Моделювання засобами MS Excel

А. І. Кузьмичов

ПЛАНУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ

Ліра-К

ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ РЕЄСТРАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ НАН УКРАЇНИ

Кузьмичов А. І.

ПЛАНУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ

Моделювання засобами MS Excel

Практикум

Київ
Видавництво Ліра-К
2018

УДК 338.24
ББК 65.-50.2
К 89

Рецензенти:

В.Ф. Євдокимов – чл.-кор. НАН України, д.т.н., професор, почесний директор Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України

А.В. Матвійчук – д.е.н., професор кафедри ЕММ, директор Інституту моделювання та інформаційних технологій в економіці ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

Рекомендовано до друку
Вченою радою Інституту проблем реєстрації інформації НАН України
(Протокол № 8 від 29 червня 2016 р.)

Кузьмичов А. І.

К 89 **Планування та управління проектами.** Моделювання засобами MS Excel : Практикум. – К.: Видавництво Ліра-К, 2018. – 180 с.

ISBN 978-617-7320-60-8

Одна з основних цілей бізнес-аналітики – завершити проект вчасно й зменшити витрати. Практикум представляє інформаційну технологію електронно-табличної реалізації оптимізаційних та імітаційних моделей мережевого планування та управління проектами. Матеріал, отриманий розв'язанням наведених прикладів, дає змогу керівникові проекту вчасно приймати обгрунтовані рішення для врахування змін в умовах, за якими виконується проект. Розрахований на реалізацію проектів у середовищі MS Excel та інших табличних процесорів у проектно-орієнтованій організаційній діяльності: у навчальному процесі та дослідницькій роботі на виробництві, в управлінні сервісними процесами в малому й середньому бізнесі тощо.

УДК 338.24
ББК 65.-50.2

ISBN 978-617-7320-60-8

60 років тому з винайденням Джеймсом Келлі методу критичного шляху стартувала технологія мережевого планування та управління в складі сучасного проектного менеджменту.

ЗМІСТ

Частина 1.
Планування та управління проектом в умовах визначеності

Частина 2.
Планування та управління проектом в умовах невизначеності та ризику

Передмова

Функціональний обов'язок практично кожного менеджера в будь-якій сфері діяльності – розроблення, планування, організація, забезпечення безпеки, керування, коригування й супроводження певної діяльності згідно з рівнем його посади й відповідальності, бо саме менеджер несе відповідальність за якість і вчасне завершення завдання, визначеного як проект.

Проект – це чітко спланована організаційна й документована структура, що складається із сукупності взаємопов'язаних виокремлених робіт (задач, операцій, видів діяльності), має визначені моменти початку й завершення, а його здійснення потребує врахувати певні часові, фінансові та ресурсні обмеження. Проект може бути простим, типу організації концерту, випуску газети чи розроблення звітного документа, у студента – це виконання курсової чи випускної роботи, а може бути й досить складним і тривалим, це, скажімо: розроблення, тестування й впровадження серйозної комп'ютерної програми, організація й випуск нового продукту чи послуги, будівництво й облаштування виробничого приміщення, лабораторії, лікарні чи ділянки дороги тощо.

Багаторічний світовий досвід свідчить, що відстежити й врахувати усі деталі й властивості робіт, їх взаємозв'язки та неперервну змінюваність для прийняття рішень навіть для порівняно невеликого проекту є досить непростою справою, для великих проектів – це надзвичайно серйозна проблема (іноді галузевого чи навіть державного значення), для розв'язання чого розробляють і застосовують спеціальні розрахункові й наочні засоби та інструменти проектного менеджменту.

Такими інструментами є готові до використання комплексні програмні продукти спеціального призначення для комп'ютерної реалізації повного циклу процедур з управління проектом:

- організації (Organizing);
- планування (Planning);
- складання розкладу (Scheduling);
- керування ресурсами (Managing resources);
- супроводження й контролю (Controlling).

Це, наприклад, багатофункціональні спеціалізовані програмні продукти MS Project, Primavera, Spider Project, Welcom та ін. (їх існує понад 100); їх придбання, утримання і використання спеціального штату професіоналів та супроводження цих продуктів потребує досить солідних витрат, що доступно великій компанії, проектній організації чи великому підприємству.

Інструментами такого самого призначення, в чомусь обмеженими, а в чомусь і з більш корисними й навіть розширеними функціями, є розглянуті у цьому практикумі, доступні кожному, особисто керовані й досить гнучкі обчислювальні засоби, що ґрунтуються на застосуванні універсальних офісних програм для ав-

томатизації розрахунків. Найчастіше, такою програмою є табличний процесор, лідером серед них є MS Excel.

Останніми роками визначилася стійка світова тенденція, коли сучасні підручники для підготовки менеджерів та бізнес-адміністраторів все частіше застосовують саме гнучкі й потужні засоби Excel для розв'язання задач з управління проектами, який встановлено на кожному офісному чи домашньому ПК. Адже за допомогою Excel рядовий користувач (студент, викладач, підприємець чи аналітик у будь-якій сфері діяльності), користуючись проектним підходом до планування та організації власної справи, має змогу власноруч сформувати й реалізувати математичну модель проекту, за допомогою якої врахувати специфічні властивості робіт, їх взаємодію та ресурсні обмеження.

Усі запитання, зауваження і побажання щодо цього видання просимо надсилати за адресою *akuzmychov@gmail.com*

Вступ

Будь-який організаційний (технологічний, виробничий чи сервісний) процес – це здійснення в часі системи взаємопов'язаних реально виконуваних «активностей» (дій, процедур, операцій, робіт, activities) у строго визначеній послідовності, вони «активні», бо реалізуються в умовах змін. За визначеною технологією кожна робота характеризується тривалістю (duration), яка досягається лише за умови своєчасного забезпечення її необхідними ресурсами відповідної якості: матеріалами, виконавцями необхідної кваліфікації, інструментами, обладнанням енергією тощо в конкретний часовий період (технологія, розрахована на літній період, має бути зміненою для здійснення взимку).

Реалізації проекту передує важливий етап *планування*, де визначається календарний чи часовий план (розклад, schedule) технологічного процесу, згідно з яким визначено тривалість здійснення цього процесу та умови забезпечення необхідними ресурсами.

За розробленим планом здійснюється *управління* технологічним процесом, у складних процесах спеціально підготовлений фахівець – керівник проекту (проектний менеджер) – зобов'язаний забезпечити чітке виконання розробленого розкладу, уважно слідкуючи за своєчасним виконанням робіт та їх ресурсним забезпеченням, оскільки будь-яке відхилення від календарного плану призведе до небажаних (аж до аварійних чи катастрофічних) наслідків за «принципом доміно».

Якщо процес звичайний, простий й неодноразово виконуваний, часу й ресурсів для його реалізації вдосталь, досвідчений та/чи освічений виконавець планує й управляє ним сам, на його думку, як слід.

Поступовий розвиток промисловості та суттєве ускладнення організаційних процесів привели до необхідності спеціалізації в сфері проектування, планування та управлінні технологічними процесами, виникла потреба в фахівцях-менеджерах й спеціальних засобах, аби спрощувати для них процедури із розлогих розрахунків та наочного відстеження ходу одночасного здійснення багатьох дій.

Першими такими наочними засобами стали спеціальні прямокутні таблиці, де по одній стороні, найчастіше по горизонталі (вісь X), позначають час чи дати, а по другій – відстежувані об'єкти: прізвища, назви, події чи коди «активностей». Стрічки з певної кількості клітинок на перетинах значень осей зафарбовують та/чи підписують; тепер це – *стрічкові діаграми* (bar chart). Тож саме із їх появою розпочинається сучасна світова історія інструментальних засобів календарного планування (scheduling tools) у складі проектного менеджменту [23].

Віхи в історії календарного планування та управління

1765 рік, англієць *Джон Прістлі* (Priestley, 1733–1804) будує стрічкову діаграму біографій (*Chart of Biography)* із зображенням у вигляді ліній уздовж часової осі життєвих періодів 2000 історичних осіб (починаючи із Фалеса, Солона,

Піфагора), розділених на дві групи (науковці, державні діячі), за принципом: довжина стрічки у вибраному масштабі – це тривалість життя (рис. 1).

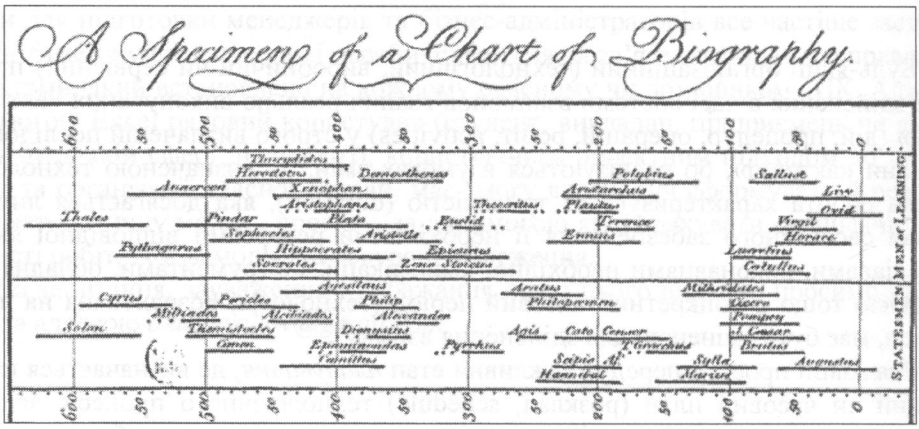


Рис. 1

1786 рік, шотландець *Вільям Плейфер* (Playfair, 1759–1823) у «Комерційному й політичному атласі» для представлення статистичних даних, окрім стрічкових діаграм, використав інші засоби інфографіки (візуалізації даних): часові ряди, лінійні графіки, гістограми, секторні (кругові) діаграми (рис. 2).

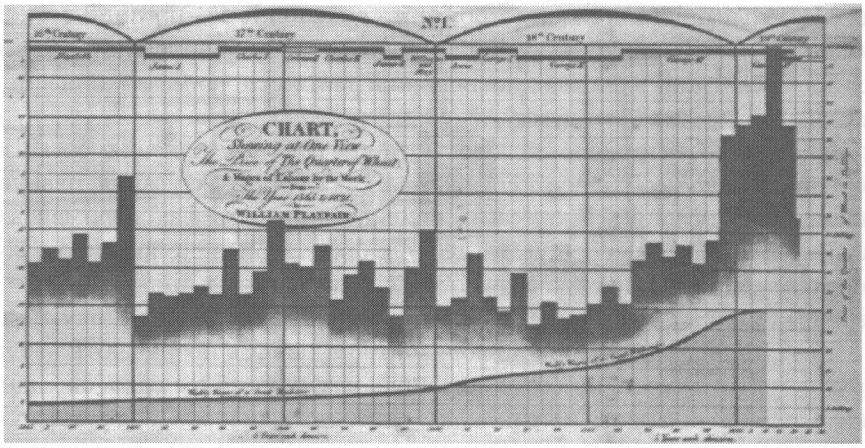


Рис. 2

1896 рік, *Кароль Адамецький* (Adamiecki, 1866–1933), польський економіст, інженер і дослідник наукового менеджменту[1,2], автор закону гармонії в управлінні, яка зводиться до:

---

[1] У часі й за певними результатами випередив «батька наукового менеджменту» Ф. Тейлора.

[2] У XIX ст. Польща – складова Російської імперії, тож вищу освіту отримав у Петербурзі, тривалий час працював на металургійних підприємствах Луганська та Дніпропетровська, викладав у ВНЗ й керував науковими установами.

• комплектування сумісних і продуктивних виробничих засобів;

• координації часу за допомогою графіків та розкладів;

• командного духу та якісної співпраці.

К. Адамецький

Зокрема, для координації витрат часу він розробив специфічну стрічкову діаграму, названу *гармонограмою*[3] (Harmonogram), яка стала першим інструментальним засобом з управління проектом, визначивши фактично, те, що зараз називається; 1) проектною таблицею; 2) порядком передування робіт; 3) діаграмою Ґантта.

На гармонограмі є вертикальна часова шкала, що зручно для табличного представлення тривалого часового періоду й невеликої кількості робіт; у трьох верхніх рядках таблиці визначено проектну таблицю з рядками: **From** (Попередня робота, predecessor), **To** (Наступна робота, successor), **activity** (Робота + Тривалість).

Кожна робота в масштабі представлена стрічкою із зафарбованих клітинок, а головне – вона має суттєві дані: назву (А-1, В-2), тривалість (А-1 <4>), роботу-попередницю (***From***) й роботу-наступницю (***To***). Наприклад, робота А-2 тривалістю 4 дні розпочнеться після роботи А-1, після її завершення розпочнеться робота А-3 (рис. 3).

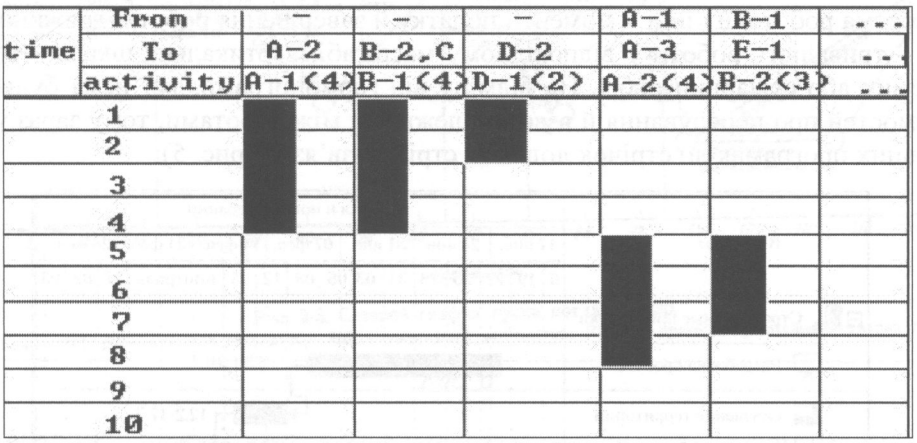


Рис. 3

Якщо, скажімо, проект складається з 40 робіт, а горизонт планування 100 днів, тоді вертикально орієнтована таблиця гармонограми розміром 103×40 за сучасною термінологією і форматом складається з двох горизонтально орієнтованих таблиць. Це:

• проектна таблиця розміром 40×3 та

[3] На жаль, опублікована лише в 1931 р. маловідомою в науковому світі польською мовою, коли усюди вже застосовували діаграми Ґантта (1910–1915 рр.), ставши класикою.

- діаграма Ґантта розміром 40×100 (рис. 4):

Робота, тривалість	Попередня робота	Наступна робота	Робота	Час 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A-1, 4		A-2	A-1, 4										
B-1, 4		B-2	B-1, 4										
D-1, 2		D-2	D-1, 2										
A-2, 4	A-1	A-3	A-2, 4										
B-2, 3	B-1	E-1	B-2, 3										
---	---	---	---										
Проектна таблиця			Діаграма Гантта										

Рис. 4

Правда, тут добре видно неузгодженість цих двох таблиць: порядок передування робіт, визначений у проектній таблиці, не має відповідного відтворення на діаграмі Ґантта. Наприклад, на ній не видно, яка робота, А-1 чи В-1, передує роботі В-2. Це недолік і класичних діаграм Ґантта; у сучасному їх представленні додають зв'язки між суміжними роботами.

1910 рік, американський інженер і консультант з операційного менеджменту *Генрі Гантт* (Gantt, 1861–1919) вперше[4] пропонує стрічкові діаграми для відображення ходу виконання проектів, зараз – «діаграми Ґантта» (Gantt Charts), які, де-факто, є міжнародним стандартом у проектному менеджменті. По суті, це горизонтально (за віссю часу) орієнтована частина гармонограми: кожна стрічка – це окрема робота, її кінці – моменти початку й завершення роботи, довжина стрічки – тривалість роботи у відповідному масштабі, вертикальна шкала – список окремих або сумарних робіт. На відміну від гармонограми, тут нема будь-яких відомостей про передування й взаємозалежності між роботами, тому зараз у спеціальних програмах до стрічок додають стрілки-зв'язки (рис. 5):

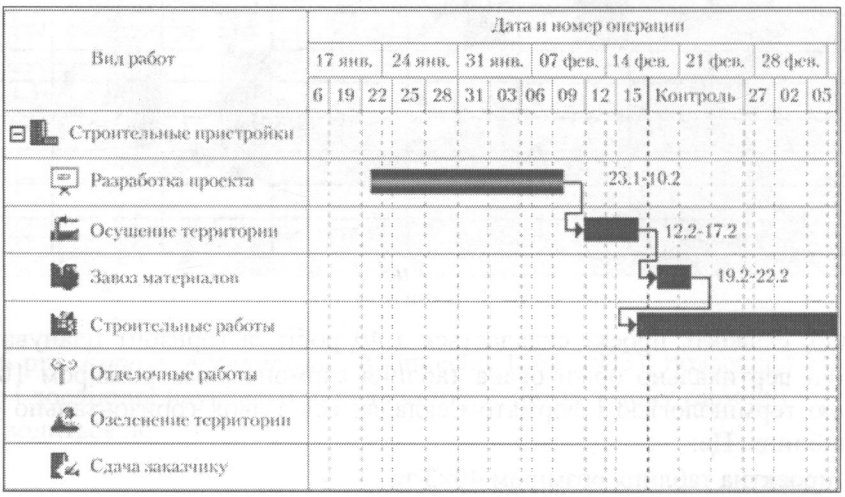


Рис. 5

[4] Через відсутності відомостей про гармонограми Адамецького.

1956 рік, математик-програміст компанії Remington Rand Univac *Джеймс Келлі* (Kelley) та менеджер компанії Du Pont *Морган Вокер* (Walker) запропонували принцип побудови ***мережевої*** моделі проекту за математичним методом CPM (Critical Path Method, метод критичного шляху), орієнтований на застосування щойно створених ЕОМ.

Після успішних випробувань при реалізації досить складних проектів метод було опубліковано в [2], що стало принципово важливою подією, фактично, заснуванням сучасного проектного менеджменту[5]. Фундаментальність цього винаходу полягає в застосуванні аналітичного апарату математичного програмування й обчислювальної техніки для розроблення календарного плану проекту, в можливості його коригування й модифікації на етапі управління проектом під час його реалізації на конкретному об'єкті з урахуванням часових, вартісних та ресурсних параметрів. Принципова властивість методу CPM – представлення графічної моделі проекту в вигляді мережі зі зв'язаних між собою робіт проекту згідно з логічним порядком передування – мережевого (сіткового) графіка (activity network diagram (рис. 6).

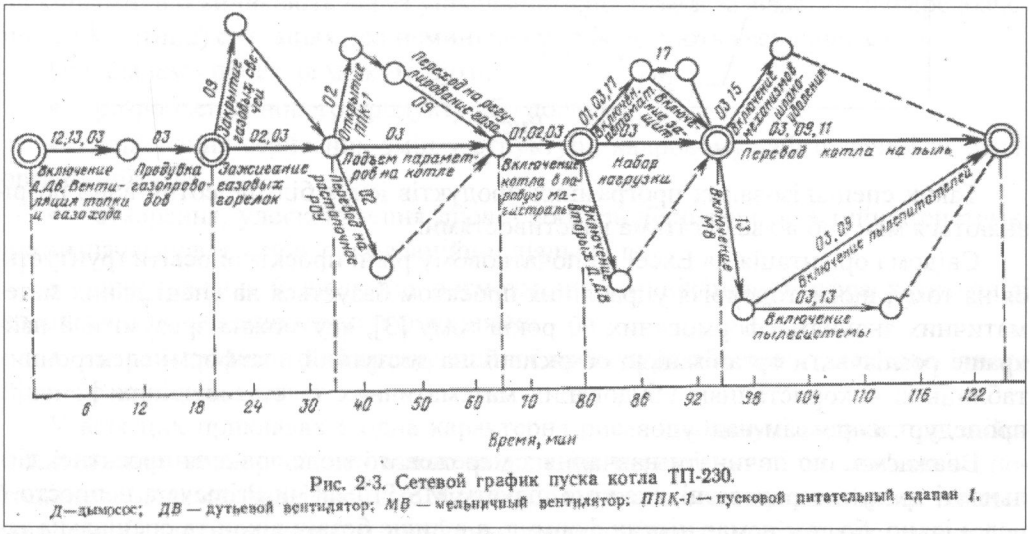


Рис. 2-3. Сетевой график пуска котла ТП-230.

Д—дымосос; ДВ — дутьевой вентилятор; МВ — мельничный вентилятор; ППК-1 — пусковой питательный клапан 1.

Рис. 6

1957 рік, опубліковані перші відомості про процедуру *PERT* (Program Evaluation and Review Technique), де принципи і метод CPM застосовано для планування й управління проектами в умовах ризику, що супроводжують унікальну розробку, яка здійснюється вперше, без наявності будь-якого попереднього досвіду, тож кінцевий результат отримують у ймовірнісній формі [4].

Методології CPM та PERT представляють проектну мережу у форматі «робота-дуга» (AOA, Activity-On-Arc), тобто, в мережі роботи це дуги, а вузли – події. Цей формат має недоліки, що спонукало пошук альтернативних форматів.

[5] Публікація увійшла до фондів світової комп'ютерної історії.

1961 рік, професор будівельного факультету Стенфордського університету *Джон Фондел* (Fondahl) у статті «A Non-computer Approach to Critical Path Methods for the Construction Industry» (Підхід до методів критичного шляху в будівництві без застосування комп'ютера) [5] запропонував метод PDM (Precedence Diagramming Method) й формат «робота-вузол» (AON, Activity-On-Node) побудови проектної мережі, що дало змогу зняти всі недоліки формату AOA без зміни математичного апарату CPM/PERT.

Майже зразу формат AON став де-факто стандартом, що використовується в переважній більшості програмних продуктів з управління проектами (рис. 7).

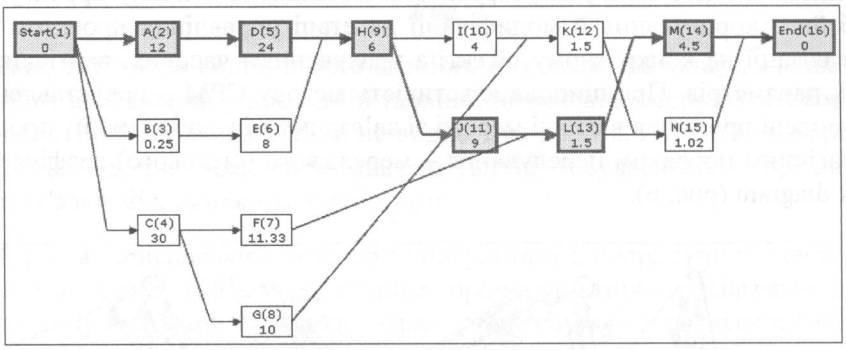


Рис. 7

Таких спеціалізованих програмних продуктів існує більше сотні, вони розрізняються між собою за багатьма властивостями.

Свідома орієнтація на Excel на початковому рівні проектної освіти ґрунтується на тому, що методологія управління проектом базується на спеціальних математичних знаннях, сформованих 60 років тому [3], яку можна зрозуміти й найкраще реалізувати організацією обчислень на доступній платформі електронних таблиць із використанням вбудованих математичних та статистичних функцій, процедур та програм-надбудов.

Вважаємо, що починати навчання з мережевого моделювання проектної діяльності зразу в середовищі, скажімо, пакету MS Project чи Primavera непросто й недоцільно, бо там немає ніяких формул, а є лише безліч вікон та спеціальна термінологія, призначення й функції чого треба добре розуміти. Зрозуміло, що альтернативою Excel та його надбудовам є інші електронні таблиці із аналогічними надбудовами, зокрема з відкритим кодом і без обмежень на розмір задачі; певними з них ми скористаємося далі.

Проект і форми його представлення

Проект – унікальний та впорядкований комплекс взаємопов'язаних робіт (операцій, завдань, видів діяльності або якихось інших дій, activities); виконання такого комплексу зорієнтоване на досягнення заданого результату в будь-якій сфері. Типові сфери складно організованої проектної діяльності – будівництво,

машинобудування й комунікації. Саме ці галузі стимулювали виникнення та інтенсивний розвиток сучасної технології управління проектами (проектного менеджменту – ПМ).

За [30, 42] проект – тимчасова організаційна структура (temporary endeavor), спрямована на створення унікальних продуктів, послуг або певних результатів. Тут «тимчасова» означає, що для реалізації проекту визначені важливі часові планові вимоги: дати початку та завершення як усього проекту, так і його найвіжливіших складових (контрольних подій, заданих у вигляді часових віх), зважені й науково обґрунтовані норми. Тому основним завданням є розроблення календарного плану (розкладу) проекту, тісно пов'язаного з реальними ресурсними і вартісними обмеженнями, за яким здійснюється управління відповідним процесом.

Чіткий розклад та строга дисципліна щодо безумовного його виконання – головна передумова реальності здійснення запланованого проекту[6].

Принципова відмінність проектів від інших видів виробничої й невиробничої організаційної діяльності, здійснюваних у практично незмінних (штатних) умовах, полягає в необхідності оперативно приймати зважені рішення для управління змінами, що виникають через унікальність проекту в заздалегідь непередбачених (нештатних) ситуаціях, які неминуче супроводжують весь процес.

Прикладами проектів можуть бути:

- розроблення нового продукту або послуги;
- здійснення серйозних змін у структурі, кадровому забезпеченні та стилі організації;
- створення, удосконалення діючої або придбання інформаційної системи, що визначає новий стиль організаційної діяльності;
- спорудження будівлі, підприємства чи комунікаційної інфраструктури зі специфічними властивостями і функціями;
- впровадження нової організаційної процедури або нового технологічного процесу на підприємстві.

У всіх цих прикладах є одна характерна риса – неминучі ризики при здійсненні запланованих робіт, які важко заздалегідь передбачити і що пов'язано з погодними умовами, кваліфікацією виконавців, техніко-експлуатаційними властивостями обладнання, впливом зовнішнього економічного, політичного, географічного та іншого оточення. Оцінити їх покликана сучасна технологія ризик-аналізу, отриманий за нею прогноз спирається на поглиблений статистичний аналіз отриманих при імітації даних.

Програма – ряд ідеологічно (законодавчо) пов'язаних проектів, управління якими координується із центру для досягнення переваг і ступеня керованості, недоступних при управлінні ними окремо. У межах програми вибудовується ієрархія проектів і засобів управління ними.

---

[6] У недавній вітчизняній практиці за часів СРСР своєчасне виконання багатьох проектів і навіть державних програм за попередньо визначеним бюджетом було зірвано саме через порушення виконавської дисципліни – результату сумнівних ініціатив типу «прийняття зустрічного плану» чи «побиття виробничих рекордів» та закликів: «виконати п'ятирічний план за чотири роки», «виконати й перевиконати», «перемогти в соціалістичному змаганні» тощо.

Портфель – набір окремих проектів, програм та інших робіт, організаційно (на рівні корпорації чи відомства) об'єднаних з метою ефективного управління комплексами робіт для досягнення стратегічних цілей з використанням наявної ресурсної бази.

Проекти, програми чи портфелі свідомо, хоча й не обов'язково, є взаємозалежними або безпосередньо пов'язаними між собою, наприклад, на рівні бюджету. Раніше в СРСР на слуху були унікальні «будівництва століття», організація, планування та реалізація яких зачіпала мало не всі галузі народного господарства.

Ієрархія елементів проектів: комплексний вид проектної діяльності розпадається на специфічні завдання, завдання – на порівняно однорідні й узагальнені операції (предмет операційного менеджменту), операції – на роботи; тож зміст прийняття організаційних рішень щодо складової портфеля, програми чи окремого проекту визначається відповідним рівнем ієрархії. Далі для моделювання проекту ми використовуємо універсальне і загальноприйняте поняття елементу нижнього рівня ієрархії – «робота».

Виходячи з приблизно 100-річної історії структур даних та інструментальних систем з управління проектами, розрізняють три основні форми подання проекту:

- таблична (проектна таблиця);
- графічна для наочного зображення проекту (лінійний графік, діаграма Ґантта);
- графічна + математична, побудована на теорії графів і мереж (мережевий графік, мережева модель проекту, проектна мережа);

Це, по суті, вмістом й композицією наочних та обчислювальних моделей проекту, інструментальною основою сучасної технології проектного менеджменту.

Реалізація цих форм забезпечується в найпростіших випадках вручну, найчастіше й у наші дні, зводиться до побудови комп'ютерних моделей для автоматизації графічних побудов і здійснення необхідних розрахунків.

Проектна таблиця (список робіт та їх параметрів, activity list) містить відомості про кожну роботу проекту, як мінімум, це: позначення (код), коротка назва, набір робіт, що передують заданій, її тривалість; ці відомості визначають вихідні дані, які використовуються при формуванні відповідних моделей.

Її розширена форма містить відомості про ресурси та інтенсивність їх споживання, необхідні для виконання робіт (це кадри, матеріали, інструменти, пристрої, транспорт тощо), окремо – про фінансові ресурси, зокрема прямі витрати, безпосередньо пов'язані з тривалістю виконання окремої роботи, й непрямі витрати, пов'язані з тривалістю виконання всього проекту. Адже складнощі, що виникають при управлінні проектами, визначаються, окрім часових, саме ресурсними і вартісними обмеженнями, оскільки попит на ресурси і фінанси нерівномірний в часі.

Діаграма Ґантта (Gantt Chart) – досить давнє й традиційне наочне представлення інформації про роботи, що відноситься до розкладу робіт. У такій діаграмі перелік запланованих робіт розташовується списком по вертикалі, поточні часові

періоди розміщені по горизонталі (зверху чи знизу), а самі роботи, згідно з їх тривалістю подані горизонтальними стрічками, кінці яких прив'язані до кінцевих періодів – старту й фінішу. Використовується без серйозних обчислювальних засобів, незалежно й будь-де, навіть у побуті. На рис. 8 – розклад приготування різдвяного обіду з традиційною в США індичкою (turkey);

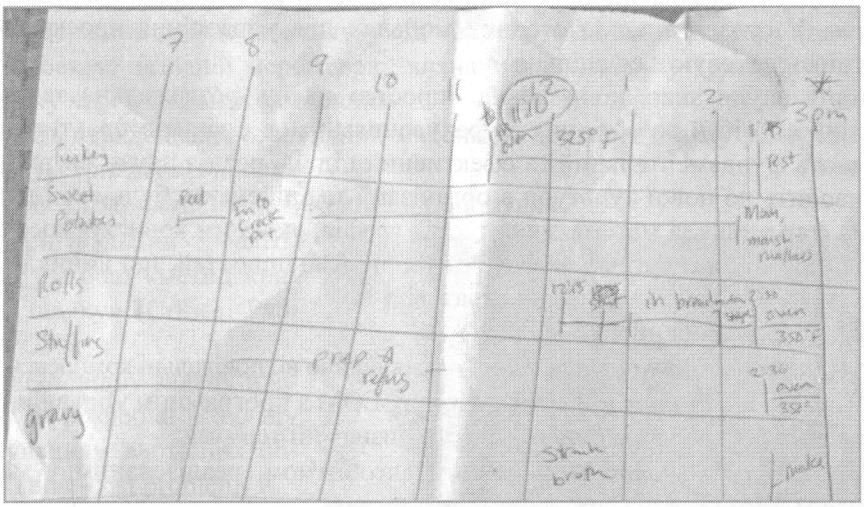


Рис. 8

Тепер застосовують комп'ютеризовану модифікацію діаграми Ґантта, де необхідні розрахунки й візуалізація виконані засобами відповідного програмного продукту.

Мережевий графік – скорочена назва моделі проекту у вигляді мережевої діаграми розкладу проекту (Project Schedule Network Diagram) – схематичного відображення запланованих робіт проекту та логічних зв'язків між ними, яке зазвичай будується зліва направо для відображення хронології робіт проекту.

Ключовим словом у цих назвах є поняття «мережа» (network) або направлений зважений граф, що складається з вузлів та дуг. Мережевий графік формується за заданою проектною таблицею, складеною технологами.

Існує два різновиди мережевих графіків, де робота представлена дугою (Activity-On-Arc, AOA) або вузлом (Activity-On-Node, AON); після їх формалізації маємо, відповідно, дугову чи вузлову моделі проекту.

Для дугової моделі проекту креслення мережевого графіка обов'язкове з-за можливі розбіжності на етапі перетворення «проектна таблиця → мережева модель». Для великих проектів зробити це проблематично, зате це бажана фаза комп'ютерного моделювання проектної діяльності завдяки їх наочності на етапі планування та колективного обговорення проекту.

Для вузлової моделі проекту креслення мережевого графіка не обов'язкове через однозначність етапу перетворення «проектна таблиця → мережева модель».

Мережева модель проекту є формалізацією мережевих графіків. Вона ґрунтується на математичній теорії графів і мереж та на здійсненні відповідних роз-

рахунків, зокрема на обчисленні довжин шляхів між вузлами. Це суть сучасної теорії й практики математичного й комп'ютерного моделювання пов'язаних структур типу проектних мереж та їх композицій. Обчислювальний апарат мережевого моделювання проектів застосовує оптимізаційні моделі і методи математичного програмування (лінійного, нелінійного, параметричного, еволюційного, стохастичного) та розвинуту техніку імітаційного моделювання методами Монте-Карло. У сучасних комп'ютерних моделях для управління проектами всі ці форми використовуються спільно.

Історія науки знає, коли певна «проста» навіть розважальна задача та/чи знайдений спосіб її розв'язання з урахуванням умов і запитів практики з часом визначають фундаментальний та ефективний підхід, розділ науки чи технологію, що приводить до нової культури в організації та здійсненні будь-якої діяльності. Зокрема, так виникла математична теорія графів, якою ми користуємось (її старт – задача про Кенігсбергські мости) чи теорія ймовірностей, що виникла для дослідження та аналізу картярських стратегій.

Щодо управління проектами:

- *запити практики* – це складні й надзвичайно відповідальні комплекси робіт;
- *умови, що склалися,* – поява перших ЕОМ з програмним управлінням; такі комплекси робіт треба виконати у строго визначені терміни;
- *спосіб розв'язання* – за певним алгоритмом, реалізованим у машинній програмі;
- *математична задача* – знайти найдовший шлях у направленому зваженому графі (мережі);
- *підхід* та *технологія*, що визначилися, – мережеве планування та управління (МПУ) у складі проектного менеджменту (ПМ).

Методи CPM та PERT

Новітня історія проектного менеджменту [24] характеризується залученням у практику ПМ комп'ютерів та комп'ютерної математики, що є наслідком сучасної комп'ютерної революції та, зокрема, винаходу лінійного програмування (ЛП) як потужного засобу машинної технології оптимізаційного моделювання, на межі 1940 і 1950-х років.

Отже, до історії: у середині 1950-х років 27-річний Джеймс Келлі (1929–1980), математик і програміст компанії Remington Rand[7], що налагодила випуск першої серійної ЕОМ UNIVAC[8], та Морган Уокер, менеджер промислової компанії Du Pont, якій вдалося мати таку ЕОМ (сер. № 12, 1954 р.)[9] у пошуку нових і яскравих задач для їх ефективного, й саме та той час екзотичного – машинного[10]

---

[7] Ця всесвітньо відома компанія протягом 100 років виготовляла зброю та друкарські машини й, маючи розвинуту промислову базу, першою розпочала серійне виробництво ЕОМ.

[8] UNIVAC (UNIVersal Automatic Computer), успішна модель лампової ЕОМ, випускалася в 1951–1956 рр. Маса її становила 13 т, площа 35 м^2, швидкодія 2000 оп./с., ціна $1,5 млн, серія з 46 екз., що на той час вважалася великою, деякі її екземпляри залишалися в експлуатації аж до 1970 р.

[9] Винятковий випадок, бо тоді майже всі ЕОМ обслуговували ВПК (військово-промисловий комплекс).

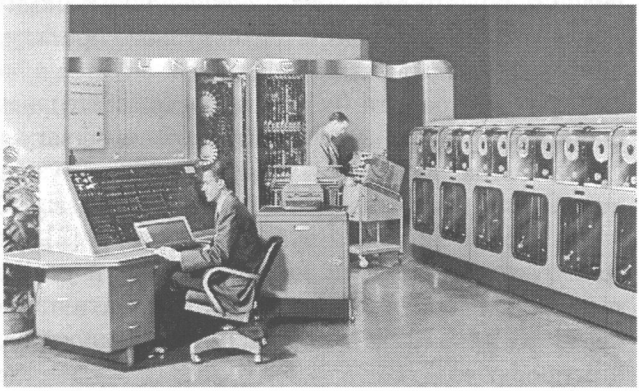
[10] Для послаблення недовіри й скепсису щодо цієї «диво-техніки», до того ж засекреченої, яку, загалом, ніхто не міг навіть побачити, не кажучи про вивчення чи використання. Інша причина – витрачені кошти на

розв'язання, придумали «дивну» математичну задачу про пошук найдовшого шляху (НДШ) в мережі [1], виходячи зі схожої й «правильної» для кожного задачі про пошук найкоротшого шляху (НКШ), скажімо, в транспортній мережі між парою пунктів.

Ці хлопці висунули ідею й поставили відповідне завдання оптимізації: якщо роботи задати дугами мережі, а тривалість робіт – довжинами цих дуг, тоді *максимальна* довжина знайденого шляху від початку до кінця мережі в математичній моделі проекту, названій мережевою, визначить *мінімальну* тривалість проекту, що в першу чергу цікавить замовника.

Звучить парадоксально: шуканий максимум довжини шляху у мережі визначає мінімум тривалості проекту.

Для розв'язання цієї задачі Келлі запропонував:



- оригінальний алгоритм під назвою «метод критичного шляху» (Critical Path Method, CPM)
- відповідну задачу планування та розробки розкладу із врахуванням вартісних обмежень (time-cost problem) й
- технологію розробки плану та розкладу проекту за цим методом (Critical Path Planning and Scheduling[11]), яка складається з двох послідовних етапів:
  - ***планування*** (Planning) – ініціація за проектною таблицею, організаційне та загальне планування, де визначаються роботи у складі проекту та формується їх логічна взаємодія згідно з виробничою технологією, результат – мережевий графік на основі заданої проектної таблиці;
  - ***розрахунок розкладу*** (часового чи календарного плану, Scheduling) із врахуванням забезпечення необхідними ресурсами, у першу чергу часом і коштами[12].

Результат – абстрактна модель реального організаційного процесу (виробничого чи із надання послуг) у вигляді зваженої й обґрунтованої планової документації, чітке й строге дотримання директив якої гарантує здійснення відповідного проекту в умовах визначеності: завершення у визначений термін із визначеним бюджетом за визначеними нормами витрат будь-чого й зовнішніми «ідеальними» умовами (погода, місцеві властивості, кадровий склад, стан комунікацій, відносини між постачальниками й споживачами, політична обстановка тощо).

придбання ЕОМ та утримання штату (десятки фахівців) треба «відбити» коштовними замовлення на надання обчислювальних послуг.

[11] Ця технологія в СРСР називалася мережевим плануванням та управлінням (МПУ, рос. – СПУ).

[12] Усе наше життя – це розклади: у дитячому садку, навчальному закладі, на роботі, в користуванні транспортними засобами, при здійсненні будь-яких запланованих подій.

Основна мета мережевої моделі проекту – ***управління реальним процесом*** за складеним і ретельно розрахованим розкладом, це:

- порівняльний контроль часових, вартісних і ресурсних планових та фактичних показників;
- відстеження непередбачених відхилень від розкладу та їх коригування шляхом зміни початкових даних, та за необхідністю;
- модифікація математичної моделі для врахування серйозних змін аж до переходу до попереднього етапу планування.

Тобто управління проектом у реальних умовах, які можуть суттєво відрізнятися від лабораторних умов проектного офісу, зводиться до повторення етапів планування й розроблення розкладу наживо.

Знайдений розрахунками найдовший шлях у проектній мережі назвали *критичним*, бо затримка хоча б *однієї* з робіт, що належать НДШ, які названих критичними[13], призведе до затримки *усього* проекту, наслідки чого можуть бути аварійними чи навіть катастрофічними.

Критичні роботи (їх порівняно небагато) – надзвичайно корисна вказівка керівництву проекту зосередити особливу увагу на своєчасність виконання саме певних з них[14] (вони, кажуть, утворюють «вузьке місце»), адже всі інші роботи – некритичні, бо мають часовий резерв (float, slack).

У першій відкритій публікації авторів [2], що з'явилася після тривалого програмування, тестування на різних ЕОМ й успішного впровадження методу критичного шляху[15], у вигляді опису математичних основ технології МПУ, зазначено, що СРМ – ефективний засіб для планування, розкладу та координації складних проектів.

Його фундаментальна основа – ***математична*** модель проекту, що формується на даних для кожної роботи щодо порядку їх передування, тривалостях й витратах ресурсів, фінансових, насамперед. Серед можливих підходів до розв'язання поставленої оптимізаційної задачі було запропоновано модель щойно винайденого ЛП, яка за двоїстим симплекс-методом ефективно використовується для розв'язання задач транспортного типу[16].

Аналіз отриманих на моделі рішень дає змогу керівництву проектом обґрунтовано реагувати на виклики, що стосуються відхилень від раціонального використання трудових ресурсів, щодо врахування бюджетних і проектних обмежень, змін у практиці закупівель, наслідків затримок й труднощів у комунікаціях тощо уведенням модифікованих обмежень на шукані невідомі й здійснення на ЕОМ повторних розрахунків для прийняття оптимальних організаційних рішень.

Цей теоретичний та практичний результат – метод СРМ та технологія МПУ – став своєрідною революцією у сфері традиційного ПМ, де з інструментів були лише модернізовані діаграми Ґантта. Дозволивши своєчасно здійснити унікальні проекти типу космічних програм, він спрацював як стартер, надавши потужний

---

[13] Є ще підкритичні роботи з малим резервом часу; це кандидати стати критичними за певних змін.

[14] Згадаємо, що діаграма Ґантта потребує однакової уваги до всіх робіт проекту.

[15] Розміри розв'язаних задач (робіт/подій) на тодішніх лампових ЕОМ вражають: 393/239, 1023/512, 3000/1000.

[16] *Dantzig G.* Application of simplex method to transportation problem, Wiley, 1951.

поштовх до розроблення аналогічних методів та вдосконалених способів формування математичних моделей для управління складними й великими проектами. Зокрема, мережевий принцип був реалізований у конкурентному методі PERT.

Спільним для цих двох методів, CPM та PERT, технологій і досить складних та надзвичайно відповідальних розробок є представлення проекту у вигляді мережевої моделі (орієнтованого зваженого графа), що, стимулювало розроблення ефективних обчислювальних алгоритмів та оригінальних технічних засобів[17].

Відмінності між методами CPM та PERT:

- *типовий* проект передбачає наявність накопиченого досвіду й відповідних вимірів, тож метод CPM для кожної роботи проекту передбачає задавати її тривалість однозначно у вигляді конкретного числа (це – *детермінована* модель проекту, який здійснюється в умовах визначеності);
- *унікальний* проект здійснюється вперше, тож метод PERT для кожної роботи передбачає задавати її тривалість у вигляді (псевдо)випадкового числа із заданим законом розподілу ймовірності (це – *ймовірнісна* модель проекту, який здійснюється в умовах невизначеності й ризику).

З часом обидва методи завдяки головному спільному принципу – мережевому підходу до побудови моделі проекту – використовуються в комбінації CPM/PERT для календарного планування та управління проектною діяльністю в будь-яких умовах.

Ключові принципи методів CPM/PERT для моделювання проектної діяльності:

а) *планування* – проект складається з окремих робіт, кожна з яких характеризується тривалістю (у певних часових одиницях, єдиних для всього проекту, скажімо, в годинах, днях чи тижнях);

б) *організація проекту* – кожна робота має здійснюватися в чітко визначеному порядку й логічній послідовності щодо інших робіт (це називається *відносини передування робіт*).

Класичне передування – Фініш→Старт: фініш попередніх робіт дозволяє старт наступних.

Мережева модель проекту

Розроблення мережевої моделі проекту розпочинається з повного чи скороченого опису проекту завданням ***проектної таблиці*** як мінімум із трьох стовпців, де для кожної роботи вказують її позначення (код), відносини передування та тривалість (рис. 9).

Робота	Попередні	Тривалість
A		5
B		9
C	A, B	4
D	C	3
E	C	8

Рис. 9

Додатково ще вказують назву роботи, вартісні та ресурсні вимоги щодо її здійснення.

[17] В умовах вкрай обмежених машинних ресурсів тодішніх ЕОМ розроблялися компактні спеціалізовані обчислювачі аналогового типу, де моделлю проекту були унікальні електричні та електронні пристрої [9, 12, 15]. Один з таких демонструє Дж. Моклі (див. далі). У наші часи це може бути мікроелектронний модуль, вбудований у певне обладнання, який відслідковує й коригує хід реального процесу.

Проект складається з більшості «звичайних» робіт, які мають роботи-попередників та роботи-наступників, тобто, як кажуть, роботи з входами й виходами.

З наведеної проектної таблиці видно, що поточна робота С має:

- входи: дві роботи-попередників (А, В), лише після виконання яких вона стартує;
- виходи: дві роботи-наступників (D, E), які стартують після її завершення.

Окрім «звичайних», існує ще дві групи робіт. У таблиці це:

- початкові (*A*, *B*), зі старту яких розпочинається проект; вони не мають попередників, й
- кінцеві (*D*, *E*), фінішем яких проект завершується; вони не мають наступників.

На ***дуговій*** схемі проектної мережі роботи зображують стрілками, що вказують порядок слідування робіт; їх імена – у стовпці Робота проектної таблиці. Вузлами позначають штучні об'єкти – події. Початком мережі є подія ***s*** (start), а її кінцем – подія ***t*** (terminal); імена інших вузлів довільні (рис. 10).

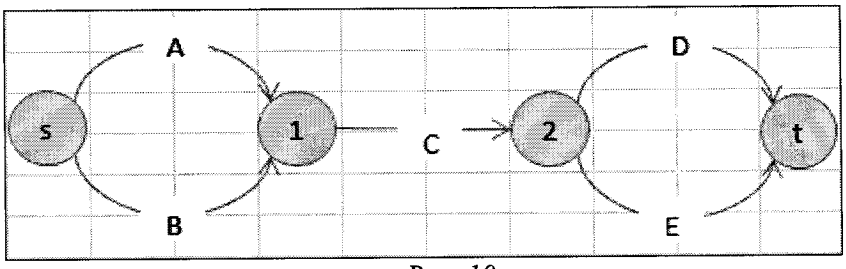


Рис. 10

Вузли-події мають точки входів, куди стрілки входять, і точки виходів, звідки стрілки виходять, визначаючи таким способом зв'язки між роботами зі стовпця Попередні таблиці.

Події не мають тривалості, зате мають часову оцінку – момент звершення (настання), зазвичай $t(\boldsymbol{s}) = 0$; для всіх інших подій розраховуються із використанням функції max.

<u>Приклад</u>.

Прямий хід.

Оцінка $t(\boldsymbol{s}) = 0$.

Оцінка $t(\mathbf{1}) = \max[t(\boldsymbol{s}) + t(A); t(\boldsymbol{s}) + t(B)] = \max(0 + 5; 0 + 9) = 9$. Це означає, що старт($C$) = 9, й $t(\mathbf{2}) = \max[t(\mathbf{1}) + t(C)] = 9 + 4 = 13$.

Оцінка $t(\boldsymbol{t}) = \max[t(\mathbf{2}) + t(D); t(\mathbf{2}) + t(E)] = \max(13 + 3; 13 + 8) = 21$, проект триває 21 день.

Рухаючись назад, відзначаємо, що $\max(\boldsymbol{t}) = 21$ визначила робота E (**8**), $\max(\mathbf{2}) = 13$ визначила робота C (4), а $\max(\mathbf{1}) = 9$ – робота B (9), тож критичний шлях максимальної довжини у 21 день (9 + 4 + 8) утворюють роботи B, C та E.

Конфігурація КШ: $s \to B \to 1 \to C \to 2 \to E \to t$, роботи B, C та E – критичні.

Роботи A та D – некритичні, бо мають резерв часу:

$r(A) = [t(\mathbf{1}) - t(\boldsymbol{s})] - t(A) = 9 - 0 - 5 = 4$;

$r(D) = [t(\boldsymbol{t}) - t(\mathbf{2})] - t(D) = 21 - 13 - 3 = 5.$

На ***вузловій*** схемі проекту роботи позначені вузлами, які мають тривалість, а зв'язки між ними – дуги у вигляді стрілок (без тривалостей), імена вузлів – вміст стовпця Робота, а дуги – вміст стовпця Попередні проектної таблиці, ідеальне й рекомендоване зображення, $t(\boldsymbol{s}) = t(\boldsymbol{t}) = 0$[18] (рис. 11).

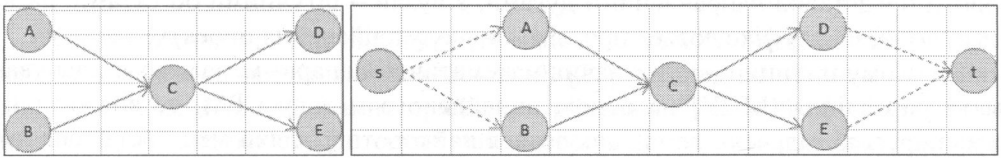


Рис. 11

З таблиці й цієї схеми мережі видно, що після старту проект розпочинають дві роботи – *A* та *B*, триваючи, відповідно 5 та 9 днів.

Робота *C* розпочнеться після завершення обох своїх попередників, тобто, не раніше, ніж через max (5, 9) = 9 днів, її здійснення триватиме 4 дні.

Зрозуміло також, що роботи *D* та *E* розпочнуться одночасно й не раніше, ніж через 9 + 4 = 13 днів після завершення роботи *C*.

Робота *D* триває 3 дні і буде завершена через 13 + 3 = 16 днів, а робота *E* – через 13 + 8 = 21 день; відповідно увесь проект буде завершено ***не раніше***, ніж через max (16, 21) = 21 день.

З цих поки що простих розрахунків випливає провідна ідея «критичного» шляху, який простягається від початку до завершення проекту, адже навіть серед цих 5 робіт є роботи з різним рівнем відповідальності й уваги до них:

- «критичні» (*B*, *C*, *E*) із насиченим режимом виконання, які й визначили мінімальну тривалість проекту – довжину КШ величиною у 9 + 4 + 8 = 21 день ($T_{кр} = 21$);
- «некритичні» (*A*, *D*), кожна з яких після свого завершення очікує завершення певної критичної роботи, тобто має запас або резерв часу («р» на рисунку): робота *A* має резерв 9 – 5 = 4 дні, а робота *D* 8 – 3 = 5 днів.

Взаємозв'язок між усіма роботами, визначений в проектній таблиці, наочно представляють у вигляді мережі та/чи діаграми Ґантта (рис. 12).

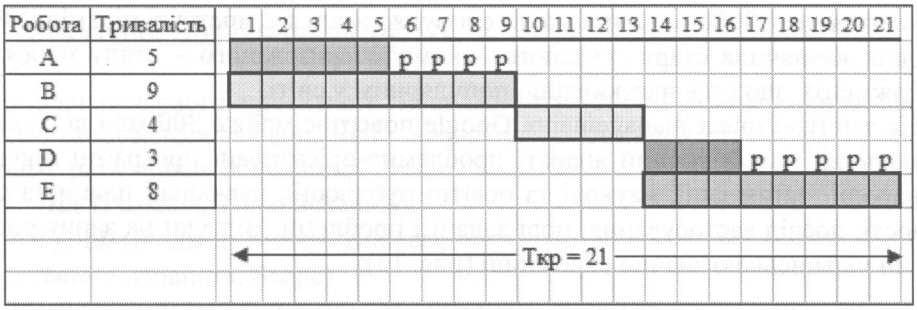


Рис. 12

[18] Але можуть бути й ненульовими, якщо потребують часу на певні організаційні операції (проміжні звіти).

Орієнтуючись на відомі на момент винаходу СРМ оптимізаційні моделі задач транспортного типу (в США – «задача Хічкока»)[19], зокрема на мережеву модель транспортної задачі з відповідними обмеженнями на шукані невідомі шляхових потоків[20], Келлі скористався транспортними моделями й винайшов оригінальний спосіб представити проект у вигляді мережевої моделі «робота-дуга», де задані роботи представив направленими дугами, а вузли – штучними об'єктами, названими *подіями*, що фіксуються протягом періоду здійснення проекту.

На цьому принципі він визначив математичний апарат мережевого планування та управління (МПУ) на основі винайденого методу СРМ, де аналогічно з транспортною задачею, де відшукуються найкоротші шляхи між постачальниками та споживачами, поставлена й успішно розв'язана оптимізаційна задача про пошук найдовшого шляху (названий критичним, КШ) від початкових до кінцевих робіт проектної мережі з додаванням вузлів-подій та врахуванням відповідних потокових обмежень у вузлах-подіях (сумарний вхідний потік = сумарному вихідному потоку).

Побудова та реалізація дугової мережевої моделі проекту за Келлі супроводжується вимогою дотримання таких правил:

1. Кожна робота представлена дугою (зображується у вигляді стрілки).
2. Кожна дуга інцидентна парі вузлів, початковому (Старт) і кінцевому (Фініш). Звідси вимога – не повинно бути двох чи більше «паралельних» дуг з однаковими початковим і кінцевим вузлами-подіями.
3. Проект має один початковий вузол-джерело та один завершальний вузол-стік, між якими відшукується КШ у вигляді ланцюга суміжних дуг та вузлів.
4. Подія вважається досягнутою, якщо завершені всі роботи, що ***входять*** у відповідний вузол.
5. Робота може бути розпочата, якщо досягнута подія, з якої ***виходить*** її дуга.

Це властивості дугової моделі проекту. В процесі практичного її застосування виявилися певні її недоліки, спричинені цими правилами, що стало стимулом пошуку інших правил побудови мережевого графіка зі збереженням методики часових розрахунків.

Таким чином, новітня технологія МПУ визначила часову межу – «до 1956 р.» й «після 1956 р.» – у світовій історії управління проектами (початком відліку вважається десь 3000 р. до н.е., коли споруджувалися єгипетські піраміди) й, відповідно, визначила старт сучасного – комп'ютеризованого – етапу проектного менеджменту, що став надзвичайно популярним у світі.

На запит «Project management» Google повертає майже 300 млн відгуків, це: спеціальний математичний апарат, проблемно-орієнтовані програмні продукти, міжнародні організації, наукові та освітні публікації, навчальні плани та спеціальності, досвід застосування, нові задачі і проблеми. Відгуки на запит російською чи українською значно скромніші (рис. 13).

---

[19] *Dantzig G.* Application of the Simplex Method to a Transportation Problem. Activity Analysis of Production and Allocation, Wiley, NY, 1951.

[20] *Ford L., Fulkerson D.* A Primal-Dual Algorithm for the Capacitated Hitchcock Problem/ Naval Res. Logist. Quarterly, 1957.

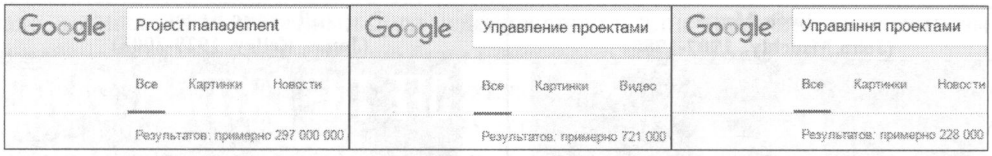


Рис. 13

Сучасна технологія управління проектами забезпечила універсальний – *проектно-орієнтований* (чи *проектно-керований*) [25] – підхід до організації, планування, управління та здійснення прийнятих рішень у будь-якій сфері діяльності людей, від виконання студентських лабораторних робіт до організації великих спортивних змагань, виставок, концертних турів, створення унікальних і коштовних інженерно-технічних об'єктів, споруд і систем. Масове використання проектно-орієнтованого підходу до організації будь-якої справи потрубує відповідного інструментарію, і він є, різного призначення й сфер використання.

Метод критичного шляху (CPM) – яскрава сторінка двох технологічних історій світового рівня, де поява однієї з них викликала іншу: комп'ютерної та проектного менеджменту, що привело до формування нових галузей знань, які активно розвиваються в наші дні. Так, у проектному менеджменті визначилися галузі знань з управління тривалістю й фінансами проекту. Подальше успішне й масове впровадження відповідних моделей, методів, алгоритмів і програмних засобів зумовило формування галузей знань з управління інтеграцією, змістом, якістю, ризиками, персоналом, комунікаціями, поставками і контрактами в проекті.

Винахід перших комп'ютерів (ламповиx ЕОМ) у післявоєнний період визначив пропозиції принципово нових і потужних обчислювальних ресурсів, а складність нових проектів того самого періоду визначила попит на ці потужності. І сталося так, що успішне задоволення цих пропозицій зобов'язане одній людині – математику Дж. Келлі, якому пощастило 20 років працювати разом з видатним організатором, науковцем і інженером Дж. Моклі, який, керуючи унікальними проектами зі створення першої у світі ЕОМ ENIAC та кількох інших, оцінив перспективність технології МПУ й активно її пропагував. Саме їм разом вдалося здійснити грандіозне відкриття – CPM, наслідки якого вони навряд чи тоді уявляли (див. рис. 14).

Структурна модель проекту

На зорі сучасного проектного менеджменту (1960-і роки), коли більшість проектів стосувалася завдань ВПК, визначилася класична структура проекту у вигляді «трикутника» обмежень:

- ***Час*** (Розклад, Time, Schedule);
- ***Гроші*** (Бюджет, Money, Budget);
- ***Зміст*** (Повнота, Scope).

Збалансованим цей трикутник залишається, поки «вага» жодної з його сторін не змінюється, бо зміна будь-якої з них моментально змінює інші сторони в протилежному напрямку.

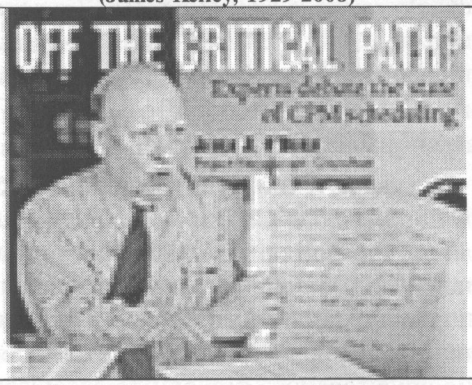
Джон Моклі (John Mauchly, 1907-1980)	**Джеймс Келлі (James Kelley, 1929-2008)**
 Дж. Моклі демонструє електричну модель мережевого графіка, 1962 р. Тривалості робіт задані змінними опорами, на критичних роботах загоряються лампочки	
1946 р. Побудова першої у світі ЕОМ ENIAC (разом із Дж. Еккертом). Співавтор ідеології побудови універсальних ЕОМ, відомої як «фон-Нейманівська» (кер. проекту Дж. фон Нейман). Піонер комп'ютерної історії. ***1948-1969*** *рр. Засновник і керівник першої в світі компанії ЕМСС з випуску серійних ЕОМ (Eckert-Mauchly Computer Corp).* *Розробка та серійний випуск першої комерційної універсальної ЕОМ UNIVAC I.* *Керівник підрозділу UNIVAC компанії Remington Rand. Комплексна розробка ЕОМ та систем математичного й програмного забезпечення (МПЗ). Президент компанії Mauchly Associates, ініціатор розробки й супроводження спеціального МПЗ, навчання та масового впровадження методу CPM.* З **1969** р. – керівництво комп'ютерними компаніями.	*Магістр математики. Знайомство з ЕОМ. Нетривала робота в Пентагоні у відділі логістики та комунікацій. Освоєння ЛП. Після проходження курсів з машинного програмування в ЕМСС отримав пропозицію на постійну роботу в ній. Керівник підрозділів МПЗ ЕОМ. Розробка та впровадження перших пакетів прикладних програм, зокрема, для моделей ЛП.* *Винахід методу CPM і розробка математичних основ МПУ проектами із застосуванням симплекс-методу ЛП. Віцепрезидент Mauchly Associates.* Керівник компаній CPM Engineering, Kelley-Schwartz Inc. Автор підручників для IBM PC. Історичні дослідження.

Рис. 14

Тоді основним обмеженням виступала сторона *Час* у вигляді суворо визначеного (нерідко прийнятого на вищому урядовому рівні) директивного терміну виконання проекту, в який слід було вкластися будь-якою ціною[21].

У разі необхідності скорочення цього терміну неминуче виникала перевитрата виділеного бюджету, адже зменшення сторони трикутника *Час* автоматично збільшувало сторону *Гроші* навіть при незмінному *Змісті*. Тоді проектів було порівняно

[21] характерні приклади: розробка атомної та іншої зброї, ракетна техніка, космічна програма, інформаційні комунікації, нові види транспорту, мікроелектроніка

мало, техніка управління ними була недосконалою й динаміка обліку внесених змін вимушено була невисокою, так що були можливості врахувати ці зміни.

Технологія МПУ поступово й неухильно набирає обертів, набуваючи світового рівня. Створюються Міжнародна асоціація управління проектами (IPMA, 1965 р.) та міжнародний Інститут управління проектами (PMI, Project Management Institute, 1969 г.) з метою визначення загальних практичних підходів і стандартів до управління проектами.

З роками популярність проектного менеджменту безперервно зростає, охоплюючи широкий спектр народногосподарських завдань. Керівникам проектів слід ретельніше і швидше реагувати на мінливість трикутника обмежень – адже непередбачене обмеження бюджету призводило до більш тривалого виконання проекту або ж нові вимоги до змісту спричинювали додаткові витрати часу і грошей.

Успішності своєчасного врахування цих умов сприяло вже досить розвинуте проектну моделювання на основі більш досконалої інформаційно-аналітичної й технічної (комп'ютерів та комп'ютерних мереж у тому числі) бази.

У 1987 р. PMI затверджує основним стандарт перше видання «Керівництва до Зводу знань з проектного менеджменту» (A Guide to Project Management Body Of Knowledge, PMBOK), визнане в усьому світі. Наступні переглянуті видання PMBOK затверджуються в 1996 р. (2-ге), у 2000 р. (3-тє), у 2008 (4-те), у 2013 (5-те).

Формування технології проектно-орієнтованого управління, близької до масового використання техніки управління проектами, та підвищений попит на якість прийнятих рішень привели до дії розширений рівносторонній «шестикутник» конкуруючих і одночасно взаємопов'язаних обмежень, вперше представлений у 4-му і розвинений у 5-му виданнях PMBOK [30, 42]. Тут традиційний «трикутник» доповнений досить екзотичними, на перший погляд, трьома сторонами, але врахування та зміни яких найрішучішим чином діють на всі інші сторони. Тепер це (рис. 15):

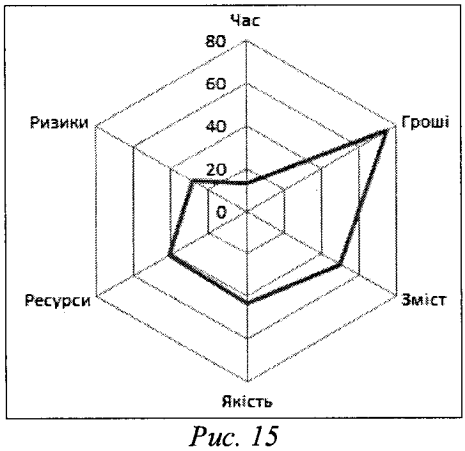


Рис. 15

- ***Час*** (Розклад, Time, Schedule);
- ***Гроші*** (Бюджет, Money, Budget);
- ***Зміст*** (Повнота, Scope);
- ***Якість*** (Quality);
- ***Ресурси*** (Resources);
- ***Ризики*** (Risks).

Скажімо, розглядаються різні види ресурсів і процеси управління ними, насамперед, це, звичайно, люди, виконавці певних робіт. Аналогічно уважно розглядаються задачі планування, ідентифікації, якісного і кількісного аналізу неминучих ризиків і грамотного реагування на них, що підкреслює активне використання техніки управління проектами в бізнесі та аналогічних областях органі-

заційного управління, де рішення приймають в умовах явної невизначеності. «Шестикутник» обмежень істотно ускладнює підтримку узгодженості його сторін в умовах, що безперервно змінюються, до того ж швидко й часто несподівано (це позаштатні ситуації).

Тепер проект доводиться, як розпечену плазму в реакторі утримувати в нестійкому полі цих шести обмежуючих факторів-вимог. При будь-яких змінах у цьому полі стійкість проекту повинна забезпечуватися оперативним внесенням відповідних змін у розрахункову модель для отримання та прийняття оновлених і збалансованих проектних рішень.

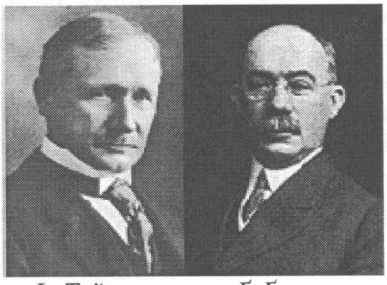
Суттєву роль у математичному моделюванні проектної діяльності набуває аналіз чутливості шуканих змінних до зміни значень вхідних даних, характерний для оптимізаційних моделей [45], до яких долучаються проектні мережеві моделі. Адже саме серед сотень чи тисяч робіт треба знайти найвпливовіші на тривалість чи вартість усього проекту (такі змінні утворюють «вузьке місце» процесу чи системи), щоб зосередити на них особливу увагу керівництва.

ЧАСТИНА 1

Планування та управління проектом в умовах визначеності

Глава 1

Графічні моделі проекту. Діаграми Ґантта



Ф. Тейлор *Ґ. Ґантт*

Піонерами наукової організації праці, наукового й проектного менеджменту є видатні американські інженери й дослідники Фредерик Тейлор[22] (1856–1915) та Генрі Ґантт[23] (1861–1919). Саме Ґантт для відображення робіт проекту запропонував стрічкові діаграми (*bar chart*), пізніше названі його іменем (*Gantt chart*).

Один з найважливіших ресурсів – час, адже завжди треба чітко відслідковувати хід виконання робіт, щоб укластися в поставлені терміни з логічної ув'язкою всіх робіт по проекту з часом. Для цього менеджеру дуже зручно мати під рукою інструмент, який робить цей процес наочним; таким інструментом є діаграма Ґантта. На ній робота відображається горизонтальною стрічкою. Довжина кожної з ниху заданому часовому масштабі відповідає її тривалості, а її положення визначається обчислння, а кінці відповідають значенням моментів початку і завершення. Ширина стрічки дає змогу нанести на ній певний текст та/чи числа. Тут дві осі (шкали): вертикальна для списку робіт і горизонтальна – часова.

Діаграма Ґантта, фактично, це таблиця розміром $m \times n$, де m робіт розміщено по рядках, а n періодів часу (години, дні, календарні дати) – по стовпцях таблиці. Дата на поточний день – це певний стовпець, зліва від якого видно стрічки вже виконаних робіт, праворуч – робіт, які мають бути виконаними; стрічки, що розсічені цим стовпцем, це роботи, які одночасно виконуються на зазначену дату (називаються – поточний *фронт робіт*). За давньою традицією, зображені роботи здійснюються у вказаній послідовності, логічні зв'язки й залежності типу Фініш→Старт між ними не визначені, єдине достоїнство – наочність.

Традиційна діаграма, запропонована Ґанттом, потребує для своєї побудови визначені заздалегідь (десь, кимось і колись, що непросто) конкретні дати старту

---

[22] **Ф. Тейлор. Принципи наукового менеджменту, 1911**. У своїй книзі Тейлор вказав на важливу суть менеджменту – доцільність проведення попередніх розрахунків для обґрунтованого прийняття рішення. Приклад – «лопата Тейлора», методом спроб він визначив раціональний розмір лопати для завантаження/розвантаження сипучих матеріалів із врахуванням стану конкретного виконавця, щоб мінімізувати витрати фізичної праці при виконанні виробничої норми. В. І. Ленін підходи Тейлора до організації праці спочатку (1913 р.) різко критикував, називачи «системою вижимання поту», проте, зрозуміши помилковість своїх суджень, пізніше (з 1918 р.) явно підтримував, кажучи: «…без системи Тейлора неможливо підвищити продуктивність праці, а без цього ми не побудуємо соціалізм». Розвивати принципи «тейлоризму» в Росії він доручив О. К. Гастєву (розстріляний у 1939 р.), який організував і керував спеціальним науковим закладом. На підприємствах СРСР діяли відділи НОП (наукової організації праці), правда, їх рекомендації майже не враховувалися, бо діяли псевдонаукові підходи типу «стаханівського руху», далекі від принципів Тейлора

[23] Гантт запропонував та застосовував свою діаграму контролю та відображення стану виконання завдань у проектах 1910–1915 рр. при побудові сотень суден під час Першої світової війни

і фінішу робіт і залишається лише відобразити ці дані у вигляді стрічок із зафарбованих клітинок таблиці.

Зрозуміло, що будь-які зміни потрубують повторних розрахунків, оперативного й оновленого відображення результатів на діаграмі, бажано з урахуванням зв'язків (відношень передування) між парами робіт «попередня → наступна». Сказане – натяк на використання принципу електронних таблиць (ЕТ) – зміна одних даних моментально веде до автоматичної зміни пов'язаних з ними інших даних, які (зміни) приводять і до оновлення графіка.

Покажемо, як це зробити за допомогою звичайних обчислювальних і графічних інструментів Excel, побудувавши кілька версій діаграми Ґантта:

- просту, за давніми правилами;
- вдосконалені, в яких враховано сучасні правила планування проектів, а саме: робота може розпочатися, якщо виконані всі роботи, що їй передують, чого немає у традиційних діаграмах.

Вдосконалена діаграма Ґантта ву наші дні – зручний інструмент для управління проектом. За свою наочність, підтриману комп'ютерними обчисленнями за даними проектної таблиці, вона активно використовується окремо чи в складі програмних продуктів для управління проектами.

Задача 1.1. Побудова традиційної діаграми Ґантта

Для уявлення взаємодії робіт орієнтуймося на ***вузлову*** модель проекту, яка точно відповідає початковим даним у заданій проектній таблиці, де для кожної роботи задано код, назву, дату початку й тривалість, треба обчислити дату завершення й побудувати традиційну діаграму Ґантта, де логічний зв'язок між роботами відсутній.

Формула: Дата завершення = Дата початку + Тривалість.

Порядок роботи:

1) увести таблицю зі стовпцями Робота, Назва й Дата початку й заповнити даними;

2) обчислити мінімальне значення у стовпці Дата початку, це число 42379, аналог дати, змінити його формат на дату 10.01.16; це старт проекту (0-ий день);

3) вставити стовпець Старт і обчислити його значення для робіт, це відстань (у днях) від старту проекту до старту кожної роботи;

4) вставити стовпець Трив(алість) і ввести дані для тривалості робіт;

5) виділити стовці *A*, *D* та *E* таблиці й виконати команду: *Вставка* → *Линейчатая* → *Линейчатая с накоплением* для побудови діаграми, у ній кожна робота представлена двома кольоровими стрічками старт і тривалість;

6) відформатувати діаграму.

Перший результат (рис. 1.1).

D2 =C2-$C$17

	A	B	C	D	E
1	Робота	Назва	Дата початку	Старт	Трив.
2	A	Робота 1	12.01.16	2	3
3	B	Робота 2	13.01.16	3	4
4	C	Робота 3	10.01.16	0	3
5	D	Робота 4	15.01.16	5	10
6	E	Робота 5	26.01.16	16	8
7	F	Робота 6	17.01.16	7	4
8	G	Робота 7	11.01.16	1	6
9	H	Робота 8	19.01.16	9	8
10	I	Робота 9	23.01.16	13	5
11	J	Робота 10	21.01.16	11	5
12	K	Робота 11	22.01.16	12	4
13	L	Робота 12	26.01.16	16	2
14	M	Робота 13	24.01.16	14	4
15			min		
16			42379		
17			10.01.16		
18		Проект	Старт		

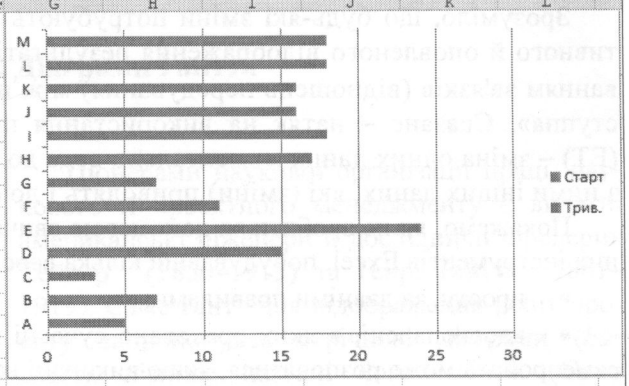


Рис. 1.1

Форматування діаграми

Вертикальна вісь (ПКМ): *Формат оси → Обратный порядок категорий.*

ПКМ виділити першу стрічку Старт: *Формат ряда данных → Заливка → Нет заливки.*

ПКМ виділити діаграму: меню *Работа с диаграммами → Макет → Название диаграммы → Над диаграммой*, задати розмір шрифту.

ПКМ виділити легенду: *Формат легенды → Снизу.*

Кінцевий результат (рис. 1.2).

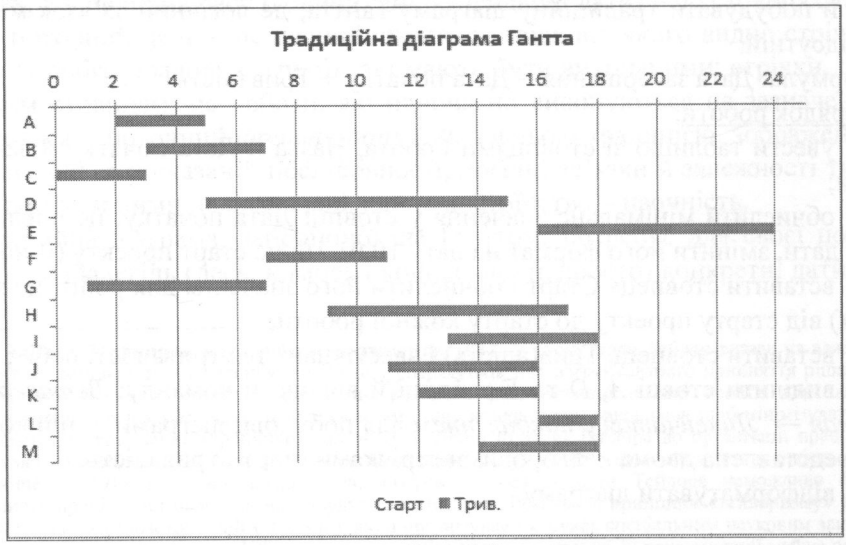


Рис. 1.2

Модифікація табличної моделі

Якщо модельні значення тривалості робіт задати випадковими числами за допомогою функції СЛУЧМЕЖДУ(min; max), тоді буде «мультик» – після кожного натискання клавіші F9 генеруються нові значення тривалостей і змінюється вигляд діаграми (рис. 1.3).

E2 =СЛУЧМЕЖДУ(4;12)

	A	B	C	D	E
1	Робота	Назва	Дата початку	Старт	Трив.
2	A	Робота 1	12.01.16	2	10
3	B	Робота 2	13.01.16	3	7
4	C	Робота 3	10.01.16	0	10
5	D	Робота 4	15.01.16	5	11
6	E	Робота 5	26.01.16	16	7
7	F	Робота 6	17.01.16	7	4
8	G	Робота 7	11.01.16	1	7
9	H	Робота 8	19.01.16	9	9
10	I	Робота 9	23.01.16	13	7
11	J	Робота 10	21.01.16	11	8
12	K	Робота 11	22.01.16	12	4
13	L	Робота 12	26.01.16	16	4
14	M	Робота 13	24.01.16	14	4
15			min		
16			42379		
17			10.01.16		
18		Проект	Старт		

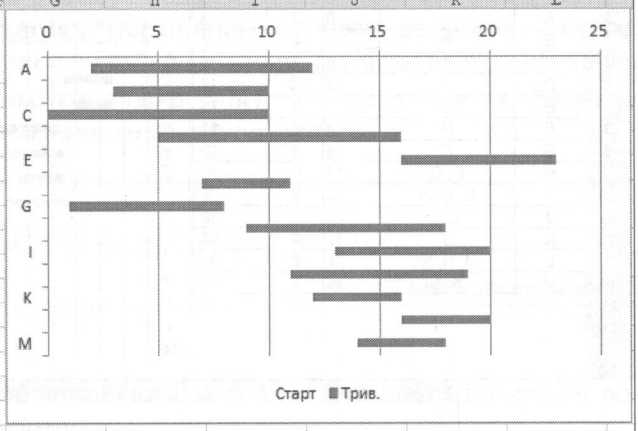


Рис. 1.3

Задача 1.2. Побудова діаграми Ґантта із врахуванням відношень передування робіт

Задана проектна таблиця, що складається з таких стовпців: Робота, Попередні роботи та Тривалість. Треба сформувати табличну модель, де за значеннями дат старту й фінишу кожної роботи будуємо діаграму Ґантта, що враховує порядок передування робіт.

Застосовується стандартне відношення передування Ф→С (Фініш→Старт) – поточна робота розпочинається зразу ж після завершення попередньої (попередніх). Старт роботи, якій передує декілька робіт, дорівнює максимуму фінішів цих робіт. Календарна одиниця – день.

Порядок роботи:

1) старт першої (перших) роботи приймаємо рівним 0;

2) для поточної роботи Р її фініш ($Ф_Р$) дорівнює сумі її старту ($С_Р$) й тривалості ($Т_Р$):

$$Ф_Р = С_Р + Т_Р;$$

3) старт роботи Р, якій передує одна робота Р1, дорівнює: $С_Р = Ф_{Р1}$ (посиланням);

4) старт роботи Р, якій передує дві чи більше робіт, наприклад, А, В, С, обчислюється за формулою C_P = МАКС($Ф_A$, $Ф_B$, $Ф_C$); значення $Ф_A$, $Ф_B$, $Ф_C$ визначаємо посиланням (кліком) на відповідні клітинки, а ***не уведенням чисел***!

5) побудувати й відформатувати діаграму.

6) для зручності накреслити вузлову мережу.

Результат (рис. 1.4)

	A	B	C	D	E
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш
2	A		0	3	3
3	B	A	3	4	7
4	C	A	3	3	6
5	D	B	7	10	17
6	E	B	7	8	15
7	F	B	7	4	11
8	G	C	6	6	12
9	H	F, G	12	8	20
10	I	D, E, H	20	5	25
11	J	I, H	25	5	30
12	K	J	30	4	34
13	L	J, H, K	34	2	36
14	M	K, L	36	4	40
15					
16					
17					
18					

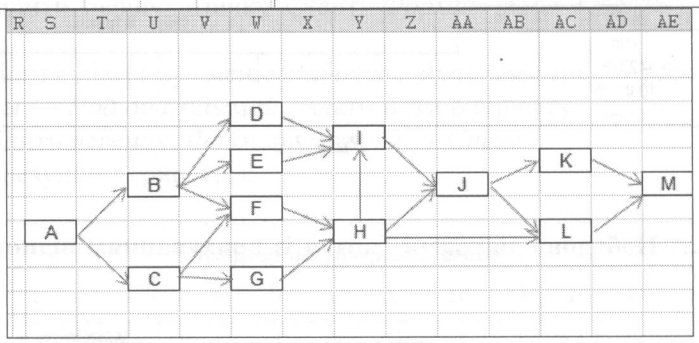


Рис. 1.4

Показано, що робота I розпочнеться після завершення трьох попередніх робіт: D, E, H.

Задача 1.3. Побудова діаграми Ґантта із автоматичним формуванням формули старту

Мета: аргументи функції МАКС уводити не «кліканням», що потребує часу й уваги, а формувати автоматично за даними стовпців Робота та Попередні роботи.

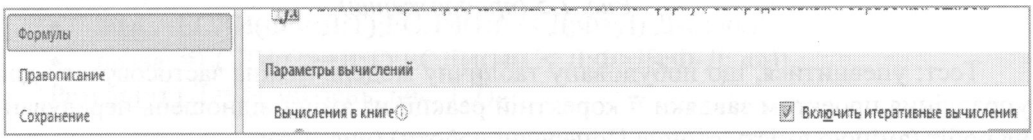
Алгоритм: якщо для поточної роботи в стовпці Попередні роботи є роботи, що їй передують,тоді в її клітинці стовпця Старт автоматично формується функція МАКС з аргументами зі стовпця Фініш з відповідними значеннями $Ф_p$ для попередніх робіт.

Для цього застосовується складена формула роботи з масивом (array) з 4-ох вкладених функцій Excel: МАКС, ЕСЛИ, ЕОШ и НАЙТИ, які утворюють циклічний алгоритм; діапазонам Робота й Фініш рекомендується задати імена або застосувати абсолютну адресацію. Формула роботи з масивом, для прикладу, має такий вигляд [45]:

{=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B2));0;ФІНІШ))}

із посиланнями на імена діапазонів: РОБОТА ($A$2:$A$14) й ФІНІШ ($E$2:$E$14).

Важливо. Оскільки формула реалізує подвійний цикл (для кожної роботи й по числу попередніх робіт) у вигляді ітераційного процесу, де кожна клітинка звертається сама до себе прямо чи через інші клітинки для можливого оновлення свого значення, треба попередньо командою *Файл → Параметры → Формулы* встановити режим ***Включить итеративные вычисления:***



Наступні дії:

1) сформувати проектну таблицю. Початкові дані: код робіт, попередні роботи й тривалість для кожної роботи;
2) сформувати стовпці Старт і Фініш;
3) діапазонам даних у стовпцях Робота й Фініш надати змістовні імена ;
4) у клітинку C2 увести формулу масиву, завершити її уведення комбінацією клавіш ***Shift +Ctrl +Enter*** й скопіювати на весь діапазон стовпця Старт;
5) обчистити значення стовпця Фініш за формулою: Старт + Тривалість;
6) виділити діапазон C1:E14, побудувати й відформатувати діаграму Ґантта.

Результат (рис. 1.5)

	A	B	C	D	E
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш
2	A		0	3	3
3	B	A	3	4	7
4	C	A	3	3	6
5	D	B	7	10	17
6	E	B	7	8	15
7	F	B	7	4	11
8	G	C	6	6	12
9	H	F, G	12	8	20
10	I	D, E, H	20	5	25
11	J	I, H	25	5	30
12	K	J	30	4	34
13	L	J, H, K	34	2	36
14	M	K, L	36	4	40
15					
16					
17					
18					

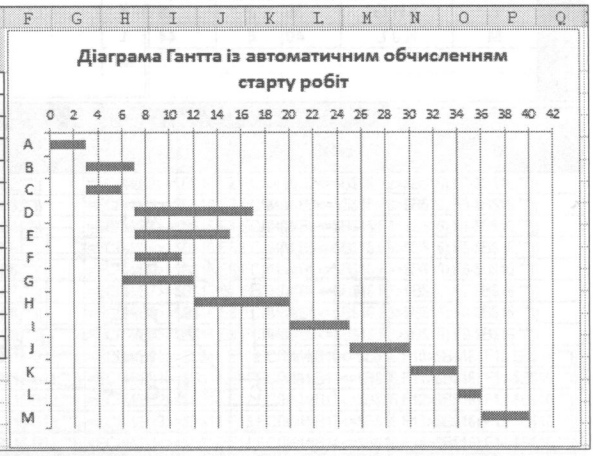


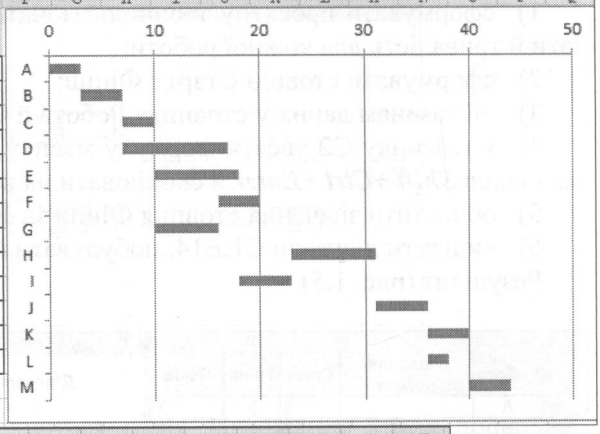
Рис. 1.5

	A	B	C	D	E
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш
2	A		=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B2));0;ФІНИШ))	3	=C2+D2
3	B	A	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B3));0;ФІНИШ))	4	=C3+D3
4	C	A	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B4));0;ФІНИШ))	3	=C4+D4
5	D	B	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B5));0;ФІНИШ))	10	=C5+D5
6	E	B	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B6));0;ФІНИШ))	8	=C6+D6
7	F	B	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B7));0;ФІНИШ))	4	=C7+D7
8	G	C	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B8));0;ФІНИШ))	6	=C8+D8
9	H	F, G	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B9));0;ФІНИШ))	8	=C9+D9
10	I	D, E, H	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B10));0;ФІНИШ))	5	=C10+D10
11	J	I, H	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B11));0;ФІНИШ))	5	=C11+D11
12	K	J	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B12));0;ФІНИШ))	4	=C12+D12
13	L	J, H, K	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B13));0;ФІНИШ))	2	=C13+D13
14	M	K, L	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(РОБОТА;B14));0;ФІНИШ))	4	=C14+D14

Рис. 1.5 (продовження)

Тест: упевнитися, що побудовану табличну модель можна застосовувати для управління проектом завдяки її коректній реакції на зміну відношень передування робіт (зміною вмісту стопця Попередні роботи) (рис. 1.6):

	A	B	C	D	E
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш
2	A		0	3	3
3	B	A	3	4	7
4	C	B	7	3	10
5	D	B	7	10	17
6	E	B C	10	8	18
7	F	B C G	16	4	20
8	G	C	10	6	16
9	H	F I	23	8	31
10	I	D E	18	5	23
11	J	H	31	5	36
12	K	I J	36	4	40
13	L	J H G	36	2	38
14	M	K J L	40	4	44
15					
16					



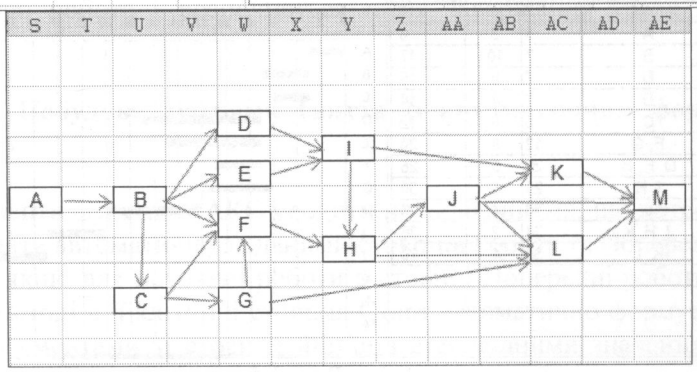


Рис. 1.6

Задача 1.4. Побудова діаграми Ґантта з фронтом робіт

Фронт робіт – сукупність робіт, які виконуються на задану дату. До фронту робіт не належать роботи вже виконані чи виконання яких ще не розпочате.

Задано проектну таблицю й поточну дату (Д); треба побудувати діаграму Ґантта, на якій буде зображено фронт робіт, де видно, які роботи вже виконані (колір 1), які будуть виконані в майбутньому (колір 2) і які виконуються, тобто належать фронту (два кольори). Алгоритм: стрічка кожної роботи складається з трьох частин і кольорів: невидимого старту, як у попередніх задачах, лівої й правої частин відносно значення Д.

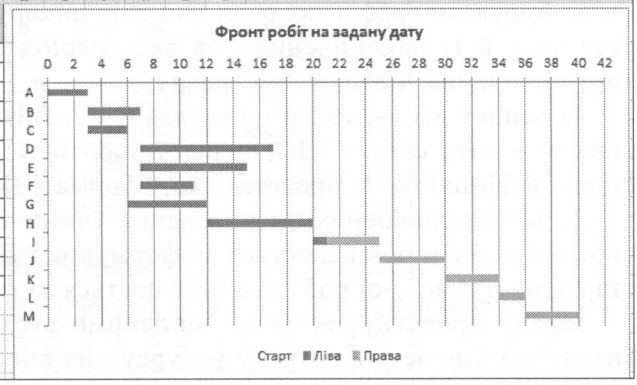
Для кожної роботи визначено три величини: С, Ф та Т – старт, фініш та тривалість.

Відповідно, визначаються значення тривалостей лівої й правої стрічок за формулами:

- ліва: =ЕСЛИ(Ф<=Д;Т);ЕСЛИ(И(С< Д;Ф>Д);Д-С; «»))
- права: =ЕСЛИ(С>=Д;Т);ЕСЛИ(И(С< Д;Ф>Д);Ф-Д; «»)).

Результат (Д = 21-ий день; рис. 1.7).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Старт	Ліва	Права	Трив.	Фініш	Попередні роботи
2	A	0	3		3	3	
3	B	3	4		4	7	A
4	C	3	3		3	6	A
5	D	7	10		10	17	B
6	E	7	8		8	15	B
7	F	7	4		4	11	B
8	G	6	6		6	12	C
9	H	12	8		8	20	F, G
10	I	20	1	4	5	25	D, E, H
11	J	25		5	5	30	I, H
12	K	30		4	4	34	J
13	L	34		2	2	36	J, H, K
14	M	36		4	4	40	K, L
15							
16	Дата	21					
17							
18							



Формули:

	C	D
1	Ліва	Права
2	=ЕСЛИ(F2<=$B$16;E2;ЕСЛИ(И(B2<$B$16;F2>$B$16);$B$16-B2;""))	=ЕСЛИ(B2>=$B$16;E2;ЕСЛИ(И(B2<=$B$16;F2>$B$16);F2-$B$16;""))
3	=ЕСЛИ(F3<=$B$16;E3;ЕСЛИ(И(B3<$B$16;F3>$B$16);$B$16-B3;""))	=ЕСЛИ(B3>=$B$16;E3;ЕСЛИ(И(B3<=$B$16;F3>$B$16);F3-$B$16;""))
4	=ЕСЛИ(F4<=$B$16;E4;ЕСЛИ(И(B4<$B$16;F4>$B$16);$B$16-B4;""))	=ЕСЛИ(B4>=$B$16;E4;ЕСЛИ(И(B4<=$B$16;F4>$B$16);F4-$B$16;""))
5	=ЕСЛИ(F5<=$B$16;E5;ЕСЛИ(И(B5<$B$16;F5>$B$16);$B$16-B5;""))	=ЕСЛИ(B5>=$B$16;E5;ЕСЛИ(И(B5<=$B$16;F5>$B$16);F5-$B$16;""))
6	=ЕСЛИ(F6<=$B$16;E6;ЕСЛИ(И(B6<$B$16;F6>$B$16);$B$16-B6;""))	=ЕСЛИ(B6>=$B$16;E6;ЕСЛИ(И(B6<=$B$16;F6>$B$16);F6-$B$16;""))
7	=ЕСЛИ(F7<=$B$16;E7;ЕСЛИ(И(B7<$B$16;F7>$B$16);$B$16-B7;""))	=ЕСЛИ(B7>=$B$16;E7;ЕСЛИ(И(B7<=$B$16;F7>$B$16);F7-$B$16;""))
8	=ЕСЛИ(F8<=$B$16;E8;ЕСЛИ(И(B8<$B$16;F8>$B$16);$B$16-B8;""))	=ЕСЛИ(B8>=$B$16;E8;ЕСЛИ(И(B8<=$B$16;F8>$B$16);F8-$B$16;""))
9	=ЕСЛИ(F9<=$B$16;E9;ЕСЛИ(И(B9<$B$16;F9>$B$16);$B$16-B9;""))	=ЕСЛИ(B9>=$B$16;E9;ЕСЛИ(И(B9<=$B$16;F9>$B$16);F9-$B$16;""))
10	=ЕСЛИ(F10<=$B$16;E10;ЕСЛИ(И(B10<$B$16;F10>$B$16);$B$16-B10;""))	=ЕСЛИ(B10>=$B$16;E10;ЕСЛИ(И(B10<=$B$16;F10>$B$16);F10-$B$16;""))
11	=ЕСЛИ(F11<=$B$16;E11;ЕСЛИ(И(B11<$B$16;F11>$B$16);$B$16-B11;""))	=ЕСЛИ(B11>=$B$16;E11;ЕСЛИ(И(B11<=$B$16;F11>$B$16);F11-$B$16;""))
12	=ЕСЛИ(F12<=$B$16;E12;ЕСЛИ(И(B12<$B$16;F12>$B$16);$B$16-B12;""))	=ЕСЛИ(B12>=$B$16;E12;ЕСЛИ(И(B12<=$B$16;F12>$B$16);F12-$B$16;""))
13	=ЕСЛИ(F13<=$B$16;E13;ЕСЛИ(И(B13<$B$16;F13>$B$16);$B$16-B13;""))	=ЕСЛИ(B13>=$B$16;E13;ЕСЛИ(И(B13<=$B$16;F13>$B$16);F13-$B$16;""))
14	=ЕСЛИ(F14<=$B$16;E14;ЕСЛИ(И(B14<$B$16;F14>$B$16);$B$16-B14;""))	=ЕСЛИ(B14>=$B$16;E14;ЕСЛИ(И(B14<=$B$16;F14>$B$16);F14-$B$16;""))

Рис. 1.7

Задача 1.5. **Побудова табличної час-ресурсної діаграми Ґантта**

Оскільки діаграма Ґантта за своєю організацією є таблицею, її можна побудувати, не звертаючись до вбудованої в Excel діаграми Линейчатая, завдяки чому в кожній клітинці з координатами (x, y), тобто (Дата, Робота) можна розмістити текст чи числові дані, а саму клітинку відформатувати відповідно до цих даних. Таку таблицю можна побудувати вручну чи за допомогою макросу, де стрічка діаграми є рядком із зафарбованих клітинок з числами, кількість клітинок у рядку дорівнює тривалості роботи.

У цій задачі в кожну зафарбовану клітинку таблиці, що є складовою рядка, за формулою буде вставлено значення питомого попиту на ресурс, якщо ресурсів споживається декілька. За цим алгоритмом можна побудувати декілька табличних діаграм Ґантта з координатами: Дата, Робота, Ресурс.

Застосування: зрозуміло, що проект буде виконано лише за наявності достатньої кількості ресурсу. Керівникові проекту вкрай важливо знати, скільки конкретного ресурсу потрібно мати в наявності в будь-який момент часу, особливо коли одночасно виконується кілька робіт, що споживають певний ресурс. Знаючи питомі норми витрат ресурсу для кожної роботи, потрібно вміти будувати графік потреби для всіх виконуваних робіт на будь-який період часу й із накопиченням на весь період виконання проекту, що дасть змогу побудувати ресурсний графік.

За основу візьмемо дані для задачі 1.2. Визначимо дату початку проекту, вона ж – дата старту (ДС) першої роботи А. Тривалість робіт (Т) у днях, старти й фініші робіт представимо у форматі Дата.

Згідно з відношенням передування Фініш–Старт, дата фінішу (ДФ) поточної i-ої роботи обчислюється за формулою: ДФ (i) = ДС (i) + Т (i) – 1, дата старту наступної j-ої роботи обчислюється за формулою: ДС (j) = ДФ (i) + 1.

Задану проектну таблицю доповнимо стовпцем Ресурс, значення якого визначають щоденну потребу ресурсу для виконання роботи, наприклад, це прямі фінансові витрати.

Поруч або на окремому аркуші формуємо табличну діаграму Ґантта: рядки – роботи, стовпці – періоди часу.

Кількість стовпців: згідно зі значенням ДС (А) = 12.01.16 та ДФ (М) = 20.02.16, тривалість проекту становить: $T_{ПР}$ = 20.02.16 – 12.01.16 + 1 = = 40 днів, тож стовпців буде не менше ніж 40.

Перший рядок цієї таблиці – часова вісь у вигляді календарних дат, початок календаря – посилання на дату початку першої роботи (А), зміна цієї дати приведена до оновлення календаря.

Заготовка (рис. 1.8).

	A	B	C	D	E	F
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш	Ресурс
2	A		12.01.2016	3	14.01.2016	**14**
3	B	A	15.01.2016	4	18.01.2016	**15**
4	C	A	15.01.2016	3	17.01.2016	**10**
5	D	B	19.01.2016	10	28.01.2016	**14**
6	E	B	19.01.2016	8	26.01.2016	**8**
7	F	B	19.01.2016	4	22.01.2016	**18**
8	G	C	18.01.2016	6	23.01.2016	**19**
9	H	F, G	24.01.2016	8	31.01.2016	**16**
10	I	D, E, H	01.02.2016	5	05.02.2016	**9**
11	J	I, H	06.02.2016	5	10.02.2016	**11**
12	K	J	11.02.2016	4	14.02.2016	**11**
13	L	J, H, K	15.02.2016	2	16.02.2016	**10**
14	M	K, L	17.02.2016	4	20.02.2016	**14**
15						
16	Початок	12.01.2016				

	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	12.01.2016	13.01.2016	14.01.2016	15.01.2016	16.01.2016	17.01.2016	18.01.2016	19.01.2016	20.01.2016	21.01.2016	22.01.2016	23.01.2016	24.01.2016	25.01.2016	26.01.2016	27.01.2016	28.01.2016	29.01.2016	30.01.2016	31.01.2016	01.02.2016	02.02.2016	03.02.2016	04.02.2016	05.02.2016
2																										
3																										
4																										
5																										
6																										
7																										
8																										
9																										
10																										
11																										
12																										
13																										
14																										
15																										
16																										

	A	B	C	D	E	F
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш	Ресурс
2	A		12.01.2016	3	14.01.2016	**14**
3	B	A	15.01.2016	4	18.01.2016	**15**
4	C	A	15.01.2016	3	17.01.2016	**10**
5	D	B	19.01.2016	10	28.01.2016	**14**
6	E	B	19.01.2016	8	26.01.2016	**8**
7	F	B	19.01.2016	4	22.01.2016	**18**
8	G	C	18.01.2016	6	23.01.2016	**19**
9	H	F, G	24.01.2016	8	31.01.2016	**16**
10	I	D, E, H	01.02.2016	5	05.02.2016	**9**
11	J	I, H	06.02.2016	5	10.02.2016	**11**
12	K	J	11.02.2016	4	14.02.2016	**11**
13	L	J, H, K	15.02.2016	2	16.02.2016	**10**
14	M	K, L	17.02.2016	4	20.02.2016	**14**
15						
16	Початок	12.01.2016				

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	12.01.2016	13.01.2016	14.01.2016	15.01.2016	16.01.2016	17.01.2016	18.01.2016	19.01.2016	20.01.2016	21.01.2016	22.01.2016	23.01.2016	24.01.2016	25.01.2016	26.01.2016	27.01.2016	28.01.2016	29.01.2016	30.01.2016	31.01.2016	01.02.2016	02.02.2016	03.02.2016	04.02.2016	05.02.2016
2																									
3																									
4																									
5																									
6																									
7																									
8																									
9																									
10																									
11																									
12																									
13																									
14																									
15																									
16																									

Рис. 1.8

Порядок роботи

1) визначається часова вісь (діапазон H1: AU1) виходячи з тривалості проекту (не менше ніж 40 днів);

2) для побудови діаграми визначено робочий діапазон H2: AU14 розміром 13 × 40

Належність кожної клітинки відповідній стрічці роботи визначається за формулою:

ЕСЛИ(И(ДС ≤ Д; Д ≤ ДФ)) = ИСТИНА, де Д – поточна дата, у цьому випадку в клітинку уводиться число (питомий ресурс), за допомогою умовного форматування вона відзначена кольором заливки

3) маючи цю діаграму як числову таблицю, дуже просто підрахувати суму щоденних витрат ресурсів, у тому числі, з накопиченням, побудувавши відповідні діаграми.

Результат (рис. 1.9)

H2 f_x =ЕСЛИ(И($C2<=H$1;H$1<=$E2);$F2;0)

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Робота	Попередні роботи	Старт	Трив.	Фініш	Ресурс	12.01.2016	13.01.2016	14.01.2016	15.01.2016	16.01.2016	17.01.2016	18.01.2016	19.01.2016
2	A		12.01.2016	3	14.01.2016	20	20	20	20					
3	B	A	15.01.2016	4	18.01.2016	14				14	14	14	14	
4	C	A	15.01.2016	3	17.01.2016	11				11	11	11		
5	D	B	19.01.2016	10	28.01.2016	13								13
6	E	B	19.01.2016	8	26.01.2016	18								18
7	F	B	19.01.2016	4	22.01.2016	19								19
8	G	C	18.01.2016	6	23.01.2016	11							11	11
9	H	F, G	24.01.2016	8	31.01.2016	17								
10	I	D, E, H	01.02.2016	5	05.02.2016	20								
11	J	I, H	06.02.2016	5	10.02.2016	16								
12	K	J	11.02.2016	4	14.02.2016	11								
13	L	J, H, K	15.02.2016	2	16.02.2016	16								
14	M	K, L	17.02.2016	4	20.02.2016	7								
15						Сума	20	20	20	25	25	25	25	61
16	Початок	12.01.2016												

H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	ARASATAUAVAV
12.01.2016	13.01.2016	14.01.2016	15.01.2016	16.01.2016	17.01.2016	18.01.2016	19.01.2016	20.01.2016	21.01.2016	22.01.2016	23.01.2016	24.01.2016	25.01.2016	26.01.2016	27.01.2016	28.01.2016	29.01.2016	30.01.2016	31.01.2016	01.02.2016	02.02.2016	03.02.2016	04.02.2016	05.02.2016	06.02.2016	07.02.2016	08.02.2016	09.02.2016	10.02.2016	11.02.2016	12.02.2016	13.02.2016	14.02.2016	15.02.2016	16.02.2016	17.02.2016	18.02.2016	19.02.2016	20.02.2016	21.02.2016	22.02.2016
20	20	20																																							
			14	14	14	14																																			
			11	11	11																																				
							13	13	13	13	13	13	13	13	13	13																									
							18	18	18	18	18	18	18	18																											
							19	19	19	19																															
						11	11	11	11	11	11	11																													
												17	17	17	17	17	17	17	17																							
																				20	20	20	20	20																		
																									16	16	16	16	16													
																														11	11	11	11									
																																		16	16							
																																				7	7	7	7			
20	20	20	25	25	25	25	61	61	61	61	42	48	48	48	30	30	17	17	17	20	20	20	20	20	16	16	16	16	16	11	11	11	11	16	16	7	7	7	7	0	0

Рис. 1.9

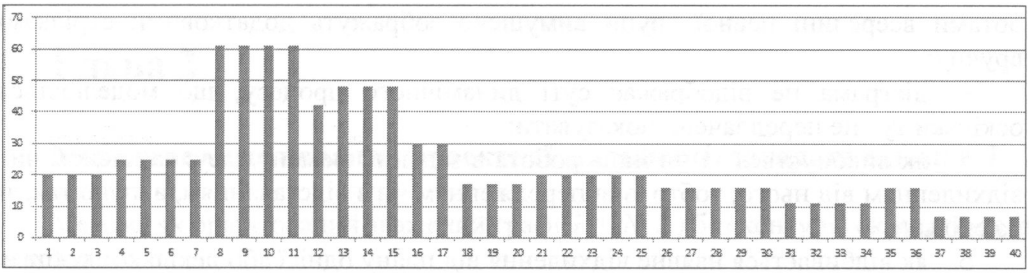


Рис. 1.9 (продовженя)

Якщо, скажімо, запас ресурсу фіксований, 50 од., то побудована гістограма корисна для визначення критичних періодів, коли попит на ресурс перевищує пропозицію; таких періодів 4 (8 ÷ 11 днів). Близькі до них (13 ÷ 15 днів) і менеджер має змогу завчасно бути готовим для прийняття відповідного рішення, аби не зірвати визначений календарний план.

Якщо ж витрати ресурсу, згідно з планом, визначені певними щоденними нормами (на рис. 1.10. до 29 од.), то на наступному графіку показані періоди відхилень (±) фактичних потреб від запланованих, у цілому загальні фактичні витрати (985 од.) нижчі за заплановані (1160 од.):

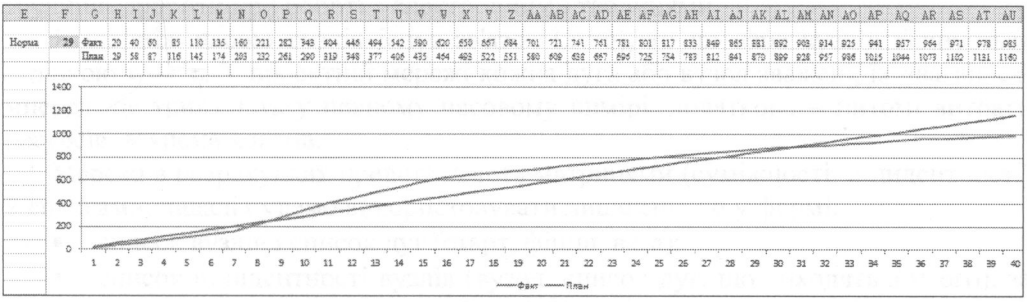


Рис. 1.10

Висновок

Діаграма Ґантта в своєму традиційному вигляді – це лише наочне відображення послідовності робіт, де всі необхідні обчислення виконуються завчасно й вручну. Ці розрахунки істотно ускладнюються в умовах неминучих змін вхідних даних при управлінні проектом досить великого розміру.

Запропоновані версії спрощують процес їх побудови, бо вже застосовані ідеї, що виникли нещодавно, типу врахування відносин передування робіт. Тепер діаграма проста в реалізації і наочно показує хід виконуваних робіт для проекту, де потрібно лише змінювати вхідні дані в проектній таблиці, враховується не лише час, а й ресурси.

Діаграма Ґантта, не підкріплена спеціальними мережевими розрахунками, має недоліки:

- усі роботи на діаграмі у вигляді стрічок мають зовні однаковий вигляд, хоча їх зміст і зв'язки можуть бути різними, тому за необхідності зв'язки між ро-

ботами всередині певної групи вимушено зображуть додатковими стрілками вручну;

- діаграма не відображає суті динамічного процесу, що моделюється, оскільки тут не передбачено показувати:

  - як виконується та чи інша робота в заданий момент часу: за планом чи з відхиленням від нього, тобто із випередженням чи з відставанням, а якщо так, то на скільки;
  - як відбивається наявне відхилення від плану однієї або декількох робіт на час виконання інших робіт і всього проекту;
  - напружені роботи, які критично впливають на терміни початку наступних робіт і всього проекту, та ненапружені роботи, внаслідок чого керівництво проектом змушене розпорошувати свою увагу на ***всі*** роботи, не маючи можливості концентрувати її на найбільш відповідальних ділянках: через недогляд утворюються «вузькі місця», ліквідація яких призводить до штурмівщини, підвищення витрат часу й ресурсів, до порушень технологічної дисципліни.

У сучасних засобах МПУ діаграми Ґантта зберігають свою роль як інструмент для наочного представлення мережевої моделі проекту.

Глава 2

Мережеве моделювання проектної діяльності: загальні відомості

Мережа як орієнтований зважений граф $G = (N, A)$ без контурів складається із множин:

- N з n елементів $x_1, x_2, \ldots x_n$, названих вузлами, x_k – код (номер, назва) k-ого вузла, й
- A з m упорядкованих пар (x_i, x_j) елементів, узятих з N, $x_i \neq x_j$, названих дугами,
- пара чисел (n, m) – розмір мережі[24]. Поняття «орієнтований» істотне, що вказує на напрямок руху дугою, на логічний зв'язок між парою вузлів, і тим самим, на впорядкованість між парами вузлів, бо в цьому випадку:
- у кожної дуги є вузол-старт і вузол-фініш;
- у кожного вузла є вхідні і вихідні дуги.

За давньою традицією при зображенні мереж вузол показують кружечком з кодом усередині, хоча PMBOK рекомендує квадрат або прямокутник, що навіть зручніше зробити при роботі з електронними таблицями.

Якщо між парою вузлів існує зв'язок (дуга), то ця пара вузлів з'єднується стрілкою $x_i \rightarrow x_j$. У проектній мережі кожна дуга або вузол зважені, їх «ваганасамперед, це тривалість у певному часовому вимірі, додатково – питомі витрати ресурсів, зокрема коштів.

Мережі в розрахунках представляють матрицями (суміжності, інцидентності) й списками; надалі будемо використовувати лише списки у формі:

- список вузлів і список дуг (старт, фініш, вага);
- список інцидентності вузлів (вузол: список дуг, що виходять з нього), за яким формується список дуг.

Елементи проектної мережі

Шлях – послідовний ланцюг вузлів і дуг між ними, що зв'язує певну пару (пари) вузлів. Знаючи довжини дуг, можна визначити довжину шляху у вигляді суми довжин дуг, що належать шляху.

З позицій потокової оптимізації у мережах розрізняють:

- початковий вузол-джерело (s);
- кінцевий вузол-стік (t);
- проміжні вузли.

Ставляться задачі про потоки в мережі, для них відшукуються шляхи з певними властивостями, що зв'язують вузол-джерело з вузлом-стоком і проходять через проміжні вузли й дуги між ними.

---

[24] G – graph (граф), N – node (вузол), A – arc (дуга).

Для окремого вузла визначають суми вхідних й вихідних потоків, за значеннями яких формуються обмеження на шукані потоки у вигляді балансу потоків для вузла. Серед безлічі можливих шляхів руху потоків потрібно знайти шляхи з екстремальними властивостями[25]. Це предмет оптимізаційних моделей і методів потокового програмування.

Типові задачі про екстремальні шляхи і потоки в мережах:

• про мінімальний (найкоротший) шлях;
• про максимальний (найдовший) шлях;
• про потік мінімальної вартості;
• про максимальний потік/мінімальний перетин;
• про мінімальне покриття тощо.

Задача про пошук найдовшого (з максимальною довжиною) шляху в проектній мережі – предмет мережевого планування і управління проектами, представленими мережевими графіками. Нагадаємо: існує два різновиди мережевих графіків і відповідних мережевих моделей проектів, де визначено спосіб представлення робіт та зв'язків між ними:

- дуговий графік (Activity-On-Arc, AOA) представляє работу дугою;
- вузловий графік (Activity-On-Node, AON) представляє работу вузлом мережі.

Дугова модель проекту (AOA) вважається класичною, оскільки саме за її допомогою вперше (1956–1959 рр.) вдалося представити модель проекту в формі зваженого орієнтованого графа (мережі) й успішно реалізувати солідні проекти, довівши перспективність методології й технології МПУ. Звучить парадоксально, але було визначено, що в проектній мережі потрібно відшукати саме *максимальний* за довжиною шлях від початкового вузла до кінцевого, щоб визначити *мінімальну* тривалість проекту. Для цього роботи з проектної таблиці є дугами мережі, а вузлами стали штучно введені об'єкти для позначення часових віх, названі подіями (*event*). Задані тривалості робіт стали ваговими коефіцієнтами дуг, їх «довжинами», порядок передування робіт задається уведенням відповідних логічних зв'язків між дугами-роботами та вузлами-подіями.

Однак уведення і використання штучних об'єктів – подій, яких немає у початковій проектній таблиці, яка формується на етапі планування проекту і які призначені для відображення заданого проекту як набору робіт у вигляді мережі, викликає неоднозначність визначення зв'язків «робота – подія» через необхідність уведення також відсутніх серед вхідних даних фіктивних вузлів і фіктивних робіт із нульовою тривалістю через заборони паралельних робіт.

Це основний недолік дугової мережевої моделі, що тому довелося віднайти інший спосіб побудови мережевої моделі проекту. Саме через цей недолік, маючи проектну таблицю, необхідно попередньо креслити мережевий графік, щоб коректним додаванням фіктивних вузлів і дуг узгодити логіку дугового мережевого графіка з даними проектної таблиці.

---

[25] Характерні приклади – оптимальні шляхи водних потоків від весняного струмочка до бурхливих гірських витоків з танучого льодовика, де сама природа шляхом зміни конфігурації шляху мінімізує витрати внутрішньої енергії на подолання перешкод на шляху потоку, утворюючи при цьому чудеса природи типу норвезьких фьордів чи Гранд-Каньйону або ж викликаючи катастрофічні наслідки при порушенні сталих водотоків типу проривів дамб чи гребель.

Вузлову модель проекту (AON) було запропоновано на початку 1960-их років, коли дугові мережеві моделі проектів уже активно використовували на практиці для реалізації досить великих розмірів і де особливо позначилися зазначені недоліки класичного підходу. Важливо, що при практично повному збереженні математичного й алгоритмічного апарату зміни торкнулися лише схеми проекту для забезпечення однозначного відображення даних проектної таблиці у вигляді мережевого графіка. Згідно з цими змінами робота проекту тепер представлена вузлом мережі, а дуги вводяться відповідно до зазначених у проектній таблиці відношень передування робіт, чим досягається повна узгодженість даних проектної таблиці і мережевої моделі проекту. У цьому варіанті креслити мережевий графік не обов'язково, що суттєво скорочує й спрощує підготовчий процес.

На сьогодні класична дугова модель присутня в навчальній літературі (наприклад, у формі цікавих логічних задач для коректного або ж з мінімальною кількістю фіктивних робіт і вузлів для відображення проектної таблиці в дуговій версії мережевого графіка) й стійко застосовується на практиці там, де давно стало традицією і виробничою необхідністю відображати часові віхи (як події) для поточного контролю виконання проекту. Найчастіше це має місце на верхніх рівнях процесу аналізу і прийняття рішень чи при управлінні проектами надзвичайної відповідальності. Тут зазвичай використовують ретельно відпрацьовані дугові мережеві моделі, де рідко здійснюються серйозні структурні зміни, на етапі управління проектом корекції піддаються лише параметри робіт у складі робочої мережевої моделі, тож у цих умовах дугова модель цілком життєздатна й затребувана практикою.

Вузлова модель стала основою для управління різноманітними проектами як вручну, згідно з першим повідомленням про метод [5], так і за допомогою програмних продуктів: спеціальних, у вигляді програм типу MS Project або шаблонів (*templates*), що створені й діють у середовищах математичних пакетів чи в електронних таблицях.

Використовується основна перевага вузлової моделі – повна узгодженість проектної таблиці й мережевої моделі проекту, що дуже важливо в умовах частих змін у проектах, які можуть мати досить солідні розміри. Тому ця модель є універсальною й добре пристосованою для оперативного відстеження реального процесу організації, планування і управління проектом[26]. Для фіксації певних подій у часі тут уводять додаткові (фіктивні) роботи-віхи, пов'язані з певними групами робіт.

Вважаємо, що управлінцю треба знати обидві моделі, які розглядаються в цьому виданні, з огляду на достоїнства й недоліки кожної з них.

Незалежно від форми мережевої моделі процес управління проектом розглядається за часовими, ресурсними й вартісними параметрами.

Управління проектом лише за часовими параметрами найповніше представлене в джерелах, це перший, іноді основний і досить ідеальний етап мережевого планування проекту, його мета і кінцевий результат – розробка календарного плану (розкладу) в умовах відсутності будь-яких обмежень на необхідні ресурси, включаючи фінанси, проекти такого типу – рідкість або ж виключної важливості.

[26] У PMBOK розглядається як єдиний можливий метод побудови мережевої моделі проекту.

Наближення до реальності зводиться до врахування існуючих хоча б основних ресурсних обмежень при розроблені розкладу, що може призвести до внесення змін у кінцеву мережеву модель. Скажімо, на будівництві є один екскаватор або зварювальний апарат, тож неможливо виконати дві паралельні роботи з їх використанням, як заплановано, доводиться змінювати мережевий графік, щоб ці роботи виконувати послідовно. Непоганою підмогою є допоміжна часресурсна діаграма Ґантта щодо необхідної кількості певного ресурсу, що дає змогу своєчасно передбачити (і побачити) очікувану критичну ситуацію з підвищеним попитом на обмежений ресурс.

Подальше вдосконалення техніки мережевого планування проектної діяльності зобов'язане враховувати неминучі фінансові витрати, особливо коли необхідно скоротити тривалість проекту, що пов'язано з додатковими витратами. Тому базова часова мережева модель послідовно доповнюється гібридними часресурсною і час-вартісною складовими, щоб шуканий розклад враховував реальний стан з поточним і повним запасами ресурсів, включаючи фінанси. Зрозуміло, що це додаткове врахування для наближення моделі до реальності істотно ускладнює математичну модель, оскільки відповідні ресурсні витрати описуються найчастіше нелінійними співвідношеннями, що ускладнює пошук оптимуму.

Прототипами задачі про пошук найдовшого шляху (НДШ) у мережі є задачі про пошук найкоротшого шляху (НКШ) та мережева транспортна задача (МТЗ), які є розвитком класичної транспортної задачі (ТЗ) у матричній постановці (Hitchcock problem).

НКШ та МТЗ – перші оптимізаційні задачі організаційного планування, де оцінками шуканих планів є час та вартість, які підлягають мінімізації, їх математичні моделі побудовані на мережах – орієнтованих зважених графах – та математичній теорії графів.

У задачі про НКШ є два вузли – джерело (s) та стік (t) і проміжні (транзитні) вузли між ними (уявімо звичайну карту шляхів), зв'язані зваженими дугами-комунікаціями, відшукується найкоротший шлях від s до t – його довжина й, важливо, конфігурація – ця задача чи не перша в арсеналі сучасних електронних комунікацій [16].

В МТЗ дещо складніще – кожен вузол може бути джерелом (із пропозицією) й стоком (із попитом), між ними – комунікації з відповідними вартісними характеристиками, це: довжина, тривалість, питомі витрати (тариф), мета – мінімізація загальних транспортних витрат часу чи коштів для забезпечення попиту споживачів.

Суттєвий і надзвичайно цінний результат – визначене «вузьке місце» (*bottleneck*) – елементи мережі та їх властивості, які є обмежуючими факторами на шляху отримання кращого значення шуканого показника. Характерний приклад – ділянки з високими тарифами чи малою пропускною здатністю. Знання про вузькі місця – це відповідь на вічне запитання «Хто винен?» і підстава для рішення «Що робити?», бо «розширення» саме знайдених вузьких місць є найкраща політика в розвитку відповідних процесів. Саме цей результат забезпечив безперечну ефективність сучасних засобів оптимізаційного моделювання в організаційному управлінні.

Глава 3

Дугова мережева модель проекту

У мережевому плануванні та управлінні одночасно користуються двома мовами:

- теоретичною, тобто математичною, зокрема з теорії графів і математичного програмування, де поняття: мережа, дерево, вузли, дуги, шляхи, розрізи або фронти, змінні, обмеження, цільова функція тощо застосовують при розробленні та реалізації математичної моделі;
- прикладною, а саме – проектною, де використовуються поняття: проектна таблиця, роботи, відношення передування, події, ресурси, вартості, ризики, тривалості, запаси, витрати тощо.

Моделі лінійного програмування (АОА)

Дж. Келлі, досвідчений фахівець із розв'язання задач транспортного типу на ЕОМ із застосуванням апарата ЛП, у своїй фундаментальній праці [2] визначив, що в задачі про НДШ із кожною (i, j)-ою роботою в складі проекту й, відповідно, із самим проектом, що представляє певний організаційний чітко структурований процес, асоціюється насамперед саме ***часовий*** параметр, це:

- тривалість окремої роботи (*duration*);
- часові характеристики робіт (подій);
- тривалість усього проекту (довжина критичного шляху).

Математичні основи і задачі, введені Дж. Келлі, досить специфічні й суттєво відрізняються від стандартних мережевих задач із відстанями між вузлами саме часовим виміром усіх показників, найважливішим у проектній діяльності, специфічним обчислювальним алгоритмом, поняттями події й критичності роботи та відповідних наслідків у часовому (календарному) плануванні проектної діяльності.

Якщо робота критична (рис. 3.1, позиція *a*) й належить КШ, вона не має резервів часу – її вимушена затримка – це кричуща проблема для всього проекту й, згідно з «принципом доміно», потенційна проблема для суміжних проектів.

Інакше для некритичних робіт, які мають безліч варіантів щодо свого старту й, відповідно, фінішу. Граничні позиції: ранній старт (*b*) чи пізній фініш (*d*), між ними допустима затримка старту (*c*). Стрілка некритичної роботи наче паро́м плаває між «берегами» її інцидентних подій з-за наявності резерву часу (float), за

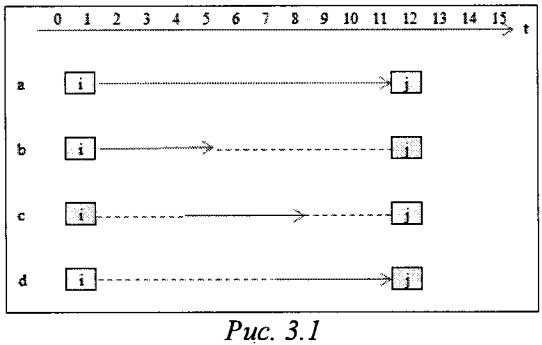


Рис. 3.1

рахунок якого можна зсувати її старт і мати різні часові режими для інших робіт й усього проекту аж до виходу зі скрутної ситуації.

Математичні основи

Математичні основи МПУ вводять такі специфічні поняття і часові характеристики:

- для проекту:
  - директивний термін тривалості $T_Д$;
  - розмір мережі: кількість подій (n) та робіт (m) ;
  - критичний шлях:
    - конфігурація критичного шляху (підмножина критичних робіт R і подій S) ;
    - довжина критичного шляху $T_{кш}$;
    - підкритичний шлях, його конфігурація (підмножина підкритичних робіт P).
- для подій ($j, j = 1, ..., n$):
  - ранній час звершення $r(j)$
  - пізній час звершення $p(j)$
  - критична подія ($j \in S$), $r(j) = p(j)$, що належить КШ, інші – некритичні
  - резерв часу, $r(j) = p(j) - r(j)$,
- для робіт, заданих списком ($i, i = 1, ..., m$):
  - початкова подія $п_i$;
  - кінцева подія $к_i$;
  - тривалість t_i або $t(п_i, к_i)$;
  - критична робота ($i \in R$), належить КШ;
  - підкритична робота ($i \in P$), належить підкритичному шляху;
  - некритична робота ($i \notin R, P$) ;
  - ранній старт РС (i), РС (i) = $r(п_i)$;
  - пізній старт ПС (i), ПС (i) = $r(п_i) + t_i$;
  - пізній фініш ПФ (i), ПФ (i) = $p(к_i)$;
  - ранній фініш РФ (i), РФ (i) = $p(к_i) - t_i$.
  - резерви часу:
    - загальний ЗР (i), ЗР (i) = РФ (i) – РС (i) = ПФ (i) – ПС (i) ;
    - вільний ВР (i), ВР (i) = $r(к_i) - r(п_i) - t_i$;
    - незалежний НР (i), НР (i) = $r(к_i) - p(п_i) - t_i$ або 0 (якщо НР (i) < 0) ;
    - гарантований ГР (i), ГР (i) = $p(к_i) - [p(п_i) + t_i]$.

<u>Часові оцінки подій</u> (рис. 3.2)

Ранній час звершення j-ої події визначається як найдовший шлях від s до j-ої події, тобто це довжина часткового (повного для t) критичного шляху, результат проходу вперед.

Пізній час звершення j-ої події не впливає на час завершення всього проекту, для t-ої події збігається з раннім часом звершення, тож, починаючи з t у зворотному напрямку обчислюються значення цього показника для всіх попередніх подій.

Резерв часу події – максимальний час, на який можна затримати звершення будь-якої події без відповідної затримки терміну завершення усього проекту. Події з нульовим резервом часу належать КШ.

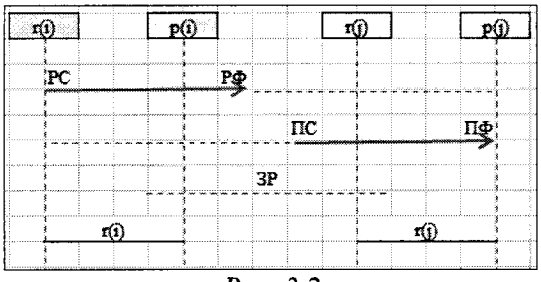


Рис. 3.2

Часові оцінки подій – джерело визначення часових оцінок робіт й основа управління термінами та скороченням тривалості проекту, де:

- *управління термінами* – регулювання часу початку і завершення робіт шляхом їх зсуву у допустимих межах, визначених резервами часу з метою балансування наявними ресурсами, що використовуються при виконанні робіт.
- *скорочення тривалості проекту* – процедура скорочення тривалості критичних робіт за рахунок додаткового виділення коштів чи ресурсів, яке прискорює виконання таких робіт.

Часові оцінки робіт

Ранній старт роботи – найраніший час початку роботи при допущенні, що усі попередні роботи будуть завершені якомога раніше, оскільки робота ($п_i$, $к_i$) не може розпочатися раніше від настання своєї початкової події ($п_i$), маємо РС ($п_i$, $к_i$) = r ($п_i$).

Ранній фініш роботи – найраніший час завершення роботи без затримки терміну закінчення всього проекту, РФ ($п_i$, $к_i$) = РС ($п_i$, $к_i$) + t ($п_i$, $к_i$).

Пізній фініш роботи – найпізніший час завершення роботи без затримки терміну закінчення всього проекту, оскільки робота ($п_i$, $к_i$) не може бути закінчена пізніше від настання своєї кінцевої події ($к_i$); маємо ПФ ($п_i$, $к_i$) = p ($к_i$).

Пізній старт роботи – найпізніший час початку роботи без затримки терміну закінчення всього проекту; маємо ПС ($п_i$, $к_i$) = ПФ ($п_i$, $к_i$) – t ($п_i$, $к_i$).

Резерви часу		Терміни завершення наступних робіт	
		РС	ПФ
Терміни завершення попередніх робіт	РС	Вільний	Загальний
	ПФ	Незалежний	Гарантований

Рис. 3.3

Резерви часу (рис. 3.3)

Загальний (повний) резерв часу роботи – максимальна тривалість затримки роботи, що не затримує здійснення всього проекту. Приймається неявне припущення, згідно з яким усі попередні роботи, насамперед, які стосуються даної роботи, повинні виконуватися якомога раніше, щоб забезпечити загальний резерв для однієї роботи. Отже, в загальному випадку практично неможливо для кожної роботи реалізувати власний загальний резерв часу, бо загальний резерв часу для однієї роботи тісно пов'язаний із загальними резервами інших пов'язаних з нею робіт (які не дають змоги здійснити його повною мірою). Тому цей резерв цінний при визначенні КШ, але його цінність при плануванні термінів окремих робіт сумнівна – наслідки збільшення тривалості такої роботи в межах

її загального резерву можуть бути катастрофічними, привівши до зламу графіків усіх наступних робіт, зокрема їх ранніх стартів: ЗР $(i, j) = p(j) -$ РФ $(i, j) =$ $=$ ПФ $(i, j) -$ РФ $(i, j) =$ ПС (i, j) -РС (i, j).

Вільний резерв часу роботи – максимальна тривалість затримки роботи, що не впливає на початок подальших робіт (при тих самих припущеннях), його значення не перевищує загального резерву: ВР $(i, j) = r(j) -$ РФ (i, j).

Незалежний резерв часу роботи – максимальна тривалість затримки роботи, що не впливає на початок подальших робіт при допущенні, що всі попередні роботи закінчуються якомога пізніше. Це показник наявного часу, якщо при виконанні попередніх робіт виникнуть найгірші з можливих умов – через їх запізнення можна повністю втратити свій резерв часу. При обчисленні його значення може виявитися від'ємним числом, яке замінюється нулем: НР $(i, j) = r(j) - p(i) - d(i, j)$ або 0 при $r(j) - p(i) - d(i, j) < 0$.

Гарантований резерв часу роботи – максимальна тривалість затримки роботи, що не впливає на термін завершення проекту при допущенні, що попередні роботи виконуються із запізненням. Цей показник резерву часу виявляється зручним при плануванні терміну виконання певної роботи, хоча він допускає затримку лише наступних робіт, але не усього проекту: ГР $(i, j) = p(j) - (p(i) + d(i, j))$.

Пошук ранніх і пізніх часових оцінок здійснюється початковими розрахунками для подій як часових віх, а вже потім для робіт, що «плавають» між вузлами-подіями, коли всі роботи утворюють дві множини: критичних і некритичних робіт.

Визначення конфігурації й довжини критичного шляху, обчислення значень усіх часових характеристик, здійснюються у два етапи шляхом реалізації алгоритму двох проходів мережі.

При проході:

- ***вперед*** (forward pass), від s до t, передбачається виконувати роботи якомога раніше, одразу ж із раннім звершенням їх початкових подій, відповідно, буде знайдено *ранні звершення* подій, зокрема важливу шукану величину $r(t) = T_{кр}$ – довжина КШ. На рис. 3.4 хвости стрілок робіт притиснуті до їх початкових подій;

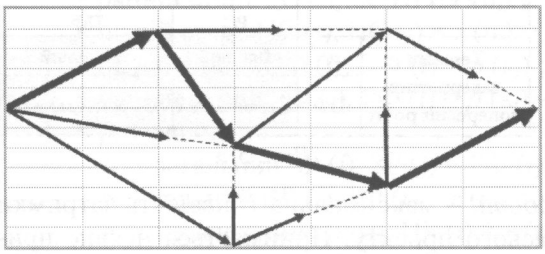


Рис. 3.4

- ***назад*** (backward pass), від t до s, вже знаючи $T_{кр}$, передбачається завершувати роботи якомога пізніше; при цьому обчислюють *пізні звершення* подій. На рис. 3.5 голови стрілок робіт притиснуті до їх кінцевих подій;

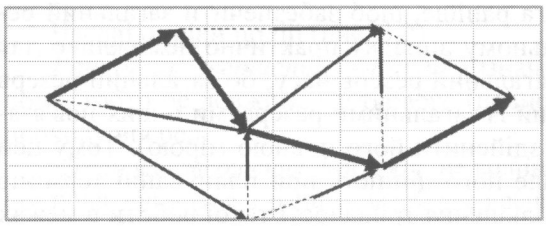


Рис. 3.5

Одночасно з часовими оцінками подій визначаються ранні та пізні старти і фініші робіт, усі резерви часу для подій й робіт.

Алгоритм

Робота задана парою (i, j), де i – початковий вузол $п_i$, j – кінцевий вузол $к_i$, коли буквою i будемо позначати номер i-ої роботи

1. Обчислення ***ранніх звершень*** подій (пошук максимального шляху $s \to t$, ***прохід уперед***)

   Крок 1: Нехай $r(s) = 0$.

   Крок 2: Для $j = 1, ..., n$

   $r(j) = \boldsymbol{max}\{r(i) + t_{ij}\}$, де максимум визначається для всіх робіт (i, j), для яких j є кінцевою подією, $r(t) = T_{кр}$.

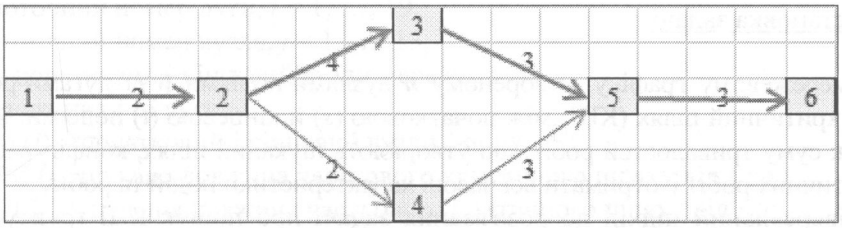
2. Обчислення ***пізніх звершень*** подій (пошук мінімального шляху $t \to s$, ***прохід назад***)

   Крок 1: $p(t) = r(t) = T_{кр}$

   Крок 2: Для $i = n - 1, n - 2, ..., 0$

   $p(i) = \boldsymbol{min}\ \{p(j) - t_{ij}\}$, де мінімум визначається для всіх робіт (i, j), для яких i є початковою подією.

Пояснення на прикладі (рис. 3.6).



	U	V	W	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG
15		Прохід вперед	Прохід назад									
16	Подія	r	p	Робота	Старт	Фініш	Тривалість	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
17	1	0	0	A	1	2	2	0	2	0	2	0
18	2	2	2	B	2	3	4	2	6	2	6	0
19	3	6	6	C	2	4	2	2	4	4	6	2
20	4	4	6	D	3	5	3	6	9	6	9	0
21	5	9	9	E	4	5	3	4	7	6	9	2
22	6	12	12	F	5	6	3	9	12	9	12	0

Подія	r	p
1	0	=W18-AB17
2	=V17+AB17	=МИН(W19-AB18;W20-AB19)
3	=V18+AB18	=W21-AB20
4	=V18+AB19	=W21-AB21
5	=МАКС(V19+AB20;V20+AB21)	=W22-AB22
6	=V21+AB22	=V22

Рис. 3.6

Робота	Старт	Фініш	Тривалість	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
A	1	2	2	=V17	=AC17+AB17	=AF17-AB17	=W18	=AF17-AD17
B	2	3	4	=V18	=AC18+AB18	=AF18-AB18	=W19	=AF18-AD18
C	2	4	2	=V18	=AC19+AB19	=AF19-AB19	=W20	**=AF19-AD19**
D	3	5	3	=V19	=AC20+AB20	=AF20-AB20	=W21	=AF20-AD20
E	4	5	3	=V20	=AC21+AB21	=AF21-AB21	=W21	**=AF21-AD21**
F	5	6	3	=V21	=AC22+AB22	=AF22-AB22	=AD22	=AF22-AD22

Рис. 3.6 (продовження)

Критичний шлях: 1→2→3→5→6, подія 4 має резерв часу: $p(4) - r(4) = 6 - 4 = 2$.

Критичні роботи: (1, 2), (2, 3), (3, 5), (5, 6), некритичні: (2, 4), (4, 5) із загальним резервом 2 дні кожна.

Підкритичний шлях: 1→2→4→5→6, збільшення сумарної тривалості робіт (2, 4) чи (4, 5) на 2 од. приведе до двох рівнокритичних шляхів із $T_{кр} = 12$ од.

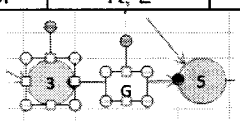
Задача 3.1. Про пошук критичного шляху в дуговій мережі

Постановка задачі

У мережевому графіку, утвореному *n* вузлами-подіями й *m* дугами-роботами, знайти критичний шлях (КШ) між початковою (*s*) й кінцевою (*t*) подіями: його довжину як суму тривалостей робіт, що утворюють шуканий шлях, конфігурацію – набір критичних робіт і отримати всі часові характеристики подій та робіт.

Універсальний підхід до розв'язання задачі про пошук КШ ґрунтується на розв'язанні двох спряжених задач ЛП для пошуку РС й ПФ подій з одночасним знаходженням розв'язку прямої й двоїстої задач та побудовою дерева критичних шляхів від *s* до всіх подій мережі, включаючи кінцеву подію *t*.

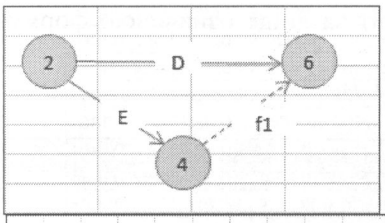
Проектна таблиця		
Робота	**Попередні роботи**	**Трив.**
A		3
B	A	4
C	A	3
D	B	10
E	B	8
F	B	4
G	C	6
H	F, G	8
I	D, E, H	5
J	I, H	5
K	J	4
L	J, H, K	2
M	K, L	4



Приклад. За заданою проектною таблицею з 13 робіт та 19 зв'язків між ними сформовано дугову мережеву модель, де вимушено використано фіктивні події та роботи. Розмір табличної моделі: 14 вузлів-подій та 19 дуг-робіт (13 заданих + 6 фіктивних робіт). Побудована дугова мережа не єдина з можливих для цієї проектної таблиці, а сам процес побудови потребує певних роздумів і часу – сказане є ілюстрацією недоліків методу СРМ щодо неоднозначності мережевої моделі й проектної таблиці.

Порада: для креслення красивих схем рекомендуємо користуватися командою *Вставка→Фигуры*, де геометричні фігури мають маркери, місця для з'єднання фігур із можливістю копіювання окремих елементів чи їх композицій та коригування схеми перетягуванням елементів і груп.

Креслення мережі для заданої проектної таблиціподано на рис. 3.7.



За правилами CPM, паралельні роботи *D* та *E* треба «розвести» за допомогою фіктивної роботи *f*1 та фіктивної події 4. Таблична модель в Excel дає можливість мати паралельні роботи, тому на схемі мережі відсутні робота *f*1 та подія 4

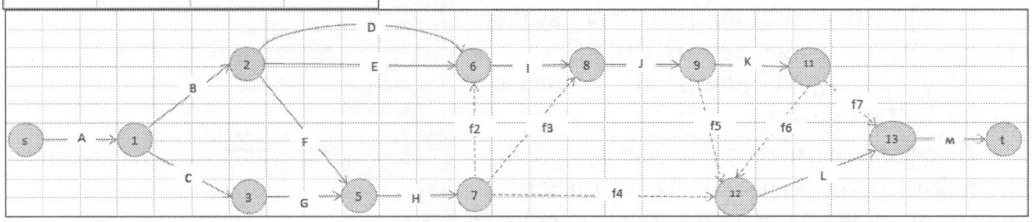


Рис. 3.7

<u>Позначення</u>

i – поточний номер дуги, *i* = 1, …, 19;

j – поточний номер вузла, *j* = 1, …, 13;

s, t – початковий і кінцевий вузли мережі;

d_i – довжина *i*-ої дуги;

п(*i*), к(*i*) – початковий і кінцевий вузли *i*-ої дуги[27];

r_j – РС (*j*), шукана довжина часткового критичного шляху від *s* до *j*;

p_j – ПС (*j*), шукана довжина часткового критичного шляху від *s* до *j*;

$D_{\min}$ – сума шуканих часткових КШ від *s* до *t* (цільова функція 1);

$D_{\max}$ – сума шуканих часткових КШ від *s* до *t* (цільова функція 2).

Задача оптимізації (РС)

I. Знайти вектор $R = (r_1, \ldots, r_{13})$, такий щоб

II. ЦФ $D_{min} = r_1 + \ldots + r_{13} \rightarrow \min$

III. за обмежень:

$r(к_i) - r(п_i) \geq d(i)$

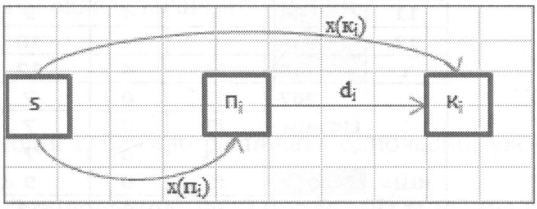
й граничних умов: усі $r(j) \geq 0$.

Сутність дугового обмеження:

$x(к_i) - x(п_i) > d(i)$, якщо *i*-та робота некритична;

$x(к_i) - x(п_i) = d(i)$, якщо *i*-та робота критична,

де: $x(к_i)$, $x(п_i)$ – часткові критичні шляхи від *s* до вузлів $к_i$, $п_i$:

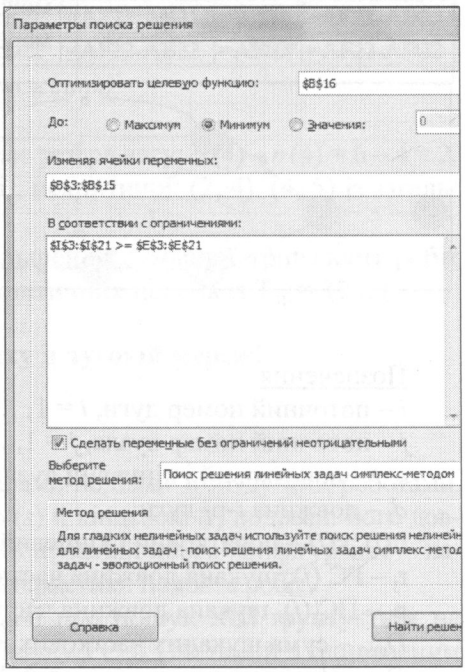


[27] $п_i$, $к_i$ – аналогічні позначення; є вибір.

Результату цієї задачі достатньо, щоб отримати оцінки РС та РФ й визначити довжину критичного шляху. Окрім цього, за отриманими значеннями РС подій, можна обчислити корисні вільні резерви (ВР) робіт за вище означеною формулою:

$$ВР\ (i, j) = r\ (j) - РФ\ (i, j),$$

де $r\ (j)$ – РС (j).



Порядок роботи

1) сформувати таблицю для вузлів; стовпці: Вузол (Список номерів), РС;

2) у стовпці РС обчислити суму елементів, це ЦФ задачі;

3) сформувати таблицю для дуг; стовпці: Робота (список робіт), Трив. (ввести із проектної таблиці), Старт, Фініш (зв'язки між вузлами, вводяться вручну або за допомогою макросу). Стовпець Трив. одночасно є правою частиною дугових обмежень;

4) сформувати таблицю зі стовпця для лівої частини обмежень Об. мін, де обчислюються значення $r\ (к_i) - r\ (п_i)$;

5) сформувати таблицю часових параметрів: РС, РФ, заповнити формулами.

Запуск надбудови ***Поиск решения*** для пошуку РС.

Таблична модель. Результат (рис. 3.8)

Вузол	РС	Робота	Трив.	Старт (i)	Фініш (j)	Об. мін	РС	РФ	ВР
s	0	A	3	s	1	3	0	3	0
1	3	B	4	1	2	4	3	7	0
2	7	C	3	1	3	3	3	6	0
3	6	D	10	2	6	13	7	17	3
5	12	E	8	2	6	13	7	15	5
6	20	F	4	2	5	5	7	11	1
7	20	G	6	3	5	6	6	12	0
8	25	H	8	5	7	8	12	20	0
9	30	I	5	6	8	5	20	25	0
10	34	J	5	8	9	5	25	30	0
11	34	K	4	9	11	4	30	34	0
12	36	L	2	10	12	2	34	36	0
t	40	M	4	12	t	4	36	40	0
	267	f2	0	7	6	0	20	20	0
	ЦФмін	f3	0	7	8	5	20	20	5
		f4	0	7	10	14	20	20	14
КШ=	40	f5	0	9	10	4	30	30	4
		f6	0	11	10	0	34	34	0
		f7	0	11	12	2	34	34	2

Рис. 8

Дуги			
Об. мін		РС	РФ
=ВПР(G3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K3+E3
=ВПР(G4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K4+E4
=ВПР(G5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K5+E5
=ВПР(G6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K6+E6
=ВПР(G7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K7+E7
=ВПР(G8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K8+E8
=ВПР(G9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K9+E9
=ВПР(G10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K10+E10
=ВПР(G11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K11+E11
=ВПР(G12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K12+E12
=ВПР(G13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K13+E13
=ВПР(G14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K14+E14
=ВПР(G15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K15+E15
=ВПР(G16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K16+E16
=ВПР(G17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K17+E17
=ВПР(G18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K18+E18
=ВПР(G19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K19+E19
=ВПР(G20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K20+E20
=ВПР(G21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(F21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)		=ВПР(F21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=K21+E21

Робота	РС	Трив.	ВР
A	0	3	0
B	3	4	0
C	3	3	0
D	7	10	3
E	7	8	5
F	7	4	1
G	6	6	0
H	12	8	0
I	20	5	0
J	25	5	0
K	30	4	0
L	34	2	0
M	36	4	0

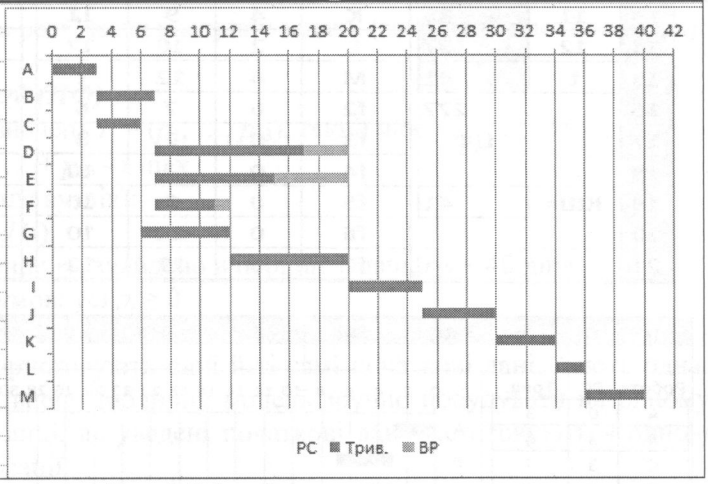


Рис. 3.8 (продовження)

Аналіз результату

За прямим проходом мережі визначено ранні старти й фініші робіт та вільні резерви робіт, довжина критичного шляху склала величину 40 днів.

Модифікація моделі

Умова: події 2 та 3, яким передує подія 1, бажано розпочати одночасно; уводимо додаткове обмеження: r (2) = r (3).

Результат (рис. 3.8): r (2) = r (3) = 7, відповідно, РС (D) = РС (F) = РС (E) = = РС (G) = 7,

$T_{кр}$ = 41.

Такі обмеження не завжди можливі. При спробі ввести некоректне обмеження $r(1) = r(2)$ виведено повідомлення про відсутність допустимого розв'язку, й це цілком зрозуміло, бо події 2 передує подія 1, між якими – робота В (1,2) тривалістю 4 дні (рис. 3.9).

	A	B	D	E	F	G	I	K	L
1	Вузли		Дуги						
2	Подія	РС	Робота	Трив.	Старт	Фініш	Об. мін	РС	РФ
3	s	0	A	3	s	1	3	0	3
4	1	3	B	4	1	2	4	3	7
5	2	7	C	3	1	3	4	3	6
6	3	7	D	10	2	6	14	7	17
7	5	13	E	8	2	6	14	7	15
8	6	21	F	4	2	5	6	7	11
9	7	21	G	6	3	5	6	7	13
10	8	26	H	8	5	7	8	13	21
11	9	31	I	5	6	8	5	21	26
12	10	35	J	5	8	9	5	26	31
13	11	35	K	4	9	11	4	31	35
14	12	37	L	2	10	12	2	35	37
15	t	41	M	4	12	t	4	37	41
16		277	f2	0	7	6	0	21	21
17		ЦФ	f3	0	7	8	5	21	21
18			f4	0	7	10	14	21	21
19	КШ=	41	f5	0	9	10	4	31	31
20			f6	0	11	10	0	35	35
21			f7	0	11	12	2	35	35

Робота	РС	Трив.
A	0	3
B	3	4
C	3	3
D	7	10
E	7	8
F	7	4
G	7	6
H	13	8
I	21	5
J	26	5
K	31	4
L	35	2
M	37	4

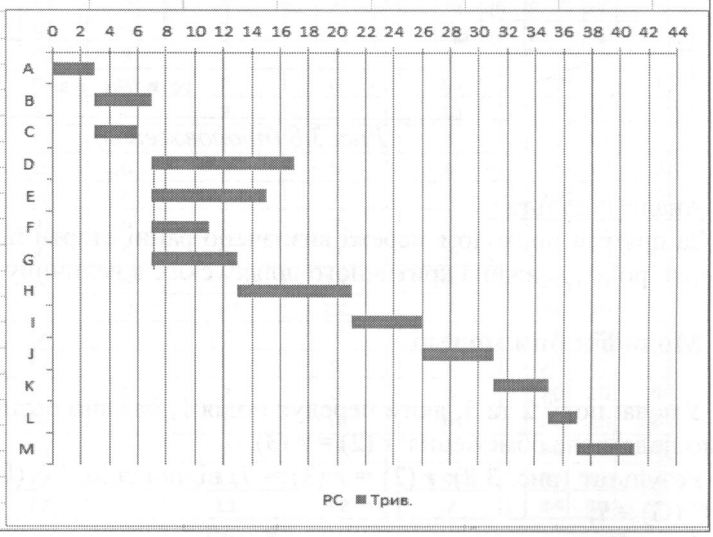
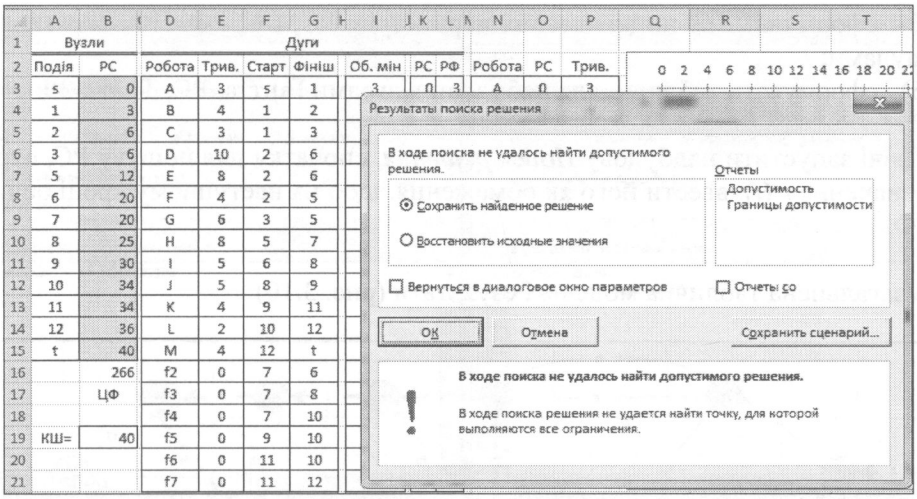


Рис. 3.9



	A	B	D	E	F	G	I	J	K	L	N	O	P
1	Вузли		Дуги										
2	Подія	РС	Робота	Трив.	Старт	Фініш	Об. мін	РС	РФ		Робота	РС	Трив.
3	s	0	A	3	s	1	3	0	3		A	0	3
4	1	3	B	4	1	2							
5	2	6	C	3	1	3							
6	3	6	D	10	2	6							
7	5	12	E	8	2	6							
8	6	20	F	4	2	5							
9	7	20	G	6	3	5							
10	8	25	H	8	5	7							
11	9	30	I	5	6	8							
12	10	34	J	5	8	9							
13	11	34	K	4	9	11							
14	12	36	L	2	10	12							
15	t	40	M	4	12	t							
16		266	f2	0	7	6							
17		ЦФ	f3	0	7	8							
18			f4	0	7	10							
19	КШ=	40	f5	0	9	10							
20			f6	0	11	10							
21			f7	0	11	12							

Рис. 3.9 (продовження)

Щоб отримати оцінки ПС та ПФ і обчислити загальний та інші часові резерви робіт, треба додатково розв'язати наступну задачу (зворотній прохід мережі).

Задача оптимізації (ПФ)

I. Знайти вектор значень $P = (p_1, \ldots, p_{13})$, такий щоб

II. ЦФ $D_{\max} = p_1 + \ldots + p_{13} \to \max$

III. за обмежень (для вузлів):

$p\,(к_i) - p(п_i) \geq d\,(i)$

$p_{13} = r_{13}$ (значення r_{13} знайдено в першій задачі, $r_{13} = 40$ днів)

та граничних умов: усі $p_j \geq 0$.

Ці дві задачі використовують одні й ті самі початкові дані, мають однакову структуру, тож узагальнену табличну модель зручно побудувати на одному аркуші електронної таблиці, де уведені початкові дані застосовуються одночасно для обох задач оптимізації.

Порядок роботи:

1) сформувати таблицю для вузлів; стовпці: Вузол (Список номерів), РС, ПФ, Резерв;

2) у стовпцях РС та ПФ обчислити суми елементів, це ЦФ для обох задач, резерв часу події – різниця між p_i та r_i;

3) сформувати таблицю для дуг; стовпці: Робота (список робіт), Трив. (ввести з проектної таблиці), Старт, Фініш (зв'язки між вузлами, вводяться вручну або за допомогою макросу). Стовпець Трив. одночасно є правою частиною дугових обмежень;

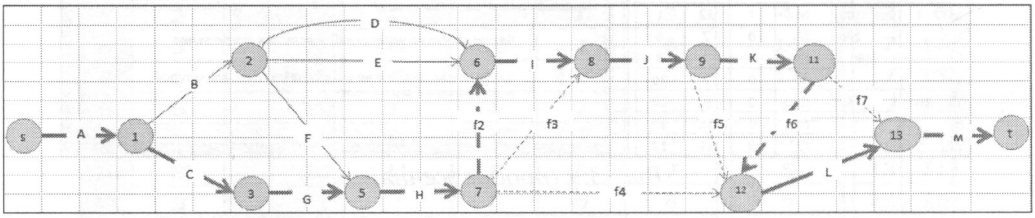
4) сформувати таблицю з двох стовпців для лівих частин обмежень: Об. мін, Об. макс, заповнивши їх формулами, де обчислюються значення $r\,(к_i) - r\,(п_i)$ та $p\,(к_i) - p\,(п_i)$ відповідно;

5) сформувати таблицю часових параметрів: РС, ПС, РФ, ПФ, ЗР, заповнити формулами;

6) сформувати таблицю для побудови діаграми Ґантта: РС, Трив., ЗР.

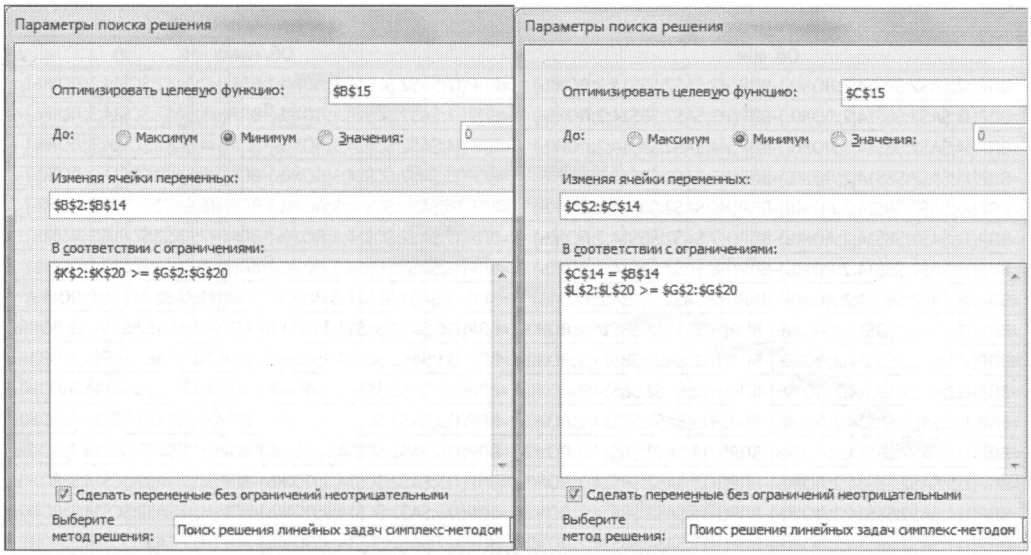
Двічі запустити надбудову *Поиск решения*, спочатку для пошуку РС, отримавши значення $r(t)$, ввести його як обмеження, щоб на наступному кроці обчислити ПФ.

Узагальнена таблична модель. Результати (рис. 3.10)



Вузли				Дуги										
Подія	РС	ПФ	Резерв	Робота	Трив.	Старт	Фініш	Об. мін	Об. макс	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
s	0	0	0	A	3	s	1	3	3	0	3	0	3	0
1	3	3	0	B	4	1	2	4	5	3	7	4	8	1
2	7	8	1	C	3	1	3	3	3	3	6	3	6	0
3	6	6	0	D	10	2	6	13	12	7	17	10	20	3
5	12	12	0	E	8	2	6	13	12	7	15	12	20	5
6	20	20	0	F	4	2	5	5	4	7	11	8	12	1
7	20	20	0	G	6	3	5	6	6	6	12	6	12	0
8	25	25	0	H	8	5	7	8	8	12	20	12	20	0
9	30	30	0	I	5	6	8	5	5	20	25	20	25	0
10	34	34	0	J	5	8	9	5	5	25	30	25	30	0
11	34	34	0	K	4	9	11	4	4	30	34	30	34	0
12	36	36	0	L	2	10	12	2	2	34	36	34	36	0
t	40	40	0	M	4	12	t	4	4	36	40	36	40	0
	267	268		f2	0	7	6	0	0	20	20	20	20	0
	ЦФмін	ЦФмакс		f3	0	7	8	5	5	20	20	25	25	5
				f4	0	7	10	14	14	20	20	34	34	14
	КШ=	40		f5	0	9	10	4	4	30	30	34	34	4
				f6	0	11	10	0	0	34	34	34	34	0
				f7	0	11	12	2	2	34	34	36	36	2

Рис. 3.10



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вузол	РС	ПФ	Резерв		Робота	Трив.	Старт	Фініш
2	s	0	0	=C2-B2		A	3	=A2	1
3	1	3	3	=C3-B3		B	4	1	2
4	2	7	8	=C4-B4		C	3	1	3
5	3	6	6	=C5-B5		D	10	2	6
6	5	12	12	=C6-B6		E	8	2	6
7	6	20	20	=C7-B7		F	4	2	5
8	7	20	20	=C8-B8		G	6	3	5
9	8	25	25	=C9-B9		H	8	5	7
10	9	30	30	=C10-B10		I	5	6	8
11	10	34	34	=C11-B11		J	5	8	9
12	11	34	34	=C12-B12		K	4	9	11
13	12	36	36	=C13-B13		L	2	10	12
14	t	40	40	=C14-B14		M	4	12	=A14
15		=СУММ(B2:B14)	=СУММ(C2:C14)			f2	0	7	6
16		ЦФмін	ЦФмакс			f3	0	7	8
17						f4	0	7	10
18		КШ=	=O14			f5	0	9	10
19						f6	0	11	10
20						f7	0	11	12

Рис. 3.10 (продовження)

K	L
Об. мін	Об. макс
=ВПР(I2;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H2;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I2;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H2;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I3;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H3;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I3;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H3;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I4;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H4;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I4;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H4;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I5;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H5;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I5;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H5;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I6;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H6;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I6;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H6;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I7;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H7;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I7;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H7;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I8;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H8;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I8;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H8;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I9;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H9;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I9;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H9;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I10;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H10;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I10;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H10;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I11;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H11;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I11;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H11;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I12;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H12;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I12;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H12;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I13;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H13;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I13;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H13;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I14;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H14;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I14;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H14;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I15;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H15;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I15;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H15;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I16;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H16;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I16;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H16;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I17;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H17;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I17;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H17;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I18;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H18;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I18;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H18;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I19;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H19;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I19;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H19;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I20;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H20;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I20;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H20;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)

	N	O	P	Q	R
1	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
2	=ВПР(H2;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N2+G2	=Q2-G2	=ВПР(I2;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q2-O2
3	=ВПР(H3;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N3+G3	=Q3-G3	=ВПР(I3;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q3-O3
4	=ВПР(H4;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N4+G4	=Q4-G4	=ВПР(I4;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q4-O4
5	=ВПР(H5;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N5+G5	=Q5-G5	=ВПР(I5;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q5-O5
6	=ВПР(H6;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N6+G6	=Q6-G6	=ВПР(I6;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q6-O6
7	=ВПР(H7;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N7+G7	=Q7-G7	=ВПР(I7;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q7-O7
8	=ВПР(H8;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N8+G8	=Q8-G8	=ВПР(I8;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q8-O8
9	=ВПР(H9;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N9+G9	=Q9-G9	=ВПР(I9;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q9-O9
10	=ВПР(H10;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N10+G10	=Q10-G10	=ВПР(I10;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q10-O10
11	=ВПР(H11;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N11+G11	=Q11-G11	=ВПР(I11;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q11-O11
12	=ВПР(H12;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N12+G12	=Q12-G12	=ВПР(I12;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q12-O12
13	=ВПР(H13;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N13+G13	=Q13-G13	=ВПР(I13;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q13-O13
14	=ВПР(H14;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N14+G14	=Q14-G14	=ВПР(I14;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q14-O14
15	=ВПР(H15;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N15+G15	=Q15-G15	=ВПР(I15;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q15-O15
16	=ВПР(H16;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N16+G16	=Q16-G16	=ВПР(I16;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q16-O16
17	=ВПР(H17;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N17+G17	=Q17-G17	=ВПР(I17;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q17-O17
18	=ВПР(H18;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N18+G18	=Q18-G18	=ВПР(I18;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q18-O18
19	=ВПР(H19;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N19+G19	=Q19-G19	=ВПР(I19;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q19-O19
20	=ВПР(H20;$A$2:$B$14;2;ЛОЖЬ)	=N20+G20	=Q20-G20	=ВПР(I20;$A$2:$C$14;3;ЛОЖЬ)	=Q20-O20

Рис. 3.10 (продовження)

Робота	РС	Трив.	ЗР
A	0	3	0
B	3	4	1
C	3	3	0
D	7	10	3
E	7	8	5
F	7	4	1
G	6	6	0
H	12	8	0
I	20	5	0
J	25	5	0
K	30	4	0
L	34	2	0
M	36	4	0

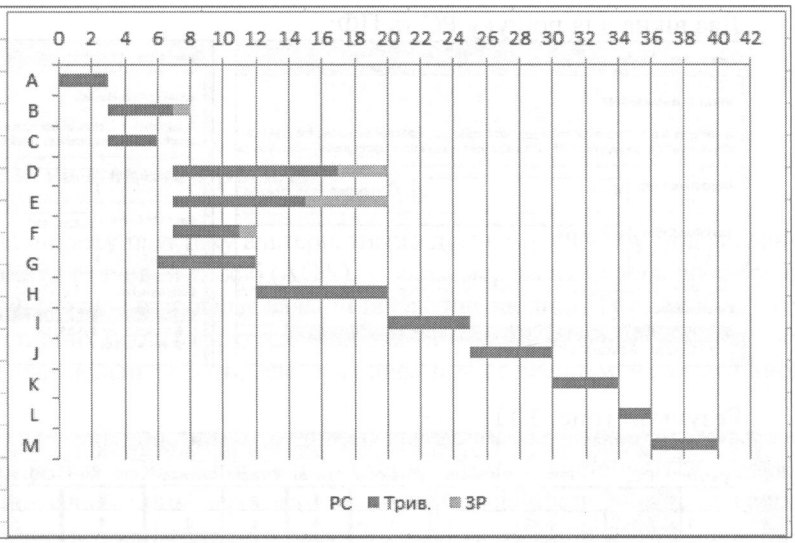


Рис. 3.10 (продовження)

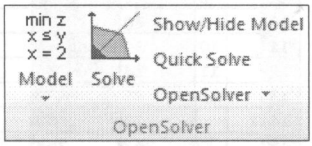
Зауваження 1: про загальні та вільні часові резерви робіт.

Пошуком РС та ПФ подій визначено часовий резерв 2-ої події r (2) = 1, відповідно, загальний резерв часу ЗР (1,2) = 1, тобто робота (1,2) тривалістю 4 дні некритична. Це означає, що цю роботу можна виконувати 5 днів і $T_{кр}$ не зміниться, але це призведе до зміни часових характеристик наступних робіт, що для них проблематично. Пошук вільних резервів довів, що робота (1,2) критична, в цьому полягає перевага вільних резервів перед загальними.

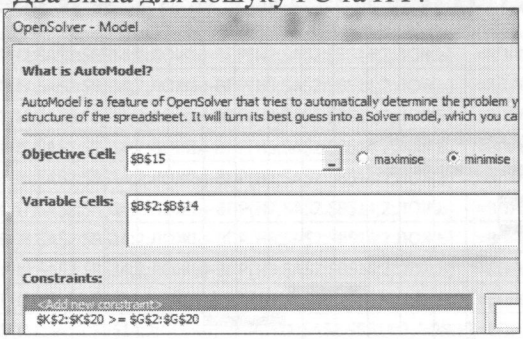
Зауваження 2: якщо користуватися надбудовою Excel Поиск решения (Excel Solver), розмір кожної задачі лінійної оптимізації обмежується числом 200 для кількості шуканих невідомих. Якщо розмір задачі перевищує це число, рекомендуємо скористатися відкритою й без обмежень на розмір задачі надбудовою OpenSolver для Excel або ж іншою відкритою електронною таблицею із відповідною надбудовою-оптимізатором.

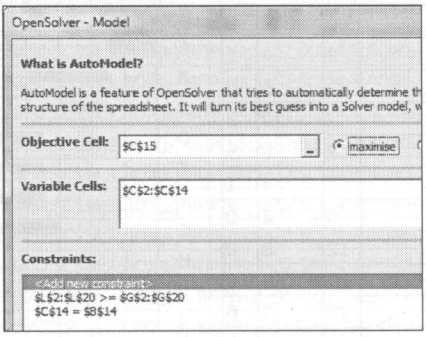
Задача 3.2. Розв'язок задачі за допомогою надбудови OpenSolver

OpenSolver – надбудова Excel з відкритим кодом (open source), яка дає змогу розв'язувати оптимізаційні ЛП/ЦЛП задачі, використовуючи COIN-OR CBC Solver (відкритий проект розробки програм для розв'язання різних, зокрема оптимізаційних, задач). Для встановлення надбудови потрібно скачати і розпакувати архів із сайту розробників, а потім запустити файл надбудови – OpenSolver.xlam, який доступний у меню Данные. Зручно табличну модель сформувати в Excel й отримати результат в OpenSolver (*Solve*), в режимі *Model* можна відредагувати уведену табличну модель. Працює надбудова швидко, штучних обмежень на розмір задачі немає, тому фактично ми обмежені лише ресурсами ПК та розміром аркуша Excel.



Два вікна для пошуку РС та ПФ:





Результат (рис. 3.11)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	N	O	P	Q	R	S
1	Вузол	РС	ПФ	Резерв		Робота	Трив.	Старт	Фініш		Об. мін	Об. макс		РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
2	s	0	0	0		A	3	s	1		3	3		0	3	0	3	0
3	1	3	3	0		B	4	1	2		4	5		3	7	4	8	1
4	2	7	8	1		C	3	1	3		3	3		3	6	3	6	0
5	3	6	6	0		D	10	2	6		13	12		7	17	10	20	3
6	5	12	12	0		E	8	2	6		13	12		7	15	12	20	5
7	6	20	20	0		F	4	2	5		5	4		7	11	8	12	1
8	7	20	20	0		G	6	3	5		6	6		6	12	6	12	0
9	8	25	25	0		H	8	5	7		8	8		12	20	12	20	0
10	9	30	30	0		I	5	6	8		5	5		20	25	20	25	0
11	10	34	34	0		J	5	8	9	≤	5	5		25	30	25	30	0
12	11	34	34	0		K	4	9	11		4	4		30	34	30	34	0
13	12	36	36	0		L	2	10	12		2	2		34	36	34	36	0
14	t	40	40	0		M	4	12	t		4	4		36	40	36	40	0
15		min 267	268			f2	0	7	6		0	0		20	20	20	20	0
16		ЦФмін	ЦФмакс			f3	0	7	8		5	5		20	20	25	25	5
17						f4	0	7	10		14	14		20	20	34	34	14
18		КШ=	40			f5	0	9	10		4	4		30	30	34	34	4
19						f6	0	11	10		0	0		34	34	34	34	0
20						f7	0	11	12		2	2		34	34	36	36	2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	N	O	P	Q	R	S
1	Вузол	РС	ПФ	Резерв		Робота	Трив.	Старт	Фініш		Об. мін	Об. макс		РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
2	s	0	0	0		A	3	s	1		3	3		0	3	0	3	0
3	1	3	3	0		B	4	1	2		4	5		3	7	4	8	1
4	2	7	8	1		C	3	1	3		3	3		3	6	3	6	0
5	3	6	6	0		D	10	2	6		13	12		7	17	10	20	3
6	5	12	12	0		E	8	2	6		13	12		7	15	12	20	5
7	6	20	20	0		F	4	2	5		5	4		7	11	8	12	1
8	7	20	20	0		G	6	3	5		6	6		6	12	6	12	0
9	8	25	25	0		H	8	5	7		8	8		12	20	12	20	0
10	9	30	30	0		I	5	6	8		5	5		20	25	20	25	0
11	10	34	34	0		J	5	8	9		5	≤ 5		25	30	25	30	0
12	11	34	34	0		K	4	9	11		4	4		30	34	30	34	0
13	12	36	36	0		L	2	10	12		2	2		34	36	34	36	0
14	t	40	= 40	0		M	4	12	t		4	4		36	40	36	40	0
15		267	268			f2	0	7	6		0	0		20	20	20	20	0
16		ЦФмін	ЦФмакс			f3	0	7	8		5	5		20	20	25	25	5
17						f4	0	7	10		14	14		20	20	34	34	14
18		КШ=	40			f5	0	9	10		4	4		30	30	34	34	4
19						f6	0	11	10		0	0		34	34	34	34	0
20						f7	0	11	12		2	2		34	34	36	36	2

Рис. 3.11

Глава 4

Вузлова мережева модель проекту

Орієнтованою на широку практику альтернативою дуговому способу моделювання проектної діяльності є вузловий спосіб (AON), за яким мережева модель проекту, її розмір і структура *однозначно* відповідає заданій проектній таблиці. Тут немає нічого штучного, подій, фіктивних робіт чи характерних для CPM обмежуючих правил щодо неможливості мати паралельні роботи, але, головне, зі збереженням математичних основ МПУ.

Відповідно, зникає необхідність попереднього креслення мережевого графіка, за яким надалі формується обчислювальна схема, тому зменшується обсяг обчислень. Цікаво, що завдяки цим перевагам вузловий спосіб, що в умовах гострого дефіциту комп'ютерних потужностей того часу був запропонований для рядових користувачів (зокрема, будівельних організацій [5]) як некомп'ютерний, даючи змогу без витрат на тривале програмування й оренду машинного часу, фактично вручну, розрахувати розклад не дуже великих проектів. У наші часи це основний, явно комп'ютерно-орієнтований спосіб, що реалізується, зокрема, у спеціалізованих програмних засобах (типу MS Project).

Задача 4.1. Модель ЛП вузлової проектної мережі

У поданій тут проектній таблиці у стовпці Робота визначено 13 робіт, а в стовпці Попередні роботи вказано 19 зв'язків (відношень передування) між ними. Цих даних цілком достатньо, щоб побудувати вузлову мережеву модель проекту й розрахувати календарний план. Вузлова мережева модель однозначно відповідає проектній таблиці й складається саме з 13 вузлів-робіт (стовпець Робота) й 19 дуг-зв'язків (стовпець Попередні роботи), із довільною нумерацією (кодуванням).

Проектна таблиця

Робота	Попередні роботи	Трив.
A		3
B	A	4
C	A	3
D	B	10
E	B	8
F	B	4
G	C	6
H	F, G	8
I	D, E, H	5
J	I, H	5
K	J	4
L	J, H, K	2
M	K, L	4

Один з варіантів зображення вузлової проектної мережі, подано на рис. 4.1:

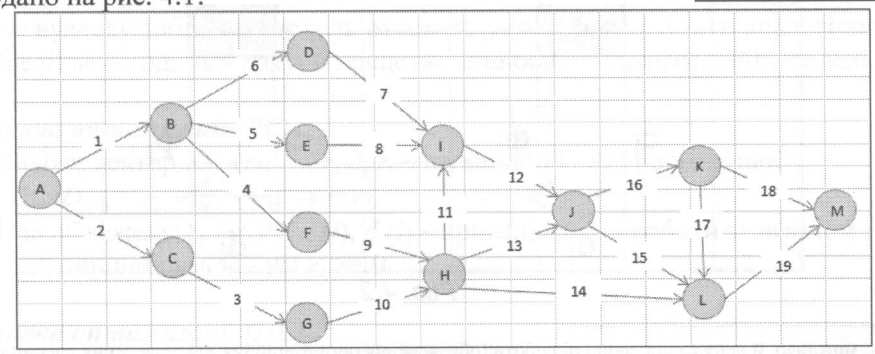


Рис. 4.1

Правила побудови вузлової мережевої моделі проекту

1. Кожна робота в мережі представлена одним вузлом, що позначається кружечком (прямокутником), усередині фігури – її позначення (код).

2. Між парою робіт «попередня → наступна» може бути один чи більше одного зв'язків, визначаючи порядок їх передування. Зв'язки між роботами зберігають класичний зв'язок Ф-С (Фініш-Старт), що діє в дуговій мережевій моделі, визначаючи, що наступна робота може розпочатися, лише коли виконані всі роботи, що їй передують. Вони доповнені відношеннями передування: С-С (Старт-Старт), Ф-Ф (Фініш-Фініш) і С-Ф (Старт-Фініш), що дає можливість гнучко визначати моменти старту і фінішу робіт згідно з діючими технологічними процесами.

3. Основні часові характеристики роботи: РС, РФ, ПС, ПФ, ВР, ЗР.

4. Мережевий графік креслити не обов'язково; якщо ж його креслять, то для наочності.

5. Цілком можливо, що проектна таблиця має декілька початкових і завершальних робіт, тоді міжнародний стандарт рекомендує розширену форму табличної моделі проекту, де, за традицією, є один початок (*s*) і один кінець (*t*) мережі. Для цього додають фіктивні роботи (*s* та *t*) нульової[28] тривалості й відповідні фіктивні зв'язки, хоча це дещо збільшує розмір задач, але спрощує організацію обчислень без необхідності вводити додаткові обмеження для початкових і завершальних робіт.

6. Для фіксації певних фактів, наприклад, моменту завершення окремої групи робіт, уводяться фіктивні роботи-віхи нульової чи певної тривалості, які є аналогом вузлів-подій у дуговій моделі проекту.

7. Якщо логічний зв'язок як зв'язок між суміжними роботами має певну тривалість, його представляють відповідною фіктивною роботою-зв'язком.

Отже, позитивне поняття «подія», що є властивістю дугової мережі, цілком природно має відображення у вузловій проектній мережі.

Часові параметри роботи-вузла (рис. 4.2).

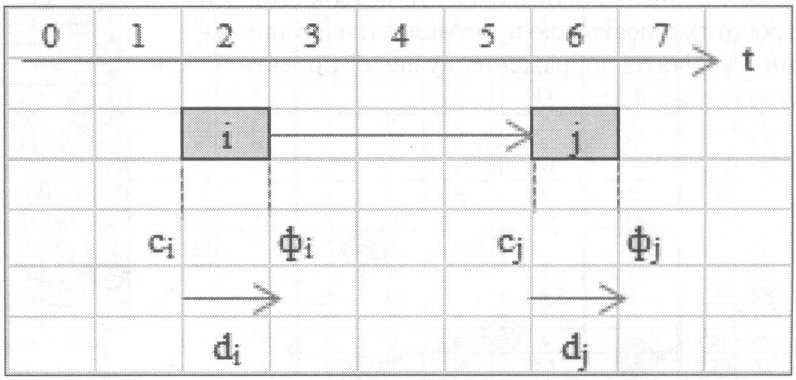


Рис. 4.2

[28] А, можливо, й ненульової, якщо ці роботи (обговорення організаційних дій, доведення дисциплінарних і договірних обов'язків, оформлення звітної документації) мають певну тривалість.

$\Phi(i) = C(i) + d(i)$

$C(j) = \Phi(i)$.

У розрахунках використовується базовий алгоритм, що передбачає здійснення прямого й зворотного проходів мережею, щоб отримати ранні й пізні часові характеристики робіт. Для цього послідовно розв'язуються дві оптимізаційні задачі на мінімум й максимум відповідних ЦФ, за аналогією з дуговою моделлю.

Обмеження, порівняння:

Дугова модель: РС (j) – РС $(i) \geq d(i, j)$, де: i та j – події; (i, j) – робота довжиною $d(i, j)$.

Вузлова модель: РС (j) – РС $(i) \geq d(i)$, де: i та j – роботи; $d(i)$ – довжина i-ої роботи, (i, j) – зв'язок між ними (рис. 4.3):

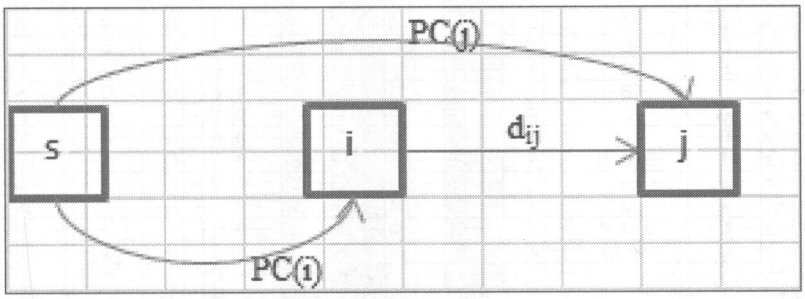


Рис. 4.3

Відповідно, у вузловій моделі визначаються:

- найкоротші шляхи від початку мережі s (або від кількох початкових робіт) до всіх робіт шляхом мінімізації суми відповідних відстаней із отриманням значення $T_{кр}$;
- найдовші шляхи від кінця мережі t до всіх робіт шляхом максимізації суми відповідних відстаней із відомим значенням $T_{кр}$, отримані різниці довжин шляхів вкажуть на загальні резерви часу робіт.

Обидва обчислювальні процеси мають однакову організацію табличної моделі й розрізняються лише шуканими змінними, обмеженнями і цільовими функціями.

Тож вузлову табличну модель рекомендується організувати аналогічно дуговій моделі, де на одному аркуші представлено обидві оптимізаційні моделі.

Задача оптимізації (РС)

I. Знайти вектор $R = (r_1, \ldots, r_{13})$, r_i – шуканий РС i-ої роботи, щоб

II. ЦФ $D_{min} = r_1 + \ldots + r_{13} \rightarrow \min$

III. за обмежень: $r_j - r_i >= d(i)$, $d(i)$ – тривалість i-ої роботи зі зв'язком $i \rightarrow j$ і граничних умов – усі $r_i >= 0$.

Задача оптимизації (ПС)

I. Знайти вектор $P = (p_1, \ldots, p_{13})$, p_i – шуканий ПС i-ої роботи, щоб

II. ЦФ $D_{\max} = p_1 + \ldots + p_{13} \to \max$

III. за обмежень: $p_j - p_i >= d(i)$

$p_t = r_t$

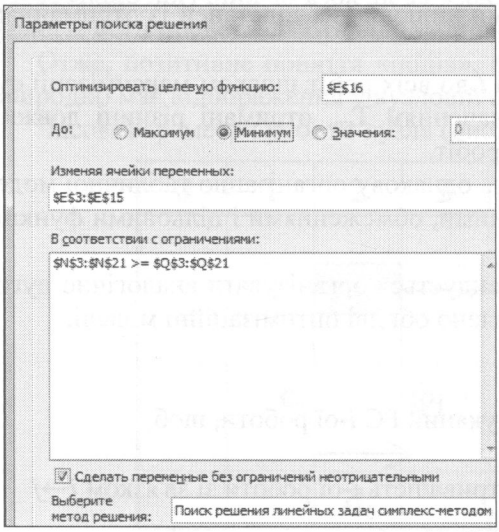
і граничних умов– усі $p_i >= 0$.

Узагальнена таблична модель

Результати (рис. 4.4)

N3 =ВПР(L3;$B$3:$E$15;4;ЛОЖЬ)-ВПР(K3;$B$3:$E$15;4;ЛОЖЬ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	N	P	Q
1		Проектна таблиця			Характеристики						Зв'язки		min	max	
2		Робота	Попередні роботи	Трив.	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР		Старт	Фініш	ЛЧ	ЛЧ	ПЧ
3	1	A		3	0	3	0	3	0	1	A	B	3	4	3
4	2	B	A	4	3	7	4	8	1	2	A	C	3	3	3
5	3	C	A	3	3	6	3	6	0	3	B	D	4	6	4
6	4	D	B	10	7	17	10	20	3	4	B	E	4	8	4
7	5	E	B	8	7	15	12	20	5	5	B	F	4	4	4
8	6	F	B	4	7	11	8	12	1	6	C	G	3	3	3
9	7	G	C	6	6	12	6	12	0	7	F	H	5	4	4
10	8	H	F, G	8	12	20	12	20	0	8	G	H	6	6	6
11	9	I	D, E, H	5	20	25	20	25	0	9	D	I	13	10	10
12	10	J	I, H	5	25	30	25	30	0	10	E	I	13	8	8
13	11	K	J	4	30	34	30	34	0	11	H	I	8	8	8
14	12	L	J, H, K	2	34	36	34	36	0	12	I	J	5	5	5
15	13	M	K, L	4	36	40	36	40	0	13	H	J	13	13	8
16					190		200			14	J	K	5	5	5
17					ЦФ1		ЦФ2			15	J	L	9	9	5
18										16	H	L	22	22	8
19										17	K	L	4	4	4
20										18	K	M	6	6	4
21										19	L	M	2	2	2



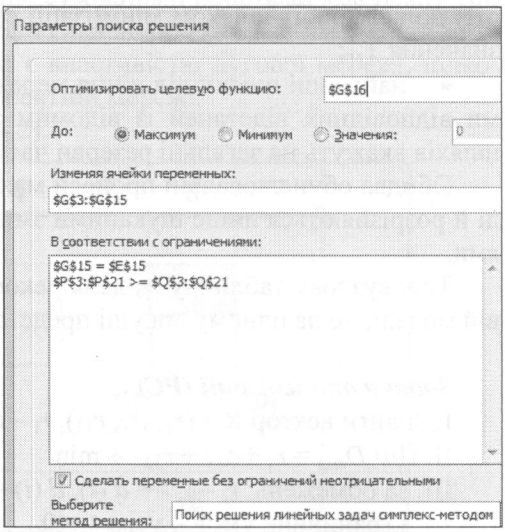
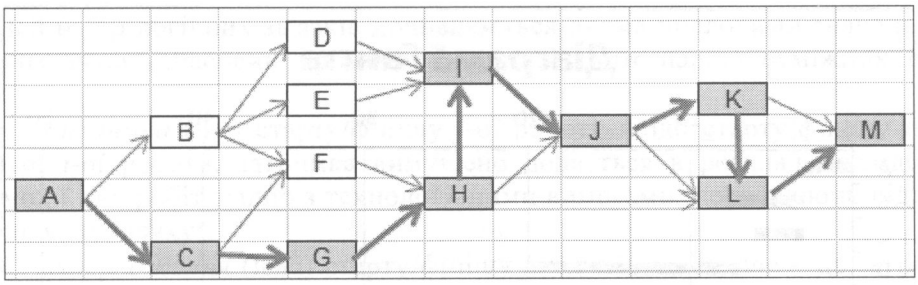


Рис. 4.4



P3 =ВПР(L3;$B$3:$G$15;6;ЛОЖЬ)-ВПР(K3;$B$3:$G$15;6;ЛОЖЬ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Проектна таблиця			Характеристики				
2		Робота	Попередні роботи	Трив.	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	1	A		3	0	3	0	3	0
4	2	B	A	4	3	7	4	8	1
5	3	C	A	3	3	6	3	6	0
6	4	D	B	10	7	17	10	20	3
7	5	E	B	8	7	15	12	20	5
8	6	F	B	4	7	11	8	12	1
9	7	G	C	6	6	12	6	12	0
10	8	H	F, G	8	12	20	12	20	0
11	9	I	D, E, H	5	20	25	20	25	0
12	10	J	I, H	5	25	30	25	30	0
13	11	K	J	4	30	34	30	34	0
14	12	L	J, H, K	2	34	36	34	36	0
15	13	M	K, L	4	36	40	36	40	0
16					190		200		
17					ЦФ1		ЦФ2		
18									
19									
20									
21									

	J	K	L	N	P	Q
		Зв'язки		min	max	
		Старт	Фініш	ЛЧ	ЛЧ	ПЧ
	1	A	B	3	4	3
	2	A	C	3	3	3
	3	B	D	4	6	4
	4	B	E	4	8	4
	5	B	F	4	4	4
	6	C	G	3	3	3
	7	F	H	5	4	4
	8	G	H	6	6	6
	9	D	I	13	10	10
	10	E	I	13	8	8
	11	H	I	8	8	8
	12	I	J	5	5	5
	13	H	J	13	13	8
	14	J	K	5	5	5
	15	J	L	9	9	5
	16	H	L	22	22	8
	17	K	L	4	4	4
	18	K	M	6	6	4
	19	L	M	2	2	2

Q3 =ВПР(K3;$B$3:$D$15;3;ЛОЖЬ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Проектна таблиця			Характеристики				
2		Робота	Попередні роботи	Трив.	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	1	A		3	0	3	0	3	0
4	2	B	A	4	3	7	4	8	1
5	3	C	A	3	3	6	3	6	0
6	4	D	B	10	7	17	10	20	3
7	5	E	B	8	7	15	12	20	5
8	6	F	B	4	7	11	8	12	1
9	7	G	C	6	6	12	6	12	0
10	8	H	F, G	8	12	20	12	20	0
11	9	I	D, E, H	5	20	25	20	25	0
12	10	J	I, H	5	25	30	25	30	0
13	11	K	J	4	30	34	30	34	0
14	12	L	J, H, K	2	34	36	34	36	0
15	13	M	K, L	4	36	40	36	40	0
16					190		200		
17					ЦФ1		ЦФ2		
18	КШ	40							
19									
20									
21									

	J	K	L	N	P	Q
		Зв'язки		min	max	
		Старт	Фініш	ЛЧ	ЛЧ	ПЧ
	1	A	B	3	4	3
	2	A	C	3	3	3
	3	B	D	4	6	4
	4	B	E	4	8	4
	5	B	F	4	4	4
	6	C	G	3	3	3
	7	F	H	5	4	4
	8	G	H	6	6	6
	9	D	I	13	10	10
	10	E	I	13	8	8
	11	H	I	8	8	8
	12	I	J	5	5	5
	13	H	J	13	13	8
	14	J	K	5	5	5
	15	J	L	9	9	5
	16	H	L	22	22	8
	17	K	L	4	4	4
	18	K	M	6	6	4
	19	L	M	2	2	2

Рис. 4.4 (продовження)

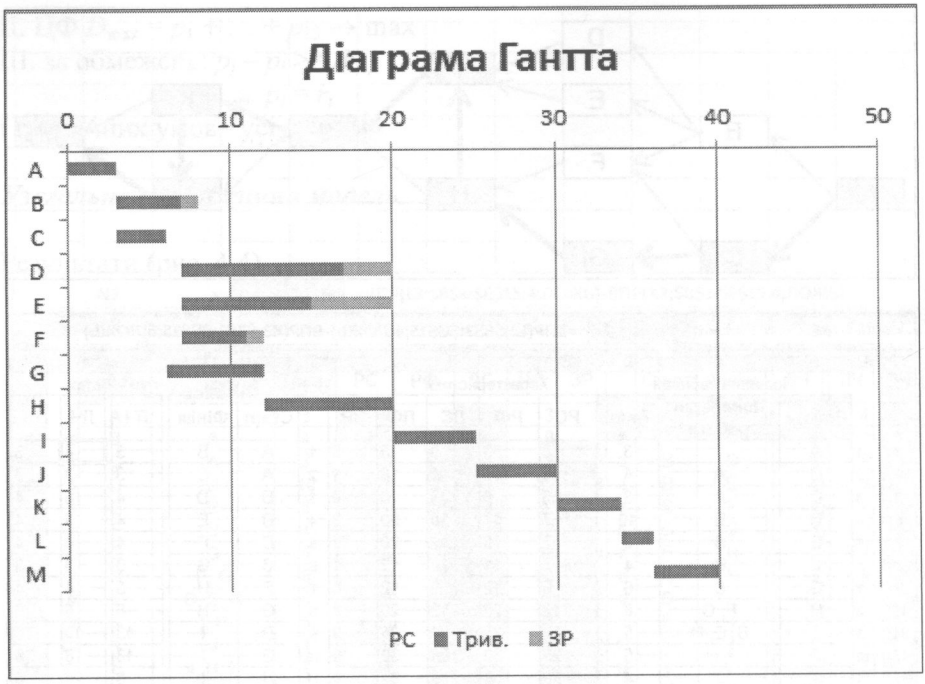


Рис. 4.4 (продовження)

Задача 4.2. **Модель ЛП вузлової проектної мережі з розширеним набором зв'язків**

Розширений набір взаємозв'язків робіт

Формат «робота-вузол» побудови мережевої організаційно-технологічної моделі проекту дає змогу врахувати при розробленні календарного плану (розкладу) розширений набір взаємозв'язків робіт:

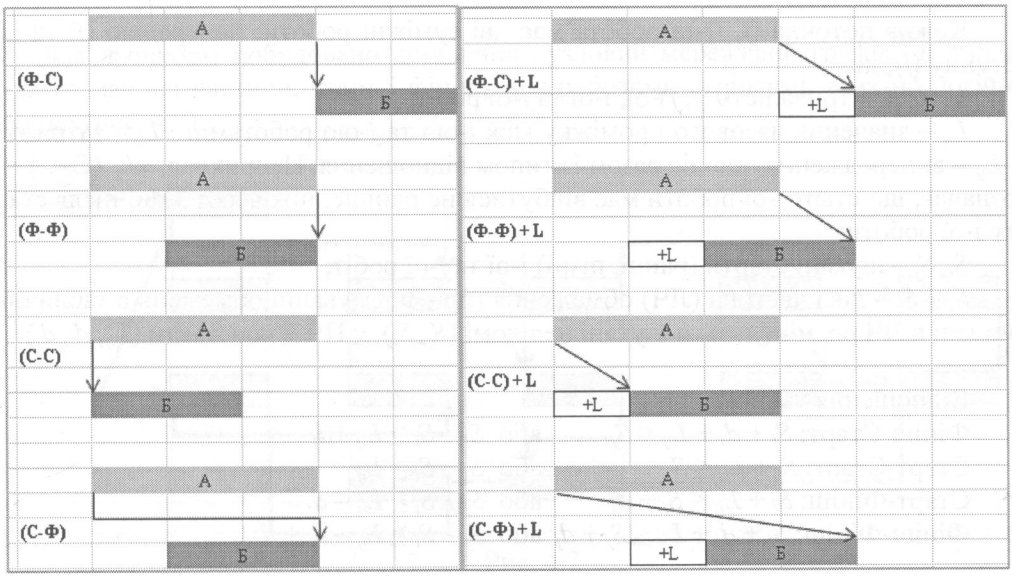
- Класичний або ***Фініш-Старт*** (Ф-С), – фініш попередньої роботи (i) визначає старт наступної за нею роботи (j);
- ***Фініш-Фініш*** (Ф-Ф) – фініш попередньої роботи (i) визначає фініш наступної за нею роботи (j);
- ***Старт-Старт*** (С-С) – старт попередньої роботи (i) визначає старт наступної за нею роботи (j);
- ***Старт-Фініш*** (С-Ф) – старт попередньої роботи (i) визначає фініш наступної за нею роботи (j).

Суттєво, що між парою суміжних робіт може бути один й більше логічних зв'язків.

Цей набір логічних зв'язків доповнюється двома числовими значеннями, що визначають часовий проміжок[29] (gap) L_{ij} між парою суміжних робіт ($i \rightarrow j$), це:

- *затримка* (lag) старту/фінішу j-ої роботи щодо старту/фінішу попередньої i-ої роботи, затримка вимушено додається в розклад послідовної взаємодії цих робіт згідно з технологічними вимогами, подовжуючи відповідну ділянку шляху;
- *випередження* (lead) старту/фінішу j-ої роботи, інакше – це затримка з мінусом, додавання випередження в розклад взаємодії суміжних робіт скорочує відповідну ділянку шляху за рахунок паралельного виконання частин обох робіт (це один із шляхів скорочення тривалості проекту). По суті, в парі суміжних робіт А→Б затримка відштовхує, а випередження притягує роботу Б до роботи А, що їй передує.

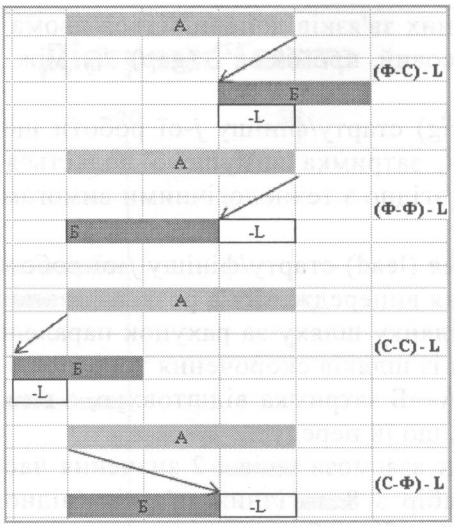
Зазначені 4 види взаємозв'язків і 2 значення часового проміжку формують розширений набір з 8 логічних зв'язків (відношень передування) пар суміжних робіт. Цей набір забезпечує вимоги гнучкої технологічної дисципліни та визначає звичайний, подовжений (із затримками) чи прискорений (з випередженнями) режими, на рис 4.5 показані відношення між роботою А (i) та робота Б (j).



Звичайний ($L = 0$) та подовжений ($L > 0$) режими

Рис. 4.5

[29] У звичайній вузловій мережі немає таких проміжків, тож їх можна уявити як штучні роботи з певними тривалостями



Прискорений (L < 0) режим

Рис. 4.5 (продовження)

Математичний опис логічних зв'язків

Кожна поточна (i, j)-та робота має дві суміжні роботи: попередню (i) та наступну (j), де:

t_{ij}, d_i, d_j – тривалість (i, j)-ої, i-ої та j-ої робіт;

L_{ij} – значення часового проміжку між i-ою та j-ою роботами: $+L_{ij}$ – затримка, $-L_{ij}$ – випередження, що діє разом із типом відношення. Наприклад, $+L_{ij}$ (С–С) = 3 означає, що старт j-ої роботи має відбутися не раніше, ніж через 3 дні після старту i-ої роботи;

S_i, S_j – шукані старти (ранні, пізні) i-ої та j-ої робіт;

$S_j - S_i$ – ліва частина (ЛЧ) обмеження (при формуванні обмежень в табличній моделі в ЛЧ розміщуються шукані невідомі (S_j, S_i), у ПЧ – константи (L_{ij}, d_j, d_i).

Відношення та опис:

Фініш-Старт: $S_i + d_i + L_{ij} \le S_j$ або $S_j - S_i \ge L_{ij} + d_i$

Старт-Старт: $S_i + L_{ij} \le S_j$ або $S_j - S_i \ge L_{ij}$

Старт-Фініш: $S_i + L_{ij} \le S_j + d_j$ або $S_j - S_i \ge L_{ij} - d_j$

Фініш-Фініш: $S_i + d_i + L_{ij} \le S_j + d_j$ або $S_j - S_i \ge L_{ij} - d_j + d_i$.

<u>Приклад.</u>

Проектна таблиця має 14 робіт та 16 зв'язків між роботами, де: 1-ша робота – початок проекту й 14-та – кінець проекту. За даними проектної таблиці сформовано таблицю зв'язків, де для кожної роботи задано:

- попередню й наступну роботи, знак (+ затримка, – випередження) та значення часових проміжків (лаг);

- тип зв'язку (відношення); рис. 4.6.

Робота	Наступні роботи	Трив.
1	2	2
2	3 4	3
3	5	7
4	6 7	4
5	8	5
6	9	6
7	13	5
8	10 11	3
9	13	5
10	12	6
11	14	9
12	14	2
13	14	8
14		5

Зв'язки			
Попередн. (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення
1	2	0	Ф-С
2	3	2	С-С
2	4	2	С-С
3	5	3	Ф-Ф
4	6	2	С-Ф
4	7	4	Ф-Ф
5	8	0	Ф-С
6	9	1	С-С
7	13	0	Ф-С
8	10	4	Ф-Ф
8	11	2	Ф-Ф
9	13	2	Ф-С
10	12	0	Ф-С
11	14	0	Ф-С
12	14	1	Ф-Ф
13	14	0	Ф-С

Рис. 4.6

Для наочності побудовано детальний вузловий мережевий графік, де вузол роботи має дві частини, старт і фініш, між роботами стрілками вказано логічні зв'язки (рис. 4.7).

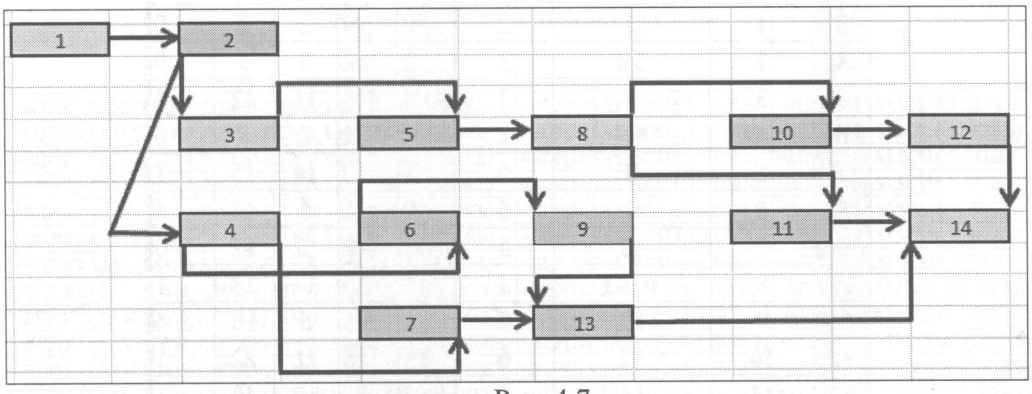


Рис. 4.7

Для пошуку всіх часових характеристик проекту використовуються моделі ЛП із можливістю уводити специфічні обмеження для шуканих невідомих для двох задач оптимізації:

- на мінімум ЦФ для знаходження РС й
- на максимум ЦФ для знаходження ПС робіт.

Задачі оптимізації (РС, ПС)

Задача оптимизации (РС)	***Задача оптимізації (ПС)***
I. Знайти вектор $R = (r_1, \ldots, r_{14})$, r_i – шуканий РС i-ої роботи, щоб II. ЦФ $r_1 + \ldots + r_{10} \to \min$ III. за обмежень: Фініш-Старт: $r_j - r_i \geq L_{ij} + d\,(i)$ Старт-Старт: $r_j - r_i \geq L_{ij}$ Старт-Фініш: $r_j - r_i \geq L_{ij} - d\,(j)$ Фініш-Фініш: $r_j - r_i \geq L_{ij} - d\,(j) + d\,(i)$ і граничних умов – усі $r_i >= 0$, i – індекс поточної роботи.	I. Знайти вектор $P = (p_1, \ldots, p_{14})$, p_i – шуканий ПС i-ої роботи, щоб II. ЦФ $p_1 + \ldots + p_{10} \to \max$ III. за обмежень: Фініш-Старт: $p_j - p_i \geq L_{ij} + d\,(i)$ Старт-Старт: $p_j - p_i \geq L_{ij}$ Старт-Фініш: $p_j - p_i \geq L_{ij} - d\,(j)$ Фініш-Фініш: $p_j - p_i \geq L_{ij} - d\,(j) + d\,(i)$ $p\,(14) = r\,(14)$ і граничних умов – усі $p_i >= 0$.

Враховуючи, що обидві задачі використовують одні й ті самі початкові дані, а кінцевий результат – часові характеристики робіт, тоді пропонується комбінована таблична модель, що об'єднує ці дві задачі.

Інший варіант – розмістити табличні моделі на двох аркушах.

<u>Таблична модель</u>

Результат (рис. 4.8)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Роботи			Часові х-ки				
2	Робота	Наступні роботи	Трив. (D)	РС	ПС	РФ	ПФ	ЗР
3	1	2	2	0	0	2	2	0
4	2	3 4	3	2	2	5	5	0
5	3	5	7	4	5	11	12	1
6	4	6 7	4	4	4	8	8	0
7	5	8	5	9	10	14	15	1
8	6	9	6	0	4	6	10	4
9	7	13	5	7	7	12	12	0
10	8	10 11	3	14	15	17	18	1
11	9	13	5	1	5	6	10	4
12	10	12	6	15	16	21	22	1
13	11	14	9	10	11	19	20	1
14	12	14	2	21	22	23	24	1
15	13	14	8	12	12	20	20	0
16	14		5	20	20	25	25	0
17				119	133		КШ	
18				min	max			

Рис. 4.8

J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Зв'язки					РС					ПС			
Попередн. (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення		ЛЧ	Di	Dj	ПЧ		ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С		2	2	3	2		2	2	3	2
2	3	2	С-С		2	3	7	2		3	3	7	2
2	4	2	С-С		2	3	4	2		2	3	4	2
3	5	3	Ф-Ф		5	7	5	5		5	7	5	5
4	6	2	С-Ф		-4	4	6	-4		0	4	6	-4
4	7	4	Ф-Ф		3	4	5	3		3	4	5	3
5	8	0	Ф-С		5	5	3	5		5	5	3	5
6	9	1	С-С		1	6	5	1		1	6	5	1
7	13	0	Ф-С		5	5	8	5		5	5	8	5
8	10	4	Ф-Ф		1	3	6	1		1	3	6	1
8	11	2	Ф-Ф		-4	3	9	-4		-4	3	9	-4
9	13	2	Ф-С		11	5	8	7		7	5	8	7
10	12	0	Ф-С		6	6	2	6		6	6	2	6
11	14	0	Ф-С		10	9	5	9		9	9	5	9
12	14	1	Ф-Ф		-1	2	5	-2		-2	2	5	-2
13	14	0	Ф-С		8	8	5	8		8	8	5	8

O	P	Q
		РС
ЛЧ	Di	Dj
=ВПР(K3;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J3;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J3;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K3;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K4;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J4;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J4;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K4;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K5;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J5;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J5;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K5;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K6;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J6;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J6;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K6;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K7;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J7;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J7;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K7;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K8;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J8;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J8;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K8;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K9;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J9;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J9;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K9;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K10;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J10;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J10;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K10;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K11;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J11;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J11;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K11;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K12;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J12;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J12;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K12;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K13;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J13;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J13;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K13;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K14;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J14;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J14;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K14;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K15;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J15;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J15;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K15;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K16;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J16;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J16;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K16;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K17;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J17;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J17;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K17;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(K18;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)-ВПР(J18;$A$3:$D$16;4;ЛОЖЬ)	=ВПР(J18;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K18;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)

Рис. 4.8 (продовження)

	R	S	T
1			
2	ПЧ		ЛЧ
3	=ЕСЛИ(M3="Ф-С";P3+L3;ЕСЛИ(M3="С-С";L3;ЕСЛИ(M3="С-Ф";L3-Q3;ЕСЛИ(M3="Ф-Ф";P3+L3-Q3;"?"))))		=ВПР(K3;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J3;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
4	=ЕСЛИ(M4="Ф-С";P4+L4;ЕСЛИ(M4="С-С";L4;ЕСЛИ(M4="С-Ф";L4-Q4;ЕСЛИ(M4="Ф-Ф";P4+L4-Q4;"?"))))		=ВПР(K4;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J4;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
5	=ЕСЛИ(M5="Ф-С";P5+L5;ЕСЛИ(M5="С-С";L5;ЕСЛИ(M5="С-Ф";L5-Q5;ЕСЛИ(M5="Ф-Ф";P5+L5-Q5;"?"))))		=ВПР(K5;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J5;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
6	=ЕСЛИ(M6="Ф-С";P6+L6;ЕСЛИ(M6="С-С";L6;ЕСЛИ(M6="С-Ф";L6-Q6;ЕСЛИ(M6="Ф-Ф";P6+L6-Q6;"?"))))		=ВПР(K6;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J6;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
7	=ЕСЛИ(M7="Ф-С";P7+L7;ЕСЛИ(M7="С-С";L7;ЕСЛИ(M7="С-Ф";L7-Q7;ЕСЛИ(M7="Ф-Ф";P7+L7-Q7;"?"))))		=ВПР(K7;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J7;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
8	=ЕСЛИ(M8="Ф-С";P8+L8;ЕСЛИ(M8="С-С";L8;ЕСЛИ(M8="С-Ф";L8-Q8;ЕСЛИ(M8="Ф-Ф";P8+L8-Q8;"?"))))		=ВПР(K8;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J8;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
9	=ЕСЛИ(M9="Ф-С";P9+L9;ЕСЛИ(M9="С-С";L9;ЕСЛИ(M9="С-Ф";L9-Q9;ЕСЛИ(M9="Ф-Ф";P9+L9-Q9;"?"))))		=ВПР(K9;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J9;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
10	=ЕСЛИ(M10="Ф-С";P10+L10;ЕСЛИ(M10="С-С";L10;ЕСЛИ(M10="С-Ф";L10-Q10;ЕСЛИ(M10="Ф-Ф";P10+L10-Q10;"?"))))		=ВПР(K10;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J10;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
11	=ЕСЛИ(M11="Ф-С";P11+L11;ЕСЛИ(M11="С-С";L11;ЕСЛИ(M11="С-Ф";L11-Q11;ЕСЛИ(M11="Ф-Ф";P11+L11-Q11;"?"))))		=ВПР(K11;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J11;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
12	=ЕСЛИ(M12="Ф-С";P12+L12;ЕСЛИ(M12="С-С";L12;ЕСЛИ(M12="С-Ф";L12-Q12;ЕСЛИ(M12="Ф-Ф";P12+L12-Q12;"?"))))		=ВПР(K12;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J12;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
13	=ЕСЛИ(M13="Ф-С";P13+L13;ЕСЛИ(M13="С-С";L13;ЕСЛИ(M13="С-Ф";L13-Q13;ЕСЛИ(M13="Ф-Ф";P13+L13-Q13;"?"))))		=ВПР(K13;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J13;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
14	=ЕСЛИ(M14="Ф-С";P14+L14;ЕСЛИ(M14="С-С";L14;ЕСЛИ(M14="С-Ф";L14-Q14;ЕСЛИ(M14="Ф-Ф";P14+L14-Q14;"?"))))		=ВПР(K14;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J14;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
15	=ЕСЛИ(M15="Ф-С";P15+L15;ЕСЛИ(M15="С-С";L15;ЕСЛИ(M15="С-Ф";L15-Q15;ЕСЛИ(M15="Ф-Ф";P15+L15-Q15;"?"))))		=ВПР(K15;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J15;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
16	=ЕСЛИ(M16="Ф-С";P16+L16;ЕСЛИ(M16="С-С";L16;ЕСЛИ(M16="С-Ф";L16-Q16;ЕСЛИ(M16="Ф-Ф";P16+L16-Q16;"?"))))		=ВПР(K16;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J16;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
17	=ЕСЛИ(M17="Ф-С";P17+L17;ЕСЛИ(M17="С-С";L17;ЕСЛИ(M17="С-Ф";L17-Q17;ЕСЛИ(M17="Ф-Ф";P17+L17-Q17;"?"))))		=ВПР(K17;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J17;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)
18	=ЕСЛИ(M18="Ф-С";P18+L18;ЕСЛИ(M18="С-С";L18;ЕСЛИ(M18="С-Ф";L18-Q18;ЕСЛИ(M18="Ф-Ф";P18+L18-Q18;"?"))))		=ВПР(K18;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)-ВПР(J18;$A$3:$E$16;5;ЛОЖЬ)

	U	V	W
1		ПС	
2	Di	Dj	ПЧ
3	=ВПР(J3;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K3;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M3="Ф-С";U3+L3;ЕСЛИ(M3="С-С";L3;ЕСЛИ(M3="С-Ф";L3-V3;ЕСЛИ(M3="Ф-Ф";U3+L3-V3;"?"))))
4	=ВПР(J4;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K4;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M4="Ф-С";U4+L4;ЕСЛИ(M4="С-С";L4;ЕСЛИ(M4="С-Ф";L4-V4;ЕСЛИ(M4="Ф-Ф";U4+L4-V4;"?"))))
5	=ВПР(J5;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K5;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M5="Ф-С";U5+L5;ЕСЛИ(M5="С-С";L5;ЕСЛИ(M5="С-Ф";L5-V5;ЕСЛИ(M5="Ф-Ф";U5+L5-V5;"?"))))
6	=ВПР(J6;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K6;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M6="Ф-С";U6+L6;ЕСЛИ(M6="С-С";L6;ЕСЛИ(M6="С-Ф";L6-V6;ЕСЛИ(M6="Ф-Ф";U6+L6-V6;"?"))))
7	=ВПР(J7;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K7;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M7="Ф-С";U7+L7;ЕСЛИ(M7="С-С";L7;ЕСЛИ(M7="С-Ф";L7-V7;ЕСЛИ(M7="Ф-Ф";U7+L7-V7;"?"))))
8	=ВПР(J8;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K8;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M8="Ф-С";U8+L8;ЕСЛИ(M8="С-С";L8;ЕСЛИ(M8="С-Ф";L8-V8;ЕСЛИ(M8="Ф-Ф";U8+L8-V8;"?"))))
9	=ВПР(J9;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K9;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M9="Ф-С";U9+L9;ЕСЛИ(M9="С-С";L9;ЕСЛИ(M9="С-Ф";L9-V9;ЕСЛИ(M9="Ф-Ф";U9+L9-V9;"?"))))
10	=ВПР(J10;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K10;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M10="Ф-С";U10+L10;ЕСЛИ(M10="С-С";L10;ЕСЛИ(M10="С-Ф";L10-V10;ЕСЛИ(M10="Ф-Ф";U10+L10-V10;"?"))))
11	=ВПР(J11;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K11;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M11="Ф-С";U11+L11;ЕСЛИ(M11="С-С";L11;ЕСЛИ(M11="С-Ф";L11-V11;ЕСЛИ(M11="Ф-Ф";U11+L11-V11;"?"))))
12	=ВПР(J12;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K12;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M12="Ф-С";U12+L12;ЕСЛИ(M12="С-С";L12;ЕСЛИ(M12="С-Ф";L12-V12;ЕСЛИ(M12="Ф-Ф";U12+L12-V12;"?"))))
13	=ВПР(J13;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K13;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M13="Ф-С";U13+L13;ЕСЛИ(M13="С-С";L13;ЕСЛИ(M13="С-Ф";L13-V13;ЕСЛИ(M13="Ф-Ф";U13+L13-V13;"?"))))
14	=ВПР(J14;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K14;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M14="Ф-С";U14+L14;ЕСЛИ(M14="С-С";L14;ЕСЛИ(M14="С-Ф";L14-V14;ЕСЛИ(M14="Ф-Ф";U14+L14-V14;"?"))))
15	=ВПР(J15;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K15;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M15="Ф-С";U15+L15;ЕСЛИ(M15="С-С";L15;ЕСЛИ(M15="С-Ф";L15-V15;ЕСЛИ(M15="Ф-Ф";U15+L15-V15;"?"))))
16	=ВПР(J16;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K16;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M16="Ф-С";U16+L16;ЕСЛИ(M16="С-С";L16;ЕСЛИ(M16="С-Ф";L16-V16;ЕСЛИ(M16="Ф-Ф";U16+L16-V16;"?"))))
17	=ВПР(J17;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K17;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M17="Ф-С";U17+L17;ЕСЛИ(M17="С-С";L17;ЕСЛИ(M17="С-Ф";L17-V17;ЕСЛИ(M17="Ф-Ф";U17+L17-V17;"?"))))
18	=ВПР(J18;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(K18;$A$3:$C$16;3;ЛОЖЬ)	=ЕСЛИ(M18="Ф-С";U18+L18;ЕСЛИ(M18="С-С";L18;ЕСЛИ(M18="С-Ф";L18-V18;ЕСЛИ(M18="Ф-Ф";U18+L18-V18;"?"))))

Рис. 4.8 (продовження)

<u>Порядок роботи</u>

Задача (РС):

- ЦФ (D17), min;
- Шукані невідомі: D3:D16;
- Обмеження: O3:O18 $\geq$ R3:R18;
- Результат: 119.

Задача (ПС)

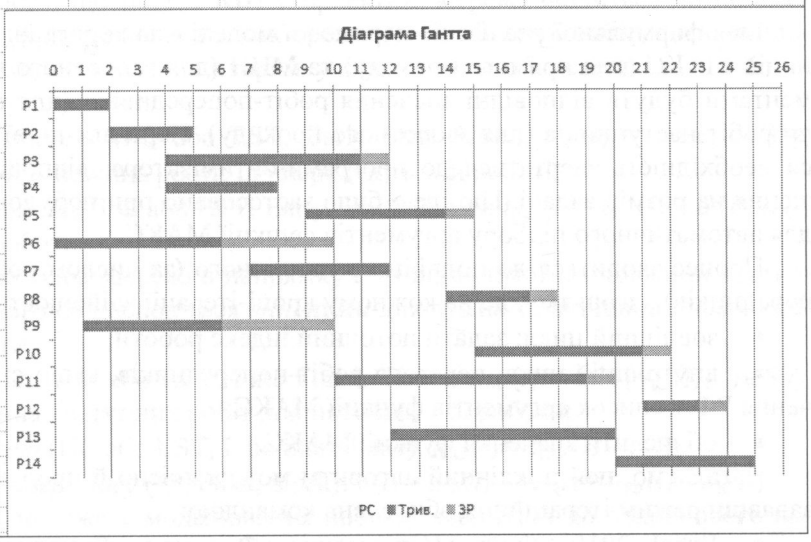
- ЦФ (E17), max;
- Шукані невідомі: E3:E16;
- Обмеження: T3:T18 $\geq$ W3:W18;
  E16 = D16;

Результат: 133.

Результати (рис. 4.9).

Гантт

Робота	РС	Трив.	ЗР
Р1	0	2	0
Р2	2	3	0
Р3	4	7	1
Р4	4	4	0
Р5	9	5	1
Р6	0	6	4
Р7	7	5	0
Р8	14	3	1
Р9	1	5	4
Р10	15	6	1
Р11	10	9	1
Р12	21	2	1
Р13	12	8	0
Р14	20	5	0



Критичний шлях:

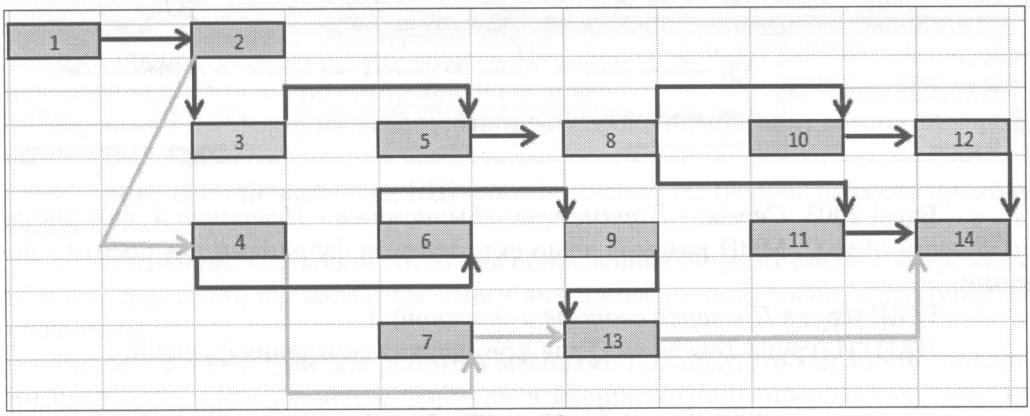


Рис. 4.9

Розширений набір зв'язків між роботами змушує іншими очима сприймати отриманий календарний план. Скажімо, викликає подив, що 6-ту роботу, яка десь усередині мережі, треба розпочинати на старті усього проекту, й це так, бо попередня 4-та робота, розпочавшись на 4-ий день, змушує 6-ту роботу завершитися не пізніше, ніж через 2 дні, й оскільки $t_6 = 6$, тоді РС(6) = 0. Аналогічна ситуація з 9-ою роботою, яка стартує разом із 6-ою роботою: значення РС(6) = 0 є сигналом розпочати 9-ту роботу не пізніше, ніж через 1 день.

Зате така організація здійснення робіт дає змогу паралельно виконувати роботи, фіксуючи лише їх старти чи фініші.

Задача 4.3. **Формульна модель з автоматичним підбором аргументів функцій МАКС/МИН**

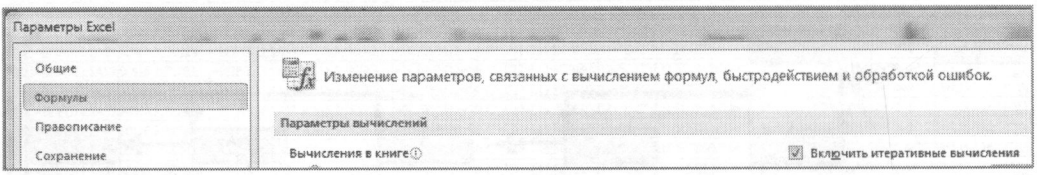
Ідея формульної реалізації мережевої моделі – використання вбудованих функцій МАКС (для прямого проходу) та МИН (для зворотного проходу). Їх аргументами будуть відповідні значення робіт-попередників (для прямого проходу) чи робіт-наступників (для зворотного проходу). Перевага такої ідеї: виключається необхідність звертатися до програми-оптимізатора, відповідно, немає обмеження на розмір задачі. Цю ідею було застосовано при побудові діаграми Ґантта для автоматичного підбору аргументів функції МАКС.

Процес зводиться до подвійного циклічного (за числом робіт, за числом попередників) алгоритму, де на кожному кроці-ітерації здійснюється:

- зовнішній цикл: задати поточний індекс роботи;
- внутрішній цикл: перегляд робіт-попередників, якщо є, включити їх значення РФ у список аргументів функції МАКС;
- обчислити значення функції МАКС.

Нагадаємо, цей циклічний алгоритм можна якісно й продуктивно здійснити, задавши режим ітераційних обчислень командою:

- Excel 2010: *Файл→Параметры→Формулы→Включить итерационные вычисления*



- Excel 2003: *Сервис→Параметры→Вычисления→Итерации* й використати функції МАКС, МИН разом із дещо екзотичними функціями для роботи з даними:
  - ЕОШ (група *Проверка свойств и значений*) й
  - НАЙТИ (група *Текстовые*) для формування складених функцій.

Організований таким чином формульний підхід до побудови мережевої моделі проекту має безперечні достоїнства, які є продовженням достоїнств електронних таблиць і механізму «Що якщо…», це: стандартні засоби (операції, функції, інтерфейс), доступність, практично необмежений розмір задачі й, головне, виключається необхідність використання спеціальних засобів оптимізації, зокрема, надбудови *Поиск решения*, що має жорстке обмеження «200/100» для стандартної версії (200 невідомих і 100 обмежень на їх значення).

Відкритість формульної моделі через відсутність будь-яких додаткових програмних модулів (макросів, надбудов) дозволяє на цій основі будь-кому, насамперед студентам та менеджерам-практикам, власноруч, досить просто і прозоро організувати й реалізувати процес моделювання проекту, відкриваючи шлях по-

будови відповідної імітаційної моделі з проведенням статистичного аналізу часових характеристик проекту в умовах невизначеності й ризику.

Вже відзначалося, що пошук КШ у проектній мережі зводиться до пошуку часткових КШ від її початкових до всіх проміжних й кінцевої робіт, що здійснюється прямим проходом мережі в напрямку $s \to t$ шляхом обчислення відповідних ***максимумів*** для вузлів-робіт:

- *раннього старту* (РС або EST, Early Start Time): $t_{РС}(i) = \max\{t_{РФ}(k)\}$, $k \in P(i)$, де $P(i)$ – підмножина робіт, що передують i-ій роботі;
- *раннього фінішу* (РФ або EFT, Early Finish Time): $t_{РФ}(i) = t_{РС}(i) + d(i)$, $d(i)$ – тривалість i-ої роботи.

Зворотним проходом мережі в напрямку $t \to s$ відшукуються довжини часткових НКШ. Для цього обчислюються ***мінімуми*** для вузлів та відповідні часові параметри i-ої роботи:

- *пізній фініш* (ПФ або LFT, Late Finish Time): $t_{ПФ}(i) := \min\{t_{ПС}(j)\}$, $j \in S(i)$, де $S(i)$ – підмножина наступних робіт для поточної i-ої роботи;
- *пізній старт* (ПС або LST, Late Start Time): $t_{ПС}(i) = t_{ПФ}(i) - t(i)$;
- *загальний резерв часу* (ЗР, Float, Slack): $r(i) = t_{РФ}(i) - t_{РС}(i) = t_{ПФ}(i) - t_{ПС}(i)$.

Таким чином, мережеве моделювання проекту зводиться до покрокового пошуку спочатку максимальних, а за ними – мінімальних шляхів у мережі.

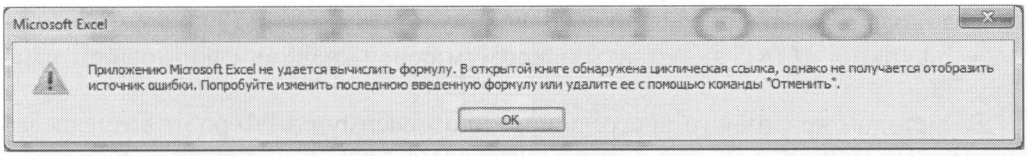
Завдяки тому, що вдалося знайти дві уніфіковані формули, єдині на весь табличний документ *незалежно від розміру* проектної задачі, кардинально зменшується обчислювальна робота для проектів практично будь-якого розміру й спрощується процедура модифікації моделі, Це стало можливим завдяки застосуванню матричних функцій при розробленні формул.

Визначені дві формули реалізують циклічний (ітераційний) алгоритм оброблення даних для:

- ***максимізації*** часткових КШ для обчислення РС (аналог прямого проходу мережею);
- ***мінімізації*** часткових НКШ для обчислення ПФ робіт (аналог зворотного проходу мережею), що надалі дає змогу визначити усі інші часові характеристики проекту.

Відомо, що формули для роботи з масивами породжують ітераційні (циклічні) посилання, коли елементи формули в певній клітинці посилаються самі на себе прямо чи опосередковано через інші формули.

На ці посилання Excel звичайно реагує, як на помилку (рос. – *ОШибка*):



якщо не включити режим ітеративних обчислень.

***Формула* 1** (прямий прохід)

У кожній клітинці стовпця РС обчислюється максимум серед потоків, що входять у вузол, для яких вже відома величина РФ, за допомогою єдиної складеної матричної формули:

{=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15,C3)),0,$F$3:$F$15))},

яку треба ввести в цю клітинку й скопіювати весь діапазон значень РС робіт (рис. 4.10).

	B	C	D	E
1	Проектна таблиця			
2	Робота	Попередні роботи	Трив.	РС
3	A		3	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C3));0;$F$3:$F$15))
4	B	A	4	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C4));0;$F$3:$F$15))
5	C	A	3	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C5));0;$F$3:$F$15))
6	D	B	10	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C6));0;$F$3:$F$15))
7	E	B	8	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C7));0;$F$3:$F$15))
8	F	B	4	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C8));0;$F$3:$F$15))
9	G	C	6	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C9));0;$F$3:$F$15))
10	H	F, G	8	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C10));0;$F$3:$F$15))
11	I	D, E, H	5	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C11));0;$F$3:$F$15))
12	J	I, H	5	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C12));0;$F$3:$F$15))
13	K	J	4	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C13));0;$F$3:$F$15))
14	L	J, H, K	2	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C14));0;$F$3:$F$15))
15	M	K, L	4	=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C15));0;$F$3:$F$15))

Рис. 4.10

У цій формулі застосовано 4 вкладених функції: *НАЙТИ*(), *ЕОШ*(), *ЕСЛИ*() та *МАКС*(), які діють у складі матричної формули в циклічному режимі, звертаючись на кожному кроці до одних тих самих даних масиву[30]:

- функція *НАЙТИ* для заданих кодів робіт (у стовпці B) відшукує їх входження в набір робіт-попередників (стовпець C); якщо таких не знаходить, виводить повідомлення про помилку *#ЗНАЧ*!, інакше виводить число – номер першої позиції коду;
- функція *ЕОШ* реагує на наявність помилки (рос. *Есть ОШибка*?) *#ЗНАЧ*! й формує логічне значення *ИСТИНА* (якщо є) чи *ЛОЖЬ* (якщо немає) залежно від перевірки;
- функція *ЕСЛИ* сприймає результат функції *ЕОШ* і покроково формує масив з 13 чисел для поточної роботи: це нулі, коли результатом ЕОШ є *ИСТИНА*, чи значення РФ робіт-попередників, якщо результатом функції ЕОШ є *ЛОЖЬ*;
- функція *МАКС* знаходить максимум серед значень сформованого масиву РЗ.

За методом критичного шляху відомо, що максимум з РФ робіт визначає мінімальну тривалість проекту; у нашому прикладі, проект завершиться не раніше, ніж через 40 днів.

[30] Елементом формули обчислення РП є посилання до обчислення РЗ, чия формула, у свою чергу, використовує РП, тобто тут діє операція присвоєння результату правої частини команди лівій частині: РС :=*f* (РС) + *d*.

Формула 2 (зворотний прохід)

Ця формула зворотним переходом знаходить НКШ із кінця мережі до її початку:

{=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B3;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))},

щоб мати змогу визначити значення ПФ та ПС і надалі – загальні резерви часу робіт.

Принципова різниця між цими двома формулами – у другій формулі функція *ЕСЛИ* у випадку логічного результату *ИСТИНА* (коли є помилка, бо немає роботи-наступника) залишає максимальне значення ПФ, інакше визначається мінімум зі значень ПС робіт.

Результат (рис. 4.11)

Проектна таблиця			Характеристики				
Робота	Попередні роботи	Трив.	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
A		3	0	3	0	3	0
B	A	4	3	7	4	8	1
C	A	3	3	6	3	6	0
D	B	10	7	17	10	20	3
E	B	8	7	15	12	20	5
F	B	4	7	11	8	12	1
G	C	6	6	12	6	12	0
H	F, G	8	12	20	12	20	0
I	D, E, H	5	20	25	20	25	0
J	I, H	5	25	30	25	30	0
K	J	4	30	34	30	34	0
L	J, H, K	2	34	36	34	36	0
M	K, L	4	36	40	36	40	0

E	F	G	H
Характеристики			
РС	РФ	ПС	ПФ
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C3));0;$F$3:$F$15))	=E3+D3	=H3-D3	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B3;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C4));0;$F$3:$F$15))	=E4+D4	=H4-D4	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B4;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C5));0;$F$3:$F$15))	=E5+D5	=H5-D5	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B5;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C6));0;$F$3:$F$15))	=E6+D6	=H6-D6	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B6;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C7));0;$F$3:$F$15))	=E7+D7	=H7-D7	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B7;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C8));0;$F$3:$F$15))	=E8+D8	=H8-D8	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B8;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C9));0;$F$3:$F$15))	=E9+D9	=H9-D9	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B9;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C10));0;$F$3:$F$15))	=E10+D10	=H10-D10	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B10;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C11));0;$F$3:$F$15))	=E11+D11	=H11-D11	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B11;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C12));0;$F$3:$F$15))	=E12+D12	=H12-D12	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B12;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C13));0;$F$3:$F$15))	=E13+D13	=H13-D13	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B13;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C14));0;$F$3:$F$15))	=E14+D14	=H14-D14	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B14;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))
=МАКС(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ($B$3:$B$15;C15));0;$F$3:$F$15))	=E15+D15	=H15-D15	=МИН(ЕСЛИ(ЕОШ(НАЙТИ(B15;$C$3:$C$15));МАКС($F$3:$F$15);$G$3:$G$15))

Рис. 4.11

Усі інші три часові характеристики, як відомо, визначаються за однаковими формулами. Тепер просто обчислюється резерв часу всіх робіт і визначається критичний шлях: (A→C→G→H→I→J→K→L→M).

Таким чином, завдяки розв'язанню проблеми «двох формул», які формуються стандартним чином і вводяться один раз для пошуку максимуму та мінімуму для всіх вузлів-робіт мережі, можна просто отримати результати з моделювання проекту будь-якого розміру.

Основною перевагою формульної моделі, яка надалі буде застосовуватися, є її миттєве реагування з отриманням кінцевого результату за принципом «Що-якщо…» зі зміною значень початкових даних, яка відкриває шлях до формування імітаційної моделі проекту із застосуванням методу Монте-Карло.

Задача 4.4. Декомпозиція великого проекту

Ієрархічна структура робіт (ICP, Work Breakdown Structure, WBS) – орієнтоване на результати ієрархічне представлення процесів і дій у складі проекту, що виконуються для досягнення поставлеих цілей і отримання необхідних результатів.

Декомпозиція (Decomposition) – метод планування, який передбачає розбиття змісту й результатів проекту на дрібніші та легко керовані структури аж поки дії за проектом, пов'язані з його виконанням і отриманням результатів, не будуть визначені досить детально для їх виконання, моніторингу та контролю на відповідних рівнях відповідальності і прийняття рішень.

Сумарна робота (Summary Activity) – група пов'язаних робіт, що об'єднана на певному рівні прийняття рішення й відображається як одна робота на більш високому рівні.

Укрупнений розклад (Master Schedule) містить основні результати та елементи ієрархічної структури робіт.

Вважається, що розмір мережевої моделі проекту до 100 робіт – раціональна структура робіт, що досить осяжна й легко сприймається для обговорення та внесення поточних змін, оцінювання результатів та реагування на них. До того ж така мережа повністю відображається на екрані АРМ керівника, даючи змогу в режимі реального часу здійснювати необхідні дії на мережевій моделі, миттєво отримувати конкретні результати, за необхідності здійснюючи проміжні або контрольні обчислення десь поруч.

Декомпозиція проекту стосується середніх або, особливо, великих проектів, портфелів чи програм, і зводиться до виділення на нижніх рівнях ухвалення рішень достатньо відокремлених пакетів робіт, які на наступному вищому рівні будуть представлені у вигляді сумарної роботи. Таким чином, крупний проект складається з однієї укрупненої і декількох деталізованих мережевих моделей, логічно та інформаційно пов'язаних між собою.

При реалізації такої конструкції в Excel у рамках комп'ютерного моделюючого комплексу зручно скористатися технологією гіпертексту, де гіперпосилання на клітинці укрупненої роботи миттєво викликає відповідну детальну мережу,

розміщену на окремій робочій сторінці або в робочій книзі, а всі пов'язані елементи забезпечують інформаційну взаємодію файлів, із яких складається мережева модель проекту.

Щодо способу реалізації мережевої моделі рекомендується скористатися її формульним представленням, щоб будь-яка зміна на будь-якому рівні ієрархії миттєво знайшла відображення в усьому модельному комплексі.

Приклад

Укрупнена мережева модель проекту під назвою Завод представлена вузловим мережевим графіком, утвореним із 7 сумарних робіт, які є мережевими моделями цехів, що взаємодіють згідно з зазначеними міжцеховими зв'язкпми (рис. 4.12).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Цех	Длительность	Предш. цеха		РН	РО	ПН	ПО	Резерв
2	Цех 1	50			0	50	16	66	16
3	Цех 2	66			0	66	0	66	0
4	Цех 3	77			0	77	70	147	70
5	Цех 4	73	Цех 1, Цех 2		66	139	66	139	0
6	Цех 5	59	Цех 4, Цех 3		139	198	147	206	8
7	Цех 6	65	Цех 4, Цех 5, Цех 7		206	271	206	271	0
8	Цех 7	67	Цех 4, Цех 1		139	206	139	206	0
9									
10									
11									

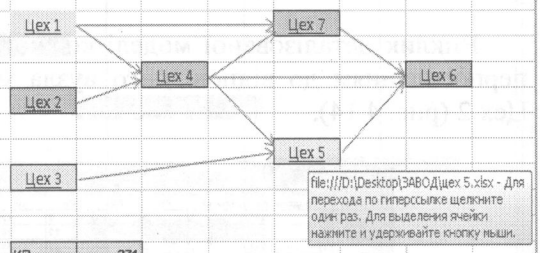


Рис. 4.12

Вхідні дані (тривалості сумарних робіт) укрупнена мережева модель отримує із відкритого файлу за відповідним посиланням, наприклад, у клітинці B3 для цеху 2 зі значенням 66, за якими здійснюється розрахунок укрупненого розкладу, значень часових характеристик і побудова за ними графіків (рис. 4.13).

B3 f_x ='[цех 2.xlsx]спу'!$I$22

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Цех	Длительность	Предш. цеха		РН	РО	ПН	ПО	Резерв
2	Цех 1	56			0	56	20	76	20
3	Цех 2	76			0	76	0	76	0
4	Цех 3	80			0	80	69	149	69
5	Цех 4	73	Цех 1, Цех 2		76	149	76	149	0
6	Цех 5	85	Цех 4, Цех 3		149	234	149	234	0
7	Цех 6	72	Цех 4, Цех 5, Цех 7		234	306	234	306	0
8	Цех 7	57	Цех 4, Цех 1		149	206	177	234	28

Рис. 4.13

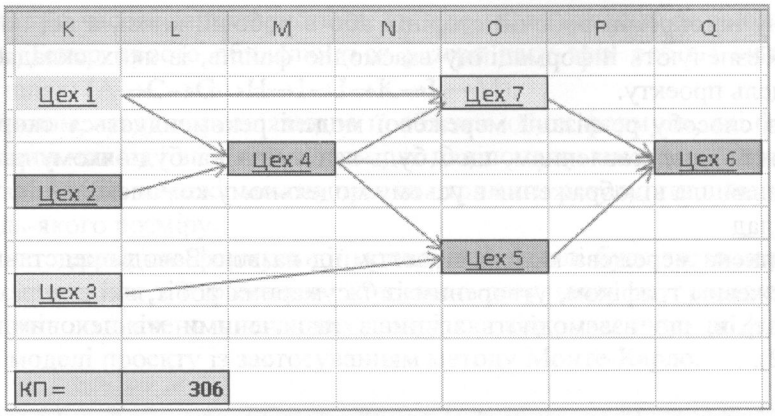
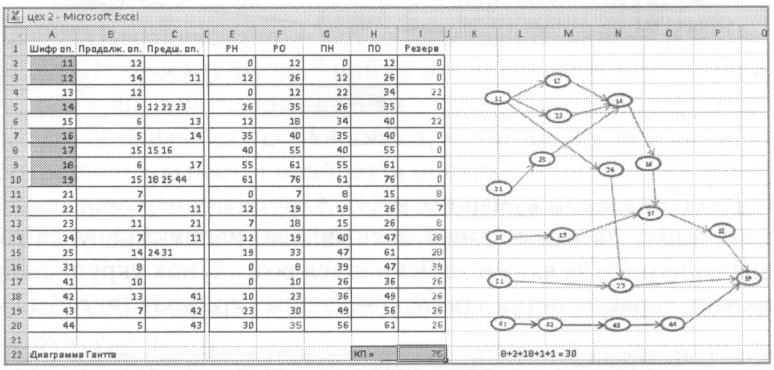


Рис. 4.13 (продовження)

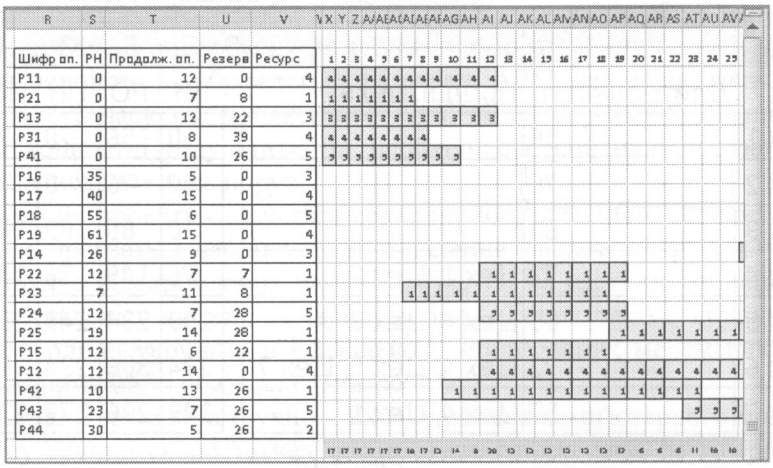
Виклик деталізованої моделі кожного цеху забезпечується переходом за гіперпосиланням до відповідного вузла мережі, наприклад, до сумарної роботи Цех 2 (рис. 4.14).



цех 2 - Microsoft Excel

	A	B	C	E	F	G	H	I
1	Шифр оп.	Продолж. оп.	Предш. оп.	РН	РО	ПН	ПО	Резерв
2	11	12		0	12	0	12	0
3	12	14	11	12	26	12	26	0
4	13	12		0	12	22	34	22
5	14	9	12 22 23	26	35	26	35	0
6	15	6	13	12	18	34	40	22
7	16	5	14	35	40	35	40	0
8	17	15	15 16	40	55	40	55	0
9	18	6	17	55	61	55	61	0
10	19	15	18 25 44	61	76	61	76	0
11	21	7		0	7	8	15	8
12	22	7	11	12	19	19	26	7
13	23	11	21	7	18	15	26	8
14	24	7	11	12	19	40	47	28
15	25	14	24 31	19	33	47	61	28
16	31	8		0	8	39	47	39
17	41	10		0	10	26	36	26
18	42	13	41	10	23	36	49	26
19	43	7	42	23	30	49	56	26
20	44	5	43	30	35	56	61	26
21								
22	Диаграмма Гантта					КП =		76

8+2+18+1+1 = 30



R	S	T	U	V
Шифр оп.	РН	Продолж. оп.	Резерв	Ресурс
P11	0	12	0	4
P21	0	7	8	1
P13	0	12	22	3
P31	0	8	39	4
P41	0	10	26	5
P16	35	5	0	3
P17	40	15	0	4
P18	55	6	0	5
P19	61	15	0	4
P14	26	9	0	3
P22	12	7	7	1
P23	7	11	8	1
P24	12	7	28	5
P25	19	14	28	1
P15	12	6	22	1
P12	12	14	0	4
P42	10	13	26	1
P43	23	7	26	5
P44	30	5	26	2

Рис. 4.14 (продовження)

Відображення результатів групи мережевих моделей згідно з викликами подано на рис. 4.15.

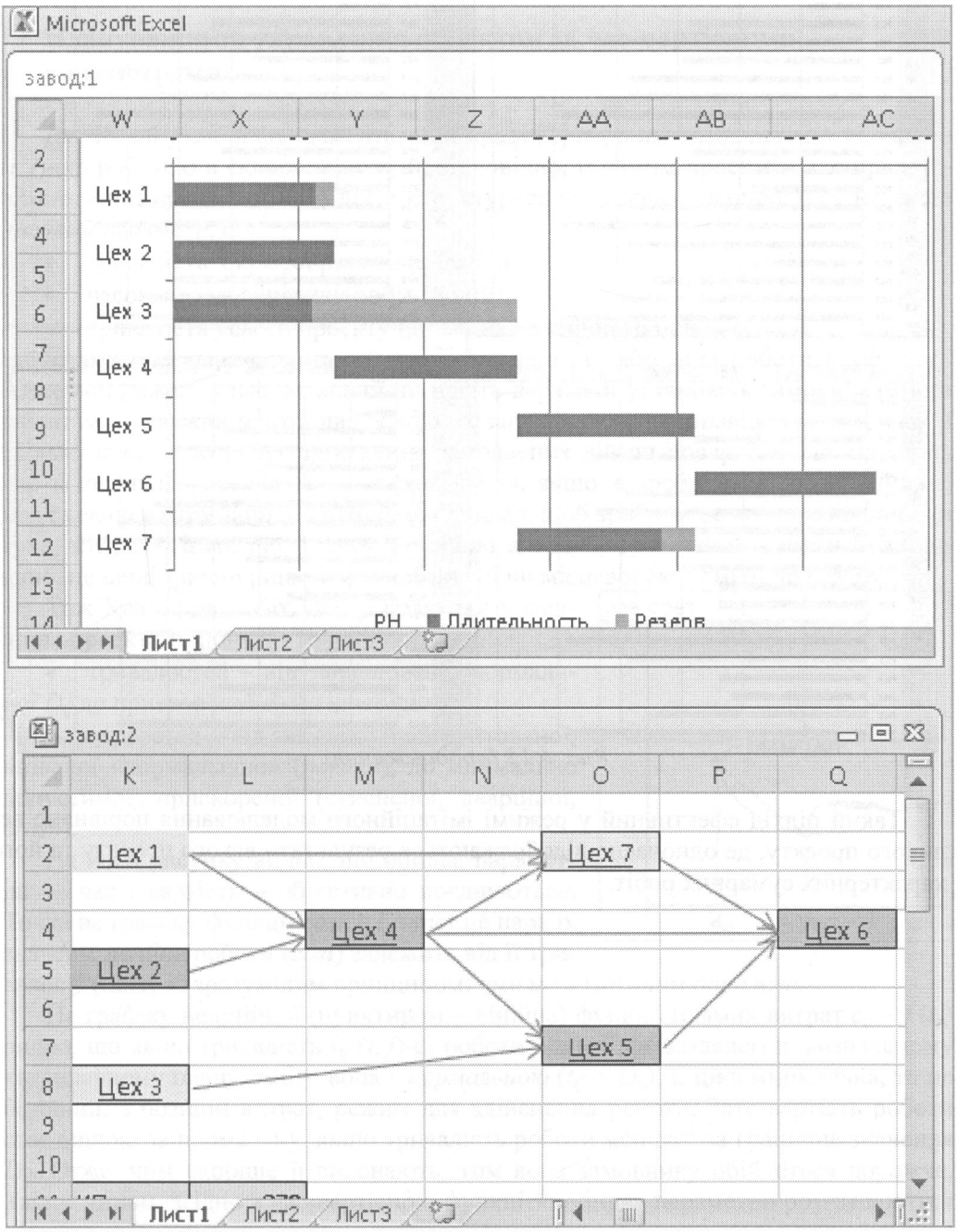


Рис. 4.15

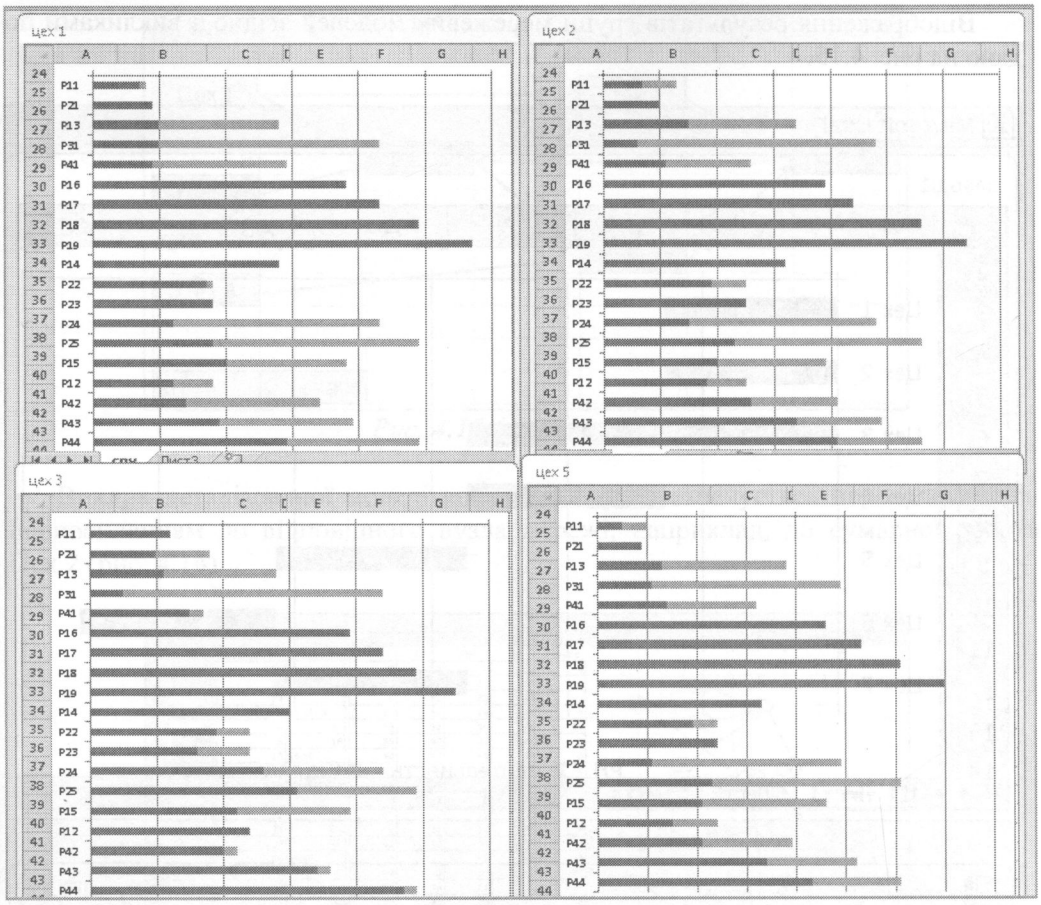


Рис. 4.15 (продовження)

Такий підхід ефективний у режимі імітаційного моделювання порівняно великого проекту, де одночасно відображаються результати всього проекту та його характерних сумарних робіт.

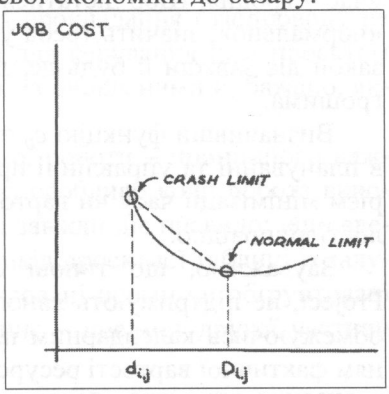
Глава 5.

Планування та управління проектом за час-вартісними параметрами

Дж. Келлі у своїй фундаментальній праці [2] першим визначив, що з кожною (i, j)-ою роботою в складі проекту й, відповідно, із самим проектом, що представляє певний організаційний чітко структурований процес, асоціюється не лише ***часовий*** параметр, це:

- тривалість окремої роботи (*duration*);
- часові характеристики робіт (подій);
- тривалість усього проекту (довжина критичного шляху),

а й ***вартісний*** параметр, це, насамперед, вартість або ціна роботи (*job cost*). Адже всі, кожен із нас, компанії чи навіть державні установи є замовниками чи клієнтами й завжди мають два основних запитання до виконавця: скільки часу й скільки коштів потребує здійснення замовлених дій чи послуг? Якщо відповідь нас задовольняє, ми кажемо – «нормально», якщо ж зробити це треба швидше, ніж сказано в отриманій відповіді, наприклад, щоб зробили це до морозів чи поки сухо, ми розуміємо, що будуть додаткові витрати, бо вартість роботи буде вищою, це вічні закони ринку, від глобальної чи місцевої економіки до базару.



Тож Келлі для робіт увів у практику управління проектами поняття граничних:

- тривалостей – від запланованої нормальної D_{ij} до прискореної d_{ij} й відповідних;
- вартостей – від зваженої й обґрунтованої, названої «нормальною» (*normal*), до мінімально допустимої, прискореної (стисненої, аварійної, *crash*).

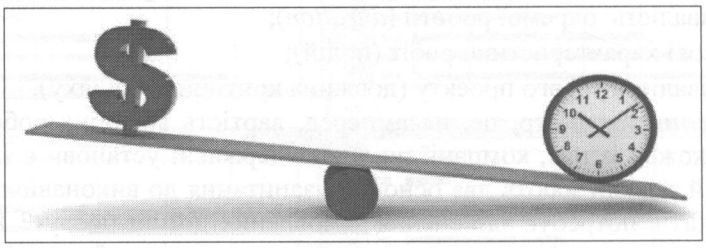
На його рисунку видно, що обидва параметри – час і вартість – об'єктивно поєднуються. Точка на графіку функції *cost = f (time)* це пара їх значень, де ціна роботи (*cost*) залежить від її тривалості (time) за зрозумілим принципом: *чим швидше, тим дорожче*.

На графіку нелінійної (пунктиром – лінійна) функції прямих витрат $c_{ij} = f(t_{ij})$ видно, що якщо тривалість t_{ij} (i, j)-ої роботи відповідає заздалегідь визначеному календарному плану, тобто вона є *нормальною* ($t_{ij} = D_{ij}$), її ціна мінімальна, то це бажаний, з позицій витрат, режим для здійснення роботи. Зате вартість роботи стає вищою за нормальну, якщо тривалість роботи менша[31] за граничне значення D_{ij}. Отже, чим скоріше її виконають, тим вона замовнику обійдеться дорожче. Таким чином, згідно з час-вартісною функцією обидва параметри розглядаються

[31] Випадок, коли тривалість більша за значення D_{ij}, тут не розглядається, хоча на практиці прямі витрати зростають у такій ситуації через необхідність закінчити роботу на довгобуді, ліквідувати брак чи виконати непередбачені планом додаткові дії (як було з дощем).

спільно задля задоволення різноманітних організаційних, технологічних та виробничих вимог, що реально змінюються. Якщо точка з координатами (t_{ii}, c_{ii}) на графіку пересувається в якийсь бік, вони враховуються разом саме як функція задля гнучкого отримання обґрунтованих і зважених розкладів й вибору серед них кращого, оптимального, згідно з реальними обмеженнми на шукані часові чи вартісні величини.

Тоді визначається допустимий спектр можливих часових розкладів, обмежений часовими границями для робіт, кожен з яких характеризується знайденим балансом між двома бажаними, але несумісними поняттями – це компроміс «час-вартість» (*time-cost trade-off*), наче «купівля» часу:



Живий приклад – свідомий вибір клієнтом способу (нормальний чи екстрений) і засобу (звичайний, з комфортом) надання послуги. Існує залізне правило «час – гроші». Щоб дістатися на вокзал чи в аеропорт швидше чи зручніше, ніж «нормально», значить треба усвідомлювати, що бажане обійдеться дорожче; цей закон діє завжди й будь-де, до того ж «подорожчання» не завжди вимірюється грошима.

Визначивши функцію $c_{ij} = f(t_{ij})$, приходимо до оптимізаційної задачі time-cost в плануванні та управлінні проектами з відповідною цільовою функцією, критерієм мінімізації часу чи вартості з урахуванням обмежень на витрати чи тривалості відповідно.

Зауважимо, що типові спеціалізовані програмні продукти, зокрема MS Project, не підтримують явного розв'язання задачі time-cost як оптимізаційної[32], обмежуючись календарним плануванням за часовими параметрами з урахуванням фактичної вартості ресурсів шляхом фіксації відхилень від плану.

Отже, маємо два об'єкти дослідження:

- окрему роботу;
- проект як систему взаємопов'язаних робіт.

і, відповідно, види витрат, що стосуються як робіт, так й усього проекту:

- *прямі* (*activity direct cost*) витрати для кожної роботи;
- *непрямі* (*project indirect cost*) витрати для проекту;
- *загальні* (*total project cost*) витрати, їх сума (з можливими доданками, наприклад, витратами на підготовчому етапі).

---

[32] [33, с. 295]: «*Основная тактика сокращения длительности проекта состоит в том, чтобы проводить сокращение на единицу длительности для каждой критической работы, для которой оно стоит дешевле всего*». Важко уявити реальне й оперативне здійснення такої процедури хоча б і для середнього за розміром проекту в кілька сотень робіт.

Прямі витрати

Прямі витрати окремої роботи, чи просто ***ціна*** або ***вартість*** (i, j)-ої роботи c_{ij} – це ***сума витрат***, пов'язаних із своєчасним забезпеченням конкретної роботи коштами для оплати праці виконавців, експлуатації/оренди обладнання, закупівлі/зберігання матеріалів, забезпечення енергією тощо, необхідних для здійснення роботи ***протягом її тривалості*** й, важливо, в заздалегідь передбачених і запланованих умовах, які можуть змінюватися, скажімо, характер місцевості чи пора року. При зміні цих умов у розрахунках треба оперативно змінити тривалість і ціну роботи, перерахувати часові характеристики календарного плану та загальні витрати тощо, аби не втратити керованість проектом за «принципом доміно».

Уявімо, Ви керуєте проектом у складі мультипроекта з прокладання нитки газопроводу від пункту А до пункту В із строго фіксованим моментом його завершення. На шляху прокладання траси неочікувано виявився шар граніту або ж пішли дощі, виникли непередбачені планом додаткові роботи, наприклад, на кількох ділянках траси треба відкачувати воду й відновлювати траншеї. Для цього необхідне додаткове обладнання, транспортні засоби високої прохідності, нові матеріали – це ж усе треба знайти, замовити, оплатити й доставити, техніку забезпечити персоналом, а персонал – побутовими послугами тощо. Через такі зміни суттєво коригується «ідеальний» план проекту, бо це нові роботи, зв'язки між ними й запланованими, оновлені ресурсні, часові та цінові норми тощо, змінюються функції прямих витрат і т. ін. Але робота з прокладання газопроводу не має припинитися чи навіть затриматися, тож Вам для керування цим проектом потрібен час і додаткові кошти, їх суму отримують за оновленими й, бажано, якнайшвидшими розрахунками[33].

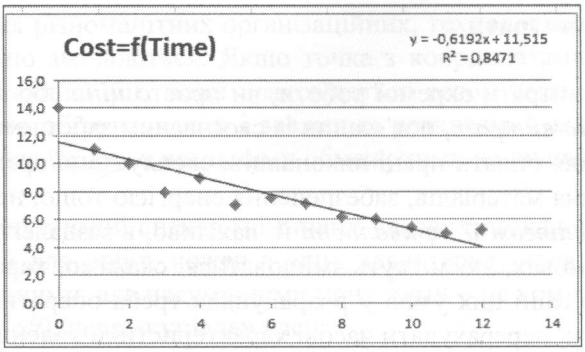
Сформувати функцію прямих витрат для кожної роботи – принципово важливе й відповідальне завдання, до того ж непросте, особливо коли робота виконується вперше, бо в комп'ютерному моделюванні завжди діє правило: «що введеш, те й отримаєш». Це відповідальність розробників проектної таблиці із залученням технологів, де застосовують для цього фіксовані норми чи обґрунтовані прогнози, засновані на реальній статистиці (останнє – предмет другої частини цього видання).

Оскільки ціна роботи c_{ij} явно залежить від шуканого значення тривалості роботи t_{ij}, цю залежність зазвичай представляють ***функцією прямих витрат*** $cost = f(time)$, нелінійною чи наближеною лінійною, з неперервними чи дискретними значеннями часових/вартісних величин. Ця функція є цільовою (ЦФ) в оптимізаційній лінійній/нелінійній задачі в управлінні проектами під назвою *time-cost problem*. Значення цієї ЦФ мінімізують за певними часовими/вартісними обмеженнями.

Форму функції прямих витрат зазвичай отримують за нормативами, побудованими за наявним досвідом і прототипами чи отриманими експериментально; насамперед, ця форма нелінійна чи достатньо обмежитися лінійною (рис. 5.1).

[33] Ви й досі хочете бути проект-менеджером?

Time	Cost
0	14,0
1	11,0
2	10,0
3	8,0
4	9,0
5	7,0
6	7,5
7	7,1
8	6,2
9	6,0
10	5,4
11	5,0
12	5,2



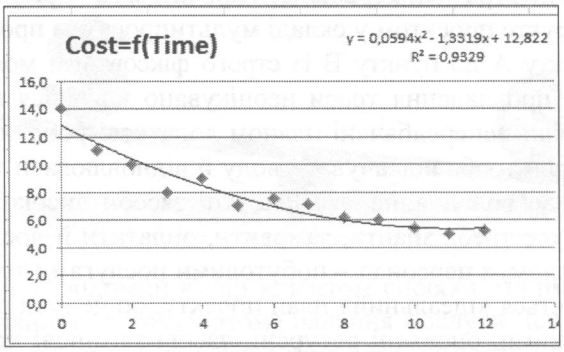


Рис. 5.1

Найпростішою щодо формування й краще пристосованою до оптимізаційних обчислень є лінійна функція, де витрати пропорційні тривалості. Правда, в реальній практиці так майже не буває – чим більш напружена робота, тим вона буде дорожчою через вимушене використання додаткових і часто коштовніших ресурсів: спеціальної техніки, матеріалів, досвідчених фахівців тощо, де пропорційність порушується. Тому ближчими до потреб практики є нелінійні функції, які краще відтворюють залежність витрат від тривалості роботи, до того ж для різних умов, але така функція супроводжується складнощами щодо побудови й реалізації комп'ютерної моделі. Один із підходів – апроксимація нелінійної функції кусково-лінійною функцією, правда, використання логічної операції IF у ньому навряд чи серйозно полегшить ситуацію.

Непрямі й загальні витрати

Непрямі витрати пов'язані з адмініструванням здійснення проекту й розглядаються окремо, вони прямо (в певних ситуаціях – непрямо, скажімо, при різкій зміні погоди, умов оренди обладнання, цінової політики тощо) залежать від тривалості здійснення проекту, тобто від визначеної величини $T_{кр}$. Це утримання управлінського й адміністративно-господарського апарату та різноманітних обслуговуючих служб: транспорт, зберігання, безпека, харчування персоналу тощо,

принцип «чим довше триває – тим дорожче», у простому випадку функція лінійна, а може бути й нелінійною.

Загальні витрати для здійснення проекту – сума прямих і непрямих витрат, до неї можуть додати фіксовану величину C_0, пов'язану із підготовчими й організаційними процесами, тож повна цільова функція таке: $C_з = C_0 + C_{пр} + C_{нп} \rightarrow \min$ (рис. 5.2).

Мінімізація загальних витрат – дещо інша щодо задачі мінімізації прямих витрат і є нелінійною задачею оптимізації із явно вираженим мінімумом, що має свою специфіку:

- *збільшуючи* прямі витрати, зменшують тривалості критичних робіт і тим самим зменшують значення $T_{кр}$, тоді, зі зменшенням $T_{кр}$;
- *зменшуються* непрямі витрати.

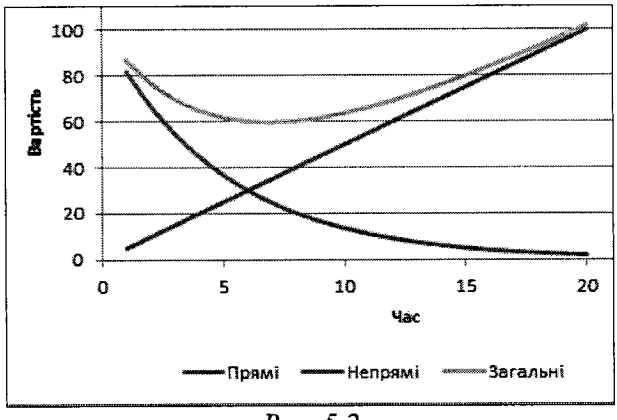


Рис. 5.2

Отже, зі зростанням тривалості проекту прямі витрати спадають, непрямі – зростають, їх сума – нелінійна функція загальних витрат, що має точку мінімуму (рис. 5.2).

За наявності функції загальних витрат можна буде вкрай не напружуватися, скорочуючи певні критичні роботи до мінімуму, бо ж тоді підвищені прямі витрати лише погіршать величину загальних витрат (точка мінімуму ЦФ сповзе на ліву гілку кривої функції загальних витрат).

Тривалість роботи в попередньо розглянутому часовому варіанті задана єдиним фіксованим значенням t_{ij}; у комбінованому час-вартісному варіанті її задають не одним числом, а допустимими часовими межами (d_{ij}, D_{ij}), де:

- d_{ij} – мінімальна (аварійна) тривалість із підвищеними прямими витратами,
- D_{ij} – визначена календарним планом нормальна тривалість із мінімальними прямими витратами, закладеними в бюджет.

Таким чином, визначений часовий діапазон $d_{ij} \leq t_{ij} \leq D_{ij}$ є обмеженням, за яким буде визначатися шукане значення t_{ij}.

Виконати роботу якнайшвидше – не примха, а, буває, критична необхідність – на етапі управління здійсненням проекту в реальних умовах виникають певні нештатні ситуації. Вони непередбачені й тому не заплановані не забезпечені ресурсами, стають викликом чи не криком, аби скоротити тривалість певного надзвичайного процесу (згадаймо процеси термінової евакуації людей, техніки, документів чи харчів в аварійних чи навіть катастрофічних ситуаціях типу пожеж, повеней чи землетрусів та їх наслідків).

Це беззаперечна вимога, аби виконання певних робіт (як правило, з числа критичних робіт) у складі проекту було скорочено аж до їх мінімальної тривалості d_{ij}, яку називають навіть аварійною, щоби скоротити тривалість проекту $T_{кр}$ до директивно заданого значення T_z, $T_z < T_{кр}$ чи аж до мінімально можливого.

Саме тут криється важливість, сутність і складність оптимізаційної задачі time-cost, де:

- скорочену тривалість проекту необхідно забезпечити найдешевше, за мінімальними додатковими витратами, або
- за виділеним обмеженим бюджетом виконати проект найскоріше.

Для цього організується 2-рівневий обчислювальний процес:

- на кожному кроці першого рівня вибирається «дешева» робота-кандидат з числа критичних робіт (*к*-робота), визначається її скорочена тривалість і додаткова пряма вартість;
- на другому рівні через змінену тривалість *к*-роботи здійснюють повний перерахунок мережевої моделі з визначенням оновлених часових характеристик робіт, зокрема їх ранніх стартів і резервів, визначають список критичних робіт на скороченому критичному шляху.

На якомусь кроці, не виключено, треба змушено повернутися до перегляду попередніх рішень (через нелінійніст функції прямих витрат). Наприклад, скорочення чергової критичної роботи буде значно дорожчим, ніж більше скорочення попередніх робіт, процес нагадує маневрування в спортивних іграх (пас назад, щоб іти вперед). Кінцевий результат – точка на графіку прямих витрат проекту.

На рис. 5.3 вісь *Час* такого графіка визначає діапазон значень тривалості проекту від 23 до 40 часових од., вісь *Витрати* – це діапазон додаткових прямих витрат: від 980 для нормального режиму до 1160 гр. од. для максимально скороченої тривалості проекту.

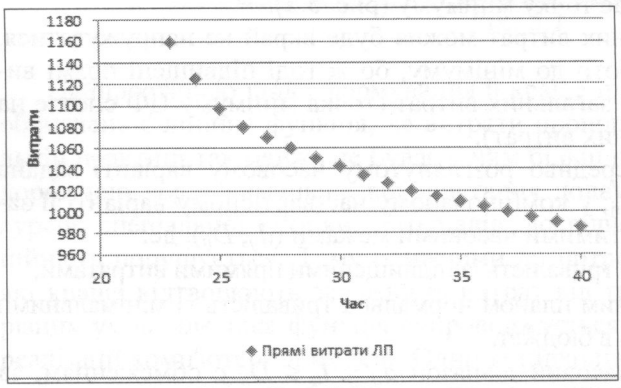


Рис. 5.3

Маючи такий графік, можна розв'язати обернену задачу – для заданого для скорочення проекту бюджету (cost) можна визначити його очікувану тривалість (time). Скажімо, для бюджету для скорочення проекту в 1000 гр. од. очікувана тривалість проекту буде десь 37 часових од.

Процедуру, що нами обговорюється, називають «стисненням розкладу»[34] проекту, де вимушені додаткові витрати мають різну природу: явну (типу збільшення коштів на закупівлі чи оплату праці) чи неявну (типу ускладнення договірних відносин з інвесторами). Наприклад, досвідчений керівник локального проекту бачить, що для скорочення його тривалості *можна*: певну критичну роботу виконати понадурочно, десь використати дешевші ресурси чи залучити менш

[34] Термін «стиснення мережевого графіка» походить від зрозумілої аналогії й колись запропонованої механічної моделі проектної мережі зі з'єднаних між собою робіт-пружин. Узявшись за полюси моделі (за вузли *s* та *t*), як перевіряють стиглість кавуна, стискали цю конструкцію, фіксуючи змінені положення пружин (нові тривалості робіт) і вимірюючи силу стикання (додаткові витрати)

кваліфікованих виконавців, видалити побічні роботи або змінити тип зв'язків між роботами тощо.

Приклад (рис. 5.4). Є дві критичні роботи з відношенням Фініш-Старт, які за планом виконуються послідовно, загальна тривалість – 14 днів. Якщо за технологією припустимо використати відношення Старт-Старт із випередженням для другої роботи на 4 дні, то ці дві роботи частково (4 дні) виконуються паралельно й загальна тривалість скорочена до 10 днів.

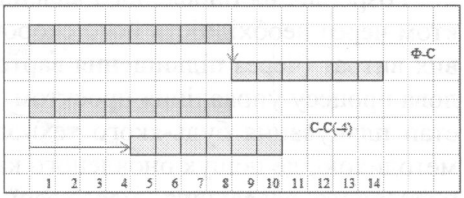


Рис. 5.4

Така, здається на перший погляд, позитивна пропозиція змушує на запит *можна* формувати відповідь *а чи треба*, бо ж це: перегляд і перерахунок розробленого календарного плану, його ресурсного забезпечення, узгодження запропонованих змін із зацікавленими особами (замовником, інвесторами, спонсорами, постачальниками[35], обслуговуючими службами), технологами та виконавцями суміжних робіт тощо, бо реалізувати в проектній мережі зі щільно пов'язаних між собою робіт певні зміни здійснити непросто, особливо у великих відповідальних проектах, не кажучи про мультипроекти, портфелі та програми. Й може статися, що запропонований локальний виграш є вкрай ризикованим, тягне за собою низку проблем, розв'язання яких за витратами часу й коштів не виправданий.

Однак є безвідповідальні автори навчальних курсів[36], які впевнено пишуть, що з планом *можна* будь-що робити чи спробувати, не підкреслюючи при цьому додаткові витрати й ризики, й тому початківцю здається, що робиться це безкоштовно й на власний розсуд керівника.

Але ж PMBOK строго наголошує, що це управління змінами, яке здійснюється за відповідними формальними правилами, такі пропозиції мають сенс, але повинні обґрунтовуватися й узгоджуватися із зацікавленими сторонами, фіксуватися й документуватися, бо це явно може впливати на якість кінцевого результату. Обходиться така процедура, зрозуміло, не безкоштовно й треба вміти оцінити доцільність, виграш часу й коштів від реалізації таких пропозицій.

Стискання розкладу – це розв'язок прямої оптимізаційної задачі time-cost. Це завершується отриманням досить напруженого календарного плану, який виконати досить складно, зате для заданої (T_z) тривалості проекту додаткові прямі витрати гарантуються мінімальними, $T_{кр}^{min} \le T_z \le T_{кр}^{max}$, значення $T_{кр}^{min}$ відповідає умові $t_{ij} = d_{ij}$, а $T_{кр}^{max}$ – умові $t_{ij} = D_{ij}$.

Результат двоїстої задачі – у звіті з чутливості – дає шанс ще дещо скоротити тривалість чи загальну вартість проекту за рахунок скорочення граничних зна-

[35] Колись в СРСР будівельники ГЕС на мітингу вирішили завершити всі роботи раніше від плану десь на рік-два, щоб отримати струм до круглої дати. У Ленінграді на заводі «Электросила» це стало шоком, бо, згідно того ж державного плану, там лише готувалися збирати генератор, визначали заводам-постачальникам завдання, терміни поставки замовлень, транспортування та монтажу. За гаслами типу «П'ятирічку за три роки!» такі необґрунтовані рішення були нормою, які вщент ламали зважені плани, розроблені на увесь період. Струм, здається, таки дали, але його підприємства-споживачі, за тим самим планом, лише будувалися…

[36] *Богданов В.В.* Управление проектами в Microsoft Project 2007. – СПб. : Питер, 2008. – 592 с.

чень d_{ij} певних «вигідних» робіт (із від'ємними двоїстими оцінками), наприклад, за рахунок використання інших технологій, обладнання чи матеріалів.

Розроблення оновленого календарного плану при управлінні реальним проектом через необхідність його скорочення за рахунок свідомого несення додаткових витрат (через підвищення вартості виконуваних робіт) – найскладніша складова процесу управління проектом. Це досить розповсюджений і найважливіший етап планування будь-якого технологічного процесу за проектно-орієнтованою методикою, де пошук оновленого календарного плану кожного разу зводиться до повторного розрахунку мережевої моделі проекту за компромісним критерієм «час-вартість».

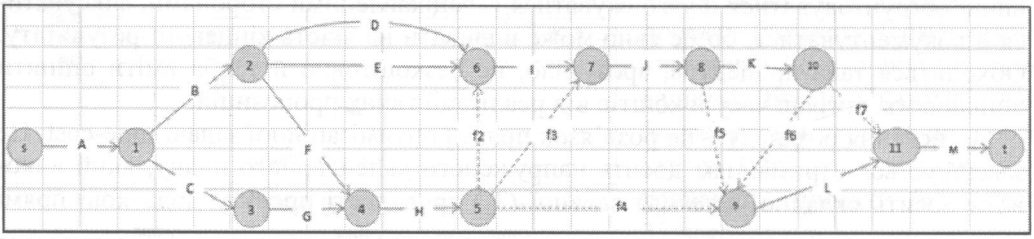
Типи задач time-cost

- дугова мережа:
  - ЦФ: лінійна, нелінійна;
  - зв'язки між роботами: стандартні (Ф-С)
- вузлова мережа:
  - ЦФ: лінійна, нелінійна;
  - зв'язки між роботами: стандартні, розширені (Ф-Ф, С-С, С-Ф, лаги).

Задача 5.1. Модель ЛП cost-time для дугової моделі проекту

Дугова мережева модель проекту з 13 робіт і 19 зв'язків між ними представлена розширеною проектною таблицею, де для кожної *i*-ої роботи задані нормальні та скорочені тривалості й прямі витрати (d_i, D_i, c_i, C_i), $d_i \neq D_i$, для всього проекту задані питомі непрямі витрати (ПНВ). Треба розрахувати календарні плани для різних режимів, визначивши мінімальні загальні витрати.

Мережева дугова модель проекту має такий вигляд:



Вона складається з 13 подій і 19 робіт, з них 13 активних[37] та 6 фіктивних робіт.

Пропонується формувати лінійну функцію прямих витрат $cost = f(time)$ у вигляді $cost = a \times time + b$. Для обчислення коефіцієнтів a та b достатньо координат двох граничних точок, заданих в таблиці. Наприклад, для роботи А (d_A = 6, D_A = 12; c_A =50, C_A = 14) функція має вигляд: $cost = -6 \times time + 86$, де коефіцієнти: a = -6 та b = 86 обчислені за заданими значеннями d, D, c, C, а також за наведеними схемою й формулами (рис. 5.5).

[37] Так збіглося, бо Excel сприймає паралельні роботи. Якщо б одну з паралельних робіт (D, E) розщепити згідно з правилами CPM, було б 14 подій і 7 фіктивних робіт.

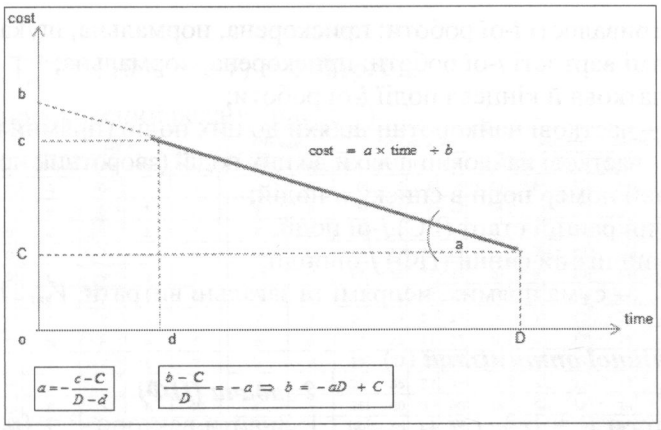


Рис. 5.5

Значення |a| – це, фактично, питома (наприклад, щоденна) ціна роботи. Саме за цим показником вибирають найдорожчу серед критичних робіт роботу для послідовного здешевлення загальної вартості проекту.

Цільова функція – загальні витрати, що складаються з прямих та непрямих витрат, критерій – мінімум.

Оскільки для отримання основних часових оцінок треба розв'язати дві задачі ЛП (пошук РС та ПФ) за одними й тими самими даними, формуємо один табличний документ, як було зроблено раніше.

1) <u>План дій:</u>

Задача (a) Знайти календарний план для нормального режиму ($t_{ij} = D_{ij}$), максимальне значення $T_{кр}^{max}$ та відповідну загальну вартість проекту V_D, якщо проект виконується тривалий час;

Задача (b) Знайти календарний план для прискореного режиму ($t_{ij} = d_{ij}$), мінімальне значення $T_{кр}^{min}$ та відповідну загальну вартість проекту V_d, якщо проект виконується швидко;

Задача (c) Знайти календарний план для оптимального режиму ($d_{ij} \le t_{ij} \le D_{ij}$), значення $T_{кр}^{опт}$, де загальна вартість проекту V_{min} мінімальна.

Задачі (a), (b) – прості, бо шукані тривалості робіт фіксовані на рівні D_{ij} чи d_{ij}.

Найскладніше розв'язується задача (c): спочатку алгоритм симплекс-методу розв'язує задачу (*b*) на мінімум $T_{кр}$, де тривалості всіх робіт «стиснені» до рівня d_{ij}, потім, послідовно, за ціновим рейтингом, починаючи з найдорожчих (із крутою кривою), критичні роботи здешевлюються «розтисканням», збільшуючи тривалості в бік до D_{ij}, зростає значення $T_{кр}$, при цьому контролюється поточне значення загальних витрат для пошуку V_{min}, адже зі зростанням $T_{кр}$ збільшуються непрямі витрати. В результаті стає вигідним, аби «дешеві» роботи залишалися на рівні d_{ij}, «дорогі» – на D_{ij}, а «середнячки» – десь у діапазоні $d_{ij} \div D_{ij}$.

Математична модель

<u>Позначення:</u>

i – поточний номер роботи у списку m робіт (m = 13);

d_i, D_i, t_i – тривалості i-ої роботи: прискорена, нормальна, шукана;
c_i, C_i – прямі вартості i-ої роботи: прискорена, нормальна;
$п_i$, $к_i$ – початкова й кінцева події i-ої роботи;
$s(п_i)$, $s(к_i)$ – часткові найкоротші шляхи до цих подій (прямий прохід мережі);
$z(п_i)$, $z(к_i)$ – часткові найдовші шляхи до цих подій (зворотний прохід мережі);
j – поточний номер події в списку n подій;
r_j – шуканий ранній старт (РС) j-ої події;
p_j – шуканий пізній фініш (ПФ) j-ої події;
$V_{пр}$, $V_{нп}$, $V_{заг}$ – сума прямих, непрямі та загальні витрати, $V_{заг} = V_{пр} + V_{нп}$.

Задача ***лінійної оптимізації*** (с)

1 задача (РС)

I. Знайти вектори $R = \{r_j\}$, $j = 1, \ldots, n$ та
$T = \{t_i\}$, $i = 1, \ldots, m$, щоб
II. ЦФ $V_{заг} \to \min$
III. за обмежень:
$t_i \le D_i$, $t_i \ge d_i$,
$s(к_i) - s(п_i) \ge t_i$
та граничних умов: усі r_j та $t_i \ge 0$.

2 задача (ПФ)

I. Знайти вектори $P = \{p_j\}$, $j = 1, \ldots, n$ та
$T = \{t_i\}$, $i = 1, \ldots, m$, щоб
II. ЦФ $V_{заг} \to \min$
III. за обмежень:
$t_i \le D_i$, $t_i \ge d_i$,
$z(к_i) - z(п_i) \ge t_i$
$p_t = r_t$
та граничних умов: усі p_j та $t_i \ge 0$.

Ці задачі розв'язуються в послідовності: РС → ПФ.

Відмінності задач (а) та (b)

Задача *лінійної оптимізації* (а)	Задача *лінійної оптимізації* (b)
обмеження: $t_i = D_i$	обмеження: $t_i = d_i$

Таблична модель

Задача (а), нормальний режим (рис. 5.6)

Вузли				Дуги				Обмеж.		Часові х-ки					Тривалість		Вартість		Пр. витрати		
Подія	РС	ПФ	Резерв	Робота	Трив.	Старт	Фініш	min	max	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР	d	D	C	c	a	b	Cost
s	0	0	0	A	12	s	1	12	12	0	12	0	12	0	6	12	14	50	-6,0	86,0	14,0
1	12	12	0	B	9	1	2	9	9	12	21	12	21	0	6	9	5	32	-9,0	86,0	5,0
2	21	21	0	C	15	1	3	15	15	12	27	12	27	0	4	15	12	32	-1,8	39,3	12,0
3	27	27	0	D	10	2	6	30	30	21	31	41	51	20	7	10	17	50	-11,0	127,0	17,0
4	39	39	0	E	10	2	6	30	30	21	31	41	51	20	8	10	11	51	-20,0	211,0	11,0
5	51	51	0	F	10	2	4	18	18	21	31	29	39	8	3	10	17	43	-3,7	54,1	17,0
6	51	51	0	G	12	3	4	12	12	27	39	27	39	0	7	12	14	42	-5,6	81,2	14,0
7	60	60	0	H	12	4	5	12	12	39	51	39	51	0	8	12	15	34	-4,8	72,0	15,0
8	73	73	0	I	9	6	7	9	9	51	60	51	60	0	7	9	17	53	-18,0	179,0	17,0
9	88	88	0	J	13	7	8	13	13	60	73	60	73	0	3	13	11	42	-3,1	51,3	11,0
10	88	88	0	K	15	8	10	15	15	73	88	73	88	0	5	15	14	42	-2,8	56,0	14,0
11	97	97	0	L	9	9	11	9	9	88	97	88	97	0	5	9	15	51	-9,0	96,0	15,0
t	110	110	0	M	13	11	t	13	13	97	110	97	110	0	3	13	8	45	-3,7	56,1	8,0
	717	717		f2	0	5	6	0	0	51	51	51	51	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	min	max		f3	0	5	7	9	9	51	51	60	60	9	0	0	0	0	0,0	0	0
	ЦФ			f4	0	5	9	37	37	51	51	88	88	37	0	0	0	0	0,0	0	0
				f5	0	8	9	15	15	73	73	88	88	15	0	0	0	0	0,0	0	0
				f6	0	10	9	0	0	88	88	88	88	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	КШ=	110		f7	0	10	11	9	9	88	88	97	97	9	0	0	0	0	0,0	0	0
											ПНВ=		4						Прямі витрати		170,0
																			Непрямі витрати		440,0
																			Загальні витрати		610,0

Рис. 5.6

Результат

Усі $t_{ij} = D_{ij}$. $T_{кр}^{max} = 110$ ч. од., $V_D = 610$ гр. од.

Задача (b), прискорений режим (рис. 5.7)

Вузли				Дуги				Обмеж.		Часові х-ки					Тривалість		Вартість		Пр. витрати		
Подія	РС	ПФ	Резерв	Робота	Трив.	Старт	Фініш	min	max	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР	d	D	C	c	a	b	Cost
s	0	0	0	A	6	s	1	6	6	0	6	0	6	0	6	12	14	50	-6,0	86,0	50,0
1	6	6	0	B	6	1	2	6	6	6	12	6	12	0	6	9	5	32	-9,0	86,0	32,0
2	12	12	0	C	4	1	3	4	4	6	10	6	10	0	4	15	12	32	-1,8	39,3	32,0
3	10	10	0	D	7	2	6	13	13	12	19	18	25	6	7	10	17	50	-11,0	127,0	50,0
4	17	17	0	E	8	2	6	13	13	12	20	17	25	5	8	10	11	51	-20,0	211,0	51,0
5	25	25	0	F	3	2	4	5	5	12	15	14	17	2	3	10	17	43	-3,7	54,1	43,0
6	25	25	0	G	7	3	4	7	7	10	17	10	17	0	7	12	14	42	-5,6	81,2	42,0
7	32	32	0	H	8	4	5	8	8	17	25	17	25	0	8	12	15	34	-4,8	72,0	34,0
8	35	35	0	I	7	6	7	7	7	25	32	25	32	0	7	9	17	53	-18,0	179,0	53,0
9	40	40	0	J	3	7	8	3	3	32	35	32	35	0	3	13	11	42	-3,1	51,3	42,0
10	40	40	0	K	5	8	10	5	5	35	40	35	40	0	5	15	14	42	-2,8	56,0	42,0
11	45	45	0	L	5	9	11	5	5	40	45	40	45	0	5	9	15	51	-9,0	96,0	51,0
t	48	48	0	M	3	11	t	3	3	45	48	45	48	0	3	13	8	45	-3,7	56,1	45,0
	335	335		f2	0	5	6	0	0	25	25	25	25	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	min	max		f3	0	5	7	7	7	25	25	32	32	7	0	0	0	0	0,0	0	0
	ЦФ			f4	0	5	9	15	15	25	25	40	40	15	0	0	0	0	0,0	0	0
				f5	0	8	9	5	5	35	35	40	40	5	0	0	0	0	0,0	0	0
				f6	0	10	9	0	0	40	40	40	40	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	КШ=	48		f7	0	10	11	5	5	40	40	45	45	5	0	0	0	0	0,0	0	0
												ПНВ=	4						Прямі витрати		567,0
																			Непрямі витрати		192,0
																			Загальні витрати		759,0

Рис. 5.7

Результат

Усі $t_{ij} = d_{ij}$, $T_{кр}^{min} = 48$ ч. од., $V_d = 759$ гр. од.

Задача (c), оптимальний режим (рис. 5.8)

Вузли				Дуги				Обмеж.		Часові х-ки					Тривалість		Вартість		Пр. витрати		
Подія	РС	ПФ	Резерв	Робота	Трив.	Старт	Фініш	min	max	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР	d	D	C	c	a	b	Cost
s	0	0	0	A	12	s	1	12	12	0	12	0	12	0	6	12	14	50	-6,0	86,0	14,0
1	12	12	0	B	9	1	2	9	9	12	21	12	21	0	6	9	5	32	-9,0	86,0	5,0
2	21	21	0	C	7	1	3	7	7	12	19	12	19	0	4	15	12	32	-1,8	39,3	26,5
3	19	19	0	D	10	2	6	22	22	21	31	33	43	12	7	10	17	50	-11,0	127,0	17,0
4	31	31	0	E	10	2	6	22	22	21	31	33	43	12	8	10	11	51	-20,0	211,0	11,0
5	43	43	0	F	10	2	4	10	10	21	31	21	31	0	3	10	17	43	-3,7	54,1	17,0
6	43	43	0	G	12	3	4	12	12	19	31	19	31	0	7	12	14	42	-5,6	81,2	14,0
7	52	52	0	H	12	4	5	12	12	31	43	31	43	0	8	12	15	34	-4,8	72,0	15,0
8	55	55	0	I	9	6	7	9	9	43	52	43	52	0	7	9	17	53	-18,0	179,0	17,0
9	60	60	0	J	3	7	8	3	3	52	55	52	55	0	3	13	11	42	-3,1	51,3	42,0
10	60	60	0	K	5	8	10	5	5	55	60	55	60	0	5	15	14	42	-2,8	56,0	42,0
11	69	69	0	L	9	9	11	9	9	60	69	60	69	0	5	9	15	51	-9,0	96,0	15,0
t	72	72	0	M	3	11	t	3	3	69	72	69	72	0	3	13	8	45	-3,7	56,1	45,0
	537	537		f2	0	5	6	0	0	43	43	43	43	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	min	max		f3	0	5	7	9	9	43	43	52	52	9	0	0	0	0	0,0	0	0
	ЦФ			f4	0	5	9	17	17	43	43	60	60	17	0	0	0	0	0,0	0	0
				f5	0	8	9	5	5	55	55	60	60	5	0	0	0	0	0,0	0	0
				f6	0	10	9	0	0	60	60	60	60	0	0	0	0	0	0,0	0	0
	КШ=	72		f7	0	10	11	9	9	60	60	69	69	9	0	0	0	0	0,0	0	0
												ПНВ=	4						Прямі витрати		280,5
																			Непрямі витрати		288,0
																			Загальні витрати		568,5

Рис. 5.8

Результат

$d_{ij} \le t_{ij} \le D_{ij}$, $T_{кр}^{опт} = 72$ ч. од., $V_{min} = 568{,}5$ гр. од.

Формули і кінцеві результати (рис. 5.9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вузли					Дуги			
2	Подія	РС	ПФ	Резерв		Робота	Трив.	Старт	Фініш
3	s	0	0	=C3-B3		A	12	=A3	1
4	1	12	12	=C4-B4		B	9	1	2
5	2	21	21	=C5-B5		C	7	1	3
6	3	19	19	=C6-B6		D	10	2	6
7	4	31	31	=C7-B7		E	10	2	6
8	5	43	43	=C8-B8		F	10	2	4
9	6	43	43	=C9-B9		G	12	3	4
10	7	52	52	=C10-B10		H	12	4	5
11	8	55	55	=C11-B11		I	9	6	7
12	9	60	60	=C12-B12		J	3	7	8
13	10	60	60	=C13-B13		K	5	8	10
14	11	69	69	=C14-B14		L	9	9	11
15	t	72	72	=C15-B15		M	3	11	=A15
16		=СУММ(B3:B15)	=СУММ(C3:C15)			f2	0	5	6
17		=K2	=L2			f3	0	5	7
18		ЦФ				f4	0	5	9
19						f5	0	8	9
20						f6	0	10	9
21		КШ=	=N15			f7	0	10	11

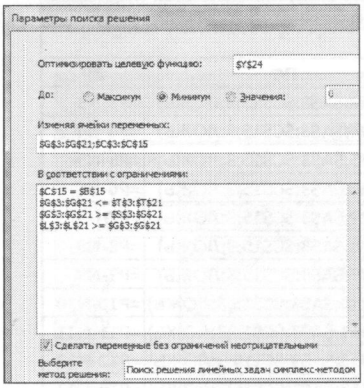
K	L
Обмеж.	
min	max
=ВПР(I3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I3;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H3;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I4;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H4;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I5;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H5;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I6;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H6;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I7;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H7;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I8;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H8;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I9;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H9;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I10;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H10;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I11;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H11;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I12;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H12;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I13;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H13;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I14;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H14;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I15;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H15;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I16;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H16;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I17;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H17;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I18;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H18;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I19;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H19;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I20;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H20;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)
=ВПР(I21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)-ВПР(H21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=ВПР(I21;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(H21;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)

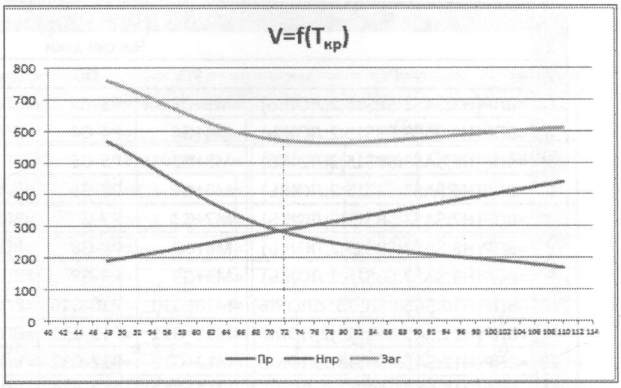
Рис. 5.9

	M	N	O	P	Q
1	Часові х-ки				
2	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	=ВПР(H3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M3+G3	=P3-G3	=ВПР(I3;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P3-N3
4	=ВПР(H4;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M4+G4	=P4-G4	=ВПР(I4;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P4-N4
5	=ВПР(H5;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M5+G5	=P5-G5	=ВПР(I5;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P5-N5
6	=ВПР(H6;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M6+G6	=P6-G6	=ВПР(I6;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P6-N6
7	=ВПР(H7;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M7+G7	=P7-G7	=ВПР(I7;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P7-N7
8	=ВПР(H8;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M8+G8	=P8-G8	=ВПР(I8;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P8-N8
9	=ВПР(H9;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M9+G9	=P9-G9	=ВПР(I9;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P9-N9
10	=ВПР(H10;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M10+G10	=P10-G10	=ВПР(I10;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P10-N10
11	=ВПР(H11;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M11+G11	=P11-G11	=ВПР(I11;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P11-N11
12	=ВПР(H12;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M12+G12	=P12-G12	=ВПР(I12;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P12-N12
13	=ВПР(H13;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M13+G13	=P13-G13	=ВПР(I13;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P13-N13
14	=ВПР(H14;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M14+G14	=P14-G14	=ВПР(I14;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P14-N14
15	=ВПР(H15;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M15+G15	=P15-G15	=ВПР(I15;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P15-N15
16	=ВПР(H16;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M16+G16	=P16-G16	=ВПР(I16;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P16-N16
17	=ВПР(H17;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M17+G17	=P17-G17	=ВПР(I17;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P17-N17
18	=ВПР(H18;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M18+G18	=P18-G18	=ВПР(I18;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P18-N18
19	=ВПР(H19;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M19+G19	=P19-G19	=ВПР(I19;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P19-N19
20	=ВПР(H20;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M20+G20	=P20-G20	=ВПР(I20;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P20-N20
21	=ВПР(H21;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)	=M21+G21	=P21-G21	=ВПР(I21;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=P21-N21
22					
23		ПНВ=		4	

S	T	U	V	W	X	Y
Тривалість		Вартість		Пр. витрати		
d	D	C	c	a	b	Cost
6	12	14	50	=-(V3-U3)/(T3-S3)	=U3-W3*T3	=W3*G3+X3
6	9	5	32	=-(V4-U4)/(T4-S4)	=U4-W4*T4	=W4*G4+X4
4	15	12	32	=-(V5-U5)/(T5-S5)	=U5-W5*T5	=W5*G5+X5
7	10	17	50	=-(V6-U6)/(T6-S6)	=U6-W6*T6	=W6*G6+X6
8	10	11	51	=-(V7-U7)/(T7-S7)	=U7-W7*T7	=W7*G7+X7
3	10	17	43	=-(V8-U8)/(T8-S8)	=U8-W8*T8	=W8*G8+X8
7	12	14	42	=-(V9-U9)/(T9-S9)	=U9-W9*T9	=W9*G9+X9
8	12	15	34	=-(V10-U10)/(T10-S10)	=U10-W10*T10	=W10*G10+X10
7	9	17	53	=-(V11-U11)/(T11-S11)	=U11-W11*T11	=W11*G11+X11
3	13	11	42	=-(V12-U12)/(T12-S12)	=U12-W12*T12	=W12*G12+X12
5	15	14	42	=-(V13-U13)/(T13-S13)	=U13-W13*T13	=W13*G13+X13
5	9	15	51	=-(V14-U14)/(T14-S14)	=U14-W14*T14	=W14*G14+X14
3	13	8	45	=-(V15-U15)/(T15-S15)	=U15-W15*T15	=W15*G15+X15
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
			Прямі			=СУММ(Y3:Y15)
			Непря			=P23*C21
			Загаль			=Y22+Y23

Рис. 5.9 (продовження)





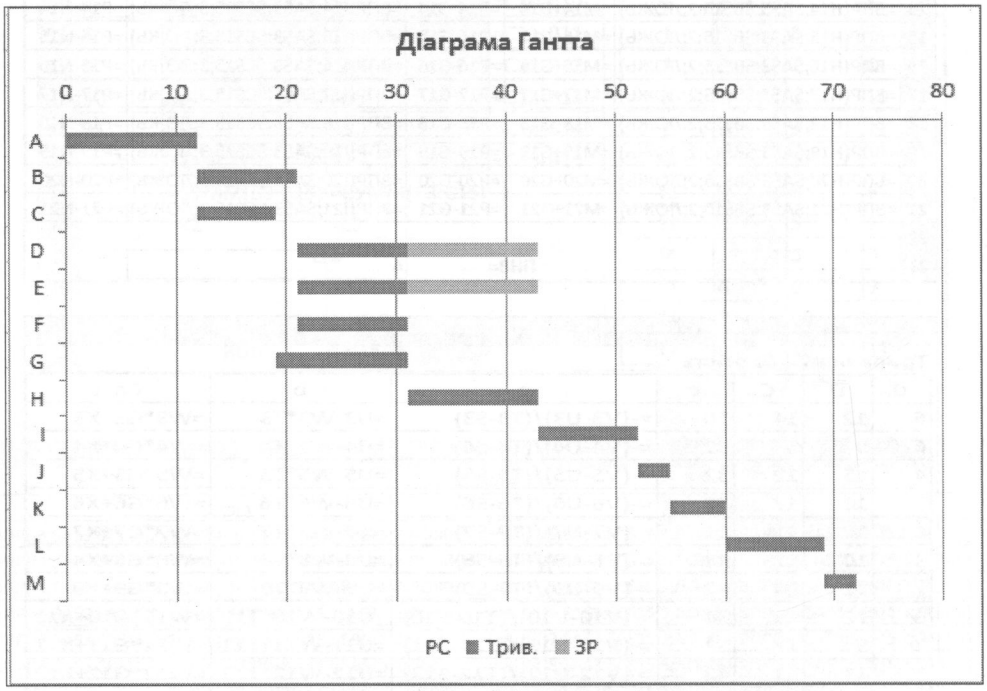


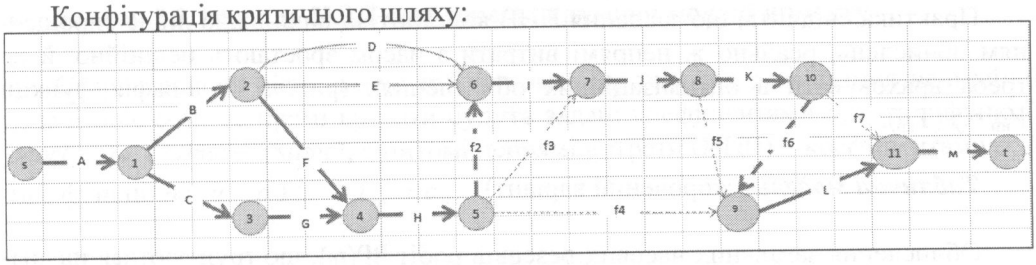
Рис. 5.9 (продовження)

Аналіз результатів:

- мінімальна тривалість проекту (48 ч. од.) вартує 759 гр. од. за рахунок підвищених прямих витрат і низьких непрямих витрат;
- максимальна тривалість проекту (110 ч. од.) вартує 610 гр. од. за рахунок підвищених непрямих витрат і низьких прямих витрат;
- мінімальні загальні витрати (568,5 гр. од.) задовольняються при тривалості проекту в 72 ч. од., де прямі й непрямі витрати практично однакові (через цілий тип $T_{кр}$ та t_{ij}).

Проміжні точки кривої функції $V_{заг} = f(T_{кр})$ визначають більші за 568,5 гр. од. витрати за рахунок підвищених прямих чи непрямих витрат.

Конфігурація критичного шляху:



Оцінка впливу ПНВ (рис. 5.10)

ПНВ	Vзаг	КШ	10*КШ
1	280	110	1100
2	388,5	102	1020
3	488,5	92	920
4	568,5	72	720
5	639,5	68	680
6	706	59	590
7	765	59	590
8	824	59	590
9	883	55	550
10	935	51	510
11	986	51	510
12	1037	51	510
13	1088	51	510
14	1139	51	510
15	1190	50	500
16	1240	50	500
17	1290	50	500
18	1340	48	480
19	1388	48	480
20	1436	48	480

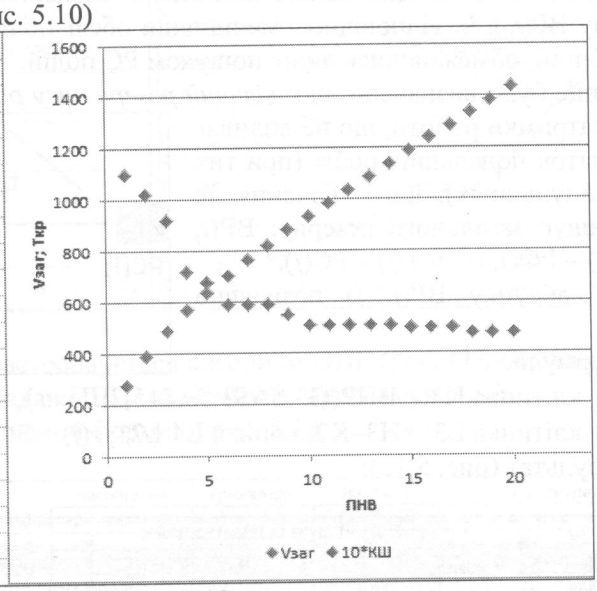


Рис. 5.10

На значення загальних витрат суттєво впливає величина ПНВ (питомих непрямих витрат), що є складовою у вигляді загальних непрямих витрат. Непрямі витрати повинні узгоджуватися з прямими витратами, аби знайти «золоту середину» – оптимальний режим управління проектом; рис. 5.11.

На графіку (див. рис. 5.10, часові та вартісні масштаби різні) видно, що зі зростанням значення ПНВ мінімізація загальних витрат змушує збільшувати прямі витрати, скорочуючи тривалість робіт у бік d_{ij}, аби скоротити довжину критичного шляху. При низьких значеннях ПНВ за цим критерієм оптимізації тривалості робіт хиляться у бік D_{ij}.

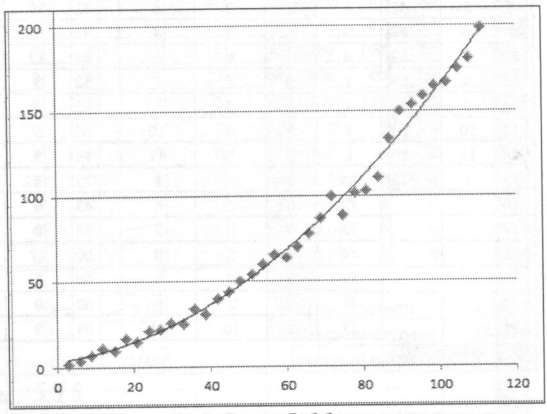


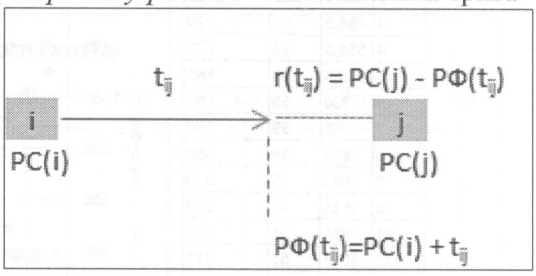
Рис. 5.11

Практика свідчить, що завдання ПНВ константою викликано лише спрощенням обчислень, реально ж непрямі витрати з часом зростають нелінійно, й це треба враховувати в оптимізаційних обчисленнях (рис. 5.11. Графік функції $V_{нп} = f(T_{кр})$.

Таблична модель (скорочений варіант)

Обчислення загальних часових резервів робіт ЗР(t_{ij}), що ґрунтуються на значеннях РС та ПФ подій, можна замінити обчисленням більш корисного вільного резерву ВР(t_{ij}), й, відповідно, зменшивши обсяг обчислень й розмір розрахункової таблиці, обмежившись лише пошуком РС подій.

Вище було визначено, що: *вільний резерв часу роботи* – максимальна тривалість затримки роботи, що не впливає на початок подальших робіт (при тих же припущеннях), його значення не перевищує загального резерву: ВР(i, j) = $r(j)$ – РФ(i, j), де $r(j)$ – РС(j).



На рисунку ВР(i, j) позначено $r(t_{ij})$.

Формули:

- клітинка Н3: =ВПР(G3;$A$3:$A$15;2;Ложь), копія в Н4:Н21, r(j)
- клітинка L3: =Н3–К3, копія в L4:L21, $r(j)$ – РФ(i, j).

Результат (рис. 5.12):

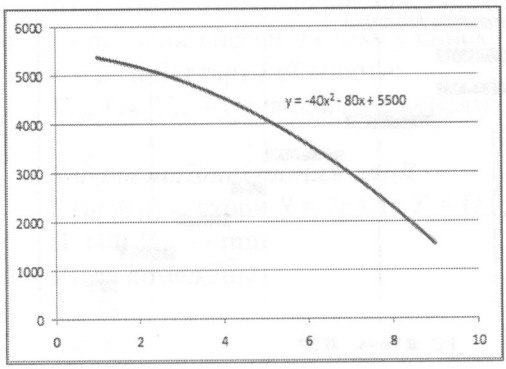
Н3 =ВПР(G3;$A$3:$B$15;2;ЛОЖЬ)

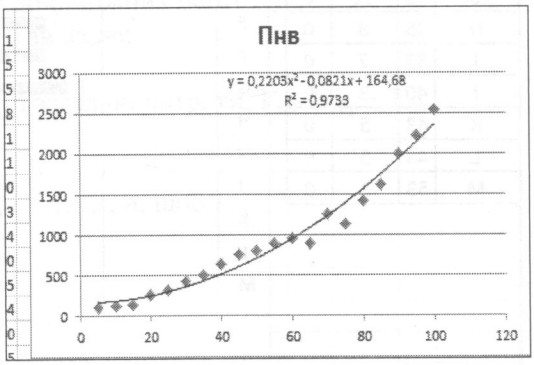
	A	B	D	E	F	G	H	I	J	K	L	N	O	P	Q	R	S	T
1	Вузли		Дуги						Часові х-ки			Тривалість		Вартість		Пр. витрати		
2	Подія	РС	Робота	Трив.	Старт (i)	Фініш (j)	РС(j)	Обмеж.	РС	РФ	ВР	d	D	C	c	a	b	Cost
3	s	0	A	12	s	1	12	12	0	12	0	6	12	14	50	-6,0	86,0	14,0
4	1	12	B	9	1	2	21	9	12	21	0	6	9	5	32	-9,0	86,0	5,0
5	2	21	C	7	1	3	19	7	12	19	0	4	15	12	32	-1,8	39,3	26,5
6	3	19	D	10	2	6	43	22	21	31	12	7	10	17	50	-11,0	127,0	17,0
7	4	31	E	10	2	6	43	22	21	31	12	8	10	11	51	-20,0	211,0	11,0
8	5	43	F	10	2	4	31	10	21	31	0	3	10	17	43	-3,7	54,1	17,0
9	6	43	G	12	3	4	31	12	19	31	0	7	12	14	42	-5,6	81,2	14,0
10	7	52	H	12	4	5	43	12	31	43	0	8	12	15	34	-4,8	72,0	15,0
11	8	55	I	9	6	7	52	9	43	52	0	7	9	17	53	-18,0	179,0	17,0
12	9	60	J	3	7	8	55	3	52	55	0	3	13	11	42	-3,1	51,3	42,0
13	10	60	K	5	8	10	60	5	55	60	0	5	15	14	42	-2,8	56,0	42,0
14	11	69	L	9	9	11	69	9	60	69	0	5	9	15	51	-9,0	96,0	15,0
15	t	72	M	3	11	t	72	3	69	72	0	3	13	8	45	-3,7	56,1	45,0
16			f2	0	5	6	43	0	43	43	0	0	0	0	0	0,0	0	0
17			f3	0	5	7	52	9	43	43	9	0	0	0	0	0,0	0	0
18			f4	0	5	9	60	17	43	43	17	0	0	0	0	0,0	0	0
19			f5	0	8	9	60	5	55	55	5	0	0	0	0	0,0	0	0
20			f6	0	10	9	60	0	60	60	0	0	0	0	0	0,0	0	0
21			f7	0	10	11	69	9	60	60	9	0	0	0	0	0,0	0	0
22	КШ=	72												Прямі витрати =				280,5
23										ПНВ=	4			Непрямі витрати =				288,0
24														Загальні витрати (ЦФ)=				568,5

Рис. 5.12

Задача 5.2. Модель НЛП cost-time для дугової моделі проекту

Скористаємося цією самою табличною моделлю для розв'язання нелінійної задачі time-cost, де прямі витрати будуть задані коефіцієнтами *a*, *b* та *c* функції $pcost = a - b \times time - c \times time^2$, а питомі непрямі витрати (ПНВ) – коефіцієнтами *a*, *b* та *c* функції $ncost = a\,T_{кр}^2 - b\,T_{кр} + c$:





План дій аналогічний, застосовується алгоритм ОПГ (рос. *Обобщенного Приведенного Градиента*) для задач НЛП (нелінійного програмування).

Таблична модель (скорочений формат); рис. 5.13.

Вузли		Дуги					Часові х-ки			Тривалість		Вартість		Пр. витрати			
Подія	РС	Робота	Трив.	Старт	Фініш	Обм.	РС	РФ	ВР	d	D	C	c	a	b	c	Cost
s	0	A	6	s	1	6	0	6	0	6	12	14	50	5500	80	22	4228,0
1	6	B	9	1	2	9	6	15	0	6	9	5	32	4300	65	30	1285,0
2	15	C	7	1	3	7	6	13	0	4	15	12	32	5300	75	12	4187,0
3	13	D	10	2	6	18	15	25	8	7	10	17	50	3400	50	25	400,0
4	25	E	10	2	6	18	15	25	8	8	10	11	51	4400	65	25	1250,0
5	33	F	10	2	4	10	15	25	0	3	10	17	43	4600	70	33	600,0
6	33	G	12	3	4	12	13	25	0	7	12	14	42	4400	65	23	308,0
7	40	H	8	4	5	8	25	33	0	8	12	15	34	3100	40	11	2076,0
8	43	I	7	6	7	7	33	40	0	7	9	17	53	4400	65	25	2720,0
9	48	J	3	7	8	3	40	43	0	3	13	11	42	5100	89	12	4725,0
10	48	K	5	8	10	5	43	48	0	5	15	14	42	6700	100	12	5900,0
11	53	L	5	9	11	5	48	53	0	5	9	15	51	2600	40	12	2100,0
t	56	M	3	11	t	3	53	56	0	3	13	8	45	6700	333	11	5602,0
		f2	0	5	6	0	33	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		f3	0	5	7	7	33	33	7	0	0	0	0	0,0	0	0	0
		f4	0	5	9	15	33	33	15	0	0	0	0	0,0	0	0	0
		f5	0	8	9	5	43	43	5	0	0	0	0	0,0	0	0	0
		f6	0	10	9	0	48	48	0	0	0	0	0	0,0	0	0	0
		f7	0	10	11	5	48	48	5	0	0	0	0	0,0	0	0	0
											ПНВ						
		КШ=	56							a =	5,94			Прямі витрати			35381,0
										b =	-175			Непрямі витрати			24427,8
										c =	15600			Загальні витрати			59808,84

Рис. 5.13

Робота	РС	Трив.	ВР
A	0	6	0
B	6	9	0
C	6	7	0
D	15	10	8
E	15	10	8
F	15	10	0
G	13	12	0
H	25	8	0
I	33	7	0
J	40	3	0
K	43	5	0
L	48	5	0
M	53	3	0

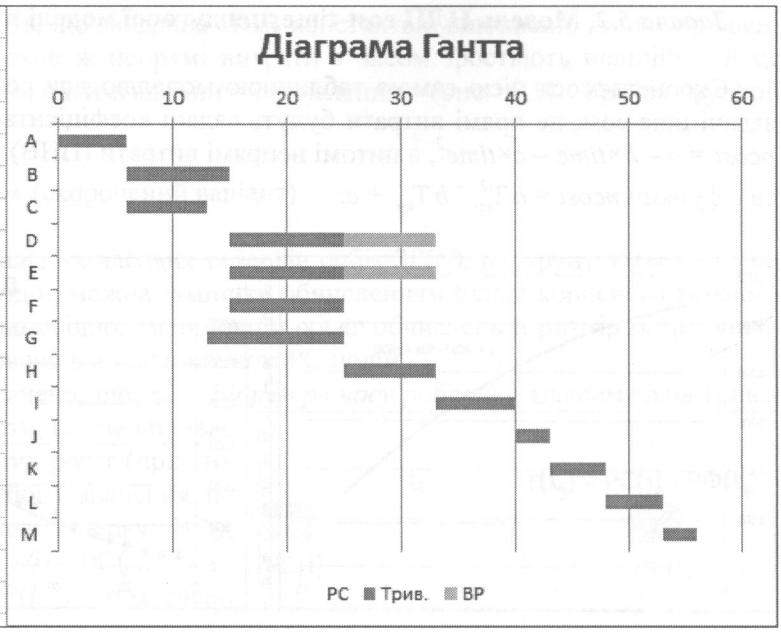
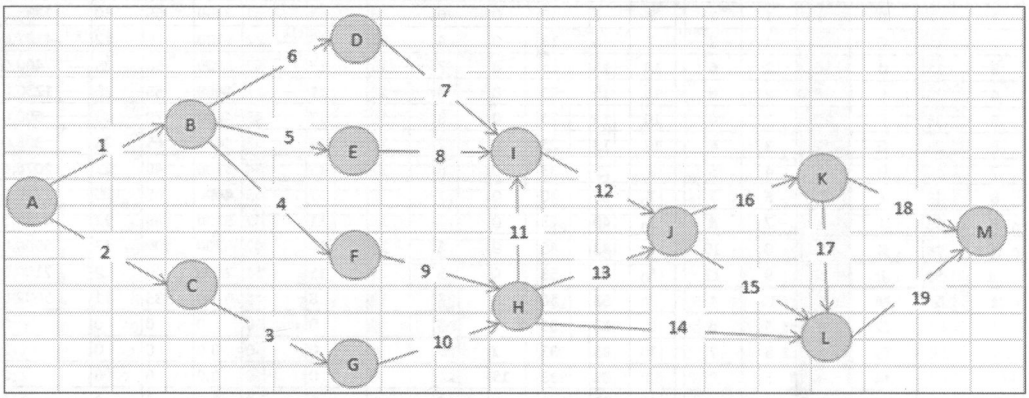


Рис. 5.13 (продовження)

Задача 5.3. Модель ЛП time-cost для вузлової моделі проекту (Ф-С)

Розглянута вище проектна таблиця з 13 робіт й 19 зв'язків (Ф-С) між ними представлена у мережевому форматі «роботи-вузли» (AON):



Треба розв'язати задачу time-cost, розрахувавши календарний план за критерієм мінімізації загальних витрат (V). Розширена проектна таблиця стосується завдання тривалостей робіт і прямих витрат для нормального й прискореного режимів виконання робіт.

Математична модель

Позначення:

m, n – кількість робіт і зв'язків між роботами. У прикладі: $m = 13$, $n = 19$;

i – поточний номер роботи в списку m робіт;

d_i, D_i, t_i – тривалість роботи: прискорена, нормальна, шукана;

c_i, C_i – пряма вартість роботи: прискорена, нормальна;

$п_i$, $н_i$ – попередня (старт) і наступна (фініш) роботи, суміжні з i-ою роботою;

$s(п_i)$, $s(н_i)$ – часткові критичні шляхи до суміжних робіт;

j – поточний номер зв'язку у списку n зв'язків;

r_j – ранній старт i-ої роботи;

$V_{пр}$, $V_{нп}$, $V_{заг}$ – сума прямих, непрямі та загальні витрати, $V_{заг} = V_{пр} + V_{нп}$.

Задача лінійної оптимізації

I. Знайти вектори $R = \{r_i\}$ та $T = \{t_i\}$, $i = 1, \ldots, n$, щоб

II. ЦФ $V_{заг} \to \min$

III. за обмежень:

$t_i \le D_i$,

$t_i \ge d_i$,

$s(н_i) - s(п_i) \ge t_i$

та граничних умов: усі r_i та $t_i \ge 0$.

Формули для обмеження $s(н_i) - s(п_i) \ge t_i$ (рис. 5.14)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Роботи				Тривалість			Вартість			Пр. витрати		
2	Робота	Попередн.	РС	РФ	t	d	D	C	c		a	b	Cost
3	A		0	=C3+E3	12	6	12	14	50		=-(I3-I	=H3-K	=K3*E
4	B	A	12	=C4+E4	9	6	9	5	32		=-(I4-I	=H4-K	=K4*E
5	C	A	12	=C5+E5	7	4	15	12	32		=-(I5-I	=H5-K	=K5*E
6	D	B	33	=C6+E6	10	7	10	17	50		=-(I6-I	=H6-K	=K6*E
7	E	B	21	=C7+E7	10	8	10	11	51		=-(I7-I	=H7-K	=K7*E
8	F	B	21	=C8+E8	10	3	10	17	43		=-(I8-I	=H8-K	=K8*E
9	G	C	19	=C9+E9	12	7	12	14	42		=-(I9-I	=H9-K	=K9*E
10	H	F G	31	=C10+E10	12	8	12	15	34		=-(I10	=H10-	=K10*
11	I	D E H	43	=C11+E11	9	7	9	17	53		=-(I11	=H11-	=K11*
12	J	H I	52	=C12+E12	3	3	13	11	42		=-(I12	=H12-	=K12*
13	K	J	55	=C13+E13	5	5	15	14	42		=-(I13	=H13-	=K13*
14	L	J K H	60	=C14+E14	9	5	9	15	51		=-(I14	=H14-	=K14*
15	M	K L	69	=C15+E15	3	3	13	8	45		=-(I15	=H15-	=K15*
16											Прям		=СУМ
17			КШ=	=D15		ПНВ	4				Непр		=D17*
18											Заг. в		=M16-
19													ЦФ

Рис. 5.14

O	P	Q	R
		Зв'язки	
Старт	Фініш	ЛЧ	ПЧ
=A3	=A4	=ВПР(P3;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O3;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O3;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O3	=A5	=ВПР(P4;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O4;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O4;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A4	=A6	=ВПР(P5;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O5;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O5;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O5	=A7	=ВПР(P6;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O6;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O6;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O6	=A8	=ВПР(P7;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O7;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O7;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A5	=A9	=ВПР(P8;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O8;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O8;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A8	=A10	=ВПР(P9;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O9;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O9;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A9	=P9	=ВПР(P10;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O10;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O10;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A6	=A11	=ВПР(P11;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O11;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O11;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A7	=P11	=ВПР(P12;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O12;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O12;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A10	=P12	=ВПР(P13;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O13;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O13;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=P13	=A12	=ВПР(P14;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O14;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O14;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O13	=P14	=ВПР(P15;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O15;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O15;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=P15	=A13	=ВПР(P16;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O16;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O16;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O16	=A14	=ВПР(P17;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O17;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O17;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A10	=P17	=ВПР(P18;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O18;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O18;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A13	=P18	=ВПР(P19;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O19;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O19;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=O19	=A15	=ВПР(P20;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O20;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O20;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)
=A14	=P20	=ВПР(P21;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)-ВПР(O21;$A$3:$C$15;3;ЛОЖЬ)	=ВПР(O21;$A$3:$E$15;5;ЛОЖЬ)

Рис. 5.14 (продовження)

Таблична модель

Режим нормальний (рис. 5.15)

Роботи				Тривалість			Вартість	
Робота	Попередн.	РС	РФ	t	d	D	C	c
A		0	12	12	6	12	14	50
B	A	20	29	9	6	9	5	32
C	A	12	27	15	4	15	12	32
D	B	41	51	10	7	10	17	50
E	B	29	39	10	8	10	11	51
F	B	29	39	10	3	10	17	43
G	C	27	39	12	7	12	14	42
H	F G	39	51	12	8	12	15	34
I	D E H	51	60	9	7	9	17	53
J	H I	60	73	13	3	13	11	42
K	J	73	88	15	5	15	14	42
L	J K H	88	97	9	5	9	15	51
M	K L	97	110	13	3	13	8	45
		КШ=	110		ПНВ =	4		

Рис. 5.15

Пр. витрати			Зв'язки			
a	b	Cost	Старт	Фініш	ЛЧ	ПЧ
-6,0	86,0	14,0	A	B	20	12
-9,0	86,0	5,0	A	C	12	12
-1,8	39,3	12,0	B	D	21	9
-11,0	127,0	17,0	B	E	9	9
-20,0	211,0	11,0	B	F	9	9
-3,7	54,1	17,0	C	G	15	15
-5,6	81,2	14,0	F	H	10	10
-4,8	72,0	15,0	G	H	12	12
-18,0	179,0	17,0	D	I	10	10
-3,1	51,3	11,0	E	I	22	10
-2,8	56,0	14,0	H	I	12	12
-9,0	96,0	15,0	I	J	9	9
-3,7	56,1	8,0	H	J	21	12
Прямі витр.=		170,0	J	K	13	13
Непрямі витр		440,0	J	L	28	13
Заг. витрати=		**610,0**	H	L	49	12
		ЦФ	K	L	15	15
			K	M	24	15
			L	M	9	9

Рис. 5.15 (продовження)

Режим прискорений (рис. 5.16)

Роботи				Тривалість			Вартість	
Робота	Попередн.	РС	РФ	t	d	D	C	c
A		0	6	6	6	12	14	50
B	A	8	14	6	6	9	5	32
C	A	6	10	4	4	15	12	32
D	B	18	25	7	7	10	17	50
E	B	14	22	8	8	10	11	51
F	B	14	17	3	3	10	17	43
G	C	10	17	7	7	12	14	42
H	F G	17	25	8	8	12	15	34
I	D E H	25	32	7	7	9	17	53
J	H I	32	35	3	3	13	11	42
K	J	35	40	5	5	15	14	42
L	J K H	40	45	5	5	9	15	51
M	K L	45	48	3	3	13	8	45
		КШ=	48		ПНВ =	4		

Пр. витрати		
a	b	Cost
-6,0	86,0	50,0
-9,0	86,0	32,0
-1,8	39,3	32,0
-11,0	127,0	50,0
-20,0	211,0	51,0
-3,7	54,1	43,0
-5,6	81,2	42,0
-4,8	72,0	34,0
-18,0	179,0	53,0
-3,1	51,3	42,0
-2,8	56,0	42,0
-9,0	96,0	51,0
-3,7	56,1	45,0
Прямі витр.=		567,0
Непрямі витр		192,0
Заг. витрати=		759,0
		ЦФ

Зв'язки			
Старт	Фініш	ЛЧ	ПЧ
A	B	8	6
A	C	6	6
B	D	10	6
B	E	6	6
B	F	6	6
C	G	4	4
F	H	3	3
G	H	7	7
D	I	7	7
E	I	11	8
H	I	8	8
I	J	7	7
H	J	15	8
J	K	3	3
J	L	8	3
H	L	23	8
K	L	5	5
K	M	10	5
L	M	5	5

Рис. 5.16

Режим оптимальний (рис. 5.17)

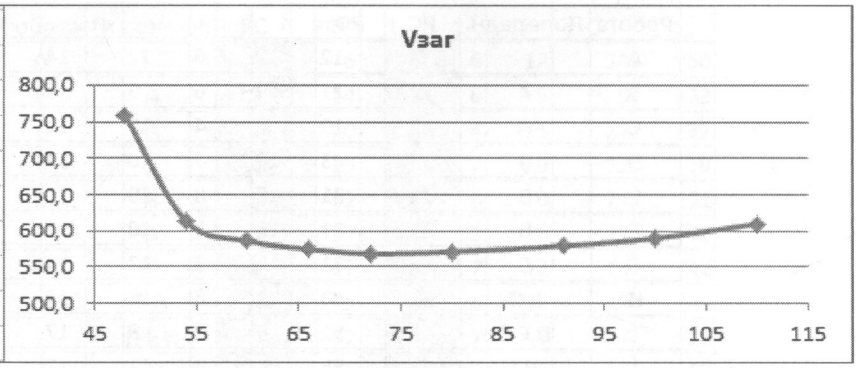
Роботи				Тривалість			Вартість	
Робота	Попередн.	РС	РФ	t	d	D	C	c
A		0	12	12	6	12	14	50
B	A	12	21	9	6	9	5	32
C	A	12	19	7	4	15	12	32
D	B	33	43	10	7	10	17	50
E	B	21	31	10	8	10	11	51
F	B	21	31	10	3	10	17	43
G	C	19	31	12	7	12	14	42
H	F G	31	43	12	8	12	15	34
I	D E H	43	52	9	7	9	17	53
J	H I	52	55	3	3	13	11	42
K	J	55	60	5	5	15	14	42
L	J K H	60	69	9	5	9	15	51
M	K L	69	72	3	3	13	8	45
		КШ=	72		ПНВ =	4		

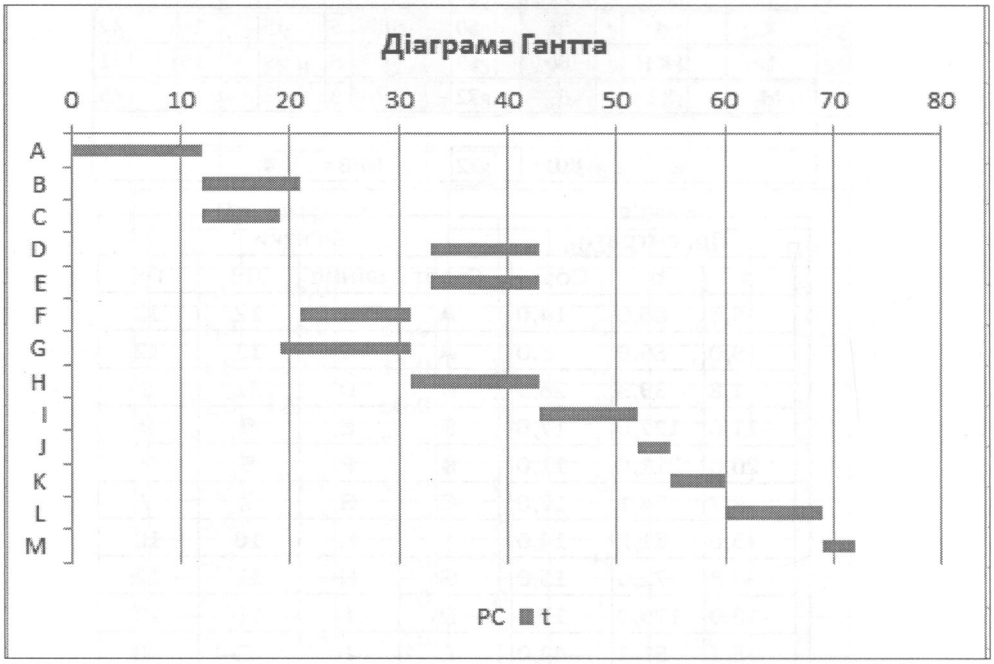
Пр. витрати			Зв'язки			
a	b	Cost	Старт	Фініш	ЛЧ	ПЧ
-6,0	86,0	14,0	A	B	12	12
-9,0	86,0	5,0	A	C	12	12
-1,8	39,3	26,5	B	D	21	9
-11,0	127,0	17,0	B	E	9	9
-20,0	211,0	11,0	B	F	9	9
-3,7	54,1	17,0	C	G	7	7
-5,6	81,2	14,0	F	H	10	10
-4,8	72,0	15,0	G	H	12	12
-18,0	179,0	17,0	D	I	10	10
-3,1	51,3	42,0	E	I	22	10
-2,8	56,0	42,0	H	I	12	12
-9,0	96,0	15,0	I	J	9	9
-3,7	56,1	45,0	H	J	21	12
Прямі витр.=		280,5	J	K	3	3
Непрямі витр		288,0	J	L	8	3
Заг. витрати=		568,5	H	L	29	12
		ЦФ	K	L	5	5
			K	M	14	5
			L	M	9	9

Рис. 5.17

Результати: графік функції $V_{заг} = f(T_{кр})$, діаграма Ґантта, мережевий графік; рис. 5.18

КШ	Vзаг
48	759,0
54	613,5
60	586,0
66	574,6
72	568,5
80	571,0
91	579,6
100	590,0
110	610,0





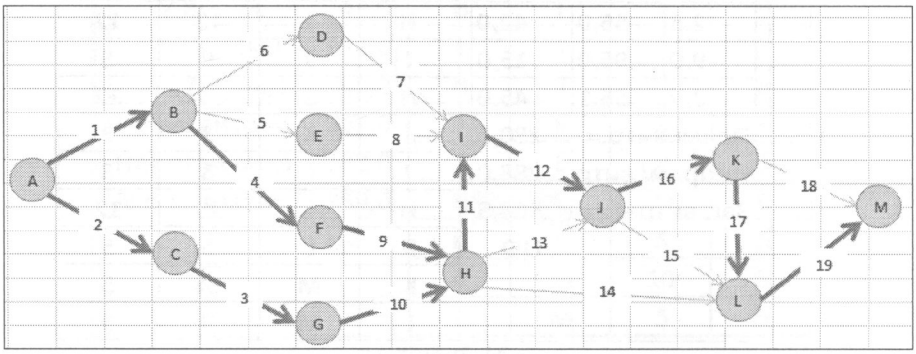


Рис. 5.18

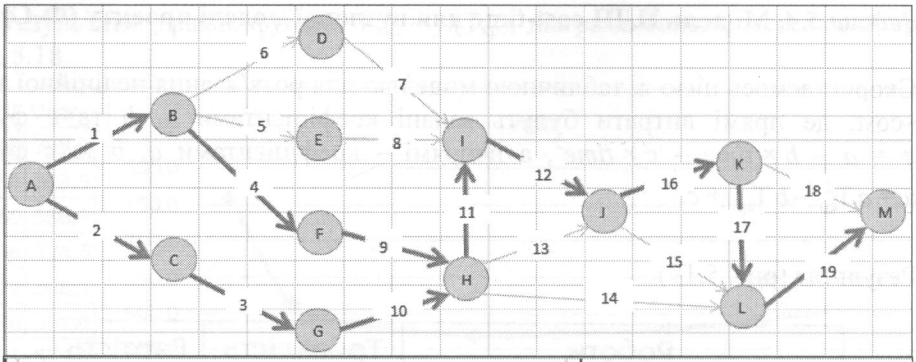
Задача 5.4. **Модель НЛП cost-time для вузлової моделі проекту (Ф-С)**

Скористаємось цією ж табличною моделлю для розв'язання нелінійної задачі time-cost, де прямі витрати будуть задані коефіцієнтами *a*, *b* та *c* функції $pcost = a - b \times time - c \times time^2$, а непрямі – коефіцієнтами *a*, *b* та *c* функції $ncost = a\,T_{кр}^2 - b\,T_{кр} + c$.

Результат (рис. 5.19)

Роботи				Тривалість			Вартість	
Робота	Попередн.	РС	РФ	t	d	D	C	c
A		0	6	6	6	12	14	50
B	A	6	15	9	6	9	5	32
C	A	6	13	7	4	15	12	32
D	B	23	33	10	7	10	17	50
E	B	15	25	10	8	10	11	51
F	B	15	25	10	3	10	17	43
G	C	13	25	12	7	12	14	42
H	F G	25	33	8	8	12	15	34
I	D E H	33	40	7	7	9	17	53
J	H I	40	43	3	3	13	11	42
K	J	43	48	5	5	15	14	42
L	J K H	48	53	5	5	9	15	51
M	K L	53	56	3	3	13	8	45
		КШ=	56					
								a =
								b =
								c =

Рис. 5.19



Пр. витрати				Зв'язки			
a	b	c	Cost	Старт	Фініш	ЛЧ	ПЧ
5500,0	80,0	22,0	4228,0	A	B	6	6
4300,0	65,0	30,0	1285,0	A	C	6	6
5300,0	75,0	12,0	4187,0	B	D	17	9
3400,0	50,0	25,0	400,0	B	E	9	9
4400,0	65,0	25,0	1250,0	B	F	9	9
4600,0	70,0	33,0	600,0	C	G	7	7
4400,0	65,0	23,0	308,0	F	H	10	10
3100,0	40,0	11,0	2076,0	G	H	12	12
4400,0	65,0	25,0	2720,0	D	I	10	10
5100,0	89,0	12,0	4725,0	E	I	18	10
6700,0	100,0	12,0	5900,0	H	I	8	8
2600,0	40,0	12,0	2100,0	I	J	7	7
6700,0	333,0	11,0	5602,0	H	J	15	8
	Прямі витр.=		35381,0	J	K	3	3
	Непрямі витр.=		24427,8	J	L	8	3
ПНВ	Заг. витрати=		59808,8	H	L	23	8
5,94			ЦФ	K	L	5	5
-175,00				K	M	10	5
15600				L	M	5	5

Рис. 5.19 (продовження)

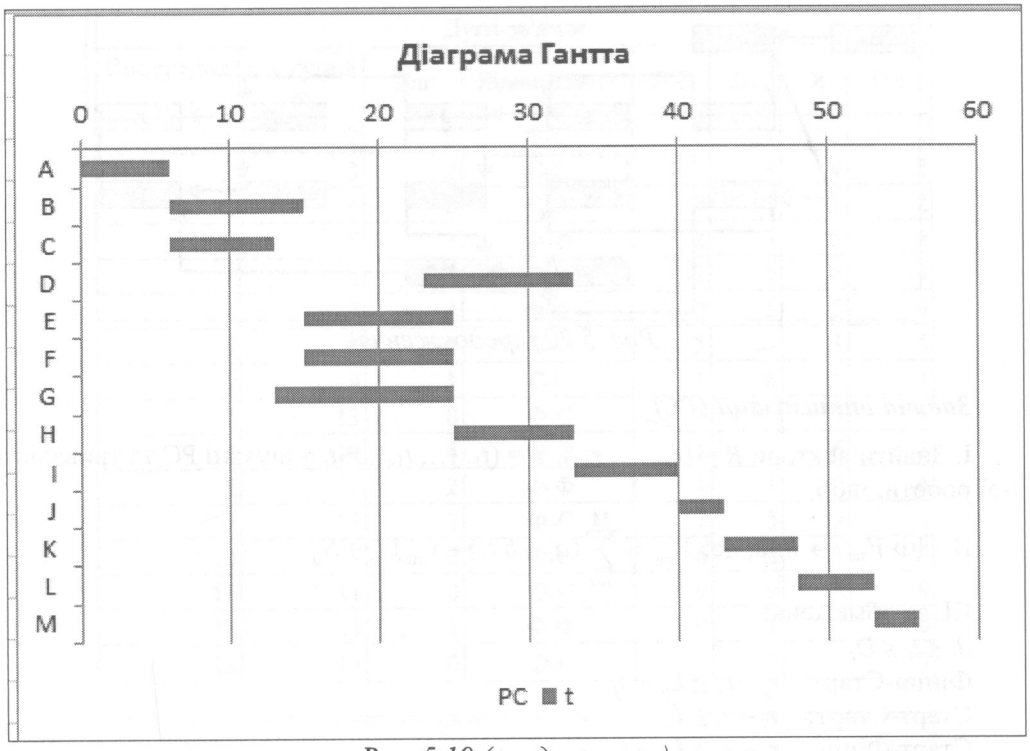


Рис. 5.19 (продовження)

Задача 5.5. **Модель ЛП time-cost із розширеним набором зв'язків**

Проектна таблиця має 14 робіт та 16 зв'язків між роботами. За даними проектної таблиці сформовано таблицю початкових даних, де для кожної роботи задано: наступну роботу, прискорену та нормальну тривалість (d, D), лінійну функцію витрат $cost = a - bt$, знак та значення часових проміжків (лагів), тип зв'язку (відношенням; рис. 5.20):

Робота	Наступні	d	D	a	b
1	2	1	2	5500	80
2	3 4	1	3	4300	65
3	5	4	7	5300	75
4	6 7	1	4	3400	50
5	8	1	5	4400	65
6	9	2	6	4600	70
7	13	2	5	4400	65
8	10 11	1	3	3100	40
9	13	1	5	4400	65
10	12	2	6	5100	75
11	14	7	9	6700	100
12	14	1	2	2600	40
13	14	4	8	6700	90
14		2	5	3800	55

Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення
1	2	0	Ф-С
2	3	2	С-С
2	4	2	С-С
3	5	3	Ф-Ф
4	6	2	С-Ф
4	7	4	Ф-Ф
5	8	0	Ф-С
6	9	1	С-С
7	13	0	Ф-С
8	10	4	Ф-Ф
8	11	2	Ф-Ф
9	13	2	Ф-С
10	12	0	Ф-С
11	14	0	Ф-С
12	14	1	Ф-Ф
13	14	0	Ф-С

Рис. 5.20

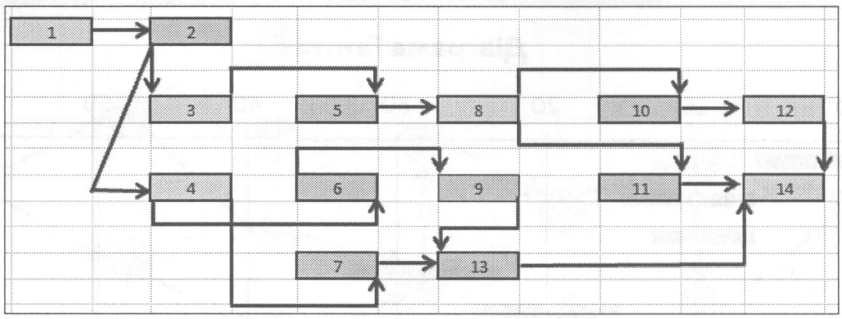


Рис. 5.20 (продовження)

Задача оптимізації (РС)

І. Знайти вектори $R = (r_1, \ldots, r_{14})$, $T = (t_1, \ldots, t_{14})$, r_i t_i – шукані РС та тривалість i-ої роботи, щоб

ІІ. ЦФ $V_{заг} \to \min$, де: $V_{заг} = \sum_{i=1}^{14}(a_i - b_i t_i) + v_{нп} T_{кр} + S_0$

ІІІ. за обмежень:

$d_i \le t_i \le D_i$

Фініш-Старт: $r_j - r_i \ge L_{ij} + t_i$

Старт-Старт: $r_j - r_i \ge L_{ij}$

Старт-Фініш: $r_j - r_i \ge L_{ij} - t_j$

Фініш-Фініш: $r_j - r_i \ge L_{ij} - t_j + t_i$ й граничних умов – усі r_i, t_i >= 0.

Режими: оптимальний, екстрений, нормальний, для заданого значення $T_{кр}$.

Таблична модель

Оптимальний режим (рис. 5.21)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	d	t	D	a	b	Прямі витрати
1	2	0	1	1	1	2	5500	80	5420
2	3 4	1	4	1	3	3	4300	65	4105
3	5	3	7	4	4	7	5300	75	5000
4	6 7	3	4	1	1	4	3400	50	3350
5	8	5	10	1	5	5	4400	65	4075
6	9	0	6	2	6	6	4600	70	4180
7	13	3	8	2	5	5	4400	65	4075
8	10 11	10	11	1	1	3	3100	40	3060
9	13	1	6	1	5	5	4400	65	4075
10	12	9	15	2	6	6	5100	75	4650
11	14	6	15	7	9	9	6700	100	5800
12	14	15	16	1	1	2	2600	40	2560
13	14	8	15	4	7	8	6700	90	6070
14		15	17	2	2	5	3800	55	3690
		79	КШ			Прямі витрати =			60110
C_0 =	5500					Непрямі витрати =			39500
ПНВ =	2000					Загальні витрати =			99610
									ЦФ

Рис. 5.21

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	1	1	3	1
2	3	2	С-С	2	3	4	2
2	4	2	С-С	2	3	1	2
3	5	3	Ф-Ф	2	4	5	2
4	6	2	С-Ф	-3	1	6	-4
4	7	4	Ф-Ф	0	1	5	0
5	8	0	Ф-С	5	5	1	5
6	9	1	С-С	1	6	5	1
7	13	0	Ф-С	5	5	7	5
8	10	4	Ф-Ф	-1	1	6	-1
8	11	2	Ф-Ф	-4	1	9	-6
9	13	2	Ф-С	7	5	7	7
10	12	0	Ф-С	6	6	1	6
11	14	0	Ф-С	9	9	2	9
12	14	1	Ф-Ф	0	1	2	0
13	14	0	Ф-С	7	7	2	7

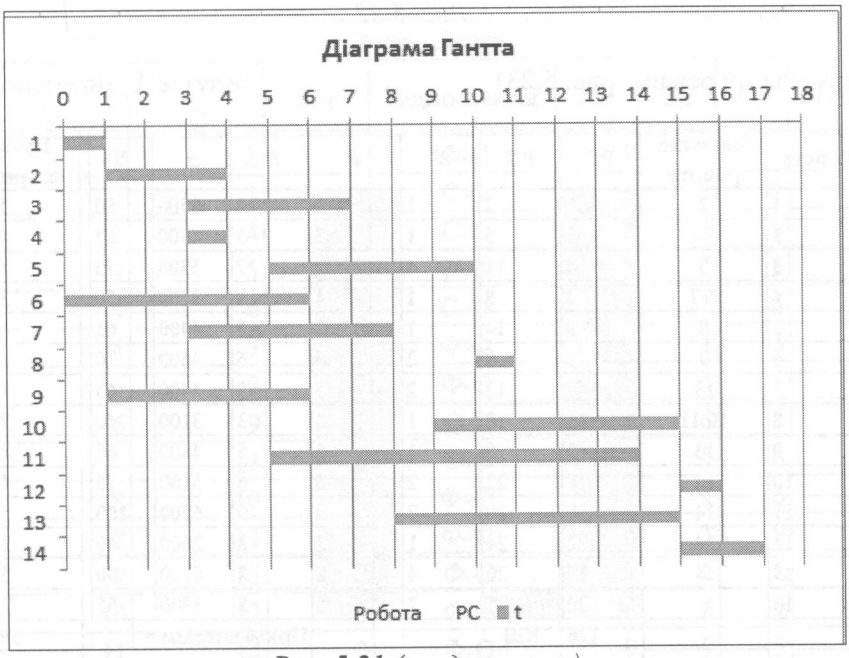


Рис. 5.21 (продовження)

Екстрений режим (рис. 5.22)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	Прямі витрати
1	2	0	1	1	1	2	5500	80	5420
2	3 4	1	2	1	1	3	4300	65	4235
3	5	3	7	4	4	7	5300	75	5000
4	6 7	3	4	1	1	4	3400	50	3350
5	8	9	10	1	1	5	4400	65	4335
6	9	3	5	2	2	6	4600	70	4460
7	13	6	8	2	2	5	4400	65	4270
8	10 11	10	11	1	1	3	3100	40	3060
9	13	4	5	1	1	5	4400	65	4335
10	12	13	15	2	2	6	5100	75	4950
11	14	6	13	7	7	9	6700	100	6000
12	14	15	16	1	1	2	2600	40	2560
13	14	8	12	4	4	8	6700	90	6340
14		15	17	2	2	5	3800	55	3690
		96	КШ			Прямі витрати =			62005
C_0 =	5500					Непрямі витрати =			39500
ПНВ =	2000					Загальні витрати =			101505
									ЦФ

Рис. 5.22

Нормальний режим (рис. 5.23)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	Прямі витрати
1	2	0	2	1	2	2	5500	80	5340
2	3 4	2	5	1	3	3	4300	65	4105
3	5	4	11	4	7	7	5300	75	4775
4	6 7	4	8	1	4	4	3400	50	3200
5	8	9	14	1	5	5	4400	65	4075
6	9	2	8	2	6	6	4600	70	4180
7	13	7	12	2	5	5	4400	65	4075
8	10 11	15	18	1	3	3	3100	40	2980
9	13	3	8	1	5	5	4400	65	4075
10	12	16	22	2	6	6	5100	75	4650
11	14	11	20	7	9	9	6700	100	5800
12	14	22	24	1	2	2	2600	40	2520
13	14	12	20	4	8	8	6700	90	5980
14		20	25	2	5	5	3800	55	3525
		126	КШ			Прямі витрати =			59280
C_0 =	5500					Непрямі витрати =			55500
ПНВ =	2000					Загальні витрати =			114780
									ЦФ

Рис. 5.23

$T_{кр} = T_z = 21$ (рис. 5.24)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	Прямі витрати
1	2	0	1	1	1	2	5500	80	5420
2	3 4	1	4	1	3	3	4300	65	4105
3	5	3	10	4	7	7	5300	75	4775
4	6 7	3	4	1	1	4	3400	50	3350
5	8	8	13	1	5	5	4400	65	4075
6	9	0	6	2	6	6	4600	70	4180
7	13	3	8	2	5	5	4400	65	4075
8	10 11	13	14	1	1	3	3100	40	3060
9	13	1	6	1	5	5	4400	65	4075
10	12	12	18	2	6	6	5100	75	4650
11	14	7	16	7	9	9	6700	100	5800
12	14	18	20	1	2	2	2600	40	2520
13	14	8	16	4	8	8	6700	90	5980
14		16	21	2	5	5	3800	55	3525
		93	КШ			Прямі витрати =			59590
C_0 =	5500					Непрямі витрати =			47500
ПНВ =	2000		Tz =	21		Загальні витрати =			107090
									ЦФ

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	1	1	3	1
2	3	2	С-С	2	3	7	2
2	4	2	С-С	2	3	1	2
3	5	3	Ф-Ф	5	7	5	5
4	6	2	С-Ф	-3	1	6	-4
4	7	4	Ф-Ф	0	1	5	0
5	8	0	Ф-С	5	5	1	5
6	9	1	С-С	1	6	5	1
7	13	0	Ф-С	5	5	8	5
8	10	4	Ф-Ф	-1	1	6	-1
8	11	2	Ф-Ф	-6	1	9	-6
9	13	2	Ф-С	7	5	8	7
10	12	0	Ф-С	6	6	2	6
11	14	0	Ф-С	9	9	5	9
12	14	1	Ф-Ф	-2	2	5	-2
13	14	0	Ф-С	8	8	5	8

Рис. 5.24

Задача 5.6. Модель НЛП time-cost із розширеним набором зв'язків

Проектна таблиця має 14 робіт та 16 зв'язків між роботами. За даними проектної таблиці сформовано таблицю початкових даних, де для кожної роботи задано: наступну роботу, прискорену та нормальну тривалість (d, D), нелінійну функцію витрат $cost = a - bt - ct^2$, знак та значення часових проміжків (лагів), тип зв'язку (відношення).

Задача оптимізації (РС)

I. Знайти вектори $R = (r_1, \ldots, r_{14})$, $T = (t_1, \ldots, t_{14})$, r_i t_i – шукані РС та тривалість i-ої роботи, щоб

II. ЦФ $V_{заг} \to \min$, де: $V_{заг} = \sum_{i=1}^{14}(a_i - b_i t_i - c_i t_i^2) + v_{нп} T_{кр} + S_0$

III. за обмежень:

$d_i \le t_i \le D_i$

Фініш-Старт: $r_j - r_i \ge L_{ij} + t_i$

Старт-Старт: $r_j - r_i \ge L_{ij}$

Старт-Фініш: $r_j - r_i \ge L_{ij} - t_j$

Фініш-Фініш: $r_j - r_i \ge L_{ij} - t_j + t_i$

й граничних умов – усі r_i, t_i >= 0.

Таблична модель

Оптимальний варіант (рис. 5.25)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	d	t	D	a	b	c	Прямі витрати
1	2	0	1	1	1	2	5500	80	40	5380
2	3 4	1	4	1	3	3	4300	65	30	3835
3	5	3	7	4	4	7	5300	75	35	4440
4	6 7	3	4	1	1	4	3400	50	25	3325
5	8	5	10	1	5	5	4400	65	25	3450
6	9	0	6	2	6	6	4600	70	30	3100
7	13	3	8	2	5	5	4400	65	25	3450
8	10 11	10	11	1	1	3	3100	40	20	3040
9	13	1	6	1	5	5	4400	65	25	3450
10	12	9	15	2	6	6	5100	75	30	3570
11	14	6	15	7	9	9	6700	100	50	1750
12	14	15	16	1	1	2	2600	40	15	2545
13	14	8	15	4	7	8	6700	90	40	4110
14		15	17	2	2	5	3800	55	20	3610
			КШ				Прямі витрати =			49055
C_0 =	5500						Непрямі витрати =			39500
ПНВ =	2000						Загальні витрати =			88555
										ЦФ

Рис. 5.25

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	1	1	3	1
2	3	2	С-С	2	3	4	2
2	4	2	С-С	2	3	1	2
3	5	3	Ф-Ф	2	4	5	2
4	6	2	С-Ф	-3	1	6	-4
4	7	4	Ф-Ф	0	1	5	0
5	8	0	Ф-С	5	5	1	5
6	9	1	С-С	1	6	5	1
7	13	0	Ф-С	5	5	7	5
8	10	4	Ф-Ф	-1	1	6	-1
8	11	2	Ф-Ф	-4	1	9	-6
9	13	2	Ф-С	7	5	7	7
10	12	0	Ф-С	6	6	1	6
11	14	0	Ф-С	9	9	2	9
12	14	1	Ф-Ф	0	1	2	0
13	14	0	Ф-С	7	7	2	7

Рис. 5.25 (продовження)

Нормальний варіант (рис. 5.26)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	*c*	Прямі витрати
1	2	0	2	1	2	2	5500	80	40	5180
2	3 4	2	5	1	3	3	4300	65	30	3835
3	5	4	11	4	7	7	5300	75	35	3060
4	6 7	4	8	1	4	4	3400	50	25	2800
5	8	9	14	1	5	5	4400	65	25	3450
6	9	0	6	2	6	6	4600	70	30	3100
7	13	7	12	2	5	5	4400	65	25	3450
8	10 11	14	17	1	3	3	3100	40	20	2800
9	13	1	6	1	5	5	4400	65	25	3450
10	12	16	22	2	6	6	5100	75	30	3570
11	14	11	20	7	9	9	6700	100	50	1750
12	14	22	24	1	2	2	2600	40	15	2460
13	14	12	20	4	8	8	6700	90	40	3420
14		20	25	2	5	5	3800	55	20	3025
			КШ				Прямі витрати =			45350
C_0 =	5500						Непрямі витрати =			55500
ПНВ =	2000						Загальні витрати =			100850
										ЦФ

Рис. 5.26

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	2	2	3	2
2	3	2	С-С	2	3	7	2
2	4	2	С-С	2	3	4	2
3	5	3	Ф-Ф	5	7	5	5
4	6	2	С-Ф	-4	4	6	-4
4	7	4	Ф-Ф	3	4	5	3
5	8	0	Ф-С	5	5	3	5
6	9	1	С-С	1	6	5	1
7	13	0	Ф-С	5	5	8	5
8	10	4	Ф-Ф	2	3	6	1
8	11	2	Ф-Ф	-3	3	9	-4
9	13	2	Ф-С	11	5	8	7
10	12	0	Ф-С	6	6	2	6
11	14	0	Ф-С	9	9	5	9
12	14	1	Ф-Ф	-2	2	5	-2
13	14	0	Ф-С	8	8	5	8

Рис. 5.26 (продовження)

Скорочений варіант (рис. 5.26)

Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	*c*	Прямі витрати
1	2	0	1	1	1	2	5500	80	40	5380
2	3 4	1	2	1	1	3	4300	65	30	4205
3	5	3	7	4	4	7	5300	75	35	4440
4	6 7	3	4	1	1	4	3400	50	25	3325
5	8	9	10	1	1	5	4400	65	25	4310
6	9	3	5	2	2	6	4600	70	30	4340
7	13	6	8	2	2	5	4400	65	25	4170
8	10 11	10	11	1	1	3	3100	40	20	3040
9	13	4	5	1	1	5	4400	65	25	4310
10	12	13	15	2	2	6	5100	75	30	4830
11	14	8	15	7	7	9	6700	100	50	3550
12	14	15	16	1	1	2	2600	40	15	2545
13	14	11	15	4	4	8	6700	90	40	5700
14		15	17	2	2	5	3800	55	20	3610
			КШ				Прямі витрати =			57755
C_0 =	5500						Непрямі витрати =			39500
ПНВ =	2000						Загальні витрати =			97255
										ЦФ

Рис. 5.26 (продовження)

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	1	1	1	1
2	3	2	С-С	2	1	4	2
2	4	2	С-С	2	1	1	2
3	5	3	Ф-Ф	6	4	1	6
4	6	2	С-Ф	0	1	2	0
4	7	4	Ф-Ф	3	1	2	3
5	8	0	Ф-С	1	1	1	1
6	9	1	С-С	1	2	1	1
7	13	0	Ф-С	5	2	4	2
8	10	4	Ф-Ф	3	1	2	3
8	11	2	Ф-Ф	-2	1	7	-4
9	13	2	Ф-С	7	1	4	3
10	12	0	Ф-С	2	2	1	2
11	14	0	Ф-С	7	7	2	7
12	14	1	Ф-Ф	0	1	2	0
13	14	0	Ф-С	4	4	2	4

Рис. 5.26 (продовження)

Варіант: $T_{кр} = T_z = 21$ (рис. 5.27)

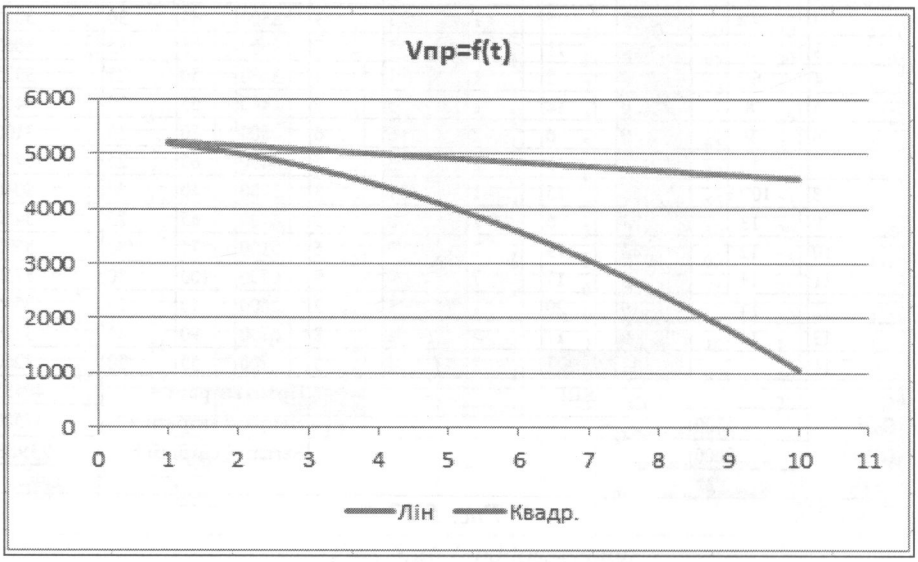
Робота	Наступні роботи	РС	РФ	*d*	*t*	*D*	*a*	*b*	*c*	Прямі витрати
1	2	0	2	1	2	2	5500	80	40	5180
2	3 4	2	5	1	3	3	4300	65	30	3835
3	5	4	11	4	7	7	5300	75	35	3060
4	6 7	4	5	1	1	4	3400	50	25	3325
5	8	9	14	1	5	5	4400	65	25	3450
6	9	0	6	2	6	6	4600	70	30	3100
7	13	4	9	2	5	5	4400	65	25	3450
8	10 11	14	15	1	1	3	3100	40	20	3040
9	13	1	6	1	5	5	4400	65	25	3450
10	12	13	19	2	6	6	5100	75	30	3570
11	14	8	17	7	9	9	6700	100	50	1750
12	14	19	20	1	1	2	2600	40	15	2545
13	14	9	17	4	8	8	6700	90	40	3420
14		17	21	2	4	5	3800	55	20	3260
			КШ				Прямі витрати =			46435
C_0 =	5500						Непрямі витрати =			47500
ПНВ =	2000						Загальні витрати =			93935
Tz =	21									ЦФ

Рис. 5.27

Дуги-зв'язки							
Попередня (i)	Наступна (j)	Лаг	Відношення	ЛЧ	Di	Dj	ПЧ
1	2	0	Ф-С	2	2	3	2
2	3	2	С-С	2	3	7	2
2	4	2	С-С	2	3	1	2
3	5	3	Ф-Ф	5	7	5	5
4	6	2	С-Ф	-4	1	6	-4
4	7	4	Ф-Ф	0	1	5	0
5	8	0	Ф-С	5	5	1	5
6	9	1	С-С	1	6	5	1
7	13	0	Ф-С	5	5	8	5
8	10	4	Ф-Ф	-1	1	6	-1
8	11	2	Ф-Ф	-6	1	9	-6
9	13	2	Ф-С	8	5	8	7
10	12	0	Ф-С	6	6	1	6
11	14	0	Ф-С	9	9	4	9
12	14	1	Ф-Ф	-2	1	4	-2
13	14	0	Ф-С	8	8	4	8

Рис. 5.27 (продовження)

Висновок: за нелінійної (в прикладі – квадратичної) функції прямих витрат загальні й прямі витрати нижчі у порівнянні із лінійною функцією (88 555 проти 99 610 гр. од.):



ЧАСТИНА 2

Планування та управління проектом в умовах невизначеності та ризику

Глава 6

Ризик-аналіз: моделі та реалізація

У цій частині йдеться про ймовірнісні (недетерміновані) мережеві моделі проектів, за якими організаційні рішення приймають в умовах невизначеності й ризику.

Невизначеність – чи не основна сутність реального світу через *випадковість* усього, з чим стикаються, що робиться, вивчається чи досліджується, додамо важливу й специфічну складову – людський фактор. Випадковість супроводжується такими негативними наслідками в реальному житті: похибки у вимірюваннях та поява браковані виробів, неточність прогнозів щодо важливих показників, помилкове врахування тих чи інших природних чи людських чинників або ж, навпаки, їх ігнорування, і як результат – прийняття нераціональних будь-яких рішень. Типовий і зрозумілий приклад – азартні ігри, й українське слово «*випадок*» інтуїтивно вказує на зв'язок випадковості з прийнятим гравцем рішенням – на шанс *випадіння* бажаної карти, числа грального автомата, сторони кубика чи монети. Без знання наукових підходів до дослідження реальних процесів із природними властивостями випадковості неможливо достатньою мірою зрозуміти їх особливості й поведінку, тому й виникає явна потреба в знанні цих підходів, а також умінні їх застосовувати, у нашому випадку, для прогнозування процесу здійснення проекту [46].

Тож невизначеність не можна усунути ні з яких процесів прийняття рішень, але зменшити її вплив можна розширенням наших знань про минуле і майбутнє за допомогою наукових досліджень, накопичення та аналізу необхідних знань[38]. Залежно від ступеня визначеності можливих результатів або наслідків різних дій, з якими стикається особа, яка приймає рішення (ОПР), в теорії прийняття рішень розглядаються дві взаємовиключних моделі вибору рішень, що приймають в умовах:

- *визначеності* (*certainty*), коли щодо кожної дії відомо, що вона незмінно приведе до деякого конкретного результату, як «2 + 2 = 4» і не інакше за будь-яких обставин;
- *невизначеності* (*uncertainty*), коли та чи інша дія або кілька дій мають своїм наслідком не один, а більше одного чи безліч допустимих результатів, але їх шанси (їх ймовірності) абсолютно невідомі або не мають сенсу.

Досить умовно в моделі невизначеності виділяють вимірювану, названу *ризиком*, складову, яка характеризується об'єктивною ймовірністю, отриману з наявного чи минулого досвіду або з глибоких і обґрунтованих знань про предмет, і тоді говорять про прийняття рішень в умовах *невизначеності й ризику*.

З позиції модельного підходу вважається, що ризик краще відображає специфіку досліджуваного процесу, коли кожне вибране рішення приводить до одного з безлічі можливих часткових результатів, причому кожен результат має обчислену або експериментально оцінену ймовірність появи. Передбачається, що ОПР

---

[38] *А.М. Дубров* и др. Моделирование рисковых ситуаций. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 176 с. *Ф. Найт*. Риск, неопределенность и прибыль : Пер. с англ. – М. : Дело, 2003. – 360 с.

ці ймовірності відомі, отримані з достовірних джерел (буває, не безкоштовно) або їх можна визначити шляхом експертного чи іншого оцінювання.

Сучасна технологія імітаційного моделювання та ризик-аналізу в загальому випадку передбачає формування і прийняття рішень в умовах невизначеності й ризику з використанням конкретного розподілу ймовірностей, що реалізується табличними обчисленнями та процедурами за методом Монте-Карло. Так, за цим методом багаторазово (і повторно, ітеративно) будемо розраховувати параметри проекту (наприклад, його тривалість, вартість чи шанс вчасно його завершити) з використанням вхідних величин, довільно взятих з діапазону можливих значень, з метою отримання розподілу ймовірностей значень шуканого параметра.

Імітаційне моделювання (ІМ, *simulation modeling*, *simulation*) – техніка проведення модельних досліджень шляхом імітації поведінки досліджуваних об'єктів в умовах дефіциту даних про них [21, 36, 40]. У такому випадку модель містить у собі довільну складову випадкової природи, яку представляють штучно сформованою за допомогою ГВЧ (генератора випадкових чисел) вибіркою випадкових чисел згідно з визначеним розподілом ймовірностей. ІМ з використанням чисельного методу Монте-Карло виникло в 1930-их роках. при здійсненні відповідальних науково-дослідних робіт, зокрема в атомній фізиці. Використовувалися математико-статистичні моделі, які багаторазово «програвалися» шляхом підстановки в математичну модель табличних чи згенерованих певним чином вхідних вибірок випадкових чисел (входів) X, після чого сформовані в результаті розрахунків виходи Y випадкової природи накопичувалися, утворюючи штучні вибірки для наступного проведення статистичного аналізу та визначення прогнозу поведінки об'єкта за сформованою моделлю $Y=f(X)$. Процес імітаційного моделювання за своєю організацією нагадує гру в казино, де для прийнятого гравцем рішення (зробленої ставки і вибраного поля для фішки) випадковим чином (рулеткою[39] в якості ГВЧ з рівномірним розподілом ймовірностей) формується випадкове число – номер виграшного поля й, при збігу полів, за означеною ставкою визначається сума виграшу (як і програш). Через цю аналогію популярний науковий метод отримав свою «несерйозну»[40] назву з посиланням на знамените казино міста Монте-Карло в князівстві Монако.

Генерування випадкових чисел в Excel

В основі технології імітаційного моделювання з використанням чисельного методу Монте-Карло лежить принцип автоматичного формування вихідних даних або отримання результатів розрахунків випадкової природи. Фактор випадковості при цьому формуванні може бути природним або штучним, тоді отримані дані називають числами випадковими або псевдовипадковими, а засоби їх формування – генераторами випадкових (ГВЧ) або псевдовипадкових (ГПвЧ) чисел. Продукт кожного генератора – послідовність чисел, їх значення належать заданому числовому діапазону і характеризуються заданим розподілом ймовірностей.

---

[39] Її винайшов, закладаючи основи теорії ймовірностей, Блез Паскаль (1623–1662), знаменитий французький математик, фізик, механік, конструктор арифмометра, літератор та філософ.

[40] Зі студентських анекдотів: у житті це – метод «тику», чи «пальцем у небо», зате в науковців солідно – метод Монте-Карло.

ГВЧ для отримання (бажано нескінченної) послідовності незалежних один від одного чисел із гарантованими ймовірнісними характеристиками побудувати дуже складно. Для цього використовуються спеціальні технічні засоби, які застосовуються в дуже специфічних випадках наприклад, у криптографії для захисту відповідальних інформаційних систем. Найпростіші ГВЧ з рівномірним розподілом – це: монета, підкиданням якої формується один із двох можливих виходів з ймовірністю 1/2 (орел/решка або 1/0); гральна кістка з шістьма можливими наслідками та ймовірністю 1/6; рулетка із значеннями від 1 до 36 та ймовірністю виграшу 1/36 (менше ніж 3%) тощо. Використання шахраями спеціально деформованих монет чи гральних кісток зі зміщеним центром ваги або незбалансоване колесо рулетки[41] порушують умову рівномірного розподілу можливого виходу з відповідними наслідками для гравців.

Зазвичай використовують ГПвЧ, де за допомогою спеціальних математично обґрунтованих алгоритмів формуються досить довгі послідовності майже незалежних один від одного чисел. Статистичні властивості цих послідовностей дають змогу умовно вважати їх випадковими. Ці послідовності можуть бути однаковими і повторюватися раз за разом, наприклад, для налагодження моделі, або кожен раз бути різними. Такі генератори знайшли надширокe застосування, починаючи з використання в жеребкуванні, в лототронах, ігрових автоматах та комп'ютерних іграх, до потужних математичних пакетів і спеціальних програмних систем для проведення складних наукових обчислень для побудови обґрунтованих прогнозів поведінки складних систем.

У середовищі Excel ГПвЧ представлені спеціальними статистичними функціями (наприклад, СЛЧИС, СЛУЧМЕЖДУ) та стандартною надбудовою Пакет анализа/Генерация случайных чисел, що потребують для генерації ВЧ певного типу розподілу задати діапазон потрібних значень виходів, сформована вибірка може бути видимою, наприклад, у вигляді відповідної числової таблиці, або невидимою й нецікавою для користувача, до того ж розміром у кілька тисяч рядків, яка лише використовується при багаторазовому програванні імітаційної моделі.

Функція СЛЧИС()

Вбудована неперервна функція СЛЧИС() (рос. *СЛучайное ЧИСло*, англ. RAND(), від *RANDom* – випадкове число) відіграє особливу роль у техніці ІМ, будучи генератором рівномірно розподілених випадкових чисел у діапазоні від 0,0 до 0,999(9). Її поточне значення оновлюється натисканням функціональної клавіші F9 або Enter при будь-яких діях у процесі обчислень[42]. Ця роль полягає в

---

[41] В оповіданні *Смок Беллью. Малыш видит сны* Джек Лондон розповів про «систему», за якою Смок успішно вигравав у рулетку, ставлячи на одне й те саме число. – *Почему вы не играете за каким-нибудь другим столом? – злобно спросил крупье. – Потому что мне нравится ваш стол! – И Смок посмотрел на гудевшую в нескольких шагах от него печку. Здесь не дует, тепло и уютно. ... Затем Большой Бэрк (крупье) выпрямился и посмотрел на печку. – Черт возьми! – сказал он. Никакой системы не было. Стол стоял слишком близко к огню, и проклятое колесо рассохлось, покоробилось.*

[42] Автоматичне оновлення (*recalculation*) у великих таблицях займає немало часу, гальмуючи обчислювальний процес, десь може бути недоцільним чи навіть шкідливим, тому для свідомого й своєчасного оновлення клавішею F9 ГВЧ й відповідних результатів треба виконати настройку: Файл → Параметры → Формулы → вручную.

її застосуванні для формування функцій багатьох інших розподілів, дискретних чи неперервних.

Приклади

ГВЧ – монета, вибір варіанта з двох можливих: «орел-решка», де: «1» – «орел», «0» – «решка», забезпечує функція = ЕСЛИ(СЛЧИС()<=0,5;1;0).

ГВЧ – гральна кістка, вибір варіанта з шести можливих («1», …, «6») забезпечує функція = ЦЕЛОЕ(6*СЛЧИС()) + 1.

ГВЧ – рулетка, вибір варіанта з 38 можливих («0», «00», «1» …, «36») забезпечує функція = ЦЕЛОЕ(38*СЛЧИС()) + 1.

Функції t = (b-a)*СЛЧИС() + a та t = ЦЕЛОЕ((b-a)*СЛЧИС() + a) забезпечують неперервний та дискретний рівномірний розподіл значень t в діапазоні [a,b]. Аналог останньої – функція СЛУЧМЕЖДУ(a,b).

Функція t = НОРМОБР(СЛЧИС();μ;σ) забезпечує нормальний розподіл значень t із заданим середнім (μ) та дисперсією (σ).

Функція $t = \begin{cases} a + (b-a)\sqrt{FR} \text{ при } R \le F \\ a + (b-a)\sqrt{(1-F)(1-R)} \text{ при } R > F \end{cases}$, де R = СЛЧИС(); $F = \dfrac{m-a}{b-a}$

забезпечує трикутний розподіл значень тривалості t із заданими параметрами (a, m, b)[43].

Після генерування масиву випадкових чисел рекомендується побудувати гістограму, аби впевнитися в бажаній формі розподілу.

Рівномірний (а), нормальний (б) та трикутний (в) розподіли (рис. 6.1).

G3 | f_x | =ЦЕЛОЕ(6*F3)+1

	A	B	C	D	E	F	G
1		Монета				Кістка	
2	Спроба	RAND	Результат		Спроба	RAND	Результат
3	1	0,651371	0		1	0,823148	5
4	2	0,224535	1		2	0,80049	5
5	3	0,551461	0		3	0,952693	6
6	4	0,913743	0		4	0,694937	5
7	5	0,855732	0		5	0,372402	3
8	6	0,524708	0		6	0,705436	5
9	7	0,128132	1		7	0,396293	3
10	8	0,085963	1		8	0,296949	2
11	9	0,479963	1		9	0,322535	2
12	10	0,605125	0		10	0,44782	3
13		Виграш =	4			Виграш =	4
14						Ставка	5

Рис. 6.1. а

[43] *Олбрайт К.* Моделирование с помощью MS Excel и VBA: разработка систем поддержки принятия решений : Пер. с англ. – М. : Вильямс, 2005. – 672 с.

B2 =НОРМ.ОБР(A2;12;3)

	A	B	C	D	F	G
1	x	Norm	min=	3,36021	*Карман*	*Частота*
2	0,031225	6,410748	max=	19,55254	3,062844	0
3	0,39249	11,1815	n =	15	5,584017	0
4	0,237381	9,855742	h =	1,079489	6,353149	1
5	0,549636	12,37423			8,002396	3
6	0,882762	15,56673	Кишені		8,340032	5
7	0,636999	13,05135	3,3602		10,00949	12
8	0,239997	9,881059	4,4397		11,54618	24
9	0,326195	10,64867	5,5192		12,50881	17
10	0,764118	14,15884	6,5987		13,07168	6
11	0,559031	12,44554	7,6782		14,14974	13
12	0,723407	13,77898	8,7577		14,18225	0
13	0,725911	13,80148	9,8371		14,21837	0
14	0,570964	12,53648	10,917		18,01794	5
15	0,007061	4,637639	11,996		18,05099	0
16	0,526955	12,20285	13,076		18,75669	1
17	0,807706	14,60842	14,155		20,08212	0
18	0,104597	8,232642	15,235		Еще	2
19	0,579302	12,60033	16,314			
20	0,036756	6,631101	17,394			
21	0,961657	17,31075	18,473			
22	0,95008	16,93689	19,553			

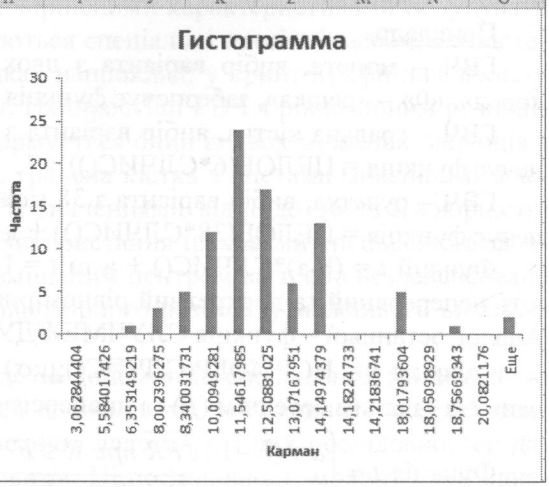


Рис. 6.1. б

D2 =ЕСЛИ(B2<=C2;$G$1+$J$1*КОРЕНЬ(B2*C2);$G$1+$J$1*(1-КОРЕНЬ((1-B2)*(1-C2))))

	A	B	C	D	E	F	G	I	J	L	M
1	№	RND	d	t		a =	3	b-a =	10	*Кишені*	*Частота*
2	1	0,578023	0,7	9,360946		m =	10	1-d =	0,3	3,061307	0
3	2	0,273454	0,7	7,375133		b =	13			4,232555	1
4	3	0,422532	0,7	8,438499						4,446541	0
5	4	0,136376	0,7	6,089717		min =	3,50631			4,688663	0
6	5	0,595941	0,7	9,458782		max =	12,8975			4,939661	0
7	6	0,705113	0,7	10,02567		n =	30			5,222708	2
8	7	0,602313	0,7	9,493221		h =	0,31304			5,93959	4
9	8	0,159384	0,7	6,340191						6,416312	3
10	9	0,505411	0,7	8,948003		Кишені				6,585401	4
11	10	0,6226	0,7	9,601668		3,51				6,626786	1
12	11	0,409212	0,7	8,352084		3,82				6,813865	3
13	12	0,29291	0,7	7,528098		4,13				7,083797	2
14	13	0,017477	0,7	4,106069		4,45				7,395515	3
15	14	0,274932	0,7	7,386942		4,76				7,520145	0
16	15	0,094353	0,7	5,569964		5,07				7,883841	6
17	16	0,822073	0,7	10,68963		5,38				8,010607	3
18	17	0,836343	0,7	10,78422		5,70				8,606884	8
19	18	0,681041	0,7	9,904556		6,01				8,698863	1

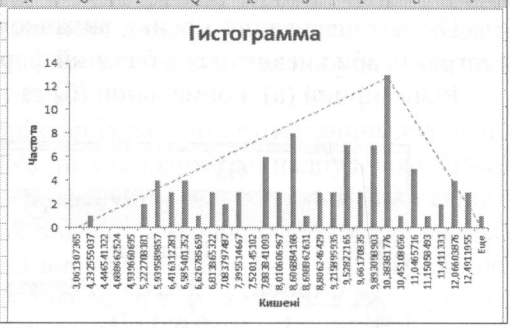


Рис. 6.1. в

Метод PERT

Методологія ІМ в управлінні проектною діяльністю в умовах невизначеності й ризику розпочалася винаходом методу PERT (*Program Evaluation and Review Technique*, Техніка оцінювання та аналізу проектних програм)[44].

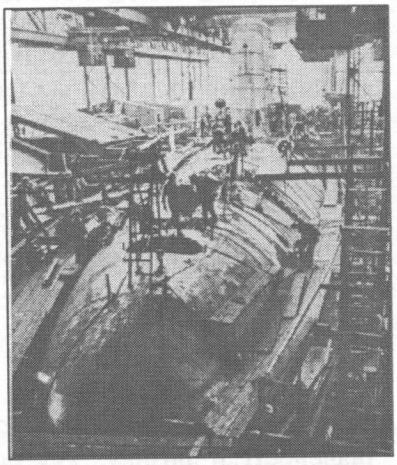
Історія

В умовах «холодної війни» між СРСР і США у 1946-1989-их роках успішний запуск штучного супутника Землі (1957 р.), що став демонстрацією наявності в СРСР міжконтинентальних ракет, здатних нести ядерну зброю, викликав серйозне занепокоєння уряду США через явне порушення балансу й неможливості його

[44] PERT, Program Evaluation Research Task, Phase I Summary Report, Special Projects Office, Bureau of Ordnance, Dept. of the Navy, Washington, July 1958.

швидко поновити через відсутність необхідної кількості й якості міжконтинентальних авіаційних та ракетних засобів.

Серед різних підходів за критерієм time-cost вибір випав на ВМС США, де прийняли спеціальну програму Polaris (Полярна зірка) з екстреної розробки корабельних балістичних ракет (FBM, fleet ballistic missile) середньої дальності з ядерним зарядом для їх розміщення на атомних підводних човнах (АПЧ), що плавають у Північному Льодовитому океані поблизу північних кордонів СРСР. Складність цієї програми пояснювалася насамперед надзвичайно стислими часовими термінами (до 5 років), унікальністю проекту, що здійснювався вперше, великою кількістю співвиконавців (близько 4000) та різноманітних робіт (60 тисяч).



За важливістю, масштабами й складністю цей проект порівнювали з відомим Манхеттенським проектом (із розроблення ядерної зброї, 1939–1945 рр.). Мова йшла про розробку новітньої ракетної системи в напруженому режимі «план →проект→реалізація», як кажуть, «з коліс», із оперативними «спробами-та-помилками» та зворотніми зв'язками для внесення змін чи перегляду планів, адже ця система мала б задовольняти специфічним обмеженням на розміри й масу, бути здатною нести ядерну зброю, використовувати тверде паливо тощо(рис. 6.2)

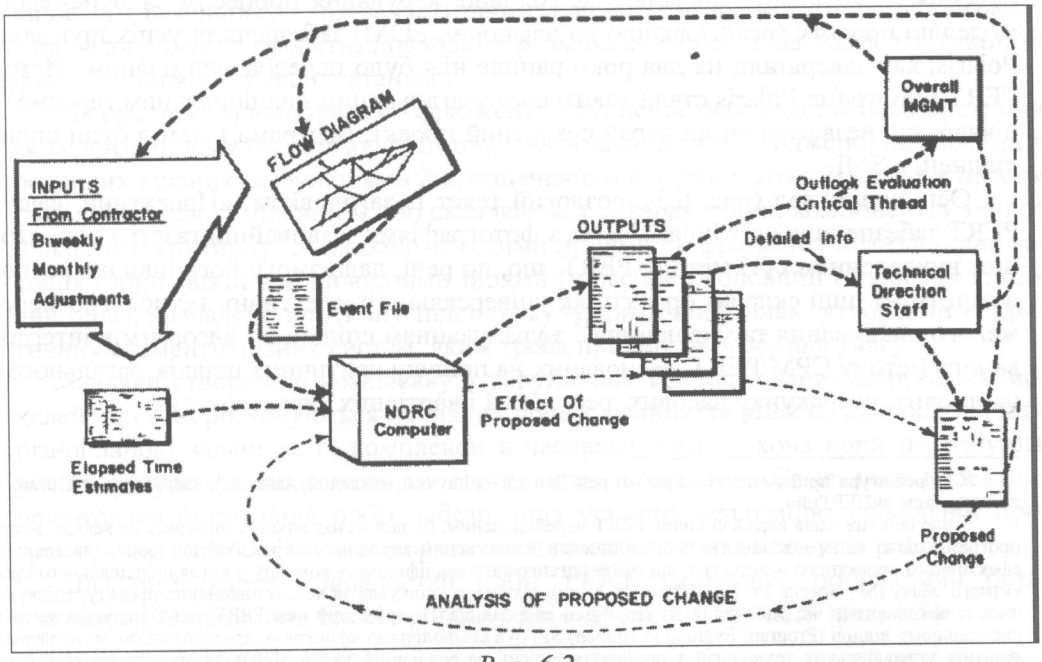
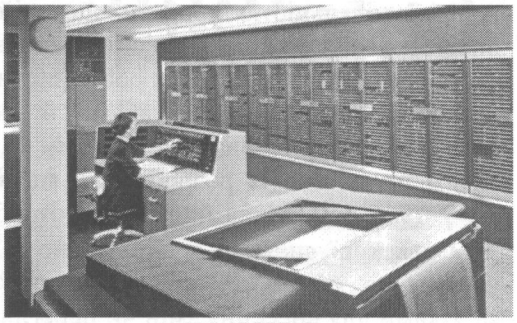


Рис. 6.2

На рисунку [4] зображено ітераційний процес формування, аналізу та прийняття рішень, де на вхід суперкомп'ютера IBM NORC (у дослідницькому центрі ВМС США) поступають відомості про поточні оцінки очікуваних тривалостей робіт (*elapsed time estimates*) та подій (*event files*), а також, зворотніми зв'язками, запропоновані зміни (*proposed change*), які формуються на різних рівнях керівництва проектом. На виході – розрахунки за мережевою моделлю у вигляді табличних звітів (*outputs*), які направляються для аналізу технічним службам та керівництву проектом.

Тож для організації, планування та управління програмою булj використанj щойно винайдене методологі. пошуку критичного шляху в мережевий моделі проекту за методом CPM. Однак у програмі Polaris ця методологія була реалізована за близьким до CPM, але дещо іншим методом під назвою PERT[45]. Його відмінність – у способі завдання тривалостей робіт трьома оцінками для врахування умов невизначеності й ризику, тут основний параметр – час (модель PERT/Time), кінцевий результат – оцінка ймовірності завершення проекту у визначений директивний термін.



IBM NORC

Загальнодержавна важливість проекту, сувора дисципліна ресурсного забезпечення й виконання завдання та, головне, керування процесом за мережевою моделлю проекту (реалізованою на лампових ЕОМ) забезпечили успіх програми Polaris, яку завершили на два роки раніше ніж було передбачено планом. Метод PERT і програма Polaris стали таким собі узагальненим «національним героєм»[46], цікаво, що незважаючи на вкрай секретний проект, програма і метод були оприлюднені в ЗМІ.

Ось, наприклад (рис. 6.3), розлогий текст із заголовком: «Проектний офіс + PERT забезпечили зліт Polaris'а» та з фотографіями у звичайній газеті з популярним викладенням суті методу PERT, що, до речі, дало змогу його швидко розповсюдити на інші складні проекти як універсальну й ефективну технологію мережевого планування та управління[47] з урахуванням спільності алгоритмів інтегрованого методу CPM/PERT, заснованих на пошуку критичних шляхів, загального і часткових, розрахунку часових, ресурсних і вартісних характеристик.

---

[45] Абревіатура придумана зі смислом: pert (англ.) – рішучий, зухвалий, завзятий, задерикуватий, чимось нагадує наше «вПЕРТий».

[46] Фахівці тих часів вважали вплив PERT перебільшеним, бо цей метод використовувався не всюди. Успіх програми щодо випередження графіка забезпечив її натхнений керівник адмірал Раборн, який став зразком ефективного проектного менеджера, що зумів організувати кваліфіковану команду у вигляді спеціального проектного офісу (SP, Special Project Office US Navy), особисно слідкував за ходом виконання проекту, спілкуючись із виконавцями від робітників до керівників підрозділів. Підтриманий ним PERT, який впроваджували у спеціальному відділі (Program Evaluation Branch) SP, був символічною «фішкою», демонстрацією застосування новітніх управлінських технологій з прийняття рішень на реальному вкрай відповідальному прикладі, й це спрацювало якнайкраще, визначивши старт сучасного проектного менеджменту.

[47] Типова назва – Network Based Management Systems (PERT/CPM).

JANUARY 1960

SP Plus PERT Gave Polaris Its Spurt

WHEN IT WAS DECIDED that the Navy would develop a Fleet ballistic missile peculiar to its own needs, its designers in the newly created Office of Special Projects (in BuOrd) faced a number of problems which were also peculiar.

Three major considerations set *Polaris* apart from other outer space weapons:

- The missile had to be designed within the limitations of space and weight which would permit its being carried on board a submarine. This, in itself, required some very radical designs.
- It had to have the capability of carrying a nuclear warhead as its payload and, although it would have a range of some 1500 miles, it would have to be small enough to permit carrying a considerable number of missiles in a single submarine without increasing the size of that vessel appreciably.
- Its propellant had to be solid—as opposed to the liquid fuel systems used at the time to drive other comparable types of missiles. There was—and still is—no practical way to store or handle liquid missile fuels aboard a surface ship or submarine, except in small, completely sealed prepackaged units.

In addition, there were knotty

vision had to be right the first time.

One of the first critical decisions to be made by the Director, Special Projects Office—RADM William F. Raborn, USN—concerned the problem of handling all the multitude of details connected with the program. It would be only too easy to become bogged down with paper work and red tape. Forms and reports, no matter how well written, do not, in themselves, build missiles.

A new approach was made. It was simple. It worked.

IT WAS BASED on the concept of a small, highly specialized "Management Team." It used the facilities within and outside the military services which were already in existence and operating, rather than setting up new facilities of its own. To implement this, the Navy created a Manhattan-Project-type organization which reported directly to the Secretary via the Executive Member of the Navy Ballistic Missile Committee, and which had overriding priority and complete authority upon approval of the SECNAV was obtained. The SECNAV, chaired by SecNav, provides policy guidance and is the sole reviewing authority for the *Polaris* program in the Navy.

The original group of men as-

including a top group at Cape Canaveral.

Although its director reports directly to the Secretary of the Navy in the military sense, and policy guidance, program review and approval stem from the SECNAV, the Office of Special Projects is administratively linked to the Bureau of Weapons. The latter, however, furnishes only administrative support and services.

As a result, the Special Projects Office—or "SP" as it is called—draws directly on a wide range of government facilities for design, development, test and training.

SP deals directly with industry in other technical matters and in procurement. It is, in effect, a "Management Contractor" within the Navy itself, the first such organization to be established. It is a funnel through which military needs and development skills of all types pass into the industrial facilities that produce and assemble the actual hardware, and back into the military facilities which provide the tests and training.

The project involves some rather staggering numbers. There are about 400 major programs involved, with literally thousands of sub-programs. These fall into seven broad categories. The missile itself had de-

or support, and who should know what's going on so that he can do his own job better.

There are a number of "levels" at which these items are used, each one breaking down a basic project into greater and greater detail, so that every phase of the project is covered by coordinated, organized planning following the same set of ground rules.

WITH THE SIMPLIFICATION of the programming, there has been an equal simplification of the reporting function. Here, too, some new gimmicks have been used. With some 3000 contractors engaged in developing or making every conceivable type of component, hundreds of thousands in all, a small "management team" could very easily grow into a large "management team" in simply keeping track of the progress of these items. This has not happened.

To tie the reporting of individual projects as closely as possible to the demands of the program as a whole, a very simple "qualitative" scheme of reporting and checking has been devised, so that a sub-unit of elements could be evaluated and compared realistically and quickly.

On page 15 a typical chart shows where a project stands as of a specific date. It breaks the status down into four broad qualitative rate-

FAST WORK—SP's organization has accelerated the many-phased *Polaris* Project toward completion. First FBM submarine was built in record time.

Рис. 6.3

Розробка недетермінованого, або ймовірнісного, методу PERT (на відміну від детермінованого CPM) для управління проектом була викликана повною відсутністю досвіду проведення таких великих, складних і відповідальних проектів і програм та відповідної статистики щодо тривалості та ресурсного забезпечення окремих робіт, аби на її основі визначити конкретні розподіли ймовірностей.

Це й визначило високий рівень невизначеності, насамперед – в оцінці тривалостей робіт у дуговій (AOA) мережевій моделі проекту, і як наслідок, в оцінці кінцевого результату – тривалості проекту Polaris, за яким, у рамках програми, слідували суміжні проекти, пов'язані з розміщенням ракет на АПЧ, наступними випробуваннями та експлуатацією.

На рис. 6.4 [4] відображено фрагмент укрупненої мережевої моделі програми як мультисистему («систему систем»), що складається з узгодженої композиції 6 основних і різних за функціями й призначенням систем, у кожній з яких є набори взаємопов'язаних підсистем, що складаються із характерних компонентів; одну з підсистем, критичну[48], показано товстими лініями. У фрагменті показано два часових етапи (віхи) з відповідними цілями (objective): головний (major) та кінцевий (end), визначено критичну підсистему – критичний шлях, утворений із критичних елементів різних систем, яким треба приділити особливу увагу.

Завдяки створенню комплексу з укрупнених і деталізованих мережевих моделей, що використовуються на різних рівнях прийняття рішень, вдалося зв'язати різнопланові задачі та їх комплекси в часовому вимірі, хоча вони потребують різних ресурсів і технологій, в єдине ціле, в систему. Саме така проектно-орієнтована організація робіт забезпечила успішну реалізацію унікальної програми, коли вдалося істотно скоротити заплановану тривалість усіх робіт.

Для оцінювання тривалостей робіт PERT застосовує популярний бета-розподіл ймовірностей, Excel пропонує дві відповідних функції (рис. 6.5).

[48] Поняття «критичний шлях» з'явилося саме в PERT; Келлі в CPM називав його головним, чи основним, ланцюгом (main chain), який має привернути увагу.

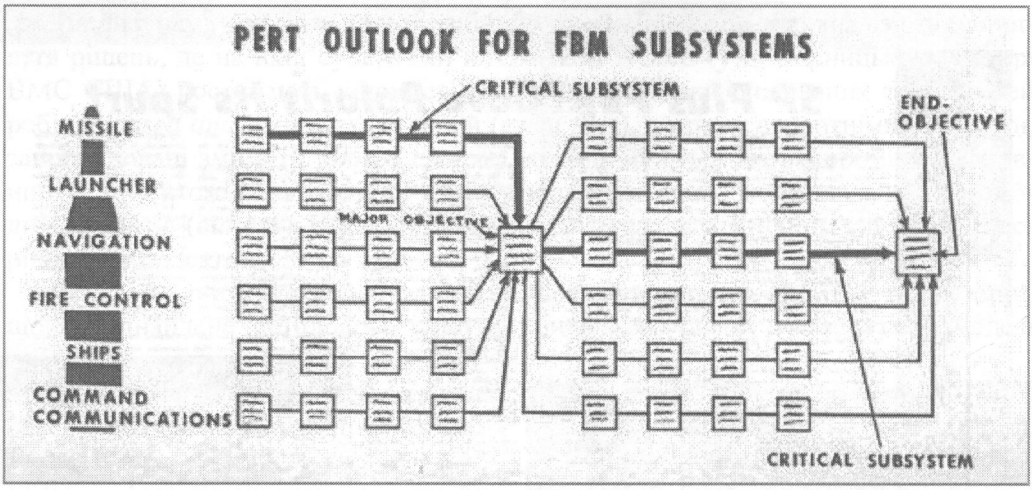


Рис. 6.4

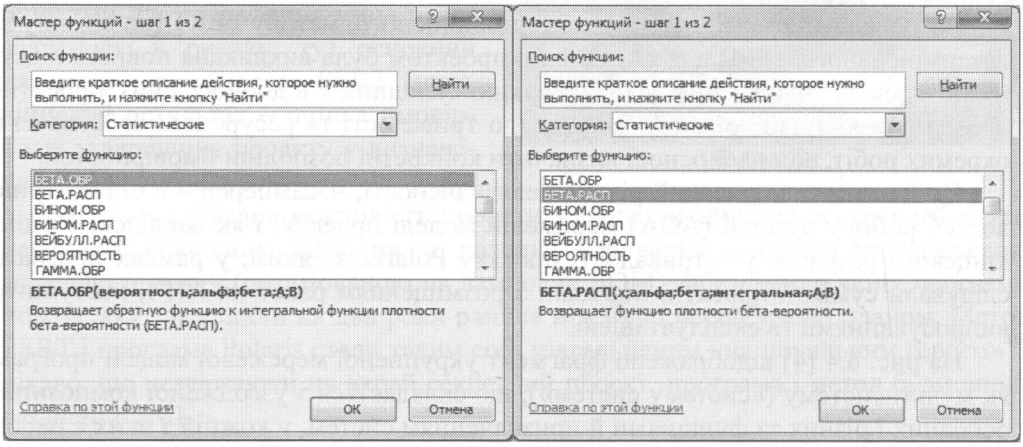


Рис. 6.5

Зовні, на графіку (рис. 6.6) це «скошений» нормальний розподіл, що звичайно має симетричну діаграму-«дзвін» (зліва), тоді як графік бета-розподілу – несиметричний «дзвін», де найбільш ймовірне значення (мода, m) має скіс чи нахил, якщо вліво – це рух до прискорення (в центрі), вправо – до затримки.

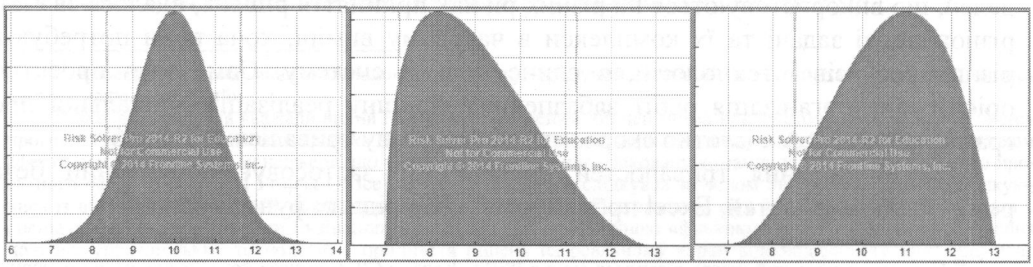


Рис. 6.6

Доведено, що в кінцевому результаті оцінка довжини критичного шляху відповідає нормальному розподілу, тобто сумарно всі нахили вліво-вправо від значення m взаємно компенсуються й зводяться до центрованої діаграми-дзвона [11].

Щоб відобразити специфіку бета-розподілу в проектної мережевій моделі, метод PERT можна реалізувати двома способами:

- розрахунковим («звичайний» PERT), близьким до CPM;
- імітаційним моделюванням (методом Монте-Карло).

***Задача 6.1.* «Звичайний» PERT**

Розрахунковий спосіб дуже близький до CPM, де шуканий критичний шлях є сумою тривалостей критичних робіт. Правда, на відміну від CPM, тривалість окремої роботи це не одне число, а три, що базуються на експертних оцінках. Це тривалість:

- a – мінімальна або оптимістична, малоймовірна, але можлива, тобто, якщо все йде дуже добре;
- b – максимальна або песимістична, малоймовірна, але можлива, якщо все йде зовсім не так, як передбачалося;
- m – «середина» (але не середнє!) між a та b, в статистиці мода, найбільш вірогідна, якою буває найчастіше чи найшвидче. Від того, до чого ближче значення m – до a чи до b, визначається скіс діаграми розподілу (вліво або вправо).

У детермінованій моделі за методом CPM оцінка m відповідає значенню t_i, оцінки a та b – значенням d_i та D_i відповідно.

Важливо. Методологія PERT припускає, що ці три часові оцінки тривалості роботи повинні бути *незалежними* випадковими величинами (з цим припущенням буває важко погодитися), тобто вони не повинні залежати від аналогічних оцінок тривалості для інших, скажімо, суміжних, робіт проекту, лише тоді кінцеві результати відповідатимуть нормальному розподілу ймовірностей. Крім того, вони повинні враховувати період часу, погодні та інші умови при виконанні роботи; в разі змін впливаючих умов в модель вносяться відповідні поправки.

Цю незалежність не слід плутати з природною залежністю між роботами, заданою порядком передування в проектній таблиці згідно технологічних вимог.

Реалізація розрахункового способу методу PERT: значення цих трьох оцінок вносяться в проектну таблицю як вхідні дані, чим, по суті, здійснюється перехід від ймовірнісної до детермінованої природі проекту та до алгоритмів методу CPM, оскільки ці три оцінки використовуються в формулах визначення:

- очікуваної (*expected*) тривалості роботи (μ): $t_e = \dfrac{a+4m+b}{6}$
- розкиду (діапазону) значень: $b - a = 6\sigma$ (за правилом «трьох сигм») і, звідси,
- середньоквадратичного відхилення (СКВ) $\sigma = \dfrac{b-a}{6}$ та
- дисперсии (*variance*): $\sigma^2 = v = \left(\dfrac{b-a}{6}\right)^2$.

Таким чином, діапазон очікуваної тривалості роботи дорівнює $\mu \pm v$, що застосовується в розрахунку мережевої моделі для наступного формування ймовірнісної оцінки тривалості проекту, де:

- середня довжина критичного шляху $T_{кр}$ дорівнює сумі тривалостей критичних робіт, а
- стандартне відхилення довжини критичного шляху $\sigma_{кр}$ дорівнює сумі стандартних відхилень тривавлостей критичних робіт (її обчисляють за певними правилами).

Приклад: $a = 3$; $m = 6$; $b = 15$, $t_e = \dfrac{3+24+15}{6} = 7$; $6\sigma = 12$; $\sigma = 2$; $\sigma^2 \approx 1{,}4$;

$t_e = 7 \pm 1{,}41 \in [5{,}6;\ 8{,}4]$.

Будучи впевненими щодо очікуваного нормального розподілу довжини критичного шляху, розрахунками можна отримати імовірнісні оцінки тривалості проекту, оскільки в умовах невизначеності і ризику вкрай важливо мати хоча б наближений прогноз, тому що ціна помилки – це неабиякі потенційні загрози чи навіть реальні витрати. Зокрема, маючи в результаті розрахунків у проектній мережі значення $T_{кр}$ і $v_{кр}$ для усього проекту, можна визначити (оцінити):

- $P\ (T_z)$ – ймовірність завершення проекту протягом заданого директивного часу (пряма задача) або
- $T_z(P)$ – тривалість проекту для заданого значення ймовірності його завершення (обернена задача).

Для цього раніше використовували спеціальні статистичні таблиці, тепер – статистичні функції для нормального розподілу, зокрема в Excel (рис. 6.7).

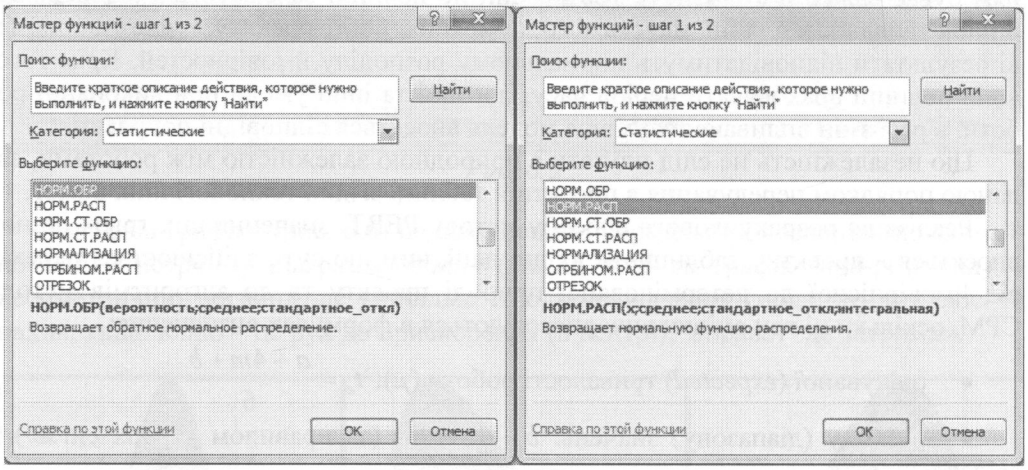


Рис. 6.7

Наприклад, якщо для проекту: $T_{кр} = 12$, $\sigma^2 \cong 1{,}73$, в Excel для нормального розподілу отримують відповідь на ці питання за допомогою вбудованих статистичних функцій, де аргумент x – задане значення $T_{кр}$:

НОРМ.РАСП (x; $T_{кр}$; $v_{кр}$; 1) – інтегральна (накопичувальна) функція $P(x)$, ймовірність завершення проекту не пізніше $T_{кр}$ періодів (днів);

НОРМ.РАСП (x; $T_{кр}$; $v_{кр}$; 0) – функція щільності розподілу $f(x)$, ймовірність завершення проекту за $T_{кр}$ періодів (днів);

НОРМ.ОБР (P; $T_{кр}$; $v_{кр}$) – обернена функція $x(P)$, визначає тривалість проекту протягом $T_{кр}$ за заданою ймовірністю P.

У прикладі:

$P(10)$ = НОРМ.РАСП (10; 12; 1,73; 1) ≈ 0,12, P = 0,12 (12%) для $T_{кр}$ ≈ 10 днів;

$P(12)$ = НОРМ.РАСП (12; 12; 1,73; 1) = 0,5, для $T_{кр}$ ≈ 12 днів P = 0,5 (50%);

$F(10)$ = НОРМ.РАСП (10; 12; 1,73; 0) ≈ 0,11;

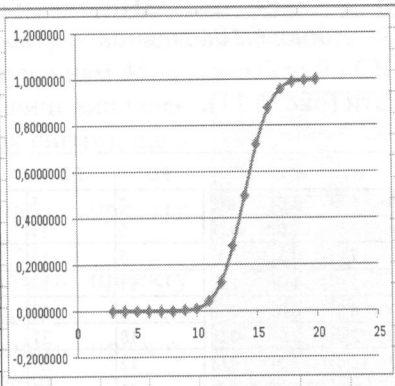
$f(12)$ = НОРМ.РАСП (12; 12; 1,73; 0) ≈ 0,23;

$T_{кр}(0,9)$ = НОРМ.ОБР (0,9; 12; 1,73) ≈ 14,22, при P = 0,9 $T_{кр}$ ≈ 14 днів;

$T_{кр}(0,5)$ = НОРМ.ОБР (0,5; 12; 1,73) = 12, при P = 0,5 $T_{кр}$ ≈ 12 днів (рис. 6.8)

X	P(X)	f(x)
1	0,0000000	0,00000
2	0,0000000	0,00000
3	0,0000001	0,00000
4	0,0000019	0,00001
5	0,0000260	0,00006
6	0,0002620	0,00056
7	0,0019251	0,00354
8	0,0103850	0,01592
9	0,0414498	0,05127
10	0,1238264	0,11821
11	0,2816204	0,19512
12	0,5000000	0,23060
13	0,7183796	0,19512
14	0,8761736	0,11821
15	0,9585502	0,05127
16	0,9896150	0,01592
17	0,9980749	0,00354
18	0,9997380	0,00056
19	0,9999740	0,00006
20	0,9999981	0,00001

P	X(P)
0,05	9,15
0,10	9,78
0,15	10,21
0,20	10,54
0,25	10,83
0,30	11,09
0,35	11,33
0,40	11,56
0,45	11,78
0,50	12,00
0,55	12,22
0,60	12,44
0,65	12,67
0,70	12,91
0,75	13,17
0,80	13,46
0,85	13,79
0,90	14,22
0,95	14,85



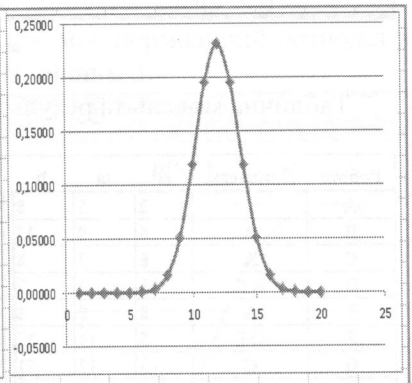


Рис. 6.8

Правило трьох оцінок *a*, *m*, *b*

Задано проектну таблицю з 9 робіт, вузловий мережевий графік якої подано на рис. 6.9.

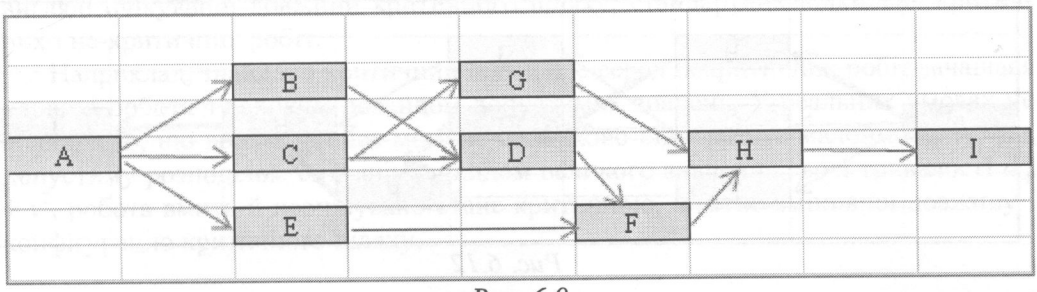


Рис. 6.9

Для робіт відомі три часових оцінки їх тривалостей, за наведеними вище формулам обчислені значення середніх тривалостей, СКВ та дисперсій (рис. 6.10).

Работа	Предш. раб.	a	m	b	$d_Ф$	σ	$σ^2$
A		2	5	8	5	1	1
B	A	6	9	12	9	1	1
C	A	6	7	8	7	0,33	0,11
D	BC	1	4	7	4	1	1
E	A	8	8	8	8	0	0
F	DE	5	14	17	13	2	4
G	C	3	12	21	12	3	9
H	FG	3	6	9	6	1	1
I	H	5	8	11	8	1	1

Рис. 6.10

Таблична модель та результати (рис. 6.11).

Робота	Попередн.	a	m	b	t	σ	$σ^2$	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
A		2	5	8	5,0	1,0	1,0	0	5	0	5	0
B	A	6	9	12	9,0	1,0	1,0	5	14	5	14	0
C	A	6	7	8	7,0	0,3	0,1	5	12	7	14	2
D	BC	1	4	7	4,0	1,0	1,0	14	18	14	18	0
E	A	8	8	8	8,0	0,0	0,0	5	13	10	18	5
F	DE	5	14	17	13,0	2,0	4,0	18	31	18	31	0
G	C	3	12	21	12,0	3,0	9,0	12	24	19	31	7
H	FG	3	6	9	6,0	1,0	1,0	31	37	31	37	0
I	H	5	8	11	8,0	1,0	1,0	37	45	37	45	0
					45		9	Дисп. КШ				
					КШ		3	СКВ				

Рис. 6.11

Очікувана тривалість проекту дорівнює 45 днів, дисперсія = 9, СКВ = 3. Критичний шлях (рис. 6.12).

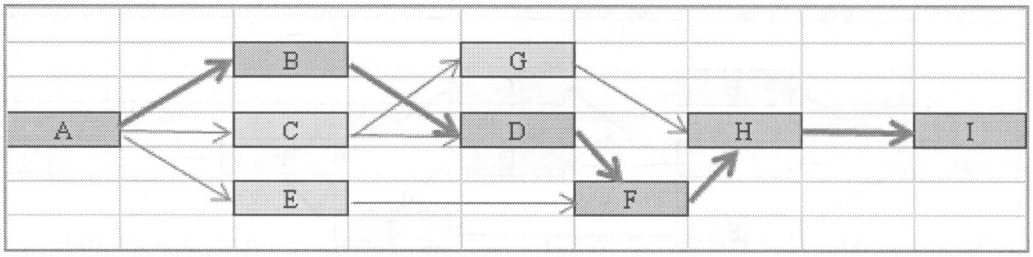


Рис. 6.12

Ймовірнісні оцінки (рис. 6.13).

Прод КП	P(D)	f(D)
30	2,87E-07	0,000
31	1,53E-06	0,000
32	7,34E-06	0,000
33	3,17E-05	0,000
34	1,23E-04	0,000
35	4,29E-04	0,001
36	1,35E-03	0,001
37	0,0038	0,004
38	0,0098	0,009
39	0,0228	0,018
40	0,0478	0,033
41	0,0912	0,055
42	0,1587	0,081
43	0,2525	0,106
44	0,3694	0,126
45	0,5000	0,133
46	0,6306	0,126
47	0,7475	0,106
48	0,8413	0,081
49	0,9088	0,055
50	0,9522	0,033
51	0,9772	0,018
52	0,9902	0,009

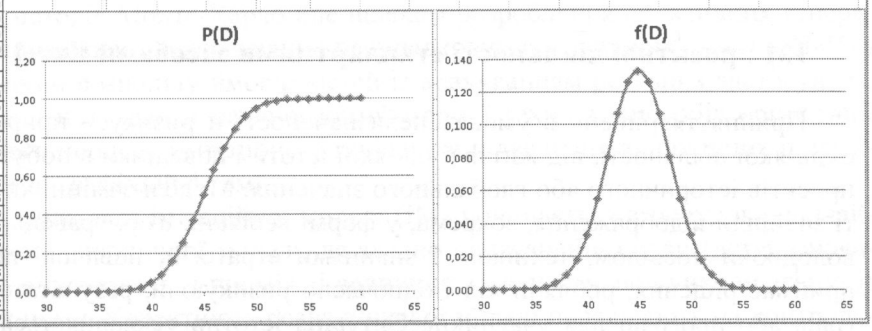


Рис. 6.13

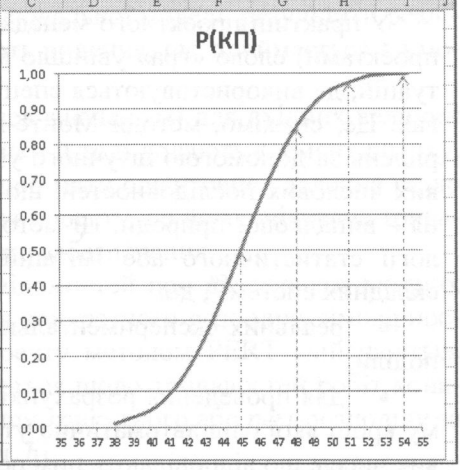
Тривалість проекту – випадкова величина $D_{кш}$ – має нормальний розподіл з математичним очікуванням 45, дисперсією 9 і СКВ, рівним 3.

З наведеної таблиці випливає (за правилом «трьох сигм»), що з імовірністю:

- 0,5 тривалість проекту становитиме 45 днів;
- 0,85 тривалість проекту складе 45 + 3 = 48 днів;
- 0,97 тривалість проекту складе 45 + 6 = 51 день;
- 0,99 тривалість проекту складе 45 + 9 = 54 дні.

A2 =НОРМОБР(B2;45;3)

	A	B
1	КП	P
2	38,02	0,01
3	40,07	0,05
4	41,16	0,10
5	41,89	0,15
6	42,48	0,20
7	42,98	0,25
8	43,43	0,30
9	43,84	0,35
10	44,24	0,40
11	44,62	0,45
12	45,00	0,50
13	45,38	0,55
14	45,76	0,60
15	46,16	0,65
16	46,57	0,70
17	47,02	0,75
18	47,52	0,80
19	48,11	0,85
20	48,84	0,90
21	49,93	0,95
22	51,98	0,99
23	52,73	0,995
24	54,27	0,999



<u>Зауваження</u>. Використання оцінок *a*, *m* та *b* для обчислення очікуваної тривалості роботи фактично виключає ймовірнісний характер цього найважливішого показника, що таїть у собі прихований ризик, не даючи можливість керівникові проекту об'єктивно оцінити результат у вигляді очікуваної довжини критичного шляху, стандартних відхилень критичних і не-критичних робіт.

Наприклад, знайдено критичний шлях, але серед некритичних робіт зачаїлася «довга» робота з великим розкидом допустимих значень. У реальних умовах не виключено, що вона в якийсь момент випадково відобразить малоймовірну, але допустиму розподілом ситуацію викидом великого значення своєї тривалості $d_{ср} + v^2$, робота вмить й неочікувано стане критичною, істотно змінивши довжину і конфігурацію критичного шляху.

Глава 7

ІМ проектної діяльності стандартними засобами Excel

Прийняття рішень в умовах невизначеності й ризику – природна складова будь-якої діяльності, від життя будь-якої істоти і поведінки в побуті до реалізації проектів історичного або глобального значення. Моделі-замінники цієї діяльності знайшли відображення, зокрема, у формі всіляких ігор: гравець, володіючи/не володіючи досвідом, технікою і знаннями стратегій, новачок чи професіонал приймає рішення, роблячи хід і одночасно ризикуючи, результатом якого є виграш або програш для учасників. Ситуація істотно ускладняється в командних іграх, від спортивних до ділових та штабних, де важлива роль відводиться вдалому підбору і поєднанню гравців, їх професіоналізму й зіграності, ролі і призначенню лідера (ОПР), це дуже непросто й, буває, надзвичайно відповідально, звідси виникнення і активний розвиток математичної теорії ігор та її різноманітних застосувань[49].

У практиці проектного менеджменту (в організації, плануванні та управлінні проектами) слово «гра» увійшло в аналітичні моделі у формі «програвання» ситуацій, де використовуються спеціальні методи прийняття рішень в певних умовах. Це, скажімо, методи Монте-Карло – група кількісних методів для аналізу рішень за допомогою штучного утворення і подальшого використання випадкових числових послідовностей, що імітують реальні фактори – ситуації й рішення – випадкової природи. Ці методи – основа аналітичної інформаційної технології статистичного або імітаційного моделювання (ІМ, *simulation modeling*) складних систем[50], де:

- реальних експериментальних даних немає, але відомі їх імовірнісні розподіли;
- для проведення розрахунків потрібно організувати процедуру, на кожному кроці якої слід автоматично утворити (згенерувати) пробну вибірку випадкових чисел, що відповідають цим розподілам;
- цю вибірку ввести в модель як вхідні дані;
- провести необхідні обчислення і на виході отримати відповідний результат у вигляді одного або декількох випадкових чисел.

Зазначену процедуру слід багаторазово повторити («програти», «спробувати»), природно припускаючи, що чим більше спроб буде зроблено, тим краще, бо тим повніша накопичена статистика; тоді вихідні дані утворюють солідний числовий масив, для якого статистичним обробленням можна отримати відповідні узагальнені ймовірнісні оцінки.

---

[49] *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике : Пер. с англ. – М. : Мир, 1964. – 839 с.

Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение : Пер. с англ. (3-го изд.) – М. : Наука, 1970. – 709 с.

[50] *Бусленко Н. П.* Моделирование сложных систем. – М. : Наука, 1978. – 400 с.

Наявність досконалої обчислювальної техніки і доступного програмного інструментарію перевели цю процедуру з лабораторій, часто секретних, у звичайну практику.

Розвиток методів Монте-Карло йде шляхом розроблення ефективних генераторів псевдовипадкових, одержуваних невипадковим алгоритмом[51] чисел (ПвЧ) з різними законами розподілу ймовірностей із врахуванням реальних застосувань, обчислювальної потужності наявної комп'ютерної техніки, способів організації багатокрокового процесу імітаційного процесу й підведення відповідних підсумків у числовій та графічній формі.

Побудова будь-якої імітаційної моделі (ІМ) починається з побудови звичайної розрахункової табличної моделі, де задано «визначені» входи (детермінованої природи), відшукуються проміжні величини та «визначено» виходи згідно із зв'язками між ними. Коректність розрахункової моделі перевіряють на контрольних прикладах методом спроб на однозначно визначених вхідних даних вбудованими засобами інтерпретації та перерахунку формул обчислювального середовища, в Excel – у вигляді розрахунку часових характеристик детермінованої формульної моделі проекту з тривалостями робіт $t_{ij} = m_{ij}$.

У створюваній ІМ входи «невизначені» – вони мають випадкову природу, визначаючи тим самим ймовірнісний тип обчислювальної моделі, результати реалізації якої, в ймовірнісній же формі, визначають рішення, що приймається в умовах невизначеності й ризику.

Прийнято вважати, що в умовах повної невизначеності для вхідних величин заздалегідь невідомі ймовірнісні характеристики й тоді додають елемент ризику, застосовуючи хоча б рівномірний розподіл, щоб мати орієнтовне уявлення щодо досліджуваного процесу та його наслідків, для проекту, це його очікувана тривалість, загальні витрати чи вимоги до ресурсного забезпечення.

Зате в умовах невизначеності й ризику відомостей про властивості вхідних даних більше; це, наприклад, вид і параметри конкретного розподілу ймовірностей. Наприклад, мережеве моделювання проекту методом PERT здійснюється явно в умовах ризику, оскільки використовується щодо тривалостей робіт конкретний бета-розподіл або його модифікації типу трикутного або *pert*-розподілу за заданим діапазоном допустимих значень [*a*, *m*, *b*].

ІМ має три складових:

- входи: наявність ГПвЧ для реалізації необхідних розподілів ймовірностей для невизначених вхідних змінних (*uncertain variables*);
- виходи: розрахункові формули для визначення значень виходів, включаючи статистичні «невизначені» функції (*uncertain functions*);
- імітація та результат: багаторазові випробування («програвання», «прокрутка», «прогін», *run*) по ланцюгах «входи – проміжні обчислення – виходи»

[51] Основною властивістю такого алгоритму є довжина періоду генерування (кількість статистично незалежних випадкових чисел), який у момент вичерпання варіантів повторюється, виникає дилема: чим більший період, тим краще для проведення тривалого експерименту, але при цьому порушуються умови статистичної незалежності цих чисел. У стандартній надбудові *Анализ данных* застосовується «короткий» ГПвЧ із періодом десь 2^{31} (≈2 млрд, функція СЛЧИС), надбудова Risk Solver застосовується для дещо серйозніших досліджень, має чотири різних ГПвЧ, включаючи вказаний «короткий»; тут, за умовчуванням, застосовується генератор CMRG з періодом 2^{191}, а також «довгий» ГПвЧ WELL з періодом 2^{1024} та з достатньо стійкою статистикою

для отримання і накопичення значень виходів у вигляді числового масиву, який піддають статистичному аналізу, а отримані підсумкові результати представляють у компактній числовій і графічній формі.

Тривалий час серйозною проблемою ІМ була невисока швидкість її реалізації. Раніше цей процес на перших ЕОМ йшов цілодобово, що пов'язано з принциповою відмінністю між детермінованою та імітаційною моделями: в першій результатом перерахунку (*recalculation*) значення кожної формули є одне число, зате в ІМ потрібно отримати числовий масив, і тут швидкодія комп'ютерної моделі визначається змістом і кількістю формул й, природно, бажаним числом спроб.

Проблема істотно вирішена різким зростанням швидкодії комп'ютерів і наявністю вбудованих спеціальних алгоритмів. Саме так, за замовчуванням, ІМ реалізується в Excel на основі вбудованої функції СЛЧИС() або інструмента *Генерация случайных чисел* надбудови *Анализ данных*. Виконання за їх допомогою прикладу (нижче) для 300 спроб триває близько хвилини й це ще не так швидко, адже перерахунок йде на рівні застосунку (Excel).

Принципово інакше вирішена ця проблема в довантажуваній надбудові Risk Solver, що містить «розумні» *psi* -функції в ролі ГПвЧ, реалізація[52] яких формує при їх разовому виконанні не одне випадкове число, а відразу числовий масив (порівняйте стрілянину кулями і дробом) на нижньому рівні «центральний процесор-внутрішня пам'ять». Цей підхід прискорює процеси перерахунку і моделювання в 100 разів більше, наприклад, за допомогою цієї надбудови той самий приклад виконано миттєво на 1000 спроб для кожної роботи.

Отже, імітаційне моделювання – ефективна обчислювальна процедура, яка потребує серйозних машинних ресурсів, де багаторазово генеруються пробні значення входів (*trials*). За цими значеннями на кожному кроці «програвання» моделі однозначно визначаються значення виходів; вони накопичуються, обробляються, і це є основою технології ризик-аналізу процесів, що протікають в умовах невизначеності і ризику.

ІМ, його теорія, технологія і техніка виконання за минулі 50–60 років свого існування отримала колосальний розвиток – із вузькоспеціального і важко реалізованого підходу до організації унікальних досліджень стало аналітичним інструментом масового масштабу, знайшовши застосування в реальній, явно мінливій практиці аналізу ситуацій у будь-яких застосуваннях і прийнятті обґрунтованих управлінських рішень.

ІМ-методологія завдяки своїй удаваній простоті за наявності швидкого ПК і розвинутого програмного інструментарію стала доступною в будь-якому обчислювальному середовищі і тому дуже популярна. В Excel це доступний інструмент *Генерация случайных чисел* стандартної надбудови *Анализ данных*, функції СЛЧИС() і СЛУЧМЕЖДУ()[53].

---

[52] Від PSI (*Polymorphic Solver Interpreter*) – чудовий винахід компанії Frontline Systems, що застосовується тепер за ліцензією в інших засобах ІМ, наприклад, в Oracle Crystal Ball. Грецька буква ψ (псі) – елемент товарного знаку компанії – схоже, що ця «розумна» лампочка висвітлює шлях досліднику в хащах невизначеності.

[53] Наявність цих, нехай і скромних, засобів ІМ свідчить про популярність цієї методології й стійке прагнення розробників Excel розвивати бізнес-інтелект свого продукту.

ІМ: Програмні засоби

Для роботи, наближеної до професійної, використовуються розвинутіші засоби у вигляді потужних спеціалізованих надбудов Excel із реалізацією циклу ІМ зі значно розширеними можливостями й спрощеним інтерфейсом.

Це насамперед три знаменитих програми:

- ***Crystal Ball*** компанії Decisioneering Inc., з 2007 р. продукт Oracle Corp. (тепер – Oracle Crystal Ball)
- ***@RISK*** компанії Palisade Inc. (русифікована)
- ***Risk Solver*** компанії Frontline Systems Inc.

Зараз можна лише дивуватися, що ці компанії – активно і успішно діючі піонери комп'ютерної історії, утворені в 1980-их роках. на хвилі масового випуску перших ПК, що сприймалися тоді як іграшки, – свідомо й далекоглядно орієнтувалися на використання своїх програмних продуктів як автономно, так і у вигляді надбудов електронних таблиць саме для екзотичних, математично та статистично насичених процесів імітаційного та оптимізаційного моделювання, й це, як бачимо, справдилося.

Програми Crystal Ball і @RISK – перші і найбільш відомі продукти з ІМ.

Компанія Frontline Systems – перший і добре відомий розробник потужних оптимізаційних надбудов-розв'язувачів (*solvers*, знайомий багатьом *Поиск решения* в їх числі), її успішна розробка генетичних алгоритмів для нелінійної оптимізації природним чином вивела компанію на випуск у 2007 р. надбудови Risk Solver для оптимального управління ризиками методами імітаційного моделювання[54].

В результаті її потужний аналітичний арсенал – це інформаційно сумісний комплекс засобів оптимізаційного/імітаційного моделювання та дейтаманінгу (ОІМД) з уніфікованим інтерфейсом, який розвивається й регулярно оновлюється (кожного півроку – оновлена версії):

Excel	
ANALYTIC SOLVER PLATFORM	XLMINER PLATFORM

Успішний і вдалий приклад такого комбінування знайшов симетричний відгук у Crystal Ball та @RISK розробкою власних засобів математичної оптимізації (OptQuest, RISK Optimizer).

Загальновизнано, що компанія Frontline Systems[55] – незаперечний світовий лідер у технологіях ОІМ на платформі електронних таблиць (ЕТ) для різних операційних середовищ, одне з останніх впроваджень – електронні таблиці Google.

---

[54] Наступна хвиля розширення застосування компанії Frontline Systems охопила технологію дейтаманінгу (Data Mining), де застосовується розширений статистичний аналіз, тепер це надбудова XLMiner Platform.

[55] Її засновник і керівник Д. Філстра, разом з Д. Бріклiном і Б. Френкстоном – «хрещені батьки» сучасної ЕТ-революції, розпочатої розробкою програми VisiCalc у 1979 р. для першого серійного ПК Apple II. Філстра, підтримуваний такими ж молодими й далекоглядними С. Джобсом і Б. Гейтсом, успішно реалізував ідею перетворення несерйозної електронної таблиці для бухгалтерів, як здається інколи й досі, на потужний інструмент для наукових і бізнес-обчислень розробкою насичених високою математикою надбудов-розв'язувачів, розрахованих на масового користувача-аналітика без спеціальної математичної і програмістської підготовки. Завдяки

У 2010 р. *INFORMS (Institute for Operations Research and the Management Sciences, OR/MS)* нагородив компанію Frontline Systems Премією впливу (Impact *Prize*), зазначивши, що за останні 20 років жоден інструмент (або сімейство інструментів) не зробив більше в Дослідженні операцій для студентів, дослідників і фахівців-практиків, ніж її програми-розв'язувачі (Solver), які використовують близько 1 млрд користувачів Excel та інших електронних таблиць, вони ліцензовані більше 5000 компаніями в таких галузях, як аерокосмічна, хімічна, гірничодобувна та автомобільна промисловість, банківська справа й сфера фінансових послуг, виробництво споживчих товарів, оборона, охорона здоров'я і фармацевтика, комунальне господарство і, природно, наука та вища освіта.

В результаті зусиллями цих компаній побудовано три подібних за своїми можливостями комбінованих засобів для аналізу і прийняття рішень в умовах визначеності (optimization) і невизначеності (simulation), що стали основою сучасної комбінованої технології імітаційної оптимізації (simulation optimization)[43].

Відзначимо, що колись самодостатня «Кришталева куля»[56] (Crystal Ball), поглинена софтверним гігантом Oracle (він посилив цим придбанням конкурентну боротьбу в цьому секторі), загубилася в його неозорому асортименті і нині виглядає там такою собі «попелюшкою», його пробну (причому одноразову!) версію непросто знайти серед сотень інших продуктів, @RISK, що активно просувається на російськомовний ринок, і Risk Solver, розвинутий до версій Risk Solver Pro і Risk Solver Platform [47]. Це профільні продукти названих компаній з їх потужними комерційними, дещо скромнішими пробними або навчальними версіями, багатьма прикладами, якісною документацією, онлайн-супроводом і підтримкою. Популярні підручники з проблематики OR/MS та бізнес-аналітики [37, 39, 41, 43, 44] свої приклади ілюструють з використанням саме цих засобів. Таким чином, звичайні користувачі, студенти, управлінський персонал і дослідники-практики забезпечені досконалими засобами для організації і проведення комп'ютерного експерименту методами Монте-Карло.

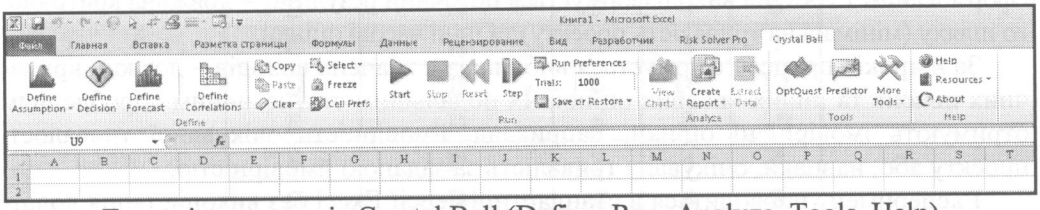
Основними складовими цих засобів для проведення ІМ є:

- вибір і налаштування ГПвЧ (їх там по декілька десятків);
- завдання кількості повторень (спроб), у пробних і навчальних версіях – до 1000 спроб;
- запуск і отримання звітів у табличній і графічній формах;
- додаткові інструменти (Tools):
  - засоби прогнозу (Predictor);
  - аналіз часових рядів (Time Series);
  - дерева рішень (Decision Tree);
  - інші, що використовують результати імітації;
  - допомога, приклади, контакти (Help).

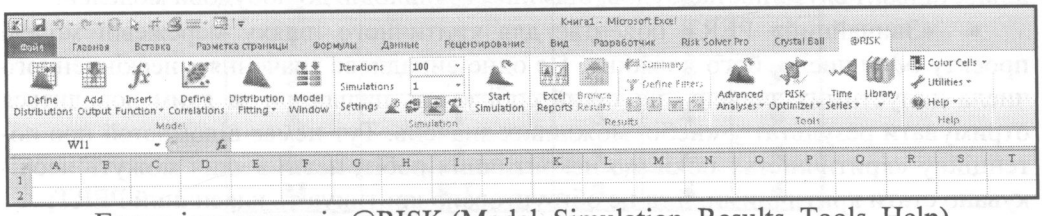
отриманому таким чином «інтелекту» сучасна ЕТ, Excel насамперед, як інструментальна основа бізнес-діяльності, стала цікавим «партнером» потужних автономних програмних продуктів та інформаційних систем завдяки наявності засобів для спільної взаємопраці, зокрема в «хмарах», на багатоядерних та розподілених обчислювальних структурах.

[56] Характерний «інструмент» магів, провісників та ясновидців.

Ці складові об'єднані в групи і відображені на панелях інструментів цих надбудов (рис. 7.1).



Групи інструментів Crystal Ball (Define, Run, Analyze, Tools, Help)



Групи інструментів @RISK (Model, Simulation, Results, Tools, Help)

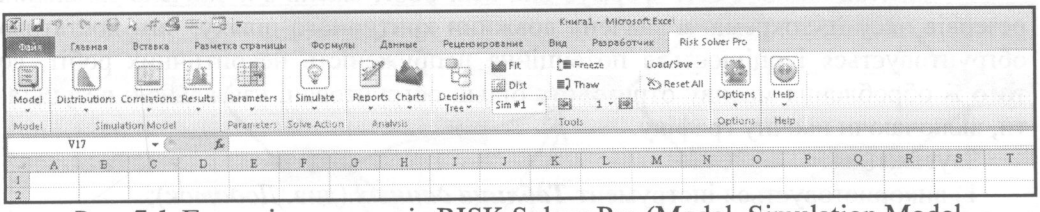


Рис. 7.1. Групи інструментів RISK Solver Pro (Model, Simulation Model, Parameters, Solve Action, Analysis, Tools, Options, Help)

Задача 7.1. «Звичайне» імітаційне моделювання проекту в Excel

ІМ, названа «імітаційним PERT'ом», це організація і проведення комп'ютерного експерименту у стандартній версії табличного процесора MS Excel, де є 6 типів ГПвЧ, придатних для автоматичного формування масивів вихідних даних у модельних розрахунках, де отримані масиви складаються з фіксованих значень випадкових чисел; правда, для нашої задачі ці ГПвЧ не підходять.

Для реалізації ІМ проекту є єдина можливість – скористатися в якості ГПвЧ функцією СЛЧИС(), призначеною для отримання рівномірного розподілу випадкових чисел дійсного типу, чиї значення можуть змінюватися в процесі імітації, автоматично чи вручну. За допомогою цієї функції шляхом допоміжних обчислень будують необхідний генератор функцій, наприклад, трикутного розподілу, що часто використовується методом PERT на заміну бета-розподілу (було вище).

Суть імітаційного експерименту: вузлова формульна PERT-модель проекту – це модуль, що реалізує багатокроковий обчислювальний процес, така собі «сіра[57] скриня» з входами і виходами, всередині – мережева структура, що з'єднує входи і вихо-

[57] Чорна – коли повна невизначеність, біла – коли однозначна визначеність між входами і виходами

ди, із відповідними алгоритмами. На кожному кроці *n*-крокового процесу на входи за кількістю робіт) подаються поточні значення тривалостей робіт, що генеруються сформованим ГПвЧ, на виході формується поточний результат – довжина критичного шляху (мінімальна тривалість проекту) та інші часові оцінки.

За *n* кроків процесу формується вибірка із *n* значень виходів – довжин критичних шляхів та інших часових оцінок. Їх подальшим статистичним обробленням отримують імовірнісні оцінки, наприклад, ймовірність очікуваної тривалості проекту або, навпаки, очікувана тривалість за заданою ймовірністю.

Експеримент проводиться в стандартній версії Excel без використання додаткових підвантажуваних надбудов, відмінність підходів до побудови моделей:

- «Звичайний» PERT повертає для критичного шляху мережевої моделі проекту ***одне*** число, його довжину. Це одне випадкове значення з нескінченного числа допустимих значень, це такий собі «тиць пальцем», за яким доводиться отримувати результат у «небі» можливих значень. Тут немає відомостей про потенційну «критичність» поки що некритичних робіт, певні з яких можуть неочікувано стати критичними, й за це обґрунтовано критикують класичний PERT;
- «Імітаційний» PERT формує для всіх робіт масив з *n* значень загальних резервів часу й, зокрема, *n* значень довжини критичного шляху, чим достатньо обґрунтовується і оцінюється потенційна напруженість некритичних робіт, до того ж оброблення масиву отримують більш обґрунтовані узагальнені результати, включаючи наочну графіку.

Зауваження:

1) використовується інструмент ***Таблица данных*** (див. *Додаток*);

2) використовується вузлова формульна модель проекту.

Організація експерименту

Етап 1 (звичайний CPM). Формування обчислювального модуля. Перевірка його роботи в детермінованому режимі.

Етап 2 (звичайний PERT). Формування ГПвЧ, перевірка роботи модуля в одноразовому імітаційному режимі.

Етап 3 (імітаційний PERT-Time). Формування масиву експериментальних даних і його статистичне оброблення для отримання кінцевих результатів щодо часових характеристик мережевої моделі проекту.

Етап 4 (імітаційний PERT-Cost). Формування масиву експериментальних даних і його статистичне оброблення для отримання кінцевих додаткових результатів щодо вартісних характеристик мережевої моделі проекту.

Оформлення підсумків.

Приклад

Задана проектна таблиця і вузлова мережу проекту, кількість спроб (n) = 300[58], використовується метод PERT з трьома оцінками тривалості роботи; рис. 7.2.

[58] Ніщо не заперечує задати інше значення, чим більше, тим краще, але й довше, нижня границя – десь 100 спроб.

Робота	Попередн.	a	m	b
A		2	3	5
B	A	3	4	6
C	B	2	3	7
D	B	8	10	14
E	D	6	8	10
F	D	3	4	5
G	D	4	6	8
H	C,E,F,G	7	8	10
I	H	4	5	7
J	H	3	5	9
K	I	3	4	6
L	J	1	2	4
M	K,L	3	4	6

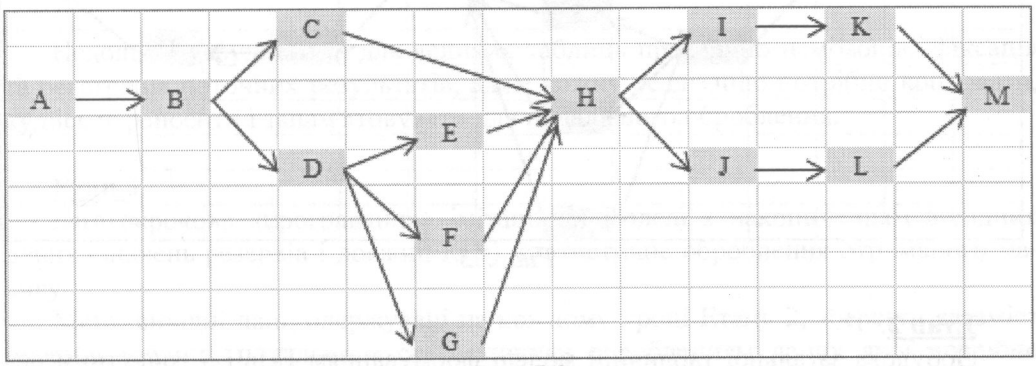


Рис. 7.2

Етап 1.

1) Формування на окремому аркуші ***Модель*** формульної вузлової мережевої моделі проекту з входами (тривалостями робіт, заданих функцією $X_{\text{Трик}}(a, m, b)$) і виходами (довжиною критичного шляху, часовими оцінками робіт). Для початку рекомендується використати в якості тривалості робіт найбільш ймовірне значення *m*, далі виконати формульні обчислення і отримати детерміноване рішення методом CPM.

2) Результат (рис. 7.3).

Для заданого набору значень тривалостей робіт детермінована модель визначила мінімальну тривалість проекту 46 час. од. й критичний шлях A→B→D→E→H→I→K→M.

Зауважимо, що роботи A, B, H і M, згідно з проектною таблицею й мережею, завжди будуть критичними, значить, на наступному етапі, з метою зменшення розміру таблиці результатів для них можна не виводити загальні резерви часу. Обчислювальний модуль готовий.

Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
A		2	3	5	3	0	3	0	3	0
B	A	3	4	6	4	3	7	3	7	0
C	B	2	3	7	3	7	10	22	25	15
D	B	8	10	14	10	7	17	7	17	0
E	D	6	8	10	8	17	25	17	25	0
F	D	3	4	5	4	17	21	21	25	4
G	D	4	6	8	6	17	23	19	25	2
H	C,E,F,G	7	8	10	8	25	33	25	33	0
I	H	4	5	7	5	33	38	33	38	0
J	H	3	5	9	5	33	38	35	40	2
K	I	3	4	6	4	38	42	38	42	0
L	J	1	2	4	2	38	40	40	42	2
M	K,L	3	4	6	4	42	46	42	46	0
									КШ	

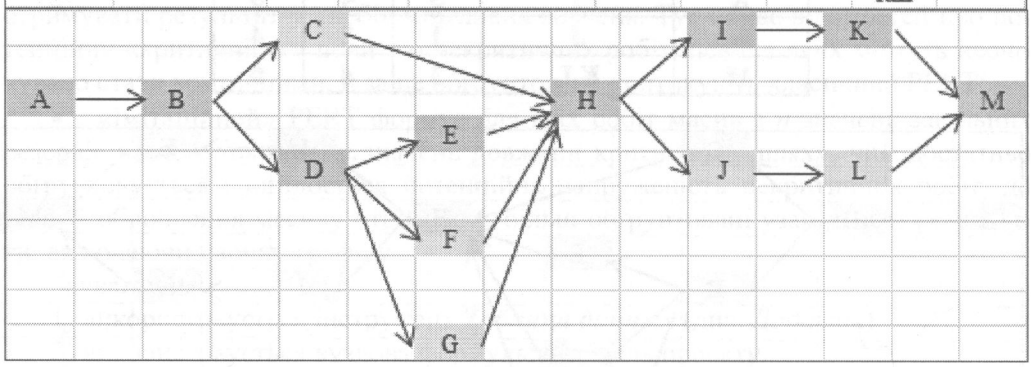


Рис. 7.3

Етап 2.

Добудова загальної табличній моделі формуванням ГПвЧ з трикутним розподілом ймовірностей у вигляді окремої таблиці, заміна тривалостей робіт значеннями функції

$$X_{\text{Трик}}(a, m, b).$$

1) Автоматичний перерахунок відключений[59], діє перерахунок вручну (клавішею F9).

2) Натисканням F9 реалізується чергова *n*-крокова процедура обчислювального процесу:

- генеруються тривалості робіт у вигляді ПвЧ;
- визначаються вихідні характеристики проекту – загальні резерви часу робіт і мінімальна тривалість проекту.

Виходи обчислювального блоку реагують на вхідні дані, формуючи відповідні результати, на черговому кроці при нових значеннях входів виходи оновлюються.

[59] ІМ – циклічний *n*-кроковий процес, формульна мережева модель також реалізує циклічний процес, їх одночасна реалізація в *автоматичному* режимі перерахунку утворює конфлікт цих двох процесів, бо ГПвЧ спрацьовує швидше й мережа за ним може не встигати, що затрудняє отримання своєчасного й правильного результату на звичайному ПК.

Фактично багаторазово реалізується «звичайний» PERT[60].

Результат (один із багатьох можливих); рис. 7.4:

F3 =ЕСЛИ(N3<=O3;C3+P3*КОРЕНЬ(N3*O3);C3+P3*КОРЕНЬ((1-N3)*(1-O3)))

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L	N	O	P	Q
1													ГВЧ		
2	Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	PC	PФ	ПС	ПФ	ЗР	R	F	b-a	m-a
3	A		2	3	5	3,15	0	3	0	3,1	0,00	0,780	0,333	3	1
4	B	A	3	4	6	3,38	3	7	3	7	0,00	0,048	0,333	3	1
5	C	B	2	3	7	5,91	7	12	18	24	11,69	0,236	0,200	5	1
6	D	B	8	10	14	10,09	7	17	7	17	0,00	0,819	0,333	6	2
7	E	D	6	8	10	7,51	17	24	17	24	0,00	0,715	0,500	4	2
8	F	D	3	4	5	3,12	17	20	21	24	4,39	0,993	0,500	2	1
9	G	D	4	6	8	4,93	17	22	19	24	2,58	0,107	0,500	4	2
10	H	C,E,F,G	7	8	10	7,98	24	32	24	32	0,00	0,322	0,333	3	1
11	I	H	4	5	7	4,36	32	36	32	36	0,00	0,043	0,333	3	1
12	J	H	3	5	9	4,99	32	37	33	38	1,11	0,330	0,333	6	2
13	K	I	3	4	6	4,61	36	41	36	41	0,00	0,566	0,333	3	1
14	L	J	1	2	4	2,88	37	40	38	41	1,11	0,413	0,333	3	1
15	M	K,L	3	4	6	3,78	41	45	41	**44,9**	0,00	0,203	0,333	3	1
16										КШ					

Рис. 7.4

Недолік – утруднена, а для великих таблиць практично неможлива фіксація та реєстрація поточних результатів, адже кожну реалізацію потрібно копіювати, кудись переносити і запам'ятовувати для подальшого оброблення.

Етап 3.

Багатокрокове «програвання» імітаційної моделі з накопиченням вихідних даних (значень резервів і довжин КШ), статистичне оброблення отриманого масиву.

Мета: вихідні дані, одержувані на кожному кроці Етапу 2, зберегти як вміст окремої таблиці, подальшим статистичним обробленням даних якої потрібно отримати узагальнений результат.

Для цього на окремому робочому аркуші формується ***Таблиця***, в яку посиланнями на кожному кроці передаються потрібні дані з таблиці ***Модель*** (етап 2). Наприклад, ми не будемо в ***Таблицю*** передавати значення загальних резервів часу робіт A, B, H і M, які завжди критичні. Сюди ми передамо лише значення загальних резервів часу сумнівних 9 робіт зі стовпця L3: L15 й значення критичного шляху (K15), всього 10 значень[61]:

Загальні резерви робіт									
C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ

Стовпець Спроба слід заповнити числами від 1 до 300 вручну або командою: *Главная* → группа *Редактирование* → кнопка *Заполнить* → *Прогрессия* → *Арифметическая* → *Предельное значение*: **300.**

[60] Так діє MS Project: він навіть накреслить нам діаграму Ґантта, але нічого не скаже про достовірність та правдоподібність цього результату, аби на його основі приймати рішення.

[61] При бажанні в Таблицю можна передати для подальшого статистичного аналізу будь-які значення з аркушу ***Модель***, які змінюються.

Аркуш ***Таблиця*** складається з двох частин:

• малої (A1: K6) таблиці підсумків;

• великої (при n = 300 з 300 рядків) ***Таблицы данных*** для реєстрації результатів (A7: K308).

Пояснення: щоб для перегляду та аналізу результатів не прокручувати ***Таблицу данных***, таблицю підсумків краще розмістити на екрані зверху, залишаючи для неї перші 6 рядків, вони будуть заповнені пізніше, тоді таблиця з результатами експерименту розміщується нижче (на рис. 7.5, починаючи з 7-го рядка) і заповнюється раніше по ходу 300-крокового комп'ютерного експерименту.

Таблиця підсумків:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1					**Загальні резерви робіт**						
2		**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**I**	**J**	**K**	**L**	**КШ**
3	Сер. тр.	13,30	0,00	0,00	3,69	2,01	0,04	1,84	0,04	1,84	46,20
4	% крит.	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%	92,3%	7,7%	92,3%	7,7%	
5	Спроб:	300									
6											

Формули:

	A	B	C	D	E	F
1					**Загальні резерви робіт**	
2		**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
3	Сер. тр.	=СРЗНАЧ(B9:B308)	=СРЗНАЧ(C9:C3	=СРЗНАЧ(D9:D3	=СРЗНАЧ(E9:E3	=СРЗНАЧ(F9:F3(
4	% крит.	=СЧЁТЕСЛИ(B9:B308;"<0,001")/$B$5	=СЧЁТЕСЛИ(C9:	=СЧЁТЕСЛИ(D9:	=СЧЁТЕСЛИ(E9:	=СЧЁТЕСЛИ(F9:
5	Спроб:	=A308				

G	H	I	J	K
I	**J**	**K**	**L**	**КШ**
=СРЗНАЧ(G9:G3	=СРЗНАЧ(H9:H3	=СРЗНАЧ(I9:I308	=СРЗНАЧ(J9:J30	=СРЗНАЧ(K9:K308)
=СЧЁТЕСЛИ(G9	=СЧЁТЕСЛИ(H9:	=СЧЁТЕСЛИ(I9:I	=СЧЁТЕСЛИ(J9:.	

Рис. 7.5

Тут:

- рядок 2: імена робіт і клітинка КШ;
- рядок 3 (Сер. тр .): формула середньої тривалості, для роботи C: = СРЗНАЧ (B9:B308), копія по рядку;
- рядок 4 (% крит.): формула % критичності, для роботи C: = СЧЁТЕСЛИ (B9:B308; «<=0,001»)/$B$5, оцінка критичності у вигляді підрахунку нульових загальних резервів робіт, чим їх більше, тим робота критичніша, копія по рядку;
- рядок 5: кількість спроб (посилання на останній номер).

Таблиця даних (перший і останній фрагменти; рис. 7.6):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ
8	Спроба	12,70	0,00	0,00	3,32	1,21	0,00	1,95	0,00	1,95	46,374
9	1	14,03	0,00	0,00	4,27	2,07	0,00	0,10	0,00	0,10	46,63
10	2	15,52	0,00	0,00	4,21	2,11	0,00	1,68	0,00	1,68	44,56
11	3	14,67	0,00	0,00	3,79	1,40	0,00	1,16	0,00	1,16	46,65
12	4	14,93	0,00	0,00	3,98	2,67	0,00	1,07	0,00	1,07	48,21
13	5	11,39	0,00	0,00	4,04	2,40	0,00	1,99	0,00	1,99	44,18

…

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
304	296	13,27946276	0	0	2,6973	0,6037	0,1787	0	0,1787	0	44,3338
305	297	12,63704459	0	0	3,1803	1,317	0	1,274	0	1,274	47,2904
306	298	14,37943563	0	0	3,0353	0,6155	0,6487	0	0,6487	0	44,7041
307	299	16,21388561	0	0	2,7691	1,3436	0	0,0602	0	0,0602	47,4789
308	300	11,43225676	0	0	3,3892	1,2107	0	0,2224	0	0,2224	44,8787

Формули:

7		=B2	=C2	=D2	=E2	=F2	=G2
8	Спроба	=ВПР(B2;Модель!$A$3:$L$15;12)	=ВПР(C2;Модел	=ВПР(D2;Модел	=ВПР(E2;Модел	=ВПР(F2;Модел	=ВПР(G2;Модел
9	1	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
10	2	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
11	3	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
12	4	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
13	5	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)

…

	A	B	C	D	E	F	G
304	296	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
305	297	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
306	298	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
307	299	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)
308	300	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)	=ТАБЛИЦА(;L8)

Рис. 7.6

- рядок 7: імена робіт (копія рядка 2);
- рядок 8: заголовок таблиці та формули для ***Таблицы данных***:
  - стовпець номерів спроб (Спроба);
  - посилання на клітинки аркушу ***Модель***, що містять значення загальних резервів часу робіт;
  - для КШ – посилання на клітинку К15.
- рядки від 9-го до 308-го: масив значень, сформований ***Таблицей данных*** в 300-кроковому імітаційному процесі. В результаті утворюється масив даних А9: К308 із загальним ім'ям {= ТАБЛИЦА(; L8}; рис. 7.7:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1					Загальні резерви робіт							Параметри проек
2		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ	41,72
3	Сер. тр.	13,30	0,00	0,00	3,69	2,01	0,04	1,84	0,04	1,84	46,20	46,20
4	% крит.	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%	92,3%	7,7%	92,3%	7,7%		49,99
5	Спроб:	300										2,80
6												50,09
7		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ	0,99
8	Спроба	13,39	0,00	0,00	3,80	1,74	0,64	0,00	0,64	0,00	47,4787	
9	1	14,03	0,00	0,00	4,27	2,07	0,00	0,10	0,00	0,10	46,63	
10	2	15,52	0,00	0,00	4,21	2,11	0,00	1,68	0,00	1,68	44,56	
11	3	14,67	0,00	0,00							46,65	
12	4	14,93	0,00	0,00							48,21	
13	5	11,39	0,00	0,00							44,18	
14	6	11,83	0,00	0,00							43,20	
15	7	14,43	0,00	0,00							48,02	
16	8	14,20	0,00	0,00							47,33	
17	9	16,93	0,00	0,00							48,52	
18	10	14,87	0,00	0,00							47,68	
19	11	13,91	0,00	0,00	3,02	1,62	0,00	2,33	0,00	2,33	44,18	
20	12	13,50	0,00	0,00	3,53	2,68	0,00	1,98	0,00	1,98	45,46	
21	13	12,32	0,00	0,00	3,75	1,82	0,00	0,16	0,00	0,16	47,18	
22	14	13,56	0,00	0,00	2,29	0,69	0,00	0,98	0,00	0,98	46,36	
23	15	14,83	0,00	0,00	3,26	2,99	0,00	0,11	0,00	0,11	48,04	
24	16	14,89	0,00	0,00	3,92	2,17	0,00	2,42	0,00	2,42	48,81	
25	17	15,76	0,00	0,00	4,24	2,09	0,00	2,24	0,00	2,24	48,70	
26	18	14,11	0,00	0,00	2,89	1,43	0,00	2,59	0,00	2,59	46,08	
27	19	13,18	0,00	0,00	4,31	1,76	0,00	2,36	0,00	2,36	48,95	
28	20	11,92	0,00	0,00	2,81	2,19	0,00	0,08	0,00	0,08	45,86	
29	21	13,64	0,00	0,00	2,72	0,72	0,00	2,55	0,00	2,55	46,56	
30	22	10,89	0,00	0,00	4,03	3,12	0,00	3,17	0,00	3,17	43,74	
31	23	13,12	0,00	0,00	3,70	1,33	0,00	1,44	0,00	1,44	48,77	
32	24	11,80	0,00	0,00	4,18	2,31	0,00	1,71	0,00	1,71	47,26	
33	25	11,14	0,00	0,00	3,34	2,17	0,00	1,99	0,00	1,99	45,55	
34	26	14,72	0,00	0,00	3,84	2,71	0,00	3,42	0,00	3,42	49,25	
35	27	13,30	0,00	0,00	2,82	1,02	0,00	1,02	0,00	1,02	41,72	
36	28	14,03	0,00	0,00	4,73	2,68	0,00	1,29	0,00	1,29	48,15	
37	29	13,92	0,00	0,00	4,16	1,84	0,00	1,14	0,00	1,14	47,94	

Таблица данных

Подставлять значения по столбцам в:

Подставлять значения по строкам в: SL$8

OK Отмена

Модель Таблиця

Рис. 7.7

Натисканням клавіші F9 ми ініціюємо черговий 300-кроковий цикл оновлення таблиці даних, адже саме клітинка введення (L8) виконує роль диригента дуету ***Модель*** і ***Таблиця*** (рис.7.8), яка:

- зчитує своє перше значення зі стовпця Спроба (це 1);
- ініціює виконання 10 формул, оскільки формули посилаються на аркуш ***Модель***, вона примушує ГПвЧ на аркуші ***Модель***:
  - згенерувати 13 випадкових чисел з трикутним розподілом для 13 робіт, використовуючи для цього генератор-функцію СЛЧИС (), аргументи *a*, *m*, *b* й допоміжні формули;
  - ввести ці числа в стовпець Трив.(*t*);
  - за формулами мережевої моделі проекту обчислити 5 часових оцінок (РС, РФ, ПС, ПФ, ЗР) для 13 робіт, у тому числі величину КШ (К15);
  - передає вибрані 10 значень з аркуша ***Модель*** в аркуш ***Таблиця***;
  - розміщує їх в першому рядку таблиці А9:К308;

- повтор для наступних значень лічильника.

F3 =ЕСЛИ(N3<=O3;C3+P3*КОРЕНЬ(N3*O3);C3+P3*КОРЕНЬ((1-N3)*(1-O3)))

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L	N	O	P	Q
1													ГВЧ		
2	Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР	R	F	b-a	m-a
3	A		2	3	5	2,73	0	3	0	2,7	0,00	0,177	0,333	3	1
4	B	A	3	4	6	4,33	3	7	3	7	0,00	0,705	0,333	3	1
5	C	B	2	3	7	5,53	7	13	18	23	10,49	0,377	0,200	5	1
6	D	B	8	10	14	9,24	7	16	7	16	0,00	0,936	0,333	6	2
7	E	D	6	8	10	6,78	16	23	16	23	0,00	0,077	0,500	4	2
8	F	D	3	4	5	3,97	16	20	19	23	2,81	0,473	0,500	2	1
9	G	D	4	6	8	5,09	16	21	18	23	1,70	0,852	0,500	4	2
10	H	C,E,F,G	7	8	10	7,77	23	31	23	31	0,00	0,196	0,333	3	1
11	I	H	4	5	7	5,51	31	36	31	36	0,00	0,621	0,333	3	1
12	J	H	3	5	9	3,61	31	34	34	38	3,09	0,031	0,333	6	2
13	K	I	3	4	6	3,50	36	40	36	40	0,00	0,959	0,333	3	1
14	L	J	1	2	4	2,30	34	37	38	40	3,09	0,719	0,333	3	1
15	M	K,L	3	4	6	3,42	40	43	40	43,3	0,00	0,970	0,333	3	1
16										КШ					

Рис. 7.8

Таким чином, під управлінням клітинки-«диригента» L8 формується числовий масив розміром 300×10. За його даними обчислюються підсумкові результати й будуються гістограми для виділених діапазонів.

Підсумкова таблиця Параметри проекту (значення та формули (рис. 7.9)

	L	M
1	Параметри проекту	
2	41,72	Мінімальна тривалість
3	46,20	Середня тривалість
4	49,89	Максимальна тривалість
5	3,28	Дисперсія
6	50,41	Тривалість проекту при
7	0,99	ймовірність завершення
8		параметр циклу

	L	M
1	Параметри проекту	
2	=МИН(K9:K308)	Мінімальна тривалість
3	=K3	Середня тривалість
4	=МАКС(K9:K308)	Максимальна тривалість
5	=ДИСП(K9:K308)	Дисперсія
6	=НОРМОБР(L7;K3;КОРЕНЬ(L5))	Тривалість проекту при
7	0,99	ймовірність завершення
8		параметр циклу

Рис. 7.9

Із заданою ймовірністю 0,99 проект буде завершено приблизно за 46 днів, якщо погодитися, що тривалості робіт незалежні між собою й виходити з нормального розподілу значення КШ (де використана функція НОРМОБР). На рис. 7.10 – поле значень довжини критичного шляху у вигляді зоряного неба і відповідна гістограма.

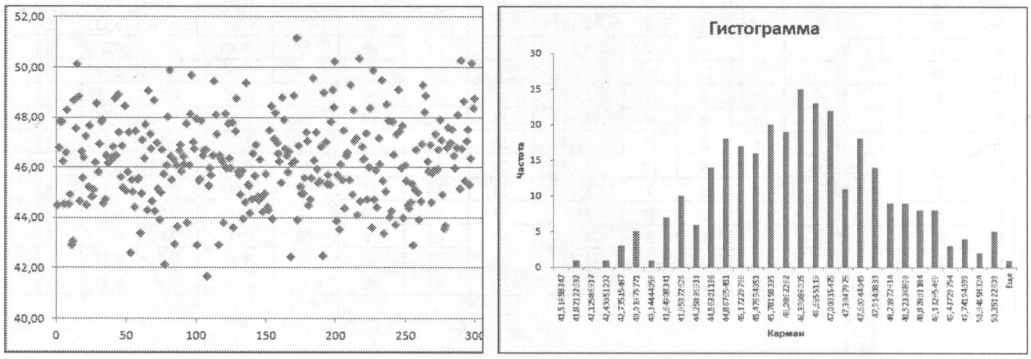


Рис. 7.10

Спостерігаючи це поле, важко не погодитися з критиками класичного PERT про умовність результату, представленого однією з нескінченності можливих точок такого поля. З розподілу точок і на гістограмі можна виділити зону. Це приблизно 44 ÷ 48 днів, якій належить близько 80 % усіх значень.

Для керівника проекту надзвичайно корисні дані про критичність (напруженість) робіт. Якщо роботи *A, B, H* і *M* завжди належать критичного шляху, серйозної уваги потребують виявлені критичні роботи (*D, E*) й підкритичні роботи (*I, K*), крім гарантовано «спокійних» робіт *C, F, G*, малоймовірна поява на критичному шляху робіт *J* і *L* (рис. 7.11).

1	Загальні резерви робіт										
2		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ
3	Сер. тр.	13,30	0,00	0,00	3,69	2,01	0,04	1,84	0,04	1,84	46,20
4	% крит.	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%	92,3%	7,7%	92,3%	7,7%	

Рис. 7.11

Побудована імітаційна модель дає змогу оцінити вплив зміни тривалості будь-якої роботи на кінцевий результат. Наприклад, неочікувано виникли проблеми із вчасним виконанням ненапруженої роботи L, вимушено змінені її часові межі з діапазону (1: 4) на (1:10), в результаті істотно зміниться критичність ряду робіт і збільшиться тривалість проекту; рис. 7.12.

1	Загальні резерви робіт										
2		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ
3	Сер. ЗР	13,22	0,00	0,00	3,65	1,96	2,22	0,48	2,22	0,48	48,24
4	% крит.	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%	25,0%	75,0%	25,0%	75,0%	
5	Спроб:	300									

Рис. 7.12

Параметри проекту	
41,38	Мінімальна тривалість
48,24	Середня тривалість
54,69	Максимальна тривалість
5,22	Дисперсія
53,56	Тривалість проекту при

Рис. 7.12 (продовження)

Робота L стала критичнішою (75 % проти попередніх 7,7 %), потягнувши за собою у зону підвищеної уваги суміжну J (про що її виконавці, мабуть, і гадки не мали) через потенційне формування нової ділянки критичного шляху J → L замість I → K, збільшилася й тривалість проекту (48 проти 46). Подальша зміна часових меж роботи L з діапазону (1:10) на (1:20) однозначно визначає підкритичний шлях, його конфігурацію і довжину; рис. 7.13.

1	Загальні резерви робіт										
2		C	D	E	F	G	I	J	K	L	КШ
3	Сер. ЗР	13,31	0,00	0,00	3,67	2,00	8,56	0,25	8,56	0,25	54,74
4	% крит.	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%	0,0%	8,3%	91,7%	8,3%	91,7%	
5	Спроб:	300									

Параметри проекту	
43,48	Мінімальна тривалість
54,74	Середня тривалість
65,38	Максимальна тривалість
23,89	Дисперсія
66,11	Тривалість проекту при

Рис. 7.13

Наведена методика – суттєве вдосконалення «звичайного» PERT, її цінність – можливість сформувати не одну значення $T_{кр}$, а велику таблицю шуканих й різноманітних значень часових оцінок проекту і провести її аналіз для більш обґрунтованого вибору кінцевого результату. Ефективна реалізація методики в доступному середовищі Excel зобов'язана використанню вбудованого інструменту ***Таблица данных***.

Методика неідеальна, її недоліки:

- громіздкість таблиці підсумків для великих проектів з великим числом проб;
- обмежений набір вбудованих функцій розподілу ймовірностей;
- вимушене формування спеціальних таблиць для побудови ГПвЧ;
- неможливість одночасного використання декількох розподілів ймовірностей і відповідних ГПвЧ.

Етап 4.

Вище було визначено зв'язок «час-вартість»; зміни часових характеристик робіт і тривалості проекту природно змінюють прямі та загальні витрати на їх здійснення. Ми вже бачили, що зменшення тривалості роботи призводить до збільшення її прямої вартості й одночасно можливе скорочення тривалості проекту й зменшення непрямих витрат, разом це зміна загальних витрат.

Пр. витрати				
C	c	a	b	Cost
14	50	-12,00	74,0	42,35
5	32	-9,00	59,0	23,00
12	32	-4,00	40,0	17,72
17	50	-5,50	94,0	40,41
11	51	-10,00	111,0	36,44
17	43	-13,00	82,0	38,25
14	42	-7,00	70,0	34,09
15	34	-6,33	78,3	27,42
17	53	-12,00	101,0	39,82
11	42	-5,17	57,5	36,36
14	42	-9,33	70,0	41,21
15	51	-12,00	63,0	39,37
8	45	-12,33	82,0	42,49
			Сума=	**458,94**
ПНП=	4		НП=	**173,05**
			ЗВ=	631,99

Рис. 7.14

На етапі 3 було визначено узагальнені часові параметри проекту, на цьому етапі ІМ визначає й узагальнені вартісні показники. Для цього аркуш ***Модель*** доповнюється таблицею (рис.7. 14), де за відомою методикою обчислюються вартісні оцінки: прямі для робіт і загальні для проекту, які тепер, зрозуміло, будуть змінюватися зі зміною тривалостей робіт у процесі імітації. Ця модель відома під назвою PERT-Cost, де разом із часовими оцінюються й вартісні показники.

Згідно з цим завданням, аркуш ***Таблиця*** дещо змінюється, бо витрати стосуються всіх робіт (рис. 7.15).

P8 =Модель!W18

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1							Прямі витрати робіт									
2		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	КШ	ЗВ
3	Сер. ПВ	36,76	23,00	23,22	38,11	37,42	34,18	32,47	27,14	40,04	30,18	31,92	37,57	30,50	46,10	606,89
4																
5	Спроб:			300												
6																
7		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	КШ	ЗВ
8	Спроба	35,18	23,00	16,78	42,22	44,22	32,39	39,73	28,77	33,90	34,13	24,32	32,15	41,70	44,91	608,12
9	1	32,79	23,00	28,92	40,62	44,24	30,19	34,71	23,60	34,05	37,29	30,90	39,47	37,96	45,80	620,92
10	2	30,07	23,00	29,56	38,08	32,20	35,92	28,50	26,11	31,33	27,19	37,97	41,40	33,25	47,14	603,16
11	3	30,81	23,00	29,78	39,74	31,25	32,11	36,88	24,09	47,91	33,26	35,79	41,87	33,69	46,01	624,22
12	4	29,16	23,00	17,84	42,47	37,22	38,01	32,42	29,18	32,28	34,03	38,75	42,59	38,44	44,85	614,80
13	5	38,62	23,00	22,97	43,06	41,40	38,32	29,86	32,02	43,86	21,82	33,61	30,03	36,97	43,79	610,69

Q	R	S	T
Параметри проекту		Загальні витрати	
41,11	Мінімальна тривалість	572,26	Мінімальні
46,10	Середня тривалість	606,89	Середні
50,76	Максимальна тривалість	641,75	Максимальні
2,81	Дисперсія	200,03	Дисперсія
50,00	Тривалість проекту при		
0,99	ймовірність завершення		
	параметр циклу		

Рис. 7.15

- аналізуються прямі витрати всіх 13 робіт, тому функцією для роботи з масивами[62] ТРАНСП(діапазон) транспонуванням стовпців уводимо імена робіт

[62] Нагадаємо, уведення цих функцій завершується не клавішею Enter, а комбінацією клавіш Shift+Ctrl+Enter.

(A3:A15) в рядок 2 (B2:N2) та їх значення прямих витрат (W3:W15) у рядок 8 (B8:N8);

- посиланнями уводимо значення критичного шляху (КШ, O8) та загальних витрат (ЗВ, P8);
- формується й реалізується оновлена 300-крокова ***Таблица данных***;
- за отриманими даними статистичними обчисленнями визначаються часові параметри проекту й оцінки загальних витрат.

Тепер, маючи по 300 значень, є можливість детально оцінити прямі витрати будь-якої роботи, КШ чи загальних витрат. Наприклад, для загальних витрат стандартним чином побудовано гістограму (рис. 7.16).

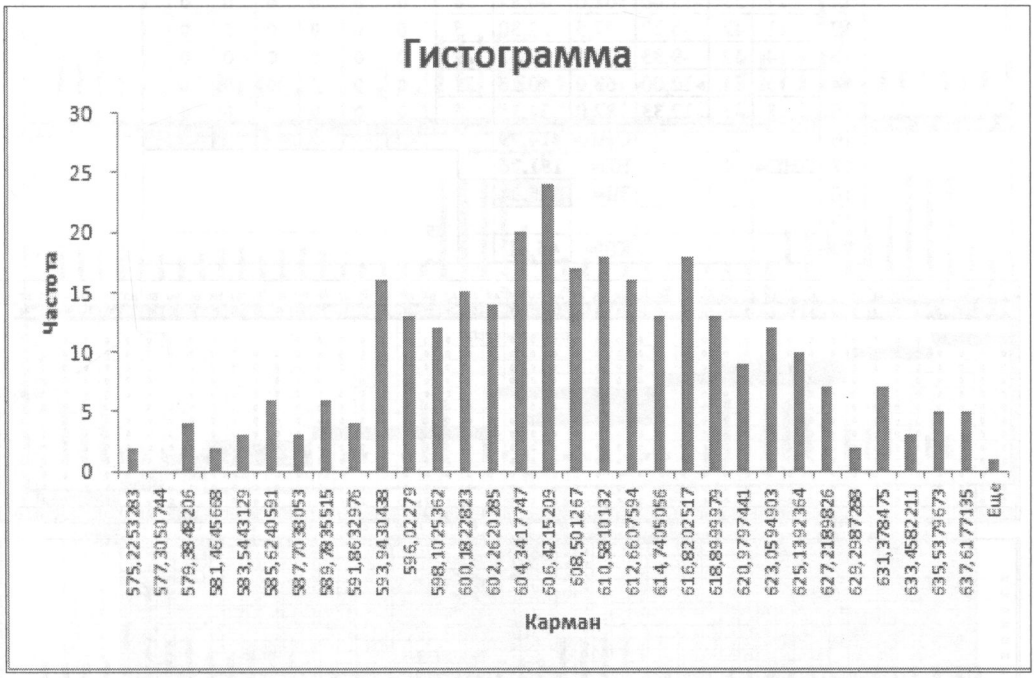


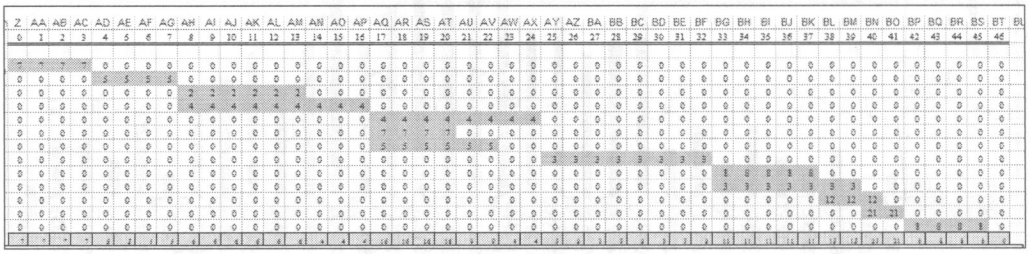
Рис. 7.16

За її формою можна стверджувати про близькість розподілу до нормального чи трикутного.

Маючи показники тривалостей і прямих витрат робіт, можна наближено (в цілих числах) обчислити питомі прямі витрати (ППВ) для кожної роботи (X3:X15) і побудувати зважену діаграму Ґантта, аби керівник проекту мав уявлення про орієнтовний часовий графік прямих витрат, щоденний та кумулятивний (рис. 7.17).

X3 | =ЦЕЛОЕ(W3/F3)

	S	T	U	V	W	X	Z	AA	AB	AC	AD	AE
1	Пр. витрати						0	1	2	3	4	5
2	C	c	a	b	Cost	ППВ						
3	14	50	-12,00	74,0	27,73	7	7	7	7	7	0	0
4	5	32	-9,00	59,0	23,00	5	0	0	0	0	5	5
5	12	32	-4,00	40,0	17,14	2	0	0	0	0	0	0
6	17	50	-5,50	94,0	43,85	4	0	0	0	0	0	0
7	11	51	-10,00	111,0	36,25	4	0	0	0	0	0	0
8	17	43	-13,00	82,0	30,83	7	0	0	0	0	0	0
9	14	42	-7,00	70,0	32,22	5	0	0	0	0	0	0
10	15	34	-6,33	78,3	25,94	3	0	0	0	0	0	0
11	17	53	-12,00	101,0	40,87	8	0	0	0	0	0	0
12	11	42	-5,17	57,5	22,30	3	0	0	0	0	0	0
13	14	42	-9,33	70,0	40,32	12	0	0	0	0	0	0
14	15	51	-12,00	63,0	40,18	21	0	0	0	0	0	0
15	8	45	-12,33	82,0	34,15	8	0	0	0	0	0	0
16				Сума=	414,79		7	7	7	7	5	5
17	ПНП=	4		НП=	181,26							
18				ЗВ=	596,04							
19												
20				КШ=	45,31							



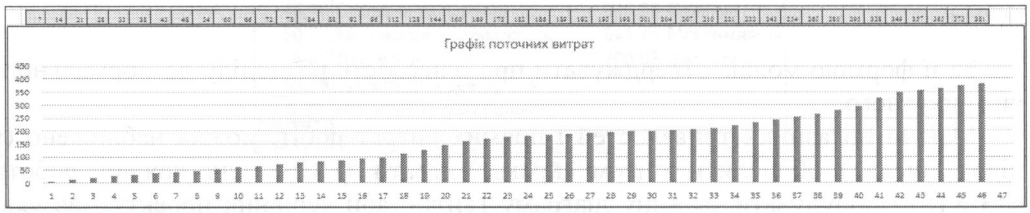


Рис. 7.17

У прикладі видно, що є критичні періоди (18–21, 39–42), де попит на кошти різко зростає й до цього керівництву треба заздалегідь бути готовим.

Причина – паралельні роботи та тривалість їх спільного виконання:

- *F, E, G* (4–5 днів);
- *C, D* (5 днів), *I, J* (6 днів), *K, L* (3 дні).

Натисканням F9 змінюються дані і діаграма миттєво змінює форму, що дає змогу наочно впевнитися у стійкості трендів. Інший підхід – випробувати більше варіантів, побудувавши відповідну ***Таблицу данных*** із умовним форматуванням елементів масиву приблизно на 50 часових періодів згідно, поточним значенням КШ, де, як на фізичній карті, кольором явно виділено «тихі» (4–5 од.), «врівноважені» (10-20 од.) та кричущі проблемні часові зони (35–39 од.); рис. 7.18.

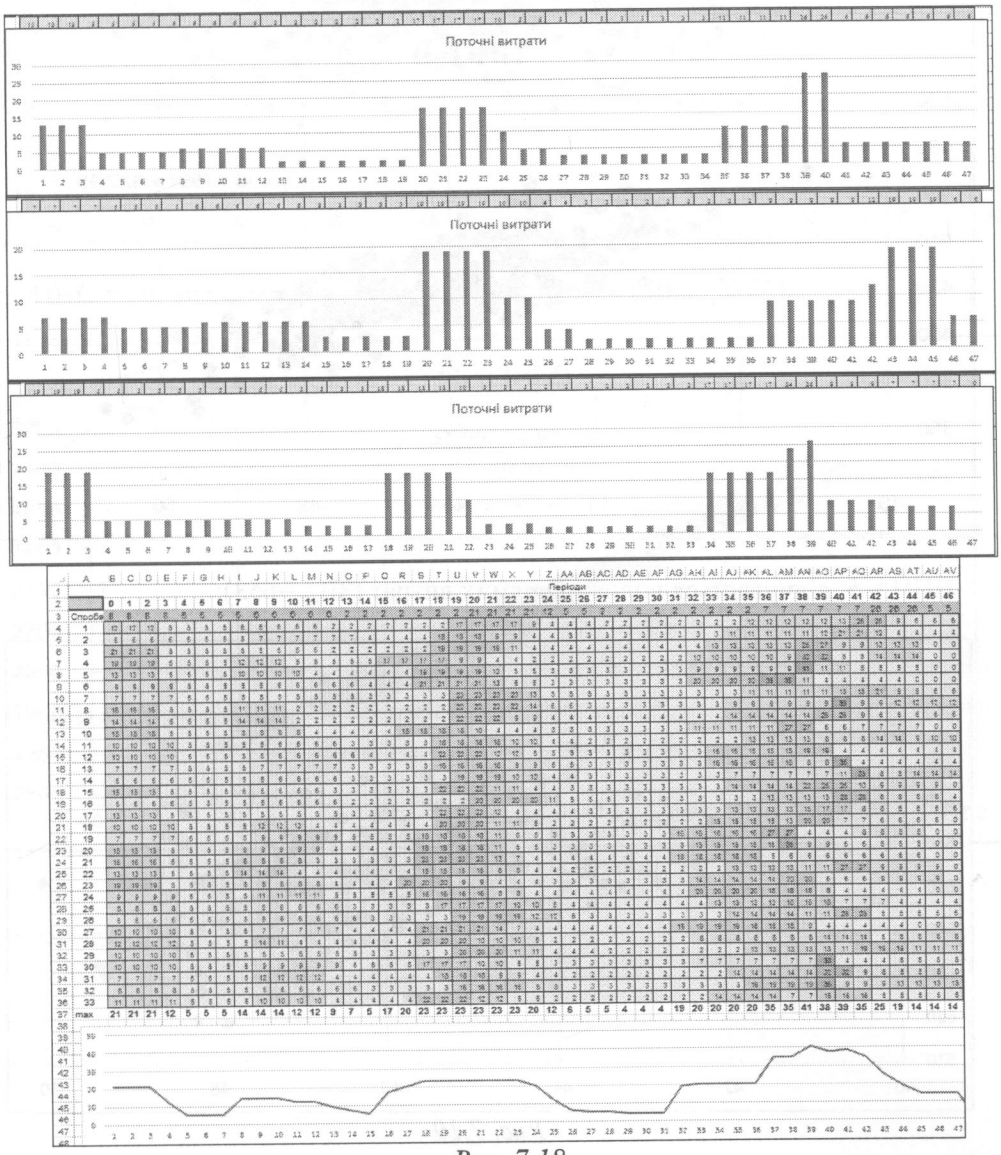
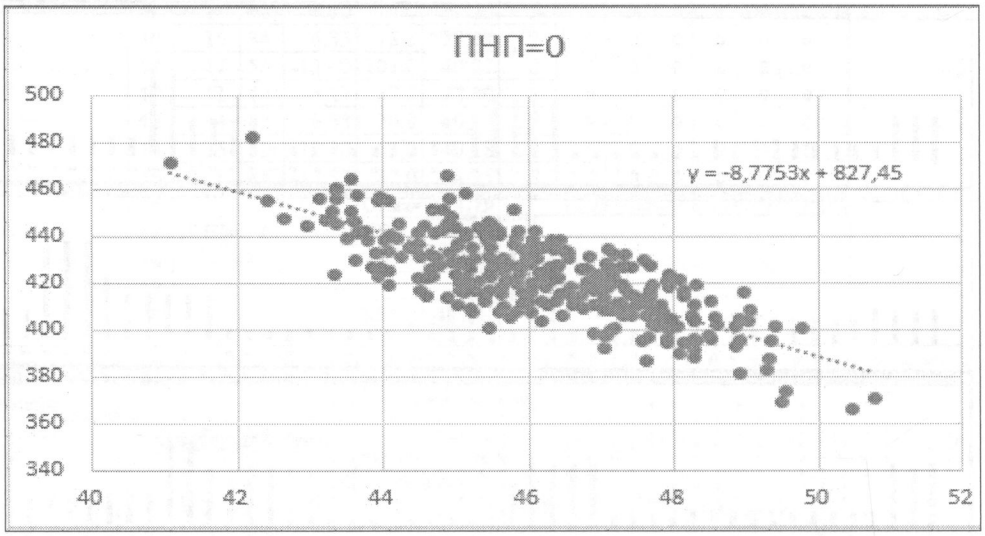


Рис. 7.18

Нарешті, маючи по 300 значень КШ та ЗВ, певним чином пов'язаних між собою, використаємо їх як аргумент (КШ) та функцію (ЗВ), щоби побудувати залежність ЗВ = f(КШ). Для цього треба посиланнями на аркуш ***Таблиця*** створити динамічну таблицю з двох стовпців (КШ, ЗВ) і побудувати точкову діаграму та лінію тренду. Залежно від питомих непрямих платежів (ПНП) вартісні графіки мають різну форму, визначаючи відповідний тренд (середня довжина КШ = 46).

Тренди наведено на рис. 7.19.

ПНП = 0, визначальні прямі витрати ($ЗВ_{ср}$ =422):



ПНП = 5, відчувається вплив непрямих витрат ($ЗВ_{ср}$ =653):

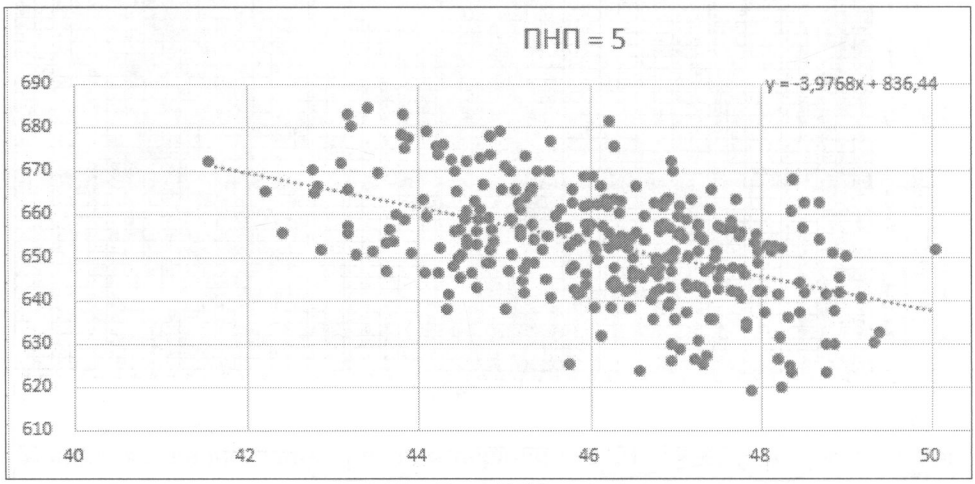
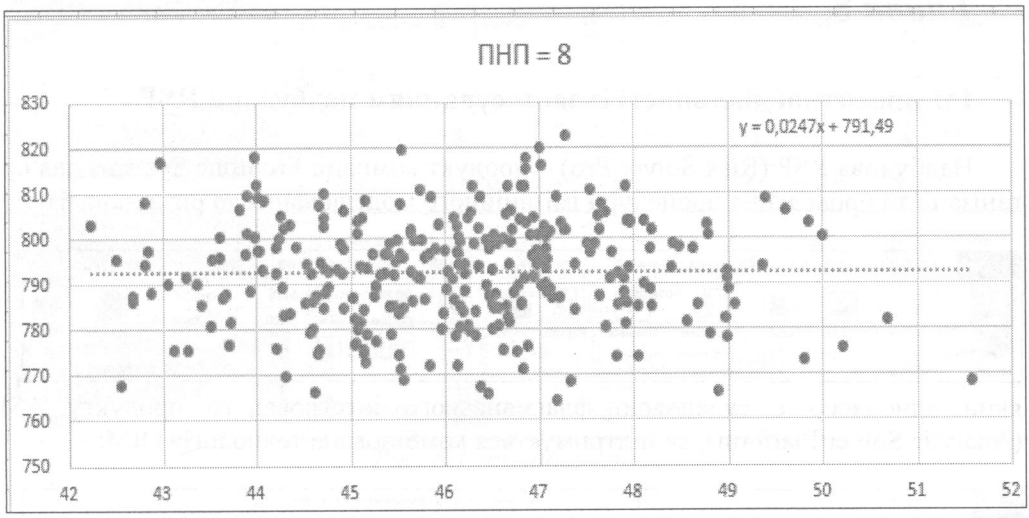


Рис. 7.19

ПНП = 8, збалансовані витрати ($ЗВ_{ср}$ =794):



ПНП = 50, визначальні високі непрямі витрати ($ЗВ_{ср}$ =2724):

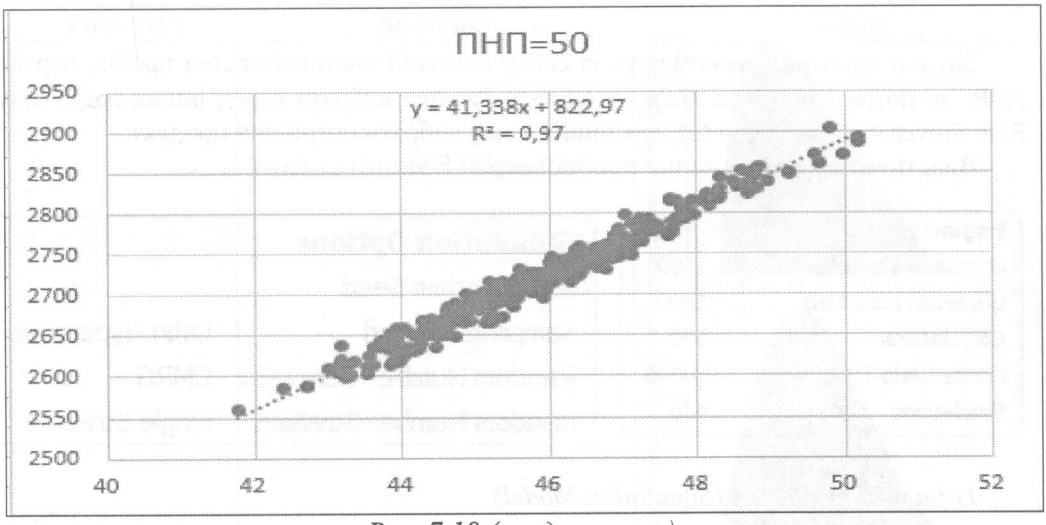
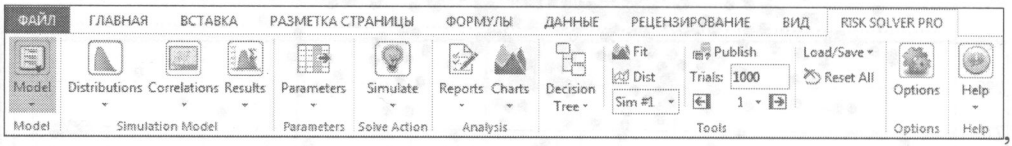


Рис. 7.19 (продовження)

Глава 8

ІМ проектної діяльності із застосуванням надбудови RSP

Надбудова RSP (Risk Solver Pro) – продукт компанії Frontline Systems для організації та проведення процедури імітаційного моделювання та ризик-аналізу:



який одночасно є складовою флагманського інтегрованого продукту ASP (Analytic Solver Platform), де підтримується комбінована технологія ОІМ:

Зручно один раз завантажити із сайту компанії www.solver.com пробну версію ASP, де потім командою *Help* → *Change Product* вибрати серед інших надбудову Risk Solver Pro для задачі ІМ, для інших задач вибрати потрібний продукт.

Властивості та обмеження пробної версії RSP:

Engine Limits	
Uncertain Variables	1500
Uncertain Functions	1500
Correlations	500
Monte Carlo Trials	50000
Simulations	400

Simulation Options	
Sim. Random Seed	
Sampling Method	Latin Hypercube
Random Number Generator	CMRG
Random Number Streams	Single Stream

Імітаційна модель (*Simulation Model*)

Звісно, першим засобом побудови ІМ є ГПвЧ в пункті меню *Distributions* (Розподіли) блоку інструментів *Simulation Model* представлена колекція 47 відповідних функцій, розподілених у 5 груп; рис. 8.1.

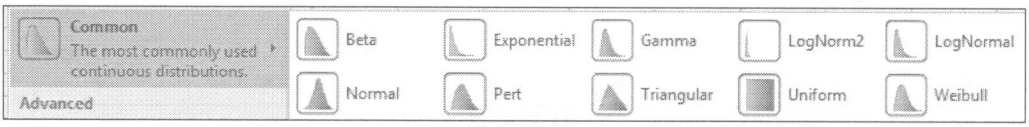


Рис. 8.1

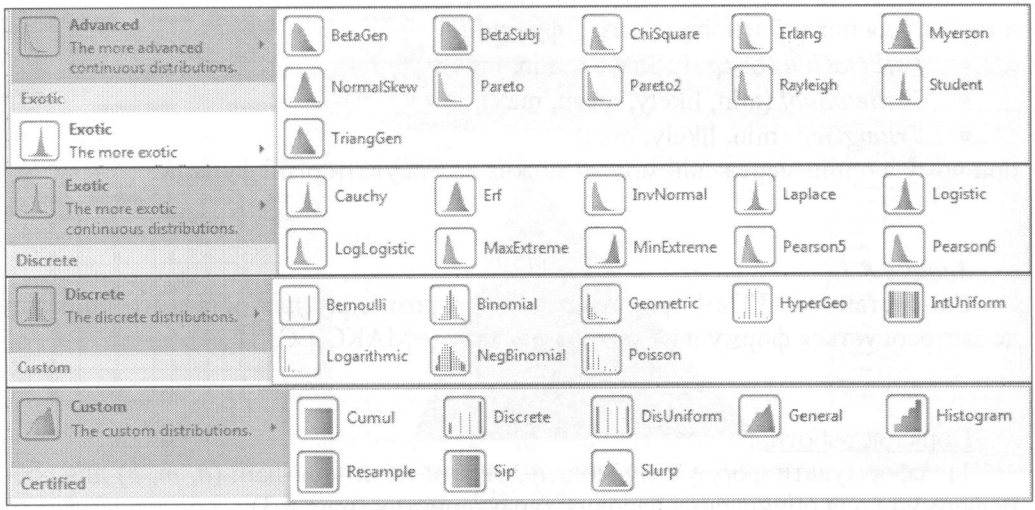


Рис. 8.1 (продовження)

Для мережевого моделювання проектів найчастіше застосовують три розподіли й відповідні їм функції (рис. 8.2).

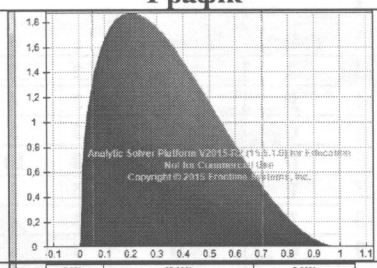
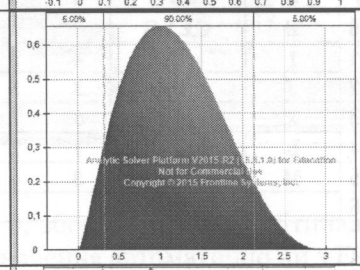
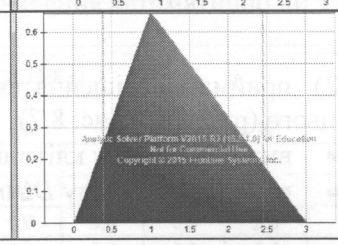
Розподіл	Функція	Графік
Beta	*PsiBeta* (Shape 1, Shape 2)	
Pert	*PsiPert* (min, likely, max)	
Triangular	*Psi Triangular* (min, likely, max)	

Рис. 8.2

а також, для поглибленого аналізу, функції:

- *PsiBetaGen* (Shape1, Shape2, min, max);
- *PsiBetaSubj* (min, likely, mean, max);
- *TriangGen* (min, likely, max),

при чому в одній мережевій моделі можна застосувати різні функції.

Задача 8.1

Скористаймось ГПвЧ трикутного та pert-розподілу для останього прикладу, де застосовується формульна модель проекту (=МАКС(ЕСЛИ …).

Порядок роботи:

1) сформувати формульну модель, увести початкові дані (*a*, *m*, *b*) для робіт та формули для обчислення часових характеристик (рис. 8.3).

H3 | =МАКС(ЕСЛИ(ЕЧИСЛО(НАЙТИ($A$3:$A$15;B3));$I$3:$I$15))

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1											
2	Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	A		2	3	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	B	A	3	4	6		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	C	B	2	3	7		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	D	B	8	10	14		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	E	D	6	8	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	F	D	3	4	5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	G	D	4	6	8		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	H	C,E,F,G	7	8	10		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11	I	H	4	5	7		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	J	H	3	5	9		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13	K	I	3	4	6		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14	L	J	1	2	4		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15	M	K,L	3	4	6		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
16										КШ	

Рис. 8.3

2) приймаємо рішення скористатися трикутним розподілом ймовірностей, для цього (рис. 8.4 – рис. 8.7):

- виділити першу клітинку (F3) у стовпці Трив. (*t*);
- виконати команду *Distributions* → *Common* → *Triangular*;

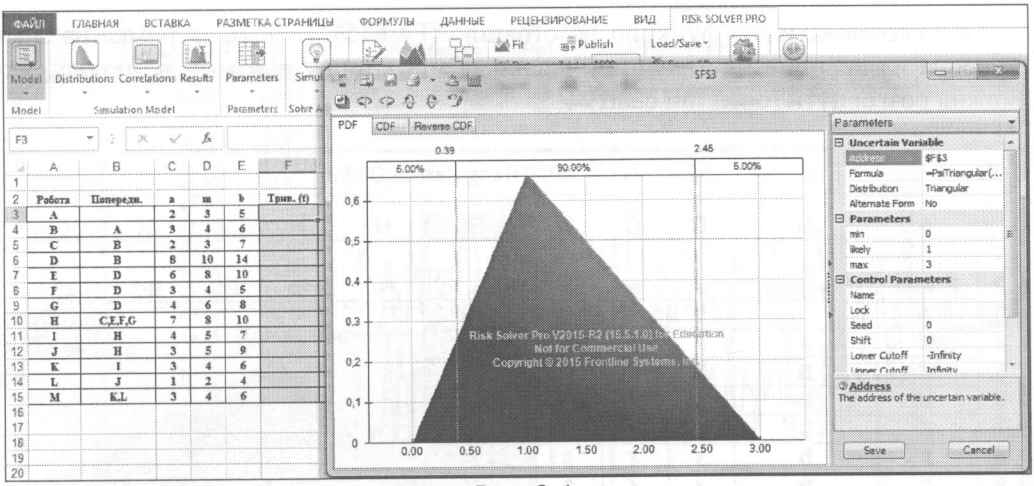


Рис. 8.4

у правій панелі *Parameters* кліком по зоні min вказати клітинку C3 зі значенням *a*

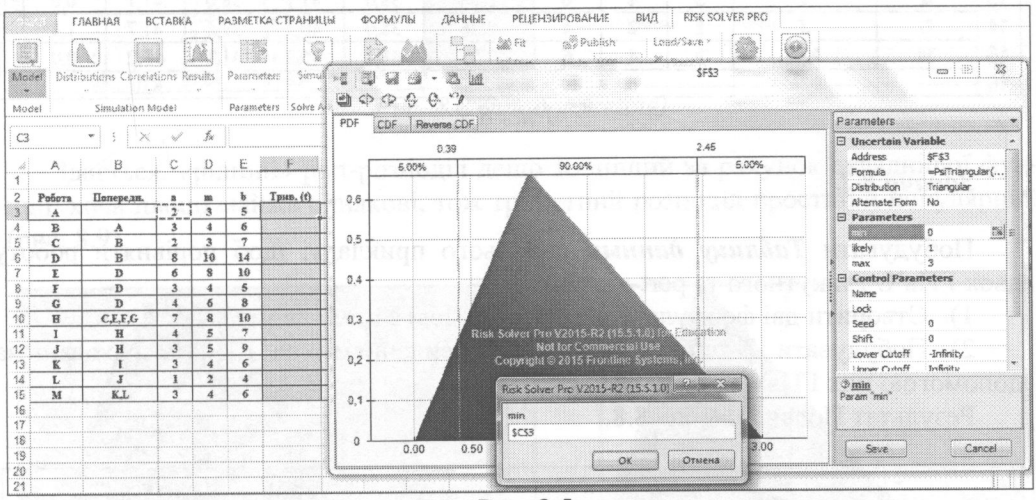


Рис. 8.5

аналогічно, вказати клітинки зі значеннями *m* та *b*, зберегти (*Save*), клітинка F3 містить бажану функцію, яка вже діє (змінюючи значення автоматично чи з F9):

F3 =PsiTriangular(C3;D3;E3)

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1											
2	Робота	Попереди.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	A		2	3	5	3,84	0,0	3,8	0,0	3,8	0,0
4	B	A	3	4	6		3,8	3,8	3,8	3,8	0,0

Рис. 8.6

• скопіювати цю функцію по стовпцю (F4:F15), готово, затримка на мить курсора на певній з цих клітинок викликає мініатюрну діаграму розподілу, яку можна розгорнути (open full chart):

F3 =PsiTriangular(C3;D3;E3)

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1											
2	Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
3	A		2	3	5	3,08					
4	B	A	3	4	6	3,90					
5	C	B	2	3	7	2,86					
6	D	B	8	10	14	9,45					
7	E	D	6	8	10	8,51					
8	F	D	3	4	5	4,23					
9	G	D	4	6	8	6,73					
10	H	C,E,F,G	7	8	10	7,60	24,9	32,5	24,9	32,5	0,0
11	I	H	4	5	7	5,46	32,5	38,0	32,5	38,0	0,0
12	J	H	3	5	9	5,48	32,5	38,0	33,9	39,4	1,4
13	K	I	3	4	6	3,68	38,0	41,7	38,0	41,7	0,0
14	L	J	1	2	4	2,26	38,0	40,3	39,4	41,7	1,4
15	M	K,L	3	4	6	3,55	41,7	45,2	41,7	45,2	0,0
16										КШ	

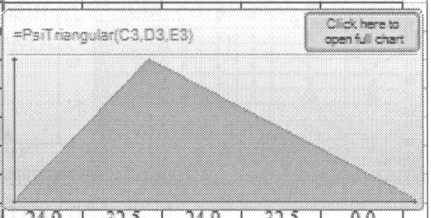


Рис. 8.7

Задача 8.2.

Побудувати ***Таблицу данных*** для цього прикладу, щоб порівняти роботу двох ГПвЧ: трикутного та pert-розподілів.

1) Створити дві формульні мережеві моделі з цима двома функціями.

2) Побудувати ***Таблицу данных*** із посиланнями на КШ, розраховані за допомогою цих ГПвЧ.

Результат Подано на рис. 8.8.

F2 =PsiPert(C2;D2;E2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	σ	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
2	A		2	3	5	2,16					0,0	-2,2
3	B	A	3	4	6	4,73					4,7	0,0
4	C	B	2	3	7	4,07					25,2	16,4
5	D	B	8	10	14	10,71					15,4	0,0
6	E	D	6	8	10	9,71					25,2	0,0
7	F	D	3	4	5	3,93					25,2	5,8
8	G	D	4	6	8	4,75					25,2	5,0
9	H	C,E,F,G	7	8	10	8,15	0,25	25,2	33,3	25,2	33,3	0,0
10	I	H	4	5	7	5,36	0,25	33,3	38,7	33,3	38,7	0,0
11	J	H	3	5	9	3,55	1,00	33,3	36,9	37,7	41,3	4,4
12	K	I	3	4	6	4,40	0,25	38,7	43,1	38,7	43,1	0,0
13	L	J	1	2	4	1,78	0,25	36,9	38,6	41,3	43,1	4,4
14	M	K,L	3	4	6	5,29	0,25	43,1	48,4	43,1	48,4	0,0
15											КШ	

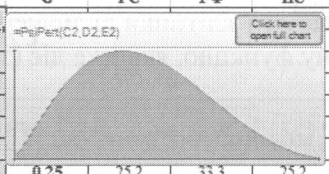


Рис. 8.8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		PsiTriangular	PsiPert		PsiTriangular	PsiPert		Параметри проекту				
2	Спроба	44,7333182	41,3065		53,70	48,78		Максимальна тривалість				
3	1	50,97	45,09		48,88	44,21		Середня тривалість				
4	2	50,41	43,97		44,90	39,52		Мінімальна тривалість				
5	3	52,61	43,87									
6	4	45,59	41,41									
7	5	45,96	42,47									
8	6	47,25	42,03									
9	7	47,36	43,06									
10	8	50,35	46,59									
11	9	50,06	44,56									
12	10	47,65	41,90									
13	11	49,12	46,19									
14	12	46,75	44,64									
15	13	46,86	44,72									
16	14	52,39	39,99									
17	15	49,55	46,00									
18	16	50,20	44,07									
19	17	47,90	46,81									
20	18	53,53	45,37									
21	19	48,81	43,40									
22	20	46,65	43,19									
23	21	49,86	44,56									
24	22	45,94	44,06									
25	23	47,73	44,04									
26	24	45,21	46,07									
27	25	51,30	42,69									
28	26	48,85	43,23									
29	27	52,05	46,82									
30	28	51,64	41,83									

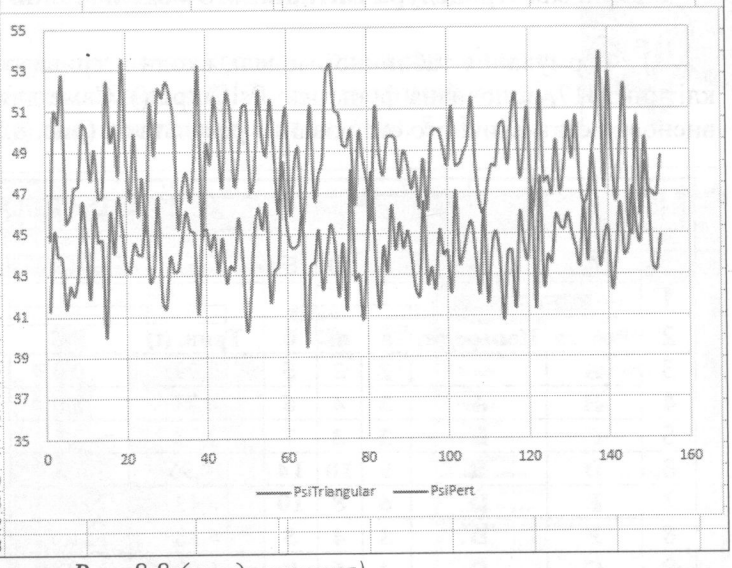


Рис. 8.8 (продовження)

Здається, «рідний» pert-розподіл дещо точніший за рахунок складнішої функції, хоча площі майже однакові, тож трикутний розподіл простий й популярний (рис. 8.9).

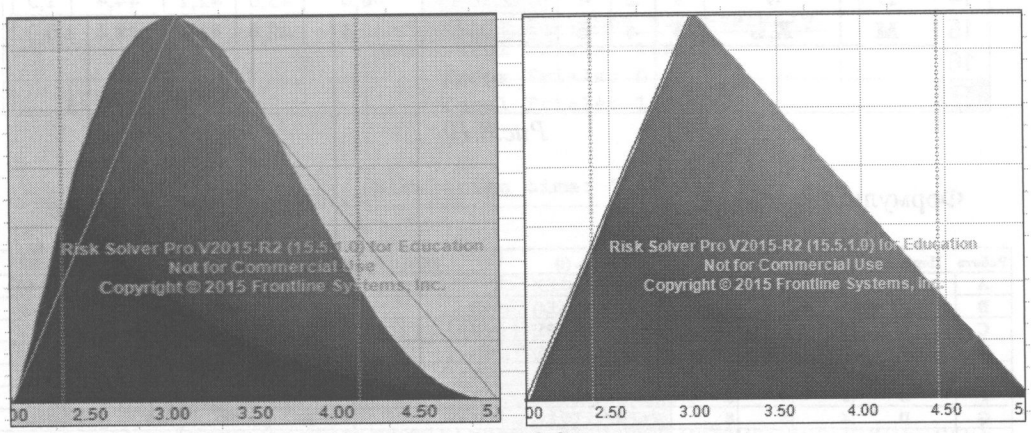


Рис. 8.9

Однак, продовжити роботу з RSP із цією формульною моделлю нема змоги через наявність циклічного алгоритму розрахунку часових характеристик:

```
Circular reference in simulation does not
converge.
```

Тому скористаємось вузловою формульною моделлю з функціями МАКС/МИН, яку ми будувати на початку (див. *Додаток 1*).

Задача 8.3. Процедура імітаційного моделювання в RSP

1) Формування табличної моделі, входи – тривалості робіт, єдиний вихід – клітинка J17, доповнена функцією PsiOutput(). Саме для неї будуть формуватися висновки статистичного оцінювання результатів (рис. 8.10).

J17 | =J15+ PsiOutput()

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	**Робота**	**Попередн.**	**a**	**m**	**b**	**Трив. (t)**	**РС**	**РФ**	**ПС**	**ПФ**	**ЗР**
3	**A**		**2**	**3**	**5**	2,99	0,0	3,0	0,0	3,0	0,0
4	**B**	**A**	**3**	**4**	**6**	4,77	3,0	7,8	3,0	7,8	0,0
5	**C**	**B**	**2**	**3**	**7**	2,72	7,8	10,5	24,1	26,8	16,4
6	**D**	**B**	**8**	**10**	**14**	10,95	7,8	18,7	7,8	18,7	0,0
7	**E**	**D**	**6**	**8**	**10**	8,13	18,7	26,8	18,7	26,8	0,0
8	**F**	**D**	**3**	**4**	**5**	4,28	18,7	23,0	22,6	26,8	3,8
9	**G**	**D**	**4**	**6**	**8**	6,00	18,7	24,7	20,8	26,8	2,1
10	**H**	**C,E,F,G**	**7**	**8**	**10**	8,49	26,8	35,3	26,8	35,3	0,0
11	**I**	**H**	**4**	**5**	**7**	5,01	35,3	40,3	35,33	40,34	0,0
12	**J**	**H**	**3**	**5**	**9**	5,30	35,3	40,6	36,8	42,1	1,5
13	**K**	**I**	**3**	**4**	**6**	4,10	40,3	44,4	40,3	44,4	0,0
14	**L**	**J**	**1**	**2**	**4**	2,36	40,6	43,0	42,1	44,4	1,5
15	**M**	**K,L**	**3**	**4**	**6**	3,93	44,4	48,4	44,4	48,4	0,0
16											
17									**КШ=**	**48,37**	

Рис.8.10

Формули

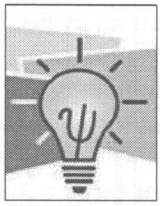
Робота	Попередн.	a	m	b	Трив. (t)	РС	РФ	ПС	ПФ	ЗР
A		2	3	5	=PsiPert(C3;D3;E3)	0	=G3+F3	=J3-F3	=I4	=I3-G3
B	A	3	4	6	=PsiPert(C4;D4;E4)	=H3	=G4+F4	=J4-F4	=МИН(I5;I6)	=I4-G4
C	B	2	3	7	=PsiPert(C5;D5;E5)	=H4	=G5+F5	=J5-F5	=I10	=I5-G5
D	B	8	10	14	=PsiPert(C6;D6;E6)	=H4	=G6+F6	=J6-F6	=МИН(I7;I8;I9)	=I6-G6
E	D	6	8	10	=PsiPert(C7;D7;E7)	=H6	=G7+F7	=J7-F7	=I10	=I7-G7
F	D	3	4	5	=PsiPert(C8;D8;E8)	=H6	=G8+F8	=J8-F8	=I10	=I8-G8
G	D	4	6	8	=PsiPert(C9;D9;E9)	=H6	=G9+F9	=J9-F9	=I10	=I9-G9
H	C,E,F,G	7	8	10	=PsiPert(C10;D10;E10)	=МАКС(H5;H7:H9)	=G10+F10	=J10-F10	=МИН(I11;I12)	=I10-G10
I	H	4	5	7	=PsiPert(C11;D11;E11)	=H10	=G11+F11	=J11-F11	=I13	=I11-G11
J	H	3	5	9	=PsiPert(C12;D12;E12)	=H10	=G12+F12	=J12-F12	=I14	=I12-G12
K	I	3	4	6	=PsiPert(C13;D13;E13)	=H11	=G13+F13	=J13-F13	=I15	=I13-G13
L	J	1	2	4	=PsiPert(C14;D14;E14)	=H12	=G14+F14	=J14-F14	=I15	=I14-G14
M	K,L	3	4	6	=PsiPert(C15;D15;E15)	=МАКС(H13:H14)	=G15+F15	=J15-F15	=H15	=I15-G15
								КШ=	=J15+ PsiOutput()	

Рис. 8.10 (продовження)

2) Запуск процедури.

Команди:

- Trials 1000 (1000 спроб в сеансі);
- *Simulate→ Interactive* (лампочка світла, «не горить») – кліком на неї запуск процедури;
- через пару секунд psi-лампочка «горить», на екрані вікно із результатами щодо вихідної клітинки (J17); це частотний графік або гістограма (Frequency) та статистика (Statistics) (рис. 8.11).



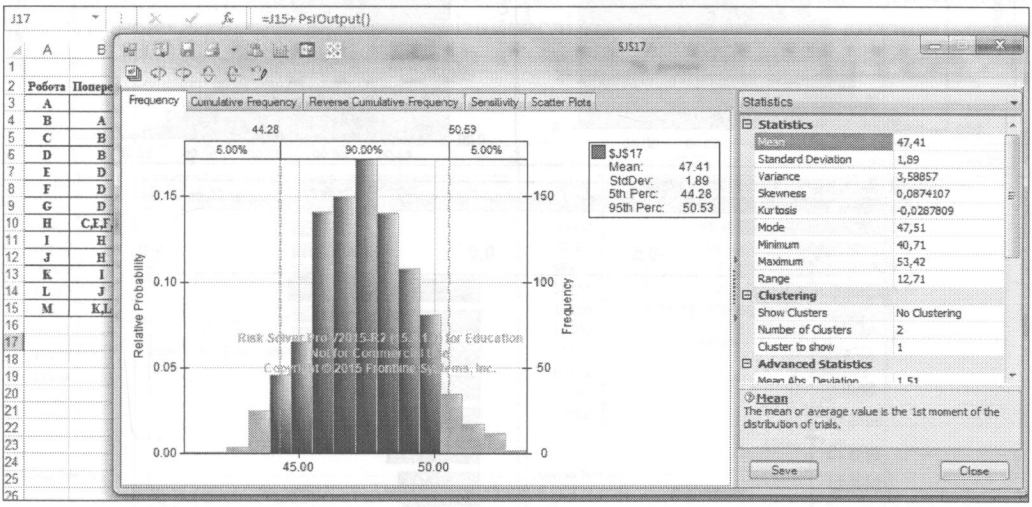


Рис. 8.11

Повідомлення про успіх:

```
Simulation finished successfully.
Successful Trials: 1000
     Error Trials: 0
     Total Trials: 1000

Simulation time: 3,37 Seconds.
```

Аналіз отриманого результату

Статистика:

- середня тривалість проекту (47,41 час. од.);
- діапазон (min-max): 40,71 – 53,42;
- 90 % значень припадає на діапазон 44 – 51 од.
- багато інших (за цими даними корисно вивчати математичну статистику).

Основне вікно має 5 закладок (рис. 8.12):

- частотний графік (Frequency);
- прямий та обернений накопичувальний частотні графіки (Cumulative Frequency, Reverse Cumulative Frequency);
- діаграму чутливості (Sensitivity)

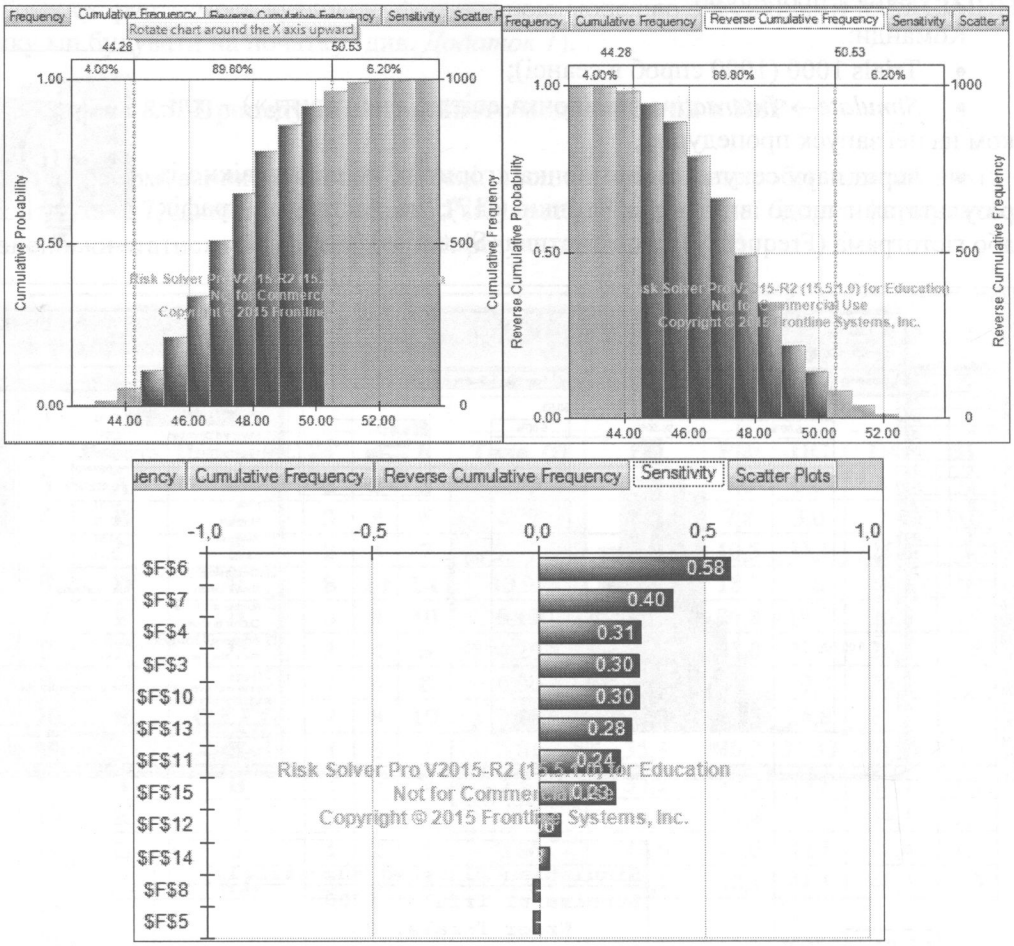


Рис. 8.12

та точкові діаграми значень тривалостей кожної із робіт (Scatter Plots):

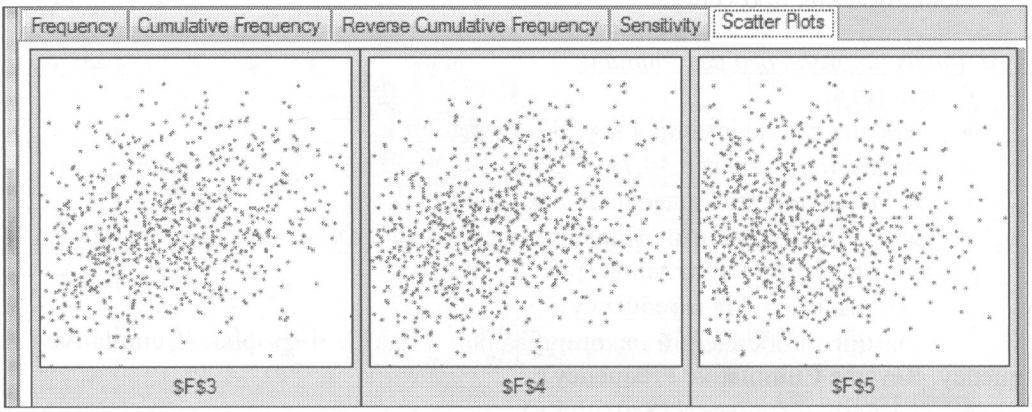


Рис. 8.12 (продовження)

Діаграма чутливості

Здається, всі роботи мають однаковий вплив на кінцевий результат, однак це не так, навіть серед критичних робіт є певна ієрархія, це різні рівні (рейтинги, rank) важливості й впливовості. Визначити ці рівні непросто, тож надзвичайно цікавою й корисною для ОПР є діаграма чутливості у вигляді діаграми «Торнадо» – тут вісь посередині, на яку «нанизані» як на шампур позитивні/негативні оцінки впливів тривалостей робіт на тривалість проекту, це, фактично, статистичний зв'язок (кореляція) «тривалість робіт – тривалість проекту». Залежно від аналітичного методу вони мають різні послідовності й форму (у кожному сеансі й у вас результати інші, рис. 8.13).

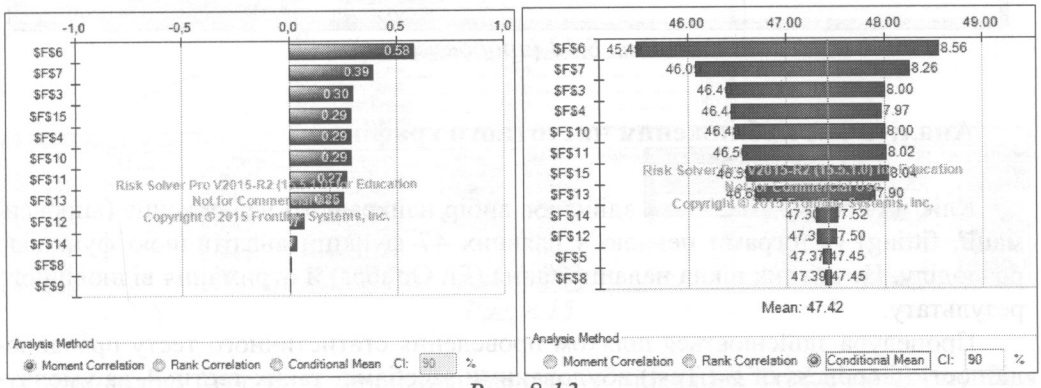


Рис. 8.13

Кореляція значень (Moment Correlation)

Зліва на рис. 8.13 на правій (додатній) половині діаграми розміщено 10 критичних робіт із додатнім коефіцієнтом кореляції (прямий зв'язок) у спадному порядку рейтингів робіт:

D E A M B H I K,

за ними підкритичні роботи J та L, на лівій половині – гарантовано некритичні й слабовпливові роботи F та G, робота C з великим резервом взагалі не згадується (в іншому сеансі рейтинг може змінитися).

Лідер рейтингу – робота D із коефіцієнтом кореляції r (D) = +0,58, при $r > 0,5$ вважається, що ймовірно існує статистичний зв'язок між тривалістю роботи D та величиною КШ.

Кореляція середніх за заданою умовою (Correlation Mean CI: 90 %)

На правому рисунку видно, як діапазон зміни тривалості кожної роботи визначає діапазон значень КШ, знову найбільш впливовою є робота D, діапазон її середніх значень розхитує значення КШ в найширших межах: 45,4 ÷ 48,5 од. із середнім (47,42), тут порядок рейтингів робіт дещо інший.

КШ: графік чутливості:

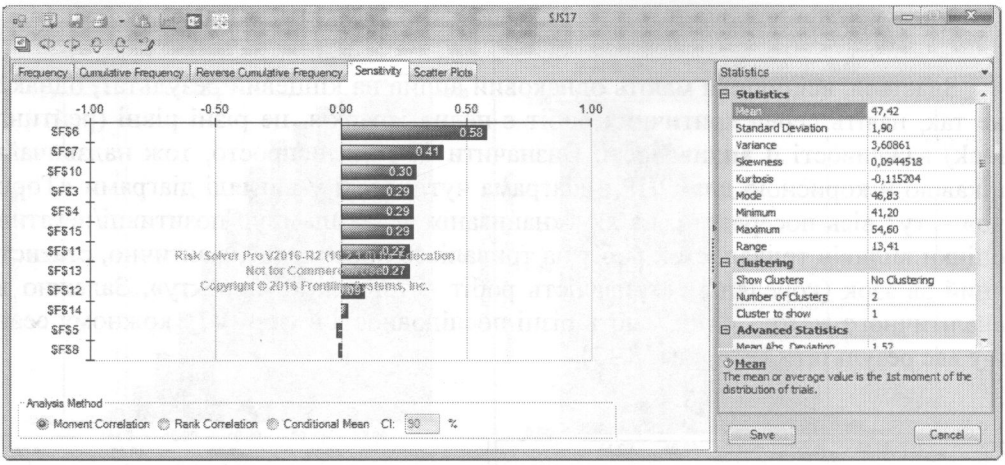
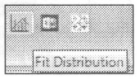


Рис. 8.13 (продовження)

Аналітичне наближення частотного графіка

Клік на кнопку 

здійснює вибір найкращого наближення (апроксимації, fitting) гістограми певною з наявних 47 функцій аналітичною функцією розподілу. Це виклик вікна налаштування (Fit Options) й отримання відповідного результату.

Процедура здійснюється шляхом проведення статистичного тесту правдоподібності (Goodness of Fit Test) вбудованими засобами, таких тестів 4, за умовчуванням діє тест AIC/BIC statistics (рис. 8.14)[63].

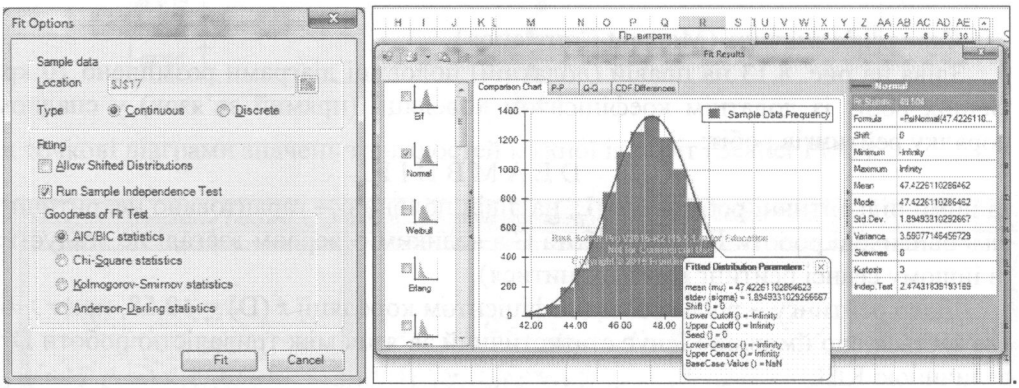


Рис. 8.14

У прикладі отримано[64] кращий розподіл значення тривалості проекту Erf з оцінкою Fit Statistic = 48,3 та нормальний розподіл з оцінкою 49,5.

---

[63] За певним критерієм перевіряється гіпотеза про належність отриманої вибірки даних щодо довжини КШ певному закону розподілу.

[64] Суть показника Fit Statistic – сума відхилень реальних даних від даних, обчислених за допомогою моделі цих даних (функції розподілу); чим сума менша, тим краще підібрана модель (аналог – лінійна регресія).

Звіти

Командою Reports → Simulation Reports → Simulation формується звіт, де, зокрема, обчислено узагальнені статистичні оцінки тривалостей робіт; рис. 8.15:

	A	B	C	D
4	**Simulation time: 2,293 seconds.**			
5				
6	General Simulation Information			
7		**Simulation Options**		**Value**
8		Simulations Run		1
9		Trials per Simulation		1000
10		Number of Error Trials		0
11		Current Simulation		1
12		Random Number Generator	CMRG	
13		Sampling Method	Latin Hypercube	
14		Random Number Stream	Single Stream	
15		Simulation Seed		0
16		Interpreter Used	Automatic	
17		Correlations Used	Yes	
18				
19		**Model Information**		**Quantity**
20		Uncertain Variables		13
21		Uncertain Functions		1
22		Correlated Variables		0
23				
24		**Global Bounds**	**Measure**	**Value**
25		Lower Cutoff	None	-1E+30
26		Upper Cutoff	None	1E+30
27		Lower Censor	None	-1E+30
28		Upper Censor	None	1E+30

30	Uncertain Variable Summary Information									
31	**Cell**	**Name**	**Distribution**	**Mean**	**Std Dev**	**Minimum**	**Maximum**	**25th Percentile**	**50th Percentile**	**75th Percentile**
32	$F$3	A Трив. (t)	PsiPert(C3,D3,E3)	3,16666667	0,5527708	2	5	2,739667127	3,127437521	3,555990066
33	$F$4	A Трив. (t)	PsiPert(C4,D4,E4)	4,16666667	0,5527708	3	6	3,739667127	4,127437521	4,555990066
34	$F$5	B Трив. (t)	PsiPert(C5,D5,E5)	3,5	0,8660254	2	7	2,817157488	3,383361297	4,071133135
35	$F$6	B Трив. (t)	PsiPert(C6,D6,E6)	10,3333333	1,1055416	8	14	9,479334255	10,25487504	11,11198013
36	$F$7	D Трив. (t)	PsiPert(C7,D7,E7)	8	0,75592895	6	10	7,437744659	8	8,562255341
37	$F$8	D Трив. (t)	PsiPert(C8,D8,E8)	4	0,37796447	3	5	3,71887233	4	4,28112767
38	$F$9	D Трив. (t)	PsiPert(C9,D9,E9)	6	0,75592895	4	8	5,437744659	6	6,562255341
39	$F$10	C,E,F,G Трив. (t)	PsiPert(C10,D10,E10)	8,16666667	0,5527708	7	10	7,739667127	8,127437521	8,555990066

Рис. 8.15

Командою Reports → Simulation Reports → Simulation Trial Data формується звіт щодо поточних значень тривалостей робіт у формі автоматично сформованої ***Таблицы данных*** (на 10000 спроб), які є основою побудови попередньої таблиці (рис. 8.16, фрагменти).

A1 | Microsoft Excel15.0 Simulation Report

	A	B	C	D	E
4	**Simulation time: 3,572 seconds.**				
5					
6		**Модель'!$F$3 (PsiPert(C3,D3,E3))**	**Модель'!$F$4 (PsiPert(C4,D4,E4))**	**Модель'!$F$5 (PsiPert(C5,D5,E5))**	**Модель'!$F$6 (PsiPert(C6,D6,E6))**
7		2,697864784	3,853154486	3,84083386	9,768772223
8		3,309843171	3,676997049	2,206506288	9,221476596
9		2,021208793	4,812523603	3,855174888	9,773026635
10		2,96933178	3,656042565	2,299358134	9,295105338
11		2,859433207	4,216936803	3,315563249	11,693163

...

	A	B	C	D	E
10000		2,600847554	4,186366871	2,221725482	8,879670548
10001		3,802697656	3,273212315	2,151996855	9,786873113
10002		3,251239209	3,046394477	2,609379589	8,792305085
10003		3,442887888	3,554100572	3,462015686	8,611749123
10004		3,396603504	3,929889342	3,439034	10,4656705
10005		3,904860021	3,415804128	4,548030706	9,79432364
10006		3,537438279	5,06278328	3,041133704	10,94514596

Рис. 8.16

Маючи цю таблицю, можна вбудованими засобами Excel виконати необхідні процедури.

***Задача 8.4.* Декілька виходів**

Значення питомих непрямих витрат (ПНП) задано дискретною функцією рівномірного розподілу PsiIntUniform(3;10), це аналог вбудованої функції СЛУЧМЕЖДУ(a;b), значення тривалостей робіт – PsiPert(a;m;b), число спроб 10000.

Окрім основного виходу – обчислення значення КШ, додано виходи:

- сума прямих витрат;
- сума непрямих витрат;
- загальні витрати;
- максимум щоденних ресурсних витрат (коштів),

для яких треба отримати відповідні оцінки.

Результати (рис. 8.17)

Сума прямих витрат:

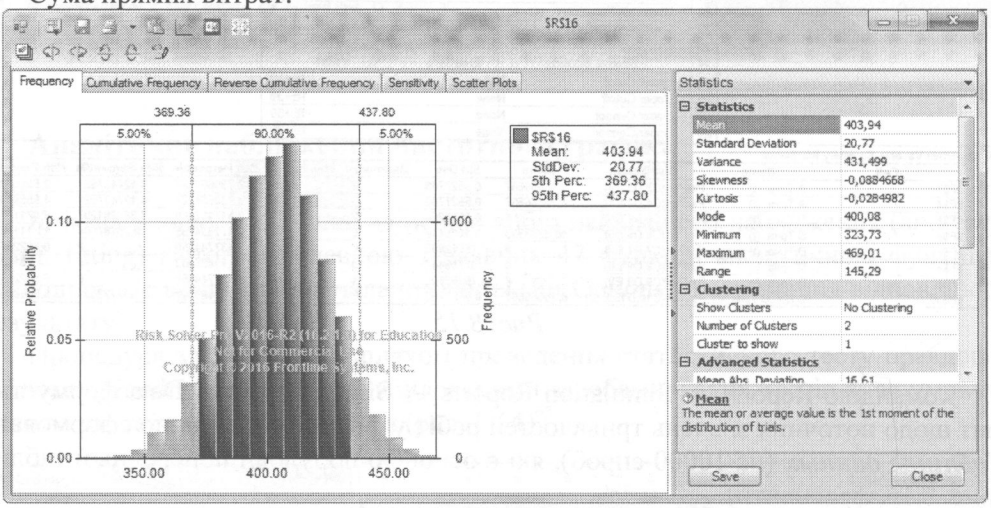


Рис. 8.17

Сума непрямих витрат

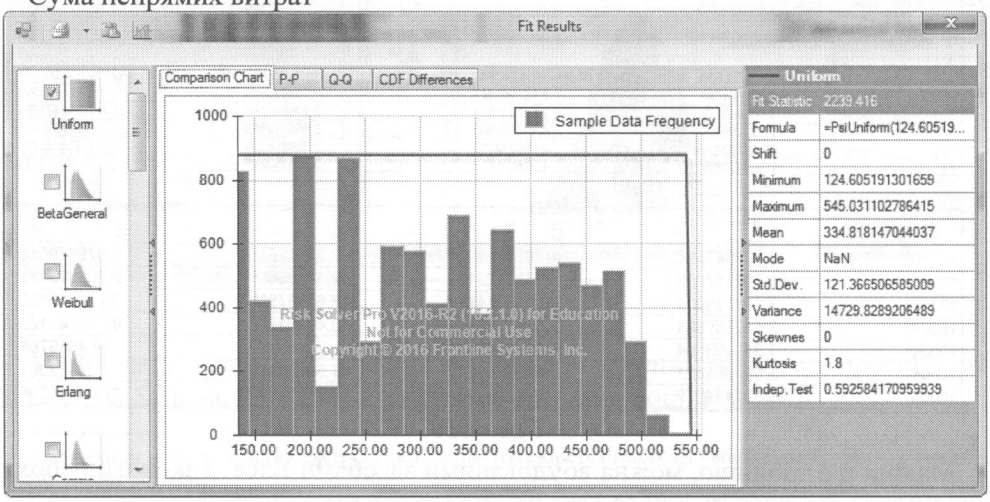


Рис. 8.17 (продовження)

Сума загальних витрат

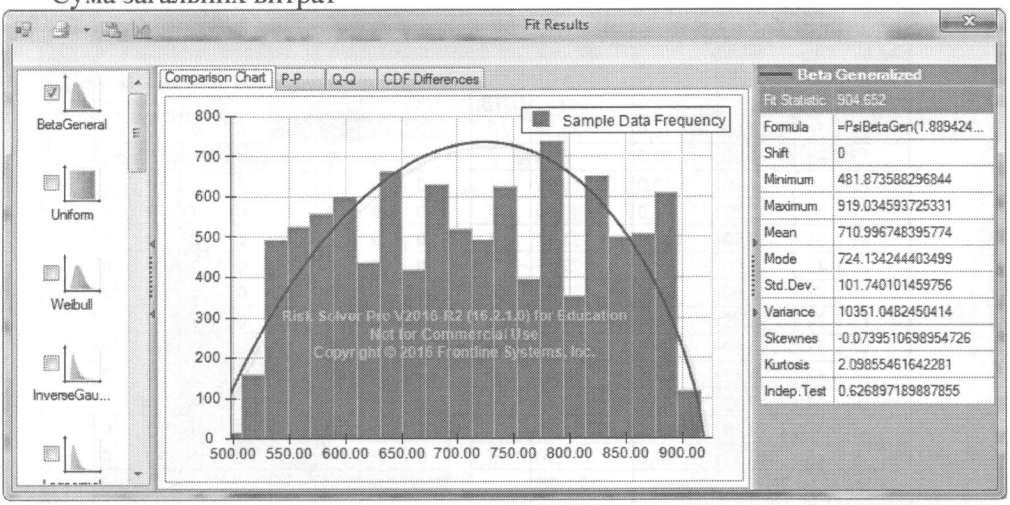


Рис. 8.17 (продовження)

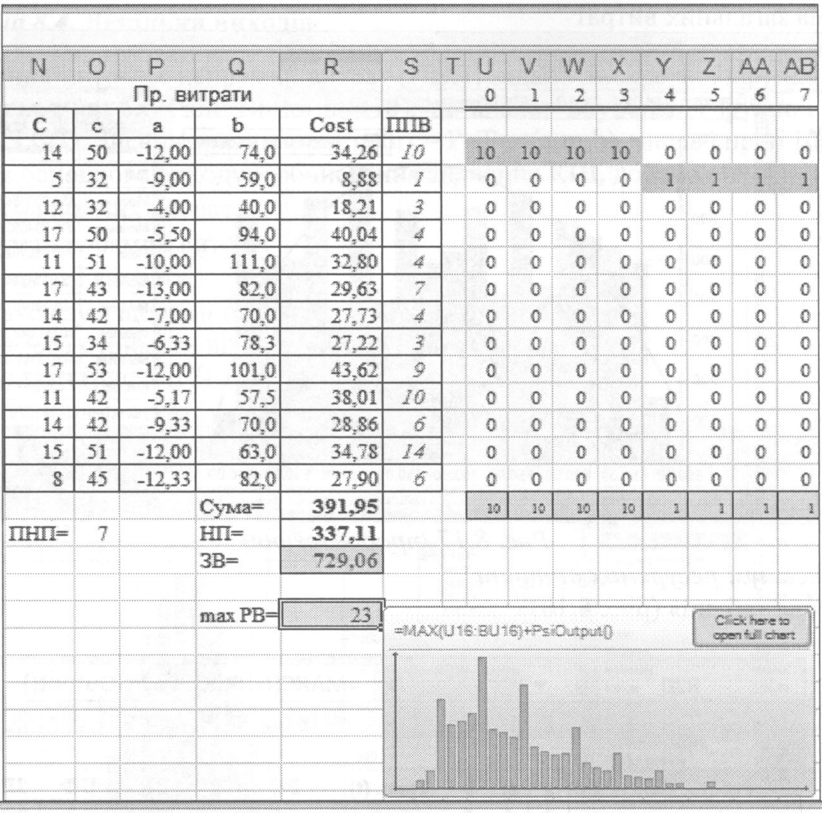
Максимум ресурсних витрат

Робоча таблиця (рис. 8.18)

R20 f_x =МАКС(U16:BU16)+PsiOutput()

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	**Робота**	**Попередн.**	**a**	**m**	**b**	**Трив. (t)**	**РС**	**РФ**	**ПС**	**ПФ**	**ЗР**
3	**A**		**2**	**3**	**5**	3,31	0,0	3,3	0,0	3,3	0,0
4	**B**	**A**	**3**	**4**	**6**	5,57	3,3	8,9	3,3	8,9	0,0
5	**C**	**B**	**2**	**3**	**7**	5,45	8,9	14,3	21,1	26,5	12,2
6	**D**	**B**	**8**	**10**	**14**	9,81	8,9	18,7	8,9	18,7	0,0
7	**E**	**D**	**6**	**8**	**10**	7,82	18,7	26,5	18,7	26,5	0,0
8	**F**	**D**	**3**	**4**	**5**	4,03	18,7	22,7	22,5	26,5	3,8
9	**G**	**D**	**4**	**6**	**8**	6,04	18,7	24,7	20,5	26,5	1,8
10	**H**	**C,E,F,G**	**7**	**8**	**10**	8,07	26,5	34,6	26,5	34,6	0,0
11	**I**	**H**	**4**	**5**	**7**	4,78	34,6	39,4	34,58	39,36	0,0
12	**J**	**H**	**3**	**5**	**9**	3,77	34,6	38,4	37,6	41,4	3,1
13	**K**	**I**	**3**	**4**	**6**	4,41	39,4	43,8	39,4	43,8	0,0
14	**L**	**J**	**1**	**2**	**4**	2,35	38,4	40,7	41,4	43,8	3,1
15	**M**	**K,L**	**3**	**4**	**6**	4,39	43,8	48,2	43,8	48,2	0,0
16											
17									КШ=	**48,16**	

Рис. 8.18

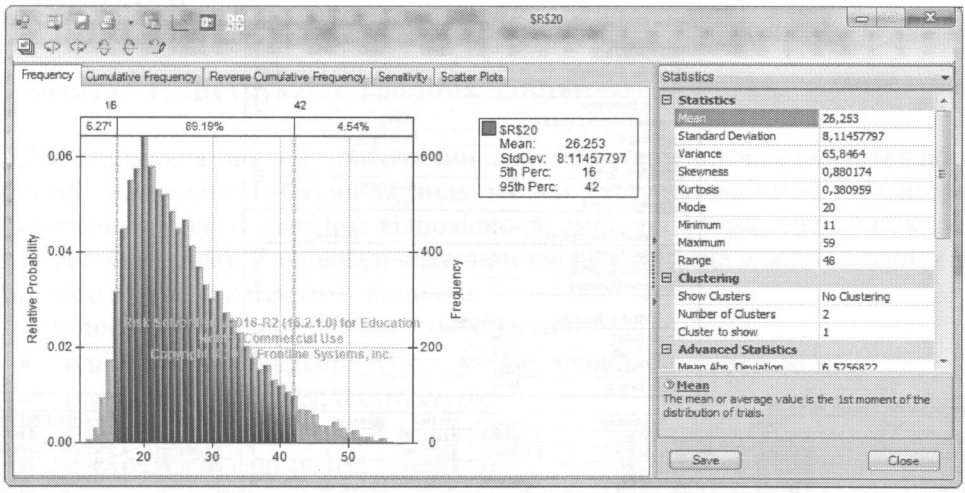


N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
Пр. витрати							0	1	2	3	4	5	6	7
C	c	a	b	Cost	ППВ									
14	50	-12,00	74,0	34,26	*10*		10	10	10	10	0	0	0	0
5	32	-9,00	59,0	8,88	*1*		0	0	0	0	1	1	1	1
12	32	-4,00	40,0	18,21	*3*		0	0	0	0	0	0	0	0
17	50	-5,50	94,0	40,04	*4*		0	0	0	0	0	0	0	0
11	51	-10,00	111,0	32,80	*4*		0	0	0	0	0	0	0	0
17	43	-13,00	82,0	29,63	*7*		0	0	0	0	0	0	0	0
14	42	-7,00	70,0	27,73	*4*		0	0	0	0	0	0	0	0
15	34	-6,33	78,3	27,22	*3*		0	0	0	0	0	0	0	0
17	53	-12,00	101,0	43,62	*9*		0	0	0	0	0	0	0	0
11	42	-5,17	57,5	38,01	*10*		0	0	0	0	0	0	0	0
14	42	-9,33	70,0	28,86	*6*		0	0	0	0	0	0	0	0
15	51	-12,00	63,0	34,78	*14*		0	0	0	0	0	0	0	0
8	45	-12,33	82,0	27,90	*6*		0	0	0	0	0	0	0	0
			Сума=	**391,95**			10	10	10	10	1	1	1	1
ПНП=	7		НП=	**337,11**										
			ЗВ=	729,06										
			max PB=	23										

U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
10	10	10	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	7	7	7	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	10	10	10	1	1	1	1	1	7	7	7	7	7	7	4	4	4	4	15	15	15	15	8	8	4

Рис. 8.18 (продовження)

Частотний графік:



Наближення частотного графіка

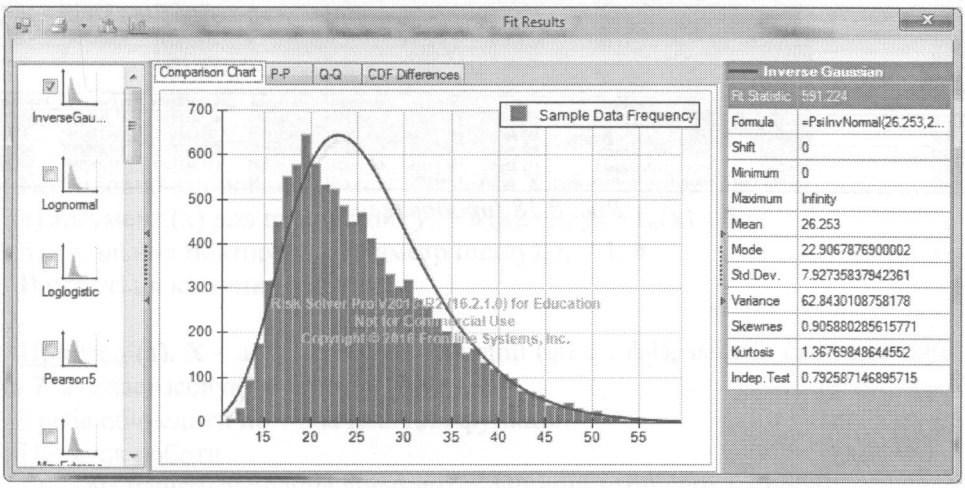


Рис. 8.18 (продовження)

Звіт Simulation

Simulation time: 3,25 seconds.

General Simulation Information

Simulation Options	Value
Simulations Run	1
Trials per Simulation	10000
Number of Error Trials	0
Current Simulation	1
Random Number Generator	CMRG
Sampling Method	Latin Hypercube
Random Number Stream	Single Stream
Simulation Seed	0
Interpreter Used	Automatic
Correlations Used	Yes

Model Information	Quantity
Uncertain Variables	14
Uncertain Functions	5
Correlated Variables	0

Global Bounds	Measure	Value
Lower Cutoff	None	-1E+30
Upper Cutoff	None	1E+30
Lower Censor	None	-1E+30
Upper Censor	None	1E+30

Uncertain Variable Summary Information

Cell	Name	Distribution	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	25th Percentile	50th Percentile	75th Percentile
$F$3	A Трив. (t)	PsiPert(C3,D3,E3)	3,16666667	0,5527708	2	5	2,739667127	3,127437521	3,555990066
$F$4	A Трив. (t)	PsiPert(C4,D4,E4)	4,16666667	0,5527708	3	6	3,739667127	4,127437521	4,555990066
$F$5	B Трив. (t)	PsiPert(C5,D5,E5)	3,5	0,8660254	2	7	2,617157488	3,383361297	4,071133135
$F$6	B Трив. (t)	PsiPert(C6,D6,E6)	10,3333333	1,1055416	8	14	9,479334255	10,25487504	11,11198013
$F$7	D Трив. (t)	PsiPert(C7,D7,E7)	8	0,75592895	6	10	7,437744659	8	8,562255341
$F$8	D Трив. (t)	PsiPert(C8,D8,E8)	4	0,37796447	3	5	3,71887233	4	4,28112767
$F$9	D Трив. (t)	PsiPert(C9,D9,E9)	6	0,75592895	4	8	5,437744659	6	6,562255341
$F$10	C,E,F,G Трив. (t)	PsiPert(C10,D10,E10)	8,16666667	0,5527708	7	10	7,739667127	8,127437521	8,555990066
$F$11	H Трив. (t)	PsiPert(C11,D11,E11)	5,16666667	0,5527708	4	7	4,739667127	5,127437521	5,555990066
$F$12	H Трив. (t)	PsiPert(C12,D12,E12)	5,33333333	1,1055416	3	9	4,479334255	5,254875042	6,111980132
$F$13	I Трив. (t)	PsiPert(C13,D13,E13)	4,16666667	0,5527708	3	6	3,739667127	4,127437521	4,555990066
$F$14	J Трив. (t)	PsiPert(C14,D14,E14)	2,16666667	0,5527708	1	4	1,739667127	2,127437521	2,555990066
$F$15	K,L Трив. (t)	PsiPert(C15,D15,E15)	4,16666667	0,5527708	3	6	3,739667127	4,127437521	4,555990066
$O$17	ПНП= c	PsiIntUniform(3,10)	6,5	2,29128785	3	10	4	6	8

Uncertain Function Summary Information

Cell	Name	Formula	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	25th Percentile	50th Percentile	75th Percentile
$J$17	КШ= ПФ	J15+ PsiOutput()	47,4252655	1,87816671	41,5350638	55,2024531	46,14129991	47,38533552	48,68678194
$R$16	Сума= Cost	SUM(R3:R15)+PsiOutput()	403,944283	20,7725535	323,726137	469,011374	389,831577	404,2382581	418,088326
$R$17	НП= Cost	J15*O17+PsiOutput()	308,290843	109,49371	124,605191	545,031103	212,8877569	307,8892919	402,1192753
$R$18	ЗВ= Cost	R16+R17+PsiOutput()	712,235127	109,618252	487,255328	916,652585	617,2493043	711,3020899	807,2609471
$R$20	max PB= Cost	MAX(U16:BU16)+PsiOutput()	26,253	8,11457797	11	59	20	25	31

Рис. 8.18 (продовження)

Додатки

Додаток 1: Інструмент Таблица данных

Для отримання таблиці з поточними даними імітації використовується досить ефектний інструмент **Таблица данных**, що дає змогу автоматично й багаторазово оновлювати власні значення відповідно до змін, які фіксує клітинка введення (рос. – ячейка ввода). У прикладі використовується таблица данных с одним входом, тобто з однією клітинкою введення.

Таблица данных складається з двох частин:

- одна клітинка введення (рос. – ячейка ввода), назвемо її **X**, та
- прямокутна таблиця, її структура:
  - стовпець n значень **X** (Спроба)
  - рядок m формул (f1 … fm)
  - шуканий масив значень розміром n × m

Спроба	f1	f2	...	fm
1				
2				
...				
n				

Послідовно змінюваний вміст клітинки **X** це:

а) аргумент (x) для m функцій: $y_1 = f_1(x), \ldots, y_m = f_m(x)$, або

б) лічильник повторень (параметр циклу), i: = 1, n.

В роботі ця клітинка вільна.

<u>Приклад</u> (а). **X** – аргумент 4-ох функцій (ф1 … ф4), змінює своє значення від 1 до 7, яке застосовують функції.

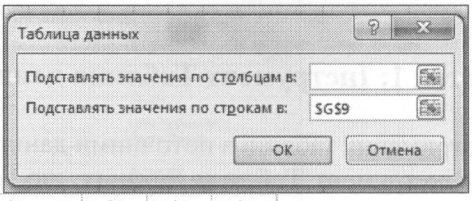
Треба обчислити по 7 значень цих функцій.

<u>Порядок роботи</u>

1) визначити значення аргументів функцій (стовпець Спроба);
2) визначити кількість та форми функції (рядок формул);
3) визначити адресу для **X** (наприклад, G9);
4) виділити всю таблицю (діапазон A8:E15);
5) виконати команду: Данные → Анализ «что-если» → Таблица данных…
6) у вікні Таблица данных в позиції Подставлять значения по строкам в: вказати адресу **X** (G9), OK.

Результат:

	A	B	C	D	E	F	G	H
7		ф1	ф2	ф3	ф4			
8	Спроба	0	0	0	0			
9	1	1	2	3	4			
10	2	2	4	6	8			
11	3	3	6	9	12			
12	4	4	8	12	16			
13	5	5	10	15	20			
14	6	6	12	18	24			
15	7	7	14	21	28			



	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	=G9	=2*G9	=3*G9	=4*G9
1	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
2	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
3	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
4	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
5	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
6	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ
7	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ	=ТАБЛИ

Отриманий масив B9:E15 має єдине значення[65] {=ТАБЛИЦА(;G9)}, змінювати його не можна.

	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	0	0	0	0
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
30	30	60	90	120
14	14	28	42	56
51	51	102	153	204
66	66	132	198	264
7	7	14	21	28

Окремий елемент можна скопіювати чи послатися на нього функцією ИНДЕКС(матриця; рядок; стовпець), наприклад, ИНДЕКС(B9:E15;2;2) = 4.

Достатньо змінити значення аргументу і повторити пп. 2, 3, щоб отримати оновлений масив:

Формули в рядку формул можуть залежати від даних на інших аркушах чи робочих книгах.

Приклад: на аркуші RND є рядок з 4 значеннями функції СЛЧИС(), на робочому аркуші в рядку формул обчислюється функція =КОРЕНЬ(RND).

Дії клітинки **X**:

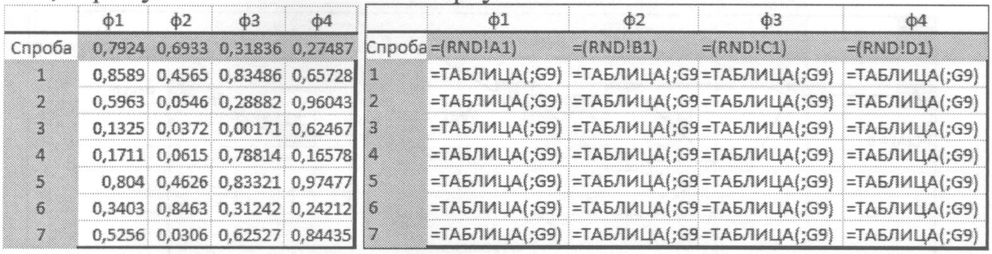
- приймає значення 1;
- звертається до формули ф1, оскільки там є посилання на аркуш RND, ініціює на ньому запуск функції СЛЧИС();
- передає отримане ВЧ як аргумент у формулу ф1;
- отриманий результат розміщує в клітинці (1;ф1):
  - повтор для інших формул.
- повтор для наступних значень аргументу:

	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	0,9389	0,95	0,683	0,841
1	0,26	0,99	0,128	0,893
2	0,9302	0,52	0,948	0,549
30	0,6712	0,8	0,986	0,922
14	0,9092	0,73	0,125	0,439
51	0,8864	0,96	0,526	0,951
66	0,103	0,22	0,608	0,851
7	0,9198	0,53	0,333	0,768

	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	=КОРЕНЬ(RND!A1)	=КОРЕНЬ(RI	=КОРЕНЬ(RN	=КОРЕНЬ(RND
1	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
2	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
30	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
14	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
51	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
66	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G
7	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(	=ТАБЛИЦА(;	=ТАБЛИЦА(;G

[65] Рекомендується повторити матеріал по роботі з масивами в Excel, наприклад [45].

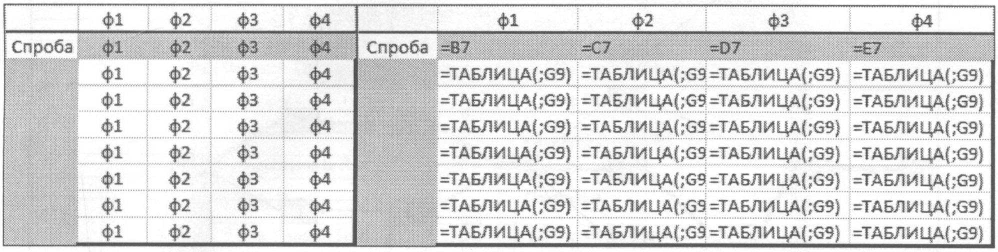
Приклад (б). **X** – лічильник повторень. Треба сформувати масив випадкових чисел, отримуючи їх посиланням на аркуш RND:



	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	0,7924	0,6933	0,31836	0,27487
1	0,8589	0,4565	0,83486	0,65728
2	0,5963	0,0546	0,28882	0,96043
3	0,1325	0,0372	0,00171	0,62467
4	0,1711	0,0615	0,78814	0,16578
5	0,804	0,4626	0,83321	0,97477
6	0,3403	0,8463	0,31242	0,24212
7	0,5256	0,0306	0,62527	0,84435

	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	=(RND!A1)	=(RND!B1)	=(RND!C1)	=(RND!D1)
1	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
2	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
3	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
4	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
5	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
6	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
7	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)

X-лічильник визначає діапазон повторень лише кількістю рядків майбутнього масиву (у прикладі – 7), тому стовпець спроб може бути вільним. У прикладі 7 разів треба повторити назви функцій:



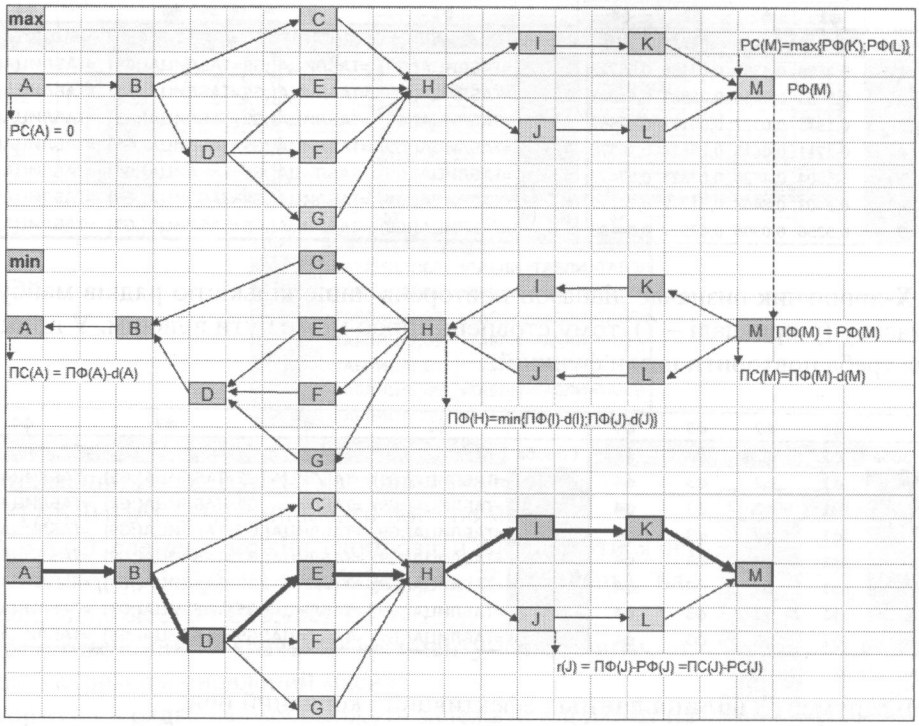
	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4
	ф1	ф2	ф3	ф4

	ф1	ф2	ф3	ф4
Спроба	=B7	=C7	=D7	=E7
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)
	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9	=ТАБЛИЦА(;G9)	=ТАБЛИЦА(;G9)

Інструмент **Таблица данных** ефективний і корисний при:

- роботі з таблицями великого розміру;
- посиланні на зовнішні джерела даних;
- оновленні аргументів та функцій.

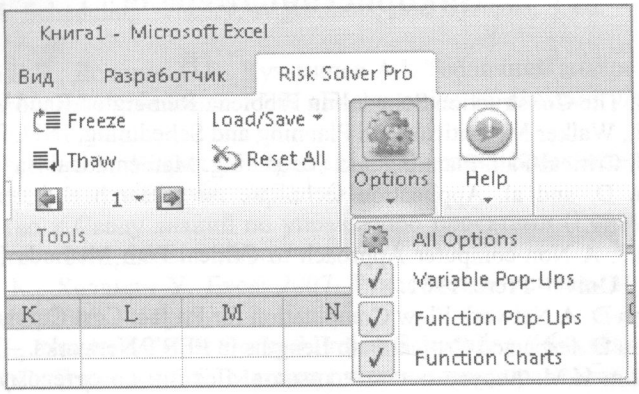
Додаток 2. Вузлова формульна модель (max/min)

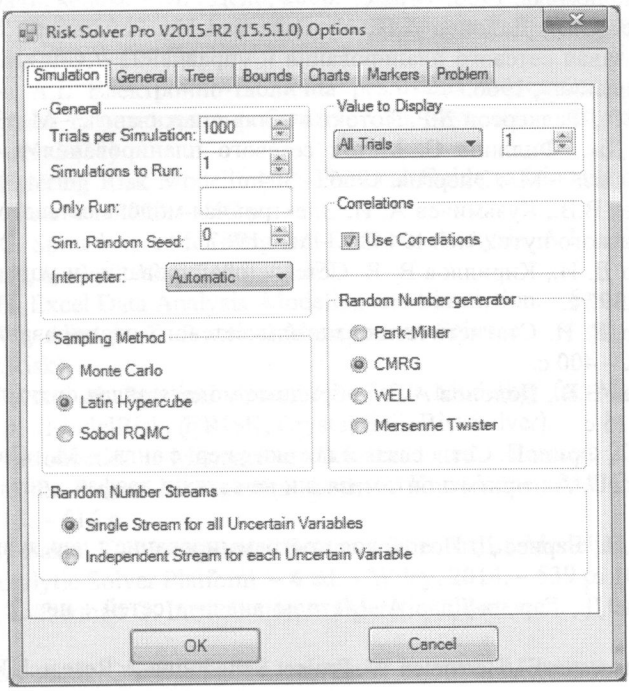


Прямий хід: $PC(j) = \max_i \{P\Phi(i)\} \quad P\Phi(j) = PC(j) + d(j)$

Зворотній хід: $\Pi\Phi(i) = \min_j \{\Pi C(j)\} \quad \Pi C(i) = \Pi\Phi(i) - d(i)$

Додаток 3. Опції RSP





Використані джерела

1. Kelley J. The Construction Scheduling Problem. Remington Rand UNIVAC, 1957.
2. Kelley J., Walker M. Critical Path Planning and Scheduling, INFORMS, 1959.
3. Kelley J. Critical-Path Planning and Scheduling. Mathematical Basis. OR, 1961.
4. Malcolm D. and al. Application technique for research and development program evalyation, OR, 1959.
5. Fondahl J. A Non-computer Approach to Critical Path Methods for the Construction Industry, Stanford Univ. – Press, 1961.
6. Fulkerson D. A Network Flow Computation for Project Cost Curves, MS, 1961.
7. Fulkerson D. Expected Critical Path Lengths in PERT Networks. – RAND, 1962.
8. Сыроежин И.М. Азбука сетевых планов. Лекции по сетевому планированию. – Вып. 1. – М. : Экономика, 1966. – 152 с.
9. Васильев В.В., Додонов А.Г., Кузьмичев А.И., Тимошенко А.Г. Установка для моделирования задач сетевого планирования и управления // Сб. «Механизация и автоматизация управления», 1966.
10. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях : пер. с англ. – М. : Мир, 1966.
11. Модер Дж., Филлипс С. Метод сетевого планирования в организации работ (ПЕРТ). : пер. с англ. – М. : Энергия, 1966. – 304 с.
12. Васильев В.В., Кузьмичев А. И. Электронная модель сетевого графика для определения критического пути. А.С. 194432. – М. : 1967.
13. Голенко Д. И., Кириллов В. В. Сетевое планирование и управление. – М. : Экономика, 1967. – 397 с.
14. Голенко Д. И. Статистические методы сетевого планирования и управления. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
15. Васильев В.В., Додонов А.Г. Гибридные модели задач оптимизации. – К. : Наук. думка, 1974. – 215 с.
16. Фрэнк Г., Фриш И. Сети, связь и потоки : пер. с англ. – М. : Связь, 1978. – 448 с.
17. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах : пер. с англ. – М. : Мир, 1981. – 323 с.
18. Йенсен П., Барнес Д. Потоковое программирование : пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1984. – 391 с.
19. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей : пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 496 с.
20. Demelemeester E., Herroelen W. Project Scheduling A Research Handbook. – Kluver, 2002. – 710 p.
21. Кельтон Д., Лоу А. Имитационное моделирование. Классика CS. – 3-е изд. : пер. с англ. – СПб. : Питер, 2004. – 847 с.
22. Barlow J.F. Excel Models for Business and Operations Management, 2-ed.: NY, Wiley. – 2005. – 415 p.
23. Математические основы управления проектами: Учеб. пособ. / Под ред. В. Н. Буркова). – М. : Высш. шк., 2005. – 423 с.
24. Weaver P. A Brief History of Scheduling, 2006. – Електронний ресурс : www.mosaicprojects.com.au
25. Тернер Р. Руководство по проектно-ориентированному управлению : пер. с англ. – М. : Изд. дом Гребенникова, 2007. – 552 с.

26. Управление проектом. Основы проектного управления : Учебн. – М. : КНОРУС, 2007. – 768 с.

27. Pinedo M. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems, 3 ed. – Springer, 2008. – 664 p.

28. Васильєв В.В., Додонов О.Г., Кузьмичов А.І. Табличний аналог електронних моделей завдань потокової оптимізації // Зб. «Електроніка та системи управління». – К. : НАУ, № 4, 2008.

29. Nicholas J., Steyn H. Project Management for Business, Engineering, and Technology. Principles and Practice, 3-ed. – Elsevier, 2008. – 746 p.

30. Руководство к Своду знаний по управлению проектами (Руководство PMBOK), 4-е изд. : пер. с англ. – PMI, 2008. – 496 с.

31. Хелдман К., Хелдман У. Excel 2007. Руководство менеджера проекта : пер. с англ. – М. : ЭКСМО, 2008. – 448 с.

32. Klansek U., Psunder M. Cost Optimal Project Scheduling // Organizacija, v. 41, 2008.

33. Зайцев М.Г., Варюхин С.Е. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы. – М. : Дело, 2008. – 664 с.

34. Kerzner H. Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling and Controlling. – 10-ed., 2009. – 1094 p.

35. Кузьмичов А.І. Електронно-таблична реалізація мережевої моделі проекту // Управління проектами та розвиток виробництва : Зб. наук. пр. – Луганськ : вид-во СНУ ім. В. Даля, 2009. – № 3 (31).

36. Day A. Mastering Risk Modelling. A Practical Guide to Modelling Uncertainty with MS Excel. – 2 ed. – Pearson, 2009. – 409 p.

37. Ragsdale C. Spreadsheet Modeling and Decision Analysis: A Practical Introduction to Management Science, 6-ed., 2010. – 740 p. (ASP).

38. Guerrero H. Excel Data Analysis. Modeling and Simulation. – Springer, 2010. – 353 p.

39. Winston W., Albright C. Practical Management Science. – 4 ed. – Cengage Learn., 2011. – 1025 p. (@Risk).

40. Lehman D. and al. Practical Spreadsheet Risk Modeling for Management. – CRC Press, 2012. – 275 p. (ModelRisk, @RISK, Crystal Ball, RiskSolver).

41. Taylor B. Introduction to Management Science. 11-ed. – Pearson, 2013. – 841 p.

42. A Guide to the Project Management Body of Knowledge *(PMBOK® Guide)* – Fifth Edition. – PMI, 2013. – 616 p.

43. Powell S., Baker K. Management Science. The Art of Modeling with Spreadsheet. Compatible with Analytic Solver Platform. – 4 ed. – Wiley, 2014. – 539 p.

44. Hillier F., Lieberman G. Introduction to Operations Research. – 10-ed., 2015. – Wiley. – 1050 p. (ASP).

45. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі. Моделювання засобами MS Excel. – К.: Ліра-К, 2015. – 215 с.

46. Кузьмичов А. І. Економетрія. Моделювання засобами MS Excel, 2-ге вид. – К. : Ліра-К, 2015. – 212 с.

47. Frontline Solvers 2016-R2:

- Optimization and Simulation User Guide, 450 p.,
- Reference Guide, 449 p.

Навчальне видання

Анатолій Іванович Кузьмичов

ПЛАНУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ

Моделювання засобами MS Excel

Практикум

Керівник видавничого проекту *Зарицький В.І.*
Комп'ютерний дизайн *Щербина О.П.*
Літературний редактор *Монойло Н.П.*

Підписано до друку 15.09.2016. Формат 70x100$^{1}/_{16}$
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Умов. друк. арк. 14,62. Обл.-вид. арк. 5,46.
Тираж 300 прим.

«Видавництво Ліра-К»
Свідоцтво № 3981, серія ДК.
03115, м. Київ, вул. Ф. Пушиної, 27, оф. 20-22
тел./факс (044) 247-93-37; 228-81-12
Сайт: lira-k.com.ua, редакція: zv_lira@ukr.net