А.В.Ющенко, П.В.Гель, О.Г.Бунтар, В.Я.Дучал

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 1

Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний технічний університет

А.В.Ющенко, П.В.Гель, О.Г.Бунтар, В.Я.Дучал

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 1

Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного університету як збірник задач з фізики для студентів всіх спеціальностей. Протокол № 5 від 27 грудня 2001р.

Вінниця ВДТУ 2002

УДК 53(075)
341

Р е ц е н з е н т и:

П.М.Зузяк, доктор фізико-математичних наук, професор
С.В.Юхимчук, доктор технічних наук, професор
В.І.Клочко, доктор педагогічних наук, професор

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України

А. В. Ющенко, П. В. Гель, О. Г. Бунтар, В. Я. Дучал
З 41 **Збірник задач з фізики. Частина 1.** Збірник задач. Навчальний посібник. –Вінниця: ВДТУ,2002.- 108с.

Збірник задач з фізики складений відповідно до програми з загальної фізики. Перша частина збірника задач вміщує в собі розділи: механіка, електрика та електромагнетизм.

Він містить необхідний теоретичний матеріал а також практичні завдання та методичні вказівки до їх виконання.

В збірник, поруч з оригінальними, увійшли також задачі, перекладені з таких навчальних посібників: Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников. Под редакцией А.Г.Чертова; Волькенштейн В.С. Сборник задач по физике.

Збірник задач розрахований на студентів всіх спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 53(075)

ЗМІСТ

Вступ

Розв'язання фізичних задач, як правило, має евристичний характер, що не дозволяє сформулювати правило чи алгоритм, по яким розв'язується будь-яка фізична задача. Однак, корисними, на нашу думку, можуть бути такі поради.

1. Перш за все, треба добре зрозуміти зміст задачі, природу фізичних явищ, про які йде мова у задачі, згадати відповідні фізичні закономірності.

2. За допомогою формул, що відповідають умові задачі, і спрощувальним припущенням, які можна зробити в цій задачі, встановити зв'язок між невідомими і відомими величинами. При цьому можуть з'являтись нові невідомі величини. Треба мати на увазі, що кількість незалежних рівнянь повинна дорівнювати загальній кількості невідомих величин. Відомими треба вважати не тільки величини, які наведені в умові задачі, але і дані, що вміщені в довідниковому матеріалі.

3. Як правило, задачу треба розв'язувати в загальному вигляді. При цьому треба слідкувати, щоб одна і та ж величина позначалась однаково, а позначення різних величин відрізнялись одне від одного (наприклад, позначення початкової швидкості повинно відрізнятись від позначення швидкості в довільний момент часу).

4. Знайшовши відповідь у вигляді формули, яка зв'язує невідому величину з відомими, необхідно перевірити, збігаються чи ні розмірність лівої і правої частин формули. Якщо розмірності не збігаються - рішення є помилковим.

5. Виконуючи числові розрахунки, всі дані необхідно перевести в одну систему одиниць. Пропонуємо виконувати розрахунки в найбільш розповсюдженій Міжнародній системі одиниць. Ця система позначається символом SI (System International) українське позначення – СІ.

Основні одиниці системи СІ

Найменування величини	Одиниця вимірювання	Позначення
Довжина	Метр	м
Маса	Кілограм	кг
Час	Секунда	с
Сила електричного струму	Ампер	А
Термодинамічна температура	Кельвін	К
Сила світла	Кандела	кд

Наводимо також префікси, які використовуються для позначення кратних і доцільних одиниць.

Префікс	Числове значення	Позначення	Префікс	Числове значення	Позначення
Деци	10^{-1}	д	Дека	10^{1}	да
Санти	10^{-2}	с	Гекто	10^{2}	г
Мілі	10^{-3}	м	Кіло	10^{3}	к
Мікро	10^{-6}	мк	Мега	10^{6}	М
Нано	10^{-9}	н	Гіга	10^{9}	Г
Піко	10^{-12}	п	Тера	10^{12}	Т
Фемто	10^{-15}	ф			

I. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Основні формули

1. Кінематичне рівняння руху точкової маси вздовж осі x :

$x = f(t)$, де $f(t)$ – деяка функція часу.

2. Миттєва швидкість та прискорення:

$$V_x = \frac{dx}{dt}; \; a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

3. Середня швидкість та середня шляхова швидкість:

$$< V_x >= \frac{\Delta x}{\Delta t}; \; < V_x >= \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

4. Для випадку прямолінійного рівнозмінного руху:

$$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad V = V_0 + at; \quad a = const.$$

5. Кінематичне рівняння руху точкової маси по колу:

$$\varphi = f(t); \quad R = const,$$

де φ- кут повороту, R - радіус кривизни траєкторії.

6. Кутова швидкість та кутове прискорення:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

7. Для випадку рівномірного обертового руху:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де T - період обертання, n - частота обертання (число обертів за одиницю часу).

8. Для випадку рівнозмінного обертового руху:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varepsilon = const.$$

9. Зв'язок між лінійними та кутовими величинами:

$$V = \omega R ; \; a_\tau = \varepsilon R \; ; \; a_n = \omega^2 R ,$$

де a_c і a_n - тангенційне (дотичне) та нормальне (доцентрове) прискорення.

10. Повне прискорення:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} .$$

11. Основний закон динаміки (другий закон Ньютона):

$$d\vec{p} = \vec{F} dt ,$$

де $\vec{p} = m\vec{V}$ - імпульс тіла, $\vec{F}$ - рівнодіюча всіх сил, діючих на тіло.

12. Коли масса тіла стала, то:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a} ,$$

де $\vec{a}$ - прискорення, яке надається тілу під дією сили $\vec{F}$.

13. Сили, які розглядаються в механіці:

- сила пружності $F = -kx$,

де k - коефіцієнт пружності, x - абсолютна деформація;

- сила тяжіння $F = mg$,

де g- прискорення вільного падіння;

- сила гравітаційної взаємодії $F = G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}$,

де G - гравітаційна стала, m_1 та m_2 - маси тіл, які взаємодіють, R – відстань між тілами (тіла вважаються точковими масами);

- сила тертя $F = \mu N$,

де μ - коефіцієнт тертя, N - сила нормального тиску.

14. Закон збереження імпульсу:

$$\sum_i \vec{p}_i = const .$$

15. Робота A сили F при переміщенні визначається як:

$$A = \int_s F_s \, dS,$$

де F_s - проекція сили F на напрямок переміщення. Для випадку постійної сили, яка діє під кутом α до переміщення:

$$A = FS \cos \alpha .$$

16. Потужність N визначається за формулою:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

17. Для випадку сталої потужності:

$$N = \frac{A}{t}.$$

18. Кінетична енергія тіла, яке рухається поступально:

$$T = \frac{mV^2}{2}.$$

19. Потенціальна енергія:

- пружно деформованого тіла $\Pi = \dfrac{kx^2}{2}$,

- тіла, яке знаходиться в однорідному полі сил тяжіння $\Pi = mgh$,

де h - висота тіла над рівнем, який вважається нульовим (справедливо за умови $h \ll R_з$, де $R_з$ – радіус Землі).

- гравітаційної взаємодії $\Pi = -G\dfrac{m_1 m_2}{R}$,

де m_1 і m_2 - маси взаємодіючих тіл, R - відстань між ними.

20. Закон збереження механічної енергії:

$$E = T + \Pi = const.$$

21. Момент сили M відносно будь-якої осі обертання визначається формулою:

$$M = Fl ,$$

де l - плече сили (відстань від прямої, вздовж якої діє сила, до осі обергання).

22. Момент інерції точкової маси m :

$$I=mr^2,$$

де r - відстань від матеріальної точки до осі обертання.

23. Момент інерції твердого тіла відносно його осі обертання :

$$I=\int r^2 dm.$$

24. Моменти інерції деяких тіл масою m відносно осі, яка проходить через центр мас:

– циліндра (диска) $I=\frac{1}{2}mR^2,$

– стержня довжиною l, відносно осі, яка перпендикулярна до нього

$$I=\frac{1}{12}ml^2,$$

– кулі $I=\frac{2}{5}mR^2.$

25. Теорема Штейнера: момент інерції тіла I відносно довільної осі дорівнює моменту інерції цього тіла I_0 відносно осі, яка проходить через його центр маси і яка паралельна даній осі, визначається за формулою:

$$I=I_0+ma^2,$$

де m - маса тіла, a - відстань між центром маси тіла і віссю обертання.

26. Основний закон динаміки обертового руху:

$$\vec{M}dt = d\vec{L} = d(I\vec{\omega}),$$

де $\vec{M}$ - момент сил, які діють на тіло, $\vec{L}$ - момент імпульсу тіла.

Якщо $I=const$, то:

$$\vec{M}dt = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\varepsilon}.$$

27. Закон збереження моменту імпульсу:

$$\sum_i \vec{L}_i = const .$$

28. Кінетична енергія обертового руху:

$$T = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I} .$$

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд: $x=A+Bt+Ct^3$, де $A = 2$ *м*, $B=1$ *м/с*, $C = -0,5$ *м/с*^{3}. Знайти координату x, швидкість та прискорення точки в момент часу $t = 2$ *с*.

Розв´язування:

Координату x знайдемо, якщо в рівняння руху підставити числові значення коефіцієнтів A, B, C і часу t:

$$x=(2+1\cdot 2-0.5\cdot 2^3)\text{м}=0$$

Миттєва швидкість знаходиться як перша похідна від координати за часом:

$$V = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2 .$$

Прискорення точки знайдемо як першу похідну від швидкості за часом:

$$a = \frac{dV}{dt} = 6Ct .$$

Для моменту часу $t = 2$ *с*:

$$V=(1-3\cdot 0.5\cdot 2^2)= -5 \text{ м/с}$$

$$a=6\cdot(-0.5)\cdot 2 \text{ м/с} = -6 \text{ м/с}^2$$

Відповідь: $x=0$; $V= -5$ *м/с*; $a= -6$ *м/с*^{2} .

Знаки (-) вказують на те, що як швидкість, так і прискорення мають напрями, протилежні напряму осі X.

Приклад 2. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi=A+Bt+Ct^2$, де $A = 10$ *рад*, $B = 20$ *рад/с*, $C = -2$ *рад/с*^{2}. Знайти повне прискорення точки, яка знаходиться на відстані *0,1 м* від осі обертання для моменту часу *4 с*.

Розв'язування:

Повне прискорення точки, яка рухається по криволінійній траєкторії можна знайти як геометричну суму тангенційного прискорення, яке спрямовано по дотичній до траєкторії і нормального прискорення, яке спрямовано до центру кривизни траєкторії:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Якщо рух проходить по колу, то вектори $\vec{a}_\tau$ і $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні. А тому модуль прискорення визначається за теоремою Піфагора:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} . \qquad (1)$$

Модулі тангенційного та нормального прискорення знаходяться за формулами: $a_\tau = \varepsilon r$, $a_n = \omega^2 r$, (2)

де ω - модуль кутової швидкості, ε - модуль кутового прискорення, r – радіус кривизни траєкторії. Підстановкою виразів (2) в формулу (1) одержуємо:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} . \qquad (3)$$

Кутову швидкість визначаємо як першу похідну від кутового зміщення за часом:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct .$$

Оскільки $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$, то $\varepsilon = 2C$. Для моменту часу $t = 4$ *с* модулі ω і ε дорівнюють:

$$\omega = [20 + 2\cdot(-2)\cdot 4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с},$$

$$\varepsilon = [2\cdot(-2)] \text{ рад/с}^2 = -4 \text{ рад/с}^2 .$$

Підставимо значення ω, ε *і* r в формулу (3):

$$a = 0.1\sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1.65 м/с^2 .$$

Відповідь: $a = 1,65 м/с^2$.

Приклад 3. Колесо, обертаючись рівносповільнено зменшило частоту від $\nu_1 = 10\ c^{-1}$, *до* $\nu_2 = 6\ c^{-1}$, здійснило *50* обертів. Визначити кутове прискорення колеса і час рівносповільненого руху.

Розв′язування:

Кут повороту при рівносповільненому рухові визначається за формулою:

$$\varphi = \omega_1 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \qquad (1)$$

Кутова швидкість в момент часу t знаходиться за співвідношенням:

$$\omega_2 = \omega_1 t + \varepsilon t \ . \qquad (2)$$

Визначимо час руху з формули (2) і підставимо його в (1):

$$2\varepsilon\varphi = 2\omega_1(\omega_2 - \omega_1) + (\omega_2 - \omega_1)^2 \ .$$

Після очевидних перетворень отримуємо співвідношення:

$$2\varepsilon\varphi = \omega_2^2 - \omega_1^2 \ .$$

Враховуючи те, що $\varphi = 2\pi N$, *а* $\omega = 2\pi\nu$ *для* кутового прискорення одержуємо:

$$\varepsilon = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\varphi} = \frac{\pi(\nu_2^2 - \nu_1^2)}{N}.$$

Підстановка числових значень ν_1, ν_2 і N дає:

$$\varepsilon = -4.02\ рад/c^2.$$

З формули (2) можна визначити час рівносповільненого руху:

$$t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\varepsilon} = \frac{2\pi(\nu_2 - \nu_1)}{\varepsilon}.$$

Числове значення t дістанемо підстановкою ν_1, ν_2 і ε, що дає:

$$t = 6{,}25\ c.$$

Відповідь: $\varepsilon = -4{,}02\ рад/c^2$, $t = 6{,}25\ c$.

Приклад 4. Дві кулі з масами $m_1 = 2{,}5$ *кг* і $m_2 = 1{,}5$ *кг* рухаються назустріч одна одній зі швидкостями $V_1 = 6$ *м/с* і $V_2 = 2$ *м/с*. Визначити швидкості куль після удару і долю кінетичної енергії, яка перетворилась у внутрішню енергію куль. Удар вважати прямим, непружним.

Розв'язування:

Швидкість куль визначимо за допомогою закону збереження імпульсу:

$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)U, \text{ звідки:}$$

$$U = \frac{m_1V_1 + m_2V_2}{m_1 + m_2}. \tag{1}$$

Напрямок швидкості першої кулі приймемо за додатний, тоді при обчисленні швидкості другої кулі, яка рухається назустріч першій, треба її взяти зі знаком мінус.

Підставивши числові значення m_1, m_2, V_1, V_2 в формулу (1), отримаємо:

$$U = \frac{2.5\cdot 6 + 1.5\cdot(-2)}{2.5 + 1.5} = 3(м/с).$$

Доля кінетичної енергії, яка пішла на збільшення внутрішньої енергії куль визначиться відношенням:

$$K = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{2}$$

де $T_1 = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}$ - кінетична енергія куль до удару,

а $T_2 = \frac{(m_1 + m_2)U^2}{2}$ - кінетична енергія куль після удару.

Формула (2) прийме такий вигляд:

$$K = \frac{m_1V_1^2 + m_2V_2^2 - (m_1 + m_2)U^2}{m_1V_1^2 + m_2V_2^2}.$$

Підстановкою числових значень одержуємо: $K = 0{,}62$.

Відповідь: $U = 3$ *м/с*, $K = 0{,}62$.

Приклад 5. Куля масою m_1 яка рухалася з швидкістю V_1, зіткнулась з нерухомою кулею масою m_2. Кулі абсолютно пружні, удар прямий. Визначити, яку долю своєї кінетичної енергії перша куля передала другій.

Розв'язування:

Доля енергії, яку перша куля передала другій визначиться

відношенням: $$K = \frac{T_2^1}{T_1} = \frac{m_2 U_2^2}{m_1 U_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2, \quad (1)$$

де T_1 - кінетична енергія першої кулі до удару; U_2 і T_2' - швидкість і кінетична енергія другої кулі після удару. Згідно законів збереження імпульсу та енергії можна записати:

$$m_1 V_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2 \quad ,$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_1 U_1^2}{2}.$$

Розв'язання цієї системи рівнянь для U_2 дає такий результат:

$$U_2 = \frac{2 m_1 V_1}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

Підставивши вираз (2) в формулу (1), одержимо:

$$K = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2 m_1 V_1}{V_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

З цього співвідношення видно, що доля переданої енергії залежить лише від мас куль, які стикаються.

Приклад 6. Через блок у вигляді суцільного диску, який має масу $m = 80$ *г*, перекинута тонка нитка, до кінців якої підвісили два тіла з масами $m_1 = 100$ *г* і $m_2 = 200$ *г*. Визначити прискорення цих тіл. Тертям та масою нитки знехтувати.

Розв'язування:

Розглянемо сили, які діють на кожне тіло та блок (рис. 1). Для кожного тіла запишемо рівняння руху (другий закон Ньютона):

$$T_1 - m_1 g = m_1 a, \tag{1}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \tag{2}$$

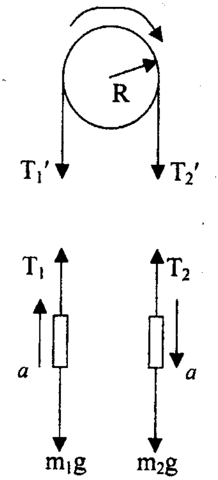

Рис.1.

Для блока за основним рівнянням динаміки обертового руху запишемо:

$$T_2'R - T_1'R = I\varepsilon\ , \tag{3}$$

де ε - кутове прискорення, причому $\varepsilon = \frac{a}{R}$, а $I = \frac{1}{2} mR^2$ -момент інерції блока відносно осі, яка проходить через його центр мас.

За третім законом Ньютона $T_1' = T_1$ і $T_2' = T_2$.

Визначивши T_1 і T_2 з рівнянь (1) і (2) та підставивши їх значення у рівняння (3), одержимо:

$$(m_2 \mathrm{g} - \mathrm{m}_2 a)R - (m_1 \mathrm{g} - \mathrm{m}_1 a)R = \frac{mR^2 a}{2R},$$

звідки остаточно:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Підставляючи числові значення, знаходимо:

$$a = 2{,}88\ м/с.$$

Приклад 7. Платформа у вигляді диска радіусом $R = 1{,}5\ м$ і масою $m_1 = 180\ кг$ обертається за інерцією з частотою $\nu = 10\ хв^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою $m_2 = 60\ кг$. Яку лінійну швидкість відносно підлоги приміщення буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

Розв'язування:

За законом збереження моменту імпульсу можна записати:

$$(I_1 + I_2)\omega = (I_1 + I_1')\omega',$$

де I_1 - момент інерції платформи ; I_2 - момент інерції людини в центрі платформи ; I_2' - момент інерції людини на краю платформи ; ω - кутова швидкість платформи з людиною, яка стоїть в центрі платформи ; ω' - кутова швидкість платформи з людиною, яка стоїть на краю платформи.

Лінійна швидкість зв'язана з кутовою співвідношенням:

$$V = \omega' R. \qquad (1)$$

Тоді з рівняння (1) одержимо: $$V = \frac{(I_1 + I_2)\omega R}{I_1 + I_2'}. \qquad (2)$$

Момент інерції платформи (диска): $$I_1 = \frac{m_1 R^2}{2}.$$

I_2 і I_2' знайдемо, як моменти інерції матеріальної точки (момент інерції людини розрахуємо як для точкової маси):

$$I_2 = 0; \quad I_2' = m_2 R^2.$$

Кутова швидкість визначається через частоту обертання з рівності:

$$\omega = 2\pi\nu,$$

з врахуванням якої співвідношення (2) набуває остаточного вигляду:

$$V = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} 2\pi\nu R.$$

Підстановка числових значень дає: $V = 1$ *м/с*.

Приклад 8. Поплавок , який має форму циліндричної трубки діаметром *1 см*, занурений вертикально у воду так, що над поверхнею води знаходиться половина його довжини. Яку роботу треба виконати для того, щоб повністю занурити поплавок у воду. Довжина поплавка *10 см*.

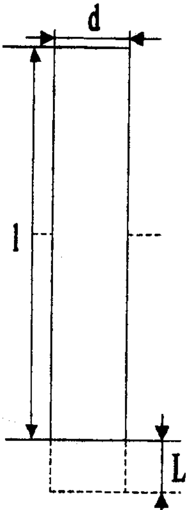

Рис. 2

Розв'язування: При зануренні поплавка на глибину $x \le l$ на нього буде діяти виштовхувальна сила: $F = \rho g S_x$, де $\rho = 10^3$ *кг/м*^{3}, d- діаметр поплавка.

Величина цієї сили залежать від глибини занурення у воду. В зв'язку з цим для обчислення роботи слід використати формулу для роботи змінної сили:

$$A = \int_0^{l/2} F dx, \qquad (1)$$

де l - довжина поплавка.

Підставляючи вираз для сили в формулу (1), враховуючи, що $S = \frac{1}{4}\pi d^2$, де d - діаметр поплавка, отримаємо:

$$A = \int_0^{l/2} \rho g \frac{1}{4}\pi d^2 x dx = \frac{1}{4}\rho g \frac{1}{4}\pi d^2 \int_0^{l/2} x dx = \rho g \frac{1}{4}\pi d^2 \frac{x^2}{2}\Big|_0^{l/2} = \frac{1}{32}\rho g \pi .$$

Підставляючи числові значення, отримаємо:

$$A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ (Дж)}.$$

Приклад 9. Стержень довжиною 1,5м і масою 10 кг може обертатись навколо нерухомої осі, яка проходить через верхній його кінець. В центр стержня попадає і застрягає в ньому куля масою 10 г, яка летить в горизонтальному напрямку з швидкістю 500м/с. На який кут відхилиться стержень після удару?

Розв'язування:

Удар кулі будем вважати непружним, оскільки після удару куля і стержень рухаються як одне ціле. Застосуємо закон збереження імпульсу для системи куля - стержень:

$$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(I + mr^2)\frac{m^2v^2r^2}{(I+mr^2)^2} = \frac{m^2v^2}{4(\frac{1}{3}M + \frac{1}{4}m)} , \quad (1)$$

$$h = (M+m)g\frac{l}{2}(1-\cos\varphi) ,$$

де m - маса кулі, v - її швидкість до удару, $r = \frac{l}{2}$ - відстань від точки удару до осі обертання, $I = \frac{1}{3}Ml^2$ - момент інерції стержня, M - його маса, l - довжина.

З формули (1) можна визначити кутову швидкість системи стержень-куля після удару кулі: $\omega = \dfrac{mvr}{I + mr^2}$. (2)

Таким чином, беспосередньо після удару кулі, система стержень-куля буде мати кінетичну енергію:

$$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(I + mr^2)\frac{m^2v^2r^2}{(I+mr^2)^2} = \frac{m^2v^2}{4(\frac{1}{3}M + \frac{1}{4}m)} . \quad (3)$$

Ця енергія перетворюється в потенціальну, за рахунок чого центр мас системи стержень-куля підніметься на висоту h, яка визначається з геометричних міркувань формулою:

$$h = \frac{l}{2} - \frac{l}{2}\cos\varphi = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi) , \quad (4)$$

де φ - кут максимального відхилення стержня від положення рівноваги.

Тоді за законом збереження енергії можна записати:

$$\frac{m^2v^2}{4(\frac{1}{3}M + \frac{1}{4}m)} = (M+m)g\frac{l}{2}(1-\cos\varphi) . \quad (5)$$

Розв'язавши дане рівняння відносно $\cos\varphi$, знаходимо:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{m^2v^2}{4(M+m)(\frac{1}{3}M+\frac{1}{4}m)gl}.$$

Підставивши числові значення, отримаємо: $\cos\varphi = 0{,}987$.

За відомим $\cos\varphi$ одержимо числове значення φ: $\varphi = 9°20'$.

Приклад 10. Яку мінімальну швидкість треба надати ракеті у вертикальному напрямку для того, щоб вона піднялася над поверхнею Землі на висоту, яка дорівнює радіусу Землі.

Розв´язування:

Будемо вважати, що на ракету діють тільки сили гравітаційної взаємодії і систему ракета-Земля замкненою. Тоді згідно закону збереження енергії можна записати:

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2}, \tag{1}$$

де E_{k1} і E_{n1}, - кінетична та потенціальна енергія системи ракета-Земля на поверхні Землі; E_{k2} і E_{n2} - ті ж величини на відстані радіуса Землі від поверхні. З рухом ракети її потенціальна енергія буде зростати, а кінетична - зменшуватись і в кінцевому стані руху стане рівною нулю. Таким чином, рівняння (1) можна переписати в вигляді:

$$\frac{1}{2}mV^2 - G\frac{mM}{R} = -G\frac{mM}{2R}. \tag{2}$$

Звідки визначаємо: $$V = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR}. \tag{3}$$

Підставивши числові значення, одержимо $V=7.9\cdot10^3$ *м/с*.

Задачі

1.1. Матеріальна точка рухається за законом $S=At + Bt^2 + Ct^3$, де A = 2 м/с, B = -3 м/с^2 і C= 4 м/с^3. Знайти швидкість та прискорення точки через 2 с після початку руху.

1.2. Матеріальна точка рухається за законом $S=A + Bt + Ct^2$, де $A= 6$м, $B= -3$ м/с і $C = 2$ м/с^2. Знайти середню швидкість та середнє прискорення точки для інтервалу часу $1 \leq t \leq 4c$.

1.3. Матеріальна точка рухається за законом $S = A + Bt + Ct^2$, де $A=3$м, $B=2$ м/с, $C=1$ м/с^2. Знайти середню швидкість та середнє прискорення за першу та третю секунду її руху.

1.4. Матеріальна точка рухається за законом $S=At^2+Bt^3$, де $A=0{,}14$м/с^2, $B=0{,}01$ м/с^3. Через який час після початку руху тіло буде мати прискорення $a = 1$ м/с^2. Знайти середнє прискорення за цей проміжок часу.

1.5. Вздовж однієї прямої рухаються дві матеріальні точки згідно з рівнянням $x_1= A_1+ B_1t+ C_1t^2$ і $x_2 = A_2 + B_2t+ C_2t^2$, де $A_1 = 10$ м, $B_1 = 1$ м/с, $C_1 =-2$ м/с^2, $A_2 = 3$ м, $B_2 = -2$ м/с^2, $C_2 = 0{,}2$ м/с^2. В який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Знайти прискорення цих точок в момент часу $t = 3$ с.

1.6. Матеріальна точка рухається в площині *xoy* згідно з рівнянням $X=A_1 + B_1t+ C_1t^2$ і $Y = A_2 + B_2t + C_2t^2$, де $B_1 = 7$ м/с, $C_1 = -2$ м/с^2. $B_2 =1$м/с, $C_2= 0{,}2$ м/с^2. Знайти модулі швидкості та прискорення точки в момент часу $t = 5$ с.

1.7. Визначити прискорення $|\vec{a}|$ в момент часу $t = 3$с точки, яка знаходиться на ободі колеса радіусом $R = 0{,}5$ м, яке обертається згідно з рівнянням $\varphi = At+Bt^3$,де $A=2$ рад/с, $B = 0{,}2$ рад/с^3.

1.8. Точка рухається по колу радіусом $R = 2$ м. Залежність шляху від часу дається рівнянням $S = Ct^3$, де $C = 0{,}1$ м/с^3. Знайти нормальне та тангенціальне прискорення точки в момент часу, коли лінійна швидкість дорівнює 0,3 м/с.

1.9. Точка рухається по колу згідно з законом $S = A - Bt + Ct^2$, де $B=2$м/с, $C=1$м/с^2. Знайти лінійну швидкість точки, її тангенційне та нормальне прискорення через 3 с після початку руху, якщо відомо, що через 2 с після початку руху нормальне прискорення точки дорівнює $a_н$=0,5 м/с^2 .

1.10. Колесо обертається за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Дt^3$, де B=1рад/с, C = 1 рад/с^2, Д = 1 рад/с^3 . Знайти радіус R колеса, якщо відомо, що в кінці другої секунди точки, які знаходяться на ободі колеса мають нормальне прискорення $a_н = 3{,}46 \cdot 10^2$ м/с^2 .

1.11. По двох паралельних коліях в одному напрямку їдуть товарний поїзд довжиною 600 м зі швидкістю 50 км/год та електропоїзд довжиною 120 м зі швидкістю 80 км/год. Скільки часу електропоїзд буде обганяти товарний?

1.12. Ескалатор метро піднімає людину, яка на ньому стоїть, за 3 хв. По нерухомому ескалатору людина піднімається за 6 хв. Скільки часу буде підніматись людина по рухомому ескалатору?

1.13. Швидкість руху катера в 3 рази більша швидкості течії річки. В скільки разів довше човен буде рухатись між двома пунктами проти течії, ніж за течією?

1.14. Теплохід, довжина якого 60 м, рухається по нерухомій воді рівномірно та прямолінійно. Катер проходить відстань від корми до носа і назад за 180 с. Визначити швидкість руху теплоходу, якщо швидкість катера 54 км/год.

1.15. Людина, яка іде зі сталою швидкістю 4 км/год, проходить під ліхтарем, що висить на висоті 10 м над землею. Знайти швидкість переміщення краю тіні від голови людини, якщо вона має зріст 1,8 м.

1.16. Три четвертих шляху автомобіль пройшов зі швидкістю 60км/год, а шлях, який залишився, зі швидкістю 80 км/год. Яка середня швидкість автомобіля?

1.17. Велосипедист їхав з одного пункту в другий. Першу частину шляху він проїхав зі швидкістю 20км/год. Далі половину часу, що залишився, він їхав зі швидкістю 25км/год, а решту часу йшов зі швидкістю 5км/год. Визначити середню швидкість велосипедиста.

1.18. Два автомобілі рухаються по дорогах, кут між якими складає $60°$. Швидкість автомобілів 54 км/год та 72 км/год. З якою швидкістю віддаляються машини одна від одної?

1.19. Якщо два тіла рухаються рівномірно назустріч одне одному, то відстань між ними зменшується на 16 м за кожні 10 с. Якщо тіла з такими ж по величині швидкостями будуть рухатись в одному напрямку, то відстань між ними буде збільшуватись на 3 м кожні 5 с. Які швидкості кожного тіла?

1.20. З Києва до Вінниці з інтервалом в одну годину вийшли два електропотяги зі швидкостями 30 км/год. З якою швидкістю рухався назустріч швидкий потяг, якщо зустрів він їх з інтервалом в 25 хв?

1.21. Вільно падаюче тіло в останню секунду проходить половину всього шляху. З якої висоти падає тіло і який час його падіння?

1.22. Точкова маса рухається прямолінійно з початковою швидкістю 10 м/с і з постійним прискоренням -2 м/с^2 . Визначити в скільки разів шлях точкової маси буде перебільшувати її переміщення через 4 с після початку руху.

1.23. Тіло, рухаючись рівноприскорено без початкової швидкості, пройшло деякий шлях за 12 с. За який час воно пройшло останню третину шляху?

1.24. Звук від пострілу та куля досягають висоти 680 м одночасно. Яка початкова швидкість кулі, якщо швидкість звуку 340 м/с?

1.25. Тіло кинуто під кутом $30°$ до горизонту зі швидкістю 30 м/с. Які будуть нормальне та тангенційне прискорення тіла через 1 с після початку руху?

1.26. Тіло кинуто горизонтально зі швидкістю 10 м/с. Знайти радіус кривизни траєкторії тіла через 3 с після початку руху.

1.27. Тіло кинуто під кутом до горизонту. Час польоту дорівнює 2,2 с. На яку висоту підніметься тіло?

1.28. М'яч, кинутий зі швидкістю 10 м/с під кутом 45° до горизонту, вдаряється в вертикальну стінку, яка знаходиться на відстані 3 м від місця кидання. На якій висоті м'яч ударить в стінку? Чому дорівнює швидкість м'яча в момент удару?

1.29. Тіло, кинуте горизонтально, через 0,6 с мало швидкість в 1,5 раза більшу початкової. Яка початкова швидкість тіла?

1.30. Під яким кутом до горизонту треба кинути тіло, щоб його максимальна висота підйому була рівною дальності горизонтального польоту?

1.31. З якою швидкістю повинен рухатись літак на екваторі зі сходу на захід, щоб пасажирам літака Сонце здавалось нерухомим?

1.32. Колесо, яке обертається рівносповільнено, за 1 хвилину зменшило частоту обертання з 360 об/хв до 180 об/хв. Знайти кутове прискорення колеса та число обертів за цей час.

1.33. Вентилятор обертається з частотою 720 об/хв. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки 75 обертів. Скільки часу пройшло з моменту виключення вентилятора до його повної зупинки?

1.34. Матеріальна точка починає рухатись по колу без початкової швидкості радіусом 20 см з тангенційним прискоренням 5 см/с^2 . Через який час після початку руху нормальне прискорення буде дорівнювати тангенційному?

1.35. Лінійна швидкість точок, які знаходяться на ободі колеса, дорівнює 8 м/с, а точок, які знаходяться ближче до осі на 0,2 м - 4 м/с. Визначити радіус колеса та його кутову швидкість.

1.36. До валу, радіус якого 10 см, прикріплена нитка. Через 5 с після початку рівномірного руху на вал намоталося 3 м нитки. Визначити частоту обертання вала та його кутову швидкість.

1.37. Точка рухається по колу радіусом 30 см з постійним кутовим прискоренням. Визначити тангенційне прискорення точки, якщо відомо, що за 4 с вона зробила три оберти і в кінці третього оберту її нормальне прискорення дорівнює 2,7 м/с^2 .

1.38. Знайти кутове прискорення колеса, якщо відомо, що через 2 с після початку руху вектор повного прискорення точки, яка лежить на ободі, складав з вектором її лінійної швидкості кут 60°.

1.39. Колесо обертається з кутовим прискоренням 2 рад/с. Через 0,5 с після початку руху повне прискорення колеса 13,6 см/с^2 . Знайти радіус колеса.

1.40. В скільки разів нормальне прискорення точки, яка лежить на ободі колеса, що обертається, більше його тангенційного прискорення для моменту часу, коли вектор повного прискорення точки складає з вектором її лінійної швидкості кут 30°?

1.41. Снаряд масою 8 кг, який рухався горизонтально зі швидкістю 250 м/с, розірвався на дві частини. Частина масою 6 кг отримала швидкість 400 м/с в напрямку польоту снаряда. Визначити модуль та направлення руху іншої частини снаряда.

1.42. З візка, який вільно рухається по горизонтальному шляху з швидкістю 3 м/с, в бік протилежний руху візка, стрибає людина, після чого швидкість візка стала рівною 4 м/с. Визначити горизонтальну складову швидкості людини при стрибку відносно візка. Маса візка 210 кг, людини - 70 кг.

1.43. Гармата, яка закріплена на залізничній платформі, стріляє вдовж лінії залізничного полотна під кутом 30° до горизонту. Визначити швидкість відкочування платформи, якщо снаряд вилітав зі швидкістю 480 м/с. Маса платформи - 18 т, маса снаряда - 60 кг.

1.44. У вагонетку масою 600 кг, яка вільно рухається горизонтально зі швидкістю 1 м/с, зверху насипають 200 кг щебеню. Через деякий час щебінь висипають на землю. Як зміниться швидкість вагонетки в першому та другому випадках?

1.45. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки масою 20 кг, яка має легкі колеса. На одному з кінців дошки стоїть людина масою 60 кг. З якою швидкістю (відносно підлоги) буде рухатись візок, якщо людина буде рухатись по ньому зі швидкістю (відносно дошки) 1 м/с. Масою коліс знехтувати.

1.46. На скільки зміститься (відносно води) човен довжиною 3 м і масою 120 кг, якщо людина масою 80 кг, яка стоїть на кормі, перейде на ніс човна?

1.47. Човен довжиною 3 м і масою 120 кг стоїть нерухомо відносно води. На носі та кормі знаходяться двоє рибалок масами 60 кг та 90 кг. На скільки зміститься човен відносно води, коли рибалки поміняються місцями?

1.48. Тіло масою 4 кг рухається зі швидкістю 5 м/с і співударяється з тілом масою 6 кг, яке рухається йому назустріч зі швидкістю 2 м/с. Визначити швидкості тіл після співудару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

1.49. Тіло масою 2 кг рухається зі швидкістю 3 м/с і доганяє тіло масою 8 кг, яке рухається зі швидкістю 1 м/с. Ввважаючи удар центральним, знайти швидкості тіл після удару, якщо удар:

а) пружний; б) непружний?

1.50. Тіло масою m_1 рухається зі швидкістю 3 м/с і доганяє тіло масою m_2 , яке рухається зі швидкістю 1 м/с. Знайти співвідношення між масами тіл, щоб при пружному ударі перше тіло масою m_1 зупинилось.

1.51. Канат, який лежить на горизонтальному столі, починає рухатись, коли зі столу звішується одна четверта частина його довжини. Знайти коефіцієнт тертя каната зі столом.

1.52. При гальмуванні вагону за 5 с швидкість вагона зменшується від 15 м/с до 5 м/с. Який повинен бути найменший коефіцієнт тертя між чемоданом і полицею, щоб при цьому гальмуванні чемодан не впав з полиці?

1.53. Який кут з горизонтом складає поверхня бензину у баку автомобіля, який рухається горизонтально з прискоренням 2,5 м/с^2?

1.54. Тіло ковзає по похилій площині, яка складає з горизонтом кут 45°. Пройшовши шлях 40 см, тіло набуває швидкості 2 м/с. Знайти коефіцієнт тертя тіла з площиною.

1.55. Тіло ковзає спочатку по похилій площині, яка складає кут 15° з горизонтом, а далі рухається по горизонтальній поверхні. Знайти коефіцієнт тертя на всьому шляху, якщо відомо, що по похилій площині тіло проходить таку саму відстань, як і по горизонтальній поверхні.

1.56. Тіло, прив'язане до мотузка, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу тіла, якщо відомо, шо різниця між максимальною і мінімальною силою натягу мотузка дорівнює 10 Н.

1.57. Диск обертається навколо вертикальної осі з частотою 30 об/хв. На відстані 20 см від осі обертання на диску лежить тіло. Яким повинен бути коефіцієнт тертя між тілом і диском, щоб тіло не скотилось з диску?

1.58. До стелі трамвайного вагона підвішена на нитці куля. Вагон їде зі швидкістю 9 км/год по закругленню радіусом 40 м. На який кут при цьому відхилиться куля з ниткою?

1.59. Шосе має віраж з уклоном 10° при радіусі закруглення 100 м. На яку швидкість розраховано віраж?

1.60. Вантаж масою 1 кг, який підвішений на нитці, відхиляють на кут 30° і відпускають. Знайти силу натягу нитки в момент проходження вантажем положення рівноваги.

1.61. Визначити роботу по розтягу двох пружин, які з'єднані послідовно з жорсткостями 400 Н/м і 250 Н/м, якщо перша пружина при цьому розтягнулась на 2 см.

1.62. Пружина жорсткістю 500 Н/м стиснута силою 100 Н. Визначити роботу зовнішньої сили, яка додатково стиснула пружину теж на 2 см.

1.63. Яку роботу треба здійснити, щоб пружину жорсткістю 800 Н/м, стиснуту на 6 см, додатково стиснути на 8 см?

1.64. Дві пружини жорсткістю 500 Н/м і 250 Н/м з'єднані паралельно. Визначити потенціальну енергію цієї системи при абсолютній деформації 4 см.

1.65. Якщо на пружину, що розташована вертикально, зверху покласти вантаж, то пружина буде стиснута на 3 мм. На скільки максимально стисне пружину той же самий вантаж, якщо він впаде на кінець пружини з висоти 8 см?

1.66. Крижина площею поперечного перерізу 1 м^2 і висотою 0,4 м плаває у воді. Яку роботу треба здійснити, щоб повністю занурити крижину у воду? Густина крижини 900 кг/м^3.

1.67. М'яч, радіусом 10 см, плавав у воді так, що його центр мас знаходився на 9 см вище поверхні води. Яку роботу треба здійснити, щоб занурити м'яч у воду до діаметральної площини?

1.68. На двох паралельних пружинах однакової довжини з жорсткостями 2 Н/м і 3 Н/м висить невагомий стержень довжиною 10см. В якому місці стержня треба підвісити вантаж, щоб стержень залишався горизонтальним?

1.69. Вантаж масою 0,5 кг, прив'язаний до гумового шнура довжиною 9,5 см, відхиляють на кут 90° і відпускають. Знайти довжину гумового шнура в момент проходження вантажем положення рівноваги. Жорсткість шнура 1 кН/м.

1.70. Вантаж масою 0,5 кг, прив'язаний до гумового шнура, описує коло у горизонтальній площині з частотою обертання 2 об/с. Кут відхилення шнура від вертикалі 30°. Жорсткість шнура 0,6 нН/м. Визначити довжину нерозтягнутого гумового шнура.

1.71. Визначити напруженість гравітаційного поля на висоті 1000 км від поверхні Землі. Вважати відомими прискорення вільного падіння біля поверхні Землі та її радіус.

1.72. По коловій орбіті навколо Землі обертається супутник з періодом обертання 90 хв. Визначити, на якій висоті знаходиться супутник.

1.73. На якій відстані від центра Землі знаходиться точка, в якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі та Місяця дорівнює нулю. Вважати масу Землі у 81 раз більше маси Місяця, а відстань від центру Землі до центра Місяця дорівнює 60 радіусам Землі.

1.74. Визначити першу та другу космічну швидкість штучних супутників Землі.

1.75. Визначити висоту штучного супутника Землі, який рухається в площині екватору з заходу на схід, щоб він здавався нерухомим відносно спостерігача, який знаходиться на поверхні Землі.

1.76. Визначити масу Землі, якщо відомо, що Місяць за рік здійснює 13 обертів навколо Землі, а відстань від Землі до Місяця дорівнює $3{,}84 \cdot 10^8$м.

1.77. В скільки разів середня густина земної речовини відрізняється від середньої густини місячної речовини? Вважати, що радіус Землі в 390 разів більше радіуса Місяця, а вага на Місяці в 6 разів менше ваги на Землі.

1.78. З нескінченності на поверхню Землі падав метеорит масою 30 кг. Визначити роботу, яка буде здійснена силами гравітаційного поля Землі.

1.79. З поверхні Землі вертикально вгору запущена ракета зі швидкістю 5 км/с. На яку висоту вона підніметься?

1.80. В скільки разів кінетична енергія штучного супутника Землі, який рухається по коловій орбіті, менша його гравітаційної потенціальної енергії?

1.81. Два вантажі з масами 1 кг і 2 кг, з'єднані ниткою, яка перекинута через блок масою 1 кг. Знайти прискорення вантажів та сили натягу ниток. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

1.82. По горизонтальній площині котиться куля зі швидкістю 5 м/с. Визначити коефіцієнт опору, якщо куля зупинилась, коли пройшла шлях 15 м.

1.83. По горизонтальній площині без проковзування котиться куля, яка ударяється у вертикальну стінку і відкочується від неї. Швидкість кулі до удару - 5 м/с, а після удару - 4 м/с. Визначити кількість теплоти, яка виділилась при ударі. Маса кулі 1 кг.

1.84. Яку відстань може пройти вгору диск по похилій площині, яка складає з горизонтом кут 30°, якщо швидкість диску на початку похилої площини дорівнює 10 м/с?

1.85. Кулька масою 50 г, яка прив'язана до кінця нитки довжиною 1 м, обертається з частотою 2 об/с по горизонтальній площині без тертя. Нитка скорочується до довжини 0,5 м від осі обертання. З якою частотою почне обертатись кулька у цьому випадку? Яку роботу здійснює зовнішня сила, яка скорочує нитку?

1.86. На обід колеса радіусом 0,3 м намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою 2 кг. Визначити момент інерції колеса, якщо воно, обертаючись рівноприскорено під дією сили тяжіння вантажу, за 3 с набуло кутову швидкість 9 рад/с.

1.87. Після виключення вентилятора, який обертався з частотою 15об/с, він, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки 75 обертів.

Робота сил гальмування 44,4 Дж. Знайти момент інерції вентилятора та момент сил гальмування.

1.88. Колесо обертається з частотою 10 об/с. Його кінетична енергія дорівнює 8 кДж. За який час момент сил 50 Н · м, прикладений до колеса, збільшить його кутову швидкість у 2 рази?

1.89. До ободу диска масою 5 кг прикладена дотична сила 20 Н. Яку кінетичну енергію буде мати диск через 5 с після початку дії сили?

1.90. Знайти лінійні швидкості кулі, диску та обруча, які скочуються з похилої площини? Висота похилої площини - 0,5 м, початкова швидкість всіх тіл дорівнює нулю.

1.91. Однорідний стержень довжиною 1 м підвішаний на горизонтальній осі, яка проходить через верхній кінець стержня. Яку швидкість треба надати нижньому кінцю стержня, щоб він зробив повний оберт навколо осі?

1.92. Однорідний стержень довжиною 1 м підвішаний на горизонтальній осі, яка проходить через верхній кінець стержня. На який кут треба відхилити стержень, щоб нижній кінець стержня при проходженні положення рівноваги мав швидкість 5 м/с?

1.93. Олівець довжиною 16 см, поставлений вертикально, падає на стіл. Яку кутову і лінійну швидкість будуть мати в кінці падіння середина та верхній кінець олівця?

1.94. Однорідний стержень довжиною 1 м підвішаний на горизонтальній осі, яка проходить через верхній кінець стержня. В нижній кінець абсолютно непружно ударяє куля масою 5 г, яка летить перпендикулярно стержню та його осі зі швидкістю 360 м/с. Визначити масу стержня, якщо внаслідок попадання кулі він відхилився на кут 60°.

1.95. Однорідний стержень довжиною 1 м і масою 0,7 кг підвішено на горизонтальній осі, яка проходить через верхній кінець стержня. В точку, яка знаходиться від осі на відстані 0,75 м, абсолютно пружно ударяє куля масою 5 г, яка летить перпендикулярно стержню та його осі. Після удару стержень відхилився на кут 60°. Визначити швидкість кулі.

1.96. На краю платформи у вигляді диска, яка обертається навколо вертикальної осі з частотою 8 об/хв, стоїть людина масою 70 кг. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатись з частотою 10 об/хв. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для точкової маси.

1.97. На краю платформи у вигляді диска масою 200 кг і радіусом 2 м, яка може обертатися навколо вертикальної осі, стоїть людина масою 70 кг. З якою кутовою швидкістю буде обертатися платформа, якщо людина піде по її краю зі швидкістю 1,8 м/с відносно платформи?

1.98. На краю платформи у вигляді диска масою 200 кг, яка може обертатися навколо вертикальної осі, стоїть людина масою 80 кг.

На який кут повернеться платформа, якщо людина піде по її краю і, обійшовши її, повернеться в початкову точку (на платформі)?

1.99. На лаві Жуковського, яка обертається з частотою 1об/с, сидить людина і тримає на витягнутих руках гирі масою 5 кг кожна. Відстань від кожної гирі до осі лави 0,7 м. Як зміниться частота обертання лави і яку роботу здійснить людина, якщо вона стисне руки так, що відстань від кожної гирі до осі зміниться до 0,2 м? Момент інерції людини разом з лавою 2,5 кг$\cdot$м^2 .

1.100. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень вздовж осі лави. Лава з людиною обертається з кутовою швидкістю 4 рад/с. З якою кутовою швидкістю буде обертатись лава з людиною, якщо повернути стержень так, щоб він зайняв горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини і лави - 5 кг$\cdot$м^2, довжина стержня - 2 м і маса - 6 кг. Вважати, що центр мас стержня з людиною знаходиться на осі лави.

2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ.

Основні формули

1. Закон Кулона: $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$;

2. Напруженість електричного поля і потенціал:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}; \qquad \varphi = \frac{\Pi}{q},$$

де П - потенціальна енергія позитивного точкового заряду q в даній точці поля.

3. Напруженість і потенціал поля, що створюється системою точкових зарядів:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i .$$

4. Напруженість і потенціал поля точкового заряду:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}; \qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r},$$

де r - відстань від заряду q до точки поля, де визначаються E і φ.

5. Напруженість і потенціал поля рівномірно зарядженої сфери радіусу R на відстані r від центру сфери:

а) $E=0$; $\quad \varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}$ (при $r<R$);

б) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R^2}$; $\quad \varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}$ (при $r=R$);

в) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$; $\quad \varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$ (при $r>R$).

6. Об´ємна густина заряду: $\rho = \dfrac{q}{V}$.

- Поверхнева густина заряду: $G = \dfrac{q}{S}$.

- Лінійна густина заряду: $\tau = \dfrac{q}{l}$.

7. Напруженість поля нескінченої рівномірно зарядженої прямої нитки (циліндра):

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}.$$

8. Напруженість поля нескінченної рівномірно зарядженої площини:

$$E = \frac{G}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

9. Напруженість рівномірно зарядженої кулі:

а) $E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R^3}$ (при r≤R);

б) $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$ (при r≥R).

10. Зв'язок потенціалу з напруженістю:

а) $\vec{E} = -grad\varphi = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)$ (загальний випадок);

б) $E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$ (однорідне поле);

в) $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ (для поля з центральною чи осьовою симетрією).

11. Напруженість і потенціал поля, створеного зарядом, який рівномірно розподілений:

а) по об'єму: $\vec{E} = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int\limits_V \frac{dV}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$; $\varphi = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int\limits_V \frac{dV}{r}$;

б) по поверхні: $\vec{E} = \frac{G}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int\limits_S \frac{dS}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$; $\varphi = \frac{G}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int\limits_S \frac{dS}{r}$;

в) по нитці: $\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int \frac{dl}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$; $\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int \frac{dl}{r}$.

12. Електричний момент диполя: $\vec{p} = |q|\cdot\vec{l}$.

13. Робота сил поля по переміщенню заряду q від точки з потенціалом

φ_1 до точки з потенціалом φ_2 :

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

14. Електроємність :

$$C = \frac{q}{\varphi} \text{ (провідника) ; } C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)} \text{(конденсатора).}$$

15. Електроємність сфери радіуса: $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

16. Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

17. Електроємність батареї конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i} \text{ (послідовне з'єднання);}$$

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i \text{ (паралельне з'єднання).}$$

18. Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \text{ ; де } (U = \varphi_1 - \varphi_2).$$

19. Сила струму:

$$I = \frac{q}{t}.$$

20. Густина струму:

$$j = \frac{I}{S}.$$

21. Зв'язок густини струму з середньою швидкістю <V> упорядкованого руху зарядів:

$$j = en\langle V \rangle.$$

22. Закон Ома:

а) $I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ (однорідна ділянка);

б) $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon}{R+r}$ (неоднорідна ділянка) ;

в) $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$ (замкнене коло),

де ε - е.р.с. джерела струму, R і r - відповідно зовнішній і внутрішній опори.

23. Закони Кірхгофа:

$$\sum_i I_i=0; \qquad \sum_i I_i R=\sum_i \varepsilon_i .$$

24. Опір R і провідність провідника G:

$$R=\rho l/S; \qquad G=\gamma S/l,$$

де ρ – питомий опір, γ – питома провідність.

25. Опір системи провідників:

$$R=\sum_i R_i \qquad \text{(послідовне з'єднання);}$$

$$\frac{1}{R}=\sum_i\frac{1}{R_i} \qquad \text{(паралельне з'єднання).}$$

26. Робота струму:

$$A=IUt=I^2Rt=U^2t/R.$$

27. Потужність струму:

$$P=IU=I^2R=\frac{U^2}{R}.$$

28. Закон Джоуля-Ленца:

$$Q=I^2Rt.$$

29. Диференціальна форма закону Ома:

$$\vec{j}=\gamma\vec{E}.$$

30. Питома провідність газів:

$$\gamma=qn(U_+ + U_-),$$

де n- концентрація іонів; U_+ та U_- - рухомість іонів.

Приклад 1. Два точкових заряди $Q_1 = 2$ нКл і $Q_2 = -1$ нКл перебувають на відстані $l = 20$ см один від одного (див.рис.1). Яка сила діє на заряд $Q =$ 1,5 нКл, якщо він знаходиться на прямій, що проходить через заряди Q_1 і Q_2:

а) в точці *A* ;

б) в точці B ;

в) в точці C ?

Відомо також, що $l_1 = 5$ см, $l_2 = 3$ см, $l_3 = 2$ см.

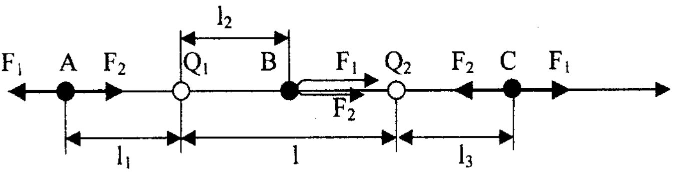

Рис. 1.

Розв'язування:

Оскільки заряд Q у всіх випадках знаходиться на прямій, яка проходить через заряди Q_1, і Q_2 , то сила, що діє на цей заряд , буде дорівнювати алгебраїчній сумі сил F_1 і F_2 . Напрям сил в кожному з випадків показано на рис. 1. Додатніми будемо вважати сили, які спрямовані праворуч вздовж осі X. Враховуючи, шо напрям сил F_1 і F_2 визначений, при розрахунках сили F треба брати модуль зарядів Q_1 і Q_2 .

Сила, з якою заряд Q_1 , діє на заряд Q_2 визначається за законом Кулона:

$$F_1 = \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad (1)$$

де r_1 - відстань між зарядами Q_1 і Q.

Аналогічно, для сили взаємодії зарядів Q_2 і Q маємо:

$$F_2 = \frac{Q_2 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}, \tag{2}$$

Сила, що діє на заряд Q в точці A визначається за допомогою співвідношення:

$$F = F_2 - F_1. \tag{3}$$

З рис. 1 також видно, що: $r_1 = l_1 = 5см$, (4)

$$r_2 = l + l_1 = 25см. \tag{5}$$

Після підстановки (1), (2), (4), (5) в (3), отримаємо:

$$F = \frac{Q_2 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} - \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2}{r_2^2} - \frac{Q_1}{r_1^2}\right).$$

Звідки: $$F = \frac{1.5\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3.14\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1\cdot 10^{-9}}{25\cdot 10^{-4}} - \frac{2\cdot 10^{-9}}{625\cdot 10^{-4}}\right) = 5мкН.$$

Сила, яка діє на заряд Q в точці B , дорівнює:

$$F = F_1 + F_2.$$

Для відстаней r_1 і r_2 в цьому випадку можна записати:

$$r_1 = l_2 = 3\ см; \quad r_2 = l - l_2 = 17см.$$

Таким чином, отримуємо:

$$F = \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} + \frac{Q_2 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{|Q_2|}{r_2^2}\right) =$$

$$= \frac{1.5\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3.14\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{9\cdot 10^{-4}} + \frac{1\cdot 10^{-9}}{289\cdot 10^{-4}}\right) = 30.4мкН$$

Для точки C маємо: $F = F_1 - F_2$; $r_1 = l + l_3 = 22см$; $r_2 = l_3 = 2см$.

Звідки: $$F = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1^2} - \frac{Q_2}{r_2^2}\right) = -33.2мкН.$$

Знак "мінус" вказує на те, що в цьому випадку сила F спрямована ліворуч.

Приклад 2. Три точкових заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ Кл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд Q_4 треба розмістити в центрі трикутника для того, щоб ця система зарядів перебувала в рівновазі?

Розв´язання:

Всі три заряди, що розташовані у вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах. Тому достатньо з´ясувати, який заряд треба розмістити в центрі трикутника, щоб будь-який з трьох зарядів, наприклад Q_1, знаходився в рівновазі. Заряд Q_1, буде перебувати у рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис. 2):

$$\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4=\vec{F}+\vec{F}_4=0, \qquad (1)$$

де $\vec{F}_3, \vec{F}_2, \vec{F}_4$ - сили, з якими відповідно діють на заряд Q_1 заряди Q_2, Q_3, Q_4; $\vec{F}$ - рівнодіюча сил $\vec{F}_2$ і $\vec{F}_3$.

Оскільки сили $\vec{F}$ і $\vec{F}_4$ напрямлені вздовж однієї прямої, але діють в протилежних напрямах, то векторне рівняння (1) можна замінити скалярним:

$$F-F_4=0,$$

звідки $F=F_4$. Якщо виразити F через F_2 і F_3 та врахувати, що $F_2=F_3$, то отримаємо:

$$F_4=F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}=2F_2\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Використавши закон Кулона і прийнявши до уваги, що $Q_1=Q_2=Q_3$, знайдемо:

$$\frac{Q_1Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{2Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Звідки:

$$Q_4=\frac{2Q_1 r_1^2}{r^2}\cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (2)$$

З рис. 2 випливає, що $\alpha=60^\circ$:

$$r_1=\frac{r/2}{\cos(\alpha/2)}. \qquad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), визначимо Q_4 :

$$Q_4 = \frac{Q_1}{2\cos\alpha/2} = \frac{Q_1}{\sqrt{3}} \ . \quad (4)$$

Звідки:

$$Q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}} Кл = 577 \text{ пКл}$$

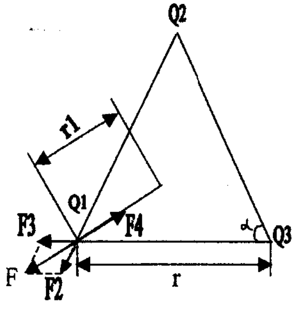

Рис. 2.

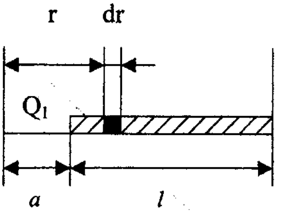

Рис.3.

Приклад 3. На тонкому стрижні довжиною l = 20 см знаходиться рівномірно розподілений електричний заряд. На продовженні осі стрижня на відстані a=10 см від ближчого кінця знаходиться точковий заряд Q_1=40нКл, який взаємодіє зі стрижнем із силою F = 6 мкН. Визначити лінійну густину τ заряду стрижня.

Розв´язання:

Сила взаємодії F зарядженого стрижня з точковим зарядом Q_1 залежить від лінійної густини τ. Знаючи цю залежність можна визначити τ. Заряджений стрижень не можна розглядати як точковий заряд. Тому виділимо із стрижня (рис. 3) малу частинку dr із зарядом $dQ = \tau \ dr$. Цей заряд можна вважати точковим. Тоді згідно із законом Кулона:

$$dF = \frac{Q_1 \cdot \tau}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dl.$$

Інтегруючи цей вираз в межах від a до $a+l$, одержимо:

$$F = \frac{Q_1 \cdot \tau}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} == \frac{Q_1 \cdot \tau}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{Q_1 \cdot \tau \cdot l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)}.$$

Звідки:

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)\cdot F}{Q_1\cdot l} = \frac{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1\cdot 0{,}3\cdot 6\cdot 10^{-6}}{4\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}2}\frac{Кл}{м} = 2{,}5\frac{нКл}{м}.$$

Приклад 4. Два точкових електричних заряди (рис.4) протилежного знаку 10^{-9} Кл і $2\cdot 10^{-9}$ Кл розташовані в повітрі на відстані 10 см. Знайти напруженість і потенціал електричного поля в точці, яка віддалена від додатного заряду на 9 см і від від'ємного на 7см.

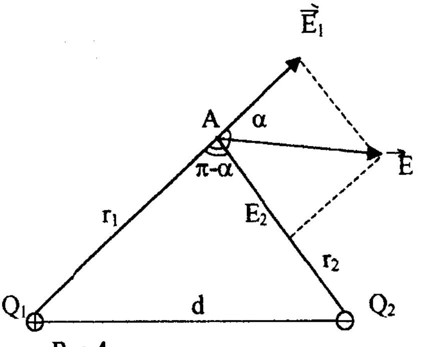

Рис.4.

Розв'язання:

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів кожен заряд створює поле незалежне від присутності в просторі інших зарядів. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці A може бути знайдена як геометрична сума напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, що утворені кожним зарядом:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

Напруженості полів, утворених в повітрі (ε=1) точковими зарядами Q_1 і Q_2 відповідно:

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор $\vec{E}$ (рис. 4) спрямований вздовж силової лінії від заряду Q_1, тому що заряд Q_1 додатний ; вектор $\vec{E}_2$ спрямований також вздовж силової лінії, але до заряду Q_2, тому що заряд Q_2 - від'ємний. Модуль вектора Е знайдемо згідно з теоремою косинусів:

$$E = \left(E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha\right)^{1/2} \tag{3}$$

де α - кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ і який можна знайти з трикутника Q_1AQ_2

$$\cos\alpha = \frac{\left(d^2 - r_1^2 - r_2^2\right)}{2r_1r_2}.$$

В даному випадку, щоб запобігти громіздких записів, зручно значення $\cos\alpha$ розрахувати окремо:

$$\cos\alpha = \frac{(0.1)^2 - (0.09)^2 - (0.07)^2}{2\cdot 0.09\cdot 0.07} = -0.238.$$

Підставивши (1) і (2) в (3), отримаєм:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1^2}{r_1^4} - \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{Q_1Q_2}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha\right)^{1/2} =$$

$$= \frac{1}{10^{-4}4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{(0.09)^4} + \frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{(0.07)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0.09)^2(0.07)^2}\cdot(-0.238)\right)^{1/2} B/м =$$

$$= 3.58\cdot 10^3 B/м = 3.58кB/м.$$

Потенціал φ у результуючого поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів φ_1 і $\varphi_1 : \varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Потенціал точкового заряду Q_1 (і = 1 , 2) визначається формулою: $\varphi_i = \dfrac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$.

Тому в нашому випадку маємо:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right) =$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 9\cdot 10^{-9}}\left(\frac{10^{-9}}{0.09} + \frac{-2\cdot 10^{-9}}{0.07}\right)B = -157B.$$

Приклад 5. По тонкій нитці зігнутій по дузі кола рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною τ = 10 нКл/м. Визначити напруженість і потенціал електричного поля, що утворене цим зарядом в точці, яка збігається з центром кривини дуги. Довжина l нитки складає одну третину довжини кола і дорівнює $l = 15$ см.

Розв'язання:

Виберемо осі координат так, щоб початок координат збігався з центром кривини дуги, а вісь y була б розташована симетрично відносно кінців дуги (рис. 5).

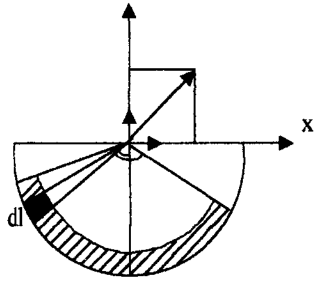

Рис. 5.

Візьмемо на нитці елемент довжини dl. Заряд dQ, що знаходиться на ньому, можна вважати точковим. Визначимо напруженість електричного поля в точці O. Для цього знайдемо спочатку напруженість $d\vec{E}$ поля, створеного зарядом dQ:

$$d\vec{E} = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ - радіус-вектор, що спрямований від елемента dl до точки, де визначається напруженість.

Виразимо вектор $d\vec{E}$ через проекції dE_x і dE_y на осі координат:

$$d\vec{E} = \vec{i}\,dE_x + \vec{j}\,dE_y,$$

де $\vec{i}$ та $\vec{j}$ – орти вздовж осей x і y.

Напруженість $\vec{E}$ знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y.$$

Завдяки симетрії $\int_l dE_x = 0$.

Тоді: $$\vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y, \qquad (1)$$

де $$dE_y = dE\cos\upsilon = \frac{\tau\cdot dl\cdot\cos\upsilon}{4\pi\pi_0 r^2}.$$

Оскільки $r = R = const$, а $dl = R\cdot dV$, то:

$$dE_y = \frac{\tau\cdot R\cdot dV}{4\pi\pi_0 R^2}\cos\upsilon = \frac{\tau}{4\pi\pi_0 R}\cos\upsilon dV\ . \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1) і, враховуючи симетричне положення дуги відносно осі y, межу інтегрування візьмемо від 0 до $\frac{\pi}{3}$ і результат помножимо на 2:

$$\vec{E} = \vec{j}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/3}\cos\upsilon dV = \vec{j}\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}|\sin\upsilon|_0^{\pi/3} = \vec{j}\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Якщо виразимо R через довжину l $(2l=2\pi R)$, отримаємо:

$$E = \vec{j}\frac{\tau}{3\varepsilon_0 l}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Звідки: $$E = \frac{10^{-8}\cdot 1.73}{3\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 0.15}\frac{B}{м} = 4.36\frac{кB}{м}.$$

Знайдемо потенціал електричного поля в точці O. Спочатку знайдемо потенціал $d\varphi$, що створюється точковим зарядом в точці O:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Звідки: $$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^l dl = \frac{\tau\cdot l}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Оскільки $l = \frac{2\pi R}{3}$, то:

$$\varphi = \frac{\tau}{6\varepsilon_0} = \frac{10^{-8}}{6\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}B = 188B.$$

Приклад 6. Електричне поле створено довгим циліндром радіусом R = 1 см, який рівномірно заряджений з лінійною густиною τ = 20 нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, які знаходяться на відстані a_1 = 0,5 см і a_2 = 2 см від поверхні циліндра в середній його частині.

Розв'язання:

Для визначення різниці потенціалів скористаємось співвідношенням між напруженістю і потенціалом $\vec{E} = -grad\varphi$. Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у вигляді:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

або $$d\varphi = -E \cdot dr.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, які знаходяться на відстанях r_1 і r_2 від осі циліндра:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr. \qquad (1)$$

Оскільки циліндр довгий і точки знаходяться поблизу його середньої частини, можна скористатися формулою для напруженості поля, що створюється нескінченним циліндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1) і одержимо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1},$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{20\cdot 10^{-9}}{2\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}\cdot\ln\frac{(1+2)\cdot 10^{-2}}{(1+0.5)\cdot 10^{-2}} = 250B.$$

Приклад 7. Визначити прискорюючу різницю потенціалів U, яку повинен пройти в електричному полі електрон, що рухався з швидкістю V_1 = 10 м/с, щоб його швидкість зросла в n = 2 рази.

Розв'язання:

Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, якщо розрахуємо роботу A сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком заряду електрона на різницю потенціалів:

$$A = eU. \qquad (1)$$

Робота сил поля в даному випадку дорівнює зростанню кінетичної енергії електрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}, \qquad (2)$$

де T_1 і T_2 - кінетична енергія електрона до і після проходження прискорюючого поля ; m - маса електрона ; V_1 і V_1 - початкова і кінцева швидкості.

Після підстановки (1) в (2), отримаємо:

$$eU = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mn^2V_1^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2},$$

де $n = \frac{V_2}{V_1}$. Таким чином, маємо:

$$U = \frac{mV_1^2(n^2 - 1)}{2e} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2 (2^2 - 1)}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} B = 8.53B.$$

Приклад 8. Конденсатор ємністю C_1 = 3 мкФ був заряджений до різниці потенціалів U_1 = 40 В. Після відключення від джерела струму конденсатор з'єднали паралельно з другим незарядженим конденсатором ємністю C_2 = 5 мкФ. Яка енергія W' витрачається на створення іскри в момент приєднання другого конденсатора?

Розв'язання:

Енергія, яка витрачена на утворення іскри:

$$W' = W_1 - W_2, \qquad (1)$$

де W_1 - енергія, яку мав перший конденсатор до приєднання до нього другого конденсатора ; W_2 - енергія, яку має батарея, що складається з двох конденсаторів.

Енергія зарядженого конденсатора визначається за формулою:

$$W = \frac{1}{2}CU^2 , \tag{2}$$

де C - ємність конденсатора чи батареї конденсаторів.

Якщо виразити в формулі (1) енергії W_1 і W_2 за формулою (2) і прийняти до уваги, що загальна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів, отримаєм:

$$W' = \frac{1}{2}C_1U_1^2 - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U_2^2, \tag{3}$$

де U_2 - різниця потенціалів на клемах батареї конденсаторів.

Враховуючи, що заряд після приєднання другого конденсатору залишився попереднім, виразимо різницю потенціалів U_2 таким чином:

$$U_2 = \frac{Q}{(C_1 + C_2)} = \frac{C_1U_1}{(C_1 + C_2)}. \tag{4}$$

Якщо підставимо U_2 в (3), знайдемо:

$$W' = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

Звідки:

$$W' = \frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\cdot U_1^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{3\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6} + 5\cdot10^{-6}}\cdot1600\,Дж = 1.5\,Дж.$$

Приклад 9. Сила струму в провіднику з опором R = 20 Ом зростає протягом часу Δt = 2 с за лінійним законом від $I_0 = 0$ до I = 6 A. Визначити кількість теплоти Q_1, яка виділяється в цьому провіднику протягом першої секунди і Q_2 - протягом другої секунди, а також знайти відношення $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Розв´язання:

Закон Джоуля-Ленца у вигляді $Q = I^2Rt$ справедливий, якщо струм сталий $(I = const)$. Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то цей закон слід записати для нескінченно малого інтервалу часу:

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt \ . \tag{1}$$

Тут сила струму I є функцією часу і в даному випадку:

$$I = kt , \tag{2}$$

де k - коефіцієнт, який дорівнює:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2}\frac{A}{c} = 3\frac{A}{c}.$$

З врахуванням (2) формула (1) приймає вигляд:

$$dQ = k^2Rt^2dt . \tag{3}$$

Для визначення кількості теплоти, що виділяється за інтервал часу Δt_i, вираз (3) проінтегруємо в межах від t_1 до t_2:

$$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R\left(t_2^3 - t_1^3\right).$$

Виконаємо розрахунки:

$$Q_1 = \frac{1}{3}\cdot 3^2 \cdot 20(1-0)Дж = 60Дж ,$$

$$Q_2 = \frac{1}{3}\cdot 3^2 \cdot 20\cdot(8-1)Дж = 420Дж .$$

Таким чином $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{6} = 7$, тобто за другу секунду виділиться у 7 разів більше тепла, ніж за першу.

Приклад 10. Електричне коло складається з двох гальванічних елементів, трьох резисторів та гальванометра (рис. 6). В цьому колі R_1 = 100 Ом, R_2 = 50 Ом, R_3 = 20 Ом, ε_1 = 2 В.

Гальванометр реєструє силу струму I_3 = 50 мА, який протікає в напрямку, позначеному стрілкою. Визначити е.р.с. ε_2 другого елементу. Опором гальванометра і внутрішнім опором елементів знехтувати.

Вказівка. Для розрахунків розгалужених кіл використовують закони Кірхгофа.

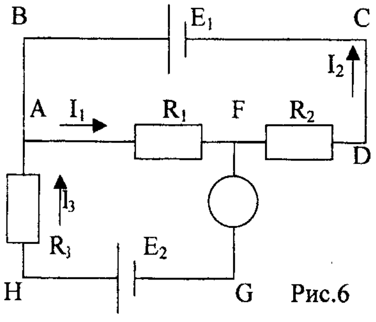

Рис.6

1.Перед складанням рівнянь необхідно вибрати: а) напрям струмів (якщо вони не задані умовою задачі) і вказати їх стрілкою на рисунку; б) напрям обходу контурів.

2.При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа вважати струми, які підходять до вузла, додатними; струми, які виходять з вузла - від'ємними. Кількість рівнянь, які складаються за першим законом Кірхгофа, повинна бути на одиницю меншою кількості вузлів у колі.

3. При складанні рівняння за другим законом Кірхгофа слід прийняти до уваги, що: а) спад напруги (тобто IR) входить в рівняння з додатним знаком, якщо напрям струму на даній ділянці збігається з напрямом обходу контура, в протилежному випадку додаток IR входить до рівняння зі знаком мінус; б) е.р.с. входить у рівняння зі знаком плюс, якщо вона підвищує потенціал в напрямку обходу контура, тобто якщо під час обходу йдемо від мінуса до плюса всередині джерела струму, в противному випадку е.р.с. треба брати зі знаком мінус.

Кількість незалежних рівнянь, які можуть бути складені за другим законом Кірхгофа, дорівнює кількості незалежних контурів. Незалежним є контур, який містить хоча б одну гілку кола, яка не входить до складу інших контурів. Якщо після рішення одержаних рівнянь, отримані від'ємні значення струму, то це означає, що цей струм має напрям протилежний вибраному.

Розв'язання:

Вважатимемо напрям струмів таким, який показано на рис.6 і домовимось обходити контури за годинниковою стрілкою.

За першим законом Кірхгофа для вузла А маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

За другим законом Кірхгофа для контура ABCDFA:

$$-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_1, \qquad I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 . \qquad (2)$$

Відповідно для контура AFGHA:

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_2. \qquad (3)$$

Після підстановки числових значень отримаємо:

$$I_1 - I_2 - 0.05 = 0, \qquad 100I_1 + 50I_2 = 2, \qquad 100I_1 + 20\cdot 0.05 = \varepsilon_2 .$$

Якщо перенести в цих рівняннях невідомі величини в ліву частину, а відомі - в праву, одержимо таку систему рівнянь:

$$I_1 - I_2 = 0.05 .$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1 .$$

$$100I_1 - \varepsilon_2 = -1 .$$

Цю систему з трьома невідомими можна розв'язати звичайними прийомами алгебри, але оскільки згідно з умовою задачі, треба визначити тільки одне невідоме ε_2 з трьох, використаємо метод визначників.

Складемо і обчислимо визначник Δ системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\cdot\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -25 - 50 = -75 .$$

Складемо і обчислимо визначник $\Delta\varepsilon_2$:

$$\Delta\varepsilon_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\cdot\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0.05\cdot\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -25 - 50 - 100 - 125 = -300.$$

Звідки отримаємо:

$$\{\varepsilon_2\} = \frac{\Delta\varepsilon_2}{\Delta} = \frac{-300}{(-75)} = 4$$

Таким чином, $\varepsilon_2 = 4B$.

Приклад 11. Простір між пластинами плоского конденсатору має об'єм V = 375 см^3 і заповнений воднем, який частково іонізований. Площа пластин конденсатора S = 250 см^2. При якій напрузі U сила струму, що протікає крізь конденсатор, досягає I = 2мкА, якщо концентрація іонів в газі n = 5,3 10^7 см$^{-3}$?

Розв´язання:

Напруга U на пластинах конденсатора зв´язана з напруженістю електричного поля і відстанню між пластинами співвідношенням:

$$U = E \cdot d\ . \tag{1}$$

Напруженість поля можна знайти із виразу для густини струму:

$$j = Q \cdot n \cdot (b_+ + b_-) \cdot E,$$

де Q - заряд іона, n - концентрація іонів, b_+ і b_- - рухливість додатних і від´ємних іонів. Звідси:

$$E = \frac{j}{Q \cdot n \cdot (b_+ + b_-)} = \frac{I}{Q \cdot n \cdot (b_+ + b_-) \cdot S}.$$

Оскільки об´єм простору, що знаходиться між пластинами, дорівнює Sd, то:

$$d = V/S.$$

Якщо підставимо вирази для E і d в формулу (1), одержимо:

$$U = \frac{IV}{Q \cdot n \cdot (b_+ - b_-) \cdot S^2}.$$

Враховуючи, що:

$$b_+ = 5.4 \cdot 10^{-4} м^2/(сВ),$$

$$b_- = 7.4 \cdot 10^{-4} м^2/(сВ),$$

маємо:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3.75 \cdot 10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-10} \cdot 5.3 \cdot 10^{13} \cdot (5.4 + 7.4) \cdot 10^{-4} \cdot 6.26 \cdot 10^{-4}} B,$$

$$U = 110B.$$

Задачі

2.1. Точкові заряди Q_1= 20 мкКл, Q_1 = 10 мкКл знаходяться на відстані d = 5 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці віддаленій на r_1 = 3 см від першого і r_2 = 4 см від другого заряду. Визначити також силу F яка діє в цій точці на точковий заряд Q = 1 мкКл.

2.2. Три однакових точкових заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3$ = 2 нКл знаходяться в вершинах рівностороннього трикутника зі стороною a = 10 см. Визначити модуль і направлення сили F , яка діє на один із зарядів з боку інших двох.

2.3. Два позитивних точкових заряди Q і 9Q закріплені на відстані l= 100 см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, що проходить через заряди, слід розмістити третій заряд так, щоб він знаходився в рівновазі. Який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення заряду можливо лише вздовж прямої, що проходить через закріплені заряди.

2.4. Дві однакові заряджені кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α. Кульки занурені в олію. Яка густина олії ρ_0 якщо кут α при зануренні не змінюється, густина матеріалу кульок $\rho = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3 ; діелектрична проникливість олії $\varepsilon = 2{,}2$.

2.5. Чотири однакових заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$ нКл закріплені на вершинах квадрата зі стороною $a = 10$ см. Знайти силу F яка діє на один з цих зарядів з боку трьох інших.

2.6. На вершинах квадрата знаходяться однакові заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 6 \cdot 10^{-10}$ Кл. Який від'ємний заряд Q треба розмістити в центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була зрівноважена силою тяжіння від'ємного заряду?

2.7. На відстані d = 20 см знаходяться два точкових заряди $Q_1 = 2$нКл і $Q_2 = 4$ нКл. Визначити силу F, що діє на заряд $Q_3 = 10$ нКл, який знаходиться на відстані d = 20 см від обох зарядів.

2.8. Відстань d між двома точковими зарядами $Q_1 = 2$ нКл і $Q_2 = 4$нКл дорівнює 60 см. Визначити точку, в якій треба розмістити третій заряд Q_3 так, щоб система зарядів знаходилась в рівновазі. Визначити розмір та знак заряду. Стійка чи нестійка буде рівновага?

2.9. На тонкому кільці рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 0{,}2$ нКл/см. Радіус кільця R =15 см. На осі кільця знаходиться точковий заряд Q = 10 нКл. Визначити силу F, що діє на точковий заряд з боку зарядженого кільця, якщо він знаходиться від центра кільця на відстані:

1) $a_1 = 20$ см; 2) $a_2 = 10$ м.

2.10. По тонкій нитці, зігнутій по дузі кола радіусом R = 10 см, рівномірно розподілений заряд Q = 20 нКл. Визначити напруженість E поля, створеного цим зарядом в точці, яка збігається з центром кривизни дуги, якщо довжина нитки дорівнює чверті довжини кола.

2.11. Визначити напруженість E поля, яка створюється зарядом, рівномірно розподіленим по тонкому прямому стержню, з лінійною густиною заряду $\tau = 200$ нКл/м, в точці, яка лежить на продовженні осі стержня на відстані $a = 20$ см від ближчого кінця. Довжина стержня l=40см.

2.12. На продовженні осі тонкого прямого стержня, рівномірно зарядженого з лінійною густиною заряду $\tau = 15$ нКл/см, на відстані l=40см від кінця стержня знаходиться точковий заряд Q = 10 мкКл. Другий кінець стержня іде до нескінченності. Визначити силу взаємодії стержня і заряду Q.

2.13. По тонкому кільцю радіусом R = 10 см рівномірно розподілений заряд Q = 20 нКл. Яка напруженість E поля в точці, що знаходиться на осі кільця на відстані l = 20 см від центра кільця?

2.14. Два довгих тонких рівномірно заряджених (τ = 1 мкКл/м) стержня розташовані перпендикулярно один до одного так, що точка перетину їх осей знаходиться на відстані a = 10 см і b = 15 см від ближчих кінців стержнів. Знайти силу F , що діє на заряд Q = 10 нКл, розміщений в точці перетину осей стержнів.

2.15. Тонке півкільце радіусом R = 20 см має рівномірно розподілений заряд Q = 2 мкКл. Визначити силу F , яка діє на точковий заряд Q= 40 нКл, розташований в центрі кривизни півкільця.

2.16. Визначити напруженість E поля, утвореного тонким довгим стержнем, рівномірно зарядженим з лінійною густиною заряду τ=20мкКл/м в точці, яка знаходиться на відстані a=2 см від стержня біля його середини.

2.17. Паралельно нескінченній зарядженій площині з поверхневою густиною заряду σ = 4 мкКл/м^2 розташована нескінченно довга пряма нитка, заряджена з лінійною густиною заряду τ = 100 нКл/м. Визначити силу F, що діє з боку площини на відрізок нитки довжиною l = 1м.

2.18. Дві однакові круглі пластини площею S = 400 см^2 кожна розташовані паралельно одна до одної. Заряд однієї пластини Q_1= 400 нКл, другої Q_2 = 200 нКл. Визначити силу взаємного притяжіння пластин, якщо відстань між ними: а) r_1 = 3 мм; б) r_2 = 10 м.

2.19. На нескінченному тонкостінному циліндрі діаметром d = 20 см рівномірно розподілений заряд з поверхневою густиною σ = 4 мкКл/м^2. Визначити напруженість поля в точці, яка віддалена від поверхні циліндра на a = 15 см.

2.20. З якою силою (на одиницю площі) взаємодіють дві нескінченні, паралельні, заряджені з однаковою поверхневою густиною заряду σ = 5 мкКл/м^2 площини?

2.21. Дві довгі прямі паралельні нитки знаходяться на відстані d = 5 см одна від одної. На нитках рівномірно розподілені заряди з лінійною густиною заряду τ_1= -5 нКл/см і τ_2 = 10 нКл/см. Визначити напруженість E електричного поля в точці, яка знаходиться на відстані r_1 = 3 см від першої нитки і на відстані r_2 = 4 см від другої нитки.

2.22. До нескінченної рівномірно зарядженої вертикальної площини підвішена на нитці однойменно заряджена кулька масою m = 50 мг і зарядом Q = 0,6 нКл. Сила натягу нитки, на якій висить кулька, F = 0,7 мН. Знайти поверхневу густину заряду на площині.

2.23. З якою силою (на одиницю довжини) взаємодіють дві заряджені нескінченно довгі паралельні нитки з однаковою лінійною густиною заряду τ= 20 мкКл/м, які знаходяться на відстані r = 10 см одна від одної?

2.24. Поверхнева густина заряду σ нескінченної вертикальної площини дорівнює 400 мкКл/м^2. До площини на нитці підвішено заряджену кульку масою m = 10 г. Визначити заряд Q кульки, якщо нитка створює з площиною кут φ = 30°.

2.25. Визначити потенціальну енергію W системи двох точкових зарядів Q_1 = 400 нКл і Q_2 = 20 нКл, які знаходяться на відстані l = 5 см один від одного.

2.26. Дві паралельні заряджені площини, поверхнева густина заряду яких σ_1 = 2 мкКл/м^2 і σ_2 = 0,8 мкКл/м^2, знаходяться на відстані d = 0,6 см одна від одної. Визначити різницю потенціалів між площинами.

2.27. Поле утворене нескінченною рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною заряду $\sigma = 40$ нКл/м^2. Визначити різницю потенціалів U двох точок поля, віддалених від площини на r_1=15см і r_2 = 20 см.

2.28. Чотири однакових краплі ртуті, заряджені до потенціалу φ=10В, з'єднуються в одну. Який буде потенціал φ_1 краплі, що виникла?

2.29. Тонкий стержень зігнутий в кільце радіусом R = 10 см. Він рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду τ = 800 нКл/м. Визначити потенціал φ в точці, яка знаходиться на осі кільця на відстані h= 10см від його центру.

2.30. Поле, створене точковим диполем з електричним моментом p=200 пКл/м. Визначити різницю потенціалів U двох точок поля, розташованих симетрично відносно диполя на його осі на відстані r = 40 м від центра диполя.

2.31. Електричне поле створене нескінченно довгою зарядженою ниткою, лінійна густина заряду якої τ = 20 пКл/м. Визначити різницю потенціалів U двох точок поля, віддалених від нитки на відстань r_1 = 8 см і r_2 = 12 см.

2.32. Тонка квадратна рамка рівномірно заряджена з лінійною густиною τ = 200 пКл/м. Визначити потенціал φ поля в точці перетину діагоналей.

2.33. Пилинка масою 200 мкг, яка несе на собі заряд Q = 40 нКл, влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів U = 200 В пилинка мала швидкість V_0 = 10 м/с. Визначити швидкість V пилинки до того, як вона влетіла в поле.

2.34. Електрон з кінетичною енергією T = 10 В влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яку швидкість буде мати електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів U = 8 В?

2.35. Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{++} і K^{+}, які пройшли однакову різницю потенціалів.

2.36. Електрон з енергією T = 400 еВ (на нескінченності) рухається вздовж силової лінії до поверхні металевої зарядженої сфери радіусом R=10 см. Визначити мінімальну відстань a , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її Q = -10 нКл.

2.37. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до другої, мав швидкість V = 10 м/с. Відстань між пластинами d = 8 мм. Знайти: 1) різницю потенціалів U між пластинами; 2) поверхневу густину заряду σ на пластинах.

2.38. Частинка масою 5 нг, яка несе на собі N = 10 електронів, пройшла в вакуумі прискорюючу різницю потенціалів U = 1 мВ. Яка кінетична енергія T частинки? Яку швидкість V набула частинка?

2.39. Іон літію Li^{+} пройшов різницю потенціалів U_1 = 400 В, іон натрію Na^{+} - різницю потенціалів U_2 300 В. Знайти відношення швидкостей цих іонів.

2.40. При бомбардуванні нерухомого ядра калію α-частинкою, сила відштовхування між ними досягає F = 100 Н. На яку найменшу відстань наблизилась α-частинка до ядра атома калію? Яку швидкість V мала α-частинка на великій відстані від ядра? Впливом електронної оболонки атома калію знехтувати.

2.41. Відстань між пластинами плоского конденсатора d = 2 мм, різниця потенціалів U = 600 В. Заряд кожної пластини Q = 40 нКл. Визначити енергію W поля конденсатора та силу F взаємного тяжіння пластин.

2.42. Два однакових плоских повітряних конденсатори ємністю

C_1=100 пФ кожний з'єднані послідовно. Визначити, наскільки зміниться ємність батареї C_1, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном.

2.43. Два конденсатори ємністю C_1 = 5 мкФ і C_2 = 8 мкФ з'єднані послідовно і приєднані до батареї з е.р.с. ε = 80 В. Визначити заряди Q_1 і Q_2 конденсаторів та різницю потенціалівU_1 і U_2 між їх обкладками.

2.44. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом R = 10 см кожна. Відстань між пластинками d = 2мм. Конденсатор приєднаний до джерела струму з напругою U = 80 В. Визначити заряд Q і напруженість E поля конденсатора в двох випадках:

а) діелектрик-повітря; б) діелектрик-скло.

2.45. Два однакових плоских повітряних конденсатори з'єднані послідовно в батарею, яка підключена до джерела струму з е.р.с. ε = 12 В. Визначити наскільки зміниться напруга на одному з конденсаторів, якщо другий занурити в трансформаторну олію.

2.46. Дві металеві кульки радіусами R_1 = 5см і R_2 = 10 см мають заряди Q_1 = 40 нКл і Q_2 = 20 нКл відповідно. Знайти енергію W, яка виділяється при розряді, якщо кульки з'єднані провідником.

2.47. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений двома шарами діелектрика: скла товщиною d_1 = 0,2 см і шаром парафіну товщиною d_2 = 0,3 см. Різниця потенціалів між обкладками U = 300 В. Визначити напруженість E поля і падіння потенціалу в кожному шарі.

2.48. Плоский конденсатор з площею пластин S = 200 $см^2$ кожна заряджений до різниці потенціалів U = 2 кВ. Відстань між пластинами d = 2см. Діелектрик - скло. Визначити енергію W поля конденсатора і густину енергії ω поля.

2.49. Котушка і амперметр з'єднані послідовно і підключені до джерела струму. До клем котушки приєднані вольтметр з опором r =4 кОм. Амперметр показує силу струму I = 0,3 A, вольтметр - напругу U=120 В.

Визначити опір котушки. Визначисти відносну похибку ε, яка буде зроблена при вимірюванні опору, якщо знехтувати силою струму, що тече через вольтметр.

2.50. Е.р.с- батареї $\varepsilon =$ 80 В, внутрішній опір R = 5 Ом. Зовнішнє коло споживає потужність P = 100 Вт. Визначити силу струму в колі, напругу U, під якою знаходиться зовнішнє коло та її опір R.

2.51. Від батареї, е.р.с. якої ε = 600 В треба передати енергію на відстань l=1 км. Потужність споживача P = 5 кВт. Визначити мінімальні втрати потужності в колі, якщо діаметр мідних підвідних проводів d=0,5см.

2.52. Визначити кількість електронів, що проходять за час t = 1 с через поперечний переріз площею S = 1 мм^2 залізного дроту довжиною l = 20 м при напрузі на його кінцях U = 16 В.

2.53. Е.р.с. батареї ε = 24 В. Найбільша сила струму, яку може дати батарея I_{max} = 10 А. Визначити максимальну потужність P_{max}, яка може виділитися в зовнішньому колі.

2.54. При зовнішньому опорі R_1 = 8 Ом сила струму в колі I_1 = 0.8А, при опорі R_2 = 15 Ом сила струму I_2 = 0,5А. Визначити силу струму короткого замикання $I_{к.з.}$ джерела е.р.с.

2.55. В мережу з напругою U = 100 В підключили котушку з опором R_1 = 2 кОм і вольтметр, з'єднані послідовно. Вольтметр показує U_1 = 80В. Коли котушку замінили другою, вольтметр показував U_2 = 60 В. Визначити опір R_2 другої котушки.

2.56. Е.р.с, батареї U = 12В. При силі струму I = 4 А к.к.д, батареї η=0.6. Визначити внутрішній опір батареї r .

2.57. За час t = 20 с при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику з опором I = 5 Ом виділилась кількість теплоти Q = 4 кДж. Визначити швидкість зростання сили струму, якщо опір провідника R = 5Ом.

2.58. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I=I_0e^{-d\,t}$, де $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^2$ с $^{-1}$. Визначити кількість теплоти, що виділиться в провіднику за час $t = 10^{-2}$ с.

2.59. Сила струму в провіднику з опором R = 10 Ом за час t = 50 с рівномірно зростає від $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Визначити кількість теплоти Q яка виділиться за цей час в провіднику.

2.60. В провіднику за час t = 10 с при рівномірному зростанні сили струму від $I_1 = 5$ А до $I_2 = 2$ А виділилась кількість теплоти Q = 5 кДж. Знайти опір R провідника.

2.61. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I=I_0\sin\omega t$. Знайти заряд Q, що проходить через поперечний переріз провідника за час t , рівний половині періоду T, якщо початкова сила струму $I_0 =10$ А, циклічна частота $\omega =50\pi$с $^{-1}$.

2.62. За час t = 10 с при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику виділилась кількість теплоти Q = 40 кДж. Визначити середню силу струму $\langle I \rangle$ в провіднику, якщо його опір R = 20м.

2.63. За час t = 8с при рівномірно зростаючій силі струму в провіднику з опором R =8 Ом виділилась кількість теплоти Q = 500 Дж. Визначити заряд q, що пройшов через провідник, якщо сила струму в момент t = 0 дорівнює нулю.

2.64. Визначити кількість теплоти, яка виділилась за час t = 10 с в провіднику з опором R = 10 Ом, якщо сила струму в ньому рівномірно зменшувалась від $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

2.65. Резистор з опором R = 6 Ом підключено до двох паралельно з'єднаних джерел струму з е.р.с. $\varepsilon_1 = 2{,}2$ В і $\varepsilon_2 = 2{,}4$ В із внутрішнім опором $r_1 = 0{,}8$ Ом та $r_2 = 0{,}2$ Ом. Визначити силу струму I в цьому резисторі і напругу U на клемах другого джерела струму.

2.66. Визначити силу струму в кожному елементі і напругу на реостаті (Рис. 7), якщо $\varepsilon_1 = 12$ В, $R_1 = 1$ Ом, $\varepsilon_2 = 6$ В, $R_2 = 1{,}5$ Ом, R = 20 Ом.

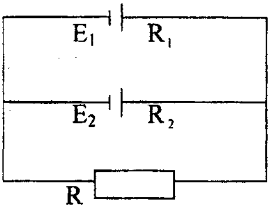

Рис. 7

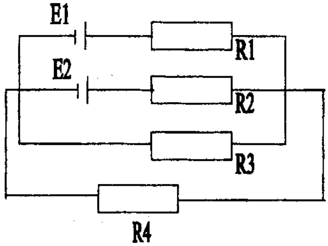

Рис. 8

2.67. Визначити силу струму на всіх ділянках електричної мережі (Рис.8), якщо $\varepsilon_1 = 8$ В, $R_1 = 1$ Ом, $\varepsilon_2 = 12$ В, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 2$Ом. Внутрішнім опором джерел струму знехтувати.

2.68. На відстані d = 1 см одна від одної розташовані дві пластини площею S = 400 $см^2$ кожна. Водень між пластинами іонізують рентгенівським випромінюванням. При напрузі U = 100 В між пластинами проходить далекий від насичення струм силою I = 2 мкА. Визначити концентрацію іонів одного знаку між пластинами. Заряд кожного іона вважати рівним елементарному заряду.

2.69. Посередині між електродами іонізаційної камери пролетіла α - частинка, яка рухалась паралельно електродам і створила на своєму шляху ланцюжок іонів. Через який час τ після прольоту α -частинки іони дійдуть до електродів, якщо відстань між електродами d = 2 см, різниця потенціалів U = 6 кВ і рухливість іонів обох знаків в середньому дорівнює b = 1,5 $см^2$/ В·с ?

2.70. Визначити опір трубки довжиною l = 0,5 м і площею поперечного перерізу S = 5 $мм^2$, якщо вона наповнена азотом іонізованим так, що в об'ємі V = 1 $см^3$ знаходиться при рівновазі n = 10^8 пар іонів. Іони одновалентні.

2.71. До електродів розрядної трубки, яка вміщує водень, прикладена різниця потенціалів U = 10 В. Відстань між електродами d = 25 см.

Іонізатор створює в об'ємі $V = 1 см^3$ водня $\Delta n = 10^7$ пар іонів за секунду. Визначити густину струму j в трубці. Визначити також, яка частина сили струму створюється рухом позитивних іонів. Коефіцієнт рекомбінації $\gamma = 10 м^{-3} с^{-1}$

2.72. Повітря іонізується рентгенівським випромінюванням. Визначити питому провідність повітря, якщо в об`ємі $V = 1 см^3$ газу знаходиться в рівновазі $n = 10^8$ пар іонів.

2.73. Азот між плоскими електродами іонізаційної камери іонізується рентгенівським випромінюванням. Сила струму, що тече через камеру I=1,5 мкА. Площа кожного електрода $S = 200 см^2$, відстань між ними $l = 1,5 см$, різниця потенціалів U = 150 В. Визначити концентрацію n іонів між пластинками, якщо струм є далекий від насичення. Заряд кожного іона дорівнює елементарному заряду.

2.74. Газ, вміщений в іонізаційній камері між плоскими пластинами, опромінюється рентгенівським випромінюванням. Визначити густину струму насичення, $j_н$, якщо іонізатор створює в об'ємі $V = 1 см^3$ газу $\Delta n = 5 \cdot 10$ пар іонів за секунду. Прийняти, що кожен іон несе на собі елементарний заряд. Відстань між пластинами камери $l = 2$ см.

2.75. Вольтметр, який може вимірювати напругу до 200 В, має внутрішній опір 2 кОм. Який максимальний струм може проходити через вольтметр? Який додатковий опір слід приєднати для того, щоб вольтметр вимірював напругу U до 1 кВ?

2.76. Якщо до вольтметра, розрахованого на вимірювання напруги до 200 В, приєднати додатковий опір 5000 Ом, то він може бути використаний для вимірювання напруги до 1200 В. Який внутрішній опір вольтметра?

2.77. Граничне значення напруги, на яку розрахований вольтметр з внутрішнім опором R_v дорівнює U. Який додатковий опір необхідно приєднати до вольтметра для того, щоб граничне значення напруги збільшилося в n разів?

2.78. Вольтметр з внутрішнім опором R_v = 1 кОм розрахований на вимірювання напруги до 300 В, необхідно використати для вимірювання струму. Який опір R і як треба приєднати до вольтметру для того, щоб ціна поділки шкали приладу складала C_j = 10 мА/под. Шкала має N = 150 поділок.

2.79. Який опір R повинен мати шунт для того, щоб ціна поділки амперметра зросла в n разів? Внутрішній опір приладу дорівнює R_y.

2.80. Температура залізного провідника циліндричної форми довжиною l = 1 м, змінюється вздовж його осі за лінійним законом від t_1=20°C до t_2 = 680°C. Визначити опір провідника, якщо його радіус дорівнює a = 0,2 мм. Температурний коефіцієнт $\alpha = 6\cdot10^{-3}$ K^{-1}.

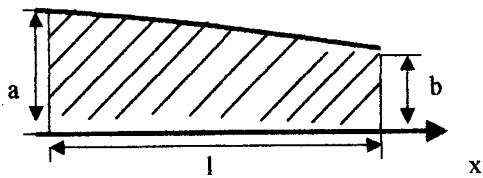

Рис.9

2.81. Мідна плівка сталої товщини h = 0,2 мкм має форму трапеції (рис.9). Визначити опір плівки в напрямі осі X, якщо a = 1.5 см; b=1 см; l = 2 м.

2.82. Срібна фольга сталої товщини h = 0.1мкм має форму трапеції, яка зображена на рис.10. Знайти опір фольги в напрямі осі X, якщо l=0,5м; a =3см; c= 2см ; b = 1см .

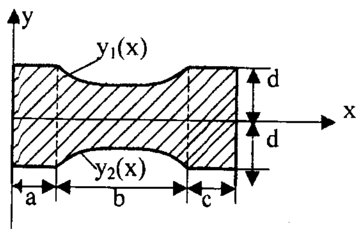

Рис.10

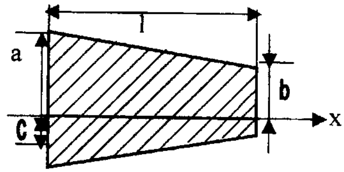

Рис.11

2.83. Срібна плівка товщиною h = 2мкм, має форму, яка зображена на рис.11. Визначити опір плівки, якщо відомо, що:

$y_1(x) = [5+1.25\cdot 10^{-2}\,(x30)^2]$ мм;

$y_2(x) = -\,[5+1.25\cdot 10^{-2}\,(x-30)^2]$ мм;

a =10 мм; b = 40 мм; c = 15 мм; d = 10 мм.

2.84. Припускаючи, що кількість вільних електронів дорівнює кількості атомів, визначити рухливість носіїв струму в мідному провіднику.

2.85. Знайти середню швидкість упорядкованого руху електронів в однорідному мідному провіднику, якщо густина струму в ньому складає $j = 10$ A/мм^2, а концентрація вільних електронів дорівнює концентрації атомів.

2.86. Внаслідок проходження струму мідний циліндричний провідник радіусу a = 0,1 мм розігрівається. Після встановлення рівноваги в радіальному напрямі виник градієнт температури такий, що температура зменшується за лінійним законом від максимального значення на осі провідника t_1 = 550°C до мінімального значення на його поверхні t_2=250°C. Градієнт температури вздовж осі провідника відсутній. Знайти опір провідника, якщо його довжина l = 1 м. Температурний коефіцієнт дорівнює $a = 5\cdot 10^{-3}$ K^{-1}.

3. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Основні формули

1. Звязок магнітної індукції $\vec{B}$ з напруженістю $\vec{H}$ магнітного поля:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

де μ_0 - магнітна стала, μ - відносна магнітна проникність.

2. Закон Біо-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I \left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}; \qquad dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

де $d\vec{B}$ - індукція поля, що утворюється елементом провідника dl з струмом I;

$\vec{r}$ - радіус-вектор направлений від dl до точки, де визначається магнітна індукція $d\vec{B}$;

α - кут між елементом провідника $d\vec{l}$ і радіус-вектором $\vec{r}$.

3. Магнітна індукція в центрі струму направленому по колу:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R},$$

R - радіус кола.

4. Магнітна індукція на осі кільця зі струмом:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}},$$

де h - відстань від центра кільця зі струмом до точки, в якій визначається B.

5. Магнітна індукція поля прямолінійного струму:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi d}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2); \; B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi d}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

де d - найкоротша відстань від провідника до точки, де визначається B; α_1 і α_2 - кути між провідником зі струмом та радіус-векторами, що виходять з кінців провідника і спрямовані в точку, де визначається магнітна індукція; для нескінченного струму коли $\alpha_1 = 0$ і $\alpha_2 = \pi$:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi d}.$$

6. Магнітна індукція поля нескінченного соленоїда:

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

де n - кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

7. Сила, що діє на провідник зі струмом в магнітному полі (закон Ампера):

а) на елемент провідника довжиною d*l*

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right];$$

$$dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin\alpha,$$

де α - кут між елементом провідника $d\vec{l}$ і вектором магнітної індукції $\vec{B}$;

б) на провідник довжиною l

$$F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin\alpha.$$

8. Магнітний момент контура зі струмом:

$$P_m = I \cdot S,$$

де S – площа поверхні, шо охоплюється контуром.

9. Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\left[\vec{V}, \vec{B}\right];$$

$$F = qVB\sin\alpha,$$

де q - заряд частинки, V – швидкість зарядженої частинки, α - кут між вектором швидкості частинки $\vec{V}$ і вектором магнітної індукції поля $\vec{B}$.

10. Магнітний потік через поверхню S:

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha,$$

де α - кут між нормаллю до поверхні і вектором магнітної індукції поля $\vec{B}$;

В загальному випадку:

$$\Phi = \int_S (\vec{B}\cdot\vec{n})dS = \int_S B_n dS.$$

11. Повний потік через N витків соленоїда:

$$\Psi = N\Phi,$$

де Φ - магнітний потік через один виток соленоїда.

12. Робота переміщення контура зі струмом в магнітному полі:

$$A = I\Delta\Phi.$$

13. Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея):

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

14. Е.р.с. самоіндукції:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt},$$

де L - індуктивність контура.

15. Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

де V - об′єм соленоїда.

16. Енергія контура зі струмом:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

17. Об′ємна густина енергії магнітного поля $(\omega = W/V)$:

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

Приклади розв′язування задач

Приклад 1. По двох нескінченних паралельних провідниках в одному

Приклад 1. По двох нескінченних паралельних провідниках в одному направленні протікають струми $I_1 = 10$ А і $I_2 = 15$ А. Відстань між провідниками d = 10 см. Визначити напруженість $\vec{H}$ магнітного поля в точці, віддаленій від першого провідника на $r_1 = 8$ см, від другого на $r_2 = 6$ см.

Розв'язування.

Для знаходження напруженості магнітного поля в точці А використаємо принцип суперпозиції магнітних полів. Для цього визначимо напрямок напруженостей $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ магнітних полів, утворених кожним провідником зі струмом і додаємо $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ геометрично:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 .$$

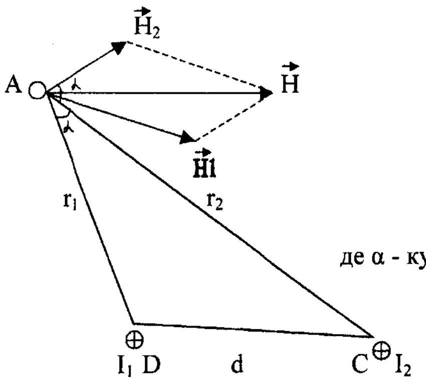

Рис.1.

Модуль вектора $\vec{H}$ може бути знайдений за теоремою косинусів:

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2\cos\alpha} , \qquad (1)$$

де α - кут між векторами.

Напруженості магнітних полів $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ виражаються відповідно через сили струмів в провідниках I_1 і I_2, через відстані r_1 і r_2 до точки А (рис.1):

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r_1}; \qquad H_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2}.$$

Підставивши вирази H_1 і H_2 в формулу (1), отримаємо:

$$H = \sqrt{\frac{I_1^2}{4\pi^2 r_1^2} + \frac{I_2^2}{4\pi^2 r_2^2} + 2\frac{I_1 I_2}{4\pi^2 r_1 r_2}\cos\alpha} . \qquad (2)$$

Знайдемо cos α . Звернемо увагу на те, що $\alpha = \angle ДAC$ (як кути з відповідно перпендикулярними сторонами), (рис. 1).

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha,$$

де d - відстань між провідниками. Звідси:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \qquad \cos\alpha = \frac{8^2 + 6^2 - 10^2}{2\cdot 8\cdot 6} = 0.$$

Таким чином, рис. 1 повинен бути нарисований так, щоб вектор $\vec{H}_1$ був напрямлений вздовж прямої AC .

Підставимо в формулу (2) числові значення фізичних величин і проведемо розрахунки:

$$H = \sqrt{\frac{10^2}{4\pi^2 8^2} + \frac{15^2}{4\pi^2 6^2} + 2\frac{10\cdot 15}{4\pi^2 8\cdot 6}\cdot 0} = 44.5\frac{A}{м}.$$

Приклад 2. По тонкому кільцю тече струм I = 80 A. Знайти напруженість магнітного поля $\vec{H}$ в точці A , рівновіддаленій від всіх точок кільця на відстані r = 20 см і від площини кільця на відстані h = 10 см.

Розв'язування:

Скористуємося законом Біо-Савара-Лапласа:

$$d\vec{H} = \frac{I\left[d\vec{l}\,x\vec{r}\right]}{4\pi r^3},$$

де $d\vec{H}$ - напруженість магнітного поля, створеного елементом струму $Id\vec{l}$ в точці, визначеній радіусом-вектором $\vec{r}$.

Виділимо на кільці елемент $d\vec{l}$ і від нього в точку A проведемо радіус-вектор $\vec{r}$. Вектор $d\vec{H}$ направимо відповідно за правилом гвинта.

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів, напруженість результуючого магнітного поля $\vec{H}$ в точці A визначається інтегруванням:

$$\vec{H} = \int d\vec{H},$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах dl кільця.

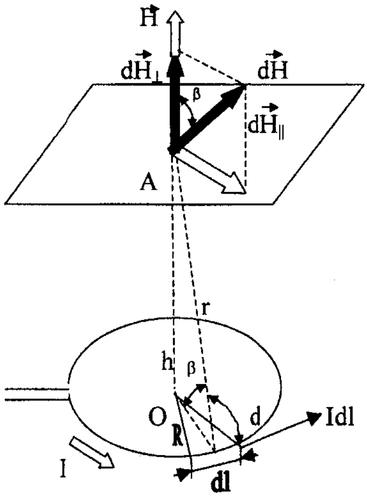

Рис. 2.

Розкладемо вектор $d\vec{H}$ на дві складові: перпендикудярну площині кільця $d\vec{H}\perp$, $d\vec{H}_{11}$ паралельну площині кільця, тобто:

$$d\vec{H} = d\vec{H}_{\perp} + d\vec{H}_{11}.$$

Тоді: $H = \int dH_{\perp} + \int dH_{11}$.

Звернемо увагу на те, що із міркувань симетрії, $\int_l dH_{\|}=0$ і вектори $dH_{\perp}$ від різних елементів dl збігаються за за напрямом. Замінимо векторне додавання (інтегрування) скалярним:

$$H = \int dH_{\perp},$$

де $dH_{\perp} = dH \cdot cos\beta$; $dH = \frac{Idl}{4\pi r^2}$ оскільки $d\vec{l}$ перпендикулярний $\vec{r}$ і тому $\sin\alpha = 1$.

Таким чином, $$H = \frac{I}{4\pi r^2}\cos\beta\int_0^{2\pi R} dl = \frac{2\pi RI\cdot\cos\beta}{4\pi r^2},$$

де R - радіус кільця.

Після скорочення на 2π , заміни $\cos\beta$ на $\frac{R}{r}$ і заміни R^2 на $r^2 - h^2$ (рис. 2) отримаємо:

$$H = \frac{I\left(r^2 - h^2\right)}{2r^3}.$$

Виразимо всі величини в одиницях CI і проведемо розрахунки:

$$H = \frac{80\cdot\left[(0.2)^2 - (0.1)^2\right]}{2\cdot(0.2)^3} = 150\frac{A}{м}.$$

Приклад.3. Обчислити напруженість магнітного поля, створеного відрізком ВС прямолінійного провідника зі струмом в точці А, розташованій на перпендикулярі до середини цього відрізка на відстані r_0=5 см від нього. По провіднику тече струм I = 20 А. Точку В відрізка ВС видно з точки А під кутом α = 60°.

Розв'язування:

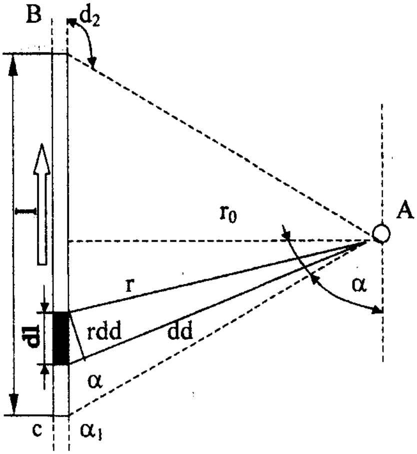

Рис.3.

Для розв'язанння задачі скористуємося законом Біо-Савара-Лапласа:

$$d\vec{H} = \frac{I\left[d\vec{l}\, x \vec{r}\right]}{4\pi r^3},$$

де $d\vec{H}$ - напруженість магнітного поля, створеного елементом струму $Id\vec{l}$ в точці, яка визначена радіусом-вектором $\vec{r}$.

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів, напруженість результуючого магнітного поля в точці $\vec{H}$ визначається інтегруванням

$$\vec{H} = \int\limits_{l} d\vec{H}, \qquad (1)$$

де символ l означає, що інтегрування розповсюджується на всю довжину провідника.

Звернемо увагу на те, що вектори $d\vec{H}$ від різних елементів струму, збігаються за напрямом, а тому вираз (1) можна переписати в скалярній формі:

$$H = \int\limits_{l} dH,$$

де $$d\vec{H} = \frac{I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl.$$

В скалярному вигляді закона Біо-Савара-Лапласа α є кут між елементом струму $Id\vec{l}$ і радіус-вектором $\vec{r}$. Таким чином,

$$H = \frac{I}{4\pi}\int \frac{\sin\alpha}{r^2}dl \ . \tag{2}$$

Перетворимо підінтегральний вираз так, щоб була одна змінна - кут α. Для цього виразимо довжину елемента провідника dl через кут $d\alpha$: $dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$ (рис. 3).

Тоді підінтегральний вираз $\frac{\sin\alpha}{r^2}dl$ запишемо у вигляді:

$\frac{\sin\alpha}{r^2}\frac{rdl}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Оскільки $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$,

$$\text{то} \quad \frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin\alpha}{r_0}d\alpha .$$

Таким чином, вираз (2) можливо переписати у остаточному вигляді:

$$H = \frac{I}{4\pi r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha ,$$

де α_1 і α_2 – межі інтегрування.

Виконаємо інтегрування:

$$H = \frac{I}{4\pi r_0(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)}. \tag{3}$$

Звернемо увагу на те, що при симетричному розташуванні точки А відносно відрізка проводу $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$, з врахуванням цього формула (3) прийме вигляд:

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}\cos\alpha_1 .$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і проведемо розрахунки:

$$H = \frac{20}{2\pi \cdot 0.05}\cos 60 = 31.8\frac{A}{м}.$$

Напрям вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$, створеного прямолінійним провідником зі струмом можна визначити за правилом гвинта (правилом правого гвинта). Вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ в точці А (рис.3.) направлений перпендикулярно площині рисунка і від нас.

Приклад 4. По нескінченно довгому проводу, вигнутому так, як вказано на рис. 4, тече струм I = 80 А. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці O . радіус дуги кола R = 10 см.

Розв'язування:

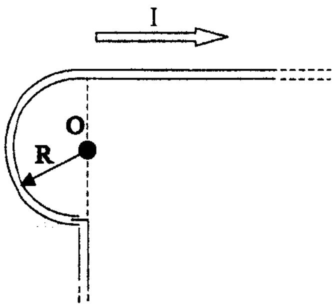

Рис. 4.

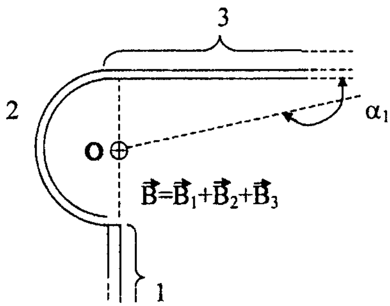

Рис. 5.

Магнітну індукцію B в точці O знайдемо, використовуючи принцип суперпозиції магнітних полів $\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$. В нашому випадку провід можливо розбити на три,частини (рис.5): два прямолінійних проводи (1 і 3), які одним кінцем закінчуються на нескінченності, і дугу півкола (2) радіуса R . Тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

де $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ і $\vec{B}_3$ магнітні індукції в точці O , створені струмом, який тече відповідно по першій, другій і третій ділянках проводу. Оскільки точка O лежить на осі проводу, то магнітна індукція $\vec{B}_3$ дорівнює нулю. Це постає із закону Біо-Савара-Лапласа, згідно з яким в точках, що лежать на осі проводу:

$$d\vec{B} = 0 \quad \left(\left|d\vec{l} \times \vec{r}\right| = 0\right).$$

Тоді: $\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$.

Враховуючи, що вектори $\vec{B}_2$ і $\vec{B}_3$ напрямлені у відповідності з правилом свердлика перпендикулярно площині рисунка від спостерігача, то геометричне додавання можна замінити скалярним:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнітну індукцію знайдемо, використавши вираз для магнітної індукції в центрі струму по колу:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

де μ_0 - магнітна стала; μ - магнітна проникність середовища, в якому знаходиться провід (приймемо $\mu=1$).

В нашому випадку магнітне поле в точці O створюється лише струмом половини такого кола, тому:

$$B = \frac{\mu_0 I_l}{4R}.$$

Магнітну індукцію знайдемо через напруженість магнітного поля $\left|\vec{B} = \mu_0 \vec{H}\right|$, скориставшись співвідношенням (3), виведеним в прикладі 3:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right),$$

для якого $r_0 = R$, $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}\left(\cos\alpha_1 = 0\right), \alpha_2 \to \pi$, $\left(\cos\alpha_2 = -1\right)$.

Тоді: $$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}.$$

Використовуючи знайдені вирази для B_1 і B_2, отримаємо:

$$B = B_3 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} + \frac{\mu_0 I}{4R};$$

або $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}(1 + \pi).$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і проведемо розрахунки

$$B=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot80}{4\pi\cdot0.1}(\pi+1)=3.31\cdot10^{-4}\,Тл.$$

У всіх задачах, де спеціально не обумовлено, потрібно вважати, що середовищем являється повітря, для якого магнітна проникність приймається рівною одиниці.

Приклад 5. Електрон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів U = 1,2 кВ, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією B=0,3 Тл і почав рухатися по колу. Визначити радіус R кола.

Розв'язування:

Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колу тільки в тому випадку, коли частинка влетить в магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції, $\vec{V}\perp\vec{B}$.

Оскільки сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{V}$, то вона надає частинці (електрону) нормальне прискорення $\vec{a}_n$. Згідно з другим законом Ньютона, $\vec{F}_л=m\vec{a}_n$ де m - маса електрона. На рис. 7 зображена траєкторія електрона (в площині рисунка) і вказано напрям вектора $\vec{V}$.

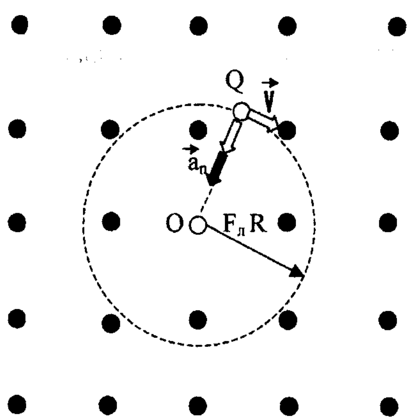

Рис. 6

Сила Лоренца напрямлена перпендикулярно вектору $\vec{V}$ до центра кола (вектори $\vec{a}_н$ і $\vec{F}_л$ співнапрямлені, як вказано на рис.6). Використовуючи правило лівої руки, визначимо напрямлення магнітних силових ліній (напрямлення вектора $\vec{B}$).

Перепишемо вираз (1) в скалярній формі (в проекції на радіус):

$$F_Л = ma_н .$$

В скалярній формі $F_л = qVB\sin\alpha$ нашому випадку $\vec{V}\perp\vec{B}$ і $\sin\alpha = 1$. Тоді:

$$F_л = qVB\sin\alpha .$$

Оскільки нормальне прискорення $a_н = \frac{V^2}{R}$,

то вираз (2) перепишемо в такій формі:

$$qVB = \frac{mV^2}{R} .$$

Звідси знайдемо радіус кола:

$$R = \frac{mV}{qB} .$$

Зазначимо, що mV - це імпульс електрона (p), який дозволяє даний вираз записати у вигляді :

$$R = \frac{P}{qB} .$$

Імпульс електрона знайдемо, скориставшись зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії електрона, $A = \Delta T$ або $q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1$, де $\varphi - \varphi_2$ - прискорююча різниця потенціалів (або прискорююча напруга U) T_1 і T_2 – початкова і кінцева кінетичні енергії електрона.

Нехтуючи початковою кінетичною енергією електрона $|T_1 \approx 0|$ і виразивши кінетичну енергію T_2 через імпульс p , отримаємо:

$$qU = \frac{p^2}{2m}.$$

Знайдемо із цього виразу імпульс $p = \sqrt{2mqU}$ і підставимо його в формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB}$$

або $$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}\ . \qquad (4)$$

Підставимо в формулу (4) числові значення фізичних величин в СІ і проведемо розрахунки:

$$R = \frac{1}{0.3}\sqrt{\frac{2\cdot 9.1\cdot 10^{-31}\cdot 1200}{1.6\cdot 10^{-19}}} = 39\cdot 10^{-5}\,м\,.$$

Приклад 6. Електрон рухається в однорідному магнітному полі (B = 10 мТл) по гвинтовій лінії, радіус R якої дорівнює 1 см і крок h= 6 см. Визначити період T обертання електрона і його швидкість V .

Розв'язування:

Електрон буде рухатися по гвинтовій лінії, якщо він влітає в однорідне магнітне поле під деяким кутом $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ до ліній магнітної індукції. Розкладемо, як показано на рис. 7, швидкість електрона на дві складові: паралельну вектору $\vec{B}$ ($\vec{V}_{//}$) і перпендикулярну йому ($\vec{V}_{\perp}$) .

Швидкість $\vec{V}_{//}$ в магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення електрона вздовж силової лінії. Швидкість $\vec{V}_{\perp}$ в результаті дії сили Лоренца буде змінюватися тільки за напрямом $\left|\vec{F}_л \perp \vec{V}_{\perp}\right|$ при відсутності паралельної складової $\left|\vec{V}_{11} = 0\right|$ рух електрона відбувався би по колу в площині, перпендикулярній магнітним силовим лініям. Таким чином, електрон приймає участь одночасно в двох рухах: рівномірному переміщенні із швидкістю $\vec{V}_{11}$ і рівномірному русі по колу із швидкістю $\vec{V}_{\perp}$.

Додавання цих рухів і приводить до того, що результуючим є рух по гвинтовій лінії.

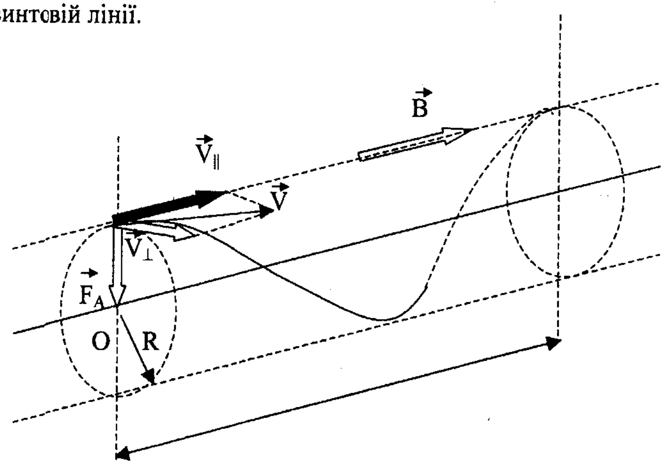

Рис. 7

Період T обертання електрона зв'язаний з перпендикулярною складовою швидкості співвідношенням:

$$T = \frac{2\pi R}{V_{\perp}}. \qquad (1)$$

Знайдемо відношення $\frac{R}{V_{\perp}}$. Для цього скористуємося тим, що сила Лоренца надає електрону нормальне прискорення $a_н = \frac{V_{\perp}^2}{R}$.

За другим законом Ньютона можемо записати:

$$F_л = m \cdot a_н \quad \text{або} \quad |e| V_{\perp} B = \frac{mV_{\perp}^2}{R}, \qquad (2)$$

де $V_{\perp} = V \cdot \sin\alpha$

Скоротивши (2) на $V_{\perp}$, виразимо відношення $\frac{R}{V_{\perp}} \left(\frac{R}{V_{\perp}} = \frac{m}{|e|B} \right)$ і підставимо його в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}. \qquad (3)$$

Виразимо величини в одиницях СІ і проведемо розрахунки:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 3.57 \cdot 10^{-9} c\,.$$

Модуль швидкості V, як видно з рис.7, можемо виразити через $V_\perp$ *і* V_{11}:

$$V = \sqrt{V_\perp^2 + V_{11}^2}\,.$$

Із формули (2) виразимо перпендикулярну складову швидкості:

$$V_\perp = \frac{|e|BR}{m}.$$

Паралельну складову швидкості V_{11} знайдемо із таких міркувань. За час, рівний періоду обертання T , електрон проходить вздовж силової лінії відстань, рівну кроку гвинтової лінії, тобто $h = TV_{11}$, звідки:

$$V_{11} = \frac{\text{h}}{\text{T}}.$$

Підставивши замість T вираз (3), отримаємо:

$$V_{11} = \frac{|e|B\text{h}}{2\pi \text{m}}.$$

Таким чином, модуль швидкості електрона:

$$V = \sqrt{V_\perp^2 + V_{11}^2} = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\frac{\text{h}}{2\pi}\right)^2}\,.$$

Проведемо розрахунки і одержимо:

$$V = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9.1 \cdot 10^{-31}}\left[(0.01)^2 + \left(\frac{0/06}{2\pi}\right)^2\right]^{1/2} = 2.46 \cdot 10^7 м/с\,.$$

Приклад 7. Протон, влітає в однорідне магнітне поле з індукцією B = 0,2Тл і рухається по колу з радіусом R = 5 см. Визначити магнітний момент P_m еквівалентного струму по колу.

Розв'язування:

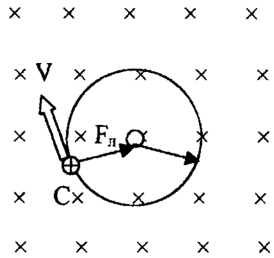

Рис.8.

Протон рухається по колу, якщо він влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На рис. 8 лінії магнітної індукції перпендикулярні площині рисунку і направлені від спостерігача (позначені хрестиками).

Рух протона по колу еквівалентний струму по колу, який в даному випадку визначається виразом

$$I_{екв} = \frac{|e|}{T},$$

де е - заряд протона ; Т - період його обертання.

Період обертання можна виразити через швидкість протона

$$T = \frac{V}{2\pi R}.$$

Тоді: $$I_{екв} = \frac{|e|V}{2\pi R}. \quad (1)$$

Знаючи $I_{екв}$, знайдемо магнітний момент еквівалентного колового струму. За визначенням, магнітний момент контура з струмом виражається співвідношенням:

$$P_m = I_{екв} \cdot S,$$

де S - площа, охоплювана колом, яке описує протон ($S = \pi R^2$).

Підставивши $I_{екв}$ із (1) в дане визначення магнітного моменту, отримаємо:

$$P_m = \frac{|e|V}{2\pi R}\pi R^2.$$

Скоротимо на πR і перепишемо цей вираз у вигляді:

$$P_m = \frac{1}{2}|e|VR. \qquad (2)$$

В отриманому виразі відомою являється швидкість протона, яка зв'язана з радіусом R кола, по якому він рухається, співвідношенням

$$R = \frac{mV}{qB} \qquad \text{(див. приклад 5).}$$

Замінивши q на $|e|$, знайдемо швидкість:

$$V = \frac{|e|^2 BR^2}{2m};$$

підставимо її в формулу (2):

$$P_m = \frac{|e|^2 BR^2}{2m}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і проведемо розрахунки.

$$P_m = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2\cdot 0{,}2\cdot (0{,}05)^2}{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}} = 0{,}383\cdot 10^{-14}(A\cdot м^2).$$

Приклад 8. Заряджена додатно частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів U = 208 В і влетіла в схрещене під прямим кутом електричне (E = 20 кВ/м) і магнітне (B =0,2 Тл) поля. Знайти відношення заряду частинки до його маси, якщо, рухаючись перпендикулярно обом полям, частинка не відхилялась від прямолінійної траєкторії.

Розв'язання:

Для того, щоб знайти відношення заряду Q частинки до її маси, скористуємося зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії частинки:

$$QU = \frac{mV^2}{2}, \qquad \text{звідки} \qquad \frac{Q}{m} = \frac{V^2}{2U}. \qquad (1)$$

Швидкість частинки знайдемо із таких міркувань. В схрещених електричному і магнітному полях на заряджену частинку, що рухається, діють дві сили:

а) сила Лоренца $\vec{F}_л = Q[\vec{V}\vec{B}]$ напрямлена перпендикулярно швидкості $\vec{V}$ і вектору магнітної індукції $\vec{B}$;

б) кулонівська сила $\vec{F}_л = Q\vec{E}$, напрямлена паралельно вектору напруженості електричного поля $\vec{E}$ (Q>0).

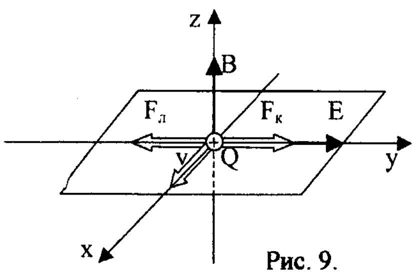

Рис. 9.

На рис.9 вектор магнітної індукції $\vec{B}$ направили вздовж осі OZ, швидкість $\vec{V}$ в додатному напрямку осі OX, тоді: $\vec{F}_л$ і $\vec{F}_к$ будуть напрямлені так, як показано на рисунку.

Частинка не буде відхилятися, якщо геометрична сума сил $\vec{F}_л$ і $\vec{F}_к$ буде дорівнювати нулю. В проекції на вісь OY отримаємо рівність (при цьому враховано, що $\vec{V}\perp\vec{B}$ і $\sin\alpha = 1$):

$$QE = QVB,$$

звідки:

$$V = \frac{E}{B}.$$

Підставивши цей вираз швидкості в формулу (1), отримаємо:

$$\frac{Q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і проведемо розрахунок:

$$\frac{Q}{m}=\frac{\left(2\cdot 10^4\right)^2}{2\cdot 208\cdot (0.2)^2}=2.4\cdot 10^7\,\frac{Кл}{кг}.$$

Приклад 9. Коротка котушка, яка складається із N =0.5·10^3 витків, рівномірно обертається з частотою n =20 $^{об}/_{c}$ відносно осі AB , яка лежить в площині котушки і перпендикулярна лініям однорідного магнітного поля (B =0,08 Тл). Визначити миттєве значення е.р.с. індукції для тих моментів часу, коли площина котушки складає кут $\alpha = 60°$ з силовими лініями поля. Площа S котушки дорівнює 100 см^2 .

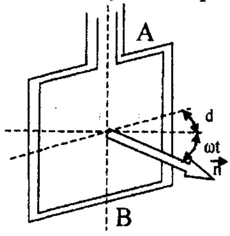

Рис.10.

Розв'язування:

Миттєве значення е.р.с. індукції є визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея-Ленца:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокозчеплення $\Psi = N\cdot\Phi$ де N - кількість витків котушки, які пронизуються магнітним потоком Ф . Підставивши вираз Ψ в формулу (1), отримаємо:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При обертанні котушки магнітний потік Ф , який пронизує котушку в момент часу t , змінюється за законом $\Phi = B\cdot S\cdot\cos\omega t$, де B - магнітна індукція ; S - площа котушки ; ω - кутова швидкість котушки. Підставивши в формулу (2) вираз магнітного потоку Ф і продиференціювавши по часу, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega\cdot\sin\omega t\,.$$

Зауваживши, що кутова швидкість ω зв'язана із частотою обертання n котушки співвідношенням $\omega = 2\pi n$ і що кут $\omega t = \frac{\pi}{2}$ (див. рис. 10) отримаємо (враховано, що $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$):

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\cos\alpha .$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ і проведемо розрахунок:

$$\varepsilon_i = 2\cdot 3.14\cdot 20\cdot 0.5\cdot 10^3\cdot 0.08\cdot 10^{-2}\cdot 0.5 = 50.2B .$$

Приклад 10. На соленоїд намотано N = 2400 витків проводу, які щільно прилягають один до одного. При силі струму I = 8 А магнітний потік Ф = 3 мкВб. Визначити індуктивність L соленоїда і енергію магнітного поля соленоїда.

Розв'язування:

Індуктивність L зв'язана з потокозчепленням Ψ і силою струму співвідношенням:

$$\Psi = L\cdot I . \qquad (1)$$

Потокозчеплення в свою чергу можна визначити через магнітний потік Ф і кількість витків N (за умови, що витки щільно прилягають один до одного):

$$\Psi = N\Phi . \qquad (2)$$

Із формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда:

$$L = \frac{N\Phi}{I} . \qquad (3)$$

Енергія магнітного поля соленоїда:

$$W = \frac{1}{2}L\cdot I^2 .$$

Підставивши в дану формулу вираз (3) для індуктивності, отримаємо:

$$W = \frac{1}{2}N\cdot\Phi\cdot I . \qquad (4)$$

Підставимо в формули (3) і (4) значення фізичних величин в одиницях СІ і проведемо розрахунки: $L = \dfrac{2.4\cdot 10^{3}\cdot 3\cdot 10^{-6}}{8} = 9\cdot 10^{-4}\,Гн$.

$$W = \frac{1\cdot 2.4\cdot 10^{3}\cdot 3\cdot 10^{-6}\cdot 8}{2} = 2.88\cdot 10^{-2}\,Дж.$$

Задачі

3.1. Дротяний виток радіусом R = 25 см розміщений в площині магнітного меридіана. В центрі встановлена невеличка магнітна стрілка, здатна обертатися навколо вертикальної осі. На який кут α відхилиться стрілка, якщо по витку пустити струм силою I= 15 А? Горизонтальну складову індукції земного магнітного поля прийняти рівною B = 20 мкТл.

3.2. Магнітна стрілка розміщена в центрі витка, площина якого розмішена вертикально і складає кут α = 30° з площиною магнітного меридіана. Радіус витка R = 20 см. Визначити кут α, на який повернеться магнітна стрілка, якшо по провіднику пройде струм силою I = 25 А (дати дві відповіді). Горизонтальну складову індукції земного магнітного поля прийняти рівною B = 20 мкТл.

3.3. По 2-х довгих паралельних провідниках, відстань між якими d = 5 см, течуть однакові струми I = 10 А. Визначити індукцію $\vec{B}$ і напруженість $\vec{H}$ магнітного поля в точці, віддаленій від кожного провідника на r = 5 см, якщо струми течуть:

а) в однакових; б) в протилежних напрямках.

3.4. Два нескінченно довгих прямих провідники перетинаються під прямим кутом. По провідниках течуть струми силою I_1 = 100 А і I_2 = 50 А. Відстань між провідниками d = 20см. Визначити індукцію магнітного поля в точці, яка лежить на середині загального перпендикуляра до провідників.

3.5. Струм силою I = 50А тече по провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість $\vec{H}$ магнітного поля в точці, яка лежить на бісектрисі цього кута і відлегла від вершини кута на відстані d = 20 см. Вважати, що обидва кінці провідника знаходяться дуже далеко від вершини кута.

3.6. По провіднику, зігнутому у вигляді кола, тече струм. Напруженість магнітного поля в центрі кола I = 50 А/м. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. Визначити напруженість $\vec{H}$ магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрата.

3.7. По контуру у вигляді рівностороннього трикутника тече струм силою I = 50 А. Сторона трикутника a = 20см. Визначити магнітну індукцію B в точці перетину висот.

3.8. По провіднику, зігнутому у вигляді прямокутника зі сторонами a=8 см і b = 12 см тече струм силою I = 50 А. Визначити напруженість $\vec{H}$ і індукцію $\vec{B}$ магнітного поля в точці перетину діагоналей прямокутника.

3.9. По двох паралельних провідниках довжиною l = 3 м кожен течуть однакові струми силою I = 500 А. Відстань між провідниками d = 10 см. Визначити силу $\vec{F}$ взаємодії провідників.

3.10. По 3-х паралельних прямих провідниках, які знаходяться на однакових відстанях d = 20 см один від одного, течуть струми однакової сили I = 400 А. В 2-х провідниках напрямок струму збігається. Обчислити для кожного з провідників відношення сили, діючої на нього, до його довжини.

3.11. Квадратна дротяна рамка розміщена в одній площині з довгим прямим провідником так, що дві її сторони паралельні провіднику. По рамці і провіднику течуть однакові струми силою I = 400 А. Визначити силу F, діючу на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки знаходиться від нього на відстані, що дорівнює його довжині.

3.12. Знайти напруженість магнітного поля $\vec{H}$ на відстані l = 2 см від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм I = 5 А.

3.13. Знайти напруженість магнітного поля $\vec{H}$ в центрі колового струму I = 1А радіусом R = 1см.

3.14. Струм I = 20 А тече по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість магнітного поля $\vec{H}$ в точці, яка лежить на бісектрисі цього кута і віддалена від вершини кута на відстані l = 10 см.

3.15. Знайти напруженість магнітного поля $\vec{H}$ на осі кругового контура на відстані l = 3 см від його площини. Радіус контура R = 4см, сила струму в контурі I = 2 А.

3.16. Із провідника довжиною l = 1 м зроблена квадратна рамка. По цій рамці тече струм силою I=10 А. Знайти напруженість магнітного поля в центрі рамки.

3.17. В центрі дротяного витка утворюється магнітне поле $\vec{H}$ при різниці потенціалів U на кінцях витка. Як потрібно змінити прикладену різницю потенціалів, щоб отримати таку ж саму напруженість магнітного поля в центрі витка, який має радіус вдвічі більший і виготовлений з такого ж дроту.

3.18. По дротяній рамці, яка має форму правильного шестикутника, тече струм силою I = 2 А. При цьому в центрі рамки утворюється магнітне поле напруженістю H = 33 А/м. Знайти довжину дроту L, з якого зроблена рамка.

3.19. Прямий провід довжиною l = 40 см, по якому тече струм силою I = 100А рухається в однорідному магнітному полі з індукцією B = 0,5 Тл. Яку роботу здійснюють сили, що діють на провід зі сторони поля і переміщують його на відстань s = 40 см, якщо напрямок переміщення перпендикулярний лініям індукції і провіднику.

3.20. Напруженість H магнітного поля в центрі круглого витка дорівнює 500 А/м. Магнітний момент витка $p_m = 6$ А·м^2. Обчислити силу струму в колі I і радіус витка R.

3.21. Коротку котушку площею поперечного перерізу $S = 250$ см^2, яка містить $N = 500$ витків дроту, по якому тече струм силою $I = 5$ А, помістили в однорідне магнітне поле напруженістю $H = 1000$ А/м. Знайти: 1) магнітний момент p_m котушки і 2) обертальний момент M, що діє на котушку, якщо вісь котушки складала кут $\varphi = 30°$ з лініями поля.

3.22. Виток діаметром d=10 см може обертатися навколо вертикальної осі, що збігається з одним із діаметрів витка. Виток встановили в площині магнітного меридіана і пустили по ньому струм силою $I = 40$ А. Який обертальний момент M потрібно прикласти до витка, щоб втримати його в початковому положенні? Горизонтальну складову індукції магнітного поля Землі прийняти рівною $B_г = 200$ мкТл.

3.23. Виток радіусом $R = 20$ см по якому тече струм силою $I = 50$ А вільно встановився в однорідному магнітному полі напруженістю $H = 10^3$ А/м. Виток повернули відносно діаметра на кут $\alpha = 30°$. Визначити здійснену роботу A.

3.24. На осі плоского контура з струмом знаходиться другий такий же контур. Модулі магнітних моментів контурів однакові ($P_{m1} = P_{m2}$ А/м^2). Обчислити механічний момент M, що діє на другий контур, якщо його магнітний момент перпендикулярний магнітному моменту першого контуру. Відстань r між контурами $r = 100$ см. Розміри контурів малі в порівнянні з відстанню між ними.

√ 3.25. Тонкий провід у вигляді кільця масою $m = 5$ г вільно підвісили на непружній нитці в однорідному магнітному полі. По кільцю тече струм силою $I = 6$ А. Період T малих крутильних коливань відносно вертикальної осі дорівнює 2,2 с. Знайти індукцію B магнітного поля.

3.26. З тонкого дроту масою $m = 4$ г виготовлено квадратну рамку. Рамку вільно підвісили на непружній нитці і по ній пропустили струм силою $I = 8$ А. Визначити частоту ν малих коливань рамки в магнітному полі з індукцією $B = 20$ мТл.

3.27. Тонке кільце з струмом $I = 40$ А помістили в однорідне магнітне поле ($B = 60$ мТл). Площина кільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. Радіус R кільця дорівнює 20 см. Знайти силу F, яка розтягує кільце.

3.28. Квадратна рамка із тонкого дроту може вільно обертатись навколо горизонтальної осі , яка збігається з однією із сторін. Маса m рамки дорівнює 20 г. Рамку помістили в однорідне магнітне поле ($B = 0.1$ Тл) напрямлене вертикально уверх. Визначити кут α , на який відхиляється рамка від вертикалі, коли по ній пропустили струм $I = 10$ А.

3.29. По коловому витку радіусом $R = 5$ см тече струм $I = 20$ А. Виток розташований в однорідному магнітному полі ($B = 40$ мТл) так, що нормаль до площини контура складає кут $\alpha = \pi/6$ з вектором $\vec{B}$. Визначити зміну $\Delta\Pi$ потенціальної енергії контура при його повороті на кут $\varphi = \pi/2$ в напрямку збільшення кута α.

3.30. По тонкому кільцю радіусом $R = 10$ см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 50$ нКл/м. Кільце обертається відносно осі, яка перпендикулярна площині кільця і проходить через його центр з частотою $n = 10$ c^{-1}. Визначити магнітний момент p_m, обумовлений обертанням кільця.

3.31. Тонке кільце $R = 20$ см несе рівномірно розподілений заряд $Q=40$нКл. Кільце обертається відносно осі яка збігається з одним із діаметрів кільця з частотою $n = 20$ c^{-1}. Визначити: 1) магнітний момент p_m, зумовлений обертанням зарядженого кільця; 2) відношення магнітного моменту до моменту імпульсу p_m/L, якщо кільце має масу $m = 10$ г.

3.32. Диск радіусом R = 8 см несе рівномірно розподілений по поверхні заряд (Q= 100 нКл/м^2). Визначити магнітний момент p_m, обумовлений обертанням диску, відносно осі , яка проходить через його центр і перпендикулярна площині диску. Кутова швидкість обертання диску $\omega = 60$ рад/с.

3.33. Стержень довжиною l = 20 см заряджений рівномірно розподіленим зарядом з лінійною густиною τ = 0,2 мкКл/м. Стержень обертається з частотою n =10$с^{-1}$ відносно осі, яка перпендикулярна стержню і яка проходить через його кінець. Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням стержня.

3.34. Протон рухається по колу радіусом R = 0.5 см з лінійною швидкістю V = 10 м/с. Визначити магнітний момент p_m, який створюється еквівалентним круговим струмом.

3.35. Тонке кільце радіусом R = 10 см несе рівномірно розподілений заряд Q = 30 нКл. Кільце обертається з кутовою швидкістю ω = 50 рад/с відносно осі, яка збігається з одним із діаметрів кільця. Знайти магнітний момент p_m, обумовлений обертанням кільця.

3.36. Заряд Q = 0,2 мкКл рівномірно розподілений по стержню довжиною в l = 50 см. Стержень обертається з кутовою швидкістю ω = 20 рад/с відносно осі , яка перпендикулярна стержню і проходить через його середину. Знайти магнітний момент p_m обумовлений обертанням стержня.

3.37. Електрон в атомі водня рухається навколо ядра (протона) по колу радіусом R = 53 пм. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного кругового струму.

3.38. Суцільний циліндр радіусом R = 4 см і висотою h = 15 см несе рівномірно розподілений по об'єму заряд Q = 1 мкКл/м^3. Циліндр обертається з частотою n = 10 с відносно осі, яка збігається з його геометричною віссю. Знайти магнітний момент p_m циліндра, обумовлений його обертанням.

3.39. По поверхні диска радіусом R = 15 см рівномірно розподілений заряд Q = 0,2 мкКл. Диск обертається з кутовою швидкістю ω = 30 рад/с відносно осі, яка перпендикулярна площині диску і проходить через його центр. Визначити магнітний момент p_m, обумовлений обертанням диску.

3.40. По тонкому стержню довжиною l = 40 см рівномірно розподілений заряд Q = 60 нКл. Стержень обертається з частотою n =12 $с^{-1}$ відносно осі, яка перпендикулярна стержню і яка проходить через стержень на відстані a = l/3 від одного із його кінців. Визначити магнітний момент p_m обумовлений обертанням стержня.

3.41. Однозарядний іон натрія пройшов прискорюючу різницю потенціалів U = 1 кВ і влетів перпендикулярно лініям магнітної індукції в однорідне поле (B = 0.5 Тл). Визначити відносну атомну масу A іона, якщо він описав коло радіусом R = 4.37 см.

3.42. Електрон пройшов прискорюючу різницю потенціалів U = 300 B і, влетівши в однорідне магнітне поле B = 47 Тл став рухатись по гвинтовій лінії з кроком h = 6 см. Визначити радіус R гвинтової лінії.

3.43. Альфа-частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів U=300B і, потрапивши в однорідне магнітне поле, стала рухатись по гвинтовій лінії радіусом R= 1 см і кроком h = 4 см. Визначити магнітну індукцію B поля.

3.44. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів U = 100 B і, влетівши в однорідне магнітне поле B = 0,1 Тл , стала рухатись по гвинтовій лінії з кроком h = 6,5 см і радіусом R = 1 см. Визначити відношення заряду частинки до її маси.

3.45. Електрон влетів в однорідне магнітне поле (B = 200 мТл) перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу еквівалентного кругового струму I, який створюється рухом електрона в магнітному полі.

3.46. Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 300$ В і влетів в однорідне магнітне поле $B = 20$ мТл під кутом $\alpha = 30°$ до лінії магнітної індукції. Визначити крок h і радіус R гвинтової лінії, по якій буде рухатись протон в магнітному полі.

3.47. α - частинка, проходячи прискорюючу різницю потенціалів U, стала рухатись в однорідному магнітному полі ($B = 50$ мТл) по гвинтовій лінії з кроком $h = 5$ см і радіусом $R = 1$ см. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку пройшла α -частинка.

3.48. Іон з кінетичною енергією $T = 1$ кеВ попав в однорідне магнітне поле ($= 21$ мТл) і став рухатись по колу. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму.

3.49. Два іона різних мас з однаковими зарядами влетіли в однорідне магнітне поле, стали рухатись по колу радіусом $R_1 = 3$ см і колу радіусом $R_2 = 1{,}73$ см. Визначити відношення мас іонів, якщо вони пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів.

3.50. Диск радіусом $R = 5$ см несе рівномірно розподілений по поверхні заряд $Q = 0{,}1$ мкКл. Диск рівномірно обертається відносно осі, яка проходить через його центр і перпендикулярно площині диска. Частота обертання $n = 50\ с^{-1}$. Визначити: 1) магнітний момент p_m колового струму, створеного диском; 2) відношення магнітного моменту до моменту імпульсу p_m/l, якщо маса диска $m = 100$ г.

3.51. По тонкому стержню довжиною $l = 40$ см рівномірно розподілений заряд $Q = 300$ нКл. Стержень обертають із сталою кутовою швидкістю ($\omega = 20$ рад/с) відносно осі, перпендикулярної стержню, яка проходить також через його середину. Визначити:

1) магнітний момент p_m , зумовлений обертанням зарядженого стержня; 2) відношення магнітного моменту до моменту імпульсу p_m/L , якщо стержень має масу m = 10 г.

3.52. Електрон в атомі водню рухається навколо ядра по орбіті деякого радіуса. Знайти відношення магнітного моменту струму по колу до моменту імпульсу орбітального руху електрона p_m/L. Заряд електрона і його масу вважати відомими. Вказати на рисунку напрямок векторів $\vec{L}$ і $\vec{p}_m$.

3.53. Електрон в спокійному атомі водню рухається навколо ядра по колу, радіусом $R = 0{,}53\cdot 10^{-8}$ см. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного струму і механічний момент M, діючий на струм по колу, якщо атом помістили в магнітне поле з індукцією B= 0,4 Тл, напрямленою паралельно площині орбіти електрона.

3.54. Частинка, яка несе один елементарний заряд влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією B = 0.2 Тл під кутом $\alpha = 30°$ до напрямку ліній індукції. Визначити силу Лоренца $\vec{F}_л$, якщо швидкість частинки V = 10,5 м/с.

3.55. Частинка, яка несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією B = 0,01 Тл. Визначити момент імпульсу P_m, який мала частинка під час руху в магнітному полі, якщо радіус траєкторії частинки дорівнює R = 0,5 мм.

3.56. Електрон рухається в однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу F, яка діє на електрон зі сторони поля, якщо індукція поля B = 0,2 Тл, а радіус кривизни траєкторії R = 0,2 см.

3.57. Заряджена частинка з кінетичною енергією T = 2 кеВ рухається в однорідному магнітному полі по колу радіусом 4 мм. Визначити силу Лоренца $F_л$ яка діє на частинку з боку поля.

3.58. Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі з напруженістю $H = 5\ 10^3$ А/м. Визначити частоту обертання n електрона.

3.59. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією B = 4 мТл по колу радіусом R = 0,8 см. Яка кінетична енергія T електрона?

3.60. Протон влетів в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 60°$ до напрямку ліній поля і рухається по спіралі, радіус якої R = 2,5 см. Індукція магнітного поля B = 0.05 Тл. Знайти кінетичну енергію T протона.

3.61. Протон і α-частинка, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. В скільки разів радіус R_1 кривизни траєкторії протона більше радіуса R_1 кривизни траєкторії α-частинки?

3.62. Два іони з однаковими зарядами, які пройшли одну й ту саму різницю потенціалів, влетіли в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям індукції. Один іон, маса якого m_1 = 12 а.о.м., описав дугу кола радіусом R_1 = 2 см. Визначити масу m_2 в а.о.м. другого іона, який описав дугу кола радіусом R_2 = 2.31 см.

3.63. Протон рухається по колу в однорідному магнітному полі (B =2 Тл). Визначити силу еквівалентного колового струму I, що створюється рухом протона.

3.64. Протон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією B = 10 мТл по гвинтовій лінії, радіус якої R = 5 см і крок h = 10 см. Визначити період T обертання електрона і його швидкість V.

V 3.65. В однорідному магнітному полі з індукцією B = 2 Тл рухається α-частинка. Траєкторія її руху представляє собою гвинтову лінію, радіусом R= 1 см і кроком h = 6 см. Визначити кінетичну енергію T протона.

3.66. Перпендикулярно магнітному полю (H =1 кА/м) збуджено електричне поле (E = 200 В/м). Перпендикулярно полям, рухається не відхиляючись від прямолінійної траєкторії, заряджена частинка. Визначити швидкість частинки.

3.67. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне (E = 400 В/м) і магнітне (B = 0,2 Тл) поля. Визначити прискорюючу різницю потенціалів U, якщо рухаючись перпендикулярно полям, частинка не відхиляється від прямолінійної траєкторії.

3.68. Дві котушки намотані на одне загальне осердя. Індуктивність першої котушки L_1 = 0,2 Гн, другої L_2 =0,8 Гн; опір другої котушки R_2 = 600 Ом. Який струм $I_д$ потече в другій котушці, якщо струм в I_1 =0,3 А, що тече в першій котушці, виключити протягом t = 0,001 с.

3.69. В магнітному полі, індукція якого дорівнює B=500 Тл, розмістили котушку, яка складається з 200 витків дроту. Опір котушки R=40 Ом, площа її поперечного перерізу S=12 см^2 . Котушку розмістили таким чином, що її вісь складає кут α =60° з напрямком магнітного поля. Яка кількість електрики протече по котушці при зникненні магнітного поля?

3.70. Круговий контур радіусом R =2 см помістили в однорідне магнітне поле, індукція якого B=0,2 Вб/м. Площина контура перпендикулярна напрямку магнітного поля, опір контура R =0,1 Ом. Яка кількість електрики протече через котушку, якщо її повернути на кут α =90^0?

3.71. Електрична лампочка, опір якої в гарячому стані R= 10 Ом, підключається через дросель до дванадцятивольтового акумулятора. Індуктивність дроселя L =2 Гн, опір R=1 Ом. Через який час після включення лампочка загориться, якщо вона починає помітно світитись при напрузі на ній U =6 В.

3.72. Є котушка довжиною l =20 см і діаметром d =2 см. Обмотка котушки складається з 200 витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якого S =1 мм^2. Котушку підключили в коло з деякою е.р.с. З допомогою перемикача е.р.с. вимикається, і котушка замикається накоротко. Через який час після вимикання е.р.с. сила струму в колі зменшиться вдвоє?

3.73 Є котушка, індуктивність якої $L = 0,2$ Гн і опір $R = 1,64$ Ом. Знайти, в скільки разів зменшиться сила струму в котушці через $t = 0,05$ с після того, як е.р.с. вимкнена і котушка замкнена накоротко.

3.74. Квадратний контур із стороною $a = 10$ см, в якому тече струм силою $I = 6$ А, знаходиться в магнітному полі з індукцією $B = 0,8$ Тл під кутом $\alpha = 50°$ до ліній індукції. Яку роботу А потрібно здійснити, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму на коло ?

3.75. Плоский контур з силою струму $I = 5$ А вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,4$ Тл. Площа контура $S=200$ см^2. Підтримуючи струм в контурі незмінним, його повернули відносно осі, яка лежить в площині контура, на кут $\alpha = 40°$.Визначити роботу А, яка при цьому здійснюється.

3.76. В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції розташований плоский контур площею $S = 100$ см^2 . Підтримуючи в контурі постійну силу струму $I = 50$ А, його перемістили з поля в область простору, де поле відсутнє. Визначити індукцію В магнітного поля, якщо при переміщенні контура була здійснена робота $A = 0,4$ Дж.

3.77. Виток в якому підтримується постійна сила струму $I = 60$ А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B = 2$ мТл). Діаметр витка $d = 10$ см. Яку роботу потрібно здійснити для того, щоб повернути виток відносно осі, яка збігається з діаметром, на кут $\alpha = \pi/3$?

3.78. Рамка площею $S = 100$ см^2 рівномірно обертається з частотою $n=5$ с$^{-1}$ відносно осі, яка лежить в площині рамки і перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,5$ Тл). Визначити середнє значення е.р.с. індукції за час, протягом якого магнітний потік, який пронизує рамку, зміниться від нуля до максимального значення.

3.79. Іон, попавши в магнітне поле ($B = 0,01$ Тл), став рухатись по колу. Визначити кінетичну енергію T (в еВ) іона, якщо магнітний момент p_m еквівалентного струму по колу дорівнює $1.6\cdot10^{-14}$ А$\cdot$м^2.

3.80. Протон влетів в схрещені під кутом $\alpha = 120°$ магнітне (B=50мТл) і електричне ($E = 200$ кВ/м) поля. Визначити прискорення a протона, якщо його швидкість ($V = 4\cdot10^5$ м/с/) перпендикулярна векторам $\vec{E}$ і $\vec{B}$.

3.81. Іон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U = 645$ В, влетів в схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ($B = 1,5$ мТл) і електричне ($E = 200$ В/м) поля. Визначити відношення заряда іона до його маси, якщо іон в цих полях рухається прямолінійно.

3.82. α -частинка влетіла в схрещені під прямим кутом магнітне (B=5мТл) і електричне ($E = 30$ кВ/м) поля. Визначити прискорення α-частинки, якщо її швидкість (V= 10 м/с) перпендикулярна векторам $\vec{B}$ і $\vec{E}$, причому сили, які діють з боку цих полів, протилежні за напрямками.

3.83. Ектрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів U=1.2кВ, попав в схрещені під прямим кутом однорідні магнітне і електричне поля. Визначити напруженість E електричного поля, якщо магнітна індукція B поля дорівнює 6 мТл.

3.84. Однорідні магнітне ($B = 2,5$ мТл) і електричне ($E = 10$ кВ/м) поля схрещені під прямим кутом. Електрон, швидкість якого дорівнює $4\cdot10^6$ м/с, влітає в ці поля так, шо сили, діючі на нього з боку магнітного і електричного полів, паралельні. Визначити прискорення a електрона.

3.85. Однозарядний іон літія масою m=7 а.о.м. пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 300$ В і влетів в схрещені під прямим кутом однорідні магнітне і електричне поля. Визначити магнітну індукцію B поля, якою траєкторія іона в схрещених полях прямолінійна. Напруженість H електричного поля дорівнює 2 кВ/м.

3.86. α -частиіка, яка має швидкість $V = 2$ Мм/с влітає під кутом

$\varphi=30°$ до магнітного (B = 1 мТл) і електричного (E = 1 кВ/м) полів, які однаково напрямлені. Визначити прискорення α-частинки.

3.87. Протон пройшов деяку прискорюючу різницю потенціалів U і влетів в схрещені під прямим кутом однорідні поля: магнітне (B = 5 мТл) і електричне (E = 20 кВ/м). Визначити різницю потенціалів U , якщо протон в схрещених полях рухається прямолінійно.

3.88. Магнітне (B = 2 мТл) і електричне (E =1,6 кВ/м) поля однаково напрямлені. Перпендикулярно векторам B і E влітає електрон з швидкістю V = 0,8 Мм/с. Визначити прискорення *a* електрона.

3,89. В схрещені під прямим кутом однорідні магнітне (B = 1 МА/м) і електричне (E = 50 кВ/м) поля влетів іон. При якій швидкості іона (по модулю і напрямку) він буде рухатись в схрещених полях прямолінійно?

3,90. Плоский контур площею S = 20 $см^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі (B = 0,03 Тл). Визначити магнітний потік Ф, який пронизує контур, якщо його площина складає кут α = 60° з напрямком ліній індукції.

3.91. Горизонтальний стержень довжиною 1 м обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через один з його кінців. Вісь обертання паралельна силовим лініям магнітного поля, індукція B якого дорівнює $5\cdot10^{-5}$ Тл. При якій частоті n різниця потенціалів U на кінцях цього стержня буде дорівнювати 1 мВ?

3.92. В однорідному магнітному полі, індукція якого B = 0,1 Тл, обертається котушка, яка складається із 200 витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна її осі і напрямленню магнітного поля. Період обертання котушки T=0,2 с, площа поперечного перерізу котушки S = 4$см^2$. Знайти максимальну е.р.с. індукції в котушці, що обертається.

3.93. Знайти індуктивність котушки *L*, яка має 400 витків на довжині *l*=20 см. Площа поперечного перерізу котушки S = 9 $см^2$. Знайти індуктивність цієї котушки в тому випадку, якщо всередину котушки ввели залізний сердечник. Магнітна проникність матеріалу сердечника в умовах роботи дорівнює 400.

3.94. Є соленоїд з залізним осердям довжиною l = 50см, площа поперечного перерізу якого дорівнює S = 10см^2 і число витків N =1000.Знайти індуктивність цього соленоїда, якщо по обмотці тече струм: 1). I_1 = 0,1 А; 2). I_2 = 0,2 А; 3).Із =2 А.

3.95. Дві котушки намотані на одне загальне осердя. Індуктивність першої котушки L_1 =0,2Гн, другої L_2 =0,8Гн; опір другої котушки R_2 =600 Ом. Який струм I_2 потече в другій котушці, якщо струм в 0,3 А, що тече в першій котушці, виключити протягом 0, 001с.

3.96. В магнітному полі, індукція якого 500 Гс, розмістили котушку, яка складається з 200 витків дроту. Опір котушки 40 Ом, площа її поперечного перерізу 12 см^2 . Котушку розмістили таким чином, що її вісь складає кут $\alpha = 60°$ з напрямком магнітного поля. Яка кількість електрики протече по котушці при зникненні магнітного поля?

3.97. Круговий контур радіусом 2см помістили в однорідне магнітне поле, індукція якого 0,2 Гс. Площа контура перпендикулярна напрямку магнітного поля, опір контура 10 Ом. Яка кількість електрики протече через котушку, якщо її повернути на кут $\alpha = 90°$.

3.98. Електрична лампочка, опір якої в гарячому стані дорівнює 10Ом, підключається через дросель до дванадцятивольтового акумулятора. Індуктивність дроселя 2 Гн, його опір 1 Ом. Через який час після включення лампочка загориться, якщо вона починає помітно світитись при напрузі 6 В?

3.99. Є котушка довжиною 20 см і діаметром 2 см. Обмотка котушки складається з 200 витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якого 1 мм^2. Котушку підключили в коло з деякою е.р.с. З допомогою перемикача е.р.с. вимикається, і котушка замикається накоротко. Через який час після вимикання е.р.с. сила струму в колі зменшиться вдвоє?

3.100. Є котушка, індуктивність якої 0,2 Гн і опір 1,64 Ом. Знайти в скільки разів зменшиться сила струму в котушці через 0,05 с після того, як е.р.с. вимкнена і котушка замкнена накоротко.

Основні фізичні сталі
(округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Швидкість світла в вакуумі	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Гравітаційна стала	γ	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/кг·с^2
Нормальне прискорення вільного падіння	g	9.81 м/с^2
Число Авогадро	N_a	$6.02 \cdot 10^{-23}$ моль$^{-1}$
Універсальна газова стала	R	8.31 Дж/К·моль
Стандартний об´єм газу	V_0	$22.4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Стала Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Фарадея	F	$0.965 \cdot 10^8$ Кл/кг·екв
Елементарний заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Питомий заряд електрона	e/m_e	$1.76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Маса електрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4

Стала закона зміщення Віна	b	$2.90\cdot10^{-3}$ мК
Стала Планка	h	$6.63\cdot10^{-34}$ Дж/с
Стала Рідберга	R	$1.10\cdot10^{-1}$ $м^{-1}$
Радіус Бора	a_0	$0.529\cdot10^{-10}$ м
Комптонівська довжина хвилі електрона	Λ	$2.43\cdot10^{-12}$ м
Енергія іонізації атому водня	E	$2.18\cdot10^{-18}$ Дж (13.6 еВ)
Магнетон Бора	$\mu_Б$	$0.927\cdot10^{-23}$ $А\cdot м^2$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1.66\cdot10^{-27}$ кг
Електрична стала	ε_0	$8.85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Діелектрична проникність

Речовина	ε	Речовина	ε
Вода	81	Олія трансформаторна	2,0
Парафін	2,0	Скло	7,0

Питомий опір металів

Метал		Метал	
Залізо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Мідь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Ніхром	$1{,}1 \cdot 10^{-8}$	Срібло	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$

Енергія іонізації

Речовина	E_i, Дж	E, еВ
Водень	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Літій	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Рухливість іонів в газах, $м^2/(Вс)$

Газ	Позитивні іони	Негативні іони
Азот	$1{,}27 \cdot 10^{-4}$	$1{,}81 \cdot 10^{-4}$
Водень	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$	$7{,}4 \cdot 10^{-4}$
Повітря	$1{,}4 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$

Відповіді до задач

Механіка

1.1. $V = 38$ м/с, $a = 42$ м/с^2,

1.2. $<V> = 7$ м/с; $<a> = 2$ м/с^2;

1.3. $<V_1> = 3$ м/с, $<a_1> = 3$ м/с^2;

$<V_3> = 10$ м/с, $<a_3> = 1$ м/с^2 ;

1.4. $t = 12$ с, $<a> = 0,64$ м/с^2;

1.5 $t = 0,68$ с. $a_1 = -4$ м/с^2;

$a_2 = 0,4$ м/с^2;

1.6 $V = 13,04$ м/с, $a = 4,02$ м/с^2;

1.7 $|\vec{a}| = \sqrt{a_t^{\,2} + a_n^2} = 27.44 м/с^2$

1.8 $a_n = 4.5$ м/с^2 $a_t = 0,06$ м/с^2;

1.9 $V = 4$ м/с, $a_t = 2$ м/с^2,

$a_n = 2$ м/с^2;

1.10 $R = 1,2$ м ;

1.11 $t = 86,4$ с ;

1.12 $t = 2$ хв ;

1.13 .у два рази ;

1.14. $V = 14,67$ м/с;

1.15. $V = 4,88$ км/г ;

1.16. $<V> = 64$ км/г ;

1.17. $<V>=16,4$ км/г ;

1.18. $V=109,5$ км/г ;

1.19. $V_1 = 1,1$ м/с, $V_2 = 0,5$ м/с;

1.20. $V=42$ км/г; 1.21. $H=57,1$м;

1.22. $\frac{\Delta S}{\Delta r} \frac{\Delta S}{\Delta r} = 2,88$;

1.23. $t = 2,2$ с; 1.24. $V_0 = 350$ м/с;

1.25 $a_n = 9.85$ м/с^2, $a_t = 5.3$ м/с^2;

1.26. $R = 305$ м ;

1.27. $h = 5,9$ м;

1.28. $h = 2.1$ м, $V = 7,6$ м/с;

1.29. $V_o = 4,4$ м/с;

1.30. $\alpha = 76°$;

1.31. $V = 1660$ км/г;

1.32. $E = -0.31$ рад/с^2, $N = 271$;

1.33. $t = 12,5$ с;

1.34. $t = 2$ с;

1.35. $\omega = 5$ рад/с, $R= 1$ м;

1.36. $n = 0,95$ об/с, $\omega = 6$ рад/с;

1.37. $a_t = -0,26$ м/с;

1.38. $E = 0,48$ рад/с^2;

1.39. $R = 6,1$ м;

1.40. $a_n/a_t = 0.58$;

1.41. $U = -200$ м/с;

1.42. $V = 3$ м/с;

1.43. $U = 1,39$ м/с;

1.44. $U_1=U_2 = 0,75$ м/с;

1.45. $U =.0,25$ м/с;

1.46. $S = 1,2$ м;

1.47. $S = 0,33$ м ;

1.48. $U_1 = -3.4$ м/с, $U_2 = 3,6$ м/с;

1.49. $U = 1,8$ м/с. $U_1 = 0,6$ м/с,

$U_2 = 2,6$ м/с;

1.50. $m_2/m_1 = 3$;

1.51. $\mu = 0,33$;

1.51. $\mu = 0{,}33$;

1.52. $\mu = 0{,}2$;

1.53. $\alpha \approx 15°$;

1.54. $\mu = 0{,}28$;

1.55. $\mu = 0{,}13$;

1.56. m = 0,5 кг;

1.57. $\mu = 0{,}2$;

1.58. $\alpha \approx 1°$;

1.59. V = 47 км/г;

1.60. 12,4 Н ;

1.61. 0,208 Дж;

1.62. 2.1 Дж;

1.63. 64 Дж;

1.64. 15 Н;

1.65. $\Delta x \approx 2.2$ см ;

1.66. 7.84 Дж;

1.67. 0,74 Дж;

1.68. $x_1 = 6$ см;

1.69. l= 10.8 см;

1.70. $l_0 = 6{,}3$ см;

1.71. 7,32 Н/м;

1.72. 277 км;

1.73. x = 54, R = $3{,}44 \cdot 10^8$

1.74. $V_1 =$ 7.9 км/г, V_2= 11.2 км/г;

1.75. 35800 км;

1.76. $M_3 = 5{,}69 \cdot 10^{24}$ кг

1.77. $\rho_n = 65\rho_3$;

1.78. $1{,}87 \cdot 10^9$ Дж;

1.79. 1594 км ;

1.80. $E_n/E_k = 2$;

1.81. a = 2,8 м/с^2 , T_1 = 14,0 Н,
T_2 = 12,6 Н;

1.82. $\mu = 0{,}12$;

1.83. Q - 6.3 Дж;

1.84. 8.84 м;

1.85. n = 8 об/с, A = 11,83 Дж;

1.86. 1,78 кг·м^2 ;

1.87. I = 0,01 кг.м^2,
M = $9.4 \cdot 10^{-2}$ Н-м;

1.88. 5,1 с;

1.89. 2 кДж;

1.90. V_1 = 2,65 м/с, V_2 = 2,56 м/с,
V_3 = 2,21 м/с;

1.91. 7.7 м/с ;

1.92. $\alpha \approx 82°$;

1.93. $\omega_1 = \omega_2$ = 14 рад/с,
V_1 = 1,05 м/с,
V_2= 2,1 м/с;

1.94. 1,4 кг;

1.95. 134 м/с;

1.96. 560 кг;

1.97. 0.37 рад/с;

1.98. $\varphi = 0{,}89\pi$;

1.99. n_2 = 2,1 об/с,

1.100. 2,86 рад/с.

Електрика

2.1. $E = 2,08 \cdot 10^8$ В/м,

$F = 208$ Н;

2.2. $F = 6,23$ мкН;

2.3. $Q > 0$ На відстані 25 см від першого заряду;

2.4. $\rho = 0,82\ 10^3$ кг/м^3;

2.5. $F = 2,76$ мН;

2.6. $Q = 7,66 \cdot 10^{-10}$ Кл;

2.7. $F = 195$ мкН;

2.8. $Q_z < 0$, $Q_z = 0,69$ нКл; між зарядами на відстані 24,9 см від Q_1;

2.9. $F_1 = 21,7$ мкН, $F_2 = 17$ нН;

2.10. $E = 16$ кВ/м;

2.11. $E = 6$ кВ/м;

2.12. $F = 0,337$ Н;

2.13. $E = 3,2$ кВ/м;

2.14. $F = 1.1$ мН;

2.15. $F = 11,4$ мН;

2.16. $E = 18 \cdot 10^6$ В/м;

2.17. $F = 45,2$ мН;

2.18. $F_1 = 226$ мН, $F_2 = 0,72$ мН;

2.19. $E = 0,18 \cdot 10^6$ В/м;

2.20. $F = 2,82$ Н;

2.21. $E = 5.4$ В/м;

2.22. $G = 7,4$ мкКл/м^2;

2.23. $F = 71,9$ Н;

2.24. $Q = 1,25$ нКл;

2.25. $W = 1.44$ мДж;

2.26. $I = 1,9$ кВ;

2.27. $I = 226$ В;

2.28. $\varphi = 25,2$ В;

2.29. $\varphi = 32$ кВ;

2.30. $I = 22,5$ В;

2.31. $I = 0.146$ В;

2.32. $\varphi = 12,7$ В;

2.33. $V_0 = 4,47$ м/с;

2.34. $V = 2,5 \cdot 10^6$ м/с;

2.35. $V_1/V_2 = 0.77$;

2.36. $a = 12.5$ см;

2.37. $I = 28,4$ мВ,

$G = 31.5$ пКл/м^2;

2.38. $T = 10$ меВ, $V = 0,025$ мм/с;

2.39. $V_1/V_2 = 2$;

2.40. $a = 9,4$ фм, $V = 16,8 \cdot 10^6$ м/с;

2.41. $W = 12$ мкДж, $\Phi = 12$ мН;

2.42. $\Delta C = 16,7$ пФ;

2.43. $Q_1 = Q_2 = 246$ мкКл,

$I_1 = 49,2$ В, $I_2 = 30,8$ В;

2.44. $Q = 11,1$ нКл,

$E_1 = E_2 = 40$ кВ/м;

2.45. $\Delta I_1 = 0,375$ В;

2.46. $W = 150$ мкДж;

2.47. $\Delta U_1 = 48$ В, $U_2 = 252$ В,

$E_1 = 24$ кВ/м, $E_2 = 84$ кВ/м;

2.48. W = 0,124 мДж,

$\omega = 0.31$ Дж/м^3

2.49. R=444,4 Ом, ε = 11,1 %;

2.50. 1) I_1 = 1,37 А, U_1 = 73,3 В,

R_1 = 53,53 Ом, 2) I_2 = 14,63 А;

U_2 = 6,87 В, R_2 = 0,47 Ом;

2.51. P = 60 Вт;

2.52. $N = 5.1 \cdot 10^{19}$ ел.;

2.53. P_{max} = 60 Вт;

2.54. $I_{к.з.}$ = 2,5 А;

2.55. R = 5,3 кОм;

2.56. R_i = 1.2 Ом;

2.57. dI/dt = 0.55 А/с;

2.58. Q = 8,6 Дж;

2.59. Q = 29,2 кДж;

2.60. R = 214 Ом;

2.61. Q = 0,127 Кл;

2.62. $\langle I \rangle$ = 11 А;

2.63. q = 19.4 Кл;

2.64. Q = 3,3 кДж;

2.65. I = 0,38 А, U = 0,12 В;

2.66. I_1 = 2,68 А, I_2 = 2,2 А,

U = 9.3 В;

2.67. I_1 = 0.73 А, I_2 = 4.73 А,

I_3 = 1,82 А, I_4 = 3,64 А;

2.68 I_1 = 0,81 А, I_2 = 0,37 А,

I = 0,44;

2.69. τ = 0,22 мс;

2.70. R = 100 Мом;

2.71. $j = 81{,}9 \cdot 10^{-16}$ А/м^2,

I_+/I_- =0.73

2.72. $\gamma = 5.28 \cdot 10^{-9}$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$;

2.73. $n = 1.5 \cdot 10^{14}$ 1/м^3;

2.74. $j = 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ А/м^2

Магнетизм

3.1. α = 62°.2;

3.2. α_1 = 74°31, α_1 = 48°55;

3.3. $H_а$ = 55,16 А/м;

$B = 6.93 \cdot 10^{-5}$ Тл; $H_б$ = 31,85 А/м;

$B_б = 4 \cdot 10^{-5}$ Тл;

3.4. 1.9 мТл;

3.5. 96,1 А/м;

3.6. 57,4 А/м;

3.7. $4{,}5 \cdot 10^{-4}$ Тл;

3.8. H = 478.5 А/м, $B = 6 \cdot 10^4$ Тл;

3.9. 1,5 Н;

3.10. 0,16 Н/м;

3.11. $4 \cdot 10^{-3}$ Н;

3.12. 39.8 А/м;

3.13. 50 А/м;

3.14. 77,3 А/м;

3.15. 12,7 А/м;

3.16. 35,8 А/м;

3.17. збільшити в 4 рази;

3.18. 0.2 м;

3.19. 8 Дж;

3.20. 124.1 А;

3.21. 62.5 А·м^2; $3{,}925 \cdot 10^{-2}$ Н·м;

3.22. $6{,}28 \cdot 10^{25}$ Н·м;

3.23. $1.0524 \cdot 10^{-3}$ Дж;

3.24. $\mu \cdot \mu \cdot P^2 / 2\pi r^2$;

3.25. $1.08 \cdot 10^{-3}$ Тл;

3.26. 15.85 с$^{-1}$;

3.27. 4.02 Н;

3.28. tg $\alpha = m \cdot g / I \cdot B \cdot a$

3.29. 0.2146 Дж;
3.30. $1{,}5\cdot10^{-5}$ А·м^2
3.31. $1.05\cdot10^{-9}$ А·м^2;
3.32. $0.78\text{-}10^{-10}$ А·м^2;
3.33. $2\cdot10^{-9}$ А·м^2
3.34. $1.26\cdot10^{-22}$ А·м^2
3.35. $1.7\cdot10^{-9}$ А·м^2
3.36. $2.45\cdot10^{-8}$ А·м^2
3.37. $5.82\text{-}10^{-23}$ А·м^2;
3.38. $1.6\cdot10^{-13}$ А·м^2
3.39. $2.5\cdot10^{-8}$ А·м^2;
3.40. $4.8\cdot10^{-8}$ А·м^2;
3.54 $1.68\cdot10^{-19}$ А
3.56. $2.25\cdot10^{-12}$ Н
3.57. $1.6\cdot10^{-13}$ Н
3.58. $1.75\cdot10^{8}$ об/с
3.60. $1.6\cdot10^{-17}$ Дж;
3.68. 0.2 А;
3.69. $1.5\cdot10^{-19}$ Кл;
3.70. $2.5\cdot10^{-4}$ Кл;
3.71. 0.126 с
3.72. $2.5\text{-}\cdot10^{-4}$;
3.73. 1.5 раз
3.74. 10^{-2}Дж;
3.75. $9.36\cdot10^{-3}$ Дж;
3.76. 0.8 Тл;
3.77. $8.2\cdot10^{-3}$ Дж;
3.78. 0.1 В;
3.91. При 6.4 об/с;
3.92. 250 мВ;
3.93. 0.9 мГн;
3.94. 9 Гн

ЛІТЕРАТУРА

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, т.1, - М.: Высш. школа, 1979.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1. – М.: Наука, 1978.
3. Зисман Г.А., Тодос О.М. Курс общей физики, т.1. – М.: Наука, 1974.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики, т.1. – М.: Наука, 1979.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике, т.1, - М.: Высш. школа, 1981.

Навчальне видання

Ющенко А.В., Гель П.В., Бунтар О.Г., Дучал В.Я.

Збірник задач з фізики

Частина 1

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор О.Д. Скалоцька

Підписано до друку 2.07.02р.
Формат 29,7×42 ¼ Гарнітура Times New Roman
Друк різографічний Ум. друк. арк. 4.52
Тираж 75 прим.
Зам.№ 2002-166

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі Вінницького державного технічного університету
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ, ГНК, 9-й поверх
Тел. (0432) 44-01-59