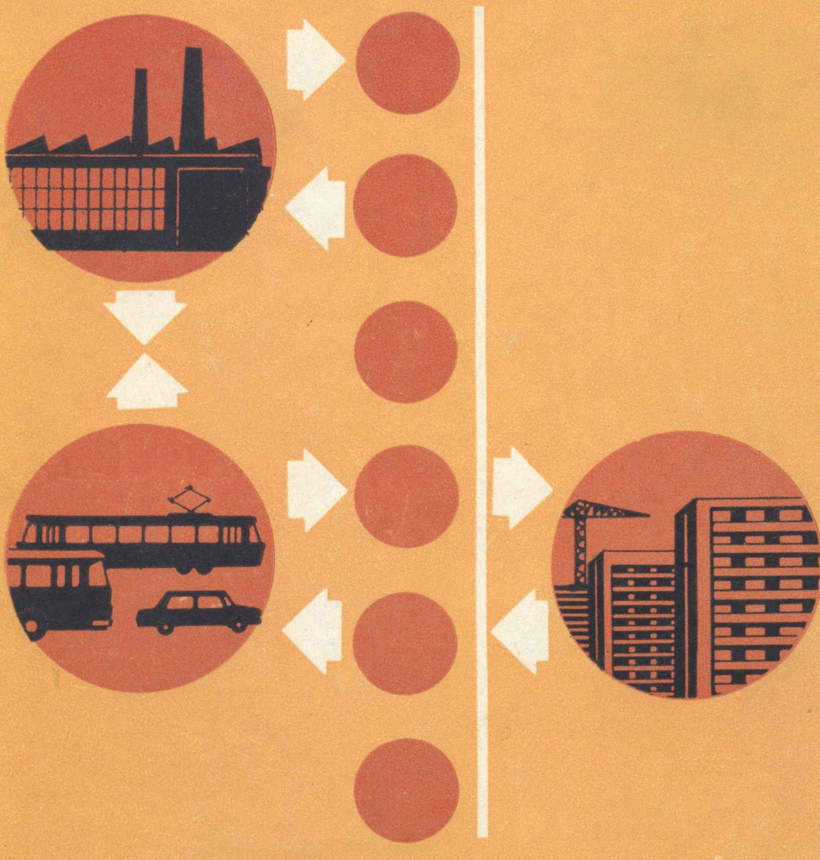
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ХОЗЯЙСТВОМ



АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ХОЗЯЙСТВОМ

Под редакцией
академика В. М. ГЛУШКОВА

КИЕВ «БУДІВЕЛЬНИК» 1978

УДК 681.14

А22 Автоматизированные системы управления городским хозяйством. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.,* $\boxed{\text{Алферов И. А.}}$, *Евсеев В. В., Мигунова Л. В.* Киев, «Будівельник», 1978, 144 с.

В книге рассмотрены основы синтеза и практической реализации автоматизированных систем управления городским хозяйством, изложены математические модели некоторых подсистем — миграции трудовых ресурсов, городского общественного транспорта и планирования жилой застройки города.

Книга рассчитана на инженерно-технических работников, занимающихся разработкой и внедрением автоматизированных систем управления, а также может быть использована студентами вузов при изучении основ автоматизации управления.

Ил. 22. Табл. 22. Список лит.: 89 назв.

$А \frac{10804\text{-}058}{М203(04)\text{-}78} 105\text{-}78$ 338кх

Рецензент *И. Н. Ляшенко*
Редакция литературы по коммунальному хозяйству
Зав. редакцией *О. Т. Кушка*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Главной задачей экономической политики партии и правительства в десятой пятилетке, как отмечено в материалах XXV съезда КПСС, является неуклонный подъем материального и культурного уровня жизни народа на основе динамичного и пропорционального развития общественного производства, повышения его эффективности, ускорения научно-технического прогресса, роста производительности труда, всемерного улучшения качества работы во всех звеньях народного хозяйства. Планы десятой пятилетки предусматривают новые возможности решения основных социально-экономических проблем — дальнейшего повышения благосостояния советских людей, улучшения условий их труда и быта, значительного прогресса в области здравоохранения, образования и культуры.

Непосредственное отношение к решению этих проблем имеет повышение эффективности управления городским хозяйством, через механизм которого реализуется большая часть материальных ресурсов, выделяемых на оказание услуг населению. Так как из городского населения формируются трудовые ресурсы города, то очевидно, что уровень и качество обслуживания в значительной мере определяют качество трудовых ресурсов и эффективность производства.

От оптимального управления во многом зависит степень использования городских ресурсов и достижения указанных целей. Под эффективностью управления понимается в определенном смысле полнота, оперативность и оптимальность принимаемых решений. В настоящее время повысить эффективность управления городским хозяйством можно только путем внедрения автоматизированных систем.

Городское хозяйство и система управления им имеют иерархическую структуру, на верхнем уровне которой находятся координирующие и планирующие подсистемы, определяющие стратегию развития и функционирования системы в целом, а на нижнем — технологические подсистемы, реализующие конкретные задачи (подсистемы городского транспорта, коммунального хозяйства, бытового обслуживания, жилищного строительства и т. д.). В соответствии с этим задачи управления имеют также иерархическую структуру: на первом этапе решается задача оптимального развития городского хозяйства в целом, на втором —

задача обеспечения эффективного функционирования всех его технологических подсистем. Единства локальных подсистем можно достигнуть только в том случае, если они будут создаваться на основе единых методологических принципов.

Таким образом, можно наметить две основные задачи синтеза автоматизированных систем управления городским хозяйством: разработку общих методологических принципов построения систем и синтез на этой основе эффективных подсистем и системы управления в целом.

Первая проблема включает в себя выбор системы критериев и принципов компромисса, обоснование принципов управления и синтез достаточно общей (универсальной) кибернетической структуры управления, вторая — синтез конкретных подсистем управления. Обязательным и концептуальным этапом решения этой проблемы является математическое моделирование. От адекватности, конструктивности и вычислительной эффективности математических моделей зависит потенциально достижимый уровень эффективности проектируемой системы.

Выбор общих математических моделей, критериальной основы и принципов их реализации на ЭВМ позволит наметить пути приложения материала при разработке территориальных отраслевых систем. На примере систем управления трудовыми ресурсами, транспортом и строительством в настоящей книге наиболее полно показана действенность общих математических моделей при решении конкретных задач построения региональных АСУ.

Глава I.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ХОЗЯЙСТВОМ

Интенсификация работ по созданию автоматизированных систем управления (АСУ) повысила интерес к таким элементам экономики страны, как регион и город. Эффективным подходом к изучению таких систем является моделирование. Однако математические модели указанного уровня, особенно модели города как целого, развиты слабо. Это обусловлено тем, что работы ведутся в основном в направлении разработки моделей подсистем города.

Наибольшие успехи достигнуты в разработке моделей таких подсистем, как строительство, городской транспорт и миграция населения [1]. Важность этих разработок несомненна, однако они не могут заменить при проектировании комплексной АСУ системного анализа города как целого [2—6]. Одни работы, посвященные анализу города как целого, имеют в основном методологическую ценность [2], другие носят постановочный или описательный характер [3—5].

Авторы настоящей книги сделали попытку системного анализа города как целостной системы и обоснования принципов построения его математической модели. В соответствии с принципами системного анализа [7] исследование ведется от целого к частному — от глобальных целей, критериев и ограничений города в целом к моделям его частей.

§ 1. ГОРОД КАК ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

Город как целое. Цели, критерии, ограничения. Глобальная цель города как элемента государственной экономической системы вытекает из цели государства, которая заключается в неуклонном подъеме материального и культурного уровня жизни народа. В соответствии с этим целью города является подъем материального и культурного уровня жизни населения города.

Предположим, что уровень жизни населения города в каждый момент времени τ определяется количественными значениями элементов некоторого конечного множества показателей. Уровень жизни населения в целом формируется социально-экономической политикой государства, а его конкретная реализация для городского населения происходит через различные подсистемы города. Часть этих подсистем имеет ведомственное подчинение, а часть управляется и координируется местными городскими органами управления. Обозначим множество показателей уровня жизни через $U=\{u_i\}$ и назовем его условно множеством услуг, оказываемых населению города. Для простоты дальнейшего анализа, но без потери общности результатов, предположим, что существует некоторая обобщенная количественная оценка множества услуг $\overline{U}(\tau)$. Тогда формализованную цель города можно записать в виде

$$\overline{U}(\tau) \to \max. \tag{1}$$

Количественное значение показателя $\overline{U}(\tau)$ определяется ресурсами, которыми располагает город для удовлетворения запросов населения. Назовем их ресурсами потребления R. Они представляют собой конечное множество разнокачественных ресурсов r_j. Соответствие между множествами U и R устанавливается некоторым оператором отображения

$$F: (R \times T) \to U, \tag{2}$$

где T — множество моментов времени.

Если предположить, что множество R допускает обобщенную количественную оценку $\overline{R}$ на основе некоторого базового ресурса $r_б$, то выражение (2) можно записать в виде

$$\overline{U}(\tau) = F(\overline{R}, \tau), \quad \tau \in T. \tag{3}$$

На основании выражения (3) цель (1) детализируется следующим образом:

$$\max\,[\overline{U}(\tau) = F(\overline{R}, \tau)]. \tag{4}$$

Для экономических систем характерно дискретное управление с некоторой периодичностью $T=(t_к - t_0)$, равной плановому периоду, где t_0 и $t_к$ — начало и конец интервала. В этом случае целью города является максимизация приращения уровня жизни населения $\Delta\overline{U}_T$ на плановом периоде:

$$\Delta\overline{U}_T = \max\,[\overline{U}(t_к) - \overline{U}(t_0)]. \tag{5}$$

Критерием эффективности можно выбрать

$$K = \max \frac{\Delta\overline{U}_T}{T}. \tag{6}$$

Ограничениями при достижении цели города выступают общегосударственные экономические, юридические, социальные и морально-этические нормы.

Так как зависимость (3) является монотонно-возрастающей, то глобальную цель города можно достигнуть двумя путями:

1) максимизацией ресурсов потребления города

$$\overline{R} \to \max; \tag{7}$$

2) выбором из множества допустимых стратегий преобразования $F_д: (R \times T) \to U$ такой $F \in F_д$, которая обеспечивает максимизацию $\overline{U}$ при фиксированных ресурсах потребления

$$\overline{U} = \max_{F \in F_д} F(\overline{R}/\overline{R} = \text{fics}), \tag{8}$$

что соответствует выбору оптимальных структуры и технологии функционирования подсистем обслуживания населения и обеспечению их эффективной работы.

Таким образом, глобальная цель города распадается на две подцели: на максимизацию ресурсов потребления города и на эффективное использование ресурсов потребления с целью удовлетворения запросов населения.

Город как система комплексов. Модель формирования ресурсов потребления. Трудность экстремального решения задачи максимизации ресурсов потребления R определяется тем обстоятельством, что город в общем случае состоит из комплексов, имеющих различное подчинение и в некоторой степени противоречивые цели. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать город как систему, которая состоит из производственного комплекса, представляющего собой конгломерат предприятий и учреждений внегородского подчинения, и комплекса удовлетворения запросов населения (городское хозяйство), подчиняющегося местным органам управления. Несмотря на различное подчинение, эти комплексы в силу общности территории, людских ресурсов, многих видов природных ресурсов, коммуникаций и окружающей среды являются тесно связанными.

Множество ресурсов потребления города R формируется как объединение множеств:

$$R = R_{с} \cup R_{м} \cup R_{п}, \tag{9}$$

где $R_{с}$ — ресурсы, выделяемые городу централизованно вышестоящим органом управления;

$R_{м}$ — местные ресурсы потребления;

$R_{п}$ — ресурсы потребления производственного комплекса.

Местными ресурсами потребления являются территория города, некоторые виды природных ресурсов, экологическая среда и т. д. В дальнейшем будем считать их фиксированными.

Ресурсы производственного комплекса рассматриваются как объединение ресурсов потребления $R_{пs}$ всех предприятий, входящих в него:

$$R_{п} = \bigcup_{s} R_{пs}, \quad s = \overline{1, S}, \tag{10}$$

где S — число предприятий и учреждений, входящих в производственный комплекс.

Эти ресурсы включают в себя фонды социально-культурных мероприятий, жилищного строительства, материального поощрения и т. д. Несмотря на то что этими фондами распоряжаются предприятия, они являются частью ресурсов потребления города, так как с помощью их удовлетворяются нужды и осуществляется материальное стимулирование части населения города, связанного с предприятием производственными отношениями. Сюда же относится и фонд заработной платы, но так как зарплата регулируется на общегосударственном уровне, рассматривать ее на уровне города нет необходимости.

Величина централизованных ресурсов, выделяемых городу, определяется его важностью, которая зависит от числа жителей, величины территории, валовой продукции производственного комплекса и ее номенклатуры. Так как градообразующим элементом (основанием города) является производственный комплекс, то два первых фактора зависят от его мощности, которую можно характеризовать валовым продуктом V, и номенклатуры выпускаемой продукции N. Поэтому приближенно можно полагать, что

$$R_c = \Phi(V, N). \tag{11}$$

Функционал (11) реализуется вышестоящими планирующими органами, в зависимости от подчиненности города, на основании директивных указаний соответствующих органов государственного управления. Таким образом, город заинтересован в максимизации валового продукта производственного комплекса и изменении номенклатуры его продукции, чтобы максимизировать R_c.

Предположим, что производственный комплекс города имеет фиксированную отраслевую структуру, а следовательно, фиксированные отраслевую номенклатуру продукции, технологию функционирования и основные производственные фонды. В этом случае цель максимизации R_c формализуется в виде

$$\max\,[R_c = \Phi(V/N = \mathrm{fics})]. \tag{12}$$

Достигается она максимизацией валового продукта V.

Для функционирования производственного комплекса в указанных условиях необходимо некоторое множество разнокачественных производственных ресурсов P, т. е.

$$V = F(P). \tag{13}$$

Это множество представляет собой объединение

$$P = P_м \bigcup P_c, \tag{14}$$

где P_c и $P_м$ — соответственно централизованные и местные производственные ресурсы.

Централизованные производственные ресурсы выделяются производственному комплексу из внешней среды ведомственными органами управления. Местными производственными ресурсами распоряжаются городские органы управления. При этом множество $P_м$ ограничено количественно и качественно. В него входят трудовые ресурсы, территория, экологическая среда, система транспортных и инженерных коммуникаций и т. д. С учетом (14) уравнение (13) можно записать в виде

$$V = F(P_c,\ P_м). \tag{15}$$

При фиксированном уровне P_c для экстремального по валовому продукту функционирования необходимо некоторое множество местных производственных ресурсов $P_м^{тр}$.

Для упрощения дальнейшего анализа рассмотрим l-й однокачественный ресурс множества $P_м$. Пусть производственному комплексу для экстремального функционирования необходимо $P^{тр}_{мl}$ количество l-го ресурса множества $P_м$, а город располагает $P^{р}_{мl}$ количеством этого ресурса. При этом возможны следующие ситуации:

$$P^{р}_{мl} > P^{тр}_{мl}; \tag{16}$$

$$P^{р}_{мl} = P^{тр}_{мl}; \tag{17}$$

$$P^{р}_{мl} < P^{тр}_{мl}. \tag{18}$$

Так как $P_м$ представляет собой множество разнокачественных ресурсов, то в общем случае по различным ресурсам могут существовать все три указанные ситуации. Исходя из необходимости максимизации валового продукта и $R_с$, соответственно этим ситуациям можно наметить следующие задачи:

1) развитие мощности производственного комплекса — ситуация (16);

2) совершенствование отраслевой структуры и технологии производственного комплекса с целью повышения его эффективности при ограниченных ресурсах — ситуация (17);

3) управление местными производственными ресурсами с целью увеличения их количества и качества — ситуации (17) и (18);

4) оптимальное распределение ресурсов — ситуация (18).

Общим критерием эффективности и оптимизации принимаемых решений является

$$K' = \max \frac{\overline{R}_с}{\overline{P}_м}, \tag{19}$$

где $\overline{R}_с$ и $\overline{P}_м$ — обобщенные оценки соответственно централизованных ресурсов потребления и местных производственных ресурсов.

Решение проблемы распределения ресурсов при их дефиците не может существенно повлиять на увеличение валового продукта по сравнению с плановым уровнем (предполагается, что планирующие органы принимают рациональное решение), на основании которого формируются $R_с$ [см. выражения (12) и (13)]. Поэтому в модели формирования $R_с$ ее можно не рассматривать.

В силу внегородской подчиненности производственного комплекса его мощность, отраслевая структура и технология формируются извне. Поэтому местные органы задачу изменения этих характеристик непосредственно решить не могут; они решают ее через координатора формированием планов-предложений. Эта задача относится к долговременному планированию и, как правило, решается с позиций целей более высокого ранга. Поэтому в дальнейшем в модели оперативного управления городом она не рассматривается.

Решение задачи развития местных производственных ресурсов имеет принципиальное различие в ситуациях (17) и (18). В первом случае увеличение количества ресурсов приводит к ситуации (16), которая находится вне компетенции города, во втором — к непосредственному увеличению валового продукта. Поэтому в дальнейшем задачу управления местными производственными ресурсами с целью увеличения их качества и количества будем рассматривать только в случае ситуации (18).

Ресурсы потребления производственного комплекса $R_п$ формируются как совокупность ресурсов потребления $R_{пs}$ отдельных элементов (см. стр. 7) или с учетом существования обобщенной оценки ресурсов

$$\overline{R}_п = \sum_s \overline{R}_{пs}. \tag{20}$$

В общем случае ценность ресурсов различных предприятий и учреждений для города, в силу их привязанности к конкретным группам населения, различна. Это объясняется тем, что в уровне удовлетворения потребностей различных групп населения возможно появление диспропорции. Однако город располагает централизованными ресурсами, с помощью которых эту диспропорцию можно сгладить. Величина ресурсов $R_{пs}$ определяется эффективностью работы предприятия, в частности, степенью выполнения и перевыполнения планов по валовой продукции, номенклатуре, росту производительности труда, снижению себестоимости продукции и т. д. Если обозначить множество этих показателей через Y_s , то величина $R_{пs}$ определяется отображением

$$Q : Y_s \to R_п, \tag{21}$$

где Q определяется директивными указаниями вышестоящих ведомственных органов управления.

Если предположить, что управление предприятием осуществляется оптимально, то при фиксированной технологии и величине P_{cs} эффективность работы предприятия является функцией используемых местных производственных ресурсов:

$$Y_s = Q\,(P_{мs}). \tag{22}$$

Эта функция имеет экстремум, соответствующий некоторому значению $P_{мs}^{тр}$. В целом промышленному комплексу для экстремального функционирования необходимо

$$P_м^{тр} = \bigcup_s P_{мs}^{тр} \tag{23}$$

местных производственных ресурсов. Таким образом, задача максимизации $R_п$ сводится к ситуациям (16)—(18) и к соответствующим им задачам управления, в частности, к задаче управления местными производственными ресурсами. Однако в отличие от случая максимизации $R_с$ для максимизации $R_п$ большое значение имеет задача оптимального распределения ресурсов в случае их дефицита, так как ее решения непосредственно влияют на эффективность функционирования производственного комплекса и, следовательно, на величину $R_п$.

Таким образом, задача управления величиной ресурсов потребления города сводится к задаче управления местными производственными ресурсами и включает в себя следующие подзадачи: развитие местных производственных ресурсов в случае их дефицита; оптимальное распределение имеющихся ресурсов между элементами производственного комплекса.

Город как агрегативная система. Модели управления местными производственными ресурсами. Предположим, что городские органы управления располагают некоторым количеством однокачественного базисного ресурса B. Городским органам управления подчинено городское хозяйство, состоящее из технологических подсистем — агрегатов, множество которых $A=\{a_\xi\}$ образует агрегативную систему. Одной из задач городского хозяйства является трансформация базисного ресурса B во множество местных производственных ресурсов $P_м$. При этом для упрощения предположим, что множества ресурсов $P_{м\xi}$, генерируемых различными агрегатами a_ξ, не пересекаются:

$$\bigcap_\xi P_{м\xi} = \varnothing, \quad \bigcup_\xi P_{м\xi} = P_м. \tag{24}$$

Будем считать, что операторы преобразования ресурса в $P_{м\xi}$ для каждого агрегата известны, т. е.

$$P_{м\xi} = A_\xi (B_\xi). \tag{25}$$

Потребителями ресурса $P_{м\xi}$ являются предприятия производственного комплекса — агрегативной системы, состоящей из $C=\{c_\eta\}$ агрегатов. Предоставляя агрегату C_η ресурс $P_{м\xi}$, город получает некоторое количество ресурсов потребления

$$R_{\eta\xi} = C_{\eta\xi} (P_{м\xi}). \tag{26}$$

Оператор преобразования $C_{\eta\xi}$ считаем известным. Тогда множество ресурсов потребления города

$$R_п = \bigcup_\eta \bigcup_\xi R_{\eta\xi}. \tag{27}$$

На стр. 6 показано, что скалярную оценку множества $\overline{R}$ необходимо максимизировать. Таким образом, задача управления местными производственными ресурсами сводится к такому распределению базисного ресурса B, при котором будут максимизироваться ресурсы потребления. Критерием оптимизации в этом случае является

$$K'' = \max \frac{\overline{R}}{B}. \tag{28}$$

С учетом равенств (25) и (26) эту задачу и соответственно критерий (28) можно разделить на последовательное решение двух задач:

1) максимизацию скалярной оценки местных производственных ресурсов при фиксированной величине ресурса B с критерием оптимизации

$$\max \overline{P}_{\text{м}} = \max_{B=\text{fics}} A(B), \tag{29}$$

где A — обобщенный оператор преобразования городского хозяйства;

2) максимизацию скалярной оценки ресурсов потребления города $\overline{R}$ при фиксированной величине $\overline{P}_{\text{м}}$ и критерии оптимизации

$$\max \overline{R} = \max_{P_{\text{м}}=\text{fics}} C(\overline{P}_{\text{м}}), \tag{30}$$

где C — обобщенный оператор преобразования производственного комплекса.

Обе задачи являются задачами оптимального распределения ресурсов. Их необходимо решать как в процессе долгосрочного планирования развития города (задача программирования), так и в процессе оперативного управления, необходимость в котором обусловлена стохастичностью системы.

Формализуем задачу распределения в самой общей постановке. Пусть существует строго иерархическая двухуровневая система: координатор — комплекс агрегатов $A=\{a_\xi\}$. Координатор располагает некоторым количеством однокачественного ресурса D. Каждому агрегату для нормального функционирования необходимо некоторое $d_{\xi\min}$, а для экстремального по заданному критерию функционирования — $d_{\xi\max}$ количество ресурсов. При этом

$$\sum_\xi d_{\xi\min} < D < \sum_\xi d_{\xi\max} \,. \tag{31}$$

Получая ресурс, каждый агрегат генерирует некоторое множество разнокачественных эффектов $Э_\xi$, количественные значения элементов которого определяются известным отображением

$$S_\xi : d_\xi \to Э_\xi \,, \tag{32}$$

а вся агрегативная система генерирует множество эффектов

$$Э = \bigcup_\xi Э_\xi \,. \tag{33}$$

В зависимости от эффекта системы координатор получает некоторое множество разнокачественных доходов $Э_{\text{к}}$, количественные значения элементов которых определяются заданным отображением

$$S_{\text{к}} : Э \to Э_{\text{к}}. \tag{34}$$

Существует обобщенная скалярная оценка множества доходов координатора $\overline{Э}_{\text{к}}$. Ресурс D необходимо так распределить между агрегатами a_ξ, чтобы

$$\overline{Э}_{\text{к}} \to \max \tag{35}$$

при условиях

$$\sum_{\xi} d_{\xi} = D, \qquad (36)$$

$$d_{\xi \min} \leqslant d_{\xi} \leqslant d_{\xi \max} . \qquad (37)$$

Постановка рассмотренной формальной задачи принципиально не отличается от классической задачи распределения ресурсов в системе с координатором. Ее конкретные особенности определяются видом отображений S и $S_к$ и формой обобщенной скалярной оценки множества разнокачественных ресурсов. Определение вида этих функций и обоснование формы скалярной оценки требуют анализа моделей агрегатов производственного комплекса и агрегатов (подсистем) городского хозяйства. А это требует перехода на следующий уровень детализации моделей города.

В том случае, когда под ресурсом D понимается материальный ресурс, реализация рассмотренной задачи и ее решение не вызывает принципиальных затруднений. Но местные производственные ресурсы включают в себя и трудовые ресурсы. Возникает задача управления ими, которая хотя и является задачей распределения ресурсов, но принципиально отличается от рассмотренной.

Управление количественными характеристиками трудовых ресурсов связано с изменением характеристики их прироста, которая зависит от прироста населения за счет рождаемости и миграции из внешней среды. Оба фактора находятся вне компетенции городских органов управления, поэтому вопрос об управлении количеством трудовых ресурсов рассматривать не будем, а рассмотрим управление их качеством.

Под качеством трудовых ресурсов будем понимать усредненную по множеству всего трудоспособного населения производительность труда. Эта характеристика при фиксированной отраслевой структуре и технологии производственного комплекса зависит от комфорта проживания населения города, уровня профессиональной подготовленности трудовых ресурсов и величины потерь рабочего времени по непроизводственным причинам.

Основными факторами, определяющими комфорт проживания, являются обеспеченность жильем с соблюдением принятых санитарно-гигиенических и эстетических норм, а также величина свободного времени, определяемая совершенством систем обслуживания населения (магазины, бытовые учреждения и т. д.) и совершенством города в транспортном отношении (планировочные решения и развитость городского общественного транспорта, т. е. транспортная доступность мест массового тяготения населения — производственных зон, мест отдыха, общественно-торговых центров и т. д.). Уровень профессионально-технической подготовки трудовых ресурсов зависит от величины свободного времени, степени развитости системы подготовки кадров и соответствия ее структуры профессиональной структуре промышленного комплекса. Величина потерь рабочего времени по непроизводственным причинам определяется потерями, связанными с болезнями, что зависит от степени совершенства системы здравоохранения, и с неполным использованием трудовых ресурсов, обусловленным, например, количественными и качественными характеристиками системы дошкольных и общеобразовательных учреждений, а также потерями, связанными с миграцией трудовых ресурсов внутри города и обусловленными уменьшением производительности труда перед увольнением с работы, после поступления на работу и длительностью перерыва в работе.

Таким образом, задача управления качеством трудовых ресурсов сводится к управлению комфортом проживания, т. е. городским хозяйством и миграцией трудовых ресурсов.

Задача управления комфортом проживания заключается в последовательном решении задач оптимального, в смысле максимизации качества трудовых ресурсов, распределения ограниченных ресурсов потребления между подсистемами (агрегатами) городского хозяйства и максимизации эффективности использования агрегатом выделенных ему ресурсов, т. е. совершенствования его структуры и технологии функционирования. Для решения этих задач необходимо идентифицировать социально-экономические модели, конкретизирующие вид отображения

$$\Gamma : W \to O, \qquad (38)$$

устанавливающего связь между комфортом проживания W и качеством трудовых ресурсов, и вид оператора

$$G : O \to R, \qquad (39)$$

описывающего связь между качеством трудовых ресурсов и величиной ресурсов потребления города, а также идентифицировать модели функционирования подсистем городского хозяйства.

Для решения задачи управления миграцией трудовых ресурсов необходимы модели формирования миграционных потоков трудовых ресурсов внутри города, позволяющие синтезировать систему управления ими.

§ 2. НЕОБХОДИМОСТЬ, ОСОБЕННОСТИ И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АСУГХ

Эффективность управления городским хозяйством определяется оптимальностью решения плановых задач распределения ресурсов и совершенством функционирования технологических подсистем городского хозяйства.

Основными показателями качества организационного управления являются своевременность, комплектность (полнота) и оптимальность принятия решений [8]. Степень удовлетворения этих качеств определяется, во-первых, качеством исходной информации — ее точностью, полнотой и временем запаздывания при поступлении, во-вторых, — совершенством системы переработки и принятия решений. Устаревшая, неполная и недостаточно точная информация не позволяет эффективно решать задачи управления. Высокое же качество исходной информации является только необходимым, но не достаточным условием эффективного управления. При выполнении этого условия качество управления определяется быстродействием, допустимой размерностью решаемых задач, степенью достижимой оптимальности системы управления и т. д.

В условиях возрастающих потоков информации, что связано с количественным и качественным изменением характеристик народного хозяйства, существующая система управления неэффективна. Это обусловлено ограниченной пропускной способностью человека как системы переработки информации и ограниченностью численности управляющего персонала. Такое положение привело к тому, что информационная пропускная способность управляющего органа не соответствует требованиям, обеспечивающим эффективное управление. Кроме того, многие проблемы управления невозможно решить простым увеличением численности управляющего персонала.

Повышение эффективности управления возможно только на базе использования современной цифровой вычислительной техники для сбора и переработки информации. В этом случае появляется возможность использования современных научно-технических моделей и математических методов управления. Комплексное решение этих задач применительно к управлению городским хозяйством приводит к необходимости создания автоматизированной системы управления городским хозяйством (АСУГХ). Эффективность такой АСУ зависит от степени охвата иерархических уровней управления: от высших — управления городом как системой в целом до нижних локальных подсистем городского хозяйства и производственного комплекса. Преимущества социалистической системы хозяйствования, позволяющие планово управлять экономическими и социальными процессами, открывают широкие возможности для создания и эффективного использования общегородской АСУ.

Важнейшей функцией АСУГХ является автоматизация координации организационных, функциональных и информационных аспектов деятельности локальных АСУ всех уровней иерархии. Эта функция имеет принципиальное значение в обеспечении существенного повышения эффективности управления [9]. Кроме того, это хорошо согласуется с принципом системности (комплексности) и принципом «новых» задач, выполнение которых является необходимым условием для создания высокоэффективной АСУ любого ранга [8]. Таким образом, основу АСУГХ должны составлять имеющиеся и разрабатываемые автоматизированные системы функциональных звеньев управления народным хозяйством, которые в условиях автоматического обмена информацией получат новые количественные и качественные возможности для решения задач учета и управления.

Технической базой АСУГХ является сеть вычислительных центров коллективного пользования (ВЦКП), организованная по иерархическому принципу. Нижний уровень представляет собой сеть коллективного пользования, к которой локальные городские АСУ подключаются на правах абонентов. Сеть ВЦКП является системообразующим фактором, позволяющим объединить ведомственные и локальные городские АСУ в единую систему. Такая организация технической базы позволяет наиболее просто решить вопросы обеспечения функциональных систем АСУГХ вычислительными мощностями, создания межведомственного банка данных и коммутации локальных систем. Кроме того, такой подход позволяет существенно повысить экономическую эффективность использования вычислительной техники за счет уменьшения числа карликовых локальных вычислительных центров, увеличения коэффициента использования вычислительных машин, концентрации специалистов, высокого уровня математического обеспечения и т. д.

Таким образом, проблема заключается в синтезе АСУГХ, позволяющей комплексно и оптимально решать указанные задачи. В общей постановке вопроса под управлением будем понимать процесс перевода объекта из известного начального состояния в заданное конечное. Проблема синтеза системы управления в такой постановке включает в себя две задачи:

1) определение в общем случае достижимого конечного состояния и оптимальной траектории перехода из начального состояния в заданное или определенное достижимое конечное (задача программирования);

2) синтез оперативного управления, обеспечивающего в условиях действия возмущения движение в окрестностях программной траектории и достижение окрестностей заданных конечных условий.

Трудность решения проблемы синтеза АСУГХ определяется особенностями объекта управления, основными из которых являются большая размерность, большое число различных типов подсистем, составляющих объект, взаимосвязанность этих подсистем, наличие частных целей у подсистем, управляемость каждой подсистемы, иерархичность системы и большое временное запаздывание координирующих воздействий, высокая динамичность, присутствие коллективов людей, неполная определенность состояния элементов и их переходных функций состояния и т. д.

Эти особенности объекта делают невозможным использование при синтезе АСУГХ хорошо разработанных аналитических методов теории автоматического управления. Однако это не определяет невозможности плодотворного использования общих принципов и аппарата кибернетики. Одним из возможных методологических подходов к синтезу АСУ социально-экономическими объектами является использование аппаратов моделирования, обучения, адаптации, принятия решений и т. д.

Однако необходимо учитывать особенности объекта управления АСУГХ — населения города, а в связи с этим и поведение отдельных индивидов и групп — социальных индивидов. В этом направлении ведутся интенсивные работы, к которым относятся исследования по инженерной психологии, описывающей поведение оператора в системе «человек — машина», по кибернетике творческих и трудовых коллективов и по кибернетике социальных групп. Все это позволяет говорить о формировании нового направления в кибернетике — социально-экономической кибернетики.

Необходимо отметить плодотворность метода моделирования при синтезе АСУ социально-экономическими системами вообще и при создании АСУГХ в частности. Представляется перспективным использование метода моделирования не только при синтезе АСУ, т. е. при выборе структуры, параметров, технической базы и т. д., но и в качестве инструмента обоснованного выбора и проверки оптимальности решений в процессе ее функционирования.

Для создания такой модели в общем случае необходимо решить следующие задачи:

1) формализованно описать объект в целом и его элементы;

2) исследовать качественные особенности его движения и определить на этой основе принципы управления и соответствующую им структурную схему;

3) определить принципы моделирования.

Содержанием первых двух задач является синтез модели, а при решении третьей необходимо найти принципы и аппарат определения характеристик АСУ в процессе проектирования, а также аппарат принятия решения на стадии ее функционирования. Порядок перечисления задач не определяет порядка их решения, так как все они взаимосвязаны и требуют комплексного решения.

Перспективность модельного подхода обусловлена ограниченностью возможности аналитического исследования, серьезными социально-экономическими последствиями принимаемых решений, высокими требованиями к степени оптимальности решений, невозможностью или ограниченностью натурной проверки различных вариантов решений. Это определяется большой стоимостью экспериментов, неопределенностью их социально-экономических последствий и необоснованностью переноса решений, проверенного на одном элементе, на всю систему.

Последнее обусловлено качественными отличиями функционирования системы элементов от функционирования отдельного элемента. Вместе с тем перечисленные особенности определяют основные требования, которым должны удовлетворять такие модели. Ощутимых результатов можно достигнуть только в том случае, если модель будет универсальной (т. е. отражать особенности широкого класса социально-экономических систем и легко адаптироваться к различной размерности и структуре таких систем), адекватной рассматриваемому процессу (только в этом случае можно обеспечить высокую точность принимаемых на основе ее исследования решений), конструктивной (т. е. позволит не только проверять и сравнивать различные варианты решений, но и генерировать их), обозримой и практически реализуемой с помощью современных технических средств. Последние требования особенно важны, так как определяют практическую ценность модели. Отыскание принципов построения модели, удовлетворяющей этим противоречивым требованиям, само по себе является серьезной теоретической и практической задачей.

Таким образом, одной из важнейших проблем разработки АСУГХ является создание моделей, позволяющих решить две задачи:

1) исследовать комплекс «город — АСУ», оптимизировать его структуру и параметры;

2) обеспечить принятие оптимальных решений в процессе функционирования этого комплекса.

Несмотря на кажущуюся близость этих задач, каждая из них имеет принципиальные особенности, связанные в основном с темпом решения задач, допустимыми затратами времени, ресурсов и т. д.

§ 3. ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА И ПЕРВООЧЕРЕДНЫЕ ЗАДАЧИ АСУГХ

АСУГХ представляет собой совокупность экономико-математических методов, средств вычислительной техники, оргтехники и связи. На основе существенного увеличения информационной пропускной способности АСУ позволит городским, а также функциональным отраслевым и территориальным органам управления осуществлять эффективное управление в условиях новой системы планирования и экономического стимулирования. Особенностью АСУГХ является необходимость координации двух основных систем — городского хозяйства и производственного комплекса, а ее конкретными функциями — автоматизация процессов сбора, передачи, обработки, хранения и оперативной выдачи информации. Эти функции АСУГХ позволят решать следующие основные задачи [10]:

собирать информацию о ходе выполнения планов и состоянии промышленной и хозяйственной деятельности города;

автоматизировать контроль за исполнением принятых планов и решений;

автоматизировать выдачу различных справочных материалов по запросам абонентов;

автоматизировать процессы формирования общегородских и отраслевых перспективных и календарных планов;

создавать единый информационный массив справочных и нормативных данных для использования его в любой автоматизированной системе;

выявлять текущие людские, материальные и финансовые резервы и оперативно решать задачи их рационального использования;

определять потребности города в материально-технических ресурсах, а также текущее и оперативное планирование снабжения;

анализировать тенденции социального и экономического развития города, оперативно регулировать соотношения между расходованием фонда заработной платы, суммой товарных масс и услугами.

Все множество этих задач в формальной постановке сводится к кибернетической проблеме управления с обратной связью, которая заключается в идентификации состояния объекта управления, программировании (формировании целей и траекторий их достижения) и в оперативном управлении. Это реализуется на общегородском (координационном) уровне управления и на уровне каждой функциональной подсистемы городского хозяйства.

На общегородском уровне управления можно выделить следующие автоматизированные подсистемы: управления директивных органов (АСУДО); государственной статистики (АСГС); управления финансовых органов (АСУ «Финансы»); плановых расчетов (АСПР).

АСУДО выполняет функции организационной координации всех частей АСУГХ, а в функциональном плане — выработку целей развития города и соответствующих директивных указаний, а также оперативное управление городом. Эта подсистема базируется на подсистемах АСГС, АСУ «Финансы» и АСПР. Подсистемы АСГС и АСУ «Финансы» идентифицируют состояние объекта управления и, таким образом, реализуют обратную связь АСУГХ, а подсистема АСПР программирует развитие города в целом и формирует цели подсистем городского хозяйства.

Эти четыре подсистемы образуют верхний иерархический уровень АСУГХ, который базируется на АСУ локальных функциональных (технологических) подсистем, практически реализующих принятые на верхнем уровне решения. К ним относятся, например, подсистемы городского общественного транспорта, коммунального хозяйства, жилищного строительства и т. д. Несмотря на различие задач, решаемых этими подсистемами, и технологии их функционирования, при создании АСУ необходимо решать комплекс кибернетических задач идентификации, программирования и оперативного управления. Необходимость комплексирования локальных АСУ в единую систему АСУГХ требует, а единообразие кибернетических задач управления открывает возможность разработки единых методических принципов синтеза и функционирования АСУ подсистем всех уровней управления. Выполнение этих требований, а также единство технической базы АСУ локальных подсистем, которого можно достигнуть на основе коллективного использования вычислительной техники, является необходимым условием функциональной совместимости локальных АСУ. Кроме того, функциональная совместимость требует компромиссного согласования целей всех подсистем, основой которого служит глобальная цель города — максимальное удовлетворение запросов населения. Реализация этой цели подсистемой АСПР требует образования системы социально-экономических моделей, устанавливающих связь между показателями деятельности технологических подсистем и характеристиками (количественными и качественными) удовлетворения запросов населения, а также связь этих характеристик с количеством, качеством трудовых ресурсов и эффективностью функционирования производственного комплекса города. Комплекс таких моделей необходим для обоснованного и оптимального программирования развития ГХ и принятия оперативных решений. Это определяет особую важность подсистемы «Население и трудовые ресурсы».

При соблюдении указанных условий АСУ технологических подсистем обладают некоторой степенью автономности. Очередность их разработки не носит принципиального характера и определяется особенностями города и региона, ведомственными интересами и т. д.

Разработка любой из подсистем верхнего уровня АСУГХ не в комплексе с другими позволяет получить только локальный экономический эффект, связанный с улучшением технологии внутреннего функционирования (например, механизации вычислительных процессов), но не дает возможности повысить эффективность управления городским хозяйством. Это обусловлено единством задач управления (идентификации, программирования, оперативного управления), реализуемых этими подсистемами, и невозможностью решения «новых» задач, что является необходимым условием эффективности любой АСУ.

Глава II.

ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ ЭФФЕКТИВНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИИ

Разработка общих принципов выбора критериев эффективности и оптимизации систем является важной задачей, так как они в значительной мере определяют эффективность системы и принципы ее построения. Только единство методики выбора критериев может обеспечить единые методологические позиции анализа и синтеза широкого класса систем.

§ 4. ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЙ «ЦЕЛЬ», «КРИТЕРИЙ», «ОГРАНИЧЕНИЕ»

Синтез системы. Понятия «цель», «критерий» и «ограничение» можно обобщить с позиций теории систем. В настоящее время не существует общепринятого определения системы, но наиболее распространенным является теоретико-множественный подход к его синтезу [11]. Необходимо отметить, что в данной работе анализу подлежат только технические системы.

В общем случае систему можно рассматривать как упорядоченное множество элементов (вещей) m, отношений r и свойств p [12].

Однозначное задание свойств, отношений и элементов полностью определяет систему, ее структуру, цель, эффективность и т. д. Однако задание всех указанных категорий даже для полностью наблюдаемой системы невозможно не только практически, но даже теоретически. Как показано в [13], информационная энтропия микроописания любой системы стремится к бесконечности. Даже если ограничиться макроописанием, т. е. принять в качестве элементов системы укрупненные, интегрированные блоки, то в практически интересных случаях описания больших систем энтропия велика и, следовательно, количество информации, необходимой для задания всех категорий, определяющих систему, очень велико. На стадии проектирования такое описание принципиально невозможно, так как целью проектирования является конкретизация и определение рациональных значений указанных категорий, т. е. устранение неопределенности в описании системы.

Рассмотрим процесс синтеза системы. Полные множества элементов M и отношений между ними R определяют полное множество свойств P, реализуемых на этих элементах и отношениях:

$$P = M \times R. \tag{40}$$

Декартово произведение

$$S = M \times R \times P \tag{41}$$

определяет полное множество возможных систем S. Как видно из выражения (41), конкретная система однозначно определена только в том случае, если заданы подмножества элементов $\mathrm{M} = \{m_1, ..., m_l\}$, $\mathrm{M} \subset M$, отношений между ними $\mathrm{R} = \{r_1, ..., r_j\}$, $\mathrm{R} \subset R$ и свойств $\mathrm{P} = \{p_1, ..., p_k\}$, $\mathrm{P} \subset P$. При этом множества M, R и P являются конечными и поддаются информативному описанию только в том случае, если определен уровень детализации элементов системы. Задание допустимых подмножеств $\mathrm{M} \subset M$ и $\mathrm{R} \subset R$ недостаточно для синтеза системы, так как на этих подмножествах можно реализовать, как видно из (40) и (41), множества различных свойств и систем. Но задание конечного подмножества свойств $\mathrm{P} = \{p_1, ..., p_k\}$, которыми должна обладать система, даже при неограниченных множествах M и R, позволяет синтезировать систему. Неопределенность в этом случае заключается в том, что подмножество желаемых свойств Р можно реализовать различными сочетаниями элементов и отношений, т. е. задание конечного Р определяет не систему, а подмножество систем $S' = \{s_1, s_2, ..., s_r\}$, обладающих заданными свойствами, но различными структурами.

Очевидно, что систему со свойствами Р можно синтезировать только в том случае, если подмножество S' не пустое, т. е. если полное подмножество $P = M \times R$ включает в себя Р:

$$\mathrm{P} \subset (M \times R). \tag{42}$$

Это означает, что существует такое подмножество элементов М и отношений между ними R, на которых возможна реализация системы с желаемыми свойствами. Отсюда вытекают две задачи:

1) выяснение, существуют ли подмножества элементов и отношений между ними, на которых реализуются интересующие нас свойства;

2) выбор оптимального варианта структуры системы из подмножества S' систем, обладающих необходимыми свойствами, т. е. выбор таких элементов подмножеств М и R, на которых оптимальным образом синтезируется система с заданными свойствами.

Первая задача является задачей фундаментальных научных исследований, вторая — задачей технического проектирования. Рассмотрим задачу проектирования подробнее.

Цель и критерии эффективности систем. Для целенаправленной проектной деятельности должны быть заданы свойства системы. Задание их в виде конкретных показателей очень громоздко; зачастую оно невозможно в силу неопределенности условий использования системы, внешней среды и т. д. Поэтому чаще всего желаемые свойства системы выражаются в виде обобщенных интегральных характеристик, которые в дальнейшем будем называть целью системы. В силу интегральности и неопределенности цель часто задается не формально, а содержательно. Однако она должна позволять с большей или меньшей точностью (в зависимости от степени неопределенности) в процессе проектирования выделить основные формальные свойства системы. Под формализацией свойств системы будем понимать приведение их к виду, допускающему количественную оценку. При анализе цели усилия заказчика и разработчика направлены на выявление и формализацию наиболее важных (в смысле влияния на степень достижения цели) свойств системы. Формализованные свойства задаются в виде равенств и двух- или односторонних неравенств с определенными направлениями желательного изменения.

Множество формализованных свойств позволяет оценить степень достижения цели; в этом смысле оно является множеством критериев эффективности системы, в то время как отдельные свойства являются ее частными критериями (характеристиками). Определение обобщенных количественных оценок эффективности систем по множеству критериев представляет известные трудности, однако в настоящее время существует несколько подходов, позволяющих их преодолеть [14]. Все эти подходы сводятся к выбору вида функциональной зависимости обобщенной эффективности систем $Э$ от множества формализованных свойств системы $\mathrm{P}_{\text{ф}} = \{p_{\text{ф}1}, \ldots, p_{\text{ф}j}\}$:

$$Э = F(\mathrm{P}_{\text{ф}}). \tag{43}$$

Задание цели системы, т. е. задание множества свойств системы P определяет, хотя и неявно, границы подмножеств элементов и отношений, на которых может быть синтезирована система, т. е. область существования системы. Эти подмножества определяются, согласно (41), как отображение P на множества M и R. Обозначим их через $\mathrm{M_c}$ и $\mathrm{R_c}$. Кроме того, на подмножества $\mathrm{M_c}$ и $\mathrm{R_c}$ накладываются ограничения, связанные с экономическими, социальными, моральными и другими соображениями. Это уменьшает область существования системы до допустимой. В силу названных причин эти ограничения часто задаются в интегральной форме и требуют формализации в указанном выше смысле. Проводить такую формализацию имеет смысл только по «дефицитным» элементам подмножеств M_c и $\mathrm{R_c}$, т. е. только по тем элементам, для которых допустимая область изменения меньше области существования. Естественно, что ограничения должны быть заданы так, чтобы допустимая область принадлежала области существования или по крайней мере пересекалась с ней, иначе задача синтеза системы с заданными свойствами теряет смысл. Таким образом, условие корректности ограничений имеет вид

$$\mathrm{M_c} \supset \mathrm{M_д}, \quad \mathrm{R_c} \supset \mathrm{R_д} \tag{44}$$

или

$$\mathrm{M_c} \cap \mathrm{M_д} \neq \varnothing, \quad \mathrm{R_c} \cap \mathrm{R_д} \neq \varnothing,$$

где $\mathrm{M_д}$ и $\mathrm{R_д}$ — допустимые подмножества.

Каждое из свойств системы, как это видно из выражения (40), можно реализовать только на множествах элементов и отношений между ними. При этом количественная величина формализованного свойства функционально зависит от количественных и качественных характеристик множеств элементов и отношений, на которых оно реализуется. Конкретные значения указанных подмножеств определяют «стоимость» достигнутого значения свойства, а множества элементов и отношений, необходимых для реализации всех заданных свойств,— «стоимость» системы в целом, т. е.

$$C = \Phi(\mathrm{M_ф}, \mathrm{R_ф}). \tag{45}$$

«Стоимость» также является множеством и получение ее обобщенной количественной оценки имеет те же трудности и пути их преодоления, что и получение оценки обобщенной эффективности.

Проблема синтеза системы распадается на два этапа: формирование цели системы и выбор оптимальной структуры.

Формирование цели заключается в выборе множества желаемых свойств системы, их формализации, определении ограничений на компоненты этого вектора и выделении допустимых подмножеств $M_д$ и $R_д$. Решение этих вопросов является единой задачей, так как очевидна связь

$$Э = Э(C), \tag{46}$$

вытекающая из уравнения (40). В процессе решения этой задачи необходимо выбрать такие ограничения, при которых допустимая область потенциально содержала бы наиболее эффективные варианты систем. Наиболее удобным критерием оценки возможных решений является критерий «эффективность — стоимость»

$$K = \max \left[\frac{\overline{Э}}{\overline{C}} \right], \tag{47}$$

где $\overline{Э}$ и $\overline{C}$ — обобщенные оценки эффективности и «стоимости» системы.

В ходе решения этой задачи определяется стратегия построения системы. Иллюстрацией решения указанного типа является работа [15], в которой рассмотрен выбор систем вооружения.

Структура системы выбирается на допустимых подмножествах $M_д$ и $R_д$, на которых можно реализовать множество систем с заданными свойствами, отличающихся только структурами, т. е. конкретными сочетаниями элементов и отношений между ними. Каждая из структур будет характеризоваться эффективностью, т. е. конкретными значениями элементов множества свойств системы. Выбор единственного варианта структуры связан с ранжированием возможных на допустимой области структур, для чего необходим критерий. В общем случае пригоден критерий вида (47), однако обычно в практике проектирования он редуцируется к одному из следующих двух случаев:

1) при заданной нижней границе эффективности необходимо синтезировать систему с минимальной «стоимостью», т. е.

$$K_1 = \min_{Э \in Э_з} [\Phi(M_ф, R_ф)]; \tag{48}$$

2) при заданной верхней границе «стоимости» необходимо синтезировать систему с максимальной эффективностью, не дороже заданной, т. е.

$$K_2 = \max_{C \in C_з} [F(P_ф)]. \tag{49}$$

Независимо от вида критерия основной проблемой при выборе оптимального варианта структуры системы является формирование обобщенных количественных оценок $\overline{C}$ и $\overline{Э}$ на множестве критериев.

§ 5. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОБОБЩЕННОГО КРИТЕРИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ РАЗМЫТЫХ МНОЖЕСТВ

Независимо от конкретного вида обобщенного критерия одной из основных задач при принятии решений в многокритериальных ситуациях является получение количественной оценки вариантов системы по множеству частных критериев.

Первый этап решения этой задачи — выбор множества частных критериев, оценивающих систему. В качестве таких критериев выбираются важнейшие свойства системы с тем, чтобы можно было оценить степень достижения поставленной цели и наиболее важные компоненты множеств элементов и отношений системы, которые образуют «стоимость» системы. Так как ограничения накладываются только на «дефицитные» компоненты множеств M и R, то все ограничения должны учитываться при выборе локальных критериев системы. Необходимо стремиться к интегральности всех локальных критериев, так как это уменьшает размерность задачи. Однако интегральность не должна приводить к утрате формальности постановки задачи.

Второй этап решения — синтез обобщенного критерия, т. е. выбор формы, по которой локальные критерии объединяются в один, позволяющий получить обобщенную количественную характеристику системы.

Формализация частных критериев. Предположим, что i-й вариант структуры системы описывается упорядоченным множеством

$$\begin{aligned} S_i &= \mathrm{M}_i \times \mathrm{R}_i \times \mathrm{P}_i; \\ \mathrm{M}_i &= \{m_{1i},\ m_{2i}, \ldots,\ m_{ni}\}; \\ \mathrm{R}_i &= \{r_{1i},\ r_{2i}, \ldots,\ r_{ki}\}; \\ \mathrm{P}_i &= \{p_{1i},\ p_{2i}, \ldots,\ p_{li}\}, \end{aligned} \qquad (50)$$

где все компоненты множеств M_i, R_i, P_i формализованы.

Эффективность этого варианта характеризуется множеством частных критериев

$$\overline{K}_i = \{k_{1i},\ k_{2i}, \ldots,\ k_{gi}\}, \qquad (51)$$

каждый из которых в общем случае является нелинейной функцией нескольких параметров (элементов множеств M, R, P) системы.

Такое описание качества системы является общепринятым, однако оно недостаточно информативно, так как не дает представления об экстремально возможном значении каждого из частных критериев и об относительной ценности каждого из возможных значений критерия. Последнее особенно важно в случае нелинейной зависимости. Часто используемый прием нормирования частных критериев по экстремальному значению в общем случае не является достаточным, так как позволяет преодолеть первый из указанных недостатков, но при этом теряется физический смысл и абсолютная величина каждого из критериев. Одним из путей преодоления указанных недостатков является задание каждого из критериев в виде размытого множества [16].

Пусть X — некоторое множество $X=\{x\}$, например, множество возможных значений частного критерия. Размытое множество G на множестве X задается функцией принадлежности

$$\xi_G : X \rightarrow [0,\ 1], \tag{52}$$

которая ставит в соответствие каждому элементу $x \in X$ действительное число в интервале $[0, 1]$. Число ξ_G называется степенью принадлежности x размытому множеству G. Чем ближе значение ξ_G к единице, тем выше степень принадлежности x к G. Функция принадлежности ξ_G является обобщением характеристической функции множеств, которая принимает лишь два значения: 1 — при $x \in X$ и 0 — при $x \notin X$. В случае дискретных множеств X применяется запись размытого множества G как множества пар:

$$G = \{[x,\ \xi_G(x)]\}. \tag{53}$$

В соответствии с этим каждый из частных критериев задается в виде размытого множества:

$$K_j = \{[k_j,\ \xi_{k_j}(k_j)]\}, \tag{54}$$

где ξ_{k_j} — функция принадлежности конкретного значения j-го частного критерия размытому множеству наилучшего значения.

Такая запись частного критерия обладает высокой информативностью, так как дает представление о его физическом смысле, конкретном значении и «ценности» относительно наилучшего (экстремального) значения, которую характеризует функция принадлежности ξ_{k_j}. При этом функция ξ_{k_j} может аппроксимировать любую, в том числе и нелинейную зависимость. Неопределенность, которая обусловливает корректность использования аппарата теории размытых множеств, заключается в выборе вида функции принадлежности ξ_{k_j} (см. стр. 34).

Синтез обобщенного критерия. Множество частных критериев позволяет ранжировать варианты структур системы только на множестве подчиненных решений [17]. На множестве неподчиненных решений возникает задача выбора наилучшего компромиссного варианта структуры. Для этого необходимо иметь обобщенный критерий, позволяющий получить количественные оценки вариантов и оценить степень приближения к наилучшему из возможных. В силу неполной информационной определенности цели системы понятие «наилучший вариант» нельзя определить точно; оно представляет собой размытое множество $\overline{K}$. Поэтому синтез правила принятия решения о выборе одного варианта структуры из множества неподчиненных вариантов, т. е. синтез обобщенного векторного критерия, сводится к выбору вида функции принадлежности $\xi_{\overline{K}}$ любого варианта размытому множеству $\overline{K}$:

$$\xi_{\overline{K}} = \xi_{\overline{K}}(k_1, \ldots, k_n). \tag{55}$$

Однако в силу недостаточной информативности множества $\overline{K} = \{k_j\}$ лучше воспользоваться соответствующим ему множеством функций принадлежности частных критериев

$$\overline{\xi} = \{\xi_{k_1}(k_1), \ \xi_{k_2}(k_2), \ldots, \ \xi_{k_n}(k_n)\} \tag{56}$$

и оценивать варианты по функции принадлежности наилучшему варианту

$$\xi_{\overline{K'}} = \xi_{\overline{K'}}[\xi_{k_1}(k_1), \ldots, \ \xi_{k_n}(k_n)]. \tag{57}$$

В этом случае множество оценок возможных вариантов структуры системы будет размытым множеством

$$\overline{K'_i} = \{(k_{1i}, \ldots, \ k_{ni}), \ \xi_{\overline{K'}}[\xi_{k_{1i}}(k_{1i}), \ldots, \ \xi_{k_{ni}}(k_{ni})]\}, \tag{58}$$

которое является множеством подчиненных оценок, ранжированных по значениям функции принадлежности $\xi_{\overline{K'}}$. В этом случае процедура выбора наилучшего компромиссного варианта тривиальна.

Основную трудность в практической реализации рассмотренного подхода представляет выбор вида функции принадлежности. Эта задача субъективна; для смягчения субъективизма можно воспользоваться методом экспертных оценок. Степень субъективизма определяется степенью неопределенности формирования цели системы. При уменьшении информационной энтропии задания цели уменьшается возможный субъективизм при выборе функции принадлежности $\xi_{\overline{K'}}$, так как увеличивается определенность понятия «лучший вариант» вплоть до точной формулировки. В этом случае формирование обобщенного критерия не представляет труда, а функция $\xi_{\overline{K'}}$ превращается в характеристическую функцию теории множеств, принимавшую только два значения: 0 и 1.

Таким образом, все известные обобщенные нормированные критерии оценки эффективности являются функциями принадлежности, поэтому в качестве функции принадлежности $\xi_{\overline{K'}}$ можно выбрать любую форму из множества предлагаемых [13, 14, 18] нормированных обобщенных критериев. Однако при принятии решений в многокритериальных ситуациях усилия необходимо направить на поиск универсальной формы функции принадлежности, хорошо приспособленной для реализации эвристики. С этой точки зрения заслуживает внимания форма обобщенного критерия [18]. Интерпретированная в понятиях теории размытых множеств, она имеет вид

$$\xi_{\overline{K'_i}} = \frac{1}{n}\left\{\sum_{j=1}^{n}[\xi_{k_j}(k_{ji})]^{\beta}\right\}^{\frac{1}{\beta}}. \tag{59}$$

Преимуществом этой формы является то, что в зависимости от значения параметра β реализуется широкий класс функций; от линейной аддитивной формы при $\beta=1$ до сугубо нелинейных зависимостей при $\beta\to\infty$. Кроме того, параметр β имеет легко интерпретируемый функциональный смысл [19], что облегчает эвристическую аргументацию выбора его конкретных значений в зависимости от особенностей цели системы.

§ 6. СВЯЗЬ ВИДА ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ОБОБЩЕННОГО КРИТЕРИЯ С ОСОБЕННОСТЯМИ ЦЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ

Классификация систем по типу цели. Для упрощения дальнейших рассуждений ограничимся рассмотрением систем управления. За цель управления примем некоторое желаемое состояние системы.

В зависимости от особенностей систем их можно разделить [19] на два класса: 1) системы, для которых желательно достижение конечного состояния в определенный момент времени, а движение должно осуществляться по заранее определенной (программной) траектории; 2) системы, для которых желательно наискорейшее достижение конечного состояния, при этом траектория перехода может изменяться в процессе управления. Исходя из указанных особенностей цели, при синтезе систем управления необходимо использовать разные подходы. В первом случае необходимо обеспечить максимальную устойчивость, т. е. высокую вероятность движения по программной траектории при действии возмущений, во втором — стремиться к достижению максимальной скорости движения к заданным конечным условиям. В соответствии с этим цель системы управления с учетом ограниченности ее ресурсов формируется в первом случае как обеспечение заданной вероятности движения по программной траектории B при минимизации затрачиваемых ресурсов, во втором — как максимизация скорости достижения заданных конечных условий с учетом ограниченности ресурсов. Таким постановкам задачи соответствуют критерии оптимизации (48) и (49). Интерпретированные в терминах рассматриваемых задач эти критерии имеют вид:

для первой задачи

$$C=\min_{B\geqslant B_з}[C(X)]; \tag{60}$$

для второй задачи

$$V=\max_{X\leqslant X_з}[V(X)], \tag{61}$$

где C — вектор «стоимости», т. е. ресурсов, необходимых для реализации системы;

V — вектор, характеризующий скорость достижения заданных конечных условий;

X — множество параметров системы, т. е. элементов множеств вещей, отношений и свойств (M, R, P), на которых строятся системы.

Критерии (60) и (61) — векторные, поэтому для выбора оптимального варианта структуры системы необходимо синтезировать обобщенные критерии. В соответствии с изложенным в § 5 подходом для этого необходимо определить вид функции принадлежности наилучшему варианту.

Обоснование вида критериев эффективности и оптимизации систем. Наиболее приемлемый принцип управления для первого случая — это программное управление, построенное по принципу компенсации отклонений от программной траектории. Такое управление обеспечивает какую угодно высокую точность движения по программной траектории при условии полной управляемости и наблюдаемости системы и отсутствии ограничений на ресурсы управляющего органа (регулятора) [20]. Оптимальное решение отыскивается как компромисс между желаемой точностью управления (вероятностью движения по программной траектории) и «платой» за нее (ресурсами, выделяемыми на управление). При наличии ограничений на ресурсы задача решается на этой же основе, а критерий оптимальности имеет вид (60). Кроме того, необходимо учесть, что из постановки задачи вытекают высокие требования к грубости системы [21], т. е. к возможности обеспечения заданной точности управления при некоторых изменениях ограничений и параметров управляемого объекта и самого регулятора. Критерий (60) не учитывает этого обстоятельства.

Система будет грубой, если ее параметры будут находиться не на границе, а внутри допустимой области. При этом расстояния до ближайшей границы с учетом динамичности параметра будут характеризовать степень грубости (консервативности) системы. Самой грубой будет система, которой соответствует точка допустимой области, максимально удаленная от ее границ. «Платой» за грубость является потеря эффективности, так как в общем случае эффективная и грубая структуры не совпадают. Если к системе предъявляется требование обеспечения максимально возможной для допустимой области грубости, то такая структура будет только одна (так как только одна точка будет равноотстоящей от границ допустимой области), а область компромиссов не будет существовать. При ослаблении этого требования появляется более или менее бо́льшая (в зависимости от жесткости требования) область компромиссов между эффективностью и грубостью системы. Функция принадлежности, на основе которой отыскивается компромисс, должна позволять учитывать все эти обстоятельства. Рассмотрим с этой точки зрения формулу (59).

Согласно теореме о среднем высших степеней [14] для выражения (59) выполняются отношения

$$\lim_{\beta \to \infty} \xi_{\overline{K'_i}} = \max_i \{\xi_{K_j}(K_{ji})\}; \tag{62}$$

$$\lim_{\beta \to -\infty} \xi_{\overline{K'_i}} = \min_i \{\xi_{K_j}(K_{ji})\}. \tag{63}$$

На основе этих отношений можно построить правила принятия решения, обеспечивающие учет требований грубости системы:

$$\operatorname{opt} \xi_{\overline{K'}} = \max_i \frac{1}{n} \left\{ \sum_{j=1}^{n} [\xi_{K_j}(K_{ji})]^{\beta} \right\}^{\frac{1}{\beta}}, \quad \beta < -1; \tag{64}$$

$$\operatorname{opt} \bar{\xi}_{\overline{K'}} = \min_i \frac{1}{n} \left\{ \sum_{j=1}^{n} [\bar{\xi}_{K_j}(K_{ji})\ ]^{\beta} \right\}^{\frac{1}{\beta}}, \quad \beta > 1, \tag{65}$$

где opt — оператор оптимизации, определяющий принцип оптимальности и имеющий смысл отношения порядка;

$\bar{\xi}_{K_j}$ — функция принадлежности размытому множеству, являющемуся дополнением к размытому множеству K_j, которая определяется по формуле

$$\bar{\xi}_{K_j} = 1 - \xi_{K_j}. \tag{66}$$

Дополнение к размытому множеству наилучшего варианта имеет смысл наихудшего варианта, а функция принадлежности ξ_{K_j} показывает степень принадлежности этому варианту и может быть интерпретирована как функция потери оптимальности по j-му частному критерию.

Критерии (64) и (65) соответствуют друг другу, так как из допустимого множества первый обеспечивает выбор системы с максимальной эффективностью, а второй — с минимумом потерь. Требование грубости системы обеспечивается выбором величины коэффициента β. Степень удовлетворения этого требования будет тем больше, чем больше значение $|\beta|$. При $|\beta| \to \infty$ в общем случае обеспечивается абсолютное удовлетворение условия равенства потерь или выравнивания качества по всем частным критериям. Это соответствует выбору точки, равноотстоящей по качеству от границ допустимой области. Однако при конечных n, K_j и при неопределенности в постановке задач синтеза, что выражается в невозможности точного задания и измерения частных критериев, идеальное выравнивание качества достигается при конечном β, равном [14]

$$\beta^* = \frac{\log n}{\log(1+\varepsilon)}, \tag{67}$$

где n — число частных критериев;

ε — относительная точность задания или измерения критериев.

При выборе $\beta = \beta^*$ область компромиссов определяется с точностью до определенности постановки задачи, а по мере приближения β к единице область компромиссов увеличивается за счет уменьшения жесткости требования к грубости системы, что дает возможность синтезировать системы более высокой эффективности. Таким образом, степень грубости системы, т. е. степень вероятности движения по программной траектории при действии возмущений определяется величиной коэффициента β. Выбор конкретного значения β в интервале $[1, \beta^*]$ является эвристическим и основывается на анализе особенностей системы, в частности, допустимости отклонения от программной траектории.

Конкретное значение коэффициента β можно определить по формуле, аналогичной (67),

$$\beta' = \frac{\log n}{\log\{1 + (n-1)\eta\}}, \qquad (68)$$

где η — коэффициент, изменяющийся от 0 до 1 и учитывающий соотношение между требованиями к грубости и эффективности системы (при увеличении требований к грубости $\eta \to 0$).

В случае синтеза системы по критерию максимальной скорости достижения конечных условий [19] необходимо стремиться к полному использованию заданных ресурсов и добиваться максимизации эффективности. При этом коэффициент $\beta = 1$, а правила выбора компромиссного решения будут следующие:

$$\operatorname{opt} \xi_{\overline{K'}} = \max_{i} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} [\xi_{K_j}(K_{ji})] \right\}; \qquad (69)$$

$$\operatorname{opt} \bar{\xi}_{\overline{K'}} = \min_{i} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} [\bar{\xi}_{K_j}(K_{ji})] \right\}. \qquad (70)$$

Как видно из уравнений (69) и (70), при $\beta = 1$ критерии оптимальности превращаются в аддитивные функции.

Таким образом, коэффициент β имеет легко интерпретируемый функциональный смысл и выбор его значения зависит от особенностей цели системы. Для систем, оптимизируемых по максимальной эффективности (например, по скорости достижения конечных условий), $\beta = 1$, а по стабильности движения по программной траектории — $|\beta| \leqslant \beta^*$.

Универсальность функции принадлежности обобщенного критерия (59) подтверждается еще и следующим обстоятельством. Аддитивные критерии вида (69) и (70) имеют ту особенность, что они позволяют при оптимизации полностью компенсировать одни свойства другими, т. е. некоторые критерии могут принимать нулевые значения. Наряду с системами, которые допускают такую компенсацию, существуют системы, для которых это недопустимо. В этом случае обычно используют критерии, построенные на основе мультипликативного подхода. При этом функцию принадлежности обобщенного критерия можно представить в виде

$$\xi_{\overline{K'}} = \prod_{j=1}^{n} \xi_{K_j}(K_j) \tag{71}$$

или

$$\xi'_{\overline{K}} = \sum_{j} \log \xi_{K_j}(K_j). \tag{72}$$

Функция (71) принимает нулевые значения, если любая частная функция принадлежности равна нулю, т. е. если накладывается запрет на полную компенсацию свойств. Но такого же эффекта можно достигнуть, применяя функцию принадлежности вида (64), (65). При $|\beta|>1$ происходит выравнивание качеств, тем более жесткое, чем больше значение β. Таким образом, путем выбора значения β можно регулировать допустимую степень компенсации критериев (свойств) системы.

§ 7. ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ

Основными этапами синтеза обобщенного векторного критерия в общем случае являются выбор и формализация частных критериев, определение области компромиссов или решений, оптимальных по Парето, учет приоритетов частных критериев и определение схемы компромиссов. Последний этап (см. § 6) включает в себя выбор обобщенного векторного критерия, позволяющего получать количественные оценки множества допустимых решений, и определение оператора оптимизации, с помощью которого отыскивается компромиссный вариант структуры системы. В настоящем параграфе проведен анализ и выбор путей решения первых трех этапов.

Определение области компромиссов. Трудности выбора и формализации частных критериев, а также анализ причин возникновения этих трудностей приведены в § 5. Для их преодоления предложен подход, основанный на теории размытых множеств. Однако этот подход имеет свои трудности, связанные с выбором вида функций принадлежности частных критериев. С учетом того, что функция принадлежности должна изменяться в пределах [0, 1], указанная задача имеет много общего с нормированием частных критериев, т. е. с масштабированием их для приведения к безразмерному виду и единому интервалу изменения. Так как для нормирования необходимо знать интервал изменения критериев, то эта задача оказывается тесно связанной с выделением из допустимой области области компромиссов. Выделение этой области является необходимым шагом при реализации многокритериальных моделей оптимизации. Оно позволяет в некоторых случаях существенно уменьшить область поиска за счет исключения из рассмотрения области согласия, на которой частные критерии оценки качества системы могут быть улучшены без ухудшения качества по другим критериям. Очевидно, что область согласия не может содержать наилучший вариант в случае противоречивости критериев. К этим вопросам тесно примыкает учет приоритетов частных критериев.

Определение области компромиссов Q_c (области Парето) заключается в выделении из множества допустимых решений Q подмножества, обладающего свойством, которое заключается в том, что каждое решение $q \in Q_c$ не может быть улучшено без ухудшения хотя бы одного из частных критериев. Так, если $(q_1, q_2) \in Q_c$, то в простейшем случае двух критериев $K_1(q_1) > K_1(q_2)$, $K_2(q_1) < K_2(q_2)$ или наоборот. Частные критерии K_j связаны с параметрами системы:

$$K_j = f_j(X), \tag{73}$$

где X — множество параметров системы.

Это показывает, что для двух любых решений из Q_c имеет место противоречие хотя бы пары критериев и выбор возможен только на основе компромисса. Отсюда следует, что если частные критерии, характеризующие систему, находятся в строгом противоречии, то область компромиссов совпадает с допустимой областью и выделение ее теряет смысл.

Анализ показывает, что точное определение области компромиссов связано с серьезными вычислительными трудностями, которые возрастают с ростом размерности системы. Вместе с тем при необходимости определения единственного компромиссного решения (а именно это является целью технического проектирования) выделение области компромиссов не обязательно. Для этого необходимо только проверить выбранное решение на принадлежность этой области. Однако очевидно, что с вычислительной точки зрения выделение области компромиссов желательно. Эти обстоятельства и определяют рациональность приближенного определения области компромиссов. Условием корректности такой процедуры является требование о том, чтобы выделенная область Q_p включала в себя область компромиссов, а не пересекалась с нею, т. е.

$$Q_c \subset Q_p \subset Q, \tag{74}$$

и была проста при вычислении. Рассмотрим один из возможных методов решения этой задачи.

В области допустимых решений Q проводят оптимизацию по каждому из частных критериев $\{K_1, K_2, \ldots, K_n\}$, результаты которой заносят в табл. 1. В строки K_j вписывают значения всех частных критериев, полученные при оптимизации системы по j-му критерию, т. е. значения частных критериев в точке j-го частного оптимума. Столбец представляет собой набор значения j-го частного критерия в точках оптимума по всем частным критери-

Таблица 1. **Значения локальных критериев**

K_j $(j=\overline{1, n})$	K_1	K_2	...	K_n
K_1	$K^1_{1\,\text{экстр}}$	K^1_2	...	K^1_n
K_2	K^2_1	$K^2_{2\,\text{экстр}}$	...	K^2_n
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
K_n	K^n_1	K^n_2	...	$K^n_{n\,\text{экстр}}$

ям. При этом экстремальное значение критерия достигается по главной диагонали. Таким образом, в каждом столбце значения частного критерия изменяются от экстремального ($K_{j\text{экстр}}$) до наихудшего ($K_{j\text{н}}$). Этот интервал включает в себя точки экстремумов всех частных критериев. Значения $K_{j\text{экстр}}$ и $K_{j\text{н}}$ ($j=\overline{1, n}$) являются границами отображения приближенной области компромиссов Q_p на пространство критериев $\overline{K}$:

$$Q_p \to \overline{K}. \tag{75}$$

Область $\overline{K}_p$ включает с себя область компромиссов $\overline{K}_c$, т. е.

$$\overline{K}_c \subset \overline{K}_p, \tag{76}$$

так как для нее выполняется необходимое условие области компромиссов — включение глобальных экстремумов всех частных критериев [22]. В общем случае область $\overline{K}_p$ шире области Парето $\overline{K}_c$, так как может включать в себя некоторые подмножества из области согласия. Например, в случае невыпуклой области (рис. 1) часть области согласия CD включается в область $\overline{K}_p$ (на рисунке — AB). Поэтому в общем случае компромиссные решения, выбранные из приближенной области, необходимо проверять на принадлежность области Парето. Однако это не дискредитирует предложенный подход по выделению приближенной области компромиссов $\overline{K}_p$, так как он позволяет уменьшить область анализа как на стадии поиска компромиссного решения, так и на стадии проверки его принадлежности к области Парето. Кроме того, выделение области $\overline{K}_p$ позволяет проще нормировать частные критерии.

Формирование функции принадлежности частных критериев. Необходимость нормирования частных критериев вытекает из свойств функции принадлежности частных критериев (54). Анализ этих свойств показывает, что в процессе нормирования необходимо обеспечить переход к безразмерным величинам, единый интервал изменения [0, 1] и единообразие положительного изменения критерия. Последнее требование связано с тем, что на частные критерии не накладывалось ограничение, связанное с единым направлением изменения. Поэтому в общем случае часть критериев необходимо максимизировать, а остальные — минимизировать. При формировании функции принадлежности наилучшим значением критерия должна быть 1, а наихудшим — 0. Этим требованиям удовлетворяет подход, предложенный в работе [23]. Формула, полученная на основании этого подхода, в нашем случае имеет вид

$$\widetilde{K}_j = \frac{K_j - K_{j\,\text{н}}}{K_{j\,\text{экстр}} - K_{j\,\text{н}}}, \tag{77}$$

где $\widetilde{K}_j$ — нормированное значение j-го критерия.

Формула (77) является линейной формой и в случае оптимизации системы по одному критерию ее можно использовать в качестве функции принадлежности. При оптимизации по нескольким критериям возникает вопрос об учете их взаимной важности и о необходимости определения вклада (полезности) каждого из критериев в общую эффективность системы. Трудность при выборе функции принадлежности отдельных критериев в этом случае заключается в необходимости учета нелинейности полезности критерия от его значения, которая имеется в общем случае. Формой, позволяющей в случае необходимости учитывать любую степень нелинейности, является функция принадлежности

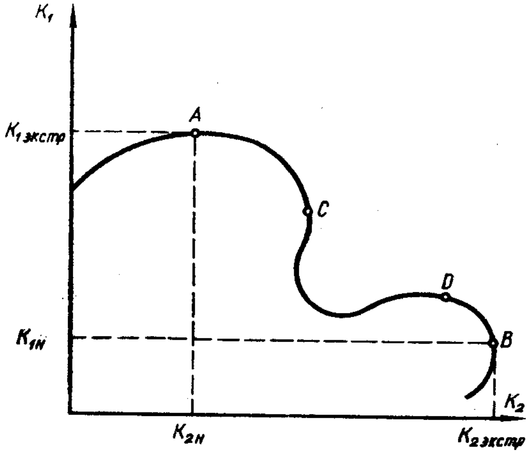


Рис. 1. Выделение приближенной области компромиссов:

AB — приближенная область компромиссов; *CD* — область согласия.

$$\xi_{K_j} = \left(\frac{K_j - K_{j\,\text{н}}}{K_{j\,\text{экстр}} - K_{j\,\text{н}}}\right)^{\alpha_j}, \tag{78}$$

где α_j — коэффициент нелинейности, являющийся весовым коэффициентом, так как он определяет различный «вес» равных значений $\widetilde{K}_j$.

Выбор коэффициента α_j является эвристической процедурой и основывается на анализе особенностей системы. При этом степень свободы при выборе коэффициента α_j определяется степенью неопределенности цели и ограничений системы. Формула (78) является достаточно универсальной и позволяет реализовать широкий класс зависимостей: от линейной при $\alpha_j = 1$ до нелинейных при $1 > \alpha_j > 0$ и $\alpha_j > 1$. Вид этих зависимостей при различных значениях α приведен на рис. 2.

Функция принадлежности (78) характеризует степень принадлежности решения наилучшему варианту, т. е. степень приближенности к оптимуму. Иногда удобнее пользоваться понятием потери оптимальности. Тогда в соответствии с выражением (66) функция принадлежности

$$\bar{\xi}_{K_j} = 1 - \left(\frac{K_j - K_{j\,\text{н}}}{K_{j\,\text{экстр}} - K_{j\,\text{н}}}\right)^{\alpha_j}. \qquad (79)$$

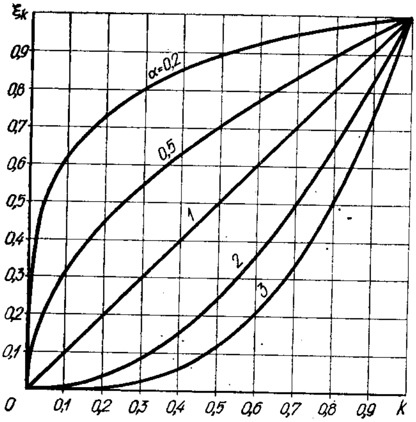


Рис. 2. Вид функций принадлежности локальных критериев в зависимости от величины α_j.

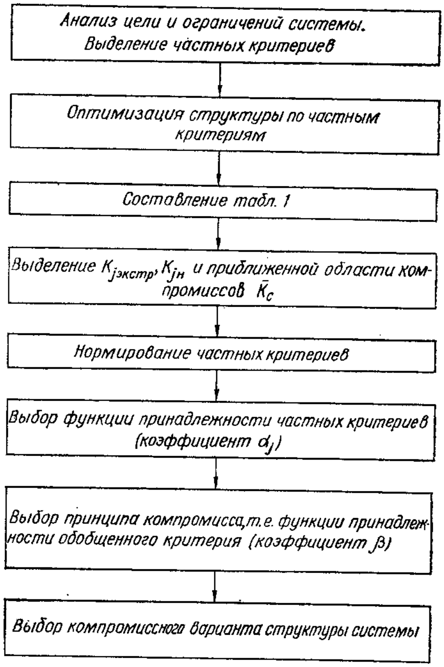


Рис. 3. Блок-схема алгоритма формирования обобщенного критерия.

Имея функции (78) и (79), нетрудно построить обобщенные критерии оценки эффективности (64) и (65) и найти оптимальный вариант структуры системы. Алгоритм формирования обобщенного критерия приведен на рис. 3.

Описанный подход к оптимизации систем применен при решении ряда практических задач, в частности, при выборе оптимальной структуры жилой застройки города [24—26]. Анализ результатов подтвердил его практическую ценность.

Глава III.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ ПРИНЦИПА И СТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ В АСУ

Одним из важнейших условий эффективного функционирования АСУ является непротиворечивость целей ее подсистем. С этой точки зрения особую важность представляет задача согласования целей объекта и системы управления им, установление с общих позиций связи целей управления с особенностями объекта, формирование критериев эффективности, обоснование принципов и синтез соответствующей им структуры управления.

§ 8. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ

Под системой будем понимать объект управления и присоединенное к нему управляющее устройство, которое в дальнейшем именуется управлением.

Обобщенная математическая модель системы. Объект управления характеризуется [27] некоторым оператором Ф, определяющим текущий вектор состояния объекта $X(\tau)$ как функцию управляющих воздействий u (τ), возмущений $\xi(\tau)$, начального состояния X_0 и времени τ:

$$X(\tau) = \Phi\,[U(\tau),\ \xi(\tau),\ X_0,\ \tau]. \tag{80}$$

Кроме того, считаются известными: оператор формирования вектора случайных воздействий D

$$\xi(\tau) = D\,[X(\tau),\ U(\tau),\ \tau]; \tag{81}$$

цель системы $<X_к, t_к>$; цель управления $C=f(x_к,\ t_к)$ при $\tau \in [t_0,\ t_к]$, где t_0 и $t_к$ — начальный и конечный моменты времени функционирования системы; множество критериев оценки эффективности достижения этих целей

$$K = \{K_\nu\,(X,\ U,\ \xi)\},\quad \nu = \overline{1,\ N}. \tag{82}$$

Управление описывается двумя операторами: оператором измерения М, устанавливающим связь между фактическим и идентифицированным состояниями объекта управления с учетом вектора ошибок измерения η (τ), т. е.

$$\mu(\tau) = \mathrm{M}\,[X(\tau),\ \eta(\tau),\ \tau] \tag{83}$$

и оператором формирования вектора управляющих воздействий

$$U(\tau) = \Pi\,[\mu(\tau),\ X_к,\ \tau], \tag{84}$$

являющимся законом (алгоритмом) управления или принятия решения.

Задача синтеза управления. Основной задачей синтеза автоматизированных систем управления является выбор операторов измерения и формирования управляющих воздействий. Для решения этой задачи необходимо конкретизировать описанную выше модель. Такая конкретизация требует точной формулировки всех физических гипотез, определяющих взаимодействие системы с внешней средой. Характер взаимодействия определяет вид операторов Ф и D, область их существования, а также области допустимых значений переменных и на основе этого позволяет сформулировать цели системы и управления. Анализ особенностей объекта управления и целей системы дает возможность сформулировать критерии эффективности их достижения, которые в свою очередь определяют выбор оптимальных или рациональных принципов управления.

Анализ перечисленной иерархии задач позволяет выделить два принципиально различных этапа синтеза АСУ:

1) идентификацию объекта управления, выбор его конкретной математической модели, обоснование целей и критериев эффективности их достижения;

2) синтез управления.

Общим критерием эффективности системы является количество ресурсов (в широком понимании) R, необходимых для достижения цели $<X_к, t_к>$. Их величина определяется оператором Q, т. е.

$$R = Q[X_0, X_к, t_к, U(\tau)] \tag{85}$$

и, как видно из выражения (85), при прочих равных условиях, эффективностью управляющего воздействия $U(\tau)$, т. е. видом оператора П. Как видно из выражения (84), $U(\tau)$ в каждый момент времени определяется величинами $X(\tau)$, $\eta(\tau)$ и $X_к$. Задача состоит в выборе такого оператора П, который минимизировал бы R. Общий подход к решению этой задачи заключается в определении оптимальной по затратам ресурсов траектории $X^*(\tau)$ перехода из произвольной точки множества допустимых состояний $X_д(\tau)$ в заданное $X_к$ при отсутствии возмущений

$$X^*(\tau)_{\{X_д(\tau),\, X_к/\xi(\tau)=0\}} \to \min R, \tag{86}$$

а также в выборе принципа управления и соответствующего ему оператора П, минимизирующего затраты ресурсов при реализации этой траектории в условиях действия возмущений. Первая задача — это программирование, а вторая — синтез оперативного управления (регулятора).

Программирование заключается в отыскании управляющего воздействия в виде функции времени $U^*(\tau)$, соответствующего оптимальной в определенном смысле траектории перехода из состояния $<X_0, t_0>$ в состояние $<X_к, t_к>$. При этом необходимо обеспечить желаемое качество процесса и заданные ограничения. Для реализации такого управления достаточно иметь разомкнутую систему управления, так как при этом не учитывается дополнительная информация, возникающая в процессе движения.

В условиях действия возмущений такое управление не может обеспечить достижения цели. Поэтому необходимо синтезировать управление с обратной связью. В этом случае закон управления (оператор П) определяется в виде уравнения, связывающего управляющее воздействие $U(\tau)$ с величиной $\mu(\tau)$, доставляющей информацию о текущем состоянии объекта $X(\tau)$, т. е. в виде (84).

Решение этой задачи для широкого класса систем сводится к программированию для любых допустимых t_0 и X_0 [28]:

$$U[\mu(\tau),\ X_к,\ \tau] = U_{t,\,\mu,\,X_к}(\tau). \tag{87}$$

Реализация управления в виде (87) известна как явный принцип управления, для синтеза которого необходимо иметь явную зависимость $U_{t,\,\mu,\,X_к}(\tau)$. Получить такую зависимость удается крайне редко, а реализация задачи программирования в реальном масштабе времени связана, как правило, с большими вычислительными трудностями. Альтернативой явного принципа управления является программный принцип. Идея его заключается в сведении уравнения (87) к суперпозиции

$$U[\mu(\tau),\ X_к,\ \tau] = U^*(\tau) + U[\mu(\tau),\ X^*(\tau),\ \tau], \tag{88}$$

где $U^*(\tau)$ — программное управляющее воздействие.

В этом случае задача заключается в синтезе регулятора, обеспечивающего стабилизацию движения относительно оптимальной траектории.

Решение вопроса о рациональной области применения рассмотренных принципов управления неоднозначно и в значительной степени зависит от вида критериев оптимальности, которые в свою очередь определяются особенностями системы и ее целей.

§ 9. АНАЛИЗ ЦЕЛЕЙ СИСТЕМЫ И ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Обоснование целей управления. Решение задач программирования и синтеза регулятора связано со значительными трудностями. Но в конечном счете эффективность управления в значительной мере зависит от критериев оптимизации, выбор которых является эвристической процедурой, основанной на анализе особенностей объекта и целей управления. Одной из таких особенностей является допустимость изменения цели системы, под которым будем понимать достижение пар

$$(X > X_к,\ t_к) \text{ или } (X_к,\ t_к < t_к).$$

Любой объект управления является агрегатом агрегативной системы более высокого порядка. Под вектором состояния X будем понимать только те параметры, которые влияют на деятельность других агрегатов. Это могут быть продукция или услуги, производимые агрегатом, его экономические показатели, влияющие на деятельность системы в целом, и др. Для простоты, но без потери общности, предположим, что агрегат связан только с одним другим агрегатом, а вектор X — одноразмерный. Обозначим первый агрегат через A, а второй — через B.

Пусть агрегат A имеет производительную способность P — потенциальную производительность при заданных ограничениях, оптимальном планировании и учете необходимости ресурсов на управление для компенсации возмущений, действующих на систему. В общем случае плановая производительность агрегата A может быть меньше или равна P. Наибольший интерес представляет случай их равенства. При этом повышение P (перевыполнение плана) возможно только за счет случайных составляющих процесса, т. е. за счет использования положительных возмущений, которые не учитывались в силу неопределенности при составлении плана, или за счет использования управляющих ресурсов при отсутствии отрицательных возмущений.

Агрегат B имеет перерабатывающую способность G, характеризуемую потенциальной способностью перерабатывать или поглощать продукт агрегата A. Переработка продукта агрегатом B требует затрат ресурсов, часть из которых поступает извне. Величина этих ресурсов определяет плановую поглотительную способность S агрегата B. В общем случае

$$S \leqslant G. \qquad (89)$$

Взаимодействие агрегатов исчерпывается следующими ситуациями:

$$P \geqslant G, \qquad (90)$$

когда перевыполнение плана агрегатом A недопустимо, так как приведет только к потерям;

$$P < S, \qquad (91)$$

когда перевыполнение плана желательно, а управление должно быть ориентировано на перевыполнение;

$$S < P < G, \qquad (92)$$

когда перевыполнение плана P допустимо при возможности увеличения S и наличии доходов за счет перевыполнения плана S, которые больше потерь, связанных с изменением ресурсов агрегата B. Это влечет за собой пересмотр планов и перераспределение дефицитных ресурсов всей цепочки связанных агрегатов и приводит в зависимости от конкретных обстоятельств к одной из первых двух ситуаций.

Исходя из указанных особенностей объекта, при синтезе управления необходимо использовать разные подходы. В первом случае следует обеспечить максимальную устойчивость, т. е. высокую вероятность достижения цели объекта управления при действии возмущений, во втором — максимизировать скорость движения к цели. В соответствии с этим цель управления формулируется в первом случае как обеспечение требуемой точности достижения цели объекта управления при минимизации затрачиваемых ресурсов, а во втором — как максимизация скорости достижения цели на единицу затрачиваемых ресурсов с учетом их ограниченности. Формализованные, эти цели имеют вид

$$C_1 = \min f(\Delta X_к,\ R); \qquad (93)$$

$$C_2 = \max_{X_к} \min_{t_к} (X_к,\ t_к/R = \mathrm{fics}), \qquad (94)$$

где R — множество ресурсов, затрачиваемых на достижение цели;

$\Delta X_к$ — изохронная вариация вектора состояния объекта, определяемая по формуле

$$\Delta X_к = X_к(t_к) - X_ф(t_к); \tag{95}$$

$X_ф(t_к)$ — фактическое состояние объекта.

Ресурсы на перевод объекта из начального состояния в конечное R_s $(X_0, X_к)$ и на оперативное управление R_u $(X_0, X_к)$ аддитивны:

$$R(X_0, X_к) = R_s(X_0, X_к) + R_u(X_0, X_к). \tag{96}$$

Очевидно, что $R_s(X_0, X_к) \gg R_u(X_0, X_к)$. Это означает, что основным критерием оптимизации траектории (плана) перехода является минимум функции ресурсов:

$$K_0 = \min \theta [R_s(X_0, X_к)]. \tag{97}$$

Так как R в общем случае содержит $j = \overline{1, J}$ несводимых друг к другу ресурсов r_j и решения по локальным r_j противоречивы, то при конкретизации оператора θ необходимо выбрать принцип компромисса. Выбор его основан [19] на анализе особенностей цели системы. Для системы с целью вида (93) следует обеспечить максимальную грубость к изменениям параметров. Поэтому для нее компромиссное решение выбирают по формуле

$$K_1 = \min_j \frac{1}{J} \left\{ \sum_{j=1}^{J} [\xi_j(r_j)]^{\beta} \right\}^{\frac{1}{\beta}}, \quad j = \overline{1, J}. \tag{98}$$

Принципы выбора вида функции ξ_j и величины коэффициента β описаны в главе II. В частном случае, когда один из ресурсов существенно важнее (полезнее) других, траекторию оптимизируют только по этому ресурсу, а все остальные учитывают как ограничения. Критерий оптимизации для такого случая

$$K_2 = \min_{r_{j \neq v} \in R_д} [\xi_v(r_v)], \quad v \in j, \tag{99}$$

где индексом «д» обозначено допустимое множество ресурсов.

Для большого класса систем самым важным ресурсом является время достижения конечного состояния $t_к$. В этом случае критерий (99) примет вид

$$K_3 = \min_{R_s \in R_{sд}} [t_к(X_0, X_к)], \tag{100}$$

что соответствует оптимизации траектории по быстродействию. Именно такой критерий вытекает из цели (94) и, следовательно, он является критерием оптимизации траекторий для систем данного класса.

Результатом оптимизации является программная траектория $X^*(\tau)$ в пространстве состояний и соответствующая ей программа управления

$$\Pi: X^*(\tau) \to U_д, \tag{101}$$

где $U_д$ — область допустимых управлений.

Зависимость критерия от цели управления. Общим критерием эффективности оперативного управления, задачей которого является обеспечение достижения цели при действии возмущений, является [29]

$$L_0 = \operatorname{opt} \int_0^t \alpha(\tau, t)\, \psi[X(\tau), X^*(\tau)]\, d\tau, \qquad (102)$$

где t — время управления;

$\alpha(\tau, t)$ — весовая функция, учитывающая особенности системы;

$X^*(\tau)$, $X(\tau)$ — программное и фактическое состояние объекта управления в момент времени τ;

ψ — знакоопределенная функция потерь, характеризующая вид критерия оптимальности.

Функция $\alpha(\tau, t)$ определяет характер взаимодействия системы с внешней средой, в том числе со связанными агрегатами. Если взаимодействие непрерывно, то $\alpha(\tau, t)=1$ и критерий (102) принимает вид

$$L_1 = \operatorname{opt} \int_0^t \psi[X(\tau), X^*(\tau)]\, d\tau, \qquad (103)$$

если взаимодействие дискретно, то $\alpha(\tau, t)=\delta(\tau-nT)$ и критерий (102) принимает вид

$$L_2 = \operatorname{opt} \sum_{n=0}^{N} \psi[X(nT), X^*(nT)], \qquad (104)$$

где T — интервал дискретности.

В частном случае, когда $T=t_к$,

$$L_2' = \operatorname{opt} \psi[X(t_к), X^*(t_к)] \qquad (105)$$

является критерием терминального управления.

Установим связь функции $\psi[X(\tau), X^*(\tau)]$ с особенностями цели системы и определим принцип оптимальности критериев. Так как ψ — функция потерь системы, то естественна ее минимизация, что соответствует максимизации эффективности системы:

$$\psi[X(\tau), X^*(\tau)] = \max\,[F(\tau) + V(\tau)], \qquad (106)$$

где $F(\tau)$ — эффект, полученный системой при отклонении от плана;

$V(\tau)$ — затраты на оперативное управление.

В зависимости от особенностей цели управления этот критерий имеет различный смысл. В случае нежелательности отклонений от плана эффект $F(\tau)$ — всегда неположительная величина, а при допустимости перевыполнения плана $F(\tau)$ может быть положительным и отрицательным. Затраты на оперативное управление — в обоих случаях неположительная величина. Поэтому в первом случае критерий (106) — минимум потерь, во втором — максимум дохода системы.

Вектор получаемого системой эффекта при невыполнении плана

$$F(\tau) = {}^{-}\Gamma\,|\Delta X(\tau)|, \qquad (107)$$

а при перевыполнении

$$F(\tau) = {}^{+}\Gamma\,|\Delta X(\tau)|, \qquad (108)$$

где ${}^{-}\Gamma$, ${}^{+}\Gamma$ — векторы-столбцы платежей за отклонения от плана;

$\Delta X(\tau)$ — вектор-строка изохронных отклонений от плана.

Вектор ${}^{-}\Gamma$ — во всех случаях неположительный, а ${}^{+}\Gamma$ — неположительный в случае недопустимости перевыполнения плана и неотрицательный — в противном случае. В общем случае

$$|{}^{+}\Gamma| \neq |{}^{-}\Gamma|, \qquad (109)$$

что обусловлено различными последствиями невыполнения и перевыполнения плана. Векторы Г являются нелинейными функциями величины отклонения от плана:

$$\begin{aligned} {}^{-}\Gamma &= \varphi_1\,[{}^{-}\Delta X(\tau)], \\ {}^{+}\Gamma &= \varphi_2\,[{}^{+}\Delta X(\tau)]. \end{aligned} \qquad (110)$$

Вектор затрат на оперативное управление также является функцией величины отклонения:

$$V(\tau) = W\,[\Delta X(\tau)]. \qquad (111)$$

Конкретный вид оператора W зависит от принципа регулирования и параметров контура оперативного управления, которые в свою очередь определяются особенностями цели регулирования. Анализ вектора F показывает, что в рассматриваемых случаях цели оперативного управления различны: в одном — необходимо минимизировать отклонения от программной траектории, во втором — максимизировать перевыполнение плана.

§ 10. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОГО И ЯВНОГО ПРИНЦИПОВ УПРАВЛЕНИЯ

Программный и явный принципы управления рассмотрим с точки зрения оптимальности, особенностей синтеза и функционирования систем управления.

Программный принцип управления. В силу более простой реализации широкое применение в АСУ различных классов получил программный принцип управления.

Программа управления $U^*(\tau)$ определяет программную траекторию $X^*(\tau)$. Под действием возмущений в момент времени τ система может оказаться в состоянии $X_ф(\tau)$, отличающемся от состояния $X^*(\tau)$. В силу единственности оптимальной траектории для каждой точки пространства допустимых состояний $X_д$ системы существует своя траектория перехода в состояние $X_к$. В случае программного управления система из состояния $X_ф(\tau)$ переводится на траекторию $X^*(\tau)$ (рис. 4). Неоптимальность такой траектории очевидна. Причем величина нерациональных затрат ресурсов в общем случае определяется величиной рассогласования между программным и фактическим состояниями системы [30]. Кроме того, программы $X^*(\tau)$ и $U^*(\tau)$ определяются для конкретных значений параметров системы. Если действительные значения отличаются от расчетных, управление $U^*(\tau)$ также будет неоптимальным [31].

Перечисленные выше обстоятельства определяют такие функциональные недостатки, как негибкость и неуниверсальность программного управления, а следовательно, неработоспособность в аварийных ситуациях. Это обусловлено неинвариантностью конкретной программы управления по отношению к вариациям граничных условий и параметров системы. Причем, если изменение начальных условий и параметров приводит к нерациональным затратам ресурсов, то изменение конечных условий — к невозможности достижения цели. Важно отметить, что в случае программного управления необходимо, чтобы выполнялись условия полной наблюдаемости объекта управления и управляемости, так как в противном случае высокая точность управления невозможна [20].

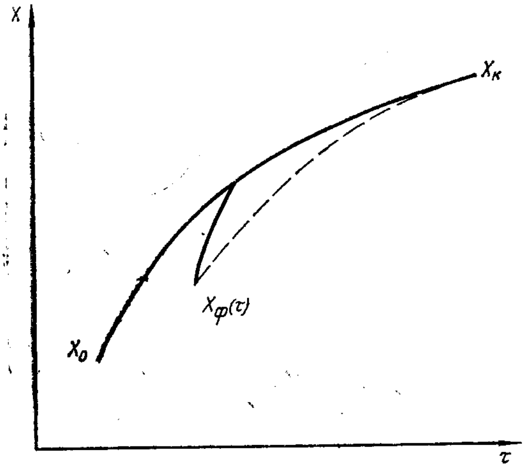


Рис. 4. Траектории достижения цели.

Таким образом, программный метод управления является в общем случае неоптимальным по затратам ресурсов, неуниверсальным и неработоспособным в аварийных ситуациях, т. е. при больших рассогласованиях между программным и фактическим состояниями системы. Он не допускает в процессе управления количественного изменения цели системы и требует полной управляемости объектом. Перечисленные недостатки связаны с тем, что программа управления $U^*(\tau)$ определяется заранее, является функцией времени и вследствие этого совершенно не связана с фактическим состоянием объекта в процессе реализации.

Явный принцип управления. Общий путь преодоления недостатков программного управления — это введение обратной связи в контур формирования программы управления, т. е. задание управляющих функций в виде выражения (84), которое при выполнении равенства $\mu(\tau) = X_ф(\tau)$ принимает вид

$$U(\tau) = \Pi[X_ф(\tau), X_к]. \tag{112}$$

Такое управление не накладывает ограничений на свойства объекта, является универсальным и гибким. Оно не требует предварительного расчета программы управления и допускает изменение конечных условий в пределах ресурсных возможностей объекта. При явном управлении повышается вероятность достижения цели за счет работоспособности в аварийных ситуациях. Однако практическая реализация такого управления связана с серьезными трудностями.

В общем случае уравнение явного управления (112) можно представить в виде полинома

$$U[X(\tau),\ X_к] = A + B\tau + C\tau^2 + \ldots, \tag{113}$$

где

$A = f_A[X(\tau),\ X_к]$, $B = f_B[X(\tau),\ X_к]$, $C = f_C[X(\tau),\ X_к]$ — коэффициенты, являющиеся функциями текущего $X(\tau)$ и заданного конечного $X_к$ состояний объекта управления.

Анализ уравнения (113) позволяет наметить задачи, которые необходимо решать при явном управлении: отыскание вида полинома и определение значений его коэффициентов. Они являются задачами оптимального планирования и распределения ресурсов. Получить же аналитические явные зависимости вида полинома и его коэффициентов от граничных состояний объекта удается крайне редко. Поэтому в общем случае при действии на систему возмущений для реализации непрерывного явного управления необходимо решать задачу оптимального планирования в реальном масштабе времени. Поскольку эта задача, как правило, очень трудоемка, то такое управление предъявляет высокие требования к характеристикам вычислительного комплекса управления, что снижает эффективность системы в целом.

Попытки избежать указанных недостатков проводятся на основе построения приближенных явных зависимостей управляющего воздействия от фактического состояния объекта. В подходе, основанном на сочетании программного и явного управления [32], в предположении отсутствия помех определяется программное управляющее воздействие $U^*(\tau) = U[X(\tau),\ X_к]$. При разложении в ряд Тейлора в окрестностях программной траектории явное управление (112) примет вид

$$U(\tau) = U^*(\tau) + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}X^*(\tau)}\,\Delta X(\tau), \tag{114}$$

где $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}X^*(\tau)}$ — матрица коэффициентов чувствительности, определенная из условия [20]

$$\frac{\mathrm{d}X_к}{\mathrm{d}X^*(\tau)}\,\Delta X(\tau) = \frac{\mathrm{d}X_к}{\mathrm{d}U^*(\tau)}\,\Delta U(\tau). \tag{115}$$

Уравнение (114) обеспечивает оптимальное, с точностью до нелинейных членов, терминальное управление. В остальном оно имеет те же недостатки, что и программное управление, но сложнее его, так как вычислитель системы управления должен иметь запоминающее устройство, достаточное для хранения значений матрицы $\frac{dU}{dX^*\tau}$. Необходимо иметь в виду, что объем вычислений и требования к запоминающему устройству резко возрастают при учете нелинейных членов в разложении (114) и увеличении размерности вектора X.

Стремление избежать указанных сложностей приводит к еще одной разновидности компромисса с программным управлением — к параметрическому управлению. В этом случае программное управляющее воздействие формируется не в виде функции времени и функции вектора состояния, а в виде функции одной его компоненты. Так осуществляется связь программного управления с одной из координат фактического состояния объекта. Это управление обеспечивает некоторое уменьшение методической ошибки, а в остальном имеет те же недостатки, что и программный метод [20].

Более кардинальным является итерационный подход к формированию явного управления, целью которого является уменьшение трудоемкости его реализации. Это достигается принятием приближенной явной зависимости $U = U[X(\tau), X_к]$ и ее итеративной реализацией, что оправдано в случаях, когда точность аппроксимации зависимости увеличивается по мере уменьшения расстояния между $X(\tau)$ и $X_к$, а также отказом от реального масштаба времени вычислений на основе использования прогнозного на шаг $\Delta\tau$ текущего или конечного состояний [33, 34].

Области применения принципов управления. Оставляя в стороне вопрос об области возможного применения различных модификаций явного управления, который можно решить только при анализе конкретных систем, рассмотрим области применения программного и явного принципов управления на основе анализа выделенных особенностей систем — допустимости перевыполнения плана и характера взаимодействия с внешней средой.

Для систем, у которых отклонение от цели нежелательно, а взаимодействие их с внешней средой должно быть непрерывным, единственным приемлемым является программное управление. В этом случае система является разновидностью следящей системы с известным входным сигналом $X^*(\tau)$. Если характер взаимодействия дискретный с интервалом времени T, то необходимо терминальное управление, которое может быть реализовано как программным, так и явным принципами. Принятие того или иного принципа определяется векторным критерием эффективности управления (106).

Для систем с желательным перевыполнением плана характер взаимодействия с внешней средой не имеет значения. Максимальное быстродействие, которое является целью этих систем, в условиях действия возмущений может быть обеспечено только явным управлением.

Таким образом, для терминальных систем выбор принципа управления остается открытым. При этом можно утверждать, что если в качестве критерия эффективности системы использовать критерий (106), учитывающий потери при отклонениях от цели и «стоимость» ресурсов, затрачиваемых на управление, в том числе вычислительных мощностей, то для одной и той же координаты $X_i(\tau)$ вектора состояния $X(\tau)$ объекта в различных ситуациях оптимальны различные принципы управления. Кроме того, у больших систем по части координат вектора состояния недопустимо отклонение от цели, а по части — желательно ее перевыполнение. Возникает необходимость в универсальной системе управления, структура которой могла бы легко адаптироваться к требованиям объекта и в зависимости от этого реализовать программный и явный принципы управления.

§ 11. СИНТЕЗ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ И АЛГОРИТМА ЕЕ РАБОТЫ

Поскольку универсальное управление должно позволять реализацию программного и явного принципов управления, то необходимо, чтобы оно содержало соответствующие контуры. Принятие решения о выборе принципа управления, т. е. адаптации системы, осуществляется решающим устройством, изменяющим структуру управления (рис. 5). Такая структурная схема универсальна и работоспособна в любых ситуациях. Она включает в себя преимущества программного и явного методов управления, так как структурно может эволюционировать, в зависимости от конкретных условий, от чисто программного до чисто явного методов управления, допуская вместе с тем любую их композицию [35]. Это достигается выбором стратегии замыкания ключей *1* и *2*.

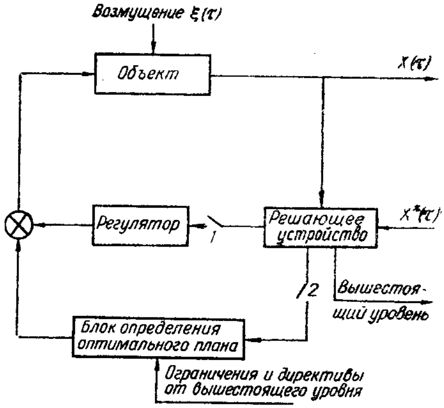


Рис. 5. Блок-схема адаптивной системы управления:

1, 2 — ключи, замыкание которых реализует соответственно программное и явное управления.

Синтез алгоритма работы решающего устройства. Решение об оптимальной структуре управления принимается решающим устройством на основе анализа в реальном масштабе времени оптимизирующего функционала (106), характеризующего эффективность управления (см. § 9).

Первое слагаемое этого функционала $F(\tau)$ характеризует эффект, получаемый системой при отклонениях от плана, второе $V(\tau)$ — затраты на оперативное управление. В общем случае затраты на управление состоят из вектора затрат $Z(\tau)$ на создание и поддержание в единицу времени в работоспособном состоянии ресурсов, необходимых для оперативного управления, и вектора затрат, определяемых «стоимостью» управляющего воздействия $E(\tau)$:

$$V(\tau) = Z(\tau) + E(\tau). \tag{116}$$

Особенностью затрат $Z(\tau)$ является их интегральное накопление в течение планового периода $t_к - t_н = T$:

$$Z_T = \int_0^T Z(\tau)\,d\tau. \tag{117}$$

Величина эффекта за счет отклонения от плана $F_с$ и «стоимость» оперативного управления $E_с$, необходимого для компенсации этого отклонения, пропорциональны только времени отклонения процесса от планового:

$$F_с = \int_{t_1}^{t_2} \alpha(\tau, t) F(\tau)\,d\tau; \tag{118}$$

$$E_с = \int_{t_1}^{t_2} E(\tau, \Delta X)\,d\tau, \tag{119}$$

где $F(\tau)$ — функция эффекта, определяемая по формулам (107) и (108);

$E(\tau, \Delta X)$ — вектор «стоимости» управляющих воздействий, являющихся функцией времени и величины отклонения ΔX;

$\begin{cases} \alpha(\tau, t) = 1 & \text{— при непрерывном взаимодействии с внешней средой;} \\ \alpha(\tau, t) = \delta(\tau - nT) & \text{— при дискретном взаимодействии;} \end{cases}$

t_1 — начало срыва процесса;

t_2 — момент ликвидации отклонения.

Следует подчеркнуть, что затраты $Z_т$ и $E_с$ — неубывающие функции.

Время ликвидации отклонения от плана

$$t_2 = t_н + t_{пр} + t_{зап} + t_{п.п}, \tag{120}$$

где $t_н$ — время с момента возникновения отклонения до ближайшего момента контроля процесса (при непрерывном контроле $t_н = t_1$);

$t_{пр}$ — время, необходимое для анализа ситуации и принятия решения;

$t_{зап}$ — время запаздывания, необходимое для изменений в системе, связанных с управлением;

$t_{п.}$ — время переходного процесса от начала действия управляющего воздействия до ликвидации отклонения.

Предположим, что j-е управляющее воздействие обеспечивает приращение скорости изменения координаты вектора состояния X_j сверх плановой $\dot{X}_{i\text{пл}}$, равное $\Delta^+ \dot{X}_{ij}$. Тогда время переходного процесса можно определить по формуле

$$t_{\text{п.п}\, i} = \frac{\int\limits_{t_1}^{t_3} \Delta^- \dot{X}_i(\tau)\, d\tau}{\Delta^+ \dot{X}_{ij}} = \frac{\Delta X_{i\max}}{\Delta^+ \dot{X}_{ij}}, \qquad (121)$$

где t_3 — момент времени, когда фактическая скорость становится равной $\dot{X}_i^*(\tau)$;

$\Delta X_{i\max}$ — отклонение от планового значения X_i^*, накопившееся к моменту t_3. Оно является максимальным.

Если управление имеет релейную характеристику изменения $\dot{X}_i$, то

$$t_{з\, i} = t_{\text{н}\, i} + t_{\text{пр}\, i} + t_{\text{зап}\, i}, \qquad (122)$$

в противном случае необходимо учесть время $t_{\dot{X}_i^*}$ на возрастание $\dot{X}_i$ до плановой:

$$t_{з\, i} = t_{\text{н}\, i} + t_{\text{пр}\, i} + t_{\text{зап}\, i} + t_{\dot{X}_i^*}. \qquad (123)$$

Все величины, входящие в формулы (120) — (122), обычно известны, за исключением t_3 и $\Delta X_{i\max}$, которые определяются решающим устройством с помощью прогноза функции $\Delta^- \dot{X}(\tau)$.

Таким образом, функционал (106) с учетом всех слагаемых для случая нежелательности отклонений от плана имеет вид

$$\Psi = \max \left[\int\limits_{t_1}^{t_3} \alpha(\tau, t) F(\tau)\, d\tau + \int\limits_0^T Z(\tau)\, d\tau + \int\limits_{t_1}^{t_3} E(\tau, \Delta X)\, d\tau \right]. \qquad (124)$$

В случае желательности перевыполнения плана функционал

$$\Psi' = \max \left[\int\limits_{\tau_{\text{н}}}^{T} \alpha(\tau, t) F(\tau)\, d\tau + \int\limits_0^T Z(\tau)\, d\tau + \int\limits_{\tau_{\text{н}}}^{T} E(\tau, \Delta X)\, d\tau \right], \qquad (125)$$

где $\tau_{\text{н}}$ — текущий момент времени.

Различие функционалов обусловлено тем, что при желательности перевыполнения плана первое слагаемое положительное, а это обусловливает рациональность использования ресурсов управления не только для парирования возмущений, как в случае нежелательности, но и для перевыполнения плана, т. е. непрерывно.

Структурная схема адаптивного управления. Критерий оптимизации (106) позволяет решить две задачи: 1) оптимизацию параметров контура управления; 2) оптимизацию оперативного управления.

Первая задача в общем случае имеет следующую постановку. При заданных ограниченных ресурсах и известных параметрах объекта управления определить оптимальный план (в том числе количественное значение цели системы), т. е. часть ресурсов, необходимых для достижения цели при отсутствии возмущений, а также ресурсы управления и соответствующие им допустимые управляющие воздействия. Результаты решения этой задачи в значительной степени зависят от величины штрафа за недовыполнение плана. Чем он больше, тем целесообразнее высокий уровень ресурсов управления (затрат Z), так как увеличение Z обеспечивает уменьшение вероятности невыполнения плана, и тем меньше оптимальный уровень плана. Это справедливо для обоих типов систем. Одновременно решается вопрос об определении оптимальной точности управления, так как с возрастанием требований к точности увеличиваются затраты на оперативное управление и становятся соизмеримыми с величиной потерь за счет отклонения от плана. Для решения задачи необходимо располагать статистическими характеристиками возмущений и соответствующими им характеристиками отклонений $\Delta X(\tau)$. Решается эта задача на планирующем уровне АСУ.

Задача оптимизации оперативного управления заключается в принятии решения о принципе управления, а следовательно, о структуре контура управления и выборе конкретного управляющего воздействия. Эта задача реализуется решающим устройством (см. рис. 5) по критериям (124) и (125), в зависимости от типа системы, без учета затрат Z на создание и поддержание в работоспособном состоянии ресурсов управления. Это связано с тем, что величина Z не зависит от вида управления, который необходимо выбирать, соизмеряя его «стоимость» E и эффект F.

Рассмотрим более подробно алгоритм адаптации. Предположим, что задача оптимизации параметров управления решена, т. е. определены цель системы, m-мерный вектор ресурсов управления, соответствующая ему k-мерная область допустимых управлений и требуемая точность управления. Отклонение i-й компоненты пространства состояния системы можно ликвидировать различными управляющими воздействиями, отличающимися качественно, количественно и по стоимости. При этом управление можно построить как по программному, так и по явному принципам. «Стоимость» принципов управления определяется в первом случае потерей оптимальности, во втором — затратами на пересчет плана. Особенность системы заключается в том, что в общем случае для регулирования различных координат пространства состояний могут потребоваться противоречивые управляющие воздействия. В сочетании с многомерностью это является типичной задачей многокритериальной оптимизации. Полагаем, что компромиссное решение можно получить на основании подхода, описанного в главе II.

Целью решающего устройства является определение оптимальных по суммарным потерям оперативных управляющих воздействий. При этом возникает необходимость в прогнозировании некоторых параметров системы. Полагаем, что принцип прогноза определен. Кроме того, считаем, что система полностью наблюдаема, исходная информация представляет собой вектор, идентифицирующий текущее состояние системы $X(\tau)$ и состояние ресурсов управления $R(\tau)$, а также известно желаемое состояние системы $X^*(\tau)$, ее цель $\langle X_к, t_к \rangle$ и тип. Обобщенный алгоритм принятия решения об оптимальном оперативном управлении (рис. 6) состоит из двух этапов.

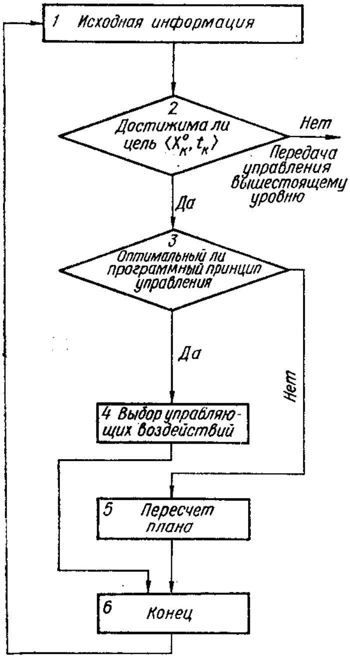


Рис. 6. Блок-схема алгоритма работы решающего устройства.

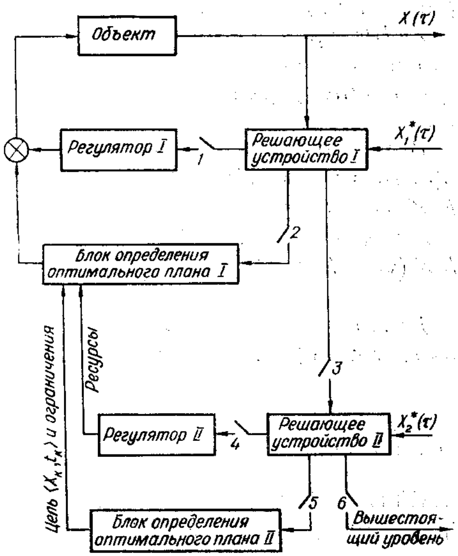


Рис. 7. Блок-схема иерархической системы управления:

1, 4 — ключи, реализующие программное управление; *2, 5* — ключи, реализующие явное управление; *3, 6* — ключи, передающие управление вышестоящему уровню.

1. *Анализ достижимости цели.* Проверяется принципиальная возможность достижения цели системы $\langle X_к, t_к \rangle$ с заданной точностью из идентифицированного состояния

$$X_ф(t_к) \in X_к^0(t_к), \tag{126}$$

где $X_к^0(t_к)$ — область допустимых конечных состояний системы.

Величина этой области определяется требуемой точностью достижения цели. Если цель достижима, то можно перейти к выбору принципа управления; в противном случае управление передается решающему устройству вышестоящего уровня иерархии управления (координатору). Структурная схема управления вышестоящего уровня аналогична представленной на рис. 5. На основании полученной информации координатор (если его ресурсы управления достаточны) может принять одно из двух решений: или изменить ресурсы управления нижнему уровню так, чтобы он мог парировать отклонение (программный принцип управления), или изменить цель $<X_к, t_к>$ нижнему уровню, пересчитав планы всех взаимосвязанных систем (явный принцип управления).

Решение выбирается по минимуму суммарных потерь, т. е. по критерию (106). Если же ресурсы координатора недостаточны для решения задачи, то он передает управление следующему уровню и т. д. (рис. 7).

2. *Выбор принципа управления.* В случае программного управления подключается регулятор и реализуется его алгоритм. При явном управлении пересчитывается программная траектория.

В простейшем случае алгоритм принятия решения является пороговым устройством, реализующим следующие соотношения:

$$\begin{cases} \Delta X(\tau) \leqslant \Delta X^{(1)}(\tau) & \text{— программное управление;} \\ \Delta X^{(1)}(\tau) < \Delta X(\tau) \leqslant \Delta X^{(2)}(\tau) & \text{— явное управление;} \\ \Delta X(\tau) > \Delta X^{(2)}(\tau) & \text{— передача управления координатору.} \end{cases} \qquad (127)$$

Детальный синтез и анализ алгоритмов принятия решения требует конкретизации объекта управления.

Глава IV.

СИНТЕЗ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ ГОРОДА

Особенностью социально-экономических систем, к которым относится город как объект управления, является тесная связь экономических и социальных решений. Поэтому очевидна важность разработки социально-экономических моделей, устанавливающих связь экономических решений с их социальными последствиями. Такие модели принципиально необходимы для оптимизации принимаемых решений (например, в АСПР города как системы, определяющей экономическое и социальное развитие его).

Идентификация модели любого процесса состоит из разработки феноменологической модели и определения ее количественных характеристик. При разработке модели определяют методологию ее построения и структуру.

Построение модели формирования миграционных потоков трудовых ресурсов города основано на общих методологических принципах построения АСУ, в частности, на методологии многофакторного оценивания при построении социально-экономических моделей.

Проблема управления потоками миграции трудовых ресурсов внутри региона (например, в городе) в условиях их дефицита является очень актуальной [36]. Целями управления являются уменьшение текучести кадров и среднего времени между увольнением с работы и поступлением на работу, что соответствует минимизации потерь рабочего времени, а также оптимальное распределение имеющихся трудовых ресурсов между предприятиями региона. Критерием оптимальности достижения указанных целей является максимизация эффективности функционирования региона в целом.

Трудность решения этой проблемы заключается в том, что решения, принимаемые отдельными трудящимися, основаны на свободном выборе и не поддаются прямым управляющим воздействиям. Эти решения определяются широким комплексом опосредствованных экономических, социальных и моральных факторов. Поэтому очевидно, что первым этапом решения задачи управления трудовыми ресурсами должно быть создание модели воздействия перечисленных факторов на формирование миграционных потоков.

§ 12. БАЛАНСНАЯ МОДЕЛЬ МИГРАЦИИ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

В качестве региона рассмотрим город. Предположим, что всю индустрию (в широком понимании) города можно разделить на комплексы, которым соответствуют непересекающиеся профессиональные множества трудовых ресурсов (например, токари, ткачи, слесари, монтажники радиоаппаратуры и т. д.). Переход из одного профессионального множества в другое соответствует уходу во внешнюю среду, которая представляет собой объединение всех профессиональных множеств, кроме рассматриваемого. Возможны два подхода к формированию комплексов:

1) по профессиональному признаку. В этом случае комплекс формируется из множества предприятий, на которых заняты трудовые ресурсы i-й профессии. Таким образом, каждое предприятие входит в j комплексов, где j — число основных профессий, занятых на предприятии;

2) по отраслевому признаку, т. е. по признаку использования примерно одинакового набора профессий (например, машиностроение, отрасли легкой промышленности, торговая индустрия и т. д.). В этом случае каждое предприятие входит только в один комплекс.

В дальнейшем будем рассматривать только одно профессиональное множество трудовых ресурсов X, соответствующее конкретному промышленному комплексу независимо от принципа его формирования. Множество X делится на два подмножества: Y —

работающие и Z — временно неработающие трудовые ресурсы. При этом мощности множеств X, Y и Z являются функциями времени, но в каждый момент выполняется условие

$$X(t) = Y(t) \cup Z(t). \tag{128}$$

Множество работающих $Y(t)$ определяется как объединение

$$Y(t) = \bigcup_R Y_r(t), \quad r = \overline{1, R}, \tag{129}$$

где R — число предприятий, входящих в комплекс.

Динамика изменения каждого $Y_r(t)$ зависит от интенсивности потоков увольняющихся $\Delta^- Y\ (\tau)$ и поступающих на предприятия $\Delta^+ Y_r(\tau)$ сотрудников:

$$Y_r(t) = Y_r(0) + \int_0^t [\Delta^+ Y_r(\tau) - \Delta^- Y_r(\tau)]\, d\tau. \tag{130}$$

При этом

$$\Delta^- Y_r(\tau) = \Delta^- Y'_r(\tau) + \Delta^- Y''_r(\tau), \tag{131}$$

где $\Delta^- Y'_r(\tau)$ — интенсивность потока увольняющихся с предприятия по причинам, не связанным со степенью удовлетворенности местом работы (уход на пенсию, в армию, по болезни и т. д.);

$\Delta^- Y''_r(\tau)$ — интенсивность потока увольняющихся с предприятия с целью поступления на другие предприятия комплекса или ухода во внешнюю среду.

Следовательно, динамика изменения множества занятых трудовых ресурсов определяется уравнением

$$Y(t) = Y(0) + \int_0^t [\Delta^+ Y(\tau) - \Delta^- Y(\tau)]\, d\tau, \tag{132}$$

где $\Delta Y(\tau)$ — суммарные интенсивности соответствующих потоков.

Динамика изменения множества $Z(t)$ определяется интенсивностью обмена с множеством занятых Y и внешней средой:

$$Z(t) = Z(0) - \int_0^t [\Delta^+ Y(\tau) - \Delta^- Y(\tau)]\, d\tau + \int_0^t [\Delta^+ Z(\tau) - \\ - \Delta^- Z(\tau)]\, d\tau, \tag{133}$$

где $\Delta^+ Z(\tau)$, $\Delta^- Z(\tau)$ — интенсивности потоков соответственно прихода трудовых ресурсов из внешней среды и ухода их во внешнюю среду.

Предполагается, что без учета потока $\Delta^- Y'_r(\tau)$ интенсивность обмена множества Z с внешней средой определяется привлекательностью данного промышленного комплекса относительно других комплексов, а интенсивность обмена с каждым предприятием комплекса — относительной привлекательностью этого предприятия [37].

Под привлекательностью понимается некоторая интегральная характеристика, учитывающая экономические, социальные и другие характеристики предприятия, влияющие на принятие решения об увольнении с работы либо поступлении на данное предприятие или в соответствующее профессиональное множество. Обобщенная модель миграции трудовых ресурсов приведена на рис. 8.

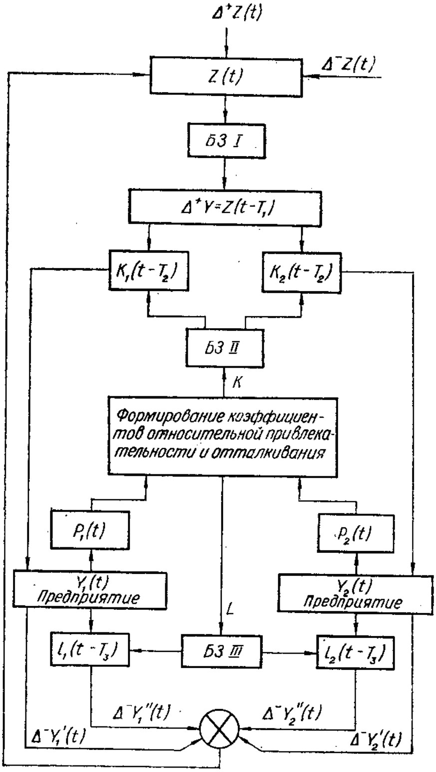


Рис. 8. Структурная схема модели формирования миграционных потоков трудовых ресурсов:

БЗ — блоки запаздывания; K_r — относительные коэффициенты привлекательности предприятий; P_r — характеристики привлекательности предприятий; l_r — относительные коэффициенты отталкивания, определяющие интенсивность увольнения.

§ 13. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

Привлекательность предприятия зависит от степени обеспеченности сотрудников жильем, транспортной доступности, экономических факторов и т. д. Каждый из факторов, определяющих привлекательность предприятия, влияет на интенсивность потоков увольняющихся и поступающих на работу. Попытки установить эти связи пофакторно (например, с помощью регрессионного анализа) очень громоздки из-за большой размерности задачи, нестационарности процесса и необходимости рассмотрения относительных значений факторов, что требует анализа промышленного комплекса в целом. Более перспективным является определение относительной интегральной характеристики привлекательности предприятия, а затем ее связи с миграционными потоками. Поэтому для формализации описанной модели необходимо определить количественные характеристики привлекательности, а также относительные коэффициенты привлекательности и установить связи этих коэффициентов с интенсивностью потоков миграции трудовых ресурсов.

Многофакторность оценки привлекательности и необходимость получения скалярной интегральной характеристики обусловивают общность определения количественных характеристик с синтезом обобщенного критерия эффективности в проблеме многокритериальной оптимизации (см. главу II). С этой точки зрения и рассмотрим указанную проблему.

Основными факторами, определяющими привлекательность предприятия, являются степень обеспеченности сотрудников жилищным фондом, интенсивность поступления нового жилищного фонда, величина общественных затрат на одного работающего, величина фонда материального поощрения, степень обеспеченности дошкольными учреждениями, престижность предприятия, транспортная доступность, мощность системы подготовки кадров, условия труда и совершенство его организации.

В зависимости от конкретных особенностей региона и промышленного комплекса этот список может оказаться неполным или избыточным. Он может быть уточнен по результатам изучения конкретной миграционной ситуации. Однако рассматриваемая ниже методика формирования оценок привлекательности предприятия не является критической к числу факторов и в этом смысле универсальна.

Трудности определения количественных оценок привлекательности предприятия, как интегральной характеристики, учитывающей все локальные факторы, связаны с необходимостью формализации каждого из них, т. е. приведения к виду, допускающему количественную оценку его полезности, и с выбором формы обобщенной характеристики. Неопределенность формулирования локальных факторов обусловливает эффективность использования для решения этих задач теории размытых множеств.

Размытое множество определяется следующим образом [38]. Пусть $A=\{a\}$ — некоторое множество. Размытое множество S на множестве A задается функцией принадлежности $\mu_s : A \to [0, 1]$, которая ставит в соответствие $\forall\ a \in A$ действительное число в интервале $[0, 1]$. Число $\mu_s\ (a)$ показывает степень принадлежности a размытому множеству S. Чем ближе $\mu_s\ (a)$ к единице, тем выше степень принадлежности a к S. Для дискретных множеств A размытое множество записывается в виде пар

$$S=\{a,\ \mu_s(a)\}. \tag{134}$$

Как показано в § 5, выбор вида функции принадлежности $\mu_s\ (a)$ субъективен. Однако этот субъективизм носит принципиальный характер, связанный со степенью определенности информационного описания наилучшего значения фактора и с видом функции «ценности» фактора от его конкретного значения [26].

Представив все локальные факторы привлекательности в виде размытых множеств, для каждого r-го предприятия получаем две векторные оценки: одну в пространстве значений факторов

$$\overline{P}_r=\{p_{r1}, \ldots,\ p_{rn}\}, \tag{135}$$

где n — число факторов, а вторую — в пространстве значений функций принадлежности

$$M_r = \{\mu_{r1}(p_{r1}), \ldots, \mu_{rn}(p_{rn})\}. \tag{136}$$

Эти векторные оценки позволяют ранжировать привлекательность предприятий только на множестве подчиненных оценок [17]. Для ранжирования на множестве неподчиненных оценок необходимо выбрать обобщенную оценку. Эту оценку следует определять по вектору M, потому что он более информативен по сравнению с вектором $\overline{P}$, так как учитывает ценность значения фактора относительно некоторого наилучшего значения.

Таким образом, задача сводится к выбору вида обобщенной оценки, в основу которого может быть положено два принципа: мультипликативная или аддитивная теория полезности. Для решения подобной задачи в работе [39] используется мультипликативная оценка. В нашем случае такая оценка не приемлема: если оценка одного из факторов принимает нулевое значение, то обобщенная оценка тоже превращается в нуль. Это не соответствует действительности, так как для различных групп трудовых ресурсов локальные факторы имеют различную, в том числе и нулевую, ценность (для человека, обеспеченного жилплощадью, соответствующий фактор привлекательности имеет нулевую ценность). Поэтому в основу интегральной оценки положена аддитивная теория полезности. В силу того что каждый индивидум имеет свое представление о ценности локальных факторов, индивидуальная привлекательность предприятия определяется скаляром $P_и$:

$$P_и = \frac{1}{n} M d, \tag{137}$$

где M — вектор-строка $(1 \times n)$, составленная из значений функций принадлежности по локальным факторам;

d — вектор-столбец $(n \times 1)$ индивидуальных предпочтений.

С точки зрения моделирования потоков миграции трудовых ресурсов внутри региона индивидуальные оценки (137) представляют интерес только при определении усредненного вектора предпочтения для характерных поло-возрастных групп (социальных индивидов) [40], на которые можно разделить профессиональное множество трудовых ресурсов. Тогда для f-й группы скалярная оценка, характеризующая привлекательность предприятия,

$$P_f = \frac{1}{n} M D_f, \tag{138}$$

где D_f — матрица-столбец $(n \times 1)$ группового предпочтения.

§ 14. ВЫБОР ВИДА ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ЛОКАЛЬНЫХ ФАКТОРОВ И ФОРМИРОВАНИЕ МИГРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

Функция принадлежности должна быть универсальной (одна и та же форма для всех локальных факторов), а также должна позволять формирование линейных и нелинейных оценок, обладать инвариантностью к виду экстремума фактора (минимум или максимум) и хорошей приспособленностью к эвристике использования в имитационных моделях. В наибольшей степени указанным требованиям отвечает форма

$$\mu(p) = \left(\frac{p - p_{\inf}}{p_{\sup} - p_{\inf}}\right)^{\varepsilon}, \qquad (139)$$

где p — значение фактора;

$p_{\sup}$, $p_{\inf}$ — соответственно наилучшее и наихудшее значения этого фактора, характерные для рассматриваемого комплекса;

ε — коэффициент нелинейности.

Функция (139) полностью удовлетворяет перечисленным требованиям. Выбор ее конкретного вида сводится к определению ε, $p_{\sup}$ и $p_{\inf}$, что можно осуществить на основании изучения статистических материалов по миграции трудовых ресурсов или путем экспертных оценок. Причем эти параметры определяются особенностями конкретных региона и комплекса.

Для примера рассмотрим такие конкретные функции принадлежности, как престижность предприятия и транспортная доступность.

Предполагаем, что основным показателем, характеризующим престижность предприятия внутри комплекса, является его мощность, которая сильно коррелирована с численностью работающих. По этому параметру и построим функцию принадлежности $\mu_1(p)$ размытого множества престижности. В качестве $p_{1\sup}$ выбираем численность работающих на самом крупном предприятии комплекса; $p_{1\inf} = 0$, что дает возможность получить ненулевые оценки для самых мелких предприятий; ε_1 должно быть меньше единицы, что отражает нелинейность локальной привлекательности предприятия в зависимости от численности работающих. Действительно, при изменении численности работающих с 1 до 2 тыс. чел. привлекательность изменяется сильнее, чем при изменении с 10 до 11 тыс. работающих. Конкретное значение ε следует определять с помощью экспертных оценок или на основе социологических исследований.

Такая функция принадлежности, как транспортная доступность $\mu(p_2)$, является относительной оценкой времени поездки до предприятия (с учетом существующих транспортных средств) от центров основных селитебных территорий города (с учетом их «весов» по количеству трудовых ресурсов данной профессиональной ориентации или численности населения). Таким образом, для i-го предприятия

$$p_{2i} = \frac{\sum_{j=1}^{m} a_j \tau_{ij}}{m}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{140}$$

где m — число селитебных территорий;

τ_{ij} — время поездки от центра j-й селитебной территории до i-го предприятия.

Весовые коэффициенты a_j определяются по формуле

$$a_j = \frac{N_j}{\sum_{j=1}^{m} N_j}, \tag{141}$$

где N_j — численность трудовых ресурсов или населения, проживающего на j-й селитебной территории.

В качестве $p_{2\sup}$ выбирается наименьшее, а в качестве $p_{2\inf}$ — наибольшее время из множества τ_{ij}. Величина ε_2 определяется оценкой потерь одинакового приращения времени на поездку при различных значениях ее продолжительности τ. Если предположить, что эта оценка уменьшается с ростом τ, то $\varepsilon_2 < 1$.

Функции принадлежности по остальным локальным факторам привлекательности предприятия можно сформулировать аналогичным образом.

Рассмотренные примеры позволяют выделить правила для эвристики выбора параметров функции (139). Так как нас интересуют относительные региональные оценки, то в качестве $p_{\sup}$ целесообразно выбирать наилучшее значение фактора, существующее на предприятиях комплекса, а в качестве $p_{\inf}$ — наихудшее существующее или гипотетическое значение. Значение параметра ε определяется видом и степенью нелинейности оценки «ценности» приращения фактора в зависимости от его абсолютной величины.

Значения векторов M_r(136) привлекательности локальных факторов для каждого из r предприятий комплекса позволяют сформировать матрицу локальных оценок комплекса

$$\mathrm{M} = \| \mu_{rl} \|, \quad r = \overline{1, R}, \quad l = \overline{1, n}, \tag{142}$$

где R и n — соответственно число предприятий и локальных факторов привлекательности.

Матрица групповых предпочтений имеет вид

$$D = \| d_{lf} \|, \quad f = \overline{1, F}, \tag{143}$$

где F — число поло-возрастных групп, на которое делится профессиональное множество трудовых ресурсов.

С учетом (142) и (143) матрица привлекательности предприятий комплекса для различных поло-возрастных групп, пронормированная по числу факторов,

$$P = \frac{1}{n} \mathrm{M} D = \| p_{rf} \|. \tag{144}$$

Пронормируем матрицу P так, чтобы сумма коэффициентов привлекательности по локальному фактору не превосходила единицы. Тогда матрица коэффициентов привлекательности

$$K = \left\| \frac{p_{rf}}{\sum\limits_{r=1}^{R} p_{rf}} \right\|. \tag{145}$$

Если численность поло-возрастных групп множества временно не работающих представить в виде матрицы $Z = \|z_{f1}\|$, то величины потоков поступающих на работу, дифференцированных по предприятиям, определяются матрицей

$$\Delta^+ Y = KZ. \tag{146}$$

Будем полагать, что общее число увольняющихся с предприятий комплекса трудящихся различных поло-возрастных групп

$$\Delta^- \overline{Y}_f = Y_f \nu_f, \tag{147}$$

где Y_f — численность работающих f-й поло-возрастной группы;
ν_f — коэффициент мобильности f-й группы.

Коэффициент мобильности зависит от разностей привлекательностей предприятий внутри комплекса, комплексов региона и различных регионов в целом. Дифференцирование потоков увольняющихся по предприятиям комплекса производится матрицей

$$\Delta^- Y = L \Delta^- \overline{Y}, \tag{148}$$

где $\Delta^- \overline{Y} = \| \Delta^- Y_{f1} \|$;
$L = \| 1 - K_{rf} \|$ — матрица-дополнение к матрице коэффициентов привлекательности K.

С учетом динамики конечные формулы рассмотренной модели формирования миграционных потоков будут иметь следующий вид:

для потоков поступающих на предприятие

$$\Delta^+ Y(t) = K(t - T_2)\, Z(t - T_1); \tag{149}$$

для увольняющихся

$$\Delta^- Y(t) = L(t - T_3)\, \Delta^- \overline{Y}(t), \tag{150}$$

где T_1, T_2 и T_3 — среднее время соответственно пребывания трудовых ресурсов в множестве временно неработающих, осознания привлекательности и осознания непривлекательности предприятия.

Предложенный подход к моделированию миграционных потоков трудовых ресурсов между предприятиями индустриального комплекса можно применить для анализа миграции между различными комплексами региона и между регионами в целом. Эти модели являются необходимой составной частью моделей, требующихся для построения комплексной автоматизированной системы управления трудовыми ресурсами.

Глава V.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АСУ ГОРОДСКИМ ОБЩЕСТВЕННЫМ ТРАНСПОРТОМ

Городской общественный транспорт (ГОТ) является системообразующим фактором, обеспечивающим объединение отдельных городских районов в единый организм. Он непосредственно влияет на миграцию кадров, а также на экономическое и социальное развитие города через такие факторы, как свободное время населения, транспортная доступность промышленных, культурно-бытовых и административных зон города и транспортная усталость.

При управлении городским общественным транспортом, как и при управлении любой подсистемой городского хозяйства, необходимо решать задачи программирования и оперативного управления. При этом имеется в виду уровень управления технологией функционирования ГОТ, так как определение необходимых ресурсов, видов транспорта, перспектив развития маршрутной сети и другие вопросы решаются на координирующем уровне, в частности, на уровне АСПР города.

§ 15. ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА АСУГОТ

Основные особенности и задачи АСУ. АСУГОТ имеет следующие основные особенности [41—45]. Это человеко-машинная система, в которой технические средства осуществляют автоматизированный сбор, передачу, обработку информации и выдачу результатов решения в виде рекомендуемого варианта, а человек принимает и реализует решение. АСУГОТ — централизованная система планирования и управления всеми видами городского общественного транспорта, которая функционирует на территории всех районов, входящих в черту города. Функционирование АСУГОТ предусматривает применение одного типа ЭВМ, единого комплекса технических средств, единой сети каналов связи периферийных устройств с централизованными службами, единой информационной базы и математического обеспечения.

К основным проблемам, решаемым на базе АСУГОТ, относятся определение пассажиропотоков и планирование перевозок на основе обработки и анализа материалов транспортных обследований, распределение подвижного состава по маршрутам и составление графиков его движения, планирование и развитие технических средств транспорта, работы персонала и составление нормативных документов, оптимальное использование резервов и маневрирование ими для достижения бесперебойности и регулярности перевозок, оперативное планирование и регулирование эксплуатационной работы с созданием динамической модели процесса перевозки пассажиров, инженерные и экономические проблемы, в том числе оптимизация материально-технического снабжения, а также все виды учета.

Основными задачами АСУГОТ являются следующие:

долгосрочное планирование (на год и более) — прогноз и планирование пассажиропотоков, развитие технических средств и материально-технического снабжения ремонтных предприятий;

квартальное и месячное планирование — составление планов пассажироперевозок;

оперативное планирование (на 5—7 суток и менее) и текущее планирование — оптимальная организация управления движением городского общественного транспорта;

оперативно-статистический и бухгалтерский учеты — интегральная обработка основных первичных документов и учета труда, расчет заработной платы и путевых листов;

непосредственное управление транспортными единицами и их потоками — диспетчерское управление на линии, а также управление движением на дорогах и перекрестках.

Структура АСУГОТ. Для решения этих задач в системе предполагается выделение трех функциональных подсистем: «Планирование», «Оперативное управление», «Учет и анализ пассажироперевозок».

В подсистеме «Планирование» осуществляется оперативное, текущее, перспективное планирование и прогнозирование работы ГОТ, изучение пассажиропотоков, обоснование развития транспортной сети и маршрутных схем, нормирование скоростей движения подвижного состава ГОТ, распределение подвижного состава по маркам и маршрутам, составление расписания и графиков движения.

Подсистема «Оперативное управление» предназначена для реализации оптимальных планов пассажироперевозок, разработанных подсистемой «Планирование», и решает следующие задачи: координированное оперативное управление всеми видами ГОТ в реальном масштабе времени; накопление статистической информации о работе ГОТ и пассажиропотоках с целью дальнейшего совершенствования перевозочного процесса; сбор, обработку и накопление информации для составления учебно-отчетной документации.

Подсистемы «Планирование» и «Оперативное управление» готовят входную информацию для подсистемы «Учет и анализ пассажироперевозок», которая в свою очередь подготавливает исходную информацию для подсистемы «Планирование».

Эти три подсистемы являются составными элементами функциональной структуры АСУГОТ, включающей в себя комплекс экономических и организационных методов.

Функциональная структура определяет общие основы оптимального планирования и управления транспортом: организационную структуру АСУГОТ, перечень искомых величин и управляющих параметров, цель управления, критерии оценки эффективности ее достижения, комплекс методов учета результатов и анализа технико-экономических показателей работы ГОТ, принципов взаимодействия и требований к АСУГОТ и ее подсистемам, а также системную структуру типовых моделей по направлениям работ.

Обеспечивающая часть АСУ состоит из информационной базы, комплекса технических средств и математического обеспечения. Информационная база определяет объем, унификацию и функциональную схему потоков, систему шифров и кодировки, типы носителей и принципы контроля информации.

Техническая база АСУГОТ представляет собой координированную сеть вычислительных центров с дистанционной передачей информации. Она должна предусматривать сочетание решения задач городского общественного транспорта в целом и данного вида транспорта по единой методике с интегральной обработкой информации, общность методики и совместимость критериев оптимальности при выполнении сходных расчетов для разных видов транспорта, стандартизацию кодирования информации и форм документов; автоматизацию (по возможности) сбора первичных данных, единый алгоритмический язык для записи машинных программ, типизацию средств вычислительной техники и передачи данных с учетом имеющихся и перспективных технических средств, приведение в соответствие структуры управления отдельными видами общественного транспорта и функциональной схемы автоматизированной системы управления городским общественным транспортом.

Математическое обеспечение АСУГОТ, составляющее более 50% объема работ [46], включает разработку методов кодирования исходных данных и объектов с максимальным использованием средств автоматического сбора данных в местах их зарождения, исследование способов формирования массивов первичных данных, удовлетворяющих требованиям интегральной обработки, для целей всех видов учета, планирования и управления, выбор алгоритмического языка, создание комплекса взаимоувязанных алгоритмов и машинных программ с учетом конечной цели выдачи решений своевременно и в удобной форме.

Серьезного изучения требует технология сбора, передачи, хранения и обработки информации. Новые методы управления часто приводят к коренному пересмотру потоков информации, видов учета и отчетности.

Сложность структуры АСУГОТ, необходимость переработки большого количества разнообразной информации и невозможность одноэтапного построения АСУ делают обоснованным использование иерархического принципа построения АСУГОТ. Такое построение вытекает из особенностей системы управления городским транспортом. Для большой системы, состоящей из значительного числа взаимосвязанных объектов, централизованная одноуровневая система управления практически неосуществима. В этом случае для функционирования АСУГОТ потребуется переработка весьма значительных объемов информации в ограниченное время, что технически неосуществимо. Иерархический принцип построения АСУ позволяет устранить этот недостаток расчленением системы на части с установленными отношениями подчиненности. При этом АСУ низшего уровня предназначены для решения локальных задач управления отдельными объектами, которые требуют переработки относительно малых объемов информации. На долю АСУ следующего, более высокого уровня приходятся те задачи управления, которые обеспечивают согласованное функционирование АСУ низшего уровня. Использование иерархического принципа построения АСУГОТ позволяет достигнуть резкого сокращения объемов перерабатываемой информации на каждом уровне управления.

Этапность разработки АСУГОТ должна определиться необходимостью решения задач первостепенной важности с учетом того, что решение одних задач дает исходную информацию для других. Таким классом первоочередных задач является диспетчерское управление, в процессе реализации которого формируется информация для корректировки и дальнейшего совершенствования плана перевозок.

§ 16. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ДИСПЕТЧЕРСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Вопросам организации диспетчерского управления транспортными системами уделяется особое внимание как в нашей стране, так и за рубежом. Характерным является модернизация систем диспетчерского управления с использованием современных технических средств для сбора, передачи, хранения, переработки и выдачи информации в реальном масштабе времени, а также применение ЭВМ для выработки рекомендаций диспетчерскому аппарату. В качестве технических средств используются электронные устройства для определения дислокации подвижного состава, его наполнения и подсчета пассажиропотоков, а также радиотелефонная связь. Так, автоматизированная система управления движением наземного городского пассажирского транспорта [47] контролирует точность движения подвижного состава на линии в соответствии с заданным расписанием и степенью наполняемости, своевременно выявляет опасности возникновения сбоев в движении, осуществляет оперативные мероприятия, направленные на ликвидацию нарушений в расписании и регулярности движения.

Основой функционирования этой системы является постоянный обмен информацией по радиоканалу между центральным управляющим пунктом и каждой единицей подвижного состава, находящейся на линии.

Вопросам совершенствования диспетчерского управления движением ГОТ большое внимание уделяют в АКХ им. К. Д. Памфилова СКБ Промавтоматика (Омск), НТПО Ленсистемотехника, НИИАТе, Эстонском отделении ЦЭМИ АН СССР, НИКТИ ГХ (Киев) и в других организациях, а также непосредственно в отраслевых транспортных предприятиях [48].

Автоматизированную систему управления диспетчерской службой (АСУДС) можно представить иерархической системой

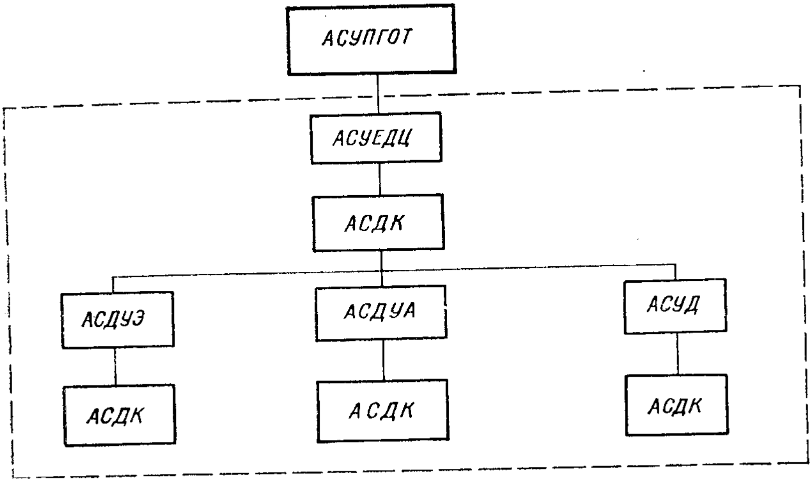


Рис. 9. Организационная структура АСУ диспетчерской службой:

АСУПГОТ — АСУ предприятиями городского общественного транспорта; АСУЕДЦ — АСУ единым диспетчерским центром; АСДК — автоматизированная система дистанционного контроля; АСДУЭ — автоматизированная система диспетчерского управления электротранспортом; АСДУА — автоматизированная система диспетчерского управления автотранспортом; АСУД — автоматизированная система управления дорожным движением.

(рис. 9). АСУДС организационно входит в автоматизированную систему управления и планирования предприятиями городского общественного транспорта.

Автоматизированные системы диспетчерского управления отдельными видами транспорта решают задачи контроля за движением на линии, диспетчерского управления движением транспортных единиц, определения эксплуатационных показателей работы подвижного состава, составления отчетности на всех фазах работы подвижных единиц, накопления и обработки статистических данных.

Задачи координированного диспетчерского управления решает АСУ единым диспетчерским центром, функциями которой являются оперативное перераспределение подвижных единиц наиболее мобильных видов городского транспорта в случае внеплановых изменений пассажиропотоков, а также резервирование работы электротранспорта автобусным для ликвидации сбоев в движении.

АСУ дорожным движением координирует управление уличным движением на основе текущей информации о характеристиках транспортных потоков в пространстве и времени.

Значительную роль во всем процессе диспетчерского управления должны играть автоматические системы дистанционного контроля, служащие для обеспечения постоянного потока информации диспетчерскому центру, двусторонней радиосвязи между оператором и водителем и автоматического определения местоположения транспортных единиц с целью улучшения расписания движения и маршрутов, а также для установления надежной системы аварийного оповещения.

Иерархичность построения АСУГОТ требует согласования целей подсистем, критериев эффективности и методов оптимизации для нахождения эффективного решения транспортных задач на различных уровнях иерархии. Это обеспечит выполнение главной цели АСУГОТ — максимального удовлетворения потребности населения в перевозках при минимальных эксплуатационных расходах.

§ 17. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИИ АСУГОТ

Основной целью функционирования ГОТ является удовлетворение потребности населения в передвижениях. Критерий эффективности характеризует степень соответствия системы своему назначению. Это может быть среднее время пребывания ее в рабочем состоянии, скорость передачи информации, математическое ожидание выходного эффекта, точность работы системы, экономические оценки и т. д.

Общий подход к оценке эффективности. Основные требования, предъявляемые к показателям эффективности больших систем, и методологические основы их формирования изложены в главе II. Однако при анализе различных систем их необходимо конкретизировать с целью учета особенностей системы.

По своему характеру реализуемые критерии эффективности можно разделить на технические и экономические. Критерии технической эффективности представляют собой итоги сравнения назначения средств и результатов их использования, т. е.

$$K_т = E_т(W,\ W_и), \tag{151}$$

а критерии экономической эффективности — итоги сравнения результатов применения средств и затрат на их создание и эксплуатацию:

$$K_э = E_э(W_и,\ C), \tag{152}$$

где $W_и$ — результат использования средства по назначению;
C — затраты на его создание и эксплуатацию;

W — назначение средства, которое можно определить как результат применения средств в случае, когда стоящие перед ними задачи выполняются в полном объеме [49].

Так, в работе [50] при решении вопросов организационной структуры управления городским пассажирским транспортом результат использования подвижного состава определяется показателем

$$W_{\text{н}} = \frac{D_{\text{ф}}}{P_{\text{ф}}} K_l K_{\text{ст.п}} Y_{\text{к}}, \tag{153}$$

где $D_{\text{ф}}$ и $P_{\text{ф}}$ — фактические величины соответственно доходов от перевозок и эксплуатационных расходов;

K_l — коэффициент расстояния поездки пассажиров, устраняющий влияние поездки на численное значение дохода от перевозки;

$K_{\text{ст.п}}$ — коэффициент, учитывающий структуру парка подвижного состава;

$Y_{\text{к}}$ — интегральный показатель качества обслуживания пассажиров.

Затраты C зададим как удельные затраты на управление городским пассажирским транспортом на одного работника системы:

$$C = \frac{З_{\text{д}}}{N}, \tag{154}$$

где $З_{\text{д}}$ — затраты на управление;

N — общая численность работников всей системы.

Показатель качества организационной системы (табл. 2) найдем из соотношения

$$K = \frac{W_{\text{и}}}{C}, \tag{155}$$

аналогичного [47].

Анализ результатов показывает преимущество централизованной формы управления городским пассажирским транспортом.

В зависимости от цели проводимого исследования и способа сравнения показателей W и $W_{\text{и}}$, $W_{\text{и}}$ и C существует два основных вида критериев:

$$K_{\text{т}} = W - W_{\text{и}}; \tag{156}$$

$$K_{\text{э}} = W_{\text{и}} - C; \tag{157}$$

$$K'_{\text{т}} = \frac{W_{\text{и}}}{W}; \tag{158}$$

$$K'_{\text{э}} = \frac{W_{\text{и}}}{C}. \tag{159}$$

Таблица 2. **Эффективность различных форм управления пассажирским транспортом**

Форма управления	$W_и$	C	K
Децентрализованная (трамвай, троллейбус)	1,31	0,226	5,796
Частично централизованная (трамвай+троллейбус, автобус)	1,4	0,215	6,512
Централизованная (трамвай+троллейбус+автобус)	1,46	0,212	6,887

Критерии (156) — (159) можно использовать при решении задач, основанных на сравнительной оценке эффективности существующих и проектируемых систем. Однако применение критериев (158) и (159) при решении задач является более удобным, поскольку вычисление разности показателей во многих случаях значительно труднее вычисления их отношения. Так, при вычислении разности ($W_и$—C) значения $W_и$ и C должны выражаться в стоимостном виде, что во многих случаях затруднено. В то же время при определении показателя (159) можно пользоваться как стоимостным, так и натуральным выражением $W_и$.

Основную трудность представляет определение количественных значений величин, входящих в критерии. Решить эту задачу можно только с учетом конкретных особенностей системы. Для транспортных систем перспективным является подход, основанный на теории игр.

Игровые критерии. При определении эффективности какой-либо операции необходимо выяснить, что мы хотим получить в результате проведения данной операции и какие средства для этого необходимы. Некоторый результат можно поставить в соответствие некоторому воздействию, потому что осуществление какого-либо действия без получения результата бессмысленно. Согласно терминологии теории игр этот результат называют доходом, или выигрышем от данной операции.

Критерий эффективности представим отношением вида (158), где $W_и$ и W — соответственно полный и идеальный доходы от решения данной задачи или использования данных средств. Полный доход является разностью реального дохода и затрат, т. е. фактически представляет собою прибыль, полученную при решении данной задачи или использовании данных средств. Идеальный доход приписывается данной задаче или данным средствам. При определении эффективности решения данной задачи набором некоторых средств идеальный доход — это доход, который получился бы в результате полного решения данной задачи при отсутствии затрат. Так, если фиксированы начальные условия и известен конечный доход, под идеальным доходом понимают приращение стоимости в процессе решения задачи.

Наличие многочисленных случайных факторов в транспортных процессах делает обоснованным применение к ним теории игр, занимающейся конкурирующими моделями (например, при определении места конечной остановки, управлении транспортными единицами и персоналом и т. д.). Подобные задачи представляют собой прямоугольные игры, а их решение заключается в нахождении цены игры и ее оптимальных стратегий.

Большинство задач игрового характера в транспортных системах не антагонистичны. Их скорее можно рассматривать как игру «разумного существа» против «сил природы». Но даже и в игре с ненулевой суммой против «сил природы» игрок должен определить, какой минимум он может себе гарантировать при совершенно неблагоприятном стечении обстоятельств.

Часто анализ деятельности природы позволяет определить вероятность применения ее стратегий. В этом случае задача нахождения цены игры проста и равна максимальному математическому ожиданию выигрышей игрока. Подобные задачи встречаются при решении вопросов оптимального планирования, когда решение необходимо выбирать среди нескольких альтернатив с высокой экономией расходов при большом риске и низкой экономией — при малом риске.

Рассмотрим задачу выбора вида транспорта на заданном маршруте. Игроки: проектировщик (игрок P_1), применяющий стратегию $\{S_1, S_2, ..., S_m\}$, т. е. проектирующий различные виды и типы транспорта, и сама магистраль (игрок P_2), мощность которой характеризуется совокупностью параметров (пропускной и провозной способностей линии, схемы сети, себестоимости пассажироперевозок, финансовых затрат и т. д.). Характеристики маршрута заданы стратегией $\{U_1, U_2, ..., U_n\}$. Матрица эффективности для принятия решений имеет вид

$$\begin{array}{c|cccc|}
 & U_1 & U_2 & \ldots & U_n \\
S_1 & a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\
S_2 & a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\
\vdots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
S_m & a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn}
\end{array}, \tag{160}$$

где a_{ij} — потери транспортной системы при j-й характеристике маршрута и i-м виде транспорта.

Оптимальной стратегией проектировщика будет стратегия, минимизирующая потери K:

$$K = \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} U_j \right) S_i \tag{161}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} S_i = 1; \quad \sum_{i=1}^{n} U_j = 1; \quad S_i, \quad U_j \geqslant 0.$$

Если значения U_j известны, то задача нахождения рационального вида транспорта с точки зрения минимума потерь сводится к задаче линейного программирования

$$\min \left(K = \sum_{i=1}^{m} a_i S_i\right) \tag{162}$$

при выполнении условий

$$\sum_{i=1}^{m} S_i = 1; \quad S_i \geqslant 0.$$

Оптимальная стратегия позволяет проектировщику, исходя из пассажиропотока, определить необходимое количество различных видов транспорта для данной магистрали. Если характеристики магистрали допускают применение только одного вида транспорта, то решение следует искать в области чистых стратегий.

Пусть, например, имеется платежная матрица вида

$$\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 \end{array} \\ \left\|\begin{array}{cccc} 48 & 6 & 24 & 46 \\ 44 & 48 & 69 & 61 \\ -8 & -83 & -83 & -46 \end{array}\right\| \end{array} \tag{163}$$

$$\{U_1, U_2, U_3, U_4\} = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{20}, \frac{1}{5}\right\}.$$

Так как проектировщик рассматривает возможность применения одного вида транспорта (трамвай, троллейбус, автобус), то множество его чистых стратегий для данного примера состоит из трех векторов:

$$(1, 0, 0); \quad (0, 1, 0); \quad (0, 0, 1).$$

Решение находится из условия

$$\min \left(K_i = \sum_{j=1}^{4} a_{ij} U_j\right), \tag{164}$$

т. е. min (25, 51, —57).

Таким образом, лучшим с точки зрения принятого критерия является автобус.

Несколько усложняется задача, если анализ деятельности транспортного процесса позволяет выделить только некоторое подмножество U его возможных стратегий. В этом случае перед нами игра с ограничениями и, если U представляет выпуклое подмножество евклидова пространства, то справедлива теорема о минимаксе [51]. В этом случае задачу удобно представить как разделимую игру с ограничениями.

Если смешанная стратегия игрока P_1 есть вектор

$$s = \{s_1, s_2, \ldots, s_m\}; \quad \sum_{i=1}^{m} s_i = 1, \quad 0 \leqslant s_i \leqslant 1,$$

а смешанная стратегия игрока P_2 — вектор

$$u = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}; \quad \sum_{i=1}^{n} u_j = 1, \quad 0 \leqslant u_j \leqslant 1,$$

то математическое ожидание выигрыша P_1 есть билинейная форма координат s и u. Множества S и U (с учетом ограничений) являются замкнутыми, ограниченными и выпуклыми.

Таким образом, получаем следующую разделимую игру: P_1 выбирает точку $s \in S$, P_2 — точку $u \in U$, а платеж есть билинейная форма $K(s, u)$. Задача отыскания оптимальных стратегий игроков сводится к отысканию критических точек пространств $S(s)$ и $U(u)$.

Аппарат теории игр позволяет построить критерий для расчета эффективности больших систем, в частности, системы управления городским общественным транспортом.

Представим АСУГОТ двухполюсником, выходом которого являются функция выходного эффекта, аналогичная (46), т. е.

$$W = W[\varphi, \psi], \tag{165}$$

и отражающая степень удовлетворения требований пассажиров, и функция сложности системы, аналогичная (45), т. е.

$$C = C[\varphi, \psi], \tag{166}$$

и являющаяся показателем негативных факторов, связанных с системой. Здесь φ — функция построения системы, а ψ — функция, характеризующая внешние условия.

Игровой характер динамики поведения предлагаемой модели транспортной системы можно реализовать за счет введения предположения о наличии двух конкурирующих сторон: конструктора АСУГОТ, стремящегося изменить функцию построения системы φ, чтобы обеспечить максимизацию функции выходного эффекта W (минимизацию функции сложности C), и противника, стремящегося изменением внешних условий ψ минимизировать максимальное значение выходного эффекта W (максимизировать функцию сложности C).

В качестве показателя эффективности АСУГОТ можно рассматривать величину

$$K = W_{\max\min} - C_{\min\max}. \tag{167}$$

Существенным преимуществом игрового критерия является возможность учета неопределенных факторов, для которых известна только область их распределения, однако, несмотря на его универсальность, практическое применение этого критерия ограничено из-за сложности расчета платежной матрицы.

Глава VI.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСПЕТЧЕРСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ОБЩЕСТВЕННЫМ ТРАНСПОРТОМ

В комплексе задач управления ГОТ первоочередным является диспетчерское управление, так как в процессе его формируется информация для корректировки и совершенствования плана перевозок. Кроме того, задачи диспетчерского управления по сравнению с задачами планирования и материально-технического обеспечения обладают относительной простотой, а эффект от их решения проявляется наиболее быстро.

§ 18. ОРГАНИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТА НА МАРШРУТЕ

Программный принцип управления. Автоматизированные системы диспетчерского управления [52] основаны на различных способах организации движения транспорта. Наиболее распространенным при выбранной маршрутной схеме является способ, представленный на рис. 10.

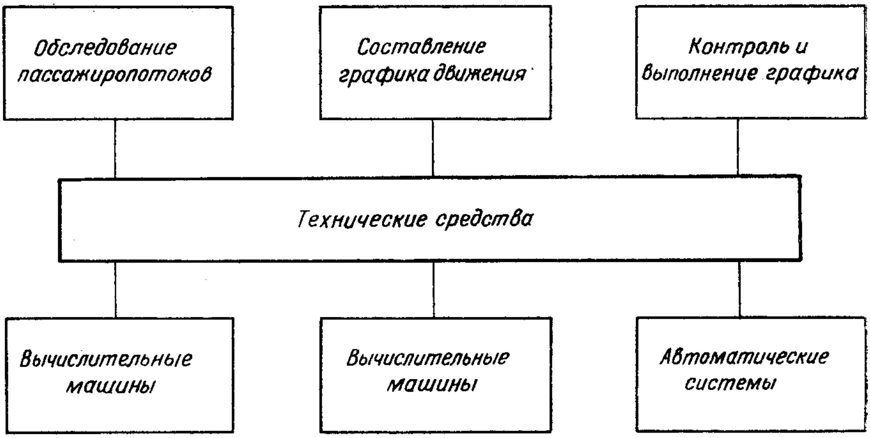


Рис. 10. Этапы организации движения транспорта по программному принципу управления.

Целью диспетчерской системы управления при такой организации движения ГОТ является как можно более точное соблюдение графика. Система в этом случае является терминальной с дискретным взаимодействием с внешней средой в моменты подхода к остановкам. Преимуществом указанного способа организации движения является возможность поэтапной его реализации. Однако, несмотря на применение даже совершенных технических средств, он не позволяет наилучшим образом организовать процесс пассажироперевозок.

Обследование пассажиропотоков известными методами [53—57] — весьма трудоемкий и длительный процесс. Он требует привлечения большого количества счетных работников для получения исходных данных и подготовки материалов в соответствующем виде для вычислительной машины. Даже при использовании вычислительной техники процесс обработки результатов занимает несколько месяцев и требует серьезной затраты средств.

Составление расписания, основанное на предположении, что пассажиропотоки в течение 3—4 лет остаются неизменными, не соответствует действительности.

В некоторых городах [58—60] контроль за графиком движения осуществляется с помощью автоматических средств. Специальная система дискретно определяет местонахождение каждого экипажа и передает эту информацию на центральный диспетчерский пункт (ЦДП) в визуальном (табло) или печатном (график) виде, т. е. реализует программный принцип управления. Однако контроль за разработанным графиком и стремление всех транспортных единиц двигаться по графику еще не указывает на то, что перевозочный процесс организован оптимальным образом. С точки зрения обслуживания пассажиров при опоздании против графика одной из транспортных единиц, движение впереди идущего транспорта по графику хуже, чем если бы он тоже опаздывал в каких-то пределах. При внезапном увеличении пассажиропотока на определенном участке оптимальным будет движение не по графику, а с локальным сгущением интервалов между транспортными единицами на этом участке.

Исследуем, например, изменение очереди пассажиров на остановке в зависимости от закона распределения подхода транспортных средств в случае стационарного режима [61]. Для этого транспортное обслуживание будем рассматривать как задачу теории очередей, где пассажиры представляют собой поток требований, подлежащих обслуживанию. Ограничение на обслуживание состоит в наличии конечного числа мест в машине и допустимых периодов, связанных с подходом транспорта к остановке. Систему рассмотрим в дискретные моменты времени отправления транспорта. Пусть интервалы времени между последовательными отправлениями машин распределены по закону $B(t)$.

Если X и Z — число пассажиров в очереди соответственно в n-й и $(n+1)$-й моменты отправления транспорта, то они между собою связаны зависимостью

$$Z = X - J + K, \qquad (168)$$

где J — число обслуженных пассажиров, определяемое законом распределения свободных мест $P_{N,j}$ ($P_{N,j}$ — вероятность того, что в транспорте из N мест j свободны на рассматриваемой остановке);

K — число вновь прибывших пассажиров за рассматриваемое время.

Если число прибывающих пассажиров к остановке считать распределенным по закону Пуассона с параметром γ, то вероятность того, что к моменту прибытия очередной машины поступит K пассажиров, равна

$$\pi_K = P(\xi = K) = \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma u}(\gamma u)^K}{K!}\, dB(u)$$

с производящей функцией

$$\Pi(S) = \sum_{K=0}^{\infty} \pi_K S^K = \int_0^\infty e^{-\gamma(1-S)u}\, dB(u) = \beta[\gamma(1-S)].$$

Последнее выражение записано в терминах преобразования Лапласа-Стильтьеса.

Возведем выражение (168) в квадрат и возьмем математическое ожидание

$$Z^2 = X^2 + J^2 + K^2 - 2XJ + 2XK - 2KJ;$$

$$0 = \mathrm{M}\,J^2 + \mathrm{M}\,K^2 - 2\mathrm{M}\,XJ + 2\mathrm{M}\,XK - 2\mathrm{M}\,KJ.$$

Учитывая, что случайные величины X, J и K независимы, получим:

$$\mathrm{M}\,X = \frac{\mathrm{M}\,J^2 + \mathrm{M}\,K^2 - 2\mathrm{M}\,K\,\mathrm{M}\,J}{2(\mathrm{M}\,J - \mathrm{M}\,K)}; \tag{169}$$

$$\mathrm{M}\,K = \Pi'(1) = -\gamma\beta'(0) = \gamma b_1;$$

$$\Pi''(1) = \sum_{K=0}^{\infty}(K^2 - K)\pi_K = \mathrm{M}\,K^2 - \mathrm{M}\,K;$$

$$\Pi''(1) = \gamma^2\beta''(0) = \gamma^2 b_2,$$

где $b_1 = \int_0^\infty t\, dB(t)$ и $b_2 = \int_0^\infty t^2\, dB(t)$ — соответственно первый и второй моменты функции $B(t)$.

Итак,

$$\mathrm{M}\,K^2 = \gamma^2 b_2 + \gamma b_1.$$

Для расчета величин Mj и Mj^2 можно воспользоваться производящей функцией числа свободных мест

$$K(S) = \sum_{i=0}^{N} P_{N,i} S^i.$$

Окончательно формулу (169) можно записать в виде

$$\mathrm{M}\,X = \frac{\gamma^2 b_2 + \gamma b_1 + (1 - 2\gamma b_1)K'(1) + K''(1)}{2[K'(1) - \gamma b_1]}. \tag{170}$$

Из выражения (170) видно, что подход транспорта по регулярному закону распределения является оптимальным в смысле минимума длины очереди MX, так как коэффициент b_2 в этом случае равен нулю.

Явный принцип управления. Принципиально новый подход к проблеме автоматизации управления движением основан на реализации явного принципа управления транспортом [62]. При выработке концепции учитывается технически отработанное определение фактической наполняемости экипажа и передачи этой информации на ЦДП, что позволяет обойти этап обследования пассажиропотоков. График движения составляется оперативно в процессе самого движения по трем исходным данным: загрузке экипажей, их местоположению и характере изменения пассажиропотоков за какой-то предыдущий период времени, который может служить аналогом.

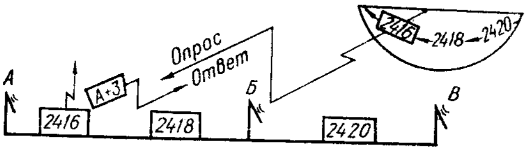


Рис. 11. Определение координат единицы транспорта на маршруте:

А, Б, В — радиомаяки; 2416, 2418, 2420 — номера транспортных единиц.

Вычислительная машина, определив по указанным исходным данным оптимальный для данного момента график, сопоставляет с ним фактическое положение экипажей и передает на каждый экипаж в отдельности время его отклонения от оптимального графика. Это время и является заданием каждому водителю на дальнейший режим движения для достижения оптимального процесса перевозок по всем маршрутам.

Каждый экипаж оборудуется устройствами, которые «запоминают» номер экипажа (маршрут, выпуск), его координаты и нагрузку. Последние две величины являются переменными. Координаты подвижной единицы определяются следующим образом. Вдоль маршрута в характерных его точках устанавливаются радиомаяки (рис. 11). Экипаж, проходя мимо радиомаяка, «запоминает» его номер, служащий одной из координат местонахождения экипажа. При дальнейшем движении к этой координате добавляется цифра, получаемая запоминающим устройством от спидометра экипажа и показывающая, сколько сот метров после радиомаяка проехал экипаж. Таким образом, местонахождение экипажа 2416 на рис. 11 оценивается как $A + (3 \cdot 100\ м)$, т. е. экипаж находится на расстоянии 300 *м* от радиомаяка *А*.

Аппаратура экипажа выполнена так, что накопленная ею информация (номер маршрута и выпуска, координаты, нагрузка) может быть автоматически с помощью радиоустройства считана аппаратурой ЦДП, а аппаратура ЦДП может передать на экипаж определенную информацию. Принятая экипажем информация передается водителю через пульт (рис. 12). В окне *5* установлены цифровые лампы, показывающие водителю, какая разница во времени между фактическим положением его экипажа и требуемым; например, если водитель опаздывает на 2 *мин*, то в окне *5* горит цифра «2». В окне *6* цифровые лампы показывают водителю максимально допустимую скорость. Эта скорость сопоставляется с фактической, определяемой по спидометру, и при ее превышении срабатывает автоматическое торможение экипажа. В окнах *3* и *4* установлены идентичные по конструкции диаскопические устройства, представляющие собой параллелепипед размерами 25×35×65 *мм* и состоящий из экрана, линз и ламп с микрофильмами текстов. На микропленках заранее написаны тексты, составленные из 5—8 слов, информирующие водителя или отдающие ему какие-то стандартные команды (например, «Внимание, впереди уклон»). На этом же пульте установлены переключатель номера маршрута *1*, индикатор номера маршрута *8*, переключатель номера выпуска *2* и индикатор номера выпуска *7*. Перед выездом из депо водитель с помощью переключателей *1* и *2* устанавливает обе эти цифры, служащие исходными данными автоматическому устройству для распознания экипажа.

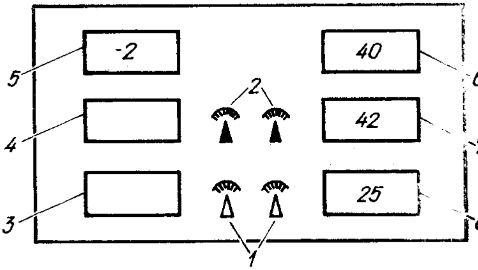


Рис. 12. Пульт водителя:

1, *8* — переключатель и индикатор номера маршрута; *2*, *7* — переключатель и индикатор номера выпуска; *3*, *4* — информационные диаскопические устройства; *5* — информация об отставании от графика; *6* — максимально допустимая скорость.

Счетно-решающая машина, получая периодически информацию с ЦДП, по характеру изменения пассажиропотока разрабатывает оптимальный для данной ситуации график движения при заданных условиях оптимизации (равномерность нагрузки, пределы колебания интервалов и т. д.). Затем машина сопоставляет ею же разработанный график с фактическим положением экипажей, определяет отклонение во времени и передает через радиоустройства это отклонение на каждый экипаж, где водитель видит его в окне *5*. Не имея заранее разработанного расписания движения, водитель выбирает режим движения своего экипажа, ориентируясь исключительно на цифру, горящую в окне *5*. Таким образом, система позволяет корректировать график движения транспортных единиц при малейших изменениях пассажиропотоков.

Цель создания такой системы — повышение привлекательности общественного транспорта за счет улучшения качества обслуживания пассажиров.

§ 19. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ГОРОДСКОГО ТРАНСПОРТА

Рассмотрим маршрут, состоящий из m остановок, пронумерованных в порядке их следования: 1, 2, ..., m, где 1 — начало маршрута, m — конечная остановка [63]. Время следования от $(j-1)$-й до j-й остановки, измеренное между моментами прибытия транспорта, есть случайная величина с функцией распределения $A_j(t)$. Таким образом, время стоянки на $(j-1)$-й остановке включено в функцию распределения $A_j(t)$.

Рассмотрим число занятых мест в транспортной единице на j-й остановке как систему с ограниченной очередью, считая, что входящий и выходящий потоки представляют собой группы требований случайного состава, определяемые вероятностями a_r^j и b_r^j соответственно. Это означает, что если в момент времени t поступило групповое требование, то с вероятностью a_r оно содержит r требований. С учетом замечания относительно построения функции $A_j(t)$ выход из системы обслуживания и вход в нее происходят мгновенно.

Поскольку загруженность транспортной сети обусловлена входящим и выходящим пассажиропотоками, то можно считать функции $A_j(t)$ показательно распределенными с параметрами λ_j. Следовательно, моменты поступления групп требований теперь являются пуассоновскими.

В некоторый момент времени t_0 система находится в состоянии k, если в ней имеется k пассажиров. Обозначим через $P_{ik}(t)$ вероятность перехода системы за время t из состояния i в состояние k. Рассмотрим всевозможные изменения состояния системы в интервале времени $(t, t+\Delta t)$.

1. В момент времени $(t+\Delta t)$ система пуста или находится в состоянии 0, если в момент времени $t=0$ в нее поступило i требований, при следующих условиях:

а) за время t система перешла из состояния i в состояние 0 с вероятностью $P_{i0}(t)$; в течение последующего времени Δt групп требований не поступило:

$$P_{i0}^{(1)}(t+\Delta t) = (e^{-\lambda_j \Delta t} + 1 - e^{-\lambda_j a_0 \Delta t}) P_{i0}(t); \tag{171}$$

разлагая выражение (171) в ряд и оставляя члены порядка Δt, его можно записать в виде

$$P_{i0}^{(1)}(t+\Delta t) = [1 - \lambda_j (1-a_0) \Delta t] P_{i0}(t); \tag{172}$$

б) в момент времени t система характеризуется вероятностью $P_{is}(t)$, за время Δt может быть обслужена группа не менее s, при этом поступлений в систему не произошло;

$$P_{i0}^{(2)}(t+\Delta t) = (1 - \lambda_j \Delta t + \lambda_j a_0 \Delta t) \lambda_j \Delta t \left(\sum_{s=1}^{N} P_{is}(t) \sum_{r=s}^{N} b_r\right) \tag{173}$$

(выражение (173), как и всюду в дальнейшем, записано с учетом разложения показательных функций в ряд); таким образом,

$$P_{i0}(t+\Delta t)=P_{i0}^{(1)}(t+\Delta t)+P_{i0}^{(2)}(t+\Delta t). \qquad (174)$$

2. В момент времени $(t+\Delta t)$ в системе находится k пассажиров $(1\leqslant k\leqslant N-1)$ при условии, что N — число мест в транспортной единице, а в момент $t=0$ в системе было i пассажиров. Такая ситуация возможна при одном из условий:

а) за время t система перешла из состояния i в состояние k, а за последующее время Δt не произошло обслуживания и поступления:

$$P_{ik}^{(1)}(t+\Delta t)=[(1-\lambda_j\Delta t)^2+\lambda_j(a_0+b_0)\Delta t]\,P_{ik}(t); \qquad (175)$$

б) за время t система перешла из состояния i в состояние $(k-s)$ и за время Δt поступила группа s требований, но обслуживания не произошло:

$$P_{ik}^{(2)}(t+\Delta t)=(1-\lambda_j\Delta t+\lambda_j b_0\Delta t)\,\lambda_j\Delta t\sum_{s=1}^{k}a_s^j P_{i,\,k-s}(t); \qquad (176)$$

в) в момент времени t в транспортной единице находилось $(k+s)$ требований, если в момент $t=0$ в ней было i требований и за время Δt вышла группа s требований с вероятностью b_s, но поступлений не произошло:

$$P_{ik}^{(3)}(t+\Delta t)=(1-\lambda_j\Delta t+\lambda_j a_0\Delta t)\,\lambda_j\Delta t\sum_{s=1}^{N-k}b_s^j P_{i,\,k+s}(t), \qquad (177)$$

$$k=1,\,2,\,\ldots,\,N-1;$$

$$P_{ik}(t+\Delta t)=P_{ik}^{(1)}(t+\Delta t)+P_{ik}^{(2)}(t+\Delta t)+P_{ik}^{(3)}(t+\Delta t).$$

3. За время $(t+\Delta t)$ система перешла из состояния i в состояние N. Это возможно при одном из условий:

а) в момент времени t система находилась в состоянии N, если в момент $t=0$ в ней было i требований и за время Δt обслуживания не произошло:

$$P_{iN}^{(1)}(t+\Delta t)=(1-\lambda_j\Delta t+\lambda_j b_0\Delta t)\,P_{iN}(t); \qquad (178)$$

б) за время t система перешла из состояния i в состояние $(N-s)$ и за время Δt поступила группа не менее s требований, но обслуживания не произошло:

$$P_{iN}^{(2)}(t+\Delta t)=(1-\lambda_j\Delta t+\lambda_j b_0\Delta t)\,\lambda_j\Delta t\left(\sum_{s=1}^{N}P_{i,\,N-s}(t)\sum_{r=s}^{\infty}a_r^j\right); \qquad (179)$$

$$P_{iN}(t+\Delta t)=P_{iN}^{(1)}(t+\Delta t)+P_{iN}^{(2)}(t+\Delta t).$$

Пренебрегая членами, малыми по сравнению с Δt, и переходя к пределу, получим систему дифференциальных уравнений, характеризующих изменение состояния транспортной системы в зависимости от времени:

$$\frac{\mathrm{d}P_{i0}}{\mathrm{d}t} = -\lambda_j(1-a_0^j)P_{i0} + \lambda_j\sum_{s=1}^{N}P_{is}\left(1-\sum_{r=0}^{s-1}b_r^j\right);$$

$$\frac{\mathrm{d}P_{ik}}{\mathrm{d}t} = [-2\lambda_j + \lambda_j(a_0^j + b_0^j)]P_{ik} + \lambda_j\sum_{s=1}^{k}a_s^jP_{i,k-s} +$$

$$+\lambda_j\sum_{s=1}^{N-k}b_s^jP_{i,k+s}, \qquad (180)$$

$$k = 1, 2, \ldots, N-1;$$

$$\frac{\mathrm{d}P_{iN}}{\mathrm{d}t} = -\lambda_j(1-b_0^j)P_{iN} + \lambda_j\sum_{s=1}^{N}P_{i,N-s}\left(1-\sum_{r=0}^{s-1}a_r^j\right);$$

$$\sum_{i=0}^{\infty}a_i^j = 1;\quad \sum_{i=0}^{N}b_i^j = 1;\quad \sum_{k=0}^{N}P_{ik}(t) = 1;$$

$$P_{ik}(0) = \delta_{ik},$$

где

$$\delta_{ik} = \begin{cases}0 & \text{при } i \neq k;\\ 1 & \text{при } i = k.\end{cases}$$

Вероятность отказа пассажиру в обслуживании на j-й остановке находим из условия

$$q_j = \sum_{s=0}^{N}P_{is}\sum_{k=0}^{s}b_k^j\sum_{i=N-s+k+1}^{\infty}a_i^j,\quad j = 1, 2, \ldots, m. \qquad (181)$$

Далее определим вероятности a_r^j и b_r^j. Пусть число пассажиров, входящих и выходящих на j-й остановке в момент времени t, задается соответственно функциями $\varphi_r^j(t)$ и $\psi_r^j(t)$. Величина группы зависит от интервала подхода транспортных средств к j-й остановке. Пусть этот интервал является случайной величиной с функцией распределения $C_j(t)$. Тогда

$$a_r^j = \int_0^{\infty}\varphi_r^j(t)\,\mathrm{d}C_j(t); \qquad (182)$$

$$b_r^j = \int_0^{\infty}\psi_r^j(t)\,\mathrm{d}C_j(t). \qquad (183)$$

Если считать функции $\varphi_r^j(t)$ и $\psi_r^j(t)$ пуассоновскими, а интервалы подхода к j-й остановке логарифмически нормально распределенными, то формулы (182) и (183) примут вид

$$a_r^j = \frac{\lg l}{\sigma_j\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-a_jt}\frac{(a_jt)^r}{tr!}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln t-\ln C_j)^2}{2\sigma_j^2}}\,\mathrm{d}t; \qquad (184)$$

$$b_r^j = \frac{\lg l}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \int\limits_0^\infty e^{-b_j t} \frac{(b_j t)^r}{tr!} e^{-\frac{(\ln t - \ln C_j)}{2\sigma_j^2}} \, d\,t,$$

где C_j — среднее значение интервала подхода транспортных средств к j-й остановке;

σ_j — среднеквадратичное отклонение случайной величины $\ln\ t$;

a_i, b_j — среднее число соответственно входящих и выходящих пассажиров на j-й остановке в единицу времени.

Рассмотрим процесс движения. Пусть $[t_1, t_m]$ — отрезок времени, в течение которого транспортная единица проходит весь маршрут; $t_1, t_2, ..., t_m$ — моменты поступления групп требований. Интервал времени между $(j-1)$-м и j-м поступлениями

$$\Delta t_j = t_j - t_{j-1}, \quad j = 2, 3, \ldots, m;$$

$$\lambda_j = \frac{1}{\Delta t_j}\ . \tag{185}$$

На конечной остановке (начало маршрута) в момент времени t_1 транспортная единица пуста, следовательно, в качестве начального условия берем

$$P_{0k} = \delta_{0k}, \quad k = 0, 1, \ldots, N.$$

К моменту подхода транспорта к следующей остановке система уже функционировала; вероятности изменения системы определяются из уравнений (180). Заметим, что каждая последующая остановка связана с поступлением на предыдущем этапе одной группы требований. Поэтому временной интервал, на котором поступила только одна группа требований, есть случайная величина с функцией распределения $f(t)$, равная композиции двух показательно распределенных случайных величин.

Для j-й остановки

$$f(t) = \lambda_j^2\, t\, e^{-\lambda_j t}\ . \tag{186}$$

Задаваясь уровнем значимости ε, можно найти время T_j, в течение которого произойдет обслуживание пассажиров на j-й остановке:

$$P(t \geqslant T_j) = \int\limits_{T_j}^{\infty} \lambda_j^2\, t\, e^{-\lambda_j t}\, d\,t \leqslant \varepsilon; \tag{187}$$

$$\lambda_j T_j + 1 \leqslant \varepsilon\, e^{\lambda_j T_j}\ .$$

Математическое ожидание числа занятых мест для j-й остановки за время T_j находим по формуле

$$n_j = E\left[\sum_{k=0}^{N} k P_{0k}(T_j)\right], \quad 0 \leqslant n_j \leqslant N, \tag{188}$$

где E означает выделение целой части от функции при начальном условии

$$P_{n_j k} = \delta_{n_j k}, \quad 0 \leqslant k \leqslant N.$$

Ввиду того что система дифференциальных уравнений требует продолжительного машинного счета, для практической реализации этой модели предлагается статистическая интерпретация, обладающая еще и тем преимуществом, что интервалы подхода транспорта к остановкам могут иметь произвольные функции распределения.

§ 20. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ТРАНСПОРТА НА МАРШРУТЕ

Алгоритм решения математической модели, предложенный в § 19, показан на рис. 13.

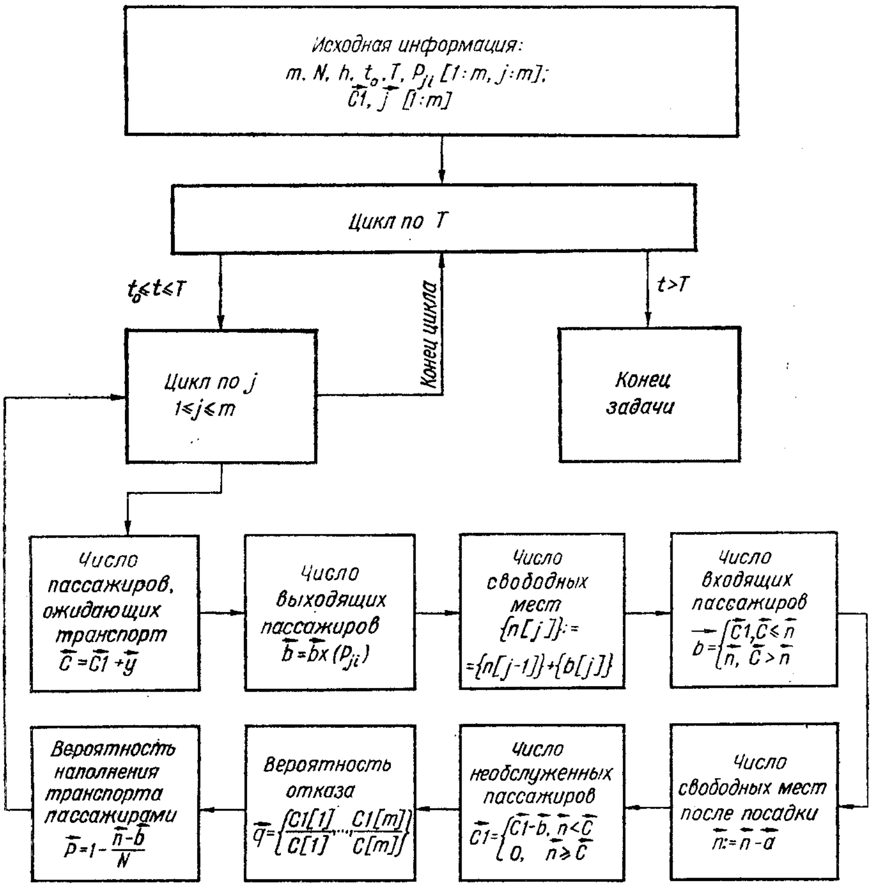


Рис. 13. Блок-схема алгоритма управления движением транспорта на маршруте.

Основная исходная информация:

m — число остановок на маршруте;

N — вместимость подвижных единиц;

h — средний интервал движения транспорта;

(t_0, T) — временной интервал, на котором рассматривается движение транспорта;

P_{ji} — условная матрица распределения, элементы которой означают вероятность того, что пассажир, вошедший на j-й остановке, выйдет на i-й, считая от начала маршрута;

$$\sum_{i=j}^{m} P_{ji} = 1, \quad j = 1, 2, \ldots, m.$$

Число пассажиров, ожидающих транспорт на j-й остановке, при условии, что интервалы подхода транспорта имеют функцию распределения $C_j(t)$, определяется выражением (182).

Способы формирования случайных величин изложены в работах [64, 65].

Для формирования случайных величин с заданным законом распределения можно воспользоваться следующей теоремой [64]: если случайная величина η имеет плотность распределения $f(y)$, то распределение случайной величины

$$x = \int_0^{\eta} f(y)\,\mathrm{d}y \tag{189}$$

является равномерным в интервале [0, 1].

Согласно этой теореме для дискретной случайной величины C, равной числу пассажиров, ожидающих транспорт на j-й остановке с вероятностью a_r^j [формула (182)], можно брать равномерно распределенные в интервале [0, 1] случайные числа и проверять справедливость неравенства

$$l_{n-1} < x_j \leqslant l_n, \tag{190}$$

где $l_n = \sum\limits_{i=0}^{n} a_r^j, \quad r = 0, 1, 2, \ldots, \; l_{n-1} = 0.$

Если неравенство (190) выполнимо, то очередное случайное число C принимается равным n.

Согласно исследованиям [66] число пассажиров, ожидающих транспорт на j-й остановке, можно считать пуассоновским со средним значением $\gamma_j t$:

$$a_r^j = \frac{(\gamma_j t)^r}{r!} \mathrm{e}^{-\gamma_j t}. \tag{191}$$

При наличии S совмещенных маршрутов интенсивность входящего пассажиропотока для k-го маршрута γ^k, например, можно рассчитать по формуле

$$\gamma_j^{(k)} = \gamma_j \frac{q_k}{\sum\limits_{i=1}^{s} q_i} P(x < l_S), \tag{192}$$

где q_k — число транспортных единиц k-го маршрута;

$P(x<l_s)$ — вероятность того, что длина поездки по k-му маршруту меньше общей протяженности S маршрутов l_s

Для получения случайных чисел, имеющих распределение Пуассона

$$P_n = \frac{a^n}{n!} e^{-a}, \quad (193)$$

можно пользоваться предельной теоремой [64]: если P_n — вероятность наступления события A при одном испытании, то вероятность наступления k событий при n независимых испытаниях и $n \to \infty$, $P_n \to 0$, асимптотически равна (193).

Выберем достаточно большое n — такое, чтобы

$$P_n = \frac{a}{n}$$

оказалось меньше единицы. Будем проводить серии по n независимых испытаний, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью P_n, и подсчитывать число y_i случаев фактического наступления события A в серии с номером i. Числа y_i будут приближенно следовать закону Пуассона, причем тем точнее, чем больше n. Практически n следует выбирать так, чтобы P_n было не более 0,1 — 0,2.

Алгоритм получения последовательности случайных чисел состоит в следующем. Из совокупности случайных чисел с равномерным распределением в интервале [0, 1] выбирается число x_j и сравнивается с P_n. Если $x_j<P_n$, то к содержимому специальной ячейки, которая носит название счетчик числа событий, прибавляется единица, а если $x_j \geqslant P_n$ — нуль. После проведения n испытаний такого рода содержимое счетчика числа событий считывается и используется в качестве случайного числа с законом распределения Пуассона.

Использование квазиравномерного распределения случайной величины x при реализации алгоритма на электронной цифровой машине при достаточно большой разрядной сетке вычислительной машины приводит к незначительной погрешности [64].

Алгоритм (см. рис. 13) реализован на ЭВМ для пуассоновского закона распределения числа пассажиров, прибывающих к j-й остановке.

Интервал движения транспортных средств считали нормально распределенным со средним значением h; среднеквадратичное отклонение для каждой остановки $\sigma_j = 1/3$.

Если a_i — число пассажиров, входящих на i-й остановке, то число пассажиров, выходящих на j-й остановке, определялось зависимостью

$$b_j = \sum_{i=1}^{j} a_i P_{ji}. \quad (194)$$

Матрицу (P_{ji}) составляли на основании статистических данных (табл. 3). По данным матрицы (P_{ji}) при различных интенсивностях входящего потока и интервалах следования транспорта результаты расчетов для конкретного маршрута представлены в табл. 4. Эти результаты усреднены по 20 оборотам транспортных единиц. Счет варианта составлял 10 *с*, при этом были использованы датчики случайных чисел нормального и пуассоновского законов распределения.

Оптимальный интервал следования транспортных единиц следует выбирать из условий соответствия норм провозной способности и допустимой вероятности отказа пассажиру в обслуживании. Так, при средней нагрузке транспорта не менее 60% и средней вероятности отказа пассажиру в обслуживании за рассматриваемое время $q_j \leqslant 0{,}2$ в табл. 4 выделены интервалы следования транспорта как оптимальные.

Рассмотренные модели для определения степени загрузки транспортной единицы на маршруте позволяют оптимально находить количество потребных транспортных единиц в зависимости от вероятностей наполнения подвижного состава и отказа пассажиру в обслуживании в процессе движения. При поступлении сведений об изменении потока пассажиров по данному алгоритму можно исследовать необходимость изменений в расписании движения.

Таблица 3. **Условная матрица распределения числа пассажиров, выходящих на остановках**

Номер остановки	P_{ji}												
1	0	0,01	0,02	0,07	0,02	0,06	0,1	0,15	0,2	0,15	0,06	0,06	0,1
2		0	0,01	0,06	0,04	0,07	0,1	0,15	0,2	0,15	0,08	0,06	0,08
3			0	0,01	0,01	0,03	0,1	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,1
4				0	0,01	0,02	0,06	0,25	0,3	0,08	0,08	0,1	0,1
5					0	0,01	0,07	0,25	0,25	0,15	0,09	0,08	0,1
6						0	0,01	0,05	0,2	0,18	0,3	0,1	0,15
7							0	0,01	0,04	0,25	0,3	0,2	0,2
8								0	0,1	0,1	0,3	0,3	0,2
9									0	0,1	0,1	0,5	0,3
10										0	0,1	0,2	0,7
11											0	0,2	0,8
12												0	1
13													1

§ 21. ПЛАНИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ОБОРОТА

Оценка влияния возмущений на расписание движения городского общественного транспорта показывает, что под воздействием случайных факторов имеются существенные отклонения во времени оборота подвижного состава.

Таблица 4. **Вероятность наполнения транспортных единиц и отказа пассажиру в посадке на остановках**

j	γ_j	$t=2$						$t=3$						$t=3,5$					
		P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$	P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$	P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$
1	4	0,08	0,09	0,1	0	0	0	0,1	0,15	0,17	0	0	0	0,12	0,17	0,19	0	0	0
2	6	0,19	0,21	0,25	0	0	0	0,25	0,34	0,38	0	0	0	0,35	0,39	0,41	0	0	0
3	8	0,36	0,4	0,43	0	0	0	0,47	0,5	0,55	0	0	0	0,56	0,62	0,7	0	0	0
4	10	0,47	0,54	0,61	0	0	0	0,76	0,8	0,9	0	0	0	0,91	0,93	1	0	0	0
5	2	0,47	0,54	0,61	0	0	0	0,82	0,86	0,9	0	0	0	0,96	0,99	1	0,08	0,21	0,55
6	3	0,54	0,61	0,68	0	0	0	0,87	0,9	0,94	0	0	0	1	1	1	0,54	0,84	0,97
7	6	0,62	0,7	0,78	0	0	0	0,91	0,99	1	0,08	0,12	0,52	1	1	1	0,83	0,88	0,96
8	4	0,59	0,66	0,69	0	0	0	0,85	0,9	0,83	0	0	0	0,94	0,98	1	0,02	0,02	0,25
9	2	0,49	0,52	0,56	0	0	0	0,66	0,7	0,78	0	0	0	0,72	0,72	0,81	0	0	0
10	1	0,38	0,4	0,44	0	0	0	0,49	0,56	0,63	0	0	0	0,57	0,62	0,66	0	0	0
11	2	0,26	0,28	0,3	0	0	0	0,41	0,47	0,53	0	0	0	0,46	0,49	0,53	0	0	0
12	1	0,14	0,17	0,19	0	0	0	0,25	0,31	0,37	0	0	0	0,3	0,32	0,35	0	0	0
$m=12$	$\sum_{1}^{12}\gamma_j=49$	$P_2=\frac{1}{12}\sum_{1}^{12}P_{ср}=0,46$			$q_2=\frac{1}{12}\sum_{1}^{12}q_{ср}=0$			$P_3=0,63$			$q_3=0,01$			$P_{3,5}=0,7$			$q_{3,5}=0,17$		

Продолжение табл. 4

j	γ_j	$t=1,5$						$t=2$						$t=2,5$					
		P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$	P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$	P_m	$P_{ср}$	$P_м$	q_m	$q_{ср}$	$q_м$
1	8	0,08	0,14	0,19	0	0	0	0,12	0,18	0,21	0	0	0	0,17	0,22	0,24	0	0	0
2	7,5	0,19	0,26	0,35	0	0	0	0,25	0,36	0,39	0	0	0	0,33	0,4	0,44	0	0	0
3	6,5	0,29	0,36	0,45	0	0	0	0,38	0,47	0,5	0	0	0	0,48	0,51	0,57	0	0	0
4	15	0,46	0,52	0,59	0	0	0	0,6	0,71	0,82	0	0	0	0,8	0,89	0,94	0	0	0
5	3	0,47	0,63	0,66	0	0	0	0,65	0,77	0,88	0	0	0	0,88	0,93	0,99	0	0	0
6	10	0,56	0,7	0,79	0	0	0	0,82	0,87	1	0	0,17	0,17	1	1	1	0,43	0,81	0,98
7	7	0,62	0,77	0,86	0	0	0	0,87	0,97	1	0,1	0,14	0,47	1	1	1	0,44	0,9	0,97
8	6	0,6	0,71	0,77	0	0	0	0,86	0,84	0,98	0	0	0	0,94	0,99	1	0,03	0,12	0,32
9	5	0,55	0,58	0,66	0	0	0	0,7	0,78	0,86	0	0	0	0,78	0,85	0,9	0	0	0
10	5	0,46	0,51	0,59	0	0	0	0,61	0,72	0,8	0	0	0	0,74	0,8	0,84	0	0	0
11	5	0,36	0,42	0,44	0	0	0	0,55	0,68	0,67	0	0	0	0,64	0,67	0,79	0	0	0
12	1	0,2	0,26	0,29	0	0	0	0,36	0,41	0,44	0	0	0	0,43	0,44	0,5	0	0	0
$m=12$	$\sum_{1}^{12}\gamma_j=79$	$P_{1,5}=\frac{1}{12}\sum_{1}^{12}P_{ср}=0,49$			$q_{1,5}=\frac{1}{12}\sum_{1}^{12}q_{ср}=0$			$P_2=0,64$			$q_2=0,03$			$P_{2,5}=0,75$			$q_{2,5}=0,15$		

Уменьшение оборачиваемости подвижного состава является причиной ожидания транспорта пассажирами и способствует его большей перегрузке. В отдельных случаях при слишком больших задержках транспортных единиц происходит их выпадание из графика оборота. При прибытии на конечную остановку раньше запланированного по графику времени ухудшается степень использования транспорта за счет снижения провозной способности.

При определении оптимального времени оборота подвижного состава необходимо исходить из двух крайних случаев [67]: из максимально наблюдаемого (t_m) и минимально наблюдаемого (t_l) на практике времени оборота подвижного состава (рис. 14).

При максимально наблюдаемом времени оборота каждая транспортная единица может уложиться в расписание. При этом очень большим будет неиспользованное время прибывающих раньше, чем по расписанию, транспортных единиц. Относительно исследуемого периода t_m сумма всего избыточного времени ожидания

$$\sum \Delta t = \sum_{i=l}^{m} S_i (t_m - t_i), \qquad (195)$$

где S_i — число наблюдений;

t_i — реальное время оборота;

t_m — запланированное время оборота (максимально возможное).

Избыточное время соответствует количеству полных оборотов

$$N_m = E\left[\frac{\sum\limits_{i=l}^{m} S_i (t_m - t_i)}{t_m}\right]. \qquad (196)$$

В случае движения без перебоев его можно было бы сэкономить.

Символ E в формуле (196) означает выделение целого числа.

По отношению к общему числу необходимых оборотов доля резервного их числа составляет

$$\frac{N_m}{\sum\limits_{i=l}^{m} S_i} 100\%. \qquad (197)$$

В случае большого рассеивания функции распределения времени оборота при малых интервалах движения подвижного состава может потребоваться больше транспортных единиц для освоения одного и того же пассажирооборота.

При планировании времени оборота подвижного состава по минимально наблюдаемому t_l (см. рис. 14) все транспортные единицы, за исключением наиболее быстро прибывающей, будут прибывать с запаздыванием, вследствие чего может уменьшиться предусмотренная расписанием оборачиваемость. Суммируя время запаздывания и деля эту сумму на время оборота транспортных единиц, получим число оборотов, не соответствующих запланированным по графику:

$$N_l = E\left[\frac{\sum\limits_{i=l}^{m} S_l\,(t_i - t_l)}{t_l}\right]. \tag{198}$$

С учетом (198) доля оборотов, по своей величине превосходящих запланированное значение, определяется выражением

$$\frac{N_l}{\sum\limits_{i=l}^{m} S_i}\,100\%. \tag{199}$$

В этих условиях подвижной состав, время оборота которого соответствует расписанию, был перегружен. Возрастание перегруженности пропорционально числу оборотов, не соответствующих графику.

Желаемым временем оборота транспортных единиц будет оптимум, находящийся между этими двумя крайними значениями. При нахождении оптимума во внимание можно принимать многие факторы. Если поставить целью уменьшение диспетчерского руководства, в качестве времени оборота можно взять наиболее часто наблюдаемое время $t_м$. Этот метод рационален в том случае, когда кривая распределения времени оборота имеет малую дисперсию. В противном случае может произойти так, что наряду с выбором наиболее часто наблюдаемого оборота транспорт-

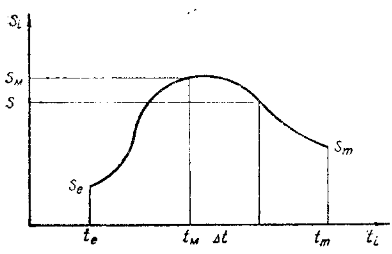


Рис. 14. Кривая частоты времени оборота.

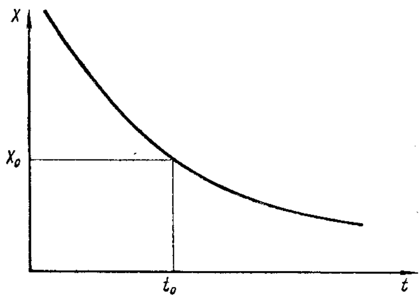


Рис. 15. Определение времени оборота.

ных единиц в качестве планируемого (в результате несоответствия графику части оборотов подвижного состава) провозная способность, особенно в часы «пик», превысит нормальную.

С учетом изложенного в качестве фактора оптимизации за основу предлагается принимать наполнение подвижного состава. При этом планируемое время оборота должно быть таким, чтобы выпадение из графика движения предусмотренных оборотов транспортных единиц по причине их запаздывания не приводило к наполнению свыше оптимальных норм.

Число оборотов транспортных единиц не соответствующих запланированному времени оборота, для различных значений t определяется по формуле (рис. 15)

$$X = \frac{\sum\limits_{t_i > t}^{m} S_i (t_i - t)}{\sum\limits_{i=l}^{m} S_i t} 100\%. \qquad (200)$$

Если N — допустимое наполнение транспорта, то допустимое соотношение оборотов, не соответствующих графику,

$$X = \left(1 - \frac{100}{N}\right) 100\%. \qquad (201)$$

Следовательно, время оборота подвижного состава можно находить графически, как показано на рис. 15.

Глава VII.

ПЛАНИРОВАНИЕ РЕМОНТНЫХ РАБОТ НА ТРАНСПОРТЕ

Транспортные системы относятся к системам с восстанавливаемыми элементами. Поэтому оптимальная организация ремонта элементов транспортной системы во многом определяет эффективность работы городского общественного транспорта в целом.

§ 22. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО РЕМОНТА ГОРОДСКИХ УЛИЦ И ДОРОГ

Качественное содержание улиц и дорог оказывает влияние на их работоспособность, увеличение срока службы, снижение себестоимости перевозок, обеспечение безопасности движения пешеходов и транспорта. Для этого регулярно проводят текущий (в том числе аварийный), капитальный и восстановительный ремонты магистралей.

По характеру функционирования элементы улиц и дорог представляют собой систему многократного использования, для которой характерно наличие периодов работы, чередующихся с периодами простоя вследствие возможных случайных отказов. Эффективность функционирования элементов улиц и дорог повышается при увеличении межремонтных сроков их службы и, следовательно, может быть оценена при помощи коэффициента готовности $K_г$ как предела:

$$K_г = \lim_{T \to \infty} \frac{W_0(T)}{T}. \quad (202)$$

Величина $W_0(T)$ представляет собой суммарное время безотказной работы магистрали за период $[0, T]$ и является случайной величиной. Таким образом, коэффициент $K_г$ можно рассматривать как вероятность работоспособного состояния магистралей в произвольный момент времени. В рассматриваемом случае T можно считать достаточно большим, учитывая, что периоды капитального ремонта составляют 20—30 лет.

Исходя из критерия (202), рассмотрим задачу оптимального планирования профилактического ремонта улиц и дорог — мероприятия, предотвращающего их отказы.

Текущий ремонт можно представить в виде планово-предупредительного и случайного. Их очередность установим по следующему принципу. С момента начала работы магистрали планируется проведение профилактического ремонта через случайное время η с функцией распределения $G(x)$. Если до назначенного момента отказа не произошло, начинается профилактический ремонт, длительность которого определяется функцией распределения $\psi(x)$. Аварийный ремонт магистрали с функцией распределения $Q(x)$ может начаться с некоторым опозданием. Не нарушая общности математической модели, время между отказом магистрали и началом ее ремонта можно включить в продолжительность аварийного ремонта. По окончании ремонта весь процесс функционирования магистралей повторяется и удовлетворяет всем свойствам регенерации.

Таким образом, магистраль находится в трех характерных состояниях: работоспособном — X_0, планово-предупредительного ремонта — X_1 и аварийного ремонта — X_2.

Среднее время пребывания магистралей в этих состояниях можно определить из выражений

$$T_0 = \int_0^\infty x \, \mathrm{d} F(x);$$

$$T_1 = \int_0^\infty x \, \mathrm{d} \psi(x); \quad (203)$$

$$T_2 = \int_0^\infty t \left[\int_0^t Q(t - x) \, \mathrm{d} \Phi(x) \right] \mathrm{d} t,$$

где $F(x)$ и $\psi(x)$ — соответственно функции распределения безотказной работы и длительности проведения планово-предупредительного ремонта;

$\Phi(x)$ — функция распределения продолжительности аварийного ремонта.

В другой форме коэффициент готовности можно представить в виде

$$K_г = \frac{M W_0}{M \widetilde{W}}, \tag{204}$$

где $\widetilde{W} = W_0 + W_1 + W_2$;

W_i — случайное время, которое система находилась в X_i-м состоянии за период между точками регенерации.

Среднее время безотказной работы магистралей за период между восстановлением элементов

$$M W_0 = \int_0^\infty [1 - F(x)][1 - G(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^\infty \overline{F}(x)\,\overline{G}(x)\,\mathrm{d}x. \tag{205}$$

Если ξ — время безотказной работы элемента, то среднее время между ремонтами определим по формуле

$$M\widetilde{W} = M\{\min(\xi, \eta) + T_1 P(\xi > \eta) + T_2 P(\xi \leqslant \eta)\} =$$

$$= \int_0^\infty \overline{G}(x)\overline{F}(x)\,\mathrm{d}x + T_1\int_0^\infty \overline{F}(x)\,\mathrm{d}G(x) + T_2\int_0^\infty F(x)\,\mathrm{d}G(x). \tag{206}$$

Первый интеграл выражения (206) интегрированием по частям приводим к виду

$$\int_0^\infty \left[\int_0^x \overline{F}(x)\,\mathrm{d}x\right]\mathrm{d}G(x). \tag{207}$$

Таким образом, формулу (204) с учетом (205) — (207) можно записать в виде

$$K_г = \frac{\int_0^\infty \overline{F}(x)\,\overline{G}(x)\,\mathrm{d}x}{\int_0^\infty \left\{\left[\int_0^x \overline{F}(x)\,\mathrm{d}x\right] + T_1\overline{F}(x) + T_2 F(x)\right\}\mathrm{d}G(x)}. \tag{208}$$

Подынтегральное выражение знаменателя формулы (208) является ограниченной положительной величиной, так как представляет собой среднюю длительность перехода от ремонта к ремонту при условии, что планово-предупредительный ремонт осуществляется через некоторое время x. Поэтому выражение (208) достигает экстремума на вырожденной функции распределения $G(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t \leqslant 0; \\ 1 \text{ при } t > 0: \end{cases}$

$$K_г = \frac{\int_0^t \overline{F}(x)\,\mathrm{d}x}{\int_0^t \overline{F}(x)\,\mathrm{d}x + T_1 + (T_2 - T_1)F(t)}. \tag{209}$$

Дифференцируя формулу (209) по t и приравнивая к нулю, получим необходимое условие экстремума:

$$\frac{T_1}{T_2-T_1} = -F(t) + \mu(t)\int_0^t \overline{F}(t)\,\mathrm{d}\,t, \qquad (210)$$

где $\mu(t) = \dfrac{F'(t)}{1-F(t)}$.

На оптимум уравнение (210) удобно исследовать геометрически как пересечение двух графиков (рис. 16)

$$y_1 = \frac{T_1}{T_2-T_1} \quad \text{и} \quad y_2 = -F(t) + \mu(t)\int_0^t \overline{F}(t)\,\mathrm{d}\,t.$$

Если $\tau_0=\infty$, то проводить предупредительные ремонты нецелесообразно. В этом случае

$$K_{\text{г}/t=\infty} = \frac{\int_0^\infty \overline{F}(x)\,\mathrm{d}\,x}{\int_0^\infty F(x)\,\mathrm{d}\,x + T_1 + (T_2-T_1)}$$

или

$$K_{\text{г}/t=\infty} = \frac{T_0}{T_0+T_2}.$$

Нецелесообразность проведения планово-предупредительных ремонтов характерна для показательного закона распределения времени безотказной работы элементов [68].

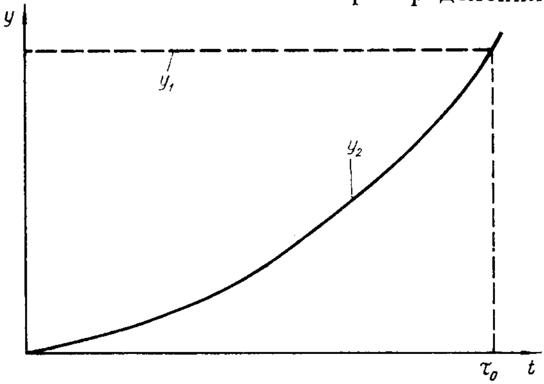


Рис. 16. Определение оптимального периода планово-предупредительных работ.

Наряду с коэффициентом готовности практический интерес представляют удельные затраты, приходящиеся на единицу времени работы системы. Для определения этого показателя в рассмотрение введем коэффициенты c_1 и c_2, обозначающие удельные затраты на проведение соответственно профилактического и внепланового случайного ремонтов. Потери, приходящиеся на единицу времени работы системы,

$$\text{Е} = \lim_{T\to\infty} \frac{c_1W_1(t) + c_2W_2(t)}{W_0(t)}. \qquad (211)$$

По условиям планирования текущего ремонта

$$\text{E} = \frac{c_2T_2\int\limits_0^\infty F(x)\,\mathrm{d}\,G(x) + c_1T_1\int\limits_0^\infty \overline{F}(x)\,\mathrm{d}\,G(x)}{\int\limits_0^\infty \overline{F}(x)\,\overline{G}(x)\,\mathrm{d}\,x}. \qquad (212)$$

Так же как и при определении $K_г$ по формуле (208), выражение (212) можно записать в виде двух уравнений:

$$\text{E}(t) = \frac{(c_2T_2 - c_1T_1)\,F(t) + c_1T_1}{\int\limits_0^t \overline{F}(x)\,\mathrm{d}\,x}; \qquad (213)$$

$$\text{E}(\infty) = \frac{c_2T_2}{T_0}. \qquad (214)$$

Оптимальное значение $t=\tau_0$ определяем при условии min $\text{E}(t)$ из уравнения

$$\frac{c_1T_1}{c_2T_2 - c_1T_1} = -F(t) + \mu(t)\int\limits_0^t \overline{F}(x)\,\mathrm{d}\,x, \qquad (215)$$

где

$$\mu(t) = \frac{F'(t)}{\overline{F}(t)}.$$

Если неизвестна теоретическая функция распределения безотказной работы элементов дорог, показатели $K_г$ и E из (209) и (212) можно рассчитать по формулам

$$K_г(t_k) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{k-1} y_i\,\Delta\,t_i}{\sum\limits_{i=0}^{k-1} y_i\,\Delta\,t_i + T_1 + (T_2 - T_1)(1 - y_k)}; \qquad (216)$$

$$\text{E}(t_k) = \frac{(c_2T_2 - c_1T_1)(1 - y_k) + c_1T_1}{\sum\limits_{i=0}^{k-1} \Delta\,t_i y_i}, \qquad (217)$$

где

$$\Delta\,t_i = t_{i+1} - t_i;$$

y_i — эмпирическое значение вероятности безотказной работы элемента дорог в момент t_i.

§ 23. ПЛАНИРОВАНИЕ КАПИТАЛЬНОГО РЕМОНТА ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

На городском пассажирском транспорте принята планово-предупредительная система проведения капитального ремонта, предусматривающая ремонт машин по плану после определенного пробега. Однако оптимальный календарный срок, когда наработка достигает заданной величины, остается неизвестным. В общем случае величину наработки, при которой проводится капитальный ремонт, будем определять как реализацию случайной величины η, имеющей некоторое распределение $G(x)$. По окончании ремонта система обновляется. Кроме того, во время эксплуатации подвижного состава (например, троллейбусов) происходят отказы элементов системы (токоприемника, двигателя, контроллера и т. д.) и производятся профилактические частичные ремонты.

Предположим, что во время проведения этих ремонтов наработка системы не увеличивается. Сроки проведения капитального ремонта являются функцией задаваемой величины наработки η, поэтому представляется целесообразным определить оптимальную функцию $G(x)$, при которой показатели качества функционирования системы принимают оптимальные значения [69].

Описанная стратегия обслуживания позволяет считать данный процесс регенерирующим и выделить три возможных его состояния: работоспособное, а также частичный и капитальный ремонты, характеризующиеся средним временем T_t.

Из условия планирования капитального ремонта находим:

$$T_0 = \int_0^\infty t \, \mathrm{d}\, G(t);$$

$$T_1 = \int_0^\infty \sum_{n=1}^{N} H_n(t) \tau_n \, \mathrm{d}\, G(t), \tag{218}$$

где N — общее число возможных частичных ремонтов;

τ_n — средняя продолжительность n-го частичного ремонта; $H_n(t)$ — среднее число ремонтов n-го типа за период t.

Функцию восстановления $H_n(t)$ определяем по функции распределения времени безотказной работы n-го блока $F_n(t)$ из соотношения [69]

$$H_n(t) = F_n(t) + \int_0^t H_n(t-x) \, \mathrm{d}\, F(x). \tag{219}$$

Для некоторых частных случаев уравнение (219) можно решить методами операционного исчисления. Так, если отображения функций $H_n(t)$ и $F_n(t)$ обозначить соответственно через $h_n(p)$ и $f_n(p)$, т. е.

$$h_n(p) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-pt} \, \mathrm{d}\, H_n(t); \tag{220}$$

$$f_n(p) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-pt} \, \mathrm{d}\, F_n(t), \tag{221}$$

то справедливо соотношение

$$h_n(p) = \frac{f_n(p)}{1 - f_n(p)}. \tag{222}$$

Функция $H_n(t)$ является оригиналом своего отображения $h_n(p)$.

Для произвольной функции $F_n(t)$ интегральное уравнение (219) решим приближенно с шагом, постоянным для переменных t и x. Если интеграл из выражения (219) вычислить по формуле прямоугольников, то можно записать:

$$H_{n,k} = F_{n,k} + \sum_{i=0}^{k-1} H_{n,k-i}(F_{n,i+1} - F_{n,i}); \tag{223}$$

$$H_{n,k} = H_n(t_k);$$

$$F_{n,k} = F_n(t_k).$$

Для H_{nk} получаем рекуррентные соотношения

$$H_{n,k} = \frac{F_{n,k} + \sum_{i=1}^{k} H_{n,k-i}(F_{n,i+1} - F_{n,i})}{1-(F_1 - F_0)}; \tag{224}$$

$$H_{n,0} = \frac{F_{n,0}}{1-(F_{n,1} - F_{n,0})}. \tag{225}$$

В качестве показателей функционирования системы можно принять коэффициент готовности, средние удельные затраты и среднюю удельную прибыль:

$$K_{\text{г}} = \frac{T_0}{T_0 + T_1 + T_2};$$

$$\text{Е} = \frac{c_1 T_1 + c_2 T_2}{T_0}; \tag{226}$$

$$S = K_{\text{г}}(c_0 - \text{Е}),$$

где c_i — стоимость единицы времени i-го состояния.

Оптимальной функцией планирования $G(t)$ является вырожденная функция распределения

$$G(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leqslant 0; \\ 1 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Показатели качества системы в зависимости от времени наработки имеют вид

$$K_{\text{г}}(t) = \frac{t}{t + \tau_k + \sum_{n=1}^{N} H_n(t)\tau_n}; \tag{227}$$

$$\text{Е}(t) = \frac{c_k \tau_k + \sum_{n=1}^{N} H_n(t) c_n \tau_n}{t}; \tag{228}$$

$$S(t) = \frac{c_0 - \left[c_k \tau_k + \sum_{n=1}^{N} c_n \tau_n H_n(t)\right]}{t + \tau_k + \sum_{n=1}^{N} \tau_n H_n(t)}, \tag{229}$$

где τ_k — средняя продолжительность капитального ремонта.

Рассмотренный алгоритм применен для определения оптимальных сроков проведения капитального ремонта троллейбусов. По данным троллейбусного депо в табл. 5 приведены наблюдавшиеся технические неисправности, в результате которых троллейбусы выбывали из движения. Кроме случайных ремонтов, в депо проводили профилактические ремонты (табл. 6).

Таблица 5. **Технические неисправности, приводящие к выбытию троллейбусов из движения**

Месяц	Количество неисправностей								
	токоприемника	двигателя вентилятора	панели	контролера	шин, колес	тормозов	привода дверей	тяговой передачи	прочих механизмов
Январь	24	4	22	15	24	4	20	5	10
Февраль	13	4	17	10	19	4	23	2	6
Март	16	5	8	8	15	6	11	0	3
Апрель	33	7	18	16	32	6	32	6	16
Май	36	4	20	13	48	8	35	13	15
Июнь	30	3	19	18	50	5	28	2	17
Июль	28	3	18	17	52	5	24	2	15
Август	30	4	19	16	48	6	20	2	16
Сентябрь	33	4	13	13	45	4	19	5	14
Октябрь	37	7	12	4	42	6	26	7	12
Ноябрь	30	2	10	6	38	7	25	8	7
Декабрь	28	2	16	11	42	8	32	10	4

Таблица 6. **Характеристики ремонтных работ**

Наименование показателей	Единица измерения	Вид ремонта			
		Профилактический (малый)	Ревизионный предупредительный	Малый	Средний
Интервал между ремонтами	мес.	0,23	2	9	27
Продолжительность ремонта	дни	0,14	1	8	15
Стоимость ремонтных работ	руб.	6,26	102,61	1244,78	1802

Продолжительность капитального ремонта τ_k принята равной 35 дням, общая стоимость его — 10850 руб., стоимость случайного ремонта в течение 1 *ч* — 0,451 руб., а стоимость работоспособного состояния системы в течение 1 месяца — 1905 руб.

В предположении, что неисправности носят циклический характер, проведен расчет показателей качества системы в зависимости от времени. При расчетном интервале 100 месяцев оптимальный период капитального ремонта, например, для третьего показателя составляет 85 месяцев с удельной прибылью

1397 руб./мес. Обычно такой ремонт проводится через 81 месяц с удельной прибылью 1346 руб./мес. Таким образом, только за счет рационального планирования ремонта прибыль увеличивается на 4% в месяц.

Приведем значения двух других показателей качества:

$K_г(81) = 0{,}883$; $K_г(85) = 0{,}907$;

$E(81) = 383$ руб./мес.; $E(85) = 369$ руб./мес.

Отсюда видно, что период 85 месяцев является оптимальным по сравнению с принятым.

§ 24. РАСЧЕТ ЧИСЛА РЕМОНТНЫХ БРИГАД НА ГОРОДСКОМ ПАССАЖИРСКОМ ТРАНСПОРТЕ

Для осуществления бесперебойной работы общественного транспорта на линиях необходимо иметь определенное количество единиц подвижного состава. Как правило, число действующих машин меньше парка подвижного состава, так как в процессе движения неизбежны поломки, приводящие к выбытию машин из строя. Рассмотрим вопрос о соотношении парка подвижного состава и количества ремонтных бригад.

В качестве математической модели воспользуемся теорией очередей. Пусть, например, троллейбусный парк включает m машин, а число ремонтных бригад составляет S. Предполагаем, что любая машина, работающая в момент времени t, может с вероятностью $\lambda\Delta t$ выйти из строя в течение интервала времени $[t, t+\Delta t]$ и что машина, ремонтируемая в момент t, может с вероятностью $\mu\Delta t$ войти в строй действующих в течение интервала $[t, t+\Delta t]$. Это равносильно тому, что остановки машин и восстановление их рабочего состояния описываются пуассоновскими процессами. Бригада ремонтирует одну машину. Разумеется, может потребоваться ремонт машин, когда все бригады заняты, т. е. машине придется ждать, пока не наступит ее очередь на обслуживание.

Если в некоторый момент число машин, ожидающих ремонта и ремонтируемых, равно n, то число действующих машин равно $(m-n)$. Тогда вероятность поломки в течение интервала $[t, t+\Delta t]$ равна $(m-n)\lambda\Delta t$, т. е. интенсивность потока машин, требующих ремонта, изменяется дискретным образом. Аналогично интенсивность потока машин, входящих в строй после ремонта, равна $n\mu(1 \leqslant n \leqslant S)$.

Модель рассматриваемой системы представляет собой замкнутую систему массового обслуживания. Вероятности ρ_n наличия n машин, требующих ремонта, включая и ремонтируемые в стационарном режиме, удовлетворяют системе уравнений [66]

$m\lambda\rho_0 = \mu\rho_1$;

$$[(m-n)\lambda + n\mu]\rho_n = (m-n+1)\lambda\rho_{n-1} + (n+1)\mu\rho_{n+1},$$
$$1 \leqslant n < S;$$

$$[(m-n)\lambda + S\mu]\,\rho_n = (m-n+1)\,\lambda\rho_{n-1} + \mu S\rho_{n+1},$$
$$S \leqslant n < m; \tag{230}$$
$$\mu S\rho_m = \lambda\rho_{m-1};$$
$$\sum_{i=0}^{m} \rho_i = 1.$$

Для нахождения решений этой системы введем обозначения:

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu} \text{ — загрузка системы;}$$

$$\omega_n = \frac{\rho_{n+1}}{\rho_n}.$$

Тогда систему (230) можно переписать в виде

$$\omega_0 = m\psi;$$
$$\omega_n = \frac{(m-n)\psi + n}{n+1} - \frac{m-n+1}{n+1}\,\frac{\psi}{\omega_{n-1}}, \quad 1 \leqslant n < S; \tag{231}$$
$$\omega_n = (m-n)\frac{\psi}{S} + 1 - (m-n+1)\frac{\psi}{S\psi_{n-1}};$$
$$\omega_{m-1} = \frac{\psi}{S}.$$

Путем последовательного вычисления находим:

$$\omega_n = \frac{m-n}{n+1}\psi, \quad 0 \leqslant n < S;$$

$$\omega_n = (m-n)\frac{\psi}{S}, \quad S \leqslant n < m.$$

Получим выражение для ρ_n в виде функции ρ_0.
Заметим, что

$$\sum_{i=0}^{n-1} \omega_i = \frac{\rho_n}{\rho_0},$$

откуда

$$\frac{\rho_n}{\rho_0} \prod_{i=0}^{n-1} \left(\frac{m-i}{i+1}\psi\right) = \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1\cdot 2\ldots n}\psi^n = C_m^n\psi^n,$$
$$0 \leqslant n \leqslant S; \tag{232}$$
$$\frac{\rho_n}{\rho_0} = \prod_{i=0}^{S-1} \left(\frac{m-i}{i+1}\psi\right)\left[\prod_{i=S}^{n-1}(m-i)\frac{\psi}{S}\right] = C_m^n\,\frac{n!\,\psi^n}{S!\,S^{n-S}},$$
$$S \leqslant n \leqslant m. \tag{233}$$

Из условия нормировки

$$\rho_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} C_m^n \psi^n + \sum_{n=S}^{m} C_m^n \frac{n!\,\psi^n}{S!\,S^{n-S}}}. \tag{234}$$

Пусть требуется с заданной вероятностью Q обеспечить выпуск на линии не менее N машин. Это значит, что

$$Q = \sum_{k=0}^{m-N} \rho_n = \Phi(S). \tag{235}$$

Решение уравнения (235) отвечает на вопрос о требуемом с точки зрения указанного критерия количестве ремонтных бригад.

Степень загрузки бригады определяется формулой

$$K = \frac{\bar{\rho}}{S}$$

или

$$K = \frac{(m-\bar{n})\psi}{S}, \tag{236}$$

где

$$\bar{n} = \sum_{n=1}^{m} n\,\rho_n;$$

$\bar{\rho}$ — среднее число занятых бригад;
S — общее число бригад.

Так как количественный состав транспортных единиц, участвующих в движении, велик, вычисление величины S при помощи ЭВМ по формулам (232)—(236) оказывается очень трудоемким. Путем элементарных преобразований формулы (232)—(234) перепишем в виде

$$\rho_n = \left[\sum_{K=0}^{S-1} \frac{n!\,(m-n)!}{K!\,(m-K)!}\,\psi^{K-n} + \sum_{K=S}^{m} \frac{n!\,(m-n)!}{S!\,(m-K)!}\,\psi^{K-n} S^{S-K}\right]^{-1},$$

$$1 \leqslant n \leqslant S; \tag{237}$$

$$\rho_n = \left[\sum_{K=0}^{S-1} \frac{S!\,(m-n)!}{K!\,(m-K)!}\,\psi^{K-n} S^{n-S} + \sum_{K=S}^{m} \frac{(m-n)!}{(m-K)!}\left(\frac{\psi}{S}\right)^{K-n}\right]^{-1},$$

$$S < n \leqslant m. \tag{238}$$

Для машинной реализации задачи воспользуемся тождеством

$$r = e^{\ln r}.$$

Таким образом,

$$\rho_n = \left\{ \sum_{K=0}^{S-1} \exp\left[(K-n)\ln\psi + y(n) + y(m-n) - y(K) - \right.\right.$$

$$\left. - y(m-K)\right] + \sum_{K=S}^{m} \exp\left[(K-n)\ln\psi + (S-K)\ln S + y(n) + \right.$$

$$\left.\left. + y(m-n) - y(S) - y(m-K)\right]\right\}^{-1}, \quad 1 \leqslant n \leqslant S; \qquad (239)$$

$$\rho_n = \left\{ \sum_{K=0}^{S-1} \exp\left[(n-S)\ln S + (K-n)\ln\varphi + y(m-n) + y(S) - \right.\right.$$

$$\left. - y(K) - y(m-K)\right] + \sum_{K=S}^{m} \exp\left[(K-n)\ln\frac{\psi}{S} + \right.$$

$$\left.\left. + y(m-n) - y(m-K)\right]\right\}^{-1}, \qquad S < n \leqslant m; \qquad (240)$$

$$y(0) = 0;$$

$$y(K) = \sum_{i=1}^{K} \ln i.$$

По данному алгоритму произведен расчет на ЭВМ для $m=100$, $N=90$, $\psi=0,2$. Вероятности $Q=0,9$ удовлетворяет $S=7$; при этом коэффициент загрузки бригады $K=0,55$.

Глава VIII.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКИ ГОРОДА

При оптимальном планировании застройки жилых районов и микрорайонов города необходим дифференциальный анализ большого числа данных как о структуре семей и их потребностях, так и о состоянии жилищного фонда, мощности домостроительных комбинатов, ресурсах города и др. Учесть все факторы, влияющие на качество застройки, ручными методами планирования невозможно из-за практически неограниченного числа вариантов. Поэтому при определении оптимальной структуры жилой застройки целесообразно использовать современные математические методы и ЭЦВМ. Для этого необходимо решить ряд вопросов, связанных с разработкой математических моделей учета конкретных демографических характеристик населения, векторной оптимизации и т. д.

§ 25. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЖИЛИЩНЫМ СТРОИТЕЛЬСТВОМ ГОРОДА

Под управлением жилищным строительством города подразумевается комплекс мероприятий, связанных с оптимальным планированием и распределением жилья.

Цель оптимального управления жилищным строительством — наиболее полное удовлетворение максимального числа требований на улучшение жилищных условий при ограниченных ресурсах и соблюдении ограничений по комфорту проживания, существующим типовым проектам, возможностям региональной строительной индустрии, архитектурным требованиям и т. д. [70, 71]:

$$I = \max_{Q} L,$$

где L — количество удовлетворенных запросов на улучшение жилищных условий;

Q — множество ограничений.

В такой постановке задача оптимального управления формулируется следующим образом. Имеется множество нуждающихся в жилье семей $N=\{n_i\}$, определяющих вектор запросов Z, компонентами которого являются спрос на квартиры разного типа, определяемый демографической структурой семей-очередников по типам семей, а также спрос на предприятия сферы обслуживания, определяемый демографической структурой нуждающихся в жилье людей по возрастным группам. Известны ограничения по вектору ресурсов $R \leqslant R_з$, где $R_з$ — заданный вектор ресурсов, компонентами которого являются ограничения по территориальным, денежным, трудовым и другим ресурсам. Заданы ограничения по вектору комфорта проживания, компонентами которого являются:

обеспеченность жилой площадью и планировка квартир;

санитарно-гигиенические условия проживания, определяемые инсоляцией и шумоизоляцией квартир, а также инсоляцией, шумозащищенностью, проветриваемостью, озеленением и благоустройством территории жилой застройки;

доступность мест массового тяготения вне жилого района (вокзалы, промышленные зоны, зоны отдыха и т. д.);

удаленность предприятий сферы обслуживания на территории жилого района от места жительства, временные затраты на культурно-бытовые передвижения и т. д.

Задача состоит в том, чтобы каждая семья получила квартиру, общая площадь которой соответствовала бы санитарным нормам, а планировка (комнатная структура) — семейной структуре на момент получения жилья с учетом ограничений по комфорту проживания. Вместе с этим важно, чтобы порядок удовлетворения семей соответствовал существующей очереди, т. е. необходимо согласовать структуру поступающего жилищного фонда и структуру заявок на него.

Математическая постановка задачи. Пусть в общем случае преобразования, происходящие в системе управления жилищным строительством города, описываются функциональной зависимостью [70], аналогичной рассмотренной в § 8:

$$X(t) = \psi[X_{\text{н}},\ U(t),\ \text{E}(t),\ N(t),\ t], \tag{241}$$

где $X(x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n)$ — n-мерный вектор выходных координат объекта;

$U(u_1,\ u_2,\ u_3,\ ...,\ u_d)$ — d-мерный вектор управляющих воздействий;

$\text{E}(\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ ...,\ \varepsilon_m)$ — m-мерный вектор возмущений;

N — количество семей, стоящих в очереди на получение жилья;

t — текущее время.

Граничные условия определяются временем начала ($t_{\text{н}}$) и конца ($t_{\text{к}}$) управления. Время, определяющее плановый период управления,

$$t_{\text{п}} = t_{\text{к}} - t_{\text{н}}. \tag{242}$$

Начальное и конечное состояния объекта характеризуются векторами

$$X(t_{\text{н}}) = X_{\text{н}};$$

$$X(t_{\text{к}}) = X_{\text{к}}. \tag{243}$$

Конечное состояние характеризуется величиной ресурсов R, которые должны быть освоены в плановый период.

Конкретизируем математическую модель (241), приняв в качестве X величину жилой площади, сдаваемой в эксплуатацию.

Величина жилой площади, которую можно ввести в эксплуатацию при заданных значениях,

$$S = \Phi(R,\ U(t),\ t);$$

$$U(t) \in \theta_1(t), \tag{244}$$

где θ_1 — область допустимых решений, определяемая ограничениями.

Задача оптимального управления в этом случае сводится к отысканию такого плана $U(t)$, который обеспечил бы максимум функционала

$$S_1 = \max_{U \in \theta_1} \Phi(R,\ U,\ t). \tag{245}$$

Рассмотренный принцип отражает существующий подход к оптимизации систем управления жилищным строительством. Недостатком такого подхода является то, что он не учитывает величину перерасхода жилой площади при ее распределении

$$S_{\text{пр}} = \sum_{r=1}^{\lambda} \Delta S_r, \tag{246}$$

где λ — число квартир, распределенных в плановом периоде;

ΔS_r — перерасход жилой площади по r-й квартире, определяемый по формуле

$$\Delta S_r = S_{r\,ф} - S_{i\,пл}; \tag{247}$$

$S_{rф}$ — фактическая жилая площадь r-й квартиры, предоставленная семье;

$S_{iпл}$ — жилая площадь, положенная i-й семье по существующим нормам обеспечения жилой площадью.

Добиться минимизации $S_{пр}$ можно только в том случае, если квартирная структура вновь вводимого жилищного фонда будет соответствовать демографической структуре очереди [71], т. е. необходимо минимизировать функционал

$$S = \max_{U \in \theta(t)} \Phi(R,\ U,\ t), \tag{248}$$

где $\theta(t)$ — область допустимых решений, включающая в себя ограничения, которые учитывают демографические характеристики очереди.

Особенностью функционала (248) является высокая динамичность демографических характеристик очереди и, следовательно, области $\theta(t)$. Это обстоятельство в сочетании с большим запаздыванием ввода в эксплуатацию жилья (за счет времени проектирования и строительства) делает принципиально необходимым введение обратной связи в контур формирования плана U, что соответствует явному управлению:

$$U = U(X,\ X_к,\ t).$$

Следует отметить, что нахождение оптимального плана является сложной задачей, так как при этом необходимо учитывать не только текущее состояние очереди и области допустимых решений, но и динамику их развития.

Алгоритм оптимального планирования жилищного строительства. Планирование включает в себя комплекс задач, взаимосвязь между которыми представлена на рис. 17.

1. *Сбор, анализ и обобщение необходимой информации.* Содержание этого весьма трудоемкого этапа состоит в подготовке исходных данных по демографии и типологии жилища. В качестве исходной информации следует использовать процентное соотношение категорий семей, стоящих в очереди на получение жилья, планируемые капиталовложения в жилищное строительство, принципы заселения нового жилищного фонда и норму жилой площади на человека, а также прочие ограничения — мощность домостроительных комбинатов, необходимое соотношение этажности в застройке города, особенности застраиваемой территории, перечень типовых проектов, соответствующих индустриальной базе города, и т. д.

2. *Выбор и обоснование критерия эффективности и оптимизации.* Задача сводится к выбору векторного (обобщенного) критерия, учитывающего частные критерии. Векторный критерий дол-

жен позволить с единых методологических позиций анализировать и оптимизировать структуру застройки жилых массивов и систему управления жилищным строительством в целом.

3. *Разработка математической модели прогнозирования численности и структуры семей.* Задачу прогнозирования можно

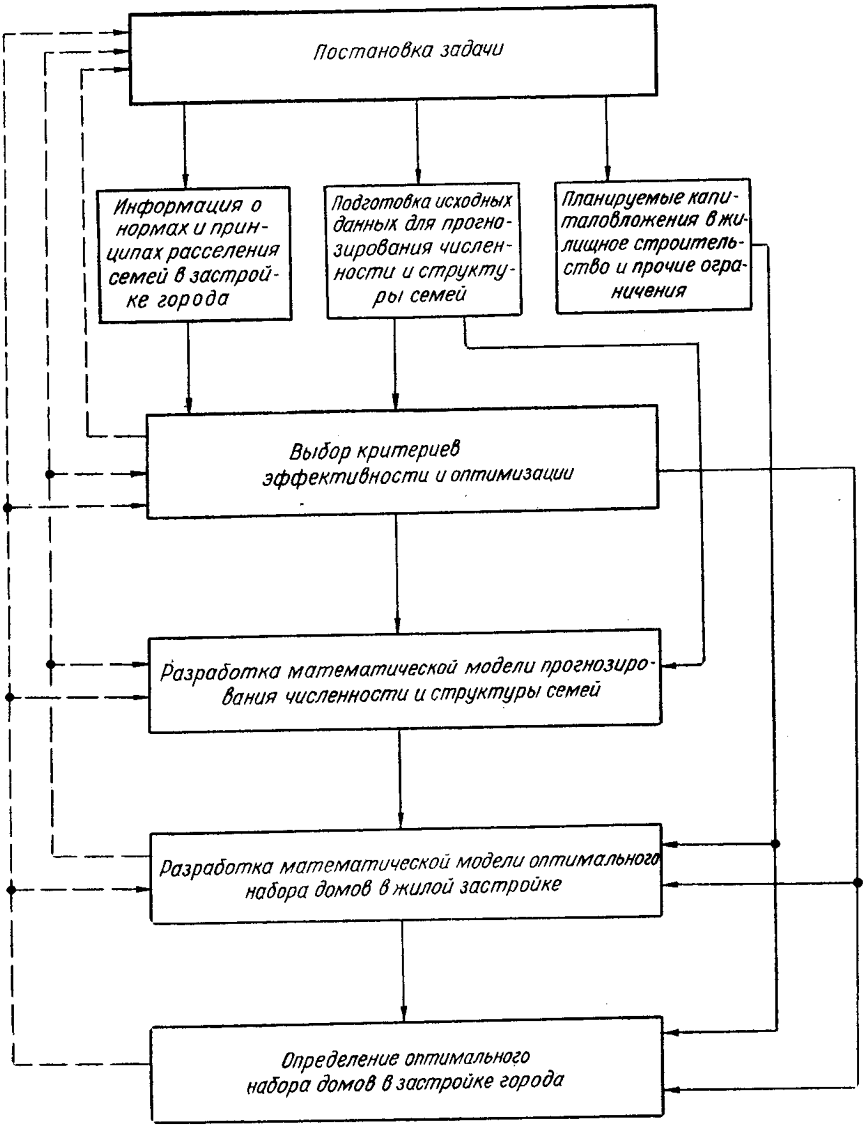


Рис. 17. Блок-схема алгоритма оптимального планирования структуры жилой застройки.

сформулировать так: имеется очередь на получение квартиры; необходимо определить, сколько семей к перспективному времени T останется в том же количественном состоянии, что и в момент записи на очередь, и сколько семей перейдет в новые количественные и качественные состояния.

4. *Разработка модели формирования требований к жилой застройке.* Так как планирование жилищного строительства на перспективу зависит от многих факторов, изменяющихся во времени (средства, отпускаемые на жилищное строительство, норма жилой обеспеченности, демографическая структура семей, состоящих в очереди на получение жилья, и т. д.), то необходимо разработать такую математическую модель, которая позволила бы определить оптимальные интенсивности строительства квартир различных типов, на каждый планируемый период.

5. *Разработка математической модели оптимального состава домов в жилой застройке.* Эта модель должна позволить найти компромисс между различными вариантами комплексной застройки жилого района и конкретными требованиями по квартирной структуре жилищного фонда. Решение этого вопроса позволит выбрать оптимальный план застройки района, учитывающий как основные государственные ограничения, так и требования очереди.

6. *Определение оптимального набора домов в жилой застройке города.* Эта задача решается с помощью специальных математических методов оптимизации, позволяющих получить оптимальное (или близкое к оптимальному) решение при ограниченном объеме вычислений. Дополнительная трудность таких вычислений связана с необходимостью получения целочисленного результата.

Таким образом, процесс разработки алгоритма является замкнутым с множеством местных обратных и прямых связей, которые выделяются и уточняются как при разработке теории, так и в процессе проектирования.

§ 26. ОБОСНОВАНИЕ КРИТЕРИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИИ

Одним из существенных недостатков современных методов оптимального планирования жилищного строительства является то, что все они предполагают оценку качества варианта застройки по одному критерию. В качестве критериев эффективности и оптимизации используются [72—77] минимальная стоимость 1 $м^2$ жилой площади, минимальные затраты на строительство жилой застройки, максимальный ввод в эксплуатацию жилой площади и т. д. Причем для решения поставленной задачи выбирается один наиболее важный критерий f_l ($l=1, 2, \dots, \rho$), для которого и определяется оптимум. На остальные критерии накладываются ограничительные условия, вследствие чего эти критерии переводятся в категорию ограничений, определяющих область допустимых решений. Выбранный в таком случае вариант застройки, как правило, не отвечает всем требованиям, предъявляемым к нему.

Выбор компромиссного варианта застройки с учетом нескольких критериев соответствует методологии, изложенной в главе II.

Выбор и формализация частных критериев. Для формализации частных критериев и разработки многокритериальной (векторной) модели оптимизации введем следующие обозначения:

x_μ — количество домов μ-го типа ($\mu=1, 2, ..., n$);

$a_{r\mu}$ — количество квартир r-го типа в доме μ-го типа ($r=1, 2, ..., m$);

C_μ — стоимость дома μ-го типа;

b_r — количество семей, состоящих из r членов, требования которых необходимо удовлетворить в планируемом периоде;

S_μ — жилая площадь в доме μ-го типа;

$\tilde{S}_\mu$ — площадь земли, занимаемая домом μ-го типа;

B_μ — количество семей, которые можно поселить в дом μ-го типа.

Тогда локальные критерии будут иметь следующий вид [25]: минимальный перерасход жилой площади

$$f_{\Delta S} = \min \left[\sum_{\mu=1}^{n} \sum_{r=1}^{m} \Delta S r \mu \, x_\mu \right]; \tag{249}$$

максимальный выход жилой площади

$$f_S = \max \left[\sum_{\mu=1}^{n} S_\mu \, x_\mu \right]; \tag{250}$$

минимальная стоимость домов

$$f_C = \min \left[\sum_{\mu=1}^{n} C_\mu \, x_\mu \right]; \tag{251}$$

минимальная площадь земли, занимаемая фундаментами под дома,

$$f_{\tilde{S}} = \min \left[\sum_{\mu=1}^{n} \tilde{S}_\mu \, x_\mu \right]; \tag{252}$$

максимальное число удовлетворенных семей

$$f_B = \max \left[\sum_{\mu=1}^{n} B_\mu \, x_\mu \right]. \tag{253}$$

Следует отметить, что здесь рассмотрены не все критерии, которые могут быть использованы при оптимизации жилой застройки, но это не снижает универсальности рассматриваемого метода, так как алгоритм решения задачи инвариантен количеству критериев.

Формирование обобщенного критерия. Задачу векторной оптимизации в общем виде можно сформулировать следующим образом. Пусть задана область допустимых значений Ω, определяемая решением линейной системы

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geqslant b_1; \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \geqslant b_2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geqslant b_m \end{aligned} \qquad (254)$$

при условии неотрицательности переменных

$$x_\mu \geqslant 0 \qquad (255)$$

и их целочисленности

$$x_\mu = \text{int}. \qquad (256)$$

Количество вариантов застройки оценивается ρ скалярными критериями $f_1, f_2, \ldots, f_\rho$; образующими вектор качества

$$W = (f_1, f_2, \ldots, f_\rho). \qquad (257)$$

Каждый из критериев имеет вид

$$f_l = f_l(x_\mu). \qquad (258)$$

Функцию $f_l(x_\mu)$ в частном случае можно представить в виде линейной функции

$$f_l(x_\mu) = \gamma_1^l x_1 + \gamma_2^l x_2 + \ldots + \gamma_k^l x_n, \qquad (259)$$

где γ_k^l — заданные коэффициенты пропорциональности.

Принятие сложного решения — это нахождение такого компромиссного решения, которое может не быть оптимальным ни для одной локальной функции цели, но оказаться наиболее удовлетворительным для всей их совокупности. Основные этапы поиска такого решения следующие:

1) определение области компромиссов;

2) формирование векторного критерия оптимальности, который объединяет функции цели множества частных критериев $\{f\}$, имеющих различные единицы измерения и различные экстремальные значения;

3) решение по векторному критерию задачи оптимизации с целью определения компромиссного варианта.

Методология решения первых двух задач описана в главе II. В соответствии с этим поиск области компромиссов Ω_x осуществляется следующим образом. В области допустимых решений Ω проводится оптимизация по каждому из критериев $f_1, f_2, \ldots, f_l$, результаты которой заносятся в табл. 7. В l-й строке табл. 7 записаны значения всех критериев в точке оптимума l-го критерия. Экстремальные значения каждого критерия находятся на главной диагонали. Элементы l-го столбца показывают изменения l-го критерия от экстремального до самого наихудшего значения $f_{l\text{н}}$. Совокупность значений всех критериев образует область компромиссных решений Ωx, дальнейший выбор решения в которой производится на основе схемы компромиссов.

Таблица 7. **Значения локальных критериев**

f_l $(l=1, 2, \ldots, p)$	f_1	f_2	$\ldots$	f_p
f_1	$f_{11\,\text{экстр}}$	f_{12}	$\ldots$	f_{1p}
f_2	f_{21}	$f_{22\,\text{экстр}}$	$\ldots$	f_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
f_p	f_{p1}	f_{p2}	$\ldots$	$f_{pp\,\text{экстр}}$

В связи с тем что входящие в табл. 7 критерии могут принимать различные экстремальные значения (max или min), иметь различные размерности и пределы изменения, удобнее перейти к безразмерным величинам и пронормировать их так, чтобы все они изменялись от 1 до 0. Для этого пронормируем значения локальных критериев, записанных в табл. 7, по формуле

$$\tilde{f}_l(x) = \frac{f_l(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}{f_{l\,\text{э}}(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}, \qquad (260)$$

где $\tilde{f}_l(x)$ — нормированное значение l-го критерия;

$f_l(x)$ — значения локальных критериев в области Ωx;

$f_{l\text{э}}(x)$, $f_{l\text{н}}(x)$ — наилучшее и наихудшее значения критерия, полученные при расчете табл. 7.

Формула (260) является линейной формой и в случае оптимизации жилой застройки по одному критерию может быть использована в качестве функции принадлежности. В случае оптимизации по нескольким частным критериям встает вопрос об учете их взаимной важности; при этом возникает необходимость в определении полезности каждого из критериев в общем эффекте. Трудность выбора функции принадлежности отдельных критериев в этом случае заключается в необходимости учета нелинейности функции полезного критерия, которая имеется в общем случае. Формой, позволяющей в случае необходимости учитывать любую степень нелинейности, является функция принадлежности

$$\overline{R}_l(x) = \left[\frac{f_l(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}{f_{l\,\text{экстр}}(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}\right]^{\alpha_l}, \qquad (261)$$

где α_l — коэффициент нелинейности.

Функция принадлежности (261) характеризует степень принадлежности наилучшему варианту, т. е. степень принадлежности оптимуму. Иногда удобнее пользоваться понятием потери оптимальности

$$R_l(x) = 1 - \left[\frac{f_l(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}{f_{l\,\text{экстр}}(x) - f_{l\,\text{н}}(x)}\right]^{\alpha_l}. \qquad (262)$$

Имея функции принадлежности (261) и (262), на основе обобщенной формы (59) нетрудно построить векторный критерий эффективности жилищного строительства. При этом, исходя из особенностей цели системы управления жилищным строительством, необходимо стремиться к выбору компромиссного решения максимальной эффективности, что соответствует $\beta=1$. В этом случае обобщенный критерий имеет вид

$$W(X^*)=\min_{X^*\in\Omega_X}\left[\frac{1}{\rho}\sum_{l=1}^{\rho}R_l(x)\right], \qquad (263)$$

где X^* — компромиссное решение;

ρ — количество локальных критериев.

Критерий вида (263) максимизирует эффективность системы, что соответствует постановке задачи, требующей максимальной скорости достижения поставленной цели, которая заключается в максимизации числа семей, удовлетворенных квартирами за плановый период. Данный критерий позволяет с единых методологических позиций проводить оптимизацию жилой застройки на всех уровнях иерархии управления.

§ 27. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО НАБОРА ДОМОВ В ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКЕ

Эта модель позволяет найти компромисс между различными вариантами комплексной застройки жилого района с конкретными требованиями по квартирной структуре жилищного фонда. Математическая модель оптимизации набора домов в жилой застройке формулируется следующим образом. Имеется μ типовых проектов ($\mu=1, 2, ..., n'$). Качество жилой застройки оценивается совокупностью локальных критериев, часть из которых максимизируется $f_l(x)\to\max$ ($l=1, 2, ..., l'$), а часть минимизируется $f_l(x)\to\min$ ($l=l'+1, l'+2, ..., l''$). Относительная важность локальных критериев задается вектором приоритета $\varkappa(\varkappa_1, \varkappa_2, ..., \varkappa_l)$. Задача состоит в выборе такого сочетания типов домов, которое наиболее полно удовлетворяет всей совокупности критериев f_l.

Формирование такой модели условно можно разделить на два этапа:

1) описание области допустимых решений Ω;

2) получение критерия оптимальности, позволяющего выбирать наиболее рациональное решение.

Область допустимых решений Ω определяется:

1) ограничениями, определяемыми требованием по соблюдению заданного соотношения квартир,

$$\sum_{r=1}^{m} a_{r\mu}x_\mu \geqslant b_r, \qquad (264)$$

где x_μ — количество домов μ-го типа ($\mu=1, 2, ..., n'$);

$a_{r\mu}$ — количество квартир r-го типа в доме μ-го типа ($r=1, 2, ..., m'$);

b_r — количество семей, состоящих из r членов, требования которых необходимо удовлетворить в планируемом периоде;

2) ограничениями, определяемыми мощностью домостроительных организаций

$$\sum_{\mu=1}^{n} \omega_{\tau\mu} x_{\mu} \leqslant Д_{\tau}\,, \tag{265}$$

где $\omega_{\tau\mu}$ — количество домов μ-го типа, производимое домостроительной организацией в планируемый период времени;

$Д_{\tau}$ — мощность τ-й домостроительной организации;

3) ограничениями по этажности

$$\sum_{\mu=1}^{n} h_{k\mu} x_{\mu} \geqslant H_k, \tag{266}$$

где H — требуемая жилая площадь в k-й этажной части застройки;

$h_{k\mu}$ — жилая площадь дома μ-го типа k-й этажности;

4) ограничениями на неотрицательность переменных

$$x_{\mu} \geqslant 0 \tag{267}$$

и их целочисленность

$$x_{\mu} = \text{int}. \tag{268}$$

Для отыскания компромиссного решения необходимо на основании частных критериев сформировать векторный критерий вида (263) и найти его минимальное значение на допустимой области решений (264)—(268).

На данном этапе планирования не представляется возможным оптимизировать (изменить) характеристики типовых проектов домов, так как их параметры выбираются при проектировании. Поэтому при определении набора домов в застройке по комфорту проживания допуст́им любой дом, а экологический комфорт учитывается моделью комплексной застройки района.

С учетом этого алгоритм определения оптимального набора домов в жилой застройке заключается в следующем:

1) исходя из существующих ресурсов (капиталовложений, территории застройки, мощности домостроительных организаций и т. д.), демографической структуры семей, состоящих в очереди на получение жилой площади, формируется система ограничений, определяемых требованиями по соблюдению заданного соотношения квартир (264), мощностью домостроительных организаций (265) и ограничений на значения переменных (267) и (268);

2) на основе экспертных оценок выбираются локальные критерии;

3) в области допустимых решений (264) — (268) проводится оптимизация по каждому из локальных критериев; на основе

полученных значений составляется таблица, определяющая приближенную область компромиссных решений (табл. 7);

4) на основе экспертных оценок или с помощью статистического анализа принятых ранее решений определяются коэффициенты α_l для частных критериев;

5) формируются функции принадлежности вида (261) и (262) для частных критериев;

6) формируется векторный критерий в виде (263).

Поиск компромиссного решения (263) в области ограничений можно вести с помощью симплекс-метода линейного программирования, теория и практические приложения которого разработаны в [78, 79].

Однако полученное в этом случае решение не удовлетворяет условию (268), т. е. не является целочисленным.

§ 28. АЛГОРИТМ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКИ

Основные трудности поиска оптимального набора домов заключаются в нелинейности векторного критерия (263) (кроме случая, когда $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_l=1$) и удовлетворении требований целочисленности значений переменных. Для определения оптимального целочисленного решения разработан алгоритм, приведенный на рис. 18. Рассмотрим основные этапы этого алгоритма.

1. *Определение приближенной непрерывной области компромиссов* $\Omega_x^{\text{пр}}$ (без учета условий целочисленности). Одним из путей получения области $\Omega_x^{\text{пр}}$ является описанный в § 26 метод последовательной оптимизации по локальным критериям в области допустимых решений (264) — (267). Основной процедурой при этом является симплекс-метод, основанный на модифицированных жордановых исключениях.

2. *Определение приближенной дискретной области компромиссов* $\Omega_x^{\text{пр}}$. Сначала находим интервал изменения целочисленных значений каждой переменной путем решения 2Г задач линейного программирования. Затем в области $\Omega_x^{\text{пр}}$ определяем минимальное и максимальное значения каждой переменной $X_{\text{ц}}$ без условия целочисленности:

$$X_{\text{ц}\,\min} = \min_{X_{\text{ц}}\in\Omega_x^{\text{пр}}} X_{\text{ц}}, \quad \text{ц} = \overline{1,\,\Gamma}; \tag{269}$$

$$X_{\text{ц}\,\max} = \max_{X_{\text{ц}}\in\Omega_x^{\text{пр}}} X_{\text{ц}}, \quad \text{ц} = \overline{1,\,\Gamma}. \tag{270}$$

После этого вычисляем округленные до целого минимальные и максимальные значения переменных по формулам

$$\overline{X}_{\text{ц}\,\min} = [X_{\text{ц}\,\min}] + 1, \quad \text{ц} = \overline{1,\,\Gamma}; \tag{271}$$

$$\overline{X}_{\text{ц}\,\max} = [X_{\text{ц}\,\max}], \quad \text{ц} = \overline{1,\,\Gamma}, \tag{272}$$

где $[X_{\text{ц}\,\min}]$ и $[X_{\text{ц}\,\max}]$ — целые части $X_{\text{ц}\,\min}$ и $X_{\text{ц}\,\max}$.

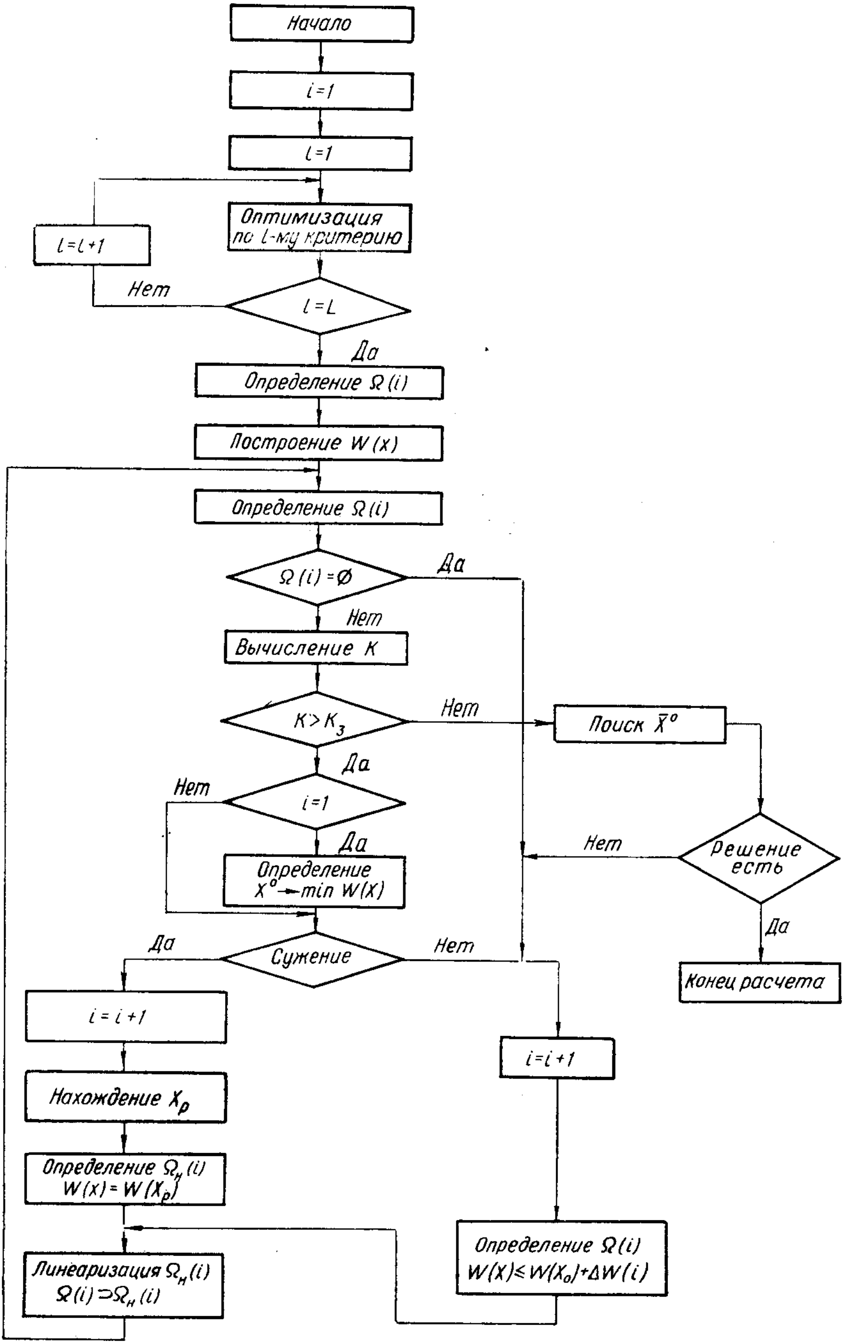


Рис. 18. Блок-схема алгоритма целочисленной оптимизации.

Тогда множество целочисленных значений переменных

$$\overline{X} = \{\overline{X}_ц / \overline{X}_ц \in [\overline{X}_{ц\,min},\ X_{ц\,max}]\}$$

определяет приближенную дискретную область компромиссов $\overline{\Omega}_x^{пр}$. Если непрерывная область компромиссов не содержит ни одной дискретной точки, т. е. $\overline{\Omega}_x^{пр} = \varnothing$ (при нестрогом противоречии локальных критериев и жестких ограничениях), то необходимо расширить область $\Omega_x^{пр}$. Критерием отсутствия дискретной области компромиссов является условие

$$\bigvee_{ц=1}^{г} (\overline{X}_{ц\,min} - X_{ц\,max}) > 0. \qquad (273)$$

3. *Определение количества возможных комбинаций целочисленных значений переменных.* Число комбинаций определяется по формуле

$$K = \prod_{ц=1}^{г} (\overline{X}_{ц\,max} - X_{ц\,min} + 1). \qquad (274)$$

Если перебор всех комбинаций целочисленных значений переменных на ЭЦВМ требует небольших затрат машинного времени, то для поиска оптимального целочисленного решения используется метод простого перебора [80]. При значительных затратах машинного времени переходим к отысканию оптимального нецелочисленного решения по векторному критерию (263).

4. *Определение нецелочисленного решения по векторному критерию.* Рассмотрим поиск оптимального решения в случае нелинейности векторного критерия (263), так как при линейном векторном критерии поиск точки оптимума не представляет трудностей. Нахождение оптимального нецелочисленного решения осуществляется методом скользящего допуска [81]. После определения решения по формуле (274) рассчитывается количество комбинаций K. В случае большого количества K производится либо последовательное сужение непрерывной области $\Omega_x^{р}$, либо задание непрерывной области в окрестностях точки оптимума Ω_{0x}.

5. *Сужение области* $\Omega_x^{пр}$. Решение задачи основано на использовании приближенных методов поиска экстремума, которые позволяют найти за конечное число шагов рациональное целочисленное решение $\overline{X}_р \in \Omega_x^{пр}$, при котором значение векторного критерия (263) отличается от оптимального на какую-то величину $\Delta W = W(\overline{X}_р) - W(X^0)$. Задачу отыскания целочисленного решения по нелинейному критерию в дискретной области $\Omega_x^{пр}$ можно рассматривать как многоэкстремальную, экстремумы которой определены на множестве дискретных точек $\overline{X} \in \Omega^{пр}$. Поэтому для поиска локального экстремума (рациональное решение $\overline{X}_р$) применяется метод асимптотического перебора локальных экстремумов [82]. Этот метод является эффективным с точки зрения

затрат машинного времени. При использовании его необходимо задавать закон распределения переменных в области $\Omega^{пр}$. При небольшом количестве целочисленных значений переменной $X_ц \in [\overline{X}_{ц\,min}, \overline{X}_{ц\,max}]$ применяется равномерный закон распределения, при большом $X_ц \in [\overline{X}_{ц\,min}, \overline{X}_{ц\,max}]$ — нормальный, или пуассоновский закон.

После определения рационального целочисленного решения производим сужение непрерывной области $\Omega_x^{пр}$ путем задания дополнительного нелинейного ограничения

$$W(X) \leqslant W(\overline{X}^{р}), \tag{275}$$

что приводит к нелинейности новой непрерывной области.

Дискретную область $\overline{\Omega}_н$ можно было бы определить согласно пункту 2 настоящего алгоритма, решив 2Г задач нелинейного программирования (269) и (270) в области $\Omega_н$. Так как решение одной задачи нелинейного программирования методом скользящего допуска требует значительно больших затрат машинного времени, чем решение одной задачи линейного программирования, и на практике $2Г \gg \rho$ (где ρ — количество локальных критериев), то целесообразно произвести линеаризацию нелинейной области $\Omega_н$, т. е. определить линейную область $\Omega_л \supset \Omega_н$. Для этого в области $\Omega_н$ решаем ρ задач нелинейного программирования — находим наихудшее значение каждого локального критерия, т. е.

$$f_{l\,наих}(\Omega_н) = \begin{cases} \max\limits_{x \in \Omega_н} f_l(x)/f_l(x) \to \min; \\ \min\limits_{x \in \Omega_н} f_l(x)/f_l(x) \to \max \end{cases} \tag{276}$$

и производим замену ограничений:

$$f_l(x) \leqslant f_{l\,наих}(\Omega_н)/f_l(x) \to \min; \tag{277}$$

$$f_l(x) \geqslant f_{l\,наих}(\Omega_н)/f_l(x) \to \max. \tag{278}$$

В результате получаем линейную область $\Omega_л \supset \Omega_н$. Дискретную область $\Omega_л$ определяем согласно пункту 2. Сужение области $\Omega_x^{пр}$ производим до тех пор, пока не будет получено либо рациональное решение, либо такая дискретная область $\overline{\Omega}^*$, в которой поиск оптимального целочисленного решения можно производить методом полного перебора.

6. *Определение непрерывной области окрестности точки оптимума* Ω_0. Задаем приращения ΔW оптимальному значению векторного критерия $W(X^0)$ и строим дополнительные нелинейные ограничения

$$W(X) \leqslant W(X^0) + \Delta W. \tag{279}$$

Как и при сужении области, целесообразно произвести линеаризацию области Ω_0, затем определить дискретную область окрестности точки оптимума $\overline{\Omega}_0^л$, как это было описано в п. 2.

Рассмотрим, в каких пределах целесообразно выбирать ΔW, чтобы выполнялось условие $\Omega_0 \subset \Omega_x^{\text{пр}}$. Для этого определим наилучшее значение векторного критерия в точках оптимумов по локальным критериям:

$$W_{\text{наил}} = \min_{1 \leqslant l \leqslant \rho} W(X^l). \tag{280}$$

Тогда для выполнения условия $\Omega_0 \subset \Omega_x^{\text{пр}}$ необходимо, чтобы

$$0 < \Delta W < W_{\text{наил}} - W(X^0). \tag{281}$$

Линеаризацию области Ω_0 можно произвести приближенным методом, основанным на предположении, что все локальные критерии, кроме l_0, в области Ω_0 достигают экстремума. Наихудшее значение l_0-го локального критерия определяем по формуле

$$f_{l_0\text{наих}}(\Omega_0) = \rho \sqrt[\alpha_l']{W(X^0) + \Delta W}\,(f_{l_0\text{наих}} - f_{l_0\text{opt}}) + f_{l_0\text{opt}}. \tag{282}$$

Так можно определить наихудшие значения всех локальных критериев в области $\Omega_x^{\text{пр}}$. При линеаризации области Ω_0 по формуле (282) необходимо, чтобы для полученной линейной области окрестности точки оптимума $\Omega_0^{\text{л}}$ выполнялось условие

$$\Omega_0^{\text{л}} \subset \Omega_x^{\text{пр}}, \tag{283}$$

т. е. чтобы

$$f_{l\,\text{наих}}(\Omega_0^{\text{л}}) < f_{l\,\text{наих}}/f_l(x) \to \min. \tag{284}$$

Выполнение условия (283) достигается при

$$\max\,[\rho \sqrt[\alpha_l']{W(X^0) + \Delta W}] \leqslant 1. \tag{285}$$

Так как в области компромиссов $0 \leqslant W(X^0) + \Delta W \leqslant 1$ и $\alpha_l' \geqslant 1$, то левая часть выражения (285) достигает максимума при

$$\alpha_{\max}' = \max_{1 \leqslant l' \leqslant \rho} \{\alpha_l'\}.$$

Тогда

$$0 < W(X^0) + \Delta W < \left(\frac{1}{\rho}\right)^{\alpha_{\max}'}, \tag{286}$$

откуда

$$0 < \Delta W < \left(\frac{1}{\rho}\right)^{\alpha_{\max}'} - W(X^0). \tag{287}$$

Для выполнения условия (287) необходимо, чтобы

$$W(X^0) < \left(\frac{1}{\rho}\right)^{\alpha_{\max}'}.$$

Если условие (287) не выполняется, то линеаризацию по формуле (282) производить нецелесообразно.

7. *Определение оптимального целочисленного решения по глобальному критерию.* Для поиска оптимального целочисленного решения используется простой перебор целочисленных значений переменных в области допустимых решений и выбирается такое целочисленное решение $\overline{X}^0 \in \Omega$, при котором критерий (283) достигает глобального минимума. При переборе целочисленных значений переменных $\overline{X} \in \overline{\Omega}^*$ может оказаться, что $\overline{\Omega}^* \cap \overline{\Omega} = \varnothing$, т. е. область $\overline{\Omega}^*$ не содержит ни одного целочисленного решения, удовлетворяющего области допустимых решений. В этом случае необходимо расширить область Ω^*.

8. *Расширение области* Ω^*. Задаем новое приращение $\Delta W' > \Delta W$ значению глобального критерия и определяем новую область $\Omega^{**} \supset \Omega^*$. Трудоемкость перебора целочисленных значений переменных в области $\overline{\Omega}^{**}$ можно существенно уменьшить за счет исключения из рассмотрения дискретных точек в области $\overline{\Omega}^*$, т. е. перебора множества дискретных точек в области $\overline{\Omega}' = \overline{\Omega}^{**}/\overline{\Omega}^*$, так как область $\overline{\Omega}^{**}$ не содержит ни одной целой точки $\overline{x} \in \Omega$. При определении области $\overline{\Omega}^{**}$ необходимо, чтобы число комбинаций целочисленных значений переменных в области допустимых решений не было больше заданного числа $K_{зад}$, определенного исходя из быстродействия ЭЦВМ.

§ 29. РАСЧЕТ НА ЭЦВМ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКИ

В качестве примера рассмотрим определение оптимального набора типовых проектов домов для застройки двух микрорайонов одного из жилых массивов.

Исходной информацией для расчета явились:

характеристики семей-очередников, предполагаемых к расселению в данном районе (табл. 8);

ограничения по типовым проектам домов;

принципы заселения нового жилищного фонда и норма обеспеченности жилой площадью (10 $м^2$);

перечень типовых проектов домов и их характеристики (табл. 9).

Согласно генеральному плану развития города оценочная емкость территории микрорайонов составляет 39 тыс. чел. На основании этого из общей оче-

Таблица 8. **Структура семей, расселяемых в застройке**

Количество членов семьи, чел.	Количество семей, расселяемых в микрорайонах	Соотношение семей, %
1	2134	16
2	2546	19
3	4532	33
4	3216	24
5	938	7
$\geqslant 6$	134	1
Итого	13400	100

Таблица 9. **Характеристика типовых проектов домов**

Тип дома	Общее количество квартир	В том числе однокомнатных	двухкомнатных	трехкомнатных	четырехкомнатных	пятикомнатных	Жилая площадь, $м^2$	Стоимость одного дома, тыс. руб.
П-57 д/м	159	129	30	—	—	—	2736	639
П-57-04/9ЮА	144	36	40	68	—	—	4675	718
П-57-03/9ЮА	108	27	30	51	—	—	3602	521
П-57-03/12ЮА	144	36	39	69	—	—	4683	767
4У-16	122	33	47	32	—	—	3474	798
П-57-04/12ЮА	192	48	52	92	—	—	6251	1012
1ПД-16	127	63	32	32	—	—	3216	760
5Т-16	143	47	16	64	16	—	4681	1025
3С-16	64	1	31	17	15	—	2400	554
2ПК-16	64	1	32	31	—	—	2223	508
19-этажный по индивидуальному проекту	80	19	42	—	—	19	4600	1096
9—12—14-этажный по индивидуальному проекту	318	40	250	—	28	—	9418	1695

реди выделен контингент семей, предполагаемых к расселению, и по методике, описанной в главе IX, произведен прогноз их демографической структуры на момент ввода жилья в эксплуатацию. На основании этих данных и детального анализа поло-возрастной структуры семей определена требуемая квартирная структура застройки:

Число комнат в квартире	1	2	3	4	5
Требуемое количество квартир	3603	4314	5217	228	76

Для формализации математической модели введем следующие обозначения типовых проектов домов: X_1—П-57д/м; X_2—П-57-04/91-ОА; X_3—П-57-03/9ЮА; X_4—П-57-03/12ЮА; X_5—П-57-04/12ЮА; X_6—4У-16; X_7—1ПД-16; X_8—5Т-16; X_9—3С-16; X_{10}—2ПК-16; X_{11}—19-этажный (индивидуальный проект); X_{12}—9—12—14-этажный (индивидуальный проект).

Основными критериями, определяющими набор домов в застройке, выбраны следующие показатели:

1) минимальная стоимость жилых домов f_c;

2) минимальное количество домов f_μ

$$\sum_{\mu=1}^{12} X_\mu \to \min.$$

Составим ограничения по количественному соотношению квартир различного типа:

по однокомнатным квартирам

$$129X_1 + 36X_2 + 27X_3 + 36X_4 + 48X_5 + 33X_6 + 63X_7 + 47X_8 + X_9 + X_{10} + 19X_{11} + 40X_{12} \geqslant 3603;$$

по двухкомнатным квартирам

$$30X_1 + 40X_2 + 30X_3 + 39X_4 + 52X_5 + 47X_6 + 32X_7 + 16X_8 + \\ + 31X_9 + 32X_{10} + 42X_{11} + 250X_{12} \geqslant 4314;$$

по трехкомнатным квартирам

$$68X_2 + 51X_3 + 69X_4 + 92X_5 + 32X_6 + 32X_7 + 64X_8 + \\ + 17X_9 + 31X_{10} \geqslant 5217;$$

по четырехкомнатным квартирам

$$16X_8 + 15X_9 + 28X_{12} \geqslant 228;$$

по пятикомнатным квартирам

$$19X_{11} \geqslant 76.$$

Ограничения по типовым проектам домов, сформулированные из архитектурных соображений, имеют вид

$$X_2 \leqslant 4; \quad 3 \leqslant X_5 \leqslant 10; \quad X_{11} = 4;$$
$$X_3 \leqslant 9; \quad X_8 = 9; \quad X_{12} = 3.$$
$$45 \leqslant X_4 \leqslant 56;$$

Коэффициентами нелинейности полезности локальных критериев являются $\alpha_1' = 2$ и $\alpha_2' = 4$.

В табл. 10, 11 представлены результаты расчетов на ЭЦВМ нецелочисленного и целочисленного наборов домов.

Таблица 10. Результаты расчета на ЭЦВМ нецелочисленного набора домов

Критерий оптимизации	Оптимальный набор домов	Значение $f_c(X)$, млн. руб.	Значение $f_\mu(X)$, шт.
Минимальные затраты на строительство жилых домов $f_c(X)$	$X_1=7{,}49$; $X_7=0$; $X_2=0$; $X_8=9$; $X_3=8{,}4$; $X_9=0$; $X_4=45$; $X_{10}=26{,}81$; $X_5=2{,}99$; $X_{11}=4$; $X_6=0$; $X_{12}=3$	79632,1	106,71
Минимальное количество домов $f_\mu(X)$	$X_1=1{,}87$; $X_7=0$; $X_2=0$; $X_8=9$; $X_3=0$; $X_9=0$; $X_4=45$; $X_{10}=0$; $X_5=9{,}99$; $X_{11}=4$; $X_6=19{,}46$; $X_{12}=3$	80657,1	92,34
Векторный критерий $W(X)$	$X_1=6{,}79$; $X_7=0$; $X_2=2{,}95$; $X_8=9$; $X_3=0{,}2$; $X_9=0$; $X_4=45{,}02$; $X_{10}=22{,}61$; $X_5=5{,}88$; $X_{11}=4$; $X_6=2{,}82$; $X_{12}=3$	80169,52	102,27

Таблица 11. **Результаты расчета на ЭЦВМ целочисленного набора домов**

Тип дома	Количество домов	Количество квартир					Стоимость дома, тыс. руб.
		однокомнатных	двухкомнатных	трехкомнатных	четырехкомнатных	пятикомнатных	
		По алгоритму целочисленной оптимизации					
X_1	5	645	150	—	—	—	3195
X_2	3	108	120	204	—	—	2157
X_3	7	189	210	357	—	—	3647
X_4	45	1620	1755	3105	—	—	34515
X_5	3	144	156	276	—	—	3036
X_6	8	264	376	256	—	—	6384
X_8	15	15	480	465	—	—	7620
X_{10}	9	423	144	576	144	—	9225
X_{11}	4	76	168	—	—	76	6780
X_{12}	3	120	750	—	84	—	3288
Итого	102	3604	4309	5239	228	76	79847
		Путем округления переменных					
X_1	7	903	210	—	—	—	4473
X_2	3	108	120	204	—	—	2157
X_4	45	1620	1755	3105	—	—	34515
X_5	6	288	312	552	—	—	6072
X_6	3	99	141	96	—	—	2394
X_8	9	423	144	576	144	—	9225
X_{10}	23	736	713	—	—	—	11684
X_{11}	4	76	168	—	—	76	6780
X_{12}	3	120	750	—	84	—	3288
Итого	103	3659	4342	5246	228	76	80588

Примечание. При расчете по алгоритму целочисленной оптимизации количество жителей составило 39023 чел., затраты на одного жителя — 2046,15 руб., а при расчете путем округления переменных — соответственно 39301 чел. и 2050,53 руб.

Анализ показывает, что затраты на одного жителя в оптимальном целочисленном варианте на 4,38 руб. меньше, чем в рациональном (округленном). Экономический эффект за счет получения оптимального целочисленного решения с помощью ЭЦВМ по микрорайонам составляет 738 тыс. руб.

Об эффективности проектирования жилой застройки с помощью ЭЦВМ с учетом конкретной демографии дает представление табл. 12, в которой приведены характеристики принятого к застройке проекта микрорайона, рассчитанного традиционными методами, и варианта проекта, рассчитанного на ЭЦВМ.

Т а б л и ц а 12. **Характеристика проектов застройки микрорайона**

Структура застройки	Тип дома	Количество домов	Стоимость застройки, млн. руб.	Количество квартир					Расход на одного вселенного, руб./чел.	Численность населения, чел.
				общее	однокомнатных	двухкомнатных	трехкомнатных	четырехкомнатных		
Требуемая (по анализу запланированного к расселению контингента семей)	—	—	—	—	1620	2120	1920	118	—	17848
По техническому проекту	П-57-03/12 П-57-04/12 П-57-07/12 2ПК-16 3С-16 4У-16 По индивидуальному проекту То же	2 7 2 14 7 10 1 4	36,7	5778	847	2727	1715	489	$\frac{1920}{2056}$	$\frac{19115}{17848}$
Оптимальная, рассчитанная на ЭВМ	По индивидуальному проекту: 7-секционный 5-секционный 4-секционный 3Т-16 2ПК-16 П-57-03/12	 2 2 1 15 5 12	34,528	5801	1677	2077	1907	240	1915	18035

П р и м е ч а н и е. В числителе приведены проектные данные, в знаменателе — фактические значения, рассчитанные с учетом демографии (без нарушения существующих норм обеспеченности).

Глава IX.

АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СЕМЕЙ-ОЧЕРЕДНИКОВ

Учет конкретной демографической структуры семей-очередников, предполагаемых к расселению, позволяет существенно повысить эффективность проектирования жилой застройки и обеспечить удовлетворение большего числа запросов. Как показал анализ, за год около 7% семей-очередников изменяют свой количественный состав, а период между проектированием микрорайона и вводом жилья в эксплуатацию составляет от 3 до 5 лет. В связи с этим становится очевидным, что в проект необходимо закладывать прогнозные данные по демографической структуре семей.

§ 30. АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ДИНАМИКУ РАЗВИТИЯ ОЧЕРЕДИ

Основополагающей исходной информацией при планировании жилой застройки города является численность и структура семей, стоящих в очереди на получение жилой площади [24]. Размер и состав семей, остро нуждающихся в жилплощади, значительно отличается от структуры всего населения города в целом. При анализе семей данного контингента необходимо учитывать изменения, которые могут произойти к моменту получения квартир. При этом изменение качественного и количественного составов семьи зависит от многих факторов, в том числе и от поло-возрастной структуры семьи.

Семья — это группа лиц, связанных родством, общей жилой площадью и общим бюджетом.

Очередь рассматривается как множество семей (элементов) A, число которых непостоянно во времени. Какое-то число элементов этого множества выходит (получает ордер) из множества A через определенное время (время обслуживания), а новое число входит (записывается в очередь) в множество A.

Множество A разбиваем на шесть подмножеств, которые обозначаем 1, 2, 3, 4, 5, 6 и называем состоянием (семьей). Подмножества 1, ..., 6 — это множества семей, состоящих из 1, ..., 6 и более членов [83]. Для подмножества выполняются следующие условия:

$i \subset A\,(i=\overline{1,6})$ — все подмножества входят в множества A;

$\bigcup\limits_{i=1}^{6} i=A$ — объединение всех подмножеств равно множеству A;

$i \cap j \neq \varnothing$ $(i \neq j,\ i,\ j=\overline{1,6})$ — подмножества не пересекаются.

Каждое множество состояний 2—4 делим на подмножество полных семей $П_i$ $(i=\overline{2,4})$, имеющих брачную пару, и подмножество неполных семей $Н_i$ $(i=\overline{2,4})$, не имеющих брачной пары. Множество состояния 1 (одиноких) делим на подмножества муж-

Таблица 13. **Классификация семей**

Состояние семьи	Тип семьи	Возрастные интервалы, лет	Число семей, входящих в возрастные подмножества	Число семей, входящих в подмножества F, B, H_i, $П_i$	Число семей, входящих в множества 1, ..., 6
1	Неполная (мужчина)	18—35	N'_{11}	N'_1	N_1
		35—49	N'_{12}		
		>49	N'_{13}		
	Неполная (женщина)	18—35	N''_{11}	N''_1	
		35—49	N''_{12}		
		>49	N''_{13}		
2	Полная	18—35	N'_{21}	N'_2	N_2
		35—49	N'_{22}		
		>49	N'_{23}		
	Неполная	18—35	N''_{21}	N''_2	
		35—49	N''_{22}		
		>49	N''_{23}		
3	Полная	18—35	N'_{31}	N'_3	N_3
		35—49	N'_{32}		
		>49	N'_{33}		
	Неполная	18—35	N''_{31}	N''_3	
		35—49	N''_{32}		
		>49	N''_{33}		
4	Полная	18—35	N'_{41}	N'_4	N_4
		35—49	N'_{42}		
		>49	N'_{43}		
	Неполная	18—35	N''_{41}	N''_4	
		35—49	N''_{42}		
		>49	N''_{43}		

Продолжение табл. 13

Состояние семьи	Тип семьи	Возрастные интервалы, лет	Число семей, входящих в возрастные подмножества	Число семей, входящих в подмножества $F, B, H_i, П_i$	Число семей, входящих в множества 1,..., 6
5	Полная	18—35 35—49 >49	N'_{51} N'_{52} N'_{53}	N'_5	N_5
6	Полная	18—35 35—49 >49	N'_{61} N'_{62} N'_{63}	N'_6	N_6

чин B и женщин F. Для множества состояний 5 и 6 считаем, что подмножества неполных семей стремятся к $\varnothing$ (пустое множество), т. е. их число мало по сравнению с полными семьями. Для состояний 5 и 6 могут выполняться равенства $5=П_5$, $6=П_6$. Для подмножеств F, B, $П_i$, H_i $(i=\overline{2, 4})$ выполняется записанное выше условие.

Каждое из множеств F, B, $П_i$, H_i, $(i=\overline{2, 4})$, 5, 6 разделяем на три подмножества в зависимости от возраста лиц, принятых за основу. Для полных семей за основу принят возраст женщины, состоящей в браке, для неполных — возраст одного родителя с детьми или, если семья состоит из непрямых родственников, возраст самого младшего члена семьи, достигшего брачного возраста, т. е. 18 лет. В первые возрастные подмножества F', B', $П'_i$, H'_i, $(i=\overline{2, 4})$, $5'$, $6'$ входят семьи, в которых возраст лиц, принятых за основу, находится в пределах 18—35 лет, во вторые F'', B'', $П''_i$, H''_i, $(i=\overline{2, 4})$, $5''$, $6''$ — семьи с возрастом лиц 36—49 лет, в третьи F''', B''', $П'''_i$, H'''_i, $(i=\overline{2, 4})$, $5'''$, $6'''$ — семьи с возрастом лиц более 49 лет (табл. 13).

Для каждого возрастного подмножества $П_i^{\varphi}$, H_i^{φ}, 5^{φ}, 6^{φ} $(i=\overline{2, 4}$, $\varphi=', '', ''')$ определим наиболее часто встречающиеся структуры семей, в зависимости от которых будут меняться и события, влияющие на количественные изменения в семье.

Семья может увеличиваться, уменьшаться или оставаться в том же количественном состоянии. Событиями, увеличивающими семью, являются рождение, брак с приходом, приход других родственников (в основном родителей, реже братьев и сестер, прародителей и внуков), а уменьшающими — смерть, брак с уходом, развод, уход членов семьи (совершеннолетних детей, родителей, других родственников). Большое значение на изменение в семье оказывают такие факторы, как национальность членов семьи, место проживания, размер заработной платы. Получение этих зависимостей представляет большой интерес, однако учесть их не представляется возможным. Поэтому выделяются главные факторы, которые влияют на динамику развития семьи (рис. 19).

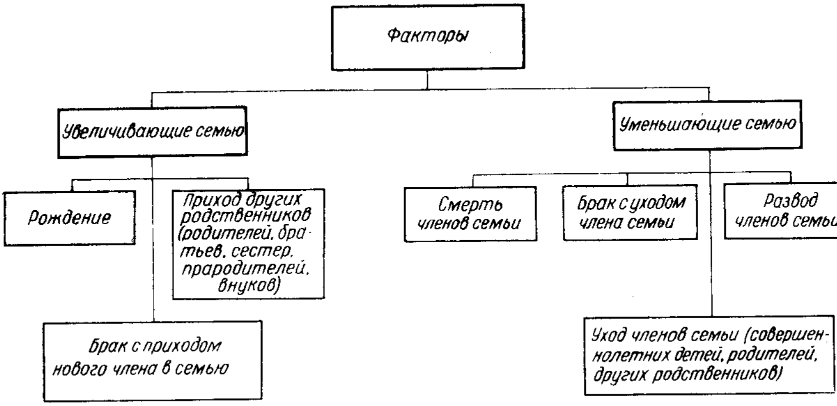


Рис. 19. Факторы, влияющие на развитие семьи.

§ 31. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ОЧЕРЕДИ

Чтобы учесть всю совокупность факторов, влияющих на динамику развития семей-очередников (§ 30), необходимо построить математическую модель, при разработке которой принимаются следующие допущения [83, 84]: все события, влияющие на изменение семьи, — независимые; процесс развития семьи — марковский.

В одной и той же семье в течение периода Δt может произойти несколько событий. Выбираем такой шаг времени Δt, в течение которого совмещение двух или более событий, меняющих количество членов в семье, имеет настолько малую вероятность, что таким совмещением можно пренебречь, т. е. события можно считать несовместными. Каждому событию в соответствие ставим плотность вероятности в интервале Δt. Показатели перехода семей из одного количественного состояния в другое рассматриваем как вероятности перехода. Вводим понятие однородности процесса развития семьи, т. е. предполагаем, что вероятности перехода зависят от разности моментов времени.

Пусть в некоторый момент времени Ψ семья находится в i-м состоянии. Под действием множества факторов (рождения, брака, смерти и т. д.) в момент $t>\Psi$ семья случайным образом может перейти в состояние j ($j=i+1$, i, $i-1$) с некоторой вероятностью P_{ij} (Ψ, t). Обозначим через P (Ψ, t) матрицу

$$P(\Psi, t) = \begin{bmatrix} P_{11}(\Psi, t) & P_{12}(\Psi, t) & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ P_{21}(\Psi, t) & P_{22}(\Psi, t) & P_{23}(\Psi, t) & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & P_{65}(\Psi, t) & P_{66}(\Psi, t) \end{bmatrix}. \qquad (288)$$

Для вероятностей перехода P_{ij} (Ψ, t) имеет место соотношение

$$P_{ik}(\Psi, T) = \sum_j P_{ij}(\Psi, t) P_{jk}(t, T), \quad 0 < t < T. \qquad (289)$$

Это выражение является частным уравнением Чепмена — Колмогорова. В матричных обозначениях его можно представить в виде [85]

$$P(\Psi, T) = P(\Psi, t) P(t, T). \qquad (290)$$

Поскольку принято, что процесс развития семьи является однородным, то уравнение Чепмена — Колмогорова будет иметь вид

$$P_{ik}(\Psi + t) = \sum_j P_{ij}(\Psi) P_{jk}(t), \quad \Psi, t \geqslant 0. \qquad (291)$$

В матричных обозначениях

$$P(\Psi + t) = P(\Psi) P(t). \qquad (292)$$

Пользуясь общепринятой в теории марковских цепей терминологией, будем называть матрицу P (t) марковской переходной матричной функцией. На основании теорем, которые приводятся в теории марковских процессов, матричная функция $P(t)$ при $t=0$ удовлетворяет условиям

$$\lim_{t \to 0} P_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ 1 & \text{при } i = j. \end{cases} \qquad (293)$$

Тогда для семьи вероятность остаться в том же состоянии возрастает по экспоненциальному закону и стремится к единице при $i=j$ и $t \to 0$. Для $i \neq j$ вероятность $P_{ij}(t)$ стремится к 0 также по экспоненциальному закону.

Из условия (293) следует непрерывность вероятностей P_{ij} (t) при всех $t \geqslant 0$. Допускаем, что при всех $t \geqslant 0$ функция имеет производные, существование которых доказывается в теории марковских процессов [86]:

$$q_{ij} = \lim_{t \to 0} \frac{P_{ij}(t)}{t} = P'_{ij}(0), \quad i \neq j;$$

$$q_i = \lim_{t \to 0} \frac{1 - P_{ii}(t)}{t} = -P'_{ii}(0), \qquad (294)$$

где q_{ij} — плотность вероятности.

Пусть

$$\sum_{i \neq j}^{i+1} q_{ij} = q_i. \tag{295}$$

Тогда матрица Q имеет вид

$$Q = \begin{bmatrix} -q_1 & q_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ q_{21} & -q_2 & q_{23} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q_{65} & -q_6 \end{bmatrix}. \tag{296}$$

Уравнение Чепмена — Колмогорова (289) продифференцируем по каждой из переменных при условии, что $\Psi=0$ и $t=0$;

$$P'_{ik}(\Psi + t) = \sum_j P'_{ij}(\Psi)\, P_{jk}(t);$$

$$P'_{ik}(\Psi + t) = \sum_j P_{ij}(\Psi)\, P'_{jk}(t), \quad i,\ k = 1, 2, \dots, n. \tag{297}$$

Если в первом уравнении $\Psi=0$, а во втором $t=0$, то две системы дифференциальных уравнений относительно функций $P_{ij}\ (t)$ имеют вид

$$P'_{ik}(t) = \sum_j P'_{ij}(0)\, P_{jk}(t);$$

$$P'_{ik}(t) = \sum_j P_{ij}(t)\; P'_{jk}(0). \tag{298}$$

После некоторых математических преобразований [85] приходим к прямой и обратной системам дифференциальных уравнений цепи Маркова:

$$P'_{ik}(t) = -q_i P_{ik}(t) + \sum_{j \neq i} q_{ij}\, P_{jk}(t); \tag{299}$$

$$P'_{ik}(t) = -P_{ik}\, q_k + \sum_{j \neq k} P_{ij}(t)\, q_{jk},$$

$$i,\ k = 1, 2, \dots, n. \tag{300}$$

Задаем начальные условия для обеих систем:

$$P_{ij}(0) = \begin{cases} 1 \text{ при } i = j, \\ 0 \text{ при } i \neq j. \end{cases} \tag{301}$$

Решение уравнений (299) и (300) имеет вид

$$P(t) = e^{Qt} P(0),$$

где $P(0) = I$ — единичная матрица.

При разложении в степенной ряд

$$P(t) = P(0) + tQ\,P(0) + \frac{t^2Q^2}{2!} P(0) + \dots + \frac{t^n Q^n}{n!} P(0)\,. \tag{302}$$

Приведенное равенство дает возможность определить матрицу переходов в зависимости от времени t, где $t = m''\Delta t$. Исходные числа семей, представленные в виде матрицы N, умножаем на матрицу вероятностей $P(t)$. В результате на любой последующий момент времени можно получить численность и структуру семей.

§ 32. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Для определения матрицы переходов $P(t)$ следует рассчитать матрицу плотности вероятностей. При этом необходимо иметь в виду, что развитие семьи находится под воздействием не одного, а многих факторов, действующих с разной силой и связанных в сложную систему взаимодействий. Так как события независимы и несовместны, плотность вероятности перехода из одного состояния в другое равна сумме плотностей вероятностей событий, которые приводят семью в другое состояние (табл. 14).

Плотность вероятности события $q_{\text{соб}}$ определяем при помощи статистических данных по формуле

$$q_{\text{соб}} = \frac{1}{B'(t)} \frac{\Delta B'(t)}{\Delta t}, \qquad (312)$$

где $B'(t)$ — совокупность лиц, для которых может иметь место то или иное событие с учетом их возраста и времени наблюдения;

$\Delta B'(t)$ — число событий, которые произошли в совокупности за время Δt;

Δt — промежуток времени, для которого события несовместны.

При определении матрицы $P(t)$ плотности вероятности для разных возрастных подмножеств и разных состояний имеют различные величины. Часть их равна нулю, так как события в некоторых возрастных подмножествах и количественных состояниях имеют нулевую плотность вероятности. Так, плотности вероятности брака для несовершеннолетних, а также вероятности рождения ребенка для несовершеннолетних и для женщин третьего возрастного подмножества равны нулю.

Точность перспективного расчета численности и структуры семей в большой степени зависит от объема и качества исходной статистической информации, а также от методов ее получения, обработки и анализа. Исходная информация включает количество семей разного состояния на начало перспективного периода и интенсивность демографических событий, в результате которых происходит изменение численного состава семей.

Для определения статистических характеристик можно использовать численность и структуру семей, стоящих в очереди на получение квартиры; результаты статистической обработки данных ЦСУ СССР и ЦСУ УССР, материалов переписи 1959 и 1970 годов, материалов статуправлений, городских бюро ЗАГС и других учреждений, занимающихся такими вопросами; выбо-

Таблица 14. **Формулы для определения плотности вероятности перехода семьи из одного состояния в другое**

Состояние семьи	Тип семьи	Формула	Номер формулы
1	Неполная	$q_{12}(\lambda \cup \rho_2) = q_\lambda + q_{\rho_2}$	(303)
2	Полная	$q_{21}(\alpha_1 \cup \alpha_2 \cup \nu) = q_{\alpha_1} + q_{\alpha_2} + q_\nu$; $q_{23}(\varphi \cup \rho_3) = q_\varphi + q_{\rho_3}$	(304)
	Неполная	$q_{21}\left(\bigcup_{i=1}^{2} \alpha_i \bigcup_{i=1}^{2} \Lambda_i \bigcup_{i=1}^{2} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{2} q_{\alpha_i} + \sum_{i=1}^{2} q_{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^{2} q_{\gamma_i}$; $q_{23}\left(\bigcup_{i=1}^{2} \lambda_i \cup \rho_3\right) = \sum_{i=1}^{2} q_{\lambda_i} + q_{\rho_3}$	(305)
3	Полная	$q_{32}\left(\bigcup_{i=1}^{3} \alpha_i \cup \nu \cup \Lambda_3 \cup \gamma_3\right) = \sum_{i=1}^{3} q_{\alpha_i} + q_\nu + q_{\Lambda_3} + q_{\gamma_3}$; $q_{34}(\varphi \cup \lambda_3 \cup \rho_4) = q_\varphi + q_{\lambda_3} + q_{\rho_4}$	(306)
	Неполная	$q_{32}\left(\bigcup_{i=1}^{3} \alpha_i \bigcup_{i=1}^{3} \Lambda_i \bigcup_{i=1}^{3} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{3} q_{\alpha_i} + \sum_{i=1}^{3} q_{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^{3} q_{\gamma_i}$; $q_{34}\left(\bigcup_{i=1}^{3} \lambda_i \cup \rho_4\right) = \sum_{i=1}^{3} q_{\lambda_i} + q_{\rho_4}$	(307)
4	Полная	$q_{43}\left(\bigcup_{i=1}^{4} \alpha_i \cup \nu \bigcup_{i=1}^{4} \Lambda_i \bigcup_{i=1}^{4} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{4} q_{\alpha_i} + q_\nu + \sum_{i=1}^{4} q_{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^{4} q_{\gamma_i}$; $q_{45}\left(\varphi \bigcup_{i=3}^{4} \lambda_i \cup \rho_5\right) = q_\varphi + \sum_{i=3}^{4} q_{\lambda_i} + q_{\rho_5}$	(308
	Неполная	$q_{43}\left(\bigcup_{i=1}^{4} \alpha_i \bigcup_{i=1}^{4} \Lambda_i \bigcup_{i=1}^{4} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{4} q_{\alpha_i} + \sum_{i=1}^{4} q_{\Lambda_i} + \sum_{i=1}^{4} q_{\gamma_i}$; $q_{45}\left(\bigcup_{i=1}^{4} \lambda_i \cup \rho_5\right) = \sum_{i=1}^{4} q_{\lambda_i} + q_{\rho_5}$	(309)
5	Полная	$q_{54}\left(\bigcup_{i=1}^{5} \alpha_i \cup \nu \bigcup_{i=3}^{5} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{5} q_{\alpha_i} + q_\nu + \sum_{i=3}^{5} q_{\gamma_i}$; $q_{56}\left(\bigcup_{i=3}^{5} \lambda_i \cup \varphi \cup \rho_6\right) = \sum_{i=3}^{5} q_{\lambda_i} + q_\varphi + q_{\rho_6}$	(310)
6	»	$q_{65}\left(\bigcup_{i=1}^{6} \alpha_i \cup \nu \bigcup_{i=3}^{6} \gamma_i\right) = \sum_{i=1}^{6} q_{\alpha_i} + q_\nu + \sum_{i=3}^{6} q_{\gamma_i}$	(311)

Примечание. Обозначения, принятые в формулах: α_i — смерть i-го члена; Λ_i — брак с уходом i-го члена; γ_i — уход i-го члена; λ_i — брак i-го члена с приходом нового члена; ρ_i — приход i-го члена; ν — развод; φ — рождение; $q_{\Lambda_i}, q_{\gamma_i}, q_{\lambda_i}, q_{\rho_i}, q_\nu, q_{\alpha i}, q_\varphi$ — соответственно плотности вероятностей событий, указанных в индексах.

рочное обследование семей-очередников. Поэтому необходимо определить, какую информацию можно брать из общегосударственной, областной и районной статистики, а какую из анализа очереди.

Данные о количестве семей разного состояния на начало планируемого периода и об их структуре можно получить путем анализа семей, стоящих в очереди городских райисполкомов на получение жилой площади.

При расчете второй группы показателей (рождаемости, брачности, количества разводов и т. д.) можно использовать статистические данные бюро ЗАГС города. При этом необходимо иметь в виду, что интенсивность демографических процессов может значительно колебаться во времени [87, 88], от чего зависит будущая численность и структура семей. Перспективный расчет окажется тем точнее, чем правильнее будут определены тенденции изменения этих процессов.

§ 33. АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ

При предсказании значения случайного процесса методом группового учета аргументов (МГУА) выводы о возможности или вероятности будущего делают на основании изучения и обобщения предыстории предсказываемого явления [89]. В отличие от регрессионного анализа алгоритм МГУА использует принцип группирования. Он заключается в том, что несколько генераторов дают комбинации, каждый только для небольших групп выходных сигналов. Результаты подвергаются пороговым самоотборам по эвристическим критериям и только после этого другой ряд генераторов строит снова всевозможные комбинации для групп промежуточных переменных, прошедших первый самоотбор. Эти вторичные комбинации снова проходят пороговые самоотборы, часть которых пропускается в 3-й ряд и т. д.

Основным критерием оптимизации в МГУА является критерий минимума среднеквадратичной ошибки, определяемой по отдельной проверочной последовательности данных. Этот критерий используется последовательно несколько раз для выбора ряда оптимизирующих переменных.

Рассмотрим алгоритм прогнозирования демографических процессов на перспективный год [88], если известны данные за σ лет.

1. *Нормирование исходных данных.* Для этого используется формула

$$L_{\text{ср}} = \frac{\sum_{t=1}^{\sigma} L_t}{\sigma}, \quad (313)$$

где $L_{ср}$ — среднее значение демографического процесса за σ лет;
L_t — значение демографического процесса в t-м году;
σ — число лет предыстории.

Нормированное отклонение демографического процесса для t-го года

$$d_{\sigma-t+1} = \frac{L_t - L_{ср}}{L_{ср}}, \quad t = \overline{1, \sigma}. \qquad (314)$$

2. *Ранжировка точек интерполяции на обучающую и проверочную последовательности для предыстории в пять тактов.* Для этого необходимо вычислить дисперсии нормированных отклонений по формуле

$$D_t = d_t^2 + d_{t+1}^2 + \ldots + d_{t+5}^2, \quad t = \overline{1, \sigma - 5}. \qquad (315)$$

Из D_t выбираем пять наименьших значений, а значения $d_{t+\nu}$ $(\nu = \overline{1, 5})$, соответствующие этим D_t, относим к проверочной последовательности. Значения $d_{t+\nu}$ $(\nu = \overline{1, 5})$ остальных дисперсий относим к обучающей последовательности.

3. *Построение полного линейного уравнения регрессии для предыстории в пять тактов*

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_5 X_5, \qquad (316)$$

где $a_0, a_1, \ldots, a_5$ — неизвестные коэффициенты, определяемые в процессе решения задачи;
$X_1, X_2, \ldots, X_5$ — значения нормированных отклонений.

4. *Составление частных уравнений.* Пять входных переменных дают десять комбинаций по два $(C_5^2 = 10)$, следовательно, число частных уравнений будет равно десяти:

$$Y_j = b_{0j} + b_{1j} X_d + b_{2j} X_k,$$
$$d = \overline{1, 4}, \quad k = \overline{j+1, 5}, \quad j = \overline{1, 10}. \qquad (317)$$

5. *Определение числовых значений коэффициентов а.* Для этого составляем и решаем систему нормальных уравнений Гаусса [89]:

$$\begin{aligned} A_{11}^j X_1^j + A_{12}^j X_2^j + A_{13}^j X_3^j &= B_1^j; \\ A_{21}^j X_1^j + A_{22}^j X_2^j + A_{23}^j X_3^j &= B_2^j; \\ A_{31}^j X_1^j + A_{32}^j X_2^j + A_{33}^j X_3^j &= B_3^j. \end{aligned} \qquad (318)$$

6. *Нахождение оценки точности для каждого частного полинома.* При этом используем формулу

$$\delta_{yj}^2 = \frac{1}{\sigma} \sum_{t=1}^{5} (Y_{jt_\sigma} - Y_{jt_0})^2, \qquad (319)$$

где δ_{yj}^2 — среднеквадратичная ошибка для j-го частного полинома;
y_{jt_σ}, y_{jt_0} — значения j-го частного полинома при значениях признаков, взятых соответственно из проверочной и обучающей последовательностей.

Если точность неудовлетворительна, необходимо сформировать новые обучающую и проверочную последовательности и повторить все сначала. Если точность удовлетворяет, то конструируется полный полином.

7. *Конструирование коэффициентов полного полинома.* Пусть после m^* рядов селекции получим наиболее точный частный полином

$$q = f_{m^*}(P_d, P_k). \tag{320}$$

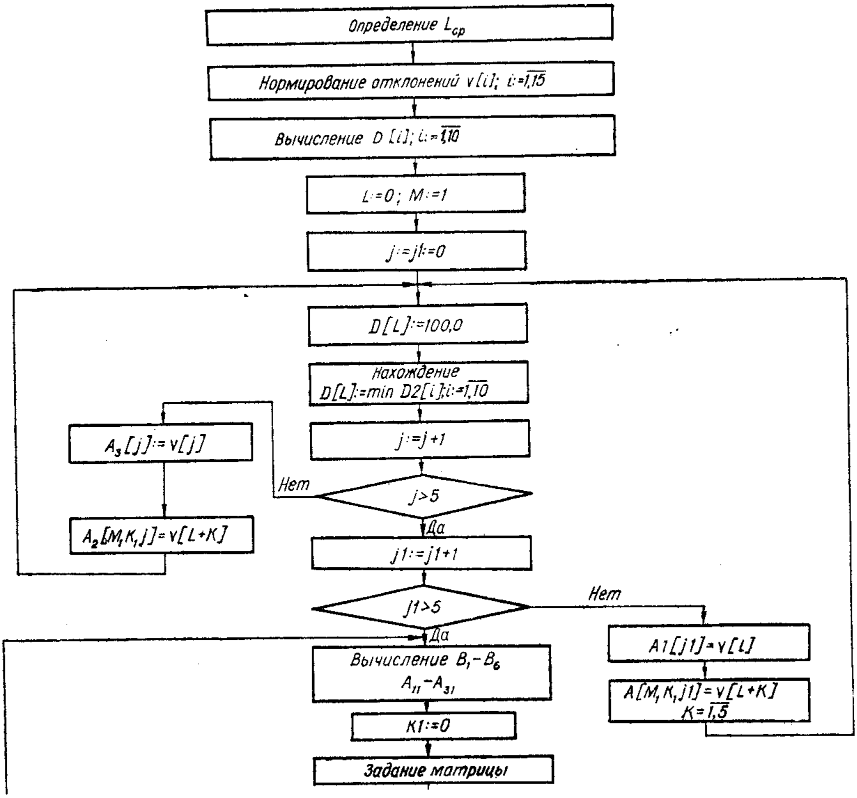


Рис. 20. Блок-схема алгоритма прогноза демографических

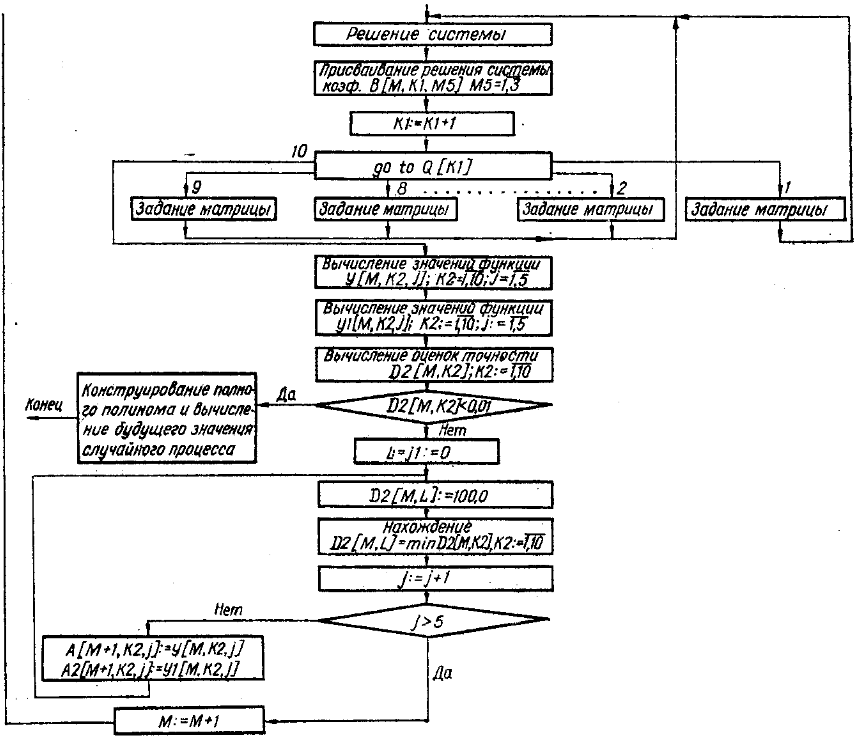
Исключая промежуточные переменные, выразим q в виде (316) по методике [89]. Подставляя значения $X_1, ..., X_5$ из проверочной и обучающей последовательностей в (316), вычисляем значение q. Значение демографического процесса в будущем году определяем по формуле

$$L_б = L_{ср}q + L_{ср}. \tag{321}$$

По описанному алгоритму составлена блок-схема программы (рис. 20), которая реализована на языке «Алгол-60».

Пример. Определить количество людей, которые прибудут в город в перспективном году. Исходные данные для прогнозирования и нормированные отклонения, рассчитанные по формулам (313) и (314), приведены в табл. 15. Дисперсии признаков, значения которых приведены в табл. 16, подсчитаны по формуле (315) и представлены в табл. 17.

На основании значений дисперсий построены обучающая и проверочная последовательности данных (табл. 18, 19). Затем



характеристик методом МГУА.

составлены 10 частных полиномов (317) и определены коэффициенты этих полиномов (табл. 20) как решения системы уравнений (318). В качестве удовлетворительной точности для среднеквадратичных ошибок (табл. 21) выбрано значение $\Delta=0{,}05$. Самая минимальная среднеквадратичная ошибка соответствует полиному

$$Y_2 = b_{02} + b_{12}X_1 + b_{22}X_3. \qquad (322)$$

Таблица 15. **Исходная информация и нормированные отклонения**

Годы	Количество прибывших, чел.	Нормированное отклонение от среднего	Годы	Количество прибывших, чел.	Нормированное отклонение от среднего
1-й	98272	0,47329	9-й	53542	—0,1973
2-й	87936	0,318333	10-й	55100	—0,173942
3-й	78887	0,182521	11-й	57370	—0,13991
4-й	67325	0,00933408	12-й	60095	—0,0990577
5-й	58783	—0,118727	13-й	63100	—0,0540069
6-й	63920	—0,0267215	14-й	67157	0,00681543
7-й	57418	—0,139191	15-й	65958	—0,00111598
8-й	64684	—0,0302697			

Таблица 16. **Значения признаков**

d_{δ}	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
—	—	—	—	—	—0,0111598
—	—	—	—	—0,0111598	0,00681543
—	—	—	—0,0111598	0,00681543	—0,0540069
—	—	—0,0111598	0,00681543	—0,0540069	—0,0990577
—	—0,0111598	0,00681543	—0,0540069	—0,0990577	—0,1391
—0,0111598	0,00681543	—0,0540069	—0,0990577	—0,13991	—0,173942
—0,00681543	—0,0540069	—0,0990577	—0,13991	—0,173942	—0,1973
—0,0540069	—0,0990577	—0,13991	—0,173942	—0,1973	—0,0302597
—0,0990577	—0,14991	—0,173942	—0,1973	—0,0302597	—0,139191
—0,13991	—0,173942	—0,1973	—0,0302597	—0,139191	—0,0267215
—0,173942	—0,1973	—0,0302597	—0,13991	—0,0267215	—0,118727
—0,1973	—0,0302597	—0,139191	—0,267215	—0,118727	—0,00933408
—0,0302597	—0,139191	—0,0267215,	—0,118727	—0,00933408	0,182521
—0,139191	—0,0267215	—0,118727	0,00933408	0,182521	0,318333
—0,0267215	—0,118727	0,00933408	0,182521	0,318333	0,47329

Таблица 17. **Дисперсии признаков**

Дисперсии	Значение дисперсии	Дисперсии	Значение дисперсии	Дисперсии	Значение дисперсии
$Д_1$	0,0626067	$Д_5$	0,0901872	$Д_8$	0,0675854
$Д_2$	0,101487	$Д_6$	0,0740274	$Д_9$	0,149547
$Д_3$	0,0994865	$Д_7$	0,035187	$Д_{10}$	0,372837
$Д_4$	0,109048				

Значение Y_2 определяем из табл. 18—20: $Y_2 = -0{,}077$. Итак, количество прибывших в перспективном году

$$L = L_{ср} + L_{ср}\, Y_2 = 66702 - 66700 \cdot 0{,}077 = 61566 \text{ чел.}$$

Реальное количество прибывших в город в перспективном году составляет 68065 чел. Прогноз отличается от реального количества прибывших на 8,58%.

По данному методу рассчитаны другие демографические процессы (число браков, рождений, смертей); результаты расчетов

Таблица 18. **Обучающая последовательность**

Переменные	Значения переменных в точках				
	3	2	4	9	10
X_{δ}	—0,0540069	0,00681543	—0,0990577	—0,139191	—0,0267215
X_1	—0,0990577	—0,0540069	—0,13991	—0,0267215	—0,118727
X_2	—0,13991	—0,0990577	—0,173942	—0,118727	0,00933408
X_3	—0,173942	—0,13991	—0,1973	0,009334408	0,182521
X_4	—0,1973	—0,173942	—0,0302597	0,182521	0,318333
X_5	—0,0302597	—0,1973	—0,139191	0,318333	0,47329
Y_2	—0,0627579	—0,0707823	—0,0553074	—0,0726625	—0,0506526
Y_{10}	—0,0404114	—0,0497359	—0,0650082	—0,0732242	—0,083782
Y_4	—0,0555059	—0,0533087	—0,0441431	—0,0825266	—0,0746775
Y_3	—0,437154	—0,0543148	—0,0483945	—0,0867252	—0,0790119
Y_8	—0,0259772	—0,0149948	—0,126565	—0,0955497	—0,0486744

Таблица 19. **Проверочная последовательность**

Переменные	Значения переменных в точках				
	7	1	8	6	5
X_{δ}	—0,1973	—0,0111598	—0,03026	—0,173942	—0,13991
X_1	—0,03026	0,00681543	—0,139191	—0,1973	—0,173942
X_2	—0,139191	—0,0540069	—0,026722	—0,302597	—0,1973
X_3	—0,026722	—0,0990577	—0,118727	—0,139191	—0,0302597
X_4	—0,118727	—0,13991	0,0093341	—0,026722	—0,139191
X_5	0,0093341	—0,173942	0,182521	—0,118727	—0,0267215
Y_2	—0,072806	—0,0817334	—0,053628	—0,042735	—0,0447806
Y_{10}	—0,04846	—0,0529813	—0,0573657	—0,064646	—0,0473617
Y_4	—0,0682655	—0,0660729	—0,0585169	—0,03587	—0,0436843
Y_3	—0,0631595	0,0688145	—0,0515416	—0,037419	—0,0334565
Y_8	0,0329573	—0,0051857	—0,093403	—0,08934	0,040979

Таблица 20. **Значения коэффициентов частных уравнений**

j	b_{0j}	b_{1j}	b_{2j}
1	—0,0362466	—0,180276	0,401992
2	—0,0781059	—0,195617	0,0231653
3	—0,0781022	—0,195912	—0,075926
4	—0,0726921	—0,159957	—0,0443211
5	0,088735	1,88635	—0,718493
6	0,050267	1,02442	—0,286226
7	0,076605	1,13679	—0,239393
8	—0,00944718	0,671558	—0,508275
9	0,0319045	0,844549	—0,475488
10	—0,063303	—0,121969	—0,0387668

Таблица 21. **Значения среднеквадратичных ошибок**

Среднеквадратичная ошибка	Значения ошибок	Среднеквадратичная ошибка	Значения ошибок	Среднеквадратичная ошибка	Значения ошибок
δ_1^2	0,002268557	δ_5^2	0,0387861	δ_8^2	0,00254451
δ_2^2	0,00023077	δ_6^2	0,0100854	δ_9^2	0,00586738
δ_3^2	0,0010209	δ_7^2	0,0131392	δ_{10}^2	0,000306747
δ_4^2	0,000724536				

представлены на рис. 21. Расхождение расчетных и статистических данных (менее 9%), а также незначительные затраты машинного времени (менее 12 *мин*) подтверждают эффективность предлагаемого метода для прогнозирования демографических процессов.

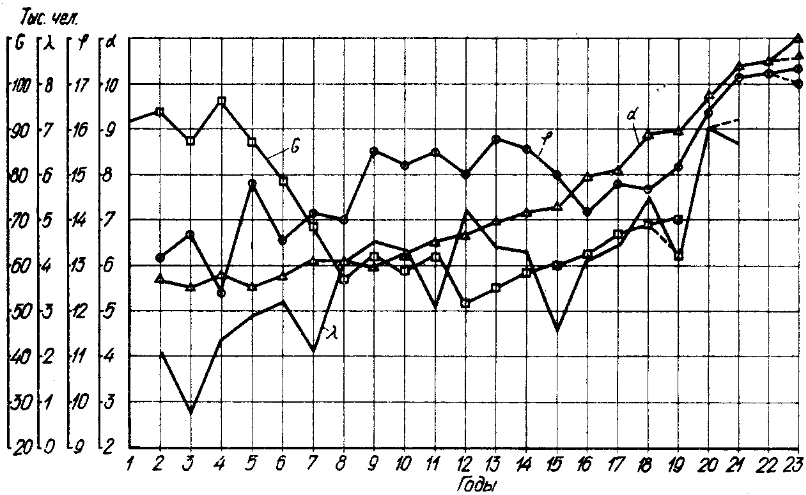


Рис. 21. Изменение демографических процессов во времени:

α — число смертей; λ — число браков; φ — число рождений; G — число прибывших.

§ 34. АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СЕМЕЙ-ОЧЕРЕДНИКОВ

Задачу прогнозирования численности и структуры семей, стоящих в очереди на получение жилья, необходимо решать в такой последовательности:

1) в соответствии с разработанной классификацией семей (§ 30) определить количество семей-очередников в момент времени $t=0$ и записать в виде матрицы-строки $[N_1^0, N_2^0, ..., N_6^0]$;

2) используя алгоритм прогнозирования демографических процессов, описанный в § 33, определить динамику изменения демографических событий, влияющих на развитие семей-очередников;

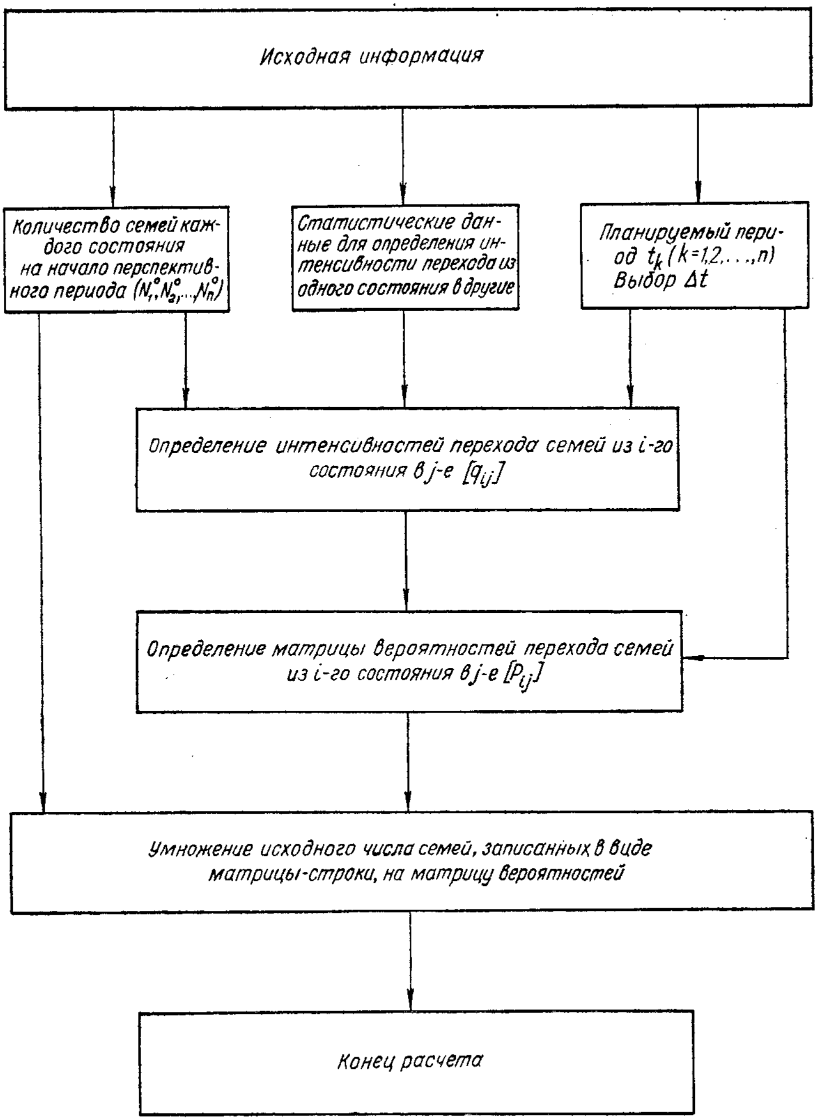


Рис. 22. Блок-схема алгоритма прогнозирования численности и состава семей-очередников.

3) используя результаты прогнозирования демографических событий по методике, рассмотренной в § 32, определить плотности вероятности демографических процессов (q_α, q_β, q_γ, q_λ, q_ρ, q_f, q_φ);

4) определить матрицу Q:

$$Q = \begin{bmatrix} -q_1 & q_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ q_{21} & -q_2 & q_{23} & \dots & 0 & 0 \\ . & . & . & \dots & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q_{65} & -q_6 \end{bmatrix}; \qquad (323)$$

5) составить систему дифференциальных уравнений:

$$P'_{ik}(t) = -q_i P'_{ik}(t) + \sum_{j \neq i} q_{ij} P_{jk}(t); \qquad (324)$$

$$P'_{ik}(t) = -P_{ik} q_k + \sum_{j \neq k} P_{ij}(t) q_{jk}, \quad i, k = 1, 2, \dots, n, \ n \leqslant 6; \qquad (325)$$

6) используя решения системы уравнений (324) и (325), записанные в виде

$$P(t) = P(0) + tQP(0) + \frac{t^2 Q^2}{2!} P(0) + \dots + \frac{t^n Q^n}{n!} P(0), \qquad (326)$$

определить матрицу вероятностей перехода $P(t)$;

7) умножить исходные числа семей-очередников, записанные в виде матрицы-строки, на матрицу вероятностей перехода.

В результате умножения получим прогноз количества семей каждого типа на перспективу. Алгоритм прогнозирования представлен на рис. 22.

Таблица 22. **Результаты прогнозирования изменения демографической структуры семей-очередников**

Число членов семьи i	Количество семей каждого вида на начало наблюдений	Количество семей каждого вида на конец наблюдений	Количество семей, полученное в результате прогнозирования	Абсолютное отклонение N_i' от N_i	Относительное отклонение, %
1	129	93	87	6	6,6
2	95	80	89	9	11
3	204	201	207	6	3
4	140	195	187	8	4,1
5	16	14	13	1	7
$\geqslant 6$	2	3	3	0	0
Всего	586	586	586	—	—

Для оценки точности алгоритма прогнозирования развития очереди проведены демографические исследования. Изучали изменения в количественном и качественном составе 586 семей, стоящих в очереди на получение жилой площади. За этим контингентом семей наблюдали в течение трех лет, затем статистические данные сравнивали с расчетными. Изменение структуры семей-очередников рассчитывали на ЭЦВМ «Минск-32» по описанному алгоритму. В табл. 22 приведены статистические данные и результаты расчета.

Как следует из табл. 22, расхождение результатов наблюдения и расчетных данных незначительно. Поэтому алгоритм прогнозирования демографического развития очереди можно использовать при определении количественного состава населения, расселяемого в жилой застройке отдельных районов и микрорайонов города.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дубов Ю. А., Икоева Н. В.* и др. Математическое моделирование городских систем.— «Автоматика и телемеханика», 1975, № 11.

2. *Форрестер Дж.* Динамика развития города. М., «Прогресс», 1974.

3. *Калинина Г. Ф., Чаянов В. А.* Вопросы системного подхода к проблеме управления городским хозяйством.— Сб. «Модели и методы планирования и управления народным хозяйством». М., изд. МИНХ им. Г. В. Плеханова, 1975.

4. *Борщевский М. В., Успенский С. В., Шкаратан О. И.* Город. Методологические проблемы комплексного социального и экономического планирования. М., «Наука», 1975.

5. *Кадимов В. А., Курбанов М. Х.* и др. Совершенствование системы управления сложными территориальными комплексами. Ташкент, «Узбекистан», 1975.

6. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* и др. Модель формирования ресурсов города.— Сб. «Проблемы взаимодействия автоматизированных систем планирования и управления народным хозяйством». Киев, изд. УкрНИИНТИ, 1974.

7. *Черняк Ю. И.* Системный анализ в управлении экономикой. М., «Экономика», 1975.

8. *Глушков В. М.* Основные принципы построения автоматизированных систем организационного управления.— «Управляющие системы и машины», 1972, № 1.

9. *Жимерин Д. Г., Мясников В. А.* Автоматизированные и автоматические системы управления. М., «Энергия», 1975.

10. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* и др. Концепция технического задания на разработку первой очереди АСУ «Харьков».— Сб. «Автоматизированные системы управления и контроля». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1974.

11. *Садовский В. Н.* Основания общей теории систем. М., «Наука», 1974.

12. *Уемов А. И.* Системы и системные параметры.— Сб. «Проблемы формального анализа систем». М., «Высшая школа», 1968.

13. *Кузьмин И. В.* Оценка эффективности и оптимизации АСКУ. М., «Советское радио», 1971.

14. *Емельянов С. В., Борисов В. И.* и др. Модели и методы векторной оптимизации.— «Техническая кибернетика». Том 5. М., изд. ВИНИТИ, 1972.

15. *Хитч Ч.* Руководство обороной. М., «Советское радио», 1968.

16. *Гусев Л. А., Смирнова И. М.* Размытые множества. Теория и приложение (обзор).— «Автоматика и телемеханика», 1973, № 5.

17. *Гафт М. Г., Озерной М. В.* Выделение множества неподчиненных решений и их оценок в задачах принятия решений при векторном критерии.— «Автоматика и телемеханика», 1973, № 11.

18. *Кузьмин И. В., Дедиков Э. А., Кухарев Б. И.* Метод конструирования глобального критерия в задачах математического программирования.— Сб. «Механизация и автоматизация управления». Вып. 6. Киев, изд. УкрНИИНТИ, 1971.

19. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* и др. Классификация целей управления и синтез структуры универсальной системы управления.— Сб. «Методы и средства исследования сложных систем контроля и управления». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1973.

20. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г., Стеценко Ю. А.* Пути уменьшения методических ошибок при управлении подвижными объектами.— Сб. «Техническая кибернетика». Вып. 8. Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1970.

21. *Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.* Теория колебаний. М., Физматгиз, 1959.

22. *Емельянов С. В., Дудин Е. Б.* и др. Подготовка и принятие решений в организующих системах управления.— Сб. «Техническая кибернетика». М., изд. ВИНИТИ, 1971.

23. *Кухарев Б. И.* Выбор компромиссного решения в условиях многокритериальности.— Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики». Вып. 35. Харьков, «Вища школа», 1975.

24. *Кузьмин И. В., Евсеев В. В., Петров Э. Г.* Оптимальное планирование структуры жилой застройки города с помощью ЭВМ.— Экспресс-информация «Современное состояние и тенденции развития больших городов в СССР и за рубежом», № 1, М., изд. ГОСИНТИ, 1974.

25. *Кузьмин И. В., Евсеев В. В., Петров Э. Г.* Алгоритм векторной оптимизации жилой застройки города.— Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики». Вып. 33. Харьков, «Вища школа», 1975.

26. *Петров Э. Г.* Интерпретация векторного критерия оценки эффективности с позиций теории размытых множеств.— Сб. «Автоматические системы управления и контроля». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1974.

27. *Дюкалов А. Н., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Принципы моделирования на ЭВМ систем экономического управления.— «Автоматика и телемеханика», 1973, № 12.

28. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. М., «Наука», 1968.

29. *Андриенко А. Я., Иванов В. П.* и др. Вопросы теории терминальных систем управления (обзор).— «Автоматика и телемеханика», 1974, № 5.

30. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* Сравнительный анализ оптимальности по затратам и точности методов управления конечным состоянием.— Сб. «Юрема 1972». Югославия, 1972.

31. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* Анализ оптимальности систем автоматического управления по затратам материальных ресурсов.— Сб. «Приборы и системы автоматики». Вып. 22. Харьков, изд. ХГУ, 1972.

32. *Пономарев В. М.* Теория управления движением летательных аппаратов. М., Физматгиз, 1965.

33. *Бабкин А. Г., Кирин Н. Е.* О синтезе управления на основе итеративных методов.— «Автоматика и телемеханика», 1975, № 10.

34. *Черри Р.* Общий метод формирования явного закона наведения для ракет с регулируемой и постоянной тягой.— «Вопросы ракетной техники», 1965, № 10.

35. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г., Евсеев В. В.* О взаимодействиях цели, ограничений и критериев оценки эффективности системы.— Сб. «Электроника и моделирование». Вып. 4. Киев, «Наукова думка», 1974.

36. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г., Евсеев В. В.* Особенности проектирования территориального звена ОГАС на примере АСУ Харьковского региона.— Сб. «Электроника и моделирование». Вып. 11. Киев, «Наукова думка», 1976.

37. *Петров Э. Г.* Модель движения трудовых ресурсов.— Сб. «Анализ и синтез систем управления и контроля». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1976.

38. *Беллман Р., Заде Л.* Принятие решений в расплывчатых условиях.— Кн. «Вопросы анализа и процедуры принятия решений». М., «Мир», 1976.

39. *Форрестер Дж.* Промышленная кибернетика. М., «Прогресс», 1971.

40. *Акоф Р., Эмери Ф.* О целеустремленных системах. М., «Советское радио», 1974.

41. *Глушков В. М.* Основные принципы построения автоматизированных систем управления. Л., «Наука», 1969.

42. *Петровский Б. К., Артынов А. П.* Некоторые принципы проектирования автоматизированной системы управления городским пассажирским транспортом Ленинграда.— Сб. «Автоматизация управления городским пассажирским транспортом». Л., ЛДНТП, 1972.

43. *Мигунова Л. В.* Принцип построения АСУ городским пассажирским транспортом.— Сб. «Приборы и системы автоматики». Вып. 26. Харьков, изд. ХГУ, 1973.

44. *Бедняков В. Г.* Основные принципы построения автоматизированных систем управления. Л., «Наука», 1969.

45. *Петров А. П.* Об автоматизированной системе управления транспортом — «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1971, № 2.

46. *Князев В. Д., Кабанов А. Н.* Технические средства и системы обеспечения автоматизированных систем управления городским хозяйством.— Тезисы докладов и сообщений на Всесоюзном производственном семинаре «Опыт и перспективы использования АСУ, экономико-математических методов планирования и вычислительной техники в жилищно-коммунальном хозяйстве». М., изд. АКХ им. Памфилова, 1972.

47. *Bornewasser D.* Überwaschung und Steuerung des öffentlichen Nahverkehrs. «Int. Verkehrsw», 1972, 24, Nr. 4.

48. *Артынов А. П.* Основные направления совершенствования управления городским пассажирским транспортом в СССР и за рубежом. — Сб. «Автоматизация управления городским пассажирским транспортом». Л., ЛДНТП, 1972.

49. *Цветков А. Г.* Принципы количественной оценки эффективности радиоэлектронных средств. М., «Советское радио», 1971.

50. *Седов И. А., Улицкий М. П.* Исследование организационных структур управления городским пассажирским транспортом.— Сб. «Автоматизация управления городским пассажирским транспортом». Л., ЛДНТП, 1972.

51. *Нейман Дж., Моргенштейн О.* Теория игр и экономическое поведение. М., «Наука», 1970.

52. *Федоров А. С.* Автоматизация управления городским транспортом за рубежом».— Сб. «Автоматизация управления городским пассажирским транспортом». Л., ЛДНТП, 1972.

53. *Haji Hatim M.* Synthesis of Vehicle Trip Patterns in Small Urban Areas. «Highway Rec. Rec.», 1971, No. 369.

54. *Варелопуло Г. А., Крупник В. Ш.* Расчетные методы определения пассажиропотоков.— Экспресс-информация «Расчетные методы определения структуры пассажиропотоков и составление маршрутных расписаний движения городских автобусов с помощью ЭВМ». Серия «Пассажирские перевозки». М., ЦБНТИ, 1975.

55. *Питтель Б. Г., Федоров В. П.* Математическая модель прогноза пассажиропотоков в городской транспортной сети. — «Экономика и математические методы», 1969, № 5.

56. *Брановицкая С. В.* Алгоритм определения перспективных перевозок городского пассажирского транспорта.— Сб. «Математические методы исследования и оптимизация систем». Вып. 3. Киев, изд. ИК АН УССР, 1970.

57. *Баркова Е. А., Котляров А. Б.* Многовариантный расчет пассажиропотоков с применением метода статистического испытания.— «Научные труды АКХ им. Памфилова». Вып. 19. М., 1967.

58. *Boyd Richard K., Lukas Michael P.* How to Run an Automated Transportation System. «JEEE Trans. Syst., Man and Cybern.», 1972, 2, No. 3.

59. *Buubnecht K.* Optimale Strassenverkehrsreglung. «Neue Techn.», 1972, 14, Nr. 11.

60. *Kowallik G.* Betriebsleitzentralen für polyzentrische Verkehrsnetze. «Int. Verkehrsw.», 1972, 24, Nr. 2.

61. *Кузьмин И. В., Мигунова Л. В.* и др. Теория очередей и транспортное обслуживание.— Сб. «Приборы и системы автоматики». Вып. 27. Харьков, «Вища школа», 1973.

62. Система автоматизированного контроля и управления движением общественного транспорта. Городской транспорт. Вып. 23. М., изд. МЖКХ РСФСР, 1972.

63. *Кузьмин И. В., Мигунова Л. В.* Математическая модель управления движением городского транспорта — Сб. «Автоматизация управления городским пассажирским транспортом». Л., ЛДНТП, 1972.

64. *Бусленко Н. П.* Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968.

65. *Голенко Д. И.* Образование случайных чисел с произвольным законом распределения.— «Вычислительная математика», 1959, № 5.

66. *Кофман А., Крюон Р.* Массовое обслуживание. Теория и приложения. М., «Мир», 1965.

67. *Kovesne G. E., Polmay G.* Varon tomegkorlekedes menetrendsrerhesr tesse es forga lomiray itasa horserii matematikal modrerrch forhasznaiasaval. «Korlehedstudomary», Szernle, XVII, Nr. 7, 1967.

68. *Барзилович Е. Ю., Каштанов В. А.* Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. М., «Советское радио», 1971.

69. *Кузьмин И. В., Мигунова Л. В., Евсеев В. В.* Оптимальное планирование капитального ремонта подвижного состава.— «Автоматический контроль и управление». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1973.

70. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г., Евсеев В. В.* Синтез структуры оптимальной системы управления жилищным строительством города.— Сб. «Проблемы взаимодействия автоматизированных систем планирования и управления народным хозяйством». Киев, изд. УкрНИИНТИ, 1974.

71. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* и др. Оптимальное планирование структуры жилой застройки города на перспективу.— Сб. «Сложные системы управления и контроля». Киев, изд. Института кибернетики АН УССР, 1976.

72. *Бубес Э. Я., Зельдович Р. Н.* Оптимальное планирование в экономике градостроительства и городского хозяйства. Л., Стройиздат, 1975.

73. *Авдотьин Л., Ванд Л.* Проектирование жилой застройки города на электронных машинах. — «Жилищное строительство», 1965, № 1.

74. *Муравьева И. Ю., Мовчан Э. Р., Розина М. Е.* Определение структуры жилищного строительства крупного города на перспективу с использованием математических методов и ЭВМ. — Сб. «Математические методы градостроительства». Тема 7. Киев, «Будівельник», 1966.

75. *Платонов Г. Д., Поздняков П. П.* Основы развития жилища. Научные исследования проектирования. Л., Стройиздат, 1968.

76. *Бондаренко Б. И.* Оптимальный набор жилых домов для застройки микрорайонов. — Сб. «Вопросы градостроительства». Вып. 7. Киев, «Будівельник», 1965.

77. *Гогоберидзе А. К., Цибадзе О. В.* Математическое моделирование городской застройки.— «Сборник трудов ТбилисиЗНИИЭП». Вып. 1. Тбилиси, 1970.

78. *Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1964.

79. *Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г.* Линейное программирование (теория, методы и приложения). М., «Наука», 1969.

80. *Карманов В. Г.* Математическое программирование. М., «Наука», 1975.

81. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М., «Мир», 1975.

82. *Стоян Ю. Г.* Размещение геометрических объектов. Киев, «Техніка», 1975.

83. *Кузьмин И. В., Евсеев В. В.* Математическая модель прогнозирования численности и структуры семей.— Сб. «Приборы и автоматизированные системы управления». Вып. 29. Харьков, ХГУ, 1974.

84. *Кашка В. В., Великий П. П.* Об одном методе прогнозирования численности и структуры семей. — Сб. «Моделирование социальных процессов». М., «Наука», 1970.

85. *Дуб Дж.* Вероятностные процессы. М., «Иностранная литература», 1956.

86. *Баруча — Рид А. Т.* Элементы теории марковских процессов и их приложения. М., «Наука», 1969.

87. Демографические прогнозы. М., «Статистика», 1973.

88. *Кузьмин И. В., Петров Э. Г.* и др. Алгоритм прогнозирования демографических процессов.— Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики». Вып. 39. Харьков, ХГУ, 1976.

89. *Ивахненко А. Г.* Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. Киев, «Техніка», 1971.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Иван Васильевич Кузьмин,
Эдуард Георгиевич Петров,
Игорь Александрович Алферов,
Виктор Владимирович Евсеев,
Лариса Васильевна Мигунова

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ХОЗЯЙСТВОМ

Редактор *А. Г. Гриценко*
Обложка художника *Т. Ф. Полийчука*
Художественный редактор *Н. Г. Аникина*
Технический редактор *О. Г. Шульженко*
Корректор *Н. А. Малахова*

ИБ № 589. Сдано в набор 4. 07. 77. Подп. в печ. 10. 03. 78. БФ 10712. Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага типогр. № 1. Лит. гарн. Выс. печ. Усл. печ. л. 9. Уч.-изд. л. 8,82. Тираж 3000 экз. Заказ 7—2088. Цена 80 коп.

Издательство «Будівельник», 252601, Киев-3, ГСП, Владимирская, 24.

Киевская фабрика печатной рекламы РПО «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР, 252067, Киев-67, ул. Выборгская, 84.