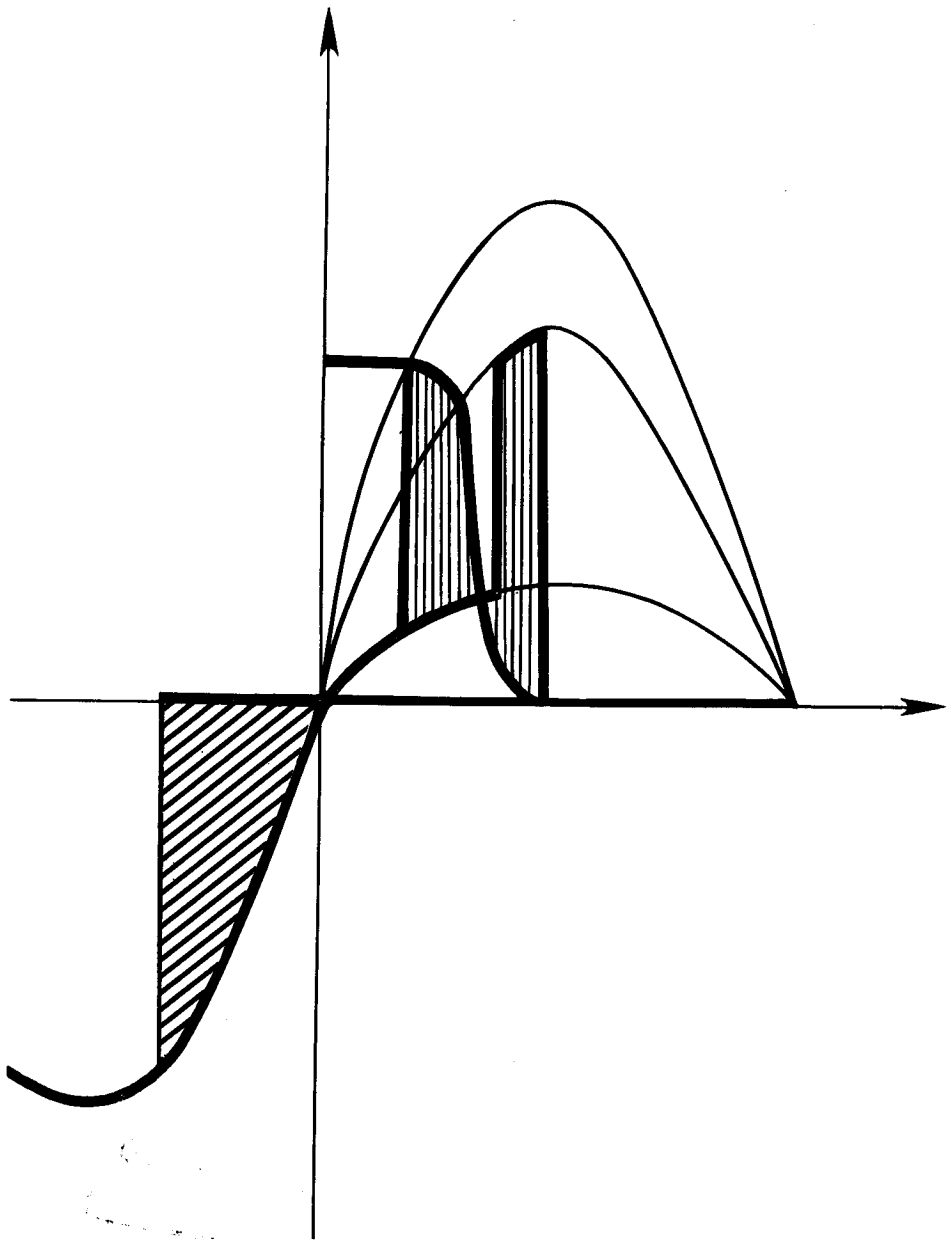


П.С. ЖДАНОВ

ВОПРОСЫ  
УСТОЙЧИВОСТИ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ



П.С. ЖДАНОВ

# ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Под редакцией*  
*Л. А. ЖУКОВА*



ББК 31.27-01

Ж 42

УДК 621.311.1.016.35

393945

**Жданов П. С.**

Ж 42 Вопросы устойчивости электрических систем / Под ред.  
Л. А. Жукова. — М., Энергия, 1979. — 456 с., ил.

В пер.: 4 р.

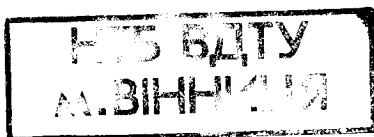
Издание настоящей книги преследует цель ознакомить читателей с основными трудами доктора техн. наук, проф. П. С. Жданова, оказавшими значительное влияние на формирование представлений об устойчивости электрических систем у нескольких поколений электроэнергетиков и заложившими во многом основы теории этой научной дисциплины.

Книга рассчитана не только на специалистов — научных работников, аспирантов и инженеров-электриков, но может быть полезна и студентам электроэнергетических специальностей, изучающим курс устойчивости электрических систем.

Ж  $\frac{30311-303}{051(01)-79}$  33-78. 2302040000

ББК 31.27-01  
6П2.11

© Издательство «Энергия», 1979 г.



Один из создателей учения об устойчивости электрических систем Петр Сергеевич Жданов родился 19 июня 1903 г. в Москве. После окончания школы в 1919 г. Петр

Сергеевич поступил на службу в Главсовхоз Наркомзема, где проработал до 1921 г. заведующим канцелярией.

В 1921 г. поступил учиться в Московский практический электротехнический институт, преобразованный впоследствии в Московский электротехникум.

В мае 1926 г. он окончил этот техникум по специальности «Эксплуатация и оборудование установок сильного тока», после чего начал работу во Всесоюзном электротехническом институте (ВЭИ имени

В. И. Ленина) в должности техника. В январе 1933 г. Петр Сергеевич сдал коллоквиум по специальным дисциплинам, соответствующим специальности «Передача электроэнергии», в Государственной квалификационной комиссии Московского энергетического института, на основании которого, а также представленных Государственной квалификационной комиссии оригинальных работ и статей по вопросам устойчивости параллельной работы ему была присуждена квалификация инженера-электрика узкой специальности по передаче электрической энергии.

Начав работу в ВЭИ в качестве техника, П. С. Жданов впоследствии работал здесь инженером, руководителем группы, старшим научным сотрудником, а затем занял должность профессора лаборатории элект-

рических систем и автоматики. В 1938 г. ему была присуждена без защиты диссертации ученая степень кандидата технических наук, в 1939 г.

П. С. Жданов был утвержден в звании старшего научного сотрудника.

В ВЭИ П. С. Жданов проработал по ноябрь 1941 г., затем он был откомандирован в Научно-исследовательский институт электропромышленности в качестве руководителя сектора специальных конструкций. С 1931 г.

П. С. Жданов начал педагогическую работу в Московском энергетическом институте, сначала совмещая ее со своей основной работой в ВЭИ, а с 1942 г. полностью посвятив

себя педагогической деятельности. Педагогическую деятельность П. С. Жданов начал в должности ассистента кафедры электрических сетей. В 1935 г. он был утвержден доцентом по кафедре электрических станций. 22 октября 1940 г. П. С. Жданов успешно защитил в Совете Московского энергетического института диссертацию на тему: «О статической устойчивости сложных электрических систем» и решением ВАК от 14 декабря 1940 г. ему была присуждена ученая степень доктора технических наук. В 1941 г. решением ВАК от 22 марта П. С. Жданов был утвержден в ученом звании профессора по специальности «Передача и распределение электрической энергии». В мае 1942 г. П. С. Жданов утверждается временно исполняющим обязанности заведующего кафедрой электрических станций и электрических сетей, а



Профессор  
**ПЕТР СЕРГЕЕВИЧ  
ЖДАНОВ**

с марта 1943 г. вплоть до своей кончины он заведовал кафедрой электрических сетей и систем, до 1945 г. совмещая эту свою основную работу с работой в НИИ электротехнической промышленности.

Петр Сергеевич Жданов являлся членом технического совета Министерства электростанций; членом ученых советов Энергетического института АН СССР\* и ЦНИЭЛ\*\* Министерства электростанций СССР, членом и заместителем председателя экспертной комиссии Министерства высшего образования, консультантом Госплана СССР, членом комиссии при ЦК ВКП(б) по энергетическим системам, был делегатом от СССР на Международной конференции по большому электрическим системам в Париже, членом правительственной комиссии по приемке линий Московского метрополитена. Большую общественную работу П. С. Жданов вел в качестве члена президиума электротехнической секции Московского отделения НИТО энергетиков, в течение двух лет являлся членом Куйбышевского комитета при Всесоюзном совете НИТО. В 1947 г. П. С. Жданов был избран депутатом Первомайского районного Совета депутатов трудящихся Москвы. Петр Сергеевич Жданов был награжден медалями «За оборону Москвы», «За доблестный труд в Великой Отечественной войне», «В память 800-летия Москвы».

Умер П. С. Жданов 30 декабря 1949 г.

Петр Сергеевич является одним из создателей современной теории электрических систем и прежде всего тех ее аспектов, которые связаны с проблемой устойчивости. Он уделял внимание практически всем сторонам

этой проблемы и внес большой вклад в развитие представлений о сущности процессов, определяющих устойчивость электрических систем. Первые работы П. С. Жданова в этом направлении относятся к 1931 г., а уже в 1933 г. им была написана совместно с С. А. Лебедевым монография «Устойчивость параллельной работы электрических станций», в которой нашли отражение результаты собственных исследований авторов, а также были обобщены данные литературных источников. Это была первая в мировой литературе монография по вопросам устойчивости электрических систем. В 1934 г. монография вышла вторым переработанным изданием, причем объем ее был значительно увеличен, прежде всего за счет материалов, посвященных переходным электромагнитным процессам в синхронных машинах. Монография П. С. Жданова и С. А. Лебедева дала в руки инженеров практические методы расчета статической и динамической устойчивости. Эта книга, кроме того, служила в течение многих лет ценным учебным пособием при изучении курса устойчивости, а также явилась основой дальнейших научных исследований как самих авторов, так и их последователей.

П. С. Жданов уделял в дальнейшем большое внимание исследованиям асинхронных режимов в электрических системах, возникающих после выхода генераторов из синхронизма. Им были теоретически и экспериментально исследованы изменения параметров режима электрических систем в этих случаях, а также проанализированы условия работы самих синхронных генераторов, работающих в асинхронном режиме. Разработанная П. С. Ждановым методика исследования, а также полученные результаты и сформулированные практические методы и рекомендации заложили основы теории асинхронных ре-

\* Теперь ЭНИН имени Г. М. Кржижановского Минэнерго СССР.

\*\* Теперь ВНИИЭ Минэнерго СССР.

жимов. Все последующие советские исследователи этих режимов вплоть до последних лет в той или иной мере пользовались разработками П. С. Жданова.

Важное значение имели исследования П. С. Жданова, посвященные оценке пропускной способности электропередач большой протяженности, предпринятые в связи с разработкой проекта передачи энергии от Куйбышевской ГЭС в Москву, проводившейся в 40-х годах при непосредственном участии П. С. Жданова. П. С. Жданов занимался проблемой повышения запасов устойчивости таких электропередач. Им были рассмотрены теоретические основы этой проблемы, а также исследованы режимы устройств поперечной компенсации — насыщенных реакторов и синхронных компенсаторов, предназначенных для повышения устойчивости и пропускной способности дальних передач.

Выдающимся событием в развитии теории устойчивости электрических систем являлась докторская диссертация П. С. Жданова, в которой в общем виде на основе метода малых колебаний была исследована статическая устойчивость сложных многомашинных систем. В этой работе была дана строгая математическая формулировка задачи, которая до тех пор решалась только упрощенными методами с помощью практических критериев, причем были учтены как свойства синхронных генераторов, так и асинхронных двигателей в условиях малых изменений режима, сопровождающихся изменением частоты. На основе общих уравнений П. С. Ждановым была проанализирована возможность применения для практических расчетов устойчивости упрощенных критериев и указаны случаи, когда упрощенные критерии могут привести к ошибочным оценкам устойчивости. В этой работе было

также исследовано влияние на статическую устойчивость системы переходных процессов в цепях синхронных генераторов.

Рассматривая в своей диссертации общую постановку задачи, П. С. Жданов указал пути возможного ее упрощения. Именно при таком подходе был получен критерий устойчивости, предусматривающий оценку статической устойчивости сложной системы по знаку свободного члена характеристического уравнения. Этот критерий, обычно называемый критерием П. С. Жданова, получил широкое практическое применение и не потерял своего значения и в настоящее время. Есть основания полагать, что во многих практически важных случаях этот критерий и впредь будет использоваться для оценки статической устойчивости, возможно, дополненный некоторыми корректирующими условиями.

В рассматриваемой работе П. С. Жданова определена сущность проблемы статической устойчивости сложных электрических систем в ее строгой математической постановке и были заложены методические основы последующих исследований этой проблемы, которые и теперь находят широкое применение для решения задач, поставленных современными требованиями.

В 1943 г. П. С. Жданов опубликовал работу, посвященную исследованию предложенной им схемы компаундирования возбуждения синхронных генераторов, обеспечивающей поддержание напряжения на шинах генератора, близкого к заданному значению, во всем диапазоне изменения нагрузки. Здесь были получены уравнения переходного процесса, а также характеристическое уравнение малых колебаний системы, на основе которого были проанализированы условия статической устойчивости. Этой работой П. С. Жданов внес свой вклад

в исследования режимов систем с генераторами, снабженными автоматическими регуляторами возбуждения без зоны нечувствительности, находившимися в то время в начальном периоде развития.

Следующим исследованием П. С. Жданова, оставившим заметный след в теории режимов электрических машин, явилась работа, в которой получила дальнейшее развитие теория симметричных составляющих. В ней на основе строгих уравнений режима машины была показана возможность составления цепочечных схем замещения генераторов, связанных с линиями электропередачи большой протяженности. Это направление научных исследований заложило основы методики расчета динамических перенапряжений, разработке которой впоследствии уделил серьезное внимание П. С. Жданов, и, кроме того, послужило базой и для других исследователей, занимающихся проблемой несимметричных режимов.

Для работ П. С. Жданова было характерно сочетание строгих формулировок и по возможности полного математического описания исследуемых явлений с разработкой методов упрощенного анализа поставленной задачи. Поэтому в его работах методы строгого математического анализа органично сочетаются с методами упрощенного расчета, предназначенными для широкой инженерной практики. Этим методом П. С. Жданов уделял большое внимание. Уже в монографиях 1933 и 1934 гг., написанных с его участием, были сформулированы четкие практические рекомендации, которые позволили без затруднений выполнять расчеты переходных электромеханических процессов с целью оценки динамической устойчивости электрических систем. На основе этих рекомендаций впоследствии была разработана методика расчета динамической устойчивости с помощью

расчетных моделей электрических систем. В 1947 г. П. С. Жданову совместно с Д. И. Азаревым и А. М. Федосеевым была присуждена Государственная премия третьей степени за разработку моделей электрических систем, облегчающих выполнение расчетов при проектировании развития энергетических систем.

В последние годы жизни П. С. Жданов вновь обратился к проблеме передачи энергии на дальние расстояния в связи с развернувшимся проектированием Волжской ГЭС имени В. И. Ленина и электропередачи от этой станции в Москву. Им был выполнен общий обзор проблемы и организована на кафедре, которой он заведовал, работа по исследованию технических и технико-экономических характеристик электропередачи при различном ее конструктивном выполнении и различном номинальном напряжении. Наряду с этим П. С. Жданов выполнил теоретическое исследование особенностей режимов четверти и полуолны дальних электропередач, а также способов их настройки и компенсации параметров. Результаты всех этих работ передавались проектировщикам и в той или иной степени находили, как и личные консультации П. С. Жданова, отражение в практических разработках проекта.

Петр Сергеевич Жданов был широко известен как блестящий лектор и талантливый педагог. Под обаянием его лекций, глубоких по содержанию и в то же время очень доступных для понимания, в течение многих лет находились выпускники Московского ордена Ленина энергетического института.

Написанные П. С. Ждановым книги во много раз умножили число специалистов, с признательностью вспоминающих влияние Петра Сергеевича на формирование у них основных представлений об устойчивости электрических систем.



Петра Сергеевича отличали прекрасные личные качества. Его глубокая и всесторонняя эрудиция, сочетавшаяся с редкой скромностью, доброжелательность и исключительная принципиальность привлекали к нему симпатии студентов, аспирантов и сотрудников, создали ему огромный авторитет и широкую известность и позволили ему с успехом объективно решать злободневные научно-технические и научно-общественные вопросы, которым П. С. Жданов уделял большое внимание.

Последняя книга П. С. Жданова «Устойчивость электрических систем» вышла в свет в качестве учебника в 1948 г. В нем в концентрированной форме нашел отражение опыт всех предшествующих исследований автора и материал отечественных и зарубежных публикаций. Особое значение для читателей, в том числе

и современных, имеют те главы учебника, в которых рассматриваются вопросы статической устойчивости сложных электрических систем. Несмотря на чрезвычайную сложность этой проблемы изложение ее в книге П. С. Жданова отличается той же простотой и ясностью, сочетающихся со строгостью, которые были характерны для автора как лектора и педагога. Можно поражаться легкости, с которой в этих главах, предназначенных для студентов, П. С. Жданов изложил существо научных разработок, которые ранее составили содержание его докторской диссертации. Лаконизм, четкость и ясность изложения основных положений проблемы устойчивости электрических систем, прекрасный литературный язык, а также глубина научного содержания определили большую популярность этого учебника.

## предисловие редактора

Предлагаемая вниманию читателей книга составлена из трех работ профессора Московского энергетического института, доктора технических наук Петра Сергеевича Жданова. Первая часть книги представляет собой сокращенное переиздание учебника П. С. Жданова «Устойчивость электрических систем» (Госэнергоиздат, 1948). Материал дан с исключением числовых примеров и относительно небольших по объему фрагментов, которые к настоящему времени потеряли актуальность. Вместе с тем в текст внесены дополнения, помещенные в прямых скобках или в сносках с соответствующим указанием либо набранные петитом в основном тексте книги.

Вторая часть книги содержит материал седьмой – девятой глав учебного руководства П. С. Жданова и С. А. Лебедева «Устойчивость параллельной работы электрических систем» (М., Энергоиздат, 1934).

Третья часть книги представляет собой статью П. С. Жданова, опубликованную в сборнике «Устойчивость электрических систем» (Госэнергоиздат, 1940), авторами которого наряду с П. С. Ждановым являлись С. А. Лебедев, Д. А. Городский и Р. М. Кантор. Эта работа отражает содержание докторской диссертации П. С. Жданова.

При подготовке книги к изданию для всех трех ее частей были приняты единые обозначения, применяемые в современных работах, посвященных вопросам устойчивости электрических систем, а также единая система координат, в которой записываются уравнения синхронной машины. Устаревшая терминология при этом была заменена современной, в ряде случаев внесены редакционные поправки, не нарушающие смысла авторского текста.

Новое издание работ П. С. Жданова может представить интерес как для специалистов, так и для лиц, начинающих знакомство с проблемой устойчивости электрических систем, для которых ценным учебным пособием должна явиться первая часть книги. Основное ее содержание не утратило своего значения, а мастерство, с которым в четкой и ясной форме изложен материал, так же как и прекрасный литературный язык, могут значительно облегчить первоначальное изучение предмета.

В настоящее время при изложении основных понятий устойчивости электрических систем привлекаются элементы общей математической теории устойчивости в несколько большей степени, нежели это сделано в учебнике П. С. Жданова. Поэтому было принято целесообразным поместить в конце предлагаемой книги дополнение, посвященное разъяснению некоторых основных понятий теории устойчивости и теории переходных процессов в синхронных машинах.

*Доктор техн. наук, проф. Л. А. ЖУКОВ*

ЧАСТЬ

**1**

---

**УСТОЙЧИВОСТЬ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ**

*Содержание: Предел мощности при бесконечно мощном приемнике. Характеристики приемника и устойчивость нагрузки. Динамическая устойчивость станции, работающей на шины бесконечной мощности, и двух электрических станций конечной мощности. Динамическая устойчивость сложных систем. Переходные процессы в машинах без демпферных обмоток. Расчет устойчивости при переменных э. д. с. Средства повышения устойчивости. Статическая устойчивость и малые колебания двух электрических станций. Приближенные расчеты статической устойчивости сложных систем. Малые колебания сложных систем.*

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### 1-1. ВВЕДЕНИЕ

Аварии, связанные с нарушениями устойчивости параллельной работы в крупных электрических<sup>1</sup> системах, влекут за собой расстройство электропитания больших районов и городов. Ликвидация таких аварий и восстановление нормальных условий работы электрических систем представляют большие трудности и требуют много времени и внимания диспетчера и остального дежурного персонала. При сравнительно небольшом числе аварий, вызывающих нарушение устойчивости, наибольший аварийный недоотпуск энергии падает именно на этот вид аварий.

Тяжелые последствия таких аварий заставляют уделять значительное внимание вопросам увеличения устойчивости как при проектировании электрических станций и сетей, так и в эксплуатации. Проблема устойчивости наложила глубокий отпечаток на схемы коммутации, режимы работы и параметры оборудования электрических систем. Здесь можно указать на применение быстродействующих выключателей, релейной защиты [использование систем автоматического регулирования возбуждения генераторов, систем противоаварийной автоматики], а также проведение других мероприятий, которые способствовали резкому уменьшению аварийности в электрических системах СССР.

Исключительно велико значение проблемы устойчивости при передаче энергии на большие расстояния. Можно утверждать, что устойчивость систем является [одним из основных факторов, ограничивающих пропускную способность электропередач переменного тока большой протяженности]\*.

В проблеме устойчивости следует различать статическую и динамическую устойчивость, к рассмотрению которых мы и перейдем.

<sup>1</sup> По ГОСТ 21027-75 — электроэнергетические. (Прим. ред.)

\* В оригинале «основным фактором, ограничивающим дальность передачи энергии переменным током». (Прим. ред.)

## 1-2. ХАРАКТЕРИСТИКА МОЩНОСТИ

Рассмотрим схему электропередачи (рис. 1-1), в которой генератор работает через трансформатор и линию электропередачи на шины приемной системы, мощность которой настолько велика по сравнению с мощностью рассматриваемой электропередачи, что напряжение приемника  $\dot{U}$  можно считать неизменным по абсолютному значению и фазе при любых условиях работы электропередачи. На рис. 1-2 дана схема замещения электропередачи, в которой активные сопротивления и емкости опущены и элементы схемы представлены только их индуктивными сопротивлениями. Сумма индуктивных сопротивлений генераторов, трансформаторов и линий дает результирующее индуктивное сопротивление системы:

$$x_c = x_1 + x_{T1} + 0,5x_{л} + x_{T2}.$$

На рис. 1-3 показана векторная диаграмма нормального режима работы электропередачи, из которой ввиду равенства отрезков  $OA = E \sin \delta$  и  $BC = I_a x_c$  вытекает соотношение

$$I_a x_c = E \sin \delta,$$

где  $I_a$  — активный ток;  $\delta$  — угол сдвига вектора э. д. с.  $\dot{E}$  относительно вектора напряжения приемной системы  $\dot{U}$ .

Умножая обе части равенства на  $U/x_c$ , нетрудно получить:

$$UI_a = \frac{EU}{x_c} \sin \delta,$$

или

$$P = \frac{EU}{x_c} \sin \delta, \quad (1-1)$$

где  $P$  — активная мощность, выдаваемая генератором<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Выражение (1-1) получено для однофазной цепи. Однако если под  $E$  и  $U$  понимать междуфазные значения, то  $P$  — мощность всех трех фаз. В системе же относительных единиц, принятой в настоящей книге, вообще нет необходимости делать различие между фазными и междуфазными значениями.

Рис. 1-1. Принципиальная схема электропередачи.

Рис. 1-2. Схема замещения электропередачи.

Рис. 1-1

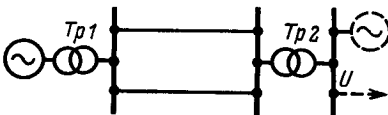
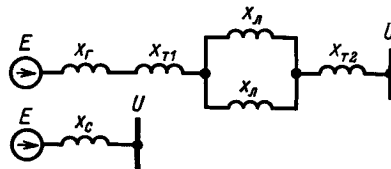
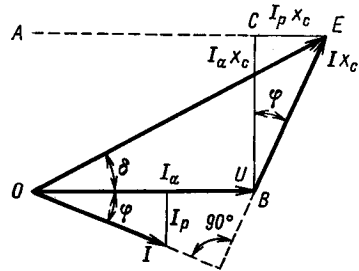


Рис. 1-2



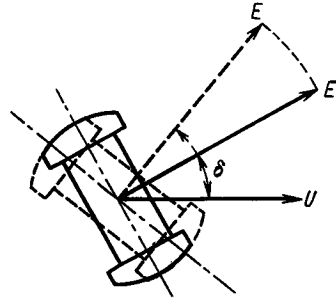
При постоянстве э. д. с.  $E$  и напряжения  $U$  изменение передаваемой мощности  $P$  может быть обусловлено лишь соответствующим изменением угла  $\delta$ . Как известно, изменение мощности, отдаваемой генератором, на станции осуществляется воздействием на регулирующие органы турбины. В исходном режиме мощность турбины уравнивается мощностью генератора, который вращается с неизменной частотой вращения. По мере открытия регулирующих клапанов (или направляющего аппарата у гидравлических турбин) мощность турбины возрастает и равновесие вращающего и тормозящего моментов турбины и генератора нарушается, что вызывает ускорение его вращения.

Рис. 1-3



При ускорении генератора вектор э. д. с.  $E$  на рис. 1-4 перемещается относительно вращающегося с неизменной угловой скоростью вектора напряжения приемной системы  $U$ . Связанное с этим увеличение угла  $\delta$  и обуславливает согласно (1-1) соответствующее изменение мощности генератора  $P$ , возрастающей до тех пор, пока она вновь не уравнивает увеличивающуюся мощность турбины. Таким образом, величиной, непосредственно определяющей значение активной мощности, отдаваемой генератором приемнику, является угол  $\delta$ .

Рис. 1-4



Как вытекает из уравнения (1-1), зависимость мощности от угла  $\delta$  имеет синусоидальный характер (рис. 1-5) и, следовательно, с увеличением угла  $\delta$  мощность  $P$  сначала возрастает, но затем, достигнув максимального значения, начинает падать.

Рис. 1-5

При данном значении э. д. с. генератора  $E$  и напряжения приемника  $U$  существует определенный максимум передаваемой мощности

$$P_m = EU/x_c, \tag{1-2}$$

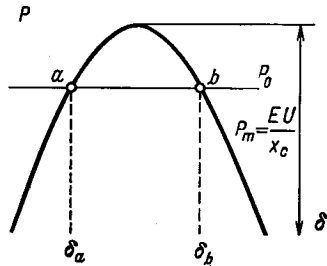


Рис. 1-3. Векторная диаграмма нормального режима работы электропередачи.

Рис. 1-4. Движение вектора э. д. с. генератора при ускорении генератора.

Рис. 1-5. Зависимость активной мощности от угла.

который может быть назван идеальным пределом мощности рассматриваемой простейшей электрической системы. Равновесие между мощностью турбины и генератора достигается лишь при значениях мощности, меньших  $P_m$ , причем данному значению мощности турбины  $P_0$  соответствуют, вообще говоря, две возможные точки равновесия на характеристике мощности генератора и, следовательно, два значения угла  $\delta_a$  и  $\delta_b$  (рис. 1-5). Однако в действительности устойчивый установившийся режим работы электропередачи возможен только при угле  $\delta_a$ . Режим, которому на рис. 1-5 отвечает точка  $b$  на падающей части характеристики, неустойчив и длительно существовать не может.

### 1-3. ПОНЯТИЕ О СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

В рассматриваемых простейших условиях признаком устойчивости системы является такой характер изменения мощностей и моментов при небольшом отклонении от состояния равновесия, который вынуждает систему вновь возвращаться к исходному состоянию. В режиме работы в точке  $a$  (рис. 1-6), мощности генератора и турбины уравниваются друг друга. Если допустить, что угол  $\delta_a$  получает небольшое приращение  $\Delta\delta$ , то мощность генератора, следуя синусоидальной зависимости от угла, также изменится на некоторую величину  $\Delta P$ , причем, как вытекает из рис. 1-6, в точке  $a$  положительному приращению угла  $\Delta\delta$  соответствует также положительное изменение мощности генератора  $\Delta P$ . Что же касается мощности турбины, то она не зависит от угла  $\delta$  и при любых изменениях последнего остается постоянной и равной  $P_0$ . В результате изменения мощности генератора равновесие моментов турбины и генератора оказывается нарушенным и на валу машины возникает избыточный момент тормозящего характера, поскольку тормозящий момент генератора в силу положительного изменения мощности  $\Delta P$  преобладает над вращающим моментом турбины.

Под влиянием тормозящего момента ротор генератора начинает замедляться, что обуславливает перемещение связанного с ротором вектора э. д. с.

Рис. 1-6. Изменение мощности при приращениях угла.

Рис. 1-7. Выпадение из синхронизма.

Рис. 1-6

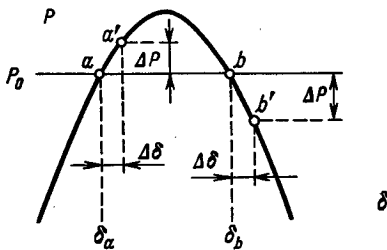
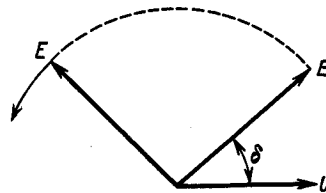


Рис. 1-7





генератора  $\dot{E}$  в сторону уменьшения угла  $\delta$ . В результате уменьшения угла вновь восстанавливается исходный режим работы в точке  $a$  и, следовательно, этот режим должен быть признан устойчивым. К тому же выводу можно прийти и при отрицательном приращении угла  $\Delta\delta$  в точке  $a$ .

Совершенно иной получается картина в точке  $b$ . Здесь положительное приращение угла  $\Delta\delta$  сопровождается не положительным, а отрицательным изменением мощности генератора  $\Delta P$ . Изменение мощности генератора вызывает появление избыточного момента ускоряющего характера, под влиянием которого угол  $\delta$  не уменьшается, а возрастает. С ростом угла мощность генератора продолжает падать, что обуславливает дальнейшее увеличение угла и т. д. Процесс сопровождается непрерывным перемещением вектора э. д. с.  $\dot{E}$  относительно вектора напряжения приемной системы  $\dot{U}$  (рис. 1-7) и станция выпадает из синхронизма. Таким образом, режим работы в точке  $b$  статически неустойчив и практически неосуществим.

Под статической устойчивостью, вообще говоря, понимают способность системы самостоятельно восстановить исходный режим работы при малом возмущении. Статическая устойчивость является необходимым условием существования установившегося режима работы системы, но отнюдь не предопределяет способности системы продолжать работу при резких нарушениях режима, например при коротких замыканиях. Эта сторона проблемы, так называемая динамическая устойчивость системы, будет исследована ниже.

Итак, точка  $a$  и любая другая точка на возрастающей части синусоидальной характеристики мощности отвечают статически устойчивым режимам и, наоборот, все точки падающей части характеристики — статически неустойчивым. Из приведенных выше соображений, характеризующих условия работы системы, непосредственно вытекает следующий формальный признак статической устойчивости рассмотренной простейшей системы: приращения угла  $\delta$  и мощности генератора  $P$  должны иметь один и тот же знак, т. е.  $\Delta P / \Delta \delta > 0$  или, переходя к пределу,

$$dP/d\delta > 0. \quad (1-3)$$

Производная  $dP/d\delta$ , как известно, носит название синхронизирующей мощности, и, следовательно, критерием статической устойчивости системы в рассмотренных условиях является положительный знак синхронизирующей мощности. Производная мощности по углу согласно (1-1) равна, очевидно,

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{EU}{x_c} \cos \delta; \quad (1-4)$$

она положительна при  $\delta < 90^\circ$  (рис. 1-8). В этой области и возможны устойчивые установившиеся режимы работы системы. Критическим с точки зрения устойчивости в рассматриваемых условиях (при чисто индуктивной связи генератора с шинами приемной системы) является значение угла  $\delta = 90^\circ$ , когда достигается максимум характеристики мощности.

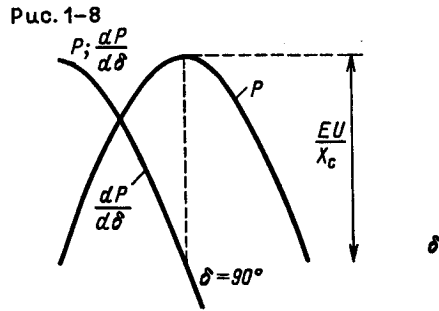


Рис. 1-8. Зависимость синхронизирующей мощности от угла.



39395

## 1.4. ПОНЯТИЕ О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

То обстоятельство, что система сохраняет статическую устойчивость в установившемся режиме работы, еще не позволяет утверждать, что она окажется устойчивой и при резких внезапных нарушениях режима ее работы, подобных короткому замыканию (к. з.), отключению генераторов или линий и т. д. Эта сторона проблемы должна быть исследована самостоятельно и затрагивает круг вопросов, относящихся к так называемой динамической устойчивости электрических систем.

Таким образом, если в исследовании статической устойчивости приходится иметь дело с бесконечно малыми возмущениями рабочего режима работы системы (перерастающими в выпадение из синхронизма при неустойчивости системы), то предметом исследования динамической устойчивости являются значительные возмущения, причем существенное значение приобретают самый характер и размеры возмущения.

Для выяснения принципиальных положений динамической устойчивости мы рассмотрим явления, возникающие при внезапном отключении одной из двух параллельных цепей линии электропередачи (рис. 1-9), связывающей удаленную станцию с шинами неизменного напряжения. Схема замещения электропередачи в нормальном режиме (до отключения цепи) представлена на рис. 1-10, а. Индуктивное сопротивление системы, равное  $x_c = x_r + x_{T1} + 0,5x_{л} + x_{T2}$ , определяет амплитуду характеристики мощности в этих условиях:

$$P_m = EU/x_c.$$

Опуская пока влияние переходных электромагнитных процессов в генераторах, можно установить, что при отключении одной из цепей линии электропередачи индуктивное сопротивление системы получает новое значение (рис. 1-10, б):  $x_{c1} = x_r + x_{T1} + x_{л} + x_{T2}$  — большее, чем в нормальном режиме, поскольку индуктивное сопротивление линии при отключении цепи возрастает

Рис. 1-9. Принципиальная схема электропередачи при отключении цепи.

Рис. 1-10. Схема замещения электропередачи при нормальном режиме (а) и при отключении цепи (б).

Рис. 1-9

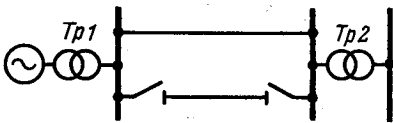
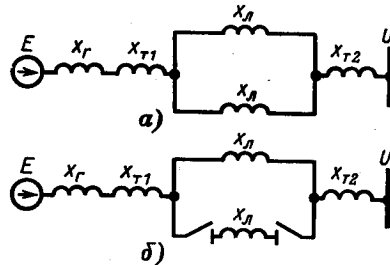


Рис. 1-10



с  $0,5x_{c1}$  до  $x_{c1}$ . Амплитуда характеристики мощности при отключенной цепи соответственно уменьшается до  $EU/x_{c1}$ . Характеристики мощности в условиях нормального режима и при отключенной цепи показаны на рис. 1-11. Если режим работы, предшествовавший отключению цепи, определялся точкой  $a$  на характеристике мощности (I) нормального режима при передаваемой мощности  $P_0$  и угле  $\delta_0$ , то после отключения этому режиму должна соответствовать новая характеристика мощности (II), причем нетрудно установить, какая именно точка этой характеристики будет определять режим в момент отключения цепи. Этой точкой является точка  $b$  при том же значении угла  $\delta = \delta_0$ , что и в нормальном режиме. Угол  $\delta$  сохраняет свое значение  $\delta = \delta_0$  в момент отключения, поскольку вектор э. д. с. генератора  $\dot{E}$  может перемещаться относительно вектора напряжения приемной системы  $\dot{U}$  только при изменениях частоты вращения ротора генератора. Последняя же не может претерпевать скачкообразных изменений в силу существования механической инерции у ротора генератора.

Таким образом, в момент отключения цепи режим работы изменяется и характеризуется не точкой  $a$ , а точкой  $b$  на новой характеристике, что обуславливает внезапное уменьшение мощности генератора. Мощность турбины остается при этом неизменной и равной  $P_0$ , так как регуляторы турбин реагируют на изменение частоты вращения агрегата, которая в момент отключения цепи сохраняет свое нормальное значение, как это только что было отмечено.

В дальнейшем скорость машины будет изменяться, однако и в этой стадии процесса можно в первом приближении считать, что регуляторы не успевают сколько-нибудь заметно повлиять на мощность, развиваемую турбиной.

Неравенство мощностей, а следовательно, и моментов на валу турбины и генератора вызывает появление избыточного момента, под влиянием которого агрегат турбина-генератор начинает ускоряться. Связанный с ротором генератора вектор э. д. с.  $\dot{E}$  начинает вращаться быстрее, чем вращающийся с неизменной синхронной угловой скоростью  $\omega_0$  вектор напряжения шин приемной системы  $\dot{U}$ . Изменения скорости  $v$  перемещения вектора э. д. с. генератора  $\dot{E}$  относительно напряжения шин приемной системы  $\dot{U}$ , представляющей разность угловых скоростей вращения векторов  $\dot{E}$  и  $\dot{U}$ , показаны на рис. 1-11.

Возникновение относительной скорости вращения  $v$  приводит к увеличению угла  $\delta$ , и на характеристике мощности генератора при отключенной цепи рабочая точка перемещается из точки  $b$  по направлению к точке  $c$ . При этом мощность генератора начинает возрастать. Однако вплоть до точки  $c$  мощность турбины все еще превышает мощность генератора и избыточный момент, хотя и уменьшается, но сохраняет свой знак, благодаря чему относительная скорость вращения непрерывно возрастает. В точке  $c$  мощности турбины и генератора вновь уравниваются друг друга и избыточный момент равен нулю. Однако процесс не останавливается в этой точке, так как относительная скорость вращения ротора достигает здесь наибольшего значения и ротор проходит точку  $c$  по инерции.

При дальнейшем росте угла  $\delta$  мощность генератора уже превышает мощность турбины и избыточный момент изменяет свой знак. Он начинает тормозить агрегат. Относительная скорость вращения  $v$  теперь уменьшается

и в некоторой точке  $d$  становится равной нулю. Это означает, что в точке  $d$  вектор э. д. с.  $E$  вращается с той же угловой скоростью, что и вектор напряжения  $U$ , и, следовательно, угол  $\delta$  между ними больше не возрастает. Угол  $\delta$  в этой точке достигает своего максимального значения  $\delta_m$ . Однако и теперь процесс не останавливается, так как вследствие неравенства мощностей турбины и генератора на валу агрегата существует избыточный момент тормозящего характера, под влиянием которого частота вращения продолжает уменьшаться и относительная скорость  $v$  становится отрицательной. Угол  $\delta$  начинает уменьшаться, и рабочая точка, характеризующая процесс на характеристике мощности, перемещается в обратном направлении к точке  $c$ . Эту точку ротор вновь проходит по инерции, и около точки  $b$  угол достигает своего нового минимального значения, после чего вновь начинает возрастать. После ряда постепенно затухающих колебаний в точке  $c$  устанавливается новый установившийся режим с прежним значением передаваемой мощности  $P_0$  и новым значением угла  $\delta_{уст}$ . Картина колебаний угла  $\delta$  во времени показана на рис. 1-12. Постепенное уменьшение амплитуды обуславливается потерями энергии при колебаниях частоты вращения генератора.

Такой характер перехода к новому режиму не влечет за собой каких-либо осложнений. Во всяком случае в нарисованной картине нарушение устойчивости не имело места. Можно отметить лишь, что в переходном электро-механическом процессе угол  $\delta$  достигал значений ( $\delta_m$ ), превышающих значение  $\delta_{уст}$  нового установившегося режима.

Возможен и другой исход процесса (рис. 1-13). Торможение ротора, начиная с точки  $c$ , уменьшает относительную скорость вращения  $v$ . Однако угол в этой фазе процесса все еще возрастает, и если он успеет достигнуть критической величины  $\delta_{кр}$  в точке  $c$  на пересечении падающей ветви синусоиды мощности генератора с горизонталью мощности турбины  $P_0$  прежде,

Рис. 1-11. Колебания мощности и относительной угловой скорости генератора при отключении цепи.

$I$  — характеристика мощности при нормальном режиме;  
 $II$  — характеристика мощности при отключении цепи.

Рис. 1-12. Колебания угла при отключении одной параллельной цепи электропередачи.

Рис. 1-11

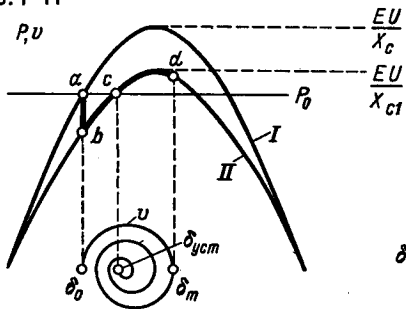
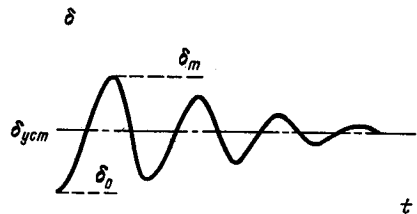


Рис. 1-12



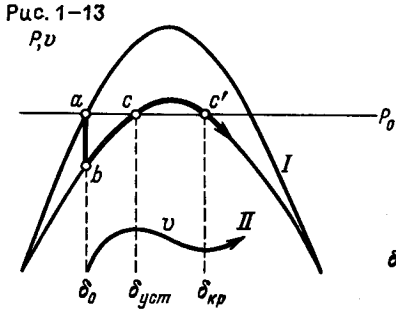


Рис. 1-13. Нарушение динамической устойчивости при отключении одной параллельной цепи электропередачи.

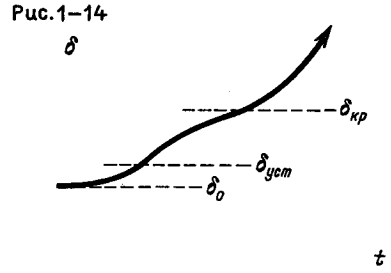


Рис. 1-14. Нарастание угла при нарушении устойчивости.

чем относительная скорость  $v$  упадет до нуля, в дальнейшем избыточный момент на валу машины становится вновь ускоряющим, скорость  $v$  начнет быстро возрастать и генератор выпадает из синхронизма (рис. 1-14).

Таким образом, если в процессе качаний будет пройдена точка  $c'$ , то возврат к установившемуся режиму уже невозможен.

Итак, можно констатировать, что, несмотря на теоретическую возможность существования нового установившегося (и статически устойчивого) режима в точке  $c$ , процесс качания машины при переходе к этому режиму может привести к выпадению машины из синхронизма. Такой характер нарушения устойчивости может быть назван динамическим.

Основной причиной нарушений динамической устойчивости электрических систем являются обычно короткие замыкания, резко уменьшающие амплитуду характеристики мощности. Этот вид аварий и рассматривается подробно в дальнейшем.

# СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ

## Глава 2

### предел мощности при приемной системе бесконечной мощности

#### 2-1. ВЛИЯНИЕ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СИСТЕМЫ

При данном значении передаваемой мощности  $P$ , например отвечающей точке  $a$  на рис. 1-5, отношение амплитуды синусоидальной характеристики мощности  $P_m = EU/x_c$  к  $P_0$  характеризует степень устойчивости данного режима и носит название запаса статической устойчивости.

Часто запасом называют также отношение

$$k_c = \frac{P_m - P_0}{P_0}. \quad (2-1)$$

Амплитуда мощности обратно пропорциональна индуктивному сопротивлению системы  $x_c$ , и, следовательно, запас устойчивости с увеличением  $x_c$  быстро уменьшается.

Индуктивное сопротивление системы является одним из важнейших факторов, определяющих степень статической устойчивости системы. Оно в целом складывается из индуктивных сопротивлений генераторов, трансформаторов и линий электропередачи. На рис. 2-1 показано соотношение между индуктивными сопротивлениями отдельных элементов типичной электропередачи 220 кВ длиной 200 км, связывающей гидроэлектростанцию с приемной системой [в случае, если генераторы станции не снабжены современной системой АРВ. В этих условиях в  $x_c$  в качестве индуктивного сопротивления генераторов входит их синхронное сопротивление, имеющее большое относительное значение].

Как вытекает из диаграммы, в рассматриваемых условиях удельное индуктивное сопротивление генераторов достигает 2/3 общего индуктивного сопротивления системы. Гиперболический характер зависимости идеального предела мощности  $P_m$  от индуктивного сопротивления системы справедлив лишь при условии постоянства э. д. с.  $E$ . В действительности же увеличение сопротивления  $x_c$  при неизменных значениях передаваемой в систему активной и реактивной мощности сопровождается обычно некоторым ростом и э. д. с.  $E$ , как это вытекает из векторной диаграммы (рис. 2-2), построенной для усло-

ной передачи одной и той же мощности при двух различных значениях индуктивного сопротивления системы.

Поэтому кривая зависимости идеального предела мощности от  $x_c$  при учете влияния изменения э. д. с. отклоняется от гиперболы и становится несколько более пологой (рис. 2-3). Однако и в этих условиях индуктивное сопротивление системы сохраняет свое значение основного фактора, определяющего запас статической устойчивости.

Возвращаясь к вопросу об удельном значении индуктивного сопротивления отдельных элементов системы, следует отметить, что при сопостав-

Рис. 2-1. Диаграмма относительных значений индуктивных сопротивлений.

Рис. 2-2. Изменение э. д. с. генераторов при увеличении индуктивного сопротивления системы.

Рис. 2-3. Зависимости идеального предела мощности от индуктивного сопротивления системы.

I — без учета изменения э. д. с. генератора; II — с учетом изменения э. д. с. генератора.

Рис. 2-4. Зависимости идеального предела мощности от номинального напряжения электропередачи.

1 — для генераторов и трансформаторов; 2 — для линии; 3 — для системы.

Рис. 2-1

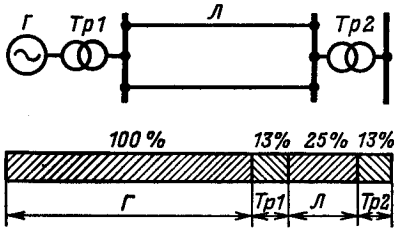


Рис. 2-2

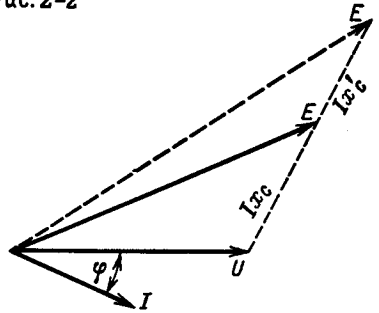


Рис. 2-3

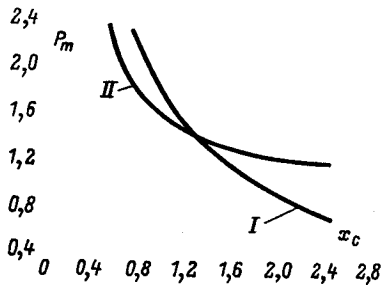
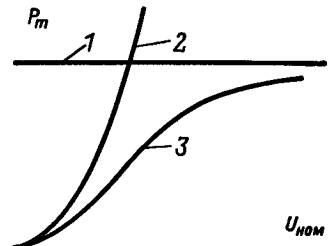


Рис. 2-4



лении этих сопротивлений, они, разумеется, должны быть приведены к одной ступени напряжения. При приведении индуктивного сопротивления линии  $x_n$  к напряжению генераторов оно уменьшается в отношении  $k^2$ , где  $k$  – коэффициент трансформации повышающих трансформаторов системы. В результате этого с увеличением номинального напряжения линии реактивное сопротивление  $x_c$  системы в целом уменьшается и предел мощности  $P_m$  возрастает (рис. 2-4), приближаясь к пределу мощности, определяемому сопротивлениями генераторов и трансформаторов и не зависящему от напряжения линии. При низком номинальном напряжении линии электропередачи предельная мощность определяется в основном индуктивным сопротивлением линии и изменяется пропорционально квадрату напряжения.

[Существенное возрастание предела мощности происходит с уменьшением индуктивного сопротивления генераторов в общем сопротивлении системы  $x_c$ . Можно показать (§ Д1-6), что к такому результату приводит применение современных систем автоматического регулирования возбуждения (АРВ) генераторов, поскольку действие АРВ может быть отражено в схемах замещения, применяемых для расчета статических пределов мощности, уменьшением индуктивного сопротивления генератора. Поэтому АРВ является эффективным средством повышения статического предела мощности].

## 2-2. ХАРАКТЕРИСТИКА МОЩНОСТИ ЯВНОПОЛЮСНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

В схеме замещения системы передачи на рис. 1-2 генератор был представлен его синхронным индуктивным сопротивлением, через которое протекает полный ток генератора  $I$  в данном режиме его работы. Эта схема замещения и вытекающая из нее синусоидальная зависимость мощности от угла  $\delta$  справедливы, однако, только для неявнополусных генераторов, для которых синхронные индуктивные сопротивления в продольной и поперечной осях ротора машины практически одинаковы:  $x_r = x_d \approx x_q$ . У явнополусных генераторов синхронные индуктивные сопротивления  $x_d$  и  $x_q$  различны, что не позволяет, вообще говоря, построить схему замещения для полного тока и усложняет характеристику мощности генератора. В определенных условиях можно говорить о различных схемах замещения для отдельных составляющих тока генератора – продольной и поперечной, однако удобнее зависимость мощности от угла для явнополусного генератора получить непосредственно из его векторной диаграммы (рис. 2-5).

При режиме холостого хода генератора ток возбуждения создает магнитный поток, основная часть которого  $\Phi_d$  пронизывает воздушный зазор, пересекает обмотку статора машины и наводит в ней при вращении ротора э. д. с. х. х.  $E_q$ .

У нагруженного генератора ток обмотки статора  $I$ , как известно, может быть разложен на продольную и поперечную составляющие  $I_d$  и  $I_q$ , которые создают магнитные потоки, называемые потоками продольной и поперечной реакции якоря  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$ , вращающиеся в трехфазной машине синхронно с ротором, но сдвинутые пространственно относительно друг друга на четверть полюсного деления. Наводимые потоками реакции якоря э. д. с.  $\dot{E}_{aq}$  и  $\dot{E}_{ad}$ , складываясь геометрически с э. д. с. х. х.  $\dot{E}_q$ , дают внутреннюю э. д. с.



Рис. 2-5

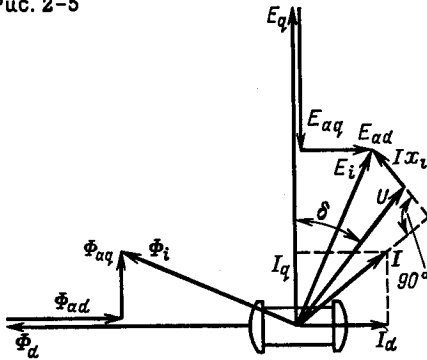


Рис. 2-5. Магнитные потоки и э. д. с. явнополюсного генератора.

Рис. 2-6

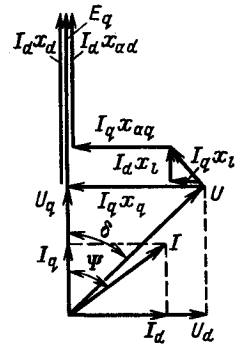


Рис. 2-6. Векторная диаграмма нормального режима работы явнополюсного генератора.

генератора  $\dot{E}_i$ , соответствующую результирующему магнитному потоку в воздушном зазоре  $\Phi_i$ .

Помимо потока  $\Phi_d$  и потоков реакции  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$ , пронизывающих воздушный зазор и сцепленных как с обмоткой статора, так и с обмоткой возбуждения, существуют еще магнитные потоки рассеяния, сцепленные каждый только с соответствующей обмоткой статора или ротора. В установившихся режимах учитывается только поток рассеяния статора. Наводимая им э. д. с. представлена на рис. 2-5 как вектор падения напряжения в индуктивном сопротивлении рассеяния статора  $Ix_1$ .

Точно так же и э. д. с. от потоков реакции могут быть представлены как напряжения в соответствующих индуктивных сопротивлениях реакции якоря:

$$\left. \begin{aligned} E_{aq} &= I_d x_{ad}; \\ E_{ad} &= I_q x_{aq}. \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

Индуктивное сопротивление реакции якоря  $x_{ad}$  у явнополюсной машины значительно больше индуктивного сопротивления поперечной реакции  $x_{aq}$ , поскольку продольный поток реакции в продольной оси машины встречает значительно меньшее сопротивление воздушного промежутка, чем в поперечной.

Неравенство  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  и приводит к необходимости разложения тока генератора на продольную и поперечную составляющие. При этом целесообразно разложить и вектор падения напряжения в индуктивном сопротивлении рассеяния статора от полного тока  $Ix_1$  на составляющие  $I_d x_1$  и  $I_q x_1$  (рис. 2-6). Тогда падение напряжения в продольной оси машины в целом может быть представлено единственным вектором  $I_d x_d$  и в поперечной соответственно  $I_q x_q$ , где

$$\left. \begin{aligned} x_d &= x_1 + x_{ad}; \\ x_q &= x_1 + x_{aq} \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

являются синхронными индуктивными сопротивлениями в продольной и поперечной осях машины.

Векторная диаграмма, приведенная на рис. 2-6, справедлива и в условиях работы генератора через внешнее индуктивное сопротивление на шины приемника, при этом под индуктивными сопротивлениями  $x_d$  и  $x_q$  следует понимать суммы синхронных индуктивных сопротивлений генератора с внешним сопротивлением и под напряжением  $\dot{U}$  — не напряжением на выводах генератора, а напряжением на шинах приемной системы.

Активная мощность, отдаваемая приемной системе, равна, очевидно,  
 $P = UI \cos \varphi = UI \cos (\psi - \delta) = I \cos \psi U \cos \delta + I \sin \psi U \sin \delta.$

Принимая во внимание соотношения, вытекающие из векторной диаграммы (рис. 2-6)

$$E_q - I_d x_d = U_q; \quad I_q x_q = U_d,$$

где

$$U_q = U \cos \delta; \quad I_d = I \sin \psi; \quad U_d = U \sin \delta; \quad I_q = I \cos \psi,$$

мощность можно представить следующим образом:

$$P = I_q U \cos \delta + I_d U \sin \delta = \frac{U^2}{x_q} \sin \delta \cos \delta + \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta - \frac{U^2}{x_d} \sin \delta \cos \delta,$$

что при  $\sin \delta \cos \delta = 0,5 \sin 2\delta$  дает

$$P = \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta. \tag{2-4}$$

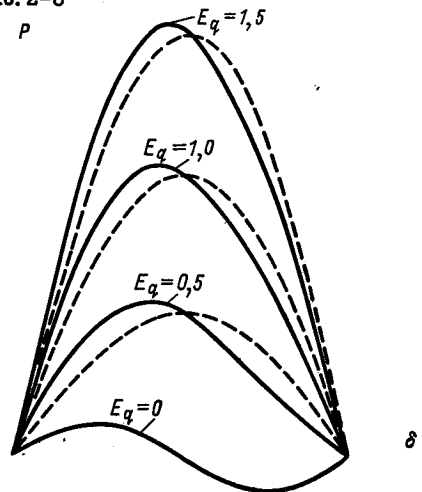
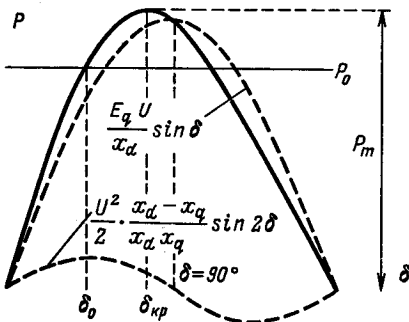
Характеристика мощности явнополюсного генератора, построенная при постоянстве э. д. с.  $E_q$ , помимо основной синусоидальной составляющей  $E_q U \sin \delta / x_d$  имеет также вторую составляющую в виде синусоиды двойной

Рис. 2-7. Угловая характеристика мощности явнополюсного генератора.

Рис. 2-8

Рис. 2-8. Угловые характеристики мощности при различных значениях э. д. с.

Рис. 2-7



частоты, амплитуда которой пропорциональна разности индуктивных сопротивлений в продольной и поперечной осях машины и не зависит от э. д. с. машины  $E_q$  (рис. 2-7). Эта вторая гармоника несколько смещает максимум характеристики мощности явнополюсной машины, и критический угол  $\delta_{кр}$ , при котором достигается максимум мощности, получается меньшим  $90^\circ$ . Это обстоятельство не следует, однако, рассматривать как ухудшение устойчивости, так как одновременно уменьшается и начальный угол  $\delta_0$  при данном значении передаваемой мощности  $P_0$ . Амплитуда характеристики мощности  $P_m$ , наоборот, возрастает сравнительно с характеристикой неявнополюсной машины при тех же значениях  $E_q$  и  $x_d$ . Однако увеличение  $P_m$  значительно только при очень небольшой э. д. с. генератора  $E_q$ , когда амплитуда основной гармоники характеристики мощности  $E_q U/x_d$  того же порядка, что и амплитуда второй гармоники  $\frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q}$ . В обычных же условиях, когда

э. д. с.  $E_q$  достаточно высока, амплитуда второй гармоники не превышает 10–15% основной гармоники и ее влияние на максимум характеристики мощности крайне невелико (рис. 2-8). Поскольку учет влияния явнополюсности (т. е. различия индуктивных сопротивлений в продольной и поперечной осях) при сложных схемах электропередачи представляет значительные трудности, нередко в расчетах статической устойчивости явнополюсные машины замещают неявнополюсными с синхронным индуктивным сопротивлением, равным продольному синхронному индуктивному сопротивлению явнополюсной машины  $x_d$ , опуская тем самым вторую гармонику мощности.

Замещение явнополюсной машины неявнополюсной практикуется и в тех случаях, когда для уточнения расчетов желательно учесть эффект явнополюсности. При этом у эквивалентной неявнополюсной машины вводится фиктивная э. д. с., изменяющаяся с изменением режима работы генератора таким образом, чтобы активная и реактивная мощности эквивалентного генератора получались такими же, как и у явнополюсного генератора. Для получения правильного значения угла  $\delta$  синхронное индуктивное сопротивление эквивалентного неявнополюсного генератора с переменной э. д. с. принимается равным не продольному, а поперечному индуктивному сопротивлению явнополюсного генератора  $x_q$ .

Этот расчетный прием рассматривается ниже подробно.

### 2-3. ХАРАКТЕРИСТИКА МОЩНОСТИ ПРИ СЛОЖНОЙ СВЯЗИ ГЕНЕРАТОРА С ПРИЕМНОЙ СИСТЕМОЙ

Возвращаясь к неявнополюсным генераторам, отметим, что полученная выше синусоидальная зависимость активной мощности от угла  $P = EU \sin \delta/x_c$  справедлива для простейшей схемы электропередачи в виде чисто индуктивного сопротивления  $x_c$ , которое включает и индуктивное сопротивление генератора. Теперь мы установим эту зависимость, не накладывая никаких других ограничений на характер связи между генератором и приемником, кроме требования постоянства активных и индуктивных сопротивлений схемы.

При соблюдении этого условия можно воспользоваться принципом наложения режимов, создаваемых каждой э. д. с. или напряжением, действующим

в цепи. Так, например, для Т-образной схемы замещения передачи (рис. 2-9), в начале которой приложена э. д. с. генератора  $\dot{E}$  и в конце — напряжение шин бесконечной мощности  $\dot{U}$ , режим работы электропередачи может быть представлен как результат наложения друг на друга двух независимых режимов. В одном из них (рис. 2-10, а) токи создаются э. д. с. генератора  $\dot{E}$  при напряжении шин приемника  $\dot{U} = 0$ , в другом (рис. 2-10, б) — напряжением шин приемника  $\dot{U}$  (шин бесконечной мощности) при э. д. с. генератора  $\dot{E}$ , равной нулю.

Налагая токи и напряжения этих двух режимов друг на друга, получаем токи и напряжения действительного режима работы электропередачи (рис. 2-9). При этом, очевидно, действительный ток генератора

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} \quad (2-5)$$

и ток приемной системы

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_{22} + \dot{I}_{21}. \quad (2-6)$$

Для генератора здесь считаются положительными ток и мощность, отдаваемые в сеть, и для приемной системы — получаемые из сети.

Отдельные составляющие токов генератора и приемной системы пропорциональны соответствующим э. д. с. и напряжению. Так, например, составляющие  $\dot{I}_{11}$  и  $\dot{I}_{22}$  имеют следующие значения:

$$\dot{I}_{11} = \dot{E}/Z_{11} = \dot{E}Y_{11} \quad \text{и} \quad \dot{I}_{22} = \dot{U}/Z_{22} = \dot{U}Y_{22},$$

где  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  и  $Y_{11}$ ,  $Y_{22}$  — соответственно собственные сопротивления и проводимости ветвей генератора и приемной системы, которые в настоящем случае равны:

$$Z_{11} = 1/Y_{11} = Z_1 + Z_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3) \quad \text{и} \quad Z_{22} = 1/Y_{22} = Z_2 + Z_1 Z_3 / (Z_1 + Z_3).$$

Точно так же

$$\dot{I}_{21} = \dot{E}/Z_{21} = \dot{E}Y_{21} \quad \text{и} \quad \dot{I}_{12} = \dot{U}/Z_{12} = \dot{U}Y_{12},$$

Рис. 2-9. Схема замещения электропередачи.

Рис. 2-10. Режимы, создаваемые отдельными источниками напряжения.

Рис. 2-9

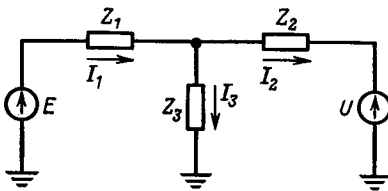
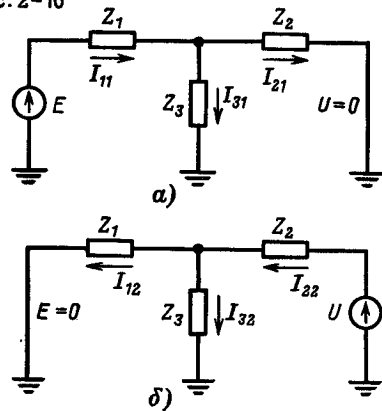


Рис. 2-10



где  $Z_{21}$ ,  $Z_{12}$  и  $Y_{21}$ ,  $Y_{12}$  — соответственно взаимные сопротивления и проводимости ветвей, равные для Т-образной схемы:

$$Z_{12} = Z_{21} = 1/Y_{12} = 1/Y_{21} = \\ = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3.$$

Собственные сопротивления  $Z_{11}$  и  $Z_{22}$  ветвей и собственные проводимости их  $Y_{11}$  и  $Y_{22}$  определяют абсолютное значение и фазу тока данного источника (генератора или шин) при отсутствии э. д. с. других источников, тогда как взаимные сопротивления ветвей  $Z_{21}$  и  $Z_{12}$  и взаимные проводимости ветвей  $Y_{21}$  и  $Y_{12}$  определяют абсолютное значение и фазу тока в цепи данного источника, обусловленного э. д. с. другого источника.

Собственные и взаимные сопротивления и проводимости ветвей определяются исключительно конфигурацией схемы и значением сопротивлений отдельных ветвей ее. Они могут быть вычислены для любой конфигурации схемы (гл. 6) и позволяют получить наиболее общее выражение мощности генератора и приемной системы. Отметим, что всегда

$$Z_{12} = Z_{21} \quad \text{и} \quad Y_{12} = Y_{21}.$$

Согласно соотношениям (2-5) и (2-6) токи генератора и приемника выражаются следующим образом через собственные и взаимные проводимости ветвей:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} = \dot{E}Y_{11} - \dot{U}Y_{12}; \\ \dot{I}_2 &= -\dot{I}_{22} + \dot{I}_{21} = -\dot{U}Y_{22} + \dot{E}Y_{21}. \end{aligned}$$

Произведение сопряженного вектора тока на вектор напряжения или э. д. с. дает комплексное выражение мощности, действительная часть которого представляет собой значение активной мощности и мнимая — реактивной. Мощности генератора  $\dot{S}_г$  и приемника  $\dot{S}_н$  равны соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_г &= P_г + jQ_г = \dot{E}\dot{I}_1 = \dot{E}(\dot{E}\hat{Y}_{11} - \dot{U}\hat{Y}_{12}) = \dot{E}\dot{E}\hat{Y}_{11} - \dot{E}\dot{U}\hat{Y}_{12}; \\ \dot{S}_н &= P_н + jQ_н = \dot{U}(-\dot{U}\hat{Y}_{22} + \dot{E}\hat{Y}_{21}) = -\dot{U}\dot{U}\hat{Y}_{22} + \dot{U}\dot{E}\hat{Y}_{21}. \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

Отметим, что  $\dot{S}_г$  представляют собой мощность в точке приложения э. д. с.  $\dot{E}$ , т. е. внутреннюю мощность генератора за его сопротивлением в схеме замещения. Принимая направление вектора  $\dot{U}$  за ось отсчета векторов, получаем фазный угол вектора  $\dot{U}$  равным нулю и фазный угол вектора  $\dot{E}$  равным относительному углу сдвига векторов  $\delta$  (рис. 2-11):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= U; \\ \dot{E} &= E \angle \delta. \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

В качестве фазных углов собственных и взаимных сопротивлений ветвей входят углы  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{22}$ ,  $\psi_{12}$ , причем

$$Z_{11} = z_{11} \angle \psi_{11}; \quad Z_{22} = z_{22} \angle \psi_{22}; \quad Z_{21} = Z_{12} = z_{12} \angle \psi_{12}.$$

Рис. 2-11

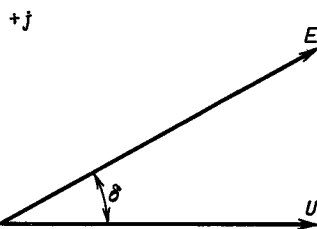


Рис. 2-11. Взаимное расположение векторов э. д. с. и напряжения.

Углы определяются следующим образом:

$$\psi_{11} = \operatorname{arctg} \frac{x_{11}}{r_{11}}; \quad \psi_{22} = \operatorname{arctg} \frac{x_{22}}{r_{22}}; \quad \psi_{12} = \operatorname{arctg} \frac{x_{12}}{r_{12}};$$

поэтому для собственных и взаимных проводимостей ветвей имеем:

$$Y_{11} = y_{11} \angle -\psi_{11}; \quad Y_{22} = y_{22} \angle -\psi_{22}; \quad Y_{12} = Y_{21} = y_{12} \angle -\psi_{12}.$$

Принимая во внимание, что фазные углы сопряженных векторов должны быть взяты со знаком минус, получаем для мощностей генератора и приемника:

$$P_{\Gamma} + jQ_{\Gamma} = E \angle \delta \cdot E \angle -\delta \cdot y_{11} \angle \psi_{11} - E \angle \delta \cdot U y_{12} \angle \psi_{12} = E^2 y_{11} \angle \psi_{11} - EU y_{12} \angle \delta + \psi_{12};$$

$$P_{\Pi} + jQ_{\Pi} = -U^2 y_{22} \angle \psi_{22} + E \angle -\delta \cdot U y_{12} \angle \psi_{12} = -U^2 y_{22} \angle \psi_{22} + EU y_{12} \angle -\delta + \psi_{12},$$

или

$$\left. \begin{aligned} P_{\Gamma} + jQ_{\Gamma} &= E^2 y_{11} [\cos \psi_{11} + j \sin \psi_{11}] - \\ &- EU y_{12} [\cos (\delta + \psi_{12}) + j \sin (\delta + \psi_{12})]; \\ P_{\Pi} + jQ_{\Pi} &= -U^2 y_{22} [\cos \psi_{22} + j \sin \psi_{22}] + \\ &+ EU y_{12} [\cos (-\delta + \psi_{12}) + j \sin (-\delta + \psi_{12})], \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} P_{\Gamma} &= E^2 y_{11} \cos \psi_{11} - EU y_{12} \cos (\delta + \psi_{12}); \\ P_{\Pi} &= -U^2 y_{22} \cos \psi_{22} + EU y_{12} \cos (-\delta + \psi_{12}); \\ Q_{\Gamma} &= E^2 y_{11} \sin \psi_{11} - EU y_{12} \sin (\delta + \psi_{12}); \\ Q_{\Pi} &= -U^2 y_{22} \sin \psi_{22} + EU y_{12} \sin (-\delta + \psi_{12}). \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

Если вместо углов  $\psi$  ввести дополняющие их до  $90^\circ$  углы  $\alpha = 90^\circ - \psi$ , то выражения (2-10) запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} P_{\Gamma} &= E^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + EU y_{12} \sin (\delta - \alpha_{12}); \\ P_{\Pi} &= -U^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + EU y_{12} \sin (\delta + \alpha_{12}); \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

точно так же

$$\left. \begin{aligned} Q_{\Gamma} &= E^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - EU y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12}); \\ Q_{\Pi} &= -U^2 y_{22} \cos \alpha_{22} + EU y_{12} \cos (\delta + \alpha_{12}). \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

Структура выражений (2-11), (2-12) остается одной и той же при любой схеме связи генератора и приемника. Вариации схемы влияют только на значение собственных и взаимных проводимостей ветвей и углов  $\alpha$ .

## 2-4. ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЩНОСТИ

Как вытекает из выражений (2-11), зависимости активной мощности от угла сдвига вектора э. д. с.  $\delta$  имеют и в самых общих условиях при  $E = \text{const}$  синусоидальный характер, однако синусоиды смещены как относительно оси абсцисс, так и относительно оси ординат. Смещение характеристики мощности обуславливается потерями активной мощности в элементах схемы. Оно возникает при значениях углов  $\alpha$ , отличных от нуля, что имеет место только при наличии в схеме активных сопротивлений. Если активные сопротивления в схеме отсутствуют, то вещественные составляющие собственных и взаимных сопротивлений и проводимостей ветвей равны нулю, углы  $\psi$  получаются равными  $90^\circ$  и, следовательно,  $\alpha = 90^\circ - \psi = 0$ . При этом мощности генератора и приемника

$$P_r = P_n = \frac{EU}{x_{12}} \sin \delta.$$

Характеристика мощности имеет тот же вид, что и при схеме замещения электропередачи с последовательным соединением реактивных сопротивлений, с той только разницей, что вместо суммарного индуктивного сопротивления  $x_c$  в знаменатель входит взаимное сопротивление  $x_{12}$ . Для T-образной схемы с индуктивными сопротивлениями ветвей  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  (рис. 2-12) взаимное сопротивление  $x_{12} = x_1 + x_2 + x_1 x_2 / x_3$  и характеристика мощности имеет амплитуду

$$P_m = \frac{EU}{x_1 + x_2 + x_1 x_2 / x_3}. \quad (2-13)$$

Если бы шунтирующее индуктивное сопротивление  $x_3$  в схеме отсутствовало, то амплитуда характеристики мощности была бы равной:

$$P_m = \frac{EU}{x_1 + x_2}. \quad (2-14)$$

Поскольку знаменатель в выражении (2-13) больше, чем в (2-14), очевидно, амплитуда мощности в первом случае меньше (кривая 3 на рис. 2-12), чем во втором (кривая 2 там же), и разница между ними тем больше, чем меньше шунтирующее индуктивное сопротивление  $x_3$ .

Таким образом, можно констатировать, что шунтирующие индуктивные сопротивления в схеме электропередачи снижают амплитуду характеристики мощности. Это обстоятельство имеет очень большое значение для динамической устойчивости при коротких замыканиях.

Такой характер изменения амплитуды мощности справедлив, однако, только при условии, что э. д. с. генератора  $E$  сохраняет одно и то же значение как при наличии шунтирующего индуктивного сопротивления, так и без него. В установившемся режиме работы системы при подключении индуктивного шунтирующего сопротивления (например, сопротивления  $x_3$  в схеме на рис. 2-12) для того, чтобы восстановить напряжение в точке подключения сопротивления, приходится увеличивать э. д. с. генератора  $E$  с тем, чтобы компенсировать потерю напряжения от реактивного тока, потребляемого индуктивным сопротивлением  $x_3$ . Это увеличение э. д. с. при-

Рис. 2-12

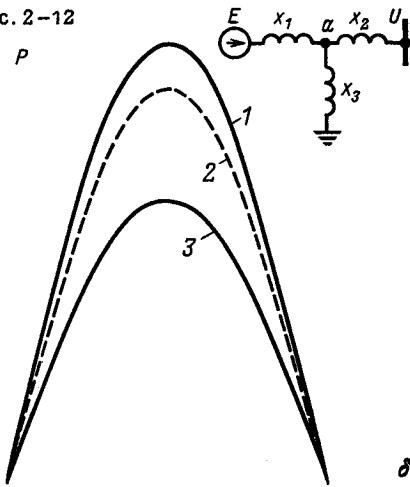


Рис. 2-12. Влияние шунтирующего индуктивного сопротивления на амплитуду характеристики мощности.  
 1 — характеристика мощности при увеличенной э. д. с.;  
 2 — при отсутствии  $x_3$ ; 3 — при неизменной э. д. с.

водит к прямо противоположным результатам, обуславливающим повышение характеристики мощности (кривая 1 на рис. 2-12).

При наличии в схеме электропередачи активных сопротивлений мощности генератора и приемника, вообще говоря, различны, и разница между ними определяется значением потерь мощности между генератором и приемной системой. Первые члены в (2-11) имеют постоянные значения независимо от значения угла  $\delta$  и называются собственными мощностями генератора и приемной системы. Поскольку углы  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{22}$  всегда положительны, собственная мощность генератора положительна:

$$P_{11} = E^2 y_{11} \sin \alpha_{11},$$

а приемной системы — отрицательна:

$$P_{22} = -U^2 y_{22} \sin \alpha_{22}.$$

Что же касается дополнительного угла  $\alpha_{12}$  взаимного сопротивления, то он может быть в зависимости от характера схемы

электропередачи или положительным или отрицательным.

Для схемы в виде последовательного полного сопротивления  $Z = r + jx$  все собственные и взаимные сопротивления и проводимости ветвей и их углы одинаковы:

$$Y_{11} = Y_{22} = Y_{12} = Y; \quad \alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{12} = \alpha,$$

$$\text{где } \alpha = 90^\circ - \operatorname{arctg} \frac{x}{r} > 0.$$

Угол  $\alpha_{12}$  здесь положителен и характеристики мощности имеют вид, представленный на рис. 2-13, причем

$$P_{\Gamma} = E^2 y \sin \alpha + EUy \sin (\delta - \alpha);$$

$$P_{\Pi} = -U^2 y \sin \alpha + EUy \sin (\delta + \alpha).$$

Характеристика мощности генератора смещена вверх на величину  $P_{11} = E^2 y \sin \alpha$  и вправо на угол  $\alpha$ , синусоидальная характеристика мощности  $P_{\Pi}$  сдвинута, наоборот, вниз на  $U^2 y \sin \alpha$  и влево на угол  $\alpha$ .

Если приемная система имеет бесконечную мощность, то характеристика мощности  $P_{\Pi}$  не представляет интереса с точки зрения устойчивости. Работа на падающей ветви этой характеристики не приводит к неустойчивости, поскольку вектор напряжения бесконечно мощной системы вращается с неизменной синхронной скоростью при любых значениях передаваемой приемнику мощности и, следовательно, возможность нарастающего изменения угла  $\delta$  за счет перемещений вектора  $\dot{U}$  исключена. В этих условиях



устойчивость системы передачи связывается исключительно с характеристикой мощности генератора и нарушение устойчивости происходит при неизменной э. д. с.  $E$  при достижении максимума этой характеристики, равного:

$$P_m = E^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + EU y_{12},$$

при угле  $\delta_{кр} = 90^\circ + \alpha_{12}$ , несколько большем  $90^\circ$ .

Если активное сопротивление в схеме электропередачи включено не последовательно, а параллельно, например в виде промежуточной нагрузки на рис. 2-14, то взаимное сопротивление

$$Z_{12} = jx_1 + jx_2 + \frac{jx_1 jx_2}{r} = -\frac{x_1 x_2}{r} + j(x_1 + x_2).$$

Вещественная составляющая здесь отрицательна  $r_{12} = -\frac{x_1 x_2}{r}$ , а следовательно, отрицателен и угол  $\alpha_{12}$ .

Активное сопротивление  $r_{12}$  может получиться отрицательным потому, что сопротивление  $Z_{12}$  не является, по существу, реально существующим сопротивлением, а представляет собой лишь некоторый комплексный коэффициент пропорциональности между током в одной ветви схемы и э. д. с. в другой ветви. Собственные сопротивления  $Z_{11}$  и  $Z_{22}$  определяются как отношение напряжения к току в одной и той же ветви схемы замещения. Поэтому их активные составляющие не могут быть отрицательны. Таким образом, дополнительные углы  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{22}$  фазных углов комплексных собственных сопротивлений всегда положительны.

Рис. 2-13. Характеристики мощности при учете последовательного активного сопротивления.

Рис. 2-14. Характеристики мощности при наличии шунтирующего активного сопротивления.

Рис. 2-13

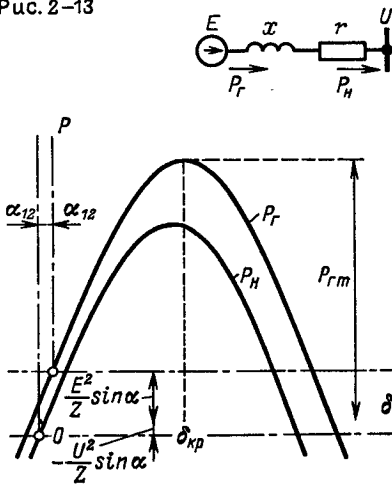
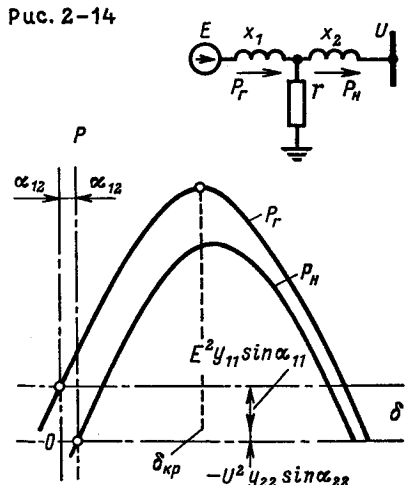


Рис. 2-14



Синусоидальная характеристика мощности генератора на рис. 2-14 сдвинута вверх и влево, а приемной системы — вниз и вправо. Неустойчивость системы при  $E = \text{const}$  возникает при достижении максимума характеристики мощности генератора

$$P_r = E^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + EU y_{12}$$

при угле  $\delta_{кр} = 90^\circ + \alpha_{12}$ , меньшем  $90^\circ$ .

Таким образом, можно констатировать, что под влиянием активных сопротивлений критический угол  $\delta_{кр}$  отклоняется от  $90^\circ$  в ту или иную сторону на дополнительный угол взаимного комплексного сопротивления ветви  $\alpha_{12}$ . Идеальный предел мощности генераторов в этих условиях представляет собой сумму постоянной составляющей и амплитуды синусоидальной составляющей в выражении мощности.

## 2-5. ХАРАКТЕРИСТИКА МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ С РЕГУЛИРУЕМЫМИ ГЕНЕРАТОРАМИ

До сих пор предполагалось, что э.д.с. генераторов при изменении их мощности остается постоянной. Как можно будет видеть из дальнейшего, связанное с ростом передаваемой мощности увеличение угла  $\delta$  обуславливает снижение напряжения генератора. Если возрастание нагрузки происходит достаточно медленно, то э.д.с. генераторов путем регулирования тока возбуждения может быть изменена для поддержания постоянства напряжения на шинах генераторного напряжения. Предел передаваемой мощности при этом резко возрастает.

Мы обратимся снова к схеме электропередачи (рис. 2-15) с индуктивным сопротивлением системы  $x_c = x_r + x_{T1} + x_l + x_{T2}$ . Значение напряжения на шинах генераторов  $\dot{U}_1$  в этой схеме нетрудно получить на векторной диаграмме (рис. 2-16), прибавляя к вектору напряжения приемника  $\dot{U}$  падение напряжения в суммарном индуктивном сопротивлении трансформаторов и линии, равном:  $x_{TЛ} = x_{T1} + x_l + x_{T2}$ . Прибавляя далее к вектору  $\dot{U}_r$  падение напряжения

Рис. 2-15. Принципиальная схема и схема замещения электропередачи.

Рис. 2-16. Изменение напряжения при увеличении угла.

Рис. 2-15

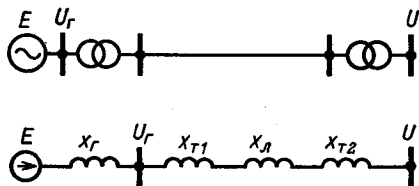
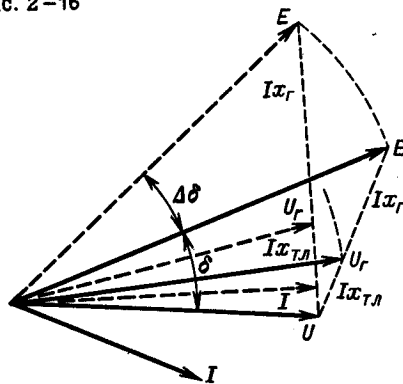


Рис. 2-16



в синхронном индуктивном сопротивлении генератора  $x_r$ , находим э.д.с. генератора в данном режиме  $\dot{E}$ . Вектор напряжения на шинах генератора  $\dot{U}_r$  делит вектор полного падения напряжения  $\dot{I}x_c$  на два отрезка:  $\dot{I}x_{т.д.}$  и  $\dot{I}x_r$  — в отношении значений индуктивных сопротивлений  $x_{т.д.}$  и  $x_r$ . При увеличении угла  $\delta$  на  $\Delta\delta$  вектор э.д.с. генератора  $\dot{E}$  займет новое положение, показанное на диаграмме рис. 2-16 штриховой линией. Положение вектора напряжения генератора  $\dot{U}_r$  в новом режиме можно найти, разделив в том же отношении значений индуктивных сопротивлений  $x_{т.д.}$  и  $x_r$  вектор полного падения напряжения, соединяющий концы векторов  $\dot{E}$  и  $\dot{U}$ .

Как вытекает из диаграммы, вектор напряжения  $\dot{U}_r$  при увеличении угла  $\delta$  поворачивается, следуя за вектором  $\dot{E}$ , и, что особенно важно,  $U_r$  при этом уменьшается. Этот вывод, очевидно, справедлив для напряжения любой другой промежуточной точки схемы электропередачи: на шинах подстанции, на линии и т. д.

При наличии у генераторов автоматических регуляторов возбуждения контролирующих напряжение  $U_r$ , регуляторы, реагируя на понижение напряжения при возрастании угла  $\delta$ , будут увеличивать ток возбуждения генераторов, а с ними э.д.с.  $E$  до тех пор, пока не восстановят прежнего значения напряжения.

Таким образом, исследуя установившиеся режимы работы генераторов, имеющих автоматические регуляторы напряжения, при различных значениях угла  $\delta$  следует исходить из постоянства напряжения на шинах генераторного напряжения  $U_r$ <sup>1</sup>. Значение же э.д.с. генераторов  $E$  в этих условиях будет изменяться, возрастая с увеличением угла  $\delta$  (рис. 2-17). Если при неизменной э.д.с. характеристика мощности генераторов в зависимости от угла  $\delta$  представляет собой синусоиду

$$P = \frac{EU}{x_c} \sin \delta,$$

то при наличии регуляторов напряжения эта характеристика будет иметь более сложный характер, отражая непрерывное изменение э.д.с. генераторов в зависимости от угла  $\delta$ . Построив для различных значений э.д.с.  $E$  семейство синусоид, амплитуды которых пропорциональны  $E$  (рис. 2-18), характеристику мощности с учетом изменения э.д.с. (которую мы назовем внешней характеристикой) можно получить, переходя с одной синусоиды на другую в соответствии с ростом э.д.с., вытекающим из векторной диаграммы, приведенной на рис. 2-17. Если увеличение мощности и угла происходит достаточно медленно, то такая же характеристика может быть получена и при ручном регулировании напряжения. Внешняя характеристика имеет возрастающий характер даже в области углов  $\delta > 90^\circ$ , что нетрудно объяснить увеличением э.д.с.  $E$ , которое преобладает над уменьшением  $\sin \delta$  в выражении мощности при углах, несколько больших  $90^\circ$ .

Максимум внешней характеристики достигается не при  $\delta = 90^\circ$ , а при  $\delta_r = 90^\circ$ , где  $\delta_r$  — угол вектора напряжения на шинах генераторов  $\dot{U}_r$ . Угол  $\delta$  при этом уже значительно превышает  $90^\circ$ . Однако неустойчивость системы

<sup>1</sup> В действительности напряжение  $U_r$  будет при этом претерпевать некоторое изменение за счет статизма системы регулирования, но несравненно меньшее, чем при отсутствии автоматического регулирования напряжения. Однако в первом приближении это изменение можно не принимать во внимание. (Прим. ред.)

Рис. 2-17

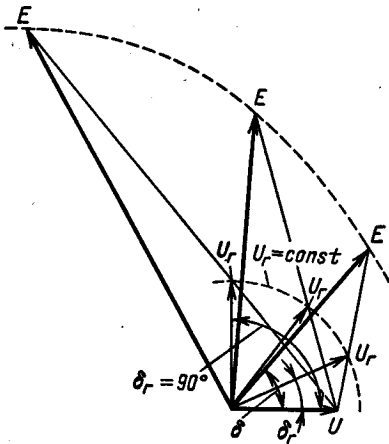
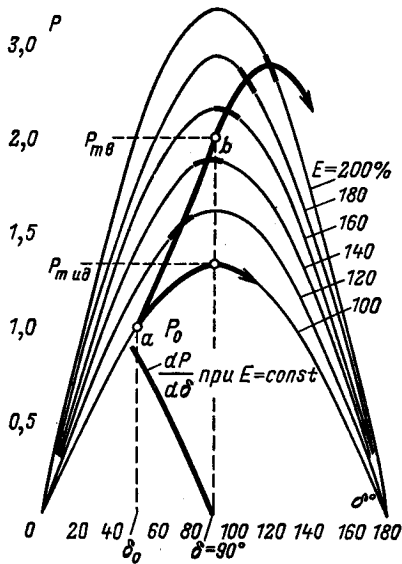


Рис. 2-18



возникает ранее, и при регуляторах напряжения с зоной нечувствительности, а тем более при ручном регулировании, критическим с точки зрения устойчивости следует признать режим не при  $\delta_r = 90^\circ$ , а при  $\delta = 90^\circ$ . В области углов  $\delta < 90^\circ$  несовершенство регулирования не приводит непосредственно к неустойчивости системы, так как даже синусоидальные характеристики при постоянстве э. д. с. имеют в этой области значений углов возрастающий характер. При углах же  $\delta > 90^\circ$  режим переходит на падающие ветви синусоидальных характеристик мощности; система становится внутренне неустойчивой и удержать машины в синхронизме здесь можно лишь при исключительно точном регулировании. Таким образом, при ручном регулировании возможность устойчивой работы в этой области практически совершенно исключена. Затруднена она и при автоматическом регулировании [в случаях, когда регуляторы имеют зону нечувствительности]. При изменении напряжения в пределах этой зоны регуляторы не работают и э. д. с. генераторов остается постоянной. Критерием статической устойчивости является знак синхронизирующей мощности  $dP/d\delta$ , т. е. предела отношения приращения мощности к приращению угла при бесконечно малом отклонении от исходного установившегося режима работы системы.

Таким образом, рассматривая внешнюю характеристику мощности как совокупность возможных установившихся режимов работы при ручном регулировании и при автоматическом регулировании напряжения с зоной нечувствительности, устойчивость этих режимов в каждой точке внешней характеристики следует проверять по знаку синхронизирующей мощности при постоянстве э. д. с. генераторов, определяемой по касательной не к внешней характеристике, а к соответствующей внутренней характеристике мощности, как это показано на

Рис. 2-17. Изменение э. д. с. с увеличением угла.

Рис. 2-18. Определение внутреннего предела мощности.

рис. 2-18. Предельное значение мощности в этих условиях, так называемый внутренний предел мощности  $P_{mн}$ , достигается в точке  $b$  на внешней характеристике при  $\delta_{кр} = 90^\circ$  (или  $\delta_{кр} = 90^\circ + \alpha_{12}$  при наличии в системе активных сопротивлений).

Как было отмечено раньше, система не может работать на пределе устойчивости. На случай непредвиденных изменений режима необходим определенный запас устойчивости. Несовершенство регулирования напряжения вручную заставляет при определении запаса устойчивости при таком регулировании ориентироваться на постоянство э. д. с. генераторов.

Для каждой точки внешней характеристики мощности существует свой запас устойчивости, определяемый по внутренней характеристике, проходящей через данную точку (рис. 2-19). По мере увеличения  $P_0$  запас уменьшается и становится равным нулю при достижении внутреннего предела мощности. Ввиду того, что необходимо иметь определенное значение запаса устойчивости наибольшее допустимое значение передаваемой мощности  $P_0$  при ручном регулировании напряжения далеко не достигает внутреннего предела.

При автоматических регуляторах напряжения [имеющих зону нечувствительности] могут быть допущены меньшие запасы по внутренней характеристике, а следовательно, и большие значения передаваемой мощности  $P_0$ , поскольку при более или менее значительных изменениях режима можно не считаться с зоной нечувствительности регуляторов. Регуляторы обеспечивают дополнительный запас устойчивости вплоть до внутреннего предела мощности. Это обстоятельство позволяет рассматривать автоматические регуляторы напряжения как одно из наиболее эффективных средств увеличения статической устойчивости<sup>1</sup>.

[Регуляторы без зоны нечувствительности принципиально позволяют работать и за внутренним пределом мощности, еще более расширяя область устойчивой работы генераторов.]

Нельзя однако не отметить, что положительный эффект автоматических регуляторов напряжения может быть ограничен характеристиками возбудителей. При срабатывании регулятора напряжение возбудителя растет не беспредельно. Оно ограничивается некоторым максимальным значением — так называемым потолком возбуждения. Потолку возбуждения соответствует и некоторое предельное значение э. д. с. генератора  $E_m$ . Если потолок возбуждения будет достигнут при угле, меньшем  $90^\circ$  (например, в точке  $b$  на рис. 2-20), то при дальнейшем росте угла процесс протекает уже при постоянстве э. д. с.  $E = E_m$  и предел мощности получается равным амплитуде синусоиды мощности, построенной при  $E = E_m$ .

<sup>1</sup> Проанализированные условия устойчивости показывают, что нарушение устойчивости не всегда возникает при увеличении передаваемой мощности до значения, равного предельному, определенному как максимум угловой характеристики мощности. В этом случае, как это и было сделано выше, запас статической устойчивости должен определяться по отношению передаваемой мощности  $P_0$  и мощности, при которой происходит нарушение устойчивости. Определение запаса по отношению  $k_3 = P_m/P_0$ , где  $P_m$  — максимум статической характеристики мощности (статический предел мощности), строго говоря, возможно лишь в том случае, когда статический предел мощности и предел устойчивости совпадают, как, например, при работе нерегулируемого генератора на шины бесконечной мощности (§ 1-3). (Прим. ред.)

Рис. 2-19

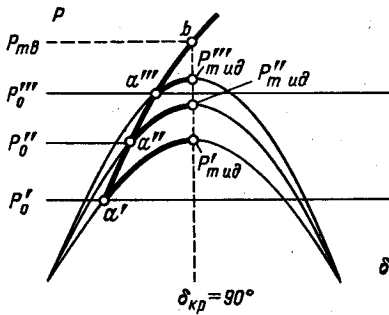


Рис. 2-19. Изменение запаса устойчивости, определяемого по внутренней характеристике.

Рис. 2-20

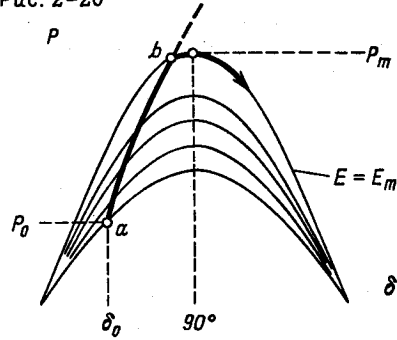


Рис. 2-20. Предел мощности при ограниченном изменении э. д. с.

Если бы регулятор обладал идеальной чувствительностью и ток возбуждения генератора изменялся без всякого запаздывания, то работа генератора протекала бы при любых изменениях угла  $\delta$  — конечных или бесконечно малых — на внешней характеристике  $P = f(\delta)$  при постоянстве напряжения на выводах генераторов. В этих условиях предельный, с точки зрения статической устойчивости, режим определяется амплитудой внешней характеристики мощности, достигаемой при углах  $\delta$ , значительно больших  $90^\circ$ . Однако неизбежное запаздывание в изменении тока возбуждения возбудителя, особенно генератора, а также [запаздывание в изменении токов в цепях самого регулятора усложняют условия сохранения устойчивости. Зона устойчивой работы при этом может быть расширена вплоть до значения мощности, равного амплитуде внешней характеристики, только при специальном выборе закона регулирования, который может быть реализован так называемыми регуляторами сильного действия.

Если же регулирование возбуждения осуществляется под действием регулятора, который, как рассматривалось ранее, изменяет ток возбуждения только в зависимости от изменения напряжения (регулятор пропорционального действия), то при наличии запаздывания генератор сможет работать при углах  $\delta$ , в той или иной степени превышающих  $90^\circ$ , но не достигающих значения, при котором характеристика мощности имеет максимальное значение. На рис. 2-21 показаны условия работы генератора с регулятором напряжения пропорционального действия при  $\delta > 90^\circ$ , где характеристики мощности при неизменных значениях э. д. с. холостого хода генератора  $E = \text{const}$  имеют уже падающий характер, но внешняя характеристика мощности при  $U_r = \text{const}$  еще заметно возрастает. При небольшом возмущении исходного режима работы генератора, отвечающего точке  $a$ , увеличение угла обуславливает уменьшение напряжения на шинах генератора. Регулятор напряжения повышает напряжение на обмотке возбуждения возбудителя, но ток возбуждения возбудителя, а с ним и напряжение якоря возбудителя возрастают не сразу, а постепенно в связи с существованием самоиндукции у обмотки возбуждения. Нарастание тока возбуждения генератора еще более

замедлено, поскольку индуктивность обмотки возбуждения генератора весьма велика. Поэтому изменение мощности генератора на рис. 2-21 в первый момент времени следует характеристике мощности при постоянстве э. д. с. генератора, соответствующей точке  $a$ . Мощность генератора падает, и под влиянием избытка мощности турбины угол  $\delta$  продолжает возрастать. Однако ток возбуждения и э. д. с. генератора также начинают изменяться и режим работы генератора переходит с одной характеристики мощности на другую, что не только замедляет снижение мощности генератора, но в дальнейшем приводит к увеличению мощности генератора с ростом угла. В точке  $b$  избыток мощности исчезает, но инерция ротора обуславливает дальнейшее увеличение угла, сопровождаемое ростом мощности генератора. Избыток мощности генератора затормаживает ротор, и в точке  $c$  достигается максимальное значение угла, после чего угол начинает уменьшаться. После того как будет пройдена точка  $d$ , лежащая на внешней характеристике мощности, регулятор напряжения начинает уменьшать напряжение возбудителя и кривая изменения мощности генератора пересекает семейство внутренних характеристик мощности в обратном направлении в соответствии с уменьшением э. д. с.  $E$ . После нескольких циклов колебания затухают и устанавливается первоначальный режим работы в точке  $a$ .

Несколько иначе обстоит дело, если у регулятора существует зона нечувствительности, неизбежная у всех регуляторов электромеханического типа. Такие регуляторы начинают работать только после того, как отклонение напряжения в ту или иную сторону достигнет определенного значения, необходимого для того, чтобы преодолеть сопротивление подвижных частей регулятора. При меньших отклонениях, лежащих в пределах зоны нечувствительности, регулятор не работает. В подобных условиях для генератора можно построить две внешние характеристики мощности, соответствующие границам зоны нечувствительности (рис. 2-22). Если исходному режиму работы генератора при  $\delta > 90^\circ$  соответствует точка  $a$ , то вследствие суще-

Рис. 2-21. К оценке условий работы генератора при  $\delta > 90^\circ$  при регуляторе без зоны нечувствительности.

Рис. 2-22. Характеристики мощности при наличии зоны нечувствительности регуляторов.

Рис. 2-21

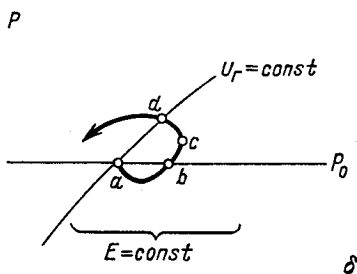
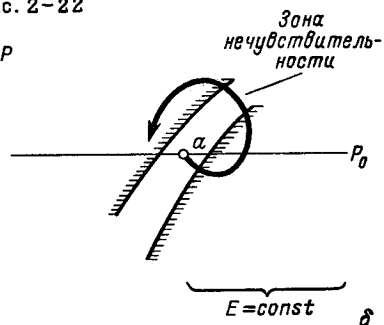


Рис. 2-22



ствования у регулятора зоны нечувствительности этот режим длительно существовать не может. Из-за того что внутренняя характеристика мощности падает, угол  $\delta$  начинает нарастать (или уменьшаться). После того как будут пройдены границы зоны нечувствительности, регулятор начинает работать и, изменяя э. д. с. генератора, может затормозить его и ограничить нарастание угла, так же как и в случае, рассмотренном на рис. 2-21. Однако если в результате затухания колебаний процесс и возвратился бы к исходным параметрам, характеризваемым точкой  $a$ , то в силу внутренней неустойчивости режима в этой точке колебания немедленно возникли бы снова.

Таким образом, характерной особенностью работы генератора в области значений угла  $\delta > 90^\circ$  при регуляторах, имеющих зоны нечувствительности, являются непрерывные незатухающие конечные колебания угла  $\delta$ , а следовательно, мощности, напряжения и тока генератора. Эти колебания затрудняют контроль за работой генератора и заставляют отрицательно характеризовать возможность работы генераторов в области  $\delta > 90^\circ$  при регуляторах напряжения электромеханического типа.

При регуляторах, не имеющих зоны нечувствительности, как было показано на рис. 2-21, режим работы генератора при  $\delta > 90^\circ$  также характеризуется колебаниями угла, которые определяются запаздыванием изменения тока в цепях генератора, возбuditеля и системы АРВ. Однако эти колебания при правильной настройке регуляторов затухают и поэтому не могут рассматриваться в качестве безусловной причины нереализуемости режима в области, где  $\delta > 90^\circ$ , как это было для генераторов, снабженных регуляторами с зоной нечувствительности.

Качественный анализ процесса, выполненный с помощью зависимостей, приведенных на рис. 2-21, показал, что характер процесса изменения угла зависит как от того, в какой мере влияет запаздывание токов на изменение мощности генератора, так и от скорости изменения тока возбуждения под влиянием регулятора, определяющей на рис. 2-21 переход рабочей точки с одной внутренней характеристики на другую. Поэтому выбором коэффициента усиления регулятора, который характеризует степень изменения э. д. с. генератора при изменении контролируемого регулятором напряжения, можно влиять на процесс изменения колебаний угла  $\delta$ . Математический анализ этого процесса показывает, что при регуляторах пропорционального действия, не имеющих зоны нечувствительности, предельный угол, при котором малые колебания угла  $\delta$  не имеют нарастающего характера, оказывается всегда меньше угла, отвечающего амплитуде внешней характеристики мощности. Следовательно, такие регуляторы обеспечивают расширение зоны устойчивой работы за предел  $90^\circ$ , но не позволяют повышать передаваемую мощность до теоретически максимально возможного значения.

Обеспечить затухающий характер колебания угла  $\delta$  во всей зоне, где внешняя характеристика мощности возрастает, оказывается возможным при усложнении системы регулирования возбуждения генераторов, которая при этом должна реагировать не только на изменение напряжения (или тока), но также и изменять ток возбуждения пропорционально производным (скорости изменения) напряжения, тока или других параметров, характеризующих режим системы. Такие регуляторы называются регуляторами сильного действия.



# характеристики приемной системы и устойчивость нагрузки

## 3-1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЙ ПРЕДЕЛ МОЩНОСТИ

Если мощность приемной системы соизмерима с мощностью электропередачи, то напряжение нагрузки не остается постоянным при изменениях режима работы электропередачи. Для электропередачи с бесконечно мощной нагрузкой выше было установлено, что при постоянстве э. д. с. генератора и напряжения нагрузки увеличение угла сдвига этих векторов влечет за собой уменьшение напряжения во всех промежуточных точках схемы электропередачи.

Если приемная система представлена некоторой нагрузкой и местной электростанцией (рис. 3-1), то при оценке статической устойчивости системы передачи следует исходить из постоянства э. д. с. обеих станций  $E_1$  и  $E_2$  (отвлекаясь пока от влияния регуляторов напряжения). Увеличение угла  $\delta_{12}$  между векторами э. д. с., а следовательно, и угла  $\delta$  между  $\dot{E}_1$  и  $\dot{U}$  по-прежнему сопровождается уменьшением промежуточных напряжений, но на этот раз будет уменьшаться и напряжение  $U$  на шинах нагрузки, являющихся в рассматриваемых условиях некоторой промежуточной точкой в схеме замещения системы. Если при построении характеристики передаваемой мощности исходить из знакомой нам зависимости

$$P = \frac{E_1 U}{x_c} \sin \delta,$$

где  $x_c$  представляет собой индуктивное сопротивление электропередачи между э. д. с.  $E_1$  и напряжением нагрузки  $U$ , то напряжение следует считать переменным. Построив семейство синусоид для различных значений напряжения  $U$  (рис. 3-2), действительную характеристику мощности, учитывающую снижение напряжения нагрузки, можно получить, переходя при увеличении  $\delta$  с одной синусоиды на другую в соответствии с уменьшением напряжения  $U$ . Если касательные к синусоидальным характеристикам мощности, построенным для неизменных значений напряжения  $U$ , при  $\delta = 90^\circ$  горизонтальны, то

Рис. 3-1

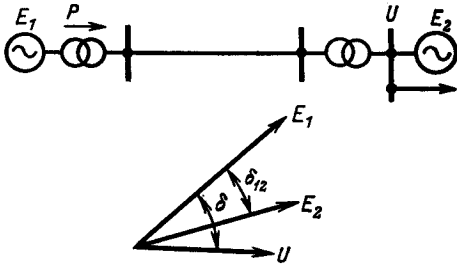


Рис. 3-2

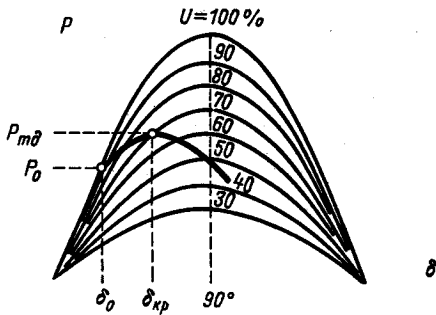
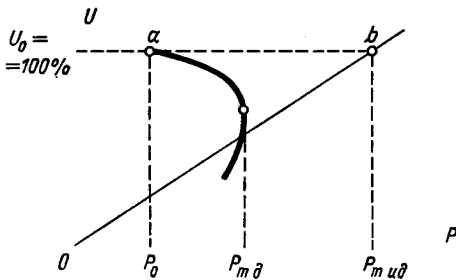


Рис. 3-3



действительная характеристика мощности при этом значении угла в силу непрерывного уменьшения напряжения должна иметь уже падающий характер и, следовательно, максимум этой характеристики — так называемый действительный предел мощности — достигается при угле, меньшем  $90^\circ$ . Значение действительного предела мощности также получается меньше идеального предела мощности, т. е. амплитуды синусоиды, построенной при постоянстве напряжения исходного режима  $U = 100\%$ .

Таким образом, снижение напряжения нагрузки является фактором, ухудшающим статическую устойчивость системы передачи. Обращая внимание на значение этого фактора, в практических расчетах устойчивости характеристику передаваемой мощности часто строят в зависимости от напряжения нагрузки  $U$  (рис. 3-3), а не от угла  $\delta$ . Каждой точке действительной характеристики мощности  $P = f(\delta)$ , представленной на рис. 3-2, соответствует свое значение напряжения нагрузки  $U$ . Откладывая по оси ординат эти значения  $U$ , а по оси абсцисс — соответствующие значения передаваемой мощности  $P$ , мы и получаем характеристику  $U = f(P)$ , показанную на рис. 3-3. Максимальное значение мощности на этой характеристике, разумеется, совпадает с максимумом характеристики мощности  $P = f(\delta)$  и является тем же действительным пределом мощности  $P_{mд}$ . Идеальный предел мощности на рис. 3-3 для данного исходного режима работы системы, характеризуемого точкой  $a$ , определяется точкой  $b$  на пересечении горизонтали  $U = \text{const}$  с прямой  $ob$ , дающей значения  $P_{mид} = EU/x_c$  в зависимости от напряжения  $U$ .

На рис. 3-4 показаны действительные характеристики мощности одной и той же электропередачи, но при различных

Рис. 3-1. Схема электропередачи и приемной системы.

Рис. 3-2. Действительная характеристика мощности.

Рис. 3-3. Зависимость напряжения от мощности.

свойствах нагрузки. Чем меньше падает напряжение нагрузки с ростом передаваемой мощности и угла  $\delta$ , тем более высоким получается действительный предел мощности, в конце концов приближающийся к идеальному. Очевидно, степень снижения напряжения нагрузки будет тем меньшей, чем больше номинальная мощность приемной системы<sup>1</sup>.

При данной мощности нагрузки существенное значение имеют ее характеристики, а также характеристики местных генераторов. Уменьшение индуктивных сопротивлений этих генераторов способствует стабилизации напряжения нагрузки.

Влияние нагрузки на напряжение в точках ее включения определяется так называемым регулирующим эффектом нагрузки, т. е. степенью снижения активной и реактивной мощности нагрузки с уменьшением напряжения на ее выводах, характеризуемой производными  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ .

Увеличение угла  $\delta_{12}$  между э.д.с. передающей и местной электростанций (рис. 3-1) сопровождается снижением напряжения на нагрузке. Однако с уменьшением напряжения в какой-то мере уменьшается и мощность, потребляемая нагрузкой, — как активная, так и реактивная. Уменьшение потоков мощности в сети, питающей нагрузку, уменьшает падение напряжения в генераторах, трансформаторах и линиях, что в некоторой степени поддерживает напряжение нагрузки, снижающееся при увеличении угла  $\delta$ . Значительно большее влияние при этом оказывает степень изменения реактивной мощности нагрузки, а не активной, поскольку падение напряжения в индуктивных сопротивлениях схемы определяется прежде всего реактивными токами.

Влияние регулирующего эффекта нагрузки на действительный предел мощности довольно значительно, и с ним приходится считаться в практических расчетах устойчивости. Строгое решение задачи приводит к представлению нагрузок их статическими характеристиками, дающими зависимость активной и реактивной мощности нагрузки от напряжения. Касательные к этим характеристикам позволяют определить производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ , т. е. регулирующий эффект нагрузки. [В общем случае статические нагрузки определяют нелинейную зависимость между током цепи нагрузки и приложенным к ней напряжением. Это приводит к необходимости при вычислении действительного предела мощности пользоваться методами расчета нелинейных цепей].

Рис. 3-4

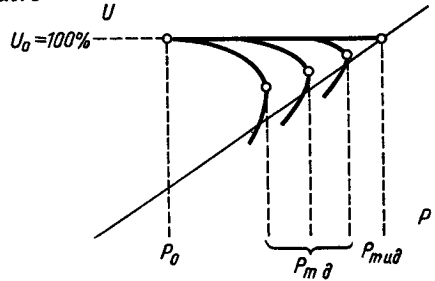


Рис. 3-4. Характеристики мощности при различной степени снижения напряжения.

<sup>1</sup> Расчеты показывают, что снижение напряжения на шинах приемника заметно сказывается на пределе мощности в тех случаях, когда мощность приемника менее чем в 3 раза превышает мощность передающей станции. При большей мощности приемника это влияние мало заметно, а при мощности приемника, в 5 раз большей мощности удаленной электрической станции, действительный предел мощности практически совпадает с идеальным. (Прим. ред.)

### 3-2. СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАГРУЗКИ

Простейшим видом нагрузки являются неизменные активные и индуктивные сопротивления (рис. 3-5). В этом случае активная и реактивная мощности нагрузки пропорциональны квадрату напряжения

$$P_n = U^2/r_n; \quad Q_n = U^2/x_n$$

и регулирующий эффект нагрузки по активной и реактивной мощности равен:

$$\frac{dP_n}{dU} = \frac{2U}{r_n} = \frac{2}{U} \frac{U^2}{r_n} = \frac{2P_n}{U};$$

$$\frac{dQ_n}{dU} = \frac{2U}{x_n} = \frac{2}{U} \frac{U^2}{x_n} = \frac{2Q_n}{U}.$$

В относительных единицах при  $P_n = Q_n = U = 1$  регулирующий эффект  $dP_n/dU = dQ_n/dU = 2$ .

В действительности нагрузки обладают иными характеристиками, чем неизменные активное и индуктивное сопротивления, и их регулирующий эффект имеет другие значения.

Обычно более 50% нагрузки составляют асинхронные двигатели, к характеристикам которых мы и обратимся. На рис. 3-6 показаны графики зависимости потребляемой мощности или вращающего момента асинхронного двигателя от скольжения для номинального и пониженных значений напряжения на его выводах. Характеристики момента асинхронного двигателя, вообще говоря, изменяются пропорционально квадрату напряжения на выводах двигателя. Предполагая тормозной момент (момент сопротивления, преодолеваемый двигателем) постоянным ( $P_T = P_{\text{мех}} = \text{const}$ ), можно установить, что уменьшение напряжения на выводах двигателя должно сопровождаться увеличением скольжения двигателя до такого значения, чтобы вращающий момент вновь уравновесил бы тормозной момент. Так, например, при уменьшении напряжения на двигателе со 100 до 80% двигатель переходит из режима, характеризуемого точкой 1 (рис. 3-6), в режим, характеризуемый точкой 2, с соответствующим увеличением скольжения двигателя от  $s_1$  до  $s_2$ . Увеличение скольжения двигателя влечет за собой изменение его эквивалентного сопротивления. Как вытекает из известной схемы замещения двигателя (рис. 3-7), с увеличением скольжения падает эквивалентное активное сопротивление цепи ротора  $r/s$ . Поэтому ток в цепи  $x_{12}$  снижается в меньшей степени, чем в случае неизменности сопротивления в этой цепи, а в определенных условиях (при постоянном  $P_T$ ) даже возрастает. Те же соображения справедливы и в отношении реактивной мощности  $I^2 x_{12}$ , теряемой в индуктивном сопротивлении рассеяния ротора  $x_{12}$ . С этой точки зрения регулирующий эффект по реактивной мощности асинхронного двигателя должен быть ниже, чем в случае нагрузки в виде постоянного сопротивления, и может оказаться даже отрицательным (если ток  $I_2$ , а с ним и реактивная мощность  $I_2^2 x_{12}$  не снижаются с уменьшением напряжения двигателя, а возрастают). Однако имеется другой фактор, значительно повышающий регулирующий эффект нагрузки при достаточно высоком напряже-

нии на выводах двигателя, — это изменение намагничивающего тока двигателя  $I_{\mu}$ .

При напряжении, близком к номинальному, двигатель работает с насыщенной магнитной цепью (точка  $a$  на рис. 3-8) и небольшое снижение напряжения приводит к настолько резкому уменьшению  $I_{\mu}$ , что суммарный регулирующий эффект двигателя может получиться даже более высоким, чем у нагрузки в виде неизменного сопротивления. При низких напряжениях преобладает отрицательное влияние изменения эквивалентного активного сопротивления ротора, рассмотренного выше. Результирующая характеристика реактивной мощности двигателя показана на рис. 3-9. Регулирующий эффект, определяемый по касательной к этой характеристике, при низких напряжениях изменяет свой знак.

При неизменном тормозном моменте двигателя регулирующий эффект по активной мощности, очевидно, равен нулю ( $dP/dU = 0$ ). Это положение тем более справедливо в отношении синхронных двигателей, частота вращения которых в установившемся режиме не зависит от напряжения.

Регулирующий эффект по реактивной мощности у синхронных двигателей, а также и у синхронных компенсаторов очень невелик. Зависимость реактивной мощности синхронного компенсатора от напряжения на его выводах нетрудно установить из векторной диаграммы компенсатора (рис. 3-10). Из очевидного соотношения

$$E_q - U = I x_d,$$

где  $x_d$  — синхронное индуктивное сопротивление компенсатора;  $E_q$  — э. д. с. х. х., можно

Рис. 3-5

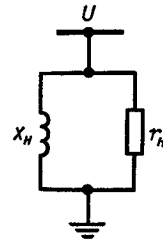


Рис. 3-6

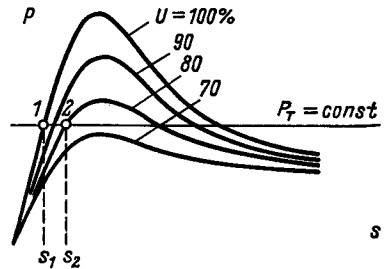


Рис. 3-7

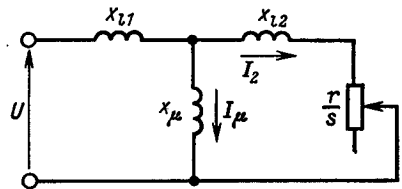


Рис. 3-8

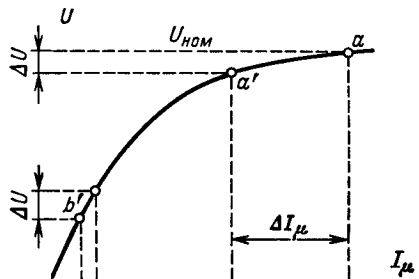


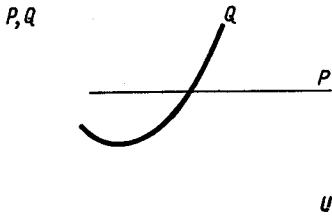
Рис. 3-5. Представление нагрузки постоянным сопротивлением.

Рис. 3-6. Характеристики мощности асинхронного двигателя при различных напряжениях.

Рис. 3-7. Схема замещения асинхронного двигателя.

Рис. 3-8. Зависимость намагничивающего тока от напряжения.

Рис. 3-9



определить ток синхронного компенсатора

$$I_d = \frac{E_q - U}{x_d}$$

и найти его реактивную мощность:

$$Q_{с.к} = UI = \frac{E_q U}{x_d} - \frac{U^2}{x_d};$$

здесь положительной считается реактивная мощность, отдаваемая компенсатором в сеть. Если же положительной считать реактивную мощность, потребляемую компенсатором из сети (так же, как и реактивную мощность нагрузки), то в найденном выражении мощности следует изменить знак:

$$Q_{с.к} = \frac{U^2}{x_d} - \frac{E_q U}{x_d}.$$

Регулирующий эффект компенсатора, очевидно, находится по выражению

$$\frac{dQ_{с.к}}{dU} = \frac{2U - E_q}{x_d}$$

и, следовательно, зависит от э.д.с.  $E_q$ , т. е. от возбуждения машин.

Когда компенсатор вырабатывает реактивную мощность, близкую к номинальной, он должен иметь значительный ток возбуждения. При этом обычно  $E_q > 2U$ , что приводит к отрицательному значению регулирующего эффекта. При  $E_q = 2U$  регулирующий эффект равен нулю, и только при  $E_q < 2U$  он становится положительным. Однако и здесь регулирующий эффект численно невелик ввиду пологого наклона характеристики синхронного компенсатора в зависимости от напряжения при неизменном токе возбуждения машины (рис. 3-11). Небезынтересно сопоставить

Рис. 3-10

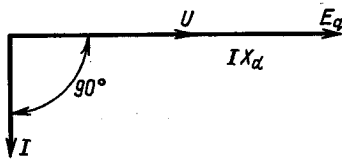


Рис. 3-11

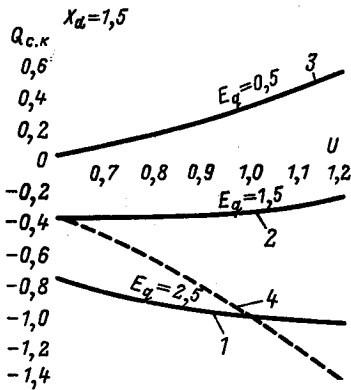


Рис. 3-12

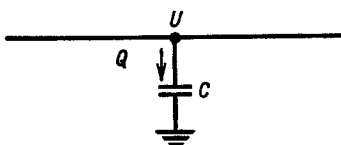


Рис. 3-9. Характеристики активной и реактивной мощности асинхронного двигателя.

Рис. 3-10. Векторная диаграмма синхронного компенсатора.

Рис. 3-11. Характеристики реактивной мощности синхронного компенсатора и конденсатора.

1, 2, 3 — синхронный компенсатор; 4 — конденсатор.

Рис. 3-12. Конденсатор — источник реактивной мощности.

с этой точки зрения синхронные компенсаторы с другим типом компенсирующего устройства — конденсаторами (рис. 3-12). Реактивная мощность конденсаторов, как и всякого постоянного сопротивления, пропорциональна квадрату напряжения. Конденсаторы отдают («генерируют») реактивную мощность в сеть. Следовательно, получаемая ими реактивная мощность, так же как и у перевозбужденного синхронного компенсатора, отрицательна:

$$Q_{ст.к} = -U^2/x_c, \text{ где } x_c = 1/\omega C;$$

эта зависимость показана на рис. 3-11.

Регулирующий эффект конденсаторов, очевидно, определяется следующим образом:

$$\frac{dQ_{ст.к}}{dU} = -\frac{2U}{x_c} = \frac{2Q_{ст.к}}{U}.$$

При отрицательной мощности  $Q_{ст.к}$  регулирующий эффект также отрицателен и в относительных единицах равен  $-2$ .

Таким образом, характеристики конденсаторов с точки зрения поддержания напряжения при изменении режимов работы электрических систем еще более неблагоприятны, чем у синхронных компенсаторов, причем разница в пользу последних очень значительна.

Следует подчеркнуть, что все эти соображения относятся к нерегулируемым устройствам. При автоматическом регулировании синхронных компенсаторов, так же как и конденсаторов, обеспечивается возможность широкого изменения реактивной мощности компенсирующих устройств в пределах, необходимых для поддержания постоянства контролируемых напряжений. [В этих условиях при оценке устойчивости данного режима работы системы синхронные компенсаторы с современными регуляторами без зоны нечувствительности должны учитываться по характеристикам, отражающим изменение э. д. с.  $E_q$  в функции напряжения. При оценке устойчивости систем с конденсаторами следует считаться с характеристиками компенсирующих устройств при постоянстве их параметров и неизменном числе секций батареи, включенных в сеть, т. е. без учета возможности их регулирования, поскольку переключение секций происходит после изменения напряжения на батарее конденсаторов на определенную конечную величину.]

Возвращаясь к вопросу о характеристиках отдельных типов потребителей, следует отметить, что реактивная мощность осветительной нагрузки [в виде ламп накаливания] может быть принята равной нулю. Активная же мощность под влиянием изменения активного сопротивления ламп с температурой изменяется примерно пропорционально напряжению в степени 1,6:  $P = kU^{1,6}$ .

Активная мощность выпрямительной нагрузки и печей сопротивления пропорциональна квадрату напряжения.

Рис. 3-13. Статические характеристики нагрузки.

Рис. 3-13  
 $P, Q$

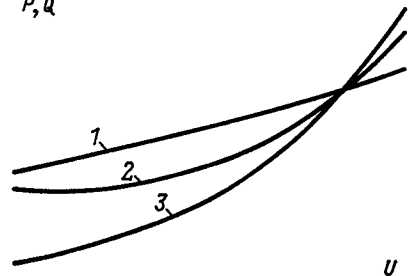


Таблица 3-1

Мощность, отн. ед.	Напряжение, отн. ед.												
	1,05	1,025	1,000	0,975	0,950	0,925	0,900	0,875	0,850	0,825	0,800	0,775	0,750
Активная при напряжении 6–10 и 110 кВ . . . . .	1,033	1,017	1,000	0,984	0,969	0,954	0,941	0,928	0,916	0,904	0,898	0,882	0,872
Реактивная при напряжении, кВ:													
6–10 . . . . .	1,130	1,063	1,000	0,945	0,900	0,863	0,833	0,807	0,785	0,767	0,751	0,742	0,735
110 . . . . .	1,090	1,045	1,000	0,962	0,930	0,905	0,885	0,870	0,858	0,849	0,844	0,844	0,848

[В реальных условиях нагрузка включает все рассмотренные типы потребителей. В зависимости от процентного состава различных типов потребителей такой комплексной нагрузки ее статические характеристики существенно изменяются. В настоящее время для различных отраслей промышленности получены и продолжают уточняться статические характеристики, отражающие особенности свойств электроприемников этих отраслей. Вместе с ними практическое применение в расчетах устойчивости находят типовые статические характеристики комплексной нагрузки, полученные для усредненной модели системы электроснабжения потребителей от шин 110 и 6(10) кВ подстанций районных электрических сетей.]

Зависимости активной и реактивной мощностей комплексной нагрузки от напряжения на подстанциях 6(10) и 110 кВ, питающих нагрузку, отвечающие типовым статическим характеристикам (рис. 3-13), даны в табл. 3-1. Относительные значения активной мощности при напряжениях 10 и 110 кВ практически одинаковы.

Регулирующий эффект, определяемый по типовым статическим характеристикам, при номинальном напряжении  $U = 1$  составляет:

$$dP/dU = 0,6; \quad dQ_{(6)}/dU = 2,3; \quad dQ_{(110)}/dU = 1,6.$$

Эти цифры, так же как и цифры табл. 3-1, даны в относительных единицах и должны быть умножены на действительное значение соответственно активной и реактивной мощности нагрузки в нормальном режиме.

Регулирующий эффект нагрузки при напряжении, отличном от нормального, может быть получен по кривой на рис. 3-13.

### 3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПРЕДЕЛА МОЩНОСТИ

Действительный предел мощности определяется как максимум характеристики мощности, построенной в зависимости от напряжения приемника (рис. 3-3) или от угла (рис. 3-2). В последнем случае в качестве независимой переменной с одинаковым успехом может быть использован угол  $\delta_1$  между э. д. с. передающей станции и напряжением нагрузки или угол  $\delta_{12}$  между э. д. с. обеих электростанций – передающей и местной (рис. 3-14).

При представлении нагрузки ее статическими характеристиками  $P_{11} = f(U)$  и  $Q_{11} = f(U)$  построение характеристики передаваемой мощности в зависи-



мости от угла или напряжения сводится к ряду обычных расчетов установившихся режимов. Например, пусть для схемы, изображенной на рис. 3-14, известны условия нормального режима работы системы. Тем самым определена первая точка искомой характеристики. Для определения второй точки характеристики, которая должна быть получена при увеличенном значении передаваемой мощности  $P_1$ , следует задать некоторым новым значением мощности местной электростанции  $P_2$ , несколько меньшим, чем в нормальном режиме. Поскольку соответствующее изменение реактивной мощности  $Q_2$  местной станции непосредственно установлено быть не может, приходится принять несколько произвольных значений  $Q_2$  и для каждого из них произвести расчет установившегося режима системы<sup>1</sup>. При этом будут получены несколько э. д. с.  $E_1$  и мощности  $P_1$  первой станции. Значения активной и реактивной мощностей нагрузки  $P_{II}$  и  $Q_{II}$  при различных получаемых в расчетах значениях напряжения  $U$  определяются по статическим характеристикам нагрузки.

Рис. 3-14

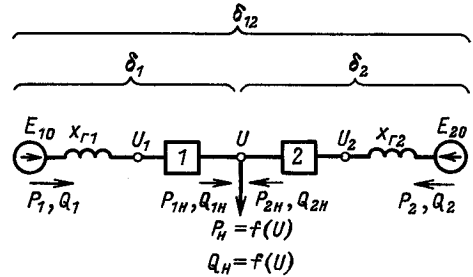


Рис. 3-14. Схема системы с двумя электростанциями.

Построив график зависимости найденных значений э. д. с.  $E_1$  (рис. 3-15) от какой-либо переменной (например, от напряжения  $U$ ) в точке пересечения этой кривой с горизонтальной прямой  $E_1 = E_{10}$ , где  $E_{10}$  — неизменная э. д. с. первой станции, можно получить истинный режим, который установится при принятом измененном значении мощности  $P_2$ . Значение мощности передающей станции  $P_1$  и напряжения  $U$  или угла  $\delta_{12}$  в этом режиме определяют вторую точку искомой характеристики  $P_1 = f(U)$  или  $P_1 = f(\delta_{12})$ .

Задаваясь дальнейшим уменьшением мощности местной станции  $P_2$  и повторяя расчеты [каждый из которых выполняется в указанной последовательности в соответствии с так называемым методом систематизированного подбора], можно получить третью точку характеристики и т. д. Построенная таким образом характеристика имеет вид, изображенный на рис. 3-16, а или б.

Касательная к характеристике  $P_1 = f(\delta_{12})$  (рис. 3-16, б) дает значения синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_{12}$  при нагрузке, заданной статическими характеристиками. Синхронизирующая мощность становится равной нулю, когда достигается амплитуда характеристики мощности  $P_{1m}$  при  $\delta_{12\text{кр}} < 90^\circ$ . Равенство нулю синхронизирующей мощности и является формальным признаком неустойчивости системы в рассмотренных условиях.

Подобным же образом решается задача и для схемы с несколькими нагрузками, заданными их статическими характеристиками (рис. 3-17).

Отметим, что график  $E_1 = f(U)$  (рис. 3-15) при достаточно широком диапазоне изменений  $E_1$  и  $U$  имеет не одну, а две точки пересечения

<sup>1</sup> Для того чтобы вести этот расчет, необходимо знать в какой-либо точке системы значение активной и реактивной мощности и напряжения. Исходным напряжением на рис. 3-14 является неизменное значение э. д. с. местной станции  $E_{20}$ .

с горизонталью  $E_{10}$  и позволяет в этих условиях найти сразу две точки искомой характеристики мощности. Это обстоятельство связано с нелинейностью характеристик нагрузки. Действительно, если обратиться к простейшей схеме питания реактивной нагрузки через некоторое внешнее индуктивное сопротивление  $x$  (рис. 3-18), то при представлении нагрузки неизменным сопротивлением  $x_n$  ток нагрузки будет пропорционален напряжению  $U$  и зависимость  $E = f(U)$  будет линейна:

$$E = U + I_n x = U + \frac{U}{x_n} x = U \left( 1 + \frac{x}{x_n} \right) = kU,$$

где  $k$  – постоянный коэффициент.

В этом случае очевидно, что каким бы значением э. д. с.  $E$  мы ни задавались, всегда каждому  $E$  будет соответствовать лишь одно значение напряжения  $U$ .

Если же ток нагрузки непропорционален  $U$  и, следовательно, мощность нагрузки непропорциональна  $U^2$ , как это имело место при постоянном индуктивном сопротивлении нагрузки, то картина получается иной. Так,

Рис. 3-15. Зависимость э. д. с. от напряжения.

Рис. 3-16. Характеристики мощности в зависимости от напряжения и угла.

Рис. 3-17. Схема системы с несколькими нагрузками.

Рис. 3-18. Представление нагрузки в виде постоянного индуктивного сопротивления.

Рис. 3-15

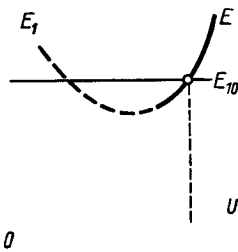


Рис. 3-16

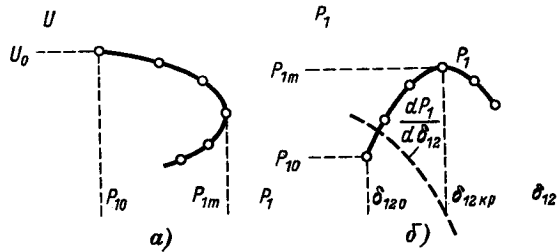


Рис. 3-17

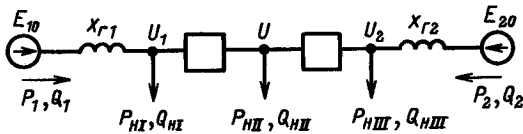


Рис. 3-18

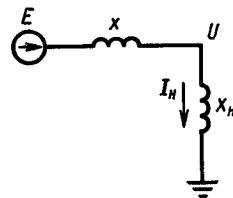


Рис. 3-19

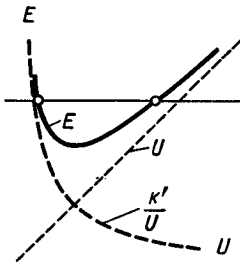


Рис. 3-19. Зависимость э. д. с. от напряжения при постоянной реактивной мощности нагрузки.

Рис. 3-20

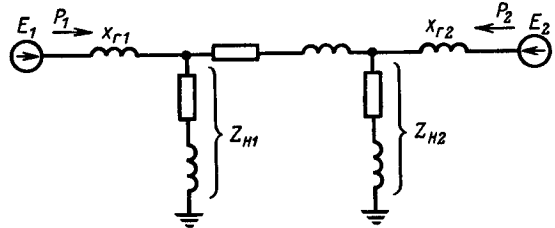


Рис. 3-20. Представление нагрузок постоянными сопротивлениями в схеме замещения системы.

например, если обратиться к случаю постоянства реактивной мощности нагрузки  $Q_{II} = \text{const}$ , то, определяя ток нагрузки как частное  $I_{II} = Q_{II}/U$ , нетрудно получить:

$$E = U + I_{II}x = U + \frac{Q_{II}}{U}x = U + \frac{k'}{U}.$$

Это уравнение для  $U$  является квадратным и дает два значения для  $U$  при данном  $E$  (рис. 3-19). Такая же картина получается и при характеристиках активной и реактивной мощности нагрузки, подобных приведенным в § 3-2, что и обуславливает характер зависимости  $E_1 = f(U)$ , показанной на рис. 3-15.

При представлении нагрузок постоянными сопротивлениями (см. рис. 3-20) задача построения характеристики мощности и определения действительного предела мощности чрезвычайно упрощается.

В § 2-3 было установлено, что в случае, когда схема замещения связи между источниками напряжения комбинируется из активных и индуктивных сопротивлений, которые не зависят от напряжения и тока, ток и мощность источника (станции) легко определяются через собственные и взаимные проводимости ветвей системы. Вычислив для передающей станции на рис. 3-20 собственную и взаимную проводимости  $Y_{11}$  и  $Y_{12}$ , можно сразу же записать зависимость мощности станции от угла  $P_1 = f(\delta_{12})$  в виде

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}). \tag{3-1}$$

Эта зависимость вытекает из (2-11) при подстановке  $U = E_2$  и  $\delta = \delta_{12}$ .

Максимум этой характеристики

$$P_{1m} = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \tag{3-2}$$

и дает значение действительного предела мощности. Таким образом, при представлении нагрузок постоянными сопротивлениями нет необходимости интересоваться характером изменения напряжения приемника. Влияние характеристик приемника на действительный предел мощности в выражении (3-2)

Рис. 3-21

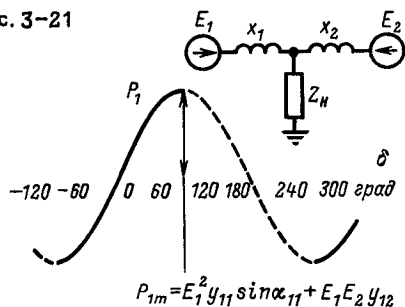


Рис. 3-22

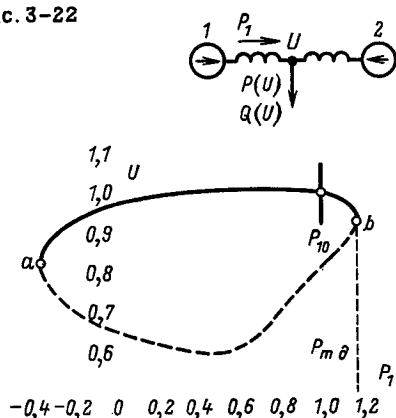
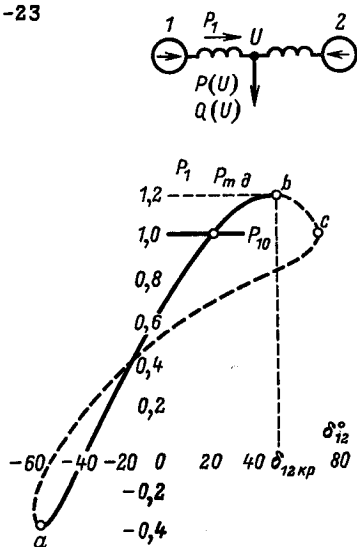


Рис. 3-23



проявляется через собственные и взаимные проводимости  $Y_{11}$  и  $Y_{12}$ , которые определяются с учетом сопротивлений нагрузок и местных генераторов.

При изменении угла  $\delta_{12}$  в любых пределах передаваемая мощность  $P_1$  изменяется, следуя синусоидальной зависимости (3-1), как это показано на рис. 3-21.

Иной получается картина, если проследить изменение мощности  $P_1$  при широком изменении угла  $\delta_{12}$  в случае представления нагрузок статическими характеристиками. Если характеристики  $P_1 = f(\delta_{12})$  и  $P_1 = f(U)$ , приведенные на рис. 3-16, продолжить в направлении дальнейшего изменения  $\delta_{12}$  и  $U$ , то можно прийти к несколько неожиданным результатам, представленным на рис. 3-22 и 3-23. Характеристики имеют замкнутый характер. Существование у характеристик двух ветвей, образующих замкнутую кривую, связано с нелинейностью характеристик нагрузки, обуславливающих две точки пересечения графиков  $E = f(U)$ , как это было установлено выше.

Устойчивые режимы работы системы определяют на характеристиках, приведенных на рис. 3-22 и 3-23, ветви, показанные сплошными линиями. Штриховые участки характеристики устанавливают вообще говоря, возможные, но неустойчивые и, следовательно, практически неосуществимые режимы. Правда, на штриховом участке характеристики на рис. 3-23 от точки  $a$  до точки  $c$  синхронизирующая мощность положительна и можно было бы предположить, что статическая устойчивость передающей станции здесь обеспечена, однако, как будет видно из дальнейшего, здесь возникает новое явление — неустойчивость нагрузки (§ 3-4).

Рис. 3-21. Зависимость мощности от угла при представлении нагрузки постоянным сопротивлением.

Рис. 3-22. Зависимость  $U = f(P)$  при нагрузке, заданной статическими характеристиками.

Рис. 3-23. Зависимость активной мощности от угла при нагрузке, заданной статическими характеристиками.

Замкнутый характер кривых указывает не только на неустойчивость, но даже на невозможность сбалансирования рабочих режимов системы при очень больших относительных углах  $\delta_{12}$  и соответственно низких напряжениях  $U$ .

Активная и реактивная мощности комплексной нагрузки падают с уменьшением напряжения сначала относительно быстро, а затем все медленнее и медленнее и, наконец, начинают даже снова возрастать. Передача же нагрузке больших мощностей от генераторных станций при низком напряжении осуществлена быть не может, так как амплитуды передаваемых мощностей при снижении напряжения уменьшаются. Этого не возникает при представлении нагрузки постоянными сопротивлениями, поскольку мощность такой нагрузки непрерывно падает с напряжением по квадратичной зависимости вплоть до нуля и здесь всегда оказывается возможным сбалансировать мощность нагрузки с мощностью генераторов. Поэтому характеристика  $P_1 = f(\delta_{12})$  на рис. 3-21 может быть неограниченно продолжена для любых значений угла  $\delta_{12}$ . Возрастающие ветви этой характеристики определяют устойчивые режимы работы системы, а падающие ветви — неустойчивые. Вопросы об устойчивости нагрузки здесь не возникает.

Совершенно разные результаты, получаемые при больших углах и низких напряжениях в случае представления нагрузки ее статическими характеристиками, с одной стороны, и постоянным сопротивлением — с другой, не исключают совпадения режимов при достаточно высоких напряжениях приемника в этих двух случаях. Этому благоприятствует примерно одинаковое значение регулирующего эффекта нагрузки по реактивной мощности при напряжении, близком к нормальному, достигающее для комплексной нагрузки 1,6–2,3 и для нагрузки, представленной неизменным сопротивлением, 2,0.

На рис. 3-24 показаны характеристики мощности в зависимости от угла для одной и той же системы, но при различном представлении нагрузки. Начальный режим работы при угле  $\delta_{120}$  и мощности  $P_{10}$  в обоих случаях один и тот же. Значительное расхождение характеристик мощности имеет место лишь при приближении к действительному пределу мощности. Различие в значениях действительного предела в рассматриваемом примере лежит в пределах точности расчета, которая может быть допущена для приближенных расчетов устойчивости.

В ориентировочных расчетах, по-видимому, можно допустить представление нагрузки постоянным комплексным сопротивлением, значительно упрощающее расчеты. Однако когда надо иметь вполне надежные результаты, безусловно, следует использовать истинные статические характеристики нагрузки.

Рис. 3-24

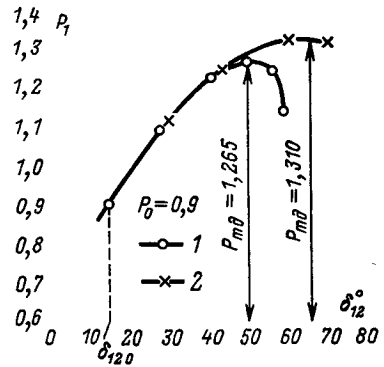


Рис. 3-24. Действительный предел мощности при различном представлении нагрузки.

1 — учет нагрузки статическими характеристиками; 2 — учет нагрузки постоянным сопротивлением.

### 3-4. УСТОЙЧИВОСТЬ НАГРУЗКИ

Те или иные свойства нагрузки оказывают непосредственное влияние на устойчивость параллельной работы станций. Однако характеристики нагрузки существенны не только с этой точки зрения. В определенных условиях нагрузка сама может оказаться неустойчивой. Так, например, известно, что у асинхронных двигателей, которые обычно и представляют основную часть нагрузки электрических систем, при значительном снижении напряжения на их выводах происходит опрокидывание и они останавливаются. На рис. 3-25, а приведена схема замещения асинхронного двигателя, при построении которой не учитывались потери активной мощности в стали, а также в меди статора. Эта схема часто упрощается и приводится к виду, изображенному на рис. 3-25, б, где индуктивное сопротивление цепи намагничивающего тока отнесено непосредственно к выводам двигателя. Индуктивное сопротивление  $x_l$  в упрощенной схеме представляет собой сумму индуктивных сопротивлений рассеяния статора и ротора  $x_l = x_{l1} + x_{l2}$ . Активная мощность  $P_m$  в этой схеме представляет мощность, получаемую двигателем из сети. Эта мощность, передаваемая со статора на ротор двигателя, определяется, как произведение вращающего момента на угловую скорость вращения магнитного потока двигателя. Последняя при неизменной частоте сети остается постоянной при любом скольжении двигателя, и, следовательно вращающий момент двигателя пропорционален мощности  $P_m$ , а в относительных единицах может быть принят численно ей равным.

Значение мощности  $P_m$  в схеме на рис. 3-25, б легко определяется в зависимости от скольжения двигателя  $s$ :

$$P_m = I^2 \frac{r}{s} = \frac{U^2}{x_l^2 + \left(\frac{r}{s}\right)^2} \frac{r}{s} = \frac{U^2 r s}{x_l^2 s^2 + r^2}. \quad (3-3)$$

Эта зависимость дает известную характеристику мощности или вращающего момента двигателя, представленную на рис. 3-26.

Определяя производную от  $P_m$  по скольжению и приравнявая ее нулю

$$\frac{dP_m}{ds} = U^2 r \frac{r^2 - x_l^2 s^2}{(r^2 + x_l^2 s^2)^2} = 0,$$

нетрудно установить, что максимум мощности двигателя или так называемый опрокидывающий момент  $M_{\text{кр}} = P_{\text{кр}}$  (напомним, что в относительных единицах моменты и мощности двигателя равны) достигается при критическом скольжении

$$s_{\text{кр}} = r/x_l \quad (3-4)$$

и получается равным

$$P_{\text{кр}} = U^2/2x_l. \quad (3-5)$$

На рис. 3-26 показана также характеристика тормозного момента  $P_t$ , преодолеваемого двигателем, т. е. момента сопротивления со стороны приводимого двигателем механизма. Этот момент зависит от частоты вращения, а следовательно, и от скольжения двигателя  $s$ . Установившийся режим работы

двигателя возможен при двух точках пересечения характеристики момента двигателя  $P_M$  и тормозного момента  $P_T$ . Однако уже знакомый нам метод исследования позволяет заключить, что лишь одна из них определяет устойчивый и, следовательно, реально осуществимый режим. Так, в точке  $a$  (рис. 3-26) с увеличением скольжения двигателя  $s$  вращающий момент двигателя возрастает, а тормозной, наоборот, уменьшается. На валу двигателя возникает ускоряющий избыточный момент, под влиянием которого скорость двигателя начинает возрастать, а скольжение уменьшается, в результате чего устанавливается первоначальный режим работы двигателя. Иная картина получается при работе двигателя со скольжением, которому на рис. 3-26 отвечает точка  $b$ . Здесь с увеличением скольжения связано возникновение не ускоряющего, а тормозящего избыточного момента, что обуславливает дальнейший нарастающий рост скольжения вплоть до остановки двигателя.

Критерием статической устойчивости двигателя является положительный знак избыточного момента  $dP = dP_M - dP_T$  при увеличении скольжения  $s$ , т. е. условие

$$dP/ds = dP_M/ds - dP_T/ds > 0.$$

Характеристика тормозного момента в зависимости от скольжения имеет часто падающий характер и, следовательно, отрицательную производную  $dP_T/ds$ , что обуславливает возможность устойчивой работы двигателя в некоторой узкой области за максимумом характеристики вращающего момента  $P_M = f(s)$  (рис. 3-27) при  $dP_M/ds$ , несколько меньшим нуля. Поскольку, однако,

Рис. 3-25

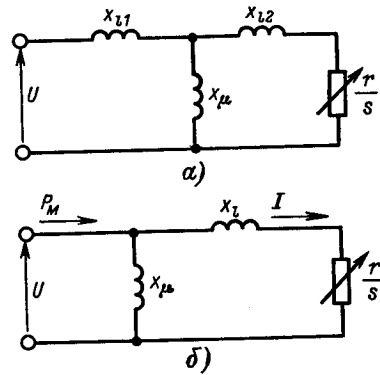


Рис. 3-25. Схемы замещения асинхронного двигателя.

Рис. 3-26. Установившиеся режимы работы двигателя.

Рис. 3-27. Возможный режим устойчивой работы двигателя при  $s > s_{кр}$ .

Рис. 3-26

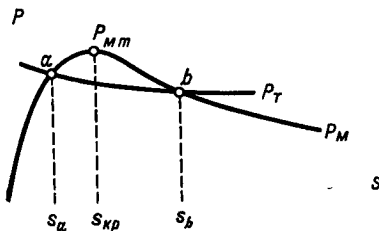
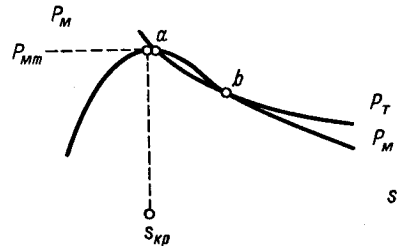


Рис. 3-27



обычно приходится иметь дело не с действительными двигателями, а с эквивалентным двигателем, представляющим множество самых разнообразных двигателей нагрузки электрических систем, определение характеристики тормозного момента которого затруднительно, нередко считают эту характеристику горизонтальной и полагают  $dP_M/ds = 0$ . При этом критерий устойчивости принимает вид  $dP_M/ds > 0$  и предельный, с точки зрения устойчивости, режим работы двигателя достигается в точке максимума характеристики  $P_M = f(s)$  при скольжении  $s_{кр}$ . Связанная с этим неточность создает некоторый дополнительный запас надежности в оценке устойчивости работы двигателя.

При нормальном напряжении на выводах двигателя значение максимальной мощности или опрокидывающего момента примерно вдвое превышает номинальную мощность двигателя, что обеспечивает более чем достаточный запас устойчивости. С уменьшением напряжения на выводах двигателя значение опрокидывающего момента быстро падает по квадратичной зависимости (3-5). Однако легко убедиться, что максимальная мощность может приблизиться к номинальной, а следовательно, двигатель может опрокинуться лишь при снижении напряжения по крайней мере на 30% (рис. 3-28). Такие снижения напряжения в установившихся режимах работы электрических систем не имеют места, и, следовательно, нужно искать другие факторы, способствующие опрокидыванию двигателей. Таким фактором является внешнее по отношению к двигателям индуктивное сопротивление системы, включая индуктивное сопротивление генераторов, питающих двигатели.

По отношению к мощности каждого отдельного двигателя в крупной электрической системе внешнее сопротивление системы, разумеется, невелико, и характеристику мощности такого двигателя можно строить при постоянстве напряжения на выводах, не считаясь с потерей напряжения в индуктивном сопротивлении системы при изменении скольжения двигателя. Однако в отношении мощности эквивалентного двигателя внешнее сопротивление системы может быть очень значительным. Напряжение на выводах эквивалентного двигателя в этих условиях не остается постоянным, а падает с увеличением скольжения в связи с потерями напряжения во внешнем индук-

Рис. 3-28. Характеристики асинхронного двигателя при нормальном и пониженном напряжении.

Рис. 3-29. Упрощенная схема замещения асинхронного двигателя.

Рис. 3-28

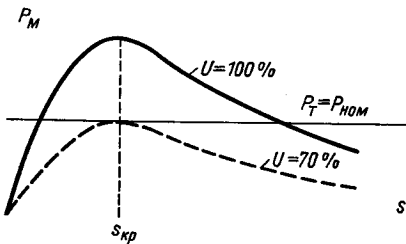
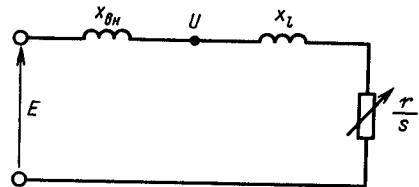


Рис. 3-29





тивным сопротивлением, что существенно влияет на характеристику эквивалентного двигателя.

Если в схеме замещения двигателя опустить индуктивное сопротивление цепи тока намагничивания (рис. 3-29), то при постоянстве э. д. с.  $E$ , приложенной за внешним индуктивным сопротивлением  $x_{вн}$ , значение опрокидывающего момента двигателя может быть найдено по аналогии с (3-5):

$$P_{Mm} = \frac{E^2}{2(x_{вн} + x_l)}$$

и критическое скольжение

$$s_{кр} = r/(x_{вн} + x_l).$$

Изменение характеристики мощности двигателя под влиянием внешнего сопротивления показано на рис. 3-30.

Как опрокидывающий момент, так и критическое скольжение заметно уменьшаются, хотя при построении характеристики мощности при  $E = \text{const}$  на рис. 3-30 значение э. д. с.  $E$  было выбрано таким, чтобы в исходном режиме работы системы, характеризуемом точкой  $a$ , напряжение  $U$  на выводах двигателя было нормальным. Быстрое понижение характеристики при  $E = \text{const}$  с ростом скольжения, начиная с  $s_0$ , легко объясняется нарастающей потерей напряжения во внешнем индуктивном сопротивлении. Влияние индуктивного сопротивления системы вместе с пониженным уровнем напряжения в системе и могут обусловить неустойчивость асинхронных двигателей нагрузки, если даже сами двигатели обладают достаточным запасом устойчивости.

### 3-5. ВТОРИЧНЫЕ ПРИЗНАКИ УСТОЙЧИВОСТИ НАГРУЗКИ

Формальным признаком устойчивости асинхронного двигателя при постоянстве тормозного момента является положительный знак производной вращающего момента двигателя по скольжению  $dP_M/ds > 0$ . Однако вычисление этой производной возможно лишь при условии представления множества двигателей нагрузки одним эквивалентным. Определение параметров эквивалентного двигателя часто затруднительно, что заставляет искать другие решения, позволяющие подойти к оценке устойчивости асинхронных двигателей в электрических системах, не выделяя их в составе комплексной нагрузки, а используя, например, уже знакомые нам статические характеристики нагрузки.

Статические характеристики комплексной нагрузки дают зависимость активной и реактивной мощности потребителей, входящих в состав нагрузки, включая асинхронные двигатели, от напряжения в точках включения нагрузки.

Рис. 3-30

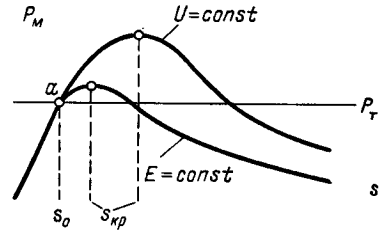
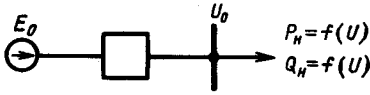


Рис. 3-30. Влияние внешнего индуктивного сопротивления на характеристику двигателя.

Рис. 3-31



Использование этих характеристик отнюдь не исключает из рассмотрения скольжения двигателей, характер изменения которого и позволяет в сущности судить об устойчивости двигателей. Следует напомнить, что при построении статических характеристик нагрузки каждому значению напряжения на выводах двигателя соответствовало свое значение скольжения (рис. 3-6), и, следовательно, зависимости  $P_{II} = f(U)$  и  $Q_{II} = f(U)$  отражают и определенное изменение скольжения двигателей.

В числе вторичных признаков устойчивости нагрузки, использующих статические характеристики нагрузки  $P_{II} = f(U)$  и  $Q_{II} = f(U)$ , можно указать на знак производных  $dE/dU$ ,  $d\Delta Q/dU$  и некоторые другие, изменяющие знак вместе с производной  $dP_{II}/ds$ .

Производная  $dE/dU$  определяется по касательной к характеристике  $E = f(U)$ , которая легко может быть построена при любом характере связи между генератором и нагрузкой. Пусть в исходном режиме в схеме на рис. 3-31 э.д.с. генератора равна  $E_0$  и напряжение на нагрузке  $U_0$ . Задаваясь новым значением напряжения на нагрузке  $U$  — меньшим, чем в нормальном режиме, по статическим характеристикам нагрузки можно определить новые значения активной и реактивной мощности нагрузки и, произведя расчет режима схемы, найти новое значение э.д.с. генератора  $E$ , соответствующее пониженному значению напряжения  $U$ .

Выполнив ряд таких расчетов для различных значений  $U$ , нетрудно построить кривую зависимости полученных значений э.д.с.  $E$  от напряжения  $U$ , которая имеет

<sup>1</sup> В оригинале  $dQ/dU$ . (Прим. ред.)

Рис. 3-32

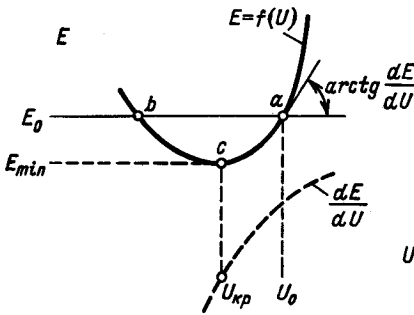


Рис. 3-33

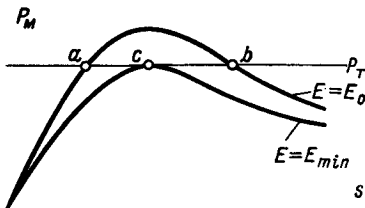


Рис. 3-31. Система с нагрузкой, заданной статическими характеристиками.

Рис. 3-32. Зависимость э. д. с. генератора от напряжения на нагрузке.

Рис. 3-33. Характеристики эквивалентного асинхронного двигателя при различных значениях э. д. с. генератора.

вид (рис. 3-32), напоминающий аналогичную кривую в расчетах действительного предела мощности при представлении нагрузки ее статическими характеристиками<sup>1</sup>. При э. д. с. генератора  $E = E_0$  возможны два режима работы на характеристике  $E = f(U)$  – в точке  $a$  и в точке  $b$ . В первом из них производная  $dE/dU$  положительна, а во втором – отрицательна. Каждой точке характеристики  $E = f(U)$  соответствует свое скольжение двигателей нагрузки, возрастающее с уменьшением напряжения  $U$ . Если обратиться к зависимости момента или мощности эквивалентного двигателя нагрузки от скольжения  $P_M = f(s)$  (рис. 3-33), то точки  $a$  и  $b$  возможных режимов на характеристике  $E = f(U)$  определятся на графике  $P_M = f(s)$  при ее пересечении с горизонтальной характеристикой тормозного момента двигателя  $P_T$ . При этом становится очевидным, что точка  $a$  (в которой производная  $dE/dU$  была положительной) определяет устойчивый режим работы двигателя, а точка  $b$  (где производная  $dE/dU$  была отрицательна) – неустойчивый.

При уменьшении э. д. с. генератора  $E$  характеристика вращающего момента (мощности) двигателя  $P_M = f(s)$  понижается, и при минимальном возможном значении э. д. с.  $E_{\min}$  (точка  $c$  на характеристике  $E = f(U)$  на рис. 3-32) график вращающего момента (мощности)  $P_M = f(s)$  касается горизонтальной характеристики тормозного момента только в одной точке (рис. 3-33). При этом, очевидно, достигается предельный режим с точки зрения устойчивости двигателя. Производная  $dE/dU$  в точке  $c$  (рис. 3-32) равна нулю.

Таким образом, оказывается возможным по знаку производной  $dE/dU$  судить об устойчивости асинхронных двигателей нагрузки. Для этого достаточно построить график  $E = f(U)$ , как это изложено выше, используя статические характеристики нагрузки. Запас устойчивости двигателей в исходном режиме (точка  $a$  на рис. 3-32) можно характеризовать отношением

$$k_d = (U_0 - U_{кр})/U_0,$$

где  $U_0$  – напряжение на нагрузке при  $E = E_0$ ;  $U_{кр}$  – критическое напряжение, достигаемое в точке минимума графика  $E = f(U)$ .

Такое решение задачи чрезвычайно просто и удобно.

Построение характеристик, связывающих изменение напряжения с э. д. с., достаточно просто решает задачу и при большем числе нагрузок в системе. Одни и те же расчеты позволяют установить значения напряжений на всех нагрузках при различных э. д. с. генераторов. Построив графики зависимости этих напряжений от э. д. с. (рис. 3-34), можно установить момент возникновения неустойчивости той из нагрузок, для которой критическое значение э. д. с. получается наивысшим. Расчеты удобно вести, задаваясь значением напряжения на наиболее удаленной из нагрузок.

Можно доказать вполне строго, что перемена знака производной  $dP_M/ds$ , устанавливающая момент возникновения неустойчивости двигателей, влечет за собой изменение знака не только производной  $dE/dU$ , но также и  $d\Delta Q/dU$ . В отношении последней мы ограничимся здесь изложением лишь некоторых общих соображений, позволяющих судить о возможности использования знака этой производной для оценки устойчивости работы двигателей.

<sup>1</sup> Последующие выводы, однако, не распространяются на схему с двумя электростанциями, с которой приходится иметь дело при определении действительного предела мощности.

Рис. 3-34

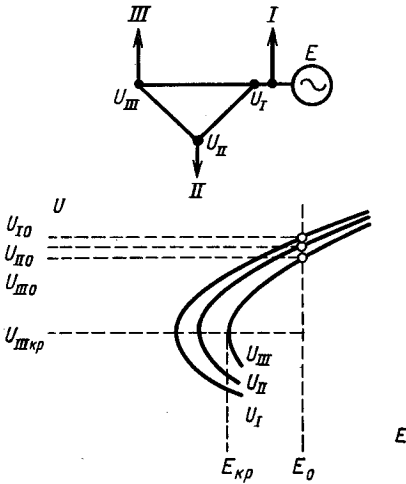


Рис. 3-35

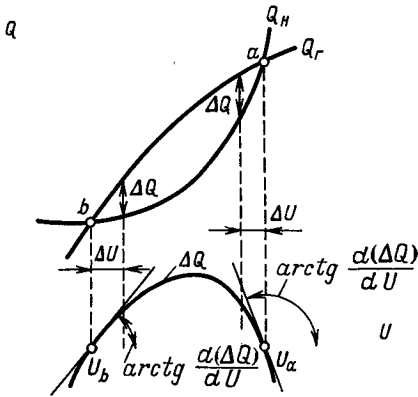
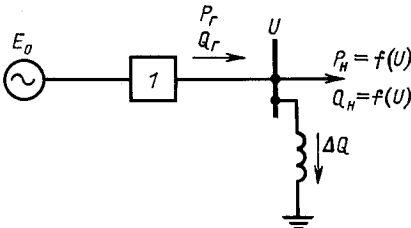


Рис. 3-36



На рис. 3-35 показаны зависимости реактивной мощности генератора  $Q_g$  и нагрузки  $Q_n$  от напряжения  $U$  на нагрузке. Характеристика реактивной мощности нагрузки представляет собой обычную статическую характеристику  $Q_n = f(U)$ . Характеристика реактивной мощности генератора  $Q_g = f(U)$  может быть вычислена при неизменной э. д. с. генератора  $E_0$  в зависимости от напряжения  $U$  при условии, что активная мощность генератора изменяется в соответствии с активной мощностью нагрузки  $P_r = P_n$ , причем последняя следует за напряжением согласно статической характеристике  $P_n = f(U)$ <sup>1</sup>. Построенные графики имеют две точки пересечения, характеризующие возможные режимы работы при данной э. д. с. генератора  $E_0$  (точки  $a$  и  $b$  на рис. 3-35). В этих точках балансируются как активные, так и реактивные мощности генератора и нагрузки. Эти точки совпадают, очевидно, с одноименными точками  $a$  и  $b$  на характеристике вращающего момента (мощности) двигателя (рис. 3-33), в которых балансируются вращающий и тормозной моменты двигателя при э. д. с. генератора  $E = E_0$ .

<sup>1</sup> Расчеты характеристики  $Q_g = f(U)$  могут быть выполнены с помощью уравнений (2-11), (2-12). При этом из второго уравнения (2-11) при принятом напряжении  $U$  и отвечающем ему значении мощности  $P_n$ , найденной по статической характеристике нагрузки, определяется угол  $\delta_{12}$ . После этого по второму уравнению (2-12) вычисляется реактивная мощность  $Q_n$ . Эта мощность поступает со стороны генератора к нагрузке, поэтому на рис. 3-35 и 3-36 она отмечена как  $Q_r$ . Однако следует подчеркнуть, что это не мощность самого генератора и поэтому она не может быть вычислена по первому уравнению (2-12). (Прим. ред.)

Рис. 3-34. Зависимости напряжений на нагрузках от э. д. с. генератора.

Рис. 3-35. Характеристики реактивной мощности генератора и нагрузки и определение небаланса  $\Delta Q$ .

Рис. 3-36. Нарушение баланса реактивной мощности подключением индуктивной проводимости.

Следовательно, точка  $a$  пересечения характеристик реактивной мощности на рис. 3-35 определяет устойчивый режим работы двигателей, а точка  $b$  — неустойчивый. Характер изменения реактивной мощности генератора и нагрузки с напряжением неодинаков для точек  $a$  и  $b$  (рис. 3-35).

Если исходный режим работы устойчив и определяется точкой  $a$ , то при подключении к нагрузке некоторой небольшой индуктивной проводимости (рис. 3-36), потребляющей реактивную мощность  $\Delta Q = Q_r - Q_n$  и нарушающей, следовательно, баланс реактивной мощности генератора и нагрузки, напряжение  $U$  уменьшается на  $\Delta U$ . Это вытекает из рис. 3-35, где положительному  $\Delta Q = Q_r - Q_n$  в точке  $a$  соответствует отрицательное  $\Delta U$ . Нетрудно видеть, что для точки  $a$  производная  $d\Delta Q/dU$  отрицательна.

Если же исходный режим существовал в точке  $b$  и был неустойчив, то здесь, как показывает график на рис. 3-35, производная  $d\Delta Q/dU$  положительна.

Таким образом, в качестве вторичного признака устойчивости двигателей может быть использовано условие  $d\Delta Q/dU < 0$ .

### 3-6. РАСЧЕТЫ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОСТЕЙШЕЙ СИСТЕМЫ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАПАСА

Нарушение устойчивости электростанций, как правило, влечет за собой и неустойчивость нагрузки. Точно так же и опрокидывание двигателей крупных потребителей, сопровождаемое резким снижением напряжения, может привести к выпадению из синхронизма генераторов, питающих данную нагрузку. Тем не менее для того, чтобы иметь суждение о необходимых средствах увеличения устойчивости, уместно поставить вопрос о том, в каких условиях параллельной работы двух станций на общую нагрузку, при каких параметрах схемы и режимах работы системы нарушение устойчивости происходит в результате выпадения из синхронизма станций или же является следствием опрокидывания двигателей нагрузки.

При неравномерном распределении активных и реактивных мощностей между станциями, и особенно при различающихся индуктивных сопротивлениях генераторов и связей (рис. 3-37), иными словами, в условиях, приводящих к значительным углам  $\delta_{12}$  между роторами генераторов в исследуемом режиме, представляется вероятным нарушение устойчивости работы станций. Расчеты устойчивости в этих случаях следует вести путем определения действительного предела мощности или вычисления синхронизирующей мощности [если в расчете не предполагается строго учитывать характеристики АРВ]. Наоборот, при симметричных схемах и режимах, приводящих к небольшим начальным углам  $\delta_{12}$ , казалось бы целесообразным обращать внимание на устойчивость нагрузки и проверять устойчивость системы путем построения графика  $E = f(U)$ .

Исследование этого вопроса привело к результатам, не вполне совпадающим с только что высказанными предположениями, но и не противоречащим им по существу. Предметом исследования была схема с двумя электростанциями и эквивалентным асинхронным двигателем.

Вследствие значительной разницы постоянных инерции генераторов и асинхронного двигателя устойчивость последнего проверялась при постоянном

Рис. 3-37

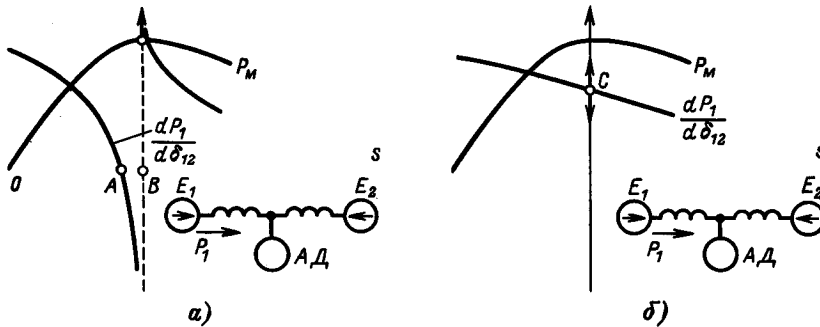


Рис. 3-37. Зависимости момента асинхронного двигателя и синхронизирующей мощности от скольжения двигателей.

$a - \delta_{12} > 0$ ;  $b - \delta_{12} = 0$ .

угле сдвига э.д.с. генераторов. На рис. 3-37, *a* показана характеристика мощности двигателя в зависимости от скольжения  $P_m = f(s)$ , построенная при постоянном угле  $\delta_{12}$ , отличном от нуля. Здесь же даны значения синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_{12}$ , найденные для режимов работы генераторов при том же значении угла  $\delta_{12}$  и различных исходных значениях скольжения двигателя  $s$ .

Синхронизирующая мощность определялась при учете нагрузки по статическим характеристикам, соответствующим принятым параметрам асинхронного двигателя. В этих условиях синхронизирующая мощность, изменив знак плюс на минус, проходит через бесконечность, после чего она вновь становится положительной. Бесконечно больших значений синхронизирующая мощность достигает в точке *B*, соответствующей максимуму характеристики мощности асинхронного двигателя. При этом положительное значение синхронизирующей мощности на второй ветви графика  $dP_1/d\delta_{12} = f(\delta)$  не свидетельствует об устойчивости системы в целом, поскольку из-за отрицательных значений производной  $dP_m/ds$  в этой области становится неустойчивым асинхронный двигатель. Синхронизирующая мощность проходит через нуль в точке *A*, когда производная  $dP_m/ds$  остается еще положительной<sup>1</sup>.

При уменьшении исходного угла  $\delta_{12}$  обе ветви кривой синхронизирующей мощности сближаются и при  $\delta_{12} = 0$  образуют непрерывную кривую, за исключением особой точки *C* (рис. 3-37, *b*), где синхронизирующая мощность принимает любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ , а производная  $dP_m/ds$  становится равной нулю.

Эти результаты позволяют заключить, что при любых непрерывных изменениях режима работы рассматриваемой системы, связанных с изменением относительного угла сдвига роторов  $\delta_{12}$  и скольжения двигателей  $s$ , синхронизирующая мощность изменяет знак раньше, чем производная  $dP_m/ds$ ,

<sup>1</sup> Переход синхронизирующей мощности через нуль и бесконечность можно проследить и на рис. 3-23 в точках *b* и *c*, определяя значения синхронизирующей мощности по касательной к характеристике мощности.

за исключением совершенно симметричного режима с относительным углом сдвига роторов, равным нулю.

Таким образом, неустойчивость генераторных станций всегда предшествует возникновению неустойчивости нагрузки или по крайней мере совпадает с ней и для оценки устойчивости системы в целом по существу можно было бы использовать единственный критерий в виде знака синхронизирующей мощности (действительный предел мощности).

Тем не менее, придерживаясь высказанных выше предположений, при симметричных схемах и режимах следует рекомендовать оценку устойчивости нагрузки путем построения зависимости  $E = f(U)$ , что равносильно использованию критерия  $dP_M/ds > 0$ , приводящего в симметричных условиях к результатам, весьма близким или даже совпадающим с результатами оценки устойчивости станций.

Помимо исключительной простоты и экономичности расчетов устойчивости путем построения зависимости  $E = f(U)$  целесообразность использования этого метода связывается с тем обстоятельством, что наиболее вероятной причиной нарушения статической устойчивости симметричных схем при достаточно тесной связи между электростанциями является именно снижение напряжения в системе в силу каких-либо обстоятельств.

Такого рода аварии, известные под названием «лавины напряжения», имели место в крупных системах, когда ввиду дефицита реактивной мощности приходилось допускать чрезмерно низкий уровень напряжения в системе. Допустимые пределы изменения напряжения и устанавливаются непосредственно из графика  $E = f(U)$ .

Статическая устойчивость системы должна проверяться не только в нормальных, но и в послеаварийных режимах работы, возникающих в результате отключения линий, трансформаторов или целых участков системы. Для удаленных электростанций наибольшую опасность, с точки зрения устойчивости, обычно представляют отключения линий. Запас устойчивости в послеаварийном режиме может быть допущен меньшим, чем в нормальном режиме.

При расчетах устойчивости и определении запаса как нормальных, так и послеаварийных режимов существенное значение имеет учет типа автоматических регуляторов возбуждения, установленных на генераторах электрических станций. Характеристика мощности регулируемых генераторов может быть построена как внешняя характеристика при постоянстве напряжения генераторов  $U_1$ . При этом регуляторы сильного действия обеспечивают устойчивость при передаче мощностей в диапазоне, ограниченном максимумом внешней характеристики. Соответственно запас устойчивости должен определяться как  $k_3 = (P_m(U_1 = \text{const}) - P_0)/P_0$ .

Регуляторы пропорционального действия позволяют обеспечивать устойчивость режима в меньшем диапазоне передаваемой мощности. Для практических целей можно ограничиться упрощенным решением задачи, приближенно определяя предел устойчивости как предел мощности по характеристике, построенной при условии постоянства переходной э. д. с. генераторов  $E'$ , приложенной в схеме замещения за их переходным индуктивным сопротивлением  $x_d'$ .

Действующие нормы устанавливают необходимый запас устойчивости для нормальных режимов равным 20%, для послеаварийных режимов 8%.

# ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ

## Глава 4

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### при расчете

### динамической устойчивости

#### 4-1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВОПРОСА

Всякое внезапное нарушение рабочего режима электрической системы, состоящей из электростанций, линий электропередачи и нагрузок, вызывает качания синхронных машин (генераторов, синхронных двигателей и компенсаторов). При неблагоприятных условиях размах колебаний может получиться настолько большим, что отдельные машины или целые электростанции выпадут из синхронизма.

Причина возникновения качаний заключается в следующем. Как правило, аварии в системах передачи сопровождаются внезапным изменением мощности, отдаваемой в сеть электростанциями. Регуляторы первичных двигателей обладают значительной инерцией и могут реагировать на изменение мощности или, вернее, на изменение частоты вращения машины с определенным запаздыванием. В результате равновесие между отдаваемой генераторами мощностью и мощностью, развиваемой первичными двигателями, нарушается и на валу машин возникают избыточные моменты, вызывающие изменение скорости и относительное перемещение роторов. Дальнейший характер возникших колебаний зависит от целого ряда факторов. Значения отдаваемой машинами мощности и избыточных моментов, ускоряющих или замедляющих роторы машин, в каждый момент времени определяются абсолютным значением и фазой э. д. с. всех машин системы, которые с течением времени изменяются, причем изменение фаз связано с относительным перемещением роторов и зависит, таким образом, от инерции вращающихся масс, т. е. от механических свойств системы, тогда как изменение абсолютных значений э. д. с. определяется преимущественно переходными электромагнитными процессами в машинах и зависит от действий АРВ и ряда других факторов. Упрощенная картина подобных колебаний была рассмотрена в гл. 1.

Качания синхронных машин могут возникнуть также в следующих случаях: при внезапном скачке нагрузки, при отключении линии или трансформатора, при отключении генератора и при коротком замыкании (к. з.).



Из этих видов аварии наиболее опасным является к. з., с которым и необходимо считаться в первую очередь. При заземленной нейтрали могут быть следующие виды к. з.: однофазное замыкание на землю; непосредственное замыкание между двумя фазами; двухфазное замыкание на землю; трехфазное к. з.

Наибольшие затруднения в отношении устойчивости возникают при трехфазном к. з. Вследствие резкого снижения напряжения при трехфазном к. з. связь между генераторными станциями настолько ослабляется, что устойчивость системы часто нарушается.

При однофазном и двухфазном к. з. (особенно в первом случае) снижение напряжения получается меньше и генераторы находятся в более благоприятных условиях, чем в случае трехфазного к. з.

Однако поскольку вероятность однофазного к. з. достаточно велика, опасности выпадения машин из синхронизма в этих условиях необходимо избегать.

В ответственных системах следует добиваться сохранения устойчивости также и при трехфазном к. з.<sup>1</sup> Другие виды аварий, такие, как отключение линий, трансформаторов и генераторов, с точки зрения динамической устойчивости обычно менее опасны, чем к. з. Поэтому расчеты динамической устойчивости проводятся [применительно к нарушению установившегося режима, причиной которого являются к. з.].

## 4.2. СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ПРИ КОРОТКОМ ЗАМЫКАНИИ

Если отвлечься от вопроса о параметрах генераторов, трансформаторов и линий электропередачи при различных условиях их работы, то схема замещения системы передачи при трехфазном к. з. (рис. 4-1, б) отличается от схемы нормального режима (рис. 4-1, а) лишь тем, что точка к. з. (в однолинейной схеме замещения) замыкается непосредственно на обратный провод.

Напряжение в точке к. з. при этом падает до нуля и передача мощности приемнику через нее оказывается невозможной. Если к. з. произошло в начале или конце двухцепной линии электропередачи, то генератор сбрасывает активную мощность почти до нуля, покрывая только потери мощности в активных сопротивлениях электропередачи. Избыток мощности, развиваемой турбиной, а следовательно, и избыточный момент на валу агрегата турбина-генератор получают очень значительными, чем и объясняется большая вероятность нарушения устойчивости при трехфазном к. з.

Несколько иначе обстоит дело при несимметричных к. з. Прежде всего необходимо установить некоторые принципиальные положения, которыми

---

<sup>1</sup> Для сохранения устойчивости при трехфазном замыкании и при наиболее тяжелом из несимметричных замыканий — двухфазном замыкании на землю — необходимо обычно применять ряд мероприятий, требующих значительных капитальных затрат. Вместе с тем нарушение устойчивости, расстраивая систему энергоснабжения значительных районов, приводит к недоотпуску энергии и весьма существенному народнохозяйственному ущербу. Поэтому вопрос о целесообразности обеспечения устойчивости при тяжелых повреждениях должен решаться с привлечением данных технико-экономического анализа. (Прим. ред.)

Рис. 4-1

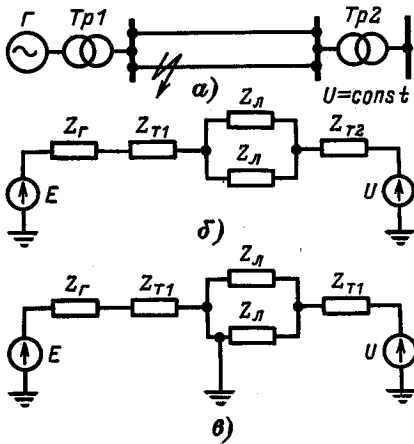
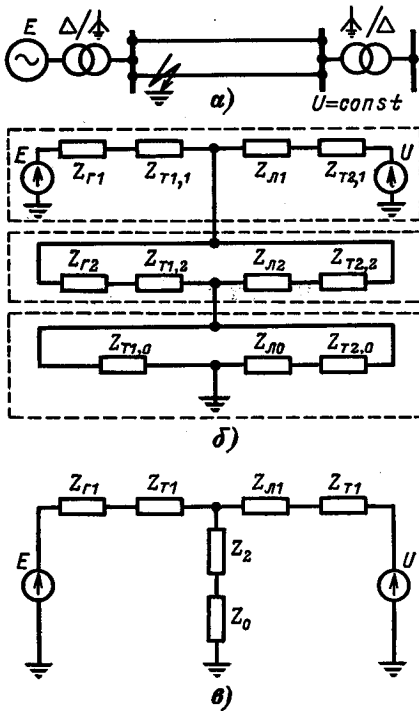


Рис. 4-2



следует руководствоваться при исследованиях устойчивости при несимметричных к. з. Надо помнить, что качания роторов машин вызываются изменениями активной мощности генераторов и в проблеме несимметричных к. з. нас будут интересовать только те стороны вопроса, которые непосредственно влияют на значение активной мощности и моментов на валах машин.

Современная практика при исследовании несимметричных режимов и, в частности, к. з. в электрических системах неизменно обращается к методу симметричных составляющих, который и в данном случае позволяет наметить наиболее простые решения задачи. Разлагая токи и напряжения при несимметричном к. з. на составляющие прямой, обратной и нулевой последовательности, можно сразу же констатировать, что при к. з. в сети высокого напряжения токи нулевой последовательности в цепи генератора вообще не циркулируют, поскольку при обычном соединении обмоток трансформаторов по схеме треугольник-звезда они замыкаются на землю через заземленную нейтраль трансформатора.

Иначе обстоит дело с токами обратной последовательности, которые трансформируются вне зависимости от схемы соединения обмоток трансформаторов, так же как и токи прямой последовательности, и протекают, следовательно, в обмотке генератора при несимметричном к. з. в любой точке сети. Токи обратной последовательности создают в воздушном зазоре машины магнитный поток реакции якоря, вращающийся в направлении, обратном направлению вращения ротора, и имеющий, следовательно, двойную частоту вращения относительно последнего. Возникающий при

Рис. 4-1. Принципиальная схема (а) и схемы замещения электропередачи при нормальном режиме (б) и при трехфазном к. з. (в).

Рис. 4-2. Принципиальная схема и схема замещения электропередачи при однофазном к. з.

а — схема системы; б — схема замещения для токов прямой последовательности; в — преобразованная схема замещения.

этом вращающий момент изменяется периодически с двойной частотой. Механическая инерция ротора машины настолько велика, что ротор не успевает следовать за периодическими колебаниями момента столь высокой частоты (100 Гц). Среднее же значение момента близко к нулю. На основной синхронный поток в воздушном зазоре, а следовательно, и на основную гармонику э. д. с. прямой последовательности токи обратной последовательности влияния почти не оказывают.

Таким образом, при несимметричных к.з. оказывается возможным не считаться с возникновением моментов, связанных с токами обратной и нулевой последовательности, и ограничиться рассмотрением системы токов и напряжений только прямой последовательности. Это очень важный вывод, значительно упрощающий анализ динамической устойчивости при несимметричных к.з., так как от несимметричного режима работы системы оказывается возможным перейти к симметричному.

Полученные результаты не следует понимать таким образом, что параметры схем обратной и нулевой последовательности вообще не влияют на устойчивость систем при несимметричных к.з. Схемы прямой, обратной и нулевой последовательности, как известно, связываются между собой и образуют комплексные схемы замещения несимметричных к.з. Следовательно, токи и напряжения прямой последовательности зависят от сопротивлений и конфигурации схем не только прямой, но также обратной и нулевой последовательности.

Пример построения комплексной схемы при однофазном к.з. в простой схеме электропередачи показан на рис. 4-2, где схемы прямой, обратной и нулевой последовательности, ориентированные относительно точки к.з., соединены последовательно. Поскольку значение токов, протекающих в отдельных элементах схем обратной и нулевой последовательности, для нашей задачи несущественны, схемы обратной и нулевой последовательности могут быть преобразованы к виду результирующих сопротивлений систем обратной и нулевой последовательности  $Z_2$  и  $Z_0$ , как это показано на рис. 4-2, в. Эта схема отличается от схемы замещения нормального режима работы системы лишь тем, что в точке к.з. оказывается включенным шунтирующее сопротивление, равное сумме результирующих сопротивлений схем обратной и нулевой последовательности.

Напряжения и токи генератора и приемника в схеме на рис. 4-2, в являются составляющими прямой последовательности. Они и определяют изменения мощности при к.з., приводящие к качаниям машин.

Таким образом, если рассматривать составляющие только прямой последовательности, то однофазное к.з. сводится к включению в точке к.з. трехфазного симметричного шунтирующего сопротивления, составленного из последовательно соединенных сопротивлений обратной и нулевой последовательности.

Используя комплексные схемы замещения, можно установить, что это положение справедливо и для других видов несимметричного к.з. с той только разницей, что шунтирующее сопротивление при двухфазном к.з. (без замыкания на землю) равно результирующему сопротивлению обратной последовательности, а при двухфазном замыкании на землю — сопротивлением обратной и нулевой последовательности, сложенным параллельно.

Для симметричного трехфазного к.з. шунтирующее сопротивление равно нулю.

Сравнивая различные виды к. з. (рис. 4-3), можно видеть, что наиболее тяжелым из них является трехфазное к. з., так как в этом случае сопротивление эквивалентного шунтирующего сопротивления, а следовательно, и напряжение в точке к. з. равны нулю. Более благоприятным случаем является двухфазное к. з. на землю. Далее идет двухфазное к. з. без замыкания на землю и, наконец, однофазное к. з. В последнем случае шунтирующее сопротивление получается наибольшим.

Воздействие к. з. зависит не только от его характера, но и от расположения точки к. з., в зависимости от которого меняются значения сопротивлений обратной и нулевой последовательности, отнесенных к точке к. з., которые в свою очередь влияют на сопротивление эквивалентного шунтирующего сопротивления.

В системе передачи, изображенной на рис. 4-4, индуктивное сопротивление нулевой последовательности, отнесенное к точке к. з., складывается из двух параллельных ветвей. Если к. з. произошло на расстоянии  $nl$  километров ( $n < 1$ ) от электростанции, где  $l$  — длина линии передачи, то

$$x_0 = \frac{[x_{T10} + nx_{л0}][x_{T20} + (1-n)x_{л0}]}{[x_{T10} + nx_{л0}] + [x_{T20} + (1-n)x_{л0}]} = \frac{[x_{T10} + nx_{л0}][x_{T20} + (1-n)x_{л0}]}{x_{T10} + x_{л0} + x_{T20}}$$

Таким образом,  $x_0$  является функцией величины  $n$ , определяющей положение точки к. з., и достигает максимального значения при условии

$$\frac{dx_0}{dn} = \frac{-x_{л0}[x_{T10} + nx_{л0}] + x_{л0}[x_{T20} + (1-n)x_{л0}]}{x_{T10} + x_{л0} + x_{T20}} = 0,$$

откуда

$$x_{T10} + nx_{л0} = x_{T20} + (1-n)x_{л0},$$

т. е. в том случае, когда индуктивные сопротивления обеих параллельных ветвей в схеме замещения обратной последовательности равны между собой.

Рис. 4-3. Сопротивление шунтирующего сопротивления в месте повреждения. *a* — при однофазном к. з.; *б* — при двухфазном к. з.; *в* — при двухфазном к. з. на землю; *г* — при трехфазном к. з.

Рис. 4-4. Принципиальная схема электропередачи (*a*) и схема нулевой последовательности при к. з. в промежуточной точке электропередачи (*б*).

Рис. 4-3

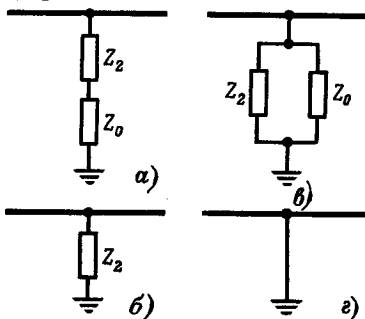
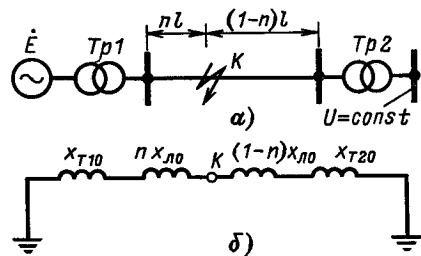


Рис. 4-4



Если индуктивные сопротивления трансформаторов в начале и конце передачи одинаковы, т. е.  $x_{T10} = x_{T20}$ , то максимальное значение  $x_0$  достигается, когда  $ix_{j0} = (1 - n)x_{j0}$  или  $n = 0,5$ , т. е. при к. з. в середине линии.

Если точка к. з. расположена ближе к началу или концу линии электропередачи, то  $x_0$  уменьшается.

Для двухцепной линии электропередачи картина получается более сложной ввиду значительного влияния параллельных цепей друг на друга при протекании токов нулевой последовательности. Однако сделанные выше выводы в основном справедливы и для этого случая.

Изменение индуктивного сопротивления нулевой последовательности в зависимости от расположения точки к. з. показано на рис. 4-5. Аналогичную зависимость, правда, менее резко выраженную, можно получить во многих случаях и для индуктивного сопротивления обратной последовательности.

Таким образом, индуктивное сопротивление эквивалентного шунтирующего сопротивления при однофазном или двухфазном замыкании на землю получается относительно большим, когда к. з. происходит в середине линии, и уменьшается по мере приближения точки к. з. к началу или к концу линии электропередачи. В связи с этим к. з. в середине линии является обычно более легким случаем, чем к. з. в начале или в конце. Какой из двух последних случаев будет более тяжелым, зависит от характеристик генераторного и приемного конца электропередачи. Обычно наибольшие затруднения возникают при к. з. в начале линии.

Рис. 4-5

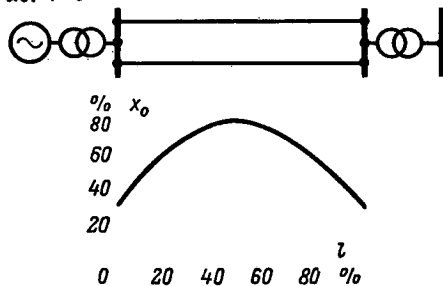


Рис. 4-5. Влияние расположения точки к. з. на индуктивное сопротивление обратной последовательности.

### 4.3. ПЕРЕХОДНОЕ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СИНХРОННЫХ МАШИН

При решении проблемы динамической устойчивости приходится иметь дело с переходными процессами, возникающими при авариях в системе, например при к. з. В этих условиях характеристики и параметры схем замещения синхронных генераторов (и других синхронных машин) должны отражать влияние переходных электромагнитных процессов в их цепях.

Продольное синхронное индуктивное сопротивление генератора, как известно, складывается из двух составляющих:

$$x_d = x_l + x_{ad}$$

Составляющая  $x_l$  связывается с существованием магнитного потока рассеяния статора  $\Phi_l$ , а  $x_{ad}$  — потока реакции якоря  $\Phi_{ad}$  (рис. 4-6). Электродвижущая сила  $E_q$  за синхронным индуктивным сопротивлением генератора в его схеме замещения пропорциональна полезному потоку  $\Phi_d$ , пронизывающему воздушный зазор и создаваемому током возбуждения машины. Кроме маг-

нитных потоков  $\Phi_b$ ,  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_d$  существует еще магнитный поток рассеяния ротора  $\Phi_{fl}$ , сцепленный только с обмоткой возбуждения. При к.з. в цепи статора генератора все эти магнитные потоки претерпевают изменения. Изменение магнитных потоков в первый момент к.з. следует определенной закономерности, вытекающей из известного принципа постоянства потоко-сцеплений, утверждающего, что результирующий магнитный поток, пронизывающий любую замкнутую обмотку, не может изменяться скачкообразно, так как в противном случае в обмотке наводилась бы бесконечно большая э. д. с. Поэтому пронизывающий обмотку магнитный поток при каком-либо внезапном нарушении режима работы цепи сначала остается неизменным и лишь в дальнейшем начинает плавно изменяться, стремясь к новому установившемуся значению (рис. 4-7). Если обмотку пронизывают несколько магнитных потоков, то принцип постоянства потоко-сцеплений следует относить ко всей совокупности потоков, а не к отдельным составляющим.

В продольной оси машины имеются две замкнутые обмотки: обмотка возбуждения и обмотка статора, а иногда и три, если есть демпферная обмотка. Впрочем, с последней можно не считаться, поскольку токи в демпферной обмотке затухают чрезвычайно быстро — в сотые доли секунды, тогда как период качаний ротора, являющихся предметом исследования при оценке динамической устойчивости, достигает 1,5–2 с.

Применение принципа постоянства потоко-сцеплений в равной мере к обмотке возбуждения и обмотке статора позволяет получить полную картину изменения тока возбуждения и тока статора в момент к.з. В цепи статора при этом, как известно, возникают две составляющие тока к.з.: быстро затухающая асимметричная (апериодическая) составляющая и весьма медленно затухающая симметричная (периодическая) составляющая.

Апериодическая составляющая тока к.з. не оказывает влияния на качания машин и может быть отброшена не только вследствие ее быстрого затухания, но и в силу того обстоятельства, что магнитный поток реакции статора, обусловленный апериодической составляющей тока к.з., неподвижен относительно статора и, взаимодействуя с током обмотки возбуждения, вращающейся вместе с ротором, создает вращающий момент пульсирующего

Рис. 4-6. Магнитные потоки синхронной машины.

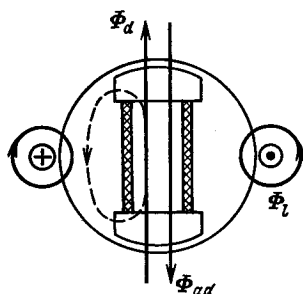
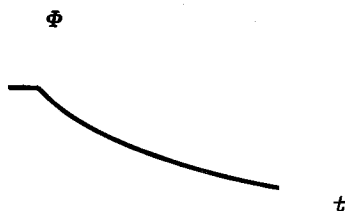


Рис. 4-6

Рис. 4-7. Изменение магнитного потока синхронной машины при внешнем к.з.

Рис. 4-7



характера со средним значением, близким к нулю, подобный моменту потока обратной последовательности при несимметричном к.з., но быстро затухающий.

Отбрасывая аperiodическую составляющую тока к.з., мы тем самым допускаем возможность скачкообразного изменения суммарного магнитного потока, сцепленного с обмоткой статора. Приведенные выше соображения оправдывают это допущение с точки зрения динамической устойчивости. Однако принцип постоянства потокосцепления со всей строгостью должен быть применен к обмотке возбуждения.

Мы рассмотрим приложение этого принципа в простейшем случае трехфазного к.з. в цепи машины, работающей в режиме холостого хода. Предполагая сначала, что поток рассеяния ротора отсутствует, можно допустить, что в режиме х.х. существует только один полезный поток  $\Phi_d$  (рис. 4-8, а) и, следовательно суммарный магнитный поток, сцепленный с обмоткой возбуждения  $\Phi_f$ , равен  $\Phi_d$ . Поток  $\Phi_d$  пронизывает также воздушный зазор и сцепляется с обмоткой статора. При возникновении в обмотке статора тока к.з. появляется поток реакции якоря  $\Phi_{ad}$ . Поскольку, однако, в силу принципа постоянства потокосцеплений суммарный поток обмотки возбуждения  $\Phi_f$  в первый момент к.з. должен остаться неизменным, при появлении потока реакции якоря  $\Phi_{ad}$  одновременно возрастает поток  $\Phi_d$  на величину  $\Delta\Phi_d = \Phi_{ad}$  (рис. 4-8, б), целиком компенсирующую реакцию якоря. Увеличение потока  $\Phi_d$  на  $\Delta\Phi_d$  связывается с появлением свободного тока в обмотке возбуждения, наводимого в момент к.з.

Таким образом, реакция якоря в первый момент к.з. совершенно не проявляется и магнитный поток в воздушном зазоре машины остается неизменным.

Как не раз уже отмечалось, индуктивное синхронное сопротивление генератора равно сумме индуктивных сопротивлений рассеяния статора и реакции якоря  $x_d = x_l + x_{ad}$ .

В рассматриваемых условиях реакция якоря не проявляется и, следовательно, индуктивное сопротивление машины сводится лишь к индуктивному сопротивлению рассеяния статора

$$x'_d = x_l. \quad (4-1)$$

Это так называемое переходное индуктивное сопротивление, равное при отсутствии рассеяния ротора индуктивному сопротивлению рассеяния статора. Влияние рассеяния ротора усложняет картину изменения магнитных потоков и вносит некоторые коррективы в полученные результаты.

При наличии потока рассеяния ротора  $\Phi_{fl}$  магнитный поток в воздушном зазоре машины, который мы обозначим через  $\Phi$ , при холостом ходе машины по-прежнему равен полезному потоку  $\Phi_d$ , создаваемому обмоткой возбуждения. Однако суммарный поток обмотки возбуждения  $\Phi_f$  уже не равен  $\Phi_d$ , а представляет собой сумму полезного потока  $\Phi_d$  и потока рассеяния ротора  $\Phi_{fl}$  (рис. 4-9, а):

$$\Phi_f = \Phi_d + \Phi_{fl}.$$

При к.з. появляется поток реакции якоря  $\Phi_{ad}$ , однако постоянство суммарного потока обмотки возбуждения  $\Phi_f$  обеспечивается увеличением потоков  $\Phi_d$  и  $\Phi_{fl}$  до некоторых новых значений  $\Phi'_d$  и  $\Phi'_{fl}$ , компенсирующих

Рис. 4-8

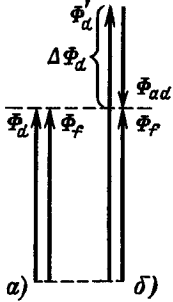


Рис. 4-8. Диаграмма магнитных потоков синхронной машины.

*a* — до к. з.; *б* — при к. з.

Рис. 4-9

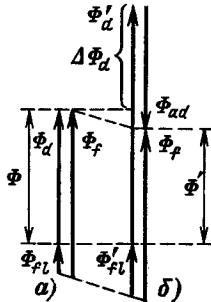


Рис. 4-9. Диаграмма магнитных потоков, включающая поток рассеяния ротора.

*a* — до к. з.; *б* — при к. з.

поток реакции  $\Phi_{ad}$  (рис. 4-9, б):

$$\Phi_f = \Phi'_d + \Phi'_{fl} - \Phi_{ad} = \Phi_d + \Phi_{fl} = \text{const.} \quad (4-2)$$

Как полезный поток  $\Phi_d$ , так и поток рассеяния ротора  $\Phi_{fl}$  создаются одним и тем же током, протекающим в обмотке возбуждения, и их увеличение при к. з. связывается, как и раньше, с появлением свободного тока в этой обмотке. Как вытекает из соотношения (4-2), приращение этих потоков  $\Delta\Phi_d = \Phi'_d - \Phi_d$  и  $\Delta\Phi_{fl} = \Phi'_{fl} - \Phi_{fl}$  полностью уравнивает поток реакции якоря внутри обмотки возбуждения:

$$\Delta\Phi_d + \Delta\Phi_{fl} = \Phi_{ad}$$

Однако только одна из этих составляющих, а именно  $\Delta\Phi_d$ , пронизывает воздушный зазор машины. Вторая же составляющая компенсирующего потока  $\Delta\Phi_{fl}$  в воздуш-

ный зазор не попадает, поскольку поток рассеяния ротора сцепляется только с обмоткой возбуждения.

Таким образом, если реакция якоря в отношении обмотки возбуждения и компенсируется полностью, то в воздушном зазоре часть потока реакции якоря, численно равная приращению потока рассеяния ротора  $\Delta\Phi_{ad} = \Delta\Phi_{fl}$ , оказывается некомпенсированной и, следовательно, индуктивное сопротивление генератора должно содержать кроме сопротивления рассеяния статора также и некоторую часть сопротивления реакции якоря:

$$x'_d = x_l + kx_{ad}$$

Сопоставляя это выражение с (4-1), можно констатировать, что под влиянием рассеяния ротора переходное индуктивное сопротивление генераторов возрастает, хотя коэффициент  $k$  мал. Этот коэффициент равен относительному значению потока рассеяния ротора  $k = \Phi_{fl}/\Phi_f$ , и, следовательно, выражение переходного индуктивного сопротивления может быть записано в виде

$$x'_d = x_l + \frac{\Phi_{fl}}{\Phi_f} x_{ad}$$

Отношение магнитных потоков может быть заменено отношением соответствующих сопротивлений. Вместо  $\Phi_{fl}$  здесь следует ввести сопротивление рассеяния обмотки возбуждения  $x_{fl}$  и вместо  $\Phi_f$  полное индуктивное сопротивление этой обмотки  $x_f = x_{fl} + x_{ad}$ , представляющее собой сумму сопротивления рассеяния  $x_{fl}$  и индуктивного сопротивления  $x_{ad}$ , играющего роль сопротивления взаимной индукции между статором и ротором. Тогда переходное индуктивное сопротивление машины

$$x'_d = x_l + \frac{x_{fl}x_{ad}}{x_{fl} + x_{ad}} \quad (4-3)$$



Это выражение приводит к схеме замещения, представленной на рис. 4-10, аналогичной схеме замещения трансформатора в режиме к.з., причем роль обмоток трансформатора играют обмотки статора и ротора.

Все изложенное выше относится только к первому моменту к.з. Скачки токов статора (2) и ротора (1) в момент к.з. показаны на рис. 4-11. В дальнейшем свободный ток, появившийся в цепи возбуждения и не поддерживаемый напряжением возбудителя, начинает затухать. Вместе с ним затухает и ток статора. При этом ток возбуждения стремится к своему первоначальному значению  $i_{fe}$ , пропорциональному напряжению возбудителя. По мере затухания свободного тока в цепи возбуждения реакция якоря начинает проявляться все в большей степени, и в новом установившемся режиме, когда свободный ток исчезает, реакция якоря проявляется полностью. Замещение генератора переходным индуктивным сопротивлением в течение всего переходного процесса, вообще говоря, было бы несправедливым.

Однако можно указать такие условия, когда с затуханием свободных токов все же можно не считаться и ограничиться представлением генератора его переходным индуктивным сопротивлением не только в первый момент к.з., но и в течение известного промежутка времени — практически в течение первого полуцикла качаний генератора.

Такие условия возникают прежде всего при быстром отключении к.з. Постоянная времени, характеризующая затухание свободного тока ротора, у крупных машин достигает нескольких секунд. При длительности к.з. около нескольких десятых долей секунды, легко реализуемой современной релейной защитой и выключателями, свободные токи не успевают затухать сколько-нибудь значительно и реакция якоря не проявляется в большей мере, чем это отражается переходным индуктивным сопротивлением машины.

Рис. 4-10. Схема замещения для определения переходного индуктивного сопротивления.

Рис. 4-11. Изменение токов при к.з.  
1 — ток возбуждения; 2 — огибающая тока статора.

Рис. 4-12. Изменение токов к.з. при наличии автоматического регулятора напряжения.  
1 — ток возбуждения; 2 — огибающая тока статора.

Рис. 4-10

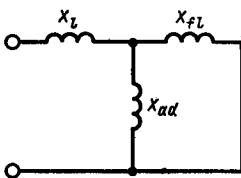


Рис. 4-11

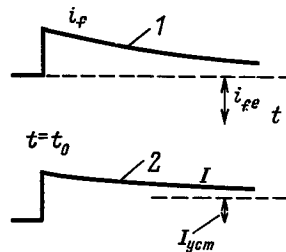
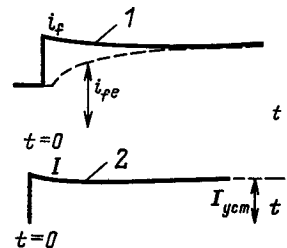


Рис. 4-12



Те же выводы могут быть сделаны и при длительном к.з., если генератор снабжен регулятором, осуществляющим форсировку возбуждения. Правда, свободный ток в обмотке возбуждения при длительном к.з. затухает весьма значительно, но это затухание компенсируется изменением вынужденного тока возбуждения  $i_{fe}$ , пропорционального напряжению возбудителя и возрастающего вместе с ним под влиянием регулятора возбуждения (рис. 4-12). При достаточной скорости подъема напряжения возбудителя затухание результирующих токов статора (2) и ротора (1) может быть полностью устранено и значение тока статора в любой момент времени будет определяться переходным индуктивным сопротивлением  $x'_d$  с тем же правом, что и для первого момента к.з.

Быстродействующие релейная защита и выключатели, а также автоматические регуляторы возбуждения являются неотъемлемыми элементами современных электрических систем, что позволяет в практических расчетах динамической устойчивости в большинстве случаев допустить замещение генераторов их переходными индуктивными сопротивлениями. Методике исследования динамической устойчивости при этом допущении будет уделено основное внимание в настоящем разделе. Впрочем, в разд. 3 будут изложены и более строгие методы исследования, учитывающие протекание переходных электромагнитных процессов во времени.

Переходным индуктивным сопротивлением генератора определяются не только собственно токи к.з., но и токи нормального режима, предшествовавшего к.з., если в качестве э.д.с. генератора ввести э.д.с.  $E'_q$ , равную  $E'_q = U_{q0} + I_{d0}x'_d$ , прибавляя к продольной составляющей напряжения на шинах генератора в нормальном режиме потерю напряжения в переходном индуктивном сопротивлении от продольной составляющей тока статора нормального режима  $I_{d0}x'_d$ .

Если пренебречь влиянием активных сопротивлений, то при к.з. у генератора, работавшего до того в режиме х.х., ток к.з.  $I_k$  отстает на  $90^\circ$  от э.д.с. генератора  $E'_q$  и вектор тока  $I_k$  совпадает с продольной осью машины,

т.е.  $I_k = I_d$  (рис. 4-13). Поперечная составляющая тока при этом отсутствует. Именно эти условия, когда переходный процесс протекает только в продольной оси машины, и рассматривались выше.

В переходном процессе претерпевают изменения как продольная, так и поперечная составляющие тока статора. В связи с отсутствием замкнутых обмоток в поперечной оси машины (если не считать с демпферной обмоткой) магнитный поток реакции якоря в ее поперечной оси изменяется, свободно следуя за изменением поперечной составляющей тока статора, и, следовательно, поперечное индуктивное сопротивление генератора в переходном процессе должно полностью содержать составляющую поперечной реакции статора. Иными словами, поперечное индуктивное сопротивление генератора в пере-

Рис. 4-13. Векторная диаграмма при к.з.

Рис. 4-14. Векторная диаграмма синхронной машины, представленной сопротивлениями  $x'_d$ ,  $x'_q$ .

Рис. 4-13

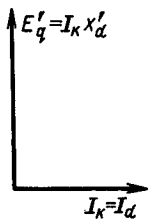
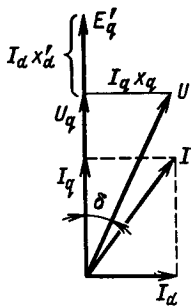


Рис. 4-14



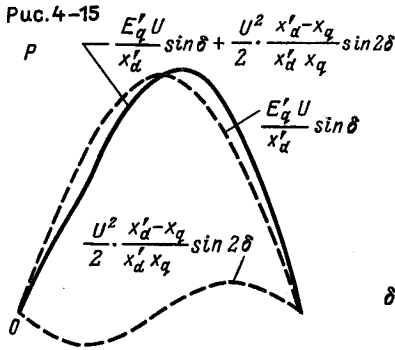


Рис. 4-15. Зависимость активной мощности от угла при постоянстве э. д. с.  $E'_q$ .

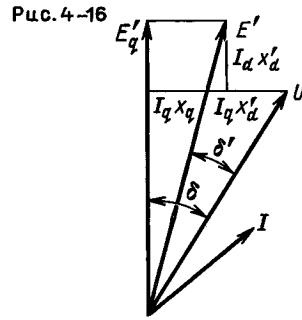


Рис. 4-16. Определение фиктивных э. д. с.  $E'$  и угла  $\delta'$  на векторной диаграмме.

ходном процессе должно быть равно синхронному поперечному индуктивному сопротивлению  $x_q = x_l + x_{aq}$ . Это не совсем справедливо по отношению к турбогенераторам, у которых стальной массив ротора играет роль замкнутой обмотки, частично компенсирующей изменение поперечного потока реакции якоря, причем свободные токи, возникающие в стали ротора, в некоторой части затухают сравнительно медленно, — быстрее, чем в обмотке возбуждения, но значительно медленнее, чем в демпферной обмотке. Однако это обстоятельство только благоприятствует тому практическому расчетному приему, который будет рассмотрен ниже.

Таким образом, с некоторыми оговорками генератор в переходном процессе может быть замещен в продольной оси переходным индуктивным сопротивлением  $x'_d$  и э. д. с.  $E'_q$  и в поперечной оси синхронным индуктивным сопротивлением  $x_q$ . Это относится к любому внезапному нарушению режима работы, связанному не только с коммутационными явлениями в цепи статора генератора, но и с изменениями частоты вращения и углового сдвига ротора  $\delta$ . Так, например, если допустить весьма быстрое изменение угла  $\delta$ , характеризующего относительное положение ротора генератора, работающего на шины бесконечной мощности, то при пересечении магнитного потока реакции якоря в обмотке возбуждения возникают свободные токи, компенсирующие изменение продольной составляющей потока реакции так же, как и при к.з. Принцип постоянства потокосцепления обмотки возбуждения позволяет и в этих условиях характеризовать генератор индуктивными сопротивлениями  $x'_d$  и  $x_q$  и э. д. с.  $E'_q$ . Векторная диаграмма генератора при этом имеет вид, изображенный на рис. 4-14. Она аналогична диаграмме явнополюсной машины с индуктивным сопротивлением в продольной оси  $x'_d$  и э. д. с.  $E'_q$ . Согласно выражению (2-4) зависимость активной мощности машины с такими параметрами от угла  $\delta$  имеет вид:

$$P = \frac{E'_q U}{x'_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q} \sin 2\delta. \quad (4-4)$$

Эта зависимость представлена на рис. 4-15, так же как и отдельные ее составляющие. Характеристика помимо основной гармоники  $\frac{E'_q U}{x'_d} \sin \delta$  имеет и вторую гармонику  $\frac{U^2}{2} \frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q} \sin 2\delta$ . Коэффициент  $\frac{U^2}{2} \frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q}$  отрицателен, поскольку  $x'_d < x_q$ , что вызывает смещение максимума характеристики мощности в область углов, больших  $90^\circ$ . Максимальная мощность, как это отмечалось в свое время для статической характеристики явнополюсной машины, незначительно отличается от амплитуды основной гармоники, в настоящем случае равной  $E'_q U/x'_d$ .

В практических расчетах зачастую опускают вторую гармонику, предполагая, что индуктивные сопротивления в продольной и поперечной осях одинаковы и равны  $x'_d$ . Тем самым вместо э.д.с.  $E'_q$  и угла  $\delta$  в расчет вводятся некоторые фиктивные величины э.д.с.  $E'$  и угла  $\delta'$  (рис. 4-16), и характеристика мощности имеет вид:

$$P = \frac{E' U}{x'_d} \sin \delta'. \quad (4-5)$$

В дальнейшем, там, где это не вызовет недоразумений, используя выражение (4-5), мы не будем писать индексов у  $E$  и  $\delta$ , но следует помнить, что речь идет о фиктивных значениях этих величин.

динамическая устойчивость

электростанции,

работающей на шины

бесконечной мощности.

устойчивость двух

электростанций

конечной мощности

### 5-1. ПРАВИЛО ПЛОЩАДЕЙ ПРИ РАБОТЕ СТАНЦИИ НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ

Рассмотрим сначала простейший случай работы электростанции через двухцепную линию электропередачи на шины бесконечной мощности (рис. 5-1). Предпосылка постоянства напряжения на шинах системы по абсолютному значению и фазе исключает возможность качаний приемной системы и значительно упрощает анализ явлений.

На рис. 5-2 приведена упрощенная схема замещения рассматриваемой системы при нормальном режиме, представляющая собой последовательное соединение индуктивных сопротивлений отдельных элементов системы, дающее в сумме  $x_c$ :

$$x_c = x_r + x_{r1} + 0,5x_n + x_{r2};$$

здесь под индуктивным сопротивлением генератора следует понимать его переходное индуктивное сопротивление  $x'_d$ .

Выше было установлено, что при быстром изменении угла в нормальном или аварийном режиме характеристику мощности генератора можно считать синусоидальной, отбросив вторую гармонику мощности и полагая

$$P = \frac{EU}{x_c} \sin \delta,$$

где  $E = E'$  — переходная э. д. с. генератора, приложенная в его схеме замещения за переходным индуктивным сопротивлением, одинаковым для продольной и поперечной осей.

Эта зависимость для нормального режима представлена на рис. 5-4 (кривая 1). Теперь предположим, что в начале одной из цепей линии электропередачи в точке К (рис. 5-1) произошло несимметричное к.з. Схема замещения системы для этого режима принимает вид, изображенный на рис. 5-3, а, где

в точке  $K$  включено эквивалентное шунтирующее сопротивление к.з.  $x_k$ , состоящее из сопротивлений обратной и нулевой последовательностей (см. гл. 4).

В связи с изменением конфигурации схемы вследствие к.з. при неизменной э. д. с. генератора (за переходным индуктивным сопротивлением) значение передаваемой системе мощности изменяется. Выражение для передаваемой мощности при к.з. можно найти с помощью следующих простых преобразований схемы замещения системы для аварийного режима. Эта схема представляет собой звезду с лучами  $x_k$ ,  $x_a = x_r + x_{T1}$  и  $x_b = 0,5x_l + x_{T2}$ , причем для однофазного к.з.  $x_k = x_2 + x_0$ , для двухфазного к.з.  $x_k = x_2$ , а для двухфазного замыкания на землю  $x_k = \frac{x_2 x_0}{x_2 + x_0}$ .

Как известно, звезда может быть преобразована в эквивалентный треугольник (рис. 5-3, б), стороны которого будут представлены следующими индуктивными сопротивлениями:

$$\left. \begin{aligned} x'_c &= x_a + x_b + \frac{x_a x_b}{x_k}; \\ x_E &= x_a + x_k + \frac{x_a x_k}{x_b}; \\ x_U &= x_b + x_k + \frac{x_b x_k}{x_a}. \end{aligned} \right\} \quad (5-1)$$

Индуктивные сопротивления  $x_E$  и  $x_U$ , подключенные непосредственно к э. д. с.  $E$  и напряжению  $U$ , не влияют на значение активной мощности генератора в аварийном режиме и могут быть отброшены.

Весь поток активной мощности генератора направляется через индуктивное сопротивление  $x'_c$ , связывающее э. д. с. генератора с напряжением приемника  $U$ , которое при этом можно рассматривать как эквивалентное индуктивное сопротивление системы в аварийном режиме. В этих условиях характеристика

мощности генератора, очевидно, будет иметь вид:

$$P = \frac{EU}{x'_c} \sin \delta, \quad (5-2)$$

где

$$\begin{aligned} x'_c &= x_a + x_b + \frac{x_a x_b}{x_k} = \\ &= x_c + \frac{(x_r + x_{T1})(0,5x_l + x_{T2})}{x_k}. \end{aligned}$$

Зависимость мощности от угла имеет синусоидальный характер, но амплитуда ее меньше, чем при нормальном режиме, так

Рис. 5-1. Принципиальная схема электропередачи.

Рис. 5-2. Схема замещения электропередачи для нормального режима.

Рис. 5-1

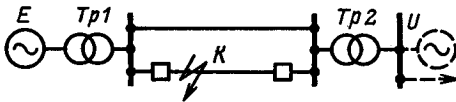
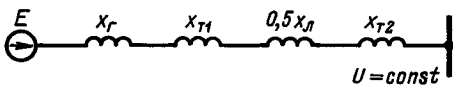


Рис. 5-2



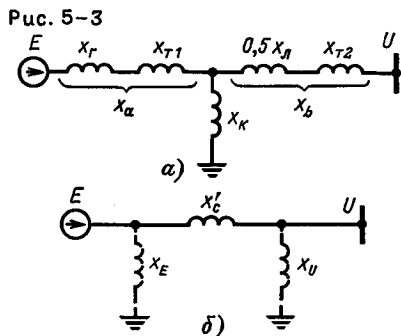


Рис. 5-3. Схема замещения электропередачи при коротком замыкании (а) и ее преобразование (б).

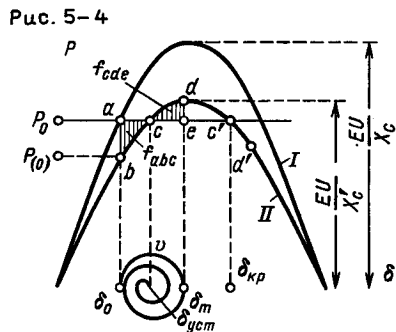


Рис. 5-4. Анализ колебаний по правилу площадей.

как знаменатель в выражении (5-2) больше, чем в (5-1). Обе синусоиды приведены на рис. 5-4.

Отдаваемая генератором мощность и угол между э. д. с.  $E$  и напряжением  $U$  при нормальном режиме обозначены соответственно через  $P_0$  и  $\delta_0$ . В момент к. з. в связи с изменением параметров схемы происходит переход с одной характеристики мощности на другую, и так как вследствие инерции ротора угол  $\delta$  мгновенно измениться не может, то отдаваемая генераторами мощность уменьшается до значения  $P_{(0)}$ , определяемого углом  $\delta_0$  на кривой II. Мощность первичных двигателей электростанции вследствие запаздывания регуляторов турбин остается при этом неизменной и равной  $P_0$ .

В результате на валу машины возникает некоторый избыточный момент, обусловленный избытком мощности  $\Delta P_{(0)} = P_0 - P_{(0)}$ . Под влиянием этого момента ротор машины начинает ускоряться<sup>1</sup>, увеличивая угол  $\delta$ . В дальнейшем процесс протекает качественно так же, как и при внезапном отключении нагруженной цепи (§ 1-4).

С изменением угла  $\delta$  отдаваемая генераторами мощность начинает увеличиваться и избыточный ускоряющий момент падает. В точке  $c$  (рис. 5-4) избыток мощности равен нулю, относительная же скорость ротора  $v$  достигает здесь максимума, и ротор по инерции проходит дальше. Теперь отдаваемая мощность становится уже больше мощности первичных двигателей, избыточный момент меняет свой знак, и ротор начинает тормозиться.

В период торможения генератор покрывает избыток отдаваемой мощности за счет избыточной кинетической энергии, запасенной им в период ускорения. В некоторой точке  $d$ , отвечающей углу, при котором запас избыточной кинетической энергии ротора иссякает, относительное перемещение ротора прекратится, и так как в этой точке имеется избыточный тормозящий момент, начинается относительное движение ротора в обратном направлении. Пройдя по инерции точку  $c$  и достигнув минимального угла отклонения,

<sup>1</sup> Здесь, как и в дальнейшем, подразумевается относительное перемещение роторов машин, связанное с отклонением их частоты вращения от синхронной.

ротор останавливается в своем относительном движении и затем снова начинает ускоряться. После нескольких колебаний с постепенно затухающей амплитудой относительное движение ротора прекратится и его положение будет определяться точкой  $c$ , являющейся точкой установившегося режима на новой характеристике мощности. Если бы ротор при первом отклонении прошел угол  $\delta_{кр}$ , соответствующий мощности  $P_0$  на падающей ветви характеристики  $II$ , то избыточный момент вновь изменил бы свой знак и сделался бы снова ускоряющим. С дальнейшим увеличением угла ускоряющий момент стал бы нарастать и генератор выпал бы из синхронизма.

Приведенные на рис. 5-4 характеристики дают возможность определить максимальное отклонение угла ротора и установить, сохраняет ли система устойчивость. Действительно, ординаты заштрихованных площадок (рис. 5-4) представляют собой избыток мощности  $\Delta P = P_0 - P$ , создающий избыточный момент того или иного знака. Значение избыточного момента

$$\Delta M = \Delta P / \Omega, \quad (5-3)$$

где  $\Omega$  — угловая скорость вращения ротора.

При качании генератора  $\Omega$  непрерывно изменяется, однако это изменение весьма невелико сравнительно с синхронной угловой скоростью  $\Omega_0$ . С достаточной точностью значение  $\Omega$  можно считать постоянным и равным  $\Omega_0$ . Ошибка в значении момента лежит при этом в пределах 1–1,5%. Подставляя вместо  $\Omega$  синхронную скорость  $\Omega_0$ , получаем:

$$\Delta M = \Delta P / \Omega_0 = \Delta P,$$

так как в системе относительных единиц  $\Omega_0 = 1$ .

Таким образом, избыточный момент в относительных единицах может быть принят численно равным избытку мощности  $\Delta P$ .

Рассматривая лишь относительное движение ротора и работу, совершаемую в этом относительном движении, можно принять, что при перемещении ротора на бесконечно малый угол  $d\delta$  избыточный момент совершает элементарную работу, равную  $\Delta M d\delta$ . При отсутствии потерь<sup>1</sup> вся эта работа идет на изменение кинетической энергии ротора (в его относительном движении).

В рассматриваемом случае избыточный момент сначала ускоряет вращение ротора, и работа, совершаемая в период ускорения при перемещении ротора от  $\delta_0$  до  $\delta_{уст}$ , равна:

$$A_{уск} = \int_{\delta_0}^{\delta_{уст}} \Delta M d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_{уст}} \Delta P d\delta = f_{abc},$$

где  $f_{abc}$  представляет собой заштрихованную на рис. 5-4 площадку  $abc$ . Таким образом, кинетическая энергия, запасенная ротором в период его ускорения, равна площадке  $f_{abc}$ . Эту площадку мы назовем площадью ускорения.

После того как ротор пройдет точку своего установившегося положения на новой характеристике мощности, избыточный момент меняет свой знак и начинает тормозить вращение ротора. Изменение кинетической энергии

<sup>1</sup> Речь идет о потерях, зависящих от изменения частоты вращения ротора. (Прим. ред.)



в период торможения при перемещении ротора от  $\delta_{уст}$  до  $\delta_m$  равно:

$$A_{\text{торм}} = \int_{\delta_{уст}}^{\delta_m} \Delta M d\delta = \int_{\delta_{уст}}^{\delta_m} \Delta P d\delta = f_{cde}.$$

Плошадка  $f_{cde}$  может быть названа площадью торможения.

В период торможения ротор возвращает запасенную им ранее избыточную кинетическую энергию. Когда вся запасенная ротором избыточная энергия будет израсходована, т. е. когда работа торможения  $A_{\text{торм}}$  уравновесит работу ускорения  $A_{\text{уск}}$ , относительная скорость становится равной нулю, поскольку кинетическая энергия пропорциональна квадрату скорости. В этот момент ротор останавливается в своем относительном движении и достигнутый им при этом угол  $\delta_m$  является максимальным углом отклонения ротора машины. Таким образом, для определения угла  $\delta_m$  оказывается достаточным равенство  $A_{\text{уск}} + A_{\text{торм}} = 0$ , или, что то же самое,

$$f_{abc} + f_{cde} = 0. \tag{5-4}$$

Уравнение (5-4) показывает, что при максимальном угле отклонения площадь торможения должна быть равна площади ускорения и, следовательно, задача сводится к тому, чтобы найти положение точки  $d$ , удовлетворяющее этому условию (рис. 5-4), что может быть сделано графически.

Максимально возможная площадь торможения на рис. 5-4 равна, очевидно, площадке  $f_{cdc'}$ . Если бы эта площадь оказалась меньше площади ускорения  $f_{abc}$ , то система выпала бы из синхронизма. Отношение возможной площади торможения к площади ускорения  $k_d = f_{cdc'}/f_{abc}$  является мерой запаса динамической устойчивости системы и может быть названо коэффициентом запаса устойчивости.

Когда возможная площадь торможения получается меньше площади ускорения, нередко все же оказывается возможным добиться устойчивой работы, достаточно быстро отключив поврежденную цепь. Мощность, которую можно передать по второй, оставшейся в работе цепи (рис. 5-1), обычно больше, чем та, которую можно передавать по двум цепям при к. з. Уравнение мощности при отключении поврежденной цепи получает следующий вид:

$$P = \frac{EU}{x_c''} \sin \delta,$$

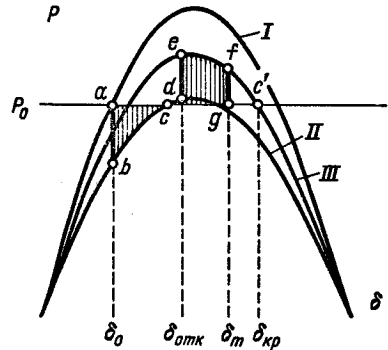
где  $x_c'' = x_r + x_{r1} + x_d + x_{r2}$ .

Эта зависимость дана на рис. 5-5 в виде кривой III. Кривые I и II представляют собой характеристики при нормальном режиме и при к. з.

Как указывалось выше, в момент к. з. передаваемая мощность падает и ротор начинает ускоряться. Пусть в некоторой точке  $d$  происходит отключение поврежденной цепи. В момент выключения работа

Рис. 5-5. Определение предельного угла отклонения по правилу площадей.

Рис. 5-5



переходит в точку  $e$  на кривой  $III$ , и в результате отдаваемая генераторами мощность значительно повышается. Благодаря этому максимально возможная площадь торможения (ограниченная кривой  $cdefc'$ ) получается значительно больше, чем при длительном неотключенном к. з., и это увеличение тем больше, чем раньше происходит отключение, т. е. чем меньше угол  $\delta_{отк}$ . Таким образом, быстрая ликвидация аварий может весьма значительно повысить устойчивость системы. Благодаря своей простоте и большому эффекту это средство находит широкое применение и является, по существу, основным мероприятием, служащим для повышения динамической устойчивости.

С помощью рис. 5-5, пользуясь правилом площадей, можно графически найти предельное значение угла  $\delta_{отк}$ , при котором нужно произвести отключение поврежденной линии для того, чтобы добиться устойчивой работы. Значение этого угла определяется равенством площади ускорения и возможной площади торможения.

Предельный угол отключения  $\delta_{отк}$  легко может быть найден и аналитически. Действительно, приравнявая нулю сумму площади ускорения и максимальной возможной площади торможения, получаем:

$$f_{abcdec'} = \int_{\delta_0}^{\delta_{отк}} (P_0 - P_{mII} \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_{отк}}^{\delta_{кр}} (P_0 - P_{mIII} \sin \delta) d\delta = 0, \quad (5-5)$$

где  $P_{mII}$  и  $P_{mIII}$  — амплитуды характеристик мощности при к. з. и отключении цепи.

Уравнение (5-5) дает

$$P_0(\delta_{отк} - \delta_0) + P_{mII}(\cos \delta_{отк} - \cos \delta_0) + P_0(\delta_{кр} - \delta_{отк}) + P_{mIII}(\cos \delta_{кр} - \cos \delta_{отк}) = 0,$$

откуда

$$\cos \delta_{отк} = \frac{P_0(\delta_{кр} - \delta_0) + P_{mIII} \cos \delta_{кр} - P_{mII} \cos \delta_0}{P_{mIII} - P_{mII}}, \quad (5-6)$$

где все углы выражены в радианах.

Подставляя в (5-6)  $\delta_0$  и  $\delta_{кр} = \pi - \arcsin \frac{P_0}{P_{mIII}}$ , нетрудно найти  $\cos \delta_{отк}$ , а следовательно, и угол  $\delta_{отк}$ .

Однако для практических целей этого недостаточно. Для того чтобы предъявить к выключателям и к релейной защите те или иные требования в отношении скорости отключения, необходимо знать не угол  $\delta_{отк}$ , а тот промежуток времени, в течение которого ротор успевает достигнуть этого угла, т. е. так называемое предельно допустимое время отключения к. з.

С помощью правила площадей определить время отключения невозможно, и для этой цели приходится прибегнуть к другому методу анализа динамической устойчивости, а именно к методу последовательных интервалов.

## 5-2. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ

Метод последовательных интервалов, представляющий собой способ численного решения дифференциальных уравнений, описывающих переходные электромеханические процессы, является наиболее общим методом практи-

ческого анализа динамической устойчивости. Большим его достоинством является то обстоятельство, что он дает картину протекания процесса во времени и благодаря этому позволяет ввести в расчет такие факторы, влияние которых зависит от времени. Так, например, с помощью метода последовательных интервалов можно установить предельное время отключения к. з., учесть действие регуляторов возбуждения, изменение реакции якоря во времени и т. д.

Возникающий при к. з. избыток мощности  $\Delta P$  сообщает ротору некоторое ускорение  $\alpha$ . Значение этого ускорения в относительных единицах пропорционально избыточному моменту  $\Delta M$  и обратно пропорционально постоянной инерции  $T_J$ :  $\alpha = \Delta M/T_J$  или, с учетом того что при небольших изменениях скорости избыточный момент численно равен избытку мощности,

$$\alpha = \Delta P/T_J. \quad (5-7)$$

Но ускорение  $\alpha$  в этом уравнении представляет собой не что иное, как вторую производную от угла по времени, т. е.  $\alpha = d^2\delta/dt^2$ . Что же касается величины  $\Delta P$ , то она представляет собой разность между мощностью первичного двигателя и мощностью, отдаваемой генератором в сеть,

$$\Delta P = P_0 - P_m \sin \delta,$$

где  $P_m$  при нормальном режиме, при к. з. и при отключении поврежденной цепи принимает различные значения.

Таким образом, выражение (5-7) можно записать еще следующим образом:

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_0 - P_m \sin \delta. \quad (5-8)$$

Решение этого уравнения в форме  $\delta = f(t)$  дает картину изменения угла во времени и позволяет установить, остается ли машина в синхронизме.

Однако уравнение (5-8) нелинейно и не может быть решено в общем виде (за исключением частного случая  $P_m = 0$ ). [Задачу приходится решать методами численного интегрирования уравнений. Одним из них является рассматриваемый метод последовательных интервалов, с помощью которого задача решается в конечных приращениях.] Для этого весь процесс качания машины разбивается на ряд небольших интервалов времени  $\Delta t$  и для каждого из этих интервалов последовательно вычисляется приближенное значение приращения  $\Delta\delta$ .

В момент к. з. отдаваемая генераторами мощность падает и возникает некоторый избыток мощности  $\Delta P_{(0)}$ . Для достаточно малого интервала времени  $\Delta t$  можно допустить, что избыток мощности в течение этого интервала остается неизменным. Тогда по формулам равномерно ускоренного движения нетрудно вычислить приращение скорости машины  $\Delta v_{(1)}$  и угла  $\Delta\delta_{(1)}$  в течение первого интервала:

$$\Delta v_{(1)} = \alpha_{(0)} \Delta t; \quad \Delta\delta_{(1)} = \alpha_{(0)} \Delta t^2/2.$$

Относительная скорость машины в момент к. з. равна нулю, и поэтому относительная скорость  $v_{(1)}$  в конце первого интервала равна приращению скорости в течение этого интервала, т. е.  $v_{(1)} = \Delta v_{(1)}$ .

Ускорение  $\alpha_0$  может быть вычислено из (5-7):

$$\alpha_{(0)} = \Delta P_0 / T_J,$$

следовательно,

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{\Delta t^2}{T_J} \frac{\Delta P_{(0)}}{2}; \quad (5-9)$$

здесь угол и время выражены в радианах<sup>1</sup>.

В практических расчетах удобнее пользоваться выражением угла в градусах

$$\Delta \delta_{(\text{град})} = \frac{360f}{\omega_0} \Delta \delta_{(\text{рад})} \quad (5-10)$$

и времени в секундах

$$t_{(c)} = t_{(\text{рад})} / \omega_0. \quad (5-11)$$

Используя (5-10) и (5-11) и принимая во внимание, что  $T_{J(\text{рад})} / \omega_0 = T_{J(c)}$ , получаем:

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \frac{\Delta P_{(0)}}{2}, \quad (5-12)$$

где угол выражен в градусах, а время и постоянная инерции – в секундах.

Обозначая далее  $k = \frac{360f \Delta t^2}{T_J}$ , получаем окончательно:

$$\Delta \delta_{(1)} = k \frac{\Delta P_{(0)}}{2}. \quad (5-13)$$

Зная приращение угла в первом интервале, можно найти абсолютное значение угла в конце этого интервала времени или, что то же самое, в начале следующего интервала:  $\delta_{(1)} = \delta_0 + \Delta \delta_{(1)}$ .

Для нового значения угла  $\delta_{(1)}$  можно определить избыток мощности  $\Delta P_{(1)}$ , во втором интервале времени по формуле

$$\Delta P_{(1)} = P_0 - P_m \sin \delta_{(1)}$$

или воспользоваться для этой цели характеристикой мощности в зависимости от угла. Избыток мощности  $\Delta P_{(1)}$  создает во втором интервале пропорциональное ему ускорение  $\alpha_{(1)}$ . При вычислении приращения угла  $\Delta \delta_{(2)}$  в течение второго интервала (а также и всех последующих) помимо действующего

<sup>1</sup> При исследовании переходных электромеханических процессов в синхронных машинах приходится иметь дело с такими величинами, как угол, частота вращения, время и т. д., и выражать их не только в абсолютных, но и относительных единицах. За единицу угла обычно принимают один радиан, а за единицу абсолютной и относительной частоты вращения – синхронную частоту вращения машины. При этом угловая скорость  $\Omega$  и угловая частота  $\omega$  получаются численно равными друг другу. Из этих единиц легко может быть получена базисная единица времени как промежуток времени в секундах, в течение которого при синхронной угловой частоте  $\omega_0$  достигается изменение угла, равное одному радиану. Эта единица называется радианом и равна, очевидно,  $t_{\text{баз}} = 1/\omega_0$  [с].

в этом интервале ускорения  $\alpha_{(1)}$  необходимо учесть также уже имеющуюся в начале интервала относительную скорость ротора:

$$\Delta\delta_{(2)} = v_{(1)} \Delta t + \frac{\alpha_{(1)} \Delta t^2}{2} = v_{(1)} \Delta t + k \frac{\Delta P_{(1)}}{2}. \quad (5-14)$$

Значение скорости  $v_1$ , получаемое из формулы  $v_{(1)} = \alpha_{(0)} \Delta t$ , является несколько неточным, так как в действительности избыток мощности  $\Delta P_{(0)}$  и ускорение  $\alpha_{(0)}$  не являются постоянными в течение первого интервала времени, а несколько изменяются. Более точные результаты можно получить, если предположить, что ускорение в первом интервале было равно среднему значению  $\alpha_{(0) \text{ ср}} = (\alpha_{(0)} + \alpha_{(1)})/2$ .

Тогда относительная скорость

$$v_{(1)} = \alpha_{(0) \text{ ср}} \Delta t = \frac{\alpha_{(0)} + \alpha_{(1)}}{2} \Delta t.$$

Подставляя это значение  $v_{(1)}$  в уравнение (5-14), находим:

$$\Delta\delta_{(2)} = \frac{\alpha_{(0)} + \alpha_{(1)}}{2} \Delta t^2 + \frac{\alpha_{(1)} \Delta t^2}{2} = \frac{\alpha_{(0)} \Delta t^2}{2} + \alpha_{(1)} \Delta t^2$$

или

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\delta_{(1)} + k \Delta P_{(1)} \quad (5-15)$$

и т. д.

Теперь можно найти угол  $\delta_{(2)} = \delta_{(1)} + \Delta\delta_{(2)}$ , вычислить избыток мощности  $\Delta P_2$  и приращение угла  $\Delta\delta_{(3)}$ :

$$\Delta\delta_{(3)} = \Delta\delta_{(2)} + k \Delta P_{(2)}$$

и т. д.

Если в начале некоторого  $k$ -го интервала происходит отключение поврежденной цепи, то избыток мощности внезапно изменяется от некоторой величины  $\Delta P'_{(k-1)}$  до величины  $\Delta P''_{(k-1)}$  (рис. 5-6). При вычислении прираще-

Рис. 5-6. Зависимости избытков мощности от угла  $\delta$  при к. з. и его отключении.

Рис. 5-7. Определение предельного времени отключения к. з. по  $\delta_{\text{отк}}$  и зависимости  $\delta(t)$ .

Рис. 5-6

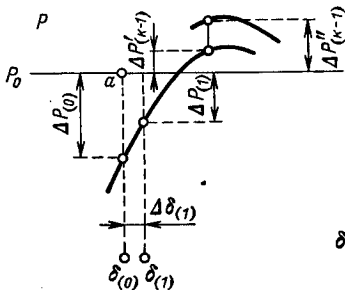
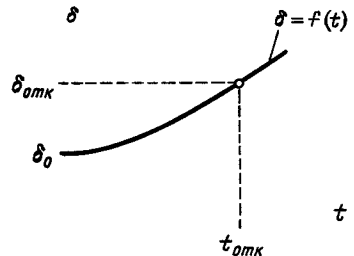


Рис. 5-7



ния угла в первом интервале после момента отключения значение избытка мощности определяется как среднее из  $\Delta P'_{(k-1)}$  и  $\Delta P''_{(k-1)}$ , т. е.

$$\Delta\delta_{(k)} = \Delta\delta_{(k-1)} + k \frac{\Delta P'_{(k-1)} + \Delta P''_{(k-1)}}{2}. \quad (5-16)$$

В дальнейших интервалах можно снова пользоваться (5-15). Значение интервала времени  $\Delta t$  при ручном счете принимается обычно равным 0,05 с. Если можно ожидать, что амплитуда колебаний будет невелика, то эта цифра без большого ущерба для точности может быть повышена до 0,1 с.

Расчет методом последовательных интервалов ведется до тех пор, пока угол  $\delta$  не начнет уменьшаться или пока не будет ясным, что угол беспредельно возрастает, т. е. что машина выпадает из синхронизма.

Метод последовательных интервалов можно применять совместно с правилом площадей. Выше мы указывали, что с помощью этих двух методов можно найти максимально допустимое время отключения к.з. Для этого, пользуясь правилом площадей, определяют предельный угол  $\delta_{отк}$ , при котором должно произойти отключение к.з., и с помощью метода последовательных интервалов вычисляют время, в течение которого ротор достигает угла  $\delta_{отк}$ . Этот промежуток времени и дает предельное время отключения (рис. 5-7).

### 5-3. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ РАБОТЕ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ С УЧЕТОМ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ЕМКОСТИ ЛИНИИ

Основные принципы расчета устойчивости при работе станции на шины бесконечной мощности были изложены выше, однако задача рассматривалась применительно к схемам замещения, в которых были опущены активные сопротивления и емкости линии. Такое допущение не всегда дает достаточные результаты, и чаще встречаются случаи, когда желательно учесть влияние потерь и зарядного тока линии передачи.

В таких случаях правило площадей, так же как и метод последовательных интервалов, могут быть применены без каких-либо изменений, но для вычисления характеристик мощности при нормальном режиме, к.з. и отключении поврежденной цепи уже нельзя воспользоваться теми элементарными формулами, которые были выведены выше.

Для этой цели может быть использован метод, основанный на применении для обобщенной характеристики сложной цепи собственных и взаимных проводимостей ветвей (§ 2-3). Вычислив собственные и взаимные проводимости ветви генератора для схем замещения при нормальном режиме, к.з. и отключении поврежденной цепи, характеристики мощности во всех случаях можно найти с помощью формулы

$$P = E^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + EU y_{12} \sin (\delta - \alpha_{12}).$$

Не следует забывать, что генераторы в схемах замещения для всех трех режимов должны быть представлены их переходными индуктивными сопротивлениями  $x'_d$  и переходной э. д. с.  $E'$ , приложенной за этим сопротивлением. Эта э. д. с. вычисляется применительно к нормальному режиму и в дальнейшем считается неизменной.

Расчеты устойчивости производятся так, как это было изложено в § 5-1 и 5-2.

#### 5-4. ПРАВИЛО ПЛОЩАДЕЙ И МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ В СЛУЧАЕ ДВУХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Принципиальная схема для случая параллельной работы двух электростанций показана на рис. 5-8.

Первый вопрос, который возникает в связи с этой схемой, — это вопрос о характеристиках нагрузки. В связи с проблемой статической устойчивости уже было установлено, что изменение скольжения асинхронных двигателей в зависимости от напряжения приводит к достаточно сложным, нелинейным статическим характеристикам нагрузок.

При внезапных и резких изменениях напряжения, вызываемых к. з., картина еще больше усложняется. Здесь приходится считаться с переходными электромеханическими процессами у асинхронных двигателей. Изменение скольжения двигателей во времени зависит не только от первоначального скачка напряжения, но и от дальнейшего изменения напряжения, которое заранее определено быть не может. В разд. 3 изложена методика расчетов динамической устойчивости с учетом динамических характеристик нагрузки. Однако такие расчеты настолько затруднительны, что практически могут быть выполнены только [при применении тех или иных средств счетно-решающей техники (расчетные модели электрических систем, ЭВМ)].

В упрощенных расчетах, которые и являются предметом ближайшего изложения, неизбежным шагом является замещение нагрузки постоянным комплексным сопротивлением, что предполагает в сущности постоянство скольжения двигателей. Эта предпосылка используется в дальнейшем, несмотря на некоторую неточность результатов, особенно при длительных к. з.

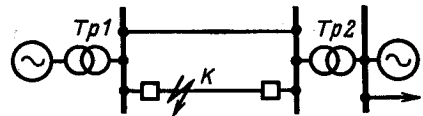
Значение сопротивления или проводимости нагрузки может быть определено в зависимости от напряжения в точке ее включения при нормальном режиме следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{н}} &= \frac{U^2}{\hat{S}_{\text{н}}} = \frac{U^2}{S_{\text{н}}} (\cos \varphi_{\text{н}} + j \sin \varphi_{\text{н}}); \\ Y_{\text{н}} &= \frac{\hat{S}_{\text{н}}}{U^2} = \frac{S_{\text{н}}}{U^2} (\cos \varphi_{\text{н}} - j \sin \varphi_{\text{н}}), \end{aligned} \right\} (5-17)$$

где  $S_{\text{н}}$  — полная мощность нагрузки;  $\cos \varphi_{\text{н}}$  — коэффициент мощности нагрузки.

Рис. 5-8. Принципиальная схема системы с двумя электростанциями.

Рис. 5-8



При представлении нагрузки постоянным сопротивлением схема замещения для случая двух генераторов имеет вид, изображенный на рис. 5-9, а. При к.з. в начале одной из цепей в точке к.з. оказывается включенным эквивалентное шунтирующее сопротивление к.з.  $Z_{к}$ , состоящее из сопротивлений обратной и нулевой последовательности (рис. 5-9, б).

Следует отметить, что сопротивление обратной последовательности комплексной нагрузки отличается от сопротивления прямой последовательности. Для сопротивления нагрузки обратной последовательности приближенно принимают [в относительных единицах

$$Z_{2н} = 0,19 + j0,36,$$

если нагрузка приведена к шинам 110 кВ, и

$$Z_{2н} = 0,18 + j0,24,$$

если она приведена к шинам 6/10 кВ.

Указанные значения сопротивления отнесены к напряжению на нагрузке и ее полной мощности в нормальном режиме]<sup>1</sup>.

При отключении поврежденной линии шунтирующее сопротивление к.з.  $Z_{к}$  исключается из схемы замещения вместе с сопротивлением отключаемой линии (рис. 5-9, в).

Короткое замыкание сопровождается внезапным изменением отдаваемой мощности. Генераторы получают положительное или отрицательное ускорение, и роторы их начинают перемещаться.

Отдаваемая обоими генераторами мощность зависит от параметров системы и от угла между роторами их, но не зависит от абсолютных значений углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  каждого из генераторов в отдельности. Поэтому устойчивость системы определяется исключительно относительным углом расхождения роторов  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ , а не абсолютными значениями углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , ориентированными относительно какой-либо оси отсчета.

Максимальный угол расхождения роторов в случае двух генераторов можно найти с помощью метода последовательных интервалов или несколько видоизмененного правила площадей. В последнем случае следует построить графики изменения активной мощности первой и второй электростанций в зависимости от угла между э. д. с.  $E_1$  и  $E_2$  (т.е. от угла  $\delta_{12}$ ) для условий работы до к.з., при к.з. и после отключения поврежденного участка.

Для этой цели можно воспользоваться выражениями мощности через собственные и взаимные проводимости ветвей для двух источников напряжения, полученными в § 2-3. В этих выражениях следует лишь заменить  $U$  на  $E_2$  и изменить знак мощности у второго источника, поскольку в настоящем случае в конце системы расположена электростанция, для которой за положительное направление мощности должно быть принято то же направление, что и для станции, расположенной в начале системы, т.е. от источника в цепь.

<sup>1</sup> Приведенные данные, соответствующие результатам исследований последнего времени, взяты из книги «Методика расчетов устойчивости автоматизированных электрических систем» под ред. В. А. Веникова. М., «Высшая школа», 1966.

В оригинале «Приближенно можно положить  $Z_{2н} = 0,35 + j0,4Z_{1н}$ ». (Прим. ред.)



Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}); \\ P_2 &= E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}), \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  — мощности, отдаваемые первой и второй электростанциями. Собственные и взаимные проводимости ветвей должны быть вычислены для каждой из трех схем, приведенных на рис. 5-9 соответственно различным режимам работы, причем генераторы должны быть представлены переходными индуктивными сопротивлениями  $x'_d$ . Электродвижущие силы за переходными сопротивлениями  $E_1$  и  $E_2$  сохраняют одни и те же значения во всех трех схемах и определяются по условиям нормального режима. На рис. 5-10 показаны характеристики мощностей  $P_1$  и  $P_2$  при различных режимах.

Пусть до момента к.з. угол между э.д.с. обеих электростанций был равен  $\delta_{120}$  и мощности электростанций соответственно  $P_{10}$  и  $P_{20}$  (точки  $a$  и  $a'$  на кривых 1 на рис. 5-10). В момент к.з. угол  $\delta_{120}$  вследствие инерции роторов обеих станций остается неизменным и режиму отвечают характеристики 2, построенные для к.з. (точки  $b$  и  $b'$ ).

Из рис. 5-10 видно, что одна из электростанций (первая) при к.з. сбрасывает нагрузку, другая, наоборот, ее воспринимает. Благодаря этому генераторы первой генераторной станции будут ускоряться, а второй — замедляться.

Такое распределение мощностей является типичным, но не единственно возможным. В некоторых случаях, например при к.з. вблизи точки включения нагрузки, возможен сброс мощности обеими станциями.

Рис. 5-9. Схемы замещения системы в различных режимах.  $a$  — нормальный режим;  $b$  — при к.з.;  $b$  — при отключении к.з.

Рис. 5-10. Характеристики мощности в различных режимах. 1 — нормальный режим; 2 — отключение к.з.; 3 — при к.з.

Рис. 5-9

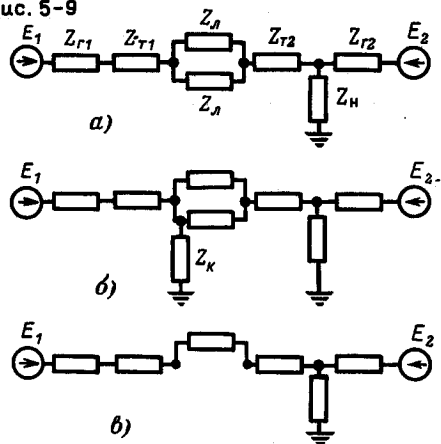
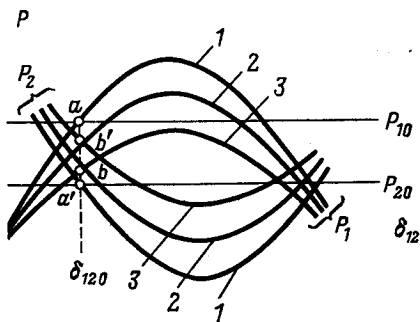


Рис. 5-10



Ускорения машин обеих станций в относительных единицах равны:

$$\alpha_1 = \Delta P_1 / T_{J1}; \quad \alpha_2 = \Delta P_2 / T_{J2},$$

где постоянные инерции  $T_J$  выражены в радианах.

Если же ускорения выразить в градусах в секунду в квадрате, то

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{360f}{T_{J1}} \Delta P_1; \\ \alpha_2 &= \frac{360f}{T_{J2}} \Delta P_2, \end{aligned} \right\} \quad (5-19)$$

где  $T_{J1}$  и  $T_{J2}$  выражены в секундах.

Как указывалось выше, в случае параллельной работы двух электростанций существенны не абсолютные перемещения роторов генераторов этих станций, а относительное перемещение их относительно друг друга. Относительное ускорение между генераторами обеих станций определяется как разность их абсолютных ускорений:

$$\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2 = 360f \left( \frac{\Delta P_1}{T_{J1}} - \frac{\Delta P_2}{T_{J2}} \right). \quad (5-20)$$

С помощью рис. 5-10 или используя зависимости (5-18), можно найти изменение избытков мощности  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  в зависимости от угла  $\delta_{12}$ . После этого нетрудно построить кривые зависимости изменения абсолютных ускорений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  от этого угла (рис. 5-11). Ординаты, заключенные между этими кривыми, дают, очевидно, относительное ускорение  $\alpha_{12}$ . Получаемая отсюда зависимость ускорения  $\alpha_{12}$  от угла  $\delta_{12}$  приведена на рис. 5-12.

Относительное ускорение равно производной относительной скорости  $v_{12}$  по времени:

$$\alpha_{12} = \frac{dv_{12}}{dt} = \frac{dv_{12}}{d\delta_{12}} \frac{d\delta_{12}}{dt},$$

но производная  $\frac{d\delta_{12}}{dt}$  определяет собой относительную скорость  $v_{12}$  и, следовательно,  $\alpha_{12} d\delta_{12} = v_{12} dv_{12}$ . Интегрируя это выражение, получаем:

$$\int_{\delta_{120}}^{\delta_{12}} \alpha_{12} d\delta_{12} = \int_{v_{120}}^{v_{12}} v_{12} dv_{12} = [v_{12}^2/2]_{v_{120}}^{v_{12}} = 0,5v_{12}^2 - 0,5v_{120}^2,$$

а так как начальная относительная скорость  $v_{120}$  равна нулю, то

$$\int_{\delta_{120}}^{\delta_{12}} \alpha_{12} d\delta_{12} = v_{12}^2/2. \quad (5-21)$$

Левая часть этого выражения определяет площадь, ограниченную кривой на рис. 5-12. Как вытекает из полученной формулы, эта площадь пропорциональна квадрату относительной скорости генератора.

До точки  $a$  (рис. 5-12) относительное ускорение положительно, относительная скорость увеличивается и в точке  $a$  достигает максимума. За этой

Рис. 5-11

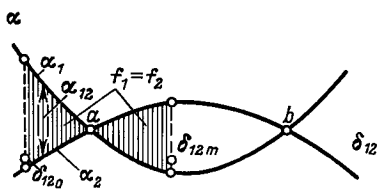


Рис. 5-11. Зависимости ускорений станций от относительного угла.

Рис. 5-12

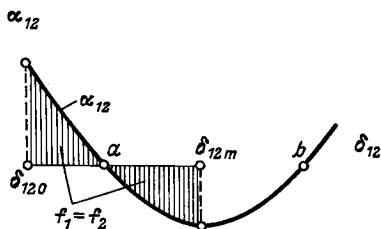


Рис. 5-12. Зависимость относительного ускорения от относительного угла.

точкой относительное ускорение отрицательно и относительная скорость начинает уменьшаться. Когда площади положительного и отрицательного относительного ускорения будут равны друг другу и, следовательно, интеграл

$$\int_{\delta_{120}}^{\delta_{12}} \alpha_{12} d\delta_{12}$$

сделается равным нулю, относительная скорость  $v_{12}$  будет также равна нулю.

В этот момент угол расхождения роторов генераторов  $\delta_{12}$  достигает максимума и в дальнейшем будет уменьшаться. Таким образом, максимальное значение угла расхождения можно определить графически, исходя из равенства площадей относительного ускорения и торможения. Площадь, ограниченная участком кривой между точками  $a$  и  $b$ , является максимально возможной площадью относительного торможения. Отношение этой площади к площади ускорения дает коэффициент запаса динамической устойчивости системы. Если максимально возможная площадь торможения получается меньше площади ускорения, то система выпадает из синхронизма, так как за точкой  $b$  относительная скорость снова начинает возрастать. При достаточно быстром отключении поврежденной цепи здесь опять можно достигнуть значительного увеличения устойчивости.

Для режима работы с отключенной цепью, совершенно так же, как и при к. з., можно построить кривую зависимости относительного ускорения  $\alpha_{12}$  от угла  $\delta_{12}$ . Эта кривая вместе с кривой, относящейся к режиму работы при к. з., дана на рис. 5-13. Сначала работа характеризуется верхней кривой. При отключении поврежденного участка в некоторой точке  $c$  происходит переход рабочей точки на нижнюю кривую в точку  $d$ . Благодаря этому возможная площадь относительного торможения возрастает. Предельный угол расхождения может быть определен по правилу площадей.

Для того чтобы найти предельно допустимое время отключения к. з., необходимо определить изменение угла  $\delta_{12}$  во времени с помощью метода последовательных интервалов. Поскольку изменение избытков мощности  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  в зависимости от угла  $\delta_{12}$  уже известно, это не представляет никаких затруднений.

Рис. 5-13

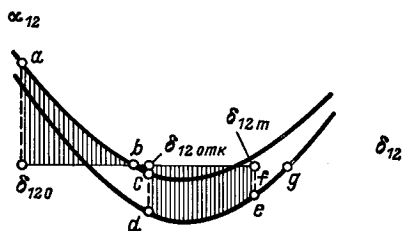


Рис. 5-13. Применение правила площадей к анализу отключения к. з. в системе, содержащей две электростанции.

По формуле (5-13) вычисляется приращение угла для обеих станций в течение первого интервала:

$$\Delta\delta_{1(1)} = k_1 \frac{\Delta P_{1(0)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(1)} = k_2 \frac{\Delta P_{2(0)}}{2}.$$

Затем находят значение углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  для обеих станций в конце первого интервала:

$$\delta_{1(1)} = \delta_{10} + \Delta\delta_{1(1)};$$

$$\delta_{2(1)} = \delta_{20} + \Delta\delta_{2(1)}.$$

Разность этих углов дает значение угла расхождения роторов в конце первого интервала:

$$\delta_{12(1)} = \delta_{1(1)} - \delta_{2(1)}.$$

В зависимости от этого угла можно найти значения избытков мощности  $\Delta P_{1(1)}$  и  $\Delta P_{2(1)}$  и приращение углов во втором интервале:

$$\Delta\delta_{1(2)} = \Delta\delta_{1(1)} + k_1 \Delta P_{1(1)};$$

$$\Delta\delta_{2(2)} = \Delta\delta_{2(1)} + k_2 \Delta P_{2(1)}.$$

Затем можно найти значение угла расхождения в конце второго интервала и т. д.

Если воспользоваться непосредственно кривой зависимости  $\alpha_{12} = f(\delta_{12})$ , приведенной на рис. 5-12, то все вычисления можно сократить примерно вдвое.

Приращения углов для обеих станций в течение первого интервала будут равны:

$$\Delta\delta_{1(1)} = k_1 \frac{\Delta P_{1(0)}}{2} = 360f \frac{\Delta t^2 \Delta P_{1(0)}}{2T_{J1}};$$

$$\Delta\delta_{2(1)} = k_2 \frac{\Delta P_{2(0)}}{2} = 360f \frac{\Delta t^2 \Delta P_{2(0)}}{2T_{J2}}.$$

Разность этих приращений дает, очевидно, относительное приращение угла  $\Delta\delta_{12(1)}$ :

$$\Delta\delta_{12(1)} = \Delta\delta_{1(1)} - \Delta\delta_{2(1)} = 360f \left( \frac{\Delta P_{1(0)}}{T_{J1}} - \frac{\Delta P_{2(0)}}{T_{J2}} \right) \frac{\Delta t^2}{2},$$

но из (5-20) мы имеем

$$360f \left( \frac{\Delta P_{1(0)}}{T_{J1}} - \frac{\Delta P_{2(0)}}{T_{J2}} \right) = \alpha_{12(0)}$$

и, следовательно,

$$\Delta \delta_{12(1)} = \alpha_{12(0)} \frac{\Delta t^2}{2}.$$

Совершенно аналогично можно показать, что приращение угла между станциями во втором интервале

$$\Delta \delta_{12(2)} = \Delta \delta_{12(1)} + \alpha_{12(1)} \Delta t^2$$

и

$$\Delta \delta_{12(n)} = \Delta \delta_{12(n-1)} + \alpha_{12(n-1)} \Delta t^2.$$

Таким образом, оказывается возможным вести расчет непосредственно для угла  $\delta_{12}$ , опустив вычисления угловых перемещений для каждой из станций в отдельности. Расчет, по существу, сводится к случаю одного генератора, с той только разницей, что вместо избыточных моментов нужно брать относительное ускорение, а в качестве постоянной  $k$  брать квадрат интервала времени  $\Delta t^2$ .

# динамическая устойчивость СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## 6-1. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ

При к. з. в системе с несколькими электростанциями и нагрузками, соединенными между собой линиями электропередачи, возникают качания генераторов всех электростанций системы.

Основным методом анализа динамической устойчивости сложных систем является метод численного решения уравнений переходного процесса и, в частности, метод последовательных интервалов. В последнем случае угловые перемещения подсчитываются с помощью формул (5-13) и (5-15) или (5-16) для генераторов каждой станции в отдельности. Эти вычисления довольно просты, и с этой стороны никаких затруднений не возникает. Основные трудности заключаются в определении избытков мощности для каждого из генераторов в различные интервалы времени. Отдаваемая каждым генератором мощность в любой момент времени определяется абсолютными значениями и сдвигом фаз э. д. с. всех генераторов системы.

При возникновении качаний фазы э. д. с. генераторов непрерывно изменяются. В связи с этим изменяются и отдаваемые генераторами мощности, а следовательно, и избыточные моменты на их валах.

При расчете методом последовательных интервалов значения углов, определяющих положение роторов всех генераторов системы в конце каждого интервала, вычисляются с помощью указанных выше формул. Зная эти углы, т. е. фазы э. д. с., можно найти значение отдаваемой каждым генератором мощности и избыточных моментов, действующих в следующем интервале. Вычисление отдаваемой генераторами активной мощности в зависимости от углов между роторами генераторов, которое приходится проделывать для каждого интервала, и представляет собой наиболее сложную часть расчета. Проще всего активные мощности определяются через собственные и взаимные проводимости ветвей.

[В этом случае нагрузки представляются неизменными сопротивлениями либо для всего переходного процесса, либо для каждого интервала времени, если расчет выполняется при учете динамических характеристик нагрузки].

## 6-2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ ПО ПРИНЦИПУ НАЛОЖЕНИЯ

Изложенный в § 2-3 принцип наложения токов, создаваемых двумя источниками напряжения, может быть развит для любого числа станций. Так, например, ток, протекающий по обмотке генератора 1 (рис. 6-1), можно рассматривать как результат наложения трех токов. Один из них ( $\hat{I}_{11}$ ) представляет собой ток, который протекал бы в обмотке этого генератора в том случае, если бы э. д. с. остальных генераторов (в нашем случае 2 и 3) были равны нулю, но цепь через обмотки этих генераторов оставалась бы замкнутой (рис. 6-2, а). Вторая составляющая тока ( $\hat{I}_{12}$ ) представляет собой ток в генераторе 1, обусловленный э. д. с. генератора 2, если э. д. с. в генераторах 1 и 3 отсутствуют (рис. 6-2, б). Наконец, третья составляющая ( $\hat{I}_{13}$ ) равна току в обмотке генератора 1 при отсутствии э. д. с. в генераторах 1 и 2 (рис. 6-2, в). Во всех этих случаях цепь через обмотки всех генераторов остается замкнутой независимо от отсутствия или наличия в них э. д. с.

Налагая токи и напряжения этих трех режимов друг на друга, получаем действительный режим работы системы, представленный на рис. 6-1. Полный ток, протекающий в обмотке генератора 1, равен, очевидно:

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_{11} - \hat{I}_{12} - \hat{I}_{13}.$$

Точно так же

$$\hat{I}_2 = \hat{I}_{22} - \hat{I}_{21} - \hat{I}_{23};$$

$$\hat{I}_3 = \hat{I}_{33} - \hat{I}_{31} - \hat{I}_{32}.$$

Отдельные составляющие этих токов пропорциональны соответствующим э. д. с., причем коэффициенты пропорциональности определяются в зависимости от конфигурации сети и сопротивлений отдельных ветвей. Так, например, ток  $\hat{I}_{11}$  равен (рис. 6-2, а):

$$\hat{I}_{11} = \hat{E}_1 Y_{11}.$$

Точно так же можно выразить и токи  $\hat{I}_{12}$  и  $\hat{I}_{13}$ :

$$\hat{I}_{12} = \hat{E}_2 Y_{12}; \quad \hat{I}_{13} = \hat{E}_3 Y_{13}.$$

Таким образом, токи отдельных генераторов системы могут быть представлены следующим образом:

$$\hat{I}_1 = \hat{E}_1 Y_{11} - \hat{E}_2 Y_{12} - \hat{E}_3 Y_{13};$$

$$\hat{I}_2 = \hat{E}_2 Y_{22} - \hat{E}_1 Y_{21} - \hat{E}_3 Y_{23};$$

$$\hat{I}_3 = \hat{E}_3 Y_{33} - \hat{E}_1 Y_{31} - \hat{E}_2 Y_{32}.$$

Произведение сопряженного вектора какого-либо из этих токов на вектор э. д. с. соответствующего генератора дает комплексное значение мощности этого генератора:

$$\hat{E}_1 \hat{I}_1 = \hat{E}_1 (\hat{I}_{11} - \hat{I}_{12} - \hat{I}_{13}) = \hat{E}_1 \hat{E}_1 \hat{Y}_{11} - \hat{E}_1 \hat{E}_2 \hat{Y}_{12} - \hat{E}_1 \hat{E}_3 \hat{Y}_{13}. \quad (6-1)$$

Если обозначить фазовые углы э. д. с.  $\hat{E}_1$ ,  $\hat{E}_2$  и  $\hat{E}_3$ , взятые относительно произвольной оси отсчета векторов, соответственно через  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и  $\delta_3$  (рис. 6-3)

Рис. 6-1

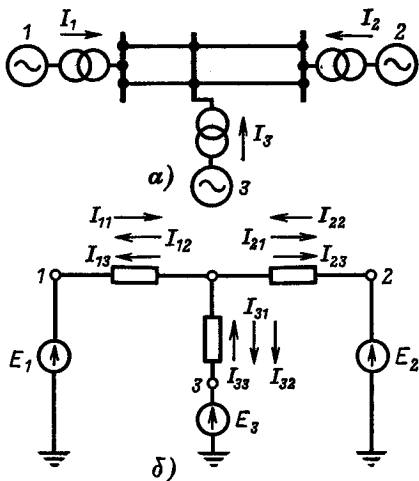
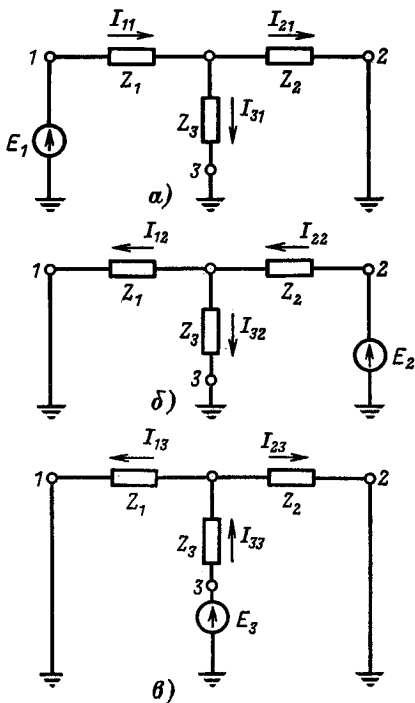


Рис. 6-2



и аргументы комплексных собственных и взаимных сопротивлений ветвей  $Z_{11} = 1/Y_{11}$ ;  $Z_{12} = 1/Y_{12}$  и  $Z_{13} = 1/Y_{13}$  через  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{12}$  и  $\psi_{13}$ , то выражение (6-1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 \hat{I}_1 &= E_1 \angle \delta_1 E_1 \angle -\delta_1 Y_{11} \angle \psi_{11} - \\ &- E_1 \angle \delta_1 E_2 \angle -\delta_2 Y_{12} \angle \psi_{12} - \\ &- E_1 \angle \delta_1 E_3 \angle -\delta_3 Y_{13} \angle \psi_{13} = \\ &= E_1^2 Y_{11} \angle \psi_{11} - E_1 E_2 Y_{12} \angle (\delta_{12} + \psi_{12}) - \\ &- E_1 E_3 Y_{13} \angle (\delta_{13} + \psi_{13}), \end{aligned}$$

где  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$  и  $\delta_{13} = \delta_1 - \delta_3$  представляют собой углы расхождения роторов генераторов 1 и 2, а также 1 и 3.

Переходя к представлению комплексных величин в алгебраической форме, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 \hat{I}_1 &= E_1^2 Y_{11} (\cos \psi_{11} + j \sin \psi_{11}) - \\ &- E_1 E_2 Y_{12} [\cos (\delta_{12} + \psi_{12}) + j \sin (\delta_{12} + \\ &+ \psi_{12})] - E_1 E_3 Y_{13} [\cos (\delta_{13} + \psi_{13}) + \\ &+ j \sin (\delta_{13} + \psi_{13})]. \end{aligned}$$

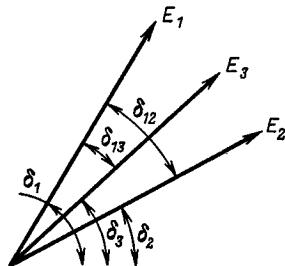
Действительная часть этого выражения, представляющая собой отдаваемую ге-

Рис. 6-1. Принципиальная схема (а) и схема замещения системы (б) с тремя электростанциями.

Рис. 6-2. Схемы замещения для расчета по принципу наложения.

Рис. 6-3. Взаимное расположение векторов э. д. с. системы.

Рис. 6-3





нератором 1 активную мощность  $P_1$ , равна

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \cos \psi_{11} - E_1 E_2 y_{12} \cos (\delta_{12} + \psi_{12}) - E_1 E_3 y_{13} \cos (\delta_{13} + \psi_{13}). \quad (6-2)$$

Если вместо аргументов  $\psi$  ввести дополнительные углы  $\alpha = 90^\circ - \psi$ , то выражение (6-2) примет следующий вид:

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + E_1 E_3 y_{13} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}). \quad (6-3)$$

Выражение (6-3) и представляет собой в окончательной форме зависимость мощности, отдаваемой генератором 1, от углов расхождения роторов всех генераторов системы.

Совершенно аналогичные выражения можно получить и для генераторов 2 и 3:

$$P_2 = E_2 E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_2 E_3 y_{23} \sin (\delta_{23} - \alpha_{23});$$

$$P_3 = E_3 E_1 y_{31} \sin (\delta_{31} - \alpha_{31}) + E_3 E_2 y_{32} \sin (\delta_{32} - \alpha_{32}) + E_3^2 y_{33} \sin \alpha_{33};$$

здесь  $\delta_{21} = -\delta_{12}$ ;  $y_{21} = y_{12}$ ;  $\alpha_{21} = \alpha_{12}$  и т. д.

Эти выражения могут быть обобщены для любого числа генераторов. Число членов в уравнениях мощности всегда равно числу генераторов (станций) в системе, как это вытекает из самого принципа наложения.

Для  $n$  генераторов уравнения мощности имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + \\ &+ E_1 E_3 y_{13} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}) + \dots + E_1 E_n y_{1n} \sin (\delta_{1n} - \alpha_{1n}); \\ P_2 &= E_2 E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + \\ &+ E_2 E_3 y_{23} \sin (\delta_{23} - \alpha_{23}) + \dots + E_2 E_n y_{2n} \sin (\delta_{2n} - \alpha_{2n}); \\ &\dots \dots \dots \\ P_{(n-1)} &= E_{(n-1)} E_1 y_{(n-1)1} \sin (\delta_{(n-1)1} - \alpha_{(n-1)1}) + \\ &+ E_{(n-1)} E_2 y_{(n-1)2} \sin (\delta_{(n-1)2} - \alpha_{(n-1)2}) + \dots \\ &\dots + E_{(n-1)}^2 y_{(n-1)(n-1)} \sin \alpha_{(n-1)(n-1)} + \\ &+ E_{(n-1)} E_n y_{(n-1)n} \sin (\delta_{(n-1)n} - \alpha_{(n-1)n}); \\ P_n &= E_n E_1 y_{n1} \sin (\delta_{n1} - \alpha_{n1}) + E_n E_2 y_{n2} \sin (\delta_{n2} - \alpha_{n2}) + \dots \\ &\dots + E_n E_{(n-1)} y_{n(n-1)} \sin (\delta_{n(n-1)} - \alpha_{n(n-1)}) + E_n^2 y_{nn} \sin \alpha_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$

Пользуясь этими формулами, можно найти для данных углов между роторами генераторов значение отдаваемой каждым генератором мощности, после чего уже нетрудно вычислить и существующие в данном интервале времени избытки мощности.

### 6.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ И ВЗАИМНЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ВЕТВЕЙ

В относительно простых случаях собственные и взаимные проводимости ветвей могут быть найдены методом, который называется «методом единичных токов».

Представим себе, что в схеме, приведенной на рис. 6-4,  $\dot{E}_2$  и  $\dot{E}_3$  равны нулю (но цепь в точках 2 и 3 остается замкнутой). Сопротивления  $Z_{b3}$  и  $Z_{c2}$ , представляющие собой сопротивления машин, при отсутствии э. д. с.  $\dot{E}_2$  и  $\dot{E}_3$  являются такими же нагрузками цепи, как и сопротивления  $Z_{a0}$ ,  $Z_{b0}$ ,  $Z_{c0}$ . Задав произвольным значением тока  $\dot{I}_{c2}$  (удобно принять его равным единице), в сопротивлении  $Z_{c2}$  легко найти напряжение в точке  $c$ , соответствующее этому току, а также значение тока в сопротивлении  $Z_{c0}$ . Складывая эти два тока, можно получить ток в сопротивлении  $Z_{bc}$ . Затем можно вычислить напряжение в точке  $b$ , токи  $\dot{I}_{b0}$  и  $\dot{I}_{b3}$  и т. д. В результате находим некоторое значение напряжения  $\dot{E}_1$  (э. д. с. первой станции), которое нужно приложить в точке 1 для того, чтобы получить в сопротивлении  $Z_{c2}$  принятое в нем значение тока  $\dot{I}_{c2}$ .

Отношения  $\dot{I}_{1a}/\dot{E}_1$ ,  $\dot{I}_{c2}/\dot{E}_1$  и  $\dot{I}_{b3}/\dot{E}_1$  и дают соответственно значение собственных и взаимных проводимостей ветви первой станции.

Совершенно аналогично можно найти эти проводимости и для ветвей второй и третьей станций. Задача, по существу, сводится к нахождению распределения токов, обусловленных э. д. с. каждой из станций в отдельности. Если бы в схеме имелись замкнутые контуры, то найти токораспределение было бы гораздо труднее. [Эта задача должна решаться методами, разработанными для расчета установившихся режимов сложных электрических систем. Для определения собственных и взаимных проводимостей ветвей в относительно несложных схемах возможно также применение метода преобразований.] В этом случае схему преобразовывают таким образом, чтобы э. д. с. каждого из генераторов оказалась соединенной непосредственно с э. д. с. каждой из всех остальных генераторов только одним сопротивлением. Для того чтобы привести схему к такому виду, пользуются обычными приемами преобразований, т. е. замещением параллельных ветвей одной результирующей, преобразованием звезды в треугольник и наоборот, а также преобразованием многолучевой звезды. Последняя операция производится с помощью следующих формул (для четырехлучевой звезды):

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_1 Z_2 m; & Z_{23} &= Z_2 Z_3 m; \\ Z_{13} &= Z_1 Z_3 m; & Z_{24} &= Z_2 Z_4 m; \\ Z_{14} &= Z_1 Z_4 m; & Z_{34} &= Z_3 Z_4 m, \end{aligned} \right\} \quad (6-5)$$

где

$$m = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} = \sum Y;$$

$Z_1$ ,  $Z_2$  и т. д. — сопротивления отдельных лучей звезды;  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$  и т. д. — сопротивления эквивалентной схемы, в которой конец каждого из лучей оказывается непосредственно соединенным со всеми остальными (рис. 6-5).

На рис. 6-6 даны последовательно стадии преобразования схемы, приведенной на рис. 6-4. Сначала преобразуются в треугольники две звезды  $(1-0-b)$  и  $(2-0-b)$ , составленные из сопротивлений линии генераторов и нагрузок (рис. 6-6, а). Далее складываются параллельно три нагрузочных сопротивления в точке  $b$  (рис. 6-6, б).

Получившаяся четырехлучевая звезда  $1-3-2-0$  (рис. 6-6, в) может быть преобразована в эквивалентную схему (рис. 6-6, г). Складывая затем параллельно нагрузочные сопротивления в точках 1 и 2, можно получить окон-

Рис. 6-4. Принципиальная схема (а) и схема замещения (б) сложной системы.

Рис. 6-5. Преобразование четырехлучевой звезды.

Рис. 6-6. Преобразование схемы для определения собственных и взаимных проводимостей.

Рис. 6-4

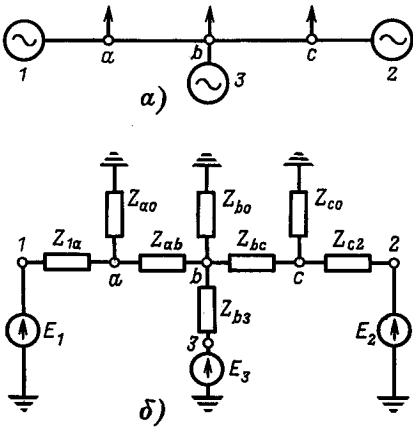


Рис. 6-5

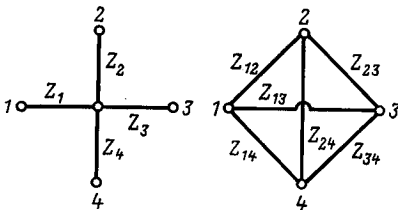
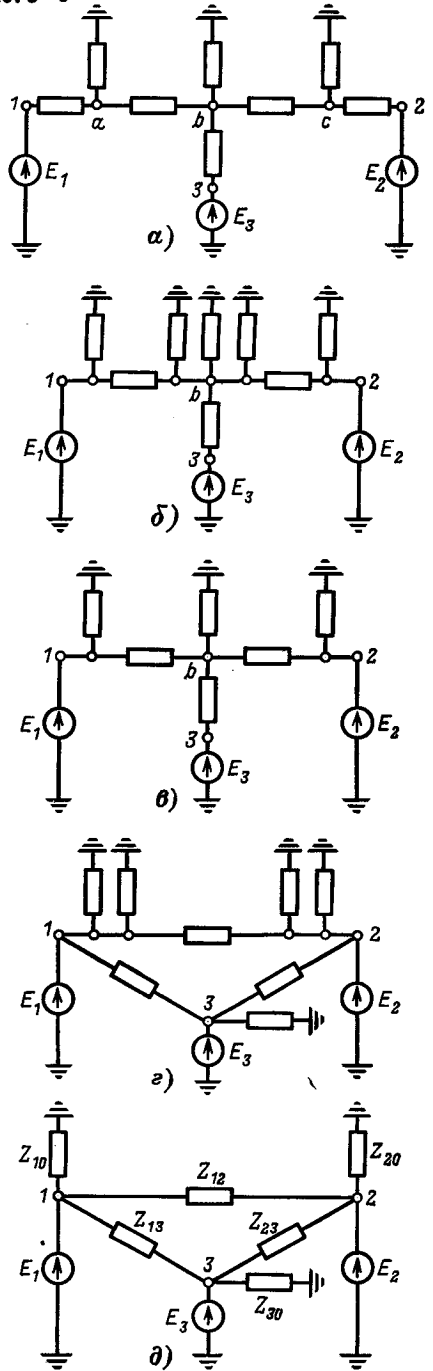


Рис. 6-6



чательную схему (рис. 6-6, д), в которой каждая из э. д. с. соединена с остальными через сопротивления  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$  или  $Z_{23}$ . Кроме того, каждая э. д. с. питает непосредственно одну из нагрузок  $Z_{10}$ ,  $Z_{20}$  или  $Z_{30}$ .

Пользуясь прежним принципом, т. е. полагая, что все э. д. с., кроме одной, равны нулю, нетрудно убедиться, что взаимные сопротивления между станциями 1, 2 и 3 равны сопротивлениям  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$  и  $Z_{23}$ . Собственное сопротивление станции можно определить, сложив параллельно все взаимные сопротивления этой станции и ее нагрузочное сопротивление. Например, для станции 1

$$Z_{11} = \frac{1}{1/Z_{12} + 1/Z_{13} + 1/Z_{10}} = \frac{Z_{12}Z_{13}Z_{10}}{Z_{13}Z_{10} + Z_{12}Z_{10} + Z_{12}Z_{13}}$$

и

$$Y_{11} = 1/Z_{11} = 1/Z_{12} + 1/Z_{13} + 1/Z_{10}.$$

При к. з. собственные и взаимные сопротивления и проводимости ветвей определяются применительно к схеме с включенным в точке повреждения шунтирующим сопротивлением к. з. При отключении поврежденной цепи собственные и взаимные проводимости ветвей изменяются и задачу приходится решать заново соответственно изменению схемы.

#### 6-4. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Расчет устойчивости в сложных системах в целом заключается в следующем. Найдя э. д. с. электростанций и углы между ними при нормальном режиме, составляют схемы замещения обратной и нулевой последовательности и определяют результирующие сопротивления обратной и нулевой последовательности, отнесенные к точке к. з.

Затем в схеме с включенным в точке к. з. аварийным шунтирующим сопротивлением подсчитывают собственные и взаимные проводимости для всех станций системы. Этот расчет повторяется и для схемы, получающейся после отключения поврежденной цепи. После этого переходят к расчету угловых перемещений. Расчет с помощью метода последовательных интервалов ведется в следующем порядке.

1. Зная углы расхождения роторов машин в момент к. з.  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$ ,  $\delta_{23}$  и т. д., находят значения отдаваемой машинами мощности:

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + \dots;$$

$$P_2 = E_2 E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + \dots;$$

.....

2. Находят избытки мощности:

$$\Delta P_{1(0)} = P_{10} - P_1;$$

$$\Delta P_{2(0)} = P_{20} - P_2;$$

.....

где  $P_{10}$  и  $P_{20}$  и т. д. — мощности машин в момент, предшествующий к. з.

3. Вычисляют угловые перемещения роторов машин в течение интервала  $\Delta t$ .

В первом интервале угловые перемещения вычисляются по формулам

$$\Delta\delta_{1(1)} = k_1 \frac{\Delta P_{1(0)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(1)} = k_2 \frac{\Delta P_{2(0)}}{2};$$

..... ;

во втором же и последующих интервалах

$$\Delta\delta_{1(n)} = \Delta\delta_{1(n-1)} + k_1 \Delta P_{1(n-1)};$$

$$\Delta\delta_{2(n)} = \Delta\delta_{2(n-1)} + k_2 \Delta P_{2(n-1)};$$

.....

4. Определяются новые значения углов в конце интервала  $\Delta t$ :

$$\delta_{1(n)} = \delta_{1(n-1)} + \Delta\delta_{1(n)};$$

$$\delta_{2(n)} = \delta_{2(n-1)} + \Delta\delta_{2(n)};$$

..... ,

где  $\delta_{1(n-1)}$ ,  $\delta_{2(n-1)}$  и т. д. — значения углов в конце предшествующего интервала.

5. Находят новые значения углов расхождения роторов машин:

$$\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2;$$

$$\delta_{13} = \delta_1 - \delta_3;$$

$$\delta_{23} = \delta_2 - \delta_3;$$

.....

Зная новые значения углов расхождения, можно перейти к расчету следующего интервала, т. е. вычислить мощность машин в начале этого интервала, найти затем избытки мощности и т. д. Для каждого нового интервала времени весь расчет повторяется по пп. 1–5.

В момент отключения поврежденной цепи все собственные и взаимные проводимости ветвей изменяются. Соответственно этому отдаваемая машинами мощность также изменяется. Угловые перемещения машин в первом интервале времени после момента отключения подсчитываются по формулам

$$\Delta\delta_{1(k)} = \Delta\delta_{1(k-1)} + k_1 \frac{\Delta P'_{1(k-1)} + \Delta P''_{1(k-1)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(k)} = \Delta\delta_{2(k-1)} + k_2 \frac{\Delta P'_{2(k-1)} + \Delta P''_{2(k-1)}}{2};$$

.....

где  $\Delta P'_{1(k-1)}$ ,  $\Delta P'_{2(k-1)}$  и т. д. — значения избытков мощности до отключения цепи;  $\Delta P''_{1(k-1)}$ ,  $\Delta P''_{2(k-1)}$  и т. д. — значения их после отключения.

Рис. 6-7

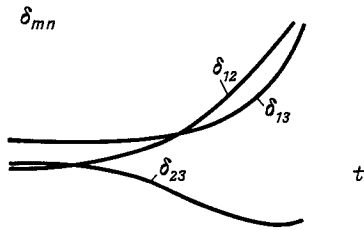


Рис. 6-7. Изменение относительных углов при нарушении устойчивости.

Рис. 6-8

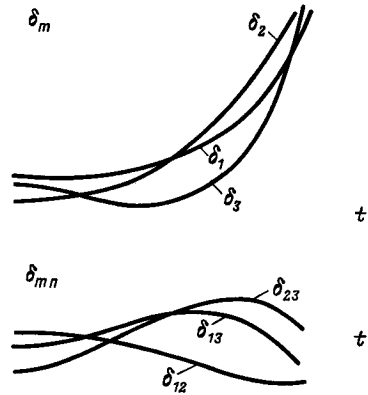


Рис. 6-8. Изменение абсолютных и относительных углов при сохранении устойчивости.

В дальнейших интервалах расчет ведется уже по обычным формулам.

Поскольку в случае нескольких электростанций имеется несколько независимых переменных — относительных углов между роторами машин, установить заранее значение предельных углов отключения к.з. (подобно тому, как это делалось с помощью правила площадей для двух электростанций) для сложных систем невозможно. Поэтому расчеты динамической устойчивости сложных систем выполняются методом последовательных интервалов для определенного времени отключения к.з., которым приходится задаваться, и продолжаются не только до момента отключения к.з., но и после отключения, до тех пор, пока не будет установлено, нарушается ли устойчивость в данных условиях или нет, о чем можно судить по характеру изменения относительных углов. Признаком неустойчивости является неограниченное возрастание некоторой части относительных углов. Например, при неустойчивости первой станции в случае трех электростанций неограниченно возрастают относительные углы  $\delta_{12}$  и  $\delta_{13}$  (рис. 6-7).

Неограниченный рост абсолютных углов (т.е. углов, ориентированных относительно произвольно выбранной синхронно вращающейся оси) отнюдь не свидетельствует о неустойчивости системы и почти всегда имеет место, даже если все относительные углы, достигнув максимальных значений, начинают уменьшаться (рис. 6-8), т.е. когда система динамически устойчива<sup>1</sup>. Нарастание абсолютных углов является результатом некоторого сброса мощности нагрузки, связанного со снижением напряжения при к.з., и указывает лишь на увеличение средней частоты системы.

Если характер изменения относительных углов устанавливает нарушение устойчивости при данном принятом в начале расчета времени отключения к.з., то для определения предельной длительности к.з. расчет следует повторить при уменьшенном значении времени отключения поврежденной цепи.

<sup>1</sup> Для уверенного суждения об устойчивости необходимо продолжение расчета до тех пор, пока изменение относительных углов не покажет, что роторы машин совершили два-три цикла качаний. (Прим. ред.)

## 6-5. УПРОЩЕНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Изложенный выше метод расчета устойчивости в сложных системах связан с громоздкими вычислениями. Поэтому обычно сложные системы подвергают предварительно целому ряду преобразований, упрощающих конфигурацию сети и уменьшающих число машин.

Уменьшение числа электростанций можно достигнуть путем замены двух или нескольких станций одной эквивалентной. Параметры эквивалентной электростанции должны быть выбраны таким образом, чтобы токи, напряжения и мощности во всей остальной части системы при такой замене остались неизменными.

Пусть мы имеем две электростанции с э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$ , соединенные параллельно в точке  $a$  через сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  (рис. 6-9). Токи обеих станций обозначим через  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ , напряжение в точке  $a$  — через  $\dot{U}$  и ток, отдаваемый в сеть, равный сумме токов обеих станций, — через  $\dot{I}_a$ , причем  $\dot{I}_a = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ .

Выражая токи через сопротивления и э.д.с. отдельных станций, получаем:

$$\frac{\dot{E}_1 - \dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}}{Z_2} = \dot{I}_a.$$

С другой стороны, для эквивалентной станции  $\frac{\dot{E}_3 - \dot{U}}{Z_3} = \dot{I}_a$ . По условию ток  $\dot{I}_a$  должен получиться одинаковым как в исходной, так и в преобразованной схеме. Следовательно,

$$\frac{\dot{E}_1 - \dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}}{Z_2} = \frac{\dot{E}_3 - \dot{U}}{Z_3}; \quad (6-6)$$

это уравнение должно быть удовлетворено при любых значениях, э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$  и напряжения  $\dot{U}$ .

Если бы э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$  были равны нулю, то эквивалентная э.д.с.  $\dot{E}_3$  получилась бы, очевидно, также равной нулю.

Для этого случая уравнение (6-6) принимает вид:

$$\dot{U}/Z_1 + \dot{U}/Z_2 = \dot{U}/Z_3, \quad (6-7)$$

откуда

$$1/Z_3 = 1/Z_1 + 1/Z_2$$

или

$$Y_3 = Y_1 + Y_2. \quad (6-8)$$

Сложив уравнения (6-6) и (6-7), можно найти эквивалентную э.д.с. При этом

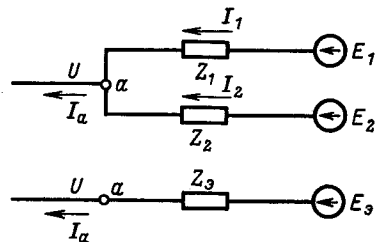
$$\dot{E}_1/Z_1 + \dot{E}_2/Z_2 = \dot{E}_3/Z_3,$$

откуда

$$\dot{E}_3 = \dot{E}_1 \frac{Y_1}{Y_3} + \dot{E}_2 \frac{Y_2}{Y_3}. \quad (6-9)$$

Рис. 6-9. Замещение двух электростанций одной эквивалентной.

Рис. 6-9



Формулы (6-8) и (6-9) могут быть развиты для любого числа параллельно работающих генераторных станций или машин:

$$Y_3 = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n;$$

$$\dot{E}_3 = \dot{E}_1 \frac{Y_1}{Y_3} + \dot{E}_2 \frac{Y_2}{Y_3} + \dots + \dot{E}_n \frac{Y_n}{Y_3}. \quad (6-10)$$

Первоначальная мощность  $P_{3,0}$  (т. е. мощность первичного двигателя) эквивалентной электростанции легко определяется путем прибавления к активной мощности в ветви эквивалентной электростанции у точки  $a$ , которая в результате преобразований должна остаться неизменной, потерь в проводимости  $Y_a$ <sup>1</sup>.

Постоянная инерция этой станции  $T_{J_3}$  должна быть принята равной сумме постоянных инерции всех замещаемых станций. При этом все постоянные инерции должны быть приведены предварительно к одной и той же базисной мощности.

Замена нескольких электростанций одной эквивалентной не оказывает никакого влияния на условия работы остальной части системы и является, безусловно, правильной до тех пор, пока не начнутся качания генераторов замещаемых станций.

В дальнейшем условия получают правильными только в том случае, если все замещаемые станции будут колебаться синхронно. Если же угловые отклонения этих станций получаются различными, то э. д. с. эквивалентной станции, вычисленная с помощью уравнений (6-9) и (6-10), не останется постоянной, а будет изменяться, так как она представляет собой геометрическую сумму нескольких векторов, углы между которыми непрерывно изменяются. В этом случае расчет устойчивости при постоянстве э. д. с.  $\dot{E}_3$ , вычисленной по данным нормального режима, привел бы к определенной погрешности результата. Предусмотреть же заранее изменение абсолютного значения и фазы э. д. с. эквивалентной станции невозможно. [Поэтому один из подходов к выполнению эквивалентирования предусматривает объединение только тех станций, для которых можно предвидеть сравнительно небольшое изменение углов между их роторами.] При этом углы между векторами, представляющими отдельные слагаемые в правой части уравнений (6-9) и (6-10), останутся приблизительно неизменными и, следовательно э. д. с.  $\dot{E}_3$  может считаться постоянной величиной.

Помимо преобразований, связанных с изменением числа электростанций и их параметров, для упрощения схем применяются обычные приемы преобразования пассивных цепей, охватывающих сопротивления трансформаторов, линий, а также и нагрузок, если последние представлены постоянными сопротивлениями. Если же нагрузки учитываются по статическим характеристикам (например, в расчете статической устойчивости), то преобразования части схемы, содержащей нагрузки, могут быть выполнены лишь приближенно.

<sup>1</sup> Отметим, что в общем случае полученная таким образом мощность  $P_{3,0}$  не равна сумме мощностей станций 1 и 2, протекающих в схеме замещения на рис. 6-9 у точек 1 и 2 (т. е. внутренним мощностям станций), которые равны мощностям первичных двигателей этих станций в исходной схеме. (Прим. ред.)



Рис. 6-10

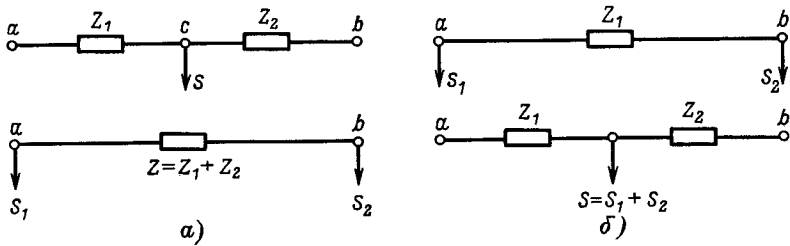


Рис. 6-10. Перенос нагрузок при преобразовании схемы замещения системы.

В последнем случае иногда практикуется перенос нагрузок. При этом мощности нагрузок, отнесенных к узлам (рис. 6-10, а), определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_1 &= \hat{S} \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2}; \\ \hat{S}_2 &= \hat{S} \frac{\hat{Z}_1}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2}, \end{aligned} \right\} \quad (6-11)$$

причем  $Z = Z_1 + Z_2$ .

При обратной операции переноса нагрузок из узлов в промежуточную точку (рис. 6-10, б) используются следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z \frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_1 + \hat{S}_2}; \\ Z_2 &= Z \frac{\hat{S}_1}{\hat{S}_1 + \hat{S}_2}; \\ \hat{S} &= \hat{S}_1 + \hat{S}_2^1. \end{aligned} \right\} \quad (6-12)$$

При упрощениях системы следует стремиться сохранить неизменными те элементы схемы, которые отключаются в послеаварийном режиме. Желательно сохранить также и основные узлы упрощаемой схемы для того, чтобы, опираясь на известные напряжения в этих узлах и мощности в соединенных с ними ветвях, иметь возможность произвести расчет установившегося нормального режима упрощенной схемы.

<sup>1</sup> Формулы (6-11) и (6-12) получены в предположении равенства по абсолютному значению и фазе напряжений в узлах и в промежуточной точке. Поэтому при их практическом применении надо следить, чтобы перенос нагрузок не касался точек с резко различающимися напряжениями. В частности, в уточненных расчетах не рекомендуется в качестве узловых точек схемы замещения 1 и 2 выбирать точки подсоединения сопротивлений трансформаторов станции и точку, в которую в схеме замещения включается э. д. с. генераторов. (П р и м. р е д.)

# переходные электромагнитные процессы в синхронных машинах

## Введение

При внезапных нарушениях режима работы синхронных генераторов возникают процессы, характеризуемые, с одной стороны, механическими качаниями роторов машин и, с другой, — переходными электромагнитными явлениями в обмотках машин. Обе стороны процесса, разумеется, взаимосвязаны, хотя скорость протекания их во времени различна. Ссылаясь на относительно малую скорость затухания свободных токов ротора, а также имея в виду применение регуляторов возбуждения и быстродействующих возбудителей, во втором разделе мы отказались, по существу, от рассмотрения протекания переходных электромагнитных процессов во времени. Однако при длительных электромеханических процессах такое допущение не всегда может быть оправдано; в этих условиях, а также в ряде других случаев влияние переходных электромагнитных процессов может быть значительным. Эта сторона вопроса и является предметом рассмотрения настоящего раздела, причем мы ограничимся машинами без демпферных обмоток.

Вообще говоря, переходные электромагнитные процессы возникают не только в генераторах, но и в трансформаторах, однако в последних они протекают настолько быстро, что с ними практически можно не считаться. Еще меньше оснований рассматривать в вопросах устойчивости электромагнитные волновые процессы в линиях электропередачи.

[Электромагнитные переходные процессы в синхронных генераторах описываются при использовании системы координат  $dq$  уравнениями, получившими название уравнений Горева — Парка. Эти уравнения дают полную характеристику переходных процессов и отражают изменения периодических и аperiodических составляющих токов, а также свободных токов, возникающих в замкнутых контурах машины при появлении скольжения между ротором и полем реакции якоря. Приближенное описание переходных процессов дается упрощенными уравнениями Горева — Парка. Полнота отражения этими уравнениями характеристик переходных процессов вполне достаточна для расчетов динамической устойчивости].

# переходные процессы в машинах без демпферных обмоток

## 7-1. ИЗМЕНЕНИЕ Э. Д. С. ЗА ПЕРЕХОДНЫМ ИНДУКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

В основу исследования переходных электромагнитных процессов в генераторах может быть положен принцип постоянства потокосцеплений обмоток машин. Отбрасывая, так же как и раньше, аperiodическую составляющую переходного тока статора, мы используем принцип постоянства потокосцеплений только в отношении обмотки возбуждения генератора, допуская, что потокосцепления обмотки статора могут свободно изменяться.

При отсутствии демпферной обмотки магнитные потоки в поперечной оси машины связаны только с обмоткой статора и зависят только от поперечной составляющей тока статора.

Магнитные же потоки в продольной оси машины пронизывают обмотку возбуждения. Их изменение и вызывает появление свободных токов в обмотке возбуждения. Как показано на рис. 7-1, в продольной оси нагруженной машины существуют три магнитных потока, сцепленных с обмоткой возбуждения: полезный поток  $\Phi_d$ , создаваемый током возбуждения  $i_f$  и пропорциональный ему (если не считаться с насыщением стали); тем же током возбуждения  $i_f$  создается магнитный поток рассеяния ротора  $\Phi_{f1} = \sigma_f \Phi_d$ , сцепленный только с обмоткой возбуждения; продольная составляющая тока статора  $I_d$  создает продольный поток реакции якоря  $\Phi_{ad}$ . Полный поток, сцепленный с обмоткой возбуждения, равен, очевидно,

$$(1 + \sigma_f) \Phi_d - \Phi_{ad}.$$

Отметим, что потокосцепления какой-либо обмотки определяются либо как произведение магнитного потока на число витков:  $\Psi = w\Phi$ , либо как произведение тока, создающего магнитный поток, на индуктивность (или взаимную индуктивность):  $\Psi = IL$ . Мы воспользуемся вторым из этих определений, причем, ссылаясь на систему относительных единиц и полагая  $\omega = 1$ , будем считать  $L = x$  и, следовательно,  $\Psi = Ix$ .

При этом потокосцепление магнитного потока  $(1 + \sigma_f)\Phi_d$ , сцепляющегося с обмоткой возбуждения генератора и создаваемого током  $i_f$  этой же

Рис. 7-1

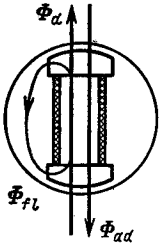


Рис. 7-1. Магнитные потоки, сцепленные с обмоткой возбуждения.

Рис. 7-2

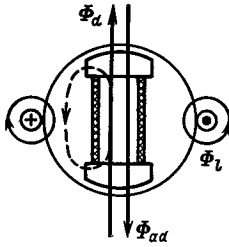


Рис. 7-2. Магнитные потоки, сцепленные с обмоткой статора.

составляющей тока статора  $I_d$ , и магнитный поток  $\Phi_d$ , являющийся потоком взаимоиנדукции со стороны ротора и создаваемый током обмотки возбуждения  $i_f$ .

Соответственно потокосцепление обмотки статора (рассматривается продольная ось машины) выражается следующим образом:

$$\Psi_d = i_f x_{ad} - I_d x_{ad} \quad (7-2)$$

где  $x_d$  — продольное синхронное индуктивное сопротивление обмотки статора, равное в относительных единицах индуктивности.

Если потокосцепление обмотки статора поделить на число витков этой обмотки, то мы вернемся к результирующему магнитному потоку статора, включающему и магнитный поток рассеяния статора. Этот поток при вращении машины наводит соответствующую э. д. с. в обмотке статора, точнее, не э. д. с., а непосредственно напряжение на выводах  $U$  (поскольку результирующий поток включает в себя и поток рассеяния статора), если только пренебречь влиянием активного сопротивления обмотки статора.

При неизменной частоте вращения продольная составляющая напряжения генератора  $U_q$  пропорциональна потокосцеплению обмотки статора  $\Psi_d$ , а в относительных единицах равна ему<sup>1</sup>:

$$\Psi_d = U_q \quad (7-3)$$

Если опустить аperiodическую составляющую переходного тока статора, то ток  $I_d$  при внезапном нарушении режима работы генератора изменится скачком. Одновременно скачкообразное изменение претерпит и ток возбуж-

обмотки, может быть определено как произведение тока  $i_f$  на индуктивность, равную в относительных единицах  $x_f$  обмотки возбуждения, т. е. как  $i_f x_f$ . Поток реакции  $\Phi_{ad}$ , обусловленный продольной составляющей тока статора  $I_d$ , также пронизывает обмотку возбуждения и определяет потокосцепление  $I_d x_{ad}$ , где  $x_{ad}$  — индуктивное сопротивление реакции статора, равное в относительных единицах индуктивности. Таким образом, полное потокосцепление обмотки возбуждения

$$\Psi_{fd} = i_f x_f - I_d x_{ad} \quad (7-1)$$

Обращаясь теперь к потокосцеплениям обмотки статора, заметим, что эту обмотку пронизывают магнитные потоки реакции якоря  $\Phi_{ad}$  и рассеяния статора  $\Phi_l$  (рис. 7-2), создаваемые продольной со-

<sup>1</sup> Напомним, что э. д. с. по фазе отстает на  $90^\circ$  от вызвавшего ее потокосцепления, поэтому векторы э. д. с. и потокосцепления располагаются по разным осям системы координат, неподвижной относительно ротора (рис. 2-5). Поэтому у величин, входящих в (7-3), разные подстрочные индексы. (Прим. ред.)

дения генератора  $i_f$  с тем, чтобы потокосцепление обмотки возбуждения  $\Psi_{fd}$ , которое согласно (7-1) зависит как от  $I_d$ , так и от  $i_f$ , осталось неизменным.

Зависимость между  $i_f$  и  $I_d$  вытекает из (7-1):

$$i_f = \frac{\Psi_{fd} + I_d x_{ad}}{x_f}.$$

Подставляя это значение  $i_f$  в уравнение потокосцепления обмотки статора (7-2), получаем:

$$U_q = \Psi_d = \frac{x_{ad}}{x_f} (\Psi_{fd} + I_d x_{ad}) - I_d x_d$$

или

$$U_q = \Psi_{fd} \frac{x_{ad}}{x_f} - I_d \left( x_d - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \right).$$

Это выражение может быть записано также следующим образом:

$$U_q = E'_q - I_d x'_d, \quad (7-4)$$

где  $x'_d = x_d - x_{ad}^2/x_f$  — переходное индуктивное сопротивление генератора<sup>1</sup>;

$E'_q = \Psi_{fd} \frac{x_{ad}}{x_f}$  — продольная составляющая э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением.

Электродвижущая сила  $E'_q$  не является истинной э. д. с. машины. Она представляет собой некоторую условную величину, пропорциональную полному потокосцеплению обмотки возбуждения  $\Psi_{fd}$ , и потому остается неизменной вместе с ним в первый момент нарушения режима работы генератора (рис. 7-3). Постоянство э. д. с.  $E'_q$  является чрезвычайно важным свойством, позволяющим, используя, например, выражение (7-4), при данном изменении напряжения  $U_q$  найти ток  $I_d$ . Этого нельзя было бы сделать с помощью аналогичного выражения

$$U_q = E_q - I_d x_d,$$

(см. рис. 7-3), в которое входит э. д. с. х. х. генератора  $E_q$ , поскольку последняя пропорциональна току возбуждения и изменяется вместе с ним.

Итак, при нарушении режима ток возбуждения  $i_f$  претерпевает внезапное изменение и его значение не соответствует уже напряжению возбудителя  $u_f$ , приложенному к обмотке возбуждения генератора. В дальнейшем ток возбуждения начинает затухать, стремясь к первоначальному своему значению, пропорциональному напряжению возбудителя:

$$i_{fe} = u_f/r_f,$$

Рис. 7-3

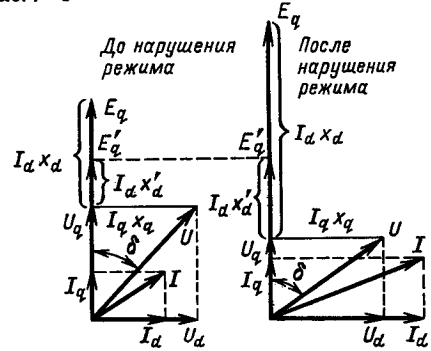


Рис. 7-3. Векторная диаграмма синхронного генератора до и после нарушения режима.

<sup>1</sup> При  $x_d = x_l + x_{ad}$  и  $x_f = x_{f1} + x_{ad}$ , очевидно,  $x'_d = x_l + \frac{x_{f1} x_{ad}}{x_{f1} + x_{ad}}$ , как это было получено в § 4-3.

где  $r_f$  — сопротивление обмотки возбуждения генератора. В связи с затуханием тока возбуждения начинает изменяться и потокосцепление обмотки возбуждения, а следовательно, и э. д. с.  $E'_q$ , ему пропорциональная. Изменение тока  $i_f$  во времени происходит по известному закону изменения тока в цепи, состоящей из активного и индуктивного сопротивлений:

$$u_f = i_f r_f + \frac{d\Psi_{fd}}{dt}.$$

Разделив это уравнение на  $r_f$ , получим:

$$i_{fe} = i_f + \frac{1}{r_f} \frac{d\Psi_{fd}}{dt},$$

где  $i_{fe} = u_f/r_f$  — значение вынужденного тока возбуждения, соответствующее приложенному напряжению возбудителя.

Умножая далее обе части равенства на  $x_{ad}$ , имеем:

$$i_{fe} x_{ad} = i_f x_{ad} + \frac{x_{ad}}{r_f} \frac{d\Psi_{fd}}{dt}.$$

Член  $i_f x_{ad}$  представляет собой потокосцепление обмотки статора, создаваемое полным током возбуждения  $i_f$ . Электродвижущая сила, наводимая потоком, определяющим это потокосцепление, является не чем иным, как э. д. с. х. х.  $E_q$ , которая изменяется вместе с током  $i_f$ . Член  $i_{fe} x_{ad}$  дает вынужденное значение э. д. с. х. х., которое мы обозначим через  $E_{qe}$ .

При неизменном напряжении возбудителя эта э. д. с. равна ее значению в установившемся режиме, предшествовавшем возмущению, т. е. в этом случае  $E_{qe} = E_{q0}$ .

Полагая относительные значения э. д. с. численно равными потокосцеплениям ( $E = \omega\Psi$ , а в относительных единицах  $\omega = 1$ ), получаем:

$$E_{qe} = E_q + \frac{x_{ad}}{r_f} \frac{d\Psi_{fd}}{dt}$$

или

$$E_{qe} = E_q + \frac{x_f}{r_f} \frac{x_{ad}}{x_f} \frac{d\Psi_{fd}}{dt}.$$

Но согласно (7-4)

$$\frac{x_{ad}}{x_f} \Psi_{fd} = E'_q.$$

Отношение  $x_f/r_f = L_f/r_f = T_{d0}$  называют постоянной времени обмотки возбуждения. Следовательно,

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{dE'_q}{dt}. \quad (7-5)$$

Это простое уравнение и определяет протекание переходных электромагнитных процессов в синхронной машине без демпферной обмотки в пределах сделанных допущений. Мы рассмотрим его применение для решения отдельных задач.

## 7-2. ТРЕХФАЗНОЕ КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ

Полученное выше дифференциальное уравнение (7-5) содержит по крайней мере две переменные величины:  $E'_q$  и  $E_q$ , и для его решения необходимо установить дополнительную связь между этими переменными. Для этой цели могут быть использованы соотношения

$$U_q = E'_q - I_d X'_d = E_q - I_d X_d,$$

дающие

$$E'_q = \frac{X'_d}{X_d} E_q + \frac{X_d - X'_d}{X_d} U_q. \quad (7-6)$$

При к. з. на выводах генератора напряжение  $U_q$  становится равным нулю и, следовательно,

$$E'_q = \frac{X'_d}{X_d} E_q. \quad (7-7)$$

Подстановка этого соотношения в уравнение (7-5) позволяет исключить одну из переменных и приводит уравнение к виду

$$E_{qe} = E_q + T'_d \frac{dE_q}{dt}, \quad (7-8)$$

где  $T'_d = \frac{X'_d}{X_d} T_{d0}$  — постоянная времени обмотки возбуждения при короткозамкнутой обмотке статора.

Это уравнение легко интегрируется:

$$E_q = E_{q0} + (E_{q(0)} - E_{q0}) e^{-t/T'_d}; \quad (7-9)$$

здесь  $E_{q0} = E_{qe}$  — значение э. д. с.  $E_q$  в режиме, предшествующем к. з.;  $E_{q(0)}$  — значение  $E_q$  в первый момент к. з.

Электродвижущая сила  $E_{q(0)}$  определяется согласно (7-7) соотношением

$$E_{q(0)} = \frac{X_d}{X'_d} E'_{q0},$$

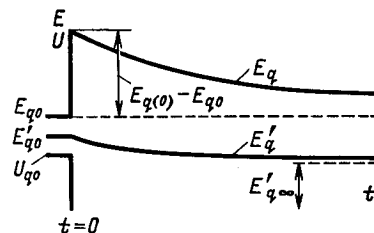
где  $E'_{q0}$  — неизменное в момент к. з. значение продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением. Таким образом, как показано на рис. 7-4, э. д. с.  $E_q$  (или ток возбуждения  $i_f$ ) после внезапного изменения в момент к. з. далее затухает по экспоненциальному закону с постоянной времени  $T'_d$ , стремясь к своему первоначальному значению.

Полагая в выражении

$$U_q = E_q - I_d X_d$$

Рис. 7-4. Изменение напряжения и э. д. с. генератора при трехфазном к. з.

Рис. 7-4



напряжение  $U_q$  равным нулю, нетрудно найти значение тока статора при к. з.:  $I_d = E_q/x_d$ .

Таким образом, значения  $E_q$  из выражения (7-9), деленные на  $x_d$ , дают  $I_d$  для  $t \geq 0$ .

Посмотрим теперь, как изменяется во времени продольная слагающая э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением. Значение этой э. д. с.  $E'_q$  легко получаем, подставив (7-9) в (7-7):

$$E'_q = E_{q0} \frac{x'_d}{x_d} + \left( E_{q(0)} \frac{x'_d}{x_d} - E_{q0} \frac{x'_d}{x_d} \right) e^{-t/T'_d}. \quad (7-10)$$

Частное  $E_{q0}/x_d$  определяет установившийся ток к. з., произведение которого на  $x'_d$  дает, очевидно, э. д. с.  $E'_{q\infty}$  в режиме установившегося к. з.:

$$E'_{q\infty} = \frac{E_{q0}}{x_d} x'_d.$$

Точно так же  $\frac{E_{q(0)}}{x_d} x'_d$  представляет собой значение  $E'_q$  в первый момент к. з., равное  $E'_{q0}$ . Таким образом, выражение (7-10) преобразуется к виду

$$E'_q = E'_{q\infty} + (E'_{q0} - E'_{q\infty}) e^{-t/T'_d} \quad (7-11)$$

Кривая изменения э. д. с.  $E'_q$  представляет собой экспоненту с постоянной времени  $T'_d$ , так же как кривая э. д. с.  $E_q$  (рис. 7-4), но начальные значения переменных, представленных на рис. 7-4, совершенно различны. Если напряжение на выводах генератора падает, то э. д. с.  $E'_q$  остается неизменной, э. д. с. же х. х.  $E_q$  резко возрастает.

### 7-3. КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ФОРСИРОВКИ ВОЗБУЖДЕНИЯ<sup>1</sup>

В связи с неизбежным запаздыванием в изменении токов в цепях регуляторов и цепях возбуждения регуляторы напряжения не оказывают влияния на изменение токов и напряжений генератора в первый момент к. з. Однако дальнейшее протекание процесса теснейшим образом связано с работой регуляторов.

Для поддержания напряжения в аварийных условиях находят применения устройства форсировки возбуждения, под действием которых при возникновении к. з. возрастает напряжение, приложенное к обмотке возбуждения возбудителя. Если обратиться к простейшей схеме независимого возбуждения возбудителя с релейной форсировкой возбуждения (рис. 7-5) и пренебречь влиянием насыщения возбудителя, то нарастание тока его возбуждения будет характеризоваться экспоненциальной зависимостью с некоторой постоянной времени  $T_e$ . Эта постоянная равна отношению индуктивности обмотки возбуждения возбудителя к ее активному сопротивлению.

В принятых условиях напряжение возбудителя  $u_f$  пропорционально току возбуждения возбудителя и, следовательно, его изменение при срабатывании

<sup>1</sup> В оригинале «регуляторов напряжения». (Прим. ред.)



устройства форсировки может быть представлено следующим образом:

$$u_f = u_{f\infty} - \Delta u_f e^{-t/T_c},$$

где  $u_{f\infty}$  — напряжение возбудителя в новом установившемся режиме;  $\Delta u_f$  — амплитуда изменения напряжения возбудителя.

Соответственно изменяется и вынужденная э. д. с. х. х. синхронного генератора  $E_{qe}$ , которая следует за напряжением возбудителя (рис. 7-6):

$$E_{qe} = E_{qe\infty} - \Delta E_q e^{-t/T_e}. \quad (7-12)$$

Подстановка этой зависимости в уравнение (7-8) позволяет получить дифференциальное уравнение для  $E_q$  при учете действия форсировки возбуждения

$$E_{q\infty} - \Delta E_q e^{-t/T_e} = E_q + T'_d \frac{dE_q}{dt}. \quad (7-13)$$

Его решение имеет вид:

$$E_q = E_{q\infty} + (E_{q(0)} - E_{q\infty}) e^{-t/T'_d} + \Delta E_q \frac{T_e}{T'_d + T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}). \quad (7-14)$$

Так же как и выше, от э. д. с. х. х.  $E_q$  нетрудно перейти к э. д. с.  $E'_q$ :

$$E'_q = E'_{q\infty} + (E'_{q(0)} - E'_{q\infty}) e^{-t/T'_d} + \Delta E_q \frac{x'_d}{x_d} \frac{T_e}{T'_d + T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}). \quad (7-15)$$

Изменения э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  при трехфазном к. з. согласно (7-14) и (7-15) представлены на рис. 7-7. Там же показаны кривые (2) изменения э. д. с. при отсутствии форсировки. Качественная сторона влияния форсировки ясна и заключается в том, что э. д. с.  $E_q$ , стремясь приблизиться к значениям вынужденной э. д. с.  $E_{qe}$ , затухает в

Рис. 7-5

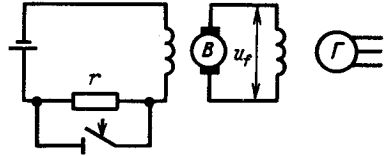


Рис. 7-6

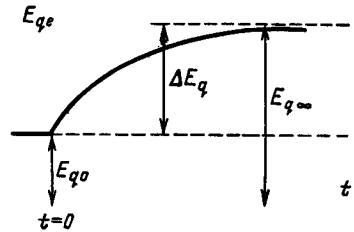


Рис. 7-7

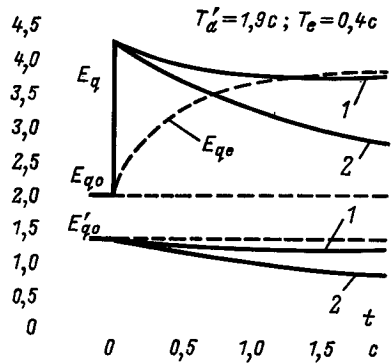
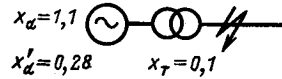


Рис. 7-5. Принципиальная схема возбуждения генератора.

Рис. 7-6. Изменение вынужденной э. д. с. х. х. при форсировке возбуждения.

Рис. 7-7. Изменение э. д. с. генератора при к. з. 1 — при наличии форсировки возбуждения; 2 — без форсировки возбуждения.

гораздо меньшей степени, чем при отсутствии форсировки, и может даже нарастать. Степень влияния форсировки возрастает с увеличением  $E_{qe\infty}$  (или  $u_{f\infty}$  — так называемого потолка напряжения возбудителя) и с уменьшением постоянной времени возбудителя  $T_e$ . Соответствующим выбором этих параметров можно почти полностью избежать затухания э. д. с.  $E'_q$  при к. з.

#### 7-4. ПРОЦЕССЫ В МАШИНЕ, РАБОТАЮЩЕЙ НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ

При трехфазном к. з. в цепи генератора, работающего через внешнее индуктивное сопротивление на шины бесконечной мощности, справедливы все найденные выше зависимости, поскольку при таком к. з. связь между генератором и приемной системой разрывается и последняя не оказывает никакого влияния на протекание процессов в генераторе.

Эти зависимости справедливы и в том случае, если к. з. возникает не на выводах генератора, а за внешним индуктивным сопротивлением связи. При этом только в уравнениях § 7-2 и 7-3 под индуктивными сопротивлениями  $x_d$  и  $x'_d$  следует понимать суммы собственно индуктивных сопротивлений генератора и внешнего индуктивного сопротивления, т. е.  $x_d + x_{вн}$  и  $x'_d + x_{вн}$ .

Внешнее индуктивное сопротивление ограничивает токи к. з., а также замедляет затухание свободных токов. Последнее вытекает из увеличения постоянной времени

$$T'_d = \frac{x'_d + x_{вн}}{x_d + x_{вн}} T_{d0}$$

за счет внешнего сопротивления. При  $x_{вн} = 0$  отношение  $x'_d/x_d$  лежит обычно в пределах 0,2–0,3, тогда как при очень большом  $x_{вн}$  отношение  $(x'_d + x_{вн})/(x_d + x_{вн})$  может приблизиться к единице.

Гораздо более сложной получается картина, если при нарушении режима связь генератора с приемной системой сохраняется, например, если нарушение последует в результате внезапного изменения абсолютного значения и фазы напряжения приемной системы, изменения индуктивного сопротивления связи и т. д. Правда, определение токов и напряжений в первый момент нарушения не вызывает затруднений. При данном изменении продольной составляющей напряжения приемника и индуктивного сопротивления связи  $x_{вн}$  изменение э. д. с.  $E_q$  и продольной составляющей тока статора  $I_d$  могут быть найдены так же, как и раньше, исходя из условия постоянства продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением  $E'_q$ . Не вызывает осложнений и необходимость учета явлений в поперечной оси машины, где при отсутствии демпферной обмотки ток статора (его поперечная составляющая) следует непосредственно за изменением поперечной составляющей напряжения не только в первый момент нарушения режима, но и в дальнейших стадиях процесса:

$$I_q = U_d/x_q.$$

На рис. 7-3 были показаны векторные диаграммы до и после нарушения режима (при внезапном изменении абсолютного значения и фазы напряжения приемной системы). Индуктивные сопротивления генератора на этих диаграммах включают в себя и внешнее индуктивное сопротивление связи, и, следовательно, напряжение  $U$  является не напряжением на выводах генератора, а непосредственно напряжением приемной системы.

Продольная и поперечная составляющие этого напряжения равны соответственно:

$$U_q = U \cos \delta; \quad U_d = U \sin \delta.$$

Изменение  $U$  и  $\delta$  влечет за собой изменение обеих составляющих:  $U_d$  и  $U_q$ . Новое значение  $U_d$  сразу определяет новое значение  $I_q$ . Продольная составляющая тока  $I_d$  также легко определяется при данном  $U_q$  и неизменной в момент нарушения режима э. д. с.  $E'_q$ . Электродвижущая сила  $E_q$  изменяется в этот момент, обеспечивая постоянство  $E'_q$ .

В дальнейшем  $E_q$  и  $E'_q$  начинают затухать. При этом по-прежнему справедливо уравнение

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{dE'_q}{dt}. \quad (7-16)$$

Однако дополнительная связь между этими переменными при  $U_q$ , отличном от нуля, должна быть записана согласно выражению (7-6) следующим образом:

$$E'_q = \frac{x'_d}{x_d} E_q + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U_q$$

или при  $U_q = U \cos \delta$

$$E'_q = \frac{x'_d}{x_d} E_q + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta.$$

Подстановка  $E'_q$  в (7-16) дает:

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{x'_d}{x_d} \frac{dE_q}{dt} - \frac{x_d - x'_d}{x_d} T_{d0} U \sin \delta \frac{d\delta}{dt}. \quad (7-17)$$

Дифференциальное уравнение, определяющее изменение во времени э. д. с.  $E_q$ , значительно усложняется. Оно содержит теперь новую переменную — угол  $\delta$ . Физический смысл отдельных членов правой части уравнения (7-17) таков. Первый член пропорционален падению напряжения в активном сопротивлении обмотки возбуждения, второй — напряжению, индуцируемому в обмотке возбуждения при затухании свободных токов, и третий — новый член — напряжению, возникающему при пересечении обмоткой возбуждения магнитного потока реакции якоря при изменении угла  $\delta$ , т. е. при качаниях ротора.

Этот последний член пропорционален  $d\delta/dt$  и, следовательно, его существование связывается с возникновением некоторой относительной скорости движения ротора.

При внезапном нарушении режима работы генератора изменяются не только токи и напряжения, но и мощность генератора, равная для неявнополюсных машин:

$$P = \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta.$$

Возникают, следовательно, избытки мощности, вызывающие качания генератора согласно известному уравнению

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_0 - \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta. \quad (7-18)$$

Уравнения (7-17) и (7-18) образуют систему, решение которой позволяет проследить изменение во времени не только  $E_q$ , но и  $\delta$ . Такое совместное исследование протекания электромагнитных и механических процессов и представляет собой задачу уточненного расчета динамической устойчивости.

Не только уравнение (7-18), но и (7-17) нелинейно, и общее решение этой системы получено быть не может. Однако численное решение, разумеется, всегда возможно, и этой цели служит модификация метода последовательных интервалов, подробно рассматриваемая в гл. 8.

## расчет устойчивости при переменных э.д.с.

### 8-1. УСТОЙЧИВОСТЬ ГЕНЕРАТОРА, РАБОТАЮЩЕГО НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ

Расчет динамической устойчивости генератора с учетом переходных электромагнитных процессов требует совместного решения уравнений, определяющих изменения э. д. с.  $E'_q$ ,  $E'_d$  и угла  $\delta$ . При чисто индуктивной связи между генератором и приемной системой эти уравнения были получены в гл. 7 [уравнения (7-17), (7-18)]. Здесь мы обратимся к несколько более сложной задаче, допуская любой характер связи между генератором и шинами бесконечной мощности.

Предполагая генератор неявнополносным и замещая его синхронным индуктивным сопротивлением  $x_d$  (рис. 8-1), можно определить собственную и взаимную проводимости ветви генератора в схеме замещения  $Y_{11}$  и  $Y_{12}$  и дополнительные углы  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{12}$  (для схемы с шунтирующим сопротивлением, включенным в расчетной точке к.з.)

Примем ось отсчета аргументов векторов совпадающей с вектором напряжения шин бесконечной мощности, т. е.  $\dot{U} = U$ . Вектор э. д. с. х. х. генератора  $\dot{E}'_q = E_q \angle \delta$  опережает вектор напряжения  $U$  на угол  $\delta$ . Величина  $E_q$  как в первый момент к.з., так и в течение всего переходного процесса претерпевает изменения, которые должны быть учтены в расчете. Ток, отдаваемый генератором в сеть, равен, очевидно:

$$\dot{I} = \dot{E}'_q Y_{11} - \dot{U} Y_{12} = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12}.$$

Из векторной диаграммы (рис. 8-2) нетрудно найти продольную составляющую тока статора  $I_d$ , проектируя вектор тока  $\dot{I} = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12}$  на направление, перпендикулярное вектору  $\dot{E}'_q$ :

$$I_d = I_{11} \cos \alpha_{11} - I_{12} \cos (\delta - \alpha_{12}) = E_q y_{11} \cos \alpha_{11} - U y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12}).$$

Подставляя это выражение для  $I_d$  в известное соотношение

$$E'_q = E_q - I_d (x_d - x'_d),$$

получаем:

$$E'_q = E_q [1 - (x_d - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}] + U (x_d - x'_d) y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12})$$

или

$$E_q = \frac{E'_q}{1 - (x_d - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}} - \frac{U y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12})}{\frac{1}{x_d - x'_d} - y_{11} \cos \alpha_{11}}. \quad (8-1)$$

Это уравнение связывает э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  и угол  $\delta$  в рассматриваемых условиях.

Кроме того, справедливо общее дифференциальное уравнение

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{dE'_q}{dt}. \quad (8-2)$$

Это уравнение, решенное в конечных разностях, позволяет найти изменение э. д. с.  $E'_q$  за интервал времени  $\Delta t$  при расчете методом последовательных интервалов:

$$\Delta E'_q = (E_{qe} - E_q) \frac{\Delta t}{T_{d0}}. \quad (8-3)$$

Значение  $E_{qe}$  берется как среднее за интервал времени по уравнению или кривой, которые соответствуют заданному закону изменения напряжения возбудителя.

За рассматриваемый интервал  $\Delta t$  изменяется не только э. д. с.  $E'_q$ , но и э. д. с. х. х.  $E_q$  и угол  $\delta$ . Подсчет угловых перемещений производится обычным способом, описанным в разд. 2.

Рис. 8-1. Схемы исследуемой системы.

Рис. 8-2. Векторная диаграмма установившегося режима системы.

Рис. 8-1

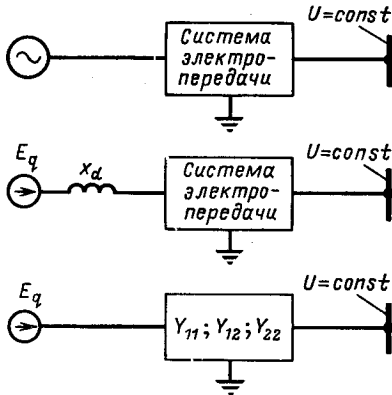
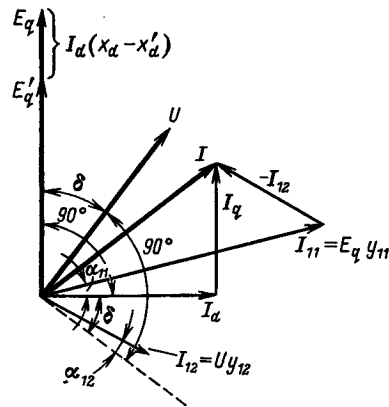


Рис. 8-2



Электродвижущая сила х. х.  $E_q$  в течение интервала времени изменяется не только за счет затухания свободных токов, возникающих в момент нарушения режима, но также и за счет токов, наведенных при изменении угла. Значение э. д. с. х. х. в начале следующего интервала времени может быть определено по уравнению (8-1), причем значения э. д. с.  $E'_q$  и угла  $\delta$ , входящие в это уравнение, должны быть взяты соответствующими началу этого интервала.

Расчет динамической устойчивости для неявнополюсной машины включает следующие этапы.

1. В нормальном режиме работы определяют значения мощности  $P_0$ , угла  $\delta_0$ , продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением  $E'_q$ , э. д. с. х. х.  $E_q$  и соответствующее ей напряжение на выводах возбудителя  $u_{f0}$ .

2. Определяют собственные и взаимные проводимости ветви генератора для аварийной схемы (для генераторов в схеме берется синхронное индуктивное сопротивление  $x_d$ ).

3. При наличии в системе возбуждения генератора релейной форсировки возбуждения строят кривую изменения напряжения на выводах возбудителя  $u_f = f(t)$  и соответствующих значений вынужденной э. д. с. х. х.  $E_{qe}$  (графики отличаются лишь масштабами) (рис. 8-3).

4. По уравнению (8-1) определяют значение э. д. с. х. х. для первого момента нарушения режима работы (значения  $E'_q$  и  $\delta$  берут из нормального режима, т. е. принимая  $E'_q = E'_{q0}$  и  $\delta = \delta_0$ ):

$$E_{q(0)} = \frac{E'_{q0}}{1 - (x_d - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}} - \frac{U y_{12} \cos (\delta_0 - \alpha_{12})}{\frac{1}{x_d - x'_d} - y_{11} \cos \alpha_{11}}$$

5. По уравнению (8-3) находят изменение э. д. с.  $E'_q$  в течение первого интервала времени:

$$\Delta E'_{q(1)} = \frac{E_{qe(1)} - E_{q(0)}}{T_{d0}} \Delta t,$$

где  $E_{qe(1)}$  — среднее значение вынужденной э. д. с.  $E_{qe}$  за рассчитываемый интервал времени (по графику рис. 8-3)<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Для случая регулирования напряжения генератора регуляторами пропорционального типа последовательность расчета см. в книге В. А. Веникова, Л. А. Жукова «Переходные процессы в электрических системах». М. Госэнергоиздат, 1953 (§ 3-4). (Прим. ред.)

Рис. 8-3

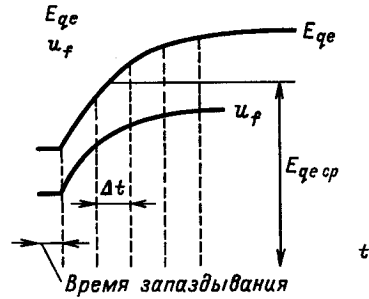


Рис. 8-3. Изменение напряжения возбудителя и вынужденной э. д. с. х. х. при форсировке возбуждения.

6. Определяют значение  $E'_q$  в начале следующего интервала времени:

$$E'_{q(1)} = E'_{q(0)} + \Delta E'_{q(1)}.$$

7. Определяют активную мощность, отдаваемую генератором в начале данного интервала:

$$P_{(0)} = E_{q(0)}^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_{q(0)} U y_{12} \sin (\delta_0 - \alpha_{12}).$$

8. Находят избыток мощности генератора:

$$\Delta P_0 = P_0 - P_{(0)}.$$

9. Определяют изменение угла за рассматриваемый интервал времени:

а) для первого интервала

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \frac{\Delta P_{(0)}}{2};$$

б) для последующих интервалов

$$\Delta \delta_{(n)} = \Delta \delta_{(n-1)} + \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \Delta P_{(n-1)};$$

в) для интервала, в начале которого отключается повреждение:

$$\Delta \delta_{(k)} = \Delta \delta_{(k-1)} + \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \frac{\Delta P'_{(k-1)} + \Delta P''_{(k-1)}}{2},$$

где  $\Delta P'_{(k-1)}$  — избыток мощности до отключения поврежденной цепи;  
 $\Delta P''_{(k-1)}$  — избыток мощности после отключения.

10. Находят угол в начале следующего интервала:

$$\delta_{(1)} = \delta_{(0)} + \Delta \delta_{(1)}.$$

Таким образом, получают значение  $E'_q$  и угла  $\delta$  в начале следующего интервала. По этим значениям можно вновь найти значение э. д. с. х. х. (см. выше п. 4) и вновь повторить расчет для нового интервала. Все формулы, за исключением изменения угла (п. 9), остаются неизменными, меняется лишь индекс интервала. Уравнения для изменения угла в последующих интервалах (за исключением первого) несколько отличны и даны в п. 9б. При отключении поврежденной цепи в начале  $k$ -го интервала изменение угла в этом интервале определяют по формуле пункта 9в. Вид остальных уравнений при отключении поврежденной цепи остается неизменным; меняются лишь обобщенные параметры — комплексные значения собственных и взаимных проводимостей ветви генератора.

Для машины с явно выраженными полюсами, т. е. с неодинаковыми  $x_d$  и  $x_q$ , расчет несколько усложняется. Затруднение заключается в том, что вследствие неравенства  $x_d$  и  $x_q$  машину нельзя представить в виде эквивалентной схемы замещения. Обычно поступают следующим образом: вместо действительной машины для определения токов и мощности рассматривают фиктивную машину с одинаковыми индуктивными сопротивлениями в продольной и поперечной осях, причем сопротивление и э. д. с. берутся такими, чтобы активная и реактивная мощности машины при одном и том же напряжении на ее выводах  $U$  и угле  $\delta$  получились бы такими же, как и у действительной машины. Векторная диаграмма синхронной машины



(рис. 8-4) позволяет установить, что эти условия удовлетворяются, если взять это сопротивление равным сопротивлению  $x_q$ . Электродвижущая сила такой фиктивной машины будет представлена вектором  $E_Q$ , который всегда совпадает с направлением вектора  $E_q$ .

Таким образом, введя фиктивную э. д. с.  $E_Q$ , можно заменить машину с явно выраженными полюсами эквивалентной ей машиной с  $x_{d\delta} = x_q$  и составить эквивалентную схему замещения с сопротивлением  $x_q$  и э. д. с.  $E_Q$  (рис. 8-5). Для такой схемы можно определить собственные и взаимные проводимости и определить зависимости между токами и напряжениями точно так же, как это было сделано для неявнополюсной машины:

$$\begin{aligned}
 I &= \dot{E}_Q Y_{11} - \dot{U} Y_{12} = I_{11} - I_{12}; \\
 E'_q &= E_Q - I_d (x_q - x'_d); \\
 I_d &= E_Q y_{11} \cos \alpha_{11} - U y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12}); \\
 E'_q &= E_Q [1 - (x_q - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}] + U y_{12} (x_q - x'_d) \cos (\delta - \alpha_{12}); \\
 E_Q &= \frac{E'_q}{1 - (x_q - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}} - \frac{U y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12})}{\frac{1}{x_q - x'_d} - y_{11} \cos \alpha_{11}}.
 \end{aligned}
 \tag{8-4}$$

Дополнительно для определения изменения э. д. с. во времени необходимо найти  $E_q$  в зависимости от  $E_Q$  и  $E'_q$ . Из векторной диаграммы (рис. 8-4) имеем:

$$\begin{aligned}
 E_q - E'_q &= I_d (x_d - x'_d); \\
 E_Q - E'_q &= I_d (x_q - x'_d),
 \end{aligned}$$

Рис. 8-4. Векторная диаграмма явнополюсного генератора.

Рис. 8-5. Схема системы с явнополюсным генератором.

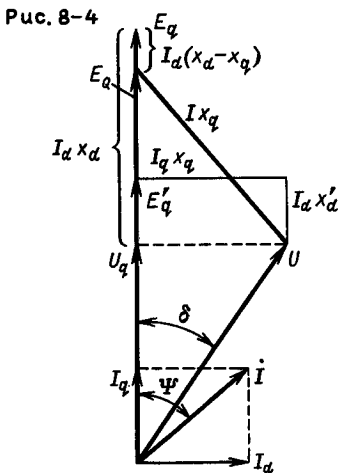
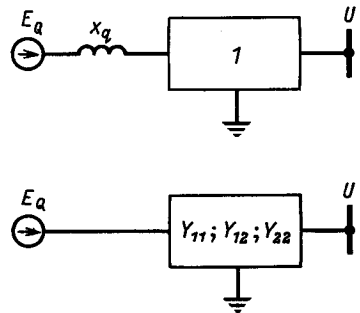


Рис. 8-5



откуда

$$E_q = E_Q \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} - E'_q \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d}. \quad (8-5)$$

Ход расчета динамической устойчивости для машин с явно выраженными полюсами сводится к следующему.

1. В нормальном режиме работы определяют значения мощности генератора  $P_0$ , угла  $\delta_0$ , продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением  $E'_{q0}$ , э. д. с. х. х.  $E_{q0}$  и соответствующее ей напряжение на выводах возбuditеля  $u_{f0}$ .

2. Определяют собственные и взаимные проводимости ветвей схемы замещения для аварийных условий (для генераторов берется сопротивление  $x_q$ ).

3. При наличии в схеме возбуждения релейной форсировки строят кривые изменения напряжения на выводах возбuditеля  $u_f$  и соответствующих значений вынужденной э. д. с. х. х.  $E_{qe}$ .

4. По уравнению (8-4) определяют значение фиктивной э. д. с.  $E_Q$  для первого момента нарушения режима работы. Значения  $E'_q$  и  $\delta$  берут по данным расчета нормального режима:

$$E_{Q(0)} = \frac{E'_{q0}}{1 - (x_q - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}} - \frac{U y_{12} \cos (\delta_0 - \alpha_{12})}{\frac{1}{x_q - x'_d} - y_{11} \cos \alpha_{11}}.$$

5. По уравнению (8-5) определяют э. д. с. х. х.:

$$E_{q(0)} = E_{Q(0)} \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} - E'_{q0} \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d}.$$

6. По уравнению (8-3) находят изменение продольной э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением в течение рассматриваемого интервала времени:

$$\Delta E'_{q(1)} = \frac{E_{qe(1)} - E_{q(0)}}{T_{d0}} \Delta t.$$

7. Определяют значение  $E'_q$  в начале следующего интервала времени:

$$E'_{q(1)} = E'_{q(0)} + \Delta E'_{q(1)}.$$

8. Определяют активную мощность, отдаваемую генератором в сеть:

$$P_{(0)} = E^2_{Q(0)} y_{11} \sin \alpha_{11} + E_{Q(0)} U y_{12} \sin (\delta_0 - \alpha_{12}).$$

9. Находят избыток мощности:

$$\Delta P_{(0)} = P_0 - P_{(0)}.$$

10. Определяют изменение угла за рассматриваемый интервал времени: для первого интервала

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \frac{\Delta P_{(0)}}{2};$$

для последующих интервалов

$$\Delta \delta_{(n)} = \Delta \delta_{(n-1)} + \frac{360f \Delta t^2}{T_J} \Delta P_{(n-1)};$$

для интервала, в начале которого отключается поврежденная цепь:

$$\Delta\delta_{(k)} = \Delta\delta_{(k-1)} + \frac{360f \Delta t^2}{T_j} \frac{\Delta P'_{(k-1)} + \Delta P''_{(k-1)}}{2}.$$

11. Находят угол в начале следующего интервала времени:

$$\delta_{(1)} = \delta_{(0)} + \Delta\delta_{(1)}.$$

Для нового интервала времени расчет повторяется начиная с п. 4.

## 8.2. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ

Выше было показано, что явнополюсный генератор может быть замещен индуктивным сопротивлением  $x_q$ , одинаковым в продольной и поперечной осях, если в качестве э. д. с. генератора ввести фиктивную э. д. с.  $E_Q$ . Это даст возможность составить схемы замещения как при нормальном, так и при аварийном режиме для любой сложной системы с явнополюсными и неявнополюсными генераторами.

Ниже будет показано, каким образом можно найти значения э. д. с.  $E_Q$  каждой из машин для любого интервала времени. Здесь же мы укажем, что если в начале данного интервала времени известны значения э. д. с.  $E_Q$ , то в остальном расчет не представляет ничего нового.

В зависимости от углов между роторами машин и собственных и взаимных проводимостей ветвей схемы замещения определяются мощности, отдаваемые каждой из машин, затем вычисляются избытки мощностей и угловые перемещения роторов в течение данного интервала времени.

Значения э. д. с.  $E_Q$  в начале данного интервала зависят от  $E'_q$  и углов между роторами.

Предполагая все машины системы явнополюсными, токи, отдаваемые каждой из машин, можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \dot{E}_{Q1} Y_{11} - \dot{E}_{Q2} Y_{12} - \dot{E}_{Q3} Y_{13} - \dots - \dot{E}_{Qm} Y_{1m}; \\ I_2 &= -\dot{E}_{Q1} Y_{21} + \dot{E}_{Q2} Y_{22} - \dot{E}_{Q3} Y_{23} - \dots - \dot{E}_{Qm} Y_{2m}; \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (8-6)$$

Здесь  $Y_{11}, Y_{12}$  и т. д. — собственные и взаимные проводимости ветвей электростанций, при вычислении которых сопротивления генераторов должны быть приняты равными их поперечным синхронным индуктивным сопротивлениям.

Из уравнений (8-6) получаем следующие выражения для продольных составляющих токов отдельных генераторов:

$$\left. \begin{aligned} I_{d1} &= E_{Q1} y_{11} \cos \alpha_{11} - E_{Q2} y_{12} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12}) - \\ &- E_{Q3} y_{13} \cos (\delta_{13} - \alpha_{13}) - \dots - E_{Qm} y_{1m} \cos (\delta_{1m} - \alpha_{1m}); \\ I_{d2} &= -E_{Q1} y_{21} \cos (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_{Q2} y_{22} \cos \alpha_{22} - \\ &- E_{Q3} y_{23} \cos (\delta_{23} - \alpha_{23}) - \dots - E_{Qm} y_{2m} \cos (\delta_{2m} - \alpha_{2m}), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (8-7)$$





В ОТДЕЛЬНОСТИ НЕЗАВИСИМО ОТ ОСТАЛЬНЫХ МАШИН:

$$\left. \begin{aligned} \Delta E'_{q1(n)} &= \frac{E_{qe1(n)} - E_{q1(n-1)}}{T_{d01}} \Delta t; \\ \Delta E'_{q2(n)} &= \frac{E_{qe2(n)} - E_{q2(n-1)}}{T_{d02}} \Delta t; \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta E'_{qm(n)} &= \frac{E_{qem(n)} - E_{qm(n-1)}}{T_{d0m}} \Delta t. \end{aligned} \right\} \quad (8-12)$$

Значение э. д. с.  $E_q$  для отдельной машины определяется из уравнений

$$\begin{aligned} E_q &= E_Q + I_d (x_d - x_q); \\ E_Q &= E'_q + I_d (x_q - x'_d), \end{aligned}$$

вытекающих из векторной диаграммы явнополусной машины.

Исключая из этих уравнений  $I_d$ , имеем:

$$E_q = E_Q \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} - E'_q \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d}. \quad (8-13)$$

Отдельные этапы расчета динамической устойчивости сложной системы могут быть представлены следующим образом.

1. Находят значения э. д. с.  $E'_{q1}, E'_{q2}, \dots, E'_{qm}$  и  $E_{q1}, E_{q2}, \dots, E_{qm}$ , а также углов  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ , определяющих положение роторов в условиях нормального режима системы.

2. Вычисляют сопротивления обратной и нулевой последовательности и сопротивление шунтирующего сопротивления к.з. Составляют схему замещения аварийного режима.

3. Вычисляют для схемы аварийного режима собственные и взаимные проводимости ветвей электрических станций.

4. Строят кривые изменения вынужденных э. д. с. генераторов  $E_{qe}$  (если расчет ведется в условиях работы релейной форсировки возбуждения).

5. Составляют схему замещения при отключении поврежденной цепи и вычисляют для этой схемы собственные и взаимные проводимости.

Далее переходят к расчету методом последовательных интервалов.

1. В начале каждого интервала (включая первый) известны значения углов и продольных составляющих э. д. с. за переходными индуктивными сопротивлениями. В зависимости от этих величин находят э. д. с.  $E_{Q1}, E_{Q2}, E_{Q3}, \dots, E_{Qm}$ .

В общем случае эти э. д. с. определяются путем решения системы уравнений, имеющих для  $n$ -го интервала времени следующий вид:

$$\begin{aligned} A_1 E'_{q1(n-1)} &= a_{11} E_{Q1(n-1)} + a_{12(n-1)} E_{Q2(n-1)} + \\ &+ a_{13(n-1)} E_{Q3(n-1)} + \dots + a_{1m(n-1)} E_{Qm(n-1)}; \end{aligned}$$

$$A_2 E'_{q2(n-1)} = a_{21(n-1)} E_{Q1(n-1)} + a_{22} E_{Q2(n-1)} + \\ + a_{23(n-1)} E_{Q3(n-1)} + \dots + a_{2m(n-1)} E_{Qm(n-1)};$$

$$A_m E'_{qm(n-1)} = a_{m1(n-1)} E_{Q1(n-1)} + a_{m2(n-1)} E_{Q2(n-1)} + \\ + a_{m3(n-1)} E_{Q3(n-1)} + \dots + a_{mm} E_{Qm(n-1)},$$

где

$$A_m = \frac{1}{x_{qm} - x'_{dm}}; \quad a_{mm} = \frac{1}{x_{qm} - x'_{dm}} - y_{mm} \cos \alpha_{mm};$$

$$a_{1m(n-1)} = y_{1m} \cos (\delta_{1m(n-1)} - \alpha_{1m}); \quad a_{m1(n-1)} = y_{m1} \cos (\delta_{m1(n-1)} - \alpha_{m1}) \text{ и т. д.}$$

Если ограничиться упрощенным вычислением э. д. с.  $E_Q$ , то следует воспользоваться формулами<sup>1</sup>

$$E_{Q1(n-1)} = \frac{A_1}{a_{11}} E'_{q1(n-1)} - \frac{a_{12(n-1)}}{a_{11}} E_{Q2(n-2)} - \\ - \frac{a_{13(n-1)}}{a_{11}} E_{Q3(n-2)} - \dots - \frac{a_{1m(n-1)}}{a_{11}} E_{Qm(n-2)};$$

$$E_{Q2(n-1)} = \frac{A_2}{a_{22}} E'_{q2(n-1)} - \frac{a_{21(n-1)}}{a_{22}} E_{Q1(n-2)} - \\ - \frac{a_{23(n-1)}}{a_{22}} E_{Q3(n-2)} - \dots - \frac{a_{2m(n-1)}}{a_{22}} E_{Qm(n-2)};$$

$$E_{Qm(n-1)} = \frac{A_m}{a_{mm}} E'_{qm(n-1)} - \frac{a_{m1(n-1)}}{a_{mm}} E_{Q1(n-2)} - \\ - \frac{a_{m2(n-1)}}{a_{mm}} E_{Q2(n-2)} - \dots - \frac{a_{m(m-1)(n-1)}}{a_{mm}} E_{Q(m-1)(n-2)}.$$

2. Вычисляют  $E_q$ :

$$E_{q1(n-1)} = E_{Q1(n-1)} \frac{x_{d1} - x'_{d1}}{x_{q1} - x'_{d1}} - E'_{q1(n-1)} \frac{x_{d1} - x_{q1}}{x_{q1} - x'_{d1}};$$

$$E_{q2(n-1)} = E_{Q2(n-1)} \frac{x_{d2} - x'_{d2}}{x_{q2} - x'_{d2}} - E'_{q2(n-1)} \frac{x_{d2} - x_{q2}}{x_{q2} - x'_{d2}};$$

$$E_{qm(n-1)} = E_{Qm(n-1)} \frac{x_{dm} - x'_{dm}}{x_{qm} - x'_{dm}} - E'_{qm(n-1)} \frac{x_{dm} - x_{qm}}{x_{qm} - x'_{dm}}.$$

<sup>1</sup> За исключением первых интервалов вслед за возникновением к. з. и отключением поврежденной цепи.

3. Находят изменение э. д. с.  $E'_q$  за интервал  $\Delta t$ :

$$\Delta E'_{q1(n)} = \frac{E_{qe1(n)} - E_{q1(n-1)}}{T_{d01}} \Delta t;$$

$$\Delta E'_{q2(n)} = \frac{E_{qe2(n)} - E_{q2(n-1)}}{T_{d02}} \Delta t;$$

$$\Delta E'_{qm(n)} = \frac{E_{qem(n)} - E_{qm(n-1)}}{T_{d0m}} \Delta t;$$

здесь  $E_{qe(n)}$  — среднее значение э. д. с.  $E_{qe}$  за интервал  $\Delta t$ .

4. Находят новые значения э. д. с.  $E'_q$  к концу интервала:

$$E'_{q1(n)} = E'_{q1(n-1)} + \Delta E'_{q1(n)};$$

$$E'_{q2(n)} = E'_{q2(n-1)} + \Delta E'_{q2(n)};$$

$$E'_{qm(n)} = E'_{qm(n-1)} + \Delta E'_{qm(n)}.$$

5. Определяют мощность, отдаваемую каждой из машин:

$$P_{1(n-1)} = E_{Q1(n-1)}^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_{Q1(n-1)} E_{Q2(n-1)} y_{12} \sin (\delta_{12(n-1)} - \alpha_{12}) + \\ + E_{Q1(n-1)} E_{Q3(n-1)} y_{13} \sin (\delta_{13(n-1)} - \alpha_{13}) + \dots \\ \dots + E_{Q1(n-1)} E_{Qm(n-1)} y_{1m} \sin (\delta_{1m(n-1)} - \alpha_{1m});$$

$$P_{2(n-1)} = E_{Q2(n-1)} E_{Q1(n-1)} y_{21} \sin (\delta_{21(n-1)} - \alpha_{21}) + \\ + E_{Q2(n-1)}^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_{Q2(n-1)} E_{Q3(n-1)} y_{23} \sin (\delta_{23(n-1)} - \alpha_{23}) + \dots \\ \dots + E_{Q2(n-1)} E_{Qm(n-1)} y_{2m} \sin (\delta_{2m(n-1)} - \alpha_{2m});$$

$$P_{m(n-1)} = E_{Qm(n-1)} E_{Q1(n-1)} y_{m1} \sin (\delta_{m1(n-1)} - \alpha_{m1}) + \\ + E_{Qm(n-1)} E_{Q2(n-1)} y_{m2} \sin (\delta_{m2(n-1)} - \alpha_{m2}) + E_{Qm(n-1)} E_{Q3(n-1)} y_{m3} \sin (\delta_{m3(n-1)} - \\ - \alpha_{m3}) + \dots + E_{Qm}^2 y_{mm} \sin \alpha_{mm}.$$

6. Находят избытки мощности:

$$\Delta P_{1(n-1)} = P_{01} - P_{1(n-1)};$$

$$\Delta P_{2(n-1)} = P_{02} - P_{2(n-1)};$$

$$\Delta P_{m(n-1)} = P_{0m} - P_{m(n-1)}.$$

7. Определяют угловые перемещения роторов:

$$\Delta \delta_{1(n)} = \Delta \delta_{1(n-1)} + k_1 \Delta P_{1(n-1)};$$

$$\Delta \delta_{2(n)} = \Delta \delta_{2(n-1)} + k_2 \Delta P_{2(n-1)};$$

$$\Delta \delta_{m(n)} = \Delta \delta_{m(n-1)} + k_m \Delta P_{m(n-1)}.$$



В первом интервале следует пользоваться формулами

$$\Delta\delta_{1(1)} = k_1 \frac{\Delta P_{1(0)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(1)} = k_2 \frac{\Delta P_{2(0)}}{2};$$

.....

$$\Delta\delta_{m(1)} = k_m \frac{\Delta P_{m(0)}}{2};$$

в первом интервале после отключения

$$\Delta\delta_{1(k)} = \Delta\delta_{1(k-1)} + k_1 \frac{\Delta P'_{1(k-1)} + \Delta P''_{1(k-1)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(k)} = \Delta\delta_{2(k-1)} + k_2 \frac{\Delta P'_{2(k-1)} + \Delta P''_{2(k-1)}}{2};$$

.....

$$\Delta\delta_{m(k)} = \Delta\delta_{m(k-1)} + k_m \frac{\Delta P'_{m(k-1)} + \Delta P''_{m(k-1)}}{2}.$$

8. Вычисляют новые значения углов:

$$\delta_{1(n)} = \delta_{1(n-1)} + \Delta\delta_{1(n)};$$

$$\delta_{2(n)} = \delta_{2(n-1)} + \Delta\delta_{2(n)};$$

.....

$$\delta_{m(n)} = \delta_{m(n-1)} + \Delta\delta_{m(n)}.$$

Далее переходят к расчету следующего интервала, начиная с первого, и т. д.

Укажем, что если в системе имеются неявнополусные машины (турбогенераторы), то для этих машин во всех приведенных выше формулах вместо сопротивления  $x_q$  может быть подставлено сопротивление  $x_d$  и вместо э. д. с.  $E_Q$  — соответственно э. д. с.  $E_q$ . В частности, для этих машин значения э. д. с.  $E_Q$ , вычисляемые с помощью уравнений (8-9) или (8-11), являются непосредственно значениями э. д. с.  $E_q$ , благодаря чему отпадает необходимость в вычислении  $E_q$  по п. 2.

### 8-3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАГРУЗКИ

В предыдущих главах при расчетах динамической устойчивости нагрузки системы были представлены постоянными сопротивлениями. Мы уже отмечали, что такое представление нагрузок не вполне обоснованно и диктуется лишь соображениями упрощения расчетов. Ниже излагается метод расчета динамической устойчивости [предложенный и разработанный Д. И. Азарьевым], использующий так называемые динамические характеристики нагрузки, которые отражают изменение скольжения асинхронных двигателей нагрузки при к. з. Принципиально такая постановка задачи требует определения для

Рис. 8-6

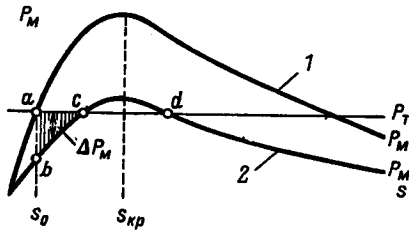


Рис. 8-6. Определение изменения скольжения асинхронного двигателя при понижении напряжения.

1 — характеристика двигателя при нормальном напряжении; 2 — характеристика двигателя при пониженном напряжении.

Рис. 8-7

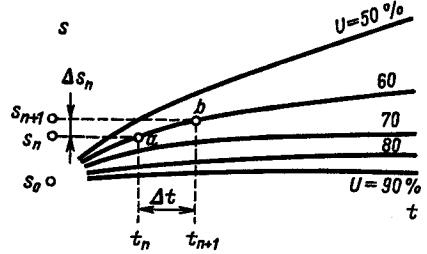


Рис. 8-7. Изменение скольжения двигателей во времени при различных снижениях напряжения.

каждого интервала времени новых значений активных и индуктивных сопротивлений нагрузок в соответствии с изменением скольжения асинхронных двигателей.

Используя известную формулу, определяющую ту же зависимость, что и (3-3),

$$P_M = \frac{2P_{Mm}}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}, \quad (8-14)$$

нетрудно построить характеристику момента или мощности  $P_M$  асинхронного двигателя в зависимости от скольжения  $s$  при нормальном напряжении на зажимах двигателя и при некотором пониженном напряжении (рис. 8-6). Амплитуда характеристики  $P_{Mm}$  пропорциональна квадрату напряжения и при понижении напряжения резко падает.

При неизменном тормозном моменте  $P_T$  на валу двигателя возникает избыточный тормозящий момент  $\Delta P_M = P_T - P_M$ , скольжение двигателя возрастает; устанавливается новый режим, которому соответствует точка  $c$  на кривой 2 (либо двигатель опрокидывается и останавливается, если  $P_{Mm} < P_T$ ). Уравнение движения ротора двигателя в переходном режиме может быть получено следующим образом.

Избыточный момент  $\Delta P_M$  создает ускорение  $-\Delta P_M/T_{JM}$ , где  $T_{JM}$  — постоянная инерции двигателя вместе с вращаемым им механизмом. Это ускорение представляет собой производную от скорости по времени, т. е.  $d\omega/dt = -ds/dt$  при  $s = 1 - \omega$ , где  $\omega$  — угловая скорость в относительных единицах;  $s$  — скольжение. Следовательно,

$$-\frac{\Delta P_M}{T_{JM}} = -\frac{ds}{dt}$$

или

$$\Delta P_M = P_T - P_M = T_{JM} \frac{ds}{dt},$$

откуда

$$dt = T_{JM} \frac{ds}{P_T - P_M} = T_{JM} \frac{ds}{P_T - \frac{2P_{Mm}}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}}. \quad (8-15)$$

Решение этого уравнения в виде

$$t = T_{JM} \int_{s_0}^s \frac{ds}{P_T - \frac{2P_{Mm}}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}}$$

дает зависимость  $t = f(s)$ , что позволяет построить кривую изменения скольжения двигателя во времени при постоянном напряжении на его выводах. На рис. 8-7 показано семейство таких графиков при различных напряжениях на выводах двигателя (за 100% принято напряжение в нормальном режиме).

Если, например, в некоторый момент времени скольжение двигателя равно  $s_n$  при напряжении на выводах двигателя  $U = 60\%$  (точка  $a$  на рис. 8-7), то, допуская, что в течение небольшого интервала времени  $\Delta t$  напряжение сохраняет свое значение, с помощью кривых на рис. 8-7 можно найти изменение скольжения  $\Delta s_n$  для этого интервала. Обычно зависимости, приведенные на рис. 8-7, перестраивают в виде зависимостей  $U = f(s)$  для разных  $t$ ,

Рис. 8-8. Определение скольжения методом последовательных интервалов.

Рис. 8-8

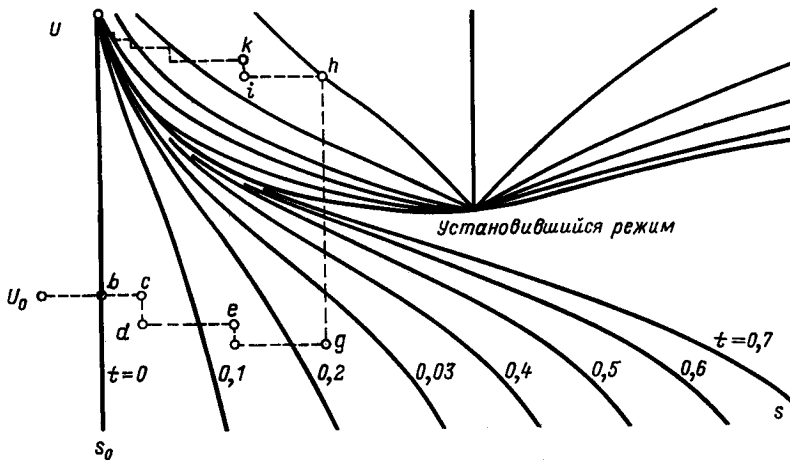


Рис. 8-9

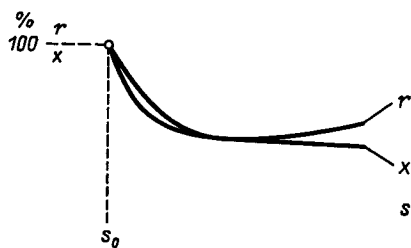


Рис. 8-9. Зависимости сопротивлений двигателя от скольжения.

определяет точку  $b$  на рис. 8-8 при неизменном в первый момент скольжении  $s_0$ . Предполагая далее, что напряжение  $U_0$  в течение первого интервала  $\Delta t = 0,1$  с остается неизменным, определяем среднее скольжение двигателя в интервале длительностью  $0,1$  с. Для этого откладываем горизонтальный отрезок  $bc = 0,05$  с (масштаб времени определяется расстоянием между соседними графиками  $U = f(s)$  при данном напряжении и скольжении). Точка  $c$  определяет среднее значение скольжения в первом интервале. Вычислив затем, как обычно, изменение э. д. с. и углов генераторов в течение первого интервала, можно найти новое значение напряжения на выводах эквивалентного двигателя нагрузки  $U_{(1)}$ . Это дает точку  $d$  на рис. 8-8. Откладывая отрезок  $de = 0,1$  с (в новом масштабе), находим новое среднее скольжение в точке  $e$  и т. д.

Если в точке  $g$  происходит отключение поврежденной цепи и напряжение  $U$  возрастает до значения, соответствующего точке  $h$ , то двигатель перестает тормозиться и начинает ускоряться. Отрезок  $hi$  откладывается в обратном направлении, и в точке  $i$  определяется уменьшенное значение скольжения.

Используя схему замещения двигателя, для любого скольжения  $s$  можно определить значение эквивалентного активного и индуктивного сопротивления двигателя. Эти зависимости, представленные на рис. 8-9, позволяют для каждого интервала времени, зная скольжение  $s$ , найти  $r$  и  $x$ , замещающие двигатель (при параллельном их соединении).

На рис. 8-10 и 8-11 даны типовые характеристики, которые могут быть использованы при расчетах динамической устойчивости и ориентировочном учете динамических характеристик нагрузки<sup>1</sup>. Если часть двигателей нагрузки в общем составе комплексной нагрузки не очень велика, то кривые относятся к условно выделяемой двигательной нагрузке. Если же двигательная нагрузка преобладает, то характеристики могут быть отнесены ко всей комплексной

<sup>1</sup> В узлах нагрузки помимо асинхронных двигателей могут содержаться также и крупные синхронные двигатели, причем соотношение между мощностями асинхронных и синхронных двигателей зависит от состава нагрузки, различного для разных отраслей промышленности. Поэтому может оказаться целесообразным при расчетах устойчивости учитывать конкретный состав нагрузки. (П р и м. ред.)

как это показано на рис. 8-8, где кривые относятся к последовательным моментам времени, отличающимся друг от друга на  $0,1$  с.

Граничная кривая на рис. 8-8 соответствует скольжениям установившегося режима при различных напряжениях (например, режим, соответствующий точке  $c$  на рис. 8-6). В области, расположенной на рис. 8-8 ниже этой кривой, двигатель тормозится, а выше — ускоряется.

Зависимости на рис. 8-8 следующим образом используются в расчетах динамической устойчивости. Допустим, что расчет ведется при интервале  $\Delta t = 0,1$  с. Пусть в момент к. з. напряжение на выводах двигателя падает до значения  $U_0$ . Это

Рис. 8-10

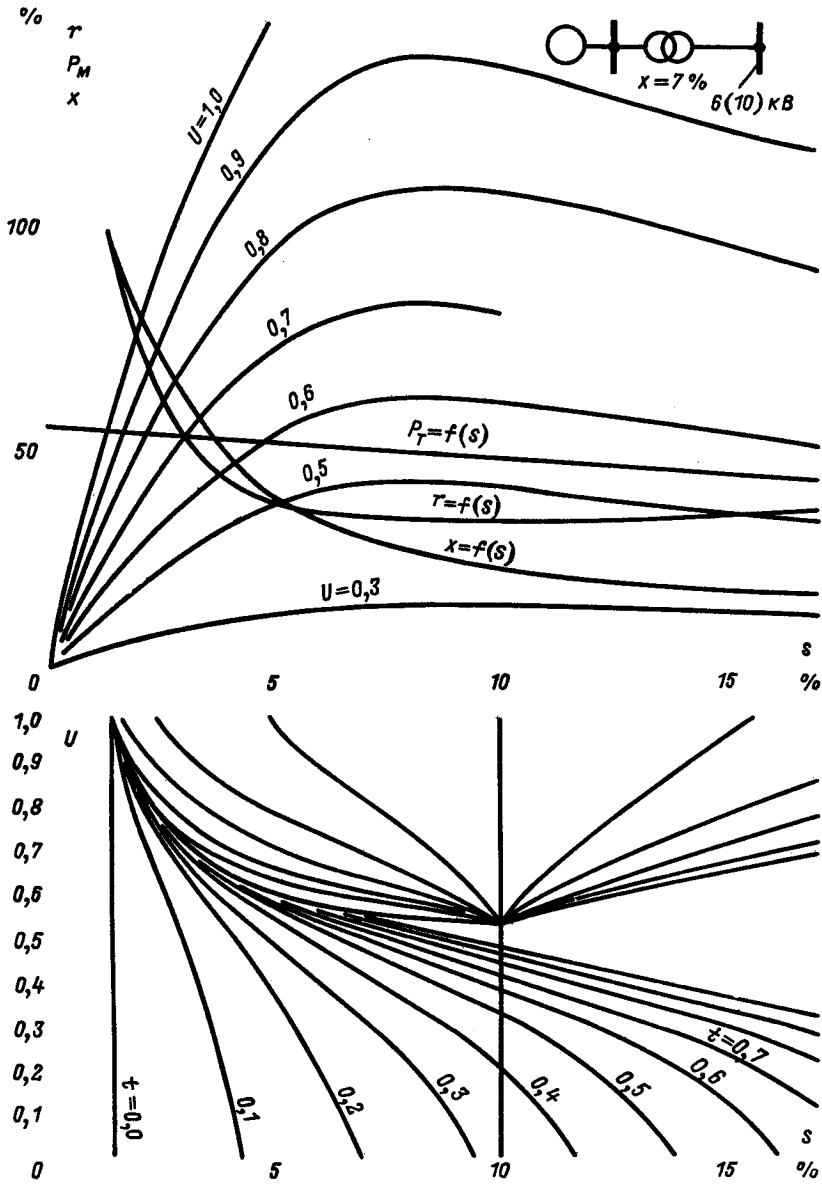


Рис. 8-10. Характеристики момента и кривые выбега асинхронных двигателей при различных напряжениях на шинах 6(10) кВ. Коэффициент загрузки двигателей 0,55.

Рис. 8-11

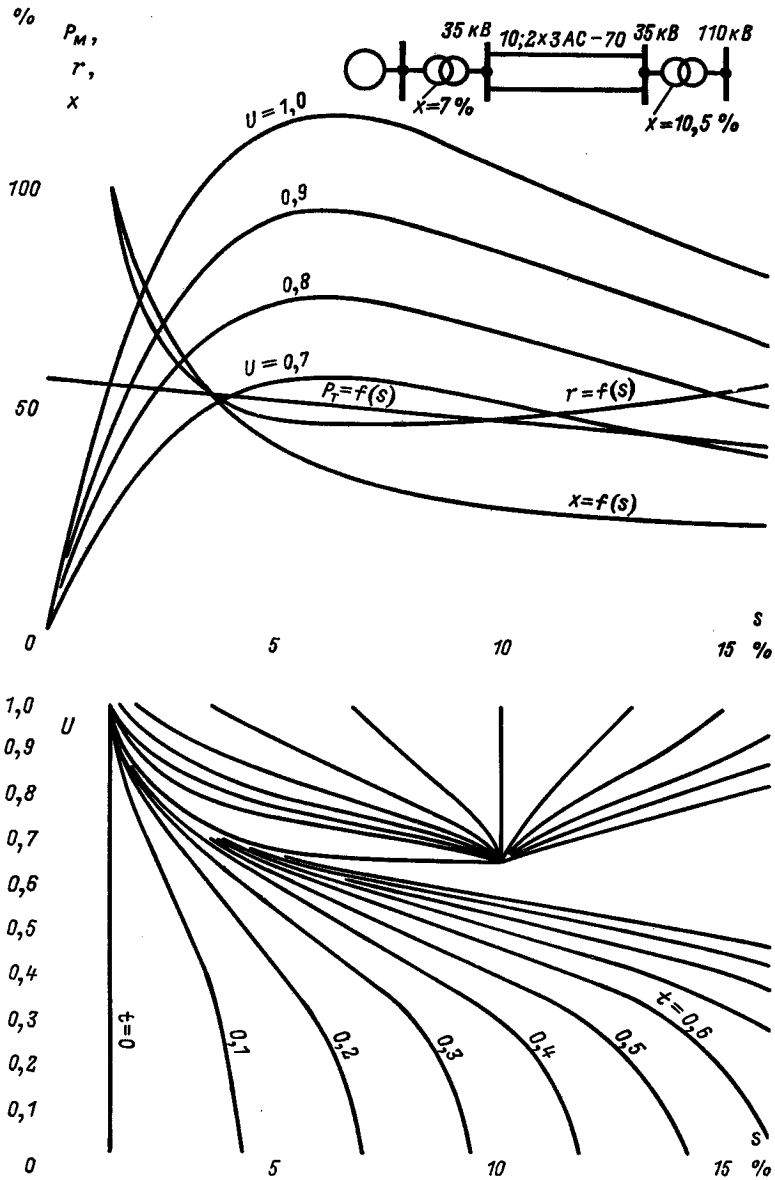


Рис. 8-11. Характеристики момента и кривые выбега асинхронных двигателей при различных напряжениях на шинах 110 кВ. Коэффициент загрузки двигателей 0,55.

нагрузке. Характеристики различны для нагрузки подстанций 6 кВ (или 10 кВ) и 110 кВ. В обоих случаях в параметры эквивалентного двигателя включены сопротивления трансформаторов и линий электропередачи. Здесь учтено уменьшение тормозного момента с ростом скольжения, поскольку изменения скольжения двигателей могут быть значительными.

Расчет устойчивости с учетом динамических характеристик нагрузок сводится к следующему. Все прежние операции (определение  $E_Q$  и  $E_q$ , затухания  $E'_q$ , вычисление мощностей генераторов  $P$  и углов  $\delta$ ) остаются неизменными, но, кроме того, в каждом интервале времени приходится определять изменение скольжений двигателей и сопротивлений нагрузки. Это заставляет вычислять новые значения собственных и взаимных проводимостей ветвей станций в схеме замещения системы в каждом интервале времени.

Для первого интервала, пока скольжения двигателей еще не успели измениться, нагрузки могут быть замещены постоянными сопротивлениями, теми же, что и в нормальном режиме, после чего определяются собственные и взаимные проводимости ветвей станций. Значение  $E'_q$  и углов  $\delta$  в первый момент неизменны и позволяют определить э. д. с.  $E_Q$  и  $E_q$ , после чего могут быть найдены изменения  $E'_q$  и их значения в конце интервала.

При данных углах  $\delta$  вычисляются мощности генераторов  $P$  и избытки мощности  $\Delta P$ . Значения последних позволяют определить изменения углов  $\Delta\delta$  и новые значения  $\delta$  к концу интервала. Все это пока совпадает с описанным выше методом расчета, предусматривающим представление нагрузки неизменными сопротивлениями. Дальнейшим шагом является определение изменения скольжения двигателей  $s$  в первом интервале. Для этого по известным в начале интервала значениям э. д. с. генераторов и сопротивлениям сети и нагрузок вычисляются значения напряжений  $U$  на нагрузках и с помощью характеристик рис. 8-10 и 8-11 для принятой длительности интервала  $\Delta t$  определяются новые значения скольжений  $s$  и сопротивлений нагрузок в конце интервала.

На этом заканчивается расчет первого интервала. Во втором интервале вновь определяются собственные и взаимные проводимости схемы замещения; далее следуют обычные вычисления э. д. с. и углов, после чего опять находят напряжения на нагрузках, изменения скольжений и т. д.

Аналитические расчеты устойчивости при учете нагрузок по динамическим характеристикам весьма громоздки и трудно выполнимы. Практически они выполняются лишь при применении цифровых ЭВМ и моделей электрических систем переменного тока<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Азарьев Д. И. Математическое моделирование электрических систем. М. Госэнергоиздат, 1962. (Прим. ред.)

# средства повышения устойчивости

## ВВЕДЕНИЕ

Излагая вопросы расчета статической и динамической устойчивости, мы установили значение некоторых факторов, влияющих на устойчивость.

Были затронуты также в общих чертах и основные средства увеличения устойчивости как статической (автоматическое регулирование возбуждения), так и динамической (быстродействующее отключение к.з.). В настоящем разделе проблема повышения устойчивости рассматривается в более широком аспекте.

Современная практика располагает разнообразными средствами, в той или иной степени способствующими разрешению этой задачи. На них мы и остановимся в дальнейшем.

[Для повышения статической устойчивости электроэнергетических систем используются средства, с помощью которых уменьшаются взаимные проводимости между электростанциями и увеличиваются э. д. с. этих станций при росте передаваемой мощности. Средства, разработанные для повышения динамической устойчивости систем, предусматривают уменьшение небаланса вращающего и тормозящего моментов, возникающего на валах агрегатов при нарушениях установившихся режимов работы, а также уменьшение длительности периода, в течение которого действует такой небаланс. Основные из этих средств разбираются в настоящем разделе.

Здесь также рассматриваются некоторые вопросы, связанные с передачей энергии на очень большие расстояния, когда для повышения пропускной способности требуется применение специальных средств, таких как настройка и компенсация параметров линии передачи.]



# быстродействующее отключение коротких замыканий

## 9-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Весьма быстрое отключение к. з. явилось средством решительного улучшения динамической устойчивости электрических систем. Эффективность этого средства легко объясняется уменьшением длительности периода ускорения генераторов. Формально это выражается в уменьшении площади ускорения, которое обычно сопровождается соответствующим увеличением площади возможного торможения. В большинстве случаев для данного значения передаваемой мощности  $P_0$  (рис. 9-1) оказывается возможным подобрать угол  $\delta_{отк}$  таким образом, чтобы площадь ускорения  $f_{abc}$  получалась равной площади возможного торможения  $f_{de}$ . Этому углу соответствует определенное время отключения, которое является предельно допустимым для данного  $P_0$  (и данного вида к. з.). Если передаваемую мощность несколько увеличить ( $P'_0$  на рис. 9-1), то площадь ускорения возрастет, а площадь возможного торможения уменьшится, и для того, чтобы вновь достигнуть равенства этих площадей, угол  $\delta_{отк}$  а вместе с ним и время отключения к. з. приходится уменьшать.

Таким образом, отдельным значениям передаваемой мощности  $P_0$  данной системы передачи соответствуют определенные предельно допустимые времена отключения к. з. Можно сказать и обратное: определенному времени отключения соответствует свое значение  $P_0$ , которое может быть названо предельно допустимым значением передаваемой мощности.

На рис. 9-2 показаны графики зависимости предельно допустимой передаваемой мощности от времени отключения к. з. для гидроэлектростанции, работающей через двухцепную линию электропередачи на шины бесконечной мощности. Одна из цепей при к. з. отключается, другая остается в работе.

При времени отключения, равном нулю, длительность к. з. также равна нулю, и этот случай сводится, по существу, к внезапному отключению одной из цепей. Соответствующее этому случаю предельное значение передаваемой мощности принято на рис. 9-2 за 100%.

Рис. 9-1

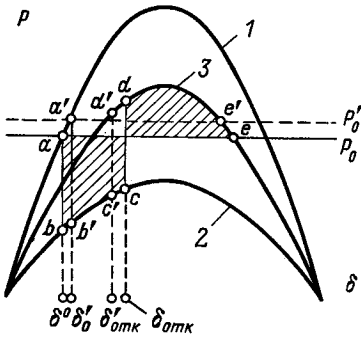


Рис. 9-2

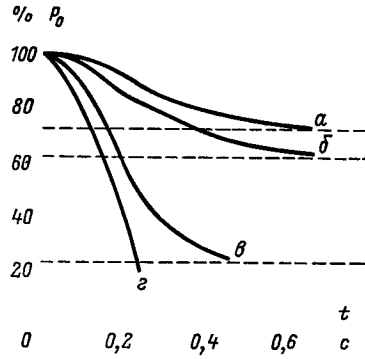


Рис. 9-3

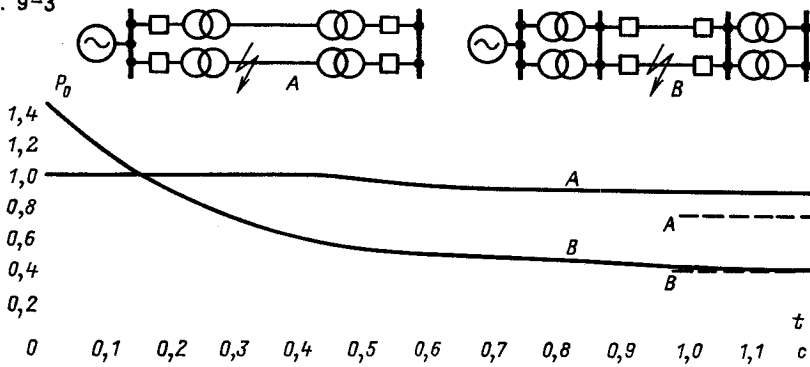


Рис. 9-1. Анализ изменения предельного угла отключения к. з. в зависимости от передаваемой мощности по правилу площадей.

1 — характеристика мощности в нормальном режиме; 2 — при к. з.; 3 — после отключения к. з.

Рис. 9-2. Зависимости предельной передаваемой мощности от времени отключения к. з. а — однофазное к. з.; б — двухфазное к. з.; в — двухфазное к. з. на землю; z — трехфазное к. з.

Рис. 9-3. Предельное значение передаваемой мощности при различных схемах коммутации.

Как видно на рис. 9-2, уменьшение времени отключения резко повышает допустимое значение передаваемой мощности, особенно при наиболее тяжелых видах к. з.: трехфазном и двухфазном замыкании на землю. Следует отметить, что степень тяжести к. з. зависит не только от вида его, но и от схемы электрических соединений передачи. На рис. 9-3 показаны зависимости предельных значений передаваемой мощности при двухфазном замыкании на землю для одной и той же электропередачи, которая работает в одном случае (А) по схеме блоков трансформатор—линия, а в случае (В) имеет шины высокого напряжения на обоих концах линии. Быстрое отключение оказывается более эффективным в случае В, когда ток к точке к. з. подтекает через параллельно работающие трансформаторы и, следовательно, к. з. является более тяжелым, чем в случае А. Ток к. з. в схеме А ограничивается реактивным сопротивлением трансформатора поврежденной цепи, что ослабляет толчок при к. з., но режим при отключении повреждения здесь менее благоприятен, поскольку вместе с поврежденной цепью отключаются и ее трансформаторы. Характеристики мощности при к. з. при отключенной цепи в этих условиях довольно близки друг к другу, и результат отключения к. з. в схеме А малозначителен.

## 9-2. БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЕ ВЫКЛЮЧАТЕЛИ И ЗАЩИТА

Уменьшение длительности к. з. целесообразно с нескольких точек зрения. Помимо приведенных выше соображений необходимо указать на то обстоятельство, что возникающая при однофазном замыкании электрическая дуга нередко перебрасывается на неповрежденные фазы и вызывает трехфазное или двухфазное замыкание на землю. Быстрое отключение позволяет предотвратить такое развитие аварии и уменьшить вместе с тем число наиболее тяжелых случаев к. з., захватывающих две или три фазы. Быстрое отключение уменьшает также разрушения, вызываемые электрической дугой в точке к. з., и способствует нормальной работе потребителей. Все это обусловило широкое применение в современных электрических системах быстродействующих выключателей и релейной защиты.

Собственное время срабатывания выключателя складывается из двух промежутков времени: времени действия привода с момента подачи импульса на отключение до момента разделения контактов и времени горения дуги. Наметившееся еще в 20-х годах стремление к повышению скорости отключения заставило обратить внимание и на привод, и на принципы гашения дуги. Увеличение быстроты действия привода не встретило больших затруднений, и дальнейшее развитие быстродействующих выключателей пошло по пути сокращения длительности горения дуги.

Не меньшие успехи были достигнуты и в области быстродействующей релейной защиты [которая при применении современных выключателей способна обеспечить отключение к. з. с временами, не превышающими 0,12 с].

Некоторый ущерб поставленной задаче может нанести так называемое каскадное отключение, т. е. одновременное отключение к. з. с обеих сторон линии, которое имеет место при применении некоторых типов защиты. Влияние каскадного отключения для двухцепной линии 220 кВ длиной 200 км иллюстрируется на рис. 9-4, где показаны характеристики мощности при

Рис. 9-4

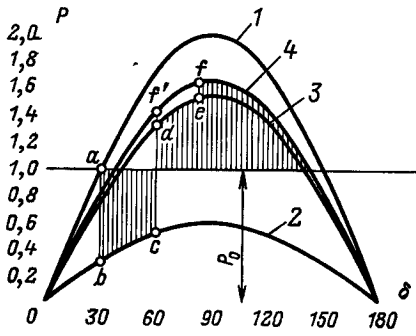


Рис. 9-5

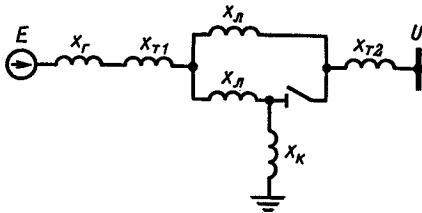
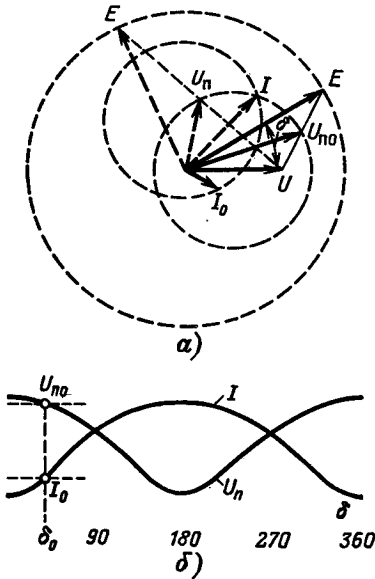


Рис. 9-6



нормальном режиме, при к. з. и при отключении цепи с одного и с обоих концов.

Эффект первого отключения (точка  $c$ ) гораздо более значителен, чем второго (точка  $e$ ), что нетрудно объяснить большой удаленностью к. з. после первого отключения, когда точка к. з. в рассматриваемой системе оказывается отделенной от удаленной станции индуктивным сопротивлением почти полной длины поврежденной цепи линии электропередачи (рис. 9-5). Если отключение поврежденной линии последовало одновременно с обоих концов, то режиму, которому отвечает точка  $c$ , на рис. 9-4 будет соответствовать не точка  $d$ , а точка  $f'$ . Следовательно, в результате каскадного отключения оказывается потерянной часть площади торможения  $f'def$ . Хотя обычно эта часть и невелика, но в определенных условиях она может сыграть решающую роль. Поэтому каскадное отключение следует признать все же существенным недостатком.

Рассматривая вопрос о быстродействующей релейной защите, нельзя не отметить осложнений в работе защиты, связанных с качаниями генераторов и приводящих нередко к неселективным отключениям. Характер изменения токов и напряжений системы при качаниях генераторов, и особенно при нарушениях устойчивости, весьма напоминает явления, имеющие место при к. з.

Как не раз отмечалось, с увеличением угла  $\delta$  напряжение в промежуточных точках электропередачи падает, а ток возрастает.

Рис. 9-4. Анализ переходного процесса при каскадном отключении к. з. (двухцепная линия 220 кВ длиной 200 км) по правилу площадей.

1 — нормальный режим; 2 — двухфазное к. з. на землю; 3 — отключение поврежденной цепи с одной стороны; 4 — двустороннее отключение поврежденной цепи.

Рис. 9-5. Схема замещения при одностороннем отключении поврежденной цепи.

Рис. 9-6. Изменение тока и напряжения в зависимости от угла  $\delta$ .

$a$  — вращение векторов при изменении  $\delta$ ;  $b$  — изменение модулей напряжения и тока при вращении вектора э. д. с.

Рис. 9-7. Изменение напряжений в различных точках системы.

*a* — схема замещения системы; *b* — вращение векторов при изменении  $\delta$ ; *в* — изменение напряжений при вращении вектора  $\delta$ . д. с.

Рис. 9-8. Электрический центр качаний (ЭЦК).

Наименьшее значение напряжения и наибольшее значение тока достигаются при угле  $\delta$ , близком к  $180^\circ$ , когда векторы э. д. с. генераторов  $E$  и напряжения приемной системы направлены противоположно. На рис. 9-6 иллюстрируется характер изменения тока и напряжения в зависимости от угла  $\delta$ . Векторы тока и напряжения перемещаются по окружностям. Наибольшее значение тока  $I$  в несколько раз превышает значение исходного режима  $I_0$ . Напряжение  $U_n$  в этом режиме падает очень значительно.

Степень снижения напряжения в промежуточной точке электропередачи зависит от расположения этой точки. На рис. 9-7 показаны кривые изменения напряжений  $U_{n1}$ ,  $U_{n2}$  и  $U_{n3}$  нескольких промежуточных точек в схеме электропередачи. Для одной из них (точка 2) степень снижения напряжения с ростом угла наиболее значительна. В этой точке, называемой электрическим центром качаний электропередачи, напряжение при углах  $\delta$ , равных  $180^\circ$ , падает до нуля. Положение электрического центра качаний нетрудно установить, разделяя индуктивное сопротивление системы (включая генераторы) на две части в отношении  $E/U$ , где  $E$  — э. д. с. генераторов и  $U$  — напряжение приемника (рис. 9-8). Поскольку напряжение в электрическом центре качаний при этом падает до нуля, режим работы в этих условиях оказывается подобным трехфазному к. з., что создает условия для ложного срабатывания некоторых типов релейной защиты. Для предотвращения неправильного действия защиты в настоящее время используются различные схемы блокировки защиты при качаниях.

Рис. 9-7

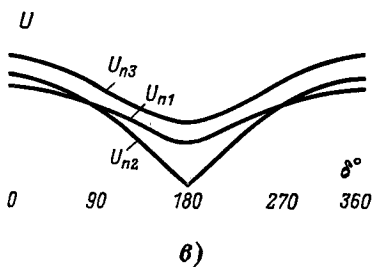
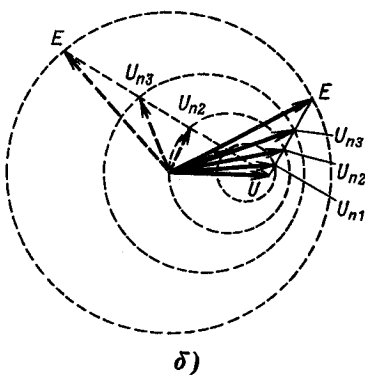
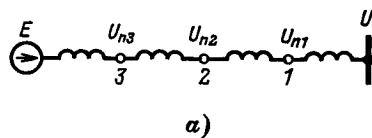
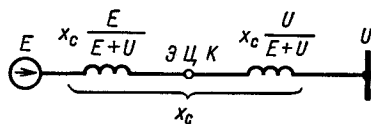


Рис. 9-8



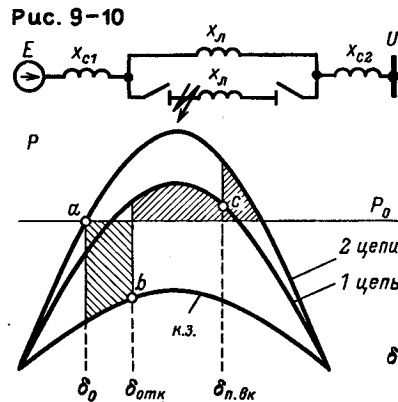
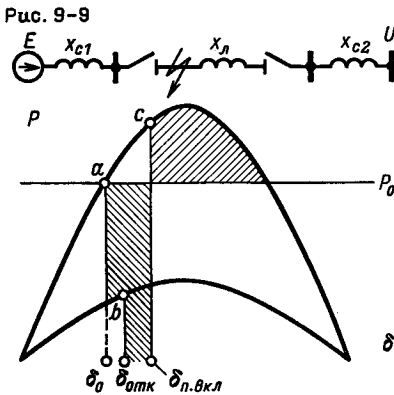
### 9-3. БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕЕ ПОВТОРНОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ

Большинство коротких замыканий на воздушных линиях электропередачи обуславливается грозовыми разрядами. Во многих случаях эти замыкания имеют преходящий характер, и после отключения линии, спустя небольшой промежуток времени, необходимый для деионизации перекрытого дугой промежутка, на линию вновь может быть подано напряжение и восстановлены нормальные условия работы электропередачи. Время деионизации при этом невелико.

Первоначально быстродействующее автоматическое повторное включение (БАПВ) нашло широкое применение для тупиковых линий, питающих отдельных потребителей, когда никаких затруднений в отношении устойчивости не возникает и, следовательно, скорость осуществления повторного включения не столь существенна. В настоящее время быстродействующее автоматическое повторное включение осуществляется и на магистральных линиях, связывающих параллельно работающие электростанции. Особенно эффективно применение АПВ на одноцепных связях. При отсутствии АПВ каждое к. з. на одноцепной линии влечет за собой длительное отключение линии. Автоматическое повторное включение, дающее до 80–90% удачных включений, во многих случаях предотвращает длительное отключение линий и увеличивает тем самым надежность работы одноцепных линий в несколько раз. Однако во избежание нарушения устойчивости скорость БАПВ одноцепных магистральных линий должна быть очень велика, не выходя при этом за пределы минимальной длительности периода деионизации перекрытого дугой воздушного промежутка. Необходимость весьма быстрого повторного включения одноцепных магистральных линий обуславливается тем обстоятельством, что сброс мощности, имеющий место при к. з. (например, в точке  $a$  на рис. 9-9), усугубляется при отключении линии (точка  $b$ ), когда передавае-

Рис. 9-9. Площадки ускорения и торможения в случае повторного включения одноцепной линии при двухфазном к. з. на землю.

Рис. 9-10. Площадки ускорения и торможения при повторном включении двухцепной линии.



мая мощность падает до нуля. При отключении линии площадь ускорения резко возрастает, и для того, чтобы она могла быть уравновешена площадью торможения, длительность к. з. и особенно длительность бестоковой паузы, предшествующей моменту осуществления БАПВ, должны быть минимальными.

Следует, однако, подчеркнуть, что условие равенства площадок ускорения и торможения устанавливает предельные значения не непосредственно времени, а углов  $\delta_{\text{отк}}$  и  $\delta_{\text{л. вкл}}$  при которых должны иметь место отключение и повторное включение линии. Интервалы времени, в течение которых достигаются эти значения углов, зависят от постоянных инерции  $T_J$  передающей и приемной систем. При больших постоянных инерции требования в отношении скорости БАПВ могут быть значительно смягчены. Постоянные инерции относительно велики, когда мощности генераторов передающей и приемной систем в несколько раз превышают мощность, передаваемую по линии передачи. В этих условиях БАПВ осуществляется без затруднений. Наоборот, для электропередач, связывающих удаленные электростанции с приемной системой, вся мощность которых передается по одноцепной линии, трехфазное БАПВ, как правило, осуществлено быть не может вследствие небольшой постоянной инерции передающей станции.

Быстродействующее АПВ используется не только для одноцепных, но и для двухцепных линий передачи, способствуя увеличению устойчивости последних. При своевременном АПВ отключенной цепи (точка с на рис. 9-10) достигается некоторое увеличение площади торможения в результате перехода с характеристики мощности передачи при одной цепи на более высокую характеристику мощности при двух цепях.

Разумеется, результат, достигаемый на двухцепных линиях, менее значителен, чем на одноцепных, за исключением сравнительно редких случаев одновременного к. з. на двух цепях, когда БАПВ может обеспечить сохранение связи так же, как и для одноцепной линии<sup>1</sup>.

Быстродействующее АПВ предъявляет весьма жесткие требования к реле и выключателям. Защита должна обеспечивать быстрое одновременное отключение линии с обоих концов. Собственное время отключения и включения должно быть минимальным. Конструкция выключателя должна обеспечивать готовность выключателя к работе немедленно после первого отключения к. з. [Весьма удобны для БАПВ воздушные выключатели, которые в настоящее время находят широкое применение].

Нельзя не упомянуть также и о том обстоятельстве, что так как не исключена возможность повторного включения на устойчивое к. з., требуется повышенная разрывная мощность выключателей<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Отметим, что срабатывание БАПВ на двухцепных линиях при устойчивых к. з. в некоторых случаях может привести к нарушению устойчивости, в то время как отключение поврежденной линии без ее повторного включения обеспечивает сохранение устойчивости. (Прим. ред.)

<sup>2</sup> Следует также иметь в виду, что при повторном включении генераторов при увеличенных значениях угла  $\delta$  в их цепях возникают значительные броски токов, оказывающих динамические воздействия на статорную обмотку и определяющих появление ударных воздействий на ротор и вал генератора. Поэтому допустимость БАПВ должна подтверждаться не только расчетами устойчивости, но также оцениваться в зависимости от токов включения путем сопоставления их с допустимыми значениями. (Прим. ред.)

## 9-4. ПОФАЗНОЕ ОТКЛЮЧЕНИЕ

То обстоятельство, что подавляющее большинство к. з. имеет несимметричный характер, позволяет поставить вопрос о пофазном отключении поврежденных линий. Действительно, если возникает, например, однофазное замыкание на землю, то в сущности нет оснований отключать немедленно все три фазы линии электропередачи. Достаточно отключить поврежденную фазу. Другие же фазы могут продолжать работу, передавая мощность приемной системе. При одноцепных линиях электропередачи при этом не теряется связь генераторов с приемной системой при большинстве к. з.

Режим работы линии с отключенной фазой (рис. 9-11, а) может быть исследован с помощью комплексной схемы замещения, подобной схемам при несимметричных к. з. На рис. 9-11, б представлена такая схема, построенная для простой схемы передачи с одноцепной линией, одна из фаз которой разомкнута. Предполагается, что нейтрали трансформаторов заземлены.

Поскольку передача мощности связана с системой токов и напряжений только прямой последовательности, схемы обратной и нулевой последовательности на рис. 9-11 могут быть свернуты и представлены результирующими сопротивлениями обратной и нулевой последовательности  $Z_2$  и  $Z_0$ . Согласно рис. 9-11 сопротивления  $Z_2$  и  $Z_0$ , соединенные параллельно, оказываются включенными в рассечку схемы прямой последовательности между точками размыкания фазы А и В.

Результирующая схема прямой последовательности при разомкнутой фазе показана на рис. 9-12. Если отключаются две фазы, а не одна, то сопротивления  $Z_2$  и  $Z_0$  должны быть включены между точками А и В не параллельно, а последовательно (рис. 9-13).

Таким образом, при отключении отдельных фаз линии электропередачи результирующее сопротивление системы в той или иной мере возрастает

Рис. 9-11

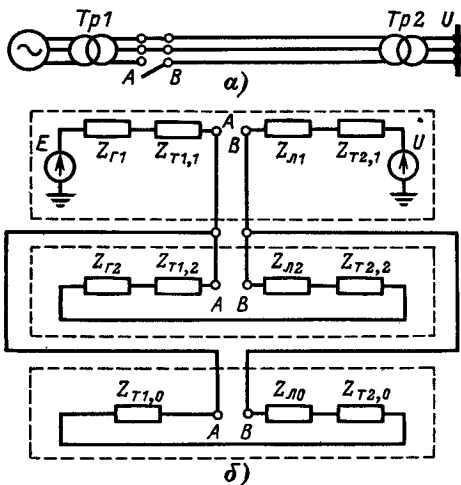


Рис. 9-11. Комплексная схема замещения при отключении одной фазы линии электропередачи.

Рис. 9-12. Результирующая схема замещения прямой последовательности при отключении одной фазы.

Рис. 9-13. Результирующая схема замещения прямой последовательности при отключении двух фаз.

Рис. 9-12

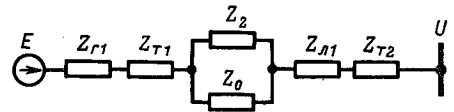


Рис. 9-13

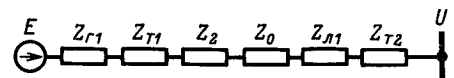




Рис. 9-14

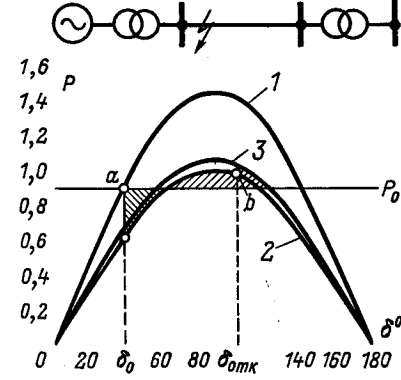


Рис. 9-14. Площадки ускорения и торможения при однофазном отключении к. з. на одноцепной линии.

1 — нормальный режим; 2 — однофазное к. з.; 3 — отключение одной фазы.

Рис. 9-15

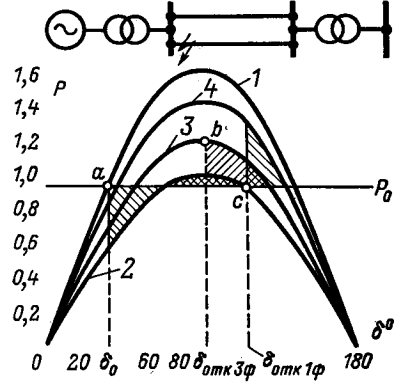


Рис. 9-15. Площадки ускорения и торможения при однофазном и трехфазном отключениях однофазного к. з. на двухцепной линии.

1 — нормальный режим; 2 — однофазное к. з.; 3 — отключение трех фаз; 4 — отключение одной фазы.

и амплитуда характеристики мощности должна уменьшаться, но отнюдь не до нуля, как это имело бы место при отключении всех трех фаз одноцепной линии. На рис. 9-14 показаны характеристики мощности при однофазном к. з. и при отключении поврежденной фазы одноцепной электропередачи, связывающей удаленные электростанции. Как показывают эти характеристики, устойчивость системы сохраняется и, следовательно, действительно возможна передача мощности по двум фазам линии электропередачи<sup>1</sup>. На рис. 9-15 показаны аналогичные характеристики для двухцепной линии электропередачи. Здесь устойчивость системы может быть обеспечена и при обычном трехфазном отключении однофазного к. з., однако при пофазном отключении может быть допущена меньшая скорость отключения (точка  $c$  при однофазном отключении и точка  $b$  при трехфазном).

Значительно менее благоприятны результаты, достигаемые пофазным отключением (по сравнению с трехфазным) при двухфазном к. з., когда приходится отключать две фазы линии передачи из трех. Не следует, однако, забывать, что число однофазных замыканий, когда пофазное отключение безусловно эффективно и целесообразно, достигает 70% общего числа к. з.

Существенным недостатком пофазного отключения является несимметрия рабочего режима системы при отключении отдельных фаз. При этом воз-

<sup>1</sup> Допустимость такого режима, кроме того, определяется степенью несимметрии напряжения (а также и токов) у потребителей и генераторов. Поэтому расчеты устойчивости следует рассматривать как один из элементов анализа режима электропередачи, который должен быть выполнен для решения вопроса о допустимости неполнофазного режима электропередачи. (Прим. ред.)

Рис. 9-16

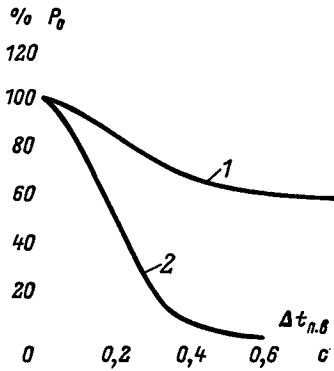


Рис. 9-16. Зависимости предельной передаваемой мощности от длительности повторного включения.

1 — при пофазном повторном включении; 2 — при трехфазном повторном включении.

Рис. 9-17

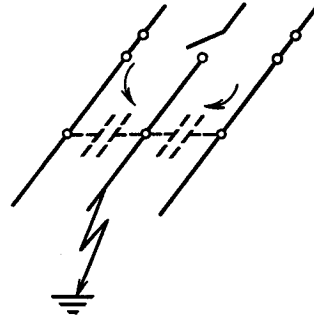


Рис. 9-17. Подпитка дуги к. з. через емкостные связи при однофазном отключении.

никают дополнительные потери и в отдельных случаях возможны опасные перегревы генераторов и двигателей. Значительные осложнения могут возникнуть и в отношении влияния несимметричных линий на провода связи при достаточных сближениях с последними. Этих затруднений, однако, можно избежать повторным включением отключенных фаз. Если бы повторное включение оказалось неудачным, то вновь должны быть отключены или те же поврежденные фазы или все три фазы поврежденной линии, в зависимости от того, может ли быть допущен или нет длительный несимметричный режим работы системы.

Автоматическое однофазное повторное включение отключившихся фаз (ОАПВ) в некоторой степени увеличивает и устойчивость в связи с повышением амплитуды характеристики мощности. При однофазном к. з. и однофазном отключении могут быть допущены небольшие скорости ОАПВ даже в наиболее трудных условиях передачи мощности от удаленных станций. На рис. 9-16 показаны зависимости допустимой длительности повторного включения  $\Delta t_{п.в}$  при однофазном (1) и трехфазном (2) отключении однофазного к. з. в подобных условиях в зависимости от передаваемой мощности  $P_0$ .

Преимущества пофазного отключения здесь очевидны. Допустимая по условиям динамической устойчивости длительность повторного включения при пофазном отключении настолько значительна, что позволяет не считаться в большинстве случаев с некоторым увеличением времени деионизации дугового промежутка, неизбежным при однофазном отключении ввиду подпитки дуги через емкостные связи от неповрежденных фаз (рис. 9-17).

Для осуществления ОАПВ могут быть использованы выключатели с умеренным собственным временем действия. Необходимо, однако, разделение приводов отдельных фаз выключателя. В схемах релейной защиты должна быть предусмотрена возможность выбора поврежденных фаз.

## параметры генераторов и проблема устойчивости

### 10-1. ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ПОСТОЯННЫЕ ИНЕРЦИИ ГЕНЕРАТОРОВ

[В современных электрических системах, генераторы которых снабжены АРВ, не имеющими зоны нечувствительности, к числу параметров генераторов, оказывающих влияние на статическую и динамическую устойчивость, следует отнести переходное индуктивное сопротивление  $x'_d$ , которое определяется рассеянием обмоток статора и ротора.]

У турбогенераторов рассеяние ротора невелико и переходное индуктивное сопротивление составляет обычно 20–25%, увеличиваясь для машин весьма значительных мощностей. У явнополюсных машин это сопротивление значительно больше, у гидрогенераторов оно достигает 35%, а у синхронных компенсаторов – 40% и больше. Поскольку переходное индуктивное сопротивление является, по существу, сопротивлением рассеяния, его уменьшение связано с большими трудностями. Так, например, уменьшение вдвое переходного индуктивного сопротивления приводит к удорожанию машины более чем на 50%.

Относительное значение переходного индуктивного сопротивления генераторов в общем индуктивном сопротивлении системы не является определяющим.

Поэтому, как следует из рис. 10-1, где указаны предельные значения передаваемой мощности в зависимости от времени отключения к.з., изменение этого сопротивления лишь в ограниченной степени оказывает влияние на динамическую устойчивость.

[То же можно сказать о статической устойчивости генераторов с АРВ пропорционального действия.

Статические пределы мощности генераторов с регуляторами сильного действия от сопротивлений генераторов вообще не зависят.

Однако независимо от типа регулятора сопротивления генераторов оказывают влияние на параметры системы АРВ, при которых обеспечивается устойчивая работа электроэнергетической системы в заданных пределах передаваемой мощности].

Рис. 10-1

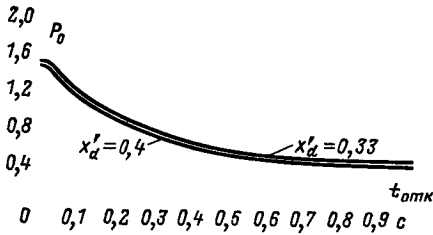


Рис. 10-2

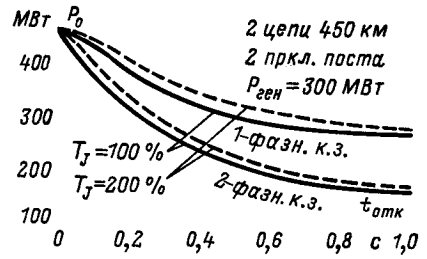


Рис. 10-3

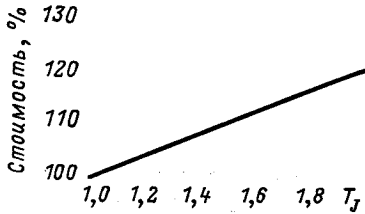


Рис. 10-1. Влияние переходного индуктивного сопротивления генератора на предел передаваемой мощности.

Рис. 10-2. Влияние постоянной инерции на предел передаваемой мощности

Рис. 10-3. Зависимость стоимости генератора от постоянной инерции.

Существенным параметром генераторов с точки зрения динамической устойчивости является момент инерции  $GD^2/4$  или пропорциональная ему постоянная инерции, с:

$$T_J = \frac{2,74GD^2n^2}{S_{баз}} 10^{-3},$$

номинальное значение которой указывается при  $S_{баз} = S_{ном}$ . Если обратиться к случаю работы станции на шины неизменного напряжения, то предельное значение угла отключения поврежденной цепи  $\delta_{отк}$ , определяемое равенством площадок ускорения и максимальной возможной площадки торможения, не зависит от постоянной инерции  $T_J$ . Однако предельное время отключения  $t_{отк}$  при данном предельном угле  $\delta_{отк}$  оказывается тем большим, чем больше постоянная инерции  $T_J$ . Достаточно напомнить выражение (5-7), свидетельствующее о том, что ускорение  $\alpha$  при данном  $\Delta P$  обратно пропорционально  $T_J$ . Увеличение постоянной инерции уменьшает относительное ускорение ротора генератора, а следовательно, увеличивает время  $t_{отк}$ , в течение которого достигается предельный угол  $\delta_{отк}$ . Увеличение  $T_J$  при данном  $t_{отк}$  позволяет отключить к.з. при меньших значениях угла ротора генератора, что увеличивает в конечном счете предельно допустимое значение передаваемой мощности (рис. 10-2). Как видно из рис. 10-3, увеличение постоянной инерции гидрогенератора вдвое по сравнению с ее нормальным значением повышает стоимость генератора лишь на 20%.

## 10-2. КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ

Коэффициент мощности генераторов выбирается с учетом следующего. Во-первых, уменьшение номинального коэффициента мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}}$  при данной активной мощности машины  $P_{\text{ном}}$  увеличивает ее номинальную полную мощность  $S_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} / \cos \varphi_{\text{ном}}$ . Связанное с этим увеличение размеров генератора позволяет уменьшать действительное значение индуктивных сопротивлений генератора. В некоторой мере возрастает также постоянная инерции генератора  $T_J$ . С этой точки зрения следует отдать предпочтение низким значениям  $\cos \varphi$ .

Второй стороной вопроса является увеличение э. д. с. машины, работающей в режиме выдачи увеличенной реактивной мощности, т. е. с уменьшенным значением  $\cos \varphi$ . Рассматривая условия передачи одной и той же активной мощности, но при различных значениях  $\cos \varphi$  (рис. 10-4), можно установить, что с изменением  $\cos \varphi$  конец вектора тока  $\vec{I}$  перемещается по вертикали таким образом, что активная составляющая тока  $I_a$  остается неизменной. При этом, очевидно, вектор падения напряжения  $\vec{I}x_c$ , а вместе с ним и конец вектора э. д. с.  $\vec{E}$  перемещаются по горизонтали. Нетрудно видеть, что в области отстающих значений  $\cos \varphi$  улучшение последнего приводит к уменьшению значения э. д. с.  $E$ , а следовательно, к понижению амплитуды характеристики мощности  $P_m = EU/x_c$ .

Амплитуда мощности продолжает убывать и при опережающем  $\cos \varphi$ , где она достигает минимума, и далее вновь начинает возрастать. Практически осуществимые режимы ограничиваются минимумом характеристики, приведенной на рис. 10-5, поскольку здесь достигается предел устойчивости. Как следует из рис. 10-4, минимальное значение  $E$  получается при  $\delta = 90^\circ$ .

Из рис. 10-5 видно, что режимы работы генераторов при сниженных значениях  $\cos \varphi$  следует считать более предпочтительными, так как это повышает устойчивость.

Рис. 10-4. Влияние коэффициента мощности на э. д. с. генератора.

Рис. 10-5. Зависимость идеального предела мощности от коэффициента мощности.  
 I — граница устойчивой работы.

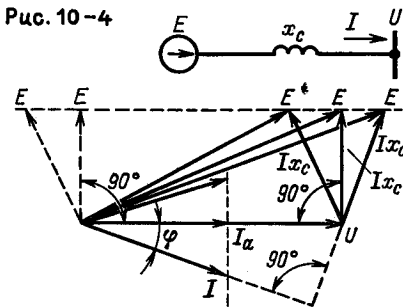
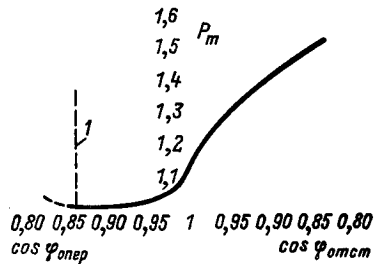


Рис. 10-5



### 10-3. ДЕМПФЕРНЫЕ ОБМОТКИ

При выборе характеристик гидрогенераторов возникает вопрос о целесообразности применения демпферных обмоток для повышения устойчивости электрических систем.

Влияние демпферных обмоток на устойчивость довольно многообразно, и общую точку зрения о целесообразности их применения сформулировать трудно, поскольку влияние демпферных обмоток в некоторых отношениях положительно, а в других отрицательно.

Прежде всего мы отметим, что свободные токи при к.з., возникающие не только в обмотке возбуждения, но и в демпферной обмотке, в большей мере компенсируют реакцию якоря, чем это имеет место при отсутствии демпферной обмотки. Поэтому сверхпереходное индуктивное сопротивление машины с демпферной обмоткой  $x_d''$  оказывается меньше переходного индуктивного сопротивления  $x_d'$  в продольной оси. В поперечной же оси приходится считаться со сверхпереходным индуктивным сопротивлением  $x_q''$ , значительно меньшим, чем синхронное сопротивление  $x_q$ . Это обстоятельство, как известно, приводит к увеличению тока к.з. за счет появления быстро затухающей его составляющей. Возникающие в демпферной обмотке токи вместе с токами в обмотке возбуждения создают магнитный поток, который при вращении ротора пересекает обмотку статора и наводит в ней не только продольную, но и поперечную составляющие э.д.с. Изменения э.д.с. машины, связанные с токами в демпферной обмотке, быстро затухают, однако они оказывают некоторое влияние на характеристику мощности машины.

На рис. 10-6 показана характеристика мощности гидрогенератора при к.з. (2) с последующим его отключением (3). Изменения мощности, обусловленные демпферной обмоткой, представлены заштрихованными площадками. Площадка ускорения несколько возрастает под влиянием демпферной обмотки. Однако почти в той же степени увеличивается и площадка торможения, поскольку при отключении к.з. в демпферной обмотке возникают токи обратного знака<sup>1</sup>.

Из рис. 10-6 можно заключить, что токи демпферной обмотки, появляющиеся в момент к.з., для повышения устойчивости генераторов существенной роли не играют.

Однако токи в демпферной обмотке возникают не только при внезапном нарушении режима работы генератора (например, при к.з.), но и при любых изменениях частоты вращения ротора машины.

Демпферная обмотка синхронной машины подобна обмотке ротора асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором. Если частота вращения генератора отклоняется от синхронной, то стержни демпферной обмотки пересекают магнитный поток реакции якоря, пропорциональный напряжению приемника, вектор которого вращается с синхронной скоростью.

Если отвлечься от несимметрии демпферной обмотки в продольной и поперечной осях и от влияния обмотки возбуждения, то синхронная машина,

---

<sup>1</sup> Здесь автор не вводит в расчет моменты, зависящие от скольжения. Такой учет выполнен ниже. (Прим. ред.)

вращающаяся с некоторой относительной скоростью

$$v = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \omega^* - 1,$$

отличной от нуля, совершенно подобна асинхронной машине, работающей со скольжением

$$s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = -v.$$

Ток и мощность машины, связанные с демпферной обмоткой, в этих условиях определяются с помощью схемы замещения асинхронной машины (рис. 10-7), где  $x_l$  и  $x_{lD}$  — индуктивные сопротивления рассеяния обмотки статора и демпферной обмотки;  $r_D$  — активное сопротивление демпферной обмотки.

Характеристика мощности или момента (который носит название демпферного момента), вытекающая из схемы на рис. 10-7, хорошо известна. В зависимости от знака  $v$  (или  $s$ ) момент и мощность положительны или отрицательны (рис. 10-8). При малых значениях относительной скорости  $v$ , с которыми и приходится считаться при качаниях синхронных машин, демпферный момент и мощность пропорциональны относительной скорости  $v$ , т. е.

$$P \approx P_D v, \tag{10-1}$$

где  $P_D$  — демпферный коэффициент, который определяется параметрами схемы замещения, показанной на рис. 10-7.

Несимметрия демпферной обмотки и влияние обмотки возбуждения приводят

Рис. 10-6

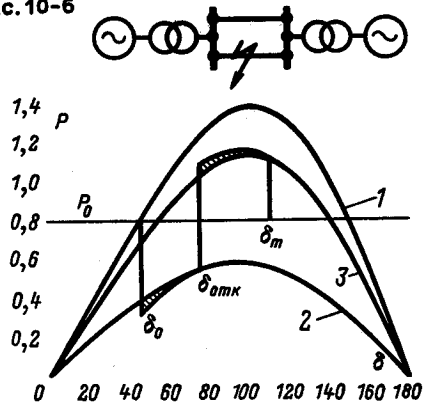


Рис. 10-7

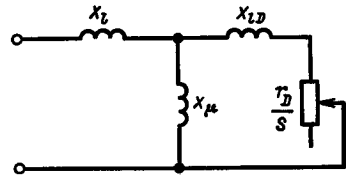


Рис. 10-8

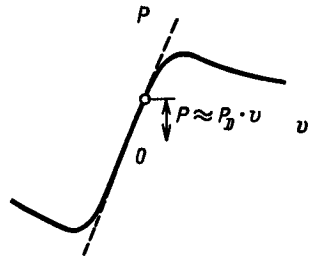


Рис. 10-9

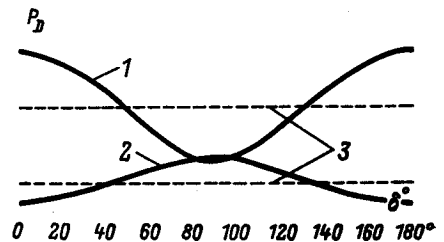


Рис. 10-6. Влияние токов в демпферной обмотке на характеристики мощности при коротком замыкании. 1 — нормальный режим; 2 — к. з.; 3 — отключение к. з.

Рис. 10-7. Схема замещения генератора для определения мощности, связанной с токами в демпферной обмотке.

Рис. 10-8. Характеристика асинхронной мощности.

Рис. 10-9. Зависимости демпферного коэффициента от угла  $\delta$ . 1 — при наличии перемычек между полюсами; 2 — без перемычек; 3 — средние значения.

к различным параметрам схемы замещения продольной и поперечной оси машины. В этих условиях демпферный коэффициент  $P_D$  даже для малых  $v$  непостоянен и зависит от угла  $\delta$ , характеризующего относительное положение ротора в данный момент времени:

$$P_D = P_{Dd} \sin^2 \delta + P_{Dq} \cos^2 \delta, \quad (10-2)$$

где  $P_{Dd}$  и  $P_{Dq}$  — составляющие, определяемые соответственно продольной и поперечной обмотками ротора. Значения  $P_{Dd}$  и  $P_{Dq}$  зависят от конструкции генератора.

Стержни демпферной обмотки укладываются в пределах полюсного башмака. В междуполосном пространстве они отсутствуют. Однако если пластины, замыкающие по концам стержни демпферной обмотки, имеют переемычки между полюсами, то такая обмотка оказывается более эффективной в поперечной оси, чем в продольной. При этом  $P_{Dq}$  становится больше  $P_{Dd}$  и зависимость  $P_D = f(\delta)$  имеет вид, показанный на рис. 10-9 (1). Если же переемычки между полюсами отсутствуют, то  $P_{Dq}$  резко падает (2) и эта зависимость имеет совершенно иной характер. При этом уменьшается и среднее значение  $P_D$ .

Если не считать с периодическими колебаниями значений демпферного коэффициента  $P_D$  в зависимости от угла и принять для него некоторые средние значения, то можно констатировать, что синхронный генератор при асинхронном режиме работы с некоторой относительной скоростью  $v$  развивает как синусоидально изменяющуюся мощность, равную для простей-

шей системы  $P = \frac{EU}{x_c} \sin \delta$ , так и некоторую среднюю асинхронную мощность, равную  $P_D v$ . Это обстоятельство весьма существенно для втягивания машины в синхронизм и восстановления нормальной работы при нарушениях устойчивости. Не останавливаясь на этом вопросе, подробно рассмотренном ниже, в гл. 12, перейдем к роли демпферных обмоток при качаниях машин.

Колебания угла генератора, работающего на шины бесконечной мощности, если не учитывать демпферный момент, определяются известным дифференциальным уравнением (5-8).

При наличии демпферного момента, создаваемого токами в демпферной обмотке, суммарная мощность генератора изменяется, следуя изменениям не только угла ( $P_m \sin \delta$ ), но и относительной скорости

$$P_D v = P_D \frac{d\delta}{dt},$$

где

$$v = \frac{d\delta}{dt},$$

и уравнение движения генератора при качаниях принимает вид:

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_D \frac{d\delta}{dt} + P_m \sin \delta = P_0.$$

Сумма мощностей

$$P_D \frac{d\delta}{dt} + P_m \sin \delta$$



представляет собой суммарную электрическую мощность, развиваемую генератором при качаниях [и складывающуюся из синхронной мощности  $P_m \sin \delta$  и асинхронной мощности, по принятому условию определяемой токами только в демпферных обмотках]. Когда ротор машины ускоряется, угол  $\delta$  растет. Производная  $d\delta/dt$  при этом положительна; положительна, следовательно, и мощность  $P_D d\delta/dt$ . Таким образом, в период ускорения машины демпферная обмотка повышает мощность генератора, в результате чего площадь ускорения  $f_{abc}$  (рис. 10-10) в некоторой мере уменьшается (сравнительно с  $f_{abc}$ ), а возможная площадь торможения возрастает. Достижимое вместе с тем уменьшение максимального угла  $\delta_m$  свидетельствует о некотором увеличении динамической устойчивости за счет демпферной обмотки. Однако практически уменьшение максимального угла  $\delta_m$  в первом цикле качаний незначительно и не отражается обычно в практических расчетах динамической устойчивости. Мощность  $P_D v$  в рассматриваемых условиях невелика, поскольку, с одной стороны, мала относительная скорость качания ротора  $v$  и, с другой стороны,  $P_D$  при к.з. в системе резко уменьшается.

Несомненно положительные результаты получаются, однако, в дальнейших циклах качаний, после отключения к.з. Как показано на рис. 10-10, при уменьшении угла  $\delta$ , после того как будет достигнуто максимальное значение угла в точке  $d$ , относительная скорость  $v = d\delta/dt$  изменяет свой знак, а вместе с ней становится отрицательной и мощность  $P_D v$ . Уменьшение мощности генератора, связанное с изменением знака  $v$ , приводит к дальнейшему уменьшению размаха колебаний, и минимальный угол  $\delta_{\min}$  получается заметно большим начального значения угла  $\delta_0$ . Обусловливаемое демпферной обмоткой постепенное уменьшение амплитуды в каждом полупериоде качаний способствует быстрому затуханию качаний и переходу к новому установившемуся режиму. На рис. 10-11 показаны осциллограммы качаний одного и того же генератора при наличии демпферной обмотки (а) и без нее (б).

Эффективность демпферной обмотки как успокоителя колебаний зависит от ее активного сопротивления, так как частота токов, возникающих в демп-

Рис. 10-10. Колебания мощности генератора с демпферной обмоткой.

Рис. 10-11. Изменения токов и напряжений при качаниях генератора с демпферной обмоткой (а) и без нее (б).

Рис. 10-10

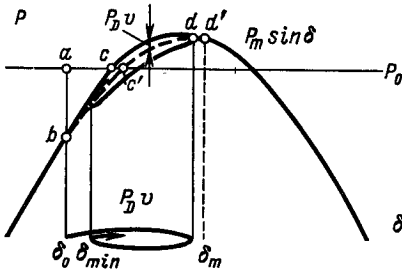


Рис. 10-11

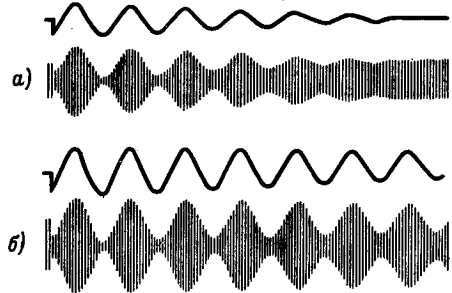


Рис. 10-12

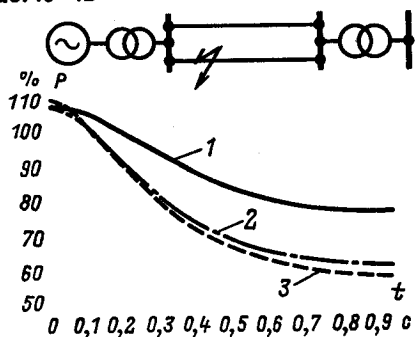


Рис. 10-12. Влияние демпферных обмоток на предельное значение передаваемой мощности при двухфазном коротком замыкании.

1 — демпферные обмотки с высоким сопротивлением; 2 — без демпферной обмотки; 3 — демпферные обмотки с низким сопротивлением.

то в обмотке статора возникают токи обратной последовательности, создающие магнитный поток, вращающийся в направлении, обратном направлению вращения ротора. Этот поток наводит в демпферной обмотке (а также и в обмотке возбуждения) токи двойной частоты, создающие в свою очередь поток реакции со стороны ротора, почти полностью уничтожающий поток обратной последовательности в воздушном зазоре. Благодаря этому при наличии демпферной обмотки индуктивное сопротивление обратной последовательности невелико и приближается к индуктивному сопротивлению рассеяния статора. В этом отношении машина с демпферной обмоткой похожа на асинхронный двигатель с многофазной обмоткой ротора, имеющей небольшое рассеяние.

Несколько иначе обстоит дело, если демпферная обмотка или какая-либо эквивалентная ей цепь отсутствует. В этом случае компенсирующий поток со стороны ротора, создаваемый только обмоткой возбуждения, резко уменьшается и результирующий поток обратной последовательности в воздушном зазоре, а вместе с ним и индуктивное сопротивление обратной последовательности получаются относительно большими.

При отсутствии демпферных обмоток индуктивное сопротивление обратной последовательности гидрогенераторов равно в среднем 50–60%, при наличии их оно уменьшается до 20–30%. Это обстоятельство является существенным недостатком медных демпферных обмоток с низким сопротивлением.

Демпферные обмотки с высоким сопротивлением также уменьшают индуктивное сопротивление обратной последовательности, но увеличивают активное сопротивление обратной последовательности.

С токами обратной последовательности связаны определенные потери активной мощности в генераторе, которые складываются из потерь в обмотках статора и ротора и из потерь в стали. При медных демпферных

ферной обмотке при качаниях генератора, очень невелика (1–2 Гц). С уменьшением активного сопротивления  $R_D$  возрастает, и с этой точки зрения целесообразно применять демпферные обмотки с низким сопротивлением.

Другой стороной вопроса о применении демпферных обмоток является их влияние на индуктивное сопротивление обратной последовательности генераторов. Это сопротивление существенно влияет на динамическую устойчивость при несимметричных к. з., особенно при двухфазных замыканиях на землю, и без земли, когда сопротивление обратной последовательности генератора в значительной мере определяет сопротивление шунтирующего сопротивления при аварийном режиме в комплексной схеме прямой последовательности.

Если на выводах генератора появляется напряжение с обратным чередованием фаз,

обмотках эти потери невелики, но при демпферных обмотках с высоким сопротивлением потери получаются настолько большими, что сопротивление обратной последовательности уже нельзя рассматривать как чисто индуктивное сопротивление, так как эквивалентное активное сопротивление может получиться того же порядка, что и индуктивное.

Это свойство демпферных обмоток с высоким сопротивлением является благоприятным для обеспечения устойчивости, так как потери в активном сопротивлении обратной последовательности при несимметричном к. з. уменьшают сброс мощности и ускорение генераторов. На рис. 10-12 даны зависимости максимально допустимой передаваемой мощности от времени отключения двухфазного к. з. при демпферных обмотках с высоким и низким сопротивлениями и при отсутствии демпферных обмоток, из которых видно, что преимущество имеют обмотки с высоким сопротивлением.

Существенным недостатком демпферных обмоток с высоким сопротивлением является их слабое демпфирующее действие (успокоение колебаний). Против обмоток с высоким сопротивлением говорит еще возможность их перегрева при длительных несимметричных режимах. В связи с отмеченными недостатками этот тип обмоток не получил широкого распространения.

Резюмируя, следует высказаться, пожалуй, в пользу обычных демпферных обмоток с низким сопротивлением в тех случаях, когда динамическая устойчивость системы должна быть обеспечена не только при несимметричных к. з., но и при трехфазном к. з. В этих условиях уменьшение индуктивного сопротивления обратной последовательности, вызываемое демпферной обмоткой, несущественно, поскольку при наиболее тяжелом виде к. з. — трехфазном — индуктивное сопротивление обратной последовательности роли не играет. Положительным же результатом является быстрое успокоение качаний, а также возможность втягивания генератора в синхронизм, если нарушение устойчивости все же произойдет (гл. 12).

В тех случаях, когда нарушение динамической устойчивости при трехфазном к. з. вообще допускается и расчетным случаем является двухфазное замыкание на землю, демпферных обмоток применять не следует, если к этому не вынуждают другие соображения, не связанные с проблемой устойчивости.

автоматические регуляторы  
возбуждения  
и быстродействующие  
возбудители

### 11-1. ВЛИЯНИЕ ФОРСИРОВКИ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ<sup>1</sup>

В § 7-3 уже была рассмотрена качественная сторона влияния релейной форсировки возбуждения на характер изменения э. д. с. и токов генератора при к. з. Регулятор напряжения, реагирующий на снижение напряжения при к. з., закорачивает резистор в цепи возбуждения возбудителя, и напряжение возбудителя начинает возрастать, что уменьшает степень затухания продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением  $E'_q$  и может привести даже к ее возрастанию. Увеличение э. д. с. генератора обуславливает пропорциональное увеличение амплитуды характеристики мощности, и динамическая устойчивость в той или иной мере повышается. Количественная сторона влияния форсировки возбуждения на динамическую устойчивость зависит от скорости подъема напряжения возбудителя. Как было установлено в § 7-3, напряжение ненасыщенного машинного возбудителя с независимым возбуждением нарастает по экспоненциальной зависимости (рис. 11-1)

$$u_f = u_{f\infty} - \Delta u_f e^{-t/T_e}, \quad (11-1)$$

где  $u_{f\infty} = u_{f0} + \Delta u_f$  — так называемый потолок напряжения возбудителя, т. е. максимальное значение напряжения, достигаемое при закороченном резисторе в цепи возбуждения возбудителя;  $T_e$  — постоянная времени обмотки возбуждения возбудителя.

Дифференцируя выражение (11-1), нетрудно найти значение скорости нарастания напряжения возбудителя в первый момент времени после замыкания контактов регулятора:

$$(du_f/dt)_{t=0} = \Delta u_f / T_e; \quad (11-2)$$

<sup>1</sup> В оригинале «Влияние регуляторов на динамическую устойчивость». (Прим. ред.)

она пропорциональна  $\Delta u_f$  и обратно пропорциональна постоянной времени  $T_e$ . Таким образом, для увеличения скорости подъема напряжения возбудителя следует повышать потолок и уменьшать постоянную времени возбудителя.

Необходимо отметить, что у некоторых генераторов возбудители выполнены не с независимым возбуждением, а с самовозбуждением (рис. 11-2). Такие возбудители при прочих равных условиях имеют меньшую скорость подъема напряжения. При срабатывании регулятора в схеме рис. 11-2 напряжение, приложенное к обмотке возбуждения возбудителя, становится равным напряжению возбудителя  $u_f$  и возрастает вместе с последним помимо скачкообразного изменения в момент замыкания контактов регулятора, осуществляющего релейную форсировку. Когда напряжение возбудителя достигает потолка, к выводам обмотки возбуждения возбудителя окажется приложенным напряжение  $u_{f\infty}$ . Если бы тот же возбудитель имел независимое возбуждение, то для достижения того же потолка к обмотке возбуждения возбудителя должно быть сразу же приложено (в дальнейшем остающееся неизменным) напряжение независимого источника, равное  $u_{f\infty}$ . Первоначальный же скачок напряжения обмотки возбуждения возбудителя при срабатывании регулятора в этих условиях для схемы на рис. 11-2 оказывается меньшим, чем при независимом возбуждении. Обусловленное этим уменьшением  $\Delta u_f$  согласно (11-2) уменьшает первоначальную скорость нарастания напряжения возбудителя. На рис. 11-3 показаны кривые нарастания напряжения одного и того же

Рис. 11-1

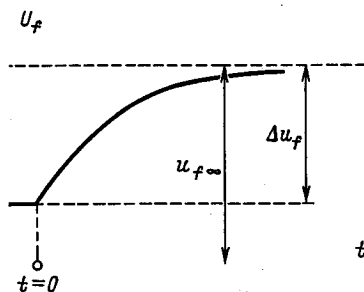


Рис. 11-2

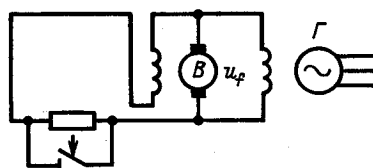


Рис. 11-3

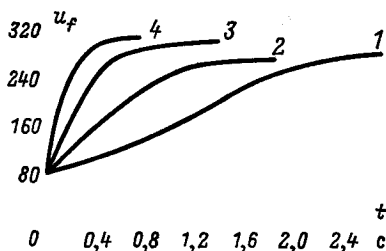


Рис. 11-4

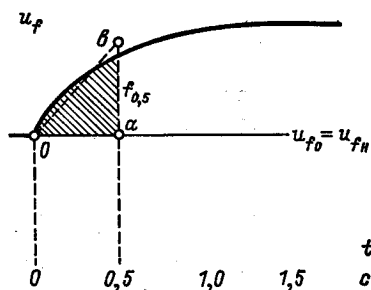


Рис. 11-1. Нарастание напряжения возбудителя при форсировке возбуждения.

Рис. 11-2. Принципиальная схема возбудителя с самовозбуждением.

Рис. 11-3. Нарастание напряжения возбудителя при различных типах возбудителей.

Рис. 11-4. Определение средней скорости нарастания напряжения возбудителей.

возбудителя при самовозбуждении (кривая 1) и при независимом возбуждении (кривая 2). В первом случае напряжение нарастает медленнее, чем во втором, хотя в конце концов и достигается один и тот же потолок. Кривая 1 уже не соответствует экспоненциальной зависимости (11-1); впрочем и кривая 2 несколько отличается от экспоненты, что объясняется влиянием насыщения возбудителя.

Значение производной  $du_f/dt$ , характеризующей мгновенную скорость подъема напряжения возбудителя, непрерывно изменяется во времени как при независимом возбуждении, так и при самовозбуждении. Эффективность возбудителей можно характеризовать средней скоростью нарастания напряжения за 0,5 с, отнесенной к нормальному напряжению возбудителя  $u_{f\text{ном}}$ . Под средней скоростью понимается относительное значение тангенса наклона прямой  $ob$  (рис. 11-4), ограничивающей для промежутка времени 0,5 с ту же площадь  $f_{0,5}$ , что и действительная кривая нарастания напряжения, начиная от  $u_{f\text{ном}}$ . Средняя скорость равна, очевидно,

$$(du_f/dt)_{\text{ср}} = ab/0,5u_{f\text{ном}}. \quad (11-3)$$

Размер площадки  $f_{0,5}$  используется как критерий эквивалентности потому, что именно эта площадка определяет степень изменения продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением  $E'_q$  за рассматриваемый промежуток времени в результате изменения напряжения возбудителя. Действительно, если вспомнить дифференциальное уравнение для обмотки возбуждения генератора (§ 7-1), то, пренебрегая в нем активной составляющей потери напряжения, можно получить приближенное соотношение

$$u_f \approx d\Psi_{fd}/dt. \quad (11-4)$$

Если под влиянием форсировки возбуждения напряжение  $u_f$  изменяется во времени, то соответствующее изменение потокосцепления обмотки возбуждения генератора  $\Delta\Psi_{fd}$  равно, очевидно,

$$\Delta\Psi_{fd} = \int_0^t (u_f - u_{f0}) dt. \quad (11-5)$$

Для  $t = 0,5$  с правая часть соотношения (11-5) представляет собой не что иное, как площадку  $f_{0,5}$  на рис. 11-4. Таким образом, эта площадка определяет изменение потокосцепления обмотки возбуждения, а следовательно, и изменение  $E'_q$ , поскольку последняя пропорциональна  $\Psi_{fd}$ .

Возвращаясь к рис. 11-3, можно констатировать, что средняя скорость нарастания напряжения возбудителя при независимом возбуждении заметно выше, чем при самовозбуждении. Таким образом, независимое возбуждение может рассматриваться как одно из средств повышения скорости подъема напряжения возбудителя. Практически это требует установки вспомогательного подвозбудителя (рис. 11-5). В числе других мероприятий, направленных на повышение скорости подъема напряжения возбудителей, следует указать на увеличение частоты вращения возбудителей, что позволяет уменьшить магнитный поток возбудителя. При этом уменьшается индуктивность  $L_e$  обмотки возбуждения возбудителя, а вместе с ней и постоянная времени  $T_e$ .

Рис. 11-5

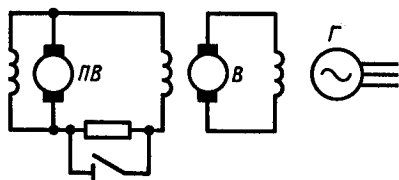


Рис. 11-6

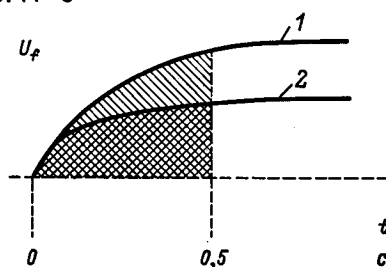


Рис. 11-5. Принципиальная схема возбудителя с подвозбудителем.

Рис. 11-6. Нарастание напряжения при высоком и низком потолке возбуждения.  
1 — высокий потолок; 2 — низкий потолок.

Кривые 3 и 4 на рис. 11-3 характеризуют нарастание напряжения возбудителя при частоте вращения, равной соответственно 970 и 1200 об/мин<sup>1</sup>.

Необходимо подчеркнуть, что быстродействующие возбудители неизбежно должны иметь высокий потолок возбуждения (т.е. максимальное значение напряжения), поскольку даже при очень большой начальной скорости подъема напряжения средняя скорость за полсекунды не может быть достаточно большой при низком потолке (рис. 11-6). В действительности же и начальная скорость возрастает с повышением потолка.

Говоря о быстродействующем возбуждении, следует иметь в виду, что при малой длительности к.з., характерной для современных электрических систем, влияние быстродействующего возбуждения на динамическую устойчивость невелико. Если допустить даже, что напряжение возбудителя возрастает мгновенно до потолка, то ток возбуждения генератора следует за напряжением возбудителя с большим запозданием, обусловленным индуктивностью обмотки возбуждения. Постоянная времени  $T'_d$  крупных генераторов достигает 1,5–2 с. Этим и ограничивается скорость изменения э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  под влиянием быстродействующего возбуждения.

Характер изменения э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  при к.з. был исследован в гл. 7. Согласно рис. 7-7 влияние быстродействующего возбуждения спустя 1,5–2 с после возникновения к.з. должно быть признано весьма значительным. Однако практическая длительность к.з. не превышает нескольких десятых долей секунды. Как можно установить с помощью того же рис. 7-7, для таких промежутков времени влияние изменения напряжения возбудителя очень невелико.

<sup>1</sup> Отметим, что наивысшую скорость нарастания напряжения имеют не электромашинные, а ионные и тиристорные возбудители, нашедшие в настоящее время широкое применение для возбуждения генераторов большой мощности. Для этих возбудителей характерны несравненно меньшие постоянные времени, нежели для электромашинных возбудителей, а также более высокие потолки возбуждения. (Прим. ред.)

Рис. 11-7

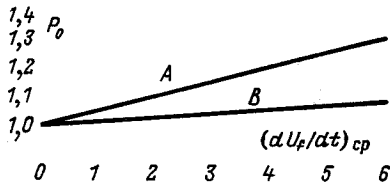


Рис. 11-8

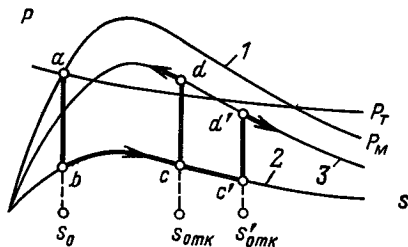


Рис. 11-9

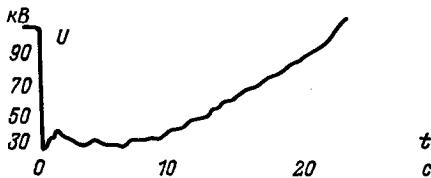
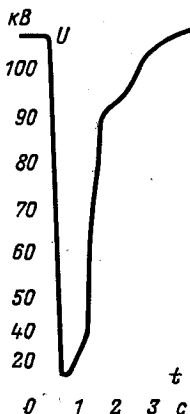


Рис. 11-10



Нарастание напряжения возбудителя представлено на рис. 7-7. Потолок возбуждения равен 2,0 отн. ед., а средняя скорость нарастания напряжения возбудителя — 1,5 ед. возб./с.

На рис. 11-7 даны значения предельной допустимой передаваемой мощности для типичной электропередачи при различной средней скорости подъема напряжения возбудителей. Кривая A относится к случаю длительного к.з.; кривая B построена для времени отключения к.з., равного 0,3 с. Эти графики еще раз подтверждают высказанные выше соображения. Выигрыш в отношении допустимого значения передаваемой мощности в случае B невелик.

Таким образом, влияние быстродействующего возбуждения на динамическую устойчивость при достаточно быстром отключении к.з. невелико. Однако в случае удаленных электрических станций, когда проблема динамической устойчивости стоит особо остро, применение высоких потолков возбуждения и скоростей подъема напряжения возбудителей может быть оправданным. Быстродействующее возбуждение может иметь также существенное значение как средство предотвращения опрокидывания асинхронных двигателей нагрузки.

До сих пор не затрагивался вопрос устойчивости асинхронных двигателей промышленной нагрузки при к.з. в электри-

Рис. 11-7. Зависимость предельной передаваемой мощности от средней скорости подъема напряжения возбудителя.

A — длительное к.з.; B — время отключения к.з. 0,3 с.

Рис. 11-8. Изменение момента асинхронного двигателя при к.з.

1 — нормальный режим; 2 — режим к.з.; 3 — послеаварийный режим.

Рис. 11-9. Изменение напряжения в системе при отсутствии регуляторов напряжения.

Рис. 11-10. Изменение напряжения в системе при наличии регуляторов напряжения.



ческой системе. Однако опыт эксплуатации электрических систем заставляет обратить внимание на этот вопрос.

При к.з. вращающий момент асинхронного двигателя падает (рис. 11-8), двигатель начинает тормозиться и его скольжение возрастает. Если к.з. отключается при скольжении  $s_{\text{отк}}$ , которому отвечает точка  $c$  на характеристике двигателя при к.з., то вращающий момент двигателя снова увеличивается. Процесс в момент отключения характеризуется точкой  $d$ , где вращающий момент  $P_m$  больше тормозного момента  $P_t$ . Двигатель ускоряется, его скольжение падает, и возникает новый установившийся режим.

При отсутствии регуляторов напряжения характеристика двигателя при отключенном к.з. располагается ниже, чем в нормальном режиме, вследствие затухания э.д.с. генераторов. Если длительность к.з. велика и отключение его происходит только при скольжении  $s'$  (точка  $c'$  на рис. 11-8), то увеличение вращающего момента после отключения повреждения (точка  $d'$ ) может оказаться недостаточным. Избыточный момент в этих условиях оказывается тормозящим. Скольжение двигателя продолжает возрастать, и двигатель останавливается.

Быстродействующее возбуждение генераторов повышает характеристику при отключенном к.з. и позволяет предотвратить опрокидывание двигателя. На рис. 11-9 показана запись регистрирующего вольтметра при к.з. в системе, не имевшей автоматических регуляторов напряжения. Короткое замыкание было отключено через 0,7 с, однако напряжение оставалось чрезвычайно низким в течение многих секунд. Это явилось результатом массового опрокидывания асинхронных двигателей нагрузки. Заторможенные двигатели переходят, в сущности, в режим к.з. Резкое увеличение реактивного тока двигателей и привело к снижению напряжения, несмотря на отключение к.з. в системе.

Несколько позже в этой системе на генераторах были установлены регуляторы напряжения и повторившееся примерно в тех же условиях к.з. имело совершенно иные последствия. Как показывает запись того же вольтметра на рис. 11-10, напряжение при отключении к.з. быстро восстанавливалось и никакого нарушения устойчивости генераторов или двигателей не последовало.

## 11-2. РЕГУЛЯТОРЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ И СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ

Эффективность регуляторов возбуждения с точки зрения статической устойчивости очень велика, как это было установлено в § 2-5. Напомним, что их применение существенно увеличивает максимум характеристики мощности генераторов. Регуляторы, восстанавливая напряжение, могут значительно увеличить статическую устойчивость генераторов и нагрузки в послеаварийных режимах, при отключении отдельных связей и при потере генераторной мощности.

На рис. 11-11 показаны характеристики мощности электропередачи, построенные при  $E_q = \text{const}$  и  $U_t = \text{const}$ . Идеальный предел мощности характеристики при  $E_q = \text{const}$  в этом случае равен 1,33. Внутренний предел мощности [который может быть достигнут с помощью достаточно несовер-

шенных регуляторов, имеющих зону нечувствительности] определяется по характеристике  $U_r = \text{const}$  при  $\delta = 90^\circ$ ; он равен 2,0. Это в 1,5 раза превышает идеальный предел.

[Регуляторы, не имеющие зоны нечувствительности, позволяют в еще большей степени повысить предел мощности. Регуляторы пропорционального типа для работы в схемах генераторов электрических систем должны иметь статическую регулировочную характеристику. Это приводит к тому, что регулятор полностью не восстанавливает напряжение генератора при изменениях его режима, а допускает некоторое остающееся его изменение, тем большее, чем больше коэффициент статизма регулятора.] По существу регулятор с такой характеристикой сохраняет значение некоторой фиктивной э. д. с. за небольшой частью индуктивного сопротивления генератора. Это приводит к некоторому понижению характеристики мощности генератора по сравнению с характеристикой при  $U_r = \text{const}$ . При некотором — достаточно большом — статизме регулятора могут быть достигнуты условия, соответствующие  $E'_q = \text{const}$ . Однако значение амплитуды характеристики мощности при  $E'_q = \text{const}$  может оказаться даже меньше, чем значение внутреннего предела мощности (рис. 11-11), что указывает на необходимость уменьшения статизма регулятора. С другой стороны, при чрезвычайно малом статизме возникает опасность неустойчивости и самораскачивания системы регулирования. Применение в схеме регулятора противокосильных устройств в виде гибких обратных связей позволяет значительно понизить коэффициент статизма с тем, чтобы характеристика мощности генератора (пунктирная характеристика при  $U_r = \text{var}$  на рис. 11-11) в достаточной мере приблизилась к характеристике при  $U_r = \text{const}$ . Тем не менее предельный угол  $\delta_{кр}$ , обеспечиваемый в этих условиях рассматриваемым регулятором напряжения пропорционального типа, не выходит за пределы, соответствующие харак-

Рис. 11-11

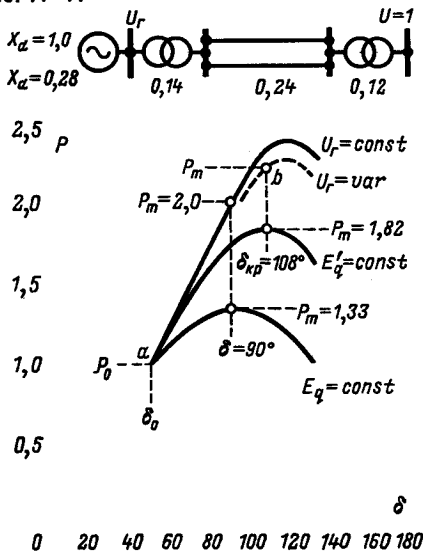
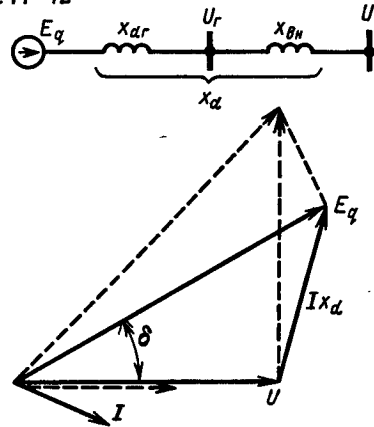


Рис. 11-11. Влияние регуляторов напряжения на предел передаваемой мощности.

Рис. 11-12. Изменение тока генератора при увеличении угла.

Рис. 11-12



теристике при  $E'_q = \text{const}$ . На рис. 11-11 пределу мощности при регуляторе пропорционального типа соответствует точка  $b$ .

[Применение в схемах регулятора элементов, реагирующих на производные параметров режима системы (напряжения, тока, абсолютного угла генератора), позволяет осуществить стабилизацию режима при еще меньших коэффициентах статизма и обеспечить устойчивость режима при углах, отвечающих максимуму характеристики при  $U_f = \text{const}$ . Как уже отмечалось, благодаря этим свойствам регуляторов, получивших название регуляторов сильного действия, оказалось возможным существенно расширить область значений углов  $\delta$ , при которых возможна устойчивая работа генераторов. Вследствие малых значений коэффициента статизма предельные значения мощности при этом определяются по максимуму характеристики, построенной при  $U_f = \text{const}$ ].

К числу систем автоматического регулирования возбуждения генераторов относятся устройства, получившие название устройств компаундирования синхронных генераторов. В схемах компаундирования используется то обстоятельство, что с увеличением угла  $\delta$  всегда возрастает ток статора. Вынужденная э. д. с. генераторов с устройствами компаундирования изменяется пропорционально току статора, а следовательно, возрастает с увеличением угла  $\delta$ . При этом э. д. с. холостого хода компаундированного генератора следует закону

$$E_q = E_{q0} + kI, \quad (11-6)$$

где  $k$  — так называемый коэффициент компаундирования. Электродвижущая сила  $E_{q0}$  определяет э. д. с. х. х. и напряжение генератора при токе статора, равном нулю. Удобно выбрать  $E_{q0}$  равной номинальному напряжению генератора  $U_{г. ном}$ , а  $k$  выбрать, исходя из соотношения

$$E_{qн} = U_{г. ном} + kI_{ном} \quad (11-7)$$

где  $I_{ном}$  — номинальный ток статора;  $E_{qн}$  — значение э. д. с. при полной нагрузке, т. е. при  $U_{ном}$  и  $\cos \varphi_{ном}$ .

При таком выборе параметров осуществляется так называемое нормальное компаундирование, которое помимо увеличения статической устойчивости решает в некоторой мере и задачу автоматического регулирования напряжения генератора. В двух крайних режимах — при х. х. и полной нагрузке — обеспечивается поддержание номинального напряжения генератора. Правда, в промежуточных режимах постоянство напряжения при настройке системы регулирования в соответствии с (11-7) не имеет места, так как э. д. с. генератора согласно (11-6) изменяется в зависимости от абсолютного значения тока статора, тогда как падение напряжения в генераторе зависит не только от него, но и от фазы тока.

[Для поддержания напряжения генераторов в схемы компаундирования вводятся устройства коррекции, характеризующиеся большой постоянной времени. Эти устройства создают дополнительное изменение тока возбуждения генератора сверх того, которое определяется схемой собственно компаундирования.]

Рассмотрим влияние компаундирования на характеристику мощности генераторов. Для схемы на рис. 11-12 справедлива обычная зависимость

$$P = \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta, \quad (11-8)$$

где  $x_d = x_{dг} + x_{вн}$ .

Рис. 11-13

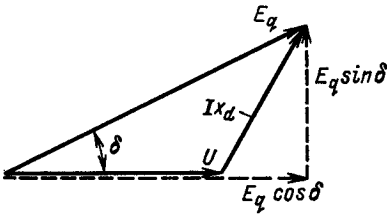


Рис. 11-13. Векторная диаграмма синхронного генератора.

Рис.11-14

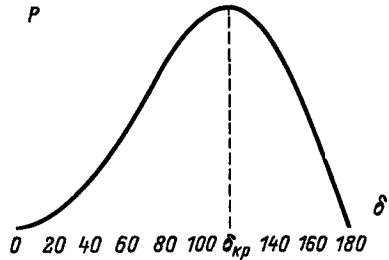


Рис. 11-14. Характеристика мощности при компаундировании (по Л. В. Цукернику).

Э. д. с. компаундированного генератора следует за изменением угла  $\delta$ . При нормальном компаундировании имеем

$$E_q = U_{г. ном} + kI \tag{11-9}$$

или (полагая  $U_{г. ном} \approx U$ , где  $U$  — напряжение приемника (рис. 11-12))

$$E_q = U + kI. \tag{11-10}$$

Из рис. 11-13 нетрудно получить:

$$Ix_d = \sqrt{(E_q \sin \delta)^2 + (E_q \cos \delta - U)^2}. \tag{11-11}$$

Уравнения (11-10) и (11-11) позволяют определить  $E_q$  в зависимости от угла  $\delta$  и в соответствии с (11-8) найти искомую зависимость мощности компаундированного генератора от угла  $\delta$ :

$$P = \left[ 1 + 2k \sin \frac{\delta}{2} \frac{\sqrt{x_d^2 - k^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} + k \sin \frac{\delta}{2}}}{x_d^2 - k^2} \right] \frac{U^2}{x_d} \sin \delta. \tag{11-12}$$

На рис. 11-14 показана характеристика мощности компаундированного генератора, работающего на шины бесконечной мощности. Максимум характеристики достигается при угле  $\delta_{кр}$ , значительно большем  $90^\circ$ . Возможность устойчивой работы генератора в области углов  $\delta$ , превышающих  $90^\circ$ , не вызывает никаких сомнений ввиду отсутствия у компаундирующего устройства зоны нечувствительности.

Как вытекает из выражения (11-12), амплитуда характеристики мощности компаундированного генератора возрастает тем в большей степени, чем больше коэффициент компаундирования  $k$ . Целесообразные значения коэффициента компаундирования с точки зрения регулирования напряжения были указаны выше [зависимость (11-7)]. Однако имеются и другие соображения, ограничивающие значение  $k$ . При чрезмерно высоких значениях  $k$  система регулирования становится неустойчивой и возникает самораскачивание, подобно тому как это имеет место при малом коэффициенте статизма регуляторов напряжения пропорционального типа.

регуляторы

первичных двигателей

## 12-1. ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕГУЛЯТОРОВ ТУРБИН

Перемещение регулирующих клапанов системы регулирования паровых турбин, требующее больших усилий, осуществляется, как правило, с помощью масляного двигателя исполнительного механизма (рис. 12-1), управляемого золотником. Золотник связан с одной стороны с муфтой центробежного регулятора и с другой – со штоком клапана (обратная связь).

При изменении частоты вращения муфта центробежного регулятора перемещается и золотник открывает доступ масла под давлением к той или другой стороне поршня двигателя исполнительного механизма, что вызывает перемещение клапана. В установившемся режиме золотник находится в среднем положении и доступ масла к поршню закрывается. При этом точка *1* занимает свое первоначальное положение и новому положению муфты регулятора соответствует вполне определенное открытие клапана.

Зависимость частоты вращения от мощности агрегата называется статической характеристикой регулятора турбины (рис. 12-2 и 12-3). Изменение частоты вращения, соответствующее изменению мощности турбины от нуля до номинальной, характеризует среднюю крутизну статической характеристики и, будучи отнесено к номинальной частоте вращения, носит название коэффициента неравномерности

$$\sigma = \frac{n_{\text{макс}} - n_{\text{мин}}}{n_0}$$

Для получения возможности произвольной регулировки частоты вращения и перераспределения нагрузки между параллельно работающими машинами регулирующие устройства снабжаются приспособлениями, позволяющими изменять частоту вращения, соответствующую данному открытию клапанов. Это достигается в результате изменения натяжения пружины центробежного регулятора или перемещения одной из точек механизма связей с помощью двигателя или соленоида, включаемых на расстоянии со щита управления.

Рис. 12-1

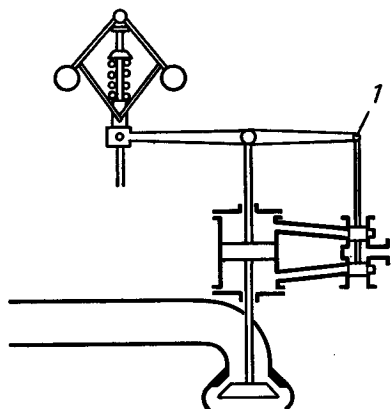


Рис. 12-2

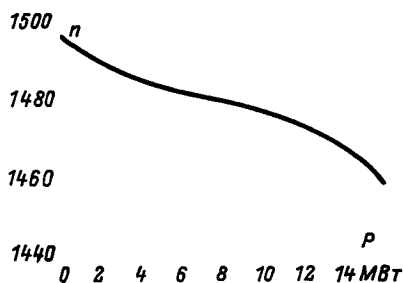
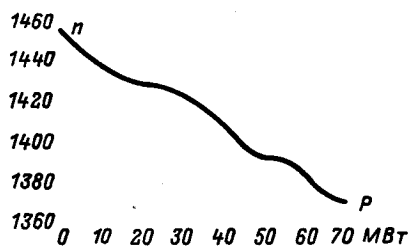


Рис. 12-3



Работа такого устройства отражается перемещением статической характеристики параллельно самой себе.

Регулирование мощности гидравлических турбин осуществляется путем изменения открытия направляющих аппаратов и основывается на том же принципе, что и у паровых турбин (рис. 12-4). Статические характеристики у гидравлических турбин в большей степени, чем у паровых турбин, приближаются к прямой при тех же примерно коэффициентах неравномерности.

При внезапном изменении нагрузки генератора обычные регуляторы как паровых, так и гидравлических турбин начинают действовать с некоторым запозданием. На скачок нагрузки непосредственно они не реагируют и приходят в действие лишь в результате изменения частоты вращения, вызываемого скачком нагрузки, после того как изменение ее превзойдет предел чувствительности регулятора. Перемещение муфты регулятора и связанного с ней золотника происходит с некоторым запаздыванием ввиду необходимости преодолеть инерцию грузов регулятора. В результате действие таких регуляторов турбин начинает сказываться через некоторое время после нарушения режима работы генератора.

Самый процесс регулирования (изменение открытия) требует значительно большего промежутка времени, изменяющегося в зависимости от значения скачка нагрузки и достигающего для паровых турбин нескольких секунд. Время регулирования гидравлических турбин в связи с инерционностью воды еще более значительно.

Наибольшую скорость закрытия регуляторы должны обеспечить при резких сбросах нагрузки в результате внезапного от-

Рис. 12-1. Схема регулятора паровой турбины.

Рис. 12-2. Статическая характеристика регулятора при одном регулирующем клапане.

Рис. 12-3. Статическая характеристика регулятора при нескольких регулирующих клапанах.

Рис. 12-4

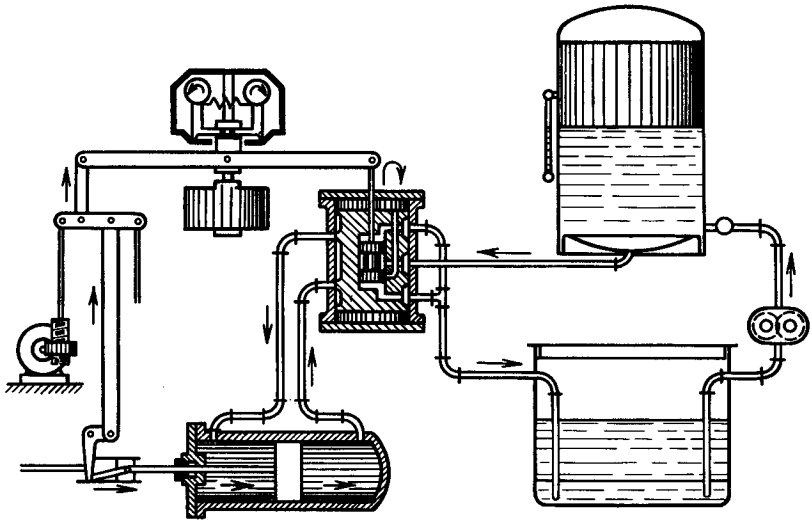


Рис. 12-5

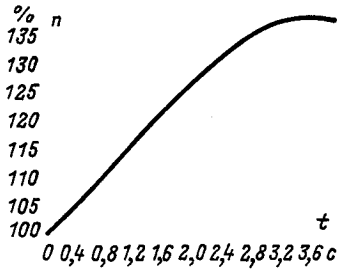


Рис. 12-6

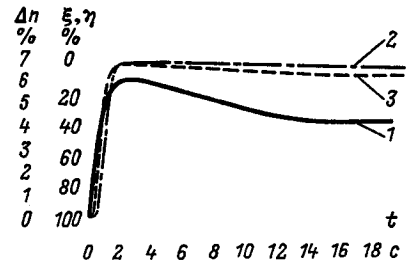


Рис. 12-4. Схема регулятора гидравлической турбины.

Рис. 12-5. Возрастание частоты вращения при сбросе нагрузки гидрогенератора.

Рис. 12-6. Переходный процесс при сбросе нагрузки турбогенератора.

1 — возрастание частоты вращения  $\Delta n$ , %; 2 — перемещение  $\xi$  клапана; 3 — перемещение  $\eta$  муфты регулятора.

ключения генераторов от сети, когда возникает опасность чрезмерного увеличения частоты вращения (рис. 12-5).

Большое повышение частоты вращения для турбогенераторов вообще не может быть допущено, поскольку отдельные детали роторов как турбин, так и генератора уже при нормальной частоте работают с весьма большими механическими напряжениями. Поэтому для того, чтобы перестраховать работу регуляторов, ограничивающих повышение числа оборотов при сбросах нагрузки (рис. 12-6), турбогенераторы снабжаются автоматами, быстро закрывающими пусковой вентиль турбины.

## 12-2. ПОВЕДЕНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ПРИ КАЧАНИЯХ И ВЛИЯНИЕ ИХ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Непосредственной причиной нарушения устойчивости при авариях является возникновение избыточных моментов на валу машин в результате резких изменений мощности, отдаваемой генераторами в сеть.

Вполне очевидно, что если бы регулирование турбин осуществлялось достаточно быстро и точно для того, чтобы мощность турбин следовала за изменением мощности генератора без заметного запаздывания во времени, то избыточные моменты были бы сведены до минимума и возможность нарушений устойчивости была бы почти исключена.

Такая идеальная система регулирования практически вряд ли осуществима, но даже частичное изменение избыточных моментов в результате действия регуляторов турбин, далекое от идеальных условий, могло бы дать значительный эффект в смысле повышения устойчивости. При чувствительных регуляторах, обладающих повышенной скоростью действия, процесс качаний мог бы протекать, как изображено на рис. 12-7, где кривая  $aef$  характеризует изменение мощности турбины, уменьшающее площадку ускорения ( $abe$ ) и, наоборот, увеличивающее площадку торможения ( $egf$ ).

Рис. 12-7. Площадки торможения и ускорения при быстром регулировании мощности турбины.

Рис. 12-8. Колебания мощности генератора и положение регулирующего клапана (линия  $l$ ) в переходном процессе.

Рис. 12-7

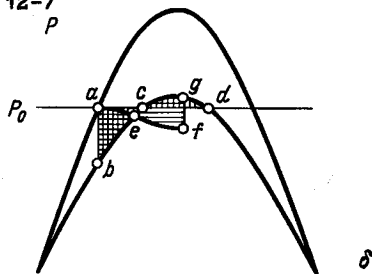
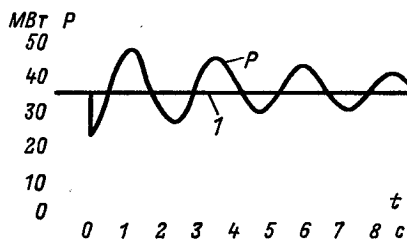


Рис. 12-8





К сожалению, существующие системы регулирования частоты вращения турбин не удовлетворяют и этим условиям. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что при возникновении качаний вплоть до выпадания генератора из синхронизма обычные регуляторы паровых турбин, не говоря уже о гидравлических, не дают сколько-нибудь заметного эффекта и мощность турбин остается практически постоянной.

На рис. 12-8 приведена осциллограмма, из которой видно, что при значительной амплитуде колебаний мощности генератора, вызываемых качаниями машины, регулирующие клапаны остаются неподвижными и, следовательно, мощность турбины — неизменной. Причины этого лежат в известной нечувствительности и относительно малой скорости действия регуляторов, с одной стороны, и в малых изменениях скорости машины при качаниях — с другой.

Укажем, что частота вращения генераторов изменяется довольно медленно и в начале аварии регулятор не может повлиять на расход пара, хотя бы уже потому, что он еще и не реагирует на аварию. Если учесть, что изменение мощности генератора в эти моменты времени имеет наибольшие значения, то можно прийти к заключению, что такой принцип регулирования неудовлетворителен с рассматриваемой точки зрения.

При выпадании генераторов из синхронизма картина существенно изменяется. Постоянство знака относительной скорости (в отличие от качаний, когда относительная скорость то положительна, то отрицательна), достигающей к тому же больших значений, позволяет регуляторам частоты вращения не только оказывать заметное влияние, но во многих случаях даже определять протекание процесса (§ 12-3).

Недостаточность такого принципа регулирования для удержания машины в синхронизме, а также трудности конструктивного порядка заставляют думать, что решение задачи аварийного регулирования турбин в связи с устойчивостью вряд ли пойдет по пути усовершенствования типов скоростного регулирования.

Более целесообразным представляется создание специальных регулирующих приспособлений, приходящих в действие лишь при авариях, в дополнение к обычным скоростным регуляторам и воздействующим, может быть на те же регулирующие клапаны<sup>1</sup>.

На рис. 12-9 приведена осциллограмма, снятая во время экспериментов в системе, в которой для аварийного регулирования турбины было использовано специальное реле активной мощности, замыкающее свои контакты при внезапном сбросе мощности генератором. Это реле включало соленоид, который закрывал регулирующий клапан, прекращавший подвод пара в течение четверти секунды с момента возникновения к.з., а затем автоматически восстанавливало прежний режим работы.

Из осциллограммы на рис. 12-9 видно изменение отдаваемой генератором мощности и изменение подвода пара, обусловленное действием реле у машины мощностью 50 МВт, работающей в крупной системе при двухфазном к.з. Разность подводимой и отдаваемой мощности получилась очень небольшой, и машина осталась в синхронизме, несмотря на очень тяжелый характер аварии.

<sup>1</sup> Системы аварийного регулирования турбин, разработанные в последние годы, реализуют именно этот принцип регулирования. (Прим. ред.)

Рис. 12-9

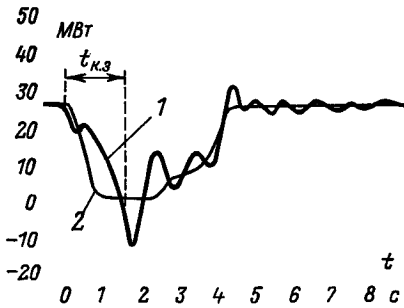


Рис. 12-10

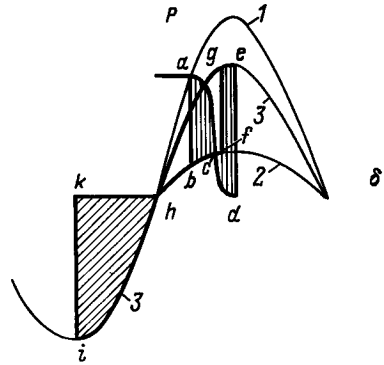


Рис. 12-9. Изменение мощности генератора и подвода пара, обусловленное действием реле при к. з.

1 — мощность генератора; 2 — подвод пара.

Рис. 12-10. Площадки ускорения и торможения при полном закрытии клапанов аварийным регулированием.

1 — характеристика мощности в нормальном режиме; 2 — при к. з.; 3 — после отключения к. з.

Опыт был повторен в аналогичных условиях, но при нормальном регулировании турбины, и в этом случае устойчивость была нарушена. Нельзя не отметить, что полное закрытие клапанов аварийным регулятором приводит к резким колебаниям мощности генератора после отключения к. з. Причина подобных колебаний ясна из рис. 12-10. На этом рисунке изменение мощности турбины представлено графиком  $acd$ . Отключение к. з. происходит в точке  $f$ . Отдаваемая генератором мощность при отключении к. з. довольно велика, мощность же турбины близка к нулю. В связи с этим площадка торможения  $defgh$  во втором полупериоде колебаний, когда угол уже уменьшается, получается очень большой и минимальное значение угла, достигаемое, когда площадка  $kih$  делается равной площадке  $defgh$ , лежит далеко в области отрицательных значений угла. Отдаваемая мощность при этом также отрицательна и весьма значительна. Таким образом, мощность генератора подвержена резким колебаниям между положительными и отрицательными значениями.

### 12-3. СИНХРОНИЗАЦИЯ ПРИ НАРУШЕНИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ

Опыт эксплуатации показал, что нередко выпавший из синхронизма генератор можно синхронизировать, не отключая его, путем регулирования пуска пара, а также регулирования возбуждения генератора. Существенным является и то обстоятельство, что при некоторых условиях выпавшая машина может синхронизироваться и непосредственно, без вмешательства дежурного персонала, таким образом, что самый факт нарушения устойчивости может

быть даже и не замечен<sup>1</sup>. В связи с этим не раз высказывались предположения, что нарушения устойчивости происходят чаще, чем это устанавливается аварийной статистикой.

На рис. 12-11 показано протекание процесса синхронизации генератора под влиянием регулятора частоты вращения при работе генератора на шины бесконечной мощности. Сначала в связи с запаздыванием регулятора и двигателя исполнительного механизма среднее значение относительной скорости вращения  $v$  быстро возрастает, причем в связи с колебаниями мощности генератора скорость вращения колеблется около среднего значения с довольно значительной амплитудой. Затем в результате закрытия клапанов под влиянием регулятора среднее значение скорости начинает падать. Поскольку амплитуда колебаний скорости остается при этом почти неизменной, возникает возможность перехода скорости  $v$  через нулевое значение (синхронная скорость) и синхронизации машин, что и происходит на четвертой секунде.

При динамических нарушениях устойчивости переход относительной скорости через нуль  $v = d\delta/dt = 0$  и последующее уменьшение угла являются необходимым условием для последующей синхронизации и могут быть [в первом приближении] приняты в качестве критерия непосредственной синхронизации.

Если уменьшение средней скорости, вызываемое закрытием клапанов, оказывается недостаточным для того, чтобы относительная скорость изменила свой знак, то возникает устойчивый асинхронный режим.

Количественное исследование необходимых условий непосредственной синхронизации в системе передачи с бесконечно мощным приемником сводится к определению среднего значения и пределов колебания относительной скорости в асинхронном режиме работы генератора. Как можно видеть из рис. 12-11, изменение мощности генератора в асинхронном режиме имеет колебательный характер, следуя за изменением угла  $\delta$ , который непрерывно возрастает. Амплитуда этих колебаний тем больше, чем выше э. д. с. генератора. Генератор, выпавший из синхронизма и идущий с повышенной скоростью, развивает помимо синхронной мощности, зависящей от тока возбуждения, также и асинхронную мощность, работая как асинхронный генератор, как это было установлено в гл. 10 (рис. 10-8). Среднее значение синхронной мощности в установившемся асинхронном режиме близко к нулю, тогда как среднее значение асинхронной мощности может иметь достаточно большие значения, особенно у машин с демпферной обмоткой. Причем эта мощность зависит от скольжения и, следовательно, от относительной скорости  $v$ , увеличиваясь с ее возрастанием в области небольших значений  $v$ . С другой стороны, скоростной регулятор турбины, следуя за изменением частоты вращения машины, прикрывает регулирующие клапаны и уменьшает частоту вращения турбины. На рис. 12-12 показана идеализированная характеристика регулирования турбины, подобная характеристикам, представленным на рис. 12-2 и 12-3. Полному закрытию клапанов турбины соответствует относительное изменение скорости турбины  $v = \sigma$ , характеризую-

---

<sup>1</sup> Явление самопроизвольного восстановления синхронизма, которое в этом случае происходит после нарушения устойчивости исходного синхронного режима, предложено рассматривать как особое свойство режима системы, получившее в настоящее время название результирующей устойчивости. (Прим. ред.)

щее крутизну характеристики. В точке пересечения характеристик мощности турбины и средней асинхронной мощности генератора (рис. 12-12) устанавливается асинхронный режим с некоторой средней мощностью  $P_a$  и средней относительной скоростью  $v_{cp}$ .

На среднее значение мощности генератора  $P_a$  накладываются периодические колебания синхронной мощности, а также знакопеременная составляющая асинхронной мощности, то ускоряющие, то тормозящие генератор. Вследствие этого имеют место периодические колебания и относительной скорости генератора около ее среднего значения  $v_{cp}$  (рис. 12-13). Минимальное значение относительной скорости  $v_{мин}$  значительно ниже средней скорости  $v_{cp}$ .

При большой амплитуде колебаний скорости относительно ее среднего значения минимальная скорость  $v_{мин}$  может сделаться равной нулю. В этот момент частота вращения становится равной синхронной скорости, т. е. удовлетворяется необходимое условие возможного втягивания генератора в синхронизм. В этом случае генератор может войти в синхронизм и дальше будет работать уже нормально, как синхронный генератор. Такая синхронизация происходит в случае, показанном на рис. 12-11, в момент времени  $t = 3,5$  с.

Амплитуда колебаний скорости генератора тем больше, чем больше амплитуда колебаний синхронной мощности. Эта амплитуда в свою очередь возрастает с увеличением э. д. с. генератора. Таким образом, повышение тока возбуждения может способствовать достижению относительной скоростью вращения ротора нулевого значения.

Рис. 12-11. Асинхронный режим и втягивание в синхронизм.

Рис. 12-11

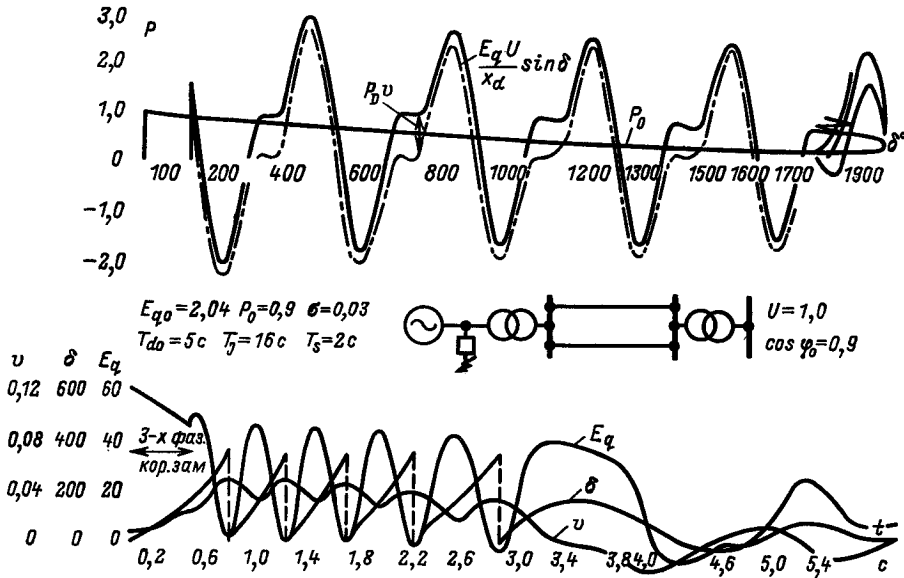


Рис. 12-12

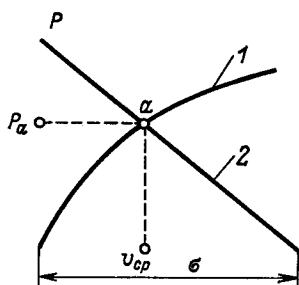


Рис. 12-14

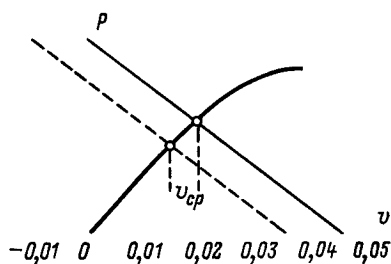


Рис. 12-13

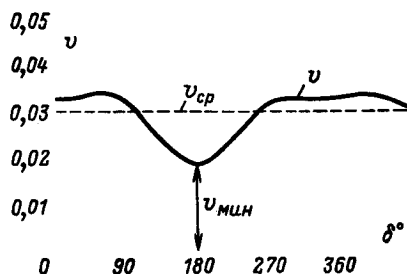


Рис. 12-12. Характеристики средней мощности генератора (1) и турбины (2) в асинхронном режиме.

Рис. 12-13. Колебания частоты вращения турбогенератора в асинхронном режиме.

Рис. 12-14. Уменьшение средней частоты вращения при смещении статической характеристики регулятора.

С другой стороны, при данном размахе колебаний скорости генератора в асинхронном режиме минимальное значение скорости  $v_{\text{мин}}$  тем меньше, чем меньше средняя скорость  $v_{\text{ср}}$ . С уменьшением  $v_{\text{ср}}$  кривая на рис. 12-13 опускается и  $v_{\text{мин}}$  может достигнуть нуля, что может привести к синхронизации машины. Как можно видеть на рис. 12-12, средняя скорость  $v_{\text{ср}}$  уменьшается с уменьшением коэффициента неравномерности регулятора турбины  $\sigma$  и с увеличением крутизны характеристики средней асинхронной мощности. У гидрогенераторов, не имеющих демпферных обмоток, средняя мощность в асинхронном режиме очень невелика, средняя скорость в силу этого значительна и синхронизация выпавшей машины маловероятна. Наличие демпферной обмотки существенно уменьшает среднюю скорость в асинхронном режиме, что несомненно способствует синхронизации. Характеристики асинхронной мощности турбогенераторов еще более благоприятны для втягивания в синхронизм машин, перешедших в асинхронный режим, так как у турбогенераторов роль демпферной обмотки с успехом выполняет массив стали ротора<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Во время печатания настоящей книги появились исследования И. А. Сыромятникова, свидетельствующие о том, что характеристики турбогенераторов в асинхронном режиме гораздо более благоприятны, чем это предполагалось. (Прим. авт.)

Если средняя скорость  $v_{cp}$  при данной амплитуде колебаний скорости все же недостаточна для перехода скорости через нулевое значение, то ее можно уменьшить, закрывая регулирующие клапаны турбины от руки [или предусматривая соответствующее воздействие системы противоаварийной автоматики].

Возможность воздействия на регулирование турбин от руки всегда предусматривается для поддержания надлежащей мощности машины в нормальном режиме.

Для этой цели используется так называемый синхронизационный двигатель, имеющий дистанционное управление и воздействующий обычно на пружину центробежного регулятора турбины. При изменении натяжения пружины статическая характеристика турбины смещается, причем изменяются мощность и частота вращения агрегата. Как показано на рис. 12-14, смещение характеристики регулятора позволяет в любых пределах уменьшить среднюю скорость машины в асинхронном режиме с целью ее последующей синхронизации.

На рис. 12-15 показаны характеристики средней асинхронной мощности турбогенератора в асинхронном режиме при различных значениях внешнего реактивного сопротивления  $x$ , а также характеристики регулятора турбины при различных коэффициентах неравномерности  $\sigma$ . Там же нанесены минимальные значения вынужденной э. д. с.  $E_{qe}$ , обеспечивающие необходимое условие успешной синхронизации.

Если э. д. с. выпавшего из синхронизма генератора  $E_{qe}$  выше ее минимального значения на рис. 12-15, соответствующего точке пересечения генератора (для данного  $x$ ) с характеристикой регулятора (для данного  $\sigma$ ), то длительный асинхронный режим существовать не может и машина синхро-

Рис. 12-15. Характеристики средней мощности турбогенераторов.

Рис. 12 - 15

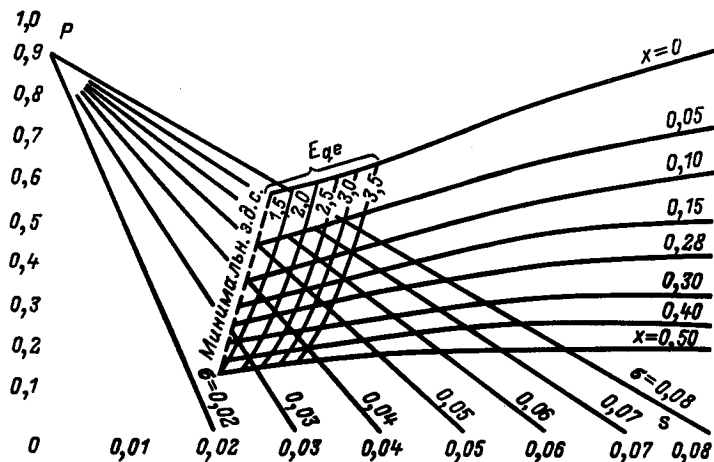


Рис. 12-16

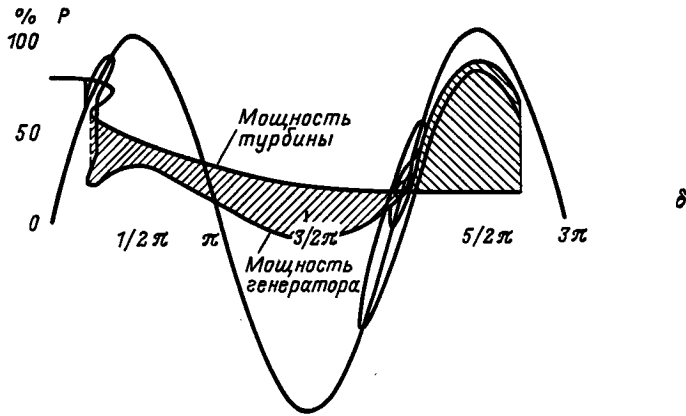


Рис. 12-16. Выпадение из синхронизма и синхронизация двух генераторов.

низируется. В противном случае возможность непосредственной синхронизации без вмешательства дежурного персонала или устройств автоматики исключена.

Из рис. 12-15 видна существенная роль коэффициента неравномерности регуляторов  $\sigma$ . Уменьшение коэффициента неравномерности на 1–2% дает тот же выигрыш, что и повышение возбуждения генератора в 1,5 или 2 раза.

Все изложенные выше соображения относятся к условиям работы генератора на шины бесконечной мощности. Более сложной получается картина при нарушении устойчивости в системе из двух электростанций соизмеримой мощности, так как в этих условиях характеристики мощности генераторов зависят от относительной скорости генераторов, тогда как характеристики регуляторов турбин – от абсолютной скорости каждой из машин. Непосредственная синхронизация, разумеется, не исключена и в этих условиях.

[Выполненные исследования показали, что при небольших значениях коэффициентов неравномерности облегчается восстановление нормального синхронного режима.]

На рис. 12-16 показан процесс синхронизации двух генераторов соизмеримой мощности, записанный в одной из электрических систем. Необычное протекание процесса вначале объясняется тем обстоятельством, что испытываемые машины и связывающие их линии и трансформаторы незадолго до момента к.з. были отделены от остальной сети для того, чтобы к.з. не повлияло на основную часть сети. В связи с этим к моменту к.з. машины уже имели избыточные моменты и некоторую относительную скорость. Синхронизация последовала после отключения к.з. при угле около  $360^\circ$ .

## 12-4. РЕГУЛИРОВАНИЕ ПОТОКОВ МОЩНОСТИ НА МЕЖСИСТЕМНЫХ СВЯЗЯХ

Каждая из электростанций, работающих в электрической системе, играет определенную роль в покрытии суммарного графика нагрузки системы в соответствии с принципами экономического распределения нагрузок.

Некоторые (наиболее экономичные) станции работают в основании графика нагрузки, другие имеют полупиковый график и третьи покрывают пик нагрузки (рис. 12-17). Прогноз суточных графиков нагрузки системы в современных условиях относительно точен. Тем не менее добиться идеального совпадения предполагаемого и действительного графиков, разумеется, невозможно, и действительная нагрузка в любой момент времени может несколько отличаться от предполагаемой. В крупных системах это относительно небольшое расхождение может составить несколько десятков и сотен мегаватт. Кроме того, отдельные электростанции не совсем следуют заданному им графику. В связи с этим возникает задача покрытия непредвиденных отклонений нагрузки в системе. Центробежные регуляторы турбин не исчерпывают этой задачи. Прирост нагрузки воспринимается всеми электростанциями в соответствии со статическими характеристиками регуляторов турбин. Такое распределение нагрузки является случайным и нарушает заданные графики работы станций, а также влечет за собой изменение частоты системы. Поэтому в системах выделяются отдельные регулирующие электростанции, которые принимают на себя непредвиденные колебания нагрузки системы и поддерживают частоту в принятых за допустимые пределах. Регулирование частоты осуществляется от руки или автоматическим регулятором частоты путем воздействия на регуляторы турбин регулирующей электростанции. Регулирование частоты в системе способствует поддержанию заданных графиков мощности всех электростанций, кроме регулирующей. Мощность же последней подвержена более или менее значительным колебаниям, особенно в часы быстрого нарастания или уменьшения нагрузки. Колебания мощности возникают, разумеется, и на линиях, связывающих регулируемую станцию с другими станциями и подстанциями системы. Колебания передаваемой мощности в пределах данной системы не вызывают обычно осложнений в отношении устойчивости параллельной работы. Можно указать, однако, условия, в которых непредвиденные колебания мощности могут приводить к нарушениям статической устойчивости. Такие условия возникают при соединении крупных электрических систем линиями электропередачи, обладающими малой пропускной способностью.

Если регулирование частоты объединенных систем осуществляется какой-либо станцией одной из систем (например, станция *I* системы *A* на рис. 12-18), то эта станция принимает на себя непредвиденные колебания нагрузки не только своей системы *A*, но и связанной с ней системы *B*, в результате чего мощность, передаваемая по линии межсистемной связи из одной системы в другую (обменная мощность), испытывает резкие изменения. Если мощность системы *B* велика, то относительно небольшие колебания ее нагрузки могут оказаться настолько большими для линии межсистемной связи, что будет превзойден статический предел мощности этой линии и нарушена устойчивость параллельной работы связанных систем.

На рис. 12-19 показаны колебания нагрузки и частоты системы, в которой работают две мощные станции, питающие местные нагрузки и связан-



ные между собой линиями электропередачи. Верхняя кривая характеризует изменение нагрузки системы в целом. Далее показаны графики мощности отдельных станций, колебания обменной мощности линий электропередачи и отклонения частоты. Из рис. 12-19 вытекает, что при мощности связанных систем около 700–800 МВт колебания обменной мощности достигают 20–25 МВт.

Осложнений, связанных с нарушениями устойчивости межсистемных связей, можно избежать путем автоматического регулирования потока обменной мощности на межсистемных связях. Для этого помимо регулирующей станции в системе *A* выделяется ведущая станция 2 в системе *B* (рис. 12-18), задачей которой является поддержание неизменной заданной обменной мощности. На этой станции устанавливается автоматический регулятор мощности, реагирующий на отклонение потока обменной мощности от заданного значения и воздействующий подобно регулятору частоты на синхронизационные двигатели регуляторов турбин. Поддерживая поток мощности на линии межсистемной связи неизменным, ведущая станция *B* воспринимает, по существу, непредвиденные колебания мощности своей системы, подобно тому, как в системе *A* ту же задачу выполняет частотная станция. Автоматическое регулирование потоков обменной мощности радикально решает задачу предотвращения нарушений статической устойчивости, связанных с перегрузкой линий межсистемных связей, и нашло широкое применение на практике. Следует, однако, отметить, что описанный выше способ регулирования создает некоторые осложнения в работе ведущих станций (регулирующей в системе

Рис. 12-17

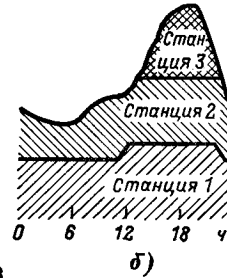
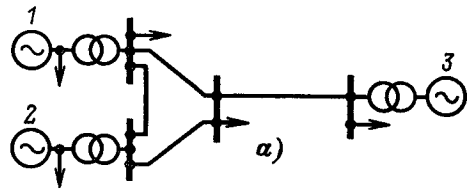


Рис. 12-18

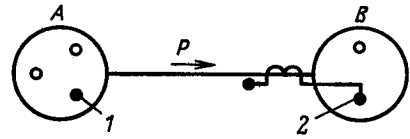


Рис. 12-19

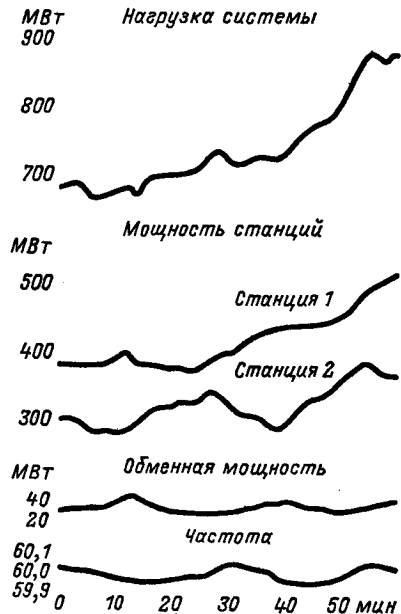


Рис. 12-17. Графики работы станций. *a* – трехмашинная система; *б* – график распределения нагрузок.

Рис. 12-18. Регулирование потока обменной мощности.

Рис. 12-19. Колебания мощности станций, обменной мощности и частоты при изменении нагрузки системы.

А частоту и станции, регулирующие поток обменной мощности в системе В), которые в процессе регулирования затрудняют работу друг друга.

Так, например, если нагрузка в системе В возрастает, то она будет воспринята сначала всеми электростанциями обеих систем в соответствии со статическими характеристиками регуляторов турбин. Частота в системах понижается. В связи с увеличением мощности станций системы А обменная мощность  $P$ , передаваемая из системы А в систему В, увеличивается. В установившемся режиме прирост нагрузки, имевший место в системе В, должен быть воспринят ведущей станцией этой системы, контролирующей поток обменной мощности. Эта станция и будет увеличивать свою мощность под влиянием регулятора обменной мощности с тем, чтобы восстановить первоначальное значение потока обменной мощности. Однако одновременно начнет работать и автоматический регулятор частоты, увеличивающий мощность регулирующей станции в системе А для того, чтобы поднять частоту объединенных систем. Увеличение мощности станции влечет за собой увеличение потока обменной мощности, что затрудняет работу регулирующей станции системы В, стремящейся уменьшить поток обменной мощности. В конце концов прирост нагрузки будет воспринят регулирующей станцией той системы, в которой он возник, однако в процессе регулирования ведущие станции связанных систем работают несогласованно и затрудняют работу друг другу. Для преодоления возникающих затруднений был предложен метод регулирования частоты, согласно которому на ведущих станциях обеих систем устанавливаются комбинированные регуляторы, реагирующие на отклонения как частоты  $\Delta f$ , так и обменной мощности  $\Delta P$ . Критерием регулирования является соотношение  $\Delta f + k \Delta P$ . Выбирая значение параметра  $k$  в соответствии с характеристиками данной системы, можно добиться того, чтобы не только в установившемся режиме, но и в процессе регулирования ведущая станция данной системы принимала на себя отклонения нагрузки только своей системы и не реагировала на отклонения нагрузки других систем.

## заземление нейтрали и нагрузочные сопротивления

### 13-1. ЗАЗЕМЛЕНИЕ НЕЙТРАЛИ

Характер заземления нейтрали трансформаторов оказывает существенное влияние на динамическую устойчивость системы при замыканиях на землю. В системах с глухозаземленной нейтралью однофазные замыкания на землю имеют характер к.з. со всеми вытекающими отсюда последствиями в отношении динамической устойчивости. Наоборот, при изолированной нейтрали (вернее, при заземлении нейтрали через дугогасящий реактор) генераторы практически совсем не реагируют на однофазное замыкание, поскольку реактивное сопротивление нулевой последовательности системы равно в этом случае бесконечности. Возможность нарушения синхронизма при этом совершенно исключена. В системах с дугогасящими реакторами двухфазное замыкание на землю носит характер непосредственного замыкания между фазами, более благоприятный, чем двухфазное замыкание на землю при глухозаземленной нейтрали.

Следует, однако, сразу же отметить, что в наиболее тяжелых с точки зрения устойчивости условиях — при трехфазном к.з. характер заземления нейтрали никакой роли не играет и, следовательно, отказ от глухого заземления нейтрали является лишь локальным средством увеличения устойчивости при замыканиях на землю.

Удовлетворительное решение этой частной задачи можно получить путем заземления нейтрали и через относительно небольшие реактивные и активные сопротивления. При этом можно избежать некоторых трудностей, свойственных системам с дугогасящими реакторами.

Влияние сопротивления в нейтрали трансформаторов на устойчивость при однофазных к.з. иллюстрируется рис. 13-1, на котором даны графики коэффициента запаса динамической устойчивости (отношение возможной площади торможения к площади ускорения) при различном времени отключения к.з. в зависимости от значения индуктивного сопротивления в нейтрали трансформаторов. Индуктивное сопротивление выражено в омах и в процентах, причем в последнем случае оно отнесено к мощности трансформаторов.

С увеличением индуктивного сопротивления, включенного в нейтраль трансформаторов, быстро возрастает результирующее индуктивное сопротивление нулевой последовательности и устойчивость системы повышается.

В рассматриваемом случае при индуктивном сопротивлении в нейтрали, равном 14%, коэффициент запаса для любого времени отключения к.з. получается одинаковым и равным его значению при мгновенном отключении поврежденной линии. Дальнейшее увеличение сопротивления, очевидно, нецелесообразно, так как при этом простое отключение нагруженной линии явилось бы более тяжелой аварией, чем однофазное к.з. Таким образом, для обеспечения устойчивости оказывается возможным ограничиться сравнительно небольшим значением индуктивного сопротивления в нейтрали.

Дугогасящий реактор имеет значительно более высокое сопротивление, и его преимущество заключается не в смягчении толчка при к.з., а в непосредственном гашении дуги при однофазном замыкании, позволяющем в большинстве случаев избежать последующего отключения линии. Это обстоятельство чрезвычайно ценно для одноцепных линий электропередачи, где отключение полностью нарушает связь между генератором и приемной системой.

При заземлении нейтрали через небольшое индуктивное сопротивление к тем же, в сущности, результатам приводит БАПВ. Однако для очень длинных линий передачи даже ОАПВ может оказаться недопустимым по соображениям устойчивости и тогда дугогасящий реактор является неизменным средством повышения надежности работы электропередачи.

Резисторы в нейтрали дают, пожалуй, даже лучшие результаты, чем реакторы.

При замыканиях на землю в активных сопротивлениях возникают потери мощности, которые повышают нагрузку генераторов и в большей или меньшей степени компенсируют уменьшение мощности, передаваемой в систему. На рис. 13-2, б показана схема нулевой последовательности системы передачи, изображенной на рис. 13-2, а, в которой введены утроенные активные сопротивления нейтрали трансформаторов  $3r_{T0}$ . Свертывая эту схему, можно получить результирующее комплексное сопротивление нулевой последовательности  $r_0 + jx_0$ . Активное сопротивление нулевой последовательности  $r_0$  в схеме системы при однофазном к.з. (рис. 13-2, в) и обуславливает появление дополнительных потерь активной мощности, нагружающих генератор. При небольших активных сопротивлениях потери мощности возрастают почти пропорционально значению сопротивления и коэффициент запаса динамической устойчивости быстро повышается, как это показано на рис. 13-3. Однако увеличение потерь оказывается благоприятным лишь до известного предела. Чрезмерно большие потери мощности могут снова привести к ухудшению устойчивости. Если потери достигают такого значения, что отдаваемая генераторами мощность при к.з. уже не уменьшается, а возрастает, то ускорение генераторов будет отрицательным и угол  $\delta$  начнет уменьшаться, а не возрастать, как обычно (рис. 13-4). При отключении поврежденной цепи ускорение резко изменяется (точка *d*), но угол по инерции продолжает уменьшаться, пока не достигнет своего минимального значения  $\delta_{\min}$  определяемого правилом площадей (точка *e*). При этом угле ускорение положительно и угол снова начинает возрастать, причем в дальнейшем процесс характеризуется уже кривой *egh*. Площадь ускорения в этой второй фазе колебаний получается тем больше, чем меньше угол  $\delta_{\min}$ , который при

Рис. 13-1

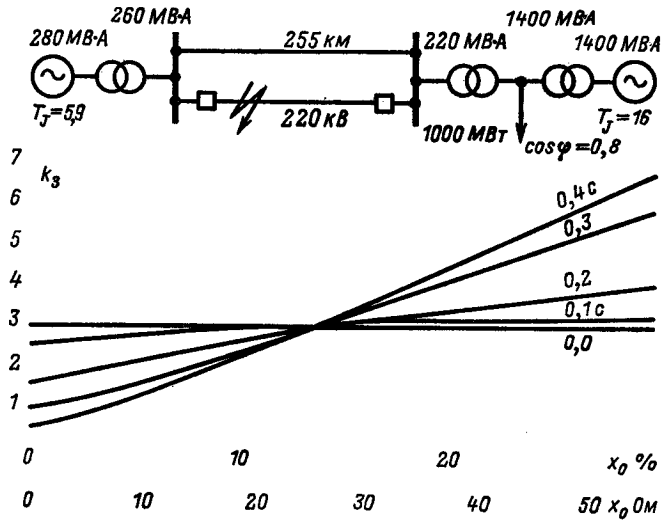


Рис. 13-2

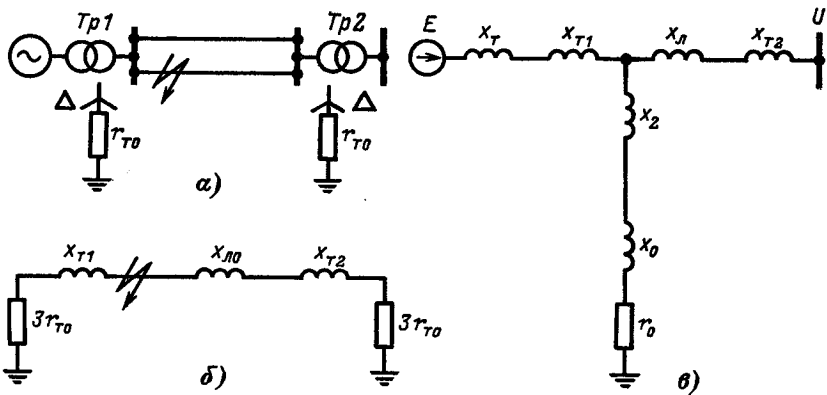


Рис. 13-1. Влияние индуктивного сопротивления в нейтрали на устойчивость при однофазном к. з.

Рис. 13-2. Схема замещения при заземлении нейтрали через активное сопротивление. а — принципиальная схема электропередачи; б — схема нулевой последовательности; в — полная схема замещения при однофазном к. з.

Рис. 13-3

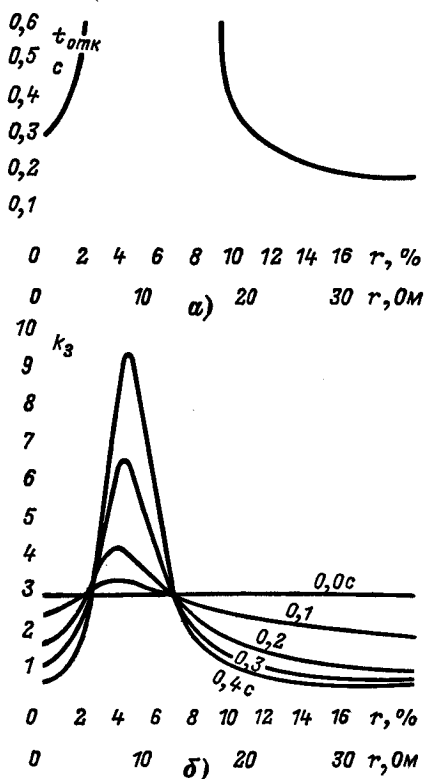


Рис. 13-4

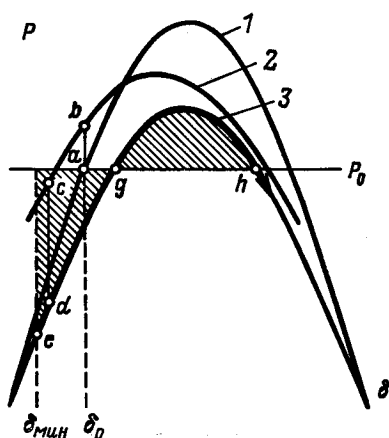


Рис. 13-3. Влияние активного сопротивления в нейтрали на устойчивость при однофазном к. з.

$a$  — предельное время отключения;  $b$  — коэффициент запаса.

Рис. 13-4. Выпадение из синхронизма вследствие торможения генератора при к. з.

1 — характеристика мощности в нормальном режиме; 2 — при к. з.; 3 — при отключении к. з.

данном времени отключения уменьшается с увеличением потерь, тормозящих генератор при к. з. В связи с этим при некотором критическом активном сопротивлении в нейтрали площадь ускорения, определяемая углом  $\delta_{\min}$  и характеристикой мощности при отключенной цепи, может получиться больше возможной площади торможения и система выпадет из синхронизма во втором полуцикле колебаний.

Ухудшение устойчивости при больших сопротивлениях характеризуется спадом кривых коэффициента запаса на рис. 13-3. Оптимальное значение активных сопротивлений для системы передачи, изображенной на рис. 13-1, лежит в пределах 2,5–7%.

При выборе сопротивлений в нейтрали необходимо считаться с возможностью возникновения потерь в цепи к. з., обусловленных сопротивлением дуги и заземлением опор. Поэтому сопротивление в нейтрали следует брать меньшим оптимального.

Отмеченное выше ухудшение устойчивости с увеличением сопротивления имеет предел. При очень больших сопротивлениях заметно возрастает результирующее полное сопротивление нулевой последовательности. Одновременно потери мощности начинают уменьшаться (при бесконечно большом сопротивлении ток, протекающий через сопротивление, равен нулю и, следовательно, потери также равны нулю). Поэтому при сопротивлениях около 100–200% и выше может быть снова достигнуто повышение устойчивости (рис. 13-5).

При решении вопроса о заземлении нейтрали повышающих и понижающих трансформаторов необходимо иметь в виду, что вследствие большого реактивного сопротивления нулевой последовательности линии электропередачи характер заземле-

ния нейтрали повышающих трансформаторов не оказывает почти никакого влияния на устойчивость при замыканиях на землю в конце линии электропередачи и, наоборот, играет большую роль при замыканиях в начале линии. Точно так же заземление нейтрали понижающих трансформаторов существенно лишь при замыканиях на землю в конце линии.

Следует иметь в виду, что при замыкании в конце линии потери мощности в заземляющем сопротивлении воспринимаются в значительной мере на местные электростанции приемной системы, что при небольшой постоянной инерции этих станций может привести не к улучшению, а к ухудшению устойчивости системы в целом. В связи с этим может оказаться целесообразным заземление нейтрали повышающих трансформаторов через активное сопротивление, а понижающих — через индуктивное.

Заземление нейтрали через активные и индуктивные сопротивления приводит к повышению устойчивости и при двухфазных замыканиях на землю, хотя и значительно меньшему, чем при однофазных. При очень больших индуктивных сопротивлениях двухфазное замыкание на землю может быть сведено к к.з. между двумя фазами. Несколько лучшие результаты могут дать активные сопротивления (рис. 13-6).

Оптимальное значение активных сопротивлений в случае двухфазных замыканий на землю значительно выше, чем при однофазных замыканиях.

### 13-2. НАГРУЗОЧНЫЕ РЕЗИСТОРЫ

Положительные результаты применения активных сопротивлений в нейтрали трансформаторов при замыканиях на землю не распространяются на другие виды к.з., в том числе и на наиболее тяжелый с точки зрения устойчивости случай трехфазного к.з.

Для повышения нагрузки генераторов при любом виде к.з. было пред-

Рис. 13-5

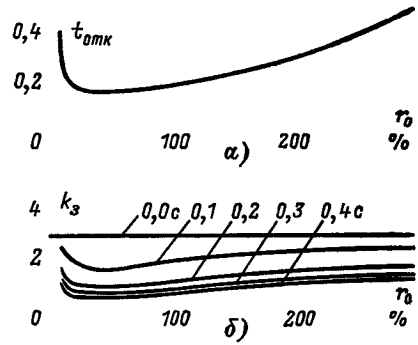


Рис. 13-6

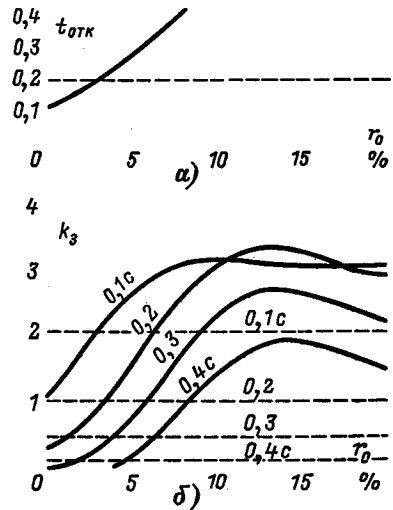


Рис. 13-5. Влияние больших активных сопротивлений в нейтрали на коэффициент запаса и предельное время отключения к. з.

*a* — предельное время отключения; *б* — коэффициент запаса.

Рис. 13-6. Влияние активных сопротивлений в нейтрали на коэффициент запаса и предельное время отключения к. з.

— двухфазное замыкание на землю в начале линии; - - - - - двухфазное замыкание без земли. *a* — предельное время отключения; *б* — коэффициент запаса.

ложено автоматическое включение в цепь генераторов (последовательно или параллельно) нагрузочных резисторов, которые снова отключаются в наиболее благоприятный момент времени после отключения к. з. и на нормальную работу системы влияния не оказывают. Последовательно нагрузочные резисторы удобно включать со стороны нейтрали генераторов или трансформаторов (рис. 13-7), причем при нормальном режиме они закорачиваются специальными выключателями. При к. з. эти выключатели отключаются и нагрузочные резисторы оказываются включенными в цепь генератора.

Если мощность приемной системы велика по сравнению с мощностью передающей станции, с помощью нагрузочных резисторов можно достигнуть очень благоприятных результатов. На рис. 13-8 показаны характеристики мощности при трехфазном к. з. для одной и той же системы без нагрузочных сопротивлений (рис. 13-8, *a*) и с нагрузочными сопротивлениями (рис. 13-8, *b*). Предполагается приемная система бесконечной мощности.

При отсутствии нагрузочных резисторов система быстро выпадает из синхронизма. В момент к. з. мощность падает почти до нуля. Спустя 0,13 с (точка *b*) отключается выключатель 1, ближайший к месту к. з., и отдаваемая мощность несколько повышается. Однако угол быстро возрастает и, когда через 0,26 с после момента к. з. отключается выключатель 2, окончательно ликвидирующий к. з. (точка *d*), угол получается уже настолько большим, что повышение отдаваемой мощности при этом угле уже не оказывает почти никакого влияния и устойчивость нарушается.

Во втором случае процесс протекает вначале совершенно так же, но через 0,1 с после момента к. з. (точка *b*) отключается выключатель 3 и в цепи оказывается включенным нагрузочный резистор с сопротивлением 30%.

Благодаря большим потерям отдаваемая генераторами мощность значительно повышается (несмотря на то, что передаваемая приемнику мощность по-прежнему близка к нулю). В дальнейшем отключаются выключатели 1 и 2 в той же последовательности и с теми же выдержками времени, что и раньше. Площадь торможения получается в этом случае настолько большой, что система остается в синхронизме.

Некоторым недостатком автоматически включаемых резисторов является снижение мощности, передаваемой в приемную систему при несимметричных к. з. и после отключения их. Одновременно возрастает нагрузка, ложащаяся на местные генераторные станции приемной системы, причем получаемое этими станциями отрицательное ускорение может быть значительным. Эта сторона вопроса не нашла своего отражения в рассмотренном выше примере, поскольку расчеты проводились для приемной системы бесконечной мощности.

Рис. 13-7. Принципиальная схема включения нагрузочных резисторов.

*A* — последовательное включение; *B* — параллельное включение.

Рис. 13-7

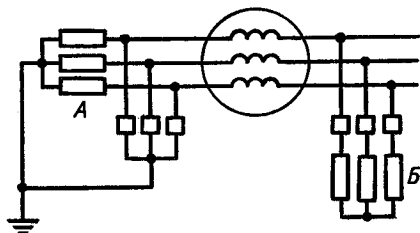




Рис. 13-8

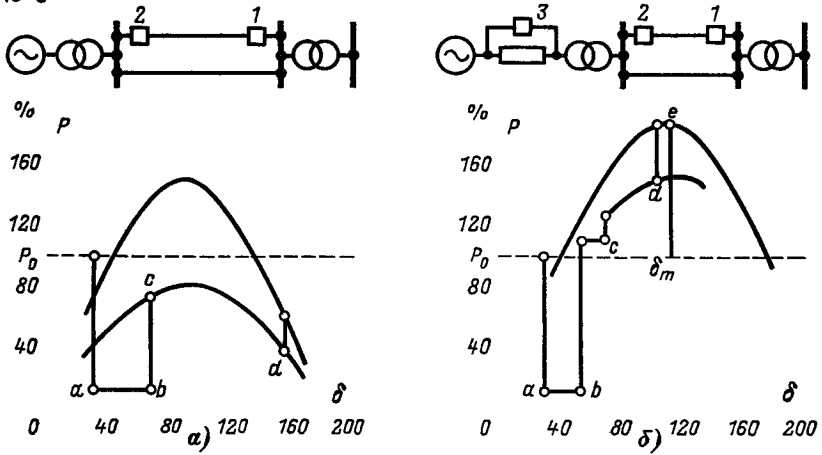


Рис. 13-8. Влияние нагрузочных резисторов на площадки ускорения и торможения при к. з.  
 $a - r = 0$ ;  $b - r = 30\%$ .

Кроме того, возникают опасения чрезмерных колебаний угла и мощности при отключении нагрузочных резисторов. [Практическая реализация возможностей, связанных с применением нагрузочных резисторов, связана также с необходимостью своевременного отключения сопротивлений с тем, чтобы не произошло нарушение устойчивости во втором цикле качаний, подобно тому как это имеет место при заземлении нейтрали трансформаторов через неоправданно большие нагрузочные резисторы. Момент отключения зависит от вида и места повреждения. Существенное влияние на характер переходного процесса при этом оказывает также разброс во временах отключения поврежденных цепей, а также включения и последующего отключения нагрузочных резисторов.]

# Компенсация параметров линий электропередачи

## ВВЕДЕНИЕ

С повышением дальности электропередачи элементом, определяющим степень устойчивости, становится сама линия электропередачи. В связи с тем, что индуктивное сопротивление и емкостная проводимость возрастают с увеличением длины линии, допустимое значение передаваемой мощности заметно падает, стоимость же сооружения линии, наоборот, возрастает, в результате чего довольно быстро достигается экономический предел дальности передачи. Можно констатировать, что проблема устойчивости является одним из основных факторов, ограничивающих дальность передачи энергии переменным током, что заставляет уделить особое внимание средствам увеличения устойчивости при проектировании электропередач большой протяженности.

## 14-1. ОБОБЩЕННЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

Относительно короткие линии электропередачи достаточно точно воспроизводятся сосредоточенными активными и индуктивными сопротивлениями и емкостями, образующими Т-образную или чаще П-образную схему замещения (рис. 14-1). Подобные же схемы замещения можно построить и для линии любой длины, но здесь уже при определении сопротивлений и проводимостей эквивалентной схемы приходится вводить поправочные коэффициенты, которые при очень большой длине линии электропередачи могут совершенно исказить первоначальные свойства схемы. При длине линии, большей четверти волны, обычные представления о том, что с увеличением длины линии возрастает ее индуктивное сопротивление, могут оказаться совершенно неправильными. Исследовать работу длинных линий можно и не прибегая к той или иной схеме замещения, а используя метод обобщенных постоянных четырехполюсника, частным случаем которого является линия электропередачи с распределенными параметрами.

Токи и напряжения по концам длинной линии, как известно, связаны следующими соотношениями, содержащими гиперболические функции комплексной переменной:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \dot{\gamma} l; \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l, \end{aligned} \right\} \quad (14-1)$$

где

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)}; \quad Z_c = \sqrt{\frac{r_0 + jx_0}{g_0 + jb_0}}.$$

Эти соотношения являются частным случаем общей зависимости

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \dot{C} \dot{U}_2 + \dot{D} \dot{I}_2, \end{aligned} \right\} \quad (14-2)$$

которая справедлива для любой сложной схемы, содержащей элементы как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами, если только значения этих постоянных не зависят от тока и напряжения. С некоторыми оговорками это относится, в частности, к схемам электропередачи, включающим генераторы, трансформаторы и линии электропередачи. Значения обобщенных постоянных  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$ ,  $\dot{C}$  и  $\dot{D}$  удовлетворяют всегда условию

$$\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1. \quad (14-3)$$

Обобщенные постоянные могут быть определены из опытов х.х. и к.з.

В формулах (14-2) при х.х.  $\dot{I}_2 = 0$  и, следовательно,  $\dot{A} = \dot{U}_{1.x.x} / \dot{U}_{2.x.x}$ ;  $\dot{C} = \dot{I}_{1.x.x} / \dot{U}_{2.x.x}$ . При к.з.  $\dot{U}_2 = 0$ , что дает

$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_{1.k.z.}}{\dot{I}_{2.k.z.}}; \quad \dot{D} = \frac{\dot{I}_{1.k.z.}}{\dot{I}_{2.k.z.}}$$

Постоянные  $\dot{A}$  и  $\dot{D}$  безразмерны. Постоянная  $\dot{B}$  имеет размерность сопротивления и постоянная  $\dot{C}$  — размерность проводимости. Отметим, что постоянная  $\dot{B}$  представляет собой не что иное, как взаимное сопротивление.

В качестве примера найдем значения обобщенных постоянных для несимметричной П-образной схемы (рис. 14-2).

В режиме х.х. в этой схеме ток  $\dot{I}_{2.x.x} = 0$  и через сопротивление  $Z$  протекает ток  $\dot{I}_{z.x.x} = \dot{U}_{2.x.x} Y_2$ . Напряжение в начале схемы

$$\dot{U}_{1.x.x} = \dot{U}_{2.x.x} + \dot{U}_{z.x.x} Y_2 Z = \dot{U}_{2.x.x} (1 + ZY_2).$$

Следовательно,

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_{1.x.x}}{\dot{U}_{2.x.x}} = 1 + ZY_2.$$

Рис. 14-1

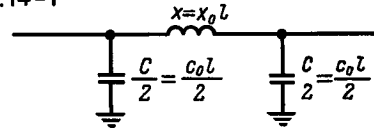


Рис. 14-2

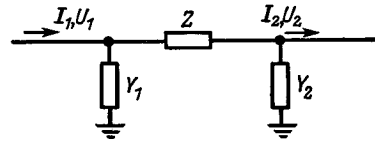


Рис. 14-1. П-образная схема замещения линии электропередачи без потерь.

Рис. 14-2. П-образная схема замещения в общем случае.

Ток на входе схемы при режиме х. х. равен сумме токов в сопротивлении  $Z$  и в проводимости  $Y_1$ , т. е.

$$\dot{I}_{1 \text{ х. х}} = \dot{U}_{2 \text{ х. х}} Y_2 + \dot{U}_{1 \text{ х. х}} Y_1 = \dot{U}_{2 \text{ х. х}} Y_2 + \dot{U}_{2 \text{ х. х}} (1 + ZY_2) Y_1,$$

откуда

$$\dot{C} = \frac{\dot{I}_{1 \text{ х. х}}}{\dot{U}_{2 \text{ х. х}}} = Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 Z.$$

При к. з.  $\dot{U}_{2 \text{ к. з}} = 0$  и, следовательно,

$$\dot{U}_{1 \text{ к. з}} = \dot{I}_{2 \text{ к. з}} Z,$$

что дает

$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_{1 \text{ к. з}}}{\dot{I}_{2 \text{ к. з}}} = Z.$$

Кроме того,

$$\dot{I}_{1 \text{ к. з}} = \dot{I}_{2 \text{ к. з}} + \dot{U}_{1 \text{ к. з}} Y_1 = \dot{I}_{2 \text{ к. з}} + \dot{I}_{2 \text{ к. з}} ZY_1,$$

откуда

$$\dot{D} = \dot{I}_{1 \text{ к. з}} / \dot{I}_{2 \text{ к. з}} = 1 + ZY_1.$$

Можно решить и обратную задачу. Если для любой сложной схемы известны значения обобщенных постоянных  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$ ,  $\dot{C}$  и  $\dot{D}$ , то ее можно заменить П-образной схемой с параметрами  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Z$ .

Из только что выведенных для П-образной схемы соотношений получаем  $Z = \dot{B}$ ,  $\dot{A} = 1 + ZY_2 = 1 + \dot{B}Y_2$ ,  $\dot{D} = 1 + ZY_1 = 1 + \dot{B}Y_1$ , откуда

$$\left. \begin{aligned} Z &= \dot{B}; \\ Y_1 &= \frac{\dot{D} - 1}{\dot{B}}; \\ Y_2 &= \frac{\dot{A} - 1}{\dot{B}}. \end{aligned} \right\} \quad (14-4)$$

Значения обобщенных постоянных для отдельной линии с распределенными параметрами вытекают из уравнений (14-1).

Они равны:

$$\dot{A} = \dot{D} = \text{ch } \dot{\gamma}l;$$

$$\dot{B} = Z_c \text{sh } \dot{\gamma}l;$$

$$\dot{C} = \frac{1}{Z_c} \text{sh } \dot{\gamma}l.$$

Постоянные  $\dot{A}$  и  $\dot{D}$  получаются одинаковыми только для симметричных схем. В частности, для П-образной схемы (рис. 14-2) они были бы одинаковы при условии  $Y_1 = Y_2$ .

## 14-2. КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Обобщенные постоянные позволяют найти выражения мощности в начале и конце сложной схемы и определить предел<sup>1</sup> мощности.

Решая уравнения (14-2) предыдущего параграфа относительно  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ , получаем:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{A}\dot{U}_2}{\dot{B}};$$

$$\dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \frac{\dot{D}}{\dot{B}}(\dot{U}_1 - \dot{A}\dot{U}_2) = \frac{\dot{D}\dot{U}_1 - (\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C})\dot{U}_2}{\dot{B}},$$

или, принимая во внимание (14-3),

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{D}}{\dot{B}_1}\dot{U}_1 - \frac{1}{\dot{B}}\dot{U}_2;$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\dot{B}}\dot{U}_1 - \frac{\dot{A}}{\dot{B}}\dot{U}_2.$$

Зная токи и напряжения, нетрудно определить и мощности:

$$\dot{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \dot{U}_1\dot{I}_1 = U_1^2 \frac{\dot{D}}{\dot{B}} - \frac{\dot{U}_1\dot{U}_2}{\dot{B}};$$

$$\dot{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2\dot{I}_2 = -U_2^2 \frac{\dot{A}}{\dot{B}} + \frac{\dot{U}_1\dot{U}_2}{\dot{B}}.$$

Вводя обозначения  $\dot{A} = A \angle \psi_A$ ,  $\dot{B} = B \angle \psi_B$  и  $\dot{D} = D \angle \psi_D$ , а также полагая  $\dot{U}_2 = U_2 \angle 0$  и  $\dot{U}_1 = U_1 \angle \delta_{12}$ , где  $\delta_{12}$  — угол между векторами напряжений (или э. д. с.) начала и конца линии, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_1 &= P_1 + jQ_1 = U_1^2 \frac{D}{B} \angle (\psi_B - \psi_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \angle (\delta_{12} + \psi_B) = \\ &= \dot{\gamma}_1 - \rho \angle (\delta_{12} + \psi_B); \\ \dot{S}_2 &= P_2 + jQ_2 = -U_2^2 \frac{A}{B} \angle (\psi_B - \psi_A) + \frac{U_1 U_2}{B} \angle (-\delta_{12} + \psi_B) = \\ &= -\dot{\gamma}_2 + \rho \angle (-\delta_{12} + \psi_B), \end{aligned} \right\} \quad (14-5)$$

где

$$\dot{\gamma}_1 = U_1^2 \frac{D}{B} \angle (\psi_B - \psi_D); \quad \dot{\gamma}_2 = U_2^2 \frac{A}{B} \angle (\psi_B - \psi_A); \quad \rho = \frac{U_1 U_2}{B}.$$

В этих выражениях при постоянстве напряжений  $U_1$  и  $U_2$  единственной переменной является угол  $\delta_{12}$  и, следовательно, выражение (14-5) устанавливает зависимость активных и реактивных мощностей от угла  $\delta_{12}$ . Как вытекает из (14-5), комплексы мощности в начале и конце линии  $\dot{S}_1$  и  $\dot{S}_2$

<sup>1</sup> В оригинале «идеальный предел». (Прим. ред.)

представляют собой суммы двух составляющих, одна из которых представлена вектором  $\dot{\gamma}_1$  или соответственно  $\dot{\gamma}_2$ , неизменным по абсолютному значению и фазе, вторая же — вектором  $\dot{\rho}$ , фаза которого изменяется в зависимости от угла  $\delta_{12}$ . Векторы  $\dot{\rho}$  и векторы, представляющие комплексы мощности  $\dot{S}_1$  и  $\dot{S}_2$ , перемещаются, очевидно, по окружностям, которые носят названия круговых диаграмм мощности. Такие круговые диаграммы для начала и конца линии построены на рис. 14-3. Векторы  $\dot{\gamma}_1$  и  $-\dot{\gamma}_2$  определяют координаты центров круговых диаграмм.

Сами окружности проводятся радиусом  $\rho$ , одинаковым для начала и для конца системы. С увеличением угла  $\delta_{12}$  вектор  $\dot{\rho}$  на окружности начала линии поворачивается против часовой стрелки, а на окружности конца линии — по часовой стрелке.

Вещественные части  $\dot{S}_1$  и  $\dot{S}_2$  (проекция на ось вещественных величин) дают значения активной мощности  $P_1$  и  $P_2$ , а мнимые части (проекция на ось мнимых величин) — значения реактивной мощности  $Q_1$  и  $Q_2$ .

Как следует из рис. 14-3, активные мощности начала и конца линии возрастают с увеличением угла  $\delta_{12}$ . Наибольшие значения этих мощностей  $P_{1m}$  и  $P_{2m}$  достигаются соответственно, когда вектор  $\dot{\rho}$  окружности начала или конца линии займет горизонтальное положение. Если обозначить веще-

ственные части комплексов  $\dot{\gamma}_1 = U_1^2 \frac{\hat{D}}{\hat{B}}$  и  $\dot{\gamma}_2 = U_2^2 \frac{\hat{A}}{\hat{B}}$  через  $a_1$  и  $a_2$  (рис. 14-3),

то максимальные значения активной мощности  $P_{1m}$  и  $P_{2m}$  в начале и конце линии равны, очевидно,

$$\left. \begin{aligned} P_{1m} &= a_1 + \rho = a_1 + \frac{U_1 U_2}{B}; \\ P_{2m} &= -a_2 + \rho = -a_2 + \frac{U_1 U_2}{B}. \end{aligned} \right\} \quad (14-6)$$

Максимальная мощность  $P_{1m}$  представляет собой идеальный предел мощности при постоянстве напряжений в начале и конце линии.

Из круговых диаграмм легко могут быть получены аналитические зависимости мощностей  $P_1$  и  $P_2$  от угла  $\delta_{12}$ . Они представляют собой зависимости, подобные полученным в гл. 2.

Мы воспользуемся круговыми диаграммами для оценки идеального предела мощности длинных линий электропередачи, пренебрегая пока генераторами и трансформаторами, а также опуская влияние активных сопротивлений.

$l$ , км	0	375	750	1500	2250	2625	3000
$\lambda$	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\pi$
$\gamma$	$\infty$	$j2,42$	$j1$	0	$-j1$	$-j2,42$	$-\infty$
$\rho$	$\infty$	2,63	1,41	1,0	1,41	2,63	$\infty$

Коэффициенты уравнений длинной линии

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \dot{\gamma} l;$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l$$

содержат гиперболические функции комплексной переменной  $\dot{\gamma} l$ . Однако для линии без потерь  $\dot{\gamma} l$  становится чисто мнимой величиной.

Действительно, при  $r_0 = g_0 = 0$  имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} l &= \sqrt{(r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)} l = j \sqrt{x_0 b_0} l = \\ &= j \omega \sqrt{L_0 C_0} l = j \lambda, \end{aligned}$$

где  $\lambda = \omega \sqrt{L_0 C_0} l$  — волновая длина линии электропередачи.

Кроме того, в этих условиях волновое сопротивление

$$Z_c = \sqrt{\frac{r_0 + jx_0}{g_0 + jb_0}} = \sqrt{\frac{x_0}{b_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = z_c < 0.$$

Гиперболические функции мнимой переменной  $j\lambda$  легко могут быть выражены через тригонометрические функции вещественной переменной  $\lambda$ :

$$\operatorname{ch} \dot{\gamma} l = \operatorname{ch} j\lambda = \cos \lambda;$$

$$\operatorname{sh} \dot{\gamma} l = \operatorname{sh} j\lambda = j \sin \lambda.$$

При этом уравнения линии без потерь принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \cos \lambda + j \dot{I}_2 z_c \sin \lambda; \\ \dot{I}_1 &= j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \lambda + \dot{I}_2 \cos \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (14-7)$$

Обобщенные постоянные для линии без потерь равны, очевидно,

$$\dot{A} = \dot{D} = \cos \lambda; \quad \dot{B} = j z_c \sin \lambda; \quad \dot{C} = j \frac{\sin \lambda}{z_c}.$$

Рис. 14-3

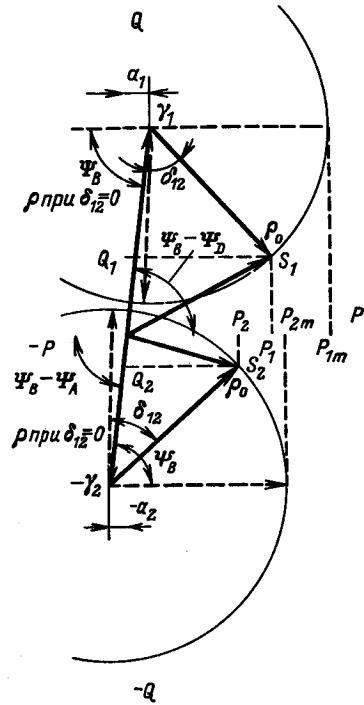


Рис. 14-4

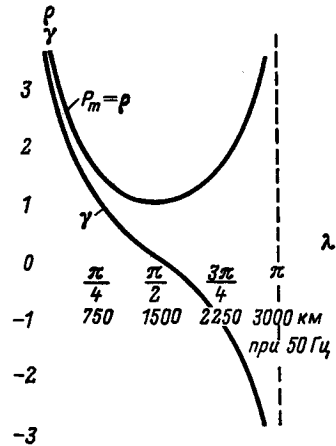


Рис. 14-3. Круговые диаграммы.

Рис. 14-4. Зависимости радиуса и координаты центра окружности от длины линии.

Рис. 14-5

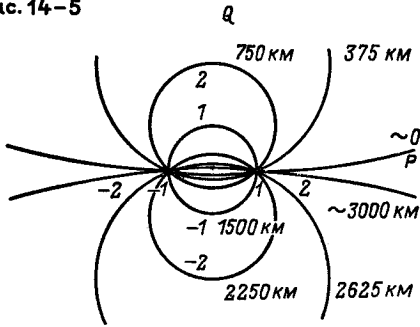


Рис. 14-5. Круговые диаграммы для начала линии электропередачи при различной длине.

Если положить  $U_1 = U_2 = 1$ ,  $z_c = 1$ , то мощности будут выражаться в долях так называемой натуральной мощности:

$$P_{\text{нат}} = U^2 \sqrt{L_0/C_0} = U^2/z_c.$$

При этом

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_2 = U^2 \frac{\hat{A}}{\hat{B}} = U^2 \frac{\hat{D}}{\hat{B}} = j \operatorname{ctg} \lambda; \\ \rho = \frac{U_1 U_2}{B} = \operatorname{cosec} \lambda. \end{aligned} \right\} (14-8)$$

В таблице и на рис. 14-4 даны значения  $\gamma$  и  $\rho$  в зависимости от длины линии электропередачи.

Заметим, что при частоте 50 Гц волновой длине линии  $\lambda = 2\pi$  соответствует

$$l = \frac{\lambda}{\omega \sqrt{L_0 C_0}} = 6000 \text{ км.}$$

На рис. 14-5 построены круговые диаграммы для начала линии без потерь различной длины.

Вещественная часть комплексов  $\dot{\gamma}$  в рассматриваемом случае равна нулю. Следовательно, центры круговых диаграмм располагаются на оси мнимых величин и предельная величина передаваемой мощности равна радиусу круговой диаграммы:

$$P_m = \rho. \quad (14-9)$$

Мощности в начале и конце линии, очевидно, одинаковы. Из таблицы и рис. 14-4 можно заключить, что с увеличением длины линии электропередачи предельная мощность сначала падает, в точке  $\lambda = \pi/2$  ( $l = 1500$  км) она достигает минимума и дальше снова начинает повышаться.

Можно показать, однако, что для  $\pi > \lambda > \pi/2$  при передаче натуральной мощности и с  $\cos \varphi = 1$  система неустойчива даже без учета индуктивных сопротивлений генераторов и трансформаторов. Такая передача снова становится устойчивой при  $\lambda > \pi$ .

Режимы работы линий при  $\lambda = \pi/2$  (четверть волны) и  $\lambda = \pi$  (полволны) обладают характерными особенностями, и мы на них остановимся более подробно.

### 14-3. РЕЖИМЫ ЧЕТВЕРТИ ВОЛНЫ И ПОЛУВОЛНЫ

*Четверть волны.* При  $\lambda = \pi/2$ , очевидно,  $\cos \lambda = 0$   $\sin \lambda = 1$  и уравнения (14-7) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 = jI_2 z_c; \\ \dot{I}_1 = j\dot{U}_2 / z_c. \end{aligned} \right\} (14-10)$$



На рис. 14-6 представлена векторная диаграмма этого режима. Для него характерны совершенно неожиданные соотношения. Напряжение в начале линии  $\dot{U}_1$  не зависит от напряжения в конце и прямо пропорционально току в конце линии  $\dot{I}_2$ . С другой стороны, ток в начале линии  $\dot{I}_1$  не зависит от тока в конце, но прямо пропорционален напряжению в конце. Поскольку  $\dot{U}_1$  опережает на  $90^\circ$  ток  $\dot{I}_2$ , а ток  $\dot{I}_1$  опережает тоже на  $90^\circ$  напряжение  $\dot{U}_2$ , угол между этими напряжениями  $\delta_{12} = 90^\circ - \varphi_2$ , т. е. зависит только от коэффициента мощности приемника. При  $\cos \varphi_2 = 1$   $\varphi_2 = 0$  и  $\delta_{12} = 90^\circ$ . Диаграмма этого режима показана на рис. 14-7. При  $\cos \varphi_2 = 1$  линия работает с постоянным углом  $\delta_{12} = 90^\circ$  при любом значении передаваемой активной мощности. Возникает вопрос, каким же образом можно изменять значение передаваемой мощности в этих условиях. Это возможно только путем изменения напряжения  $U_1$  в начале линии. При  $\cos \varphi_2 = 1$  передаваемая мощность

$$P_2 = S = U_2 I_2 = U_1 U_2 / z_c.$$

Напряжение на нагрузке  $U_2$  в сколько-нибудь широких пределах изменяться не может, и, следовательно, изменение передаваемой мощности  $P$  может последовать только в результате изменения напряжения  $U_1$ . Постоянство напряжения на нагрузке  $U_2$  согласно второму из уравнений (14-10) влечет за собой постоянство тока в начале линии, что приводит к необычным условиям работы питающего конца линии с неизменным током и изменяющимся напряжением. Практически такие условия могли бы быть обеспечены последовательным включением вторичных обмоток повышающих трансформаторов и регулированием напряжения их первичных обмоток в широких пределах. Однако существуют два принципиальных затруднения при осуществлении режима четверти волны. Одно из них связано с режимом х. х., при котором  $I_2 = 0$  и первое из уравнений (14-7) дает  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \lambda$ .

Таким образом, в режиме х. х. напряжение вдоль длинной линии от ее конца к началу изменяется по косинусоидальному закону. Характер распределения напряжения вдоль линии длиной четверть волны показан на рис. 14-8.

Рис. 14-6. Векторная диаграмма режима четверти волны.

Рис. 14-7. Режим четверти волны при  $\cos \varphi = 1$ .

Рис. 14-8. Распределение напряжения вдоль линии электропередачи.

Рис. 14-6

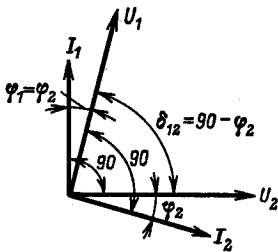


Рис. 14-7

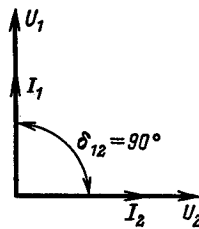
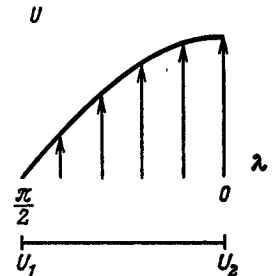


Рис. 14-8



В этом случае  $\cos \lambda = \cos \pi/2 = 0$  и  $\dot{U}_1 = 0$ ,  $\dot{I}_2 = 0$ , т.е. при напряжении разомкнутого конца  $U_2$ , равном некоторой конечной величине, напряжение  $U_1$  в начале линии должно быть равно нулю. Если же в начале линии приложено напряжение  $U_1$ , отличное от нуля, то напряжение  $U_2$  теоретически получается равным бесконечности. Практически с учетом активных сопротивлений и коронирования проводов напряжение  $U_2$  при х.х. линии сохраняет конечное значение, но все же оно в несколько раз превышает напряжение в начале линии. Особенно опасно внезапное отключение нагруженной линии с одного конца. При этом в точке питания приложено нормальное высокое напряжение и на разомкнутом конце получается напряжение, в несколько раз превышающее нормальное значение.

Вторым, еще более серьезным недостатком является весьма низкий уровень устойчивости. Уже в § 14-2 было установлено, что при  $\lambda = \pi/2$  радиус круговой диаграммы получается наименьшим. Подставляя в комплексное выражение мощности  $\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1$  сопряженное значение тока из второго уравнения (14-10), получаем:

$$\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \left( -j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \right) = \frac{U_1 U_2}{z_c} \angle (\delta_{12} - 90^\circ),$$

где  $\dot{U}_1 = U_1 \angle \delta_1$ ;  $\dot{U}_2 = U_2 \angle \delta_2$  и  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ .

Вещественная часть комплексной величины  $\dot{S}_1$  дает активную мощность

$$P = \frac{U_1 U_2}{z_c} \cos(\delta_{12} - 90^\circ) = \frac{U_1 U_2}{z_c} \sin \delta_{12},$$

но при  $\cos \varphi_2 = 1$  угол  $\varphi_2 = 0$  и, следовательно  $\delta_{12} = 90^\circ - \varphi_2 = 90^\circ$ .

Таким образом, при  $\cos \varphi_2 = 1$  система находится на пределе устойчивости при любой передаваемой активной мощности.

При отстающем коэффициенте мощности нагрузки угол  $\delta_{12} = 90^\circ - \varphi_2$  меньше  $90^\circ$  и система обладает некоторым запасом устойчивости. Однако и в этих условиях передать на расстояние 1500 км сколько-нибудь значительные мощности без специальных мероприятий не представляется возможным<sup>1</sup>.

*Полволны.* При  $\lambda = \pi$ , полагая в уравнениях (14-7)  $\cos \lambda = -1$  и  $\sin \lambda = 0$ , получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{U}_2; \\ \dot{I}_1 &= -\dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (14-11)$$

Таким образом, при волновой длине линии без потерь  $\lambda = \pi$  ( $l = 3000$  км) напряжения и токи по концам линии имеют одинаковые абсолютные значения, но сдвинуты по фазе на угол, равный  $180^\circ$ . Этот сдвиг остается неизменным при любом значении передаваемой мощности и не оказывает никакого влияния на условия работы генераторов и нагрузки.

Из (14-11) вытекает также, что  $\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = \dot{U}_2 \dot{I}_2 = \dot{S}_2$ . Можно заключить, следовательно, что при длине линии без потерь, равной полуволне, токи, напряжения и мощности имеют одинаковые значения в начале и конце

<sup>1</sup> Этот же вывод в той или иной мере относится к линиям электропередачи, длина которых отличается от 1500 км, но приближается к ней. (Прим. ред.)

передачи. Но тогда характеристики системы в целом, включая генераторы, трансформаторы и линию, должны быть такими, как если бы длина линии была равна нулю.

Выше было установлено, что радиус круговой диаграммы при  $\lambda = \pi$  равен бесконечности и, следовательно, предел мощности системы передачи в целом определяется реактивными сопротивлениями генераторов и трансформаторов.

Векторная диаграмма системы передачи, изображенной на рис. 14-9, показана на рис. 14-10. Генераторы и трансформаторы на схеме представлены реактивными сопротивлениями  $x_1$  и  $x_2$ .

Напряжение в конце передачи равно, очевидно,

$$\dot{U}_2 = \dot{U} + j\dot{I}_2 x_2,$$

а э. д. с. генератора

$$\dot{E} = \dot{U}_1 + j\dot{I}_1 x_1.$$

Полагая согласно (14-11)  $\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$ , получаем:

$$\begin{aligned} \dot{E} = \dot{U}_1 + j\dot{I}_1 x_1 &= -\dot{U}_2 - j\dot{I}_2 x_1 = -(\dot{U} + j\dot{I}_2 x_2) - \dot{I}_2 x_1 = \\ &= -[\dot{U} + j\dot{I}_2 (x_1 + x_2)], \end{aligned}$$

откуда

$$\dot{I}_2 = \frac{-\dot{E} - \dot{U}}{j(x_1 + x_2)}.$$

Теперь нетрудно определить и мощность, отдаваемую приемнику.

$$\dot{S}_2 = \dot{U}\dot{I}_2 = -\frac{EU}{x_1 + x_2} \angle (90^\circ - \delta_c) - \frac{U^2}{x_1 + x_2} \angle 90^\circ,$$

что дает

$$P_2 = \frac{-EU}{x_1 + x_2} \cos(90^\circ - \delta_c) = -\frac{EU}{x_1 + x_2} \sin \delta_c,$$

где  $\delta_c = \delta_1 + 180^\circ + \delta_2$  — угол между э. д. с.  $\dot{E}$  и напряжением приемника  $\dot{U}$ .

Рис. 14-9. Схема электропередачи с линией, длина которой равна полуволне.

Рис. 14-10. Векторная диаграмма режима при длине линии равной полуволне.

Рис. 14-9

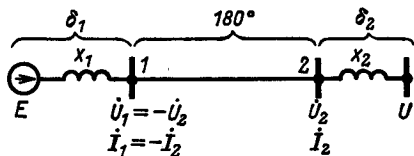
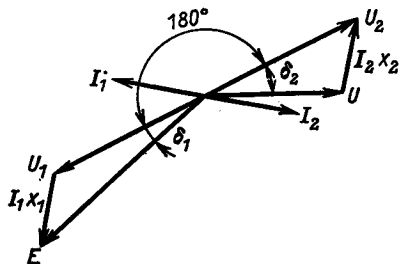


Рис. 14-10



Очевидно,

$$P_2 = - \frac{EU}{x_1 + x_2} \sin \delta_c = - \frac{EU}{x_1 + x_2} \sin (\delta_1 + 180^\circ + \delta_2) = \frac{EU}{x_1 + x_2} \sin (\delta_1 + \delta_2).$$

Следовательно, передаваемая активная мощность зависит только от углового сдвига  $\delta_1 + \delta_2$  в генераторах и трансформаторах. Неизменный угол линии электропередачи, равный  $180^\circ$ , на характеристику мощности никакого влияния не оказывает. Амплитуда мощности также ограничивается только индуктивными сопротивлениями генераторов и трансформаторов  $x_1 + x_2$ .

Если характеристику мощности построить в зависимости от истинного угла  $\delta_c = \delta_1 + \delta_2 + 180^\circ$  согласно выражению

$$P_2 = - \frac{EU}{x_1 + x_2} \sin \delta_c,$$

то нетрудно убедиться, что и здесь постоянный угол сдвига в линии электропередачи  $180^\circ$  роли не играет (рис. 14-11).

Таким образом, никаких затруднений с точки зрения устойчивости при длине линии без потерь, равной полуволне, не возникает. Не создает осложнений и режим х. х. такой линии. Уравнения линии, разомкнутой на конце ( $I_2 = 0$ ),

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \lambda;$$

$$\dot{I}_1 = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \lambda$$

приводят к распределению напряжения и тока вдоль линии, показанному на рис. 14-12. Никакого повышения напряжения на разомкнутом конце не возникает.

Следует отметить, что для линии с потерями характерные черты режима полуволны сохраняются приблизительно при длине линии несколько большей, чем  $\lambda = 2\pi f \sqrt{L_0 C_0} = \pi$ . При  $\lambda = \pi$  установленные выше идеальные соотношения под влиянием активных сопротивлений резко искажаются.

Рис. 14-11. Характеристика мощности для линии длиной, равной полуволне.

Рис. 14-12. Распределение тока и напряжения вдоль линии, длина которой равна полуволне, в режиме х. х.

Рис. 14-11

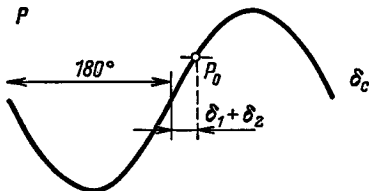
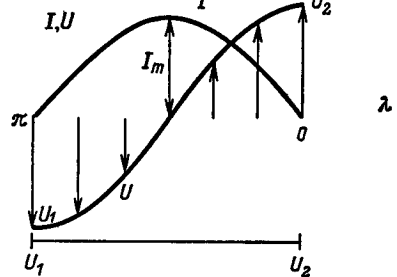


Рис. 14-12



[Для линии длиной в полволны характерны, однако, тяжелые режимы, возникающие при к.з. Так, при трехфазном к.з. в конце линии из уравнений (14-7) следует (при  $U_2 = 0$ )  $\dot{U}_1 = j\dot{I}_2 z_c \sin \lambda$  и  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cos \lambda$ . Находя из второго уравнения  $\dot{I}_2 = \dot{I}_1 / \cos \lambda$  и подставляя это выражение в первое уравнение, получаем:

$$\dot{U}_1 = j \frac{\dot{I}_1 z_c}{\cos \lambda} \sin \lambda,$$

откуда  $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 \cos \lambda}{j z_c \sin \lambda}$ , а также  $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{j z_c \sin \lambda}$ .

Нетрудно видеть, что при  $\lambda = \pi$  и  $\sin \lambda = 0$  токи в начале линии и в месте к.з. идеальной линии равны бесконечности.]

#### 14-4. НАСТРОЙКА ДЛИННЫХ ЛИНИЙ<sup>1</sup>

Волновая длина линии электропередачи  $\lambda = 2\pi f \sqrt{L_0 C_0} l$ . Полагая  $\sqrt{L_0 C_0} = 1/300\,000$ , можно установить, что при частоте 50 Гц четверти волны соответствует действительная длина  $l \approx 1500$  км. При такой длине линии электропередачи система практически неустойчива и оказывается необходимой компенсация параметров линии или настройка ее с целью приближения волновой длины либо к нулю, либо к полуволне. Частичная компенсация необходима и при меньших длинах. Принципиально простым способом настройки линии является изменение частоты  $f$ . Так, например, увеличение частоты до  $f = 200$  Гц при длине линии  $l = 750$  км позволяет получить волновую длину равной  $\lambda = \pi$ , т.е. осуществить режим полуволны<sup>2</sup>. Достаточно благоприятные результаты для той же длины можно было бы получить и уменьшая частоту до  $16^{2/3}$  Гц, что дает волновую длину  $\lambda = \pi/12$  и равносильно, следовательно, уменьшению длины линии с 750 до 250 км при частоте 50 Гц.

Практически, однако, изменение частоты может быть осуществлено лишь ценой установки преобразователей частоты по крайней мере на приемной подстанции, поскольку приемная система всегда имеет частоту 50 Гц.

Двигатель-генераторные установки для преобразования частоты значительно увеличивают стоимость электропередачи и потери энергии и могут сами, кроме того, явиться слабым звеном с точки зрения устойчивости.

Несомненно, большие перспективы имеет компенсация параметров линии с помощью индуктивностей и емкостей. Увеличивая индуктивность  $L$  и емкость  $C$  линии, можно приблизить ее волновую длину к  $\lambda = \pi$ . Уменьшая, наоборот, эти параметры, можно уменьшить и волновую длину  $\lambda$ .

Формально задача настройки линии электропередачи заключается в том, чтобы привести значения обобщенных постоянных электропередачи  $A, B, C$

<sup>1</sup> В оригинале «Компенсация длинных линий». (Прим. ред.)

<sup>2</sup> Настройку линии на полволны следует понимать лишь условно, относя ее к линии без потерь, которая рассматривается для упрощения задачи. Практически под влиянием активных сопротивлений и других факторов целесообразное значение волновой длины линии может существенно отличаться от  $\lambda = \pi$ .

Рис. 14-13

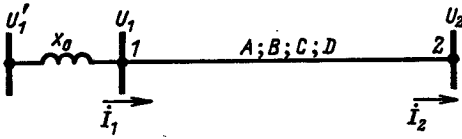


Рис. 14-14

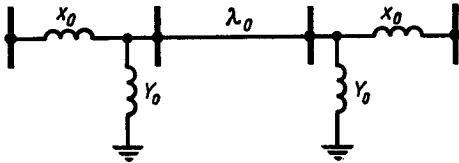


Рис. 14-15

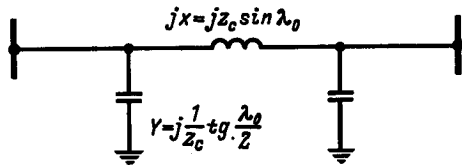
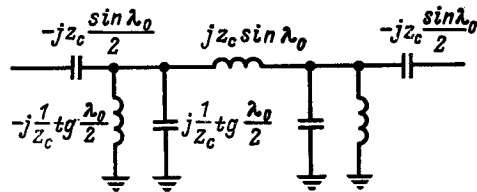


Рис. 14-16



и  $\dot{D}$  в уравнениях линии к значениям  $\dot{A} = \dot{D} = -1$ ;  $\dot{B} = \dot{C} = 0$ , что соответствует  $\lambda = \pi$  или  $\dot{A} = \dot{D} = 1$ ;  $\dot{B} = \dot{C} = 0$ , что дает  $\lambda = 0$ .

Если волновая длина некомпенсированной линии  $\lambda_0 = \omega l \sqrt{L_0 C_0}$ , то обобщенные постоянные такой линии без потерь имеют следующие значения:

$$\dot{A} = \dot{D} = \cos \lambda_0; \quad \dot{B} = jz_c \sin \lambda_0; \quad \dot{C} = j \sin \lambda_0 / z_c.$$

В качестве примера, иллюстрирующего возможность изменения этих постоянных, рассмотрим последовательное включение в начале линии некоторого индуктивного сопротивления  $x_0$ , абсолютное значение и знак которого должны быть выбраны такими, чтобы привести постоянную  $\dot{B}$  к нулю (рис. 14-13).

Значения постоянных  $\dot{B}$  и  $\dot{D}$  определяются из опыта к.з. Для некомпенсированных линий они определяются следующим образом:  $\dot{B} = \dot{U}_{1к.з} / \dot{I}_{2к.з}$ ;  $\dot{D} = \dot{I}_{1к.з} / \dot{I}_{2к.з}$ . При подключении индуктивного сопротивления  $x_0$  постоянная  $\dot{B}$  получает значение:  $\dot{B}' = \dot{U}'_{1к.з} / \dot{I}_{2к.з}$ . Но при к.з.  $\dot{U}'_{1к.з} = \dot{U}_{1к.з} + j\dot{I}_{1к.з}x_0$  и, следовательно,

$$\begin{aligned} \dot{B}' &= \frac{\dot{U}'_{1к.з}}{\dot{I}_{2к.з}} = \frac{\dot{U}_{1к.з}}{\dot{I}_{2к.з}} + j \frac{\dot{I}_{1к.з}}{\dot{I}_{2к.з}} x_0 = \\ &= \dot{B} + \dot{D}x_0 = jz_c \sin \lambda_0 + j \cos \lambda_0 x_0. \end{aligned}$$

Полагая  $\dot{B}' = 0$ , находим  $x_0 = -z_c \operatorname{tg} \lambda_0$ .

Подключение такого индуктивного (или емкостного) сопротивления позволяет получить  $\dot{B}' = 0$ . Подобным образом можно воздействовать и на другие обобщенные постоянные.

Можно указать целый ряд комбинаций индуктивностей и емкостей, которые при-

Рис. 14-13. Последовательное включение индуктивности в начале линии.

Рис. 14-14. Схема компенсации линии электропередачи.

Рис. 14-15. П-образная схема замещения некомпенсированной линии электропередачи.

Рис. 14-16. Схема замещения компенсированной линии электропередачи.

водят линию с волновой длиной  $\lambda_0$ , отличной от нуля, к режиму полуволны или к  $\lambda = 0$ . В качестве примера можно указать на схему, изображенную на рис. 14-14. Включение по концам линии индуктивных сопротивлений  $x_0 = z_c \sin \lambda_0/2$  и емкостных проводимостей  $Y_0 = j \frac{1}{z_c} \operatorname{ctg} \frac{\lambda_0}{2}$  приводит обобщенные постоянные схемы к значениям  $\dot{A} = \dot{D} = -1$ ;  $\dot{B} = \dot{C} = 0$ , т. е. создает режим полуволны. Если же последовательно включить емкостное сопротивление  $X_0 = -jz_c \frac{\sin \lambda_0}{2}$ , а параллельно индуктивную проводимость  $Y_0 = -j \frac{1}{z_c} \operatorname{tg} \frac{\lambda_0}{2}$ , то обобщенные постоянные схемы получаются равными  $\dot{A} = \dot{D} = 1$ ;  $\dot{B} = \dot{C} = 0$  и волновая длина линии получается равной нулю. В этом нетрудно убедиться, заменяя линию П-образной схемой замещения. Параметры такой схемы (рис. 14-15) для некомпенсированной линии равны:

$$jx = \dot{B} = jz_c \sin \lambda_0;$$

$$Y = \frac{\dot{D} - 1}{\dot{B}} = \frac{\cos \lambda_0 - 1}{jz_c \sin \lambda_0} = j \frac{1}{z_c} \operatorname{tg} \frac{\lambda_0}{2}.$$

Включая по концам этой схемы последовательно емкостные сопротивления

$$X_0 = -j0,5z_c \sin \lambda_0,$$

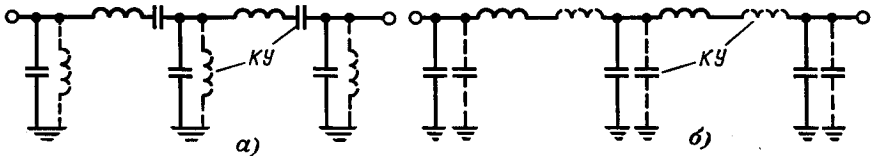
а параллельно-индуктивные сопротивления

$$Y_0 = -j \frac{1}{z_c} \operatorname{tg} \frac{\lambda_0}{2},$$

мы приходим к схеме компенсированной линии (рис. 14-16). Нетрудно видеть, что индуктивные проводимости полностью компенсируют емкость линии электропередачи, емкостные же сопротивления компенсируют индуктивность линии. Все ограничения, связанные с линией электропередачи (исключая влияние активных сопротивлений), практически исчезают.

Рис. 14-17. Компенсация линии электропередачи в промежуточных точках.  
 КУ – компенсирующие устройства.

Рис. 14-17



Такую компенсацию можно назвать естественной компенсацией. Компенсирующие устройства могут быть включены не только по концам, но и в промежуточных точках линии.

Если представить себе, что они равномерно распределены вдоль линии электропередачи, то их влияние выражается в уменьшении или увеличении индуктивности  $L_0$  и емкости  $C_0$  линии, отнесенных к единице длины.

Это позволяет любым образом изменить волновую длину линии  $\lambda = \omega \sqrt{L_0 C_0} l$  при данном  $l$ . Естественная компенсация (рис. 14-17, а) позволяет получить  $L = 0$  и  $C = 0$  и, следовательно,  $\lambda = 0$ . Увеличение  $L_0$  и  $C_0$  (рис. 14-17, б) позволяет прийти к  $\lambda = \pi$  при длине линии, значительно меньшей 3000 км<sup>1</sup>.

## 14.5. ПРОДОЛЬНАЯ И ПОПЕРЕЧНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ<sup>2</sup>

Средства естественной компенсации — последовательно включенные конденсаторы и шунтирующие реакторы — могут быть использованы [не только для настройки линии], но также и для частичного улучшения работы электропередачи.

Последовательное включение в линию конденсатора [получившее название продольной компенсации] позволяет в широких пределах увеличивать устойчивость электропередачи благодаря компенсации индуктивности линии и сводит к минимуму падение напряжения.

Кроме того, конденсаторы уменьшают повышение напряжения на разомкнутом конце линии электропередачи в режиме х.х., вызываемое зарядным током, протекающим через индуктивность линии.

Таким образом, конденсаторы продольной компенсации устраняют почти все трудности, связанные с большой длиной линии электропередачи. Остается неразрешенным лишь вопрос о зарядном токе линии, под влиянием которого коэффициент мощности генераторов может оказаться меньшим единицы в емкостном квадранте<sup>3</sup>.

Нельзя не отметить вместе с тем, что конденсаторы продольной компенсации могут значительно увеличить токи к.з., особенно если они включены по концам линии электропередачи. Как можно видеть на рис. 14-18, при к.з. в начале линии конденсатор, включенный в начале линии, компенсирует частично или полностью индуктивное сопротивление генераторов и повышающих трансформаторов  $x_{ГТ}$ . В этих условиях ток к.з. может стать чрезмерно большим. Приемлемым с этой точки зрения решением является

<sup>1</sup> Проблема настройки линий большой протяженности явилась предметом многолетней работы в СибНИИЭ, проводившейся под руководством В. К. Щербакова. В результате получены необходимые данные для практического проектирования настроенных линий. В настоящее время известны варианты электропередач, предусматривающие настройку линий, разработанные проектными организациями Советского Союза. (Прим. ред.)

<sup>2</sup> В оригинале «Частичная компенсация». (Прим. ред.)

<sup>3</sup> Современные схемы включения конденсаторов продольной компенсации предусматривают включение шунтирующих реакторов на выводах конденсаторов. Эти реакторы наряду с реакторами, включаемыми в случае необходимости в начале линии, позволяют устранить осложнения, связанные с включением конденсаторов. (Прим. ред.)



включение конденсаторов в промежуточных точках линии таким образом, что каждый конденсатор компенсирует реактивное сопротивление соответствующего участка линии (рис. 14-19). При этом, очевидно, в какой бы точке линии электропередачи ни произошло к. з., индуктивные сопротивления генераторов и трансформаторов не могут быть компенсированы конденсатором.

Напряжение на выводах последовательно включенных конденсаторов пропорционально протекающему через них току линии электропередачи. При к.з. ток и напряжение на выводах конденсаторов резко возрастают. Во избежание пробоя конденсаторов они должны быть защищены искровым промежутком (рис. 14-20), который в свою очередь шунтируется выключателем. Этот выключатель нормально разомкнут. При пробое искрового промежутка выключатель автоматически включается и закорачивает промежуток, в результате чего дуга в промежутке гаснет. После отключения к.з., вызвавшего перенапряжение, шунтирующий выключатель снова размыкается. Неизбежное запаздывание в размыкании шунтирующего выключателя наносит некоторый ущерб динамической устойчивости электропередачи. Однако практически это запаздывание может быть ограничено временем порядка 0,1 с.

Вместо конденсаторов для компенсации индуктивности линий могут быть использованы и синхронные или асинхронные компенсаторы, включенные через последовательные трансформаторы. Недостатком синхронных компенсаторов является их

Рис. 14-18

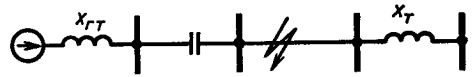


Рис. 14-19

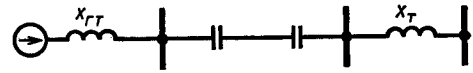


Рис. 14-20

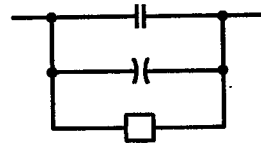


Рис. 14-21

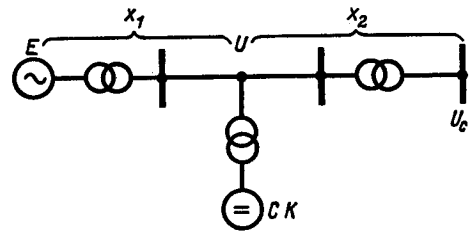


Рис. 14-22

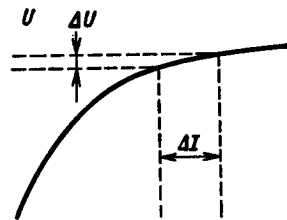


Рис. 14-18. Наиболее опасное место к. з. при наличии последовательно включенных конденсаторов.

Рис. 14-19. Компенсация параметров линии по участкам.

Рис. 14-20. Схема защиты последовательно включенных конденсаторов от перенапряжений.

Рис. 14-21. Принципиальная схема включения промежуточных синхронных компенсаторов.

Рис. 14-22. Характеристика насыщенного реактора.

неустойчивость при последовательном включении, что обуславливает необходимость применения мощных приводных синхронных двигателей, включенных параллельно и удерживающих в синхронизме компенсаторы.

Если представить себе, что в середине линии электропередачи имеется промежуточная подстанция, связанная с весьма мощной системой, то напряжение в середине линии должно оставаться неизменным вне зависимости от режима работы линии. Практически это значит, что в середине линии появляются шины бесконечной мощности, разделяющие систему передачи на две независимые части.

Устойчивость каждого из участков электропередачи [в таком случае] устанавливается независимо от другого, если даже передача мощности осуществляется транзитом без отбора мощности на промежуточной подстанции. Это резко увеличивает устойчивость и пропускную способность электропередачи в целом.

Если промежуточная система отсутствует, то могут быть включены одна или несколько подстанций с синхронными компенсаторами (рис. 14-21), на которые и возлагается задача поддерживать напряжение неизменным.

Можно указать на другое средство стабилизации напряжения в промежуточных точках – это применение шунтирующих реакторов с насыщенным сердечником.

В предыдущем параграфе указывалось на целесообразность использования шунтирующих реакторов для компенсации емкости линии электропередачи. Насыщение сердечников этих реакторов дает дополнительное увеличение устойчивости электропередачи, которое может быть очень значительным.

Нормальный шунтирующий реактор с линейной характеристикой, как и всякое постоянное реактивное сопротивление, имеет регулирующий эффект  $dQ/dU = 2$ . Вольт-амперная характеристика реактора с насыщенным сердечником (рис. 14-22) обеспечивает резкое изменение тока реактора в зависимости от напряжения, что позволяет получить регулирующий эффект  $dQ/dU = 4 \div 5$  и больше.

Единственная трудность, связанная с насыщением сердечников реакторов, это появление высших гармоник тока, искажающих форму кривой как тока, так и напряжения линии электропередачи, что резко увеличивает влияние на провода связи.

Вследствие нелинейности характеристик реактора  $\Phi = f(i)$  синусоидальное изменение магнитного потока  $\Phi$  (при приложенном синусоидальном напряжении) приводит к несинусоидальной кривой переменного тока  $i$  (рис. 14-23). Значение гармоник тем больше, чем больше кривизна характеристики реактора, т. е. чем больше регулирующий эффект  $dQ/dU$ . При  $dQ/dU = 5$  сумма амплитуд высших гармоник достигает приблизительно 40% амплитуды основной гармоники.

Для устранения высших гармоник тока реактора были предложены два различных способа: придание характеристике реактора  $i = f(\Phi)$  вида кубической параболы и применение компенсационных обмоток.

Первый способ принципиально очень прост и заключается в том, что, комбинируя сталь сердечника с воздушными зазорами, добиваются кубической зависимости тока от потока (рис. 14-24). Если  $i = k\Phi^3$ , то при синусоидальном изменении магнитного потока  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$  получаем:

$$i = k\Phi^3 = k\Phi_m^3 \sin^3 \omega t.$$

Рис. 14-23

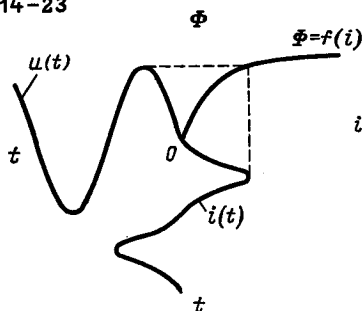


Рис. 14-23. Искажение формы кривой тока насыщенного реактора.

Рис. 14-24

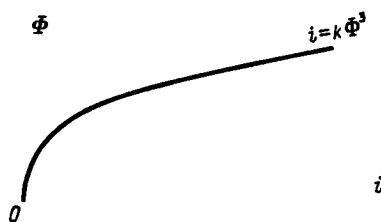


Рис. 14-24. Кубическая характеристика намагничивания реактора.

Но

$$\sin^3 \omega t = \frac{3 \sin \omega t - \sin 3\omega t}{4}$$

и, следовательно,

$$i = k\Phi_m^3 \left( \frac{3}{4} \sin \omega t - \frac{1}{4} \sin 3\omega t \right).$$

Ток реактора с кубической характеристикой содержит кроме основной гармоники только одну третью гармонику. Эту третью гармонику тока легко устранить, соединяя основные обмотки реактора в звезду и применяя вторичные обмотки, соединенные в треугольник. Регулирующий эффект реактора с кубической характеристикой равен 4.

Второй способ компенсации гармоник тока заключается в том, что при применении специальных компенсационных обмоток, включенных по схеме неравноплечего зигзага, высшие гармоники не попадают в основные обмотки реактора.

Опытные образцы насыщенных реакторов мощностью 1000 кВ·А, построенные по обоим способам, показали, что содержание гармоник в общем рабочем токе реактора может быть доведено до 1–2%.

## 14-6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ДАЛЬНИХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ<sup>1</sup>

При большой длине линии электропередачи отключение поврежденной цепи в результате аварии резко ухудшает устойчивость в послеаварийном режиме. Положение осложняется тем, что запас устойчивости электропередачи при большой длине линии вообще невелик.

<sup>1</sup> В оригинале «Схемы коммутации длинных линий». (Прим. ред.)

Рис. 14-25

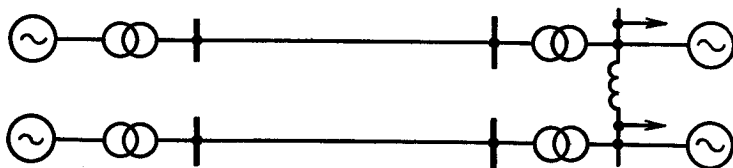


Рис. 14-26

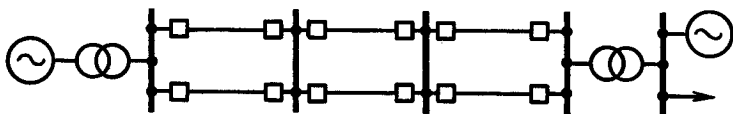


Рис. 14-25. Блочная схема электропередачи.

Рис. 14-26. Связанная схема электропередачи с переключательными пунктами.

Можно указать два диаметрально противоположных принципа построения схем длинных линий, способствующих улучшению работы электропередачи в послеаварийном режиме: применение блочной схемы (рис. 14-25) или связанной схемы с переключательными постами (рис. 14-26).

В блочной схеме электропередача строится по принципу блоков: генератор — трансформатор — линия — трансформатор. Число блоков равно числу цепей линии электропередачи. При блочной схеме степень динамической устойчивости выше, чем при обычной связанной схеме, поскольку при к.з. на одной из цепей линии передачи поврежденная цепь отключается вместе с генератором и, следовательно, вопроса о сохранении динамической устойчивости этих генераторов не возникает. Худшим случаем с точки зрения динамической устойчивости является к.з. в приемной системе. Однако здесь уже с ухудшением устойчивости, связанным с отключением цепей электропередачи, считаться не приходится. Это одинаково справедливо в отношении как динамической, так и статической устойчивости.

Недостатком блочной схемы является потеря части генераторной мощности (соответствующей мощности блока) при любом к.з. на линии электропередачи. Поэтому блочная схема может быть использована лишь при условии, что мощность системы в несколько раз превышает мощность блока.

Альтернативой является применение связанной схемы с переключательными постами. В этой схеме в промежуточных точках электропередачи на расстоянии 200—300 км друг от друга вводятся переключательные посты, с тем чтобы при к.з. на линии отключалась не вся поврежденная цепь, а лишь небольшой ее участок. Нельзя не отметить, что связанная схема с переключательными постами требует большого количества выключателей, что существенно отражается на стоимости электропередачи.

[Тем не менее именно эта схема нашла практическое применение при сооружении электропередач сверхвысокого напряжения в Советском Союзе. Среди причин, обусловивших целесообразность такого решения, отметим возможность связи с промежуточными приемниками при применении такой схемы. Блочная схема такой возможности не представляет.]

# СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## Глава 15

### Статическая устойчивость и малые колебания двух электростанций

#### 15-1. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ

Приближенные расчеты устойчивости электрических систем иногда удобно провести применительно к эквивалентной схеме, содержащей две параллельно работающие электростанции.

Некоторые соображения о статической устойчивости в случае двух электростанций соизмеримой мощности, изложенные в разд. I, привели к определению действительного предела мощности удаленной станции как предельного режима работы системы по условиям статической устойчивости.

Однако, строго говоря, исследования характеристик мощности одной удаленной станции недостаточно для суждения о статической устойчивости системы, и положительный знак синхронизирующей мощности этой станции следует рассматривать лишь как приближенный (хотя в большинстве случаев и приемлемый) критерий устойчивости системы.

Не пренебрегая вопросом о практических методах расчета устойчивости, необходимо установить истинные критерии статической устойчивости электрических систем, хотя бы для того, чтобы иметь суждение о допустимости тех или иных способов упрощенной оценки устойчивости. Наиболее общее решение задачи дает метод малых колебаний, к которому мы и перейдем.

#### 15-2. МЕТОД МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ В СЛУЧАЕ РАБОТЫ СТАНЦИИ НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ

Основные положения метода малых колебаний, широко используемого для исследования устойчивости состояния равновесия или установившегося движения в самых разнообразных технических задачах, сводятся в основном к следующему. Допуская небольшое возмущение исходного состояния, состав-

ляют дифференциальные уравнения движения системы и исследуют характер возникающих при этом так называемых свободных колебаний.

Зависимость сил или моментов, действующих в системе, от координат и скоростей часто нелинейна. В частности, это относится и к рассматриваемым нами электроэнергетическим системам, где зависимость мощности от угла имеет синусоидальный характер.

При малых отклонениях оказывается возможнымinearизовать дифференциальные уравнения, описывающие свободные колебания, приведя их к виду дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Исчерпывающая характеристика возникающих колебаний требует решения характеристического уравнения системы и определения постоянных интегрирования. Однако для суждения об устойчивости нет необходимости искать это решение. Система должна быть признана неустойчивой, если свободные колебания системы имеют нарастающий характер. В противном же случае система статически устойчива.

Характер возникающих колебаний легко устанавливается с помощью простых соотношений между коэффициентами характеристического уравнения без необходимости решения последнего. Этим и исчерпывается исследование устойчивости.

Следует упомянуть, что согласно исследованиям А. М. Ляпунова неучет нелинейности сил и моментов не влияет на оценку устойчивости (в смысле статической устойчивости), за некоторыми исключениями, не существенными для практических приложений метода малых колебаний.

Для иллюстрации метода мы обратимся сначала к простейшему случаю работы станции на шины бесконечной мощности. Из простых физических представлений в § 1-3 для этого случая был установлен критерий статической устойчивости в виде знака синхронизирующей мощности  $dP/d\delta > 0$ . Покажем, что к тому же условию приводит и метод малых колебаний.

При изменении угла  $\delta$  на величину  $\Delta\delta$  мощность генератора изменяется по закону  $P = P_m \sin \delta$ , мощность же турбины остается постоянной и равной  $P_0$ . Появление избыточной мощности (и момента)

$$\Delta P = P_0 - P_m \sin \delta$$

приводит к качаниям ротора, протекающим согласно уравнению

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_0 - P_m \sin \delta, \quad (15-1)$$

где  $T_J$  — постоянная инерции.

При малых колебаниях ротора (анализ которых и показывает, обладает ли данная система статической устойчивостью) уравнение (15-1) можно упростить. Разлагая функцию  $\Delta P = P_0 - P_m \sin \delta$  в ряд Тейлора в области около  $\delta_0$ , получаем:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_0 - P_m \sin \delta = P_0 - P_m \sin \delta_0 - \\ - \left( \frac{dP}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta - \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2P}{d\delta^2} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta^2 - \dots, \end{aligned} \quad (15-2)$$

где  $\Delta\delta = \delta - \delta_0$  — малое отклонение угла от его исходного значения.

При малых значениях  $\Delta\delta$  степенями  $\Delta\delta$  выше первой можно пренебречь, что равносильно спрямлению характеристики мощности в области  $\delta_0$  на рис. 15-1. Принимая также во внимание, что  $P_0 = P_m \sin \delta_0$ , можно получить:

$$\Delta P = P_0 - P_m \sin \delta \approx - \left( \frac{dP}{d\delta} \right)_{\delta = \delta_0} \Delta\delta.$$

Так как  $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$ , где  $\delta_0$  — постоянная величина, то

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2}.$$

Подстановка полученных результатов в уравнение (15-1) приводит к простому линейному дифференциальному уравнению свободных колебаний

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta} \Delta\delta = 0, \quad (15-3)$$

решение которого, дающее изменение угла  $\Delta\delta$  во времени при малом возмущении исходного режима системы, хорошо известно:

$$\Delta\delta = k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t},$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — корни характеристического уравнения

$$p^2 + \frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta} = 0,$$

которые равны, очевидно,

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}} = \pm j \sqrt{\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}}.$$

Корни получаются чисто мнимыми (если  $dP/d\delta > 0$ ) либо чисто вещественными (если  $dP/d\delta < 0$ ). В последнем случае один вещественный корень положителен, другой отрицателен.

Рис. 15-1. Спрямление характеристики мощности при анализе малых колебаний системы.

Рис. 15-2. Свободные колебания угла.

Рис. 15-1

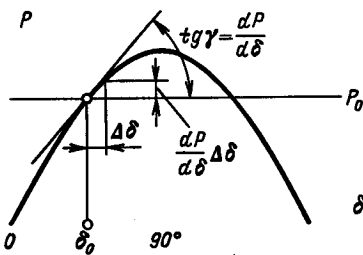
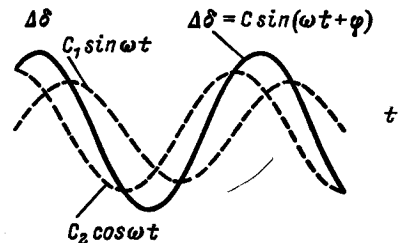


Рис. 15-2



В случае мнимых корней

$$p_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}} = \pm j\omega; \quad (15-4)$$

$$\Delta\delta = k_1 e^{j\omega t} + k_2 e^{-j\omega t} = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t = C \sin(\omega t + \varphi). \quad (15-5)$$

Изменение угла при этом происходит по закону незатухающих синусоидальных колебаний около  $\delta = \delta_0$  (рис. 15-2).

Незатухающий характер колебаний связан с неучетом потерь в исходном уравнении (15-1). В действительности же под влиянием потерь колебания затухнут и через некоторое время после нарушения исходного состояния установится первоначальный режим. В этом случае система, очевидно, должна быть признана устойчивой.

Если же корни характеристического уравнения вещественные и разные

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}} = \pm \mu,$$

то изменение угла имеет аperiodический характер

$$\Delta\delta = k_1 e^{\mu t} + k_2 e^{-\mu t}. \quad (15-6)$$

Наличие положительного вещественного корня приводит к нарастанию  $\Delta\delta$ , угол непрерывно возрастает, и система оказывается неустойчивой (рис. 15-3). Вещественные различные корни (из которых один всегда положителен) имеют место при условии  $dP/d\delta < 0$ . Если же  $dP/d\delta > 0$ , то корни чисто мнимые.

Таким образом, необходимым и достаточным условием устойчивости является неравенство  $dP/d\delta > 0$ , т. е. положительный знак синхронизирующей мощности, что и было установлено нами ранее.

Зависимость (15-4) позволяет найти период свободных колебаний генератора в области устойчивых режимов при работе его на шины бесконечной мощности:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}}}; \quad (15-7)$$

здесь период  $T$  и постоянная инерции  $T_J$  выражены в радианах или

$$T = \frac{0,354}{\sqrt{\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}}}, \quad (15-8)$$

где  $T$  и  $T_J$  выражены в секундах.

Период свободных колебаний обратно пропорционален корню из синхронизирующей мощности.

На рис. 15-4 показана зависимость периода  $T$  от угла  $\delta$  в исходном режиме работы генератора. Чем больше синхронизирующая мощность, т. е.



Рис. 15-3

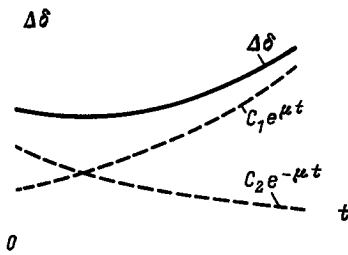


Рис. 15-3. Аперриодическое изменение угла при нарушении устойчивости.

Рис. 15-4

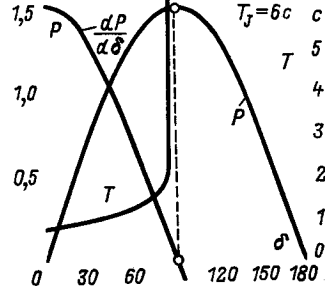


Рис. 15-4. Зависимость периода малых свободных колебаний от исходного режима.

чем выше степень устойчивости генератора, тем меньше период его свободных колебаний. Наоборот, по мере приближения к критическому режиму период возрастает и при  $\delta = 90^\circ$  становится равным бесконечности.

При  $\delta > 90^\circ$  колебания приобретают аперриодический характер и режим работы генератора становится неустойчивым.

### 15-3. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ В СЛУЧАЕ ДВУХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Посмотрим, к каким результатам приводит оценка статической устойчивости методом малых колебаний в случае работы двух электростанций на общую нагрузку (рис. 15-5, а). Для упрощения выкладок допустим, что нагрузка представлена постоянным сопротивлением (рис. 15-5, б). Все сделанные ниже выводы будут справедливы также и для других характеристик нагрузки.

Замещение нагрузки постоянным сопротивлением позволяет воспользоваться известными выражениями мощности обеих станций через собственные и взаимные проводимости ветвей станций:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) = P_{11} + P_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}); \\ P_2 &= E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}) = P_{22} - P_{12} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}); \end{aligned} \right\} \quad (15-9)$$

здесь  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$  — относительный угол сдвига э. д. с. (рис. 15-6). Углы  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{22}$  и  $\alpha_{12}$  дополняют до  $90^\circ$  углы комплексных собственных и взаимного сопротивлений ветвей  $Z_{11} = 1/Y_{11}$ ,  $Z_{22} = 1/Y_{22}$  и  $Z_{12} = 1/Y_{12}$ . Углы  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{22}$  обычно имеют небольшие положительные значения, а  $\alpha_{12}$  в настоящем случае — небольшой отрицательный угол.

Характеристики мощности станций  $P_1$  и  $P_2$  изображены на рис. 15-7. Хотя в формулы (15-9) напряжение приемника в явном виде не входит, они учитывают снижение  $U$ , происходящее при увеличении угла  $\delta_{12}$ , и поэтому максимум характеристики мощности  $P_{1m}$  первой станции представляет собой не что иное, как действительный предел мощности этой станции  $P_{1mд}$  при

Рис. 15-5

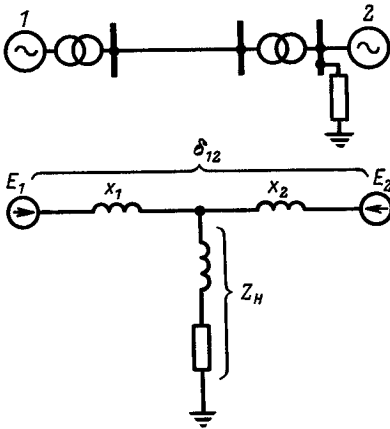


Рис. 15-6

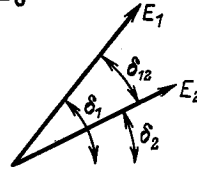


Рис. 15-7

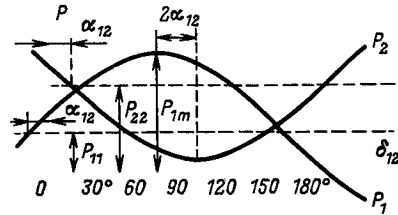


Рис. 15-5. Принципиальная схема и схема замещения системы с двумя электростанциями.

Рис. 15-6. Векторы э. д. с. системы.

Рис. 15-7. Характеристики мощности электростанций.

нагрузке системы в виде постоянного сопротивления. Однако, как будет видно из дальнейшего,  $P_{1mд}$  является пределом мощности, но не пределом устойчивости.

Покажем, что устойчивая работа возможна и за действительным пределом мощности. Для этого составим уравнения малых колебаний обеих станций:

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= \Delta P_1 = P_{10} - P_1 = P_{10} - P_{11} - P_{12} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}); \\ T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= \Delta P_2 = P_{20} - P_2 = P_{20} - P_{22} + P_{12} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}). \end{aligned} \right\} \quad (15-10)$$

В этих уравнениях  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  разлагаются в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= P_{10} - P_{11} - P_{12} \sin(\delta_{120} - \alpha_{12}) = \\ &= P_{10} - P_{11} - P_{12} \sin(\delta_{120} - \alpha_{12}) - \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \dots; \\ \Delta P_2 &= P_{20} - P_{22} + P_{12} \sin(\delta_{120} + \alpha_{12}) = \\ &= P_{20} - P_{22} + P_{12} \sin(\delta_{120} + \alpha_{12}) - \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \dots \end{aligned}$$

Отбрасывая все члены порядка выше первого и учитывая, что

$$\begin{aligned} P_{10} &= P_{11} + P_{12} \sin(\delta_{120} - \alpha_{12}); \\ P_{20} &= P_{22} - P_{12} \sin(\delta_{120} + \alpha_{12}), \end{aligned}$$

получаем:

$$\Delta P_1 \approx - \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12};$$

$$\Delta P_2 \approx - \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12},$$

следовательно,

$$T_{J1} \frac{d^2\delta_1}{dt^2} + \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} = 0,$$

$$T_{J2} \frac{d^2\delta_2}{dt^2} + \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} = 0,$$

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\delta_1}{dt^2} + \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} &= 0; \\ \frac{d^2\delta_2}{dt^2} + \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (15-11)$$

Вычитая второе из уравнений (15-11) из первого, имеем:

$$\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} + \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \right) \Delta\delta_{12} = 0.$$

Но

$$\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta_{12})}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\delta_{12}}{dt^2}$$

и, следовательно,

$$\frac{d^2\Delta\delta_{12}}{dt^2} + a_{21} \Delta\delta_{12} = 0, \quad (15-12)$$

где

$$a_{21} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}}$$

представляет собой удельное относительное ускорение роторов машины второй и первой электростанций.

Уравнение (15-12) определяет изменение относительного угла  $\delta_{12}$  между э. д. с. станций при малом возмущении режима их работы. Это же уравнение определяет и изменение мощности станций, так как в рассматриваемом случае мощность каждой станции зависит лишь от угла  $\delta_{12}$ .

Если полученная из уравнения (15-12) функция  $\Delta\delta_{12} = f(t)$  нарастает, то система неустойчива, в противном случае система должна быть признана устойчивой.

Уравнение (15-12) аналогично уравнению (15-3), полученному для станции, работающей на шины бесконечной мощности, только вместо коэффициента

$$\frac{1}{T_J} \frac{dP}{d\delta}$$

оно содержит коэффициент  $a_{21}$ .

Характеристическое уравнение имеет ту же структуру

$$p^2 + a_{21} = 0,$$

и его корни равны:

$$p_{1,2} = \pm j\sqrt{a_{21}};$$

здесь также могут существовать мнимые или вещественные корни характеристического уравнения.

Если  $a_{21} > 0$ , то оба корня чисто мнимые и  $\Delta\delta_{12}$  изменяется по закону синусоидальных колебаний. В реальных условиях, в которых существует рассеяние энергии, колебания затухают и, следовательно, система устойчива.

Если  $a_{21} < 0$ , то корни различные вещественные, причем один из них всегда положителен. Относительный угол  $\Delta\delta_{12}$  нарастает, и система должна быть признана неустойчивой. Таким образом, критерием устойчивости системы является условие

$$a_{21} > 0. \quad (15-13)$$

Это условие позволяет установить, что на статическую устойчивость системы влияет новый фактор — постоянные инерции генераторов, хотя и в сравнительно узких пределах.

Физический смысл условия (15-13) очень прост. Если угол  $\delta_{120}$  получает небольшое приращение  $\Delta\delta_{12}$ , то мощности станций изменяются и роторы генераторов получают ускорения

$$\alpha_1 = \frac{d^2\delta_1}{dt^2} = -\frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} = a_1 \Delta\delta_{12};$$

$$\alpha_2 = \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = -\frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} = a_2 \Delta\delta_{12}.$$

Эти ускорения определяют характер изменения абсолютных углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

Разности удельных ускорений  $a_{21} = a_2 - a_1$  или  $a_{12} = a_1 - a_2$  представляют собой удельные ускорения второй электростанции относительно первой или наоборот. Они устанавливают характер изменения относительного угла  $\delta_{12}$ :

$$\frac{1}{\Delta\delta_{12}} \frac{d^2 \Delta\delta_{12}}{dt^2} = a_{12} = -a_{21}.$$

Если  $a_{12} < 0$  или  $a_{21} > 0$ , значит угол  $\delta_{12}$  уменьшается и система возвращается в исходное состояние, т. е. она устойчива; если же  $a_{12} > 0$  или  $a_{21} < 0$ , то  $\delta_{12}$  нарастает и, следовательно, система неустойчива. Все эти рассуждения такие же, как и в случае станции, работающей на шины бесконечной мощности, но имеют в виду относительно движение роторов генераторов.

Возвращаясь к характеристике мощности, следует отметить, что для режима, которому отвечает точка  $c$  (угол  $\delta_{12c}$  на рис. 15-8), где достигается действительный предел мощности удаленной станции 1, справедливы соотношения  $dP_1/d\delta_{12} = 0$  и  $dP_2/d\delta_{12} < 0$  и, следовательно,  $a_{21} > 0$ , т. е. система устойчива при любых конечных значениях постоянных  $T_J$  (которые всегда положительны).

Система будет устойчива и при значениях угла  $\delta_{12}$ , несколько больших  $\delta_{12c}$ , хотя при этом действительный предел мощности одной из станций и будет уже пройден.

Для режима, которому отвечает точка  $b$ , где характеристика мощности  $P_2$  имеет минимум, очевидно,  $dP_1/d\delta_{12} < 0$  и  $dP_2/d\delta_{12} = 0$ . Здесь  $a_{21} < 0$  и система при любых значениях  $T_J$  оказывается неустойчивой.

Предел устойчивости системы лежит между максимумом одной и минимумом другой характеристики мощности, изменяясь в этих пределах в зависимости от соотношения между  $T_{J1}$  и  $T_{J2}$ . Таким образом, если для станции, работающей на шину бесконечной мощности, предел устойчивости совпадает с пределом мощности, то в случае двух (и более) станций предел устойчивости и предел мощности различны. Следует, однако, отметить, что разница между предельными режимами невелика, так как угол сдвига характеристик равен  $2\alpha_{12}$ , где  $\alpha_{12}$

(дополнительный угол взаимного сопротивления) всегда невелик, поскольку в системе преобладают индуктивные сопротивления.

Если же активные сопротивления равны нулю, то значения углов  $\delta_{12}$ , соответствующих максимуму  $P_1$  и минимуму  $P_2$ , совпадают и разница между пределами мощности и пределами устойчивости вообще исчезает.

Далее, если помимо установления самого факта устойчивости системы в данном режиме поставить вопрос о запасе устойчивости, определяя его как отношение  $k_1 = (P - P_0)/P_0$ , то следует прийти к заключению, что расширение зоны устойчивости за пределом мощности не увеличивает значение мощности, которое можно передавать от удаленной станции, и, следовательно, не увеличивает запаса.

Все это позволяет в практических расчетах во многих случаях отказаться от уточненного определения предела устойчивости и допустить, что он совпадает с пределом мощности, т. е. считать, что действительный предел мощности удаленной станции является одновременно и пределом устойчивости. Тогда вместо вычисления относительного ускорения  $a_{21}$  можно ограничиться вычислением синхронизирующей мощности удаленной станции  $dP_1/d\delta_{12}$ . Характеристика мощности второй станции становится в этом случае несущественной.

Рис. 15-8

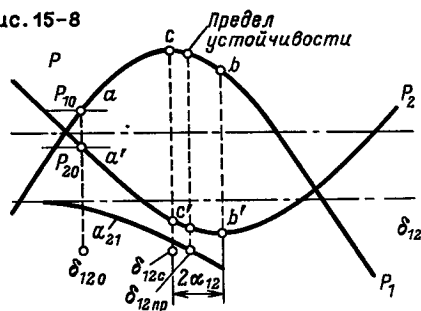


Рис. 15-8. Определение предела устойчивости.

## 15-4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО УСКОРЕНИЯ И СИНХРОНИЗИРУЮЩЕЙ МОЩНОСТИ

Покажем, каким образом могут быть вычислены синхронизирующая мощность  $dP_1/d\delta_{12}$  и относительное ускорение  $a_{21}$ , предполагая, что связи между станциями и нагрузкой представлены любой комбинацией сопротивлений и нагрузка задана статическими характеристиками. Все величины, характеризующие установившийся режим, предполагаются известными. Исходными для расчета являются величины  $E_1, E_2, U, \delta_1, \delta_2, dP_H/dU, dQ_H/dU$  (рис. 15-9).

Сначала найдем выражения для активных и реактивных мощностей отдельных станций. Пусть связь между первой электростанцией и нагрузкой характеризуется собственными и взаимными проводимостями ветвей  $Y_{11}$ ,  $Y_{UU}$  и  $Y_{1U}$ . Тогда согласно результатам § 2-3 мощности генератора и приемника для первой станции равны:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 U y_{1U} \sin (\delta_1 - \alpha_{1U}); \\ Q_1 &= E_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - E_1 U y_{1U} \cos (\delta_1 - \alpha_{1U}); \\ P_{1н} &= -U^2 y_{UU} \sin \alpha_{UU} + E_1 U y_{1U} \sin (\delta_1 + \alpha_{1U}); \\ Q_{1н} &= -U^2 y_{UU} \cos \alpha_{UU} + E_1 U y_{1U} \cos (\delta_1 + \alpha_{1U}). \end{aligned} \right\} \quad (15-14)$$

Заменяя индекс 1 на 2 можно получить аналогичные выражения и для второй станции, например

$$P_2 = E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_2 U y_{2U} \sin (\delta_2 - \alpha_{2U}) \text{ и т. д.}$$

Как вытекает из (15-14), мощность генератора  $P_1$  зависит от двух переменных  $\delta_1$  и  $U$  и, следовательно,

$$dP_1 = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial P_1}{\partial U} dU,$$

что позволяет написать выражение синхронизирующей мощности в следующем виде:

$$\frac{dP_1}{d\delta_{12}} = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} \frac{d\delta_1}{d\delta_{12}} + \frac{\partial P_1}{\partial U} \frac{dU}{d\delta_{12}}. \quad (15-15)$$

Точно так же

$$\frac{dP_2}{d\delta_{12}} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \frac{d\delta_2}{d\delta_{12}} + \frac{\partial P_2}{\partial U} \frac{dU}{d\delta_{12}}.$$

Частные производные  $\partial P_1/\partial \delta_1$ ,  $\partial P_1/\partial U$ ,  $\partial P_2/\partial \delta_2$ ,  $\partial P_2/\partial U$  легко определяются путем дифференцирования выражений (15-14).

Например,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} &= E_1 U y_{1U} \cos (\delta_1 - \alpha_{1U}); \\ \frac{\partial P_1}{\partial U} &= E_1 y_{1U} \sin (\delta_1 - \alpha_{1U}) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Значения полных производных  $d\delta_1/d\delta_{12}$ ,  $d\delta_2/d\delta_{12}$  и  $dU/d\delta_{12}$  получаются из условия баланса мощностей в точке присоединения нагрузки

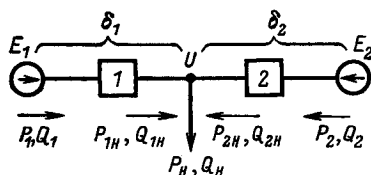
$$P_{1н} + P_{2н} = P_{н}; \quad Q_{1н} + Q_{2н} = Q_{н}$$

или

$$\left. \begin{aligned} dP_{1н} + dP_{2н} &= dP_{н}; \\ dQ_{1н} + dQ_{2н} &= dQ_{н}. \end{aligned} \right\} \quad (15-16)$$

Рис. 15-9. Схема системы.

Рис. 15-9



Мощности  $P_{1н}$  и  $Q_{1н}$  зависят от  $\delta_1$  и  $U$ ;  $P_{2н}$  и  $Q_{2н}$  зависит от  $\delta_2$  и  $U$ ;  $P_n$  и  $Q_n$  зависят только от  $U$ . Следовательно,

$$dP_{1н} = \frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial P_{1н}}{\partial U} dU;$$

$$dP_{2н} = \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \frac{\partial P_{2н}}{\partial U} dU;$$

$$dQ_{1н} = \frac{\partial Q_{1н}}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial Q_{1н}}{\partial U} dU;$$

$$dQ_{2н} = \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial U} dU;$$

$$dP_n = \frac{dP_n}{dU} dU; \quad dQ_n = \frac{dQ_n}{dU} dU,$$

где  $dP_n/dU$  и  $dQ_n/dU$  – регулирующий эффект активной и реактивной мощности нагрузки.

Подставляя эти выражения в уравнения баланса мощности (15-16), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \left( \frac{\partial P_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}}{\partial U} - \frac{dP_n}{dU} \right) dU = 0; \\ \frac{\partial Q_{1н}}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \left( \frac{\partial Q_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial U} - \frac{dQ_n}{dU} \right) dU = 0. \end{aligned} \right\} \quad (15-17)$$

Подстановка  $d\delta_2 = d\delta_1 - d\delta_{12}$ , вытекающая из очевидного соотношения  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ , дает

$$\left( \frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} \right) d\delta_1 + \left( \frac{\partial P_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}}{\partial U} - \frac{dP_n}{dU} \right) dU = \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_{12};$$

$$\left( \frac{\partial Q_{1н}}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} \right) d\delta_1 + \left( \frac{\partial Q_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial U} - \frac{dQ_n}{dU} \right) dU = \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} d\delta_{12}$$

или

$$\left. \begin{aligned} A_P \frac{d\delta_1}{d\delta_{12}} + B_P \frac{dU}{d\delta_{12}} = \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2}; \\ A_Q \frac{d\delta_1}{d\delta_{12}} + B_Q \frac{dU}{d\delta_{12}} = \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2}, \end{aligned} \right\} \quad (15-18)$$

где

$$A_P = \frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2}, \quad B_P = \frac{\partial P_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}}{\partial U} - \frac{dP_n}{dU};$$

$$A_Q = \frac{\partial Q_{1н}}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2}, \quad B_Q = \frac{\partial Q_{1н}}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}}{\partial U} - \frac{dQ_n}{dU}.$$

Все частные производные, входящие в уравнения (15-18), легко определяются путем дифференцирования зависимостей (15-14). Например,

$$\frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1} = E_1 U y_{1U} \cos(\delta_1 + \alpha_{1U});$$

$$\frac{\partial Q_{1н}}{\partial U} = -2U y_{UU} \cos \alpha_{UU} - E_1 y_{1U} \cos(\delta_1 + \alpha_{1U}) \text{ и т. д.}$$

Решая уравнения (15-18), находим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta_1}{d\delta_{12}} &= \frac{\frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} B_Q - \frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} B_P}{A_P B_Q - B_P A_Q}; \\ \frac{dU}{d\delta_{12}} &= \frac{\frac{\partial Q_{2н}}{\partial \delta_2} A_P - \frac{\partial P_{2н}}{\partial \delta_2} A_Q}{A_P B_Q - B_P A_Q}, \end{aligned} \right\} \quad (15-19)$$

после чего нетрудно определить и  $d\delta_2/d\delta_{12}$  из уравнения

$$\frac{d\delta_1}{d\delta_{12}} - \frac{d\delta_2}{d\delta_{12}} = \frac{d\delta_{12}}{d\delta_{12}} = 1.$$

Подстановка этих производных в (15-15) позволяет вычислить синхронизирующие мощности  $dP_1/d\delta_{12}$  и  $dP_2/d\delta_{12}$  и далее найти относительное ускорение  $a_{21}$ . Если ограничиться упрощенным критерием устойчивости  $dP_1/d\delta_{12} > 0$ , то соответствующая часть вычислений, связанная с определением производной  $dP_2/d\delta_{12}$ , отпадает.



расчеты

статической устойчивости

СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## 16-1. ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА

Исследуя характер малых колебаний сложных систем с несколькими электростанциями и нагрузками, можно установить достаточно строгий критерий статической устойчивости системы при любом числе электростанций. Как показано ниже, таким критерием являются определенные комбинации относительных ускорений электростанций системы, взятых попарно (гл. 17).

Однако вычисление относительных ускорений в сложных системах требует весьма кропотливых выкладок. Поэтому при числе электростанций, большем двух, [в оценочных расчетах иногда можно] ограничиться приближенным критерием устойчивости, тем же, что и в случае двух электростанций — знаком синхронизирующей мощности удаленной станции (или группы станций). Следует, однако, оговориться, что понятие синхронизирующей мощности в системе с несколькими электростанциями имеет не вполне определенный характер. При определении синхронизирующей мощности данной станции остается открытым вопрос о характере изменения относительных углов сдвига э. д. с., а следовательно, и изменения мощностей всех остальных электростанций системы.

В случае двух электростанций этот вопрос не возникал, поскольку в подобной системе существует только один относительный угол  $\delta_{12}$ , изменение которого  $\Delta\delta_{12}$  влечет за собой однозначное изменение мощностей  $dP_1$  и  $dP_2$  и приводит к вполне определенному значению синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_{12}$ . В случае же  $M$  генераторных станций имеется  $M - 1$  относительных углов сдвига э. д. с., причем каждой комбинации относительных углов соответствуют свои значения мощностей всех станций системы и, следовательно, значение синхронизирующей мощности любой из станций зависит от характера изменения всех относительных углов.

Для того чтобы сделать задачу вычисления синхронизирующей мощности однозначной, могут быть использованы следующие предпосылки: предполагается постоянство углов всех электростанций, кроме данной, или допускается постоянство мощностей всех промежуточных станций (кроме двух данных).

Рис. 16-1

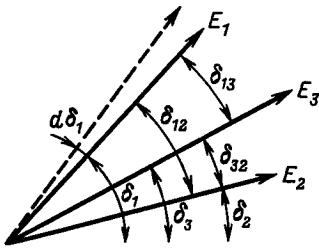


Рис. 16-2

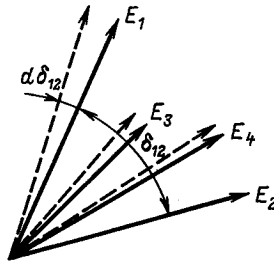


Рис. 16-1. Изменение относительных углов при возрастании  $\delta_1$ .

Рис. 16-2. Изменение углов при постоянстве мощностей электростанций 3 и 4.

В первом случае абсолютный угол  $\delta_1$  удаленной электростанции, ориентированный относительно синхронно вращающейся оси, получает приращение  $d\delta_1$  (рис. 16-1), тогда как абсолютные углы всех остальных станций:  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  и т. д. — остаются неизменными. При этом все относительные углы первой станции изменяются на одну и ту же величину  $d\delta_{12} = d\delta_{13}$  и т. д., а относительные углы остальных станций сохраняют свои исходные значения, при этом  $d\delta_{23} = 0$  и т. д. Этой вполне определенной комбинации изменения относительных углов соответствуют и определенные изменения мощностей всех станций, включая первую. Критерием устойчивости в этом случае является знак синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_{1n}$ , где  $d\delta_{1n}$  берется относительно любой из остальных станций системы.

Однако самый смысл рассматриваемой предпосылки, заключающийся в противопоставлении удаленной электростанции всем остальным электростанциям системы как одному целому, заставляет характеризовать, по существу, этот метод, как метод двух электростанций. Постоянство углов всех станций, кроме одной, позволяет и формально заменить эти станции одной эквивалентной. Именно таким образом, обращаясь к случаю двух электростанций, и следует вести расчеты, если согласиться с принятым характером изменения углов.

Вторая предпосылка допускает изменение активной мощности лишь двух электростанций (обычно выбираются станции с наибольшим относительным углом). Мощности же всех остальных электростанций остаются неизменными. Так, например, при определении синхронизирующей мощности электростанции 1 (рис. 16-2) относительный угол  $\delta_{12}$  получает приращение  $d\delta_{12}$ . Углы электростанций 3 и 4 изменяются при этом таким образом, чтобы активные мощности этих станций сохранили свои первоначальные значения. Приближенным критерием устойчивости при таком подходе является знак синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_{12}$ .

Влияние промежуточных станций на синхронизирующую мощность связано здесь с регулирующим эффектом этих станций, в той или иной мере поддерживающих напряжение в отдельных точках системы, падающее при увеличении угла  $\delta_{12}$ .

### 16-2. ВЫЧИСЛЕНИЕ СИНХРОНИЗИРУЮЩЕЙ МОЩНОСТИ

Изложим общий метод вычисления синхронизирующей мощности в сложных системах при любом характере изменения углов и мощностей.

Пусть в системе имеется  $M$  генераторных станций и  $N$  нагрузок, заданных статическими характеристиками в зависимости от напряжения. Сущность метода заключается в том, что в точках присоединения этих нагрузок вводятся фиктивные э. д. с., совпадающие по абсолютному значению и фазе с напряжениями в этих точках (рис. 16-3).

При изменении режима работы системы эти э. д. с. изменяются совершенно так же, как и напряжения, благодаря чему никаких токов в цепях фиктивных э. д. с. не возникает и они не оказывают никакого влияния на работу системы. Смысл этой операции заключается в том, что приложенные фиктивные э. д. с. отделяют нагрузки с их нелинейными характеристиками от других элементов системы. Теперь вся сеть, связывающая э. д. с. действительных станций и приложенные фиктивные э. д. с., состоит только из постоянных сопротивлений и для ветвей всех станций (действительных и фиктивных) могут быть найдены собственные и взаимные проводимости: для первой станции  $Y_{11}, Y_{12}, Y_{13}, \dots, Y_{1M}, Y_{1I}, Y_{1II}, \dots, Y_{1N}$ ; для первой фиктивной станции  $Y_{I1}, Y_{I2}, \dots, Y_{IM}, Y_{II1}, Y_{II2}, \dots, Y_{IN}$  и т. д.

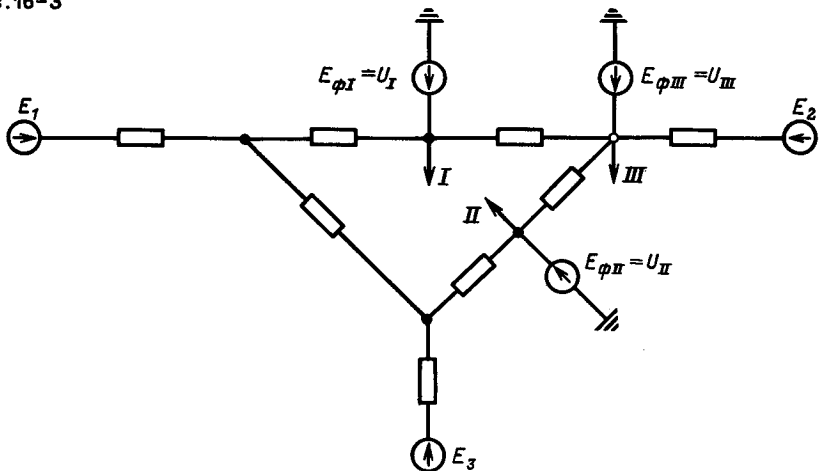
Здесь арабские цифры относятся к действительным станциям и римские — к фиктивным.

Первый этап в решении задачи сводится к определению активных и реактивных мощностей действительных и фиктивных станций при условии, что даны величины и фазы всех действительных и фиктивных э. д. с.:

$$E_1 \angle \delta_1, E_2 \angle \delta_2, \dots, E_M \angle \delta_M, U_I \angle \delta_I, U_{II} \angle \delta_{II}, \dots, U_N \angle \delta_N.$$

Рис. 16-3. Введение э. д. с. на нагрузках в схеме замещения.

Рис. 16-3



Комплексные значения мощности для первой действительной и первой фиктивной станций равны:

$$\dot{S}_1 = \dot{E}_1 \dot{I}_1 = \dot{E}_1 (\hat{E}_1 \hat{Y}_{11} - \hat{E}_2 \hat{Y}_{12} - \dots - \hat{E}_M \hat{Y}_{1M} - \hat{U}_1 \hat{Y}_{11} - \dots - \hat{U}_N \hat{Y}_{1N});$$

$$\dot{S}_I = \dot{U}_I \dot{I}_I = \dot{U}_I (\hat{U}_1 \hat{Y}_{I1} - \hat{E}_1 \hat{Y}_{I1} - \dots - \hat{E}_M \hat{Y}_{IM} - \hat{U}_{II} \hat{Y}_{II} - \dots - \hat{U}_N \hat{Y}_{IN}).$$

Аналогичные выражения справедливы и для всех других станций. Эти выражения могут быть записаны и в несколько ином виде:

$$\dot{S}_I = S_{I1} \angle \psi_{I1} - S_{I2} \angle (\delta_{I2} + \psi_{I2}) - \dots - S_{IM} \angle (\delta_{IM} + \psi_{IM}) - \\ - S_{II} \angle (\delta_{II} + \psi_{II}) - \dots - S_{IN} \angle (\delta_{IN} + \psi_{IN});$$

$$\dot{S}_I = S_{II} \angle \psi_{II} - S_{I1} \angle (\delta_{I1} + \psi_{I1}) - \dots - S_{IM} \angle (\delta_{IM} + \psi_{IM}) - \\ - S_{IN} \angle (\delta_{IN} + \psi_{IN})$$

и т. д., где

$$S_{I1} = E_1^2 y_{11}, S_{I2} = E_1 E_2 y_{12}, S_{II} = E_I U_I y_{II}, \dots \delta_{I2} = \delta_1 - \delta_2, \delta_{II} = \delta_I - \delta_I \dots$$

Углы  $\psi$  являются аргументами комплексных собственных и взаимных сопротивлений ветвей.

В общем виде мощности  $m$ -й действительной и  $n$ -й фиктивной станций могут быть представлены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_m &= S_{mm} \angle \psi_{mm} - \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M S_{mq} \angle (\delta_{mq} + \psi_{mq}) - \sum_{p=1}^N S_{mp} \angle (\delta_{mp} + \psi_{mp}); \\ \dot{S}_n &= S_{nn} \angle \psi_{nn} - \sum_{q=1}^M S_{nq} \angle (\delta_{nq} + \psi_{nq}) - \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N S_{np} \angle (\delta_{np} + \psi_{np}), \end{aligned} \right\} \quad (16-1)$$

где  $S_{mm} \angle \psi_{mm}$  — собственная мощность  $m$ -й станции;  $\sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M S_{mq} \angle (\delta_{mq} + \psi_{mq}) -$

взаимные мощности  $m$ -й станции, обуславливаемые остальными действительными станциями. Член  $q = m$  из ряда исключен, так как он представляет

собственную мощность  $m$ -й станции;  $\sum_{p=1}^N S_{mp} \angle (\delta_{mp} + \psi_{mp}) -$  взаимные мощ-

ности  $m$ -й станции, обуславливаемые всеми фиктивными станциями.

Нетрудно установить значения отдельных членов и в выражении  $\dot{S}_n$ .

Разделяя  $\dot{S}_m$  и  $\dot{S}_n$  на действительные и мнимые части и вводя, как обычно, вместо аргументов  $\psi$  дополняющие их до  $90^\circ$  углы  $\alpha$ , получаем искомые выражения активной и реактивной мощности действительных и фиктивных станций.

Для  $m$ -й действительной станции

$$\left. \begin{aligned}
 P_m &= E_m^2 y_{mm} \sin \alpha_{mm} + \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M E_m E_q y_{mq} \sin (\delta_{mq} - \alpha_{mq}) + \\
 &+ \sum_{p=1}^N E_m U_p y_{mp} \sin (\delta_{mp} - \alpha_{mp}); \\
 Q_m &= E_m^2 y_{mm} \cos \alpha_{mm} - \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M E_m E_q y_{mq} \cos (\delta_{mq} - \alpha_{mq}) - \\
 &- \sum_{p=1}^N E_m U_p y_{mp} \cos (\delta_{mp} - \alpha_{mp}).
 \end{aligned} \right\} \quad (16-2)$$

Для  $n$ -й фиктивной станции

$$\left. \begin{aligned}
 P_n &= U_n^2 y_{nn} \sin \alpha_{nn} + \sum_{q=1}^M U_n E_q y_{nq} \sin (\delta_{nq} - \alpha_{nq}) + \\
 &+ \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N U_n U_p y_{np} \sin (\delta_{np} - \alpha_{np}); \\
 Q_n &= U_n^2 y_{nn} \cos \alpha_{nn} - \sum_{q=1}^M U_n E_q y_{nq} \cos (\delta_{nq} - \alpha_{nq}) - \\
 &- \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N U_n U_p y_{np} \cos (\delta_{np} - \alpha_{np}).
 \end{aligned} \right\} \quad (16-3)$$

Общее число э. д. с. в системе равно  $(M + N)$ , и, следовательно, число уравнений вида (16-2) и (16-3) составляет  $2(M + N)$ .

В этих уравнениях имеется  $(M + N)^2$  различных относительных углов

- $\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1M}, \delta_{1I}, \delta_{1II}, \dots, \delta_{1N};$
- $\delta_{21}, \delta_{22}, \dots, \delta_{2M}, \delta_{2I}, \delta_{2II}, \dots, \delta_{2N};$
- .....
- $\delta_{M1}, \delta_{M2}, \dots, \delta_{MM}, \delta_{MI}, \delta_{MII}, \dots, \delta_{MN};$
- $\delta_{I1}, \delta_{I2}, \dots, \delta_{IM}, \delta_{II}, \delta_{IIN}, \dots, \delta_{IN};$
- .....
- $\delta_{N1}, \delta_{N2}, \dots, \delta_{NM}, \delta_{NI}, \delta_{NII}, \dots, \delta_{NN}.$

Правда, углы  $\delta_{11}, \dots, \delta_{MM}, \delta_{II}, \dots, \delta_{NN}$  введены здесь только для общности записи. В действительности они равны нулю ( $\delta_{11} = \delta_1 - \delta_1 = 0$  и т. д.). Независимыми переменными являются всего  $M + N - 1$  относительных углов. Это могут быть относительные углы какой-нибудь одной из станций, например первой (без угла  $\delta_{11} = 0$ ). Все остальные относительные углы

могут быть выражены через независимые переменные. Так, относительный угол  $\delta_{mq}$  между  $m$ -й и  $q$ -й станциями равен, очевидно,

$$\delta_{mq} = \delta_m - \delta_q = (\delta_1 - \delta_q) - (\delta_1 - \delta_m) = \delta_{1q} - \delta_{1m}.$$

Итак, в правых частях уравнений (16-2) и (16-3) имеется  $M + N - 1$  независимых переменных углов. Кроме того, переменными являются и значение фиктивных э. д. с.  $U$  (или, что то же самое, напряжений на нагрузках).

Следует отметить, что полученные выше выражения  $P_n$  и  $Q_n$  не дают еще полных значений мощностей фиктивных станций. Они определяют только мощности, отдаваемые фиктивными станциями во внешнюю сеть. Но, кроме того, фиктивные станции питают и подключенные к ним непосредственно нагрузки  $P_{nn}$  и  $Q_{nn}$ .

Полные мощности фиктивных станций, очевидно, равны  $P_n + P_{nn} = 0$ ,  $Q_n + Q_{nn} = 0$ , поскольку никаких токов в цепях фиктивных э. д. с. не протекает.

Дальнейшим этапом решения задачи является определение синхронизирующей мощности с помощью найденных выражений мощностей действительных и фиктивных станций. Для этого допустим, что все независимые относительные углы получают приращения  $d\delta_{12}, d\delta_{13}, \dots, d\delta_{1M}, d\delta_{11}, \dots, d\delta_{1N}$ . В результате изменения углов изменяются и все напряжения на нагрузках (или равные им фиктивные э. д. с.) на  $dU_1, \dots, dU_N$ .

Соответствующие изменения мощностей действительных и фиктивных станций устанавливаются путем дифференцирования выражений (16-2) и (16-3). Перепишем сначала эти выражения в более простой форме:

$$\left. \begin{aligned} P_m &= P_{mm} + \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M P_{mq} + \sum_{p=1}^N P_{mp}; \\ P_n &= P_{nn} + \sum_{q=1}^M P_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N P_{np}; \\ Q_n &= Q_{nn} + \sum_{q=1}^M Q_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N Q_{np}, \end{aligned} \right\} \quad (16-4)$$

где

$$P_{mm} = E_m^2 y_{mm} \sin \alpha_{mm}, \quad P_{mq} = E_m E_q y_{mq} \sin (\delta_{mq} - \alpha_{mq});$$

$$Q_{nn} = U_n^2 y_{nn} \cos \alpha_{nn}; \quad Q_{nq} = -U_n E_q y_{nq} \cos (\delta_{nq} - \alpha_{nq})$$

и т. д.

Реактивные мощности действительных станций здесь опущены, так как они в дальнейшем роли не играют.

Дифференцируя (16-4), получаем для действительных станций

$$dP_m = \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M \frac{\partial P_{mq}}{\partial \delta_{mq}} d\delta_{mq} + \sum_{p=1}^N \frac{\partial P_{mp}}{\partial \delta_{mp}} d\delta_{mp} + \sum_{p=1}^N \frac{\partial P_{mp}}{\partial U_p} dU_p, \quad (16-5)$$

где

$$\frac{\partial P_{mq}}{\partial \delta_{mq}} = E_m E_q y_{mq} \cos(\delta_{mq} - \alpha_{mq});$$

$$\frac{\partial P_{mp}}{\partial U_p} = E_m y_{mp} \sin(\delta_{mp} - \alpha_{mp})$$

и т. д., и для фиктивных станций

$$dP_n + dP_{nn} = \frac{\partial P_{nn}}{\partial U_n} dU_n + \sum_{q=1}^M \frac{\partial P_{nq}}{\partial U_n} dU_n + \sum_{q=1}^M \frac{\partial P_{nq}}{\partial \delta_{nq}} d\delta_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial U_n} dU_n +$$

$$+ \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial U_p} dU_p + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial \delta_{np}} d\delta_{np} + \frac{dP_{nn}}{dU_n} dU_n;$$

$$dQ_n + dQ_{nn} = \frac{\partial Q_{nn}}{\partial U_n} dU_n + \sum_{q=1}^M \frac{\partial Q_{nq}}{\partial U_n} dU_n + \sum_{q=1}^M \frac{\partial Q_{nq}}{\partial \delta_{nq}} d\delta_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial U_n} dU_n +$$

$$+ \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial U_p} dU_p + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial \delta_{np}} d\delta_{np} + \frac{dQ_{nn}}{dU_n} dU_n.$$

Но мощности фиктивных станций равны нулю, и, следовательно,

$$dP_n + dP_{nn} = 0 \text{ и } dQ_n + dQ_{nn} = 0, \text{ или}$$

$$\left. \begin{aligned} & \left( \frac{\partial P_{nn}}{\partial U_n} + \sum_{q=1}^M \frac{\partial P_{nq}}{\partial U_n} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial U_n} + \frac{dP_{nn}}{dU_n} \right) dU_n + \\ & + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial U_p} dU_p + \sum_{q=1}^M \frac{\partial P_{nq}}{\partial \delta_{nq}} d\delta_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial P_{np}}{\partial \delta_{np}} d\delta_{np} = 0; \\ & \left( \frac{\partial Q_{nn}}{\partial U_n} + \sum_{q=1}^M \frac{\partial Q_{nq}}{\partial U_n} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial U_n} + \frac{dQ_{nn}}{dU_n} \right) dU_n + \\ & + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial U_p} dU_p + \sum_{q=1}^M \frac{\partial Q_{nq}}{\partial \delta_{nq}} d\delta_{nq} + \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq n)}}^N \frac{\partial Q_{np}}{\partial \delta_{np}} d\delta_{np} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (16-6)$$

Уравнения (16-5) и (16-6) образуют систему, которая позволяет вычислить синхронизирующую мощность любой действительной станции, но только при наложении дополнительных условий на характер изменения углов (или мощностей отдельных станций), поскольку число неизвестных в этих уравнениях превышает число уравнений.

Как уже указывалось выше, уравнения содержат  $N$  переменных напряжений  $dU$  и  $M + N - 1$  независимых переменных углов  $d\delta_{12}, \dots, d\delta_{1M}, d\delta_{1b}, \dots, d\delta_{1N}$ . Кроме того, неизвестны и левые части уравнений (16-5)  $dP_1, \dots, dP_M$ . Поэтому общее число неизвестных составляет  $2M + 2N - 1$  при  $M + 2N$  уравнениях.

Задача становится определенной при допущении, например, постоянства мощностей промежуточных станций в соответствии с указаниями § 16-1.

Если определяется синхронизирующая мощность станции 1 относительно станции 2, то мощности остальных действительных станций предполагаются постоянными, что равносильно допущению  $dP_3 = dP_4 = \dots = dP_M = 0$ .

В уравнениях (16-5) и (16-6) в этом случае остаются неизвестными: изменение мощностей станций 1  $dP_1$  и станций 2  $dP_2$ ,  $N$  изменений напряжений  $dU$  и  $M + N - 1$  изменений независимых относительных углов, т. е. всего  $M + 2N + 1$  неизвестных.

Однако нас интересуют не абсолютные значения этих переменных, а их отношение (т. е. собственно отношение двух переменных:  $dP_1/d\delta_{12}$ ). Если разделить все уравнения на  $d\delta_{12}$ , то вместо  $M + 2N + 1$  неизвестных вида  $dP$ ,  $dU$  и  $d\delta$  мы получим  $M + 2N$  неизвестных вида  $dP/d\delta_{12}$ ,  $dU/d\delta_{12}$  и  $d\delta/d\delta_{12}$ .

Для определения синхронизирующей мощности имеем  $2N$  уравнений (16-6) и  $M$  уравнений (16-5), всего  $M + 2N$  уравнений, т. е. столько же, сколько и неизвестных. Решение этих уравнений и дает искомую синхронизирующую мощность  $dP/d\delta_{12}$ .

При представлении нагрузок неизменными сопротивлениями вычисление синхронизирующей мощности сильно упрощается. В этих условиях собственные и взаимные проводимости ветвей действительных станций могут быть найдены с учетом сопротивлений нагрузок (подобно тому, как это делается при расчетах динамической устойчивости) и необходимость в оценке изменения значений и фазы напряжений на нагрузках отпадает. Отсутствие фиктивных станций позволяет ограничиться в уравнениях (16-5) первой группой членов

$$dP_m = \sum_{\substack{q=1 \\ (q \neq m)}}^M \frac{\partial P_{mq}}{\partial \delta_{mq}} d\delta_{mq}. \quad (16-7)$$

Число этих уравнений равно числу действительных станций  $M$ . Они содержат  $M - 1$  неизвестных переменных углов  $d\delta$  и  $M$  переменных мощностей  $dP$ . Разделив уравнения на  $d\delta_{12}$  и допуская постоянство мощностей всех электростанций, кроме 1 и 2, т. е. полагая  $dP_3 = dP_4 = \dots = dP_M = 0$ , получаем  $M$  неизвестных вида  $dP_1/d\delta_{12}$ ,  $dP_2/d\delta_{12}$ ,  $d\delta_{13}/d\delta_{12}$ ,  $\dots$ ,  $d\delta_{1M}/d\delta_{12}$  соответственно числу уравнений. Решение этой системы позволяет вычислить синхронизирующую мощность  $dP_1/d\delta_{12}$ .



### 16-3. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О РАСЧЕТЕ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Как уже отмечалось выше, в связи с расчетами динамической устойчивости сложных систем при большом числе электростанций становится целесообразным предварительное упрощение системы, имеющее целью прежде всего уменьшение числа электростанций. Это в полной мере справедливо и в отношении расчетов статической устойчивости. Сохранение в расчетной схеме многих электростанций не всегда может быть оправдано не только в связи с чрезмерным усложнением расчетов, но и вследствие неизбежной при использовании приближенных критериев неточности результатов.

К такому же заключению в ряде случаев приводит и сама постановка задачи расчета устойчивости, так, например, тогда, когда расчет устойчивости выполняется для системы, имеющей слабое с точки зрения устойчивости звено — слабую связь между районами или станциями системы. В подобных условиях вполне обоснованным шагом является замещение электростанций как приемного, так и передающего конца исследуемой связи двумя эквивалентными электростанциями, что позволяет привести расчетную схему к хорошо известному нам случаю двух машин.

В других случаях может встретиться необходимость сохранения в расчетной схеме более чем двух электростанций, и тогда приходится прибегать к методам расчета, изложенным выше. При вычислении синхронизирующей мощности в этих условиях следует использовать предпосылку постоянства мощности промежуточных станций. Однако определение знака синхронизирующей мощности в заданном режиме работы позволяет только с определенным приближением констатировать самый факт устойчивости или неустойчивости этого режима и ничего не говорит о запасе устойчивости.

Для определения запаса необходимо, изменяя исходный режим (в сторону его утяжеления в смысле устойчивости) работы системы, построить некоторую характеристику мощности и для отдельных точек этой характеристики вычислить значения синхронизирующей мощности. Так же как и в случае двух генераторов, режим, в котором синхронизирующая мощность становится равной нулю, и является предельным по условиям устойчивости. Однако если для двух генераторов характеристика мощности представляет вполне определенную, однозначную зависимость, то в сложной системе наличие нескольких степеней свободы (нескольких относительных углов) создает ту же неопределенность при построении характеристики мощности, что и при вычислении синхронизирующей мощности. Вполне логичным является здесь допущение и в той и в другой части задачи одной и той же предпосылки — постоянства мощности промежуточных станций<sup>1</sup>. Построение характеристики мощности при этом допущении при небольшом числе станций не представ-

<sup>1</sup> Необходимо, однако, подчеркнуть, что при построении характеристики мощности такая предпосылка не является обязательной и утяжеление режима может производиться при изменении мощности ряда промежуточных станций, например в соответствии с принципом наиболее экономичного распределения мощности между ними. При вычислении же синхронизирующей мощности для каждого из режимов допущение о неизменности мощностей промежуточных станций при малых изменениях режимов является обязательным, так как в противном случае, как показано в § 16-2, число неизвестных в системе, из которой может быть найдена синхронизирующая мощность, превышает число уравнений. (Прим. ред.)

Рис. 16-4

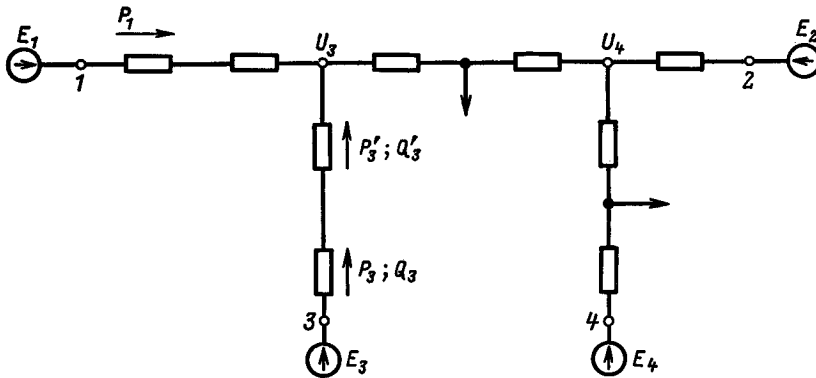


Рис. 16-4. Схема замещения системы с промежуточными электростанциями.

ляет большой трудности. [В общем случае при этом используются известные методы расчета. Покажем, как может быть получена характеристика мощности в расчетной схеме на рис. 16-4] для станции 1 в зависимости от угла  $\delta_{12}$  при постоянстве мощности станций 3 и 4.

Для этого следует предварительно построить зависимости активных и реактивных мощностей промежуточных станций 3 и 4 от напряжений  $U_3$  и  $U_4$  в узловых точках системы. Это построение, например, для станции 3 производится следующим образом. При неизменных  $P_3$  и  $E_3$  задаемся несколькими значениями  $Q_3$  и определяем падения напряжения и потери мощности до узловой точки, что позволяет найти соответствующие значения напряжения  $U_3$  и мощностей  $P_3'$  и  $Q_3'$  и далее построить зависимости  $P_3' = f(U_3)$  и  $Q_3' = f(U_3)$ . Эти зависимости представляют собой так называемые статические характеристики промежуточной станции 3 – аналоги статических характеристик нагрузки. Полученные и для другой станции рассматриваемой системы – станции 4, эти характеристики позволяют при построении искомой характеристики мощности  $P_1 = f(\delta_{12})$  учитывать промежуточные станции совершенно так же, как и промежуточные нагрузки в схеме двух генераторов (разумеется, с учетом знака мощности). Тем самым задача построения характеристики  $P_1 = f(\delta_{12})$  практически сводится к случаю двух станций (1 и 2 на рис. 16-4) и дальнейшие расчеты производятся уже известными для этого случая методами (§ 2-3).

Поскольку синхронизирующая мощность определяется при той же предпосылке, что и характеристика мощности, первая, очевидно, будет равна нулю в точке максимума последней и, следовательно, в этой точке достигается предел устойчивости, если знак синхронизирующей мощности используется как критерий устойчивости, т. е. можно ограничиться только построением характеристики мощности.

## малые колебания сложных систем

### 17-1. СУЩНОСТЬ МЕТОДА МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ

Предпосылка постоянства мощности промежуточных станций в расчетах статической устойчивости сложных систем оставляет некоторую неудовлетворенность и может рассматриваться в лучшем случае как практический расчетный прием.

Для выяснения истинных критериев статической устойчивости сложных электрических систем с несколькими электростанциями и нагрузками мы снова обратимся к методу малых колебаний, причем так же, как и раньше, для упрощения выкладок, но без ущерба для общности результатов, предположим сначала, что все нагрузки системы представлены постоянными сопротивлениями. Тогда мощности генераторов легко могут быть выражены через собственные и взаимные проводимости ветвей электростанций в расчетной схеме системы:

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + \\
 &+ E_1 E_3 y_{13} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}) + \dots; \\
 P_2 &= E_2 E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + \\
 &+ E_2 E_3 y_{23} \sin (\delta_{23} - \alpha_{23}) + \dots; \\
 P_3 &= E_3 E_1 y_{31} \sin (\delta_{31} - \alpha_{31}) + E_3 E_2 y_{32} \sin (\delta_{32} - \alpha_{32}) + \\
 &+ E_3^2 y_{33} \sin \alpha_{33} + \dots, \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (17-1)$$

где  $\delta_{12} = -\delta_{21} = \delta_1 - \delta_2$ ;  $\delta_{23} = -\delta_{32} = \delta_2 - \delta_3$  и т. д.

Относительные углы представляют собой разность абсолютных углов, отсчитываемых от произвольно выбранной синхронно вращающейся оси. Если число генераторов в системе равно  $M$ , то только  $M - 1$  относительных углов в уравнениях (17-1) являются независимыми переменными, через которые могут быть выражены все остальные относительные углы.

Таким образом, мощности машин являются функциями  $M - 1$  независимых переменных и их можно записать следующим образом:

$$P_1 = P_1(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M});$$

$$P_2 = P_2(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M});$$

.....

$$P_M = P_M(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}),$$

где функции  $P_1, P_2, \dots, P_M$  определяются из уравнений (17-1) после замены в них всех относительных углов через  $\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}$ .

При нарушении установившегося режима работы системы возникают качания машин, характер которых определяется дифференциальными уравнениями

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= P_{10} - P_1(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}); \\ T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= P_{20} - P_2(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}); \\ &\dots \\ T_{JM} \frac{d^2 \delta_M}{dt^2} &= P_{M0} - P_M(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}). \end{aligned} \right\} \quad (17-2)$$

Правые части уравнений могут быть разложены в ряд Тэйлора

$$\left. \begin{aligned} P_{10} - P_1(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}) &= \\ &= P_{10} - \left( P_{10} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} + \dots \right); \\ P_{20} - P_2(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}) &= \\ &= P_{20} - \left( P_{20} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} + \dots \right); \\ &\dots \\ P_{M0} - P_M(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1M}) &= \\ &= P_{M0} - \left( P_{M0} + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} + \dots \right). \end{aligned} \right\} \quad (17-3)$$

Отбрасывая члены разложения высших порядков [не записанные в выражениях (17-3)] и преобразуя левые части уравнений (17-2) к виду

$$\begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= T_{J1} \frac{d^2 (\delta_{10} + \Delta \delta_1)}{dt^2} = T_{J1} \frac{d^2 \Delta \delta_1}{dt^2}; \\ T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= T_{J2} \frac{d^2 (\delta_{20} + \Delta \delta_2)}{dt^2} = T_{J2} \frac{d^2 \Delta \delta_2}{dt^2}; \\ &\dots \\ T_{JM} \frac{d^2 \delta_M}{dt^2} &= T_{JM} \frac{d^2 (\delta_{M0} + \Delta \delta_M)}{dt^2} = T_{JM} \frac{d^2 \Delta \delta_M}{dt^2}, \end{aligned}$$

получаем из (17-2) уравнения малых колебаний системы:

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \Delta\delta_1}{dt^2} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1M}} \Delta\delta_{1M} &= 0; \\ T_{J2} \frac{d^2 \Delta\delta_2}{dt^2} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1M}} \Delta\delta_{1M} &= 0; \\ \dots &\dots \\ T_{JM} \frac{d^2 \Delta\delta_M}{dt^2} + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{1M}} \Delta\delta_{1M} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (17-4)$$

Разделив затем уравнения на соответствующие значения постоянных инерции  $T_{J1}, T_{J2}, \dots, T_{JM}$  и вычтя из первого из них все остальные поочередно, мы переходим к окончательному виду уравнений малых колебаний, связывающих относительные углы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta\delta_{12}}{dt^2} + a_{21}^{12} \Delta\delta_{12} + a_{21}^{13} \Delta\delta_{13} + \dots + a_{21}^{1M} \Delta\delta_{1M} &= 0; \\ a_{31}^{12} \Delta\delta_{12} + \frac{d^2 \Delta\delta_{13}}{dt^2} + a_{31}^{13} \Delta\delta_{13} + \dots + a_{31}^{1M} \Delta\delta_{1M} &= 0; \\ \dots &\dots \\ a_{M1}^{12} \Delta\delta_{12} + a_{M1}^{13} \Delta\delta_{13} + \dots + \frac{d^2 \Delta\delta_{1M}}{dt^2} + a_{M1}^{1M} \Delta\delta_{1M} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (17-5)$$

где

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}}; \quad a_{21}^{13} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}}$$

и т. д. — относительные ускорения станций, взятых попарно.

Полученная система уравнений позволяет судить о характере колебаний всех относительных углов при малых возмущениях.

Подобно случаю работы станции на шины бесконечной мощности, где устойчивые колебания имели синусоидальный характер, и в настоящем случае частные решения системы (17-5) будем искать в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta\delta_{12} &= C_{12} \sin(\omega t + \varphi); \\ \Delta\delta_{13} &= C_{13} \sin(\omega t + \varphi); \\ \dots &\dots \\ \Delta\delta_{1M} &= C_{1M} \sin(\omega t + \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (17-6)$$





выполняется при определенных соотношениях между коэффициентами  $A_i$  в уравнении (17-10), которые мы укажем для случаев двух, трех и четырех станций<sup>1</sup>.

Для двух станций условие устойчивости системы имеет вид:

$$A_2 = a_{21}^{12} > 0. \quad (17-12)$$

В случае трех станций

$$A_2 = a_{21}^{12} + a_{31}^{13}, \quad A_4 = a_{21}^{12}a_{31}^{13} - a_{21}^{13}a_{31}^{12}.$$

Эта система устойчива, если

$$A_2 > 0, \quad A_4 > 0, \quad \frac{A_2^2}{4} - A_4 > 0. \quad (17-13)$$

Для четырех станций

$$A_2 = a_{21}^{12} + a_{31}^{13} + a_{41}^{14};$$

$$A_4 = \left| \begin{array}{cc} a_{31}^{13}a_{31}^{14} \\ a_{41}^{13}a_{41}^{14} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} a_{21}^{12}a_{21}^{14} \\ a_{41}^{12}a_{41}^{14} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} a_{21}^{12}a_{21}^{13} \\ a_{31}^{12}a_{31}^{13} \end{array} \right|;$$

$$A_6 = \left| \begin{array}{ccc} a_{21}^{12}a_{21}^{13}a_{21}^{14} \\ a_{31}^{12}a_{31}^{13}a_{31}^{14} \\ a_{41}^{12}a_{41}^{13}a_{41}^{14} \end{array} \right|$$

Условия устойчивости в этом случае имеют вид:

$$\left. \begin{array}{l} A_2 > 0; \\ A_6 > 0; \\ A_2 \cdot A_4 - A_6 > 0; \\ \left( \frac{A_2^2}{9} - \frac{A_4}{3} \right)^3 - \left[ \frac{A_2}{3} \left( \frac{A_2^2}{9} - \frac{A_4}{2} \right) + \frac{A_6}{2} \right]^2 > 0. \end{array} \right\} \quad (17-14)$$

Коэффициенты  $A$  содержат относительные ускорения  $a$ , в которые входят частные производные мощностей по относительным углам  $\partial P_1 / \partial \delta_{12}$ ,  $\partial P_1 / \partial \delta_{13}$ , ...,  $\partial P_2 / \partial \delta_{12}$ ,  $\partial P_2 / \partial \delta_{13}$  ... и т. д. Эти производные при любых характеристиках нагрузок системы могут быть найдены с помощью (16-5), (16-6), но при иных дополнительных условиях, уравнивающих число уравнений и неизвестных. Вместо допущения постоянства мощностей промежуточных станций в настоящем случае при вычислении производных по какому-либо относительному углу, например по углу  $\delta_{12}$ , следует полагать приращение всех других относительных углов равными нулю:  $\Delta \delta_{13} = \Delta \delta_{14} = \dots = 0$ , поскольку определяемые производные являются частными производными<sup>2</sup> по относительным углам.

<sup>1</sup> См. часть 3, гл. 1. Для произвольного числа станций критерий устойчивости приведен в Д1-7. (Прим. ред.)

<sup>2</sup> В гл. 16 они имели бы обозначения полных производных.



Рис. 17-1

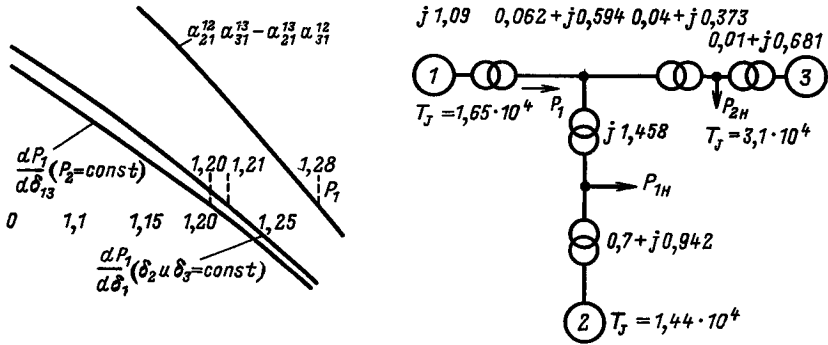


Рис. 17-1. Сопоставление пределов мощности, получаемых по различным условиям устойчивости.

Помимо производных мощностей генераторов ускорения  $a$  содержат также и постоянные инерции  $T_{J1}, T_{J2}$  и т. д., которые отсутствуют в выражении синхронизирующей мощности, используемом в гл. 16 в качестве приближенного критерия устойчивости. На это обстоятельство мы уже обращали внимание в случае двух электростанций.

Можно думать, что и для сложных систем истинная область устойчивости несколько шире определяемой знаком синхронизирующей мощности, подобно тому, как это имело место для двух электростанций. На рис. 17-1 иллюстрируется это положение для схемы с тремя станциями.

Из условий устойчивости (17-13) раньше других нарушается

$$A_4 = a_{21}^{12} a_{31}^{13} - a_{21}^{13} a_{31}^{12} > 0.$$

Однако вытекающий отсюда предел передаваемой мощности все же выше, чем определяемый знаком синхронизирующей мощности. Последняя вычислялась при условии постоянства мощности промежуточной станции ( $P_2 = \text{const}$ ), а также и при постоянстве углов всех станций, кроме данной ( $\delta_2$  и  $\delta_3 = \text{const}$ ).

## 17-2. ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ЧАСТОТЫ

До сих пор, рассматривая малые колебания синхронных генераторов, мы предполагали, что мощности, а следовательно, и моменты на валах генераторов зависят только от относительных углов сдвига роторов машин. Так, например, в случае двух генераторов мощности их  $P_1$  и  $P_2$  в уравнениях качаний изменяются в зависимости от относительного угла  $\delta_{12}$ . Разлагая эти зависимости в ряд, для малых колебаний оказалось возможным допустить линейный характер изменения мощности машин

$$\Delta P_1 = \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12} \quad \text{и} \quad \Delta P_2 = \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12}$$

и написать уравнения малых колебаний машин в следующем виде (§ 15-3):

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \Delta\delta_1}{dt^2} + \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} &= 0; \\ T_{J2} \frac{d^2 \Delta\delta_2}{dt^2} + \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta\delta_{12} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17-15)$$

или

$$\frac{d^2 \Delta\delta_{12}}{dt^2} + a_{21}^{12} \Delta\delta_{12} = 0, \quad (17-16)$$

где

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}}.$$

Исследование корней характеристического уравнения

$$p^2 + a_{21}^{12} = 0$$

позволило судить о статической устойчивости двух генераторов.

Однако в действительности моменты и мощности генераторов зависят не только от относительных углов, но в некоторой степени и от частоты вращения машин, которые при качаниях непрерывно изменяются. С изменением частоты вращения данного генератора изменяется частота его э. д. с. и обусловленного ею тока. Изменяется и значение э. д. с. генератора, если бы даже ток возбуждения генератора и оставался неизменным. Однако и последний обычно претерпевает изменение, если возбудитель расположен на валу генератора. С изменением частоты изменяются реактивные сопротивления системы, а также активные и реактивные мощности нагрузок, если даже предположить, что из-за малой постоянной инерции частота вращения двигателей нагрузки следует за изменениями частот генераторов.

Считаясь с колебаниями угловой частоты, уже нельзя ставить знак равенства между мощностью и моментами машины, связанными соотношением<sup>1</sup>

$$M = P/\omega \quad (17-17)$$

(как мы это делали раньше, полагая  $\omega \approx 1$ ), поскольку производные момента  $\partial M/\partial\omega$  и мощности  $\partial P/\partial\omega$  по  $\omega$  неодинаковы. В уравнения качаний должны быть введены именно моменты.

В случае двух генераторов момент каждой из них является функцией трех переменных: относительного угла  $\delta_{12}$  и угловых скоростей машин  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$M_1 = f_1(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2);$$

$$M_2 = f_2(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2).$$

<sup>1</sup> Вообще говоря,  $M = P/\Omega$ , где  $\Omega$  — угловая частота вращения ротора. Однако в относительных единицах механическая и электрическая угловые скорости одинаковы, что позволяет написать  $M = P/\omega$ .

Полагая для малых изменений

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_1 &= \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2; \\ \Delta M_2 &= \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2, \end{aligned} \right\} \quad (17-18)$$

мы можем написать уравнения малых колебаний системы в виде:

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d \Delta \omega_1}{dt} + \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 &= 0; \\ T_{J2} \frac{d \Delta \omega_2}{dt} + \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{d \Delta \delta_{12}}{dt} &= \Delta \omega_1 - \Delta \omega_2, \end{aligned} \right\} \quad (17-19)$$

где  $\Delta \omega_1 = d \Delta \delta_1 / dt$  и  $\Delta \omega_2 = d \Delta \delta_2 / dt$ .

Собственно говоря, в правой части первых двух уравнений (17-19) должны стоять изменения моментов турбин, которые также зависят от угловых частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Однако эти изменения могут быть учтены, если сохранить структуру (17-19) путем исправления коэффициентов  $\partial M_1 / \partial \omega_1$  и  $\partial M_2 / \partial \omega_2$ , определяющих изменение моментов генераторов в зависимости от тех же переменных  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Приравнявая нулю определитель системы (17-19)

$$\begin{vmatrix} p & -1 & 1 \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \left( p T_{J1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \right) & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} & \left( p T_{J2} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \right) \end{vmatrix} = 0, \quad (17-20)$$

можно получить характеристическое уравнение, которое преобразуется к виду:

$$p^3 + \lambda_1 p^2 + (a_{21}^{12} + \lambda_2) p + \lambda_3 = 0; \quad (17-21)$$

здесь относительное ускорение

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}}$$

имеет то же значение, что и в (17-16), поскольку

$$\partial M_1 / \partial \delta_{12} = \partial P_1 / \partial \delta_{12} \quad \text{и} \quad \partial M_2 / \partial \delta_{12} = \partial P_2 / \partial \delta_{12}.$$

Влияние моментов, зависящих от угловой частоты, проявляется лишь в коэффициентах

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{T_{J1}} \cdot \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{1}{T_{J2}} \cdot \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2}; \\ \lambda_2 &= \frac{1}{T_{J1} T_{J2}} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \cdot \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \cdot \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \right); \\ \lambda_3 &= \frac{1}{T_{J1} T_{J2}} \left[ \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \right) - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (17-22)$$

Уравнение (17-21) – уравнение третьего порядка и имеет, следовательно, три корня в отличие от уравнения (17-16), дающего два значения  $p$ . Таким образом, влияние моментов, зависящих от скорости, прежде всего выражается в появлении нового корня  $p_3$ , с которым связывается существование апериодического движения вида  $e^{p_3 t}$ . Коэффициенты  $\lambda$  в некоторой степени изменяют и значения других корней  $p_1$  и  $p_2$  уравнения (17-21) сравнительно с корнями (17-16). Однако моменты, зависящие от скорости, а следовательно, и коэффициенты  $\lambda$  невелики и, рассматривая влияние последних как влияние весьма малых параметров, можно допустить, что корни  $p_1$  и  $p_2$  одинаковы как в (17-16), так и в (17-21). Тогда условия устойчивости системы (17-15) необходимы и для системы (17-19), но должны быть дополнены также требованием отрицательного знака нового корня  $p_3 < 0$ .

Как известно, свободный член кубического уравнения равен произведению всех трех корней с обратным знаком:

$$\lambda_3 = -p_1 p_2 p_3. \quad (17-23)$$

С другой стороны, свободный член квадратного уравнения равен произведению корней:

$$a_{21}^{12} = p_1 p_2.$$

Если  $p_1$  и  $p_2$  одинаковы в обоих уравнениях, то, очевидно

$$p_3 = -\lambda_3 / a_{21}^{12}. \quad (17-24)$$

При соблюдении условия  $a_{21}^{12} > 0$  (см. гл. 15), для устойчивости необходимо удовлетворение дополнительного требования:  $p_3 < 0$ , что обусловило бы затухающий характер движения  $e^{p_3 t}$ .

Согласно (17-24) при  $a_{21}^{12} > 0$  условие  $p_3 < 0$  равносильно

$$\lambda_3 > 0. \quad (17-25)$$

Таким образом, если считать, что корни  $p_1$  и  $p_2$  под влиянием моментов, зависящих от скорости, не меняются, то знакомые нам условия устойчивости системы (17-15) должны быть дополнены требованием положительного знака свободного члена характеристического уравнения, отражающего влияние этих моментов. Это положение может быть распространено на систему с любым числом генераторов.

Поскольку постоянные инерции  $T_{j1}$  и  $T_{j2}$  в выражении (17-22) всегда положительны, их можно отбросить и заменить условие (17-25) следующим:

$$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right) > 0$$

или

$$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial M_2}{\partial \omega} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial M_1}{\partial \omega} > 0, \quad (17-26)$$

где

$$\frac{\partial M_1}{\partial \omega} = \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial M_2}{\partial \omega} = \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2}$$

представляют собой производные моментов по скорости при одновременном изменении скоростей обоих генераторов, иными словами, при изменении частоты системы. Таким образом, необходимость в учете индивидуальных скоростей генераторов отпадает. Выражение

$$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial M_2}{\partial \omega} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \frac{\partial M_1}{\partial \omega}$$

можно рассматривать как значение определителя

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega} \end{vmatrix}, \tag{17-27}$$

который мы назовем определителем избыточных моментов.

Вообще говоря, при малом изменении относительного угла  $\delta_{12}$  и угловой частоты системы  $\omega$  на валу генераторов возникают избыточные моменты

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_1 &= \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \Delta \omega; \\ \Delta M_2 &= \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega} \Delta \omega. \end{aligned} \right\} \tag{17-28}$$

Определитель  $\Delta$  является определителем этой системы уравнений. Если нарушение устойчивости связывается с несоблюдением условий  $\Delta > 0$ , то, очевидно, в предельном по устойчивости режиме определитель  $\Delta$  проходит через нуль, меняя знак плюс на минус. Нетрудно показать, что равенство нулю определителя избыточных моментов позволяет удовлетворить уравнениям

$$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \Delta \omega = 0;$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega} \Delta \omega = 0$$

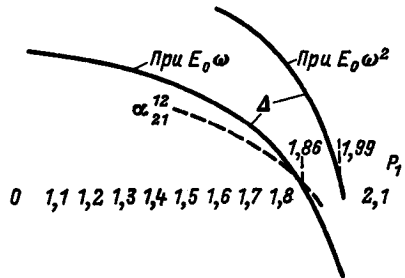
при  $\Delta \delta_{12}$  и  $\Delta \omega$ , отличных от нуля.

Таким образом, предельный режим работы системы, в котором  $\Delta = 0$ , характеризуется тем, что в этом режиме возможны изменения углов и частоты, при которых равновесие моментов на валу каждого из генераторов не нарушается и, следовательно, не возникает никаких усилий, стремящихся вернуть систему в исходное состояние.

Условие  $\Delta > 0$  является необходимым (вместе с условиями § 17-1) при любом

Рис. 17-2. Зависимости определителя избыточных моментов и относительного ускорения от мощности первой электростанции в системе с тремя станциями.

Рис. 17-2



числе генераторов, причем при  $M$  электростанциях в системе определитель избыточных моментов имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} & \cdots & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{1M}} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} & \cdots & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{1M}} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial M_M}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_M}{\partial \delta_{13}} & \cdots & \frac{\partial M_M}{\partial \delta_{1M}} & \frac{\partial M_M}{\partial \omega} \end{vmatrix}$$

На рис. 17-2 показаны значения определителя избыточных моментов в зависимости от передаваемой мощности для системы с двумя электростанциями и нагрузкой, представленной асинхронным двигателем и постоянным сопротивлением. Значения определителя вычислены в предположении, что э. д. с. станций пропорциональны частоте ( $E_0\omega$ ) или пропорциональны квадрату частоты ( $E_0\omega^2$ ). Там же показан график относительного ускорения  $a_{21}^{12}$ . Изменение знака определителя избыточных моментов, вообще говоря, может последовать или позже или раньше перемены знака относительного ускорения. В последнем случае условие  $\Delta > 0$  явилось бы определяющим.

Отметим, что определитель избыточных моментов входит в качестве сомножителя в выражение синхронизирующей мощности (вернее, синхронизирующего момента), если только при определении последнего учесть изменения частоты, а также в некоторые другие производные, используемые в качестве практических критериев устойчивости. В определенных условиях, указанных И. М. Марковичем и С. А. Саваловым, знак этих производных может быть использован для суждения об устойчивости, подобно знаку определителя избыточных моментов.

В заключение укажем, что и учет изменений частоты системы не дает исчерпывающего решения задачи оценки статической устойчивости электроэнергетических систем. Возможны специфические случаи нарушения статической устойчивости, связанные с влиянием переходных электромагнитных процессов [и систем АРВ] при качаниях машин, а также с влиянием индивидуальных скоростей машин.

ЧАСТЬ

2

---

**ПЕРЕХОДНЫЕ  
ПРОЦЕССЫ  
И ИНДУКТИВНЫЕ  
СОПРОТИВЛЕНИЯ  
СИНХРОННЫХ  
МАШИН**

*С о д е р ж а н и е: Векторные диаграммы синхронных машин. Переходные процессы в синхронных машинах без демпферных обмоток. Переходное индуктивное сопротивление. Переходные процессы в синхронных машинах с демпферными обмотками. Сверхпереходное индуктивное сопротивление. Индуктивное сопротивление обратной последовательности. Анализ переходных процессов в машинах без демпферной обмотки. Дифференциальные уравнения переходных процессов. Внезапное нарушение режима при постоянной частоте вращения. Трехфазное короткое замыкание. Процессы в машине при постоянном скольжении. Анализ переходных процессов в машинах с демпферной обмоткой. Основные уравнения. Колебания мощности при относительном движении ротора. Процессы при постоянном скольжении.*



## ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СИНХРОННЫХ МАШИН

### 1-1. ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ СИНХРОННЫХ МАШИН

При анализе работы синхронных машин приходится иметь дело с векторами, изменяющимися во времени и перемещающимися в пространстве. Удобно при этом пользоваться обобщенными векторами.

В трехфазной симметричной системе векторов напряжения и тока, в которой три вектора фазных напряжений и токов сдвинуты на  $120^\circ$  относительно друг друга, мгновенное значение тока или напряжения в каждой фазе получается как проекция соответствующего вектора на ось времени. Вращение векторов (или оси времени в противоположную сторону) с угловой скоростью  $\omega$  позволяет получить изменение мгновенных значений тока или напряжения во времени (рис. 1-1).

Изменение мгновенных значений тока или напряжения во времени можно получить и несколько иным способом. Действительно, если мы возьмем для каждой фазы свои оси времени (рис. 1-2), сдвинутые относительно друг друга на угол  $120^\circ$ , то проекция одного вектора  $\dot{E}$  ( $\dot{I}$ ), вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , на эти три оси времени даст соответственно изменение мгновенных значений напряжения (тока).

Необходимо отметить, что чередование фаз для осей времени (рис. 1-2) обратно чередованию фаз векторов напряжения (рис. 1-1). Это понятно, если иметь в виду, что вращение осей времени должно быть противоположно вращению векторов.

Для трехфазных машин при условии применения метода симметричных составляющих удобнее вторая система представления векторов. В этом случае трехфазная симметричная система изображается одним вектором, который называется обобщенным вектором. Проекция этого обобщенного вектора на три оси времени, сдвинутые относительно друг друга на угол  $120^\circ$ , дают мгновенные значения напряжений (токов) в отдельных фазах. Нетрудно видеть, что к обобщенным векторам полностью применимы все векторные диаграммы и уравнения, которые применяются к фазным напряжениям и токам. Обычно за модуль обобщенного вектора берется действующее значение соответствующей фазовой величины.

Рис. 1-1

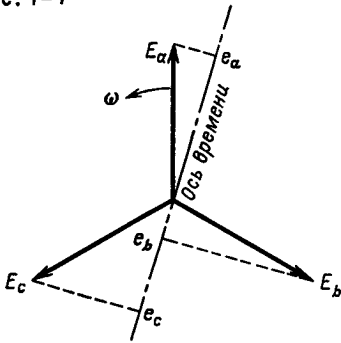


Рис. 1-2

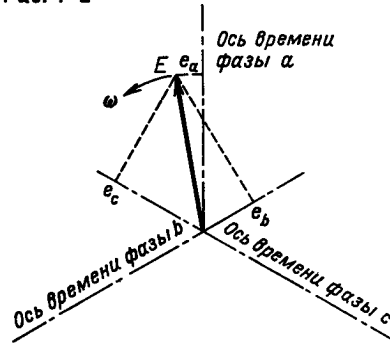


Рис. 1-1. Определение мгновенных значений тока или напряжения в трехфазной системе.

Рис. 1-2. Определение мгновенных значений тока или напряжения в трехфазной системе с помощью обобщенных векторов.

Большим достоинством обобщенных векторов является то, что их легко связать с магнитными потоками роторных цепей и их вращением. Разберем сначала установившийся режим работы синхронной машины.

При х. х. постоянный ток, протекая по обмотке возбуждения, создает магнитный поток  $\Phi$  (рис. 1-3). Часть этого магнитного потока ( $\Phi_d$ ) замыкается через магнитопровод статора, а другая часть ( $\Phi_{f1}$ ) не заходит в него. Эта часть магнитного потока (магнитный поток рассеяния ротора) пропорциональна полезному магнитному потоку

$$\Phi_{f1} = \sigma_{fd} \Phi_d \quad (1-1)$$

где  $\sigma_{fd}$  — коэффициент рассеяния ротора.

При вращении магнитного потока  $\Phi_d$  в воздушном зазоре машины в обмотках статора наводятся э. д. с., значения которых для трех фаз будут равны:

$$e_a = -d\Psi_a/dt; e_b = -d\Psi_b/dt; e_c = -d\Psi_c/dt, \quad (1-2)$$

где  $\Psi_a$ ,  $\Psi_b$  и  $\Psi_c$  — потокосцепления магнитного потока  $\Phi_d$  с обмотками фаз  $a$ ,  $b$  и  $c$  (все величины выражаются в относительных единицах, поэтому коэффициент пропорциональности в формулах отсутствует). Учитывая лишь основную гармонику магнитного потока, можно написать следующие выражения для потокосцеплений (рис. 1-4):

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{at} &= \Psi_{d\Sigma} \cos(\omega t + \alpha); \\ \Psi_{bt} &= \Psi_{d\Sigma} \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ); \\ \Psi_{ct} &= \Psi_{d\Sigma} \cos(\omega t + \alpha - 240^\circ), \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

где  $\Psi_{d\Sigma}$  — максимальное значение потокосцепления, имеющее место при совпадении оси обмотки и оси полюсов вращающегося ротора;  $\alpha$  — произвольный угол.

Подставляя выражения (1-3) в (1-2), будем иметь:

$$\begin{aligned} e_a &= \omega \Psi_{d\Sigma} \sin(\omega t + \alpha); \\ e_b &= \omega \Psi_{d\Sigma} \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ); \\ e_c &= \omega \Psi_{d\Sigma} \sin(\omega t + \alpha - 240^\circ). \end{aligned} \tag{1-4}$$

Эти значения э. д. с. можно представить как проекции обобщенного вектора э. д. с.  $\dot{E}_q$ , вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , на три оси времени, соответствующие фазам  $a$ ,  $b$  и  $c$  (рис. 1-5). Значение обобщенного вектора э. д. с.

$$E_q = \omega \Psi_{d\Sigma}. \tag{1-5}$$

Если оси времени для каждой фазы расположить по осям обмоток, то обобщенный вектор э. д. с. будет отставать от векторов магнитного потока  $\Phi$  и потокосцепления  $\Psi$  на угол  $90^\circ$ . Проекции векторов  $\Psi_{d\Sigma}$  и  $\dot{E}_q$ , вращающихся в пространстве с угловой частотой  $\omega$ , на три оси времени, совмещенные с осями обмоток, дают мгновенные значения потокосцепления и э. д. с. для всех трех фаз.

При нагрузке генератора по статорным обмоткам протекают симметричные токи, отстающие от  $\dot{E}_q$  на некоторый угол  $\theta$ , т. е.

$$\begin{aligned} i_a &= I \sin(\omega t + \alpha - \theta); \\ i_b &= I \sin(\omega t + \alpha - \theta - 120^\circ); \\ i_c &= I \sin(\omega t + \alpha - \theta - 240^\circ). \end{aligned} \tag{1-6}$$

Значения токов  $i_a$ ,  $i_b$  и  $i_c$  можно получить как проекции обобщенного вектора тока  $I$  на три оси времени. Этот обобщенный вектор тока  $I$  отстает от обобщенного вектора э. д. с. на угол  $\theta$  (рис. 1-5).

Трехфазный ток в статорной обмотке создает вращающийся в пространстве магнитный поток реакции якоря. На векторной диаграмме вектор

Рис. 1-3. Магнитные потоки синхронной машины при х. х.

Рис. 1-4. Схема взаимного расположения обмоток в синхронной машине.

Рис. 1-3

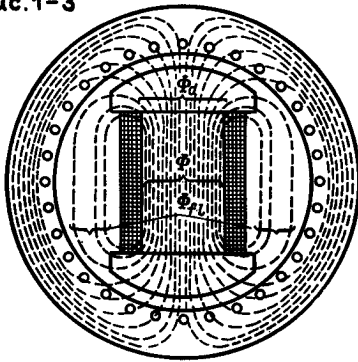


Рис. 1-4

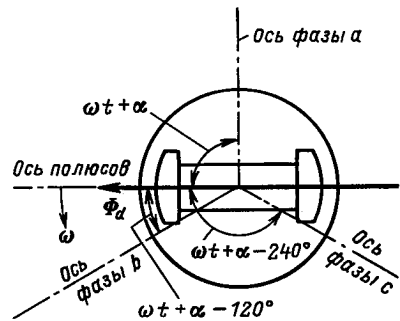


Рис. 1-5

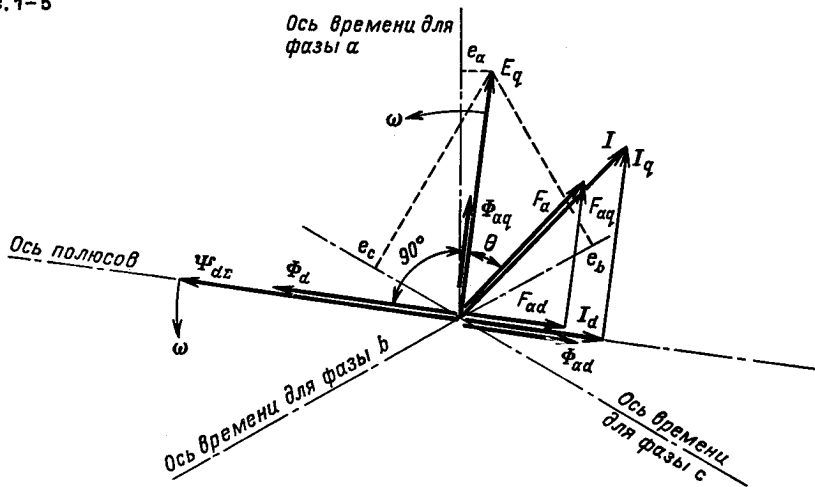


Рис. 1-5. Обобщенные векторы синхронной машины.

магнитодвижущей силы (м. д. с.) по направлению совпадает с направлением обобщенного вектора тока и вращается с той же угловой скоростью, что и вектор тока. Магнитный поток, вызываемый м. д. с. реакции якоря, вращается с той же скоростью, равной скорости вращения ротора, и поэтому он неподвижен относительно ротора. Вектор м. д. с. реакции статора сдвинут относительно оси полюсов на угол  $90^\circ + \theta$ , который может принимать различные значения в зависимости от режима работы синхронного генератора.

Для явнополюсного генератора магнитное сопротивление в продольной и поперечной осях неодинаково. Поэтому значение магнитного потока, вызываемого м. д. с. реакции якоря, будет различно в зависимости от того, совпадает ли вектор м. д. с. с осью полюсов или сдвинут относительно нее на  $90^\circ$ . Чтобы учесть неодинаковое магнитное сопротивление в продольной и поперечной осях генератора, обобщенный вектор тока  $I$  и вызываемую им м. д. с. разлагают на составляющие: продольные составляющие  $I_d$  и  $F_{ad}$ , совпадающие с осью полюсов, и поперечные составляющие  $I_q$  и  $F_{aq}$ , перпендикулярные оси полюсов. Продольная м. д. с. создает магнитный поток реакции статора  $\Phi_{ad}$ , совпадающий с осью полюсов. Этот магнитный поток уменьшает или увеличивает основной магнитный поток, создаваемый током возбуждения (в зависимости от знака). Поперечная м. д. с. создает магнитный поток поперечной реакции якоря  $\Phi_{aq}$ , совпадающий по направлению с вектором поперечной м. д. с. и, следовательно, сдвинутый относительно оси полюсов на  $90^\circ$ . Этот магнитный поток усиливает основной магнитный поток возбуждения с одной стороны полюсов и ослабляет с другой, таким образом, он смещает ось магнитного потока в воздушном зазоре.

Совместное действие тока обмотки возбуждения и м. д. с. реакции якоря вызывает в воздушном зазоре генератора некоторый результирующий маг-

Рис. 1-6

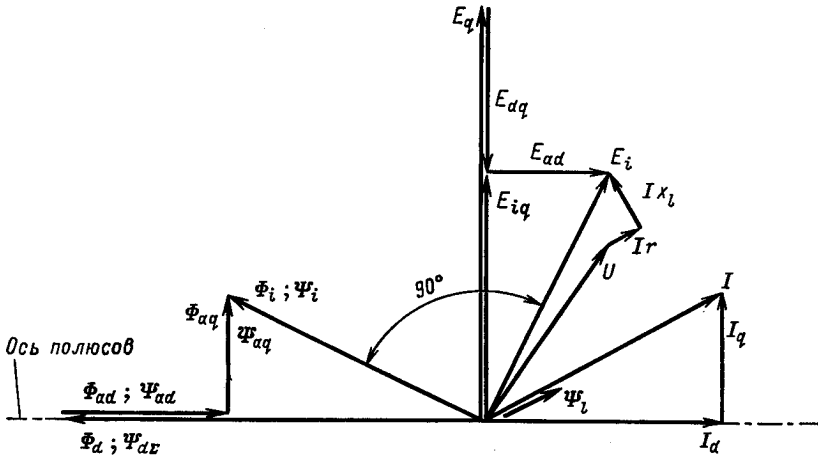


Рис. 1-6. Векторная диаграмма синхронной машины при нагрузке.

нитный поток  $\Phi_i$ , который можно получить как сумму отдельных составляющих магнитного потока ( $\Phi_d$ ,  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$ ). Определение результирующего магнитного потока показано на векторной диаграмме, приведенной на рис. 1-6. Потокосцепление, соответствующее этому магнитному потоку, и наводимая им э. д. с. статорных обмоток (внутренняя э. д. с.) могут быть представлены обобщенными векторами  $\Psi_i$  и  $\dot{E}_i$ . Вектор потокосцепления  $\Psi_i$  совпадает по фазе с  $\Phi_i$ , а вектор  $\dot{E}_i$  отстает от него на  $90^\circ$ . Потокосцепление  $\Psi_i$  можно представить как геометрическую сумму потокосцепления от магнитного потока возбуждения  $\Psi_{d\Sigma}$  и потокосцеплений от магнитных потоков реакции якоря  $\Psi_{ad}$  и  $\Psi_{aq}$ . Точно так же внутреннюю э. д. с.  $\dot{E}_i$  можно рассматривать как геометрическую сумму э. д. с., наводимых отдельными составляющими потокосцепления. Потокосцепление  $\Psi_{d\Sigma}$ , соответствующее магнитному потоку возбуждения  $\Phi_d$ , наводит э. д. с. х. х.  $\dot{E}_q$  (рис. 1-6); потокосцепление  $\Psi_{ad}$ , соответствующее магнитному потоку продольной реакции якоря  $\Phi_{ad}$ , наводит э. д. с. продольной реакции якоря  $\dot{E}_{aq}$ ; потокосцепление  $\Psi_{aq}$ , соответствующее магнитному потоку  $\Phi_{aq}$ , наводит э. д. с. поперечной реакции якоря  $\dot{E}_{ad}$ . Геометрическая сумма этих э. д. с. дает внутреннюю э. д. с. генератора  $\dot{E}_i$ .

Магнитный поток продольной реакции  $\Phi_{ad}$  пропорционален продольной составляющей тока  $I_d$  (если не учитывать насыщения стали генератора), а магнитный поток поперечной реакции  $\Phi_{aq}$  пропорционален поперечной составляющей тока статора  $I_q$ . Так как потокосцепления и наводимые ими э. д. с. пропорциональны составляющим магнитным потокам, то можно написать следующие выражения для э. д. с. реакции якоря:

$$\left. \begin{aligned} E_{aq} &= I_d X_{ad}; \\ E_{ad} &= I_q X_{aq}. \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

Рис. 1-7

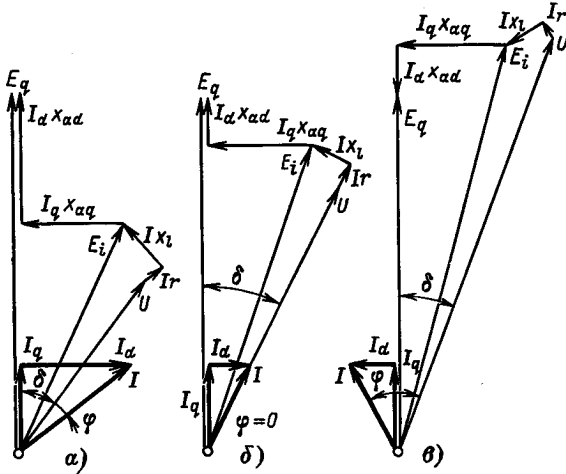


Рис. 1-8

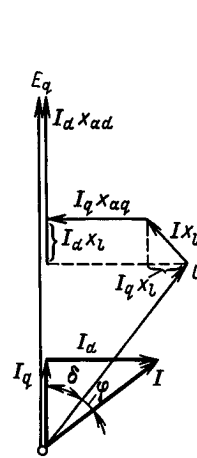


Рис. 1-7. Векторная диаграмма синхронного генератора для разных нагрузок.

*a* – индуктивная нагрузка; *б* – чисто активная нагрузка; *в* – емкостная нагрузка.

Рис. 1-8. Векторная диаграмма синхронной машины.

где  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  – коэффициенты пропорциональности, которые называются соответственно индуктивными сопротивлениями продольной и поперечной реакции якоря.

При применении системы относительных единиц имеем следующие соотношения между э. д. с. и потокоцеплением:

$$E = \omega\Psi, \tag{1-8}$$

а при синхронной угловой частоте  $\omega = 1$

$$E = \Psi, \tag{1-9}$$

т. е. при синхронной угловой частоте э. д. с. численно равны соответствующим потокоцеплениям. Так как индуктивные сопротивления, входящие в выражения для э. д. с. (1-7) пропорциональны угловой скорости, то потокоцепления продольной и поперечной реакций статора равны произведению отдельных составляющих тока статора на соответствующие индуктивные сопротивления, определенные при синхронной угловой частоте, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{ad} &= I_d x_{ad}; \\ \Psi_{aq} &= I_q x_{aq}. \end{aligned} \right\} \tag{1-10}$$

Эти уравнения справедливы для любой угловой частоты  $\omega$ , причем значения  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  берутся в относительных единицах при синхронной скорости.

Чтобы получить напряжение на выводах  $U$ , необходимо учесть падение напряжения в индуктивном сопротивлении рассеяния статора  $I x_\Sigma$  и падение напряжения в его активном сопротивлении  $I r$  (рис. 1-6). Электродвижущая

сила, компенсирующая падение напряжения в сопротивлении  $x_l$ , наводится магнитными потоками, сцепленными лишь со статорными обмотками и не заходящими в ротор. Соответствующее значение потоко-сцепления  $\Psi_l = Ix_l$  по фазе совпадает с обобщенным вектором тока  $I$ .

Для установившихся режимов машины векторные диаграммы обычно строятся лишь для э. д. с., токов и напряжений. На рис. 1-7 представлены такие векторные диаграммы для различных случаев нагрузки генератора.

Можно несколько изменить векторную диаграмму синхронного генератора. Разлагая падение напряжения в индуктивном сопротивлении рассеяния на две составляющие, соответственно продольной и поперечной составляющим тока (рис. 1-8) (активным сопротивлением пренебрегаем), можно падение напряжения в машине представить как геометрическую сумму падений напряжения от продольной и поперечной составляющих тока (рис. 1-8).

Согласно такой векторной диаграмме явнополюсный синхронный генератор машины обладает различными индуктивными сопротивлениями для продольной и поперечной составляющих тока. Эти сопротивления называются продольным  $x_d$  и поперечным  $x_q$  синхронными индуктивными сопротивлениями, причем в соответствии с рис. 1-8

$$\left. \begin{aligned} x_d &= x_{ad} + x_l; \\ x_q &= x_{aq} + x_l. \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

Различие в индуктивных сопротивлениях  $x_d$  и  $x_q$  объясняется неодинаковым воздушным зазором по длине окружности расточки статора, что при одинаковой

Рис. 1-9

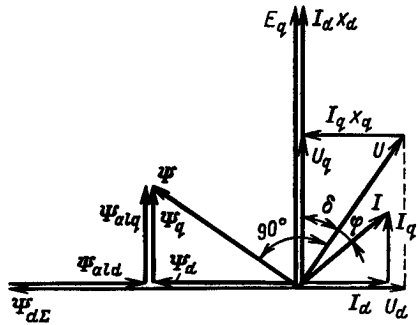


Рис. 1-10

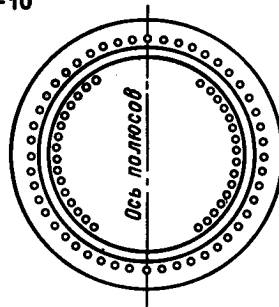


Рис. 1-11

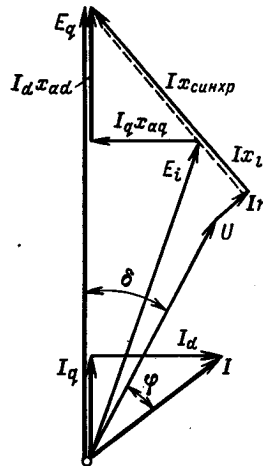


Рис. 1-12

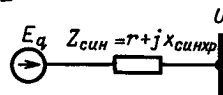


Рис. 1-9. Векторная диаграмма потоко-сцеплений и составляющих напряжения синхронной машины.

Рис. 1-10. Схема неявнополюсной машины.

Рис. 1-11. Векторная диаграмма неявнополюсной машины.

Рис. 1-12. Схема замещения неявнополюсной машины.

м. д. с. реакции якоря вызывает различные магнитные потоки реакции. Магнитные сопротивления явнополюсных машин в поперечном направлении больше, чем в продольном, и, следовательно, поперечное синхронное индуктивное сопротивление оказывается у них меньше продольного синхронного сопротивления.

Потокоосцепления, соответствующие э. д. с., компенсирующим падению напряжения в продольном и поперечном индуктивных сопротивлениях,  $\Psi_{ad} = I_d x_d$ ,  $\Psi_{aq} = I_q x_q$ , а их направления совпадают с направлением токов  $I_d$  и  $I_q$  (рис. 1-9). Напряжение на выводах машины  $U$  определяется результирующим потокоосцеплением  $\Psi$  и отстает от него на  $90^\circ$ , причем (рис. 1-9)

$$\left. \begin{aligned} U &= \omega \Psi; \\ U_q &= \omega \Psi_d; \\ U_d &= \omega \Psi_q. \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

В неявнополюсных синхронных машинах (рис. 1-10) воздушный зазор имеет одинаковую ширину. Магнитное сопротивление для продольного и поперечного потоков реакции якоря в такой машине также одинаково, поэтому продольное и поперечное синхронные индуктивные сопротивления равны друг другу:  $x_d = x_q$ . Векторная диаграмма такой машины изображена на рис. 1-11. Как показывает эта диаграмма, для определения напряжения на выводах машины нет необходимости разлагать ток на продольную и поперечную составляющие, а достаточно взять произведения полного тока на синхронное индуктивное сопротивление  $I x_d$ , на активное сопротивление статора  $I r$  и вычесть эти векторы из вектора э. д. с.  $x$ .

Согласно векторной диаграмме на рис. 1-11 неявнополюсную синхронную машину можно представить схемой замещения, показанной на рис. 1-12. В явнополюсной машине индуктивные сопротивления в продольной и поперечной реакции статора неодинаковы, поэтому учесть реакцию одним эквивалентным сопротивлением не представляется возможным и, следовательно, строго говоря, нельзя машину представить схемой замещения так, как это было сделано для неявнополюсного генератора.

## 1-2. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ НА СИНХРОННОЕ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Продольное синхронное индуктивное сопротивление не является постоянным, а зависит от насыщения машины. Эта зависимость приближенно может быть выявлена с помощью характеристики  $x$  х. машины.

На рис. 1-13 показано определение продольной составляющей внутренней э. д. с. Магнитодвижущая сила  $F_f$ , создаваемая током обмотки возбуждения, дает при х. х. э. д. с. х. х.  $E_{q0}$ . При нагрузке навстречу м. д. с. возбуждения направлена продольная м. д. с. реакции якоря. Уменьшая на характеристике х. х. м. д. с. возбуждения на величину, равную м. д. с. продольной реакции якоря  $F'_{ad}$ , приведенную к роторной цепи, получаем результирующую м. д. с.  $F_{id}$ .

Фактически наводимая в статоре продольная составляющая внутренней э. д. с.  $E_{id}$  определяется как ордината характеристики х. х., соответствующая



результующей м. д. с. Пользоваться характеристикой х. х. для определения продольной составляющей внутренней э. д. с. не всегда удобно. Поэтому характеристику х. х. заменяют прямой, проходящей через начало координат и через точку на характеристике х. х., соответствующую продольной составляющей внутренней э. д. с.

Спрямленная характеристика определяет э. д. с.  $E_q$ . Ее значение, как видно из рис. 1-13, не соответствует напряжению на выводах генератора в том случае, если снять нагрузку при том же возбуждении. Однако подобная замена тем не менее допустима, так как фактически наводимая э. д. с. в синхронной машине является внутренней э. д. с., а значение ее получается правильным.

Разность между э. д. с. х. х.  $E_q$  и продольной составляющей внутренней э. д. с.  $E_{iq}$  равна падению напряжения в продольном индуктивном сопротивлении реакции якоря ( $E_{aq} = I_d x_{ad}$ ), как это видно из векторной диаграммы на рис. 1-6.

Продольная м. д. с. реакции статора  $F'_{ad}$ , приведенная к роторной цепи, пропорциональна продольной составляющей тока, т. е.  $F'_{ad} = a I_d$ . Разделив отрезок  $I_d x_{ad}$  на  $F'_{ad}$  (рис. 1-13), получим:

$$\frac{I_d x_{ad}}{F'_{ad}} = \frac{x_{ad}}{a} = \operatorname{tg} \beta$$

или

$$x_{ad} = a \operatorname{tg} \beta. \quad (1-13)$$

Таким образом, индуктивное сопротивление реакции якоря пропорционально тангенсу наклона прямой, заменяющей характеристику х. х. При увеличении результи-

Рис. 1-13

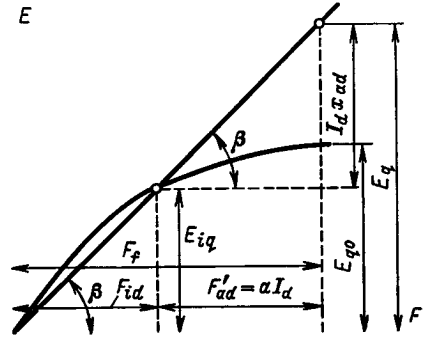


Рис. 1-14

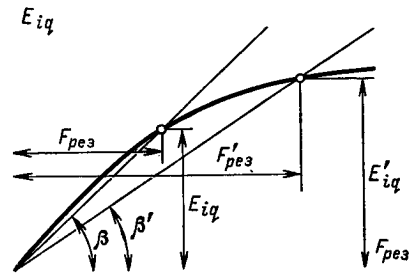


Рис. 1-15

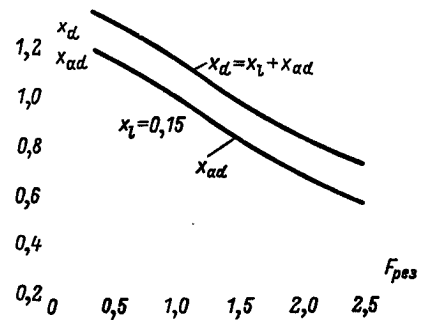


Рис. 1-13. Определение продольной составляющей внутренней э. д. с. по характеристике х. х.

Рис. 1-14. Изменение индуктивного сопротивления продольной реакции якоря от результирующей м. д. с.

Рис. 1-15. Изменение индуктивного сопротивления продольной реакции  $x_{ad}$  и синхронного индуктивного сопротивления  $x_d$  в зависимости от результирующей м. д. с.

рующей м. д. с., как это видно на рис. 1-14, наклон прямой уменьшается и, следовательно, уменьшается и индуктивное сопротивление продольной реакции якоря, а также и продольное синхронное индуктивное сопротивление, равное  $x_d = x_l + x_{ad}$ . На рис. 1-15 показано изменение сопротивления в зависимости от результирующей м. д. с.

### 1-3. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИНХРОННЫХ МАШИНАХ БЕЗ ДЕМПФЕРНЫХ ОБМОТОК

Можно показать, что при внезапном трехфазном повреждении синхронной машины в ее воздушном зазоре образуются две системы вращающихся магнитных потоков:  $\Phi'$  и  $\Phi''$ <sup>1</sup>. Магнитное поле  $\Phi'$  имеет весьма незначительную скорость в пространстве, т. е. почти неподвижно относительно статора. Это поле, изменяясь с течением времени, вызывает в статоре протекание свободных токов почти нулевой частоты (аперiodический ток)<sup>2</sup>, а в роторе – переменный ток почти синхронной частоты (периодический ток). Затухание магнитного потока  $\Phi'$  и связанных с ним токов происходит достаточно быстро и определяется постоянной времени статора.

Другой магнитный поток  $\Phi''$  вращается в пространстве со скоростью, близкой к синхронной, и вызывает в статоре токи почти синхронной частоты (периодическая составляющая тока статора<sup>2</sup>). Относительно ротора этот магнитный поток почти неподвижен и вызывает в нем ток с частотой, близкой к нулевой. Затухание магнитного потока  $\Phi''$  и связанных с ним токов происходит значительно медленнее, чем потока  $\Phi'$ , и определяется постоянной времени ротора.

На рис. 1-16 показана осциллограмма тока статора, а на рис. 1-17 – тока ротора при к. з. на выводах генератора.

При рассмотрении вопросов устойчивости электрических систем нас интересует лишь периодическая составляющая тока статора и соответствующая ей магнитный поток  $\Phi''$  и аперiodическая составляющая тока ротора. Аперiodическая составляющая тока статора и связанный с ней магнитный поток  $\Phi'$  и периодическая составляющая тока ротора на устойчивость электрических систем оказывают незначительное влияние благодаря их быстрому затуханию (инерционные роторы генераторов за это время не успевают переместиться на сколько-нибудь значительный угол).

При пренебрежении магнитным потоком  $\Phi'$  следует допустить, что при внезапном нарушении режима работы продольная и поперечная составляющие тока статора изменяются мгновенно. Следовательно, так же мгновенно в этом случае должны изменяться продольный и поперечный потоки реакции якоря.

Разберем сначала протекание процесса при отсутствии магнитного потока рассеяния ротора. В этом случае для продольной оси машины мы имеем следующие магнитные потоки (рис. 1-18): магнитный поток возбуждения  $\Phi_d$ ,

<sup>1</sup> Рюденберг Р. Переходные процессы в электроэнергетических системах. М., Изд-во иностр. лит., 1955, гл. 12, § 1.

<sup>2</sup> В оригинале «постоянная составляющая тока статора» и «симметричная составляющая тока статора». (Прим. ред.)

Рис. 1-16

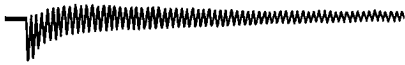


Рис. 1-17

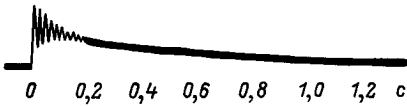


Рис. 1-18

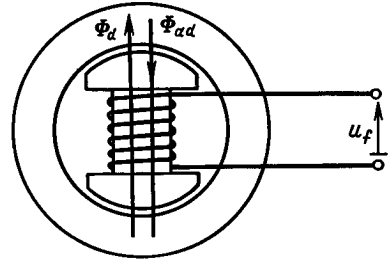


Рис. 1-16. Изменение тока статора при трехфазном к. з.

Рис. 1-17. Изменение тока ротора при трехфазном к. з.

Рис. 1-18. Магнитные потоки в продольной оси машины при неучете потока рассеяния ротора.

создаваемый ток обмотки возбуждения, и магнитный поток продольной реакции статора  $\Phi_{ad}$ . Разность их дает результирующий продольный магнитный поток в воздушном зазоре  $\Phi_{id}$  (рис. 1-19, а). При отсутствии рассеяния ротора этот магнитный поток является также магнитным потоком, сцепленным с обмоткой возбуждения ( $\Phi_f$ ), т. е.

$$\Phi_f = \Phi_{id} \tag{1-14}$$

В первый момент нарушения режима работы машины магнитный поток  $\Phi_f$ , сцепленный с роторной обмоткой, не может внезапно измениться, так как это вызвало бы бесконечно большую э. д. с. в обмотке возбуждения и бесконечно большие токи (наводимая э. д. с. в любой обмотке, сцепленной с магнитным потоком, пропорциональна производной  $d\Phi/dt$ ). Таким образом, в первый момент нарушения работы, несмотря на увеличение продольного магнитного потока реакции статора, магнитный поток  $\Phi_f$ , а следовательно, и  $\Phi_{id}$  остаются неизменными, что получается за счет увеличения тока в обмотке возбуждения и пропорционального ему потока  $\Phi_d$  (рис. 1-19, б). Увеличение тока в обмотке возбуждения происходит благодаря магнитной связи обмоток ротора и статора. Наведенные в обмотке возбуждения свободные токи в первый момент полностью компенсируют изменение продольной реакции якоря, и продольная составляющая магнитного потока в воздушном зазоре и внутреннюю э. д. с.  $E_{iq}$  остаются в первый момент неизменными.

С течением времени свободные токи, наведенные в обмотке возбуждения, затухают и продольная реакция якоря уменьшает магнитный поток в воздушном зазоре и внутреннюю э. д. с. В установившемся режиме реакция якоря проявляется полностью и неизменным остается магнитный поток возбуждения, пропорциональный вынужденному току возбуждения, который при отсутствии АРВ при нарушении режима не изменяет своего первоначального значения (рис. 1-19, в). Изменение суммарного тока в обмотке возбуждения, а также магнитного потока в воздушном зазоре показано на рис. 1-20.

Рис. 1-19

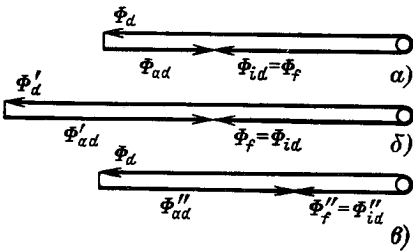


Рис. 1-20

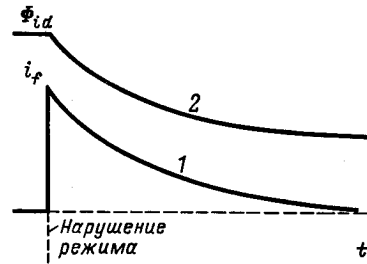


Рис. 1-19. Продольные магнитные потоки при различных режимах работы генератора.

Рис. 1-20. Изменение тока в роторе (1) и продольного магнитного потока (2) при переходном процессе.

Таким образом, при отсутствии рассеяния ротора магнитный поток в воздушном зазоре в продольной оси, а следовательно, и продольная составляющая внутренней э. д. с. остаются в первый момент неизменными благодаря токам, наведенным в обмотке возбуждения (продольная реакция якоря компенсируется полностью). При затухании этих токов реакция якоря размагничивает машину, в установившемся режиме неизменным остается магнитный поток возбуждения и реакция якоря проявляется полностью.

При отсутствии в машине демпферных обмоток и эквивалентных ей цепей в поперечной оси машины отсутствуют какие-либо замкнутые цепи на роторе и, следовательно, магнитный поток в поперечной оси машины может изменяться беспрепятственно (мгновенное изменение магнитного потока в поперечной оси машины). Таким образом, поперечная реакция проявляется мгновенно.

#### 1-4. ПЕРЕХОДНОЕ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Фактически благодаря рассеянию ротора компенсация продольной реакции якоря в первый момент нарушения режима работы генератора получается неполной. При наличии рассеяния обмотки возбуждения будем иметь следующие магнитные потоки в продольной оси машины (рис. 1-21): полный магнитный поток возбуждения  $\Phi$ , вызываемый током возбуждения  $i_{fd}$ ; полезный магнитный поток возбуждения  $\Phi_d$ ; магнитный поток рассеяния ротора, пропорциональный полезному магнитному потоку возбуждения  $\Phi_{fl} = \sigma_{fd}\Phi_d$  ( $\sigma_{fd}$  — коэффициент рассеяния); магнитный поток продольной реакции якоря  $\Phi_{ad}$ , вызываемый продольной составляющей тока статора  $I_d$ ; продольная составляющая магнитного потока в воздушном зазоре  $\Phi_{id} = \Phi_d - \Phi_{ad}$ ; суммарный магнитный поток, сцепленный с роторной обмоткой,  $\Phi_{fd} = \Phi_{id} + \Phi_{fl} = \Phi - \Phi_{ad}$ . Векторная диаграмма перечисленных магнитных потоков показана на рис. 1-22, а.

При внезапном изменении продольной составляющей тока статора мгновенно изменится и вызываемый ею магнитный поток продольной реакции якоря  $\Phi_{ad}$ . Магнитный поток продольной реакции якоря сцеплен с обмоткой возбуждения, и всякое изменение его наведет в обмотке ротора э. д. с., которая вызовет ток, стремящийся компенсировать изменение вызвавшего его потока. Благодаря этому наведенному свободному току изменится магнитный поток обмотки возбуждения  $\Phi_d$ , а следовательно, и магнитный поток рассеяния ротора.

В первый момент переходного режима (в первый момент изменения тока статора) магнитный поток, сцепленный с обмоткой возбуждения,  $\Phi_{fd} = \Phi - \Phi_{ad}$  не может внезапно измениться. Векторная диаграмма магнитных потоков для первого момента нарушения режима изображена на рис. 1-22, б. Из этой диаграммы видно, что изменение магнитного потока  $\Phi$  в этот момент равно изменению магнитного потока продольной реакции якоря  $\Phi_{ad}$ . Магнитный поток в воздушном зазоре несколько уменьшится на величину изменения магнитного потока рассеяния ротора. Следовательно, внезапно изменится и продольная составляющая внутренней э. д. с.  $E_{iq}$ .

В установившемся режиме свободные токи, наведенные в обмотке возбуждения, затухнут и реакция якоря проявится полностью (рис. 1-22, в).

Можно найти некоторое индуктивное сопротивление, определяющее э. д. с., которая не изменяется в первый момент нарушения режима синхронной машины. Для определения этого сопротивления  $x'_d$ , которое называется переходным индуктивным сопротивлением машины, обратимся к рассмотрению потокоцеплений, вызываемых магнитными потоками в продольной оси.

Потокоцепление обмотки возбуждения нагруженной синхронной машины, соответствующее магнитному потоку  $\Phi_{fd}$ , может быть определено как

$$\Psi_{fd} = i_{fd}x_{ffd} - I_d x_{afd}, \tag{1-15}$$

где  $i_{fd}$  — ток обмотки возбуждения;  $x_{ffd}$  — индуктивное сопротивление самоиндукции обмотки возбуждения;  $I_d$  — продольная составляющая тока статора;

Рис. 1-21. Магнитные потоки в продольной оси машины.

Рис. 1-22. Продольные магнитные потоки при различных режимах работы генератора. а — в нормальном режиме работы; б — в первый момент нарушения работы; в — в новом установившемся режиме.

Рис. 1-21

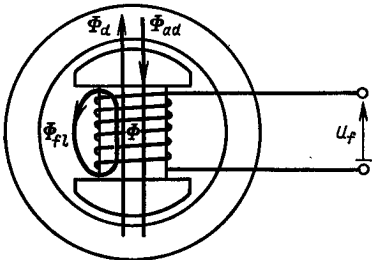
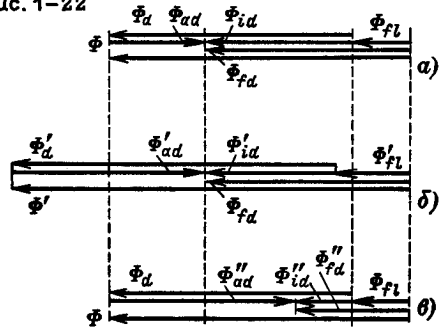


Рис. 1-22



$x_{afd}$  — взаимное индуктивное сопротивление обмотки возбуждения и обмотки статора в продольной оси (для машин без демпферных обмоток взаимное сопротивление  $x_{afd}$  равно индуктивному сопротивлению продольной реакции статора  $x_{ad}$ ).

Формула (1-15) отражает то обстоятельство, что потокосцепление обмотки возбуждения нагруженной синхронной машины складывается из двух составляющих: первая из них ( $i_{fd}x_{afd}$ ) соответствует потокосцеплению от полного магнитного потока возбуждения  $\Phi$ , а вторая ( $I_d x_{afd}$ ) — потокосцеплению от магнитного потока продольной реакции статора  $\Phi_{ad}$ .

Результирующее потокосцепление статорной обмотки в продольной оси может быть представлено как

$$\Psi_d = i_{fd}x_{afd} - I_d x_d, \quad (1-16)$$

где  $x_d$  — индуктивное сопротивление статорной обмотки в продольной оси (продольное синхронное индуктивное сопротивление). Первая составляющая в (1-16) определяет потокосцепление статора от полезного магнитного потока возбуждения  $\Phi_d$ , а вторая соответствует потокосцеплению от магнитного потока продольной реакции якоря и продольной составляющей магнитного потока рассеяния статора.

Как было показано в § 1-1, напряжение на выводах генератора равно результирующему потокосцеплению статорной обмотки. Поэтому для продольной оси справедливо выражение

$$U_q = \Psi_d = i_{fd}x_{afd} - I_d x_d. \quad (1-17)$$

В первый момент нарушения режима с изменением тока  $I_d$  меняется также и ток возбуждения  $i_{fd}$ . С другой стороны, неизменным остается потокосцепление обмотки возбуждения  $\Psi_{fd}$ . Это обстоятельство позволяет для первого момента исключить  $i_{fd}$  из (1-17).

Определим  $i_{fd}$  из (1-15)

$$i_{fd} = \frac{\Psi_{fd} + I_d x_{afd}}{x_{ffd}} \quad (1-18)$$

и подставим полученное выражение в (1-17):

$$U_q = \Psi_{fd} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} - I_d \frac{x_d x_{ffd} - x_{afd}^2}{x_{ffd}}. \quad (1-19)$$

Последнее уравнение можно представить в следующем виде:

$$U_q = E'_q - I_d x'_d, \quad (1-20)$$

где

$$E'_q = \Psi_{fd} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \quad (1-21)$$

и

$$x'_d = \frac{x_d x_{ffd} - x_{afd}^2}{x_{ffd}}. \quad (1-22)$$

Так как в первый момент нарушения режима работы генератора потокосцепление  $\Psi_{fd}$  остается неизменным, то неизменной будет и э.д.с.  $E'_q$ . Сопротивление  $x'_d$  называется переходным индуктивным сопротивлением.

Для переходного сопротивления  $x'_d$  несколько удобнее другая формула, следующая из (1-22):

$$x'_d = x_d - x_{afd}^2/x_{ffd} \tag{1-23}$$

Величины  $x_d$  и  $x_{ffd}$  представляют собой суммы взаимных сопротивлений и индуктивных сопротивлений рассеяния соответствующих обмоток

$$x_d = x_{afd} + x_l; \quad x_{ffd} = x_{afd} + x_{fld}$$

где  $x_l$  — индуктивное сопротивление рассеяния статора;  $x_{fld}$  — индуктивное сопротивление рассеяния обмотки возбуждения.

Подставляя эти выражения в (1-23), получаем:

$$x'_d = x_l + \frac{x_{afd}x_{fld}}{x_{afd} + x_{fld}} \tag{1-24}$$

Эта формула позволяет построить для переходного индуктивного сопротивления схему замещения, показанную на рис. 1-23.

Переходное сопротивление  $x'_d$  можно также выразить через коэффициенты рассеяния обмотки возбуждения  $\sigma_{fd}$

$$x'_d = x_l + \frac{\sigma_{fd}}{1 + \sigma_{fd}} x_{afd} \tag{1-25}$$

где  $\sigma_{fd} = \frac{x_{fld}}{x_{afd}} = \frac{\Phi_{fl}}{\Phi_d}$ .

Выражение (1-25) показывает, что в момент возмущения режима не весь продольный поток компенсируется током, наведенным в обмотке возбуждения. Часть этого потока остается некомпенсированной из-за рассеяния обмотки возбуждения (эта часть составляет  $\sigma_{fd}/(1 + \sigma_{fd})$  от полного потока продольной реакции якоря).

Рис. 1-23. Схема замещения для определения продольного переходного индуктивного сопротивления.

Рис. 1-24. Векторная диаграмма синхронной машины без демпферной обмотки.  $a$  — до нарушения установившегося режима,  $b$  — в первый момент нарушения режима работы.

Рис. 1-23

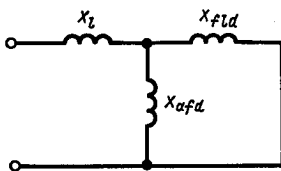
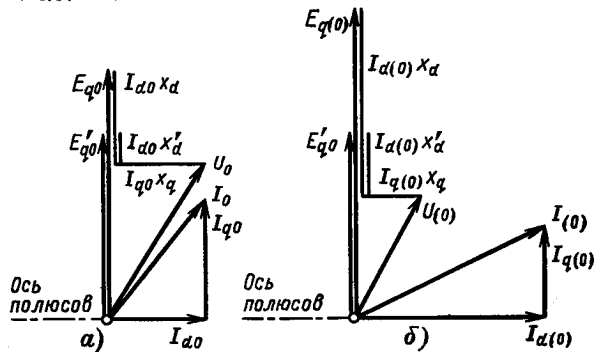


Рис. 1-24



В поперечной оси машины при отсутствии демпферных обмоток и эквивалентных ей цепей (массивные части ротора) магнитные потоки могут изменяться беспрепятственно, поперечная реакция якоря машины проявляется сразу. Таким образом, в поперечной оси машина будет характеризоваться синхронным поперечным индуктивным сопротивлением как в установившемся режиме, так и в момент его нарушения.

Векторные диаграммы генератора для обоих этих режимов показаны на рис. 1-24.

### 1-5. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МАШИНАХ С ДЕМПФЕРНЫМИ ОБМОТКАМИ. СВЕРХПЕРЕХОДНОЕ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

При наличии демпферных обмоток или эквивалентных им цепей компенсация реакции якоря в продольной оси машины обуславливается не только токами в обмотке возбуждения, но также и токами в демпферных обмотках. Благодаря этому компенсация происходит полнее, нежели при отсутствии демпферных обмоток.

Отличается также и изменение тока в обмотке возбуждения. В момент нарушения режима ток в обмотке возбуждения изменяется на меньшее значение, при этом возникают также токи в демпферной обмотке (рис. 1-25). Компенсация потока реакции якоря происходит от совместного действия токов в обмотке возбуждения и в демпферных обмотках.

Токи в демпферной обмотке обычно затухают значительно быстрее, чем токи в обмотке возбуждения. По мере их затухания ток в обмотке возбуждения увеличивается на соответствующее значение. Происходит как бы переход тока из демпферной обмотки в обмотку возбуждения. Такой вывод иллюстрируется графиками на рис. 1-25, где штриховой линией показан ток

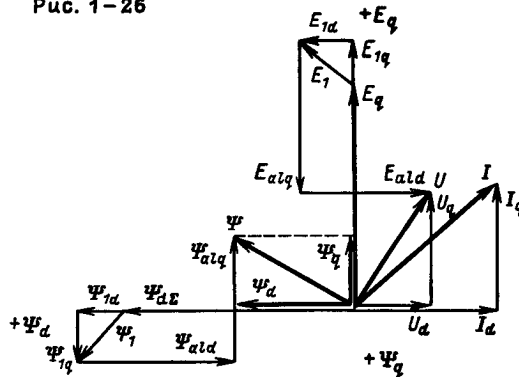
Рис. 1-25. Изменение токов в роторных цепях при переходном процессе.

Рис. 1-26. Векторная диаграмма синхронной машины при переходном процессе.

Рис. 1-25



Рис. 1-26





в обмотке возбуждения при отсутствии демпферной обмотки, а сплошными линиями — токи в обмотке возбуждения и в демпферной обмотке при наличии последней.

Отличным от машины без демпферных обмоток получается переходный процесс в поперечной оси машины. В машинах с демпферной обмоткой магнитный поток поперечной реакции сцеплен с демпферной обмоткой, поэтому при внезапном изменении тока  $I_q$  в демпферной обмотке будут наводиться токи, создающие магнитный поток в поперечной оси машины. Этот магнитный поток будет компенсировать изменение поперечной реакции якоря, однако из-за рассеяния демпферной обмотки компенсация будет неполная. При полном затухании токов в демпферной обмотке поперечная реакция якоря проявится полностью.

Для продольной оси машин с демпферными обмотками, подобно тому, как это было сделано для машин без демпферных обмоток, можно найти некоторое индуктивное сопротивление  $x_d''$  и определяемую им э. д. с.  $E_d''$ , которая не изменяется в первый момент нарушения режима. Аналогично для поперечной оси можно найти индуктивное сопротивление  $x_q''$  и э. д. с.  $E_q''$ , обладающую свойством неизменности в момент изменения режима. Индуктивные сопротивления  $x_d''$  и  $x_q''$  называются сверхпереходными индуктивными сопротивлениями соответственно в продольной и поперечной осях. Для их определения обратимся к рассмотрению потокосцеплений отдельных обмоток.

Потокосцепления обмотки статора (рис. 1-26) определяются магнитными потоками, вызванными токами в трех обмотках. Ток обмотки возбуждения и обусловленный им магнитный поток дают потокосцепление в продольной оси  $\Psi_{d\sigma}$ . Ток в демпферной обмотке, протекающий лишь во время переходного процесса, определяет потокосцепление  $\Psi_1$ , последнее может быть разложено на продольную и поперечную составляющие  $\Psi_{1d}$  и  $\Psi_{1q}$ , которые обуславливаются соответственно продольной и поперечной составляющими тока демпферной обмотки  $i_{1d}$  и  $i_{1q}$ . При протекании тока  $I$  по обмотке статора возникают магнитные потоки реакции и рассеяния якоря. Эти магнитные потоки, разложенные на продольную и поперечную составляющие, дают потокосцепления  $\Psi_{ald}$  и  $\Psi_{alq}$  (§ 1-1). В результате совместного действия токов всех обмоток имеем результирующее потокосцепление статорной обмотки, которое равно геометрической сумме отдельных потокосцеплений (рис. 1-26). Это потокосцепление  $\Psi$  определяет напряжение на выводах машины  $U$ , которое по фазе отстает от  $\Psi$  на  $90^\circ$ .

Напряжение на выводах машины  $U$  может быть представлено также как геометрическая сумма э. д. с., наводимых отдельными составляющими потокосцепления статора. Так как эти э. д. с. отстают от соответствующих потокосцеплений на  $90^\circ$ , то диаграмма э. д. с. имеет тот же вид, что и диаграмма потокосцеплений, повернутая на  $90^\circ$  по часовой стрелке. [Представляя результирующее потокосцепление и напряжение на выводах машины как сумму продольной и поперечной составляющих, имеем в системе координат, показанной на рис. 1-26]<sup>1</sup>:

$$\left. \begin{aligned} U_q &= \Psi_d; \\ U_d &= -\Psi_q. \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

<sup>1</sup> Уравнения (1-26) представляют собой частный случай уравнений переходного электромагнитного процесса в синхронной машине, называемых уравнениями Горева-Парка. (Прим. ред.)

При переходном процессе составляющие результирующего потокосцепления статора будут равны:

$$\Psi_d = i_{fd}x_{afd} + i_{1d}x_{a1d} - I_d x_d;$$

$$\Psi_q = i_{1q}x_{a1q} - I_q x_q,$$

где  $i_{fd}x_{afd}$  — потокосцепление статора от тока в обмотке возбуждения  $i_{fd}$ ;  $i_{1d}x_{a1d}$  — потокосцепление статора от тока в продольной демпферной обмотке  $i_{1d}$  (здесь  $x_{a1d}$  — индуктивное сопротивление взаимной индукции между демпферной обмоткой и обмоткой статора в продольной оси);  $I_d x_d$  — потокосцепление статора от продольного тока статора;  $i_{1q}x_{a1q}$  — потокосцепление статора от тока в поперечной демпферной обмотке ( $x_{a1q}$  — то же сопротивление, что и  $x_{a1d}$ , но в поперечной оси);  $I_q x_q$  — потокосцепление статора от поперечной составляющей тока статора.

Соответственно этому продольная и поперечная составляющие напряжения на выводах машины равны:

$$\left. \begin{aligned} U_q &= i_{fd}x_{afd} + i_{1d}x_{a1d} - I_d x_d; \\ U_d &= -i_{1q}x_{a1q} + I_q x_q. \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

Для того чтобы определить напряжение в момент нарушения установившегося режима, необходимо определить результирующие потокосцепления обмотки возбуждения и демпферной обмотки.

Потокосцепление обмотки возбуждения определяется следующей суммой:

$$\Psi_{fd} = i_{fd}x_{ffd} + i_{1d}x_{f1d} - I_d x_{afd}, \quad (1-28)$$

где  $i_{fd}x_{ffd}$  — потокосцепление от тока в обмотке возбуждения;  $i_{1d}x_{f1d}$  — потокосцепление обмотки возбуждения от тока в продольной демпферной обмотке (здесь  $x_{f1d}$  — сопротивление взаимоиндукции между обмоткой возбуждения и демпферной обмоткой);  $I_d x_{afd}$  — потокосцепление обмотки возбуждения от продольной составляющей тока статора.

Для демпферной обмотки в продольной и поперечной осях справедливы выражения

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1d} &= i_{1d}x_{11d} + i_{fd}x_{f1d} - I_d x_{a1d}; \\ \Psi_{1q} &= i_{1q}x_{11q} - I_q x_{a1q}. \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$

где  $i_{1d}x_{11d}$ ,  $i_{1q}x_{11q}$  — потокосцепления демпферной обмотки в продольной и поперечной осях от токов в демпферной обмотке (здесь  $x_{11d}$  и  $x_{11q}$  — сопротивления самоиндукции демпферной обмотки в продольной и поперечной осях);  $i_{fd}x_{f1d}$  — потокосцепление демпферной обмотки от тока в обмотке возбуждения ( $x_{f1d}$  — сопротивление взаимоиндукции между демпферной обмоткой и обмоткой возбуждения);  $I_d x_{a1d}$  и  $I_q x_{a1q}$  — потокосцепления демпферной обмотки в продольной и поперечной осях от тока статора (здесь  $x_{a1d}$  и  $x_{a1q}$  — сопротивления взаимоиндукции между обмоткой статора и демпферной обмоткой в продольной и поперечной осях).

При заданном изменении тока статора токи в обмотках ротора могут быть получены через потокосцепления из уравнений (1-28) и (1-29) для

продольной оси и для поперечной оси:

$$\left. \begin{aligned} i_{fd} &= \frac{\Psi_{fd}x_{11d} - \Psi_{1d}x_{fd} + I_d(x_{afd}x_{11d} - x_{a1d}x_{fd})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd}^2}; \\ i_{1d} &= \frac{\Psi_{1d}x_{ffd} - \Psi_{fd}x_{fd} + I_d(x_{a1d}x_{ffd} - x_{afd}x_{fd})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd}^2}; \\ i_{1q} &= \frac{\Psi_{1q} + I_q x_{a1q}}{x_{11q}}. \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

Подставляя эти выражения в уравнения для напряжения на выводах машины (1-27), после преобразований получаем:

$$\begin{aligned} U_q &= \frac{\Psi_{fd}(x_{11d}x_{afd} - x_{fd}x_{a1d}) + \Psi_{1d}(x_{ffd}x_{a1d} - x_{fd}x_{afd})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd}^2} - \\ &- I_d \frac{x_d x_{ffd} x_{11d} + 2x_{a1d} x_{fd} x_{afd} - x_d x_{fd}^2 - x_{ffd} x_{a1d}^2 - x_{11d} x_{afd}^2}{x_{ffd} x_{11d} - x_{fd}^2}; \end{aligned} \quad (1-31)$$

$$U_d = -\Psi_{1q} \frac{x_{a1q}}{x_{11q}} + I_q \frac{x_q x_{11q} - x_{a1q}^2}{x_{11q}}. \quad (1-32)$$

Эти уравнения можно представить в следующем виде:

$$U_q = E_q'' - I_d x_d''; \quad (1-33)$$

$$U_d = E_d'' + I_q x_q'', \quad (1-34)$$

где э. д. с.

$$\left. \begin{aligned} E_q'' &= \frac{\Psi_{fd}(x_{11d}x_{afd} - x_{fd}x_{a1d}) + \Psi_{1d}(x_{ffd}x_{a1d} - x_{fd}x_{afd})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd}^2}; \\ E_d'' &= -\Psi_{1q} \frac{x_{a1q}}{x_{11q}} \end{aligned} \right\} \quad (1-35)$$

отличаются свойством оставаться неизменными в момент нарушения режима работы машины, поскольку они определяются потокосцеплениями  $\Psi_{fd}$ ,  $\Psi_{1d}$  и  $\Psi_{1q}$ , которые не могут мгновенно изменяться.

Величины  $x_d''$  и  $x_q''$  представляют собой сверхпереходные индуктивные сопротивления машины, равные:

$$\left. \begin{aligned} x_d'' &= \frac{x_d x_{ffd} x_{11d} + 2x_{a1d} x_{fd} x_{afd} - x_d x_{fd}^2 - x_{ffd} x_{a1d}^2 - x_{11d} x_{afd}^2}{x_{ffd} x_{11d} - x_{fd}^2}; \\ x_q'' &= \frac{x_q x_{11q} - x_{a1q}^2}{x_{11q}}. \end{aligned} \right\} \quad (1-36)$$

Эти сопротивления определяют ток статора в момент нарушения режима работы.

Выражение для поперечного сверхпереходного индуктивного сопротивления по структуре ничем не отличается от выражения (1-22) для продольного переходного индуктивного сопротивления. Поэтому для него можно написать

также следующие выражения, аналогичные (1-23) и (1-24):

$$x_q'' = x_q - \frac{x_{a1q}^2}{x_{11q}}; \quad (1-37)$$

$$x_q'' = x_l + \frac{x_{a1q}x_{11q}}{x_{a1q} + x_{11q}}, \quad (1-38)$$

где  $x_{11q}$  — индуктивное сопротивление рассеяния демпферной обмотки в поперечной оси.

Последнее выражение позволяет составить для поперечной оси эквивалентную схему для сверхпереходного индуктивного сопротивления, показанную на рис. 1-27. Формула для определения продольного сверхпереходного сопротивления также может быть представлена в измененном виде:

$$x_d'' = x_d - \frac{x_{ffd}x_{a1d}^2 + x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{afd}x_{a1d}x_{fd1d}}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd1d}^2}$$

или

$$x_d'' = x_d - \frac{x_{afd}(x_{11q}x_{afd} - x_{a1d}x_{fd1d}) + x_{a1d}(x_{ffd}x_{a1d} - x_{afd}x_{fd1d})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{fd1d}^2}. \quad (1-39)$$

Если принять упрощающее допущение, что взаимные сопротивления между тремя обмотками равны, т. е.  $x_{afd} = x_{fd1d} = x_{a1d} = x_{ad}$ , то выражение (1-39) можно заметно упростить:

$$x_d'' = x_d - \frac{x_{ad}^2(x_{11d} + x_{ffd} - 2x_{ad})}{x_{ffd}x_{11d} - x_{ad}^2}. \quad (1-40)$$

Вводя индуктивные сопротивления рассеяния трех обмоток

$$x_l = x_d - x_{ad}; \quad x_{fd1d} = x_{ffd} - x_{ad}; \quad x_{11d} = x_{11d} - x_{ad},$$

Рис. 1-27. Схема замещения для определения поперечного сверхпереходного индуктивного сопротивления.

Рис. 1-28. Упрощенная схема замещения для определения продольного сверхпереходного индуктивного сопротивления.

Рис. 1-27

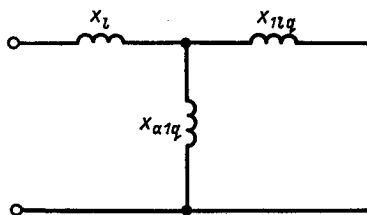


Рис. 1-28

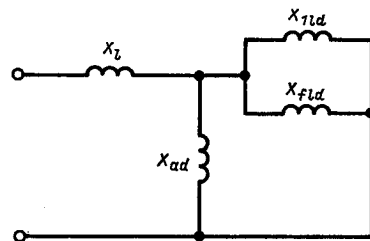


Рис. 1-29

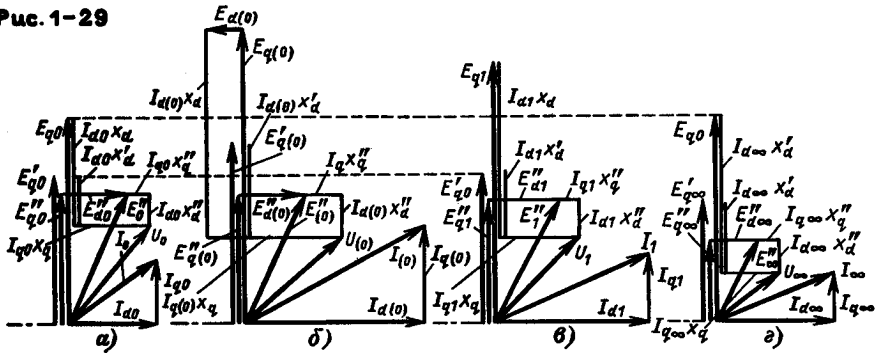


Рис. 1-29. Векторные диаграммы синхронной машины с демперными обмотками. *a* – до нарушения режима работы; *б* – в первый момент нарушения режима; *в* – после затухания токов в демперной обмотке (не учитывается затухание токов в обмотке возбуждения); *г* – в новом установившемся режиме.

из (1-40) получаем:

$$x_d'' = x_l + \frac{x_{ad}x_{fld}x_{1ld}}{x_{ad}x_{fld} + x_{ad}x_{1ld} + x_{fld}x_{1ld}} = x_l + \frac{1}{1/x_{ad} + 1/x_{fld} + 1/x_{1ld}}. \quad (1-41)$$

Последнее выражение позволяет составить для сверхпереходного индуктивного сопротивления упрощенную эквивалентную схему, показанную на рис. 1-28.

Токи, наведенные в демперной обмотке, затухают несравненно быстрее свободных токов в обмотке возбуждения. Поэтому, рассматривая период переходного процесса, в течение которого затухают токи в демперной обмотке, можно пренебречь затуханием свободных токов в обмотке возбуждения. При таком допущении можно считать, что первое время после затухания токов в демперной обмотке машина будет характеризоваться продольным переходным и поперечным синхронным индуктивными сопротивлениями. Поэтому полные векторные диаграммы синхронной машины для трех моментов: нарушение установившегося режима, после затухания токов в демперной обмотке и в новом установившемся режиме могут быть представлены в виде, показанном на рис. 1-29.

## 1-6. ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОБРАТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Система токов обратной последовательности отличается от системы прямой последовательности чередованием фаз (рис. 1-30). Если эти обе системы представить обобщенными векторами, проекции которых на одни и те же три оси времени дают мгновенные значения токов в фазах, то для обобщенного вектора тока обратной последовательности следует принять другое направление вращения (рис. 1-31), нежели для вектора тока прямой после-

Рис. 1-30

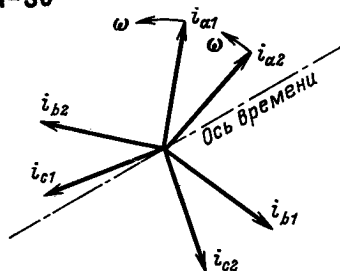


Рис. 1-31

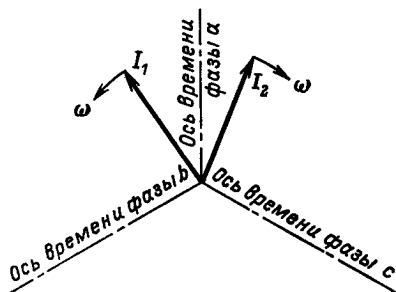


Рис. 1-32

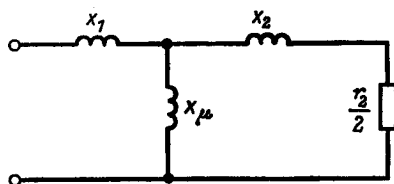
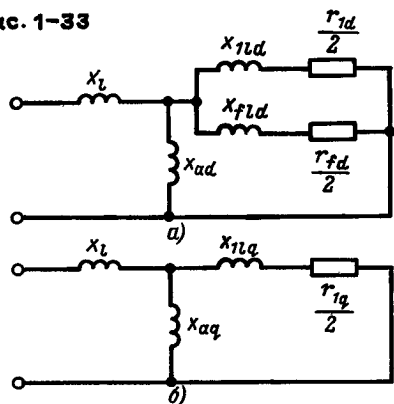


Рис. 1-33



довательности. Противоположное направление вращения обобщенного вектора тока обратной последовательности отвечает физической сущности явления. Токи обратной последовательности, протекая по обмоткам статора, создают магнитное поле, вращающееся в сторону, противоположную вращению магнитного поля реакции статора, вызванного токами прямой последовательности. Последнее вращается в сторону вращения ротора с той же угловой частотой. Поэтому поле токов прямой последовательности неподвижно относительно ротора. Поле же, создаваемое токами обратной последовательности перемещается относительно ротора с двойной синхронной угловой частотой.

Магнитный поток от токов обратной последовательности наводит в роторных цепях (обмотка возбуждения и демпферная обмотка) э. д. с. и токи, которые в значительной степени компенсируют реакцию якоря от токов обратной последовательности. Если бы роторные цепи были симметричны в продольной и поперечной осях, то система токов обратной последовательности определяла бы процессы, ничем не отличающиеся от процессов в асинхронной машине при скольжении  $s = 2$ . Эквивалентная схема замещения в этом случае была бы аналогична схеме замещения асинхронного двигателя, работающего со скольжением  $s = 2$  (рис. 1-32).

Сравнение схемы замещения рис. 1-32 со схемой замещения для определения сверхпереходного индуктивного сопротивления в поперечной оси показывает, что

Рис. 1-30. Системы токов прямой и обратной последовательности.

Рис. 1-31. Обобщенные векторы токов прямой и обратной последовательности.

Рис. 1-32. Схема замещения синхронной машины с симметричными роторными цепями для обратной последовательности.

Рис. 1-33. Схемы замещения синхронной машины обратной последовательности.

*a* — для продольной оси; *б* — для поперечной оси.

индуктивное сопротивление обратной последовательности почти ничем не отличается от сверхпереходного индуктивного сопротивления машины, имеющей лишь демпферную обмотку на роторе.

При несимметрии роторных цепей схемы замещения синхронной машины для токов обратной последовательности в продольной и поперечной осях остаются почти такими же, как и для сверхпереходных индуктивных сопротивлений (рис. 1-33), отличаясь лишь наличием активного сопротивления. Эквивалентные индуктивные сопротивления поэтому получаются для токов обратной последовательности такими же, что и сверхпереходные сопротивления. Однако направление вектора м. д. с. реакции якоря от токов обратной последовательности все время изменяется относительно продольной и поперечной осей ротора. В момент, когда вектор м. д. с. совпадает с осью полюсов, справедлива схема замещения для продольной оси (рис. 1-33, а). Когда же этот вектор сдвигается относительно оси полюсов на  $90^\circ$ , для токов обратной последовательности имеет место схема замещения для поперечной оси (рис. 1-33, б). Чередование этих положений вектора м. д. с. происходит с двойной синхронной скоростью, и, следовательно, с такой же частотой меняется индуктивное сопротивление обратной последовательности от  $x_d''$  до  $x_q''$ . Если сопротивления  $x_d''$  и  $x_q''$  незначительно отличаются друг от друга (машины с демпферными обмотками, турбогенераторы с массивным ротором), то, пренебрегая высшими гармониками, с достаточной для практики точностью можно принимать для индуктивного сопротивления обратной последовательности среднее арифметическое значение сверхпереходных сопротивлений по продольной и поперечной оси, т. е.

$$x_2 = (x_d'' + x_q'')/2. \quad (1-42)$$

Более подробно протекание процесса при приложенном напряжении обратной последовательности можно проследить применительно к явнополюсной машине без демпферных обмоток и эквивалентных им контуров. В этом случае компенсация поля реакции якоря будет происходить только в продольной оси.

Вращающееся поле реакции якоря, вызванное токами обратной последовательности, наводит в обмотке возбуждения токи двойной частоты. Эти токи определяют появление пульсирующего магнитного поля двойной частоты. Такое поле можно представить как результат существования двух полей, вращающихся относительно ротора в противоположных направлениях с двойной синхронной скоростью (рис. 1-34, а, система векторов 1). Одно из них будет вращаться относительно обмотки статора в том же направлении, что и ротор, но с тройной синхронной угловой частотой (рис. 1-34, б, система векторов 1). Это поле вызовет в статоре токи тройной частоты прямой последовательности. Другое поле перемещается в воздушном зазоре

Рис. 1-34

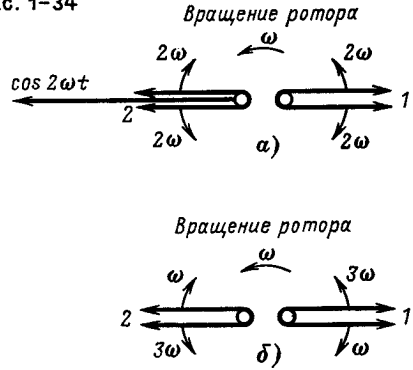


Рис. 1-34. Векторная диаграмма токов в синхронной машине при приложенном напряжении обратной последовательности.

в направлении, обратном направлению вращения ротора, и будет неподвижно относительно поля реакции якоря, создаваемого токами обратной последовательности в обмотке статора, и поэтому оно будет компенсировать реакцию якоря.

Таким образом, при приложенном напряжении обратной последовательности в обмотке статора будут протекать помимо тока прямой последовательности основной частоты: ток обратной последовательности основной частоты и ток прямой последовательности тройной частоты (рис. 1-34, а, система векторов 2). Каждый из этих токов наводит в обмотке возбуждения токи двойной частоты. Разлагая поле ротора от токов двойной частоты на два поля, вращающихся в противоположных направлениях с двойной синхронной угловой частотой по отношению к ротору, получим одно поле, вращающееся относительно статора с тройной синхронной угловой частотой в прямом направлении, и другое поле, вращающееся относительно статора с синхронной угловой частотой, но в обратном направлении (рис. 1-34, б, система векторов 2). Первое из этих полей компенсируется полем статора от токов третьей гармоники прямой последовательности, а второе поле компенсирует поле статора от токов обратной последовательности основной частоты.

Индуктивное сопротивление обратной последовательности можно определить как отношение приложенного напряжения обратной последовательности к току обратной последовательности, т. е.  $x_2 = U_2/I_2$ .

Аналогичная картина получается и для машины с демпферными обмотками, если только сопротивления  $x_d''$  и  $x_q''$  отличны друг от друга. Аналитическое выражение для индуктивного сопротивления обратной последовательности может быть найдено методом операторного исчисления. Как показано в § 3-6, это сопротивление для машин с демпферными обмотками равно:

$$x_2 = \frac{2x_d''x_q''}{x_d'' + x_q''}, \quad (1-43)$$

а для машин без демпферных обмоток

$$x_2 = \frac{2x_d'x_q}{x_d' + x_q}. \quad (1-44)$$

Если приложенное напряжение обратной последовательности синусоидально, выражения (1-44) и (1-43) дают более точные результаты, чем (1-42), которое больше соответствует условиям синусоидальности тока обратной последовательности.

Выражения (1-43) и (1-44) позволяют установить, что демпферные обмотки снижают индуктивное сопротивление обратной последовательности, а следовательно, обуславливают увеличение тока при несимметричных к. з.



## анализ переходных процессов в машинах без демпферной обмотки

### 2-1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Для обмотки возбуждения синхронной машины справедливо дифференциальное уравнение

$$u_{fd} = i_{fd} r_{fd} + d\Psi_{fd}/dt, \quad (2-1)$$

где  $u_{fd}$  — напряжение на выводах обмотки.

Разделив (2-1) на активное сопротивление обмотки возбуждения  $r_{fd}$  и приняв во внимание, что вынужденный ток возбуждения  $i_{fde} = u_{fd}/r_{fd}$ , можно также записать:

$$i_{fde} = i_{fd} + \frac{1}{r_{fd}} \frac{d\Psi_{fd}}{dt}. \quad (2-2)$$

Из (2-2) следует:

$$i_{fde} x_{afd} = i_{fd} x_{afd} + \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \frac{d\Psi_{fd}}{dt}, \quad (2-3)$$

где  $i_{fde} x_{afd} = \Psi_{de}$  — потокосцепление статорной обмотки в продольной оси от вынужденного тока возбуждения;  $i_{fd} x_{afd} = \Psi_d$  — то же, но для полного тока в обмотке, включающего как вынужденную, так и свободную составляющие.

Принимая во внимание, что  $\Psi_d = E_q$ , а также

$$\frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \Psi_{fd} = E'_q,$$

можно (2-3) переписать в виде

$$E_{qe} = E_q + \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} \frac{dE'_q}{dt};$$

здесь отношение

$$x_{ffd}/r_{fd} = T_{d0}$$

представляет собой постоянную времени обмотки возбуждения при разомкнутой обмотке статора (т.е. при отсутствии магнитного потока реакции якоря). Поэтому окончательно можно записать дифференциальное уравнение, характеризующее режим обмотки возбуждения в любой момент времени в виде

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{dE'_q}{dt}. \quad (2-4)$$

Для синхронной машины, работающей на шины бесконечной мощности, справедлива векторная диаграмма, показанная на рис. 2-1, при построении которой внешнее индуктивное сопротивление включено в сопротивление рассеяния статора. Из этой векторной диаграммы имеем:

$$E_q = E'_q + I_d(x_d - x'_d), \quad (2-5)$$

а также

$$E_q = U \cos \delta + I_d x_d. \quad (2-6)$$

Из уравнений (2-5) и (2-6) находим для э. д. с.  $E'_q$ :

$$E'_q = \frac{x'_d}{x_d} E_q + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta, \quad (2-7)$$

откуда

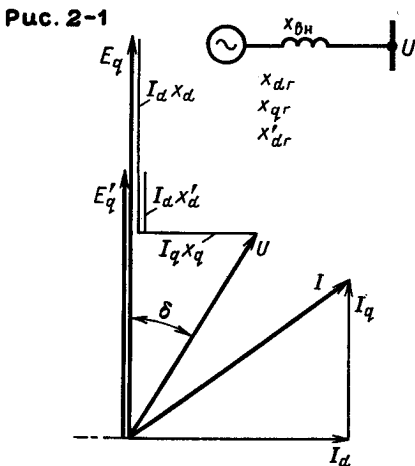
$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{x'_d}{x_d} \frac{dE_q}{dt} - \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \sin \delta \frac{d\delta}{dt}. \quad (2-8)$$

Подставляя полученное выражение в (2-4), получаем:

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{x'_d}{x_d} \frac{dE_q}{dt} - \frac{x_d - x'_d}{x_d} T_{d0} U \sin \delta \frac{d\delta}{dt}. \quad (2-9)$$

Два последних члена в полученном уравнении характеризуют э. д. с., наводимые в обмотке возбуждения вследствие изменения магнитного потока, сцепленного с этой обмоткой. Выражение (2-9) показывает, что эти э. д. с. зависят как от скорости изменения во времени тока в обмотке возбуждения ( $dE_q/dt \equiv di_{fd}/dt$ ), так и от угла  $\delta$  между вектором э. д. с.  $\dot{E}_q$  и вектором напряжения  $\dot{U}$  на шинах бесконечной мощности, а также от скорости изменения этого угла. Это объясняется тем, что результирующее потокосцепление обмотки возбуждения  $\Psi'_{fd}$ , которому пропорциональна э. д. с.  $E'_q$ , зависит не только от

Рис. 2-1. Схема замещения и векторная диаграмма электропередачи.



тока возбуждения, но также и от угла сдвига между  $\dot{E}_q$  и  $\dot{U}$  (рис. 2-1). Из векторной диаграммы рис. 2-1 видно, что с возрастанием угла  $\delta$  значение э. д. с.  $E'_q$ , а следовательно, и потокосцепления  $\Psi_{fd}$  будет уменьшаться. Изменение потокосцепления приводит к появлению в обмотке возбуждения э. д. с. и токов, стремящихся воспрепятствовать изменению потокосцепления  $\Psi_{fd}$  и э. д. с.  $E'_q$ .

## 2-2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

При переходных процессах в обмотке возбуждения и в демпферной обмотке наводятся токи, определяющие появление магнитных потоков и отвечающих им э. д. с., показанных на рис. 2-2. Из этой векторной диаграммы имеем следующее выражение для активной мощности:

$$P = U_q I_q + U_d I_d, \tag{2-10}$$

или

$$P = UI_q \cos \delta + UI_d \sin \delta. \tag{2-11}$$

Зная изменение продольной и поперечной составляющих токов в переходном процессе, по формуле (2-11) нетрудно определить и соответствующее изменение активной мощности. Токи  $I_d$  и  $I_q$  связаны с э. д. с. машины и напряжением на шинах приемной системы следующими соотношениями (рис. 2-2):

$$I_d = \frac{E_q - U \cos \delta}{x_d};$$

$$I_q = \frac{-E_d + U \sin \delta}{x_q}.$$

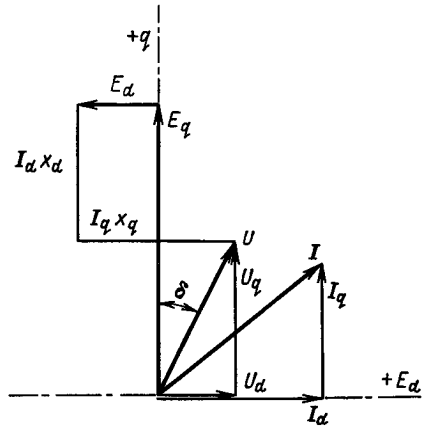
Подставляя эти выражения в (2-11), получаем:

$$P = \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta - \frac{E_d U}{x_q} \cos \delta + U^2 \frac{x_d - x_q}{2x_d x_q} \sin 2\delta. \tag{2-12}$$

Здесь последний член определяет активную мощность, обусловленную различием в синхронных индуктивных сопротивлениях машины в продольной и поперечной осях. Ее значение зависит лишь от приложенного напряжения  $U$  и угла  $\delta$ ; возбуждение же машины, а также переходные процессы в обмотке возбуждения на ней не отражаются. Первый член (2-12) характеризует

Рис. 2-2. Векторная диаграмма синхронной машины при переходном процессе.

Рис. 2-2



составляющую мощности, которая определяется током в обмотке возбуждения. Второй член всецело связан с возникновением переходного процесса, поскольку в установившемся режиме в обмотке возбуждения протекает только ток  $i_{fd}$ , который наводит э. д. с. в продольной оси машины.

Удобно активную мощность разбить на составляющие, обусловленные установившимся значением э. д. с. и э. д. с. переходного режима, вызванные свободными токами. При этом общее выражение для активной мощности будет иметь вид:

$$P = \frac{E_{qe}U}{x_d} \sin \delta + \frac{E_{qc}U}{x_d} \sin \delta - \frac{E_{dc}U}{x_q} \cos \delta + U^2 \frac{x_d - x_q}{2x_dx_q} \sin 2\delta,$$

или

$$P = P_{qe} + P_{qc} + P_{dc} + P_r, \quad (2-13)$$

где  $P_{qe}$  – синхронная мощность в установившемся режиме;  $P_{qc}$  – мощность, определяемая свободными токами в продольной оси;  $P_{dc}$  – то же, но в поперечной оси;  $P_r$  – активная мощность машины, соответствующая моменту явнополюсности.

Для машин без демпферных обмоток и эквивалентных ей цепей  $E_{dc} = 0$ , поэтому в этом случае

$$P = P_{qe} + P_{qc} + P_r = \frac{E_{qe}U}{x_d} \sin \delta + \frac{E_{qc}U}{x_d} \sin \delta + U^2 \frac{x_d - x_q}{2x_dx_q} \sin 2\delta. \quad (2-14)$$

### 2-3. ВНЕЗАПНОЕ НАРУШЕНИЕ РЕЖИМА ПРИ ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТЕ ВРАЩЕНИЯ. ТРЕХФАЗНОЕ К.З.

При постоянной частоте вращения ротора генератора угол  $\delta$  остается постоянным и, следовательно, производная  $d\delta/dt$  равна нулю. В этом случае (2-9) имеет вид:

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{x'_d}{x_d} \frac{dE_q}{dt}. \quad (2-15)$$

Пусть у машины отсутствует система АРВ. В этом случае  $u_{fd} = \text{const}$  и, следовательно,  $E_{qe} = E_{q0}$ , где  $E_{q0}$  – значение э. д. с. х. х. в исходном установившемся режиме. Тогда

$$E_q = E_{q0} + E_{qc}.$$

Подставляя это выражение в (2-15) и обозначая

$$T'_d = T_{d0} \frac{x'_d}{x_d},$$

получаем:

$$E_{qc} + T'_d \frac{dE_{qc}}{dt} = 0. \quad (2-16)$$

Решение (2-16) имеет вид:

$$E_{qc} = Ce^{-t/T'_d},$$

поэтому

$$E_q = E_{q0} + Ce^{-t/T'_d}. \quad (2-17)$$

Таким образом, переходный процесс отвечает экспоненциальному закону (рис. 2-3). Затухание э. д. с.  $E_q$  определяется постоянной времени  $T'_d$ , равной:

$$T'_d = T_{d0} \frac{x'_d}{x_d} = T_{d0} \frac{x'_{dг} + x_{вн}}{x_{dг} + x_{вн}}, \quad (2-18)$$

где  $x'_{dг}$  и  $x_{dг}$  — переходное и синхронное индуктивные сопротивления генератора;  $x_{вн}$  — внешнее индуктивное сопротивление.

При разомкнутой обмотке статора  $x_{вн} = \infty$  и, следовательно,  $x_d = x'_d$ , а также  $T'_d = T_{d0}$ , т. е. в этом случае затухание определяется постоянной времени обмотки возбуждения. Чем меньше внешнее сопротивление  $x_{вн}$ , тем меньше получается постоянная времени  $T'_d$  и тем быстрее будет протекать переходный процесс. При  $x_{вн} = 0$  получим наименьшее значение постоянной времени  $T'_d$  и наиболее быстрое протекание переходного процесса. Наименьшая постоянная времени  $T'_d$  получается, следовательно, при трехфазном к. з. на выводах машины (она называется постоянной времени обмотки возбуждения при закороченной обмотке статора):

$$T'_d = T_{d0} \frac{x'_{dг}}{x_{dг}}. \quad (2-19)$$

Постоянная интегрирования  $C$  в (2-17) определяется из начальных условий. В момент нарушения режима магнитный поток, сцепленный с обмоткой возбуждения, а следовательно, и пропорциональная ему э. д. с.  $E'_q$  остаются неизменными. Обозначая через  $E'_{q0}$  значение этой э. д. с. в исходном устано-

Рис. 2-3. Изменение э. д. с. синхронной машины при внезапном изменении режима.

Рис. 2-4. Изменение напряжения возбuditеля и вынужденной э. д. с. генератора.

Рис. 2-3

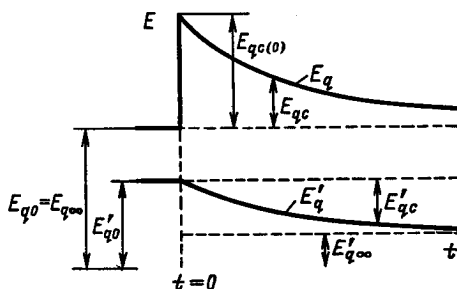
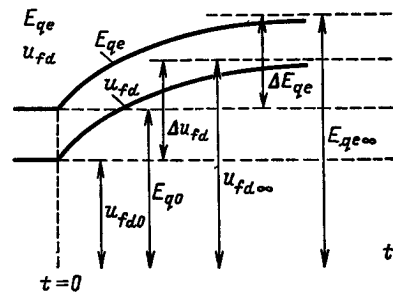


Рис. 2-4



вившемся режиме, можно найти значение э. д. с. х. х. в момент нарушения режима  $E_{q(0)}$  из (2-7):

$$E_{q(0)} = E_{q0} \frac{x_d}{x'_d} - \frac{x_d - x'_d}{x'_d} U \cos \delta. \quad (2-20)$$

Из (2-17) и (2-20) имеем при  $t = 0$ :

$$E_{q(0)} = E_{q0} + C,$$

откуда  $C = E_{q(0)} - E_{q0}$ . Таким образом,

$$E_q = E_{q0} + (E_{q(0)} - E_{q0}) e^{-t/T'_d}. \quad (2-21)$$

Определим изменение во времени э. д. с.  $E'_q$ . Из (2-7) для этой э. д. с. имеем:

$$E'_q = E_q \frac{x'_d}{x_d} + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta.$$

Подставляя в это выражение  $E_q$  в соответствии с (2-21), получаем:

$$E'_q = E_{q0} \frac{x'_d}{x_d} + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta + (E_{q(0)} - E_{q0}) \frac{x'_d}{x_d} e^{-t/T'_d}$$

или

$$E'_q = E'_{q\infty} + (E_{q(0)} - E_{q0}) \frac{x'_d}{x_d} e^{-t/T'_d}, \quad (2-22)$$

где

$$E'_{q\infty} = E_{q0} \frac{x'_d}{x_d} + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta$$

— установившееся значение продольной составляющей э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением для аварийного режима.

Поскольку в момент нарушения режима э. д. с.  $E'_q$  не изменяется, то при  $t = 0$  можно получить из (2-22):

$$E'_{q0} = E'_{q\infty} + (E_{q(0)} - E_{q0}) \frac{x'_d}{x_d},$$

где  $E'_{q0}$  — значение э. д. с.  $E'_q$  для исходного установившегося режима.

Следовательно,

$$(E_{q(0)} - E_{q0}) \frac{x'_d}{x_d} = E'_{q0} - E'_{q\infty},$$

поэтому (2-22) можно придать следующую окончательную форму:

$$E'_q = E'_{q\infty} + (E'_{q0} - E'_{q\infty}) e^{-t/T'_d}. \quad (2-23)$$

На рис. 2-3 показаны кривые изменения э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  во времени, построенные в соответствии с (2-21) и (2-23).

При наличии у генераторов АРВ левая часть дифференциального уравнения (2-15) не является постоянной. Если принять, что напряжение, приложенное к обмотке возбуждения, изменяется по экспоненциальному закону, то по такому же закону будет изменяться и вынужденная э. д. с.  $E_{qe}$ , про-

порциональная току возбуждения (если не учитывать насыщения), т. е. при

$$u_{fd} = u_{fd\infty} - \Delta u_{fd} e^{-t/T_e},$$

где  $\Delta u_{fd} = u_{fd\infty} - u_{fd0}$ , для э. д. с. будет справедливо выражение

$$E_{qe} = E_{qe\infty} - \Delta E_{qe} e^{-t/T_e}. \quad (2-24)$$

Формула (2-24) характеризует изменение вынужденной э. д. с. х. х. для случая, когда изменение вынужденного тока возбуждения происходит под влиянием форсировки возбуждения.

Подставляя (2-24) в (2-15), получаем:

$$E_{qe\infty} - \Delta E_{qe} e^{t/T_e} = E_q + T'_d \frac{dE_q}{dt}.$$

Решение этого дифференциального уравнения дает

$$E_q = E_{qe\infty} + C e^{-t/T'_d} + \Delta E_{qe} \frac{T_e}{T'_d - T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}). \quad (2-25)$$

Постоянная интегрирования в (2-25) определяется точно так же, как и при отсутствии АРВ; при этом получается

$$C = E_{q(0)} - E_{qe\infty},$$

поэтому окончательно можно для  $E_q$  записать:

$$E_q = E_{qe\infty} + (E_{q(0)} - E_{qe\infty}) e^{-t/T'_d} + \Delta E_{qe} \frac{T_e}{T'_d - T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}), \quad (2-26)$$

Рис. 2-5

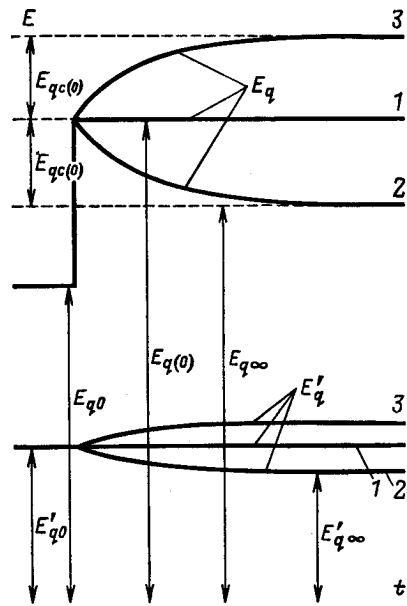


Рис. 2-6

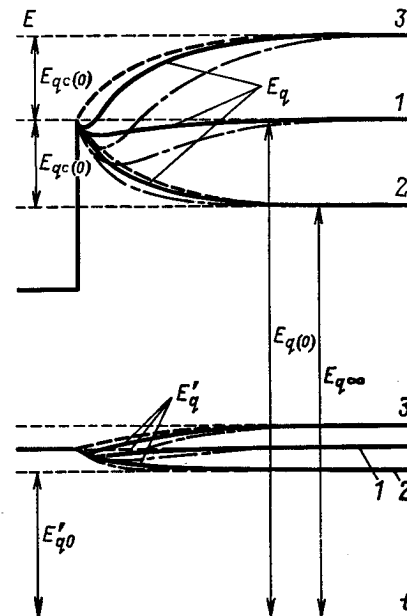


Рис. 2-5. Изменение э. д. с. синхронной машины при внезапном нарушении режима работы и при внезапном изменении напряжения возбудителя.

Рис. 2-6. Изменение э. д. с. синхронной машины при внезапном нарушении режима работы и при работе форсировки возбуждения.

----- при бесконечно большой скорости подъема напряжения возбудителя ( $T_e = 0$ ); — при скорости подъема напряжения возбудителя с постоянной времени  $T_{e1} > 0$ ; - - - - - при скорости подъема напряжения возбудителя с постоянной времени  $T_{e2} > T_{e1}$ .

где  $\Delta E_{qe}$  — изменение вынужденной э. д. с. х. х., соответствующее данному подъему напряжения на выводах обмотки возбуждения (рис. 2-4).

Подставляя в (2-26) выражение (2-7), получаем:

$$E'_q = E_{qe\infty} \frac{x'_d}{x_d} + \frac{x_d - x'_d}{x_d} U \cos \delta + (E_{q(0)} - E_{qe\infty}) \frac{x'_d}{x_d} e^{-t/T'_d} + \\ + \Delta E_{qe} \frac{T_e}{T'_d - T_e} \frac{x'_d}{x_d} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d})$$

или

$$E'_q = E'_{q\infty} + (E'_{q0} - E'_{q\infty}) e^{-t/T'_d} + \Delta E_{qe} \frac{x'_d}{x_d} \cdot \frac{T_e}{T'_d - T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}). \quad (2-27)$$

При отсутствии форсировки возбуждения  $\Delta E_{qe} = 0$  и  $E_{qe\infty} = E_{q0}$ . В этом случае (2-26), (2-27) переходят в (2-21) и (2-22). При бесконечно большой скорости подъема напряжения на выводах обмотки возбуждения ( $T_e = 0$ ) изменение э. д. с. определяется тем же законом, что и при постоянстве напряжения  $u_{fd}$ , однако установившиеся значения э. д. с. будут в этом случае другие (рис. 2-5):

$$\left. \begin{aligned} E_q &= E_{qe\infty} + (E_{q(0)} - E_{qe\infty}) e^{-t/T'_d}; \\ E'_q &= E'_{q\infty} + (E'_{q(0)} - E'_{q\infty}) e^{-t/T'_d}. \end{aligned} \right\} \quad (2-28)$$

Если подобрать изменение  $u_{fd}$  на выводах обмотки возбуждения генератора таким образом, чтобы вынужденное установившееся значение э. д. с. х. х.  $E_{qe\infty}$  было бы равно значению этой э. д. с. в момент нарушения режима, то, как показывает (2-28), переходный процесс не возникает (кривая 1 на рис. 2-5).

Электродвижущая сила  $E'_q$  при этом остается постоянной не только в момент нарушения режима, но и в последующем интервале времени. Если изменение  $u_{fd}$  будет меньше этой величины, то получится уменьшение э. д. с. (кривая 2 на рис. 2-5), если же больше, то э. д. с. увеличиваются (кривые 3).

При конечной скорости подъема напряжения на выводах обмотки возбуждения ( $T_e \neq 0$ ) изменение э. д. с. генератора определяется (2-26) и (2-27), которым отвечают кривые, приведенные на рис. 2-6, причем кривые 1 построены для условия  $E_{qe\infty} = E_{q(0)}$ , а кривые 2 и 3 — при э. д. с., меньшей и большей этой величины. Из рис. 2-6 видно, что во всех рассмотренных случаях при конечной скорости подъема напряжения на выводах обмотки возбуждения э. д. с. в начале процесса получают несколько меньшие, чем при мгновенном подъеме этого напряжения.

Одним из случаев внезапного нарушения режима работы машины является к. з. Рассмотрим в качестве иллюстрации полученных выше выводов переходный процесс в цепях синхронной машины при трехфазном к. з. на ее выводах.

Векторная диаграмма машины для исходного установившегося режима, предшествующего к. з., показана на рис. 2-7, а. При к. з. напряжение  $U$  внезапно уменьшается до нуля. В поперечной оси машины при этом переходные процессы протекают мгновенно. В продольной же оси, где расположена обмотка возбуждения, наводятся токи, которые в момент возникновения замыкания поддерживают неизменной э. д. с.  $E'_q$ . Ток к. з. в этот момент,



если не учитывать активного сопротивления обмотки статора, может быть найден как

$$I_{к(0)} = E'_{q0} / x'_d, \tag{2-29}$$

где  $E'_{q0}$  — продольная составляющая э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением в исходном нормальном режиме. Если не учитывать активного сопротивления обмотки статора, ток к. з. будет отставать по фазе на  $90^\circ$  от э. д. с.  $E'_q$  (рис. 2-7), т. е. при к. з. имеет место лишь продольная составляющая тока.

Электродвижущая сила х. х. в момент замыкания может быть определена на основании (2-7):

$$E_{q(0)} = E'_{q0} x_d / x'_d = I_{к(0)} x_d. \tag{2-30}$$

Изменение тока к. з. во времени может быть найдено как

$$I_{к} = E_q / x_d, \tag{2-31}$$

откуда при учете (2-21) можно получить для машины без АРВ:

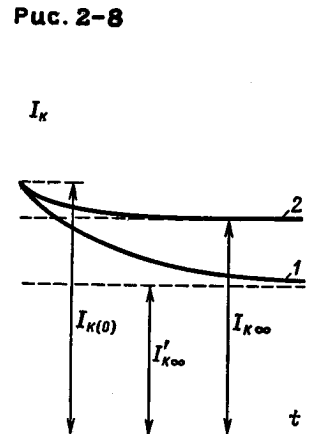
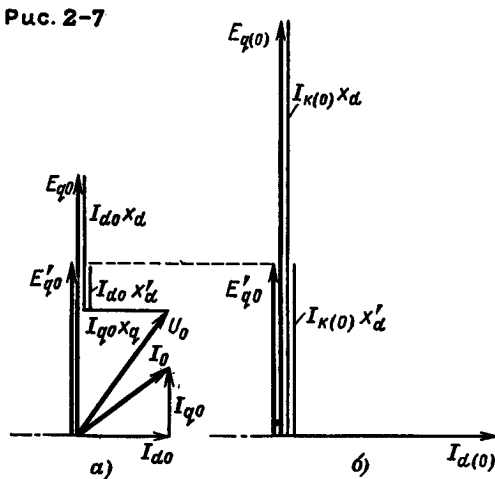
$$I_{к} = \frac{E_{q0}}{x_d} + \left( \frac{E_{q(0)}}{x_d} - \frac{E_{q0}}{x_d} \right) e^{-t/T_d}. \tag{2-32}$$

Поскольку в установившемся режиме к. з. в рассматриваемом случае  $I_{к\infty} = E_{q0} / x_d$ , то выражению (2-32) можно придать вид

$$I_{к} = I_{к\infty} + (I_{к(0)} - I_{к\infty}) e^{-t/T_d}. \tag{2-33}$$

Рис. 2-7. Векторные диаграммы синхронной машины. а — при нормальном режиме; б — при трехфазном к. з.

Рис. 2-8. Изменение тока к. з. во времени. 1 — без регуляторов напряжения; 2 — с форсировкой возбуждения.



На рис. 2-8 показана зависимость, полученная в соответствии с (2-33) (кривая 1).

При учете действия форсировки возбуждения из (2-31) и (2-26) можно получить:

$$I_k = \frac{E_{qe\infty}}{x_d} + \left( \frac{E_{q(0)}}{x_d} - \frac{E_{qe\infty}}{x_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{\Delta E_{qe}}{x_d} \frac{T_e}{T'_d - T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}),$$

или

$$I_k = I_{k\infty} + (I_{k(0)} - I_{k\infty}) e^{-t/T'_d} + (I_{k\infty} - I'_{k\infty}) \frac{T_e}{T'_d - T_e} (e^{-t/T_e} - e^{-t/T'_d}), \quad (2-34)$$

где  $I_{k\infty} - I'_{k\infty} = \Delta E_q/x_d = E_{qe\infty}/x_d - E_{q0}/x_d$ , причем  $I'_{k\infty}$  представляет собой установившийся ток к. з. при отсутствии форсировки возбуждения.

Кривая 2 на рис. 2-8 представляет собой зависимость тока к. з. от времени при действии форсировки возбуждения, найденную по (2-34).

## 2-4. ПРОЦЕССЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ СКОЛЬЖЕНИИ

Режим работы при постоянном скольжении в первом приближении воспроизводит условия работы синхронной машины в режиме установившегося асинхронного режима.

Перепишем уравнение (2-9), характеризующее электромагнитный переходный процесс в цепях синхронной машины без демпферных обмоток, в виде

$$\frac{dE_{qc}}{dt} + \frac{E_{qc}}{T'_d} = U \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \sin \delta \frac{d\delta}{dt}, \quad (2-35)$$

где  $E_{qc} = E_q - E_{qe\infty}$  и  $T'_d = T_{d0} \frac{x'_d}{x_d}$ . Решение этого уравнения дает

$$E_{qc} = e^{-t/T'_d} \left( C + \int e^{t/T'_d} U \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \sin \delta d\delta \right). \quad (2-36)$$

Уравнение (2-35) представляет собой относительно  $E_{qc}$  линейное уравнение с правой частью, которое сокращенно может быть записано в виде

$$\frac{dE_{qc}}{dt} + \frac{1}{T'_d} E_{qc} = Q. \quad (2-37)$$

Напомним, что решение уравнений такого типа ищется в виде

$$E_{qc} = x(t) \cdot y(t). \quad (2-38)$$

В этом случае

$$\frac{dE_{qc}}{dt} = x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt}. \quad (2-39)$$

Из (2-37) и (2-38) следует:

$$y \frac{dx}{dt} + \left( \frac{dy}{dt} + \frac{1}{T'_d} y \right) x = Q. \quad (2-40)$$

Определяем функцию  $y(t)$  так, чтобы второй член в левой части (2-40) был бы равен нулю, т. е.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{T_d} y = 0, \quad (2-41)$$

откуда

$$y = C_1 e^{-t/T_d}. \quad (2-42)$$

Подставляя (2-41) в (2-40), при условии (2-42) имеем:

$$C_1 e^{-t/T_d} \frac{dx}{dt} = Q$$

или

$$C_1 dx = e^{t/T_d} Q dt,$$

откуда следует, что

$$x = \frac{1}{C_1} (\int e^{t/T_d} Q dt + C). \quad (2-43)$$

Подставляя (2-42) и (2-43) в (2-38), получаем окончательно:

$$E_{qc} = e^{-t/T_d} (C + \int e^{t/T_d} Q dt) = e^{-t/T_d} \left( C + \int e^{t/T_d} U \frac{x_a - x'_a}{x'_a} \sin \delta \frac{d\delta}{dt} dt \right).$$

При постоянном скольжении  $s$  имеем:

$$\delta = \alpha + \frac{d\delta}{dt} \cdot t = \alpha - st, \text{ где } \alpha - \text{некоторый произвольный угол; } s = -d\delta/dt -$$

скольжение. Принимая для удобства и определенности  $\alpha = \pi/2$ , имеем

$$\delta = \frac{\pi}{2} - st \text{ и } d\delta = -s dt.$$

Подставляя эти значения в уравнение (2-36), получаем:

$$E_{qc} = e^{-t/T_d} \left( C - \int e^{t/T_d} U \frac{x_a - x'_a}{x'_a} \cos sts dt \right). \quad (2-44)$$

Его решение дает

$$E_{qc} = C e^{-t/T_d} - U \frac{x_a - x'_a}{x'_a} s T_d \frac{\cos st + s T_d \sin st}{1 + s^2 (T_d')^2}. \quad (2-45)$$

Уравнение (2-44) может быть представлено в виде

$$E_{qc} = C e^{-t/T_d} - s U \frac{x_a - x'_a}{x'_a} e^{-t/T_d} \int e^{t/T_d} \cos st dt.$$

Во второй член правой части этого уравнения входит интеграл типа

$$J = \int e^{ax} \cos bx dx.$$

Он может быть найден двойным интегрированием по частям, равным:

$$J = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos bx + b \sin bx),$$

и, следовательно, при обозначениях, принятых в уравнении (2-44),

$$J = \frac{e^{t/T_d'}}{(1/T_d')^2 + s^2} \left( \frac{1}{T_d'} \cos st + s \sin st \right) = \frac{T_d' e^{t/T_d'}}{1 + s^2 (T_d')^2} (\cos st + s T_d' \sin st).$$

Введем следующее обозначение:  $\varphi_s = \text{arctg } 1/sT_d'$ . Угол  $\varphi_s$  является дополнительным до  $90^\circ$  к углу, представляющему собой аргумент комплексного сопротивления цепи ротора с учетом цепи статора при угловой скорости  $s$ . Действительно,

$$T_d' = \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} \frac{x_d'}{x_d},$$

следовательно,

$$\arg Z_{ffd} \frac{x_d'}{x_d} = \text{arctg} \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} \cdot \frac{x_d'}{x_d} = \text{arctg } T_d',$$

а также

$$90^\circ - \arg Z_{ffd}(s) \frac{x_d'}{x_d} = 90^\circ - \text{arctg} \frac{s x_{ffd}}{r_{fd}} \cdot \frac{x_d'}{x_d} = 90^\circ - \text{arctg } s T_d' = \text{arctg} \frac{1}{s T_d'}.$$

Введя принятое обозначение в (2-45), можно после преобразований значительно упростить выражение для э. д. с.  $E_{qc}$ :

$$E_{qc} = C e^{-t/T_d'} - U \frac{x_d - x_d'}{x_d'} \cos \varphi_s \cos (\delta - \varphi_s). \quad (2-46)$$

Первый член полученного уравнения определяет составляющую э. д. с.  $E_{qc}$ , появляющуюся вследствие внезапного нарушения установившегося режима синхронной машины, а второй член определяет изменение э. д. с. из-за неравенства угловой скорости ротора синхронной скорости вращающегося поля реакции якоря. Следовательно, изменение э. д. с.  $x$ . при установившемся асинхронном режиме может быть принято равным:

$$E_{qc\infty} = -U \frac{x_d - x_d'}{x_d'} \cos \varphi_s \cos (\delta - \varphi_s). \quad (2-47)$$

Определим изменение э. д. с.  $E_q'$  в установившемся асинхронном режиме. Подставляя в уравнение (2-7) значение э. д. с.  $x$ .  $E_q = E_{qe\infty} + E_{qc\infty}$ , получаем при учете (2-47):

$$E_q' = E_{qe\infty} \frac{x_d'}{x_d} - U \frac{x_d - x_d'}{x_d} \sin \varphi_s \sin (\delta - \varphi_s). \quad (2-48)$$

Введем обозначение

$$E_{q\infty}' = E_{qe\infty} x_d' / x_d,$$

где  $E_{q\infty}'$  — установившееся значение э. д. с.  $E_q'$  при  $t = 0$ , т. е. при  $\delta = 90^\circ$  [см. (2-7)].

Тогда

$$E_q' = E_{q\infty}' - U \frac{x_d - x_d'}{x_d} \sin \varphi_s \sin (\delta - \varphi_s). \quad (2-49)$$

Для больших машин при малых скольжениях, примерно равных  $1-2\%$ , угол  $\varphi_s$  невелик и, следовательно, небольшим будет и изменение э. д. с.  $E_q'$ ,

определяемое вторым членом правой части выражения (2-49). Изменения э. д. с.  $E_q$  и  $E'_q$  в функции угла  $\delta$ , постоянно изменяющегося в установившемся асинхронном режиме, показаны на рис. 2-9.

При бесконечно большой постоянной времени  $T'_d$  угол  $\varphi_s = 0$ , и в этом случае э. д. с.  $E'_q$  не претерпевает изменений. Это объясняется тем, что изменение продольной реакции якоря при изменении угла  $\delta$  в этом случае полностью компенсируется токами, наведенными в обмотке возбуждения.

Определим активную мощность машины, работающей с постоянным скольжением. Активная мощность, связанная с существованием токов, наведенных в обмотке возбуждения, равна:

$$P_{dc} = \frac{E_{qc} U}{x_d} \sin \delta.$$

Отсюда при учете (2-47) можно получить:

$$P_{dc} = -U^2 \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d} \cos \varphi_s \cos(\delta - \varphi_s) \sin \delta$$

или

$$P_{dc} = -U^2 \frac{x_d - x'_d}{4x_d x'_d} \sin 2\varphi_s - U^2 \frac{x_d - x'_d}{2x_d x'_d} \cos \varphi_s \sin(2\delta - \varphi_s). \quad (2-50)$$

В этом уравнении первый член определяет среднюю асинхронную мощность, второй — пульсацию асинхронной мощности вследствие изменения угла при

Рис. 2-9. Изменение э. д. с. синхронной машины при асинхронном режиме.

Рис. 2-10. Изменение мощности синхронной машины при асинхронном режиме.

Рис. 2-9

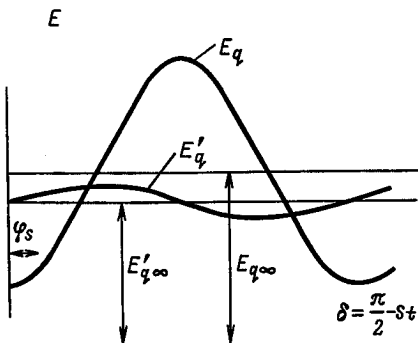
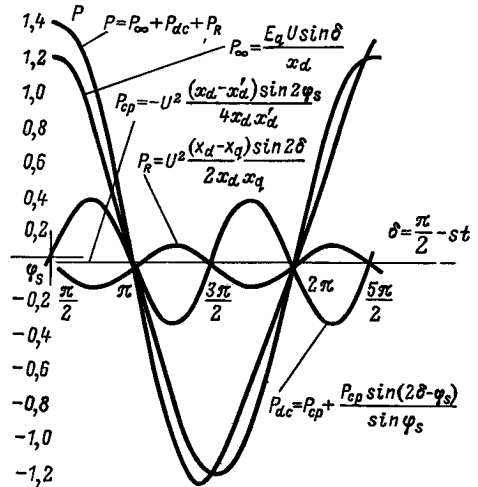


Рис. 2-10



асинхронном режиме с постоянным скольжением. Средняя асинхронная мощность равна:

$$P_{\text{ср}} = -U^2 \frac{x_d - x'_d}{4x_d x'_d} \sin 2\varphi_s$$

или, принимая во внимание, что

$$\sin 2\varphi_s = 2 \sin \varphi_s \cos \varphi_s = 2 \frac{\operatorname{tg} \varphi_s}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_s} = \frac{2sT'_d}{1 + (sT'_d)^2},$$

$$P_{\text{ср}} = -U^2 \frac{x_d - x'_d}{2x_d x'_d} \frac{sT'_d}{1 + (sT'_d)^2} \quad (2-51)$$

Подставив (2-51) в (2-50), можно получить после преобразований

$$P_{\text{dc}} = P_{\text{ср}} + \frac{P_{\text{ср}}}{\sin \varphi_s} \sin (2\delta - \varphi_s). \quad (2-52)$$

Выражение для суммарной активной мощности в асинхронном режиме с постоянным скольжением будет:

$$P = P_{\infty} + P_{\text{dc}} + P_r = \frac{E_{qe} U}{x_d} \sin \delta + P_{\text{ср}} + \frac{P_{\text{ср}}}{\sin \varphi_s} \sin (2\delta - \varphi_s) + U^2 \frac{x_d - x'_d}{2x_d x'_d} \sin 2\delta.$$

Изменение отдельных составляющих мощностей и суммарной мощности для конкретной машины, работающей со скольжением  $s = -2\%$ , показано на рис. 2-10. [Необходимо иметь в виду, что при вращении генератора со скоростью, превышающей синхронную, скольжение  $s$  отрицательно и  $P_{\text{ср}}$  получается положительной, а угол  $\varphi_s = \operatorname{arctg} 1/sT'_d$  — отрицательным.]

<sup>1</sup> Выражение (2-51) можно привести к формуле Клосса

$$P_{\text{ср}} = -U^2 \frac{x_d - x'_d}{2x_d x'_d} \frac{1}{\frac{1}{sT'_d} + sT'_d} = -\frac{2P_m}{\frac{s_{\text{кр}}}{s} + \frac{s}{s_{\text{кр}}}},$$

где  $P_m = U^2 \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d}$  и  $s_{\text{кр}} = \frac{1}{T'_d}$ . (П р и м. р е д.)

анализ  
 переходных процессов  
 в машинах  
 с демпферной обмоткой

Анализ переходных процессов в синхронных машинах с демпферной обмоткой представляет большие трудности. Наиболее полно эту задачу удалось решить Парку, применившему операторный метод анализа, излагаемый нами в дальнейшем. [Эта же задача независимо была решена А. А. Горевым.] Для получения практически приемлемых результатов мы сделали некоторые упрощающие допущения, устранив ряд факторов, несущественных при определении устойчивости. Так же как и выше, мы не будем рассматривать аperiodический слагающей тока статора и связанной с ней системы переходных токов в цепях ротора, пренебрежем активным сопротивлением статора и предположим, что э. д. с., наводимая в обмотке статора, пропорциональна (в системе относительных единиц – равна) потокоцеплению этой обмотки.

Демпферную обмотку мы представим в виде двух однофазных обмоток, расположенных в продольной и поперечной осях машины. Таким образом, в продольной оси на роторе имеются две обмотки – обмотка возбуждения и продольная демпферная обмотка; в поперечной оси – одна поперечная демпферная обмотка.

### 3-1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В гл. 1 были получены уравнения потокоцеплений обмоток статора и ротора в следующем виде:  
 для обмотки статора в продольной и поперечной осях

$$\Psi_d = i_{fd}x_{afd} + i_{1d}x_{a1d} - I_d x_d; \quad (3-1)$$

$$\Psi_q = i_{1q}x_{a1q} - I_q x_q; \quad (3-2)$$

для обмотки возбуждения

$$\Psi_{fd} = i_{fd}x_{ffd} + i_{1d}x_{f1d} - I_d x_{afd}; \quad (3-3)$$

для демпферной обмотки в продольной и поперечной осях

$$\Psi_{1d} = i_{1d}x_{11d} + i_{fd}x_{f1d} - I_d x_{a1d}; \quad (3-4)$$

$$\Psi_{1q} = i_{1q}x_{11q} - I_q x_{a1q}. \quad (3-5)$$

Если не учитывать аperiodическую составляющую тока статора и активное сопротивление статорной обмотки, при синхронной частоте вращения справедливы формулы (§ 1-5)

$$U_q = \Psi_d; \quad (3-6)$$

$$U_d = -\Psi_q. \quad (3-7)$$

В рассматриваемых условиях работы машины с неизменной синхронной частотой вращения потоки, сцепленные с обмотками ротора, неподвижны относительно этих обмоток, поэтому э. д. с. в обмотках возникают лишь в связи с изменением потокосцепления во времени. Внешнее напряжение  $u_{fd}$ , приложенное к обмотке возбуждения, в каждый момент времени должно уравновешивать э. д. с., вызываемую изменением потокосцепления этой обмотки во времени, и падение напряжения в активном сопротивлении  $r_{fd}$  этой обмотки

$$u_{fd} = i_{fd}r_{fd} + \frac{d\Psi_{fd}}{dt}. \quad (3-8)$$

Демпферные обмотки в продольной и поперечной оси машины замкнуты накоротко, и, следовательно, внешние напряжения для этих обмоток равны нулю. Поэтому для демпферных обмоток справедливы уравнения

$$i_{1d}r_{1d} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} = 0; \quad (3-9)$$

$$i_{1q}r_{1q} + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} = 0, \quad (3-10)$$

где  $r_{1d}$  и  $r_{1q}$  — активные сопротивления демпферных обмоток.

В операторной форме (3-8)–(3-10) имеют вид<sup>1</sup>:

$$i_{fd}r_{fd} + p\Psi_{fd} = u_{fd}; \quad (3-11)$$

$$i_{1d}r_{1d} + p\Psi_{1d} = 0; \quad (3-12)$$

$$i_{1q}r_{1q} + p\Psi_{1q} = 0. \quad (3-13)$$

<sup>1</sup> Эти соотношения справедливы, если  $\Psi_{fd}(0) = \Psi_{1d}(0) = \Psi_{1q}(0) = 0$ . Если указанные равенства не выполняются, то следует рассматривать уравнения для приращений  $\Delta\Psi_{fd}$ ,  $\Delta\Psi_{1d}$ ,  $\Delta\Psi_{1q}$ ,  $\Delta i_{fd}$  и т. д. (Прим. ред.)



Подставляя (3-3) и (3-4) в (3-11) и (3-12), можно найти после преобразований для токов ротора в продольной оси машины

$$i_{fd} = \frac{(px_{11d} + r_{1d})u_{fd} + [p^2(x_{11d}x_{afd} - x_{f1d}x_{a1d}) + px_{afd}r_{1d}]I_d}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}}; \quad (3-14)$$

$$i_{1d} = \frac{-px_{f1d}u_{fd} + [p^2(x_{ffd}x_{a1d} - x_{f1d}x_{afd}) + px_{a1d}r_{fd}]I_d}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}}. \quad (3-15)$$

Подставляя далее полученные выражения для токов  $i_{fd}$  и  $i_{1d}$  в (3-1), получаем:

$$\Psi_d = \frac{p(x_{11d}x_{afd} - x_{f1d}x_{a1d}) + x_{afd}r_{1d}}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}} u_{fd} - \left[ x_d - \frac{p^2(x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2) + p(x_{afd}^2r_{1d} + x_{a1d}^2r_{fd})}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}} \right] I_d$$

или

$$\Psi_d = G(p)u_{fd} - X_d(p)I_d, \quad (3-16)$$

где

$$G(p) = \frac{p(x_{11d}x_{afd} - x_{f1d}x_{a1d}) + x_{afd}r_{1d}}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}}; \quad (3-17)$$

$$X_d(p) = x_d - \frac{p^2(x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2) + p(x_{afd}^2r_{1d} + x_{a1d}^2r_{fd})}{p^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + p(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd}}. \quad (3-18)$$

Точно так же для поперечной оси из (3-5) и (3-13) можно получить:

$$i_{1q} = \frac{px_{a1q}}{px_{11q} + r_{1q}} I_q,$$

а из (3-2)

$$\Psi_q = - \left( x_q - \frac{px_{a1q}^2}{px_{11q} + r_{1q}} \right) I_q,$$

или

$$\Psi_q = -X_q(p)I_q, \quad (3-19)$$

где

$$X_q(p) = x_q - \frac{px_{a1q}^2}{px_{11q} + r_{1q}}. \quad (3-20)$$

Из (3-6) и (3-7), с одной стороны, и (3-16) и (3-19) с другой, получаем окончательно:

$$U_q = G(p)u_{fd} - X_d(p)I_d; \quad (3-21)$$

$$U_d = X_q(p)I_q \quad (3-22)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{или} \\ I_d &= \frac{G(p)}{X_d(p)} u_{fd} - \frac{U_q}{X_d(p)}; \\ I_q &= \frac{U_d}{X_q(p)}. \end{aligned} \right\} \quad (3-23)$$

Два последних уравнения определяют токи статора при переходных процессах, вызванных изменениями напряжения на выводах генератора  $U$  и напряжения возбуждателя  $u_{fd}$ .

### 3-2. РАЗВИТИЕ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Ток статора в переходных процессах может быть представлен как сумма двух значений: тока  $I_0$ , существовавшего в момент, предшествовавший нарушению режима, и накладывающегося на него тока  $\Delta I$ , вызываемого в общем случае изменением напряжения возбуждателя на величину  $\Delta u_{fd}$  и напряжения на шинах генераторного напряжения на величину  $\Delta U$ , т. е.

$$I_d = I_{d0} + \Delta I_d;$$

$$I_q = I_{q0} + \Delta I_q.$$

Обе составляющие тока статора в продольной и поперечной осях могут быть найдены с помощью уравнений (3-23).

Ток установившегося режима определяется из этих уравнений при  $p = 0$ . В этом случае

$$G(p) = G(0) = x_{afd}/r_{fd}; \quad X_d(p) = X_d(0) = x_d; \quad X_q(p) = X_q(0) = x_q \text{ и, следовательно,}$$

$$I_{d0} = \frac{G(0)}{X_d(0)} u_{fd0} - \frac{U_{q0}}{X_d(0)} = \frac{x_{afd}}{r_{fd}x_d} u_{fd0} - \frac{U_{q0}}{x_d}.$$

Отсюда, принимая во внимание, что

$$u_{fd0}/r_{fd} = i_{fd0} \text{ и } x_{afd}i_{fd0} = E_{q0},$$

можно получить:

$$I_{d0} = (E_{q0} - U_{q0})/x_d. \quad (3-24)$$

Точно так же получаем для поперечной оси

$$I_{q0} = U_{d0}/x_q. \quad (3-25)$$

В (3-24) и (3-25)  $E_{q0}$ ,  $U_{q0}$  и  $U_{d0}$  — э. д. с. х. х. и составляющие напряжения на шинах генераторного напряжения в начальном установившемся режиме.

Составляющие  $\Delta I_d$  и  $\Delta I_q$  равны соответственно

$$\Delta I_d = \frac{G(p)}{X_d(p)} \Delta u_{fd} - \frac{\Delta U_q}{X_d(p)}; \quad (3-26)$$

$$\Delta I_q = \frac{\Delta U_d}{X_q(p)}. \quad (3-27)$$

Выражения (3-26) и (3-27) определяют решение системы уравнений (3-1)–(3-13) для области изображения. Для того чтобы получить решение в области оригиналов, дающее функциональную зависимость  $\Delta I_d$  и  $\Delta I_q$  от времени, следует воспользоваться теоремой разложения операционного исчисления.

В соответствии с этой теоремой выражение вида  $\frac{A(p)}{B(p)} E$  в области оригиналов принимает следующий вид<sup>1</sup>:

$$\frac{A(p)}{B(p)} E \doteq E \left[ \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_1^n \frac{A(p_k)}{p_k \left( \frac{dB}{dp} \right)_{p=p_k}} e^{p_k t} \right], \quad (3-28)$$

где  $E$  – величина, изменяющаяся скачком при  $t = 0$  и в дальнейшем остающаяся неизменной;  $p_k$  – корни уравнения  $B(p) = 0$ .

Из (3-28) можно также получить

$$\frac{A(p)}{B(p)} E \doteq E \left[ \frac{A(0)}{B(0)} + \left( \frac{A(\infty)}{B(\infty)} - \frac{A(0)}{B(0)} \right) \sum_1^n a_k e^{p_k t} \right], \quad (3-29)$$

где

$$a_k = \frac{B(\infty) B(0)}{A(\infty) B(0) - B(\infty) A(0)} \cdot \frac{A(p_k)}{p_k \left( \frac{dB}{dp} \right)_{p=p_k}}.$$

Для этого выражения всегда справедливо равенство

$$\sum_1^n a_k = 1.$$

Если напряжения  $u_{fd}$ ,  $U_q$  и  $U_d$  помимо внезапного изменения в момент времени  $t = 0$  в дальнейшем непрерывно изменяются во времени, то для получения на основании (3-26) и (3-27) функциональной зависимости  $\Delta I_d$  и  $\Delta I_q$  от времени следует воспользоваться формулой интеграла Дюамеля. В этом случае

$$\frac{A(p)}{B(p)} E \doteq E(0) \varphi(t) + \int_{u=0}^{u=t} \varphi(t-u) \frac{dE(u)}{du} du, \quad (3-30)$$

где  $E(t)$  – непрерывная функция времени для  $t > 0$ ;  $E(0)$  – значение этой функции при  $t = 0$ ;  $\varphi(t) \doteq \frac{A(p)}{B(p)} \cdot 1$  – оригинал изображения  $\frac{A(p)}{B(p)}$  в предположении, что функция  $E(t)$  изменяется скачком от 0 до 1 и далее остается неизменной.

Отметим, что если  $E(t)$  является синусоидальной функцией времени (например,  $E(t) = E \sin st$ ), то с течением времени переходный процесс заканчивается возникновением установившегося режима, который также представ-

<sup>1</sup> Предполагается, что  $A(p)$ ,  $B(p)$  – многочлены и все корни  $B(p) = 0$  простые. (Прим. ред.)

ляет собой синусоидальную функцию времени. Мгновенные значения этой функции определяются как проекции некоторого вектора  $\dot{I}$  на ось времени, вращающуюся со скоростью  $s$ .

Вектор  $\dot{I}$  легко определяется в результате подстановки в многочлены  $A(p)$  и  $B(p)$  оператора  $js$  вместо  $p$

$$\dot{I} = \frac{A(js)}{B(js)} \dot{E}, \quad (3-30a)$$

где  $\dot{E}$  также представляет собой вектор.

Одной из задач, при решении которой можно с успехом воспользоваться (3-26) и (3-27), является анализ переходного процесса, возникающего при трехфазном к.з. на выводах машины. Как известно, к.з. может рассматриваться как результат внезапного приложения напряжения, равного и противоположного по знаку напряжению, существовавшему на выводах до к.з. Таким образом, для получения токов к.з. изменение напряжений в (3-26) и (3-27) должны быть приняты равными  $\Delta U_d = -U_{d0}$  и  $\Delta U_q = -U_{q0}$ . При этом  $\Delta u_{fd} = 0$ , если в момент замыкания напряжение, приложенное к обмотке возбуждения генератора, остается неизменным. При таком подходе

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_{dk} &= U_{q0}/X_d(p); \\ \Delta I_{qk} &= -U_{d0}/X_q(p). \end{aligned} \right\} \quad (3-31)$$

Уравнения (3-31) вскрывают физический смысл выражений  $X_d(p)$  и  $X_q(p)$  как некоторых сопротивлений, определяющих величину и характер изменения во времени токов трехфазного к.з. Сопротивление  $X_d(p)$  носит название операторного сопротивления в продольной оси, а  $X_q(p)$  — операторного сопротивления в поперечной оси.

Выше было показано, что подстановка  $p = 0$  в операторные сопротивления  $X_d(p)$  и  $X_q(p)$  дает значения сопротивлений для установившегося режима работы, т. е. синхронные индуктивные сопротивления машины в продольной и поперечной осях, т. е.  $X_d(0) = x_d$ ,  $X_q(0) = x_q$ . Точно так же подстановка  $p = \infty$  дает значения индуктивных сопротивлений для момента изменения режима  $t = 0$ , в чем легко убедиться, подставив в (3-29)  $t = 0$ . Эти значения представляют собой, очевидно, продольное и поперечное сверхпереходные сопротивления машины  $x_d''$  и  $x_q''$ , т. е.

$$X_d(\infty) = x_d'' = x_d - \frac{x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2}{x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2},$$

$$X_q(\infty) = x_q'' = x_q - \frac{x_{a1q}^2}{x_{11q}}.$$

### 3-3. ТРЕХФАЗНОЕ КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ

Продольная и поперечная составляющие тока трехфазного к.з. машины с демпферной обмоткой определяются с помощью уравнений

$$\Delta I_{dk} = U_{q0}/X_d(p);$$

$$\Delta I_{qk} = -U_{d0}/X_q(p).$$

Установившиеся значения этих составляющих  $U_{q0}/x_d$  и  $-U_{d0}/x_q$  вместе с составляющими тока первоначального режима  $(E_{q0} - U_{q0})/x_d$  и  $U_{d0}/x_q$  дают установившийся ток к. з.:

$$I_{dk\infty} = I_{dk0} + \Delta I_{dk} = \frac{E_{q0} - U_{q0}}{x_d} + \frac{U_{q0}}{x_d} = \frac{E_{q0}}{x_d} = \frac{E_{qe\infty}}{x_d};$$

$$I_{qk\infty} = \frac{U_{d0}}{x_q} - \frac{U_{d0}}{x_q} = 0.$$

Числовые значения составляющих тока к. з. в различные моменты переходного процесса определяются достаточно просто в результате подстановки конкретных значений коэффициентов в формулы операторных сопротивлений  $X_d(p)$  и  $X_q(p)$  и значений напряжений  $U_{d0}$  и  $U_{q0}$  в уравнения (3-31) и применения теоремы разложения (3-28). Однако получение оригинала выражений (3-31) в общей форме приводит к чрезвычайно громоздким результатам. Поэтому мы попытаемся найти общее решение несколько иным путем.

Для этого представим операторные выражения  $1/X_d(p)$  и  $1/X_q(p)$  в виде сумм

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{X_d(p)} &= \frac{1}{X_d(p)} - \frac{1}{X'_d(p)} + \frac{1}{X'_d(p)} = \frac{1}{X'_d(p)} + \frac{X'_d(p) - X_d(p)}{X'_d(p) X_d(p)}; \\ \frac{1}{X_q(p)} &= \frac{1}{X_q(p)} - \frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_q} = \frac{1}{x_q} + \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)}, \end{aligned} \right\} \quad (3-32)$$

где через  $X'_d(p)$  обозначено операторное сопротивление той же машины, но без демпферной обмотки. Значение сопротивления  $X'_d(p)$  легко может быть получено в результате подстановки в выражение операторного сопротивления  $X_d(p)$  значения  $r_{1d} = \infty$ . В этом случае из (3-18) следует:

$$X'_d(p) = x_d - \frac{pX_{afd}^2}{pX_{ffd} + r_{fd}}. \quad (3-33)$$

Подставляя (3-32) в (3-31), находим:

$$\begin{aligned} \Delta I_{dk} &= \frac{U_{q0}}{X'_d(p)} + \frac{X'_d(p) - X_d(p)}{X'_d(p) X_d(p)} U_{q0} = \Delta I_{dk1} + \Delta I_{dk2}; \\ \Delta I_{qk} &= -\frac{U_{d0}}{x_q} - \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} U_{d0} = \Delta I_{qk1} + \Delta I_{qk2}, \end{aligned} \quad (3-34)$$

где  $\Delta I_{dk1}$  и  $\Delta I_{qk1}$  представляют собой составляющие тока к. з. машины без демпферной обмотки;  $\Delta I_{dk2}$ ,  $\Delta I_{qk2}$  — составляющие, отражающие влияние демпферной обмотки на ток к. з.

Из (3-34) и (3-33) имеем для тока  $\Delta I_{dk1}$ :

$$\Delta I_{dk1} = \frac{U_{q0}}{X'_d(p)} = \frac{(pX_{ffd} + r_{fd}) U_{q0}}{p(x_d X_{ffd} - x_{afd}^2) + x_d r_{fd}} = \frac{A(p)}{B(p)} U_{q0}.$$

Приравнивая знаменатель этого выражения нулю, находим:

$$p_{f1} = -\frac{x_d r_{fd}}{x_d X_{ffd} - x_{afd}^2}.$$

Поскольку в рассматриваемом случае

$$dB(p)/dp = x_d x_{ffd} - x_{afd}^2,$$

то в соответствии с (3-28) имеем:

$$\Delta I_{dk1}(t) = \frac{U_{q0}}{x_d} + U_{q0} \frac{p_{f1} x_{ffd} + r_{fd}}{p_{f1} (x_d x_{ffd} - x_{afd}^2)} e^{p_{f1} t}.$$

Подставляя сюда найденное значение  $p_{f1}$ , получаем:

$$\Delta I_{dk1}(t) = \frac{U_{q0}}{x_d} + U_{q0} \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d} e^{-\frac{t}{T'_d}} = \frac{U_{q0}}{x_d} + U_{q0} \left( \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}},$$

где

$$x'_d = x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}} \text{ и } T'_d = \frac{x'_d}{x_d} \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} = \frac{x'_d}{x_d} T_{d0}.$$

Поскольку из (3-34) имеем также  $\Delta I_{qk1} = -U_{d0}/x_q$ , то выражения для составляющих тока к. з. машины без демпферных обмоток могут быть записаны как

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_{dk1}(t) &= \frac{U_{q0}}{x_d} + U_{q0} \left( \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}}, \\ \Delta I_{qk1}(t) &= -\frac{U_{d0}}{x_q}. \end{aligned} \right\} \quad (3-35)$$

При выводе общих выражений для составляющих токов  $\Delta I_{dk2}(t)$  и  $\Delta I_{qk2}(t)$  примем во внимание, что постоянные времени демпферных обмоток весьма малы сравнительно с постоянной времени обмотки возбуждения. Поэтому при исследовании процессов, связанных с протеканием токов в демпферных обмотках, практически безразлично, имеет ли обмотка возбуждения ее действительную относительно большую постоянную времени или эта постоянная бесконечно велика (т. е. активное сопротивление обмотки возбуждения равно нулю).

Если принять такое допущение, то окажется справедливым равенство

$$\frac{X'_d(p) - X_d(p)}{X'_d(p) X_d(p)} = \frac{x'_d - X''_d(p)}{x'_d X''_d(p)},$$

где  $x'_d$  и  $X''_d(p)$  получаются из выражений для операторных сопротивлений  $X'_d(p)$  и  $X_d(p)$  при подстановке в них  $r_{fd} = 0$  соответственно равными

$$x'_d = x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}},$$

$$X''_d(p) = x_d - \frac{p(x_{11d} x_{afd}^2 - 2x_{f1d} x_{a1d} x_{afd} + x_{ffd} x_{a1d}^2) + x_{afd}^2 r_{1d}}{p(x_{11d} x_{ffd} - x_{f1d}^2) + x_{ffd} r_{1d}}.$$

Отметим, что

$$X_d''(0) = x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}} = x_d',$$

и

$$X_d''(\infty) = x_d - \frac{x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2}{x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2} = x_d''.$$

Уравнения для рассматриваемых составляющих токов в соответствии с (3-34) записываются следующим образом:

$$\Delta I_{dk2} = \frac{x_d' - X_d''(p)}{x_d' X_d''(p)} U_{q0} = \frac{U_{q0}}{X_d''(p)} - \frac{U_{q0}}{x_d'};$$

$$\Delta I_{qk2} = -\frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} U_{d0} = -\frac{U_{d0}}{X_q(p)} + \frac{U_{d0}}{x_q},$$

или

$$\begin{aligned} \Delta I_{dk2} &= -\frac{U_{q0}}{x_d'} + \\ &+ \frac{[p(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + x_{ffd}r_{1d}] U_{q0}}{p[x_d(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) - (x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2)] + x_d x_{ffd} r_{1d} - x_{afd}^2 r_{1d}}, \\ \Delta I_{qk2} &= \frac{U_{d0}}{x_q} - \frac{px_{11q} + r_{1q}}{p(x_q x_{11q} - x_{a1q}^2) + x_{a1q} r_{1q}} U_{d0}. \end{aligned}$$

Применяя теорему разложения к записанным выражениям, находим:

$$\begin{aligned} \Delta I_{dk2}(t) &= -\frac{U_{q0}}{x_d'} + \frac{x_{ffd} U_{q0}}{x_d x_{ffd} - x_{afd}^2} + \\ &+ \frac{[p_{d1}(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) + x_{ffd}r_{1d}] U_{q0}}{p_{d1}[x_d(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) - (x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2)]} e^{p_{d1}t}; \\ \Delta I_{qk2}(t) &= \frac{U_{d0}}{x_q} - \frac{U_{d0}}{x_q} - \frac{(p_{q1}x_{11q} + r_{1q}) U_{d0}}{p_{q1}(x_q x_{11q} - x_{a1q}^2)} e^{p_{q1}t}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} p_{d1} &= -\frac{(x_d x_{ffd} - x_{afd}^2) r_{1d}}{x_d(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2) - (x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2)}; \\ p_{q1} &= -\frac{x_q r_{1q}}{x_q x_{11q} - x_{a1q}^2}. \end{aligned}$$

Выражения для искомых токов могут быть после преобразований представлены и в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_{dk2}(t) &= U_{q0} \left( \frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d''} \right) e^{-t/T_d'}, \\ \Delta I_{qk2}(t) &= -U_{d0} \left( \frac{1}{x_q''} - \frac{1}{x_q} \right) e^{-t/T_q''}, \end{aligned} \right\} \quad (3-36)$$

где

$$x''_q = x_q - x_{a1q}^2/x_{11q};$$

$$T''_d = \frac{x''_d}{x'_d} \frac{x_{11d} - \frac{x_{f1d}^2}{x_{ffd}}}{r_{1d}},$$

$$T''_q = \frac{x''_q}{x_q} \frac{x_{11q}}{r_{1q}}.$$

Суммируя (3-35) и (3-36), получаем в соответствии с (3-34) приращение тока машины с демпферной обмоткой при к. з.:

$$\Delta I_{dk} = \frac{U_{q0}}{x_d} + U_{q0} \left( \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-t/T_d} + U_{q0} \left( \frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d} \right) e^{-t/T''_d};$$

Рис. 3-1. Изменение продольной составляющей тока к. з. машины с демпферной обмоткой.

Рис. 3-2. Изменение поперечной составляющей тока к. з. машины с демпферной обмоткой.

Рис. 3-3. Векторная диаграмма синхронной машины при нормальном режиме.

Рис. 3-4. Векторная диаграмма синхронной машины при к. з.

Рис. 3-1

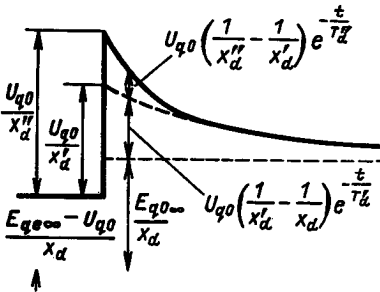


Рис. 3-2

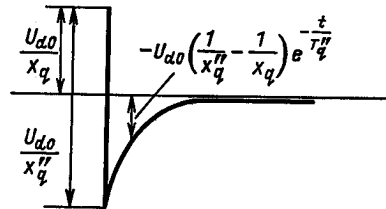


Рис. 3-3

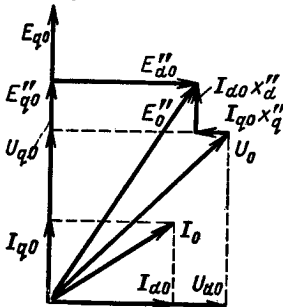
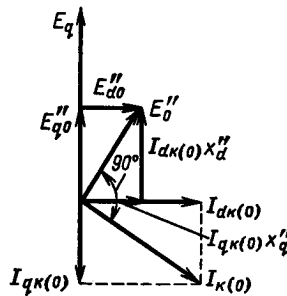


Рис. 3-4





$$\Delta I_{qк} = -\frac{U_{d0}}{x_q} - U_{d0} \left( \frac{1}{x_q''} - \frac{1}{x_q} \right) e^{-t/T_q''}$$

Полученные выражения, будучи сложенными с токами начального установившегося режима, предшествовавшего к.з., позволяют получить составляющие искомого тока трехфазного к.з. машины с демпферными обмотками:

$$\left. \begin{aligned} I_{dк} &= I_{d0} + \Delta I_{dк} = \frac{E_{qe\infty} - U_{q0}}{x_d} + \Delta I_{dк} = \\ &= \frac{E_{qe\infty}}{x_d} + U_{q0} \left( \frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-t/T_d'} + U_{q0} \left( \frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_d'} \right) e^{-t/T_d''}, \\ I_{qк} &= I_{q0} + \Delta I_{q0} = \frac{U_{d0}}{x_q} + \Delta I_{qк} = -U_{d0} \left( \frac{1}{x_q''} - \frac{1}{x_q} \right) e^{-\frac{t}{T_q}}. \end{aligned} \right\} (3-37)$$

Кривые изменения тока к.з., построенные в соответствии с (3-37), показаны на рис. 3-1 и 3-2. На рис. 3-2 обращает на себя внимание перемена знака поперечной составляющей тока в момент к.з. Это обстоятельство легко объясняется с помощью векторных диаграмм, построенных для нормального режима и для режима к.з. В нормальном режиме (рис. 3-3) разность между э. д. с.  $\dot{E}_0'$  и напряжением  $\dot{U}_0$  в продольной и поперечной осях представляется векторами  $I_{d0}x_d''$  и  $I_{q0}x_q''$ . При к.з. (рис. 3-4) напряжение падает до нуля и векторы  $I_{dк(0)}x_d''$  и  $I_{qк(0)}x_q''$  принимают значения, равные соответственно продольной и поперечной составляющим э. д. с.  $E_{q0}''$  и  $E_{d0}''$ , которые в момент замыкания остаются неизменными. Составляющие тока к.з. отстают по фазе на  $90^\circ$  от составляющих э. д. с.  $E_0''$ . Нетрудно видеть, что  $I_{dк(0)}x_d''$  отличается от  $I_{d0}x_d''$  лишь по абсолютному значению, тогда как вектор  $I_{qк(0)}x_q''$  получается отличным от  $I_{q0}x_q''$  как по абсолютному значению, так и по фазе, т.е. поперечная составляющая тока статора  $I_q$  при к.з. изменяет свой знак. Отметим, что если бы генератор работал в нормальном режиме недо возбужденным ( $I_{d0}$  отрицательно), то при к.з. изменился бы знак и у  $I_d$ .

#### 3-4. КОЛЕБАНИЯ МОЩНОСТИ ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ РОТОРА<sup>1</sup>

Переходные электромагнитные процессы в генераторах сопровождаются изменениями отдаваемой генераторами мощности, благодаря чему нарушается равновесие между моментом, развиваемым первичным двигателем, с одной стороны, и генератором, с другой. В результате этого возникает относительное перемещение ротора, отражаемое изменением угла  $\delta$ . При относительном перемещении ротора в его обмотках наводятся токи, налагающиеся на систему токов, вызванных первоначальным изменением режима работы гене-

<sup>1</sup> В этом параграфе и в § 3-5 операции с оригиналами и изображениями не отвечают требованиям современной математической строгости. Переработка этого раздела в соответствии с такими требованиями потребовала бы кардинального изменения текста, что представляется нецелесообразным для данного издания. (Прим. ред.)

Рис. 3-5

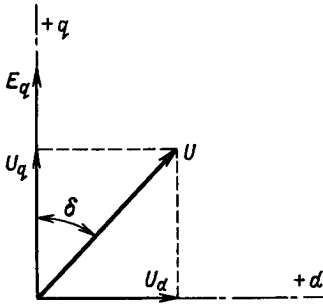


Рис. 3-5. Векторная диаграмма э. д. с. и напряжения синхронной машины.

ратора. Эти дополнительные токи в свою очередь обуславливают дополнительные колебания мощности генератора.

Рассмотрим колебания мощности, вызванные относительным перемещением ротора в предположении, что это перемещение вынуждается механически, за счет изменения момента первичного двигателя. Выводимые ниже формулы справедливы для случаев работы генератора на шины бесконечной мощности непосредственно или через внешнее индуктивное сопротивление. В последнем случае внешнее сопротивление рассматриваемое как индуктивное сопротивление дополнительного рассеяния статора, включается в синхронные индуктивные сопротивления генератора.

В соответствии с векторной диаграммой на рис. 3-5 можно написать  $U_q = U \cos \delta$ ,  $U_d = U \sin \delta$ . При изменении угла  $\delta$  составляющие  $U_q$  и  $U_d$  изменяются на  $\Delta U_q$  и  $\Delta U_d$ :

$$\Delta U_q = U_q - U_{q0} = U (\cos \delta - \cos \delta_0);$$

$$\Delta U_d = U_d - U_{d0} = U (\sin \delta - \sin \delta_0),$$

где  $\Delta U_q$  и  $\Delta U_d$  также являются функциями времени.

Возникающие при этом приращения тока статора должны удовлетворять уравнениям

$$\Delta I_d = -\Delta U_q / X_d(p);$$

$$\Delta I_q = \Delta U_d / X_q(p),$$

получающимся из (3-26) и (3-27) при  $\Delta u_{fd} = 0$ , т. е. при постоянстве напряжения возбудителя.

Эти приращения накладываются на начальные значения тока статора в продольной и поперечной оси, протекавшего в момент, предшествующий изменению угла

$$I_d = I_{d0} + \Delta I_d;$$

$$I_q = I_{q0} + \Delta I_q,$$

откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{E_{q0} - U \cos \delta_0}{x_d} - U \frac{\cos \delta - \cos \delta_0}{X_d(p)}; \\ I_q &= \frac{U \sin \delta}{x_q} + U \frac{\sin \delta - \sin \delta_0}{X_q(p)}. \end{aligned} \right\} \quad (3-38)$$

Приписывая к правой части первого из записанных уравнений  $+U \cos \delta/x_d$  и  $-U \cos \delta/x_q$ , а также  $U \sin \delta/x_q$  и  $-U \sin \delta/x_q$  к правой части второго уравнения, получаем

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{E_{q0} - U \cos \delta}{x_d} + U \frac{x_d - X_d(p)}{x_d X_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta); \\ I_q &= \frac{U \sin \delta}{x_q} + U \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} (\sin \delta - \sin \delta_0). \end{aligned} \right\} \quad (3-39)$$

Изменения токов  $I_d$  и  $I_q$  и напряжений  $U_d$  и  $U_q$  вызывают соответствующие изменения мощности (и момента)

$$P = I_d U_d + I_q U_q,$$

или с учетом (3-39)

$$\begin{aligned} P &= \frac{E_{q0} U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta + U^2 \sin \delta \frac{x_d - X_d(p)}{x_d X_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta) + \\ &+ U^2 \cos \delta \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} (\sin \delta - \sin \delta_0). \end{aligned} \quad (3-40)$$

Первые два члена в (3-40) представляют собой мощность для случая, когда в обмотках ротора при изменении угла  $\delta$  не наводится никаких токов. Наличие демпферных обмоток на этих двух членах не отражается. Последние два члена в (3-40) определяют мощность, обусловленную токами, наводимыми в обмотках ротора, включая токи в демпферных обмотках, при изменении угла  $\delta$ .

Уравнение (3-40) может быть переведено в область оригиналов с помощью интеграла Дюамеля. Для этого (3-30) применим к каждому из двух последних членов (3-40), равных

$$P_{d,q} = \frac{U^2 \sin \delta}{x_d} \frac{A_1(p)}{B_1(p)} E_1(t) + \frac{U^2 \cos \delta}{x_q} \frac{A_2(p)}{B_2(p)} E_2(t),$$

где

$$A_1(p) = x_d - X_d(p); \quad A_2(p) = x_q - X_q(p);$$

$$B_1(p) = X_d(p); \quad B_2(p) = X_q(p);$$

$$E_1(t) = \cos \delta_0 - \cos \delta(t); \quad E_2(t) = \sin \delta(t) - \sin \delta_0.$$

Находим выражения  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  с помощью теоремы разложения, воспользовавшись (3-29). При этом имеем

$$\varphi_1(t) \doteq \frac{x_d - X_d(p)}{X_d(p)} \cdot 1 = \frac{x_d - X_d(0)}{X_d(0)} + \left[ \frac{x_d - X_d(\infty)}{X_d(\infty)} - \frac{x_d - X_d(0)}{X_d(0)} \right] \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{p_{dk} t},$$

но  $X_d(0) = x_d$  и  $X_d(\infty) = x_d''$ , следовательно,

$$\varphi_1(t) = \frac{x_d - x_d''}{x_d''} \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{-\alpha_{dk} t}, \quad (3-41)$$

где  $\alpha_{dk} = -p_{dk}$ .

В (3-41)

$$a_{dk} = \frac{X_d(\infty) X_d(0)}{[X_d - X_d(\infty)] X_d(0) - [X_d - X_d(0)] X_d(\infty)} \frac{x_d - X_d(p_{dk})}{p_{dk} \left[ \frac{dX_d(p)}{dp} \right]_{p=p_{dk}}},$$

или, принимая во внимание, что  $X_d(p_{dk}) = 0$  (поскольку  $p_{dk}$  — корень уравнения  $X_d(p) = 0$ ),

$$a_{dk} = \frac{x_d x_d''}{x_d - x_d''} \frac{1}{p_{dk} \left[ \frac{dX_d(p)}{dp} \right]_{p=p_{dk}}}.$$

Точно так же можно получить

$$\varphi_2(t) = \frac{x_q - x_q''}{x_q''} \sum_{k=1}^n a_{qk} e^{-\alpha_{qk} t}, \quad (3-42)$$

где

$$\alpha_{qk} = -p_{qk}, \text{ и } a_{qk} = \frac{x_q x_q''}{x_q - x_q''} \frac{1}{p_{qk} \left[ \frac{dX_q(p)}{dp} \right]_{p=p_{qk}}}.$$

Значения функций  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  при  $t = 0$  в рассматриваемом случае отличны от нуля лишь тогда, когда угол  $\delta$  в момент  $t = 0$  внезапно изменяется на некоторую величину. Однако в связи с инерцией ротора случай этот физически невозможен, поэтому  $E_1(0) = E_2(0) = 0$ . Функции  $\varphi_1(t - u)$  и  $\varphi_2(t - u)$  получаются из (3-41) и (3-42) путем подстановки аргумента  $t - u$  вместо аргумента  $t$ . При этом имеем:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(t - u) &= \frac{x_d - x_d''}{x_d''} \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{-\alpha_{dk}(t-u)}; \\ \varphi_2(t - u) &= \frac{x_q - x_q''}{x_q''} \sum_{k=1}^n a_{qk} e^{-\alpha_{qk}(t-u)}. \end{aligned} \right\} \quad (3-43)$$

Точно так же функции  $E_1(u)$  и  $E_2(u)$  являются результатом подстановки аргумента  $u$  в выражения  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$ :

$$E_1(u) = \cos \delta_0 - \cos \delta(u);$$

$$E_2(u) = \sin \delta(u) - \sin \delta_0,$$

откуда следует

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE_1(u)}{du} &= \frac{d[\cos \delta_0 - \cos \delta(u)]}{du} = \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du}; \\ \frac{dE_2(u)}{du} &= \frac{d[\sin \delta(u) - \sin \delta_0]}{du} = \cos \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du}. \end{aligned} \right\} \quad (3-44)$$

Подставляя (3-43) и (3-44) в (3-30), можно найти:

$$\begin{aligned} \frac{A_1(p)}{B_1(p)} E_1(t) &\doteq \int_0^t \frac{x_d - x_d''}{x_d''} \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{-\sigma_{dk}(t-u)} \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du = \\ &= \frac{x_d - x_d''}{x_d''} \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{-\sigma_{dk}t} \int_0^t e^{\sigma_{dk}u} \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du; \end{aligned} \quad (3-45)$$

аналогично

$$\frac{A_2(p)}{B_2(p)} E_2(t) \doteq \frac{x_q - x_q''}{x_q''} \sum_{k=1}^n a_{qk} e^{-\sigma_{qk}t} \int_0^t e^{\sigma_{qk}u} \cos \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du.$$

В результате (3-40) может быть в области оригиналов записано в виде

$$\begin{aligned} P &= \frac{E_{q0} U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta + \\ &+ U^2 \sin \delta \frac{x_d - x_d''}{x_d x_d''} \sum_{k=1}^n a_{dk} e^{-\sigma_{dk}t} \int_0^t e^{\sigma_{dk}u} \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du + \\ &+ U^2 \cos \delta \frac{x_q - x_q''}{x_q x_q''} \sum_{k=1}^n a_{qk} e^{-\sigma_{qk}t} \int_0^t e^{\sigma_{qk}u} \cos \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du. \end{aligned} \quad (3-46)$$

Уравнение (3-46) является общим выражением мощности генератора при данном изменении угла в условиях работы генератора на шины бесконечной мощности через чисто индуктивное сопротивление. Оно с успехом может быть использовано, если изменение угла задано в виде определенной функции времени  $\delta = \delta(t)$ , например, при постоянном скольжении  $\delta(t) = \frac{\pi}{2} - st$ .

Однако в большинстве случаев предусмотреть изменение угла во времени при нарушениях режима работы генератора не представляется возможным, так как изменения мощности влияют непосредственно на изменение угла. В подобных случаях задача сводится к определению изменений как мощности, так и угла с учетом их взаимной связи и разрешается лишь [в числовых значениях методами вычислительной математики].

Для этой цели в ряде случаев может быть с успехом использован принцип наложения мощностей, излагаемый в следующем параграфе.

### 3-5. ПРИНЦИП НАЛОЖЕНИЯ МОЩНОСТЕЙ

Мощность машины с демферной обмоткой при произвольном изменении во времени угла  $\delta$ , но при небольших отклонениях частоты вращения от синхронной [и отсутствии активных сопротивлений в цепи статора], может

быть представлена как сумма двух слагающих. Одна из них представляет собой мощность, обусловленную токами в обмотке возбуждения, причем процессы в обмотке возбуждения определяются в предположении отсутствия демпферных обмоток. Эта мощность и процессы, определяющие ее изменение, были исследованы в § 2-4 (ч. II). Вторая слагающая мощности обуславливается токами в демпферных обмотках. Она пропорциональна существующей в данный момент относительной скорости генератора.

Возможность подобного наложения мощностей основывается на тех же предположках, которые были сделаны при определении токов к. з. машины.

В общем выражении мощности (3-40) изменения мощности, вызываемые токами, наводимыми в обмотках ротора, характеризуются последними двумя членами

$$P_{f, d, q} = U^2 \sin \delta \frac{x_d - X_d(p)}{x_d X_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta) + \\ + U^2 \cos \delta \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} (\sin \delta - \sin \delta_0). \quad (3-47)$$

Аналогичное выражение для машины без демпферной обмотки имеет вид:

$$P_f = U^2 \sin \delta \frac{x_d - X'_d(p)}{x_d X'_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta),$$

где  $X'_d(p)$  — операторное сопротивление в продольной оси машины, не имеющей демпферной обмотки.

Второй член (3-47) в этом случае равен нулю, так как для машины без демпферной обмотки  $X_q(p) = x_q$ , в чем легко убедиться, подставив в (3-20)  $r_{1q} = \infty$ .

Первое операторное выражение в правой части уравнения (3-47) может быть преобразовано следующим образом:

$$\frac{x_d - X_d(p)}{x_d X_d(p)} = \frac{1}{X_d(p)} - \frac{1}{x_d} = \frac{1}{X_d(p)} - \frac{1}{X'_d(p)} + \frac{1}{X'_d(p)} - \frac{1}{x_d} = \\ = \frac{X'_d(p) - X_d(p)}{X'_d(p) X_d(p)} + \frac{x_d - X'_d(p)}{x_d X'_d(p)}. \quad (3-48)$$

Из (3-47) с учетом (3-48) имеем:

$$P_{f, d, q} = U^2 \sin \delta \frac{x_d - X'_d(p)}{x_d X'_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta) + \\ + U^2 \sin \delta \frac{X'_d(p) - X_d(p)}{X'_d(p) X_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta) + \\ + U^2 \cos \delta \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} (\sin \delta - \sin \delta_0). \quad (3-49)$$

Первый член полученного выражения представляет собой мощность  $P_f$ , определяемую токами в обмотке возбуждения при отсутствии демпферной обмотки. Два других члена в (3-49) отражают влияние демпферной обмотки. В связи с большим различием постоянных времени демпферной обмотки

и обмотки возбуждения эти члены могут быть представлены в следующем виде:

$$P_{d,q} = U^2 \sin \delta \frac{x'_d - X''_d(p)}{x'_d X''_d(p)} (\cos \delta_0 - \cos \delta) + U^2 \cos \delta \frac{x_q - X_q(p)}{x_q X_q(p)} (\sin \delta - \sin \delta_0), \quad (3-50)$$

где  $x'_d$  и  $X''_d(p)$  – значения операторных сопротивлений  $X'_d(p)$  и  $X_d(p)$  при допущении равенства нулю активного сопротивления обмотки возбуждения  $r_{fd}$ .

Применяя к (3-50) формулу интеграла Дюамеля, находим:

$$P_{d,q}(t) = U^2 \sin \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} \sum_{k=1}^n a_{dk} \int_0^t e^{-\alpha_{dk}(t-u)} \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du + \\ + U^2 \cos \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} \sum_{k=1}^n a_{qk} \int_0^t e^{-\alpha_{qk}(t-u)} \cos \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du, \quad (3-51)$$

где

$$a_{dk} = \frac{x'_d x''_d}{x'_d - x''_d} \cdot \frac{1}{p_{dk} \left[ \frac{dX''_d(p)}{dp} \right]_{p=p_{dk}}}; \\ a_{qk} = \frac{x_q x''_q}{x_q - x''_q} \cdot \frac{1}{p_{qk} \left[ \frac{dX_q(p)}{dp} \right]_{p=p_{qk}}};$$

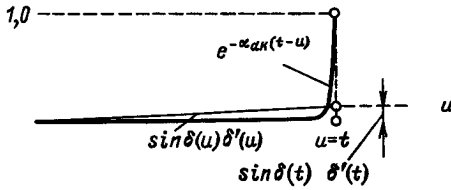
$p_{dk}$  и  $p_{qk}$  – соответственно корни уравнений  $X''_d(p) = 0$  и  $X_q(p) = 0$ , причем

$$\alpha_{dk} = -p_{dk}; \\ \alpha_{qk} = -p_{qk}.$$

В дальнейшем мы ограничимся случаем лишь медленного изменения угла  $\delta$  и, следовательно, небольших значений производной  $d\delta(t)/dt$  по сравнению со скоростью затухания переходных процессов в демпферных обмотках. Заметим, что при качании машин это условие практически всегда удовлетворяется. В таком случае функции  $\sin \delta(u) d\delta(u)/du$  и  $\cos \delta(u) d\delta(u)/du$  в выражении (3-51) могут рассматриваться как постоянные величины по отношению к функциям  $e^{-\alpha_{dk}(t-u)}$  и  $e^{-\alpha_{qk}(t-u)}$  и поэтому при интегрировании могут быть вынесены за знак интеграла с обратной подстановкой переменной  $t$  вместо  $u$ :

$$P_{d,q}(t) = U^2 \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} \cdot \frac{d\delta(t)}{dt} \sum_{k=1}^n a_{dk} \int_0^t e^{-\alpha_{dk}(t-u)} du + \\ + U^2 \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} \frac{d\delta(t)}{dt} \sum_{k=1}^n a_{qk} \int_0^t e^{-\alpha_{qk}(t-u)} du. \quad (3-52)$$

Рис. 3-6

Рис. 3-6. Графики функций  $e^{-\alpha_{dk}(t-u)}$ ,  $\sin \delta(u) \delta'(u)$ .

Возможность такой операции иллюстрируется на рис. 3-6, где показаны изменения функций  $e^{-\alpha_{dk}(t-u)}$  и  $\sin \delta(u) \delta'(u)$ . Приведенные здесь графики свидетельствуют о том, что в связи с очень малым значением постоянной  $1/\alpha_{dk}$ , являющейся по существу постоянной времени быстро затухающей слагающей тока к. з., функция  $e^{-\alpha_{dk}(t-u)}$  принимает значения, сколько-нибудь заметно отличающиеся от нуля, лишь в области значений  $u$ , весьма близких к  $t$ . Поэтому при вычислении интеграла

$$\int_0^t e^{-\alpha_{dk}(t-u)} \sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du} du$$

практически можно ограничиться лишь этой областью.

Значение функции  $\sin \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du}$  в этой области почти неизменно и равно  $\sin \delta(t) \frac{d\delta(t)}{dt} \approx \text{const}$ . Аналогичные рассуждения справедливы и для функций  $e^{-\alpha_{qk}(t-u)}$  и  $\cos \delta(u) \frac{d\delta(u)}{du}$ . Из (3-52) следует:

$$P_{d,q}(t) = U^2 \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} \frac{d\delta(t)}{dt} \sum_{k=1}^n \frac{a_{dk}}{\alpha_{dk}} (1 - e^{-\alpha_{dk}t}) + U^2 \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} \frac{d\delta(t)}{dt} \sum_{k=1}^n \frac{a_{qk}}{\alpha_{qk}} (1 - e^{-\alpha_{qk}t}). \quad (3-53)$$

Функции  $e^{-\alpha_{dk}t}$  и  $e^{-\alpha_{qk}t}$  весьма быстро затухают<sup>1</sup>. Поэтому, отвлекаясь от значений мощности  $P_{d,q}$  в самом начале переходного электромеханического процесса, можем для мощности написать

$$P_{d,q}(t) = \left( U^2 \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} \sum_{k=1}^n \frac{a_{dk}}{\alpha_{dk}} + U^2 \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} \sum_{k=1}^n \frac{a_{qk}}{\alpha_{qk}} \right) \frac{d\delta(t)}{dt}. \quad (3-54)$$

<sup>1</sup> Эти функции имеют существенное значение лишь при  $t$ , близком к нулю. Однако при этом  $\frac{d\delta}{dt} \approx 0$ , так как в связи с инерцией ротора частота вращения генератора мгновенно измениться не может и, следовательно, выражение (3-53) также равно нулю.



Постоянные  $\alpha_{dk}$  и  $\alpha_{qk}$  представляют собой взятые с обратным знаком корни уравнений  $X''_d(p) = 0$  и  $X_q(p) = 0$  и равные (§ 3-3)

$$\alpha_{d1} = -p_{d1} = \frac{(x_d x_{ffd} - x_{afd}^2) r_{1d}}{x_d (x_{11d} x_{ffd} - x_{fd}^2) - (x_{11d} x_{afd}^2 - 2x_{fd} x_{a1d} x_{afd} + x_{ffd} x_{a1d}^2)} = \frac{1}{T''_d};$$

$$\alpha_{q1} = -p_{q1} = \frac{x_q r_{1q}}{x_q x_{11q} - x_{a1q}^2} = \frac{1}{T''_q}.$$

Поскольку уравнения  $X''_d(p) = 0$  и  $X_q(p) = 0$  содержат лишь по одному корню, постоянные  $a_{d1}$  и  $a_{q1}$  равны единице, что можно установить, определяя непосредственно их алгебраические или числовые значения. Поэтому окончательное выражение мощности, обусловленной наличием демпферной обмотки, может быть представлено в виде

$$P_{d,q} = U^2 \left( \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} T''_d + \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} T''_q \right) \frac{d\delta(t)}{dt} = P_{D(d,q)} v, \quad (3-55)$$

где

$$P_{D(d,q)} = U^2 \left( \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} T''_d + \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} T''_q \right), \quad v = d\delta(t)/dt.$$

Полная активная мощность машины с демпферной обмоткой при относительном перемещении ротора с малой скоростью определяется в соответствии с суммой

$$P = \frac{E_{q0} U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta + P_f + P_{d,q}. \quad (3-56)$$

### 3-6. ПОСТОЯННОЕ СКОЛЬЖЕНИЕ

Режим работы синхронного генератора при постоянном скольжении  $s$  может быть представлен как результат наложения двух режимов, причем составляющие тока статора определяются суммами  $I_d = I_{d1} + I_{d2}$ ,  $I_q = I_{q1} + I_{q2}$ .

Первый режим обуславливается действием э. д. с. генератора  $E_{q\infty} = \frac{u_{fd}}{r_{fd}} x_{afd}$  при напряжении шин, равном нулю:  $U_d = U_q = 0$  (рис. 3-7). В этом режиме  $I_{d1} = E_{q\infty}/x_d$ ,  $I_{q1} = 0$ . Второй режим обуславливается напряжением шин  $\dot{U} = U_d + jU_q$  при  $u_{fd} = E_{q\infty} = 0$ . Этот режим соответствует работе генератора с короткозамкнутой обмоткой возбудителя. Вектор напряжения  $\dot{U}$  в этом режиме перемещается с постоянной угловой частотой  $s$  относительно осей машины  $d$  и  $q$  (рис. 3-8).

Полагая  $\delta = \frac{\pi}{2} - st$ , имеем для этого режима:

$$\left. \begin{aligned} U_q &= U \cos \delta = U \sin st; \\ U_d &= U \sin \delta = U \cos st; \end{aligned} \right\} \quad (3-57)$$

что же касается вектора тока статора  $\dot{I}_2$ , то он также перемещается относительно осей, но с переменной скоростью, причем изменяется и его абсолютное значение.

Значения составляющих напряжения  $U_q$  и  $U_d$ , определяемые из (3-57), могут рассматриваться как проекции двух векторов  $\dot{U}_{qm}$  и  $\dot{U}_{dm}$  (рис. 3-9) на ось времени, вращающуюся с угловой частотой  $s$ , причем

$$\dot{U}_{qm} = -jU \quad \dot{U}_{dm} = U. \tag{3-58}$$

При синусоидальном изменении  $U_q$  и  $U_d$  составляющие тока статора легко определяются с помощью уравнения (3-30а) в виде векторов  $\dot{I}_{dm}$  и  $\dot{I}_{qm}$ . Полагая в уравнениях (3-23)  $u_{fd} = 0$ ,  $\dot{U}_q = \dot{U}_{qm} = -jU$ ,  $U_d = \dot{U}_{dm} = U$  и подставляя в операторные сопротивления  $p = js$ , находим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{dm} &= \frac{jU}{X_d(js)}, \\ \dot{I}_{qm} &= \frac{U}{X_q(js)}, \end{aligned} \right\} \tag{3-59}$$

где

$$X_d(js) = x_d - \frac{js(x_{af}^2 r_{1d} + x_{a1d}^2 r_{fd}) - s^2(x_{11d}x_{af}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2)}{js(x_{11d}r_{fd} + x_{ffd}r_{1d}) + r_{1d}r_{fd} - s^2(x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2)},$$

$$X_q(js) = x_q - \frac{jsx_{a1q}^2}{jsx_{11q} + r_{1q}}$$

Рис. 3-7. Векторная диаграмма установившегося режима работы синхронной машины при равенстве нулю напряжения на шинах.

Рис. 3-8. Векторная диаграмма синхронной машины при короткозамкнутой обмотке возбуждения и постоянном скольжении.

Рис. 3-9. Изменение продольной и поперечной составляющих тока и напряжения при короткозамкнутой обмотке возбуждения и постоянном скольжении.

Рис. 3-7

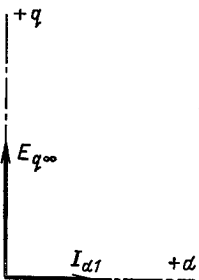


Рис. 3-8

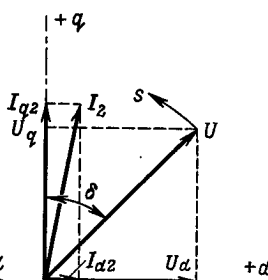


Рис. 3-9

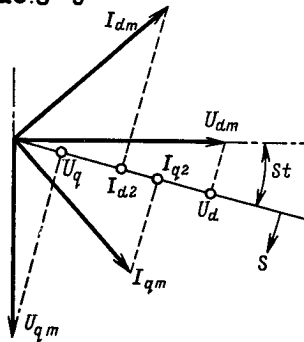


Рис. 3-10

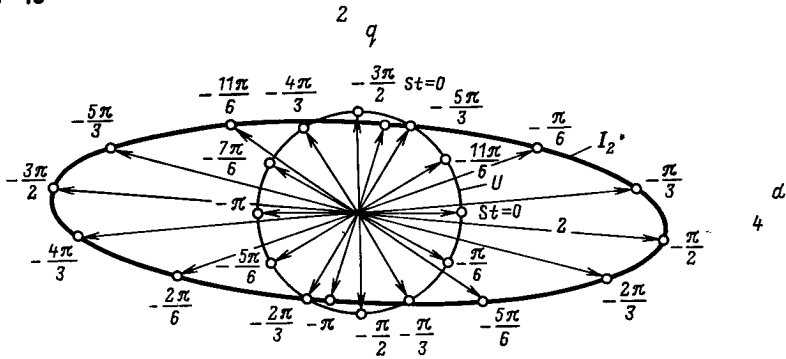


Рис. 3-10. Изменение векторов тока и напряжения при короткозамкнутой обмотке возбуждения и постоянном скольжении.

Изменяющиеся синусоидально проекции векторов  $I_{dm}$  и  $I_{qm}$  на ось времени дают мгновенные значения составляющих тока статора  $I_d$  и  $I_q$ .

В системе координат, показанной на рис. 3-9, векторы напряжений  $\dot{U}$  и тока  $\dot{I}_2$  выражаются в виде

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_d + j\dot{U}_q; \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{d2} + j\dot{I}_{q2}. \end{aligned}$$

Конец вектора  $\dot{U}$  при постоянном скольжении перемещается в этой системе координат по окружности, а вектора  $\dot{I}_2$  в связи с несимметрией обмоток ротора и различием синхронных индуктивных сопротивлений в продольной и поперечной осях — по эллипсу (рис. 3-10). Большая ось эллипса на рис. 3-10 дает максимальное значение тока статора, и малая ось — минимальное.

Для того чтобы получить полные значения тока статора при постоянном скольжении, на токи, показанные на диаграмме рис. 3-10, должны быть наложены токи режима, получающегося при  $U = 0$ . Поскольку в этом режиме  $I_{q1} \neq 0$ , то при наложении режимов поперечная слагающая тока статора остается неизменной  $I_q = I_{q2}$ . Продольная же слагающая тока изменяется таким образом, что к найденной выше синусоидальной ее части прибавляется постоянная составляющая  $I_{d1} = E_{q\infty}/x_d$ . В результате эллипс токов перемещается в положительном направлении оси  $d$  на величину  $E_{q\infty}/x_d$ . В остальном диаграмма токов и напряжений остается неизменной (рис. 3-11).

Значения мощности машины легко определяются в зависимости от значений составляющих тока и напряжения

$$P = U_d I_d + U_q I_q$$

или

$$P = U_d I_{d1} + U_d I_{d2} + U_q I_{q2} = U_d I_{d1} + P_2, \tag{3-60}$$

Рис. 3-11

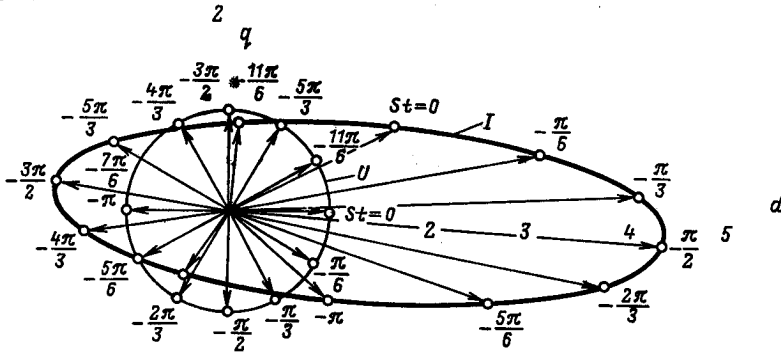


Рис. 3-11. Изменение векторов тока и напряжения при постоянном напряжении возбуждения и при постоянном скольжении.

где  $P_2 = U_d I_{d2} + U_q I_{q2}$  — мощность при короткозамкнутой обмотке возбуждения.

Подставляя в (3-60)

$$U_d = U \sin \delta \quad \text{и} \quad I_{d1} = E_{q\infty} / x_d,$$

получаем:

$$P = \frac{E_{q\infty} U}{x_d} \sin \delta + P_2.$$

При небольших значениях скольжения  $s$  колебания мощности машины с демпферной обмоткой весьма просто определяются с помощью установленного выше принципа наложения мощностей, позволяющего найти мощность машины с демпферной обмоткой при небольшом скольжении как сумму мощности этой машины ( $P'$ ) в предположении, что демпферной обмотки не существует, и дополнительной мощности ( $P''$ ), пропорциональной скольжению.

Зависимость мощности генератора, не имеющего демпферной обмотки, от скольжения  $s$  была выведена в § 2-4, причем было найдено

$$P' = \frac{E_{q\infty} U}{x_d} \sin \delta + P'_{cp} + \frac{P'_{cp}}{\sin \varphi_s} \sin (2\delta - \varphi_s) + U^2 \frac{x_d - x_q}{2x_d x_q} \sin 2\delta, \quad (3-61)$$

где

$$P'_{cp} = -\frac{U^2}{2} \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d} \frac{s T'_d}{1 + (s T'_d)^2}, \quad \text{и} \quad \varphi_s = \arctg \frac{1}{s T'_d}.$$

Значение дополнительной мощности, обусловленной демпферной обмоткой, равно:

$$P'' = P_{D(d,q)v} = -U^2 \left( \sin^2 \delta \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} T'_d + \cos^2 \delta \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} T''_q \right) s. \quad (3-62)$$

Формулы (3-61) и (3-62) в сумме дают искомое значение мощности машины с демпферной обмоткой в зависимости от скольжения  $s$  и угла  $\delta$ . Среднее значение мощности при данном небольшом скольжении  $s$

$$P_{cp} = -\frac{U^2}{2} \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d} \frac{s T'_d}{(1 + s T'_d)^2} - \frac{U^2}{2} \left( \frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d} T''_d + \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q} T''_q \right) s. \quad (3-63)$$

Режим работы генератора со скольжением  $s = 2$  получается таким, как будто бы к обмотке статора приложено напряжение обратной последовательности. Поэтому мы воспользуемся выводами настоящего параграфа для того, чтобы установить значение индуктивного сопротивления обратной последовательности генератора.

Уравнения (3-59) при скольжении  $s = 2$  дают:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{dm} &= jU/X_d(j2); \\ \dot{I}_{qm} &= U/X_q(j2). \end{aligned} \right\} \quad (3-64)$$

Проекции этих векторов на ось времени дают значения продольной и поперечной составляющих тока статора  $\dot{I}_d$  и  $\dot{I}_q$ , изменяющихся с угловой частотой, пропорциональной  $s$ . Пульсирующие векторы  $\dot{I}_d$  и  $\dot{I}_q$  в свою очередь могут быть разложены каждый на два вектора, вращающихся относительно осей  $d$  и  $q$  в противоположных направлениях со скоростью  $s$  и равных соответственно  $I_{dm}/2$  и  $I_{qm}/2$  (рис. 3-12). Складывая векторы  $\dot{I}_{dm}/2$  и  $\dot{I}_{qm}/2$ , вращающиеся в одном и том же направлении, можно получить результирующие векторы  $\dot{I}_f$  и  $\dot{I}_b$ . Первый из них вращается синхронно с вектором напряжения, а второй — с той же частотой вращения в противоположном направлении. Вектор  $\dot{I}_f$ , вращающийся синхронно с вектором напряжения обратной последовательности  $\dot{U}$ , представляет собой основную гармонику тока обратной последовательности. Вектор же  $\dot{I}_b$  при  $s = 2$  представляет собой третью гармонику тока прямой последовательности (§ 1-6).

Модифицируя векторную диаграмму, можно показать, что абсолютное значение и фаза вектора  $\dot{I}_f$  по отношению к напряжению  $\dot{U}$  определяется следующим равенством:

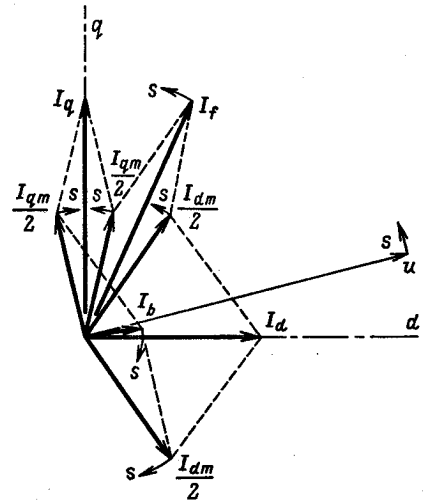
$$\dot{I}_f = \frac{1}{2} (\dot{I}_{dm} + j\dot{I}_{qm})$$

или

$$\dot{I}_f = \frac{j\dot{U}}{2} \left( \frac{1}{X_d(j2)} + \frac{1}{X_q(j2)} \right). \quad (3-65)$$

Рис. 3-12. Разложение векторов тока при постоянном скольжении на составляющие, вращающиеся в противоположных направлениях.

Рис. 3-12



При определении индуктивного сопротивления обратной последовательности активным сопротивлением обмоток ротора можно пренебречь. Полагая  $r_{fd} = r_{1d} = r_{1q} = 0$ , находим:

$$X_d(j2) \approx x_d - \frac{x_{11d}x_{afd}^2 - 2x_{f1d}x_{a1d}x_{afd} + x_{ffd}x_{a1d}^2}{x_{11d}x_{ffd} - x_{f1d}^2} = x_d'';$$

$$X_q(j2) \approx x_q - \frac{x_{a1q}^2}{x_{11q}} = x_q''.$$

Таким образом,

$$I_f = \frac{jU}{2} \left( \frac{1}{x_d''} + \frac{1}{x_q''} \right) = jU \frac{x_d'' + x_q''}{2x_d''x_q''},$$

и, следовательно, индуктивное сопротивление обратной последовательности

$$x_2 = \frac{U}{I_f} = \frac{2x_d''x_q''}{x_d'' + x_q''}. \quad (3-66)$$

При отсутствии демпферных обмоток  $x_d(j2) \approx x_d'$  и  $x_q(j2) = x_q$ , что дает:

$$x_2 = \frac{2x_d'x_q}{x_d' + x_q}. \quad (3-67)$$

Сравнивая (3-66) и (3-67), можно видеть, что наличие демпферных обмоток приводит к значительному уменьшению индуктивного сопротивления обратной последовательности.

ЧАСТЬ

**3**

---

**О СТАТИЧЕСКОЙ  
УСТОЙЧИВОСТИ  
СЛОЖНЫХ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ**

*С о д е р ж а н и е: Устойчивость позиционной системы. Уравнения малых колебаний и устойчивость полной системы. Критерий устойчивости при отсутствии самораскачивания. Влияние изменений частоты на характер малых колебаний. Оценка методов анализа устойчивости по практическим критериям. Определитель избыточных моментов сложной системы и его вычисление. Самораскачивание и его приближенная оценка. Критерий устойчивости асинхронного двигателя в системе. Устойчивость нескольких двигателей. Определитель избыточных моментов генераторов. Влияние переходных электромагнитных процессов в генераторах на устойчивость системы.*



Проблема статической устойчивости сложных электрических систем содержит еще целый ряд неясных принципиальных моментов, весьма затрудняющих практические расчеты устойчивости современных развитых систем. Отсутствие сколько-нибудь строгого исследования вопроса не дает возможности установить степень приближения к истине не только результатов, но и некоторых основных предпосылок известных методов расчета. В настоящее время для решения практических задач почти исключительно применяются методы, основанные на вычислении синхронизирующей мощности одной из электростанций системы. Эти методы представляют собой в сущности попытку распространить на сложные системы тот же критерий, что и для простейшего случая работы электростанции на шины бесконечной мощности. Однако наличие в системе нескольких генераторов (электростанций) заставляет налагать совершенно произвольные ограничения на характер перемещения роторов машин при подсчете синхронизирующей мощности. Эти ограничения сводятся к следующему<sup>1</sup>:

а) При вычислении синхронизирующей мощности какого-либо из генераторов углы роторов всех остальных генераторов остаются неизменными. При этом мощность всех генераторов системы изменяется.

б) Допускается изменение мощности лишь двух генераторов системы. Изменения углов при этом таковы, что мощности всех других генераторов остаются постоянными.

Каждая из этих предпосылок может оказаться справедливой лишь в частном случае при определенном соотношении между постоянными инерции электростанций. Действительное влияние постоянных инерции на статическую устойчивость здесь учтено быть не может, тогда как Вагнер и Эванс давно уже указали на значение этих постоянных для случая двух генераторов, исходя из простых соотношений, свойственных этой схеме.

---

<sup>1</sup> Dahl. Power System Stability, Electric Circuits, V. II

Далее весьма существенным является вопрос о допустимости учета нагрузки, состоящей в основном из асинхронных двигателей, по ее статическим характеристикам.

В связи с наличием в системе помимо синхронных машин также и асинхронных двигателей были выдвинуты самостоятельные критерии устойчивости нагрузки<sup>1</sup> в виде знака производных  $dE/dU$ ,  $dQ/dU$  или  $dP/dU$ , причем и здесь было допущено произвольное ограничение: постоянство углов сдвига роторов синхронных машин.

Более общая предпосылка, устанавливающая характер изменения углов и мощности в сложной системе при подсчете синхронизирующей мощности  $dP/d\delta$  или производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  в соответствии со статическими характеристиками первичных двигателей, была разработана И. С. Бруком и И. М. Марковичем<sup>2</sup>. Хотя теоретические соображения, с помощью которых авторы пытались обосновать свой метод, вряд ли правильны, тем не менее метод Брука и Марковича в определенных условиях позволяет исследовать устойчивость системы в целом, т. е. и генераторов и нагрузки.

Существенные ограничения налагает на этот метод допущение об отсутствии самораскачивания. Это допущение заставляет обратить внимание на весьма важный и совершенно неисследованный вопрос о характере процессов при статических нарушениях устойчивости.

Наконец, нельзя считать разрешенным и известный принципиальный вопрос о влиянии переходных электромагнитных процессов на статическую устойчивость, явившийся предметом дискуссии, поднятой А. А. Горевым. Выводы автора и И. С. Брука, показавших, что при работе электростанции на шины бесконечной мощности влияние свободных токов в цепи возбуждения, возникающих при относительном перемещении ротора, исключено, не могут быть распространены на сложные системы.

Настоящая работа имеет целью установить основные зависимости и осветить в той или иной мере поставленные вопросы, подойдя к исследованию проблемы с точки зрения метода малых колебаний, позволяющего сформулировать условия устойчивости сложной системы в наиболее полном и общем виде.

---

<sup>1</sup> Жданов П. С. Статическая устойчивость протяженных систем электропередач. «Электричество», 1937, № 11 с. 20–29.

<sup>2</sup> Брук И. С., Маркович И. М. О статической устойчивости сложных электрических систем. «Электричество», 1938, № 9. с. 21–27.

# Глава 1

## устойчивость позиционной системы

Сначала мы рассмотрим вопрос об устойчивости систем, используя общепринятые предпосылки, т.е. предполагая э.д.с. генераторов и параметры схемы замещения системы (за исключением нагрузок) постоянными, параметры же схем замещения нагрузок — изменяющимися в зависимости от напряжения и в соответствии со статическими характеристиками нагрузок.

Как известно, в установившемся режиме работы системы, состоящей из нескольких генераторов и нагрузок, мощности машин могут быть выражены через собственные и взаимные проводимости ветвей схемы замещения системы

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + E_1 E_3 y_{13} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}) \dots \\ P_2 &= E_2 E_1 y_{21} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_2 E_3 y_{23} \sin (\delta_{23} - \alpha_{23}) \dots \\ &\dots \end{aligned} \right\} (1-1)$$

где  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ ;  $\delta_{23} = -\delta_{32} = \delta_2 - \delta_3$  и т.д.

Если число генераторов равно  $k$ , то только  $k - 1$  относительных углов в этих равенствах являются независимыми величинами, через которые могут быть выражены все остальные углы.

При отклонениях от установившегося режима, сопровождаемых изменением параметров нагрузок в зависимости от напряжений, собственные и взаимные проводимости ветвей схемы замещения системы также изменяются.

Поскольку, однако, при постоянных значениях э.д.с. изменение напряжений может быть связано лишь с изменением углов между векторами э.д.с., собственные и взаимные проводимости, а следовательно, и мощности генераторов в (1-1) зависят только от относительных углов.

Допуская тождество моментов и мощностей, можно написать следующие уравнения качаний генераторов:

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= P_{10} - P_1(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1k}); \\ T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= P_{20} - P_2(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1k}); \\ &\dots \\ T_{Jk} \frac{d^2 \delta_k}{dt^2} &= P_{k0} - P_k(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1k}). \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

В качестве переменных в выражениях мощности здесь выбраны относительные углы первого генератора.

Разлагая правые части (1-2) в ряд Тейлора и ограничиваясь первыми членами разложения, мы приходим к уравнениям малых колебаний рассматриваемой системы:

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \Delta \delta_1}{dt^2} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1k}} \Delta \delta_{1k} &= 0; \\ T_{J2} \frac{d^2 \Delta \delta_2}{dt^2} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1k}} \Delta \delta_{1k} &= 0, \\ &\dots \\ T_{Jk} \frac{d^2 \Delta \delta_k}{dt^2} + \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_k}{\partial \delta_{1k}} \Delta \delta_{1k} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

Деля каждое из уравнений на соответствующее значение постоянной инерции  $T_J$  и вычитая из первого уравнения системы (1-3) все другие уравнения поочередно, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta \delta_{12}}{dt^2} + a_{21}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{21}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{21}^{1k} \Delta \delta_{1k} &= 0; \\ a_{31}^{12} \Delta \delta_{12} + \frac{d^2 \Delta \delta_{13}}{dt^2} + a_{31}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{31}^{1k} \Delta \delta_{1k} &= 0; \\ &\dots \\ a_{k1}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{k1}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{d^2 \Delta \delta_{1k}}{dt^2} + a_{k1}^{1k} \Delta \delta_{1k} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

где

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}}; \quad a_{21}^{13} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \text{ и т. д.}$$

Уравнения (1-4) позволяют судить о характере изменений всех относительных углов, и если эти углы неограниченно возрастают, то система должна быть признана неустойчивой. Что же касается абсолютных углов, ориенти-

рованных относительно произвольной синхронно вращающейся оси, то их значения могут быть получены как разность  $\Delta\delta_1 - \Delta\delta_{1n}$ , где

$$\Delta\delta_1 = -\frac{1}{T_{J1}} \sum_{n=2}^k \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1n}} \iint \Delta\delta_{1n} dt^2 + \left( \frac{d\delta_1}{dt} \right)_{t=0} t + (\Delta\delta_1)_{t=0}.$$

Абсолютные углы даже при ограниченном изменении относительных углов могут неограниченно возрастать, что является лишь следствием идеализации системы (не учитываются моменты, зависящие от частоты вращения) и не должно рассматриваться как признак неустойчивости. Такой характер изменения углов свидетельствует об остающемся малом изменении частоты вращения генераторов идеализированной системы. Действительным признаком неустойчивости следует считать лишь нарастание относительных углов.

Отметим, что в устойчивой области свободные колебания идеализированной системы имеют незатухающий характер.

Исследование устойчивости системы (1-4) сводится к определению характера корней векового определителя

$$\begin{vmatrix} (p^2 + a_{21}^{12}) & a_{21}^{13} & \dots & a_{21}^{1k} \\ a_{31}^{12} & (p^2 + a_{31}^{13}) & \dots & a_{31}^{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1}^{12} & a_{k1}^{13} & \dots & (p^2 + a_{k1}^{1k}) \end{vmatrix} = 0,$$

который раскрывается в виде

$$p^{2(k-1)} + A_2 p^{2(k-2)} + A_4 p^{2(k-3)} + \dots + A_{2(k-2)} p^2 + A_{2(k-1)} = 0, \quad (1-5)$$

где  $A_{2(k-1)}$  представляет собой определитель

$$A_{2(k-1)} = \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} & \dots & a_{21}^{1k} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} & \dots & a_{31}^{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1}^{12} & a_{k1}^{13} & \dots & a_{k1}^{1k} \end{vmatrix}, \quad (1-6)$$

а остальные коэффициенты (1-5) — суммы диагональных миноров этого определителя:  $A_{2(k-2)} = \sum D_1$  — сумма всех первых миноров, получаемых вычеркиванием строк и столбцов каждого из диагональных элементов определителя (1-6);  $A_{2(k-3)} = \sum D_2$  — сумма всех вторых миноров, получаемых при вычеркивании строк и столбцов каждой пары диагональных элементов и т. д. вплоть до  $A_2 = \sum D_{k-1}$  — сумма диагональных элементов.

Уравнение (1-5) содержит только четные степени оператора  $p$  и для устойчивости системы (1-4) необходимо и достаточно, чтобы все корни (1-5) были мнимыми. Из этого следует, что корни уравнения, получающегося из (1-5) при подстановке  $x = p^2$  и имеющего вид

$$x^{k-1} + A_2 x^{k-2} + A_4 x^{k-4} + \dots + A_{2(k-2)} x + A_{2(k-1)} = 0, \quad (1-7)$$

должны быть вещественны и отрицательны<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Горев А. А. Введение в теорию устойчивости параллельной работы электрических станций. Ч. 1. Л. Кубуч, 1935.

Необходимым и достаточным условием вещественности корней уравнения (1-7) является положительный знак первых (старших) членов многочленов ряда Штурма, причем ряд Штурма должен быть полным. О знаке корней (1-7) можно судить по критерию Гурвица.

Мы сформулируем условия устойчивости для трех, четырех и пяти электростанций<sup>1</sup>:

Для трех электростанций

$$A_2 = a_{21}^{12} + a_{31}^{13},$$

$$A_4 = a_{21}^{12}a_{31}^{13} - a_{21}^{13}a_{31}^{12}.$$

Система устойчива, если

$$A_2 > 0, A_4 > 0, \frac{A_2^2}{4} - A_4 > 0. \quad (1-8)$$

Для четырех станций

$$A_2 = a_{21}^{12} + a_{31}^{13} + a_{41}^{14},$$

$$A_4 = \begin{vmatrix} a_{31}^{13} & a_{31}^{14} \\ a_{41}^{13} & a_{41}^{14} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{14} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{14} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} \end{vmatrix};$$

$$A_6 = \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} & a_{21}^{14} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} & a_{31}^{14} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{13} & a_{41}^{14} \end{vmatrix},$$

и условия устойчивости имеют вид:

$$A_2 > 0, A_6 > 0, A_2A_4 - A_6 > 0, \left( \frac{A_2^2}{9} - \frac{A_4}{3} \right)^3 - \left[ \frac{A_2}{3} \left( \frac{A_2^2}{9} - \frac{A_4}{2} \right) + \frac{A_6}{2} \right]^2 > 0. \quad (1-9)$$

И, наконец, для пяти станций

$$A_2 = a_{21}^{12} + a_{31}^{13} + a_{41}^{14} + a_{51}^{15},$$

$$A_4 = \begin{vmatrix} a_{41}^{14} & a_{41}^{15} \\ a_{51}^{14} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{31}^{13} & a_{31}^{15} \\ a_{51}^{13} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{31}^{13} & a_{31}^{14} \\ a_{41}^{13} & a_{41}^{14} \end{vmatrix} + \\ + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{15} \\ a_{51}^{12} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{14} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{14} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} \end{vmatrix};$$

$$A_6 = \begin{vmatrix} a_{31}^{13} & a_{31}^{14} & a_{31}^{15} \\ a_{41}^{13} & a_{41}^{14} & a_{41}^{15} \\ a_{51}^{13} & a_{51}^{14} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{14} & a_{21}^{15} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{14} & a_{41}^{15} \\ a_{51}^{12} & a_{51}^{14} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} & a_{21}^{15} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} & a_{31}^{15} \\ a_{51}^{12} & a_{51}^{13} & a_{51}^{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} & a_{21}^{14} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} & a_{31}^{14} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{13} & a_{41}^{14} \end{vmatrix};$$

<sup>1</sup> Условия устойчивости для произвольного числа станций получены в § Д1-7. (Прим. ред.)

$$A_8 = \begin{vmatrix} a_{21}^{12} & a_{21}^{13} & a_{21}^{14} & a_{21}^{15} \\ a_{31}^{12} & a_{31}^{13} & a_{31}^{14} & a_{31}^{15} \\ a_{41}^{12} & a_{41}^{13} & a_{41}^{14} & a_{41}^{15} \\ a_{51}^{12} & a_{51}^{13} & a_{51}^{14} & a_{51}^{15} \end{vmatrix},$$

и условия устойчивости имеют вид:

$$\begin{aligned} A_2 > 0, \quad A_2 A_4 - A_6 > 0; \quad A_6 (A_2 A_4 - A_6) - A_2^2 A_8 > 0; \\ D > 0; \quad a < 0; \quad a^2 - 4c > 0, \end{aligned} \quad (1-10)$$

где

$$a = A_4 - \frac{3}{8} A_2^2; \quad c = A_8 - \frac{1}{4} A_2 A_6 + \frac{1}{16} A_2^2 A_4 - \frac{3}{256} A_4^3; \quad D = 16^2 (g_2^3 - 27g_3^2).$$

Инварианты  $g_2$  и  $g_3$  определяются из уравнений

$$\begin{aligned} 16g_3 &= \frac{8}{9} A_4 A_8 - A_6^2 - A_2^2 A_8 + \frac{1}{3} A_2 A_4 A_6 - \frac{2}{27} A_4^3; \\ -4g_2 &= A_2 A_6 - 4A_8 - \frac{A_4^2}{3}. \end{aligned}$$

Рядом Штурма можно воспользоваться для суждения не только о вещественности, но и об отрицательности корней уравнения (1-7), не прибегая к критерию Гурвица. При этом условие вещественности корней — положительный знак старших коэффициентов — должно быть дополнено требованием положительности и последних (свободных) членов этих функций.

Для трех и четырех электростанций последнее требование включает в себя и первое, но при большом числе станций вещественность корней должна быть установлена отдельно.

В случае двух электростанций система (1-4) сводится к одному уравнению весьма простого вида:

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} \right) = 0. \quad (1-11)$$

Система устойчива, если

$$\frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} > 0.$$

Это условие представляет собой не что иное, как известный критерий Вагнера и Эванса, устанавливающий, что относительное ускорение при увеличении угла должно быть отрицательным.

Возражения против критерия Вагнера<sup>1</sup>, смысл которых заключается в том, что постоянных инерции в расчетах статической устойчивости учитывать не следует, вряд ли правильны. Предлагая при этом ограничиться

<sup>1</sup> Жданов П. С. Статическая устойчивость протяженных систем электропередач. — «Электричество», 1937, № 11 с. 20—29; Вульф А. А. Устойчивость параллельной работы электрических станций. М., Энергоиздат, 1938.

условием  $dP_1/d\delta > 0$  (или  $dP_2/d\delta < 0$ ) обычно имеют в виду тот факт, что в области, где  $dP_1/d\delta < 0$ , но  $\frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta} > 0$  (например, точки  $a_1$  и  $a_2$  на рис. 1-1), прирост относительного угла сопровождается положительным ускорением обеих электростанций, что заставляет предположить неограниченное возрастание частоты системы, несмотря на последующее уменьшение относительного угла. При этом неизбежное последующее вмешательство регуляторов турбин всегда может привести к нарушению устойчивости и в отношении угла. Однако установленный выше характер изменения углов позволяет заключить, что изменение частоты здесь должно быть ограничено и не может вызвать работу регуляторов турбин.

Для режима, характеризуемого точками  $a_1$  и  $a_2$  на рис. 1-1, уравнение (1-11) преобразуется к виду

$$\Delta\delta = c \cos(\omega t + \varphi).$$

Угловые скорости генераторов при этом равны:

$$\frac{d\Delta\delta_1}{dt} = -\frac{c}{\omega T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{d\Delta\delta_{10}}{dt}$$

и

$$\frac{d\Delta\delta_2}{dt} = -\frac{c}{\omega T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{d\Delta\delta_{20}}{dt}$$

остаются малыми того же порядка, что и для  $t = 0$ . Если же учесть влияние моментов, зависящих от частот вращения, то колебания затухнут и система возвратится в исходное состояние.

Следует отвести также мнения<sup>1</sup>, что количественное влияние постоянных инерции невелико, поскольку активные сопротивления линий электропередачи обычно малы; при чисто же индуктивных сопротивлениях влияние постоянных инерции несущественно. Такие мнения основаны на недоразумении, так как всегда имеются большие активные сопротивления в схемах замещения нагрузок. [Лишь в частных случаях, когда нагрузка представляется только синхронными двигателями, активные сопротивления схемы замещения могут в первом приближении считаться несущественными.]

На рис. 1-2 приведены результаты расчета устойчивости схемы с тремя электростанциями и двумя нагрузками. До 60% нагрузки в этой схеме составляют асинхронные двигатели. Неустойчивость системы наступает при  $A_4 = a_{21}^2 a_{31}^3 - a_{21}^3 a_{31}^2 < 0$ . На рис. 1-2 показаны также кривые синхронизирующей мощности при двух обычно принимаемых произвольных допущениях: при постоянстве углов э. д. с. всех электростанций, кроме данной, и при постоянстве мощности промежуточной станции. В обоих этих случаях запас устойчивости оказывается преуменьшенным на 25–30%.

Отметим, что знак синхронизирующей мощности при указанных выше допущениях в известных условиях может и правильно определить предел

<sup>1</sup> Dahl. O. Electric Circuits, V. II. Power System Stability, 1938.



Рис. 1-1

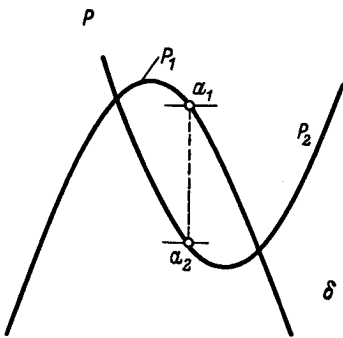


Рис. 1-1. Характеристики мощности электростанций.

Рис. 1-2

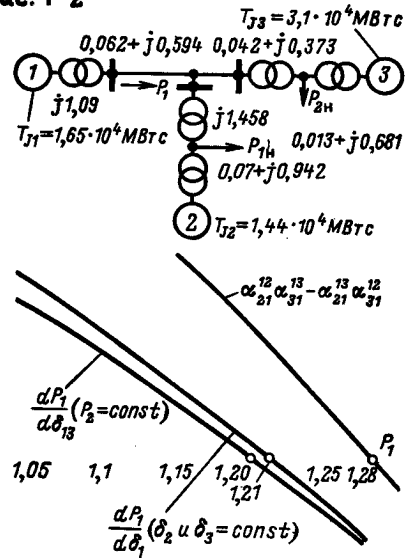


Рис. 1-2. Предел устойчивости, найденный с помощью различных критериев.

устойчивости. Критерий  $a_{21}^{12} a_{31}^{13} - a_{21}^{13} a_{31}^{12} > 0$  даст тот же предел устойчивости, что и критерий  $dP_1/d\delta > 0$  при  $\delta_2$  и  $\delta_3 = \text{const}$ , если относительные значения постоянных инерции электростанций 2 и 3 достаточно велики, и критерий  $dP_1/d\delta_{10} > 0$  при  $P_2 = \text{const}$ , если постоянная инерции электростанции 3 весьма велика, а станции 2 очень мала.

Таким образом, довольно существенная разница между действительным значением предела устойчивости и его значениями, найденными путем вычисления синхронизирующей мощности, на рис. 1-2 отражает в сущности влияние постоянных инерции станций.

# уравнения малых колебаний и устойчивость полной системы

Поскольку при составлении уравнений малых колебаний (1-3) и (1-4) был допущен ряд упрощающих предпосылок, сформулированные выше условия устойчивости системы следует рассматривать лишь как известное приближение к действительному решению задачи. Учет поведения нагрузки по ее статическим характеристикам в зависимости от напряжения, строго говоря, справедлив лишь для осветительной и выпрямительной нагрузки. В действительности основную часть нагрузки обычно составляют асинхронные двигатели, изменение параметров схемы замещения которых, будучи связано с изменением частоты вращения (скольжения) двигателей, не следует непосредственно за изменением напряжений при качаниях генераторов. Кроме того, в определенных условиях двигатели сами могут явиться слабым звеном системы и привести к нарушению устойчивости даже при достаточно тесной связи между электростанциями, что ни в коей мере не отражается в системах уравнений (1-3) и (1-4).

Строгое решение задачи требует исследования совокупности уравнений малых колебаний как для синхронных генераторов, так и для асинхронных двигателей в их взаимной связи. При этом уже нельзя ограничиться зависимостью мощности генераторов от углов, а следует учесть влияние и частоты вращения генераторов, так как даже малые изменения ее как для синхронных генераторов, так и для асинхронных двигателей могут значительно изменить скольжение и, следовательно, существенно повлиять на мощность.

Изменения частоты вращения генераторов влияют также и на индуктивные сопротивления системы. Наконец, с изменением частоты вращения генераторов изменяются и их э. д. с., так как даже при неизменном токе возбуждения значение э. д. с. пропорционально частоте вращения. В действительности же может измениться и ток возбуждения.

Характер зависимости мощности генераторов от углов и частоты вращения может быть установлен с помощью принципа наложения токов,

Рис. 2-1

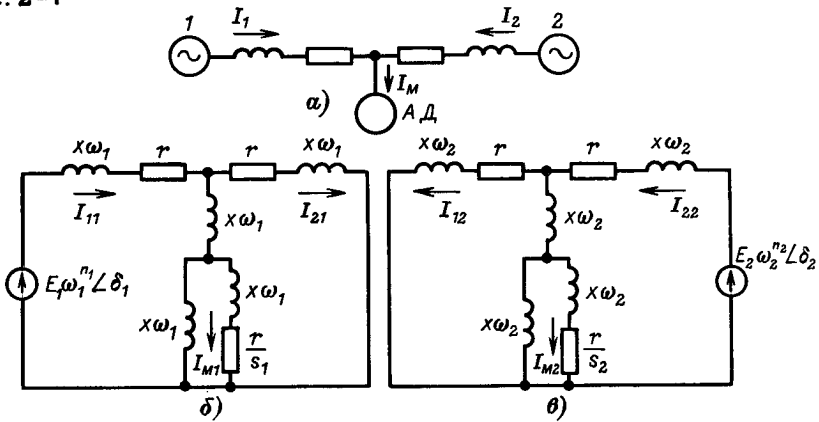


Рис. 2-1. Наложение токов различных частот.

*a* – принципиальная схема; *б* – схема замещения при действии э. д. с.  $E_1$ , *в* – то же при действии э. д. с.  $E_2$ .

создаваемых отдельными э. д. с., однако при определении системы токов, связанных с каждой э. д. с., должна быть учтена зависимость этой э. д. с., а также индуктивных сопротивлений системы, от частоты вращения машины (рис. 2-1). При этом относительные значения индуктивных сопротивлений, вычисленных при стандартной частоте 50 Гц, должны быть умножены на относительную скорость (частоту) генератора. Что же касается э. д. с., то при малых изменениях она может быть принята пропорциональной некоторой степени  $\omega$ , т. е. принята равной  $E\omega^n$ , где  $n > 1$ . Активное сопротивление ротора в схеме замещения асинхронных двигателей должно быть представлено отношением  $r/s$ , где  $s = \omega_r - \omega_m$ . При малых отклонениях принцип наложения токов приводит к известному выражению (1-1) мощностей генераторов через собственные и взаимные проводимости ветвей и относительные углы сдвига э. д. с.<sup>1</sup> В настоящем случае эти проводимости зависят от частот вращения генераторов и скольжений асинхронных двигателей, следовательно, мощности генераторов в конце концов зависят от следующих переменных:

относительных углов  $\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{lk}$ ;

угловых частот генераторов  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ ;

скольжений двигателей  $s_{12}, s_{13}, \dots, s_{1l}; s_{21}, s_{22}, \dots, s_{2l}; \dots; s_{k1}, s_{k2}, \dots, s_{kl}$ , где  $k$  – число генераторов;  $l$  – число двигателей. Мощности асинхронных двигателей равны

$$\left. \begin{aligned} P_{M1} &= \operatorname{Re} \dot{U}_{M1} \dot{I}_{M1}; \\ P_{M2} &= \operatorname{Re} \dot{U}_{M2} \dot{I}_{M2}; \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

<sup>1</sup> Влияние свободных токов, возникающих при качаниях, будет исследовано ниже.



$$\Delta M_2 = \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 -$$

$$- \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial s_{11}} \Delta s_{11} - \frac{\partial M_2}{\partial s_{12}} \Delta s_{12} - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial s_{21}} \Delta s_{21} - \frac{\partial M_2}{\partial s_{22}} \Delta s_{22} - \dots;$$

$$\Delta M_k = \frac{\partial M_{\tau k}}{\partial \omega_k} \Delta \omega_k - \frac{\partial M_k}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_k}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} - \dots$$

$$\dots - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 - \dots - \frac{\partial M_k}{\partial s_{11}} \Delta s_{11} -$$

$$- \frac{\partial M_k}{\partial s_{12}} \Delta s_{12} - \dots - \frac{\partial M_k}{\partial s_{21}} \Delta s_{21} - \frac{\partial M_k}{\partial s_{22}} \Delta s_{22} - \dots;$$

$$\Delta M_{m1} = \frac{\partial M_{m1}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{m1}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{m1}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 +$$

$$+ \frac{\partial M_{m1}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots + \frac{\partial M_{m1}}{\partial s_{11}} \Delta s_{11} + \frac{\partial M_{m1}}{\partial s_{12}} \Delta s_{12} + \dots$$

$$\dots + \frac{\partial M_{m1}}{\partial s_{21}} \Delta s_{21} + \frac{\partial M_{m1}}{\partial s_{22}} \Delta s_{22} + \dots - \frac{\partial M_{\text{topm1}}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_{m1};$$

$$\Delta M_{ml} = \frac{\partial M_{ml}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{ml}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{ml}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 +$$

$$+ \frac{\partial M_{ml}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots + \frac{\partial M_{ml}}{\partial s_{11}} \Delta s_{11} + \frac{\partial M_{ml}}{\partial s_{12}} \Delta s_{12} + \dots$$

$$\dots + \frac{\partial M_{ml}}{\partial s_{21}} \Delta s_{21} + \frac{\partial M_{ml}}{\partial s_{22}} \Delta s_{22} + \dots - \frac{\partial M_{\text{topml}}}{\partial \omega_{ml}} \Delta \omega_{ml}.$$

Принимая во внимание, что

$$\Delta s_{11} = \Delta \omega_1 - \Delta \omega_{m1};$$

$$\Delta s_{12} = \Delta \omega_1 - \Delta \omega_{m2};$$

$$\dots$$

$$\Delta s_{21} = \Delta \omega_2 - \Delta \omega_{m1};$$

$$\Delta s_{22} = \Delta \omega_2 - \Delta \omega_{m2};$$

$$\dots$$

избыточные моменты можно выразить через относительные углы и  $\Delta\omega_i$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_1 &= -\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} - \dots - \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right) \Delta \omega_1 - \\ &- \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_3} \Delta \omega_3 - \dots - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M1}} \Delta \omega_{M1} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} - \dots; \\ \Delta M_2 &= -\frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 - \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) \Delta \omega_2 - \\ &- \frac{\partial M_2}{\partial \omega_3} \Delta \omega_3 - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M1}} \Delta \omega_{M1} - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} - \dots, \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta M_k &= -\frac{\partial M_k}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_k}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} - \dots - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 - \\ &- \frac{\partial M_k}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 - \dots - \left( \frac{\partial M_k}{\partial \omega_k} - \frac{\partial M_{Tk}}{\partial \omega_k} \right) \Delta \omega_k - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_{M1}} \Delta \omega_{M1} - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} - \dots; \\ \Delta M_{M1} &= \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \\ &+ \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots + \left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M1}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}1}}{\partial \omega_{M1}} \right) \Delta \omega_{M1} + \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} + \dots; \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta M_{Ml} &= \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots \\ &\dots + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{M1}} \Delta \omega_{M1} + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} + \dots + \left( \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{Ml}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}l}}{\partial \omega_{Ml}} \right) \Delta \omega_{Ml} \end{aligned} \right\}$$

где

(2-3)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_n}{\partial \omega_n} &= \frac{\partial M_n}{\partial \omega_n} + \frac{\partial M_n}{\partial s_{n1}} + \frac{\partial M_n}{\partial s_{n2}} + \dots + \frac{\partial M_n}{\partial s_{nl}} = \frac{\partial M_n}{\partial \omega_n} + \sum_{p=1}^l \frac{\partial P_n}{\partial s_{np}}; \\ \frac{\partial M_n}{\partial \omega_m} &= \frac{\partial M_n}{\partial \omega_m} + \frac{\partial M_n}{\partial s_{m1}} + \frac{\partial M_n}{\partial s_{m2}} + \dots + \frac{\partial M_n}{\partial s_{ml}} = \frac{\partial M_n}{\partial \omega_m} + \sum_{p=1}^l \frac{\partial P_n}{\partial s_{mp}}; \\ \frac{\partial M_n}{\partial \omega_{mp}} &= -\frac{\partial M_n}{\partial s_{1p}} - \frac{\partial M_n}{\partial s_{2p}} - \dots - \frac{\partial M_n}{\partial s_{kp}} = -\sum_{m=1}^k \frac{\partial P_n}{\partial s_{mp}}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_n} &= \frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_n} + \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{n1}} + \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{n2}} + \dots + \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{nl}} = \frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_n} + \sum_{q=1}^l \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{nq}}; \\
 \frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_{mp}} &= - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{1p}} - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{2p}} - \dots - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{kp}} = - \sum_{n=1}^k \frac{\partial P_{mp}}{\partial s_{np}}; \\
 \frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_{mq}} &= - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{1q}} - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{2q}} - \dots - \frac{\partial M_{mp}}{\partial s_{kq}} = - \sum_{n=1}^k \frac{\partial P_{mp}}{\partial s_{nq}}.
 \end{aligned} \right\} (2-4)$$

В правой и левой части (2-4) используются одинаковые обозначения производных  $\frac{\partial M}{\partial \omega_n}$ ,  $\frac{\partial M}{\partial \omega_m}$  и  $\frac{\partial M_{mp}}{\partial \omega_n}$ , имеющих различный смысл. В левой части эти производные вычисляются при постоянстве частот вращения асинхронных машин, а в правой — при постоянстве скольжений. В дальнейшем мы будем оговаривать смысл производных там, где это представляется необходимым.

Выражения (2-3) вместе с очевидными соотношениями

$$\frac{d\delta_{1n}}{dt} = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_n \quad (2-5)$$

позволяют написать систему уравнений малых колебаний канонического вида

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\Delta\delta_{12}}{dt} &= \Delta\omega_1 - \Delta\omega_2; \quad \frac{d\Delta\delta_{13}}{dt} = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_3; \quad \frac{d\Delta\delta_{14}}{dt} = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_4; \\
 &\dots \dots \dots \\
 T_{J1} \frac{d\Delta\omega_1}{dt} &= - \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} - \dots - \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \right. \\
 &\left. - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right) \Delta\omega_1 - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 - \dots - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{m1}} \Delta\omega_{m1} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{m2}} \Delta\omega_{m2} - \dots; \\
 T_{J2} \frac{d\Delta\omega_2}{dt} &= - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 - \\
 &- \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) \Delta\omega_2 - \dots - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{m1}} \Delta\omega_{m1} - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{m2}} \Delta\omega_{m2} - \dots; \\
 &\dots \dots \dots \\
 T_{Jk} \frac{d\Delta\omega_k}{dt} &= - \frac{\partial M_k}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} - \frac{\partial M_k}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} - \dots - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 - \\
 &- \frac{\partial M_k}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 - \dots - \left( \frac{\partial M_k}{\partial \omega_k} - \frac{\partial M_{Tk}}{\partial \omega_k} \right) \Delta\omega_k - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_{m1}} \Delta\omega_{m1} - \frac{\partial M_k}{\partial \omega_{m2}} \Delta\omega_{m2} - \dots;
 \end{aligned} \right\} (2-6)$$

$$\begin{aligned}
 T_{J_{M1}} \frac{d \Delta \omega_{M1}}{dt} &= \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} - \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \\
 &+ \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots + \left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M1}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}1}}{\partial \omega_{M1}} \right) \Delta \omega_{M1} + \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} + \dots; \\
 &\dots \dots \dots \\
 T_{J_{Ml}} \frac{d \Delta \omega_{Ml}}{dt} &= \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \\
 &+ \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \dots + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{M1}} \Delta \omega_{M1} + \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{M2}} \Delta \omega_{M2} + \dots + \left( \frac{\partial M_{Ml}}{\partial \omega_{Ml}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}l}}{\partial \omega_{Ml}} \right) \Delta \omega_{Ml}
 \end{aligned}$$

В отличие от (1-4) уравнения (2-6) дают возможность судить о характере изменений не только относительных углов, но и абсолютных угловых скоростей машин, в том числе и асинхронных. Абсолютные углы опять равны  $\Delta \delta_n = \Delta \delta_n - \Delta \delta_{1n}$ , но  $\Delta \delta_1 = \int \Delta \omega_1 dt + (\Delta \delta_1)_{t=0}$  уже не содержит здесь неограниченно возрастающего члена. В устойчивой области колебания затухают, и устанавливаются прежние значения скоростей машин. Остающиеся изменения возможны лишь для абсолютных углов, но не скоростей.

Определитель системы имеет вид:

$\Delta =$

$p$	$0$	$\dots$	$-1$	$1$	$0$
$0$	$p$	$\dots$	$-1$	$0$	$1$
$0$	$0$	$\dots$	$-1$	$0$	$0$
.....					
$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$p T_{J1} + \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right)$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_3}$
$\frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_1}$	$p T_{J2} + \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right)$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_3}$
$\frac{\partial M_3}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_1}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_2}$	$p T_{J3} + \left( \frac{\partial M_3}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{T3}}{\partial \omega_3} \right)$
.....					
$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}}$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_1}$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_2}$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_3}$
.....					
$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{12}}$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_1}$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_2}$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_3}$
.....					
$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \delta_{12}}$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \delta_{13}}$	$\dots$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_1}$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_2}$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_3}$
.....					



Раскрытие определителя  $\Delta$  приводит к характеристическому уравнению  $A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_{n-1} p + A_n = 0$ ,

где  $n = 2k - 1 + l$ ;  $k$  – число генераторов в системе;  $l$  – число двигателей.

Необходимым и достаточным условием устойчивости системы (2-6) является отрицательный знак вещественных корней и вещественной части комплексных корней этого уравнения, о чем можно судить по критерию Гурвица.

[Применение этого или других критериев, позволяющих установить отсутствие правых корней в характеристическом уравнении, дает возможность оценить устойчивость системы в каждом конкретном случае. При этом естественно будет учтено влияние всех тех факторов, которые принимались во внимание при составлении системы уравнений малых колебаний (2-6). Анализ такого влияния на характеристики процесса свободных колебаний упрощается при введении тех или иных допущений, позволяющих сосредоточить внимание на интересующей стороне явления. Такой подход широко используется в последующих главах.]

0	...	0	0	0	...
0	...	0	0	0	...
1	...	0	0	0	...
.....					
$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M3}}$	...
$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M3}}$	...
$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M3}}$	...
.....					
$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_4}$	...	$pT_{JM1} -$ $-\left(\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M1}} - \frac{\partial M_{ТОРМ1}}{\partial \omega_{M1}}\right)$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M2}}$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M3}}$	...
$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_4}$	...	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M1}}$	$pT_{JM2} -$ $-\left(\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M2}} - \frac{\partial M_{ТОРМ2}}{\partial \omega_{M2}}\right)$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M3}}$	...
$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_4}$	...	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M1}}$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M2}}$	$pT_{JM3} -$ $-\left(\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M3}} - \frac{\partial M_{ТОРМ3}}{\partial \omega_{M3}}\right)$	...
.....					

(2-7)

## критерий устойчивости

## при отсутствии самораскачивания

В устойчивой области все вещественные корни и вещественные части комплексных корней характеристического уравнения отрицательны. Любое достаточно медленное изменение режима, приводящее к нарушению статической устойчивости системы, влечет за собой такое изменение коэффициентов характеристического уравнения, при котором либо вещественный корень, либо вещественная часть пары сопряженных комплексных корней, пройдя через нуль, меняет знак минус на плюс.

Если имеет место первый случай, т. е. становится положительным вещественный корень, то процесс, возникающий при нарушении режима системы, имеет в основном апериодический характер, выражающийся в медленном нарастании углов и скоростей машин.

Свободный член характеристического уравнения  $A_n$ , как известно, представляет собой произведение всех корней уравнения, и когда один из вещественных корней изменяет знак, свободный член также проходит через нуль и меняет свой знак. В устойчивой области свободный член всегда положителен, так как одним из необходимых условий устойчивости является одинаковый знак всех коэффициентов характеристического уравнения; коэффициент же  $A_0$  при наивысшей степени оператора  $p$ , как вытекает из (2-7),

равен  $\prod_j^n T_{j\beta}$ , т. е. всегда положителен. Таким образом, при переходе в не-

устойчивую область в связи с изменением знака вещественного корня свободный член  $A_n$  должен пройти через нуль и сделаться отрицательным. Если же неустойчивость связана с изменением знака вещественной части комплексных корней, то возникает так называемое самораскачивание, т. е. нарастающие колебания углов и скоростей около исходного значения. При этом свободный член сохраняет знак плюс.

Некоторые из существующих методов расчета статической устойчивости предполагают, что возможность самораскачивания в электрических системах

исключена<sup>1</sup>. Нам неизвестны доказательства этого положения, и в дальнейшем мы попытаемся осветить вопрос о действительном характере нарушений устойчивости электрических систем. Сейчас же отметим, что если допустить отсутствие самораскачивания, то, поскольку расчеты устойчивости обычно имеют целью отыскать предельный с точки зрения устойчивости режим, для практических расчетов можно рекомендовать вычисление лишь свободного члена характеристического уравнения. График значений свободного члена, построенный в зависимости от какого-либо параметра, характеризующего установившийся режим работы системы (например, от передаваемой мощности или угла), позволяет найти предельное значение этого параметра и установить, таким образом, запас статической устойчивости. Строго говоря, условие  $A_n > 0$  является лишь необходимым, но недостаточным для устойчивости, и при дальнейшем изменении параметра (рис. 3-1) возможна новая перемена знака свободного члена  $A_n$  в связи с появлением второго положительного вещественного корня и т. д. При этом свободный член может оказаться положительным, несмотря на то что система в действительности будет неустойчива.

Практически, однако, такое положение весьма маловероятно, так как повторное изменение знака  $A_n$  если и возникает, то лишь при очень широких пределах изменения параметра, уже не представляющих практического интереса. Как будет показано ниже, изменение знака свободного члена неизбежно влечет за собой перемену знака синхронизирующей мощности любой из машин (при условии распределения мощности по статическим характеристикам турбин) и, следовательно, вероятность повторного изменения знака  $A_n$  такова же, как и для синхронизирующей мощности. Наконец, если бы повторная перемена знака  $A_n$  и имела место, она вряд ли могла привести к недоразумениям, поскольку в расчетах устойчивости исследуется не какой-либо один режим, а некоторая область его изменения, и в результате расчетов строится график, позволяющий проследить характер изменения свободного члена во всей исследуемой области.

Принимая в качестве практического критерия устойчивости (при отсутствии самораскачивания) знак свободного члена характеристического уравнения, мы попытаемся установить значение некоторых факторов и прежде всего моментов, зависящих от частоты.

Если в выражениях производных моментов, зависящих от угловой частоты генераторов (2-4), опустить первые члены, т. е. допустить, что изменение этих моментов связано лишь с изменением скольжений, то при

Рис. 3-1

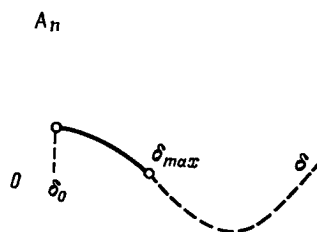


Рис. 3-1. Характер изменения свободного члена характеристического уравнения.

<sup>1</sup> Брук И. С. и Маркович И. М. О статической устойчивости сложных электрических систем. «Электричество», 1938, № 9. с. 21–27.

Рис. 3-2

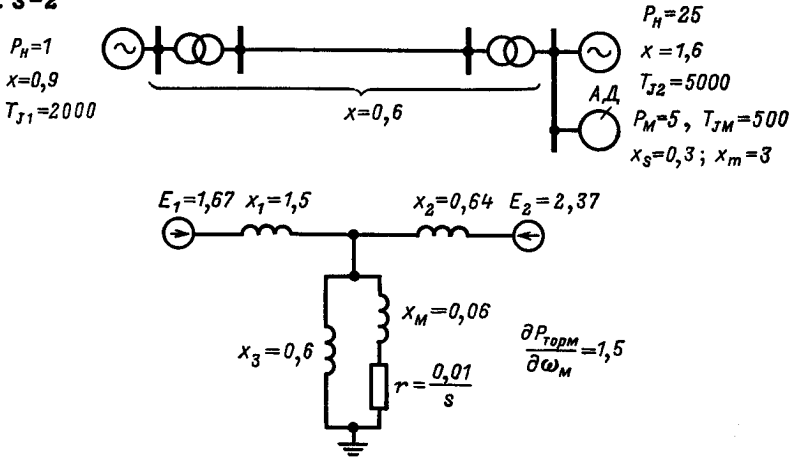


Рис. 3-2. Принципиальная схема и схема замещения электропередачи.

постоянной мощности турбин для схемы, изображенной на рис. 3-2, уравнения малых колебаний примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \Delta \delta}{dt} &= \Delta \omega_1 - \Delta \omega_2; \\ T_{J1} \frac{d \Delta \omega_1}{dt} &= -\frac{\partial P_1}{\partial \delta} \Delta \delta - \frac{\partial P_1}{\partial s_1} \Delta \omega_1 - \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \Delta \omega_2 + \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \right) \Delta \omega_M; \\ T_{J2} \frac{d \Delta \omega_2}{dt} &= -\frac{\partial P_2}{\partial \delta} \Delta \delta - \frac{\partial P_2}{\partial s_1} \Delta \omega_1 - \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \Delta \omega_2 + \left( \frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \right) \Delta \omega_M; \\ T_{JM} \frac{d \Delta \omega_M}{dt} &= \frac{\partial P_M}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_M}{\partial s_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} \Delta \omega_2 - \left( \frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \right) \Delta \omega_M, \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

где

$$\Delta \delta = \Delta \delta_1 - \Delta \delta_2; \Delta s_1 = \Delta \omega_1 - \Delta \omega_M; \Delta s_2 = \Delta \omega_2 - \Delta \omega_M.$$

Система имеет характеристическое уравнение четвертого порядка

$$p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0,$$

где

$$A_1 = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial s_2} + \frac{1}{T_{JM}} \left( \frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \right); \quad \left. \right\}$$

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} + \frac{1}{T_{J1} T_{J2}} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} \frac{\partial P_2}{\partial s_2} - \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \frac{\partial P_2}{\partial s_1} \right) + \\
&+ \frac{1}{T_{J1} T_{Jm}} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} \frac{\partial P_m}{\partial s_2} - \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \frac{\partial P_m}{\partial s_1} \right) + \frac{1}{T_{J2} T_{Jm}} \left( \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \frac{\partial P_m}{\partial s_1} - \right. \\
&- \left. \frac{\partial P_2}{\partial s_1} \frac{\partial P_m}{\partial s_2} \right) + \frac{1}{T_{Jm}} \frac{\partial M_{\text{топм}}}{\partial \omega_m} \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \right), \\
A_3 &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \left[ \frac{1}{T_{J2}} \left( \frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \right) + \frac{1}{T_{Jm}} \left( \frac{\partial P_m}{\partial s_1} + \frac{\partial P_m}{\partial s_2} \right) \right] - \\
&- \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} \left[ \frac{1}{T_{J1}} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \right) + \frac{1}{T_{Jm}} \left( \frac{\partial P_m}{\partial s_1} + \frac{\partial P_m}{\partial s_2} \right) \right] - \\
&- \frac{1}{T_{Jm}} \frac{\partial P_m}{\partial \delta} \left[ \frac{1}{T_{J1}} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \right) - \frac{1}{T_{J2}} \left( \frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \right) \right] + \\
&+ \frac{1}{T_{Jm}} \frac{\partial M_{\text{топм}}}{\partial \omega_m} \left[ \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{T_{J1} T_{J2}} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} \frac{\partial P_2}{\partial s_2} - \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \frac{\partial P_2}{\partial s_1} \right) \right]; \\
A_4 &= \frac{1}{T_{J1} T_{J2} T_{Jm}} \frac{\partial M_{\text{топм}}}{\partial \omega_m} \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \left( \frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} \right) - \frac{\partial P_2}{\partial \delta} \left( \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} \right) \right].
\end{aligned} \tag{3-2}$$

Для рассматриваемой схемы справедливы следующие выражения для мощностей генераторов и двигателя в зависимости от угла и скольжений

$$\left. \begin{aligned}
P_1 &= P_{11} + P_{12}; \\
P_2 &= P_{22} + P_{21}; \\
P_m &= P_{11m} + P_{22m} + P_{12m} + P_{21m},
\end{aligned} \right\} \tag{3-3}$$

где

$$\begin{aligned}
P_{11} = P_{11m} &= E_1^2 \frac{x_1^2}{x_1^2} \frac{rs_1}{r^2 + (x_1 + x_m)^2 s_1^2}; \\
P_{22} = P_{22m} &= E_2^2 \frac{x_2^2}{x_2^2} \frac{rs_2}{r^2 + (x_2 + x_m)^2 s_2^2}; \\
P_{12} &= E_1 E_2 \frac{x_1}{x_1 x_2} \left[ \frac{x_1 r s_2}{r^2 + (x_1 + x_m)^2 s_2^2} \cos \delta + \frac{r^2 + x_m (x_1 + x_m) s_2^2}{r^2 + (x_1 + x_m)^2 s_2^2} \sin \delta \right]; \\
P_{21} &= E_1 E_2 \frac{x_2}{x_1 x_2} \left[ \frac{x_2 r s_1}{r^2 + (x_2 + x_m)^2 s_1^2} \cos \delta - \frac{r^2 + x_m (x_2 + x_m) s_1^2}{r^2 + (x_2 + x_m)^2 s_1^2} \sin \delta \right]; \\
P_{12m} &= \frac{E_1 E_2 \frac{x_3^2}{x_1 x_2} s_2}{[r^2 + (x_1 + x_m)^2 s_1^2] [r^2 + (x_2 + x_m)^2 s_2^2]} \times \\
&\times \{ r [r^2 + x_m (x_1 + x_m) s_1^2 + x_1 (x_1 + x_m) s_1 s_2] \cos \delta - \\
&- [r^2 (x_1 + x_m) s_2 - r^2 x_1 s_1 + x_m (x_1 + x_m)^2 s_1 s_2] \sin \delta \};
\end{aligned}$$

$$P_{21M} = \frac{E_1 E_2 \frac{x_3^2}{x_1 x_2} s_1}{[r^2 + (x_3 + x_M)^2 s_1^2][r^2 + (x_3 + x_M)^2 s_2^2]} \times \\ \times \{r[r^2 + x_M(x_3 + x_M)s_2^2 + x_3(x_3 + x_M)s_1 s_2] \cos \delta + \\ + [r^2(x_3 + x_M)s_1 - r^2 x_3 s_2 + x_M(x_3 + x_M)^2 s_1 s_2] \sin \delta\}; \\ \frac{1}{x_3} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}.$$

Частные производные от этих выражений позволяют определить значения коэффициентов характеристического уравнения при различных значениях скольжения  $s_0$  (в исходном режиме  $s_{10} = s_{20}$ ) и угла  $\delta_0$  и найти предельные режимы с точки зрения устойчивости.

По Гурвицу система (3-1) устойчива, если

$$A_1 > 0, A_4 > 0, A_1 A_2 - A_3 > 0, A_3(A_1 A_2 - A_3) - A_1^2 A_4 > 0.$$

На рис. 3-3 приведены граничные кривые для каждого из этих четырех неравенств.

Построенные кривые позволяют заключить, что в исследуемой области для сохранения устойчивости достаточным является существование лишь одного из неравенств, а именно  $A_4 > 0$ . Таким образом, при принятых предположениях нарушение статической устойчивости действительно имеет аперриодический характер и возможность самораскачивания исключена. Однако следует подчеркнуть, что эти соотношения получены при определенных допущениях и вопрос о действительном характере нарушений устойчивости, разумеется, нельзя считать здесь разрешенным.

Выражение (3-2) для свободного члена  $A_4$  было получено непосредственно из определителя системы (3-1), имеющего вид

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} p & -1 & 1 & 0 \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} & pT_{J1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_1} & \frac{\partial P_1}{\partial s_2} & -\left(\frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2}\right) \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta} & \frac{\partial P_2}{\partial s_1} & pT_{J2} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} & -\left(\frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2}\right) \\ -\frac{\partial P_M}{\partial \delta} & -\frac{\partial P_M}{\partial s_1} & -\frac{\partial P_M}{\partial s_2} & pT_{JM} + \frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{горМ}}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix},$$

при условии, что  $p$  равен нулю.

В этом случае

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} & \frac{\partial P_1}{\partial s_1} & \frac{\partial P_1}{\partial s_2} & -\left(\frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2}\right) \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta} & \frac{\partial P_2}{\partial s_1} & \frac{\partial P_2}{\partial s_2} & -\left(\frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2}\right) \\ -\frac{\partial P_M}{\partial \delta} & -\frac{\partial P_M}{\partial s_1} & -\frac{\partial P_M}{\partial s_2} & \frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{горМ}}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix}. \quad (3-4)$$

Весьма простым преобразованием этот определитель приводится к виду

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} & \frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta} & \frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} & 0 \\ -\frac{\partial P_M}{\partial \delta} & -\left(\frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2}\right) & \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial P_1}{\partial s_1} + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} = \frac{\partial P_1}{\partial s};$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial s_1} + \frac{\partial P_2}{\partial s_2} = \frac{\partial P_2}{\partial s},$$

и

$$\frac{\partial P_M}{\partial s_1} + \frac{\partial P_M}{\partial s_2} = \frac{\partial P_M}{\partial s},$$

где  $\frac{\partial P_1}{\partial s}$ ,  $\frac{\partial P_2}{\partial s}$  и  $\frac{\partial P_M}{\partial s}$  — производные мощности машин по скольжению при

одинаковых угловых частотах обоих генераторов, можно получить следующее простое выражение:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} & \frac{\partial P_1}{\partial s} & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta} & \frac{\partial P_2}{\partial s} & 0 \\ -\frac{\partial P_M}{\partial \delta} & -\frac{\partial P_M}{\partial s} & \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix}. \quad (3-5)$$

Этот определитель отличается от приведенного в (3-2) выражения для  $A_4$  лишь постоянным положительным множителем.

Определитель (3-5) является также определителем системы линейных однородных уравнений:

$$\Delta M_1 = \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_1}{\partial s} \Delta s = 0;$$

$$\Delta M_2 = \frac{\partial P_2}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_2}{\partial s} \Delta s = 0;$$

$$\Delta M_{\text{торм}} - \Delta M_M = -\frac{\partial P_M}{\partial \delta} \Delta \delta - \frac{\partial P_M}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \Delta \omega_M = 0,$$

где  $\Delta M_1$ ,  $\Delta M_2$  и  $\Delta M_{\text{торм}} - \Delta M_M$  — избыточные моменты на валу машин.

Рис. 3-3

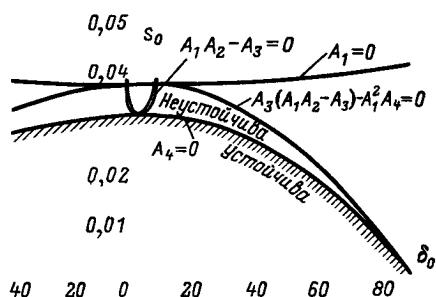


Рис. 3-3. Граничные кривые критерия Гурвица.

Как установлено выше, в предельном режиме на границе устойчивости свободный член  $A_4$ , а следовательно, и определитель (3-5) становятся равными нулю. Известно, что система однородных уравнений, определитель которой равен нулю, имеет нетривиальное решение, т. е. в этом случае могут быть найдены такие отличные от нуля значения переменных  $\Delta\delta$ ,  $\Delta s$  и  $\Delta\omega_m$ , при которых избыточные моменты останутся равными нулю.

Таким образом, предельный режим, существующий при  $\Delta = 0$ , характеризуется тем положением, что в этом режиме возможны изменения углов и скоростей, при которых равновесие на валу не нарушается, и следовательно, не возникает никаких усилий, стремящихся вернуть систему в исходное состояние<sup>1</sup>. Имея в виду такую интерпретацию свободного члена характеристического уравнения, в дальнейшем мы будем называть его определителем избыточных моментов.

Весьма существенным на рис. 3-3 является то обстоятельство, что критерий  $\Delta > 0$  позволяет установить неустойчивость, возникающую в результате увеличения не только угла, но и скольжения. Нетрудно также убедиться, что в неустойчивой области нарастают и углы генераторов и скольжения двигателей. Так, например, при  $\delta_0 = 45^\circ$  и  $s_0 = 0,027$  характеристическое уравнение системы (3-1)

$$p^4 + 12,84 \cdot 10^{-3} p^3 + 0,3133 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,54 \cdot 10^{-6} p - 1,672 \cdot 10^{-9} = 0$$

имеет корни

$$p_1 \approx 1,56 \cdot 10^{-3}; \quad p_2 \approx -3,56 \cdot 10^{-3}; \quad p_{3,4} \approx -5,41 \cdot 10^{-3} \pm j16,4 \cdot 10^{-3},$$

приводящие к решению

$$\Delta\delta = C_1 89,2 e^{1,56 \cdot 10^{-3} t} + \dots;$$

$$\Delta\omega_1 = C_1 1,83 e^{1,56 \cdot 10^{-3} t} + \dots;$$

$$\Delta\omega_2 = C_1 1,69 e^{1,56 \cdot 10^{-3} t} + \dots;$$

$$\Delta\omega_m = -C_1 e^{1,56 \cdot 10^{-3} t} + \dots;$$

здесь одновременно тормозится двигатель и возрастает угол  $\delta$  (рис. 3-4).

Таким образом, в рассматриваемом случае нельзя отделить вопрос об устойчивости синхронных генераторов от устойчивости асинхронных двигателей. При отсутствии самораскачивания самостоятельные расчеты устойчивости электростанций и отдельно асинхронных двигателей отнюдь не являются неизбежными.

Такие расчеты могли бы иметь смысл лишь при условии, что устойчивая область плоскости  $\delta, s$  ограничивается не одним, а различными неравенствами Гурвица.

Как вытекает из (3-5), для вычисления определителя избыточных моментов достаточно иметь производные моментов при одинаковой скорости генераторов, что сильно упрощает практические расчеты.

<sup>1</sup> На «текучесть» предельного режима при отсутствии самораскачивания указали также И. С. Брук и И. М. Маркович.



Отметим также, что знак определителя  $\Delta$  не зависит от значения постоянных инерции  $T_j$  и, следовательно, эти постоянные на устойчивость не влияют, если только не возникает самораскачивания. Вообще определитель избыточных моментов и установленные выше критерии устойчивости системы при отсутствии моментов, зависящих от скорости, содержат различные параметры и, естественно, должны давать различные значения предела устойчивости. Критерием устойчивости позиционной системы (т. е. системы, в которой моменты зависят только от углов и влияние нагрузки учитывается по ее статическим характеристикам) в настоящем случае является неравенство

$$\frac{1}{T_{j1}} \frac{dP_1}{d\delta} - \frac{1}{T_{j2}} \frac{dP_2}{d\delta} > 0.$$

Избытки мощности генераторов при малых изменениях угла и скольжения равны:

$$dP_1 = \frac{\partial P_1}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial P_1}{\partial s} ds;$$

$$dP_2 = \frac{\partial P_2}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial P_2}{\partial s} ds,$$

и, следовательно,

$$\frac{dP_1}{d\delta} = \frac{\partial P_1}{\partial \delta} + \frac{\partial P_1}{\partial s} \frac{ds}{d\delta}, \quad \frac{dP_2}{d\delta} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta} + \frac{\partial P_2}{\partial s} \frac{ds}{d\delta}.$$

Рис. 3-4. Нарастание угла и угловых скоростей машины при потере устойчивости.

Рис. 3-5. Границы устойчивости позиционной и полной системы.

Рис. 3-4

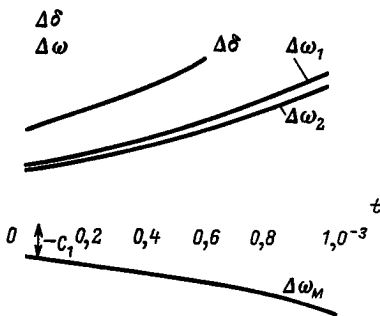
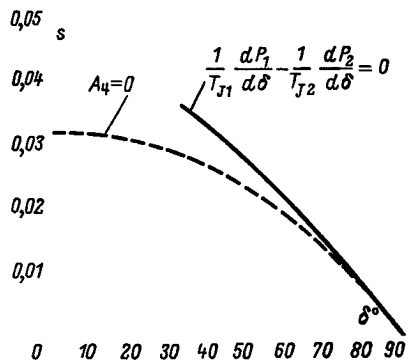


Рис. 3-5



Производная  $\frac{ds}{d\delta}$  определяется из условия равенства нулю избыточного момента двигателя (что отвечает статическим характеристикам нагрузки)

$$\frac{\partial P_M}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial P_M}{\partial s} ds - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M} d\omega_M = 0;$$

что при  $d\omega_M = -ds$  дает

$$\frac{ds}{d\delta} = - \frac{\frac{\partial P_M}{\partial \delta}}{\frac{\partial P_M}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M}},$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta} &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta} - \\ - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta} - \frac{\partial P_M}{\partial \delta} \frac{\frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial s} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial s}}{\frac{\partial P_M}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M}}. \end{aligned} \quad (3-6)$$

Как следует из рис. 3-5, где сопоставлены оба критерия, относительное ускорение (3-6) не дает правильного представления об устойчивости в области малых углов, что связано в сущности с учетом нагрузки по статическим характеристикам, не позволяющим судить об устойчивости двигателей.

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ЧАСТОТЫ

Уравнения малых колебаний. Теперь мы перейдем к оценке влияния изменения параметров системы в связи с колебаниями частоты. Уравнения малых колебаний для системы из двух генераторов и асинхронного двигателя при строгом решении задачи должны быть написаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \Delta \delta}{dt} - \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta \delta + T_{J1} \frac{d \Delta \omega_1}{dt} + \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right) \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} \Delta \omega_M &= 0; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + T_{J2} \frac{d \Delta \omega_2}{dt} + \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) \Delta \omega_2 + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} \Delta \omega_M &= 0, \\ - \frac{\partial M_M}{\partial \delta} \Delta \delta - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \\ + T_{JM} \frac{d \Delta \omega_M}{dt} - \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{горм}}}{\partial \omega_M} \right) \Delta \omega_M &= 0. \end{aligned} \right\} (4-1)$$

Эта система приводит к определителю избыточных моментов

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} \\ - \frac{\partial M_M}{\partial \delta} & - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} & - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} & - \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{горм}}}{\partial \omega_M} \right) \end{vmatrix} \quad (4-2)$$

или после некоторых преобразований

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} \\ -\frac{\partial M_M}{\partial \delta} & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega} & -\left(\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M}\right) & \end{vmatrix}, \quad (4-3)$$

где

$$\frac{\partial M_1}{\partial \omega} = \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2}; \quad \frac{\partial M_2}{\partial \omega} = \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2}; \quad \frac{\partial M_M}{\partial \omega} = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2}.$$

При вычислении определителя избыточных моментов опять нет необходимости учитывать различие скоростей вращения отдельных генераторов.

Наконец, принимая во внимание (2-4), определитель (4-3) нетрудно привести к виду

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} & \frac{\partial M_1}{\partial s} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} & \frac{\partial M_2}{\partial s} \\ \frac{\partial M_M}{\partial \delta} & \frac{\partial M_M}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega} & \frac{\partial M_M}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix}, \quad (4-4)$$

где  $\frac{\partial M_1}{\partial s} = \frac{\partial M_1}{\partial s_1} + \frac{\partial M_1}{\partial s_2}$  и т. д.

В (4-4) производные по частоте вычисляются при постоянном скольжении, тогда как в (4-3) они вычисляются при постоянстве частоты вращения двигателя.

*Методы вычисления частных производных, входящих в определитель избыточных моментов.* Частные производные моментов по углу и скольжению в относительных единицах равны соответствующим производным мощностей. Поскольку зависимость мощностей от угла и скольжения при сколько-нибудь усложненном характере связей между машинами может быть весьма громоздкой, для вычисления производных по углу и скольжению можно указать следующий метод.

Дифференцируя равенства

$$P_{1н} + P_{2н} = P_{н};$$

$$Q_{1н} + Q_{2н} = Q_{н},$$

(рис. 4-1) при  $\omega = \text{const}$  и  $s = \text{const}$  имеем:

$$\frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} dU + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} dU = \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U} dU;$$

$$\frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} dU + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} dU = \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U} dU,$$

или, полагая  $d\delta = d\delta_1 - d\delta_2$ ,

$$\left. \begin{aligned} & \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{d\delta} + \\ & + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{d\delta} = \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2}; \\ & \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{d\delta} + \\ & + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{d\delta} = \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2}. \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

Рис. 4-1

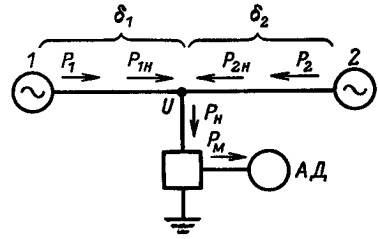


Рис. 4-1. Принципиальная схема системы.

Производные  $\frac{\partial P_{1н}}{\partial \delta_1}$ ,  $\frac{\partial P_{1н}}{\partial U}$ ,  $\frac{\partial Q_{1н}}{\partial \delta_1}$ ,  $\frac{\partial Q_{1н}}{\partial U}$  и т. д. легко определяются из зависимостей  $P_{1н}$ ,  $Q_{1н}$  и т. д. от соответствующих углов и напряжений<sup>1</sup>.

Если связи между станциями и нагрузкой представляют собой чисто индуктивные сопротивления, то для станции 1 имеем:

$$\left. \begin{aligned} P_{1н} &= \frac{E_1 U}{x_1} \sin \delta_1; \\ Q_{1н} &= \frac{E_1 U}{x_1} \cos \delta_1 - \frac{U^2}{x_1}, \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

откуда

$$\frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} = Q_{1н} + \frac{U^2}{x_1}; \quad \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} = \frac{P_{1н}}{U}; \quad \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} = -P_{1н}; \quad \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} = \frac{Q_{1н}}{U} - \frac{U}{x_1}.$$

Нетрудно получить аналогичные выражения и при более сложном характере связей. Производные  $\partial P_{н}^*/\partial U$  и  $\partial Q_{н}^*/\partial U$  равны соответственно  $2P_{н}/U$  и  $2Q_{н}/U$ . Уравнения (4-5) дают

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta_1}{d\delta} &= \frac{\frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} B_Q - \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} B_P}{A_P B_Q - B_P A_Q}; \\ \frac{d\delta_2}{d\delta} &= - \frac{- \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} B_Q + \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} B_P}{A_P B_Q - B_P A_Q}; \\ \frac{dU}{d\delta} &= \frac{\frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} A_P - \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} A_Q}{A_P B_Q - B_P A_Q}, \end{aligned} \right\} \quad (4-7)$$

<sup>1</sup> Обозначение частных производных с индексом \* введено для того, чтобы отметить разницу между этими производными и частными производными, фигурирующими в определителе избыточных моментов.

где

$$A_P = \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2}; \quad A_Q = \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2};$$

$$B_P = \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U}; \quad B_Q = \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U}.$$

Зависимости (4-7) позволяют найти частные производные мощностей машин по относительному углу

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} &= \frac{\partial P_1}{\partial \delta} = \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \frac{d\delta_1}{d\delta} + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \frac{dU}{d\delta}; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} &= \frac{\partial P_2}{\partial \delta} = \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_2} \frac{d\delta_2}{d\delta} + \frac{\partial P_2^*}{\partial U} \frac{dU}{d\delta}; \\ \frac{\partial M_M}{\partial \delta} &= \frac{\partial M}{\partial \delta} = \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \frac{dU}{d\delta}, \end{aligned} \right\} \quad (4-8)$$

где  $\frac{\partial P_M^*}{\partial U} = \frac{2P_M}{U}$ ; производные  $\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta}$ ,  $\frac{\partial P_1^*}{\partial U}$  и т. д. вычисляются по формулам, подобным (4-6).

Аналогично определяются и частные производные по скольжению. При  $\omega = \text{const}$  и  $\delta = \text{const}$  (что дает  $d\delta_1 = d\delta_2$ ) уравнения (4-5) имеют вид:

$$\left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{ds} + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{ds} = \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s};$$

$$\left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{ds} + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{ds} = \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s}.$$

Производные моментов по скольжению равны:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial s} &= \frac{\partial P_1}{\partial s} = \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \frac{d\delta_1}{ds} + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \frac{dU}{ds}; \\ \frac{\partial M_2}{\partial s} &= \frac{\partial P_2}{\partial s} = \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_2} \frac{d\delta_2}{ds} + \frac{\partial P_2^*}{\partial U} \frac{dU}{ds}; \\ \frac{\partial M_M}{\partial s} &= \frac{\partial P_M}{\partial s} = \frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \frac{dU}{ds}. \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

Здесь  $\frac{\partial P_M^*}{\partial s}$  представляет собой частную производную при  $U = \text{const}$ , задаваемую (так же как и производные  $\frac{\partial P_{н}^*}{\partial s}$  и  $\frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s}$ ) соответствующими характеристиками нагрузки.

Определение частных производных по частоте несколько сложнее. Частные производные моментов равны:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - P_1; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_2}{\partial \omega} - P_2; \\ \frac{\partial M_M}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_M}{\partial \omega} - P_M, \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \frac{d\delta_1}{d\omega} + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \frac{dU}{d\omega}, \\ \frac{\partial P_2}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_2} \frac{d\delta_2}{d\omega} + \frac{\partial P_2^*}{\partial U} \frac{dU}{d\omega}; \\ \frac{\partial P_M}{\partial \omega} &= \frac{\partial P_M^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \frac{dU}{d\omega}. \end{aligned}$$

Производные  $\frac{d\delta_1}{d\omega} = \frac{d\delta_2}{d\omega}$  и  $\frac{dU}{d\omega}$  определяются из уравнений

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{d\omega} + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_n^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{d\omega} &= \\ = \frac{\partial P_n^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \omega}; \\ \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \right) \frac{d\delta_1}{d\omega} + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_n^*}{\partial U} \right) \frac{dU}{d\omega} &= \\ = \frac{\partial Q_n^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

При вычислении производных  $\frac{\partial P_1^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \omega}$  и т. д. должны быть учтены изменение индуктивных сопротивлений и э. д. с. с частотой. Значение индуктивных сопротивлений, очевидно, может быть принято пропорциональным частоте  $x = x_0\omega$ . Что же касается э. д. с. генераторов, то при постоянном токе возбуждения они также пропорциональны частоте. Однако в большинстве случаев ток возбуждения возрастает с частотой и при достаточно малых изменениях частоты для э. д. с. должна быть принята зависимость

$$E = E_0\omega^n,$$

где  $n$  может быть больше единицы.

Если связи представляются только индуктивными сопротивлениями, то

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_{1н} = \frac{E_0 \omega^n U}{x_0 \omega} \sin \delta_1 = \frac{E_0 U}{x_0} \omega^{n-1} \sin \delta_1; \\ Q_{1н} &= \frac{E_0 U}{x_0} \omega^{n-1} \cos \delta_1 - \frac{U^2}{x_0 \omega}, \end{aligned} \right\} \quad (4-12)$$

откуда

$$\frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} = \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega} = (n-1) P_{1н};$$

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial \omega} = (n-1) Q_{1н} + n \frac{U^2}{x_0}.$$

Для отдельных схем возбуждения генераторов показатель  $n$  определяется следующим образом.

Если возбудитель с независимым возбуждением находится на одном валу с генератором, то напряжение возбудителя пропорционально частоте  $u_f = u_{f0} \omega$ . При малом изменении частоты э. д. с. генератора

$$E_r = \left( E_{r0} + \frac{dE_r}{du_f} u_{f0} \Delta \omega \right) (\omega_0 + \Delta \omega),$$

где  $\frac{dE_r}{du_f}$  — тангенс угла наклона характеристики х. х. генератора  $E_r = f(u_f)$  в рабочей точке при постоянной частоте.

Пренебрегая членом  $\Delta \omega^2$ , можно получить при  $\omega = 1$

$$\Delta E_r = E_r - E_{r0} = \left( E_{r0} + \frac{dE_r}{du_f} u_{f0} \right) \Delta \omega,$$

откуда

$$\frac{\Delta E_r}{\Delta \omega} = E_{r0} (1 + k_r), \quad (4-13)$$

где

$$k = \frac{d(E_r/E_{r0})}{d(u_f/u_{f0})}.$$

Выражение (4-13) можно рассматривать как коэффициент при первом члене разложения функции  $E_r = E_{r0} \omega^{(1+k_r)}$ . Таким образом, показатель  $n$  для этой схемы равен  $1 + k_r$ , где  $k_r < 1$ .

Если в той же схеме возбудитель работает с самовозбуждением, то для э. д. с. возбудителя справедливо равенство

$$e_f = \left( e_{f0} + \frac{de_f}{du_{ff}} \Delta u_{ff} \right) (\omega_0 + \Delta \omega).$$



С другой стороны, напряжение на обмотке возбуждения возбудителя  $u_{ff}$  пропорционально э. д. с. возбудителя  $e_f$ :

$$\frac{e_f}{e_{f0}} = \frac{u_{ff}}{u_{ff0}} = \frac{u_{ff0} + \Delta u_{ff}}{u_{ff0}}$$

Из этих уравнений, пренебрегая членом второго порядка малости, имеем при  $\omega = 1$

$$\frac{\Delta u_{ff}}{\Delta \omega} = \frac{u_{ff0}}{1 - k_b},$$

где

$$k_b = \frac{d(e_f/e_{f0})}{d(u_{ff}/u_{ff0})}.$$

Напряжение на обмотке возбуждения возбудителя пропорционально также и напряжению возбудителя  $u_f$ , поэтому

$$\Delta u_f = \frac{u_{f0}}{1 - k_b} \Delta \omega.$$

Подставляя найденное значение  $\Delta u_f$  в выражение для э. д. с. генератора

$$E_r = E_{r0} + \Delta E_r = \left( E_{r0} + \frac{dE_r}{du_f} \Delta u_f \right) (\omega_0 + \Delta \omega),$$

находим:

$$\frac{\Delta E_r}{\Delta \omega} = E_{r0} \left( 1 + \frac{k_r}{1 - k_b} \right),$$

это приводит к зависимости

$$E_r = E_{r0} \omega \left( 1 + \frac{k_r}{1 - k_b} \right),$$

и, следовательно,

$$n = 1 + \frac{k_r}{1 - k_b}.$$

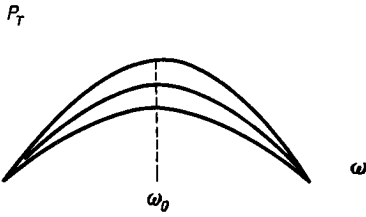
Таким же образом можно показать, что если возбудитель получает питание от подвозбудителя, работающего с самовозбуждением, то показатель  $n$  определяется следующим образом:

$$n = 1 + k_r \left( 1 + \frac{k_b}{1 - k_{пв}} \right),$$

$$\text{где } k_{пв} = d \left( \frac{e_{пв}}{e_{пв0}} \right) / d \left( \frac{u_{впв}}{u_{впв0}} \right).$$

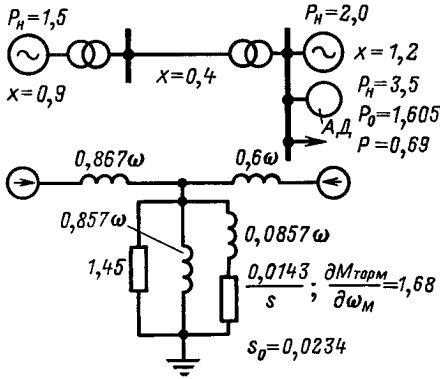
Производные моментов турбин по скорости в (4-3) должны быть найдены при постоянном открытии регулирующих клапанов или направляющего

Рис. 4-2



аппарата. Учитывать характеристики регуляторов частоты вращения здесь безусловно не следует, так как изменения частоты вращения предполагаются чрезвычайно малыми, тогда как регуляторы обладают определенной конечной зоной нечувствительности. Зависимость мощности турбин от частоты вращения при постоянном открытии изображена на рис. 4-2 для различных открытий.

Рис. 4-3



Характерным является то обстоятельство, что при частотах, близких к нормальной  $\omega_0$ , характеристика мощности почти горизонтальна и, следовательно, производная мощности по  $\omega$  близка к нулю. Производная момента при этом

$$\frac{\partial M_T}{\partial \omega} = -P$$

и разность, принимая во внимание (4-10),

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_T}{\partial \omega} = \frac{\partial P}{\partial \omega}$$

Влияние изменения частоты на условия устойчивости. На рис. 4-3 показаны кривые, характеризующие изменение определителя избыточных моментов в зависимости от передаваемой мощности при разной зависимости э.д.с. об угловой частоты для схемы, в которой нагрузка представлена в виде асинхронного двигателя (70% общей мощности) и постоянной активной проводимости (30% мощности). Увеличение передаваемой мощности  $P_1$  в установившемся режиме сопровождалось таким изменением э.д.с. станции 2, при котором напряжение на нагрузке оставалось неизменным. Электродвижущая сила станции 1 в установившемся режиме принималась постоянной.

Кривая, соответствующая  $E_0 = \text{const}$ , на рис. 4-3 дает зависимость определителя (4-3) от  $P_1$  без учета изменений частоты.

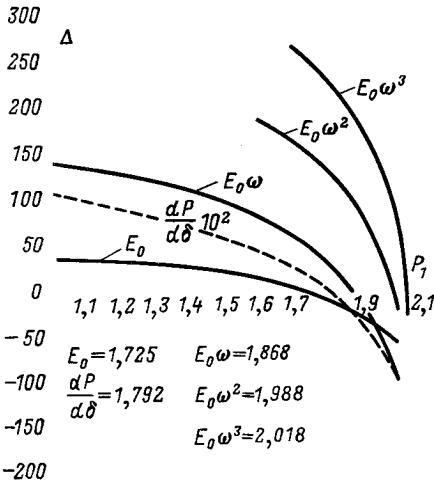


Рис. 4-2. Статические характеристики турбин.

Рис. 4-3. Зависимости определителя избыточных моментов от передаваемой мощности.

При этом предел передаваемой мощности получается равным 1,725. Кривые  $E_0\omega$ ,  $E_0\omega^2$  и  $E_0\omega^3$  дают значение определителя (4-3) с учетом изменений моментов турбин, индуктивных сопротивлений схемы замещения и э. д. с. генераторов с частотой, причем для последних приняты величины показателя  $n = 1, 2$  и  $3$ . Соответствующие пределы мощности равны 1,868; 1,988 и 2,018. Критерий

$$\frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta} > 0$$

в рассматриваемых условиях определяет предел устойчивости при отсутствии моментов, зависящих от скорости, и учете нагрузки по статическим характеристикам, равным 1,865.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о весьма существенном влиянии изменений частоты. Предел мощности при учете этого влияния возрастает тем в большей степени, чем выше показатель  $n$ . Так, при  $n = 2$  предел мощности увеличивается почти на 15%, а при  $n = 3$  почти вплотную приближается к идеальному внутреннему пределу передающей станции.

Таким образом, с точки зрения оценки статической устойчивости существенное значение приобретает схема возбуждения генератора, обуславливающая величину показателя  $n$ . Выбирая схему и ее параметры таким образом, чтобы получить большое  $n$ , можно заметно повлиять на устойчивость, если только этому не положит предел самораскачивание, возникновение которого при значительном расширении области, устойчивой с точки зрения определителя избыточных моментов, становится весьма вероятным.

оценка методов  
анализа устойчивости  
по практическим критериям

На значение изменений частоты впервые обратили внимание И. С. Брук и И. М. Маркович, в связи с чем небезынтересно сопоставить с определителем избыточных моментов критерий, выдвигаемый этими авторами. Они предлагают судить об устойчивости по знаку производных  $dP/dU$  или  $dQ/dU$ , которые в устойчивой области должны быть отрицательными.

Величины  $dP$  и  $dQ$  представляют собой активную и реактивную мощность, потребляемую бесконечно малой проводимостью, подключаемой в какой-либо точке системы. Если производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  отрицательны, то напряжение в этой точке при подключении проводимости падает.

Смысл дальнейших математических выкладок авторов сводится к следующему. При отключении активной проводимости генераторы системы сбрасывают мощность и начинают ускоряться. При этом в связи с увеличением частоты напряжение начинает возрастать и, следовательно, система возвращается к исходному состоянию (так как при подключении проводимости напряжение упало), т. е. она устойчива.

Однако эти рассуждения вряд ли справедливы, так как при отключении пробной активной проводимости мощность генераторов не обязательно уменьшается, а может и возрасти, поскольку скачок напряжения в момент отключения проводимости может обусловить увеличение мощности нагрузок системы, большее по величине, нежели мощность, потерянная в отключаемой проводимости. Помимо того, повышение частоты при отключении проводимости отнюдь недостаточно для увеличения напряжения, так как это напряжение зависит не только от частоты и э. д. с., но и от угла сдвига последних. Так, например, при наличии в системе двух электростанций ускорение генераторов при отключении проводимости, вообще говоря, неодинаково, что может привести к увеличению угла. Возрастание угла, как известно, влечет за собой уменьшение напряжения, которое может действительно уменьшиться, несмотря на повышение частоты. Примерно то же самое можно сказать и относительно производной  $dQ/dU$ .

На рис. 5-1 и 5-2 показана зависимость значения производной  $dQ/dU$ , взятой с обратным знаком от угла  $\delta$  при квадратичной и кубической зависимости э.д.с. от частоты вращения. И в том и в другом случае величина  $-dQ/dU$  оказывается положительной (т.е.  $dQ/dU$  отрицательна) не только в действительно устойчивой области, при углах, меньших соответственно  $77$  и  $85^\circ$ , но и в области заведомо неустойчивой, при углах, больших  $90^\circ$ .

Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае производная  $dQ/dU$  вновь становится отрицательной в неустойчивой области в тот момент, когда частная производная  $\partial P^*/\partial \delta$  проходит через нуль. В связи с этим авторы позднее сочли необходимым предпослать вычислению производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  проверку устойчивости станций относительно ближайшего узла (в данном случае проверку знака производной  $dP^*/d\delta_1$ ).

Не говоря уже о том, что для сложных схем с несколькими станциями и нагрузками остается неясным, действительно ли совпадает новая переменная знаков производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  с потерей устойчивости какой-либо станции относительно ближайшего к ней узла, следует отметить, что необходимость такой предварительной проверки лишней раз свидетельствует о недостаточности для суждения об устойчивости системы знака производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ .

Ниже мы укажем простейший случай, в котором отрицательный знак производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  не только не достаточен, но и не необходим для устойчивости.

Рис. 5-1. Значения производной  $\left(-\frac{dQ}{dU}\right)$  при квадратичной зависимости э.д.с. от  $\omega$ .

Рис. 5-2. Значения производной  $\left(-\frac{dQ}{dU}\right)$  при кубической зависимости э.д.с. от  $\omega$ .

Рис. 5-1

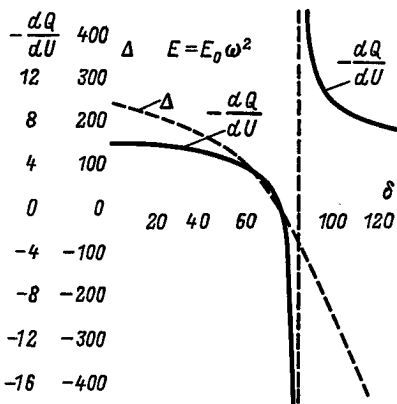
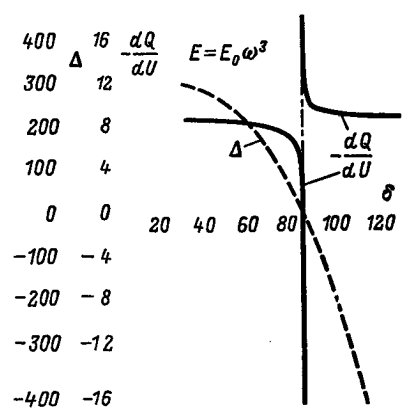


Рис. 5-2



Тем не менее метод И. С. Брука и Б. М. Марковича, предусматривающий применение критериев, относящихся к числу так называемых практических критериев, в большинстве случаев, по-видимому, должен дать правильные результаты в пределах принятых авторами предпосылок. Так, приведенные на рис. 5-1 и 5-2 зависимости показывают, что производная  $dQ/dU$  действительно меняет знак при переходе в неустойчивую область вместе с определителем избыточных моментов  $\Delta$ . Разница в результатах, получаемых двумя сопоставляемыми методами, получается лишь позднее при дальнейшем увеличении угла.

Между определителем избыточных моментов и производными  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  существует определенная связь, которую можно установить следующим образом.

При нарушении режима работы системы (две электростанции и нагрузка) в результате изменения открытия клапанов турбин возникают изменения частоты, скольжения, углов и напряжения. При этом справедливы следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial M_1^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial M_1^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \Delta M_{11}; \\ \frac{\partial M_2^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial M_2^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial M_2^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \Delta M_{12}; \\ \frac{\partial M_M^*}{\partial U} \Delta U + \left( \frac{\partial M_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial \omega_M} \right) \Delta s + \left( \frac{\partial M_M^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial \omega_M} \right) \Delta \omega &= 0; \\ \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \\ &= \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial P_{н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega; \\ \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \\ &= \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial \omega} \Delta \omega. \end{aligned} \right\} (5-1)$$

Определяя из третьего из этих уравнений  $\Delta s$  и подставляя в два последних, можно получить:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \Delta P_{11}; \\ \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_2^*}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} \Delta \omega &= \Delta P_{12}; \\ \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial U} \right) \Delta U + \\ + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial \omega} \right) \Delta \omega &= 0; \end{aligned} \right\} (5-2)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial U} \right) \Delta U + \\ & + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = 0, \end{aligned} \right\}$$

$$\text{где } \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} = \frac{\partial M_1^*}{\partial \delta_1}; \quad \frac{\partial P_1^*}{\partial U} = \frac{\partial M_1^*}{\partial U}; \quad \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} \Delta \omega - \Delta P_{\tau 1} = \frac{\partial M_1^*}{\partial \omega} \Delta \omega - \Delta M_{\tau 1} \text{ и т. д.}$$

Выражения

$$\frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial \omega} = \frac{\partial P_{н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}}{\frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial U} = \frac{\partial P_{н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial P_{\text{м}}^*}{\partial U}}{\frac{\partial P_{\text{м}}^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial \omega} = \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}}{\frac{\partial M_{\text{торм}}^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial U} = \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial P_{\text{м}}^*}{\partial U}}{\frac{\partial P_{\text{м}}^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}}$$

представляют собой не что иное, как производные активной и реактивной мощности нагрузки по напряжению и частоте, определяемые по статическим характеристикам, учитывающим изменение скольжения двигателей.

Приращения  $\Delta P_{\tau 1}$  и  $\Delta P_{\tau 2}$  представляют собой изменение мощности турбин в связи с изменением открытия, с одной стороны, и с изменением скорости — с другой, причем

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\tau 1} &= \Delta P_{\tau 1 0} + \frac{\partial P_{\tau 1}}{\partial \omega} \Delta \omega; \\ \Delta P_{\tau 2} &= \Delta P_{\tau 2 0} + \frac{\partial P_{\tau 2}}{\partial \omega} \Delta \omega. \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

Если нарушение режима обуславливается подключением малой активной или индуктивной проводимости при постоянном открытии клапанов турбин, то

$$\Delta P_{\tau 1} = \frac{\partial P_{\tau 1}}{\partial \omega} \Delta \omega; \quad \Delta P_{\tau 2} = \frac{\partial P_{\tau 2}}{\partial \omega} \Delta \omega.$$

В этом случае в правой части третьего и четвертого из уравнений (5-2) вместо нулей появляются члены  $\Delta P$  или  $\Delta Q$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \Delta U + \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{\tau 1}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega &= 0; \\ \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_2^*}{\partial U} \Delta U + \left( \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{\tau 2}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega &= 0; \\ \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial U} \right) \Delta U + \\ + \left( \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial \omega} \right) \Delta \omega &= (\Delta P); \\ \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial U} \right) \Delta U + \\ + \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial \omega} \right) \Delta \omega &= (\Delta Q). \end{aligned} \right\} \quad (5-4)$$

Эта система уравнений и предложена И. С. Бруком и И. М. Марковичем для вычисления производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ , равных соответственно

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP}{dU} &= \frac{\Delta P}{\Delta U} = \frac{\Delta_c}{\Delta_{PU}}; \\ \frac{dQ}{dU} &= \frac{\Delta Q}{\Delta U} = \frac{\Delta_c}{\Delta_{QU}}, \end{aligned} \right\} \quad (5-5)$$

где  $\Delta_c$  — определитель системы (5-4);  $\Delta_{PU}$  и  $\Delta_{QU}$  — миноры, полученные при вычеркивании третьего столбца и третьей или четвертой строки определителя системы уравнений (5-4).

С другой стороны, заменой переменных исходная система уравнений (5-1) может быть приведена и к виду, позволяющему вычислить определитель избыточных моментов.

Последние два уравнения этой системы вместе с равенством  $\Delta \delta_1 - \Delta \delta_2 = \Delta \delta$  позволяют выразить переменные  $\Delta \delta_1$ ,  $\Delta \delta_2$  через  $\Delta \delta$ ,  $\Delta s$  и  $\Delta \omega$

$$\begin{aligned} (A_P B_Q - B_P A_Q) \Delta \delta_1 &= \left( \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial \delta_2} B_Q - \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial \delta_2} B_P \right) \Delta \delta + \\ + \left( \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s} B_Q - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s} B_P \right) \Delta s + (C_P B_Q - B_P C_Q) \Delta \omega; \\ (A_P B_Q - B_P A_Q) \Delta \delta_2 &= \left( \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial \delta_1} B_P - \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial \delta_1} B_Q \right) \Delta \delta + \\ + \left( \frac{\partial P_{н}^*}{\partial s} B_Q - \frac{\partial Q_{н}^*}{\partial s} B_P \right) \Delta s + (C_P B_Q - B_P C_Q) \Delta \omega, \end{aligned}$$



где  $A_P, A_Q, B_P, B_Q$  — те же, что и в формулах (4-7);  $C_P = \frac{\partial P_n^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{1n}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{2n}^*}{\partial \omega}$ ;  $C_Q = \frac{\partial Q_n^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{1n}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{2n}^*}{\partial \omega}$ .

Подставляя полученные выражения в первые три из уравнений (5-1) и принимая во внимание, что согласно (4-8)–(4-10)

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} = \frac{\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_1} \left( \frac{\partial P_{2n}^*}{\partial \delta_2} B_Q - \frac{\partial Q_{2n}^*}{\partial \delta_2} B_P \right) + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \left( \frac{\partial Q_{2n}^*}{\partial \delta_2} A_P - \frac{\partial P_{2n}^*}{\partial \delta_2} A_Q \right)}{A_P B_Q - B_P A_Q};$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial s} = \frac{\frac{\partial P_1^*}{\partial s} \left( \frac{\partial P_n^*}{\partial s} B_Q - \frac{\partial Q_n^*}{\partial s} B_P \right) + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} \left( \frac{\partial Q_n^*}{\partial s} A_P - \frac{\partial P_n^*}{\partial s} A_Q \right)}{A_P B_Q - B_P A_Q};$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \omega} = \frac{\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta} (C_P B_Q - B_P C_Q) + \frac{\partial P_1^*}{\partial U} (C_Q A_P - C_P A_Q)}{A_P B_Q - B_P A_Q} + \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega}$$

и т. д. систему (5-1) можно привести к виду

$$\frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial M_1}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial M_1}{\partial s} \Delta s = \Delta M_{T1};$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial M_2}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial M_2}{\partial s} \Delta s = \Delta M_{T2};$$

$$\frac{\partial M_m}{\partial \delta} \Delta \delta + \left( \frac{\partial M_m}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_m} \right) \Delta \omega + \left( \frac{\partial M_m}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_m} \right) \Delta s = 0,$$

что при

$$\Delta M_{T1} = \Delta M_{T10} + \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} \Delta \omega \text{ и } \Delta M_{T2} = \Delta M_{T20} + \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} \Delta \omega$$

дает

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta \delta + \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \frac{\partial M_1}{\partial s} \Delta s &= \Delta M_{T10}; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} \Delta \delta + \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \frac{\partial M_2}{\partial s} \Delta s &= \Delta M_{T20}; \\ \frac{\partial M_m}{\partial \delta} \Delta \delta + \left( \frac{\partial M_m}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_m} \right) \Delta \omega + \left( \frac{\partial M_m}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_m} \right) \Delta s &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5-6)$$

Определитель этой системы тождествен определителю избыточных моментов (4-4), который мы обозначили через  $\Delta$ .

Поскольку (5-4) и (5-6) были получены из одной и той же системы (5-1), определитель системы (5-4) может быть получен как произведение определителя системы (5-6) на модуль преобразования одной системы в другую

$$\Delta_c = k\Delta,$$

где

$$k = \frac{A_P B_Q - B_P A_Q}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}}$$

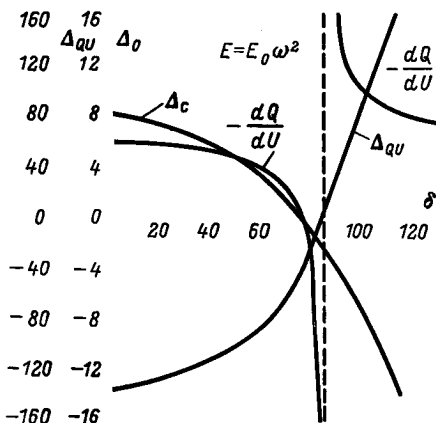
и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP}{dU} &= \frac{\Delta_c}{\Delta_{PU}} = \frac{k\Delta}{\Delta_{PU}}; \\ \frac{dQ}{dU} &= \frac{\Delta_c}{\Delta_{QU}} = \frac{k\Delta}{\Delta_{QU}}. \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

Таким образом, производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  содержат в качестве множителя определитель избыточных моментов  $\Delta$  и вместе с ним проходят через нуль и изменяют знак. Только этим обстоятельством и может быть обоснована возможность использования производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  в практических расчетах устойчивости. Стоящие в знаменателе выражений (5-7) миноры  $\Delta_{PU}$  и  $\Delta_{QU}$ , которые отражают специфические свойства каждой из этих производных, не только не способствуют правильной оценке устойчивости, но даже создают некоторую неуверенность в результатах этой оценки по производным  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ , поскольку знак этих производных зависит от знака миноров. Как вытекает из рис. 5-3, где даны кривые изменения определителя  $\Delta_c$  и минора  $\Delta_{QU}$  (для того же случая, что и на рис. 5-1), минор может изменить свой знак, чем в сущности и объясняется новая перемена знака производной  $dQ/dU$  (одновременно с  $dP^*/d\delta_1$ ), которая при углах, больших  $84,5^\circ$ , вновь становится отрицательной, хотя система в этой области и неустойчива.

Рис. 5-3. Изменение определителя  $\Delta_c$  и минора  $\Delta_{QU}$  при увеличении угла  $\delta$ .

Рис. 5-3



В рассматриваемом случае предел устойчивости, определяемый первой переменной знака производной  $dQ/dU$ , получился все же правильным, однако чтобы обобщить этот результат, следовало бы показать, при каких условиях происходит изменение знака минора и всегда ли знак определителя  $\Delta_c$  изменяется прежде, чем у минора.

По-видимому, в имеющих наибольший практический интерес схемах с преобладающей асинхронной нагрузкой это всегда имеет место (по крайней мере это показали результаты некоторых проведенных нами расчетов). Однако для принципиальной оценки критериев  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  безынтересны следующие результаты исследования устойчивости простейшей системы, состоящей из генераторной станции, питающей через сопротивление  $x$  нагрузку в виде постоянного комплексного сопротивления  $Z_{II} = r_{II} + jx_{II}$ .

Для малых отклонений

$$T_J \frac{d \Delta \omega}{dt} + \left( \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_r}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = 0$$

$$\text{или при } \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_r}{\partial \omega} = \frac{\partial P}{\partial \omega} - \frac{\partial P_r}{\partial \omega} \approx \frac{\partial P}{\partial \omega}; \quad T_J \frac{d \Delta \omega}{dt} + \frac{\partial P}{\partial \omega} \Delta \omega = 0.$$

Здесь самораскачивание, очевидно, вообще исключено и единственным необходимым и достаточным условием для сохранения устойчивости является

неравенство  $\frac{\partial P}{\partial \omega} > 0$ . При  $E = E\omega^n$  и  $x = x\omega$  имеем:

$$P = \frac{E^2 \omega^{2n} r_{II}}{r_{II}^2 + \omega^2 (x + x_{II})^2}$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial P}{\partial \omega} = P \left[ 2n - \frac{2(x + x_{II})^2}{r_{II}^2 + (x + x_{II})^2} \right]. \quad (5-8)$$

Нетрудно убедиться, что эта система всегда устойчива, так как даже при  $n = 1$

$$\frac{\partial P}{\partial \omega} = 2P \frac{r_{II}^2}{r_{II}^2 + (x + x_{II})^2} > 0,$$

причем неравенство справедливо при любых  $r$  и  $x$ . Производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  определяются системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P^*}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial P^*}{\partial U} dU + \frac{\partial P^*}{\partial \omega} d\omega &= 0; \\ \frac{\partial P^*}{\partial \delta} d\delta + \left( \frac{\partial P^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U} \right) dU + \left( \frac{\partial P^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega} \right) d\omega &= (dP); \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \delta} d\delta + \left( \frac{\partial Q^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U} \right) dU + \left( \frac{\partial Q^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega} \right) d\omega &= (dQ), \end{aligned} \right\} \quad (5-9)$$

дающих, как и прежде,

$$\frac{dP}{dU} = \frac{\Delta_c}{\Delta_{PU}} \quad \text{и} \quad \frac{dQ}{dU} = \frac{\Delta_c}{\Delta_{QU}}.$$

При  $n = 1$  справедливо соотношение

$$\frac{dQ}{dU} = \frac{\Delta_{PU}}{\Delta_{QU}} = \frac{\frac{\partial Q^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega}}{\frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega}}, \quad (5-10)$$

где

$$\frac{\partial Q^*}{\partial U} = \frac{U^2}{x}; \quad \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U} = Q_{II} \left( 1 - \frac{2x_{II}^2}{r_{II}^2 + x_{II}^2} \right); \quad \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega} = -P_{II} \frac{2x_{II}^2}{r_{II}^2 + x_{II}^2}.$$

Пользуясь этим выражением, можно показать, что  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  для одного и того же режима могут иметь разные знаки. Так, например, при  $x = x_n = r_n = 1$  и  $U = 1$  имеем  $dP/dU = -0,333 < 0$ ,  $dQ/dU = 0,667 > 0$ , т. е. система по одному признаку устойчива, тогда как по другому – неустойчива.

При  $x = 2$ ,  $x_n = 0,2$ ,  $r_n = 0,4$  и  $U = 1$  система по обоим признакам должна была быть признана неустойчивой, так как  $dP/dU = 5,33 > 0$  и  $dQ/dU = 0,667 > 0$ , тогда как в действительности, как указано выше, рассматриваемая схема всегда устойчива (здесь  $\partial P/\partial \omega = 0,128$ , т. е. больше нуля).

Полученные здесь неправильные результаты по признаку  $dP/dU$  по-видимому, связаны с тем обстоятельством, что при отключении пробной активной проводимости система не ускоряется, а тормозится, так как мощность генераторов при этом возрастает.

Таким образом, можно констатировать, что знак производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  не имеет того общего принципиального смысла с точки зрения устойчивости, который ему приписывают авторы, даже при отсутствии самораскачивания. Можно говорить лишь о практической возможности расчетов устойчивости этим методом при определенных условиях, постольку поскольку производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  содержат в качестве сомножителя определитель избыточных моментов. Однако с этой точки зрения более правильным представляется путь, связанный с непосредственным вычислением определителя избыточных моментов.

Те же соображения относятся и к методу, основанному на определении синхронизирующей мощности одного генератора при распределении (практически постоянстве) мощности между другими по статическим характеристикам турбин. Определяемая таким образом синхронизирующая мощность при учете изменения индуктивных сопротивлений и э. д. с. с частотой, так же как и производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ , может быть выражена через определитель избыточных моментов

$$dP_1/d\delta_1 = k\Delta/\Delta_{P_1\delta_1}, \quad (5-11)$$

где  $\Delta$  – определитель избыточных моментов;  $\Delta_{P_1\delta_1}$  – минор, получаемый от вычеркивания первой строки и первого столбца в определителе системы уравнений (5-4).

Соотношение (5-11) представляет интерес также с той точки зрения, что оно позволяет судить о возможных переменах знака определителя избыточных моментов. Поскольку определитель  $\Delta$  и минор  $\Delta_{P_1\delta_1}$  не содержат общих множителей, каждая перемена знака влечет за собой изменение знака и  $dP_1/d\delta_1$ . Вообще можно утверждать, что для определителя избыточных моментов перемена знака будет иметь место реже, нежели для синхронизирующей мощности  $dP_1/d\delta_1$  или для производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ .

## определитель избыточных моментов сложной системы и его вычисление

### 6-1. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ИЗБЫТОЧНЫХ МОМЕНТОВ

[Определитель избыточных моментов содержит все коэффициенты линейных дифференциальных и алгебраических уравнений (2-6), описывающих малые свободные колебания системы. Среди них имеются уравнения асинхронных двигателей нагрузки. Поэтому при формировании определителя избыточных моментов существенное значение имеют методы получения частных производных, входящих в уравнения малых колебаний как генераторов, так и нагрузки. Ниже такая задача решается путем включения фиктивных электрических станций. Этот метод позволяет при вычислении элементов определителя избыточных моментов принять во внимание статические характеристики нагрузки, причем также и в тех случаях, когда система уравнений малых колебаний составляется с учетом АРВ синхронных машин.]

Выражение определителя избыточных моментов при любом числе генераторов и двигателей может быть получено из определителя (2-7), если положить в нем  $p$  равным нулю<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Использование петита при наборе формул авторского текста здесь и ниже вызвано также как и при записи определителя системы в гл. 2 техническими причинами. (Прим. ред.)

$\Delta =$ 

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right) & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_3} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} & \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_3} \\ \frac{\partial M_3}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_3}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial M_3}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_3}{\partial \omega_2} & \left( \frac{\partial M_3}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{T3}}{\partial \omega_3} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_1} & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_2} & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_3} \\ -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_1} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_2} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_3} \\ -\frac{\partial M_{M3}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M3}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_1} & -\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_2} & -\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Прибавляя элементы столбца, содержащего производные по скоростям второго, третьего и т. д. генераторов к элементам столбца производных по скорости первого генератора и упрощая определитель, нетрудно получить:

 $\Delta =$ 

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} \right) & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M1}} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M2}} & \dots \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} \right) & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M1}} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M2}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega} & -\left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M1}} - \frac{\partial M_{ТОРМ1}}{\partial \omega_{M1}} \right) & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M2}} & \dots \\ -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M1}} & -\left( \frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M2}} - \frac{\partial M_{ТОРМ2}}{\partial \omega_{M2}} \right) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

(6-2)

где производные  $\frac{\partial M_1}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega}$  и т. д. вычисляются при одновременном изменении частоты всех генераторов системы и при постоянной угловой скорости двигателей.

0	...	0	0	0	...
0	...	0	0	0	...
1	...	0	0	0	...
.....					
$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_1}{\partial \omega_{M3}}$	...
$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_2}{\partial \omega_{M3}}$	...
$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_4}$	...	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M1}}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M2}}$	$\frac{\partial M_3}{\partial \omega_{M3}}$	...
.....					
$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_4}$	...	$-\left(\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M1}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ1}}}{\partial \omega_{M1}}\right)$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M2}}$	$-\frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega_{M3}}$	...
$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_4}$	...	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M1}}$	$-\left(\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M2}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ2}}}{\partial \omega_{M2}}\right)$	$-\frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega_{M3}}$	...
$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_4}$	...	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M1}}$	$-\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M2}}$	$-\left(\frac{\partial M_{M3}}{\partial \omega_{M3}} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ3}}}{\partial \omega_{M3}}\right)$	...
.....					

(6-1)

Если же производные по  $\omega$  для генераторов вычислять не при постоянстве скорости, а при постоянстве скольжения двигателей, то согласно (2-4)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega} + \sum_1^q \frac{\partial M_1}{\partial s_r} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} \right) & -\frac{\partial M_1}{\partial s_1} & -\frac{\partial M_1}{\partial s_2} & \dots \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega} + \sum_1^q \frac{\partial M_2}{\partial s_r} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} \right) & -\frac{\partial M_2}{\partial s_1} & -\frac{\partial M_2}{\partial s_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega} + \sum_1^q \frac{\partial M_{M1}}{\partial s_r} \right) & \left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{M1}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ1}}}{\partial \omega_{M1}} \right) & & \\ -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{12}} & -\frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{13}} & \dots & -\left( \frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega} + \sum_1^q \frac{\partial M_{M2}}{\partial s_r} \right) & \frac{\partial M_{M2}}{\partial s_1} & \left( \frac{\partial M_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ2}}}{\partial \omega_{M2}} \right) & \dots \end{vmatrix}$$

откуда после некоторых преобразований приходим к окончательному виду определителя

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega} \right) & \frac{\partial M_1}{\partial s_1} & \frac{\partial M_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega} \right) & \frac{\partial M_2}{\partial s_1} & \frac{\partial M_2}{\partial s_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_{M1}}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{TOPM1}}{\partial \omega} \right) & \left( \frac{\partial M_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{TOPM1}}{\partial \omega_{M1}} \right) & \frac{\partial M_{M1}}{\partial s_2} \\ \frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_{M2}}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial M_{M2}}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{TOPM2}}{\partial \omega} \right) & \frac{\partial M_{M2}}{\partial s_1} & \left( \frac{\partial M_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{TOPM2}}{\partial \omega_{M2}} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (6-3)$$

## 6-2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ИЗБЫТОЧНЫХ МОМЕНТОВ

Элементы определителя (6-3) системы с  $p$  синхронными генераторами и  $q$  нагрузками могут быть получены следующим образом.

Вводя в точках присоединения нагрузок фиктивные э. д. с., совпадающие с напряжениями в этих точках (рис. 6-1), можно получить следующие выражения для мощности действительных и фиктивных генераторов, отдаваемой в сеть:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + \sum_{s=2}^p E_1 E_s y_{1s} \sin (\delta_{1s} - \alpha_{1s}) + \sum_{r=1}^q E_1 U_r y_{1r} \sin (\delta_{1r} - \alpha_{1r}); \\ Q_1 &= E_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - \sum_{s=2}^p E_1 E_s y_{1s} \cos (\delta_{1s} - \alpha_{1s}) - \sum_{r=1}^q E_1 U_r y_{1r} \cos (\delta_{1r} - \alpha_{1r}), \\ &\dots \\ P_{I\text{H}} + P_1 &= P_{I\text{H}} + U_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + \sum_{s=1}^p U_1 E_s y_{1s} \sin (\delta_{1s} - \alpha_{1s}) + \\ &+ \sum_{r=1}^q U_1 U_r y_{1r} \sin (\delta_{1r} - \alpha_{1r}) = 0; \\ Q_{I\text{H}} + Q_1 &= Q_{I\text{H}} + U_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - \sum_{s=1}^p U_1 E_s y_{1s} \cos (\delta_{1s} - \alpha_{1s}) - \\ &- \sum_{r=1}^q U_1 U_r y_{1r} \cos (\delta_{1r} - \alpha_{1r}) = 0, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$



причем для явнополюсных машин без АРВ здесь должны быть э. д. с.  $E_Q$  (за индуктивным сопротивлением  $x_q$ ). Все углы в выражениях (6-4) могут быть выражены через углы первого генератора относительно всех других генераторов  $\delta_{1s}$  и углы фиктивных э. д. с. относительно первого генератора  $\delta_{r1}$ . Например,

$$\begin{aligned} \delta_{23} &= \delta_{13} - \delta_{12}; \\ \delta_{3II} &= -\delta_{13} - \delta_{II1}; \\ \delta_{I11} &= -\delta_{II1} - \delta_{11} \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Рис. 6-1

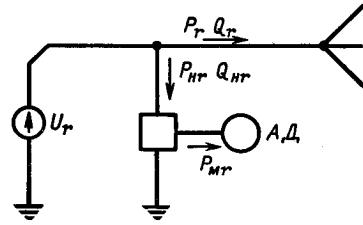


Рис. 6-1- Схема замещения нагрузки.

В установившемся режиме моменты на валу генераторов зависят от углов  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$ , ...,  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{II1}$ , ..., частоты  $\omega$  и фиктивных э. д. с. (напряжений на нагрузках)  $U_I$ ,  $U_{II}$  ...

При отклонении параметров режима от значений установившегося режима на валу машин возникают избыточные моменты<sup>1</sup>,

$$\left. \begin{aligned} dM_1 - dM_{r1} &= \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{r1}}{\partial \omega} \right) d\omega + \frac{\partial P_1^*}{\partial U_I} dU_I + \\ &+ \frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}} dU_{II} + \dots + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II1}} d\delta_{II1} + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III1}} d\delta_{III1} + \dots + \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q1}} dE_{Q1} + \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q2}} dE_{Q2} + \dots; \\ dM_2 - dM_{r2} &= \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{r2}}{\partial \omega} \right) d\omega + \\ &+ \frac{\partial P_2^*}{\partial U_I} dU_I + \frac{\partial P_2^*}{\partial U_{II}} dU_{II} + \dots + \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{I11}} d\delta_{I11} + \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{II11}} d\delta_{II11} + \dots \\ &\dots + \frac{\partial P_2^*}{\partial E_{Q1}} dE_{Q1} + \frac{\partial P_2^*}{\partial E_{Q2}} dE_{Q2} + \dots; \\ &\dots \end{aligned} \right\}$$

где  $\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}} = \frac{\partial M_1^*}{\partial \delta_{12}}$ ;  $\frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{r1}}{\partial \omega} = \frac{\partial M_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{r1}}{\partial \omega}$  и т. д. (6-5)

Электродвижущие силы явнополюсных машин здесь рассматриваются как переменные. Изменение э. д. с. явнополюсных машин с частотой учитывается в производных  $\partial P^*/\partial \omega$ .

<sup>1</sup> Здесь задача решается в предположении, что на генераторах отсутствует АРВ, поэтому неявнополюсные генераторы представляются в схеме замещения индуктивным сопротивлением  $x_d$  и неизменной э. д. с.  $E_q$  за ним, тогда как явнополюсные генераторы характеризуются фиктивной э. д. с.  $E_Q$  за индуктивным сопротивлением  $x_q$ , которая рассматривается в качестве переменной величины. (Прим. ред.)

Моменты на валах эквивалентных асинхронных двигателей нагрузок зависят от напряжений  $U_I, U_{II}, \dots$ , частоты  $\omega$  и скольжений  $s_1, s_2 \dots$  и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} dM_{M1} - dM_{\text{торм}1} &= \left( \frac{\partial M_{M1}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega} \right) d\omega + \\ &+ \left( \frac{\partial P_{M1}^*}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega_{M1}} \right) ds_1 + \frac{\partial P_{M1}^*}{\partial U_I} dU_I; \\ dM_{M2} - dM_{\text{торм}2} &= \left( \frac{\partial M_{M2}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega} \right) d\omega + \\ &+ \left( \frac{\partial P_{M2}^*}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega_{M2}} \right) ds_2 + \frac{\partial P_{M2}^*}{\partial U_{II}} dU_{II}. \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (6-6)$$

В (6-5) и (6-6) независимыми являются лишь  $p + q$  неизвестных, например углы между э. д. с. действительных генераторов  $\delta_{12}, \delta_{13} \dots$  частота  $\omega$  и скольжения  $s_1, s_2 \dots$ . Остальные переменные связаны уравнениями баланса мощностей у нагрузок вида  $dP_I + dP_{II} = 0, dQ_I + dQ_{II} = 0$  и т. д. и уравнениями, дающими зависимость между э. д. с.  $E_q$  и  $E_Q$  явноплюсных машин вида

$$dQ_1 - d \left( \frac{E_{q1} E_{Q1} - E_{Q1}^2}{x_{d1} - x_{q1}} \right) = 0 \text{ и т. д.}$$

Уравнения баланса мощностей могут быть записаны в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{1II}^*}{\partial \omega} \right) d\omega + \frac{\partial P_{1II}^*}{\partial s_1} ds_1 + \\ + \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U_I} + \frac{\partial P_{1II}^*}{\partial U_{II}} \right) dU_I + \frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}} dU_{II} + \dots + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} + \\ + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} + \dots + \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q1}} dE_{Q1} + \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q2}} dE_{Q2} + \dots = 0; \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{1II}^*}{\partial \omega} \right) d\omega + \frac{\partial Q_{1II}^*}{\partial s_1} ds_1 + \\ + \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_I} + \frac{\partial Q_{1II}^*}{\partial U_{II}} \right) dU_I + \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}} dU_{II} + \dots + \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} + \\ + \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} + \dots + \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q1}} dE_{Q1} + \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q2}} dE_{Q2} + \dots = 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (6-7)$$

$$\text{где } \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U} = \frac{2P_{II}}{U} \text{ и } \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U} = \frac{2Q_{II}}{U}.$$

Отметим, что  $\partial P_i^*/\partial\omega$  и  $\partial Q_{ii}^*/\partial\omega$  — производные, которые находятся при  $U = \text{const}$  и  $s = \text{const}$ . Уравнения связи между э. д. с.  $E_q$  и  $E_Q$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial Q_1^*}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial\omega} + Q_1 - \frac{n_1 E_{q1} E_{Q1}}{x_{d1} - x_{q1}} \right) d\omega + \\ & + \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}} dU_{II} + \dots + \frac{\partial Q_1^*}{\partial\delta_{II}} d\delta_{II} + \frac{\partial Q_1^*}{\partial\delta_{III}} d\delta_{III} + \dots \\ & \dots + \left( \frac{Q_{11}}{E_{Q1}} + \frac{E_{Q1}}{x_{d1} - x_{q1}} \right) dE_{Q1} + \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q2}} dE_{Q2} + \dots = 0, \end{aligned} \right\} \quad (6-8)$$

где

$$\frac{n_1 E_{q1} E_{Q1}}{x_{d1} - x_{q1}} - Q_1 = \frac{\partial^*}{\partial\omega} \left( \frac{E_{q1} E_{Q1} - E_{Q1}^2}{x_{d1} - x_{q1}} \right);$$

$$\frac{Q_{11}}{E_{Q1}} + \frac{E_{Q1}}{x_{d1} - x_{q1}} = \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q1}} - \frac{\partial^*}{\partial E_{Q1}} \left( \frac{E_{q1} E_{Q1} - E_{Q1}^2}{x_{d1} - x_{q1}} \right).$$

Решая (6-7) и (6-8) относительно  $dU_I, dU_{II}, \dots, d\delta_{II}, d\delta_{III}, \dots$  и  $dE_{Q1}, dE_{Q2}, \dots$  получаем выражения вида

$$\left. \begin{aligned} dU_I &= \frac{\partial U_I}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial U_I}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial U_I}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial U_I}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial U_I}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \\ dU_{II} &= \frac{\partial U_{II}}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial U_{II}}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial U_{II}}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial U_{II}}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial U_{II}}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \\ & \dots \dots \dots \\ d\delta_{II} &= \frac{\partial\delta_{II}}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial\delta_{II}}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial\delta_{II}}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial\delta_{II}}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial\delta_{II}}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \\ d\delta_{III} &= \frac{\partial\delta_{III}}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial\delta_{III}}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial\delta_{III}}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial\delta_{III}}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial\delta_{III}}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \\ & \dots \dots \dots \\ dE_{Q1} &= \frac{\partial E_{Q1}}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial E_{Q1}}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial E_{Q1}}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial E_{Q1}}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial E_{Q1}}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \\ dE_{Q2} &= \frac{\partial E_{Q2}}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial E_{Q2}}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \frac{\partial E_{Q2}}{\partial\omega} d\omega + \frac{\partial E_{Q2}}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial E_{Q2}}{\partial s_2} ds_2 + \dots, \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (6-9)$$

Подстановка (6-9) в (6-5) и (6-6) дает следующую систему  $p + q$  уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dM_1 - dM_{T1} &= \frac{\partial P_1}{\partial\delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial\delta_{13}} d\delta_{13} + \dots + \left( \frac{\partial P_1}{\partial\omega} - \frac{\partial P_{T1}}{\partial\omega} \right) d\omega + \\ & + \frac{\partial P_1}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial P_1}{\partial s_2} ds_2 + \dots; \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_{Mr}}{\partial s_{(r \neq l)}} &= \frac{\partial P_{Mr}^*}{\partial U_r} \frac{dU_r}{ds_l}, \\ \frac{\partial P_{Mr}}{\partial s_r} + \frac{\partial M_{\text{горм}r}}{\partial \omega_{Mr}} &= \frac{\partial P_{Mr}^*}{\partial s_r} + \frac{\partial M_{\text{горм}r}}{\partial \omega_{Mr}} - \frac{\partial P_{Mr}^*}{\partial U_r} \frac{dU_r}{ds_r}. \end{aligned} \right\}$$

Определитель системы (6-10) и является определителем избыточных моментов.

Частные производные мощности и моментов двигателей в (6-6) и производные активной и реактивной мощности нагрузки в (6-7) должны быть заданы или найдены предварительно. Частные производные действительных и фиктивных генераторов в (6-5), (6-7) и (6-8) вычисляются с помощью (6-4), причем, поскольку вещественные части собственных и взаимных проводимостей, определяемые активными сопротивлениями схемы замещения, невелики (нагрузки в них не входят), при вычислении производных по частоте вещественные части собственных и взаимных проводимостей с большой степенью приближения можно считать постоянными, а мнимые — пропорциональными частоте. При этом также должны быть учтены изменения э. д. с. неявнополюсных машин с частотой. Электродвижущие силы  $E_Q$  явнополюсных машин при вычислении производных по частоте считаются неизменными.

При первых  $m$  машин из  $p$  неявнополюсных и остальных  $(p - m)$  явнополюсных уравнения (6-4) для действительных машин дают

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_k^*}{\partial \delta_{1(k \neq s)}} &= E_k E_s y_{ks} \cos(\delta_{ks} - \alpha_{ks}); \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial \delta_{1k}} &= Q_k - E_k^2 y_{kk} \cos \alpha_{kk}; \\ \text{для неявнополюсных машин} \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial \omega} &= -E_k^2 y_{kk} \sin 2\alpha_{kk} \cos \alpha_{kk} - \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^p E_k E_s y_{ks} \sin(\delta_{ks} - 2\alpha_{ks}) \cos \alpha_{ks} - \\ &- \sum_{r=1}^q E_k U_r y_{kr} \sin(\delta_{kr} - 2\alpha_{kr}) \cos \alpha_{kr} + \\ &+ \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^m E_k E_s y_{ks} \sin(\delta_{ks} - \alpha_{ks}) n_s + (P_k + E_k^2 y_{kk} \sin \alpha_{kk}) n_k; \\ \text{для явнополюсных машин} \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial \omega} &= -E_k^2 y_{kk} \sin 2\alpha_{kk} \cos \alpha_{kk} - \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^p E_k E_s y_{ks} \sin(\delta_{ks} - 2\alpha_{ks}) \cos \alpha_{ks} - \\ &- \sum_{r=1}^q E_k U_r y_{kr} \sin(\delta_{kr} - 2\alpha_{kr}) \cos \alpha_{kr} + \sum_{s=1}^m E_k E_s y_{ks} \sin(\delta_{ks} - \alpha_{ks}) n_s, \end{aligned} \right\} \quad (6-12)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_k^*}{\partial U_r} &= E_k y_{kr} \sin(\delta_{kr} - \alpha_{kr}), \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial \delta_{r1}} &= -E_k U_r y_{kr} \cos(\delta_{kr} - \alpha_{kr}), \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial E_{Q_s(k \neq s)}} &= E_k y_{ks} \sin(\delta_{ks} - \alpha_{ks}); \\ \frac{\partial P_k^*}{\partial E_{Q_k}} &= \frac{P_k}{E_k} + E_k y_{kk} \sin \alpha_{kk}. \end{aligned} \right\}$$

Производные реактивной мощности вычисляются только для явнополюсных машин:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_k^*}{\partial \delta_{1s(s \neq k)}} &= E_k E_s y_{ks} \sin(\delta_{ks} - \alpha_{ks}); \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial \delta_{1k}} &= -P_k + E_k^2 y_{kk} \sin \alpha_{kk}; \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial \omega} &= -E_k^2 y_{kk} \cos 2\alpha_{kk} \cos \alpha_{kk} + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^p E_k E_s y_{ks} \cos(\delta_{ks} - 2\alpha_{ks}) \cos \alpha_{ks} + \\ &+ \sum_{r=1}^q E_k U_r y_{kr} \cos(\delta_{kr} - 2\alpha_{kr}) \cos \alpha_{kr} - \sum_{s=1}^m E_k E_s y_{ks} \cos(\delta_{ks} - \alpha_{ks}) n_s; \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial U_r} &= -E_k y_{kr} \cos(\delta_{kr} - \alpha_{kr}) \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial \delta_{r1}} &= -E_k U_r y_{kr} \sin(\delta_{kr} - \alpha_{kr}); \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial E_{Q_s(k \neq s)}} &= -E_k y_{ks} \cos(\delta_{ks} - \alpha_{ks}); \\ \frac{\partial Q_k^*}{\partial E_{Q_k}} &= \frac{Q_k}{E_k} + E_k y_{kk} \cos \alpha_{kk}. \end{aligned} \right\} \quad (6-13)$$

Для фиктивных машин имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_l^*}{\partial \delta_{1s}} &= U_l E_s y_{ls} \cos(\delta_{ls} - \alpha_{ls}); \\ \frac{\partial P_l^*}{\partial \omega} &= -U_l^2 y_{ll} \sin 2\alpha_{ll} \cos \alpha_{ll} - \sum_{s=1}^p U_l E_s y_{ls} \sin(\delta_{ls} - 2\alpha_{ls}) \cos \alpha_{ls} - \\ &- \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^q U_l U_r y_{lr} \sin(\delta_{lr} - 2\alpha_{lr}) \cos \alpha_{lr} + \sum_{s=1}^m U_l E_s y_{ls} \sin(\delta_{ls} - \alpha_{ls}) n_s; \\ \frac{\partial P_l^*}{\partial U_{r(l \neq r)}} &= U_l y_{lr} \sin(\delta_{lr} - \alpha_{lr}); \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_l^*}{\partial U_l} &= \frac{P_l}{U_l} + U_l y_{ll} \sin \alpha_{ll} = -\frac{P_{ll}}{U_l} + U_l y_{ll} \sin \alpha_{ll}, \\ \frac{\partial P_l^*}{\partial \delta_{rl} (l \neq r)} &= -U_l U_r y_{lr} \cos (\delta_{lr} - \alpha_{lr}), \\ \frac{\partial P_l^*}{\partial \delta_{ll}} &= -Q_l + U_l^2 y_{ll} \cos \alpha_{ll} = Q_{ll} + U_l^2 y_{ll} \cos \alpha_{ll}, \\ \frac{\partial P_l^*}{\partial E_{Q_s}} &= U_l y_{ls} \sin (\delta_{ls} - \alpha_{ls}). \end{aligned} \right\} \quad (6-14)$$

Точно так же

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_l^*}{\partial \delta_{ls}} &= U_l E_s y_{ls} \sin (\delta_{ls} - \alpha_{ls}); \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial \omega} &= -U_l^2 y_{ll} \cos 2\alpha_{ll} \cos \alpha_{ll} + \sum_{s=1}^p U_l E_s y_{ls} \cos (\delta_{ls} - 2\alpha_{ls}) \cos \alpha_{ls} + \\ &+ \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^q U_l U_r y_{lr} \cos (\delta_{lr} - 2\alpha_{lr}) \cos \alpha_{lr} - \sum_{s=1}^m U_l E_s y_{ls} \cos (\delta_{ls} - \alpha_{ls}) n_s; \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial U_{r(l \neq r)}} &= -U_l y_{lr} \cos (\delta_{lr} - \alpha_{lr}); \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial U_l} &= \frac{Q_l}{U_l} + U_l y_{ll} \cos \alpha_{ll} = -\frac{Q_{ll}}{U_l} + U_l y_{ll} \cos \alpha_{ll}; \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial \delta_{rl} (r \neq l)} &= -U_l U_r y_{lr} \sin (\delta_{lr} - \alpha_{lr}), \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial \delta_{ll}} &= P_l - U_l^2 y_{ll} \sin \alpha_{ll} = -P_{ll} - U_l^2 y_{ll} \sin \alpha_{ll}; \\ \frac{\partial Q_l^*}{\partial E_{Q_s}} &= -U_l y_{ls} \cos (\delta_{ls} - \alpha_{ls}). \end{aligned} \right\} \quad (6-15)$$

Допуская несущественные ограничения в отношении оценки устойчивости двигателей, задачу вычисления определителя избыточных моментов можно упростить.

Уравнения (6-5)–(6-8) образуют полную систему линейных уравнений с неизвестными  $d\delta_{12}, d\delta_{13}, \dots, d\omega, ds_1, ds_2, \dots, dU_l, dU_{ll}, \dots, d\delta_{1l}, d\delta_{ll}, \dots, dE_{Ql}, dE_{Qn} \dots$  При первых  $m$  машинах неявнополусных определитель этой системы

$\Delta_0 =$ 

$\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega} \right)$	0
$\frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{12}}{\partial \omega} \right)$	0
0	0	...	$\left( \frac{\partial M_{M1}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}1}}{\partial \omega_{M1}} \right)$	$\left( \frac{\partial P_{M1}^*}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}1}}{\partial \omega_{M1}} \right)$
0	0	...	$\left( \frac{\partial M_{M2}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}2}}{\partial \omega_{M2}} \right)$	0
$\frac{\partial P_H^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial P_H^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial P_H^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{1H}^*}{\partial \omega} \right)$	$\frac{\partial P_{1H}^*}{\partial s_1}$
$\frac{\partial Q_H^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial Q_H^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial Q_H^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{1H}^*}{\partial \omega} \right)$	$\frac{\partial Q_{1H}^*}{\partial s_1}$
$\frac{\partial P_H^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial P_H^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial P_H^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{2H}^*}{\partial \omega} \right)$	0
$\frac{\partial Q_H^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial Q_H^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial Q_H^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2H}^*}{\partial \omega} \right)$	0
$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \omega} + Q_{m+1} - \frac{n_{m+1} E_{q(m+1)} E_{Q(m+1)}}{x_{d(m+1)} - x_{q(m+1)}} \right)$	0
$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{12}}$	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{13}}$	...	$\left( \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \omega} + Q_{m+2} - \frac{n_{m+2} E_{q(m+2)} E_{Q(m+2)}}{x_{d(m+2)} - x_{q(m+2)}} \right)$	0



0	...	$\frac{\partial P_1^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}}$	...
0	...	$\frac{\partial P_2^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial P_2^*}{\partial U_{II}}$	...
.....				
0	...	$\frac{\partial P_{M1}^*}{\partial U_1}$	0	...
$\left(\frac{\partial P_{M2}^*}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{Торм} 2}}{\partial \omega_{M2}}\right)$	...	0	$\frac{\partial P_{M2}^*}{\partial U_{II}}$	...
.....				
0	...	$\left(\frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial P_{1H}^*}{\partial U_1}\right)$	$\frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}}$	...
0	...	$\left(\frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial Q_{1H}^*}{\partial U_1}\right)$	$\frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}}$	...
$\frac{\partial P_{2H}^*}{\partial s_2}$	...	$\frac{\partial P_{1H}^*}{\partial U_1}$	$\left(\frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial P_{2H}^*}{\partial U_{II}}\right)$	... →
$\frac{\partial Q_{2H}^*}{\partial s_2}$	...	$\frac{\partial Q_{1H}^*}{\partial U_1}$	$\left(\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial Q_{2H}^*}{\partial U_{II}}\right)$	...
.....				
0	...	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_{II}}$	...
0	...	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_{II}}$	...
.....				

$$\begin{array}{ccccccc}
 \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial P_2^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial P_2^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \rightarrow \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \left( \frac{Q_{(m+1)(m+1)}}{E_{Q(m+1)}} + \frac{E_{Q(m+1)}}{x_{d(m+1)} - x_{q(m+1)}} \right) & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial E_{Q(m+2)}} & \dots & \\
 \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial E_{Q(m+1)}} & \left( \frac{Q_{(m+2)(m+2)}}{E_{Q(m+2)}} + \frac{E_{Q(m+2)}}{x_{d(m+2)} - x_{q(m+2)}} \right) & \dots & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 
 \end{array}$$

[Для уменьшения порядка определителя избыточных моментов можно выполнить преобразование некоторых уравнений полной системы уравнений малых колебаний при введении допущения о равенстве нулю избыточных моментов двигателей. При таком условии из уравнений (6-6) нетрудно выразить  $ds_1$ ,  $ds_2$  и т. д. Поскольку скольжения двигателей помимо уравнений (6-6) входят только в уравнения (6-7) баланса мощности в точках включения нагрузки, то подставляя найденные выражения для  $ds_1$ ,  $ds_2$ , ... в (6-7), можно получить уравнения, которые вместе с (6-5) и (6-8) составят новую систему с уменьшенным числом уравнений.

В такой системе будет отсутствовать скольжение двигателей]. Ее определитель  $\Delta_c$  может быть получен из определителя первоначальной системы  $\Delta_0$  вычеркиванием соответствующих столбцов и строк и изменением элементов столбца, который содержит производные по частоте  $\omega$ . При этом в определителе  $\Delta_c$  вместо производных  $\frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial P_{II}^*}{\partial U}$  и  $\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega}$ , вычисленных

при постоянстве скольжений, войдут производные  $\frac{\partial P_{II,CT}^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial Q_{II,CT}^*}{\partial \omega}$ ,  $\frac{\partial P_{II,CT}^*}{\partial U}$ ,

$\frac{\partial Q_{II,CT}^*}{\partial U}$ , определенные по статическим характеристикам с учетом изменения

скольжения. [Выражения для этих производных получаются при преобразовании уравнений (6-7) после подстановки в них выражений для  $ds_1$ ,  $ds_2$ , ... равными]

$$\frac{\partial P_{II,CT}^*}{\partial \omega} = \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{II}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial M_M^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial Q_{II,CT}^*}{\partial \omega} = \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial M_M^*}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial P_{II,CT}^*}{\partial U} = \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U} - \frac{\partial P_{II}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial P_M^*}{\partial U}}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}};$$

$$\frac{\partial Q_{II,CT}^*}{\partial U} = \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U} - \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial s} \frac{\frac{\partial P_M^*}{\partial U}}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{ТОРМ}}{\partial \omega_M}}.$$

Определитель  $\Delta_c$ , полученный таким путем, имеет вид

$\Delta_c =$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T1}}{\partial \omega} \right) \\ \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T2}}{\partial \omega} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{1H.CT}^*}{\partial \omega} \right) \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{1H.CT}^*}{\partial \omega} \right) \\ \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial P_{2H.CT}^*}{\partial \omega} \right) \\ \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2H.CT}^*}{\partial \omega} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \omega} + Q_{m+1} - \frac{n_{m+1} E_q(m+1) E_Q(m+1)}{X_d(m+1) - X_q(m+1)} \right) \\ \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{13}} & \dots & \left( \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \omega} + Q_{m+2} - \frac{n_{m+2} E_q(m+2) E_Q(m+2)}{X_d(m+2) - X_q(m+2)} \right) \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \frac{\partial P_2^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial P_2^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_1^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial P_1^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \frac{\partial P_{II}^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial E_Q(m+1)} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \left( \frac{Q_{(m+1)(m+1)}}{E_Q(m+1)} + \frac{E_Q(m+1)}{X_d(m+1) - X_q(m+1)} \right) & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial E_Q(m+2)} & \dots \\ \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial E_Q(m+1)} & \left( \frac{Q_{(m+2)(m+2)}}{E_Q(m+2)} + \frac{E_Q(m+2)}{X_d(m+2) - X_q(m+2)} \right) & \dots \end{vmatrix} \quad (6-17)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 \frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} & & \frac{\partial P_2^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots \\
 \frac{\partial P_2^*}{\partial U_1} & & \frac{\partial P_2^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_2^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots \\
 \cdots & & \cdots & & \cdots & \cdots & \\
 \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial P_{1н.ст}^*}{\partial U_1} \right) & & \frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots \\
 \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial Q_{1н.ст}^*}{\partial U_1} \right) & & \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots \\
 \frac{\partial P_{\dot{1}}}{\partial U_1} & \left( \frac{\partial P_{\dot{1}}}{\partial U_{II}} + \frac{\partial P_{2н.ст}^*}{\partial U_{II}} \right) & \cdots & \frac{\partial P_{\dot{1}}}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_{\dot{1}}}{\partial \delta_{III}} & \cdots & \rightarrow \\
 \frac{\partial Q_{\dot{1}}}{\partial U_1} & \left( \frac{\partial Q_{\dot{1}}}{\partial U_{II}} + \frac{\partial Q_{2н.ст}^*}{\partial U_{II}} \right) & \cdots & \frac{\partial Q_{\dot{1}}}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{\dot{1}}}{\partial \delta_{III}} & \cdots & \\
 \cdots & & \cdots & & \cdots & \cdots & \\
 \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots & \\
 \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_{II}} & \cdots & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{III}} & \cdots & \\
 \cdots & & \cdots & & \cdots & \cdots & 
 \end{array}$$

Отметим, что новая система уравнений с определителем  $\Delta_c$  используется И. С. Бруком и И. М. Марковичем для вычисления производных  $dP/dU$  и  $dQ/dU$ .

Можно показать, что между определителями  $\Delta_c$  и  $\Delta_0$  существует соотношение

$$\Delta_0 = \Delta_c \prod_{r=1}^q \left( \frac{\partial P_{MF}^*}{\partial s_r} + \frac{\partial M_{\text{торм}r}}{\partial \omega_{MF}} \right). \tag{6-18}$$

С другой стороны, выше было показано, что решение уравнений (6-7) и (6-8) относительно  $dU_I, dU_{II}, \dots, d\delta_{II}, d\delta_{III} \dots$  и  $dE_{Q(m+1)}, dE_{Q(m+2)} \dots$  и подстановка этих величин в (6-5) и (6-6) позволяют получить систему уравнений, определитель которой является определителем избыточных моментов  $\Delta$ . При принятом в определителе  $\Delta_0$  порядке уравнений и переменных определитель избыточных моментов получается как частное от деления первоначального определителя  $\Delta_0$  на определитель уравнений (6-7) и (6-8) или на соответствующий минор определителя  $\Delta_0$ , лежащий на пересечении последних  $2q + (p - m)$  строк и столбцов, и который мы обозначим через  $D$ :

$$\Delta = \Delta_0/D, \tag{6-19}$$

где

$D =$

$\left(\frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial P_{1II}^*}{\partial U_1}\right)$	$\frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}}$	...	$\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}}$
$\left(\frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial Q_{1II}^*}{\partial U_1}\right)$	$\frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}}$	...	$\frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{III}}$
$\frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_1}$	$\left(\frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial P_{2II}^*}{\partial U_{II}}\right)$	...	$\frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{III}}$
$\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_1}$	$\left(\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial Q_{2II}^*}{\partial U_{II}}\right)$	...	$\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{III}}$
$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial U_{II}}$	...	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial Q_{m+1}^*}{\partial \delta_{III}}$
$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_1}$	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial U_{II}}$	...	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{II}}$	$\frac{\partial Q_{m+2}^*}{\partial \delta_{III}}$

Выражения (6-18) и (6-19) дают:

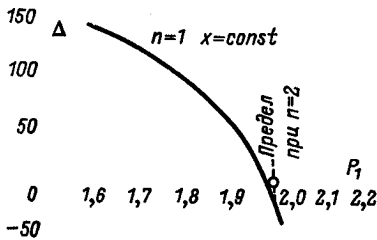
$$\Delta = \frac{\Delta_c}{D} \prod_{r=1}^q \left( \frac{\partial P_{Mr}^*}{\partial s_r} + \frac{M_{\text{горм}r}}{\partial \omega_{Mr}} \right). \tag{6-20}$$

Таким образом, определитель избыточных моментов  $\Delta$  может быть вычислен через определитель  $\Delta_c$  (более простой, чем  $\Delta_0$ ) и минор  $D$ . Множитель

$\prod_{r=1}^q \left( \frac{\partial P_{Mr}^*}{\partial s_r} + \frac{\partial M_{\text{горм}r}}{\partial \omega_{Mr}} \right)$  легко определяется при построении характеристик

Рис. 6-2. Приближенная оценка устойчивости по знаку свободного члена характеристического уравнения.

Рис. 6-2



нагрузки; однако практически это вряд ли необходимо, так как он всегда положителен, если только двигатели нагрузки устойчивы при постоянстве напряжений в точках включения нагрузки, что обычно всегда имеет место.

В связи с этим в качестве критерия устойчивости можно принять неравенство

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{\Delta_c}{D} > 0. \tag{6-21}$$

$\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+1)}}$	$\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+2)}}$
$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+1)}}$	$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+2)}}$
$\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+1)}}$	$\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+2)}}$
$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+1)}}$	$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+2)}}$
$\left( \frac{Q_{(m+1)(m+1)}}{E_{Q(m+1)}} + \frac{E_{Q(m+1)}}{x_d(m+1) - x_q(m+1)} \right)$	$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+2)}}$
$\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial E_{Q(m+1)}}$	$\left( \frac{Q_{(m+2)(m+2)}}{E_{Q(m+2)}} + \frac{E_{Q(m+2)}}{x_d(m+2) + x_q(m+2)} \right)$

При этом оказывается возможным воспользоваться в расчете экспериментальными статическими характеристиками нагрузки (если таковые имеются), не выделяя в составе нагрузки эквивалентного асинхронного двигателя, так как в определителе  $\Delta_c$  фигурируют производные  $\partial P_{\text{н.ст}}^*/\partial U$ ,  $\partial Q_{\text{н.ст}}^*/\partial U$  и т. д., вычисляемые именно по статическим характеристикам, минор же  $D$  содержит лишь производные по напряжению, равные

$$\partial P_{\text{н}}^*/\partial U = 2P_{\text{н}}/U \text{ и } \partial Q_{\text{н}}^*/\partial U = 2Q_{\text{н}}/U.$$

Весьма трудоемкой частью работы является вычисление производных активной и реактивной мощности действительных и фиктивных генераторов по  $\omega$  (частоте или скорости генераторов) в связи с необходимостью учета изменения индуктивных сопротивлений системы с частотой. При обычной зависимости э. д. с. от частоты вращения, близкой к квадратичной, можно рекомендовать приближенное вычисление этих производных, предполагая индуктивные сопротивления постоянными и одновременно уменьшая показатель  $n$  на единицу, т. е. считая токи возбуждения генераторов неизменными и э. д. с. пропорциональными частоте. Поскольку активные сопротивления схемы, в которой исключены нагрузки, невелики, токи схемы получаются при этом весьма близкими к действительным. Степень достигаемой при этом точности иллюстрируется кривой на рис. 6-2, построенной для схемы, изображенной на рис. 4-3.

самораскачивание  
и его приближенная оценка

7-1. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ  
ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ И АСИНХРОННОЙ НАГРУЗКИ

Как следует из кривых, изображенных на рис. 4-3, влияние моментов, зависящих от частоты вращения, при больших показателях  $n$  настолько расширяет область устойчивости, определяемую по знаку определителя избыточных моментов, что представляется достаточно вероятным возникновение самораскачивания. Эта вероятность чрезвычайно усложняет анализ устойчивости, требуя исследования полной системы уравнений вида<sup>1</sup> (4-1).

Если одновременно с производными  $\frac{\partial M}{\partial \omega_1}$ ,  $\frac{\partial M}{\partial \omega_2}$  и  $\frac{\partial M}{\partial \delta}$  (при  $\omega_m = \text{const}$ ) в системе (4-1) ввести также производные  $\frac{\partial M_{ст}}{\partial \omega_1}$ ,  $\frac{\partial M_{ст}}{\partial \omega_2}$  и  $\frac{\partial M_{ст}}{\partial \delta}$ , определяемые по статическим характеристикам нагрузки (при  $T_{JM} = 0$ ),

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_{1ст}}{\partial \delta} &= \frac{\partial M_1}{\partial \delta} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} \frac{\frac{\partial M_m}{\partial \delta}}{\frac{\partial M_m}{\partial \omega_m} - \frac{\partial M_{торм}}{\partial \omega_m}} = \frac{\partial M_1}{\partial \delta} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} k_\delta; \\ \frac{\partial M_{2ст}}{\partial \delta} &= \frac{\partial M_2}{\partial \delta} - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_m} k_\delta; \\ \frac{\partial M_{1ст}}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} \frac{\frac{\partial M_m}{\partial \omega_1}}{\frac{\partial M_m}{\partial \omega_m} - \frac{\partial M_{торм}}{\partial \omega_m}} = \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} k_{\omega_1}; \end{aligned} \right\} \quad (7-1)$$

<sup>1</sup> Ниже проводится анализ системы, рассмотренной в гл. 4, по полным условиям устойчивости. В связи с этим необходимо иметь все коэффициенты характеристического уравнения, поэтому более детально рассматриваются и соответствующие частные производные. (П р и м. р е д.)



$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} k_{\omega 1}; \\ \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} \frac{\frac{\partial M_M}{\partial \omega_2}}{\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M}} = \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} k_{\omega 2}; \\ \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} k_{\omega 2}, \end{aligned} \right\}$$

то характеристическое уравнение системы (4-1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 &= T_{J1} T_{J2} T_{Jm} p^4 + \left[ T_{J2} T_{Jm} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \right. \right. \\ &- \left. \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right) + T_{J1} T_{Jm} \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - T_{J1} T_{J2} \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M} \right) \right] p^3 - \\ &- \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M} \right) \left[ T_{J2} \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right) + T_{J1} \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \\ &- \left. T_{Jm} \frac{\left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1}}{\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M}} - \right. \\ &- \left. T_{Jm} \frac{T_{J2} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial M_2}{\partial \delta}}{\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M}} \right] p^2 - \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M} \right) \times \\ &\times \left[ \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} + T_{J2} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} - \right. \\ &- \left. T_{J1} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta} - T_{Jm} \frac{\frac{\partial M_1}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_2}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right)}{\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M}} \right] p - \\ &- \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{10рм}}{\partial \omega_M} \right) \left[ \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{t2}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \\ &- \left. \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{t1}}{\partial \omega_1} \right) \right] = 0. \end{aligned} \tag{7-2}$$

В уравнении (7-2) фигурируют производные моментов по  $\omega_1$  при  $\omega_2 = \text{const}$  и по  $\omega_2$  при  $\omega_1 = \text{const}$ . Полагая в схеме на рис. 7-1 э. д. с. второй станции равной нулю, можно найти при данной э. д. с. первой станции  $E_1 \omega_1^{n-1}$  абсолютное значение и фазу (относительно э. д. с. первой станции) напряжения на нагрузке  $U_1 - \delta_{U_1}$ . При малом изменении  $d\omega_1$  возникают изменения абсолютного значения и фазы напряжения  $dU$  и угла  $d\delta_{U_1}$ , которые могут быть найдены из уравнений баланса активной и реактивной мощности в узле

$$\begin{aligned}\sum dP_1 &= dP_{n1} - dP_{k1} - dP_{m1} - dP_{c1} = 0; \\ \sum dQ_1 &= dQ_{n1} - dQ_{k1} - dQ_{m1} - dQ_{c1} = 0,\end{aligned}$$

дающих

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{n1}^*}{\partial \delta_{U_1}} \frac{d\delta_{U_1}}{d\omega_1} + \sum \frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \sum \frac{\partial P_1^*}{\partial \omega_1} &= 0; \\ \frac{\partial Q_{n1}^*}{\partial \delta_{U_1}} \frac{d\delta_{U_1}}{d\omega_1} + \sum \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \sum \frac{\partial Q_1^*}{\partial \omega_1} &= 0.\end{aligned}$$

При вычислении производных  $\partial P_1^*/\partial \omega_1$  и  $\partial Q_1^*/\partial \omega_1$  должны быть учтены изменения индуктивных сопротивлений и э. д. с., а также сопротивления в схеме замещения асинхронного двигателя  $r/s_1 = r/(\omega_1 - \omega_m)$  с угловой частотой  $\omega_1$  (при  $\omega_m = \text{const}$ ).

Аналогично определяются изменения модуля и фазы напряжения на нагрузке  $U_2 \angle -\delta_{U_2}$  при  $E_1 = 0$  и данной э. д. с. второй станции  $E_2 \omega_2^{n-1}$ , если изменяется  $\omega_2$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{n2}^*}{\partial \delta_{U_2}} \frac{d\delta_{U_2}}{d\omega_2} + \sum \frac{\partial P_2^*}{\partial U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \sum \frac{\partial P_2^*}{\partial \omega_2} &= 0; \\ \frac{\partial Q_{n2}^*}{\partial \delta_{U_2}} \frac{d\delta_{U_2}}{d\omega_2} + \sum \frac{\partial Q_2^*}{\partial U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \sum \frac{\partial Q_2^*}{\partial \omega_2} &= 0.\end{aligned}$$

При работе генератора, вращающегося с угловой частотой  $\omega$ , отличной от синхронной, на шины приемника, напряжение которых имеет нормальную частоту  $\omega_0 = 1$ , потокосцепления генератора из уравнений Парка—Горева

$$U_d = - \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega \Psi_q = U \sin \delta;$$

$$U_q = - \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega \Psi_d = U \cos \delta$$

получаются равными

$$\Psi_d = U \cos \delta;$$

$$\Psi_q = -U \sin \delta.$$

При  $I_d = E/x_d - U_q/x_d$  и  $I_q = U_d/x_q$ , где  $E = E_0 \omega^{n-1}$ , момент генератора

$$M_\Gamma = I_q \Psi_d - I_d \Psi_q = \frac{E_0 \omega^{n-1} U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta$$

и мощность для неявнополюсной машины

$$P_i = M_i \omega = \frac{E_0 \omega^n U}{x} \sin \delta,$$

тогда как

$$P_{ii} = U_q I_q + U_d I_d = \frac{E_0 \omega^{n-1} U}{x} \sin \delta.$$

Поскольку значение  $\omega$  отлично от единицы, мощности генератора и приемника неодинаковы, несмотря на отсутствие потерь активной мощности ( $r = 0$ ). Нетрудно убедиться, что разность мощностей

$$P_i - P_{ii} = (\omega - 1) \frac{E_0 \omega^{n-1} U}{x} \sin \delta$$

связана с изменением магнитной энергии. Амплитуда вращающегося магнитного потока трехфазной машины

$$\frac{3}{2} i_m L = i_m L',$$

где  $L' = \frac{3}{2} L$  — рабочая индуктивность машин;  $i_m$  — амплитуда тока.

Энергия, запасенная в магнитном поле

$$A = \frac{3}{2} \frac{i_m^2}{2} \frac{3}{2} L = \frac{3}{2} \frac{i_m^2 L'}{2} \approx \frac{\Delta Q}{2},$$

где  $\Delta Q$  — потери реактивной мощности.

Реактивные мощности генератора и нагрузки равны соответственно

$$Q_i = \frac{E^2 \omega^{2n} U}{\omega x} - \frac{E \omega^n U}{\omega x} \cos \delta;$$

$$Q_{ii} = \frac{E \omega^n U}{\omega x} \cos \delta - \frac{U^2}{x}$$

и, следовательно,

$$A = \frac{Q_i - Q_{ii}}{2} = \frac{E^2 \omega^{2n} U}{2 \omega x} + \frac{U^2}{2x} - \frac{E \omega^n U}{\omega x} \cos \delta,$$

откуда

$$\frac{dA}{dt} = \frac{E \omega^{n-1} U}{x} \sin \delta \frac{d\delta}{dt} = (\omega - 1) \frac{E \omega^{n-1} U}{x} \sin \delta = P_i - P_{ii}$$

Рис. 7-1

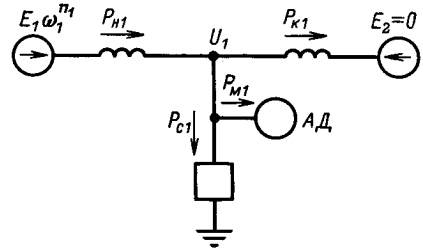


Рис. 7-1. Система токов, напряжений и э. д. с. первого генератора.

При действии двух э. д. с. в схеме моменты генераторов равны:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_{n1}}{\omega_1} + \frac{E_1 \omega_1^{n_1-1} U_2}{x_1 \omega_2} \sin(\delta + \delta_{U2});$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{P_{n2}}{\omega_2} + \frac{E_2 \omega_2^{n_2-1} U_1}{x_2 \omega_1} \sin(\delta_{U1} - \delta),$$

и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_1}{d\omega_1} &= (n_1 - 1) P_1 - P_{n1} + \frac{P_{n1}}{U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \left( Q_{n1} + \frac{U_1^2}{x_1} \right) \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_1}; \\ \frac{dM_1}{d\omega_2} &= P_{n1} - P_1 + \frac{P_1 - P_{n1}}{U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \frac{E_1 U_2}{x_1} \cos(\delta + \delta_{U2}) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_2}; \\ \frac{dM_2}{d\omega_1} &= P_{n2} - P_2 + \frac{P_2 - P_{n2}}{U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \frac{E_2 U_1}{x_2} \cos(\delta_{U1} - \delta) \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_1}; \\ \frac{dM_2}{d\omega_2} &= (n_2 - 1) P_2 - P_{n2} + \frac{P_{n2}}{U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \left( Q_{n2} + \frac{U_2^2}{x_2} \right) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_2}. \end{aligned} \right\} \quad (7-3)$$

При различных, но достаточно близких друг к другу частотах обеих станций мощность асинхронного двигателя равна:

$$P_M = \operatorname{Re} \left[ \frac{\dot{U}_1 \dot{U}_1}{\dot{Z}_M(\omega_1)} + \frac{\dot{U}_2 \dot{U}_2}{\dot{Z}_M(\omega_2)} + \frac{\dot{U}_1 \dot{U}_2}{\dot{Z}_M(\omega_2)} + \frac{\dot{U}_2 \dot{U}_1}{\dot{Z}_M(\omega_1)} \right] =$$

$$= P_{M11} + P_{M22} + P_{M12} + P_{M21}, \quad (7-4)$$

где

$$P_{M11} = P_{M1}; \quad P_{M22} = P_{M2}; \quad P_{M12} = \frac{U_1}{U_2} (P_{M2} \cos \varphi_{12} - Q_{M2} \sin \varphi_{12});$$

$$P_{M21} = \frac{U_2}{U_1} (P_{M1} \cos \varphi_{12} + Q_{M1} \sin \varphi_{12}); \quad \varphi_{12} = \delta - \delta_{U1} + \delta_{U2}.$$

Полагая

$$M_{M11} = \frac{P_{M1}}{\omega_1}, \quad M_{M22} = \frac{P_{M2}}{\omega_2}, \quad M_{M12} = \frac{P_{M12}}{\omega_1}, \quad M_{M21} = \frac{P_{M21}}{\omega_2},$$

получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial M_{M11}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{M12}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{M21}}{\partial \omega_1}; \\ \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial M_{M22}}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_{M12}}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_{M21}}{\partial \omega_2}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial M_{M11}}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial P_{M1}}{\partial \omega_1} + \frac{2P_{M1}}{U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} - P_{M1}; \\
 \frac{\partial M_{M22}}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial P_{M2}}{\partial \omega_2} + \frac{2P_{M2}}{U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} - P_{M2}; \\
 \frac{\partial M_{M12}}{\partial \omega_1} &= \frac{P_{M12}}{U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \frac{U_1}{U_2} (P_{M2} \sin \varphi_{12} + Q_{M2} \cos \varphi_{12}) \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_1} - P_{M12}, \\
 \frac{\partial M_{M12}}{\partial \omega_2} &= \frac{P_{M12}}{U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \frac{U_1}{U_2} \left( \frac{\partial P_{M2}}{\partial \omega_2} \cos \varphi_{12} - \frac{\partial Q_{M2}}{\partial \omega_2} \sin \varphi_{12} \right) + \\
 &+ \frac{U_1}{U_2} (-P_{M2} \sin \varphi_{12} - Q_{M2} \cos \varphi_{12}) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_2}; \\
 \frac{\partial M_{M21}}{\partial \omega_1} &= \frac{P_{M21}}{U_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \frac{U_2}{U_1} \left( \frac{\partial P_{M1}}{\partial \omega_1} \cos \varphi_{12} + \frac{\partial Q_{M1}}{\partial \omega_1} \sin \varphi_{12} \right) + \\
 &+ \frac{U_2}{U_1} (P_{M1} \sin \varphi_{12} - Q_{M1} \cos \varphi_{12}) \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_1}; \\
 \frac{\partial M_{M21}}{\partial \omega_2} &= \frac{P_{M21}}{U_2} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \frac{U_2}{U_1} (-P_{M1} \sin \varphi_{12} + Q_{M1} \cos \varphi_{12}) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_2} - P_{M21}.
 \end{aligned} \right\} (7-5)$$

Метод вычисления производных  $\frac{dM_1}{d\omega_M}$ ,  $\frac{dM_2}{d\omega_M}$ ,  $\frac{dM_M}{\partial \omega_M}$  был изложен выше.

## 7-2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Если постоянная инерция асинхронных двигателей  $T_{JM}$  невелика по сравнению с постоянными инерции электростанции, что обычно и имеет место, то характеристическое уравнение (7-2) сводится к уравнению третьего порядка:

$$\begin{aligned}
 &T_{J1}T_{J2}p^3 + \left[ T_{J2} \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) + T_{J1} \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \right] p^2 + \\
 &+ \left[ T_{J2} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta} + \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \\
 &- \left. \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} \right] p + \left[ \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \\
 &- \left. \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta} \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) \right] = 0,
 \end{aligned} \tag{7-6}$$

Рис. 7-2

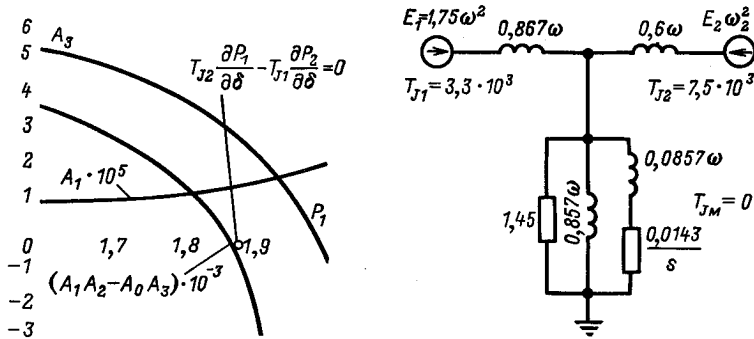


Рис. 7-2. Зависимости условий устойчивости от передаваемой мощности.

которое отличается от уравнения позиционной системы при учете нагрузки по статическим характеристикам

$$T_{J1} T_{J2} p^2 + \left( T_{J2} \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta} \right) = 0 \quad (7-7)$$

лишь наличием моментов, зависящих от частоты вращения.

На рис. 7-2 приведены кривые, построенные для критериев Гурвица по (7-6) применительно к системам, изображенным на рис. 4-3 при квадратичной зависимости э. д. с. от частоты вращения. Там же показан предел устойчивости позиционной системы, определяемый неравенством

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta} > 0.$$

Для этой схемы<sup>1</sup>

$$P_{M1} = \frac{U_1^2}{\frac{r_M^2}{(\omega_1 - \omega_M)^2} + x_M^2 \omega_1^2} \frac{r_M}{\omega_1 - \omega_M};$$

$$Q_{M1} = \frac{U_1^2}{\frac{r_M^2}{(\omega_1 - \omega_M)^2} + x_M^2 \omega_1^2} x_M \omega_1;$$

$$P_{M2} = \frac{U_2^2}{\frac{r_M^2}{(\omega_2 - \omega_M)^2} + x_M^2 \omega_2^2} \frac{r_M}{\omega_2 - \omega_M};$$

$$Q_{M2} = \frac{U_2^2}{\frac{r_M^2}{(\omega_2 - \omega_M)^2} + x_M^2 \omega_2^2} x_M \omega_2.$$

<sup>1</sup> Прим. автора.

Неустойчивость полной системы возникает в связи с изменением знака выражения  $A_1 A_2 - A_0 A_3$ , причем свободный член  $A_3$  остается положительным, изменяя свой знак значительно позже. Таким образом, приходится констатировать реальную возможность возникновения самораскачивания, связанную с изменением знака вещественной части комплексных корней. Весьма существенно здесь то обстоятельство, что  $A_1 A_2 - A_0 A_3$  изменяет свой знак почти одновременно с  $a_{21}^2$ .

Неравенство  $a_{21}^2 > 0$  является единственным необходимым и достаточным условием устойчивости позиционной системы (7-7), которая отличается от рассматриваемой полной системы (7-6) лишь тем, что в последней учитываются моменты, зависящие от частоты вращения, тогда как в первой они отсутствуют. Позиционные же моменты, зависящие от угла, в обеих системах совершенно одинаковы.

Один из коэффициентов полного уравнения (7-6) имеет вид:

$$A_2 = T_{J_2} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta} + \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1}.$$

Количественные соотношения в этом выражении таковы, что член

$$\left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1}$$

крайне невелик по сравнению с  $T_{J_2} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta}$ , поскольку последний содержит в качестве сомножителей постоянные инерции электростанций  $T_{J_1}$  и  $T_{J_2}$ , характеризующиеся в принятой системе единиц весьма большими значениями. В связи с этим с большой степенью приближения к истине коэффициент  $A_2$  может быть принят равным

$$A_2 = T_{J_2} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta}$$

или

$$A_2 = T_{J_2} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta}.$$

Степень совпадения коэффициента  $A_2$  с  $\left( T_{J_2} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta} \right)$  можно

видеть из данных, приведенных ниже:

$P$ . . . . .	1,6	1,8	1,9
$T_{J_2} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J_1} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta}$ . . . . .	6235	1980	-1426
$A_2$ . . . . .	6249	1995	-1408

Предельное значение  $P_1$ , достигаемое при  $T_{J2} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta} = 0$  ( $P = 1,8650$ ), совпадает с определяемым из условия  $A_2 = 0$  ( $P = 1,8654$ ) с точностью до сотых долей процента.

При этом еще следует отметить, что в рассматриваемой схеме были приняты условия, приводящие к относительно большим значениям моментов, зависящих от частоты: преимущественно двигательный характер нагрузки и высокая степень изменения э. д. с. с частотой.

Одинаковый (положительный) знак всех коэффициентов уравнения (7-6) является одним из необходимых признаков устойчивости этой системы, и если  $A_2$  изменяет свой знак (что происходит практически одновременно с изменением знака  $T_{J2} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta}$ ), то система (7-6) должна быть признана неустойчивой, так же как и система (7-7) с одними позиционными моментами.

### 7-3. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ИЗ ТРЕХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Если обратиться к более сложному случаю трех электростанций, то при отсутствии моментов, зависящих от скорости, как было показано выше, характеристическое уравнение имеет вид:

$$p^4 + \left[ \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta_{12}} \right) + \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial P_{3cr}}{\partial \delta_{13}} \right) \right] p^2 + \left[ \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta_{12}} \right) \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial P_{3cr}}{\partial \delta_{13}} \right) - \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_{2cr}}{\partial \delta_{13}} \right) \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial P_{3cr}}{\partial \delta_{12}} \right) \right] = 0. \quad (7-8)$$

Если же учесть влияние моментов, пропорциональных скорости, то при постоянных инерции двигателей, равных нулю, система дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \Delta \delta_{12}}{dt} - \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{d \Delta \delta_{13}}{dt} - \Delta \omega_1 + \Delta \omega_3 &= 0; \\ \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + T_{J1} \frac{d \Delta \omega_1}{dt} + \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{r1}}{\partial \omega_1} \right) \Delta \omega_1 + \\ + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_3} \Delta \omega_3 &= 0; \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + T_{J2} \frac{d \Delta \omega_2}{dt} + \\ & + \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \Delta \omega_2 + \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_3} \Delta \omega_3 = 0; \\ & \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \\ & + T_{J3} \frac{d \Delta \omega_3}{dt} + \left( \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) \Delta \omega_3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7-9)$$

приводит к характеристическому уравнению

$$\begin{aligned} p^5 + \lambda_1 p^4 + & \left[ \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta_{12}} \right) + \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \delta_{13}} \right) + \lambda_2 \right] p^3 + \lambda_3 p^2 + \left[ \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta_{12}} \right) \times \right. \\ & \times \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \delta_{13}} \right) - \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{13}} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \delta_{13}} \right) \left( \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J3}} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \delta_{12}} \right) + \lambda_4 \right] p + \lambda_5 = 0, \end{aligned} \quad (7-10)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_1 = & \frac{1}{T_{J1}} \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) + \frac{1}{T_{J2}} \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) + \\ & + \frac{1}{T_{J3}} \left( \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right); \\ \lambda_2 = & \frac{1}{T_{J1} T_{J2}} \left[ \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} \right] + \\ & + \frac{1}{T_{J1} T_{J3}} \left[ \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) - \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_1} \right] + \\ & + \frac{1}{T_{J2} T_{J3}} \left[ \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \left( \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) - \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_2} \right]; \\ \lambda_3 = & \frac{1}{T_{J1} T_{J2} T_{J3}} \left[ \left( \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) \left( \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \left( \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1cr}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{2cr}}{\partial \omega_1} \frac{\partial M_{3cr}}{\partial \omega_2} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_1} \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_3} \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_2} \left( \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) - \\
& - \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_1} \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) \Bigg]; \\
\lambda_4 = & \frac{1}{T_{J1} T_{J2} T_{J3}} \left\{ \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \delta_{12}} \left[ \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \right. \\
& - \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_3} \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_2} \right) \Bigg] + \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \delta_{13}} \left[ \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_3} - \right. \right. \\
& - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \Bigg) - \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_2} \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_3} \right) \Bigg] + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \delta_{12}} \left[ \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_3} \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_2} \right) - \right. \\
& - \left. \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_3} - \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) \left( \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} \right) \right] + \\
& + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \delta_{13}} \left[ \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_2} \left( \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} \left( \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \omega_3} - \right. \right. \\
& - \left. \left. \frac{\partial M_{\tau 3}}{\partial \omega_3} \right) \right] + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \delta_{12}} \left[ \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_3} \left( \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} \right) - \right. \\
& - \left. \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_3} \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \right] + \frac{\partial M_{3\text{сг}}}{\partial \delta_{13}} \left[ \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_2} \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_1} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_3} \right) - \left( \frac{\partial M_{2\text{сг}}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{\tau 2}}{\partial \omega_2} \right) \left( \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_{1\text{сг}}}{\partial \omega_3} \right) \right] \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Свободный член  $\lambda_5$  представляет собой определитель системы (7-9) при  $p = 0$ .

Сопоставляя уравнения позиционной системы (7-7) и (7-8) с уравнениями полной системы (7-6) и (7-10), можно установить, что влияние моментов, зависящих от частоты вращения, на структуру характеристического уравнения выражается в повышении порядка уравнения на единицу и в появлении коэффициентов при нечетных степенях оператора, которые в позиционной системе были равны нулю. В общем случае уравнение позиционной системы

$$p^n + A_2 p^{n-2} + A_4 p^{n-4} + \dots + A_n = 0 \quad (7-11)$$

при учете моментов, зависящих от частоты вращения, переходит в уравнение

$$\begin{aligned}
& p^{n+1} + \lambda_1 p^n + (A_2 + \lambda_2) p^{n-1} + \lambda_3 p^{n-2} + (A_4 + \lambda_4) p^{n-3} + \\
& + \lambda_5 p^{n-4} + \dots + \lambda_{n+1} = 0,
\end{aligned} \quad (7-12)$$

где коэффициенты  $\lambda$  отражают влияние моментов, зависящих от частоты и исчезают вместе с последними. Такое изменение структуры характеристического уравнения при учете моментов, зависящих от частоты вращения, позволяет наметить приближенное решение задачи, справедливое при усло-

вии, что эти моменты достаточно малы. Известно<sup>1</sup>, что если при построении характеристического уравнения

$$p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_n = 0 \quad (7-13)$$

было опущено влияние какого-либо малого параметра, то в действительности, если даже этот параметр ввиду его малости и не изменяет отличных от нуля коэффициентов уравнения (7-13), он может изменить порядок уравнения в связи с появлением в нем нового члена. Учет этого параметра может привести характеристическое уравнение к виду

$$p^{n+1} + (A_1 + \lambda_1) p^n + (A_2 + \lambda_2) p^{n-1} + \dots + (A_n + \lambda_n) p + \lambda_{n+1} = 0$$

или, поскольку  $\lambda_k$  исчезающе малы,

$$p^{n+1} + A_1 p^n + A_2 p^{n-1} + \dots + A_n p + \lambda_{n+1} = 0. \quad (7-14)$$

Увеличение порядка уравнения на единицу связано с появлением нового  $(n+1)$ -го корня. Остальные же  $n$  корней уравнения (7-14) весьма мало отличаются от корней уравнения (7-13), в чем нетрудно убедиться хотя бы с помощью формул Виета, и практически могут быть приняты им равными.

Свободный член уравнения (7-14)  $\lambda_{n+1}$  представляет собой произведение  $(n+1)$  корней этого уравнения с определенным знаком

$$\lambda_{n+1} = (-1)^{n+1} p_1 p_2 p_3 \dots p_{n+1},$$

с другой стороны, свободный член  $A_n$  уравнения (7-13) дает произведение  $n$  корней этого уравнения, являющихся одновременно  $n$  корнями уравнения (7-14)

$$A_n = (-1)^n p_1 p_2 p_3 \dots p_n;$$

отсюда значение  $(n+1)$ -го корня получается равным  $p_{n+1} = -\lambda_{n+1}/A_n$ .

Для суждения об устойчивости полной системы (7-14) можно воспользоваться совокупностью необходимых и достаточных условий системы (7-13), дополненных единственным условием  $\lambda_{n+1} > 0$ , обеспечивающим отрицательный знак  $(n+1)$ -го корня.

Такого рода параметром и являются моменты, зависящие от частоты в уравнении (7-12), если значение их достаточно мало. Они повышают порядок характеристического уравнения (7-11), не изменяют существенно его коэффициентов  $A_2, A_4 \dots$ . Вместо коэффициентов  $A_1, A_3 \dots$ , в позиционной системе равных нулю, в полной системе появляются малые величины  $\lambda_1, \lambda_3 \dots$ .

Влияние моментов, зависящих от частоты вращения, прежде всего выражается в появлении нового корня  $p_{n+1} = -\lambda_{n+1}/A_n$  и дополнительное условие устойчивости, связанное с наличием таких моментов, сводится к неравенству  $\lambda_{n+1} > 0$ . Это условие рассматривалось нами как достаточное в практических расчетах устойчивости, если самораскачивание исключено. Однако установленная выше возможность возникновения самораскачивания

<sup>1</sup> Хайкин С. Э. О влиянии малых параметров на характер стационарного состояния динамической системы. — Журнал технической физики, 1935, № 8.

заставляет внести как дополнительное ограничение совокупность условий, необходимых и достаточных для сохранения устойчивости позиционной системы. Последние были сформулированы выше в достаточно общем виде.

Таким образом удастся свести в единую систему такие принципиально различные признаки, как знак определителя избыточных моментов, с одной стороны, и условия устойчивости при позиционных моментах — с другой.

В простейшем случае двух электростанций устойчивость системы определяется совокупностью двух условий:  $a_{21}^{12} > 0$ ,  $\lambda_3 = \Delta_c > 0$ . Третий корень, возникающий в связи с наличием моментов, зависящих от скорости, вещественен и равен  $p_3 = -\Delta_c/a_{21}^{12}$ .

Если  $\Delta_c$  меняет знак раньше, чем  $a_{21}^{12}$ , то корень становится положительным и нарушение устойчивости имеет аperiodический характер. Такой случай изображен на рис. 4-3 при постоянных индуктивных сопротивлениях и э. д. с. системы.

Если же раньше изменяется знак  $a_{21}^{12}$ , то возникает следующая картина. Коэффициент  $\lambda_1$  в уравнении

$$p^3 + \lambda_1 p^2 + (a_{21}^{12} + \lambda_2) p + \lambda_3 = 0 \quad (7-15)$$

представляет собой сумму корней, точнее сумму вещественных частей корней с обратным знаком

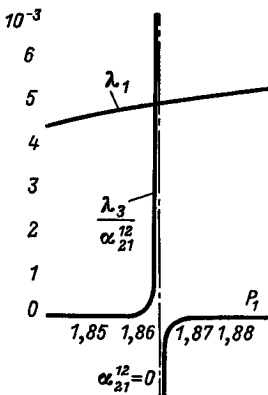
$$\lambda_1 = -p_1 - p_2 - p_3 = -2\mu_{1,2} + \frac{\lambda_3}{a_{21}^{12}},$$

где  $\mu_{1,2}$  — вещественная часть корней  $p_1$  и  $p_2$ . Следовательно,

$$2\mu_{1,2} = \frac{\lambda_3}{a_{21}^{12}} - \lambda_1. \quad (7-16)$$

Рис. 7-3. Изменения вещественных составляющих корней при увеличении передаваемой мощности.

Рис. 7-3



По мере приближения  $a_{21}^{12}$  к нулю член  $\lambda_3/a_{21}^{12}$ , имеющий положительный знак (так как  $\lambda_3$  остается положительным), неограниченно возрастает по сравнению с  $\lambda_1$  (рис. 7-3), вследствие чего вещественная часть корней  $p_1$  и  $p_2$  ( $\mu_{1,2}$ ) неизбежно также будет положительной, т. е. нарушение устойчивости будет иметь характер самораскачивания.

Весьма существенно, что самораскачивание вызывается здесь переменной знака относительного ускорения  $a_{21}^{12}$ , зависящего только от позиционных моментов.

Область самораскачивания на рис. 7-3 очень невелика, так как вслед за изменением знака  $a_{21}^{12}$  все три корня уравнения (7-15) должны сделаться вещественными. Характер изменения корней в окрестности точки  $a_{21}^{12} = 0$  показан на рис. 7-4.

В позиционной системе  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$ , следовательно, и вещественная часть корней  $\mu_{1,2} = 0$ . В устойчивой области корни

позиционной системы

$$p_{1,2} = \pm \omega_{1,2} = \pm j \sqrt{a_{21}^{12}}$$

являются чисто мнимыми. Вместе с  $a_{21}^{12}$  частота колебаний уменьшается и стремится к нулю. Неустойчивость наступает в связи с изменением знака  $a_{21}^{12}$ . При этом оба корня становятся вещественными, с противоположными по знаку, с равными абсолютными значениями.

Третий корень  $p_3 = \mu_3 = \lambda_3/a_{21}^{12}$ , возникающий при появлении малых моментов, зависящих от частоты, веществен, отрицателен при  $a_{21}^{12} > 0$  и положителен при  $a_{21}^{12} < 0$ <sup>1</sup>.

У корней  $p_{1,2} = \mu_{1,2} \pm j\omega_{1,2}$  появляется малая вещественная часть сначала отрицательная, но при  $\lambda_3/a_{21}^{12} = \lambda_1$  изменяющая свой знак. При  $a_{21}^{12} < 0$  все три корня должны быть вещественны, так как в силу малого влияния моментов, зависящих от частоты, они не могут изменить характера вещественных корней позиционной системы.

Таким образом самораскачивание возникает лишь непосредственно около точки  $a_{21}^{12} = 0$ . Частота колебаний при этом должна быть очень невелика. Уже малое изменение условий исходного установившегося режима может сделать колебание аperiодическим. Практически такой характер неустойчивости следует рассматривать скорее как своеобразный случай появления вещественных положительных корней без изменения знака свободного члена, чем как действительное возникновение самораскачивания. Этим и объясняется парадоксальное, на первый взгляд, положение, когда возникновение самораскачивания вызывается изменением позиционных моментов, не зависящих от частоты вращения.

Следует отметить, что приближенная оценка влияния моментов, зависящих от частоты, не позволяет установить возникновения самораскачивания, связанного с изменением знака этих моментов. Корни позиционной системы действительно мало изменяются под влиянием моментов, зависящих от частоты, однако это малое изменение означает появление малой вещественной части корней, которые в позиционной системе (в устойчивой области) были чисто мнимыми. Если бы эти вещественные части оказались положительными, то малое изменение корней означало бы не что иное, как возникновение неустойчивости.

Выше было установлено, что при наличии моментов, зависящих от частоты, изменение вещественной части корней, связанное с изменением позиционных моментов, неизбежно предшествует наступлению неустойчивости позиционной системы, что в сущности и позволило подойти к приближенному решению задачи.

Рис. 7-4

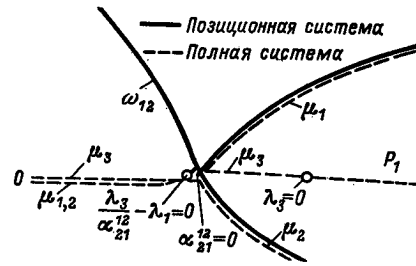


Рис. 7-4. Изменения корней в окрестности точки  $\alpha_{21}^{12} = 0$  при увеличении мощности  $P_1$ .

<sup>1</sup> При  $a_{21}^{12} = 0$  корень равен бесконечности. Однако этот случай следует рассматривать как особую точку, для которой приближенные зависимости уже не справедливы.

Рис. 7-5

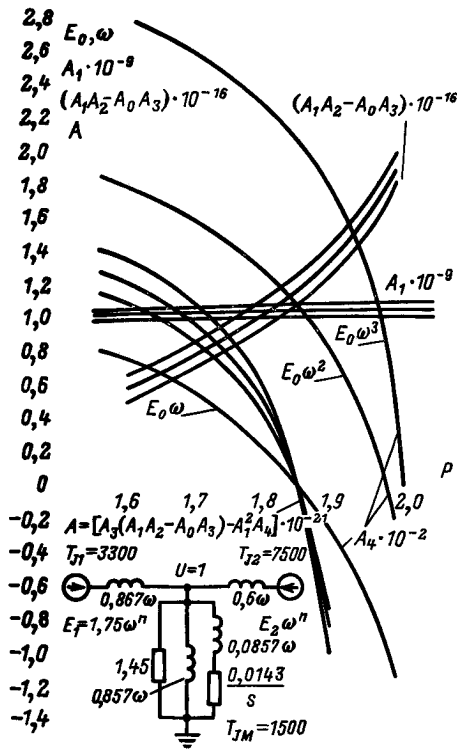


Рис. 7-6

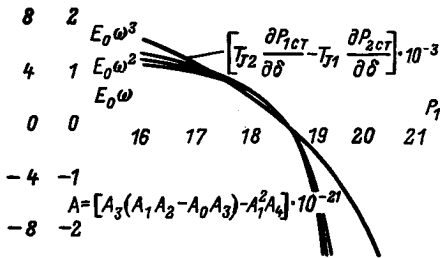
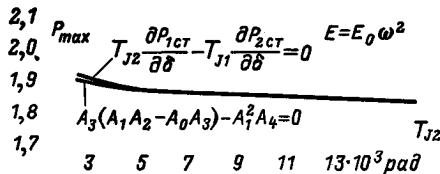


Рис. 7-7



Однако изменение знака вещественной части корней может быть вызвано и другой причиной, а именно появлением отрицательных, зависящих от угловой скорости моментов. Так, например,  $\mu_{1,2}$  в уравнении (7-16) при значениях  $a_{21}^2$ , сколько-нибудь отличных от нуля, становится равным  $-\lambda_1/2$ :

$$\mu_{1,2} \approx -\frac{\lambda_1}{2} = -\frac{1}{2} \left[ T_{J2} \left( \frac{\partial M_{1ct}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial \omega_1} \right) + T_{J1} \left( \frac{\partial M_{2ct}}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) \right]$$

и при отрицательных производных  $\partial P_{1ct}/\partial \omega_1$  и  $\partial P_{2ct}/\partial \omega_2$  может иметь положительный знак.

Однако вероятность появления отрицательных производных мощности генераторов по частоте весьма мала, так как характеристики асинхронных двигателей обуславливают положительный знак этих производных, если только сами двигатели устойчивы.

Возникновение самораскачивания в связи с отрицательным знаком производных по частоте, по-видимому, можно ожидать лишь при малых нагрузках. Как будет показано ниже, непосредственной причиной появления отрицательных производных могут явиться относительно большие активные сопротивления сети.

Возвращаясь к рис. 7-2, отметим, что приближенная оценка предела устойчивости с точки зрения самораскачивания, вытекающая из учета моментов, зависящих

Рис. 7-5. Зависимости условий устойчивости системы от передаваемой мощности при учете инерции асинхронных двигателей.

Рис. 7-6. Пределы устойчивости позиционной и полной систем.

Рис. 7-7. Влияние постоянной инерции на условия устойчивости.

Рис. 7-8. Траектории корней характеристического многочлена полной системы при изменении мощности  $P_1$  при квадратичной зависимости э. д. с. от частоты.

Рис. 7-9. Нарастающие колебания при нарушении устойчивости.

Рис. 7-8

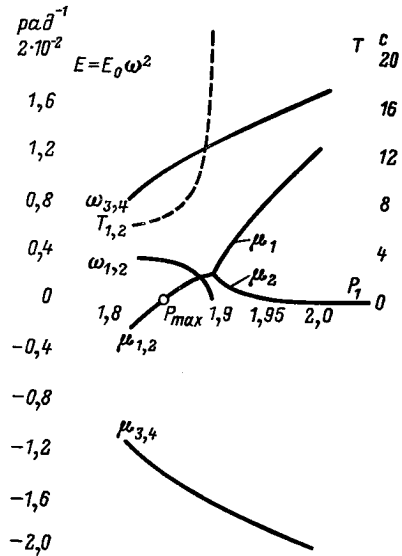
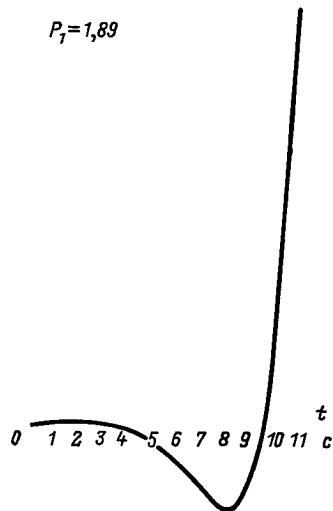


Рис. 7-9

$P_1 = 1,89$



от частоты, как малого параметра, дает вполне удовлетворительные результаты. Предел устойчивости позиционной системы (1,865) действительно весьма близок к истинному пределу полной системы (1,850).

Все изложенные выше соображения справедливы при условии, что постоянная инерции асинхронных двигателей равна нулю. Строгое решение задачи с учетом истинных свойств асинхронных двигателей дает (7-1). На рис. 7-5 даны кривые значений левых частей неравенств в критериях Гурвица для этого уравнения, позволяющие заключить, что постоянные инерции двигателей действительно не вносят ничего существенного в оценку устойчивости станций.

Степень изменения э. д. с. с частотой вращения почти не оказывает влияния на предел устойчивости, достигаемый при  $A_3(A_1A_2 - A_0A_3) - A_1^2A_4 = 0$ , так как  $A_3(A_1A_2 - A_0A_3) - A_1^2A_4$  проходит через нуль при одном и том же значении мощности вне зависимости от показателя  $n$  ( $n = 1, 3$ ). Уже это обстоятельство позволяет заключить, что при наличии асинхронных двигателей (представляющих основную часть нагрузки) возникновение самораскачивания может быть установлено без учета моментов, зависящих от частоты вращения.

Как показано на рис. 7-6, критерий

$$T_{J2} \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta} > 0$$

дает тот же предел устойчивости, что и  $A_3(A_1A_2 - A_0A_3) - A_1^2A_4 > 0$ , так как последний меняет свой знак практически одновременно с коэффициентом  $A_3$ , который в свою очередь достаточно точно определяется выражением

$$T_{J2} \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta} - T_{J1} \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta}$$

Этот вывод справед-

Рис. 7-10

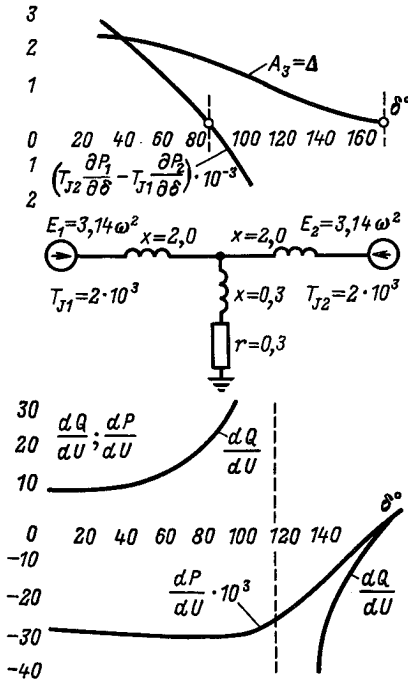


Рис. 7-10. Устойчивость системы при представлении нагрузки в виде постоянного сопротивления.

лив при широком изменении постоянной инерции основной станции (рис. 7-7).

Влияние моментов, зависящих от частоты вращения, вносит незначительное уточнение лишь при очень малых значениях постоянной инерции  $T_{j2}$ , когда постоянная инерции двигателей приближается к постоянной станции.

На рис. 7-8 показан характер изменения корней  $p_{1,2} = \mu_{1,2} \pm j\omega_{1,2}$  и  $p_{3,4} = \mu_{3,4} \pm \pm j\omega_{3,4}$ , уравнения (7-1) при квадратичной зависимости э. д. с. от частоты вращения, в основном совпадающей с кривыми на рис. 7-4. Вслед за изменением знака вещественной части корня  $\mu_{1,2}$  его мнимая часть  $\omega_{1,2}$  уменьшается до нуля и период колебания  $T_{1,2} = 1/50\omega_{1,2}$  возрастает до бесконечности, т. е. область самораскачивания действительно невелика.

Скорость нарастания амплитуды колебаний в неустойчивой области характеризуется отношением амплитуд двух соседних полупериодов, равным  $e^{\mu_{1,2} T/2}$ . Поскольку  $\omega_{1,2}$  в неустойчивой области быстро уменьшается, это отношение даже при незначительном отклонении установившегося режима от предельного весьма велико. Так, например, если мощность  $P_1$  превысит предельное значение на 1,8%, отношение последовательных амплитуд будет равным 40 (рис. 7-9). Если первую заметную амплитуду колебаний угла принять равной  $1^\circ$ , то уже в следующем полупериоде отклонение угла достигнет такого значения, что

генераторы в связи с нелинейностью их характеристик выйдут из синхронизма. При этом действительный характер процесса (самораскачивание) может быть и не отмечен, поскольку он весьма близок к аperiodическому.

Большой период колебаний в предельном режиме должен свести к минимуму влияние неучтенных нами переходных электромагнитных процессов в генераторах, если оно вообще имеет место. Более подробно этот вопрос рассмотрен ниже.

В заключение отметим, что разница между пределом устойчивости позиционной системы и пределом, определяемым знаком свободного члена, может быть очень значительной. Так, например, для схемы, изображенной на рис. 7-10, свободный член, изменяющий знак лишь при угле, примерно равном  $180^\circ$ , не дает никакого представления об истинном пределе устойчивости.

Критерии же  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  для схемы на рис. 7-10 дают противоположные результаты.



## критерий устойчивости

### асинхронного двигателя в системе

Уравнение (7-6), позволяющее исследовать устойчивость системы, используя статические характеристики нагрузки, было получено нами при условии  $T_{JM} = 0$ . В действительности же постоянная инерции двигателей хотя и невелика, но все же не равна нулю. При малом значении  $T_{JM}$  коэффициенты уравнения (7-6) близки к коэффициентам уравнения (7-2), но в (7-6) отсутствует член высшего порядка, имеющийся в (7-2). При переходе от (7-2) к (7-6) в результате допущения  $T_{JM} = 0$  степень уравнения понизилась и, следовательно, был потерян один корень, в связи с чем оценка устойчивости по уравнению (7-6) является неполной. Этот корень приближенно равен

$$p \approx \frac{T_{J1}T_{J2}}{T_{J1}T_{J2}T_{JM}} \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \right) = \frac{1}{T_{JM}} \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \right). \quad (8-1)$$

Чтобы не возникала неустойчивость, должно быть соблюдено условие

$$\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} = - \frac{\partial P_M}{\partial s} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} < 0. \quad (8-2)$$

Неравенство (8-2) представляет собой условие устойчивости нагрузки. Таким образом, для полного суждения об устойчивости системы расчеты устойчивости электростанций, учитывающие нагрузку по ее статическим характеристикам, вообще говоря, должны быть дополнены расчетом устойчивости нагрузки. Система может быть признана действительно устойчивой, если устойчивость сохраняется при изменении в достаточно широких пределах не только угла между э. д. с. станций, но и скольжения двигателей.

Как показано на рис. 8-1 (точка *a*), при малых углах и больших скольжениях запас устойчивости по углу отнюдь не характеризует действитель-

Рис. 8-1

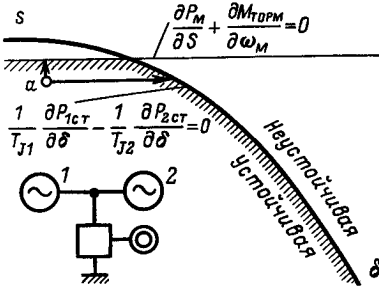


Рис. 8-1. Границы устойчивости на плоскости  $\delta, s$ .

Рис. 8-2

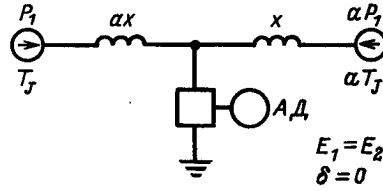


Рис. 8-2. Симметричная схема питания нагрузки.

ного уровня устойчивости в целом, так как запас устойчивости по скольжению может быть очень невелик (или даже отсутствовать совсем). Нарастающее изменение скольжения сопровождается хотя и медленным, но также нарастающим изменением угла, в результате чего при достаточно большой мощности двигателей может быть нарушена и параллельная работа станций.

Такого рода нарушения устойчивости характерны для симметричных схем питания нагрузки, когда углы между станциями невелики.

Критерий устойчивости нагрузки  $\partial M_M / \partial \omega_M - \partial M_{\text{торм}} / \partial \omega_M < 0$  является лишь приближенным, поскольку он был получен в предположении, что постоянная инерции двигателей мала. Точное решение задачи для симметричной схемы (рис. 8-2), в которой нагрузка в установившемся режиме распределяется между станциями обратно пропорционально их индуктивным сопротивлениям (и следовательно,  $\delta = 0$ ), получается следующим образом.

Легко показать, что для этой схемы справедливы соотношения

$$\left. \begin{aligned} \partial P_1 / \partial \delta &= -\partial P_2 / \partial \delta; & \partial P_M / \partial \delta &= 0; \\ a \partial P_1 / \partial \omega_M &= \partial P_2 / \partial \omega_M; \\ a \partial P_1 / \partial \omega &= \partial P_2 / \partial \omega, \end{aligned} \right\} \quad (8-3)$$

где  $a$  — отношение индуктивных сопротивлений ветвей электростанций.

Кроме того, относительно производных мощности генераторов по угловой частоте можно указать следующее. Собственные мощности генераторов зависят лишь от собственных угловых частот, тогда как взаимные мощности зависят от угловых частот обеих машин:

$$P_1 = P_{11}(\omega_1) + P_{12}(\omega_1, \omega_2); \quad P_2 = P_{22}(\omega_2) + P_{21}(\omega_1, \omega_2).$$

Поскольку взаимные сопротивления ветвей  $Z_{12}$  и  $Z_{21}$  одинаковы при одинаковых  $\omega$ , очевидно

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_{12}}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial P_{21}}{\partial \omega_2}, \\ \frac{\partial P_{12}}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial P_{21}}{\partial \omega_1}. \end{aligned} \right\} \quad (8-4)$$

Кроме того, если начальные скорости одинаковы, токи нагрузки при  $E_1 \neq 0$  ( $E_2 = 0$ ) и при  $E_2 \neq 0$  ( $E_1 = 0$ ) относятся как  $1/a$ , следовательно,

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial \omega_2} = a^2 \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1}. \quad (8-5)$$

Выражения (8-3)–(8-5) дают:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} &= (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2}, \\ \frac{\partial P_2}{\partial \omega_2} &= a(1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2}. \end{aligned} \right\} \quad (8-6)$$

Принимая во внимание (8-3) и (8-6) и предполагая, что постоянные инерции станций также симметричны (т.е. относятся, как  $1/a$ ) общую систему уравнений (4-1) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \Delta \delta}{dt} - \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \Delta \delta + T_J \frac{d \Delta \omega_1}{dt} + \left[ (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right] \Delta \omega_1 + \\ + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_M} \Delta \omega_M &= 0; \\ - \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + a T_J \frac{d \Delta \omega_2}{dt} + \left[ a(1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \right. \\ \left. - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right] \Delta \omega_2 + a \frac{\partial P_M}{\partial \omega_M} \Delta \omega_M &= 0; \\ - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 - \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + T_{JM} \frac{d \Delta \omega_M}{dt} - \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{горМ}}}{\partial \omega_M} \right) \Delta \omega_M &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8-7)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial \omega_1} &= \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} = (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2}, \\ \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \omega_2} &= \frac{\partial P_2}{\partial \omega_2} = a(1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2}. \end{aligned}$$

Определитель этой системы, приводящий, вообще говоря, к характеристическому уравнению четвертого порядка, будучи разложен по элементам

первого столбца в результате некоторых преобразований может быть представлен в виде произведения двух сомножителей

$$\Delta = \begin{vmatrix} p & -1 & 1 & 0 \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} & pT_J + \left[ (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right] & \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega_M} \\ -\frac{\partial P_1}{\partial \delta} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} & p_a T_J + \left[ a(1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right] & a \frac{\partial P_1}{\partial \omega_M} \\ 0 & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} & pT_{JM} - \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M} \right) \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ p^2 a T_J + p \left( a \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right) + (1+a) \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \right\} \left\{ p^2 T_J T_{JM} + p \left[ T_{JM} \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - T_J \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M} \right) \right] \right\} + \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \omega_M} \frac{\partial M_M}{\partial \omega} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega} \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{ТОРМ}}}{\partial \omega_M} \right) \right], \quad (8-8)$$

где

$$\frac{\partial P_1}{\partial \omega} = \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} = (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1};$$

$$\frac{\partial M_M}{\partial \omega} = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_M}{\partial \omega_2},$$

или

$$\Delta = (p^2 + A_1 p + A_2)(p^2 + A_3 p + A_4) = 0. \quad (8-9)$$

Каждый из этих сомножителей характеризует одно из двух нормальных колебаний системы. Первое из этих колебаний представляет собой относительное качание электростанций при постоянной частоте вращения асинхронного двигателя, момент которого все время неизменен; второе — синхронные качания обеих станций (частота вращения которых одинакова) и двигателя относительно друг друга.

Отметим, что при  $\delta = 0$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta} = \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta} = E^2 y_{12} \cos(-\alpha_{12}),$$

где  $P_{12} = E^2 y_{12} \sin(\delta - \alpha_{12})$ , т. е. коэффициент  $A_2 = \frac{1+a}{aT_J} \frac{\partial P_1}{\partial \delta}$  всегда положителен. Затем  $P_1 = P_{11} + P_{12} = P_{11} + E_1 \omega_1^n I_{12a}$  и, следовательно,

$$\frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} = \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} + n P_{12};$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} = \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} = (1+a) \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - n P_{12} = a \frac{\partial P_{11}}{\partial \omega_1} - n P_{12}.$$

Таким образом,

$$A_1 = \frac{1}{aT_J} \left( a \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right) = \frac{1+a}{aT_J} P_{12} n = \frac{1+a}{aT_J} n E^2 y_{12} \sin(-\alpha_{12}),$$

т.е. коэффициент  $A_1$  также положителен, поскольку  $\alpha_{12} < 0$ , следовательно, в первом колебании устойчивость сохраняется.

Остается вопрос о сохранении устойчивости во втором колебании, что требует  $A_3 > 0$  и  $A_4 > 0$ . Это и есть условие устойчивости нагрузки.

На рис. 8-3 приведены графики значений коэффициентов  $A_3$  и  $A_4$  в зависимости от мощности (или скольжения) двигателей при разных степенях  $n$  изменения э. д. с. генераторов с частотой вращения для симметричной схемы, в которой нагрузка отделена от системы значительным индуктивным сопротивлением.

При малых показателях  $n$  неустойчивость связана (так же как и при исследовании устойчивости станций) с изменением знака свободного члена  $A_4$  и в этом случае специального критерия для оценки устойчивости нагрузки не требуется. Однако при обычных значениях  $n$  порядка 2 и выше критерием устойчивости является уже знак коэффициента

$$A_3 = \frac{1}{T_J} \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - \frac{1}{T_{JM}} \left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} \right) > 0, \quad (8-10)$$

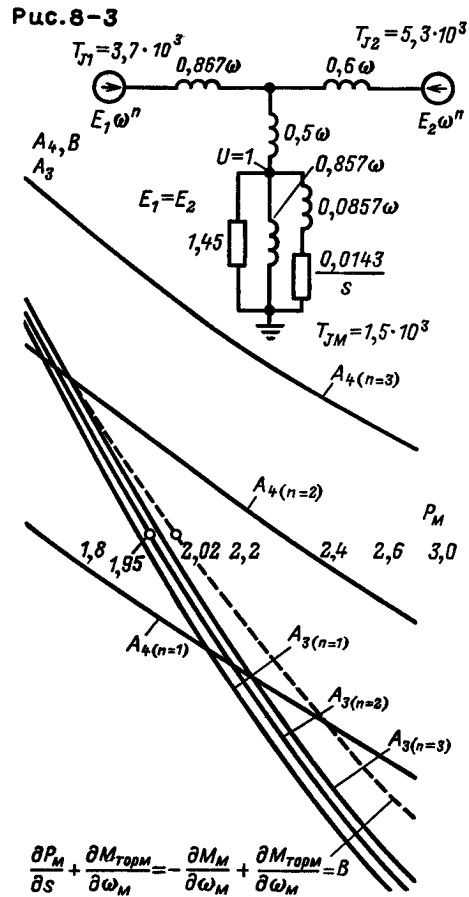
почти не зависящего от  $n$ . Этот критерий и является развитием (8-2) в результате действительного соотношения между значением постоянных инерции двигателей и генераторов.

Приближенный критерий  $-\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} > 0$  (штриховая линия на рис. 8-3)

даст несколько преувеличенный предел устойчивости, так как производная  $\partial P / \partial \omega$  в выражении для  $A_3$  в связи с наличием нагрузки в виде постоянной проводимости

изменяет знак раньше, чем  $\left( \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} - \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M} = B \right)$

Рис. 8-3. Условия устойчивости двигателей нагрузки.



$-\frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega_M}$ ). Однако, как и следовало ожидать, разница невелика и для практических расчетов вряд ли можно рекомендовать уточнение (8-10), ограничиваясь условием (8-2).

Поскольку определение характеристики тормозного момента эквивалентного двигателя нагрузки, замещающего множество разнотипных машин, затруднительно, обычно считают тормозной момент неизменным. Если положить  $\partial M_{\text{торм}}/\partial \omega_M = 0$ , то критерий (8-2) сводится к следующему

$$\partial P_M/\partial s > 0. \quad (8-11)$$

Метод вычисления этой производной был изложен выше. Здесь мы укажем на одну модификацию критерия (8-11), удобную для практических расчетов.

Вводя в точке питания нагрузки фиктивную э. д. с., равную напряжению в этой точке  $U$ , можно написать уравнения баланса мощностей

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial s} ds + \left( \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) dU + \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} &= 0; \\ \frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial s} ds + \left( \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) dU + \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} &= 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\frac{dU}{ds} = \frac{\begin{vmatrix} -\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial s} & \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \\ -\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial s} & \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left( \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \\ \left( \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix}}, \quad (8-12)$$

что дает

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_M}{\partial s} &= \frac{\partial P_M}{\partial s} = \frac{\partial P_M^*}{\partial s} + \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \frac{dU}{ds} = \\ &= \frac{\partial P_M^*}{\partial s} \left[ \begin{vmatrix} \left( \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \\ \left( \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix} + \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \begin{vmatrix} -\frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial s} & \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \\ -\frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial s} & \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix} \right] \\ &= \frac{\partial P_M^*}{\partial s} \begin{vmatrix} \left( \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \\ \left( \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{\text{н}}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_{\text{I}}^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (8-13)$$

Теперь рассмотрим режим, возникающий в результате малого изменения э. д. с. одного из генераторов (или обоих вместе), причем активная и реактивная мощности нагрузки в этом режиме определяются ее статическими характеристиками. При этом напряжение на нагрузке изменяется следующим образом:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial E} dE + \frac{\partial U}{\partial s} ds,$$

откуда

$$\frac{\partial U}{\partial E} \frac{dE}{dU} = 1 - \frac{\partial U}{\partial s} \frac{ds}{dU}. \quad (8-14)$$

Здесь производная  $\partial U/\partial s$  определяется (8-12). Значение производной  $ds/dU$  выводится из условия равновесия моментов на валу двигателя

$$\frac{ds}{dU} = - \frac{\partial P_M^*/\partial U}{\partial P_M^*/\partial s}. \quad (8-15)$$

Подставляя (8-12) и (8-15) в (8-14), имеем:

$$\frac{\partial U}{\partial E} \frac{dE}{dU} = \frac{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} \left| \begin{array}{cc} \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U} + \frac{\partial P_n^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} \\ \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_n^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} \end{array} \right| + \frac{\partial P_M^*}{\partial U} \left| \begin{array}{cc} -\frac{\partial P_n^*}{\partial s} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} \\ -\frac{\partial Q_n^*}{\partial s} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} \end{array} \right|}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s} \left| \begin{array}{cc} \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U} + \frac{\partial P_n^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} \\ \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_n^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} \end{array} \right|}$$

или

$$\frac{\partial U}{\partial E} \frac{dE}{dU} = \frac{\frac{dP_M}{ds}}{\frac{\partial P_M^*}{\partial s}}. \quad (8-16)$$

Производная  $\partial U/\partial E$  (при постоянном скольжении) всегда положительна, так же как и производная  $\partial P_M^*/\partial s$ , если двигатель устойчив при постоянстве напряжения в месте подключения нагрузки. Принимая это условие (которое всегда может быть проверено при построении характеристик нагрузки), легко установить, что знак  $dP_M/ds$  совпадает со знаком  $dE/dU$  и, следовательно, в качестве критерия устойчивости нагрузки можно использовать неравенство

$$dE/dU > 0, \quad (8-17)$$

позволяющее воспользоваться статическими характеристиками нагрузки.

Производная  $dE/dU$  вычисляется с помощью уравнений баланса мощностей при изменении э. д. с.  $E$ :

$$\frac{\partial P_1^*}{\partial E} dE + \left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial U} \right) dU + \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} = 0;$$

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial E} dE + \left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial U} \right) dU + \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} d\delta_{11} = 0,$$

дающих

$$\frac{dE}{dU} = \frac{\begin{vmatrix} -\left( \frac{\partial P_1^*}{\partial U} + \frac{\partial P_{н.ст}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} \\ -\left( \frac{\partial Q_1^*}{\partial U} + \frac{\partial Q_{н.ст}^*}{\partial U} \right) & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial P_1^*}{\partial E} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{11}} \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial E} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{11}} \end{vmatrix}}. \quad (8-18)$$

Вместо предельно допустимой загрузки двигателей запас устойчивости нагрузки нередко характеризуют предельным снижением напряжения в системе. В этом случае критерий  $dE/dU$  особенно удобен.

Задача сводится к построению зависимости э. д. с.  $E$  от напряжения на нагрузке  $U$ . Минимум этой кривой и дает предельное напряжение.



## устойчивость

### нескольких двигателей

В качестве примера системы с несколькими нагрузками мы рассмотрим случай двух нагрузок, питаемых любым числом электростанций. При достаточно малом относительном значении постоянных инерции двигателей их уравнение движения составляется независимо от движения генераторов

$$\left. \begin{aligned} T_{J_{M1}} \frac{d \Delta s_1}{dt} + \left( \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega_M} \right) \Delta s_1 + \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_2} \Delta s_2 &= 0; \\ \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_1} \Delta s_1 + T_{J_{M2}} \frac{d \Delta s_2}{dt} + \left( \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega_M} \right) \Delta s_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9-1)$$

Характеристическое уравнение второго порядка

$$\begin{vmatrix} pT_{J_{M1}} + \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega_M} & \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_2} \\ \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_1} & pT_{J_{M2}} + \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix} = 0 \quad (9-2)$$

приводит к следующим условиям устойчивости

$$A_1 = \left( \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega_M} \right) T_{J_{M2}} + \left( \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega_M} \right) T_{J_{M1}} > 0;$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega_M} & \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_2} \\ \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_1} & \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega_M} \end{vmatrix} > 0.$$

Однако нетрудно убедиться, что при уменьшении любой из производных  $\partial P_{M1}/\partial s_1$  или  $\partial P_{M2}/\partial s_2$  коэффициент  $A_2$  всегда меняет знак раньше, чем коэффициент  $A_1$ , так как при любых (положительных) скольжениях производные  $\partial P_{M1}/\partial s_2$  и  $\partial P_{M2}/\partial s_1$  отрицательны.

Коэффициент  $A_2$  представляет собой свободный член уравнения (9-2) и, следовательно, нарушение устойчивости системы, движение которой описывается уравнениями (9-1), имеет аperiодический характер. Поэтому знак свободного члена может быть использован для суждения об устойчивости двигателей без каких-либо ограничений в отношении изменения частоты.

Для системы, содержащей несколько нагрузок, свободный член характеристического уравнения имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{\text{торм}1}}{\partial \omega} & \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_2} & \frac{\partial P_{M1}}{\partial s_3} & \dots \\ \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_1} & \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_2} + \frac{\partial M_{\text{торм}2}}{\partial \omega} & \frac{\partial P_{M2}}{\partial s_3} & \dots \\ \frac{\partial P_{M3}}{\partial s_1} & \frac{\partial P_{M3}}{\partial s_2} & \frac{\partial P_{M3}}{\partial s_3} + \frac{\partial M_{\text{торм}3}}{\partial \omega} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}. \quad (9-3)$$

Так же как и раньше, этот определитель

$$\Delta = \frac{\Delta_c}{D} \prod \left( \frac{\partial P_m^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega} \right). \quad (9-4)$$

Структура определителей  $\Delta_c$  и  $D$  в настоящем случае совершенно одинакова:

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial P_{1н.ст}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial Q_{1н.ст}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial P_{2н.ст}^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial Q_{2н.ст}^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix};$$

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial P_{1н}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial P_1^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_1} + \frac{\partial Q_{1н}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_1^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial P_{2н}^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial P_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial U_{II}} + \frac{\partial Q_{2н}^*}{\partial U_{II}} & \dots & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{II}} & \frac{\partial Q_{II}^*}{\partial \delta_{III}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}.$$

При  $\prod \left( \frac{\partial P_m^*}{\partial s} + \frac{\partial M_{\text{торм}}}{\partial \omega} \right) > 0$  и здесь можно ограничиться условием

$$\Delta_c/D > 0.$$

(9-5)



Отсюда нетрудно получить выражение определителя избыточных моментов генераторов

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \delta_{1k}} & \frac{\partial P_{1ст}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \delta_{1k}} & \frac{\partial P_{2ст}}{\partial \omega} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial P_{kст}}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_{kст}}{\partial \delta_{13}} & \dots & \frac{\partial P_{kст}}{\partial \delta_{1k}} & \frac{\partial P_{kст}}{\partial \omega} \end{vmatrix}, \quad (10-2)$$

$$\text{где } \frac{\partial P_{нст}}{\partial \omega} = \frac{\partial M_{нст}}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{тн}}{\partial \omega}.$$

Элементы определителя (10-2) вычисляются так же, как и элементы (6-3), с той только разницей, что в (6-7) члены, содержащие  $ds$ , должны быть отброшены и вместо производных нагрузок по частоте при постоянных скольжениях  $\partial P_n^*/\partial \omega$  и  $\partial Q_n^*/\partial \omega$  должны фигурировать производные, взятые по статическим характеристикам. Далее отпадают члены с  $ds$  и в (6-9) и (6-10). Наконец, в (6-10) вычисляются только строки, относящиеся к генераторам.

Весьма существенно, что производные  $\partial P_{ст}/\partial \delta$ , вычисленные как элементы определителя (10-2), используются одновременно и в уравнении позиционной системы, что значительно упрощает задачу исследования устойчивости последней.

## влияние переходных электромагнитных процессов в генераторах

Последний вопрос, который осталось нам рассмотреть, это влияние переходных электромагнитных процессов в генераторах. Мы допустили выше, что э. д. с. генераторов изменяются, следуя непосредственно за частотой вращения машин и напряжением возбудителей. Если это справедливо при данном токе возбуждения, то сам ток возбуждения следует за напряжением возбудителя (изменяющимся с частотой вращения возбудителя) по закону изменения тока в цепи с активным и индуктивным сопротивлениями, т. е. с некоторым запозданием, характеризуемым постоянной времени цепи. Кроме того, при относительном перемещении ротора в цепи возбуждения возникают токи, не зависящие от напряжения возбудителя.

Все это приводит к тому, что э. д. с. генератора должна отличаться от тех ее значений, которые принимались нами выше и которые мы назовем теперь установившимися. Разность между действительными значениями э. д. с. и их значениями, определяемыми напряжением возбудителей и частотой вращения генераторов, мы обозначим через  $\Delta E_{q\text{св}}$ .

Изменение э. д. с. во времени определяется известным уравнением обмотки возбуждения генератора

$$(i_{fd} - i_{fde}) r_{fd} = - \frac{d\Psi_{fd}}{dt}, \quad (11-1)$$

где  $i_{fd}$  — полный ток обмотки возбуждения генератора;  $i_{fde}$  — установившийся ток возбуждения, пропорциональный действующему значению напряжения возбудителя;  $\Psi_{fd} = i_{fd} x_{ffd} - I_a x_{afd}$  — полное потокосцепление обмотки возбуждения.

Принимая во внимание, что э. д. с. генератора  $E_q = i_{fd} x_{afd} \omega$  пропорциональна току возбуждения и частоте вращения, из уравнения (11-1) нетрудно получить

$$E_q - E_{qe} = -T_{d0} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \omega \frac{d\Psi_{fd}}{dt} = -T_{d0} \omega \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \left( x_{ffd} \frac{di_{fd}}{dt} - x_{afd} \frac{dI_a}{dt} \right),$$

но

$$\frac{dE_q}{dt} = x_{afd} i_{fd} \frac{d\omega}{dt} + x_{afd} \omega \frac{di_{fd}}{dt},$$

откуда

$$\frac{di_{fd}}{dt} = \frac{1}{\omega x_{afd}} \frac{dE_q}{dt} - \frac{i_{fd}}{\omega} \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\omega x_{afd}} \frac{dE_q}{dt} - \frac{E_q}{\omega^2 x_{afd}} \frac{d\omega}{dt},$$

и, следовательно,

$$E_q - E_{qe} = -T_{d0} \frac{dE_q}{dt} + T_{d0} \frac{E_q}{\omega} \frac{d\omega}{dt} + T_{d0} \omega (x_d - x'_d) \frac{dI_d}{dt}, \quad (11-2)$$

где

$$x_d - x'_d = \frac{x_{afd}^2}{x_{ffa}}.$$

Ограничиваясь малыми изменениями переменных и полагая

$$\frac{d\Delta E_{qe}}{dt} = \frac{\partial E_{qe}}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} = nE_{q0} \frac{d\Delta\omega}{dt},$$

уравнение (11-2) можно привести к следующему виду:

$$T_{d0} \frac{d\Delta E_{q\text{св}}}{dt} + \Delta E_{q\text{св}} + (n-1) T_{d0} E_{q0} \frac{d\Delta\omega}{dt} - T_{d0} (x_d - x'_d) \frac{d\Delta I_d}{dt} = 0. \quad (11-3)$$

Продольная составляющая тока статора  $I_d$  зависит от э. д. с. данного генератора, частоты вращения, а также от частот всех остальных машин, включая асинхронные, от углов и э. д. с. остальных генераторов.

Если перейти к конкретной схеме двух электростанций и одной нагрузки и ограничиться при этом оценкой влияния переходных процессов лишь для одной из станций, то производная приращения продольной составляющей тока этой станции может быть найдена следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta I_d}{dt} &= \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \frac{d\Delta E_{q\text{св}}}{dt} + \frac{\partial I_d}{\partial \omega_1} \frac{d\Delta\omega_1}{dt} + \frac{\partial I_d}{\partial \omega_2} \frac{d\Delta\omega_2}{dt} + \\ &+ \frac{\partial I_d}{\partial \omega_M} \frac{d\Delta\omega_M}{dt} + \frac{\partial I_d}{\partial \delta} \frac{d\Delta\delta}{dt}, \end{aligned} \quad (11-4)$$

где  $\frac{\partial I_d}{\partial \omega_1}$  и  $\frac{\partial I_d}{\partial \omega_2}$  учитывают изменение установившихся э. д. с. в зависимости от частоты вращения.

Вводя, так же как и в гл. 7, составляющие напряжения на нагрузке  $U_1$  и  $U_2$ , создаваемые э. д. с. отдельных генераторов, можно получить следующее выражение для тока:

$$I_d = \frac{E_q}{\omega_1 x_1} - \frac{U_1}{\omega_1 x_1} \cos \delta_{U1} - \frac{U_2}{\omega_2 x_1} \cos (\delta + \delta_{U2}),$$

где  $E_q = E_{q\text{св}} + E_{q0} \omega_1^{n1}$ .

Напряжение  $U_1$  и угол  $\delta_{U1}$  зависят от  $\omega_1$  и  $\omega_m$ , тогда как  $U_2$  и  $\delta_{U2}$  — от  $\omega_2$  и  $\omega_m$ . Таким образом,

$$I_d = \frac{E_{q\text{св}}}{\omega_1 x_1} + \frac{E_{q0} \omega_1^{(n_1-1)}}{x_1} - \frac{U_1(\omega_1, \omega_m)}{\omega_1 x_1} \cos \delta_{U1}(\omega_1, \omega_m) - \frac{U_2(\omega_2, \omega_m)}{\omega_2 x_1} \cos [\delta + \delta_{U2}(\omega_2, \omega_m)],$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_d}{\partial \delta} &= \frac{U_2}{x_1} \sin(\delta + \delta_{U2}); \\ \frac{\partial I_d}{\partial \omega_1} &= (n_1 - 1) \frac{E_{q0}}{x_1} + \frac{U_1}{x_1} \cos \delta_{U1} - \frac{\cos \delta_{U1}}{x_1} \frac{dU_1}{d\omega_1} + \frac{U_1}{x_1} \sin \delta_{U1} \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_1}; \\ \frac{\partial I_d}{\partial \omega_2} &= \frac{U_2}{x_1} \cos(\delta + \delta_{U2}) - \frac{\cos(\delta + \delta_{U2})}{x_1} \frac{dU_2}{d\omega_2} + \frac{U_2}{x_1} \sin(\delta + \delta_{U2}) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_2}; \\ \frac{\partial I_d}{\partial \omega_m} &= -\frac{\cos \delta_{U1}}{x_1} \frac{dU_1}{d\omega_m} + \frac{U_1}{x_1} \sin \delta_{U1} \frac{d\delta_{U1}}{d\omega_m} - \\ &= -\frac{\cos(\delta + \delta_{U2})}{x_1} \frac{dU_2}{d\omega_m} + \frac{U_2}{x_1} \sin(\delta + \delta_{U2}) \frac{d\delta_{U2}}{d\omega_m}; \\ \frac{\partial I_d}{\partial E_q} &= \frac{1}{x_1} - \frac{\cos \delta_{U1}}{x_1} \frac{dU_1}{dE_q}. \end{aligned}$$

Возникновение свободных токов вызывает соответствующие изменения моментов агрегатов, которые могут быть приняты пропорциональными  $\Delta E_{q\text{св}}$ .

При этом уравнения малых колебаний вместе с (11-3) образуют следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta}{dt} - \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta\delta + T_{J1} \frac{d\Delta\omega_1}{dt} + \left( \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{T1}}{\partial \omega_1} \right) \Delta\omega_1 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 + \\ &+ \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} \Delta\omega_m + \frac{\partial M_1}{\partial E_q} \Delta E_{q\text{св}} = 0; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} \Delta\delta + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 + T_{J2} \frac{d\Delta\omega_2}{dt} + \left( \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{T2}}{\partial \omega_2} \right) \Delta\omega_2 + \\ &+ \frac{\partial M_2}{\partial \omega_m} \Delta\omega_m + \frac{\partial M_2}{\partial E_q} \Delta E_{q\text{св}} = 0; \\ -\frac{\partial M_m}{\partial \delta} \Delta\delta - \frac{\partial M_m}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 - \frac{\partial M_m}{\partial \omega_2} \Delta\omega_2 + T_{Jm} \frac{d\Delta\omega_m}{dt} - \\ &- \left( \frac{\partial M_m}{\partial \omega_m} - \frac{\partial M_{\text{гор}m}}{\partial \omega_m} \right) \Delta\omega_m - \frac{\partial M_m}{\partial E_q} \Delta E_{q\text{св}} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (11-5)$$

$$\begin{aligned}
 & -T_{d0}(x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \delta} \frac{d \Delta \delta}{dt} + \left[ (n_1 - 1) T_{d0} E_{q0} - T_{d0}(x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \omega_1} \right] \times \\
 & \times \frac{d \Delta \omega_1}{dt} - T_{d0}(x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \omega_2} \frac{d \Delta \omega_2}{dt} - T_{d0}(x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \omega_m} \frac{d \Delta \omega_m}{dt} + \\
 & + \left[ T_{d0} - T_{d0}(x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \right] \frac{d \Delta E_{q \text{ св}}}{dt} + \Delta E_{q \text{ св}} = 0.
 \end{aligned}$$

Изменение установившихся э. д. с. со скоростью здесь учитывается в производных моментов по  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Производные моментов по э. д. с. равны:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial M_1}{\partial E_q} &= \frac{P_1 + P_{11}}{E_{q0}}; \\
 \frac{\partial M_2}{\partial E_q} &= \frac{P_{21}}{E_{q0}}; \\
 \frac{\partial M_m}{\partial E_q} &= \frac{2P_{m11} + P_{m12} + P_{m21}}{E_{q0}}.
 \end{aligned}$$

Если не учитывать пока влияние свободных токов, наводимых при относительном перемещении ротора, полагая  $x_d - x'_d = 0$ , и проследить лишь запаздывание тока возбуждения за изменением напряжения возбудителя, то уравнение (11-3) принимает следующий простой вид:

$$\frac{d \Delta E_{q \text{ св}}}{dt} + \frac{\Delta E_{q \text{ св}}}{T_{d0}} + (n_1 - 1) E_{q0} \frac{d \Delta \omega_1}{dt} = 0,$$

откуда для очень больших постоянных времени  $T_{d0}$  имеем

$$\Delta E_{q \text{ св}} \approx - (n_1 - 1) E_{q0} \Delta \omega_1.$$

Подставляя это значение  $\Delta E_{q \text{ св}}$  во второе, третье и четвертое уравнения системы (11-5), нетрудно убедиться, что эти уравнения вместе с первым образуют обычную систему уравнений малых колебаний, в которой э. д. с. зависит только от частоты, причем показатель  $n$  равен единице. Так, например, второе из уравнений (11-5) принимает вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta \delta + T_J \frac{d \Delta \omega_1}{dt} + \left[ \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + (n_1 - 1) E_{q0} \frac{\partial M_1}{\partial E_q} - \frac{\partial M_{11}}{\partial \omega_1} \right] \Delta \omega_1 + \\
 & + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_m} \Delta \omega_m = 0,
 \end{aligned}$$

где разность  $\frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - (n_1 - 1) E_{q0} \frac{\partial M_1}{\partial E_q}$  представляет собой не что иное, как

производную  $\partial M_1 / \partial \omega_1$  при  $n_1 = 1$ ; аналогично изменяются и другие два уравнения системы (11-5).

Таким образом, запаздывание тока возбуждения за напряжением возбудителя изменяет лишь моменты, зависящие от частоты вращения, приближая их к значениям, получаемым при  $n = 1$ .



Как следует из рис. 7-5 и 7-6, предел устойчивости при этом почти не изменяется и, следовательно, запаздывание установившегося тока возбуждения практического значения не имеет.

Несколько иначе обстоит дело со свободными токами, связанными с относительным перемещением роторов генераторов. Возвращаясь к системе (11-5), прежде всего отметим, что свободный член характеристического уравнения этой системы, получаемый как определитель системы при  $p = 0$ ,

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \delta} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} - \frac{\partial M_{r1}}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_M} & \frac{\partial M_1}{\partial E_q} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_{i2}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_M} & \frac{\partial M_2}{\partial E_q} \\ -\frac{\partial M_M}{\partial \delta} & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega_1} & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega_2} & -\frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} + \frac{\partial M_{\text{горм}}}{\partial \omega_M} & -\frac{\partial M_M}{\partial E_q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

совершенно аналогичен определителю избыточных моментов системы при  $T_{d0} = 0$  и, следовательно, если нарушение устойчивости имеет аperiodический характер, то переходные электромагнитные процессы никакого влияния на предел устойчивости не оказывают.

Все остальные члены характеристического уравнения зависят от постоянной времени  $T_{d0}$  и разности индуктивных сопротивлений  $x_d - x'_d$ , что заставляет признать влияние свободных токов на предел устойчивости во всех тех случаях, когда приходится считаться с самораскачиванием. Чем больше постоянная времени  $T_{d0}$ , тем выше должен быть предел устойчивости с точки зрения самораскачивания (при  $T_{d0} = \infty$  генераторы могут быть представлены в продольной оси переходным сопротивлением, гораздо меньшим, чем синхронное). Однако количественно влияние свободных токов не должно быть очень большим, поскольку период нарастающих колебаний всегда велик, как это было установлено выше.

Как следует из рис. 11-1, где приведены результаты исследования характеристического уравнения системы (11-5) по Гурвицу, даже при очень больших постоянных времени  $T_{d0}$  истинный предел устойчивости далеко не достигает значения, соответствующего  $T_{d0} = \infty$ . При этом еще следует отметить, что влияние переходных процессов на устойчивость определяется помимо постоянной времени  $T_{d0}$  еще разностью продольных индуктивных сопротивлений генератора  $x_d - x'_d$ . С этой точки зрения существенное значение должно иметь насыщение генераторов, резко уменьшающее сопротивление  $x_d$ , которое не могло быть нами учтено ввиду сложности системы (11-5). Следовательно, влияние свободных токов на зависимости, приведенные на рис. 11-1, несомненно, преувеличено.

Возникновение свободных токов при качаниях в известной мере приближает истинный предел устойчивости к пределу, устанавливаемому знаком определителя избыточных моментов  $\Delta$ . Под их влиянием в определенных условиях при больших  $T_{d0}$  и  $x_d - x'_d$  может измениться самый характер нарушения устойчивости. Это обстоятельство, однако, не позволяет утверждать, что влияние свободных токов вообще устраняет возможность самораскачивания. Наоборот, поскольку период колебаний при изменении знака

вещественной части комплексного корня всегда велик, этого можно ожидать лишь при условии, что предел устойчивости позиционной системы при  $T_{d0} = 0$  достаточно близок к пределу устойчивости полной системы, определяемому знаком  $\Delta$ . При большой же разнице в пределах (где в сущности и возникает необходимость оценки самораскачивания) свободные токи вряд ли могут существенно повлиять на соотношения, существующие при  $T_{d0} = 0$ . Так, например, для рассматривавшейся выше схемы рис. 7-10, где определитель избыточных моментов  $\Delta$  изменяет знак лишь около  $180^\circ$ , не может быть и речи о том, чтобы истинный предел устойчивости даже при замещении генератора переходными сопротивлениями (т. е. при бесконечно больших постоянных времени) был в какой-то мере близок к определяемому знаком  $\Delta$ .

Таким образом, допущение в практических расчетах устойчивости  $T_{d0} = 0$ , по-видимому, не приведет к большим ошибкам, хотя принципиально влияние переходных процессов в генераторах и имеет место.

В результате поднятый А. А. Горевым вопрос о влиянии переходных электромагнитных процессов на статическую устойчивость, который вызвал оживленную дискуссию в 1937 г., решается таким образом, что в ограниченной степени оказываются справедливыми и та и другая точка зрения. Выводы автора и И. С. Брука, а также Н. Н. Щедрина, оспаривавших влияние переходных процессов, основывались на исследовании простейшей схемы работы генератора на шины бесконечной мощности. Уравнения малых колебаний для этого случая легко получаются из (11-5):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta}{dt} - \Delta\omega &= 0; \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta} \Delta\delta + T_J \frac{d\Delta\omega}{dt} + \left( \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega} \right) \Delta\omega + \frac{\partial M}{\partial E_q} \Delta E_{q \text{ св}} &= 0; \\ -T_{d0} (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \delta} \frac{d\Delta\delta}{dt} + T_{d0} \left[ (n-1) E_{q0} - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \omega} \right] \times \\ \times \frac{d\Delta\omega}{dt} + T_{d0} \left[ 1 - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \right] \frac{d\Delta E_{q \text{ св}}}{dt} + \Delta E_{q \text{ св}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11-6)$$

Характеристическое уравнение этой системы имеет вид:

$$\begin{aligned} T_{d0} T_J \left[ 1 - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \right] p^3 + \left\{ \left( \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega} \right) \left[ 1 - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \right] T_{d0} + \right. \\ \left. + T_J - T_{d0} \frac{\partial M}{\partial E_q} \left[ (n-1) E_{q0} - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \omega} \right] \right\} p^2 + \\ \left\{ T_{d0} \frac{\partial M}{\partial \delta} \left[ 1 - (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial E_q} \right] + \left( \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\tau 1}}{\partial \omega} \right) + \right. \\ \left. + T_{d0} \frac{\partial M}{\partial E_q} (x_d - x'_d) \frac{\partial I_d}{\partial \delta} \right\} p + \frac{\partial M}{\partial \delta} = 0. \end{aligned} \quad (11-7)$$

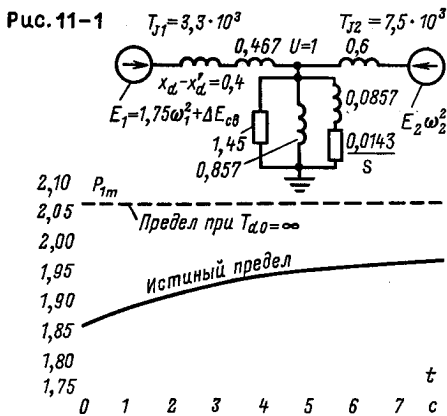


Рис. 11-1. Влияние переходных процессов в генераторах на устойчивость системы.

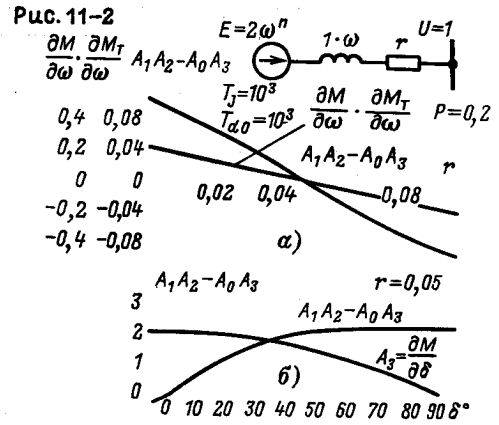


Рис. 11-2. Пределы устойчивости генератора, работающего на шины бесконечной мощности.

При отсутствии свободных токов ( $T_{d0} = 0$ ) из (11-7) следует:

$$T_J p^2 + \left( \frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_r}{\partial \omega} \right) p + \frac{\partial M}{\partial \delta} = 0. \quad (11-8)$$

Предел устойчивости системы (11-7) совпадает с пределом системы (11-8), поскольку и в том и в другом случае оказывается необходимым одно и то же условие  $\partial M / \partial \delta > 0$ . Таким образом, влияние переходных процессов на предел устойчивости при работе станции на шины бесконечной мощности в обычных условиях исключено. Однако этот вывод объясняется специфическими особенностями системы [в которой предел, определяемый по (11-8) с учетом влияния моментов, зависящих от частоты вращения, совпадает с пределом позиционной системы] и на более сложные системы распространить быть не может.

Небезынтересно отметить, что системы (11-7) и (11-8) при наличии активных сопротивлений оказываются неустойчивыми не только при больших нагрузках в связи с изменением знака синхронизирующей мощности  $\partial P / \partial \delta = \partial M / \partial \delta$ , но и при малых нагрузках в результате появления отрицательной производной мощности генератора по его угловой скорости  $\partial P / \partial \omega = \partial M / \partial \omega - \partial M_r / \partial \omega$  (рис. 11-2). В первом случае нарушение устойчивости имеет аperiodический характер, во втором — характер самораскачивания.

Поскольку самораскачивание в этом случае имеет место при больших значениях синхронизирующей мощности, период колебаний здесь очень невелик, и э. д. с. генераторов не успевает следовать за изменениями напряжения возбудителя, благодаря чему предел устойчивости при  $n = 2$  получается практически таким же, как и при неизменном токе возбуждения ( $n = 1$ ). Самораскачивание при малых нагрузках и является тем специфическим случаем, на который мы указывали ранее.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Для устойчивости позиционной системы, в которой моменты генераторов зависят только от углов, необходимо и достаточно, чтобы квадраты корней характеристического уравнения системы были вещественны и отрицательны. Предел устойчивости такой системы зависит от постоянных инерции генераторов. В устойчивой области колебания позиционной системы имеют незатухающий характер. Нарушение установившегося движения такой системы влечет за собой остающееся изменение скорости центра инерции.

Позиционная система является лишь некоторой идеализацией действительности, так как моменты генераторов помимо углов зависят также от частот вращения. Система уравнений, характеризующих движение реальной системы, должна также учитывать асинхронные двигатели нагрузки в качестве самостоятельных элементов системы.

При оценке характера зависимости моментов от частоты вращения должны учитываться изменения э. д. с. генераторов и индуктивных сопротивлений системы, а также изменения скольжений двигателей. От скорости зависят также моменты турбин и тормозные моменты асинхронных двигателей.

Устойчивые колебания полной системы затухают, и скорость центра инерции принимает то же значение, что и в установившемся режиме. Нарушение устойчивости полной системы может иметь либо апериодический характер, будучи связано с изменением знака вещественного корня характеристического уравнения, либо характер самораскачивания, если изменяется знак вещественной части комплексного корня.

Если допустить, что моменты, зависящие от частоты вращения, ввиду их малости не изменяют корней позиционной системы, то при постоянных инерциях двигателей, равных нулю, влияние этих моментов выразится лишь в появлении нового корня, знак которого зависит от свободного члена характеристического уравнения полной системы. Это обстоятельство заставляет дополнить условия устойчивости позиционной системы требованием положительного знака свободного члена (определителя избыточных моментов).

Апериодический характер нарушения устойчивости связан с изменением знака определителя избыточных моментов. При нарушении же устойчивости

позиционной системы возникает самораскачивание, причем период нарастающих колебаний всегда велик. Область положительных значений определителя избыточных моментов существенно зависит от степени изменения э. д. с. генераторов с частотой вращения, возрастая с увеличением показателя степени.

Переходные электромагнитные процессы в генераторах не влияют на знак определителя избыточных моментов, но увеличивают предел устойчивости, если нарушение устойчивости имеет характер самораскачивания. Однако и в последнем случае влияние переходных процессов ограничивается большим периодом колебаний, что не позволяет сделать вывод об устранении возможности самораскачивания. Учет влияния переходных процессов представляет большие трудности, и в практических расчетах устойчивости [целесообразна]<sup>1</sup> предпосылка равенства нулю постоянных времени генераторов, хотя при этом истинный предел устойчивости и может быть несколько преуменьшен.

Большая разница в постоянных инерции электростанций и асинхронных двигателей позволяет установить самостоятельный критерий для оценки устойчивости двигателей, которым может служить знак определителя избыточных моментов двигателей при постоянных углах и частоте вращения генераторов.

В работе изложены методы вычисления элементов определителя избыточных моментов как генераторов, так и двигателей при сформулированных выше условиях. Коэффициенты уравнений малых колебаний позиционной системы, необходимые для оценки самораскачивания, вычисляются через определитель избыточных моментов генераторов. Установлен вид определителя избыточных моментов системы, знак которого при отсутствии самораскачивания мог бы служить для оценки устойчивости и генераторов и двигателей.

Результаты работы позволяют следующим образом классифицировать методы расчета устойчивости сложных систем с использованием практических критериев. Производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  (по Бруку и Марковичу) и синхронизирующая мощность  $dP/d\delta$  при учете изменений частоты и распределений мощностей в соответствии с характеристиками турбин могут, вообще говоря, правильно установить предел устойчивости в тех случаях, когда нарушение устойчивости имеет аperiодический характер. Однако наличие других сомножителей в этих производных в определенных условиях может привести к ошибочным результатам. В частности, производные  $dP/dU$  и  $dQ/dU$  могут иметь противоположные знаки. Методы расчета, использующие знак синхронизирующей мощности при неизменной частоте системы, следует рассматривать как известное приближение к оценке предела устойчивости с точки зрения самораскачивания. При обычных для электрических систем соотношениях (когда активные сопротивления генераторов, трансформаторов и линий невелики в сравнении с индуктивными сопротивлениями, активные же сопротивления нагрузок, наоборот, значительны) знак синхронизирующей мощности одной из станций как при постоянстве мощности промежуточных станций, так и при постоянстве углов должен приводить к результатам, несколько заниженным сравнительно с действительным пределом устойчивости позиционной системы, причем эта разница отражает влияние постоянных инерции станций. В связи с их относительной простотой эти методы могут служить для ориентировочной оценки устойчивости с достаточно надежными, хотя и безусловно заниженными результатами.

<sup>1</sup> В оригинале «неизбежна». (Прим. ред.)

# статическая устойчивость

## ДИ-1. ПОДХОД К АНАЛИЗУ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

В первых главах книги статическая устойчивость была определена как способность системы самостоятельно восстанавливать исходный режим работы при малом возмущении. Существенно отметить, что возмущения исходного режима, характеризующиеся отклонениями исходных параметров, считаются малыми, а причина, вызывающая эти возмущения, не рассматривается и, следовательно, не принимается во внимание при аналитическом исследовании статической устойчивости. Эти особенности определения статической устойчивости электрических систем отвечают понятию устойчивости движения, принятому в знаменитой докторской диссертации А. М. Ляпунова, в которой задача об устойчивости движения была поставлена во всей общности и были предложены строгие методы ее решения. Благодаря этому имеется возможность для анализа статической устойчивости электрических систем пользоваться общим аппаратом исследования, разработанным применительно к понятию устойчивости по Ляпунову или, как иногда говорят, к устойчивости в малом. Именно эта возможность в полной мере впервые была использована в работах П. С. Жданова при исследовании устойчивости сложных электрических систем. В последующие годы методы Ляпунова получили широкое применение при исследовании современных автоматически регулируемых электрических систем.

Остановимся на основных определениях и теоремах теории устойчивости А. М. Ляпунова.

Пусть произвольная динамическая система описывается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_s}{dt} = Y_s(y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (\text{Д1-1})$$

( $s = 1, 2, \dots, n$ ).

Невозмущенным движением системы будем называть то, которому соответствует рассматриваемое частное решение системы (Д1-1)  $y_s = f_s(t)$ , все другие движения будем считать возмущенными. Невозмущенное движение считается устойчивым по отношению к величинам  $y_s$ , если для всякого положительного числа  $\epsilon$ , как бы мало оно ни

было, найдется такое другое положительное число  $\eta(\varepsilon)$ , что для всех возмущенных движений  $y_s = y_s(t)$ , для которых в начальный момент  $t = t_0$  выполняются неравенства

$$|y_s(t_0) - f_s(t_0)| \leq \eta \quad (s = 1, 2, \dots, n),$$

будут при всех  $t > t_0$  выполняться неравенства

$$|y_s(t) - f_s(t)| < \varepsilon \quad (s = 1, 2, \dots, n).$$

Если невозмущенное движение не только устойчиво, но и возмущенные движения при неограниченном возрастании  $t$  стремятся асимптотически к невозмущенному, то говорят, что невозмущенное движение устойчиво асимптотически.

При оценке статической устойчивости электрических систем в настоящее время наиболее широкое применение получил метод исследования по первому приближению, обобщенный А. М. Ляпуновым.

Если уравнение (Д1-1) преобразовать к новым переменным

$$x_s = y_s - f_s(t) \quad (s = 1, 2, \dots, n),$$

то они примут вид:

$$\frac{dx_s}{dt} = F_s(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{Д1-2})$$

и будут характеризовать изменение приращений переменных системы. Эти уравнения называют дифференциальными уравнениями возмущенного движения.

Представляя правые части уравнений (Д1-2) в виде разложения по формуле Тейлора, получаем:

$$\frac{dx_s}{dt} = a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{sn}x_n + X_s(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{Д1-3})$$

$$(s = 1, 2, \dots, n).$$

Здесь  $a_{sj}$  — постоянные,  $X_s$  — функции переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , разлагающиеся в ряды по степеням этих переменных, причем разложения начинаются членами не ниже второго порядка.

Отбрасывая в (Д1-3) члены  $X_s$ , получаем систему линейных дифференциальных уравнений, которые называют уравнениями первого приближения. Имеют место две основные теоремы, установленные А. М. Ляпуновым.

**Теорема 1.** Если все корни характеристического уравнения системы первого приближения имеют отрицательные вещественные части, то невозмущенное движение устойчиво и притом асимптотически, каковы бы ни были члены высших порядков в дифференциальных уравнениях возмущенного движения.

**Теорема 2.** Если среди корней характеристического уравнения системы первого приближения имеется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво при любом выборе членов порядка выше первого в дифференциальных уравнениях возмущенного движения.

На основе этих двух теорем разрешаются в настоящее время основные задачи, связанные с анализом статической устойчивости автоматизированных электрических систем. Эти теоремы также явились теоретическим основанием исследований устойчивости, рассмотренных в настоящей книге.

Отметим две принципиальные особенности рассматриваемого метода. Первая из них заключается в замене исходной нелинейной системы линейной системой первого приближения, это, в сущности, может рассматриваться как замена одной задачи дру-

гой, что вполне правомерно в силу приведенных выше теорем Ляпунова. Вторая особенность заключается в том, что система уравнений первого приближения состоит из однородных уравнений. Это является следствием того, что в этих уравнениях не учитываются возмущающие силы, вызывающие малые приращения параметров исходного режима системы. Поэтому полученные уравнения характеризуют не вынужденные, а собственные колебания параметров режима системы, определяемые параметрами элементов системы и характеристиками ее исходного режима.

При исследовании устойчивости возможны случаи, называемые критическими, когда характеристическое уравнение, не имея корней с положительными вещественными частями, имеет корни с вещественными частями, равными нулю. Для критических случаев задача не решается уравнениями первого приближения и требуется анализ исходных нелинейных уравнений.

Отметим, что при исследовании статической устойчивости электрических систем с критическими случаями можно встретиться, рассматривая систему как позиционную.

И в первой, и в третьей части настоящей книги при таком подходе были получены чисто мнимые корни характеристических уравнений первого приближения. Такой результат принимался как свидетельство устойчивости системы, хотя он и не удовлетворяет требованию первой теоремы Ляпунова. Основанием для этого служит приближенный характер исходных уравнений, которые не отражают рассеяния энергии при свободных колебаниях, неизбежно возникающих в реальных системах и отсутствующих при ее позиционной идеализации. Учет рассеяния энергии приводит к появлению отрицательных вещественных частей корней характеристических уравнений линейного приближения. Это обстоятельство и позволяет обойтись без какого-либо дополнительного исследования в таком своеобразном критическом случае, рассматривая нулевые вещественные части корней как признак существования тенденции к возвращению режима к исходным параметрам невозмущенного состояния.

## Д1-2. КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Рассмотрим уравнения первого приближения, получаемые из системы (Д1-3) отбрасыванием нелинейных членов разложения:

$$\frac{dx_s}{dt} = a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{sn}x_n$$

( $s = 1, 2, \dots, n$ ).

Характеристический определитель системы уравнений имеет вид:

$$D(p) = \begin{vmatrix} a_{11} - p & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - p & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - p & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} - p \end{vmatrix}.$$

Развертывая этот определитель и приравнявая результат нулю, можно получить характеристическое уравнение в форме

$$D(p) = (-1)^n [p^n - A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} - \dots + (-1)^n A_n] = 0,$$



где  $A_1$  — сумма всех диагональных миноров первого порядка матрицы коэффициентов системы уравнений  $A$ :

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$A_2$  — сумма диагональных миноров второго порядка матрицы и т. д.

Наконец,  $A_n = \det A$ .

Характеристическое уравнение может быть получено и без предварительного приведения исходных линейных дифференциальных уравнений к нормальному виду. В этом случае не удастся для каждого коэффициента характеристического уравнения получить общие выражения подобно тому, как это было сделано выше. Однако во всех случаях характеристическое уравнение может быть получено в форме

$$A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_n = 0. \quad (Д1-4)$$

Устойчивость системы определяется знаком вещественной части корней уравнения (Д1-4). Поэтому естественным методом оценки устойчивости можно считать непосредственное решение уравнения (Д1-4) относительно неизвестного  $p$ . Однако такой подход связан со значительными трудностями, которые определяются высоким во многих случаях порядком уравнения.

Поэтому непосредственное решение характеристического уравнения не нашло до настоящего времени широкого применения в расчетах устойчивости. Решение задачи обычно выполняется с помощью методов, которые позволяют без решения характеристического уравнения по тем или иным признакам судить о наличии или отсутствии у этого уравнения корней с положительной вещественной частью. Соответствующие признаки обычно называют критериями устойчивости.

Если корни характеристического уравнения отметить точками на комплексной плоскости, которую называют плоскостью корней, то при отсутствии корней с положительной вещественной частью все точки расположатся на левой полуплоскости. Поэтому говорят, что критерии устойчивости определяют условия, при которых все корни характеристического уравнения находятся на левой полуплоскости корней.

Критерии устойчивости в ряде относительно простых случаев позволяют получать общие выводы об условиях устойчивости и устанавливать, при каких соотношениях между параметрами системы и параметрами режима возможно сохранение статической устойчивости. Примером таких общих выводов являются условия устойчивости в форме  $dP/d\delta > 0$  для простейшей электрической системы, в которой станция работает на шины неизменного напряжения.

Ниже без доказательства приведены несколько критериев устойчивости, получивших наибольшее практическое применение в практике анализа режимов электрических систем.

**К р и т е р и й Г у р в и ц а.** Алгебраический критерий Гурвица широко используется в настоящей книге, а также во многих исследованиях, посвященных проблеме статической устойчивости.

По Гурвицу алгебраическое уравнение  $n$ -й степени с постоянными коэффициентами имеет корни с отрицательными вещественными частями, если удовлетворяются следующие условия:

все коэффициенты уравнения (Д1-4) положительны, т. е.  $A_0 > 0$ ,  $A_1 > 0$ ,  $A_2 > 0$ , ...,  $A_n > 0$ ; положительны все определители  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ , составленные по опре-

деленной форме (определители Гурвица) из коэффициентов исследуемого уравнения<sup>1</sup>.  
 Определители Гурвица имеют следующий вид:

$$\Delta_1 = A_1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 \\ A_0 & A_2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & A_5 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & A_5 & A_7 \\ A_0 & A_2 & A_4 & A_6 \\ 0 & A_1 & A_3 & A_5 \\ 0 & A_0 & A_2 & A_4 \end{vmatrix}.$$

.....

Схема, по которой составляются эти определители, легко просматривается при сопоставлении последовательности приведенных четырех определителей. Отметим, что эта схема предусматривает замену нулями элементов, индекс которых превосходит порядок уравнения  $n$ .

Так, для характеристического уравнения 4-го порядка

$$A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0$$

определители Гурвица имеют вид:

$$\Delta_1 = A_1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 \\ A_0 & A_2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & 0 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & 0 & 0 \\ A_0 & A_2 & A_4 & 0 \\ 0 & A_1 & A_3 & 0 \\ 0 & A_0 & A_2 & A_4 \end{vmatrix}.$$

Последний определитель может быть разложен по элементам последнего столбца, причем

$$\Delta_4 = \Delta_n = (-1)^{4+4} A_4 \begin{vmatrix} A_1 & A_3 & 0 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{vmatrix} = A_4 \Delta_3 = A_4 \Delta_{n-1}.$$

<sup>1</sup> Условия пунктов 1 и 2 не независимы. В случае положительности коэффициентов  $A_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) для положительности всех определителей Гурвица достаточно проверить знаки всех нечетных определителей  $\Delta_1, \Delta_3, \Delta_5$  и т. д. Такой критерий устойчивости носит название критерия Лъенара — Шипара.

Полученное выражение справедливо для характеристического уравнения любой  $n$ -й степени. Поэтому при оценке знаков определителей Гурвица в практике расчетов можно ограничиться вычислением предпоследнего определителя  $(n - 1)$ , поскольку при  $A_n > 0$  и  $\Delta_{n-1} > 0$

$$\Delta_n = A_n \Delta_{n-1} > 0.$$

К р и т е р и й Р а у с а. Имеем характеристическое уравнение в виде

$$A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_n = 0.$$

Из коэффициентов этого уравнения составляем таблицу специальной формы, приведенную ниже. Элементами первой строки этой таблицы служат коэффициенты с четными индексами (начиная с нулевого), элементами второй строки – с нечетными индексами. Элементы третьей строки получаются из элементов первой вычитанием из нее второй строки, умноженной на  $A_0/A_1$ , и сдвигом на один столбец влево. Элементы каждой следующей строки образуются таким же способом из двух предыдущих строк.

Номер строки	Номер столбца			
	1	2	3	4
1	$A_0$	$A_2$	$A_4$	$A_6$
2	$A_1$	$A_3$	$A_5$	$A_7$
3	$A_{31} = A_2 - \frac{A_0}{A_1} A_3$	$A_{32} = A_4 - \frac{A_0}{A_1} A_5$	$A_{33} = A_6 - \frac{A_0}{A_1} A_7$	...
4	$A_{41} = A_3 - \frac{A_1}{A_{31}} A_{32}$	$A_{42} = A_5 - \frac{A_1}{A_{31}} A_{33}$	$A_{43} = A_7 - \frac{A_1}{A_{31}} A_{34}$	...
5	$A_{51} = A_{32} - \frac{A_{31}}{A_{41}} A_{42}$	...	...	...

Составленная по приведенной форме таблица носит название таблицы Рауса.

Критерий устойчивости Рауса формулируется следующим образом: для того чтобы действительная часть всех корней характеристического уравнения была отрицательной, необходимо и достаточно, чтобы все элементы первого столбца таблицы Рауса были отличны от нуля и имели один и тот же знак.

К р и т е р и й А. В. М и х а й л о в а. Запишем характеристическое уравнение (Д1-4) в форме

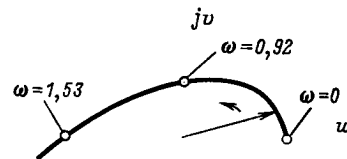
$$f(p) = A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_n = 0,$$

где  $f(p)$  – характеристический полином. Положив  $p = j\omega$ , представим характеристический полином в виде суммы вещественной и мнимых частей:

$$f(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega).$$

Рис. Д1-1. Годограф характеристического уравнения 3-го порядка.

Рис. Д1-1



Если задаться серией значений  $\omega$  в пределах от 0 до  $+\infty$ , то каждому из них будет соответствовать некоторое значение полинома, которое на комплексной плоскости определяет точку. Геометрическое место этих точек образует кривую, которая называется годографом характеристического многочлена. В качестве примера на рис. Д1-1 приведен годограф, построенный для многочлена 3-го порядка.

Назовем характеристическим вектор, конец которого при изменении  $\omega$  скользит по годографу характеристического многочлена, а начало находится в начале координат комплексной плоскости (рис. Д1-1). Тогда критерий устойчивости А. В. Михайлова можно сформулировать следующим образом: для того чтобы характеристическое уравнение имело только корни с отрицательной вещественной частью, необходимо и достаточно, чтобы характеристический вектор при изменении  $\omega$  от 0 до  $+\infty$  монотонно поворачивался против часовой стрелки на угол  $n\pi/2$ , где  $n$  — степень характеристического уравнения. При этом модуль характеристического вектора при всех значениях  $\omega$  должен быть отличным от нуля.

Критерий Михайлова с успехом применяется для оценки устойчивости как относительно простых систем с невысокой степенью характеристического уравнения, так и сложных автоматизированных систем. В первом случае без большого труда оценку устойчивости можно получить при ручном расчете. Оценка устойчивости сложных систем требует применения ЭВМ, для которых в настоящее время разработаны соответствующие программы.

### Д1-3. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОСТЕЙШЕЙ СИСТЕМЫ С ГЕНЕРАТОРАМИ, СНАБЖЕННЫМИ АРВ

В § 15-2 было показано, каким образом могут быть установлены условия статической устойчивости простейшей системы на основе анализа характера свободных колебаний системы. При этом э. д. с. генераторов считалась постоянной. Такое исходное условие характеризует работу генераторов без автоматического регулирования возбуждения.

Рассмотрим теперь условия устойчивости той же простейшей системы, в которой электростанция работает на шины неизменного напряжения, но считая, что генераторы станции снабжены АРВ.

Характер движения роторов генераторов и в этом случае определяется уравнением, имеющим вид

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_0 - P_m \sin \delta = P_0 - \frac{E_q U}{x_c} \sin \delta.$$

В правой части этого уравнения переменными величинами являются угол  $\delta$  и э. д. с.  $E_q$ , изменяемая регулятором возбуждения при изменении режима генератора и зависящая также от свободных токов в обмотке возбуждения. Следовательно,

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_0 - P_{эл}(E_q, \delta).$$

В соответствии с методом малых колебаний представим правую часть уравнения рядом Тейлора, в котором отбрасываем члены высших порядков, при этом получаем:

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_0 - P_{эл(0)}(E_{q0}, \delta_0) - \left( \frac{\partial P_{эл}}{\partial \delta} \right)_{E_q = \text{const}} \Delta \delta - \frac{\partial P_{эл}}{\partial E_q} \Delta E_q.$$

Принимая во внимание, что в исходном установившемся режиме

$$P_0 = P_{эл(0)}(E_{q0}, \delta_0),$$

а также

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2},$$

линеаризованное уравнение движения можем записать в виде

$$T_J \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = - \left( \frac{\partial P_{эл}}{\partial \delta} \right)_{E_q = \text{const}} \Delta\delta - \frac{\partial P_{эл}}{\partial E_q} \Delta E_q. \quad (Д1-5)$$

Уравнение (Д1-5) может быть представлено также и в следующей форме двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_J \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} &= \Delta P; \\ \Delta P &= - \left( \frac{\partial P_{эл}}{\partial \delta} \right)_{E_q = \text{const}} \Delta\delta - \frac{\partial P_{эл}}{\partial E_q} \Delta E_q. \end{aligned} \right\} \quad (Д1-6)$$

В записанных выражениях угол  $\Delta\delta$  является независимой переменной, тогда как переменная  $\Delta E_q$  зависит от характеристики системы возбуждения генератора, АРВ, а также от режима работы системы. Эта зависимость должна быть установлена в форме уравнений, которые при анализе устойчивости должны рассматриваться совместно с уравнением движения ротора.

Обратимся к упрощенной принципиальной схеме системы, приведенной на рис. Д1-2, на которой показана вместе с генератором и электропередачей схема возбуждения генератора. Последняя содержит возбудитель с независимым возбуждением. Для цепи возбуждения генератора справедливо уравнение

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} \frac{dE'_q}{dt},$$

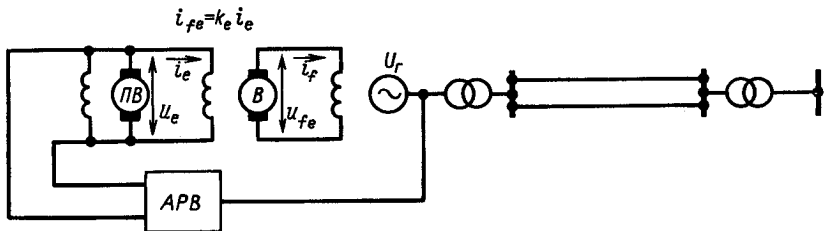
откуда

$$\Delta E_{qe} - \Delta E_q = T_{d0} \frac{d \Delta E'_q}{dt}, \quad (Д1-7)$$

где приращение вынужденной синхронной э. д. с.  $\Delta E_{qe}$  определяется действием АРВ.

Рис. Д1-2. Принципиальная схема простейшей системы с регулируемым генератором.

Рис. Д1-2



Для определения этого приращения записываем вначале уравнение Кирхгофа для цепи возбуждения возбудителя

$$u_e = i_e r_e + L_e \frac{di_e}{dt},$$

откуда при малом изменении режима следует:

$$\frac{\Delta u_e}{r_e} = \Delta i_e + T_e \frac{d\Delta i_e}{dt}. \quad (D1-8)$$

Току возбуждения возбудителя пропорциональна вынужденная составляющая тока  $i_{fe}$  (без учета насыщения возбудителя)

$$i_{fe} = k_e i_e.$$

Поэтому, умножив правую и левую части уравнения (D1-8) на  $x_{afd} k_e$ , получим в правой части уравнения приращение вынужденной э. д. с.  $\Delta E_{qe}$ , а в левой — э. д. с.  $\Delta E_{qp}$ , пропорциональную изменению напряжения на обмотке возбуждения возбудителя под действием АРВ, т. е.

$$\Delta E_{qp} = \Delta E_{qe} + T_e \frac{d\Delta E_{qe}}{dt}. \quad (D1-9)$$

Будем считать, что в рассматриваемой системе автоматическое регулирование возбуждения осуществляется идеальным регулятором напряжения пропорционального типа. Такой регулятор изменяет напряжение на обмотке возбуждения возбудителя пропорционально отклонению контролируемого напряжения генератора, причем осуществляет это мгновенно. Поэтому закон регулирования идеализированного регулятора пропорционального типа может быть записан в форме уравнения

$$\Delta E_{qp} = -k_{0U} \Delta U_{\Gamma}, \quad (D1-10)$$

где  $k_{0U}$  — коэффициент усиления (регулирования) по отклонению напряжения.

В реальных регуляторах, имеющих сложную внутреннюю структуру, напряжение на выходе следует за напряжением на входе ( $\Delta U_{\Gamma}$ ) с некоторым запаздыванием, которое определяется постоянными времени цепей самого регулятора. Это обстоятельство может быть отражено введением в уравнение регулирования некоторой передаточной функции  $W(p)$ . В этом случае

$$\Delta E_{qp} = W(p) \Delta U_{\Gamma},$$

где вид передаточной функции определяется структурной схемой регулятора.

Продолжая дальнейшее исследование применительно к идеализированному регулятору, можем из уравнений (D1-9) и (D1-10) получить:

$$\Delta E_{qe} + T_e \frac{d\Delta E_{qe}}{dt} = -k_{0U} \Delta U_{\Gamma}. \quad (D1-11)$$

Уравнения (D1-6), (D1-7) и (D1-11) образуют систему четырех уравнений, в которую входят шесть переменных:  $\Delta P$ ,  $\Delta \delta$ ,  $\Delta E_q$ ,  $\Delta E_{qe}$ ,  $\Delta E'_{q\prime}$ ,  $\Delta U_{\Gamma}$ .

Примем во внимание, что мощность генератора может быть выражена не только через э. д. с.  $E_q$  и угол  $\delta$  в форме

$$P_{э.1} = \frac{E_q U}{x_c} \sin \delta, \quad (D1-12)$$

но также и через другие э. д. с. и напряжения. Это может быть сделано потому, что векторная диаграмма генератора позволяет выразить э. д. с.  $E_q$  через другие э. д. с. синхронной машины, а также через напряжение на ее выводах. Подстановка таких выражений в (D1-12) даст возможность получить необходимые зависимости активной

мощности генератора от рассматриваемых э. д. с. Выше была получена формула (4-4), имеющая вид

$$P_{\text{эл}} = \frac{E'_q U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x'_d}{x_{d\Sigma} x_{d\Sigma}} \sin 2\delta = f(E'_q, \delta); \quad (\text{Д1-13})$$

аналогично можно получить выражение

$$P_{\text{эл}} = \frac{U_r U}{x_{\text{вн}}} \sin \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_d}{x_{d\Sigma} x_{\text{вн}}} \sin 2\delta = f(U_r, \delta). \quad (\text{Д1-14})$$

Формулы (Д1-13) и (Д1-14) позволяют получить для приращения мощности генератора

$$\Delta P = - \left( \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} \Delta \delta - \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial E'_q} \Delta E'_q, \quad (\text{Д1-15})$$

$$\Delta P = - \left( \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial \delta} \right)_{U_r = \text{const}} \Delta \delta - \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial U_r} \Delta U_r. \quad (\text{Д1-16})$$

Выражения (Д1-15) и (Д1-16) дополняют систему уравнений, характеризующую свободные малые колебания, до необходимого числа уравнений.

Примем следующие обозначения:

$$\left( \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = c_1; \quad \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial E'_q} = b_1;$$

$$\left( \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = c_2; \quad \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial E'_q} = b_2;$$

$$\left( \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial \delta} \right)_{U_r = \text{const}} = c_3; \quad \frac{\partial P_{\text{эл}}}{\partial U_r} = b_3.$$

При этом система уравнений малых свободных колебаний, состоящая из уравнений (Д1-6), (Д1-7), (Д1-11), (Д1-15) и (Д1-16), примет вид:

$$\left. \begin{aligned} T_J \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} - \Delta P &= 0; \\ c_1 \Delta \delta + b_1 \Delta E_q - \Delta P &= 0; \\ c_2 \Delta \delta + b_2 \Delta E'_q - \Delta P &= 0; \\ c_3 \Delta \delta + b_3 \Delta U_r - \Delta P &= 0; \\ T_{d0} \frac{d \Delta E'_q}{dt} - \Delta E_{qe} + \Delta E_q &= 0; \\ T_c \frac{d \Delta E_{qe}}{dt} + k_{0U} \Delta U_r + \Delta E_{qe} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{Д1-17})$$

Получена система линейных однородных дифференциальных уравнений, её характеристический определитель имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} p^2 T_J & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & b_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & -1 & b_2 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & -1 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & p T_{d0} & 0 & -1 \\ 0 & p T_c & 0 & 0 & k_{0U} & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая этот определитель и группируя члены с одинаковыми степенями  $p$ , получаем:

$$p^4 T_J T'_d T_e + p^3 T_J (T'_d + T_e) + p^2 [T_J (1 + k'_{0U}) + T'_d T_e c_2] + p (T_e c_1 + T'_d c_2) + (c_1 + k'_{0U} c_3) = 0, \quad (Д1-18)$$

или

$$A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 = 0.$$

При записи уравнения (Д1-18) принято

$$T'_d = T_{d0} b_1 / b_2, \quad k'_{0U} = k_{0U} b_1 / b_3.$$

Оценивая знак вещественных частей корней характеристического уравнения, можно установить, будет ли устойчива система в том или ином рассматриваемом режиме работы. Вместе с тем это уравнение позволяет установить и некоторые общие условия, которым должен удовлетворять режим и значение коэффициента регулирования  $k_{0U}$  для того, чтобы система была устойчива. Покажем имеющиеся здесь возможности, приняв для упрощения  $T_e = 0$ . В этом случае имеем из (Д1-18)

$$p^3 T_J T'_d + p^2 T_J (1 + k'_{0U}) + p T'_d c_2 + (c_1 + k'_{0U} c_3) = 0. \quad (Д1-19)$$

Для того чтобы уравнение третьего порядка не имело корней с положительной вещественной частью, необходимо и достаточно в соответствии с критерием Гурвица, чтобы были положительными все его коэффициенты и предпоследний определитель Гурвица, который в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\Delta_{n-1} = \begin{vmatrix} A_1 & A_3 \\ A_0 & A_2 \end{vmatrix} = A_1 A_2 - A_0 A_3. \quad (Д1-20)$$

В уравнение (Д1-19) входят положительные коэффициенты  $T_J$ ,  $T'_d$ ,  $k_{0U}$ , благодаря чему в характеристическом уравнении всегда  $A_0 > 0$  и  $A_1 > 0$ . Положительность же остальных коэффициентов, а также возможность удовлетворения условия  $\Delta_{n-1} > 0$  зависит в большой степени от абсолютных значений и знаков  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$ .

На рис. Д1-3 показаны три угловые характеристики активной мощности станции, одна из которых построена при постоянстве э. д. с.  $E_q$ , а две другие соответственно при неизменности  $E'_q$  и  $U_f$ , найденных для некоторого исходного режима, в котором систе-

Рис. Д1-3. Угловые характеристики мощности и зависимости частных производных от угла.

Рис. Д1-4. Граничные значения коэффициента усиления.

Рис. Д1-3

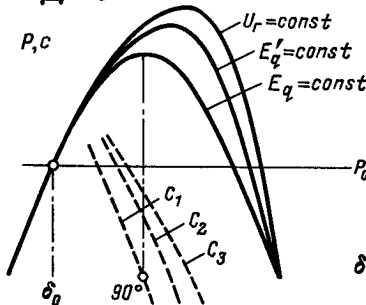
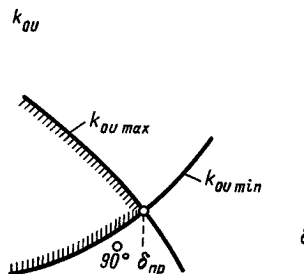


Рис. Д1-4





ма работает с углом  $\delta_0$ . Последние две характеристики построены в соответствии с выражениями (Д1-13) и (Д1-14). Там же приведены значения частных производных

$$c_1 = \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_{E_q = \text{const}} ; c_2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_{E_q = \text{const}} ; c_3 = \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_{U_T = \text{const}} ,$$

между которыми имеется следующее соотношение:

$$c_3 > c_2 > c_1 .$$

Эти кривые показывают, что все рассматриваемые производные положительны при углах  $\delta < 90^\circ$ . При больших углах производные меняют свой знак, причем при  $\delta = 90^\circ$  становится отрицательной производная  $c_1$ , а затем последовательно  $c_2$  и  $c_3$ .

Следовательно, условие  $A_2 = T_4 c_2 > 0$  может удовлетворяться только в области положительных значений производной  $c_2$ . Это условие ограничивает область значений углов  $\delta$ , при которой возможна устойчивая работа системы, значениями, которые в той или иной степени превышают  $90^\circ$ . Напомним, что нерегулируемая система в качестве предельного характеризуется углом  $\delta$ , равным для рассматриваемых условий именно  $90^\circ$ .

Условие  $A_4 = c_1 + k'_{0U} c_3 > 0$  также показывает на принципиальную возможность устойчивой работы при  $\delta > 90^\circ$ , поскольку, несмотря на отрицательные значения производной  $c_1$ , при таких углах коэффициент  $A_4$  может сохранять положительный знак ввиду того, что  $c_3 > 0$ . Однако для этого необходимо определенное значение коэффициента  $k'_{0U}$ , которое должно превышать некоторое минимальное значение, определяемое уравнением

$$c_1 + k'_{0U \min} c_3 = 0 ,$$

откуда

$$k'_{0U \min} = -c_1/c_3 . \quad (\text{Д1-21})$$

Перейдем теперь к анализу условия устойчивости, заключающегося в положительности определителя  $\Delta_{n-1}$ , который в рассматриваемом случае определяется формулой (Д1-20). Подставив в Д1-20 выражение для коэффициентов характеристического уравнения, можно найти после преобразований

$$k'_{0U} < \frac{c_1 - c_2}{c_2 - c_3} . \quad (\text{Д1-22})$$

Полученное неравенство свидетельствует о том, что система с АРВ устойчиво работает в том случае, когда коэффициент усиления не превосходит некоторого предельного значения. Объединяя условия (Д1-21) и (Д1-22), можно критерий устойчивости рассматриваемой системы представить в следующей форме

$$- \frac{c_1}{c_3} < k'_{0U} < \frac{c_1 - c_2}{c_2 - c_3}$$

или

$$k'_{0U \min} < k'_{0U} < k'_{0U \max} .$$

На рис. Д1-4 показаны кривые, определяющие граничные значения коэффициента регулирования. Устойчивость системы поддерживается в том случае, когда  $k'_{0U}$  лежит внутри области, ограниченной указанными на рис. Д1-4 пределами. При этом большим значением угла  $\delta$  отвечают меньшие значения коэффициента  $k'_{0U}$ .

Эта особенность условий устойчивости ограничивает возможности АРВ пропорционального типа как средства повышения значений мощности, предельных по устойчивости. Дело в том, что меньшим значениям  $k'_{0U}$ , как показывает (Д1-10), соответ-

ствуют и меньшие приращения вынужденной э. д. с. Следовательно, при возрастании угла будет лишь небольшое увеличение э. д. с.  $E_q$ , поэтому и незначительное приращение мощности (Д1-12) в сравнении со случаями неизменного возбуждения генераторов.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что применение АРВ пропорционального типа расширяет область значений углов  $\delta$  за предел  $\delta = 90^\circ$ , ограничивающий область устойчивости простейшей системы с нерегулируемыми генераторами, однако ограничения, накладываемые условиями устойчивости на значение коэффициента усиления  $k_{0U}$ , не позволяют при этом добиться существенного повышения предельной мощности. Дальнейшее расширение области устойчивой работы, сопровождаемое увеличением предельной мощности, может быть получено при применении системы регулирования возбуждения генераторов, получившей название АРВ сильного действия.

Такая система предусматривает регулирование возбуждения не только в зависимости от отклонения напряжения, но также и в функции производных тех или иных параметров (напряжения, тока, частоты). Закон регулирования идеализированного регулятора сильного действия может быть записан в следующем виде:

$$\Delta E_{qv} = -k_{0U} \Delta U_t + k_1 \frac{d\Pi}{dt} + k_2 \frac{d^2\Pi}{dt^2},$$

где  $\Pi$  – тот или иной параметр режима.

При его реализации характеристическое уравнение имеет более высокий порядок, нежели при регуляторе пропорционального типа. Его анализ позволяет установить, что введение в закон регулирования производных приводит к дальнейшему увеличению углов  $\delta$ , при которых возможно сохранение устойчивости. При этом оказывается возможным принимать для коэффициента усиления по отклонению напряжения  $k_{0U}$  такие значения, которые обеспечивают практическое постоянство контролируемого регулятором напряжения при изменении угла  $\delta$  вплоть до предельного значения. Как видно из рис. Д1-3, в этом случае достигается существенное повышение предельной мощности.

Количественная характеристика условий устойчивости существенно зависит от отношения между коэффициентами усиления регулятора по первой и второй производным параметра  $\Pi$ . При расчетах условий устойчивости необходимые соотношения между коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$  устанавливаются при помощи метода, получившего название метода  $D$ -разбиения. При реализации этого метода задаются желаемым значением  $k_{0U}$ , которое обеспечивает необходимую предельную мощность, а затем находят искомые соотношения между  $k_1$  и  $k_2$ .

#### Д1-4. МЕТОД $D$ -РАЗБИЕНИЯ

При анализе современных автоматизированных электрических систем в ряде случаев существенно не только установить, статически устойчив установившийся режим или нет, но и определить параметры системы автоматического регулирования, обеспечивающие устойчивость с необходимым запасом. Такая задача возникает при настройке устройств АРВ генераторов сильного действия, когда оценивается диапазон значений коэффициентов усиления по производным параметров режима, которые принимаются для его стабилизации. Коэффициент усиления по отклонению регулируемого параметра режима при этом обычно принимается из условия поддержания значений этого параметра в допустимых пределах во всем возможном диапазоне изменения мощности генераторов.

Задача установления совокупности значений выбираемых коэффициентов усиления, при которых характеристическое уравнение автоматически регулируемой системы имеет только корни, расположенные в левой полуплоскости и, следовательно, система статически устойчива, успешно решается с помощью метода  $D$ -разбиения. Ниже рассматриваются методы  $D$ -разбиения по одному и двум параметрам.

Метод *D*-разбиения по одному параметру. Пусть коэффициенты характеристического уравнения

$$A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + \dots + A_{n-1} p + A_n = 0 \tag{Д1-23}$$

линейно зависят от параметра  $\mu$  системы автоматического регулирования:

$$A_i = A_{i0} + A_{i1} \mu;$$

тогда это уравнение можно представить в виде

$$Q(p) + \mu R(p) = 0, \tag{Д1-24}$$

где  $Q(p)$  — совокупность членов, не зависящих от  $\mu$ . Например, в уравнении вида  $p^2 + a_2 + \mu p = 0$

$$Q(p) = p^2 + a_2 \text{ и } R(p) = p.$$

Если в (Д1-24) положить  $p = j\omega$ , то по выражению

$$\mu = -Q(j\omega)/R(j\omega) \tag{Д1-25}$$

можно найти значение параметра  $\mu$  (в общем случае комплексного), при котором уравнение (Д1-24) имеет один мнимый корень.

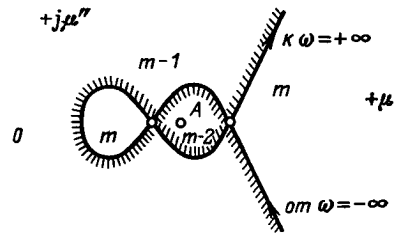
Придавая  $\omega$  значения в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , вычисляют серию значений  $\mu(\omega)$ . Кривую, построенную по результатам такого расчета в комплексной плоскости, называют границей *D*-разбиения плоскости рассматриваемого параметра или *D*-кривой. На рис. Д1-5 в качестве примера приведена такая граница *D*-разбиения. При значениях параметра  $\mu$ , определяющегося точкой на *D*-кривой, и только при этих значениях характеристическое уравнение имеет один мнимый корень. Поэтому говорят, что *D*-кривая есть отображение мнимой оси комплексной плоскости корней на плоскость параметра  $\mu$ .

Граница *D*-разбиения разбивает плоскость параметра на области с одинаковым числом корней, имеющих положительные вещественные части. Для выделения областей, отвечающих одному и тому же числу таких корней, граница *D*-разбиения штрихуется. Правило нанесения штриховки требует, чтобы при перемещении по *D*-кривой в направлении, соответствующем возрастанию  $\omega$ , штриховка наносилась слева. Штриховка позволяет установить изменение числа корней с положительной вещественной частью при изменении  $\mu$ . Если параметр  $\mu$ , изменяясь, пересекает *D*-кривую с заштрихованной стороны, характеристическое уравнение теряет один корень, расположенный в левой полуплоскости и приобретает один корень, расположенный в правой. Пересечению *D*-кривой с незаштрихованной стороны, наоборот, отвечает появлению одного корня, расположенного в левой полуплоскости и потере одного корня в правой.

Штриховка *D*-кривой позволяет произвести разметку областей *D*-разбиения. Для этого выбирают определенную область и помечают ее буквой  $m$ , считая, что  $m$  есть число корней в правой полуплоскости для данной области. Перемещаясь из этой области в соседнюю, пересекая при этом *D*-кривую, соседнюю область помечают как  $m + 1$ , если пересечение *D*-кривой происходит с заштрихованной стороны на незаштрихованную, или  $m - 1$ , если пересечение происходит с незаштрихованной стороны на заштрихованную. После выполнения разметки выбирают такую область, которой отвечает наименьшее число корней характеристического

Рис. Д1-5. *D*-разбиение по одному параметру.

Рис. Д1-5



уравнения в правой полуплоскости. Эту область считают претендентом на область устойчивости, т. е. на такую область, в которой число корней в правой полуплоскости равно нулю.

Чтобы окончательно установить, является ли данная область областью устойчивости, необходимо применить в какой-либо точке области критерий устойчивости. Если он удовлетворяется, то действительно претендент является областью устойчивости.

Разметка областей показана на рис. Д1-5. Претендентом в рассматриваемом случае является область, содержащая точку  $A$ . Если в характеристическое уравнение (Д1-24) подставить  $\mu = A$  и применить к полученному уравнению критерий устойчивости, можно установить, является ли претендент областью устойчивости или нет. Заметим, что физический смысл имеют лишь действительные значения параметра  $\mu$ . Поэтому окончательно результаты  $D$ -разбиения формулируются для значений  $\mu$ , соответствующих оси абсцисс плоскости параметров, т. е. для действительных  $\mu$ .

$D$ -разбиение плоскости параметров  $\mu$  и  $\lambda$  автоматизированной системы, при которых характеристическое уравнение этой системы имеет только корни, расположенные в левой полуплоскости. Примем, что характеристическое уравнение линейно зависит от этих параметров, т. е.

$$D(p) = A(p)\mu + B(p)\lambda + C(p) = 0,$$

где  $A(p)$ ,  $B(p)$  и  $C(p)$  — многочлены.

Положим  $p = j\omega$  и найдем значения  $\mu$  и  $\lambda$ , при которых  $D(j\omega)$  обращается в нуль, т. е. установим такие значения параметров  $\mu$  и  $\lambda$ , при которых характеристическое уравнение

$$D(j\omega) = A(j\omega)\mu + B(j\omega)\lambda + C(j\omega) = 0$$

имеет мнимый корень. При этом считаем, что  $\mu$  и  $\lambda$  — действительные числа.

Комплексные величины  $A(j\omega)$ ,  $B(j\omega)$ ,  $C(j\omega)$  представим в виде

$$A(j\omega) = P_1(\omega) + jP_2(\omega);$$

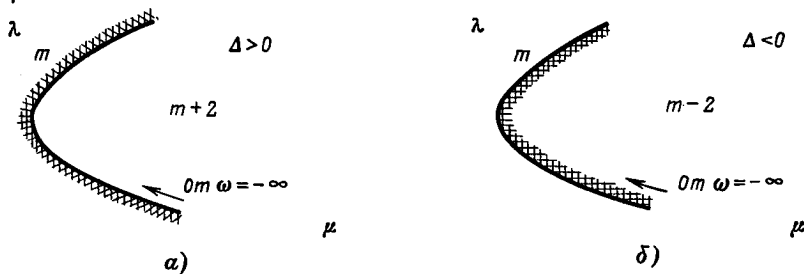
$$B(j\omega) = Q_1(\omega) + jQ_2(\omega);$$

$$C(j\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega),$$

выделив их действительные и мнимые части.

Рис. Д1-6.  $D$ -разбиение по двум параметрам.

Рис. Д1-6



При этом равенство  $D(j\omega) = 0$  распадается на два равенства для действительных и мнимых величин:

$$\mu P_1(\omega) + \lambda Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0;$$

$$\mu P_2(\omega) + \lambda Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0.$$

Полученная система двух линейных уравнений относительно  $\mu$  и  $\lambda$  при условии, что

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ P_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix} \neq 0,$$

решается в соответствии с правилом Крамера:

$$\mu = \frac{1}{\Delta(\omega)} \begin{vmatrix} -R_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ -R_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix} = \frac{\Delta_1(\omega)}{\Delta(\omega)}; \tag{Д1-26}$$

$$\lambda = \frac{1}{\Delta(\omega)} \begin{vmatrix} P_1(\omega) & -R_1(\omega) \\ P_2(\omega) & -R_2(\omega) \end{vmatrix} = \frac{\Delta_2(\omega)}{\Delta(\omega)}. \tag{Д1-27}$$

Зависимости  $\mu(\omega)$ ,  $\lambda(\omega)$  определяют границу  $D$ -разбиения плоскости двух параметров в параметрической форме. С их помощью мнимая ось плоскости корней характеристического уравнения отображается на плоскость параметров  $\mu$  и  $\lambda$  и  $D$ -кривая разбивает плоскость  $(\mu, \lambda)$  на области с одинаковым числом корней с положительными вещественными частями.

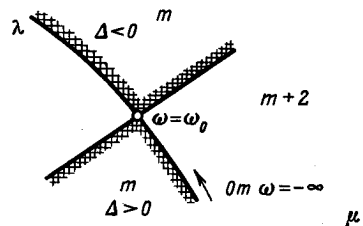
Функции  $P_1(\omega)$ ,  $Q_1(\omega)$ ,  $R_1(\omega)$  — четные, как вещественные части многочленов  $A(p)$ ,  $B(p)$ ,  $C(p)$ , функции  $P_2(\omega)$ ,  $Q_2(\omega)$ ,  $R_2(\omega)$  — напротив, нечетные, как мнимые части соответствующих многочленов. Поэтому  $\Delta(\omega)$ ,  $\Delta_1(\omega)$ ,  $\Delta_2(\omega)$  — нечетные функции  $\omega$ , а  $\mu(\omega)$  и  $\lambda(\omega)$  как отношение нечетных — четные, т. е.  $\mu(-\omega) = \mu(\omega)$ ;  $\lambda(-\omega) = \lambda(\omega)$ . В силу этого для каждой точки  $D$ -кривой характеристическое уравнение  $D(p) = 0$  имеет два чисто мнимых корня:  $p = j\omega$  и  $p = -j\omega$ . При переходе через  $D$ -кривую из одной области разбиения в другую два корня характеристического уравнения меняют знаки вещественных частей. Для обозначения этого  $D$ -кривая штрихуется дважды (см. рис. Д1-6). Осуществляется штриховка по следующему правилу: если  $\Delta(\omega) > 0$ , то при перемещении по  $D$ -кривой в направлении, соответствующем возрастанию  $\omega$ , штриховка наносится слева; если  $\Delta(\omega) < 0$ , то при перемещении по  $D$ -кривой в направлении, соответствующем возрастанию  $\omega$ , штриховка наносится справа.

Разметка областей  $D$ -разбиения выполняется следующим образом: произвольно взятую область помечают буквой  $m$  (считается, что  $m$  — число корней в правой полуплоскости). Затем перемещаются в соседнюю область; если при этом пересечение  $D$ -кривой происходит с заштрихованной стороны на незаштрихованную, то новую область помечают « $m + 2$ » (число корней в правой полуплоскости увеличилось на две единицы), если же пересечение происходит с незаштрихованной стороны на заштрихованную, то новую область помечают « $m - 2$ » (число корней в правой полуплоскости уменьшилось на 2).

После разметки выбирают область с наименьшим числом корней в правой полуплоскости и для какой-либо точки из этой области проводят проверку на устойчивость по одному из критериев устойчивости. Если критерий устойчивости выполняется, то рассматриваемая область есть область устойчивости.

Рис. Д1-7. Штриховка особой прямой.

Рис. Д1-7



Если для некоторого  $\omega = \omega_0$  определитель  $\Delta(\omega_0)$  обращается в нуль, то возможны два случая:

1)  $\Delta(\omega_0) = 0$ , а  $\Delta_1(\omega_0)$  или  $\Delta_2(\omega_0)$  не обращаются в нуль. В этом случае  $D$ -кривая уходит в бесконечность.

2)  $\Delta(\omega_0) = 0$ ,  $\Delta_1(\omega_0) = 0$  и  $\Delta_2(\omega_0) = 0$ . В этом случае вещественная часть  $D(j\omega_0)$  пропорциональна ее мнимой части. Вместо двух уравнений для определения  $\mu(\omega_0)$  и  $\lambda(\omega_0)$  получаем одно, например,

$$\mu P_1(\omega_0) + \lambda Q_1(\omega_0) + R_1(\omega_0) = 0$$

(второе уравнение ему пропорционально).

Это уравнение определяет прямую на плоскости  $(\mu, \lambda)$ , которую называют особой прямой. Во всех точках этой прямой  $D(p) = 0$  имеет чисто мнимые корни  $\pm j\omega_0$ .

Особая прямая также является границей  $D$ -разбиения и при  $\omega_0 \neq 0$  при ее пересечении два корня характеристического уравнения меняют знаки вещественных частей. Поэтому при  $\omega_0 \neq 0$  она штрихуется дважды. Направление штриховки согласовывается с направлением штриховки  $D$ -кривой так, чтобы вертикальные углы были либо попарно заштрихованы, либо не заштрихованы (рис. Д1-7). При  $\omega_0 = 0$  особая прямая штрихуется один раз.

## Д1-5. УРАВНЕНИЯ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ С ГЕНЕРАТОРАМИ, СНАБЖЕННЫМИ АРВ

Пусть в составе сложной электрической системы, схема замещения которой содержит  $n$  электростанций и произвольное число нагрузок, представленных неизменными сопротивлениями, станции 1, 2, ...,  $m$  снабжены системами АРВ, причем требуется при расчете статической устойчивости достаточно полно отразить характеристики этих устройств. Остальные  $n - m$  электростанций при таких расчетах представляются неизменными э. д. с. (§ Д1-6).

Известно (§ 6-1, ч. 1), что активные мощности электростанций, работающих в составе сложной системы, могут быть определены при принятом представлении нагрузок как функции э. д. с., приложенных за индуктивными сопротивлениями генераторов, которыми они вводятся в расчетную схему и относительных углов сдвига между этими э. д. с. Поэтому, принимая во внимание, что для всех относительных углов справедлива зависимость вида (§ 16-2, ч. 1)

$$\delta_{mn} = \delta_{1n} - \delta_{1m},$$

можно для общего случая записать

$$P_j = P_j(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1n}, E_1, E_2, \dots, E_n), \quad (Д1-28)$$

$(j = 1, 2, \dots, n).$

Примем, что  $m$  электростанций, снабженных АРВ, вводятся в расчетную схему своими поперечными индуктивными сопротивлениями  $x_q$ , тогда как для станций  $m+1, m+2, \dots, n$  заданы неизменные переходные э. д. с.  $E'_i$ , приложенные за переходными сопротивлениями  $x'_d$ . В этом случае выражениям (Д1-28) может быть придан вид

$$P_j = P_j(\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1m}, E_{Q1}, E_{Q2}, \dots, E_{Qm}, E'_{m+1}, E'_{m+2}, \dots, E'_n), \quad (Д1-29)$$

$(j = 1, 2, \dots, n).$

Электродвижущие силы  $E_{Q1}, E_{Q2}, \dots, E_{Qm}$  могут быть выражены через э. д. с.  $E'_{q1}, E'_{q2}, \dots, E'_{qm}$ , а также через принятые за неизменные величины э. д. с.  $E'_{m+1},$



Разлагая правые части записанных уравнений (Д1-34) в ряд Тейлора и отбрасывая в разложении члены с производными второго и высшего порядков, получаем линейризованные уравнения малых свободных колебаний системы

$$\left. \begin{aligned} T_{J1} \frac{d^2 \Delta \delta_1}{dt^2} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial P_1}{\partial E'_{q1}} \Delta E'_{q1} + \frac{\partial P_1}{\partial E'_{q2}} \Delta E'_{q2} + \dots \\ \dots + \frac{\partial P_1}{\partial E'_{qm}} \Delta E'_{qm} = 0; \\ T_{J2} \frac{d^2 \Delta \delta_2}{dt^2} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial P_2}{\partial E'_{q1}} \Delta E'_{q1} + \frac{\partial P_2}{\partial E'_{q2}} \Delta E'_{q2} + \dots \\ \dots + \frac{\partial P_2}{\partial E'_{qm}} \Delta E'_{qm} = 0; \\ \dots \\ T_{Jn} \frac{d^2 \Delta \delta_n}{dt^2} + \frac{\partial P_n}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial P_n}{\partial E'_{q1}} \Delta E'_{q1} + \\ + \frac{\partial P_n}{\partial E'_{q2}} \Delta E'_{q2} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial E'_{qm}} \Delta E'_{qm} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (Д1-35)$$

При записи уравнений (Д1-35) принято во внимание, что э. д. с.  $E'_{m+1}, E'_{m+2}, \dots, E'_n$  — неизменные величины.

Следуя П. С. Жданову, разделим каждое из уравнений системы (Д1-35) на соответствующие значения постоянных инерции  $T_{J1}, T_{J2}, \dots, T_{Jn}$  и вычтем поочередно из первого из них все последующие. При этом получим систему уравнений, имеющую вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta \delta_{12}}{dt^2} + a_{21}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{31}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{n1}^{1n} \Delta \delta_{1n} + b_{12}^{(1)} \Delta E'_{q1} + b_{12}^{(2)} \Delta E'_{q2} + \dots + b_{12}^{(m)} \Delta E'_{qm} = 0; \\ \frac{d^2 \Delta \delta_{13}}{dt^2} + a_{31}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{31}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{31}^{1n} \Delta \delta_{1n} + b_{13}^{(1)} \Delta E'_{q1} + b_{13}^{(2)} \Delta E'_{q2} + \dots + b_{13}^{(m)} \Delta E'_{qm} = 0; \\ \dots \\ \frac{d^2 \Delta \delta_{1n}}{dt^2} + a_{n1}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{n1}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{n1}^{1n} \Delta \delta_{1n} + b_{1n}^{(1)} \Delta E'_{q1} + b_{1n}^{(2)} \Delta E'_{q2} + \dots + b_{1n}^{(m)} \Delta E'_{qm} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (Д1-36)$$

где, так же как и в § 17-1 (ч. 1)

$$a_{21}^{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}}, \quad a_{31}^{13} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \text{ и т. д.}$$

В уравнениях (Д1-36) также обозначено

$$b_{12}^{(1)} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial E'_{q1}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial E'_{q1}}, \quad b_{12}^{(2)} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial E'_{q2}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial E'_{q2}} \text{ и т. д.}$$

Полученная система уравнений малых свободных колебаний содержит  $(n-1)$  уравнение. Неизвестными величинами в этой системе являются  $(n-1)$  приращений относительных углов и  $m$  приращений э. д. с.  $E'_q$  электростанций. Несоответствие числа уравнений и числа неизвестных требует привлечения дополнительных уравнений для описания исследуемого процесса.



Поскольку в системе имеются генераторы, снабженные АРВ, то такие уравнения должны характеризовать как принятый закон регулирования, так и переходный процесс в цепях генераторов, возникающий под влиянием своих регуляторов, а также являющийся следствием переходного процесса в системе.

Переходный процесс в обмотках возбуждения генераторов характеризуется уравнениями

$$T_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = E_{qei} - E_{qi}$$

$$(i = 1, 2, \dots, m),$$

которые для малых изменений режима могут быть записаны в виде

$$\frac{d\Delta E'_{qi}}{dt} = \frac{1}{T_{doi}} (\Delta E_{qei} - \Delta E_{qi}) \quad (Д1-37)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m).$$

В уравнении (Д1-37)  $\Delta E_{qe}$  — приращение вынужденной синхронной э. д. с. генераторов, зависящее от действия АРВ,  $\Delta E_q$  — приращение синхронной э. д. с., определяемое свободными токами в обмотке возбуждения, возникающими при малых изменениях режима системы.

Из векторной диаграммы синхронного генератора следует соотношение (§ 8-1, ч. 1)

$$E_Q = \frac{x_q - x'_d}{x_d - x'_d} E_q + \frac{x_d - x_q}{x_d - x'_d} E'_q,$$

поэтому, принимая во внимание уравнения (Д1-30), можно записать следующее соотношение между приращениями э. д. с.  $\Delta E'_q$  и  $\Delta E_q$ , входящими в уравнения (Д1-37):

$$\begin{aligned} \Delta E'_{qi} = & \frac{\partial E'_{qi}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial E'_{qi}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial E'_{qi}}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial E'_{qi}}{\partial E_{q1}} \Delta E_{q1} + \frac{\partial E'_{q1}}{\partial E_{q2}} \Delta E_{q2} + \dots \\ & \dots + \frac{\partial E'_{qi}}{\partial E_{qm}} \Delta E_{qm} \end{aligned} \quad (Д1-38)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m).$$

Приращение вынужденной э. д. с. генератора  $\Delta E_{qe}$  зависит от типа регулятора возбуждения и конструкции системы возбуждения генератора. Поэтому уравнения, определяющие  $\Delta E_{qe}$ , должны записываться применительно к каким-либо принятым условиям автоматического регулирования напряжения.

Запишем эти уравнения, считая, что генератор имеет электромашинное возбуждение (рис. 7-5, ч. 1). В этом случае

$$\Delta E_{qei} = k_{vi} \Delta i_{ei} \quad (Д1-39)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m),$$

где  $\Delta i_{ei}$  — приращения токов возбуждения возбудителей;  $k_{vi}$  — коэффициенты пропорциональности между э. д. с. генераторов и токами возбуждения возбудителей.

Из уравнения переходного процесса в обмотке возбуждения возбудителя, имеющего вид

$$\Delta u_e = \Delta i_e r_e + L_e \frac{d\Delta i_e}{dt},$$

можно получить

$$\frac{\Delta u_{ei}}{r_{ei}} = \Delta i_{ei} + T_{ei} \frac{d\Delta i_{ei}}{dt} \tag{Д1-40}$$

( $i = 1, 2, \dots, m$ );

здесь  $\Delta u_e$  — приращение напряжения на выводах обмотки возбуждения возбудителя под действием АРВ.

Дифференцируя (Д1-39), получаем:

$$\frac{d\Delta E_{qei}}{dt} = k_{vi} \frac{d\Delta i_{ei}}{dt},$$

откуда после подстановки найденной из (Д1-40) производной  $d\Delta i_e/dt$

$$\frac{d\Delta E_{qei}}{dt} = \frac{k_{vi}}{T_{ei}} \left( \frac{\Delta u_{ei}}{r_{ei}} - \Delta i_{ei} \right) = \frac{k_{ei}}{T_{ei}} \Delta u_{ei} - \frac{1}{T_{ei}} \Delta E_{qei}, \tag{Д1-41}$$

где  $k_e = k_v/r_e$ .

На рис. Д1-8 показана блок-схема регулятора возбуждения пропорционального типа, реагирующего на отклонение напряжения на шинах генераторного напряжения. В этой схеме последовательно соединены два блока — измерительный, совмещенный с блоком преобразования, и усилительный. На вход первого из них подается контролируемое напряжение  $U_r$ . При отклонении этого напряжения от заданного уровня на входе измерительного блока появляется напряжение, пропорциональное отклонению напряжения. При изменении напряжения на входе напряжение на выходе блока также изменяется, но с определенным запаздыванием, которое определяется эквивалентной постоянной времени блока. В этих условиях связь между напряжениями на входе и выходе измерительного блока характеризуется уравнением

$$T_{и1} \frac{d\Delta U_i}{dt} + \Delta U_i = -k_{и1} \Delta U_{r_i}. \tag{Д1-42}$$

Рис. Д1-8. Блок-схема регулятора возбуждения пропорционального типа.

Рис. Д1-9. Блок-схема компаундирования с коррекцией по отклонению напряжения.

Работа усилительного блока, на входе и выходе которого имеются напряжения  $U$  и  $u_e$ , также происходит с некоторым запаздыванием, которое определяется постоянной времени  $T_y$ . Поэтому его уравнение имеет вид

$$T_y \frac{d\Delta u_{ei}}{dt} + \Delta u_{ei} = k_{yi} \Delta U_i. \tag{Д1-43}$$

Уравнения (Д1-41)–(Д2-43) образуют систему, характеризующую систему АРВ рассматриваемого типа. В эти уравнения вошли неизвестные приращения  $\Delta U_{r_i}$ , не входившие в уравнения, описывающие режим генераторных ветвей исследуемой системы. Отсутствующая связь этих неизвестных с другими неизвестными отклонениями параметров режима, возникающими при малых колебаниях, может быть установлена, если принять во внимание, что напряжения на выводах генератора зависят от э.д.с. всех электростанций и относительных углов сдвига между ними. Действительно, для каждой электростанции

$$U_{r_i} = \dot{E}_{Q_i} - j\dot{I}_i x_{qi} = \dot{E}'_i - j\dot{I}_i x'_{di},$$

Рис. Д1-8

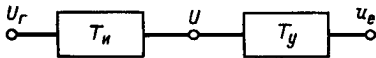
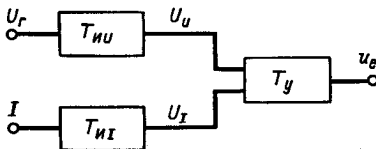


Рис. Д1-9



а также

$$\begin{aligned} \dot{I}_i &= \dot{E}_{Q1} Y_{ii} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^m \dot{E}_{Qk} Y_{ik} - \sum_{l=m+1}^n \dot{E}'_l Y_{il} = \\ &= \dot{f}_{li} (\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, \delta_{1n}, E_{Q1}, E_{Q2}, \dots, E_{Qm}, E'_{m+1}, E'_{m+2}, \dots, E'_n) \\ &(i = 1, 2, \dots, m). \end{aligned}$$

Следовательно, принимая во внимание (Д1-32), для напряжений можно написать

$$\begin{aligned} U_{ii} &= U_{ii} (\delta_{12}, \delta_{13}, \dots, E'_{q1}, E'_{q2}, \dots, E'_{qm}, E'_{m+1}, E'_{m+2}, \dots, E'_n) \\ &(i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned}$$

откуда следует:

$$\begin{aligned} \Delta U_{ii} &= \frac{\partial U_{ii}}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial U_{ii}}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial U_{ii}}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial U_{ii}}{\partial E'_{q1}} \Delta E'_{q1} + \frac{\partial U_{ii}}{\partial E'_{q2}} \Delta E'_{q2} + \dots \\ &\dots + \frac{\partial U_{ii}}{\partial E'_{qm}} \Delta E'_{qm} \quad (Д1-44) \\ &(i = 1, 2, \dots, m). \end{aligned}$$

Уравнения (Д1-36) — (Д1-38), (Д1-41) — (Д1-44) определяют свободные малые колебания системы, на  $m$  электростанциях которой установлены АРВ пропорционального типа, реагирующие на отклонения напряжений на выводах генераторов.

Рассмотрим теперь случай, когда регулирование возбуждения осуществляется схемой компаундирования с коррекцией по отклонению напряжения. Блок-схема такой системы АРВ показана на рис. Д1-9. Для измерительного блока, контролирующего напряжение на выводах генератора, справедливо уравнение (Д1-42). Блок, измеряющий ток  $i$ -го генератора, характеризуется аналогичным по структуре уравнением. Применительно к обозначениям блок-схемы рис. Д1-8 эти уравнения имеют вид:

$$T_{iu} \frac{d\Delta U_{U_i}}{dt} + \Delta U_{U_i} = -k_{U_i} \Delta U_{U_i}; \quad (Д1-45)$$

$$T_{ii} \frac{d\Delta U_{I_i}}{dt} + \Delta U_{I_i} = k_{I_i} \Delta I_{I_i}. \quad (Д1-46)$$

Для усилительного элемента рассматриваемой блок-схемы можно записать

$$T_{yi} \frac{d\Delta u_{ei}}{dt} + \Delta u_{ei} = k_{yi} (\Delta U_{U_i} + \Delta U_{I_i}). \quad (Д1-47)$$

Изменение тока генераторов определяется уравнением

$$\begin{aligned} \Delta I_i &= \frac{\partial I_i}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial I_i}{\partial \delta_{13}} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{\partial I_i}{\partial \delta_{1n}} \Delta \delta_{1n} + \frac{\partial I_i}{\partial E'_{q1}} \Delta E'_{q1} + \frac{\partial I_i}{\partial E'_{q2}} \Delta E'_{q2} + \dots \\ &\dots + \frac{\partial I_i}{\partial E'_{qm}} \Delta E'_{qm}. \quad (Д1-48) \end{aligned}$$

Система уравнений малых колебаний в случае АРВ, выполненного в виде схемы компаундирования с коррекцией, содержит уравнения (Д1-36) — (Д1-38) и (Д1-41), не зависящие от типа регуляторов возбуждения, и дополняется уравнениями (Д1-45) — (Д1-48), отражающими специфику данного типа регулирования.

Рис. Д1-10

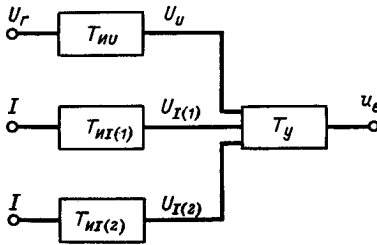


Рис. Д1-10. Блок-схема регулятора возбуждения с регулированием по производным тока статора.

При иных типах регуляторов изменения претерпевают именно дополнительные уравнения, число которых увеличивается при усложнении закона регулирования. Рассмотрим в этой связи сильное регулирование в функции отклонения напряжения и производных тока генератора. Блок-схема такой системы регулирования показана на рис. Д1-10.

Примем в первом приближении, что запаздывание в измерительном блоке тока генератора и блоках и в дифференцирующих звеньях регулятора может быть учтено одной эквивалентной постоянной времени. В этом случае справедливы уравнения:

для измерительного блока — уравнение (Д1-45);

для блока дифференцирования тока, включающего также и измерительный блок,

$$T_{иI(1)} \frac{d\Delta U_{I(1)i}}{dt} + \Delta U_{I(1)i} = k_{I(1)} \frac{dI}{dt}; \quad (\text{Д1-49})$$

для блока двойного дифференцирования тока, включающего измерительный блок,

$$T_{иI(2)} \frac{d\Delta U_{I(2)i}}{dt} + \Delta U_{I(2)i} = k_{I(2)} \frac{d^2 I}{dt^2}. \quad (\text{Д1-50})$$

Усилительный элемент регулятора в рассматриваемом случае характеризуется уравнением

$$T_{yi} \frac{d\Delta u_{ei}}{dt} + \Delta u_{ei} = k_{yi} (\Delta U_{U_i} + \Delta U_{I(1)i} + \Delta U_{I(2)i}). \quad (\text{Д1-51})$$

Следовательно, система уравнений, названных дополнительными, составляется из уравнений (Д1-45)–(Д1-48), (Д1-51).

В современных электрических системах получили распространение регуляторы сильного действия, в закон регулирования которых введены производные абсолютных углов электростанций. Для таких систем необходимо при составлении уравнений малых колебаний сохранять уравнения движения в форме (Д1-35), для тех станций, на которых установлены регуляторы, реагирующие на отклонения их абсолютного угла.

## Д1-6. УПРОЩЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕГУЛИРУЕМЫХ ГЕНЕРАТОРОВ В РАСЧЕТАХ УСТОЙЧИВОСТИ

На рис. Д1-11 приведены три угловые характеристики мощности электростанций, работающих на шины неизменного напряжения. Первая из них построена при постоянстве э. д. с.  $E_q$ , а третья — при постоянстве напряжения на выводах генератора. Неизменность э. д. с.  $E_q$  при изменении угла  $\delta$  имеет место при отсутствии у генераторов системы АРВ. Постоянство напряжения в широком диапазоне изменения угла обеспечивается АРВ сильного действия, способного обеспечить устойчивость системы при больших значениях коэффициента усиления по отклонению напряжения  $k_{0U}$ .

Для рассмотренных двух случаев на рис. Д1-12 показаны схемы замещения. В первой из них (рис. Д1-12, а) генератор введен синхронным индуктивным сопротивлением  $x_d$  и неизменной э. д. с.  $E_q$ , включенной за этим сопротивлением. В третьей схеме сопротивление генератора отсутствует, поскольку при поддержании неизменным напря-

жения на выводах генератора в учете этого сопротивления нет необходимости (изменение падения напряжения в сопротивлении генератора по условию не оказывает влияния на напряжение на его выводах, которое в этих условиях оказывается независимым параметром режима).

Вторая угловая характеристика на рис. Д1-11 располагается между первой и третьей, одна из которых отвечает нерегулируемому генератору, а другая — генератору с АРВ, поддерживающим неизменное направление на выводах. Очевидно, что промежуточная характеристика определяет при этом мощность генератора, у которого напряжение на выводах не является неизменной величиной, но в то же время изменяется в меньшей степени, чем у генератора с неизменным возбуждением. Следовательно, эта характеристика должна рассматриваться как принадлежащая системе с регулируемыми генераторами, у которых АРВ имеет коэффициент  $k_0 U$ , меньший, нежели у АРВ сильного действия, т. е. с генераторами, снабженными АРВ пропорционального действия (рис. Д1-12, б). В этом случае генератор представлен некоторым сопротивлением  $x_A$  и неизменной э. д. с. за ним  $E_x$ .

Предел мощности в схеме на рис. Д1-12, б может быть найден как максимум характеристики, отвечающей уравнению

$$P_x = \frac{E_x U}{x_c + x_A} \sin(\delta - \delta_x),$$

где углы  $\delta$  и  $\delta_x$  определяются векторной диаграммой, показанной на рис. Д1-13, в то время как предел мощности системы с генераторами без АРВ определяется по

Рис. Д1-11

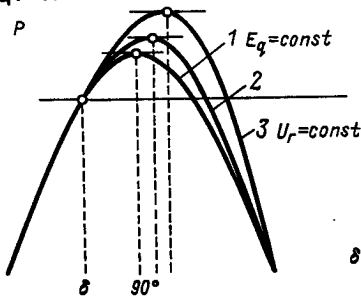


Рис. Д1-11. Угловые характеристики мощности.

Рис. Д1-12

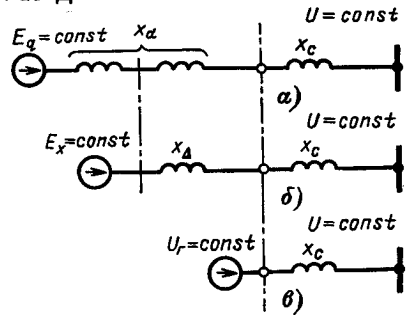


Рис. Д1-12. Схемы замещения простейшей системы при различных системах АРВ генераторов.

Рис. Д1-13

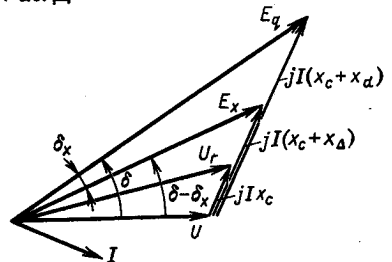


Рис. Д1-13. Векторная диаграмма режима простейшей системы.

характеристике, отвечающей выражению

$$P_{\text{пр}} = \frac{E_q U}{x_c + x_d} \sin \delta$$

при  $\delta = 90^\circ$ .

Предельное значение мощности  $P_x$ , большее предела мощности  $P_{\text{пр}}$ , имеет место при  $\delta - \delta_x = 90^\circ$ , т. е. при  $\delta_{\text{пр}} > 90^\circ$ . Расчеты, выполненные для некоторых средних условий, показывают, что  $\delta_{\text{пр}}$  примерно оказывается равным предельному углу, определяемому строгими критериями устойчивости, если принять  $x_d \approx x'_d$  и  $E_x \approx E'$ . В этом случае и предел мощности  $P_x$  в первом приближении равен мощности, которая при АРВ пропорционального типа с характерными для реальных условий коэффициентами усиления  $k_{OU}$  отвечает углу  $\delta$ , предельному по условиям статической устойчивости.

Такой вывод дал возможность достаточно просто приближенно отражать влияние АРВ при составлении расчетных схем электрических систем, и в том числе схем, предназначенных для построения угловых характеристик и определения пределов мощности. В таких схемах генераторы с АРВ пропорционального типа представляются переходными индуктивными сопротивлениями  $x'_d$  и приложенными за ними переходными э. д. с.  $E'$ , которые принимаются неизменными. Расчетные схемы с генераторами, снабженными АРВ сильного действия, не содержат сопротивлений генераторов. Их влияние на режим системы в первом приближении отражается поддержанием неизменного напряжения в точках, контролируемых измерительными органами АРВ — на выводах генераторов или на обмотках высшего напряжения трансформаторов и автотрансформаторов, установленных на электростанциях.

## Д1-7. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ПОСТОЯНСТВЕ Э. Д. С. СИНХРОННЫХ МАШИН<sup>1</sup>

Как показано в § 17-1 (ч. 1), устойчивость относительных колебаний синхронных машин при постоянстве э. д. с. определяется характеристическим уравнением, содержащим лишь четные степени  $p$ :

$$D(p) = A_0 p^{2n} + A_2 p^{2n-2} + \dots + A_{2n-2} p^2 + A_{2n} = 0.$$

Устойчивость обеспечивается лишь тогда, когда все корни этого уравнения чисто мнимые. Если все корни мнимые и простые, то колебания системы состоят из суммы гармоник с частотами, равными мнимым частям корней. Это соответствует неасимптотической устойчивости. Если же среди мнимых корней имеются кратные, то в зависимости от структуры уравнений малых колебаний машин кроме гармонических слагаемых возможно появление членов, содержащих сомножителями время  $t$ . При этом колебания системы будут нарастающими, что соответствует неустойчивости системы. Таким образом, задача оценки устойчивости в случае четных степеней  $p$  в характеристическом полиноме распадается на две. Одна из них заключается в установлении условий существования простых мнимых корней многочлена  $D(p)$ , вторая — в выяснении, устойчива система или нет, когда все корни мнимые, но среди них есть кратные. Здесь подробно рассматривается первая задача. Из полученного решения будет видно, что в определенном смысле кратные мнимые корни соответствуют границе устойчивости

<sup>1</sup> Параграф написан доцентом, канд. техн. наук В. П. Васиным.

по отношению к решению первой задачи и поэтому представляют ограниченный интерес с практической точки зрения<sup>1</sup>.

Найдем условия, при которых  $D(p)$  имеет простые чисто мнимые корни. При этом, следуя П. С. Жданову, будем использовать для нахождения искомого условия теорему Штурма. Все построения, которые предлагал делать П. С. Жданов, можно провести в общем виде и получить на основе этих построений критерий устойчивости. Подставим в  $D(p)$   $p = j\omega$ , тогда

$$D(j\omega) = (-1)^n (A_0\omega^{2n} - A_2\omega^{2n-2} + \dots).$$

Обозначим  $f_1(\omega) = A_0\omega^{2n} - A_2\omega^{2n-2} + \dots + A_{2n}$ . Если  $D(p)$  имеет  $2n$  различных чисто мнимых корней, то  $f_1(\omega)$  имеет  $2n$  различных вещественных корней, соответствующих  $n$  собственным частотам системы.

Число  $k$  различных вещественных корней многочлена  $f_1(\omega)$  равно индексу Коши в пределах  $(-\infty, +\infty)$  для рациональной функции  $f_2(\omega)/f_1(\omega)$ , где  $f_2(\omega) = f_1'(\omega)$  — производная по  $\omega$  от  $f_1(\omega)$ , т. е.<sup>2</sup>

$$k = J_{-\infty}^{+\infty} f_1'(\omega)/f_1(\omega).$$

Для вычисления индекса Коши будем строить ряд Штурма  $f_1(\omega), f_2(\omega), f_3(\omega) \dots$  с помощью алгоритма Эвклида.

Пусть  $V(-\infty)$  есть число перемен знака в ряду чисел  $f_1(-\infty), f_2(-\infty), f_3(-\infty), \dots$ , а  $V(+\infty)$  есть число перемен знака в ряду чисел  $f_1(+\infty), f_2(+\infty), f_3(+\infty) \dots$

Под  $f_k(-\infty)$  следует понимать значения  $f_k(-M)$  при таком достаточно большом  $M > 0$ , чтобы

$$\operatorname{sgn} f_k(-M) = \operatorname{sgn} \lim_{\omega \rightarrow -\infty} f_k(\omega).$$

Аналогично для  $\omega = +\infty$  ряд Штурма строится следующим образом:

$$\begin{aligned} f_1(\omega) &= q_1(\omega)f_2(\omega) - f_3(\omega); \\ f_2(\omega) &= q_2(\omega)f_3(\omega) - f_4(\omega) \end{aligned}$$

и т. д., где  $[-f_3(\omega)]$  — остаток  $f_1(\omega)$  при делении сго на  $f_2(\omega)$ , аналогично для  $f_4(\omega)$  и т. д.

Обозначим  $A_0 = a_0; A_2 = a_1; \dots A_{2n} = a_n; 2nA_0 = b_0; (2n-2)A_2 = b_1 \dots$ ; здесь  $a_k$  — коэффициенты  $f_1(\omega)$  с соответствующими знаками,  $b_k$  — коэффициенты  $f_2(\omega)$ ,

$$f_3(\omega) = c_0\omega^{2n-2} - c_1\omega^{2n-4} + c_2\omega^{2n-6} - \dots$$

Положив  $q_1(\omega) = \lambda_1\omega$ , получим:

$$f_3(\omega) = q_1(\omega)f_2(\omega) - f_1(\omega),$$

т. е.

$$\begin{aligned} c_0\omega^{2n-2} - c_1\omega^{2n-4} + c_2\omega^{2n-6} - \dots &= \lambda_1\omega(b_0\omega^{2n-1} - b_1\omega^{2n-3} + \dots) - \\ &- (a_0\omega^{2n} - a_1\omega^{2n-2} + a_2\omega^{2n-4} - \dots), \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Полное решение содержится в работе В. П. Васина «Устойчивость электрических систем при постоянстве эквивалентных э. д. с. синхронных машин». — Труды МЭИ «Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1968–1969 гг. (апрель 1970 г.)». Секция электроэнергетическая, подсекция электрических систем. Москва, 1969.

<sup>2</sup> Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., «Наука», 1967.

поэтому коэффициенты  $f_3(\omega)$  выражаются следующими формулами

$$c_i = a_{i+1} - \lambda_1 b_{i+1}, \text{ где } \lambda_1 = a_0/b_0.$$

Вычисления удобно свести в таблицу.

Номер строки	Номер столбца					
	1	2	3	...	n	n+1
1	$a_0$	$a_1$	$a_2$	...	$a_{n-1}$	$a_n$
2	$b_0$	$b_1$	$b_2$	...	$b_{n-1}$	0
3	$c_0$	$c_1$	$c_2$	...	$c_{n-1}$	...
4	$d_0$	$d_1$	$d_2$	...	...	...

Правило вычисления каждой последующей строки таблицы по двум предыдущим совпадает с правилом заполнения таблицы Рауса. Это совпадение не случайно, так как в обоих случаях производится построение многочленов ряда Штурма.

Так как  $f_2(\omega) = f_1'(\omega)$ , то при простых корнях  $f_1(\omega)$  наибольший общий делитель многочленов  $f_1(\omega)$  и  $f_2(\omega)$  есть постоянная. Поэтому, для того чтобы многочлен  $f_1(\omega)$  имел лишь простые вещественные корни, таблица должна содержать  $(2n+1)$  строку.

В первом столбце таблицы стоят коэффициенты при старших членах многочленов. Поэтому при  $\omega \rightarrow +\infty$  знак  $f_k(\omega)$  будет совпадать со знаком старшего члена, значит,  $V(+\infty)$  равно числу перемен знака в ряду чисел

$$a_0, b_0, c_0, d_0, \dots,$$

т. е. в первом столбце таблицы.

При  $\omega \rightarrow -\infty$  по тем же соображениям  $V(-\infty)$  равно числу перемен знака в ряду чисел  $(a_0, -b_0, c_0, -d_0, \dots)$ . Здесь при четных по порядку следования коэффициентах стоят знаки минус, так как эти коэффициенты соответствуют многочленам нечетной степени и при  $\omega \rightarrow -\infty$  их знак будет определяться знаками старших коэффициентов, взятых с минусом.

Легко заметить, что  $V(+\infty) + V(-\infty) = 2n$ . Действительно, если весь первый столбец положителен, то  $V(+\infty) = 0$ , а  $V(-\infty) = 2n$ . Если же один из элементов первого столбца, например  $c_0$ , меньше 0, то  $V(+\infty) = 2$ , но тогда  $V(-\infty)$  уменьшится ровно на две единицы, а сумма  $V(+\infty) + V(-\infty)$  останется прежней.

Таким образом, получаем:

$$k = V(-\infty) - V(+\infty), \quad 2n = V(-\infty) + V(+\infty).$$

Исключая из этих соотношений  $V(-\infty)$ , имеем:  $k = 2n - 2V(+\infty)$ , т. е.  $k = 2n$  при  $V(+\infty) = 0$ .

Итак, для того чтобы характеристическое уравнение  $D(p) = 0$  имело  $2n$  различных чисто мнимых корней, необходимо и достаточно, чтобы число перемен знака в первом столбце таблицы было равно нулю. При  $a_0 > 0$  это соответствует положительности всех элементов первого столбца.

Заметим, что построенная таблица совпадает с таблицей Рауса для многочлена  $D(p) + D'(p)$ , где  $D'(p)$  — производная по  $p$  от  $D(p)$ . Значит,  $D(p)$  имеет простые чисто мнимые корни тогда и только тогда, когда первый столбец таблицы Рауса для  $D(p) + D'(p)$  положителен, т. е. корни многочлена  $D(p) + D'(p)$  лежат в левой полуплоскости. Можно сформулировать окончательный результат: многочлен

$$D(p) = A_0 p^{2n} + A_2 p^{2n-2} + \dots + A_{2n-2} p^2 + A_{2n}$$

имеет простые чисто мнимые корни тогда и только тогда, когда все корни многочлена  $D(p) + D'(p)$  расположены в левой полуплоскости.



Тем самым для проверки устойчивости позиционной модели надо вместо многочлена  $D(p)$  взять многочлен  $D(p) + D'(p)$  и применить к нему любой критерий асимптотической устойчивости: критерий Гурвица, Рауса, Михайлова, Льенара – Шипара и т. д.

Например

$$D(p) = A_0 p^4 + A_2 p^2 + A_4, \quad A_i > 0, \quad i = 0, 2, 4;$$

$$D'(p) = 4A_0 p^3 + 2A_2 p;$$

$$D(p) + D'(p) = A_0 p^4 + 4A_0 p^3 + A_2 p^2 + 2A_2 p + A_4.$$

Для устойчивости последнего многочлена (критерий Льенара – Шипара) необходимо и достаточно, чтобы третий определитель Гурвица был положителен:

$$\begin{vmatrix} 4A_0 & 2A_2 & 0 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & 4A_0 & 2A_2 \end{vmatrix} = 4A_0 (A_2^2 - 4A_0 A_4) > 0,$$

что совпадает с условием, приведенным выше.

Если  $\pm j\omega_1$  — корни  $D(p)$  кратности  $s \geq 2$ , то и  $D'(j\omega_1) = 0$ , т. е.  $D(j\omega_1) + D'(j\omega_1) = 0$  — для многочлена  $D(p) + D'(p)$  имеем границу устойчивости. Многочлены  $f_1(\omega)$  и  $f_2(\omega)$  будут иметь общий делитель  $[(\omega - \omega_1)(\omega + \omega_1)]^{s-1}$ . При построении многочленов Штурма таблица Рауса оборвется преждевременно, так как в одной из строк появятся нулевые элементы. В этом смысле кратные чисто мнимые корни являются граничным случаем, о чем говорилось выше. Для установления характера колебаний при этом необходимо исследовать не только характеристическое уравнение, но и структуру самих уравнений малых колебаний на число независимых решений с одинаковой частотой. Метод такого анализа дан в указанной выше работе.

динамическая

и результирующая устойчивость

## Д2-1. ПОДХОД К АНАЛИЗУ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ. ПОНЯТИЕ О РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ

О динамической устойчивости судят по характеру изменения параметров режима при конечных возмущениях, причем в отличие от условий, в которых оценивается статическая устойчивость, возмущения рассматривают не только конечными, но и вызванными вполне определенным возмущающим фактором, например, к. з. в той или иной точке системы. Изменение режима при этом характеризуется нелинейными уравнениями, отражающими воздействие соответствующего возмущающего фактора.

Основным методом анализа динамической устойчивости является численное интегрирование нелинейных уравнений, определяющих изменение режима после его нарушения. Следует отметить, что в последние годы получили определенное развитие исследования, направленные на разработку методики оценки динамической устойчивости на основе второго метода Ляпунова (метода функций Ляпунова), который принципиально позволяет делать значительно более общие заключения об условиях устойчивости, нежели численное интегрирование в каждом конкретном случае. Такой подход связан с серьезными трудностями, преодоление которых обычно оказывается возможным при принятии упрощающих допущений. Поэтому удовлетворительные результаты пока удается получить далеко не во всех случаях, представляющих практический интерес. Расчеты динамической устойчивости сложных многомашинных систем в этих условиях выполняются теми или иными численными методами вычислительной математики, например методом последовательных интервалов, подробно рассмотренным в § 5-2 (ч. 1). При применении для выполнения расчетов ЭВМ используются более точные методы численного интегрирования, которые к тому же выполняются применительно к более коротким интервалам времени, на которые разбивается рассматриваемый переходный процесс. Это дает возможность рассчитывать изменения параметров режима за значительно более продолжительный период времени без опасения накопления ошибки.

Результаты таких расчетов могут быть различными. В определенных случаях расчеты определяют нарастание относительных углов, свидетельствующее о нарушении динамической устойчивости, в других — приводят к выводу о ее сохранении. Однако встречаются случаи, в которых расчеты, выполняемые с учетом характеристик регуляторов турбин, АРВ и демпферных моментов, для относительно больших интервалов времени определяют такой характер изменения относительных углов, который не дает необходимых оснований считать систему ни динамически устойчивой, ни неустойчивой. На

первом этапе переходных процессов в таких случаях обнаруживается значительное нарастание относительных углов, свидетельствующее о возникновении асинхронного режима. В дальнейшем под влиянием систем автоматического регулирования частоты вращения турбин переходный процесс изменяет свой характер, относительные углы уменьшаются и через определенный промежуток времени генераторы системы втягиваются в синхронизм. Наблюдения за режимом реальных систем подтверждают возможность рассмотренного развития переходного процесса.

В этих случаях было предложено говорить о нарушении синхронной динамической устойчивости, но в то же время о сохранении устойчивости результирующей.

## Д2-2. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА

В § 5-2 (ч. 1) уравнение относительного движения ротора генератора было получено в форме

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \Delta P. \quad (Д2-1)$$

Целесообразно повторить вывод этой формулы на основе более строгого подхода с тем, чтобы оценить степень точности, с которой формула отражает реальную характеристику движения ротора.

Вращательное движение ротора генератора характеризуется вторым законом Ньютона

$$J_0 \frac{d\Omega}{dt} = M_T - M_{\text{торм}} = \Delta M, \quad (Д2-2)$$

где  $J_0$  — момент инерции роторов турбины и генератора;  $M_T$  — вращающий момент, создаваемый турбиной;  $M_{\text{торм}}$  — тормозной момент, определяемый нагрузкой генератора;  $\Omega$  — угловая скорость вращения, которая может рассматриваться как сумма синхронной скорости  $\Omega_0$  и скорости перемещения ротора относительно синхронно вращающейся оси  $\Delta\omega$ , т. е.

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta\omega.$$

Поскольку  $\Omega_0 = \text{const}$ , то уравнение (Д2-2) может быть переписано в виде

$$J_0 \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Delta M. \quad (Д2-3)$$

Разделив правую и левую части уравнения (Д2-3) на  $\frac{S_{\text{ном}}}{\Omega_0} = M_{\text{ном}}$ , получим:

$$\frac{J_0 \Omega_0}{S_{\text{ном}}} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{\Delta M}{M_{\text{ном}}} = \Delta M^*$$

или

$$\frac{1}{\Omega_0} \frac{J_0 \Omega_0^2}{S_{\text{ном}}} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Delta M^*,$$

где  $\frac{J_0 \Omega_0}{S_{\text{ном}}} = T_J$  — постоянная инерции, имеющая размерность времени.

С учетом этого, а также принимая во внимание, что  $\Delta\omega = d\delta/dt$ , уравнению движения можно придать вид

$$\frac{1}{\Omega_0} T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = \Delta M_* = \frac{\Delta P}{\Omega} \frac{\Omega_0}{S_{\text{ном}}} = \Delta P_* \frac{\Omega_0}{\Omega_0 + \Delta\omega} = \Delta P_* \frac{1}{1 + \frac{\Delta\omega}{\Omega_0}} = \frac{\Delta P_*}{1 + \Delta\omega_*}. \quad (\text{Д2-4})$$

Правая часть полученного уравнения представляет собой безразмерную величину. Поэтому при выражении относительной скорости  $\Delta\omega = d\delta/dt$ , град/с, синхронная угловая скорость  $\Omega_0$  должна быть также определена в градусах в секунду, а постоянная инерции — в секундах. В этом случае уравнение (Д2-4) может быть записано в виде

$$\frac{T_J [\text{с}]}{360 [\text{град}]\text{f} [\text{с}^{-1}]} \frac{d^2\delta [\text{град}]}{dt^2 [\text{с}^2]} = \frac{\Delta P_*}{1 + \Delta\omega_*}. \quad (\text{Д2-5})$$

Аналогичные рассуждения приводят к следующей форме уравнения при представлении угла  $\delta$  в радианной мере:

$$\frac{T_J [\text{с}]}{314 \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]} \frac{d^2\delta [\text{рад}]}{dt^2 [\text{с}^2]} = \frac{\Delta P_*}{1 + \Delta\omega_*}. \quad (\text{Д2-6})$$

Возможна еще одна форма уравнения движения, основанная на применении системы относительных единиц для всех величин, входящих в уравнение. В такой системе за базисные величины дополнительно принимаются угол в один радиан и синхронная угловая скорость машины.

При этом единица времени, принимаемая за базисную величину  $t_{\text{баз}}$ , определяется как промежуток времени в секундах, в течение которого при синхронной угловой скорости достигается изменение угла, равное одному радиану:  $t_{\text{баз}} = 1/\omega_0 = 1/314$  с, и поэтому время, выраженное в рассматриваемой системе относительно единиц, может быть найдено

$$t_* = \frac{t [\text{с}]}{t_{\text{баз}}} = 314t [\text{с}].$$

Единица времени  $t_{\text{баз}}$  называется радианом, поэтому при определении времени в системе относительных единиц говорят, что время выражено в радианах.

При записи всех величин, входящих в уравнение движения, в относительных единицах это уравнение принимает вид

$$T_{J[\text{рад}]} \frac{d^2\delta [\text{рад}]}{dt^2 [\text{рад}]} = \frac{\Delta P_*}{1 + \Delta\omega_*}. \quad (\text{Д2-7})$$

Приведенные формы уравнения движения (Д2-4), (Д2-5), (Д2-6) и (Д2-7) отличаются лишь левыми частями. Правые же части этих уравнений одинаковы, причем они наглядно свидетельствуют о том, что уравнение (Д2-1) представляет собой результат допущения  $\Delta\omega_* = 0$  в уравнении (Д2-7), а поэтому приближенно описывает движение рото-

ра генератора. Однако нетрудно установить, что при расчетах начальной стадии переходного процесса, по которой судят о возможности сохранения синхронной динамической устойчивости, применение приближенного уравнения не вносит неприемлемой погрешности в результат расчета. Действительно, размах синхронных качаний обычно лежит в пределах 100–120 град при длительности одного качания около 0,5–0,8 с. В этих условиях относительная скорость  $\Delta\omega$  составляет 200 град/с, тогда как синхронная угловая скорость равна  $\omega_0 = 360 f = 18\,000$  град/с. Следовательно, скорость перемещения ротора относительно синхронно вращающейся оси, выраженная в относительных единицах, не превышает 1–2%.

Вместе с тем следует иметь в виду, что для переходных процессов, протекающих после нарушения синхронной динамической устойчивости, условия могут значительно отличаться от рассмотренных. Поэтому при расчетах длительных переходных процессов, выполняемых для оценки условий синхронизации, может оказаться необходимым учитывать изменение правой части уравнения движения не только в зависимости от изменения избыточной мощности на валу генератора, но также и принимая во внимание изменение относительной скорости, т. е. пользуясь уравнением в форме (Д2-5) и не вводя упрощающего допущения  $\Delta\omega = 0$ .

Остановимся теперь на физическом смысле постоянной инерции, которая была введена в уравнение движения в результате формальных преобразований. Из уравнения (Д2-4) имеем:  $\frac{T_J}{\Delta M} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Delta M$ , откуда следует  $T_J d\Delta\omega = \Delta M \Omega_0 dt$ .

Из последнего выражения можно получить

$$dt = \frac{T_J}{\Delta M} \frac{d\Delta\omega}{\Omega_0} = \frac{T_J}{\Delta M} d\Delta\omega. \quad (\text{Д2-8})$$

Найдем из полученного уравнения время, в течение которого ротор разворачивается от состояния покоя до синхронной угловой скорости при неизменном избыточном моменте. Для остановленного ротора  $\Delta\omega = (\Omega - \Omega_0)/\Omega_0 = -1$ , для ротора, вращающегося с синхронной скоростью,  $\Delta\omega = 0$ , поэтому искомое время может быть найдено из (Д2-8):

$$t = \frac{T_J}{\Delta M} \int_{-1}^0 d\Delta\omega = \frac{T_J}{\Delta M}.$$

Отсюда следует, что постоянная инерции  $T_J$  численно равна промежутку времени, необходимому для изменения скорости машины от нуля до синхронной при постоянном вращающем моменте, равном единице.

### Д2-3. УРАВНЕНИЯ ГОРЕВА – ПАРКА

Характер изменения параметров режима при больших и малых возмущениях определяется взаимосвязанными электромагнитными переходными процессами во всех цепях элементов, входящих в состав электрической системы, и переходными процессами, определяющими изменения в характеристиках движения вращающихся роторов генераторов и двигателей. Это обстоятельство позволяет называть процессы, рассматриваемые при анализе устойчивости электрических систем, переходными электромеханическими процессами.

На параметры этих процессов оказывают влияние переходные электромагнитные процессы в цепях синхронных генераторов. Поэтому их математическое описание должно входить в систему уравнений, которая лежит в основе анализа устойчивости.

Уравнения переходных процессов в цепях возбуждения генератора рассматривались в разд. III (ч. 1). Влияние демпферных обмоток на переходные процессы генератора анализировалось в ч. 2. Во всех этих случаях режим цепи статора синхронного генератора описывался с помощью уравнений  $U_q = \Psi_d$ ,  $U_d = -\Psi_q$ , которые получены для установившегося режима работы генератора при синхронной угловой скорости. Допустимость такого представления ранее не обсуждалась. Поэтому ниже выводятся уравнения, характеризующие протекание переходных процессов в статоре генератора в общем случае. С их помощью в дальнейшем анализируются условия, в которых можно считать приемлемыми те или иные допущения, которые позволяют упростить расчеты устойчивости.

Электродвижущая сила, наводимая в обмотках каждой фазы статора генератора, определяется скоростью изменения потокоцепления этой обмотки во времени, т. е.  $e = -d\Psi/dt$ , поэтому, считая, что обмотка имеет активное сопротивление  $r$ , можно записать следующее уравнение:

$$e = u + ir,$$

где  $u$  — напряжение на выводах генератора, или

$$-d\Psi/dt = u + ir.$$

Это уравнение справедливо для всех трех фаз генератора:

$$u_\alpha + ir + \frac{d\Psi_\alpha}{dt} = 0, \quad \alpha = a, b, c. \quad (D2-9)$$

При расчетах переходных процессов синхронные машины обычно представляются в соответствии с теорией двух реакций своими параметрами для продольной и поперечной оси. При этом и параметры режима машины определяются в системе координат  $d, q$ , неподвижных относительно вращающегося ротора. Такая система координат принята и в настоящей книге. Поэтому для совместного применения с другими уравнениями, характеризующими электромагнитные процессы в цепях синхронной машины, уравнения (D2-9) должно быть приведено к системе координат  $d, q$ .

Для этого будем мгновенные значения фазных токов, напряжений и потокоцеплений рассматривать в качестве проекций соответствующих обобщенных векторов (ч. 2, § 1-1) на три неподвижные оси системы фазных координат, сдвинутые относительно друг друга на  $120^\circ$  (рис. D2-1).

Нетрудно убедиться в том, что мгновенные значения фазных токов действительно будут численно равны проекциям обобщенного вектора тока, в том случае, когда этот вектор определяется следующим образом<sup>1</sup>:

$$\dot{I}_{ст} = \frac{2}{3}(i_a + \dot{a}i_b + \dot{a}^2i_c), \quad (D2-10)$$

где  $\dot{a}$  и  $\dot{a}^2$  — единичные векторы с аргументами соответственно  $120$  и  $240^\circ$ :

$$\dot{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \dot{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Доказательством справедливости сделанного вывода может явиться результат определения фазных токов через обобщенный вектор, найденный указанным способом.

Будем считать, что обобщенный вектор  $\dot{I}_{см}$  расположен на комплексной плоскости, вещественная ось которой совпадает по направлению с осью  $a$  системы фазных координат (рис. D2-1). Тогда мгновенное значение фазного тока можно рассматривать как действительную часть комплексной величины, определяемой на комплексной плоскости вектором  $\dot{I}_{ст}$ , причем

$$\operatorname{Re} \dot{I}_{ст} = \operatorname{Re} \frac{2}{3} \left[ i_a + \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_b + \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_c \right] = \frac{2}{3} \left( i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right). \quad (D2-11)$$

При отсутствии в трехфазной системе нулевого провода

$$i_a + i_b + i_c = 0, \quad (D2-12)$$

<sup>1</sup> Здесь применен подход, принятый в книге К. П. Ковача, И. Раца. «Переходные процессы в машинах переменного тока». М., Госэнергоиздат, 1963, 743 с.

поэтому в данном случае  $i_b + i_c = -i_a$  и, следовательно, выражение (Д2-11) приводится к виду

$$\operatorname{Re} \dot{I}_{\text{ст}} = \frac{2}{3} \left( i_a + \frac{i_a}{2} \right) = i_a.$$

Если трехфазная система работает с нулевым проводом, то в общем случае  $i_a + i_b + i_c = 3i_0$ , (Д2-13)

откуда  $i_b + i_c = 3i_0 - i_a$ , следовательно,

$$\operatorname{Re} \dot{I}_{\text{ст}} = \frac{2}{3} \left( i_a - \frac{3}{2} i_0 + \frac{i_a}{2} \right) = i_a - i_0.$$

Полученное выражение и в этом случае правильно отражает реальные условия, поскольку ток в нулевом проводе складывается из токов нулевой последовательности, которые наряду с другими составляющими протекают в каждой фазе.

Аналогичным образом может быть определено и мгновенное значение токов в фазах  $b$  и  $c$ . При этом при нахождении тока в фазе  $b$  следует принять во внимание, что ток  $i_b$  может рассматриваться как действительная составляющая вектора  $\dot{I}_{\text{ст}}$  в такой комплексной плоскости, оси которой повернуты на угол  $240^\circ$  по отношению к осям, показанным на рис. Д2-1. В этом случае

$$\operatorname{Re} a^2 \dot{I}_{\text{ст}} = \operatorname{Re} \frac{2}{3} a^2 (i_a + ai_b + a^2 i_c) = \operatorname{Re} \frac{2}{3} (a^2 i_a + i_b + ai_c) = \frac{2}{3} \left( i_b - \frac{i_a + i_c}{2} \right),$$

откуда при учете (Д2-12) следует:

$$\operatorname{Re} a^2 \dot{I}_{\text{ст}} = i_b,$$

а принимая во внимание (Д2-13),

$$\operatorname{Re} \dot{I}_{\text{ст}} = i_b - i_0.$$

Наконец, вычисляя

$$\operatorname{Re} a \dot{I}_{\text{ст}} = \operatorname{Re} \frac{2}{3} a (i_a + ai_b + a^2 i_c) = \frac{2}{3} \left( i_c - \frac{i_a + i_b}{2} \right),$$

Рис. Д2-1. Система неподвижных фазных координат.

Рис. Д2-2. Система вращающихся координат.

Рис. Д2-1

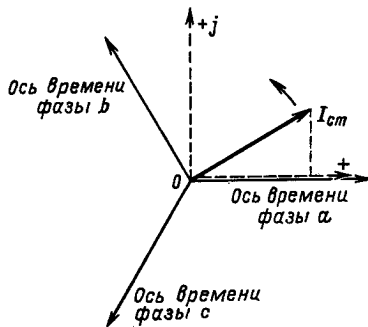
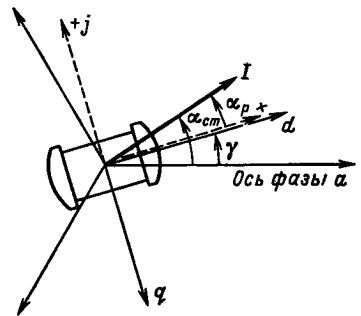


Рис. Д2-2



имеем соответственно с учетом (Д2-12) и (Д2-13)

$$\operatorname{Re} \dot{I}_{\text{CT}} = i_c; \operatorname{Re} \dot{I}_{\text{CT}} = i_c - i_0.$$

Таким образом, можно считать установленным, что представление обобщенного вектора тока  $\dot{I}_{\text{CT}}$  формулой (Д2-10) вполне правомерно как для трехфазных систем с изолированной нейтралью, так и для систем, в нейтрали которых протекает ток нулевой последовательности.

Получим теперь составляющие обобщенного вектора тока  $\dot{I}_{\text{CT}}$  в системе координат  $d, q$ , неподвижные относительно вращающегося ротора (рис. Д2-2). При этом примем во внимание следующие соотношения. Положение обобщенного вектора  $I_{\text{CT}}$  в системе неподвижных координат характеризуется аргументом  $\alpha_{\text{CT}}$ , причем  $\dot{I}_{\text{CT}} = \dot{I} e^{j\alpha_{\text{CT}}}$ , тогда как тот же вектор, определенный в системе вращающихся координат  $d, q$ , имеет аргумент  $\alpha_p: \dot{I}_p = \dot{I} e^{j\alpha_p}$ . Но так как  $\alpha_p = \alpha_{\text{CT}} - \gamma$ , то для последнего вектора справедливо выражение

$$\dot{I}_p = \dot{I} e^{j(\alpha_{\text{CT}} - \gamma)} = \dot{I} e^{j\alpha_{\text{CT}}} e^{-j\gamma} = \dot{I}_{\text{CT}} e^{-j\gamma}, \quad (\text{Д2-14})$$

которое характеризует взаимную связь между вектором обобщенного тока, один раз определенного в системе неподвижных координат, а другой — в системе вращающихся координат  $d, q$ .

С помощью (Д2-14) можно получить, умножая это уравнение на  $e^{j\gamma}$ :

$$\dot{I}_{\text{CT}} = \dot{I}_p e^{j\gamma}.$$

Отметим теперь на роторе систему координат комплексной плоскости, неподвижной относительно ротора. Эта система координат на рис. Д2-2 показана штриховыми линиями. Нетрудно видеть, что в этой системе координат

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \dot{I}_p &= I_d; \\ \operatorname{Im} \dot{I}_p &= -I_q, \end{aligned} \right\} \quad (\text{Д2-15})$$

следовательно,

$$i_a = \operatorname{Re} \dot{I}_{\text{CT}} = \operatorname{Re} \dot{I}_p e^{j\gamma} = \operatorname{Re} [(I_d - jI_q) e^{j\gamma}] = I_d \cos \gamma + I_q \sin \gamma, \quad (\text{Д2-16})$$

а также

$$i_b = \operatorname{Re} \dot{I}_{\text{CT}} = \operatorname{Re} [(I_d - jI_q) e^{j(\gamma + 240^\circ)}] = I_d \cos(\gamma - 120^\circ) + I_q \sin(\gamma - 120^\circ), \quad (\text{Д2-17})$$

$$i_c = \operatorname{Re} \dot{I}_{\text{CT}} = \operatorname{Re} [(I_d - jI_q) e^{j(\gamma + 120^\circ)}] = I_d \cos(\gamma - 240^\circ) + I_q \sin(\gamma - 240^\circ). \quad (\text{Д2-18})$$

При протекании в обмотках статора токов нулевой последовательности к правым частям выражений (Д2-16)–(Д2-18) должны быть добавлены токи  $i_0$ .

Выражения, аналогичные по структуре (Д2-16)–(Д2-18), очевидно, справедливы и для напряжений, и для потокосцеплений, поскольку они также могут быть представлены обобщенными векторами в тех же системах координат, которые рассматривались применительно к обобщенному вектору тока. Поэтому можем записать:

$$u_a = U_d \cos \gamma + U_q \sin \gamma + U_0 \quad (\text{Д2-19})$$

$$\Psi_a = \Psi_d \cos \gamma + \Psi_q \sin \gamma + \Psi_0. \quad (\text{Д2-20})$$

Подставляя выражение (Д2-16), дополненное током  $i_0$ , и выражения (Д2-19), (Д2-20) в уравнение (Д2-9), определяющее режим статора, найдем в системе координат  $d, q, 0$ :

$$U_0 + U_d \cos \gamma + U_q \sin \gamma + rI_0 + rI_d \cos \gamma + rI_q \sin \gamma + \frac{d}{dt} (\Psi_0 + \Psi_d \cos \gamma + \Psi_q \sin \gamma) = 0,$$

откуда следует при записи в операторной форме

$$U_0 + U_d \cos \gamma + U_q \sin \gamma + rI_0 + rI_d \cos \gamma + rI_q \sin \gamma + p\Psi_0 + p\Psi_d \cos \gamma - p\gamma\Psi_d \sin \gamma + + p\Psi_q \sin \gamma + p\gamma\Psi_q \cos \gamma = 0$$



или

$$U_0 + p\Psi_0 + rI_0 + (U_d + p\Psi_d + p\gamma\Psi_q + rI_d) \cos \gamma + (U_q + p\Psi_q - p\gamma\Psi_d + rI_q) \sin \gamma = 0. \quad (Д2-21)$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение следующего типа:

$$A + B \cos \gamma + C \sin \gamma = 0,$$

которое в общем случае может удовлетворяться только при условии

$$A = B = C = 0.$$

В этом случае из (Д2-21) следует:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= -p\Psi_0 - rI_0; \\ U_d &= -p\Psi_d - p\gamma\Psi_q - rI_d; \\ U_q &= -p\Psi_q + p\gamma\Psi_d - rI_q. \end{aligned} \right\} \quad (Д2-22)$$

Уравнения (Д2-22) называют уравнениями Горева — Парка.

Левые части уравнений (Д2-22) представляют собой составляющие обобщенного вектора напряжения на шинах генераторного напряжения. Правые части этих уравнений содержат падение напряжения в активном сопротивлении обмотки статора и э. д. с., наводимые магнитными потоками, сцепленными со статорной обмоткой машины. Во все три уравнения входят э. д. с., которые определяются изменением тех или иных магнитных потоков во времени ( $p\Psi$ ), уравнения для продольной и поперечной составляющих напряжения содержат э. д. с., которая связана с изменением угла  $\gamma$ .

При вращении ротора угол  $\gamma$  непрерывно изменяется, причем

$$\gamma = \int_{t_0}^t (\omega_0 + \Delta\omega) dt + \gamma_0,$$

где  $\omega_0$  — синхронная угловая скорость;  $\Delta\omega$  — угловая скорость ротора относительно синхронно вращающейся оси.

В установившемся синхронном режиме  $\Delta\omega = 0$  и, следовательно,  $p\gamma = \omega_0$  или в относительных единицах  $p\gamma = 1$ . В этом режиме также  $\Psi_d = \text{const}$ ,  $\Psi_q = \text{const}$ ,  $\Psi_0 = \text{const}$ , поэтому  $p\Psi_0 = p\Psi_d = p\Psi_q = 0$  и уравнения Горева — Парка принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= -rI_0; \\ U_d &= -\Psi_q - rI_d; \\ U_q &= \Psi_d - rI_q. \end{aligned} \right\} \quad (Д2-23)$$

или при пренебрежении малым по величине активным сопротивлением статора

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -\Psi_q; \\ U_q &= \Psi_d. \end{aligned} \right\} \quad (Д2-24)$$

В переходном режиме, сопровождающемся отклонениями частоты вращения ротора от синхронной, имеем в относительных единицах  $p\gamma = 1 + p\delta$ , поэтому уравнения (Д2-22) при отсутствии тока нулевой последовательности могут быть переписаны в виде

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -p\Psi_d - (1 + p\delta) \Psi_q - rI_d; \\ U_q &= -p\Psi_q + (1 + p\delta) \Psi_d - rI_q. \end{aligned} \right\} \quad (Д2-25)$$

Эти уравнения показывают, что в переходном процессе в обмотке статора наводятся две дополнительные э. д. с. Одна из них связана с изменением угловой скорости машины и не зависит от изменения потокосцепления во времени. Другая, напротив, определяется изменением магнитного потока во времени и не зависит от частоты вращения ротора. При строгом подходе к расчету переходных процессов обе эти э. д. с. должны быть приняты во внимание и для характеристики процессов в статоре генератора должны приниматься уравнения Горева — Парка в форме (Д2-25). Принято говорить,

что расчеты, основанные на таком подходе, выполнены по полным уравнениям Горева – Парка.

Однако в ряде случаев оказывается целесообразным упростить расчеты переходных процессов. В расчетах устойчивости при упрощенном подходе в первую очередь пренебрегают влиянием на режим системы составляющих э. д. с., вызванных изменением потокосцеплений во времени. Изменение потокосцеплений  $p\Psi$  связано с протеканием апериодической составляющей тока статора в переходном процессе. Для того чтобы в этом не было сомнений, следует вспомнить, что уравнения (Д2-25) определяют модуль и аргумент вращающегося обобщенного вектора напряжения, проекции которого на оси времени трех фаз дают мгновенные значения фазных переменных (следовательно, периодических) напряжений. Так определяются напряжения в фазах как в установившемся режиме, когда все потокосцепления являются постоянными величинами, так и в переходном процессе. В последнем случае изменение потокосцеплений приводит к тому, что модуль вращающегося обобщенного вектора напряжения изменяется по абсолютной величине, благодаря чему амплитудные значения переменных фазных напряжений, получающихся при проектировании обобщенного вектора на фазные оси координат, будут переменными величинами, зависящими от времени. Это обстоятельство можно рассматривать как результат наложения на периодически изменяющееся напряжение некоторой апериодической составляющей. Этим двум составляющим напряжения отвечают аналогичные составляющие токов.

Известно (ч. 2, § 1-3), что длительность протекания апериодических токов существенно меньше длительности переходных электромеханических процессов, по характеру которых судят об устойчивости электрических систем, и если апериодические токи не учитывать, то это обычно не оказывает заметного влияния на оценку условий устойчивости и, следовательно, введение условия  $p\Psi_d = p\Psi_q = 0$  в уравнениях (Д2-25) может быть вполне оправданным. Такие условия позволяют получить одну из упрощенных форм уравнений Горева – Парка:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -(1 + p\delta) \Psi_d - rI_d; \\ U_q &= (1 + p\delta) \Psi_q - rI_q \end{aligned} \right\} \quad (\text{Д2-26})$$

или при пренебрежении активным сопротивлением обмотки статора

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -(1 + p\delta) \Psi_d; \\ U_q &= (1 + p\delta) \Psi_q \end{aligned} \right\} \quad (\text{Д2-27})$$

Ряд расчетов устойчивости выполняется без строгого учета демпферных моментов, которые определяются системой токов в обмотках генератора, являющихся следствием возникновения скольжения ротора относительно вращающегося поля реакции статора, равного  $s = -p\delta$ .

В синхронных режимах, для которых  $s = 0$ , демпферные моменты отсутствуют. Переходные электромеханические процессы характеризуются качаниями ротора, при которых  $s \neq 0$ . Однако для упрощения расчетов в ряде случаев принимается допущение  $s = 0$ . В этом случае из (Д2-27) следует еще одна форма упрощенных уравнений Горева – Парка:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -\Psi_d; \\ U_q &= \Psi_q \end{aligned} \right\} \quad (\text{Д2-28})$$

По структуре эти уравнения<sup>1</sup> ничем не отличаются от уравнений (Д2-24), справедливых для симметричных установившихся режимов. Однако в переходных процессах входящие в эти уравнения напряжения и потокосцепления являются переменными величинами, в то время как в установившихся режимах они неизменны.

<sup>1</sup> В некоторых работах эти уравнения называются уравнениями Лебедева – Жданова.

## Д2-4. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для расчетов динамической и результирующей устойчивости приходится пользоваться численными методами, позволяющими получать с той или иной степенью приближения решения уравнений в каждом конкретном случае.

Простейшим из таких методов является метод последовательных интервалов, подробно рассмотренный в первой части настоящей книги (§ 5-2). Метод последовательных интервалов в разобранной здесь форме позволяет с успехом решать простейшие задачи при ручном расчете или при применении моделей (расчетных столов) переменного тока. Однако использование его для расчета длительных переходных процессов, например с целью оценки условий результирующей устойчивости системы с регулирующими генераторами и турбинами, может привести к заметным ошибкам. Неоправданно грубым этот метод оказывается также для реализации в программах для ЭВМ.

Поэтому в последние годы в расчетах динамической результирующей устойчивости находят широкое применение более точные численные методы решения нелинейных дифференциальных уравнений. Эти методы предусматривают, в сущности, тот же подход к решению задачи, который положен в основу метода последовательных интервалов и заключающейся в разбиении решения на отдельные малые шаги — интервалы. При известном значении исследуемой функции на одной из границ этих интервалов тем или иным способом на основе рассматриваемого дифференциального уравнения определяется ее значение также и на другой границе.

Для выполнения численного решения дифференциальные уравнения представляют разрешенными относительно производной

$$\frac{dy}{dt} = y' = f(t, y). \quad (Д2-29)$$

Пусть значение функции  $y(t)$  известно в точке  $t_n$ . Будем, используя уравнение (Д2-29), искать  $y(t)$  в момент времени  $t_{n+1}$ . Приращение аргумента  $t$  называют шагом интегрирования  $h = t_{n+1} - t_n$ .

Приращение функции обозначим  $\Delta y_n$ , определяющее значение функции в момент  $t_{n+1}$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n \quad (Д2-30)$$

и подлежит определению.

Применяемые в практических расчетах численные методы интегрирования дифференциальных уравнений различаются способами вычисления  $\Delta y_n$ . В последнее время при расчетах переходных электромеханических процессов наибольшее распространение получил метод Рунге — Кутты. Особенностью этого метода является то обстоятельство, что он не требует информации о предшествующих шагах интегрирования. Каждый шаг в соответствии с этим методом делается как бы заново, причем для вычисления значения функции в точке  $t_{n+1}$  используется лишь ее значение в точке  $t_n$ .

Для решения систем дифференциальных уравнений последние также приводятся к нормальному виду. При этом уравнения записываются разрешенными относительно производных, причем число уравнений равно числу неизвестных функций. Так, например, общий вид системы трех уравнений с тремя неизвестными функциями от переменного  $t$  записываются в форме

$$\frac{dx}{dt} = f_1(t, x, y, z); \quad \frac{dy}{dt} = f_2(t, x, y, z); \quad \frac{dz}{dt} = f_3(t, x, y, z). \quad (Д2-31)$$

На системы типа (Д2-32) распространяются методы численного решения уравнений, разработанные для уравнений вида (Д2-29). При этом при переходе к следующей точке в процессе численного интегрирования параллельно вычисляются приращения каждой из неизвестных функций по аналогичным формулам

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x_n; \quad y_{n+1} = y_n + \Delta y_n; \quad z_{n+1} = z_n + \Delta z_n.$$

## Д2-5. НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ УСПЕШНОЙ РЕСИНХРОНИЗАЦИИ

В § 12-3 было показано, что необходимым условием для успешной ресинхронизации синхронного генератора, работающего в асинхронном режиме, является равенство нулю мгновенного значения скольжения в тот или иной момент времени. Это условие в сущности означает, что для вхождения несинхронно вращающейся машины в синхронизм, необходимо, чтобы ее изменяющаяся скорость в какой-то момент приняла синхронное значение.

Однако это необходимое условие в общем случае не может рассматриваться и как достаточное. Для того чтобы в этом убедиться, а затем установить также и достаточное условие успешной ресинхронизации, обратимся к случаю работы электростанции на шины неизменного напряжения. Движение генератора в такой схеме определяется уравнением

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{T_J} [M_T - (M_{11} + M_{12m} \sin \theta)], \quad (\text{Д2-32})$$

где  $M_T$  — вращающий момент турбины;  $M_{11}$  — собственный электромагнитный момент генератора, отвечающий собственной мощности  $P_{11} = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11}$ ;  $M_{12m}$  — максимальное значение взаимного электромагнитного момента генератора, который определяется максимальным значением собственной мощности  $P_{12m} = E_1 U y_{12}$ ;  $\theta = \delta - \alpha_{12}$ .

Имея в виду, что

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2(\delta - \alpha_{12})}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = s \frac{ds^*}{d\theta},$$

уравнение (Д2-33) можем привести к виду

$$s ds = \frac{1}{T_J} (M_T - M_{11} - M_{12m} \sin \theta) d\theta,$$

откуда после интегрирования при условии  $M_T = \text{const}$ ,  $M_{11} = \text{const}$  и  $M_{12m} = \text{const}$  следует:

$$s^2 = s_0^2 - \frac{2(M_T - M_{11})}{T_J} \theta_0 - \frac{2M_{12m}}{T_J} \cos \theta_0 + \frac{2(M_T - M_{11})}{T_J} \theta + \frac{2M_{12m}}{T_J} \cos \theta. \quad (\text{Д2-33})$$

Пусть генератор работает в асинхронном режиме, в котором  $s \neq 0$ . Рабочая точка, которая характеризует такой режим на кривой  $M = f(\theta)$ , при этом перемещается в сторону больших или меньших значений угла  $\theta$  в зависимости от знака скольжения  $s$ . Будем рассматривать в качестве начального момента стадии переходного процесса, по которой можно судить о возможности успешной ресинхронизации, тот, в который угол имеет значение  $\theta_0$ , а скольжение  $s_0$ .

\* Здесь принято, что при частоте вращения генератора, большей синхронной,  $s > 0$ .

Оценить условия, при которых при таких исходных данных возможен переход скольжения через нулевое значение, можно с помощью уравнения (Д2-33а), следующего из (Д2-33). Нетрудно видеть, что скольжение становится равным нулю, когда удовлетворится уравнение

$$\frac{T_J}{2M_{12m}} s_0^2 - \frac{M_T - M_{11}}{M_{12m}} \theta_0 - \cos \theta_0 + \frac{M_T - M_{11}}{M_{12m}} \theta = -\cos \theta$$

или

$$k + \frac{M_T - M_{11}}{M_{12m}} \theta = -\cos \theta, \tag{Д2-33а}$$

где постоянная  $k$  равна:

$$k = \frac{T_J}{2M_{12m}} s_0^2 - \frac{M_T - M_{11}}{M_{12m}} \theta_0 - \cos \theta_0. \tag{Д2-34}$$

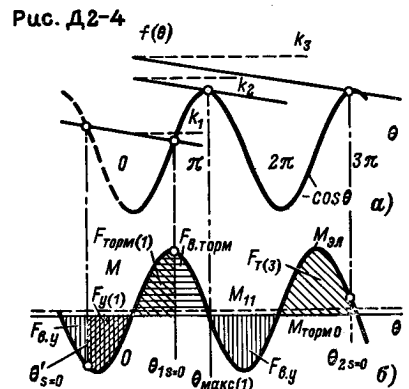
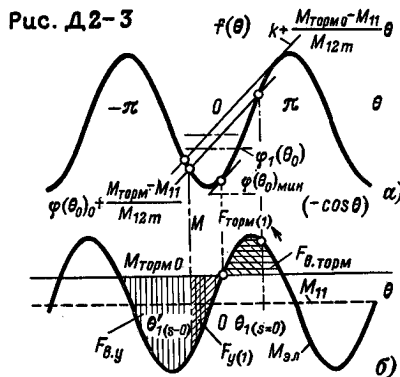
Условия, в которых удовлетворяется уравнение (Д2-33а), а следовательно, скольжение генератора, работающего несинхронно, становится равным нулю, удобно проанализировать графоаналитическим методом.

Левая часть уравнения (Д2-33а) определяет прямую, точка пересечения которой с косинусоидой, взятой с обратным знаком, позволяет установить, при каком угле  $\theta$  удовлетворяется уравнение (Д2-33а). Наклон этой прямой зависит от знака разности  $(M_T - M_{11})$ , причем при  $(M_T - M_{11}) > 0$  увеличению угла  $\theta$  отвечает возрастание левой части уравнения (Д2-33а). Положение прямой определяется значением коэффициента  $k$ , который зависит от начального скольжения  $s_0$ , имеющего место при угле  $\theta_0$ . Изменение  $k$  приводит к параллельному перемещению прямой.

На рис. Д2-3, а показаны кривые, соответствующие правой и левой частям уравнения (Д2-33а), построенные для случая  $s_0 > 0$  и  $M_T - M_{11} > 0$ , т. е. для условий, в которых вышедший из синхронизма генератор работает со скоростью, превышающей синхрон-

Рис. Д2-3. Определение условий успешной ресинхронизации при  $s_0 > 0$ ;  $M_T - M_{11} > 0$ . а – графоаналитическое решение уравнения (Д2-34а); б – площадки ускорения и торможения.

Рис. Д2-4. Определение условий успешной ресинхронизации при  $s_0 > 0$ ,  $M_T - M_{11} < 0$ . а – графоаналитическое решение уравнения (Д2-34а); б – площадки ускорения и торможения.



ную. Кривая на рис. Д2-3, б показывает, что в этом случае скольжение становится равным нулю при угле  $\theta_1 (s=0)$ , при котором тормозной момент генератора превышает вращающий момент турбины. Поэтому с момента времени, в который скольжение становится равным нулю, начинается уменьшение частоты вращения агрегата. Условия развития этой стадии процесса ничем не отличаются от тех, применительно к которым оценивается динамическая устойчивость синхронного режима. Поэтому его можно анализировать с помощью метода площадей.

Возможные площади торможения и ускорения показаны на рис. Д2-3, б соответственно вертикальной и горизонтальной штриховкой. Первая площадка в рассматриваемом случае всегда меньше второй. Поэтому первое колебание, начинающееся с угла  $\theta (s=0)$ , лежащего в пределах площадки возможного торможения, не может перейти в новый асинхронный режим. Следовательно, при  $M_T - M_{11} > 0$  и  $s_0 > 0$  условие равенства нулю скольжения в какой-либо момент переходного процесса является и необходимым и достаточным условием для успешной синхронизации. Построения, аналогичные рассмотренным, но выполненные для случая  $s_0 < 0$  и  $M_T - M_{11} < 0$ , позволяют сделать точно такой же вывод.

К другому заключению приводит анализ кривых, показанных на рис. Д2-4, которые построены для случая  $s_0 > 0$  и  $M_T - M_{11} < 0$ . Нетрудно видеть, что здесь скольжение становится равным нулю только при углах, которым отвечает момент генератора, превышающий момент, развиваемый турбиной. Возможная площадка торможения в этом случае имеет большую площадь, чем возможная площадка ускорения. Поэтому угол  $\theta$ , при котором возможно  $s = 0$ , может определить площадку торможения либо меньшей ( $F_{T1}$ ), либо большей ( $F_{T3}$ ) площадки возможного ускорения. В первом случае после достижения скольжением нулевого значения наступают синхронные качания, тогда как во втором — новый асинхронный режим с отрицательным скольжением. Рабочая точка, пройдя по части характеристики момента генератора, отвечающей площадке ускорения, попадет на новую площадку торможения (при меньших углах) и вновь будет перемещаться в сторону меньших углов. Если построить аналогичные кривые при  $s_0 < 0$  и  $M_T - M_{11} > 0$ , то можно показать, что и в этом случае возможно двойное развитие переходного процесса после перехода скольжения через нуль: после перехода скольжения через нуль возникают либо синхронные качания, либо асинхронный режим со скольжением, имеющим знак, противоположный знаку начального скольжения.

Таким образом, переход скольжения через нуль оказался необходимым и достаточным условием синхронизации в тех двух случаях, когда скольжение  $s_0$  и разность моментов  $M_T - M_{11}$  имели один и тот же знак, т. е. тогда, когда  $(M_T - M_{11})/s_0 > 0$ . В тех же случаях, когда это отношение отрицательно, т. е. при противоположных знаках у скольжения  $s_0$  и у разности моментов  $M_T - M_{11}$ , достижение скольжением нулевого значения оказывается только необходимым условием, но недостаточным. Для того чтобы генератор, работающий в асинхронном режиме при  $\frac{M_T - M_{11}}{s_0} < 0$ , мог войти в синхронизм, необходимо при  $s = 0$  иметь такое соотношение между площадками ускорения и торможения, которое определяло бы возможность сохранения синхронного режима.

Последнее требование обусловлено различием площадок возможного торможения и возможного ускорения, вызванным постоянной слагающей избыточного момента  $M_T - M_{11}$ . Если влияние этой слагающей чем-либо компенсируется, то площадки возможного торможения и ускорения становятся равными, и независимо от угла, при котором скольжение принимает нулевое значение, переходный процесс заканчивается синхронными качаниями.

Такое компенсирующее воздействие может оказать асинхронный момент, не учитывавшийся в выполненном качественном анализе, а также регулирование возбуждения генератора и регулирование мощности турбин.

## СПИСОК

### опубликованных трудов профессора П. С. Жданова

1. Жданов П. С. Измерение тока однополюсного замыкания на землю в Московской кабельной сети. — «Электрические станции», 1930, № 11–12, с. 683–685.
2. Жданов П. С. Устойчивость параллельной работы станций, питающих асинхронную нагрузку. — «Электричество», 1931, № 14, с. 779–789.
3. Жданов П. С. Устойчивость при передаче больших мощностей. — «Электричество», 1931, № 23–24, с. 1332–1339.
4. Жданов П. С. Синхронизация электрических систем. — «Электричество», 1932, № 2, с. 113–114.
5. Жданов П. С. Заземление нейтрали и проблема устойчивости. — «Электричество», 1932, № 13, с. 658–662.
6. Жданов П. С., Лебедев С. А. Устойчивость параллельной работы электрических систем. М., Энергоиздат, 1933. 264 с.
7. Жданов П. С., Лебедев С. А. Устойчивость параллельной работы электрических систем. М., Энергоиздат, 1934. 388 с.
8. Жданов П. С. Синхронизация машин при нарушениях устойчивости. — «Электричество», 1934, № 6, с. 1–13.
9. Жданов П. С., Лебедев С. А., Цукерник Л. В. Исследования устойчивости в сетях Ленэнерго. — «Электрические станции», 1934, № 9, с. 27–31.
10. Zhdanov P. S. La synchronisation des machines en cas de perturbations de la stabilité. Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques. Paris, 1935.
11. Жданов П. С. Демпферный момент синхронной машины, работающей через внешнюю сеть параллельно с системой большой мощности. — Бюллетень Всесоюз. электротехн. института, 1935, № 9, с. 1–6.
12. Жданов П. С., Чебышев П. В. Асинхронный режим гидрогенераторов в системе Ленэнерго. — «Электрические станции», 1936, № 10, с. 14–19.
13. Жданов П. С. О передаче 1000 МВт Куйбышев – Москва. — «Электричество», 1936, № 13, с. 5–9.
14. Жданов П. С. Асинхронный режим в электрических системах. — «Электричество» 1936, № 21, с. 17–26.
15. Жданов П. С., Майер Р. И., Маркович И. М. Аварийное регулирование на Сталиногорской ГРЭС. — «Электрические станции», 1937, № 6, с. 25–30.

16. Жданов П. С. Статическая устойчивость протяженных систем электропередачи. — «Электричество», 1937, № 11, с. 20—27.
17. Жданов П. С. Параллельная компенсация линий электропередачи с помощью насыщенных дросселей. — «Электричество», 1938, № 5, с. 44—49.
18. Жданов П. С., Карасев В. А., Лебедев С. А. Реактор для Куйбышевских передач. — Бюллетень Всесоюз. электротехн. ин-та, 1940, № 1, с. 4—9.
19. Жданов П. С. О статической устойчивости сложных электрических систем. — В кн.: Устойчивость электрических систем. М., Госэнергоиздат, 1940, с. 68—194. Авт.: С. А. Лебедев, П. С. Жданов, Д. А. Городский, Р. М. Кантор.
20. Жданов П. С., Лебедев С. А. Устойчивость параллельной работы синхронных компенсаторов. — Бюллетень Всесоюз. электротехн. ин-та, 1941, № 5, с. 15—25.
21. Жданов П. С. Компаундирование схемы возбуждения синхронных машин. — Вестник электропромышленности, 1943, № 9, с. 1—5.
22. Жданов П. С., Брук И. С., Лебедев С. А. О статье И. М. Марковича и С. А. Совалова. — «Электричество», 1945, № 3, с. 23—26.
23. Жданов П. С. О симметричных составляющих. — «Электричество», 1945, № 9, с. 26—30.
24. Жданов П. С., Веников В. А. Устойчивость электрических систем при перегрузках. — «Электричество», 1946, № 3, с. 60—63.
25. Жданов П. С. Перспективы передачи электроэнергии переменным током на большие расстояния. — «Электричество», 1946, № 4, с. 7—13.
26. Жданов П. С. Вопросы автоматического регулирования электрических систем. Обзор. — «Электричество», 1947, № 1, с. 59—62.
27. Жданов П. С., Веников В. А. Динамические перенапряжения в линиях передачи при несимметричных коротких замыканиях. — «Электричество», 1948, № 10, с. 24—30.
28. Жданов П. С., Веников В. А., Розанов Г. М. Электропередача 400 кВ переменного тока. — «Электричество», 1948, № 11, с. 3—12.
29. Жданов П. С. О критериях статической устойчивости электрических систем. М., Госэнергоиздат, 1948. 22 с.
30. Жданов П. С. Устойчивость электрических систем. Госэнергоиздат, 1948. 400 с.
31. Жданов П. С. Передача электроэнергии на большие расстояния. Обзор. — «Электричество», 1949, № 2, с. 72—76.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ О П. С. ЖДАНОВЕ И ЕГО РАБОТАХ

1. Веников В. А. Роль П. С. Жданова в разработке вопросов устойчивости электрических систем. — «Электричество», 1960, № 1, с. 56—58.
2. Цукерник Л. В. О критике теории статической устойчивости. — «Электричество», 1974, № 5, с. 21—30.
3. Веников В. А., Цукерник Л. В. Развитие методов исследования устойчивости электрических систем. (К 75-летию со дня рождения П. С. Жданова). — «Электричество», 1978, № 2, с. 1—7.



# предметный указатель

- Аварии, вызывающие нарушение устойчивости 64–65  
схемы замещения системы при несимметричном к. з. 66  
– – – – трехфазном к. з. 65, 66  
целесообразность сохранения устойчивости при тяжелых повреждениях 65
- Автоматическое регулирование возбуждения, влияние на устойчивость:  
динамическую 156–161  
статическую 37–40, 161–164  
– влияние компаундирования 163–164
- Векторные диаграммы синхронных машин 241–248  
Внешняя характеристика 35–36  
Возмущенное движение 407
- Демпферные обмотки влияния на устойчивость 150–155  
Динамическая устойчивость 13, 18, 21, 434  
анализ устойчивости двух электростанций 88–91, 91–93  
– – при переменных э. д. с. для неявнополюсного генератора, работающего на шины бесконечной мощности 117–120  
– – – – с учетом активного сопротивления и емкости линии 86–87  
– – – – – уточненный 116, 117–119  
– – – – – явнополюсного генератора, работающего на шины бесконечной мощности 120–123  
– – – – – сложных систем 95–102, 123–129, 434, 435  
– – – – – учетом динамических характеристик нагрузки 135  
качания ротора без нарушения устойчивости 18–20, 64  
– – с нарушением устойчивости 20–21, 64
- Динамические характеристики нагрузки 129  
кривые выбега асинхронных двигателей 133–134  
определение скольжения методом последовательных интервалов 131–132
- Запас устойчивости:  
двигателей 56, 57, 59  
динамической 81  
– для двух электростанций 91  
статической 22, 37, 38  
– для двух электростанций 213  
– – простейшей системы 63  
– – сложной системы 225
- Компенсация параметров линии 199, 200–203  
Коэффициент запаса см. Запас устойчивости  
Критерии устойчивости системы 17, 36, 409  
в случае двух электростанций 212, 213  
для линейной системы с постоянными коэффициентами 409  
– – – – – критерий Гурвица 409–411  
– – – – – Михайлова 411–412  
– – – – – Рауса 411  
– сложных систем 205, 208, 217, 231–233, 306, 310  
– – – позиционных при любом числе электростанций 430–433  
– – – – – трех, четырех и пяти электростанциях 232, 310–311  
– – – с учетом влияния изменения частоты 236–238  
оценка разных критериев 312–313  
полной системы 321  
– – при отсутствии самораскачивания 321–330
- Критический угол  $\delta$  по условиям устойчивости 17, 27, 34
- Методы расчета динамической устойчивости:  
метод площадей 78–82  
– последовательных интервалов 82–86, 125, 126–129, 434  
– численного интегрирования нелинейных уравнений 434, 443–444
- Методы расчета статической устойчивости:  
метод  $D$ -разбиения 418–419  
– – плоскости двух параметров 420–422  
– – по одному параметру 419–420  
– малых колебаний в случае работы станции на шины бесконечной мощности 205–209

- метод малых колебаний для сложных систем 227—233  
 — — — — — с учетом влияния изменения частоты 234—238
- Настройка длинных линий 197—200
- Невозмущенное движение 406
- Обобщенные постоянные линий электропередачи 186—189, 198—199
- Опрокидывание двигателей 54, 161
- Параметры генератора, влияющие на устойчивость 147—149
- Переходное индуктивное сопротивление синхронных машин 71—74, 148, 253—254, 255
- Постоянная инерции 437
- Предел передаваемой мощности:  
 внутренний 37  
 действительный 42, 43, 48, 205  
 — определение 49—53  
 зависимость от времени отключения к. з. 137, 138—139, 147, 148  
 — — индуктивного сопротивления системы 22—23  
 — — номинального напряжения электропередачи 23, 24  
 — — постоянной инерции 148  
 идеальный 15, 16, 34, 190—192  
 повышение при помощи АРВ 24, 37—40, 429—430
- Предельно-допустимое время отключения к. з.:  
 определение 85, 86  
 — для двух электростанций 91—93
- Регулирующий эффект нагрузки 43—48
- Регуляторы первичных двигателей:  
 влияние на устойчивость 168—170  
 коэффициент неравномерности 165, 175  
 статические характеристики регулятора турбин 165, 166
- Режим полволны 194—197  
 — четверти волны 192—194
- Результующая устойчивость 171, 434—435
- Ресинхронизация 170—175  
 необходимые и достаточные условия 444—446  
 роль регулятора турбины 175
- Сверхпереходные индуктивные сопротивления в продольной и поперечной осях 257, 259, 260, 261
- Синхронизирующая мощность 17, 61—62, 213—217, 219—225
- Сопротивление обратной последовательности генератора 263, 264, 302
- Сопротивления индуктивные в продольной и поперечной осях 24, 25, 69, 246, 249  
 — — — — — синхронные 25—26, 71, 75, 247—250
- Средства повышения динамической устойчивости 136  
 быстродействующее АПВ 142—143  
 — отключение к. з. 137
- пофазное отключение 144—146  
 — — и ОАПВ 146  
 применение нагрузочных резисторов 184—185  
 режим заземления нейтрали 179—183  
 форсировка возбуждения 156—160
- Средства повышения статической устойчивости 37, 40, 136, 161—164
- Статическая устойчивость 13, 17, 406  
 анализ устойчивости простейшей системы 61—63  
 — — — с генератором, снабженным АРВ 37—40, 161—164, 412—418  
 — — системы для двух электростанций 48—53, 205—217  
 — — — — — с учетом самораскачивания 373—376  
 — — — — — и асинхронной нагрузки 368—373  
 — — сложных систем 217—225, 376  
 — — — — — позиционных 307—317  
 — — — — — полных 317—322  
 — — — — с генераторами, снабженными АРВ 422—428  
 влияние переходных процессов 397—405
- Теоремы Ляпунова 407, 408
- Упрощенное представление регулируемых генераторов в расчетах устойчивости 428—430
- Уравнение движения ротора 435—437
- Уравнения Горева—Парка 441—442  
 — Лебедева—Жданова 442  
 — малых колебаний полной системы 319—320, 332  
 — — — сложной системы с генераторами, снабженными АРВ пропорционального типа 424, 425, 426, 427  
 — — — — — с регуляторами сильного действия 428  
 — — — — — со схемой компаундирования и коррекцией по напряжению 427—428
- Устойчивость нагрузки 54—56  
 влияние на устойчивость энергосистем 61  
 вторичные признаки устойчивости 57—61  
 критерии устойчивости 57—61, 385—396  
 нарушение устойчивости см. Опрокидывание двигателей
- Упрощение сложных систем 104, 225
- Характеристика мощности:  
 неявнополусных генераторов при индуктивном сопротивлении электропередачи 15  
 — — — сложной связи генератора с системой и постоянной э. д. с. 30—34  
 электропередачи с регулируемым генератором см. Внешняя характеристика  
 явнополусных генераторов 26—27
- Характеристики нагрузки 44—48, 129—136
- Эквивалентирование см. Упрощение сложных систем  
 Электрический центр качаний 141

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРОФЕССОР ПЕТР СЕРГЕЕВИЧ ЖДАНОВ		5
ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА		10
<b>Часть 1</b>	<b>УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b>	<b>11</b>
<b>Глава 1</b>	<i>Основные понятия</i>	<b>13</b>
1-1.	Введение	13
1-2.	Характеристика мощности	14
1-3.	Понятие о статической устойчивости	16
1-4.	Понятие о динамической устойчивости	18
<i>Раздел первый</i>	<b>СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ</b>	<b>22</b>
<b>Глава 2</b>	<i>Предел мощности при приемной системе бесконечной мощности</i>	<b>22</b>
2-1.	Влияние индуктивного сопротивления системы	22
2-2.	Характеристика мощности явнополусных генераторов	24
2-3.	Характеристика мощности при сложной связи генератора с приемной системой	27
2-4.	Влияние параметров схемы на характеристики мощности	31
2-5.	Характеристика мощности электропередачи с регулируемыми генераторами.	34
<b>Глава 3</b>	<i>Характеристики приемной системы и устойчивость нагрузки</i>	<b>41</b>
3-1.	Действительный предел мощности	41
3-2.	Статические характеристики нагрузки	44
3-3.	Определение действительного предела мощности	48
3-4.	Устойчивость нагрузки	54
3-5.	Вторичные признаки устойчивости нагрузки	57
3-6.	Расчеты статической устойчивости простейшей системы и коэффициенты запаса	61

<i>Раздел второй</i>	<b>ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ</b>	64
<i>Глава</i>	<b>4</b>	<i>Основные положения при расчете динамической устойчивости</i>
	4-1.	Общая характеристика вопроса
	4-2.	Схемы замещения при коротком замыкании
	4-3.	Переходное индуктивное сопротивление синхронных машин
<i>Глава</i>	<b>5</b>	<i>Динамическая устойчивость электростанции, работающей на шины бесконечной мощности. Устойчивость двух электростанций конечной мощности</i>
	5-1.	Правило площадей при работе станции на шины бесконечной мощности
	5-2.	Метод последовательных интервалов
	5-3.	Расчет устойчивости при работе электростанции на шины бесконечной мощности с учетом активного сопротивления и емкости линии
	5-4.	Правило площадей и метод последовательных интервалов в случае двух электростанций
<i>Глава</i>	<b>6</b>	<i>Динамическая устойчивость сложных систем</i>
	6-1.	Общие соображения
	6-2.	Определение мощностей по принципу наложения
	6-3.	Определение собственных и взаимных проводимостей ветвей
	6-4.	Расчет динамической устойчивости
	6-5.	Упрощение сложных систем
<i>Раздел третий</i>	<b>ПЕРЕХОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИНХРОННЫХ МАШИНАХ</b>	106
		<i>Введение</i>
<i>Глава</i>	<b>7</b>	<i>Переходные процессы в машинах без демпферных обмоток</i>
	7-1.	Изменение э. д. с. за переходным индуктивным сопротивлением
	7-2.	Трехфазное короткое замыкание
	7-3.	Короткое замыкание при наличии форсировки возбуждения
	7-4.	Процессы в машине, работающей на шины бесконечной мощности
<i>Глава</i>	<b>8</b>	<i>Расчет устойчивости при переменных э. д. с.</i>
	8-1.	Устойчивость генератора, работающего на шины бесконечной мощности
	8-2.	Расчет устойчивости системы с несколькими электростанциями
	8-3.	Динамические характеристики нагрузки
<i>Раздел четвертый</i>	<b>СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ</b>	136
		<i>Введение</i>
<i>Глава</i>	<b>9</b>	<i>Быстродействующее отключение коротких замыканий</i>
	9-1.	Общие сведения
	9-2.	Быстродействующие выключатели и защита
	9-3.	Быстродействующее повторное включение
	9-4.	Пофазное отключение

<i>Глава</i>	<b>10</b>	<i>Параметры генераторов и проблема устойчивости</i>	147
	10-1.	Индуктивные сопротивления и постоянные инерции генераторов	148
	10-2.	Коэффициент мощности	149
	10-3.	Демпферные обмотки	150
<i>Глава</i>	<b>11</b>	<i>Автоматические регуляторы возбуждения и быстродействующие возбудители</i>	156
	11-1.	Влияние форсировки возбуждения на динамическую устойчивость	156
	11-2.	Регуляторы возбуждения и статическая устойчивость	161
<i>Глава</i>	<b>12</b>	<i>Регуляторы первичных двигателей</i>	165
	12-1.	Характеристики регуляторов турбин	165
	12-2.	Поведение регуляторов при качаниях и влияние их на устойчивость	168
	12-3.	Синхронизация при нарушениях устойчивости	170
	12-4.	Регулирование потоков мощности на межсистемных связях	176
<i>Глава</i>	<b>13</b>	<i>Заземление нейтрали и нагрузочные сопротивления</i>	179
	13-1.	Заземление нейтрали	179
	13-2.	Нагрузочные резисторы	183
<i>Глава</i>	<b>14</b>	<i>Компенсация параметров линий электропередачи</i>	186
		<b>Введение</b>	186
	14-1.	Обобщенные постоянные	186
	14-2.	Круговые диаграммы	189
	14-3.	Режимы четверти волны и полуволны	192
	14-4.	Настройка длинных линий	197
	14-5.	Продольная и поперечная компенсация	200
	14-6.	Электрические схемы дальних электропередач	203
<i>Раздел пятый</i>		<b>СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ</b>	205
<i>Глава</i>	<b>15</b>	<i>Статическая устойчивость и малые колебания двух электростанций</i>	205
	15-1.	Общие соображения	205
	15-2.	Метод малых колебаний в случае работы станции на шины бесконечной мощности	205
	15-3.	Критерий устойчивости в случае двух электростанций	209
	15-4.	Вычисление относительного ускорения и синхронизирующей мощности	213
<i>Глава</i>	<b>16</b>	<i>Расчеты статической устойчивости сложных систем</i>	217
	16-1.	Принципы расчета	217
	16-2.	Вычисление синхронизирующей мощности	219
	16-3.	Общие замечания о расчете статической устойчивости сложных систем	225
<i>Глава</i>	<b>17</b>	<i>Малые колебания сложных систем</i>	227
	17-1.	Применение метода малых колебаний к сложным системам	227
	17-2.	Влияние изменений частоты	233

<b>Часть</b>	<b>2</b>	<b>ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СИНХРОННЫХ МАШИН</b>	239
<b>Глава</b>	<b>1</b>	<i>Индуктивные сопротивления синхронных машин</i>	241
	1-1.	Векторные диаграммы синхронных машин	241
	1-2.	Влияние насыщения на синхронное индуктивное сопротивление	248
	1-3.	Переходные процессы в синхронных машинах без демпферных обмоток	250
	1-4.	Переходное индуктивное сопротивление	252
	1-5.	Переходные процессы в машинах с демпферными обмотками. Сверхпереходное индуктивное сопротивление	256
	1-6.	Индуктивное сопротивление обратной последовательности	261
<b>Глава</b>	<b>2</b>	<i>Анализ переходных процессов в машинах без демпферной обмотки</i>	265
	2-1.	Дифференциальные уравнения переходных процессов	265
	2-2.	Определение активной мощности при переходных процессах	267
	2-3.	Внезапное нарушение режима при постоянной частоте вращения. Трехфазное к. з.	268
	2-4.	Процессы при постоянном скольжении	274
<b>Глава</b>	<b>3</b>	<i>Анализ переходных процессов в машинах с демпферной обмоткой</i>	279
	3-1.	Основные уравнения	279
	3-2.	Развитие уравнений переходных процессов	282
	3-3.	Трехфазное короткое замыкание	284
	3-4.	Колебания мощности при относительном движении ротора	289
	3-5.	Принцип наложения мощностей	293
	3-6.	Постоянное скольжение	297
<b>Часть</b>	<b>3</b>	<b>О СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b>	303
		Введение	305
<b>Глава</b>	<b>1</b>	<i>Устойчивость позиционной системы</i>	307
<b>Глава</b>	<b>2</b>	<i>Уравнения малых колебаний и устойчивость полной системы</i>	314
<b>Глава</b>	<b>3</b>	<i>Критерий устойчивости при отсутствии самораскачивания</i>	322
<b>Глава</b>	<b>4</b>	<i>Влияние изменений частоты</i>	331
<b>Глава</b>	<b>5</b>	<i>Оценка методов анализа устойчивости по практическим критериям</i>	340
<b>Глава</b>	<b>6</b>	<i>Определитель избыточных моментов сложной системы и его вычисление</i>	349
	6-1.	Определитель избыточных моментов	349
	6-2.	Вычисление элементов определителя избыточных моментов	352

<i>Глава</i>	<b>7</b>	<i>Самораскачивание и его приближенная оценка</i>	368
	7-1.	Анализ устойчивости системы из двух электростанций и асинхронной нагрузки	368
	7-2.	Анализ устойчивости системы из двух электростанций	373
	7-3.	Анализ устойчивости системы из трех электростанций	376
<i>Глава</i>	<b>8</b>	<i>Критерий устойчивости асинхронного двигателя в системе</i>	385
<i>Глава</i>	<b>9</b>	<i>Устойчивость нескольких двигателей</i>	393
<i>Глава</i>	<b>10</b>	<i>Определитель избыточных моментов генераторов</i>	395
<i>Глава</i>	<b>11</b>	<i>Влияние переходных электромагнитных процессов в генераторах</i>	397
<i>Глава</i>	<b>12</b>	<i>Основные выводы</i>	404
<i>Дополнение</i>	<b>1</b>	<b>СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ</b>	406
	Д1-1.	Подход к анализу статической устойчивости	406
	Д1-2.	Критерии устойчивости линейной системы с постоянными коэффициентами	408
	Д1-3.	Устойчивость простейшей системы с генераторами, снабженными АРВ	412
	Д1-4.	Метод <i>D</i> -разбиения	418
	Д1-5.	Уравнения малых колебаний сложной системы с генераторами, снабженными АРВ	422
	Д1-6.	Упрощенное представление регулируемых генераторов в расчетах устойчивости	428
	Д1-7.	Критерий устойчивости электрической системы при постоянстве э. д. с. синхронных машин	430
<i>Дополнение</i>	<b>2</b>	<b>ДИНАМИЧЕСКАЯ И РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ</b>	434
	Д2-1.	Подход к анализу динамической устойчивости. Понятие о результирующей устойчивости	434
	Д2-2.	Уравнение движения ротора	435
	Д2-3.	Уравнения Горева – Парка	437
	Д2-4.	Численное интегрирование систем дифференциальных уравнений	443
	Д2-5.	Необходимые и достаточные условия успешной ресинхронизации	444
		<b>СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ ТРУДОВ ПРОФЕССОРА П. С. ЖДАНОВА</b>	447
		<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ О П. С. ЖДАНОВЕ И ЕГО РАБОТАХ</b>	448
		<b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ</b>	449

**ПЕТР СЕРГЕЕВИЧ  
ЖДАНОВ**

**вопросы  
устойчивости  
электрических  
систем**

Редактор

**В. П. Васин**

Редактор издательства

**Э. К. Биленко**

Оформление художника

**Н. В. Носова**

Художественный редактор

**Л. М. Никитина**

Технический редактор

**Г. Г. Самсонова**

Корректор

**З. Б. Драновская**

ИБ № 759

Сдано в набор 28.06.78. Подписано к печати 22.02.79.

Т-05588. Формат 70 × 100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага мелованная.

Гарн. шрифта таймс. Печать высокая. Усл. печ. л.

37,05. Уч.-изд. л. 33,38. Тираж 8000 экз. Заказ 38.

Цена 4 р.

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлю-  
зовая наб., 10.

Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Гатчинская, 26