

Библиотека

по

А

В

Т

О

М

А

Т

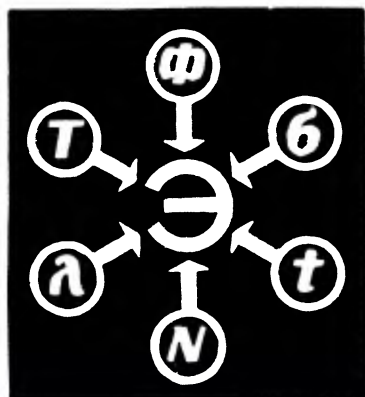
И

К

Е

А.С.Касаткин и И.В.Кузьмин

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

БИБЛИОТЕКА ПО АВТОМАТИКЕ

Выпуск 254

А. С. КАСАТКИН, И. В. КУЗЬМИН

ОЦЕНКА
ЭФФЕКТИВНОСТИ
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ
СИСТЕМ КОНТРОЛЯ



„ЭНЕРГИЯ“

МОСКВА 1967

6П2.154

К 28

УДК 621.317.39

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

И. В. Антик, А. И. Бертинов, А. А. Воронов, Д. А. Жучков,
Л. М. Закс, Н. Е. Кобринский, В. С. Малов, В. Э. Низе,
О. В. Слежановский, Б. С. Сотсков, Ф. Е. Темников, А. С. Шаталов

Касаткин А. С. и Кузьмин И. В.

К 28 Оценка эффективности автоматизированных систем контроля

80 с. с илл. (Б-ка по автоматике. Вып. 254).

В книге рассматриваются методы оценки эффективности и оптимизации автоматизированных систем контроля. Анализируются характеристики объектов и систем контроля, влияющие на величину критерия эффективности.

Книга предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, связанных с разработкой и эксплуатацией автоматизированных систем контроля.

3-3-13

219-67

6П2.154

Касаткин Анатолий Семенович. Кузьмин Иван Васильевич

Оценка эффективности автоматизированных систем контроля

Редактор *З. Л. Персиц*

Техн. редактор *В. Н. Малькова*

Корректор *Е. Х. Горбунова*

Сдано в набор 3/У 1967 г.

Подписано к печати 23/УІІІ 1967 г.

Т-07097

Формат 84×108¹/₃₂

Бумага типографская № 2

Усл. печ. л. 4,2

Уч.-изд л. 4,77

Тираж 12 000 экз.

Цена 24 коп.

Зак. 243

Издательство „Энергия“. Москва, Ж-114, Шлюзовая наб., 10.

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР
Шлюзовая наб., 10.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время большое внимание уделяется развитию автоматических систем контроля, способствующих повышению надежности и эффективности действия различного вида объектов. При разработке или эксплуатации систем контроля возникает необходимость оценить целесообразность использования того или иного их варианта. Такую оценку можно производить, основываясь на эффективности систем контроля, которую нельзя рассматривать независимо от контролируемого объекта. Поэтому в книге сначала рассматриваются различные методы построения математических моделей объектов контроля, обеспечивающих возможность оценки эффективности системы контроля при использовании ее для контроля конкретного объекта. Затем рассматриваются несколько критериев, позволяющих с позиций различных математических теорий подойти к оценке эффективности систем контроля. После этого приводятся инженерные расчетные формулы, алгоритмы и примеры расчета эффективности систем контроля. Последним кратко рассматривается вопрос об оптимизации систем контроля по информационному критерию эффективности и приводятся некоторые рекомендации по рациональному выбору характеристик систем контроля.

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

В общем случае под эффективностью понимают степень приспособленности определенных средств и методов их использования для решения поставленной задачи. При оптимизации этих средств и методов необходимо правильно сформулировать задачу, которую они выполняют, и цель оптимизации. Следовательно, нахождение оптимального решения связано с выбором критериев эффективности и методов оценки эффективности по выбранным критериям.

В настоящей книге рассматривается только эффективность автоматизированных систем контроля (АСК). Правильный выбор критериев эффективности АСК можно произвести только после тщательного анализа задач, выполняемых АСК.

В общем случае использование средств контроля позволяет обнаруживать отказы в эксплуатируемом объекте и вовремя их устранять.

Автоматические системы контроля являются дальнейшим развитием ручных и полуавтоматических средств контроля, предназначенных для проверки работоспособности и поиска неисправности в различных объектах.

Недостатками ручных средств контроля являются низкая скорость, недостаточная достоверность и в ряде случаев высокая стоимость проверок.

Автоматические системы контроля позволяют в значительной мере устранить недостатки, присущие ручным средствам контроля. В результате использования АСК значительно сокращается время подготовки объекта, повышается вероятность его работоспособности (за счет восстановления работоспособности) и коэффициент готовности. Кроме того, повышается экономическая эффективность.

Основное назначение АСК состоит в правильном определении в течение заданного интервала времени состояния объекта. Если АСК предназначена для прогнозирования работоспособности объекта, то она должна предсказывать поведение параметров или объекта в целом на заданное время вперед, т. е. оценивать эффективность его действия в будущем. АСК, используемая в общей системе подготовки объекта, может выдавать управляющие сигналы на включение резервных блоков, замену отказавших блоков, производить регулировку, настройку и т. д. В этом случае АСК является управляющей системой, выполняющей гораздо более широкие функции, чем проверка, и позволяющей поддерживать эффективность действия объекта на заданном уровне. В каждом случае выполнение АСК требуемых функций должно производиться при определенных материальных затратах. Во всех случаях должна выполняться оценка эффективности АСК.

Нахождение оптимального варианта АСК является сложной задачей, так как оно требует учета большого числа характеристик объекта и АСК, связанных сложными зависимостями. Задача оптимизации АСК принадлежит к числу задач, связанных с оптимизацией сложных автоматических систем и базирующихся на классических и современных математических методах: вариационное исчисление, теория статистических решений, теория игр, теория исследования операций, теория информации, теория вероятности, метод Понтрягина, метод динамического программирования Беллмана и т. д.

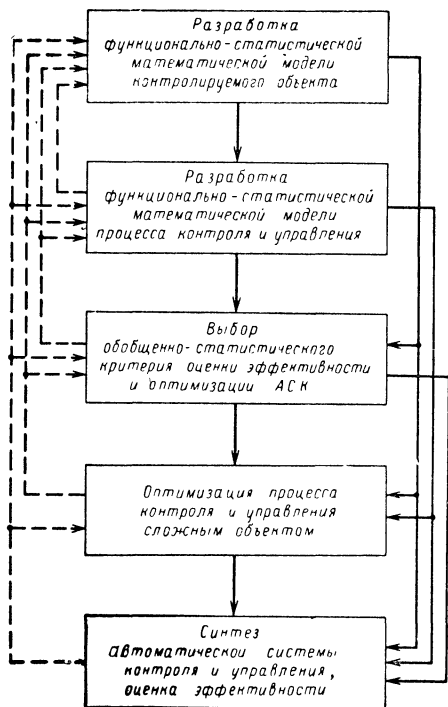


Рис. 1. Алгоритм оценки эффективности и оптимизации АСК.

На рис. 1 представлен рассматриваемый в настоящей книге алгоритм оценки эффективности и оптимизации АСК. Из этого рисунка видно, что процесс разработки общей теории эффективности и оптимизации АСК является замкнутым со множеством местных обратных и прямых связей, которые выявляются и уточняются как при разработке теории, так и в процессе проектирования.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ

1. Математическая модель объекта контроля

Сложность процесса контроля обуславливается в основном сложностью объектов. Для описания функционирования объекта целесообразно построить математическую модель объекта. Наиболее полно состояние объекта характеризует его математическая функционально-статистическая модель. Под математической функционально-статистической моделью понимается система уравнений, описывающая зависимость параметров объекта, системы и блока от внешних и внутренних воздействий при функционировании. На основе анализа этой модели оказывается возможным сформулировать основные задачи, решаемые АСК при контроле объекта, а также синтезировать оптимальную АСК.

При построении математической функционально-статистической модели объекта необходимо учитывать то, что он включает в себя всевозможные классы и виды систем. Эти системы могут быть автономными и неавтономными, замкнутыми и разомкнутыми, стационарными и нестационарными, непрерывными и дискретными. Поэтому целесообразно использовать достаточно общий математический аппарат, который при соответствующих изменениях может быть распространен на всевозможные частные случаи.

Кроме того, при построении математической функционально-статистической модели объекта учитываются основные параметры критериев, по которым выполняется оптимизация характеристик процесса контроля. К таким параметрам относятся:

- время течения процесса в целом и его составляющих;
- вероятность безотказной работы и вероятности выполнения задачи различными системами, входящими в объект, и объектом в целом;
- точность работы различных систем, их вес, объем, стоимость, потребляемую энергию и другие важные показатели.

Возмущенное состояние объекта при контроле и управлении можно описать следующей системой уравнений, являющейся в общем случае математической функциональной моделью [Л. 1]:

$$\sum_{p=1}^m M_{lp} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p = \\ = F_l(t, \tau, X, Z); \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где $X\{x_1, \dots, x_m\}$ — вектор случайных функций времени, характеризующих выходные параметры объекта;

$Z\{\xi_1, \dots, \xi_k\}$ — вектор случайных функций времени, характеризующих внешние и внутренние возмущения и управляющие воздействия;

F_l — нелинейная функция;

$M_{lp}(t, \tau, d/dt, Q)$ — многочлен относительно операторов дифференцирования d/dt с переменным во времени вектором коэффициентов $Q\{q_1, \dots, q_n\}$;

t — текущее значение времени;

τ — момент времени, до которого ведется рассмотрение объекта.

В процессе контроля состояние любой динамической системы, находящейся под воздействием управляющих сигналов и возмущений, определяется некоторыми выходными параметрами, определенным образом связанными с воздействиями на систему через соответствующий системе уравнений (1) вектор-оператор динамической системы, заданный либо совокупностью математических операций $A_{lp}(t, \tau, X, Z, Q)$, либо совокупностью линейных или нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = F_{0i}(t, \tau, X, Z) \quad (i = 1, 2, \dots, m'), \quad (1')$$

$$\xi_j = \sum_{i=1}^{k'} \xi_{ij}^0(t, \tau, X) \bar{\xi}_i,$$

где ξ_{ij}^0 — неслучайные координатные функции;

$\bar{\xi}_i$ — случайные коэффициенты;

F_{0i} — неслучайная нелинейная функция.

Каждой группе номинальных условий при $t = \tau_0$, $\bar{\xi}_{01}, \dots, \bar{\xi}_{0k}$ из номинальной области G_0 и начальных условий $x_{01}, \dots, x_{0m'}$ соответствует свое решение системы уравнений (1):

$$x_{i0} = \varphi_i(\tau_0, \tau, x_{01}, \dots, x_{0m'}, \bar{\xi}_{01}, \dots, \bar{\xi}_{0k'}). \quad (2)$$

Каждой группе реальных условий в моменты времени $t = \tau_1$, $x'_{01}, \dots, x'_{0m'}$, $\xi_1, \dots, \xi_{k'}$ реальной области G_1 соответствует реальное решение системы уравнений (1):

$$x_i = \varphi_i(x'_{01}, \dots, x'_{0m'}, \bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_{k'}, \tau_1, \tau). \quad (3)$$

Система уравнений (1) как по числу нелинейных операторов, так и по числу выходных параметров может распадаться на m отдельных уравнений.

Для простоты положим, что число выходных параметров равно числу операторов, хотя, вообще говоря, их может быть больше. Для i -го параметра система уравнений (1) вырождается в уравнение

$$M_{i\rho} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, q, \dots, q_n \right) x_\rho = \\ = F_i(t, \tau, x_i, \zeta_1, \dots, \zeta_k). \quad (4)$$

Этому уравнению при линеаризации соответствуют импульсная функция системы $w(t, \tau, \nu, x_\rho, Z, Q)$, переходная функция системы $h(t, \tau, \nu, x_\rho, Z, Q)$, передаточная функция системы $W(t, \tau, p, x_\rho, Z, Q)$, а также амплитудная $A(t, \tau, \omega_1, x_\rho, Z, Q)$ и фазовая $\varphi(t, \tau, \omega, x_\rho, Z, Q)$ частотные характеристики системы.

Рассмотрение уравнения возмущенного состояния объекта позволяет выполнить функциональный анализ состояния объекта, синтез системы контроля и оценку ее эффективности. Однако более полной характеристикой статического и динамического состояния объекта является вероятностное описание с помощью законов распределения вероятностей параметров элементов входных воздействий, выходных параметров и векторов-операторов. Так как вероятности внезапных отказов определяются по широко распространенным формулам теории надежности, то основное внимание обращается на определение вероятности появления постепенных отказов.

Для определения вероятности постепенных отказов могут быть применены три математические модели:

- математическая модель, основанная на методе интегрирования дифференциальных уравнений;
- математическая модель, основанная на методе Монте-Карло;
- математическая модель, основанная на методе квазилинейных возмущений.

Под методом интегрирования дифференциальных уравнений понимается метод прямого вычисления многомерных плотностей вероятностей выходных параметров объекта с помощью интегрирования переменных, являющихся математически выраженными плотностями вероятности.

Метод Монте-Карло состоит в многократном выборе случайной величины параметров системы с последующим определением закона распределения выходных параметров объекта.

Метод квазилинейных возмущений состоит в представлении выходных параметров в виде ряда Тейлора с последующим определением закона распределения вероятностей выходных параметров.

Так как целью книги является создание инженерных методов оптимизации характеристик процесса контроля и АСК, то основное внимание уделяется математической модели объекта, основанной на методе квазилинейных возмущений как наиболее простой и позволяющей получать практически важные результаты. Однако достаточно подробно излагается также сущность метода свертки формулируются условия применения этого метода и метода Монте-Карло.

2. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели методом интегрирования дифференциальных уравнений

Для определения дифференциального закона системы случайных выходных параметров $x_1(t), \dots, x_{m'}(t)$ можно воспользоваться методикой, описанной в [Л. 1].

Если предположить, что получены решения (2), известен дифференциальный закон распределения вероятностей $f_0(x_{01}, \dots, x_{0m'}, \bar{\zeta}_{01}, \dots, \bar{\zeta}_{0k'}, \tau_0, \tau)$ системы случайных величин $x_{01}, \dots, x_{0m'}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0k'}$, функция F_{0i} имеет кусочно-непрерывные частные производные по координатам x_i , решения системы уравнений (1) φ_i имеют вторые частные производные по x_i и t и, кроме того, решения имеют первые производные по ζ_i , то дифференциальный закон распределения системы случайных величин $x_1, \dots, x_{m'}$ определяется равенством [Л. 2, 3]

$$f(x_1, \dots, x_{m'}, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k') \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_0 \exp \times \\ \times \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'}. \quad (5)$$

Если учесть реальные пределы изменений величин $\bar{\zeta}_1, \dots, \bar{\zeta}_{k'}$, то можно уравнение (5) переписать в таком виде:

$$f(x_1, \dots, x_m, t, \tau) = \int_{-\bar{\zeta}_{1\text{мин}}}^{\bar{\zeta}_{1\text{макс}}} \dots (k') \dots \int_{-\bar{\zeta}_{k'\text{мин}}}^{\bar{\zeta}_{k'\text{макс}}} \times \\ \times f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'},$$

где $\eta_j = \varphi_j[\tau_0, \tau, \varphi_\gamma(\tau, \tau_0, x_\sigma, \bar{\zeta}_\nu), \bar{\zeta}_\nu]$ при индексах j, γ, σ , пробегающих значения $1, \dots, m'$, а ν , пробегающем значения $1, \dots, k'$.

Для определения закона распределения переходной функции объекта необходимо на его вход подать воздействия в виде скачков и определить закон

$$f(h_1, \dots, h_{m'}, t, \tau) = \int_{-\bar{\zeta}_{1\text{мин}}}^{\bar{\zeta}_{1\text{макс}}} \dots (k') \dots \int_{-\bar{\zeta}_{k'\text{мин}}}^{\bar{\zeta}_{k'\text{макс}}} f_0 \exp \times \\ \times \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'}$$

Для определения дифференциального m' -мерного закона распределения импульсных функций можно воспользоваться якобианом преобразования $I(f_h \rightarrow f_w)$ с учетом того, что

$$\omega(t, \tau, X, Z, Q) = h'(t, \tau, X, Z, Q).$$

Дифференциальный закон распределения передаточной функции амплитудно и фазочастотных характеристик определяются при гармонических воздействиях на объект.

Тогда получаем:

закон распределения передаточной функции объекта

$$f(W_1, \dots, W_{m'}, \tau, t) = \int_{-\bar{\tau}_{1\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{1\text{макс}}} \dots (k') \dots \int_{-\bar{\tau}_{k'\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{k'\text{макс}}} f_0 \exp \times \\ \times \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau' \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'};$$

закон распределения амплитудно-частотной характеристики объекта

$$f(A_1, \dots, A_{m'}, t, \tau) = \int_{-\bar{\tau}_{1\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{1\text{макс}}} \dots (k') \dots \int_{-\bar{\tau}_{k'\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{k'\text{макс}}} f_0 \exp \times \\ \times \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau' \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'};$$

закон распределения фазочастотной характеристики объекта

$$f(\varphi_1, \dots, \varphi_{m'}, t, \tau) = \int_{-\bar{\tau}_{1\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{1\text{макс}}} \dots (k') \dots \int_{-\bar{\tau}_{k'\text{мин}}}^{\bar{\tau}_{k'\text{макс}}} f_0 \exp \times \\ \times \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau' \right\} d\bar{\zeta}_1, \dots, d\bar{\zeta}_{k'}.$$

Таким образом, теоретически оказывается возможным достаточно точно определить m' -мерные дифференциальные законы распределения выходных параметров и векторов-операторов. Однако выполнить интегрирование в явном виде можно только тогда, когда плотность вероятности является простой аналитической функцией случайных параметров. С возрастанием числа параметров и сложности аналитических функций применение метода вызывает значительные математические трудности.

3. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели с использованием метода статистической линеаризации

Для сложных объектов с нелинейностями при вероятностном анализе иногда практически достаточно оценивать первые два момента выходных параметров: математическое ожидание и корреляционную функцию или дисперсию. Эти моменты позволяют полностью определить закон распределения вероятностей, который приближенно можно считать нормальным.

Система дифференциальных уравнений возмущенного состояния объекта в достаточно общей форме представляется в виде [Л. 1]:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{p=1}^m M_{lp} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p &= F_l(X, Z, t, \tau) + \varphi_l(Z_l); \\ Z_l &= \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l x_i + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l \zeta_j; \quad l = 1, \dots, m. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где a_i^l, c_j^l — постоянные коэффициенты;

$X\{x_1, \dots, x_m\}$ — вектор случайных функций параметра t , определяющий движение объекта;

$Z\{\zeta_1, \dots, \zeta_k\}$ — вектор возмущений, являющийся случайной функцией параметра t ;

F_l — нелинейные функции, допускающие линеаризацию относительно некоторого режима движения объекта в пределах рабочих диапазонов величин или функций;

φ_l — нелинейные функции, не допускающие обычной линеаризации;

M_{lp} — полиномы относительно оператора дифференцирования с переменными во времени коэффициентами;

S_l — число параметров, определяющих поведение объекта;

N_l — число действующих возмущений.

После соответствующих преобразований получается линейная система уравнений для определения математического ожидания случайных функций:

$$\left. \begin{aligned} \sum_p^m M_{pl} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) m_{xp} &= F_l(t, \tau, m_x, m_l) + K_0^l m_l; \\ m_l &= \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l m_{xi} + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l m_{\zeta_j} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

и система уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\rho}^m M_{\rho l} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_{\rho}^0 &= \sum_{\mu=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{x_{\mu}}} \right]_0 x_{\mu}^0 + \\ &+ \sum_{j=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{z_j}} \right] \zeta_j^0 + K_1^l z_l^0; \\ z_l^0 &= \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l \zeta_j^0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где K_0^l и K_1^l — статистические коэффициенты усиления [Л. 1].

Принтегрировав систему уравнений (7) и (8), например методом последовательных приближений, определим математическое ожидание, корреляционные функции и дисперсии выходных параметров. Этот метод приближенного решения применяется тогда, когда метод гармонической линеаризации не дает желаемых результатов.

4. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели с использованием метода гармонической линеаризации

Система дифференциальных уравнений возмущенного состояния объекта представляется в форме (6).

Так как методика линеаризации нелинейных систем с вынужденными колебаниями аналогична методике линеаризации нелинейных систем, работающих в автоколебательном режиме, то можно ограничиться изложением метода линеаризации систем с автоколебаниями.

Математическое ожидание $m_{x_{\rho}}(t)$ и корреляционная функция $K_{x_{\rho} x_i}(t, S)$ ($\rho=1, \dots, m$) определяются при представлении $Z_l(t)$ в виде:

$$Z_l(t) = Z_l^0(t) + Z^*{}_l(t) \quad (l = 1, \dots, m), \quad (9)$$

где Z_l^0 — случайная медленно меняющаяся составляющая выходного параметра;

$(t) = Z \sin \Omega t$ — гармоническая составляющая со случайной амплитудой Z .

Для обоснованного выполнения процедуры гармонической линеаризации предполагается, что выходной параметр системы близок к гармоническому колебанию. Тогда функцию $\varphi_l(Z_l)$ можно представить в виде [Л. 5]:

$$\varphi_l(Z_l) = \varphi_l^0 + g Z^*{}_l + \frac{g'}{\Omega} \cdot \frac{d}{dt} Z^*{}_l,$$

где

$$\begin{aligned}\varphi_l^0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z \sin \Psi, Z\Omega \cos \Psi) d\Psi; \\ g &= \frac{1}{2Z} \int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z \sin \Psi, Z\Omega \cos \Psi) \sin \Psi d\Psi; \\ g' &= \frac{1}{\pi Z} \int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z \sin \Psi, Z\Omega \cos \Psi) \cos \Psi d\Psi.\end{aligned}$$

Выражения φ_l^0 , g , g' для конкретных нелинейностей берутся из [Л. 5].

Выполняя соответствующие подстановки и преобразования, получаем систему уравнений для определения математического ожидания выходных параметров:

$$\left. \begin{aligned}\sum_{\rho}^m M_{\rho l} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) m_{x\rho} &= F_l(t, \tau, m_x, m_Z) + \varphi_l^0(Z_l^0); \\ Z_l^0 &= \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l m_{x_i} + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l m_{\zeta_j},\end{aligned} \right\} \quad (10)$$

а также систему уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\begin{aligned}\sum_{\rho=1}^m M_{\rho l} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_{\rho}^0 &= \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{x\rho}} \right] \tilde{x}_{\rho}^0 + \\ &+ \sum_{j=1}^k \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{\zeta_j}} \right] \zeta_j^0 + gZ^*_{l1} + \frac{g'}{\Omega} \cdot \frac{d}{dt} Z^*_{l1}; \\ Z^*_{l1} &= \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l \zeta_j^0.\end{aligned} \quad (11)$$

Интегрируя системы уравнений (10) и (11), определяем математическое ожидание и корреляционную функцию выходных параметров. Этот метод наиболее прост. Наличие в системах больших отклонений и больших нелинейностей препятствует непосредственному использованию этого метода.

Иногда может дать хорошие результаты комбинация метода линейных возмущений с методом Монте-Карло. При этом анализ нелинейной части следует выполнять методом Монте-Карло, а линейной—методом квазилинейных возмущений.

5. Влияние законов распределения параметров элементов на статистические характеристики параметров объекта

Случайное изменение режима и условий работы объекта, следовательно изменение параметров элементов, обуславливает случайное изменение его параметров как в течение времени протекания процессов, так и от одной реализации процесса к другой. Случайный характер изменения параметров объекта необходимо учитывать при оптимизации процесса контроля. Поэтому рассмотренные ранее методы определения вероятностных характеристик объекта являются с этой точки зрения недостаточно эффективными, так как они получены в предположении, что параметры элементов неслучайны, т. е. они изменяются во времени по определенному закону или являются постоянными.

Оценку вероятностных характеристик параметров объекта с учетом случайности параметров элементов можно выполнить либо методами непосредственного определения характеристики, либо методом вероятностного усреднения [Л. 6].

Методы непосредственного определения вероятностных характеристик параметров путем неслучайных воздействий или методом Монте-Карло являются весьма трудоемкими и получаемые этими методами зависимости характеристик процесса от характеристик воздействий и параметров системы являются ненаглядными.

Более наглядным и менее трудоемким является метод вероятностного усреднения, сущность которого заключается в следующем. Вначале изложенными ранее методами определяются вероятностные характеристики идеализированной системы объекта, т. е. системы либо нелинейной стационарной, либо простой линейной нестационарной с детерминированными параметрами. Затем соответствующим вероятностным усреднением полученных характеристик в диапазоне возможных значений косвенных воздействий определяются действительные значения вероятностных характеристик.

Предположим, что все случайные внешние прямые и внутренние воздействия $\zeta_1(t), \dots, \zeta_k(t)$ не зависят от случайных косвенных внутренних воздействий $\xi_1(t), \dots, \xi_\mu(t)$, что практически всегда выполняется. Тогда случайный процесс $x_p(t)$ ($p = 1, \dots, m$) в объекте является функцией случайных воздействий $\xi_i(t)$ ($i = 1, \dots, k$), $\xi_j(t)$ ($j = 1, \dots, \mu$):

$$x_p(t) = \varphi_0[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau],$$

где φ_0 — некоторая нелинейная функция.

Если $f_\zeta(Z, t, \tau)$ и $f_\xi(\xi_1, \dots, \xi_\mu, t, \tau)$ — дифференциальные законы распределения систем случайных величин соответственно ζ_i и ξ_j , то математическое ожидание выходных координат объекта можно определить по известной формуле:

$$m_{x_p}(t, \tau) = \int \dots k \dots \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} \varphi \times \\ \times [\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau] f_\zeta(\xi_i, t, \tau) f_\xi(\xi_j, t, \tau) d\xi_j d\zeta_i \\ (i = 1, \dots, k) (j = 1, \dots, \mu).$$

Математическое ожидание параметров x_p при конкретных значениях $\bar{\xi}_j$ случайных величин ξ_j получим путем усреднения ζ_i :

$$m_{x_p}(\bar{\xi}_j, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k) \dots \\ \dots \int \varphi[\zeta_i(t), \bar{\xi}_j(t), \tau] f_{\zeta}(\zeta_i, t, \tau) d\zeta_i.$$

Это математическое ожидание сравнительно просто находится для линейных и нелинейных стационарных и нестационарных непрерывных систем, а также для сравнительно простых дискретных систем.

Для получения математического ожидания выходных параметров объекта $x_p(t)$ с учетом случайности параметров элементов необходимо произвести дальнейшее усреднение:

$$m_{x_p}(t, \tau) = \int \dots (\mu) \dots \\ \dots \int m_{x_p}(\bar{\xi}, t, \tau) f_{\zeta}(\zeta_j, t, \tau) d\zeta_j.$$

Корреляционная функция и дисперсия выходных параметров находятся по аналогичной методике.

Основным достоинством метода вероятностного усреднения является независимость учета случайности параметров элементов от прямых случайных воздействий. При прямом методе учета случайности параметров указанная зависимость сохраняется, что приводит к значительным вычислительным трудностям. Таким образом, оказывается возможным определить вероятностные характеристики объекта, включающего стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные системы, точно и приближенно с использованием метода статистических проб и метода неслучайных воздействий, а также метода вероятностного усреднения.

В результате приближенных решений с использованием линейризованных уравнений и операторов получают приближенные вероятностные характеристики выходных параметров объекта, определяющие его состояние.

6. Оценка вероятностных характеристик параметров объекта при малых интенсивностях внешних воздействий и отклонениях параметров элементов объекта

Для простоты изложения предположим, что один из выходных параметров объекта (частным случаем выходных параметров являются передаточная, переходная и импульсная функции, а также частотные характеристики отдельных систем или блоков) изменяется вследствие малых отклонений параметров элементов q_1, \dots, q_n , обусловленных действием некоторого возмущения ξ малой интенсивности [Л. 7, 8]. Таким образом, параметры элементов объекта являются функциями возмущения $\xi_i(t)$, изменяющегося во времени:

$$q_i = q_i[\xi(t)], \dots, q_n[\xi(t)].$$

Для выражения значений числовых характеристик выходного параметра $x(q_1, \dots, q_n)$ через числовые характеристики параметров элементов q_1, \dots, q_n при небольших отклонениях параметров элементов от математических ожиданий ограничимся линейным приближением, сохранив в разложении функции $x(q_1, \dots, q_n)$ в ряд Тейлора лишь члены первого порядка:

$$x(t, \tau, q_1, \dots, q_n) = m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial x}{\partial q_i}(q_1, \dots, q_n, t, \tau)(q_i - q_{i0}) \right],$$

где $m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau)$ — математическое ожидание отклонения выходного параметра объекта;

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n \omega_{q_i}^2 \sigma_{q_i}^2 \text{ — дисперсия отклонения выходного параметра объекта;}$$

$$\omega_{q_i} = \frac{\partial x}{\partial q_i}(q_{10}, \dots, q_{n0}) \text{ — вес отклонения параметров.}$$

Если в разложении в ряд Тейлора сохранить три члена, то можно получить более точные выражения для оценки числовых характеристик случайной функции $x(\zeta)$ и учесть поправку на нелинейность выходного параметра, а также оценить ошибку приближенных выражений.

7. Оценка вероятностных характеристик дискретных систем объекта

С информационной точки зрения существенными являются два подхода: с точки зрения непрерывных процессов и дискретных.

В первом случае все описывающие явления величины (компоненты векторов, пространственные и временные параметры) будут изменяться непрерывно.

Во втором случае компоненты векторов, пространственные и временные параметры принимают дискретные значения. Любую непрерывную информацию практически можно путем квантования и аппроксимации преобразовать с любой наперед заданной степенью точности в дискретную форму.

Различают три вида квантования: по уровню, по времени и одновременно по уровню и по времени.

Рассмотрим оценку вероятностных характеристик при всех трех случаях квантования.

а) Оценка вероятностных характеристик при квантовании по времени физических величин, имеющих ограниченный спектр

Предположим, что квантованию подлежит непрерывный сигнал $Z(t)$, имеющий закон распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ и спектральную функцию $S_Z(j\omega)$, занимающую полосу частот $2\omega_c$. Кроме того, для простоты предположим, что квантующее устройство является идеальным, т. е. работает без шумов квантования.

При ограниченной спектральной плотности $S_Z(j\omega)$, расположенной в полосе $2\omega_c$, спектральная функция выходного сигнала преобразователя $x(t)$ определяется соотношением

$$S_x(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} S_Z \left[j \left(\omega - \frac{2\pi}{T} r \right) \right], \quad (12)$$

где T — интервал квантования.

Из формулы (12) видно, что спектр $S_x(j\omega)$ представляет собой периодическую функцию частоты и полностью определяется изменением частоты ω в диапазоне от $-\frac{\pi}{T}$ до $+\frac{\pi}{T}$.

При частоте $\omega > \omega_c$ и $\omega_c \leq \frac{\pi}{T}$ спектральные функции $S_x(j\omega)$ и S_Z совпадают и значение функции $Z(t)$, а также значение закона распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ полностью определяются дискретными значениями функции $x(t)$ и ее законом распределения вероятностей $f_x(t, \tau, x)$ в дискретные моменты времени, отделенные друг от друга интервалом $T = \frac{\pi}{\omega_c}$, т. е. при квантовании функции $Z(t)$ через интервал времени $T = \frac{\pi}{\omega_c}$ не происходит потери информации.

При $\omega_c > \frac{\pi}{T}$, а также при неограниченных спектральных функциях $S_Z(j\omega)$ спектральная функция $S_x(j\omega)$ может существенно отличаться от функции $S_Z(j\omega)$ в диапазоне частот $|\omega| < \frac{\pi}{T}$, что приводит к потере информации при квантовании процесса $Z(t)$.

Таким образом, если произвести квантование ограниченного по спектру процесса через интервал, выбранный в соответствии с теоремой Котельникова:

$$T = \frac{\pi}{\omega_c},$$

то в информационном смысле исчезнут различия между импульсной системой и соответствующей ей непрерывной. При выполнении этих условий будут справедливы следующие соотношения:

для передаточной функции

$$W_{\text{экв.н}}(j\omega) = \frac{1}{T} W(j\omega),$$

где $W_{\text{экв.н}}(j\omega)$ — передаточная функция непрерывной системы, эквивалентной дискретной;

$W(j\omega) = W_{\text{л}}(j\omega) W_{\text{д}}(j\omega)$ — дискретная передаточная функция первого рода разомкнутой системы;

$W_{\text{д}}(j\omega)$ — дискретная передаточная функция первого рода линейного дискретного элемента с постоянными параметрами;

$W_{\text{л}}(j\omega)$ — передаточная функция линейной стационарной части системы;

для дисперсии

$$\sigma_x^2(t, \tau) \approx \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_Z(j\omega) d\omega; \quad (13)$$

для корреляционной функции

$$R_x(t_2 - t_1, \tau) \approx \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_Z(j\omega) e^{j\omega(t_2 - t_1)} d\omega. \quad (14)$$

В случае, если модель дискретной частотной характеристики первого рода $W(j\omega)$ имеет на определенной частоте $\omega_{\text{макс}}$ максимальное значение, замену системы дискретного действия эквивалентной системой непрерывного действия можно считать возможной при

$$(3 \div 4) \omega_{\text{макс}} < \frac{\pi}{T}.$$

б) Оценка вероятностных характеристик при квантовании физических величин по уровню

При квантовании по уровню удобно вместо случайного процесса $Z(t)$, поступающего на квантующее устройство, рассматривать его законы распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$.

Функция распределения $f_Z(t, \tau, Z)$ непрерывного случайного сигнала $Z(t)$ является также непрерывной, в то время как функция распределения квантованного по уровню сигнала является дискретной и равна δ -функции, умноженной на $f_Z(t, \tau, Z)$ при фиксированных уровнях $Z = n\Delta$ и равна нулю при значениях, отличных от фиксированных уровней. В этом случае устройство, осуществляющее квантование случайной величины по уровню, можно рассматривать как устройство, осуществляющее квантование по аргументу Z функции распределения $f_Z(t, \tau, Z)$, а для исследования эффекта квантования можно воспользоваться результатами эффекта квантования по времени при замене времени сигналом, а сигнала — функцией распределения.

Учитывая связь между характеристической функцией $f_Z(t, \tau, j\alpha)$ и функцией распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ через прямое преобразование Фурье, найдем характеристическую функцию непрерывного сигнала:

$$f_Z(t, \tau, j\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(t, \tau, Z) \exp\{-j\alpha Z\} dZ.$$

Характеристическая функция квантованного сигнала

$$f_x(t, \tau, j\alpha) = \frac{1}{\Delta} \sum_{r=-\infty}^{\infty} f_Z \left[j \left(\alpha - \frac{2\pi}{\Delta} r \right) \right],$$

где Δ — интервал квантования.

При ограниченной характеристической функции непрерывного распределения

$$|f_Z(t, \tau, j\alpha)| \equiv 0 \text{ при } |\alpha| \geq \alpha_c \geq \alpha_0 = \frac{\pi}{\Delta},$$

а при $|\alpha| < \frac{\pi}{\Delta}$

$f_x(j\alpha)$ и $f_Z(j\alpha)$ совпадают.

В этом случае статистические свойства квантованного сигнала можно восстановить по статистическим свойствам неквантованного сигнала.

Для определения закона распределения квантованной величины необходимо воспользоваться обратным преобразованием Фурье

$$f_x(t, \tau, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_x(t, \tau, j\alpha) \exp\{-j\alpha x\} d\alpha.$$

в) Оценка вероятностных характеристик при квантовании физических величин по времени и уровню

Квантование по времени и уровню является характерной особенностью цифровых систем. Для анализа и синтеза цифровых систем применяются алгебра логики и вероятностная логика [Л. 9, 10].

Как и для непрерывных систем, математические соотношения, связывающие входные и выходные переменные, называются оператором. Оператор определяет функциональные свойства схемы и может быть задан при n входных и m выходных логических переменных в виде некоторой логической функции $F_j(Z_1, \dots, Z_n)$, где $j=1, \dots, m$.

В одноктактных цифровых системах в один и тот же такт работы набор значений m выходных переменных полностью определяется заданием набора n входных переменных.

В многотактных цифровых системах набор значений выходных переменных m в данный такт не определяется набором значений входных переменных n , а зависит также от сигналов, поступающих по цепи обратной связи.

Оператор нерезервированной дискретной системы с n входами может иметь 2^n различных независимых состояний, каждое из которых может быть описано конъюнкцией всех n переменных в виде $Z_1^{\sigma_1}, \dots, Z_n^{\sigma_n}$, где $\sigma_i = 0$ или 1 ; при этом $Z^0 = \bar{Z}$; $Z^1 = Z$.

Дизъюнкция состояний дискретной системы, при которых она выполнит задачу хотя бы одним из возможных способов,

$$F(Z) = \bigvee_1 Z_1^{\sigma_1} \dots Z_n^{\sigma_n}. \quad (15)$$

Дизъюнкция состояний дискретной системы, при которых она не выполнит задачу,

$$\bar{F}(Z) = \bigvee_0 Z_1^{\sigma_1} \dots Z_n^{\sigma_n}.$$

Следовательно,

$$F(Z) \bigvee \bar{F}(Z) = 1.$$

При известных вероятностях логических переменных статистический анализ цифровых систем позволяет выявить общие и усредненные свойства цепей. Так как взятие элементарных выборов является независимым событием, то вероятность выполнения задачи схемой в соответствии с формулой (15) равна:

$$P(t, \tau) = p_1^{\sigma_1}(t, \tau), \dots, p_n^{\sigma_n}(t, \tau),$$

где

$$p_i^{\sigma_i}(t, \tau) = \begin{cases} p_i(t, \tau) & \text{при } \sigma_i = 1; \\ \bar{p}_i(t, \tau) = 1 - p_i(t, \tau) & \text{при } \sigma_i = 0. \end{cases}$$

Различные возможные способы выполнения задачи системой независимы и несовместны, поэтому вероятность выполнения задачи схемой хотя бы одним способом

$$P(t, \tau) = \sum_{(1)} p_1^{\sigma_1}(t, \tau), \dots, p_n^{\sigma_n}(t, \tau).$$

Вероятность невыполнения задачи схемой

$$\bar{P}(t, \tau) = \sum_{(0)} p_1^{\sigma_1}(t, \tau), \dots, p_n^{\sigma_n}(t, \tau).$$

Очевидно, что

$$P(t, \tau) + \bar{P}(t, \tau) = 1.$$

Однако для сложных логических функций $F(Z)$ при большом числе логических переменных построение совершенной дизъюнктивно-конъюнктивной нормальной формы представляет известные трудности. В этих случаях значительное упрощение можно получить применением вероятностной логики, позволяющей непосредственно по любой логической функции $F(Z)$, представленной в виде конъюнкции, определить вероятности P и \bar{P} .

Пример

Пусть $F(Z) = Z_1 \vee Z_2 Z_3$.

Применяя закон инверсии, представим логическую функцию в виде:

$$F(Z) = \overline{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3}.$$

Для определения вероятности P заменим в формуле логические переменные их вероятностями соответственно

$$\begin{aligned} Z_i &\rightarrow p_i; \\ \bar{Z}_i &\rightarrow 1 - p_i. \end{aligned}$$

Получаем:

$$\begin{aligned} P(t, \tau) &= \overline{\overline{p_1(t, \tau) p_2(t, \tau) p_3(t, \tau)}} = \\ &= 1 - [1 - p_1(t, \tau)] [1 - p_2(t, \tau) p_3(t, \tau)]; \\ \bar{P}(t, \tau) &= 1 - P(t, \tau). \end{aligned}$$

Следовательно, вероятностная логика позволяет одним и тем же выражением описывать как алгоритм, реализуемый дискретной схемой, так и вероятностные характеристики реализации этого алгоритма.

8. Оценка степени неопределенности состояния объекта контроля

Полученные дифференциальные m -мерные законы распределения выходных параметров, а также уравнения для определения вероятности состояния выходов дискретных систем при различных вероятностях состояний входных сигналов являются полными вероятностными характеристиками как выходных параметров, так и самого объекта. Однако они не дают интегральной количественной и качественной оценки неопределенности состояния объекта при его контроле и управлении.

Для интегральной оценки неопределенности состояния объекта в процессе контроля и управления удобно применять энтропию состояния объекта

$$H_o(X, t, \tau) = H_{в.о}(X, t, \tau) + H_{п.о}(X, t, \tau),$$

где $H_{в.о}(X, t, \tau)$ — энтропия, обусловленная наличием вероятности внезапных отказов;

$H_{п.о}(X, t, \tau)$ — энтропия, обусловленная наличием вероятности постепенных отказов.

Энтропию $H_{п.о}(X, t, \tau)$ непрерывного m -мерного дифференциального закона распределения вероятностей выходных параметров можно определить по формуле

$$H_{п.о}(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau) \log_2^* f(X, t, \tau) dX.$$

Если в эту формулу вместо закона распределения вероятностей выходных параметров подставить законы распределения динамических характеристик объекта, то получим соответственно численную интегральную оценку состояния объекта по его динамическим характеристикам.

При независимых выходных параметрах энтропия объекта определяется по формулам, определяющим энтропию динамических характеристик с учетом их независимости.

Энтропия выходных параметров

$$H_{п.о}(x_1, \dots, x_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H_{п.о}(x_i, t, \tau).$$

Энтропия, обусловленная наличием в объекте дискретных систем, определяется по формуле

$$H(p_1, \dots, p_n, t, \tau) = - \sum_{i=1}^m p_i \log_2 p_i.$$

Таким образом, энтропия объекта, имеющего независимые выходные параметры и динамические характеристики различных систем, определяется простым арифметическим сложением частных энтропий, обусловленных неопределенностью отдельных выходных параметров и динамических характеристик.

Энтропия $H_{в.о}(X, t, \tau)$ обусловлена многими непреобладающими друг над другом независимыми процессами, протекающими в системах с различными скоростями и вызывающими внезапные отказы, случайно распределенные во времени.

Энтропию, обусловленную наличием внезапных отказов, можно определить по формуле

$$H_{в.о}(X, t, \tau) = -\{P_{в.о}(X, t, \tau) \log_2 P_{в.о}(X, t, \tau) + [1 - P_{в.о}(X, t, \tau)] \log_2 [1 - P_{в.о}(X, t, \tau)]\},$$

где $P_{в.о}$ — вероятность отсутствия внезапных отказов.

При экспоненциальном законе распределения вероятности безотказной работы вероятность того, что в резервированном объекте не произойдет внезапного отказа, определяется по формуле

$$P_{в.о}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) t \right\} dZ = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \{ - \Lambda(X, t, \tau) t \} dZ,$$

где $\lambda(x_i, t, \tau)$ — интенсивность отказов i -й системы;
 $f(Z, t, \tau)$ — закон распределения интенсивностей внешних возмущений, действующих на системы объекта;

$$\Lambda(X, t, \tau) = \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau).$$

Вероятность отсутствия внезапных отказов объекта, содержащего m систем, в том числе β резервированных узлов, с учетом закона распределения внешних возмущающих факторов в условиях контроля и управления может быть определена по формуле

$$P_{в.о}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) \right\} \times \\ \times \prod_{j=1}^B P_{в.о}(x_j, t, \tau) dZ,$$

где $P_{в.о}(x_j, t, \tau)$ — вероятность отсутствия внезапных отказов j -й резервированной системы.

9. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления

Процесс контроля и управления объекта обычно растянут во времени и может вестись либо непрерывно, либо дискретно с определенной частотой $1/T_n$, выбранной из условия достаточности времени

для снижения неопределенности до заданного уровня при определенной интенсивности контроля и управления.

Процесс контроля и управления можно рассматривать как процесс выполнения по определенному алгоритму некоторых сложных k опытов $G_{ij} (i=1, \dots, k) (j=1, \dots, l)$, состоящих не более чем из l подопытов. В процессе выполнения этих опытов часть неопределенности замещается информацией. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления, равно изменению энтропии:

$$I_{G_{ij}}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - H_{G_{ij}}(X, t, \tau),$$

где

$$H_{G_{ij}}(X, t, \tau) = p_{G_{ij1}} H_{G_{ij1}}(X, t, \tau) + \dots + p_{G_{ijl}} H_{G_{ijl}}(X, t, \tau)$$

— условная энтропия состояния объекта при осуществлении сложного опыта G_{ij} , состоящего из l подопытов;

$p_{G_{ij}}$ — вероятность исхода опыта G_{ij} ;

$H_{G_{ij}}(X, t, \tau)$ — энтропия объекта после осуществления опыта G_{ij} .

Процесс контроля и управления сложного объекта обычно сводится к одновременному параллельному или сдвинутому во времени переводу многомерного вектора $X(x_i, t, \tau)$ в многомерный вектор $Y(y_i, t, \tau)$:

$$X \rightarrow Y.$$

При этом предполагается, что вектор $X(t, \tau)$ характеризует априорное состояние объекта без учета внезапных отказов.

Система контроля и управления путем формирования, измерения и регулирования переводит объект в новое апостериорное состояние, определяемое вектором $Y(t, \tau)$.

Наиболее интересными для практики являются случаи, когда имеет место точное, но с запаздыванием на τ_3 воспроизведение стационарного случайного процесса [Л. 11]:

$$Y(y_i, t, \tau) = X(x_i, t - \tau_3, \tau)$$

или когда выходной процесс воспроизводится без запаздывания, но действует вектор помехи U (рис. 2), не зависящий от входного процесса:

$$Y(y_i, t, \tau) = X(x_i, t, \tau) + U(u_j, t, \tau),$$

где $j=1, 2, \dots, m$.

Среднее количество информации, получаемое при переводе вектора, можно определить по формуле [Л. 11]

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, Y, t, \tau) \times \\ \times \log_2 \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau) f(Y, t, \tau)} dX dY, \quad (16)$$

где $f(X, Y, t, \tau)$ — совместный дифференциальный закон распределения векторов X и Y ;

$f(X, t, \tau)$ — дифференциальный закон распределения вектора X ;

$f(Y, t, \tau)$ — дифференциальный закон распределения вектора Y .

Выполнив некоторые преобразования, формулу (16) представим в виде:

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(X, t, \tau) - m_Y [H_Y(X, t, \tau)],$$

или

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(Y, t, \tau) - m_X [H_X(Y, t, \tau)],$$

где $H(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dx$

— априорная энтропия входного вектора X ;

$$m_Y [H_Y(X, t, \tau)] = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau, Y) \log_2 f(X, Y, t, \tau) dX dY$$

— усредненное по выходным параметрам значение энтропии после получения сигналов на выходе;

$f_Y(X, t, \tau)$ — условный дифференциальный закон распределения вектора X при получении вектора Y .

При этом имеем [Л. 3]:

$$f_Y(X, t, \tau) = \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(Y, t, \tau)}.$$

При нормальном законе распределения случайных векторов на входе и выходе АСК имеем:

$$f(X, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(X - m_X)^2}{2\sigma_X^2} \right\}; \quad (17)$$

$$f(Y, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(Y - m_Y)^2}{2\sigma_Y^2} \right\}. \quad (18)$$

Далее находим:

$$\log_2 \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau) f(Y, t, \tau)} = \log_2 \frac{1}{\sqrt{1 - r^2}} - \frac{r^2 \log_2 e}{2(1 - r^2)} \left[\frac{(X - m_X)^2}{\sigma_X^2} - \frac{2(X - m_X)(Y - m_Y)}{r\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(Y - m_Y)^2}{\sigma_Y^2} \right]. \quad (19)$$

Подставив выражение (17), (18) и (19) в формулу (16), получим после некоторых преобразований:

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \log_2 \frac{1}{\sqrt{1 - r_{XY}^2(t, \tau)}} = -\frac{1}{2} \log_2 [1 - r_{XY}^2(t, \tau)];$$

$$r_{XY}(t, \tau) = \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y} \int_{-\infty}^{\infty} (X - m_X)(Y - m_Y) f(X, Y, t, \tau) dX dY$$

где r_{XY} — коэффициент корреляции векторов X, Y ;
 $\sigma_X^2(t, \tau), \sigma_Y^2(t, \tau)$ — дисперсии векторов X, Y .

Энтропия случайного m -мерного вектора $X(t, \tau)$, имеющего нормальный закон распределения, равна:

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sqrt{(2\pi e)^m |R^{XX}|}.$$

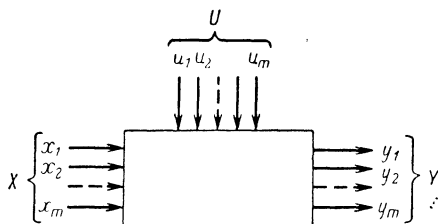


Рис. 2. Входные и выходные сигналы системы контроля.

Среднее количество информации при передаче $X \rightarrow Y$ можно выразить через корреляционные матрицы:

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{|R|}{|R^{XX}| + |R^{YY}|}, \quad (20)$$

где

$$R^{XX} = \begin{vmatrix} R_{11}^{XX} & \dots & R_{1m}^{XX} \\ R_{21}^{XX} & \dots & R_{2m}^{XX} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{m1}^{XX} & \dots & R_{mm}^{XX} \end{vmatrix}; \quad R^{YY} = \begin{vmatrix} R_{11}^{YY} & \dots & R_{1m}^{YY} \\ R_{21}^{YY} & \dots & R_{2m}^{YY} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{m1}^{YY} & \dots & R_{mm}^{YY} \end{vmatrix};$$

$$R^{XY} = \begin{vmatrix} R_{11}^{XX} & \dots & R_{1m}^{XX} & R_{11}^{XY} & \dots & R_{1m}^{XY} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{XX} & \dots & R_{mm}^{XX} & R_{m1}^{XY} & \dots & R_{mm}^{XY} \\ R_{11}^{XY} & \dots & R_{1m}^{XY} & R_{11}^{YY} & \dots & R_{1m}^{YY} \\ R_{m1}^{XY} & \dots & R_{mm}^{XY} & R_{m1}^{YY} & \dots & R_{mm}^{YY} \end{vmatrix}$$

— корреляционные определители, соответствующие корреляционным матрицам, составленным из корреляционных моментов:

$$R_{\nu\mu}^{XX} = m[(X_\nu - m_{X_0})(X_\mu - m_{X_\mu})];$$

$$R_{\nu\mu}^{YY} = m[(Y_\nu - m_{Y_0})(Y_\mu - m_{Y_\mu})];$$

$$R_{\nu\mu}^{XY} = m[(X_\nu - m_{X_\nu})(Y_\mu - m_{Y_\mu})].$$

При независимых компонентах вектора $X(t, \tau)$ имеем:

$$R_{\nu\mu}^{XX} = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{при } \nu = \mu; \\ 0 & \text{при } \nu \neq \mu, \end{cases}$$

а энтропия вектора

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sigma_1 \sqrt{2\pi e} + \dots + \log_2 \sigma_m \sqrt{2\pi e}.$$

Система контроля не дает информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ без связи с характеристиками входного вектора $X(t, \tau)$.

Известно, что степень связи между случайными процессами характеризуется корреляционной функцией.

Если выходной вектор $Y(t, \tau)$ не связан с входным вектором $X(t, \tau)$, то $R_{\nu\mu}^{XX} = 0$; следовательно, количество информации, получаемое при контроле, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) = 0$.

При учете всех характеристик вектора $X(t, \tau)$ коэффициент корреляции $r_{XY}(t, \tau) \rightarrow 1$, следовательно $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty$.

Для одномерного случайного процесса формула (20) превращается в формулу

$$I(x_i \rightarrow y_i, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 [1 - r^2(t, \tau)].$$

где $r(t, \tau) = \frac{R_{11}^{XX}(t, \tau)}{\sigma_X(t, \tau) \sigma_Y(t, \tau)}$ — коэффициент корреляции.

Рассмотрим некоторые интересные случаи одномерной передачи информации.

При запаздывании воспроизведения

$$y(t, \tau) = x(t - \tau_0, \tau);$$

$$r(t, \tau) = \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int [x(t) - m_x][x(t - \tau_0) - m_x] f(x, y, t, \tau) dx dy,$$

или окончательно

$$r(t, \tau) = \frac{R(\tau_3)}{R(0)},$$

где $R(\tau_3)$ — корреляционная функция централизованной случайной величины;

$R(0) = \sigma^2$ — дисперсия.

Количество информации в этом случае равно:

$$I(x \rightarrow y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \left[1 - \frac{R^2(\tau_3)}{R^2(0)} \right].$$

Так как $0 \leq R(\tau_3)/R(0) < 1$ при $\tau_3 > 0$, то $\infty > I(x \rightarrow y, t, \tau) \geq 0$.

Система контроля практически не дает информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ со сколь угодно большой задержкой τ_3 относительно течения входного процесса $X(t, \tau)$.

Известно, что при $\tau_3 \rightarrow \infty$ $R(\tau_3) \rightarrow 0$ и, следовательно, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0$.

Система контроля способна дать как угодно много информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ при сколь угодно малой задержке τ_3 с учетом всех характеристик входного вектора $X(t, \tau)$.

Известно, что при $\tau_3 \rightarrow 0$ $R(\tau_3) \rightarrow R(0)$ и, следовательно, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty$.

При наличии шумов $u(t, \tau)$ и нормальном распределении параметров x, y имеем:

$$y(t, \tau) = x(t, \tau) + u(t, \tau);$$

$$\sigma_y^2(t, \tau) = \sigma_x^2(t, \tau) + \sigma_u^2(t, \tau);$$

$$\begin{aligned} r(t, \tau) &= \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int (x - m_x)(y - m_y) f(x, y, t, \tau) dx dy = \\ &= \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2}}}. \end{aligned}$$

Среднее количество информации, получаемое при передаче $x \rightarrow y$, равно:

$$I(x \rightarrow y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 (1 - r^2) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2}.$$

Если точность перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$ мала, так что $\sigma_u \gg \sigma_x$, то

$$\frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2} \rightarrow 1$$

и, следовательно, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0$.

Система способна дать сколь угодно много информации о состоянии объекта при высокой точности перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$.

При $\sigma_u \ll \sigma_x \frac{\sigma_x^2}{\sigma_u^2} + 1 \rightarrow \infty$ и, следовательно, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty$.

Таким образом, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля и управления при нормальном законе распределения параметров и помех, зависит от дисперсии помех и точности АСК, а также от степени связи векторов X и Y и задержки воспроизведения. При законах распределения выходных параметров и помех, отличных от нормальных, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля, определяется по формуле (16).

10. Энтропия и информация в замкнутом контуре контроля и управления

Информация о состоянии параметров x_1, \dots, x_m объекта передается в систему контроля. Система получения информации системы контроля обрабатывает полученную информацию с целью выработки сигналов управления y_1, \dots, y_m . Сигналы управления преобразуются исполнительной системой в управляющие воздействия z_1, \dots, z_k ,

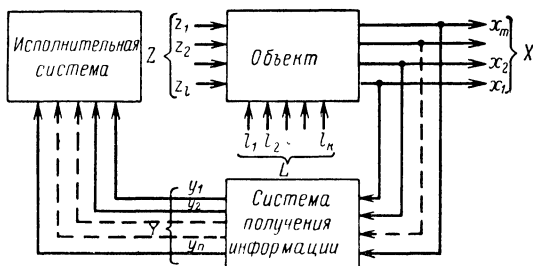


Рис. 3. Замкнутый контур процесса контроля и управления.

которые воздействуют на объект, изменяя его энтропию, т. е. контур контроля и управления является замкнутым (рис. 3). Контур циркуляции информации в такой системе может быть представлен в общем случае для произвольных законов распределения в векторной форме [Л. 11]:

$$X(t, \tau) \rightarrow Y(t, \tau) \rightarrow Z(t, \tau) \rightarrow X(t, \tau)$$

или для одномерной системы

$$x(t, \tau) \rightarrow y(t, \tau) \rightarrow z(t, \tau) \rightarrow x(t, \tau).$$

Предположим, что информация в течение времени τ_3 накапливается, преобразуется и лишь после этого за интервал τ_3 1 раз вырабатывается сигнал управления. Это предположение не противоречит физическим процессам в реальных системах переработки информации, так как в реальных системах все процессы квантованы.

Для получения общих количественных соотношений при произвольных законах распределения разрывается замкнутый контур в месте соединения объекта с АСК и подается на вход последней некоторое вполне определенное значение X от постоянного источника. Тогда в разомкнутой системе будет реализована передача

$$X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow X'.$$

Количество информации при передаче $X \rightarrow X'$ равно:

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X', t, \tau) - m_x [H_x(X', t, \tau)], \quad (21)$$

где $H(X', t, \tau)$ — энтропия вектора X' до поступления вектора X ;

$m_x [H_x(X', t, \tau)]$ — усредненное по X значение энтропии после получения сигнала X' .

Равенство (21) представляется в виде [Л. 11]:

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X, t, \tau) - H_x(X, t, \tau) + S, \quad (22)$$

где $S = H_x(X', t, \tau) - m_x [H_x(X, t, \tau)]$ — приращение энтропии шумов, приведенных к выходу управляемого процесса.

Замкнем контур контроля. Тогда на вход АСК будет действовать вектор X в некоторый $(\nu-1)$ -й момент времени, а вектор X' будет представлять значение тех же параметров в момент времени ν , т. е.

$$X = X_{\nu-1}; \quad X' = X_{\nu}.$$

Уравнение (22) для определения среднего количества информации в ν -й момент времени в замкнутом контуре переписывается в виде:

$$I_{\nu}(X, t, \tau) = H_{\nu-1}(X, t, \tau) + H_{\nu}(X, t, \tau) + S_{\nu}(t, \tau), \quad (23)$$

где $H_{\nu-1}(X, t, \tau)$, $H_{\nu}(X, t, \tau)$ — значения энтропии объекта соответственно в ν -й и $\nu-1$ -й моменты времени.

Таким образом, приращение энтропии объекта за интервал дискретности равно разности приращения энтропии приведенных шумов и количества информации, переданной в замкнутом контуре ($X_{\nu-1} \rightarrow X_{\nu}$) за тот же интервал времени.

С учетом энтропии для начального момента времени можно записать на основе равенства (23):

$$H_{\nu}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - \sum_{i=0}^{\nu} I_i(X, t, \tau) + \sum_{i=0}^{\nu} S_i(X, t, \tau),$$

т. е. энтропия объекта равна начальной энтропии этого процесса плюс суммарное приращение энтропии приведенных шумов и минус

суммарное количество информации, переданной через контур ($X_{y-1} \rightarrow X_y$).

Для стационарного процесса

$$H_y(X, t, \tau) = H_{y-1}(X, t, \tau), I_y(X, t, \tau) = S(X, t, \tau).$$

В замкнутой системе наблюдается стационарный процесс контроля и управления, если количество информации, передаваемое за интервал дискретности, равно соответствующему приращению энтропии приведенных шумов.

Действительно, при стационарном процессе

$$H_y(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau).$$

Следовательно,

$$I_y(X, t, \tau) = S(X, t, \tau).$$

В замкнутой системе отсутствует управление, если приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии объекта.

Для неуправляемого объекта количество информации

$$I(X, t, \tau) = 0.$$

Следовательно,

$$H_y(X, t, \tau) - H_{y-1}(X, t, \tau) = S_y(X, t, \tau),$$

т. е. приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии неуправляемого объекта.

Все приведенные соотношения для многомерных объектов справедливы для одномерных.

11. Динамические статистические характеристики процесса контроля и управления

К динамическим статистическим характеристикам процессов контроля и управления следует отнести прирост энтропии и количества информации, приходящихся на единицу времени, а также «пропускную способность» процесса контроля.

Прирост энтропии объекта за единицу времени характеризует скорость изменения неопределенности $v_n(t, \tau)$:

$$v_n(t, \tau) = \frac{\Delta H_T(X, t, \tau)}{T},$$

где $\Delta H(X, t, \tau)$ — прирост энтропии объекта за интервал времени T .

В случае возрастания неопределенности прирост энтропии имеет отрицательный знак, в случае убывания ее — положительный знак.

Количество информации, получаемое в единицу времени, характеризует быстродействие процесса контроля и управления и определяется по формуле

$$v_I(t, \tau) = \frac{I_T(t, \tau)}{T},$$

где $I_T(t, \tau)$ — среднее количество информации, получаемое за время T .

Максимальное среднее количество информации, получаемое в единицу времени, является пропускной способностью процесса контроля и управления:

$$C_{п.к}(t, \tau) = \frac{I_{T_{\max}}(t, \tau)}{T}.$$

Для нормального закона распределения вероятностей значений выходных параметров

$$C_{п.к}(t, \tau) = F_S \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2},$$

где F_S — «полоса пропускания» системы контроля и управления, или половина дискретных значений выходных параметров объекта, которые могут быть измерены в 1 сек;

σ_x^2 — дисперсия выходных параметров объекта;

σ_u^2 — дисперсия шумов процесса.

Таким образом, динамические статистические характеристики процесса контроля и управления характеризуют его не только с точки зрения состояния контролируемого объекта, точности выполнения процесса контроля и управления, но и с точки зрения быстродействия процесса.

К динамическим характеристикам процесса контроля и управления можно отнести также время, затрачиваемое на выполнение операций.

ГЛАВА ВТОРАЯ

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСК

12. Информационный критерий

Эффективность АСК можно оценить путем сопоставления эффективности действия реальной и некоторой идеальной АСК. Тогда критерий эффективности АСК можно записать в виде:

$$\mathcal{E}_1(t, \tau) = \frac{K_I(t, \tau)}{K_{I0}(t, \tau)}, \quad (24)$$

где $K_I(t, \tau) = \frac{I_p(t, \tau)}{C_p(t, \tau)}$ — обобщенная статистическая характеристика реального процесса контроля;

$I_p(t, \tau) = \sum_{i=1}^n I_{pi}(t, \tau)$ — количество информации, получаемое реальной АСК при контроле от параметров n_i объекта;

$C_p(t, \tau)$ — математическое ожидание стоимости реального процесса контроля;

$K_{I0}(t, \tau) = \frac{I_u(t, \tau)}{C_u(t, \tau)}$ — обобщенная статистическая характеристика,
идеального процесса контроля;

$I_u(t, \tau)$ — количество информации, получаемое идеальной АСК
при контроле n параметров объекта;

$C_u(t, \tau)$ — математическое ожидание стоимости идеального про-
цесса контроля.

В общем случае предполагается, что $C_p(t, \tau) > C_u(t, \tau)$, а $n \geq n_1$,
т. е. реальная система контроля охватывает не все параметры
объекта.

Эффективность АСК можно выразить через энтропии объекта,
используемого без АСК и с АСК

$$\mathcal{E}_1(t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} [H_{0i}(t, \tau) - H_i(t, \tau)]}{\sum_{i=1}^n H_{0i}(t, \tau)} \cdot \frac{C_u(t, \tau)}{C_p(t, \tau)}, \quad (25)$$

где $H_{0i}(t, \tau)$ — энтропия по i -му параметру объекта без АСК;

$H_i(t, \tau)$ — энтропия по i -му параметру объекта с АСК.

Для практических расчетов оказывается удобным применять
информационный критерий в несколько ином виде.

Иногда требуется производить только информационную оценку,
без учета стоимости. Информационный критерий эффективности АСК
для этого случая принимает вид:

$$\mathcal{E}_2(t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} [H_{0i}(t, \tau) - H_i(t, \tau)]}{\sum_{i=1}^n H_{0i}}. \quad (26)$$

Этот критерий изменяется в пределах от 0 до 1. При наиболее
эффективной АСК $\mathcal{E}_2(t, \tau) = 1$. При неэффективной АСК $\mathcal{E}_2(t, \tau) \leq 0$.

С учетом экономических факторов информационный критерий
эффективности используют в виде:

$$\mathcal{E}_3(t, \tau) = K_{\mathcal{E}} \mathcal{E}_2(t, \tau), \quad (27)$$

где $\mathcal{E}_3(t, \tau)$ — значение критерия, определяемое формулой (26);

$K_{\mathcal{E}} = \frac{C_{\mathcal{E}, \text{ЭК}}}{C_{\mathcal{E}, \text{К}} + C_{\mathcal{E}, \text{В}}}$ — коэффициент, учитывающий стоимость эксплуатации
в рублях;

$C_{\mathcal{E}, \text{ЭК}}$ — стоимость изготовления АСК;

$C_{\mathcal{E}, \text{В}} = \alpha_{\mathcal{E}} T_{\text{К}}$ — стоимость эксплуатации АСК;

$\alpha_{\mathcal{E}} = \frac{C_{\text{обсл}} + C_{\text{ЗИП}}}{t_{\text{рес}}}$ — коэффициент;

$T_{\text{К}}$ — время контроля;

$t_{\text{рес}}$ — ресурс АСК;

$C_{\text{обсл}}$ — стоимость содержания обслуживающего персонала;
 $C_{\text{ЗИП}}$ — стоимость ЗИП.

Стоимость АСК можно учесть по отношению к стоимости объекта. Тогда критерий эффективности имеет вид:

$$\mathcal{A}_4(t, \tau) = K_0 \mathcal{A}_2(t, \tau), \quad (28)$$

где $K_0 = \frac{C_{\text{об}}}{C_{\text{об}} + C_{\text{с.к}} + C_{\text{в}}}$ — коэффициент, учитывающий совместную стоимость разработки $C_{\text{с.к}}$ и эксплуатации $C_{\text{в}}$ системы контроля относительно стоимости объекта $C_{\text{об}}$.

Энтропии объекта определяются по формулам:

$$H_{0i}(t, \tau) = - \{ P_{0i}(t, \tau) \log_2 P_{0i}(t, \tau) + [1 - P_{0i}(t, \tau)] \log_2 [1 - P_{0i}(t, \tau)] \},$$

где $P_{0i}(t, \tau)$ — вероятность работоспособности объекта без АСК по i -му параметру к моменту конца контроля и восстановлению работоспособности.

$$H_i(t, \tau) = - \{ P_i(t, \tau) \log_2 P_i(t, \tau) + [1 - P_i(t, \tau)] \log_2 [1 - P_i(t, \tau)] \},$$

где $P_i(t, \tau)$ — вероятность работоспособности объекта с АСК по i -му параметру к моменту конца контроля τ .

Если время подготовки объекта к использованию также влияет на эффективность работы объекта, то критерий эффективности АСК без учета стоимости можно записать в виде:

$$\mathcal{A}_5 = \frac{H_{0r} - H_r + \sum_{i=1}^{n_1} [H_{0i}(t, \tau) - H_i(t, \tau)]}{H_{0r} + \sum_{i=1}^n H_{0i}};$$

$$H_{0r} = - \{ K_{0r} \log_2 K_{0r} + (1 - K_{0r}) \log_2 (1 - K_{0r}) \};$$

$$H_r = - \{ K_r \log_2 K_r + (1 - K_r) \log_2 (1 - K_r) \};$$

где K_{02} и K_2 — коэффициенты готовности объекта без АСК и с АСК.

13. Критерии эффективности функционирования сложных систем

Автоматизированные системы контроля относятся в большинстве случаев к сложным системам, которые характеризуются не только большим числом элементов, но главным образом сложностью внутренней структуры — обратными связями, различного рода избыточностями и т. п. Для количественной оценки качества сложных си-

стем используют критерии эффективности функционирования [Л. 28, 30], которые можно применять для систем контроля.

Сложной системой называют непосредственный объект рассмотрения в целом, а элементом сложной системы — некоторую часть ее, способную выполнять определенную операцию в общем процессе функционирования системы. Разделение сложной системы на элементы достаточно условно и зависит не только от структуры сложной системы, но и от вида выполняемой задачи, продолжительности периода функционирования и даже от требуемой точности оценки показателей эффективности.

Для оценки эффективности сложные системы делят на системы длительного и кратковременного действия. Если вероятность изменения состояния системы в течение времени операции t близка к единице, то системы относят к системам длительного действия. Системы кратковременного действия в течение оперативного времени t сохраняют начальное состояние с вероятностью, близкой к единице.

Совокупность состояний элементов сложной системы в некоторый момент времени однозначно определяет состояние системы в целом в этот момент. Сложная система кратковременного действия полностью характеризуется совокупностью состояний в момент выполнения задачи.

С течением времени сложная система может из-за изменения состояний тех или иных элементов переходить из одного состояния в другое. Процесс перехода состояний сложной системы во времени называют эволюцией, а последовательность таких состояний во времени — траекторией эволюции сложной системы. Эффективность сложной системы длительного действия зависит от конкретной траектории эволюции ее состояний в процессе выполнения операции.

Допустим, что сложная система кратковременного действия состоит из n элементов с двумя состояниями: «работоспособен» и «отказал». Эта система имеет конечное число несовместимых состояний:

$$S_0, S_i, S_{ij}, \dots, S_{ij}, \dots, m, S_{1,2}, \dots, n,$$

где S_0 — состояние сложной системы, когда все элементы работоспособны;

S_i — состояние сложной системы, когда неработоспособен только i -й элемент (i может принимать значения $1, 2, \dots, n$);

S_{ij} — состояние сложной системы, когда неработоспособны только i -й и j -й элементы ($i < j$; $i, j = 1, 2, \dots, n$);

S_{ij}, \dots, m — состояние сложной системы, когда неработоспособна совокупность только i, j, \dots, m элементов ($i < j < \dots < m$; $i, j, \dots, m = 1, 2, \dots, n$);

$S_{1,2}, \dots, n$ — состояние сложной системы, когда отказали все элементы.

Вероятности состояний $S_0, S_i, S_{ij}, S_{ij}, \dots, m, S_{1,2}, \dots, n$ сложной системы соответственно равны: $H_0, H_i, H_{ij}, H_{ij}, \dots, m, H_{1,2}, \dots, n$.

Так как все возможные состояния сложной системы составляют полную группу событий, то

$$H_0 + \sum_{i=1}^n H_i + \sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^n H_{ij} + \dots +$$

$$+ \sum_{\substack{i, j, \dots, m=1 \\ i < j < \dots < m}}^n H_{ij\dots m} + \dots + H_{1, 2, \dots, n} = 1.$$

Показатели технической эффективности состояний $S_0, S_i, S_{ij}, \dots, S_m, S_{1,2}, \dots, S_n$ сложной системы соответственно равны $\Phi_0, \Phi_i, \Phi_{ij}, \Phi_{ij\dots m}, \Phi_{1,2}, \dots, \Phi_n$.

Эффективность функционирования сложной системы определяется как математическое ожидание показателя технической эффективности по формуле

$$E = \Phi_0 H_0 + \sum_{i=1}^n \Phi_i H_i + \sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^n \Phi_{ij} H_{ij} + \dots + \\ + \sum_{\substack{i, j, \dots, m=1 \\ i < j < \dots < m}}^n \Phi_{ij\dots m} H_{ij\dots m} + \Phi_{1, 2, \dots, n} H_{1, 2, \dots, n}. \quad (29)$$

Если величины Φ_i — условные вероятности, то E является полной вероятностью.

В случае независимости отказов отдельных элементов используют выражение

$$E = \Phi_0 H_0 \left(1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \Phi_i^* + \sum_{i, j=1}^n \gamma_i \gamma_j \Phi_{ij}^* + \dots + \right. \\ \left. + \sum_{i, j, \dots, m=1}^n \gamma_i \gamma_j \dots \gamma_m \Phi_{ij\dots m}^* + \dots + \prod_{k=1}^n \gamma_k \Phi_{1, 2, \dots, n}^* \right)$$

где $\gamma_i = \frac{q_i}{p_i}$;

p_i — вероятность того, что i -й элемент находится в состоянии работоспособности;

q_i — вероятность того, что i -й элемент находится в состоянии отказа;

$\Phi_s^* = \frac{\Phi_s}{\Phi_0}$ — нормированное значение.

Если $q_i \ll \frac{1}{n}$, то можно использовать приближенную формулу

$$E \approx \Phi_0 H_0 \left(1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \Phi_i^* \right) \approx \Phi_0 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n q_i (1 - \Phi_i^*) \right\}. \quad (30)$$

Реальные сложные системы не всегда можно свести к упрощенной математической модели, состоящей из элементов с двумя состояниями. Для строгого описания сложной системы, состоящей из n элементов с непрерывным множеством состояний необходимо учитывать множество состояний в n -мерном пространстве.

Пусть сложная система кратковременного действия состоит из двух элементов: a и b , каждый из которых характеризуется непрерывным выходным параметром: I_a и I_b соответственно. В этом случае состояние S_0 распадается на непрерывное множество состояний $S_{I_a I_b}$, каждое из которых характеризуется показателем технической эффективности $\Phi_0(I_a, I_b)$ и условной плотностью вероятности того, что будет реализовано состояние $S_{I_a I_b}$ при условии одновременной работы обоих элементов:

$$h_0(I_a, I_b).$$

Если параметры I_a и I_b изменяются независимо, можно записать:

$$h(I_a, I_b) = h(I_a) h(I_b).$$

Состояние S_a содержит непрерывное множество состояний с соответствующими значениями показателя технической эффективности $\Phi_a(I_b)$ и условной плотности вероятности $h_a(I_b)$. Для состояния S_b имеем значение показателя эффективности $\Phi_b(I_a)$ и условную плотность вероятности $h_b(I_a)$. Эффективность такой системы равна:

$$E = H_0 \iint_{G_a G_b} h_0(I_a, I_b) \Phi_0(I_a I_b) dI_a dI_b + H_a \int_{G_b} h_a(I_b) \Phi_a(I_b) dI_b + H_b \int_{G_a} h_b(I_a) \Phi_b(I_a) dI_a,$$

где G_a и G_b — области существования параметров I_a и I_b соответственно.

Под показателем технической эффективности сложной системы длительного действия при реализации ею данной траектории эволюции понимают значение ее выходного эффекта при условии, что система, выполняя свои функции, проходит именно данную последовательность состояний и именно в данные моменты времени. Если выходной эффект для какой-либо траектории эволюции сложной системы меняется от одной реализации данной траектории к другой реализации той же траектории, то в качестве показателя технической эффективности данного вида траектории принимают математическое ожидание этого выходного эффекта.

Пусть система длительного действия состоит из двух независимых элементов a и b и отказавшие элементы не восстанавливаются в пределах интервала ее работы. Эффективность функционирования равна:

$$E = \Phi_0 p_a(t) p_b(t) + p_b(t) \int_0^t f_a(t_a) \Phi_a(t_a) dt_a + p_a(t) \int_0^t f_b(t_b) \Phi_b(t_b) dt_b + \int_0^t f_a(t_a) dt_a \int_0^t f_b(t_b) \Phi_{ab}(t_a, t_b) dt_b,$$

где $f_a(t_a)$ — плотность вероятности отказа элемента a ;
 $f_b(t_b)$ — плотность вероятности отказа элемента b ;
 $\Phi_a(t_a)$ — эффект системы при отказе элемента a ;
 $\Phi_b(t_b)$ — эффект системы при отказе элемента b ;

$\Phi_{ab}(t_a, t_b)$ — эффект системы при отказе элементов a и b ;
 Φ_0 — эффект системы при отсутствии отказов элементов;
 p_a и p_b — вероятности отсутствия отказов соответственно элементов a и b .

Для сложных систем длительного действия, состоящих из большого числа элементов, аналитическое решение получается громоздким и рекомендуется использовать метод статистических испытаний. Этот же метод целесообразно применять для оценки эффективности функционирования сложных систем кратковременного действия, состоящих из большого числа элементов с непрерывным множеством состояний.

Несколько критериев оценки эффективности различного рода систем рассмотрены в [Л. 27]. Так, например, рассмотрена оценка общей эффективности использования системы, когда требуется учесть совместно и динамику подготовки системы, и динамику применения. При этом для оценки степени влияния надежности и технической готовности на общую эффективность системы введено понятие эксплуатационной пригодности системы, которую определяют по формуле

$$P_{Э.пр}(t) = \frac{\Phi(t)}{\Phi_0(t)},$$

где $\Phi(t)$ — эффективность использования реальной системы с учетом подготовки системы к применению;

$\Phi_0(t)$ — эффективность идеальной (в смысле надежности и технической готовности) системы, т. е. такой, которая не отказывает и не требует выполнения операций по технической подготовке (время выполнения соответствующих операций равно нулю).

14. Статистический критерий

Процесс контроля можно рассматривать как процесс обнаружения событий (отказов) в контролируемом объекте [Л. 12]. Тогда задача контроля может рассматриваться как статистическая задача обнаружения событий по искаженным или неполным данным [Л. 13]. Для разъяснения этого положения рассмотрим геометрическую интерпретацию процесса автоматического контроля (рис. 4).

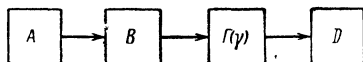


Рис. 4. Схема процесса контроля в терминах теории статистических решений.

Если по осям n -мерного пространства A откладывать значения параметров, характеризующих состояние объекта, то каждому событию, происходящему в объекте, будет соответствовать в пространстве A определенная совокупность точек A_i . Пусть результаты измерения отложены по осям n -мерного пространства B . Так как процесс измерения параметров сопровождается случайными ошибками, то между точками пространства A и точками пространства B нет взаимно однозначного соответствия. Отсюда появляется неопреде-

ленность, возникающая при обнаружении контролируемых событий в пространстве наблюдений B . Кроме того, часть параметров объекта бывает не охвачена контролем, что также приводит к неопределенности.

Обнаружение событий в пространстве B связано с наличием ложных и необнаруженных отказов. Поэтому необходимо выбрать оптимальный алгоритм обнаружения $\Gamma(\gamma)$, который являлся бы правилом преобразования пространства наблюдений в пространство решений D элементы которого — возможные решения γ , т. е. контролируемые события.

Величина ошибок обнаружения, а следовательно, и величина материальных потерь, связанных с ними, зависят как от алгоритма обнаружения, так и от качества (в смысле достоверности) и количества используемых для обнаружения источников информации, которые определяют в свою очередь материальные затраты на средства контроля.

Таким образом, необходимо выбрать базис подпространства B' пространства наблюдений B так, чтобы обеспечивалось оптимальное распределение между затратами на средства обнаружения и величиной ошибок контроля, определяющих материальные затраты.

Пусть нас интересует вопрос, находится ли объект в работоспособном состоянии. Тогда рассмотрим систему автоматического контроля, производящие двоичное обнаружение.

Обозначим через A_1 совокупность точек в пространстве A , соответствующую состоянию объекта, когда имеет место контролируемое событие, а через A_0 — совокупность точек, соответствующих состоянию объекта, когда это событие не имеет места.

Определим материальные убытки от ошибок контроля, зависящие от контролируемого объекта, системы и алгоритма контроля, в денежных единицах в единицу времени, т. е. приведенные потери.

Затраты на систему контроля и стоимость ее обслуживания можно также представить в денежных единицах в единицу времени, если учесть принятый срок службы аппаратуры. Это будут приведенные затраты. Тогда каждой комбинации из решения и события можно поставить в соответствие некоторую цену C_{ij} , которая является суммой приведенных потерь и затрат для соответствующей ситуации.

Цена C_{ij} представляется следующей матрицей:

$$\|C_{ij}\| = \begin{vmatrix} C_{00} & C_{01} \\ C_{10} & C_{11} \end{vmatrix},$$

где индексы у элемента C_{ij} означают следующее:

$i=1$ — событие имеет место;

$i=0$ — событие не имеет места;

$j=1$ — ответ системы контроля: событие имеет место;

$j=0$ — ответ системы контроля: событие не имеет места.

В рассматриваемой задаче

$$C_{00} = C_{11} = C \quad (31)$$

представляют приведенные затраты

$$C_{01} = C_{00} + C'_{01}; \quad (32)$$

$$C_{10} = C_{11} + C'_{10}, \quad (33)$$

где C'_{01} и C'_{10} — приведенные потери от неправильного обнаружения.

За критерий эффективности системы контроля можно принять среднюю цену — математическое ожидание функции $C(\gamma)$, учитывающее возможные виды поведения системы и частоту их появления. Такая оценка в теории статистических решений называется функцией риска. Оптимальной будет такая система контроля, которая обеспечивает минимум функции риска.

Рассмотрим байесовы системы двоичного обнаружения событий, когда A_1 определено на числовой оси. Это широко распространенный на практике случай, когда контролируемое событие касается поведения какой-либо одной величины, характеризующей состояние объекта.

Пусть, например, событие, подлежащее контролю, имеет место то, когда величина X вышла за заданную нижнюю норму a или верхнюю норму b . Считаем, что погрешность АСК или «шумы» принимаются аддитивными и независимыми от измеряемой величины и систематическая погрешность равна нулю.

Байесово правило обнаружения контролируемого события формулируется следующим образом.

Решение γ_1 , соответствующее утверждению $X \in A_1$, принимается, если $\Lambda \geq L$. Решение γ_0 , соответствующее утверждению $X \in A_0$, принимается, если $\Lambda < L$, где Λ — обобщенное отношение правдоподобия:

$$\Lambda = \int_{A_1} f(X) f(Z/X) dX \bigg/ \int_{A_0} f(x) f(Z/X) dX,$$

где $f(X)$ — плотность распределения измеряемой величины X ;
 $f(Z/X)$ — плотность распределения результата измерения при условии измерения величины X ;
 L — порог;

$$L = (C_{01} - C_{00}) / (C_{10} - C_{11}).$$

Учитывая выражения (32) и (33), получим: $L = C'_{01} / C'_{10}$.

Среднюю цену обнаружения, или риск, можно определить по формуле

$$R = R_0 + q\alpha(C_{01} - C_{00}) + p\beta(C_{10} - C_{11}),$$

где $R_0 = qC_{00} + pC_{11}$;

p — априорная вероятность появления события;

q — априорная вероятность неоявления события ($p + q = 1$);

α — усредненная условная вероятность появления ошибки первого рода (ложный отказ);

$$\alpha = \frac{1}{q} \int_{B'} \int_{A_0} f(X) f(Z/X) \Gamma(\gamma_1) dZ dX;$$

β — усредненная условная вероятность ошибки второго рода (необнаруженный отказ):

$$\beta = \frac{1}{p} \int_{B'} \int_{A_1} f(X) f(Z/X) \Gamma(\gamma_0) dZ dX.$$

Учитывая выражение (31), получим:

$$R_0 = C.$$

Тогда $R = C + \alpha' C'_{01} + \beta' C'_{10}$,

где α' и β' — безусловные усредненные вероятности ошибок первого и второго рода, т. е. соответственно вероятности ложных и необнаруженных отказов.

Возможность вычислить R позволяет экономически обоснованно выбрать характеристики АСК. Однако трудность составления матрицы C_{ij} иногда ограничивает практическое использование этого критерия.

15. Игровой критерий

Рассматриваемый критерий базируется на теории игр.

Затрачиваемые средства для решения задачи могут представлять собой как непосредственно материальные затраты, выраженные в стоимостных единицах, так и риск, связанный с выполнением данной задачи. Чем меньше риск при решении задачи, тем более эффективным можно считать ее решение. Идеальным случаем было бы достижение результата вообще без затрат. При определении эффективности какой-либо операции необходимо выяснить, что мы хотим получить в результате проведения данной операции и какие средства для этого необходимы. Некоторый результат можно поставить в соответствие некоторому действию, ибо осуществление какого-либо действия без получения результата бессмысленно. Согласно терминологии теории игр этот результат называют доходом или выигрышем от данной операции. Следовательно, критерий эффективности должен определяться величиной дохода и затратами при выполнении данной операции. В самом общем виде критерий эффективности представляют как отношение

$$\frac{D_n}{D_i},$$

где D_n — полный доход от решения данной задачи или использования данных средств;

D_i — идеальный доход от решения задачи или использования данных средств.

Полный доход D_n является здесь разностью реального дохода и затрат, т. е. фактически представляет собой «прибыль», полученную при решении данной задачи или использовании данных средств.

Идеальный доход приписывается данной задаче или данным средствам. При определении эффективности решения данной задачи набором некоторых средств идеальный доход — это доход, который получился бы в результате полного решения данной задачи при отсутствии затрат на ее решение. Так, если фиксированы начальные условия и известен конечный доход, под идеальным доходом понимают приращение стоимости в процессе решения задачи.

При определении эффективности применения данных средств при решении данной задачи, проведении данной операции идеальный доход — это разность максимально возможного дохода, который при заданных условиях может быть получен данными средствами (без учета затрат), и дохода, получаемого при решении этой же задачи без применения данных средств. Величины D_n и D_i идеального и полного дохода могут быть выражены в условных единицах, отражающих стоимость.

В тех случаях, когда нельзя определить из расчетов величину идеального дохода, его величине приписывается некоторое значение, исходя из накопленного опыта или соображений полезности.

Практическое применение игрового критерия иногда затруднено из-за сложности расчетов доходов.

16. Стоимостный критерий

Часто возникает задача разработки универсальной системы контроля, способной обеспечить контроль нескольких типов объектов. Допустим, что имеется N типов объектов. Одна система контроля должна придаваться к группе из M_j объектов одного типа, где j — тип объекта. Общее число объектов каждого типа равно L_j .

Требуется определить число разновидностей m_0 универсальных систем контроля и рационально сформулировать требования к их основным характеристикам. Для этой цели можно использовать стоимостный критерий вида:

$$\bar{c} = \bar{c}_3 + \bar{c}_n,$$

где \bar{c}_3 — средние затраты на использование системы контроля;
 \bar{c}_n — средние потери от неэффективного использования системы контроля.

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c}_3 + \bar{c}_n(\bar{T}) + \bar{c}_n(P) + \bar{c}_n(\{V\}) = \\ &= \frac{1}{N} \left[\sum_{j=1}^N \left(C_{1kj} + \frac{L_j}{M_j} C_{2kj} \right) + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{nkj}(\bar{T}) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{nkj}(P) + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{nkj}(\{V\}) \right], \end{aligned} \quad (34)$$

где C_{1kj} — стоимость разработки k -й разновидности системы контроля для j -го типа объекта;

C_{2kj} — стоимость изготовления и эксплуатации k -й разновидности системы контроля для j -го типа объекта;

$\bar{c}_{nkj}(\bar{T})$ — средние потери, связанные со временем контроля и регулировки j -го типа объекта при использовании k -й разновидности системы контроля;

$\bar{c}_{nkj}(P)$ — средние потери, связанные с вероятностью работоспособности j -го типа объекта при использовании k -й разновидности системы контроля;

$\bar{c}_{nkj}(\{V\})$ — средние потери, связанные с использованием для j -го объекта k -й разновидности системы контроля, обладающей определенным множеством характеристик типа веса, габаритов, условий эксплуатации.

Система контроля будет тем эффективнее, чем меньше \bar{c} .

Из-за сложности расчета потерь может оказаться, что воспользоваться стоимостным критерием общего вида трудно. В таком случае из тактических соображений, соображений здравого смысла, анализа существующих ситуаций и прогнозирования должны быть сформулированы требования к допустимым величинам:

\bar{T}_{dj} — допустимое среднее время контроля и регулировки j -го типа объекта;

P_{dj} — нижний допустимый уровень вероятности работоспособности j -го типа объекта;

$\{V_{dj}\}$ — допустимые значения характеристик системы контроля типа веса, габаритов, условий эксплуатации.

Вместо характеристик \bar{T}_{dj} и P_j может быть задан, когда это имеет смысл, нижний допустимый уровень вероятности нормального функционирования $P_{ф dj}$ j -го типа объекта:

$$P_{ф j} = P_j \frac{\bar{T}_{oj}}{\bar{T}_{oj} + \bar{T}_{ij}} = P_j K_{rj}, \quad (35)$$

где K_{rj} — коэффициент готовности j -го типа объекта.

При периодическом контроле $K_{rj} = 1 - \frac{T_j}{T_{nj}}$,

где T_j — среднее время регулировки и контроля j -го объекта;
 T_{nj} — время между проверками j -го объекта.

При непрерывном контроле $K_{rj} = \frac{T_{oj}}{\bar{T}_{oj} + T_{bj}}$.

где T_{oj} — среднее время безотказной работы j -го объекта;
 T_{bj} — среднее время простоя j -го объекта.

Система контроля будет тем эффективнее, чем меньше стоимость затрат \bar{C}_z на использование системы контроля при выполнении неравенств:

$$\bar{T}'_j \leq \bar{T}_{dj};$$

$$P_j \geq P_{dj} \text{ (или } P_{ф j} \geq P_{ф dj});$$

$$\{V_j\} \geq \{V_{dj}\}.$$

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ

17. Вероятность работоспособности объекта

В процессе контроля возможны четыре исхода, которые являются несовместимыми событиями и иллюстрируются таблицей.

Состояние объекта	Результат контроля	Символическое обозначение результата контроля	Вероятность получения результата контроля
Годен	Годен	A_1	P_1
Годен	Негоден	A_2	P_2
Негоден	Негоден	A_3	P_3
Негоден	Годен	A_4	P_4

Вероятности P_1 и P_2 характеризуют правильную оценку состояния объекта. Вероятности $P_{\text{л}}$ и $P_{\text{н}}$ характеризуют неправильную оценку состояния объекта и являются соответственно вероятностями ложного и необнаруженного отказа.

В дальнейшем рассматриваются случаи с простейшим потоком отказов.

Условная вероятность работоспособности i -го неконтролируемого параметра равна его условной вероятности безотказной работы, которую обозначим $P_{0i/i-1}^{(r)}$, где r — порядковый номер проверки объекта:

$$P_{0i/i-1}^{(r)} = \exp \left\{ -\Lambda_{pi/i-1} t_{pi}^{(r)} - \Lambda_{xi/i-1} t_{xi}^{(r)} \right\}, \quad (36)$$

где Λ_{pi} и Λ_{xi} — условные интенсивности отказов по i -му параметру соответственно в рабочем и нерабочем состояниях;
 $t_{pi}^{(r)}$ и $t_{xi}^{(r)}$ — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру объекта к некоторому моменту после его r -й проверки.

Под условной интенсивностью отказов и условной вероятностью работоспособности понимаются значения этих величин для какого-либо параметра, исходя из того, что определены соответствующие величины для каких-то других связанных параметров.

При малой зависимости контролируемых параметров или приближенных расчетах можно рассматривать безусловные вероятности работоспособности.

Условная вероятность работоспособности i -го контролируемого параметра равна:

$$P_{i-1}^{(r)} = D_i^{(r)} P_{0i/i-1},$$

где $P_{0i/i-1}$ — условная вероятность безотказной работы по i -му контролируемому параметру;

$D_i^{(r)}$ — достоверность r -й проверки и настройки i -го параметра объекта.

$$P_{0i/i-1} = \exp \left\{ -\Lambda_{pi/i-1} \tau_{pi} - \Lambda_{xi/i-1} \tau_{xi} \right\}, \quad (37)$$

где τ_{pi} и τ_{xi} — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру объекту к моменту τ после его проверки.

Общая вероятность работоспособности объекта после его r -й проверки и настройки равна:

$$P(r) = \prod_{i=1}^{n_1} D_i^{(r)} \prod_{i=1}^{n_1} P_{0i/i-1} \prod_{i=n_1+1}^n P_{0i/i-1}, \quad (38)$$

где n — общее число параметров, характеризующих работоспособность объекта;

n_1 — число контролируемых параметров.

В общем случае достоверность r -й проверки и настройки i -го контролируемого параметра объекта зависит от вероятности необнаруженных и тех ложных отказов, которые при настройке переходят

в необнаруженные отказы. Обозначим последнюю вероятность для i -го параметра $P_{л \rightarrow ni}$. Тогда

$$D_i^{(r)} = 1 - P_{ni}^{(r)} - P_{л \rightarrow ni}^{(r)}. \quad (39)$$

Вероятность существования необнаруженного отказа равна:

$$P_{ni}^{(r)} = k_{1i} \int_{-\infty}^{A_{ni}} f_i^{(r)} \left[\int_{D_{ni}}^{D_{\phi i}} f_{ci}^{(r)} dB_i \right] dA_i + \\ + k_{2i} \int_{A_{\phi i}}^{\infty} f_i^{(r)} \left[\int_{D_{ni}}^{D_{\phi i}} f_{ci}^{(r)} dB_i \right] dA_i, \quad (40)$$

где r — номер проверки; A_i — i -й — контролируемый параметр; B_i — результат измерения i -го контролируемого параметра в момент r -й проверки; $f_i^{(r)}$ — плотность распределения i -го контролируемого параметра в момент r -й проверки; $f_{ci}^{(r)}$ — плотность распределения погрешности i -го канала системы контроля в момент r -й проверки; A_{ni} и $A_{\phi i}$ — соответственно нижний и верхний допуски на i -й параметр, установленный в объекте; D_{ni} и $D_{\phi i}$ — соответственно нижний и верхний контрольный допуски на i -й параметр; k_{1i} и k_{2i} — коэффициенты, равные: $k_{1i} = k_{2i} = 1$ — для двустороннего поля допуска; для одностороннего поля допуска: $k_{1i} = 1$; $k_{2i} = 0$, если все значения параметра лежат выше допустимой границы; $k_{1i} = 0$; $k_{2i} = 1$, если все значения параметра лежат ниже допустимой границы.

Для нормального закона распределения контролируемых параметров и погрешностей измерения имеем:

$$f_i^{(r)} = \frac{1}{\sigma_i^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left[\frac{A_i - \bar{A}_i^{(r)}}{\sigma_i^{(r)} \sqrt{2}} \right]^2 \right],$$

где $\sigma_i^{(r)}$ — среднеквадратичное отклонение i -го параметра в момент r -й проверки;

$\bar{A}_i^{(r)}$ — математическое ожидание i -го параметра в момент r -й проверки.

$$f_{ci}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{ci}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{B_i - A_i}{\sigma_{ci}^{(r)} \sqrt{2}} \right]^2 \right\},$$

где $\sigma_{ci}^{(r)}$ — среднеквадратичная погрешность i -го канала системы контроля.

Непосредственный подсчет по формуле (40) требует применения методов численного интегрирования. Для облегчения расчетов можно использовать номограммы [Л. 15] и таблицы [Л. 16]).

Вероятность ложных отказов, переходящих в необнаруженный отказ, рассмотрим для случая, когда при получении результата «Не-

годен» проводится регулировка до момента получения результата «Годен». Тогда эта вероятность равна:

$$P_{л \rightarrow н i} = \int_{A_{н i}}^{A_{в i}} f_i^{(r)} \left[k_i \int_{-\infty}^{D_{н i} - A_{в i} + A_i} f_{c i}^{(r)} dB_i + \right. \\ \left. + k_{2 i} \int_{D_{в i} + A_i - A_{н i}}^{\infty} f_{c i}^{(r)} dB_i \right] dA_i. \quad (41)$$

Для приближенных подсчетов можно принять эту вероятность равной:

$$P_{л \rightarrow н i} = \Phi \left(\frac{A_{в i} - A_{н i}}{2\sigma_i^{(r)}} \right) \left[1 - \Phi \left(\frac{A_{в i} - A_{н i}}{\sigma_{c i}^{(r)}} \right) \right], \quad (42)$$

где Φ — функция Лапласа, определяемая по табл. 3 приложения. Как видно из формулы (41), при

$$\frac{A_{в i} - A_{н i}}{\sigma_{c i}} > 3 \div 4$$

$$P_{л \rightarrow н i} \approx 0.$$

При высокой самопроверке или замене (а не настройке) контролируемых блоков также $P_{л \rightarrow н, i}$.

18. Время контроля и регулировки объекта

В общем виде среднее время контроля и регулировки j -го типа объекта можно выразить формулой

$$\bar{T} = \bar{T}_r + \sum_{i=1}^{\gamma} T_{c c i} + \sum_{i=1}^{n_1} (\tau_{0 i} + T_{н i}) + \sum_{i=1}^R q_{a i} \bar{T}_{y i} + \\ + \sum_{i=1}^{n_1} P_{c i} T_{п i} + \sum_{i=1}^{m_i} (\tau_{0 н i} + T_{н i} + T_{p i}) P_{c i}, \quad (43)$$

где \bar{T}_r , $\bar{T}_{c c i}$, $\tau_{0 i}$, $T_{н i}$, $T_{п i}$, $\tau_{0 н i}$, $\bar{T}_{н i}$, $T_{p i}$ — значения величин, удлиняющих время проверки объекта; \bar{T}_r — среднее время готовности системы контроля; $\bar{T}_{c c i}$ — время самопроверки i -го канала; γ — число самопроверок; n_1 — число контролируемых параметров, определяющих работоспособность объекта; $\tau_{0 i}$ — время ожидания перед проверкой i -го параметра, определяющего работоспособность объекта; $T_{н i}$ — время контроля i -го параметра; R — число блоков системы контроля; $T_{y i}$ — время устранения неисправности в i -м блоке системы контроля; $q_{a i}$ — вероятность отказа i -го блока системы контроля; $T_{п i}$ — время перепроверки i -го параметра; $P_{c i}$ — суммарная вероятность признать годный параметр негодным ($P_{л i}$) и негодный пара-

метр негодным (p_{2i}); m_i — число контролируемых параметров для локализации неисправности по i -му параметру объекта, определяющему его работоспособность; τ_{0ni} — время ожидания перед проверкой i -го параметра, локализирующего неисправность; \bar{T}_{ni} — среднее время поиска неисправности; T_{pi} — время устранения неисправности правильно или ложно забракованного устройства.

Каждую временную составляющую надо учитывать в той степени, в которой она влияет на простой объекта

$$q_{ai} = 1 - \exp\{-\Lambda_{api}T_{api} - \Lambda_{axi}T_{axi}\}, \quad (44)$$

где Λ_{api} и Λ_{axi} — интенсивность отказов i -го блока системы контроля соответственно в рабочем и нерабочем состояниях;

T_{api} и T_{axi} — соответственно рабочее и нерабочее время i -го блока системы контроля между его проверками.

Вероятность появления ложного отказа при r -й проверке объекта, влияющая на его время контроля и регулировки, равна:

$$P_{li}^{(r)} = q_i^{(r)} \int_{A_{ni}}^{A_{ni}} f_i^{(r)} dA_i + \int_{A_{ni}}^{A_{ni}} f_i^{(r)} \left[k_{1i} \int_{-\infty}^{D_{ni}} f_{ci}^{(r)} dB_i + k_{2i} \int_{D_{ni}}^{\infty} f_{ci}^{(r)} dB_i \right] dA_i; \quad (45)$$

$$q_i^{(r)} = 1 - \exp \left\{ -\Lambda_{cpi} \sum_{k=l}^r T_{cpi}^{(k)} - \Lambda_{cxi} \sum_{k=l}^r T_{cxi}^{(k)} \right\},$$

где Λ_{cpi} и Λ_{cxi} — интенсивности скрытых отказов соответственно в рабочем и в нерабочем состояниях, приводящих к максимальной погрешности по i -му каналу системы контроля;

$T_{cpi}^{(k)}$ и $T_{cxi}^{(k)}$ — соответственно рабочее и нерабочее времена по i -му каналу системы контроля между k -й и $k-1$ -й проверками объекта.

Для упрощения расчетов этой вероятности можно также использовать номограммы [Л. 15] и таблицы [Л. 16].

Вероятность признать негодный параметр негодным равна:

$$P_{2i}^{(r)} = k_{1i} \int_{-\infty}^{A_{ni}} f_i^{(r)} \left[\int_{-\infty}^{D_{ni}} f_{ci}^{(r)} dB_i + \int_{D_{ni}}^{\infty} f_{ci}^{(r)} dB_i \right] dA_i + k_{2i} \int_{A_{bi}}^{\infty} f_i^{(r)} \left[\int_{-\infty}^{D_{ni}} f_{ci}^{(r)} dB_i + \int_{D_{bi}}^{\infty} f_{ci}^{(r)} dB_i \right] dA. \quad (46)$$

Для приближенных расчетов можно принять:

$$P_{2i}^{(r)} \approx 1 - \int_{A_{\text{н}i}}^{A_{\text{д}i}} f_i^{(r)} dA_i.$$

Время, необходимое для выполнения контроля и управления отдельной системой сложного объекта, с учетом частоты отказов в первом приближении можно определить по формуле

$$T_{Fi} = a_{Fi} T_{pFi} [1 - P_i]^{\mu_{TFi}}. \quad (47)$$

где a_{Fi} — некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы (в частных простейших случаях его можно полагать равным либо 0, либо 1); T_{pFi} — время контроля системы, в которой не принимались специальные меры по повышению вероятности безотказной работы; P_i — вероятность безотказной работы системы; μ_{TFi} — некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

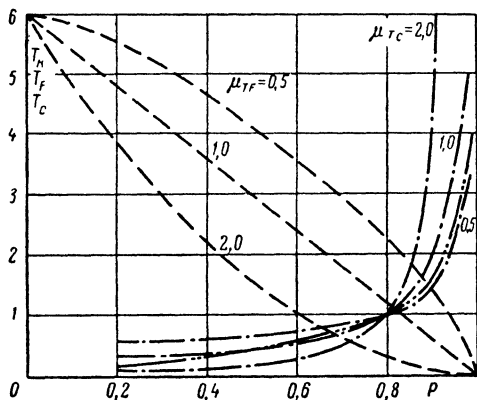


Рис. 5. Зависимость времени контроля и управления от вероятности безотказной работы объекта.

- — — T_F при $Q_F=1$; $T_{pF}=6$; $P_0=0,8$;
- - - - T_c при $Q_c=1$; $T_{pc}=1$; $P_0=0,8$;
- · - · - T_k при $P_0=0,8$.

На рис. 5 приведено семейство кривых, построенных по формуле (47) и показывающих, что с увеличением вероятности безотказной работы объекта время контроля и управления уменьшается, например, при $\mu_{TFi}=1$ по линейному закону, стремясь к T_{0Fi} при $p_i=1$. Характер изменения времени T_{Fi} в зависимости от изменения вероятности безотказной работы согласуется со здравым смыслом. Однако на практике, как правило, эта закономерность носит более сложный характер, например: при

$$0 < \mu_{TFi} \neq 1.$$

Время, необходимое для контроля и управления, в зависимости от сложности объекта и вероятности безотказной работы в первом приближении можно определить по формуле

$$T_c = a_{ci} T_{pci} \left[\frac{1 - P_{0i}}{1 - P_i} \right]^{\mu_{Tci}}, \quad (48)$$

где a_{ci} — некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы (в частных простейших случаях его можно полагать равным либо 0, либо 1);

T_{pci} — время, затрачиваемое на контроль и управление в простейшей неусложненной системе с целью повышения вероятности безотказной работы ее;

P_{0i} — вероятность безотказной работы простейших систем;

μ_{Tci} — некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

Например, при простейшем резервировании время, затрачиваемое на контроль системы,

$$T_k = \alpha T_{ki}, \quad (49)$$

где T_{ki} — время, затрачиваемое на контроль одной системы объекта; α — кратность резервирования.

Отказ резервированной системы

$$1 - P_i = (1 - P_{0i})^\alpha. \quad (50)$$

Отсюда

$$T_k = T_{ki} \frac{\log(1 - P_i)}{\log(1 - P_{0i})}. \quad (51)$$

На рис. 5 приведено семейство кривых, построенных по формулам (48) и (51) при различных P_{0i} и μ_{Tci} , из которых видно, что с возрастанием P_{0i} время T_c уменьшается, а с увеличением μ_{Tc} увеличивается.

19. Стоимость системы контроля

Средняя стоимость системы контроля определяется суммарными затратами на разработку и эксплуатацию [Л. 14]:

$$C = C_p + C_a;$$

где C_p — стоимость разработки и изготовления системы контроля;

C_a — стоимость эксплуатации системы контроля.

В свою очередь

$$C_p = b_p C_{др} \left(\frac{1 - P_0}{1 - P} \right)^{\mu_{wp}}, \quad (52)$$

где b_p — некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе производства (в простейшем случае коэффициент b_p может принять значение 0 или 1);

$C_{др}$ — стоимость простейшей системы контроля при первоначальной вероятности безотказной работы P_0 ;

$C_{др} \left(\frac{1-P_0}{1-P} \right)^{\mu_{wp}}$ — стоимость усложненной системы контроля с учетом дополнительных затрат по достижению заданной вероятности безотказной работы P ;

μ_{wp} — постоянная величина, определяемая в процессе контроля и управления.

На рис. 6 приведен график изменения средней стоимости разработки и изготовления АСК в зависимости от вероятности безотказной работы. Из графика видно, что при стремлении вероятности безотказной работы к единице, стоимость системы увеличивается до бесконечности.

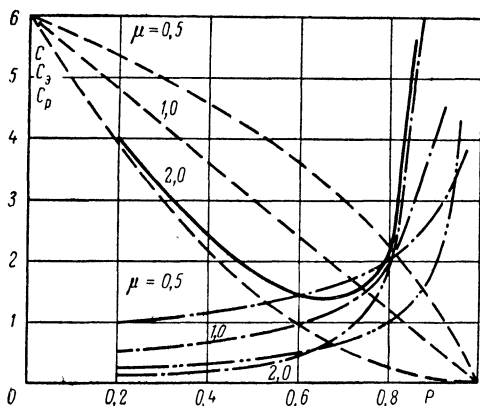


Рис. 6. Зависимость стоимости процесса контроля и управления от вероятности безотказной работы.

--- C_p при $b_p=1$; $C_{дэ}=6$; $P_0=0,8$; - - - C_p при $b_p=1$; $C_{дэ}=2$; $P_0=0,8$; ← · · · C_p при $b_p=1$; $C_{дэ}=2$; $P_0=0,9$; $\mu_{wp}=1,0$; — — — C при $\mu=2,0$; $P_0=0,8$.

Стоимость эксплуатации системы контроля

$$C_{э} = b_{э} C_{дэ} (1 - P)^{\mu_{wэ}}, \quad (53)$$

где $b_{э}$ — некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе подготовки (в простейшем случае коэффициент $b_{э}$ может принимать значение 0 или 1);

$C_{дэ}$ — стоимость эксплуатации простейшей системы контроля;

$C_{дэ} (1 - P)^{\mu_{wэ}}$ — стоимость контроля и управления при заданной вероятности безотказной работы P .

На рис. 6 приведен график средней стоимости эксплуатации в зависимости от вероятности безотказной работы. Из графика видно, что стоимость эксплуатации системы контроля падает с увеличением

вероятности безотказной работы. На этом же рисунке представлен график суммарной стоимости в зависимости от вероятности безотказной работы. Характер изменения стоимости показывает возможность ее оптимизации.

20. Оценка эффективности по информационному критерию

Для оценки эффективности по информационному критерию, не учитывающему стоимости, необходимо определить вероятности работоспособности, найти соответствующие энтропии и, используя формулу (26), подсчитать эффективность системы контроля. С учетом стоимости информационную оценку эффективности системы контроля можно выполнить по формуле (27). Для облегчения расчетов энтропии можно использовать табл. 1 приложения.

Рассмотрим примеры расчетов.

Пример 1. Требуется произвести информационную оценку эффективности системы контроля без учета стоимости. Достоверность контроля и настройки определяется необнаруженными отказами.

Дано:

число параметров, определяющих работоспособность объекта, $n=10$;

число контролируемых параметров $n_1=8$;

параметры независимы;

интервалы рабочего времени к моменту начала контроля по всем параметрам одинаковы и равны $t_{pi}=100$ ч;

интервалы нерабочего времени к моменту начала контроля по всем параметрам равны $t_{xi}=0$;

интенсивности отказов в рабочем состоянии по всем параметрам одинаковы и равны $\Lambda_{pi}=1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч;

среднеквадратичные отклонения контролируемых параметров одинаковы и равны $\sigma_i=1$;

среднеквадратичная погрешность измерений всех каналов системы контроля одинакова и равна $\sigma_{ci}=1/3$;

интервалы времени работы по всем параметрам после контроля одинаковы и равны $\tau_{pi}=1$ ч;

допуски на параметры симметричны и равны $\Delta_i=2$;

интервалы нерабочего времени по всем параметрам после контроля равны $\tau_{xi}=0$;

контрольные допуски равны допускам, установленным в объекте.

Определяем безотказную вероятность работы по каждому параметру. Для этого воспользуемся табл. 1 приложения:

$$P_{0i} = \exp\{-\Lambda_{pi} t_{pi}\} = \exp\{-1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2\} = 0,9048.$$

Определяем энтропию по каждому параметру

$$H_{0i} = 0,4366.$$

Определяем суммарную энтропию по всем параметрам, определяющим работоспособность объекта без АСК:

$$\sum_{i=1}^n H_{0i} = 4,366.$$

Определяем суммарную энтропию по контролируемым параметрам объекта без АСК:

$$\sum_{i=1}^{n_i} H_{0i} = 3,4928.$$

Для определения энтропии объекта с АСК предварительно находим величины:

$$r_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i} = 2;$$

$$Z_i = \frac{\delta_i}{\Delta_i} = \frac{3\sigma_{ci}}{\Delta_i} = \frac{1}{6} \approx 0,16.$$

По рассчитанным величинам r_i и Z_i определяем из номограмм (рис. 7) вероятность появления необнаруженного отказа:

$$P_{ni} = 0,004.$$

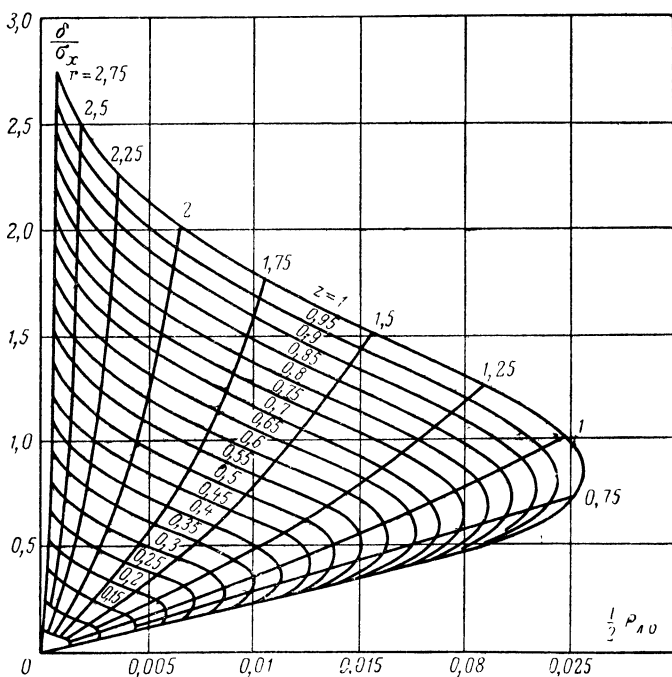


Рис. 7. Номограмма вероятностей необнаруженных отказов.

Отсюда достоверность контроля и настройки i -го параметра равна:

$$D_i = 1 - P_{ni} = 0,996.$$

Вероятность работоспособности с АСК по контролируруемому параметру равна:

$$\begin{aligned} P_i &= D_i P_{\delta i} = (1 - P_{ni}) \exp \{-\Lambda_{pi} \tau_{pi}\} = \\ &= 0,996 \exp \{-1 \cdot 10^{-3} \cdot 1\} = 0,996. \end{aligned}$$

Определяем энтропию по каждому контролируруемому параметру с АСК:

$$H_i = 0,03232.$$

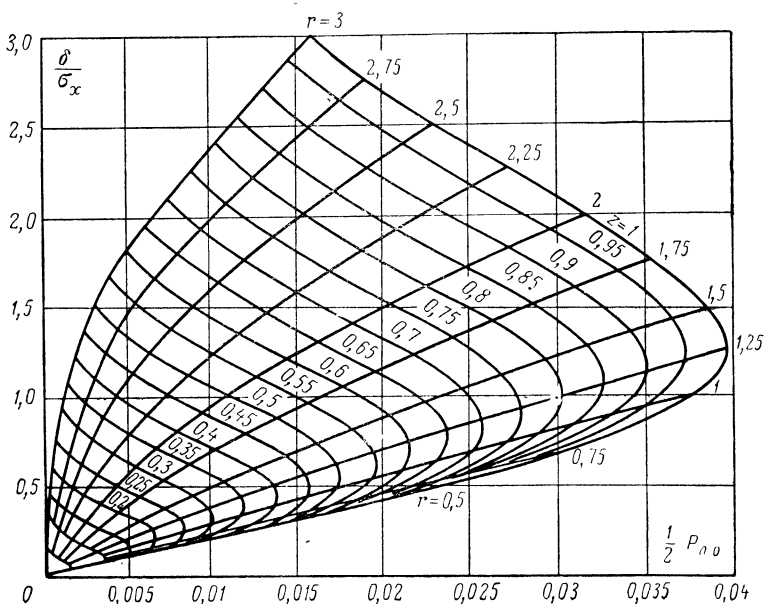


Рис. 8. Номограмма вероятностей ложных отказов.

Находим суммарную энтропию по всем контролируемым параметрам с АСК:

$$\sum_{i=1}^{n_1} H_i = 0,2586.$$

По формуле (26) определяем эффективность системы контроля:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (H_{0i} - H_i)}{\sum_{i=1}^n H_{0i}} = \frac{3,4928 - 0,2586}{4,366} \approx 0,65.$$

Таким образом, $\mathcal{E}_2 > 0$; следовательно, применение данной системы контроля дает эффект.

Если нужно определить вероятность ложных отказов, то можно использовать номограмму, представленную на рис. 8.

Пример 2. Требуется произвести информационную оценку эффективности системы контроля с учетом ее стоимости.

К данным примера 1 добавляются следующие данные:

коэффициент $\alpha = 10$ руб/мин;

стоимость изготовления системы контроля $C_{с.к} = 1000$ руб.;

время контроля $T_k = 20$ мин.

Определяем коэффициент K_3 :

$$K_3 = \frac{C_{с.к}}{C_{с.к} + C_p} = \frac{1000}{1000 + 200} = 0,833.$$

Находим критерий эффективности по формуле (27):

$$\mathcal{E}_3 = K_3 \mathcal{E}_2 = 0,833 \cdot 0,65 \approx 0,54.$$

21. Оценка по критерию эффективности функционирования сложных систем

Оценку эффективности системы контроля по критерию функционирования сложных систем можно, например, выполнить путем определения эффективности функционирования объекта, который контролируется данной системой. Для этого необходимо знать возможные состояния объекта S , вероятности этих состояний H и показатели технической эффективности этих состояний Φ . При оценке эффективности системы контроля можно понимать: под возможными состояниями — состояниями работоспособности выходных параметров объекта, под вероятностями этих состояний — вероятностью работоспособности P_i , под показателями технической эффективности состояний — вероятностью выполнения задачи объектом в этом состоянии $P_{\Phi i}$.

Пример. Заданы такие же данные, как и в примере 1 § 20, т. е. достоверность контроля и настройки определяется необнаруженными отказами: $n=10$; $n_1=8$; $t_{pi}=100$ ч; $t_{xi}=0$; $\Lambda_{pi}=1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\Delta_i=2$; $\sigma_{ci}=1/3$; $\tau_{pi}=1$ ч; $\tau_{xi}=0$, параметры независимы, контрольные допуски равны допускам, установленным в объекте.

Пусть вероятность того, что по i -му выходному параметру объекта наблюдается отказ, подчиняется неравенству

$$q_i \ll \frac{1}{n}.$$

Пусть также заданы соответствующие вероятности выполнения задачи объектом:

$P_{\phi_0} = 1$ — при отсутствии отказов по всем выходным параметрам объекта;
 $P_{\phi_1} = P_{\phi_2} = \dots = P_{\phi_{10}} = 0$ — при возникновении отказа по любому из выходных параметров объекта.

Оценку эффективности можно произвести по формуле (30)

$$E \approx \Phi_0 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n q_i (1 - \Phi^*_{i}) \right\} = \\ = P_{\phi_0} \left(1 - \sum_{i=1}^n q_i \right) = P_{\phi_0} \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^8 P_i \prod_{i=1}^2 P_{\phi_{0i}}.$$

Взяв данные для вероятности работоспособности объекта с АСК по контролируемым и неконтролируемым параметрам из примера 1 § 20, получим:

$$E = (0,996)^8 (0,9048)^2 \approx 0,8.$$

22. Оценка по стоимостному критерию

Для оценки по стоимостному критерию нужно знать затраты на разработку, изготовление и эксплуатацию системы контроля C_3 и потери, связанные со временем контроля и регулировки $C_n(\bar{T})$, вероятностью работоспособности объекта $C_n(P)$, с характеристиками системы контроля типа веса, габаритов, условий эксплуатации $C_n(\{V\})$.

Пример 1. Потери $C_n(\bar{T})$ и $C_n(P)$ подчиняются линейному закону

$$C_n(\bar{T}) = a\bar{T}; \quad C_n(P) = b(1-P);$$

кроме того, $C_n(\{V\}) = 0$.

Требуется оценить две системы контроля, которые обеспечивают соответственно следующие характеристики процесса контроля:

$$C_{31} = 1 \cdot 10^3 \text{ руб.}; \quad \bar{T}_1 = 1 \text{ мин.}; \quad P = 0,9; \\ C_{32} = 1 \cdot 10^4 \text{ руб.}; \quad \bar{T}_1 = 0,1 \text{ мин.}; \quad P = 0,95.$$

При этом $a = 10^4 \text{ руб./мин.}; \quad b = 10^5 \text{ руб.}$

Суммарная стоимость затрат и потерь при использовании первой системы контроля равна:

$$C_1 = C_{31} + C_{n1}(\bar{T}) + C_{n1}(P) = 1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^4 + \\ + 1 \cdot 10^4 = 21 \text{ 000 руб.}$$

Для второй системы контроля имеем:

$$C_2 = 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 = 16 \text{ 000 руб.}$$

Следовательно, вторая система контроля эффективнее первой.

Если потери трудно подсчитывать, то оценивается стоимость затрат при выполнении требований по времени контроля и регулировки, вероятности работоспособности и характеристикам типа веса,

габаритов, условий эксплуатации. В этом случае считается, что $C_n(\bar{T})=0$; $C_n(P)=0$; $C_n(\{V\})=0$ при соблюдении неравенств

$$\bar{T} < \bar{T}_d; P > P_d; \{V\} \leq \{V_d\},$$

где \bar{T}_d — допустимое среднее время контроля и регулировки объекта;

P_d — нижний допустимый уровень вероятности работоспособности объекта;

$\{V_d\}$ — допустимые значения характеристик системы контроля типа веса, габаритов, условий эксплуатации.

Пример 2. Требуется оценить те же системы контроля, что и в примере 1, но при следующих дополнительных характеристиках. Веса и габариты этих систем контроля соответственно равны:

$$G_1 = 10 \text{ кг}; V_1 = 1 \text{ м}^3; G_2 = 15 \text{ кг}; V_2 = 0,8 \text{ м}^3.$$

Допустимые уровни характеристик следующие:

$$\bar{T}_d = 1,1 \text{ мин}; P_d = 0,85; G_d = 16 \text{ кг}; V_d = 1,2 \text{ м}^3.$$

Обе системы контроля удовлетворяют требуемому уровню характеристик. Более эффективной в этом случае будет первая система контроля, которая обладает меньшей стоимостью.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ

23. Алгоритм оптимизации по информационному критерию

В общем случае оптимизацию процесса контроля и управления можно вести с использованием общего информационного критерия эффективности (24). При выполнении оптимизации этих процессов можно пользоваться методом Л. С. Понтрягина [Л. 17] и методом динамического программирования Р. Беллмана [Л. 18]. Когда в первом приближении можно принять, что критерий линейно зависит от существенных параметров, то можно использовать метод линейного программирования [Л. 19].

Практически оптимизацию процесса контроля и управления с использованием информационного критерия целесообразно выполнять методом нелинейного программирования Н. И. Андреева [Л. 20]. Целесообразность применения этого метода обусловлена тем, что информационный критерий, выраженный формулой (24), является сложным нелинейным функционалом большого числа параметров, область изменения которых определяется нелинейными соотношениями.

Рассмотрим алгоритм оптимизации процесса контроля и управления по информационному критерию методом нелинейного программирования.

Представим информационный критерий $\mathcal{E}_1(t, \tau)$, являющийся функцией вероятности выполнения объектом задачи без АСК

$P_0(t, \tau)$, вероятности выполнения объектом задачи $P(t, \tau)$, а также различных составляющих $C_{\Sigma}(t, \tau)$, в виде функционала Φ некоторых функций φ_i линейных форм L_i .

В качестве линейных форм выберем линейные участки вероятности, т. е. примем:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= P_0(t, \tau); \\ L_2 &= P_{\text{п.о}}(t, \tau); \\ L_3 &= P_{\text{н.о}}(t, \tau); \\ L_4 &= P(t, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(L_1) &= \sum_{i=1}^n H_{0i}(t, \tau); \\ \varphi_2(L_2, L_3, L_4) &= \sum_{i=1}^n H_i(t, \tau); \\ \varphi_3(L_1, \dots, L_4) &= \sum_{i=1}^n C_i(t, \tau). \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Окончательно получим:

$$\mathcal{E}_1(t, \tau) = \Phi(\varphi_1, \dots, \varphi_3) = \frac{\varphi_1(L_1) - \varphi_2(L_2, L_3, L_4)}{\varphi_3(L_1, \dots, L_4)}. \quad (56)$$

Определяем области изменения переменных из условия проектирования АСК. Они, например, могут иметь пределы:

$$\left. \begin{aligned} 0,5 &\leq L_1 \leq 1; \\ 0,001 &\leq L_2 \leq 0,01; \\ 0,001 &\leq L_3 \leq 0,01; \\ 0,8 &\leq L_4 \leq 0,1. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Наибольшее значение критерия $\mathcal{E}_1(t, \tau)$ в области изменения переменных $P_0(t, \tau)$, $P_{\text{п.о}}(t, \tau)$, $P_{\text{н.о}}(t, \tau)$, $P(t, \tau)$ совпадает с наибольшим значением функции Φ в области Q изменения переменных $L_i (i=1, \dots, 4)$.

Определяем максимум критерия.

При нахождении максимума функционала $\Phi(L_1, \dots, L_4)$ необходимо различать два случая.

В первом случае функция Φ достигает максимума внутри области Q .

Необходимым условием достижения функции Φ максимального значения является равенство нулю частных производных:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} = 0; \quad i = 1, \dots, 4 \quad (58)$$

в некоторой точке области Q пространства L_i . Когда функция в некоторой части области Q не имеет производной, некоторые из условий (58) могут быть заменены условием

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} \text{ не существует; } \nu = 1, 2 \dots; \mu \leq k + 1. \quad (59)$$

В общем случае система уравнений (58) может иметь несколько решений, из которых выбирается L_i , при котором функция Φ имеет наибольшее значение. Подставив найденное решение в (54)—(59), найдем в конечном счете значения P_o , $p_{п.о}$, $p_{н.о}$, P , при которых критерий $\mathcal{E}_1(t, \tau)$ достигает максимума. Этот случай, по-видимому, наиболее часто встречается на практике.

Однако более общим является второй случай. Во втором случае функция Φ не имеет максимума внутри области Q и достигает наибольшего значения на границе S . В этом случае вначале определяется граница S методом линейного программирования; затем определяется максимум Φ на границе S с использованием, например, метода наискорейшего спуска или метода градиента.

Когда функция Φ имеет несколько максимумов, находится максимум максимумом.

Таким образом, оптимизация процесса контроля и управления, а также АСК сводится к решению максиминной задачи методом нелинейного программирования. Для сложных АСК эту задачу целесообразно решать методом статистического моделирования на ЭЦВМ, теория и практическое приложение которого изложены в работах [Л. 21, 22, 23, 24, 25, 26].

24. Выбор рациональных сроков проверки АСК

Выбор интервала времени между проверками средств контроля можно произвести, исходя из одного из следующих требований, предъявляемых к контролируемому объекту:

$P_{д\phi}$ — допустимый нижний уровень (после контроля и настройки) вероятности работоспособности по i -му параметру объекта;

P_d — допустимый нижний уровень после контроля вероятности работоспособности всего объекта;

$P_{Фд}$ — допустимый нижний уровень после контроля вероятности нормального функционирования всего объекта.

Очередную проверку средств контроля целесообразно производить в том случае, если в момент следующей проверки объекта средства контроля не обеспечивают заданного уровня соответствующего требования.

Организация проверок должна быть такой, чтобы были минимальными затраты на ее проведение.

Вероятность работоспособности по i -му выходному параметру объекта после его r -й проверки к моменту $r+1$ -й проверки равна:

$$P_i^{(r)} = D_i^{(r)} \varphi(T_{pi}^{(r+1)}, T_{xi}^{(r+1)}),$$

где $D_i^{(r)}$ — достоверность контроля и настройки i -го параметра в момент r -й проверки;

Φ — закон изменения вероятности безотказной работы по i -му параметру;

$T_{Pi}^{(r+1)}$ и $T_{xi}^{(r+1)}$ — части интервала времени между $r+1$ и r -й проверкой i -го параметра, соответствующего его рабочему и нерабочему состоянию

$$D_i^{(r)} = 1 - P_{ni}^{(r)} - P_{л \rightarrow н}^{(r)},$$

где $P_{ni}^{(r)}$ — вероятность существования необнаруженного отказа по i -му параметру в момент его r -й проверки;

$P_{л \rightarrow ни}^{(r)}$ — вероятнсгь перехода ложного отказа в необнаруженный отказ при r -й проверке и настройке i -го параметра.

Вероятность работоспособности объекта равна:

$$P^{(r)} = \prod_{i=1}^{n_1} P_{i/i-1}^{(r)} \prod_{i=n_1}^n P_{oi/i-1}.$$

где n — общее число выходных параметров, объекта, определяющих его работоспособность; n_1 — число контролируемых параметров; $P_{i/i-1}^{(r)}$ — условная вероятность работоспособности по i -му контролируемому параметру; $P_{oi/i-1}^{(r)}$ — условная вероятность работоспособности по i -му неконтролируемому параметру.

Вероятность нормального функционирования объекта равна:

$$P_{\Phi}^{(r)} = P^{(r)} \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 + \bar{T}^{(r)}},$$

где \bar{T}_0 — среднее время безотказной работы объекта;

$\bar{T}^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки объекта;

$$\bar{T}^{(r)} = \bar{T}_{\Pi}^{(r)} + \bar{T}_{\Pi}^{(r)},$$

где $\bar{T}_{\Pi}^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки объекта, зависящее от проверки средств контроля;

$\bar{T}_{\Pi}^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки объекта, независящее от проверок средств контроля:

$$\bar{T}_{\Pi}^{(r)} = \sum_{i=1}^n P_{ли}^{(r)} T_{Pi}.$$

где T_{Pi} — время регулировки по i -му параметру,

$P_{ли}^{(r)}$ — вероятность появления ложного отказа при r -й проверке i -го параметра.

Расчет на соответствие задаваемым требованиям может привести к тому, что получатся различные интервалы между проверками разных каналов. С целью рациональной организации проверок окончательные сроки проверок надо установить так, чтобы вместе с выполнением требований обеспечивался минимум затрат на проверку. Это можно обеспечить путем объединения сроков проверки каналов, мало различающихся расчетными сроками.

При использовании автоматизированных средств контроля с устройствами самопроверки рассчитанные сроки проверки являются периодичностью самопроверок. Чтобы рассчитать сроки проверки самого устройства самопроверки можно использовать тот же алгоритм, понимая под объектом автоматизированную систему контроля, а под системой контроля — устройство самопроверки.

Рассмотрим случай, когда к моменту очередной проверки контролируемые параметры и погрешности измерений подчиняются нормальному закону распределения (без учета выбросов, соответствующих режимам короткого замыкания и холостого хода). Тогда

$$f_i^{(r)} = \frac{1}{\sigma_i^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{A_i - \bar{A}_i^{(r)}}{\sqrt{2} \sigma_i^{(r)}} \right]^2 \right\},$$

где $\sigma_i^{(r)}$ — среднеквадратичное отклонение i -го параметра к моменту r -й проверки;

$\bar{A}_i^{(r)}$ — математическое ожидание i -го параметра к моменту r -й проверки.

$$f_{ci}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{ci}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{B_i - A_i}{\sigma_{ci}^{(r)} \sqrt{2}} \right]^2 \right\},$$

где $\sigma_{ci}^{(r)}$ — среднеквадратичная погрешность i -го канала средств контроля к моменту r -й проверки объекта.

Вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону

$$\varphi(T_{pi}^{(r+1)}, T_{xi}^{(r+1)}) = \exp \left\{ - \Lambda_{pi} T_{pi}^{(r+1)} - \Lambda_{xi} T_{xi}^{(r+1)} \right\},$$

где Λ_{pi} и Λ_{xi} — интенсивности отказов по i -му параметру соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Пусть математическое ожидание контролируемых параметров постоянно и равно:

$$\bar{A}_i = A_{0i}.$$

Тогда от проверки к проверке будет изменяться дисперсия распределения контролируемых параметров.

Пусть вероятность отказов за счет изменения дисперсии также подчиняется экспоненциальному закону. В этом случае среднеквадратическое отклонение $\sigma_i^{(i)}$ по каждому i -му параметру к моменту его r -й проверки можно определить из выражения

$$\begin{aligned} D_i^{(r)} \exp \left\{ - \Lambda_{pi} T_{pi}^{(r)} - \Lambda_{xi} T_{xi}^{(r)} \right\} = \\ = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{A_{vi} - A_{0i}}{\sigma_i^{(r)}} \right) - \Phi \left(\frac{A_{ni} - A_{0i}}{\sigma_i^{(r)}} \right) \right], \end{aligned}$$

где $\Phi(A/\sigma)$ — функция Лапласа;

Λ_{pi} и Λ_{xi} — интенсивности скрытых отказов, приводящих к изменению дисперсии i -го параметра соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Для определения $\sigma_i^{(1)}$ можно использовать выражение

$$\begin{aligned} & \Phi\left(\frac{A_{\text{в}i} - A_{\text{о}i}}{\sigma_i^{(1)}}\right) - \Phi\left(\frac{A_{\text{н}i} - A_{\text{о}i}}{\sigma_i^{(1)}}\right) = \\ & = \left[\Phi\left(\frac{A_{\text{в}i} - A_{\text{о}i}}{\sigma_i^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{A_{\text{н}i} - A_{\text{о}i}}{\sigma_i^{(0)}}\right) \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\Lambda_{\text{н}pi} T_{pi}^{(1)} - \Lambda_{\text{н}xi} T_{xi}^{(1)} \right\}. \end{aligned}$$

Из аналогичных выражений можно определить среднеквадратичную погрешность $\sigma_{ci}^{(r)}$ по каждому i -му каналу средств контроля к моменту r -й проверки объекта:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{B_{\text{в}i}}{\sigma_{ci}^{(r)}} \right) - \Phi\left(\frac{B_{\text{н}i}}{\sigma_{ci}^{(r)}}\right) = \left[\Phi\left(\frac{B_{\text{в}i}}{\sigma_{ci}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{B_{\text{н}i}}{\sigma_{ci}^{(0)}}\right) \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\Lambda_{\text{н}cpi} \sum_{k=1}^r T_{cpi}^{(k)} - \Lambda_{\text{н}cxi} \sum_{k=1}^r T_{cxi}^{(k)} \right\}, \end{aligned}$$

где $B_{\text{в}i}$ и $B_{\text{н}i}$ — соответственно верхняя и нижняя допустимая погрешности измерения i -го канала средств контроля;

$\Lambda_{\text{н}cpi}$ и $\Lambda_{\text{н}cxi}$ — интенсивности скрытых отказов, приводящих к изменению среднеквадратичной погрешности i -го канала средств контроля соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Для упрощения расчетов можно считать, что после каждой проверки и настройки i -го канала средств контроля его среднеквадратичная погрешность измерений возвращается к исходному уровню $\sigma_{ci}^{(0)}$.

Условная вероятность работоспособности по i -му контролируемому параметру равна:

$$P_{i/i-1}^{(r)} = D_i^{(r)} \exp \left\{ -\Lambda_{pi/i-1} T_{pi}^{(r+1)} - \Lambda_{xi/i-1} T_{xi}^{(r+1)} \right\}.$$

Условная вероятность работоспособности по i -му неконтролируемому параметру равна:

$$P_{0i/i-1}^{(r)} = \exp \left\{ -\Lambda_{pi/i-1} t_{pi}^{(r+1)} - \Lambda_{xi/i-1} t_{xi}^{(r+1)} \right\},$$

где $t_{pi}^{(r+1)}$ и $t_{xi}^{(r+1)}$ — интервалы текущего времени до момента проверки объекта, соответствующие рабочему и нерабочему состоянию i -го параметра.

Интервал между проверками i -го канала средств контроля равен:

$$T_{ni} = \sum_{k=1}^r T_i^{(k)},$$

где $T_i^{(k)}$ — интервал времени между k -1-й и k -й проверкой объекта.

Расчеты упростятся, если считать $\sigma_i \approx \text{const}$.

Тогда можно определить допустимый нижний уровень достоверности контроля и настройки из выражения

$$D_i = \frac{P_{дi}}{\exp \{-\Lambda_{pi}\tau_{pi} - \Lambda_{xi}\tau_{xi}\}},$$

где τ_{pi} и τ_{xi} — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру после контроля.

Определяем по рассчитанной величине D_i допустимую среднеквадратичную погрешность $\sigma_{сдi}$.

Интервал времени между проверками i -го канала средств контроля можно определить из выражения

$$T_{ni} = \frac{\ln \left[\Phi \left(\frac{B_{вi}}{\sigma_{ci}^{(0)}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{нi}}{\sigma_{ci}^{(0)}} \right) \right] - \ln \left[\Phi \left(\frac{B_{вi}}{\sigma_{сдi}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{нi}}{\sigma_{сдi}} \right) \right]}{\alpha_i \Lambda_{ncpi} + (1 - \alpha_i) \Lambda_{ncxi}},$$

где α_i — коэффициент, учитывающий время работы i -го канала средств контроля по отношению к общему времени:

$$\alpha_i = \frac{T_{cpi}}{T_{cpi} + T_{cxi}}.$$

Приближенный расчет можно выполнить по формуле

$$T_{ni} = \frac{\Phi \left(\frac{B_{вi}}{\sigma_{ci}^{(a)}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{нi}}{\sigma_{ci}^{(0)}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{вi}}{\sigma_{сдi}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{нi}}{\sigma_{сдi}} \right)}{[\alpha_i \Lambda_{ncpi} + (1 - \alpha_i) \Lambda_{ncxi}] \left[\Phi \left(\frac{B_{вi}}{\sigma_{ci}^{(0)}} \right) - \Phi \left(\frac{B_{нi}}{\sigma_{ci}^{(0)}} \right) \right]}.$$

Если можно допустить, что $\sigma_i = \text{const}$ и $\sigma_{ci} = \text{const}$, то расчет требуемых сроков периодичности проверок можно выполнить, учитывая изменение $T_{ni}^{(r)}$ за счет изменения члена

$$q_i^{(r)} \int_{A_{нi}}^{A_{вi}} i_i^{(r)} dA_i,$$

входящего в формулу (45).

Чтобы величина $T_{ni}^{(r)}$ не превосходила допустимого уровня $T_{ндi}$, необходимо, чтобы соблюдалось соотношение

$$q_{di} \geq q_i^{(r)} = 1 - \exp \{-\Lambda_{cpi} T_{npi} - \Lambda_{cxi} T_{nxi}\}.$$

Отсюда

$$T_{ni} \leq - \frac{\ln(1 - q_{di})}{\alpha_i \Lambda_{cpi} + (1 - \alpha_i) \Lambda_{cxi}}.$$

Допустимый уровень $q_{дi}$ можно определить из выражения

$$q_{дi} \leq \frac{\bar{T}_{ндi} - \bar{T}_{pi} \int_{A_{ни}}^{A_{ви}} f_i \left[K_{1i} \int_{\infty}^{D_{ни}} f_{ci} dB_i + K_{2i} \int_{D_{ви}}^{\infty} f_{ci} dB_i \right] dA_i}{T_{pi} \int_{A_{ни}}^{A_{ви}} f_i dA_i}.$$

Приближенный расчет $T_{ни}$ можно выполнить по формуле

$$T_{ни} \leq \frac{q_{дi}}{\alpha_i \Lambda_{спi} + (1 - \alpha_i) \Lambda_{сxi}}.$$

25. Контролируемые параметры

В общем виде выбор контролируемых параметров связан с выбором других характеристик процесса контроля, так как все они влияют на величину критерия эффективности. Например, может оказаться, что какой-нибудь параметр можно проконтролировать с небольшой точностью, но требуется большое время контроля. Необходимо установить целесообразность контроля данного параметра.

Для упрощения методики определения контролируемых параметров можно принять систему контроля идеальной, выбрать по какому-либо критерию (близкому к критерию эффективности процесса контроля) перечень контролируемых параметров, а затем уточнить его по критерию эффективности с учетом реальных характеристик системы контроля.

Наиболее общий подход к выбору контролируемых параметров состоит в том, что анализируются потери, связанные с отсутствием контроля того или иного параметра. Перечень контролируемых параметров составляется таким образом, чтобы потери после контроля не превосходили заданного уровня.

Если значимости потерь по каждому выходному параметру объекта одинаковы, то можно отыскивать минимальный набор контролируемых параметров, обеспечивающих заданную вероятность работоспособности объекта или вероятность нормального функционирования объекта.

Пусть контролируемый объект характеризуется параметрами a_1, a_2, \dots, a_n , определяющими его работоспособность. Обозначим событие, заключающееся в работоспособности объекта по параметру a_i , через A_i . Так как работоспособность объекта определяется работоспособностью по каждому из параметров, то вероятность работоспособности объекта при условии идеальной системы контроля равна вероятности безотказной работы объекта по всем параметрам, которая в свою очередь на основании теоремы умножения вероятностей равна:

$$P = P(A_1 A_2, \dots, A_n) = P(A_1) P(A_2/A_1) \times \\ \times P(A_3/A_1 A_2) \dots P(A_n/A_1 A_2, \dots, A_{n-1}) = \prod_{i=1}^n P_{i|i-1}.$$

где $P(A_i/A_1 A_2 \dots A_{i-1}) = P_{i/i-1}$ — вероятность безотказной работы по параметру a_i , вычисленная при условии, что объект работоспособен по всем параметрам от a_1 до a_{i-1} .

В зависимости от порядка выбора параметров a_i можно получить $n!$ комбинаций произведений, дающих одно и то же численное значение P . С целью минимизации числа контролируемых параметров целесообразно первым выбирать для контроля тот параметр, вероятность безотказной работы которого наименьшая. Для этого рассчитываются вероятности безотказной работы по каждому из параметров независимо от других и выбирается наименее надежный параметр a_j . Далее можно рассчитать вероятности безотказной работы по остальным параметрам при условии, что параметр a_j работоспособен, и снова выбрать наименее надежный параметр. Такая последовательность операций выполняется до тех пор, пока не будет выполняться соотношение

$$P_d \leq \prod_{i=1}^{n_1} P_{ki/i-1}(\tau) \prod_{j=n_1+1}^n P_{nj/j-1}(t),$$

где $P_{nj/j-1}(t)$ — условная вероятность безотказной работы по j -му неконтролируемому параметру за интервал времени t ;

$P_{ki/i-1}(\tau)$ — условная вероятность безотказной работы по i -му контролируемому параметру к моменту τ после контроля;

n_1 — число контролируемых параметров.

Учитывая время, необходимое для контроля параметра, можно провести минимизацию числа контролируемых параметров, исходя из заданного уровня вероятности нормального функционирования объекта.

Если значимости параметров неодинаковы и при разработке объекта закладывалась наибольшая надежность по наиболее значимым параметрам, то требуется обеспечить наибольшую вероятность работоспособности по тем параметрам, для которых вероятность безотказной работы наибольшая. Таким образом, в этом случае для контроля требуется выбирать в первую очередь те параметры, для которых вероятность безотказной работы наибольшая.

26. Характеристики процесса контроля, влияющие на вероятность работоспособности и время контроля и регулировки объекта

Для повышения вероятности работоспособности объекта надо в первую очередь конструировать объект таким образом, чтобы среднеквадратичное отклонение контролируемого параметра было значительно меньше допуска на этот параметр, т. е.

$$\sigma_i \ll A_{vi} - A_{ni}.$$

Для нормального закона распределения контролируемых параметров при симметричном допуске желательно выполнение соотношения

$$\sigma_i < \frac{A_{vi} - A_{ni}}{6}.$$

Необходимо уменьшать интенсивности отказов объекта и стремиться к сокращению времени работы объекта при контроле.

Среднеквадратичную погрешность измерений системы контроля σ_{ci} целесообразно брать меньше среднеквадратичного отклонения контролируемого параметра σ_i . Для сложных систем желательным является соотношение

$$\sigma_i > 3\sigma_{ci}.$$

С уменьшением σ_{ci} уменьшаются вероятность существования не обнаруженного отказа и вероятность перехода ложного отказа в не обнаруженный отказ.

Характеристики системы контроля должны быть такими, чтобы изменение погрешности измерений во времени были небольшими. Для этого надо уменьшать интенсивность скрытых отказов системы контроля, приводящих к увеличению погрешности измерений, и уменьшать время контроля.

Уменьшение времени контроля обеспечивается уменьшением числа контролируемых параметров, времени их контроля и времени ожидания перед контролем каждого параметра. Уменьшение времени контроля каждого параметра можно обеспечить путем повышения скорости измерений и использования параллельного контроля вместо последовательного. Уменьшение времени ожидания перед контролем каждого параметра можно обеспечить путем правильного выбора последовательности контроля.

Уменьшение времени простоя из-за неисправности в системе контроля можно обеспечить путем уменьшения интенсивности отказов и времени поиска и устранения неисправности в системе контроля.

Необходимо минимизировать число параметров, локализующих неисправность в объекте, время ожидания перед контролем каждого такого параметра, время поиска и устранения неисправности в контролируемом объекте.

Для уменьшения времени, связанного с настройкой объекта, целесообразно, чтобы среднеквадратичное отклонение контролируемого параметра было значительно меньше допуска на этот параметр, а контрольные допуски равнялись допускам, установленным в объекте на параметр, т. е. должно быть

$$A_{ni} = D_{ni}; A_{vi} = D_{vi}.$$

При решении вопроса о максимизации вероятности нормального функционирования объекта необходимо находить компромисс между характеристиками, влияющими на вероятность работоспособности и время контроля и регулировки объекта.

27. Быстродействие системы контроля

При выполнении контроля необходимо так опрашивать контролируемые параметры, чтобы не происходило потери информации о их состоянии, т. е. опрос должен производиться с определенной частотой, не менее требуемой. Информация о параметрах, полученная в результате их опроса, поступает в анализирующее устройство на обработку, по результатам которой принимаются соответствующие решения. Поскольку в результате опроса параметров информация

о их состоянии получена, дальнейшая обработка данных в общем случае может производиться со скоростью, отличной от скорости опроса параметров. И, наконец, результаты обработки информации могут документироваться с третьей скоростью, отличной от предыдущих двух скоростей. Поэтому рассмотрим три вида быстрей действия системы контроля: скорость приема информации, скорость анализа информации и выдачи сигналов управления и скорость документирования данных.

Кроме того, рассмотрим два вида состояний параметров:

статическое, при котором величины параметров не изменяются за полное время контроля;

динамическое, при котором величины параметров изменяются в процессе контроля.

Сначала рассмотрим случай однократного измерения параметров.

При статическом состоянии параметров частоту опроса f целесообразно выбирать, исходя из необходимости проверки параметров за требуемое время $T_{пр}$. Тогда

$$f_1 = \frac{n}{T_{пр}}.$$

При динамическом состоянии параметров рассмотрим два случая контроля:

когда требуется определить состояние параметров в определенный момент времени;

когда требуется восстановить поведение контролируемого параметра во времени.

Рассматриваем в каждом случае два вида параметров: непрерывные и дискретные.

Определим частоту опроса в том случае, когда требуется узнать состояние параметра в определенный момент времени. Расчет этой частоты произведем, исходя из следующих условий. В определенный момент времени t_0 требуется проконтролировать n параметров, а опрос параметров производится последовательно во времени. Очевидно, что при изменении величины параметров во времени и использовании привязки результатов измерения к моменту t_0 погрешности контроля будут тем больше, чем дальше во времени отстоит момент контроля параметра от момента t_0 . Предполагается, что все измеренные значения параметров получены в момент времени t_0 , т. е. используется ступенчатая аппроксимация.

Для определения частоты опроса предположим, что последним контролируется параметр, который имеет наибольшую скорость изменения. В этом случае полученное расчетное значение частоты обеспечит прием информации без потерь при других ситуациях.

При расчетах учтем два случая закона изменения контролируемой величины: детерминированный, случайная стационарная функция времени.

При детерминированном законе изменения контролируемой величины частота опроса определяется по формуле [Л. 29]

$$f_2 = \frac{n \left(\frac{dA}{dt} \right)_{\max}}{\Delta A},$$

где $\left(\frac{dA}{dt}\right)_{\text{макс}}$ — максимальная скорость изменения параметра,
 ΔA — допустимая величина отклонения параметра от значения в момент времени t_0 .

При законе изменения контролируемой величины, являющемся случайной стационарной функцией времени, имеем:

$$f_3 = \frac{n\omega_c A_{\text{макс}}(t)}{\Delta A},$$

где $\omega_c = 2\pi f_c$ — частота среза спектральной плотности функции $A(t)$;
 $A_{\text{макс}}(t)$ — максимальное значение функции $A(t)$.

Расчетные соотношения при контроле дискретных параметров, которые находятся в одном из двух состояний: 0 или 1, можно записать в ином виде.

Пусть требуется проконтролировать n параметров при минимальном времени их существования $(t_c)_{\text{мин}}$. Тогда частота опроса определится по формуле

$$f_4 = \frac{n}{(t_c)_{\text{мин}}}.$$

В случае необходимости восстановления контролируемого процесса во времени и использовании ступенчатой аппроксимации функции верны ранее приведенные соотношения. Однако ступенчатая аппроксимация функции требует высокой частоты опроса. Более низкие частоты опроса требуются, например, при использовании линейной аппроксимации функции.

При использовании линейной аппроксимации и детерминированном законе изменения контролируемой величины имеем:

$$f_5 = n \sqrt{\frac{\left|\frac{d^2 A(t)}{dt^2}\right|_{\text{макс}}}{8\Delta A}}.$$

При законе изменения контролируемой величины, являющемся случайной стационарной функцией времени, имеем:

$$f_6 = \frac{n\omega_c}{2} \sqrt{\frac{|A_{\text{макс}}(t)|}{2}}.$$

Использование линейной аппроксимации функции требует выполнения арифметических операций, которые усложняют анализирующее устройство.

В тех случаях, когда система контроля построена таким образом, что становится возможным использование теоремы Котельникова, частота опроса равна:

$$f_7 = 2F,$$

где F — граничная частота спектра контролируемой функции.

Для обеспечения высокой достоверности результатов контроля бывает недостаточно произвести однократное измерение величины параметра, а производят m -кратные измерения. В подобных случаях все полученные выше частоты опроса параметров требуется увеличить в m раз.

Анализ полученной информации и выдача управляющих сигналов, включая выдачу результатов анализа на индикаторное табло и выполнение соответствующих операций оператором, можно производить за допустимый интервал времени Δt_a , который в общем случае может быть больше интервала опроса.

За допустимый интервал времени Δt_a можно принять интервал времени, в течение которого еще допускается существование возникшего в объекте отказа.

За интервал времени Δt_a должны выполняться все операции, необходимые для приема, анализа информации и выдачи сигналов управления, т. е. должно соблюдаться неравенство

$$\sum_{i=1}^k T_i \leq \Delta t_a,$$

где T_i — время выполнения i -й операции;
 k — число выполняемых операций.

Документирование данных может производиться за еще больший интервал времени Δt_d . За этот интервал должны быть произведены прием информации, ее анализ и документирование результатов контроля, т. е. должно соблюдаться неравенство

$$\sum_{j=1}^R T_j \leq \Delta t_d,$$

где R — общее число всех операций, включая документирование данных.

28. Способы оценки состояния параметров

Широкое распространение находят способы оценки состояния параметров в формах «Годен — Негоден» и «Меньше — Норма — Больше».

При прогнозировании работоспособности параметра, его настройке и регулировке оценку состояния параметра производят по его абсолютному значению или отклонению его от номинала. Произведем сравнительный анализ этих способов применительно к дискретным системам контроля с гибкой сменой программы.

Все управление системой контроля производится из программного устройства. Контролируемые параметры подключаются последовательно через коммутатор к преобразователю аналог — цифра. С этого преобразователя преобразованные в цифровую форму сигналы поступают в анализирующее устройство. Одновременно из программного устройства поступают в анализирующее устройство в цифровой форме допуски на контролируемые параметры и производится сравнение.

При оценке состояния параметра по его абсолютному значению из программного устройства поступают в анализирующее устройство абсолютные значения верхнего A_v и нижнего A_n пределов допусков на контролируемый параметр, которые одновременно с истинным значением параметра выводятся на регистрацию.

Оценка годности производится путем сравнения абсолютного значения параметра с его допусками.

Для простоты расчетов будем считать, что состояния параметров равновероятны и значения всех величин задаются с абсолютной погрешностью ϵ . Тогда информация, получаемая при измерении одного параметра, равна:

$$I_1 = \log_2 \frac{A}{\epsilon} \quad [\text{дв. ед.}],$$

где A — абсолютное значение измеряемого параметра.

Информация, вводимая из программного устройства на каждый контролируемый параметр, равна:

$$I_{п1} = \log_2 \frac{A_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{A_H}{\epsilon} = \log_2 \left(\frac{A_B A_H}{\epsilon^2} \right) \quad [\text{дв. ед.}].$$

Информация, выводимая на регистрацию, равна:

$$I_{р1} = I_1 + I_{п1} = \log_2 \left(\frac{A A_B A_H}{\epsilon^3} \right) \quad [\text{дв. ед.}].$$

При оценке состояния параметра по абсолютному значению отклонения параметра от номинала производится сравнение абсолютного значения отклонения параметра ΔA , которое рассчитывается в анализирующем устройстве, с абсолютными значениями верхнего ΔA_B и нижнего ΔA_H допусков на эти отклонения, которые вводятся в анализирующее устройство из программного устройства.

Отклонение параметра от номинала равно:

$$\Delta A = A - A_0,$$

где A — истинное значение параметра;

A_0 — номинальное значение параметра.

Номинальное значение параметра также вводится в анализирующее устройство из программного устройства.

Регистрируются отклонения параметра от номинала и допуски на эти отклонения.

Информация, полученная при измерении одного параметра, равна:

$$I_2 = \log_2 \frac{\Delta A}{\epsilon} \quad [\text{дв. ед.}].$$

Информация, вводимая из программного устройства на каждый контролируемый параметр, равна:

$$\begin{aligned} I_{п2} &= \log_2 \frac{A_0}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta A_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta A_H}{\epsilon} = \\ &= \log_2 \left(\frac{A_0 \Delta A_B \Delta A_H}{\epsilon^3} \right) \quad [\text{дв. ед.}]. \end{aligned}$$

Информация, выводимая на регистрацию, равна:

$$I_{р2} = \log_2 \frac{\Delta A}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta A_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta A_H}{\epsilon} = \log_2 \left(\frac{\Delta A \Delta A_B \Delta A_H}{\epsilon^3} \right) \quad [\text{дв. ед.}].$$

Способ оценки по абсолютному значению отклонения параметра от номинала будет экономичнее способа оценки по абсолютному зна-

чению параметра в отношении объема информации, вводимой из программного устройства, если $I_{п2} < I_{п1}$, т. е. при

$$\frac{A_0 \Delta A_{в} \Delta A_{н}}{\epsilon} < A_{в} A_{н}.$$

Если положить $\Delta A_{в} = \Delta A_{н} = \Delta A_0$, то последнее неравенство соблюдается, если

$$\Delta A < \frac{A_0}{\sqrt{\frac{A_0}{\epsilon} + 1}}.$$

Так как обычно $\frac{A_0}{\epsilon} \gg 1$, то

$$\Delta A_0 < \sqrt{\epsilon A_0}.$$

Получаемый при этом выигрыш равен

$$\begin{aligned} \Delta I_{п} &= I_{п1} - I_{п2} = \log_2 \left(\frac{\epsilon A_{в} A_{н}}{A_0 \Delta A_{в} \Delta A_{н}} \right) = \\ &= \log_2 \left[\frac{\epsilon A_{в} A_{н}}{A_0 (\Delta A_0)^2} \right] \quad [\text{дв. ед.}]. \end{aligned}$$

Пример. Если $A_0 = 10$ в; $\epsilon = 0,1$ в, то второй способ оценки экономичнее первого по объему информации, вводимой из программного устройства при $\Delta A_0 < 1$ в.

Выигрыш в информации, выводимой на регистрацию и индикацию, при использовании оценки по отклонению параметра от номинала равен:

$$\Delta I_{р} = I_{р1} - I_{р2} = \log_2 \left(\frac{A_0 A_{в} A_{н}}{\Delta A \Delta A_{в} \Delta A_{н}} \right) \quad [\text{дв. ед.}].$$

При оценке состояния параметра по величине отношения отклонения параметра от номинала к его номинальному значению сначала рассчитывается отношение

$$\delta A = \frac{\Delta A}{A_0} = \frac{A - A_0}{A_0}.$$

Затем это отношение сравнивается с относительными значениями верхнего $\delta A_{в}$ и нижнего $\delta A_{н}$ допусков, которые вводятся в анализирующее устройство из программного устройства. Регистрируются отношение отклонения параметров от номинала и допуски на это отклонение. Этот способ оценки равноценен способу оценки по абсолютному значению отклонения параметра от номинала в отношении объема вводимой и выводимой информации. Относительная форма регистрации данных может облегчить их обзор. Однако достигается это введением в систему контроля операции деления, что усложняет анализирующее устройство.

В случае, когда датчики системы контроля сконструированы таким образом, что с них выдается отклонение параметра от номинала ΔA , оценку состояния параметра можно выполнить путем сравнения получаемого отклонения ΔA с верхним $\Delta A_{в}$ и нижним $\Delta A_{н}$ допусками на это отклонение, которые вводятся из программного устройства.

На регистрацию выводятся абсолютные значения отклонения параметра ΔA и допуски на это отклонение $\Delta A_{\text{н}}$ и $\Delta A_{\text{в}}$, т. е. объем этой информации одинаков с объемом информации в рассмотренных последних способах.

Информация, вводимая из программного устройства, равна:

$$\begin{aligned} I_{\text{п4}} &= \log_2 \frac{\Delta A_{\text{н}}}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta A_{\text{в}}}{\epsilon} = \\ &= \log_2 \left(\frac{\Delta A_{\text{н}} \Delta A_{\text{в}}}{\epsilon^2} \right) [\text{дв. ед.}] \end{aligned}$$

Очевидно, что этот способ наиболее экономичен по объему вводимой информации. Кроме того, при использовании этого способа наиболее просто сконструировать анализирующее устройство. Недостаток способа состоит в том, что требуется устанавливать специальные датчики-преобразователи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

P_t	H_t	P_t	H_t	P_t	H_t
0,01	0,0808	0,25	0,8113	0,85	0,6099
0,02	0,1415	0,30	0,8814	0,90	0,4691
0,03	0,1949	0,35	0,9341	0,91	0,4366
0,04	0,2422	0,40	0,9709	0,92	0,4021
0,05	0,2864	0,45	0,9927	0,93	0,3659
0,06	0,3274	0,50	1,0000	0,94	0,3274
0,07	0,3659	0,55	0,9927	0,95	0,2864
0,08	0,4021	0,60	0,9709	0,96	0,2422
0,09	0,4366	0,65	0,9341	0,97	0,1949
0,10	0,4691	0,70	0,8814	0,98	0,1415
0,15	0,6099	0,75	0,8113	0,99	0,0808
0,20	0,7219	0,80	0,7219	1,00	0,0000

Таблица 2

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}				
0,00	1,000	10	0,40	0,670	7	0,80	0,449	4	3,00	0,050	5
0,01	0,990	10	0,41	0,664	7	0,81	0,445	5	3,10	0,045	4
02	980	10	42	657	7	82	440	4	3,20	41	4
03	970	9	43	650	6	83	436	4	3,30	37	4
04	961	10	44	644	6	84	432	5	3,40	33	3
05	951	9	45	638	7	85	427	4	3,50	30	3
06	942	10	46	631	6	86	423	4	3,60	27	2
07	932	9	47	625	6	87	419	4	3,70	25	3
08	923	9	48	619	6	88	415	4	3,80	22	2
09	914	9	49	613	7	89	411	4	3,90	20	2
0,10	0,905	9	0,50	0,606	6	0,90	0,407	4	4,00	0,0183	17
11	896	9	51	600	5	91	403	4	4,10	166	16
12	887	9	52	595	6	92	399	4	4,20	150	14
13	878	9	53	589	6	93	395	4	4,30	136	13
14	869	8	54	583	6	94	391	4	4,40	123	12
15	861	9	55	577	6	95	387	4	4,50	111	10
16	852	8	56	571	6	96	383	4	4,60	101	10
17	844	9	57	565	5	97	379	4	4,70	0,0091	9
18	835	8	58	560	6	98	375	3	4,80	82	8
19	827	8	59	554	5	99	372	4	4,90	74	7
0,20	0,819	8	0,60	0,549	6	1,00	0,368	35	5,00	0,0067	6
21	811	8	61	549	5	1,10	333	31	5,10	61	6

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
22	803 8	62	538 5	1,20	302 29	5,20	55 5
23	795 8	63	533 6	1,30	273 26	5,30	50 5
24	787 8	64	527 5	1,40	247 24	5,40	45 4
25	779 8	65	522 5	1,50	223 21	5,50	41 4
26	771 8	66	517 5	1,60	202 19	5,60	37 4
27	763 7	67	512 5	1,70	183 19	5,70	33 3
28	756 8	68	507 5	1,80	165 15	5,80	30 3
29	748 7	69	502 5	1,90	150 15	5,90	27 2
0,30	0,741 8	0,70	0,497 5	2,00	0,135 13	6,00	0,0025 3
31	733 7	71	492 5	2,10	122 11	6,10	22 2
32	726 7	72	487 5	2,20	111 11	6,20	20 2
33	719 7	73	482 5	2,30	100 9	6,30	18 1
34	712 7	74	477 5	2,40	0,091 9	6,40	17 2
35	705 7	75	472 4	2,50	82 8	6,50	15 1
36	698 7	76	468 5	2,60	74 7	6,60	14 2
37	691 7	77	463 5	2,70	67 6	6,70	12 1
38	684 7	78	458 4	2,80	61 6	6,80	11 1
39	677 7	79	454 5	2,90	55 5	6,90	10 1
0,40	0,670	0,80	0,449	3,00	0,050	7,00	0,0009

Таблица 3

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,30	0,2358	0,60	0,4515	0,90	0,6319
01	0,0080	31	0,2434	61	0,4581	91	0,6372
02	0,0160	32	0,2510	62	0,4647	92	0,6424
03	0,0239	33	0,2586	63	0,4713	93	0,6476
04	0,0319	34	0,2661	64	0,4778	94	0,6528
0,05	0,0399	0,35	0,2737	0,65	0,4843	0,95	0,6579
06	0,0478	36	0,2812	66	0,4907	96	0,6629
07	0,0558	37	0,2886	67	0,4971	97	0,6680
08	0,0638	38	0,2961	68	0,5035	98	0,6729
09	0,0717	39	0,3035	69	0,5098	99	0,6778
0,10	0,0797	0,40	0,3108	0,70	0,5161	1,00	0,6827
11	0,0876	41	0,3182	71	0,5223	01	0,6875
12	0,0955	42	0,3255	72	0,5285	02	0,6923
13	0,1034	43	0,3328	73	0,5346	03	0,6970
14	0,1113	44	0,3401	74	0,5407	04	0,7017

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,15	0,1192	0,45	0,3473	0,75	0,5467	1,05	0,7063
16	0,1271	46	0,3545	76	0,5527	06	0,7109
17	0,1350	47	0,3616	77	0,5587	07	0,7154
18	0,1428	48	0,3688	78	0,5646	08	0,7199
19	0,1507	49	0,3759	79	0,5705	09	0,7243
0,20	0,1585	0,50	0,3829	0,80	0,5763	1,10	0,7287
21	0,1663	51	0,3899	81	0,5821	11	0,7330
22	0,1741	52	0,3969	82	0,5878	12	0,7373
23	0,1819	53	0,4039	83	0,5935	13	0,7415
24	0,1897	54	0,4108	84	0,5991	14	0,7457
0,25	0,1974	0,55	0,4177	0,85	0,6047	1,15	0,7499
26	0,2051	56	0,4245	86	0,6102	16	0,7540
27	0,2128	57	0,4313	87	0,6157	17	0,7580
28	0,2205	58	0,4381	88	0,6211	18	0,7620
29	0,2282	59	0,4448	89	0,6265	19	0,7660
0,30	0,2358	0,60	0,4515	0,90	0,6319	1,20	0,7699
1,20	0,7699	1,50	0,8664	1,80	0,9181	2,50	0,9876
21	0,7737	51	0,8690	81	0,9297	55	0,9892
22	0,7775	52	0,8715	82	0,9312	60	0,9907
23	0,7813	53	0,8740	83	0,9328	65	0,9920
24	0,7850	54	0,8764	84	0,9342	70	0,9931
1,25	0,7887	1,55	0,8789	1,85	0,9357	2,75	0,9940
26	0,7923	56	0,8812	86	0,9371	80	0,9949
27	0,7959	57	0,8836	87	0,9385	85	0,9956
28	0,7995	58	0,8859	88	0,9399	90	0,9963
29	0,8029	59	0,8882	89	0,9412	95	0,9968
1,30	0,8064	1,60	0,8904	1,90	0,9426	3,00	0,99730
31	0,8098	61	0,8926	91	0,9439	10	0,99806
32	0,8132	62	0,8948	92	0,9451	20	0,99863
33	0,8165	63	0,8969	93	0,9464	30	0,99903
34	0,8198	64	0,8990	94	0,9476	40	0,99933
1,35	0,8230	1,65	0,9011	1,95	0,9488	3,50	0,99953
36	0,8262	66	0,9031	96	0,9500	60	0,99968
37	0,8293	67	0,9051	97	0,9512	70	0,99978
38	0,8324	68	0,9070	98	0,9523	80	0,99986
39	0,8355	69	0,9090	99	0,9534	90	0,99990
1,40	0,8385	1,70	0,6109	2,00	0,9545	4,00	0,99994
41	0,8415	71	0,9127	05	0,9596		

Продолжение табл. 3

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
42	0,8444	72	0,9146	10	0,9643	4,417	$1-10^{-5}$
43	0,8473	73	0,9164	15	0,9684		
44	0,8501	74	0,9181	20	0,9722	4,892	$1-10^{-6}$
1,45	0,8529	1,75	0,9199	2,25	0,9756	5,327	$1-10^{-7}$
46	0,8557	76	0,9216	30	0,9786		
47	0,8584	77	0,9233	35	0,9812		
48	0,8611	78	0,9249	40	0,9836		
49	0,8638	79	0,9265	45	0,9857		
1,50	0,8664	1,80	0,9281	2,50	0,9876		

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков И. Е., Доступов Б. Г., Статистическая динамика нелинейных автоматических систем, Физматгиз, 1962.
2. Гончаров В. Л., Теория вероятностей, Оборонгиз, 1939.
3. Андерсон Т., Введение и многомерный статистический анализ, Физматгиз, 1963.
4. Кузнецов П. И., Стратонович Р. Л., Тихонов В. И., Прохождение случайных функций через нелинейные системы, «Автоматика и телемеханика», 1953, т. XIV, № 4.
5. Попов Е. П., Пальтов И. П., Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем, Физматгиз, 1960.
6. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н., Вероятностный анализ систем автоматического управления, изд-во «Советское радио», т. 1, 2, 1963.
7. Быковский М. Л., Основы динамической точности электрических и механических цепей, Изд-во АН СССР, 1958.
8. Луцкий В. А., Расчет надежности и эффективности радиоэлектронной аппаратуры, Изд-во АН УССР, 1963.
9. Глушков В. М., Синтез цифровых автоматов, Физматгиз, 1962.
10. Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А., Введение в теорию конечных автоматов, Физматгиз, 1962.
11. Красовский А. А., Поспелов Г. С., Основы автоматики и технической кибернетики, Госэнергоиздат, 1962.
12. Кнеллер В. Ю., Об определении и специфике автоматического контроля, «Автоматика и телемеханика», 1962, т. XXIII, № 4.
13. Гуковский Д. Э., О статистическом подходе к обнаружению событий в автоматическом контроле, «Автоматика и телемеханика», 1964, т. XXV, № 10.
14. Бурцев В. К., Свечарник Д. В., О надежности и эффективности систем автоматического контроля и регулирования, «Приборостроение», 1963, № 6.
15. Вигман В. А., Дунаев Б. Б., Определение точности допусковых контрольно-измерительных устройств, «Измерительная техника», 1963, № 1.
16. Смирнов Н. В., Большев А. Н., Таблицы для вычисления функции двумерного нормального распределения, Изд-во АН СССР, 1962.
17. Понтрягин Л. С. и др., Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1963.
18. Беллман Р., Динамическое программирование, Изд-во иностранной литературы, 1960.

19. Юдин Д. В., Гольштейн Е. Б., Задачи и методы линейного программирования, изд-во «Советское радио», 1961.

20. Андреев Н. И., Нелинейное программирование в задачах исследования оптимальных систем автоматического управления, Труды ИФАК, 1963.

21. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А., Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализации на ЦВМ, Физматгиз, 1961.

22. Бусленко Н. П. и др., Метод статистических испытаний (Монте-Карло), Физматгиз, 1962.

23. Бусленко Н. П., Решение задачи теории массового обслуживания методом моделирования на ЭЦВМ, «Проблемы передачи информации», 1961, № 9.

24. Каган Б. М., Тер-Микаэлян Т. М., Решение инженерных задач на ЦВМ, изд-во «Энергия», 1964.

25. Каган Б. М., Общие вопросы построения систем автоматизации с управляющими вычислительными машинами, «Электричество», 1962, № 11.

26. Фельдбаум А. А., Вычислительные устройства в автоматических системах, Физматгиз, 1959.

27. Васильев Б. В., Козлов Б. А., Ткаченко Л. Г., Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств, изд-во «Советское радио», 1964.

28. Шишенок И. А., Репкин В. Ф., Барвинский Л. Л., Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники, изд-во «Советское радио», 1964.

29. Ицкович Э. Л., Определение необходимой частоты измерений при дискретном контроле, «Автоматика и телемеханика», № 2, 1961.

30. Ушаков И. А., Коненков Ю. К., Оценка эффективности функционирования сложных ветвящихся систем с учетом надежности, Сборник «Кибернетику на службу коммунизму», т. 2, изд-во «Энергия», 1964.

31. Быковский М. Л., Основы динамической точности электрических и динамических цепей, изд-во АН СССР, 1958.

32. Цыпкин Я. З., Дискретные автоматические системы, проблемы теории и перспективы развития, Труды конференции АН СССР, 1960.

33. Пугачев В. С., Теория случайных функций, Физматгиз, 1962.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
Глава первая. Математические функционально-статистические модели объектов и процесса контроля	6
1. Математическая модель объекта контроля	6
2. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели методом интегрирования дифференциальных уравнений	9
3. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели с использованием метода статистической линеаризации	11
4. Определение законов распределения параметров объекта контроля по математической модели с использованием метода гармонической линеаризации	12
5. Влияние законов распределения параметров элементов на статистические характеристики параметров объекта	14
6. Оценка вероятностных характеристик параметров объекта при малых интенсивностях внешних воздействий и отклонениях параметров элементов объекта	15
7. Оценка вероятностных характеристик дискретных систем объекта	16
8. Оценка степени неопределенности состояния объекта контроля	21
9. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления	22
10. Энтропия и информация в замкнутом контуре контроля и управления	28
11. Динамические статистические характеристики процесса контроля и управления	30
Глава вторая. Критерии оценки эффективности АСК	31
12. Информационный критерий	31
13. Критерии эффективности функционирования сложных систем	33
14. Статистический критерий	37
15. Игровой критерий	40
16. Стоимостный критерий	41
	77

Глава третья. Оценка эффективности системы контроля	42
17. Вероятность работоспособности объекта	42
18. Время контроля и регулировки объекта	45
19. Стоимость системы контроля	48
20. Оценка эффективности по информационному критерию	50
21. Оценка по критерию эффективности функционирования сложных систем	53
22. Оценка по стоимостному критерию	54
Глава четвертая. Оптимизация процесса контроля	55
23. Алгоритм оптимизации по информационному критерию	55
24. Выбор рациональных сроков проверки АСК	57
25. Контролируемые параметры	62
26. Характеристики процесса контроля, влияющие на веро- ятность работоспособности и время контроля и регули- ровки объекта	63
27. Быстродействие системы контроля	64
28. Способы оценки состояния параметров	67
Приложение	71
Литература	75

БИБЛИОТЕКА ПО АВТОМАТИКЕ

ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ

- Абакумов В. Г. и Петренко А. И.*, Устройство на видиконе для ввода графиков в электронные вычислительные машины.
- Абрамов Е. П.*, Аппаратура телепередачи информации ЭЦВМ.
- Аранчий Г. А., Жемеров Г. Г. и Эпштейн И. И.*, Тиристорные преобразователи частоты для регулируемых электроприводов.
- Бамдас А. М., С. В. Шапиро и Л. Н. Давыдова*, Ферромагнитные делители частоты.
- Бессонов А. А. и Сиваков В. А.*, Автоматические индикаторы отказов.
- Видинеев Ю. Д.*, Автоматическое непрерывное дозирование жидкостей.
- Гинзбург С. А.*, Математическая непрерывная логика и изображение функций.
- Гринберг Л. С.*, Многообмоточные потенциометры.
- Давидов П. Д.*, Аналитический расчет импульсных тепловых режимов полупроводниковых приборов.
- Жовинский В. Н.*, Генерирование шумов для исследования автоматических систем.
- Иконников С. Н.*, Испытания магнитных элементов и автоматических устройств.
- Исмаилов Ш. Ю.*, Автоматические системы и приборы с шаговыми двигателями.
- Каган В. Г., Кочубиевский Ф. Д., Шугрин В. М.*, Нелинейные системы с тиристорами. (Электроприводы с полупроводниковым управлением.)
- Крибский В. В., Пархоменко П. П. и Согомоян Е. С.*, Техническая диагностика объектов контроля.
- Карпов В. И.*, Полупроводниковые устройства стабилизации напряжения и тока.
- Комолов В. П. и др.*, Параметры в цифровых устройствах.

- Корытин А. М. и др.* Синхронные приводы с полупроводниковым управлением.
- Куликовский К. Л.*, Электрометрические преобразователи напряжения.
- Лебедев М. Д.*, Состояние и развитие автоматических систем контроля.
- Лемберг М. Д.*, Релейные системы пневмоавтоматики.
- Ловушкин В. Н.*, Транзисторные преобразователи постоянного напряжения.
- Любчик М. А.*, Силовые электромагниты аппаратов и устройств автоматики постоянного тока.
- Маграчев Э. В.*, Вольтметры одиночных импульсов.
- Меджицкий Е.*, Операционные усилители постоянного тока.
- Сафрошкин Ю. В.*, Переходные характеристики и устойчивость стабилизаторов напряжения и тока.
- Смолов В. Б.*, Диодные функциональные преобразователи информации.
- Столский С. Б.*, Счетчики числа импульсов.
- Страхов В. П.*, Методы фазовой плоскости в теории цифровых следящих систем.
- Ястребенецкий М. А. и Соляник Б. Л.*, Определение надежности аппаратуры промышленной автоматики.

Цена 24 коп.

