

389(075)

М 54

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький державний технічний університет

**Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук,  
В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк**

# **МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИМІРЮВАНЬ І КОНТРОЛЮ**

Навчальний посібник

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький державний технічний університет

Є.Т.Володарський, В.В.Кухарчук  
В.О.Поджаренко, Г.Б.Сердюк

## МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИМІРЮВАНЬ І КОНТРОЛЮ

Навчальний посібник

Допущено Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів рішенням Міністерства освіти і науки України № 2/12 від 09.01.2001 р.

Вінниця ВДТУ 2001

УДК 389.629  
В 68

**Рецензенти:**

*Л.А.Назаренко, докт. техн. наук., професор*  
*Р.Н.Квстний, докт. техн. наук., професор*

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 4 від «30» листопада 2000 р.)

**Володарський Є.Т., Кухарчук В.В., Поджаренко В.О., Сердюк Г.Б.**  
**В 68 Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю. Навчальний посібник. -Вінниця: ВДТУ, 2001. -219с.**

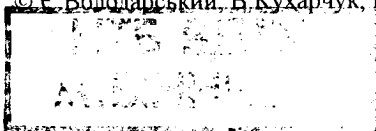
У навчальному посібнику наведено основні поняття метрології. Подано класифікацію експериментальних методів пізнання, фізичних величин, вимірювань, засобів вимірювальної техніки. Розглянуто основи теорії похибок та властивостей засобів вимірювальної техніки, стисло викладено методи перевірки засобів вимірювання, розглянуто сучасні підходи до оцінки вірогідності контролю та технічного діагностування.

Навчальний посібник відповідає вимогам державних стандартів України та програмі дисципліни «Метрологічне забезпечення вимірювань» і призначений для студентів спеціальності 7.0913, 7.0914, 7.0915 та аспірантів спеціальності 05.11.08, 05.11.13, 05.11.16.

405054

УДК 389.629

© Є. Володарський, В. Кухарчук, В. Поджаренко, Г. Сердюк, 2001



## ЗМІСТ

	<b>ВСТУП</b> .....	06
<b>Розділ I</b>	<b>ПРЕДМЕТ І ЗМІСТ МЕТРОЛОГІЇ</b> .....	09
1.1	Експериментальні методи пізнання.....	10
1.2	Предмет, методи, засоби й основні напрямки метрології.....	12
1.3	Метрологічне забезпечення вимірювань.....	14
1.3.1	Мета та основні задачі метрологічного забезпечення.....	14
1.3.2	Структура та функції метрологічної служби України.....	15
1.3.3	Міжнародні організації зі стандартизації.....	16
1.3.4	Міжнародна електротехнічна комісія.....	17
1.3.5	Міжнародна організація законодавчої метрології.....	18
	Контрольні питання.....	18
	Список додаткової літератури.....	18
<b>Розділ II</b>	<b>ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН</b> .....	19
2.1	Основне поняття метрології - фізична величина.....	19
2.2	Систематизація фізичних величин.....	20
2.3	Основне рівняння вимірювання.....	22
2.4	Класифікація вимірювань.....	23
2.5	Значущість вимірювань.....	26
2.6	Алгоритм виконання вимірювальної процедури.....	26
2.7	Основні компоненти вимірювального експерименту.....	28
2.7.1	Умови вимірювання.....	30
2.7.2	Засоби вимірювальної техніки.....	31
2.7.2.1	Вимірювальні пристрої.....	32
2.7.2.2	Засоби вимірювання.....	40
2.8	Методи вимірювань.....	40
	Контрольні питання.....	43
	Список додаткової літератури.....	44
<b>Розділ III</b>	<b>ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ</b> .....	45
3.1	Класифікація похибок вимірювання.....	47
3.2	Систематичні похибки і методи їх вилучення.....	49
3.2.1	Класифікація систематичних похибок.....	49
3.2.2	Способи вилучення систематичних похибок.....	50
3.3	Випадкові похибки.....	52
3.3.1	Композиція законів розподілу.....	56
3.4	Оцінка випадкових похибок прямих вимірювань.....	58
3.5	Оцінка випадкових похибок непрямих вимірювань.....	62
3.5.1	Оцінка випадкових похибок опосередкованих вимірювань.....	62
3.5.2	Оцінка випадкових похибок сукупних та сумісних вимірювань.....	65
3.6	Правила округлення та форми представлення результатів вимірювань.....	70

	Контрольні питання.....	72
	Список додаткової літератури.....	73
<b>Розділ IV</b>	<b>ВЛАСТИВОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ</b> .....	74
4.1	Статичні метрологічні характеристики.....	76
4.2	Похибки засобів вимірювань.....	78
4.3	Динамічні метрологічні характеристики.....	82
4.3.1	Диференціальне рівняння.....	84
4.3.2	Перехідна характеристика.....	87
4.3.3	Аналіз перехідної характеристики першого порядку.....	88
4.3.4	Аналіз перехідної характеристики другого порядку.....	89
4.3.5	Імпульсна характеристика.....	91
4.3.6	Амплітудно- і фазочастотні характеристики.....	92
	Контрольні питання.....	94
	Список додаткової літератури.....	95
<b>Розділ V</b>	<b>МЕТРОЛОГІЧНА АТЕСТАЦІЯ І ПОВІРКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ</b> .....	96
5.1	Загальні положення метрологічної атестації.....	96
5.2	Повірка засобів вимірювальної техніки.....	98
5.3	Державна система забезпечення єдності вимірювань.....	101
5.4	Приклад метрологічної атестації вимірювального каналу зусилля.....	103
5.4.1	Дослідження теоретичної статичної характеристики.....	104
5.4.2	Експериментальне визначення метрологічних характеристик.....	106
	Контрольні питання.....	109
	Список додаткової літератури.....	110
<b>Розділ VI</b>	<b>ОСНОВИ КОНТРОЛЮ</b> .....	111
6.1	Показники вірогідності контролю.....	112
6.2	Випадкова похибка вимірювання і вірогідність контролю.....	115
6.2.1	Адитивна похибка.....	115
6.2.2	Мультиплікативна похибка.....	120
6.3	Вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю.....	122
	Контрольні питання.....	123
	Список додаткової літератури.....	123
<b>Розділ VII</b>	<b>ПІДВИЩЕННЯ ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ</b> .....	125
7.1	Аналіз впливу систематичної похибки вимірювання на вірогідність контролю.....	126
7.2	Ознаки та класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю.....	130
7.3	Методи адекватного зміщення вставок з виділенням похибки.....	133
7.3.1	Адитивна корекція вставок.....	135
7.3.2	Мультиплікативна корекція вставок.....	137
7.3.3	Ефективність адекватного зміщення вставок з виділенням	

	похибки.....	139
7.4	Адекватне зміщення вставок без виділення похибок вимірювання.....	141
7.4.1	Метод ненормованого впливу.....	142
7.4.2	Метод граничних значень.....	144
7.5	Аналіз методів підвищення вірогідності контролю з деформацією характеристики.....	145
7.6	Методи зі зміною параметрів моделі контрольованої величини.....	149
7.6.1	Метод середнього по множині об'єктів.....	150
7.6.2	Ітераційно-логометричне перетворення.....	152
	Контрольні питання.....	165
	Список додаткової літератури.....	166
<b>Розділ VIII</b>	<b>ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА.....</b>	<b>167</b>
8.1	Основи технічної діагностики.....	167
8.1.1	Основні поняття теорії та задачі технічної діагностики.....	167
8.1.2	Діагностичне забезпечення технічних виробів.....	173
8.1.3	Діагностичні моделі технічних виробів.....	178
8.2	Види та методи технічного діагностування.....	193
8.2.1	Види технічного діагностування та їх особливості.....	193
8.2.2	Методи технічного діагностування.....	195
8.2.3	Фізичні методи діагностування.....	201
8.3	Апаратне забезпечення методів технічного діагностування.....	204
8.3.1	Нова методологія побудови комплексів технічного діагностування виробів електронної техніки «АККОРД».....	204
8.3.2	Метод різницевої частоти як метод отримання первинної діагностичної інформації в комплексах «АККОРД» та його сучасний стан.....	207
8.3.3	Метрологічне забезпечення комп'ютерно-діагностичних комплексів «АККОРД».....	209
	Список додаткової літератури.....	210
<b>Додаток А</b>	<b>Основні міжнародні стандарти з метрології. Державні стандарти України та міждержавні стандарти.....</b>	<b>212</b>
<b>Додаток Б</b>	<b>Основні одиниці системи SI.....</b>	<b>214</b>
<b>Додаток В</b>	<b>Похідні одиниці електричних і магнітних величин.....</b>	<b>215</b>
<b>Додаток Г</b>	<b>Множники та префікси кратних і частинних величин.....</b>	<b>216</b>
<b>Додаток Д</b>	<b>Форма свідоцтва про метрологічну атестацію.....</b>	<b>217</b>
<b>Додаток Е</b>	<b>Вплив складових похибки вимірювань на вірогідність контролю.....</b>	<b>218</b>
<b>Додаток Ж</b>	<b>Діагностичні можливості МРЧ стосовно дискретних напівпровідників.....</b>	<b>219</b>

*Пам'яті Петра Павловича Орнатського і  
Віктора Тихоновича Малікова присвячується*

## ВСТУП

Різноманітні сучасні технології, медицина і екологія вимагають значного збільшення експериментальної інформації про стан матеріальних об'єктів, яку одержують за допомогою спеціальних технічних засобів і методів.

Експеримент, який вперше поставлений ще Галілео Галілеєм, сьогодні базується на експериментальних методах пізнання і охоплює велику область теорії методів та засобів створення первинної експериментальної інформації. Дану галузь знань називають *експериментальною інформатикою*. Вона чітко не окреслена, хоча і без неї традиційна інформатика не може існувати.

Суттєвим для процедур експериментальної інформатики є те, що вони дають можливість в результаті проведення експерименту отримувати інформацію про матеріальні об'єкти.

Вимірювання і контроль є базовими процедурами експериментальної інформатики, які дають, відповідно, кількісну, у вигляді числа, або якісну, у вигляді висновку, інформацію про стан об'єкта. В основі кожної процедури лежить експеримент, який стає більш складним з ускладненням процедури експериментальної інформатики - випробування, діагностування, дослідження, моніторинг.

Окремі процедури експериментальної інформатики зі зростанням складності включають в себе процедури цього класу а також математичну та (або) логічну обробку результатів цих процедур. Так, наприклад, вимірювальний контроль включає в себе вимірювання, контрольні випробування включають контроль та вимірювання і т.д. Тому досить важливим є визначення зв'язків між показниками якості складових процедур, що неможливо здійснити без відповідного метрологічного забезпечення.

Як вже було відзначено, вимірювання і контроль є базовими процедурами експериментальної інформатики. Вірність і коректність використання засобів і методів експериментальної інформатики базується на знанні специфіки вимірювань і контролю, їх метрологічних характеристик. Надійність визначення метрологічних характеристик засобів експериментальної інформатики є запорукою вірогідності отриманих в ході експериментальних досліджень результатів.

Засоби експериментальної інформатики представляють собою технічні засоби, які мають нормовані метрологічні характеристики. Серед засобів створен-

ня інформації основними є засоби вимірювань і контролю, значимість яких визначається: по-перше, найбільш високим рівнем точності вимірюваної і вірогідності контрольованої інформації; по-друге, тенденцією не тільки до автоматизації, але й до їх інтелектуалізації; по-третє, їх широким використанням в усіх інших інформаційних процедурах.

Тому в експериментальній інформатиці поступово формуються загальні поняття, швидко розвиваються і поняття в галузі вимірювань і контролю.

Прискорений темп розвитку науки про вимірювання та вимірювальну техніку в останні десятиріччя зумовив появу нових термінів та понять, а також нових підходів до принципів побудови засобів вимірювання та контролю.

В Україні прийнято Закон про мову, згідно з яким необхідне прискорене відновлення української мови також і в галузі науки та техніки. Держстандартом України створюються нові українські термінологічні стандарти для всіх галузей. Розроблено також і єдиний серед них стандарт на терміни та поняття науки а саме, стандарт «Метрологія. Терміни та визначення» - ДСТУ 2681-94, стандарт «Метрологічне забезпечення» - ДСТУ 2682-94, стандарт «Метрологічне забезпечення засобів вимірювальної техніки» - ДСТУ 3215-95 та ін.

Викладене нижче дозволяє зрозуміти подальший розвиток метрології - науки про вимірювання - та сприяє оволодінню сучасними засобами вимірювальної техніки і вимірювального контролю.

Розділи I, II, V написані д.т.н., професором В.О.Поджаренком, в них розглядаються загальні питання теорії вимірювань фізичних величин, експериментальні методи пізнання, організація метрологічного забезпечення, основні компоненти вимірювального експерименту: фізичні величини, види вимірювань, умови вимірювань, вимірювальні пристрої і засоби вимірювань, методи вимірювань.

Розділи III-V написані д.т.н., професором В.В.Кухарчуком, в них дається класифікація похибок вимірювань, методи вилучення систематичних похибок і методики оцінки випадкових похибок для прямих і непрямих вимірювань, статичні і динамічні метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки, загальні положення метрологічної атестації та приклад метрологічної атестації вимірювального каналу зусилля.

Розділи VI-VII написані д.т.н., професором Є.Т.Володарським, в них висвітлено основи контролю, вплив випадкових адитивних і мультиплікативних похибок засобів вимірювань на вірогідність контролю, наводяться методи структурно-алгоритмічного підвищення вірогідності контролю.

Розділ VIII подано за матеріалами д.т.н., професора Сердюка Г.Б., к.т.н., доцента Савчук О.В., в ньому даються основи технічної діагностики, види і методи технічного діагностування, апаратне і метрологічне забезпечення комп'ютерно-діагностичних комплексів.

Викладання матеріалу побудовано за принципом послідовного розгляду загальних методів вимірювань для окремих груп фізичних величин. Такий підхід дозволяє орієнтуватися в існуючих методах вимірювань, вибрати необхідний



метод і відповідні технічні засоби для вирішення конкретного завдання. Подаючи матеріал у стислій формі, автори ставили за мету дати основні положення дисципліни і виробити у студентів навички до самостійного вивчення, користуючись пропонованою літературою.

Вивчення розділів вищої математики, які відносяться до теорії ймовірності і математичної статистики, необхідно проводити до вивчення цієї дисципліни чи паралельно з нею, тому що на згаданих розділах базується розгляд питань, які відносяться до оброблення результатів експериментальних досліджень. Слід зазначити взаємне збагачення згаданих дисциплін, що проявляється у використанні нових досягнень у галузі фізики і теоретичної електротехніки, а досягнення метрології і виміральної техніки, насамперед стосовно точності вимірювань і вірогідності контролю, дозволяють виявляти нові явища і закономірності та уточнювати уже відомі.

## Розділ I ПРЕДМЕТ І ЗМІСТ МЕТРОЛОГІЇ

**Метрологією** (від грецьких *метрон* - міра і *логос* - учення) називають науку про вимірювання, методи й засоби забезпечення їх єдності та способи досягнення необхідної точності.

Метрологія відрізняється від інших природничих наук тим, що її фундаментальні положення приймаються за угодами, а не диктуються об'єктивними закономірностями. Це підкреслює наявність так званої законодавчої метрології - частини метрології, що містить положення, правила, вимоги та норми, які регламентуються і контролюються державою для забезпечення єдності вимірювань.

*Метрологія с теоретичною основою вимірювальної техніки*, одного з основних факторів технічного прогресу в усіх галузях діяльності людини. Розвиток метрології полягає, в першу чергу, в удосконаленні теоретичних основ вимірювань, узагальненні практичного досвіду в галузі вимірювань і формуванні подальшого розвитку вимірювальної техніки.

Вимірювальна техніка є одним із головних факторів технічного прогресу, і її рівень у значній мірі визначає загальний рівень розвитку науки і техніки. Особлива роль належить електровимірювальній техніці, яка дозволяє використовувати новітні досягнення електротехніки, електроніки, обчислювальної техніки і автоматики для вирішення складних науково-технічних завдань.

Методи вимірювання електричних величин застосовуються також для вимірювання неелектричних і магнітних величин. Засоби вимірювання електричних величин застосовуються не тільки для отримання вимірювальної інформації, але і для здійснення контролю за станом параметрів різноманітних матеріальних об'єктів.

Для керування процесом вимірювання, оброблення результатів та їх подальшого більш ефективного використання все частіше використовуються мікропроцесори, мікроконтролери, персональні комп'ютери.

Однією з найважливіших характеристик вимірювань є точність, яка характеризує міру відповідності наукового знання про досліджувані об'єкти теорії, сформульоване з використанням кількісних відношень, що отримані в процесі вимірювального експерименту. Тому точність на кожному етапі розвитку науки і техніки є кінцевою.

Єдність вимірювань - це стан вимірювань, за яким їх результати представляються в узаконених одиницях і похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю.

Прагнучи до пізнання світу та підвищення продуктивності праці, людина в процесі накопичення знання та досвіду розробляє методи пізнання - найбільш ефективні засоби одержання нових знань.

Вимірювальна інформація - одна із складових частин пізнання людиною матеріального світу за допомогою експериментальних методів пізнання. Експериментальна інформація безперервно вдосконалюється у процесі покращення вимірювального експерименту. При цьому відбуваються постійне уточнення

вимірювальної інформації, вивільнення її від супутніх похибок і наближення до абсолютної істини. В результаті аналізу отриманої вимірювальної інформації людина пізнає навколишнє середовище.

## 1.1 Експериментальні методи пізнання

До експериментальних методів пізнання відносять: сприйняття, порівняння, відтворення, спостереження, лічба, контроль, вимірювання, розпізнавання образів, діагностика, ідентифікація, випробування, експериментальні дослідження.

Подамо стислі визначення основних експериментальних методів пізнання. **Сприйняття** є відображення найпростіших характеристик довколишнього середовища органами почуттів людини або спеціальними технічними засобами (сенсорами, індикаторами) - сигналами, зручними для подальшого використання. **Порівняння** - відображення подібності чи відмінності об'єктів логічним висновком.

Загальновідомою є теза «Все пізнається в порівнянні». І, справді, методом установлюється насамперед те, що є спільного для ряду об'єктів та явищ і що надалі доцільно зробити предметом більш детального вивчення.

У порівнянні необхідно задовольнити дві головні вимоги:

- порівнювати лише ті об'єкти, які мають спільні однорідні властивості;
- порівнювати необхідно за найбільш суттєвими ознаками (властивостями).

Відомо, що більшість матеріальних об'єктів виявляють себе одночасно у двох відношеннях, а саме еквівалентності і порядку. Відповідно, і порівняння об'єктів здійснюється за еквівалентністю та за інтенсивністю, тобто за розміром.

**Відтворення** у метрології є створення матеріальних об'єктів, що характеризуються фізичною величиною наперед заданого значення за допомогою спеціального технічного засобу, який називають мірою.

Відтворення матеріальних об'єктів із заданими довжиною, площею, об'ємом з'явилося задовго до вимірювань. Давньогрецька математика й геометрія ґрунтувались, як відомо, на цілих числах і звичайних дробах, а також сумірних відрізках, площах та об'ємах. Сумірним відрізком був відрізок, кратний меншому відрізку - мірі. Операції «відмірювання», «відважування», тобто відтворення матеріальних об'єктів, що характеризуються фізичними величинами заданих розмірів, ще у глибокій давнині були найважливішими технологічними операціями у будівництві, торгівлі, землевпорядкуванні. У давній приказці «сім раз відмір та один раз відріж» йдеться про вимірювання, тобто відтворення фізичного об'єкта із заданим розміром конкретної властивості (величини).

**Спостереження** - відображення властивості, залежності, стану або ситуації словесним чи графічним описом.

Спостереження є таким методом пізнання, який здійснюється за допомогою як органів почуття людини, так і спеціальних технічних засобів. Спостереження - складова частина всіх експериментальних методів пізнання. Як метод

пізнання спостереження має задовольняти такі основні вимоги: планомірність, цілеспрямованість й систематичність.

**Лічба** - відображення кількісної властивості певної сукупності матеріальних якісно однорідних предметів числом.

Для здійснення лічби необхідно розрізнити кожен об'єкт із сукупності об'єктів. Лічба ґрунтується на понятті одиниці. У Уст. до Р.Х. Евдокс писав: «Одиниця - це те, згідно з чим кожна окрема річ зветься однією. Число - це множина, складена з одиниць».

**Вимірювання** - відображення вимірюваних величин їхніми значеннями шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів.

Вимірювання є комплексною інформаційною процедурою, що ґрунтується на використанні щонайменше двох методів пізнання: відтворення і порівняння.

Для того, щоб точно керувати, необхідно виміряти якомога точніше всі параметри, за якими здійснюється керування об'єктом.

**Контроль** - відображення відповідності між станом об'єкта і нормою відповідним висновком.

Підлягає контролю головним чином стан предметів виробництва та доволишнього середовища. В техніці переважає контроль фізичних величин та параметрів процесів. Контроль параметрів - відображення співвідношення між контрольованим параметром та нормою.

**Ідентифікація** - відображення залежності між величинами, що характеризують матеріальний об'єкт, математичною або логічною моделлю.

Ідентифікацію розпочинають із визначення типу моделі об'єкта, що відображає залежність між його параметрами, після чого визначають основні параметри моделі, ступінь, точність і вірогідність оцінки.

**Діагностика** - відображення загального стану об'єкта та причин цього стану діагнозом із зазначенням особливостей стану і локалізацією відхилень від норм.

**Розпізнавання об'єктів** - відображення даного об'єкта за сукупністю його властивостей одним із класів множини цих об'єктів.

Розпізнавання об'єктів проводиться шляхом сприйняття їхніх характеристик, порівняння й аналізу на основі попередньої класифікації даної множини об'єктів.

**Випробування** - відображення стану досліджуваного об'єкта під час дії на нього сукупності регламентованих факторів сертифікатом.

**Експериментальні дослідження** - відображення складного матеріального об'єкта або ситуації, що характеризується сукупністю взаємопов'язаних величин, системою відповідних моделей.

Автоматизація досліджень і випробувань є основою одного з найважливіших напрямків підвищення продуктивності праці.

Експериментальні методи пізнання реалізуються сьогодні в автоматичних засобах створення первинної експериментальної інформації і є одночасно основою інформаційних процедур, теорія яких утворює єдину основу експериментальної інформатики.

Важливе місце серед експериментальних методів пізнання займають вимірювання, за допомогою яких отримують необхідну кількісну та якісну інформацію. Наявність вимірювальної інформації про об'єкт дослідження дає можливість більш ефективно використовувати усі інші експериментальні методи пізнання - від спостереження до експериментального дослідження.

Аналізуючи можливості експериментальних методів пізнання, варто мати на увазі їхню обмеженість, яка зумовлена: кінцевим часовим інтервалом дослідження; межами досліджуваного об'єкта та можливостями конкретних технічних засобів. Обмеженість експериментальних методів пізнання не дозволяє безпосередньо формулювати з їхньою допомогою загальні положення й закони природи. Закони природи відкривають шляхом вивчення результатів, отриманих за допомогою експериментальних методів на основі теоретичних методів пізнання: абстрагування, узагальнення, аксіоматика, аналіз, синтез, класифікація, індукція й дедукція, формалізація, метод аналогій, прогнозування й моделювання.

## 1.2 Предмет, методи, засоби й основні напрямки метрології

**Предметом метрології** є отримання кількісної і якісної інформації про властивості об'єктів і процесів, встановлення й застосування наукових і організаційних основ, технічних засобів, правил і норм, необхідних для досягнення єдності і необхідної точності.

**Методи метрології** - це сукупність фізичних і математичних методів, що використовуються для отримання вимірювальної інформації. До них належать: методи вимірювання, відтворення величин заданого розміру, порівняння величин, вимірювальне перетворення, обробка результатів спостережень, планування вимірювального експерименту.

Методи метрології дозволяють перевірити істинність інформації метрологічними експериментами. Різноманітність каналів отримання вимірювальної інформації, сукупність методів її обробки сприяють підвищенню точності і достовірності, а отже, і поглибленню пізнання людиною матеріальних об'єктів.

**Засоби метрології** - різноманітні засоби вимірювань і контролю, які вдосконалюються й розвиваються на основі об'єктивних законів.

Збільшення числа структурних елементів, програмно-апаратна реалізація засобів вимірювання й контролю призводять до їхньої якісної зміни. Вони неперервно вдосконалюються - від найпростіших мір до приладів, установок, комп'ютерно-вимірювальних систем і метрологічних роботів.

Відбувається перехід кількості структурних елементів у нові якості. Усі засоби вимірювання й контролю регламентуються державними й міжнародними правилами, законодавчими актами, що мають за мету підтримання єдності вимірювань і підвищення їхньої достовірності.

Таким чином, засоби метрології включають:

- сукупність засобів вимірювання й контролю;

- систему державних еталонів одиниць фізичних величин;
- систему передачі розмірів одиниць фізичних величин від еталонів усім засобам вимірювання за допомогою зразкових засобів перевірки;
- систему обов'язкової державної і відомчої повірки, або метрологічної атестації засобів вимірювання;
- систему стандартних зразків складу і властивостей речовин, матеріалів.

**Напрямки метрології.** Розвиваючись швидкими темпами, метрологія поділяється на ряд самостійних розділів:

- теорія вимірювань;
- теорія похибок;
- інформаційна теорія вимірювань;
- теорія інформаційно-вимірювальних систем;
- статистичні вимірювання;
- вимірювання електричних величин;
- вимірювання магнітних величин;
- вимірювання неелектричних величин.

Факт існування в сучасній науці різноманітних напрямків вивчення вимірювань є відображенням процесу диференціації науки про вимірювання як важливого принципу її розвитку.

Тенденція диференціації привела до створення окремих напрямків вимірювань а також відповідних навчальних і наукових спеціальностей, що, у свою чергу, забезпечило їх прискорений розвиток. Однак поряд із тенденцією диференціації у зв'язку з розвитком наукових досліджень на межі різнорідних явищ, зі створенням складних систем із використанням фізичних явищ різного роду, ефективністю взаємного проникнення методів вимірювання і вимірювального перетворення з різних галузей науки і техніки посилюється тенденція інтеграції у розвитку метрології і вимірювальної техніки.

Напрямки розвитку метрології визначають її місце серед інших наук.

Усі розділи метрології розвиваються на основі об'єктивних законів, коли існуючі раніше засоби вимірювання відкидаються і замінюються новими, коли забезпечується єдність об'єкта дослідження і суб'єкта, їхній взаємозв'язок і взаємодія приводить до підвищення точності.

Метрологія веде до єднання різних наук. Вона тісно пов'язана з фундаментальними природничими науками, насамперед технічною фізикою. Виконуючи завдання метрологічного забезпечення, вона змикається й із суспільними науками, оскільки проблеми метрології мають багато спільного з типовими проблемами масового обслуговування.

### 1.3 Метрологічне забезпечення вимірювань

**Метрологічне забезпечення** - встановлення та застосування метрологічних норм і правил а також розроблення, виготовлення та застосування технічних засобів, необхідних для досягнення єдності і необхідної точності вимірювань.

Метрологічне забезпечення складається з наукової, законодавчої, технічної та організаційної основ.

Науковою основою метрологічного забезпечення є метрологія.

Законодавчою основою метрологічного забезпечення є Закони України, Декрети і постанови Кабінету Міністрів України, які спрямовані на забезпечення єдності вимірювань.

Нормативною основою метрологічного забезпечення є державні стандарти та інші документи державної системи забезпечення єдності вимірювань (ДСВ), відповідні нормативні документи Держстандарту України, методичні вказівки та рекомендації.

Перелік основних міжнародних документів із метрології, державних стандартів України та інших нормативних документів наведений у Додатку А.

Технічною основою метрологічного забезпечення є:

- система державних еталонів одиниць фізичних величин, яка забезпечує їх відтворення з найвищою точністю;

- система робочих еталонів і зразкових засобів вимірювань, за допомогою яких здійснюється передача розмірів одиниць фізичних величин робочим засобам вимірювань;

- система стандартних зразків складу та властивостей речовин і матеріалів, що забезпечує відтворення одиниць фізичних величин, які характеризують склад і властивості речовин і матеріалів;

- система робочих засобів вимірювальної техніки, які використовуються під час розроблення, виробництва, випробувань і експлуатації продукції, наукових досліджень та інших видів діяльності.

Організаційною основою метрологічного забезпечення є метрологічна служба України.

#### 1.3.1 Мета та основні задачі метрологічного забезпечення

Основною метою метрологічного забезпечення є покращення якості продукції, підвищення ефективності виробництва, використання матеріальних цінностей та енергетичних ресурсів а також наукових досліджень.

Основними завданнями метрологічного забезпечення є:

- встановлення одиниць фізичних величин;

- формування системи державних еталонів одиниць фізичних величин і забезпечення їхнього функціонування;

- розроблення методів і засобів передавання розмірів одиниць фізичних величин від еталонів зразковим і робочим засобам вимірювань;

- розроблення науково-методичних, правових та організаційних основ, які необхідні для досягнення єдності та необхідної точності вимірювань;
- розроблення та впровадження в метрологічну практику норм і правил законодавчої метрології;
- державний та відомчий метрологічний нагляд за розробленням, виробництвом, станом, застосуванням і ремонтом засобів вимірювань;
- проведення державних випробувань, повірки, калібрування та метрологічної атестації засобів вимірювань;
- сертифікація засобів вимірювань;
- розроблення та атестація методик виконання вимірювань;
- створення та атестація стандартних зразків складу і властивостей речовин і матеріалів;
- проведення метрологічної експертизи нормативної, проектної, конструкторської та технологічної документації.

### 1.3.2 Структура та функції метрологічної служби України

Національним органом із забезпечення єдності вимірювань в Україні згідно з прийнятим у квітні 1993 року Декретом Кабінету Міністрів України №40-93 «Про забезпечення єдності вимірювань» є Державний комітет України зі стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

**Метрологічна служба** - це мережа організацій, зокрема організація чи окремих підрозділів, на які покладена відповідальність за забезпечення єдності вимірювань у закріпленій сфері діяльності.

Метрологічна служба України складається з державної метрологічної служби і метрологічних служб міністерств, відомств, підприємств і організацій, координацію діяльності яких здійснює Держстандарт України.

До складу державної метрологічної служби, яку очолює Державний комітет України зі стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України), входять:

- відповідні підрозділи центрального апарату Держстандарту України;
- головна організація із забезпечення єдності вимірювань в Україні - Державне науково-виробниче об'єднання «Метрологія» (ДНВО «Метрологія»);
- головні організації з видів вимірювань і напрямів діяльності - ДНВО «Метрологія», Державний науково-дослідний інститут «Система», Український, Дніпропетровський, Івано-Франківський, Харківський та Білоцерківський центри стандартизації та метрології;
- державні служби єдиного часу й еталонних частот, стандартних зразків і матеріалів;
- територіальні органи державної метрологічної служби в Республіці Крим, областях, містах і районах.

Метрологічні служби міністерств, відомств, підприємств та організацій організовують і виконують роботи щодо забезпечення єдності вимірювань у за-



кріпленій сфері діяльності, основними з яких є організація та проведення робіт щодо державного та технічного вивіряння, метрологічної атестації, калібрування та ремонту засобів вимірювальної техніки; розробки методик виконання вимірювань, методик вивіряння та калібрування засобів вимірювальної техніки; здійснення метрологічного контролю і нагляду.

Функції державної метрологічної служби:

- удосконалення з урахуванням соціально-економічного розвитку України пріоритетних напрямів розвитку метрології;

- розроблення наукових, технічних, законодавчих та організаційних основ метрологічного забезпечення;

- організація виконання фундаментальних досліджень нових фізичних ефектів і уточнення значень фундаментальних фізичних констант із метою вдосконалення еталонної бази;

- встановлення одиниць фізичних величин, що допускаються до застосування;

- організація робіт, що пов'язані з розробленням, зберіганням і підтриманням на сучасному рівні еталонної бази України;

- встановлення єдиного порядку передавання розмірів одиниць фізичних величин від державних еталонів засобам вимірювань;

- встановлення єдиних вимог щодо метрологічних характеристик засобів вимірювань і характеристик похибок вимірювань;

- державний та відомчий метрологічний нагляд за розробленням, виробництвом, станом, застосуванням і ремонтом засобів вимірювань;

- стандартизація норм і правил метрологічного забезпечення;

- розроблення та затвердження державних стандартів і інших нормативних документів із забезпечення єдності вимірювань;

- організація державної повірки засобів вимірювань;

- ведення Державного реєстру засобів вимірювань, допущених до застосування в Україні;

- організація розроблення та атестації методик виконання вимірювань;

- ліцензування на право виготовлення та імпорту засобів вимірювань;

- розроблення концепції участі України в роботі міжнародних організацій з метрології а також реалізації міжнародних угод у галузі метрології і метрологічного забезпечення;

- виконання робіт, пов'язаних з взаємовизнанням результатів державних випробувань і затвердження типу, повірки, калібрування та метрологічної атестації засобів вимірювань.

### 1.3.3 Міжнародні організації зі стандартизації

Міжнародна організація зі стандартизації (ISO) почала офіційно діяти з 1947 р., коли затверджено її Статут. У Статуті ISO так сформульована мета її діяльності:

«Метою Організації є сприяння розвитку стандартизації на світовому рівні для полегшення міжнародного товарообміну і взаємодопомоги, а також для розширення співробітництва в галузі інтелектуальної, наукової, технічної і економічної діяльності».

Для досягнення цієї мети вона може:

- вживати заходи для полегшення координації й уніфікації національних стандартів і з цією метою видавати необхідні рекомендації;
- встановлювати міжнародні стандарти;
- по можливості сприяти й полегшувати розробку нових стандартів, що мають спільні правила й однаково застосовуються як на національному, так і на міжнародному рівні;
- організовувати обмін інформацією про роботу своїх комітетів;
- співробітничати з іншими організаціями, які прагнуть до співпраці в суміжних питаннях, що відносяться до стандартизації.

Міжнародна організація зі стандартизації є найбільш представницькою з усіх організацій, що працюють у даній галузі.

Членами ISO є національні організації зі стандартизації. Кожна держава може бути представлена в ISO тільки однією організацією.

### 1.3.4 Міжнародна електротехнічна комісія

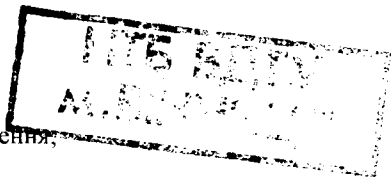
Найстарша організація з міжнародного співробітництва в галузі стандартизації МЕК (IES) формально затверджена в 1906 р. у Лондоні.

Міжнародна електротехнічна комісія є основним міжнародним органом у галузі стандартизації з електротехніки й радіоелектроніки. Одночасне існування двох міжнародних організацій зі стандартизації (ISO і IES) цілком оправдане. Якщо сфера діяльності ISO розповсюджується на всі галузі промислового й сільськогосподарського виробництва, то сфера діяльності IES обмежується тільки двома галузями. Але виробниці цих галузей застосовуються у практично для всієї економіки.

Статут МЕК бачить основну задачу комісії у сприянні координації національних стандартів у галузі електротехніки, радіоелектроніки і зв'язку. Крім стандартизації МЕК здійснює роботу з міжнародної сертифікації виробів електронної техніки.

З 1975 року рекомендації МЕК отримали статус міжнародних стандартів. Міжнародні стандарти розробляють технічні комітети, які можна поділити на десять груп:

- загальнотехнічні питання, термінологія, позначення, величини й одиниці;
- двигуни й електричні машини;
- лінії передачі і їх обладнання;
- кабелі й провідники;
- електрообладнання;
- побутові електроприлади й освітлення;



- засоби вимірювальної техніки, системи керування промисловими підприємствами;
- ізоляції;
- джерела живлення;
- радіозв'язок, радіобладнання й електронна апаратура.

### 1.3.5 Міжнародна організація законодавчої метрології

Дана організація діє з 1956 року. Її основним завданням є встановлення єдності вимірювань на міжнародному рівні для забезпечення збігання результатів вимірювання і досліджень, що проводяться різними державами, для досягнення однакових технічних характеристик виробів, властивостей речовин, матеріалів та іншої продукції, яка є предметом товарообміну між державами. Міжнародна організація законодавчої метрології (МОЗМ) розробляє рекомендації до оцінки похибок вимірювань, методів вимірювань, загальних питань теорії вимірювань, методів перевірки засобів вимірювань, термінології, позначень і т.ін. Крім того МОЗМ є науково-технічним центром з обміну інформацією про діяльність національних організацій метрологічного нагляду.

Практична діяльність по забезпеченню єдності вимірювань на міжнародному рівні здійснює Міжнародне бюро мір і ваги, яке має у своєму складі наукові лабораторії, що територіально розміщені на інтернаціональній території у м.Севр (Франція). Основною задачею цього бюро є зберігання й підтримання міжнародних еталонів одиниць фізичних величин і порівняння з ними національних еталонів.

#### **Контрольні питання**

1. Які методи пізнання відносять до експериментальних?
2. Що є предметом метрології? Назвіть методи й засоби метрології.
3. Які існують напрямки метрології?
4. Що відносять до метрологічного забезпечення?
5. Наведіть структуру і розкрийте функції метрологічної служби України.
6. Функції й основні задачі міжнародних організацій.

#### **Список додаткової літератури**

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. -К.:Выща шк., 1983 (гл. 1, с.6-23).
2. Орнатський П.П. Вступ до методології науки про вимірювання. -К.: ІСДО, 1994 (розділ 1, с.5-13).
3. Поджаренко В.О., Кухарчук В.В. Вимірювання і комп'ютерно-вимірювальна техніка. -К.: УМК ВО, 1991 (розділ 1, с.4-9).
4. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. -К.: Держстандарт України, 1994. -68с.
5. ДСТУ 2682-94. Метрологічне забезпечення. Основні положення. -К.: Держстандарт України, 1994. -15с.

## Розділ II ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

### 2.1 Основне поняття метрології - фізична величина

Вихідним поняттям метрології є поняття про фізичну величину (ФВ).

**Фізична величина (ФВ)** - це властивість, загальна в якісному відношенні у багатьох матеріальних об'єктів та індивідуальна в кількісному відношенні у кожного з них.

ФВ - властивість явища чи тіла, яка може бути розрізнена якісно і визначена кількісно. Формалізованим відображенням якісних відмінностей вимірюваних величин є їх *розмірність*, а кількісною характеристикою - їхній *розмір*. Отримання достовірної кількісної експериментальної інформації про розмір ФВ - це основний зміст вимірювання.

**Значення (фізичної) величини** - відображення фізичної величини у вигляді числового значення величини з позначенням її одиниці

$$A = \{A\}[A],$$

де  $\{A\}$  - числове значення ФВ, тобто число, що дорівнює відношенню розміру вимірюваної величини до розміру одиниці цієї ФВ, чи кратної одиниці;  $[A]$  - позначення номера одиниці.

*Наприклад:* значення електричної напруги  $U=220$  В, значення сили електричного струму  $I=10$  А.

Існують **системи ФВ**, тобто сукупності взаємопов'язаних ФВ, в якій декілька величин приймають за незалежні, а інші визначають як залежні від них. ФВ, що входить у систему величин і прийнята за незалежну від інших величин цієї системи, є **основною ФВ**, а ФВ, що входить у систему величин та визначається через основні величини цієї системи, є **похідною ФВ**.

**Розмірністю ФВ** є вираз, що відображає її зв'язок з основними величинами системи величин:

*основної ФВ* - умовний символ ФВ у даній системі величин;

*похідної ФВ* - добуток розмірностей основних величин, піднесених до відповідних степенів.

*Наприклад:* розмірність швидкості  $V$  у системі величин  $L$  (довжина),  $M$  (маса),  $T$  (час) -  $\dim V = LT^{-1}$ .

**Одиницею ФВ** є величина певного розміру, прийнята за угодою для кількісного відображення однорідних із нею величин:

*основна одиниця системи одиниць* (сукупності одиниць певної системи величин) - основної величини;

*похідна* - похідної ФВ у певній системі величин.

**Позасистемна одиниця ФВ** - одиниця величини, що не належить до даної системи одиниць.

*Наприклад:* **електронвольт (eV)** - позасистемна одиниця енергії щодо системи SI; **доба, година, хвилина** - позасистемні одиниці часу щодо системи SI.

У країнах світу загальноприйнята Міжнародна система одиниць ФВ (Systeme Internationale d'unités, SI), яка була прийнята XI Генеральною конфере-

нцією з мір та ваги (Conférence Generale des Poids et Mesures, CGPM, ГКМВ) у жовтні 1960 року і уточнювалася на XII-XX ГКМВ (Додаток Б).

Система складається з 7 основних і 2 додаткових одиниць, а також 113 похідних одиниць, в тому числі одиниць електричних і магнітних величин - 40. Основні одиниці системи SI: довжина - метр (м); маса - кілограм (кг); час - секунда (с); сила електричного струму - ампер (А); термодинамічна температура - кельвін (К); сила світла - кандела (кд); кількість речовини - моль (моль), а додаткові одиниці: плоский кут - радіан (рад); тілесний кут - стерердіан (ср).

Основна одиниця електрики і магнетизму – ампер, що дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках безмежної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розгашованого на відстані 1 м один від іншого у вакуумі, викликав би на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

18 похідних одиниць SI ГКМВ мають спеціальні назви і 16 одиниць, які мають назви за прізвищами учених, в тому числі: ват (Вт, W), вебер (Вб, Wb), вольт (В, V), генрі (Гн, H), герц (Гц, Hz), кулон (Кл, C), ом (Ом, Ω), сименс (См, S), тесла (Тл, T), фарад (Ф, F) (Додаток В).

На практиці широко застосовуються кратні та частинні одиниці ФВ. Кратна одиниця ФВ - це одиниця величини, яка в ціле число разів більша за одиницю, від якої вона утворюється; частинна одиниця - одиниця, яка в ціле число разів менша за одиницю, від якої вона утворюється. Множники, префікси та їх означення для кратних і частинних одиниць системи SI наведені у Додатку Г.

В Україні регламентується застосування одиниць величин системи SI. Міжнародні стандарти Міжнародної організації з стандартизації (ISO, МОС) ISO 31/0:1992 - ISO 31/13:1992 та ISO 1000:1992 встановлюють одиниці ФВ, які рекомендовані до застосування у країнах світу, в тому числі ISO 1000:1992 - основні одиниці SI, а ISO 31/5:1992 - похідні одиниці SI електричних та магнітних величин.

## 2.2 Систематизація фізичних величин

Розгляд фізичних величин в їх різних аспектах обмежимо лише тими ознаками, які викликають найбільший інтерес з точки зору отримання виміральної інформації (рис.1).

Основною ознакою систематизації є належність величин до однієї з трьох основних сторін явища - речової, енергетичної та інформаційної.

Вимірювання величин речової групи необхідне для вивчення фізичних і фізико-хімічних властивостей матеріалів, речовин і їх складу для управління технологічними процесами.

Вимірювання величин енергетичної групи необхідне для вивчення і управління процесами перетворення, передавання і використання енергії.

Величини **інформаційної** групи відображають динамічні та статичні характеристики процесів. Вимірювання даних величин необхідне для якісного і ефективного управління.

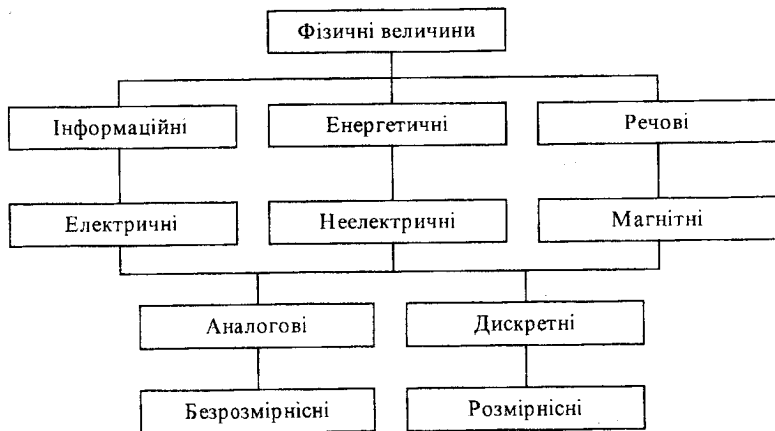


Рисунок 1 - Систематизація фізичних величин

За родом величини всі фізичні величини поділяють на **електричні, неелектричні, магнітні**.

Відзначимо, що число електричних і магнітних ФВ, що підлягають вимірюванню, нині стабілізувалось і не перевищує 100. У той самий час число неелектричних ФВ, які вимірюються і які необхідно вимірювати, з кожним роком зростає і на початок XXI ст. перевищило 4000. Це свідчить про випереджувальний розвиток аналітичного приладобудування, засобів технологічного контролю, засобів вимірювань і контролю навколишнього середовища, а також засобів контролю речовин, матеріалів і виробів.

За числом значень, які може набути вимірювана величина на скінченному проміжку часу чи простору, ФВ поділяються на **неперервні** (аналогові) й **дискретні**.

Аналоговою називають фізичну величину, яка на кінцевому часовому інтервалі в заданому діапазоні приймає нескінченну кількість значень.

Квантованою називають фізичну величину, що поділена на рівні за розміром частини кванти.

Найбільш пристосовані до квантування адитивні ФВ. Адитивні величини - це величини, які підсумовуються експериментально. Природно квантована фізична величина поділена на кванти від природи (електричний заряд, маса). Штучно квантована ФВ поділена штучно на кванти або інтервали, наприклад: довжина лінійки з нанесеними на ній відмітками; інтервал часу, поділений рівновіддаленими імпульсами.

Розрізняють неперервну за значенням і в часі ФВ, квантовану за значенням і неперервну в часі ФВ, неперервну за значенням і дискретизовану у часі ФВ, квантовану за значенням і дискретизовану у часі ФВ.

За наявністю розмірності розрізняють **розмірнісні (абсолютні) ФВ**, **безрозмірнісні (відносні) ФВ**.

**Розмірнісна величина**, в розмірності якої розмірність хоча однієї з основних величин піднесена до степеня, що не дорівнює нулю.

**Безрозмірнісна величина**, в розмірності якої всі степені розмірностей основних величин дорівнюють нулю.

### 2.3 Основне рівняння вимірювання

Відмінність ФВ, визначена різними властивостями явищ, відображає лише одну їх сторону - якісну. А поняття ФВ містить й іншу сторону - кількісну, що є індивідуальною для кожного об'єкта і оцінюваною числовим виразом величини. Останнє дає можливість порівнювати фізичні величини і виконувати над ними математичні операції.

Вимірювання фізичних величин є одним з найважливіших експериментальних методів пізнання, що ґрунтується на принципі відображення, в якому чітко розрізняються предмет відображення, в даному випадку ФВ певного розміру, і результат відображення, тобто значення ФВ. Вимірювання починають експериментально, а завершують аналітично їх значеннями, тому методологічно виправдана і відповідна форма рівняння вимірювання.

Основною операцією, що дозволяє отримати результат вимірювання, є операція порівняння вимірюваної величини  $X$ , та величини, прийнятої за зразок  $[x]$ . Відома аксіома Евдокса-Архімеда: «Якщо на прямій дані два відрізки  $A > B$ , то можна  $A$  повторити додатними стільки разів, щоб сума була більшою  $B$ »:  $A + A + \dots + A = A \cdot (N + 1) > B$ .

Якщо  $A \cdot N < B, B >> A$ , то з цієї аксіоми отримуємо рівняння, що оснований на припущенні рівності всіх відрізків  $A$ , які підсумовуються всередині відрізка  $B$ :

$$N = \frac{B}{A}$$

Прийнявши  $X = B$ , а  $A = [x]$ , отримаємо

$$N = \frac{X}{[x]}$$

Останнє співвідношення, подане у вигляді

$$X = N \cdot [x],$$

називають **основним рівнянням вимірювання**.

Таким чином, для реалізації вимірювання у самому тривіальному випадку необхідно виконати дві операції:

- операцію відтворення зразкової величини  $[x]$ ;
- операцію порівняння  $X$  і  $[x]$ .

Кількісна оцінка вимірюваної величини має відповідати двом вимогам:

- внаслідок вимірювання потрібно отримати не просто число, а число меноване, тобто в певних одиницях, загальноприйнятих для даної величини (наприклад,  $I=5 [A]$ );
- результат виміру має містити оцінку точності отриманого значення вимірюваної величини ( $I=5 [A] \pm \Delta$ ).

Характерною рисою вимірювання є також те, що цей процес обов'язково передбачає той чи інший, простий чи складний фізичний експеримент. Кількісну інформацію про величину не можна отримати тільки теоретичними розрахунками. Якщо значення величини отримують розрахунком, то використані в цих випадках розрахункові формули обов'язково повинні містити значення інших величин, що визначаються експериментально.

## 2.4 Класифікація вимірювань

Найбільш поширеними характеристиками матеріальних об'єктів та процесів є величини і залежності між ними. Якраз про них створюється інформація за допомогою засобів вимірювання. Вимірювання є дуже різноманітними і кількість їх різновидів зростає. Свідченням цього є динамічні вимірювання та сумісні вимірювання величин.

Для класифікації вимірювань необхідно встановити їх найбільш суттєві ознаки. До найбільш суттєвих ознак різних вимірювань відносять (рис.2):

- відсутність чи наявність в процедурі вимірювання перетворення роду вимірюваної величини та обчислення її значення за відомими залежностями;
- вид рівняння вимірювання;
- призначеність вимірювання для незмінних чи змінних в часі вимірюваних величин;
- особливості визначення похибок вимірювань;
- наявність чи відсутність розмірності у вимірюваної величини;
- співвідношення між кількістю вимірюваних величин та кількістю вимірювань.

За відсутністю чи наявністю в процедурі вимірювань перетворення роду вимірюваної ФВ та обчислення її значення за відомими залежностями вимірювання класифікують на прямі та непрямі.

**Приме вимірювання.** Вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпосередньо без перетворення її роду та використання відомих залежностей.

Для реалізації прямих вимірювань фізичної величини  $X$  необхідно мати компаратор а також багатозначну міру з відповідним діапазоном зміни значень, чи однозначну міру та масштабний вимірювальний перетворювач. При всіх інших однакових умовах прямим вимірюванням властиві мінімальні похибки.



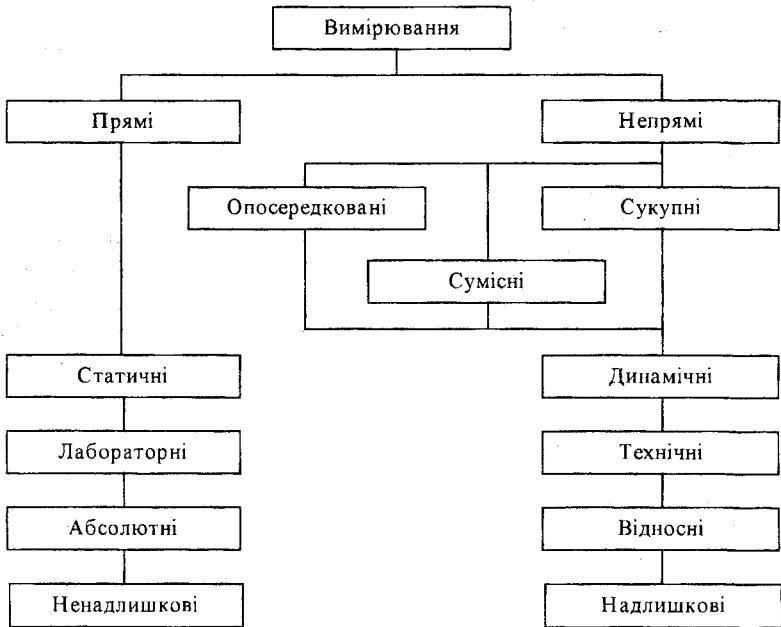


Рисунок 2 - Класифікація вимірювань

**Непряме вимірювання.** Вимірювання, у якому значення однієї чи декількох вимірюваних величин знаходять після перетворення роду величини чи обчислення за відомими залежностями їх від декількох величин аргументів, що вимірюються прямо.

Непрямі вимірювання поділяються на опосередковані, сумісні та сукупні.

**Опосередковане вимірювання.** Непряме вимірювання однієї величини з перетворенням її роду чи обчисленнями за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина, пов'язана явною функційною залежністю.

Характерним для опосередкованих вимірювань є функційне вимірювальне перетворення, яке здійснюється або шляхом фізичного вимірювального перетворення, або шляхом числового вимірювального перетворення. Наприклад, при опосередкованих вимірюваннях потужності постійного струму її визначають чи на основі прямих вимірювань струму та напруги за формулою  $P = U \cdot I$  чи на основі фізичного вимірювального перетворення добутку  $U \cdot I$  в іншу фізичну величину. При автоматичних опосередкованих вимірюваннях прями вимірювання вхідних величин аргументів та числові вимірювальні перетворення результатів їхніх вимірювань, із метою знаходження значення опосередковано вимірюваної величини здійснюються автоматично всередині засобу вимірювання.

**Сукупне вимірювання.** Непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, що

пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо чи опосередковано.

Метою сукупних вимірювань є знаходження шляхом числових вимірювальних перетворень значень декількох ФВ за неможливістю їхнього окремого прямого вимірювання. При цьому завдяки усередненню інколи досягається ще й зменшення випадкової похибки вимірювання.

Прикладом сукупних вимірювань може бути вимірювання опору кожного з двох резисторів  $R_1, R_2$ , з'єднаних послідовно та паралельно. В результаті прямого вимірювання омметром послідовно з'єднаних опорів маємо  $R_{\text{пос}} = R_1 + R_2$ , а сумарна провідність паралельно з'єднаних резисторів становить  $\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ . Із системи з двох рівнянь із двома невідомими обчислюємо шукані значення сукупно вимірюваних опорів  $R_1, R_2$ .

**Сумісне вимірювання.** Непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісні вимірювання є різновидом вимірювання залежностей.

За призначенням вимірювань для незмінних чи змінних у часі вимірюваних величин їх класифікують на статичні та динамічні вимірювання.

**Статичне вимірювання.** Вимірювання величини, яку можна вважати незмінною за час вимірювання (коли похибкою, що виникає від її зміни, можна знехтувати).

**Динамічне вимірювання.** Вимірювання величини, що змінюється за час вимірювання.

Вимірювання за ознакою особливостей визначення їх похибок класифікують на лабораторні та технічні.

**Лабораторні вимірювання.** Вимірювання, за яких похибки кожного результату вимірювання оцінюють за даними, що одержані при цьому вимірюванні.

Лабораторні вимірювання виконуються висококваліфікованими спеціалістами найчастіше універсальними взірцевими засобами вимірювання в наукових дослідках, в метрологічних дослідженнях еталонів одиниць та при розробці і атестації методик виконання технічних вимірювань.

**Технічні вимірювання.** Вимірювання, які виконуються в заданих умовах згідно з розробленою та рекомендованою раніше методикою, при цьому похибки вимірювання, які при її виконанні окремо не визначають, повинні бути нижче встановлених нею.

Технічні вимірювання - це вимірювання, які виконуються за атестованими методиками виконання вимірювань за допомогою серійних засобів вимірювань, що повинно забезпечувати заданий рівень похибок. Технічні вимірювання виконуються фахівцями, в обов'язки яких не входить аналіз похибок результатів вимірювання. Для забезпечення необхідного рівня точності технічних вимірювань при їхньому виконанні користуються атестованими методиками виконання вимірювань, які розробляють висококваліфіковані спеціалісти - метрологи.

Вимірювання ФВ за наявності або відсутності розмірності у вимірюваних величин поділяють на вимірювання розмірних величин (**абсолютні**) та вимірювання безрозмірних величин (**відносні**).

**Відносне вимірювання.** Вимірювання відношення величини до іншої однорідної величини.

Вимірювання ФВ за співвідношенням між кількістю вимірюваних величин та кількістю вимірювань поділяють на **ненадлишкові** одноразові та **надлишкові**, які виконуються або одноканально багаторазово, або багатоканально одноразово, зокрема, із метою зниження рівня випадкових похибок шляхом усереднення.

## 2.5 Значущість вимірювань

Розглянемо коротко головні аспекти значущості вимірювань.

Значущість вимірювань у **філософському** аспекті визначається передусім тим, що вимірювання є універсальним і разом із лічбою найбільш точним методом пізнання фізичних явищ і процесів. Тому метрологія як наука про вимірювання займає особливе місце серед інших наук, обслуговує кожну з них та тісно переплітається з ними.

Значущість вимірювань у **науці** визначається тим, що за допомогою вимірювань, передусім у фізичних науках, здійснюється зв'язок науки і практики. Саме тому фізики часто відносять метрологію до експериментальної фізики. Однак якщо вважати, що в основі як математики, так і метрології лежить аксіома Евдокса-Архімеда про несумірні відрізки і натуральний ряд чисел, а також врахувати відоме визначення математики як науки про числа і простір, то можна стверджувати, що метрологія, яка методологічно об'єднує неперервні фізичні величини, в тому числі і просторові, з числами, є фізико-математичною наукою.

Значущість вимірювання в **технічному** аспекті визначається тим, що вимірювання забезпечують створення кількісної вимірювальної інформації про об'єкт, без якої неможливе точне відтворення всіх заданих умов технологічного процесу, необхідних для одержання високої якості виробів.

## 2.6 Алгоритм виконання вимірювальної процедури

В умовах науково-технічної революції інформація є одним із національних ресурсів. Суттєву частину інформації складає вимірювальна. Закономірно говорити про індустрію вимірювань, на виконання і обробку яких витрачається чимало коштів. Однак часті випадки, коли великі масиви вимірювальної інформації залишаються необробленими, що призводить до малоефективного використання коштів.

З огляду на сказане особливої важливості набуває проблема правильного вибору оптимальної стратегії виконання вимірювань. При цьому можна виходити з різних критеріїв оптимальності, серед яких відзначимо:

- зменшення сумарних затрат на розв'язання завдання в цілому;
- зменшення часу виконання вимірювань й обробки результатів;
- досягнення максимальної точності і надійності кінцевих результатів.

З цього випливає, що у процесі вимірювання зустрічаються завдання різного характеру і складності. Проте підхід до їхнього вирішення має багато спільного і може бути зведений до певного алгоритму виконання вимірювань (рис. 3).

Для здійснення будь-якого вимірювання необхідно вирішити такі основні проблеми.

1. Постановка вимірювального завдання. Розв'язуючи цю проблему, перш за все визначають рід вимірюваної величини, діапазон, в якому вона може змінюватись. На цьому ж етапі обґрунтовується точність кінцевого результату. Правильність формулювання поставленого завдання визначає в кінцевому підсумку якість вимірювань і економічні витрати на їх виконання.

2. Вибір методу вимірювання. Здійснюється аналізом методичних похибок  $\Delta_{\text{м}}$  існуючих методів вимірювання. Якщо вибрано метод вимірювання, похибка якого  $\Delta_{\text{м}}$  буде меншою за деяку припустиму похибку  $\Delta_{\text{м.прип}}$ , то переходять до розв'язання наступної проблеми.

3. Синтез вимірювальної структури (кола). Один і той самий метод вимірювання може бути реалізований різними способами. Тому дуже важливо правильно вибрати вимірювальну схему і конкретно реалізувати її. В цьому випадку розглядають питання раціональної реалізації засобів вимірювання з точки зору забезпечення необхідних метрологічних характеристик (похибка засобів вимірювання  $\Delta_{\text{ЗВ}}$ ;  $\Delta_{\text{ЗВ приг}}$ ), габаритів, маси тощо.

Правильне розв'язання цих проблем дозволяє розпочати вимірювальний експеримент. Проте вимірювання на цьому не закінчуються. Для їх повного завершення необхідно розв'язати ще одне завдання.

4. Обробка результатів вимірювання. Для широкого класу експериментальних досліджень можна виділити такі етапи обробки результатів вимірювань.

**Перший етап.** Зчитування (зняття) інформації, перетворення її в цифровий код і запис в пам'ятовувальний пристрій мікропроцесора.

**Другий етап.** Статистична обробка результатів спостереження з оцінкою ступеня довіри.

**Третій етап.** Інтерпретація результатів, одержаних на другому етапі обробки. Вона містить, як правило, оцінку шуканих характеристик явища чи об'єкта, що вивчається.

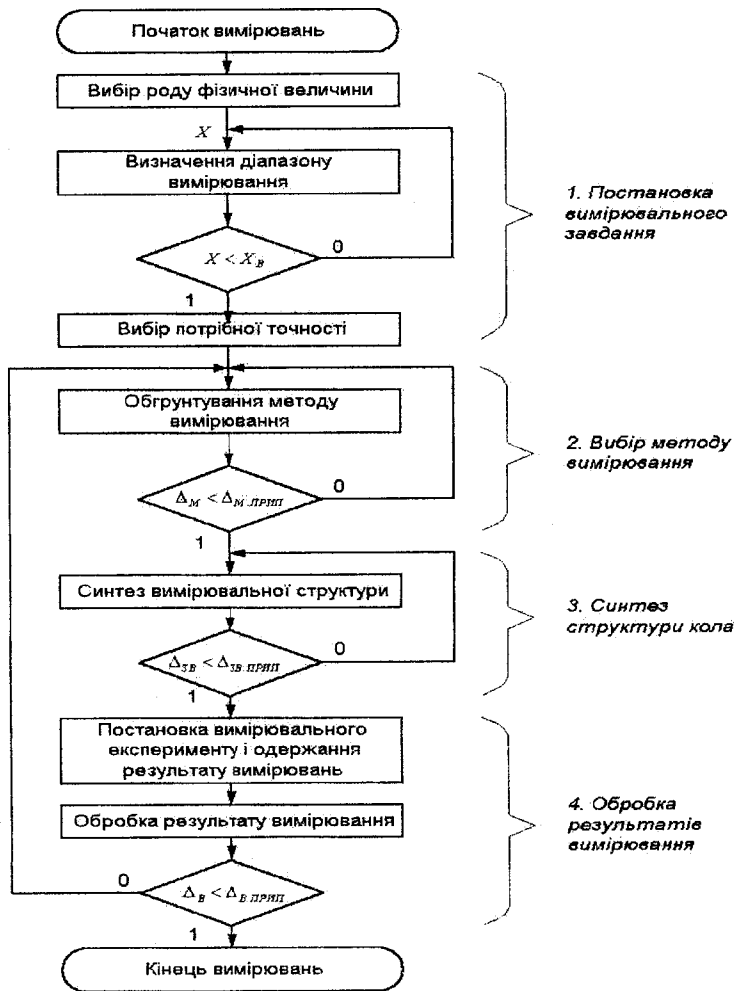


Рисунок 3 - Алгоритм виконання вимірювальної процедури

## 2.7 Основні компоненти вимірювального експерименту

Реальний вимірювальний експеримент - це складний процес, в якому взаємодіє ряд компонентів. В основу аналізу основних компонентів вимірювального експерименту покладено узагальнену схему, подану на рис.4.

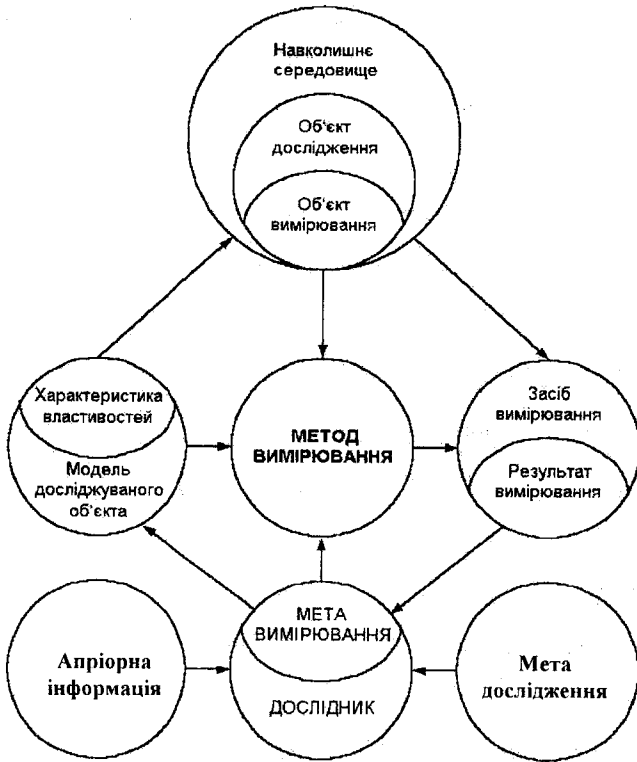


Рисунок 4 - Узагальнена схема вимірювального експерименту

Перш за все відзначимо, що вимірювальний експеримент завжди ставиться в рамках певного завдання. Ця обставина відображена наявністю апріорної інформації про об'єкт дослідження і впливні величини.

Введення в схему суб'єкта відбиває реальну практику виконання вимірювань і забезпечує їх цілеспрямованість. Зауважимо, що якість експерименту залежить також і від рівня професійної підготовки оператора і його психофізичних якостей.

Керуючись аналізом наявної апріорної інформації і враховуючи мету дослідження, вибирають параметр, який підлягає вимірюванню, і формують мету вимірювання.

Вибір параметра моделі відповідає виявленню в об'єкті вимірювання певної властивості об'єкта дослідження (постановка вимірювального завдання). Далі вибирають метод вимірювання (чи створюють новий) з урахуванням моделі об'єкта дослідження. Відповідно до мети вимірювання виконується апаратурна реалізація методу - вибір засобів вимірювання.

Результат вимірювання, що трактується як оцінка параметрів моделі об'єкта дослідження, загалом використовується для прийняття рішення і уточнення моделі а також мети дослідження і вимірювання.

Отже, можна стверджувати, що вимірвальний експеримент містить такі основні компоненти:

- суб'єкт вимірювання;
- об'єкт вимірювання;
- вимірювані фізичні величини;
- одиниці фізичних величин;
- умови вимірювання;
- методи вимірювання;
- засоби вимірювання;
- результат вимірювання.

Розглянемо детальніше найбільш суттєві компоненти вимірвального експерименту. В зв'язку з тим, що фізичні величини і їх одиниці розглянуті в попередніх підрозділах, то основну увагу зосередимо на умовах, засобах та методах виірювання.

### 2.7.1 Умови вимірювання

**Умови вимірювання** характеризуються сукупністю таких ФВ, які в даному випадку не підлягають вимірюванню, але можуть суттєво впливати на результат.

До умов вимірювання можна віднести, наприклад, температуру навколишнього середовища, вологість, напругу живлення, електричні і магнітні завади та інші величини, які є впливними.

**Впливна величина.** Фізична величина, що впливає на результат вимірювання, алене є вимірюваною величиною.

Засоби вимірювання можуть експлуатуватися в нормальних і робочих умовах.

**Нормальні умови** застосування засобів вимірвальної техніки, за яких впливні величини мають нормальні значення чи знаходяться в границях (межах) нормального інтервалу значень.

Нормальне значення [нормальний інтервал значень] впливної величини - це значення [інтервал значень] впливної величини, для якого (в межах якого) нормується основна похибка засобів вимірвальної техніки.

**Робочі умови** застосування засобів вимірвальної техніки, за яких значення впливних величин знаходяться в границях (межах) робочої зони.

Робоча зона значень впливної величини - це зона, що встановлюється для засобів вимірвальної техніки, в межах якої за необхідністю нормуються додаткові похибки цих засобів.

Функція впливних величин враховує приріст метрологічних характеристик елементів вимірвального експерименту, який вони одержали при зміні умов

експлуатації від нормальних до робочих, тобто умов, за яких ще можна виконувати вимірювальний експеримент.

## 2.7.2 Засоби вимірювальної техніки

**Засіб вимірювальної техніки.** Технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

До засобів вимірювальної техніки відносять **засоби вимірювань** і **вимірювальні пристрої** (рис.5).

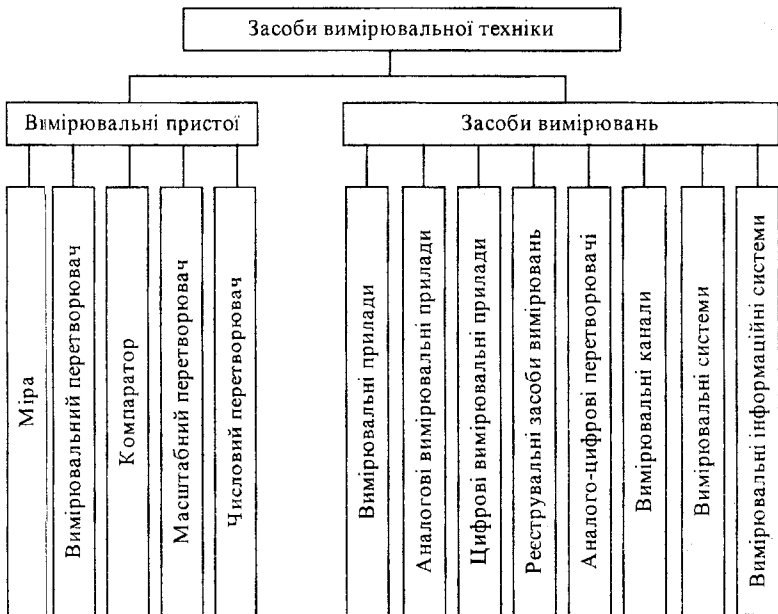


Рисунок 5 - Класифікація засобів вимірювальної техніки

**Засіб вимірювання.** Засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань.

До засобів вимірювань відносять:

- вимірювальні прилади;
- аналогові вимірювальні прилади;
- цифрові вимірювальні прилади;
- реєструвальні засоби вимірювань;
- аналого-цифрові перетворювачі;
- вимірювальні канали;
- вимірювальні системи;
- вимірювальні інформаційні системи.





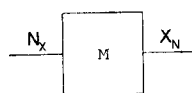

**Вимірювальний пристрій.** Засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань (вимірювальна операція). Виділяють такі вимірювальні пристрої:

- міра;
- вимірювальний перетворювач;
- масштабний перетворювач;
- компаратор;
- числовий вимірювальний перетворювач (обчислювальний компонент).

### 2.7.2.1 Вимірювальні пристрої

Диференціація вимірювань на окремі вимірювальні операції і детальний розгляд особливостей засобів вимірювальних операцій відкриває можливість аналізу і синтезу методів вимірювання в тісному зв'язку зі структурами засобів вимірювань (табл.1).

Таблиця 1 - Вимірювальні пристрої

Вимірювальні Операції	Вимірювальні пристрої	Умовні позначення	Рівняння перетворення
Вимірювальне перетворення	Вимірювальний перетворювач	$X$  $Y$	$Y = K_{ВП} \cdot X$
Порівняння	Пристрій порівняння (компаратор)	$X$  $X_k$ $\Delta X$	$\Delta X = \text{sign}(X_1 - X_2)$
Відтворення Фізичних величин	Міра	$N_x$  $X_N$	$X_N = N_x \cdot Q_x$
Масштабне Перетворення	Масштабний перетворювач	$X$  $X_1$	$X_1 = K_{МП} \cdot X$
Числове Вимірювальне перетворення	Числовий перетворювач		

#### Відтворення фізичних величин

Відтворення фізичної величини - вимірювальна операція, що полягає у створенні та (чи) зберіганні фізичної величини заданого значення.

Відтворення (рис.6) є найважливішою операцією вимірювання, тому що в основному визначає ступінь його досконалості, тобто точність. Засіб відтворення фізичної величини в метрології називають мірою.

**Міра** - вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) зберігання фізичної величини заданого розміру.

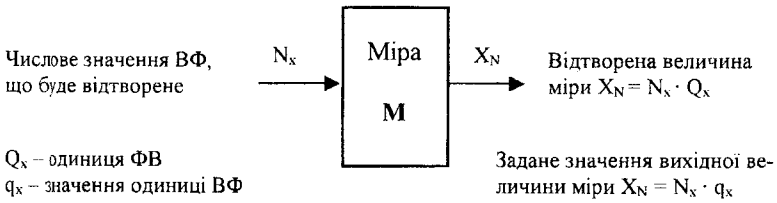


Рисунок 6 - Відтворення фізичної величини заданого значення мірою

За кількістю вихідних каналів міри поділяються на одно- та багатоканальні, а за регульованістю вихідної величини на: регульовані та нерегульовані (рис.7).

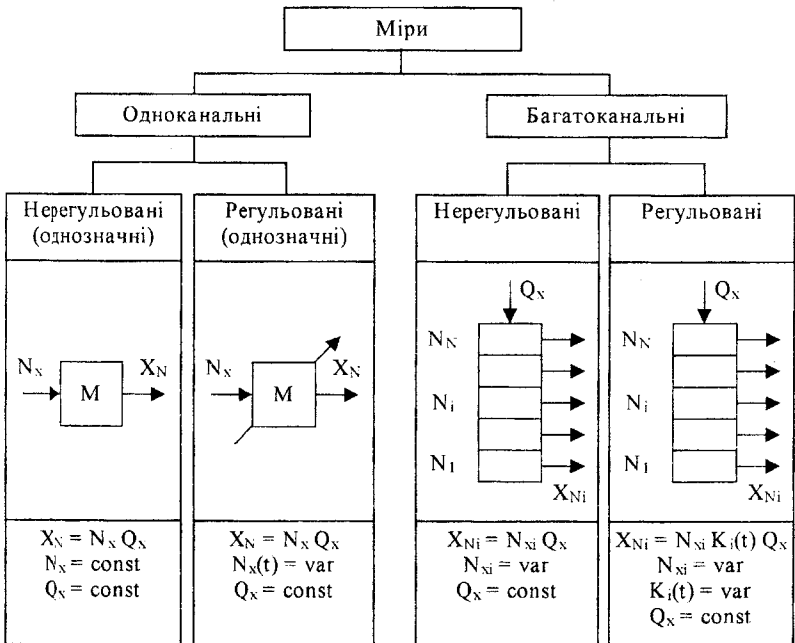


Рисунок 7 - Класифікація мір

Тому будемо розрізняти:

1) *Одноканальну нерегульовану однозначну міру*, що відтворює величину одного сталого заданого значення. Наприклад, елемент Вестона, конденсатор постійної ємності, котушка індуктивності та ін. Її рівняння перетворення

$$X_N = N_x \cdot Q_x = \text{const} \begin{cases} N_x = \text{const} \\ Q_x = \text{const} \end{cases}$$

де  $N_x$  - числове значення ФВ, що буде відтворена;  $X_N$  - вихідна величина міри;  $Q_x$  - одиниця фізичної величини.

2) *Одноканальну регульовану багатозначну міру*, що відтворює у даний момент часу величину одного значення. У цій мірі здійснюється часове розподілення вихідних величин міри, зміна якої може бути як детермінованою, так і випадковою з відомим розподілом. Її рівняння перетворення

$$X_N = N_x \cdot Q_x = \text{var} \begin{cases} N_x(t) = \text{var} \\ Q_x = \text{const} \end{cases}$$

Досить поширеним прикладом кодокерованих одноканальних регульованих мір є цифро-аналоговий перетворювач код-напряга (ЦАП).

3) *Багатоканальну нерегульовану багатозначну міру*, що відтворює одночасно декілька однорідних величин із заданими, сталими значеннями. Наприклад, подільник напруги з багатьма нерухомими відводами, який живиться від джерела постійного струму. В цій мірі здійснюється «просторове розподілення» вихідних величин, а її рівняння перетворення має вигляд

$$X_{N_i} = N_{xi} \cdot Q_x = \text{var} \begin{cases} N_{xi} = \text{var} \\ Q_x = \text{const} \end{cases}$$

4) *Багатоканальну кодокеровану регульовану багатозначну міру*, що відтворює одночасно декілька однорідних величин, розміри яких можуть змінюватися. В цій мірі здійснюється і «просторовий» і «часовий» розподіл. Її рівняння перетворення

$$X_{N_i}(t) = N_i \cdot K(t) \cdot Q_x \begin{cases} N_{xi} = \text{var} \\ K_i(t) = \text{var} \\ Q_x = \text{const} \end{cases}$$

Досконалість міри визначається сталістю розміру кожного ступеня міри і її багатозначністю, тобто номінальним числом значень відтворюваної вихідної величини. В реальних мірах нестабільність  $Q_x$  спричиняє похибки. З найвищою точністю відтворюються основні фізичні величини - довжина, маса, час, частота, напруга, струм.

**Міри довжини.** Еталон одиниці довжини заснований на такому визначенні метра: «метр - довжина, рівна 1650763.73 довжини хвиль у вакуумі випромінювання, відповідної оранжевій лінії спектра криптона-86». Середнє квадратичне відхилення при відтворенні метра не перевищує  $10^{-8}$  м.

Широке використання в промислових умовах знаходять штрихові міри довжини: рулетки, складні дерев'яні і металеві метри, нівелірні рейки. Окремим видом штрихових мір, що широко використовуються на практиці, є штангенциркулі. Найкращі штангенциркулі дозволяють проводити вимірювання з похибкою, що не перевищує 0.04-0.07 мм.

Більш точними мірами довжини, що використовуються на приладобудівних і машинобудівних підприємствах, є кінцеві міри довжини. Довжина в них визначається не відстанню між штрихами, а відстанню між двома паралельними площинами. За точністю виготов-

лення кінцеві міри ділять на п'ять класів: 0, 1, 2, 3, 4. Для уявлення про точність виготовлення кінцевих мір можна вказати, наприклад, що міра класу 0 з номінальним розміром 8 мм може мати похибку не більше 0.1 мкм. Така сама міра класу 4 може мати похибку не більше 2 мкм.

**Міри маси.** Одиниця маси - кілограм - реально визначається прототипом кілограма. Середнє квадратичне відхилення кілограма рівне  $7 \cdot 10^{-9}$  кг. Як робочі використовуються еталони, виготовлені із сталі, бронзи або латуні з хромуванням або золоченням їх поверхні, які представляють собою набори гир з номінальними значеннями від 1 мг до 20 кг. Використовуються також зразкові гирі, які за точністю діляться на три розряди.

**Міри часу.** Одиниця часу - секунда - визначається за допомогою цезієвого атомно-променевого еталона, оснований на тому, що при переході атома із стану з енергією  $E_1$  в стан з енергією  $E_2$  ( $E_2 < E_1$ ) випромінюється квант енергії у вигляді електромагнітної хвилі, частота якої рівна  $f = (E_1 - E_2)/h$ , де  $h$  - постійна Планка. У зв'язку з цим секунда визначена як інтервал часу, рівний 9 192 631 770 періодам випромінювання квантового переходу атома цезія-133. Середнє квадратичне значення похибки відтворення секунди менше  $10^{-13}$  с.

В засобах вимірювань як зразкова міра частоти і часу використовуються генератори з кварцевим стабілізатором частоти, які за умови термостатування кварцевого резонатора характеризуються нестабільністю частоти  $10^{-7}$  і менше.

**Міри електричної напруги.** Як міра ЕРС або електричної напруги постійного струму використовують так звані нормальні елементи.

Нормальний елемент - це гальванічний елемент з ЕРС біля 1.0186 В, яка залишається незмінною десятки років.

Для збереження елемента через нього не пропускають струм більше 1 мкА, а в момент вимірювання струм, що протікає через елемент, не повинен перевищувати тисячних долей мікроампера. Елемент потрібно оберігати від струсів, дії низьких (нижче  $+10^0$  С) і високих (вище  $+35^0$  С) температур.

### Вимірювальне перетворення фізичної величини

Одним із основних положень сучасної теорії вимірювальних пристроїв є положення про вимірювальне перетворення.

**Вимірювальне перетворення фізичної величини - вимірювальна операція, під час якої вхідна фізична величина перетворюється у вихідну, функційно з нею пов'язану.**

Головна задача вимірювальних перетворень полягає в одержанні вихідних ФВ та залежностей між ними, зручних для порівняння і відтворення. До вимірювального перетворення фізичних величин у загальному випадку належать:

- лінійне (масштабне) та нелінійне перетворення ФВ без зміни її роду;
- лінійне та нелінійне перетворення ФВ зі зміною її роду.

До вимірювального перетворення залежності між величинами належать: модуляція та демодуляція; масштабно числове перетворення сигналу; детектування; кореляційне перетворення; дискретизація; спектральне перетворення; осцилографічне перетворення; інтегрування; диференціювання і т.ін.

Завдяки вимірювальному перетворенню досягається узгодження роду, границь зміни і частотного діапазону сигналів. Вимірювальне перетворення багатьох величин є складним завданням, а вимірювальний перетворювач - часто основною за складністю ланкою всього засобу вимірювання.

**Вимірювальний перетворювач - вимірювальний пристрій, що реалізує вимірювальне перетворення.**

Вимірювальні перетворювачі (ВП) класифікують за такими ознаками (рис. 8):



Рисунок 8 - Класифікація вимірювальних перетворювачів

-за структурою: на ВП прямого перетворення (з розімкненою структурою) та ВП зрівноважувального перетворення (з замкненою структурою);

-за зміною роду вихідної величини: на ВП без зміни роду та ВП зі зміною роду вихідної величини, які необхідні у тих випадках, коли для вимірюваної вхідної величини немає міри або компаратора;

-за характером реалізованої залежності: на лінійні та нелінійні;

-за кількістю каналів: на одно- та багатоканальні;

-за видом вихідного сигналу: на параметричні та генераторні;

**Генераторними** називаються перетворювачі, вихідні сигнали яких мають енергетичні властивості (напруга, струм, магніторушійна сила тощо).

**Параметричними** є перетворювачі, в яких зміна вхідного сигналу приводить до зміни їх параметрів - опору, індуктивності, ємності тощо.

-зародом явищ, що використовуються: на термоелектричні, оптоелектричні, п'єзоелектричні, електромагнітні, магнітоелектричні та ін.

### Порівняння фізичних величин

Порівняння - вимірювальна операція, що полягає у відображенні співвідношення між розмірами двох однорідних фізичних величин відповідним висновком: більша, менша чи однакова за розміром.

Порівняння величин широко використовується в різноманітних процедурах: вимірюванні, контролі, розпізнаванні образів, керуванні та ін.

Всі ФВ в залежності від особливостей їхнього порівняння можна розподілити на чотири групи.

До першої групи належать активні величини, які можна відніматися і таким чином порівнювати прямо, безпосередньо, без перетворення роду. До них відносяться електричні, механічні, магнітні та інші активні величини.

До другої групи можна віднести інформативні параметри сигналів, які мають спрямовану дію, однак незручні для віднімання та зручні для комутації - світлові потоки, іонізаційні випромінювання, потоки рідин і газів.

До третьої групи слід віднести пасивні величини, які фізично неможливо відніматися - це властивості речовин, колір, запах і т.ін.

До четвертої групи слід віднести пасивні величини, які можна додавати та перетворювати в інші величини, зручні для комутації та поділу.

Активні величини першої групи найбільш зручні для порівняння, другої групи менш зручні, а третьої та четвертої групи - прямо чи безпосередньо порівнювати неможливо. Непридатні для прямого порівняння пасивні величини перетворюють за допомогою вимірювальних перетворювачів в інші величини, які порівнюються прямо. Тому порівняння, як і вимірювання, поділяють на два види - пряме та непряме. Пряме порівняння це порівняння ФВ без перетворення їх роду, а непряме порівняння - порівняння фізичних величин після перетворення їх роду за допомогою вимірювальних перетворювачів.

У більшості випадків для порівняння використовують придатність сигналів до віднімання. Тоді співвідношення між розмірами інформативних параметрів  $X_1$  і  $X_2$  визначають знаком їхньої різниці згідно з рівнянням

$$\Delta X = [0.5 + 0.5 \operatorname{sign}(X_1 - X_2)] = \begin{cases} 1, & \text{якщо } X_1 > X_2 \\ 0, & \text{якщо } X_1 < X_2 \end{cases}$$

**Компаратор (пристрій порівняння).** Вимірювальний пристрій, що реалізує порівняння однорідних фізичних величин.

Компаратори (рис. 9) класифікують за такими ознаками:

- за характером дії над сигналами при порівнянні: на компаратори з відніманням сигналів і компаратори з комутацією сигналів;
- за кількістю каналів: одно- і багатоканальні.

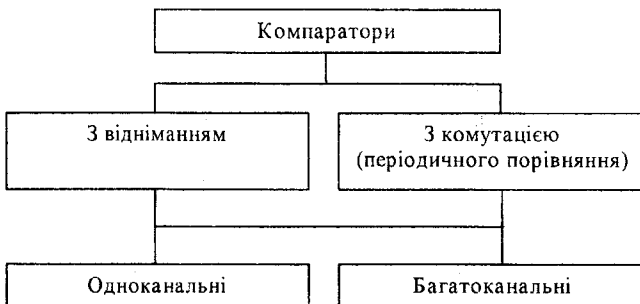
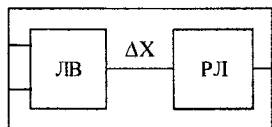
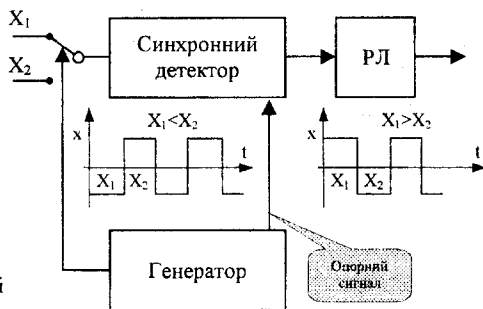


Рисунок 9 - Класифікація компараторів

До складу компаратора входять: ланка віднімання, що створює різницю віднімих сигналів  $X_1$  і  $X_2$ , і різницева ланка, що реагує на знак різниці (рис. 10).

**3 відніманням**

ЛВ – ланка вимірювання  
 РЛ – ланка визначення знаку різниці  
 $\Delta X$  – різниця ФВ

**3 комутацією**

**Рисунок 10 - Основні типи компараторів**

1) *Компаратор на основі операції віднімання* реалізується двоканальною структурою. Результат порівняння у цьому випадку - однобітовий сигнал у вигляді «0» та «1», який і є інформацією про співвідношення між розмірами порівнюваних величин.

2) *Компаратор на основі комутації сигналів* реалізується одноканальною структурою. Внаслідок комутації створюється періодичний сигнал з частотою перемикавання, знак результату детектування якого залежить від співвідношення між порівнюваними величинами.

Досконалість компаратора визначається мінімальним значенням порогу чутливості, при якому ймовірність правильного визначення співвідношення між  $X_1$  і  $X_2$  перевищує 0.5. В реальному компараторі наявність зони нечутливості спричиняє виникнення адитивної похибки.

**Масштабне вимірювальне перетворення**

Масштабне вимірювальне перетворення, або коротко - масштабне перетворення, є різновидом вимірювального перетворення, однак через широке застосування та наявність великої кількості ланок, які реалізують лише цю операцію, варто розглянути її окремо.

**Масштабне перетворення** - лінійне вимірювальне перетворення вхідної величини без зміни роду.

В результаті масштабного перетворення вхідна величина перетворюється в однорідну вихідну, розмір якої пропорційний в  $K$  разів розмірові вхідної:

$$X_1 = K_{\text{мп}} \cdot X.$$

Коефіцієнт масштабування  $K_{\text{мп}}$  є основною характеристикою масштабного перетворення. Його числове значення може бути:

- $K_{\text{мп}} < 1$  - послаблення;
- $K_{\text{мп}} > 1$  - підсилення;
- $K_{\text{мп}} = 1$  - повторення.

**Масштабний перетворювач** - вимірювальний перетворювач, який реалізує масштабне вимірювальне перетворення.

Масштабні перетворювачі (МП) створюються переважно для величин, що характеризують явища спрямованої дії (напруга, струм та ін.).

МП (рис.11) можуть бути одно- або багатоканальні, з регульованим або нерегульованим коефіцієнтом масштабування. Тому надалі будемо розрізняти такі типи масштабних перетворювачів.

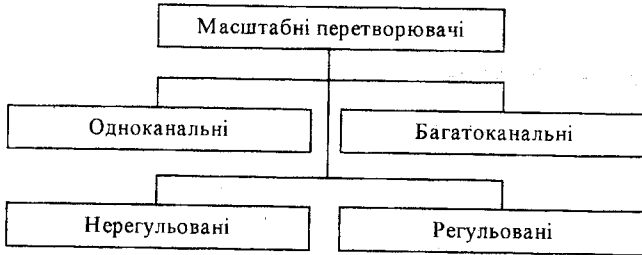


Рисунок 11 - Класифікація масштабних перетворювачів

1) *Одноканальний нерегульований*, характерною ознакою якого є сталість коефіцієнта масштабування. Наприклад, вимірювальний підсилювач, трансформатори напруги чи струму. Рівняння такого МП має вигляд

$$X_1 = K_{\text{мп}} \cdot X; \quad | \quad K_{\text{мп}} = \text{const.}$$

2) *Одноканальний кодокерований регульований* МП, який є масштабним перетворювачем з часовим розділенням. Його рівняння

$$X_1 = K_{\text{мп}}(t) \cdot X; \quad | \quad K_{\text{мп}} = \text{var.}$$

Такий МП напруги можна створити з цифро-аналогового перетворювача напруги. Їх ще називають також перемножувальними цифро-аналоговими перетворювачами напруги.

3) *Багатоканальний нерегульований* МП з просторовим розділенням, характерною рисою якого є наявність кількох вихідних каналів зі сталим коефіцієнтом масштабування. Наприклад, багатоканальні подільники напруги.

4) *Багатоканальний регульований* МП, тобто масштабний перетворювач як з часовим, так і з просторовим розділенням, який також відрізняється наявністю кількох вихідних каналів. Наприклад, подільник напруги з кількома рухомими контактами.

### **Числове вимірювальне перетворення**

Числове вимірювальне перетворення (ЧВП) - це операція обчислення над результатами вимірювань величин-аргументів з метою визначення кінцевого результату вимірювання.

**Числовий вимірювальний перетворювач** - вимірювальний пристрій, що є сукупністю засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення і виконує обчислювальні операції під час вимірювань.



### 2.7.2.2 Засоби вимірювання

**Вимірювальний прилад** - засіб вимірювань, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації.

**Аналоговий вимірювальний прилад.** Вимірювальний прилад, в якому візуальний сигнал вимірювальної інформації подається за допомогою шкали та вказівника.

**Цифровий вимірювальний прилад.** Вимірювальний прилад, в якому візуальний сигнал вимірювальної інформації подається у вигляді цифр чи символів на показувальному пристрої.

**Аналого-цифровий перетворювач.** Засіб вимірювань, в якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації.

**Реєструвальний засіб вимірювання.** Засіб вимірювання, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації.

**Вимірювальний канал.** Сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів зв'язку та інших технічних засобів, призначена для створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину.

**Вимірювальна система.** Сукупність вимірювальних каналів, вимірювальних пристроїв та інших технічних засобів, об'єднаних для створення сигналів вимірювальної інформації про декілька фізичних величин.

**Вимірювальна інформаційна система.** Сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, об'єднаних для створення сигналів вимірювальної та інших видів інформації.

## 2.8 Методи вимірювань

«Знання основних методів та принципів з лихвою перекриває незнання багатьох фактів» - Гельвецій.

Аналіз методів вимірювання - один з основних розділів метрології, тому для одержання досить повної картини методів вимірювання їх необхідно чітко визначити, класифікувати за суттєвими класифікаційними ознаками, подати структури для їх реалізації (рис.12).

**Метод вимірювання** - сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципу вимірювань для створення вимірювальної інформації.

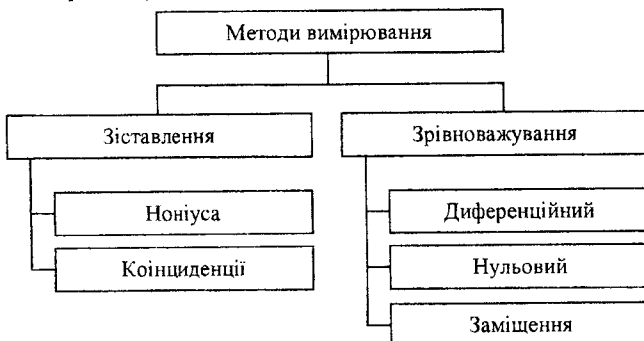


Рисунок 12 - Основні методи вимірювання

Серед різних видів вимірювань ФВ найточнішим за інших рівних умов є пряме вимірювання, тому насаперед детально розглянемо класифікацію методів прямих вимірювань.

**Метод зіставлення.** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вимірюваної величини з усіма вихідними величинами багатозначної нерегульованої міри.

Прикладами даного методу є вимірювання довжини лінійкою з поділками, вимірювання інтервалу часу годинником.

Цей метод, зокрема, забезпечує максимальну швидкодію вимірювання електричної напруги та механічних переміщень. Його покладено в основу побудови цифрових хронометрів, частотомірів, надшвидкодійних цифрових вольтметрів, цифрових вимірювачів індуктивності.

**Метод одного збігу (метод ноніуса).** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вихідних величин двох багатозначних нерегульованих мір, з різними за значеннями ступенями, нульові позначки яких зсунуті між собою на вимірювану величину.

Приклади. Вимірювання довжини за допомогою двох лінійок з поділками, ціни яких знаходяться в певному відношенні. Вимірювання часу за допомогою двох послідовностей періодичних імпульсів, періоди яких знаходяться в певному відношенні.

При вимірюванні нульові відмітки мір зсувають на вимірювану величину  $X$ , а потім визначають її числове значення за номером найближчої відмітки, що збігається. Таким чином, завдяки надлишковості методу ноніуса (замість однієї багатозначної нерегульованої міри використовується дві), ступінь квантування «зменшується» в  $n$  разів. Це можна трактувати також як «збільшення» розміру величини  $X$  в  $n$  разів. Метод ноніуса використовується тоді, коли неможливо створити міру з надто малими ступенями (наприклад лінійку з поділками 0.1 мм).

**Метод подвійного збігу (метод коінциденції).** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням двох квантованих фізичних величин: вимірюваної та відтворюваної багатозначною нерегульованою мірою.

Приклад. Вимірювання зістикованих інтервалів часу або зістикованих відрізків довжини за допомогою, відповідно послідовності періодичних імпульсів з відомим значенням їх періоду або лінійки з відомим значенням поділок.

**Метод зрівноваження.** Метод прямого вимірювання з багаторазовим порівнянням вимірюваної величини та величини, що відтворюється регульованою мірою, до їх повного зрівноваження.

Приклад. Вимірювання електричної напруги компенсатором.

**Диференційний метод (різницевий метод).** Метод вимірювання, за яким невелика різниця між вимірюваною величиною та вихідною величиною одноканальної міри вимірюється відповідним засобом вимірювання.

В загальному випадку значення вимірюваної величини  $X$  може відрізнятись від величини  $X_N$ , що відтворює міра. Тоді різницю  $\Delta X = X - X_N$  вимірюють за допомогою засобу вимірювання ЗВ (рис.13), а значення невідомої величини визначається

$$X = X_N + \Delta X \begin{cases} X_N = \text{const} \\ \Delta X = \text{var} \end{cases}$$

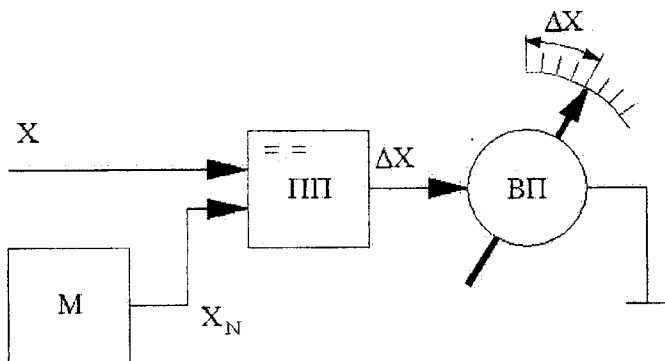


Рисунок 13 - Структурна схема диференційного методу

В цьому випадку зрівноваження вимірюваної величини  $X$  і  $X_N$  виконується не повністю. Диференційний метод забезпечує високу точність вимірювання, якщо зразкова величина  $X_N$  відтворюється мірою з високою точністю, а різниця  $\Delta X$  мала.

Окремим випадком диференційного методу є нульовий. В нульовому методі відтворювану мірою величину  $X_N$  роблять регульованою, а різницю  $\Delta X = X - X_N = 0$  доводять до нуля. Високочутливий засіб вимірювання (нуль-індикатор) в цьому методі фіксує момент рівності  $X = X_N$  (рис. 14).

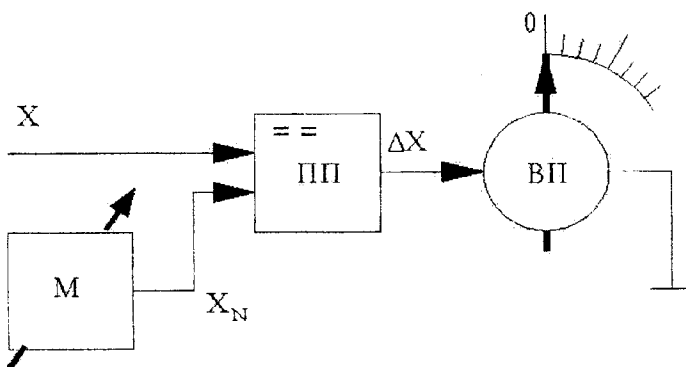


Рисунок 14 - Структурна схема нульового методу

Прикладами застосування нульового методу є вимірювання параметрів електричного кола мостовими схемами, вимірювання напруги, Е.Р.С, струму компенсатора та ін.

Застосування непрямих вимірювань як більш складних останнім часом значно поширилось. Розглянемо коротко особливості їх методів.

Перший метод непрямого опосередкованого вимірювання полягає у використанні перетворення вимірюваної величини  $X$  в іншу фізичну величину, для якої створені засоби вимірювання. Даний метод, наприклад, реалізовано в магнітоелектричному вольтметрі, ртутному термометрі та в багатьох інших засобах вимірювання.

Другий метод непрямого опосередкованого вимірювання, в якому також використано вимірювальний перетворювач роду вимірюваної величини, є метод заміщення.

**Метод заміщення.** Метод непрямого вимірювання з багаторазовим порівнянням до повного зрівноваження вихідних величин вимірювального перетворювача з почерговим перетворенням ним вимірюваної величини та вихідної величини регульованої міри.

Даний метод доцільно застосовувати у тому випадку, коли для величини  $X$  не створені компаратори, але створені регульовані одноканальні міри. Метод реалізується за два етапи (рис.15).

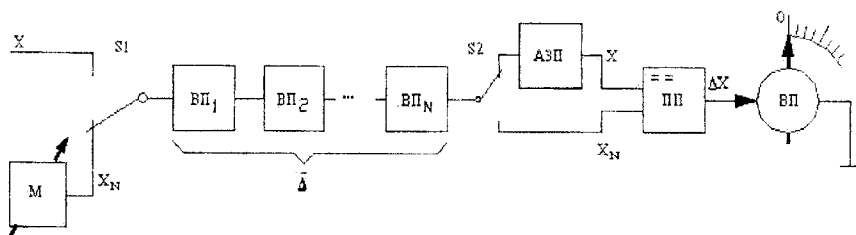


Рисунок 15 - Структурна схема методу заміщення

На першому етапі на вхід вимірювального перетворювача подається  $X$  і запам'ятовується аналоговим запам'ятовувальним пристроєм (АЗП), а на другому від регульованої міри. Тут, як і в нульовому методі, різницю  $\Delta X = 0$  доводять до нуля за допомогою регульованої міри, а значення вимірюваної величини визначають за значенням регульованої міри в момент рівності  $X = X_N$ .

### Контрольні питання

1. В чому суть основного поняття метрології - фізичної величини. Наведіть систематизацію ФВ.
2. Виведіть основне рівняння вимірювання.
3. Наведіть класифікацію вимірювань і на конкретних прикладах поясніть їх суть.
4. Сформулюйте три найбільш важливі аспекти вимірювань.

5. Представте алгоритм виконання вимірювальної процедури.
6. Назвіть основні компоненти вимірювального експерименту.
7. Як проявляється вплив навколишнього середовища на результати вимірювань?
8. Які засоби вимірювальної техніки відносять до засобів вимірювання, а які до вимірювальних пристроїв?
9. В чому суть вимірювальної операції відтворення фізичних величин? Що таке міра? Наведіть класифікацію мір.
10. Наведіть приклади еталонів довжини, маси, часу, електричної напруги.
11. В чому суть вимірювальної операції перетворення фізичної величини? Що таке вимірювальний перетворювач? Наведіть класифікацію вимірювальних перетворювачів.
12. В чому суть вимірювальної операції порівняння ФВ. Що таке компаратор? Наведіть класифікацію компараторів.
13. В чому суть вимірювальної операції масштабного перетворення? Що таке масштабний перетворювач? Наведіть класифікацію масштабних перетворювачів.
14. В чому суть операції числового вимірювального перетворення? Що таке числовий вимірювальний перетворювач?
15. Дайте визначення і наведіть приклади засобів вимірювання.
16. Наведіть структурну схему і поясніть суть методу зіставлення.
17. Наведіть структурну схему і поясніть суть методу ноніуса.
18. Наведіть структурну схему і поясніть суть методу коінциденції.
19. Наведіть структурну схему і поясніть суть диференційного методу.
20. Наведіть структурну схему і поясніть суть нульового методу.
21. Наведіть структурну схему і поясніть суть методу заміщення.

### *Список додаткової літератури*

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. -К.:Выща шк., 1983 (гл. 2, с.31-75).
2. Орнатський П.П. Вступ до методології науки про вимірювання. -К.: ІСДО, 1994 (розділ 2, с.31-41, с.56-66, розділ 3, с.77-103, розділ 4, с.116-128).
3. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. -К.: Держстандарт України, 1994. -68с.
4. Пожаренко В.О., Кухарчук В.В. Вимірювання і комп'ютерно-вимірювальна техніка. -К.: УМК ВО, 1991 (розділ 2, с.10-28).

### Розділ III ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

Класична метрологія виходить із позиції, що результат вимірювання завжди відрізняється від істинного значення вимірюваної величини. Тому під час вимірювань ФВ виникає похибка, яка дорівнює різниці між значенням  $X$  фізичної величини та її істинним  $X_i$  значенням

$$\Delta X = X - X_i.$$

**Істинне значення.** Значення фізичної величини, яке ідеально відображало б певну властивість об'єкта.

Визначити істинне значення величини вимірюванням неможливо через обмежені можливості засобів вимірювань. Однак існують величини, істинне значення яких відоме, наприклад, один повний оберт дорівнює  $2\pi$  радіанів, або  $360^\circ$ .

Раніш відмічена неможливість визначення істинного значення є наслідком принципової недосконалості відображення при вимірюванні та причиною неминучості похибки вимірювання. Оскільки істинне значення ФВ нам за умовою невідоме то похибку вимірювання з останнього рівняння визначити неможливо. Для визначення похибки істинне значення ФВ замінюють дійсним -  $X_D$ .

**Абсолютна похибка вимірювання.** Різниця між результатом вимірювання і дійсним значенням вимірюваної величини

$$\Delta X = X - X_D.$$

Абсолютною дану похибку назвали тому, що вона виражена в абсолютних одиницях вимірюваної величини.

**Дійсне значення.** Значення фізичної величини, знайдене експериментальним шляхом і настільки наближене до істинного значення, що його можна використати замість істинного для даної мети.

На практиці дійсне значення ФВ може бути знайдено:

- за допомогою багаторазових вимірювань із наступним усередненням результатів спостережень і представленням цього середнього в якості дійсного;
- за допомогою зразкового засобу вимірювання.

Якщо абсолютну похибку взяти з протилежним знаком  $\Delta q = -\Delta X$  і алгебрично додати до результату вимірювання, то можна вилучити систематичну похибку з результатів вимірювання, або ввести поправку в результати вимірювання.

**Поправка** - значення величини, що алгебрично додається до результату вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.

У багатьох випадках числове значення абсолютної похибки не дає правильного уявлення про точність вимірювання, ступінь достовірності одержаного результату. Тому введено більш універсальну характеристику точності у вигляді відносної похибки.

**Відносна похибка вимірювання.** Відношення абсолютної похибки вимірювання до дійсного значення вимірюваної величини

$$\delta = \frac{\Delta X}{X_D} = \frac{X - X_D}{X_D}$$

Відносна похибка може виражатися не тільки у відносних величинах, але й у відсотках

$$\delta = \frac{\Delta X}{X_D} \cdot 100\% = \frac{X - X_D}{X_D} \cdot 100\%$$

Аналіз останніх двох рівнянь дозволяє дійти висновку, що чим менша похибка вимірювання, тим вища його точність, отже, тим менша різниця між істинним значенням ФВ і результатом її вимірювань. Із збільшенням похибки зменшується точність.

**Точність вимірювання.** Головна характеристика якості вимірювання, що відображає близькість результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини.

Кількісно точність  $\Theta$  вимірювання визначається як величина, обернена до відносної похибки

$$\Theta = \frac{1}{\delta} = \frac{X_D}{X - X_D}$$

Розрізняють надмірну похибку й промах.

**Надмірна похибка.** Похибка вимірювання, що суттєво перебільшує очікувану (у даних умовах) похибку.

**Промак.** Результат вимірювання, що має надмірну похибку.

В методиках оцінки результатів вимірювання промахи вилучають із ряду багаторазових спостережень, як аномальні результати вимірювання.

**Приклад. Визначення абсолютної й відносної похибок та точності вимірювань.**

Амперметром магнітоелектричної системи проведено ряд вимірювань (9.80 мА, 21.10 мА, 30.12 мА, 40.08 мА, 49.95 мА) у таких оцифрованих відмітках шкали: 10 мА, 20 мА, 30 мА, 40 мА, 50 мА. Визначити абсолютну й відносну похибку та точність вимірювань.

Прийнявши за дійсне значення  $I_D$  оцифровані відмітки шкали, знайдемо значення абсолютних похибок:

$$\Delta_{10} = I_{B10} - I_{D10} = 9.8 - 10 = -0.20(\text{мА});$$

$$\Delta_{20} = I_{B20} - I_{D20} = 21.1 - 20 = +0.10(\text{мА});$$

$$\Delta_{30} = I_{B30} - I_{D30} = 30.12 - 30 = +0.12(\text{мА});$$

$$\Delta_{40} = I_{B40} - I_{D40} = 40.08 - 40 = +0.08(\text{мА});$$

$$\Delta_{50} = I_{B50} - I_{D50} = 49.95 - 50 = -0.05(\text{мА}).$$

Визначимо відносну похибку та точність вимірювання для кожної відмітки шкали:

$$\delta_{10} = \frac{\Delta_{10}}{I_{D10}} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \Rightarrow \theta_{10} = \frac{1}{\delta_{10}} = \frac{1}{0.02} = 50;$$

$$\delta_{20} = \frac{\Delta_{20}}{I_{д20}} = \frac{0.1}{20} = 0.005 \quad \Rightarrow \quad \theta_{20} = \frac{1}{\delta_{20}} = \frac{1}{0.005} = 200;$$

$$\delta_{30} = \frac{\Delta_{30}}{I_{д30}} = \frac{0.12}{30} = 0.004 \quad \Rightarrow \quad \theta_{30} = \frac{1}{\delta_{310}} = \frac{1}{0.004} = 250;$$

$$\delta_{40} = \frac{\Delta_{40}}{I_{д40}} = \frac{0.08}{40} = 0.002 \quad \Rightarrow \quad \theta_{40} = \frac{1}{\delta_{40}} = \frac{1}{0.002} = 500;$$

$$\delta_{50} = \frac{\Delta_{50}}{I_{д50}} = \frac{0.05}{510} = 0.001 \quad \Rightarrow \quad \theta_{50} = \frac{1}{\delta_{50}} = \frac{1}{0.001} = 1000.$$

### 3.1 Класифікація похибок вимірювання

Похибки вимірювань систематизуються за тими ознаками (рис. 16), що визначають їх основні особливості.

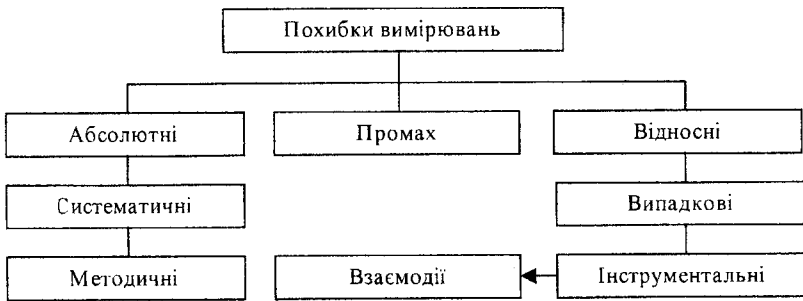


Рисунок 16 - Класифікація похибок вимірювання

За способом вираження похибки розподіляються на абсолютні й відносні; за характером зміни - на систематичні і випадкові.

**Систематична похибка.** Складова похибки  $\bar{\Delta}$ , що залишається сталою або прогнозовано змінюється у ряді вимірювань тієї ж величини.

**Випадкова похибка.** Складова похибки  $\hat{\Delta}$ , що непрогнозовано змінюється у ряді вимірювань тієї ж величини.

У загальному випадку похибка результату вимірювання містить систематичну й випадкову складові, навіть якщо було введено поправки на систематичні похибки, викликані відомими факторами впливу. Пояснюється це, по-перше, тим, що значення факторів не залишаються у процесі вимірювання постійними, а, по-друге, тим, що на результат вимірювання впливають фактори, дія яких у даному експерименті не передбачалася, або ж фактори, дія яких неможливо врахувати.

Оскільки у похибку вимірювання входить випадкова складова, то її слід вважати величиною випадковою. На рис. 17 зображено реалізацію повної похиб-



ки вимірювання у функції часу.

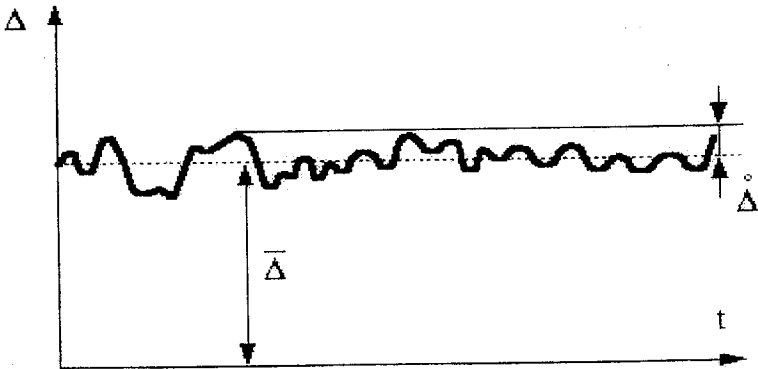


Рисунок 17 - До визначення повної похибки вимірювання

Значення повної похибки вимірювання для будь-якого моменту часу визначається

Використовуючи апарат підсумовування частинних /часткових/ похибок випадкового характеру і частинних /часткових/ похибок систематичного характеру, можна оцінити повну похибку вимірювання.

Крім точності вимірювань на практиці застосовують також такі характеристики якості вимірювань: правильність, збіжність та відтворюваність вимірювань.

**Правильність вимірювань.** Характеристика якості вимірювання, що відображає близькість до нуля систематичної похибки вимірювання.

**Збіжність результатів вимірювання.** Характеристика якості вимірювань, що відображає близькість повторних результатів вимірювань однієї й тієї ж величини в однакових умовах.

Збіжність результатів вимірювань відображає близькість до нуля випадкової похибки. Збіжність може бути оцінена кількісно дисперсією результатів вимірювань.

**Відтворюваність вимірювань.** Характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї ж величини, виконаних в різний час, в різних умовах, різними методами і засобами.

Відтворюваність може бути оцінена кількісно дисперсією результатів вимірювання.

За місцем виникнення похибки вимірювання розподіляються на інструментальні й методичні.

**Інструментальна похибка.** Складова похибка вимірювання, зумовлена властивостями засобів вимірювальної техніки.

Інструментальна похибка складається з похибки засобів вимірювальної

техніки та похибки від їхньої взаємодії з об'єктом вимірювання.

**Похибка від взаємодії.** Складова інструментальної похибки, що виникає внаслідок впливу засобів вимірювальної техніки на стан об'єкта вимірювання.

**Методична похибка.** Складова похибки вимірювання, що зумовлена неадекватністю об'єкта вимірювання та його моделі, прийнятою при вимірюванні.

## 3.2 Систематичні похибки і методи їх вилучення

Врахування і вилучення систематичних похибок досить важливе завдання кожного точного вимірювання. Повністю вилучити систематичні похибки неможливо, завжди залишаються якісь невраховані залишки. Ці залишки необхідно врахувати, щоб оцінити межі невилученої систематичної похибки результату.

Для виявлення, оцінки і вилучення систематичних похибок необхідно, по-перше, знати місце і причини їх виникнення, а по-друге - способи виявлення і вилучення цих похибок.

### 3.2.1 Класифікація систематичних похибок

Залежно від причин виникнення систематичні похибки можна розподілити на чотири групи (рис.18):

- інструментальні;
- методичні;
- суб'єктивні;
- похибки встановлення.

**Похибки встановлення.** До них належать такі, прояви яких зумовлені неправильним застосуванням міри: встановлення приладу з нахилом або відхилення зовнішніх умов від нормальних /наявність зовнішніх полів, відхилення температури від нормальної тощо.

**Суб'єктивні похибки.** Вони проявляються в результаті особливостей самого спостерігача. Наприклад, при підрахунку поділок шкали різні люди по-різному оцінюють одне і те саме положення стрілки. Один схильний завжди занижувати покази, інший - завищувати їх.

**Методичні похибки** виникають через недоліки самого методу вимірювання або через неточність застосованих спрощених формул. Скажімо, при непрямому вимірюванні площі перерізу круглого стержня прямим вимірюванням діаметра з наступним обчисленням площі  $S = \pi d^2 / 4$  результат буде із систематичною методичною похибкою через обмежене число знаків і значення числа  $\pi$ .

**Інструментальні похибки** зумовлені недосконалістю технології виготовлення засобів вимірювань.

За характером зміни в часі систематичні похибки поділяють на: постійні,

прогресивні, періодичні.

Постійні похибки. До них належать такі, які тривалий час залишаються незмінними і протягом вимірального експерименту є постійними. Часто вони носять технологічний характер і виникають, наприклад, при недостатньо точному намотуванні котушок індуктивності, під час градування шкали і т.ін.

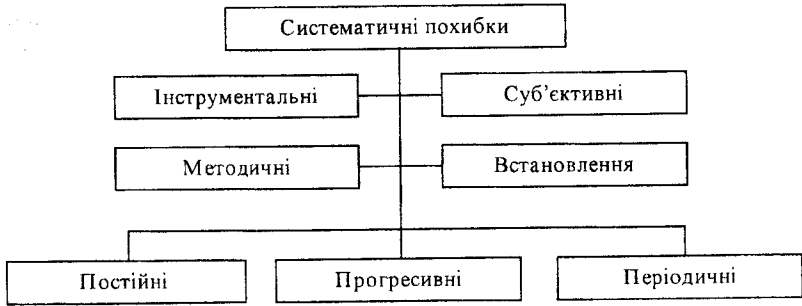


Рисунок 18 - Класифікація систематичних похибок

Прогресивні похибки. Це такі похибки, які у процесі даної серії вимірювань неперервно зростають або зменшуються, тобто є функцією часу.

Вони можуть бути спричинені повільним зменшенням (збільшенням) напруги живлення, прогріванням приладу і іншими причинами.

Періодичні похибки. До їх числа належать систематичні похибки, значення яких є періодичною функцією або часу, або самої вимірюваної величини.

### 3.1.2 Способи вилучення систематичних похибок

Можна уникнути систематичних похибок, вилучивши їх джерело. Однак це не завжди можна здійснити. На практиці широко застосовуються такі способи вилучення систематичних похибок:

- дворазове спостереження;
- рандомізація;
- введення поправок.

Суть способу дворазових спостережень полягає в тому, що дану величину вимірюють не один раз, а два, але під час другого вимірювання умови вимірювання змінюють так, щоб систематична похибка засобу вимірювання входила в рівняння вимірювання з протилежними знаками

$$X_1 = X + \Delta, \quad X_2 = X - \Delta.$$

Середнє з результатів двох таких вимірювань буде вільне від систематичної похибки

$$X_D = \frac{X_1 + X_2}{2},$$

тому що систематична складова похибки входить в останнє рівняння з різними знаками.

Систематичні похибки з відомими значеннями і знаками можуть бути вилучені і після проведення вимірювань при обробці їхніх результатів. З цією метою у неоправлені результати спостережень вводяться поправки  $\Delta q$ , або ці результати домножують на коригувальний коефіцієнт  $\eta$

$$X_D = X \pm \Delta q, \text{ або } X_D = X \cdot \eta.$$

**Коригувальний коефіцієнт.** Числовий коефіцієнт  $\eta$ , на який помножують результат вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.

Результати вимірювання, отримані після введення поправки і (чи) із врахуванням коригувального коефіцієнта називають поправленими.

#### Приклад. Побудова кривої поправок.

В результаті метрологічної повірки аналогового вольтметра в оцифрованих відмітках його шкали (100 мВ, 200 мВ, 300 мВ, 400 мВ, 500 мВ) отримано відповідні значення цифрового вольтметра: 99 мВ, 198 мВ, 302 мВ, 397 мВ, 501 мВ. Визначити поправку для кожної оцифрованої відмітки шкали аналогового вольтметра і побудувати криву поправок.

В якості дійсного ( $U_D$ ) приймемо значення цифрового вольтметра. Поправку визначимо як абсолютну похибку, взяту з протилежним знаком

$$\Delta q_{100} = -\Delta U_{100} = -(U_{в100} - U_{д100}) = -(100 - 99) = -1 \text{ мВ};$$

$$\Delta q_{200} = -\Delta U_{200} = -(U_{в200} - U_{д200}) = -(200 - 198) = -2 \text{ мВ};$$

$$\Delta q_{300} = -\Delta U_{300} = -(U_{в300} - U_{д300}) = -(300 - 302) = +2 \text{ мВ};$$

$$\Delta q_{400} = -\Delta U_{400} = -(U_{в400} - U_{д400}) = -(400 - 397) = -3 \text{ мВ};$$

$$\Delta q_{500} = -\Delta U_{500} = -(U_{в500} - U_{д500}) = -(500 - 501) = +1 \text{ мВ}.$$

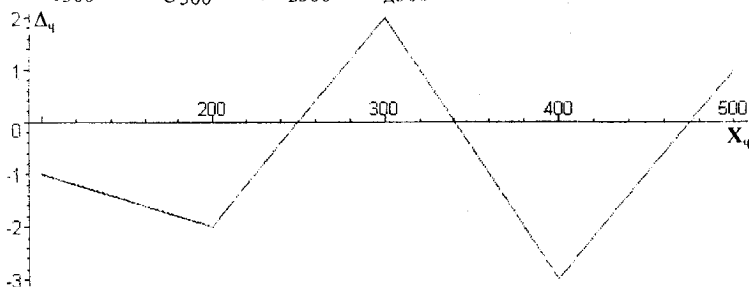


Рисунок 19 - Крива поправок

Ефективним способом зменшення систематичних похибок є їх рандомізація, тобто переведення у випадкові. Нехай, наприклад, буде  $n$  однотипних засобів вимірювання із систематичною похибкою однакового походження; якщо для даного засобу ця похибка постійна, то від пристрою до пристрою вона змінюється випадково. Тому вимірювання однієї і тієї самої величини всіма засобами і усереднення результатів одержаних спостережень дозволять значно зменшити цю похибку.

### 3.3 Випадкові похибки

Похибки вимірювань зазвичай носять випадковий характер. Випадковість зумовлюється: нестационарністю і випадковим характером вимірюваної фізичної величини; несталістю метрологічних характеристик засобів вимірювань, яка виражається випадковим характером формування коефіцієнтів перетворення вимірювальних пристроїв; випадковим характером впливу зовнішніх факторів на засіб вимірювання у процесі вимірювального експерименту.

Кількісно випадковий процес описують випадковою функцією часу  $X(t)$ , яка в будь-який момент часу  $t$  може набувати різних значень із деяким розподілом імовірностей. Для будь-якого  $t_i$  значення  $X_i = X(t_i)$  є випадковою величиною. Випадковий процес визначається сукупністю проявів процесу в часі і законами цієї сукупності. Функціональна залежність проявів процесу називається *реалізацією випадкової функції*.

Для характеристики частоти появи випадкових похибок теорія ймовірностей пропонує використовувати закони розподілу. При цьому виділяється два види опису законів розподілу: інтегральний і диференціальний.

*Інтегральним законом розподілу* або *функцією розподілу ймовірностей*  $F(X)$  випадкової величини  $X$  називають функцію, значення якої для кожного  $x$  є ймовірністю події, яка полягає в тому, що випадкова величина  $X$  приймає значення менші  $x$ , тобто функцію

$$F(x) = P\{X < x\}.$$

Дана функція є неспадною функцією  $x$  і змінюється в межах від  $F(-\infty) = 0$  до  $F(+\infty) = 1$ . Вона існує для всіх випадкових величин як дискретних, так і неперервних.

Для випадкової величини з неперервною і диференційовною функцією розподілу  $F(x)$  можна знайти *диференціальний закон розподілу ймовірностей*, як похідну від  $F(x)$ , тобто як  $p(x) = F'(x)$ . Ця залежність називається *густиною розподілу ймовірностей*. Вона завжди позитивна і задовольняє умову нормування

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1,$$

яка безпосередньо витікає із властивостей інтегральної функції розподілу  $F(x)$ .

#### Приклади законів розподілу.

**Розподіл Коші.** Одним із найпростіших законів розподілу є *розподіл Коші* (рис.20), щільність імовірностей якого визначається

$$f(\Delta) = \frac{1}{a\pi \left[ 1 + \left( \frac{\Delta}{a} \right)^2 \right]}.$$

Даний розподіл близький до граничного пологого, тому що при більш по-

логічних, ніж  $1/\Delta^{(1+\alpha)}$  (де  $\alpha > 0$ ), спадає площа під кривою нескінченна і не може бути прівненою до одиниці, тобто не виконується умова нормування, і такі криві не можуть описувати щільність розподілу ймовірностей.

**Розподіл Лапласа.** Другим законом розподілу, із більш швидким спадом густини при відхиленні  $x$  від центра розподілу, є розподіл Лапласа (рис.20) із густиною

$$f(\Delta) = \frac{1}{2} \cdot \exp\{-|\Delta|\},$$

тобто двосторонній експоненціальний розподіл.

**Розподіл Гаусса.** Серед законів розподілу нормальний закон займає провідне місце, особливо для оцінки похибок вимірювання. Річ у тому, що похибка вимірювання визначається великим числом частинних складових, що носять випадковий характер, а з центральної граничної теореми ймовірностей випливає, що розподіл похибок вимірювання буде близьким до нормального, якщо

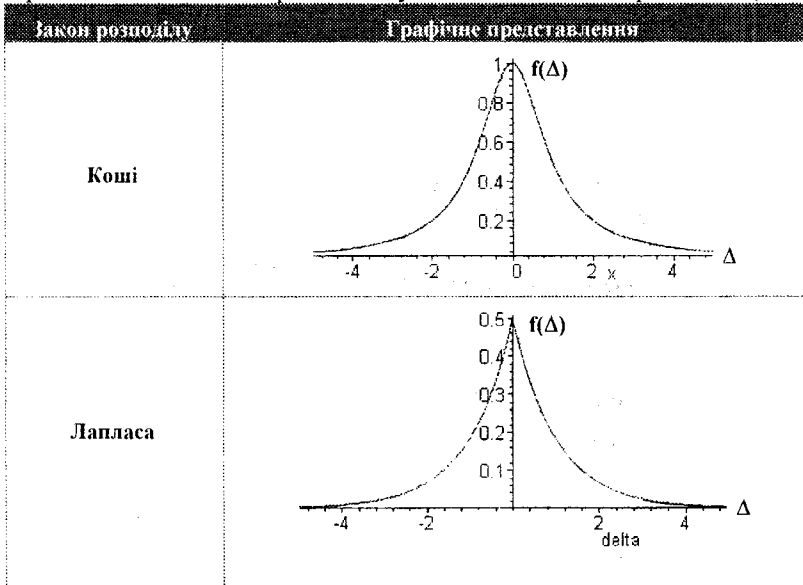


Рисунок 20 - Графічне представлення законів розподілу

результати спостережень формуються під впливом великої кількості незалежно діючих частинних похибок випадкового характеру, кожна з яких є незначною за значенням порівняно із загальною випадковою похибкою вимірювання. Щільність імовірностей нормального закону (рис.21) описується виразом

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)^2\right],$$

де  $\sigma$  - середнє квадратичне відхилення;  $\Delta = (\Delta - \bar{\Delta})$  - випадкова складова похибки.

Щільність розподілу для нормального закону має вигляд дзвона. Якщо  $\bar{\Delta} \neq 0$  (рис.21.а), то крива буде зміщена праворуч або ліворуч від початку осі ординат на величину  $\bar{\Delta}$  в залежності від знака систематичної складової похибки. Крива симетрична відносно осі ординат, коли відсутня систематична складова похибки  $\bar{\Delta} = 0$ .

Значення  $\sigma$  впливає на гостровершинність кривої. Збільшення значення  $\sigma$  (рис.21,б) приводить до зменшення гостровершинності і тим ймовірніша поява великих похибок. І, навпаки, при зменшенні  $\sigma$  зростає ймовірність появи малих похибок і знижується ймовірність появи великих похибок.

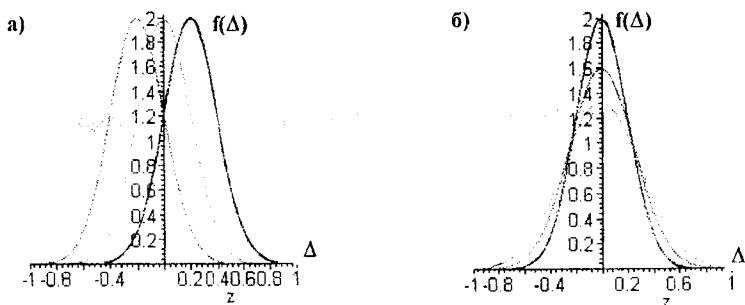


Рисунок 21 - Криві щільності розподілу ймовірностей для нормального закону розподілу

**Рівномірний закон розподілу.** Якщо неперервна випадкова похибка

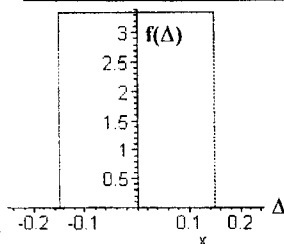


Рисунок 22 - Рівномірний закон розподілу

приймає значення тільки в межах деякого кінцевого інтервалу від  $\Delta_1$  до  $\Delta_2$  з постійною щільністю ймовірностей, то закон розподілу називають рівномірним. Його функція розподілу на інтервалі від  $(-\infty$  до  $\Delta_1)$  дорівнює нулю, на інтервалі від  $\Delta_1$  до  $\Delta_2$  постійна, а на інтервалі від  $(\Delta_2$  до  $+\infty)$  знову дорівнює 0. Щільність ймовірностей такого розподілу наведена на рис.22 і записується у вигляді

$$\begin{cases} f(\Delta) = \frac{1}{2a} & \text{при } |\Delta| \leq a, \\ f(\Delta) = 0 & \text{при } |\Delta| > a. \end{cases}$$

Таким законом розподілу описуються похибки від тертя в опорах елект-

ромеханічних вимірювальних перетворювачів, невилучені залишки систематичної складової похибки, похибки дискретизації в цифрових вимірювальних приладах.

**Трапецеїдальний закон розподілу.** Похибка вимірювання має такий закон розподілу у випадку (рис.23,а), коли вона є складовою двох незалежних складових, кожна з яких має рівномірний закон розподілу, але ширина інтервалів рівномірних законів різна. Наприклад, при послідовному з'єднанні двох вимірювальних перетворювачів, один з яких має похибку, рівномірно розподілену в інтервалі  $\pm \Delta_1$ , а другий - рівномірно розподілену в інтервалі  $\pm \Delta_2$ . Тоді сумарна похибка вимірювального перетворення буде описуватися трапецеїдальним законом розподілу

$$f(\Delta) = \begin{cases} \frac{3}{4a} & \text{при } |\Delta| \leq \frac{a}{3}; \\ \frac{9}{8a} \left(1 - \frac{|\Delta|}{a}\right) & \text{при } \frac{a}{3} < |\Delta| < a; \\ 0 & \text{при } |\Delta| > a \end{cases}$$

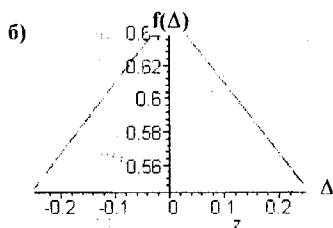
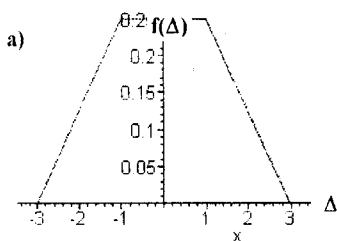


Рисунок 23 - Трапецеїдальний і трикутний закони розподілу

**Розподіл Сімпсона (трикутний закон розподілу).** Такий розподіл є окремим випадком трапецеїдального, коли складові похибки мають однакові рівномірні закони розподілу (рис.23,б)

$$f(\Delta) = \begin{cases} \frac{1}{a^2} (a - |\Delta|) & \text{при } |\Delta| \leq a; \\ 0 & \text{при } |\Delta| > a. \end{cases}$$

Основними числовими характеристиками законів розподілу є математичне очікування і дисперсія.

*Математичне очікування похибки* вимірювань є не випадковою величиною, відносно якої розсіюються інші значення похибки при повторних вимірюваннях. Математичне очікування характеризує систематичну складову похибки.

*Дисперсія похибки* характеризує ступінь розсіювання окремих значень по-



хибки відносно математичного очікування. Чим менша дисперсія, тим точніше виконано вимірювання. Отже, дисперсія може служити характеристикою точності вимірювань. В зв'язку з тим, що дисперсія виражається в одиницях похибки в квадраті, то як числову характеристику точності вимірювань використовують середнє квадратичне відхилення (квадратний корінь від дисперсії) з позитивним знаком і одиницях похибки.

При проведенні вимірювань необхідно отримати результат з похибкою, що не перевищує допустимого значення. Знання тільки середнього квадратичного відхилення не дозволяє знайти максимальну похибку, що підкреслює обмежені можливості такої числової характеристики похибки, як  $\sigma$ . Максимальне значення похибки залежить не тільки від  $\sigma$ , але й від виду закону розподілу. Коли розподіл похибки теоретично не обмежений, наприклад, для нормального закону розподілу, похибка може бути будь-якою за значенням. В цьому випадку можна говорити тільки про інтервал, за границі якого похибка не виходить з деякою ймовірністю. Цей інтервал називають *довірчим*, а ймовірність що характеризує його - *довірчою ймовірністю*.

В практиці вимірювань задають різні значення довірчої ймовірності, наприклад: 0.90; 0.95; 0.98; 0.99; 0.9973; 0.999. Довірчий інтервал і довірчу ймовірність вибирають в залежності від конкретних умов вимірювання. Наприклад, для нормального закону розподілу випадкових похибок з середнім квадратичним відхиленням  $\sigma$  часто використовують довірчий інтервал від  $+3\sigma$  до  $-3\sigma$ , для якого довірна ймовірність  $P=0.9973$ . Така ймовірність означає, що із 370 випадкових похибок тільки одна похибка за абсолютним значенням буде більшою за  $3\sigma$ . Оскільки в практиці число вимірювань рідко перевищує декілька сотень, поява однієї випадкової похибки, більшої ніж  $3\sigma$ , малоімовірна. Наявність двох подібних похибок практично неможлива. Тому всі можливі похибки, розподілені за нормальним законом, практично не перевищують за абсолютним значенням  $3\sigma$  (правило «трьох сигм»).

### 3.3.1 Композиція законів розподілу

Особливості законів розподілу випадкових похибок вимірювань полягають в їх великій кількості. Дана обставина пояснюється тим, що сумарна похибка засобу вимірювальної техніки є сумою декількох складових. Якщо ці складові розглядати як випадкові величини, то підсумовування складових похибок зводиться до підсумовування випадкових величин. Але під час підсумовування випадкових величин закон їх розподілу суттєво змінює свою форму.

Закон розподілу суми незалежних випадкових величин  $p(x) = p(x_1 + x_2)$ , що мають відповідні розподіли  $p(x_1)$  і  $p(x_2)$ , називається композицією і представляється інтегралом згортки

$$p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(z) \cdot p_2(x - z) dz.$$

Зміна форми законів розподілу при їх композиції наведена на рис.24-рис.26. При підсумовуванні двох рівномірно розподілених похибок (рис.24) з шириною розподілу  $a > b$  сумарна похибка має розподіл у формі трапеції з верхньою основою  $a - b$  і нижньою  $a + b$ . Таку деформацію легко представити «розмиванням» різко окреслених кінців більш широкого розподілу (шириною  $a$  на величину  $b$  менш широкого розподілу).

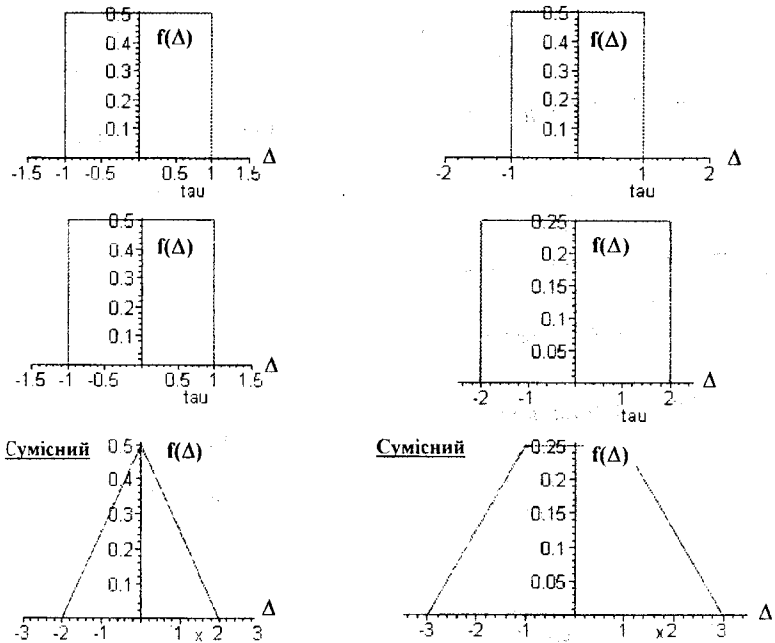


Рисунок 24 - Графічне представлення композиції рівномірних законів розподілу

Композицією двох однакових (з шириною  $a$ ) рівномірних розподілів є трикутний розподіл (розподіл Сімпсона), тому що в даному випадку верхня основа трапеції дорівнює нулю, а нижня -  $2 \cdot a$  (рис.24).

Подібно формується композиція рівномірного і трикутного та нормально-го розподілів (рис.25). Відмінність полягає в тому, що наростання і спадання на кінцях сумісного розподілу проходить по кривій інтегрального нормального розподілу.

Формування композиції двох нормально розподілених законів наведено на рис.26.

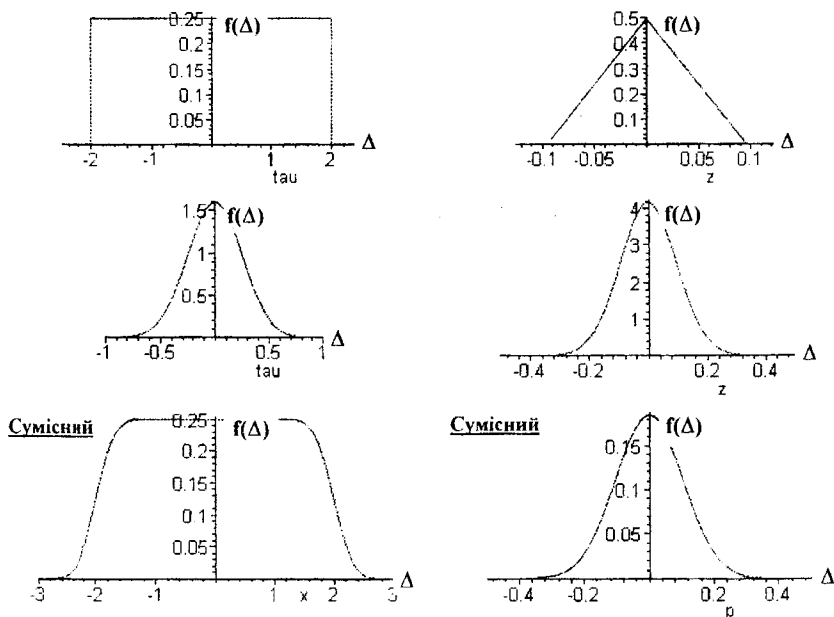


Рисунок 25 - Графічне представлення композиції законів розподілу

### 3.4 Оцінка випадкових похибок прямих вимірювань

Випадкові похибки проявляються при багаторазових спостереженнях вимірюваної величини в однакових умовах одним оператором і за допомогою одного і того самого засобу вимірювання. Такі вимірювання прийнято називати рівноточними.

При статистичній обробці результатів багаторазових спостережень необхідно виконати таку послідовність дій:

1. Провести багаторазові вимірювання і отримати масив  $X_1, X_2, \dots, X_n$  вимірювальної інформації.
2. Поправити результати вимірювань, вилучивши відомі систематичні похибки шляхом внесення поправок у результати спостережень.
3. Знайти математичне очікування поправлених результатів спостережень і прийняти його за дійсне значення.

Для нормального закону розподілу, а якщо поступитися ефективністю оцінки, то й для всіх симетричних розподілів, за оцінку математичного очікування ряду рівноточних спостережень приймають середнє арифметичне

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

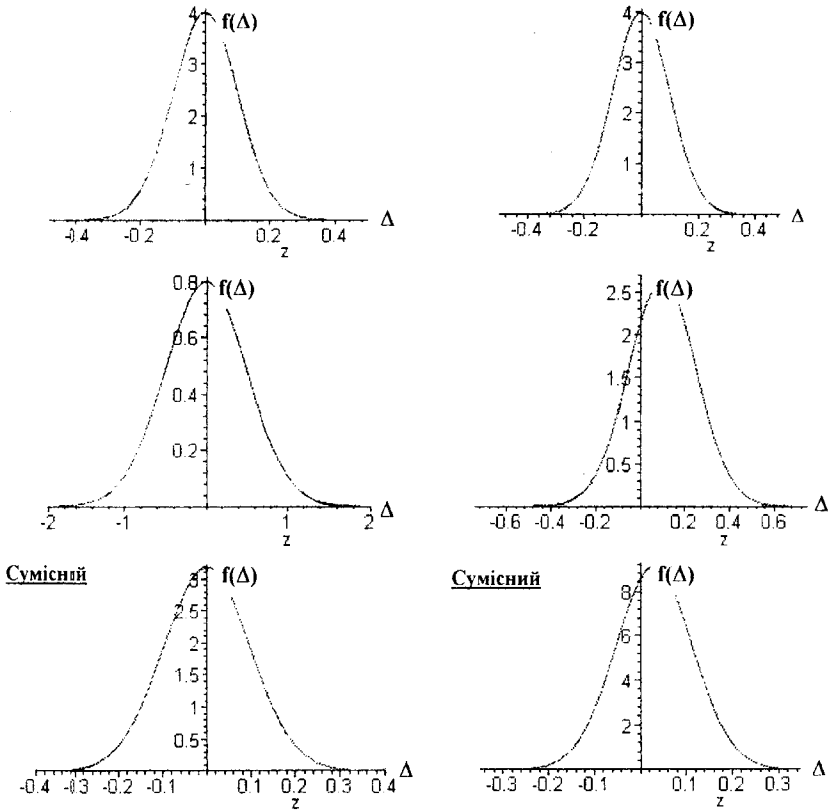


Рисунок 26 - Графічне представлення композиції нормальних законів розподілу

4. Визначити випадкове відхилення.

Різниця

$$\vartheta_i = X_i - \bar{x}$$

представляє собою випадкове відхилення (випадкову абсолютну похибку) при  $i$ -му спостереженні. Вона може бути позитивною і негативною.

Середнє арифметичне незалежно від закону розподілу має такі властивості

$$\sum_{i=1}^n \vartheta_i = 0 \quad \text{і} \quad \sum_{i=1}^n \vartheta_i^2 = \min,$$

які використовуються для перевірки правильності обчислення  $\bar{x}$ .

5. Обчислити експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювання за формулою Бесселя

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

де  $X_i$  - результат  $i$ -го вимірювання;  $\bar{x}$  - середнє арифметичне  $n$  результатів.

Підкреслимо, що для серії  $n$  вимірювань однієї й тієї ж величини параметр  $S$  характеризує розсіювання результатів багаторазових  $n$  вимірювань однієї і тієї ж величини. Оскільки ми обчислюємо середнє арифметичне, необхідне для одержання оцінки  $\sigma$ , то природно взяти його за результат вимірювання. В даному випадку середнє арифметичне залежить від числа вимірювань  $n$  і є випадковою величиною, яка має деякі дисперсії відносно істинного значення.

6. Середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного визначається за формулою

$$\overline{\sigma[\bar{x}]} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Отже, якщо в якості результату багаторазових вимірювань взяти середнє арифметичне  $\bar{x}$ , то випадкова похибка ( $S$ ) зменшується в  $\sqrt{n}$  раз порівняно з випадком (рис.27), коли за результат багаторазових вимірювань приймалось будь-яке одне з  $n$  спостережень.

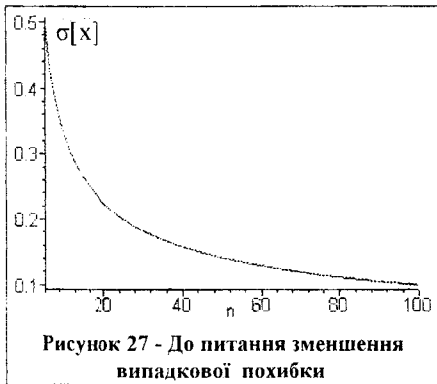


Рисунок 27 - До питання зменшення випадкової похибки

Тому багаторазові вимірювання з наступним усередненням результатів і прийняттям цього середнього за результат вимірювання є досить ефективним методом зменшення випадкової похибки.

7. Визначити довірчі границі похибки вимірювання, що представляє собою верхню й нижню границі інтервалу, який накриває із заданою ймовірністю похибку вимірювання.

Якщо число вимірювань  $n \leq 20$ , то довірчий інтервал випадкової похибки при заданих ймовірності  $P$  і середньому квадратичному відхиленні  $\sigma[\bar{x}]$  визначається за формулою Стьюдента

$$\Delta_d = \pm k_t \cdot \overline{\sigma[\bar{x}]},$$

де  $k_t$  - коефіцієнт розподілу Стьюдента, який залежить від заданої ймовірності  $P$  і числа вимірювань  $n$ .

Розглянемо тепер, яку саме довірчу ймовірність необхідно задавати. Як правило, приймають  $P = 0.95$ . Якщо вимірювання повторити неможливо, то  $P = 0.99$ , а в особливо відповідальних випадках, коли вимірювання, що виконуються, пов'язані із створенням нових еталонів або їхні результати можуть суттєво вплинути на здоров'я людини,  $P = 0.997$ .

8. Представити результат вимірювання

$$\bar{x} \pm \Delta_d ; P.$$

**Приклад. Обробка результатів прямих вимірювань.**

Проведено ряд вимірювань за допомогою вольтметра магнітоелектричної системи. При цьому одержано такі результати: 122; 118; 120; 121; 119; 120 [В]. Визначити середнє значення виміряної напруги, його СКВ. Представити результат, вказавши границі довірчого інтервалу, в який потрапляє похибка вимірювання із заданою ймовірністю  $P=0.95$  (коефіцієнт Стьюдента дорівнює 2.571).

1. Знайдемо математичне очікування для ряду вимірювань

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = \frac{122 + 118 + 120 + 121 + 119 + 120}{6} = 120 \text{ [В]}.$$

2. Визначимо випадкові відхилення

$$\vartheta_1 = U_1 - \bar{u} = 122 - 120 = +2 \text{ [В]}$$

$$\vartheta_2 = U_2 - \bar{u} = 118 - 120 = -2 \text{ [В]}$$

$$\vartheta_3 = U_3 - \bar{u} = 120 - 120 = 0 \text{ [В]}$$

$$\vartheta_4 = U_4 - \bar{u} = 121 - 120 = +1 \text{ [В]}$$

$$\vartheta_5 = U_5 - \bar{u} = 119 - 120 = -1 \text{ [В]}$$

$$\vartheta_6 = U_6 - \bar{u} = 120 - 120 = 0 \text{ [В]}$$

3. Перевіримо, чи сума випадкових відхилень дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^6 \vartheta_i = 0.$$

4. Знайдемо оцінку експериментального середнього квадратичного відхилення

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \vartheta_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(2)^2 + (-2)^2 + 0 + (1)^2 + (-1)^2 + 0}{6}} = 1.41 \text{ [В]}.$$

5. Визначимо середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного

$$\bar{\sigma}[\bar{u}] = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1.41}{\sqrt{6}} = 0.575 \text{ [В]}.$$

6. Знайдемо довірчі границі похибки вимірювання

$$\Delta_d = \pm k_t \cdot \bar{\sigma}[\bar{u}] = 0.575 \cdot 2.571 = 1.48 \text{ [В]}.$$

7. Представимо результат у відповідності до стандартної форми  $\bar{u} \pm \Delta_d, P$

$$U: 120.00 \text{ В}, \pm 1.48 \text{ В}, P = 0.95.$$

### 3.5 Оцінка випадкових похибок непрямих вимірювань

#### 3.5.1 Оцінка випадкових похибок опосередкованих вимірювань

Оцінку випадкових похибок опосередкованих вимірювань необхідно здійснювати за такою методикою:

1. Визначити для результатів прямих вимірювань  $\bar{x}$  і  $\sigma[\bar{x}]$ ;
2. Визначити значення невідомої величини  $\bar{q} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ ;
3. Визначити «вагу» кожної часткової похибки опосередкованих вимірювань

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x_i = \bar{x}_i};$$

4. Обчислити часткові випадкові похибки опосередкованих вимірювань

$$\bar{e}_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma[\bar{x}_i];$$

5. Знайти оцінку СКВ результату опосередкованих вимірювань

$$\sigma_{\bar{q}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2};$$

6. Знайти (табл.2) коефіцієнт  $k_t$  Стьюдента за заданою довірчою ймовірністю  $P$  і кількістю вимірювань  $n$ .

7. Знайти граничні значення випадкової складової похибки, яку приймають за похибку опосередкованого вимірювання

$$\Delta = \pm k_t \cdot \sigma_{\bar{q}};$$

8. Записати результат опосередкованого вимірювання:

$$q \pm \Delta, P.$$

Таблиця 2 - Значення коефіцієнта Стьюдента

n-1	P=0.95	P=0.99	n-1	P=0.95	P=0.99
3	3.182	5.841	16	2.120	2.921
4	2.776	4.604	18	2.101	2.878
5	2.571	4.032	20	2.086	2.845
6	2.447	3.707	22	2.074	2.819
7	2.367	3.500	24	2.064	2.797
8	2.306	3.355	26	2.056	2.779
9	2.262	3.250	28	2.048	2.763
10	2.228	3.169	30	2.043	2.750
12	2.179	3.055			
14	2.145	2.977	$\infty$	1.960	2.576

Для визначення похибки результату опосередкованого вимірювання необхідно застосувати такі правила:

1. Якщо результат вимірювання представляється сумою або різницею двох і більше виміряних величин:

$$q = x + \dots + z - (u + \dots + w),$$

і похибки  $\Delta x, \dots, \Delta w$  незалежні і випадкові, то абсолютна похибка результату може бути визначена за формулою

$$\Delta q = \sqrt{(\Delta x)^2 + \dots + (\Delta z)^2 + (\Delta u)^2 + \dots + (\Delta w)^2}.$$

Коли похибки аргументів корельовані, значення  $\Delta q$  може перевищувати отримане за попередньою формулою, але завжди буде задовольняти умову

$$\Delta q \leq \Delta x + \dots + \Delta z + \Delta u + \dots + \Delta w.$$

2. Якщо кінцевий результат вимірювання представляється добутком або часткою двох і більше вимірних значень:

$$q = \frac{x \cdot \dots \cdot z}{u \cdot \dots \cdot w},$$

і похибки  $\delta x, \dots, \delta w$  незалежні і випадкові, то відносна похибка результату опосередкованого вимірювання визначається

$$\delta q = \sqrt{(\delta x)^2 + \dots + (\delta z)^2 + (\delta u)^2 + \dots + (\delta w)^2}.$$

3. Якщо результат опосередкованого вимірювання є функцією однієї величини:

$$q = f(x),$$

то похибка результату визначається

$$\delta q = \left| \frac{dq}{dx} \right| \delta x.$$

4. В загальному випадку похибка функції декількох величин

$$q = f(x, y, \dots, w),$$

похибки яких незалежні і випадкові, знаходиться

$$\delta q = \sqrt{\left( \frac{\partial q}{\partial x} \delta x \right)^2 + \left( \frac{\partial q}{\partial y} \delta y \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial q}{\partial w} \delta w \right)^2},$$

але сумарна похибка ніколи не перевищить значення

$$\delta q \leq \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial q}{\partial y} \right| \delta y + \dots + \left| \frac{\partial q}{\partial w} \right| \delta w.$$

#### Приклад. Обробка результатів опосередкованих вимірювань.

Визначити результат та СКВ випадкової складової похибки опосередкованого вимірювання потужності  $P = \frac{U}{R}$  за даними прямих вимірювань напруги та опору з незалежними випадковими похибками, що розподілені за нормальним законом:

$$U = (1.00 \pm 0.01) \text{ В}; \quad P = 0.99$$

$$R = (10.0 \pm 0.10) \text{ Ом}; \quad P = 0.997$$

Записати результат згідно зі стандартною формою, вказавши довірчий інтервал, в який потрапить похибка результату опосередкованого вимірювання із встановленою ймовірністю  $P=0.99$ .



1. Знайти значення математичного очікування потужності

$$\bar{p} = \frac{\bar{U}}{R} = \frac{1.00}{10.0} = 0.1 \text{ (Вт)}$$

2. Визначити СКВ результату опосередкованого вимірювання потужності

$$\bar{\sigma}_p = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial U}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial R}\right)^2 \sigma_R^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(-\frac{U}{R^2}\right)^2 \sigma_R^2}$$

За значеннями нормованої функції Лапласа  $\Phi(z) = P/2$  (табл.3) знайти значення  $z$ , та визначити СКВ результатів прямих вимірювань напруги  $\bar{\sigma}_U$  і опору  $\bar{\sigma}_R$ .

Таблиця 3 - Значення нормованої функції Лапласа

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.0	0.00000	1.0	0.34134	2.0	0.47725	3.0	0.49865
0.1	0.03983	1.1	0.36433	2.1	0.48214	3.1	0.49903
0.2	0.07926	1.2	0.38493	2.2	0.48610	3.2	0.49931
0.3	0.11791	1.3	0.40320	2.3	0.48928	3.3	0.49952
0.4	0.15542	1.4	0.41924	2.4	0.49180	3.4	0.49966
0.5	0.19146	1.5	0.43319	2.5	0.49379	3.5	0.49977
0.6	0.22257	1.6	0.44520	2.6	0.49534	3.6	0.49984
0.7	0.25804	1.7	0.45543	2.7	0.49653	3.7	0.49989
0.8	0.28814	1.8	0.46407	2.8	0.49744	3.8	0.49993
0.9	0.31594	1.9	0.47128	2.9	0.49813	3.9	0.49995

Для

$$\Phi(z_U) = \frac{P}{2} = \frac{0.99}{2} = 0.485 \Rightarrow z_U = 2.2; \quad \bar{\sigma}_U = \frac{\Delta U}{z_U} = \frac{0.01}{2.2} = 0.0045 \text{ (В)}$$

Для

$$\Phi(z_R) = \frac{P}{2} = \frac{0.997}{2} = 0.499 \Rightarrow z_R = 3.2; \quad \bar{\sigma}_R = \frac{\Delta R}{z_R} = \frac{0.1}{3.2} = 0.03125 \text{ (Ом)}$$

Значення СКВ опосередкованого вимірювання потужності складає

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_p &= \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(-\frac{U}{R^2}\right)^2 \sigma_R^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot (0.0045)^2 + \left(-\frac{1}{10^2}\right)^2 \cdot (0.03125)^2} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ (Вт)} \end{aligned}$$

3. Визначити границі довірчого інтервалу для заданої ймовірності  $P=0.99$ . Для значення нормованої функції

$$\Phi(z_p) = \frac{P}{2} = \frac{0.99}{2} = 0.485$$

з табл.2 значення  $z_p = 2.2$ .

Тоді границі довірчого інтервалу становлять

$$\Delta_p = \pm z_p \cdot \bar{\sigma}_p = \pm 2.2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0.0011 \text{ (В)}$$

4. Результат опосередкованого вимірювання потужності

$$p: (0.100 \pm 0.0011) \text{ Вт}; \quad P = 0.99$$

### 3.5.2 Оцінка випадкових похибок сукупних та сумісних вимірювань

При сукупних та сумісних вимірюваннях невідомі величини  $x_i$ , що підлягають безпосередньому вимірюванню, визначають за результатами вимірювання інших величин, які функціонально пов'язані з ними

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = y_j,$$

де  $i = 1, 2, \dots, n$  - порядковий номер невідомих величин  $x_i$ ;  $j = 1, 2, \dots, m$  - порядковий номер прямих вимірювань величин  $y_j$ .

Якщо результати прямих вимірювань  $Y_j$  містять випадкові похибки, то вони мають місце і в результатах сукупних (сумісних) вимірювань величин  $x_i$ . Розглянемо три випадки.

1. Очевидно, що для  $m < n$  систему розв'язати неможливо.

2. Для  $m = n$  розв'язання можливе, але похибки результатів вимірювання величин  $x_i$  будуть, як і для прямих одноразових вимірювань, значними і числові значення цих похибок залишаються невідомими.

3. Для  $m > n$  систему знову неможливо розв'язати алгебрично тому, що ці рівняння несумісні, оскільки праві частини рівнянь замість точних значень  $Y_j$  містять результати їхніх вимірювань  $y_j = Y_j + \Delta Y_j$  із випадковими похибками  $\Delta Y_j$ .

Проте у останньому випадку для нормального закону розподілу похибок вимірювання величини  $y_j$  можна знайти таку сукупність значень  $x_i$ , яка з найбільшою ймовірністю задовольняла б початкові умови  $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = y_j$ . Це можна здійснити за допомогою *методу найменших квадратів (принципу Лежандра)*.

Такий спосіб обробки експериментальних даних для сукупних (сумісних) вимірювань доцільно застосовувати для лінійних функцій. В інших випадках обробка результатів значно ускладнюється.

Тому розглянемо випадок, коли функції  $\varphi_j$  лінійні

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - y_1 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - y_2 = 0 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n - y_m = 0 \end{cases}$$

Цю ж систему представимо більш компактно

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i - y_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Тут індекси при коефіцієнтах  $a$  показані у послідовності «рядок-стовпець».

Ці рівняння називають умовними. Через наявність похибок праві частини умовних рівнянь дорівнюють не нулю, а деяким залишковим похибкам

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i - y_i = v_j, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Згідно з принципом Лежандра найбільш імовірними значеннями невідомих величин  $x_i$  для цього випадку будуть такі, для яких сума квадратів залишкових похибок  $v_j^2$  мінімальна

$$\sum_{j=1}^m v_j^2 = \min.$$

Необхідною умовою такого мінімуму повинна бути рівність нулю похідних

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^m v_j^2 = 2 \sum_{j=1}^m v_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Підставивши в останню формулу значення  $v_j$ , отримують систему нормальних рівнянь

$$\sum_{i=1}^n b_{hi} x_i = c_h, \quad h = 1, 2, \dots, n,$$

яку в розгорнутому вигляді представляють так

$$\begin{cases} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n = c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n = c_2 \\ \dots \\ b_{n1}x_1 + b_{n2}x_2 + \dots + b_{nn}x_n = c_n \end{cases}$$

Тут індекси при коефіцієнтах  $b$  показані у послідовності «рядок стовпець» ( $h - i$ ).

Оскільки кількість нормальних рівнянь завжди дорівнює кількості невідомих, то така система має розв'язок.

*Методика отримання нормальних рівнянь.*

Загальний спосіб знаходження системи нормальних рівнянь полягає у знаходженні часткових похибок від кожної  $v_j$  по кожній з невідомих  $x_i$ , перемноженням цих похідних на відповідні значення  $v_j$  та додаванні їх для кожної невідомої  $x_i$

$$v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_i} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_i} + \dots + v_m \frac{\partial v_m}{\partial x_i} = 0.$$

Сукупність даних виразів представляє собою систему з  $n$  нормальних рівнянь.

*Визначення нормальних рівнянь для  $n = 2$ .*

Припустимо, що в результаті сукупних (сумісних) вимірювань отримано таку систему

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = y_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 = y_3 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 = y_m \end{cases}$$

Система нормальних рівнянь матиме вигляд

$$\begin{cases} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 = c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 = c_2 \end{cases}$$

Коефіцієнти  $b_{hi}$  визначають із таких виразів

$$b_{11} = \sum_{j=1}^m a_{j1}^2; \quad b_{12} = b_{21} = \sum_{j=1}^m a_{j1} \cdot a_{j2}; \quad b_{22} = \sum_{j=1}^m a_{j2}^2$$

Тоді значення  $c_h$  визначають

$$c_1 = \sum_{j=1}^m a_{j1} \cdot y_j; \quad c_2 = \sum_{j=1}^m a_{j2} \cdot y_j$$

*Розв'язок системи нормальних рівнянь.*

Якщо кількість невідомих  $n \leq 4$ , то систему нормальних рівнянь доцільно розв'язувати за допомогою визначників. Розглянемо розв'язування систем нормальних рівнянь для  $n = 2$ .

У цьому випадку складають та обчислюють головний визначник цієї системи рівнянь

$$D = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

Далі складають та обчислюють часткові визначники  $D_1$  та  $D_2$ , замінивши коефіцієнти  $b$  при відповідних невідомих на вільні члени  $c$  в системі

$$D_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_{12} \\ c_2 & b_{22} \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & c_1 \\ b_{21} & c_2 \end{vmatrix}$$

Потім знаходять найбільш імовірні значення невідомих

$$\bar{x}_1 = \frac{D_1}{D}; \quad \bar{x}_2 = \frac{D_2}{D}$$

*Середні квадратичні значення* результатів сукупних (сумісних) вимірювань. Після підстановки найбільш імовірних значень  $\bar{x}_i$  до умовних рівнянь

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i - y_i = v_j, \quad j = 1, 2, \dots, m, \text{ знаходять значення залишкових похибок } v_j,$$

визначають  $v_j^2$  та суму квадратів залишкових похибок  $\sum_{j=1}^m v_j^2$ .

*Середнє квадратичне відхилення* результатів сукупних (сумісних) вимірювань знаходять за формулою

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{A_{hi}}{D} \cdot \frac{\sum_{j=1}^m v_j^2}{m-n}},$$

де  $m$  - кількість умовних рівнянь;  $n$  - кількість невідомих;  $A_{hi}$  - ад'юнкти (алгебричні доповнення) елементів  $b_{hi}$  головної діагоналі визначника  $D$  (для  $h = i$ ), які отримують викресленням  $h$ -го рядка та  $i$ -го стовпця, відповідних даному елементу  $b_{hi}$ , з наступним домноженням на  $(-1)^{h+1}$ .

Для  $n = 2$  ад'юнкти:  $A_{11} = b_{22}$ ;  $A_{22} = b_{11}$ .

Довірчі границі випадкової складової похибки сукупних (сумісних) вимірювань. Задавшись значенням довірчої ймовірності, знаходять відповідне значення коефіцієнта довіри  $t_p$ . У цьому випадку число ступенів свободи дорівнює

$$k = m - n.$$

Довірчі границі випадкової похибки сукупних (сумісних) вимірювань становлять

$$\Delta_i = \pm t_p \cdot S_{\bar{x}}.$$

#### Приклад. Обробка результатів сумісних вимірювань.

При отриманні залежності опору мідної проволочки від температури одержано сім пар значень  $R = f(T)$ , які зведено в табл.4. Припустимо, що залежність між  $R$  і  $T$  визначена формулою  $R_T = R_0(1 + \alpha T)$ .

Таблиця 4 - Результати вимірювань залежності  $R = f(T)$

j	1	2	3	4	5	6	7
$T, ^\circ\text{C}$	10.0	15.1	20.0	25.0	30.0	35.1	40.1
$R_T, \text{Ом}$	55.28	56.42	57.49	58.65	59.80	60.92	62.05

Визначити значення  $R_0$  і  $\alpha$  а також визначити похибки сумісних вимірювань.

Перетворимо

$$R_T = R_0(1 + \alpha T)$$

до вигляду

$$A_{j1} \cdot X_1 + A_{j2} X_2 = Y_j,$$

$$\text{де } A_{j1} = 1; \quad A_{j2} = T; \quad X_2 = \alpha \cdot R_0; \quad Y_j = R_T.$$

Складемо систему умовних рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 + 10.0 \cdot X_2 = 55.28 \\ X_1 + 15.1 \cdot X_2 = 56.42 \\ X_1 + 20.0 \cdot X_2 = 57.49 \\ X_1 + 25.0 \cdot X_2 = 58.65 \\ X_1 + 30.0 \cdot X_2 = 59.80 \\ X_1 + 35.1 \cdot X_2 = 60.92 \\ X_1 + 40.1 \cdot X_2 = 62.05 \end{array} \right.$$

та систему нормальних рівнянь

$$\begin{cases} B_{11}X_1 & + & B_{12}X_2 = C_1 \\ B_{21}X_1 & + & B_{22}X_2 = C_2 \end{cases}$$

де коефіцієнти:

$$B_{11} = \sum_{j=1}^7 A_{j1}^2 = 7; \quad B_{12} = B_{21} = \sum_{j=1}^7 A_{j1} \cdot A_{j2} = 175.3; \quad B_{22} = \sum_{j=1}^7 A_{j2}^2 = 5093.03;$$

$$C_1 = \sum_{j=1}^7 A_{j1} Y_j = 410.61; \quad C_2 = \sum_{j=1}^7 A_{j2} Y_j = 10441.289.$$

Враховавши значення даних коефіцієнтів, система нормальних рівнянь матиме вигляд

$$\begin{cases} 7.0 X_1 & + & 175.30 X_2 = 410.61 \\ 175.3 X_1 & + & 5093.03 X_2 = 10441.289 \end{cases}$$

Головний визначник цієї системи

$$D = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7.0 & 175.3 \\ 175.3 & 5093.03 \end{vmatrix} = 4891.12.$$

Найбільш імовірні значення невідомих  $R_0$  і  $\alpha$  дорівнюють

$$R_0 = X_1 = 53.339 \text{ Ом}; \quad \alpha = \frac{X_2}{X_1} = 0.004 \text{ град}^{-1}.$$

Знайдемо границі довірчого інтервалу для  $R_0$  як для прямого вимірювання

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\frac{A_{11}}{D} \cdot \frac{\sum_{j=1}^7 v_j^2}{m-n}} = 0.02,$$

$$\text{де } A_{11} = B_{22} = 5093.03; \quad D = 4891.12; \quad m = 7; \quad n = 2.$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\frac{A_{22}}{D} \cdot \frac{\sum_{j=1}^7 v_j^2}{m-n}} = 0.007,$$

$$\text{де } A_{22} = B_{11} = 7.0; \quad D = 4891.12; \quad m = 7; \quad n = 2.$$

Для  $k = m - n = 5$  та ймовірності  $P = 0.95$  коефіцієнт Стюдента дорівнює  $t_{P,n} = 2.571$ .

Границі довірчого інтервалу для  $R_0$

$$\Delta_{x_1} = \pm t_{P,n} \cdot \sigma_{x_1} = \pm 2.571 \cdot 0.02 = \pm 0.05 \text{ Ом}.$$

СКВ похибки для  $\alpha$  опосередкованого вимірювання

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{\left( \frac{\partial \alpha}{\partial X_1} \cdot \sigma_{x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial X_2} \cdot \sigma_{x_2} \right)^2},$$

$$\text{де } \frac{\partial \alpha}{\partial X_1} = X_2 \cdot \frac{1}{X_1^2} = \frac{0.226}{53^2} = 0.00008; \quad \frac{\partial \alpha}{\partial X_2} = \frac{1}{X_1} = \frac{1}{53} = 0.019.$$

Тоді СКВ для  $\alpha$  дорівнює

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{(0.0007 \cdot 0.019)^2 + (0.02 \cdot 0.00008)^2} = 0.41 \cdot 10^{-4}$$

Границі довірчого інтервалу для  $\alpha$  визначимо для ймовірності  $P=0.95$  та кількості ступенів свободи  $k = m - n = 5$ .

Коефіцієнт Стьюдента у цьому випадку дорівнює  $t_{P,n} = 2.571$ .

Границі довірчого інтервалу для  $\alpha$  становлять

$$\Delta_{\alpha} = \pm t_{P,n} \cdot \sigma_{\alpha} = \pm 2.571 \cdot 0.41 \cdot 10^{-4} = \pm 0.0001 \text{ град}^{-1}$$

$$R_0 = (55.33 \pm 0.05) \text{ Ом}, \quad P = 0.95;$$

Відповідь:

$$\alpha = (0.0040 \pm 0.0001) \text{ град}^{-1}; \quad P = 0.95$$

### 3.6 Правила округлення та форми представлення результатів вимірювань

Похибка результату вимірювань дозволяє визначити ті цифри результату, які є достовірними. Недоцільно зберігати у значенні фізичної величини велику кількість цифр, тому що цифри молодших розрядів можуть бути недостовірними. Знання і виконання правил округлення результатів дозволяє суттєво економити пам'ять мікропроцесорних засобів вимірювань.

Існують такі правила округлення результатів вимірювань.

1. В значенні похибки зберігається не більше двох значущих цифр, причому остання цифра округляється до нуля або п'яти. Дві цифри необхідно зберігати і в тому випадку, коли цифра старшого розряду менша 3.

2. Числове значення результатів вимірювань повинно закінчуватися цифрою того ж розряду, що і значення похибки. Наприклад,  $235.732 \pm 0.15$  округляється до  $235.73 \pm 0.15$ , але не до  $235.7 \pm 0.15$ .

3. Якщо перша цифра (рахуючи зліва направо), що вилучається, менша п'яти, то цифри, які залишаються, не змінюються. Наприклад,  $442.749 \pm 0.4$  округляється до  $442.7 \pm 0.4$ .

4. Якщо перша цифра, що вилучається, більша або рівна 5, то остання цифра, яка залишається, збільшується на одиницю.

5. Округлення необхідно виконати до потрібної кількості значущих цифр. Поетапне округлення може привести до помилок. Наприклад, поетапне округлення результату вимірювання  $220.46 \pm 4$  дає на першому етапі  $220.5 \pm 4$  і на другому  $221 \pm 4$ , в той час коли правильний результат округлення  $220 \pm 4$ .

Похибка округлення. В процесі округлення виникає похибка. В залежності від ситуації похибка округлення може бути систематичною, якщо число до округлення відомо, і випадковою, якщо число до округлення невідомо.

Розглянемо випадок, коли округлення приводить до систематичної похибки. Припустимо, що під час визначення результату опосередкованих вимірювань використовується трансцендентне число. Під час округлення значення  $\pi$ ,

тобто при його заміні наближеним значенням  $\pi_{\text{окр}}$ , виникає відносна похибка

$$\delta_{\text{окр}} = \frac{\pi_{\text{окр}} - \pi}{\pi} = \frac{\Delta\pi}{\pi} = -0.05\% \left\{ \begin{array}{l} \Delta\pi = -0.0016 \\ \pi_{\text{окр}} = 3.14 \end{array} \right.$$

Якщо значення величини до округлення нам невідоме і якщо дане  $X_N$  округлено по молодшому десятковому розряду, то похибка округлення буде випадковою величиною, розподіленою за рівномірним законом, середнє квадратичне відхилення якої визначається

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{10 \cdot q_k}{2 \cdot \sqrt{3}},$$

де  $q_k$  - ціна молодшого десяткового степеня  $X_N$  до округлення.

Якщо під час запису результату вимірювань молодшу цифру вилучають (без правил округлення), то похибка округлення буде мати рівномірний зміщений закон розподілу з математичним очікуванням

$$M(\Delta_{\text{окр}}) = -\frac{10 \cdot q_k}{2}$$

і середнім квадратичним відхиленням

$$\sigma(\Delta_{\text{окр}}) = \frac{10 \cdot q_k}{2 \cdot \sqrt{3}}.$$

#### Форми представлення результатів вимірювань.

Результат вимірювання представляється у вигляді значення величини і показника точності. В залежності від складності і значення результатів вимірювання використовують різні показники точності:

- довірчі границі, в яких з встановленою ймовірністю знаходиться похибка вимірювання  $\Delta$  або її систематична складова  $\bar{\Delta}$ ;

- оцінки середніх квадратичних відхилень  $\sigma(\bar{\Delta})$ ,  $\sigma(\Delta)$  систематичної і випадкової складових похибки;

- щільність ймовірностей систематичної і випадкової складових похибок.

Для представлення даних показників точності встановлено такі три правила:

1. Показники точності повинні виражатися в одиницях вимірюваної величини;
2. Вони мають містити не більше двох значущих цифр;
3. Наймолодші розряди результату вимірювання і числових показників точності мають бути однакові.

#### Перша форма:

$$X; \quad \Delta_d \quad \text{від} \quad -\Delta_d \quad \text{до} \quad +\Delta_d; \quad P(\Delta),$$

де  $X$  - результат вимірювання в одиницях вимірюваної величини;

$\Delta_d$  - довірчий інтервал;

$P(\Delta)$  - довірча ймовірність.

Приклад: 100 В,  $\Delta_d$  від -1 до +1 В;  $P=0.95$ .



Перша форма подання результатів вимірювань характерна тим, що в ній похибки вимірювань не розподіляють на випадкові і систематичні.

Друга форма:

$$X; \bar{\Delta} \quad \text{від } -\bar{\Delta} \text{ до } +\bar{\Delta}; P(\bar{\Delta}); \sigma(\overset{\circ}{\Delta}); f(\overset{\circ}{\Delta}),$$

де  $\bar{\Delta}$  - границі зміни систематичної складової похибки в одиницях вимірюваної величини;

$P(\bar{\Delta})$  - довірча ймовірність систематичної складової похибки;

$\sigma(\overset{\circ}{\Delta})$  - оцінка середнього квадратичного відхилення випадкової складової похибки в одиницях вимірюваної величини;

$f(\overset{\circ}{\Delta})$  - закон розподілу випадкової складової похибки.

Приклад: 101.5 В;  $\bar{\Delta}$  від -1.5 до +1.5 В;  $P(\bar{\Delta})=0.95$ ;  $\sigma(\overset{\circ}{\Delta})=0.5$  В; Рівн.

Третя форма:

$$X; \sigma(\bar{\Delta}); f(\bar{\Delta}); \sigma(\overset{\circ}{\Delta}); f(\overset{\circ}{\Delta}),$$

де  $\sigma(\bar{\Delta}), \sigma(\overset{\circ}{\Delta})$  - оцінки середнього квадратичного відхилення систематичної і випадкової складових похибки;

$f(\bar{\Delta}), f(\overset{\circ}{\Delta})$  - закони розподілу систематичної і випадкової складових похибки.

Приклад: 101.11 В;  $\sigma(\bar{\Delta}) = 0.05$  В; Рівн.;  $\sigma(\overset{\circ}{\Delta}) = 0.03$  В; Норм.

Четверта форма:

$$X; f(\bar{\Delta}); f(\overset{\circ}{\Delta}),$$

де  $f(\bar{\Delta}), f(\overset{\circ}{\Delta})$  - щільності ймовірностей систематичної і випадкової складових похибок, які подані або в формі таблиць, графіків чи формул.

$$f(\bar{\Delta}) = \frac{1}{4} \frac{1}{\text{В}} \quad \text{при } -1 \text{ В} < \bar{\Delta} < +3 \text{ В};$$

Приклад : 102 В;

$$f(\overset{\circ}{\Delta}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\overset{\circ}{\Delta})^2}{8}\right) \frac{1}{\text{В}}$$

**Контрольні питання**

1. Дайте поняття істинного і дійсного значення фізичної величини.
2. Яку похибку називають абсолютною, а яку - відносною?
3. Яка похибка називається систематичною, а яка - випадковою?
4. На які чотири основні групи розподіляють систематичні похибки?
5. Які Ви знаєте способи вилучення систематичних похибок? В чому суть методу дворазових спостережень, поправок, рандомізації?

6. Чим пояснюється поява випадкової складової похибки?
7. У чому полягає суть нормального закону розподілу ймовірностей?
8. Яку похибку характеризує середнє квадратичне відхилення, а яку - математичне очікування?
9. Що таке композиція законів розподілу? Наведіть приклади композиції найбільш поширених законів розподілу випадкових похибок.
10. Наведіть методику оцінки випадкових похибок прямих вимірювань.
11. Наведіть методику оцінки випадкових похибок опосередкованих вимірювань.
12. Наведіть методику оцінки випадкових похибок сукупних та сумісних вимірювань.
13. Сформулюйте правила округлення результатів вимірювань.
14. Запишіть чотири форми подання результатів вимірювань.

### *Список додаткової літератури*

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. -К.:Выща шк., 1983 (гл. 4, с.93-136).
2. Поджаренко В.О., Кухарчук В.В. Вимірювання і комп'ютерно-вимірювальна техніка. -К.: УМК ВО, 1991 (розділ 2, с.10-28).
3. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. -К.: Держстандарт України, 1994. -68с.

## Розділ IV ВЛАСТИВОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

Вимірювальна техніка має великий арсенал різноманітних засобів. Тому важливою і актуальною є проблема правильного вибору необхідного засобу вимірювань, для вирішення якої важливими є критерії оцінки ефективності їхнього застосування. Як такі критерії використовують метрологічні характеристики засобів вимірювань, які визначаються режимом їхньої роботи - статичним або динамічним.

Метрологічними називають характеристики засобів вимірювальної техніки, які нормуються для визначення результату вимірювання та його похибок.

Під статичним слід розуміти режим роботи засобу вимірювань, при якому його вихідний сигнал може вважатись незмінним протягом часу, достатнього для зчитування показів, а під динамічним - режим, при якому вихідний сигнал змінюється з часом істотним чином.

Виходячи з режимів роботи засобів вимірювань, розрізняють їх статичні і динамічні метрологічні характеристики.

Згідно з ДСТУ 2681-94 виділяють такі основні динамічні метрологічні характеристики:

- диференціальне рівняння;
- передаточна функція;
- перехідна характеристика;
- імпульсна характеристика;
- амплітудно- і фазочастотна характеристики.

До статичних властивостей засобів вимірювань відносять:

- функцію перетворення;
- статичну характеристику;
- чутливість;
- поріг чутливості;
- родільну здатність;
- адитивні і мультиплікативні похибки;
- похибку нелінійності;
- діапазон вимірювання;
- швидкодію;
- вхідний і вихідний опори;
- варіацію показу.

Цих даних достатньо, щоб здійснити нормування точності засобів вимірювань в статичному режимі. Бажано, щоб і математичний апарат дослідження засобів вимірювань в статичному режимі дозволяв достатньо просто отримувати наведені метрологічні характеристики. Складність полягає в тому, що функція вимірювального перетворення описує для різних засобів вимірювань різні фізичні процеси, які відносяться до різних галузей знань і є функціями багатьох змінних. Необхідно мати узагальнений для всіх них метод дослідження, який був би незалежним від фізичних явищ, покладених в основу побудови засобів вимірювань.

Таким математичним апаратом дослідження статичних метрологічних ха-

рактичних є використання розкладу функції перетворення в ряд Тейлора.

Припустимо, що має місце засіб вимірювань, функція перетворення якого має вигляд

$$y = y(x, \Delta f),$$

де  $y$  - вихідна величина засобу вимірювань;  $x$  - вхідна величина;  $\Delta f$  - впливні величини.

Розкладемо дану функцію перетворення в ряд Тейлора і отримаємо

$$y = y_0 + \left[ \frac{\partial y}{\partial x} \right]_0 x + \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]_0 x^2 + \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right]_0 x^3 + \dots + \\ + \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial f} \right]_0 x \cdot \Delta f + \left[ \frac{\partial y}{\partial f} \right]_0 \Delta f + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial f^2} \right]_0 \Delta f^2 + \dots$$

Індекс «0» біля частинних похідних показує, що вони визначаються для значень впливних величин, які відповідають нормальним умовам  $f = f_0$  (умовам градування).

Проаналізуємо складові попереднього рівняння.

1.  $y_0$  - вільний член розкладу, який дорівнює  $y$  при  $x = 0$  і  $\Delta f = 0$ .

2.  $\left[ \frac{\partial y}{\partial x} \right]_0 = S_0$  - номінальний коефіцієнт перетворення або чутливість засобу вимірювання.

3.  $\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]_0 = S_0^{\bullet}$ ,  $\frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right]_0 = S_0^{\bullet\bullet}$  - зміна чутливості в діапазоні перетворення.

4.  $\left[ \frac{\partial y}{\partial f} \right]_0 = \beta_0^{\bullet}$  і  $\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial f^2} \right]_0 = \beta_0^{\bullet\bullet}$  - коефіцієнти впливу впливних величин на вихідний параметр  $y$  засобу вимірювання;

5.  $\left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial f} \right]_0 = \alpha_0$  - коефіцієнт впливу впливних величин на номінальну чутливість  $S_0$  засобу вимірювань.

З урахуванням прийнятих позначень рівняння розкладу в ряд Тейлора представимо у вигляді

$$y = y_0 + S_0 \cdot x + S_0^{\bullet} \cdot x^2 + S_0^{\bullet\bullet} \cdot x^3 + \dots + \alpha_0 \cdot x \cdot \Delta f + \beta_0^{\bullet} \cdot \Delta f + \beta_0^{\bullet\bullet} \cdot \Delta f^2 + \dots$$

де

$$y = S_0 x + S_0^{\bullet} x^2 + S_0^{\bullet\bullet} x^3 - \text{номінальна функція перетворення;}$$

$$\Delta y_n = S_0^{\bullet} x^2 + S_0^{\bullet\bullet} x^3 - \text{похибка нелінійності номінальної функції перетворення;}$$

$$\Delta y_m = \alpha_0 \cdot x \cdot \Delta f - \text{мультиплікативна похибка перетворення в умовах змі-}$$

ни  $f_0$  на величину  $\Delta f$ , тобто зміна чутливості  $S_0$  на величину  $\Delta S = \alpha_0 \cdot \Delta f$ ;

$\Delta y_a = \beta_0 \cdot \Delta f + \beta_0^* \cdot \Delta f^2$  - адитивна похибка перетворення в умовах зміни  $f_0$  на величину  $\Delta f$ , тобто зміна  $y_0$  під дією впливних величин.

Розглянемо більш детально виділені статичні метрологічні характеристики.

#### 4.1 Статичні метрологічні характеристики

Функцією перетворення називають залежність між вихідною ( $y$ ) та вхідною ( $x$ ) величинами засобу вимірювальної техніки.

Функція перетворення може бути представлена у вигляді таблиці, графіка, формули.

Аналітична залежність вимірювального перетворення, що входить до складу засобу вимірювань і описує зв'язок вихідного та вхідного сигналів, називається рівнянням перетворення -  $y = f(x)$ .

Графічне подання функції перетворення називають статичною характеристикою.

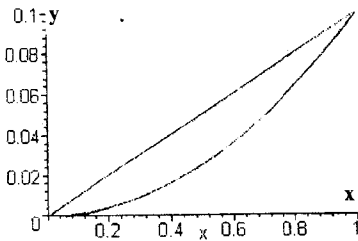


Рисунок 28 – Статичні характеристики

Статична характеристика засобу вимірювань може бути як лінійною, так і нелінійною (рис.28). Остання може бути з достатнім ступенем точності лінеаризована.

Градуювальна характеристика - залежність між значеннями вимірюваної величини на виході та вході засобу вимірювань, що отримані під час градування (калібрування) та подані у вигляді таблиці, графіка або формули.

**Чутливість** - відношення зміни вихідної величини засобу вимірювань до зміни вхідної величини, що її викликає

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Тобто чутливість характеризує здатність засобу вимірювання реагувати на зміну вхідного сигналу.

При лінійному рівнянні перетворення  $S = \text{const}$ . В даному випадку шкала засобу вимірювань рівномірна, що є досить суттєвою перевагою порівняно із засобами вимірювань із нерівномірною шкалою ( $S \rightarrow \text{var}$ ).

Крім чутливості засоби вимірювань характеризуються порогом чутливості і зоною нечутливості.

Поріг чутливості - найменше значення вимірюваної величини, яка може бути виявлена засобом вимірювань.

Зона нечутливості - діапазон значень вимірюваної величини, в межах якого її зміни не викликають зміни показу засобу вимірювань.

Досить важливою метрологічною характеристикою є діапазон вимірювань. У ДСТУ 2681-94 розрізняють діапазон показів і діапазон вимірювань.

Діапазон показів - інтервал значень вимірюваної величини, який обмежений початковим та кінцевим її значеннями.

Початковим значенням вимірюваної величини називають найменше в діапазоні показів її значення, а кінцевим - її найбільше значення.

Діапазон вимірювань - інтервал значень вимірюваної величини, в межах якого пронормовані похибки засобу вимірювань.

Пронормованими є верхня  $x_{\max}$  і нижня  $x_{\min}$  межі вимірювання.

У вимірювальній практиці широко використовується також термін "повний діапазон", під яким розуміють відношення верхньої межі вимірювання  $x_{\max}$  до порогу чутливості

$$D = \frac{x_{\max}}{X_{\Pi}}$$

де  $X_{\Pi}$  - поріг чутливості.

Вхідний і вихідний опори. При вимірюванні об'єкт і засіб вимірювання взаємодіють. Ця взаємодія необхідна і без неї не було б вимірювання. Однак при такій взаємодії вимірювальна інформація, що отримується від об'єкта вимірювання, не повинна спотворюватись. У цьому плані засоби вимірювання характеризуються вхідним і вихідним опорами (імпедансами).

Вхідний опір може бути як великим, так і малим в залежності від властивостей об'єкта, умов вимірювання, значення вимірюваної величини і методу вимірювання.

Для електричних величин ці вимоги можна сформулювати таким чином (рис.29).

Великий вхідний опір необхідний тоді, коли вихідний сигнал від попереднього перетворювача (або об'єкта вимірювання) формується у вигляді напру-

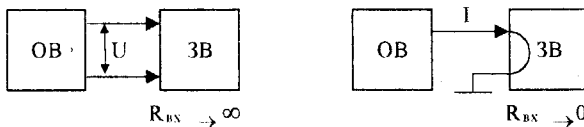


Рисунок 29 - Взаємодія об'єкта і засобу вимірювання

ги. Прикладом може служити вимірювання напруги вольтметром. Чим більшим буде опір вольтметра ( $R_{вх} \rightarrow \infty$ ), тим менше буде давати себе знати його спотворювальний вплив.

Малий вхідний опір необхідний тоді, коли вихідний сигнал від попереднього перетворювача (або об'єкта вимірювання) формується у вигляді струму.

При вимірюванні сили струму амперметром спотворення, яке ним вноситься, буде тим меншим, чим менший його вхідний опір ( $R_{\text{вх}} \rightarrow 0$ ).

При побудові засобів вимірювань для ефективної передачі енергії в колі вимірювального перетворення необхідне узгодження вхідного опору даного перетворювача з вихідним опором попереднього перетворювача.

**Швидкодія** - час, витрачений на вимірювання, під яким розуміють проміжок часу з моменту зміни вимірюваної величини до моменту встановлення показу приладу.

**Показ** - значення вимірюваної величини, створене за допомогою засобу вимірювань та подане сигналом вимірювальної інформації.

**Час встановлення** - інтервал часу від моменту початку дії вхідного сигналу до моменту, коли показ досягає і залишається в середині повних меж навколо усталеного значення.

**Варіація показу засобу вимірювань** - різниця між двома показами засобу вимірювання, коли одне й те ж значення вимірюваної величини досягається внаслідок її збільшення чи зменшення.

## 4.2 Похибки засобів вимірювань

Похибки засобів вимірювань дозволяють кількісно оцінити інструментальну похибку вимірювань, тобто похибку, яка виникає через недосконалість конструкції засобу вимірювання а також через кінцеві можливості технології його виготовлення.

Похибки (рис.30) засобів вимірювальної техніки поділяються на:

- абсолютні, відносні та зведені;
- систематичні та випадкові;
- адитивні, мультиплікативні і нелінійні;
- основні і додаткові;
- статичні і динамічні.

За способом вираження похибки засобів вимірювальної техніки поділяють на абсолютні, відносні та зведені.

**Абсолютною похибкою** засобу вимірювань називають різницю між показом засобу вимірювань та істинним значенням вимірюваної величини за відсутності методичних похибок і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання

$$\Delta_{\text{зв}} = X_{\text{зв}} - X_i.$$

Умови відсутності методичних похибок вимірювання і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання створюються під час перевірки, коли значення вхідної величини знаходять за допомогою зразкового засобу вимірювання.

В метрологічній практиці визначають приблизне значення похибки засобу вимірювань, тобто її оцінку. Оцінка похибки засобу вимірювань є різниця між показом засобу вимірювань і умовно істинним значенням вимірюваної величини. На практиці слово «оцінка» може опускатися.

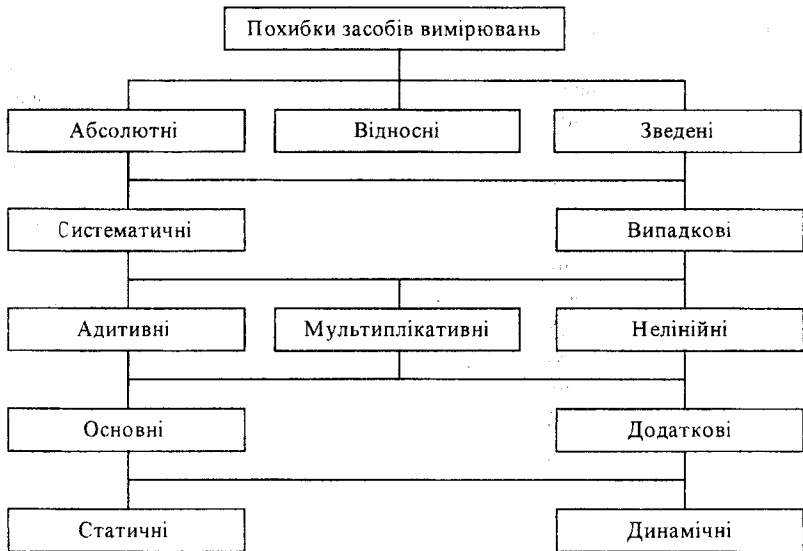


Рисунок 30 - Класифікація похибок засобів вимірювальної техніки

Відносною похибкою засобу вимірювань називають відношення абсолютної похибки засобу вимірювань до істинного значення вимірюваної величини

$$\delta_{зв} [\%] = \frac{\Delta_{зв}}{X_i} \cdot 100\%.$$

Зведеною похибкою засобу вимірювань називають відношення абсолютної похибки засобу вимірювань до нормованого значення

$$\gamma [\%] = \frac{\Delta_{зв}}{X_H} \cdot 100\%,$$

де  $X_H$  - нормоване значення.

В залежності від типу шкали засобу вимірювань виділяють декілька методів визначення нормованого значення.

1. Якщо засіб вимірювань має рівномірну шкалу, то в якості нормованого значення  $X_H$  необхідно вибрати верхню межу вимірювань при знаходженні нульової відмітки на початку діапазону.

2. Нормоване значення  $X_H$  дорівнює сумі модулів меж вимірювань, якщо нульова відмітка шкали знаходиться всередині діапазону вимірювань.

3. Для багатомежевих засобів вимірювань значення  $X_H$  дорівнює різниці меж вимірювань.

4. Якщо засіб вимірювань має істотно нерівномірну шкалу, то за нормоване значення  $X_H$  приймають довжину шкали або її частини, відповідної діапазону вимірювань.

Похибки засобів вимірювань містять ряд систематичних і випадкових



складових, статичні та динамічні похибки, які визначаються аналогічно визначенням похибок вимірювань.

Залежно від того, в яких умовах експлуатується засіб вимірювань, розрізняють основну (для нормальних умов) і додаткову похибки (якщо одна або більше впливних величин виходять за межі нормальних умов).

**Основна похибка - похибка засобу вимірювальної техніки за нормальних умов його використання.**

Умови застосування засобів вимірювальної техніки, за яких впливні величини мають нормальні значення чи знаходяться у границях нормального інтервалу значень, називають нормальними умовами застосування.

Нормальне - це значення впливної величини, для якого (у межах якого) нормується основна похибка засобів вимірювальної техніки.

Умови застосування засобів вимірювальної техніки - це такі умови, за яких значення впливних величин знаходяться у границях робочої зони.

Робоча зона значень впливних величин - це зона, що встановлюється для засобів вимірювань, в межах якої за необхідністю нормуються додаткові похибки цих засобів.

**Додаткова похибка - похибка засобу вимірювальної техніки, яка додатково виникає під час використання засобу вимірювань в умовах відхилення хоча б однієї з впливних величин від нормального значення або її виходу за границі нормальної зони значень.**

Щоб наперед оцінити похибку, яку внесе дане устаткування в кінцевий результат, користуються нормованими значеннями похибки.

Під нормованим значенням розуміють похибки, які є граничними для даного типу засобів вимірювань.

Стандартами регламентуються способи нормування і форми вираження допустимих границь похибок.

**Границею допустимої похибки засобу вимірювань називають найбільше значення без урахування знаку похибки засобу вимірювань, за яким цей засіб ще може бути визнаний придатним до застосування.**

Границі допустимих абсолютної, відносної і зведеної похибок засобів вимірювань можуть виражатись одним числом

$$\Delta_n = \pm a; \quad \delta_n = \pm q; \quad \gamma_n = \pm p,$$

де  $a$  - позитивне число, незалежне від  $X$ ;  $q$ ,  $p$  - абстрактні позитивні числа, вибрані з ряду

$$[1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0] \cdot 10^n,$$

де  $n$  може набувати значення  $1; 0; -1; -2; \dots$

Границі допустимих абсолютної і відносної похибок можуть також виражатися у вигляді лінійної функції

$$\Delta_{зв} = \pm (a + b \cdot x),$$

де  $a, b$  - позитивні числа, незалежні від  $x$ .

Перший доданок представленої функції (рис.31, а) характеризує адитивну похибку (похибку нуля, незалежну від  $x$ ), а другий (рис.31, в) - мультиплікативну (похибку чутливості, залежну від  $x$ ).

**Адитивна** - складова абсолютної похибки засобу вимірювальної техніки, яка не залежить від вимірюваної величини.

**Мультиплікативна** - складова похибки засобу вимірювальної техніки, яка пропорційна вимірюваній величині.

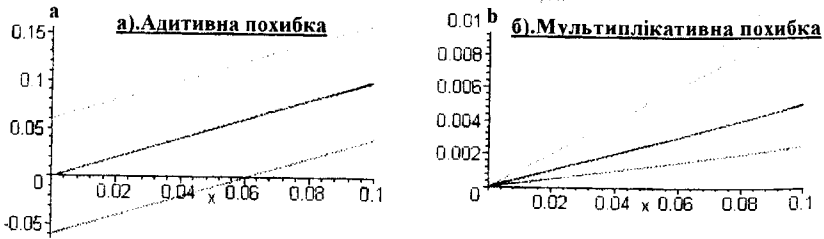


Рисунок 31 - Графічне подання адитивної і мультиплікативної похибок

**Похибка нелінійності** - складова похибки засобу вимірювальної техніки, яка змінюється нелінійно в діапазоні зміни вимірюваної величини.

Для нормування похибок засобів вимірювальної техніки з адитивною і мультиплікативною похибками найбільш поширеною є формула виду

$$\delta_H = \pm \left[ c + d \cdot \left( |X_H / X| - 1 \right) \right],$$

де  $X_H$  - нормоване значення;

$c, d$  - постійні числа.

Для з'ясування фізичної суті коефіцієнта  $c$  уявимо, що прилад, границя допустимої похибки якого нормована, показав значення, рівне верхній межі вимірювання:  $X = X_H$ . Тоді

$$\delta_H = \pm c.$$

Отже  $c$  є границя допустимої відносної похибки при максимальному показі приладу.

Для розуміння суті коефіцієнта  $d$  перетворимо наведену формулу так, щоб отримати залежність для границі допустимої абсолютної похибки

$$\Delta_H = \pm \frac{1}{100} \cdot [d \cdot X_H + (c - d) \cdot X].$$

Припустимо, що показання приладу рівні нулю. Тоді другий доданок у квадратних дужках дорівнює нулю і  $d$  є межа допустимої похибки при нульовому показанні приладу, яка виражена у відсотках до верхньої межі вимірювання.

Різниця коефіцієнтів  $(c - d)$  характеризує зростання абсолютної похибки при зростанні показів приладу, а  $(X_H / X - 1)$  - зростання відносної похибки при зменшенні показів приладу.

#### Клас точності.

Узагальненою характеристикою засобу вимірювальної техніки є клас точ-

ності, що визначається границями його допустимих основної і додаткових похибок а також іншими характеристиками, що впливають на його точність, значення яких регламентується.

Клас точності характеризує точність засобу вимірювань, але не є безпосередньою характеристикою точності вимірювання, виконаного за допомогою даного засобу вимірювань.

В основу присвоєння класу точності береться основна похибка засобу вимірювань і спосіб її вираження. Якщо основна похибка виражається в одиницях вимірюваної величини або в поділках шкали, то класи точності позначають порядковими номерами. Номери визначаються відповідними стандартами.

Для засобів вимірювання, відлікові пристрої яких градууються у логарифмічних одиницях, позначення класів точності збігається з граничними значеннями допустимих похибок. Наприклад, якщо границя допустимої похибки становить  $\pm 1$  дБ, то клас точності позначають: Кл. 1,0 дБ.

Якщо границі допустимої основної похибки задаються відносною або зведеною похибкою, то позначення класів точності вибирають із наведеного раніше ряду.

Якщо границі допустимої основної похибки залежать від значення вимірюваної величини, наприклад,

$$\delta = \pm [c + d \cdot (|X_k / X| - 1)],$$

то при значеннях  $c=0.02$  і  $d=0.01$  клас точності позначають дробом: 0.02/0.01.

Для характеристик точності засобу вимірювань можна застосувати коефіцієнт точності, який визначається відношенням абсолютної похибки до його поля допуску

$$K_T = \Delta / \Delta_{\text{пд}}.$$

Щоб оцінити точнісні характеристики сукупності засобів вимірювань, можна застосувати коефіцієнт відносної точності, що являє собою відношення середнього квадратичного відхилення вимірюваної величини до його поля допуску

$$K_B = \sigma / \Delta_{\text{пд}}.$$

Як показники точності засобів вимірювань можна також застосовувати:

- а) інтервал, у якому похибку вимірювання знаходять із заданою ймовірністю;
- б) інтервал, у якому систематичну складову похибки вимірювання знаходять із заданою ймовірністю;
- в) числові характеристики систематичної складової похибки;
- г) числові характеристики випадкової складової похибки;
- д) функцію розподілу складової похибки.

### 4.3 Динамічні метрологічні характеристики

При проведенні вимірювань фізичних величин завжди виникає перехідний

режим роботи засобу вимірювань, при якому сигнал на його виході суттєво змінюється в часі. Дана обставина пояснюється інерційними властивостями засобу вимірювань, які зумовлюють появу динамічної похибки. Тому для оцінки точності засобу вимірювань у динамічному режимі використовується поняття динамічної похибки.

**Динамічна похибка** - складова похибки, що виникає додатково до статичної під час динамічних вимірювань.

Динамічну похибку представляють через динамічні характеристики і визначають як миттєву різницю значення вихідного сигналу, розрахованого за вхідним сигналом і значенням номінальної статичної характеристики, і миттєвого значення вхідного сигналу у даний момент часу.

Динамічну похибку засобу вимірювань знаходять за формулою

$$\Delta x_d(t) = F_n^{-1} \{L[W(p) \cdot x(p) - W(p) \cdot \Delta x_a(p)]\} - x(t),$$

де  $F_n^{-1}$  - символ функції, оберненої номінальній статичній характеристиці;  $L$  - символ перетворення зображення сигналу в оригінал;  $W(p)$  - передаточна функція засобу вимірювань;  $\Delta x_a(p)$  - зображення сумарної адитивної похибки, зведеної до входу у статичному режимі.

Оскільки основна похибка набагато менша від динамічної похибки, останнє рівняння можна записати у вигляді

$$\Delta x_d(t) = [W(p) / W_{id}(p)] \cdot x(p) - x(p),$$

де  $W_{id}(p)$  - передаточна функція ідеального засобу вимірювань, що не має похибки.

Динамічна абсолютна похибка по відношенню до вихідного сигналу визначається

$$\Delta_{уд}(p) = y(p) - y_{id}(p),$$

а динамічну відносну похибку знаходять за формулою

$$\delta_d(p) = \frac{\Delta_{уд}(p)}{W_{id}(p) \cdot x(p)} = \frac{W(p)}{W_{id}(p)} - 1.$$

Якщо задано  $\delta_d(p)$ , то миттєве значення динамічної похибки по відношенню до вхідного сигналу визначається

$$\Delta x_d(p) = \delta_d(p) \cdot x(p).$$

Динамічні характеристики за ознакою повноти опису властивостей засобу вимірювань поділяють на повні і частинні.

*Повні динамічні характеристики* однозначно визначають зміну вихідного сигналу засобу вимірювань при будь-яких змінах у часі вхідного сигналу або впливних величин.

До повних динамічних метрологічних характеристик належать: диференціальне рівняння; імпульсна характеристика  $\delta(t)$ ; перехідна характеристика  $h(t)$ ; передаточна функція  $S(p)$ ; сукупність амплітудно-  $A(\omega)$  і фазочастотних  $\varphi(\omega)$  характеристик.

Частотні динамічні характеристики являють собою функціонали або параметри повних динамічних характеристик засобів вимірювань, наприклад: стала часу, час запізнювання встановлення вихідного сигналу.

### 4.3.1 Диференціальне рівняння

Диференціальне рівняння пов'язує вихідну величину засобу вимірювань  $y(t)$  із вхідною  $x(t)$  у динамічному режимі роботи. При складанні диференціальних рівнянь у праву частину записують вхідний сигнал, тобто причину, що привела засіб вимірювань у дію, а в ліву частину рівняння - вихідний сигнал (реакцію засобу вимірювань)

$$a_n \cdot y^n(t) + a_{n-1} \cdot y^{n-1}(t) + \dots + a_0 \cdot y(t) = b_m \cdot x^m(t) + b_{m-1} \cdot x^{m-1}(t) + \dots + b_0 \cdot x(t)$$

де  $x(t)$ ,  $y(t)$  - вимірювана величина, відповідно, вхідна і вихідна;  $m, n$  - порядок похідних;  $a, b$  - коефіцієнти, що характеризують властивості засобу вимірювань.

За допомогою символу диференціювання за координатою часу ( $p = d/dt$ ) дане рівняння в загальному випадку можна записати

$$(a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_0 \cdot p) \cdot y = S_0 \cdot (b_m \cdot p^m + b_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots + b_0 \cdot p) \cdot x,$$

або

$$y = S(p) \cdot x = S_0 \cdot \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0 p}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 p} \cdot x,$$

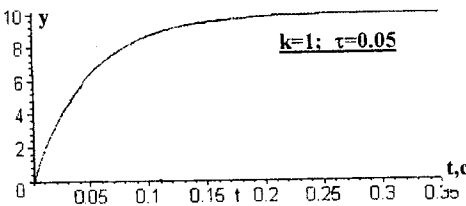
де  $S(p)$  - передаточна функція або операторна чутливість;  $S_0$  - статична чутливість, тобто чутливість до постійної вхідної величини.

Найхарактернішими для засобів вимірювань є динамічні характеристики, які описуються диференціальними рівняннями першого (табл.5) і другого порядків (табл.6), а в окремих випадках - третього і вище.

Представлені в табл.5 диференціальні рівняння для вимірювальних перетворювачів з зосередженими параметрами подають у вигляді узагальненого рівняння, яке характеризує аперіодичні ланки

$$\tau \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x,$$

де  $k$  - коефіцієнт передачі;  $\tau$  - стала часу, що визначається параметрами засобу вимірювань. Розв'язок даного диференціального рівняння має вигляд



$$y(t) = k \cdot \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} \right) \cdot x,$$

$$y(0) = 0; \quad y'(0) = 0.$$

а його графічне подання наведено на рис.32.

Рисунок 32 - Графічне подання розв'язку диференціального рівняння першого порядку

Таблиця 5 - Диференціальні рівняння ВП першого порядку

Найменування	Диференціальне рівняння	Позначення
Вимірювальний перетворювач кута повороту	$J \frac{d\beta(t)}{dt} + b_0 l_0 \beta_0(t) = H_0 \psi_0(t)$	J-момент інерції; $\beta$ -кут повороту; $b_0$ -питома сила демпфування; $l_0$ -відстань від осі обертання до лінії дії сили демпфування; $H_0$ -вектор кінетичного моменту; $\psi_0(t)$ -поточне значення кута повороту об'єкта.
Вимірювальний перетворювач вологості газу	$\frac{d\varphi_r(t)}{dt} + \frac{1}{\lambda_0} \varphi_r(t) = \frac{1}{\lambda_0} \varphi_n(t)$	$\varphi(t)$ -показання гігрометра; $\lambda_0$ -коефіцієнт, що характеризує умови вимірювання і конструктивні особливості гігрометра; $\varphi_n(t)$ -поточне значення відносної вологості газу (вимірювана величина).
Вимірювальний перетворювач швидкості потоку	$J \frac{d\omega(t)}{dt} + r_0 \omega(t) = c_0 \vartheta^2(t)$	J-момент інерції ротора; $\omega(t)$ -швидкість обертання ротора; $r_0$ -коефіцієнт сил тертя; $c_0$ -постійна анемометра; $\vartheta(t)$ -швидкість потоку
Вимірювальний перетворювач температури	$\frac{dU(t)}{dt} + \frac{\alpha_k S}{mc} U(t) = \frac{\alpha_k S}{mc} \theta(t)$	U(t)-температура сенсора; S-площа поверхні сенсора; m-маса сенсора; c-питома теплоємність матеріалу сенсора; $\alpha_k$ -коефіцієнт конвекційного обміну; $\theta(t)$ -вимірювана температура.
Вимірювальний перетворювач витрат	$J \frac{d\omega(t)}{dt} + DQ\omega(t) = A Q^2$	J-момент інерції крильчатки; $\omega$ -кутова швидкість обертання крильчатки; Q-об'ємні витрати; A, D-постійні коефіцієнти.
Вимірювальний перетворювач тиску	$\tau_0 \frac{dP_2(t)}{dt} + P_2(t) = P_1(t);$ $\tau_0 = \frac{128 \mu_0 V_0 l_0}{\pi d^4 P_2}$	$P_2(t)$ -поточне значення тиску газу; $P_1(t)$ -значення тиску на вході в манометричну трубку; $\mu_0$ -коефіцієнт динамічної в'язкості газу; $V_0$ -об'єм газу; $l_0$ і d-довжина і діаметр трубки манометра.

Приклади диференціальних рівнянь вимірювальних перетворювачів другого порядку наведено в табл.6.

Для аналізу й синтезу диференціального рівняння другого порядку, яке характеризує коливальні ланки, використовуємо рівняння

$$a \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + b \cdot \frac{dy}{dt} + c \cdot y = k \cdot x.$$

Таблиця 6 - Диференціальні рівняння ВП другого порядку

Найменування	Диференціальне рівняння	Позначення
Вимірювальний перетворювач прискорення тіла	$m \frac{d^2 x_o(t)}{dt^2} + k_1 \frac{dx_o(t)}{dt} + c_1 x_o(t) =$ $= m a_{л}(t)$	$a_{л}(t)$ -вимірюване прискорення; $x_o(t)$ -переміщення інерційної маси $m$ прилада; $k_1, c_1$ -коєфіцієнти демпфірування і жорсткості пружного елемента.
Вимірювальний перетворювач кутової швидкості	$J \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + b_o l_o \frac{d\varphi(t)}{dt} + c_o l_o^2 \varphi(t) =$ $= H_o \omega(t)$	$\varphi(t)$ -кут повороту; $c_o$ -пружність протидійної пружини; $l_o$ -відстань від вихідної осі до лінії дії сили пружини; $\omega(t)$ -кутова швидкість (вимірювана величина).
Вимірювальний перетворювач вологості газу	$a_o T_o^2 \frac{d^2 \varphi_r(t)}{dt^2} + (a_o T_o + T_o) \frac{d\varphi_r(t)}{dt} +$ $+ \varphi_r(t) = k \varphi_H(t)$	$k$ -масштабний множник; $a_o, T_o$ -параметри, які визначаються експериментально.
Вимірювальний перетворювач температури	$\frac{d^2 U(t)}{dt^2} + (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \alpha_k) \frac{dU(t)}{dt} +$ $+ \beta_1 \beta_3 \alpha_k U(t) = \beta_1 \beta_3 \alpha_k \theta(t)$	$U(t)$ -показання термометра; $\beta_1 = k_n S_c / c_c$ ; $\beta_2 = k_n S_o / c_{ог}$ ; $\beta_3 = S_{ог} / c_{ог}$ ; $c_c, c_{ог}$ - повні теплоємності сенсора і оболонки; $k_n$ -коєфіцієнт теплопередачі; $S_c, S_{ог}$ - площі сенсора і оболонки.
Вимірювальний перетворювач тиску	$m \frac{d^2 W(t)}{dt^2} + k_1 \frac{dW(t)}{dt} + c_1 W(t) = P(t)$	$m$ -маса мембрани; $k_1$ -коєфіцієнт демпфірування; $c_1$ -жорсткість мембрани; $W(t)$ -поточне значення прогинання мембрани; $P(t)$ -вимірюваний тиск.

Розглянемо диференціальне рівняння другого порядку, що описує коливальний процес рухомої частини вимірювального перетворювача моменту

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + P \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} + C \cdot \varphi(t) = M.$$

Перетворимо останнє рівняння до загальноновживаного вигляду

$$\frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + 2\varepsilon \omega \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega^2 \cdot \varphi(t) = \frac{M}{J},$$

де  $\omega = \sqrt{C/J}$  - власна частота вільних коливань засобу вимірювань;  $\varepsilon = \frac{P}{2\sqrt{JC}}$  -

ступінь заспокоєння вільних коливань;  $C$  - жорсткість сенсора зусилля;  $P$  - коєфіцієнт заспокоєння;  $J$  - момент інерції рухомої частини перетворювача;  $\varphi$  - кут повороту рухомої частини перетворювача (вхідна величина);  $M$  - обертальний момент (вхідна величина). Розв'язок даного рівняння отримано в середовищі символічної математики Maple VR5

$$\varphi(t) = \frac{M}{J} \cdot \left\{ 1 - e^{-\varepsilon \omega t} \left[ \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot \sin(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) + \cos(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) \right] \right\},$$

а його графічне подання наведено на рис.33.

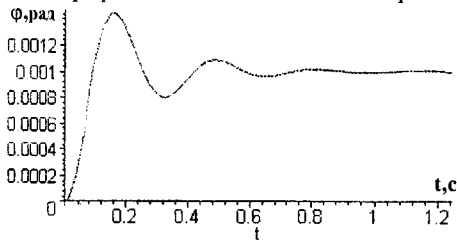


Рисунок 33 - Графічне подання розв'язку диференціального рівняння другого порядку

важно експериментально визначити. Тому в практиці вимірювань використовують інші характеристики, які можна розглядати як розв'язок наведених диференціальних рівнянь для певних типових сигналів  $x(t)$  та початкових умов  $y(0)$ .

### 4.3.2 Перехідна характеристика

Реакція засобу вимірювання на вхідний сигнал у вигляді ступінчатої функції  $1(t)$  (функції Хевісайда) для нульових початкових умов називається перехідною характеристикою  $h(t)$ .

Згідно з наведеним визначенням в правій частині диференціальних рівнянь першого і другого порядку в якості вхідного сигналу підставимо функцію Хевісайда  $h(t)$

$$\tau \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot h(t),$$

$$\frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + 2\varepsilon \omega \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega^2 \cdot \varphi(t) = \frac{h(t)}{J}$$

і розв'язком даних рівнянь отримаємо аналітичні залежності для перехідної характеристики аперіодичної

$$h_I(t) = k \cdot \left( 1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} \right)$$

і коливальної ланок

$$h_{II}(t) = \frac{K}{J \cdot \omega^2} \cdot \left\{ 1 - e^{-\varepsilon \omega t} \left[ \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot \sin(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) + \cos(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) \right] \right\},$$

де  $K$  - коефіцієнт тензоретворювача.

Графічне подання перехідних характеристик засобів вимірювань, що опи-



суються диференціальними рівняннями першого і другого порядку, наведено на рис. 34.

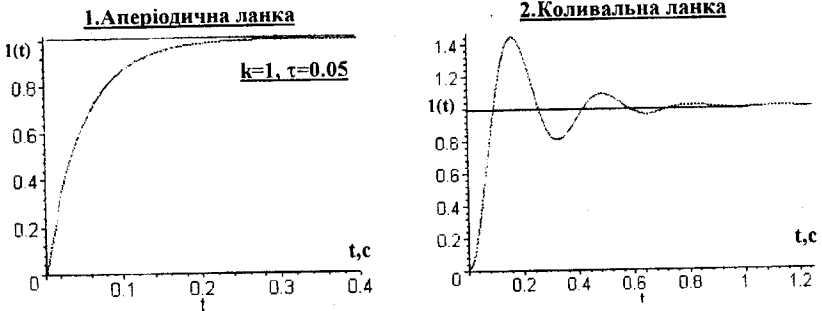


Рисунок 34 - Перехідні характеристики засобів вимірювань

Чим швидше наближається перехідна функція  $h(t)$  до усталеного значення, ти менші інерційні властивості засобу вимірювань. Тому найбільш розповсюдженим способом нормування динамічних характеристик засобів вимірювання є вказання тривалості перехідного процесу.

#### 4.3.3 Аналіз перехідної характеристики першого порядку

Для засобу вимірювань, що представляється аперіодичною ланкою

$$h_1(t) = k \cdot \left(1 - e^{-(t/\tau)}\right),$$

інерційні властивості характеризуються постійною часу  $\tau$ . Знаючи  $\tau$ , досить легко визначити і час, необхідний для наближення перехідного процесу до статичного режиму для будь-якої заданої точності.

Похибка в усталеному режимі є статичною похибкою. Наявність перехідного процесу зумовлює динамічну похибку. Тривалість перехідного процесу при заданій (допустимій) динамічній похибці  $\Delta_{\text{дн}}$  визначають з рівняння

$$\Delta_{\text{дн}} = k \cdot e^{-\left(\frac{t_{\text{пп}}}{\tau}\right)},$$

де  $t_{\text{пп}}$  - тривалість перехідного процесу.

З останнього рівняння тривалість перехідного процесу при заданому значенні динамічної похибки визначається за формулою

$$t_{\text{пп}} = \tau \cdot \ln\left(\frac{k}{\Delta_{\text{дн}}}\right).$$

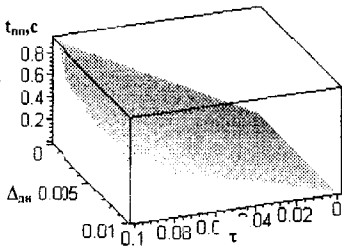


Рисунок 35 - Дослідження тривалості перехідного процесу аперіодичної ланки

Таким чином, у засобах вимірювань з аперіодичним перехідним процесом, який описується перехідною характеристикою першого порядку, тривалість перехідного процесу (рис.35) зменшується при зменшенні сталої часу  $\tau$  і при збільшенні допустимої динамічної похибки  $\Delta_{дн}$ .

### 4.3.4 Аналіз перехідної характеристики другого порядку

Для способу вимірювань моменту, що представлений аперіодичною ланкою

$$h_{II}(t) = \frac{K}{J \cdot \omega^2} \cdot \left\{ 1 - e^{-\varepsilon \omega t} \left[ \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot \sin(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) + \cos(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t) \right] \right\},$$

інерційні властивості характеризуються тривалістю перехідного процесу  $t_*$ . Для оцінки швидкодії даного перетворювача знайдемо тривалість перехідного процесу  $t_*$ . Позначимо

$$g(t) = f(\varepsilon) \cdot \sin \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t + \cos \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t$$

та визначимо екстремальні значення функції  $g(t)$ . Для цього перетворимо дану функцію до вигляду

$$g(t) = \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1} \cdot \left\{ \frac{f(\varepsilon)}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} \cdot \sin \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t + \frac{1}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} \cdot \cos \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t \right\}.$$

Оскільки

$$\left[ \frac{1}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} \right]^2 + \left[ \frac{f(\varepsilon)}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} \right]^2 = 1,$$

то існує аргумент  $\varphi_0$  такий, що відповідає умовам

$$\frac{f(\varepsilon)}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} = \cos(\varphi_0); \quad \frac{1}{\sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} = \sin(\varphi_0).$$

Позначимо через  $E = \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}$  і матимемо

$$g(t) = E \cdot \left\{ \sin \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t \cdot \cos \varphi_0 + \cos \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t \cdot \sin \varphi_0 \right\} = E \cdot \sin \left( \frac{\varepsilon \omega}{f(\varepsilon)} t + \varphi_0 \right),$$

або

$$g(t) = E \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon\omega}{f(\varepsilon)} \cdot (t - \varphi_0)\right),$$

де

$$\varphi = -\frac{\varphi_0 \cdot f(\varepsilon)}{\varepsilon\omega}.$$

З останнього рівняння випливає, що

$$|g(t)| \leq E,$$

причому найбільших значень функція, що дорівнює  $E$ , досягає при значеннях  $t$ ,

для яких  $\sin\left(\frac{\varepsilon\omega}{f(\varepsilon)} \cdot (t - \varphi)\right) = 1$ . Розв'язавши дане рівняння, отримаємо

$$\frac{\varepsilon\omega}{f(\varepsilon)} \cdot (t - \varphi) = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi k, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

тобто

$$t = \varphi + \frac{f(\varepsilon)}{\varepsilon\omega} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi k\right).$$

Аналогічно встановлено, що найменших значень ( $g(t) = -E$ ) функція  $g(t)$  досягає при

$$t = \varphi - \frac{f(\varepsilon)}{\varepsilon\omega} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi k\right).$$

Тривалість перехідного процесу знаходимо з умови

$$\left|Q(t_*) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} Q(t)\right| \leq \delta, \quad \delta > 0$$

де  $\delta$  - нормоване значення абсолютної похибки, при якому закінчується перехідний процес у вимірному перетворювачі.

Оскільки  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} Q(t) = K$ , то

$$K \cdot e^{-\varepsilon\omega t} \cdot \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1} \leq \delta,$$

або

$$e^{-\varepsilon\omega t_*} \leq \frac{\delta}{K \cdot \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} = \Delta.$$

Оскільки  $e^{-\varepsilon\omega t_*} < 1$ , то при  $\Delta > 1$  нерівність стає тривіальною. Отже, необхідно, щоб виконувалась нерівність  $\Delta > 1$ , тобто

$$\delta < K \cdot \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}.$$

і тоді дістанемо залежність для визначення тривалості перехідного процесу

$$t_* \geq -\frac{\ln \Delta}{\varepsilon\omega} = -\frac{1}{\varepsilon\omega} \cdot \ln \frac{\delta}{K \cdot \sqrt{f^2(\varepsilon) + 1}} = -\frac{1}{\varepsilon\omega} \cdot \ln\left(\frac{\delta}{K} \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2}\right).$$

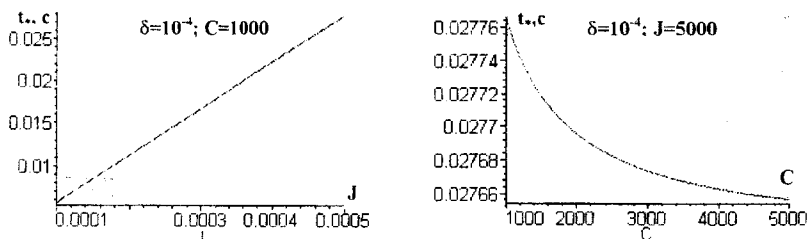


Рисунок 36 - Дослідження тривалості перехідного процесу коливальної ланки

Аналіз результатів, наведених на рис.36, дозволяє дійти таких висновків. У засобах вимірювань з коливальним перехідним процесом, який описується перехідною характеристикою другого порядку, тривалість перехідного процесу (рис.36) лінійно зростає з ростом величини моменту інерції рухомої частини перетворювача і зменшується в процесі збільшення жорсткості сенсора зусилля.

#### 4.3.5 Імпульсна характеристика

Реакцію засобу вимірювань на вхідний одиничний миттєвий імпульс  $\delta(t)$  (дельта-функція або функція Дірака) називають імпульсною характеристикою.

В лівій частині диференціальних рівнянь першого і другого порядку в якості вхідного сигналу підставимо функцію Дірака  $\delta(t)$

$$\tau \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot \delta(t),$$

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + 2\varepsilon\omega \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega^2 \cdot \varphi(t) = \frac{\delta(t)}{J}$$

і розв'язком даних рівнянь будуть аналітичні залежності для імпульсної характеристики аперіодичної

$$\delta_I(t) = \frac{k \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}}{\tau}$$

і коливальної ланок

$$\delta_{II}(t) = \frac{1}{J \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot e^{-\varepsilon\omega t} \cdot \sin\left(\sqrt{1 - \varepsilon^2} \omega t\right).$$

Графічне подання імпульсних характеристик для аперіодичної і коливальної ланок наведено на рис.37.

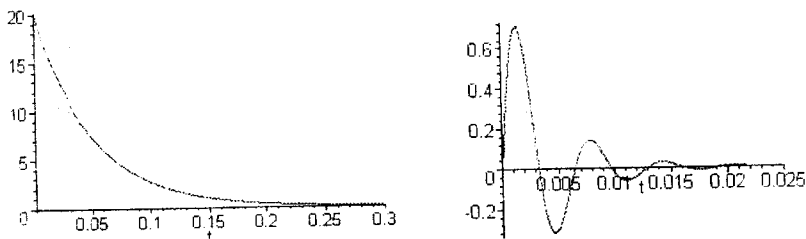


Рисунок 37 - Імпульсні характеристики засобів вимірювань

#### 4.3.6 Амлітудно - і фазочастотна характеристики

Для практичного застосування інколи доцільно оперувати не з розглянутими вище часовими характеристиками (імпульсною і перехідною), а з передаточною функцією (операторною чутливістю) засобу вимірювання.

Передаточна функція визначається за допомогою перетворення Лапласа. Перетворення Лапласа для функції  $f(t)$  має вигляд

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt,$$

де  $f(t)$  - функціонал функції  $f(t)$ ;  $F(p)$  - зображення функції  $f(t)$ ;  $p$  - оператор Лапласа.

Передаточною функцією засобу вимірювань називають відношення зображення за Лапласом його вихідного сигналу  $Y(p)$  до зображення за Лапласом вхідного сигналу  $X(p)$  для нульових початкових умов

$$S(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}$$

Для практичних розрахунків динамічних властивостей засобів вимірювань доцільно розглядати окремий випадок передаточних функцій за умови, коли  $p = j\omega$ . В даному випадку перетворення Лапласа перетворюється в перетворення Фур'є, передаточна функція  $S(p)$  виражається сукупністю амплітудно- і фазочастотних характеристик.  $S(j\omega)$  - амплітудно-фазова характеристика. Вона дає уявлення про частотні властивості засобів вимірювань.

Передаточна функція для аперіодичної ланки матиме вигляд

$$S_1(p) = \frac{k}{\tau \cdot p + 1}$$

Перейдемо в часову область

$$S_1(j\omega) = \frac{k}{\tau \cdot j\omega + 1}$$

Відокремимо в знаменнику дійсну і уявні частини

$$S(j\omega) = \frac{k}{a(\omega) + jb(\omega)}$$

Врахувавши зв'язок між алгебричними і показниковими формами подання комплексних величин, отримаємо вирази для амплітудно-

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}} = \frac{k}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}}$$

і фазочастотної характеристик

$$\Phi(\omega) = \arctg \left[ -\frac{b(\omega)}{a(\omega)} \right] = \arctg(-\omega\tau)$$

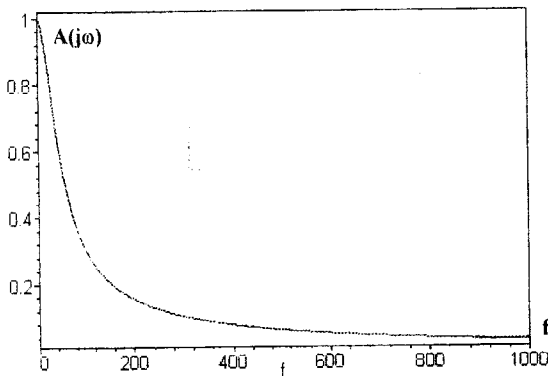


Рисунок 38 - Амплітудно-частотна характеристика

Амплітудно-частотна характеристика (рис.38) характеризує спектр частот, що пропускає засіб вимірювань. Очевидно, якщо останній має велику інерційність, то даний засіб вимірювань характеризується великою тривалістю переходного процесу і тому спектр його частот буде знаходитись в області низьких частот.

Функції  $h(t), \delta(t), S(p), S(j\omega)$  засобів вимірювань пов'язані між собою (табл.7).

В табл.7. прийнято такі позначення:

L- пряме перетворення Лапласа;

$$L^{-1}(f(p)) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-(\sigma_0 + j\omega)}^{\sigma_0 + j\omega} f(p) \cdot e^{pt} dt - \text{обернене перетворення Лапласа};$$

$$F[f(j\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt - \text{пряме перетворення Фур'є};$$

$$F^{-1}[f(j\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(j\omega) \cdot e^{j\omega t} dt - \text{обернене перетворення Фур'є};$$

$\sigma_0$  - абсциса абсолютної збіжності функції.

Таблиця 7 - Зв'язок між динамічними характеристиками засобів вимірювань

Характеристика	$h(t)$	$\delta(t)$	$S(j\omega)$	$S(p)$
$h(t)$	-	$\int_0^t \delta(t) dt$	$F^{-1} \left[ \frac{S(j\omega)}{j\omega} \right]$	$L^{-1} \left[ \frac{S(p)}{p} \right]$
$\delta(t)$	$\frac{dh(t)}{dt}$	-	$F^{-1}[S(j\omega)]$	$L^{-1}[S(p)]$
$S(j\omega)$	$j\omega F[h(t)]$	$F[\delta(t)]$	-	$S(p) \Big _{p=j\omega}$
$S(p)$	$pL[h(t)]$	$L[\delta(t)]$	$S(j\omega) \Big _{p=j\omega}$	-

### Контрольні питання

1. Чим зумовлена різниця між статичними і динамічними характеристиками ЗВ?
2. Які характеристики відносяться до статичних властивостей засобів вимірювань?
3. Які форми подання статичної характеристики ви знаєте?
4. Чому похибку вимірювання не ототожнюють з похибкою засобів вимірювання?
5. Якими похибками характеризуються засоби вимірювань?
6. У чому полягає суть абсолютної, відносної, адитивної, зведеної, мультиплікативної похибок?
7. Які характеристики належать до динамічних властивостей засобів вимірювання?
8. Наведіть диференціальні рівняння, аналітичні залежності і графічне подання розв'язку даних рівнянь для аперіодичної і коливальної ланок.
9. Як отримують перехідну характеристику для аперіодичної і коливальної ланок?
10. Наведіть аналітичні залежності і графічне подання імпульсних харак-

теристик для аперіодичної і коливальної ланок.

11. Які Ви знаєте частотні характеристики засобів вимірювальної техніки?

### *Список додаткової літератури*

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. - К.: Вища шк., 1983 (гл. V, с. 320-360).
2. Куликовский К.Л., Купер В.Й. Методы и средства измерений. -М.: Энергоатомиздат, 1966 (гл. 2, с. 39-47).
3. Основы метрологии и электрические измерения: Учебник для вузов / Под ред. Е.М. Душина. - Л.: Энергоатомиздат, 1967 /гл. 4, С. 75-97/.
4. Полішко С.П., Трубенко О.Д. Точність засобів вимірювань. -К.: Вища школа, 1992 (розділ 8, с.127-144).
5. Азизов А.М., Гордов А.Н. Точность измерительных преобразователей. - Л.: Энергия, 1975 (підрозділ 1-3, с.11-15).
6. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. -К.: Держстандарт України, 1994. -68с.



## РОЗДІЛ V МЕТРОЛОГІЧНА АТЕСТАЦІЯ І ПОВІРКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

### 5.1 Загальні положення метрологічної атестації

Метрологічна атестація є дослідження засобів вимірювальної техніки, які не підлягають державним випробуванням, із метою визначення їх метрологічних характеристик та видачі відповідного документа.

Завданнями метрологічної атестації засобів вимірювальної техніки є:

- визначення та встановлення відповідності метрологічних характеристик засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) вимогам технічного завдання на розроблення та іншим нормативним документам, що розповсюджуються на відповідні ЗВТ;

- перевірка правильності вибору методів і засобів повірки ЗВТ, наведених в експлуатаційній документації;

- практичне випробування методики повірки;

- встановлення придатності ЗВТ до застосування.

Метрологічну атестацію ЗВТ проводять державна чи відомчі метрологічні служби.

Державна метрологічна служба проводить атестацію ЗВТ, що застосовуються у сфері поширення державного метрологічного нагляду, та інших засобів вимірювальної техніки за відсутності зразкових засобів чи умов для виконання цієї роботи відомчою метрологічною службою. В усіх інших випадках метрологічну атестацію проводять відомчі метрологічні служби.

Засоби вимірювальної техніки, які пройшли метрологічну атестацію і допущені до застосування, підлягають під час експлуатації та після ремонту повірці згідно з методикою, зазначеною у свідоцтві про метрологічну атестацію.

Засоби вимірювальної техніки передаються на метрологічну атестацію разом із документацією, до складу якої повинні входити:

- технічне завдання (ТЗ) на розроблення ЗВТ чи інший документ, що його замінює;

- експлуатаційна документація;

- технічні умови (якщо у ТЗ передбачено їх розроблення);

- проект програми та методики метрологічної атестації (ПМА);

- проект методики повірки ЗВТ як окремий документ чи розділ експлуатаційної документації.

Проект -- ПМА - розробляється та узгоджується до початку проведення атестації і в загальному вигляді повинен містити вступ і такі розділи:

- розгляд (експертиза) технічної документації;

- експериментальні дослідження метрологічних характеристик;

- методики досліджень;

- оформлення результатів атестації.

Метрологічна експертиза документації полягає в аналізі і оцінці правильності прийнятих в документації технічних рішень щодо реалізації метрологічних норм і правил.

У розділі «Розгляд технічної документації» перераховуються вимоги, які повинні бути перевірені під час розгляду експлуатаційної документації та технічних умов, в тому числі:

- перевірка відповідності наведених у документації метрологічних та технічних характеристик вимогам технічного завдання, що поширюється на ЗВТ, який атестується;

- перевірка повноти, правильності та способу виразу метрологічних характеристик;

- оцінка експлуатаційної документації.

Розділ «Експериментальні дослідження» рекомендовано оформляти у вигляді табл.8.

Таблиця 8 - Експериментальні дослідження метрологічних характеристик

Назва операції	Пункт методики	Засоби вимірювальної техніки, що застосовуються під час атестації	Примітки
1	2	3	4

У графі 1 табл.8 перераховуються операції, які необхідно виконувати під час експериментальних досліджень ЗВТ, а саме:

- зовнішній вигляд;
- випробування;
- визначення метрологічних характеристик;
- перевірка технічних характеристик.

У графі 3 табл.8 зазначають конкретну назву та позначення ЗВТ, що використовується під час виконання цієї операції, із зазначенням основних метрологічних характеристик.

У графі 4 табл.8 рекомендується позначати ті операції, які виконуються під проведення періодичної повірки.

У розділі «Методика досліджень» викладають методику виконання всіх операцій, перерахованих у розділі «Експериментальні дослідження», з зазначенням умов проведення вимірювань, виконання вимог безпеки, послідовності операцій, числа серій вимірювань, методики оброблення результатів спостережень, обчислення та вираження похибок ЗВТ тощо.

У протоколі метрологічної атестації зазначають:

- назву, умовне позначення, заводський номер засобу вимірювальної техніки, поданого на атестацію, а також дату проведення атестації;
- перелік зразкових ЗВТ, застосованих під час атестації;
- перелік проведених під час атестації операцій та досліджень із посиланням на пункти ПМА;
- умови досліджень;

-результати експериментальних досліджень по кожній операції, що проводились протягом атестації, а також кількісні результати вимірювань, зведені у таблицю;

-обробку результатів вимірювань, включаючи обчислення значень метрологічних характеристик (похибки, варіації показів і т.ін.);

-висновки про відповідність чи невідповідність результатів досліджень вимогам ТЗ за кожним пунктом ПМА та взагалі;

-оцінку правильності вибраних методів і засобів повірки;

-рекомендації щодо придатності ЗВТ до передавання в експлуатацію;

-рекомендації щодо міжповірочного інтервалу;

-підпис безпосередніх виконавців, їх прізвища, ініціали та посади.

За позитивних результатів метрологічної атестації оформляється свідоцтво, форму якого наведено у Додатку Д.

## 5.2 Повірка засобів вимірювальної техніки

Засоби вимірювальної техніки є технічними засобами, які характеризуються нормованими метрологічними характеристиками. Надійність ЗВТ визначається їхньою здатністю витримувати метрологічні параметри в регламентованих межах. Вихід за ці межі класифікується як метрологічна відмова. Відповідність метрологічних характеристик їх нормованим значенням встановлюють у процесі повірки засобів вимірювальної техніки.

**Повірка** полягає у визначенні похибок засобів вимірювальної техніки і встановленні їхньої придатності до застосування.

Повірку здійснюють органи державної і відомчої служби. Державна повірка здійснюється органами державної метрологічної служби засобів вимірювальної техніки, які використовуються у сферах, що підлягають метрологічному нагляду. Відомча повірка здійснюється метрологічними відомчими службами ЗВТ, що не підлягають державній повірці.

Виділяють такі види повірки:

-первинна;

-періодична;

-позачергова;

-інспекційна;

-вибіркова.

Первинна повірка виконується вперше після виготовлення ЗВТ або після ремонту, а також при імпорті партіями.

Періодична повірка виконується протягом експлуатації ЗВТ через встановлений проміжок часу (міжповірочний інтервал).

Позачергова повірка ЗВТ здійснюється до терміну чергової періодичної повірки.

Інспекційну повірку ЗВТ виконують, здійснюючи державний нагляд.

Вибіркова повірка групи ЗВТ, що вибрані з партії певним чином. За її результатами визначають придатність усієї партії.

Повірку розпочинають із зовнішнього огляду засобу вимірювальної техніки, при якому виявляють основні технічні характеристики, що позначені на шкалі і корпусі приладу у вигляді умовних позначень або знаків. Метою зовнішнього огляду також є виявлення механічних дефектів, які можуть привести в подальшому до недопустимої похибки або до порушення його працездатності. Під час зовнішнього огляду також контролюють комплектність засобу, наявність та стан кабелів і т.ін.

Повірку ЗВТ здійснюють двома методами:

- поелементно;
- комплектно.

**Поелементна повірка, під час якої метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки визначають за метрологічними характеристиками їх окремих частин.**

При поелементній повірці визначають метрологічні характеристики кожного вимірювального перетворювача. Потім на основі відомих функціональних залежностей між вимірювальними перетворювачами визначають сумарні метрологічні характеристики повіряемого засобу. Поелементна повірка досить складна і трудомістка.

**Комплектна повірка, під час якої метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки визначають як для єдиного цілого без визначення метрологічних характеристик окремих її частин.**

Комплектна повірка може здійснюватися декількома методами (рис.39).

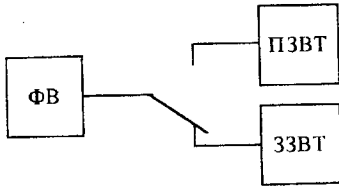
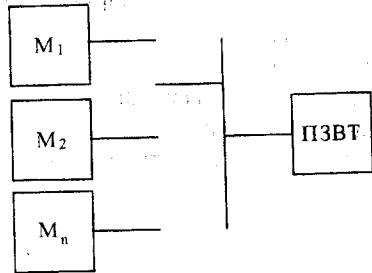
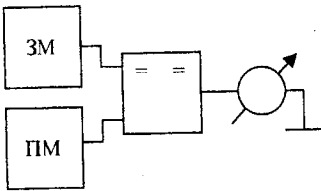
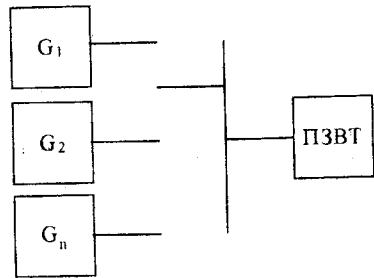
1.Метод зразкових приладів. В основу даного методу покладено одночасне вимірювання фізичної величини повіряемим (ПЗВТ) і зразковим (ЗЗВТ) засобами вимірювальної техніки. При цьому оператор має встановити, що на зразковий і повіряемий засіб діє одна і та інтенсивність фізичної величини.

Характерною рисою методу зразкових приладів є застосування в автоматизованій системі зразкових приладів, що мають відомі і стабільні МХ. До зразкових засобів вимірювальної техніки пред'являється така вимога: «Точність зразкового засобу має бути в 3-5 раз вищою ніж точність повіряемого засобу».

2.Метод зразкових мір. У цьому методі похибка повіряемого засобу визначається шляхом співставлення дійсного значення міри (М) із дійсним значенням ПЗВТ.

Повірка мір здійснюється декількома способами:

- шляхом порівняння за допомогою компаратора (ПП) вихідної величини міри і зразкової міри (ЗМ) для визначення систематичної складової похибки;
- прямим вимірюванням величини, що відтворює повіряема міра (ПМ), вимірювальним приладом більш високої точності;
- опосередковані вимірювання;
- калібрування набору мір шляхом сукупних вимірювань.

**Метод зразкових приладів****Метод зразкових мір****Метод зіставлення****Метод зразкових сигналів**

**Рисунок 39 - До питання повірки засобів вимірювальної техніки**

**3. Метод зіставлення.** Під час такої повірки зразкова міра зіставляється з повіряємою за допомогою спеціального зразкового компаратора відповідного типу і класу.

При автоматизації повірочних робіт одним з актуальних є питання вибору методу повірки автоматизованих засобів вимірювальної техніки (вимірювальний канал, вимірювальна система, вимірювальна інформаційна система). В основу побудови систем для автоматизації метрологічних випробувань можуть бути покладені методи зразкових приладів або зразкових сигналів (мір).

**4. Метод зразкових сигналів.** Метод зразкових сигналів є розвитком методу зразкових мір. Характерною рисою даного методу повірки є наявність у вимірювальній автоматизованій системі програмно-керованих пристроїв (генераторів) формування зразкових сигналів, що мають відомі стабільні метрологічні характеристики. Первинні вимірювальні перетворювачі (сенсори) при експериментальному визначенні метрологічних характеристик вимикають, а їх функціонування імітують генератори. Генератор забезпечує формування на вході системи електричних сигналів, які відповідають точкам діапазону вимірювань.

Електричні сигнали на виходах генераторів можуть бути представлені таким електричними величинами:

- постійним або змінним струмом;
- напругою постійного або змінного струму;
- частотою змінного струму;
- електричним опором постійному струму;
- індуктивністю;
- ємністю.

Під час повірки засобів вимірювальної техніки необхідно встановити придатний чи непридатний до подальшої експлуатації засіб. Тому повірку ЗВТ необхідно розглядати з позицій сучасної теорії вірогідності контролю.

### 5.3 Державна система забезпечення єдності вимірювань

Державна система забезпечення єдності вимірювань встановлює вимоги до еталонів одиниць фізичних величин і до системи передачі розміру одиниці кожної величини до робочого засобу вимірювання.

Стан вимірювань, за якого їхні результати виражаються в узаконених одиницях і похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю, забезпечує повірочна схема.

Повірочна схема представляє собою нормативний документ, що регламентує метрологічну підпорядкованість засобів вимірювальної техніки, які беруть участь у передаванні розміру одиниці фізичної величини від еталону або вихідного зразкового засобу вимірювальної техніки до інших засобів вимірювань із встановленням методів і похибок передавання.

**Еталон - засіб вимірювальної техніки, що забезпечує відтворення та (або) зберігання одиниці фізичної величини та передавання її розміру відповідним засобам, що стоять нижче за повірочною схемою, і офіційно затверджений як еталон.**

Вихідним називають засіб вимірювальної техніки, що має метрологічні характеристики, які відповідають найвищому ступеню повірочної схеми метрологічної служби.

Оскільки повірочні схеми призначені в загальному випадку для передачі розмірів одиниць величини від державних еталонів до об'єктів повірки з забезпеченням можливості проведення метрологічних випробувань (контрольних, державних, повірки, атестації) засобів різного класу точності, в основу їх побудови закладено багатоступеневий принцип, тобто повірочна схема повинна мати у своєму складі не менше, ніж два ступеня передачі розміру одиниці величини.

В зв'язку з тим, що повірочна схема є багатоступеневою передачею розміру одиниці величини, то, крім державного еталона, створюють еталони-копії, робочі еталони, а також зразкові засоби 1, 2 і 3-го розрядів. Для державної повірочної схеми в якості вихідного зразкового засобу виступає державний еталон.

Виділяють такі види повірочних схем: державні; відомчі; локальні. Державна повірочна схема оформляється у вигляді державного стандарту, який має в своєму складі креслення повірочної схеми і необхідну текстову частину. Ві-

домчі і локальні повірочні схеми оформляються у вигляді креслення, які при необхідності можуть доповнюватися текстовими поясненнями.

На рис.40 наведено приклад державної повірочної схеми, де 1 - державний еталон; 2 - метод передачі розміру одиниці; 3 - еталон-копія; 4 - еталон-порівняння; 5 - робочий еталон; 6-8 - зразкові засоби відповідного розряду; 9 - зразкові засоби вимірювань, що запозичені з інших повірочних схем; 10 - робочі засоби вимірювань.

### Еталони

Зразкові засоби вимірювань 1-го розряду

Зразкові засоби вимірювань 2-го розряду

Зразкові засоби вимірювань, запозичені з інших повірочних схем

Зразкові засоби вимірювань 3-го розряду

Робочі засоби вимірювання

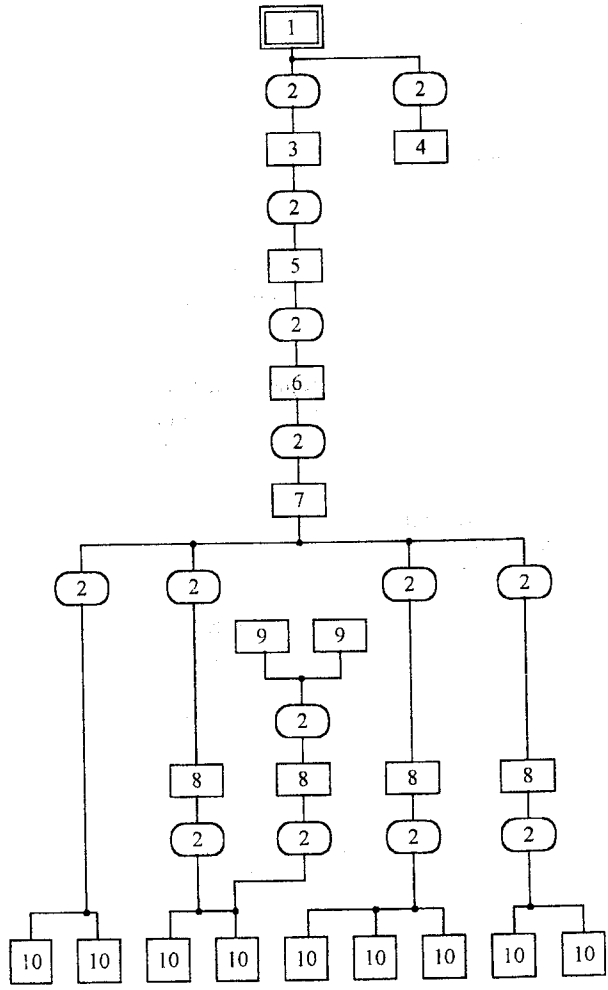


Рисунок 40 - Приклад державної повірочної схеми

Коротко охарактеризуємо складові повірочної схеми.

**Державний еталон** - еталон, що забезпечує відтворення та (або) зберігання одиниці фізичної величини з найвищою в країні точністю.

Висока точність еталону не має сенсу, якщо її неможливо передати зразковим і робочим засобам вимірювань.

**Передавання** розміру одиниці полягає в зведенні одиниці фізичної величини, що відтворюється або зберігається засобом вимірювань, який повіряється, до розміру одиниці, що відтворюється або зберігається еталоном, зразковим засобом вимірювань, яке здійснюється при їх зверненні (повірці).

**Зразковим** називають засіб вимірювальної техніки, який служить для перевірки інших засобів вимірювань і затверджений як зразковий.

**Робочим** називають засіб вимірювальної техніки, що застосовується для вимірювань, не пов'язаний з передаванням розміру одиниці фізичної величини іншим засобам.

**Еталон-копія** - еталон, призначений для передавання розміру фізичної величини зразковим засобам вимірювальної техніки.

При фізичній реалізації повірочної схеми до еталонів і зразкових засобів, що входять до її складу, висовуються такі вимоги, які забезпечили б необхідний рівень метрологічного експерименту. Очевидно, що співвідношення характеристик точності зразкових засобів більш високих ступенів повірочної схеми, включаючи точність передавання одиниці від ступеня до ступеня, повинно бути таким, щоб характеристики точності зразкових засобів і-го ступеня були визначальними для оцінки точності подальшого передавання одиниці фізичної величини. Співвідношення характеристик похибок результатів вимірювань, отриманих зразковими засобами вимірювань суміжних ступенів, встановлюються в діапазоні 3-5. Наприклад, клас точності зразкового засобу вимірювань 2-го розряду повинен бути в (3-5) разів вищим класу точності зразкового засобу вимірювань 3-го розряду. В тому ж діапазоні встановлено співвідношення характеристик точності зразкових і робочих засобів вимірювальної техніки при повірці.

#### **5.4 Приклад метрологічної атестації вимірювального каналу зусилля**

Вимірювальний канал зусилля (ВКЗ) являє собою сукупність вимірювальних пристроїв і засіб вимірювань (рис.41).

До вимірювальних пристроїв в даній схемі належать: первинний вимірювальний перетворювач зусилля (сенсор зусилля СЗ) і масштабний перетворювач (вимірювальний підсилювач ПВ). Аналого-цифровий перетворювач (АЦП) послідовного наближення є вторинним засобом вимірювань.

Представлений вимірювальний канал є основою побудови апаратних засобів вимірювань зусилля, моменту (пускового, динамічного, електромагнітного, інерції), деформацій, тиску, витрат. Тип сенсора зусилля (тензорезистивний, ємнісний, індуктивний і т.ін.) визначає підходи до аналізу метрологічних характеристик таких засобів вимірювань.



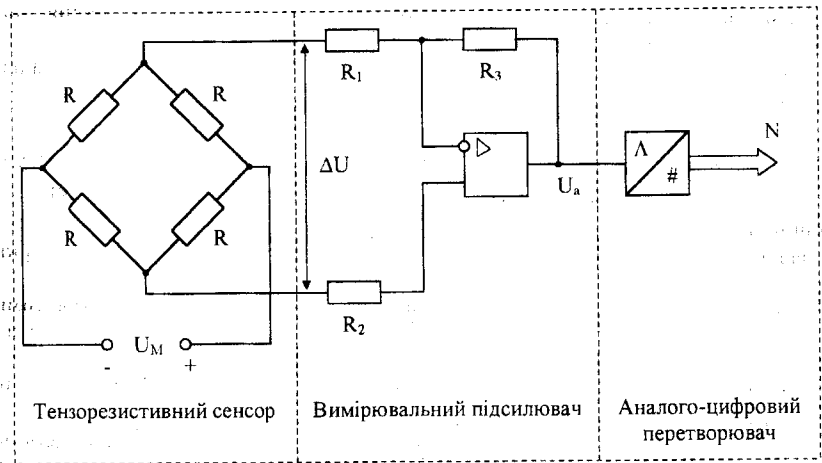


Рисунок 41 - Структурна схема вимірювального каналу зусилля

#### 5.4.1 Дослідження теоретичної статичної характеристики

Розглянемо методику визначення теоретичної статичної характеристики на прикладі вимірювального каналу зусилля з тензорезистивним сенсором (ТС).

В основу принципу дії ТС покладено тензоэффект у напівпровідниках. Чутливим елементом ТС є сапфірова мембрана з кремнієвими тензорезисторами  $R$ .

Під дією інформативного параметра (зусилля  $Q$ ) мембрана деформується,

що, в свою чергу, викликає зміну опору  $\Delta R$  мостової схеми тензорезисторів (рис.42)

$$\Delta R = \frac{Q}{S_T},$$

де  $S_T$  - чутливість тензорезистивного перетворювача [Г/Ом].

Зміна опору приводить до зміни вихідної напруги  $\Delta U$  тензомоста.

Якщо опори всіх чотирьох плечей моста однакові, то

$$U_1 = U_2 = \frac{U_M}{2},$$

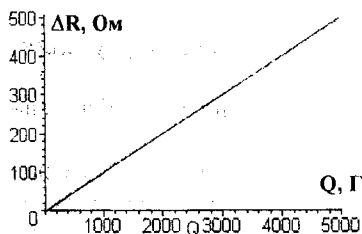


Рисунок 42 - Залежність зміни опору від прикладеного зусилля

де  $U_M = I_M \cdot R$  - напруга, якою живиться мостова схема ТС;

$I_M$  - струм джерела живлення [ $I = 2$  мА];

$R$  - опір мостової схеми тензорезисторів [ $R = 3.25 \pm 0.25$ ] кОм /.

Коли вхідна величина  $Q$  викликає зміну опору  $\Delta R$  тензорезистивного сенсора. напруга  $U_1 \neq U_2$ . Тому вихідна напруга тензомоста складає

$$\Delta U = U_1 - U_2 = U_M \cdot \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}$$

або для малих опорів

$$\Delta U = U_M \cdot \frac{\Delta R}{4R} = \frac{1}{4} \cdot \frac{I_M \cdot Q}{S_T}$$

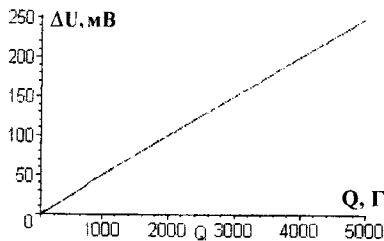


Рисунок 43 - Залежність вихідної напруги від прикладеного зусилля

Тому для даного випадку вихідна напруга  $\Delta U$  мостової схеми також змінюється в діапазоні  $\Delta U \in [260 \div 460]$  мВ (рис.43).

Для підсилення малих різниць напруги на фоні синфазної завади, яка може бути більшою за величину  $\Delta U$ , застосовують вимірювальний підсилювач.

Вимірювальний підсилювач повинен задовольнити такі вимоги:

- диференціальний вхід для зменшення дії синфазної завади;
- великий коефіцієнт підсилення;
- малий рівень нульового сигналу;
- великий (як правило, більше 80 дБ) коефіцієнт послаблення синфазної завади.

В даному випадку диференціальний вхідний сигнал є вихідна напруга  $\Delta U$ , що змінюється на виході ТС. Підсилений ПВ (рис.44) диференціальний вхідний сигнал

$$U_a = k \cdot \Delta U = \frac{1}{4} \cdot \frac{k \cdot I_M \cdot Q}{S_T},$$

надходить на вхід аналого-цифрового перетворювача послідовного наближення, де перетворюється в двійковий код

$$N = \frac{k \cdot \Delta U \cdot 2^n}{U_0},$$

Рисунок 44 - Зміна напруги на вході аналого-цифрового перетворювача

- де  $k$  - коефіцієнт підсилення вимірювального підсилювача;
- $n$  - розрядність регістра послідовного наближення АЦП;
- $U_0$  - опорна напруга аналого-цифрового перетворювача.

Тоді остаточне рівняння перетворення вимірювального каналу зусилля матиме вигляд

$$N = \frac{1}{4} \cdot \frac{k \cdot I_M \cdot 2^n}{S_T \cdot U_0} \cdot Q,$$

а його теоретична статична характеристика представлена на рис.45.

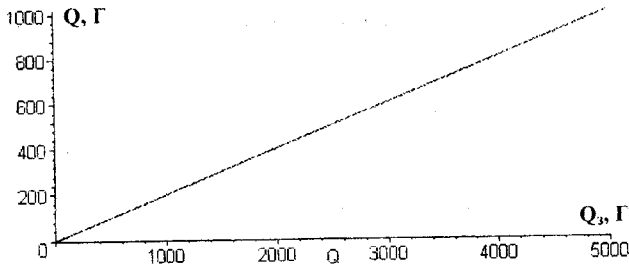


Рисунок 45 - Теоретична статична характеристика вимірювального каналу зусилля

#### 5.4.2 Експериментальне визначення метрологічних характеристик

Для експериментального визначення статичної характеристики вимірювального каналу зусилля необхідно виконати вимірювання зразкового зусилля  $Q_3$ , що задається за допомогою зразкових гир в 10-ти точках діапазону зміни вхідної величини (табл.9).

Таблиця 9 - Експериментальні дослідження вимірювального каналу зусилля

Зразкове зусилля, Г	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Вимірне зусилля, Г	1	101	201	299	401	501	600	699	801	900

В середовищі програмного забезпечення NUMERI отримаємо експериментальну статичну характеристику вимірювального каналу зусилля. Для чого необхідно виконати такі дії:

- Запустіть програму NUMERI (**numeri.exe**);
- Увійдіть в меню «Інтерполяція» (**Клавіша «3»**).

##### Створення даних

- Увійдіть в меню «Дані» (**Клавіша «1»**);
- Увійдіть в меню «Створення даних» (**Клавіша «1»**);
- Увійдіть в меню «Введення даних з клавіатури» (**Клавіша «3»**):
  - Задайте кількість пар даних **10**;
  - Задайте крок **X=100**;
  - Задайте початкове значення X, що відповідає нижній межі вимірювання;
  - Натисніть клавішу «**F10**»;
  - Введіть результати вимірювань зусилля (табл.9);
  - Натисніть клавішу «**F10**»;
  - Натисніть клавішу «**1**» і побудуйте експериментальну статичну характеристику (рис.46).

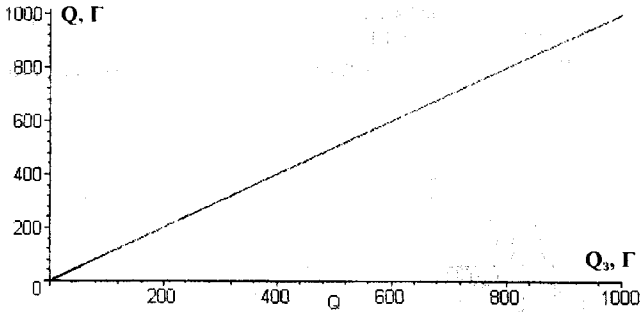


Рисунок 46 - Експериментальна статична характеристика вимірювального каналу

#### Інтерполяція експериментальних даних

- Клавішею «Esc» верніться в меню «Поліном»:

- Натисніть клавішу «1»;
- Задайте степінь полінома рівну 1;
- Натисніть клавішу «F10»;
- Подайте експериментальну функцію перетворення вимірювального каналу зусилля у вигляді

$$Q_e = 0.836 + 0.999 \cdot Q_3;$$

- Клавішею «Esc» верніться в меню «Створення даних».

Експериментальна і теоретична статичні характеристики вимірювального каналу зусилля наведені на рис.47.

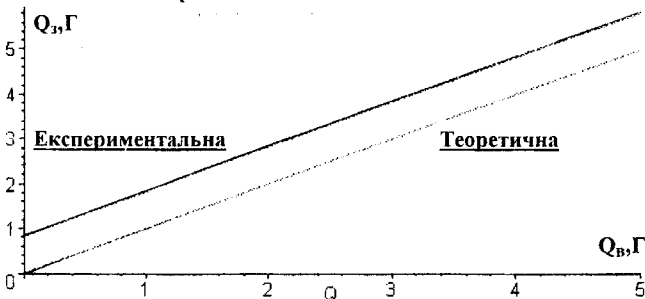


Рисунок 47 - Теоретична і експериментальна статичні характеристики

Для оцінки випадкових похибок проведемо багаторазові вимірювання в 7-ми точках діапазону зміни вхідної величини.

Визначення статистичних характеристик випадкової похибки і встановлення її закону розподілу здійснено в середовищі програмного забезпечення NUMERI згідно з такою методикою:

- Запустіть програму NUMERI (**numeri.exe**).
- Увійдіть в меню «Статистика» (**Клавіша «1»**).
- Увійдіть в меню «Статистичні оцінки» (**Клавіша «2»**).
- Увійдіть в меню «Дані» (**Клавіша «1»**).

-Задайте ім'я файла з масивом випадкових похибок такої структури: error.txt. Після задання імені файла натисніть клавішу F10.

-Натисніть клавішу «1» і побудуйте графік реалізації випадкової похибки рис.48).

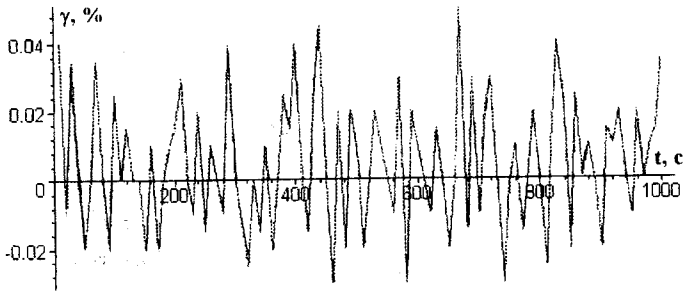


Рисунок 48 - Зміна випадкової похибки у часі

-За допомогою клавіші «Esc» верніться в меню «Статистичні оцінки».

-Натисніть клавішу «2» і запишіть з екрана монітора всі статистичні характеристики випадкових похибок в табл.9.

-За допомогою клавіші «Esc» верніться в меню «Довірчий інтервал середнього значення».

-Натисніть клавішу «4» і увійдіть в меню «Довірчий інтервал середнього значення».

-Задайте вірогідність 99.73%. Натисніть клавішу F10. Запишіть з екрана монітора всі результати розрахунків в табл.9.

-За допомогою клавіші «Esc» верніться в меню «Chi<sup>2</sup>-тест».

-За допомогою клавіші «5» увійдіть в меню «Chi<sup>2</sup>-тест».

-Задайте кількість еквідистанційних класів k=10 і ймовірність P=99.73%.

-Натисніть клавішу F10. Перевірте гіпотези на рівномірний і нормальний закони розподілу.

-Запишіть з екрана монітора результати обчислень для нормального і рівномірного законів розподілу в табл.10.

Таблиця 10 - Статистичні характеристики похибки вимірювання зусилля

Найменування характеристики	0, Г	100, Г	300, Г	500, Г	700, Г	900, Г
Мінімальне значення	-0.0255	-0.0312	-0.0344	-0.0527	-0.0643	-0.0505
Максимальне значення	+0.0609	+0.0605	+0.0674	+0.0899	+0.0959	+0.1258
Середнє арифметичне значення	0.0119	0.0130	0.0156	0.0181	0.0213	0.0234
Середнє квадратичне відхилення	0.0124	0.0151	0.0167	0.0194	0.0240	0.0254
Довірчий інтервал	0.0111	0.0121	0.0146	0.0169	0.0198	0.0218
	0.0126	0.0139	0.0166	0.0192	0.0228	0.0249
Chi <sup>2</sup> -тест	S=4.740	S=5.088	S=4.252	S=9.6491	S=3.6729	S=8.072

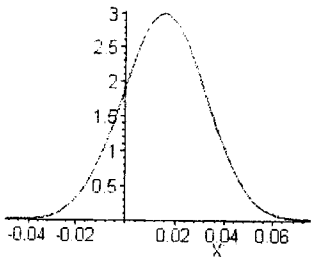


Рисунок 49 - Закон розподілу випадкової похибки

Для визначення класу точності в табл.11 зведемо максимальні значення зведеної похибки.

Таблиця 11 - Максимальні значення зведеної похибки

Найменування характеристики	0, Г	100, Г	300, Г	500, Г	700, Г	900, Г
Максимальне значення, $\gamma_{\max}$ %	+0.0609	+0.0605	+0.0674	+0.0899	+0.0959	+0.1258

Максимальне значення зведеної похибки  $\gamma_{\max} = 0.1258$ . В якості класу точності у відповідності до нижченаведеного ряду

**[0,1; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60]**

приймаємо 0.15.

В результаті метрологічної атестації встановлено:

1. Теоретична статична характеристика вимірювального каналу зусилля лінійна.
2. Експериментальна статична характеристика представляється у вигляді полінома першого порядку і має як адитивну (0.836 Г), так і мультиплікативну (0.999 Г) складову похибки.
3. Випадкова складова похибки розподілена за нормальним законом. Систематична складова похибки не перевищує 0.0234 Г, а середнє квадратичне відхилення - 0.0254 Г.
4. Максимальна зведена похибка вимірювального каналу зусилля не перевищує 0.1258 %, а клас точності даного каналу складає 0.15.

### Контрольні питання

1. Які основні завдання метрологічної атестації засобів вимірювальної техніки?
2. Назвіть основні складові комплекту документації на засоби вимірювальної техніки, що передаються на метрологічну атестацію.
3. Які основні підрозділи відображає протокол метрологічної атестації?

-За допомогою клавіші «Esc» увійдіть в меню «Функції розподілу». Натисніть клавішу «1».

-Натисніть клавішу «3» для побудови закону розподілу.

-Натисніть клавішу «2» і задайте представлені в табл.9 статистичні характеристики.

**Примітки:** **Здайте кількість точок 1024.**

-Натисніть клавішу F10, а потім клавішу «1». Побудуйте з екрана монітора функцію розподілу випадкової похибки (рис.49).

4.Що собою представляє повірка засобів вимірювальної техніки і які види повірки Ви знаєте?

5.Назвіть два основних методи повірки засобів вимірювальної техніки поясніть їх сутність.

6.Поясніть суть методів комплектної повірки засобів вимірювальної техніки.

7.На прикладі вимірювального каналу зусилля поясніть методику визначення теоретичної статичної характеристики.

8.Перерахуйте і поясніть суть основних етапів визначення експериментальних статичних характеристик.

### ***Список додаткової літератури***

1.ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. -К.: Держстандарт України, 1994. -68с.

2.ДСТУ 2682-94. Метрологічне забезпечення. Основні положення. -К.: Держстандарт України, 1994. -15с.

3.ДСТУ 3215-95. Метрологічна атестація засобів вимірювальної техніки. Організація та порядок проведення. -К.: Держстандарт України, 1995. -10с.

4.В.А.Поджаренко, В.В.Кухарчук. Метрологические основы компьютерно-измерительной техники. -К.: УМК ВО, 1989. -С.170-180.

## Розділ VI ОСНОВИ КОНТРОЛЮ

Контроль, як і вимірювання, є базовою процедурою експериментальної інформатики.

При масовому виробництві випадковий характер дестабілізуючих факторів приводить до розсіювання значень параметра. Відхилення дійсного значення параметра від його номінального значення визначається випадковими похибками виробництва, які при певній схемі технологічного процесу характеризуються конкретним теоретичним законом розподілу можливих значень.

Процедура контролю якраз і спрямована на розподіл об'єктів на справні  $S$  і несправні  $\bar{S}$ . Результатом контролю, на відміну від вимірювання, є висновок: об'єкт придатний  $P$  або не придатний  $\bar{P}$  для використання. Для розподілу об'єктів при контролі вводяться допуски на параметр.

Контрольований параметр порівнюється з нормою, заданою у вигляді допуску, і виробляється рішення. Якщо співвідношенню з нормою передуює вимірювання параметра, то має місце вимірювальний контроль. У цьому випадку норми задаються у вигляді вставок.

**Допуск** – це такі встановлені дослідом або розрахунком границі для значення параметрів об'єкта контролю, при яких об'єкт здатний виконувати задані (приписані) функції, зберігаючи при цьому свої експлуатаційні показники протягом заданого часу при певних умовах.

Значення параметра між визначеними границями допуску називають **допусковим інтервалом**. Допусковий інтервал може займати різні положення по відношенню до номінального значення параметра. Він може бути симетричним або несиметричним.

**Вставка** є відображенням допуску в масштабі вихідної величини засобів вимірювання. Вони також можуть бути симетричними або несиметричними.

Якість процедури контролю, ступінь його правдоподібності характеризується **вірогідністю контролю**. Кількісною оцінкою вірогідності є ймовірність того, що результат контролю відповідає дійсному стану об'єкта. Як і ймовірність, вірогідність контролю може приймати значення від 0 до 1. В ідеальному випадку контроль дає абсолютно вірний результат, і тоді вірогідність дорівнює 1. Але на практиці через вплив великої кількості різних факторів вірогідність відрізняється від 1. Основними причинами цього можуть бути:

- невідповідність об'єкта контролю приписаній йому моделі, що звичайно пов'язано з необхідністю спрощення процедури контролю;
- наявність похибок вимірювання контрольованого параметра;
- наявність відтворення (вимірювання) режимних та вхідних величин.

Згідно з вищенаведеним, вірогідність розподіляють на методичну та інструментальну. Такий розділ вірогідності на складові дозволяє окремо аналізувати вплив на вірогідність результату контролю впливних величин (факторів). Апарат аналізу не залишається одним і тим же. В подальшому будемо приділяти увагу інструментальній складовій вірогідності.



## 6.1 Показники вірогідності контролю

При аналізі частіше використовується ймовірність помилкових рішень  $P_{\text{ПОМ}}$ , яка визначається як різниця

$$P_{\text{ПОМ}} = 1 - D,$$

де  $D$  – вірогідність контролю.

Помилкові рішення при контролі мають дві складові, які носять назву **хибна відмова** та **невизначена відмова**. В теорії контролю існують для цих подій теж, відповідно такі назви: помилка першого роду або ризик виробника і помилка другого роду або помилка споживача.

Ймовірність помилковості рішень представляється як

$$P_{\text{ПОМ}} = P_X + P_H,$$

де  $P_X$  – ймовірність того, що об'єкт справний  $C$  (в нормі), а результат контролю негативний (непридатний  $\bar{П}$ );  $P_H$  – ймовірність того, що об'єкт несправний  $\bar{C}$ , а результат контролю позитивний (придатний  $П$ ).

Позначимо  $X$  – вектор контрольованих параметрів об'єкта, а  $Z$  – вектор результатів вимірювання цих параметрів. Введемо допускову область  $R$ . Для аналізу вірогідності будемо користуватися елементарними подіями, які характеризують можливий істинний стан об'єкта та можливі результати контролю:  $C$  і  $\bar{C}$ ;  $П$  і  $\bar{П}$ .

Попарне поєднання цих елементарних подій створює складні події, які відповідають чотирьом можливим ситуаціям при контролі (рис. 50), які складають повну групу подій:

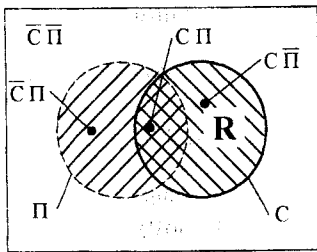


Рисунок 50 - Діаграма визначення подій при контролі

$CП$ :  $\{(X \in R) \cap (Z \in R)\}$  – об'єкт справний і результат контролю "придатний";

$C\bar{П}$ :  $\{(X \in R) \cap (Z \notin R)\}$  – об'єкт справний і результат контролю "непридатний";

$\bar{C}П$ :  $\{(X \notin R) \cap (Z \in R)\}$  – об'єкт несправний і результат контролю "придатний";

$\bar{C}\bar{П}$ :  $\{(X \notin R) \cap (Z \notin R)\}$  – об'єкт несправний і результат контролю "не придатний".

На рис. 50 пунктирною лінією зображена область прийняття рішення. Перша та четверта події відповідають вірному результату контролю. Тому вірогідність контролю можна записати:

$$D = P(CП) + P(\bar{C}\bar{П}).$$

Подія  $C, \bar{П}$  відповідає помилковому рішенням – хибна відмова, а ймовірність виникнення цієї події є мірою ризику виробника

$$P_X = P(C\bar{П})$$

Виходячи з діаграми на рис. 50 можна записати

$$P_X = P(C) - P(CП),$$

тобто, визначається добутком апіорної ймовірності того, що об'єкт справний, та апіорної ймовірності того, що одночасно об'єкт справний і результат контролю "придатний".

Подія  $\bar{C}, \Pi$  відповідає хибному рішенням – невизначена відмова, а її ймовірність дає міру абсолютного ризику замовника

$$P_H = P(\bar{C}, \Pi).$$

Виходячи з діаграми на рис. 50, маємо

$$P_H = P(\Pi) - P(C, \Pi),$$

тобто, добутком апіорної ймовірності того, що об'єкт буде визнаний придатним, та апіорної ймовірності того, що одночасно об'єкт справний і результат контролю "придатний".

Крім абсолютних показників вірогідності на практиці застосовують так звані відносні або апостеріорні показники, які характеризують вірність вже прийнятих рішень. Розглянемо входні та вихідні стани об'єкта і рішення (рис. 51), які приймаються при контролі, виходячи з елементарних подій та їх ймо-

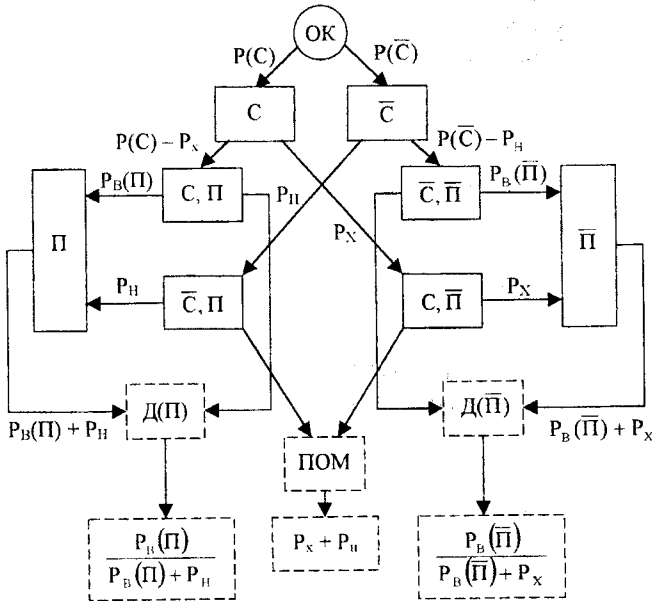


Рисунок 51 - Механізм виникнення помилкових рішень

вірностей.

На контроль надходить об'єкт, який може бути в одному з можливих станів – справному  $C$  або несправному  $\bar{C}$ . Імовірність знаходження в  $C$  або  $\bar{C}$  визначається щільністю розподілу можливих значень контрольованої величини  $f(x)$  та граничними значеннями допускового інтервалу  $X_H$  і  $X_B$ .

$$P(C) = \int_{X_H}^{X_B} f(x) \cdot dx;$$

$$P(\bar{C}) = \int_{-\infty}^{X_H} f(x) \cdot dx + \int_{X_B}^{+\infty} f(x) \cdot dx.$$

При контролі, як вже зазначалося, може виникнути одна з чотирьох подій, дві з яких відповідають дійсному стану об'єкта, а дві інші є помилковими. Як слідство цього зменшується ймовірність вірного прийняття відповідного рішення

$$P_B(\Pi) = P(C) - P_L; \quad P_B(\bar{\Pi}) = P(\bar{C}) - P_H. \quad (1)$$

Як витікає з проведеного аналізу, рішення "придатний"  $\Pi$  формується як сума двох складних подій ( $C, \Pi$ ) і ( $\bar{C}, \Pi$ ), а тому вірогідність отриманого результату "придатний"  $D(\Pi)$  може бути оцінена як відношення ймовірності вірно прийнятого рішення  $\Pi$  і ймовірності прийняття рішення  $\Pi$  за результатами контролю, тобто

$$D(\Pi) = \frac{P_B(\Pi)}{P_B(\Pi) + P_H}.$$

Беручи до уваги співвідношення (1), можна записати

$$D(\Pi) = \frac{P(C) - P_X}{P(C) - P_X + P_H}, \quad (2)$$

або

$$D(\Pi) = 1 - \frac{P_H}{P(C) - P_X + P_H}.$$

Після аналогічних розмірковувань прийдемо до висновку (рис. 51) для оцінки результату "непридатний"

$$D(\bar{\Pi}) = \frac{P_B(\bar{\Pi})}{P_B(\bar{\Pi}) + P_X},$$

або

$$D(\bar{\Pi}) = \frac{P(\bar{C}) - P_H}{P(\bar{C}) - P_H + P_X}, \quad (3)$$

$$D(\bar{\Pi}) = 1 - \frac{P_X}{P(\bar{C}) - P_H + P_X}.$$

Виходячи з виразів (2) і (3), можна зробити висновок, що при заданому (визначеному з технологічної схеми) значенні  $P(C)$ , або  $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$ , вірогідність приймаємих за результатами контролю рішень в основному визначається ймовірностями прийняття помилкових рішень: хибної та невизначеної відмови  $P_X$  і  $P_H$ . Тому ймовірність помилкових рішень  $P_{\text{пом}} = P_X + P_H$  є істотною мірою невірогідності отримуваних результатів.

При контролі багатопараметричного об'єкта під імовірністю хибної відмови розуміють імовірність того, що всі  $n$  параметрів об'єкта знаходяться в допуску (об'єкт справний) і хоча б один параметр за результатами контролю був визнаний не в нормі. Ймовірність невизначеної відмови  $P_H$  в цьому випадку є

ймовірністю того, що серед  $n$  параметрів має місце хоча б один не в допуску (об'єкт є несправним) і за результатами контролю об'єкт був визнаний "придатним".

Виходячи з цього, можна записати

$$P_X = P(C) - P_B(\Pi).$$

де  $P(C) = \prod_{i=1}^n P(C_i)$  – імовірність того, що всі параметри об'єкта знаходяться в допуску;  $P_B(\Pi_i) = P(C_i) - P_{X_i}$ .

Тоді

$$P_X = \prod_{i=1}^n P(C_i) - \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{X_i}]. \quad (4)$$

Для ймовірності невизначеної відмови будемо виходити з виразу

$$P_H = P(\Pi) - P_B(\Pi).$$

Підставивши значення  $P(\Pi)$  і  $P_B(\Pi)$ , будемо мати:

$$P_H = \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{X_i} + P_{H_i}] - \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{X_i}]. \quad (5)$$

Виходячи з виразів для абсолютних показників багатопараметричного контролю ( $C$ ,  $D$ ), можна отримати вирази для вірогідності результатів "придатний" і "непридатний"

$$D(\Pi) = \frac{\prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{X_i}]}{\prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{X_i} - P_{H_i}]} = \prod_{i=1}^n D(\Pi_i)$$

$$D(\bar{\Pi}) = 1 - \prod_{i=1}^n D(\Pi_i),$$

де  $D(\Pi_i)$  – вірогідність результату "придатний", отриманого при контролі  $i$ -го параметра об'єкта.

Як вже зазначалось, нас буде цікавити так звана "вимірювальна" складова контролю, яка відображає вплив метрологічних характеристик засобів вимірювальної техніки на ймовірність помилкових рішень. Беручи до уваги, що випадкова та систематична складова їх похибки по-різному поводять себе при проведенні вимірювань, будемо розглядати окремо їх вплив на вірогідність контролю, точніше, на ймовірність помилкових рішень.

## 6.2 Випадкова похибка вимірювання і вірогідність контролю

### 6.2.1 Адитивна похибка

Почнемо з випадку, коли параметр контрольованого об'єкта має фіксоване значення. При його вимірюванні результат, який потім порівнюється з уставкою, буде представлятися як сума

$$z = x_1 + y,$$

де  $x_1$  – фіксоване значення параметра;  $y$  – випадкова складова похибки вимірювання;  $z$  – результат вимірювань контрольованого параметра.

Припустимо, що випадкова похибка вимірювання має нормальний закон розподілу з нульовим математичним очікуванням і щільністю розподілу  $f_1(y)$ .

Залежно від того, де знаходиться по відношенню до границь допускового інтервалу  $x_H$  та  $x_B$  значення параметра, можуть виникати хибна або невизначена відмова (рис. 52).

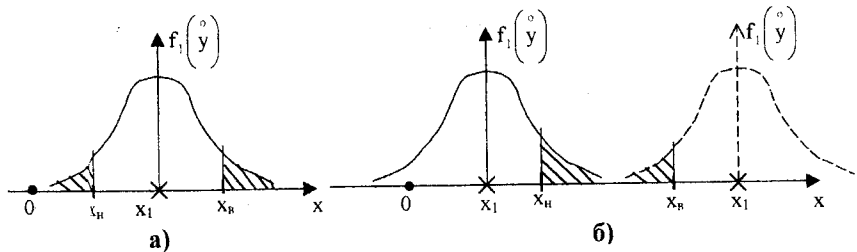


Рисунок 52 - Вплив адитивної похибки на прийняття рішень

Для ситуації, представленої на рис. 52,а, коли контрольований параметр  $x_1$  виникає у середині допускового інтервалу, а  $z$  буде менше  $x_H$  або більше  $x_B$ , буде хибна відмова. Ймовірність хибної відмови визначиться через параметри закону розподілу випадкової похибки:

$$P_X(X = x_1) = \int_{-\infty}^{x_H} f_2(z) \cdot dz + \int_{x_B}^{+\infty} f_2(z) \cdot dz, \quad (6)$$

де

$$f_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \cdot \exp\left\{-\frac{\left(\frac{z - x_1}{\sigma_z}\right)^2}{2}\right\}; \quad \sigma_z = \sigma_y$$

Виходячи з рис. 52,б, коли виникає невизначена відмова, можна записати для ймовірності невизначеної відмови

$$P_H(X = x_1) = \int_{x_H}^{x_B} f_2(z) \cdot dz. \quad (7)$$

Слід зауважити, що невизначена відмова може виникнути і для випадку, коли фіксоване значення параметра  $x_1$  буде більше значення верхньої границі  $x_B$ . (Відображено пунктирною лінією). В цьому випадку вираз (7) виконується.

Але помилкові рішення можуть виникати і для інших можливих значень контрольованого параметра, тобто для аналізу хибної відмови треба розглядати усі об'єкти, значення параметрів яких лежить в інтервалі  $(x_H \div x_B)$ , а для неви-

значеної відмови – усі об'єкти з параметрами поза границями допускового інтервалу. Тоді ймовірність помилкових рішень буде визначатися ймовірністю знаходження контрольованого параметра у вищезгаданих областях і ймовірністю того, що вплив похибки вимірювання призведе до того, що результат потрапляє в області, де приймаються рішення про стан об'єкта, яке не відповідає істині.

Спочатку розглянемо хибну відмову. Ймовірність її виникнення при  $x_{н1} < x < x_{в}$  буде мати дві складові – ймовірність того, що результат буде менше  $x_{н1}$  та ймовірність того, що результат буде більше  $x_{в}$ . Якщо повернутися до рис.52,а, а це буде для значень  $x = x_1$ , коли для похибки буде виконуватись співвідношення  $y < x_{н} - x$  (із врахуванням знака); або  $y > x_{в} - x$ . Для всіх можливих значень  $X$ , які знаходяться в інтервалі  $(x_{н} \div x_{в})$ , треба враховувати ймовірність їх знаходження в цьому інтервалі. Таким чином маємо:

$$P_X = \int_{x_{н1}}^{x_{в}} f(x) \int_{-x}^{x_{н}-x} f_1(y) \cdot dy \cdot dx + \int_{x_{н}}^{x_{в}} f(x) \int_{x_{в}-x}^{+\infty} f_1(y) \cdot dy \cdot dx. \quad (8)$$

Для невизначеної відмови знову повернемося до рис. 52.б. Вона буде виникати, коли похибка вимірювання  $y$  буде приймати значення більші, ніж  $x_{н} - x_1$  або менші, ніж  $x_{в} - x_1$  (враховуючи знак похибки). Виходячи з закону розподілу можливих значень контрольованої величини, можна визначити ймовірність знаходження значення параметра “лівіше”  $x_{н}$  або “правіше”  $x_{в}$ . Тоді, з врахуванням вищенаведеного, ймовірність виникнення невизначеної відмови буде представлено виразом:

$$P_H = \int_{-\infty}^{x_{н}} f(x) \int_{x_{н}-x}^{x_{в}-x} f_1(y) \cdot dy \cdot dx + \int_{x_{в}}^{+\infty} f(x) \int_{x_{н}-x}^{x_{в}-x} f_1(y) \cdot dy \cdot dx. \quad (9)$$

Наведені вище викладки дозволяють зрозуміти механізм виникнення помилкових рішень.

Для визначення ймовірності хибної і невизначеної відмови можна використати загальний підхід, виходячи зі згортки.

У найпростішому випадку, коли похибка вимірювання  $y$  адитивна, тобто не залежить від параметра  $x$ , результат вимірювання представляється сумою

$$z = x + y.$$

Тоді закон розподілу  $f_2(z)$  визначається композицією законів  $f(x)$  та  $f_1(y)$ , а спільний закон розподілу  $f_3(x, z)$ :

$$f_3(x, z) = f(x) \cdot f\left(\frac{z-x}{y}\right) = f(x) \cdot f_2(z-x),$$

тобто переходимо до згортки. Для визначення ймовірностей помилкових рішень у випадку адитивної похибки треба інтегрувати добуток щільностей розподілу можливих значень контрольованого параметра  $f(x)$  та похибки вимірювання  $f_1(\overset{\circ}{y})$ . При цьому треба визначити границі інтегрування похибки вимірювання із врахуванням того, що  $\overset{\circ}{y} = z - x$ ,

хибна відмова:

$$\left\{ (x_H < x < x_B) \cap \left( z < \overset{\circ}{x}_H \right) \right\} \cup \left\{ (x_H < x < x_B) \cap \left( z < \overset{\circ}{x}_B \right) \right\},$$

$$\left\{ (x_H < x < x_B) \cap \left( \overset{\circ}{y} < x_H - x \right) \right\} \cup \left\{ (x_H < x < x_B) \cap \left( \overset{\circ}{y} < x_B - x \right) \right\};$$

невизначена відмова:

$$\left\{ (x < x_H) \cap \left( x_H < z < \overset{\circ}{x}_B \right) \right\} \cup \left\{ (x > x_B) \cap \left( x_H < z < \overset{\circ}{x}_B \right) \right\},$$

$$\left\{ (x < x_H) \cap \left( x_H - x < \overset{\circ}{y} < x_B - x \right) \right\} \cup \left\{ (x > x_B) \cap \left( x_H - x < \overset{\circ}{y} < x_B - x \right) \right\}.$$

Області значень  $x$ , які відповідають помилковим рішенням, показані на рис.53.

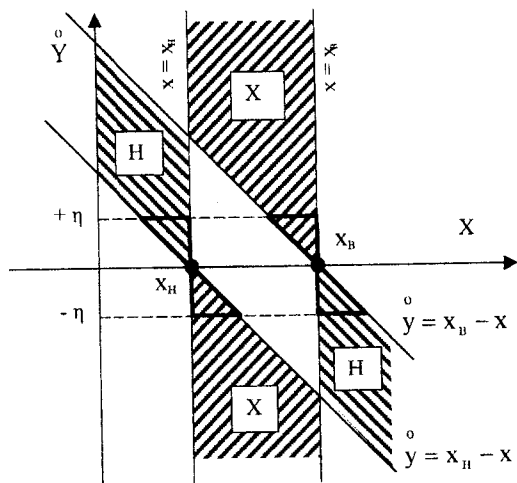


Рисунок 53 - Виникнення помилкових рішень для адитивної помилки

Визначивши границі інтегрування з відповідними заштрихованими областями, приходимо до виразів (8), (9) для ймовірностей хибної та невизначеної відмови.

Якщо похибка вимірювання має рівномірний розподіл  $f_1\left(\overset{\circ}{y}\right) = \frac{1}{2\eta}$ , то гра-  
ниці інтегрування, використовуючи рис. 53, визначаються, виходячи з облас-  
тей, які виділені більш жирною лінією:

$$P_{x, \text{рівн}} = \int_{x_H}^{x_H+\eta} f(x) \int_{-\eta}^{x_H-x} f_1\left(\overset{\circ}{y}\right) d\overset{\circ}{y} dx + \int_{x_B-\eta}^{x_B} f(x) \int_{x_B-x}^{+\eta} f_1\left(\overset{\circ}{y}\right) d\overset{\circ}{y} dx; \quad (10)$$

$$P_{x, \text{рівн}} = \int_{x_H-\eta}^{x_H} f(x) \int_{x_H-x}^{+\eta} f_1\left(\overset{\circ}{y}\right) d\overset{\circ}{y} dx + \int_{x_B}^{x_B+\eta} f(x) \int_{-\eta}^{x_B-x} f_1\left(\overset{\circ}{y}\right) d\overset{\circ}{y} dx. \quad (11)$$

Як бачимо, на відміну від нормального закону розподілу похибки вимірю-  
вання, при рівномірному законі похибка вимірювання впливає на результат ко-  
нтролю тільки в певних межах, які визначаються параметрами закону розподілу  
похибки.

Ця властивість рівномірного закону розподілу похибки дозволяє синтезу-  
вати алгоритм адаптивного контролю. Дійсно, як витікає з виразів (L) і (M), по-  
милкові рішення можуть виникати лише у тих випадках, коли значення контро-  
льованого параметра  $X$  будуть знаходитись в інтервалах

$$(x_H'', x_H') \quad \text{та} \quad (x_B', x_B''),$$

де  $x_H'' = x_H - \eta$ ;  $x_H' = x_H + \eta$ ;  $x_B' = x_B - \eta$ ;  $x_B'' = x_B + \eta$ .

В ці самі інтервали може "потрапити" і результат вимірювання параметрів,  
значення яких знаходяться поза інтегралами під впливом похибки вимірюван-  
ня. Виникає ситуація невизначеності, яку треба перевірити додатковими дослі-  
дженнями.

Таким чином алгоритм буде таким:

- Вводяться додаткові вставки  $x_H', x_H'', x_B', x_B''$ .
- Якщо результат вимірювання  $z$  буде меншим, ніж  $x_H''$  або більшим, ніж  $x_B''$ , то приймається абсолютно вірогідне рішення "непридатний" і на цьому процедура контролю закінчується.
- У випадку виконання нерівності  $x_H'' < z < x_B'$  приймається абсолютно ві-  
рогідне рішення "придатний" і контроль закінчується.
- У випадку знаходження результату в одному з інтервалів  $(x_H'' \div x_H')$   
або  $(x_B' \div x_B'')$  переходять до послідовної процедури уточнення місця  
знаходження контрольованого параметра. Для цього здійснюється ще  
раз вимірювання параметра. Результат буде відмінним від попереднього,  
бо випадкова похибка набула іншого значення.
- Далі іде співставлення з  $x_H'', x_H'$  та  $x_B', x_B''$  аналогічно тому, що було роз-  
глянуто вище. Максимальна кількість вимірювань  $n$  вибирається з допу-  
стимого значення вірогідності помилкових рішень.



## 6.2.2 Мультиплікативна похибка

У випадку, коли випадкова складова похибки вимірювання є мультиплікативною, результат  $z = x \left(1 + \overset{\circ}{\gamma}\right)$  можна представити у вигляді  $z = x + \tilde{y}$ , де  $\tilde{y} = x \cdot \overset{\circ}{\gamma}$ ,  $\overset{\circ}{\gamma}$  – мультиплікативна похибка. Але треба зазначити, що  $\tilde{y} = x \overset{\circ}{\gamma}$  буде залежати від значення контрольованої величини і операцію згортки проводити не можна.

З іншого боку значення мультиплікативної похибки  $\overset{\circ}{\gamma}$  не залежить від значень контрольованої величини  $X$ , тоді їх спільна щільність  $\Psi_1\left(x, \overset{\circ}{\gamma}\right)$  може бути визначена через добуток щільності  $f(x)$  і  $\psi\left(\overset{\circ}{\gamma}\right)$ . Виходячи з цього представимо мультиплікативну похибку виразом:

$$\overset{\circ}{\gamma} = \frac{z}{x} - 1. \quad (12)$$

Тоді можна використовувати вирази, отримані раніш і для складових імовірності помилкових рішень для випадку адитивної складової похибки вимірювального каналу. Для цього необхідно в отримані вирази підставити  $\tilde{y}$ , а потім поділити на  $X$ . При цьому треба пам'ятати, що  $x$  по відношенню до математичного очікування може приймати як позитивні, так і негативні значення. Тому будемо розглядати центровану величину  $\tilde{x} = x - Mx$ .

Виходячи з вищевказаного, ймовірності виникнення складових помилкових рішень при контролі, які обумовлені впливом мультиплікативної випадкової похибки вимірювального каналу, будуть представлені такими співвідношеннями:

$$P_x^H = P(\tilde{x}_H < \tilde{x} < 0, \tilde{z} < \tilde{x}_H) + P(0 < \tilde{x} < \tilde{x}_B, \tilde{z} < \tilde{x}_H),$$

$$P_x^B = P(\tilde{x}_H < \tilde{x} < 0, \tilde{z}_B > x_B) + P(0 < \tilde{x} < \tilde{x}_B, \tilde{z} > \tilde{z}_B),$$

$$P_H^H = P(\tilde{x} < \tilde{x}_H, \tilde{x}_H < \tilde{z} < 0) + P(\tilde{x} < \tilde{x}_H, 0 < \tilde{z} < \tilde{x}_B),$$

$$P_H^B = P(\tilde{x} > \tilde{x}_B, \tilde{x}_H < \tilde{z} < 0) + P(\tilde{x} > \tilde{x}_B, 0 < \tilde{z} < \tilde{x}_B).$$

В цих співвідношеннях верхні індекси  $n$  і  $v$  – відповідають ситуації, яка виникає при відповідно нижній та верхній межі допускового інтервалу.

Якщо підставити  $\tilde{z} = \tilde{x} \left(1 + \overset{\circ}{\gamma}\right)$  і використати (12), після перетворень із врахуванням знаку одержимо:

$$P_N^H = P\left(\tilde{x}_H < \tilde{x} < 0, \gamma > \frac{\tilde{x}_H}{\tilde{x}} - 1\right) + P\left(0 < \tilde{x} < \tilde{x}_B, \gamma < \frac{\tilde{x}_H}{\tilde{x}} - 1\right);$$

$$P_N^B = P\left(\tilde{x}_H < \tilde{x} < 0, \gamma < \frac{\tilde{x}_B}{\tilde{x}} - 1\right) + P\left(0 < \tilde{x} < \tilde{x}_B, \gamma > \frac{\tilde{x}_B}{\tilde{x}} - 1\right);$$

$$P_H^H = P\left(\tilde{x} < \tilde{x}_H, \gamma < \frac{\tilde{x}_H}{\tilde{x}} - 1\right) + P\left(\tilde{x} < \tilde{x}_H, \gamma > \frac{\tilde{x}_B}{\tilde{x}} - 1\right);$$

$$P_H^B = P\left(\tilde{x} > \tilde{x}_B, \gamma > \frac{\tilde{x}_H}{\tilde{x}} - 1\right) + P\left(\tilde{x} > \tilde{x}_B, \gamma < \frac{\tilde{x}_B}{\tilde{x}} - 1\right).$$

Області, які відповідають цим ситуаціям, представлені на рис.54. Області інтегрування лімітовані кривими

$$\gamma = \frac{\tilde{x}_B}{\tilde{x}} - 1 \quad \text{та} \quad \gamma = \frac{\tilde{x}_H}{\tilde{x}} - 1,$$

які є гіперболами, розташованими відповідно у першому і третьому, а також у другому і четвертому квадранті. Але крутизна перших менша за крутизну других. Асимптотами гіпербол є вісь мультиплікативної похибки  $\gamma$  та пряма  $\gamma = -1$ .

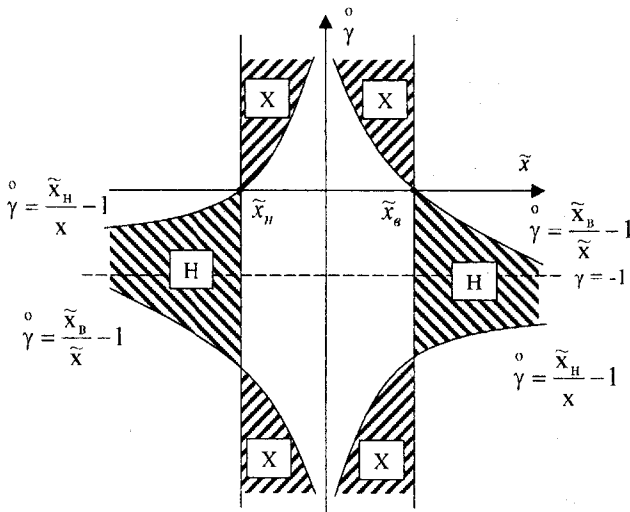


Рисунок 54 - Виникнення помилкових рішень для мультиплікативної похибки

Якщо взяти до уваги, що доцільно розглядати випадки, коли мультиплікативна похибка не перевищує 100%, тобто  $|\gamma| < 1$ , то можна записати:

$$P_N = \int_{\bar{x}_H}^0 f(x) \int_{\frac{\bar{x}_H}{N}}^{\frac{+\infty}{N}} \Psi\left(\gamma\right) d\gamma dx + \int_0^{\bar{x}_B} f(x) \int_{\frac{\bar{x}_B}{N}}^{\frac{+\infty}{N}} \Psi\left(\gamma\right) d\gamma dx;$$

$$P = \int_{-\infty}^{\bar{x}_H} f(x) \int_{-1}^{\frac{\bar{x}_H}{N}} \Psi\left(\gamma\right) d\gamma dx + \int_{\bar{x}_B}^{+\infty} f(x) \int_{-1}^{\frac{\bar{x}_B}{N}} \Psi\left(\gamma\right) d\gamma dx$$

### 6.3 Вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю

Допустимо, що реальна характеристика перетворювання вимірювального каналу має вигляд:

$$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma), \quad (13)$$

де  $\Delta$  – систематична абсолютна адитивна похибка,  $\gamma$  – систематична мультиплікативна похибка.

Результат вимірювання контрольованої величини  $x$  порівнюється з уставками, які задаються для умов ідеального перетворення, тобто  $\varphi_0(x_H)$  і  $\varphi_0(x_B)$ . Таким чином реальне вирішальне правило  $\varphi_0(x_H) < \varphi(x) < \varphi_0(x_B)$ , з врахуванням співвідношення (13) і того, що  $\varphi_0(x_H) = x_H$ , а  $\varphi_0(x_B) = x_B$ , буде

$$x_H < (x + \Delta)(1 + \gamma) < x_B.$$

Подімо обидві частини нерівності на  $(1 + \gamma)$  та перенесемо  $\Delta$ :

$$\frac{x_H}{1 + \gamma} - \Delta < x < \frac{x_B}{1 + \gamma} - \Delta. \quad (14)$$

Для того щоб порівняти реальне вирішальне правило з ідеальним  $x_H < x < x_B$ , додамо та віднімемо відповідно до лівої частини (13)  $x_H$ , а до правої –  $x_B$ . Після перетворень одержимо:

$$x_H - \frac{\gamma x_H}{1 + \gamma} - \Delta < x < x_B - \frac{\gamma x_B}{1 + \gamma} - \Delta. \quad (15)$$

Порівнявши вираз (15) з ідеальним вирішальним правилом, можна помітити, що у (15) в лівій та правій частинах є додаткові складові  $\theta_H = \alpha x_H + \Delta$  та  $\theta_B = \alpha x_B + \Delta$ , де  $\alpha = \gamma / (1 + \gamma)$ . Ці складові якраз і враховують вплив систематичної похибки вимірювального каналу на результат контролю.

Виходячи з (15), імовірність отримати результат контролю, “придатний” для реальної характеристики  $P(\Pi)$ ,

$$P(\Pi) = \int_{x_H - \theta_H}^{x_B - \theta_B} f(x) dx.$$

Цю імовірність можна представити через три складові, якщо виділити імовірність знаходження об'єкта в “справному” стані, що відображає дійсний стан до контролю

$$P(\Pi) = \int_{x_H - \theta_H}^{x_H} f(x) dx + \int_{x_H}^{x_B} f(x) dx + \int_{x_B}^{x_B - \theta_B} f(x) dx. \quad (16)$$

Перша і третя складові якраз і відображають вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю. Площі під кривою розподілу можливих значень контрольованої величини на еквівалентних інтервалах  $\theta_n$  та  $\theta_b$  будуть пропорційні імовірності помилкових рішень, які виникають при контролі. Характер помилкових рішень буде залежати від знаків адитивної та мультиплікативної складових систематичної похибки вимірювального каналу, їх абсолютних значень, а імовірність – від довжини еквівалентних інтервалів зсувів. Так, для наведеного виду характеристики  $\varphi(x) = (x + \Delta) (1 + \gamma)$  знак попереду третього інтегралу буде мінус, тому границі інтегрування треба поміняти місцями. Тоді вплив систематичної похибки вимірювального каналу призведе до того, що при нижній границі може виникати невизначена відмова, а при верхній – хибна відмова. Імовірності прийняття помилкових рішень будуть:

$$P_n = \int_{x_n - \theta_n}^{x_n} f(x) dx ; \quad P_x = \int_{x_n - \theta_b}^{x_n} f(x) dx .$$

Тоді  $P(\Pi) = P_n + P(C) - P_x$ .

Таким чином, для об'єктів, значення контрольованого параметра яких знаходяться в інтервалі  $(x_n - \theta_n) \div x_n$ , буде прийняте помилкове рішення “придатний”. Для об'єктів з параметрами в інтервалі  $(x_n - \theta_b) \div x_n$  при контролі буде прийматися помилкове рішення “непридатний”.

Як вже було відзначено, вірогідність та характер виникаючих помилкових рішень залежать як від знаків, так і від співвідношення абсолютних значень адитивної та мультиплікативної складових систематичної похибки вимірювального каналу.

Існує багато методів зменшення впливу систематичної похибки на результат контролю. В наступному розділі аналізуються ці методи.

### **Контрольні питання**

1. Чим визначається вірогідність контролю?
2. Механізм виникнення помилкових рішень.
3. Зв'язок апостеріорної та апіорної вірогідностей контролю.
4. Визначення вірогідності хибної відмови.
5. Визначення вірогідності невизначеної відмови.
6. Адаптивний алгоритм контролю. Визначення додаткових вставок.
7. Особливості визначення вірогідності помилкових рішень при впливі мультиплікативної випадкової похибки.
8. Як визначається вплив систематичної складової похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю?

### **Список додаткової літератури**

1. Цепенко М.П. Измерительные информационные системы: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1985. – 439 с.
2. ДСТУ 2681–94. Метрологія. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994 – 68 с.

3. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К.: Выща школа, 1983.

4. Володарский Е.Т., Яремчук Н.А. Систематизация процедур экспериментальной информатики. Сб. докладов 6-го национального научного симпозиума «Метрология и надежность 95», Созополь, с.73–75.

## Розділ VII ПІДВИЩЕННЯ ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ

При масовому виробництві випадковий характер дестабілізуючих факторів приводить до розсіяння значень параметрів. Відхилення дійсного значення параметра від його номінального значення визначається випадковою похибкою виробництва, яка при певній схемі технологічного процесу характеризується цілком певним теоретичним законом розподілу.

При налагодженому технологічному процесі похибка виробництва, в своїй більшості, випадкова, і дійсне значення параметра контрольованого об'єкта є реалізацією випадкової величини  $X$  – результату виробництва фізичного параметра, яка характеризується відповідним теоретичним законом розподілу можливих значень. Значення параметра контрольованого об'єкта нам не відомо, воно є реалізацією випадкової величини  $X$  і в загальному випадку може бути будь-яким числом з множини можливих значень. Імовірність вибору для контролю об'єкта з певними значеннями параметра визначається законом розподілу його можливих значень.

При контролі оцінюються властивості об'єктів в заданих умовах, тому, крім похибки вимірювання вихідної величини об'єкта, треба брати до уваги і похибки формування цих умов. Вплив похибок вимірювальних операцій контролю здійснюється за допомогою інструментальної складової вірогідності контролю. Оцінити інструментальну складову вірогідності без “прив'язки” до конкретної математичної моделі об'єкта контролю ОК, на підставі якої визначаються номінальні значення вектора вхідних величин  $S'=(S_1, S_2, \dots, S_m)$  та режимних  $S''=(S_{m+1}, \dots, S_{m+p})$  величин і контрольованих параметрів  $A(a_1, \dots, a_l)$ , неможливо. Виходячи з цього, модель об'єкта контролю можна представити у вигляді  $X=X(S', S'', A)$ , де  $X$  – вектор вихідних величин ОК.

У загальному випадку операції формування режимних та вхідних величин здійснюються з похибками, то на ОК подаються множини величин  $S_j (j = \overline{1, m+p})$ , значення яких відхиляються від номінальних. Сукупність контрольованих об'єктів характеризується множиною станів, інформацію про які несе вектор вихідних величин  $X=X(S', S'', A_k)$ , де  $S'=(S_1, \dots, S_m)$ ;  $S''=(S_{m+1}, \dots, S_{m+p})$ ;  $A_k=(A_{1k}, \dots, A_{lk})$ ;  $A_{jk}=A_j + \Delta_{jk}$  ( $j = \overline{1, l}$ ) значення  $j$ -го параметра  $k$ -го ОК в контрольованій сукупності;  $\Delta_{jk}$  – відхилення від номінального значення, обумовлене випадковою похибкою виробництва.

Множина вихідних величин ОК перетворюється в величину, яка може бути в подальшому точно виміряна. При цьому результати вимірювання викривлені похибкою вимірювання – тому з нормами-вставками зрівнюються координати вектора  $Z=X+Y$ , де  $Y=(Y_1, \dots, Y_n)$  – вектор похибок вимірювання.

В свою чергу вставки, пропорційні нормам (граничним значенням) контрольованих параметрів, формуються, у загальному випадку, теж з похибкою. Тому порівняння перетворених вихідних величин ОК проводиться з викривленими вставками, які в дійсності задаються вектором  $Z_0=X+Y_0$ , де  $Y_0=(Y_{10}, \dots, Y_{k0})$  – вектор похибок формування вставок.

Таким чином, на основі множини результатів порівняння приймаються не

тільки вірні рішення про стан ОК, але і помилкові. Вплив засобів і методів вимірювання на якість контролю, його вірогідність можна оцінити за допомогою ймовірності хибної та невизначеної відмов. При поодиначному виробництві розглядаги вплив систематичної та випадкової складових похибок засобів вимірювання на вірогідність не має сенсу. При контролі об'єктів, утворених при масовому виробництві, вплив випадкової та систематичної складової на якість контролю проявляється по-різному. В цьому розділі розглянемо як проявляється вплив систематичної складової та методи зменшення цього впливу на вірогідність контролю.

### 7.1 Аналіз впливу систематичної похибки вимірювання на вірогідність контролю

Виходячи з нормативних документів та цільового призначення об'єктів задається допустиме відхилення параметрів у вигляді граничних значень  $x_n$  та  $x_b$ . Згідно з вирішувальним правилом  $x_n < x < x_b$  можна виробити дві взаємовиключні гіпотези про стан об'єкта до контролю:  $H_0$  – об'єкт у справному стані та  $\bar{H}_0$  – об'єкт у несправному стані. Ймовірність появи відповідних подій буде:

$$P(H_0) = F(x_b) - F(x_n); \quad P(\bar{H}_0) = 1 - [F(x_b) - F(x_n)],$$

де  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ ;  $F(x)$  та  $f(x)$  – функція та щільність розподілу можливих значень параметра  $X$  сукупності об'єктів масового виробництва.

Вони апріорі допускаються відомими і визначаються на основі вивчення схеми технологічного процесу, неідеальність якого приводить до певного розподілу похибок виробництва.

Задачею контролю є розподіл об'єктів на дві вищерозглянуті групи. Для цього вихідна величина ОК, після відповідних перетворень, порівнюються з вставками  $\varphi_0(x_n)$  та  $\varphi_0(x_b)$ , де  $\varphi_0(x)$  – номінальна характеристика перетворення. В дійсності вимірювальний канал має реальну характеристику перетворення  $\varphi(x) = (x \pm \Delta)(x \pm \gamma)$ , відмінну від номінальної. В останньому виразі  $\Delta$  та  $\gamma$ , відповідно, адитивна та мультиплікативна складові систематичної похибки. Таким чином маємо вирішувальне правило  $\varphi_0(x_n) < \varphi(x) < \varphi_0(x_b)$ . При цьому можуть виникати помилкові рішення – хибна та невизначена відмови, імовірність яких, виходячи із випадкового вибору об'єкта для контролю, відповідно дорівнюють:

$$P_X = P\{x_n < x < x_b, \varphi(x) < \varphi_0(x_n)\} + P\{x_n < x < x_b, \varphi(x) > \varphi_0(x_b)\},$$

$$P_{H_1} = P\{x < x_n, \varphi_0(x_n) < \varphi(x) < \varphi_0(x_b)\} + P\{x > x_b, \varphi_0(x_n) < \varphi(x) < \varphi_0(x_b)\},$$

де індекс  $x$  – хибна,  $n$  – невизначена.

Результати вимірювання вихідних величин сукупності контрольованих об'єктів є реалізацією випадкової величини  $\varphi(x)$  з щільністю розподілу  $f_\varphi[\varphi(x)]$ , яка залежить як від щільності розподілу можливих значень  $f(x)$  контрольованих параметрів, так і від похибки вимірювання. Маючи  $f_\varphi[\varphi(x)]$ , можна обчислити  $P_X$  та  $P_{H_1}$ . Це дозволяє встановити вимоги до допустимого відхилення реальної ха-

рактеристики перетворення від номінальної, при якому забезпечується вірогідність контролю не нижче заданої.

До вирішення цієї задачі можна підійти і з іншого боку, коли не потребується знання функції розподілу  $\varphi(x)$ . Вплив похибки вимірювання в цьому випадку треба "перерахувати" до входу і при аналізі враховується за допомогою "еквівалентного зміщення" границь допускового інтервалу  $x_n$  та  $x_b$ , як показано на рис. 55. Еквівалентне зміщення нижньої границі вправо відображає вплив похибки вимірювання, яке приводить до хибної відмови. Як видно з рисунка, значення контрольованої величини, що потрапляють в інтервал  $[x_n \pm (x_n + \theta_n)]$ , після перетворення будуть знаходитись лівіше  $\varphi_0(x_n)$ . Таким чином, якщо контролюються справні об'єкти, значення параметрів яких лежить усередині інтервалу  $[x_n \pm (x_n + \theta_n)]$ , то після операції вимірювання та порівняння зі вставками  $\varphi_0(x_n)$  і  $\varphi_0(x_b)$  вони помилково будуть визнані несправними. Імовірність хибної відмови при цьому пропорційна площі під кривою розподілу, яка заштрихована з правим нахилом. Введення еквівалентного зміщення верхньої границі дозволяє оцінити імовірність, для цього випадку, невизначеної відмови.

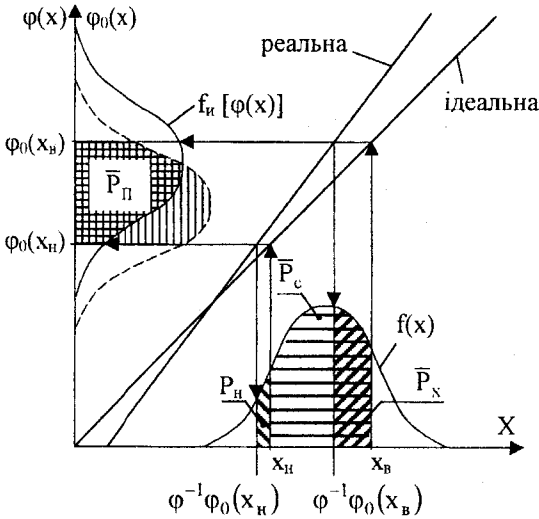


Рисунок 55 - Вплив систематичної похибки вимірювання вихідної величини

Як видно з рис.55, несправні об'єкти, значення параметрів яких знаходяться в інтервалі  $[x_b \pm (x_n + \theta_b)]$ , після порівняння зі вставками будуть визнані справними. Площа на рис.55, яка відповідає ймовірності невизначеної відмови, має штриховку з лівим нахилом.

Розглянемо реальне вирішувальне правило

$$\varphi_0(x_n) < \varphi(x) < \varphi_0(x_b).$$

Перетворимо його, перерахувавши до входу. Тобто

$$\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_n) < x < \varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_b),$$



де  $\varphi^{-1}$  – обернена функція перетворення вимірювального каналу. Тоді маємо

$$x_H + [\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_H) - x_H] < x < x_B + [\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_B) - x_B],$$

або

$$x_H + \theta_H < x < x_B + \theta_B,$$

де  $\theta_H$  та  $\theta_B$  – відповідно, нижній та верхній еквівалентний інтервали зміщення, довжина яких залежить від абсолютного значення і знаку адитивної та мультиплікативної похибок засобів вимірювання.

Беручи до уваги закон розподілу можливих значень контрольованої величини та випадковість вибору об'єктів для контролю, ймовірність помилкових рішень буде пропорційна площам під кривою  $f(x)$  на інтервалах  $\theta_H$  та  $\theta_B$ . Так для випадку, наведеному на рис. 55, ймовірність помилкового рішення буде визначатися на основі рівняння:

$$P_{\text{пом}} = P_X + P_H = F(x_H + \theta_H) - F(x_H) + F(x_B + \theta_B) - F(x_B).$$

Таким чином, введення еквівалентного зміщення границь допускового інтервалу дозволяє, маючи функцію розподілу можливих значень контрольованого параметра, проаналізувати вплив похибок вимірювання на якість контролю, зіставити різні варіанти побудови вимірювального каналу та розробити методи підвищення вірогідності контролю.

На початку визначимо залежність ймовірності помилкових рішень від співвідношенням між складовими похибки. Почнемо з випадку, коли **мультиплікативна складова позитивна**. В залежності від абсолютного значення адитивної складової та її знаку можливі чотири випадки.

**1. Адитивна похибка позитивна**, тобто  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ .

При цьому вирішальне правило буде

$$x_H < (x + \Delta)(1 + \gamma) < x_B,$$

де прийнято  $\varphi_0(x_H) = x_H$  і  $\varphi_0(x_B) = x_B$ . Після математичних перетворень останній вираз переписеться як

$$x_H - \alpha x_H - \Delta < x < x_B - \alpha x_B - \Delta,$$

або

$$x_H - \theta_{H1} < x < x_B - \theta_{B1},$$

де  $\theta_{H1} = \alpha x_H + \Delta$  та  $\theta_{B1} = \alpha x_B + \Delta$  – довжина, відповідно, нижнього та верхнього інтервалів зміщення (позитивне число);  $\alpha = \gamma / (1 + \gamma)$ .

Для ОК, значення контрольованої величини яких знаходяться в інтервалі  $[(x_B - \theta_{B1}) \div x_H]$ , тобто потрапляють у верхній еквівалентний інтервал зміщення, буде прийматися помилкове рішення про непридатність, тобто виникає хибна відмова. Для ОК, контрольовані параметрів яких знаходяться в нижньому еквівалентному інтервалі зміщення  $[(x_H - \theta_{H1}) \div x_H]$ , буде прийматися помилкове рішення про придатність – виникає невизначена відмова.

Ймовірність помилкових рішень визначається як

$$P_{\text{пом1}} = P_{H1} + P_{X1} = F(x_H) - F(x_H - \theta_{H1}) + F(x_B) - F(x_B - \theta_{B1}). \quad (17)$$

В подальшому будемо розглядати три найбільш типових закони розподілу можливих значень контрольованих параметрів: рівномірний, нормальний та арксинусоїдальний. Розкладемо вираз (17) в ряд Тейлора при обмеженні, що

$\theta_{н1} + \theta_{в1} < \lambda/4$ , де  $\lambda = x_{в} - x_{н}$  – довжина допускового інтервалу:

$$P_{пом1} = F(x_{н}) - F(x_{н}) + f(x_{н}) \cdot \theta_{н1} - \frac{1}{2} f'(x_{н}) \cdot \theta_{н1}^2 + \frac{1}{6} f''(x_{н}) \cdot \theta_{н1}^3 - \\ - F(x_{в}) + F(x_{в}) + f(x_{в}) \cdot \theta_{в1} - \frac{1}{2} f'(x_{в}) \cdot \theta_{в1}^2 + \frac{1}{6} f''(x_{в}) \cdot \theta_{в1}^3 + \tau(x),$$

де  $\tau(x) = 1/24 \cdot f'''(\tau)(\theta_{н1}^4 + \theta_{в1}^4) < 10^{-3}$  – залишковий член ряду,  $\tau$  – належить одному з еквівалентних інтервалів зміщення.

Допустимо, що границі допускового інтервалу розташовані симетрично по відношенню до математичного очікування контрольованого параметра, тобто його номінального значення. Виходячи з цього, будемо мати співвідношення

$$f(x_{н}) = f(x_{в}), f'(x_{н}) = -f'(x_{в}), f''(x_{н}) = f''(x_{в}).$$

Тоді вираз (17) перепишеться у вигляді

$$P_{пом1} = f(x_{н})(\theta_{в1} + \theta_{н1}) \left[ 1 + \frac{1}{2} \psi'(x_{н})(\theta_{в1} - \theta_{н1}) + \frac{1}{6} \psi''(x_{н})(\theta_{в1}^2 - \theta_{в1} \cdot \theta_{н1} + \theta_{н1}^2) \right], \quad (18)$$

де  $\psi^{(i)}(x_{н}) = f^{(i)}(x_{н})/f(x_{н})$ ,  $i = ', ', \dots$ ;  $\theta_{в1} + \theta_{н1} = \alpha(x_{в} + x_{н}) + 2\Delta$ .

**2. Адитивна похибка негативна**, тобто  $\phi(x) = (x - \Delta)(1 + \gamma)$ .

Абсолютне значення адитивної похибки таке, що виповнюються співвідношення  $\Delta < \alpha x_{н}$  та  $\Delta < \alpha x_{в}$ . При цьому, як і в розглянутому випадку, вплив похибок вимірювання відображається за допомогою еквівалентних інтервалів зміщення, розташованих зліва від границь допускового інтервалу. Але довжина цих інтервалів зміщення менша, ніж в попередньому випадку. Імовірність помилкових рішень визначається виразом (18), якщо в нього підставити значення  $\theta_{н2} = \alpha x_{н} - \Delta$  та  $\theta_{в2} = \alpha x_{в} - \Delta$ . Причому для тих же значень  $\gamma$  та  $\Delta$   $P_{пом2} < P_{пом1}$ , бо  $\theta_{в2} + \theta_{н2} = \alpha(x_{в} + x_{н}) - 2\Delta$ .

**3. Адитивна похибка негативна.**

Має місце співвідношення  $\Delta > \alpha x_{н}$  та  $\Delta < \alpha x_{в}$ . При цьому нижній еквівалентний інтервал розміститься зліва від  $x_{н}$ , а верхній – справа від  $x_{в}$ . Таким чином вплив похибки вимірювання буде проявлятися тільки у виникненні хибної відмови, імовірність якої визначиться як

$$P_{пом3} = F(x_{н} + \theta_{н3}) - F(x_{н}) + F(x_{в}) - F(x_{в} - \theta_{в3}),$$

де  $\theta_{н3} = \Delta - \alpha x_{н}$ ,  $\theta_{в3} = \alpha x_{в} - \Delta$ .

Скориставшись розкладенням в ряд Тейлора, після математичних перетворень, аналогічним зробленим вище, будемо мати:

$$P_{пом3} = f(x_{н})(\theta_{в3} + \theta_{н3}) \left[ 1 + \psi'(x_{н}) \frac{(\theta_{в3}^2 + \theta_{н3}^2)}{(\theta_{в3} + \theta_{н3})} + \frac{1}{6} \psi''(x_{н})(\theta_{в3}^2 - \theta_{в3} \cdot \theta_{н3} + \theta_{н3}^2) \right],$$

де  $\theta_{в3} + \theta_{н3} = \alpha(x_{в} - x_{н}) = \alpha\lambda$ .

**4. Адитивна похибка негативна.**

Має місце співвідношення  $\Delta > \alpha x_{н}$ ,  $\Delta > \alpha x_{в}$ . При цьому обидва інтервали зміщення будуть розташовані справа від границь. При цьому при верхній границі буде виникати невизначена відмова, а при нижній – хибна відмова. Імовір-

ність помилкових рішень

$$P_{\text{помд}} = F(x_{\text{в}} + \theta_{\text{вд}}) - F(x_{\text{в}}) + F(x_{\text{н}} + \theta_{\text{нд}}) - F(x_{\text{н}}),$$

де  $\theta_{\text{вд}} = \Delta - \alpha x_{\text{в}}$ ,  $\theta_{\text{нд}} = \Delta - \alpha x_{\text{н}}$ .

Після розкладу в ряд Тейлора буде

$$P_{\text{помд}} = f(x_{\text{н}})(\theta_{\text{вд}} + \theta_{\text{нд}}) \left[ 1 - \frac{1}{2} \psi'(x_{\text{н}})(\theta_{\text{вд}} - \theta_{\text{нд}}) + \frac{1}{6} \psi''(x_{\text{н}})(\theta_{\text{вд}}^2 - \theta_{\text{вд}} \cdot \theta_{\text{нд}} + \theta_{\text{нд}}^2) \right],$$

де  $\theta_{\text{вд}} + \theta_{\text{нд}} = 2\Delta - \alpha(x_{\text{в}} + x_{\text{н}})$ .

Якщо мультиплікативна похибка негативна, то в залежності від значень адитивної похибки та її знаку також може виникнути чотири випадки. Результати аналізу цих випадків, позначені літерою "а", наведені в додатку Е. В цій же таблиці зведені результати проведеного аналізу для позитивної мультиплікативної похибки.

Таким чином, проведений аналіз показав, що, змінюючи співвідношення між складовими похибки вимірювання, можна мінімізувати їх спільний вплив на вірогідність контролю. Це особливо важливо, коли неможливо звести до нуля складові похибки вимірювання.

## 7.2 Ознаки та класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю

Еквівалентне зміщення границь допускового інтервалу, маючи наочність, забезпечує однозначний зв'язок з показниками вірогідності контролю та, в силу властивості адитивності імовірностей, дозволяє роздільно враховувати вплив похибок, які виникають при реалізації операцій контролю.

При контролі складних об'єктів, коли знайдені експериментальним шляхом значення інформативних величин приймаються за вихідні для визначення параметрів, які характеризують показники якості, поняття підвищення вірогідності контролю ототожнюється з підвищенням точності, тобто необхідно виконувати умову  $\theta_{\text{н}} \rightarrow 0$  та  $\theta_{\text{в}} \rightarrow 0$ . В цьому випадку загальним заходом підвищення вірогідності контролю є мінімізація похибки кожного з засобів, які беруть участь у процедурі контролю. Для підвищення точності можуть бути використані конструктивно-технологічні та структурні методи. Конструктивно-технологічні методи практично досягли своїх граничних можливостей. Структурні методи продовжують інтенсивно розвиватися і знаходять широке застосування в практиці виміральної техніки. Це загальний традиційний підхід.

Спеціальні прийоми підвищення вірогідності контролю базуються на комплексному підході, який враховує взаємозв'язок впливів елементарних вимірвальних засобів, які реалізують операції контролю. Цей взаємозв'язок виражається через еквівалентні інтервали зміщення. Якщо задача підвищення точності вимірювання ставиться в загальному вигляді як задача вилучення функції перетворювання, то при контролі необхідно зменшувати вплив похибок засобів вимірювання на якість лише в деяких межах, навколо граничних значень допускового інтервалу.

Зміна структури системи, взаємозв'язків між елементарними засобами ко-

нтролю, вироблення додаткових впливів тягне за собою зміну алгоритму роботи окремого засобу або всієї системи контролю. З другого боку, зміна алгоритму роботи приводить до зміни структури. В цьому зв'язку перебудову структури та зміну алгоритму, спрямованих на досягнення єдиної мети – підвищення вірогідності контролю, необхідно розглядати як єдине ціле.

**Під структурно-алгоритмічними методами підвищення вірогідності контролю** розуміється сукупність прийомів та правил, спрямованих на зменшення або забезпечення протилежних за напрямком еквівалентних інтервалів зміщення.

Традиційний підхід підвищення вірогідності контролю шляхом зменшення похибок засобів вимірювання набув другого дихання після застосування мікропроцесорних пристроїв. Але при контролі одні й ті самі величини можуть бути інформаційними при визначенні різних параметрів. Тому одні й ті самі елементарні засоби контролю можуть використовуватись в різних підсистемах контролю і вимоги до них, в загальному випадку, будуть несумісні. Застосування комплексного підходу підвищення вірогідності контролю дозволяє, маючи базовий набір елементарних засобів контролю, шляхом зміни взаємозв'язків між ними, а також алгоритму контролю утворювати гнучкі автоматизовані засоби, орієнтовані на цілий клас об'єктів, які характеризуються однаковою формою подання вихідних та (або) вхідних величин, які відтворюють контрольовані параметри. При цьому не виключається можливість поліпшення характеристик елементарних засобів. Однак слід враховувати той факт, що витрати на створення більш точного засобу вимірювання можуть значно перевищити ті додаткові апаратні та програмні витрати, які необхідні для досягнення тої ж мети в складі системи, яка містить обчислювальний пристрій. Крім того, у другому випадку можуть бути використані більш прості алгоритми, бо при контролі часто буває достатнім уточнення моделі засобу вимірювання в околі значень інформаційної величини або ж границь допускового інтервалу.

Як видно з аналізу процесу контролю, операції формування вхідних, режимних величин і норми контрольованих величин, а також перетворення вихідних величин супроводжуються похибками. В цьому зв'язку сукупність результатів порівняння значень, отриманих експериментальним шляхом, з нормами, які задаються у вигляді вставок, буде містити і помилкові рішення, що знижують вірогідність. Уточнення взаємного "розташування" вставок і сукупності результатів вимірювання значень контрольованої величини з наступим наближенням до первинного виду здійснюється на основі системи додаткових рівнянь. При цьому в одному випадку дані рівняння дозволяють безпосередньо виділити або визначити величину, пропорційну похибці, а в іншому – уточнити вид рівняння перетворення в околі значень контрольованої величини або ж граничних значень допускового інтервалу.

Для формування системи додаткових рівнянь може бути використаний взірцевий об'єкт або модель контрольованої величини.

**Під моделлю контрольованої величини** розуміється фізично реалізована структура, що відображає аналітичну залежність між номінальним значенням величини та її аналоговим або цифровим еквівалентом.

Якщо контрольована величина є відносна (визначається як відношення інших величин), то її модель може бути реалізована як еквівалент параметра [2] або аналогових (цифрових) еквівалентів функціонально пов'язаних величин, за допомогою яких визначається цей параметр.

Підвищення вірогідності може бути спрямовано як на реалізацію умов мінімізації імовірності помилкових рішень одночасно для усієї сукупності контрольованих значень, які називаються інтегральними, так і на проведення власне процедури контролю. Ці методи спрямовані на зменшення систематичних складових похибки. Сукупність прийомів, спрямована на зменшення впливу похибок при контролі кожного з об'єктів, представляє групу диференційних методів підвищення вірогідності контролю. Методи цієї групи дозволяють зменшити вплив і випадкових похибок.

При контролі імовірність помилкових рішень росте у міру "наближення" істинного значення контрольованої величини до границь допускового інтервалу. Тому при певних співвідношеннях між розмахом похибки та розміром допускового інтервалу диференційні методи мають надмірність. Визначення умов необхідності застосування диференційних методів дозволяє зменшити об'єм контрольовано-вимірювальних операцій при одночасному забезпеченні заданої вірогідності.

Структурно-алгоритмічні методи підвищення вірогідності контролю спрямовані на приведення співвідношення між вимірюваними значеннями контрольованої величини та вставками до первинного виду, який має місце між цими значеннями та границями допускового інтервалу. Для цього можуть бути використані прийоми, спрямовані на:

- адекватне зміщення вставок,
- деформацію характеристики вимірювального каналу,
- зміни моделі контрольованої величини.

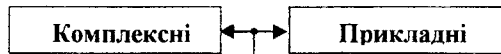
На рис.56 подана класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю, в основу якої покладені основні визначальні ознаки методів. Приладні методи, спрямовані на поліпшення елементарних засобів, збігаються з методами підвищення точності вимірювальних пристроїв, найбільш повна класифікація яких наведена в [3].

В залежності від прийомів, які реалізуються для виконання умов мінімізації імовірностей помилкових рішень, методи підвищення вірогідності контролю, як вже визначалося, можна розбити на три групи.

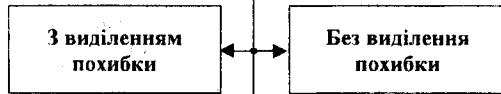
При адекватному зміщенні сукупність прийомів та правил використання засобів контролю спрямована на відновлення первинних співвідношень між значеннями контрольованої величини та граничними значеннями допускового інтервалу без впливу на модель контрольованої величини або характеристику вимірювального каналу. Для методів другої та третьої груп зменшення імовірності помилкових рішень здійснюється шляхом впливу, відповідно на характеристику каналу або ж за рахунок зміни параметрів моделі контрольованої величини. Для них, на відміну від методів першої групи, в обов'язковому порядку необхідно виділення величини, пропорційної похибці вимірювання.

Вплив похибки вимірювання вихідних величин, формування вхідних, ре-

За способом реалізації умови мінімізації імовірності помилкових рішень:



За способом визначення відхилення характеристики від номінальної:



За характером впливу на результат:



За видом алгоритму:

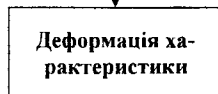
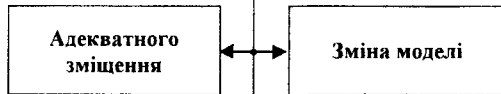


Рисунок 56 – Класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю

жимних величин та норм контрольованої величини (вставок) може бути представлено через еквівалентні інтервали зміщення допускового інтервалу. Тому це дає можливість, використовуючи закон розподілу можливих значень контрольованої величини, оцінювати вплив неідеальної реалізації кожної з операцій контролю та встановити взаємозв'язок між цими впливами і зменшити імовірність помилкових рішень.

### 7.3 Методи адекватного зміщення вставок з виділенням похибки

В загальному випадку реальна характеристика перетворення відрізняється від номінальної  $\varphi_0(x)$ . Для виявлення похибки вимірювального каналу необхідно на вхід його подати допоміжну величину  $x_0$ , яка є однорідною з контрольованою [4]. Результат вимірювання допоміжної величини використовується для отримання величини, значення якої пропорційне похибці. Значення цієї величини може бути визначене як різниця між результатом вимірювання допоміжної величини  $\varphi(x_0)$  та її номінальним  $\varphi_0(x_0)$  значенням  $b = \varphi(x_0) - \varphi_0(x_0)$ , або як частка від їх ділення  $c = \varphi(x_0) / \varphi_0(x_0)$ . Отримані значення  $b$  та  $c$  можуть бути використані для зміщення вставок шляхом введення поправки або коригувального коефіцієнта. В результаті введення поправки нові значення вставок  $\varphi_a(x_n) = \varphi_0(x_n) + b$  та  $\varphi_n(x_n) = \varphi_0(x_n) + b$ , тобто здійснюється їх *адитивна корекція*. При здійсненні адекватного зміщення уставок шляхом введення коригу-

вального коефіцієнта  $\varphi_{\alpha}(x_{\text{н}}) = \varphi_0(x_{\text{н}}) \cdot c$  та  $\varphi_{\alpha}(x_{\text{в}}) = \varphi_0(x_{\text{в}}) \cdot c$  має місце *мультіплікативна корекція вставок*.

Припустимо, що реальна характеристика перетворення має вигляд  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ . Тоді поправка, що виробляється за результатом вимірювання, визначається як  $b = x_0\gamma + \Delta(1 + \gamma)$ , де  $\varphi_0(x_0) = x_0$ . Вирішувальне правило для можливих значень контрольованої величини по відношенню до зміщених вставок, які враховують вплив похибки вимірювання, буде  $x_{\text{н}} + \alpha(x_{\text{н}} - x_{\text{н}}) < x < x_{\text{в}} + \alpha(x_{\text{в}} - x_{\text{в}})$ . Еквівалентні інтервали зміщення  $\theta_{\text{н}} = \alpha(x_{\text{н}} - x_{\text{н}})$  та  $\theta_{\text{в}} = \alpha(x_{\text{в}} - x_{\text{в}})$  обумовлені “залишковим” впливом похибки перетворення і залежать від значення  $\alpha = \gamma / (1 + \gamma)$  а також співвідношення між  $x_{\text{н}}$ ,  $x_{\text{в}}$  та  $x_0$ . Наявність “залишкових” еквівалентних інтервалів приводить до помилкових рішень, імовірність яких визначається параметрами закону розподілу можливих значень контрольованої величини, граничними значеннями  $x_{\text{н}}$  та  $x_{\text{в}}$  допускового інтервалу а також розмірами цих інтервалів.

Як впливає з виразів для  $\theta_{\text{н}}$  та  $\theta_{\text{в}}$ , розміри еквівалентних інтервалів залежать від вибору значення  $x_0$ . Можливі три варіанти вибору значення  $x_0$ , яким відповідають імовірності помилкових рішень [5]:

1.  $x_0 > x_{\text{в}}$ ,  $\theta_{\text{н}1} = \alpha(x_0 - x_{\text{н}})$ ,  $\theta_{\text{в}1} = \alpha(x_0 - x_{\text{в}})$ ,  
 $P_{\text{пом}1} = F(x_{\text{н}} + \theta_{\text{н}1}) - F(x_{\text{н}}) + F(x_{\text{в}} + \theta_{\text{в}1}) - F(x_{\text{в}})$ ; (19)
2.  $x_0 < x_{\text{н}}$ ,  $\theta_{\text{н}2} = \alpha(x_{\text{н}} - x_0)$ ,  $\theta_{\text{в}2} = \alpha(x_{\text{в}} - x_0)$ ,  
 $P_{\text{пом}2} = F(x_{\text{н}}) - F(x_{\text{н}} - \theta_{\text{н}2}) + F(x_{\text{в}}) - F(x_{\text{в}} - \theta_{\text{в}2})$ ;
3.  $x_{\text{н}} < x_0 < x_{\text{в}}$ ,  $\theta_{\text{н}3} = \alpha(x_0 - x_{\text{н}})$ ,  $\theta_{\text{в}3} = \alpha(x_{\text{в}} - x_0)$   
 $P_{\text{пом}3} = F(x_{\text{н}} + \theta_{\text{н}3}) - F(x_{\text{н}}) + F(x_{\text{в}}) - F(x_{\text{в}} - \theta_{\text{в}2})$ .

Припустимо, що імовірність помилкових рішень буде мінімальною при виборі значення допоміжної величини, виходячи з умови  $x_0 > x_{\text{в}}$ . Тоді повинні справджуватися співвідношення  $P_{\text{пом}1} < P_{\text{пом}2}$  та  $P_{\text{пом}1} < P_{\text{пом}3}$ , достатньо обмежитися поданням імовірностей помилкових рішень у вигляді:

$$P_{\text{пом}i} = f(x_{\text{н}i}) \cdot \theta_{\text{н}i} + f(x_{\text{в}i}) \cdot \theta_{\text{в}i}, \quad i = 1, \dots, 3. \quad (20)$$

Таким чином, виходячи з вищенаведеного припущення, повинні справджуватися нерівності

$$f(x_{\text{н}}) \cdot \theta_{\text{н}1} + f(x_{\text{в}}) \cdot \theta_{\text{в}1} < f(x_{\text{н}}) \cdot \theta_{\text{н}2} + f(x_{\text{в}}) \cdot \theta_{\text{в}2}, \quad (21)$$

$$f(x_{\text{н}}) \cdot \theta_{\text{н}1} + f(x_{\text{в}}) \cdot \theta_{\text{в}1} < f(x_{\text{н}}) \cdot \theta_{\text{н}3} + f(x_{\text{в}}) \cdot \theta_{\text{в}3}. \quad (22)$$

Але з врахуванням значень  $\theta_{\text{н}i}$  та  $\theta_{\text{в}i}$  ( $i=1,2,3$ ), визначених виразами (19), будемо мати  $f(x_{\text{н}}) \cdot x_0 < f(x_{\text{в}}) \cdot x_{\text{в}}$ . Якщо граничні значення розташовані симетрично по відношенню до математичного очікування та закон симетричний, то  $f(x_{\text{н}}) = f(x_{\text{в}})$  і маємо, що мінімальне значення для імовірності помилкових рішень буде тільки в разі  $x_0 < x_{\text{в}}$ . Отже вихідне припущення невірне.

Проробивши аналогічні викладки для двох інших випадків, можна встановити, що імовірність помилкових рішень буде мінімальною, якщо значення допоміжної величини знаходиться усередині допускового інтервалу. Аналогічний висновок буде слідувати для будь-якого співвідношення складових похибки вимірювання, а також при несиметричних границях допускового інтервалу.

При мультиплікативній корекції граничних значень вирішувальне правило буде таким

$$\frac{x_n}{x_0}(x_0 + \Delta)(1 + \gamma) < (x + \Delta)(1 + \gamma) < \frac{x_B}{x_0}(x_0 + \Delta)(1 + \gamma),$$

або після математичних перетворень

$$x_n + \frac{\Delta}{x_0}(x_n - x_0) < x < x_B + \frac{\Delta}{x_0}(x_B - x_0).$$

Допустивши, що співвідношення між граничними значеннями та допоміжною величиною такі ж, як і при адитивній корекції, попарно співвіднісши імовірності помилкових рішень, прийдемо до того ж результату, що і при адитивній корекції: мінімум імовірності помилкових рішень контролю забезпечується вибором значення допоміжної величини  $x_0$  усередині допускового інтервалу, тобто  $x_n < x_0 < x_B$ . При цьому це співвідношення є необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень незалежно від закону розподілу можливих значень контролюваної величини та розташування граничних значень допускового інтервалу.

Другий висновок, який можна зробити: при корекції вставок “залишкові” помилкові рішення мають тільки одну складову – або хибна відмова, або невізначена відмова.

### 7.3.1 Адитивна корекція вставок

Будемо розглядати випадок, коли характеристика перетворення має вигляд:  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ .

Це не порушить загальності розсудів. У випадку виникнення особливостей при відмінності характеристики від прийнятої будемо на них окремо звертати увагу. Таким чином, імовірність помилкових рішень при наведених допущеннях буде:

$$P_X^K = F(x_n + \hat{\theta}_n) - F(x_n) + F(x_B) - F(x_B - \hat{\theta}_B), \quad (23)$$

де  $\hat{\theta}_n = \alpha(x_0 - x_n)$ ,  $\hat{\theta}_B = \alpha(x_B - x_0)$ .

Звідси витікає, що адитивна похибка вимірювання не впливає на результат контролю і буде мати місце тільки хибна відмова. Для визначення екстремуму імовірності хибної відмови продиференціюємо вираз (23) по  $x_0$

$$\frac{dP_X^K}{dx_0} = \alpha [f(x_n + \hat{\theta}_n) - f(x_B - \hat{\theta}_B)].$$

а потім розкладемо праву частину у ряд Тейлора і прирівняємо її до нуля. Тоді, нехтуючи складовими вище другого порядку малості, будемо мати:

$$f(x_n) + f'(x_n)\hat{\theta}_n + \frac{1}{2}f''(x_n)\hat{\theta}_n^2 - f(x_B) + f'(x_B)\hat{\theta}_B - \frac{1}{2}f''(x_B)\hat{\theta}_B^2 = 0.$$

Взявши до уваги, що

$$f(x_n) = f(x_B); \quad f'(x_n) = -f'(x_B); \quad f''(x_n) = f''(x_B),$$



$$\text{маємо: } (\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_b) \left[ f'(x_n) + \frac{1}{2} f''(x_n) (\hat{\theta}_n + \hat{\theta}_b) \right] = 0.$$

Звідки отримаємо екстремальне значення допоміжної величини  $x_0 = (x_b + x_n) / 2$ . Для визначення характеру екстремуму імовірності хибної відмови знайдемо другу похідну від виразу (23) і підставимо екстремальне значення  $x_0$ . Тоді буде:

$$\frac{d^2 P_X^k}{dx_0^2} = \alpha^2 [f'(x_n) - f'(x_b)]. \quad (24)$$

Таким чином, якщо зліва від математичного очікування похідна щільності імовірностей позитивна, а справа – від'ємна, то права частина виразу (24) буде більше нуля і  $P_X^k$  при  $x_0 = (x_b + x_n) / 2$  буде набувати мінімального значення. Така ситуація має місце при нормальному законі розподілу можливих значень контрольованої величини. Якщо закон розподілу можливих значень контрольованої величини такий, що похідна щільність розподілу зліва від математичного сподівання від'ємна, а справа – позитивна, наприклад, закон арксинусу, то при  $x_0 = (x_b + x_n) / 2$  імовірність помилкових рішень буде максимальна. Але якщо необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень є виконання вимоги:  $x_{01} < x_0 < x_{02}$ , то мінімум імовірності помилкових рішень буде забезпечуватися при двох значеннях допоміжної величини:  $x_{01} = x_n$  та  $x_{02} = x_b$ . Визначимо значення залишкової імовірності хибної відмови, обумовленої впливом похибки після корекції. Для цього розкладемо вираз (23) в ряд Тейлора:

$$P \approx f(x_n) (\hat{\theta}_n + \hat{\theta}_b) + \frac{1}{2} f'(x_n) (\hat{\theta}_n^2 + \hat{\theta}_b^2) + \frac{1}{6} f''(x_n) (\hat{\theta}_n^3 + \hat{\theta}_b^3). \quad (25)$$

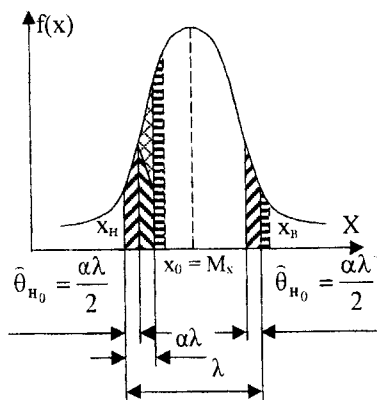


Рисунок 57 - Зміна вірогідності помилкових рішень при формуванні допоміжної величини

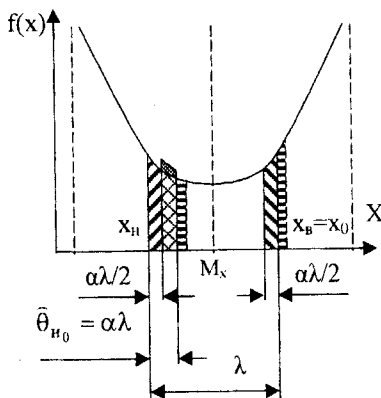


Рисунок 58 - Зміна вірогідності помилкових рішень при формуванні допоміжної величини з похибкою для арксинусоїдального закону розподілу контрольованої величини

При розподілі можливих значень контрольованої величини за нормаль-

ним законом будемо мати:

$$P_{X(H)}^k = \alpha \lambda f(x_n) \left[ 1 + \frac{1}{4} \psi'(x_n) \alpha \lambda + \frac{1}{24} \psi''(x_n) \cdot \alpha^2 \lambda^2 \right], \quad (26)$$

де оптимальні значення  $\hat{\theta}_{H0} = \hat{\theta}_{B0} = \alpha \lambda / 2$ ,  $\lambda = (x_B - x_H)$ .

Якщо можливі значення мають розподіл за законом арксинусу, то, наприклад, при виборі оптимального значення допоміжної величини  $x_0 = x_B$  імовірність хибної відмови буде:

$$P_{X(C)}^k = \alpha \lambda f(x_n) \left[ 1 + \frac{1}{2} \psi'(x_n) \alpha \lambda + \frac{1}{6} \psi''(x_n) \alpha^2 \lambda^2 \right]. \quad (27)$$

І нарешті, коли можливі значення розподілені за рівномірним законом, значення імовірності хибної відмови буде інваріантним до значення допоміжної величини – залишається лише умова знаходження в межах допускового інтервалу.

Наведений аналіз правомірний і для випадку, коли мультиплікативна похибка негативна – різниця буде лише в характері помилкових рішень. В цьому випадку буде виникати невизначена відмова.

Розглянемо, які умови треба висувати до точності формування допоміжної величини. В загальному випадку на вхід вимірювального каналу подається значення  $\tilde{x}_0 = x_0 + \Delta_0$ , де  $\Delta_0$  – похибка формування. Згідно з алгоритмом адитивної корекції вставок маємо:

$$b = (x_0 + \Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma) - x_0 = x_0 \gamma + (\Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma).$$

При цьому залишкові еквівалентні інтервали зміщення границь допускового інтервалу будуть:

$$\hat{\theta}_H(\Delta_0) = \alpha(x_0 - x_H) + \Delta_0 = \hat{\theta}_H + \Delta_0,$$

$$\hat{\theta}_B(\Delta_0) = \alpha(x_B - x_0) - \Delta_0 = \hat{\theta}_B - \Delta_0.$$

З цього витікає, що

$$\hat{\theta}_H(\Delta_0) + \hat{\theta}_B(\Delta_0) = \hat{\theta}_H + \hat{\theta}_B,$$

тобто залишається без зміни. Таким чином, виходячи з виразу (25), можна стверджувати, що вплив похибки  $\Delta_0$  формування допоміжної величини  $x_0$  є величиною другого порядку незначимості. Але при цьому повинна виконуватися умова  $x_H < \tilde{x}_0 < x_B$ . Дійсно, вплив похибки  $\Delta_0$  можна представити як збільшення одного еквівалентного інтервалу. Але на стільки ж зменшиться довжина іншого еквівалентного інтервалу. Таким чином, сумарна площа під кривою розподілу можливих значень збільшиться незначно. Ця ситуація показана на рисунках 57 та 58.

### 7.3.2 Мультиплікативна корекція вставок

Як було встановлено, необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень є вибір значення допоміжної величини усередині допускового інтервалу. При методі адитивної корекції залишковий вплив похибки вимірювання, поданий через довжину еквівалентних інтервалів, пропорційний мультиплі-

кативній складовій похибки вимірювання.

Якщо мультиплікативна складова похибки вимірювання є домінуючою, то ефективність адитивної корекції, як було показано, зменшується. В таких випадках доцільно застосовувати мультиплікативну корекцію вставок. Імовірність помилкових рішень при  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$  буде:

$$P_{\text{Н}}^{\text{к}} = F(x_{\text{н}}) - F(x_{\text{н}} - \tilde{\theta}_{\text{н}}) + F(x_{\text{в}} - \tilde{\theta}_{\text{в}}) - F(x_{\text{в}}), \quad (28)$$

$$\text{де } \tilde{\theta}_{\text{н}} = \frac{\Delta}{x_0}(x_0 - x_{\text{н}}), \quad \tilde{\theta}_{\text{в}} = \frac{\Delta}{x_0}(x_{\text{в}} - x_0);$$

$P_{\text{Н}}^{\text{к}}$  – залишкова імовірність невизначеної відмови (якщо адитивна похибка вимірювання негативна, то буде мати місце хибна відмова).

На відзнаку від методу адитивної корекції при мультиплікативній корекції вставок розміри еквівалентних інтервалів зміщення залежать не тільки від співвідношення між  $x_{\text{н}}$ ,  $x_{\text{в}}$  та  $x_0$ , але і від відношення  $\Delta/x_0$ . Тому, навіть при рівномірному законі розподілу можливих значень контрольованої величини, значення залишкової імовірності помилкових рішень буде залежати від “розташування”  $x_0$  усередині допускового інтервалу. Так, при  $x_0 = x_{\text{н}}$  буде

$$\tilde{\theta}_{\text{н}} = 0; \quad \tilde{\theta}_{\text{в}} = \frac{\Delta}{x_{\text{н}}}\lambda, \quad \text{а при } x_0 = x_{\text{в}}: \quad \tilde{\theta}_{\text{н}} = \frac{\Delta}{x_{\text{в}}}\lambda \quad \text{і} \quad \tilde{\theta}_{\text{в}} = 0. \quad \text{Таким чином при } x_0 = x_{\text{в}}$$

імовірність помилкових рішень буде мінімальною. Це твердження буде справедливо і для інших законів. Виходячи з цього, можна зробити висновок, що при мультиплікативній корекції вставок мінімум імовірності помилкових рішень буде забезпечуватися при виборі  $x_0 = x_{\text{в}}$ , незалежно від закону розподілу імовірностей можливих значень контрольованої величини.

Якщо допоміжна величина формується з похибкою  $\Delta_0$ , то потрібно накладати обмеження на знак цієї похибки: вона повинна бути тільки негативною. Це виходить з умови мінімізації імовірності помилкових рішень. При цьому пропорційна похибці величина, яка використовується для зміщення вставок, при  $x_0 = x_{\text{в}}$  буде дорівнювати  $c = (x_{\text{в}} - \Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma)/x_{\text{в}}$ , а залишкові еквівалентні інтервали зміщення:

$$\tilde{\theta}_{\text{н}}(-\Delta_0) = \frac{\Delta}{x_{\text{в}}}\lambda + \frac{x_{\text{н}}}{x_{\text{в}}}; \quad \tilde{\theta}_{\text{в}}(-\Delta_0) = \Delta_0.$$

Взявши до уваги, що при  $x_0 = x_{\text{в}}$   $\tilde{\theta}_{\text{н}0} = \Delta\lambda/x_{\text{в}}$  та  $\tilde{\theta}_{\text{в}0} = 0$ , імовірність невизначеної відмови при формуванні допоміжної величини з похибкою буде:

$$P_{\text{ном}}^{\text{к}}(-\Delta_0) = F(x_{\text{н}}) - F\left[x_{\text{н}} - \tilde{\theta}_{\text{н}0} - \frac{\Delta_0}{\beta}\right] + F(x_{\text{в}}) - F(x_{\text{в}} - \Delta_0).$$

При симетричному розташуванні границь допускового інтервалу з врахуванням (28), після математичних перетворень, буде:

$$P_{\text{пом}}^k(-\Delta_0) = P_{\text{пом},0}^k + f(x_n) \frac{\Delta_0}{\beta} (\beta + 1) + \frac{1}{2} f'(x_n) \frac{\Delta_0^2}{\beta^2} (\beta^2 - 1) + \frac{1}{6} f''(x_n) \frac{\Delta_0^3}{\beta^3} (\beta^3 + 1) - f'(x_n) \frac{\Delta_0}{\beta} \tilde{\theta}_{H_0} + \frac{1}{2} f''(x_n) \frac{\Delta_0}{\beta} \tilde{\theta}_{H_0} \left( \tilde{\theta}_{H_0} + \frac{\Delta_0}{\beta} \right),$$

де  $\beta = x_v/x_n$ ,  $\tilde{\theta}_{H_0} = \Delta\lambda/x_v$ ;  $P_{\text{пом},0}^k$  – вірогідність помилкових рішень при  $x_n = x_v$ . Таким чином в вирази для імовірності помилкових рішень входить складова, яка не залежить від розмірів залишкових еквівалентних інтервалів зміщення.

Із останнього виразу випливає, що навіть для рівномірного закону розподілу можливих значень контрольованої величини, коли всі похідні від щільності розподілу  $f(x_n)$  дорівнюють нулю, похибка формування, на відміну від адитивної корекції, приводить до пропорційного збільшення імовірності рішень. Для рівномірного закону маємо:

$$P_{\text{пом}}^k(-\Delta_0) = P_{\text{пом},0}^k (1 + \eta_0 h), \quad (29)$$

де  $\eta_0 = (\beta + 1)/(\beta - 1)$ ;  $h = \Delta_0/\Delta$  – відношення похибки формування до адитивної похибки вимірювання:  $P_{\text{пом},0}^k = P_{H,0}^k = f(x_n) \Delta\lambda/x_v$ .

Як видно з проведеного аналізу, значення імовірності помилкових рішень при мультиплікативній корекції вставок більш чутливе до похибки формування допоміжної величини, ніж при адитивній.

### 7.3.3 Ефективність адекватного зміщення вставок з виділенням похибки

Будемо розглядати ефективність для рівномірного закону розподілу можливих значень контрольованої величини. Але це ні в якому разі не обмежує розповсюдження отриманих результатів і для випадку інших законів.

При адитивній корекції вставок імовірність хибної відмови, як було встановлено, буде  $P_X^k = \alpha\lambda f(x_n)$ , де  $\lambda = x_v - x_n$  – довжина допускового інтервалу.

Ефективність методу будемо визначати як відношення імовірності помилкових рішень до і після корекції вставок, тобто:

$$\eta_{\text{ад}} = \frac{P_{\text{пом},j}^k}{P_X^k}. \quad (30)$$

Значення  $P_{\text{пом},j}^k$  для  $j$ -ої ситуації, обумовленої співвідношенням адитивної та мультиплікативної похибок первинної характеристики, наведені у додатку Е. Беручи до уваги, що  $P_X^k = \alpha\lambda f(x_n)$ , можна також дійти висновку, що ефективність буде залежати і від довжини допускового інтервалу. Якщо  $\nu = \Delta/\alpha x_n$  дорівнює нулю, то  $\eta_{\text{ад}} = \eta_0$ . Таким чином можна зробити висновок, що  $\eta_0 = (\beta + 1)/(\beta - 1)$  є ефективністю адитивної корекції при відсутності адитивної

похибки вимірювання, тобто при  $\Delta = 0$ .

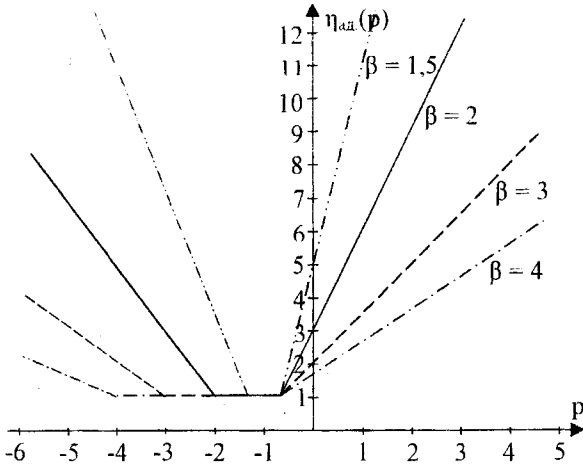


Рисунок 59 - Ефективність адитивної корекції при рівномірному законі розподілу контрольованої величини

На рис.59 наведені залежності, які дозволяють оцінити ефективність адитивної корекції уставок для різних співвідношень між адитивною та мультиплікативною похибками та в залежності від  $\beta = x_v/x_n$ . З цього аналізу видно, що при  $-\beta < -v < -1$  застосування методу не дає вигаду —  $\eta_{ад} = 1$ . Можна також зробити висновок, що ефективність зростає при зменшенні допускового інтервалу.

Беручи до уваги, що залишкова імовірність помилкових рішень при адитивній корекції вставок не залежить від значення адитивної похибки, то необхідне додаткове дослідження  $\eta_{ад}$  при  $v = 0$ , тобто доцільно проаналізувати, як ефективність залежить від довжини допускового інтервалу. Особливий інтерес має випадок, коли значення  $\beta$  близькі до одиниці.

Для забезпечення вірогідності контролю не нижче допустимого значення  $P_{доп}$  необхідно, щоб  $\alpha = \gamma/(1 + \gamma)$  задовольняло співвідношення

$$f(x_n) \alpha (x_v + x_n) = 2f(x_n) \alpha (MX) \leq P_{доп},$$

де  $MX$  — математичне сподівання контрольованої величини.

З другого боку, це ж значення вірогідності може бути досягнуто при застосуванні адитивної корекції вставок при вихідній мультиплікативній похибці вимірювання  $\gamma_1$ , тобто  $P_X^k = f(x_n) \alpha_k \lambda \leq P_{доп}$ , де  $\alpha_k = \gamma_1/(1 + \gamma_1)$ . Виходячи з двох останніх виразів можна визначити співвідношення між вихідними мультиплікативними похибками вимірювальних каналів для випадків застосування корекції вставок і без корекцій:

$$\alpha = \alpha_k \frac{\lambda/2}{MX}; \quad \alpha = \alpha_k / \eta_0.$$

Так, наприклад, при допустимому відхиленні параметра 5% ( $\beta = 1,1$ ) для забезпечення контролю з вірогідністю 0,95 необхідно, щоб засіб вимірювання мав мультиплікативну похибку  $\gamma = \pm 0,5\%$ . Це значення вірогідності можна забезпечити при застосуванні адитивної корекції уставок, маючи засіб вимірювання з похибкою  $\gamma_1$  не більшою  $\pm 10\%$ .

При мультиплікативній корекції імовірність помилкових рішень (невизначена відмова) при рівномірному розподілі можливих значень контрольованої величини дорівнює  $P_{\text{н}}^k = \alpha \lambda f(x_{\text{н}}) v / \beta$ .

Таким чином, між ефективністю мультиплікативної та адитивної корекції уставок для рівномірного закону існує такий взаємозв'язок:

$$\eta_{\text{м}} = \eta_{\text{ад}} \beta / v.$$

На рис. 60 наведена зміна ефективності мультиплікативної корекції в залежності від  $v$  при різних значеннях  $\beta$ , з яких слідує, що при збільшенні  $v$  ефективність мультиплікативної корекції зменшується.

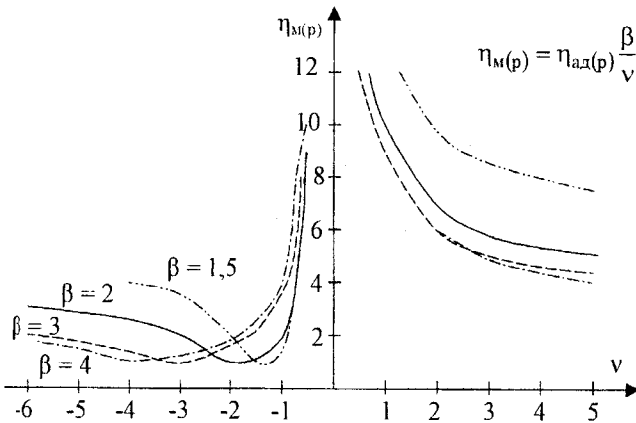


Рисунок 60 - Ефективність мультиплікативної корекції при рівномірному законі розподілу контрольованої величини

Аналіз наведених на рис. 59 та рис. 60 залежностей дозволяє зробити висновок, що  $\eta_{\text{м}}$  менш критично до зміни розмірів допускового інтервалу, ніж  $\eta_{\text{ад}}$ . Але мультиплікативна корекція ефективна при значеннях  $v$  від  $-1$  до  $(2 \div 3)$ , в інших випадках більш ефективна адитивна корекція. Ці висновки справедливі і для інших законів розподілу можливих значень контрольованої величини.

На закінчення слід відзначити, що розглянуті методи корекції вставок ефективні в тих випадках, коли нелінійність характеристики перетворення невелика.

#### 7.4 Адекватне зміщення вставок без виділення похибки вимірювання

В цій групі методів величина, пропорційна похибці вимірювання, не виді-

ляється, вони спрямовані на уточнення характеристики в околицях граничних значень допускового інтервалу.

### 7.4.1 Метод ненормованого впливу

Як показав наведений аналіз, ефективність корекції вставок в першу чергу визначається вибраним, в залежності від закону розподілу, значенням допоміжної величини  $x_0$  та точністю її формування.

В методі ненормованого впливу результат перетворення допоміжної величини безпосередньо використовується для формування нових значень вставок:

$$\varphi_1(x_n^k) = \varphi_0(x_n) + \varphi(x_0),$$

$$\varphi_1(x_b^k) = \varphi_0(x_b) + \varphi(x_0).$$

Однак зміщення вставок у цьому випадку, на відміну від адитивної корекції, залежить не тільки від похибки вимірювання, але і від значення допоміжної величини, яке, в загальному випадку, формується з похибкою і навіть, у деяких випадках, невідоме. Щоб уникнути впливу значення допоміжної величини на результат контролю необхідно вимірювати контрольовану величину, зміщену на значення  $x_0$ , тобто додавати значення  $x_0$  до поточного значення контрольованої величини. Таким чином вирішувальне правило буде

$$\varphi_1(x_n^k) < \varphi(x + x_0) < \varphi_1(x_b^k).$$

При характеристиці перетворення  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$  це правило буде

$$x_n - \alpha x_n < x < x_b - \alpha x_b. \quad (31)$$

Таким чином, значення допоміжної величини не впливає на довжину залишкових еквівалентних інтервалів зміщення  $\theta_n = \alpha x_n$  та  $\theta_b = \alpha x_b$ .

Довжина цих інтервалів також не залежить від значення адитивної похибки  $\Delta$  вимірювання. Таким чином, на відміну від тестових методів підвищення, які застосовуються при вимірах, коли потрібно знати точне значення допоміжної величини, розглянутий метод підвищення вірогідність контролю цього не потребує.

Формувати допоміжну величину, як показано в [7], можна у деяких випадках безпосередньо, використовуючи поточне значення контрольованої величини. Для цієї мети може бути використаний масштабний пристрій, значення коефіцієнта передачі якого може бути непостійним у діапазоні контрольованих величин.

Недоліком розглянутого алгоритму є наявність операції уточнення виду характеристики при вимірюванні кожного поточного значення контрольованої величини – подавати на вхід каналу допоміжну величину. Це збільшує об'єм контролю у 2 рази, зменшує його продуктивність. Однак при контролі, на відміну від вимірювання, похибка вимірювання приводить до помилкових рішень у певних межах навколо граничних значень допускового інтервалу. Тому нема необхідності при контролі кожного об'єкта подавати допоміжну величину на вхід вимірювального каналу. Тільки при переході результату вимірювання через деякі додаткові граничні значення необхідно уточнювати вид характеристи-

ки, тобто здійснювати умови адекватних змішень. При такій постановці значення  $x_0$  повинно бути сформовано незалежно від поточного значення контрольованої величини і бути відомим у визначених границях. Вимоги до точності формування можуть бути знижені, але граничне відхилення значення допоміжної величини  $\tilde{x}_0$  від номінального  $x_0$  повинно бути відомим.

Поточний контроль при цьому проводиться при змішених вставках

$$\varphi_0(x_H + x_0) \text{ та } \varphi_0(x_B + x_0)$$

і вирішальне правило має вигляд:

$$\varphi_0(x_H + x_0) < \varphi(x + \tilde{x}_0) < \varphi_0(x_B + x_0),$$

або для лінійної характеристики перетворення  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ :

$$x_H + x_0 < (x + \tilde{x}_0 + \tilde{x}_0)(1 + \gamma) < x_B + x_0.$$

Беручи до уваги, що  $\tilde{x}_0 = x_0 + \Delta_0$ , де  $\Delta_0$  – граничне значення похибки формування, після математичних перетворень буде:

$$(x_H + x_0) - \alpha(x_H + x_0) - (\Delta_0 + \Delta) < x + x_0 < (x_B + x_0) - \alpha(x_B + x_0) - (\Delta_0 - \Delta).$$

Таким чином, помилкові рішення будуть виникати лише у тому випадку, коли значення суми контрольованої та допоміжної величин знаходяться у середині еквівалентних інтервалів зміщення

$$\tilde{\theta}_H = \alpha(x_H + x_0) + (\Delta_0 + \Delta) \text{ та } \tilde{\theta}_B = \alpha(x_B + x_0) + (\Delta_0 + \Delta).$$

Зважаючи на те, що ми знаємо тільки граничні значення похибок вимірювання та формування, які можуть бути як негативні, так і позитивні, то алгоритм контролю буде таким. По обидва боки верхньої та нижньої вставок, змішених на  $x_0$ , встановлюються додаткові допускові області, розміри яких відповідають довжині еквівалентних інтервалів зміщення  $\tilde{\theta}_H$  та  $\tilde{\theta}_B$ , відповідно. Якщо для результату вимірювання суми контрольованої та допоміжної величин виконується одна з умов  $(x + \tilde{x}_0) < (x_H + x_0) - \tilde{\theta}_H$  або  $(x + \tilde{x}_0) > (x_B + x_0) + \tilde{\theta}_B$ , то приймається рішення, що ОК “непридатний”. Причому ці рішення будуть відповідати дійсному стану ОК.

У випадку, коли результат перетворення поточного значення  $(x + \tilde{x}_0)$  потрапляє в одну з додаткових допускових областей, тобто

$$(x_H + x_0) - \tilde{\theta}_H < (x + \tilde{x}_0) < (x_H + x_0) + \theta_H,$$

або

$$(x_B + x_0) - \tilde{\theta}_B < (x + \tilde{x}_0) < (x_B + x_0) + \tilde{\theta}_B,$$

то необхідно уточнити умови адекватного зміщення – подати на вхід каналу допоміжну величину  $\tilde{x}_0$ , результат перетворення якої використовується для формування “уточнених” вставок  $\tilde{x}_H^K = x_H + (\tilde{x}_0 + \Delta)(1 + \gamma)$  та  $\tilde{x}_B^K = x_B + (\tilde{x}_0 + \Delta)(1 - \gamma)$ .

Вирішувальне правило тоді буде відповідати виразу (31).

Якщо має перевагу мультиплікативна складова похибки вимірювання, необхідно здійснювати адекватне мультиплікативне зміщення вставок та сукупності контрольованих величин – на вхід каналу треба подати добуток поточного



значення контрольованої та допоміжної величин. Взявши до уваги, що крутизна перетворення множильного пристрою, який реалізує операцію мультиплікативного зміщення контрольованої величини, рівна  $1/\rho$ , вирішувальне правило, по аналогії з розглянутим раніше, буде:

$$\frac{x_n}{\rho} (x_0 + \Delta_a) (1 + \delta_m) < \left( \frac{x \cdot x_0}{\rho} + \Delta_a \right) (1 + \delta_0) < \frac{x_n}{\rho} (x_0 + \Delta_a) (1 + \delta_m),$$

або після математичного перетворення:

$$x_n + \frac{\Delta_a}{x_0} (x_n - \rho) < x < x_n + \frac{\Delta_a}{x_0} (x_n - \rho).$$

Таким чином, залишкові еквівалентні інтервали зміщення залежать від знаку адитивної похибки перетворення  $\Delta$  а також від співвідношення між первинними граничними значеннями допускового інтервалу та  $\rho$ . Оскільки  $x_n > x_n$ , то доцільно вибрати  $\rho = x_n$ .

Із здійсненого аналізу видно, що метод ненормованого впливу дозволяє зменшити вплив однієї із складових похибки перетворення.

Підсумовуючи, слід ще раз підкреслити, що розглянутий метод підвищення вірогідності контролю можна застосувати тільки при незначній нелінійності характеристики перетворювального каналу.

#### 7.4.2 Метод граничних значень

При контролі похибка перетворень приводить до невизначеності прийнятих рішень лише в деяких межах навколо граничних значень  $x_n$  та  $x_n$ . Тому для підвищення вірогідності контролю достатньо на вхід каналу перетворення подавати дві допоміжні величини, значення яких дорівнює значенням вихідного допускового інтервалу  $x_n$  та  $x_n$ .

За допомогою цієї операції формуються вставки, які враховують вплив похибки перетворення (уточнюють характеристику перетворення). Таким чином, при контролі результат перетворення поточного значення величини  $x$  порівнюється з уставками  $\varphi(x_n)$  і  $\varphi(x_n)$ , а не з  $\varphi_0(x_n)$  і  $\varphi_0(x_n)$ . Тобто маємо  $\varphi(x_n) < \varphi(x) < \varphi(x_n)$ , що у випадку монотонної характеристики перетворювання відповідає ідеальному вирішувальному правилу  $x_n < x < x_n$ .

Похибки формування значень  $x_n$  та  $x_n$  допоміжної величини приводять до зниження ефективності цього методу. Ймовірність помилкових рішень, обумовлених впливом систематичної помилки, визначається як

$$P_{\text{пом}}^k = 2 \cdot f(x_n) \cdot \Delta_0 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{6} \Psi''(x_n) \cdot \Delta_0^2 \right],$$

де  $\Delta_0$  – похибка формування допоміжних величин  $x_n$  та  $x_n$ .

Цей метод доцільно застосовувати при нелінійній характеристиці перетворення. Характеристика може бути і немонотонною. Але ордината її перегину не повинна бути більша ніж  $\varphi(x_n)$ , або менша, ніж  $\varphi(x_n)$ .

## 7.5 Ааналіз методів підвищення вірогідності контролю з деформацією характеристики

Ознакою цієї групи методів є те, що виділяється величина, пропорційна похибці перетворення, яка надалі використовуються для деформації характеристики перетворювального каналу. Для цього, як і в методі граничних значень, використовуються дві допоміжні величини  $x_{01}=x_B$  та  $x_{02}=x_H$ .

Деформація характеристики може здійснюватися шляхом її адитивного зміщення або за рахунок зміни кута нахилу. Для реалізації першої операції в канал перетворення треба ввести пристрій додавання, один із входів якого підключається до керованого опорного джерела. Друга операція реалізується за допомогою керованого масштабного перетворювача. Алгоритм деформації характеристики здійснюється таким чином: величина, пропорційна результату перетворення  $x_{01}=x_B$ , використовується для зміни кута нахилу характеристики перетворення, а  $x_{02}=x_H$  – для адитивного переміщення її. Таким чином, цикл деформації містить два етапи, які, згідно з розглянутим, будемо в подальшому називати мультиплікативним та адитивним. Якщо цикл деформації характеристики починається з мультиплікативного етапу, то будемо його називати мультиплікативним і навпаки.

Розглянемо спочатку деформацію з мультиплікативним циклом. Припустимо, що вихідна характеристика нахилу перетворення має вигляд  $\varphi(x)=(x+\Delta)(1+\gamma)$ . Результат перетворення допоміжної величини  $x_{01}=x_B$   $\varphi(x)=(x_B+\Delta)(1+\gamma)$  використовується для вироблення масштабувального впливу, який змінює крутизну впливу (коефіцієнт перетворення) до виконання рівності

$$\bar{\varphi}_{11}(x_B) = (x_B + \Delta)(1 + \bar{\gamma}_1) = \varphi_0(x_B), \quad (32)$$

де перша цифра в індексі означає номер циклу, а друга – номер етапу.

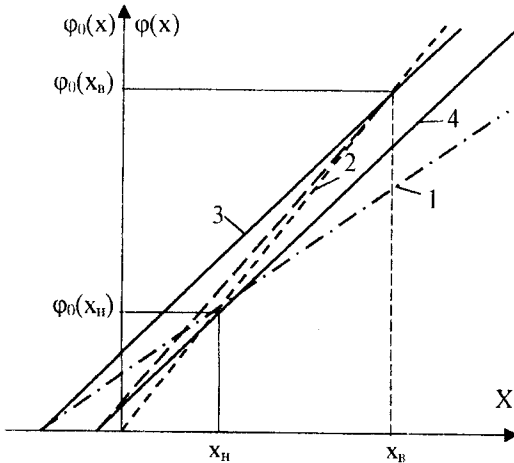


Рисунок 61 - Деформація характеристики перетворювального каналу при двох допоміжних величинах

Таким чином, наприкінці першого етапу маємо збіг в точці  $[x_B, \varphi(x_B)]$  деформованої характеристики з номінальною характеристикою перетворення.

На рис. 61 цій ситуації відповідає лінія 3 (пряма 1 відповідає вихідній характеристиці, а 2 – номінальній). Залишкове значення мультиплікативної похибки визначається з виразу (32):  $\hat{\gamma}_1 = \frac{\varphi_0(x_B)}{x_B + \Delta} - 1$ , або  $\hat{\gamma}_1 = -\frac{\Delta}{x_B + \Delta}$ .

Тут і надалі будемо вважати, що номінальний коефіцієнт перетворення дорівнює одиниці, тобто  $\varphi_0(x_B) = x_B$  і  $\varphi_0(x_H) = x_H$ .

Таким чином, після першого етапу першого циклу характеристика перетворення буде  $\hat{\varphi}_{11}(x) = \frac{(x + \Delta)x_B}{x_B + \Delta}$  і вирішувальне правило буде  $x_H - \hat{\theta}_{H11} < x < x_B$ , де  $\hat{\theta}_{H11} = \frac{\Delta(\beta - 1)}{\beta}$ , а  $\hat{\theta}_{B11} = 0$ .

На другому, адитивному етапі циклу результат перетворення  $x_{02} = x_H$  використовується для адитивного зміщення характеристики перетворення  $\hat{\varphi}_{11}(x)$  з тим, щоб вона проходила через точку  $[x_H, \varphi_0(x_H)]$ , яка належить номінальній характеристиці. Деформована на другому етапі характеристика на рис. 61 представлена прямою 4. Адитивне зміщення, як і зміна кута нахилу, може здійснюватися як на вході, так і на виході каналу. Використовуючи співвідношення  $\hat{\varphi}_{12}(x_H) = (x_H + \hat{\Delta}_1)(1 + \hat{\gamma}_1) = \varphi_0(x_H)$ , знайдемо залишкову адитивну похибку  $\hat{\Delta}_1$  перетворення  $\hat{\Delta}_1 = \frac{\varphi_0(x_H)}{1 + \hat{\gamma}_1} - x_H$ , або  $\hat{\Delta}_1 = \frac{\Delta}{\beta}$ .

З цього випливає, що деформована характеристика після першого циклу може бути подана залежністю  $\hat{\varphi}_{12}(x_H) = \left(x + \frac{\Delta}{\beta}\right) \frac{x_B}{x_B + \Delta}$ . Залишкові еквівалентні інтервали зміщення при цьому будуть:  $\hat{\theta}_{H12} = 0$  і  $\hat{\theta}_{B12} = \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}$ .

З приведеного аналізу можна зробити висновок, що при мультиплікативному циклі деформації характеристики еквівалентні інтервали зміщення  $\hat{\theta}_{H11}$  та  $\hat{\theta}_{B12}$  будуть однаковими. Довжина їх, в основному, залежить від вихідної адитивної похибки перетворення. Якщо адитивна та мультиплікативна складові похибки перетворення позитивні, то залишковий вплив цих похибок після першого циклу деформації може бути поданий через еквівалентні інтервали зміщення, що приводять до невизначеної відмови, ймовірність якої на мультиплікативному (першому) та адитивному (другому) етапах дорівнює, відповідно,

$$P_{H11}^K = F(x_H) - F\left(x_H - \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}\right); P_{B12}^K = F\left(x_B + \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}\right) - F(x_B).$$

При симетричному розташуванні граничних значень  $P_{H11}^k = P_{H12}^k$ . Тому, якщо  $P_{H11}^k$  менше допустимого значення, то немає потреби здійснювати другий етап циклу, бо ні значення ймовірності, ні характер помилкових рішень при цьому не зміняться. Якщо залишковий вплив похибки перетворення на першому циклі великий, то необхідно через адитивний етап переходити до другого циклу і т.д., поки ймовірність помилкових рішень не стане менша допустимого значення.

В загальному випадку довжина залишкових еквівалентних інтервалів зміщення та відповідна їй ймовірність помилкових рішень на  $i$ -му етапі ( $i=1,2$ )  $n$ -го циклу для випадку позитивних адитивної та мультиплікативної похибок буде

$$\bar{\theta}_{\text{min}} = \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (2-i) \quad \text{і} \quad \bar{\theta}_{\text{min}} = \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (i-1);$$

$$P_{H_{ii}}^k = F(x_{ii}) - F\left[x_{ii} - \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (2-i)\right] + F\left[x_{ii} + \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (i-1)\right] - F(x_{ii}).$$

Якщо адитивна похибка негативна, то вплив її буде приводити до хибної відмови, тобто

$$P_{X_{ii}}^k = F\left[x_{ii} + \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (2-i)\right] - F(x_{ii}) + F(x_{ii}) - F\left[x_{ii} - \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n} (i-1)\right].$$

З проведеного аналізу видно, що при мультиплікативному циклі деформації довжина залишкових інтервалів зміщення, а тому й вірогідність результатів контролю залежать від вихідної адитивної похибки та кількості циклів деформації. Мультиплікативна похибка на вірогідність не впливає.

При несиметричних границях допускового інтервалу вибір кінцевого етапу у циклі залежить від асиметрії. Так при нормальному законі розподілу можливих значень та позитивній асиметрії допускового інтервалу ймовірність помилкових рішень на адитивному етапі буде менша, ніж на мультиплікативному – цикл необхідно закінчувати на другому етапі.

У випадку, коли вплив адитивної похибки на результат контролю великий, треба використовувати адитивний цикл деформації, де перший етап є адитивним. У цьому випадку на першому етапі здійснюється виконання рівності  $\bar{\varphi}_{11}(x_{ii}) = (x_{ii} + \bar{\Delta}_1)(1 + \gamma) = \varphi_0(x_{ii})$ . Значення адитивної похибки при цьому буде  $\bar{\Delta}_1 = -\alpha x_{ii}$ . Залишкові інтервали зміщення в даному випадку будуть  $\bar{\theta}_{H11} = 0$ ;  $\bar{\theta}_{B11} = \alpha x_{ii}(\beta - 1)$ , і вплив похибки перетворення буде проявлятися як хибна відмова, ймовірність якої буде дорівнювати  $P_X^k = F(x_{ii}) - F[x_{ii} - \alpha x_{ii}(\beta - 1)]$  і буде залежати не тільки від мультиплікативної похибки, але й від довжини допускового інтервалу, бо  $x_{ii}(\beta - 1) = \lambda$ . Таким чином, з ростом  $x$  вплив  $\alpha$  на ймовірність помилкових рішень буде збільшуватися.

На другому етапі циклу (мультиплікативному) зміна кута нахилу характеристики приводить до виконання рівності  $\bar{\varphi}_{12}(x_{ii}) = (x_{ii} + \bar{\Delta}_1)(1 + \bar{\gamma}_1) = \varphi_0(x_{ii})$ . Використовуючи це співвідношення, визначимо нове значення мультиплікати-

вної похибки  $\tilde{\gamma}_1 = \frac{\varphi_0(x_B)}{x_B + \Delta_1} - 1$ , або після підстановки значення  $\bar{\Delta}_1$  будемо мати  $\tilde{\gamma}_1 = \alpha(\beta - \alpha)$ .

Виходячи з вирішувального правила, маємо  $\bar{\theta}_{n12} = \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta}$ ;  $\bar{\theta}_{n12} = 0$ .

Виникаюча при цьому хибна відмова буде  $P_{x_{12}}^k = F\left[x_n + \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta}\right] - F(x_n)$ .

Таким чином при несиметричних границях вихідного допускового інтервалу ймовірність неправдивої відмови на другому етапі адитивного циклу в  $\beta$  разів менша, ніж на першому етапі.

Проводячи аналогічні викладки і для другого циклу, можна встановити закономірність зміни складових похибки перетворення як від циклу до циклу, так і усередині циклу, а також розмірів еквівалентних інтервалів зміщення і ймовірність помилкових рішень, пов'язаних з ними. Загальний вираз для залишкових еквівалентних інтервалів зміщення при адитивному циклі деформації а також ймовірність помилкових рішень (хибна відмова) в цьому випадку будуть:

$$\bar{\theta}_{x_{iii}} = \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1) \text{ і } \bar{\theta}_{x_{iii}} = \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i),$$

$$\bar{P}_{x_{iii}}^k = F\left[x_n + \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1)\right] - F(x_n) + F(x_n) - F\left[x_n - \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i)\right].$$

При цьому адитивна похибка перетворення не впливає на вірогідність контролю. Зміна ж знаку мультиплікативної похибки приводить не тільки до зміни характеру помилкових рішень, але, при інших рівних умовах, і до збільшення довжини еквівалентних інтервалів, бо  $\alpha_1 = \frac{\gamma}{1 - \gamma} > \alpha = \frac{\gamma}{1 + \gamma}$ . Невизначена відмова, яка виникає при цьому, буде

$$\bar{P}_{x_{iii}}^k = F(x_n) - F\left[x_n - \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1)\right] + F\left[x_n + \alpha x_n \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i)\right] - F(x_n).$$

Таким чином з проведеного аналізу видно, що при деформації з адитивним циклом довжина залишкових еквівалентних інтервалів усередині циклу неоднорідна – на другому етапі у  $\beta$  разів менша, ніж на першому. Це потрібно враховувати при виборі алгоритму деформації характеристики перетворювального каналу: при симетричних границях допускового інтервалу цикл деформації потрібно проводити повністю.

При нелінійній характеристиці перетворення з мультиплікативним циклом деформації не байдуже, як при лінійній, на якому етапі усередині циклу зупиняться – залишкова ймовірність помилкових рішень залежить від характеру нелінійності. Якщо характеристика є монотонною та опуклою, а границі допускового інтервалу симетричні, то, виходячи із співвідношення  $\varphi'(x_H) > \varphi'(x_B)$ , маємо  $f_2[\varphi(x_H)] < f_2[\varphi(x_B)]$  [8]. При вгнутій характеристиці перетворення має місце нерівність  $\varphi'(x_H) < \varphi'(x_B)$ . Тому щільність значень контрольованої величини на

виході перетворювального каналу в околі верхньої границі буде менша, ніж біля верхньої, тобто  $f_2[\varphi(x_n)] < f_2[\varphi(x_n)]$ . В цьому зв'язку при мультиплікативному циклі і внутрішній характеристиці перетворення ймовірність помилкових рішень на першому етапі циклу буде більша, ніж на другому етапі. Для опуклої характеристики буде мати місце протилежна ситуація – при необхідності можливо обмежитися лише одним кроком усередині циклу.

Для оцінки ефективності методів деформації характеристики і зміни її як усередині циклу, так і від циклу до циклу а також дослідження зміни ефективності від кількості циклів будемо розглядати, як і при корекції вставок, відношення вихідної ймовірності помилкових рішень  $P_{\text{пом } j}$  ( $j$  – номер ситуації) до ймовірності помилкових рішень після деформації.

Ефективність деформації з одним мультиплікативним циклом відповідає ефективності мультиплікативної корекції вставок при однакових вихідних співвідношеннях складових похибки перетворення. При збільшенні кількості циклів ефективність зростає пропорційно  $\beta^n$ . Якщо при деформації з мультиплікативним циклом ймовірність помилкових рішень усередині циклу не змінюється, то при адитивному циклі вона тільки на другому етапі, при однаковому вихідному співвідношенні складових похибки перетворення, відповідає значенню, яке має адитивна корекція вставок. Тобто ефективність деформації з адитивним циклом усередині самого циклу також змінюється. У випадку, коли має місце декілька ( $n$ ) циклів адитивної деформації, то відміна ефективності деформації з адитивним циклом від ефективності адитивної корекції вставок в загальному випадку може бути подана у вигляді коефіцієнта  $\beta^{n+1-2}$ .

## 7.6 Методи зі зміною параметрів моделі контрольованої величини

Методи цієї групи відносяться до диференційних методів, вони спрямовані на зменшення впливу похибки перетворення поточного значення контрольованої величини. Вони дозволяють уточнити рівняння перетворення в околі значень контрольованих величин, або ж взірцевої величини, яка формується моделлю. При уточненні рівняння для поточного значення контрольованої величини алгоритм контролю спрямований на реалізацію співвідношення

$$\varphi[x_0, Q(x_0)] = \varphi(x). \quad (33)$$

Значення  $x_0$  формується моделлю;  $Q(x_0)$  – відносна зміна цього значення, яка може здійснюватися безпосередньо або за допомогою регульованого масштабного перетворювача РМІІ. В першому випадку  $Q(x_0)=1$ .

Сукупність прийомів при реалізації цього методу спрямована на збереження рівності значень інформативних параметрів контрольованої та взірцевої величин. В загальному випадку рівняння перетворення містить адитивну та нелінійну складові. Виконання умов адекватності впливів інформативних параметрів зменшує вплив цих складових на результат контролю. Однак співвідношення (33) потрібно виконувати в усьому діапазоні можливих значень контрольованої величини, що нерідко на практиці виконати важко. Цей недолік можна усунути, якщо модель розмістити у тракці перетворення контрольованої вели-

чини. При цьому потрібно виконувати рівність

$$\varphi[x, Q(x_0)] = \varphi(x_0).$$

Операція  $Q(x_0)$  може бути реалізована за допомогою РМП, який розміщується між виходом об'єкта контролю та входом каналу перетворення. В цьому випадку перетворювач "працює" практично при одному рівні вхідних сигналів. Такий підхід найбільш ефективний при контролі відносних величин.

### 7.6.1 Метод середнього по множині об'єктів

Більшість параметрів, які характеризують якість та функціональні властивості об'єктів контролю, є відносними і безпосередньо їх визначити неможливо. Під відносними розуміються параметри об'єктів контролю, які є функцією відношення інформативних параметрів відтворювальних сигналів.

Частина відносних параметрів, які не потребують виконання початкових умов, можуть бути визначені безпосередньо як відношення відтворювальних сигналів, тобто  $a=x/s$ .

Якщо значення параметра  $a$  визначається при відомому нормованому значенні вхідної діючої величини  $s$ , то, беручи до уваги функціональний зв'язок  $x=as$ , контроль параметра  $a$  можна замінити контролем значень вихідної величини  $x$  об'єкта. Виникаючі при цьому помилкові рішення в першу чергу залежать від похибки формування значення вхідної величини  $s$  а також похибки перетворення вихідної величини  $x$  об'єкта. Для зменшення ймовірності помилкових рішень необхідно або підвищувати точність пристрою, який формує вхідну величину (реалізує модель за параметром), або вводити в структуру контролю візрівий об'єкт. При контролі таких пристроїв, як, наприклад, аналогоцифрові перетворювачі АЦП, формування моделі параметра здійснюється цифро-аналоговим перетворювачем ЦАП, який практично використовує ту ж саму елементну базу [9], що й АЦП, а тому має однаковий порядок з об'єктом контролю значення похибок.

Метод середнього по множині об'єктів дозволяє зменшити вплив не тільки похибки перетворення, але й похибки формування впливної величини. Параметр  $a$  окремого об'єкта фактично є вибіркоким значенням випадкової величини – результату відтворення параметра при виробництві. Тому середнє арифметичне вихідних величин сукупності об'єктів може бути, при фіксованому значенні їх вхідної величини, оцінкою номінального значення  $a_0=Ma$ . Якщо вхідна величина формується без похибки, тобто  $s=s_0$ , то ця оцінка буде незміщеною, зміщення ж оцінки дозволяє визначити відхилення значення сформованої величини від її номінального значення.

Таким чином, для підвищення вірогідності контролю потрібно до пристрою, що формує вхідну діючу величину, підключити  $n$  одночасно контрольованих об'єктів. В загальному випадку допускається, що результат формування вхідної величини (аналогової параметричної моделі) має випадкову  $\Delta_s^0$  та систематичну  $\bar{\Delta}_s$  складові похибки. Якщо на  $n$  об'єктів подається одночасно одне й

те ж значення вхідної величини  $\tilde{s}_0 = s_0 + \Delta_S$ , то вихідні величини контрольованих об'єктів  $x_j = a_j \tilde{s}_0$  несуть інформацію про контрольовані параметри  $a_j$ . Вони

використовуються для формування середнього значення  $\bar{x} = \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n}$ . Зіставлення

середнього  $\bar{x}$  зі значенням вихідної величини, яке відповідає номінальним значенням вхідної величини та параметра  $a_0 s_0$ , дозволяє виявити відхилення реального значення  $\tilde{s}_0$  від номінального  $s_0$ . Для цього може бути використано їх добуток або відношення, які в подальшому використовуються для корегування вставок. Основним допущенням методу є незмінність вихідного закону розподілу можливих значень контрольованої величини.

Спочатку розглянемо алгоритм з мультиплікативною корекцією вставок. В результаті осереднення вихідних величин  $n$  об'єктів маємо

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i (s_0 + \Delta_s) = (s_0 + \Delta_s) \bar{a},$$

$$\text{де } \bar{a} = \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{n}.$$

Середнє значення сукупності вихідних величин  $\bar{x}$  використовується для визначення коригувального коефіцієнта  $c = \frac{\bar{x}}{a_0 s_0}$ , яким корегуються вставки:

$$x_n^k = \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_S)}{a_0 s_0} x_n; \quad x_b^k = \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_S)}{a_0 s_0} x_b.$$

Беручи до уваги, що  $x_n = a_n s_0$  та  $x_b = a_b s_0$ , вирішувальне правило має такий вигляд:

$$\frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_S)}{a_0 s_0} a_n s_0 < a(s_0 + \Delta_S) < \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_S)}{a_0 s_0} a_b s_0,$$

або після математичних перетворень,

$$a_n + \frac{a_n}{a_0} (\bar{a} - a_0) < a < a_b + \frac{a_b}{a_0} (\bar{a} - a_0).$$

Таким чином, при мультиплікативній корекції вставок довжина еквівалентних інтервалів зміщення

$$\hat{\theta}_n = \frac{a_n}{a_0} (\bar{a} - a_0) \text{ і } \hat{\theta}_b = \frac{a_b}{a_0} (\bar{a} - a_0)$$

не залежить від похибки формування вхідної величини.

Адитивна корекція вставок складається з визначення величини  $b = \bar{x} - x_0 = (\bar{a} - a_0) s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_S$ , яка враховує вплив похибки формування вхідної величини.

Поправка  $b$  використовується для корекції вставок, тобто  $x_n^k = a_n s_0 + b$ ;  
 $x_b^k = a_b s_0 + b$ .

Вирішувальне правило буде



$$a_n s_0 + (\bar{a} - a_0) s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_S < a < a_r s_0 + (\bar{a} - a_0) s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_S,$$

або після математичних перетворень

$$a_n + (\bar{a} - a_0) - \gamma_s (a_0 - a_n) < a < a_r + (\bar{a} - a_0) + \gamma_s (a_r - a_0),$$

$$\text{де } \gamma_s = \frac{\Delta_S}{s_0 + \Delta_S} = \frac{\Delta_S / s_0}{1 + \Delta_S / s_0}.$$

Таким чином, на відміну від мультиплікативної корекції, розміри еквівалентних інтервалів

$$\bar{\theta}_n = (\bar{a} - a_0) - \gamma_s (a_0 - a_n) \text{ та } \bar{\theta}_r = (\bar{a} - a_0) + \gamma_s (a_r - a_0)$$

додатково залежать від похибки формування вхідної діючої величини.

Ефективність цього методу зменшується при розлагоджуванні технологічного процесу, коли систематичні похибки виробництва приводять до зміщення центра розподілу можливих значень, тобто математичне очікування не збігається з серединою допускового інтервалу  $M_a \neq a_0$ .

### 7.6.2 Ітераційно-логометричне перетворення

Великий динамічний діапазон зміни параметрів сигналів, які відтворюють контрольовану відносну величину, є головною причиною виникнення похибок при вимірювальному перетворенні їх, а тому й причиною зниження вірогідності контролю.

Крім того, існує цілий ряд відносних параметрів, значення яких визначається після виконання певних початкових або екстремальних умов, наприклад, визначення максимальної вихідної напруги підсилювача за значенням допустимого відхилення від лінійності амплітудної характеристики. Ці величини визначаються, виходячи з цілого ряду значень коефіцієнтів масштабного перетворення. Таким чином, значення вхідної величини в цьому випадку будуть відрізнятися від об'єкта до об'єкта і тільки за значенням його вихідної величини неможливо приймати рішення про стан об'єкта контролю. Тому необхідно вводити допоміжний перетворювальний канал, а значення контрольованої величини формувати як результат логометричного перетворення. Логометричне перетворення, крім того, дозволяє знизити вимоги до стабільності та точності формування вхідної величини.

Джерелами похибок при логометричному перетворенні є:

- відхилення реальної характеристики перетворювального каналу від номінальної;
- вплив зовнішніх дестабілізуювальних факторів;
- вплив неінформативних параметрів сигналів, які відтворюють відносну величину;
- вплив інформативних параметрів відтворювальних сигналів.

У загальному випадку реальні характеристики перетворювальних каналів можна представити у вигляді:

$$\tilde{\varphi}_1(s) = \varphi'_1(0)s \left[ 1 + \frac{\tilde{\varphi}_1(0)}{\varphi'_1(0)s} + \frac{\tilde{\varphi}'_1(0) - \varphi'_1(0)}{\varphi'_1(0)} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\varphi}''_1(0)s}{\varphi'_1(0)} \right],$$

$$\tilde{\varphi}_2(x) = \varphi'_2(0)x \left[ 1 + \frac{\varphi_2(0)}{\varphi'_2(0)x} + \frac{\tilde{\varphi}'_2(0) - \varphi'_2(0)}{\varphi'_2(0)} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\varphi}''_2(0)x}{\varphi'_2(0)} \right].$$

Виходячи з допущення незначної похибки перетворювальних каналів, результат логометричного перетворення буде:

$$\hat{a} = a \left[ 1 + (\delta_x - \delta_s) + (\gamma_x - \gamma_s) + \zeta_x - \zeta_s \right] \quad (34)$$

де  $\delta_x = \frac{\tilde{\varphi}_2(0)}{\varphi_2(0)x}$ ;  $\delta_s = \frac{\tilde{\varphi}_1(0)}{\varphi_1(0)s}$  – відносна адитивна похибка;

$\gamma_x = \frac{\tilde{\varphi}'_2(0) - \varphi'_2(0)}{\varphi'_2(0)}$ ;  $\gamma_s = \frac{\tilde{\varphi}'_1(0) - \varphi'_1(0)}{\varphi'_1(0)}$  – мультиплікативна похибка;

$\zeta_x = \frac{1}{2} \frac{\tilde{\varphi}''_2(0)x}{\varphi_2'(0)}$ ;  $\zeta_s = \frac{1}{2} \frac{\tilde{\varphi}''_1(0)s}{\varphi_1'(0)}$  – похибка нелінійності.

Похибка результату перетворення може бути зменшена шляхом реалізації сукупності прийомів, які характерні для засобів вимірювання з однією вхідною величиною і спрямовані на зменшення похибки перетворення кожної з величин  $s$  та  $x$ .

Але, як видно з виразу (34), похибка результату перетворення відносної величини може бути зменшена за допомогою спеціальних прийомів, які спрямовані на повне або часткове виконання одночасно усіх умов або однієї  $\delta_x \rightarrow \delta_s$ ;  $\gamma_x \rightarrow \gamma_s$ ;  $\zeta_x \rightarrow \zeta_s$ .

Виконання цих умов базується на сукупності прийомів, забезпечуючи зменшення впливу:

- мультиплікативної похибки за рахунок тільки ідентичності характеристик перетворювальних каналів;
- зовнішніх впливних величин – додатковий щільний кореляційний зв'язок характеристик;
- для адитивної та похибки нелінійності крім ідентичності – однакові рівні перетворювальних величин.

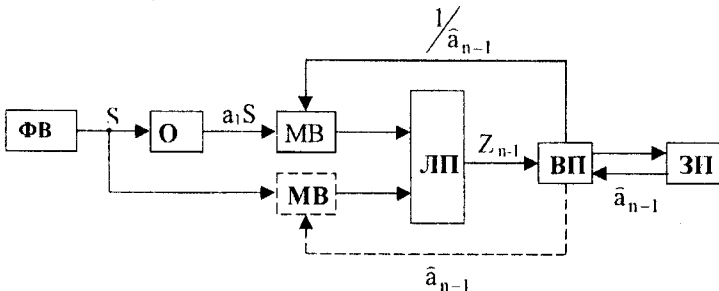


Рисунок 62 - Узагальнена структура ітераційного логометричного перетворювача

Повна ідентичність характеристик перетворювальних каналів забезпечу-

ється при часовому розподілі їх, якщо величини, які перетворюються, однорідні. При цьому коефіцієнт кореляції для повільно змінюваних зовнішніх дестабілізуючих факторів буде дорівнювати одиниці. Беручи до уваги, що адитивна та похибка нелінійності залежать від рівня перетворюваних величин, тобто від значення параметра  $a$ , то адекватний вплив інформативних параметрів цих сигналів буде лише в тому випадку, коли  $a=1$ .

Цього можна досягти також за допомогою сукупності прийомів, спрямованих на приведення до однакового рівня сигналів, що надходять на перетворювальні канали.

Надалі, не порушуючи загальності висновків, будемо виходити з того, що величини  $s$  та  $x$  однорідні і тому для них можливо реалізувати одноканальну структуру. Тоді умови адекватних впливів інформативних параметрів відтворювальних сигналів будуть забезпечуватися при рівності значень цих параметрів.

З цієї ціллю при одноканальній структурі необхідно вводити взірцеве відношення до перетворення однієї з величин  $s$  або  $x$  [10]. При цьому результат первинного логометричного перетворення  $\hat{a}_1$  необхідно використовувати для формування значення взірцевого відношення.

На рис. 62 наведена узагальнена структура реалізації методу ітераційного логометричного перетворення.

Алгоритм такий. Результат первинного перетворення  $\hat{a}_1$  заноситься у запам'ятовувальний пристрій. Одночасно отриманий результат використовується для формування взірцевого відношення, пропорційного  $\hat{a}_1$ . Якщо значення  $a$  для контрольованої сукупності об'єктів більше одиниці, то у якості міри відношення МВ використовується масштабний перетворювач МП. Після цього на другому етапі будуть вже перетворюватися сигнали, значення інформативних параметрів яких більш "близькі" одне до одного. Зміщення результату  $z_2$  логометричного перетворення на другому етапі необхідно враховувати шляхом множення його на результат первинного перетворення  $\hat{a}_1$ . Тобто маємо

$$\hat{a}_1 = \frac{\varphi(s_a)}{\varphi(s)};$$

$$\hat{a}_2 = z_2 a_1 = \frac{\varphi(s_a / \hat{a}_1)}{\varphi(s)} \hat{a}_1,$$

де  $z_2$  – значення вихідної величини логометричного перетворювача на другому етапі (кроці) ітерації.

Таким чином отримано уточнений результат перетворення відносної величини за рахунок реалізації умов адекватних впливів інформативних параметрів відтворювальних сигналів шляхом зміщення "робочої точки" при перетворенні  $x=as$  у бік (до значення)  $s$ . Послідовно реалізуючи поданий алгоритм, для  $n$ -го кроку отримаємо співвідношення

$$\hat{a}_n = z_n \hat{a}_{n-1} = \frac{\varphi(sa / \hat{a}_{n-1})}{\varphi(s)} \hat{a}_{n-1}.$$

Згідно з процедурою, яка реалізується для цього алгоритму, наречемо його *ітераційною до вхідної величини*.

Послідовність отримуваних значень відносної величини  $\hat{a}_i (i = \overline{2, n})$  буде збігатися до істинного значення  $a$ , якщо буде виконуватися умова  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\hat{a}_n - a) = 0$ .

Швидкість збіжності результатів перетворення відносної величини до її істинного значення залежить від виду характеристики перетворення. Однак у будь-якому випадку, виходячи з ознаки Д'Аламбера повинна виконуватися умова

$$\left| \frac{\varphi(sa / \hat{a}_{n-1})}{\varphi(s)} \right| < 1. \quad (35)$$

Припустимо, що реальна характеристика перетворення має вигляд  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ . Тоді

$$\hat{a}_1 = a \frac{1 + \delta/a}{1 + \delta} = a + \frac{\delta}{1 + \delta} (1 - a),$$

де  $\delta = \frac{\Delta_{\text{гр}}}{s}$  – відносне граничне значення адитивної похибки, яке віднесене до вхідної величини. Означимо  $V_{\text{гр}} = \delta / (1 + \delta)$ . Тоді рекурентне співвідношення для визначення значення відносної величини при  $a > 1$  на  $n$ -ому кроці буде

$$\hat{a}_n = a - V_{\text{гр}}^n (a - 1) = a - V_{\text{гр}}^n (\hat{a}_{n-1} - a). \quad (36)$$

Виходячи з цього виразу, умова збіжності (35) запишеться у вигляді  $|V| < 1$ .

В залежності від знаку адитивної похибки перетворення відхилення  $\hat{a}$  від  $a$  буде знакопостійним або знакозмінним.

Розглянемо спочатку випадок, коли **адитивна похибка позитивна**. В цьому випадку результат ітераційного логометричного перетворення завжди буде менший істинного значення. Вплив похибки перетворення може бути представлено за допомогою зміщення границь вихідного допускового інтервалу. При цьому в околах нижньої границі буде виникати хибна відмова, а верхньої – невизначена відмова. Для визначення довжини еквівалентних інтервалів зміщення, що приводить до неправдивої відмови, підставимо у вираз (36) значення  $a = a_n$ . Тоді

$$P_{X_n} = P\{a_n - \theta_{\text{ни}} < \hat{a}_n < a_n; a_n < a < a_n + \theta_{\text{ни}}\}, \quad (37)$$

де  $\theta_{\text{ни}} = V_{\text{гр}}^n (a_n - 1)$ .

Аналогічно для ймовірності невизначеної відмови, яка виликає при верхній границі, будемо мати

$$P_{\text{Hn}} = P\{a_n - \theta_{\text{ни}} < \hat{a}_n < a_n; a_n < a < a_n + \theta_{\text{ни}}\}, \quad (38)$$

де  $\theta_{\text{ни}} = V_{\text{гр}} (a_n - 1)$ .

Виходячи з ймовірності помилкових рішень  $P_{\text{помн}} = P_{X_n} + P_{\text{Hn}}$ , можна визначити допустимі значення еквівалентних інтервалів зміщення, коли вірогід-



Граничні значення еквівалентних інтервалів зміщення відповідно будуть:

$$a_{n1} = a_n - \nabla_{\text{гр}}(a_n - l); a_{n1}' = a_n - \nabla_{\text{гр}}(a_n - l).$$

Виходячи з розрахованих значень  $a_{n1}'$  та  $a_{n1}$  вводяться додаткові допускові зони (рис. 63) ( $a_{n1}' \div a_n$ ) і ( $a_{n1} \div a_n$ ). Якщо результат первинного перетворення  $\hat{a}_1^H$  або  $\hat{a}_1^B$  потрапляє в одну з додаткових допускових зон, то необхідно, для зменшення вірогідності помилкових рішень, переходити до ітераційного алгоритму.

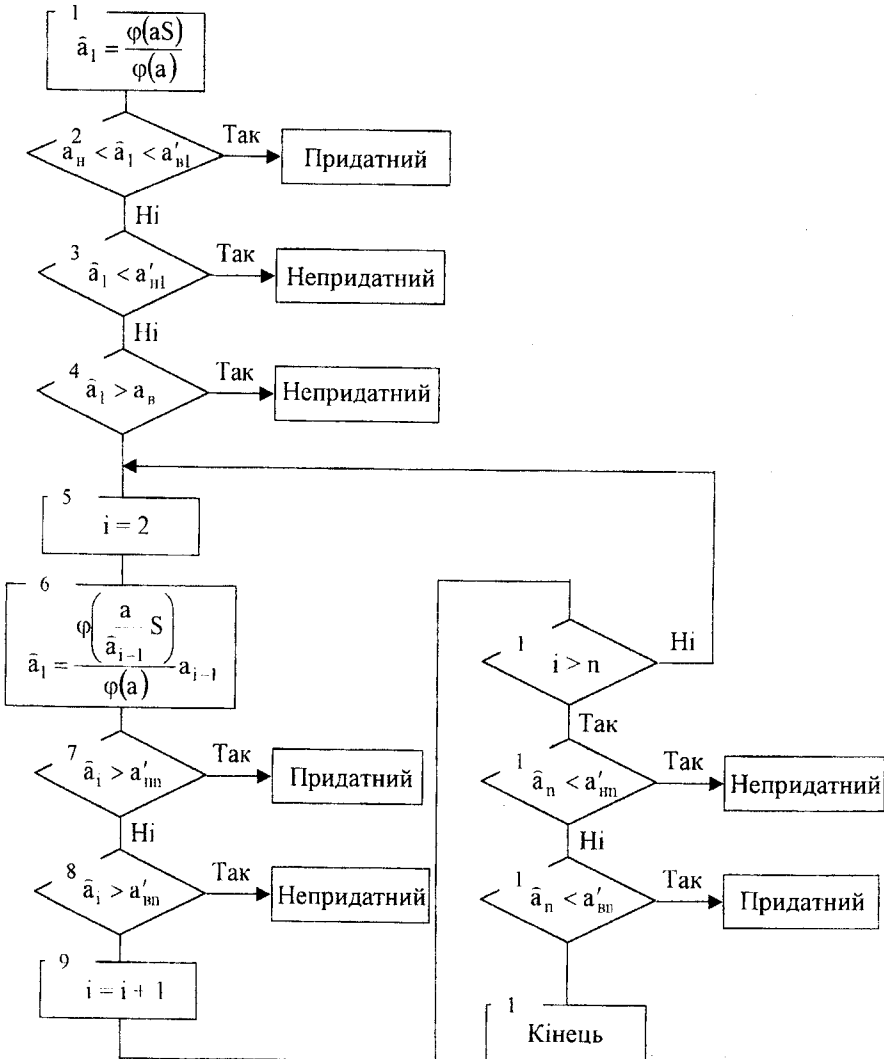


Рисунок 64 - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при  $\Delta > 0$

В інших випадках немає необхідності уточнювати значення контрольованої величини. Так, при отриманні на первинному етапі  $a_n < \hat{a}_1 < a'_{v1}$  приймається рішення "придатний". Таке рішення, незважаючи на похибку перетворення, буде відповідати істині, бо при позитивній адитивній похибці значення  $\hat{a}_n$  завжди буде менше, ніж істинне значення  $a$ . Немає необхідності переходити до ітераційного алгоритму при виконанні однієї з умов:  $\hat{a}_1 < a'_{n1}$  або  $\hat{a}_1 > a_v$ . В цьому випадку виробляється вірогідне рішення, що об'єкт контролю "непридатний".

Кількість  $n$  кроків ітерації, після реалізації яких  $P_{\text{ном},n}$  не буде перебільшувати  $P_{\text{дон}}$ , можна визначити за допомогою виразу (40). При цьому для кожного кроку граничні значення

$$a'_{ni} = a_n - \nabla_{\text{гр}}^i(a-1); a'_{vi} = a_v - \nabla_{\text{гр}}^i(a-1)$$

визначаються для найгіршого випадку, коли значення контрольованої величини відповідно дорівнюють  $a_n$  та  $a_v$ . Вирішувальне правило перевіряється на кожному етапі. Структурна схема алгоритму прийняття рішення наведена на рис. 64.

Таким чином, наведений адаптивний алгоритм контролю відносних величин забезпечує задану вірогідність при мінімальному збільшенні об'єму контролю.

При контролі рівномірно розподіленої відносної величини згідно з виразом (40) будемо мати

$$P_{\text{ном},n(p)} = 2f_{(p)}(a_n) \nabla_{\text{гр}}^n(a_0-1) \leq P_{\text{дон}}$$

Звідки

$$\nabla_{\text{гр}}^n \leq \frac{P_{\text{дон}}}{2f_{(p)}(a_n)(a_0-1)}$$

Після математичних перетворень, взявши до уваги  $\nabla_{\text{гр}} < 1$ , отримаємо вираз, що дозволяє визначити кількість  $n$  етапів перетворення, коли  $P_{\text{ном},n(p)}$  буде менше  $P_{\text{дон}}$ :

$$n_{(p)} \geq \frac{\lg P_{\text{дон}} - \lg[2f_{(p)}(a_n)(a_0-1)]}{\lg \nabla_{\text{гр}}}$$

Взявши до уваги, що при симетричних границях вихідного допускового інтервалу  $f_{(p)}(a_n) = \frac{1}{2a_0}$ , будемо мати

$$n_{(p)} \geq \lg P_{\text{дон}} - \lg[(a_0-1)/a_0] / \lg \nabla_{\text{гр}} \quad (41)$$

При  $a_0 > 1$  вираз (41) буде

$$n_{(p)} \geq \lg P_{\text{дон}} / \lg \nabla_{\text{гр}}$$

Для нормального закону розподілу можливих значень відносного параметра гранична кількість етапів визначається на основі виразу

$$n_{(r)} \geq \{ \lg P_{\text{дон}} - \lg[4N(d)(a_0-1)] \} / \lg D_3 / \lg \nabla_{\text{гр}} \quad (42)$$

де  $d = \frac{\lambda \cdot 2}{\sigma}$ ;  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення контрольованої величини;

$$N(d) = (2\pi)^{-1} \exp(-d^2/2); \quad D_3 = \left\{ 1 - d^2 + \frac{1}{6}d^2(d^2 - 1) \left[ 3 + \frac{4a_0}{\lambda^2}(a_0 - 1) + \frac{4}{\lambda^2} \right] \right\}.$$

Довжина верхнього еквівалентного інтервалу зміщення більша нижнього, тому і ймовірність хибної відмови, яка виникає в “околі” нижньої границі при  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 - \gamma)$ , буде меншою, ніж ймовірність невизначеної відмови при верхній границі. Тому можна зменшити загальний об’єм контролю, тобто зменшити кількість етапів перетворення. Для цього необхідно, згідно з вищенаведеним аналізом, визначити, використовуючи параметри закону розподілу можливих значень контрольованої величини, кількість додаткових перетворень  $n^i$  при потраплянні  $\tilde{a}_i$  в інтервал  $(a_{ni} \div a_{ni})$  та  $n^i$  при  $a_{ni} < \tilde{a}_i < a_{ni}$  ( $i=1, n$ ).

Якщо адитивна похибка негативна, тобто  $\varphi(x) = (x - \Delta)(1 + \gamma)$ , то відхилення результатів перетворення від істинного значення, на відміну від розглянутого вище, буде знакозмінним: при  $i$  парному  $\tilde{a}_i < a$ , а при  $i$  непарному  $\tilde{a}_i > a$ . При первинному логотметричному перетворенні (рис. 65) через вплив похибки перетворення  $\tilde{a}_1$  буде більше істинного значення  $a$ . Виходячи з цього, необхідно вводити додаткові допускові зони  $(a_{ni} \div a_{ni})$  та  $(a_{ni} \div a_{ni})$ , при потраплянні в які первинного результату  $\tilde{a}_1$  приймається рішення про перехід до ітераційного алгоритму.

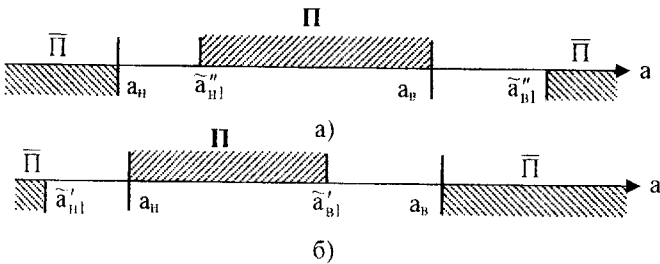


Рисунок 65 - Вірогідність прийняття рішень, коли маємо ітерацію до вихідної величини: а)  $\Delta > 0$ ; б)  $\Delta < 0$

При виконанні умови  $a_{ni} < \tilde{a}_1 < a_{ni}$  приймається рішення “придатний”, а при  $\tilde{a}_1 < a_{ni}$  або  $\tilde{a}_1 < a_{ni}$  приймається рішення “непридатний”. Блок-схема адаптивного алгоритму наведена на рис. 66.

У тих випадках, коли адитивна похибка може бути як негативна, так і позитивна та відомі їх граничні значення, необхідно, виходячи з вищенаведеного, вводити додаткові допускові зони, які мають бути розташовані по обидва боки від  $a_{ni}$  і  $a_{ni}$ . Тоді перехід до ітераційного алгоритму буде здійснюватися, коли результат первинного перетворення  $\tilde{a}_1$  потрапляє в один з інтервалів  $(a_{ni} \div a_{ni})$  або  $(a_{ni} \div a_{ni})$ .



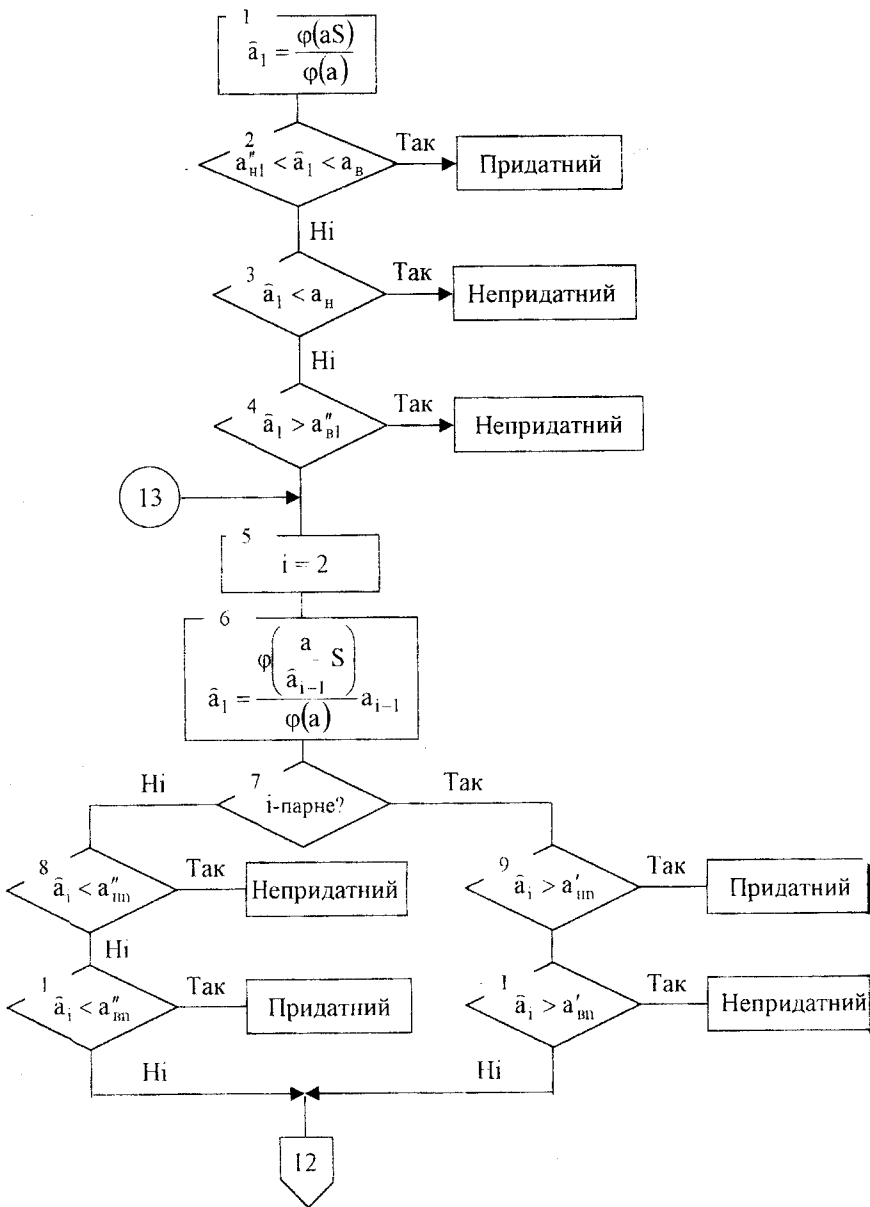


Рисунок 66 - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при  $\Delta < 0$ .

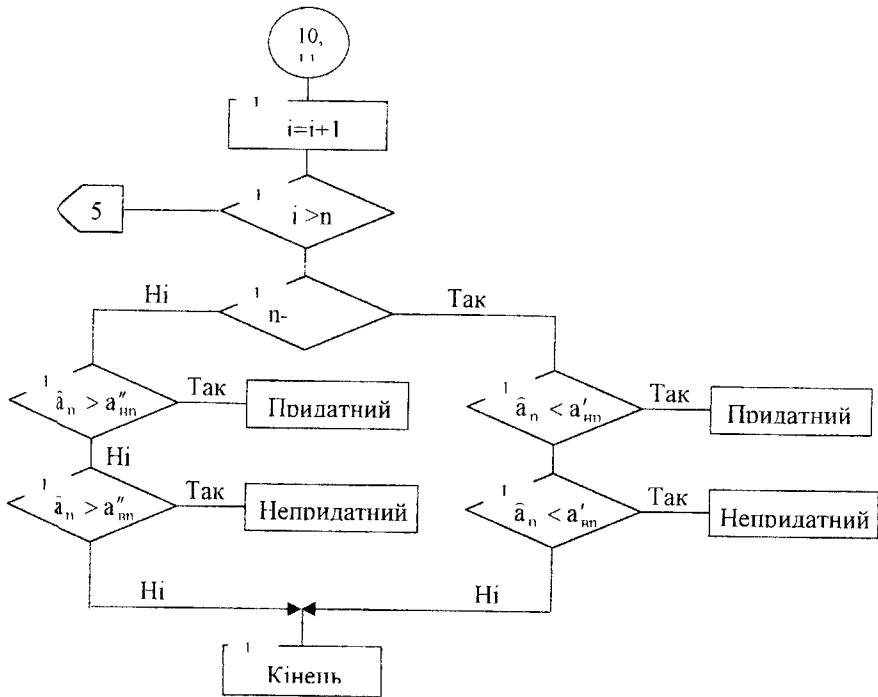


Рисунок 66 (закінчення) - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при  $\Delta < 0$ .

Тепер розглянемо випадок, коли контрольована відносна величина менша одиниці. Тоді треба реалізувати алгоритм ітерації до вихідної величини – міра відношення буде пасивної. Рекурентне співвідношення, яке дозволяє визначити оцінку відносної величини на  $n$ -ому етапі ітерації, буде:

$$\tilde{a}_n = \tilde{z}_n \tilde{a}_{n-1} = \frac{\varphi(as)}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)} \tilde{a}_{n-1}. \quad (43)$$

Тут і надалі на відміну від ітерації до вхідної величини будемо використовувати позначку “ $\tilde{\phantom{x}}$ ”.

Якщо характеристика перетворювального каналу має вигляд  $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ , то згідно з виразом (43) буде:

$$\tilde{a}_1 = a \frac{1 + \delta/a}{1 + \delta} = a + \frac{\delta}{1 + \delta} (1 - a);$$

$$\tilde{a}_2 = \frac{as + \Delta}{\tilde{a}_1 s + \Delta} a_1 = a \frac{(1 + \delta/a)^2}{1 + \delta + \frac{\delta}{a}(1 + \delta)} = a + \frac{\delta^2}{1 + \frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{a}(1 + \delta)} (1 - a).$$

Рекурентне співвідношення для оцінки контрольованої величини на  $n$ -ому етапі ітерації буде

$$\tilde{a}_n = a \frac{\left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^n}{\left[\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n-1} (1 + \delta) + \sum_{k=0}^{n-2} \left(\frac{\delta}{a}\right)^k \cdot \left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-k-1}\right]},$$

$$\tilde{a}_n = a + \frac{\delta^n / \tilde{a}_{n-1}}{\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n-1} (1 + \delta) + \sum_{k=0}^{n-2} \left(\frac{\delta}{a}\right)^k \cdot \left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-k-1}} (1 - a). \quad (44)$$

Виходячи з умов збіжності ітераційного алгоритму, випливає  $|\tilde{a}_n - a| < |\tilde{a}_{n-1} - a|$ . Тому можна записати  $|(\tilde{a}_n - a)/(\tilde{a}_{n-1} - a)| < 1$ , що, з урахуванням (44), дасть

$$\left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-1} > 0. \quad (45)$$

Таким чином, при позитивній адитивній похибці алгоритм ітерації до вихідної величини завжди буде збігатися; при збільшенні  $\frac{\delta}{a}$  швидкість збіжності буде зменшуватися.

У випадку ж негативної адитивної похибки, виходячи з (45) будемо мати умову збіжності

$$\left|\frac{\delta}{a}\right| < 1.$$

Зробимо математичні перетворення над виразом (44):

$$\tilde{a}_n = a + \delta \frac{\left(\frac{\delta/a}{1 + \delta/a}\right)^{n-1}}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{\delta/a}{1 + \delta/a}\right)^k + \left(\frac{\delta/a}{1 + \delta/a}\right)^{n-1} (1 + \delta)} (1 - a).$$

При виконанні умови  $\left|\frac{\delta}{a}\right| < 1$  цей вираз можна записати

$$\tilde{a}_n = a + \delta \tilde{V}_{\text{ip}}^{n-1} (1 - a), \quad (46)$$

$$\text{де } \tilde{V}_{\text{ip}} = \frac{\delta/a}{1 + \delta/a}. \quad (47)$$

Таким чином, при  $n \geq 2$

$$\tilde{a}_n \approx a + \tilde{V}_{\text{ip}} (a_{n-1} - a), \quad (48)$$

що еквівалентно виразу (36). Але при застосуванні алгоритму ітерації до вихідної величини результати  $\tilde{a}_i$ , при позитивній адитивній похибці, на відміну від ітерації до вхідної величини, завжди будуть більші істинного значення  $a$ . Тому для прийняття рішення про перехід до адаптивного алгоритму контролю необхідно вводити додаткові допускові зони  $(a_{ii} \div a_{ni}'')$  і  $(a_b \div a_{bi}'')$ . Якщо результат первинного перетворення потрапить в одну з цих зон, необхідно переходити до ітераційного алгоритму з покроковою перевіркою умов закінчення процедури контролю і формування відповідного рішення. Якщо ж результат первинного перетворення знаходиться в інтервалі  $\tilde{a}_{ni}'' \div a_n$ , то приймається рішення про придатність об'єкта. Абсолютно вірогідним буде і рішення "непридатний" при  $\tilde{a}_i < a_n$  або  $\tilde{a}_i > a_{ni}''$ .

Граничні значення додаткових допускових зон при ітерації до вхідної величини визначаються із співвідношень

$$\tilde{a}_{ni}'' = a_n + \tilde{V}_{ip}(1 - a_n); \quad \tilde{a}_{bi}'' = a_b + \tilde{V}_{ip}(1 - a_b), \quad \tilde{V}_{ip} = \frac{\Delta_{ip}/sa}{1 + \Delta_{ip}/sa}.$$

Годі вплив похибки перетворення можна показати за допомогою еквівалентних інтервалів зміщення. Ймовірність виникнення помилкових рішень на  $n$ -ому етапі буде

$$P_{Hn} = F(a_n) - F(a_n - \tilde{\theta}_{Hn}); \quad P_{Xn} = F(a_n) - F(a_n - \tilde{\theta}_{Bn}).$$

При симетричних границях вихідного допускового інтервалу ймовірність помилкових рішень

$$P_{ном,n} \approx f(a_n)(\tilde{\theta}_{Bn} + \tilde{\theta}_{Hn}) \left[ 1 + \frac{1}{2} \psi'(a_n)(\tilde{\theta}_{Bn} - \tilde{\theta}_{Hn}) + \frac{1}{6} \psi''(a_n)(\tilde{\theta}_{Bn}^2 - \tilde{\theta}_{Bn}\tilde{\theta}_{Hn} + \tilde{\theta}_{Hn}^2) \right],$$

$$\text{де } \tilde{\theta}_{Hn} = \delta \tilde{V}_n(1 - a_n); \quad \tilde{\theta}_{Bn} = \delta \tilde{V}_n(1 - a_b); \quad \tilde{V}_n = \frac{\delta/a_n}{1 + \delta/a_n}; \quad \tilde{V}_b = \frac{\delta/a_b}{1 + \delta/a_n}.$$

Якщо адитивна похибка негативна, збіжність, як і при ітерації до вхідної величини, буде знакозмінною. Різниця буде лише в тому, що результат первинного перетворення буде не більше, а менше істинного значення контрольованої величини. Тому для прийняття рішення про перехід до адаптивного алгоритму контролю необхідно вводити додаткові допускові зони  $(\tilde{a}_{ni}' \div a_n)$  і  $(\tilde{a}_{bi}' \div a_b)$ .

При нелінійній характеристиці перетворювання необхідно встановити, при якому характері нелінійності ітераційний процес буде збігатись, і тим самим визначити доцільність застосування ітераційного логотричного перетворення.

Почнемо з *ітерації до вхідної величини*. Представимо рекурентне співвідношення для  $\tilde{a}_n$  у вигляді

$$\tilde{a}_n = \frac{\varphi \left( s + s \frac{a}{\tilde{a}_{n-1}} - s \right) \cdot \tilde{a}_{n-1}}{\varphi(s)},$$

або

$$\hat{a}_n = \frac{\varphi \left[ s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}} \right]}{\varphi(s)} \cdot \hat{a}_{n-1}$$

Визначимо різницю між значенням контрольованої величини, отриманим на  $n$ -ому кроці ітерації, та її істинним значенням

$$\hat{a}_n - a = \frac{\varphi \left[ s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}} \right] \hat{a}_{n-1} - \varphi(s)a}{\varphi(s)},$$

або після розкладення у ряд Тейлора

$$\hat{a}_n - a = \frac{\varphi(s)\hat{a}_{n-1} + \varphi'(\xi)s(a - \hat{a}_{n-1}) - \varphi(s)a}{\varphi(s)},$$

де  $s \leq \xi \leq s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}} = \frac{sa}{\hat{a}_{n-1}}$  – визначає залишковий член розкладання.

Після групування складових у чисельнику і математичних перетворень будемо мати

$$\hat{a}_n - a = (\hat{a}_{n-1} - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right].$$

Проведемо послідовну підстановку значень оцінок відносної величини, які були отримані на усіх попередніх етапах ітерації,

$$\hat{a}_n - a = (\hat{a}_{n-2} - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^2 = (\hat{a}_{n-3} - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^3 = \dots = (\hat{a}_1 - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^{n-1}.$$

Виходячи з умов збіжності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |\hat{a}_n - a| = \lim_{n \rightarrow \infty} |(\hat{a}_1 - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^{n-1}| = 0, \quad (49)$$

прийдемо до

$$\left| 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right| < 1,$$

або

$$0 < \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} < 2.$$

Характеристика неперервна, тому умова (49) буде виконуватися і при  $\xi = s$ . Таким чином, при нелінійній характеристиці перетворення ітераційне логотричне перетворення може бути застосоване, якщо виконується умова

$$0 < \frac{\varphi'(s)s}{\varphi(s)} < 2. \quad (50)$$

При ітерації до вихідної величини різниця між значенням контрольованої величини на  $n$ -ому кроці та істинним значенням

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(sa)\tilde{a}_{n-1} - \varphi(s\tilde{a}_{n-1})a}{\varphi(s\tilde{a}_{n-1})}$$

можна подати у вигляді

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi[s\tilde{a}_{n-1} + s(a - \tilde{a}_{n-1})]\tilde{a}_{n-1} - \varphi(s\tilde{a}_{n-1})a}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)},$$

або

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)\tilde{a}_{n-1} + \varphi'(u)s(a - \tilde{a}_{n-1})\tilde{a}_{n-1} - \varphi(\tilde{a}_{n-1}s)a}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)},$$

де  $\tilde{a}_{n-1}s \leq u \leq as$  – проміжне значення аргументу, яке відповідає залишковому члену розкладення функції  $\varphi(\bullet)$  у ряд Тейлора в околі точки  $\tilde{a}_{n-1}s$ .

Зробимо перетворення останнього виразу

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)(\tilde{a}_{n-1} - a) + \varphi'(u)s(a - \tilde{a}_{n-1})\tilde{a}_{n-1}}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)},$$

або

$$\tilde{a}_n - a = (\tilde{a}_{n-1} - a) \left[ 1 - \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)} \right],$$

звідки, як і для ітерації до вхідної величини, будемо мати

$$0 < \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)} < 2.$$

Якщо функція  $\varphi(s)$  неперервна разом зі своєю похідною  $\varphi'(s)$  і  $\varphi'(s) \neq 0$ , то

$$0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)} < 2$$

і тому приходимо до співвідношення (50), тобто

$$0 < \frac{\varphi'(s)s}{\varphi(s)} < 2.$$

З проведеного аналізу можна зробити висновок, що ітераційний метод підвищення вірогідності контролю, який використовує логометричне перетворення, доцільно використовувати у випадку, коли характеристика перетворення монотонна і може бути подана у вигляді полінома, степінь якого менше двох. Причому чим більше характеристика наближається до параболи, тим гіршою буде збіжність ітераційного алгоритму.

Таким чином, розглянутий алгоритм адаптивного ітераційного логометричного перетворення дозволяє підвищити вірогідність контролю при мінімальному збільшенні його об'єму. На кожному етапі здійснюється порівняння результату перетворення з розрахованими для цього етапу значеннями допоміжних допускових інтервалів.

### Контрольні питання

1. Як співвідношення між складовими похибки вимірювального каналу впливає на вірогідність контролю?

2. Як визначається ймовірність помилкових рішень, виходячи з еквівалентних інтервалів?
3. Алгоритм адитивної корекції вставок.
4. Алгоритм мультиплікативної корекції вставок.
5. Як співвідноситься ефективність адитивної та мультиплікативної корекції вставок?
6. Що треба зробити, щоби зменшити надлишковість при ненормованому впливі?
7. Які обмеження застосування методу граничних значень?
8. В чому полягає принцип еквівалентних впливів?
9. Вибір додаткових зон при адаптивному контролі відносних величин.
10. Як впливає нелінійність характеристики перетворення на ефективність логометричних алгоритмів?

### *Список додаткової літератури*

1. Володарский Е.Т. Эффективность градуировки при контроле // Техническая электродинамика, 1985, №4, с.86–91.
2. Володарский Е.Т. Формирование эквивалента параметра в системах контроля. – В сб. Структурные методы повышения точности средств и систем автоматизации экспериментальных исследований. – Киев: 1983, с.175–176.
3. Туз Ю.М. Структурные методы повышения точности измерительных приборов. – Киев: Вища школа, 1976. – 285 с.
4. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища школа, 1983 – 455 с.
5. Володарский Е.Т., Малиновский Б.Н., Туз Ю.М. Планирование и организация измерительного эксперимента. – Киев: Вища школа, 1987. – 280 с.
6. Володарский Е.Т. Повышение достоверности контроля радиометрических устройств. – Киев: Общество «Знание», 1984. – 17 с.
7. Куликовский К.Л., Бромберг Э.М. Тестовые методы повышения точности измерений. – М.: Энергия, 1978. – 280 с.
8. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.
9. Мартяшин А.И., Шахов Э.К., Шляндин В.И. Преобразователи электрических параметров для систем контроля и измерения. – М.: Энергия, 1976. – 392 с.
10. Володарский Е.Т. Автоматизация относительных измерений при контроле. – Контрольно-измерительная техника, вып. 39. – Львов: Вища школа, 1986, с.73–76.

## РОЗДІЛ VIII ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА

В сучасних умовах неможливо забезпечити необхідну якість та надійність технічних виробів і технічних систем без застосування на всіх стадіях їх життєвого циклу методів та засобів технічної діагностики. Особливо це стосується необхідності створення таких умов застосування технічних об'єктів, щоб було можливо або повністю запобігти виникненню аварійних ситуацій, або зменшити наслідки аварій, коли вони вже виникли. Найбільш важливо застосування технічної діагностики в атомній енергетиці, на залізничному, морському та авіаційному транспорті, в аерокосмічних комплексах, на газонафтопроводах, підземних комунікаціях та інших технічних комплексах. Не може технічна діагностика обминути своєю увагою і пристрої побутової техніки.

Технічна діагностика за своєю суттю стає своєрідним індикатором та гарантом якості і надійності нової техніки [1]. Тому слід чекати, що застосування методів та засобів технічної діагностики буде в майбутньому ще більше зростати і охоплювати всі області діяльності людства, пов'язані з технікою.

В технічній діагностиці, як певній галузі науково-технічних знань, знаходять застосування різні здобутки людського творення в теоретичних знаннях і суто практичних ділах. Одночасно технічна діагностика ініціює вимоги на створення умов для появи у технічних виробів нових властивостей, про які без її втручання не було і мови. Це стосується забезпечення появи таких властивостей, як тестопридатність та відмовостійкість. Ці властивості сучасні технічні вироби і створювані на їх основі технічні системи повинні набувати вже в процесі розробки та цілеспрямовано використовуватись в процесі їх виробництва і експлуатації для забезпечення їхньої бездефектності, надійності та безаварійного використання з високоефективною функціональною віддачею.

### 8.1 Основи технічної діагностики

#### 8.1.1. Основні поняття теорії та задачі технічної діагностики

**Технічна діагностика** (далі застосовується термін діагностика) – це наука про відображення чи визначення технічного стану об'єкта.

Таким об'єктом може бути технічний виріб будь-якої складності чи його складові частини, технічний стан яких визначається в процесі технічного діагностування.

Діагностика технічних виробів як наукова дисципліна ґрунтується на ряді принципів, основними з яких є:

- принцип причинно-наслідкових зв'язків;
- принцип використання мінімальної інформації відносно технічного виробу під час його діагностування при максимумі інформації про цей виріб як об'єкт діагностування (мінімум апостеріорної інформації при максимумі апріорної інформації щодо бази знань);
- принцип застосування тільки неруйнівних дій, що не можуть за час проведення діагностування змінити технічний стан виробу.



Технічне діагностування об'єкта за своєю суттю є інформаційною процедурою, метою якої має бути відображення його технічного стану у вигляді висновку про характер та суттєвість цього стану. Такий висновок щодо результату діагностування має назву технічного діагнозу або просто діагнозу.

Під **технічним станом об'єкта діагностування** розуміється сукупність властивостей об'єкта чи їх залежностей між собою під дією зовнішніх факторів, що визначаються в певний момент часу за певних умов зовнішнього середовища певними значеннями діагностичних показників відповідно до норм. Такі норми як і самі діагностичні показники, визначаються нормативно-технічною документацією з відповідного технічного виробу та його діагностичною моделлю відповідно до конструкторської документації чи спеціально проведених для цього дослідних випробувань.

Згідно з існуючою практикою, що визначається міжнародними документами (публікація 50(191) МЕК від 1988 року) та діючими державними стандартами, для технічних виробів прийнято виділяти такі взаємовиключні несумісні пари технічних станів: справний–несправний, працездатний–непрацездатний [2]. Всі види технічних станів можна зобразити через співвідношення їх інформаційних полів, які пов'язані між собою певними переходами, що і наведено на рисунках 67 та 68.

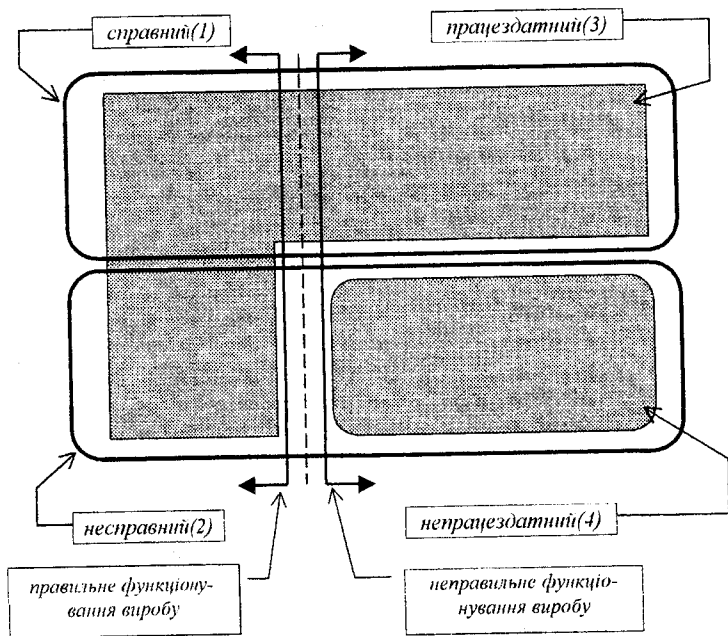


Рисунок 67 - Види технічного стану об'єктів діагностування та співвідношення їх інформаційних полів

Для станів справний(1)–несправний(2) основою їх порівняння є відповідність всіх показників технічного виробу вимогам нормативно-технічної та/або

конструкторської документації. І коли хоча б один з цих показників, незалежно від його впливу на можливість виконувати технічним виробом власні робочі функції, не буде відповідати цим вимогам, то технічний стан визнається *не-справним*. А коли всі показники відповідають всім вимогам належної документації, то технічний стан є *справним*.

*Працездатний*(3) технічний стан має той виріб, у якого відповідні діагностичні показники знаходяться в межах, коли можуть виконуватись робочі функції. Коли ж діагностичні показники виходять за задані межі, то виріб вже не може виконувати в повному обсязі робочі функції, і його технічний стан має бути визнаний *непрацездатним*(4).

При цьому треба мати на увазі, що коли виріб має непрацездатний стан, то одночасно він буде і несправним. Але коли виріб працездатний, то він може бути справним чи несправним в залежності від діючої причини, що спричиняє перехід зі справного стану до несправного. Це положення відображено на рисунку 67 взаємним розташуванням відповідних інформаційних областей (1) та (2).

Слід відзначити, що при діагностуванні технічного виробу підлягає визначенню вид технічного стану пари: працездатний(3)–непрацездатний(4). Визначення цієї пари виконується на основі використання тільки певних діагностичних показників, а не всіх показників згідно з нормативно-технічною чи конструкторською документацією. Щодо показників в повному обсязі, то вони відображають властивості об'єкта діагностування відносно визначення пари станів справний(1)–несправний(2).

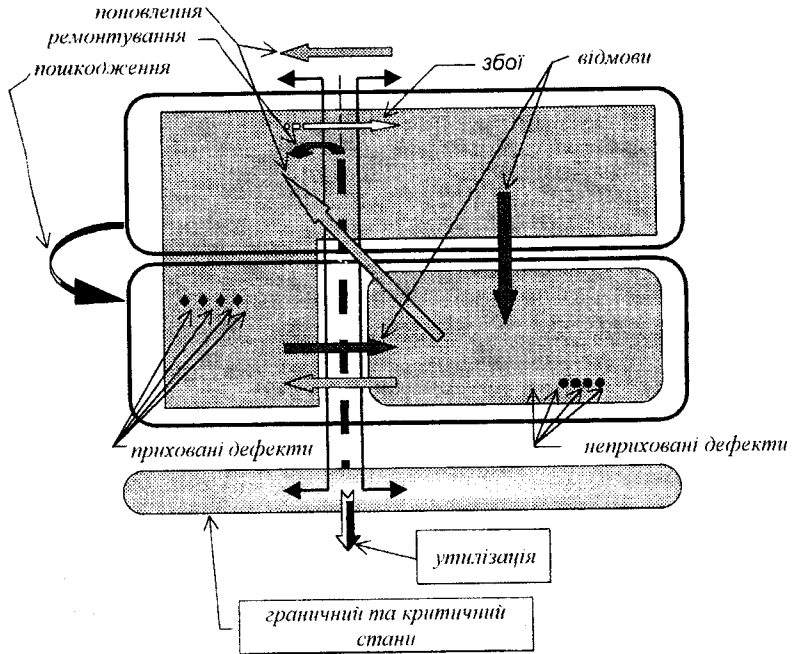
В залежності від виду носіїв інформації, що відображають **діагностичні показники**, їх поділяють на *діагностичні параметри* та *діагностичні ознаки чи симптоми*. Перші подаються у вигляді фізичних величин, що визначаються кількісно, а другі – у вигляді таких особливостей об'єкта, що найбільш часто визначаються якісно.

Вся сукупність діагностичних показників представляє шукану діагностичну інформацію. Ця інформація при діагностуванні виробу являє собою відомості про об'єкт, які в подальшому формуються для сприйняття адресатом у вигляді діагнозу.

Крім вищезначених технічних станів, виділяють ще *граничний* та/чи *критичний стан*(5). **Граничний стан** відображає такий стан виробу, при якому його подальше використання недопустимо чи недоцільно відповідно до вимог безпеки або відновлення працездатного стану просто неможливо. А **критичний стан** пов'язаний з таким станом, коли подальше застосування виробу може привести до аварії чи катастрофи з недопустимими наслідками.

На рис.68 подано увесь різновид можливих подій, що пов'язані зі зміною технічного стану виробів. При зміні справного стану(1) на несправний(2) зі збереженням працездатності(3) виникає подія пошкодження. Коли ж така зміна проходить з одночасним набуттям непрацездатності(4), то причиною такої зміни є відмова, внаслідок якої виріб втрачає можливість виконувати свої робочі функції. Подія відмови характеризується виникненням в об'єкті несправності,

яка вважається причиною непрацездатного стану і підлягає виявленню при виконанні процедури технічного діагностування.



**Рисунок 68 - Події, пов'язані зі зміною технічного стану об'єктів діагностування при їх експлуатації та обслуговуванні**

Слід відзначити, що в практиці технічної діагностики також застосовуються поняття правильного функціонування(6) та неправильного функціонування(7), відзначені на рис. 67 та рис.68 різнодільними позначками у вигляді стрілок. Ці позначки поділяють все інформаційне поле видів технічного стану об'єктів на дві частини.

В лівій частині визначаються стани правильного функціонування об'єкта, коли всі робочі процеси виконуються безпомилково в повній відповідності з його призначенням.

В правій частині визначаються технічні стани, коли процес функціонування об'єкта порушується повністю внаслідок виникнення відмов або виконується з помилками під дією збоїв. Збоєм називається самоусувна відмова або одноразова відмова, що усувається незначним втручанням оператора. В разі виникнення збоїв об'єкт може зберігати справний та працездатний стан за умови неправильного його функціонування за призначенням.

При неправильному функціонуванні технічного виробу відповідні причини усуваються або діями поновлення з ліквідацією наслідків дії збоїв чи відмов,

або діями ремонтування з відтворенням станів справного (1) та працездатного (3) та з забезпеченням умов його подальшого правильного функціонування.

Крім визначення можливих подій, що впливають на зміну видів технічного стану об'єкта, на рисунку 68 позначені також причини, які призводять до того чи іншого технічного стану. Такими причинами є приховані дефекти або, як їх ще називають за можливими подіями, передвісники чи віщуні відмов та неприховані дефекти або несправності.

Останнім часом все більше і більше виникає вимога визначити при діагностуванні технічних виробів їх фізичний стан, за допомогою якого можливо визначити додаткові і дуже важливі відомості про властивості фізичного середовища об'єкта в залежності від виду прихованих чи неприхованих дефектів та дії різних деградаційних чи руйнівних процесів (втомленості, зносу, корозії, ерозії, деструкції та таке інше). Всі ці процеси обумовлюють можливість зміни технічного стану. А це потребує розвитку відповідних методів прогнозувального діагностування технічних виробів на основі виявлення відповідних ознак змін в їх фізичному середовищі.

**За допомогою методів та засобів технічної діагностики вирішуються відповідні задачі:**

- *перша задача* – визначення виду технічного стану, в якому знаходиться об'єкт діагностування, що можна характеризувати як відповідну перевірку його стану відносно можливості виконувати робочі функції;
- *друга задача* – пошук або локалізація місця несправності чи визначення причини переходу об'єкта в непрацездатний технічний стан;
- *третья задача* – прогнозування зміни технічного стану об'єкта з визначенням причини вірогідності такої зміни чи з визначенням інтервалу часу, після якого можуть початися процеси, що призведуть до небажаної для експлуатації виробу зміни його технічного стану.

Перераховані задачі пов'язані з застосуванням діагностики на етапі експлуатації технічних виробів. Але на цьому не завершуються можливості застосування діагностики для вирішення різних задач з підвищення технічного рівня сучасної техніки та ефективного її використання за рахунок застосування діагностування тільки на заключному етапі життєвого циклу, яким є експлуатація. Не менш важливо використати повною мірою додаткові можливості відносно залучення впливу загального підходу технічної діагностики на етапах розробки виробів та їх тиражування при виробництві. І це залежить, насамперед, від можливостей застосування діагностики для аналізу причин зміни технічного стану з встановленням місця та часу виникнення несправності виробу і також від виду відмови, що викликала появу цієї несправності (рис.69).

В сучасній промисловості при виробництві та експлуатації найбільш відповідальної техніки існує *спеціальна система аналізу відмов (СAB)*, що допомагає постійно слідкувати за появами відмов і несправностей та встановлювати причини їх виникнення. Такий аналіз здійснюється з метою розробки більш досконалих конструкцій технічних виробів та подальшого удосконалення технологічних процесів з уникненням можливості відтворення неприхованих і, особ-

ливо, прихованих дефектів. Тим самим підвищується якість та надійність виробів при їх експлуатації.

Неабияке значення при аналізі відмов, збоїв, дефектів і несправностей має виявлення порушень умов експлуатації виробів, що призводять до появи несправностей. Тим самим збільшується функціональна ефективність використання технічного виробу і його надійність та усувається можливість виникнен-

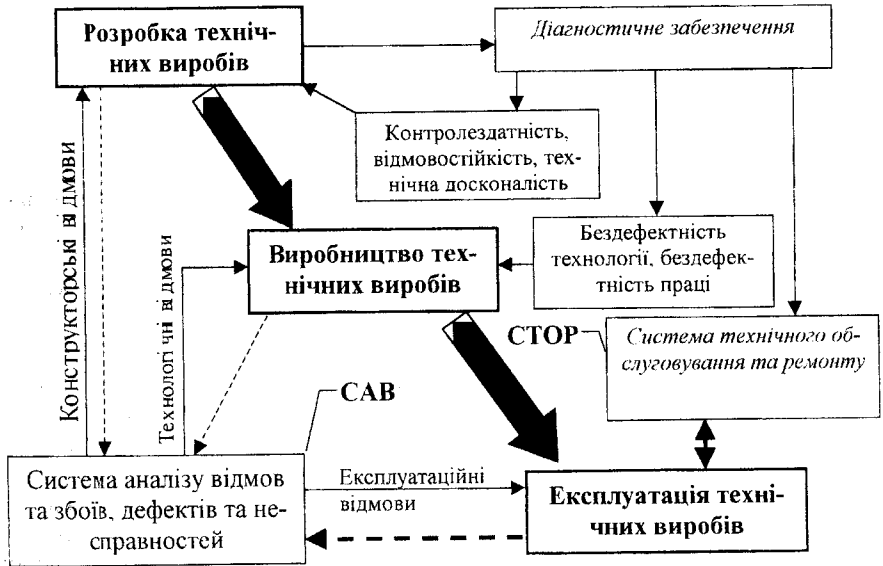


Рисунок 69 - Життєвий цикл технічних виробів та показ на концептуальному рівні застосування технічної діагностики в забезпеченні їх якості і надійності

ня аварійної чи катастрофічної ситуації з порушенням безпеки його застосування. При застосуванні технічного діагностування в системах аналізу відмов технічних виробів одночасно з іншими методами аналізу відтворюється ефективний зворотний зв'язок між різними етапами життєвого циклу з метою тотального забезпечення підвищення якості та надійності промислової продукції на всіх цих етапах.

На основі застосування сучасних досягнень діагностики розроблені спеціальні методи створення технічних виробів з властивістю відмовостійкості відносно відмов окремого виду чи типу. Це обумовлює реальну можливість створення складної техніки високої надійності та безпеки. Така техніка повинна відповідати вимогам захисту людей та навколишнього середовища від можливостей виникнення аварій та катастроф, які пов'язані з відмовами під час їх експлуатації.

В окремих галузях техніки за рахунок застосування методів та засобів діагностики почався перехід від експлуатації за розрахунковим чи призначеним

ресурсом на експлуатацію за видом технічного стану, що дозволяє більш повно використовувати можливості техніки для її ефективної функціональної віддачі і запобігання простоїв при обслуговуванні та аварій і катастроф при раптових відмовах. Прикладом може служити сучасна організація експлуатації авіаційної техніки, де вимоги її безаварійності вимагають проводити оцінювання технічного стану літального апарата (судна) на весь період польоту з високою ефективністю та постійно відслідковувати за правильністю функціонування найбільш відповідальних елементів апарата, наприклад, двигунів, планера, навігаційного та керувального обладнання і інше.

В зв'язку з широким розвитком інформаційної технології та підвищення її значення в різних галузях людської діяльності, вимоги до надійного функціонування відповідної техніки щодо її обслуговування значно зросли. Таких властивостей апаратури інформаційної техніки можна досягнути за рахунок використання всіх можливостей технічної діагностики, в тому числі з застосуванням відмовостійких виробів та експлуатації цієї техніки за її технічним станом. В деяких випадках вимагається забезпечити живучість інформаційних систем та інших технічних виробів за рахунок відтворення властивості обслуговувальної апаратури зберігати здатність правильно функціонувати на деякому обмеженому рівні в умовах зовнішніх несанкціонованих дій, які пошкоджують апаратуру та викликають її відмову, що в звичайних умовах веде до спотворення інформації або до аварій та катастроф.

### 8.1.2 Діагностичне забезпечення технічних виробів

Ефективне використання технічної діагностики для діагностування конкретних виробів потребує на стадії складання тактико-технічного завдання (ТТЗ) чи технічного завдання (ТЗ) на розробку нового виробу чи його удосконалення обумовити певні вимоги до діагностичного забезпечення відповідного виробу.

При складанні вимог до діагностичного забезпечення необхідно визначити, на яких етапах життєвого циклу виробу (рис. 69) застосовується технічне діагностування відповідно до поставлених домінант кожного етапу.

Коли на етапі розробки вирішується питання технічної досконалості виробу, то перш за все визначається його пристосованість до діагностування як властивість, що забезпечує можливість діагностування з застосуванням відповідних видів та методів на основі передбачених засобів технічного діагностування (ЗТД) для визначення рішень взаємопов'язаних задач, які сформульовані в п.8.1.1.

На етапі виробництва виробу вирішальним є забезпечення бездефектності технології виготовлення та бездефектності праці при його виготовленні. Тому виріб як об'єкт діагностування має бути пристосований для вияву при його виробництві всіх явних та неявних дефектів, що спричиняють появу відмов та несправностей при його застосуванні під час експлуатації. Це означає, що виріб повинен бути контролездатним для перевірки його бездефектності.

Метою діагностування технічного виробу на етапі експлуатації є підтримання встановленого рівня надійності, забезпечення всіх вимог безпеки

та високої ефективності використання виробу за призначенням при встановленому нормативами обслуговування відповідними рівню як при планових оглядах, так і при позапланових виявленні та ліквідації несправностей. Для цього створюється *система технічного обслуговування та ремонту (СТОР)*.

Можливість досягнення поставленої мети по застосуванню діагностування на всіх етапах життєвого циклу виробу залежить від умов реалізації процесу технічного діагностування, що визначається властивістю контролепридатності чи ще не прийнятою термінологічно властивістю діагностопридатності. Визначення цих умов пов'язане з рівнем абстрагування виробу як об'єкта діагностування зі створенням його діагностичної моделі (ДМ), яка може бути вибрана на основі одного з трьох підходів: алгоритмічного (оперативного), сигнально-параметричного та фізичного [3].

При алгоритмічному чи операторному підході за представленням виробу як об'єкта діагностування він може бути визначений множиною видів технічного стану  $S = \{S_i\}$ , де  $S_i$  –  $i$ -тий технічний стан з числа всіх вірогідних станів  $N$  в залежності від числа всіх несправностей, що можуть виникнути в об'єкті при його експлуатації. Тоді визначена множина станів повністю перераховується при  $i = 1, \dots, N$ . Технічний стан такого об'єкта буде визначатись множиною перевірок  $\Pi = \{\pi_j\}$  всіх параметрів та/чи ознак, де  $\pi_j$  –  $j$ -та перевірка всієї множини цих параметрів та ознак  $j = 1, \dots, M$ . Результати множини перевірок для всієї множини станів будуть визначатись множиною  $A = \{a_{ij}\}$ , що представляє собою матрицю результатів з розмірністю  $N \times M$ .

Ця матриця буде відображати діагностичну інформацію, за якою можна визначити діагноз як заключний висновок з діагностування об'єкта із точним визначенням технічного стану за умови виконання нерівності  $a_{ij} \neq a_{ir}$ , де  $i, r = 1, \dots, N$ ,  $i \neq r$ .

Ця нерівність відображає умови діагностопридатності виробу з точки зору визначення можливого технічного стану при загальному числі цих станів  $N$ . Така умова може бути інтерпретована і так: технічні стани точно визначаються тоді і тільки тоді, коли знайдеться хоча б одна  $j$ -та перевірка, результати якої будуть різні для двох несумісних станів  $S_i$  і  $S_r$ . Коли ця умова не виконується, то об'єкт не може бути продіагностований відносно визначення технічного стану та/або пошуку місця несправності.

Сигнально-параметричний підхід при відповідному описі об'єкта діагностування обумовлює для визначення властивості контролепридатності чи діагностопридатності виконання двох умов. Перша умова вимагає обов'язкове формування безпосередньо несправністю виробу сигналу відгуку, що виникає під дією діагностувального сигналу, що подається на об'єкт від ЗТД в процесі діагностування. А друга вимога пов'язана з необхідністю виведення цього сигналу відгуку на зовнішній вихід виробу як носія діагностичної інформації для його обробки та формування діагнозу. Коли хоча б одна з цих умов не виконується, то об'єкт признається непридатним для діагностування.

За аналогією з наведеними прикладами при фізичному підході можливі дві умови діагностування технічних виробів за встановленнями технічного чи/абс

фізичного стану за властивостями фізичного середовища об'єкта діагностування. Перша вимога: існує хоча б один фізичний ефект, що відображає дефект чи несправність об'єкта в певній залежності однієї фізичної величини від іншої через сприйнятливність. А друга вимога – цей фізичний ефект має властивість спостережувальності, що дозволяє вимірювальними пристроями реєструвати кількісну зміну показників сприйнятливості фізичного середовища об'єкта в залежності від його стану.

Коли вирішені питання про контролепридатність чи діагностопридатність технічного виробу при вибраному підході та визначена цільова функція діагностування, то проводиться встановлення діагностичних показників та характеристики процедури діагностування, що буде застосовуватись для діагностування конкретного виробу.

Показниками, що визначають дієвість діагнозу як висновку процесу діагностування, приймаються його вірогідність та точність. Ці показники призначені визначати ефективність використання діагнозу для прийняття рішення щодо об'єкта діагностування відносно дій з ним в сфері експлуатації за допомогою СТОР чи відносно заходів в сфері розробки або сфері виробництва для подальшого поліпшення його якості за допомогою САБ.

*Вірогідність діагнозу*  $V$  є імовірність відповідності результату діагностування дійсному технічному стану чи дійсній причині несправності об'єкта. Її значення обчислюється за виразом  $V=1-P$ , де  $P$  – імовірність помилки при визначенні діагнозу.

*Показник імовірності помилки*  $P$  відображає об'єктивну реальність можливості помилкового діагнозу як за рахунок числового відображення діагностичних параметрів з похибкою через неідеальність вимірювальних та контрольних пристроїв ЗТД, так і за рахунок ненульової імовірності відмови ЗТД під час діагностування та ще помилкового визначення діагностичних ознак.

Тому необхідно так виконувати ЗТД та їх обслуговувати, щоб імовірність помилки була якнайменша, тобто  $P \rightarrow 0$  і тоді  $V \approx 1$ .

Визначення точності діагнозу як ще одного показника якості процесу діагностування більш широке, ніж метрологічне визначення точності вимірювань. Хоча і в цьому випадку під точністю діагнозу слід розуміти основну якісну характеристику діагностування, що відображає наближеність діагнозу до його вірного визначення.

Як приклад визначення точності діагностування можна навести діагностування радіоелектронної апаратури з пошуком локацією місця несправності з точністю: 1) до змінного блока, 2) до типового елемента заміни ТЕЗа, 3) до корпусу мікросхеми на мікробірках, 4) до ніжки корпусу мікросхеми на платі друкованого монтажу і так далі.

При діагностуванні металевих конструкцій під точністю діагнозу розуміється визначення прихованого дефекту типу тріщина від втомленості чи якийсь інших факторів з точністю: 1) до конструкційного вузла, 2) до елемента конструкції, 3) до місця положення тріщини в елементі, 4) до розмірів тріщини, 5) до орієнтації тріщини відносно діючих в конструкційному елементі внутрішніх напруг і таке інше.



В деяких випадках мірою точності діагнозу потребується визначити імовірність інтервалу довіри відносно вірогідності діагнозу, але такий підхід виникає тільки в особливих випадках.

Коли результатом діагностування технічного виробу має бути спрогнозований залишковий ресурс, то мірою точності такого прогнозувального діагностування рекомендується брати середнє квадратичне відхилення чи вибіркоче середнє квадратичне відхилення, що характеризує розсіяння результатів цього прогнозу. При цьому мається на увазі можливість підрахунку результатів діагностування методом імітаційного моделювання чи визначення цих результатів з практичного досвіду. Такий підхід може бути рекомендований і відносно визначених методом прогнозувального діагностування всіх інших діагностичних параметрів надійності виробу, наприклад, визначення нижньої границі імовірності безвідмовної роботи за параметрами безвідмовності.

Крім визначених показників діагностування треба брати до уваги і такі показники, як повнота діагностування, глибина пошуку місця несправності (відмови), середня оперативна тривалість діагностування, коефіцієнт безрозбірного діагностування, питомі витрати на діагностування, середня та/чи питома оперативна трудомісткість діагностування та періодичність діагностування [2,4].

Визначимо тлумачення деяких з цих показників, що потребують пояснення. Так *повнота діагностування* визначає перелік можливих видів несправностей чи відмов об'єкта, що підлягають виявленню при застосуванні відповідного методу діагностування для вирішення певних задач. *Глибина пошуку місця несправності (відмови)* є характеристика процедури діагностування, згідно з якою задаються складові частини об'єкта, відносно яких визначається можливість встановлення їх виду, технічного стану чи причини несправностей цих частин. Найчастіше для визначення інтервалу часу, що необхідний для виконання певного обсягу процедури діагностування, приймається середня оперативна затрата часу при виконанні певного методу діагностування. *Коефіцієнт безрозбірного діагностування* обчислюється як відношення числа контрольованих діагностичних показників об'єкта, для визначення яких не потрібно виконувати демонтажно-монтажні роботи, до загального числа контрольованих діагностичних показників при даному методі діагностування. Інші наведені техніко-економічні показники не потребують особливого пояснення.

Для забезпечення властивості контролепридатності технічного виробу необхідно виконати його конструкцію так, щоб показники процесу діагностування були оптимальні з усіх витрат і були надійними щодо виконання вимог по забезпеченню високої функціональної віддачі та безаварійності при експлуатації об'єкта діагностування.

**По-перше, вимоги до конструкції виробу залежать від виду застосованих ЗГД, які можуть бути вмонтованими в об'єкт, зовнішніми стосовно до об'єкта та змішаними, коли одна частина засобів вмонтована, а інша – зовнішня.**

**По-друге, необхідно вирішити, які роботи необхідно виконувати при підготовці виробу до діагностування.** Найбільш проста підготовка виконується у випадку, коли застосовуються вмонтовані ЗГД. Вона складається з виведення виробу на режим діагностування шляхом його вмикання чи запуску, про-

гріву, підтримання в працюючому стані, зміни режимів та виконання інших необхідних маніпуляцій.

При застосуванні зовнішніх та змішаних ЗТД крім операцій підключення виникає необхідність виконання робіт щодо забезпечення доступу до контрольних точок шляхом розкриття завбачливо сконструйованих люків, кришок, роз'ємів і таке інше. Після розкриття різних пристроїв доступу до контрольних точок виконується встановлення вимірювальних перетворювачів (датчиків) та різних вимірювальних приладів і засобів вимірювальної техніки.

Але можуть існувати і такі вироби, для яких при застосуванні зовнішніх ЗТД перераховані види робіт будуть недостатніми. В цьому випадку, крім робіт по встановленню вимірювальних перетворювачів та інших вимірювальних приладів і засобів підключення ЗТД, необхідно виконати демонтажно-монтажні роботи зі зняття окремих складових частин для їх діагностування поза виробом та/або для забезпечення доступу до контрольних точок чи для досягнення інших цілей. Можуть бути передбачені роботи по встановленню технологічних перехідників, в тому числі таких, що забезпечують розриви електричних та механічних ланцюгів та гідропневмосистем.

**Третьою характеристикою підготовленості виробу до виконання діагностування є спосіб його приєднання до ЗГД.** Для вмонтованих ЗТД цей спосіб не регламентується, бо він реалізується при конструкторській розробці виробу. Коли ж мають бути підключені зовнішні ЗТД, то в залежності від типу виробу, принципу його дії, сфери застосування, системної структури і таке інше способи приєднання можуть передбачати застосування централізованого уніфікованого з'єднувача (з'єднувачів), приєднання ЗТД через передавачі механічних керувань та по зовнішніх поверхнях виробу в цілому чи його функціонально-самостійних складових частин. Для цієї мети можуть служити також передбачені конструктивні елементи для встановлення вимірювальних перетворювачів та/або вимірювальних приладів та пристроїв. Місця підключення зовнішніх ЗТД можуть бути сконцентровані чи розподілені по виробу, але вони повинні бути або в доступних місцях, або можуть вимагати проведення демонтажно-монтажних робіт.

**Четвертою характеристикою підготовленості до діагностування об'єкта має бути спосіб уніфікації сигналів в каналах зв'язку між виробом та ЗТД.** Так, для вмонтованих ЗТД спосіб не регламентується, а для зовнішніх ЗТД сигнали в каналах зв'язку повинні бути уніфіковані або стандартизовані вмонтованими та/чи зовнішніми перетворювачами в різних їх комбінаціях і різних методах підготовки до діагностування.

При виконанні різних комбінацій всіх перерахованих характеристик та особливостей ЗТД передбачено можливість використовувати шість варіантів рішень [5] по забезпеченості підготовленості виробу до діагностування з реалізацією відповідних вимог за показниками вірогідності та якості діагнозу і за техніко-економічними показниками процесів діагностування.

**Розробка діагностичного забезпечення технічного виробу вимагає вирішення таких питань:**

- перерахування відповідної номенклатури діагностичних параметрів ДМ та ознак і визначення їх характеристик відносно номінальних та допускових розмірів вимірюваних фізичних величин, визначення точок введення та точок контролю і таке інше;
- визначення видів та методів діагностування, застосованих для виконання поставлених задач;
- вибір засобів технічного діагностування (ЗТД);
- перелік правил діагностування, що потребують обов'язкового виконання в процесі діагностування.

Номенклатура діагностичних параметрів та ознак визначається з урахуванням вимог до повноти, інформативності та доступності вимірювання відповідних фізичних величин і визначення певних ознак, що потребує найменших витрат часу та найменшої вартості реалізації процесу діагностування. При цьому забезпечуються відповідні вірогідність, точність і пояснюваність діагнозу як умова його верифікації згідно з задачами, що вирішуються в процесі діагностування технічного виробу. Така верифікація діагнозу виступає як гарантія виконання цільової функції при повному використанні розробленого діагностичного забезпечення.

### 8.1.3 Діагностичні моделі технічних виробів

Діагностичною моделлю технічних виробів є формалізований опис об'єкта діагностування, який забезпечує вирішення відповідних завдань діагностування щодо встановлення виду технічного стану, пошуку місця несправності чи виявлення причини цієї несправності, або щодо прогнозування імовірності зміни технічного стану чи визначення залишкового ресурсу.

Це означає, що за допомогою діагностичної моделі виконується опис виробу, що відповідає поставленій задачі діагностування за умови застосування визначених ЗТД і реалізації відповідного виду та методу діагностування.

Слід відзначити, що діагностична модель (ДМ) виступає як своєрідний засіб, що дозволяє створювати певне інформаційне середовище, з використанням якого стає можливим виконання процедури діагностування для встановлення діагнозу відносно певного технічного виробу як ОД.

Необхідність обов'язкового модельного відтворення ОД за допомогою ДМ пояснює узагальнений алгоритм технічного діагностування як інформаційної процедури, зображений на рис. 70. Цей алгоритм віддзеркалює основні операції процедури діагностування з: 1) відтворення діагностичних показників ОД з використанням вимірювальних приладів та/або приладів контролю; 2) порівняння діагностичних показників ОД з показниками ДМ, що виступають як еталонні, внаслідок чого визначаються їх якості і надійності розходження між ними  $\Delta$ ; 3) прийняття рішення відносно діагнозу для ОД на основі аналізу розходження ( $\Delta$ ) реакції ОД з відповідною реакцією ДМ на вхідні дії, що застосовуються при виконанні процедури діагностування.

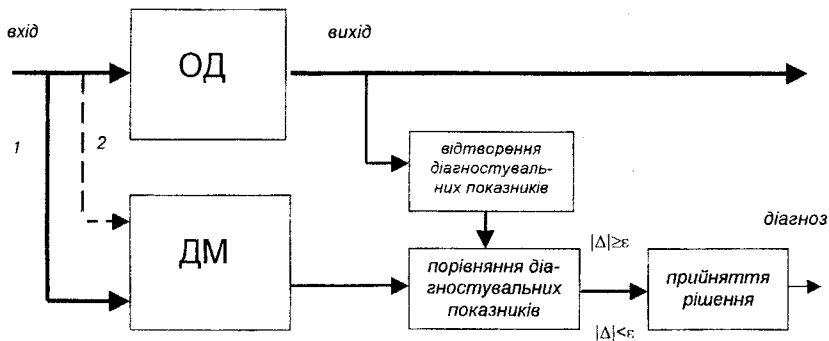


Рисунок 70 - Узагальнений алгоритм технічного діагностування

Всі перераховані операції процедури діагностування можуть доповнюватися різними допоміжними операціями, наприклад, по перетворенню фізичних значень та виду приведення діагностичних показників до зручної форми відносно операцій порівняння та операцій прийняття рішень. Такі доповнення направлені на досягнення відповідних показників всієї процедури діагностування в цілому.

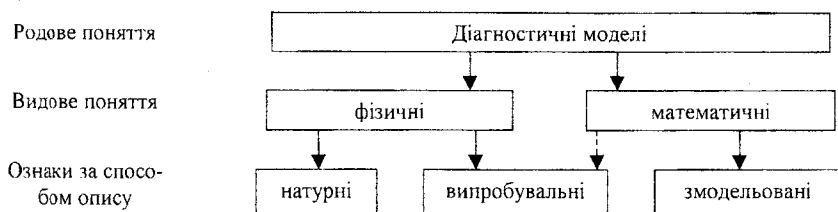


Рисунок 71 - Різновиди діагностувальних моделей об'єктів діагностування за способом створення їх опису

ДМ всіх ОД, як це може бути при інших цільових функціях формалізованого опису виробу його моделлю, можуть бути фізичними чи математичними (рис. 71). Крім того, в залежності від ознак способу опису ДМ, слід розрізняти моделі натурні, випробувальні та змодельовані. Під натурною моделлю розуміється еталонний виріб, відгук якого в процесі дослідження ОД вважається зразком для порівняння з відгуком діагностувального виробу. При цьому застосовується варіант 1 зовнішньої дії на ДМ згідно з рис. 70.

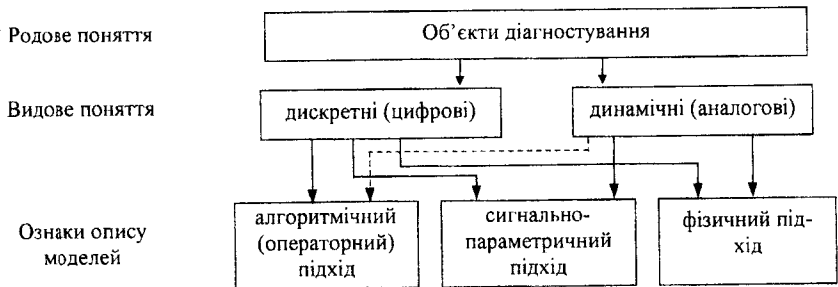
Коли ж ДМ створюється за результатами окремих випробувань натурних зразків, які віддзеркалюються відповідними математичними моделями, що описують вихідні показники цих зразків, і визначаються як випробувальні ДМ, то в цьому випадку застосовується зовнішні дії на ДМ за варіантом 2 із рис. 70. В разі використання цього варіанта при реалізації процедури діагностування на фізичну модель немає безпосередньої зовнішньої дії, а вона присутня своєю ма-

тематичною моделлю, побудованою за результатами випробувань зразкових виробів окремо від процесу діагностування.

Стосовно вибору математичних моделей слід відзначити, що їх застосування як діагностичних повністю обумовлюється необхідним рівнем формалізованого опису ОД відповідно до задачі, яка вирішується, та застосованих для цього засобів і методів діагностування. Зв'язок таких математичних ДМ із зовнішніми діями на ОД в процесі діагностування може реалізуватись за варіантом 2 (рис. 70), коли відносно ДМ тим чи іншим способом враховується зміна вихідних показників ОД під впливом зовнішніх дій по його входу. Оскільки способом створення математичних моделей є моделювання, то ДМ такого типу слід вважати змодельованими.

Найбільш важливою вимогою до діагностичної моделі ОД має бути однозначність відповідності, тобто адекватність між технічним або фізичним станом об'єкта, що відображається набором діагностичних показників (параметрів та/чи ознак), та його віддзеркаленням показниками ДМ. Чим менша їх невідповідність, неадекватність, тим краще може бути забезпечена вірогідність та точність діагнозу в процесі діагностування виробу.

В залежності від принципу дії та використання особливостей фізичних процесів, технічні вироби поділяють на дискретні, цифрові та динамічні, неперервні. Відповідно до моделі, що будуть віддзеркалювати при прийнятому формалізованому опису властивості таких виробів відносно технічного чи фізичного стану, повинні найбільш повно використовувати відповідні математичні методи відображення певних дій в фізичному середовищі та відповідних фізичних явищ. А це вимагає використання різних рівнів абстрагування, як це показано на рис. 72, і більш детально визначено в розділі 8.2.



**Рисунок 72 - Різновиди об'єктів діагностування та підходи до опису їх діагностичних моделей**

Так, для дискретних, цифрових об'єктів найбільш прийнятними визначаються моделі з найвищою мірою абстрагування, якою є алгоритмічний чи операторний рівень. В повній мірі цим вимогам відповідають моделі, що будуються на основі загальної теорії кінцевих автоматів. Теорія кінцевих автоматів дозволяє створювати ДМ об'єктів у вигляді автоматних моделей [1] при врахуванні їх властивостей, що пов'язані з наявністю чи відсутністю пам'яті та необхід-

ністю врахування упереджувальних внутрішніх переходів, і/або залежністю станів елементів пам'яті від існуючої інформації в них.

Дуже поширеним для об'єктів такого класу є ДМ, що використовують теорію множин як чітких, так і нечітких, розмитих. Але визначення ДМ через нечіткі, розмиті множини потребує особливого аналізу та висвітлення.

Для наведеного в розділі 8.2 прикладу вирішення умов контролепридатності (діагностопридатності) через аналіз тривимірного вектора, що визначається на множинах станів  $S$ , перевірок  $\Pi$  та результатів перевірок  $A$ , можна запропонувати табличну форму запису. В наведеній табл.12 рядки визначають види технічних станів: справний стан  $S_0$  та несправні стани  $S_1, S_2, \dots$  в залежності від переліку несправностей (відмов)  $i=1, \dots, N$ , а стовпці – перевірки  $\pi_1, \pi_2, \dots$  з переліком числа контрольованих точок  $j=1, \dots, N$ . Результати перевірок в залежності від несправностей будуть визначатися як множина  $A=\{a_{ij}\}$ , що має форму матриці розміру  $N \times M$ .

Таблиця 12 - Таблиця функцій несправностей (технічних станів).

$S_i$	$\Pi_1$	$\Pi_1$	...	$\Pi_j$	...	$\Pi_n$
$S_0$	$a_{01}$		...	$A_{0j}$	...	$a_{0n}$
$S_1$	$a_{11}$		...	$A_{1j}$	...	$a_{1n}$
...	...		...	...	...	...
$S_i$	$a_{i1}$		...	$A_{ij}$	...	$a_{in}$
...	...		...	...	...	...
$S_m$	$a_{m1}$		...	$A_{mj}$	...	$a_{mn}$

Наведена таблиця може бути названа таблицею функцій несправностей ОД, оскільки вона визначає всі несправності певного виду, всі імовірні перевірки та результати всі цих перевірок.

Умова діагностопридатності об'єкта, модель якого визначається таблицею функцій несправностей і діагностування якого обумовлюється виконанням нерівності  $a_{ij} \neq a_{ij'} , i \neq i'$ , зводиться до вимоги неоднаковості рядків. Якщо в рядках існує різниця результатів перевірки хоча б по одній з перевірок  $\pi_j$ , то такий об'єкт діагностується. А якщо два або більше рядків мають однакові результати перевірок, то такий ОД не діагностується відносно тих станів, що мають схожі результати.

Коли результати перевірок  $\{a_{ij}\}$  можуть бути приведені до двох рівнів, наприклад, коли  $a_{ij}=\{0,1\}, i=1, \dots, N, j=1, \dots, M$ , то таблиця функцій несправностей 2 може бути замінена бульовою функцією, де кожний рядок виражає диз'юнкцію або логічну суму  $\sum = a_{i1} \vee a_{i2} \vee \dots \vee a_{ij} \vee \dots \vee a_{im}$ , а всі разом взяті рядки будуть складати кон'юнкцію або логічний добуток  $\Pi = \sum^* \sum^* \dots^* \sum^* \dots^* \sum^* \sum^*$ . Тим самим при двозначності результатів перевірок таблиця функцій несправностей ОД може бути замінена кон'юнктивно-диз'юнктивною формою булевої функції, яка тим самим може виступати ДМ такого об'єкта у вигляді логічного добутку логічних сум  $\Pi \sum$ .

З теорії булевої алгебри відомо, що кон'юнктивно-диз'юнктивна форма булевої функції може бути перетворена в диз'юнктивно-кон'юнктивну форму (логічну суму логічних добутоків)  $\Sigma\Pi=\pi\nu\pi\nu\pi\nu\dots$ , яка більш стисло відображає булеву функцію через нормальну форму. Ця логічна сума буде мати тільки ті логічні добутки, які забезпечують покриття всіх логічних сум відносно їх розпізнавання построково.

Кожний логічний добуток (кон'юнкція) булевої функції, знайдений після відповідного перетворення  $\Pi\Sigma$  в  $\Sigma\Pi$ , з точки зору створення ДМ має значення діагностувального набору перевірок або діагностичного тесту, що дозволяє виявити всі несправності, які відображаються табличною функцією згідно з табл. 12.

Все, що наведено вище відносно відтворення ДМ дискретних, цифрових об'єктів щодо відображення через відповідні множини та знаходження діагностувальних наборів перевірок за допомогою перетворення описувальної булевої функції в набір діагностичних тестів, знаходить застосування і при створенні ДМ деяких динамічних, неперервних ОД. Головною вимогою застосування такого способу створення ДМ для відповідних об'єктів є можливість відтворення логічної моделі ОД за рахунок знання його структури чи наявності структурної або функціональної схеми. Коли структура ОД відома або через опис об'єкта, або через відповідні схеми конструкторської документації, то такі знання дозволяють створювати логічну модель виробу. За допомогою цієї моделі складається таблиця функцій несправностей [6,7]. Але при цьому необхідно ввести додаткові вимоги щодо опису ОД при користуванні логічною моделлю.

Логічна модель ОД складається з окремих блоків, у яких можуть бути один або кілька входів та один або декілька виходів, але вони повинні бути рівнозначними за впливом на реакцію цього блока по відношенню до вхідної дії на всіх входах.

Такий блок може знаходитись у двох станах: працездатному чи непрацездатному. При цьому глибина пошуку місця несправності визначається з точністю до блока. Реакція блока на допустиму чи номінальну вхідну дію або на сукупність вхідних дій може бути допустимою, коли сам блок працездатний, і недопустимою, коли сам блок непрацездатний. Але коли хоч одна вхідна дія недопустима чи виходить за допускові норми номінального значення, то незалежно від стану блока його реакція може бути тільки недопустимою.

Скільки б не було у логічного блока виходів, його реакція в залежності від стану буде однаковою. Це значить, що для логічного блока визначаються тільки ті несправності, які одноразово впливають на всі вихідні реакції.

Всі блоки логічної моделі ОД повинні мати визначені прямі зв'язки від вхідних блоків до вихідних. При наявності зворотних зв'язків, незалежно від характеру дії (негативної чи позитивної), їх під час діагностування треба зняти чи, коли характер дії не дозволяє цього зробити, необхідно всі блоки, що охоплені зворотним зв'язком, об'єднати в один логічний блок. Це пов'язано з тим, що зворотний зв'язок маскує місце знаходження несправності в таких блоках.

Перевірки можливі тільки на виходах блоків. Всі визначені структурою зв'язки між блоками повинні бути доступними для виконання таких перевірок,

тобто якщо блок має кілька виходів, то його потрібно умовно поділити на відповідну кількість логічних блоків, на виходах яких і буде виконуватися загальна перевірка.

Визначення контрольованої фізичної величини на виході логічного блока з застосуванням відповідних вимірювальних засобів чи засобів контролю як елементів ЗГД проводиться згідно з вимогами діагностичного забезпечення. Але безпосередньо в логічній моделі фізична величина реакції блоків замінюється логічною одиницею, коли вона відповідає нормі, тобто має допустиме значення, або логічним нулем, коли вона не відповідає нормі і має недопустиме значення. Це дозволяє при застосуванні логічної моделі виробу всі побудови ДМ робити з безрозмірними величинами реакцій блоків об'єкта.

Послідовність дій щодо створення ДМ з застосуванням логічної моделі ОД може бути проілюстрована на прикладі, коли об'єкт має п'ять структурних кроків. Між блоками існують прямі зв'язки, як позначено на рис. 73. Блок 5 має два рівнозначні входи. В цілому ОД розраховано на два зовнішні входи (блок 1 та блок 4), та два зовнішні виходи (блок 1 та блок 4). Перевірки  $\pi_1, \dots, \pi_5$  виконуються відповідно на виходах всіх блоків.

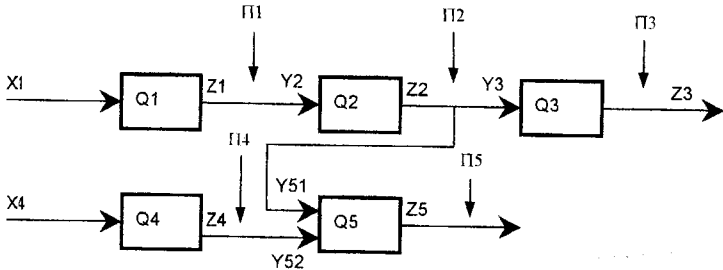


Рисунок 73 - Логічна модель ОД, що зображується схемою з п'яти елементів

Вхідні дії блоків визначаються незалежно від їх фізичних властивостей та розмірів фізичних величин логічними одиницями, коли вони допустимі, або логічними нулями, коли вони не допустимі. Відповідно до реакції блоків, що контролюються в процесі діагностування перевірками, в залежності від їх стану та розміру вхідної дії, зовнішньої чи від попереднього блока, також визначаються логічними одиницями, коли вони допустимі, і логічними нулями, коли вони недопустимі.

Приймемо умову, що ОД може мати несправність тільки в одному блоці, тобто маємо випадок дії класу однократних несправностей, що обумовлені одноразовими відмовами одного з п'яти блоків. В зв'язку з цим ОД може мати шість технічних станів: один працездатний  $S_0$  при відсутності несправностей і п'ять непрацездатних  $S_1, \dots, S_5$  при несправності, відповідно, в першому блоці, ..., в п'ятому блоці.

На основі виконання всіх умов складеється табл. 13 функцій несправностей ОД, де визначаються по рядках вид технічного стану, а по стовпцях – можливі перевірки. На їх перетині визначається відповідний результат перевірок. Опи-



сувальна булева функція у кон'юнктивно-диз'юнктивній формі буде мати вигляд

$$P\Sigma = \pi_1 V \pi_2 V \pi_3 V \pi_4 V \pi_5 * \pi_4 * \pi_1 V \pi_4 * \pi_1 V \pi_2 V \pi_4 V \pi_5 * \pi_1 V \pi_2 V \pi_3 * \pi_1 V \pi_2 V \pi_3 V \pi_4.$$

Цей результат підтверджує, що об'єкт має властивість контролепридатності відносно можливості його діагностування як за визначенням технічного стану, так і за знаходженням місця поодинокі несправності. Про це свідчить відсутність однакових рядків в наведеній таблиці.

Таблиця 13 - Таблиця функцій станів /або функцій пошкоджень/ ОД з п'яти елементів

$S_i$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_5$
$S_0$	1	1	1	1	1
$S_1$	0	0	0	1	0
$S_2$	1	0	0	1	0
$S_3$	1	1	0	1	1
$S_4$	1	1	1	0	0
$S_5$	1	1	1	1	0

Для знаходження відповідних діагностичних тестів (перевірних тестів для визначення технічного стану з пари працездатний-непрацездатний та пошуку місця несправності по блоках) відтворюється таблиця покриття, що зображена як табл. 14. Кожний рядок нової таблиці знаходиться складанням парних рядків за модулем 2 (суми  $1\oplus 1$  та  $0\oplus 0$  дають результат нульовий, а суми  $0\oplus 1$  та  $1\oplus 0$  дають ненульовий результат і визначаються логічною одиницею).

Таблиця 14 - Перша таблиця покриття ОД з п'яти елементів

$P_j$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_5$
$S_{01}$					
$S_{01}$	1	1	1	0	1
$S_{02}$	0	1	1	0	1
$S_{03}$	0	0	1	0	0
$S_{04}$	0	0	0	1	1
$S_{05}$	0	0	0	0	1

Таблиця покриття 14, що містить рядки сум  $S_{01}, \dots, S_{05}$ , після виділення по одиноких одиницях рядків  $S_{03}$  та  $S_{05}$  та визначення перекриття перевірок  $\pi_3$  по рядку  $S_{03}$  та  $\pi_5$  по рядку  $S_{05}$  всіх залишених перехідних рядків  $S_{01}, S_{02}, S_{04}$ , дозволяє встановити перевірниий діагностичний тест. Таким тестом буде набір двох обов'язкових перевірок  $\pi_3$  і  $\pi_5$ , що складають для цієї частини булевої функції єдиний логічний добуток (кон'юнкцію)  $\pi_3 * \pi_5$ . Коли одночасно результати цих двох перевірок є логічні одиниці, то об'єкт діагностування знаходиться в працездатному стані. А коли хоч один результат є логічний нуль, то об'єкт визнається непрацездатним.

Для табл. 15 – другої таблиці покриття, що охоплює десять комбінацій сум  $S_{12}, \dots, S_{45}$ , виділяються рядки  $S_{12}$  та  $S_{45}$  з єдиною логічною одиницею. Тим самим визначаються обов'язкові перевірки  $\pi_1$  та  $\pi_4$ , за допомогою яких тільки і можна визначити види станів  $S_1$  чи  $S_2$  та  $S_4$  чи  $S_5$ . Після визначення обов'язкових перевірок перевіряється перекриття цими перевітками  $\pi_1$  та  $\pi_4$  всіх рядків і визначаються не перекриті рядки. У даному випадку залишаються не перекритими рядки  $S_{23}, S_{25}, S_{35}$ . А це означає, що для визначення місця несправності відносно блоків 2 та 3, 2 та 5 і 3 та 5 необхідно, крім обов'язкових перевірок  $\pi_1$  та  $\pi_4$  виконувати ще і додаткові. Цими додатковими перевітками можуть бути парні перевірки  $\pi_2 * \pi_3$ ,  $\pi_2 * \pi_5$ ,  $\pi_3 * \pi_5$ . За допомогою цих додаткових перевірок виконується вимога покриття усіх рядків табл. 15.

Таблиця 15 - Друга таблиця покриття (для пошуку поодиноких пошкоджень)

$S_{ij}$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_5$
$S_{12}$	1	0	0	0	0
$S_{13}$	1	1	0	0	1
$S_{14}$	1	1	1	1	0
$S_{15}$	1	1	1	0	0
$S_{23}$	0	1	0	0	1
$S_{24}$	0	1	1	1	0
$S_{25}$	0	1	1	0	0
$S_{34}$	0	0	1	1	1
$S_{35}$	0	0	1	0	1
$S_{45}$	0	0	0	1	0

Таким чином, методом покриття визначається, що для пошуку місця одинокої несправності необхідно виконати по чотири перевірки  $\pi_1 * \pi_4 * \pi_2 * \pi_3 \vee \pi_1 * \pi_4 * \pi_2 * \pi_5 \vee \pi_1 * \pi_4 * \pi_3 * \pi_5$ . Кожний набір з чотирьох перевірок складається з двох обов'язкових та двох додаткових, що і утворює набір необхідних і достатніх перевірок, який буде виконувати функцію діагностичного тесту пошуку місця несправності. А разом взяті ці три набори перевірок будуть представляти диз'юнктивно-кон'юнктивну форму булевої функції таблиці функцій несправностей 2 без урахування одного рядка  $S_0$ . Ця форма відтворює логічну суму логічних добутків, кожний з яких складає діагностичний тест пошуку місця несправності об'єкта, представленого своєю логічною (структурною) моделлю, наведеною на рисунку 73.

Серед визначених діагностичних тестів пошуку як логічних добутків найбільш прийнятним слід вважати останній  $\pi_1 * \pi_4 * \pi_3 * \pi_5$ . Це пов'язано з тим, що даний тест складається з двох обов'язкових перевірок для пошуку місця одинокої несправності  $\pi_1 * \pi_4$  та двох обов'язкових перевірок перевіряльного тесту  $\pi_3 * \pi_5$ . А відомо, що перевірка працездатності виробу повинна упереджувати пошук місця несправності. Тільки після встановлення його непрацездатності слід розпочинати пошук місця несправності, що спричинила втрату працездат-

ності. Тому більш практичним буде одночасне застосування перевірок  $\pi_3^* \pi_5$  при вирішенні двох головних задач діагностування: визначення технічного стану та пошук місця несправності при порушенні працездатного стану.

В табл. 16 відображено кодові визначення або кодові слова, що вказують на місце несправності при його пошуку з застосуванням діагностичного тесту  $\pi_1^* \pi_3^* \pi_4^* \pi_5$ . За результатами тестових перевірок і буде встановлюватись діагноз відносно об'єкта діагностування за визначенням блока, який має несправність і який є причиною його непрацездатного стану.

Таблиця 16 - Кодова таблиця

$\pi_j$	$\pi_1$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_5$
$S_i$				
$S_1$	0	0	1	0
$S_2$	1	0	1	0
$S_3$	1	0	1	1
$S_4$	1	1	0	0
$S_5$	1	1	1	0

Виявлену властивість контролепридатності об'єкта, що визначається структурою на рис. 73, можна додатково проілюструвати за допомогою направлено-го графа, вершинами якого будуть перевірки та стани, а дугами – наслідки несумісних результатів перевірок. Побудова графа повністю визначається логікою дії прямих зв'язків між блоками. Коли за вихідну вершину графа на рисунку 74 визначити перевірку  $\pi_5$ , то дерево графа за наслідками цієї перевірки розгалужується на дві гілки.

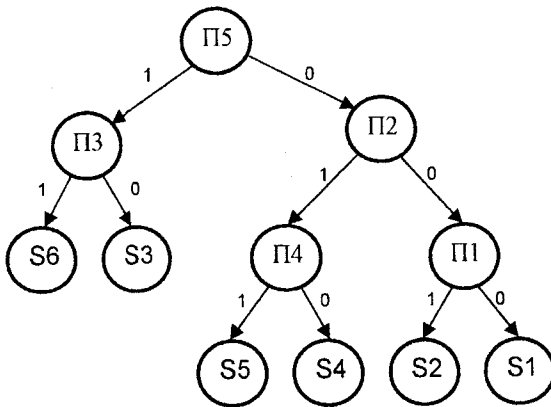


Рисунок 74 - Граф причинно-наслідкових зв'язків

Ліва гілка веде до вершини з перевіркою  $\pi_3$ , результати якої визначають стан  $S_0$ , якщо перевірки  $\pi_5^* \pi_3$  підтвердили працездатний стан об'єкта (результати

цих перевірок є логічні одиниці), або стан  $S_3$ , якщо результат перевірки  $\pi_3$  показує втрату працездатності блоком 3 (результат цієї перевірки буде логічним нулем).

Права гілка графа ілюструє випадок, коли перевірка  $\pi_5$  показує непрацездатний стан (логічний нуль). При цьому для визначення місця несправності необхідно додатково виконати перевірки  $\pi_2$ ,  $\pi_1$  та  $\pi_4$ . За їх результатами визначаються стани  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_4$ ,  $S_5$ .

Вершини графа (рис. 74), що визначені як  $S_0, \dots, S_5$ , мають назву всячих. Вони дозволяють за результатами відповідних перевірок мати діагноз про місце несправності, коли виникає непрацездатний стан.

Слід визначити, що діагностичні моделі у вигляді направлених графів причинно-наслідкових зв'язків також застосовуються у випадках, коли виробу не можуть бути представлені структурною схемою, тобто коли вони не структуровані.

Для динамічних, неперервних об'єктів при відповідному підході у виборі виду опису їх контрольованих фізичних величин застосовуються діагностичні моделі, основою яких мають бути диференціальні рівняння. В залежності від властивості ОД можуть застосовуватись для моделювання ДМ звичайні диференціальні рівняння для залежних від часу змінних станів об'єкта або диференціальні рівняння в частинних похідних. У першому і другому випадках число рівнянь буде скінченим числом. Але звичайні диференціальні рівняння застосовуються для відображення властивості фізичного середовища ОД у вигляді системи із зосередженими параметрами (СЗП), що дозволяє відтворювати ДМ в просторі станів з кінцевою розмірністю. В той же час диференціальні рівняння в частинних похідних відображають властивості фізичного середовища ОД як системи з розподіленими параметрами (СРП). В цьому випадку ДМ відтворюється в просторі станів з нескінченною розмірністю.

Дуже важливо при застосуванні диференціальних рівнянь при створенні ДМ мати на увазі, яким способом описується об'єкт взагалі з застосуванням емпіричних або механістичних моделей. Емпіричні моделі застосовуються для опису об'єктів, у яких фізичні процеси не дуже чітко визначені або зовсім не вивчені. Тоді відповідні параметри моделі визначаються з дослідів за експериментальним вивченням. Як правило, для адекватного опису ОД вибираються моделі, що базуються на СЗП. В цьому випадку ДМ звичайно створюється з застосуванням звичайних диференціальних рівнянь.

При застосуванні механістичних моделей для опису об'єкта вимагаються знання, які більш-менш деталізовані відносно фізичних процесів в матеріальному середовищі під дією як зовнішніх, так і внутрішніх факторів. Ці знання дозволяють обґрунтувати застосування для опису ОД як СРП диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Коли є можливість вибирати емпіричні чи механістичні моделі для опису ОД з наступним його представленням як СЗП чи як СРП через системи диференціальних рівнянь, слід взяти до уваги такий момент. У випадку СЗП незалежною змінною величиною виступає час, а у випадку СРП незалежними змінними є одна або декілька просторових координат.

В залежності від рівня апріорних знань про ОД та поставлених задач щодо його діагностування ДМ динамічних об'єктів може бути представлена матричною передавальною функцією  $G(\cdot)$ , рівняннями стану або поліноміально-матричним описом [8].

Коли опис ОД реалізується за допомогою матричної передавальної функції, то його функціонування характеризується рівнянням в операторній формі:

$$Y = G(\cdot) \cdot U,$$

де  $Y$  – вектор вихідних сигналів,

$U$  – вектор вхідних сигналів,

$G(\cdot)$  – оператор матричної передавальної функції.

Для найпростішого випадку, коли ОД має один вхід і один вихід, а сигнали описуються функціями часу  $y(t)$  та  $u(t)$ , опис ОД подається за допомогою матричної передавальної функції в операторній формі:

$$Y(p) = G(p),$$

де  $p$  – оператор диференціювання.

Оскільки при діагностуванні шуканою інформацією є параметри передавальної функції, то їх знаходження виконується при вирішенні так званої оберненої задачі поновлення передавальної функції за сигналом-відгуком  $y(t)$  при відомому діянні на вході  $u(t)$ . Рішення оберненої задачі пов'язано з виконанням умов спостережності технічного стану об'єкта через інтегро-диференціальне рівняння:

$$y(t) = \int_0^t G(\cdot) u(t - \tau) d\tau.$$

Опис поведінки ОД в просторі станів подається через відповідні рівняння стану [8].

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t), \\ y(t) &= C \cdot x(t) + D \cdot u(t), \end{aligned}$$

де  $x(t)$  – функція внутрішнього стану ОД.

Коли описувати ОД в найбільш узагальненому виді, то функції  $u(t)$ ,  $x(t)$ ,  $y(t)$  необхідно представити через вхідний та вихідний вектори  $U \in R^r$ ,  $Y \in R^s$  і вектор стану  $X \in R^n$ , що мають відповідну розмірність  $r$ ,  $s$ ,  $n$  в декартовому просторі. Після цього рівняння стану в операторній формі будуть представлені у вигляді:

$$pX = AX + BU,$$

$$Y = CX + DU,$$

де коефіцієнти  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  подаються як матриці відповідної розмірності фізичної визначеності:

$A$  – матриця з розмірністю  $n \times n$  характеризує власну динаміку об'єкта;

$B$  – матриця з розмірністю  $p \times r$  віддзеркалює структуру вхідного пристрою об'єкта;

$C$  – матриця з розмірністю  $s \times n$  віддзеркалює структуру вихідного пристрою об'єкта;

$D$  – матриця з розмірністю  $s \times r$  подає структуру нединамічного (алгебраїчного) зв'язку входу з виходом.

Коли опис ОД виконується через систему  $n$  лінійних чи лінеаризованих диференціальних рівнянь першого порядку, яка розв'язується відносно похідних, то після введення оператора перетворення Лапласа описуюча система буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} pX(p) &= AX(p) + BU(p), \\ Y(p) &= CX(p) + DU(p). \end{aligned}$$

Коли з першого рівняння визначити вектор в операторній формі  $X(p)$ , то будемо мати

$$X(p) = (pE - A)^{-1} BU(p).$$

З урахуванням знайденого значення вектора  $X(p)$  за допомогою другого рівняння можна визначити зв'язок вихідного вектора з вхідним через всі матриці, що характеризують всі властивості ОД в просторі станів:

$$Y(p) = [C(pE - A)^{-1} B + D] U(p).$$

Вираз в квадратних дужках за своєю суттю є вираз передавальної функції ОД через оператори його простору станів, що відображають основні властивості об'єкта. При цьому вектор “внутрішніх” змінних  $X(p)$  повністю характеризує поточний стан об'єкта. Так для механічних систем складовими вектора  $X(p)$  звичайно є координати та швидкості їх рухомих частин. В електричних схемах вектор  $X(p)$  визначається напругою на конденсаторах та током через індуктивності. В схемах моделювання вектор  $X(p)$  складається з вихідних сигналів інтеграторів або інших ланок першого порядку.

Поліноміально-матричний опис ОД не використовує в явному вигляді змінних стану  $X$ , а оснований на аналізі вхід-вихідних співвідношень відповідних двох поліноміальних матриць, елементами яких є операторні поліноми [8]:

$$A(p)Y = B(p)U,$$

де  $Y$  – вектор вихідних сигналів з розмірністю  $s$ ;

$U$  – вектор вхідних сигналів з розмірністю  $r$ ;

$A(p)$  –  $(s \times s)$  – поліноміальна матриця на основі поліномів  $a_{ij}(p)$  порядку  $n_{ij}$ ;

$B(p)$  –  $(s \times r)$  – поліноміальна матриця на основі поліномів  $b_{ij}(p)$  порядку  $n_{ij}$ ;

$p$  – оператор диференціювання.

Визначення порядку вихідних диференціальних рівнянь, що описують ОД при застосуванні поліноміально-матричного опису, проводиться при виконанні умови

$$n_i = \max_{j \geq 1} n_{ij}, \quad s \geq j \geq 1,$$

де  $n_i$  – порядок  $i$ -го диференціального рівняння в записі  $A(p)Y = B(p)U$ .

Треба також виконати необхідні умови відповідно до нерівності

$$n_i > \max_j n_j, \quad i = \overline{1, s}, \quad r \geq j \geq 1,$$

що визначає умови фізичної реалізації ОД при відповідній пов'язаності властивостей по виходу з властивостями по входу.

Коли для динамічного, неперервного ОД неможливо скласти відповідні аналітичні моделі в зв'язку зі складністю опису внутрішніх процесів, які можуть бути нелінійними та стохастичними з невизначеними внутрішніми зв'язками, та за умови дії завад, що не вимірюються, визначення ДМ проводиться з застосуванням методів ідентифікації. В цьому випадку виконується формування ДМ шляхом обробки відповідних даних спостережень за ОД при спеціально організованій процедурі його ідентифікації.

Для виконання цільової функції ідентифікації ОД по визначенню ДМ необхідно передбачити можливість забезпечення потрібних даних спостережень як результату відповідного планування експерименту з фізичним об'єктом. Друга вимога при визначенні ДМ методом ідентифікації є наявність певної множини моделей кандидатів, що описують певний клас об'єктів шляхом співвідношення між собою відображаючих об'єкт змінних. Відбір кандидата ДМ з такої множини моделей виконується згідно з певними правилами оцінки ступеня відповідності досліджуваної моделі даним спостереження ОД. Для цього визначається критерій узгодженості відібраної моделі з даними спостережень, апріорною інформацією щодо об'єкта та поставленою прикладною метою його діагностування.

При визначенні моделі динамічних, неперервних об'єктів в залежності від виду і обсягу апріорної інформації застосовуються три методи оцінювання узгодженості моделі з даними спостережень об'єкта, який моделюється. Такими методами є метод параметричного оцінювання при параметричній ідентифікації, метод непараметричного оцінювання при непараметричній ідентифікації і метод рекурентного оцінювання при рекурентній ідентифікації [9].

Коли в процесі виконання експерименту з ОД за його ідентифікацією була визначена структура моделі або така структура визначена за апріорною інформацією про структуру власне об'єкта, то застосовується параметрична ідентифікація. ДМ формується як модель  $M(\Theta)$ , що визначається вектором параметрів  $\Theta = \{\xi_i\}$ ,  $i = \overline{1, d}$ . Множина значень складових вектора  $\Theta$  пов'язана з модельною структурою об'єкта  $D_M$ , яка має розмірність  $d$  в  $d$ -вимірному евклідовому просторі  $R^d$ :

$$\Theta \in D_M \subset R^d.$$

В процесі параметричної ідентифікації може визначатись ДМ з класу моделей  $M^* = \{M(\Theta) / \Theta \in D_M\}$ . Кожна з цих моделей визначає собою спосіб завбачення майбутнього значення вихідної змінної  $y(t)$ , що вимірюється в процесі експерименту за ідентифікацією. Якщо позначити заваду в певний момент часу як  $e(t)$ , то визначення передавальної функції  $H(p, \Theta)$  модельної структури  $D_M$  від завади  $e(t)$  до вихідного сигналу  $y(t)$ , що відповідає значенню вектора параметрів  $\Theta$ , дозволяє оцінювати, як завада може порушити узгодженість відібраної моделі з даними спостереження:

$$y(t) = G(p, \Theta)u(t) + H(p, \Theta)e(t),$$

де  $G(p, \Theta)$  – оператор передавальної функції;

$H(p, \Theta)e(t)$  – похибка оцінювання оператора передавальної функції об'єкта  $G(p, \Theta)$ .

Якщо структура ОД не задається, то апіорі їх моделі не визначаються. В цьому випадку пропонується застосовувати прямі методи визначення передавальних функцій, що мають назву методів непараметричної ідентифікації. При непараметричній ідентифікації не використовується в явному вигляді скінченновимірний вектор параметрів  $\Theta$  при пошуку найкращого опису ДМ. Непараметрична ідентифікація дозволяє виконувати опис лінійної стаціонарної моделі об'єкта його передавальними функціями та відповідними імпульсними реакціями.

При оцінюванні відповідності ДМ властивостям ОД визначається точність прогнозування імпульсної перехідної функції  $g(t)$  за даними спостереження вихідної реакції  $y(t)$  [8]:

$$g(t) = \frac{y(t)}{\alpha} - \frac{v(t)}{\alpha},$$

де  $v(t)$  – завада, що не вимірюється;

$\alpha$  – імпульсна іспитова дія;

$v(t)/\alpha$  – похибка прогнозу.

Непараметрична ідентифікація може також виконуватись за рахунок визначення моделі ОД апроксимацією вихідної функції  $y(t)$  тригонометричними рядами, включаючи ряди Тейлора, і часовими рядами. Особливе значення застосування таких моделей має для нелінійних та нестационарних об'єктів, коли за рахунок відзеркалення багатолінійності властивостей нелінійності та нестационарності досягається висока точність визначення ДМ при застосуванні непараметричної ідентифікації з урахуванням неперервного континуального характеру експериментальної інформації.

В найбільш складних випадках, коли методи параметричної і непараметричної ідентифікації не можуть дати задовільних результатів при відтворенні ДМ відносно якогось об'єкта, застосовуються методи рекурентного оцінювання розрахованої за експериментальними даними моделі з застосуванням рекурентних співвідношень [10] як критерію узгодженості, адекватності ДМ поставленим задачам діагностування відповідного ОД.

При експлуатації деяких виробів в умовах ергатичних систем, тобто систем машина-людина, знаходять застосування таблично-текстові моделі ОД, які виконують функції ДМ при визначенні технічного стану та пошуку місця чи виявлення причини несправності. Такі моделі відтворюють таблично-текстову інформацію у вигляді логічних висловлювань, які практично подають в текстовому вигляді причинно-наслідкові зв'язки між несправностями та їх діагностичними показниками у вигляді визначеної фізичної величини діагностичного параметра або у вигляді діагностичної ознаки, симптому як показника особливості об'єкта при наявності несправності.

Типові форми логічних висловлювань таблично-текстових ДМ мають вигляд: "Якщо проявляється те, то причина тому така".



Таблично-текстові моделі як ДМ можуть мати ієрархічну структуру шапки і боковика. Поля таких таблиць можуть мати інформацію різних типів: як числову, так і текстову, включаючи інформацію у формі числової або аналогової сигнатури в залежності від особливостей ОД та способу відображення технічного стану в аналітичному вигляді або в текстовому вигляді.

На підставі вищезазначеного слід визначити, що при створенні ДМ використовуються два основні типи математичного, аналітичного опису відносно як дискретних, цифрових, так і динамічних, неперервних, ОД: параметричний та непараметричний.

При застосуванні *параметричного опису ДМ* визначається кінцеве число показників-параметрів. Прикладом цього може бути визначення коефіцієнтів алгебраїчних, диференціальних, інтегральних, інтегро-диференціальних та різницевих рівнянь. Основною перевагою такого опису, безумовно, є кінцеве число параметрів, що оцінюються при відтворенні ДМ. А значним недоліком є складність при визначенні порядку та структури рівняння, яке використовується у вигляді ДМ.

Коли застосовується *непараметричний опис ДМ*, то визначається нескінченно велике число показників-параметрів у вигляді континууму. Як приклад можна навести застосування для опису моделі ОД імпульсних і перехідних характеристик, вольт-амперних характеристик (ВАХ), амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) та інших неперервних залежностей між двома показниками, що відображають властивості об'єкта і через них його технічний стан. Перевагою такого опису є відсутність необхідності визначення структури ОД. Недоліком непараметричного опису є дуже велика кількість оцінюваних фізичних значень різних величин та труднощі у практичному використанні таких моделей при порівнянні діагностичної інформації як діагностичного сигналу неперервного (континуального) типу з відповідною моделлю цього сигналу.

На практиці часто, особливо для складних об'єктів, застосовується *комбінований опис ДМ*, коли одночасно використовуються як параметричне, так і непараметричне відтворення моделі ОД. Особливо це наочно відзначається, коли при проведенні діагностування для виявлення технічного стану та пошуку місця несправності чи визначення її причини необхідно застосовувати різний підхід при представленні об'єкта на алгоритмічному (операторному), сигнально-параметричному та фізичному рівнях.

Великі можливості створюються при застосуванні моделювання опису ОД на ЕОМ за рахунок виконання ітеративних процедур для поступового зближення створеної ДМ з об'єктом відносно його контролездатності (діагностоздатності) на основі використання діалогового програмного забезпечення [11]. При цьому необхідно мати на увазі фактори, які можуть спричиняти невідповідність створюваних моделей, обумовлюючи недосконалість ДМ. Такими факторами можуть бути [12,13]:

- числовий метод моделювання не дозволяє знайти найкращу за прийнятним критерієм модель;
- критерій порівняння вибрано невдало;

- множина моделей для відбору виявилась неповноцінною в тому відношенні, що в цій множині взагалі немає досить доброго опису об'єкта;
- множина даних спостережень об'єкта при відповідному експерименті з фізичною моделлю ОД не є достатньо інформативною, щоб забезпечити вибір найбільш повноцінних моделей.

Ітеративне вирішення всіх проблемних питань досягається за рахунок поповнення множини моделей в банку даних, або більш повним використанням апріорної інформації відносно об'єкта та його властивостей і врахуванням результатів попередніх спроб.

## 8.2 Види та методи технічного діагностування

### 8.2.1 Види технічного діагностування та їх особливості

В залежності від умов виконання процедури технічного діагностування відносно ОД та задачі, що вирішується при такому діагностуванні, розрізняють такі види технічного діагностування (рис. 75) [1,14]:

- робоче технічне діагностування;
- тестове технічне діагностування;
- експрес-діагностування;
- прогнозувальне технічне діагностування.

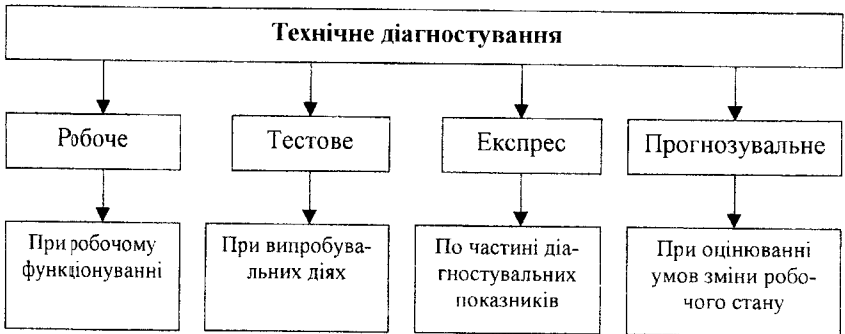


Рисунок 75 - Види технічного діагностування в залежності від умов виконання діагностувальної процедури відносно об'єкта, що діагностується

**Робоче діагностування** є видом технічного діагностування, при якому технічний стан об'єкта визначається при безпосередньому виконанні робочих функцій без тестування його спеціальними випробувальними діями.

Цей вид діагностування виконується під час експлуатації об'єкта за призначенням і повного його робочого функціонування з відповідною функціональною віддачею. В об'єкті можуть діяти тільки робочі процеси при робочих керувальних діях та з робочою взаємодією з зовнішнім середовищем відносно енергоносіїв, носіїв інформації керування та впливу середовища на процеси в об'єкті.

**Тестове діагностування** є видом технічного діагностування, при якому технічний стан об'єкта визначається його тестуванням спеціальними випробувальними діями без безпосереднього виконання робочих функцій.

Цей вид діагностування виконується тільки тоді, коли об'єкт не експлуатується за призначенням. Випробувальні, тестові дії або можуть повністю імітувати в об'єкті робочі процеси, або можуть створювати особливі режими роботи, які суттєво відрізняються від режимів, що виконуються при експлуатації даного виробу.

**Експрес-діагностування** є видом технічного діагностування, при якому діагностування об'єкта виконується за частиною діагностичних показників (параметрів та ознак) протягом обмеженого часу.

При виконанні експрес-діагностування об'єкт може знаходитись в робочому стані і виконувати робочі функції, а частіше може бути в режимах тестування під дею спеціальних випробувальних впливів. Експрес-діагностування не обумовлюється умовами взаємодії об'єкта з зовнішнім середовищем, коли такі умови не визначаються НТД на даний виріб в розділі діагностичного забезпечення.

**Прогнозувальне діагностування** є видом технічного діагностування, за допомогою якого визначається час, протягом якого технічний стан об'єкта буде знаходитись в нормі по всіх діагностичних показниках з заданою імовірністю.

При цьому імовірність безвідмовної роботи об'єкта задається, а визначається середня наробка до відмови, як математичне очікування наробки об'єкта до першої відмови.

Прогнозувальне діагностування також може бути пов'язане із знаходженням в об'єкті прихованих дефектів, які з певною ймовірністю можуть спричинити раптову чи поступову відмову, що призведе до зміни технічного стану об'єкта з працездатного до непрацездатного. В цьому відношенні можливості прогнозувального діагностування дозволяють виявляти потенційно ненадійні та потенційно нестабільні об'єкти. Відповідно до цього, при виконанні даного виду діагностування задачею є визначення за показниками діагнозу надійності збереження працездатного технічного стану об'єкта в певний момент часу. Така можливість пов'язана з виявленням за допомогою відповідних методів діагностування прихованих дефектів, які обумовлюють ймовірність появи раптових відмов. Коли ж задачею прогнозувального діагностування стає визначення за відповідними показниками діагнозу стабільності збереження технічного стану, то існує певна можливість виявлення прихованих дефектів, які обумовлюють ймовірність появи поступових відмов.

Розробка прогнозувального діагностування ще продовжується. Вона потребує створення відповідних методів діагностування та застосування новітніх засобів, що забезпечують відтворення прогнозного діагнозу, який за своєю суттю є прогнозом відносно ймовірності внутрішніх змін в об'єкті під дією прихованих дефектів з їх розвитком в несправності через відмови.

Виникає необхідність створення методик розробки ДМ, які були б пов'язані з віддзеркаленням в цих моделях діагностичних параметрів та ознак прихованих дефектів та дії механізмів їх розвитку в часі. Все це базується на необхідності подальшої розробки методів діагностування фізичного стану ОД з вико-

ристанням фізичного підходу до об'єкта. Особливо це стосується проблеми використання відповідних ДМ для визначення показників надійності ОД у вигляді діагнозу в залежності від їх прогнозувальних властивостей.

### 8.2.2 Методи технічного діагностування

Для відтворення зазначених видів діагностування існують певні методи технічного діагностування, які визначаються як сукупність способів та умов використання технічних засобів і відповідних процедур для визначення технічного стану об'єкта в процесі робочого, тестового чи експрес-діагностування або для визначення фізичного стану об'єкта в процесі прогнозувального діагностування. При цьому виконуються відповідні алгоритми технічного діагностування, що складають певну сукупність приписів для визначення характеру та послідовності операцій та умов їх виконання в процесі діагностування ОД (розділ 8.1).

При визначенні методів діагностування найголовнішим є вибір виду представлення інформації, що дозволяє відтворювати умови відображення технічного стану виробу у вигляді діагнозу. Як вже відмічалось, для цього застосовуються алгоритмічний (операторний), сигнально-параметричний та фізичний підходи. Відповідно розрізняють алгоритмічні (операторні) методи, сигнально-параметричні методи та фізичні методи, як це подано на рис. 76.



Рисунок 76 - Відображення технічного стану об'єкта діагностування в залежності від системи діагностичної інформації

**Алгоритмічний (операторний) метод** технічного діагностування ґрунтується на використанні перевірки правильності функціонування об'єкта в цілому чи окремих його частин на основі оцінювання відповідними технічними засобами логічних ознак виконання робочих дій в процесі робочого діагностування або при тестовому діагностуванні з перевіркою технічного стану.

В **сигнально-параметричному методі** для виконання технічного діагностування використовуються перевірки правильності функціонування об'єкта в цілому чи окремих його частин з вимірюванням та контролем робочих сигналів та/або параметрів діючих елементів об'єкта в процесі робочого чи тестового діагностування.

Виконання **фізичних методів діагностування** пов'язане з використанням інформаційних можливостей різних фізичних ефектів, що виникають в фізичному середовищі об'єкта при його тестуванні спеціальними випробувальними впливами. Застосування фізичних методів має місце при тестовому діагностуванні та експрес-діагностуванні. Але ці методи діагностування мають особливе значення при виконанні прогнозувального діагностування, коли цільовою функцією виступає виявлення прихованих дефектів та встановлення характеру дій деградаційних процесів (більш докладно дивись п.8.2.5).

В залежності від особливостей застосування способів спостереження фізичних середовищ об'єктів при їх діагностуванні розрізняються локальні та інтегральні фізичні методи. Ці особливості стосуються вибору способів тестових дій відносно об'єкта спостереження та способів відображення відповідних фізичних ефектів, що виникають в фізичному середовищі під їх впливом у вигляді сигналів-відгуків.

Другою важливою ознакою методів діагностування є способи обробки діагностичної інформації для можливості її представлення в зручному при визначенні діагнозу виді. В цьому відношенні існують методи логічного аналізу та методи сигнатурного аналізу.

При застосуванні *методів логічного аналізу* ОД повинен бути змодельований відносно своєї логічної функції, а при діагностичному випробуванні перевіряється правильність виконання цієї логічної функції.

Методи логічного аналізу найбільш широко застосовуються при діагностуванні цифрових комбінаційних схем (схем без пам'яті) та послідовнісних схем (схем з пам'яттю) на правильність їх функціонування та на наявність несправностей типу логічних та константних [6, 14].

Для неперервних, динамічних, об'єктів методи логічного аналізу застосовуються в тому випадку, коли для таких об'єктів є можливість визначити їх ДМ у вигляді логічної моделі. Відомо, що такий підхід реалізується при добре структурованому об'єкті, наприклад, коли він може визначатись функціональними чи структурними схемами [15].

*Методи сигнатурного аналізу* застосовуються при визначенні технічного стану ОД та встановленні причини його зміни, коли віддзеркалення технічного, а часто і фізичного стану виконується у вигляді цифрової чи аналогової сигнатури вихідної реакції об'єкта на спеціальні тестові дії по його входах.

В цьому методі діагноз визначається за результатами порівняння сигнатури вихідної реакції з еталонними сигнатурами, які відтворюються або на фізичних моделях, або методом імітаційного моделювання.

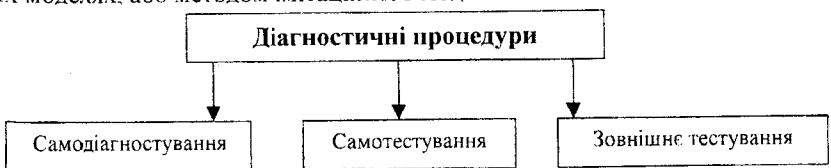


Рисунок 77 - Різновиди діагностичних процедур

В методах сигнатурного аналізу сигнал діагностичної інформації як матеріалізоване подання діагностичної інформації має форму цифрової сигнатури, коли застосовується кодовий діагностичний сигнал, або форму аналогової сигнатури, коли застосовується візуальний діагностичний сигнал неперервного (континуального) типу у вигляді графічної залежності між двома величинами.

В залежності від способу реалізації активувальних дій та застосування засобів визначення вихідних реакцій ОД визначаються діагностичні процедури зовнішнього тестування, самотестування та самодіагностування (рис. 77).

При **зовнішньому тестуванні** на об'єкт від зовнішніх ЗТД подаються спеціальні випробувальні впливи. Виникаючі вихідні реакції також аналізуються за допомогою зовнішніх ЗТД.

Процедура **самотестування** реалізується при виконанні діагностування об'єкта під дією робочих впливів, які забезпечують функціонування ОД в робочих режимах та виявлення в цих умовах наявності несправності або встановлення факту зміни технічного стану з працездатного до непрацездатного за вихідною реакцією об'єкта при застосуванні зовнішніх ЗТД.

Процедура **самодіагностування** є діагностична процедура, коли всі робочі дії на вході ОД здатні виявляти несправності чи відмови, що їх спричиняють, за недопустимою зміною вихідної реакції, яка визначається вмонтованими ЗТД у вигляді схем вмонтованого контролю (СВК).

При діагностуванні засобів обчислювальної техніки та технічних систем на їх основі застосовуються апаратні, програмні та апаратно-програмні методи діагностування. При цьому визначають способи подачі тестових дій на вході та способи встановлення реакції, відгуку на виході з відповідним механізмом прийняття рішення за діагнозом відносно технічного стану ОД, що визначають різновиди структур способів організації діагностування для пошуку несправностей (рис. 78).

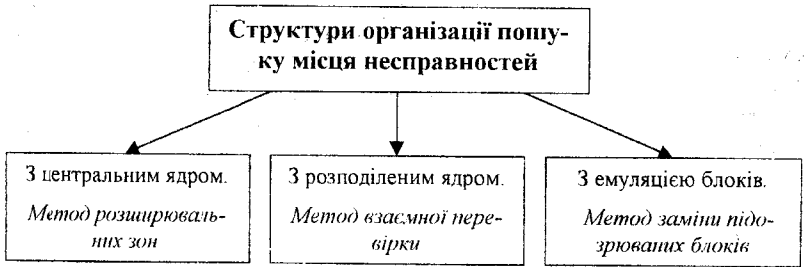


Рисунок 78 - Структурні ознаки організації процесів діагностування

Для ОД зі складною структурою і великою кількістю елементів (блоків, пристроїв) в залежності від застосування певних структур при реалізації способів діагностування з застосуванням певних ЗТД (апаратних, програмних чи апаратно-програмних) можуть застосовуватись засоби діагностування з центральним ядром, з розподіленим ядром або з заміною, емуляцією елементів [6].

Спосіб діагностування з центральним ядром, що є основою структурної організації методу розширювальних зон, використовується при тестовому діагностуванні складних за структурою ОД з застосуванням вмонтованих ЗТД підвищеної надійності у вигляді відокремленого ядра. За допомогою цього ядра послідовно ведеться тестування об'єкта по виділених частинах, областях. Після завершення тестування кожної такої частини, області і визначення її працездатною чи за її дійсним технічним станом, чи після усунення несправностей цієї частини, області шляхом поновлення або ремонтування, вона підключається до ядра для продовження з її участю тестування інших ще неперевірених частин, областей. Таке розширення тестового ядра за рахунок послідовного підключення перевірених частин, областей триває до того часу, доки не буде завершувана перевірка всіх частин, областей об'єкта. *Метод розширювальних зон* застосовується незалежно від кратності та виду несправностей ОД. За своєю сутністю цей метод є реалізацією апаратно-програмних методів.

Спосіб діагностування з розподіленим ядром застосовується як основа структурної організації *методу взаємної перевірки*, який може використовуватись під час тестового діагностування ОД, що складається із багатьох однотипних елементів. При застосуванні цього методу відпадає необхідність мати спеціальні ЗТД у вигляді центрального ядра підвищеної надійності. Більш того, всі складові частини такого об'єкта можуть бути рівнонадійними. Діагностування таких ОД здійснюється за рахунок того, що всі елементи як складові частини такого об'єкта взаємно перевіряються, тобто кожний елемент може виконувати перевірку інших елементів і в той же час він може перевірятись іншими елементами.

Процедура діагностування *методом взаємної перевірки* завжди складається з двох окремих етапів і виконується за допомогою програми керування взаємним тестуванням всіх елементів об'єктів. Тому такий метод є програмним.

На першому етапі, згідно з процедурою взаємних перевірок, з числа елементів ОД визначається хоча б один елемент в працездатному стані. На другому етапі такий елемент використовується для послідовної або паралельної перевірки технічного стану всіх інших елементів. Процедура діагностування закінчується після того, як технічний стан всіх складових елементів ОД визначається однозначно. Більш детально процес діагностування з застосуванням методу взаємної перевірки викладається в п.8.2.3.

Застосування способу діагностування з розподіленим ядром, що є основою методу взаємної перевірки, для пошуку несправностей складних ОД має обмеження за числом одночасно непрацездатних елементів. Так, найбільша кратність несправностей, які можна однозначно визначити при застосуванні цього способу, не може перевищувати певного числа  $t$ , яке залежить від загального числа елементів ОД  $n$  згідно з умовою  $n=2t+1$  [16].

Серед способів діагностування для пошуку несправностей окреме місце займають *способи діагностування із заміною або емуляцією елементів*, що, можливо, мають несправності. Такі способи обумовлюють використання на практиці *методу заміни підозрюваних елементів* з застосуванням процедури діагно-

ствання порівняно простих ОД шляхом їх включення в роботу з функціональними діями по входу та перевіркою реакції по виходу.

Коли за ознаку методів технічного діагностування взяти особливості способів реалізації алгоритмів діагностичних процедур, то розрізняють умовні або розгалужувальні програми алгоритмів та безумовні програми алгоритмів (рис.79). При виконанні *умовних, розгалужувальних програм* після кожної чергової перевірки в залежності від її результату визначається подальший напрямок виконання чергових перевірок або взагалі припиняється їх виконання. Щодо *безумовних програм*, то вони виконуються за повним переліком перевірок незалежно від їх результатів. В першому випадку виконання діагностичних процедур з точки зору їх середньої оперативної тривалості та середніх витрат коштів є найбільш оптимальним, але для запису умовних розгалужувальних програм необхідно мати значно більший обсяг пам'яті. В пам'яті записується не тільки перелік всіх можливих перевірок в певному порядку, а й умови переходу до наступної перевірки або умови припинення всієї процедури діагностування. В другому випадку необхідно мати тільки перелік всіх перевірок при виконанні певного виду діагностування і всі вони обов'язково виконуються без будь-яких умов відносно результатів кожної перевірки. Ніякої оптимізації оперативної тривалості процедури діагностування та витрат коштів і оперативної трудомісткості на це не передбачається взагалі, але обсяг пам'яті запису таких програм буде мінімальним.

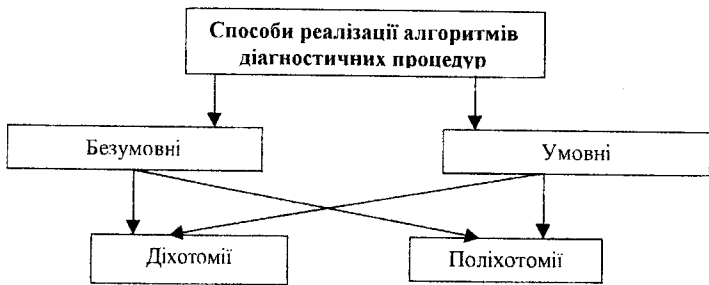


Рисунок 79 - Реалізація алгоритмів діагностування

В залежності від можливих наслідків перевірок відносно альтернативності діагнозу застосовуються *методи діхотомії* або *методи поліхотомії*. Ці методи визначають способи розгалуження подальших перевірок на наступних кроках реалізації.

Коли можливі тільки два несумісні наслідки чергової перевірки, тобто за результатом перевірки можна мати тільки дві альтернативи для встановлення діагнозу, то необхідно застосовувати методи діхотомії.

При можливості за одиничною перевіркою вирішувати багатоальтернативне визначення її наслідків, є необхідність застосовувати методи поліхотомії для встановлення більше двох несумісних діагнозів. В цьому випадку метод пошуку несправностей скорочується за числом необхідних перевірок в зв'язку з за-



стосуванням багатозначного вихідного сигналу, необхідного і достатнього для вирішення багатоальтернативної задачі при наявності одного виходу чи при мінімізованій кількості виходів.

При діагностуванні ОД з визначеною структурою або при поданні ДМ об'єкта у вигляді причинно-наслідкового графа застосовується метод дихотомії. Згідно з цим методом процедура діагностування з пошуком несправностей виконується шляхом послідовного поділу ОД на дві частини з різними технічними станами. Відносно тієї частини об'єкта, стан якої визначається працездатним, процедура діагностування припиняється. Що ж до тієї частини об'єкта, стан якої визнається непрацездатним, процедура діагностування знову ж таки з поділом цієї частини на дві частини продовжується до тих пір, доки такий поділ буде ще можливим. На останньому кроці послідовного виконання перевірок визначається та неподільна частина об'єкта, яка має непрацездатний стан і підлягає або повній заміні, або поновленню з усуненням несправностей.

Застосування методу дихотомії в алгоритмах пошуку несправностей ОД дозволяє оптимізувати діагностичні процедури так, щоб пошук проводився найкоротшим шляхом. Тим самим скорочується час діагностування за оперативною тривалістю і зменшуються витрати на виконання потрібної кількості операцій процедури діагностування. Це також обумовлює загальне зменшення оперативної трудомісткості цієї процедури.

За допомогою застосування принципів дихотомії вдається оптимізувати процедуру пошуку несправностей складних об'єктів і реалізувати умовні, розгалужувальні програми таких алгоритмів на основі реалізації способу найменших або найближчих шляхів.

Прикладом застосування методу дихотомії є граф процедури діагностування, наведений на рис.74, відносно ОД, що подається структурною схемою (див. рис 73), з визначенням в певній логічній послідовності по кожній можливій перевірці  $\pi_1, \dots, \pi_5$  двох можливих несумісних результатів, позначених логічними одиницями та логічними нулями. Якщо послідовно дотримуватись переходів від головної вершини  $\pi_5$  через інші вершини, які визначають подальші перевірки в залежності від отриманого результату попередньої перевірки, то в результаті встановлюється висяча вершина, що відповідає непрацездатному технічному стану одного із структурних блоків ОД, який має несправність одичної кратності.

В окремих випадках застосовується метод поліхотомії, коли за допомогою однієї перевірки можна отримати кілька різних взаємно незалежних результатів. За допомогою цих результатів стає можливим визначитись в певному наборі альтернативних діагнозів стосовно місця та/або типу несправностей, що викликали втрату працездатності певним елементом чи частиною ОД.

Фізичні методи діагностування в залежності від способів відтворення фізичних ефектів в матеріальному середовищі та способів їх спостереження можуть реалізовуватись як локальні методи фізичного діагностування та як інтегральні методи фізичного діагностування. Але всі ці методи реалізуються при тестовому діагностуванні або при експрес-діагностуванні (рис.80).



Рисунок 80 - Класифікація фізичних методів діагностування

### 8.2.3 Фізичні методи діагностування

Значну перспективу мають локальні та інтегральні фізичні методи діагностування при експлуатації найбільш складних виробів та виробів, що потребують особливої уваги при забезпеченні їх безаварійності та живучості.

*Локальні методи фізичного діагностування* ґрунтуються на застосуванні різних методів неруйнівного контролю. Для методів неруйнівного контролю характерним є вживання спеціальних випробувальних дій для активації фізичних середовищ об'єктів, коли інструментально вимірювана інформація здебільшого має характер зображення топографічного розподілу певних властивостей цих середовищ. Це дає можливість в процесі діагностування визначити не тільки наявність дефектів у ОД, а і локалізувати місце знаходження дефектів з зазначенням їх розмірів та орієнтації в просторі.

Між тим топографічна інформація потребує додаткової обробки для розподілу її на інформативну та неінформативну відносно задачі діагностування. У

цьому відношенні локальні методи вимагають підвищеної оперативної тривалості та збільшеної оперативної трудомісткості процесу діагностування.

Майже всі методи неруйнівного контролю, що знайшли застосування при локальних методах фізичного діагностування різних виробів, потребують спеціальних ЗТД для формування випробувальних, активувальних впливів та для вимірювання фізичних величин, які істотно відрізняються від фізичних величин, що характеризують робочі процеси в ОД. В окремих випадках необхідно застосувати ЗТД з випробувальними, активізувальними впливами, що небезпечні для оперативного персоналу. Все це додатково ускладнює умови застосування зазначених методів діагностування та викликає підвищені витрати як на спеціальну апаратуру, так і на її експлуатацію.

При *інтегральних методах фізичного діагностування* для формування діагностичної інформації використовуються інтегральні фізичні ефекти, які спостерігаються в фізичних середовищах різної природи. До таких загально визнаних інтегральних ефектів відносяться ефекти нелінійності, ефекти інерційності та ефекти флуктуації. Виникнення цих ефектів пов'язано з робочими процесами в ОД і має той же процес збудження. Це означає, що для забезпечення спостережності інтегральних ефектів необхідні ті ж самі джерела енергії активації, які забезпечують робоче функціонування об'єкта при його експлуатації. Коли виробу електричні, то для інтегральних методів їх фізичного діагностування потрібна електрична енергія того ж самого рівня, як і для робочих процесів. Коли це виробу механічні, то потрібна механічна енергія і таке інше. В цих випадках не має потреби застосовувати якісь додаткові умови захисту оперативного персоналу окрім виконання правил безпеки при експлуатації.

Головною перевагою інтегральних методів діагностування є їх велика оперативність в зв'язку з малою оперативною тривалістю діагностування при зниженій оперативній трудомісткості та питомих оперативних витратах на діагностування. Сигнали діагностичної інформації найбільш часто мають вид аналогових сигналів. Тому такі методи добре пристосовані для оперативного діагностування в несприятливих умовах, не тільки для виявлення явних дефектів, що обумовлюють появу несправностей в об'єкті, але також для виявлення прихованих дефектів, що викликають появу раптових та поступових відмов з втратою працездатного стану ОД.

Нелінійність є феноменологічною властивістю фізичного середовища об'єкта, що проявляється у непропорційному та неоднозначному характері його реакції на дію активної фізичної величини в залежності від її значення та напрямку зміни. Ця властивість має фундаментальне значення як в природі, так і в штучних виробках. Вона обумовлюється дією великої кількості прямих та зворотних внутрішніх зв'язків між динамічними та дисипативними підсистемами фізичних середовищ, які можуть мати дуже різні пороги енергії активації в твердому тілі.

Прояв нелінійності внутрішніх властивостей фізичного середовища ОД відбувається в нелінійній зміні функції сприятливості на фізичному рівні або передаточної функції на аналітичному описовому рівні. В зв'язку з цим всі види функціональних характеристик ОД мають ознаки нелінійності як суттєвої,

так і несуттєвої за проявом відносно робочих функцій об'єкта і можуть використовуватись для визначення їх технічного стану.

Але спостереження нелінійності у вигляді фізичних ефектів мають дві особливості. По-перше, не існує певної розмірності (масштабу або метрики) нелінійності як фізичної величини, що передає кількісне уявлення цієї властивості у даному об'єкті. По-друге, в кількісному відношенні нелінійність багатолінійна, бо цю властивість на можна достатньо повно визначити однією особливістю функціональних характеристик. Доводиться використовувати по кілька ознак нелінійності, що вже будуть складати певний спектр визначальних величин (степеневі поліноми, похідні різного порядку, кривизна першого та вищого порядків і таке інше).

Відносно властивості інерційності проявлення відповідних ефектів пов'язане з інформативністю перехідних та імпульсних характеристик ОД. Їх реєстрація проводиться при дії активних фізичних величин на вході об'єкта у вигляді стрибка чи імпульсу як подвійного стрибка. В цьому випадку починають діяти механізми інерції перетворення енергії в дисипативних підсистемах фізичного середовища та механізми розсіяння енергії в навколишнє середовище. Мовою фізики, в фізичному середовищі починає діяти перехід від адіабатичного стану до ізотермічного стану, що віддзеркалюється в перехідних характеристиках активного середовища фізичної системи ОД. Перехідні характеристики інтегрально відбивають локальні макрохарактеристики фізичного середовища об'єкта на часових інтервалах. При цьому явні та приховані дефекти викликають певні зміни перехідних або імпульсних характеристик. Вимір цих характеристик реалізується у вигляді аналогових сигнатур, які відтворюють діагностичну інформацію про фізичний стан ОД.

Спостережність відповідного стану ОД в перехідному процесі після дії стрибка енергії при подачі тестового збудження обумовлюється різницею характерних масштабів часу зміни процесу чи часу релаксації збудження в дисипативних підсистемах. Тому з'являється можливість проявлення та виведення окремих дисипативних процесів за їх характерними масштабами часу у вигляді сталої часу або часу релаксації. В такому випадку використовуються окремі параметри перехідного процесу, що фіксується за часовою зміною функції спрятливості чи передатної функції.

Для визначення фізичного стану ОД за перехідними чи імпульсними характеристиками також застосовується порівняння цих характеристик як континуума розмірів фізичної величини, що змінюється в часі, з еталонними характеристиками або з аналоговими сигнатурами того ж типу.

Флуктуаційно-дисипативні процеси відбуваються в термодинамічних системах будь-якого типу. При цьому виникають стохастичні часові зміни фізичних величин у вигляді флуктуацій довкола рівноважного стану. Ці флуктуації породжують стохастичні сигнали-шуми, що відображають випадкові функції спонтанних коливальних процесів в фізичному середовищі ОД.

Флуктуації в матеріалах ОД поділяються на особливі, що діють спонтанно, та вимушені, що виникають під дією зовнішніх збудників. Характеристики джерел флуктуацій, шумів безпосередньо пов'язані з механізмами фізичних

процесів, які визначають роботу ОД, і з параметрами та властивостями матеріалів, з яких виготовлено об'єкт. Було встановлено, що флукутаційні коливання досить чутливі до особливостей реалізації в даному об'єкті фізичних ситуацій, які не визначаються зовсім чи визначаються в дуже слабкій формі іншими методами фізичного діагностування. В електрично активних фізичних середовищах ОД флукутації пов'язані перш за все з випадковим характером зміни швидкостей вільних носіїв електричного заряду, що спричиняються випадковим характером процесів їх розсіяння. А це, в свою чергу, веде до флукутації їх локальної щільності і з'являються випадкові мікроскопічні дифузійні струми. В цілому в фізичному середовищі починає діяти флукутаційний струм, який буде сумою таких мікрострумів, а на електричних контактах системи виникають флукутаційні напруги.

Значення флукутаційної фізичної величини (струму та/або напруги) в випадковий момент часу  $t$  визначається двома факторами. Перший фактор пов'язаний з властивістю фізичного середовища "пам'ятати" свій попередній стан на момент  $t > t_1$ , що визначає наскільки повільно релаксують його параметри після попереднього випадкового збудження. Другий фактор обумовлюється силою впливу випадкової взаємодії, яка пройшла за період від моменту  $t_1$  до моменту спостереження флукутації  $t$ , на зміну стану фізичного середовища.

Таким чином встановлено, що флукутаційні ефекти в фізичних середовищах ОД несуть інформацію як про збудження в фізичній системі, так і про релаксації в ній. І все це визначається одночасно. Ось чому характеристики флукутаційних ефектів в ОД дуже часто виявляються більш інформативними при діагностуванні об'єкта, ніж інші характеристики фізичного середовища. Для зручності та доцільності рекомендується застосовувати такі характеристики флукутацій (шумів), які дозволяють відокремлювати одне від одного певні фактори, що управляють поведінням флукутацій. Такими характеристиками мають бути кореляційна функція або спектральна щільність флукутацій. Між функцією кореляції та спектральною щільністю флукутацій існує взаємно однозначний зв'язок. Тому з точки зору інформативності ці характеристики вважаються еквівалентними  $\psi$ .

### 8.3 Апаратурне забезпечення методів технічного діагностування

#### 8.3.1 Нова методологія побудови комплексів технічного діагностування виробів електронної техніки "АККОРД"

Загальний підхід до апаратурного забезпечення методів технічного діагностування достатньо повно надається в [17]. Перспективним напрямком у проблемі підвищення якості виробів електронної техніки (ВЕТ) є розвиток електрофізичних методів діагностування (ЕФМД) ВЕТ. До цих методів треба відносити будь-які методи діагностування ВЕТ, в яких як діагностична інформація використовується деяка кількісна міра, що описує варіаційні особливості однієї або декількох функціональних характеристик ВЕТ, що відображають характер

функціонування їх фізичних середовищ. До найбільш відомих ЕФМД ВЕТ відносяться такі методи:

- методи діагностування ВЕТ за статичними або динамічними вольт-амперним характеристиками, а також за їх похідними (першою, другою, третьою);
- методи діагностування ВЕТ на основі використання механічних характеристик р-п-переходів;
- методи діагностування ВЕТ за вольт-фарадними характеристиками та їх похідними.

Як відповідні методи отримання первинної діагностичної інформації найбільш відомі: вольтамперометрії на постійному струмі, аналогового, цифрового і модуляційного диференціювання вольт-амперної характеристики (ВАХ), динамічних та імпульсно-модульованих динамічних та статичних ВАХ, диференціальної провідності, вищих гармонік.

В ряді випадків за варіаційними особливостями функціональних характеристик ВЕТ щастить визначити основні електрофізичні параметри і/або характеристики фізичного середовища напівпровідників (наприклад, час життя та рухомість носія заряду, профіль концентрування домішок у напівпровіднику).

Однотимчасний та паралельний розвиток даних методів дозволив накопичити певні знання. Але ці знання розкидані по різних літературних джерелах, не завжди доступні для спеціалістів підприємств. Крім цього, для реалізації кожного з таких методів необхідно застосування того або іншого приладу, які не виробляються серійно. Разом з тим, для процедури діагностування ВЕТ одного типу, що виробляються на конкретному підприємстві, інформативним може стати один із перелічених методів, а для іншого типу – інший. Всі ці фактори (розкиданість знань з використання ЕФМД ВЕТ для діагностування ВЕТ конкретного типу, низька досяжність для спеціалістів, роздрібленість апаратури для їх реалізації і її недостатня ефективність) знижують ефективність діагностування ВЕТ із застосуванням ЕФМД ВЕТ.

Розглянута ситуація значною мірою визначила методологію побудови, структуру і можливості автоматизованих комплексів “АККОРД”, які розроблені у КПІ сумісно з науково-дослідним підприємством “АМАТЕК”.

Провідними відмінними рисами комплексів “АККОРД” є:

- можливість їх застосування
  - у виробництві ВЕТ для діагностування виробів різних типів і широкої номенклатури, зокрема інтегральних мікросхем, як на фініші процесу виробництва, так і на різних рівнях технологічного процесу;
  - при виробництві радіоелектронної апаратури (РЕА) для вхідного контролю ВЕТ;
  - в наукових дослідженнях у вигляді багатофункціонального інтелектуального характерографа;
- отримання первинної діагностичної інформації у вигляді залежностей других похідних активної та реактивної компонент ВАХ по напрузі або струму. При цьому такі залежності визначаються з великою точністю та

роздільною здатністю за методом модуляційного диференціювання, відомим як метод різницевої частоти (МРЧ).

- можливість перетворення первинної діагностичної інформації до форми, що характерна для кожного з більшості відомих ЕФМД ВЕТ через виконання математичних операцій на ПЕОМ. Таким чином, для оператора інформація передається у формі, яка характерна для будь-якого з ЕФМД ВЕТ [11], а сам комплекс є універсальним та багатофункціональним;
- адаптація до об'єкта діагностування нового типу, в основному, на програмному рівні; управління процесом тільки через термінал ПЕОМ;
- наявність бази даних, що виконують дві функції:
  - здійснення вибору оптимального способу надання діагностичної інформації (методу діагностування) для ВЕТ конкретного типу, що відрізняється інформативністю, простим і достатнім об'ємом накопичених знань;
  - інформаційну підтримку самого процесу діагностування;
- виконання різних операцій оператором по управлінню комплексом
  - в інтегрованому середовищі, що реалізує більшість операцій;
  - з використанням створюваних оператором макрокоманд, що реалізуються спеціально створеною для цієї мети макромовою;
- можливість накопичення діагностичної інформації у вигляді бази даних;
- наявність в апаратній частині комплексу засобів стабілізації сигналів та коефіцієнтів передачі вимірювальних трактів, що забезпечують інваріантність результатів діагностування дестабілізуювальним фактором, і наявність автоматичного вибору оптимальної чутливості вимірювального перетворювача.

На концептуальному рівні інформаційна структура комплексів "АККОРД" подана на рис.81.

Належить відзначити, що у наступній модифікації комплексів "АККОРД" додатково передбачається реалізація режиму вимірювання з заданим струмом та можливість ресстрації шумової компоненти сигналу-відгуку. Це дозволить визначити ВАХ  $U(I)$  та її похідні для ОД з великою провідністю (провідників), а також ампер-веберну характеристику і похідні для об'єктів з суттєво і несуттєво нелінійною індуктивністю, а також параметри провідності ОД.

В цілому ж основу методології створення інформаційно-діагностичних комплексів ЕФМД ВЕТ складає схожість процесів отримання первинної діагностичної інформації та форм її подання, яка оснований на знаннях законів перетворення такої інформації при переході від одного метода діагностування до іншого, в поєднанні з агрегуванням необхідних знань з застосування ЕФМД ВЕТ для діагностування ВЕТ різних типів. Ця методологія не могла б бути реалізованою без застосування одного з найбільш ефективних методів отримання діагностичної інформації у вигляді залежності інших похідних ВАХ за активними і реактивними компонентами – методу різницевої частоти.



Рисунок 81 - Інформаційна структура комплексів типу "АККОРД" на концептуальному рівні

### 8.3.2 Метод різницевої частоти як метод отримання первинної діагностичної інформації в комплексах "АККОРД" та його сучасний стан

Даний метод полягає в подачі на об'єкт діагностування (ОД), який включається в ролі двополюсника, двочастотної напруги (чи струму) малої амплітуди, напруги (чи струму) зміщення, що регулюється, реєстрації залежності амплітуди комбінаційної гармоніки струму (напруги) на різницевій частоті (КГРЧ), яка генерується ОД, від величини сигналу зміщення з наступним визначенням за результатом таких вимірювань залежності других похідних ВАХ. При такому підході процес параметричного чи тимчасового диференціювання ВАХ, який посилює похибки і шуми, відсутній.

Раніше виконані дослідження [18] дозволили встановити високу інформативність методу при діагностуванні дискретних елементів - резисторів, приладів на основі р-п-переходів і МДН-структур (див. Додаток Ж). Разом з тим, у цих роботах інформаційні можливості МРЧ використовувались далеко не повністю. Дослідження, які проводились в останні роки [11,20], дозволили сутте-



во підвищити ефективність методу як за рахунок розширення його інформаційних можливостей, так і за рахунок вибору оптимальної структури методу реалізації вимірювального перетворювача і створенні на його основі автоматизованого діагностичного комплексу.

Підвищення інформативності розглянутого методу пов'язано зі створенням способу реєстрації фазових характеристик КГРЧ як додаткової інформації про гармоніку, яка фіксується та дозволяє розглядати її як комплексну функцію [19]. Саме фазова характеристика КГРЧ дозволяє визначити другі похідні одночасно для декількох функціональних характеристик напівпровідника (статичної ВАХ, ВКХ), беручи до уваги знак, за рахунок можливості розщеплення КГРЧ як комплексної функції на дійсну (активну) і уявну (реактивну) частини.

Більш детально сутність МРЧ з врахуванням реєстрації фазових характеристик КГРЧ наведена в [11].

Слід відмітити, що висока ефективність МРЧ з визначення інших похідних функціональних характеристик обумовлена рядом об'єктивних особливостей, наявних в МРЧ:

- можливістю рознесення по частотній осі тестових впливів (компонент двочастотного тест-сигналу) і сигналу-відгуку (КГРЧ) як реакції на цей вплив ОД, який, взагалі, за величиною на багато порядків менш впливний, що суттєво полегшує процес фільтрації й виділення параметрів КГРЧ;
- можливістю віднесення КГРЧ в ту частину частотного діапазону, в якій потужність шумів у вимірювальному тракті комплексу мінімальна;
- можливістю як завгодно довго вимірювати параметри КГРЧ, що являється періодичним сигналом, в вибраній точці на ВАХ і тим самим покращити відношення сигнал/шум за рахунок усереднення і/або іншого способу фільтрації;
- низькою чутливістю до неідеальності генераторів гармонічних сигналів, що формують тест-сигнал, і перед усім до їх вищих гармонік.

Висока чутливість МРЧ до варіаційних особливостей функціональних характеристик напівпровідника, що недосяжна для інших методів цього ряду, дозволяє використовувати його не тільки для визначення похідних функціональних характеристик ВЕТ зі значною нелінійністю, але й для практично лінійних (резистори, конденсатори та інші).

Дослідження показали що найбільш ефективна структура вимірювального перетворювача, що реалізує даний метод, оснований на вимірюванні комплексних параметрів КГРЧ в ортогональному базисі з використанням ортогональних синхронних детекторів. При цьому тест – сигнал і опорні ортогональні гармонічні сигнали формуються з використанням аналогових перемножників сигналів безпосередньо з вихідних багатогармонічних сигналів.

### 8.3.3 Метрологічне забезпечення комп'ютерно-діагностичних комплексів "АККОРД"

При використанні метрологічних характеристик автоматизованого комплексу "АККОРД" їх структуру доцільно роз'єднати на дві частини -- вимірювальний канал та канал розрахунків. Вимірювальним каналом є сукупність апаратно-програмних засобів, що забезпечують визначення залежностей других похідних динамічних ВАХ ОД (комплексних параметрів). Канал розрахунків, в свою чергу, представляє собою сукупність обчислювальних процедур, що забезпечують перетворення залежностей других похідних динамічних ВАХ до вигляду, що використовується в інших ЕФМД ВЕТ. Тоді процеси визначення метрологічних характеристик кожної з двох виділених частин структури комплексу будуть відрізнитись використанням специфічних прийомів та методів.

В процесі досліджень була розроблена модель похибки вимірювального каналу комплексу, яка показує зв'язок похибки знаходження других похідних динамічних ВАХ з власними похибками складових вузлів та блоків з урахуванням використаних обчислювальних процедур. Така модель являє собою поєднання залежностей, отриманих шляхом імітаційного моделювання, з виразами, що були отримані аналітично. За допомогою такої моделі вдалось оцінити очікувані похибки вимірювань і провести оптимізацію використаних схемо- та системотехнічних рішень.

Атестація і перевірка вимірювальних каналів наведених комплексів основана на порівнянні вимірювань з їх допомогою залежностей других похідних ВАХ стаціонарного суттєво нелінійного безінерційного елемента з відомими для нього відповідними залежностями. При цьому ідентифікація параметрів нелінійності такого елемента ведеться шляхом вимірювання його статичних ВАХ з наступним подвійним чисельним диференціюванням таких ВАХ за напругою і визначенням відповідних інтервалів. В якості додаткової перевірки використовується порівняння вимірюваних при цьому фазових характеристик КГРЧ з теоретично відомим для даного випадку їх нульовим значенням.

Саме такий підхід покладено в основу методики метрологічної атестації та перевірки вимірювальних каналів комплексів, розглянутої та затвердженої НПО СИСТЕМА (м. Львів). Зазначимо, що атестація однієї з систем -- прототипів розглянутих комплексів - яка має метрологічний атестат, дозволила встановити, що в робочому діапазоні амплітуд КГРЧ відносна похибка визначення других похідних ВАХ за допомогою такого комплексу складає 1,7% при довірчій імовірності 0,95. При цьому фазові характеристики КГРЧ визначаються з похибкою 0,9 градусів.

Що ж стосовно похибок визначення характеристик нелінійності, характерних для інших ЕФМД ВЕТ, що визначаються другими похідними ВАХ в обчислювальному каналі, то такі похибки, в основному, визначаються як перетворення похибок оцінювання других похідних ВАХ з допомогою тих або інших обчислювальних процедур. Похибками обчислень при цьому можна знехтувати.

### Список додаткової літератури

1. Основы технической диагностики. Модели объектов, методы и алгоритмы диагноза// Под ред. П.П. Пархоменко. - М.: Энергия, 1976.- 464 с.
2. Державний стандарт України: ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення.-К.: Держстандарт України, 1994. - 92 с.
3. Энциклопедия кибернетики. В 2-х томах. Т.1.-К.:Главная редакция УСЭ, 1974.-608 с.
4. ГОСТ 26656-85. Контролепригодность. Общие требования. - М.: Изд-во стандартов, 1985.- 16 с.
5. ГОСТ 25518-87. Диагностирование изделий. Общие требования. - М.:Изд-во стандартов, 1988. - 6 с.
6. Надежность и эффективность в технике. Справочник в 10 т./т.9. Техническая диагностика. - М.: Машиностроение.-1987-352 с.
7. Ксенз С.П. Диагностика и ремонтпригодность радиоэлектронных средств.- М.: Радио и связь,1983.- 248 с.
8. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера.- К.: Техника, 1975.- 766 с.
9. Идентификация и диагностика в информационно-управляющих системах авиакосмической энергетики/ Б.В. Боев, В.П. Бугровский, М.П. Вершинин и др. - М.: Наука,1988.- 168 с.
10. Воеводин В.В. Вычислительные методы линейной алгебры.-Л.: Наука, Ленингр. отд., 1981.-480 с.
- 11.Сердюк Г.Б., Усатенко В.Г. Автоматизированные комплексы для электрофизического диагностирования интегральных схем и др. изделий электронной техники по критериям качества и надежности.-К.: КПИ- НПО "АМА-ТЕК",1992.-63 с.
12. Сердюк Г.Б., Савчук Е.В. Методы прогнозирующего диагностирования в задачах определения надежности изделий электронной техники.-//Надежность. Современное состояние. Проблемы. Перспективы. Тезисы доклада Первой Украинской Научно-практической конференции -Киев: Ин-т автоматизи,1995.- С.80-81.
13. Сердюк Г.Б., Савчук Е.В. О применении методов идентификации для диагностирования непроволочных резисторов по переходным тепловым характеристикам. - Электронная техника, Сер.8, 1979, вып. 1/71.- С. 1-23.
- 14.ГОСТ 20911-89 Техническая диагностика. Термины и определения. - М.: Изд-во стандартов, 1990.-13 с.
- 15.Евланов Л.Г. Теория и практика принятия решений.- М.:Экономика, 1984.- 176 с.
16. Согомоян Е. С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. - М.: Радио и связь, 1989. - 208 с.
17. Электрофизическое диагностирование элементов радиоэлектронной аппаратуры/ В.П.Бережной, Ю.П. Юсов, С.П. Ходневич, Г.Б. Сердюк и др.Под общей ред.В.П.Бережного.-М.:ЦНИИ Электроника, 1990.-304 с.
18. Сердюк Г.Б. Интегральная диагностика изделий по эффектам нелинейности (обзор)// Автоматика и телемеханика 1980.-N12.-С.132-156.

19. А.с.1609309 (СССР). Способ определения нелинейности функциональных характеристик полупроводниковых приборов / Г.Б. Сердюк, В.Г. Усатенко, А.Я. Свистунов. - Приоритет от 24.10.1988.
20. Serdyuk G.B., Usatenko V.G. New Methods for the Determination of Non-Linearity of Volt-Ampere Characteristics of SOI Structures//NATO Advanced Research Workshop. Conference Abstract "Perspectives, Science and Technologies for Novel" (Silicon on Insulator Devices). - Hannover, 19-25 March 1998.-Kyiv, 12-15 October, 1998. -P. 62-63.

## Додаток А

Основні міжнародні документи з метрології.  
 Державні стандарти України та міждержавні стандарти  
 (за станом на 01.09.95р.)

*1 Документи (МД) та рекомендації (МР) Міжнародної організації законодавчої метрології (МОЗМ)*

МОЗМ МД 1	Закон про метрологію
МОЗМ МД 2	Узаконені одиниці вимірювання
МОЗМ МД 3	Відповідність засобів вимірювання законодавчим вимогам
МОЗМ МД 5	Принципи створення повірочних схем для вимірювальних приладів
МОЗМ МД 9	Принципи метрологічного нагляду
МОЗМ МД 16	Принципи забезпечення метрологічного контролю
МОЗМ МР 34	Класи точності засобів вимірювань

*2 Стандарти міжнародної організації зі стандартизації (ISO) та міжнародної електротехнічної комісії (IEC)*

ISO 31/0: 1992	Величини та одиниці. Загальні принципи
ISO 31/2: 1992	Величини та одиниці. Періодичні та подібні їм явища
ISO 31/5: 1992	Величина та одиниці. Електрика та магнетизм
ISO 1000:1992	Одиниці SI і рекомендації щодо застосування кратних та частинних від них та деяких інших одиниць
IES 50 : 1983	Міжнародний електротехнічний словник. Глава 301. Загальні вимоги до електричних вимірювань Глава 302. Електричні вимірювальні прилади Глава 303. Електронні вимірювальні прилади

*3 Державні стандарти України (ДСТУ) та нормативні документи з метрології (КНД, Р)*

ДСТУ 2681-94	Метрологія. Терміни та визначення
ДСТУ 2682-94	Метрологія. Метрологічне забезпечення. Основні положення
ДСТУ 3400-96	Метрологія. Державні випробування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення і розгляду результатів
ДСТУ 2708-94	Метрологія. Повірка засобів вимірювальної техніки. Організація і порядок проведення
ДСТУ 3215-95	Метрологія. Метрологічна атестація засобів вимірювальної техніки. Організація і порядок проведення
ДСТУ 3231-95	Метрологія. Еталони одиниць фізичних величин. Основні положення, порядок розроблення, затвердження, реєстрації, зберігання та застосування
ДСТУ 2843-94	Електротехніка. Основні поняття. Терміни та визначення
Р 50-060-95	Метрологія. Типове положення про відомчі метрологічні

Р 50-062-95 **служби**  
**Метрологія. Акредітація аналітичних, вимірювальних та випробувальних лабораторій**

#### *4 Міждержавні стандарти (ГОСТ) з метрології*

- ГОСТ 8.002-86 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Государственный надзор и ведомственный контроль за средствами измерений. Основные положения.
- ГОСТ 8.009-84 ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений
- ГОСТ 8.010-90 ГСИ. Методики выполнения измерений
- ГОСТ 8.061-80 ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение
- ГОСТ 8.207-76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения
- ГОСТ 8.256-77 ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основные положения
- ГОСТ 8.395-80 ГСИ. Нормальные условия измерений при поверке. Общие требования
- ГОСТ 8.401-80 ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования

## Додаток Б

## Основні одиниці системи SI

ВЕЛИЧИНА				ОДИНИЦЯ	
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське, міжнародне
<b>1. Основні</b>				<b>одиниці</b>	
Довжина	l, L	L	метр	м; m	км, km, см, cm, мкм, mm, мкм, $\mu\text{m}$ ; нм, nm; пм, pm, фм, fm
Маса	m	M	кілограм	кг; kg	Mг, Mg, г, g; мг, mg, мкг, $\mu\text{g}$
Час	t, T	T	секунда	с; s	кс, ks; мс, ms; мкс, $\mu\text{s}$ ; нс, ns
Сила електричного струму	I	I	ампер	A; A	кА, kA; mA, mA; мкА, $\mu\text{A}$ ; нА, nA
Термодинамічна температура	T, $\Theta$	$\Theta$	кельвін	K; K	MK, MK; кК, kK; мК, mK; мкК, $\mu\text{K}$
Сила світла	I <sub>v</sub>	J	кандела	кд; cd	
Кількість речовини	N, n	N	моль	моль; mol	кмоль, kmol; ммоль, mmol; мкмоль, $\mu\text{mol}$

## Додаткові одиниці системи SI

ВЕЛИЧИНА				ОДИНИЦЯ	
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське, міжнародне
<b>2. Додаткові</b>				<b>одиниці</b>	
Площинний кут	$\varphi$	1	радіан	рад; rad	мрад, mrad; мкрад, $\mu\text{rad}$
Просторовий кут	$\Omega$	1	стерадіан	ср; sr	

## Додаток В

## Похідні одиниці електричних і магнітних величин

ВЕЛИЧИНА			ОДИНИЦЯ		
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення: українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське; міжнародне
3. Похідні одиниці електричних і магнітних величин					
Електричний заряд	Q	T	кулон	Кл; С	кКл; кС; мкКл; $\mu$ С нКл; нС; пКл; рС
Електричний потенціал	V, $\phi$	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$	вольт	В; V	МВ; MV кВ; kV мВ; mV мкВ; $\mu$ V
Різниця потенціалів	U (V)				
Напруга					
Електрорушійна сила	E				
Електрична потужність	P	$L^2 M T^{-3}$	ват	Вт; W	МВт; MW; кВт; kW; мВт; mW; мкВт; $\mu$ W
Повна потужність	$S_1$ (P <sub>s</sub> )	$L^2 M T^{-3}$	вольт-ампер	V•A; В•А	
Реактивна потужність	$Q_1$ (P <sub>Q</sub> )		вольт-ампер реактивний	- ; Var	
Активна потужність	P	$L^2 M T^{-3}$	ват	Вт; W	ТВт; TW; ГВт; GW; МВт; MW; кВт; kW; мВт; mW; мкВт; $\mu$ W; нВт; nW
Активна електрична енергія	W (W <sub>p</sub> )	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж; J	ТДж; TJ; ГДж; GJ; МДж; MJ; кДж; kJ
робота			ват-година	Вт•год; Wh	кВт•год; kW•h
Електрична ємність	C	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$	фарада	Ф; F	мФ; mF; мкФ; $\mu$ F; нФ; nF; пФ; pF
Індуктивність	L	$LM T^{-2} I^{-2}$	генрі	Гн; H	мГн; mH; мкГн; $\mu$ H; нГн; nH; пГн; pH
Взаєміндуктивність	M (L <sub>mn</sub> )				
Електричний опр	R	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$	ом	Ом; $\Omega$	Гом; G $\Omega$ ; Мом; M $\Omega$ ; кОм; k $\Omega$ ; мОм; m $\Omega$ ; мкОм; $\mu\Omega$
Електрична провідність	G	$L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$	сіменс	См; S	кСм; kS; мСм; mS; мкСм; $\mu$ S
Частота, колова частота	f, $\nu$	$T^{-1}$	герц секунда <sup>-1</sup>	Гц; Hz; с <sup>-1</sup> ; s <sup>-1</sup>	ГГц; GHz; МГц; MHz; кГц; kHz



## Додаток Г

## Множники та префікси кратних і частинних величин

Множник	Префікс	Позначення: українське, міжнародне
$10^{24}$	йота	Й, Y
$10^{21}$	зета	ЗТ, Z
$10^{18}$	екса	Е, E
$10^{15}$	пета	П, P
$10^{12}$	тера	Т, T
$10^9$	гіга	Г, G
$10^6$	мега	М, M
$10^3$	кіло	к, k
10	дека	дк, da
$10^{-1}$	деци	д, d
$10^{-2}$	санті	с, c
$10^{-3}$	мілі	м, m
$10^{-6}$	мікро	мк, μ
$10^{-9}$	нано	н, n
$10^{-12}$	піко	п, p
$10^{-15}$	фемто	ф, f
$10^{-18}$	ато	а, a
$10^{-21}$	зепто	зп, z
$10^{-24}$	йокто	й, y

## ДОДАТОК Д

## Форма свідоцтва про метрологічну атестацію

Назва організації, яка провела атестацію

СВІДОЦТВО № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.  
про метрологічну атестацію

Назва, позначення, порядковий номер, дата виготовлення

Виробник \_\_\_\_\_

Назва підприємства

Належить \_\_\_\_\_

Назва підприємства або організації

Призначення \_\_\_\_\_

Стисла характеристика об'єкта, для якого

призначено засіб виміральної техніки

## Результати метрологічних досліджень

Назва метрологічної характеристики	Одержане значення метрологічної характеристики	Тип (клас, розряд) зразкових засобів, застосованих під час атестації

За результатами метрологічної атестації (протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.)

Позначення, порядковий номер

визнано таким, що відповідає \_\_\_\_\_

Назва технічної документації,

яка містить вимоги до метрологічних характеристик

Повірку проводити відповідно до \_\_\_\_\_

Назва та позначення

документа на методику повірки чи експлуатаційного документа,

який містить розділ «Повірка»

Повірку провести не пізніше \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

М П

Керівник підприємства,  
яке проводило атестацію

Підпис, прізвище, ініціали

## ДОДАТОК Е

Вплив складових похибки вимірювання на вірогідність контролю

Вид характеристики	№	Співвідношення між складовими похибки	Довжина інтервалу зміщення	Умова виникнення зміщення
$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$	1	$\alpha = \frac{\gamma}{\gamma + 1}$	$\theta_{н1} = \alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в1} = \alpha x_{в} + \Delta$	$v > 0$ $\theta_{н1} < \theta_{в1}$
$\varphi(x) = (x - \Delta)(1 + \gamma)$	2	$ \Delta  < \alpha x_{н}$ $ \Delta  < \alpha x_{в}$ $x_{в} < x_{н}$	$\theta_{н2} = \alpha x_{н} - \Delta$ $\theta_{в2} = \alpha x_{в} - \Delta$	$0 <  v  < 1$ $\theta_{н2} < \theta_{в2}$
	3	$\alpha x_{н} <  \Delta  < \alpha x_{в}$ $x_{в} \in [x_{н}; x_{в}]$	$\theta_{н3} = -\alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в3} = \alpha x_{в} - \Delta$	$1 <  v  < \beta$ $\theta_{н3} = \theta_{в3}$
	4	$\Delta > \alpha x_{н}$ $\Delta > \alpha x_{в}$ $x_{в} > x_{н}$	$\theta_{н4} = -\alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в4} = -\alpha x_{в} + \Delta$	$ v  > \beta$ $\theta_{н4} > \theta_{в4}$
$\varphi(x) = (x - \Delta)(1 - \gamma)$	1 а	$\alpha = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$	$\theta_{н1а} = \alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в1а} = \alpha x_{в} + \Delta$	$v_1 > 0$ $\theta_{н1а} < \theta_{в1а}$
$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 - \gamma)$	2 а	$\alpha_1 x_{н} > \Delta$ $\alpha_1 x_{в} > \Delta$ $x_{в} < x_{н}$	$\theta_{н2а} = \alpha x_{н} - \Delta$ $\theta_{в2а} = \alpha x_{в} - \Delta$	$0 <  v_1  < 1$ $\theta_{н2а} < \theta_{в2а}$
	3 а	$\alpha_1 x_{н} < \Delta < \alpha_1 x_{в}$ $x_{в} \in [x_{н}; x_{в}]$	$\theta_{н3а} = -\alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в3а} = \alpha x_{в} - \Delta$	$1 <  v_1  < \beta$ $\theta_{н3а} = \theta_{в3а}$
	4 а	$ \alpha_1 x_{н}  < \Delta$ $ \alpha_1 x_{в}  < \Delta$ $x_{в} > x_{н}$	$\theta_{н4а} = -\alpha x_{н} + \Delta$ $\theta_{в4а} = -\alpha x_{в} + \Delta$	$ v_1  > \beta$ $\theta_{н4а} > \theta_{в4а}$

## ДОДАТОК Ж

## Діагностичні можливості МРЧ стосовно дискретних напівпровідників

ВЕТ, що діагностуються	Знайдені дефекти	Діагностичні параметри і ознаки
Резистори	<ul style="list-style-type: none"> <li>- нерівномірність властивостей провідного шару;</li> <li>- дефекти контактів;</li> </ul>	Рівень нелінійності при різному зміщенні, несиметричність характеристики нелінійності, що відображає несиметричність ВАХ;
Прилади на основі р-п-переходів	<ul style="list-style-type: none"> <li>- дислокації, дефекти пакування, мікроплазмові утворення;</li> <li>- краплинні дефекти та їх кластери;</li> <li>- дефекти окислу (наявність іонізованих сумішей);</li> <li>- дефекти контактів;</li> </ul>	<p>поява допоміжних максимумів на характеристиках нелінійності, збільшення рівня нелінійності при зворотному зміщенні р-п-переходу;</p> <p>зміщення максимумів характеристики нелінійності в бік «0» збільшує рівень нелінійності при зворотному зміщенні переходу;</p> <p>зменшення рівня нелінійності при прямому зміщенні переходу;</p>
Прилади на основі МДН-структур	<ul style="list-style-type: none"> <li>- дефекти окислу (наявність іонізованих сумішей);</li> <li>- поверхневі стани;</li> <li>- дислокації;</li> <li>- краплинні дефекти та їх кластери;</li> </ul>	<p>зміщення характеристики нелінійності по осі напруги;</p> <p>зміщення характеристики нелінійності по осі напруги, зменшення рівня нелінійності;</p> <p>зміщення характеристики нелінійності по осі напруги (збільшення напруги плоских зон), збільшення рівня нелінійності;</p> <p>зміщення характеристики нелінійності по осі напруги, збільшення рівня нелінійності.</p>

*Навчальне видання*

Володарський С.Т., Кухарчук В.В., Поджаренко В.О., Сердюк Г.Б.

**МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИМІРЮВАНЬ І КОНТРОЛЮ****Навчальний посібник**

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор В.О.Дружиніна

Підписано до друку	11.05.2001р.
Формат 29,7x1/4	Гарнітура Times New Roman
Друк різнографічний	Ум. друк. арк. 12.72
Тираж 100 прим.	
Зам. №	

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі  
Вінницького державного технічного університету  
21021, м.Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ, ГНК, 9-й поверх  
Тел. (0432) **44-01-59**