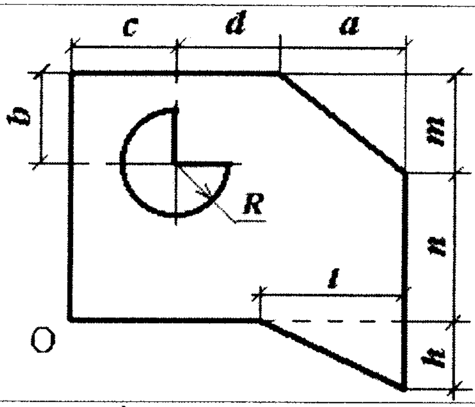
Задача № 18

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $l = 18$ мм; $b = m = n = 15$ мм; $c = h = 30$ мм; $a = 36$ мм; $R = 10$ мм.

Задача № 19

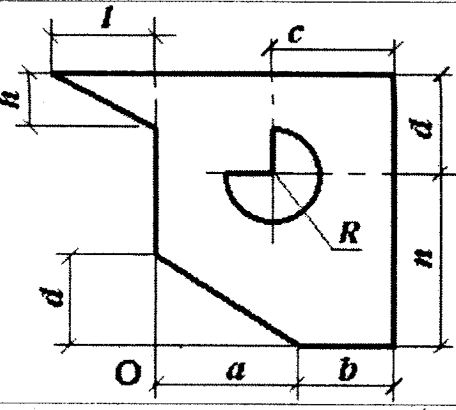


Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $R = 10$ мм; $b = c = d = m = a = 15$ мм; $h = 12$ мм; $n = 35$ мм; $l = 30$ мм.

Задача № 20

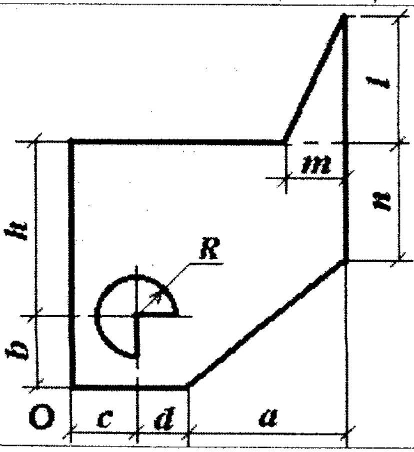


Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $d = 15$ мм; $R = 10$ мм; $h = 12$ мм; $l = 30$ мм; $a = 36$ мм; $b = 14$ мм; $c = 20$ мм; $n = 35$ мм.

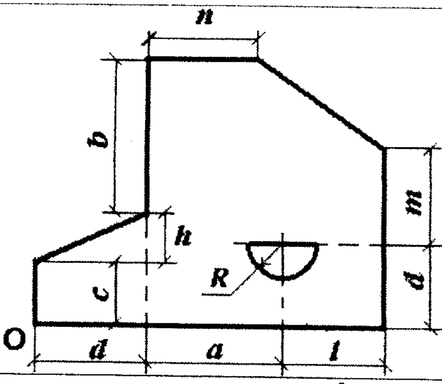
Задача № 21



Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $n = 20$ мм; $R = d = 10$ мм; $h = 35$ мм; $c = b = m = 15$ мм; $a = l = 30$ мм.

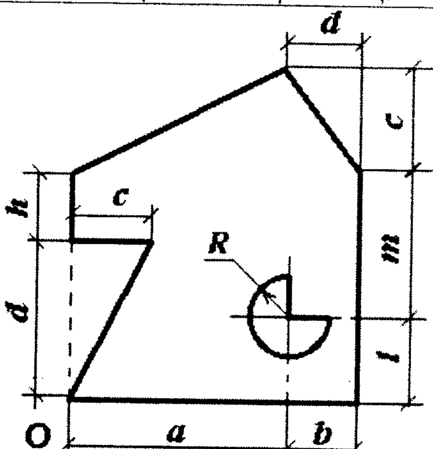


Задача № 22

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "O".

Прийняти: $h = 12$ мм; $R = c = 10$ мм; $d = l = 15$ мм; $n = a = m = 20$ мм; $b = 28$ мм.

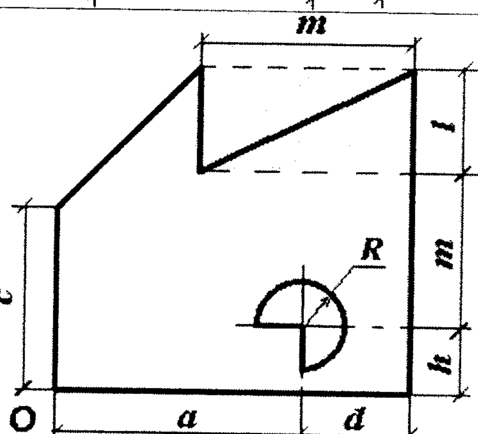


Задача № 23

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "O".

Прийняти: $d = 18$ мм; $c = b = 15$ мм; $R = 10$ мм; $a = 35$ мм; $l = 20$ мм; $m = 30$ мм; $h = 11$ мм.

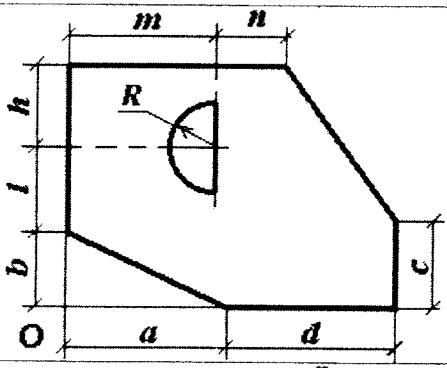


Задача № 24

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "O".

Прийняти: $m = 42$ мм; $h = 15$ мм; $R = 10$ мм; $l = 30$ мм; $a = 50$ мм; $d = 22$ мм; $c = 35$ мм.

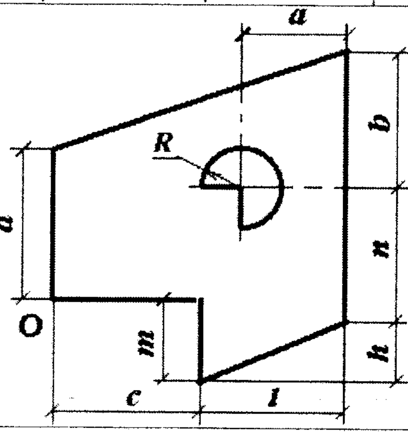


Задача № 25

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $R = 10$ мм; $m = b = h = 15$ мм; $a = 30$ мм; $d = c = l = 20$ мм.

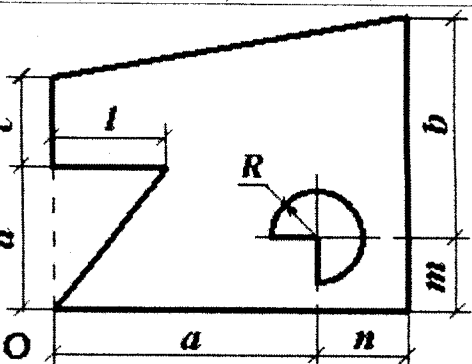


Задача № 26

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $R = m = 10$ мм; $l = 30$ мм; $h = 9$ мм; $c = 20$ мм; $n = 11$ мм; $b = 40$ мм; $d = 25$ мм; $a = 17$ мм.

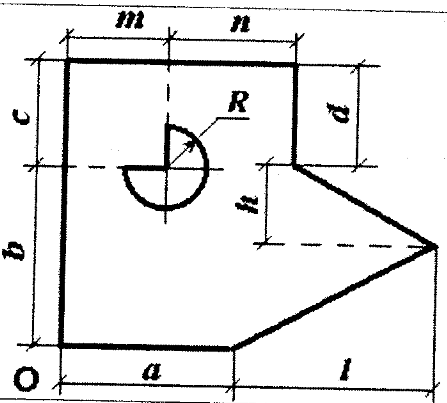


Задача № 27

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці "О".

Прийняти: $R = 10$ мм; $n = m = 15$ мм; $a = 25$ мм; $b = 35$ мм; $d = l = 21$ мм; $c = 8$ мм.

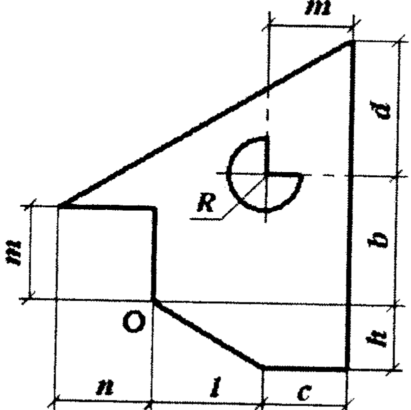


Задача № 28

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $b = 25$ мм; $c = m = h = 15$ мм; $n = 20$ мм; $R = d = 10$ мм; $l = 21$ мм; $a = 29$ мм.

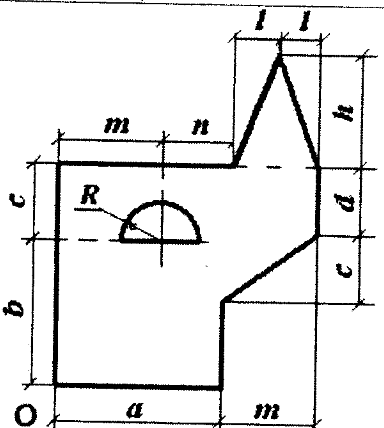


Задача № 29

Для плоскої фігури визначити центр ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $h = 12$ мм; $l = b = 15$ мм; $d = 25$ мм; $c = n = m = R = 10$ мм.



Задача № 30

Для плоскої фігури визначити координати центра ваги.

Початок системи координат взяти в точці “O”.

Прийняти: $n = 23$ мм; $h = b = 30$ мм; $l = 6$ мм; $R = d = 10$мм; $a = 35$ мм; $c = m = 15$ мм.

6 ВІДПОВІДІ

Таблиця 6.1 – Тестові завдання з статики (до розділу 3)

Запит.	Відп.	Запит.	Відп.	Запит.	Відп.	Запит.	Відп.	Запит.	Відп.
1.	2	14.	1	27.	1	40.	4	53.	1
2.	2	15.	1	28.	2	41.	2	54.	3
3.	2	16.	4	29.	1	42.	1	55.	3
4.	1	17.	2	30.	1	43.	2	56.	3
5.	3	18.	3	31.	4	44.	1	57.	3
6.	1	19.	1	32.	2	45.	1	58.	2
7.	3	20.	4	33.	1	46.	1	59.	3
8.	2	21.	1	34.	2	47.	4	60.	4
9.	3	22.	2	35.	3	48.	4	61.	2
10.	4	23.	4	36.	3	49.	1	62.	4
11.	2	24.	1	37.	3	50.	1	63.	3
12.	4	25.	2	38.	2	51.	2	64.	1
13.	3	26.	1	39.	3	52.	2		

Таблиця 6.2 – Вхідний контроль з дисципліни "Вища математика" (до розділу 4)

Завдання	P_{1x}	P_{1y}	P_{2x}	P_{2y}	$\angle P_1 0x$, град.	$\angle P_2 0x$, град.
1	2	3	4	5	6	7
1.	1	1,73	3	0	120	0
2.	1,73	1	3	0	30	0
3.	-1,73	-1	0	3	210	90
4.	-1	1,73	3	0	120	0
5.	0	-2	-1,5	-2,6	270	240
6.	-2	0	1,5	2,6	180	60
7.	-1	-1,73	0	-3	240	270
8.	-2	1,5	0	2,6	180	300
9.	0	2	2,6	-1,5	90	330
10.	-1,73	1	0	3	150	90
11.	1	-1,73	0	-3	300	270
12.	0	2	2,6	1,5	90	30
13.	0	2	1,5	2,6	90	60
14.	-1,73	-1	3	0	210	0
15.	0	2	-1,73	-1	90	210
16.	2	0	-1,5	-2,6	0	210

Продовження таблиці 6.2

1	2	3	4	5	6	7
17.	1,73	-1	-3	0	300	180
18.	1,73	-1	0	-3	330	270
19.	-2	0	1,5	-2,6	180	300
20.	0	-2	2,6	1,5	270	30
21.	1,73	-1	3	0	330	0
22.	0	-2	-1,5	2,6	270	120
23.	1,73	1	-3	0	30	180
24.	1,73	-1	0	3	330	90
25.	0	2	1,5	2,6	90	60
26.	0	-2	2,6	-1,5	270	330
27.	-1	-1,73	-3	0	240	180
28.	-1	1,73	0	-3	120	270
29.	2	0	-2,6	-1,5	0	210
30.	1	1,73	0	-3	60	270

Таблиця 6.3 – Плоска збіжна система сил (до підрозділу 5.1)

Завдання	S_1, Н	S_2, Н	Завдання	S_1, Н	S_2, Н
1.	87	101	16	87	101
2.	79,3	98,4	17	79,3	98,4
3.	105,2	85,3	18	105,2	85,3
4.	123,1	57,2	19	123,1	57,2
5.	116,7	85,4	20	116,7	85,4
6.	78,6	112,4	21	78,6	112,4
7.	89,3	129,5	22	89,3	129,5
8.	78,3	119,1	23	78,3	119,1
9.	101,7	79,3	24	101,7	79,3
10.	86,9	114,8	25	86,9	114,8
11.	93,2	102,6	26	93,2	102,6
12.	87,4	119,8	27	87,4	119,8
13.	106,1	78,5	28	106,1	78,5
14.	84,7	98,8	29	84,7	98,8
15.	91,3	92,7	30	91,3	92,7

Таблиця 6.4 – Просторова збіжна система сил (до підрозділу 5.2)

Завдання	R_A, кН	R_B, кН	R_C, кН
1.	2,99	4,23	-11,55
2.	25,36	31,06	-40,01
3.	15,52	12,68	-10
4.	-20	8,97	5,18
5.	31,54	38,63	-54,64
6.	5,98	8,46	23,09
7.	15,77	24,5	-31,55
8.	14,15	-8,45	4,23
9.	29,97	15,5	-20
10.	11,55	0	11,55
11.	5,91	4,82	6,82
12.	5,36	20,71	0
13.	21,64	10,61	-28,28
14.	10,09	6,03	-4,26
15.	10	-7,07	-7,07
16.	-107,7	59,83	76,16
17.	-14,14	0	10
18.	0,04	11,6	20
19.	29,91	15,42	-20
20.	0	-8,98	-7,3
21.	-5,46	-2,73	-3,86
22.	-25,17	-17,98	-35,55
23.	14,14	0	-10
24.	3,66	14,14	6,34
25.	0	19,32	-27,32
26.	20	10,35	0
27.	0	-7,32	-5,18
28.	-8,68	-3,53	-3,53
29.	-28,28	-14,14	51,81
30.	2,44	6,67	16,33

Таблиця 6.5 – Плоска система паралельних сил (до підрозділу 5.3)

Завдання	X_A, Н	Y_A, Н	X_B, Н	Y_B, Н
1.	–	3	0	13
2.	0	-5	–	1
3.	–	-1	0	23
4.	0	-17,3	–	15,3
5.	–	-27,5	0	47,5
6.	–	15,1	0	2,9
7.	0	6	–	10
8.	0	2,7	–	-2,7
9.	–	6,94	0	-7,06
10.	0	6,9	–	-7,1
11.	0	6	–	10
12.	0	-5,8	–	-10,2
13.	0	4,1	–	9,9
14.	0	8,9	–	8,9
15.	–	-6,6	0	-2,6
16.	0	3,6	–	-16,4
17.	–	-22	0	18
18.	–	10,2	0	3,8
19.	0	-5,4	–	3,4
20.	0	-7,9	–	6,1
21.	0	12,9	–	5,1
22.	0	10,2	–	-12,2
23.	–	8,8	0	9,2
24.	–	8,1	0	-10,1
25.	0	10,1	–	11,9
26.	–	1	0	19
27.	0	9,6	–	4,4
28.	0	19,7	–	-1,7
29.	0	-2,4	–	20,4
30.	–	11,1	0	10,9

Таблиця 6.6 – Плоска довільна система сил. Балка (до підрозділу 5.4)

Завдання	X_A, Н	Y_A, Н	M_A,Н·м	X_B, Н	Y_B, Н
1.	–	4,25	–	8,6	6,75
2.	-7,1	-2,1	–	–	1
3.	8,7	17	-183	–	–
4.	-8,6	10,1	–	–	13,1
5.	7,1	17,1	-163,9	–	–
6.	–	14,4	–	5	2,2
7.	8,6	9	69	–	–
8.	7,1	5,8	11,3	–	–
9.	5	4,6	-3,2	–	–
10.	8,6	3,6	–	–	11,4
11.	5	14,6	-104,4	–	–
12.	-8,6	-4,6	–	–	6,4
13.	7,1	11,1	-110,4	–	–
14.	5	8,1	–	–	-6,5
15.	8,6	11	54	–	–
16.	7,1	4,4	–	–	-12,7
17.	5	14,6	166,4	–	–
18.	–	-4,8	–	-8,6	3,8
19.	-7,1	0,9	-36,8	–	–
20.	5	-6,9	–	–	5,7
21.	8,6	15	100	–	–
22.	-7,1	9,1	–	–	-8,2
23.	5	18,6	-97,4	–	–
24.	–	4,4	–	-8,6	-1,4
25.	7,1	19,1	-130,4	–	–
26.	–	1,3	–	5	17,3
27.	8,6	9	29	–	–
28.	8,6	17,9	–	–	-1,3
29.	5	16,6	-171,4	–	–
30.	–	11,1	–	8,6	5,9

Таблиця 6.7 – Плоска довільна система сил. Рама (до підрозділу 5.5)

Завдання	X_A, Н	Y_A, Н	M_A, кН·м	R_B, Н
1.	5	8,7	–	12,1
2.	7,3	17,1	32,7	–
3.	3,6	15,7	23,1	–
4.	7,8	12,9	–	4,6
5.	12,5	5,1	–	7,3
6.	6,7	9,4	–	11,8
7.	11,1	7,3	–	8.9
8.	4,7	9,2	–	10,4
9.	13,2	4,3	–	6,2
10.	4,5	7,6	71,4	–
11.	6,8	8,6	54,7	–
12.	3,4	12,2	–	14
13.	4	7,3	–	13,1
14.	7,9	5,7	–	9,7
15.	9,3	5,3	38,6	–
16.	5,8	8,3	–	10,5
17.	6	10,1	–	7,1
18.	5,1	8,6	–	7,4
19.	9,2	14	34,9	–
20.	7,4	5,9	–	13,3
21.	9,4	8,5	–	10
22.	5,8	7,8	–	12,7
23.	11,4	5,6	67,4	–
24.	6,7	13	43,4	–
25.	8	12,3	–	6,4
26.	6,7	13	–	6,4
27.	12	7,3	56,2	–
28.	7,1	6,8	–	9
29.	9	5,5	–	8,7
30.	5	12,3	–	7

Таблиця 6.8 – Плоска ферма (до підрозділу 5.6)

Завдання	Зусилля в стержнях, кН								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	-1,65	-0,10	20,21	25	25	0	-3,09	–	–
2.	-2,34	17,41	14,82	13,47	14,34	-5	5	–	–
3.	-3,64	10	0	0	17,34	-7,34	17,34	–	–
4.	-1,63	17,44	-22,5	19,51	10,81	8,58	-8,7	–	–
5.	17,3	17,3	-20	-6,14	23,07	13,86	0	–	–
6.	-10	-10	0	-3,07	11,53	16,97	-20	–	–
7.	45,32	45,32	-40	-51,9	25,95	-11,9	0	–	–
8.	17,34	17,34	-20	-34,6	17,34	-15	-10	–	–
9.	-20	0	-10	0	5	5	7,09	0	-7,09
10.	0	-10	-20	0	0	0	-4,18	0	0
11.	0	-10	0	-20	15	15	-7,09	0	-1,28
12.	-20	-20	0	15	15	15	-1,28	-20	-1,88
13.	10	0	-10	0	0	10	-4,18	10	0
14.	-25	-15	-15	-5	0	-10	21,28	-10	7,09
15.	-5	-15	-15	-15	0	10	7,09	0	21,28
16.	0	-10	-10	-20	0	10	0	0	14,18
17.	-15	-5	-5	-25	0	0	7,09	-10	7,09
18.	5	-5	-5	-25	0	10	-7,09	0	7,09
19.	0	-10	-15	-25	0	15	-7,09	5	21,28
20.	-20	0	-5	-15	0	-5	7,09	-15	7,09
21.	0	-10	-15	-15	-10	5	-7,09	5	21,28
22.	0	0	10	-15	0	10	14,18	-20	-4,18
23.	6,53	-6,53	-6,54	-8,27	3,27	6,53	16,53	–	–
24.	-3,64	-7,88	-24,8	12,4	11,84	-1,74	10,96	–	–
25.	3,64	-6,36	-6,71	3,36	-1,82	-3,64	-6,71	–	–
26.	-0,77	-0,77	-22,3	1,15	-,39	0,77	-0,77	–	–
27.	0,39	-10,2	-2,02	4,05	2,02	14,4	-0,39	–	–
28.	24,23	-2,12	-2,22	4,23	4,23	-4,23	-4,23	–	–
29.	8,07	-4,04	-6,34	12,69	8,07	-1,15	-8,07	–	–
30.	16,5	1,74	9,04	18,08	6,53	5,01	-6,53	–	–

Таблиця 6.9 – Плоска довільна система. Збірна конструкція (до підрозділу 5.7)

Завдання	X_A, Н	Y_A, Н	X_B, Н	Y_B, Н	M_A,Н·м	R_D, Н
1.	1285,1	7345,6	–	-5387,7	–	2138,1
2.	4926	-5621	–	4318,4	3788,3	–
3.	5788,1	3425,7	1831	1281,4	–	–
4.	3947,3	2926,1	6142,7	–	1345,9	–
5.	788,4	-213	–	12170,3	38580,7	–
6.	3417,5	9495,3	-2229,1	7285	–	–
7.	23	3750,3	–	9661,2	–	2983
8.	1256,3	9723,2	3479,5	–	–	3217,5
9.	6734,4	2376,7	–	3482	5487,7	–
10.	-6840,9	-3758,5	279,6	10,766,1	–	–
11.	6788,4	6094,6	–	5862,7	10606,2	–
12.	1188,4	3545	–	7489,7	14200,1	–
13.	-7482,8	13950,8	–	10012,9	91411,2	–
14.	2376,4	9856,1	1254,8	4391,4	–	–
15.	1254	1753,7	–	2374,7	–	-4765
16.	4695,3	8534,9	1030	-3336,7	–	–
17.	-1300	2142,6	-2461,3	11865,0	–	–
18.	-2547,6	2838,6	1732	922,7	–	–
19.	1565,3	-2840,0	–	13251,6	6853,9	–
20.	-6840,9	-3758,5	279,6	10,766,1	–	–
21.	7007,6	-1251,6	–	-8451,6	51462	–
22.	-7482,8	13950,8	–	10012,9	91411,2	–
23.	23	3750,3	–	9661,2	–	2983
24.	-735,1	9236,6	2746,7	2720,7	–	–
25.	6788,4	6094,6	–	5862,7	10606,2	–
26.	788,4	-213	–	12170,3	38580,7	–
27.	2136,9	18008,8	-945,7	945,7	30499,6	–
28.	3417,5	9495,3	-2229,1	7285	–	–
29.	-3217,9	12294,6	6602,9	5866,7	–	–
30.	1188,4	3545	–	7489,7	14200,1	–

Таблиця 6.10 – Плоска довільна система сил. Тертя (до підрозділу 5.8)

Завдання	F_{min}, Н	Завдання	F_{min}, Н	Завдання	F_{min}, Н
1.	784,1	11.	176	21.	557,3
2.	366,7	12.	733,3	22.	183,3
3.	14168	13.	132	23.	352
4.	220	14.	4400	24.	2933,3
5.	2833,3	15.	4400	25.	3391,1
6.	1572	16.	1571,4	26.	58,6
7.	176	17.	234,7	27.	689,1
8.	112,4	18.	73,3	28.	571,0
9.	310,2	19.	52,9	29.	259,1
10.	337,2	20.	132	30.	597,8

Таблиця 6.11 – Просторова довільна система сил (до підрозділу 5.9)

Завдання	X_A, кН	Y_A, кН	Z_A, кН	X_B, кН	Y_B, кН	Z_B, кН	R_C, кН
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	24,39	18,8	2,14	–	-25,87	7,86	0
2.	8,66	0,82	0	–	0,16	0	-16,33
3.	3	-18	-1,34	2	0,68	–	0
4.	-2,32	8,66	-3	18,12	–	15,02	-3,32
5.	33,32	24,39	-2,02	-43,32	–	-5,05	0
6.	10,86	-19,14	-3,46	-20	–	3,46	10
7.	-15,12	0	5	4,73	1,73	–	9,8
8.	8,66	0	-9,82	–	8,49	0,68	11,31
9.	-13,14	8,66	-28,18	–	1,73	9,04	-2
10.	-11,36	-25,83	5,02	–	18,76	-4,56	-6,88
11.	22,8	11,1	-18,56	–	-6,38	-12,41	19,43
12.	11,73	-5,48	-11,19	-1,73	–	23,26	-14,14
13.	14,14	29,39	7,07	-24,14	–	3,73	-42,1
14.	2	-2,93	12,47	-2	–	-12,37	28,28
15.	-8,69	-29,05	10	–	11,73	-9,87	3,23
16.	16,43	10	-0,9	40,92	–	-7,07	-36,44
17.	23,71	-14,15	2,34	-15,05	11,79	–	-13,61
18.	-8,5	-7,07	-11,61	8,5	–	-4,41	-11,55
19.	-17,32	-2,5	-14,43	–	-2,5	-4,23	0
20.	-6,06	19,14	6,51	-2,6	–	-20,65	0
21.	-5,93	-14,14	-8,78	-42,41	–	-5	-45,82

Продовження таблиці 6.11

1	2	3	4	5	6	7	8
22.	-14,4	23,32	5,25	23,06	–	-14,25	8,49
23.	-14,15	5	11,78	8,49	–	-1,4	-9,8
24.	4,62	19,41	-5	4,04	–	-7,91	2,95
25.	6,78	-5	-0,45	–	4,25	5,93	-8,5
26.	-82,11	17,32	-14,08	69,41	–	8,42	-22,83
27.	-47,66	-17,32	14,95	14,49	–	-12,95	30,14
28.	-17,32	-37,1	14,07	–	32,1	-5,41	10
29.	14,72	7,07	26,32	-17,32	–	-20,75	-17
30.	53,33	12,02	9,14	-23,85	-14,14	–	-24,04

Таблиця 6.12 – Визначення положення центра ваги пластини (до підрозділу 5.10)

Завдання	X_c, мм	Y_c, мм
1.	2,435	2,178
2.	1,918	1,442
3.	2,210	1,702
4.	2,149	2,208
5.	2,628	3,309
6.	1,501	2,486
7.	2,897	-0,594
8.	1,965	2,98
9.	2,659	2,388
10.	0,927	2,18
11.	2,048	1,97
12.	2,544	2,285
13.	2,437	2,155
14.	4,407	2,087
15.	3,128	1,356

Завдання	X_c, мм	Y_c, мм
16.	3,254	3,147
17.	2,523	2,235
18.	2,682	2,197
19.	2,145	2,051
20.	2,588	2,819
21.	2,776	3,221
22.	2,81	2,288
23.	2,616	2,997
24.	3,658	3,644
25.	2,506	2,414
26.	2,712	2,664
27.	2,545	1,918
28.	2,067	1,844
29.	1,182	1,995
30.	2,117	2,956

СЛОВНИК НАЙУЖИВАНІШИХ ТЕРМІНІВ

В'язь (опора)	counteracting force (support)
вектор	vector
Векторний многокутник	polygon of vectors
Вірьовочний многокутник	funicular polygon
Вісь	axis
Вузол	knot
Гладенька поверхня	Smooth surface
Замкнений контур	closed loop
Защемлення	jamming
Збіжна система	convergent system
Зусилля	effort
Ідеальний стержень	ideal bar
Колінеарний	collinear
Компланарний	coplanar
Лінія дії сили	line of force
Матеріальна точка	particle
матерія	matter
Метод перерізів	method of section
Механіка	mechanics
Модель сили	model of force
Момент	moment
Момент вектора	moment of vector
Момент сили	moment of force
Одиничний вектор	until vector
основний	basic
Пара сил	pair of force
Підшипник	bearing
Плече	shoulder
Плоский	flat
Площина	plane
Простір	space
Реакції в'язі	counteraction
Розтягнутий стержень	tension bar
Сила	force
Сила тертя	friction force
Силовий многокутник	polygon of forces
Система відліку	readout system
Стан рівноваги	state of equilibrium
Статика	statics
Стержень	bar
Стиснутий стержень	compressional bar
Тертя ковзання	kinetic friction

Тертя кочення	rolling friction
Тертя крутіння	pivoting friction
Ферма	frame
Центр ваги	the center of mass
Центр зведення	centre of inertia
Час	time
Шарнір	hinge, pin joint

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: [підручник] / Павловський М. А. – К. : Техніка, 2002. – 512 с..
2. Видмиш А. А. Збірник завдань для самостійної роботи з теоретичної механіки. Статика. Кінематика: збірник завдань / Видмиш А. А., Приятельчук В. О., Федотов В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 128 с.
3. Приятельчук В. О. Теоретична механіка. Статика. Розрахунково-графічні та контрольні завдання : [навч. пос.] / Приятельчук В. О., Риндюк В. І., Федотов В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 108 с.
4. Теоретична механіка : збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін.; За ред. М. А. Павловського – К. : Техніка, 2007. – 400 с..
5. Федотов В. О. Лабораторний практикум з теоретичної механіки: [навч. пос.] / Федотов В. О., Сивак Р. І., Приятельчук В. О., Риндюк В. І. – Вінниця : ВНАУ, 2010. – 88 с.
6. Бать М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. т.1. Статика и кинематика / Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. – [8-е изд. перер.]. – М. : Наука, 1984. – 504 с.
7. Бать М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. т.2. Динамика / Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С.– [7-е изд. перер.]. – М. : Наука, 1985. – 560 с.
8. Ільчишина Д. І. Теоретична механіка: навч. посіб. / Д. І. Ільчишина, Л. М. Шальда – К. : УМК ВО, 1991 – 252 с.
9. Кепе О. Э. Сборник коротких задач по теоретической механике: учеб. пособие для втузов / [Кепе О. Э., Виба Я. А., Грапис О. П. и др.]; под ред. О. Э. Кепе. – М. : ВШ, 1989. – 368 с.
10. Федотов В. О. Конспект лекцій з курсу теоретичної механіки. Статика / В. О. Федотов, В. І. Степанчук – Вінниця : ВПІ, 1991. – 64с.
11. Яблонский А. А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: [учеб. пос. для техн. вузов] / Яблонский А. А., Норейко С. С., Вольфсон С. А. и др.; под ред. Яблонского А. А. – [4-е изд. перер. и доп.]. – М. : ВШ, 1985. – 367 с.

Навчальне видання

Огородніков Віталій Антонович
Федотов Валерій Олександрович
Панкевич Ольга Дмитрівна
Губанов Андрій Васильович
Федотова Інна Вікторівна

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА. СТАТИКА ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлений В. О. Федотовим
Редактор В. Дружиніна
Коректор З. Поліщук

Підписано до друку 20.08.2013 р.
Формат 29,7×42 1/4. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум. друк. арк. 8,4.
Наклад 75 прим. Зам. № 2013-131.

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.