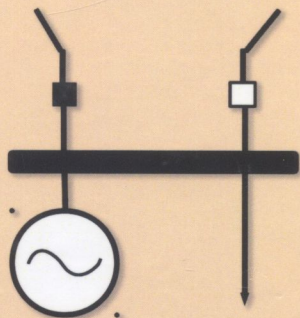


621.311(075.8)

М. 48

**В. П. МЕЛЬНИК**

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ  
І МЕТОДИ АНАЛІЗУ  
РЕЖИМІВ  
ЕНЕРГОСИСТЕМ**



621.517(075.8)  
M 48

**В. П. Мельник**

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І  
МЕТОДИ АНАЛІЗУ  
РЕЖИМІВ ЕНЕРГОСИСТЕМ**

**КНИГОСХОВИЩЕ**

Івано-Франківськ  
«НАІР»  
2016

УДК 621.311.016  
ББК 31.27-01  
М 48

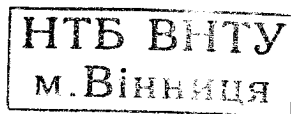
**М 48**      **Мельник В. П.**  
Математичні моделі і методи аналізу режимів енергосистем / В. П. Мельник. – Івано-Франківськ: НАІР, 2017. – 488 с.

Розглядаються різні моделі елементів енергосистем і методи розрахунку й оптимізації режимів, аналізу статичної і динамічної стійкості, еквівалентування розрахункових схем, аналізу несиметричних режимів і струмів к.з., частоти і напруги, розрахунків електромагнітних і хвильових процесів, субсинхронних коливань. Наведена велика кількість прикладів для ілюстрації моделей і методів розрахунків, а також вправ для закріплення навичок розв'язання конкретних практичних задач.

Призначається як навчальний посібник для студентів та аспірантів електроенергетичних спеціальностей і може бути корисним для спеціалістів диспетчерських служб і служб електричних режимів, програмістів і науковців.

УДК 621.311.016  
ББК 31.27-01

480601



©Мельник В. П., 2017 р.

## ЗМІСТ

Передмова.....	8
<b>Розділ 1. ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ</b>	
1.1. Поняття енергосистеми.....	9
1.2. Режими енергосистем.....	13
1.3. Керування режимами енергосистем.....	17
1.4. Поняття математичної моделі.....	20
1.5. Задачі аналізу режимів і методи їх розв'язання.....	24
Вправи.....	29
<b>Розділ 2. МОДЕЛІ ЛІНІЙ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ</b>	
2.1. Ідеальна лінія електропередачі.....	30
2.2. Реальна лінія електропередачі.....	33
2.3. Трифазна лінія електропередачі.....	35
2.4. Статична модель лінії електропередачі.....	38
2.5. Спрощені моделі лінії електропередачі.....	44
Вправи.....	46
<b>Розділ 3. МОДЕЛІ ТРАНСФОРМАТОРІВ</b>	
3.1. Ідеальний трансформатор.....	48
3.2. Автотрансформатор.....	51
3.3. Реальний трансформатор.....	53
3.4. Трифазний трансформатор.....	55
3.5. Розрахункові схеми трансформаторів.....	59
Вправи.....	63
<b>Розділ 4. МОДЕЛІ СИНХРОННИХ ГЕНЕРАТОРІВ</b>	
4.1. Класична модель генератора.....	65
4.2. Рівняння електромагнітних контурів.....	69
4.3. Рівняння Парка-Горєва.....	71
4.4. Модель генератора у формі ЕРС.....	78
4.5. Рівняння Лебедєва-Жданова.....	84
4.6. Модель генератора в усталеному режимі.....	86
Вправи.....	89
<b>Розділ 5. МОДЕЛІ СИСТЕМ ЗБУДЖЕННЯ</b>	
5.1. Узагальнена модель регулятора.....	91



5.2. Ідеально регульований генератор.....	95
5.3. Типи систем збудження.....	98
5.4. Типи АРЗ.....	102
5.5. Модель АРЗ.....	104
5.6. Модель форсировки збудження.....	109
Вправи.....	111

### **Розділ 6. МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ**

6.1. Узагальнені моделі первинних двигунів.....	112
6.2. Модель АРШ.....	114
6.3. Моделі турбін.....	117
6.4. Моделі котлоагрегатів.....	121
6.5. Енергетичні характеристики.....	126
Вправи.....	131

### **Розділ 7. МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

7.1. Типи електричних навантажень.....	133
7.2. Ідеальний асинхронний двигун.....	135
7.3. Модель АД у формі ЕРС.....	138
7.4. Модель АД у формі провідності.....	142
7.5. Статичні характеристики навантаження.....	146
7.6. Модель синхронного навантаження.....	149
Вправи.....	152

### **Розділ 8. МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ**

8.1. Загальні поняття.....	154
8.2. Модель розімкненої мережі.....	156
8.3. Моделі замкнених мереж.....	159
8.4. Матрична контурна модель.....	167
8.5. Матрична вузлова модель.....	171
8.6. Прямі методи розрахунку.....	174
Вправи.....	183

### **Розділ 9. МЕТОДИ АНАЛІЗУ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ**

9.1. Постановка задачі.....	185
9.2. Нелінійні моделі енергосистем.....	187
9.3. Метод Зейделя.....	190
9.4. Метод Ньютона.....	195
9.5. Методи розрахунків важких режимів.....	203

9.6. Аналіз режимів складних енергосистем.....	207
Вправи.....	210

### **Розділ 10. МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ**

10.1. Загальні положення.....	212
10.2. Оптимізація активних потужностей ТЕС.....	217
10.3. Оптимізація активних потужностей ТЕС і ГЕС.....	221
10.4. Оптимізація $P$ з урахуванням мережі.....	226
10.5. Визначення відносних приростів утрат.....	231
10.6. Градієнтні методи оптимізації.....	236
10.7. Методи оптимізації неоднорідних мереж.....	244
Вправи.....	250

### **Розділ 11. МЕТОДИ АНАЛІЗУ СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ**

11.1. Поняття статичної стійкості.....	252
11.2. Критерії статичної стійкості.....	256
11.3. Методи аналізу аперіодичної стійкості.....	260
11.4. Методи аналізу коливальної стійкості.....	269
11.5. Спрощений аналіз статичної стійкості.....	275
11.6. Визначення областей стійкості.....	279
11.7. Метод D-розбиття.....	283
Вправи.....	287

### **Розділ 12. МЕТОДИ АНАЛІЗУ НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМІВ**

12.1. Поняття несиметричних режимів.....	289
12.2. Метод фазних координат.....	291
12.3. Метод симетричних складових.....	297
12.4. Комплексні схеми заміщення.....	301
12.5. Топологічна модель.....	307
12.6. Матричні методи.....	312
Вправи.....	318

### **Розділ 13. МЕТОДИ АНАЛІЗУ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ**

13.1. Характеристика задачі.....	320
13.2. Динамічна стійкість найпростішої системи.....	323
13.3. Прямий метод аналізу стійкості.....	331
13.4. Чисельне моделювання процесів.....	337
13.5. Моделі динамічних елементів.....	340

13.6. Методи чисельного інтегрування.....	346
13.7. Розрахунок квазістаціонарного режиму.....	350
13.8. Імітаційна модель ПА.....	354
Вправи.....	356

#### **Розділ 14. МЕТОДИ ЕКВІВАЛЕНТУВАННЯ**

14.1. Загальні принципи спрощення.....	359
14.2. Постановка задачі.....	363
14.3. Метод відсікання.....	367
14.4. Метод перетворення.....	369
14.5. Динамічне еквівалентування.....	375
14.6. Еквівалент з одним навантаженням.....	378
14.7. Еквівалентна консервативна модель.....	382
Вправи.....	384

#### **Розділ 15. МЕТОДИ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ ЧАСТОТИ**

15.1. Характеристика задач.....	386
15.2. Статична модель ідеальної енергосистеми.....	388
15.3. Динамічна модель ідеальної енергосистеми.....	396
15.4. Розрахунок квазістаціонарного режиму.....	400
15.5. Моделювання аварійного режиму.....	404
15.6. Розрахунок післяаварійного режиму.....	407
Вправи.....	412

#### **Розділ 16. МЕТОДИ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ НАПРУГИ**

16.1. Характеристика режимів.....	414
16.2. Режими напруг простих систем.....	416
16.3. Статичний аналіз стійкості напруги.....	423
16.4. Моделювання лавини напруги.....	428
Вправи.....	436

#### **Розділ 17. МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ І ХВИЛЬОВИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ**

17.1. Загальна характеристика задач.....	437
17.2. Системи координат.....	439
17.3. ЛЕП з розподіленими параметрами.....	441
17.4. Елементи з зосередженими параметрами.....	445
17.5. Моделювання складних систем.....	453
Вправи.....	460

**Розділ 18. МЕТОДИ АНАЛІЗУ СУБСИНХРОННИХ  
КОЛИВАНЬ**

18.1. Характеристика проблеми.....	461
18.2. Нелінійна модель торсіальних коливань.....	465
18.3. Лінеаризована модель торсіальних коливань.....	471
18.4. Аналіз субсинхронного резонансу.....	476
Вправи.....	481
<b>Література.....</b>	<b>484</b>
<b>Додаток. Електронний посібник ЕПОС.....</b>	<b>485</b>

## Передмова

Питання керування режимами електроенергетичних систем досить широко освітлені в численних монографіях і навчальних посібниках, у яких викладені ті чи інші аспекти аналізу і оптимізації ustalених режимів, розрахунків статичної і динамічної стійкості, струмів к. з., перенапруг і ін. Існує дуже багато публікацій з зазначених питань у численних періодичних виданнях. Незважаючи на розмаїття розв'язуваних задач, моделей і методів аналізу, між ними існує багато спільного, що дозволяє скоротити обсяг матеріалу і полегшити його розуміння в рамках єдиного навчального посібника.

Матеріал книги умовно можна розділити на дві частини. Перша частина присвячена опису різних моделей елементів енергетичних систем: ліній електропередачі, трансформаторів, синхронних генераторів, асинхронних двигунів, АРЗ, АРШ, а також таких узагальнених елементів як електростанції, навантаження й електричні мережі. Конкретні види моделей використовуються при розв'язанні відповідних задач аналізу режимів енергосистем. У другій частині розглядаються різні методи аналізу і оптимізації ustalених режимів, статичної і динамічної стійкості, еквівалентного спрощення схем, розрахунку несиметричних режимів і струмів к. з., режимів частоти і напруги, електромагнітних і хвильових процесів, аналізу субсинхронних коливань.

Книга може служити посібником як для студентів старших курсів електроенергетичних спеціальностей при поглибленому вивченні спеціальних питань автоматизації керування режимами енергосистем, так і для інженерно-технічних працівників і науковців. Розглянуто більше ста прикладів, що ілюструють моделі і методи розрахунків, в кінці кожного розділу подані вправи. Наведений перелік літературних джерел може бути корисним читачеві при додатковому вивченні окремих питань.

## ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ ЕНЕРГОСИСТЕМ

### 1.1. Поняття енергосистеми

**1.1.1. Визначення енергосистеми.** Електрична енергія, яка генерується на теплових (ТЕС), атомних (АЕС) і гідравлічних (ГЕС) електростанціях, передається по електричній мережі до віддалених споживачів. Різноманітні споживачі перетворюють електричну енергію у світло, тепло, механічну, хімічну та інші види енергії для подальшого безпосереднього використання. На деяких теплових електростанціях комбінується виробництво електричної і теплової енергії. Такі електростанції називаються теплоелектроцентралями (ТЕЦ). Вироблене тепло передається по тепловій мережі до віддалених споживачів, що використовують його безпосередньо або перетворюють в інші види енергії.

Сукупність елементів, що здійснюють перетворення, передачу, розподіл і споживання різних видів енергії під централізованим технологічним керуванням, називається *енергосистемою*. До складу енергогалузі крім енергосистеми варто включити також джерела енергоресурсів: гірничовидобувну, нафтогазову та ядерну промисловість. Частина енергосистеми, що складається лише з елементів перетворення, передачі, розподілу і споживання електроенергії, називається *електроенергетичною системою* (ЕЕС). Аналогічно, частина енергосистеми, що виробляє, розподіляє і споживає тепло, має назву *теплоенергетична система*.

Елементи енергосистеми можна розділити на три основні типи: перетворювачі енергії з одного виду в інший, ті що передають її на відстань і елементи керування. До першого типу можна віднести, наприклад, парогенератори, турбіни, синхронні генератори, трансформатори, електродвигуни тощо. До другого типу відносяться такі елементи як повітряні і кабельні лінії електропередачі (ЛЕП), трубо- і паропроводи й ін. До третього типу можна віднести комутаційні апарати, захисні пристрої, регулятори технологічних процесів, пристрої телемеханіки і телевимірювання, зв'язку й ін.

Між окремими елементами енергосистеми існує зв'язок різних видів: електричний, електромагнітний, механічний та ін. Так, наприклад, всі елементи електричної мережі однієї номінальної

напруги зв'язані між собою електрично. Електромагнітний зв'язок має місце в трансформаторах і інших електричних машинах. Секції турбін і синхронний генератор, так само як і електродвигун із приводним механізмом зв'язані механічно. Парогенератор зв'язаний з паровою турбіною паропроводом і т. д. За допомогою цих зв'язків передається той чи інший вид енергії. Таким чином, в енергосистемі відбувається безперервна циркуляція і перетворення різних видів енергії.

В електричній системі можна виділити елементи двох типів: силові елементи, такі як синхронні генератори, трансформатори, лінії електропередачі, реактори, електричні навантаження і т. п., і елементи керування, такі як автоматичні регулятори, реле, вимикачі і т. д. Часто при аналізі процесів в електричних системах необхідно враховувати також механічні процеси в первинних двигунах синхронних генераторів (турбінах) і в приводних механізмах електродвигунів. У такому випадку варто говорити про електромеханічні процеси в електроенергетичних системах.

**1.1.2. Особливості електроенергетичних систем.** У технологічному плані електроенергетика істотно відрізняється від інших галузей промисловості. Першою найважливішою особливістю є те, що виробництво електроенергії, її розподіл і перетворення в інші види енергії відбувається практично одночасно, тобто електроенергія не акумулюється. Кількість електроенергії, що виробляється в енергосистемі протягом будь-якого проміжку часу, дорівнює, за винятком утрат, кількості спожитої електроенергії. У будь-який момент часу має місце точний баланс активної і реактивної потужності.

Звідси випливає, що будь-яке зменшення виробництва електроенергії на електростанції (наприклад, унаслідок ремонту, аварії і т. п.) вимагає негайного обмеження електроспоживання, якщо в системі немає резервних потужностей. Тимчасове зниження чи зростання електроспоживання вимагає автоматичного зменшення чи збільшення потужності регулюючих електростанцій. Небаланс між сумарною потужністю генераторів і сумарною потужністю навантажень та втратами потужності в електромережі не може існувати тривалий час в електроенергетичній системі без погіршення якості електроенергії.

У будь-якій іншій галузі промисловості існує можливість накопичення продуктів виробництва окремих підприємств. Тим



самим значно зменшується взаємозалежність між підприємствами і цехами. В електроенергетичній системі, на противагу цьому, не може бути ніякого запасу. Отже, всі її елементи завжди цілком взаємозалежні між собою. Зміна режиму електричної мережі одночасно впливає на режим електростанцій і навпаки. Останнім часом у світі виконується багато досліджень по створенню потужних і дешевих акумуляторів електроенергії, що можуть принципово змінити цю особливість ЕЕС.

Друга особливість ЕЕС складається у відносній різниці швидкостей перебігу різноманітних перехідних процесів. Так, наприклад, хвильові процеси в лініях електропередачі спостерігаються лиш протягом тисячних часток секунди. Електромагнітні перехідні процеси, зв'язані з короткими замиканнями (к. з.), тривають десятки частки секунди, електромеханічні перехідні процеси – кілька секунд.

Це вимагає обов'язкового використання спеціальних швидкодіючих автоматичних пристроїв (захисту від перенапруги, релейного захисту, автоматичних регуляторів, систем автоматичного керування і протиаварійної автоматики). Все це розмаїття автоматичних пристроїв призначене для забезпечення необхідної якості перехідних процесів в електроенергетичній системі. Правильний вибір і налагодження автоматичних пристроїв вимагає моделювання складної електроенергетичної системи як єдиного цілого.

Третя особливість ЕЕС зв'язана з ростом складності і важливості численних споживачів електроенергії в промисловості, побуті, на транспорті і т. д., що вимагає достатнього рівня надійності і безперебійності електропостачання і створення доцільного резерву потужності для всіх її елементів.

Це вимагає своєчасного і гармонійного розвитку енергосистем з урахуванням потрібних резервів потужності. Причому, розвиток електричних і теплових мереж повинен випереджати розвиток генеруючих потужностей. Розвиток енергетичної й електротехнічної промисловості повинен випереджати розвиток енергетики загалом.

**1.1.3. Об'єднання електроенергетичних систем.** Об'єднання енергосистем має значні техніко-економічні переваги, тим більші, чим більше електростанцій з різноманітними характеристиками працює в єдиній системі. Об'єднання ГЕС і ТЕС дає додаткові переваги, забезпечуючи краще використання встановленої

потужності ТЕС. Не менш важливе об'єднання і різнотипного навантаження: промислового, побутового і т. д. Графік сумарного активного навантаження об'єднаної системи має більш рівномірний характер, зменшується його максимум і збільшується мінімум, унаслідок чого додатково підвищується використання встановленої потужності електростанцій, зменшується розмір капіталовкладень, необхідних для спорудження електростанцій, знижується вартість енергії, поліпшуються умови регулювання напруги і частоти. Крім того, в об'єднаній енергосистемі можливе використання надпотужних енергоблоків ТЕС і АЕС і іншого устаткування, що також підвищує її економічні показники.

Створення об'єднаних енергосистем дає не тільки економічні переваги, але і підвищує надійність енергопостачання завдяки збільшенню резерву потужності і можливих шляхів живлення споживачів, взаємопідтримці при проведенні планових ремонтів і при непередбачених аварійних ситуаціях. Ряд джерел енергії, що не мають необхідної сталості потужності, такі як вітрові і сонячні електростанції, взагалі дуже важко використовувати окремо від енергосистеми.

Характерною рисою об'єднаної ЕЕС є наявність у ній слабких внутрішніх зв'язків – окремих ліній електропередачі чи сукупностей ліній електропередачі, що створюють так звані «перетини». Наявність слабого зв'язку обмежує роботу всієї системи, оскільки при різкій зміні потужності такої лінії чи перетину слабкий зв'язок може порушитися і система може розділитися на частини. Це вимагає використання спеціальної автоматики обмеження передачі потужності, а також автоматичного регулювання в системі не тільки частоти, а і потужності слабких зв'язків.

Розвиток ЕЕС, об'єднання на паралельну роботу великої кількості електростанцій і вузлів споживання електроенергії збільшує небезпеку ланцюгового розвитку аварій. При подібних умовах незначне на перший погляд збурення на одному з елементів системи викликає порушення на сусідніх ділянках, що збільшує небезпеку розвитку аварії і може в кінцевому рахунку привести до серйозної системної аварії з порушенням нормального електропостачання великої кількості споживачів і ушкодженням устаткування. Можливість виникнення важких системних аварій – це плата за ті переваги, що дає об'єднання ЕЕС. Вона

матеріалізується в додаткових витратах на встановлення складних засобів системної протиаварійної автоматики (ПА).

## 1.2. Режими енергосистем

**1.2.1. Поняття режиму.** Сукупність процесів, які існують в ЕЕС у будь-який момент часу чи на інтервалі часу і визначають деякий стан системи в залежності від схеми з'єднання її елементів, називається *режимом*. Режим роботи системи визначається потужностями, напругами, струмами, частотою та іншими фізичними змінними, що характеризують процеси перетворення, передачі, розподілу і споживання електроенергії і називаються *параметрами режиму*.

Параметри режиму весь час змінюються в залежності від схеми з'єднання елементів і їхніх фізичних властивостей, які кількісно виражаються деякими постійними величинами, що мають назву *параметри системи*. До параметрів системи відносять такі величини як, наприклад, активні і реактивні опори чи провідності елементів, коефіцієнти трансформації, сталі часу, коефіцієнти підсилення і т. д. Більшість задач аналізу роботи ЕЕС зводиться до визначення параметрів режимів у залежності від параметрів системи з урахуванням певних обмежень.

**1.2.2. Види режимів.** Розрізняють усталені (стаціонарні) і перехідні режими. *Усталений режим* характеризується незмінними параметрами і відповідає дуже повільним нерегулярним змінам навантажень в енергосистемі. *Перехідний режим* відрізняється швидкою зміною в часі деяких його параметрів. Перехідні режими характеризуються цілою гамою різноманітних перехідних процесів: хвильових, електромагнітних, електромеханічних, механічних (суб-синхронні коливання), тривалих (теплові, по частоті, по напрузі).

*Нормальним усталеним режимом* називається такий режим, у якому величини його параметрів близькі до нормальних експлуатаційних значень, необхідних для нормальної роботи всіх споживачів електроенергії, тобто змінюються в припустимих, визначених державним стандартом, межах. Нормальний перехідний режим спостерігається при запланованих експлуатаційних змінах у схемі електричної мережі в процесі переходу від одного робочого стану до іншого.

У перехідному режимі внаслідок впливу деяких зовнішніх причин, що мають назву *збурення*, спостерігається безперервна зміна в часі всіх його параметрів, як кажуть, відбувається рух системи. Під рухом узагалі розуміють будь-які зміни параметрів режиму в просторі і в часі. Для механічних систем – це рух у звичайному розумінні, для немеханічних – зміна в часі відповідних фізичних параметрів режиму. Рух будь-якої матеріальної системи під впливом зовнішніх факторів називається *стійким*, якщо він не виводить параметри режиму за межі припустимого, в іншому випадку рух називається *нестійким*.

Нормальні перехідні процеси постійно супроводжують поточну експлуатацію системи. Малі збурення, що завжди мають місце в реальних системах, не повинні викликати прогресуючі (незворотні) зміни параметрів режиму. Електроенергетична система повинна бути стійкою до малих збурень (стійкою в малому) або, як часто кажуть, підкреслюючи тим самим відношення до стану рівноваги на деякому інтервалі часу, статично стійкою. *Статична стійкість* – це здатність системи відновлювати усталений режим після малого збурювання.

ЕЕС повинна бути стійкою і до великих збурень (стійкою у великому) або, як кажуть, динамічно стійкої. *Синхронна динамічна стійкість* – це здатність системи зберігати синхронну роботу всіх генераторів системи після великого збурювання, такого як, наприклад, к. з. і його відключення пристроями релейного захисту (РЗ), вмикання і вимикання ЛЕП, синхронних генераторів і іншого устаткування засобами ПА тощо. Якщо після такого збурювання в системі спочатку спостерігається порушення синхронної роботи, а потім протягом деякого припустимого проміжку часу синхронна робота відновлюється, кажуть, що система зберігає *динамічну стійкість*. Великі збурення супроводжуються електромеханічними перехідними процесами.

В ЕЕС мають місце й електромагнітні перехідні процеси, причиною яких найчастіше бувають вмикання і вимикання електродвигунів, к. з., несиметричні комутації елементів електричної мережі, форсировка збудження і гасіння поля, несин-хронні вмикання синхронних машин і т. п. *Коротким замиканням* називається будь-яке аварійне замикання між фазами або однієї чи декількох фаз на землю. У трифазних системах із заземленою нейтраллю можуть відбуватися трифазні, двофазні, двофазні на

землю й однофазні к. з. Тільки трифазне к. з. є симетричним, всі інші – несиметричні.

Несиметричні к. з., як і несиметричні навантаження, належать до поперчних несиметрій. Порушення симетрії будь-якого подовжного елемента системи (наприклад, відключення однієї фази ЛЕП і т. п.) називається подовжною несиметрією. Можливі випадки виникнення складних несиметрій у системі (наприклад, обрив проводу і к. з., несиметричне к. з. у неповнофазному режимі тощо). У більшості випадків к. з. самоусуваються після відключення ушкодженого елемента завдяки процесу деіонізації повітряного простору в області перекриття. Тому широке поширення набуло автоматичне повторне включення (АПВ).

При правильно виконуваних комутаційних операціях нормальний перехідний режим закінчується переходом до іншого, дещо зміненого, нормального (іноді обваженого) усталеного режиму. *Післяаварійний усталений режим* настає внаслідок аварійного відключення одного або декількох елементів електроенергетичної системи. У післяаварійному режимі система працює з погіршеними техніко-економічними характеристиками і показниками якості електроенергії в порівнянні з нормальним режимом.

При неправильному виконанні комутаційних операцій перехідний режим може стати *аварійним*. Аварійні перехідні режими можуть мати місце також при к. з. в елементах електричної мережі, при ушкодженні тепломеханічного устаткування, а також як результат порушення статичної стійкості електричної системи при перевантаженні ЛЕП, необґрунтованих відключеннях деяких елементів електричної мережі і т. п. Аварійні перехідні режими можуть мати місце при значних збуреннях і ліквідаціях аварій, внаслідок яких спостерігаються значні відхилення параметрів режиму від усталених значень.

**1.2.3. Основні вимоги до режимів.** Режим електроенергетичної системи повинний відповідати таким основним вимогам як надійність, достатній рівень якості електроенергії і максимальна економічність. Варто зазначити, що надійність можна також розглядати з економічної точки зору. Підвищення надійності режиму вимагає додаткових витрат, що нелінійно зростають з ростом вимог. Тому надмірний рівень надійності не є економічно доцільним, оскільки можливий збиток не перекриває необхідних

додаткових витрат. Вимога якості електроенергії торкається частоти в системі і рівнів напруги у вузлах споживання електричної мережі.

Частота – один з основних показників якості електроенергії. Припустимо відхилення частоти в нормальному усталеному режимі регламентовано в діапазоні  $\pm 0.1$  Гц. Допускається короточасна робота енергосистеми при відхиленні частоти  $\pm 0.2$  Гц. Аварійне відхилення частоти обмежується як умовами функціонування основного і допоміжного устаткування, так і відповідно до вимог споживачів. Обмежена тривалість роботи ТЕС при зниженій частоті значною мірою визначається негативною реакцією установок їхніх власних технологічних процесів. Робота при зниженій частоті небезпечна і для турбін через резонансні явища, що можуть викликати утому й ушкодження лопат турбін.

Виникнення значного аварійного дефіциту активної потужності і зв'язане з цим глибоке зниження частоти в системі може привести до важких наслідків. Причинами дефіциту потужностей можуть бути відключення джерел електроенергії, аварійний поділ енергосистеми на частини, відключення міжсистемних зв'язків і ін. Такі аварії впливають насамперед на нормальну роботу технологічного устаткування ТЕС, зменшуючи їхню продуктивність, а значить і видачу активної потужності в електричну мережу. При значному зниженні частоти можливе спрацювання технологічного захисту і відключення деяких енергоблоків. Унаслідок зростаючого зменшення генерації в енергосистемі буде спостерігатися подальше зростання дефіциту активної потужності і падіння частоти. За певних умов у деякий момент часу в енергосистемі могла б початися *лавина частоти*, що привело б до розвалу всієї системи і повній зупинці генераторів.

Інша небезпека аварії в ЕЕС зв'язана з можливістю виникнення *лавини напруги*, що супроводжується масовим відключенням електроспоживачів. Лавина напруги може виникнути в результаті прогресуючого збільшення споживання реактивної потужності у вузлах навантажень і зменшення генерації реактивної потужності внаслідок реакції деяких систем регулювання збудження синхронних генераторів.

Лавина частоти і лавина напруги – найтяжкі системні аварії, які закінчуються, як правило, тривалим відключенням споживачів і значним недопостачанням електроенергії. Ліквідація наслідків таких

аварій (введення в роботу блоків ТЕС, відновлення електропостачання споживачів) займає кілька годин.

Аварійний процес має бути короткочасним, тому що від цього залежать наслідки аварії. Крім того, завдяки короткочасності, що забезпечується пристроями ПА, важливі не стільки самі змінювані в часі відхилення параметрів режиму, як їхні усталені значення. Іншими словами, наслідки аварії визначаються параметрами післяаварійного усталеного режиму, а також достатнім рівнем його надійності. Якщо параметри післяаварійного режиму неприпустимі лише в деякій частині ЕЕС, аварія називається місцевою чи локальною. Якщо ж параметри післяаварійного режиму неприпустимі в більшій частині системи, така аварія називається системною.

### 1.3. Керування режимами енергосистем

480601  
Керування будь-яким технологічним процесом повинне бути оптимальним. Під *оптимальним керуванням* розуміють таке ведення виробничого процесу, при якому досягається максимум економічності, тобто мінімум витрат на виробництво необхідної кількості продукції відповідної якості. Існує два види керування: автоматизоване й автоматичне. Автоматизоване (оперативно-диспетчерське) керування здійснюється людиною за допомогою тих чи інших засобів автоматизації, серед яких ключове значення відіграють комп'ютери і їхнє програмне забезпечення. Автоматичне керування здійснюється лише засобами автоматизації без участі людини.

**1.3.1. Оперативно-диспетчерське керування.** Оперативно-диспетчерське керування об'єднаними ЕЕС має досить складну ієрархічну структуру. Можна виділити три основних рівні оперативно-диспетчерського керування в часовому розрізі: довгострокове і короткострокове планування й оперативне керування.

Основною функцією *довгострокового планування* є підготовка режимів на наступний місяць, квартал чи рік. При цьому розв'язують такі задачі: прогнозування навантажень і витрат в електричній мережі, складання балансів активної і реактивної потужності; оптимізація довгострокових режимів роботи ГЕС і каскадів ГЕС; вибір оптимальних схем за умов економічності і



надійності нормальних усталених режимів; розрахунки поточкорозподілу в нормальних і післяаварійних режимах для всіх схем; аналіз статичної і динамічної стійкості системи в нормальних і післяаварійних режимах і вибір параметрів настроювання засобів ПА; розрахунки струмів к. з. і визначення уставок РЗ; розробка інструктивних матеріалів по оперативному веденню нормальних і аварійних режимів та експлуатації засобів РЗ і ПА .

Підготовка режиму на наступну добу чи декілька найближчих днів відноситься до категорії *короткострокового планування*. При цьому розв'язують такі задачі: прогнозування сумарних графіків навантаження енергосистеми; розподіл оперативних резервів потужності; уточнення добових витрат води на ГЕС; складання оптимальних добових графіків активної потужності електростанцій, що забезпечують мінімум витрат в енергосистемі, і визначення оптової ціни на електроенергію; уточнення добового режиму, розгляд заявок на виведення устаткування в ремонт, зміна схеми, уставок РЗ і ПА тощо.

Основною функцією *оперативного керування* є керівництво технологічним процесом, що забезпечує максимальну економічність виробництва, розподілу і споживання електроенергії. Оперативне керування – цілеспрямований оптимізаційний процес, що виконується оперативним персоналом протягом доби і призначений для розв'язання наступних оперативних задач: контроль за виконанням запланованих режимів і їх корекція при відхиленні від прогнозованих умов виробництва, розподілу і споживання електроенергії; оперативні розрахунки й оптимізація поточних режимів, аналіз їх стійкості тощо; запобігання виникнення аварій при повільному розвитку порушення (сповзання) режиму; ліквідація тривалого аварійного режиму; відновлення нормальної робочої схеми електричної мережі й електропостачання споживачів у післяаварійних режимах; організація ремонтних і відновлювальних робіт.

**1.3.2. Автоматичне керування.** Автоматичне керування виконує функції регулювання поточних швидкоплинних процесів за допомогою систем автоматичного регулювання і ліквідації аварій засобами локальних і централізованих пристроїв ПА. Умовно можна виділити автоматику нормального й аварійного режиму.

До автоматики нормального режиму насамперед можна віднести технологічну автоматику електростанцій і підстанцій, що в основ-

ному має локальний характер. Функції автоматичного регулювання нормального режиму виконують також деякі централізовані автоматичні системи: автоматичне регулювання частоти й активної потужності (АРЧП), автоматичне регулювання напруги на трансформаторах (АРНТ), автоматичне вмикання і вимикання трансформаторів і конденсаторів у залежності від режиму й ін.

Автоматика аварійного режиму має значно більш широкий спектр застосування. Існує кілька рівнів автоматичного керування в ЕЕС, що забезпечують локалізацію поширення і ліквідацію будь-яких порушень нормального режиму: локалізація ушкодженого елемента системи пристроями РЗ без відключення значної кількості споживачів; резервування при відмовленні основного РЗ чи ПА; автоматичний поділ системи при порушенні синхронізму в одному з перетинів без відключення значної кількості споживачів; ліквідація каскадного порушення синхронізму пристроями ділильної автоматики без відключення значної кількості споживачів; автоматичне відключення частини менш відповідальних споживачів при зниженні частоти чи напруги; автоматичне відключення генеруючих блоків електростанцій; автоматичний поділ системи при тривалому порушенні синхронізму з відключенням значної кількості споживачів; ліквідація каскадного порушення синхронізму пристроями ПА з тривалим випаданням генеруючих потужностей і відключенням значної кількості споживачів.

Найбільш розповсюдженими засобами автоматичного керування можна вважати засоби, що забезпечують необхідний рівень стійкості ЕЕС. Для цього використовуються такі засоби як автоматичне регулювання збудження синхронних машин сильної дії, відключення синхронних генераторів і синхронних компенсаторів, відключення слабких зв'язків енергосистеми, поділ електростанцій, електричне гальмування й ін. Забезпечення стійкості роботи системи є частиною більш складної задачі забезпечення живучості ЕЕС. *Живучість* – це здатність системи протистояти ланцюговому розвитку аварії, що супроводжується відключенням значних потужностей споживачів і електростанцій, поділом енергосистеми на частини з виникненням великих дефіцитів активної потужності.

Запобігання зниженню частоти до небезпечного рівня при виникненні значних дефіцитів активної потужності в енергосистемі може бути покладене тільки на ПА, оскільки такі аварійні процеси

протікають протягом секунд чи десятків секунд. Основними засобами автоматичного запобігання виникнення лавини частоти є автоматичне частотне розвантаження (АЧР) системи, призначене для відключення частини менш відповідальних споживачів. Головне призначення АЧР – припинення лавиноподібного розвитку аварії і збереження в роботі не тільки відповідальних споживачів, але і, що більш важливо, всіх електростанцій. Крім того, на АЧР покладається також функція підйому частоти до рівня, що дозволяє автоматично відновити нормальну роботу енергосистеми.

Крім АЧР для ліквідації аварійних ситуацій з дефіцитом активної потужності використовують ще частотний пуск резервних гідрогенераторів, переведення гідрогенераторів з режиму синхронних компенсаторів у режим видачі активної потужності, частотне автоматичне повторне включення (ЧАПВ) споживачів при відновленні частоти, різні види АПВ ЛЕП, що забезпечують ресинхронізацію й ін.

Керування режимами роботи ЕЕС передбачає також використання принципово нових елементів (установок постійного струму, електромашинних перетворювачів частоти, регульованих під навантаженням реакторів, регульованих джерел реактивної потужності, і т. п.). Ведуться дослідження зі створення на базі могутніх нагромаджувачів електроенергії принципово нових пристроїв, призначених для підвищення рівня статичної і динамічної стійкості системи, покриття пікової частини графіка навантаження і регулювання частоти в системі. Застосування тих чи інших засобів керування режимами ЕЕС передбачає використання різноманітних методів математичного моделювання.

#### **1.4. Поняття математичної моделі**

Сучасна ЕЕС складається з великої кількості елементів, що взаємодіють між собою у відповідності до схеми їх з'єднання. Деякі елементи системи, які при розв'язанні однієї задачі розглядаються як прості об'єкти, в інших задачах можуть розглядатися як підсистеми і підрозділятися на ряд простіших елементів. Так, наприклад, електрична мережа, що у більшості задач аналізу режимів розглядається як багатополосний елемент, при аналізі електромагнітних і хвильових процесів повинна розглядатися як

система взаємодіючих динамічних елементів із зосередженими і розподіленими параметрами.

Будь-яка система з прийнятим складом елементів у процесі аналізу відображається за допомогою моделі. *Моделю* у загальному випадку – це деякий допоміжний об'єкт (наприклад, система, пристрій, знаковий образ і т. п.), що знаходиться у відношенні подібності до реальної фізичної системи і використовується для її дослідження відповідно до поставленої мети. Під подібністю розуміють взаємно однозначну відповідність між двома об'єктами. Подібність може бути фізична чи математична. Відповідно до цього і моделі можна розділити на фізичні і математичні.

При фізичному моделюванні процеси в моделі й у реальній системі фізично подібні і відрізняються лише масштабом. Математична модель реалізується упорядкованою множиною символів, що відображають способи дії окремих елементів і їхню взаємодію. Математичні моделі найчастіше реалізуються за допомогою комп'ютерів.

Будь-яка математична модель системи повинна бути скінченою, тобто такою, що лише приблизно відображає найважливіші для даної задачі властивості. Тому при розв'язанні конкретної задачі математичну модель намагаються побудувати так, щоб врахувати мінімум необхідних явищ.

Звичайно всі математичні співвідношення, що описують деяке явище, впливають безпосередньо з теорії цього явища. Математична модель елемента системи – це спрощене математичне подання явищ за допомогою співвідношень, що встановлюють кількісні зв'язки між основними його параметрами і змінними. Форма цих співвідношень залежить від багатьох факторів, часто суб'єктивних, таких як вибір припущень з метою спрощення, системи одиниць, системи координат, позначень величин і ін.

Процеси, що відбуваються в реальній системі, іноді корисно трактувати взаємодією елементів її моделі чи в більш загальному розумінні – *причинно-наслідковими зв'язками*. Роботу системи в процесі взаємодії її елементів можна графічно зобразити у вигляді деякої схеми причинно-наслідкових зв'язків.

**Приклад 1.1.** Розглянемо найпростішу фізичну систему, звичайний електричний дзвоник (рис. 1.1), що складається з чотирьох елементів: джерело струму (Д), електромагніт (ЕМ),

кнопка ( $K_1$ ), контакт із пружиною ( $K_2$ ). Побудувати математичну модель системи у вигляді схеми причинно-наслідкових зв'язків.

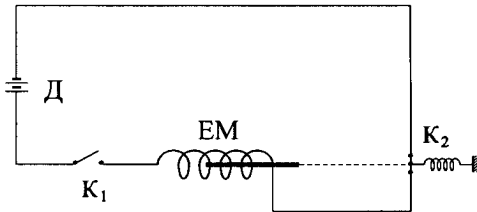


Рис.1.1

**Розв'язок.** Розглянемо деякі логічні змінні  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , які можуть приймати значення 0 або 1 (табл.1.1). Роботу системи можна змоделювати за допомогою мережі причинно-наслідкових зв'язків (рис. 1.2).

Таблиця 1.1

Змінна	$x=1$	$x=0$
$x_1$	Кнопка натиснута	Кнопка не натиснута
$x_2$	Контакт $K_1$ замкнений	Контакт $K_1$ не замкнений
$x_3$	Струм $e$	Струму немає
$x_4$	Стержень утягнений	Стержень не втягнений
$x_5$	Контакт $K_2$ замкнений	Контакт $K_2$ не замкнений

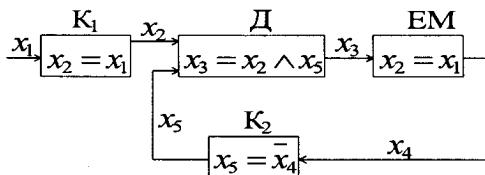


Рис.1.2

Робота моделі поділяється на дискретні такти, на кожному з яких моделюються функції окремих елементів і передача інформації відповідно до причинно-наслідкових зв'язків. Можна скласти програму моделювання процесів, що відбуваються в системі. При моделюванні перехідних процесів кожному такту відповідає крок чисельного інтегрування диференціальних рівнянь динамічних елементів системи.

Математичне описання системи можна одержати також формально-аналітичним методом об'єднання математичних моделей

її елементів у єдину систему рівнянь. Найчастіше схема причинно-наслідкових зв'язків реальної системи носить уявний характер, тобто існує тільки в пам'яті математика-програміста. У складних випадках перед початком складання програми будується блок-схема алгоритму.

Поняття математичної моделі системи включає не тільки сукупність певних математичних співвідношень, але й уявну ідеалізацію системи, для якої записані ці співвідношення з урахуванням прийнятих припущень і спрощень. Для побудови математичної моделі системи необхідно спочатку досконально вивчити її структуру і процеси і записати всі математичні співвідношення елементів.

Математична модель не визначає однозначно об'єкт дослідження. Вибір тієї чи іншої моделі диктується міркуваннями точності і складності реалізації моделі, що завжди знаходяться в протиріччі між собою. Побудова математичної моделі – один з найбільш складних і відповідальних етапів дослідження. Він вимагає як високого рівня кваліфікації в області самої фізичної системи, так і глибокої математичної підготовки.

Математична модель ніколи не буває тотожною реальної системі. Результат моделювання завжди носить наближений характер. *Критерієм точності* математичної моделі (адекватністю) називається міра близькості результатів моделювання (обчислювального експерименту) до результатів натурного експерименту. Неточність результатів моделювання залежить від двох факторів: неточності самої математичної моделі, що визначається прийнятими припущеннями, і похибки методу обчислень. Точність розв'язання задачі повинна відповідати точності вихідних даних. Слід завжди пам'ятати, що надмірна точність зв'язана з зайвими витратами.

Існують різні класифікації математичних моделей. Можна виділити, наприклад, такі два основних типи моделей як детерміновані і стохастичні. У детермінованих моделях відсутня будь-яка невизначеність. Детерміновані моделі описуються системами лінійних і нелінійних алгебраїчних рівнянь, а також системами звичайних диференціальних рівнянь і диференціальних рівнянь у часткових похідних. Сюди відносяться також оптимізаційні моделі. У стохастичних моделях усі ці частини змінних носить випадковий характер. Ми не будемо розглядати такі моделі, оскільки вони мають самостійне призначення.

За допомогою моделі можуть бути досліджені певні властивості системи. Вивчення явищ, що мають місце в реальній системі, за допомогою математичної моделі називається *математичним моделюванням*. Даний процес можна розділити на декілька окремих етапів, що можуть повторюватися: складання математичних співвідношень, що зв'язують параметри режиму і параметри системи і реалізація моделі за допомогою обчислювальних пристроїв; розв'язання задач методом математичного моделювання; зіставлення результатів, отриманих за допомогою математичної моделі, з результатами дослідів для корегування математичної моделі з метою уточнення результатів моделювання.

Дослідження нормальних і аварійних режимів ЕЕС на практиці виконується на основі класичного методу математичного моделювання фізичних об'єктів. За допомогою різних моделей можна визначити нормальний усталений режим системи, виконати його оптимізацію, всебічно дослідити можливі процеси порушення нормального режиму і т. д. Розгляд різних варіантів можливого протікання перехідних процесів може допомогти уникнути аварійних ситуацій, а також вибрати превентивні протиаварійні заходи з метою керування аварійним процесом у бажаному напрямку.

Для дослідження нормальних режимів і перехідних процесів в ЕЕС використовується багато різних математичних моделей, що відрізняються прийнятими вихідними припущеннями, а також різними формами запису рівнянь (системи одиниць, координат і ін.). Розмаїття математичних моделей зв'язано з використанням різних методів розв'язання конкретних задач.

## **1.5. Задачі аналізу режимів і методи їх розв'язання**

**1.5.1. Задачі аналізу режимів.** Побудована математична модель дає можливість сформулювати задачу аналізу режимів ЕЕС як математичну задачу.

Основою для розв'язання практично всіх інших задач аналізу режимів є задача аналізу нормального усталеного режиму, що полягає у визначенні напруг у вузлах і розподілу потоків потужностей у вітках електричної мережі. При розв'язанні даної задачі необхідно враховувати змінні коефіцієнти трансформації трансформаторів з регулюванням під навантаженням (РПН), можливість використання трансформаторів із поздовжньо-поперечним



регулюванням, які в схемі заміщення враховуються за допомогою комплексних коефіцієнтів трансформації, обмеження по напругах і реактивних потужностях джерел і багато інших особливостей.

Крім того, розв'язання задачі аналізу усталених режимів додатково вимагає вирішення таких складних проблем як побудова і корегування розрахункової схеми енергосистеми, створення і ведення бази даних параметрів елементів, зв'язаної з графом розрахункової схеми.

Оптимізація режиму енергосистеми – одна з найважливіших задач керування режимами. *Оптимізацією* в загальному (математичному) розумінні називають пошук таких значень аргументів деякої цільової функції, які відповідають її мінімуму чи максимуму (екстремуму). Якщо цільова функція має декілька екстремумів, то в процесі оптимізації необхідно визначити значення аргументів, які відповідають глобальному екстремуму, що ще більше ускладнює задачу. На практиці значення аргументів обмежуються умовами, що називаються дисциплінуючими, у вигляді рівностей і нерівностей. У більшості випадків цільова функція носить економічний характер і дорівнює сумарним витратам, що включають витрати на паливо, заробітну плату персоналу, ремонт устаткування і т. д. Іноді при оптимізації виконується пошук значень аргументів на деякому відрізку часу, що відповідають екстремуму цільового функціонала. При розв'язанні подібних задач необхідне використання методів варіаційного числення.

Великі розміри схем сучасних ЕЕС вимагають обробки великих обсягів інформації й ускладнюють аналіз результатів. Тому дуже часто виникає необхідність еквівалентного спрощення розрахункових схем при розв'язанні конкретних задач.

Аналіз перехідних процесів в ЕЕС зв'язаний з розв'язанням систем лінійних, нелінійних, трансцендентних і лінеаризованих алгебраїчних і диференціальних рівнянь високих порядків. До таких задач можна віднести: аналіз статичної стійкості; аналіз електромагнітних процесів; аналіз електромеханічних перехідних процесів і динамічної стійкості; аналіз тривалих перехідних процесів з урахуванням процесів у тепломеханічному устаткуванні електростанцій і стійкості напруги; аналіз комутаційних і атмосферних перенапруг в електричних системах; аналіз субсинхронних коливань роторних систем синхронних турбогенераторів.

Розрахунки електромагнітних процесів у сучасних ЕЕС дуже складні. Тому з метою прискорення розв'язання вводять ряд припущень для спрощення у залежності від постановки задачі. При розв'язанні задач аналізу струмів короткого замикання використовуються наступні припущення, що забезпечують лінійність моделей: відсутність насичення магнітних кіл; відсутність струмів намагнічування; симетричність трифазної системи змінного струму; подання навантажень у вигляді незмінних провідностей; відсутність коливачь ротора, що дозволяє прийняти вектори електрорушійних сил (ЕРС) джерел незмінними.

Останнє припущення часто не витримує критики, оскільки при швидкому перебігу електромеханічних перехідних процесів у сучасних турбогенераторах надійні результати можна одержати лише при моделюванні електромагнітних процесів з урахуванням електромеханічних.

При моделюванні електромеханічних перехідних процесів в ЕЕС ротори синхронних генераторів можна розглядати як матеріальні тіла, механічний рух яких складає основу цих процесів. Ротори синхронних генераторів, віддалених між собою на десятки і сотні кілометрів, у нормальному режимі обертаються з однаковою швидкістю, начебто вони жорстко з'єднані механічним зв'язком. Зміна відносного положення ротора і швидкості обертання одного з них негайно впливає на інші синхронні генератори, змушуючи їхні ротори також змінювати своє положення і швидкість обертання.

З даної точки зору ЕЕС можна розглядати як механічну систему. Ротор кожного синхронного генератора представляє матеріальне тіло з максимальним числом ступенів свободи в загальному випадку – шість. Однак, конструкція підшипників і кріплень обмежує рух у просторі, залишаючи лише можливість обертання ротора навколо осі. Таким чином, ротор будь-якого синхронного генератора має один ступінь свободи, і всі моменти, що діють на ротор, зв'язані лише з цим видом руху. Тому при моделюванні електромеханічних перехідних процесів вважається, що система рухається в просторі, де положення матеріальних тіл (роторів) визначаються лише однією координатою – кутом зсуву ротора в системі координат, яка обертається разом з ротором.

На ротор кожного синхронного генератора діє дві основні сили, зв'язані з моментом турбіни й електромагнітним моментом. Моменти турбін залежать від параметрів пари чи води первинних

двигунів. Електромагнітні моменти визначаються взаємним положенням роторів генераторів енергосистеми, тобто є внутрішніми силами, які через електричну мережу поєднують усі синхронні генератори в єдину систему.

Слід зазначити, що обертання роторів у загальному випадку нічим не обмежене. Виключенням є електроенергетична система з шинами безкінечної потужності (ШБП), яка вважається дуже наближеною ідеалізацією реальної системи. Введення ШБП рівнозначне включенню в цьому вузлі електричної мережі ідеального синхронного генератора у вигляді незмінної ЕРС із нульовим внутрішнім опором і безконечною сталою інерції ротора.

Аналіз тривалих перехідних процесів в умовах значних небалансів між виробленою і спожитою активною і реактивною потужністю і, як наслідок, значною зміною частоти і напруг може бути методичною основою моделювання складних ланцюгових аварій в електроенергетичних системах (тренажер чи порадник диспетчера). Це дозволяє конкретно підійти до вирішення проблеми живучості, тобто здатності системи цілком чи частково виконувати функцію електропостачання споживачів в умовах інтенсивних зовнішніх збурень.

**1.5.2. Методи аналізу режимів.** Для розв'язання будь-якої складної задачі потрібно мати відповідну програму чи комплекс програм. Розробка програми – дуже складний і трудомісткий процес, що складається з трьох етапів: постановка задачі і розробка математичних моделей; розробка методу, алгоритму і програми; виконання за допомогою програми конкретних обчислень. Кожний із зазначених етапів має реалізовуватися окремим виконавцем.

Вибір тієї чи іншої моделі диктується метою розрахунків. У розрахунках режимів електроенергетичних систем використовується багато різних моделей, що обумовлено наступними обставинами: складністю структури і великими обсягами розрахункових схем; необхідністю врахування нелінійності елементів; необхідністю розв'язання оптимізаційних задач; необхідністю аналізу стійкості при великих і малих збуреннях.

На сьогоднішній день обсяги основних схем електричних мереж можуть досягати тисяч і десятків тисяч вузлів. Низьковольтні електромережі експлуатуються в розімкненому стані. За таких умов аналіз робочих режимів ЕЕС пов'язаний насамперед із труднощами спільного розрахунку електричних мереж різних класів напруги.

Найбільш трудомістким є другий етап – розробка методу, алгоритму і програми розв'язання задачі. Для розв'язання детермінованих задач найбільше поширення одержали наступні методи: розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь; розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь; обчислення обернених матриць; обчислення власних значень і векторів матриць; обчислення критеріїв стійкості; чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь; чисельного розв'язання диференціальних рівнянь у часткових похідних; математичного програмування; градієнтні методи оптимізації.

На сьогоднішній день досконально досліджені всі найважливіші питання аналізу режимів електроенергетичних систем, розроблені математичні моделі елементів системи, методи розрахунків ustalених режимів і перехідних процесів, статичної і динамічної стійкості, оптимізації режимів, еквівалентного спрощення електричних схем тощо. Однак розв'язання зазначених задач іноді вимагає додаткових досліджень, зв'язаних із прискоренням ітераційних процесів, лінеаризацією, декомпозицією і еквівалентуванням складних схем та ін. Часто доводиться стикатися з порушенням умов збіжності ітераційних процесів, неоднозначністю, нестійкістю чисельного розв'язання диференціальних рівнянь і т. д.

Методи розрахунків режимів ЕЕС основані на теорії електричних кіл і законах Ома і Кірхгофа. Впровадження цих методів привело до широкого використання топологічних і матричних методів. На сучасному етапі аналіз режимів зводиться до многократного розв'язування систем алгебраїчних рівнянь високих порядків. При цьому для розв'язання лінійних і лінеаризованих систем використовуються прямі методи з урахуванням розрідженості матриць коефіцієнтів. Для розв'язання нелінійних систем використовуються ітераційні методи.

Для оптимізації режимів найчастіше використовуються методи Лагранжа, градієнтний і математичного програмування.

Аналіз перехідних процесів зводиться до чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь, записаних для всіх динамічних елементів системи відповідно до розрахункової схеми і приведених до нормальної форми Коші. Аналіз стійкості при великих збуреннях в енергосистемі вимагає використання складних нелінійних моделей з урахуванням систем регулювання збудження і швидкості, а також різних типів ПА.

При розробці методів аналізу статичної стійкості нелінійні і трансцендентні диференціальні рівняння електромеханічних перехідних процесів лінеаризуються відповідно до методу малих коливань, що дозволяє використовувати математичні критерії стійкості. Використання матричних методів спрощує алгоритмізацію і програмування. Розв'язання задачі зводиться до формування матриці системи й обчислення власних чисел стандартними чисельними методами. Розв'язання задачі аналізу стійкості при малих збуреннях можливо також методом чисельного моделювання руху системи.

### **Вправи**

1. Складіть структурну схему всіх елементів енергосистеми.
2. Складіть структурну схему всіх режимів ЕЕС.
3. Намалюйте структуру оперативно-диспетчерського керування.
4. Намалюйте структуру автоматичного керування ЕЕС.
5. Побудуйте схему причинно-наслідкових зв'язків елементів РЗА.
6. Складіть структурну схему основних задач і методів аналізу режимів ЕЕС.

*Розділ 2*  
**МОДЕЛІ ЛІНІЙ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ**

**2.1. Ідеальна лінія електропередачі**

Лінію передачі електричної енергії на відстань (лінію електропередачі або ЛЕП) слід розглядати як електричне коло з розподіленими параметрами. Якщо не враховувати активний опір, така лінія електропередачі (ЛЕП) називається ідеальною (рис. 2.1).

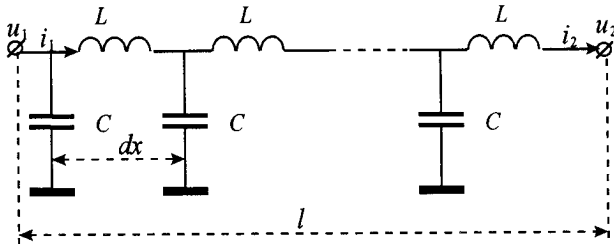


Рис. 2.1

Струми і напруги в довгій лінії є функціями двох незалежних змінних: часу ( $t$ ) і відстані ( $x$ ). Тому перехідні процеси в двопровідній лінії, в якій другим провідником служить земля, моделюються двома диференціальними рівняннями в часткових похідних

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial u}{\partial t} &= 0,\end{aligned}\quad (2.1)$$

де  $L$  і  $C$  – індуктивність і ємність на одиницю довжини.

Найчастіше ЛЕП розглядають як елемент системи, тому процеси в самій лінії можна не деталізувати, але граничні змінні – напруги і струми на вході ( $u_1, i_1$ ) і виході ( $u_2, i_2$ ) повинні визначатися з урахуванням внутрішніх процесів.

Для того, щоб інтегрувати рівняння (2.1), необхідно спочатку позбутися часткових похідних. Розглянемо повні диференціали напруги і струму як функції відстані і часу

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt,$$

$$di = \frac{\partial i}{\partial x} dx + \frac{\partial i}{\partial t} dt. \quad (2.2)$$

Визначимо часткові похідні  $\frac{\partial u}{\partial x}$  і  $\frac{\partial i}{\partial x}$  з (2.2) і підставимо їх у (2.1).

Маємо

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dt}{dx} + L \frac{\partial i}{\partial x} &= 0, \\ \frac{di}{dx} - \frac{\partial i}{\partial x} \frac{dt}{dx} + C \frac{\partial u}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Величина  $v = \frac{dx}{dt}$  відповідає швидкості поширення електромагнітних хвиль уздовж ЛЕП. Можна показати, що

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.4)$$

Для ідеальної лінії швидкість поширення хвиль дорівнює швидкості світла. У реальних ЛЕП швидкість проходження електромагнітних хвиль по лінії дещо менша швидкості світла через наявність активних утрат. Якщо лінія має довжину  $l$  км, то хвиля досягає кінця лінії з запізненням у сек

$$\tau = \frac{l}{v}. \quad (2.5)$$

Тепер, з огляду на (2.4), домножимо друге рівняння системи (2.3) на  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  і складемо його з першим рівнянням. Оскільки друге і третє рівняння, що складаються, взаємно знищуються, одержуємо дуже просте співвідношення

$$\frac{du}{dx} + \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{di}{dx} = 0 \quad (2.6)$$

Величина

$$Z_\lambda = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.7)$$

називається хвильовим опором лінії без утрат. Нарешті, якщо (2.6) помножити на  $dx$ , рівняння лінії можна переписати у формі повних диференціалів

$$du(x,t) + Z_\lambda di(x,t) = 0. \quad (2.8)$$

Проінтегруємо (2.8) у просторі і часі, змінюючи  $x$  від 0 до  $l$ , а  $t$  від  $t - \tau$  до  $t$ . Маємо

$$|u(x,t) + Z_\lambda i(x,t)|_{0,t-\tau}^{l,t} = 0. \quad (2.9)$$



Відповідно до позначень струмів і напруг на рис. 2.1

$$\begin{aligned}i(0, t) &= i_1(t), \\u(0, t) &= u_1(t), \\i(t, t) &= i_2(t), \\u(t, t) &= u_2(t).\end{aligned}$$

З урахуванням цього рівняння (2.9) набуває вигляду

$$[u_2(t) + Z_{\lambda} i_2(t)] - [u_1(t - \tau) + Z_{\lambda} i_1(t - \tau)] = 0. \quad (2.10)$$

Розглянемо для поточного моменту часу  $t$  деяку узагальнену величину

$$v(t) = u_1(t) + Z_{\lambda} i_1(t), \quad (2.11)$$

яку будемо називати прямою хвилею, що переміщається з початку в кінець лінії, зберігаючи своє значення. Таким чином, рівняння ідеальної лінії можна переписати в остаточному вигляді

$$u_2(t) + Z_{\lambda} i_2(t) = v(t - \tau). \quad (2.12)$$

Аналогічно можна розглядати електромагнітний процес у зворотному напрямку

$$u_1(t) - Z_{\lambda} i_1(t) = v'(t - \tau), \quad (2.13)$$

де

$$v'(t) = u_2(t) - Z_{\lambda} i_2(t) \quad (2.14)$$

називається зворотною хвилею. Якщо за додатній прийняти напрямок струму від вузла як для початку, так і для кінця лінії, рівняння для прямої і зворотної хвиль мають однаковий вигляд, тобто знак струму в кінці лінії потрібно замінити на протилежний.

Таким чином, будь-який сигнал, відправлений на початку чи в кінці ідеальної лінії, досягає протилежного вузла без зміни своєї форми з затримкою в часі  $\tau$ . Тому такий елемент часто називають лінією затримки.

**Приклад 2.1.** ЛЕП 750 кВ довжиною 500 км складається з 5 проводів у кожній фазі. Номінальний перетин проводу становить  $300/66 \text{ мм}^2$ . Визначити швидкість поширення і час затримки електромагнітних хвиль, а також хвильовий опір лінії.

**Розв'язок.** У довіднику знаходимо значення індуктивного опору і ємнісної провідності даної лінії на 1 км довжини. Вони складають:  $x_0 = 0.288 \text{ Ом/км}$ ,  $b_0 = 4.11 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}$ . Далі розраховуємо:

$$L = 0.288/314 = 0.918 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км},$$

$$C = 4.11 \cdot 10^{-6}/314 = 1.31 \cdot 10^{-8} \text{ Ф/км},$$

$$v = 1/\sqrt{0.918 \cdot 10^{-3} \cdot 1.31 \cdot 10^{-8}} = 289 \cdot 10^3 \text{ км/год},$$

$$\tau = 500/289/10^3 = 1.73 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 1.73 \text{ мс},$$

$$Z_\lambda = \sqrt{0.918 \cdot 10^{-3} / 1.31 / 10^{-8}} = 265 \text{ Ом}.$$

## 2.2. Реальна лінія електропередачі

Реальна лінія електропередачі має активний опір, унаслідок чого провід нагрівається. Крім того, в ЛЕП надвисоких напруг мають місце втрати на корону. Нарешті, частина струму втрачається внаслідок недосконалості ізоляції. Щоб врахувати зазначені втрати, схему заміщення необхідно доповнити активними подовжніми опорами і провідністями на землю, рівномірно розподіленими по всій довжині ЛЕП (рис. 2.2).

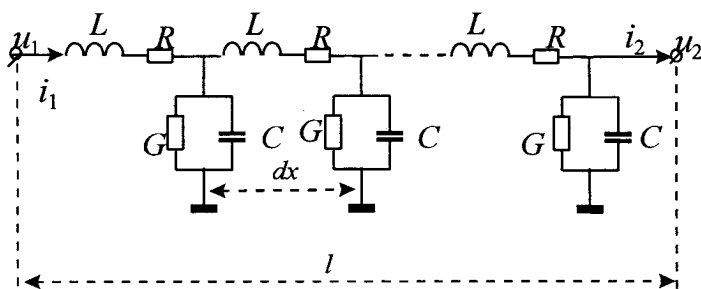


Рис. 2.2

Перехідний процес у довгій лінії з утратами можна відобразити за допомогою рівнянь

$$\frac{\partial u}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri = 0,$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial u}{\partial t} + Gu = 0. \quad (2.15)$$

Позбувшись часткових похідних, аналогічно ідеальній лінії приходимо до рівняння у формі повних диференціалів

$$du(x,t) + Z_\lambda di(x,t) + Ri(x,t)dx + GZ_\lambda u(x,t)dx = 0. \quad (2.16)$$

Після інтегрування (2.16) у просторі і часі маємо

$$\left| u(x,t) + Z_\lambda i(x,t) \right|_{0,t-\tau}^{l,t} + R \int_{0,t-\tau}^{l,t} i(x,t) dx + GZ_\lambda \int_{0,t-\tau}^{l,t} u(x,t) dx = 0. \quad (2.17)$$

Фактичні зміни напруги і струму уздовж лінії невідомі. Однак, якщо прийняти лінійний закон, то інтеграли можна визначити за допомогою формули трапеції

$$\int_{0, t-\tau}^{l, t} i(x, t) dx \approx \frac{l}{2} [i_2(t) + i_1(t - \tau)],$$

$$\int_{0, t-\tau}^{l, t} u(x, t) dx \approx \frac{l}{2} [u_2(t) + u_1(t - \tau)].$$

Тоді рівняння (2.17) буде мати вигляд

$$[u_2(t) + Z_\lambda i_2(t) + \frac{Rl}{2} i_2(t) + \frac{Z_\lambda Gl}{2} u_2(t)] -$$

$$-[u_1(t - \tau) + Z_\lambda i_1(t - \tau) + \frac{Rl}{2} i_1(t - \tau) + \frac{Z_\lambda Gl}{2} u_1(t - \tau)] = 0. \quad (2.18)$$

Даному виразові відповідає спрощена схема (рис. 2.3).

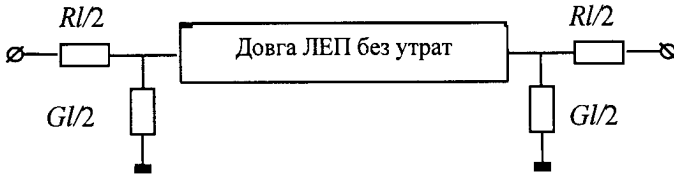


Рис. 2.3

Використовуючи поняття прямої хвилі, рівняння (2.18) можна записати в остаточному вигляді

$$(1 + \frac{Z_\lambda Gl}{2}) u_2(t) + (Z_\lambda + \frac{Rl}{2}) i_2(t) = v(t - \tau),$$

$$v(t) = (1 + \frac{Z_\lambda Gl}{2}) u_1(t) + (Z_\lambda + \frac{Rl}{2}) i_1(t). \quad (2.19)$$

Аналогічно для моделювання електромагнітного процесу в зворотному напрямку маємо рівняння

$$(1 + \frac{Z_\lambda Gl}{2}) u_1(t) + (Z_\lambda + \frac{Rl}{2}) i_1(t) = v'(t - \tau),$$

$$v'(t) = (1 + \frac{Z_\lambda Gl}{2}) u_2(t) + (Z_\lambda + \frac{Rl}{2}) i_2(t). \quad (2.20)$$

Використання понять прямої  $v(t)$  і зворотної  $v'(t)$  хвиль дає можливість розглядати частину схеми, яка прилягає до початкового вузла лінії, незалежно від частини схеми, яка прилягає до кінцевого вузла лінії. Але для цього потрібно знати, як моделюються інші елементи електричної системи, з якими з'єднана ЛЕП. Детальніше ці питання розглядаються в розділі 17.

### 2.3. Трифазна лінія електропередачі

Фактично ЛЕП змінного струму є трифазною. Кожна з фаз розміщена на спільній опорі і має електричний і електромагнітний вплив на інші фази завдяки взаємним індуктивностям, ємностям і активним провідностям. Розглянемо схему заміщення ділянки лінії довжиною  $dx$  (рис. 2.4). Для визначеності нехай ця довжина дорівнює 1 км.

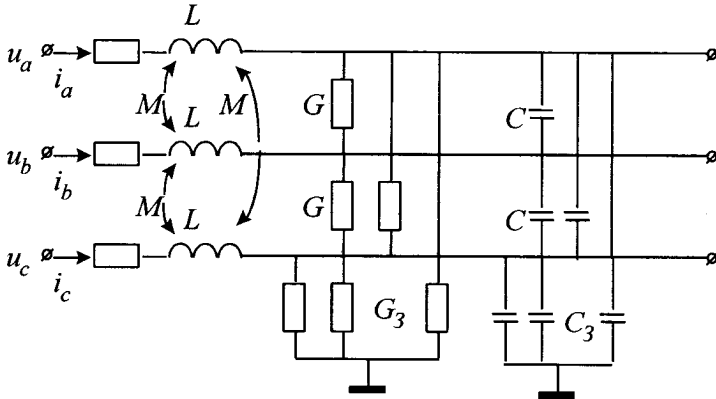


Рис. 2.4

Практично всі ЛЕП мають повний цикл транспозиції, і тому їх можна вважати симетричними. Різниця потенціалів на кінцях ділянки дорівнює падінню напруги в активному опорі й індуктивності. У матричній формі це можна описати рівнянням

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & & \\ & R & \\ & & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Різниця струмів на початку і в кінці ділянки дорівнює сумі струмів у провідностях і ємностях. Використовуючи матрицю власних і взаємних активних провідностей, а також аналогічну їй матрицю ємностей, відповідно до методу вузлових потенціалів можемо записати

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2G+G_3 & -G & -G \\ -G & 2G+G_3 & -G \\ -G & -G & 2G+G_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 2C+C_3 & -C & -C \\ -C & 2C+C_3 & -C \\ -C & -C & 2C+C_3 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Активний опір  $R$  відповідає втратам потужності на нагрівання провідів, активні провідності  $G$  і  $G_3$  – втратам на корону, ємності  $C$  і  $C_3$  – електричним зарядам між фазами, а також фазами і землею відповідно. Параметри  $L$  і  $M$  – коефіцієнти само- і взаємодукції фаз. Усі параметри ЛЕП у довідниках розраховані на 1 км довжини.

Матричні співвідношення (2.21) і (2.22) складають систему диференціальних рівнянь у часткових похідних. Знак мінус у лівих частинах цих рівнянь означає, що зі збільшенням координати  $x$  напруга і струм зменшуються. (Струм протікає від більш високого потенціалу на початку лінії до більш низького потенціалу в її кінці).

У загальному вигляді матричні рівняння ділянки ЛЕП у фазних координатах можна представити так:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{U}_\phi &= \mathbf{R}_\phi \mathbf{I}_\phi + \mathbf{L}_\phi \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_\phi, \\
 -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{I}_\phi &= \mathbf{G}_\phi \mathbf{U}_\phi + \mathbf{C}_\phi \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}_\phi.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Використання фазних величин хоча і відповідає більш повному відображенню фізичної сутності процесів реального об'єкта, але вимагає значно більших обсягів обчислень і пам'яті. Тому, щоб уникнути зазначених недоліків, використовують перетворення координат, при якому матриці параметрів перетворюються в діагональні.

Розглянемо лінійне перетворення координат за допомогою деякої числової матриці  $\mathbf{S}$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_m &= \mathbf{S} \mathbf{I}_\phi, \\
 \mathbf{U}_m &= \mathbf{S} \mathbf{U}_\phi,
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

де  $\mathbf{I}_m, \mathbf{U}_m$  – вектори струмів і напруг у модальній системі координат.

Якщо матриця  $\mathbf{S}$  має обернену, то

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_\phi &= \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I}_m, \\
 \mathbf{U}_\phi &= \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}_m.
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

З урахуванням (2.25) матричні рівняння (2.23) набувають вигляду

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}_m &= \mathbf{R}_\phi \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I}_m + \mathbf{L}_\phi \mathbf{S}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_m, \\ -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{I}_m &= \mathbf{G}_\phi \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}_m + \mathbf{C}_\phi \mathbf{S}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}_m. \end{aligned}$$

Помноживши останні рівняння ліворуч на  $\mathbf{S}$ , одержимо нові співвідношення для напруг і струмів у модальній системі координат

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{U}_m &= \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m + \mathbf{L}_m \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_m, \\ -\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{I}_m &= \mathbf{G}_m \mathbf{U}_m + \mathbf{C}_m \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}_m, \end{aligned} \quad (2.26)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_m &= \mathbf{S} \mathbf{R}_\phi \mathbf{S}^{-1}, \\ \mathbf{G}_m &= \mathbf{S} \mathbf{G}_\phi \mathbf{S}^{-1}, \\ \mathbf{L}_m &= \mathbf{S} \mathbf{L}_\phi \mathbf{S}^{-1}, \\ \mathbf{C}_m &= \mathbf{S} \mathbf{C}_\phi \mathbf{S}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Матриця перетворення  $\mathbf{S}$  повинна бути підібрана таким чином, щоб матриці модальних параметрів стали діагональними. Використання симетричних модальних координат дозволяє уникнути залежності фаз. Для ЛЕП як симетричного елемента можна запропонувати безліч систем координат, що мають властивість незалежності складових модальних каналів. Найбільш зручною є система координат, для якої матриці перетворення мають дуже простий вигляд:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Після відповідного перетворення система (2.26) розпадається на шість незалежних рівнянь для трьох модальних каналів  $\gamma, \delta, 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\gamma}{\partial x} &= R_\gamma i_\gamma + L_\gamma \frac{\partial i_\gamma}{\partial t} \\ \frac{\partial u_\delta}{\partial x} &= R_\delta i_\delta + L_\delta \frac{\partial i_\delta}{\partial t}, \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} &= R_0 i_0 + L_0 \frac{\partial i_0}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.29a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_\gamma}{\partial x} &= G_\gamma u_\gamma + C_\gamma \frac{\partial u_\gamma}{\partial t} \\ \frac{\partial i_\delta}{\partial x} &= G_\delta u_\delta + C_\delta \frac{\partial u_\delta}{\partial t} \\ \frac{\partial i_0}{\partial x} &= G_0 u_0 + C_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.296)$$

Параметри в модальній системі координат  $\gamma, \delta, 0$  зв'язані з фазними параметрами простими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} R_\gamma &= R_\delta = R_0 = R, \\ L_\gamma &= L_\delta = L - M, \quad L_0 = L + 2M, \\ G_\gamma &= G_\delta = G_3 + 3G, \quad G_0 = G, \\ C_\gamma &= C_\delta = C_3 + 3C, \quad C_0 = C. \end{aligned}$$

Таким чином, ділянка довгої лінії може бути представлена в однолінійному зображенні у вигляді Г-образної схеми заміщення (рис. 2.5).

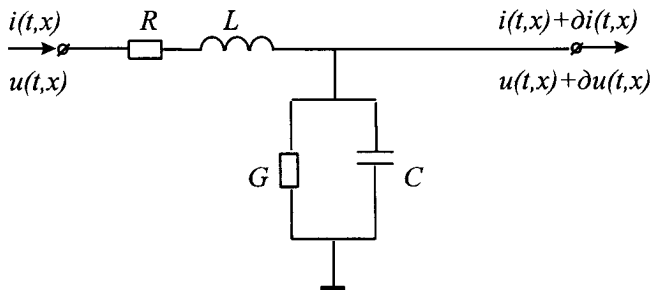


Рис. 2.5

За допомогою цієї схеми можна моделювати всі три модальні канали, використовуючи розглянуті раніше рівняння однофазної довгої лінії в часткових похідних гіперболічного типу (2.15).

#### 2.4. Статична модель лінії електропередачі

Складність моделювання ЛЕП полягає в залежності струму і напруги не тільки від часу, але і від відстані. В усталеному режимі задача спрощується. ЛЕП розглядається як рівномірно розподілені по довжині опір і провідність. Розподіл опоры викликає зміну напруги уздовж лінії. Так само розподіл провідності на землю є причиною зміни струму.

Розглянемо ділянку ЛЕП довжиною  $\Delta x$  (рис. 2.6). Нехай, як і раніше, довжина цієї ділянки дорівнює 1 км.

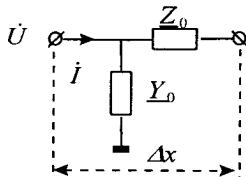


Рис. 2.6

Тут  $Z_0$  і  $Y_0$  – комплекси опору і провідності ділянки лінії,  $\dot{U}, \dot{i}$  – вектори синусоїдальних величин напруги і струму на початку ділянки. Багато авторів використовують єдиний підхід при позначенні комплексних величин. Тому надалі повні опори і провідності ми теж будемо позначати як  $\dot{Z}$  і  $\dot{Y}$ .

Падіння напруги вздовж ділянки

$$\Delta \dot{U} = \dot{i} \dot{Z}_0 \Delta x,$$

Збільшення струму в кінці ділянки

$$\Delta \dot{i} = \dot{U} \dot{Y}_0 \Delta x,$$

Переходячи до нескінченно малих величин, розглянуті рівняння можна записати у вигляді похідних:

$$\frac{\partial \dot{U}}{\partial x} = \dot{i} \dot{Z}_0, \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \dot{i}}{\partial x} = \dot{U} \dot{Y}_0. \quad (2.31)$$

Для того, щоб позбутися взаємозалежності струму і напруги, візьмемо другі похідні від (2.30) і (2.31) і виключимо перші похідні. Тоді

$$\frac{\partial^2 \dot{U}}{\partial x^2} = \dot{Z}_0 \frac{\partial \dot{i}}{\partial x} = \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 \dot{U}, \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{i}}{\partial x^2} = \dot{Y}_0 \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} = \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 \dot{i}. \quad (2.33)$$

Повний інтеграл рівняння (2.32)

$$\dot{U}_{2x} = \dot{C}_1 e^{\gamma x} + \dot{C}_2 e^{-\gamma x}, \quad (2.34)$$

де  $x$  – відстань від кінця лінії до деякої проміжної точки,  $\dot{\gamma}$  – коефіцієнт поширення

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}. \quad (2.35)$$



Для визначення сталих інтегрування  $\dot{C}_1, \dot{C}_2$  одного рівняння (2.34) недостатньо. Тому з рівняння (2.33) знаходимо

$$i_{2x} = \frac{1}{Z_0} \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} = \frac{\dot{Y}}{Z_0} \left( \dot{C}_1 e^{jx} - \dot{C}_2 e^{-jx} \right). \quad (2.36)$$

Прийmemo  $x=0$ , тобто розглянемо кінець лінії. Тоді з формул (2.34) і (2.36) можна скласти систему рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{C}_1 + \dot{C}_2, \\ i_2 &= \frac{\dot{Y}}{Z_0} (\dot{C}_1 - \dot{C}_2), \end{aligned} \quad (2.37)$$

відкіля

$$\begin{aligned} \dot{C}_1 &= \frac{1}{2} \left( \dot{U}_2 + \frac{Z_0}{\dot{Y}} i_2 \right), \\ \dot{C}_2 &= \frac{1}{2} \left( \dot{U}_2 - \frac{Z_0}{\dot{Y}} i_2 \right). \end{aligned}$$

З огляду на граничні умови, підставляємо сталі інтегрування в рівняння (2.34) і (2.36). Маємо

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2x} &= \dot{U}_2 \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} + i_2 \frac{Z_0}{\dot{Y}} \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2}, \\ i_{2x} &= i_2 \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} + \dot{U}_2 \frac{\dot{Y}}{Z_0} \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2}. \end{aligned}$$

Оскільки

$$\begin{aligned} \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} &= \text{ch} jx, \\ \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2} &= \text{sh} jx, \\ \frac{Z_0}{\dot{Y}} &= \sqrt{\frac{Z_0}{\dot{Y}}} = Z_\lambda, \end{aligned}$$

можемо записати формули для обчислення напруги і сили струму вздовж довгої лінії в залежності від напруги і сили струму в кінці

$$\dot{U}_{2x} = \dot{U}_2 \text{ch} jx + i_2 Z_\lambda \text{sh} jx, \quad (2.38)$$

$$i_{2x} = i_2 \text{ch} jx + \frac{\dot{U}_2}{Z_\lambda} \text{sh} jx. \quad (2.39)$$

Якщо прийняти відстань від кінця лінії рівною довжині лінії, одержимо формули для обчислення напруги і струму на початку лінії:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \text{ch} j\lambda + i_2 Z_\lambda \text{sh} j\lambda, \quad (2.40)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \frac{\dot{U}_2}{Z_\lambda} \operatorname{sh} \gamma l. \quad (2.41)$$

Величина  $\dot{Z}_\lambda$  називається хвильовим опором лінії. У даному випадку це комплексна величина.

**Приклад 2.2.** ЛЕП 750 кВ довжиною 300 км з'єднує потужну електростанцію з енергосистемою. Номінальний перетин проводу 300/66 мм<sup>2</sup>. Напруга на шинах енергосистеми підтримується незмінною на рівні 787 кВ. Сила струму, що генерується електростанцією, складає 1-j0.5 кА. Визначити напругу і силу струму на початку й у середині лінії.

**Розв'язок.** У довіднику знаходимо погонні параметри даної ЛЕП:

$$\begin{aligned} r_0 &= 0.021 \text{ Ом/км,} \\ x_0 &= 0.288 \text{ Ом/км,} \\ g_0 &= 0.024 \text{ мкСм/км,} \\ b_0 &= 4.11 \text{ мкСм/км.} \end{aligned}$$

Далі обчислюємо коефіцієнт поширення і хвильовий опір лінії:

$$\dot{\gamma} = (0.021 + j0.288)(0.024 + j4.11)10^{-6} = 0.00004 + j0.00109,$$

$$\dot{Z}_\lambda = [(0.021 + j0.288)/(0.024 + j4.11)10^6]^{0.5} = 264.9 - j8.9.$$

Для обчислення гіперболічних функцій комплексного аргументу скористаємось формулами

$$\operatorname{ch}(a + jb) = \operatorname{ch}(a) \cos(b) + j \operatorname{sh}(a) \sin(b),$$

$$\operatorname{sh}(a + jb) = \operatorname{sh}(a) \cos(b) + j \operatorname{ch}(a) \sin(b).$$

Таким чином,

$$\operatorname{ch}[(0.00004 + j0.00109)300] = 0.947 + j0.004,$$

$$\operatorname{sh}[(0.00004 + j0.00109)300] = 0.012 + j0.321.$$

Напруга і сила струму на початку лінії:

$$\dot{U}_1 = 787(0.947 + j0.004) + (1 - j0.5)(264.9 - j8.9)(0.012 + j0.321) = 793.98 + j85.09 = 798.52 \angle 6.12,$$

$$\dot{I}_1 = (1 - j0.5)(0.947 + j0.004) + 787/(264.9 - 8.9)(0.012 + j0.321) = 0.954 + j0.484.$$

Аналогічно визначасмо напругу і силу струму в середині лінії:

$$\operatorname{ch}[(0.00004 + j0.00109)150] = 0.987 + j0.001,$$

$$\operatorname{sh}[(0.00004 + j0.00109)150] = 0.006 + j0.163,$$

$$\dot{U}_c = 787(0.987 + j0.001) + (1 - j0.5)(264.9 - j8.9)(0.006 + j0.163) = 801.17 + j42.27 = 802.29 \angle 3.02,$$

$$\dot{I}_c = (1 - j0.5)(0.987 + j0.001) + 787/(264.9 - j8.9)(0.006 + j0.163) = 0.990 - j0.009.$$

Таким чином, напруга і сила струму внаслідок розподілу параметрів поступово змінюється уздовж лінії електропередачі.

Якщо напруга і струм відомі на початку ЛЕП (позначимо їх відповідно  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ ), а незалежну змінну  $x$  будемо розглядати як відстань від початку лінії, тоді формули (2.38) і (2.39) набувають дещо іншого вигляду:

$$\dot{U}_{1x} = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma x + \dot{I}_1 Z_\lambda \operatorname{sh} \gamma x, \quad (2.42)$$

$$\dot{I}_{1x} = \dot{I}_1 \operatorname{ch} \gamma x + \frac{\dot{U}_1}{Z_\lambda} \operatorname{sh} \gamma x. \quad (2.43)$$

При  $x=l$  формули (2.42) і (2.43) дають можливість визначити напругу і струм в кінці лінії як

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma l - \dot{I}_1 Z_\lambda \operatorname{sh} \gamma l, \quad (2.44)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \operatorname{ch} \gamma l - \frac{\dot{U}_1}{Z_\lambda} \operatorname{sh} \gamma l. \quad (2.45)$$

Можливий режим, у якому напруга регулюється з обох кінців ЛЕП. Тоді виникає необхідність у такій моделі лінії, для якої напруги  $\dot{U}_1, \dot{U}_2$  є вхідними, а струми  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  – вихідними. Визначимо струм  $\dot{I}_1$  з рівняння (2.44), а  $\dot{I}_2$  – з рівняння (2.40). Маємо

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma l - \dot{U}_2}{Z_\lambda \operatorname{sh} \gamma l}, \quad (2.46)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l}{Z_\lambda \operatorname{sh} \gamma l}. \quad (2.47)$$

Для визначення проміжних значень напруги і сили струму в лінії використовують формули:

$$\dot{U}_{2x} = \dot{U}_1 \frac{\operatorname{sh} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma l} + \dot{U}_2 \frac{\operatorname{sh} \gamma (l-x)}{\operatorname{sh} \gamma l}, \quad (2.48)$$

$$\dot{I}_{2x} = \frac{\dot{U}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma (l-x)}{Z_\lambda \operatorname{sh} \gamma l}. \quad (2.49)$$

**Приклад 2.3.** ЛЕП 750 кВ довжиною 300 км з'єднує потужну електростанцію з енергосистемою безконечної потужності. Напруга на шинах системи дорівнює 750 кВ незалежно від навантаження лінії. Напруга на шинах електростанції складає  $750e^{j\delta}$ , тобто модуль напруги також залишається незмінним, а значення кута  $\delta$  залежить від активного навантаження генераторів електростанції. Параметри ЛЕП такі ж, як і в попередньому прикладі. Розрахувати графіки розподілу напруги уздовж лінії для декількох значень кута  $\delta$ .

Визначити також значення активних потужностей, що відповідають цим кутам.

**Розв'язок.** Складаємо алгоритм обчислень для будь-якого кута.

1. Обчислюємо

$$\dot{V}_1 = \frac{U_1}{\text{sh}\gamma l},$$

$$\dot{V}_2 = \frac{U_2(\cos\delta + j\sin\delta)}{\text{sh}\gamma l},$$

де значення  $\text{sh}\gamma l$  можна взяти з попереднього приклада.

2. Приймаємо  $x = l$ .

3. Обчислюємо значення гіперболічного синуса:

$$a_1 = \text{real}(\gamma l),$$

$$a_2 = \text{real}[\gamma(l-x)],$$

$$b_1 = \text{aimag}(\gamma l),$$

$$b_2 = \text{aimag}[\gamma(l-x)],$$

$$\dot{S}_1 = \text{sh}(a_1)\cos(b_1) + j\text{ch}(a_1)\sin(b_1),$$

$$\dot{S}_2 = \text{sh}(a_2)\cos(b_2) + j\text{ch}(a_2)\sin(b_2).$$

4. Обчислюємо напругу на відстані  $x$ :

$$\dot{U}_{2x} = \dot{V}_1 \dot{S}_1 + \dot{V}_2 \dot{S}_2,$$

$$U_{2x} = |\dot{U}_{2x}|.$$

5. Змінюємо відстань  $x = x - \frac{l}{10}$ . Якщо  $x \geq 0$ , повертаємося до пункту 3.

6. Обчислюємо струм в кінці лінії й активну потужність електростанції

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_1 - \dot{V}_2 \text{ch}\gamma l}{Z_\lambda},$$

$$P_2 = -\text{real}(\dot{I}_2 \dot{U}_2).$$

За результатами розрахунків побудовані графіки (рис. 2.7).

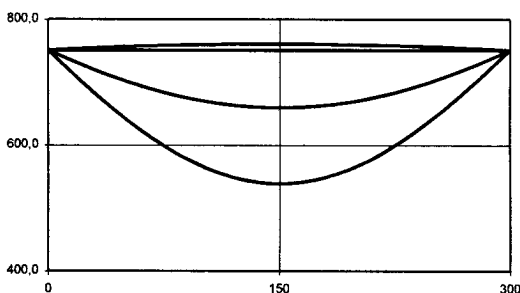


Рис. 2.7

Розподіл напруги уздовж ЛЕП залежить від кута  $\delta$ , тобто від навантаження лінії. Зі збільшенням активної потужності генераторів збільшується і кут  $\delta$ , а екстремальне значення напруги в середині лінії зменшується. При  $\delta = 18.7^\circ$  напруга уздовж лінії залишається незмінною (крива 2). Відповідна цьому активна потужність

$$P_2 = P_\lambda = \frac{U_2^2}{Z_\lambda} = \frac{750^2}{264.9} = 2130 \text{ МВт},$$

де  $Z_\lambda$  – хвильовий опір ЛЕП. Потужність електростанції в даному режимі дорівнює натуральній потужності лінії. При  $\delta = 0$   $P_2 = 2.3 < P_\lambda$  і напруга в середині лінії більше 750 кВ (крива 1), а при  $P_2 > P_\lambda$  (криві 3 і 4) – менше. Активні потужності і кути напруги в останніх двох режимах складають відповідно 5947 МВт при 60 град. і 7067 МВт при 90 град.

## 2.5. Спрощені моделі лінії електропередачі

При спрощених розрахунках режимів для ЛЕП довжиною до 1000 км іноді використовують розкладання гіперболічних функцій у ряд з обмеженою кількістю складових. Така модель ЛЕП розглядається як П-образна схема заміщення з зосередженими параметрами (рис. 2.8,а).

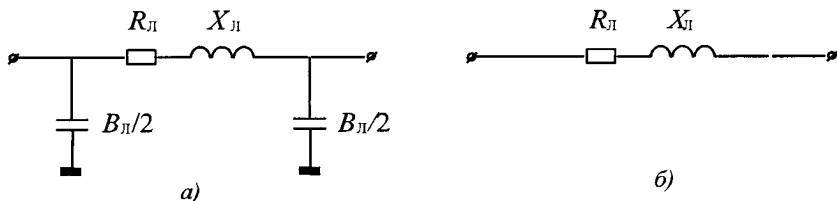


Рис. 2.8

Втрати на корону часто враховуються як додаткове навантаження на початку і в кінці ЛЕП чи зовсім не враховуються. Параметри ЛЕП визначаються з формул:

$$\begin{aligned}
 R_{\pi} &= r_0 l \left( 1 - \frac{l^2}{3} x_0 b_0 \right), \\
 X_{\pi} &= x_0 l \left[ 1 - \frac{l^2}{6} x_0 b_0 \left( 1 - \frac{r_0^2}{x_0^2} \right) \right], \\
 B_{\pi} &= b_0 l \frac{12 - l^2 x_0 b_0}{12 - 2l^2 x_0 b_0}.
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

ЛЕП довжиною до 300 км може враховуватися параметрами:

$$\begin{aligned}
 R_{\pi} &= r_0 l, \\
 X_{\pi} &= x_0 l, \\
 B_{\pi} &= b_0 l.
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

У розрахунках місцевих електромереж використовуються лише подовжні параметри (рис. 2.8, б).

**Приклад 2.4.** ЛЕП 750 кВ довжиною 300 км з'єднує потужну електростанцію з енергосистемою. Погонні параметри лінії:  $r_0=0.021$ ,  $x_0=0.288$ ,  $b_0=4.11 \cdot 10^{-6}$ . Напряга з боку енергосистеми дорівнює 750 кВ. Напряга на шинах електростанції –  $750e^{j30}$  кВ. Визначити параметри схеми заміщення ЛЕП і активну потужність в кінці лінії. Проаналізувати похибки спрощених моделей.

**Розв'язок.** Обчислюємо параметри схеми заміщення з (2.50):

$$\begin{aligned}
 R_{\pi} &= 0.021 \cdot 300 (1 - 300^2/3 \cdot 0.288 \cdot 4.11 \cdot 10^{-6}) = 6.24 \text{ Ом}, \\
 X_{\pi} &= 0.288 \cdot 300 (1 - 300^2/6 \cdot 0.288 \cdot 4.11 \cdot 10^{-6} (1 - 0.021^2/0.288^2)) = 85.99 \text{ Ом}, \\
 B_{\pi} &= 4.11 \cdot 10^{-6} \cdot 300 (12 - 300^2 \cdot 0.288 \cdot 4.11 \cdot 10^{-6}) / (12 - 2 \cdot 300^2 \cdot 0.288 \cdot 4.11 \cdot 10^{-6}) = 0.00124 \text{ См}.
 \end{aligned}$$

Обчислюємо струм і потужність в кінці лінії:

$$\begin{aligned}
 \dot{i}_2 &= (750e^{j30} - 750) / (6.24 + j85.99) + 750e^{j30} \cdot j0.00062 = 4.022 + j1.878 \text{ кА}, \\
 P_2 &= \text{real}(750e^{j30} (4.022 - j1.878)) = 3316.8 \text{ МВт}.
 \end{aligned}$$

Точна модель ЛЕП в аналогічному режимі дає результат 3361.7 Мвт. Таким чином, похибка складає

$$(3316.8-3361.7)/3361.7 \cdot 100 = -1.3\%.$$

Розглянемо простішу модель, параметри якої визначаються за формулами (2.51):

$$R_n = 0.021 \cdot 300 = 6.30 \text{ Ом},$$

$$X_n = 0.288 \cdot 300 = 86.40 \text{ Ом},$$

$$B_n = 4.11 \cdot 10^{-6} \cdot 300 = 0.00123 \text{ См}.$$

Струм і активна потужність в кінці ЛЕП:

$$i_2 = (750 e^{j30} - 750) / (6.30 + j86.40) + 750 e^{j30} j 0.000615 = 4.002 + j1.872 \text{ кА},$$

$$P_2 = \text{real}(750 e^{j30} (4.002 - j1.872)) = 3301.0 \text{ Мвт}.$$

Похибка

$$(3301.0 - 3361.7) / 3361.7 \cdot 100 = -1.8\%.$$

Таким чином, використання найпростішої моделі ЛЕП при довжині до 300 км не викликає істотної неточності результатів.

## Вправи

1. Визначити швидкість поширення і час затримки електромагнітної хвилі, а також хвильовий опір лінії 750 кВ довжиною 1000 км з проводами 4×400/93.

2. Визначити параметри моделі і побудувати схему заміщення ЛЕП 750 кВ довжиною 1000 км з проводами 4×400/93 з урахуванням втрат активної потужності.

3. Чому дорівнює ємність між фазами і ємність між фазою і землею, а також індуктивність фази і коефіцієнт взаємодукції фаз, якщо відомі параметри лінії для прямої, зворотної і нульової послідовностей?

4. Електростанція через ЛЕП 750 кВ довжиною 1000 км з проводами 4×400/93 видає в систему потужність 4000+j2000 МВА при напрузі 787 кВ на шинах станції. Визначити потужність і напругу в кінці електропередачі.

5. Визначити потужність навантаження і напругу в кінці ЛЕП 750 кВ довжиною 500 км, виконаної проводами 4×400/93, якщо струм і напруга на початку лінії дорівнюють відповідно 4-j2 кА і 750-j100 кВ.

6. Напруга на початку лінії 750 кВ довжиною 500 км з проводами 4×400/93 підтримується на рівні 787 кВ. Потужність на початку лінії складає 2000+jQ МВА, де Q може змінюватися в

межах від 0 до 2000 МВАр. Як буде змінюватися напруга в кінці лінії?

7. Електростанція через ЛЕП 750 кВ довжиною 1000 км з проводами  $4 \times 400/93$  генерує потужність  $4000 + jQ$  МВА при напрузі 787 кВ на шинах станції. Як змінюються втрати активної потужності в лінії, якщо  $Q$  змінюється в межах від 0 до 4000 МВАр? Визначити оптимальне значення  $Q$ , при якому втрати активної потужності мінімальні.

8. ЛЕП 750 кВ довжиною 500 км, що виконана проводами  $4 \times 400/93$ , зв'язує потужну електростанцію з енергосистемою безконечної потужності. Напруга на шинах системи становить 750 кВ, напруга на шинах станції дорівнює  $787e^{j\delta}$ . Розрахувати параметри П-образної схеми заміщення ЛЕП за спрощеними формулами (2.51). Дослідіть залежність активної і реактивної потужності станції від фазового кута  $\delta$ .

9. Умови задачі попередні. Напруга на шинах електростанції змінюється від  $700e^{j30}$  до  $800e^{j30}$ . Дослідити залежність активної і реактивної потужності станції від модуля напруги.

10. Виконати вправу 8, розраховуючи параметри П-образної схеми заміщення по більш точних формулах (2.50). Дослідити залежність похибки від кута  $\delta$ . Дослідити залежність похибки від довжини лінії.



## Розділ 3 МОДЕЛІ ТРАНСФОРМАТОРІВ

### 3.1. Ідеальний трансформатор

*Трансформатором* називається електрична машина, що складається з двох і більше нерухомих обмоток, зв'язаних загальним електромагнітним потоком. У силовому трансформаторі обмотки розміщені на залізному осерді таким чином, що майже весь потік однієї обмотки перетинає всі інші. Обмотка може бути розміщена на осерді послідовно чи поперемінно з іншими обмотками. На рис. 3.1 показана одна з можливостей розміщення обмоток на залізному осерді однофазного трансформатора. Кількість витків в обмотці може досягати від кількох сотень до декількох тисяч.

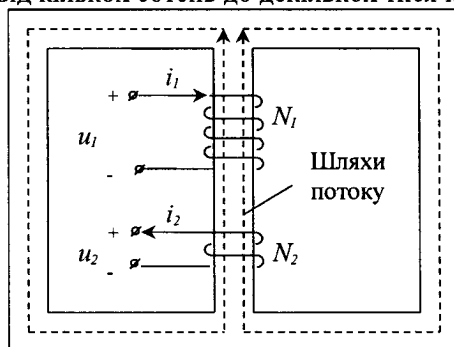


Рис. 3.1

Почнемо аналіз із припущень, що потік змінюється синусоїдально і трансформатор – ідеальний. Це означає, що електромагнітна провідність магнітопровода  $\mu$  і електрична провідність обмоток  $g$  дорівнюють безконечності. При безконечному  $\mu$  весь потік проходить через осердя і, таким чином, перетинає всі витки обмоток. ЕРС кожної обмотки при безконечному  $g$  дорівнює зовнішній напрузі.

Аналіз взаємодії обмоток показує, що ЕРС  $e_1$  і  $e_2$ , створювані при зміні потоку  $\Phi$ , знаходяться у фазі, що на рисунку позначено знаками полярності "+" і "-". Тоді відповідно до закону Фарадея

$$u_1 = e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (3.1)$$

$$u_2 = e_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (3.2)$$

де  $\Phi$  – миттєве значення потоку;  $N_1, N_2$  – число витків обмоток 1 і 2. Оскільки ми прийняли синусоїдальну зміну потоку, можемо перейти до векторної форми. Після ділення рівняння (3.1) на (3.2) маємо

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (3.3)$$

Звичайно ми не знаємо напрямку, в якому намотані обмотки трансформатора. Протікання струму через обмотку обумовлює створення магніторушійної сили (МРС), що діє в електромагнітному контурі в тому ж напрямку, що й електромагнітний потік. Позначимо крапкою ту сторону обмотки, з якої потік виходить. Схематичне зображення обмоток трансформатора показано на рис. 3.2, який несе в собі ту саму інформацію, що і попередній рисунок.

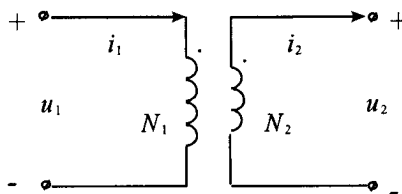


Рис. 3.2

Для одержання співвідношення між струмами  $i_1$  і  $i_2$  в обмотках розглянемо закон Ампера, відповідно до якого струм провідника в магнітному полі визначається круговим інтегралом напруженості поля  $H$  уздовж замкнутого шляху  $s$ :

$$\oint H ds = i. \quad (3.4)$$

Використовуємо цей закон для обмоток трансформатора (рис. 3.1). Для первинної обмотки формулу (3.4) треба прикласти  $N_1$  раз, а для вторинної –  $N_2$ . Оскільки  $N_1 i_1$  і  $N_2 i_2$  створюють МРС протилежних напрямків, то

$$\oint H ds = N_1 i_1 - N_2 i_2. \quad (3.5)$$

Круговий інтеграл від напруженості поля навколо замкнутого шляху дорівнює 0, якщо  $\mu = \infty$ . Таким чином, можемо записати у векторній формі

$$N_1 \dot{I}_1 - N_2 \dot{I}_2 = 0$$

або

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (3.6)$$

Слід звернути увагу на те, що  $\dot{I}_1$  і  $\dot{I}_2$  знаходяться у фазі, якщо обрані саме такі позитивні напрямки струмів, тобто позначеними крапкою виявилися вхід однієї обмотки і вихід іншої. Якщо ж в одній з обмоток за позитивний напрямок прийняти протилежний, вектор струму повернеться на  $180^\circ$  і буде знаходитися в протифазі.

З останнього рівняння

$$\dot{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2.$$

В ідеальному трансформаторі струм на вході відсутній, якщо  $\dot{I}_2 = 0$ .

Обмотка, до якої може бути підключений навантажувальний опір чи інше навантаження, називається *вторинною обмоткою*. Будь-яке електричне коло, включене на цю обмотку, має назву вторинна сторона трансформатора. Аналогічно, обмотка з боку джерела напруги називається *первинною обмоткою* на первинній стороні трансформатора. В енергосистемі потужність може протікати через трансформатор у будь-якому напрямку, тому поняття первинності і вторинності не мають істотного значення. Ці поняття мають загальне вживання і використовуються тільки в тому випадку, якщо вони не викликають непорозуміння.

Відношення кількостей витків вторинної і первинної обмоток називається коефіцієнтом трансформації

$$K_T = \frac{N_2}{N_1}. \quad (3.7)$$

Уведемо поняття опору навантаження на вторинній стороні трансформатора

$$\dot{Z}_H = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}. \quad (3.8)$$

Якщо визначити  $\dot{U}_2$  і  $\dot{I}_2$  з (3.3) і (3.6) з урахуванням (3.7), формула (3.8) набере вигляду

$$\dot{Z}_H = \frac{\dot{U}_1 K_T^2}{I_1}.$$

Тоді відповідний опір на первинній стороні трансформатора

$$\dot{Z}'_H = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{Z}_H}{K_T^2}. \quad (3.9)$$

Тобто при еквівалентному перенесенні опору з вторинної сторони трансформатора на первинну опір треба розділити на квадрат коефіцієнта трансформації.

Необхідно відзначити також, що добутки  $\dot{U}_1 \dot{I}_1$  і  $\dot{U}_2 \dot{I}_2$  рівні. Дійсно,

$$\dot{U}_1 \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{K_T} \dot{I}_2 K_T = \dot{U}_2 \dot{I}_2,$$

а отже і

$$\dot{U}_1 \hat{I}_1 = \dot{U}_2 \hat{I}_2 .$$

Тобто повна потужність, що надходить через первинну обмотку трансформатора, дорівнює повній потужності, що споживається на вторинній стороні. Це узгоджується з поняттям ідеального пристрою, у якому відсутні внутрішні втрати.

**Приклад 3.1.** Нехай  $N_1=5500$ ,  $N_2=500$ ,  $\dot{U}_1=110$  кВ,  $\dot{I}_1=200 \angle -30^\circ$  А. Визначити коефіцієнт трансформації, напругу і струм на вторинній стороні трансформатора, а також потужність і опір навантаження.

**Розв'язок.**

$$K_T=500/5500=0.091$$

$$\dot{U}_2=0.091 \cdot 110=10 \text{ кВ}$$

$$\dot{I}_2=200 \angle -30^\circ / 0.091 \cdot 10^{-3}=2.2 \angle -30^\circ \text{ кА}$$

$$\dot{S}_n=10 \cdot 2.2 \angle 30^\circ=22 \angle 30^\circ \text{ МВА}$$

$$\dot{Z}_n=10/2.2 \angle -30^\circ=4.55 \angle 30^\circ \text{ Ом}$$

$$\dot{S}'_n=110 \cdot 200 \angle 30^\circ \cdot 10^{-3}=22 \angle 30^\circ \text{ МВА}$$

$$\dot{Z}'_n=4.55 \angle 30^\circ / 0.091^2=550 \angle 30^\circ \text{ Ом}$$

### 3.2. Автотрансформатор

Особливістю автотрансформатора є те, що його обмотки не тільки зчеплені загальним електромагнітним потоком, але мають і електричний зв'язок між собою. Будемо розглядати автотрансформатор у вигляді електрично зв'язаних обмоток ідеального трансформатора. На рис. 3.3 показаний один із варіантів з'єднання обмоток автотрансформатора. У даному випадку їх напруги додаються, хоча можливе і зустрічне з'єднання обмоток.

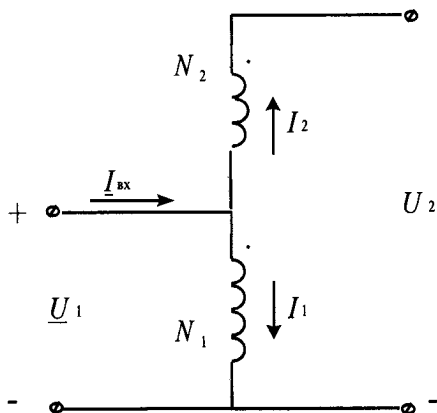


Рис. 3.3

Основним недоліком автотрансформатора є те, що він значно програє у використанні ізоляції порівняно з трансформатором. Перевага ж його над трансформатором складається в збільшенні потужності за інших рівних умов.

**Приклад 3.2.** Однофазний трансформатор потужністю 10 кВА, 200/100 В перекомутовано в автотрансформатор згідно до рис. 3.3. На вхід автотрансформатора подається напруга, що дорівнює номінальній напрузі первинної обмотки трансформатора, тобто 200 В. Припустимо, що автотрансформатор ідеальний, а навантаження вторинної обмотки таке, що через обмотки протікають струми, рівні номінальним. Визначити номінальну напругу вторинної обмотки і потужність автотрансформатора.

**Розв'язок.**

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 10000/200 = 50 \text{ A,} \\
 I_2 &= 10000/100 = 100 \text{ A,} \\
 U_2 &= 200 + 100 = 300 \text{ В,} \\
 I_{\text{вх}} &= 50 + 100 = 150 \text{ A,} \\
 S_{\text{вх}} &= 200 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ кВА,} \\
 S_{\text{вих}} &= 300 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ кВА.}
 \end{aligned}$$

З розглянутого приклада можна зробити висновок, що за інших рівних умов автотрансформатор забезпечує передачу значно більшої потужності, ніж трансформатор. Внутрішні втрати, якби це був не ідеальний автотрансформатор, такі ж, як і в трансформаторі, оскільки ми припустили, що навантаження обмоток дорівнює номінальним в обох випадках. Однак, збільшення рівня ізоляції

автотрансформатора (у нашому прикладі в 1.5 рази) є вирішальним чинником, і тому в більшості практичних застосувань віддають перевагу звичайним трансформаторам.

### 3.3. Реальний трансформатор

Ідеальний трансформатор – це лиш перший крок при вивченні реального трансформатора. У реальному трансформаторі існує електричний опір обмоток, існує електромагнітний опір у залізному осерді, мають місце і втрати потужності в залізному осерді при циклічних змінах напрямку електромагнітного потоку, і не весь потік однієї обмотки зчеплений з іншою обмоткою.

Якщо на вході трансформатора прикласти синусоїдальну напругу при розімкненій вторинній обмотці, у первинній обмотці буде протікати невеликий струм. Цей струм має назву струму намагнічування трансформатора. При розімкненому вторинному колі первинна обмотка викликає значне намагнічення сталевого осердя, оскільки відсутня протидія вторинної обмотки. Відставання струму щодо прикладеної напруги становить близько  $90^\circ$ .

Втрати активної потужності, зв'язані з нагріванням осердя трансформатора (втрати в сталі), мають різну природу. По-перше, існують утрати, викликані необхідністю витрат енергії на циклічну зміну напрямку електромагнітного потоку, що називаються втратами на гістерезис. Інший вид утрат є наслідком циркуляційних струмів, що наводяться в масі заліза при зміні електромагнітного поля. Це так звані втрати на вихрові струми. Утрати на гістерезис можна зменшити шляхом використання спеціальних марок сталі. Утрати на вихрові струми знижуються шляхом виготовлення магнітопроводу із шихтованої листової сталі.

Втрати в сталі трансформатора не залежать від навантаження, а визначаються лише рівнем напруги на вході. Те ж саме можна сказати і про струм намагнічування трансформатора. Зазначені явища можна врахувати за допомогою загального шунта  $G_T + jB_T$ , де  $G_T$  – активна провідність трансформатора, що відповідає втратам у сталі  $G_T U_1^2$ ,  $B_T$  – індуктивна провідність, що відповідає струму намагнічування  $B_T U_1$ . У реальному трансформаторі деяка частина потокозчеплення первинної обмотки не перетинає вторинної і, отже, втрачається. Ця частина потоку пропорційна струму навантаження первинної обмотки і викликає втрату напруги, тобто може бути

відображена на схемі через індуктивний опір  $X_1$  (опір розсіювання), включений послідовно з активним опором первинної обмотки  $R_1$ . Аналогічно активний опір  $R_2$  і опір розсіювання  $X_2$  характеризують вторинну обмотку.

Маємо схему заміщення реального трансформатора (рис. 3.4).

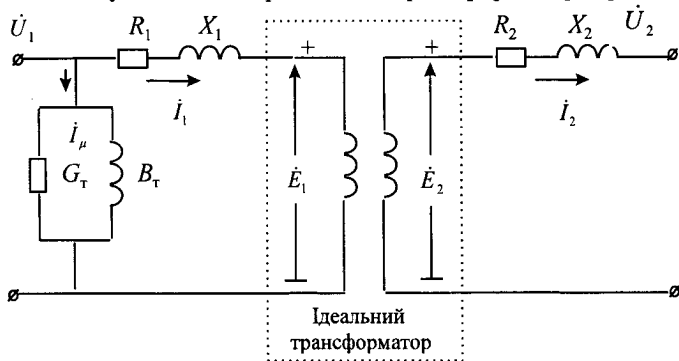


Рис. 3.4

У цій моделі між первинною і вторинною сторонами включений ідеальний трансформатор. Ідеальний трансформатор може бути опущений, якщо параметри вторинної обмотки привести до первинної сторони. Тоді можна ввести поняття еквівалентних опорів трансформатора:

$$R_T = R_1 + \frac{R_2}{K_1^2},$$

$$X_T = X_1 + \frac{X_2}{K_1^2}. \quad (3.10)$$

Відповідна схема заміщення трансформатора показана на рис. 3.5, а.

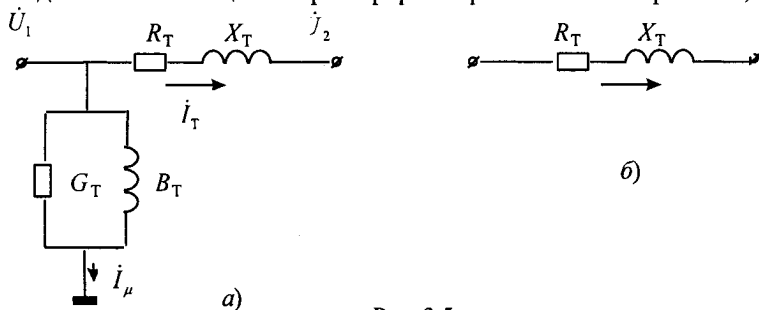


Рис. 3.5

Іноді нехтують струмом намагнічування, якщо він мало впливає на кінцевий результат, зображуючи трансформатор схемою рис. 3.5, б. Слід пам'ятати, що опори і напруги на вторинній стороні трансформатора повинні бути приведені до первинної сторони.

**Приклад 3.3.** Однофазний трансформатор має 1000 витків первинної обмотки і 220 – вторинної. Активні опори обмотки  $R_1=2$  Оми і  $R_2=0.1$  Ома. Індуктивні опори розсіювання обмоток  $X_1=10$  Ом і  $X_2=0.5$  Ома. Опір навантаження  $R_H=10$  Ом. На вхід первинної обмотки трансформатора подається напруга 1 кВ. Не враховуючи струму намагнічування, визначити напругу на виході трансформатора і втрату напруги у відсотках.

**Розв'язок.**

$$K_T=220/1000=0.22$$

$$R_T=2+0.1/0.22^2=4.07 \text{ Ом}$$

$$X_T=10+0.5/0.22^2=20.4 \text{ Ом}$$

$$R'_H=10/0.22^2=207 \text{ Ом}$$

$$i_1=1000/(4.07+207+j20.4)=4.71 \angle -6^\circ \text{ А}$$

$$\dot{U}'_2=4.71 \angle -6^\circ \cdot 207=977 \angle -6^\circ \text{ В}$$

$$\dot{U}_2=977 \angle -6^\circ \cdot 0.22=215 \angle -6^\circ \text{ В}$$

$$\delta U=(1000-977)/1000 \cdot 100=2.3 \%$$

### 3.4. Трифазний трансформатор

Три однакових однофазних трансформатори можна з'єднати так, що кожні три обмотки однієї напруги створюють трикутник ( $\Delta$ ) чи зірку ( $Y$ ), а схема загалом – трифазну трансформаторну групу. Отже, можливі групи з'єднання трансформаторів:  $Y-Y$ ,  $Y-\Delta$  і  $\Delta-\Delta$ . Точка з'єднання трьох фаз у зірку називається нейтраллю. Нейтраль може бути як ізольована, так і заземлена.

**Приклад 3.4.** Трансформаторна група складається з трьох однофазних трансформаторів, кожний з яких має номінальні параметри: 210 кВА, 20200/220 В. Група з'єднання обмоток  $Y-Y$ . Навантаження трансформатора має чисто активний характер – 1 кА в кожній фазі. Необхідно побудувати схему заміщення і визначити опір навантаження на первинній стороні.

**Розв'язок.** Оскільки схема трансформаторної групи і навантаження симетричні, симетричними будуть і напруги фаз. Отже, нейтраль низьковольтної обмотки і нейтраль навантаження



знаходяться під однаковим потенціалом. З погляду безпеки нейтраль заземлюють. Схема заміщення показана на рис. 3.6.

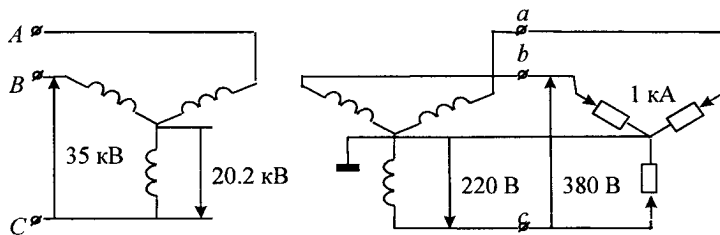


Рис. 3.6

Кожний з активних опорів навантаження  $R_H$  можна розглядати включеним безпосередньо на напругу 220 В, якщо зневажити втрату напруги в опорах вторинної сторони. Отже,  $R_H = 220/1000 = 0.22$  Ома. Опір навантаження, приведеної до високої сторони

$$R'_H = 0.22(35000/380)^2 = 0.22(20200/220)^2 = 1860 \text{ Ом}$$

Фазна напруга в  $\sqrt{3}$  раз менша за лінійну. Потужність навантаження

$$P_H = 380^2 / 0.22 \cdot 10^{-3} = 35000^2 / 1860 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 1 \cdot 220 = 660 \text{ кВт}$$

Розглянемо, як зміниться режим роботи системи, якщо обмотки на низькій стороні трансформаторної групи з'єднати в трикутник (рис. 3.7).

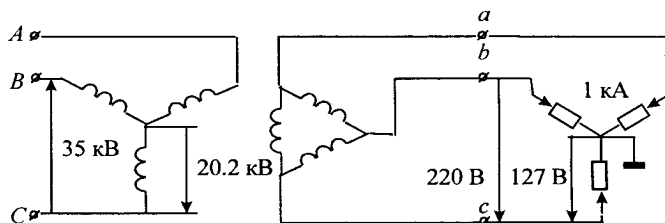


Рис. 3.7

Нехай опір навантаження, як і раніш, дорівнює 0.22 Ома (передбачається статичне навантаження). Оскільки кількість витків в обмотках не змінилася, на вторинній обмотці ми знову будемо мати 220 В, але тепер це лінійна напруга. Фазна ж напруга в  $\sqrt{3}$  раз менша, тобто дорівнює 127 В. Отже,

$$R'_H = 0.22(20200/127)^2 = 0.22(35000/220)^2 = 5550 \text{ Ом}$$

$$P_H = 220^2 / 0.22 \cdot 10^{-3} = 35000^2 / 5550 \cdot 10^{-3} = 220 \text{ кВт}$$

Таким чином, переключивши вторинні обмотки трансформатора в трикутник, ми зменшимо потужність споживачів у 3 рази (правда, за рахунок значного зниження якості електроенергії).

На практиці замість використання групи трьох ідентичних однофазних трансформаторів у більшості випадків застосовують трифазні трансформатори, в яких усі три фази розміщені на загальному магнітопроводі (рис. 3.8).

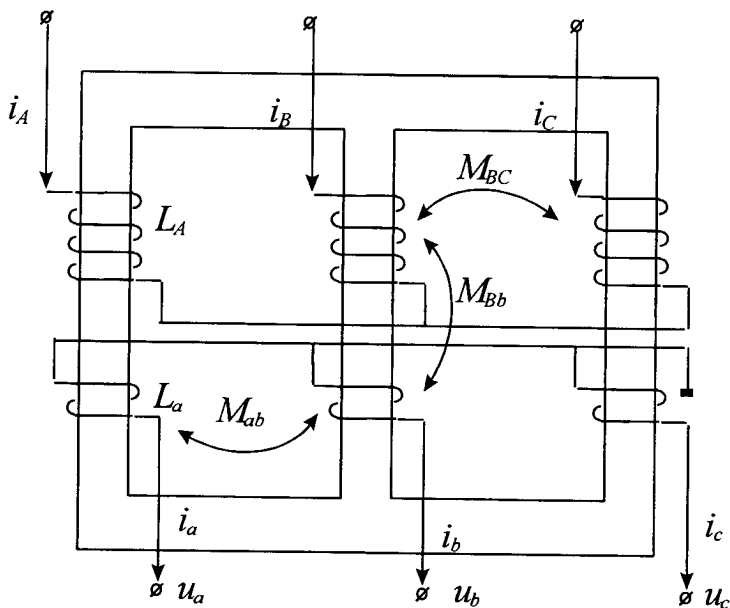


Рис. 3.8

Трансформатор має три обмотки  $A$ ,  $B$  і  $C$  на стороні вищої напруги, з'єднані між собою в зірку, і три обмотки  $a$ ,  $b$  і  $c$  на нижчій стороні, з'єднані в зірку з заземленою нейтраллю.

Розглянемо електромагнітну модель трифазного трансформатора. У відповідності з другим законом Кірхгофа сума падінь напруги в активному опорі і в індуктивностях розсіювання і взаємодукції будь-якого контуру дорівнює відповідній зовнішній напрузі. У матричному вигляді це можна записати так:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} & M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ac} \\ M_{BA} & L_B & M_{BC} & M_{Ba} & M_{Bb} & M_{Bc} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_C & M_{Ca} & M_{Cb} & M_{Cc} \\ M_{aA} & M_{aB} & M_{aC} & L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{bA} & M_{bB} & M_{bC} & M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{cA} & M_{cB} & M_{cC} & M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ -i_a \\ -i_b \\ -i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & & & & & \\ & R_1 & & & & \\ & & R_1 & & & \\ & & & R_2 & & \\ & & & & R_2 & \\ & & & & & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ -i_a \\ -i_b \\ -i_c \end{bmatrix},$$

чи коротко в матричному виді

$$\mathbf{U}_\phi = \mathbf{L}_\phi p \mathbf{I}_\phi + \mathbf{R}_\phi \mathbf{I}_\phi, \quad (3.11)$$

де  $\phi$  – індекс, що позначає фазну систему координат;  $p$  – оператор диференціювання.

Якщо скористатися перетворенням координат аналогічно тому, як це було зроблено для ЛЕП, одержимо нову систему рівнянь

$$\mathbf{U}_M = \mathbf{L}_M p \mathbf{I}_M + \mathbf{R}_M \mathbf{I}_M, \quad (3.12)$$

де  $m$  – індекс, що вказує на модальну систему координат. Матриці

$$\mathbf{L}_M = \mathbf{S} \mathbf{L}_\phi \mathbf{S}^{-1},$$

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_\phi$$

є діагональними, і система (3.12) розпадається на шість незалежних рівнянь типу

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 p i_1 + R_1 i_1 + M_{12} p (i_1 - i_2) \\ u_2 &= -L_2 p i_2 - R_2 i_2 + M_{21} p (i_1 - i_2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

для кожного з трьох модальних каналів. Індекс 1 означає вищу сторону трансформатора, а 2 – нижчу. Якщо привести напругу, струм, опір і індуктивності вторинної обмотки до кількості витків первинної обмотки, то рівняння (3.13) приймають вигляд

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 p i_1 + R_1 i_1 + M_{12} p (i_1 - i_2) \\ u_2 &= -L_2 p i_2' - R_2 i_2' + M_{21} p (i_1 - i_2') \end{aligned} \quad (3.14)$$

Різниця струмів

$$i_1 - i_2' = i_\mu,$$

тобто дорівнює струму намагнічування. Якщо зневажити цим струмом, то  $i_1 = i_2'$ . Віднявши від першого рівняння (3.14) друге, одержимо

$$u_2' = u_1 - R_T i_1 - L_T p i_1, \quad (3.15)$$

де  $R_T = R_1 + R_2'$ ,  $L_T = L_1 + L_2'$  – активний опір і індуктивність трансформатора. Відношення

$$\frac{u_2'}{u_2} = \frac{i_1}{i_2} = K_T$$

називається коефіцієнтом трансформації трифазного трансформатора.

Таким чином, відповідно до (3.15) математична модель трансформатора в розрахунках електромагнітних перехідних процесів може бути представлена трьома ідентичними незалежними схемами заміщення прямої, зворотної і нульової послідовностей (рис. 3.9).

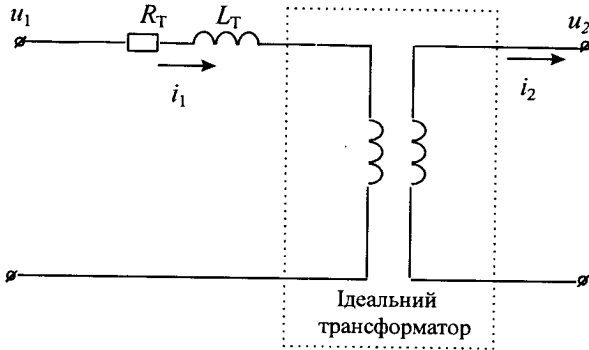


Рис. 3.9

Значення параметрів  $R_T$  і  $L_T$  прямої, зворотної і нульової послідовностей залежать від групи з'єднання обмоток трансформатора.

### 3.5. Розрахункові схеми трансформаторів

У розрахунках ustalених режимів, статичної і динамічної стійкості, тривалих перехідних процесів і ін. трансформатор моделюється Г-образною схемою заміщення (рис. 3.10, а), що характеризується опором  $\dot{Z}_T = R_T + jX_T$  і провідністю  $\dot{Y}_T = G_T + jB_T$ .

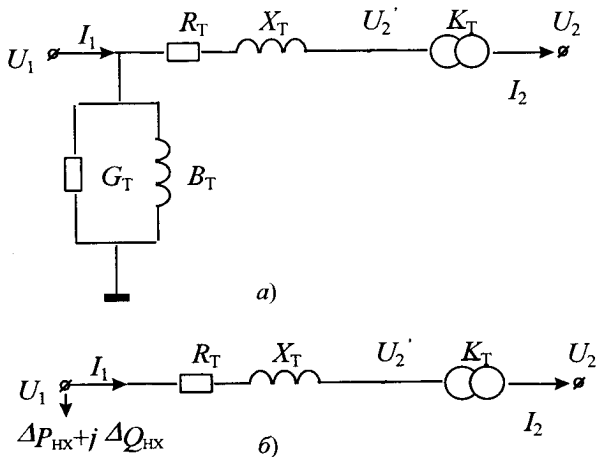


Рис. 3.10

Провідність шунта

$$\dot{Y}_T = \frac{\Delta P_{\text{нх}} - j\Delta Q_{\text{нх}}}{U_{\text{НОМ}}^2} \quad (3.16)$$

де  $\Delta P_{\text{нх}}$ ,  $\Delta Q_{\text{нх}}$  – втрати неробочого ходу трансформатора, що часто враховують додатковою потужністю в навантаженні (рис. 3.10, б).

У деяких спрощених розрахунках електрична мережа приводиться до одного ступеня напруги. Але в більшості випадків коефіцієнти трансформації, що звичайно відрізняються від номінальних, враховуються в явному вигляді. Коефіцієнт трансформації

$$\dot{K}_T = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}'_2}$$

зазвичай є дійсним числом. При наявності вольтодобавочного трансформатора (ВДТ) коефіцієнт трансформації – комплексний. Опір трансформатора прийнято приводити до початкового вузла, тобто до вищої сторони трансформатора. Тоді струми на початку і в кінці

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_T \dot{U}_1 + \frac{\dot{U}_1 - \dot{K}_T \dot{U}_2}{\dot{Z}_T}, \quad (3.17)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{K}_T \frac{\dot{U}_1 - \dot{K}_T \dot{U}_2}{\dot{Z}_T}. \quad (3.18)$$

**Приклад 3.5.** Трифазний двохобмоточний трансформатор ТРДН-25000/110 з номінальними параметрами 25 МВА і 115/10.5 кВ

живить статичного споживача активної потужності 21 МВт. З огляду на, що напруга на вторинній стороні дорівнює 10.5 кВ, визначити напругу і потужність трансформатора на первинній стороні.

**Розв'язок.** У довіднику знаходимо, що розглянутий трансформатор має опір  $2.54+j55.9$  Ом і втрати потужності неробочого ходу  $27+j175$  кВА.

Далі розраховуємо:

$$I_2 = 21/10.5 = 2 \text{ кА},$$

$$K_T = 10.5/115 = 0.0913,$$

$$U_2' = 10.5/0.0913 = 115 \text{ кВ},$$

$$I_1 = 2 \cdot 0.0913 = 0.1826 \text{ кА},$$

$$U_1 = 115 + (2.54 + j55.9) \cdot 0.1826 = 115.5 + j10.2 \text{ кВ},$$

$$S_1 = (115.5 + j10.2) \cdot 0.1826 + 0.027 + j0.175 = 21.1 + j2.0 \text{ МВА}.$$

Трифазний трансформатор може мати дві вихідні обмотки: вторинну і третинну. Такий трансформатор називається *трьохобмоточним*. Три входи мають і автотрансформатори. Математичні моделі трьохобмоточних трансформаторів і автотрансформаторів унаслідок складної залежності розподілу магнітних потоків і способів регулювання напруги мають досить складний вигляд. Але в практичних розрахунках їх можна відобразити схемою заміщення, показаною на рис. 3.11.

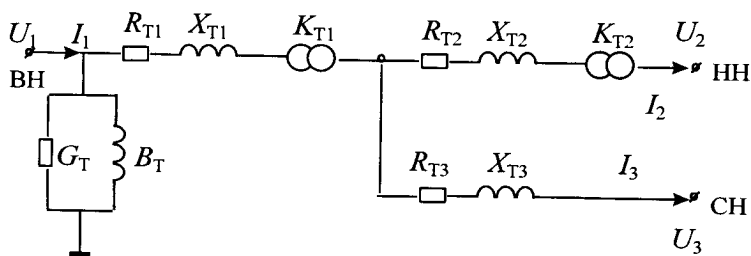


Рис. 3.11

У більшості випадків опір трансформатора на стороні середньої напруги відсутній і в схемі залишаються дві вітки. Для трьохобмоточних трансформаторів з регулюванням напруги під навантаженням (РПН) на стороні середньої напруги коефіцієнти трансформації обчислюються за формулами:

$$K_{T1} = \frac{U_{\text{Вном}}}{U_{\text{Сном}} + \Delta U},$$

$$K_{T2} = \frac{U_{\text{Сном}} + \Delta U}{U_{\text{Нном}}}. \quad (3.19)$$

Для трансформаторів із РПН у спільній нейтралі обмоток вищої і середньої напруги

$$K_{T1} = \frac{U_{\text{Вном}} + \Delta U}{U_{\text{Сном}} + \Delta U},$$

$$K_{T2} = \frac{U_{\text{Сном}} + \Delta U}{U_{\text{Нном}}}. \quad (3.20)$$

Будь-яка трансформаторна вітка є несиметричним елементом, що характеризується двома значеннями опорів: у прямому напрямку –  $\dot{Z}_T$  і в зворотному –  $K_T^2 \dot{Z}_T$ . Це приводить до несиметричності математичної моделі мережі і викликає певні незручності при розрахунках режимів. Тому в деяких програмах використовують трохи змінену математичну модель трансформатора без використання в явному вигляді ідеальної трансформації, але і без приведення мережі до однієї напруги. Схема заміщення трансформатора, що відповідає такій моделі, зображена на рис. 3.12.

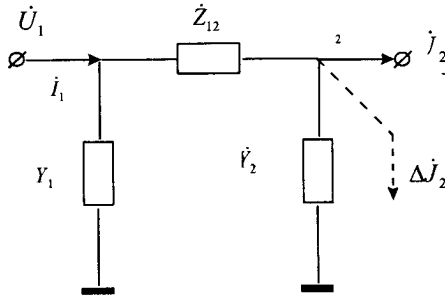


Рис. 3.12

Провідність шунта  $\dot{Y}_1$  на стороні вищої напруги має ємнісний характер, а на стороні нижчої напруги  $\dot{Y}_2$  – індуктивний. Для розрахунку еквівалентних параметрів П-образної схеми використовуються співвідношення:

$$\dot{Z}_{12} = \dot{K}_T \dot{Z}_T, \quad (3.21)$$

$$\dot{Y}_1 = \frac{\dot{K}_T - 1}{\dot{K}_T \dot{Z}_T}, \quad (3.22)$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{K_T - 1}{K_T^2 \dot{Z}_T}. \quad (3.23)$$

П-образна схема при дійсних коефіцієнтах трансформації цілком еквівалентна схемі з ідеальною трансформацією (рис. 3.10). Якщо трансформаторна вітка має комплексний коефіцієнт трансформації, розрахункові формули (1.21)–(1.23) треба доповнити формулою

$$\Delta J_2 = 2jK_T'' \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2 / K_T}{\dot{Z}_T}, \quad (3.24)$$

де  $K_T''$  – уявна складова коефіцієнта трансформації. Таким чином, в еквівалентній схемі заміщення трансформатора з комплексним коефіцієнтом трансформації (рис. 3.12) включається джерело струму для врівноваження.

**Приклад 3.6.** Визначити параметри еквівалентної схеми заміщення трансформатора, розглянутого в попередньому прикладі, і знайти напругу і потужність трансформатора на вищій стороні.

**Розв'язок.**

$$\dot{Z}_{12} = (2.54 + j55.9)0.0913 = 0.232 + j5.1 \text{ Ом},$$

$$\dot{Y}_1 = (0.0913 - 1)/(0.232 + j5.1) = -0.008 + j0.178 \text{ См},$$

$$\dot{Y}_2 = -(-0.008 + j0.178)/0.0913 = 0.088 - j1.95 \text{ См},$$

$$\dot{I}_{12} = 2 + (0.088 - j1.95)10.5 = 2.92 - j20.5 \text{ кА},$$

$$\dot{U}_1 = 10.5 + (0.232 + j5.1)(2.92 - j20.5) = 115.5 + j10.2 \text{ кВ},$$

$$\dot{I}_1 = 2.92 - j20.5 + (-0.008 + j0.178)(115.5 + j10.2) = 0.1826 \text{ кА},$$

$$\dot{S}_1 = (115.5 + j10.2)0.1826 + 0.027 + j0.175 = 21.1 + j2.0 \text{ МВА}.$$

Хоча еквівалентна схема заміщення трансформатора сама по собі дещо складніша, вона має істотну перевагу при розв'язанні задач аналізу режимів енергосистем, забезпечуючи симетричність моделі електричної мережі.

## Вправи

1. Однофазний трансформатор 220/127 В номінальною потужністю 1 кВА закорочений на низькій стороні і до нього підведена напруга 20 В на високій стороні. Визначити струми, що протікають в обмотках, а також активні і реактивні опори обмоток, якщо співвідношення  $R/X$  однакове для обох обмоток, а потужність на вході трансформатора 50 Вт.

2. Однофазний трансформатор 220/127 В номінальною потужністю 1 кВА перекомутовано в автотрансформатор таким



чином, щоб, подаючи 220 В на вхід автотрансформатора, одержати 347 В на виході. Намалуйте схему заміщення так, щоб струми були у фазі, покажіть полярність обмоток і напрямки струмів в обмотках. Визначте величини струмів на вході і виході, а також номінальну потужність автотрансформатора. Дослідіть, як зміниться ефективність автотрансформатора в порівнянні з трансформатором.

3. Виконайте вправу 2, якщо обмотки треба з'єднати так, щоб струми були в протифазі. Яким буде напруга на виході автотрансформатора?

4. Статичне активне навантаження 8 МВт, з'єднане в трикутник, живиться від трифазного трансформатора 10 МВА, 30/6.3 кВ із групою з'єднання обмоток  $Y-\Delta$ . Зневажаючи опором трансформатора, визначити опір навантаження в кожній фазі на вищій стороні трансформатора. Як зміниться результат, якщо навантаження з'єднане в зірку?

5. Три однофазних трансформатори потужністю 21 кВА кожний з'єднані за схемою  $\Delta-\Delta$  повинні жити 15 кВт навантаження в кожній фазі на напрузі 220 В. У результаті сезонних обставин навантаження зменшилося до 10 кВт. Необхідно дослідити, чи дає можливість зменшення навантаження на  $1/3$  вивести один трансформатор у ремонт, експлуатуючи систему за схемою розімкнутого трикутника (нехай для визначеності це будуть обмотки  $ab$  і  $bc$ ). Припустимо, що лінійна напруга на нижчій стороні  $U_{ab}=380\angle 0^\circ$  В. Визначити лінійні струми і потужність трансформаторів, що залишилися в роботі. Яке обмеження повинне бути накладене на навантаження при експлуатації системи по розімкнутому трикутнику? Поясніть, чому в навантаженні окремих трансформаторів з'являється реактивна потужність, якщо саме навантаження залишилося активним.

6. Навантаження 2000 кВт із  $\cos\phi=0.8$  живиться через ЛЕП 110 кВ і трифазний двохобмоточний трансформатор ТМН-2500/110. Опір лінії  $26.1+j58.4$  Ома, опір трансформатора  $42.6+j508.2$  Оми. Напруга на вході системи підтримується незмінною і складає 115 кВ. Напруга на низькій стороні трансформатора в робочому режимі – 10.5 кВ. Визначити напругу на виході трансформатора при вимкненому навантаженні.

7. Розв'яжіть попередню задачу, використовуючи еквівалентну схему заміщення трансформатора.

*Розділ 4*  
**МОДЕЛІ СИНХРОННИХ ГЕНЕРАТОРІВ**

**4.1. Класична модель генератора**

Синхронний генератор – це складна електрична машина з рухомими електромагнітними контурами і системами автоматичного регулювання. При комутаційних змінах в електричній мережі потокозчеплення контурів певний час залишаються практично незмінними, але при цьому наводяться вільні струми. Оскільки перехідна ЕРС генератора  $E'_q$ , пропорційна потокозчепленню обмотки збудження ротора, якийсь час також залишається незмінною, то синхронний генератор часто розглядають як ідеальне джерело напруги за внутрішнім реактивним опором (рис. 4.1, а).

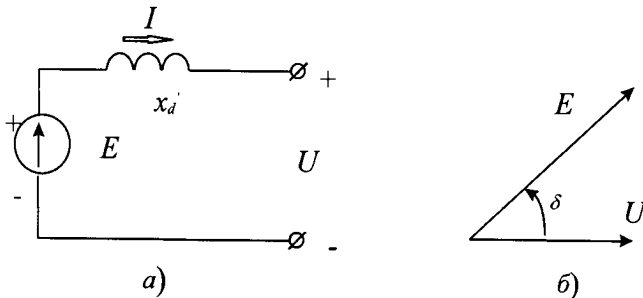


Рис. 4.1

Використання швидкодіючих систем автоматичного регулювання збудження (АРЗ) почасти змінює картину цього явища. Але практика показує, що в процесі збурювання потокозчеплення і ЕРС  $E'_q$  залишаються практично незмінними протягом 1-2 с. Найчастіше саме такі проміжки часу і розглядаються при аналізі синхронної динамічної стійкості електричних систем. Тому при розрахунках електромеханічних перехідних процесів у деяких випадках використовують найпростішу (класичну) модель синхронного генератора.

Класична модель генератора впливає з наступних основних припущень: механічний момент на валу генератора залишається незмінним протягом перехідного процесу, генератор заміщається електричною схемою у вигляді незмінної ЕРС  $E'_q$  за перехідним

реактивним опором  $x'_d$ , механічний кут зсуву ротора генератора відносно синхронної осі збігається з фазним електричним кутом ЕРС  $\delta$  і демпферні властивості електромагнітних контурів синхронної машини враховуються спрощено за допомогою постійного коефіцієнта демпфірування.

Розглянемо, як змінюється потужність генератора при зміні характеристик його режиму. Нехай дійсна вісь прямокутної системи координат збігається з вектором напруги на шинах генератора. Тоді згідно рис. 4.1, б маємо

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U, \\ \dot{E} &= E'_q e^{j\delta}. \end{aligned}$$

Оскільки струм генератора

$$\dot{I} = \frac{\dot{E} - \dot{U}}{jx'_d} = \frac{E'_q (\cos\delta + j\sin\delta) - U}{jx'_d}, \quad (4.1)$$

то активна потужність, що надходить від генератора в мережу

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U}\dot{I}) = \frac{E'_q U}{x'_d} \sin\delta = P_{\max} \sin\delta. \quad (4.2)$$

Таким чином, залежність  $P(\delta)$  має вигляд (рис. 4.2).

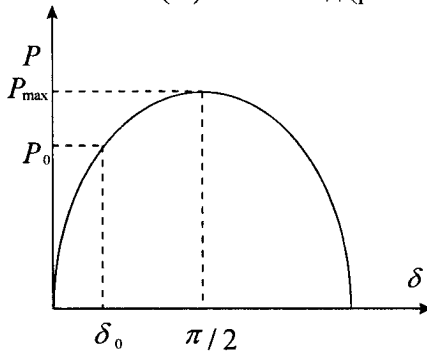


Рис.4.2

Дана залежність називається характеристикою потужності синхронного генератора. Чим більше навантаження генератора, тим більший кут відхилення ротора  $\delta$ . Однак генератор не може видати в електричну мережу активну потужність більшу за  $P_{\max}$ .

Припустимо, що кут  $\delta$  змінився щодо початкового значення на малу величину  $\Delta\delta$ . Тоді потужність  $P$  також зміниться

$$P = P_0 + \Delta P,$$

де

$$\Delta P = (\partial P / \partial \delta)_0 \Delta \delta$$

Величина

$$P_c = \partial P / \partial \delta = P_{\max} \cos \delta \quad (4.3)$$

називається синхронізуючою потужністю. Щоб синхронний генератор був статично стійкий, синхронізуюча потужність повинна бути додатньою. Іншими словами, кут  $\delta$  може змінюватися в діапазоні від 0 до 90°. Практичний критерій, заснований на знаку синхронізуючої потужності, іноді використовують для наближеної оцінки межі статичної стійкості електричної системи.

**Приклад 4.1.** Синхронний турбогенератор ТГВ-500 з параметрами  $U_{\text{ном}}=20$  кВ,  $\cos \varphi_{\text{ном}}=0.85$  і  $x'_d=0.373$ , у нормальному усталеному режимі несе навантаження  $\dot{S}_{Г0}=400+j200$  МВА, підтримуючи напругу  $U=22$  кВ. Визначити параметри схеми заміщення генератора, граничне значення активної потужності і значення кута  $\delta$  у вихідному усталеному режимі.

**Розв'язок.**

$$x'_d = 0.373 \cdot 20 / 500 \cdot 0.85 = 0.253 \text{ Ом}$$

$$\dot{I} = (400 - j200) / 21 = 19 - j9.5 \text{ кА}$$

$$\dot{E} = 21 + j0.253 \cdot (19 - j9.5) = 23.4 + j4.8 \text{ кВ}$$

$$E'_q = \text{cabs}(23.4 + j4.8) = 23.9 \text{ кВ}$$

$$P_{\max} = 23.9 \cdot 21.0 / 0.253 = 1980 \text{ МВт}$$

$$\delta_0 = \arctg(4.8 / 23.4) = 11.5^\circ$$

Отже, характеристика потужності генератора  $P=1980 \sin \delta$ .

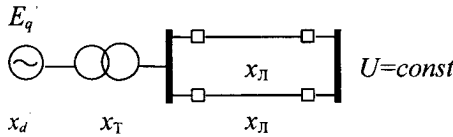
При збуренні усталеного режиму, що може мати місце, наприклад, при раптовій зміні провідності шунта в електричній мережі, кут  $\delta$  починає змінюватися. Рівняння руху ротора внаслідок нерівності моменту турбіни  $M_T$  і електромагнітного моменту  $M$  має вигляд

$$T_J p^2 \delta + K_d p \delta = \omega_0 (M_T - M), \quad (4.4)$$

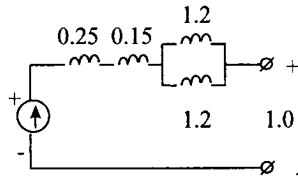
де  $T_J$  – механічна стала інерції турбіни і генератора,  $K_d$  – коефіцієнт демпфірування коливань ротора,  $p$  – оператор диференціювання.

При незначних відхиленнях частоти від номінальної електромагнітний момент у відносних одиницях (в. о.) дорівнює активній потужності генератора і визначається режимом електричної системи. Значення ЕРС генератора визначається з початкових умов існування нормального усталеного режиму і залишається протягом усього перехідного процесу незмінним.

**Приклад 4.2.** Синхронний генератор працює на систему безкінечної потужності через підвищувальний трансформатор і ЛЕП (рис. 4.3).



а)



б)

Рис.4.3

Реактивні опори генератора, трансформатора і ЛЕП у в. о. показані на схемі. Активні опори не враховуються. У нормальному усталеному режимі в електричну систему надходить потужність  $0.8+j0.4$  в.о. В момент  $t=0$  одна з ліній вимикається. Розрахувати графік електромеханічного перехідного процесу ротора генератора  $\delta(t)$ , якщо стала інерції генератора  $T_J=10$  с, а коефіцієнт демпфірування коливань  $K_d=5$ .

**Розв'язок.** З умов нормального усталеного режиму знаходимо ЕРС і початкове значення кута відхилення ротора:

$$x_{\Sigma 0} = 0.25 + 0.15 + 1.2/2 = 1.0$$

$$\dot{E} = 1 + j1.0 \cdot (0.8 - j0.4) / 1 = 1.4 + j0.8 = 1.612 \angle 29.75^\circ$$

$$E'_q = 1.612$$

$$\delta_0 = 29.75^\circ$$

Після вимкнення однієї з ЛЕП сумарний реактивний опір системи збільшиться і буде складати

$$x_{\Sigma} = 0.25 + 0.15 + 1.2 = 1.6$$

Активна потужність генератора в перехідному процесі визначається характеристикою

$$P = 1.612 \cdot 1 / 1.6 \sin(\delta / 57.3) = 1.008 \sin(\delta / 57.3).$$

Отже, нелінійне рівняння руху має вигляд

$$10p^2 \delta + 5p \delta = 314 [0.8 - 1.008 \sin(\delta / 57.3)].$$

Для розв'язання такого рівняння необхідне використання чисельного методу. При цьому необхідно спочатку представити рівняння у формі Коші

$$ps=0.1[314(0.8-1.008\sin(\delta/57.3))-5s],$$

$$p\delta=57.3s,$$

де  $s$  – ковзання ротора генератора.

Скористаємося найпростішим чисельним методом розв'язання диференціальних рівнянь – методом Ейлера. Розрахункові формули мають вигляд

$$s^{(i+1)}=s^{(i)}+0.1h[314(0.8-1.008\sin(\delta^{(i)}/57.3))-5s^{(i)}], \quad (4.5)$$

$$\delta^{(i+1)}=\delta^{(i)}+57.3hs^{(i)},$$

де  $h$  – крок інтегрування;  $i$  – порядковий номер інтервалу часу.

Чим менший крок  $h$ , тим менша похибка обчислення, але тим більше інтервалів часу необхідно повторити і тим більшим буде обсяг розрахунків. Нехай  $h=0.001$  с і  $t_{\max}=3$  с, тоді обчислення за формулами (4.5) необхідно повторити 3000 разів. За результатами обчислень побудований графік перехідного процесу  $\delta(t)$  (рис. 4.4).

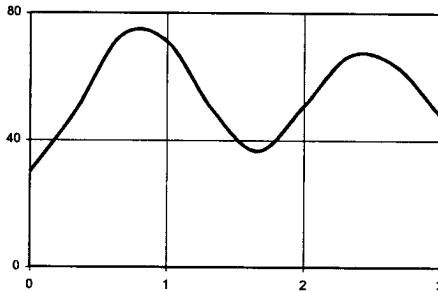


Рис. 4.4.

## 4.2. Рівняння електромагнітного зв'язку контурів

Синхронний генератор, як і трансформатор, фізично представляє систему електромагнітно зв'язаних контурів (рис. 4.5). Будемо розглядати ідеалізовану синхронну машину, що відповідає наступним основним припущенням: магнітні кола не насичені, відсутній гістерезис, магнітний потік статора змінюється відповідно синусоїдальному закону й обмотка статора симетрична.

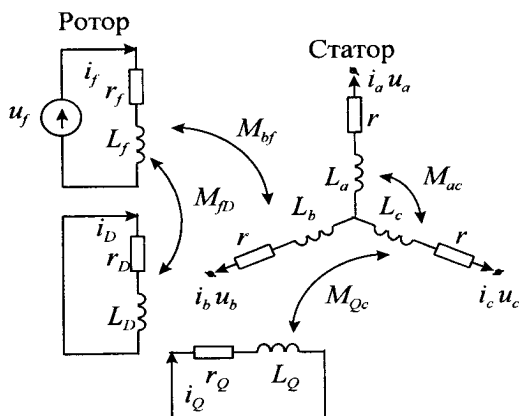


Рис. 4.5

Відповідно до другого закону Кірхгофа сума падінь напруги по контуру дорівнює підведеній напрузі. Тоді для обмоток статора

$$\begin{aligned} u_a &= -p\psi_a - r i_a \\ u_b &= -p\psi_b - r i_b \\ u_c &= -p\psi_c - r i_c \end{aligned} \quad (4.6)$$

де  $u$ ,  $i$  – фазні напруги і струми обмоток статора  $a$ ,  $b$  і  $c$ ;  $\psi$  – потокозчеплення;  $r$  – активний опір;  $p$  – оператор диференціювання.

Аналогічно для обмотки збудження і демпферних контурів

$$\begin{aligned} u_f &= p\psi_f + r_f i_f \\ 0 &= p\psi_D + r_D i_D \\ 0 &= p\psi_Q + r_Q i_Q \end{aligned} \quad (4.7)$$

Розглянуті диференціальні рівняння разом відображають електромагнітні перехідні процеси в синхронній машині. Але кількість невідомих у цих рівняннях перевищує кількість рівнянь. Тому систему диференціальних рівнянь (4.6)–(4.7) необхідно доповнити системою лінійних алгебраїчних рівнянь для потокозчеплень.

Відповідно до рис. 4.5 можна записати

$$\begin{aligned} \psi_a &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ac} i_c + M_{af} i_f + M_{aD} i_D + M_{aQ} i_Q \\ \psi_b &= M_{ba} i_a + L_b i_b + M_{bc} i_c + M_{bf} i_f + M_{bD} i_D + M_{bQ} i_Q \\ \psi_c &= M_{ca} i_a + M_{cb} i_b + L_c i_c + M_{cf} i_f + M_{cD} i_D + M_{cQ} i_Q \\ \psi_f &= M_{fa} i_a + M_{fb} i_b + M_{fc} i_c + L_f i_f + M_{fD} i_D + M_{fQ} i_Q \\ \psi_D &= M_{Da} i_a + M_{Db} i_b + M_{Dc} i_c + M_{Df} i_f + L_D i_D + M_{DQ} i_Q \\ \psi_Q &= M_{Qa} i_a + M_{Qb} i_b + M_{Qc} i_c + M_{Qf} i_f + M_{QD} i_D + L_Q i_Q \end{aligned} \quad (4.8)$$

Коефіцієнти само- і взаємоіндукції статора змінюються в залежності від положення ротора в просторі. Очевидно, коли подовжня вісь ротора збігається з магнітною віссю фази, магнітний опір фази в цей момент часу найменший, а коефіцієнт самоіндукції найбільший. І, навпаки, при перпендикулярній орієнтації осей коефіцієнт самоіндукції буде мінімальним. Якщо прийняти синусоїдальний характер зміни коефіцієнта самоіндукції в проміжних положеннях ротора, тоді будемо мати

$$\begin{aligned} L_a &= L_0 + L \cos 2\gamma \\ L_b &= L_0 + L \cos(2\gamma - 120^\circ) \\ L_c &= L_0 + L \cos(2\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Коефіцієнт взаємоіндукції будь-яких двох фаз при прийнятих напрямках фазних струмів завжди має від'ємне значення і змінюється за синусоїдальним законом. Максимальне значення коефіцієнта має місце тоді, коли поперечна вісь ротора збігається з бісектрисою кута, утвореного осями цих фаз. Тоді

$$\begin{aligned} M_{ab} &= -M_0 - M \cos(2\gamma - 120^\circ) \\ M_{bc} &= -M_0 - M \cos 2\gamma \\ M_{ca} &= -M_0 - M \cos(2\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Коефіцієнти взаємоіндукції фазних обмоток і обмоток ротора мають найбільше значення також при збігу напрямків осей відповідних обмоток. При перпендикулярній орієнтації обмоток електромагнітний зв'язок між ними відсутній. Якщо осі зорієнтовані зустрічно, коефіцієнт взаємоіндукції має найбільше від'ємне значення. Відповідно до цього коефіцієнти взаємоіндукції обмоток збудження і фазних обмоток змінюються так:

$$\begin{aligned} M_{af} &= M_f \cos \gamma \\ M_{bf} &= M_f \cos(\gamma - 120^\circ) \\ M_{cf} &= M_f \cos(\gamma + 120^\circ) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Аналогічні формули можна записати і для демпферних контурів.

### 4.3. Рівняння Парка-Горєва

Складність розв'язання розглянутої системи рівнянь зв'язана з періодичною залежністю її параметрів від взаємного положення контурів статора і ротора. Математичну модель синхронної машини можна істотно спростити, виконавши відповідне перетворення координат. Найбільш ефективно для досягнення цієї мети



використання перетворення Парка-Горєва. За допомогою цього перетворення розглянуті реальні фазні напруги, струми і потোকзчеплення замінюються відповідними фіктивними напругами, струмами і потোকзчепленнями.

Реальні напруги, струми і потোকзчеплення набувають деяких миттєвих значень у кожний момент часу  $t$ . Їх можна розглядати як проєкції відповідних векторів, що їх зображують, на нерухому трифазну систему координатних осей, взаємно розташованих під кутом  $120^\circ$ . Якщо фазні величини змінюються за синусоїдальним законом з постійною амплітудою і зсувом у фазі  $120^\circ$ , то їхні вектори мають незмінні модулі й обертаються з незмінною швидкістю, що відповідає кутовій частоті  $314$  рад/с.

Нові параметри режиму визначають як проєкції тих самих векторів, що обертаються, на обертову систему взаємно перпендикулярних осей  $d$  і  $q$ , жорстко зв'язаних з ротором кожного синхронного генератора. Якщо кутова швидкість обертання ротора дорівнює  $\omega_s = \text{const}$ , нові параметри режиму в системі координат  $d$ - $q$  залишаються незмінними. Позначимо вісь, спрямовану уздовж силових ліній ротора, індексом  $d$ , а перпендикулярну їй вісь – індексом  $q$ . Проєкції кінця вектора на осі  $d$  і  $q$  будуть функціями відповідних фазних величин і абсолютного кута ( (рис. 4.6) .

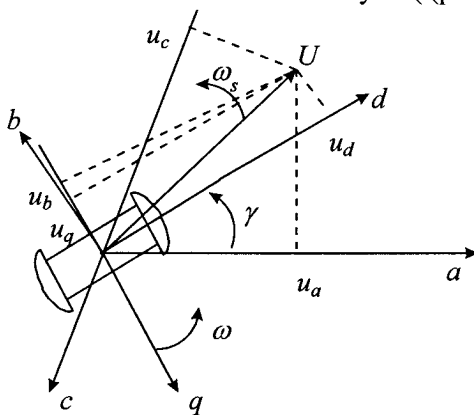


Рис. 4.6

Так, наприклад, для напруги на шинах генератора будуть справедливі такі співвідношення:

$$\begin{aligned} u_d &= 2/3 [u_a \cos \gamma + u_b \cos(\gamma - 120^\circ) + u_c \cos(\gamma + 120^\circ)], \\ u_q &= 2/3 [u_a \sin \gamma + u_b \sin(\gamma - 120^\circ) + u_c \sin(\gamma + 120^\circ)]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Зворотнє перетворення напруги можна виконати за формулами:

$$\begin{aligned} u_a &= u_d \cos \gamma + u_q \sin \gamma, \\ u_b &= u_d \cos(\gamma - 120^\circ) + u_q \sin(\gamma - 120^\circ), \\ u_c &= u_d \cos(\gamma + 120^\circ) + u_q \sin(\gamma + 120^\circ), \end{aligned} \quad (4.13)$$

Розглянуті співвідношення можна представити як суми проекцій складових вектора однієї системи координат на іншу. Аналогічно записуються рівняння для перетворення струмів і потокозчеплень статора.

Суть перетворення Парка-Горева полягає в простому переході від статорних величин у координатах  $a$ ,  $b$  і  $c$  до нових змінних у системі координат, що обертається разом з ротором. Однак варто пам'ятати, що в загальному випадку, якщо є три складових змінної у вихідній системі координат, то повинно бути також і три складових у новій системі координат. У випадку напруги третя складова в новій системі координат – це напруга нульової послідовності  $u_0$ . Її значення, відмінне від 0, має місце тільки в несиметричному режимі.

Отже, перетворення Парка-Горева можна представити в матричному вигляді як

$$U_{o,d,q} = \Pi U_{a,b,c}, \quad (4.14)$$

де  $U_{o,d,q} = [u_0, u_d, u_q]_t$ ,  $U_{a,b,c} = [u_a, u_b, u_c]_t$ ; і матриця перетворення

$$\Pi = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \gamma & \cos(\gamma - 120^\circ) & \cos(\gamma + 120^\circ) \\ \sin \gamma & \sin(\gamma - 120^\circ) & \sin(\gamma + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Аналогічні матричні формули можна записати для струмів і потокозчеплень:

$$I_{o,d,q} = \Pi I_{a,b,c}; \quad \Psi_{o,d,q} = \Pi \Psi_{a,b,c}. \quad (4.16)$$

Перетворення (4.14) однозначне, отже повинне існувати і зворотнє перетворення

$$U_{a,b,c} = \Pi^{-1} U_{o,d,q}. \quad (4.17)$$

Матриця зворотного перетворення

$$\Pi^{-1} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\gamma - 120^\circ) & \sin(\gamma - 120^\circ) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\gamma + 120^\circ) & \sin(\gamma + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Оскільки  $\Pi^{-1} = \Pi^t$ , то перетворення  $\Pi$  ортогональне. З ортогональності перетворення випливає його інваріантність щодо потужності,

тобто ми можемо використовувати однакові формули потужності як у системі координат  $a, b, c$ , так і в системі  $0, d, q$ , а саме

$$p = i_a u_a + i_b u_b + i_c u_c = i_0 u_0 + i_d u_d + i_q u_q. \quad (4.19)$$

Після підстановки фазних величин напруг, струмів і потокозчеплень у (4.6) і винесення  $\sin \gamma, \cos \gamma, \sin(\gamma - 120^\circ)$  і т. п. за дужки будемо мати

$$\begin{aligned} A \cos \gamma + B \sin \gamma &= 0 \\ A \cos(\gamma - 120^\circ) + B \sin(\gamma - 120^\circ) &= 0 \\ A \cos(\gamma + 120^\circ) + B \sin(\gamma + 120^\circ) &= 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

де

$$\begin{aligned} A &= u_d + p \psi_d + \psi_q p \gamma + r i_d, \\ B &= u_q + p \psi_q - \psi_d p \gamma + r i_q. \end{aligned}$$

Система (4.20) має єдиний розв'язок при  $A=B=0$ , відкіля

$$\begin{aligned} u_d &= -p \psi_d - \psi_q p \gamma - r i_d, \\ u_q &= -p \psi_q + \psi_d p \gamma - r i_q. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Рівняння (4.21) відомі в науковій літературі як рівняння Парка-Горева.

Приведення рівнянь до системи координат  $d, q, 0$  дозволяє позбутися залежності параметрів генератора від просторового положення контурів. Після підстановки формул (4.9)–(4.11) у (4.8) і елементарних перетворень одержимо:

$$\begin{aligned} \psi_a &= (L_d i_d + M_{j_f} + M_D i_D) \cos \gamma + (L_q i_q + M_Q i_Q) \sin \gamma, \\ \psi_b &= (L_d i_d + M_{j_f} + M_D i_D) \cos(\gamma - 120^\circ) + (L_q i_q + M_Q i_Q) \sin(\gamma - 120^\circ), \\ \psi_c &= (L_d i_d + M_{j_f} + M_D i_D) \cos(\gamma + 120^\circ) + (L_q i_q + M_Q i_Q) \sin(\gamma + 120^\circ), \end{aligned} \quad (4.22)$$

а для потокозчеплень ротора будемо мати

$$\begin{aligned} \psi_f &= L_{j_f} + M_{j_D} i_D + 3/2 M_{j_d} i_d, \\ \psi_D &= L_D i_D + M_D j_f + 3/2 M_D i_d, \\ \psi_Q &= L_Q i_Q + 3/2 M_Q i_q. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Потокозчеплення фазних обмоток виразимо в  $d, q, 0$ -координатах. Для цього за аналогією з (4.12) спочатку запишемо

$$\begin{aligned} \psi_d &= 2/3 [\psi_a \cos \gamma + \psi_b \cos(\gamma - 120^\circ) + \psi_c \cos(\gamma + 120^\circ)], \\ \psi_q &= 2/3 [\psi_a \sin \gamma + \psi_b \sin(\gamma - 120^\circ) + \psi_c \sin(\gamma + 120^\circ)]. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Після підстановки в (4.24)  $\psi_a, \psi_b, \psi_c$  і нескладних перетворень з урахуванням співвідношень

$$\cos^2 \gamma + \cos^2(\gamma - 120^\circ) + \cos^2(\gamma + 120^\circ) = 3/2$$

$$\cos \gamma \sin \gamma + \cos(\gamma - 120^\circ) \sin(\gamma - 120^\circ) + \cos(\gamma + 120^\circ) \sin(\gamma + 120^\circ) = 0$$

одержимо в остаточному вигляді алгебраїчні рівняння для подовжньої і поперечної складових потокозчеплення статотора

$$\psi_d = L_d i_d + M_{df} i_f + M d D i, \quad (4.25)$$

$$\psi_q = L_q i_q + M q Q i.$$

Алгебраїчні рівняння (4.23) і (4.25) разом з диференціальними рівняннями (4.7) і (4.21) утворюють математичну модель електромагнітних перехідних процесів синхронного генератора. Однак варто пам'ятати, що синхронний генератор – це електромеханічна система, тому потрібно враховувати рівняння руху

$$M_j p^2 \gamma = m_T - m, \quad (4.26)$$

де  $M_j$  – момент інерції ротора генератора і турбіни;  $m_T$  і  $m$  – механічний момент на валу турбіни й електромагнітний момент, створюваний полем статора

$$m = 3/2 (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (4.27)$$

Усі величини розглянутих залежностей мають розмірності фізичних одиниць у системі СІ, а саме: струм вимірюється в амперах, напруга у вольтах, потокозчеплення у вольт-секундах, кут у радіанах, час у секундах, опір в омах, коефіцієнти само- і взаємоіндукції в генрі, момент у ньютонметрах. Однак для синхронного генератора обчислення зручніше виконувати у в. о. Варіантів переходу до в. о. існує дуже багато. Базисні значення величин бажано вибрати так, щоб система рівнянь не змінювала свого вигляду, а всі коефіцієнти взаємоіндукції були рівні між собою. Крім того, необхідно, щоб коефіцієнти само- і взаємоіндукції були рівні відповідним реактивним опорам. Зазначеним вимогам відповідає система " $x_{ad}$ ", найбільш розповсюджена в теорії синхронних машин.

Таким чином, система рівнянь Парка-Горева в остаточному вигляді може бути представлена так:

$$\begin{aligned} u_d &= -p \psi_d - \omega \psi_q - r i_d \\ u_q &= -p \psi_q + \omega \psi_d - r i_q \\ u_f &= p \psi_f + r_f i_f \\ 0 &= p \psi_D + r_D i_D \\ 0 &= p \psi_Q + r_Q i_Q \\ \psi_d &= x_d i_d + x_{ad} (i_f + i_D) \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aq} i_Q \\ \psi_f &= x_f i_f + x_{ad} (i_d + i_D) \\ \psi_D &= x_D i_D + x_{ad} (i_d + i_f) \\ \psi_Q &= x_Q i_Q + x_{aq} i_q \\ T_j p \omega &= m_T - (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \\ p \delta &= \omega - \omega_s, \end{aligned} \quad (4.28)$$

де  $T_j$  – стала інерції;  $\omega_s$  – синхронна кутова швидкість;  $u_f$  – напруга, що подається на обмотку ротора від системи автоматичного регулювання збудження;  $m_T$  – момент турбіни, що змінюється під впливом автоматичного регулювання швидкості обертання ротора.

У довідковій літературі по синхронних машинах часто приводяться числові значення синхронних, перехідних і надперехідних реактансів  $x_d, x_q, x_{ad}, x_{aq}, x_d', x_d'', x_q'$ , а також сталі часу обмотки збудження і демпферних контурів  $T_{do}, T_D, T_Q, T_d''$ . Розрахункові параметри моделі (4.28) можна визначити за допомогою формул:

$$\begin{aligned} x_f &= \frac{x_{ad}^2}{x_d - x_d'}; \\ x_D &= \frac{T_D x_d'' (x_d - x_d')}{T_D x_d'' - T_d'' x_d'}; \\ x_Q &= \frac{x_{aq}^2}{x_q - x_q''}; \\ r_f &= \frac{x_f}{T_{do}}; \quad r_D = \frac{x_D}{T_D}; \quad r_Q = \frac{x_Q}{T_Q}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

**Приклад 4.3.** Реактивні опори синхронного генератора у в. о.:  $x_d=2.41$ ;  $x_d'=0.373$ ;  $x_d''=0.243$ ;  $x_q=2.32$ ;  $x_q''=0.243$ ;  $x_{ad}=2.19$ ;  $x_{aq}=2.11$ . Сталі часу:  $T_{do}=6.3$  с;  $T_D=0.39$  с;  $T_Q=0.09$  с;  $T_d''=0.023$  с. Стала інерції  $T_j=8$  с. Активний опір статорної обмотки  $r=0.001$ . У нормальному усталеному режимі від генератора в систему надходить струм силою  $i_q + j i_d = 0.3 - j 0.9$ . Напруга на вході обмотки збудження  $u_f=0.5$ . У момент  $t=0$  напруга на шинах генератора внаслідок трифазного к. з. раптово змінюється від  $U_0$  до 0. Через 0.08 с к. з. ліквідується релейним захистом, і напруга знову приймає початкове значення  $U_0$ . Визначити графіки перехідного процесу для струмів статора, обмотки збудження і демпферних контурів.

**Розв'язок.** Розрахункові параметри генератора:

$$x_f = 2.19 / (2.41 - 0.373) = 2.36;$$

$$x_D = 0.39 \cdot 0.243 (2.41 - 0.373) / (0.39 \cdot 0.243 - 0.023 \cdot 0.373) = 2.24;$$

$$x_Q = 2.11 / (2.32 - 0.243) = 2.13;$$

$$r_f = 2.36 / 6.3 = 0.37;$$

$$r_D = 2.24 / 0.39 = 5.75;$$

$$r_Q = 2.13 / 0.09 = 23.7.$$

Струм обмотки збудження у вихідному режимі  $i_f = 0.5 / 0.37 = 1.34$ .

Струми в демпферних контурах  $i_D = i_Q = 0$ .

Потокозчеплення обмоток у вихідному режимі

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.41 & 0 & 2.19 & 2.19 & 0 \\ 0 & 2.32 & 0 & 0 & 2.11 \\ 2.19 & 0 & 2.36 & 2.19 & 0 \\ 2.19 & 0 & 2.19 & 2.24 & 0 \\ 0 & 2.11 & 0 & 0 & 2.13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.9 \\ 0.3 \\ 1.35 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.76 \\ 0.70 \\ 1.17 \\ 0.95 \\ 0.63 \end{bmatrix}$$

Напряга на шинах генератора:

$$u_d = -1 \cdot 0.70 - 0.001(-0.9) = -0.70;$$

$$u_q = 1 \cdot 0.76 - 0.001 \cdot 0.3 = -0.76;$$

$$U_0 = \sqrt{0.76^2 + 0.70^2} = 1.03.$$

Кут ротора в усталеному режимі  $\delta = \arctg(0.70/0.76) = 42.68^\circ$ .

Подальші обчислення виконуються відповідно до алгоритму:

1. Приймаються  $i=0$  і  $t_i=0$ .
2. Обчислюються поточні значення струмів в обмотках генератора

$$I^{(i)} = B\Psi^{(i)},$$

де

$$B = X^{-1} = \begin{bmatrix} 3.93 & 0 & -0.86 & -3.00 & 0 \\ 0 & 4.12 & 0 & 0 & -4.07 \\ -0.86 & 0 & 4.87 & -3.92 & 0 \\ -3.00 & 0 & -3.92 & 7.21 & 0 \\ 0 & -4.07 & 0 & 0 & 4.49 \end{bmatrix}$$

3. Напряга на шинах генератора в координатах  $d, q, 0$ :

$$u_q^{(i)} = U_0 \cos(\delta^{(i)} / 57.3)$$

$$u_d^{(i)} = -U_0 \sin(\delta^{(i)} / 57.3)$$

Якщо  $t_i < 0.08$ , то  $u_q = u_d = 0$ .

4. Інтегрування диференціальних рівнянь методом Ейлера:

$$\psi_d^{(i+1)} = \psi_d^{(i)} + 314h(-u_d^{(i)} - \omega^{(i)}\psi_q^{(i)} - r_d^{(i)}),$$

$$\psi_q^{(i+1)} = \psi_q^{(i)} + 314h(-u_q^{(i)} + \omega^{(i)}\psi_d^{(i)} - r_q^{(i)}),$$

$$\psi_f^{(i+1)} = \psi_f^{(i)} + 314h(u_f - r_f i_f^{(i)}),$$

$$\psi_D^{(i+1)} = \psi_D^{(i)} - 314hr_D i_D^{(i)},$$

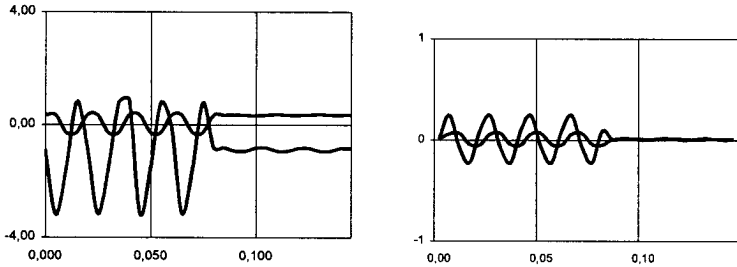
$$\psi_Q^{(i+1)} = \psi_Q^{(i)} - 314hr_Q i_Q^{(i)},$$

$$\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} + h / T_j (m_T - \psi_d^{(i)} i_q^{(i)} + \psi_q^{(i)} i_d^{(i)}),$$

$$\delta^{(i+1)} = \delta^{(i)} + 314 \cdot 573 h (\omega^{(i)} - 1).$$

5. Наступний крок  $t_{i+1} = t_i + h$ ,  $i = i + 1$ ; якщо  $t_i < t_{max}$ , перейти до п. 2.

Нехай  $h = 0.00001$  с,  $t_{max} = 0.15$  с. За результатами обчислень побудовані деякі графіки (рис. 4.7).



а) струми в статорі

б) струми в демпферній обмотці

Рис. 4.7

Наявність надперехідної складової в обмотці статора викликає появу вільних струмів з частотою 50 Гц у всіх обмотках генератора.

#### 4.4. Модель генератора у формі ЕРС

Синхронний генератор необхідно розглядати як елемент системи. Тому модель генератора повинна просто стикуватися з моделлю електричної мережі. Найбільш природним є подання генератора як джерела напруги. Це означає, що в розрахунковій схемі електричної системи синхронний генератор повинний бути зображений еквівалентною ЕРС  $\dot{E}_Г$  за незмінним внутрішнім реактивним опором  $x_Г$ . Причому, еквівалентна ЕРС генератора не повинна мати розривів при комутаційних змінах в електричній мережі. Побудувати модель генератора значить визначити його внутрішній опір і одержати рівняння для обчислення еквівалентної ЕРС.

У розрахунках електромеханічних перехідних процесів з метою аналізу динамічної стійкості електромагнітні перехідні процеси в колі статора не враховуються (трансформаторні ЕРС  $p\psi_d = p\psi_q = 0$ ). Урахування цих процесів привело б до необхідності розгляду електричної мережі як динамічного елемента. Це викликало б значне ускладнення програми і зменшення кроку інтегрування диференці-

альних рівнянь і, як наслідок, значне збільшення часу розрахунків. Крім того, оскільки кутова швидкість при розв'язанні зазначених задач мало відрізняється від номінальної, можна вважати, що  $\omega = \omega_s = 314$  рад/с. Нарешті, можна знехотити активним опором статорної обмотки, приймаючи  $r = 0$ . Таким чином, перші два рівняння системи (4.28) набувають дуже простого вигляду

$$\begin{aligned} u_d &= -\psi_q, \\ u_q &= \psi_d. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Далі потрібно позбутися струмів обмотки збудження і демпферних контурів у системі рівнянь (4.28). Для цього спочатку з алгебраїчних рівнянь визначимо струми:

$$\begin{aligned} i_f &= \frac{x_D}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_f - \frac{x_{ad}}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_D - \frac{x_{ad}(x_D - x_{ad})}{x_f x_D - x_{ad}^2} i_d, \\ i_D &= \frac{x_f}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_D - \frac{x_{ad}}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_f - \frac{x_{ad}(x_f - x_{ad})}{x_f x_D - x_{ad}^2} i_d, \\ i_Q &= \frac{1}{x_Q} \psi_Q - \frac{x_{aq}}{x_Q} i_q. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Підставивши формули (4.31) у диференціальні рівняння обмотки збудження і демпферних контурів, маємо:

$$\begin{aligned} p\psi_f &= u_f - \frac{x_D r_f}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_f + \frac{x_{ad} r_f}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_D + \frac{x_{ad} r_f (x_D - x_{ad})}{x_f x_D - x_{ad}^2} i_d, \\ p\psi_D &= -\frac{x_f r_D}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_D + \frac{x_{ad} r_D}{x_f x_D - x_{ad}^2} \psi_f + \frac{x_{ad} r_D (x_f - x_{ad})}{x_f x_D - x_{ad}^2} i_d, \\ p\psi_Q &= -\frac{r_Q}{x_Q} \psi_Q + \frac{x_{aq} r_Q}{x_Q} i_q. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Уведемо нові змінні у вигляді ЕРС:

$$E_{qc} = \frac{x_{ad}}{x_f} u_f, \quad E'_q = \frac{x_{ad}}{x_f} \psi_f, \quad E''_q = \frac{x_{ad}}{x_D} \psi_D, \quad E''_d = \frac{x_{aq}}{x_Q} \psi_Q. \quad (4.33)$$

Тоді після перетворень рівняння (4.31) приймають вигляд:

$$\begin{aligned} pE'_q &= \frac{1}{T_{d0}} (E_{qc} - a_q E'_q + a'_q E''_q + x_{df} i_d), \\ pE''_q &= \frac{1}{T_D} (-a_q E''_q + a'_q E'_q + x_{ad} i_d), \\ pE''_d &= \frac{1}{T_Q} (-E''_d + x_{qQ} i_q), \end{aligned} \quad (4.34)$$

де



$$\begin{aligned}
 a_q &= \frac{x_f x_{D'}}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \quad a'_q = \frac{x_f x_{ad}}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \\
 a''_q &= \frac{x_{D'} x_{ad}}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \quad x_{df} = \frac{(x_{D'} - x_{ad}) x_{ad}^2}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \\
 x_{dD} &= \frac{(x_f - x_{ad}) x_{ad}^2}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \quad x_{qQ} = x_q - x''_q.
 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Аналогічно після підстановки формули (4.31) в алгебраїчні рівняння для  $\psi_d$  і  $\psi_q$  системи (4.28) з урахуванням (4.30) маємо:

$$\begin{aligned}
 u_q &= \frac{x_{ad}(x_{D'} - x_{ad})}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2} \psi_f + \frac{x_{ad}(x_f - x_{ad})}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2} \psi_{D'} + x''_d i_d, \\
 u_d &= -\frac{x_{aq}}{x_Q} \psi_Q - x''_q i_q,
 \end{aligned} \quad (4.36)$$

де

$$x''_d = x_d - \frac{x_{ad}^2(x_{D'} + x_f - 2x_{ad})}{x_f x_{D'} - x_{ad}^2}, \quad x''_q = x_q - \frac{x_{aq}^2}{x_Q}. \quad (4.37)$$

Реально надперехідні реактанси в подовжній і поперечній осях дещо відрізняються, тобто  $x''_q = (1 \div 1.3)x''_d$ , але значної похибки не буде, якщо прийняти  $x''_q = x''_d$ .

З урахуванням співвідношень (4.33) і (4.35) рівняння (4.36) можна переписати так:

$$\begin{aligned}
 u_q &= (a_q - a'_q)E'_q + (a_q - a''_q)E''_q + x''_d i_d, \\
 u_d &= -E''_d - jx''_d i_q.
 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Таким чином, у розглянутій моделі синхронний генератор можна представити еквівалентною ЕРС  $\dot{E}_\Gamma$  за внутрішнім опором  $x_\Gamma = x''_d$

$$\dot{U} = \dot{E}_\Gamma - jx_\Gamma \dot{I}_\Gamma, \quad (4.39)$$

де

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_\Gamma &= [(a_q - a'_q)E'_q + (a_q - a''_q)E''_q - jE''_d]e^{j\delta}, \\
 \dot{I}_\Gamma &= (i_q + j i_d)e^{j\delta},
 \end{aligned} \quad (4.40)$$

$\delta' = \delta + \Delta\delta$  – кут відхилення вектора ЕРС відносно синхронної осі (рис. 4.8);  $\delta$  – кут вибігу ротора генератора відносно синхронної осі.

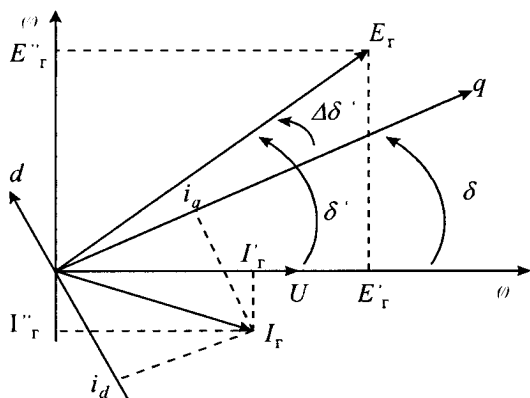


Рис. 4.8

Реактивний опір  $x_{ad}$  у каталогах синхронних машин часто не наводиться. Невідомі також і реактанси  $x_f$  і  $x_D$ . Але відповідно до формул (4.29)  $x_D$  виражається через відомі параметри. Реактанс  $x_f$  можна підставити в (4.37) і, якщо вважати  $x_D$  відомою величиною, то з отриманого квадратного рівняння можна визначити

$$x_{ad} = x_d - x_d' + \sqrt{(x_d' - x_d'')(x_D + x_d' - x_d)} \quad (4.41)$$

і наприкінці обчислити  $x_f$  відповідно (4.29).

Для визначення початкових умов необхідно в диференціальних рівняннях (4.34) похідні прийняти рівними 0 і розв'язати отриману систему алгебраїчних рівнянь разом з рівняннями (4.39) і (4.40). Тоді значення ЕРС у вихідному усталеному режимі можна обчислити за формулами:

$$\begin{aligned} E_q' &= \frac{a_q E_q - (a_q - a_q'') x_{ad} i_d}{a_q^2 - a_q' a_q''}, \\ E_q'' &= \frac{a_q' E_q + x_{ad} i_d}{a_q}, \\ E_d'' &= x_{q0} i_q, \end{aligned} \quad (4.42)$$

де

$$E_q = E' \cos \delta' + E'' \sin \delta', \quad (4.43)$$

$$i_q = I' \cos \delta' + I'' \sin \delta',$$

$$i_d = I'' \cos \delta' - I' \sin \delta'. \quad (4.44)$$

**Приклад 4.4.** Синхронний генератор через лінію електропередачі з опором  $x_{Л}=0.5$  працює на систему безконечної потужності. Реактивні опори генератора:  $x_d=2.41$ ;  $x_d'=0.373$ ;  $x_d''=0.243$ ;  $x_q=2.32$ ;

$x_q''=0.243$ . Сталі часу:  $T_{do}=6.3$  с;  $T_d''=0.023$  с;  $T_D=0.39$  с;  $T_Q=0.09$  с. Стала інерції  $T_J=8$  с. Потужність, що надходить у систему в нормальному усталеному режимі, дорівнює  $1+j0.5$ . Напряга на шинах системи дорівнює 1. При  $t=0$  на шинах генератора відбувається к. з., що ліквідується через 0.12 с. Обчислити графіки перехідного процесу.

**Розв'язок.** Розрахункові параметри генератора:

$$x_D = \frac{0.39 \cdot 0.243(2.41 - 0.373)}{0.39 \cdot 0.243 - 0.023 \cdot 0.373} = 2.24,$$

$$x_{ad} = 2.41 - 0.373 + \sqrt{(0.373 - 0.243)(2.24 + 0.373 - 2.41)} = 2.20,$$

$$x_f = \frac{2.20^2}{2.41 - 0.373} = 2.38,$$

$$a_q = \frac{2.38 \cdot 2.24}{2.38 \cdot 2.24 - 2.20^2} = 11.05,$$

$$a_q' = \frac{2.38 \cdot 2.20}{2.38 \cdot 2.24 - 2.20^2} = 10.85,$$

$$a_q'' = \frac{2.24 \cdot 2.20}{2.38 \cdot 2.24 - 2.20^2} = 10.23,$$

$$x_{df} = \frac{(2.24 - 2.20) \cdot 2.20 \cdot x^2}{2.38 \cdot 2.24 - 2.20^2} = 0.408,$$

$$x_{qQ} = 2.32 - 0.243 = 2.08.$$

Струм генератора у вихідному усталеному режимі

$$\dot{I}_r = (1 - j0.5) / 1 = 1 - j0.5.$$

Еквівалентна ЕРС генератора

$$\dot{E}_r = 1 + j(0.5 + 0.243)(1 - j0.5) = 1.37 + j0.743.$$

Кут вибігу ротора відносно синхронної осі

$$\delta = 57.3 \arctg \left[ \frac{1(0.5 + 0.373)}{1 + 0.5(0.5 + 0.373)} \right] = 31.3^\circ.$$

Кут зсуву осі  $q$  відносно синхронної осі

$$\delta' = 57.3 \arctg \left[ \frac{1(0.5 + 0.243 + 2.08)}{1 + 0.5(0.5 + 0.373)} \right] = 49.5^\circ,$$

$$\Delta\delta = 49.5 - 31.3 = 18.2.$$

Складові струму генератора:

$$i_q = 1.0 \cos(49.5 / 57.3) - 0.5 \sin(49.5 / 57.3) = 0.27,$$

$$i_d = -0.5 \cos(49.5 / 57.3) - 1.0 \sin(49.5 / 57.3) = -1.08.$$

ЕРС генератора на початку перехідного процесу:

$$E_q = 1.37 \cos(49.5 / 57.3) + 0.743 \sin(49.5 / 57.3) = 1.46,$$

$$E'_q = \frac{11.05 \cdot 1.46 - (11.05 - 10.23) \cdot 1.76 \cdot (-1.08)}{11.05^2 - 10.85 \cdot 10.23} = 1.60,$$

$$E''_q = \frac{10.85 \cdot 1.60 + 1.76 \cdot (-1.08)}{11.05} = 1.39,$$

$$E''_d = 2.08 \cdot 0.27 = 0.56,$$

$$E_{qe} = 11.05 \cdot 1.60 - 10.23 \cdot 1.39 + 0.408 \cdot 1.08 = 3.81.$$

Розрахунок перехідного процесу виконується відповідно алгоритму:

1. Нехай  $i=0$ ,  $t_i=0$ .

2. ЕРС генератора

$$\dot{E}_r = [(a_q - a''_q)E_q^{(i)} + (a_q - a''_q)E_q^{(i)} - jE_d^{(i)}]e^{j(\delta^{(i)} + \Delta\delta)},$$

3. Струм генератора  $\dot{i}_r = (\dot{E}_r - U)/jx_\Sigma$ , де  $U=0$ ,  $x_\Sigma=0.243$  при  $t_i < 0.12$  і  $U=1$ ,  $x_\Sigma=0.743$  при  $t_i > 0.12$ .

$$i_q = I' \cos(\delta^{(i)} + \Delta\delta) + I'' \sin(\delta^{(i)} + \Delta\delta),$$

$$i_d = I'' \cos(\delta^{(i)} + \Delta\delta) - I' \sin(\delta^{(i)} + \Delta\delta).$$

4. Інтегрування диференціальних рівнянь:

$$E_q^{(i+1)} = E_q^{(i)} + \frac{h}{T_{d0}} (E_{qe} - a_q E_q^{(i)} + a'_q E_q^{(i)} + x_{df} i_d)$$

$$E_q^{(i+1)} = E_q^{(i)} + \frac{h}{T_D} (-a_q E_q^{(i)} + a'_q E_q^{(i)} + x_{dD} i_d)$$

$$E_d^{(i+1)} = E_d^{(i)} + \frac{h}{T_Q} (-E_d^{(i)} + x_{qQ} i_q)$$

$$s^{(i+1)} = s^{(i)} + 314h/T_j (m_T - E_a I_a - E_p I_p).$$

5. Наступний крок:  $t_{i+1} = t_i + h$ ,  $i=i+1$ ; якщо  $t_i < t_{max}$ , перейти до п. 2.

На рис. 4.9 показаний графік зміни кута ротора при  $h=0.001$ .

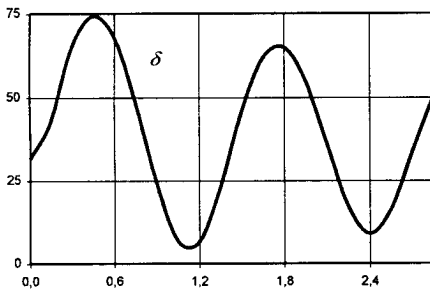


Рис. 4.9

Відсутність надперехідної складової в обмотці статора дозволяє значно збільшити крок інтегрування і прискорити розрахунки.

#### 4.5. Рівняння Лебедева-Жданова

Розглянута в попередньому розділі математична модель синхронної машини враховує вплив обмотки збудження і демпферних контурів в осях  $d$  і  $q$ . Ця модель нараховує у своєму складі 5 диференціальних рівнянь для кожної машини. Крім того до складу моделі необхідно ввести ряд інших рівнянь, що відображають процеси в системах регулювання збудження і механічного моменту турбіни. У результаті повний математичний опис синхронного генератора стає досить складним. Тому часто тільки частина машин, як правило, найближчих до місць збурювання, моделюються детально, для інших же використовуються спрощені моделі.

Ступінь спрощення моделі залежить від електричної відстані синхронного генератора від місць прикладення досліджуваних збурень і їх інтенсивності. Машина з масивним циліндричним ротором може моделюватися з урахуванням обмотки збудження і демпферного контуру в осі  $q$ . Відповідні рівняння у формі ЕРС можна одержати так само, як це описано в попередньому розділі, якщо прийняти  $i = \psi_D = 0$ . Аналогічно можна вивести рівняння синхронної машини з урахуванням обмотки збудження і демпферного контуру в осі  $d$ , прийнявши  $i = \psi_Q = 0$ .

Найчастіше в розрахунках електромеханічних перехідних процесів у складних енергосистемах процеси в демпферних контурах синхронних машин не враховують узагалі. У такому випадку їхній вплив може бути наближено врахований за допомогою демпферного коефіцієнта  $K_d$  у рівнянні руху

$$T_p^2 \delta + K_d p \delta = 314 (P_T - P). \quad (4.45)$$

Електромагнітний процес описується єдиним диференціальним рівнянням, що має назву рівняння Лебедева-Жданова

$$pE_q' = \frac{1}{T_{d0}} [E_{qe} - E_q' + (x_d - x_d')i_d']. \quad (4.46)$$

Перехідна ЕРС  $E_q'$  прикладається в генераторному вузлі за перехідним реактивним опором  $x_d'$ .

**Приклад 4.5.** Умови задачі ті ж, що й у прикладі 4.4. Обчислити графік перехідного процесу, використовуючи рівняння Лебедева-Жданова. Демпферний коефіцієнт прийняти  $K_d=3$ .

**Розв'язок.** Струм генератора у вихідному усталеному режимі

$$\dot{I}_r = (1-j0.5)/1 = 1-j0.5.$$

Еквівалентна ЕРС генератора

$$\dot{E}_r = 1+j(0.5+0.243)(1-j0.5) = 1.44+j0.873.$$

Кут вибігу ротора щодо синхронної осі

$$\delta = 57.3 \arctg \left[ \frac{1(0.5+0.373)}{1+0.5(0.5+0.373)} \right] = 31.3^\circ$$

Поперечна складова струму генератора

$$i_d = -0.5 \cos(31.3 / 57.3) - 1.0 \sin(31.3 / 57.3) = -0.947.$$

ЕРС генератора на початку перехідного процесу

$$E_q' = 1.44^2 + 0.873^2 = 1.68,$$

$$E_{qe} = 1.68 - (2.41 - 0.373)(-0.947) = 3.61.$$

Подальші розрахунки виконуємо за алгоритмом:

ЕРС генератора

$$\dot{E}_r = E_q^{(i)} e^{j\delta^{(i)}},$$

струм генератора

$$\dot{I}_r = (\dot{E}_r - U) / jx_\Sigma,$$

де  $U=0$ ,  $x_\Sigma=0.373$  при  $t_i < 0.12$  і  $U=1$ ,  $x_\Sigma=0.873$  при  $t_i > 0.12$ ,

$$i_d = I' \cos(\delta^{(i)}) - I' \sin(\delta^{(i)}).$$

Інтегрування диференціальних рівнянь:

$$E_q^{(i+1)} = E_q^{(i)} + \frac{h}{T_{d0}} [E_{qe} - E_q^{(i)} + (x_d - x_d') i_d],$$

$$s^{(i+1)} = s^{(i)} + h / T_j [314(m_T - E_a I_a - E_p I_p) - K_D s^{(i)}],$$

$$\delta^{(i+1)} = \delta^{(i)} + 57.3 h s^{(i)}.$$

За результатами обчислень при інтервалі 0.001 с і тривалості перехідного процесу 3 с побудовані графіки (рис. 4.10.).

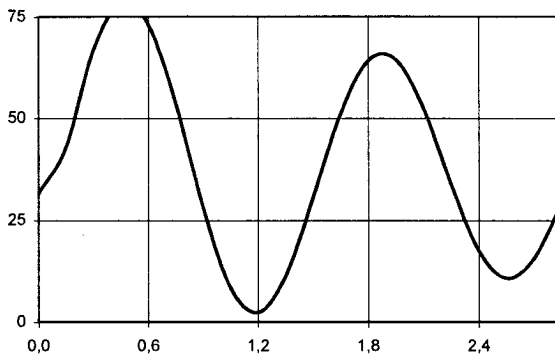


Рис. 4.10

Порівнюючи рис. 4.10 і 4.9, приходимо до висновку, що електромеханічний перехідний процес руху ротора практично цілком співпадає. Це дає можливість використання більш простої моделі для тих генераторів, які віддалені від місць збурювання режиму.

Ще простіша модель синхронного генератора припускає умову  $E'_q = const$ , у якій зовсім не враховується електромагнітний перехідний процес. У цій моделі залишається лише рівняння руху.

#### 4.6. Модель генератора в усталеному режимі

Активна потужність генератора в нормальному усталеному режимі дорівнює потужності турбіни, що протягом тривалого часу залишається незмінною. Незмінною підтримується і напруга на шинах електростанції завдяки дії системи регулювання збудження. Реактивна потужність генератора визначається режимом роботи електричної мережі і залежить від заданої напруги. Чим вище підтримуваний рівень напруги, тим більший струм протікає через обмотку збудження і тим більша реактивна потужність на виході генератора, а отже і струм, що протікає через обмотку статора.

Режим підтримки заданого рівня напруги при збільшенні навантаження можливий доти, поки значення струмів статора і ротора не виходять за припустимі межі. Максимальні значення цих струмів визначаються можливостями охолодження обмоток. Струм ротора обмежується також і мінімальним значенням, щоб не допустити перегрівання торцевих зон обмотки, а також утрати стійкості генератора при малому збудженні.

Зазначеним умовам можна поставити у відповідність деякі мінімальне і максимальне значення, у діапазоні яких може змінюватися реактивна потужність генератора

$$Q_{\min} \leq Q_r \leq Q_{\max} \quad (4.47)$$

Режим роботи електроенергетичної системи визначається ітераційним шляхом по заданим  $P_r = \text{const}$  і  $U_r = \text{const}$ . На кожній ітерації розраховуються реактивні потужності генераторів і перевіряється виконання обмежень (4.47). Якщо мало місце порушення зазначених умов, відповідний генератор замінюється іншою моделлю: реактивна потужність стає незмінною  $Q_r = \text{const}$ , рівною граничному значенню, а напруга переводиться в розряд змінних.

Граничне значення  $Q_r$  залежить від напруги, і тому потрібно його уточнення в ході ітераційного процесу.

Максимальна реактивна потужність, що відповідає припустимому струму статора, обчислюється за формулою

$$Q_{\max}^{(I)} = S_{\text{ном}} \sqrt{\left(\frac{K_I U_r}{U_{\text{ном}}}\right)^2 - \left(\frac{P_r}{S_{\text{ном}}}\right)^2}, \quad (4.48)$$

де  $K_I$  – максимально припустима кратність перевантаження по струму статора. Вона визначається відповідно до Правил технічної експлуатації в залежності від типу генератора, напруги, способу охолодження обмотки, а також тривалості перевантаження.

Максимальна реактивна потужність по струму ротора

$$Q_{\max}^{(E)} = \frac{1}{x_d} \left[ \sqrt{(K_E E_{\text{ном}} U_r)^2 - (P_r x_d)^2} - U_r^2 \right], \quad (4.49)$$

де  $K_E$  – максимально припустима кратність перевантаження по струму ротора, що також визначається в залежності від типу генератора, способу охолодження обмотки і тривалості перевантаження;  $E_{\text{ном}}$  – синхронна ЕРС генератора при номінальному навантаженні і номінальній напрузі

$$E_{\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}^4 + S_{\text{ном}} \sin \varphi_{\text{ном}} U_{\text{ном}}^2 (x_d + x_q) + S_{\text{ном}}^2 x_d x_q}{U_{\text{ном}} \sqrt{U_{\text{ном}}^4 + 2S_{\text{ном}} \sin \varphi_{\text{ном}} U_{\text{ном}}^2 x_q + S_{\text{ном}}^2 x_q^2}}. \quad (4.50)$$

Оскільки обидві умови повинні виконуватися одночасно (як по струму статора, так і по струму ротора), береться менше з двох значень, отриманих за формулами (4.48) і (4.49).

Мінімальна реактивна потужність генератора, що відповідає мінімально припустимому струму ротора, на який настроєно



автоматичний обмежник мінімального збудження, може бути обчислена за формулою

$$Q_{\min} = Q_{\min}^{(0)} + (Q_{\min}^{(\text{ном})} - Q_{\min}^{(0)}) \frac{P}{P_{\text{ном}}} + Q_{\min}^{(0)} \left( \frac{U_{\Gamma}}{U_{\text{ном}}} - 1 \right), \quad (4.51)$$

де  $Q_{\min}^{(0)}, Q_{\min}^{(\text{ном})}$  – мінімальні реактивні потужності генератора відповідно при неробочому ході і при номінальних активній потужності і напрузі.

**Приклад 4.6.** Синхронний генератор ТГВ-300 має параметри:  $P_{\text{ном}}=300$  МВт,  $\cos\varphi_{\text{ном}}=0.85$ ,  $U_{\text{ном}}=20$  кВ,  $x_d=x_q=2.2$ . Напруга на шинах генератора підтримується на рівні 20 кВ. Мінімальна реактивна потужність генератора при неробочому ході і при номінальному навантаженні і номінальній напрузі складає відповідно -54 і 46 МВАр. Визначити мінімальне і максимальне значення реактивної потужності генератора в залежності від його активного навантаження, прийнявши тривалість перевантаження 60 хв.

**Розв'язок.** За довідником припустима кратність перевантаження по струму статора дорівнює 1, ротора – 1.06. Повна номінальна потужність генератора

$$S_{\text{ном}}=300/0.85=353 \text{ МВА.}$$

Реактивності генератора

$$x_d=x_q=2.2 \cdot 20^2/353=2.49 \text{ Ом}$$

Номінальна синхронна ЕРС генератора

$$E_{\text{ном}} = \frac{20^4 + 353 \cdot 0.527 \cdot 20^2 (2.49 + 2.49) + 353^2 \cdot 2.49 \cdot 2.49}{20 \sqrt{20^4 + 2 \cdot 353 \cdot 0.527 \cdot 20^2 \cdot 2.49 + 353^2 \cdot 2.49^2}} = 57.1 \text{ кВ.}$$

Подальші обчислення виконуємо за алгоритмом:

1. Нехай спочатку  $P_{\Gamma}=0$ ,  $U_{\Gamma}=20$ .
2. Обчислюємо  $Q_{\max}^{(I)}$  за формулою (4.48).
3. Обчислюємо  $Q_{\max}^{(E)}$  за формулою (4.49).
4. Визначаємо  $Q_{\max} = \min(Q_{\max}^{(I)}, Q_{\max}^{(E)})$ .
5. Обчислюємо  $Q_{\min}$  за формулою (4.51).
6. Збільшуємо активне навантаження  $P_{\Gamma} = P_{\Gamma} + 30$ . Якщо  $P_{\Gamma} \leq 300$ , перехід до пункту 2.

За результатами розрахунків побудована область припустимих навантажень заданого генератора (рис. 4.11).

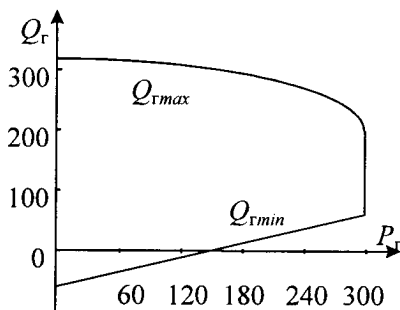


Рис. 4.11

У практиці експлуатаційних розрахунків дуже часто використовують спрощений підхід. Значення  $Q_{\min}$  і  $Q_{\max}$  задаються у вихідних даних і в процесі розрахунку усталеного режиму не корегуються.

### Вправи

1. Синхронний генератор ТВВ-1000 характеризується параметрами:  $U_{\text{ном}}=24$  кВ,  $\cos\varphi_{\text{ном}}=0.9$ ,  $x_d'=0.382$  і в нормальному усталеному режимі несе навантаження 900 МВт при  $\cos\varphi=0.95$ . Напряга на шинах системи необмеженої потужності дорівнює номінальній. Реактивний опір еквівалентної вітки, що з'єднує генератор із системою, складає 0.8 в. о. Визначити кут вибігу ротора в нормальному усталеному режимі при максимальній активній потужності, що може видати генератор у систему.

2. Параметри синхронного генератора і його вихідний режим ті ж, що й у вправі 1. У деякий момент часу на шинах генератора відбувається к. з., унаслідок якого напряга генератора раптово зменшується до 0. Через 0.08 с дією релейного захисту нормальна робота генератора відновлюється. Розрахувати графік електро-механічного перехідного процесу, якщо стала інерції генератора і турбіни  $T_f=12.5$  с, а демпферний коефіцієнт  $K_d=5$ .

3. Розробити математичну модель синхронного генератора у формі потокозчеплень, нехтуючи впливом демпферних контурів, а також аперіодичною складовою і активним опором обмотки статора.

4. Синхронний генератор з параметрами:  $x_d=2.41$ ,  $x_d'=0.373$ ,  $x_{ad}=2.19$ ,  $T_{do}=6.3$  с і  $T_f=8$  с у нормальному усталеному режимі несе навантаження  $i_q+ji_d=0.3-j0.9$  в. о. Напряга на вході обмотки збуд-

ження  $u_f=0.5$  в. о. У момент  $t=0$  напруга на шинах генератора внаслідок трифазного к. з. раптово змінюється від  $U_0$  до 0. Через 0.08 с нормальний режим відновлюється і напруга знову приймає початкове значення  $U_0$ . Обчислити напругу та інші параметри нормального усталеного режиму. Визначити графіки перехідного процесу для кута ротора і потокозчеплення обмотки збудження.

5. Розробити математичну модель синхронного генератора у формі ЕРС, нехтуючи впливом демпферного контуру по осі  $q$ , а також аперіодичною складовою і активним опором обмотки статора.

6. Виконати аналогічну вправу, нехтуючи впливом демпферного контуру по осі  $d$ , а також аперіодичною складовою і активним опором обмотки статора.

7. Синхронний генератор, що має параметри  $x_d=2.41$ ,  $x_d'=0.373$ ,  $x_d''=0.243$ ,  $x_q=2.32$ ,  $x_q''=0.243$ ,  $T_{do}=6.3$  с,  $T_d''=0.023$  с,  $T_D=0.39$  с,  $T_Q=0.09$  с і  $T_j=8$  с працює через лінію електропередачі з опором  $x_L=0.5$  в. о. на систему безконечної потужності. Потужність, що надходить у систему в нормальному усталеному режимі, дорівнює  $1+j0.5$  в. о. Напруга на шинах системи  $U=1$ . При  $t=0$  на шинах генератора відбувається к. з., яке знімається через 0.12 с. Нехтуючи впливом демпферного контуру по осі  $q$ , обчислити графіки перехідного процесу для ЕРС і кута ротора.

8. Розв'язати аналогічну задачу, нехтуючи впливом демпферного контуру по осі  $d$ .

9. Синхронний генератор ТВВ-1000 з параметрами:  $U_{ном}=24$  кВ,  $\cos\varphi_{ном}=0.9$ ,  $x_d=2.82$ ,  $x_d'=0.382$ ,  $T_j=12.5$  с,  $K_d=5$  у нормальному усталеному режимі несе навантаження 900 МВт при  $\cos\varphi=0.95$ . Напруга на шинах системи дорівнює номінальній. Реактивний опір вітки приєднання генератора до системи складає 0.8 в. о. Використовуючи модель Лебедева-Жданова, розрахувати графіки перехідного процесу для ЕРС і кута ротора при трифазному к. з. на шинах генератора тривалістю 0.08 с.

10. Побудувати область припустимих навантажень турбогенератора ТВВ-1000. Напруга на шинах генератора підтримується на рівні 25.2 кВ. Мінімальна реактивна потужність генератора при неробочому ході і при номінальному навантаженні складає відповідно -100 і 100 МВАр. Припустима тривалість перевантаження 60 хв.

## Розділ 5 МОДЕЛІ СИСТЕМ ЗБУДЖЕННЯ

### 5.1. Узагальнена модель регулятора

На режим роботи синхронного генератора безпосередньо впливають три основні системи регулювання: система автоматичного регулювання режиму роботи котла (АРК), система автоматичного регулювання швидкості обертання турбіни (АРШ) і система автоматичного регулювання збудження обмотки ротора генератора (АРЗ). Спрощена схема теплової електростанції, як системи автоматичного регулювання, показана на рис. 5.1.

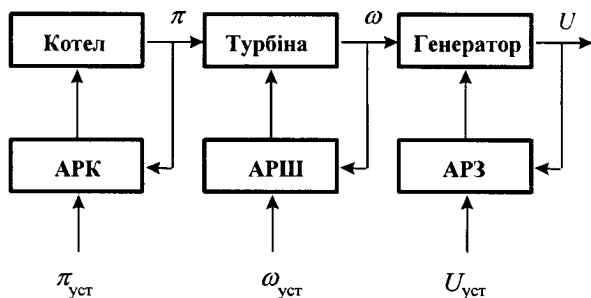


Рис. 5.1

Разом з тим розглянута схема відображає також три ступені перетворення хімічної енергії палива в теплову енергію пари, в обертальний рух турбіни і, нарешті, в електричну енергію. АРК регулює тиск пари  $\pi$  на вході в турбіну, змінюючи витрату палива, АРШ регулює частоту обертання  $\omega$ , змінюючи впуск пари в турбіну, а АРЗ підтримує рівень напруги  $U$  на шинах електростанції шляхом зміни струму в обмотці збудження генератора.

Котли, турбіни і їхні системи автоматичного регулювання іноді називають *первинними двигунами* синхронних генераторів.

Автоматичний пристрій, призначений для підтримки необхідного рівня деякого параметра режиму (регульованої величини), називається *автоматичним регулятором*. Сукупність елементів автоматичного регулятора, машин і пристроїв, що приймають участь у процесі автоматичного регулювання, складають

систему автоматичного регулювання. Система автоматичного регулювання (рис. 5.2) складається з трьох основних елементів: вимірювального органа (ВО), автоматичного регулятора (P) і виконавчого елемента (ВЕ).



Рис. 5.2

Під впливом зовнішнього середовища ( $B_{зс}$ ) параметри режиму об'єкта регулювання, у тому числі регульована величина  $y$ , безперервно змінюються. При відхиленні регульованої величини від бажаного значення  $u_{уст}$  (уставки) регулятор має так спрацювати, щоб повернути її чи до початкового значення, чи до деякого іншого значення, що відповідає умовам регулювання.

Сигнал на виході автоматичного регулятора  $z$  завдяки дії виконавчого елемента підсилюється, і на вхід об'єкта регулювання надходить регулююча величина  $x$ , що намагається повернути регульовану величину  $y$  до необхідного рівня. У будь-якій системі автоматичного регулювання повинен діяти принаймні один від'ємний зворотний зв'язок для стабілізації процесу регулювання.

Вимірювальний орган (звичайно статичний елемент) у моделі відображається алгебраїчним рівнянням. Тому при використанні в. о. його можна не враховувати. Інші елементи моделюються диференціальними рівняннями, що відображають регулюючу дію системи в перехідному процесі.

**Приклад 5.1.** Нехай спосіб дії об'єкта регулювання відображається алгебраїчним рівнянням

$$y = 0.5x + B_{зс}. \quad (5.1)$$

Автоматичний регулятор виконує просту функцію підтримки  $y$  на рівні заданої уставки  $u_{уст}$ , формуючи сигнал  $z$  відповідно до диференціального рівняння

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{T_p}(y_{уст} - y). \quad (5.2)$$

Виконавчий елемент описується диференціальним рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T_{ве}}(x_0 - x + z), \quad (5.3)$$

де  $x_0$  – значення змінної  $x$  у нормальному усталеному режимі. Сталі часу регулятора і виконавчого елемента:  $T_p = 1$  с,  $T_{ве} = 5$  с. Уставка регульованої величини  $y_{уст} = 1$ . Значення змінних у нормальному усталеному режимі (початкові умови):  $x = x_0 = 2$ ,  $y = y_{уст} = 1$ ,  $z = 0$ . Вплив зовнішнього середовища в нормальному режимі відсутній ( $B_{зс} = 0$ ). У деякий момент вплив зовнішнього середовища різко змінюється ( $B_{зс} = -0.2$ ) і далі знову залишається незмінним. Визначити графік перехідного процесу зміни регульованої величини  $y$  унаслідок зазначеного впливу зовнішнього середовища.

**Розв'язок.** Алгоритм обчислень на основі методу Ейлера:

$$\begin{aligned} y^{(i)} &= 0.5x^{(i)} + B_{зс}, \\ z^{(i+1)} &= z^{(i)} + h(y_{уст} - y^{(i)}), \\ x^{(i+1)} &= x^{(i)} + 0.2h(x_0 - x^{(i)} + z^{(i)}), \end{aligned} \quad (5.4)$$

де  $h = 0.01$  с – крок інтегрування.

За результатами обчислень побудований графік перехідного процесу в системі (рис. 5.3).

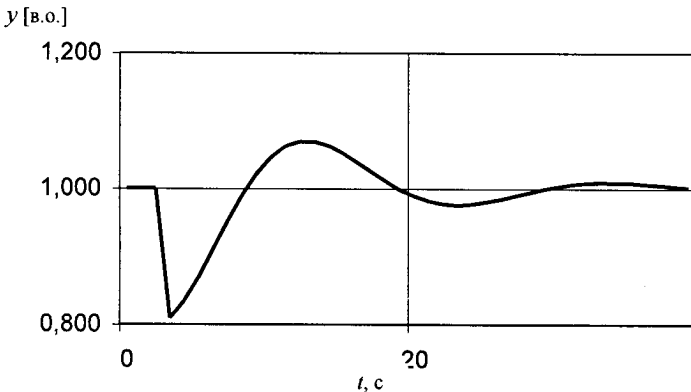


Рис. 5.3

Процес регулювання найчастіше носить коливальний характер. На відхилення регульованої величини від норми регулятор реагує досить швидко. Але виконавчий елемент унаслідок інерційності

виконує свою функцію з деяким запізнюванням, поступово змінюючи  $x$ . Тому, коли  $y$  досягає нормального значення, виконавчий елемент по інерції продовжує змінювати  $x$  у тому ж напрямку. В результаті має місце перерегулювання, тобто перехід регульованої величини через необхідне значення в протилежну сторону свого початкового відхилення. При цьому регулятор також змінює свою дію на протилежну і знову має місце процес перерегулювання. Повторення цих явищ і створює коливальний процес, що звичайно згасає.

Для підсилення стабілізуючої дії регулятора іноді крім відхилення змінних використовують також їх перші та другі похідні. Якщо регулятор реагує тільки на відхилення змінних, він має назву *регулятора пропорційної дії*. Якщо ж регулятор реагує крім цього ще й на похідні, він називається *регулятором сильної дії*.

У реальних умовах система автоматичного регулювання безперервно знаходиться в процесі переходу від одного стану рівноваги до іншого. Причому в новому стані рівноваги регульована змінна може або повертатися до свого нормального значення, або приймати якесь нове значення відповідно до характеристики регулювання  $y(x)$  (рис. 5.4).

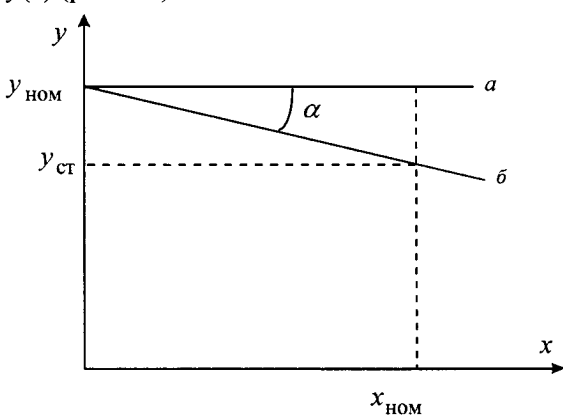


Рис. 5.4

При регулюванні по астатичній характеристиці ( $a$ ) стале значення регульованої величини залишається незмінним незалежно від значення регулюючого фактора  $x$  (незалежне регулювання). Такий закон регулювання покладений в основу АРК і АРЗ. При регулюванні по статичній характеристиці ( $b$ ) кожному новому

значенню  $x$  в усталеному режимі відповідає нове значення  $y$  (залежне регулювання).

Міра залежності регульованої величини  $y$  від регулюючого фактора  $x$  називається коефіцієнтом статизму, що визначає крутизну нахилу характеристики регулювання

$$K_{\text{ст}} = \frac{y_{\text{ном}} - y_{\text{ст}}}{x_{\text{ном}}} = \text{tg} \alpha. \quad (5.5)$$

Такий закон регулювання характерний для АРШ.

## 5.2. Ідеально регульований генератор

У реальних умовах параметри режиму об'єкта під впливом зовнішніх факторів безперервно змінюються. Системи регулювання прагнуть підтримувати регульовані величини, але внаслідок запізнювання регулюючої дії має місце перехідний процес. Причому, чим менші стали часу елементів системи автоматичного регулювання, тим менша затримка регулюючого дії і коливання регульованої величини. При ідеальному регулюванні регульовані параметри залишаються незмінними при будь-яких змінах режиму об'єкта.

Системи регулювання первинних двигунів регулюють тиск і витрату пари, а отже, не тільки потужність генераторів, але і частоту в системі. Система АРЗ регулює ЕРС генератора, а отже, не тільки напругу на шинах електростанції, але і струм і коефіцієнт потужності. У цьому розділі ми не будемо розглядати перехідних процесів, що супроводжують перехід від одного усталеного режиму до іншого. Будемо вважати, що такий перехід відбувається миттєво. Активні потужності і напруги генераторів унаслідок дії систем автоматичного регулювання будуть залишатися незмінними при переході від одного усталеного режиму до іншого. Такі системи автоматичного регулювання називаються ідеальними.

Розглянемо деякий режим, у якому синхронний генератор несе активно-індуктивне навантаження у вигляді струму  $I$  при коефіцієнті потужності  $\cos \varphi$ . АРЗ регулює ЕРС генератора  $E_r$  таким чином, що при будь-яких змінах режиму напруга  $U$  на шинах залишається незмінною. Оскільки ЕРС генератора прикладена за перехідним реактивним опором  $x_d$ , режим роботи синхронного генератора можна представити графічно за допомогою векторної діаграми (рис. 5.5).



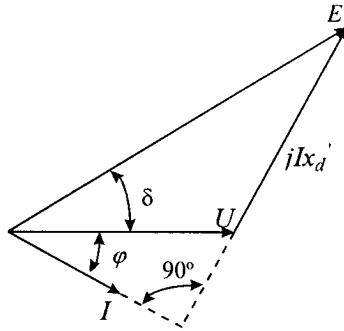


Рис. 5.5

У загальному випадку на параметри режиму  $\dot{U}$ ,  $\dot{i}$  і  $\dot{E}$  не накладаються жодні обмеження, і тому модуль напруги і активна потужність генератора можуть мати будь-які значення. Але якщо синхронний генератор ідеально регульований, необхідно прийняти до уваги два обмеження:  $P = const$  і  $U = const$ .

Активну потужність генератора можна визначити за формулою

$$P = UI \cos \varphi. \quad (5.6)$$

Оскільки потужність і напруга – величини сталі, формулу (5.6) можна переписати у вигляді

$$I \cos \varphi = \frac{P}{U} = I_a = const. \quad (5.7)$$

З іншого боку, активну потужність генератора можна визначити через кут ротора

$$P = \frac{EU}{x'_d} \sin \delta, \quad (5.8)$$

відкіля, аналогічно,

$$E \sin \delta = \frac{Px'_d}{U} = E_p = const. \quad (5.9)$$

Отже, особливістю режиму ідеально регульованого синхронного генератора є те, що при будь-якій зміні параметрів складові  $I_a$  й  $E_p$  залишаються незмінними. На рис. 5.6 показана векторна діаграма, що відповідає двом усталеним режимам: у першому режимі вектори ЕРС і струму генератора дорівнюють  $\dot{E}$  і  $\dot{i}$ , у другому, при більшому збудженні обмотки ротора генератора, –  $\dot{E}'$  і  $\dot{i}'$ .

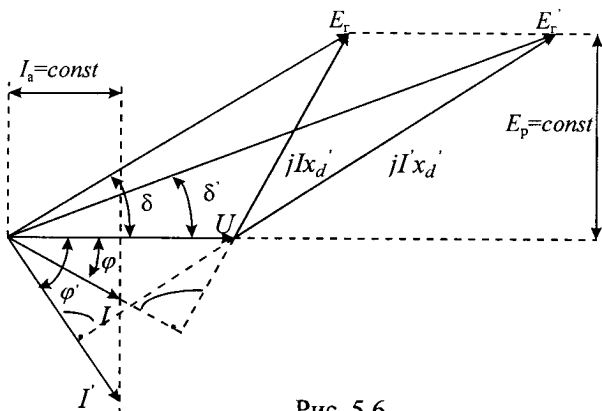


Рис. 5.6

При змінюванні збудження кінець вектора  $\vec{E}$  ковзає уздовж горизонтальної штрихової лінії, а кінець вектора  $\vec{I}$ , у той же час, переміщається уздовж вертикальної штрихової лінії таким чином, що між векторами  $\vec{I}$  і  $jx_d' \vec{I}$  зберігається прямий кут. У новому режимі кут  $\delta'$  і струм  $I'$  збільшилися, коефіцієнт потужності  $\cos \phi$  знизився, але активна потужність генератора і його напруга залишилися незмінними.

**Приклад 5.2.** Турбогенератор ТВВ-1000-4 з номінальними параметрами  $P_{\text{ном}}=1000$  МВт,  $\cos \phi_{\text{ном}}=0.9$  і  $U_{\text{ном}}=24$  кВ у нормальному усталеному режимі несе номінальне навантаження і підтримує напругу на шинах  $U=25.2$  кВ. Перехідний реактанс генератора  $x_d'=0.452$ . Дослідити залежності ЕРС, кута зсуву ротора і реактивної потужності від струму навантаження генератора при ідеальному його регулюванні.

**Розв'язок.** Перехідний реактанс генератора

$$x_d' = 0.452 \frac{24^2 \cdot 0.9}{1000} = 0.234 \text{ Ом.}$$

Активна складова струму генератора

$$I_a = \frac{1000}{25.2} = 39.7 \text{ кА.}$$

Реактивна складова ЕРС генератора

$$E_p = \frac{1000 \cdot 0.234}{25.2} = 9.30 \text{ кВ.}$$

Мінімально припустимо значення струму навантаження генератора дорівнює 39.7 кА. Прийнемо діапазон зміни струму 40-50 кА. Реактивна складова струму генератора при  $I=40$  кА

$$I_p = \sqrt{40^2 - 39.7^2} = 5.03 \text{ кА}.$$

Кут відставання струму генератора від напруги

$$\varphi = \arctg\left(\frac{4.99}{39.7}\right) = 7.2^\circ$$

Реактивна потужність генератора

$$Q_r = 25.2 \cdot 40 \cdot \sin 7.2^\circ = 127 \text{ МВАр.}$$

Активна складова ЕРС генератора

$$E_a = \sqrt{\frac{9.30^2}{(\cos 7.2^\circ)^2} - 9.30^2} + 25.2 = 26.4 \text{ кВ.}$$

Модуль ЕРС генератора

$$E_r = \sqrt{26.4^2 + 9.30^2} = 28.0 \text{ кВ.}$$

Кут зсуву ЕРС щодо напруги на шинах генератора

$$\delta = \arctg\left(\frac{9.30}{26.4}\right) = 19.4^\circ.$$

Аналогічні розрахунки виконуємо для інших струмів навантаження генератора. Результати обчислень зведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

$I_r$ , кА	40	42	44	46	48	50	52	54
$Q_r$ , МВА	127	347	479	586	680	767	847	923
$E_r$ , кВ	28.0	29.9	31.1	32.0	32.9	33.6	34.4	35.0
$\delta$ , град	19.4	18.1	17.4	16.9	16.4	16.0	15.7	15.4

### 5.3. Типи систем збудження

Для адекватного відображення перехідних процесів у синхронних генераторах потрібно враховувати характеристики їхніх систем збудження. До складу системи збудження синхронного генератора входять: збудник, автоматичний регулятор збудження, а також ряд пристроїв, призначених для форсування збудження, гасіння поля, захисту ротора й ін. Роль збудника може виконувати електрична машина постійного струму, електрична машина змінного струму з випрямлячем чи перетворювач із трансформаторним джерелом живлення.

Застосовувані на практиці регулятори збудження характеризуються ще більшою розмаїтістю. Оскільки практично неможливо передбачити всі типи регуляторів, використовують узагальнені моделі. Розрізняють регулятори збудження нормальної (пропорційної) дії і регулятори збудження сильної дії.

Спочатку АРЗ виконували єдину функцію – підтримування необхідного рівня напруги в усталеному режимі. З часом вони почали виконувати додаткові функції: збільшення потужності, що передається через ЛЕП від генератора в систему, підвищення статичної стійкості і якості перехідних процесів при малих збуреннях, підвищення динамічної стійкості і гасіння коливань ротора.

АРЗ сприймає вихідні параметри режиму синхронного генератора (струм  $I_r$ , напруга  $U_r$  і ін.) і формує керуючі сигнали (добавки до напруг регулювання  $\Delta u_p$  і форсировки  $\Delta u_\phi$ ), що надходять на вхід збудника (рис. 5.7).

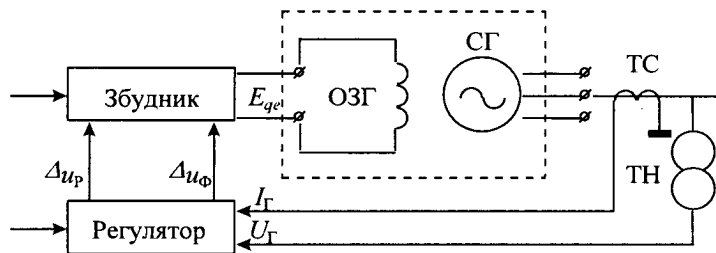


Рис. 5.7

У процесі регулювання напруги генератора в нормальному режимі необхідно змінювати струм в обмотці збудження генератора (ОЗГ), а отже і ЕРС  $E_{qe}$ . Струм збудження при цьому, як правило, не виходить за межі номінального значення. Але в аварійному режимі одним із ефективних засобів підвищення стійкості генератора служить миттєве збільшення струму збудження протягом короткого проміжку часу (форсування). Тому найважливішими з погляду стійкості слід вважати такі показники збудників як час зростання вихідної напруги і кратність форсировки.

На практиці використовують декілька принципово різних конструкцій збудників синхронних генераторів. Найбільше поширення одержали електромашинні, високочастотні, безщіткові і тиристорні збудники.

Електромашинне збудження використовується тільки на синхронних генераторах малої потужності. Збудником служить генератор постійного струму, розташований на одному валу з синхронним генератором (рис. 5.8).

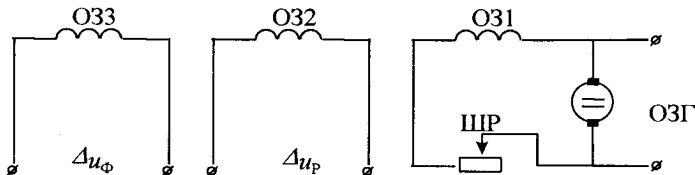


Рис. 5.8

Регулювання струму в обмотці збудження генератора (ОЗГ) здійснюється за допомогою регулятора збудження, що змінює струм в обмотці збудника ОЗ2 відносно рівня, встановленого обмоткою ОЗ1. На вхід регулятора збудження подається сигнал, пропорційний напрузі і струму синхронного генератора. Електромашинні збудники мають сталу часу 0.3-0.5 с і кратність форсировки 1.3-2.0 в. о., що не є достатнім для утримання постійного магнітного потоку і перехідної ЕРС  $E_q$  генератора під час к. з.

Для синхронних генераторів потужністю 300 МВт і більше, що сьогодні складають основну частину генераторного парку сучасних енергосистем, електромашинні системи збудження не використовуються внаслідок технічних труднощів створення колекторних машин відповідної потужності. Крім того, така система збудження часто не відповідає вимогам швидкості реакції, необхідної для забезпечення стійкості електроенергетичної системи. Тому для збудження сучасних потужних турбогенераторів використовують машини змінного струму з нерегульованими і регульованими випрямлячами.

При високочастотному збудженні використовується індукторний генератор (ІГ) частотою 500 Гц, розміщений на спільному валу із синхронним генератором (рис. 5.9).

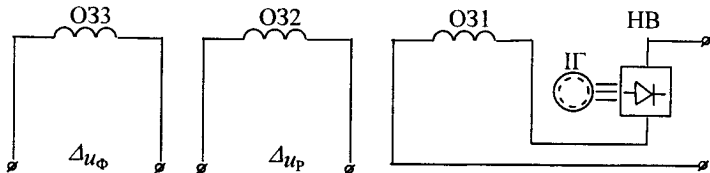


Рис. 5.9

Трифазна обмотка якоря, розміщена на статорі ІГ, живить ОЗГ за допомогою некерованого випрямляча (НВ). ІГ має дві обмотки збудження: послідовну ОЗ1 і незалежну ОЗ2, що виконують ті ж функції, що і на рис. 5.8. Випрямлена напруга з виходу НВ подається на ОЗГ через контактні кільця. Стала часу високочастотної системи збудження складає 0.36 с. Наявність контактних кілець обмежує струм збудження, тому високочастотна система використовується лише для турбогенераторів потужністю 200-300 МВт.

Для потужних турбогенераторів розроблена безщіткова система збудження (рис. 5.10).

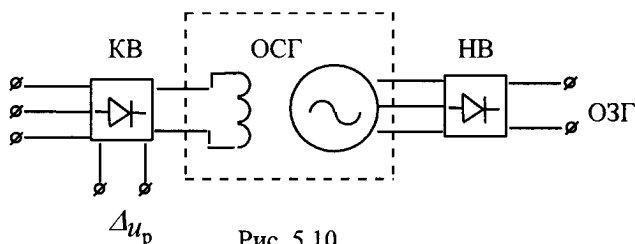


Рис. 5.10

Збудник складається з двох елементів: оберненого синхронного генератора (ОСГ) і некерованого випрямляча (НВ). Обмотка збудження ОСГ розміщена на його статорі, а обмотка змінного струму – на роторі. Ротор ОСГ і НВ знаходяться на одному валу з ротором основного синхронного генератора. Провідники, що з'єднують обмотки змінного струму ОСГ, НВ і ОЗГ, проходять уздовж спільного вала. Таким чином, живлення ОЗГ здійснюється без використання рухомих контактів. На вхід керованого випрямляча (КВ) подається трифазна напруга від джерела живлення, яким є звичайно високочастотний індукторний генератор. При цьому АРЗ діє на систему сіткового керування тиристорного перетворювача. Випрямлена напруга з виходу КВ подається на обмотку збудження ОСГ.

Безщіткова система збудження завдяки відсутності рухомих контактів дозволяє виготовити збудника практично на будь-які струми і, отже, зняти обмеження на номінальну потужність синхронних генераторів. Крім того, безщіткове збудження характеризується значно більшою швидкістю дії у порівнянні з високочастотним і електромашинним. Його еквівалентна стала часу складає 0.10-0.15 с.

У тиристорній системі збудження (рис. 5.11) живлення ОЗГ здійснюється безпосередньо від керованого випрямляча.

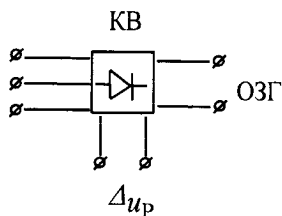


Рис. 5.11

Сіткове керування тиристорного перетворювача відбувається, як і в попередньому випадку, за допомогою АРЗ. Відсутність електричних машин у складі збудника обумовлює найвищу швидкість роботи тиристорної системи збудження. Її стала часу складає лише 0.02-0.04 с. Джерелом живлення такого випрямляча служить незалежний синхронний генератор частотою 50-100 Гц. Використовується також самозбудження за допомогою трансформатора, увімкненого на виході синхронного генератора. Тиристорна система самозбудження використовується на турбогенераторах потужністю 300 МВт і потужних гідрогенераторах.

#### 5.4. Типи АРЗ

Будь-яка система регулювання збудження синхронного генератора є звичайною системою автоматичного регулювання зі зворотним зв'язком. До її складу входять власне система збудження і генератор. Система збудження складається з регулятора збудження і збудника. Таким чином, синхронний генератор розглядається як частина системи регулювання збудження.

Сучасні синхронні генератори використовують багато різних видів регулювання збудження, серед яких можна виділити шість основних груп:

- незалежне тиристорне збудження, тиристорне самозбудження із серієсними трансформаторами і безщіткове збудження з рухомими керованими тиристорами (АРЗ сильної дії);
- тиристорне самозбудження без серієсних трансформаторів (АРЗ сильної дії);
- безщіткове збудження з рухомими діодами (АРЗ сильної дії);
- високочастотне збудження (АРЗ типу коректора напруги);
- високочастотне збудження з блоком сильної стабілізації (АРЗ типу коректора напруги);

- електромашинне збудження (АРВ типу компаундування).

Однією із складових системи збудження є АРЗ. У відповідності до функцій, які повинна виконувати система регулювання збудження, можна виділити три окремі групи каналів:

- канали регулювання по відхиленнях режимних параметрів від заданих уставок (напруга і струм на виході генератора), що впливають як на статичні, так і на динамічні характеристики системи;
- канали регулювання по похідних режимних параметрів (канали стабілізації), що впливають тільки на динамічні характеристики системи, тобто на показники якості перехідних процесів;
- форсировка і розфорсировка, що діють при великих збуреннях і призначені для підвищення динамічної стійкості системи.

Існуючі АРЗ можна розділити в залежності від способу стабілізації на дві групи: пропорційної (нормальної) і сильної дії. В АРЗ пропорційної дії стабілізація режиму здійснюється за допомогою гнучкого зворотного зв'язку по напрузі. В АРЗ сильної дії для стабілізації використовуються похідні параметрів режиму генератора (похідні напруги і струму на виході генератора, відхилення частоти і її похідна).

АРЗ пропорційної дії використовуються в системах збудження з невисокою швидкістю дії, таких як електромашинна і високо-частотна. Вони не виявляють істотного впливу на статичну і динамічну стійкість системи. Тому такі регулятори використовуються на синхронних генераторах, що мають сильний зв'язок з енергосистемою. На противагу цьому АРЗ сильної дії разом із швидкодіючими системами збудження (безщіткова і тиристорна) значно підвищують статичну і динамічну стійкість системи, що має слабкі зв'язки з генераторами електростанцій.

Розглянемо принцип роботи АРЗ пропорційної дії, що здійснює регулювання збудження по відхиленню напруги генератора. Сигнал  $U$ , знятий з виходу трансформатора напруги, випрямляється і підсилюється, і відхилення

$$\Delta u_p = U_{Г0} - U_{Г} \quad (5.10)$$

подається на обмотку збудження ОЗ2 (рис. 5.8 чи 5.9). Регулятор намагається підтримувати напругу генератора  $U_{Г}$  на рівні  $U_{Г0}$ . Якщо  $U_{Г} = U_{Г0}$ , то регулятор не змінює напруги збудження, що визначається в даному випадку тільки дією обмотки ОЗ1. При зниженні  $U_{Г}$  величина  $\Delta u_p$  стає позитивною, що приводить до збільшення магнітного потоку в обмотці ОЗ2 і струму в ОЗГ, а отже і напруги  $U_{Г}$ .



При збільшенні  $U_T$  понад  $U_{T0}$  величина  $\Delta u_p$  стає від'ємною, що викликає зменшення сумарного потоку і напруги генератора.

Таким чином, регулювання здійснюється за принципом від'ємного зворотного зв'язку і називається статичним. При такому регулюванні неможливо точно підтримувати незмінною напругу генератора, оскільки при  $\Delta u_p = 0$  регулятор бездіє. Точність регулювання тим більша, чим більший коефіцієнт підсилення регулятора, але при цьому погіршуються умови стійкості системи. Щоб забезпечити високу стійкість системи при великих значеннях коефіцієнта підсилення використовується гнучкий зворотний зв'язок у вигляді додаткового сигналу, пропорційного першій похідній напруги.

В АРЗ сильної дії регулювання здійснюється по відхиленню напруги, першій похідній напруги  $U_T'$  на шинах генератора, а також по відхиленню  $\Delta\omega$  і першій похідній  $\omega'$  частоти. Сигнали  $\Delta\omega$  і  $\omega'$ , що також призначені для стабілізації перехідного процесу, формуються за допомогою перетворювача частоти і надходять на вхід підсилювального елемента. З виходу підсилювального елемента сумарний сигнал надходить у систему керування тиристорного або безщіткового збудження.

Блок форсування збудження функціонує на основі реле мінімальної напруги. Форсування спрацьовує при зниженні  $U_T$  нижче мінімально можливого значення  $U_{min}$ , що складає в залежності від конкретних умов 80-90% від номінальної напруги генератора. Відповідний сигнал, подаваний на обмотку ОЗЗ (рис. 5.8 чи 5.9), викликає швидке збільшення (форсування) сумарного потоку збудження до максимального значення. Це приводить до швидкого збільшення електромагнітного моменту генератора при к. з. чи інших великих збуреннях під час аварій, поліпшуючи тим самим умови динамічної стійкості енергосистеми. При зникненні збурення і відновленні напруги форсування вимикається з деякою затримкою в часі.

## 5.5. Модель АРЗ

Модель АРЗ використовується в розрахунках електромеханічних перехідних процесів, якщо синхронний генератор не представлений незмінною ЕРС. Вона має вигляд системи диференціальних рівнянь з урахуванням ряду обмежень у формі нерівностей. Математична модель системи збудження повинна бути універсальною, тобто в ній повинні бути присутні всі можливі канали регулювання існуючих

систем збудження. Тоді, приймаючи ті чи інші коефіцієнти підсилення чи сталі часу не рівними 0, можна моделювати відповідну систему збудження в рамках однієї і тієї ж моделі.

Система збудження, як правило, описується двома диференціальними рівняннями, що враховують інерційність регулятора і збудника. На вхід регулятора надходить сумарний сигнал

$$\Delta u_{p\Sigma} = K_{U0}(U_{r0} - U_r) + K_{U1} \frac{dU_r}{dt} + K_{I1f} \frac{dE_q}{dt} + K_{\omega0}(\omega - \omega_t) + K_{\omega1} \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.11)$$

де  $K_{U0}$ ,  $K_{U1}$ ,  $K_{I1f}$ ,  $K_{\omega0}$ ,  $K_{\omega1}$  – коефіцієнти підсилення для різних каналів регулювання;  $E_q$  – синхронна ЕРС генератора, пропорційна струму збудження,

$$E_q = E'_q - (x_d - x'_d) i_d \quad (5.12)$$

$\omega$  – частота напруги на шинах генератора у в. о.;  $\omega_t$  – аналогічна змінна з урахуванням затримки часу в аперіодичній ланці, що обчислюється за рівнянням

$$\frac{d\omega_t}{dt} = \frac{\omega - \omega_t}{T_\omega}, \quad (5.13)$$

$T_\omega$  – стала часу, що приблизно дорівнює 1 с.

Величина сумарного сигналу  $\Delta u_{p\Sigma}$  обмежується діапазоном

$$u_p^{\min} \leq E_{qe0} + \Delta u_{p\Sigma} \leq u_p^{\max}, \quad (5.14)$$

де  $u_p^{\min}$ ,  $u_p^{\max}$  – межі змінювання вхідного сигналу регулятора;  $E_{qe0}$  – ЕРС збудження в нормальному усталеному режимі.

Вихідний сигнал регулятора визначається диференціальним рівнянням

$$\frac{d\Delta u_p}{dt} = \frac{1}{T_p} (\Delta u_{p\Sigma} - \Delta u_p), \quad (5.15)$$

де  $T_p$  – постійна часу регулятора збудження.

Збудник моделюється диференціальним рівнянням

$$\frac{dE_{qe1}}{dt} = \frac{1}{T_3} [E_{qe0} + \Delta u_p - E_{qe1} + K_{0if}(E_q - E_{q0}) + K_{0l}(I_r - I_{r0})], \quad (5.16)$$

де  $E_{qe1}$  – внутрішня розрахункова ЕРС збудження в нормальному режимі при  $U_r = U_{r0}$ , що обмежується діапазоном

$$E^{\min} \leq E_{qe1} \leq E^{\max}, \quad (5.17)$$

$T_3$  – постійна часу збудника;  $K_{0if}$ ,  $K_{0l}$  – коефіцієнти підсилення каналів жорсткого зворотного зв'язку по струму ротора і компаун-

дування по струму статора;  $E_{q0}$ ,  $I_{r0}$  – синхронна ЕРС  $E_q$  і струм статора  $I_r$  у нормальному усталеному режимі.

При незалежній системі збудження і при самозбудженні з послідовним трансформатором вихідна ЕРС збудження  $E_{qe} = E_{qe1}$ . Якщо генератор має систему самозбудження без послідовного трансформатора, ЕРС на обмотці збудження пропорційна напрузі генератора

$$E_{qe} = \frac{U_r}{U_{r0}} E_{qe1}. \quad (5.18)$$

Розглянута модель відповідає тиристорній системі збудження. Мінімальне і максимальне значення  $E^{\min}$  і  $E^{\max}$  в обмеженні (5.17) може змінюватися в процесі моделювання. Якщо струм збудження (тобто відповідна йому ЕРС  $E_q$ ) знаходиться в припустимих межах, враховується обмеження по ЕРС збудження, тобто  $E^{\min} = E_{qe}^{\min}$ ,  $E^{\max} = E_{qe}^{\max}$ . Якщо обмеження по струму ротора починає діяти, то  $E^{\min}$  і  $E^{\max}$  змінюються так, щоб ліквідувати це порушення з інерційністю обмотки збудження.

Модель безщіткової системи збудження відрізняється від розглянутої лише величинами параметрів.

**Приклад 5.3.** Синхронний генератор з АРЗ сильної дії працює на систему безконечної потужності (рис. 5.12).

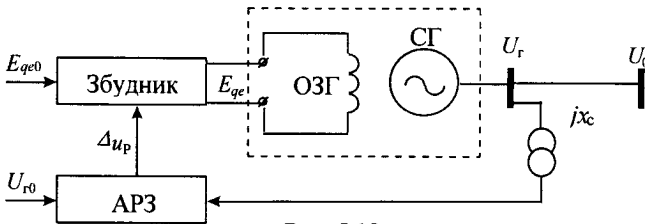


Рис. 5.12

Напруга на шинах системи  $U_0=1$  в. о. Реактивний опір лінії зв'язку генератора із системою  $x_c=0.5$ . Параметри синхронного генератора:  $T_f=15$  с,  $T_{d0}=9.1$  с,  $x_d=2.31$ ,  $x_d'=0.77$ ,  $K_d=3$ . Параметри збудника:  $T_3=0.16$  с,  $E_{qe}^{\min}=-2$ ,  $E_{qe}^{\max}=3$ . Параметри регулятора збудження:  $T_p=0.15$  с,  $K_{U0}=-25$ ,  $K_{U1}=-2.1$ ,  $K_{i1}=-2.5$ ,  $K_{\omega 0}=10.4$ ,  $K_{\omega 1}=4$ ,  $T_{\omega}=1$  с,  $u_p^{\min}=-5$ ,  $u_p^{\max}=5$ . Початкові умови:  $\dot{U}_r=1+j0.5$ ,  $\dot{I}_r=1$ ,  $\dot{I}_s=1+j0.5$ ,  $U_r=1.12$ ,  $E_{qe0}=2.83$ ,  $\delta_0=51.79^\circ$ ,  $\omega_0=314$  рад/с. У момент  $t=0$  на шинах генератора відбувається трифазне к. з., унаслідок якого  $U_r=0$ . В кінці

проміжку часу  $t_{кз}=0.12$  с к. з. ліквідується. Розрахувати перехідний процес тривалістю 2 с.

**Розв'язок.** Для чисельного інтегрування скористаємося методом Ейлера. Розглянемо послідовність обчислень на кожному кроці  $i$  з інтервалом часу  $h=0.001$  с.

ЕРС генератора

$$\dot{E}_r^{(i)} = E_q^{(i)} [\cos \delta^{(i)} + j \sin \delta^{(i)}].$$

Струм генератора

$$\dot{I}_r = \begin{cases} \frac{\dot{E}_r^{(i)} - U_0}{j(x'_d + x_c)}, & \text{при } t \geq t_{кз} \\ \frac{\dot{E}_r^{(i)}}{jx'_d}, & \text{при } t \leq t_{кз} \end{cases},$$

$$i_d^{(i)} = I_r^{*(i)} \cos \delta^{(i)} - I_r'^{(i)} \sin \delta^{(i)}.$$

Напруга генератора

$$\dot{U}_r^{(i)} = \dot{E}_r^{(i)} - jx'_d \dot{I}_r^{(i)}.$$

Фазовий кут напруги генератора

$$\delta_U^{(i)} = \arctg \left( \frac{U_r^{*(i)}}{U_r'^{(i)}} \right).$$

Ковзання фазового кута напруги:

$$\omega_U^{(i)} = \frac{\delta_U^{(i)} - \delta_U^{(i-1)}}{314h},$$

$$\omega_{U_n}^{(i+1)} = \omega_{U_n}^{(i)} + \frac{h}{T_{sU}} (\omega_U^{(i)} - \omega_{U_n}^{(i)}).$$

Синхронна ЕРС

$$E_q^{(i)} = E_q^{(i-1)} - (x_d - x'_d) i_d^{(i)}.$$

Сумарний сигнал на вході регулятора:

$$\Delta u_{p\Sigma}^{(i)} = K_{U0}(U_r^{(i)} - U_{r0}) + K_{U1} \frac{U_r^{(i)} - U_r^{(i-1)}}{h} + K_{Uf} \frac{E_q^{(i)} - E_q^{(i-1)}}{hE_{qe0}} +$$

$$+ K_{\omega 0}(\omega_U^{(i)} - \omega_{U_n}^{(i)}) + K_{\omega 1} \frac{\omega_U^{(i)} - \omega_U^{(i-1)}}{h},$$

$$\Delta u_p^{\min} \leq \Delta u_{p\Sigma}^{(i)} \leq \Delta u_p^{\max}.$$

Сигнал на виході регулятора

$$\Delta u_p^{(i+1)} = \Delta u_p^{(i)} + \frac{h}{T_p} (\Delta u_{p\Sigma}^{(i)} - \Delta u_p^{(i)}).$$

ЕРС збудження

$$E_{qe}^{(i+1)} = E_{qe}^{(i)} + \frac{h}{T_e} (E_{qe0} + \Delta u_p^{(i)} - E_{qe}^{(i)}),$$

$$E_{qe}^{\min} \leq E_{qe}^{(i+1)} \leq E_{qe}^{\max}.$$

Перехідна ЕРС генератора

$$E_q^{(i+1)} = E_q^{(i)} + \frac{h}{T_{d0}} (E_{qe}^{(i)} - E_q^{(i)}).$$

Кут відхилення ротора генератора

$$\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} + \frac{h}{T_j} [m_r - \operatorname{Re}(\hat{I}_r^{(i)} \dot{U}_U^{(i)}) - K_d(\omega^{(i)} - \omega_0)],$$

$$\delta^{(i+1)} = \delta^{(i)} + 314 \cdot 57.3 h (\omega^{(i)} - \omega_0).$$

Результати розрахунку приведені на рис. 5.13.

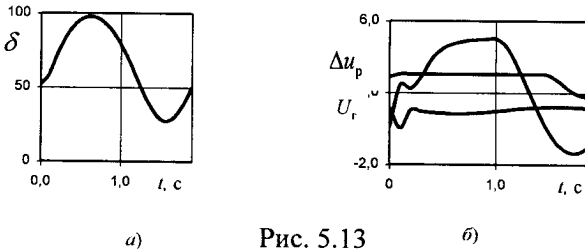


Рис. 5.13

У моделі коректора напруги височастотної системи збудження має місце залежність уставки  $U_{r0}$  від частоти

$$U_{r0}(\omega) = U_{r0}[1 + a(\omega_0 - \omega)]. \quad (5.19)$$

Стала часу регулятора збудження даного типу досить велика (близько 1 с). У моделі збудника з компаундуною обмоткою має місце жорсткий зворотний зв'язок по струму ротора ( $K_{0j} \neq 0$ ). Блок сильної стабілізації в такій системі збудження наближено можна врахувати шляхом миттєвого збільшення сталої часу  $T_3$  у  $K_3$  раз, якщо швидкість зміни ЕРС збудження  $dE_{qe}/dt$  перевищує деяке граничне значення.

При розрахунках електромеханічних перехідних процесів іноді виникає необхідність моделювання певних неполадок у системі збудження, наприклад, утрату збудження деякого генератора. Раптове виведення системи збудження з роботи можна врахувати, прийнявши  $E_{qe} = 0$ . Для спрощення подібних розрахунків у рівняннях (5.11) і (5.16) передбачають змінвані в часі функції  $f(t)$ .

Для моделювання дії обмежника перевантаження обмотки збудження генератора з форсованим охолодженням передбачають можливість впливу на верхню границю  $E_{qc}^{\max}$ . Дія такого обмежника може бути врахована миттєвим зменшенням зазначеного параметра до  $(0.9-0.95)E_{qном}$  з витримкою у часі, обумовленою фактично припустимим перевантаженням обмотки збудження. Так, наприклад, при  $i_j=2i_{jном}$  спрацювання обмежника відбувається через 18 с після виникнення умови перевантаження.

## 5.6. Модель форсування збудження

Сигнал  $\Delta u_\phi$ , використовуваний в електромашинній системі збудження та в спеціальних випадках АРЗ сильної дії, формується в каналах релейної форсування і розфорсування збудження. Математична модель форсування може бути описана нелінійним диференціальним рівнянням

$$\frac{d\Delta u_\phi}{dt} = \frac{1}{T}(u - \Delta u_\phi), \quad (5.20)$$

де  $u$  і  $T$  – дискретно змінювані уставка і стала часу каналу релейного форсування збудження, що визначаються в залежності від рівня напруги на шинах генератора відповідно до логічних умов:

$$\begin{bmatrix} u \\ T \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} u_\phi \\ \tau_\phi \end{bmatrix}, & \text{при } U_r \leq U_\phi^{\min} \text{ і } t \leq t_c \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_3 \end{bmatrix}, & \text{при } U_\phi^{\max} \leq U_r \leq U_{рф}^{\min} \text{ і } t \leq t_c \\ \begin{bmatrix} u_{рф} \\ \tau_\phi \end{bmatrix}, & \text{при } U_r \geq U_{рф}^{\max} \text{ і } t \leq t_c \end{cases} \quad (5.21)$$

Параметри  $U_\phi^{\min}$ ,  $U_\phi^{\max}$ ,  $U_{рф}^{\min}$ ,  $U_{рф}^{\max}$  відповідають мінімальним і максимальній уставкам спрацьовування реле форсування і розфорсування генератора;  $u_\phi$ ,  $u_{рф}$  – кратності максимальних сигналів форсування і розфорсування;  $\tau_\phi$ ,  $\tau_3$  – сталі часу при введенні і знятті форсування чи розфорсування;  $t_c$  – час спрацьовування (затримки), який для спрощення іноді не враховується.

**Приклад 5.4.** Синхронний генератор з АРЗ типу релейної форсування працює на систему безконечної потужності (рис. 5.12). Параметри лінії, синхронного генератора і збудника ті ж, що й у прикладі 5.3. Параметри форсування і розфорсування збудження:

$U_{\phi}^{\min}=0.85$ ,  $U_{\phi}^{\max}=0.95$ ,  $U_{p\phi}^{\min}=1.05$ ,  $U_{p\phi}^{\max}=1.15$ ,  $u_{\phi}=2$ ,  $u_{p\phi}=-2$ ,  $\tau_b=0.02$  с,  $\tau_3=0.2$  с. Початкові умови і збурення також аналогічні попереднім.

**Розв'язок.** Розглянемо послідовність обчислень перехідного процесу методом Ейлера на кожному  $i$ -му кроці.

Змінні  $E_{\Gamma}^{(i)}$ ,  $I_{\Gamma}^{(i)}$ ,  $U_{\Gamma}^{(i)}$ ,  $i_d^{(i)}$  і  $E_q^{(i)}$  обчислюються так само, як і в прикладі 5.3, сигнал на виході каналу релейної форсировки і розфорсировки – за формулою (5.20) з урахуванням (5.21)

$$\Delta u_{\phi}^{(i+1)} = \Delta u_{\phi}^{(i)} + \frac{h}{T^{(i)}} (u^{(i)} - \Delta u_{\phi}^{(i)}).$$

ЕРС збудження

$$E_{qe}^{(i+1)} = E_{qe}^{(i)} + \frac{h}{T_3} (E_{qe0} + \Delta u_{\phi}^{(i)} - E_{qe}^{(i)}),$$

$$E_{qe}^{\min} \leq E_{qe}^{(i+1)} \leq E_{qe}^{\max}.$$

Результати розрахунків перехідного процесу тривалістю 2 с приведені на рис. 5.14.

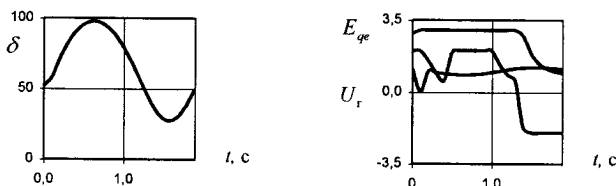


Рис.5.14

Як видно з розрахунків, після зняття к. з. при  $t=0.12$  с напруга генератора піднімається до 1.0 в. о. і перевищує уставку повернення реле  $U_{\phi}^{\max}=0.95$ , внаслідок чого форсировка знімається, сигнал форсировки швидко падає і при  $t=0.3$  с складає лише 0.55 в. о.

Щоб запобігти зняттю форсировки відразу після відключення к. з. іноді вводиться затримка в часі тривалістю близько 0.1 с. Але, оскільки напруга збудження, як правило, в даний момент знаходиться на верхній границі, збільшення сигналу  $\Delta u_{\phi}$  не дає ніякого результату. Подальші синхронні коливання супроводжуються незначними зниженнями і підвищеннями напруги і, як наслідок, повторною роботою форсировки і розфорсировки збудження. Тому для поліпшення демпфірування коливань ротора необхідна спільна робота АРЗ сильної дії і релейної форсировки. Крім того, у схему

форсировки іноді вводять додаткові сигнали: небаланс потужності на валу генератора, пропорційний прискоренню, чи ковзання ротора.

### Вправи

1. Дослідіть залежність якості автоматичного регулювання від величин сталих часу регулятора і виконавчого елемента. Чи варто прагнути конструювати зазначені елементи з мінімально можливими сталими часу?

2. Турбогенератор ТГВ-500 з параметрами:  $\cos \varphi_{\text{ном}}=0.85$ ,  $U_{\text{ном}}=20$  кВ і  $x_d=0.373$  у нормальному усталеному режимі має навантаження  $P=400$  МВт і напругу  $U=21$  кВ. Дослідіть залежності струму генератора,  $\cos \varphi$  і кута  $\delta$  від реактивної потужності ідеально регульованого синхронного генератора.

3. Турбогенератор ТВФ-100-2 з параметрами:  $T_f=6.7$  с,  $T_{d0}=6.5$  с,  $x_d=1.92$ ,  $x_d'=0.278$ ,  $K_d=3$  і електромашинною системою збудження пропорційної дії працює на систему безконечної потужності через лінію з опором  $x_c=0.2$ . Параметри збудника і регулятора:  $T_3=0.35$  с,  $E_{qe}^{\min}=0$ ,  $E_{qe}^{\max}=3$ ,  $T_p=0.15$  с,  $K_{U0}=-10$ ,  $u_p^{\min}=-2$ ,  $u_p^{\max}=5$ . У нормальному режимі напруга на шинах системи  $U_0=1$  і навантаження генератора  $s_r=1+j0.5$ . У момент  $t=0$  на шинах системи відбувається трифазне к.з. тривалістю 0.12 с. Визначити напругу на шинах генератора, кут ротора і ЕРС у момент  $t=0$ . Обчислити графіки перехідного процесу тривалістю 2 с.

4. Розв'язати попередню задачу за умови, що синхронний генератор оснащений крім АРЗ пропорційної дії також форсировкою збудження з параметрами:  $U_{\phi}^{\min}=0.85$ ,  $U_{\phi}^{\max}=0.95$ ,  $U_{p\phi}^{\min}=1.05$ ,  $U_{p\phi}^{\max}=1.15$ ,  $u_{\phi}=2$ ,  $u_{p\phi}=-2$ ,  $\tau_b=0.02$  с,  $\tau_3=0.2$  с. На час роботи форсировки чи розфорсировки дія АРЗ блокується.



## Розділ 6 МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ

### 6.1. Узагальнені моделі первинних двигунів

Поняття первинний двигун виникло у зв'язку з необхідністю моделювання механічного моменту на валу синхронного генератора. У даному випадку мова йде про тривалі, головним чином аварійні, електроенергетичні режими, в яких момент  $m_T$  і потужність  $P_T$  на валу турбіни не можуть вважатися незмінними, а залежать від параметрів режиму енергосистеми. *Первинний двигун* – це складний елемент, до складу якого входять котлоагрегат чи ядерний реактор, турбіна і системи автоматичного регулювання технологічних процесів перетворення хімічної або ядерної енергії палива та потенціальної енергії води в кінетичну енергію.

Часто замість поняття первинний двигун використовують більш широкі поняття енергетичний блок, генераторна група або електрична станція. Електричні станції можна розділити на кілька типів. Найбільше поширення здобули теплові конденсаційні електростанції (ТЕС), атомні електростанції (АЕС), теплоелектроцентралі (ТЕЦ) і гідроелектростанції (ГЕС).

Основний обсяг електроенергії виробляється на ТЕС, структурна схема якої показана на рис. 6.1.

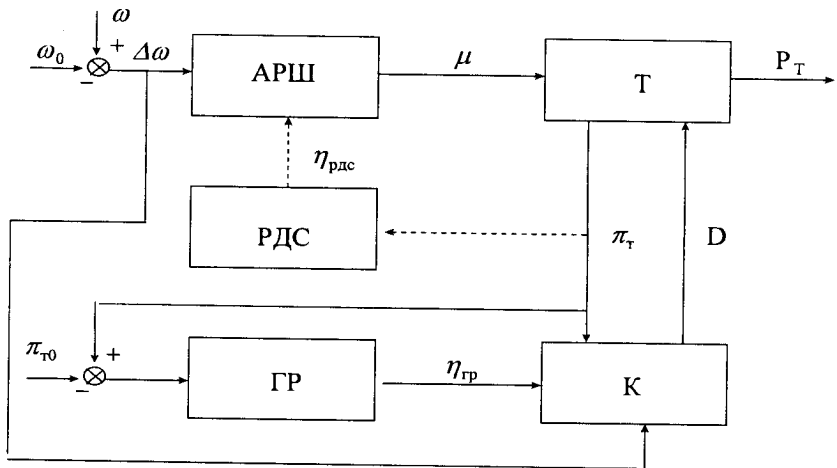


Рис.6.1

Якщо не торкатися питання протиаварійної автоматики і технологічного захисту, модель ТЕС можна розглядати як взаємодію п'яти умовно виділених елементів: автоматичного регулятора швидкості турбіни (АРШ), турбіни (Т), регулятора тиску пари «до себе» (РДС), головного регулятора (ГР) і котлоагрегату (К).

Процеси і режими теплових частин ТЕС і АЕС відрізняються. Математична модель АЕС дуже складна, але її використання в основному обмежується дослідженнями режимів самої АЕС. При аналізі тривалих перехідних процесів в енергосистемах можна обмежитися використанням математичної моделі ТЕС з параметрами, що у найбільшій мері відповідають динамічній характеристиці АЕС.

Модель ТЕЦ з турбіною з протитиском (з регульованим відбором пари) має загальний вигляд, показаний на рис. 6.2.

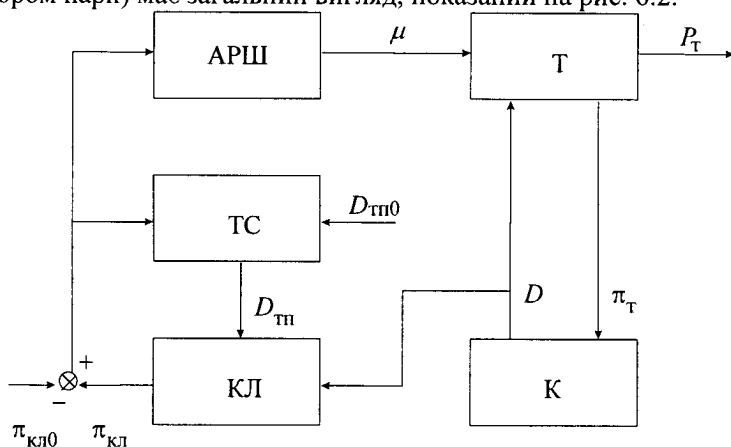


Рис.6.2

Турбіна (Т) працює на колектор (КЛ), з якого здійснюється відбір пари для теплових споживачів (ТС) по відповідному тепловому графіку. Потужність турбіни  $P_T$  визначається витратою пари для теплових споживачів. Отже керування турбіною з протитиском підпорядковано лише вимогам теплових споживачів і здійснюється регулятором тиску, що діє на регулюючі клапани турбіни і підтримує необхідний тиск відпрацьованої пари, яка надходить споживачам. Регулятор швидкості турбіни з протитиском (АРШ) виконує лише захисну функцію, запобігаючи неприпустимо-

му збільшенню або зменшенню обертів при значних змінах електричного навантаження чи відключенні агрегата від електричної мережі.

Модель ГЕС включає лише автоматичний регулятор швидкості і турбіну, що значно відрізняються від аналогічних елементів ТЕС.

Моделі турбін використовуються головним чином у розрахунках електромеханічних перехідних процесів. Вони забезпечують відображення впливу системи регулювання на потужність турбіни. Моделі турбін звичайно засновані на припущенні про незмінність тиску пари перед регулюючими клапанами турбіни. Регулювання режиму котлоагрегата при цьому не враховується. Моделі турбін використовуються в розрахунках перехідних процесів тривалістю не більше 5-10 с.

При моделюванні тривалих перехідних процесів необхідно враховувати залежність потужності турбіни від витрати пари і його тиску, від режиму котлоагрегата і роботи систем регулювання, у тому числі систем аварійного керування, а також можливої дії технологічного захисту, механізмів власних потреб.

## 6.2. Модель АРШ

Зміна навантаження генератора служить причиною зміни числа обертів турбіни (швидкості обертання), а отже і частоти в системі. Регулювання частоти й активної потужності електростанції здійснюється за допомогою автоматичного регулятора швидкості (АРШ). Основне призначення АРШ – реагувати на будь-яку зміну числа обертів при зміні навантаження генератора, і в залежності від його збільшення чи зменшення збільшувати чи зменшувати кількість енергоносія (витрати пари чи води), що надходить у турбіну.

Для регулювання швидкості використовується відцентровий регулятор, принцип дії якого показаний на рис. 6.3. При збільшенні швидкості обертання інерційні маси маятника під дією відцентрової сили розходяться, муфта піднімається, стискаючи пружину й одночасно піднімаючи важіль АОВ. При зменшенні швидкості обертання муфта опускається, а разом з нею опускається і важіль. В усталеному стані, що звичайно відповідає номінальному числу обертів, поршень золотника закриває обидва маслопроводи: верхній (в) і нижній (н). Поршень сервомотора, у циліндрі якого мастило знаходиться по обидва боки поршня, переміщатися не може.

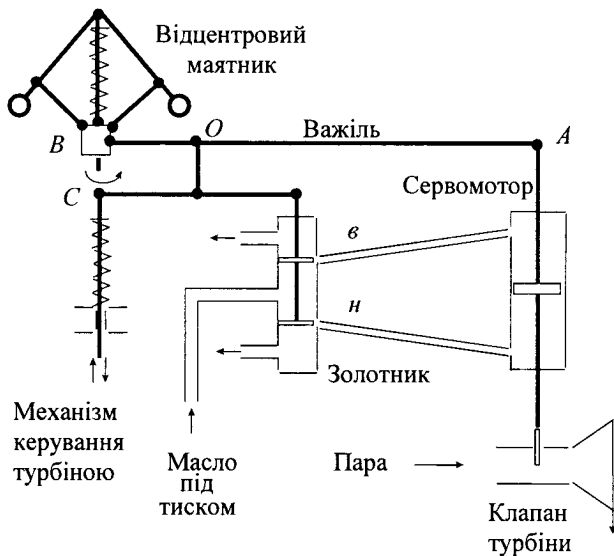


Рис. 6.3.

При зміні числа оборотів турбіни, наприклад, при їхньому зменшенні внаслідок зростання електричного навантаження в електричній мережі, змінюються й умови роботи регулятора. Відцентрова сила зменшується, обертові маси опускаються, внаслідок чого опускається і муфта регулятора, натискаючи на важіль  $AOB$ . Точка  $A$  переміщатися не може, оскільки по обидва боки поршня масло знаходиться під однаковим тиском, а також унаслідок інерції досить масивного механізму відкриття клапана. Під тиском муфти важіль починає повертатися навколо точки  $A$ , опускаючи поршень золотника. Маслопровід  $в$  приєднується до вихідного отвору, а в  $н$  надходить масло під тиском. Поршень сервомотора піднімається і відкриває регулюючий клапан, збільшуючи впуск пари в турбіну.

Оскільки регулюючий пристрій має інерцію, поршень сервомотора підніметься дещо вище, ніж це потрібно для доведення числа обертів до номінального. Тому турбіна спочатку збільшить оберти і муфта підніметься, а потім знову почне рух у зворотному напрямку. По закінченні коливань поршня золотник прийде в положення, коли обидві труби  $в$  і  $н$  будуть перекриті, тобто буде мати місце новий стан рівноваги. Точка  $A$  буде мати нове, більш

високе положення, що відповідає більшому впуску пари в турбіну, а отже і більшій потужності для покриття збільшеного навантаження.

Слід зазначити, що новий стан рівноваги досягається при деякому меншому (неномінальному) числі обертів. Таке регулювання має назву *статичне*. З достатньою точністю можна вважати, що залежність  $\omega(P)$ , де  $\omega$  – кутова швидкість обертання турбіни, є лінійною (рис. 6.4) і називається статичною характеристикою регулювання.

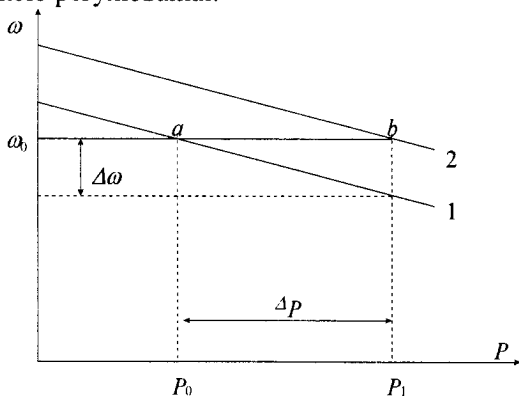


Рис. 6.4.

У нестационарному режимі робота АРШ відображається диференціальним рівнянням

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{T_s} \left( \frac{\Delta\omega}{\sigma} - \mu + \mu_0 \right), \quad (6.1)$$

де  $\mu$  – відносне переміщення поршня сервомотора, що відповідає відкриттю регулюючого клапана турбіни;  $\mu_0$  – початкове його значення в нормальному усталеному режимі;  $T_s$  – стала часу сервомотора;  $\sigma$  – статизм регулювання швидкості обертання турбіни;  $\Delta\omega$  – відносне відхилення частоти обертання від номінального значення. Величина  $\Delta\omega/\sigma$  – у в. о. дорівнює переміщенню поршня золотника.

Розглянутий процес прийнято називати процесом *первинного регулювання*. За такого регулювання частота в новому усталеному режимі відрізняється від номінальної. Дійсно, якщо прирівняти праву частину рівняння (6.1) до 0, що є умовою усталеного режиму, то можна записати

$$\Delta\omega = \sigma(\mu_0 - \mu) = \sigma\Delta\mu = \sigma\Delta P. \quad (6.2)$$

Якщо потужність турбіни у в. о., яка дорівнює відносному переміщенню поршня сервомотора, збільшити на  $\Delta P$ , то завдяки дії АРШ частота обертання турбіни зменшиться на  $\Delta\omega$ . Звідси випливає фізичний зміст статизму регулювання турбіни, – він чисельно дорівнює зменшенню частоти  $\Delta\omega$  при збільшенні навантаження  $\Delta P$  на 1.

Для доведення числа обертів турбіни до номінального необхідно прикласти додаткову корегуючу дію на регулятор. Для цього потрібно зжати допоміжну пружину, переміщаючи точку  $C$  вниз (рис. 6.3). Це викличе опускання муфти, точки  $O$  і поршня золотника, внаслідок чого масло під тиском почне піднімати поршень сервомотора, додатково збільшуючи впуск пари в турбіну, а отже і швидкість обертання.

Нове усталене значення частоти обертання завдяки цьому додатковому впливу на регулятор врешті знову стає рівним  $\omega_0$  при потужності  $P_1 = P_0 + \Delta P$  і меншому стисканні основної пружини. Характеристика регулятора переміститься паралельно самій собі вгору і займе положення 2 (рис. 6.4).

Регулювання, яке за допомогою механізму керування турбіною забезпечує автоматичну підтримку номінальної частоти, називається *вторинним регулюванням*. Це астатичне регулювання турбіни. Не всі електростанції в енергосистемі мають астатичне регулювання, а тільки ті, що відповідають за частоту (частотно регулюючі станції).

### 6.3. Моделі турбін

У турбіні відбувається перетворення потужності потоку енергоносія в потужність на валу турбогенератора. При незмінному тиску перед турбіною витрата пари, що відповідає потужності на валу, залежить лише від відкриття регулюючого клапана  $\mu$ . Але при цьому необхідно враховувати деяке запізнювання в процесі зміни потужності турбіни від витрати пари, тобто інерційність турбіни.

Інерційність турбіни визначається об'ємом простору, заповненого стиснутою порою між регулюючим клапаном і турбіною, і характеризується сталою часу парового об'єму  $T_n$ . Якщо не враховувати розподіленість парового об'єму в просторі, то турбіна може бути представлена звичайним диференціальним рівнянням

$$\frac{dP_\tau}{dt} = \frac{1}{T_n} (\mu - P_\tau), \quad (6.3)$$

де  $P_T$  – потужність турбіни у в. о. Чисельні значення сталої часу  $T_n$  практично не виходять за межі 0.2-0.4 с.

Рівняння (6.3) відповідає найпростішій моделі турбіни. Сучасні потужні парові турбіни виготовляються з урахуванням вторинного чи проміжного перегрівання пари (промперегріву). Ємність вторинного парового тракту значно більша, що зв'язано з відповідним збільшенням інерційності перехідних процесів. Стала часу промперегріву  $T_{np}$  для різних типів енергоблоків складає 5-8 с.

Порівнюючи сталі часу  $T_n$  і  $T_{np}$ , можна припустити, що інерційністю парового тракту між регулюючим клапаном і турбіною можна знехтувати. Частина потужності турбіни, що відповідає потоку енергоносія між клапаном і промперегрівачем, називається частиною високого тиску (ЧВТ). У відносному вираженні вона дорівнює  $k_{вт}$ . В усталеному режимі вона може змінюватися в діапазоні 0.3-0.34. У перехідних процесах її слід приймати в діапазоні 0.4-0.5.

При раптовій зміні положення регулюючого клапана лише частина ( $k_{вт}$ ) потужності з'являється миттєво на валу турбіни. Інша частина потужності  $(1-k_{вт})$ , що відповідає потоку енергоносія в частинах середнього і низького тисків (ЧНТ), змінюється поступово зі сталою часу промперегрівача  $T_{пт}$ .

Таким чином, математичну модель парової турбіни з промперегрівом можна описати системою рівнянь:

$$P_{вт} = k_{вт} \mu, \\ \frac{dP_{пт}}{dt} = \frac{1}{T_{пт}} [(1 - k_{вт}) \mu - P_{пт}] \quad (6.4) \\ P_T = P_{вт} + P_{пт},$$

де  $P_{вт}$ ,  $P_{пт}$  – потужності турбіни, що генерируються частинами високого і низького тисків.

**Приклад 6.1.** Енергоблок працює на систему безконечної потужності через підвищувальний трансформатор і ЛЕП (рис. 4.3). Стала часу сервомотора  $T_c = 1$  с, статизм регулювання швидкості обертання турбіни  $\sigma = 0.05$ , стала часу промперегріву  $T_{пт} = 5$  с, частка потужності високого тиску  $k_{вт} = 0.5$ , стала інерції генератора  $T_J = 10$  с, коефіцієнт загасання коливань  $K_d = 5$ . У нормальному усталеному режимі в енергосистему надходить потужність  $0.8 + j0.4$  в.о. При  $t = 0$  одна з ліній вимикається. Розрахувати графіки електромеханічного

перехідного процесу кута ротора генератора  $\delta(t)$ , відносного переміщення поршня сервомотора  $\mu(t)$  і потужності турбіни  $P_T(t)$ .

**Розв'язок.** З умов нормального усталеного режиму знаходимо ЕРС і початкове значення кута відхилення ротора:  $E_d' = 1.612$ ,  $\delta_0 = 29.75^\circ$ . Після вимкнення однієї з ЛЕП сумарний реактивний опір системи збільшується до 1.6. Активна потужність синхронного генератора у перехідному процесі визначається характеристикою

$$P = 1.612 \cdot 1 / 1.6 \sin(\delta / 57.3) = 1.008 \sin(\delta / 57.3).$$

Потужність турбіни, переміщення поршня сервомотора і відкриття клапана турбіни на початку перехідного процесу дорівнюють активній потужності у в. о. в нормальному усталеному режимі, тобто  $P_T(0) = \mu(0) = 0.8$ .

Розрахункові формули при розв'язанні диференціальних рівнянь методом Ейлера мають вигляд:

$$\begin{aligned} \mu^{(i+1)} &= \mu^{(i)} + h[-s^{(i)} / \sigma + 314 - \mu^{(i)} + \mu(0)], \\ P_{\text{BT}}^{(i+1)} &= k_{\text{BT}} \mu^{(i+1)}, \\ P_{\text{HT}}^{(i+1)} &= P_{\text{HT}}^{(i)} + 0.2h[(1 - k_{\text{BT}})\mu^{(i)} - P_{\text{HT}}^{(i)}], \\ P_T^{(i+1)} &= P_{\text{BT}}^{(i+1)} + P_{\text{HT}}^{(i+1)}, \\ s^{(i+1)} &= s^{(i)} + 0.1h[314(P_T^{(i)} - 1.008 \sin(\delta^{(i)} / 57.3)) - 5s^{(i)}], \\ \delta^{(i+1)} &= \delta^{(i)} + 57.3hs^{(i)}. \end{aligned}$$

За результатами обчислень маємо графіки (рис. 6.5).

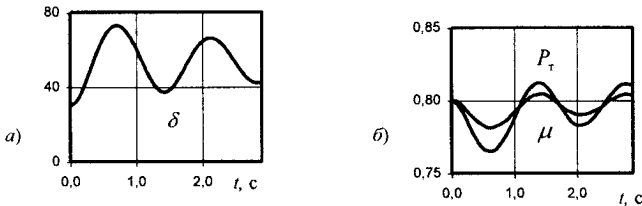


Рис. 6.5

У розрахунках тривалих перехідних процесів тиск пари перед турбіною не може вважатися незмінним. Відповідна математична модель турбіни повинна бути скорегована в такий спосіб:

$$\begin{aligned} D &= \pi_T \mu, \\ P_{\text{BT}} &= k_{\text{BT}} D, \\ \frac{dP_{\text{HT}}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{HT}}} [(1 - k_{\text{BT}})D - P_{\text{HT}}], \\ P_T &= P_{\text{BT}} + P_{\text{HT}}, \end{aligned} \quad (6.5)$$



де  $D$  – витрата пари в турбіні;  $\pi_{\tau}$  – тиск пари перед турбіною.

Наявність промперегріву в аварійних умовах може приводити до збільшення відхилення частоти і тим самим ускладнити роботу ПА. Тому на практиці намагаються компенсувати його негативний вплив на процеси регулювання.

На турбінах потужністю 300 МВт і більше використовуються електричні приставки, за допомогою яких реалізується швидкий електричний вхід у систему регулювання турбіни через електрогідравлічний перетворювач (ЕГП), що виконує функції механізму керування турбіною (рис. 6.3). Основне призначення ЕГП полягає в аварійному керуванні турбіною, наприклад, при швидкому зменшенні моменту турбіни при аваріях в енергосистемі, при вимкненні генераторів від електричної мережі і т. п. Для цього в математичній моделі турбіни передбачається можливість програмного керування потужністю турбіни по заданій функції  $P_{\tau}(t)$ .

Математична модель турбіни з протитиском описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= \frac{1}{T_s} [\mu_0 - \mu + k_{\text{рт}} (\pi_{\text{кл}0} - \pi_{\text{кл}})], \\ \mu_{\text{мін}} &\leq \mu \leq \mu_{\text{макс}}, \\ \frac{d\pi_{\text{кл}}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{кл}}} [\mu\pi_{\tau} - D_{\text{тс}} + k_{\text{тс}} (\pi_{\text{тс}0} - \pi_{\text{тс}})], \\ \frac{dD_{\text{тс}}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{тс}}} (D_{\text{тс}0} - D_{\text{тс}}), \\ \frac{dP_{\tau}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{п}}} (\mu\pi_{\tau} P_{\text{юм}} - P_{\tau}), \end{aligned} \quad (6.6)$$

де  $k_{\text{рт}}$ ,  $k_{\text{тс}}$  – коефіцієнти регулятора тиску і теплових споживачів;  $\pi_{\text{кл}}$ ,  $\pi_{\tau}$  – тиск пари в збірному колекторі і на вході в турбіну;  $D_{\text{тс}}$  – витрати пари тепловими споживачами;  $T_{\text{с}}$ ,  $T_{\text{кл}}$ ,  $T_{\text{тс}}$ ,  $T_{\text{п}}$  – сталі часу сервомотора, колектора, теплових споживачів і парового об'єму.

У турбінах із протитиском регульованими є швидкість обертання турбіни і тиск пари у відборах, причому регулятор швидкості переміщає клапан в одну сторону, а регулятор тиску – в іншу. Зв'язана система регулювання забезпечує незалежність стабілізації швидкості і тиску. Основну роль виконує регулятор тиску пари у споживачів, а дія регулятора швидкості виявляється головним чином при повному знятті навантаження. Це дозволяє не враховувати регулювання турбін на ТЕЦ у розрахунках динамічної стійкості.

Математична модель турбіни з теплофікаційним і промисловим відборами пари має аналогічний вигляд за винятком рівнянь ЧНТ, відсутніх у даній моделі.

Математична модель гідротурбіни істотно відрізняється від моделей теплових турбін. Причиною цього є те, що зміна положення направляючого апарата ГЕС, що регулює впуск води в гідротурбіну, викликає різку зміну тиску води і приводить до гідравлічного удару. Це зв'язано з необхідністю використання більш складного іздромного регулятора. Математична модель гідроагрегата має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= \frac{1}{T_s} \left( -\frac{\Delta\omega}{\sigma} - \xi\mu + \mu_0 - y_r \right), \\ \frac{dy_r}{dt} &= \frac{1}{T_i} \left[ \eta \frac{T_i}{T_s} \left( -\frac{\Delta\omega}{\sigma} - \xi\mu + \mu_0 \right) - y_r \left( 1 + \eta \frac{T_i}{T_s} \right) \right], \\ \frac{dP_T}{dt} &= \frac{2}{\mu_0 T_b} (\mu H_0 P_{\text{ном}} - P_T) - \frac{2H_0 P_{\text{ном}}}{T_s} \left( -\frac{\Delta\omega}{\sigma} - \xi\mu + \mu_0 - y_r \right), \\ \mu_{\min} &\leq \mu \leq \mu_{\max}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

де  $\xi$  і  $\eta$  – коефіцієнти підсилення жорсткого і гнучкого зворотних зв'язків;  $y_r$  – сигнал на виході гнучкого зворотного зв'язку;  $T_i$ ,  $T_s$  – сталі часу іздромна і сервопривода;  $T_b$  – стала часу водовода;  $H_0$  – напір води для розглянутого проміжку часу.

У програмах розрахунку динамічної стійкості енергосистем розглянута модель гідротурбіни, як правило, не використовується. Для моделювання гідротурбін використовується звичайна модель теплової турбіни.

#### 6.4. Моделі котлоагрегатів

У попередньому розділі в основному розглядалися перехідні процеси первинних двигунів при незмінності тиску пари перед турбіною, тобто без урахування впливу динаміки котлоагрегата. Такі процеси характеризуються сталими часу до 10 с і мають назву процесів середньої тривалості. Якщо розглядати енергоблок як об'єкт регулювання, слід мати на увазі, що будь-яка зміна його навантаження вимагає регулюючого впливу на котлоагрегат, спрямованого на зміну витрат палива, води і повітря. Такі процеси

характеризуються сталими часу 100 с і більше і називаються тривалими.

У дійсності котлоагрегат є складною системою з великою кількістю взаємозалежних регульованих величин. Але їх вплив на потужність, яку видає енергоблок в енергосистему, визначається практично тільки зміною тиску пари. Якщо розглядати енергоблок як частину енергосистеми, модель котлоагрегата можна побудувати спрощено у вигляді взаємодії чотирьох динамічних елементів: парогенеруючої частини котлоагрегата, топки, власних потреб і головного регулятора.

Парогенеруюча частина котлоагрегата спрощено може розглядатися як елемент із зосередженою ємністю у вигляді інтегруючої ланки зі сталою часу  $T_k$ , на виході якої маємо тиск пари  $\pi_k$ . Математично вона описується диференціальним рівнянням

$$\frac{d\pi_k}{dt} = \frac{1}{T_k} (D_0 - D - \Delta D_{\text{вп}} - \Delta Q), \quad (6.8)$$

де  $D_0$  – витрата пари в нормальному режимі;  $\Delta D_{\text{вп}}$  – витрата пари в механізмах власних потреб (на власні потреби);  $\Delta Q$  – добування теплоти, підведеної до парогенератора, внаслідок дії головного регулятора.

Тиск пари перед турбіною  $\pi_t$  відрізняється від тиску  $\pi_k$  на величину перепаду тиску в тракці котел-турбіна

$$\pi_t = \pi_k - k_R D^2, \quad (6.9)$$

де  $k_R$  – коефіцієнт падіння тиску.

Об'єм цього тракту невеликий, і інерційність його можна не враховувати.

Топка моделюється рівнянням

$$\frac{d\Delta Q}{dt} = \frac{1}{T_t} (\eta_{\text{тп}} - \Delta Q), \quad (6.10)$$

де  $T_t$  – стала часу топки, що характеризує інерційність подачі і згоряння палива, акумуляції теплоти й ін.;  $\eta_{\text{тп}}$  – вхідний сигнал головного регулятора.

Як відомо, при значному зниженні частоти падає продуктивність механізмів власних потреб електростанції, і в першу чергу, живильних електронасосів. На вхід відповідної ланки надходить відхилення частоти  $\Delta\omega$ , а на виході маємо зміну витрати пари  $\Delta D_{\text{вп}}$  на власні потреби. Математична модель цього явища може бути описана рівнянням

$$\frac{d\Delta D_{\text{вп}}}{dt} = \frac{1}{T_{\text{вп}}} (k_{\text{вп}} \Delta \omega - \Delta D_{\text{вп}}), \quad (6.11)$$

де  $k_{\text{вп}}, T_{\text{вп}}$  – коефіцієнт підсилення і стала часу ланки власних потреб.

Падіння продуктивності живильних електронасосів при тривалому аварійному зниженні частоти веде до відповідного зниження рівня води в барабані котла, що може привести до роботи захисту від зниження рівня і відключення агрегата. Блоки 300 МВт і більше оснащені живильними турбонасосами, продуктивність яких не залежить від частоти.

Головний регулятор, впливаючи на топку, приводить паропроductивність котлоагрегата у відповідність до навантаження турбіни. Робота головного регулятора описується рівняннями:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= k_{\text{гр}} (\pi_{\tau} - \pi_{\tau_0}), \\ \frac{d\eta_2}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{гр}}} (\pi_{\tau} - \pi_{\tau_0}), \\ \eta_{\text{гр}} &= \eta_1 + \eta_2, \end{aligned} \quad (6.12)$$

де  $k_{\text{гр}}, T_{\text{гр}}$  – коефіцієнт підсилення і стала часу головного регулятора;  $\pi_{\tau_0}$  – тиск пари на вході в турбіну в нормальному усталеному режимі.

**Приклад 6.2.** Електростанція, до складу якої входять генератор, турбіна, котлоагрегат і системи автоматичного регулювання, працює на еквівалентне навантаження. Потужність навантаження залежить від частоти і визначається статичною характеристикою

$$P_{\text{H}} = P_{\text{H0}} + k_{\text{H}} (\omega - \omega_0) + \Delta P_{\text{H}},$$

де  $k_{\text{H}}$  – регулюючий ефект навантаження (у середньому близько 2 в. о.). У нормальному усталеному режимі потужність навантаження  $P_{\text{H0}}$  дорівнює 0.8 в. о., частота  $\omega_0=1$ . У момент  $t=0$  додаткова потужність навантаження  $\Delta P_{\text{H}}$  раптово змінюється (наприклад, унаслідок вимкнення лінії зв'язку з енергосистемою) від 0 до 0.4 в. о. Параметри турбіни і генератора:  $T_s=1$  с,  $\sigma=0.05$ ,  $T_{\text{пп}}=5$  с,  $k_{\text{вг}}=0.5$ ,  $\mu_{\text{max}}=1$ ,  $T_f=10$  с. Параметри котлоагрегата:  $T_k=100$  с,  $k=0.3$ ,  $T_{\tau}=20$  с,  $T_{\text{вп}}=10$  с,  $k_{\text{вп}}=0.5$ ,  $k_{\text{гр}}=1.5$ ,  $T_{\text{гр}}=10$  с. Виконати розрахунок і побудувати графіки перехідного процесу по частоті, тиску пари на вході турбіни і потужності на виході турбіни.

**Розв'язок.** Із умов нормального усталеного режиму визначаємо початкові значення змінних і уставки регулювання:

$$P_T = \mu = D = \mu_0 = D_0 = P_{H0} = 0.8,$$

$$\pi_T = \pi_{T0} = 1,$$

$$\omega = \omega_0 = 1,$$

$$\Delta D_{\text{вп}} = \Delta Q = \eta_2 = \eta_{\text{тп}} = 0,$$

$$\pi_{\kappa} = 1 + 0.3 \cdot 0.8^2 = 1.192.$$

Розрахункові формули при розв'язанні диференціальних рівнянь методом Ейлера мають вигляд:

$$P_H^{(i)} = P_{H0} + \Delta P_H + k_H (\omega^{(i)} - \omega_0),$$

$$\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} + h/T_J (P_T^{(i)} - P_H^{(i)}),$$

$$\mu^{(i+1)} = \mu^{(i)} + h/T_c ((\omega_0 - \omega^{(i)})/\sigma - \mu^{(i)} + \mu_0),$$

$$\mu^{(i+1)} \leq \mu_{\text{max}},$$

$$\pi_T^{(i)} = \pi_{\kappa}^{(i)} - k_R D^{(i)2},$$

$$D^{(i+1)} = \pi_T^{(i)} \mu^{(i)},$$

$$P_{\text{вт}}^{(i+1)} = k_{\text{вт}} D^{(i+1)},$$

$$P_{\text{пт}}^{(i+1)} = P_{\text{пт}}^{(i)} + h/T_{\text{пт}} ((1 - k_{\text{вт}}) D^{(i)} - P_{\text{пт}}^{(i)}),$$

$$P_T^{(i+1)} = P_{\text{вт}}^{(i+1)} + P_{\text{пт}}^{(i+1)},$$

$$\eta_1^{(i+1)} = k_{\text{тп}} (\pi_T^{(i)} - \pi_{T0}),$$

$$\eta_2^{(i+1)} = \eta_2^{(i)} + h/T_{\text{тп}} (\pi_T^{(i)} - \pi_{T0}),$$

$$\eta_{\text{тп}}^{(i+1)} = \eta_1^{(i+1)} + \eta_2^{(i+1)},$$

$$\Delta Q^{(i+1)} = \Delta Q^{(i)} + h/T_T (\eta_{\text{тп}}^{(i)} - \Delta Q^{(i)}),$$

$$\Delta D_{\text{вп}}^{(i+1)} = \Delta D_{\text{вп}}^{(i)} + h/T_{\text{вп}} ((\omega_0 - \omega^{(i)}) k_{\text{вп}} - \Delta D_{\text{вп}}^{(i)}),$$

$$\pi_{\kappa}^{(i+1)} = \pi_{\kappa}^{(i)} + h/T_{\kappa} (D_0 - D^{(i)} - \Delta D_{\text{вп}}^{(i)} - \Delta Q^{(i)}).$$

Графіки зміни частоти і потужності турбіни тривалістю 900 с показані на рис. 6.6.

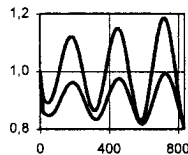
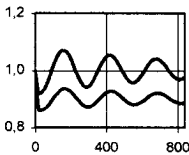


Рис. 6.6

Проаналізувавши криву зміни частоти, дійдемо висновку, що при заданих параметрах нестійкість системи не спостерігається (графіки ліворуч). При коефіцієнті власних потреб  $k_{вп}=2.0$ , що відповідає 4-кратному збільшенню ступеня залежності продуктивності механізмів власних потреб від частоти, маємо якісно інші результати обчислень (графіки праворуч). Характер кривих тривалого перехідного процесу свідчить про нестійкість режиму по частоті.

Автоматичний регулятор тиску «до себе» (РДС) на прямооточних котлах призначений підтримувати тиск пари на вході в турбіну. У більшості випадків РДС працюють у режимі спостереження, тобто мають зону нечутливості відносно регульованої величини. РДС, як і головний регулятор, діє за пропорційно-інтегральним законом і описується рівняннями:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= k_{рдс} \Delta \pi, \\ \frac{d\eta_2}{dt} &= \frac{1}{T_{рдс}} \Delta \pi, \\ \eta_{рдс} &= \eta_1 + \eta_2, \end{aligned} \quad (6.13)$$

де

$$\Delta \pi = \begin{cases} \pi_{\tau} - \pi_{\tau}^{max} & \text{при } \pi_{\tau} \geq \pi_{\tau}^{max} \\ 0 & \text{при } \pi_{\tau}^{min} \leq \pi_{\tau} \leq \pi_{\tau}^{max}, \\ \pi_{\tau} - \pi_{\tau}^{min} & \text{при } \pi_{\tau} \leq \pi_{\tau}^{min} \end{cases}, \quad (6.14)$$

$k_{рдс}$ ,  $T_{рдс}$  – коефіцієнт підсилення і стала часу РДС;  $\pi_{\tau}^{min}$ ,  $\pi_{\tau}^{max}$  – границі припустимої зміни тиску пари на вході в турбіну.

Сигнал  $\eta_{рдс}$ , як і сигнал  $\Delta \omega$ , подається на вхід АРШ. У такому разі необхідно відповідно скорегувати рівняння (6.1)

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{T_s} \left( \frac{\Delta \omega}{\sigma} + \eta_{рдс} - \mu + \mu_0 \right). \quad (6.15)$$

Слід зазначити, що дія РДС до деякої міри перешкоджає регулюванню швидкості турбіни. Тому директивними матеріалами передбачається можливість виведення РДС із роботи на ряді агрегатів. В інших випадках на блоках з нестійким режимом топки РДС залишається в роботі в нормальному режимі і виводиться з роботи при аварійному зниженні чи підвищенні частоти.

## 6.5. Енергетичні характеристики

Дуже важливим в експлуатації енергосистем є питання економічного розподілу активного навантаження між електростанціями. Оскільки навантаження системи безупинно змінюється в часі, виникає задача розподілу сумарного добового графіка навантаження системи між паралельно працюючими генераторами чи генераторними групами. Для розв'язання цієї задачі необхідно мати т. н. енергетичні чи витратні характеристики основного устаткування електростанцій, що виражають залежність між підведеною на вхід енергією визначеного типу і корисною енергією іншого типу на виході агрегата.

Так, для котлоагрегата підведеною є хімічна енергія палива, а корисною служить теплота пари; для турбіни – відповідно теплота пари і механічна (кінетична) енергія на валу турбогенератора; і нарешті, для генератора – механічна енергія на валу й електроенергія, що надходить в електричну мережу. Якщо за одиницю часу розглядати 1 годину, то кількість виробленої енергії дорівнює потужності. Оскільки втрати в генераторі дуже малі, то характеристику генератора, як правило, не враховують.

Для котлоагрегата витратна характеристика може мати вигляд залежності кількості використовуваного за 1 годину умовного палива від кількості одержуваного тепла. Аналітично витратна характеристика котлоагрегата може бути представлена за допомогою формули

$$B = B_{\text{нх}} + 0.142Q + \Delta B(Q), \quad (6.16)$$

де  $B_{\text{нх}}$  – витрати умовного палива в неробочому ході;  $Q$  – кількість тепла перегрітої пари;  $\Delta B$  – додаткові витрати, зв'язані з технологічними втратами тепла.

Оскільки критерієм оптимальності є грошові витрати, витратну характеристику котлоагрегата потрібно перерахувати в залежність грошових витрат на 1 годину від кількості виробленого тепла. Ця функція (рис. 6.7) охоплює діапазон від мінімального корисного навантаження котла  $Q_{\text{min}}$  до максимального –  $Q_{\text{max}}$ .

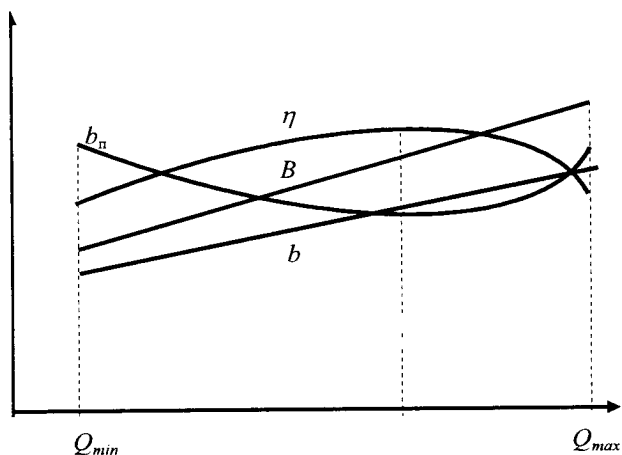


Рис. 6.7.

Максимальне навантаження визначається номінальною потужністю енергоблока. Мінімальне навантаження визначається можливістю тривалої сталої роботи котлоагрегата (стійкість факела), а також збереженням у допустимих межах параметрів пари. Воно може значно змінюватися в залежності від типу і якості палива, а також стану устаткування. Мінімальне навантаження котлоагрегатів, що працюють на мазуті, складає 40-50% від номінального, а на вугіллі – 50-70% і більше.

Характеристика коефіцієнта корисної дії  $\eta(Q)$  має максимальне значення при навантаженні 80-85%, з яким котлоагрегат працює найбільшу кількість годин протягом року. Відповідні питомі витрати

$$b_{\pi}(Q) = \frac{B}{Q} \quad (6.17)$$

при цьому навантаженні мінімальна. У задачі оптимізації розподілу активного навантаження використовується характеристика відносних приростів (ХВП)

$$b(Q) = \frac{dB}{dQ}. \quad (6.18)$$

Витратна характеристика котлоагрегату найбільш точно може бути визначена на основі випробувань відповідно до методики



«зворотного балансу». При цьому для декількох навантажень  $Q$  вимірюється ряд параметрів, що характеризують режим роботи котла (надлишок повітря в топці, присоси повітря по тракту, температура і вміст  $\text{CO}_2$  у газах, що виходять і т. п.). Потім на основі цих даних за відомими емпіричними формулами виконують розрахунки складових утрат тепла і нарешті – сумарні втрати. Отримані в такий спосіб точки витратної характеристики апроксимують плавною кривою. Наприкінці шляхом диференціювання витратної характеристики визначається ХВП.

Витратна характеристика турбогенератора представляє залежність витрат тепла на вході турбіни від електричного (активного) навантаження синхронного генератора. Це функція багатьох змінних: потужності навантаження, відбору тепла, параметрів пари і т. д. Вона також звичайно будується на основі випробувань.

Витратна характеристика парової турбіни складається з декількох ділянок (рис. 6.8,а). Подібна форма характеристики визначається тим, що пара поступає в турбіну через кілька клапанів. Увігнутість ХВП (рис. 6.8,б) зумовлена втратами при дроселюванні пари в регулюючих клапанах турбіни. Вона тим більша, чим більше відхилення тиску пари на вході турбіни щодо початкового нормального тиску. При навантаженнях більше половини номінального витратна характеристика майже не відрізняється від прямої лінії, а відносні прирости – від горизонтальної лінії.

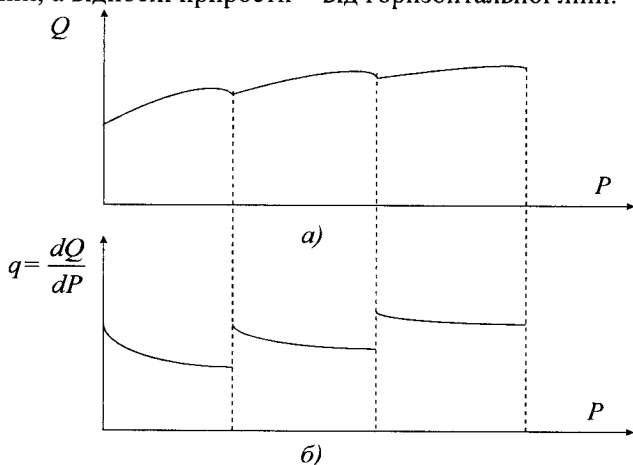


Рис. 6.8.

Тому в реальних розрахунках ХВП турбогенераторів мають вигляд декількох ділянок з незмінними відносними приростами, що відповідають початку відкриття регулюючих клапанів (рис. 6.9)

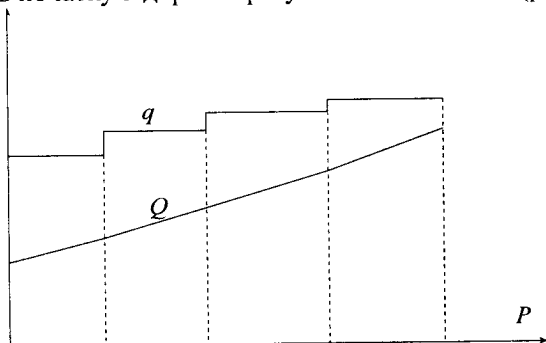


Рис. 6.9.

Відповідна витратна характеристика замінюється кусочно-лінійною. Подібна ідеалізація характеристики не вносить істотних неточностей при оптимізації, але дозволяє уникнути проблем невиконності, що вимагають використання дуже складних методів розв'язання мнгоекстремальних задач.

У конденсаційних турбінах пара, що надходить через клапани, розширюється від початкового тиску до тиску в конденсаторі. Майже всі типи конденсаційних турбогенераторів можуть працювати при неробочому ході і навіть у режимі синхронного компенсатора. Максимальна потужність залежить від параметрів свіжої пари, температури охолоджуючої води, а також від технічного стану турбіни.

Крім конденсаційних турбін існують турбіни з регульованим відбором пари, в яких конденсатор відсутній. Пара в таких турбінах, віддаючи частину свого тепла на обертання ротора, розширюється до деякого тиску і потім надходить на потреби виробництва (6-8 ата) чи на опалення (1.0-1.2 ата). Причому, якщо пара не відбирається, то турбіна не може виробляти й електричної енергії. Кількість електроенергії завжди знаходиться у визначеному співвідношенні до кількості витраченої на виробництво чи опалення пари. Таким чином, турбіни з протитиском працюють за графіком.

Економічна характеристика енергоблока визначається економічними характеристиками котлоагрегата і турбіни, тобто,

$$\varepsilon = \frac{dB}{dP} = \frac{dB}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dP} = bq, \quad (6.19)$$

де  $b$  і  $q$  – відносні прирости котлоагрегата і турбіни.

Побудова еквівалентної характеристики електростанції виконується методом оптимального розподілу навантаження між окремими його агрегатами. Навантаження електростанції розподіляється по рівності відносних приростів, тобто в першу чергу навантажуються агрегати з меншими відносними приростами.

**Приклад 6.3.** На електростанції працює два енергоблоки. ХВП окремих блоків зображені на рис. 6.10, *а* і *б*. Побудувати еквівалентну ХВП електростанції.

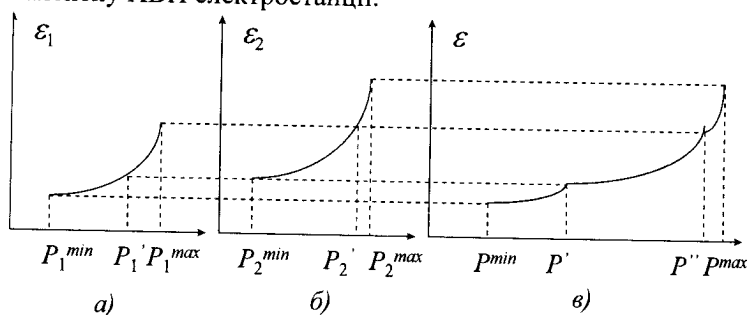


Рис. 6.10.

**Розв'язок.** Еквівалентну характеристику електростанції (рис. 6.10, *в*) будемо графічним способом на основі принципу рівності відносних приростів. Мінімальна потужність електростанції дорівнює сумі  $P^{min} = P_1^{min} + P_2^{min}$ . Спочатку потрібно завантажувати перший блок до потужності  $P_1$ , як більш економічний. Другий блок при цьому продовжує нести мінімальне навантаження  $P_2^{min}$ . Далі необхідно навантажувати обидва блоки одночасно за принципом рівності відносних приростів. Загальна потужність станції при цьому буде змінюватися від  $P' = P_1 + P_2^{min}$  до  $P'' = P_2 + P_1^{max}$ . Остання ділянка еквівалентної ХВП – це збільшення потужності електростанції до максимального значення  $P^{max} = P_1^{max} + P_2^{max}$  за рахунок подальшого збільшення навантаження другого енергоблоку.

У практичних розрахунках використовують замість графіків табличну (чисельну) форму представлення економічних характеристик. У такому разі алгоритм визначення еквівалентної характеристики станції складається за тим же принципом.

Побудова витратної характеристики гідравлічної турбіни як залежності витрат води від потужності є більш складною задачею внаслідок залежності витрат від напору води. Еквівалентна характеристика ГЕС будується, виходячи з принципу рівності відносних приростів при зміні потужності, напору і складу працюючих агрегатів. На відміну від ТЕС, для яких еквівалентна характеристика будується для визначеного складу агрегатів, еквівалентна характеристика ГЕС будується для змінного складу агрегатів. Це пов'язано з маневреністю і незначними пусковими витратами гідроагрегатів.

Отже, еквівалентна ХВП ГЕС (рис. 6.11) складається з декількох кривих відповідно збільшенню числа працюючих агрегатів (1,2,3,4).

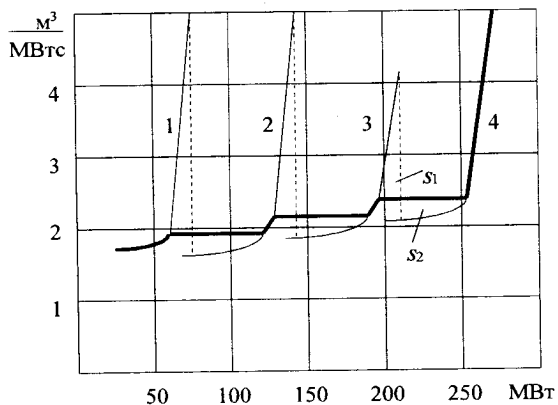


Рис.6.11.

Кожна окрема частина характеристики зростає при збільшенні навантаження, а при пуску чергового агрегата різко падає (у момент пуску коефіцієнт корисної дії повинний залишатися незмінним). Така характеристика порушує умови випуклості. Тому в практиці розрахунків використовують випрямлені ХВП, проводячи горизонтальні ділянки таким чином, щоб площі зверху і знизу були рівні ( $s_1=s_2$ ). Умови оптимальності при такому спрощенні не порушуються. Слід зазначити однак, що робота ГЕС при навантаженнях, що відповідають розривам ХВП, небажана, тому що вона зв'язана з додатковими втратами води (до 3%).

## Вправи

1. Електростанція через ЛЕП працює на енергосистему безконечної потужності і живить місцеве навантаження. Внаслідок

аварійного відключення ЛЕП активна потужність навантаження електростанції раптово змінюється з 0.8 в. о. до 1.2. Регулюючий ефект навантаження складає 2, а статизм автоматичного регулятора швидкості обертання турбіни – 0.05. Максимальна потужність турбіни дорівнює 1. Визначити рівень частоти в післяаварійному режимі, якщо в доаварійному режимі вона дорівнювала номінальній. Як зміниться результат, якщо максимальна потужність дорівнює 1.1?

2. Синхронний генератор з турбіною без промперегріву працює на шини безконечної потужності. Параметри генератора:  $x_d' = 0.5$ ,  $T_f = 8$  с,  $k_d = 3$ ; параметри турбіни:  $\sigma = 0.04$ ,  $T_s = 0.3$  с,  $T_n = 0.2$  с. У нормальному усталеному режимі напруга на шинах генератора дорівнює 1 і генератор видає потужність  $0.8 + j0.4$ . При  $t = 0$  внаслідок трифазного к. з. на шинах генератора напруга миттєво падає до 0, а через 0.1 с повертається до початкового значення. Визначити графіки перехідного процесу тривалістю 5 с для кута ротора, положення поршня сервомотора АРШ і потужності на валу турбіни.

3. Теплова електростанція з регулятором тиску «до себе» через ЛЕП працює на енергосистему безконечної потужності і живить місцеве навантаження. Потужність навантаження залежить від частоти і визначається статичною характеристикою з регулюючим ефектом 2 в. о. Внаслідок аварійного вимкнення ЛЕП активна потужність навантаження електростанції раптово змінюється з 0.8 до 1.2. Стала часу РДС складає 10 с, коефіцієнт регулювання – 2. Припустимий діапазон зміни тиску на вході в турбіну – 0.95-1.05. Параметри турбіни і генератора:  $T_s = 1$  с,  $\sigma = 0.05$ ,  $T_{пп} = 5$  с,  $k_{вт} = 0.5$ ,  $\mu_{\max} = 1$ ,  $T_f = 10$  с. Параметри котлоагрегата:  $T_k = 100$  с,  $k = 0.3$ ,  $T_t = 20$  с,  $T_{вп} = 10$  с,  $k_{вп} = 2.0$ ,  $k_{гр} = 1.5$ ,  $T_{гр} = 10$  с. Побудувати графіки перехідного процесу для частоти, тиску пари на вході турбіни і потужності на виході турбіни.

4. На тепловій електростанції працює два енергоблоки. ХВП кожного енергоблоку має вигляд ламаної, що складається з двох відрізків прямої. Відомі координати відповідних точок. Перший енергоблок: (200, 0.9), (250, 1.0), (300, 1.2). Другий енергоблок: (150, 0.85), (240, 1.05), (300, 1.15). Побудувати графіки ХВП блоків і визначити графічним способом еквівалентну характеристику станції. Розв'язати задачу аналітичним способом.

## Розділ 7

# МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

### 7.1. Типи електричних навантажень

Математична модель вузла навантаження повинна, з одного боку, бути фізично коректною, а з іншого – забезпечувати високу ефективність розрахунків у задачах аналізу режимів. У розрахунках ustalених режимів і перехідних процесів вузли навантаження розглядаються у вигляді ідеалізованих елементів, що забезпечують адекватну зміну вузлового струму, провідності чи ЕРС як при повільній зміні режиму, так і при раптових збуреннях. У залежності від призначення розрахунків і необхідної точності передбачаються наступні варіанти ідеалізації навантажень: еквівалентні асинхронний і синхронний двигуни (АД і СД), статична характеристика навантаження (СХН) по напрузі і частоті, незмінна потужність навантаження і незмінна провідність навантаження.

Необхідність урахування перехідних процесів у вузлах навантажень при аналізі динамічної стійкості енергосистеми виникає, головним чином, стосовно тих вузлів, які сприймають різкі і глибокі зниження напруги. До складу узагальненої динамічної моделі навантаження (рис. 7.1) крім еквівалентного АД при необхідності може бути введений СД, а також статичне навантаження у вигляді  $y_n = const$ . Модель АД може бути реалізована як з урахуванням електромагнітних перехідних процесів, так і без їх урахування.

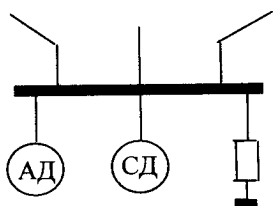


Рис. 7.1

Динамічна модель вузла навантаження може бути представлена по-різному в залежності від кількості двигунів: невеликі групи потужних двигунів вводяться в розрахункову схему безпосередньо, кожний своїми рівняннями і параметрами; групи двигунів різних

типів заміщаються невеликою кількістю еквівалентних двигунів; великі вузли навантаження представляються еквівалентними параметрами, отриманими на основі статистичного аналізу конкретних даних про параметри окремих споживачів і розподільної мережі, які називаються узагальненими.

Заміщення реальних АД, що входять до складу вихідної розрахункової схеми складного вузла навантаження, меншою їх кількістю називається еквівалентуванням асинхронного навантаження. Природним є прагнення виконати таку заміну якомога точніше: як щодо граничних умов самозапуску, так і перехідних процесів  $U(t)$ ,  $I_n(t)$ ,  $P_n(t)$ ,  $Q_n(t)$ . Однак виконання всіх зазначених умов одночасно є неможливим, оскільки еквівалентування – неточна процедура.

У розрахунках усталених режимів і статичної стійкості енергосистем використовуються моделі електричних навантажень у вигляді статичних характеристик по напрузі і частоті:

$$P_n = P_{\text{норм}} F_P(U, \omega),$$

$$Q_n = Q_{\text{норм}} F_Q(U, \omega),$$

де  $P_{\text{норм}}$ ,  $Q_{\text{норм}}$  – активна і реактивна потужності навантаження в нормальному усталеному режимі.

Статичні характеристики навантажень іноді використовуються і в розрахунках динамічної стійкості енергосистем, оскільки параметри СХН легше визначити, ніж динамічні параметри. Незмінну потужність навантаження  $\dot{s}_n = \text{const}$  і незмінну провідність  $\dot{y}_n = \text{const}$  можна розглядати як окремі випадки статичної характеристики. Таке представлення навантажень значно спрощує розрахунки режимів, але приводить до значних похибок при їх близькому розташуванні до точки збурення в схемі.

Зі статичною характеристикою тісно пов'язане поняття регулюючого ефекта навантаження, що досить точно враховує зміну потужності при малих відхиленнях напруги чи частоти. Так, наприклад, регулюючий ефект активного навантаження по напрузі – це часткова похідна

$$K_{PU} = \left. \frac{\partial P_n}{\partial U} \right|_{U=1}.$$

Аналогічно часткові похідні

$$K_{P\omega} = \left. \frac{\partial P_n}{\partial \omega} \right|_{\omega=1}, K_{QU} = \left. \frac{\partial Q_n}{\partial U} \right|_{U=1}, K_{Q\omega} = \left. \frac{\partial Q_n}{\partial \omega} \right|_{\omega=1}$$

називаються регулюючими ефектами відповідно активної потужності навантаження по частоті і реактивної потужності навантаження по напрузі і частоті.

Окремий тип навантаження складає група споживачів, що живляться через трансформатор з автоматичним регулюванням напруги на вході трансформатора (АРНТ). Напруга у вузлі такого навантаження залишається незмінною у межах діапазону регулювання, тому можна вважати потужність навантаження  $\dot{S}_n = const$ . Але при більш детальному моделюванні АРНТ необхідно враховувати наявність зони нечутливості і дискретність зміни коефіцієнта трансформації.

Аналіз експериментальних даних і спостережень в енергосистемах свідчить про значний скид потужності навантаження при раптовому глибокому зниженні напруги (20-40% і більше). Причиною цього є відпадання контактів магнітних пускачів, спрацьовування захисту мінімальної напруги й т. ін. Якщо задані СХН,  $\dot{S}_n = const$  чи  $\dot{Y}_n = const$ , моделювання самовідключення зводиться до одноразової зміни відповідних характеристик без затримки в часі.

## 7.2. Ідеальний асинхронний двигун

*Асинхронний двигун* – це електрична машина, що складається зі статора і ротора, який, на відміну від ротора СГ чи СД, не має збудження й обертається з частотою  $\omega$ , меншою за частоту обертання поля статора  $\omega_c$ . В усталеному режимі ковзання ротора АД залишається незмінним

$$s = \frac{\omega_c - \omega}{\omega_c} = const.$$

Якщо не враховувати активний опір обмотки статора, АД можна розглядати як ідеальний трансформатор, у якого вторинна обмотка обертається в просторі (рис. 7.2, а).



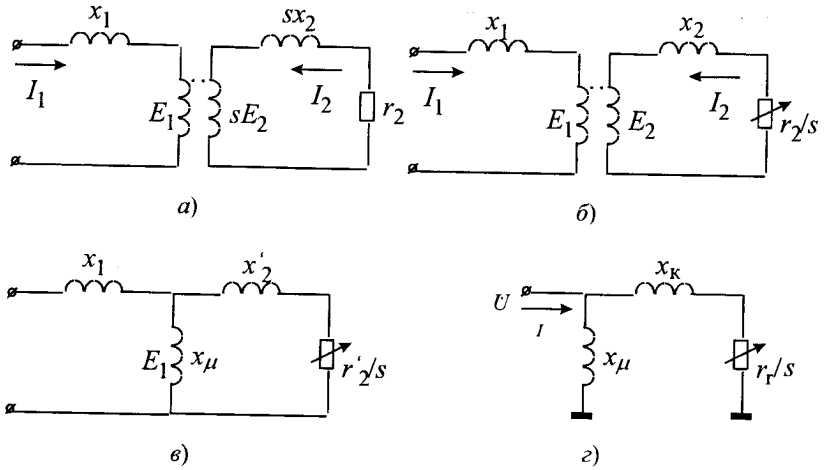


Рис. 7.2

При швидкості обертання  $\omega = \omega_c$  положення вторинної обмотки залишається незмінним відносно поля статора ( $s=0$ ), і ніяка ЕРС у ній не наводиться. При нерухомому роторі ( $s=1$ ) АД перетворюється в звичайний трансформатор з короткозамкнутою вторинною обмоткою. Значення опорів розсіювання  $x_1$  і  $x_2$  визначаються при номінальній частоті. Оскільки значення  $\omega_c$  мало відрізняється від номінального, опір розсіювання первинної обмотки можна вважати незмінним. Опір розсіювання вторинної обмотки прямо пропорційний ковзанню, тобто дорівнює  $sx_2$ . ЕРС обмотки ротора також пропорційна частоті струму ротора і при номінальному значенні частоти дорівнює  $sE_2$ .

Схему заміщення АД можна спростити. Для цього спочатку рівняння другого закону Кірхгофа вторинного контура розділимо на  $s$ . Струми  $I_1$  і  $I_2$  при цьому не змінюються і схема заміщення АД приводиться до схеми звичайного трансформатора (рис. 7.2, б) з коефіцієнтом трансформації  $E_1/E_2$ . Внаслідок відмінності в кількостях витків  $E_1$  не дорівнює  $E_2$ . Тому цю схему доцільно замінити іншою, еквівалентною схемою, у якій кількість витків на роторі дорівнює кількості витків на статорі і  $E_1=E_2$ . При цьому режим статора не змінюється, але приведені параметри обмотки ротора стають рівними  $x_2'$  і  $r_2'$  (рис. 2, в). Це т. зв. Т-образна схема заміщення АД. При подальшому спрощенні шунт намагнічування з опором  $x_\mu$ , набагато більшим  $x_1$ , виноситься на вхід і схема

перетворюється в Г-образну (рис. 7.2, з). Реактивний опір  $x_k = x_1 + x_2$  називається опором к. з.

Розглянемо усталений режим ідеального АД. Якщо на вхід схеми подати напругу  $\dot{U}$ , то в ній буде протікати струм

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{jx_\mu} + \frac{\dot{U}}{\frac{r_r}{s} + jx_k}, \quad (7.1)$$

де

$$\frac{\dot{U}}{jx_\mu} = \dot{I}_\mu$$

називається струмом намагнічування, що дорівнює струму неробочого ходу при  $s=0$ . Потужність двигуна

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I} \quad (7.2)$$

або після поділу на активну і реактивну складові

$$P = \frac{U^2 r_r s}{r_r^2 + x_k^2 s^2}, \quad Q = \frac{U^2}{x_\mu} + \frac{U^2 x_k s^2}{r_r^2 + x_k^2 s^2}. \quad (7.3)$$

**Приклад 7.1.** Дослідити залежність реактивної потужності  $Q$  і ковзання  $s$  АД від напруги за умови, що активна потужність  $P=1=const$ . Параметри схеми заміщення АД:  $x_k=0.22$ ,  $x_\mu=4.45$ ,  $r_r=0.021$ .

**Розв'язок.** Ковзання АД при відомій активній потужності і напрузі можна визначити з першого рівняння (7.3), розв'язуючи квадратне рівняння

$$Px_k^2 s^2 - U^2 r_r s + P \cdot r_r^2 = 0,$$

відкіля

$$s = \frac{U^2 r_r - \sqrt{U^4 r_r^2 - 4P^2 r_r^2 x_k^2}}{2Px_k^2}.$$

Далі можна визначити  $Q$  безпосередньо з другого рівняння (7.3).

Результати розрахунків наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

$U$	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15
$s$	0.038	0.032	0.028	0.025	0.022	0.020	0.018	0.016
$Q$	0.542	0.502	0.477	0.463	0.457	0.456	0.460	0.468

### 7.3. Модель асинхронного двигуна у формі ЕРС

При розробці детальнішої математичної моделі АД слід враховувати можливості швидкого і глибокого зниження напруги і частоти в пункті живлення, відключення від джерела, дефіциту потужності в системі і т. п. При великих збуреннях необхідно враховувати електромагнітні перехідні процеси, насичення магнітних кіл, залежність параметрів від ковзання внаслідок ефекту витіснення струму, а також моментно-швидкісні характеристики приводних механізмів. Поряд з цим можна прийняти звичайні припущення про відсутність аперіодичної складової перехідного процесу, активного опору обмотки статора й ін.

Найповніше врахування електромагнітних процесів в електричних машинах має місце в моделі Парка-Горева (розд. 4.3). Повна симетричність асинхронної машини і відсутність збудження дозволяють спростити рівняння, вибравши найбільш зручну систему координат. Для цього найкраще слугує прямокутна система координат, жорстко зв'язана з вектором напруги опорного вузла електричної системи.

Індуктивність і струм ротора доцільно привести до первинної обмотки статора. Тоді реактивності статора і ротора в в. о.

$$x = x_{\sigma} + x_{\mu},$$

$$x_r = x_{r\sigma} + x_{\mu},$$

де  $x_{\sigma}$ ,  $x_{r\sigma}$  – індуктивні опори розсіювання обмоток статора і ротора;  $x_{\mu}$  – індуктивний опір взаємоіндукції (реактивність шунта намагнічування в схемі заміщення рис. 7.2, з).

Струми статора  $I$  і ротора  $I_r$  у в. о. – це не тільки фазні струми, а й амплітуди намагнічуючих сил. Амплітуди векторів струмів, напруг і потокозчеплень можуть бути виражені в масштабі відповідних фазних величин. Тоді результуючі потокозчеплення статора і ротора

$$\dot{\psi} = x\dot{I} + x_{\mu}\dot{I}_r,$$

$$\dot{\psi}_r = x_r\dot{I}_r + x_{\mu}\dot{I}. \quad (7.4)$$

Ці потокозчеплення створюють у фазах результуючі ЕРС, що зрівноважуються прикладеними ззовні напругами. Якщо знехтувати активним опором і аперіодичною складовою обмотки статора, можна записати:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= j\omega\dot{\psi}, \\ 0 &= \frac{d\dot{\psi}_r}{dt} + js\dot{\psi}_r + r_r\dot{I}_r, \end{aligned} \quad (7.5)$$

де  $\dot{U}$  – вектор напруги на затискачах АД,  $\omega$  – частота напруги,  $s = \omega - \omega_r$  – ковзання ротора відносно поля статора,  $\omega_r$  – частота обертання ротора,  $r_r$  – активний опір ротора.

Розглянемо дві ЕРС, пропорційні струму і потокозчепленню ротора:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= j\omega x_\mu \dot{I}_r, \\ \dot{E}' &= \frac{j\omega x_\mu}{x_r} \dot{\psi}_r. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Провівши заміну змінних у рівняннях (7.4) і (7.5) з урахуванням (7.6) і виключивши потім змінну  $\dot{E}$ , одержимо нову систему рівнянь електромагнітного перехідного процесу в АД у формі ЕРС:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{E}'}{dt} &= \frac{1}{T_r} (-\dot{E}' + j\omega\Delta x \dot{I}) - js\dot{E}', \\ \dot{U} &= \dot{E}' + j\omega x' \dot{I}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

де

$$x' = x - \frac{x_\mu^2}{x_r} - \text{перехідна реактивність АД, } \Delta x = x - x', \quad T_r = \frac{x_r}{r_r} - \text{ стала}$$

часу обмотки ротора.

Рівнянням (7.7) відповідає нова, простіша, схема заміщення АД у вигляді перехідної ЕРС  $\dot{E}'$ , прикладеної за перехідним реактивним опором  $j\omega x'$ . Слід зазначити, що таке представлення АД істотно спрощує розрахунок режиму електричної мережі прямим методом у порівнянні з раніше розглянутим представленням Г-образною схемою заміщення, оскільки не вимагає факторизації параметрів електричної мережі на кожному кроці моделювання перехідного процесу, необхідної при зміні провідності вузла.

Електромеханічний перехідний процес зміни ковзання ротора АД описується диференціальним рівнянням

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_j} \left[ \frac{-\text{Re}(\dot{E}'\dot{I})}{\omega} + M_m \right],$$

де  $T_j$  – стала інерції АД і приводного механізму,  $M_m$  – момент опору приводного механізму.

Активний і реактивний опори обмотки ротора залежать від режиму роботи АД. При збільшенні частоти струму в роторі  $s$  зростає ефект витіснення струму в провідниках ротора. Внаслідок цього активний опір зростає, а індуктивний падає, оскільки значна частина магнітного потоку розсіювання витісняється в повітряний проміжок, де магнітний опір більший, ніж у сталі. Отже, зростає і стала часу обмотки ротора.

Ефект витіснення струму ротора при великих ковзаннях приблизно можна врахувати за виразом

$$T_r = \begin{cases} T_{r1} & \text{при } s \leq s_{\text{кр}} \\ T_{r1} - \frac{s - s_{\text{кр}}}{1 - 2s_{\text{кр}}}(T_{r1} - T_{r2}) & \text{при } s_{\text{кр}} \leq s \leq 1 - s_{\text{кр}} \\ T_{r2} - \frac{s - 1 + s_{\text{кр}}}{s_{\text{кр}}}(T_{r2} - T_{r3}) & \text{при } s \geq 1 - s_{\text{кр}} \end{cases} \quad (7.9)$$

де  $T_{r1}, T_{r2}, T_{r3}$  – сталі часу ротора, визначені відповідно при нормальному ковзанні, при закритичному ковзанні і при нерухомому роторі;  $s_{\text{кр}}$  – критичне ковзання.

Насичення магнітного кола можна врахувати, моделюючи зміну параметра

$$\Delta x = x - x' = \frac{x^2}{x'}$$

наближеною характеристикою

$$\Delta x = \frac{2(x - x')}{1 + U^4}. \quad (7.10)$$

**Приклад 7.2.** Асинхронний двигун живиться від джерела незмінної напруги  $U_0=1.05$  через лінію електропередачі з реактивним опором  $x_n=0.2$ . У момент часу  $t=0$  на затисках АД відбувається трифазне к. з. тривалістю 0.2 с. Параметри АД:  $x=4$ ,  $x'=0.2$ ,  $T_{r1}=0.5$  с,  $T_{r2}=0.3$  с,  $T_{r3}=0.2$  с,  $T_f=1.5$  с. Ковзання в нормальному усталеному режимі  $s_{\text{норм}}=0.022$ , критичне ковзання  $s_{\text{кр}}=0.1$ . Виконати аналіз електромеханічного перехідного процесу протягом 1 с і побудувати графіки залежності  $s(t)$ ,  $P(t)$ ,  $Q(t)$ .

**Розв'язок.** З умов нормального усталеного режиму

$$\frac{d\dot{E}'}{dt} = 0, s = s_{\text{норм}}, \omega = 1$$

і рівнянь (7.7) випливає, що

$$j(x - x')\dot{I} = (1 + j314s_{\text{норм}}T_{r1})\dot{E}',$$

$$U_0 = \dot{E}' + j(x' + x_n)\dot{I},$$

відкіля маємо початкові умови:

$$\dot{E}'_{\text{норм}} = \frac{U_0(x - x')}{x + x_n + j314s_{\text{норм}}T_{r1}(x' + x_n)} = 0.857 - j0.282,$$

$$\dot{I}_{\text{норм}} = \frac{U_0 - \dot{E}'}{j(x' + x_n)} = 0.705 - j0.482,$$

$$\dot{U}_{\text{норм}} = U_0 - jx_n\dot{I}_{\text{норм}} = 0.954 - j0.141,$$

$$P_{\text{норм}} = M_{\text{м}} = \text{Re}(\dot{U}_{\text{норм}}\dot{I}_{\text{норм}}) = 0.74.$$

Подальші обчислення виконуємо в циклі поки  $t < 1$  за алгоритмом:

- визначення  $T_r$  по формулі (7.9),

- визначення струму і напруги

$$i = \begin{cases} \frac{U_0 - \dot{E}'}{j(x' + x_n)} & \text{при } t \geq t_{\text{кз}} \\ -\frac{\dot{E}'}{jx'} & \text{при } t \leq t_{\text{кз}} \end{cases}$$

$$\dot{U} = \begin{cases} U_0 - jx_n & \text{при } t \geq t_{\text{кз}} \\ 0, & \text{при } t \leq t_{\text{кз}} \end{cases}$$

- визначення  $\Delta x = f(U)$  за формулою (7.10),

- визначення потужності

$$\dot{S} = P + jQ = \dot{U}\dot{I},$$

- чисельне інтегрування диференціальних рівнянь

$$\dot{E}' = \dot{E}' + h \left[ \frac{1}{T_r} (-\dot{E}' + j\Delta x \dot{I}) - j314s\dot{E}' \right],$$

$$s = s + \frac{h}{T_j} (M_{\text{м}} - P),$$

- перехід до наступного кроку  $t = t + h$ .

Результати розрахунків перехідного процесу  $s(t)$ ,  $P(t)$ ,  $Q(t)$  наведені на рис. 7.3.

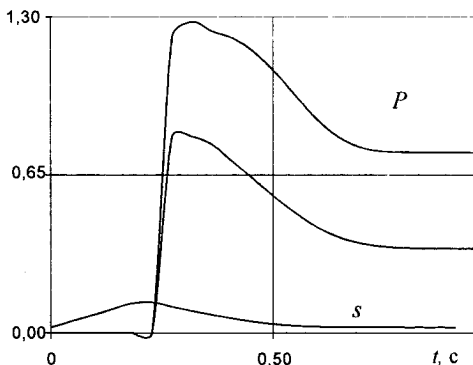


Рис. 7.3

#### 7.4. Модель асинхронного двигуна у формі провідності

Часто в розрахунках динамічної стійкості електроенергетичних систем можна відмовитися від урахування електромагнітного перехідного процесу в АД, вважаючи що при кожній зміні ковзання електромагнітний стан асинхронних машин відповідає усталеному режиму. Тоді в моделі АД залишається лиш одне диференціальне рівняння

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_j} \left( \frac{P}{\omega} - M_m \right),$$

в якому активна потужність  $P$  визначається з Г-образної схеми заміщення за формулою (7.3).

Момент опору приводного механізму  $M_m$  також не залишається незмінним у перехідному процесі, а змінюється в залежності від ковзання ротора і частоти підведеної напруги. В окремому, але найбільш поширеному, випадку моментно-швидкісна характеристика приводного механізму має вигляд параболи, що у в. о. можна виразити формулою

$$M_m = k_3 \cos \varphi_{\text{ном}} \left[ m_{\text{ст}} + (1 - m_{\text{ст}}) \left( \omega \frac{1-s}{1-s_{\text{ном}}} \right)^2 \right], \quad (7.12)$$

де  $k_3$  – коефіцієнт завантаження,  $\cos \varphi_{\text{ном}}$  – номінальний коефіцієнт потужності,  $m_{\text{ст}}$  – частка незмінного (статичного) моменту опору,  $s_{\text{ном}}$  – ковзання в нормальному усталеному режимі.

Як відзначалося,  $x_k$  і  $r_r$  характеризуються досить складною залежністю від ковзання. Якщо вважати параметри незмінними, то при великих ковзаннях активна і реактивна потужності навантаження будуть визначатися зі значними похибками. Достатньої точності результатів можна досягти, використовуючи лінійну апроксимацію залежностей  $x_k(s), r_r(s)$  (рис. 7.4).

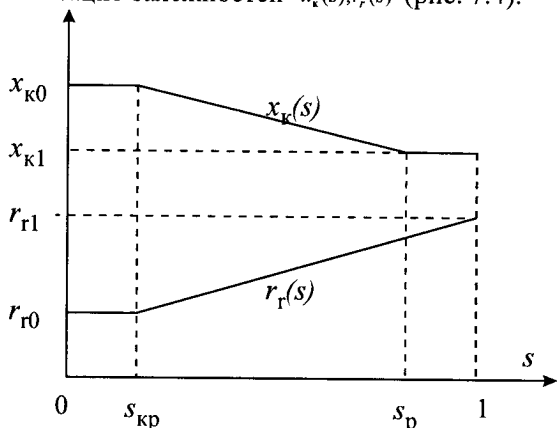


Рис. 7.4.

Така залежність параметрів характерна для електроічних машин будь-якого типу. Тому для їх обчислення можливе використання загальних формул

$$r_r = \begin{cases} r_{r0} & \text{при } s \leq s_{кр} \\ \frac{r_{r0}(1-s) + r_{r1}(s-s_{кр})}{1-s_{кр}} & \text{при } s \geq s_{кр} \end{cases}, \quad (7.13)$$

$$x_k = \begin{cases} x_{к0} & \text{при } s \leq s_{кр} \\ \frac{x_{к0}(s_p - s) + x_{к1}(s - s_{кр})}{s_p - s_{кр}} & \text{при } s_{кр} \leq s \leq s_p \\ x_{к1} & \text{при } s \geq s_p \end{cases}$$

де  $s_{кр} = \frac{r_{r0}}{x_{к0}}$  – критичне ковзання. Інше граничне значення ковзання  $s_p$  можна прийняти для всіх типів АД однаковим, наприклад, 0.7.

Таким чином, Г-образна схема заміщення АД характеризується такими незмінними для кожного типу двигуна параметрами, як



$x_\mu, x_{к0}, x_{к1}, r_{r0}$  і  $r_{r1}$ . Їх можна обчислити по каталожним даним за формулами:

$$\begin{aligned}
 x_{к0} &= \frac{1}{2m_{\max} \cos \varphi_{\text{НОМ}}}, \\
 x_\mu &= \frac{1}{\sin \varphi_{\text{НОМ}} - \frac{1 - \sqrt{1 - 4x_{к0}^2 \cos^2 \varphi_{\text{НОМ}}}}{2x_{к0}}}, \\
 x_{к1} &= \frac{x_\mu}{I_{\text{п}} x_\mu - 1}, \\
 r_{r0} &= \frac{1 + \sqrt{1 - 4x_{к0}^2 \cos^2 \varphi_{\text{НОМ}}}}{2 \cos \varphi_{\text{НОМ}}} s_{\text{НОМ}}, \\
 r_{r1} &= \frac{1 - \sqrt{1 - 4x_{к1}^2 m_{\text{п}}^2 \cos^2 \varphi_{\text{НОМ}}}}{2m_{\text{п}} \cos \varphi_{\text{НОМ}}},
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

де  $m_{\max}, m_{\text{п}}$  – кратності максимального і пускового моментів;  $I_{\text{п}}$  – пусковий струм.

Шунт намагнічування АД також не залишається незмінним, а залежить від рівня напруги  $U$  в в. о. у пункті живлення

$$\dot{y}_\mu = \frac{1 - \alpha_\mu + \alpha_\mu U^4}{j a x_\mu}, \tag{7.15}$$

де  $\alpha_\mu$  – коефіцієнт характеристики насичення, що має значення близько 0.5.

**Приклад 7.3.** Асинхронний двигун серії АД2 у нормальному усталеному режимі працює при ковзанні  $s_{\text{НОМ}}=0.015$ . У момент часу  $t=0$  напруга на затискаях АД унаслідок к. з. в електричній мережі миттєво падає з 1 до 0.3, а через 0.5 с повертається під дією релейного захисту до нормального значення. Параметри двигуна: номінальна потужність 1000 кВт, номінальний коефіцієнт потужності 0.91, номінальне ковзання 0.02, кратність максимального моменту 2.5, кратність пускового моменту 0.7, кратність пускового струму 5.6, частка статичного моменту опору приводного механізму 0.5, стала інерції 1.5 с. Розрахувати електромеханічний перехідний процес тривалістю 1 с і побудувати графіки залежностей  $s(t)$ ,  $P(t)$ ,  $Q(t)$ .

**Розв'язок.** За допомогою формул (7.14) обчислюємо розрахункові параметри АД:  $x_{k0}=0.22$ ,  $x_{\mu}=4.45$ ,  $x_{k1}=0.186$ ,  $r_{r0}=0.0211$ ,  $r_{r1}=0.0314$ ,  $s_{кр}=0.1$ . За формулою (7.3) знаходимо активну потужність в нормальному режимі  $P_{норм}=0.695$ . Оскільки усталені значення  $\omega=1$  і  $M_m = P_{норм}$ , то за допомогою рівняння (7.12) можна визначити коефіцієнт завантаження АД  $k_3=0.764$ .

Подальші розрахунки виконуємо відповідно до алгоритму:

- обчислення  $r_r$ ,  $x_k$ ,  $x_{\mu}$  за формулами (7.13), (7.15), струму за формулою (7.1), потужності (7.2) і механічного моменту (7.12);
- чисельне інтегрування рівняння руху методом Ейлера

$$s = s + \frac{h}{T_j}(M_m - P) .$$

Результати розрахунку перехідного процесу показані на рис. 7.5.

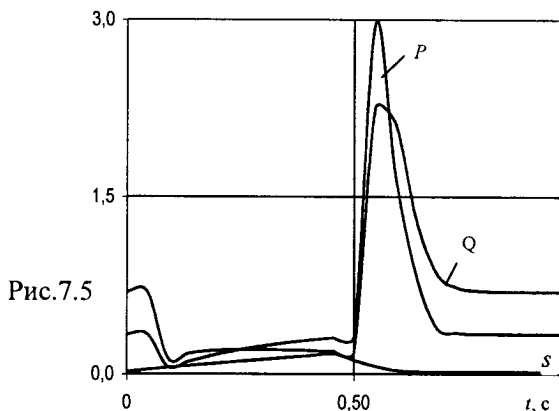


Рис.7.5

При розв'язанні задач аналізу перехідних процесів електроенергетичних систем використовують поняття асинхронного навантаження, щоб підкреслити умовність цього елемента. Параметри такого узагальненого АД рекомендовано задавати в діапазонах:  $\cos\varphi_{ном} = 0.8 \pm 0.06$ ,  $m_{max} = 1.7 \pm 0.2$ ,  $m_n = 0.73 \pm 0.2$ ,  $I_n = 4.1 \pm 0.6$ ,  $k_3 = 0.7 \pm 0.1$ ,  $m_{cr} = 0.5 \pm 0.2$ ,  $T_j = 0.8 \pm 0.4$  с.

Крім узагальненого АД до складу комплексного навантаження входить статичне навантаження, що представляється, як правило, незмінною провідністю шунта. Тому у вихідних даних потрібно задавати частку асинхронного навантаження, що у середньому складає близько 55% від загальної потужності навантаження у вузлі.

Початкові умови вузла навантаження при моделюванні перехідного процесу визначаються з нормального усталеного режиму електричної системи. Загальна потужність вузла при цьому складає  $P_{\text{норм}} + jQ_{\text{норм}}$ . При відомій частці асинхронного навантаження можна визначити  $P_{\text{нормАД}}$ , а по першій формулі (7.3) –  $s_{\text{норм}}$ , далі по другій формулі (7.3) –  $Q_{\text{нормАД}}$ . Залишок потужності складає статичне навантаження  $(P_{\text{норм}} - P_{\text{нормАД}}) + j(Q_{\text{норм}} - Q_{\text{нормАД}})$ , яке моделюється статичною характеристикою чи незмінною провідністю шунта. Якщо  $k_{\text{АД}} = 1$ , то активна потужність статичного навантаження дорівнює 0, але реактивна залишається (індуктивна або ємнісна).

### 7.5. Статичні характеристики навантаження

У задачах аналізу усталених режимів і статичної стійкості енергосистем моделі навантажень можна описати функціями напруги і частоти у вузлах їх приєднання до електричної мережі. Такі функціональні залежності називаються *статичними характеристиками навантажень* (СХН). Однак слід пам'ятати, що область визначення СХН обмежена діапазоном напруг, у якому не порушується стійкість роботи електродвигунів та інших споживачів і не відбувається їхнє самовідключення.

Розглянемо залежність споживаної потужності від напруги на прикладі АД. В усталеному режимі його активна потужність дорівнює потужності приводного механізму, що змінюється в залежності від швидкості обертання агрегата. Якщо напруга падає, то спочатку активна потужність зменшиться пропорційно квадрату напруги, а потім унаслідок збільшення ковзання поступово знову буде зростати. Новому усталеному режиму буде відповідати менша швидкість обертання ротора АД, а значить відповідно моментно-швидкісній характеристиці приводного механізму і менша активна потужність. Реактивна потужність також при певному значенні ковзання є функцією напруги. Це досить складна залежність, що наближено може бути представлена формулою

$$Q = \frac{U^2}{2x_{\text{к0}}} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{2k_3 x_{\text{к0}} \cos \varphi_{\text{нзм}}}{U^2} \right)^2} \right] + \frac{U^2}{x_{\mu}} (1 - \alpha_{\mu} + \alpha_{\mu} U^4). \quad (7.16)$$

У дійсності комплексне навантаження складається з великої кількості різнотипних двигунів і інших споживачів, і залежність

потужності від напруги і частоти стає ще більше складною. Тому навантаження в розрахунках режимів електроенергетичних систем моделюються простим поліномом

$$\begin{aligned} P_n &= P_{\text{норм}}(1 - a_p - b_p + a_p U + b_p U^2 + c_p \Delta\omega), \\ Q_n &= Q_{\text{норм}}(1 - a_Q - b_Q + a_Q U + b_Q U^2 + c_Q \Delta\omega), \end{aligned} \quad (7.17)$$

де  $a_p, b_p, a_Q, b_Q, c_p, c_Q$  – коефіцієнти СХН по напрузі і частоті. У програмах розрахунку режимів задають також значення нормальних напруг  $U_{\text{норм}}$ , яким відповідають потужності  $P_{\text{норм}}$  і  $Q_{\text{норм}}$  і стосовно яких визначають рівень напруги  $U$  у в. о.

Єдиний шлях визначення реальних СХН – натурний експеримент, у якому змінюються умови живлення навантаження і фіксуються відповідні зміни параметрів режиму. Вимір напруги, частоти, активної і реактивної потужності у вузлі навантаження повинні виконуватися одночасно після зміни умов живлення і закінчення викликаних ними перехідних процесів. Такі СХН називаються фактичними. Оскільки залежність активної потужності від напруги завжди близька до лінійної, то приймають  $b_p=0$ . Для середніх по своєму складу навантажень можна скористатися узагальненою СХН із коефіцієнтами  $a_p = 0.9$  і  $c_p = 1.2$ . Якщо у вузлі навантаження переважають промислові споживачі, то  $a_p = 0.6$  і  $c_p = 1.5$ . При відсутності потужних промислових споживачів  $a_p = 1.2$  і  $c_p = 0.7$ .

Узагальнена СХН по реактивній потужності, визначена за результатами великої кількості натурних експериментів для  $\cos\varphi_n = 0.85$  має такі значення коефіцієнтів у режимі максимального навантаження:  $a_Q = -15.3$ ,  $b_Q = 9.55$ ,  $c_Q = -1.4$ . Для всіх інших режимів  $a_Q = -14.35$ .

**Приклад 7.4.** Електричне навантаження живиться частково через лінію електропередачі опором  $4+j20$  Ом від електростанції, а частково – від енергосистеми (рис.7.6, а). В нормальному усталеному режимі, що відповідає режиму максимального навантаження,  $U_0=120$ ,  $\dot{U}=106-j18$ ,  $\dot{S}_n=150+j75$ ,  $\dot{S}_c=35+j40$ ,  $P_r=120$ ,  $U=1$ ,  $\omega=1$ ,  $U_{\text{норм}}=|\dot{U}|$ . Статизм регулювання швидкості турбіни на електростанції  $\sigma=0.04$ . У складі комплексного навантаження переважають промислові споживачі. Визначити

параметри післяаварійного усталеного режиму, який матиме місце після вимкнення лінії зв'язку з енергосистемою.

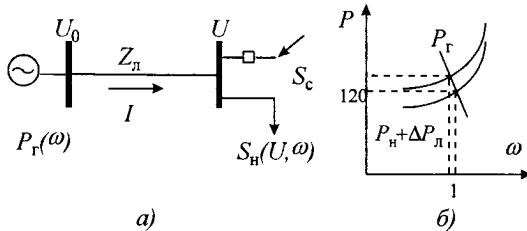


Рис. 7.6.

**Розв'язок.** Післяаварійному усталеному режиму з урахуванням статичних характеристик електростанції і навантаження (рис.7.6, б) відповідає нова точка перетину тієї ж характеристики електростанції й іншої, зрушеної вище, характеристики навантаження. Розрахунки виконуємо методом послідовних наближень відповідно алгоритму:

$$P_H = P_{H, \text{норм}} [0.4 + 0.6U + 1.5(\omega - 1)],$$

$$Q_H = Q_{H, \text{норм}} [6.75 - 15.3U + 9.55U^2 - 1.4(\omega - 1)],$$

$$i = \frac{P_H - jQ_H}{\hat{U}},$$

$$P_0 = U_0 \operatorname{Re}(i),$$

$$\omega = \omega + \sigma \frac{P_0 - P_G}{P_{G, \text{норм}}},$$

$$P_G = P_{G, \text{норм}} \left( 1 + \frac{1 - \omega}{\sigma} \right),$$

$$\dot{U} = U_0 - \dot{Z}_L i,$$

$$U = \frac{|\dot{U}|}{U_{\text{норм}}}.$$

Результати розрахунків зведені в табл. 7.2.

Таблиця 7.2

Крок	$P_H + jQ_H$	$P_G$	$U' + jU''$	$\omega$	$U$
0	150+j75	120	106-j18	1	1
1	140.5+j57.8	151.0	96.5-j21.5	0.990	0.920
2	141.2+j59.2	151.1	97.4-j21.7	0.990	0.928
3	141.1+j59.0	150.3	97.2-j21.5	0.990	0.926

Перехід до фактичних СХН вимагає врахування реальних коефіцієнтів потужності при обчисленні реактивних навантажень по формулі

$$Q = P_{\text{норм}} (d_0 + a_0 U + (\text{tg} \varphi_{\text{н}} + b_0) U^2 + (\text{tg} \varphi_{\text{н}} + c_0) \Delta \omega), \quad (7.18)$$

де

$$\text{tg} \varphi_{\text{н}} = \frac{Q_{\text{норм}}}{P_{\text{норм}}},$$

$$a_0 = -9.5, b_0 = 5.3, c_0 = -1.5, d_0 = 4.2 \quad \text{при} \quad P_{\text{норм}} \geq 0.7 P_{\text{норм}}^{\text{max}} \quad \text{і}$$

$$a_0 = -8.9, b_0 = 5.3, c_0 = -1.5, d_0 = 3.6 \quad \text{при} \quad P_{\text{норм}} \leq 0.7 P_{\text{норм}}^{\text{max}}.$$

На завершення розглянемо питання моделювання навантажень у вузлах з АРНТ. В ідеальному випадку, коли вся потужність регулюється за допомогою АРНТ, відсутні зона нечутливості і дискретність регулювання коефіцієнта трансформації, потужність навантаження не залежить від рівня напруги вузла. У загальному випадку можна вважати, що в будь-якому вузлі є частина споживачів, що живляться від трансформаторів з АРНТ, позначимо її  $m_{\text{АРНТ}}$ , і інші споживачі, що живляться від нерегульованих трансформаторів. Тоді можна використовувати звичайні СХН. При цьому необхідно коефіцієнти  $a_p, b_p, a_Q, b_Q$  домножити на  $[1 - m_{\text{АРНТ}}(1 - \xi)]$ , де  $\xi$  – коефіцієнт, що змінюється в діапазоні 0.2–0.4 в залежності від величини зони нечутливості і відгалуження РПН. При моделюванні тривалих аварійних режимів з урахуванням лавини напруги необхідно використовувати більш точну модель АРНТ.

## 7.6. Модель синхронного навантаження

У розрахунках перехідних процесів синхронні двигуни можна моделювати аналогічно синхронним генераторам, наприклад, рівняннями Лебедева-Жданова (разд. 4.5). Найчастіше в СД використовується статична система збудження з пропорційною залежністю між  $E_q$  і  $U$ , аналогічна системі збудження СГ без послідовно ввімкнених трансформаторів (разд. 5.4). Прийнятних по точності результатів можна досягти при  $k_{OU} = 2$  і сталих часу  $T_p$  і  $T_z$  у декілька сотих часток секунди. Форсировка збудження СД моделюється аналогічно СГ (разд. 5.6).

У розрахунках усталених режимів і статичної стійкості звичайно використовують статичні характеристики. Статична характеристика

активної потужності СД така ж, як і для АД, тобто  $b_p=0$ . Що ж стосується регулюючого ефекта по частоті, то для СД його слід приймати близько 2 в. о. Для комплексного вузла навантаження із синхронними двигунами можна використовувати стандартну форму СХН (7.17) із коефіцієнтами

$$\begin{aligned} a_p &= 2(1 - k_{\text{СД}})(1 - k_{\text{АД}}), \\ b_p &= 0, \\ c_p &= 1.3[k_{\text{СД}}(1 - k_{\text{АД}}) + k_{\text{АД}}], \end{aligned}$$

де  $k_{\text{СД}}$  – частка СД у складі активної потужності вузла,  $k_{\text{АД}}$  – частка АД в загальній потужності вузла без без урахування СД.

Статичні характеристики реактивної потужності СД як з урахуванням АРВ, так і без нього значно відрізняються від характеристик АД, а отже, істотно впливають на узагальнену характеристику навантаження вузла. Залежність реактивної потужності СД від напруги і частоти вузла в усталеному режимі описується формулою

$$Q_{\text{СД}} = -\frac{1}{\omega} \left[ \frac{E_q U}{x_d} \cos \delta - \frac{U^2}{2} \left( \frac{x_d + x_q}{x_d x_q} - \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \cos 2\delta \right) \right], \quad (7.19)$$

де  $\delta$  – внутрішній кут повороту подовжньої осі ротора відносно синхронної осі координат. Позитивний напрямок реактивної потужності СД – від вузла. Значення реактивної потужності в будь-якому усталеному режимі можна обчислити, визначивши кут  $\delta$  з формули

$$P_{\text{СД}} = \omega M_m = \frac{1}{\omega} \left( \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\delta \right). \quad (7.20)$$

Для неявнополюсних СД  $x_d = x_q$  і формула (7.19) значно спрощується

$$Q_{\text{СД}} = \frac{U^2}{\omega x_d} - \sqrt{\left( \frac{E_q U}{\omega x_d} \right)^2 - P_{\text{СД}}^2}. \quad (7.21)$$

Для СД прийнемо ту ж форму статичної характеристики, що і для узагальненого навантаження (7.17), тобто

$$Q_{\text{СД}} = P_{\text{СДформ}} (\text{tg} \varphi - a_{\text{СД}} - b_{\text{СД}} + a_{\text{СД}} U + b_{\text{СД}} U^2 + c_{\text{СД}} \Delta \omega), \quad (7.22)$$

де  $P_{\text{СДнорм}}$  – активна потужність СД у нормальному усталеному режимі;  $\text{tg}\varphi = \frac{Q_{\text{СДнорм}}}{P_{\text{СДнорм}}}$  – коефіцієнт потужності СД;  $a_{\text{СД}}, b_{\text{СД}}, c_{\text{СД}}$  – коефіцієнти СХН СД.

Залежність реактивної потужності СД від напруги визначається головним чином коефіцієнтом потужності і законом регулювання збудження. Так, наприклад, при АРЗ пропорційної дії коефіцієнти СХН СД визначаються за емпіричними формулами:

$$b_{\text{СД}} = 5 \frac{k_3 - 0.85}{0.15} (1 - 4\text{tg}\varphi),$$

$$a_{\text{СД}} = 2[(1 - 4\text{tg}\varphi)(1 + 2\text{tg}\varphi)k_3^2 - b_{\text{СД}}],$$

$$c_{\text{СД}} = \frac{0.9k_3x_d}{1 - 0.9k_3x_d\text{tg}\varphi} - \frac{1}{0.9k_3x_d}.$$

При відсутності АРЗ коефіцієнти СХН по нарузі

$$b_{\text{СД}} = \frac{9k_3x_d}{10 - 9k_3x_d\text{tg}\varphi}, a_{\text{СД}} = -2.25b_{\text{СД}}.$$

Фактично навантаження складається ще і з багатьох інших споживачів, що приводить до зміни характеристики (7.22). Щоб визначити СХН такого комплексного навантаження, потрібно мати характеристику решти навантаження. Якщо, наприклад, прийняти для решти навантаження  $\cos\varphi = 0.85$ ,  $a = -9.5$ ,  $b = 5.3$ ,  $c = -1.5$ , то коефіцієнти такої комплексної СХН

$$a_Q = \frac{P_{\text{норм}}}{Q_{\text{норм}}} [a_{\text{СД}}k_{\text{СД}} - 9.5(1 - k_{\text{СД}})],$$

$$b_Q = \frac{P_{\text{норм}}}{Q_{\text{норм}}} [(b_{\text{СД}} - \text{tg}\varphi_{\text{СД}})k_{\text{СД}} + 5.3(1 - k_{\text{СД}})] + 1,$$

$$c_Q = \frac{P_{\text{норм}}}{Q_{\text{норм}}} [(c_{\text{СД}} - \text{tg}\varphi_{\text{СД}})k_{\text{СД}} - 1.5(1 - k_{\text{СД}})] + 1.$$

Тоді у вихідних даних необхідно задавати  $P_{\text{норм}}$ ,  $Q_{\text{норм}}$ ,  $k_{\text{СД}}$  і  $\text{tg}\varphi_{\text{СД}}$  або  $\cos\varphi_{\text{СД}}$ .

**Приклад 7.5.** Комплексне навантаження підстанції складається із синхронного двигуна серії СДНЗ з параметрами  $P_{\text{ном}} = 2000$  кВт,  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0.9$ ,  $x_d = 1.00$ , АРЗ відсутнє, а також інших споживачів, які можна представити узагальненою СХН. Загальна потужність навантаження в нормальному усталеному режимі  $4.8 + j2.4$  МВА. Частка синхронного навантаження в загальній потужності складає



0.3. Визначити коефіцієнти еквівалентної статичної характеристики реактивної потужності комплексного навантаження підстанції.

**Розв'язок.**

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{CD}} = \operatorname{Sqrt}(1 - 0.92) / 0.9 = 0.483$$

$$k_3 = 4.8 \cdot 0.3 / 2 = 0.72$$

$$b_{\text{CD}} = 9 \cdot 0.72 \cdot 2 / (10 - 9 \cdot 0.72 \cdot 2 \cdot 0.483) = 10$$

$$a_{\text{CD}} = -2.25 \cdot 10 = -22.5$$

$$c_{\text{CD}} = 0.9 \cdot 0.72 \cdot 2 / (1 - 0.9 \cdot 0.72 \cdot 2 \cdot 0.483) - 1 / 0.9 / 0.72 = -0.54$$

$$a_Q = 4.8 / 2.4 [-22.5 \cdot 0.3 - 9.5(1 - 0.3)] = -26.7$$

$$b_Q = 4.8 / 2.4 [(10 - 0.483)0.3 + 5.3(1 - 0.3)] + 1 = 14.1$$

$$c_Q = 4.8 / 2.4 [(-0.54 - 0.483)0.3 - 1.5(1 - 0.3)] + 1 = -1.7$$

Таким чином, еквівалентна характеристика реактивної потужності навантаження  $Q_H = 2.4(13.6 - 26.7U + 14.1U^2 - 1.7\Delta\omega)$ .

### Вправи

1. Побудувати статичну характеристику  $Q(U)$  ідеального АД, що має незмінний момент опору приводного механізму. Параметри схеми заміщення:  $x_k = 0.3$ ,  $x_\mu = 4$ ,  $r_r = 0.03$ .

2. Асинхронний двигун у нормальному усталеному режимі при напрузі  $U=1$  на затисках споживає активну потужність  $P=0.8$ . При  $t=0$  напруга падає внаслідок зовнішнього к. з. до 0.5, а через 0.5 с знову миттєво повертається до свого нормального значення. Параметри АД:  $x=3$ ,  $x'=0.2$ ,  $T_r=0.6$ ,  $T_f=1.4$ . Визначити ковзання і ЕРС на початку перехідного процесу. Розрахувати перехідний процес протягом 1 с.

3. Асинхронний двигун серії 4А номінальною потужністю 30 кВт, що знаходиться в нерухомому стані, вмикається під напругу  $U=1$ . Побудувати графіки перехідного процесу  $s(t)$ ,  $P(t)$ ,  $Q(t)$ . Параметри АД: номінальний коефіцієнт потужності 0.9, номінальне ковзання 0.02, кратність максимального моменту 2.5, кратність пускового моменту 1.4, кратність пускового струму 7.5, частка статичного моменту опору приводного механізму 0.4, стала інерції 1 с.

4. Комплексне асинхронно-статичне навантаження через лінію електропередачі з опором  $2+j10$  Ом живиться від підстанції, напруга на шинах якої складає 115 кВ. Потужність навантаження в нормальному усталеному режимі  $50+j25$  МВА. Частка асинхронного навантаження 0.7. Параметри узагальнене АД прийняти рівними

середньостатистичним. Розрахувати електромеханічний перехідний процес при трифазному к.з. на шинах навантаження тривалістю 0.2 с.

5. Розрахувати усталений режим найпростішої електричної системи, що складається з ЛЕП і навантаження, якщо напруга на початку лінії 115 кВ, опір лінії  $5+j10$  Ом. Потужність навантаження в нормальному усталеному режимі  $40+j30$  МВА при нормальній напрузі 110 кВ. Потужність навантаження залежить від напруги і змінюється відповідно до фактичної узагальненої СХН.

6. Комплексне навантаження підстанції складається із синхронного двигуна типу СТД номінальною потужністю 4 МВт,  $\cos\varphi_{ном}=0.9$ ,  $x_d=1.85$ , АРВ типу  $k_{OU}=2$ , а також іншого навантаження, що має СХН із коефіцієнтами  $a=-10.9$ ,  $b=12.4$ ,  $c=-1.2$ . Загальна потужність навантаження в нормальному усталеному режимі  $6+j4$  МВА. Частка синхронного навантаження складає 0.5. Визначити коефіцієнти еквівалентної СХН для реактивної потужності.

## *Розділ 8*

### МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ

#### 8.1. Загальні поняття

Розрахункова схема електричної мережі (електричне коло) складається з вузлів, віток і контурів. Якщо схема не має контурів, вона називається розімкненою. Вітки електричних кіл можна підрозділити на подовжні і поперечні, пасивні й активні. Подовжня вітка (ділянка) вмикається між двома вузлами і характеризується електричним опором. Поперечна вітка (шунт) вмикається між вузлом і нейтраллю, що має напругу 0, і характеризується електричною провідністю. Пасивний елемент електричного кола лише створює шлях для протікання електричного струму. Активний елемент служить джерелом напруги чи струму. Він обумовлює значення напруги чи струму у вузлі приєднання незалежно від стану інших елементів схеми. Джерела напруги частіше використовуються в задачах аналізу перехідних процесів і струмів короткого замикання. Джерела струму більш характерні для задачі аналізу усталених режимів і характеризують відповідні навантаження споживачів і синхронних генераторів.

Задача розрахунку усталеного режиму може бути сформульована по різному в залежності від мети аналізу. У загальному випадку необхідно враховувати нелінійність характеристик джерел струму. Це відповідає або незмінності потужностей навантаження і генерації у вузлах, або СХН у залежності від підведеної напруги. Відповідна математична модель являє собою систему нелінійних алгебраїчних рівнянь і буде розглядатися в наступному розділі. У цьому ж розділі будемо вважати відомими незмінні значення джерел струму (вузлові струми) і джерел напруги (контурні ЕРС), параметри схеми (опори і провідності), а також напругу в одному чи декількох вузлах (опорних пунктах). У результаті розрахунку необхідно визначити напруги решти вузлів і струми віток.

Усталений режим електричного кола, що складається з лінійних елементів, описується системою лінійних алгебраїчних рівнянь. Таке електричне коло називається лінійним. Математична модель лінійного електричного кола може бути побудована на основі вузлових чи контурних рівнянь.

Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь можна підрозділити на прямі й ітераційні. Прямі методи дозволяють одержати результат за певне число арифметичних дій. До таких методів належать методи Гауса і вузлових опорів. Ітераційні методи забезпечують одержання результату за деяке число ітерацій з попередньо заданою точністю. До таких методів відносяться методи простої ітерації і Зейделя. На відміну від прямих, для ітераційних методів обсяг обчислень залежить не тільки від порядку системи рівнянь, але і від невідомої заздалегідь кількості ітерацій.

Метод Гауса складається з двох незалежних етапів: прямого ходу і зворотного ходу. Це дозволяє багаторазово розв'язувати задачу з однаковими коефіцієнтами при невідомих (тобто при незмінній схемі) і різними значеннями вільних членів (наприклад, при змінних ступах навантажень), виконуючи тільки більш простий зворотний хід. Іншими словами, трикутна матриця залишається незмінною і на прямому ході необхідно переобчислювати лише стовпець вільних членів. Ця властивість метода ефективно використовується при оптимізації режимів, у розрахунках електромеханічних перехідних процесів і т. п.

Використання матриці вузлових опорів може бути доцільним в аналогічних випадках, якщо значення напруг необхідно знаходити багато разів при різних правих частинах рівнянь. Цей метод може застосовуватися і для багаторазових обчислень струмів короткого замикання. Розроблено ефективні методи корекції матриці вузлових опорів при незначних змінах розрахункової схеми.

Матричні математичні моделі дуже часто використовуються в наукових дослідженнях електричних систем. Матричні методи розрахунків поширені значно менше. Це такі методи обчислень, у яких виконуються операції з матрицями. Матричні операції зазвичай передбачають використання стандартних підпрограм. У розрахунках складних електричних систем матричні методи не завжди ефективні, оскільки вони вимагають значних обчислювальних ресурсів.

У той же час використання матричних моделей корисно для компактного представлення систем алгебраїчних рівнянь, удосконалення існуючих і розробки нових числових методів. Запис рівнянь у матричній формі ще не означає використання матричних методів розрахунку. При ефективному розв'язанні рівнянь усталених режимів необхідно враховувати той факт, що дуже велику частину

матриць складають нульові елементи. Такі матриці називаються *розрідженими* (слабо заповненими).

Топологічні методи, в основі яких лежить теорія графів, дають можливість будувати ефективні інформаційні моделі для роботи з розрідженими матрицями. Топологічні методи відкривають широкі можливості при розробці методів обчислень шляхом математичних перетворень. Для встановлення топологічних зв'язків між різними елементами системи широко використовуються т. зв. адресні посилання або *адресні відображення*. У математичних моделях адресним відображенням відповідають матриці з'єднань (інциденцій). У програмній реалізації топологічних методів використовуються спеціальні системи адресних відображень – асоціативно-зв'язані списки.

## 8.2. Модель розімкненої мережі

Місцеві електричні мережі нормально експлуатуються в розімкнутому стані і мають ряд особливостей, що дозволяють спростити розрахунки. Поперечна складова вектора падіння напруги на будь-якій ділянці дуже мала і її можна не враховувати. Тому режим роботи місцевої електромережі характеризується збігом фаз напруг у всіх вузлах і порівняно невеликими відхиленнями їхніх модулів від номінальних значень. Схеми заміщення місцевих електромереж складаються лише з подовжніх ділянок, що характеризуються активними й індуктивними опорами, приведеними до загальної номінальної напруги. У будь-якому пункті споживаються сталі значення активних і реактивних струмів або потужностей навантажень.

Струм або потужність одного з пунктів електромережі повинні бути залежні і визначатися згідно першому закону Кірхгофа як геометрична сума струмів чи потужностей всіх інших пунктів. Такий пункт називається *балансуючим пунктом* (БП). Потужність БП дорівнює сумі потужностей усіх навантажень, якщо не враховувати втрати. У розрахунках потокорозподілу місцевих електромереж утратами можна знехтувати. Така електрична схема називається умовно лінійної. Режим напруги електромережі можна розрахувати тільки в тому випадку, якщо відома напруга в одному з пунктів. Тому крім БП необхідно мати ще одну особливу точку в схемі, – пункт із відомою напругою. Такий пункт має назву *опорний пункт*

(ОП). ОП може не збігатися з БП, однак об'єднання їх значно спрощує розрахунки. У розрахунках місцевих електромереж за ОП і БП приймається центр живлення.

Конфігурацію розімкненої електромережі, як відомо, можна однозначно описати за допомогою матриці коефіцієнтів розподілу дерева  $C_d$ . Матриця  $C_d$  дозволяє виконати відображення режиму з простору вузлових потужностей навантажень у простір потокорозподілу віток

$$\dot{S} = C_d \dot{S}_n. \quad (8.1)$$

Розглянемо розімкнену електричну мережу, граф якої зображений на (рис.8.1.)

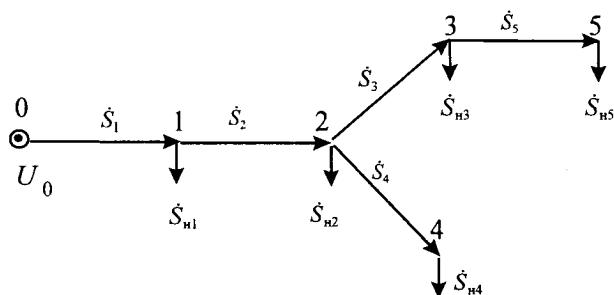


Рис. 8.1

Відповідно до (8.1) потокорозподіл віток

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \dot{S}_3 \\ \dot{S}_4 \\ \dot{S}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{S}_{n1} \\ \dot{S}_{n2} \\ \dot{S}_{n3} \\ \dot{S}_{n4} \\ \dot{S}_{n5} \end{bmatrix}.$$

Даний матричний запис відповідає простому правилу: потужність будь-якої вітки розімкненої схеми можна визначити як суму потужностей усіх навантажень вузлів, що живляться від цієї вітки.

Матрицю  $C_d$  легко скласти при будь-якій послідовності нумерації вузлів і віток. Але алгоритм розрахунку потокорозподілу значно спрощується, якщо нумерацію виконувати, дотримуючи принципу ярусності, як це показано на рис. 8.1. Тоді порядкові номери віток збігаються з номерами кінцевих вузлів цих віток. За позитивний напрямок приймається напрямок від БП.

Розрахунок поточкорозподілу починається з верхніх ярусів мережі і продовжується в зворотному напрямку до БП. Алгоритм дуже простий і зводиться до виконання рекурентних співвідношень:

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= \dot{S}_{wi}, i = 1, 2, \dots, m; \\ \dot{S}(s_i) &= \dot{S}(s_i) + \dot{S}_i, i = m, m-1, \dots, 2; \end{aligned} \quad (8.2)$$

де  $s_i$  – початковий номер вузла  $i$ -ї вітки.

Ціле число  $s_i$  (адресне посилання  $i$ -ї вітки на  $s$ -ий вузол) є елементом масиву. Так, наприклад, для схеми рис. 8.1  $s_i = 0, 1, 2, 2, 3$ . Якщо нумерація вузлів не упорядкована за ярусами, то значення індекса  $i$  також будуть складати масив адресних посилань на вітки в порядку зростання ярусності.

При відомих значеннях потужності і напруги на початку ділянки можна визначити напругу наприкінці цієї ділянки. При точних розрахунках режиму напруги використовується поняття падіння напруги як геометричної різниці векторів напруги на початку і в кінці ділянки.

У розрахунках місцевих мереж використовують простіше поняття – втрата напруги  $\Delta U$  (рис.8.2), що дорівнює різниці модулів напруги.

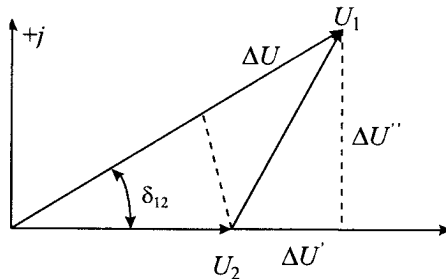


Рис. 8.2

### Падіння напруги

$$\Delta \dot{U} = \frac{\hat{S}\hat{Z}}{U_{ном}} = \frac{PR+QX}{U_{ном}} + j \frac{PX-QR}{U_{ном}} = \Delta U' + j\Delta U''.$$

Оскільки в електромережах номінальною напругою до 110 кВ різниця фазових кутів між напругами на кінцях ділянки незначна, можна вважати, що  $\Delta U \approx \Delta U'$ , тобто

$$\Delta U = \frac{PR + QX}{U_{\text{ном}}}$$

Знаючи напругу в ОП і втрату напруги на першій вітці, можна визначити напругу в сусідньому вузлі. Далі шляхом послідовного перегляду віток у напрямку зростання ярусів можна аналогічно визначити напруги всіх інших вузлів. Алгоритм розрахунку можна записати за допомогою однієї рекурентної формули

$$U_i = U(s_i) - \frac{P_i R_i + Q_i X_i}{U_{\text{ном}}}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (8.3)$$

**Приклад 8.1.** Визначити потокорозподіл і режим напруг у схемі (рис. 8.1). Параметри віток схеми і потужності навантажень вузлів наведені в табл. 8.1. Напруга в центрі живлення складає 10.5 кВ. Номінальна напруга – 10 кВ.

**Розв'язок.** Розрахунки виконуємо згідно формул (8.2) і (8.3). Результати обчислень зведені в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

$i$	$s_i$	$R_i + jX_i$	$P_{\text{Ні}} + jQ_{\text{Ні}}$	$P_i + jQ_i$	$U_i$
1	0	$1 + j1$	$0.8 + j0.4$	$3.2 + j1.6$	10.02
2	1	$1 + j2$	$0.6 + j0.2$	$2.4 + j1.2$	9.54
3	2	$1 + j2$	$0.7 + j0.4$	$1.3 + j0.7$	9.27
4	2	$2 + j3$	$0.5 + j0.3$	$0.5 + j0.3$	9.35
5	3	$2 + j2$	$0.6 + j0.3$	$0.6 + j0.3$	9.09

Таким чином, розрахунок режиму розімкненої мережі виконується в два етапи. На першому етапі (цикл у зворотному напрямку) відповідно до першого закону Кірхгофа визначається потокорозподіл на ділянках мережі. На другому етапі (цикл у прямому напрямку) на підставі закону Ома виконується розрахунок режиму напруг. Для одержання більш точних результатів необхідно розрахунок потокорозподілу виконувати з урахуванням утрат потужності, а режиму напруги – з урахуванням фазових кутів. При цьому обов'язково ітераційне повторення етапів 1 і 2 до одержання необхідної точності.

### 8.3. Моделі замкнених мереж

Живильні (високовольтні) електричні мережі на відміну від розподільних експлуатуються в замкненому стані. Розрахунки замкнених електричних мереж виконувати значно складніше. Вони



вимагають використання узагальнених методів описання електричних кіл, а отже і відповідних математичних моделей, серед яких можна виділити наступні: прямі вузлові моделі (ПВМ), обернені вузлові моделі (ОВМ), моделі дерева замкненої схеми (МД), прямі контурні моделі (ПКМ) і обернені контурні моделі (ОКМ).

ПВМ – це математична залежність, що дозволяє виконати відображення зображуючої точки режиму з багатовимірного простору напруг у простір вузлових струмів (рис.8.3).

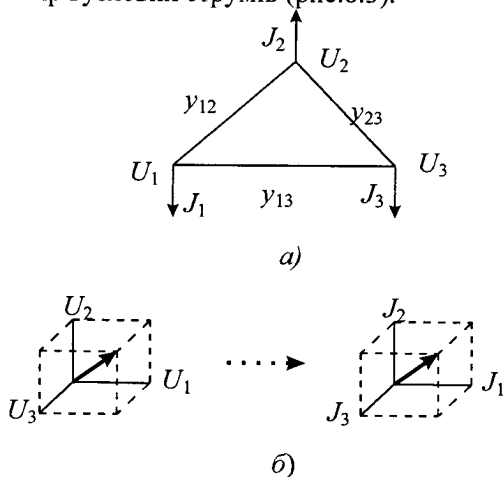


Рис. 8.3

Найпростіше ця задача розв'язується за допомогою матриці власних і взаємних провідностей

$$-\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{y}_{12} + \dot{y}_{13}) & -\dot{y}_{12} & -\dot{y}_{13} \\ -\dot{y}_{12} & (\dot{y}_{12} + \dot{y}_{23}) & -\dot{y}_{23} \\ -\dot{y}_{13} & -\dot{y}_{23} & (\dot{y}_{13} + \dot{y}_{23}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix}$$

або в загальному вигляді

$$-\dot{J} = \dot{Y}\dot{U}. \quad (8.3)$$

Залежність (8.3) описує ПВМ у матричній формі. Квадратичний ріст обсягу пам'яті й обчислень в залежності від кількості вузлів схеми значно ускладнює практичне використання цієї моделі.

Значно ефективніша ПВМ у топологічній формі з використанням адресних відображень у вигляді алгоритму:

$$\begin{aligned} \dot{J}(s_j) &= \dot{J}(s_j) + \dot{I}_j, \\ \dot{J}(f_i) &= \dot{J}(f_i) - \dot{I}_i, \end{aligned} \quad (8.4)$$

де

$$I_i = y_i [\dot{U}(s_i) - \dot{U}(f_i)], i = 1, 2, \dots, n,$$

$i$  – порядковий номер вітки,  $n$  – число віток,  $y_i$  – провідність вітки,  $s_i, f_i$  – порядкові номери вузлів, якими починається і закінчується  $i$ -та вітка, (адресні відображення віток на вузли).

При розв'язанні практичних задач необхідно визначати напруги по заданих вузлових струмах. Для цього використовується ОВМ, за допомогою якої виконується відображення режиму з багатомірного простору вузлових струмів в аналогічний простір напруг. З принципової точки зору ОВМ можна було б одержати з ПВМ за допомогою оберненої матриці вузлових провідностей  $\dot{Y}^{-1}$ . Але практично це неприйнятно з двох причин:

1. Матриця вузлових провідностей  $\dot{Y}$  для реальних схем електромереж погано обумовлена. Зокрема, при знехтуванні провідностями шунтів вона стає особливою і оберненої не має.

2. У реальних задачах аналізу усталених режимів вузли підрозділяються на дві групи: вузли з відомими струмами навантажень і вузли з відомими напругами (опорні пункти). Опорних пунктів звичайно не багато, але не менше одного. Тому всяка ОВМ повинна мати у своєму складі пряме відображення  $\dot{U} \rightarrow \dot{J}$  хоча б для одного вузла.

Позначимо множину опорних пунктів індексом “о”, а множину всіх інших упорядкованих вузлів зі струмовими навантаженнями – індексом “у”. Тоді матрична вузлова модель (8.3) розпадається на блоки

$$\begin{bmatrix} \dot{J}_y \\ \dot{J}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_y & \dot{Y}_{y_o} \\ \dot{Y}_{oy} & \dot{Y}_o \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{U}_o \end{bmatrix},$$

відкіля

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{Y}_y^{-1} (\dot{J}_y - \dot{Y}_{y_o} \dot{U}_o), \\ \dot{J}_o &= \dot{Y}_{oy} \dot{U} + \dot{Y}_o \dot{U}_o, \end{aligned} \quad (8.5)$$

де  $\dot{U}, \dot{J}_y$  – напруги і струми вузлів навантаження.

Матриця  $\dot{Z}_y = \dot{Y}_y^{-1}$  називається матрицею вузлових опорів, тобто опорів впливу вузлових струмів на вузлові напруги. ОВМ у матричній формі має ті самі недоліки, що й інші матричні моделі. Якщо замість обернення матриці скористатися чисельними методами

розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, одержимо ОВМ у топологічній формі. Найбільш поширені методи простої ітерації, Зейделя і Гауса.

ОВМ на основі простої ітерації – це циклічне повторення прямої вузлової моделі з уточненням режиму напруг відповідно до алгоритму:

1. Початкове наближення напруг  $\dot{U}_s = \dot{U}_0, s = 1, 2, \dots, m$
2. Пряма вузлова модель (8.4).
3. Уточнення режиму напруг

$$\dot{U}_s = \dot{U}_s + \alpha \frac{\dot{J}_s - \dot{J}_{нс}}{\dot{y}_{ss}}, s = 1, 2, \dots, m, \quad (8.6)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт прискорення ітерацій,  $\dot{J}_{нс}$  – вузловий струм навантаження,  $\dot{J}_s$  – вузловий струм, отриманий за допомогою ПВМ,  $\dot{y}_{ss}$  – власна провідність вузла. Етапи 2 і 3 повторюються до одержання заданої точності.

**Приклад 8.2.** Визначити методом простої ітерації режим напруг у схемі постійного струму (рис.8.4).

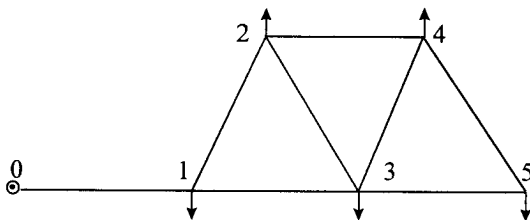


Рис. 8.4.

Параметри віток схеми наведені в табл. 8.2, а струми навантажень і власні провідності вузлів – у табл. 8.3. Напруга в опорному пункті  $U_0=100$ . Коефіцієнт прискорення ітерацій  $\alpha=1.1$ .

Таблиця 8.2

$s_i$	0	1	1	2	2	3	3	4
$f_i$	1	2	3	3	4	4	5	5
$z_i$	8	5	10	8	5	4	2	10
$y_i$	0.12	0.2	0.1	0.12	0.2	0.25	0.5	0.1
	5			5				

Таблиця 8.3

$s$	1	2	3	4	5
$J_{нс}$	0.2	0.7	0.8	-0.5	0.4
$y_{ss}$	0.425	0.525	0.975	0.55	0.6

**Розв'язок.** Приймаємо початкові значення напруг у вузлах  $U_s = U_0 = 100$ . Результати подальших розрахунків заносимо в табл. 8.4.

Таблиця 8.4

$N_{гг}$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
1	99.5	98.5	99.1	101.0	99.3
2	98.5	98.6	98.8	99.7	98.7
3	98.6	97.6	98.0	99.6	98.2
4	97.9	97.5	97.7	98.8	97.6
5	97.8	96.8	97.0	98.5	97.2
6	97.3	96.5	96.7	97.8	96.5
7	97.1	95.9	96.1	97.5	96.2
8	96.7	95.6	95.7	96.9	95.6
...	...	...	...	...	...
180	87.2	83.0	81.8	83.0	81.3

ОВМ на основі метода Зейделя відрізняється необхідністю виділення "віял" віток схеми, тобто таких множин віток, які прилягають до кожного вузла. Відповідний алгоритм має вигляд:

1. Початкове наближення напруг  $\dot{U}_s = \dot{U}_0, s = 1, 2, \dots, m$
2. Пряма вузлова модель віяла

$$\dot{J}_s = \sum_{f \in s} (\dot{U}_s - \dot{U}_f) \dot{y}_{fs} \quad (8.7)$$

і уточнення напруги

$$\dot{U}_s = \dot{U}_s + \alpha \frac{\dot{J}_s - \dot{J}_{нс}}{\dot{y}_{ss}} \quad (8.8)$$

для усіх вузлів  $s = 1, 2, \dots, m$ . Якщо точність недостатня – повторення етапу 2.

**Приклад 8.3.** Розв'язати задачу, розглянуту в прикладі 8.2, методом Зейделя. Коефіцієнт прискорення ітерацій  $\alpha = 1.7$ .

**Розв'язок.** Приймаємо початкові значення напруг у вузлах  $U_s = U_0 = 100$ . Результати подальших розрахунків заносимо в табл. 8.5.

Таблиця 8.5

$N_{ит}$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
1	99.2	97.2	97.9	98.2	95.3
2	96.7	95.5	93.7	93.7	91.4
3	95.4	91.2	90.1	90.2	88.0
4	91.5	88.0	86.8	87.0	84.8
5	90.2	86.1	84.2	85.1	83.0
6	88.6	84.1	82.9	83.6	81.9
7	87.6	83.3	81.8	83.0	81.0
8	87.2	82.8	81.4	82.6	80.9
...	...	...	...	...	...
20	87.2	83.0	81.7	83.0	81.3

Алгоритм метода Зейделя вимагає більш складної системи адресних відображень, але значно прискорює збіжність ітераційного процесу.

Для одержання контурної моделі в розрахунковій схемі необхідно спочатку виділити вітки дерева, хорди і незалежні контури. При умовному розмиканні хорд усі вузли повинні зберігати зв'язок з опорними пунктами і замкнута схема повинна перетворюватися в розімкнену у вигляді дерев, кількість яких дорівнює кількості ОП (рис.8.5).

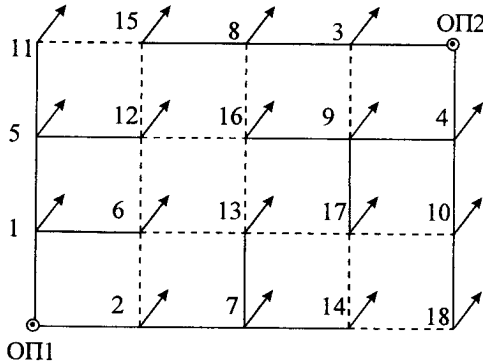


Рис. 8.5.

Дерево аналогічне розімкненій електричній мережі. Модель дерева (МД) призначена для відображення напруг опорних пунктів і вузлових струмів навантаження у вузлові напруги  $\{\dot{U}_o, \dot{J}_n\} \rightarrow \dot{U}$ .

Найпростіша МД може бути створена в топологічній формі. Така модель вимагає, щоб вітки дерева були упорядковані по ярусах.

Алгоритм відображення складається з двох етапів: визначення струморозподілу в дереві в зворотному напрямку і розрахунок режиму напруг у прямому напрямку.

Прямою контурною моделлю називається математичне відображення напруг опорних пунктів, вузлових струмів навантаження і струмів хорд у вузлові напруги  $\{\dot{U}_0, \dot{J}_n, \dot{I}_x\} \rightarrow \dot{U}$ .

Замкнена схема за допомогою дерева перетворюється в розімкнену (рис. 8.6).

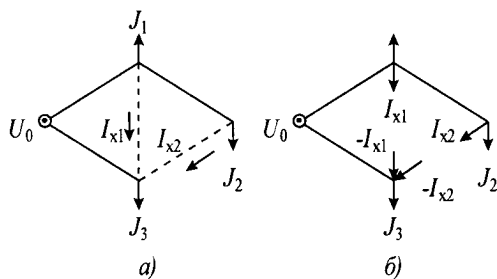


Рис. 8.6.

Після об'єднання вузлових струмів навантаження і струмів хорд, що розглядаються як деякі додаткові вузлові струми, можна застосувати ПКМ у вигляді наступного алгоритму:

$$\begin{aligned} \dot{I}_i &= \dot{J}_n, i = 1, 2, \dots, m, \\ \dot{I}_i &= \dot{I}_i + \dot{I}_x(s_k), \dot{I}_i = \dot{I}_i - \dot{I}_x(f_k), k = 1, 2, \dots, p, \\ \dot{I}(s_i) &= \dot{I}(s_i) + \dot{I}_i, i = m, m-1, \dots, 2, \\ \dot{U}_i &= \dot{U}(s_i) - z_i \dot{I}_i, i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (8.9)$$

де  $\dot{I}_x$  – струми хорд (вони ж контурні струми);  $i, k$  – порядкові номери віток дерева і хорд (контурів);  $m, p$  – кількості віток дерева і хорд;  $s_i, s_k, f_k$  – адресні посилання віток дерева і хорд на вузли.

Як бачимо, ПКМ, як і МД, – дуже проста, але в практичних розрахунках струми хорд, нажаль, виступають як невідомі.

Обернена контурна модель призначена для відображення напруг опорних пунктів і струмів навантажень у напруги інших вузлів і струми хорд:  $\{\dot{U}_0, \dot{J}_n\} \rightarrow \{\dot{U}, \dot{I}_x\}$ . Як і у випадку вузлових моделей таке відображення можна здійснити або ітераційним використанням прямої контурної моделі, або за допомогою оберненої матриці контурних опорів, або розв'язанням системи контурних рівнянь методом Гауса.

Ітераційна ОКМ на практиці реалізується за допомогою *методу розрізання контурів*, суть якого зводиться до виконання наступного алгоритму:

1. Початкове наближення струмів хорд  $\dot{I}_k = \dot{I}_{k0}, k = 1, 2, \dots, p$ .
2. Пряма контурна модель (8.9).
3. Корекція струмів хорд

$$\dot{I}_k = \dot{I}_k + \alpha \frac{\dot{U}(s_k) - \dot{U}(f_k) - \dot{z}_k \dot{I}_k}{\dot{z}_{kk}}, k = 1, 2, \dots, p, \quad (8.10)$$

де  $\dot{z}_k$  – опір  $k$ -ї хорди;  $\dot{z}_{kk}$  – власний опір  $k$ -ого контура, утворююаого при ввімкненні  $k$ -ї хорди. Етапи 2 і 3 повторюються до одержання необхідної точності.

**Приклад 8.4.** Визначити напруги вузлів і струми хорд у схемі, що розглянута в прикладі 8.2, методом розрізання контурів. Коефіцієнт прискорення ітерацій  $\alpha=0.7$ .

**Розв'язок.** За хорди приймемо вітки схеми 2-3, 2-4 і 4-5. Тоді дерево схеми буде складатися з віток: 0-1, 1-2, 1-3, 3-4 і 3-5. Масиви адресних посилань будуть мати значення:  $s_r=[0,1,1,3,3]$ ;  $s_k=[2,2,4]$ ;  $f_k=[3,4,5]$ . Власні опори контурів  $z_{kk}=[23,24,16]$ . Початкові наближення напруг вузлів приймаємо 100, струмів хорд – 0. Результати розрахунків зведені до табл. 8.6.

Таблиця 8.6

$N_{it}$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
1	87.2	83.7	80.2	82.0	79.4
2	87.2	82.9	81.7	83.4	81.1
3	87.2	83.0	81.6	83.1	81.2
4	87.2	83.0	81.7	83.1	81.2
5	87.2	83.0	81.7	83.0	81.3
6	87.2	82.9	81.7	83.0	81.3
7	87.2	82.9	81.7	83.0	81.3
8	87.2	82.9	81.7	83.0	81.3
...	...	...	...	...	...
23	87.2	82.9	81.7	83.0	81.2

Можна скористатися оберненою матрицею контурних опорів, тоді одержимо обернену контурну модель у матричній формі.

Ефективність використання вузлових чи контурних моделей часто визначається порядком системи рівнянь. Число контурів у схемі звичайно значно менше кількості вузлів. Однак вузлова модель простіша, тому знаходить більш широке застосування на практиці.

Контурна модель може виявитися ефективною при розрахунках слабозамкнених мереж.

### 8.4. Матрична контурна модель

Розрахункова схема будь-якої електричної мережі однозначно визначається за допомогою матриць з'єднань (інциденцій)  $\mathbf{M}$  і  $\mathbf{N}$ . Перша матриця інциденцій описує з'єднання віток і вузлів, друга – віток і контурів. Якщо в схемі виділити дерево і хорди, пронумерувати спочатку вітки дерева, потім хорди і прийняти позитивні напрямки хорд відповідно напрямкам контурів (рис.8.7), то отримана система контурів називається базисною.

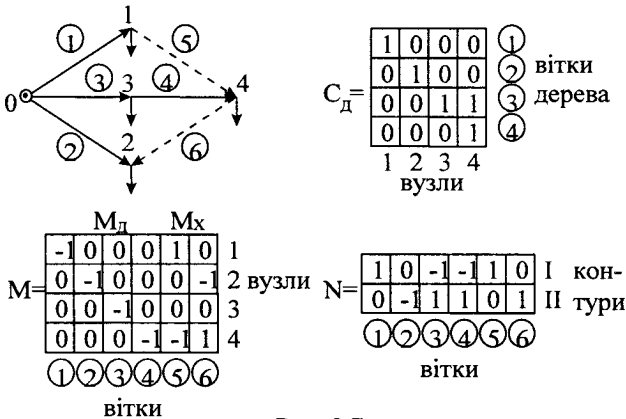


Рис. 8.7

При виборі базисної системи контурів матриці  $\mathbf{M}$  і  $\mathbf{N}$  підрозділяються на блоки, що відповідають дереву і хордам схеми

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_x \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \begin{vmatrix} \mathbf{N}_d & \mathbf{N}_x \end{vmatrix}.$$

Топологічна властивість графа будь-якого електричного кола така, що добуток матриць

$$\mathbf{N}\mathbf{M}_x = 0$$

або

$$\mathbf{N}_d\mathbf{M}_d + \mathbf{N}_x\mathbf{M}_x = 0.$$

Оскільки матриця  $\mathbf{M}_d$  – квадратна, а  $\mathbf{N}_x$  – одинична, то

$$\mathbf{N}_d = -\mathbf{M}_x\mathbf{M}_d^{-1}.$$



Можна довести, що

$$-M_d^{-1} = C_x,$$

де  $C_d$  – уже відома матриця коефіцієнтів розподілу, що визначає зв'язок вузлових струмів зі струмами віток дерева. Звідси випливає важливе топологічне співвідношення

$$N_d = M_x C_{dt}. \quad (8.11)$$

Так, для схеми рис. 8.7 маємо

$$N_d = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Формування матриці  $C_d$  алгоритмічних труднощів не викликає, тому співвідношення (8.11) значно спрощує алгоритм побудови матриці  $N$ .

За допомогою матриці з'єднань  $M$  можна записати перший закон Кірхгофа в матричній формі

$$M\dot{I} + \dot{J}_n = 0, \quad (8.12)$$

де  $\dot{I}$  – струми віток.

Якщо підрозділити  $M$  і  $\dot{I}$  на блоки відповідно дереву і хордам, то вираз (8.12) можна переписати у вигляді

$$M_d \dot{I}_d + M_x \dot{I}_x = -\dot{J}_n.$$

Звідси з урахуванням (8.11) одержимо

$$\dot{I}_d = N_d \dot{I}_x + C_d \dot{J}_n.$$

З огляду на те, що  $C_x = 0$  і  $\dot{I}_x = \dot{I}_d$ , одержимо формулу для визначення струморозподілу в замкненій схемі

$$\dot{I} = N_t \dot{I}_k + C \dot{J}_n. \quad (8.13)$$

Якщо джерела напруги в схемі відсутні, то другий закон Кірхгофа в матричній формі має вигляд

$$N \dot{Z} \dot{I} = 0,$$

де  $\dot{Z}$  – діагональна матриця опорів віток. Після підстановки (8.13) одержимо

$$N \dot{Z} N_t \dot{I}_k + N \dot{Z} C \dot{J}_n = 0$$

або

$$\dot{Z}_k \dot{I}_k = \Delta \dot{U}_k. \quad (8.14)$$

Матриця

$$\dot{Z}_k = N \dot{Z} N_t \quad (8.15)$$

називається матрицею власних і взаємних опорів контурів. Вектор-стовпець

$$\Delta \dot{U}_k = -N \dot{Z} C_j \dot{I}_n \quad (8.16)$$

можна розглядати як еквівалентні контурні ЕРС.

Фактично значення  $\Delta \dot{U}_k$  означають різниці потенціалів на кінцях умовно розімкнених хорд. Їх легко визначити за допомогою моделі дерева. Для цього необхідно спочатку за відомими струмами навантажень у вузлах знайти струморозподіл у вітках дерева. Потім за відомими напругами опорних пунктів і падінням напруг у вітках дерев визначається режим напруг дерева, у тому числі і на кінцях хорд.

Таким чином, послідовність розрахунку режиму напруг за допомогою матричної контурної моделі складається з наступних етапів.

1. Розрахунок різниць потенціалів на кінцях розімкнених хорд за формулою (8.16) чи за допомогою моделі дерева.
2. Розв'язання системи рівнянь контурних струмів (8.14).
3. Розрахунок струморозподілу у вітках замкненої схеми згідно (8.13).
4. Визначення режиму напруг у вузлах замкненої схеми

$$\dot{U} = U_0 + C_t \dot{Z} \dot{I} \quad (8.17)$$

**Приклад 8.5.** Побудувати матричну контурну модель схеми, розглянутої в прикладі 8.2. Визначити струморозподіл у схемі і режим напруг.

**Розв'язок.** Вітки схеми 2-3, 2-4 і 4-5 розглядатимемо як хорди. Тоді матриці інциденцій:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матриця власних і взаємних опорів контурів

$$\mathbf{Z}_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 \\ 5 \\ 10 \\ 4 \\ 2 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 23 & 15 & 0 \\ 15 & 24 & -4 \\ 0 & -4 & 16 \end{vmatrix}$$

Обернена матриця власних і взаємних опорів контурів

$$\mathbf{Z}_k^{-1} = \begin{vmatrix} 0.0757 & -0.0493 & -0.0123 \\ -0.0493 & 0.0757 & 0.0189 \\ -0.0123 & 0.0189 & 0.0672 \end{vmatrix}$$

Вектор-стовпець правих частин

$$\Delta U_k = - \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 \\ 5 \\ 10 \\ 4 \\ 2 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 0.8 \\ -0.5 \\ 0.4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3.5 \\ 1.5 \\ 2.8 \end{vmatrix}$$

Вектор-стовпець контурних струмів

$$\mathbf{I}_k = \begin{vmatrix} 0.0757 & -0.493 & -0.0123 \\ -0.493 & 0.0757 & 0.0189 \\ -0.0123 & 0.0189 & 0.0672 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3.5 \\ 1.5 \\ 2.8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.156 \\ -0.006 \\ 0.173 \end{vmatrix}$$

Струмозподіл у вітках схеми

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.156 \\ -0.006 \\ 0.173 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 0.8 \\ -0.5 \\ 0.4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.600 \\ 0.850 \\ 0.550 \\ -0.320 \\ 0.227 \\ 0.156 \\ -0.006 \\ 0.173 \end{pmatrix}$$

Режим напруг у вузлах

$$\mathbf{U} = 100 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 10 \\ 4 \\ 2 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.600 \\ 0.850 \\ 0.550 \\ -0.320 \\ 0.227 \\ 0.156 \\ -0.006 \\ 0.173 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 87.2 \\ 82.9 \\ 81.7 \\ 83.0 \\ 81.2 \end{pmatrix}$$

### 8.5. Матрична вузлова модель

Головна мета розрахунків ustalених режимів – визначення напруг у вузлах електричної мережі. Вузлова модель зв'язує відомі параметри з невідомими безпосередньо, тобто задача розв'язується без визначення проміжних величин, що значно спрощує розрахунки.

В основі вузлової моделі лежить перший закон Кірхгофа (8.12). Розглянемо загальний випадок, коли електричне коло має як джерела струму, так і джерела напруги. У такому випадку схема заміщення має вітки, частина яких являє собою активні елементи, і закон Ома в загальній формі виражається формулою

$$\Delta \dot{U} = \dot{\mathbf{Z}} \dot{\mathbf{I}} + \dot{\mathbf{E}}$$

Оскільки матриця опорів віток  $\dot{\mathbf{Z}}$  – діагональна, то струми

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{Z}}^{-1}(\Delta \dot{U} - \dot{\mathbf{E}}).$$

і рівняння першого закону Кірхгофа (8.12) буде мати вигляд

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{Z}}^{-1}(\Delta \dot{U} - \dot{\mathbf{E}}) + \dot{\mathbf{J}}_n = 0. \quad (8.22)$$

Далі необхідно виразити падіння напруги у вітках через вузлові напруги. Розглянемо першу матрицю інцидентів з урахуванням опорного пункта. За допомогою цієї матриці падіння напруг можна представити, як різниці потенціалів на кінцях ділянок схеми

$$\Delta \dot{U} = M_t(\dot{U} - U_0). \quad (8.23)$$

Так, наприклад, для схеми рис.8.7 маємо

$$\begin{vmatrix} \Delta \dot{U}_1 \\ \Delta \dot{U}_2 \\ \Delta \dot{U}_3 \\ \Delta \dot{U}_4 \\ \Delta \dot{U}_5 \\ \Delta \dot{U}_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_1 - U_0 \\ \dot{U}_2 - U_0 \\ \dot{U}_3 - U_0 \\ \dot{U}_4 - U_0 \end{vmatrix}.$$

З огляду на (8.23), рівняння (8.22) набуває вигляду

$$M\dot{Z}^{-1}M_t\dot{U} - M\dot{Z}^{-1}M_tU_0 - M\dot{Z}^{-1}\dot{E} + \dot{J}_n = 0.$$

Таким чином, система вузлових рівнянь запишеться так

$$\dot{Y}_y\dot{U} = \dot{Y}_0U_0 + \dot{Y}_r\dot{E}_r - \dot{J}. \quad (8.24)$$

де  $\dot{Y}_0$  – вектор-стовпець провідностей віток, що з'єднують опорний пункт з іншими вузлами схеми,  $\dot{Y}_r$  – діагональна матриця провідностей, за якими увімкнені ЕРС СГ  $\dot{E}_r$ .

Квадратна симетрична матриця вузлових провідностей

$$\dot{Y}_y = M\dot{Z}^{-1}M_t \quad (8.25)$$

складається по діагоналі з власних провідностей вузлів, що дорівнюють сумам провідностей усіх приєднаних віток, у тому числі провідностей генераторів, і недіагональних взаємних провідностей вузлів, що дорівнюють узятим зі знаком мінус провідностям віток. Якщо між якими-небудь двома вузлами зв'язок відсутній, то відповідний коефіцієнт у матриці дорівнює нулю.

Матричний вираз (8.24) відповідає загальній формі вузлової математичної моделі електричної мережі. При розв'язанні практичних задач аналізу режимів частіше використовують дві конкретизовані форми.

У розрахунках ustalених режимів використовується схема заміщення з вузовими струмами навантажень (рис.8.7), що можуть розглядатися як лінійна апроксимація фактично нелінійних характеристик навантажень. Якщо у вузлі 4 увімкнений генератор, то система вузлових рівнянь (8.24) набуває вигляду

$$\begin{vmatrix} \dot{y}_{11} & 0 & 0 & -\dot{y}_{14} \\ 0 & \dot{y}_{22} & 0 & -\dot{y}_{24} \\ 0 & 0 & \dot{y}_{33} & -\dot{y}_{34} \\ -\dot{y}_{14} & -\dot{y}_{24} & -\dot{y}_{34} & \dot{y}_{44} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{y}_{01} \\ \dot{y}_{02} \\ \dot{y}_{03} \\ 0 \end{vmatrix} \cdot U_0 - \begin{vmatrix} \dot{J}_{n1} \\ \dot{J}_{n2} \\ \dot{J}_{n3} \\ -\dot{J}_{n4} \end{vmatrix},$$

де  $\dot{y}_{11} = \dot{y}_{01} + \dot{y}_{14}$ ,  $\dot{y}_{22} = \dot{y}_{02} + \dot{y}_{24}$ ,  $\dot{y}_{33} = \dot{y}_{03} + \dot{y}_{34}$ ,  $\dot{y}_{44} = \dot{y}_{14} + \dot{y}_{24} + \dot{y}_{34}$ .

У розрахунках електромеханічних перехідних процесів використовується схема заміщення, у якій навантаження заміщуються провідностями шунтів, а джерела електроенергії – ЕРС. Приклад такої схеми, що заміщає ту саму електричну систему, показаний на рис. 8.8.

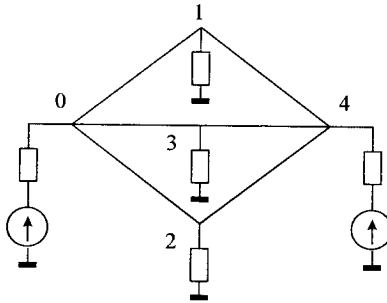


Рис. 8.8

Відповідна їй система вузлових рівнянь

$$\begin{vmatrix} \dot{y}_{00} & -\dot{y}_{01} & -\dot{y}_{02} & -\dot{y}_{03} & 0 \\ -\dot{y}_{01} & \dot{y}_{11} & 0 & 0 & -\dot{y}_{14} \\ -\dot{y}_{02} & 0 & \dot{y}_{22} & 0 & -\dot{y}_{24} \\ -\dot{y}_{03} & 0 & 0 & \dot{y}_{33} & -\dot{y}_{34} \\ 0 & -\dot{y}_{14} & -\dot{y}_{24} & -\dot{y}_{34} & \dot{y}_{44} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{y}_{r0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{y}_{r4} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{E}_{r0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E}_{r4} \end{vmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} \dot{y}_{00} &= \dot{y}_{01} + \dot{y}_{02} + \dot{y}_{03} + \dot{y}_{r0}, \dot{y}_{11} = \dot{y}_{01} + \dot{y}_{14} + \dot{y}_{r1}, \dot{y}_{22} = \dot{y}_{02} + \dot{y}_{24} + \dot{y}_{r2}, \\ \dot{y}_{33} &= \dot{y}_{03} + \dot{y}_{34} + \dot{y}_{r3}, \dot{y}_{44} = \dot{y}_{14} + \dot{y}_{24} + \dot{y}_{34} + \dot{y}_{r4}. \end{aligned}$$

Генератор у вузлі 0 – опорний, тобто вектор його напруги збігається з дійсною віссю прямокутної системи координат.

**Приклад 8.6.** Побудувати матричну вузлову модель схеми, розглянутої у прикладі 8.2. Визначити режим напруг.

**Розв'язок.** Матрична вузлова модель схеми:

$$\begin{vmatrix} 0.425 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0.525 & -0.125 & -0.2 & 0 \\ -0.1 & -0.125 & 0.975 & -0.25 & -0.5 \\ 0 & -0.2 & -0.25 & 0.55 & -0.1 \\ 0 & 0 & -0.5 & -0.1 & 0.6 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{vmatrix} = 100 \cdot \begin{vmatrix} 0.125 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 0.8 \\ -0.5 \\ 0.4 \end{vmatrix}.$$

Звідси можна безпосередньо визначити режим напруг у вузлах

$$U = \begin{bmatrix} 8.00 & 8.00 & 8.00 & 8.00 & 8.00 \\ 8.00 & 11.68 & 10.63 & 11.03 & 10.70 \\ 8.00 & 10.63 & 12.74 & 11.95 & 12.61 \\ 8.00 & 11.03 & 11.95 & 13.48 & 12.20 \\ 8.00 & 10.70 & 12.61 & 12.20 & 14.20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12.3 \\ -0.7 \\ -0.8 \\ 0.5 \\ -0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 87.2 \\ 82.9 \\ 81.7 \\ 83.0 \\ 81.2 \end{bmatrix}$$

Розглянуті математичні моделі мають серйозні недоліки в їхньому практичному застосуванні. Матричні методи вимагають значних ресурсів пам'яті і непридатні для розрахунків дуже складних електричних мереж. Ітераційні методи, що позбавлені цього недоліку, широко використовувалися раніше, коли обсяг оперативної пам'яті комп'ютерів мав вирішальне значення в розв'язанні складних задач. Основні недоліки ітераційного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь – значний обсяг обчислень і проблема збіжності. Швидкий розвиток методів обчислень і прийомів роботи з розрідженими матрицями обумовили значний успіх і широке поширення прямих методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

## 2.6. Прямі методи розрахунку

Основу прямих методів розрахунку режимів електричних мереж складає метод Гауса, тобто метод еквівалентного перетворення. Особливістю системи вузлових рівнянь є високий ступінь розрідженості матриці її коефіцієнтів, що зростає пропорційно квадрату числа вузлів. Якщо, наприклад, розрахункова схема складається з 500 вузлів, то матриця вузлових провідностей такої схеми буде мати  $500 \cdot 500 = 250000$  елементів (комплексних чисел). У середньому кількість віток у півтора рази більша кількості вузлів. Отже, матриця має 500 діагональних елементів і близько 1500 недіагональних, тобто всього 2000 ненульових елементів, що в процентному відношенні складає 0.8% від загального обсягу матриці. Для схеми 1000 вузлів частка ненульових елементів матриці зменшиться в 4 рази і буде складати лише 0.2%.

Розглянемо систему лінійних вузлових рівнянь (8.24), яку в загальному вигляді можна представити так

$$\dot{Y}_v \dot{U} = \dot{J}, \quad (8.26)$$

де  $\mathbf{J}$  – еквівалентний вектор-стовпець правих частин.

У результаті прямого ходу Гауса система (8.26) еквівалентно перетворюється в систему

$$\mathbf{B}\mathbf{U} = \mathbf{J}',$$

де  $\mathbf{B}$  – верхня трикутна матриця з одиничною головною діагоналлю,

$\mathbf{J}'$  – нові значення правих частин після перетворення.

Процес еквівалентного перетворення системи математично можна розглядати як лінійне перетворення координат шляхом домноження (8.26) ліворуч на нижню трикутну матрицю  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H}\mathbf{Y}, \mathbf{U} = \mathbf{H}\mathbf{J}'.$$

Таким чином, прямий хід зводиться до матричних перетворень

$$\mathbf{H}\mathbf{Y}_y = \mathbf{B},$$

$$\mathbf{H}\mathbf{J} = \mathbf{J}',$$

відкіля випливає, що

$$\mathbf{H}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U} = \mathbf{J},$$

$$\mathbf{Y}_y = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{B}.$$

(8.27)

Якщо схема не змінюється, а змінюються тільки струми навантажень, то і матриця  $\mathbf{B}$  залишається незмінною. При багаторазових розрахунках режимів, наприклад, у задачах оптимізації, перехідних процесів та ін., спочатку обчислюється вектор  $\mathbf{J}'$ , потім виконується зворотний хід.

Безпосереднє використання стандартних підпрограм розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса неефективно внаслідок розрідженості матриці. Необхідна розробка спеціальних методів, що використовують тільки ненульові елементи матриці. Жодна програма розрахунку режимів не може бути ефективною, якщо вона не передбачає використання властивості розрідженості матриці  $\mathbf{Y}_y$ . В методі Зейделя розрідженість враховується дуже просто за допомогою топологічної інформації мережі. В методі ж Гауса це набагато складніше через змінюваність моделі в процесі перетворення.

Більшість існуючих методів Гауса, що поєднуються загальною назвою "методи виключення", засновані на послідовному виключенні змінних. В електричній мережі це відповідає еквівалентному виключенню вузлів розрахункової схеми. Тому даний метод іноді називають методом еквівалентного перетворення схем.



Розглянемо спочатку фізичну сутність цього методу. При виключенні будь-якого  $k$ -ого вузла, зв'язаного з іншими вузлами  $s$  і  $f$  (рис. 8.9),

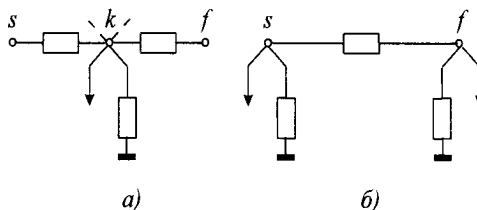


Рис.8.9

зірка цього вузла еквівалентно перетворюється в повний многокутник з діагоналями, провідності яких обчислюються за формулою

$$\dot{y}_{sf} = \frac{\dot{y}_{sk}\dot{y}_{kf}}{\dot{y}_{kk}}, \quad (8.28)$$

де  $\dot{y}_{kk}$  – власна провідність вузла  $k$ .

Якщо вітка  $sf$  уже є, то нова провідність вітки з урахуванням старої

$$\dot{y}_{sf}^{\text{нов}} = \dot{y}_{sf}^{\text{ст}} + \dot{y}_{sf}. \quad (8.29)$$

Провідність шунта і вузловий струм виключеного вузла розносяться в сусідні вузли відповідно до формул:

$$\dot{y}_s = \frac{\dot{y}_k\dot{y}_{sk}}{\dot{y}_{kk}}, \dot{y}_f = \frac{\dot{y}_k\dot{y}_{kf}}{\dot{y}_{kk}}, j_s = \frac{j_k\dot{y}_{sk}}{\dot{y}_{kk}}, j_f = \frac{j_k\dot{y}_{kf}}{\dot{y}_{kk}}. \quad (8.30)$$

Розглянуте перетворення схеми, що відповідає  $k$ -му кроку прямого ходу Гауса, є еквівалентним, оскільки напруги і струми в інших вузлах і вітках після виконання зазначених операцій залишаються незмінними. Розглянуте еквівалентне перетворення складає основу метода упорядкованого виключення невідомих, а також може використовуватися для еквівалентного спрощення складних схем.

При виконанні прямого ходу Гауса з'являються нові ненульові елементи матриці. Топологічно це відповідає утворенню нових віток при перетворенні зірки в повний многокутник з діагоналями. Важко передбачити, які нові елементи з'являються в процесі перетворення. Важко також заздалегідь визначити необхідний обсяг пам'яті в залежності від числа вузлів розрахункової схеми.

Обсяг пам'яті в значній мірі залежить від послідовності розгляду вузлів. Послідовність розгляду повинна бути такою, щоб кількість



Коефіцієнти цієї матриці обчислюються в залежності від коефіцієнтів матриці  $\dot{Y}_s^{(k-1)}$  на попередньому кроці прямого ходу

$$\dot{r}_{kk}^{(k)} = \frac{1}{\dot{y}_{kk}^{(k)}}, \dot{r}_{kf}^{(k)} = -\frac{\dot{y}_{kf}^{(k-1)}}{\dot{y}_{kk}^{(k-1)}}, f = k+1, k+2, \dots, m. \quad (8.32)$$

Елемент нижньої трикутної матриці  $\dot{N}^{(k)}$  забезпечує рознесення вузлового струму  $\dot{J}_k^{(k-1)}$  в сусідні вузли при виключенні  $k$ -ого вузла, тобто перетворення вектора правих частин системи на  $k$ -ому кроці прямого ходу,

$$\dot{N}^{(k)} = \left| \begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ & \dots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & \dots & \dots & & \\ & & \dot{h}_{sk}^{(k)} & & 1 & \\ & & \dots & & & \dots \\ & & \dot{h}_{mk}^{(k)} & & & 1 \end{array} \right|.$$

Ненульові коефіцієнти цієї матриці обчислюються за формулою

$$\dot{h}_{sk}^{(k)} = -\frac{\dot{y}_{sk}^{(k-1)}}{\dot{y}_{kk}^{(k-1)}}, s = k+1, k+2, \dots, m. \quad (8.33)$$

На початку процесу еквівалентного перетворення приймається

$$\dot{y}_{sk}^{(0)} = \dot{y}_{sk}, \dot{y}_{kf}^{(0)} = \dot{y}_{kf}, \dot{y}_{kk}^{(0)} = \dot{y}_{kk}.$$

**Приклад 8.7.** Побудувати ОВМ на основі ілімінативної форми зворотної матриці вузлових провідностей схеми, розглянутої в прикладі 8.2. Визначити режим напруг.

**Розв'язок.** Якщо замінити вітку 0-1, зв'язану з ОП, еквівалентним джерелом струму  $J_{н1} = -y_{01}U_0$  і шунтом  $y_1 = y_{01}$ , будемо мати вихідну еквівалентну схему рис. 8.10, а.

Виконаємо еквівалентне перетворення цієї схеми упорядкованим виключенням вузлів, що відповідає прямому ходу Гауса. На першому кроці вибираємо для виключення вузол з найменшим числом віток (нехай це буде вузол 5).

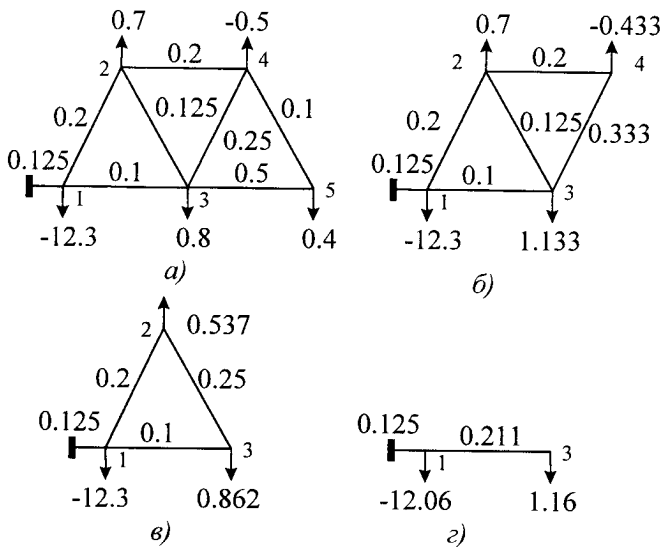


Рис. 8.10

Спочатку сформуємо матриці  $\dot{\mathbf{R}}^{(1)}$ ,  $\dot{\mathbf{H}}^{(1)}$  (табл. 8.7), ненульові коефіцієнти яких

$$r_{55}^{(1)} = \frac{1}{y_{55}} = \frac{1}{0.6} = 1.67,$$

$$r_{53}^{(1)} = -\frac{y_{53}}{y_{55}} = \frac{0.5}{0.6} = 0.833,$$

$$r_{54}^{(1)} = -\frac{y_{54}}{y_{55}} = \frac{0.1}{0.6} = 0.167,$$

$$h_{35}^{(1)} = \frac{y_{35}}{y_{55}} = -\frac{0.5}{0.6} = -0.833,$$

$$h_{45}^{(1)} = \frac{y_{45}}{y_{55}} = -\frac{0.1}{0.6} = -0.167.$$

Таблиця 8.7

$k$	Схема	$R^{(k)}$	$H^{(k)}$																																																		
1	<i>a</i>	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0.833</td><td>0.166</td><td>1.67</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0.833	0.166	1.67	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>-0.833</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>-0.166</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	-0.833	0	0	0	1	-0.166	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	0	1	0	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0.833	0.166	1.67																																																	
1	0	0	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	0	1	0	-0.833																																																	
0	0	0	1	-0.166																																																	
0	0	0	0	1																																																	
2	<i>б</i>	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0.375</td><td>0.625</td><td>1.88</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0.375	0.625	1.88	0	0	0	0	0	1	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>-0.375</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>-0.625</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0	1	0	-0.375	0	0	0	1	-0.625	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	0	1	0	0																																																	
0	0.375	0.625	1.88	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	
1	0	0	0	0																																																	
0	1	0	-0.375	0																																																	
0	0	1	-0.625	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	
3	<i>в</i>	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0.444</td><td>2.22</td><td>0.556</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0.444	2.22	0.556	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>-0.444</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>-0.556</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	-0.444	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-0.556	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0																																																	
0.444	2.22	0.556	0	0																																																	
0	0	1	0	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	
1	-0.444	0	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	-0.556	1	0	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	
4	<i>г</i>	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>4.74</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4.74	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	0	4.74	0	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	
1	0	-1	0	0																																																	
0	1	0	0	0																																																	
0	0	1	0	0																																																	
0	0	0	1	0																																																	
0	0	0	0	1																																																	

Одночасно номери вузлів  $s$  і  $f$  і коефіцієнти  $r_{sf}$  заносимо в табл.8.8 (перший і другий рядки), а також  $s$  і  $r_{ss}$  – у табл. 8.9 (п'ятий рядок).

Таблиця 8.8

Таблиця 8.9

$i$	$s_i$	$f_i$	$r_i$	$s$	$r_{ss}$
1	5	3	0.833	1	8.00
2	5	4	0.167	2	2.22
3	4	2	0.375	3	4.74
4	4	3	0.625	4	1.88
5	2	1	0.444	5	1.67
6	2	3	0.556		
7	3	1	1		

У результаті перетворення зірки у вузлі 5 у багатокутник одержуємо нову провідність

$$y_{43} = \frac{0.1 \cdot 0.5}{0.6} = 0.083,$$

а з урахуванням паралельної вітки

$$y_{43} = 0.25 + 0.083 = 0.333.$$

На початку другого кроку маємо нову схему (рис.8.10, б). Другий крок виконується аналогічно: вибирається наступний вузол з найменшим числом віток (вузол 4), будуються нові матриці  $\mathbf{R}^{(2)}$ ,  $\mathbf{H}^{(2)}$ , заповнюються 3-й і 4-й рядки табл. 8.8 і 4-й рядок табл. 8.9 і, нарешті, виключається вузол 4. Точно так само виконуються третій і четвертий кроки. На п'ятому кроці залишається тільки внести в табл. 8.9 число 8.00 і сформувати матрицю

$$\mathbf{R}^{(5)} = \begin{pmatrix} 8.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, процес розв'язання розглянутої системи вузлових рівнянь п'ятого порядку методом подвійної факторизації можна описати за допомогою виразу

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{R}^{(2)} \mathbf{R}^{(3)} \mathbf{R}^{(4)} \mathbf{R}^{(5)} \mathbf{H}^{(4)} \mathbf{H}^{(3)} \mathbf{H}^{(2)} \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{J}$$

де матриці  $\mathbf{R}^{(k)}$ ,  $\mathbf{H}^{(k)}$  визначені вище, а вектор вузлових струмів

$$\mathbf{J} = [12.3 \quad -0.7 \quad -0.8 \quad 0.5 \quad -0.4]_{\text{r}}.$$

Якщо множення виконувати зліва направо, то добуток усіх матриць  $\mathbf{R}^{(k)}$ ,  $\mathbf{H}^{(k)}$  буде дорівнювати оберненій матриці вузлових провідностей, що не має нульових елементів і вимагає великого обсягу пам'яті. Значно краще множення виконувати справа наліво. У результаті одержимо дуже компактний алгоритм із використанням незначного обсягу пам'яті. Позначимо добуток  $\mathbf{H}^{(1)} \mathbf{J}$  через  $\mathbf{J}^{(1)}$ . Якщо  $\mathbf{J}^{(1)}$  запам'ятовувати на місце масиву  $\mathbf{J}$ , то можемо написати  $\mathbf{H}^{(1)} \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}$ , далі аналогічно  $\mathbf{H}^{(2)} \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}$  і т. д.

Даний процес обчислень можна назвати згортанням вузлових струмів. У нашому прикладі він виконується так:

$$k=1, \quad J_3 = -0.8 + 0.4 \cdot (-0.833) = -1.133,$$

$$J_4 = 0.5 + 0.4 \cdot (-0.167) = 0.433.$$

Інші струми внаслідок множення на діагональні одиниці залишаються незмінними. Далі так само

$$\begin{aligned} k=2, \quad J_2 &= -0.7 + 0.375 \cdot 0.433 = -0.537, \\ J_3 &= -1.133 + 0.625 \cdot 0.433 = -0.862, \\ k=3, \quad J_1 &= 12.3 + 0.444 \cdot (-0.537) = 12.06, \\ J_3 &= -0.862 + 0.556 \cdot (-0.537) = -1.16, \\ k=4, \quad J_1 &= 12.06 + 1.0 \cdot (-1.16) = 10.9. \end{aligned}$$

Аналогічно перемножаються матриці  $\mathbf{R}^{(k)}$  на вектор-стовпець:

$$\mathbf{R}^{(5)}\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{U}, \mathbf{R}^{(4)}\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{U} \text{ і т. д.}$$

Такий процес обчислень відповідає зворотному ходу Гауса (розгортання вузлових напруг) і виконується так:

$$\begin{aligned} k=5, U_1 &= 8 \cdot 10.9 = 87.2, \\ k=4, U_3 &= 4.74 \cdot (-1.16) + 1 \cdot 87.2 = 81.7, \\ k=3, U_2 &= 2.22 \cdot (-0.537) + 0.556 \cdot 81.7 + 0.444 \cdot 87.2 = 83.0, \\ k=2, U_4 &= 1.88 \cdot 0.433 + 0.625 \cdot 81.7 + 0.375 \cdot 83.0 = 83.0, \\ k=1, U_5 &= 1.67 \cdot (-0.4) + 0.833 \cdot 81.7 + 0.167 \cdot 83.0 = 81.2. \end{aligned}$$

Отже, алгоритм розв'язання системи лінійних вузлових рівнянь методом подвійної факторизації підрозділяється на два етапи: згортання вузлових струмів і розгортання вузлових напруг. Перший етап обчислень виконується відповідно до рекурентної формули

$$J(f_i) = J(f_i) + r_i J(s_i), i = 1, 2, \dots, n. \quad (8.34)$$

Другому етапові відповідають рекурентні формули:

$$\begin{aligned} U_s &= r_{ss} J_s, s = 1, 2, \dots, m, \\ U(s_i) &= U(s_i) + r_i U(f_i), i = n, n-1, \dots, 1. \end{aligned} \quad (8.35)$$

Таблиці 8.8 і 8.9, що є компактною формою запису розріджених матриць  $\mathbf{R}^{(k)}$ ,  $\mathbf{H}^{(k)}$ , визначаються в процесі прямого ходу Гауса на підготовчому етапі і називаються *факторизованою інформаційною моделлю* електричної мережі.

Лімінативна форма оберненої матриці вимагає стільки ж пам'яті, скільки й у методі Гауса зі зворотним ходом при оптимальному упорядкуванні вузлів, що виключаються. Метод подвійної факторизації особливо ефективний при багаторазовому розв'язанні складних систем лінійних алгебраїчних рівнянь із правими частинами, що змінюються.

## Вправи

1. Скласти програму розрахунку поточкорозподілу потужностей і режиму напруг у розімкнених електричних мережах.
2. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень методом простої ітерації.
3. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих провідностях навантажень методом простої ітерації.
4. Побудувати статичну систему адресних відображень вузлів замкненої схеми на присдані вітки. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень методом Зейделя.
5. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих провідностях навантажень методом Зейделя.
6. Скласти програму розрахунку струморозподілу і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень методом розрізання контурів. Вітки дерева упорядковані за ярусами, і для кожної хорди відомо не тільки її опір, але й опір відповідного контуру.
7. Скласти програму побудови матриць інциденцій і розрахунку струморозподілу і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень методом контурних струмів, якщо вітки дерева упорядковані за ярусами.
8. Скласти програму побудови матриць інциденцій і розрахунку струморозподілу і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень методом контурних потужностей, якщо вітки дерева упорядковані за ярусами.
9. Скласти програму розрахунку матриці власних і взаємних провідностей вузлів і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень і джерел електроенергії матричним методом вузлових потенціалів.



10. Скласти програму розрахунку матриці власних і взаємних провідностей вузлів і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих провідностях навантажень, а також ЕРС і провідностях джерел електроенергії матричним методом вузлових потенціалів.

11. Побудувати динамічну систему адресних відображень вузлів замкненої схеми на приєднані вітки. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих струмах навантажень і джерел електроенергії методом подвійної факторизації.

12. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих провідностях навантажень, а також ЕРС і провідностях джерел електроенергії методом подвійної факторизації.

## Розділ 9 МЕТОДИ АНАЛІЗУ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ

### 9.1. Постановка задачі

Розрахунки усталених режимів складають більшу частину обчислень як у процесі керування енергосистемами, так і в процесі проектування їхнього розвитку. Метою розрахунків є визначення допустимості режиму напруг у вузлах електричної мережі, потоків потужностей в окремих лініях чи перетинах ліній, перевірка можливості передачі необхідних потужностей від джерел електроенергії до споживачів. Розрахунки усталених режимів виконуються при виборі експлуатаційних схем, а також при розв'язанні таких задач, як оптимізація режимів, аналіз стійкості й ін.

Для виконання розрахунків усталених режимів необхідно підготувати інформацію про схему електричної мережі і її параметри (опори, провідності, коефіцієнти трансформації), джерела і навантаження. Кожна вітка у загальному випадку розглядається як трансформатор. Якщо в схемі є ВДТ, необхідно враховувати комплексні коефіцієнти трансформації. У деяких випадках трансформаторні вітки на етапі попередніх розрахунків можуть замінюватися еквівалентними П-образними схемами заміщення без трансформації напруги.

Джерела електроенергії в розрахунках усталених режимів можуть замінюватися двома моделями. Електростанції малої потужності без автоматичного регулювання напруги враховуються незмінними активними і реактивними потужностями. Потужні синхронні генератори і компенсатори з АРЗ, які підтримують незмінну напругу на шинах, повинні моделюватися як  $P_r = \text{const}$ ,  $U_r = \text{const}$  при  $Q_{\min} \leq Q_r \leq Q_{\max}$  або  $U_r = \text{var}$  при  $Q_r = Q_{\min}$  чи  $Q_r = Q_{\max}$ , тобто при виході реактивної потужності за припустимі границі вона фіксується на цій границі і генератор далі враховується першою моделлю.

Обмеження реактивної потужності має місце внаслідок неприпустимості перевантаження генератора струмами статора і ротора

$$I_r \leq I_{\text{доп}} = k_I I_{\text{ном}},$$
$$i_{f\text{ мин}} \leq i_f \leq i_{f\text{ макс}} = k_E E_{q_{\text{ном}}},$$

де  $k_I, k_E$  – припустимі кратності перевантаження струмами статора і ротора, обумовлені можливостями охолодження обмоток. Нижня границя струму ротора обумовлена нестійкістю режиму роботи генератора при недостатнім збудженні. Для турбогенераторів значення максимальної реактивної потужності, що відповідає припустимим струмам статора і ротора, можна визначити за допомогою формул:

$$Q_{\max I} = S_{\text{норм}} \sqrt{k_I^2 \left( \frac{U_r}{U_{\text{норм}}} \right)^2 - \left( \frac{P_r}{P_{\text{норм}}} \right)^2} \cos \varphi_{\text{норм}},$$

$$Q_{\max E} = \frac{1}{x_d} \left( \sqrt{k_E^2 E_{\text{норм}}^2 U_r^2 - P_r^2 x_d^2} - U_r^2 \right)$$

Точна методика врахування обмежень по реактивній потужності викликає певні труднощі і тому використовується рідко. У практичних розрахунках ustalених режимів  $Q_{\min}$  і  $Q_{\max}$  задаються у вихідних даних як незалежні величини, обумовлені складом устаткування і його навантаженням по активній потужності, і не змінювані в процесі розрахунку.

Навантаження вузлів враховуються активними і реактивними потужностями, які в процесі розрахунку можуть мати незмінні значення  $\dot{S}_n = \text{const}$ , чи змінюватися відповідно до їх СХН як  $\dot{S}_n(U)$ .

В опорних пунктах (як правило – це потужні електростанції) необхідно задати напругу  $U_0$ . Один з них виконує також роль БП. Потужність у цьому вузлі не фіксується. Небаланс потужностей між сумарною генерацією і споживанням з урахуванням втрат в електричній мережі покривається потужністю БП, яка визначається наприкінці розрахунку. Іноді виникає потреба мати два і більше БП у схемі з урахуванням обмежень по активній і реактивній потужностях. Крім того, іноді буває необхідно враховувати границі діапазонів змінювання напруги в деяких вузлах.

У результаті розрахунку ustalеного режиму енергосистеми визначаються модулі і фазові кути напруг у вузлах, реактивні потужності у вузлах з фіксацією модуля напруги; струми, потужності і втрати у вітках схеми й у шунтах. Крім того, підраховуються загальні втрати активної і реактивної потужності по кожному типу елементів і в електричній мережі, загальні потужності генерації і навантаження в системі, а також потужності балансуєчих пунктів.

## 9.2. Нелінійні моделі енергосистем

Математична модель усталеного режиму енергосистеми основана на законах Ома і Кірхгофа й у загальному випадку складає систему нелінійних алгебраїчних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Існує два найбільш розповсюджені підходи до формування математичної моделі усталеного режиму: метод вузлових напруг і метод контурних струмів. Однак метод контурних струмів не знайшов широкого поширення головним чином через складність алгоритму формування контурних рівнянь і труднощів, зв'язаних з використанням ефективних чисельних методів розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

У методі вузлових напруг (рис. 9.1) використовується перший закон Кірхгофа і закон Ома.

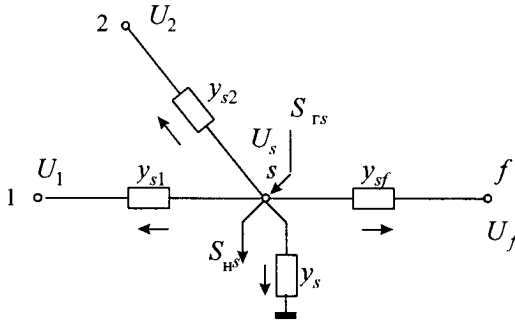


Рис. 9.1

Якщо за позитивний напрямок прийняти напрямок від вузла, рівняння балансу струмів у будь-якому  $s$ -му вузлі схеми має вигляд

$$\dot{I}_s = \dot{y}_{ss}\dot{U}_s - \sum_{f=1}^m \dot{y}_{sf}\dot{U}_f - \dot{y}_{s0}\dot{U}_0 = \frac{\hat{S}_{gs} - \hat{S}_{Hs}}{\hat{U}_s}; s=1,2,\dots,m, \quad (9.1)$$

де  $\dot{y}_{s0}$  – провідність вітки, що зв'язує  $s$ -й вузол з балансуючим,  $\dot{y}_{ss}$  – власна провідність вузла.

Можна загалом вважати, що при відсутності зв'язку між вузлами  $s$  і  $f$  взаємна провідність  $\dot{y}_{sf}=0$ . Тоді систему (9.1) можна записати в матричному вигляді:

$$\dot{Y}_y \dot{U} = \hat{U}_a^{-1} \hat{S} + U_0 \dot{Y}_0 = \dot{I}(\dot{U}), \quad (9.2)$$

де  $\hat{U}_д^{-1}$  – обернена діагональна матриця спряжених напруг,  $\hat{S} = \hat{S}_r - \hat{S}_н$  – вектор-стовпець потужностей вузлів.

Розв'язання системи (9.2) можна виконати ітераційно за допомогою матриці вузлових опорів:

$$\dot{U}^{(i+1)} = \hat{Z}_y \dot{I}(\dot{U}^{(i)}). \quad (9.3)$$

**Приклад 9.1.** Задана схема електромережі (рис. 9. 2).

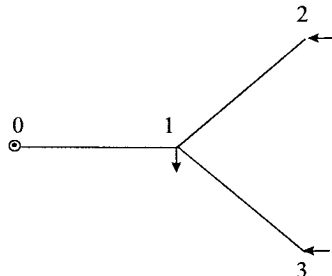


Рис. 9.2

Параметри віток схеми:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ .

Навантаження і генерація у вузлах:  $\dot{S}_{н1}^{\text{зад}} = 140 + j50$ ,  $\dot{S}_{r2}^{\text{зад}} = 80 + j40$ ,

$\dot{S}_{r3}^{\text{зад}} = 40 + j20$ ,  $U_{\text{БП}} = 121$  кВ. Визначити усталений режим методом вузлових опорів.

**Розв'язок.** Початкові наближення змінних приймемо:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110.$$

Результати ітераційних обчислень зведені в табл. 9.1.

Таблиця 9.1

Ітерація	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{U}_3$
1	107.4+j0.0	121.9+j10.9	100.1+j12.7
2	110.2+j9.3	122.9+j20.2	100.6+j22.0
3	110.4+j7.2	121.9+j18.8	99.9+j18.8
4	111.2+j6.9	122.9+j18.5	100.9+j19.0
5	111.2+j7.0	122.9+j18.5	101.1+j19.0
6	111.2+j6.9	122.9+j18.4	101.0+j18.9

Ітераційний процес має швидку збіжність, але використання матриці вимагає значного обсягу пам'яті й обчислень. Замість обчислень по формулі (9.3) аналогічного результату можна досягти шляхом розв'язання на кожному кроці системи лінійних рівнянь. Якщо застосувати метод Гауса з урахуванням розрідженості матриці чи метод подвійної факторизації, можна скласти досить ефективний

алгоритм. Слід зазначити, що верхня трикутна матриця в методі Гауса і факторизована інформаційна модель у методі подвійної факторизації залишаються в процесі ітераційного розрахунку незмінними. Однак даний метод не знайшов поширення на практиці, оскільки вважається, що він не має переваг перед методом Ньютона.

Частіше вузлова модель використовується у формі балансу потужностей. Помножимо (9.2) ліворуч на  $\hat{U}_d$  і перенесемо всі члени в ліву частину рівняння. Маємо

$$\hat{U}_d \dot{Y}_y \dot{U} - \hat{U}_d U_0 \dot{Y}_0 - \dot{S} = 0. \quad (9.4)$$

Рівняння (9.4) записуються окремо для активної і реактивної потужностей. Для вузлів з фіксацією модуля напруги рівняння балансу реактивної потужності пропускаються.

Нелінійні рівняння усталеного режиму в загальному вигляді можна представити системою неявних функцій

$$W(X, Y) = 0,$$

де  $W$  – вектор-функція небалансів активних і реактивних потужностей;  $X, Y$  – вектори-стовпці залежних змінних (вузлових напруг) і незалежних параметрів режиму (вузлових потужностей і напруги  $U_0$ ). Незалежні параметри зафіксовані, залежні змінні знаходяться шляхом розв'язання системи нелінійних рівнянь. Число залежних змінних повинно дорівнювати кількості рівнянь усталеного режиму, тобто вектори  $W$  і  $X$  повинні бути одного порядку.

У залежності від постановки задачі вектори  $X$  і  $Y$  можуть у своєму складі мати параметри режиму, які на певному етапі переходять від одного вектора до іншого. Наприклад, реактивна потужність джерела при виході за діапазон обмеження переходить із класу залежних змінних у клас незалежних параметрів. Розподіл параметрів режиму на залежні і незалежні має важливе значення в задачах визначення припустимих і граничних за умовами стійкості режимів, а також у задачах оптимізації. Якщо в процесі розрахунку усталеного режиму не враховувати обмеження, то незалежні змінні розглядаються як постійні, тобто входять до складу вихідних даних. У такому випадку система нелінійних рівнянь набуває вигляду

$$W(X) = 0.$$

Для розв'язання нелінійних систем алгебраїчних рівнянь усталеного режиму можливе використання тільки ітераційних методів, серед яких найбільше поширення одержали методи Зейделя і Ньютона.

### 9.3. Метод Зейделя

Ітераційний метод Зейделя (Гауса-Зейделя) широко використовується для розв'язання складних систем вузлових рівнянь усталеного режиму. На відміну від контурних, вузлові моделі дають кращі результати при розрахунках складнозамкнених мереж з великою кількістю контурів. В основі вузлової моделі лежить перший закон Кірхгофа (9.1), відкля впливає рівняння вузлової напруги

$$\dot{U}_s = \frac{1}{\dot{y}_{ss}} \left( \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf} \dot{U}_f + \frac{\hat{S}_{rs} - \hat{S}_{hs}}{\hat{U}_s} \right), \quad (9.5)$$

де  $\dot{y}_{ss} = \dot{y}_s + \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf}$  – власна провідність вузла,  $\dot{y}_s$  – сумарна провідність шунтів вузла, до складу якої входять провідності шунтуючих реакторів, зарядні провідності ліній електропередачі, а також еквівалентні провідності трансформаторних віток при неявному врахуванні коефіцієнтів трансформації.

З метою деякого прискорення збіжності ітерацій навантаження вузлів доцільно розглядати як змінні провідності. Тоді рівняння вузлової напруги набуває дещо іншого вигляду

$$\dot{U}_s = \left( \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf} \dot{U}_f + \frac{\hat{S}_{rs}}{\hat{U}_s} \right) / \left( \dot{y}_{ss} + \frac{\hat{S}_{hs}}{|\dot{U}_s|^2} \right). \quad (9.5a)$$

Таким чином, у будь-якому випадку, якщо відоме  $i$ -те наближення напруг, то  $i+1$ -ше можна визначити за допомогою рекурентного співвідношення

$$\dot{U}_s^{(i+1)} = \phi(\dot{U}_s^{(i)}, \dot{U}_f^{(i)}), s = 1, 2, \dots, m.$$

Це відповідає обчислювальній схемі методу простої ітерації. Але в практичних розрахунках усталених режимів використовують метод Зейделя. Якщо враховувати вже обчислені значення невідомих на тій же ітерації, приходимо до іншої обчислювальної схеми

$$\dot{U}_s^{(i+1)} = \phi(\dot{U}_s^{(i)}, \dot{U}_{f'}^{(i+1)}, \dot{U}_{f''}^{(i)}), s = 1, 2, \dots, m,$$

де  $f', f''$  – порядкові номери вузлів  $s$ -го віяла, причому,  $f' > s$ , а  $f'' < s$ . Так, наприклад, використовуючи формулу (9.5) для схеми (рис. 9.2), можемо записати:

$$\dot{U}_1^{(i+1)} = \frac{1}{\dot{y}_{11}} \left( \dot{y}_{01} U_0 + \dot{y}_{12} \dot{U}_2^{(i)} + \dot{y}_{13} \dot{U}_3^{(i)} + \frac{-\hat{S}_{n1}}{\hat{U}_1^{(i)}} \right),$$

$$\dot{U}_2^{(i+1)} = \frac{1}{\dot{y}_{22}} \left( \dot{y}_{12} \dot{U}_1^{(i+1)} + \frac{\hat{S}_{r2}}{\hat{U}_2^{(i)}} \right), \dot{U}_3^{(i+1)} = \frac{1}{\dot{y}_{33}} \left( \dot{y}_{13} \dot{U}_1^{(i+1)} + \frac{\hat{S}_{r3}}{\hat{U}_3^{(i)}} \right).$$

**Приклад 9.2.** Визначити усталений режим схеми рис. 9.2 методом Зейделя. Параметри віток:  $\dot{z}_{01} = 60 + j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = 30 + j20$ . Задані потужності у вузлах:  $\dot{S}_{n1}^{\text{зад}} = 140 + j50$ ,  $\dot{S}_{r2}^{\text{зад}} = 80 + j40$ ,  $\dot{S}_{r3}^{\text{зад}} = 40 + j20$ . Напруга БП дорівнює 121 кВ.

**Розв'язок.** Початкові наближення змінних приймемо:  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110$ . Коефіцієнт прискорення ітерацій 1.5. Результати обчислень зведені в табл. 9.2.

Таблиця 9.2

$i$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{U}_3$
1	91.4-j10.3	103.9+j0.9	103.9-j 12.8
2	89.2-j9.3	104.9+j3.1	105.1-j 7.5
3	90.4-j6.2	106.9+j7.0	106.8-j 4.3
4	93.2-j4.1	108.9+j8.8	109.1-j 2.0
5	95.2-j3.2	110.9+j9.2	111.1-j 1.4
...	...	...	...
20	101.0-j5.0	114. +j6.2	115.0-j 3.7

Метод Зейделя, на відміну від метода простої ітерації, вимагає незалежного розгляду кожного віяла вузла схеми. Для цього потрібна більш складна система адресних відображень, ніж порядкові номери вузлів  $s_i$  і  $f_i$  кожної  $i$ -ї вітки. Розглянемо граф електричної схеми (рис. 9.3).

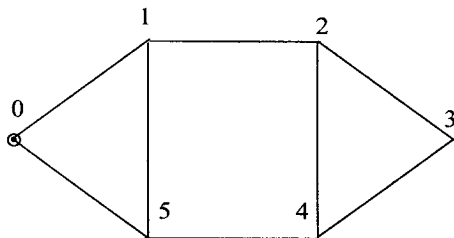


Рис. 9.3.

Для розрахунку напруги у вузлі 1 методом Зейделя необхідно виділити віяло цього вузла у складі віток 1-0, 1-5 і 1-2, так само для



розрахунку напруги у вузлі 2 необхідно мати вітки 2-1, 2-3, 2-4 і т. д. При цьому можна було б скористатися, наприклад, з табл. 9.3, що є аналогом стрічкової матриці.

Таблиця 9.3

Вузли	Вітка 1	Вітка 2	Вітка 3
1	1-0	1-5	1-2
2	2-1	2-4	2-3
3	3-2	3-4	-
4	4-3	4-2	4-5
5	5-0	5-1	5-4

Недоліком такої системи адресних відображень є те, що кожен рядок таблиці має різну довжину, що для реальних електричних мереж може змінюватися від 1 до 10 і більш. Приймаючи максимальну довжину, нам знадобився б для цього досить великий обсяг оперативної пам'яті.

Більш раціонального використання обчислювальних ресурсів у методі Зейделя можна досягти за допомогою спеціальної системи адресних відображень. Розглянемо один з можливих варіантів такої системи. Нехай структура вихідної інформації для віток має вигляд табл. 9.4.

Таблиця 9.4

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$s_i - f_i$	0-1	1-2	2-3	0-5	5-4	4-3	1-5	2-4

Побудуємо асоціативно-зв'язану систему адресних відображень віток, упорядковану за віями вузлів. Це можна здійснити, наприклад, за допомогою двох масивів адресних відображень: списку номерів віток, що утворюють віяла усіх вузлів схеми  $\alpha(k)$ , і масиву адресних посилань  $\gamma(s)$  кожного вузла на початок свого віяла в масиві  $\alpha(k)$ . У нашому прикладі ці масиви мають значення, приведені в табл. 9.5 і 9.6.

Таблиця 9.5

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\alpha(k)$	1	2	-7	2	3	-8	3	-6	5	6	-8	4	5	-7

Таблиця 9.6

$s$	1	2	3	4	5
$\gamma(s)$	1	4	7	9	12

Знаком мінус у масиві  $\alpha(k)$  помічена остання вітка віяла.

Подібна система адресних відображень дає можливість дуже просто скласти список віток, що утворюють віяло будь-якого вузла. Нехай, наприклад,  $s=4$ . Оскільки  $\gamma(4)=9$ , то в табл. 9.5 знаходимо список порядкових номерів необхідних віток (5, 6, 8). Знак мінус елемента масиву  $\alpha(11)=-8$  свідчить про те, що восьма вітка у цьому списку остання. З табл. 9.4 знаходимо, що до складу віяла вузла 4 входять вітки 5-4, 4-3 і 2-4.

Розглянемо загальну послідовність розрахунку усталеного режиму методом Зейделя. На підготовчому етапі необхідно виконати розрахунки власних і взаємних провідностей вузлів, побудувати систему адресних відображень і прийняти початкове наближення напруг. На основному етапі виконується послідовне уточнення напруг у кожному вузлі схеми за допомогою формул

$$j = \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf} \dot{U}_{f,s} \dot{U}_s^{(i+1)} = \dot{U}_s^{(i)} + \xi \left[ \frac{1}{\dot{y}_{ss}} \left( j + \frac{\hat{S}_{rs} - \hat{S}_{hs}}{\hat{U}_s^{(i)}} \right) - \dot{U}_s^{(i)} \right], \quad (9.6)$$

$$s = 1, 2, \dots, m,$$

де  $\xi$  – коефіцієнт прискорення ітераційного процесу.

Обчислення за формулами (9.6) повторюються доти, поки зміни напруг в усіх вузлах на черговій ітерації в порівнянні з попередньою не стануть по модулю меншими заданої величини, що визначає точність розв'язання задачі.

На рис. 9.4 приведена блок-схема алгоритму побудови системи адресних відображень  $\alpha$  і  $\gamma$ . Для кожного вузла  $s=1, 2, \dots, m$  послідовно розглядаються всі вітки схеми  $i=1, 2, \dots, n$ . Якщо вітка має початковий чи кінцевий номер вузла ( $s_i$  чи  $f_i$ ), який збігається з номером  $s$ , то порядковий номер цієї вітки  $i$  вноситься в масив  $\alpha(k)$ . Після закінчення розгляду віток останньому елементу в масиві потрібно надати знак мінус (признак кінця віяла). По закінченні роботи алгоритму в пам'яті буде сформована конфігураційна модель розрахункової схеми для обчислень по методу Зейделя.

Побудована в такий спосіб на етапі попередніх обчислень система адресних відображень дозволяє швидко і просто обчислювати величини  $J$  для уточнення напруги в кожному вузлі на основному етапі ітераційного процесу.

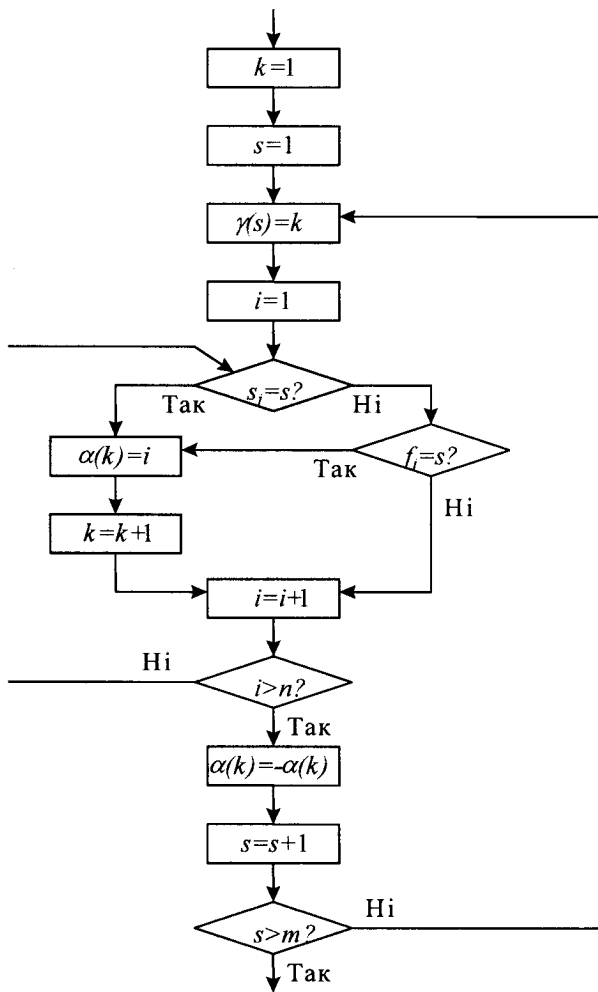


Рис. 9.4

Визначення  $j$  у поточному вузлі  $s$  виконується відповідно до алгоритму (рис.9.5). Спочатку з масиву  $\gamma(s)$  вибирається початкова адреса списку номерів віток, що утворюють віяло даного вузла. Потім, оскільки кожна вітка у вихідних даних орієнтована випадково, потрібно визначити вузол  $f$ , протилежний вузлу  $s$  (їм може бути як  $s_i$ ,

так і  $f_i$ ), і внести доданок  $y_i U_f$  в поточне значення суми  $J$ . Процес продовжуємо доти, поки не досягнемо кінця віяла.

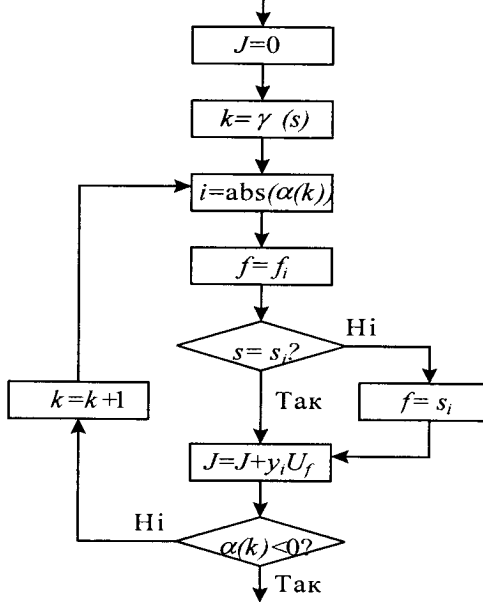


Рис. 9.5

Всі обчислення виконуються для кожного вузла окремо. Незалежний розгляд вузлів автоматично враховує вже уточнені на даному кроці напруги. Наприкінці циклу перевіряється досягнута точність і якщо вона недостатня, процес повторюється спочатку.

#### 9.4. Метод Ньютона

Основною перевагою метода Ньютона (Ньютона-Рафсона) у порівнянні з методом Зейделя слід зазначити швидку збіжність ітераційного процесу і незалежність кількості ітерацій від розмірності схеми.

Розглянемо спочатку систему двох рівнянь із двома невідомими в загальному вигляді

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2) &= f_{10}, \\
 f_2(x_1, x_2) &= f_{20},
 \end{aligned}$$

де  $f_{10}$  і  $f_{20}$  – константи.

Позначимо через  $x_1^{(0)}$  і  $x_2^{(0)}$  деяке наближення розв'язку цих рівнянь (початкове наближення), а через  $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}$  – деякі поправки, що повинні бути додані до наближеного розв'язку, щоб досягти найбільшого його уточнення. Тоді можемо написати:

$$f_{10} = f_1(x_1, x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}),$$

$$f_{20} = f_2(x_1, x_2) = f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}).$$

Розкладемо нелінійні функції  $f_1$  і  $f_2$  у ряд Тейлора й обмежимося лише лінійною його частиною, тоді

$$f_{10} = f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0)} \Delta x_2^{(0)},$$

$$f_{20} = f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0)} \Delta x_2^{(0)},$$

де  $\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0)}, \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0)}, \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0)}, \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0)}$  – значення часткових похідних від першої і другої функцій по першій і другій змінним у точці  $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$ .

Розглянуту систему лінійних рівнянь можна записати в матричній формі

$$\begin{vmatrix} w_1^{(0)} \\ w_2^{(0)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_{10} - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ f_{20} - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(0)} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(0)} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(0)} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(0)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{vmatrix}.$$

Квадратна матриця часткових похідних  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$  називається матрицею Якобі. Індекс 0 зверху означає, що при обчисленні цієї матриці використовуються початкові значення змінних  $\mathbf{X}^{(0)}$ . Різниця  $\mathbf{W}$  між заданими  $\mathbf{F}_0$  і поточними  $\mathbf{F}$  значеннями функцій називаються небалансами. Таким чином, у загальному вигляді маємо систему

$$\mathbf{W}^{(0)} = \frac{\partial \mathbf{F}^{(0)}}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X}^{(0)}, \quad (9.7)$$

звідки після обернення матриці Якобі можна визначити невідомі поправки до змінних  $\Delta \mathbf{X}^{(0)}$ . Додавши ці поправки до початкового наближення змінних, одержимо уточнені їхні значення. Оскільки при розкладанні в ряд ми обмежилися лише лінійними членами, ці уточнені значення змінних не є кінцевим результатом. Процес

уточнення змінних необхідно продовжувати доти, поки небаланси не стануть менше заданої величини, що визначає точність обчислень.

У загальному випадку ітераційний процес обчислень по методу Ньютона можна представити рекурентною формулою

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} + \left[ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right]_{(i)}^{-1} \mathbf{W}^{(i)}. \quad (9.8)$$

Ітераційний процес сходиться дуже швидко завдяки квадратичній залежності точності від номера ітерації. Уточнення змінних закінчується при досягненні максимального небалансу заданої константи  $\varepsilon$

$$\max_s |w_s(\mathbf{X}^{(i)})| \leq \varepsilon.$$

Система нелінійних рівнянь усталеного режиму може бути представлена або у формі балансу струмів (9.2), або у формі балансу потужностей (9.4). Якщо за позитивний напрямок прийняти напрямок від вузла, то рівняння балансу потужностей вузла  $s$  можна записати у вигляді

$$\hat{w}_s = \hat{S}_{s0} - \dot{y}_{ss} U_s^2 + \hat{U}_s \dot{J}_s = 0,$$

де

$$\dot{J}_s = \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf} \dot{U}_f, \quad \dot{S}_{s0} = \dot{S}_{sH} - \dot{S}_{sT}.$$

Розділивши на дійсні та уявні складові комплексів, одержимо два рівняння балансів активної і реактивної потужностей

$$\begin{aligned} w_{Ps} &= P_{s0} - g_{ss} U_s^2 + U_s' J_s' + U_s'' J_s'' = 0, \\ w_{Qs} &= Q_{s0} + g_{ss} U_s^2 - U_s' J_s'' + U_s'' J_s' = 0, \end{aligned} \quad (9.9)$$

де

$$\begin{aligned} J_s' &= \sum_{f \in s} (g_{sf} U_f' - b_{sf} U_f''), \\ J_s'' &= \sum_{f \in s} (g_{sf} U_f'' + b_{sf} U_f'). \end{aligned}$$

В полярній системі координат фазові кути напруг, зв'язані з декартовими координатами співвідношеннями

$$\dot{U}_s = U_s' + j U_s'' = U_s (\cos \delta_s + j \sin \delta_s),$$

$$\dot{U}_f = U_f' + j U_f'' = U_f (\cos \delta_f + j \sin \delta_f).$$

Рівняння балансу потужностей (9.9) можна записати в полярній системі координат як

$$\begin{aligned} w_{P_s} &= P_{s0} - g_{ss}U_s^2 + U_s \cos \delta_s J'_s + U_s \sin \delta_s J''_s = 0, \\ w_{Q_s} &= Q_{s0} + g_{ss}U_s^2 - U_s \cos \delta_s J'_s + U_s \sin \delta_s J''_s = 0, \end{aligned} \quad (9.10)$$

де

$$\begin{aligned} J'_s &= \sum_{f \in s} U_f (g_{sf} \cos \delta_f - b_{sf} \sin \delta_f), \\ J''_s &= \sum_{f \in s} U_f (g_{sf} \sin \delta_f + b_{sf} \cos \delta_f). \end{aligned}$$

БП у складі вузлів  $s$  не розглядаються, оскільки модулі напруг і фазові кути в цих вузлах відомі на початку.

Таким чином, замість функцій  $f_1$  і  $f_2$  будемо розглядати функції  $P_s$  і  $Q_s$ , замість змінних  $x_1$  і  $x_2$  – модулі напруг  $U_s$  і фазові кути  $\delta_s$ . Матриця Якобі складається з часткових похідних від функцій  $P_s$  і  $Q_s$  по модулях напруг  $U_s$  і фазових кутах  $\delta_s$ . Матричне рівняння для визначення поправок змінних має вигляд

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial U} & \frac{\partial P}{\partial \mathbf{D}} \\ \frac{\partial Q}{\partial U} & \frac{\partial Q}{\partial \mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_P \\ \mathbf{W}_Q \end{bmatrix}. \quad (9.11)$$

Так, наприклад, для чотирьохвузлової схеми (рис. 9.2) система рівнянь (9.11) запишеться так:

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial U_1} & \frac{\partial P_1}{\partial U_2} & \frac{\partial P_1}{\partial U_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial P_2}{\partial U_1} & \frac{\partial P_2}{\partial U_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial U_1} & \frac{\partial P_3}{\partial U_2} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial U_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{P1} \\ w_{P2} \\ w_{P3} \\ w_{Q1} \\ w_{Q2} \\ w_{Q3} \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці Якобі обчислюються за відповідними формулами шляхом підстановки значень модулів напруг і фазових кутів з попередньої ітерації. При цьому в матриці Якобі можна виділити 4 блоки з різними формулами визначення часткових похідних. Так,

наприклад, для обчислення діагональних і недіагональних елементів першої підматриці використовуються формули:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial U_s} &= \frac{1}{U_s} \operatorname{Re} \left( \dot{U}_s \sum_{f \in s} y_{sf} U_f + 2U_s^2 y_{ss} \right), \\ \frac{\partial P_s}{\partial U_f} &= \frac{1}{U_f} \operatorname{Re} (\dot{U}_s y_{sf} U_f) \end{aligned} \quad (9.12)$$

Аналогічно шляхом диференціювання (9.10) можна одержати й інші формули:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial \delta_s} &= -\operatorname{Im} \left( \dot{U}_s \sum_{f \in s} y_{sf} U_f \right), \quad \frac{\partial P_s}{\partial \delta_f} = \operatorname{Im} (\dot{U}_s y_{sf} U_f), \\ \frac{\partial Q_s}{\partial U_s} &= \frac{1}{U_s} \operatorname{Im} \left( \dot{U}_s \sum_{f \in s} y_{sf} U_f + 2U_s^2 y_{ss} \right), \\ \frac{\partial Q_s}{\partial U_f} &= \operatorname{Im} (\dot{U}_s y_{sf} U_f), \quad \frac{\partial Q_s}{\partial \delta_s} = \operatorname{Re} \left( \dot{U}_s \sum_{f \in s} y_{sf} U_f \right), \\ \frac{\partial Q_s}{\partial \delta_f} &= -\operatorname{Re} (\dot{U}_s y_{sf} U_f). \end{aligned} \quad (9.13)$$

**Приклад 9.3.** Розрахувати режим схеми рис. 9.2 методом Ньютона. Опори віток:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ . Потужності у вузлах:  $\dot{S}_{н1}^{\text{зад}} = 240 + j50$ ,  $\dot{S}_{п3}^{\text{зад}} = 40 + j20$ . Напряга БП 121 кВ.

### Розв'язок.

1. Приймаємо початкові наближення невідомих:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110.$$

2. Обчислюємо значення елементів матриці Якобі:

$$\begin{vmatrix} 581.4 & 88.7 & -186.2 & 108.0 & -177.5 & 279.2 \\ 88.7 & 484.0 & -484.0 & -177.5 & 242.0 & -242.0 \\ -186.2 & -484.0 & 186.2 & 279.2 & -242.0 & -279.2 \\ -140.2 & 177.5 & -279.2 & 597.6 & 88.7 & -186.2 \\ 177.5 & -242.0 & 242.0 & 88.7 & 484.0 & -484.0 \\ -279.2 & 242.0 & 279.2 & -186.2 & -484.0 & 186.2 \end{vmatrix}$$

3. За допомогою прямої вузлової моделі знаходимо небаланси потужностей у вузлах:

$$\begin{vmatrix} 123.9 & -80.0 & -40.0 & 58.1 & -40.0 & -20.0 \end{vmatrix}$$



4. Уточнюємо напруги у вузлах. Для цього розв'язуємо систему рівнянь (9.11) щодо поправок напруг і фазових кутів, відкіля вектор поправок

$$|3.93 \quad -11.7 \quad 10.2 \quad 0.0 \quad -0.0992 \quad -0.1157|,$$

і знаходимо нові значення змінних у декартовій системі координат

$$\dot{U}_1 = 107.1 + j0.0, \quad \dot{U}_2 = 121.0 + j12.0, \quad \dot{U}_3 = 99.1 + j11.5.$$

Перевіряємо досягнуту точність визначення змінних. Оскільки точність ще недостатня, необхідно виконати наступну ітерацію, починаючи з другого пункту. Результати обчислень зведені в табл. 9.7.

Таблиця 9.7

$i$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{U}_3$
1	107.1+j0.0	121.0+j12.0	99.1+j11.5
2	111.6+j7.0	122.9+j18.4	101.4+j19.0
3	111.2+j6.9	122.5+j18.4	101.0+j18.9
4	111.2+j6.9	122.5+j18.4	101.0+j18.9

Метод Зейделя дає розбіжність ітераційного процесу в наслідок негативних складових опорів у вітках 0-1 і 1-3.

Вузли з фіксацією модуля напруги в розглянутій моделі враховуються дуже просто. Оскільки  $U_s = const$ , то в матриці Якобі пропускаються відповідні стовпець і рядок. Невідома реактивна потужність вузла з ФМ визначається після закінчення ітераційного процесу.

Характерною властивістю електричних мереж вищих класів напруги, у яких реактивні опори мають значну перевагу над активними, є незначна залежність режиму напруги від активних потужностей навантажень у вузлах, а фазових кутів від реактивних потужностей. Це дає можливість прийняти припущення

$$\frac{\partial P}{\partial U} = \frac{\partial Q}{\partial D} = 0.$$

У результаті система лінійних рівнянь для визначення поправок змінних має порядок  $2m - m_{\text{ФМ}}$  і розпадається на дві простіші системи відповідно  $m$ -го і  $m - m_{\text{ФМ}}$ -го порядків. Даний метод отримав назву розділеного метода Ньютона або метода Стотта. Він вимагає в два рази менше пам'яті для матриць Якобі. Відсутність збіжності в методі Стотта має місце частіше, ніж у точному методі Ньютона. Однак у значній більшості випадків він дає кращі результати, ніж точний метод.

Існують програми розрахунку ustalених режимів, у яких використовується ще простіша методика, яка основана на незмінній у ході ітерацій матриці Якобі. Це модифікований метод Ньютонна. Обсяг розрахунків на одній ітерації зменшується в порівнянні з повним методом у декілька разів. Кількість ітерацій при цьому звичайно зростає, а надійність одержання результату зменшується.

Крім того, як ми вже знаємо, система нелінійних рівнянь ustalеного режиму може бути записана також і у формі балансу струмів (9.1), тобто у вигляді окремих балансів по активним і реактивній складовим  $I_{as}, I_{ps}$ .

Таким чином, система нелінійних рівнянь ustalеного режиму може бути представлена у формі балансу потужностей двома способами в залежності від складу змінних: у декартовій і в полярній системах координат, а також у формі балансу струмів. Матриця Якобі розпадається на блоки і визначається по різному в залежності прийнятої математичної моделі (табл. 9.8).

Таблиця 9.8

Модель	Рівняння балансу	Матриця Якобі
1	$\mathbf{W}_p(\mathbf{U}', \mathbf{U}'') = \mathbf{0}$ $\mathbf{W}_Q(\mathbf{U}', \mathbf{U}'') = \mathbf{0}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}''} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}''} \end{bmatrix}$
2	$\mathbf{W}_p(\mathbf{U}, \mathbf{D}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{W}_Q(\mathbf{U}, \mathbf{D}) = \mathbf{0}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{D}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{D}} \end{bmatrix}$
3	$\mathbf{W}_{I_a}(\mathbf{U}', \mathbf{U}'') = \mathbf{0}$ $\mathbf{W}_{I_p}(\mathbf{U}', \mathbf{U}'') = \mathbf{0}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{I}_a}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{I}_a}{\partial \mathbf{U}''} \\ \frac{\partial \mathbf{I}_p}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{I}_p}{\partial \mathbf{U}''} \end{bmatrix}$

Якщо в першій моделі в  $s$ -му вузлі задана фіксація модуля напруги, то в системі

$$\mathbf{W}_Q(\mathbf{U}', \mathbf{U}'') = \mathbf{0}$$

замість рівняння  $w_{Qs}(U'_s, U''_s) = 0$  потрібно розглядати рівняння  $U_{sзд}^2 - U_s'^2 - U_s''^2 = 0$ . Аналогічно зміняться і відповідні рядки матриць

$\frac{\partial Q}{\partial U'}$  і  $\frac{\partial Q}{\partial U''}$ , у яких діагональні елементи будуть відповідно  $2U'_s$  і  $2U''_s$ , а недиагональні дорівнюють нулю. Це стосується і моделі 3.

Якщо використовується модель 2, то при фіксації модуля напруги в  $s$ -му вузлі рівняння балансу реактивної потужності  $s$ -го вузла опускається і  $Q_s$  не входить до складу незалежних змінних. У такому випадку матриця  $\frac{\partial Q}{\partial U}$  – квадратна матриця порядку  $(m-m_{\text{фм}})^*(m-m_{\text{фм}})$ , а матриця  $\frac{\partial Q}{\partial D}$  – прямокутна матриця порядку  $(m-m_{\text{фм}})*m$ .

У третій моделі недиагональні елементи матриці Якобі – стали і дорівнюють активним і реактивним взаємним провідностям вузлів, узятим зі знаком мінус. Таким чином, третя модель метода Ньютона дуже близька до ітераційної моделі Гауса. Відмінність тільки в тім, що діагональні елементи матриці Якобі залежать від напруги і змінюються на кожному кроці, що вимагає виконання прямого ходу на кожній ітерації. В ітераційному ж методі Гауса прямий хід виконується один раз на початковому етапі обчислень.

Для визначення поправок не обов'язково обчислювати обернену матрицю Якобі. Поправки обчислюються шляхом розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь типу (9.11). Оскільки структура матриці Якобі точно така сама, як і матриці вузлових провідностей (тобто ненульові елементи знаходяться на однакових місцях), то на кожному кроці методу Ньютона можливо ефективне використання прийомів роботи з розрідженими матрицями (розд. 8.6).

Метод Ньютона – найрозповсюдженіший метод розрахунків ustalених режимів складних електричних систем. Головні переваги методу Ньютона – високі обчислювальні показники при вдалому використанні властивості розрідженості матриці Якобі.

Метод Ньютона, звісно, має і недоліки, що викликають певні труднощі при розробці програм. Так, умови збіжності вимагають плавної зміни матриці Якобі. Однак наявність обмежень по реактивній потужності у вузлах фіксації модулів напруги порушує ці умови при досягненні граничних значень. Другий важливий недолік методу Ньютона – значне погіршення і навіть відсутність збіжності при значних відхиленнях початкових наближень змінних, а також при розрахунках важких режимів, близьких до границі стійкості. З метою подолання зазначених недоліків розроблені спеціальні

модифікації методу Ньютона, відомі як методи послідовних інтервалів, «по параметру» і градієнтні методи.

### 9.5. Методи розрахунків важких режимів

Важливою характеристикою будь-якої обчислювальної програми є надійність одержання результату. У практиці керування режимами складних енергосистем часто необхідно виконувати розрахунки при таких значеннях потужностей вузлів і конфігураціях схем, для яких сам факт існування режиму спочатку невідомий. Часто основна мета розрахунку саме і полягає в перевірці можливості існування режиму, що відповідає визначеним умовам. Якщо в деяких вузлах схеми задана занадто велика потужність, що перевищує можливості електричної мережі, розглянуті методи взагалі не можуть дати ніякого результату (відсутність збіжності ітераційного процесу). За таких умов бажано мати програму, яка б забезпечувала одержання результату при будь-яких навантаженнях і параметрах схеми. Якщо розв'язок одержати неможливо, то необхідно хоча б звести до мінімуму небаланси потужностей у вузлах.

Існує три основні підходи до розв'язання цієї задачі: метод послідовних інтервалів, аналітичний метод по параметру і градієнтний метод.

Суть метода послідовних інтервалів полягає в тому, що система рівнянь у процесі ітерацій поступово переводиться з деякого початкового режиму в режим, що визначається.

Нехай необхідно розв'язати систему

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}, \quad (9.14)$$

де  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  – вектори залежних і незалежних змінних. Розглянемо деяке початкове наближення залежних змінних  $\mathbf{X}_0$ . Йому відповідає певне значення незалежних змінних  $\mathbf{Y}_0$ . Якщо, наприклад,  $\mathbf{X}_0$  – початкове наближення вузлових напруг, то за допомогою прямої вузлової моделі можна легко знайти вузлові струми, а потім і вузлові потужності, їх можна позначити  $\mathbf{Y}_0$ , що будуть відрізнятися від заданих потужностей  $\mathbf{Y}_{\text{зад}}$ .

Перепишемо систему рівнянь (9.14) у вигляді

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_{\text{зад}}, \alpha) = \mathbf{0},$$

де  $\alpha$  – деякий параметр, що може змінюватися від 0 до 1. Причому при  $\alpha=0$  маємо систему, розв'язок якої відомий:

$$W(X_0, Y_0) = 0,$$

а при  $\alpha=1$  потрібно прийти до системи

$$W(X, Y_{\text{зад}}) = 0,$$

розв'язок якої ми хочемо знайти. Поділимо відрізок  $Y_{\text{зад}} - Y_0$  на декілька рівних інтервалів. На кожному інтервалі будемо розв'язувати систему

$$W[X, Y_0 + \alpha(Y_{\text{зад}} - Y_0)] = 0,$$

де  $\alpha=0, \Delta, 2\Delta, \dots, 1$ .

Це фактично відповідає поступовому обваженню режиму й уточненню на кожному кроці залежних змінних відповідно до методу Ньютона, що характеризується високою збіжністю при початковому наближенні, близькому до розв'язку ( $\Delta$  повинно бути досить малою величиною). Завдяки цьому і мають високу надійність даного метода. При практичній реалізації досить на кожному кроці метода послідовних інтервалів виконувати одну ітерацію метода Ньютона, і тільки на останньому кроці “дотягати” ітераційний процес до повної збіжності. Методика обчислень у такому спрощеному варіанті складається з 5 етапів.

1. Приймаємо початкове наближення змінних. За допомогою прямої вузлової моделі визначаємо потужності вузлів при початкових наближеннях ( $\dot{S}_{0s}$ ). Приймаємо початкове значення параметра  $\alpha = 0$  і крок його зростання  $\Delta\alpha = 1/n_k$ , де  $n_k$  – задана кількість кроків.

2. Визначаємо поточні потужності вузлів ( $\dot{S}_s$ ). Виконуємо черговий крок навантаження

$$\alpha = \alpha + \Delta\alpha \leq 1,$$

обчислюємо небаланси потужностей у вузлах

$$\dot{w}_s = \dot{S}_{0s} + \alpha(\dot{S}_{\text{нс}}^{\text{зад}} - \dot{S}_{\text{рс}}^{\text{зад}} - \dot{S}_{0s}) - \dot{S}_s,$$

а також максимальну похибку

$$\Delta_{\text{max}} = \max_s |\dot{w}_s|.$$

3. Обчислюємо елементи матриці Якобі (9.12)-(9.13).

4. Розв'язуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (9.11) і виконуємо уточнення змінних  $X^{(i+1)} = X^{(i)} + \Delta X^{(i)}$ .

5. Якщо  $\Delta_{\text{max}} > \varepsilon$ , продовжуємо обчислення з п. 2.

При  $n_k = 1$  маємо звичайну методику розрахунку режиму методом Ньютона. При збільшенні кількості послідовних інтервалів

зменшується початкове збурення ітераційного процесу і зростає його надійність.

**Приклад 9.4.** Визначити ustalений режим схеми (рис. 9.6) за допомогою метода трьох послідовних інтервалів. Параметри віток схеми:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{02} = 10 + j40$ ,  $\dot{z}_{03} = 30 + j10$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ ,  $\dot{z}_{23} = -10 + j110$ . Навантаження і генерація у вузлах:  $\dot{S}_{n1}^{зад} = 250 + j130$ ,  $\dot{S}_{r2}^{зад} = 50 + j53$ ,  $\dot{S}_{r3}^{зад} = 130 + j90$ . Напруга БП дорівнює 121 кВ. Початкові наближення змінних:  $\dot{U}_1 = 110$ ,  $\dot{U}_2 = 70$ ,  $\dot{U}_3 = 65$ .

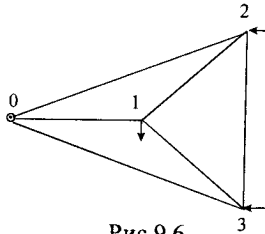


Рис.9.6

**Розв'язок.** Результати обчислень наведені в табл. 9.9.

Таблиця 9.9

$i$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{U}_3$	$\Delta_{\max}$
1	181.1-j183.6	119.7-j209.1	317.1-j139.6	147.3
2	176.0-j 80.0	137.5-j 80.2	218.9-j 38.3	4230.5
3	128.6-j 46.1	119.2-j 15.1	153.2-j 20.0	1009.8
4	105.8-j 32.4	112.1+j 27.7	126.2-j 12.9	239.1
5	94.2-j 25.1	106.2+j 46.2	116.2-j 7.9	47.6
6	89.0-j 23.6	103.2+j 51.9	112.8-j 6.6	9.5
7	87.8-j 23.4	102.5+j 53.1	112.1-j 6.4	1.6
8	87.7-j 23.4	102.4+j 53.2	112.0-j 6.4	0.1

Метод Ньютона дає розбіжність ітераційного процесу в розглянутому прикладі. Метод послідовних інтервалів дуже просто реалізується в складі будь-якої програми розрахунку ustalеного режиму методом Ньютона і значно підвищує надійність одержання результату, якщо він не виходить за межі існування режиму.

Для розрахунку важких режимів розроблена ще одна модифікація методу Ньютона, відома в науковій літературі як аналітичний метод по параметру. Даний метод можна розглядати і як прискорений метод Ньютона. Суть метода полягає в тому, що після обчислення чергових поправок до змінних шляхом розв'язання системи (9.11) наступний крок уточнення виконується за формулою

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} + \alpha^{(i)} \Delta \mathbf{X}^{(i)}, \quad (9.15)$$

де  $\alpha^{(i)}$  – параметр, що обчислюється відповідно до певної методики на кожному кроці ітераційного процесу.

Аналітичний підхід оснований на визначенні параметра  $\alpha$  за формулою

$$\alpha^{(i)} = \frac{2w_{\max}^{(i)}}{a_{\max}^{(i)}} \leq 1,$$

де  $w_{\max}^{(i)}$  – максимальний за модулем елемент вектора небалансів потужностей на  $i$ -й ітерації,  $a_{\max}^{(i)}$  – максимальний за модулем елемент вектора-стовпця, отриманого множенням матриці Гессе від небалансів два рази на вектор поправок.

Даний підхід досить просто реалізується при використанні методів другого порядку. Метод дозволяє наблизитися як завгодно близько до розв'язку навіть у точці граничного режиму, в якій якобіан дорівнює нулю. Але, на жаль, цей метод також не дозволяє надійно визначати граничний режим, якщо задані потужності генерації чи навантаження в деяких вузлах схеми виходять за межі існування режиму.

Градiєнтний метод найбільш надійний з погляду збіжності ітерацій при розрахунках граничних усталених режимів. Розглянемо деяку функцію небалансів потужностей у вузлах, що може мати, наприклад, вигляд середньоквадратичного відхилення

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{s=1}^m (w_{Ps}^2 + w_{Qs}^2)}. \quad (9.16)$$

Очевидно, розв'язок існує, якщо наприкінці ітераційного процесу мінімум функції  $\psi \rightarrow 0$ . У протилежному випадку це означає, що розв'язку системи нелінійних рівнянь не існує, але режим, отриманий наприкінці ітераційного процесу, є гранично можливим. При цьому в деяких вузлах схеми залишаються небаланси активної чи реактивної потужності.

Уточнення змінних градієнтним методом виконується за формулою

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} - h^{(i)} \mathbf{M} \text{grad} \Psi^{(i)}, \quad (9.17)$$

де  $h$  – крок оптимізації,  $\mathbf{M}$  – вектор масштабних множників,  $\text{grad} \Psi$  – градієнт функції, що складається з часткових похідних небалансів по модулях і фазових кутах напруг:

$$\mathbf{grad}\Psi = \left| \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{U}} \quad \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{D}} \right|,$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial U_s} = \frac{1}{m\Psi} \left( w_{ps} \frac{\partial P_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} w_{pf} \frac{\partial P_f}{\partial U_s} + w_{qs} \frac{\partial Q_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} w_{qf} \frac{\partial Q_f}{\partial U_s} \right),$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial \delta_s} = \frac{1}{m\Psi} \left( w_{ps} \frac{\partial P_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} w_{pf} \frac{\partial P_f}{\partial \delta_s} + w_{qs} \frac{\partial Q_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} w_{qf} \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_s} \right). \quad (9.18)$$

Часткові похідні потужностей по модулях і фазових кутах напруг (складові транспонованої матриці Якобі) обчислюються за формулами (9.12) і (9.13).

Недоліком градієнтного метода є необхідність використання масштабних множників  $\mathbf{M}=[\mu_s]$  для прискорення збіжності. Вдалий вибір цих множників дозволяє в деяких випадках поліпшити форму поверхні функції і прискорити збіжність. Але загальної методики їх визначення ще не розроблено.

## 9.6. Аналіз режимів складних енергосистем

Розрахунки усталених режимів (потокорозподілу) виконуються на всіх рівнях диспетчерського керування в енергосистемах і призначені в основному для перевірки можливості виведення основного енергоукомплектування в ремонт, аналізу післяаварійних режимів і т. п. Крім того, розрахунки усталених режимів виконуються і в складі інших задач: аналізу статичної і динамічної стійкості і тривалих перехідних процесів, оптимізації режимів по активній і реактивній потужності джерел, коефіцієнтів трансформації і т. д.

Отримані шляхом розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь залежні змінні можуть не задовольняти умовам допустимості режиму. Так, наприклад, модулі напруг у неопорних вузлах, реактивні потужності опорних вузлів, потоки потужності в контрольованих ділянках чи перетинах можуть виходити за межі припустимих. Тому в ході ітераційного процесу необхідно контролювати зазначені обмеження і при порушенні границь переходити на іншу модель.

При значних відхиленнях модулів напруг у вузлах відносно номінальних і відсутності автоматичного регулювання коефіцієнтів трансформації необхідно враховувати статичні характеристики навантажень. У крайньому випадку можна враховувати типові



статичні характеристики. В деяких випадках може виникати необхідність урахування коефіцієнтів потужності і реальних статичних характеристик навантажень.

Розрахунки післяаварійних режимів мають ряд особливостей. Збіжність ітераційного процесу значно погіршується при недостатній кількості вузлів з фіксацією модуля напруги, особливо при невдалих початкових наближеннях. Якщо збалансований режим одержати неможливо, потрібно спробувати збільшити кількість вузлів з фіксацією модуля напруги, розширити границі припустимих значень джерел реактивної потужності, змінити коефіцієнти трансформації тощо. Полегшивши в такий спосіб початковий режим, можна знайти слабкі місця в розрахунковій схемі й уточнити задачу.

У процесі розробки програм аналізу усталених режимів складних електроенергетичних систем необхідно використовувати спеціальні методи раціоналізації обчислювальних ресурсів комп'ютера, враховуючи розрідженість матриць, можливість еквівалентного спрощення і декомпозиції розрахункових схем та ін. Найкращих результатів можна досягти на основі використання елімінативної форми оберненої матриці. Але слід зазначити при цьому, що величезні обчислювальні можливості даного методу повною мірою реалізуються тільки на високому рівні програмування.

Метод Зейделя – найпростіший щодо його програмування. Але в багатьох випадках він має повільну збіжність ітераційного процесу. Це головний недолік метода Зейделя, особливо при розрахунках електричних мереж з установками подовжньої компенсації в дальніх ЛЕП, трьохобмотковими трансформаторами й автотрансформаторами, для яких опір середньої обмотки може бути дуже малим і навіть від'ємним, а також при розрахунках граничних режимів.

Для прискорення збіжності методу Зейделя іноді використовується т. зв. метод неповної релаксації на основі використання коефіцієнта прискорення. Оптимального постійного значення коефіцієнта прискорення не існує. Значного прискорення збіжності можна досягти шляхом використання змінного значення коефіцієнта на кожній ітерації. Для цього необхідно мати найбільше власне число ітераційної матриці Зейделя, що вимагає значного додаткового обсягу обчислень. Однак коефіцієнт прискорення можна визначити й наближено в ході ітераційного розрахунку як середнє відношення приростів напруг на попередній і даній ітераціях.

Як зазначалося, метод Ньютона дуже чутливий до початкових наближень. Тому в деяких програмах передбачається можливість попереднього виконання заданої кількості ітерацій по методу Зейделя. Для типових розрахункових схем час виконання однієї ітерації по методу Ньютона приблизно дорівнює 7–10 ітераціям методу Зейделя. Існуючий досвід реальних розрахунків показує, що для схем порівняно невеликого обсягу (до 500 вузлів) з достатньою обумовленістю матриці вузлових провідностей з урахуванням багатьох технічних обмежень метод Зейделя може не поступатися методу Ньютона.

Дуже важливо правильно визначитися у виборі найбільш ефективного методу. Порівняння методів розрахунків усталених режимів не дає можливості зробити загальний висновок, – який же з методів найкращий. Будь-який із розглянутих методів (і не тільки розглянутих) має свою область використання в залежності від мети розрахунків, особливості режимів і схем, можливостей комп'ютера і т. д.

**Приклад 9.5.** Розглянемо результати порівняння розрахунків усталених режимів декількох реальних електричних схем, різних за обсягом і ступенем обваження режимів. Розрахунки виконувалися по трьох програмах, в основі яких лежать методи: 1 - Ньютона в прямокутній системі координат, 2 – Ньютона в полярній системі координат, 3 - послідовних інтервалів (2 кроки з методом Ньютона в полярній системі координат). Обсяги схем (вузлів/віток) і число ітерацій при однаковій точності розрахунків наведені в табл. 9.10.

Таблиця 9.10

№ п/п	Обсяг схем	Метод 1	Метод 2	Метод 3
1	61/86	9	10	13
2	252/373	13	10	12
3	275/304	10	-	10
4	458/700	11	10	12
5	523/773	11	13	15
6	532/784	16	-	18
7	608/873	10	10	12

У програмах розрахунків усталених режимів складних енергосистем, як правило, враховується єдиний тип обмежень – по мінімальних і максимальних реактивних потужностях джерел електроенергії в опорних вузлах. Загальний алгоритм обчислень на основному етапі складається з двох вкладених обчислювальних процесів: внутрішнього і зовнішнього. На внутрішньому процесі

виконується ітераційне розв'язання нелінійної системи рівнянь поточкорозподілу одним з відомих методів при заданих модулях напруг в опорних вузлах. На зовнішньому процесі виконується перевірка обмежень, і при їх порушенні реактивна потужність фіксується на відповідній межі і вузол схеми перестає бути опорним. Процес обчислень припиняється, якщо досягнута задана точність і не зафіксовано жодного порушення обмеження.

Так, наприклад, процес обчислення усталеного режиму в схемі з 61 вузлом і 86 вітками за методом 1 складається з 3 етапів: 1) 4 ітерації, зняття ФМ у вузлі 806, 2) 3 ітерації, зняття ФМ у вузлі 5130, 3) 2 ітерації. Аналогічно протікає процес обчислень за методами 2 і 3, – різниця лише в кількостях ітерацій на кожному етапі.

На ранніх етапах використання обчислювальної техніки більш ефективним був метод Зейделя. Але з появою потужних персональних комп'ютерів метод Ньютона практично витіснив метод Зейделя. Методи по параметру більш ефективні в розрахунках важких усталених режимів. Градієнтний метод неефективний у розрахунках нормальних усталених режимів, але може використовуватись для розв'язання задачі введення в область існування усталеного режиму.

## Вправи

1. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень методом матриці вузлових опорів.
2. Розрахувати усталений режим схеми рис. 9.2 методом подвійної факторизації. Параметри віток:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ . Навантаження і генерація у вузлах:  $S_{n1}^{\text{зад}} = 140 + j50$ ,  $S_{r2}^{\text{зад}} = 80 + j40$ ,  $S_{r3}^{\text{зад}} = 40 + j20$ . Напряга БП дорівнює 121 кВ. Початкові наближення:  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110$ .
3. Скласти програму розрахунку параметрів факторизованої інформаційної моделі і режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень і джерел електроенергії методом подвійної факторизації.
4. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень і джерел електроенергії методом Зейделя.

5. Розрахувати усталений режим схеми рис. 9.2 методом Ньютона в декартовій системі координат. Параметри віток:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ . Навантаження і генерація у вузлах:  $\dot{S}_{n1}^{\text{зад}} = 240 + j50$ ,  $\dot{S}_{r2}^{\text{зад}} = 80 + j40$ ,  $\dot{S}_{r3}^{\text{зад}} = 40 + j20$ . Напруга в БП дорівнює 121 кВ. Початкові наближення:  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110$ .
6. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень і джерел електроенергії методом Ньютона з використанням оберненої матриці Якобі в декартовій системі координат.
7. Розрахувати усталений режим схеми рис. 9.2 методом Стотта. Опори віток:  $\dot{z}_{01} = 60 - j30$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ ,  $\dot{z}_{13} = -30 + j20$ . Навантаження і генерація у вузлах:  $\dot{S}_{n1}^{\text{зад}} = 240 + j50$ ,  $P_{r2}^{\text{зад}} = 80$ ,  $P_{r3}^{\text{зад}} = 40$ . Напруги у вузлах генерації і БП – 121 кВ. Початкові наближення:  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 110$ .
8. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень і джерел електроенергії методом Стотта з використанням обернених матриць Якобі для активних і реактивних потужностей окремо.
9. Скласти програму розрахунку режиму напруг у замкнених електричних мережах без трансформаторних ділянок при відомих потужностях навантажень і джерел електроенергії методом послідовних інтервалів з використанням оберненої матриці Якобі в полярній системі координат.

## *Розділ 10* **МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ**

### **10.1. Загальні положення**

Нормальні усталені режими енергосистем повинні не тільки задовольняти вимогам необхідної якості електроенергії, але і відповідати найкращим економічним показникам, тобто бути оптимальними. Необхідність пошуку оптимальних рішень виникає як при проектуванні енергосистем, так і в процесі керування режимами їх роботи.

Будь-яка задача, в якій шукається розв'язок, що відповідає максимуму чи мінімуму деякої функції, може бути віднесена до задач оптимізації. Така функція називається критерієм оптимальності або *цільовою функцією*. Вимога екстремальності цільової функції часто вступає в протиріччя з технічними вимогами системи чи окремих її елементів, які не повинні перевантажуватися.

Розглянемо загальну математичну постановку задачі оптимізації. Нехай вектор змінних  $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]$  характеризує стан системи в деякий момент часу. Якщо всі його значення не суперечать технічним можливостям системи, він називається припустимим вектором. Сукупність усіх припустимих векторів називається припустимою множиною. Припустимий вектор, що забезпечує екстремум цільової функції, називається оптимальним вектором.

Задача оптимізації в загальному випадку зводиться до пошуку оптимального вектора  $\mathbf{Z}$ , при якому цільова функція  $F(\mathbf{Z}) \rightarrow \min$  за умови, що цей вектор належить припустимій множині можливих значень. Припустима множина найчастіше задається як система обмежень у вигляді рівностей і нерівностей  $\mathbf{W}(\mathbf{Z}) \geq 0$ , де  $\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_m]$  – вектор-функція розмірності  $m$  при  $m < n$ .

Пошук оптимального режиму може виконуватися різними методами. Усі відомі методи оптимізації можна розділити на два класи: аналітичні і чисельні. Найпростішим аналітичним методом вважається метод невизначених множників Лагранжа. До універсальних аналітичних методів оптимізації відносяться методи математичного програмування, серед яких необхідно виділити методи лінійного, нелінійного і динамічного програмування. Серед чисельних методів оптимізації широке використання в електроенергетиці знайшли градієнтні методи.

У найпростіших випадках доцільне використання метода Лагранжа. Розглянемо математичні основи цього метода. Нехай необхідно визначити значення вектора змінних  $\mathbf{Z}$ , при якому цільова функція  $F(\mathbf{Z})$  мінімальна і виконуються обмеження у вигляді рівностей  $\mathbf{W}(\mathbf{Z}) = 0$ . Така система рівнянь визначає область припустимих значень змінних  $\mathbf{Z}$ , яку іноді називають дисциплінуючими умовами. Як зазначалося, порядок системи  $m$  повинний бути меншим числа змінних  $n$ . У такому випадку задача має необхідний ступінь свободи для пошуку оптимального вектора  $\mathbf{Z}$ .

Розглянемо деяку функцію  $\Phi(\mathbf{Z}) = F(\mathbf{Z}) + \mathbf{L}\mathbf{W}(\mathbf{Z})$ , що називається функцією Лагранжа. Додаткові змінні  $\mathbf{L} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$  мають назву невизначених множників Лагранжа. Формально їх можна розглядати як коефіцієнти штрафу за порушення обмежень.

У результаті задача пошуку оптимального розв'язку з обмеженнями зведена до задачі визначення екстремума функції Лагранжа без обмежень. Як відомо, екстремум функції багатьох змінних має місце при умовах  $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{Z}} = 0$  і  $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}} = \mathbf{W}(\mathbf{Z}) = 0$ , які називаються умовами Куна-Таккера. Розв'язуючи отриману систему  $n+m$  рівнянь з  $n+m$  невідомими, можемо визначити значення змінних, що забезпечують мінімум цільової функції і задовольняють обмеженням.

Прикладом подібної задачі може бути визначення економічного навантаження електростанцій системи, при якому витрати на виробництво електроенергії в системі мінімальні. Обмеженням є баланс активної потужності: сума потужностей електростанцій повинна дорівнювати сумі потужностей навантажень і втрат потужності в електричній мережі. Попередньо необхідно визначити оптимальний склад працюючого устаткування на електростанціях з урахуванням витрат на його пуск і зупинку, а також оптимальні резерви потужності.

Крім обмежень загального характеру, таких як баланси активних і реактивних потужностей, можуть враховуватися різні часткові обмеження. Якщо, наприклад, напруги у вузлах обмежені припустимими значеннями, то в процесі оптимізації режиму може виникати потреба фіксації модуля напруги. Іноді за умовами стійкості системи обмежуються значення струмів чи потужностей деяких ліній або груп ліній (перетинів), різниця фазових кутів

векторів напруг на кінцях ЛЕП і ін. Обмеження можуть накладатися на активні і реактивні потужності джерел, коефіцієнти трансформації, водні й енергетичні ресурси станцій і т. п.

Найбільш поширена на практиці задача оптимізації поточного режиму енергосистеми. Вона вимагає періодичного розв'язання в темпі процесу керування режимом. Основна мета оптимізації поточного режиму – оптимальний розподіл активної і реактивної потужностей між джерелами і визначення оптимальних коефіцієнтів трансформації трансформаторів за умови мінімальних експлуатаційних витрат на виробництво і розподіл електроенергії. Основним методом розв'язання цієї задачі є метод приведенного градієнта.

У загальному вигляді задача формулюється в такий спосіб. Нехай необхідно знайти оптимальний розв'язок, що забезпечує мінімум цільової функції  $F(\mathbf{Z})$  при обмеженнях типу рівностей

$$\mathbf{W}(\mathbf{Z}) = 0. \quad (10.1)$$

У даній задачі це відома система нелінійних алгебраїчних рівнянь балансу активних і реактивних потужностей у вузлах. Параметри режиму  $\mathbf{Z}$  підрозділяються на залежні  $\mathbf{X}$  і незалежні  $\mathbf{Y}$ . Кількість залежних параметрів дорівнює кількості рівнянь системи (10.1).

Задача оптимізації режиму може розглядатися як задача пошуку екстремума неявної функції

$$F(\mathbf{Z}) = F[\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \mathbf{Y}] \rightarrow \min, \quad (10.2)$$

де  $\mathbf{X}(\mathbf{Y})$  – неявна функція залежних параметрів від незалежних, представлена системою вузлових рівнянь усталеного режиму

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0. \quad (10.3)$$

У процесі розрахунку усталеного режиму на кожному кроці оптимізації незалежними змінними  $\mathbf{Y}$  є активні потужності і модулі напруг або активні і реактивні потужності генераторних вузлів, а також активні і реактивні потужності вузлів навантаження. Залежними змінними  $\mathbf{X}$  є реактивні потужності і фазові кути напруг генераторних вузлів з фіксацією модулів напруг, а також модулі і фазові кути напруг всіх інших вузлів. Якщо зафіксувати (тобто вважати відомими) усі незалежні змінні, то існує єдиний розв'язок рівнянь усталеного режиму.

У задачах оптимізації не всі незалежні змінні зафіксовані. У залежності від прийнятої математичної моделі до складу незафіксованих параметрів вектора  $\mathbf{Y}$  можуть входити активні і реактивні

потужності або активні потужності і модулі напруг генераторних вузлів, а також комплексні коефіцієнти трансформації. У процесі оптимізації необхідно визначити чисельні значення всіх параметрів режиму  $Z$  з урахуванням обмежень. Незалежні параметри змінюються в результаті роботи алгоритму оптимізації, а залежні – при розрахунку ustalеного режиму.

Математична модель оптимізації повинна мати певний ступінь звільненості, тобто число незафіксованих параметрів режиму має перевищувати число рівнянь. Це дозволяє вибрати серед безлічі припустимих значень вектора  $Z$  значення, що забезпечує мінімум критерію оптимальності.

Склад векторів  $X$  і  $Y$  може змінюватися в процесі оптимізації. Якщо який-небудь компонент вектора  $X$  виходить за межу, він повинен бути зафіксований на цій межі і введений до складу вектора  $Y$ , а відповідний йому компонент вектора  $Y$  переведений до складу  $X$ . Якщо використовувати метод штрафних функцій, то склад векторів  $X$  і  $Y$  залишається незмінним.

Пошук оптимального режиму починається з розрахунку вихідного ustalеного режиму, тобто з визначення залежних параметрів режиму при зафіксованих незалежних, що відповідає мінімуму цільової функції

$$\Phi(X) = \Psi = \sum_s (w_{Ps}^2 + w_{Qs}^2) \rightarrow \min ,$$

де  $w_{Ps}, w_{Qs}$  – небаланси активних і реактивних потужностей у вузлах.

Якщо вихідний ustalений режим не існує, необхідно спочатку виконати розв'язання задачі введення в область існування режиму. Припустимий режим повинен відповідати технічним вимогам. Параметри режиму, що не можуть виходити за межі припустимих значень, називаються контрольованими. Контрольованими можуть бути як самі залежні і незалежні параметри режиму, так і їхні функції, наприклад, струми чи потужності ЛЕП. Режим є припустимим у тому випадку, якщо всі контрольовані параметри не виходять за межі припустимих значень. Інакше, незалежні параметри режиму необхідно змінити так, щоб режим увійшов у припустиму область.

Задача введення режиму в припустиму область може бути сформульована як задача оптимізації і розв'язана методом штрафних функцій. У такому випадку цільова функція має вигляд

$$\Phi(X) = \Psi + \Pi = \sum_s (w_{Ps}^2 + w_{Qs}^2) + \sum_l k_l (\Pi_l - \Pi_{\text{np}})^2 \rightarrow \min ,$$



де  $k_i$  – коефіцієнт штрафу при виході  $i$ -го параметра  $P_i$  за припустиму межу  $P_{\text{пр}}$  (мінімум чи максимум). Якщо контрольований параметр не виходить за припустимі межі, то відповідний коефіцієнт штрафу приймається рівним 0.

Нарешті, оптимізація – це пошук таких значень незалежних параметрів режиму, які відповідають не тільки припустимому режиму, але і мінімальним експлуатаційним витратам. Цільова функція в цьому випадку має вигляд

$$\Phi(\mathbf{X}) = \sum_s (w_{P_s}^2 + w_{Q_s}^2) + \sum_i k_i (P_i - P_{\text{пр}})^2 + B \rightarrow \min ,$$

де  $B$  – загальні витрати по системі.

Витрати явно залежать тільки від активних потужностей генераторів системи, тобто

$$B = \sum_r B_r(P_r).$$

Залежність  $B$  від інших складових вектора  $\mathbf{Y}$ , що залежать від  $P_r$ , – неявна і характеризується прийнятою математичною моделлю усталеного режиму. Функція  $B(\mathbf{Y})$  не є гладкою. При зміні складу устаткування вона має злами.

На практиці частіше розв'язуються окремо дві простіші задачі: розподіл активної потужності між електростанціями системи й оптимізація реактивних потужностей і коефіцієнтів трансформації. При оптимізації реактивних потужностей і коефіцієнтів трансформації замість функції витрат використовуються сумарні втрати активної потужності в електричній мережі.

Отже, існує три основні моделі оптимізації режимів:

- 1) оптимізація розподілу активної потужності між гідравлічними і тепловими електростанціями чи енергоблоками з наближеним урахуванням втрат активної потужності в електромережі при мінімумі сумарних витрат;
- 2) оптимізація реактивних потужностей джерел електроенергії і коефіцієнтів трансформації при мінімумі сумарних втрат активної потужності в електромережі;
- 3) комплексна оптимізація активних і реактивних потужностей і коефіцієнтів трансформації при мінімумі сумарних витрат.

До складу зазначених математичних моделей можуть входити або повні вузлові рівняння балансу потужностей (система нелінійних алгебраїчних рівнянь усталеного режиму), або спрощені

рівняння балансу активної чи реактивної потужностей по системі загалом.

## 10.2. Оптимізація активних потужностей ТЕС

Розглянемо електроенергетичну систему, що складається з теплових електростанцій і навантаження споживачів у вигляді сумарної активної потужності. Вплив електричної мережі не враховується, тобто вважається, що втрати потужності не залежать від навантаження окремих електростанцій. Якщо не враховувати обмежень по навантаженню електростанцій і пропускній здатності електричної мережі, то потужності електростанцій можуть приймати будь-які значення за єдиної умови дотримання балансу потужностей у системі.

Рівняння балансу потужностей має вигляд:

$$P_{н\Omega} + \pi - \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} P_k = 0, \quad (10.4)$$

де  $n_{\text{ТЕС}}$  – кількість теплових електростанцій енергосистеми;  $P_k$  – активна потужність  $k$ -ї електростанції;  $P_{н\Omega}$  – загальна потужність активних навантажень системи;  $\pi$  – втрати активної потужності в електричній мережі.

Критерієм оптимальності режиму системи можуть бути загальні витрати на виробництво необхідної кількості електроенергії всіма ТЕС протягом однієї години

$$B = \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} B_k(P_k) \rightarrow \min. \quad (10.5)$$

Кожна електростанція має власну характеристику економічності. Тому загальні витрати на виробництво певної кількості електроенергії залежать від розподілу навантаження між електростанціями. Завдання полягає у визначенні таких навантажень кожної електростанції, при яких загальні витрати (10.5) дорівнюють мінімуму за умови балансу потужностей у системі (10.4).

Для розв'язання розглянутої задачі найдоцільніше – застосування методу невизначених множників Лагранжа. Оскільки в задачі має місце тільки одне рівняння обмеження, що відповідає умові балансу потужностей, функція Лагранжа має дуже простий вигляд

$$\Phi = \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} B_k(P_k) + \lambda (\sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} P_k - P_{н\Omega} - \pi). \quad (10.6)$$

Умови екстремуму функції (умови Куна-Таккера):

$$\frac{\partial B_k}{\partial P_k} + \lambda = 0, k = 1, 2, \dots, n_{\text{ТЕС}};$$

$$\sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} P_k - P_{n\Sigma} - \pi = 0.$$

Отримана система рівнянь обумовлює оптимальність розподілу активних потужностей у системі. Часткова похідна

$$\frac{\partial B_k(P_k)}{\partial P_k} = \varepsilon_k(P_k)$$

називається характеристикою відносних приростов (ХВП) витрат на 1 активного навантаження  $k$ -ї електростанції.

Таким чином, умови оптимальності розподілу сумарного навантаження теплових електростанцій системи набувають дуже простого вигляду:

$$\begin{aligned} -\lambda &= \varepsilon_1(P_1) = \varepsilon_2(P_2) = \dots = \mu, \\ P_1 + P_2 + \dots &= P_{n\Sigma} + \pi. \end{aligned} \quad (10.7)$$

ХВП кожної  $k$ -ї електростанції звичайно задаються в табличному вигляді (табл. 10.1), що відповідає кусочно-лінійній апроксимації.

Таблиця 10.1

$P_{k1} = P_{k\text{мін}}$	$P_{k2}$	...	$P_{ki}$	...	$P_{k10} = P_{k\text{макс}}$
$\varepsilon_{k1}$	$\varepsilon_{k2}$	...	$\varepsilon_{ki}$	...	$\varepsilon_{k10}$

Звідси впливає проста методика розподілу сумарного навантаження між тепловими електростанціями. Приймаємо довільне початкове наближення параметра  $\lambda$  і по ХВП визначаємо потужності електростанцій  $P_k$ . Методом послідовних наближень (рис. 10.1) змінюємо  $\lambda$  доти, поки не буде виконуватися умова (10.4).

Деяке ускладнення в роботу алгоритма вносить розривний характер ХВП електростанцій, а також наявність у них горизонтальних ділянок. Алгоритм дозволяє легко враховувати обмеження потужностей електростанцій. Якщо потужність виходить за припустиму межу, вона приймається рівною цій межі.

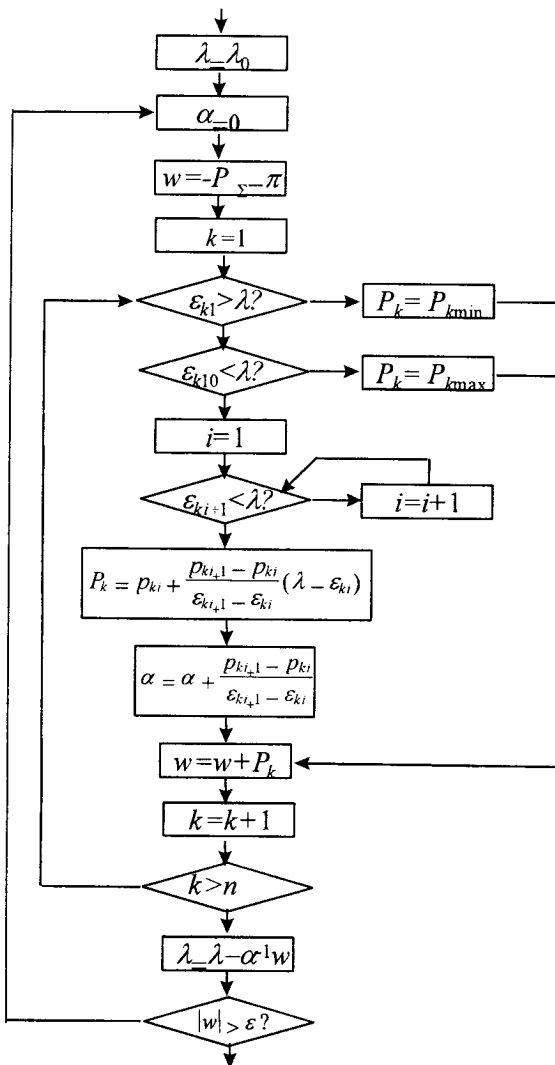


Рис. 10.1.

**Приклад 10.1.** Енергосистема складається з трьох електростанцій, що працюють на загальне навантаження. ХВП першої і другої електростанцій наведені в табл. 10.2. Загальна активна потужність навантаження системи з урахуванням втрат в електричній мережі складає 1400 МВт. Третя електростанція

генерує 336 МВт і не приймає участі в оптимізації. Визначити оптимальні потужності першої і другої електростанцій.

Таблиця 10.2

№	$p_1$	$\varepsilon_1$	$p_2$	$\varepsilon_2$
1	400.0	0.9557	535.0	0.8191
2	413.3	0.9567	538.6	0.8394
3	426.7	0.9576	542.1	0.8597
4	440.0	0.9586	545.6	0.8800
5	453.3	0.9596	547.1	0.9003
6	466.7	0.9605	548.7	0.9205
7	480.0	0.9615	550.3	0.9408
8	493.3	0.9625	557.0	0.9611
9	506.7	0.9634	563.4	0.9814
10	520.0	0.9644	565.0	1.0017

**Розв'язок.** Приймаємо початкове наближення невизначеного множника Лагранжа  $\lambda=0.95$ . З табл. 10.2 визначаємо потужності електростанцій. Оскільки потужність першої електростанції виходить за діапазон характеристики, приймаємо  $P_1=400$ . Потужність другої електростанції

$$P_2=550.3+(557.0-550.3)/(0.9611-0.9408)(0.9611-0.95)=554.$$

Сумарна потужність генерації  $P_{\Sigma}=400+554+336=1290$ . Небаланс потужності  $w=110$ . Коефіцієнт для наступного корегування множника Лагранжа

$$\alpha=(413.3-400.0)/(0.9567-0.9557)+(557.0-550.3)/(0.9611-0.9408)=13333.$$

Нове значення множника Лагранжа

$$\lambda=0.95+110/13333=0.9583.$$

Подальші обчислення виконуємо аналогічно:

$$P_1=438, P_2=556, P_{\Sigma}=1330, w=70, \alpha=13333., \lambda=0.9634;$$

$$P_1=506, P_2=558, P_{\Sigma}=1400, w=0, \alpha=13333., \lambda=0.9634.$$

Наявність обмежень потужності електростанцій, а також розривів ХВП приводять до порушення умови рівності відносних приростів. У такому випадку принцип рівності всіх  $\varepsilon$  може бути замінений принципом послідовного навантаження електростанцій у порядку зростання відносних приростів. Але подібний алгоритм, що відповідає методу динамічного програмування, вимагає значно більшого обсягу обчислень, оскільки для забезпечення необхідної точності розв'язання задачі потрібно навантаження станцій

виконувати дрібними кроками. Деякого зменшення обсягу обчислень можна досягти попередньою побудовою ХВП енергосистеми.

### 10.3. Оптимізація активних потужностей ТЕС і ГЕС

Оптимальний режим енергосистеми, що містить ТЕС і ГЕС з водоймищами, можна визначити лише шляхом аналізу її роботи за весь цикл регулювання з урахуванням обмежень, обумовлених вимогами як самої енергосистеми, так і інших областей економіки. Розрахунки виконуються поетапно. Спочатку за прогнозами визначаються витрати води на кожен місяць. На основі місячного регулювання визначаються витрати на тиждень і добу. І, нарешті, за умовами добового циклу регулювання визначаються годинні графіки роботи всіх ТЕС і ГЕС. На кожному етапі використовуються різні методи розв'язання задачі і різні данні. Добовий цикл регулювання здійснюється на основі досить надійних даних про витрати води і графіків навантаження енергосистеми по регіонах на наступну добу.

Наявність ГЕС значно ускладнює задачу оптимального розподілу активних потужностей, оскільки сумарне використання води на кожній ГЕС протягом доби повинно дорівнювати деякій заданій величині. Якби таких обмежень не було, то для максимального зниження витрат потрібно було б цілком завантажувати всі ГЕС, а іншу потужність розподіляти між ТЕС за методикою, розглянутою в попередньому розділі. Однак подібне розв'язання задачі можливо лише в період паводка. Щоб уникнути вимушеного викиду води через греблю і вигідно використовувати потужності ГЕС цілодобово, потрібно дотримуватись попередньо визначених добових витрат води на ГЕС.

На відміну від задачі розподілу активної потужності між одними лише ТЕС, у якій розрахунки можна виконувати окремо для кожної години, оскільки режими енергосистеми в окремі години не залежать між собою, наявність ГЕС при заданих сумарних витратах води на добу привносить зазначену залежність. Тому мінімум сумарних витрат у системі, що складається з ТЕС і ГЕС, потрібно визначати не за годину, а за добу. Аналогічні умови іноді виникають і при обмеженні витрат окремих видів палива на ТЕС.

У практиці інженерних розрахунків контроль за витратами енергоресурсів виконується приблизно по виробництву електроенергії, що відповідає заданим витратам води або палива.

Методика розрахунків при цьому ґрунтується на обмеженні електроенергії, вироблюваної на кожній ГЕС чи ТЕС протягом доби. Результатом оптимізації є добові графіки активних потужностей всіх електростанцій системи.

Математична задача оптимізації режиму енергосистеми з ТЕС і ГЕС є варіаційною задачею. Варіаційними називають задачі на дослідження екстремумів функціоналів. У випадку оптимального розподілу активних потужностей в енергосистемі з ТЕС і ГЕС функціоналом є сумарні витрати, обумовлені графіками потужностей ТЕС протягом 24 годин, при виконанні ізопериметричних умов вироблення заданих кількостей електроенергії на ГЕС. Якщо виходити з припущення незмінності напору води, задача може бути розв'язана методом невизначених множників Лагранжа.

Математично задача формулюється так. Визначити графіки навантажень  $n_{\text{ТЕС}}$  теплових і  $n_{\text{ГЕС}}$  гідравлічних електростанцій, що забезпечують мінімум витрат в енергосистемі протягом розглянутого циклу регулювання тривалістю 24 години

$$B = \sum_{t=1}^{24} \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} B_{tk}(P_{tk})$$

при дотриманні умови балансу активних потужностей для кожної години  $t$

$$w_t = P_{\text{нΣ}t} + \pi_t - \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} P_{tk} - \sum_{l=1}^{n_{\text{ГЕС}}} P_{lt} = 0, t = 1, 2, \dots, 24$$

і обмеженнях по витратах води (генерації електроенергії) на ГЕС

$$\sum_{t=1}^{24} B_{lt}(P_{lt}) - B_{l\text{зад}} = 0, l = 1, 2, \dots, n_{\text{ГЕС}},$$

де  $P_{lt}$  – активна потужність  $l$ -ї ГЕС протягом  $t$ -ї години,  $B_{l\text{зад}}$  – задана добова витрата води на  $l$ -й ГЕС.

Припустимо, що навантаження споживачів не залежать від режиму роботи системи, як і сумарні втрати активної потужності в електричній мережі. Тоді функцію Лагранжа можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{t=1}^{24} \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} B_{tk}(P_{tk}) + \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left( P_{\text{нΣ}t} + \pi_t - \sum_{k=1}^{n_{\text{ТЕС}}} P_{tk} - \sum_{l=1}^{n_{\text{ГЕС}}} P_{lt} \right) + \\ & + \sum_{l=1}^{n_{\text{ГЕС}}} \lambda_l \left( \sum_{t=1}^{24} B_{lt}(P_{lt}) - B_{l\text{зад}} \right). \end{aligned} \quad (10.8)$$

Візьмемо часткові похідні від функції  $\Phi$  по всіх змінних  $P_{ik}$  і  $P_{il}$  і порівняємо їх до нуля. Позначимо часткову похідну  $\frac{\partial B_{il}}{\partial P_{il}} = \varepsilon_{il}$ , що має назву відносного приросту витрат води  $l$ -ї ГЕС протягом  $t$ -ї години. Тоді матимемо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial P_{ik}} &= \varepsilon_{ik} - \lambda_t = 0, t = 1, 2, \dots, 24; k = 1, 2, \dots, n_{\text{ТЕС}}; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial P_{il}} &= -\lambda_t + \lambda_t \varepsilon_{il} = 0, t = 1, 2, \dots, 24; l = 1, 2, \dots, n_{\text{ГЕС}}. \end{aligned}$$

З першої частини системи рівнянь випливають умови оптимальності розподілу активних потужностей для ТЕС:

$$\lambda_t = \varepsilon_{ik}, k = 1, 2, \dots, n_{\text{ТЕС}}; t = 1, 2, \dots, 24.$$

Ці умови нічим не відрізняються від умов оптимальності розподілу активних потужностей у системі з лише тепловими станціями.

Аналогічно з другої частини системи рівнянь маємо умови оптимальності для ГЕС:

$$\lambda_t = \lambda_t \varepsilon_{il}, l = 1, 2, \dots, n_{\text{ГЕС}}; t = 1, 2, \dots, 24.$$

Отже загальна умова оптимального розподілу потужностей у системі з ТЕС і ГЕС має аналогічний вигляд:

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \varepsilon_{ik} = \lambda_t \varepsilon_{il}, k = 1, 2, \dots, n_{\text{ТЕС}}; \\ l &= 1, 2, \dots, n_{\text{ГЕС}}; t = 1, 2, \dots, 24. \end{aligned} \quad (10.9)$$

Таким чином, умови оптимальності розподілу навантаження ТЕС і ГЕС подібні і відрізняються лише тим, що для ГЕС відносні прирости витрат води за кожну годину  $\varepsilon_{il}$  повинні домножатися на деякі множники  $\lambda_t$ . Якби ці множники для всіх ГЕС були відомі спочатку, то ГЕС можна було б замінити еквівалентними ТЕС з відносними приростами  $\lambda_t \varepsilon_{il}$ , а  $\lambda_t$  можна було б трактувати як еквівалентну вартість (цінність) води  $l$ -ї ГЕС. Коефіцієнт  $\lambda_t$  чисельно дорівнює зменшенню витрат на всіх ТЕС при збільшенні витрати води на  $l$ -й ГЕС на  $1 \text{ м}^3$ . Чим більший коефіцієнт  $\lambda_t$ , тим більше витрат в енергосистемі заміняє  $1 \text{ м}^3$  води на  $l$ -й ГЕС.

Розв'язання системи рівнянь (10.9), як і (10.7), аналітично неможливо внаслідок нелінійності ХВП і обмежень. Тому використовують наближені методи. Спочатку необхідно прийняти деякі початкові значення множників Лагранжа  $\lambda_t$  і  $\lambda_l$ . Відповідно до алгоритму рис. 10.1 виконується оптимальний розподіл активних потужностей ТЕС і ГЕС для першої години. Аналогічно



виконуються розрахунки для всіх 24 годин. Після цього перевіряються умови витрати води за добу для кожної ГЕС. Якщо на якій-небудь ГЕС добова витрата води перевищила задану величину, то  $\lambda_i$  цієї станції потрібно збільшити. Тоді еквівалентний відносний приріст  $l$ -ї станції зросте і її навантаження протягом доби на наступній ітерації зменшиться. І, навпаки, якщо добова витрата води менша заданої величини, то і  $\lambda_i$  потрібно зменшити.

Ітераційний процес уточнення параметра виконується відповідно до формули

$$\lambda_i^{(i+1)} = \lambda_i^{(i)} + h_i^{(i)} \Delta B_i^{(i)}, \quad (10.10)$$

де  $h_i^{(i)}$  – коефіцієнт прискорення ітерацій  $l$ -ї ГЕС на  $i$ -ї ітерації. Коефіцієнти прискорення змінюються в залежності від характеру ітераційного процесу за формулою

$$h_i^{(i)} = \begin{cases} 1.3h_i^{(i-1)}, & \text{при } \Delta B_i^{(i)} \Delta B_i^{(i-1)} > 0 \\ 0.4h_i^{(i-1)}, & \text{при } \Delta B_i^{(i)} \Delta B_i^{(i-1)} < 0 \end{cases} \quad (10.11)$$

Початкове значення коефіцієнтів  $h^{(0)}$  може задаватися в умовах задачі чи бути константою програми і не вимагає використання спеціальної методики обчислення, оскільки невдалий вибір цього параметра приводить лише до деякого збільшення числа ітерацій.

Початкові значення невизначених множників Лагранжа  $\lambda_i^{(0)}$  приймаються рівними їхнім значенням з аналогічних розрахунків у попередні дні. Можливе обчислення початкових значень  $\lambda_i^{(0)}$  за середньодобовими потужностями станцій для години доби, на якій сумарне навантаження системи близьке до середньодобового.

Розрахунки повторюються доти, поки для всіх ГЕС відхилення сумарних витрат води від заданих не будуть задовольняти потрібну точність розв'язання задачі. Отриманий результат буде оптимальним.

**Приклад 10.2.** Енергосистема складається з трьох електростанцій, що працюють на загальне навантаження. ХВП першої і другої теплових електростанцій наведені в табл. 10.2. Третя електростанція (ГЕС), потужність якої може змінюватися від 0 до 1000 МВт, повинна протягом доби виробити 7000 МВт\*год електроенергії. Нехай ГЕС має лінійну ХВП: при мінімальній потужності відносний приріст витрат дорівнює 0.8, а при максимальній – 1.1. Загальна активна потужність навантаження системи з урахуванням втрат у мережі  $P_{нз}$  змінюється протягом доби

згідно табл. 10.3 (перший стовпець). Визначити оптимальні добові графіки навантаження електростанцій.

**Розв'язок.** Приймаємо початкові значення невизначених множників Лагранжа  $\lambda_l=0.95$  і  $\lambda_r=1.00$ . Виконуємо розподіл потужності 1120 МВт між електростанціями для першої години. З табл. 10.2 визначаємо потужності теплових електростанцій, а по заданій лінійній ХВП – потужність ГЕС. Визначаємо сумарну потужність електростанцій системи, небаланс потужності і коефіцієнт корегування множника Лагранжа на наступній ітерації. Обчислення виконуються так само, як і в прикладі 10.1, до повної збіжності ітераційного процесу. При цьому множник Лагранжа приймає значення 0.937, 0.855, 0.854 і 0.854, а небаланс потужності: -429.2, -286.2, -4.8 і 0.0. Оптимальні значення потужностей електростанцій складають 400, 541 і 179 МВт. Аналогічно виконуємо розподіл потужностей для всіх 24 годин. Результати обчислень заносимо в табл. 10.3 (верхній індекс 1).

Далі виконується перший крок зовнішнього ітераційного процесу: врахування обмеження вироблення електроенергії на ГЕС. Поточне вироблення електроенергії на ГЕС за добу наприкінці першої ітерації складає 8451 МВтгод. Нове значення множника Лагранжа

$$\lambda_l^{(2)} = 1 + 0.25 \frac{8451 - 7000}{7000} = 1.052.$$

У даному випадку коефіцієнт прискорення ітерацій  $h=0.25$  можна прийняти незмінним. Як зазначалося, зміна множника Лагранжа  $\lambda_l$  еквівалентна зміні ХВП ГЕС. Відносний приріст витрат при мінімальній потужності ГЕС тепер складає  $0.8 \cdot 1.052 = 0.842$ , а при максимальній –  $1.1 \cdot 1.052 = 1.157$ . Після цього повторюється добовий розподіл потужностей при новій ХВП ГЕС. Результати обчислень заносимо в табл. 10.3 (верхній індекс 2).

Вироблення електроенергії на ГЕС за добу наприкінці другої ітерації складає 7493 МВтгод. Нове значення множника Лагранжа

$$\lambda_l^{(3)} = 1.052 + 0.25 \frac{7493 - 7000}{7000} = 1.069.$$

Відносні прирости витрат при мінімальній і максимальній потужностях ГЕС складають

$$0.8 \cdot 1.069 = 0.855 \text{ і } 1.1 \cdot 1.069 = 1.176.$$

Після розподілу потужностей на третій ітерації (табл. 10.3, верхній індекс 3) вироблення електроенергії на ГЕС досягає 6999 МВт\*год. Розв'язання задачі на цьому можна закінчити.

Таблиця 10.3

$t$	$P_{\text{н\text{С}}}$	$P_1^1$	$P_2^1$	$P_3^1$	$P_1^2$	$P_2^2$	$P_3^2$	$P_1^3$	$P_2^3$	$P_3^3$
1	1120	400	541	179	400	547	173	400	548	172
2	1100	400	540	160	400	546	154	400	547	153
3	1080	400	539	141	400	546	134	400	547	133
4	1060	400	538	122	400	545	115	400	546	114
5	1040	400	537	103	400	544	96	400	546	94
6	1080	400	539	141	400	546	134	400	547	133
7	1200	400	545	255	400	549	252	400	550	250
8	1300	400	548	353	400	554	346	426	556	318
9	1400	400	550	450	466	557	377	506	558	336
10	1380	400	549	431	450	556	374	490	557	333
11	1360	400	549	411	434	556	370	474	557	329
12	1340	400	548	392	418	556	366	458	557	325
13	1320	400	548	372	402	555	363	442	556	322
14	1330	400	548	382	410	555	364	450	556	324
15	1360	400	549	411	434	556	370	474	557	329
16	1390	400	550	440	458	557	375	498	558	334
17	1420	400	550	470	482	557	381	520	558	342
18	1450	400	553	497	506	558	386	520	561	369
19	1500	420	556	524	520	561	419	520	564	416
20	1550	460	557	533	520	564	466	520	565	465
21	1540	452	556	532	520	564	456	520	565	455
22	1440	400	552	488	498	558	385	520	560	360
23	1340	400	548	392	418	556	366	458	557	325
24	1220	400	546	274	400	549	270	400	551	269

#### 10.4. Оптимізація $P$ з урахуванням мережі

У попередніх двох розділах розглядалися задачі оптимального розподілу активного навантаження між електростанціями енергосистеми без урахування впливу електромережі. Насправді розподіл потужностей істотно впливає на втрати в мережі, а отже і на сумарні витрати по енергосистемі. Розглянемо спочатку найпростіший випадок роботи трьох електростанцій через три ЛЕП

на загальне навантаження з незмінною потужністю  $P_H + jQ_H$  (рис. 10.2).

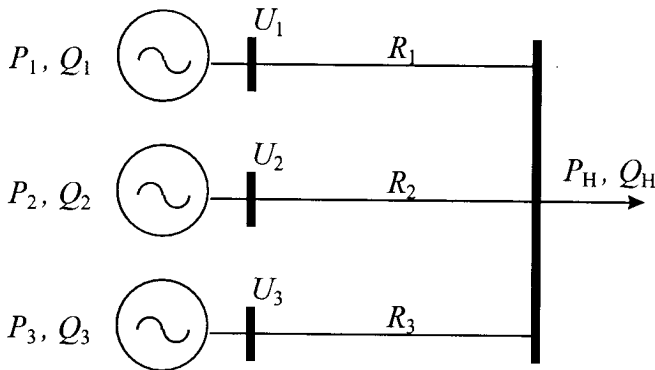


Рис. 10.2.

Сумарні втрати активної потужності  $\pi$  у системі залежно від потужностей визначаються за формулою

$$\pi(P_1, P_2, P_3) = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} R_1 + \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} R_2 + \frac{P_3^2 + Q_3^2}{U_3^2} R_3. \quad (10.12)$$

Необхідно визначити активні потужності електростанцій  $P_1$ ,  $P_2$  і  $P_3$ , при яких має місце баланс активних потужностей в енергосистемі

$$P_1 + P_2 + P_3 - \pi(P_1, P_2, P_3) - P_H = 0$$

і мінімум сумарних витрат на виробництво електроенергії

$$B = B_1(P_1) + B_2(P_2) + B_3(P_3).$$

Введемо, як і раніше, невизначений множник  $\lambda$  і складемо функцію Лагранжа

$$\Phi = B_1(P_1) + B_2(P_2) + B_3(P_3) + \lambda [P_1 + P_2 + P_3 - \pi(P_1, P_2, P_3) - P_H].$$

Для отримання критерія оптимальності продиференціюємо функцію Лагранжа по незалежних змінних  $P_1$ ,  $P_2$  і  $P_3$  за умови, що реактивні потужності незмінні, і прирівняємо похідні нулю. Якщо позначити

відносні прирости втрат, як  $\sigma_{pk} = \frac{\partial \pi}{\partial P_k}$ , де  $k$  – номер станції, можна

записати умови оптимальності у вигляді:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = \varepsilon_1 + \lambda(1 - \sigma_{P_1}) = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = \varepsilon_2 + \lambda(1 - \sigma_{P_2}) = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_3} = \varepsilon_3 + \lambda(1 - \sigma_{P_3}) = 0,$$

звідки

$$\lambda = \frac{\varepsilon_1}{1 - \sigma_{P_1}} = \frac{\varepsilon_2}{1 - \sigma_{P_2}} = \frac{\varepsilon_3}{1 - \sigma_{P_3}}. \quad (10.13)$$

Множник  $\lambda$  має розмірність відносного приросту витрат і чисельно дорівнює відносному приросту витрат у вузлі, який фізично відповідає балансу активних потужностей енергосистеми з урахуванням втрат в електричній мережі. Математично вибір балансуєчого вузла може бути довільним. Якщо, наприклад, за балансуєчий вибрати вузол загального навантаження, то, диференціюючи (10.12) по  $P_1, P_2$  і  $P_3$ , маємо

$$\sigma_{P_i} = \frac{2R_i P_i}{U_i^2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (10.14)$$

Характеристика  $\frac{\varepsilon}{1 - \sigma_p}$  має назву приведенного відносного приросту. Умова оптимальності розподілу активних потужностей з урахуванням впливу втрат активної потужності в мережі полягає в забезпеченні рівності приведених відносних приростів для всіх електростанцій. Отже, при відомих  $\sigma_p$  методи розв'язання даної задачі залишаються ті ж самі, що й у попередніх двох розділах. Оскільки  $\pi$  і  $\sigma_p$  залежать від незалежних змінних, необхідно їхнє ітераційне уточнення в процесі оптимізації.

**Приклад 10.3.** Енергосистема складається з трьох електростанцій, що живлять загальне навантаження по трьох ЛЕП (рис. 10.2). Активні опори ЛЕП:  $R_1=4$  Оми,  $R_2=1$  Ом,  $R_3=2$  Оми. Рівні напруг на шинах електростанцій підтримуються за допомогою АРЗ незмінними, що складають  $U_1=345$  кВ,  $U_2=350$  кВ,  $U_3=355$  кВ. При цьому електростанції генерують реактивні потужності:  $Q_1=185$  МВАр,  $Q_2=200$  МВАр,  $Q_3=225$  МВАр. ХВП першої і другої електростанцій наведені в табл. 10.2. Активна потужність навантаження системи  $P_H=1400$  МВт. Третя електростанція генерує незмінну потужність 336 МВт і не приймає участі в оптимізації.

Визначити оптимальні потужності першої і другої електростанцій з урахуванням втрат активної потужності в електричній мережі.

**Розв'язок.** Оскільки на початку розрахунку активні потужності першої і другої станцій невідомі, приймаємо  $\pi=0$  і  $\sigma_p=1$  і розподіляємо потужність 1400 МВт так, як це було виконано в прикладі 10.1. Після першого кроку оптимізації маємо  $P_1=506$  МВт і  $P_2=558$  МВт.

На другому кроці спочатку обчислимо втрати і відносні прирости втрат за формулами (10.12) і (10.14):

$$\pi = \frac{506^2 + 185^2}{345^2} 4 + \frac{558^2 + 200^2}{350^2} 1 + \frac{336^2 + 225^2}{355^2} 2 = 16.1,$$

$$\sigma_{P1} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 506}{345^2} = 0.034,$$

$$\sigma_{P2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 558}{350^2} = 0.009.$$

Отже, загальна активна потужність електростанцій повинна покривати  $1400+16.1=1416.1$  МВт. Далі необхідно розрахувати приведені відносні прирости електростанцій. Для цього потрібно  $\varepsilon_1$  у табл. 10.2 помножити на  $1/(1-0.034)=1.04$ , а  $\varepsilon_2$  – на  $1/(1-0.009)=1.01$ . Після цього необхідно аналогічно виконати розподіл потужності 1416.1 МВт з урахуванням приведених відносних приростів електростанцій. Після другого кроку оптимізації маємо  $P_1=516$  МВт і  $P_2=564$  МВт. При необхідності наступні кроки повторюються до одержання заданої точності.

Результати оптимального розподілу активних потужностей у складній енергосистемі залежать не тільки від втрат активної, але і реактивної потужності. В загальному випадку задача полягає у визначенні таких активних потужностей електростанцій, які б забезпечували мінімум цільової функції (10.5) за умов балансу активних і реактивних потужностей в енергосистемі

$$\begin{aligned} P_{н\Sigma} + \pi - \sum_{k=1}^{n_{EC}} P_k &= 0, \\ Q_{н\Sigma} + \theta - \sum_{k=1}^{n_{EC}} Q_k &= 0. \end{aligned} \quad (10.15)$$

Розглянемо невизначені множники  $\lambda_p$  і  $\lambda_Q$  і складемо функцію Лагранжа

$$\Phi = \sum_{k=1}^{n_{\text{EC}}} B_k(P_k) + \lambda_P [P_{\text{н}\Sigma} + \pi(P_k, Q_k) - \sum_{k=1}^{n_{\text{EC}}} P_k] + \\ + \lambda_Q [Q_{\text{н}\Sigma} + \theta(P_k, Q_k) - \sum_{k=1}^{n_{\text{EC}}} Q_k].$$

Як і раніше, продиференціюємо функцію Лагранжа по незалежних змінних  $P_k$  і  $Q_k$  і прирівняємо часткові похідні до 0. Позначивши

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_k} = \sigma_{P_k}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial Q_k} = \sigma_{Q_k}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial P_k} = \zeta_{P_k}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Q_k} = \zeta_{Q_k},$$

маємо

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_k} = \varepsilon_k + \lambda_P (\sigma_{P_k} - 1) + \lambda_Q \zeta_{P_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_{\text{EC}}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Q_k} = \lambda_P \sigma_{Q_k} + \lambda_Q (\zeta_{Q_k} - 1) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_{\text{EC}}. \quad (10.16)$$

З другої частини системи рівнянь (10.16) визначимо  $\lambda_Q$  і підставимо в першу. Після нескладних перетворень маємо

$$\lambda_P = \frac{\varepsilon_k}{1 - \sigma_{P_k} - \frac{\zeta_{P_k} \sigma_{Q_k}}{1 - \zeta_{Q_k}}}, \quad k = 1, 2, \dots, n_{\text{EC}}. \quad (10.17)$$

Система рівнянь (10.17) визначає умови оптимальності розподілу сумарного активного навантаження електростанцій системи з урахуванням втрат активної і реактивної потужності в електричній мережі.

Звідси випливає методика розподілу активної потужності системи між електростанціями. Приймаємо довільні наближення активних потужностей електростанцій  $P_k$  (наприклад, оптимальний розподіл без урахування мережі). Визначаємо усталений режим електричної мережі, обчислюємо сумарні втрати активної потужності  $\pi$  і відносні прирости втрат  $\sigma_{P_k}$ ,  $\sigma_{Q_k}$ ,  $\zeta_{P_k}$ ,  $\zeta_{Q_k}$ . Приймаємо деяке початкове наближення параметра  $\lambda_P$  і за допомогою (10.17) за відомими ХВП обчислюємо потужності електростанцій  $P_k$ . Методом послідовних наближень змінюємо  $\lambda_P$  доти, поки не досягнемо першої умови (10.15). Після цього необхідно визначити новий усталений режим, обчислити сумарні втрати активної потужності і відносні прирости втрат і т. д. до досягнення необхідної точності.

Аналогічно змінюється методика оптимального розподілу потужностей між ТЕС і ГЕС у складній енергосистемі з урахуванням режиму електричної мережі й обмежень на виробництво електроенергії на ГЕС.

### 10.5. Визначення відносних приростів утрат

Для визначення відносних приростів утрат можуть використовуватися різні підходи. Найпростіший з них заснований на виконанні чисельного диференціювання. Похідна заміняється відношенням кінцевих приростів відповідних характеристик режиму

$$\sigma_k \approx \frac{\Delta \pi}{\Delta P_k}.$$

Однак подібний підхід досить трудомісткий, тому що він вимагає виконання великої кількості розрахунків ustalених режимів. Спочатку розраховується базовий режим і сумарні втрати  $\pi_0$ . Потім навантаження першої електростанції необхідно збільшити на  $\Delta P_1$  і розрахувати новий режим і втрати в ньому  $\pi$ . Відносний приріст утрат для першої електростанції можна приблизно визначити як

$$\sigma_1 = \frac{\pi - \pi_0}{\Delta P_1}.$$

Аналогічно визначаються відносні прирости всіх інших електростанцій системи.

**Приклад 10.4.** Енергосистема складається з двох електростанцій, що працюють через окремі лінії електропередачі на шини безкінечної потужності (рис.10.3). Активні і реактивні опори ЛЕП складають  $R_1+jX_1=4+j20$  Ом,  $R_2+jX_2=1+j50$  Ом. Напряга на шинах БП підтримується на рівні 330 кВ. При цьому електростанції генерують потужності  $P_1+jQ_1=516+j185$  МВА і  $P_2+jQ_2=564+j200$  МВА. Визначити відносні прирости втрат методом чисельного диференціювання.

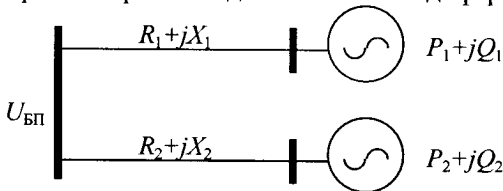


Рис. 10.3.



**Розв'язок.** Спочатку розраховуємо вихідний режим при заданих параметрах. Напруга в першому вузлі дорівнює  $344+j29$  кВ, модуль напруги – 345 кВ. Напруга в другому вузлі –  $340+j85$  кВ, модуль напруги – 350 кВ. Сумарні втрати активної потужності складають 12.9857 МВт. Приймаємо активну потужність першої станції  $516+10=526$  МВт і розраховуємо новий усталений режим. Сумарні втрати активної потужності в цьому режимі збільшилися до 13.3310 МВт. Таким чином, відносний приріст утрат для першого вузла дорівнює

$$(13.3310-12.9857)/10=0.0345.$$

Аналогічно в другому експерименті при збільшенні  $P_2$  на 10 МВт сумарні втрати виросли до 13.0840 МВт. Відносний приріст утрат для другого вузла

$$(13.0840-12.9857)/10=0.0098.$$

Другий підхід, аналітичний, більш ефективний і універсальний. Але спочатку маємо розглянути питання визначення втрат.

Зворотна вузлова модель може бути виражена в матричному вигляді формулою

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{U}_0 + \dot{\mathbf{Z}}_y \dot{\mathbf{J}},$$

де  $\dot{\mathbf{Z}}_y$  – матриця вузлових опорів,  $\dot{\mathbf{J}}$  – вектор вузлових струмів.

Сумарні втрати в електричній мережі дорівнюють геометричній сумі всіх вузлових потужностей

$$\Delta \dot{S} = \hat{\mathbf{J}}_t \dot{\mathbf{U}},$$

де нижній індекс  $t$  означає операцію транспонування вектора-стовпця у вектор-строку.

Оскільки геометрична сума всіх вузлових струмів дорівнює 0,

$$\Delta \dot{S} = \mathbf{U}_0 \sum_{s=0}^m \hat{\mathbf{J}}_s + \hat{\mathbf{J}}_t \dot{\mathbf{Z}}_y \dot{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{J}}_t \dot{\mathbf{Z}}_y \dot{\mathbf{J}}.$$

Якщо виразити вузлові струми через потужності, то формула набуває вигляду

$$\Delta \dot{S} = \hat{\mathbf{S}}_t \dot{\mathbf{U}}_d^{-1} \dot{\mathbf{Z}}_y \hat{\mathbf{S}}_d^{-1}. \quad (10.18)$$

Формула (10.18) виражає точний (аналітичний) метод визначення втрат. Однак, вона не дозволяє одержати часткові похідні і вимагає спрощення. По-перше, оскільки модулі й аргументи напруг у нормальних усталених режимах змінюються мало, то можна прийняти всі напруги як номінальні. Тоді вираз (10.18) можна спростити:

$$\Delta \dot{\mathbf{S}} = \frac{1}{U_{\text{НОМ}}^2} \dot{\mathbf{S}}_f \dot{\mathbf{Z}}_y \hat{\mathbf{S}}.$$

По-друге, якщо розділити комплекси і зневажити складовими  $P_s Q_f - P_f Q_s$ , одержимо досить прості формули для обчислення втрат потужності:

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{1}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{s=1}^m \sum_{f=1}^m R_{sf} (P_s P_f + Q_s Q_f), \\ \theta &= \frac{1}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{s=1}^m \sum_{f=1}^m X_{sf} (P_s P_f + Q_s Q_f), \end{aligned} \quad (10.19)$$

де  $R_{sf}, X_{sf}$  – елементи матриці вузлових опорів.

Звідси одержуємо формули для визначення відносних приростів втрат:

$$\begin{aligned} \sigma_{P_s} &= \frac{\partial \pi}{\partial P_s} = \frac{2}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{f=1}^m P_f R_{sf}, \quad \sigma_{Q_s} = \frac{\partial \pi}{\partial Q_s} = \frac{2}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{f=1}^m Q_f R_{sf}, \\ \varsigma_{P_s} &= \frac{\partial \theta}{\partial P_s} = \frac{2}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{f=1}^m P_f X_{sf}, \quad \varsigma_{Q_s} = \frac{\partial \theta}{\partial Q_s} = \frac{2}{U_{\text{НОМ}}^2} \sum_{f=1}^m Q_f X_{sf}. \end{aligned} \quad (10.20)$$

**Приклад 10.5.** Умови задачі ті самі, що і в прикладі 10.4. Визначити відносні прирости втрат за допомогою матриці вузлових опорів.

**Розв'язок.** Спочатку необхідно визначити матрицю вузлових опорів, яка у даному випадку має дуже простий вигляд:

$$\mathbf{Z} = \begin{vmatrix} 4 + j20 & 0 \\ 0 & 1 + j50 \end{vmatrix}.$$

Визначаємо відносні прирости втрат за формулами (10.20):

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1} &= \frac{2}{330^2} \cdot 516 \cdot 4 = 0.038, \quad \sigma_{P_2} = \frac{2}{330^2} \cdot 564 \cdot 1 = 0.010, \\ \sigma_{Q_1} &= \frac{2}{330^2} \cdot 185 \cdot 4 = 0.014, \quad \sigma_{Q_2} = \frac{2}{330^2} \cdot 200 \cdot 1 = 0.004, \\ \varsigma_{P_1} &= \frac{2}{330^2} \cdot 516 \cdot 20 = 0.190, \quad \varsigma_{P_2} = \frac{2}{330^2} \cdot 564 \cdot 50 = 0.500, \\ \varsigma_{Q_1} &= \frac{2}{330^2} \cdot 185 \cdot 20 = 0.068, \quad \varsigma_{Q_2} = \frac{2}{330^2} \cdot 20 \cdot 50 = 0.184. \end{aligned}$$

Розглянута математична модель для обчислення відносних приростів втрат носить наближений характер. Крім того, вона вимагає попереднього обчислення матриці вузлових опорів.

Кращих результатів можна досягти, ґрунтуючись на використанні метода диференціювання неявних функцій. При цьому виходять з наступних міркувань. З одного боку, існує явна залежність утрат від напруг у вузлах. Дійсно, оскільки втрати в кожній вітці однозначно визначаються напругами вузлів на її кінцях, то загальні втрати можна розрахувати за формулою

$$\pi + j\theta = \sum_{s=1}^m \left[ U_s^2 \hat{y}_{ss} - \dot{U}_s \sum_{s \in f} \hat{U}_f \hat{y}_{sf} \right]. \quad (10.21)$$

З іншого боку, напруги у вузлах є неявними функціями потужностей усіх вузлів, що впливає з вузлових рівнянь балансу потужностей:

$$\mathbf{W}_p(\mathbf{U}, \mathbf{D}) = 0, \quad \mathbf{W}_Q(\mathbf{U}, \mathbf{D}) = 0,$$

які відповідають моделі 2 усталеного режиму (табл. 9.8).

Відповідно до правила диференціювання неявних функцій маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial U_s} &= \frac{\partial \pi}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \pi}{\partial P_f} \frac{\partial P_f}{\partial U_s} + \frac{\partial \pi}{\partial Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \pi}{\partial Q_f} \frac{\partial Q_f}{\partial U_s}, \\ \frac{\partial \pi}{\partial \delta_s} &= \frac{\partial \pi}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \pi}{\partial P_f} \frac{\partial P_f}{\partial \delta_s} + \frac{\partial \pi}{\partial Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \pi}{\partial Q_f} \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_s}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial U_s} &= \frac{\partial \theta}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \theta}{\partial P_f} \frac{\partial P_f}{\partial U_s} + \frac{\partial \theta}{\partial Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial U_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \theta}{\partial Q_f} \frac{\partial Q_f}{\partial U_s}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \delta_s} &= \frac{\partial \theta}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \theta}{\partial P_f} \frac{\partial P_f}{\partial \delta_s} + \frac{\partial \theta}{\partial Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial \delta_s} + \sum_{f \in s} \frac{\partial \theta}{\partial Q_f} \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_s}. \end{aligned}$$

Зазначені вирази при  $s=1,2,\dots,m$  можна розглядати як систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Часткові похідні в лівій частині системи при відомих напругах в усталеному режимі (вільні члени) можна розрахувати за формулами:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial U_s} &= \alpha_{U_s} = 2U_s g_{ss} - \frac{2}{U_s} \sum_{f \in s} (U_s' U_f' + U_s'' U_f'') g_{sf}, \\ \frac{\partial \pi}{\partial \delta_s} &= \alpha_{\delta_s} = 2 \sum_{f \in s} (U_s'' U_f' - U_s' U_f'') g_{sf}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial U_s} &= \beta_{U_s} = -2U_s g_{ss} + \frac{2}{U_s} \sum_{f \in s} (U_s' U_f' + U_s'' U_f'') b_{sf}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \delta_s} &= \beta_{\delta_s} = -2 \sum_{f \in s} (U_s'' U_f' - U_s' U_f'') b_{sf}, \end{aligned} \quad (10.22)$$

які впливають з диференціювання рівнянь (10.21). Часткові похідні

$$\frac{\partial P_s}{\partial U_s}, \frac{\partial P_f}{\partial U_s}, \dots, \frac{\partial Q_f}{\partial \delta_s}$$

утворюють транспоновану матрицю Якобі, елементи якої обчислюються так само, як і в методі Ньютона. Величини

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_s} = \sigma_{P_s}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial Q_s} = \sigma_{Q_s}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial P_s} = \zeta_{P_s}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Q_s} = \zeta_{Q_s} \quad - \text{це відносні прирости втрат,}$$

які необхідно визначити. Розв'язуючи системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial U} & \frac{\partial Q}{\partial U} \\ \frac{\partial P}{\partial D} & \frac{\partial Q}{\partial D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\sigma_P] \\ [\sigma_Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha_U] \\ [\alpha_D] \end{bmatrix}, \quad (10.23a)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial U} & \frac{\partial Q}{\partial U} \\ \frac{\partial P}{\partial D} & \frac{\partial Q}{\partial D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\zeta_P] \\ [\zeta_Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\beta_U] \\ [\beta_D] \end{bmatrix} \quad (10.23b)$$

методом Гауса з урахуванням розрідженості матриці Якобі, знаходимо чисельні значення відносних приростів. Даний метод потребує одного розрахунку усталеного режиму. Якщо при цьому використовується метод Ньютона, то обчислення відносних приростів є простим доповненням до програми розрахунку усталених режимів.

**Приклад 10.6.** Параметри схеми і режиму ті ж, що й у попередніх двох прикладах. Напруги в першому і другому вузлах в нормальному режимі дорівнюють відповідно  $344+j29$  кВ і  $340+j85$  кВ. Визначити відносні прирости втрат методом диференціювання неавних функцій.

**Розв'язок.** Обчислюємо елементи транспонованої матриці Якобі

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial U} & \frac{\partial Q}{\partial U} \\ \frac{\partial P}{\partial D} & \frac{\partial Q}{\partial D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1663.9 & 0 & 5924.5 & 0 \\ 0 & 613.1 & 0 & 2653.6 \\ 5554.5 & 0 & -631.9 & 0 \\ 0 & 2253.6 & 0 & 514.9 \end{bmatrix}.$$

За формулами (10.22) визначаємо праві частини рівнянь

$$\begin{bmatrix} \alpha_{U1} & \alpha_{U2} & \alpha_{D1} & \alpha_{D2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.8 & 8.4 & 184.2 & 22.4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{U1} & \beta_{U2} & \beta_{D1} & \beta_{D2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 554.2 & 422.4 & 921.2 & 1119.6 \end{bmatrix}.$$

Розв'язуємо (10.23a) і (10.23b) і знаходимо відносні прирости:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{P1} & \sigma_{P2} & \sigma_{Q1} & \sigma_{Q2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.0342 & 0.0097 & 0.0091 & 0.0009 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} \zeta_{P1} & \zeta_{P2} & \zeta_{Q1} & \zeta_{Q2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.1710 & 0.4861 & 0.0455 & 0.0469 \end{vmatrix}.$$

Слід зазначити, що даний підхід так само легко поєднується з будь-якою іншою моделлю вузлових рівнянь. Так, наприклад, якщо використовується перша модель режиму (табл. 9.8), то системи лінійних алгебраїчних рівнянь (10.23а) і (10.23б) перетворюються в системи:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}'} \\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}''} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}''} \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\sigma_P] \\ [\sigma_Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha_{U'}] \\ [\alpha_{U''}] \end{bmatrix}, \quad (10.24a)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}'} \\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}''} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}''} \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\zeta_P] \\ [\zeta_Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\beta_{U'}] \\ [\beta_{U''}] \end{bmatrix}, \quad (10.24b)$$

де вільні члени визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial U'_s} &= \alpha_{U'_s} = 2 \sum_{f \in s} (U'_s - U'_f) g_{sf}, \\ \frac{\partial \pi}{\partial U''_s} &= \alpha_{U''_s} = 2 \sum_{f \in s} (U''_s - U''_f) g_{sf}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial U'_s} &= \beta_{U'_s} = - \sum_{f \in s} (U'_s - U'_f) b_{sf}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial U''_s} &= \beta_{U''_s} = -2 \sum_{f \in s} (U''_s - U''_f) b_{sf}. \end{aligned} \quad (10.25)$$

Аналогічно можна визначити похідні від утрат по будь-яких інших режимних параметрах, наприклад, коефіцієнтах трансформації, що використовуються в задачах оптимізації режимів градієнтними методами.

## 10.6. Градієнтні методи оптимізації

Пошук оптимального рішення методом Лагранжа в загальному випадку вимагає розв'язання складної системи нелінійних алгебраїчних рівнянь  $n+m$ -го порядку, де  $n$  – число змінних,  $m$  – число рівнянь у системі обмежень. При великій кількості обмежень даний метод важко реалізувати на практиці. Тому для розв'язання

задач оптимізації електроенергетичних систем широко використовуються градієнтні методи.

Задача оптимізації математично зводиться до пошуку деякого вектора змінних  $\mathbf{X}$ , що забезпечує мінімум цільової функції (10.2) з урахуванням обмежень (10.3) у вигляді системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Найбільш розповсюдженою модифікацією градієнтного методу є метод якнайшвидшого спуску. За допомогою ітераційної процедури вектор  $\mathbf{X}$  змінюється на кожнім кроці в напрямку антиградієнта, тобто в напрямку якнайшвидшого зменшення цільової функції. Градієнтом цільової функції називається вектор, спрямований у точці  $\mathbf{X}^{(i)} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^{(i)}$  перпендикулярно дотичній до лінії однакового рівня цільової функції у бік найшвидшого її зростання. Напрямок вектора градієнта визначається його складовими, що обчислюються як часткові похідні

$$\mathbf{grad}F = \left[ \frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right].$$

Розглянемо загальну методику обчислень при розв'язанні оптимізаційних задач градієнтним методом. Нехай відоме деяке наближення вектора змінних  $\mathbf{X}^{(i)}$ . За формулами (10.18) і (10.19) знаходимо градієнт цільової функції при цих значеннях змінних  $\mathbf{grad}^{(i)}$ . При пошуку мінімуму необхідно переміщатися в напрямку антиградієнта, протилежному градієнту, змінюючи вектор параметрів режиму на величину

$$\Delta \mathbf{X}^{(i+1)} = -h^{(i)} \mathbf{grad}F^{(i)}, \quad (10.26)$$

де  $h^{(i)}$  – деякий коефіцієнт пропорційності, названий кроком, що змінюється в процесі ітерацій відповідно до певного алгоритму.

Розглянемо найпростіший випадок, коли  $\mathbf{X} = [x_1, x_2]$ . Поверхню цільової функції  $F(\mathbf{X})$  можна розглядати у вигляді ліній однакового рівня (рис.10.4, а).

На першому кроці спуску  $x_1$  і  $x_2$  змінюються на

$$\Delta x_1^{(1)} = -h^{(0)} \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|^{(0)}, \quad \Delta x_2^{(1)} = -h^{(0)} \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|^{(0)}.$$

Розглянемо криву в розрізі  $A_0-A_1$  (рис.10.4, б). Просування по цій кривій до точки  $A_1$  відносного мінімуму забезпечується одночасною зміною  $x_1$  і  $x_2$ .

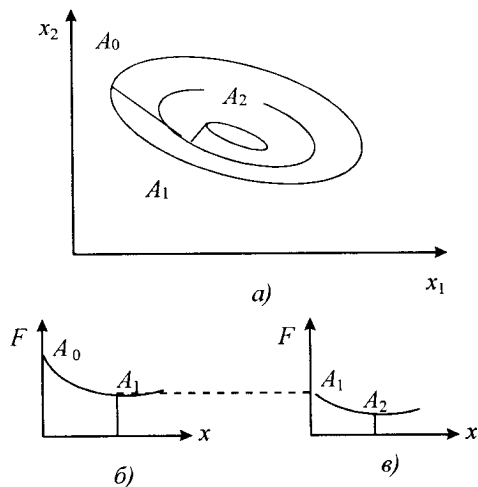


Рис.10.4

На другому кроці обчислюється значення градієнта в точці  $A_1$  і зміна складових вектора  $X$

$$\Delta x_1^{(2)} = -h^{(1)} \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|^{(1)}, \Delta x_2^{(2)} = -h^{(1)} \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|^{(1)}.$$

Виконуємо подальший спуск у відповідності до антиградієнта в напрямку  $A_1-A_2$ . Крива в цьому розрізі має вигляд (рис.10.4, в). Аналогічно виконуються третій і всі наступні кроки спуску. Розрахунок продовжується доти, поки абсолютні значення всіх компонентів градієнта не досягнуть заданої похибки обчислень.

Існує інший різновид розглянутого методу – градієнтний метод з оптимальним кроком. На кожній ітерації після обчислення градієнта виконується два спробних кроки і по трьох точках відповідно до параболічної апроксимації виконується оптимальний крок. Даний метод більш ефективний у тому випадку, коли обчислення часткових похідних не вимагає великої обчислювальної роботи, а обчислення цільової функції, навпаки, є дуже складним. У найпростішому випадку після обчислення градієнта може виконуватися один крок спуску і знову – переобчислення градієнта і т. д.

Врахування обмежень вимагає деякого ускладнення математичної моделі. Найбільше поширення одержав метод штрафних функцій. Суть цього методу полягає в тому, що змінні можуть

приймати будь-яке значення, але в цільову функцію включають функцію штрафів за порушення обмежень

$$\Phi(\mathbf{X}) = F(\mathbf{X}) + \mathcal{I}(\mathbf{X}). \quad (10.27)$$

**Приклад 10.7.** Визначити оптимальний режим найпростішої енергосистеми (рис. 10.5) відносно реактивної потужності джерела. Напруга у вузлі 0, що розглядається як БП, підтримується на рівні 316 кВ. Активна потужність джерела дорівнює 1000 МВт. Опір лінії електропередачі складає  $5+j50$  Ом.

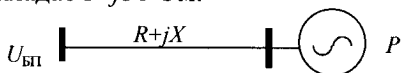


Рис.10.5.

**Розв'язок.** Критерієм оптимальності в даному випадку виступають втрати активної потужності в електромережі

$$\Delta P = |\dot{U} - U_0| \dot{y}^2 R = g(U_0^2 + U'^2 + U''^2 - 2U_0 U').$$

Обмеженням є умова балансу активної потужності у вузлі 1

$$P = \text{Re}[\dot{U}(\dot{U} - U_0)\dot{y}] , \text{ тобто } W_p = P - g(U'^2 + U''^2) + U_0(gU' + bU'') = 0.$$

Цільову функцію можна представити у вигляді

$$\Phi(\mathbf{X}) = \Delta P(U', U'') + \alpha W_p^2(U', U'').$$

Гradient цільової функції  $\text{grad } \Phi = [C_1 \quad C_2]$ , де

$$C_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial U'} = 2g(U' - U_0) + 2\alpha W_p g(U_0 - 2U'),$$

$$C_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial U''} = 2gU'' - U_0 + 2\alpha W_p (bU_0 - 2gU'').$$

Таким чином, алгоритм розв'язання задачі включає на кожному кроці наступну послідовність обчислень:

$$W_p \Rightarrow C_1, C_2 \Rightarrow \dot{U} - h(C_1 + jC_2) \rightarrow \dot{U} \Rightarrow Q \Rightarrow \Delta P.$$

Прийmemo коефіцієнт штрафу  $\alpha=10$  і крок оптимізації  $h=0.001$ . Результати обчислень зведені до табл. 10.4.

Таблиця 10.4

$i$	$U$	Вектор $U$	$Q$	$\pi$	$C_1$	$C_2$
1	351.5	$328.5+j125.1$	313.	59.76	-12515	-125149
2	363.0	$330.9+j149.2$	445.	47.15	-2400	-24005
3	363.9	$331.1+j150.9$	455.	45.69	-176	-1760
4	363.9	$331.1+j151.0$	456.	45.61	-9	-92
5	363.9	$331.1+j151.0$	456.	45.61	0	-5

Метод штрафних функцій має певні недоліки. По-перше, він не забезпечує точного виконання обмежень. Якщо прийняти досить



великі значення коефіцієнтів штрафу, то це приведе до погіршення збіжності ітераційного процесу. Використання змінюваних коефіцієнтів штрафу ускладнює методику розв'язання задачі.

При комплексній оптимізації режимів складних енергосистем розроблювані комплекси програм повинні забезпечувати розв'язання наступних задач:

- 1) аналіз ustalених режимів з урахуванням чи без урахування обмежень;
- 2) визначення припустимих режимів електричної мережі з урахуванням усіх необхідних обмежень як по незалежних, так і по залежних змінних;
- 3) оптимізація режимів електричних мереж по реактивних потужностях джерел і коефіцієнтах трансформації;
- 4) комплексна оптимізація режимів енергосистеми по активній і реактивній потужностях і коефіцієнтах трансформації.

Найбільше поширення для розв'язання таких задач знайшов метод приведенного градієнта. Відповідно до цього метода необхідно виділити незалежні змінні (вектор  $\mathbf{Y}$ ) і залежні змінні (вектор  $\mathbf{X}$ ). До складу вектора  $\mathbf{Y}$  можуть входити активні і реактивні потужності електростанцій, реактивні потужності додаткових джерел, коефіцієнти трансформації й ін. До складу вектора  $\mathbf{X}$  входять модулі і фазові кути напруг, реактивні потужності у вузлах фіксації модулів, потужності балансуєчих пунктів, струми і потужності деяких ліній.

Градiєнт неявної цільової функції (10.2) визначається відповідно до правила диференціювання неявних функцій

$$\mathbf{grad}F = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y}}. \quad (10.28)$$

Вектори  $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{Y}}$  і  $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}}$  визначаються з явної залежності  $F(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ . Матриця  $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y}}$  обчислюється як матриця часткових похідних неявної функції, тобто

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y}} = - \left[ \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Y}}. \quad (10.29)$$

Матриця Якобі  $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$  і аналогічна їй матриця  $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Y}}$  обчислюються за формулами, одержуваними диференціюванням вузлових рівнянь у формі балансу потужностей (10.3) по змінним  $\mathbf{X}$  і  $\mathbf{Y}$ .

У задачі комплексної оптимізації режиму при кожному обчисленні вектора градієнта необхідно виконувати розрахунок

усталеного режиму для визначення залежних змінних  $X$ . Тому виконання спробних кроків вимагає значного обсягу додаткових обчислень і не дає відчутного результату. Як показують дослідження, більш доцільно після кожного кроку уточнення незалежних змінних переходити відразу до обчислення градієнта. Послідовність обчислень на кожному кроці ітераційного процесу включає три етапи.

1. Розрахунок усталеного режиму при поточному значенні вектора незалежних змінних і визначення вектора залежних змінних.

2. Визначення за формулами (10.28) і (10.29) компонент градієнта.

3. Обчислення нового наближення складових вектора незалежних змінних з урахуванням обмежень у вигляді нерівностей.

**Приклад 10.8.** Визначити методом приведенного градієнта оптимальний режим по активній і реактивній потужностях джерел електроенергії в найпростішій енергосистемі (рис. 10.6). Напряга у вузлі 0 підтримується на рівні 346 кВ. Потужність навантаження дорівнює  $1000+j500$  МВА. Опір лінії електропередачі складає  $5+j50$  Ом. Витратні характеристики джерел електроенергії у вузлах 0 і 1 відповідно визначаються залежностями:

$$B_0 = 800 - 1.2P_0 + 0.002P_0^2, \quad B = 800 - 0.3P + 0.001P^2.$$

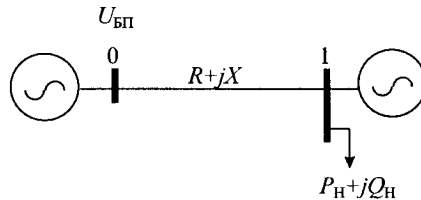


Рис.10.6.

**Розв'язок.** Критерієм оптимальності в даному випадку виступають сумарні витрати на виробництво електроенергії в системі за 1 годину

$$F = B_0(P_0) + B(P).$$

Оскільки станція 0 приєднана до БП, її активну потужність потрібно визначати з умови балансу активних потужностей в енергосистемі

$$P_0 = P_H - P + \Delta P = P_H - P + g(U_0^2 + U'^2 + U''^2 - 2U_0U').$$

Незалежними змінними є активна і реактивна потужності станції  $Y = |P \ Q|$ , а залежними змінними – складові вектора напруги у вузлі 1

$\mathbf{X} = |U' \ U''|$ . Усталений режим енергосистеми будемо визначати з вузлових рівнянь у формі балансу потужностей

$$W_p = P - P_n + U_0(gU' + bU'') - g(U'^2 + U''^2),$$

$$W_Q = Q - Q_n + U_0(gU'' - bU') + b(U'^2 + U''^2).$$

Матриця Якобі

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{vmatrix} g(U_0 - 2U') & bU_0 - 2gU'' \\ -b(U_0 - 2U') & gU_0 - 2bU'' \end{vmatrix}.$$

Обернена матриця Якобі

$$\frac{\partial \mathbf{W}^{-1}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

Гradient визначаємо за формулами (10.28) і (10.29), де

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{Y}} = \left| \frac{\partial F}{\partial P} \quad \frac{\partial F}{\partial Q} \right|, \quad \frac{\partial F}{\partial P} = \frac{\partial B_0}{\partial P_0} \cdot \frac{\partial P_0}{\partial P} + \frac{\partial B}{\partial P} = -\varepsilon_0 + \varepsilon, \quad \frac{\partial F}{\partial Q} = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial B_0}{\partial P_0} \cdot \left| \frac{\partial P_0}{\partial U'} \quad \frac{\partial P_0}{\partial U''} \right| = |2\varepsilon_0 g(U' - U_0) \quad 2\varepsilon_0 gU''|.$$

Після деяких перетворень можна одержати кінцеві вирази для обчислення градієнта  $\mathbf{grad} F = |C_1 \ C_2|$ , де

$$C_1 = \varepsilon - \varepsilon_0 + 2a_{11}\varepsilon_0 g(U_0 - U') - 2a_{21}\varepsilon_0 gU'',$$

$$C_2 = 2a_{12}\varepsilon_0 g(U_0 - U') - 2a_{22}\varepsilon_0 gU''.$$

Нові значення незалежних змінних визначаються як

$$P = P - h_p C_1, \quad Q = Q - h_Q C_2.$$

Таким чином, алгоритм розв'язання задачі включає на кожному кроці такі обчислення:

$$\text{Режим} \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{W}^{-1}}{\partial \mathbf{X}} \Rightarrow \varepsilon_0, \varepsilon \Rightarrow C_1, C_2 \Rightarrow P, Q \Rightarrow P_0 \Rightarrow F.$$

Нехай  $h_p=140$  і  $h_Q=15000$ . Результати обчислень зведені до табл. 10.5.

Таблиця 10.5

$i$	$\dot{U}$	$P_0$	$P+jQ$	$F$	$C_1$	$C_2$
1	285.3-j69.4	737	500+j300	1902	-1.198	-0.054
2	408.3-j56.8	349	568+j1106	1670	0.8365	0.0076
3	390.0-j72.1	463	551+j992	1611	0.1333	0.0192
4	354.2-j70.6	482	532+j704	1610	0.0097	0.0064
5	341.0-j69.4	479	531+j609	1607	0.0140	0.0008
6	339.1-j69.5	481	529+j597	1606	0.0029	0.0000
7	339.0-j69.6	481	528+j597	1606	0.0000	0.0000

Розрахунок усталеного режиму на кожному кроці оптимізації доцільно виконувати методом Ньютона, який має багато спільного з методом приведенного градієнта. Обмеження незалежних змінних враховуються дуже просто закріпленням компонентів вектора  $Y$  на межі і прирівнюванням нулю відповідних компонентів градієнта.

Однією з найбільш поширених є задача оптимізації режимів електричних мереж, що є окремим випадком комплексної оптимізації. У результаті розрахунку необхідно визначити реактивні потужності і напруги вузлів генерації і коефіцієнти трансформації регульованих трансформаторів за умови мінімуму втрат активної потужності в електричній мережі і виконання обмежень по допустимості режиму.

До складу генеруючих вузлів входять вузли, які мають можливість плавної зміни реактивної потужності чи напруги. Це вузли з генераторами, синхронними компенсаторами, СТК і т. п. Серед генеруючих вузлів окремо розглядаються вузли ФМ (опорні пункти). При оптимізації незалежними змінними виступають модулі напруг ОП і реактивні потужності інших вузлів генерації. Крім того, до складу незалежних змінних входять також комплексні коефіцієнти трансформації.

Пошук оптимального режиму виконується на кожному кроці в два етапи.

1. Розрахунок усталеного режиму методом Ньютона, у результаті якого визначаються фазові кути опорних вузлів, а також модулі і фазові кути всіх інших напруг.

2. Оптимізація режиму методом приведенного градієнта з урахуванням обмежень, у результаті якої виконується чергове поліпшення модулів напруг ОП і реактивних потужностей інших генеруючих вузлів.

Основна відмінність у підходах до розв'язання цієї задачі полягає в тому, що в одних програмах для врахування обмежень залежних змінних використовується метод штрафних функцій, а в інших – вони переводяться до складу незалежних і фіксуються, а відповідні компоненти вектора  $Y$  вводяться в  $X$ .

Штрафи за порушення обмежень враховуються для модулів напруг усіх вузлів крім ФМ і БП, для реактивних потужностей у вузлах ФМ, а також для струмів контрольованих віток. Цільова функція має вигляд

$$\Phi = \pi + \Pi_U + \Pi_Q + \Pi_I .$$

Штрафна функція складає суму штрафів

$$Ш(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^p \begin{cases} \alpha_j (x_j - x_{j\min})^2, & \text{при } x_j < x_{j\min} \\ 0, & \text{при } x_{j\min} \leq x_j \leq x_{j\max} \\ \alpha_j (x_j - x_{j\max})^2, & \text{при } x_j > x_{j\max} \end{cases} \quad (10.30)$$

Обмеження незалежних змінних виконується шляхом фіксації відповідних компонентів вектора  $\mathbf{Y}$  при виході їх за припустимі межі.

Гradient цільової функції можна визначити на основі правила диференціювання неявних функцій відповідно до формули

$$\mathbf{grad} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{W}} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Y}}, \quad (10.31)$$

де  $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{W}}$  – вектор множників Лагранжа, який можна визначити із системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial W_p}{\partial \mathbf{D}} & \frac{\partial W_\rho}{\partial \mathbf{D}} \\ \frac{\partial U}{\partial W_p} & \frac{\partial U}{\partial W_\rho} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial W_p} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial W_\rho} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{D}} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{D}} \end{bmatrix}. \quad (10.32)$$

Матриця коефіцієнтів системи (10.32) є транспонованою матрицею Якобі рівнянь усталеного режиму. Gradient цільової функції можна також обчислювати за формулами (10.28) і (10.29), що цілком еквівалентні формулам (10.31) і (10.32), але вимагають дещо більшого обсягу обчислень.

## 10.7. Методи оптимізації неоднорідних мереж

Задача оптимізації втрат в електричній мережі в ряді випадків не може розв'язуватися комплексно через відсутність відповідних засобів регулювання. Тому в інженерній практиці іноді використовують методи часткової оптимізації режимів з метою зниження втрат активної потужності. Важливе значення має оптимізація потокорозподілу в неоднорідних електричних мережах за допомогою, наприклад, установок подовжньої компенсації (УПК) і вольтододаткових трансформаторів (ВДТ), а також визначення оптимальних точок розмикання контурів у місцевих електричних мережах.

Однорідною називається електрична мережа з однаковим співвідношенням активного і реактивного опору на всіх її ділянках.

Натуральний поточкорозподіл у таких мережах відповідає економічному, тобто втрати активної потужності мінімальні. Для неоднорідних мереж економічний поточкорозподіл можна реалізувати штучно, що відповідає поточкорозподілу в аналогічній умовній схемі з чисто активними опорами ( $R$ -схемі).

Ідеально однорідною може бути тільки мережа однієї напруги з однаковими проводами і конструкцією ЛЕП. До мереж з високим ступенем неоднорідності належать змішані кабельно-повітряні мережі і мережі з трансформаторними ділянками в контурах. У неоднорідних мережах натуральний й економічний поточкорозподіли не співпадають, і чим більша розбіжність, тим більше збільшення втрат у порівнянні з мінімальними.

Оптимізація режиму неоднорідної мережі здійснюється шляхом штучного наближення натурального поточкорозподілу до економічного, наприклад, зміною комплексних коефіцієнтів трансформації лінійних регуляторів. Натуральний поточкорозподіл характеризується, як правило, переваженням ліній нижчого класу напруг. Зрівноважування навантаження зазначених ділянок мережі можливо за допомогою будь-яких технічних пристроїв, що забезпечують створення регульованих поперечних ЕРС у контурах.

Розв'язання задачі оптимізації розміщення і визначення оптимальних коефіцієнтів трансформації лінійних регуляторів починається з розрахунку економічного поточкорозподілу в  $R$ -схемі і мінімальних утрат. На підставі отриманих потужностей ділянок можна розрахувати дійсні і уявні складові ЕРС, що врівноважують неоднорідність схеми:

$$E'_k = -\frac{1}{U_{\text{ном}}} \sum_{i \in k} x_i Q_{ei}, E''_k = \frac{1}{U_{\text{ном}}} \sum_{i \in k} x_i P_{ei}, \quad (10.33)$$

де  $x_i$  – реактивний опір  $i$ -ї ділянки  $k$ -го контуру;  $P_{ei}$ ,  $Q_{ei}$  – активна і реактивна потужності  $i$ -ї ділянки при економічному поточкорозподілі.

На основі отриманих ЕРС контурів обчислюються комплексні коефіцієнти трансформації, що забезпечують необхідні оптимальні умови. Наприкінці розрахунку визначається оптимальний усталений режим при цих коефіцієнтах трансформації і сумарні втрати потужності. Оскільки лінійні регулятори встановлюються не в усіх контурах схеми, а коефіцієнти трансформації можуть змінюватися дискретно, зниження втрат не досягає економічного. Розв'язання задачі ускладнюється ще й тим, що одночасно зі зменшенням

активних спостерігається зростання реактивних утрат, яке погіршує режим напруг.

Замість лінійних регуляторів можна використовувати також УПК чи реактори подовжнього ввімкнення. Результатом розв'язання задачі є оптимальні значення реактивних опорів конденсаторних батарей чи реакторів, які необхідно ввімкнути в розріз кожного контуру замкнутої неоднорідної мережі:

$$x_k = -\frac{E_k'' U_{\text{ном}}}{P_k}, \quad (10.34)$$

де  $P_k$  – активна потужність найбільш недовантаженої чи перевантаженої ділянки в  $k$ -му контурі.

**Приклад 10.9.** Визначити вихідний режим схеми (рис. 10.7, а). Параметри ЛЕП 750 кВ: опір  $5.66+j79.19$  Ом, зарядна провідність - 1160 мкСим. Параметри ЛЕП 330 кВ: опір  $4.20+j31.30$  Ом, зарядна провідність -332 мкСим. Параметри АТ 1-3: опір  $0.94+j54.85$  Ом, коефіцієнт трансформації 0.47, провідність намагнічування 8 мкСим. Параметри АТ 2-4: опір  $1.00+j57.43$  Ом, коефіцієнт трансформації 0.47, провідність намагнічування 7 мкСим. Обчислити поперечну складову контурної ЕРС і реактивний опір конденсаторних батарей УПК. Визначити оптимальний режим схеми.

**Розв'язок.** Результати розрахунку вихідного усталеного режиму показані на рис. 10.7, б. Сумарні втрати активної потужності складають 39.954 МВт. Оптимальний потокорозподіл в  $R$ -схемі можна визначити наближено методом контурних потужностей. Для цього ділянки 1-3, 3-4 і 4-2 будемо умовно розглядати як дерево схеми, а ділянку 1-2 – як хорду. Тоді контурна потужність у МВт

$$P_k = \frac{0.94 \cdot 2200 + 4.20 \cdot 750^2 / 330^2 \cdot 1800 + 1.00 \cdot 1000}{0.94 + 4.20 \cdot 750^2 / 330^2 + 1.00} = 1400.$$

Оптимальні потоки інших ділянок у МВт:

$$P_{13\text{опт}} = 2200 - 1400 = 800,$$

$$P_{34\text{опт}} = 1800 - 1400 = 400,$$

$$P_{24\text{опт}} = 1400 - 1000 = 400.$$

Як бачимо, ЛЕП 750 кВ недовантажена, а ЛЕП 330 кВ перевантажена. Така властивість режиму є характерною для реальних електричних мереж. Для перерозподілу потужностей потрібно ввімкнути або УПК у ЛЕП 750 кВ, або подовжній реактор у ЛЕП 330 кВ.

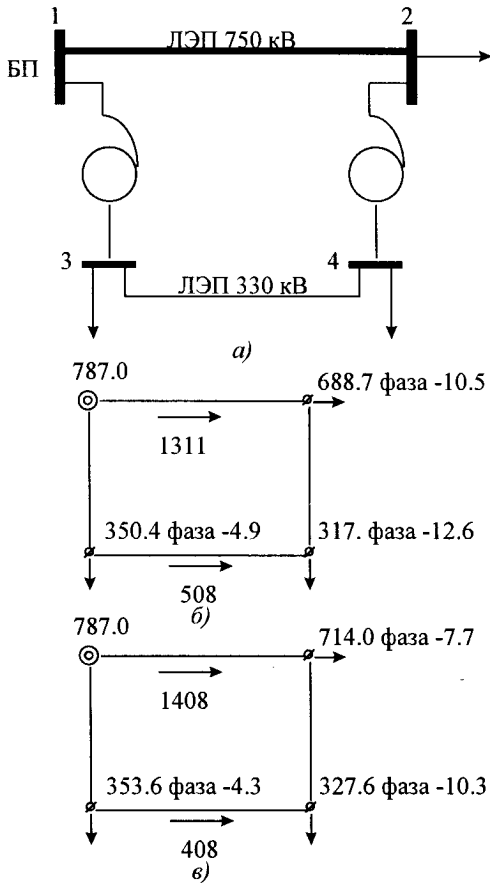


Рис. 10.7.

Поперечна складова ЕРС, що врівноважує неоднорідність системи,

$$E_k^* = \frac{79.2 \cdot 1400 + 57.4 \cdot 400 - 31.9 \cdot 750^2 / 330^2 \cdot 400 - 54.8 \cdot 800}{750} = 44.$$

Реактивний опір УПК

$$X_k = -\frac{44 \cdot 750}{1400} = -23.5 \text{ Ом.}$$

Результати розрахунку оптимального усталеного режиму показані на рис. 10.7, в. Сумарні втрати активної потужності складають 36 .606 МВт.



Аналогічного результату можна досягти також за допомогою регулювання подовжніх і поперечних складових коефіцієнтів трансформації АТ.

Розмикання контурів в оптимальних точках електромережі з використанням АВР, що забезпечує збереження необхідного рівня надійності розімкнутої схеми, є одним з найбільш розповсюджених практичних методів оптимізації неоднорідних розподільних мереж. Якщо розмикання схеми веде до істотного зниження надійності її роботи, у цільовій функції необхідно враховувати також економічні втрати від недопостачання енергії споживачам.

Розподільні мережі працюють у розімкненому стані, і для них задача пошуку оптимальних точок розмикання дуже важлива. Особливістю даної задачі є дискретність методів її розв'язання. Найпростіша методика оптимізації режиму розподільної мережі на черговому кроці складається з чотирьох етапів.

1. Визначення економічного поточкорозподілу в  $R$ -схемі (наприклад, методом контурних потужностей).

2. Розрахунок ЕРС, що врівноважують неоднорідність, для всіх незалежних контурів.

3. Вибір ділянки, вимкнення якої забезпечує розмикання контуру з найбільшою ЕРС. Така ділянка повинна нести найменше навантаження в економічному режимі, тобто знаходитися поблизу точки поточкорозділу.

4. Розрахунок розподілу потужностей з урахуванням вимкненої ділянки і визначення сумарних втрат у мережі.

Пункти 1-4 необхідно повторювати доти, поки не будуть розімкнуті всі контури.

**Приклад 10.10.** Знайти оптимальну конфігурацію розімкнутої експлуатаційної схеми розподільної електромережі, опори ділянок якої і навантаження показані на рис. 10.8, *а*. Напруга у вузлі живлення 1 складає 10.5 кВ.

**Розв'язок.** Результати розрахунку поточкорозподілу в замкнутій схемі показані на рис. 10.8, *б*. Сумарні втрати активної потужності складають 1.507 МВт. Визначаємо економічний поточкорозподіл активних потужностей у  $R$ -схемі і відключаємо 2 ділянки з найменшими навантаженнями. Це ділянки 5-14 і 13-14. Виконуємо розрахунок розімкнутої мережі (рис. 10.8, *в*).

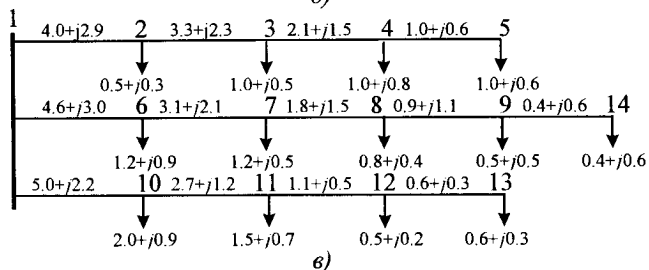
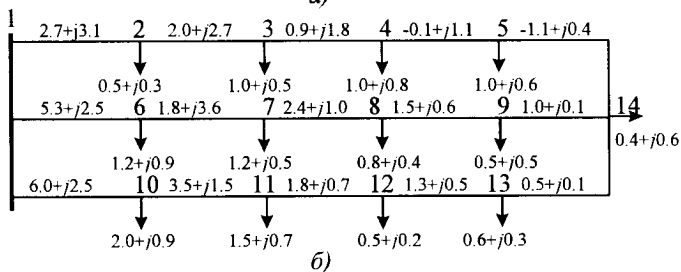
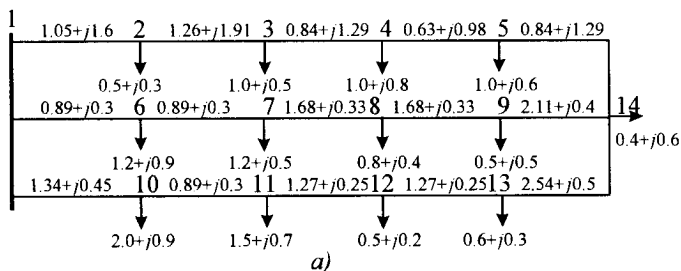


Рис.10.8.

Сумарні втрати активної потужності знизилися до 1.354 МВт. При цьому режим напруг погіршився (табл. 10.6).

Таблиця 10.6

Схема	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_{13}$	$U_{14}$
Замкнута	9.7	9.4	9.3	9.5	9.3
Розімкнута	9.5	9.1	9.0	9.9	9.7

Інший підхід до розв'язання цієї задачі ґрунтується на використанні метода дискретного спуску. Суть його полягає в тому, що на кожному кроці оптимізації вибирається місце розміщення нової ділянки розмикання замість існуючого сусіднього (тобто розглядається спроба перемістити розмикання вліво і вправо), що забезпечує найбільше зменшення цільової функції з урахуванням заданих обмежень. Процес оптимізації закінчується, якщо жодне

можливе переміщення розімкнутої ділянки не дає зменшення цільової функції. Ефективність такої методики має місце тільки в тому випадку, якщо для визначення зміни цільової функції (багаторазового на кожному кроці) не потрібно перераховувати режим схеми. Даний підхід стає єдиною можливістю при многокритеріальній оптимізації розподільної мережі. Критеріями оптимальності режиму можуть виступати сумарні втрати активної потужності, утрати від недопостачання електроенергії внаслідок зниження надійності схеми, неякісність режиму напруг, нерівномірність навантаження центрів живлення й ін.

## Вправи

1. До складу енергосистеми входять дві ТЕС, характеристики яких наведені в табл.10.2. Побудувати еквівалентну ХВП енергосистеми. Визначити відносний приріст витрат в енергосистемі, що відповідає загальній потужності навантажень 1064 МВт. Визначити оптимальні потужності електростанцій.

2. Енергосистема складається з  $n$  теплових електростанцій. Для кожної ТЕС задана ХВП у вигляді ламаної (табл. 10.1). Скласти алгоритм побудови еквівалентної ХВП енергосистеми.

3. Енергосистема складається з  $n$  теплових електростанцій. Для кожної ТЕС задана ХВП у вигляді ламаної (табл. 10.1). Скласти алгоритм і програму оптимального розподілу загальної потужності системи методом послідовного навантаження електростанцій.

4. Побудувати алгоритм оптимального розподілу потужності між ТЕС і ГЕС при заданих ХВП ТЕС і ГЕС і добових виробітках електроенергії на ГЕС.

5. Складна енергосистема задана еквівалентною радіальною схемою заміщення у вигляді  $n$  ТЕС, що незалежно живлять загальне навантаження через еквівалентні ділянки з відомими активними опорами. ХВП представлені у вигляді табл. 10.1. Коефіцієнти потужності електростанцій не залежать від активних навантажень. Скласти алгоритм оптимального розподілу активного навантаження з урахуванням втрат в електричній мережі.

6. Енергосистема складається з двох електростанцій, що працюють на загальну електричну мережу, схема якої і параметри показані на рис. 10.9.

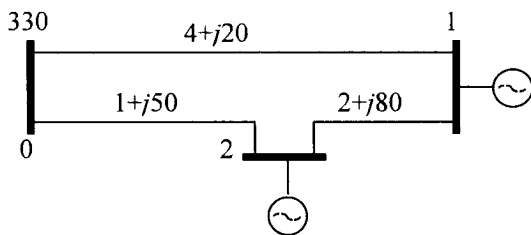


Рис. 10.9

Потужності першої і другої електростанцій відповідно  $516+j185$  і  $564+j200$  МВА. Розрахувати режим і відносні прирости втрат методом чисельного диференціювання.

7. Умови задачі аналогічні. Розрахувати відносні прирости втрат методом матриці вузлових опорів.

8. Умови задачі аналогічні. Розрахувати відносні прирости втрат методом диференціювання неявних функцій (10.24) і (10.25).

9. Визначити оптимальний режим системи (рис. 10.9) за реактивними потужностями джерел електроенергії градієнтним методом. Активні потужності першої і другої електростанцій складають відповідно 516 і 564 МВт.

10. Скласти методику й алгоритм оптимізації складної енергосистеми за реактивними потужностями електростанцій градієнтним методом.

11. Скласти методику й алгоритм комплексної оптимізації складної енергосистеми за активними і реактивними потужностями електростанцій методом приведеного градієнта.

12. Скласти методику й алгоритм оптимізації складної енергосистеми за реактивними потужностями електростанцій методом приведеного градієнта.

13. Визначити оптимальний режим електричної мережі 330-750 кВ (рис. 10.7, а) при ввімкненні подовжнього реактора в розріз ЛЕП 330 кВ. Порівняйте з оптимальним режимом, отриманим у прикладі 10.9. Відзначте переваги і недоліки обох способів компенсації неоднорідності електричної мережі.

14. У початковому стані розподільна мережа (рис.10.8, а) функціонує з розімкнутими ділянками 4-5 і 12-13. Визначити початковий режим напруг і сумарні втрати активної потужності мережі. Знайти оптимальну експлуатаційну схему мережі методом дискретного спуску.

## **МЕТОДИ АНАЛІЗУ СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ**

### **11.1. Поняття статичної стійкості**

Однією з найважливіших задач аналізу режиму енергосистеми є визначення його стійкості при малих збурюваннях або статичної стійкості. Збурюваннями тут можуть виступати невеликі зміни нормального режиму за рахунок незначних нерегулярних відхилень ЕРС генераторів, потужностей двигунів і т. п.

Класична теорія стійкості вивчає рух динамічних систем. Під рухом системи в загальному розумінні мають на увазі зміни в часі будь-яких його параметрів. Для механічних систем – це рух у звичайному розумінні. Для електричних систем параметрами руху можуть бути потужності генераторів, частоти обертання роторів, взаємні кути між осями роторів, напруги й ін. Рух системи називається стійким, якщо під дією сил збурення його параметри не виходять за межі припустимого. У протилежному випадку рух називається нестійким.

Поняття статичної стійкості електричних систем поєднує явища різної фізичної природи. Інакше кажучи, порушення статичної стійкості в електричних системах може відбуватися за різних обставин: аперіодичний (тобто у вигляді безперервного зростання параметрів режиму) вихід генератора із синхронізму внаслідок перевищення припустимого навантаження елемента чи якоїсь частини системи; неправильна робота АРЗ, що приводить до зростання амплітуди коливань ротора синхронного генератора; самозбудження електромагнітних коливань при роботі синхронного генератора на ємнісне навантаження чи довгу лінію електропередачі надвисокої напруги; нестійкість напруги при дефіциті реактивної потужності в системі з великою кількістю двигунів.

Усі зазначені явища можуть бути об'єднані загальним поняттям – стійкість у малому або статична стійкість.

Відповідно до цього всі методи аналізу статичної стійкості складних електричних систем можна розділити на дві групи: наближені методи аналізу аперіодичної стійкості без урахування динамічних параметрів і точні методи аналізу статичної стійкості з урахуванням коливальних явищ, що вимагають використання

детальної математичної моделі перехідних процесів усіх динамічних елементів, включаючи автоматичні регулятори.

Якісна сторона поняття статичної стійкості може бути проаналізована на прикладі найпростішої електричної системи (рис.11.1, а), у якій синхронний генератор з ЕРС  $E'_q$  і реактивним опором  $x'_d$  приєднаний до шин безкінечної потужності через трансформатор і ЛЕП загальним опором  $x$ .

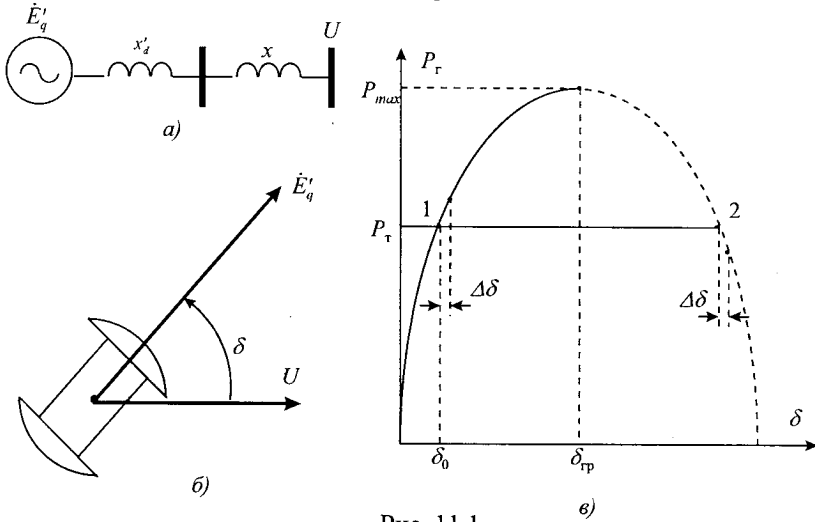


Рис. 11.1

Режим системи визначається балансом потужності турбіни  $P_T = const$  і електричної потужності генератора

$$P_g = \frac{E'_q U}{x_\Sigma} \sin \delta = P_{\max} \sin \delta,$$

де  $x_\Sigma = x'_d + x$ .

Єдиною змінною тут виступає кут  $\delta$ , що визначається відповідно до формули

$$\delta = \arcsin \frac{P_T}{P_{\max}}.$$

Усталені режими можуть існувати для всіх  $P_T$ , що не перевищують  $P_{\max}$  на зростаючій частині характеристики (рис. 11.1, в). Дійсно, зростання кута на малу величину  $\Delta\delta$  в режимі 1 веде до перевищення потужності генератора над потужністю турбіни. Частота обертання турбіни, а отже і кут ротора, будуть

зменшуватися і система рухатиметься в напрямку початкового стану рівноваги. При відхиленні кута на ту ж малу величину  $\Delta\delta$  в режимі 2 має місце зменшення потужності генератора, що приводить до експоненціального зростання частоти обертання і кута ротора. Отже, робота системи в режимі 2 неможлива. Такий режим аперіодично нестійкий. Критерієм стійкості режиму в даному випадку може служити значення

$$\frac{\partial P_r}{\partial \delta} = \frac{E'_q U}{x_\Sigma} \cos \delta,$$

що має назву *синхронізуючої потужності*. Якщо  $\frac{\partial P_r}{\partial \delta} > 0$ , то режим статично стійкий. Якщо  $\frac{\partial P_r}{\partial \delta} < 0$ , – режим нестійкий. Чим менше значення синхронізуючої потужності, тим менший запас стійкості системи у відповідному режимі. Для граничного режиму

$$\left. \frac{\partial P_r}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_{cr}} = 0.$$

Серед математичних методів аналізу статичної стійкості складних систем винятково важливе місце займає метод малих коливань. Процедура аналізу статичної стійкості методом малих коливань полягає в дослідженні властивостей лінеаризованої математичної моделі електроенергетичної системи.

Рух будь-якої динамічної системи можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь, приведених до нормальної форми

$$\frac{dx_i}{dt} = w_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n. \quad (11.1)$$

де  $x_i$  – змінні системи,  $n$  – порядок системи.

Сили збурення мають незначний короткочасний вплив і не можуть привести до значних відхилень координат режиму від їхніх початкових значень у нормальному усталеному режимі. Це дозволяє замінити вихідну нелінійну систему (11.1) еквівалентною лінійною, використовуючи нові змінні (відхилення координат)  $\Delta x_i = x_i - x_{i,0}$ , де  $x_{i,0}$  – параметри усталеного режиму (незбуреного руху), що впливають з розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь

$$w_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (11.2)$$

Незбурений рух або усталений режим системи є статично стійким, якщо для будь-якої завгодно малої області режиму  $\epsilon$

навколо точки рівноваги, з якої параметри режиму ніколи не виходять на будь-якому великому відрізку часу  $t > t_0$ , існує область збурення  $\mu(\varepsilon)$ , з якої не виходять параметри режиму в момент часу  $t = t_0$ , тобто виконується умова

$$|\Delta x_i(t)| < \varepsilon. \quad (11.3)$$

І навпаки, режим нестійкий, якщо існує область  $\varepsilon$  навколо стану рівноваги, для якої неможливо підібрати як завгодно мале збурення в області  $\mu(\varepsilon)$ . Якщо крім (11.3) виконується ще й умова

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x_i(t) = 0, \quad (11.4)$$

усталений режим називається асимптотично стійким.

Таким чином, *статичною стійкістю* називається здатність системи повертатися до початкового стану рівноваги після малого збурювання. Статичну стійкість деякого режиму можна розглядати також як стійкість стану рівноваги системи. У такому розумінні всякий усталений режим повинен бути стійким. Статично нестійкий режим не може бути усталеним, тобто не може прийти до стану рівноваги.

Теоретичним фундаментом розв'язання задачі аналізу статичної стійкості є метод першого наближення Ляпунова. При використанні цього методу праві частини рівнянь (11.1) розкладаються в ряд Тейлора і відкидаються всі члени вище першого порядку, тоді

$$\frac{d\Delta x_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \Delta x_k, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11.5)$$

або в матричній формі

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X}. \quad (11.6)$$

Система лінеаризованих диференціальних рівнянь у відхиленнях змінних дозволяє визначити здатність електричної системи повертатися до початкового стану рівноваги після малого збурювання. Вважається, що до моменту часу  $t = t_0$  збурення призвели до незначного відхилення параметрів режиму від стану рівноваги. У момент  $t = t_0$  дія сил збурення припиняється, і далі має місце вільний перехідний процес.

Можливі два принципово різні підходи до розв'язання задачі аналізу статичної стійкості: моделювання динаміки режиму  $\Delta \mathbf{X}(t)$  при заданих початкових умовах  $\Delta \mathbf{X}_0$  і одержання інформації про



якісний характер перехідного процесу непрямим способом (визначення критеріїв стійкості).

## 11.2. Критерії статичної стійкості

Системі рівнянь (11.6) відповідає характеристичне рівняння

$$\det(\mathbf{A} - p\mathbf{E}) = 0. \quad (11.7)$$

Якщо розкрити детермінант (11.7), характеристичне рівняння системи можна записати в загальному вигляді як поліном

$$D(p) = (-1)^n [p^n - a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} - \dots + (-1)^n a_n] = 0 \quad (11.8)$$

де  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – коефіцієнти характеристичного рівняння, що обчислюються як суми всіх діагональних мінорів відповідно першого, другого і т. д. порядків матриці  $\mathbf{A}$ .

Вільний член  $a_n$  дорівнює детермінанту матриці  $\mathbf{A}$ . Характеристичне рівняння можна одержати і без попереднього приведення системи лінеаризованих диференціальних рівнянь до нормального вигляду, але в такому випадку неможливо одержати загальну методику визначення коефіцієнтів для системи будь-якого порядку  $n$ .

Розв'язуючи рівняння (11.8) відносно  $p$ , одержимо корені характеристичного рівняння  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Після цього можемо записати характеристики вільного перехідного процесу

$$\Delta x_i(t) = \sum_{k=1}^n c_{ik} e^{p_k t}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

або в матричній формі

$$\Delta \mathbf{X}(t) = \mathbf{C} e^{\mathbf{P}t},$$

де  $\mathbf{C}$  – матриця коефіцієнтів, що залежить від параметрів системи і початкових умов,  $\mathbf{P}$  – вектор-стовпець коренів характеристичного рівняння.

Звідси випливає, що в якісному відношенні перехідний процес обумовлюється лише коренями характеристичного рівняння, які можуть бути комплексними  $p_k = \alpha_k + j\omega_k$  і дійсними  $p_k = \alpha_k$ . У загальному випадку можна стверджувати, що стан рівноваги системи буде асимптотично стійким годі і тільки тоді, якщо всі корені характеристичного рівняння (11.8) мають від'ємні дійсні складові, тобто  $\alpha_k < 0, k = 1, 2, \dots, n$ . Стан рівноваги буде статично нестійким, якщо хоча б один корінь має додатню дійсну складову.

Характеристичне рівняння електричної системи зазвичай має деяке число дійсних коренів, інші – комплексні. Дійсному кореню відповідає аперіодична складова руху, комплексному – коливальна (рис. 11.2). Якщо серед дійсних коренів є хоча б один додатний, має місце аперіодичне порушення стійкості. Якщо серед комплексних коренів є хоча б одна пара з додатною дійсною складовою, спостерігається коливальне порушення стійкості (саморозгойдування).

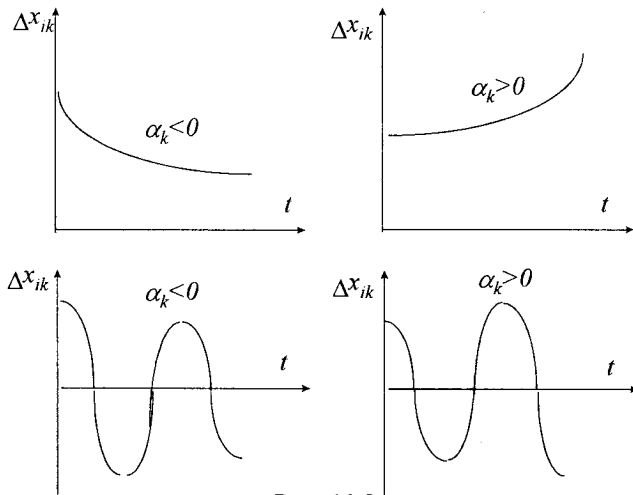


Рис. 11.2

Таким чином, для того, щоб стан рівноваги системи був статично стійким, необхідно і достатньо, щоб усі корені характеристичного рівняння лежали в лівій напівплощині (рис. 11.3).

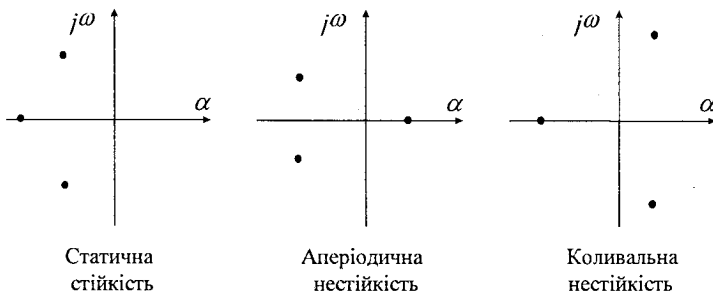


Рис. 11.3

**Приклад 11.1.** Синхронний генератор номінальною потужністю 1000 МВт працює через ЛЕП 330 кВ на шини безкінечної потужності. Параметри синхронного генератора:  $x_d = 2.0$ ,  $x'_d = 0.3$ ,  $T_j = 2.0$  с,  $T_{d0} = 12.0$  с,  $\cos \varphi = 0.9$ ,  $k_d = 2.0$ ,  $K_{ov} = -50$ . Опір лінії  $x = 100$  Ом. У нормальному усталеному режимі напруга на шинах генератора  $300 + j200$  кВ, напруга на шинах БП 300 кВ. Виконати аналіз статичної стійкості електричної системи в нормальному усталеному режимі.

**Розв'язок.** Реактивності генератора в Омах:

$$x_d = \frac{2.0 \cdot 330^2 \cdot 0.9}{1000} = 197.0, \quad x'_d = \frac{0.3 \cdot 330^2 \cdot 0.9}{1000} = 29.5.$$

Параметри режиму:

$$\dot{i} = \frac{300 + j200 - 300}{j100} = 2 \text{ кА},$$

$$\dot{E} = 300 + j200 + j29.5 \cdot 2 = 300 + j259 \text{ кВ},$$

$$E'_q = \sqrt{300^2 + 259^2} = 395 \text{ кВ},$$

$$\delta = \arcsin\left(\frac{259}{395}\right) = 41^\circ.$$

Характеристичне рівняння системи

$$D(p) = \begin{vmatrix} -1-p & -0.3453 & -0.0008 \\ 314 & -p & 0 \\ 0 & 179.7 & -3.001-p \end{vmatrix} = 0$$

або в розгорнутому вигляді

$$D(p) = p^3 + 4.0p^2 + 111.4p + 368.3 = 0.$$

Корені характеристичного рівняння:

$$\alpha_1 = -3.37, \quad \alpha_{2,3} \pm j\omega_{2,3} = -0.32 \pm j10.45.$$

Усі три корені знаходяться в лівій напівплощині, отже система статично стійка.

Для складних систем пошук усіх коренів характеристичного рівняння представляє досить важку задачу. Однак варто підкреслити, що для визначення стійкості самі корені і не потрібні, бо мають значення лише їхні знаки. При цьому використовують закономірності, що зв'язують знаки дійсних складових коренів зі знаками коефіцієнтів характеристичного рівняння чи деякими функціями цих коефіцієнтів. Це значно спрощує розв'язання задачі. У математиці відомі ознаки, за якими без розв'язання

характеристичного рівняння можна робити висновок про знаки коренів. Ці ознаки також називаються критеріями стійкості. Найбільш поширені алгебраїчні критерії Гурвіца і Рауса.

Критерій Гурвіца визначається за допомогою матриці розмірністю  $n$ , складеної з коефіцієнтів характеристичного рівняння

$$\Gamma = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{bmatrix}.$$

Для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб усі діагональні мінори матриці  $\Gamma$  були додатні, тобто

$$a_1 > 0, \det \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \dots, \det \Gamma > 0.$$

Останній детермінант, позначимо його  $\Delta_n = \det \Gamma$ , зв'язаний з передостаннім  $\Delta_{n-1}$  за допомогою співвідношення

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}. \quad (11.9)$$

**Приклад 11.2.** Відоме характеристичне рівняння

$$p^3 + 4.0p^2 + 111.4p + 368.3 = 0.$$

Визначити стійкість системи за допомогою критерія Гурвіца.

**Розв'язок.** Оскільки  $4 > 0$  і  $4 \cdot 111.4 - 1 \cdot 368.3 > 0$ , то система статично стійка.

Для систем високого порядку критерій Гурвіца стає неефективним унаслідок значних обсягів обчислень при розрахунках мінорів. Критерій Рауса позбавлений зазначеного недоліку. Обчислення виконуються в табличній формі (табл. 11.1). Щоб система була статично стійкою необхідно і достатньо мати позитивні коефіцієнти другого стовпця таблиці Рауса. Усього рядків у таблиці  $n-1$ , стовпців  $n/2+1$ , але для організації обчислень досить двох масивів розмірністю  $n/2+1$ . Критерій Рауса дозволяє не тільки визначити, чи є серед коренів нестійкі, а ще й підрахувати число таких коренів, що дорівнює числу змін знака в другому стовпці.

Таблиця 11.1

-	$c_{11} = a_0$	$c_{12} = a_2$	...
-	$c_{21} = a_1$	$c_{22} = a_3$	...
$\lambda_1 = c_{11} / c_{21}$	$c_{31} = c_{12} - \lambda_1 c_{22}$	$c_{32} = c_{13} - \lambda_1 c_{23}$	...
$\lambda_2 = c_{21} / c_{31}$	$c_{41} = c_{22} - \lambda_2 c_{32}$	$c_{42} = c_{23} - \lambda_2 c_{33}$	...
...	...	...	...

**Приклад 11.3.** Задано характеристичне рівняння системи  
 $p^5 + 4p^4 + 2p^3 + 4p^2 + 5p + 6 = 0$ .

Визначити стійкість системи за допомогою критерія Рауса.

**Розв'язок.** Складаємо табл. 11.2.

Таблиця 11.2

-	1	2	5
-	4	4	6
$1/4=0.25$	$2-0.25*4=1$	$5-0.25*6=3.5$	-
$4/1=4$	$4-4*3.5=-10$	-	-

Оскільки  $c_{41} = -10 < 0$ , система статично нестійка. Одна зміна знака в стовпці 2 свідчить про наявність однієї пари комплексних коренів, що мають додатню дійсну складову.

Існують також наближені критерії стійкості: лише необхідні і лише достатні. Так, наприклад, необхідною умовою стійкості системи, є додатність усіх коефіцієнтів характеристичного рівняння. Якщо при додатніх коефіцієнтах система нестійка, то порушення стійкості системи можливо тільки у вигляді саморозгойдування. Однак саморозгойдування є наслідком неправильного настроювання пристроїв АРЗ, що в діючих системах спостерігається рідко. Тому в експлуатаційних розрахунках можливість коливальної нестійкості часто можна знехтувати. Критерієм аперіодичної стійкості системи є знак плюс вільного члена характеристичного рівняння, а точніше -- збіг знаків першого й останнього коефіцієнтів, тобто  $a_0 a_n > 0$ .

Методика обчислення вільного члена залежить від прийнятої математичної моделі системи. Тому на практиці існує декілька підходів до розв'язання задачі аналізу аперіодичної стійкості.

### 11.3. Методи аналізу аперіодичної стійкості

У загальному випадку стійкість системи визначається двома видами руху: загальним і взаємним. Під загальним рухом електричної системи чи енерговузла розуміють процес зміни

частоти, що відбувається, наприклад, при розділенні системи на частини. Однак питання стійкості загального руху не має важливого значення, оскільки така стійкість забезпечується натуральними статичними характеристиками навантажень. Це дозволяє в багатьох випадках не враховувати залежність параметрів від частоти. Стійкість взаємного руху, стійкість паралельної роботи генераторів, має дуже важливе значення і залежить від взаємних кутів роторів.

Перевірка аперіодичної стійкості системи в будь-якому ustalеному режимі виконується за знаком вільного члена характеристичного рівняння, значення якого можна обчислити, якщо відомі параметри цього режиму. Таким чином, аналіз аперіодичної стійкості системи складатиметься з двох етапів: розрахунок ustalеного режиму і обчислення вільного члена характеристичного рівняння. Часто ці два етапи поєднуються з метою прискорення розрахунків і спрощення задачі.

У розрахунках ustalених режимів найбільше поширення одержав метод Ньютона, на кожному кроці якого обчислюється матриця Якобі. Оскільки вільний член дорівнює детермінанту лінеаризованої системи диференціальних рівнянь перехідного процесу при  $p=0$ , то за певних умов вільний член може збігатися з детермінантом матриці Якобі. Для цього необхідно, щоб система нелінійних алгебраїчних рівнянь ustalеного режиму впливала із системи нелінійних диференціальних рівнянь перехідного процесу. Однак розрахунок ustalеного режиму часто виконується на основі спрощеної математичної моделі і способах завдання вихідних даних відмінних від тих, що використовуються при аналізі статичної стійкості. Це вимагає додаткових обчислень для одержання вільного члена після розрахунку ustalеного режиму.

Розглянемо спрощений аналіз аперіодичної стійкості (рис. 11.4).

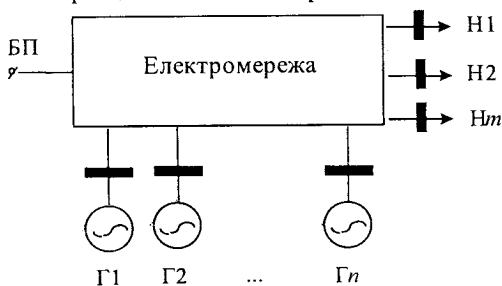


Рис. 11.4

Будемо розглядати навантаження як незмінні провідності шунтів, а синхронні генератори – як джерела напруги з незмінними ЕРС  $E'_q$ , прикладеними за внутрішніми опорами  $jx'_d$ . Якщо виконати еквівалентне перетворення схеми шляхом виключення пасивних вузлів (шин електростанцій і підстанцій), то прийдемо до схеми, де електрична система представлена як многополюсник, на затискачах якого прикладені ЕРС синхронних генераторів  $\dot{E}_i = E'_q e^{j\delta_i}$ . Математична модель такої системи складається з диференціальних рівнянь руху роторів синхронних машин у перехідному процесі й алгебраїчних вузлових рівняннях балансу активних потужностей.

Електромеханічний перехідний процес у кожному з генераторів системи відбувається у вигляді коливань ротора щодо системи координат, яка синхронно обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0$ . Рух ротора  $i$ -го синхронного генератора можна виразити диференціальним рівнянням

$$\frac{P_{\text{ном}i}}{\omega_0} \left( T_{ji} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + k_{\text{ш}} \frac{d\delta_i}{dt} \right) = P_{\text{т}i} - P_{\text{в}i} = w_{pi}. \quad (11.10)$$

Істотним припущенням тут є те, що на підставі незначної зміни швидкості обертання ротора момент у в. о. прирівнюється потужності турбіни.

Один з найбільш потужних генераторів (нехай він має індекс  $i=0$ ) приєднаний до ШБП, для якого приймається  $T_{j0} = \infty$  і  $\frac{d^2 \delta_0}{dt^2} = \frac{d\delta_0}{dt} = 0$ . У початковому усталеному режимі при номінальній частоті приймається  $\delta_0 = 0$ , тобто вісь дійсних величин суміщається з вектором  $\dot{E}_0 = U_{\text{БП}}$ . Положення роторів і векторів ЕРС всіх інших генераторів визначається стосовно цієї осі.

Відповідно до першого закону Кірхгофа струм, що надходить від генератора в електричну мережу,

$$\dot{I}_{\text{т}i} = \sum_{j=1}^n \dot{y}_{ij} (\dot{E}_i - \dot{E}_j) + \dot{y}_i \dot{E}_i = \dot{y}_i \dot{E}_i - \sum_{j=1}^n \dot{y}_{ij} \dot{E}_j.$$

Повна потужність

$$\dot{S}_{\text{т}i} = \hat{I}_{\text{т}i} \dot{E}_i = \hat{y}_i E_i^2 - \dot{E}_i \sum_{j=1}^n \hat{y}_{ij} \dot{E}_j,$$

відкіля активна потужність

$$P_{\tau i} = g_{ii} E_{\tau i}^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{\tau i} E_{\tau j} [g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] \quad (11.11)$$

Диференціальні рівняння руху (11.10) можна об'єднати з алгебраїчними рівняннями режиму електричної мережі (11.11) і одержати загальну систему диференціальних рівнянь електромеханічного перехідного процесу. Нарешті, можна записати лінеаризовану систему диференціальних рівнянь у відхиленнях змінних

$$\frac{P_{\text{НОМ}i}}{\omega_0} \left( T_{ji} \frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} + k_{\text{ш}} \frac{d \Delta \delta_i}{dt} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_{P_i}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i = 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (11.12)$$

Лінеаризованій системі диференціальних рівнянь відповідає характеристичне рівняння

$$\begin{vmatrix} (c_1 p^2 + d_1 p) + \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_1} & (c_2 p^2 + d_2 p) + \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_2} & \dots & (c_n p^2 + d_n p) + \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_n} \end{vmatrix} = 0$$

де

$$c_i = \frac{P_{\text{НОМ}i}}{\omega_0} T_{ji}, \quad d_i = \frac{P_{\text{НОМ}i}}{\omega_0} k_{\text{ш}}.$$

Подальше перетворення характеристичного рівняння з метою визначення вільного члена залежить від наявності в системі ШБП чи БП. Якщо в системі є БП, то вільний член не містить динамічних параметрів генераторів, а залежить лише від статичних параметрів електричної мережі. Вільний член у такому випадку обчислюється як детермінант матриці часткових похідних

$$a_n = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{P_1}}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{P_2}}{\partial \delta_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{P_n}}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}.$$



Якщо в системі немає БП і матриця системи рівнянь стаціонарного режиму особлива, необхідно один з генераторів розглядати як опорний. Нехай це буде  $n$ -й генератор. У такому випадку для визначення вільного члена необхідно виконати деяке перетворення характеристичного рівняння системи (11.12). З лінійної алгебри відомо, що величина детермінанта не зміниться, якщо до останнього стовпця додати елементи всіх попередніх стовпців. З огляду на той факт, що в системі без ШБП сума часткових похідних  $\sum_{i=1}^n \frac{\partial P_k}{\partial \delta_i} = 0, k = 1, 2, \dots, n$ , величину  $p$  з останнього стовпця можна винести за знак детермінанта. Приймаючи в перетвореному в такий спосіб детермінанті  $p=0$ , можемо записати остаточний вираз для вільного члена

$$a_n = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{p1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{p1}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{p1}}{\partial \delta_{n-1}} & d_1 \\ \frac{\partial w_{p2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{p2}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{p2}}{\partial \delta_{n-1}} & d_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial w_{pn}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{pn}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial w_{pn}}{\partial \delta_{n-1}} & d_n \end{bmatrix}.$$

Якщо в системі без ШБП відсутнє загасання коливань, характеристичне рівняння скорочується на  $p^2$  і у вирзі для вільного члена необхідно замінити  $d_k$  на  $c_k$ .

Розглянутий критерій аперіодичної стійкості не залежить від частотних властивостей синхронних машин. Усе виглядає зовсім по іншому в автономних електричних системах. Частота стає звичайною координатою, і аперіодична стійкість залежить від статичних частотних характеристик елементів системи.

Моментно-швидкісна характеристика регульованої турбіни у в. о. (рис.11.5) може бути описана в усталеному режимі рівнянням

$$M_{Tk} = 1 - \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 \sigma_k},$$

де  $\sigma_k$  – статизм АРШ.

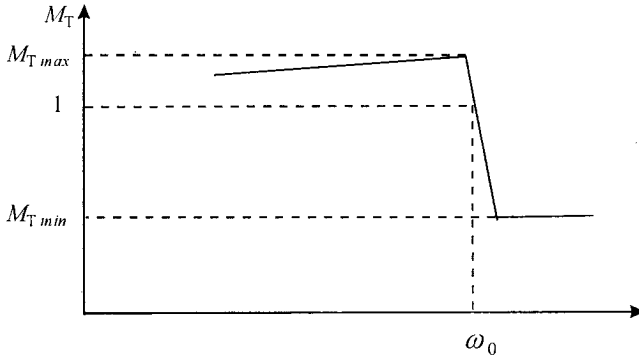


Рис. 11.5

При переході від моменту до потужності статична характеристика турбіни буде мати вигляд

$$P_{Tk} = \frac{P_{номk}}{\omega_0} \omega \left( 1 - \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 \sigma_k} \right).$$

Якщо припустити, що всі генератори системи неявнополюсні, а також що при невеликих відхиленнях частоти від номінальної реактивні опори і ЕРС не залежать від частоти, то електричні потужності синхронних генераторів можна визначати за формулою (11.11). У цьому випадку система лінеаризованих рівнянь руху роторів синхронних генераторів зміниться в такий спосіб:

$$\begin{aligned} \frac{P_{номi}}{\omega_0} \left( T_{ji} \frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} + k_{di} \frac{d \Delta \delta_i}{dt} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_{pi}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i - \\ - \frac{\partial P_{Ti}}{\partial \omega} \frac{d \Delta \delta_i}{dt} = 0, i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (11.13)$$

де

$$\frac{\partial P_{Ti}}{\partial \omega} = \frac{P_{номi}}{\omega_0} \left( 1 - \frac{\omega_0 - 2\omega}{\omega_0 \sigma_i} \right).$$

Характеристичне рівняння системи (11.13) таке ж, як і (11.12), де

$$d_i = \frac{P_{номi}}{\omega_0} \left( k_{di} - 1 + \frac{\omega_0 - 2\omega}{\omega_0 \sigma_i} \right).$$

Перетворення, аналогічні попереднім, дозволяють скоротити характеристичне рівняння на  $p$ . Отже і вільний член характеристичного рівняння системи (11.13) з урахуванням частоти збігається по виду з вільним членом системи (11.12).

Оскільки в розглянутому критерії не враховується саморегулювання системи по частоті, практичне його використання вимагає уточнення. Необхідно враховувати фактичні залежності від частоти активних потужностей як синхронних генераторів, так і навантажень. Однак, як відзначалося, питання стійкості загального руху не має принципового значення, що дозволяє в багатьох випадках не враховувати залежності параметрів від частоти.

Розглянута математична модель непридатна для аналізу аперіодичної стійкості електричних систем з урахуванням статичних характеристик навантажень по напрузі, АРЗ, явнополюсності синхронних генераторів і ін., оскільки в схемі заміщення відсутні вузли генераторної напруги і вузли навантажень. У зв'язку з цим схема заміщення електричної мережі повинна розглядатися без еквівалентного перетворення. Так, наприклад, для схеми (рис. 11.6),

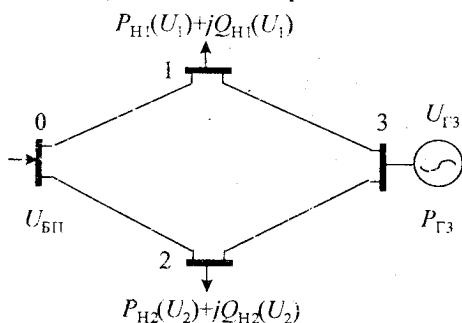


Рис.11.6

де вузол 0 відповідає БП, вузли 1 і 2 мають навантаження, що враховуються СХН, а вузол 3 – генерація, вільний член

$$\left[ \begin{array}{ccccc} \frac{\partial w_{P1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{P1}}{\partial \delta_3} & \left( \frac{\partial w_{P1}}{\partial U_1} - \frac{\partial P_{Н1}}{\partial U_1} \right) & \frac{\partial w_{P1}}{\partial U_2} \\ \frac{\partial w_{P2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{P2}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial w_{P2}}{\partial U_1} & \left( \frac{\partial w_{P2}}{\partial U_2} - \frac{\partial P_{Н2}}{\partial U_2} \right) \\ \frac{\partial w_{P3}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P3}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{P3}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial w_{P3}}{\partial U_1} & \frac{\partial w_{P3}}{\partial U_2} \\ \frac{\partial w_{Q1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{Q1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{Q1}}{\partial \delta_{31}} & \left( \frac{\partial w_{Q1}}{\partial U_1} - \frac{\partial Q_{Н1}}{\partial U_1} \right) & \frac{\partial w_{Q1}}{\partial U_2} \\ \frac{\partial w_{Q2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{Q2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{Q2}}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial w_{Q2}}{\partial U_1} & \left( \frac{\partial w_{Q2}}{\partial U_2} - \frac{\partial Q_{Н2}}{\partial U_2} \right) \end{array} \right]$$

і часткові похідні:  $\frac{\partial P_{Н1}}{\partial U_1}, \frac{\partial Q_{Н1}}{\partial U_1}, \frac{\partial P_{Н2}}{\partial U_2}, \frac{\partial Q_{Н2}}{\partial U_2}$  визначаються диференціюванням статичних характеристик навантажень по напрузі. Якщо статичні характеристики не враховуються, ці часткові похідні дорівнюють нулю.

**Приклад 11.4.** Навантаження в електричній системі (рис. 11.7) живиться від шин безкінечної потужності й електростанції, напруга на шинах якої підтримується завдяки дії АРЗ незмінною.

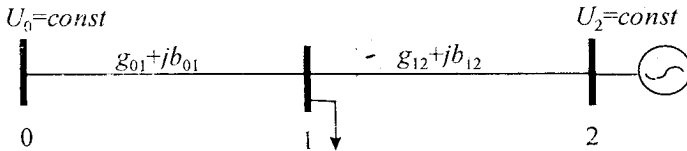


Рис. 11.7

Провідності віток 0-1 і 1-2 дорівнюють  $0.01-j0.02$  і  $0.02-j0.1$  См. Дослідити стійкість системи в двох режимах: 1)  $U_1=U_2=U_0=330$  кВ,  $\delta_1=30^\circ, \delta_2=60^\circ$ , 2)  $U_1=U_2=U_0=330$  кВ,  $\delta_1=-30^\circ, \delta_2=60^\circ$ .

**Розв'язок.** Система нелінійних рівнянь усталеного режиму у формі балансу потужностей вузлів для даної схеми має вигляд:

$$\begin{aligned}
 & U_0 U_1 (g_{01} \cos \delta_1 + b_{01} \sin \delta_1) - U_1^2 g_{11} + \\
 & + U_1 U_2 [g_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] - P_{Н1} = 0, \\
 & U_2^2 g_{22} - U_1 U_2 [g_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1) + b_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1)] - P_{Г2} = 0, \\
 & U_0 U_1 (g_{01} \sin \delta_1 - b_{01} \cos \delta_1) - U_1^2 b_{11} + \\
 & + U_1 U_2 [g_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)] - Q_{Н1} = 0.
 \end{aligned}$$

Вільний член характеристичного рівняння системи

$$a_n = \begin{vmatrix} \frac{\partial w_{P1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{P1}}{\partial U_1} \\ \frac{\partial w_{P2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{P2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{P2}}{\partial U_1} \\ \frac{\partial w_{Q1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial w_{Q1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial w_{Q1}}{\partial U_1} \end{vmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{p1}}{\partial \delta_1} &= U_0 U_1 (-g_{01} \sin \delta_1 + b_{01} \cos \delta_1) + \\ &+ U_1 U_2 [-g_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)] \\ \frac{\partial w_{p1}}{\partial \delta_2} &= U_1 U_2 [g_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)] \\ \frac{\partial w_{p1}}{\partial U_1} &= U_0 (-g_{01} \cos \delta_1 + b_{01} \sin \delta_1) - 2U_1 g_{11} + \\ &+ U_2 [g_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] \\ \frac{\partial w_{p2}}{\partial \delta_1} &= -U_1 U_2 [g_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1) - b_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1)] \\ \frac{\partial w_{p2}}{\partial \delta_2} &= -U_1 U_2 [-g_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1) + b_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1)] \\ \frac{\partial w_{p2}}{\partial U_1} &= -U_2 [g_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1) + b_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1)] \\ \frac{\partial w_{\rho 1}}{\partial \delta_1} &= U_0 U_1 (g_{01} \cos \delta_1 + b_{01} \sin \delta_1) + \\ &+ U_1 U_2 [g_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] \\ \frac{\partial w_{\rho 1}}{\partial \delta_2} &= -U_1 U_2 [g_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] \\ \frac{\partial w_{\rho 1}}{\partial U_1} &= U_0 (g_{01} \sin \delta_1 - b_{01} \cos \delta_1) + 2U_1 b_{11} + \\ &+ U_2 [g_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)] \end{aligned}$$

З урахуванням заданих параметрів, маємо: для першого режиму

$$a_n = \begin{vmatrix} -10773.0 & 8342.3 & 2.0 \\ -8342.3 & 8342.3 & 10.8 \\ 7185.1 & -7330.9 & -46.6 \end{vmatrix} = 741157800,$$

для другого режиму

$$a_n = \begin{vmatrix} 835.0 & -2176.7 & 19.4 \\ 2176.7 & -2176.7 & 33.0 \\ 12922.3 & -10890.2 & -81.7 \end{vmatrix} = -781242600.$$

Таким чином, перший режим аперіодично стійкий, а другий – нестійкий.

У даному прикладі вільний член характеристичного рівняння збігається з якобіаном системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Але так буває не завжди. У загальному випадку для того, щоб сумістити розрахунок ustalеного режиму і перевірку його на стійкість, необхідно при використанні методу Ньютона врахувати такі вимоги.

1. У розрахунковій схемі повинен бути БП.

2. У генераторних вузлах необхідно задавати  $U_r = const$ . Завдання  $Q_r = const$  неприпустиме, оскільки це означало б регулювання збудження синхронного генератора по реактивній потужності і не відповідало б дійсності. Тому програма розрахунку ustalеного режиму при порушенні обмежень по реактивних потужностях генераторів повинна бути доповнена розрахунком якобіана системи рівнянь з урахуванням  $U_r = const$ .

3. Вузли навантажень повинні враховуватися тими ж характеристиками, що й у розрахунках стійкості.

У загальному випадку система нелінійних алгебраїчних рівнянь стаціонарного режиму повинна впливати з рівнянь динаміки шляхом прирівнювання до нуля всіх похідних диференціальних рівнянь. Тоді вільний член характеристичного рівняння буде збігатися з якобіаном стаціонарного режиму. Звичайно, математична модель стаціонарного режиму при цьому значно ускладнюється.

#### 11.4. Методи аналізу коливальної стійкості

Можливі випадки, коли при аналізі об'єктивних режимів коливальна нестійкість настає раніш аперіодичної нестійкості. Врахування можливості коливальної нестійкості генераторів може мати вирішальне значення, наприклад, для визначення граничного потоку в перетині від потужної електростанції при незначному місцевому навантаженні. Точний аналіз статичної стійкості можна виконати або за допомогою методів дослідження коренів характеристичного рівняння, або за допомогою наближених підходів (ітераційний, моделювання перехідного процесу при малих збурюваннях і ін.).

Припустимо, що система включає електричну мережу, синхронні генератори і навантаження. Частина генераторів у кількості  $n_{ra}$  представлена з урахуванням АРЗ і АРШ, а інші  $n_{rc} = n_r - n_{ra}$  – у вигляді  $P_r = const, E_r = const$ . Синхронні генератори можуть бути як неявнополюсні, так і явнополюсні. Для явнополюсних синхронних

генераторів  $x_d \neq x_q$ , тобто явнополюсний генератор є більш загальним типом. Тому будемо вважати, що всі генератори в системі в загальному випадку явнополюсні. Явнополюсний генератор може бути заміщений індуктивним опором  $x_r = x_q$ , однаковим у подовжній і поперечній осях, якщо за ЕРС генератора прийняти  $E_r = E_Q$ .

Для трансформаторів електричної мережі будемо використовувати безтрансформаторні схеми заміщення, а навантаження замінимо незмінними провідностями, що відповідають вихідному усталеному режиму. Тоді розрахункову схему мережі можна представити лінійним електричним колом. Виключивши всі проміжні вузли, у тому числі генераторні, прийдемо до еквівалентної схеми. У загальному випадку будемо вважати, що БП відсутні.

У матричному вигляді для еквівалентної розрахункової схеми електричної мережі маємо:

$$\dot{\mathbf{I}}_r = \dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{E}}_r,$$

де  $\dot{\mathbf{Y}}$  – матриця власних і взаємних провідностей еквівалентної схеми.

З прийнятих допущень випливає, що

$$\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{E}}_r - j\mathbf{X}_r\dot{\mathbf{I}}_r = \dot{\mathbf{E}}_r - j\mathbf{X}_r\dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{E}}_r$$

або

$$\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{E}}_r, \quad (11.14)$$

де

$$\dot{\mathbf{B}} = \mathbf{E} - j\mathbf{X}_r\dot{\mathbf{Y}},$$

$\mathbf{E}$  – одинична діагональна матриця,  $\mathbf{X}_r$  – діагональна матриця реактивних опорів генераторів  $x_q$ .

Система рівнянь (11.14) може бути розділена на дійсну і уявну складові і представлена в полярній системі координат. Лінеаризувавши отриману нелінійну систему алгебраїчних рівнянь, можемо врешті записати в загальному вигляді

$$\Delta\mathbf{U} = \mathbf{B}_1\Delta\mathbf{E}_r, \quad (11.15)$$

де  $\mathbf{B}_1$  – матриця часткових похідних  $\frac{\partial U_i}{\partial E_{rj}}$  розміром  $n_{га}$ .

ЕРС генератора  $E_Q$  насправді фіктивна. Вона залежить від перехідних ЕРС  $E'_{qi}$  і кутів роторів  $\delta_i$  усіх генераторів системи. Щоб одержати зазначену залежність, необхідно скласти систему рівнянь для подовжніх струмів генераторів у системі координат  $d-q$

$$-i_{di} = I'_{vi} \sin \delta_i - I''_{vi} \cos \delta_i = -\frac{E_{Qi} - E'_{qi}}{x_{qi} - x'_{di}},$$

відкіля маємо

$$E'_{qi} = [1 + b_{ii}(x_{qi} - x'_{di})]E_{Qi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)](x_{qi} - x'_{di})E_{Qj},$$

або в матричному вигляді щодо відхилень ЕРС

$$\Delta \mathbf{E}'_q = \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{E}_Q. \quad (11.16)$$

І, нарешті, розглянемо залежність  $E_q$  від  $E'_q$ . Оскільки

$$E_q = E_Q \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} - E'_q \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d},$$

то з урахуванням (11.16) можемо записати

$$\Delta \mathbf{E}_q = \mathbf{B}_3 \Delta \mathbf{E}'_q. \quad (11.17)$$

Активна потужність, що генерується  $i$ -м синхронним генератором, може бути розрахована в залежності від ЕРС і кутів генераторів за формулою (11.11). Переходячи до малих відхилень, можемо записати

$$\Delta P_r = \mathbf{G} \Delta \mathbf{E}_r + \mathbf{H} \Delta \mathbf{D}, \quad (11.18)$$

де  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{H}$  – матриці часткових похідних потужностей генераторів по модулях і фазових кутах ЕРС генераторів.

Електромеханічні й електромагнітні перехідні процеси в синхронних генераторах можна представити системою нелінійних диференціальних рівнянь. Динамічні характеристики турбін з АРШ можуть бути представлені рівняннями (6.3) і (6.4). Рух роторів генераторів можна описати рівняннями (11.10), що у формі Коші мають вигляд

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_j} \left( \frac{P_r - P_r(E_r, \delta)}{P_{\text{ном}}} - k_s s \right), \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega_0 s. \quad (11.19)$$

Асинхронний момент  $k_s s$  є одним з основних факторів, що забезпечують загасання коливань. Але в системі може діяти і ряд протилежних факторів, що викликають розгойдування ротора.

Електромагнітний перехідний процес в обмотці збудження генератора можна описати рівнянням Лебедева-Жданова (4.46).



Математична модель системи АРЗ може бути представлена рівняннями (5.11), (5.13) і (5.15).

При переході до лінеаризованої моделі електроенергетичної системи вихідну систему нелінійних диференціальних рівнянь необхідно перетворити таким чином, щоб кількість рівнянь відповідала кількості динамічних змінних. За динамічні змінні в розглянутій моделі слід прийняти відхилення відкриття регулювальних клапанів, додаткових потужностей промперегрів турбін, ковзань і кутів роторів, перехідних ЕРС, ЕРС збудження, сигналів АРЗ й умовних ковзань.

Перші два диференціальні рівняння запишемо для відхилень відкриття регулюючого клапана турбіни і додаткової потужності промперегріву:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mu}{dt} &= \frac{1}{T_s} \left( -\frac{\Delta s}{\omega_0} - \Delta\mu \right) \\ \frac{d\Delta P_{\text{пр}}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{пр}}} (\Delta\mu - \Delta P_{\text{пр}}), \end{aligned} \quad (11.20)$$

де  $T_s$ ,  $T_{\text{пр}}$  – сталі часу сервомотора і промперегріву.

Рівняння (11.20) описують динаміку змінювання механічної потужності турбіни.

Небаланс між механічною потужністю турбіни й електромагнітною потужністю синхронного генератора визначає рух ротора, що може бути описаний наступними двома диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta s}{dt} &= \frac{1}{T_j} \left[ \omega_0 (K_{\text{вт}} \Delta\mu + (1 - K_{\text{ва}}) \Delta P_{\text{Г}}) - k_{\text{д}} \Delta s - \frac{\omega_0}{P_{\text{ГНОМ}}} \Delta P_{\text{Г}} \right], \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta s, \end{aligned} \quad (11.21)$$

де  $K_{\text{вт}}$  – частка високого тиску в загальній потужності турбіни,  $\Delta P_{\text{Г}}$  – відхилення електричної потужності генератора, що обчислюється за формулою (11.18) у залежності від відхилень кутів роторів усіх генераторів системи і ЕРС генераторів з урахуванням АРЗ і АРШ.

Електромагнітний перехідний процес в обмотці ротора, описуваний рівнянням Лебедева-Жданова,

$$\frac{d\Delta E_q}{dt} = \frac{1}{T_{d0}} (E_{qe0} \Delta E_{qe} - \Delta E_q), \quad (11.22)$$

де  $E_{qe0}$  – значення ЕРС збудження в усталеному режимі,  $\Delta E_q$  – відхилення синхронної ЕРС, відповідно до (11.17).

Динаміка відхилення ЕРС збудження визначається з диференціального рівняння

$$\frac{d\Delta E_{qe}}{dt} = \frac{1}{T_3} (\Delta U_p - \Delta E_{qe}), \quad (11.23)$$

де  $T_3$  – стала часу збуджувача,  $\Delta U_p$  – відхилення сигналу регулятора збудження.

Диференціальне рівняння АРЗ у лінеаризованому вигляді можна представити в такий спосіб:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta U_p}{dt} = \frac{1}{T_p} \left[ \frac{K_{ou}}{U_{\text{пном}}} \Delta U + \frac{K_{iu}}{U_{\text{пном}}} \frac{d\Delta U}{dt} + \frac{K_{ip}}{E_{qe0}} \frac{d\Delta E_q}{dt} + \right. \\ \left. + K_{of} \left( \frac{\Delta s - \Delta s_t}{\omega_0} \right) - K_{if} \frac{1}{\omega_0} \frac{d\Delta s}{dt} - \Delta U_p \right], \quad (11.24) \end{aligned}$$

де  $K_{ou}, K_{iu}, K_{ip}, K_{of}, K_{if}$  – коефіцієнти підсилення.

Відхилення напруги  $\Delta U$  визначається із (11.15) з урахуванням (11.16). Для одержання  $\frac{d\Delta U}{dt}, \frac{d\Delta E_q}{dt}$  необхідно продиференціювати (11.15) і (11.17). Похідна  $\frac{d\Delta s}{dt}$  визначається з першого рівняння (11.21).

Відхилення умовного ковзання  $\Delta s_t$  визначається з диференціального рівняння

$$\frac{d\Delta s_t}{dt} = \frac{1}{T_w} (\Delta s - \Delta s_t). \quad (11.25)$$

Таким чином, лінеаризована математична модель руху системи після виключення статичних змінних приводиться до вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta \mu &= \mathbf{A}_{11} \Delta \mu + \mathbf{A}_{13} \Delta s_a \\ \frac{d}{dt} \Delta \mathbf{P}_{\text{m}} &= \mathbf{A}_{21} \Delta \mu + \mathbf{A}_{22} \Delta \mathbf{P}_{\text{m}} \\ \frac{d}{dt} \Delta s_a &= \mathbf{A}_{31} \Delta \mu + \mathbf{A}_{32} \Delta \mathbf{P}_{\text{m}} + \mathbf{A}_{33}^a \Delta s_a + \mathbf{A}_{34}^{aa} \Delta \delta_a + \\ &+ \mathbf{A}_{34}^{ac} \Delta \delta_c + \mathbf{A}_{35}^a \Delta E_q' \\ \frac{d}{dt} \Delta s_c &= \mathbf{A}_{33}^c \Delta s_c + \mathbf{A}_{34}^{ca} \Delta \delta_a + \mathbf{A}_{34}^{cc} \Delta \delta_c + \mathbf{A}_{35}^c \Delta E_q' \\ \frac{d}{dt} \Delta \delta_a &= \Delta s_a \\ \frac{d}{dt} \Delta \delta_c &= \Delta s_c \\ \frac{d}{dt} \Delta E_q' &= \mathbf{A}_{55} \Delta E_q' + \mathbf{A}_{56} \Delta E_{qe} \\ \frac{d}{dt} \Delta E_{qe} &= \mathbf{A}_{66} \Delta E_{qe} + \mathbf{A}_{67} \Delta U_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta U_P &= \mathbf{A}_{71} \Delta \mu + \mathbf{A}_{72} \Delta \mathbf{P}_{\text{шт}} + \mathbf{A}_{73} \Delta s_a + \mathbf{A}_{74}^{\text{aa}} \Delta \delta_a + \\ &+ \mathbf{A}_{74}^{\text{ac}} \Delta \delta_c + \mathbf{A}_{75} \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{A}_{76} \Delta \mathbf{E}_{qc} + \mathbf{A}_{77} \Delta U_P + \mathbf{A}_{78} \Delta s_t \\ \frac{d}{dt} \Delta s_t &= \mathbf{A}_{83} \Delta s_a + \mathbf{A}_{88} \Delta s_t . \end{aligned}$$

У загальній матричній формі це відповідає виразу (11.6). Загальний вектор-стовпець відхилень змінних системи складається зі складових

$$\Delta \mathbf{X} = \left[ \Delta \mu, \Delta \mathbf{P}_{\text{шт}}, \Delta s_a, \Delta s_c, \Delta \delta_a, \Delta \delta_c, \Delta \mathbf{E}'_q, \Delta \mathbf{E}_{qc}, \Delta U_P, \Delta s_t \right]^T.$$

Рух електричної системи статично стійкий, якщо всі власні числа матриці  $\mathbf{A}$  розташовані в лівій напівплощині (рис.11.3), тобто всі дійсні складові власних чисел від'ємні. Якщо серед власних чисел є хоча б одна комплексно-спряжена пара, що має додатню дійсну складову, в електричній системі має місце коливальна нестійкість. Якщо всі власні числа з додатніми дійсними складовими мають уявні складові рівні 0, електрична система нестійка аперіодично.

**Приклад 11.5.** Виконати аналіз статичної стійкості найпростішої електроенергетичної системи (рис. 11.8).

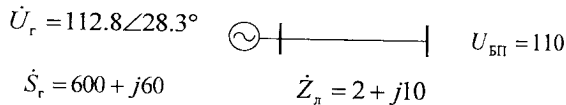


Рис. 11.8

Параметри синхронного генератора:  $P_{\text{ном}}=600$  МВт,  $U_{\text{ном}}=121$  кВ,  $\cos \varphi_{\text{ном}}=0.85$ ,  $T_J=6.9$  с,  $T_{d0}=7.0$  с,  $x_d=2.2$ ,  $x'_d=0.3$ ,  $k_d=2$ .  
Параметри АРЗ:  $T_3=0.16$  с,  $T_p=0.15$  с,  $T_w=1$  с,  $K_{0U}=-100$ ,  $K_{0f}=1.3$ ,  $K_{1f}=3.5$ ,  $K_{1p}=-2.5$ .

Параметри АРШ:  $T_s=0.5$  с,  $T_{\text{шт}}=10$  с,  $\sigma=0.05$ ,  $K_{\text{ВТ}}=0.7$ .

**Розв'язок.** За заданими параметрами елементів електричної системи і параметрами вихідного усталеного режиму визначасмо значення матриці системи  $\mathbf{A}$  і знаходимо її власні числа. Результати обчислень представлені в табл. 11.2.

Таблиця 11.2

	$K_{ov} = -100,$ $K_w = -2$	$K_{ov} = -100,$ $K_w = 0$	$K_{ov} = 2,$ $K_w = 0$
$\lambda_1$	$-5.54+j23.1$	$-13.7$	$-4.98+j2.81$
$\lambda_2$	$-5.54-j23.1$	$+0.252+j8.79$	$-4.98-j2.81$
$\lambda_3$	$-1.24+j1.71$	$+0.252-j8.79$	$-2.84+j3.09$
$\lambda_4$	$-1.24-j1.71$	$-1.08+j1.64$	$-2.84-j3.09$
$\lambda_5$	$-1.80$	$-1.08-j1.64$	$-0.849$
$\lambda_6$	$-1.04$	$-1.02$	$-0.132$
$\lambda_7$	$-0.14$	$-0.14$	$+0.084$

Оскільки дійсні складові всіх власних чисел від'ємні (перший стовпець власних чисел), можна зробити висновок, що система статично стійка. Якщо заблокувати регулювання збудження по похідній напруги, з'являється пара комплексно-сполучених власних чисел з додатньою дійсною частиною (другий стовпець), що свідчить про коливальну нестійкість системи. Якщо задати  $K_{ov} = 2$  (третій стовпець), система стає аперіодично нестійкою, як система автоматичного регулювання з позитивним зворотним зв'язком.

### 11.5. Спрощений аналіз статичної стійкості

Існує ряд наближених методів аналізу статичної стійкості електричних систем. Одним з найбільш розповсюджених можна назвати метод оцінки стійкості по збіжності ітераційного процесу розрахунку усталеного режиму. Суть методу полягає в тому, що замість математичної моделі системи розглядається ітераційна модель, умови збіжності якої співпадають з умовами стійкості системи. Чисельно інтегруючи вихідну нелінійну систему диференціальних рівнянь, можна одержати усталений режим як границю динамічного переходу моделі з початкового стану в кінцевий. Однак це вимагає все-таки значного обсягу обчислень.

Другий підхід ґрунтується на використанні лінеаризованої моделі електричної системи. Якщо система приведена до нормальної форми (11.6), то відповідно до методу Ейлера вона може бути розв'язана чисельно за допомогою рекурентної формули

$$\Delta \mathbf{X}^{(i+1)} = \Delta \mathbf{X}^{(i)} + h \mathbf{A} \Delta \mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{X}^{(i)}, \quad (11.26)$$

де  $\mathbf{B} = \mathbf{E} + h \mathbf{A}$  – ітераційна матриця,  $h$  – крок інтегрування (дискретизації).

Ітераційний процес (11.26) збігається, якщо всі власні числа ітераційної матриці  $\mathbf{B}$  розташовані всередині кола радіусом 1, тобто максимальне за модулем власне число не перевищує 1.

Для аналізу стійкості системи звичайно немає необхідності обчислення власних чисел матриці  $\mathbf{B}$ . Для цього досить дослідити деякі її властивості. Розглядаючи послідовно першу, другу і всі наступні ітерації відповідно (11.26), можна записати загальну формулу

$$\Delta \mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{B}^{i+1} \Delta \mathbf{X}_0,$$

де  $\Delta \mathbf{X}_0$  – початкові відхилення змінних у момент  $t=0$ .

Звідси випливає простий критерій стійкості системи:  $\mathbf{B}' \rightarrow 0$  при  $i \rightarrow \infty$ . Обчислюючи послідовно добутки матриць самих на себе  $\mathbf{B}^2, \mathbf{B}^4, \mathbf{B}^8, \mathbf{B}^{16}$  і т. д., робимо висновок про стійкість системи. Недолік методу – великий обсяг обчислень при малому кроці  $h$ . Крім того, подібний метод визначення статичної стійкості не можна назвати і строгим унаслідок його залежності від кроку дискретизації  $h$ . Якщо  $h$  перевищує деяку мінімально припустиму величину, критерій збіжності ітераційного процесу не відповідає критерію стійкості системи.

Математично строгий підхід вимагає конформного відображення лівої напівплощини комплексної змінної  $p$  усередину одиничного кола комплексної змінної  $\rho$ , корені якої визначаються характеристичним рівнянням

$$|\mathbf{B} - \rho \mathbf{E}| = 0,$$

де ітераційна матриця  $\mathbf{B}$  зв'язана з матрицею системи  $\mathbf{A}$  співвідношенням

$$\mathbf{B} = \mathbf{E} + 2(\mathbf{A} - \mathbf{E})^{-1}. \quad (11.27)$$

Критерієм стійкості системи може служити максимальне за модулем власне число ітераційної матриці  $\mathbf{B}$ . Якщо воно дійсне, його можна визначити за формулою

$$\rho_{\max} = \frac{\delta x^{(i+1)}}{\delta x^{(i)}} \text{ при } i \rightarrow \infty, \quad (11.28)$$

де  $\delta x^{(i+1)} = \Delta x^{(i+1)} - \Delta x^{(i)}$  – приріст будь-якого компонента вектора  $\Delta \mathbf{X}$  на  $i+1$ -й ітерації.

Якщо два найбільші за модулем власні числа складають пару комплексно-спряжених коренів, вони знаходяться розв'язанням квадратного рівняння

$$\rho^2 + e\rho + f = 0, \quad (11.29)$$

де коефіцієнти  $e$  і  $f$  обчислюються за формулами

$$e = \frac{\delta x^{(i-1)} \delta x^{(i)} - \delta x^{(i-2)} \delta x^{(i+1)}}{\delta x^{(i-2)} \delta x^{(i)} - (\delta x^{(i-1)})^2},$$

$$f = \frac{\delta x^{(i-1)} \delta x^{(i+1)} - (\delta x^{(i)})^2}{\delta x^{(i-2)} \delta x^{(i)} - (\delta x^{(i-1)})^2}.$$

Наявність пари комплексно-спряжених максимальних по модулю коренів можна виявити за характером зміни значення (11.28), яке у такому випадку коливається по величині і знаку, а не монотонно змінюється від ітерації до ітерації. Ітераційний процес продовжується до його збіжності згідно із заданою точністю.

**Приклад 11.6.** Лінеаризована математична модель електричної системи характеризується матрицею

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -0.3453 & -0.0008 \\ 314 & 0 & 0 \\ 0 & 179.7 & -3.001 \end{bmatrix}.$$

Виконати конформне відображення математичної моделі і визначити максимальне власне значення матриці.

**Розв'язок.** Обчислюємо відповідно до (11.27) ітераційну матрицю  $\mathbf{B}$  і запишемо рекурентну формулу ітераційного процесу

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta^{(i+1)} \\ \Delta s^{(i+1)} \\ \Delta E_q^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9836 & 0.0063 & 0.0000 \\ -5.16 & 0.9671 & 0.0010 \\ -231.75 & -1.4761 & 0.5465 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(i)} \\ \Delta s^{(i)} \\ \Delta E_q^{(i)} \end{bmatrix}.$$

Прийmemo початкові умови:  $\Delta \delta^{(0)} = 0.2$  рад (тобто 11.46 град.),  $\Delta s^{(0)} = \Delta E_q^{(0)} = 0$ . У табл. 11.3 зведені результати розрахунку ітераційного процесу. Значення максимального власного числа ітераційної матриці обчислюємо за допомогою формул (11.28) і (11.29) по приростам змінних  $\Delta \delta$  (різницям відхилень кутів на двох ітераціях).

Таблиця 11.3

$i$	$\Delta\delta$	$\Delta\gamma$	$\Delta E_q'$	$P_{\max}$	$\rho'_{\max}$	$\rho''_{\max}$
1	11.46	0	0	0	0	0
2	11.27	-1.03	-46.4	0	0	0
3	10.71	-2.06	-69.4	2.997	0	0
4	9.78	-3.03	-78.2	1.646	0	0
5	8.52	-3.89	-77.8	1.359	0.997	0.224
6	6.96	-4.61	-71.2	1.228	0.991	0.206
7	5.18	-5.16	-60.3	1.149	0.986	0.196
8	3.23	-5.52	-46.3	1.093	0.982	0.190
9	1.19	-5.68	-30.2	1.048	0.980	0.189
10	-0.87	-5.63	-13.0	1.010	0.978	0.188
11	-2.88	-5.38	4.8	0.974	0.978	0.188
12	-4.76	-4.94	22.2	0.937	0.977	0.188
13	-6.45	-4.32	38.7	0.898	0.977	0.188
14	-7.89	-3.56	53.6	0.851	0.977	0.188
15	-9.03	-2.68	66.5	0.791	0.977	0.188
16	-9.83	-1.71	76.8	0.703	0.976	0.188
17	-10.27	-0.69	84.2	0.564	0.976	0.188
18	-10.33	0.35	88.6	0.142	0.976	0.188
19	-10.02	1.36	89.7	-5.021	0.976	0.188
20	-9.35	2.31	87.5	2.150	0.976	0.188

Таким чином, максимальне власне число ітераційної матриці дорівнює  $0.976 \pm j0.188$  (модуль 0.988). Система статично стійка.

Даний метод, хоча і не пов'язаний з великим обсягом розрахунків, усе-таки вимагає обчислення оберненої матриці системи. Однак існують конформні відображення, які не потребують обернення матриці. Розглянутий ітераційний метод належить до найбільш ефективних сучасних методів аналізу статичної стійкості складних електричних систем.

Аналіз коливальної стійкості системи шляхом моделювання перехідного процесу при невеликому збуренні дає наближений результат, але має ту перевагу, що може бути виконаний за допомогою звичайної програми розрахунку динамічної стійкості, в якій використовуються найбільш точні математичні моделі синхронних генераторів, АРЗ, АРШ і навантажень. Зокрема варто пам'ятати, що синхронні й асинхронні двигуни з великими сталими інерції можуть значно впливати на коливальні властивості системи.

**Приклад 11.7.** Схема електричної системи складається з 235 вузлів, 351 вітки і 31 синхронного генератора з урахуванням АРЗ і АРШ. Розрахунки по програмі аналізу електромеханічних перехідних процесів показали, що в системі має місце коливальна нестійкість синхронного генератора у вузлі 9809 при значеннях коефіцієнтів підсилення АРЗ сильної дії зазначеного синхронного генератора:  $K_{0U}=-20$ ,  $K_{1U}=-2.8$ ,  $K_{0\omega}=5.2$ ,  $K_{1\omega}=2$ ,  $K_{1f}=-2$ . Підібрати параметри АРЗ, при яких припиняється коливальна нестійкість системи.

**Розв'язок.** Прикладемо невелике збурення на шинах розглянутого генератора у вигляді ємнісного опору  $x=200$  Ом на інтервалі часу від 0.2 с до 1.2 с. Результати розрахунку перехідного процесу показані на рис. 11.9, а для кутів роторів генераторів у вузлах 9809 і 9900. На рис. 11.9, б показані аналогічні криві перехідного процесу при значеннях коефіцієнтів підсилення АРЗ:  $K_{0U}=-10$ ,  $K_{1U}=-0.5$ ,  $K_{0\omega}=1.3$ ,  $K_{1\omega}=2$ ,  $K_{1f}=-4$ .

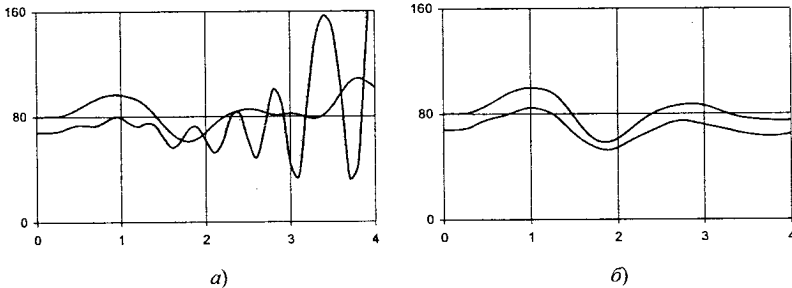


Рис.11.9.

Можливі неточності аналізу статичної стійкості методом чисельного моделювання малих коливань зв'язані з тим, що іноді за виглядом кривих перехідного процесу буває важко зробити висновок про стійкість чи нестійкість системи.

## 11.6. Визначення областей стійкості

Аналіз статичної стійкості системи включає не тільки визначення стійкості вихідного усталеного режиму, але й одержання інформації про те, як далеко він віддалений від межі стійкості. Для визначення запасу стійкості необхідно знайти граничний режим і порівняти його з вихідним. Для складних систем існує безліч шляхів обважнення системи, що приводять до різних граничних режимів.



Основні способи обважнення ґрунтуються на перерозподілі потужностей синхронних генераторів і зниженні напруги в деяких вузлах. Можлива комбінація цих способів. Використовують і спосіб загального навантаження системи шляхом збільшення генерації і споживання потужностей у заданих вузлових точках.

У подібних випадках прийнято говорити про траєкторію обважнення. Інженерне розв'язання задачі полягає в дослідженні кінцевого числа траєкторій обважнення, обраних у результаті вивчення особливостей режимів конкретної схеми. Визначити граничний режим можна поступовим обважненням стійкого вихідного режиму при використанні на кожному кроці програми розрахунку усталеного режиму методом Ньютона. Межа аперіодичної стійкості відповідає зміні знака вільного члена або якобіана системи (рис.11.10).

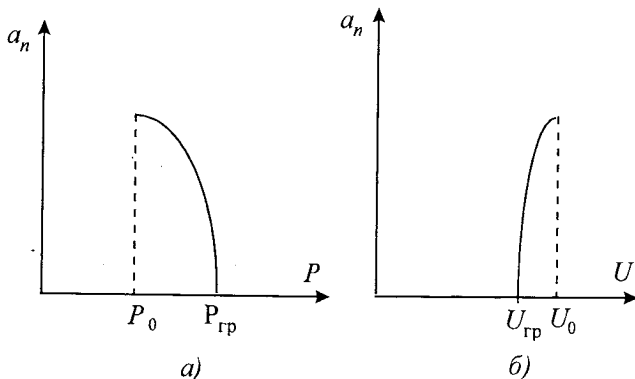


Рис.11.10

При досить малому кроці обважнення збіжність ітерацій у методі Ньютона може бути забезпечена, якщо на шляху обважнення не зустрінеться режим, у якому якобіан дорівнює нулю.

Крім звичайних способів обважнення для пошуку граничних потоків потужностей іноді використовується спосіб обважнення зміною фазових кутів напруг чи ЕРС. Цей спосіб корисний тим, що при фіксації фазових кутів можна легко одержувати режими, що знаходяться за межею стійкості, що дозволяє надійно знайти граничний режим без побоювання передчасного порушення збіжності.

**Приклад 11.8.** Електрична система (рис. 11.7) із провідностями віток 0-1 і 1-2 відповідно  $0.01-j0.02$  і  $0.02-j0.1$  См має параметри нормального усталеного режиму:  $U_1=U_2=U_0=330$  кВ,  $\delta_1=-30^\circ$ ,  $\delta_2=0^\circ$ .

Визначити граничний за аперіодичною стійкістю режим системи при обважненні генератора у вузлі 2 зміною кута ротора.

**Розв'язок.** Результати обчислень приведені в табл. 11.4. Граничний за аперіодичною стійкістю режим має місце приблизно при  $\delta_2=30^\circ$ .

Таблиця 11.4

$\delta_2$	$P_1+jQ_1$	$P_2+jQ_2$	$a_n$
0	6971+j117	5736+j370	489451900
10	8829-j426	7594-j174	365844200
20	10504-j1284	9329-j1032	202859500
30	12124-j2431	10889-j2178	1477559
40	13461-j3830	12226-j3577	-234570000
50	14535-j5441	13300-j5188	-498624800
60	15313-j7213	14078-j6961	-781242600

При визначенні граничного режиму необхідно враховувати режимні й експлуатаційні обмеження реактивних потужностей, напруг у вузлах навантаження, потоків ЛЕП і т. п. Крім того, у процесі обважнення режиму можуть також моделюватися деякі дії диспетчера як, наприклад, відключення реактора, зміна уставки АРЗ, коефіцієнта трансформації й ін.

Можливі два характерні випадки при розрахунках граничних режимів.

1. Розв'язок існує, але граничний режим нестійкий.

2. Стан електричної системи, граничний за умов існування режиму, може ще не бути граничним за стійкістю. Такий режим можна одержати, наприклад, при врахуванні обмежень реактивної потужності генератора за умовами нагрівання статора і ротора.

Граничним вважається такий режим, у якому або порушені умови існування розв'язку, або порушені критерії стійкості напруги вузлів навантажень чи статичної стійкості генераторів, або вичерпані припустимі можливості навантаження генераторів, ЛЕП, трансформаторів і т. д.

Областю статичної стійкості електричної системи називається множина її режимів, у яких забезпечена статична стійкість при деяких навантаженнях синхронних генераторів і заданій схемі електричної мережі. Поверхня, що обмежує цю область, називається границею статичної стійкості. Область стійкості будується в координатах параметрів, що мають найбільший вплив на стійкість

режиму. Звичайно такими параметрами є потоки потужностей у деяких ЛЕП чи перетинах.

Вибір координат і побудова областей стійкості вимагає виконання великих обсягів обчислень. Ця клопітлива робота вимагає значного досвіду і високої кваліфікації інженера-електрика. Правильно розраховані й експериментально підтверджені області стійкості використовуються у вигляді диспетчерських інструкцій і для налагодження засобів ПА, що запобігають порушенню статичної стійкості.

Запас статичної стійкості системи найчастіше обумовлюється режимами потоків ЛЕП і напруг вузлів навантаження. Коефіцієнти запасу стійкості обчислюються за формулами

$$K_P = \frac{P_{\text{сп}} - P_0 - \Delta P}{P_0} \cdot 100 \quad ; \quad K_U = \frac{U_0 - U_{\text{сп}}}{U_0} \cdot 100 \quad ,$$

де  $P_0$  і  $P_{\text{гр}}$  – потужність ЛЕП чи перетину в нормальному і граничному режимах,  $\Delta P$  – амплітуда нерегулярних коливань потоку,  $U_0$  і  $U_{\text{гр}}$  – напруга вузла в нормальному і граничному режимах.

У загальному випадку поняття запасу статичної стійкості є невизначеним, оскільки невизначене поняття траєкторії обважнення системи. Згідно «Провідних указівок по стійкості енергосистем» нормуються мінімальні коефіцієнти запасу для активних потоків у перетинах. Як основний спосіб обважнення рекомендується збільшення потужності синхронних генераторів з однієї сторони перетину, де має місце надлишок потужностей, що генеруються, і зменшення її з іншої сторони, дефіцитної. Коефіцієнт запасу стійкості для нормального режиму складає не менш 20%, для обважненого – 15% і для післяаварійного – 8%.

Загальний принцип побудови алгоритмів розрахунку граничних за статичною стійкістю режимів незалежно від використовуваних математичних моделей і методів розрахунку включає три циклічно повторюваних етапи: розрахунок усталеного режиму з урахуванням усіх необхідних обмежень, обчислення для даного режиму якобіана чи критерія статичної стійкості, виконання чергового кроку обважнення режиму відповідно до заданої в умовах розрахунку траєкторії.

Процес обважнення повторюється до зміни знака якобіана чи порушення критерія статичної стійкості.

## 11.7. Метод D-розбивки

Розглянуті методи розрахунку статичної стійкості можна віднести до широкого класу методів аналізу складних систем. Вони покликані давати відповідь на запитання, чи стійка система при заданих її параметрах. Однак існує й інша не менш важлива задача: якими повинні бути параметри системи, щоб статична стійкість була забезпечена по можливості максимально. Це задача синтезу систем регулювання електричних систем. Дуже важливо правильно підібрати параметри керування і припустимі межі їхньої зміни, виходячи з умов оптимального забезпечення стійкості як окремих пристроїв, так і всієї системи.

Для розв'язання подібних задач використовується метод виділення областей стійкості, розроблений Ю.І.Неймарком. В основу метода покладене характеристичне рівняння з урахуванням явної залежності його коефіцієнтів від налагоджувальних параметрів системи керування. Це дає можливість оптимізувати зазначені параметри з погляду найбільшого рівня стійкості електричної системи.

Розглянемо характеристичне рівняння деякої системи третього порядку

$$D(p) = p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3.$$

Припустимо, що коефіцієнти  $a_1$ ,  $a_2$  і  $a_3$  ми можемо змінювати довільно. Необхідно визначити такі їхні значення, при яких забезпечується статична стійкість системи. Розглянемо точку  $M_1$  у просторі коефіцієнтів (рис.11.11,а).

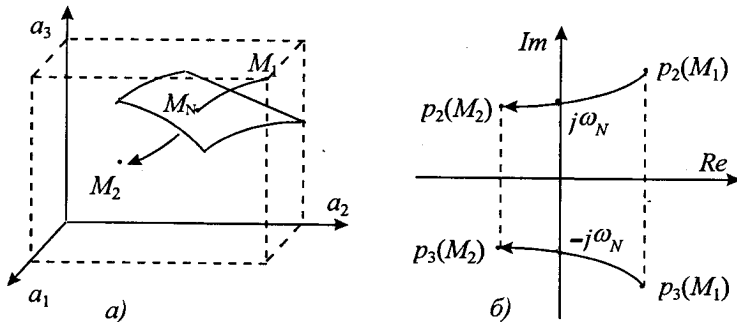


Рис.11.11

Нехай у точці  $M_1$  система статично нестійка, тобто комплексні корені  $p_2$  і  $p_3$  розташовані в правій напівплощині (рис.11.12,б). У

точці  $M_2$  система стійка, і всі корені розташовані ліворуч від уявної осі. Коефіцієнти  $a_1$ ,  $a_2$  і  $a_3$  будемо змінювати безперервно таким чином, щоб точка переміщалася з положення  $M_1$  у  $M_2$ .

Тоді корені характеристичного рівняння будуть також безперервно змінюватися. Перетин траєкторією переміщення коренів  $p_2$  і  $p_3$  уявної осі при значеннях  $p_2(M_N) = j\omega_N$  і  $p_3(M_N) = -j\omega_N$  відповідає перетину-траєкторією руху точки  $M$  деякої поверхні  $N$ , що поділяє простір коефіцієнтів на стійку і нестійку області. Така розбивка простору коефіцієнтів характеристичного рівняння на області називається D-розбивкою, а поверхня  $N$  – границею D-розбивки.

Практичний інтерес задача D-розбивки має не в просторі коефіцієнтів характеристичного рівняння, а в просторі деяких параметрів системи (наприклад, коефіцієнтів підсилення АРЗ), від яких залежать ці коефіцієнти. У загальному вигляді характеристичне рівняння можна представити в такий спосіб:

$$D(p) = D_0(p) + D_k(k_1, k_2, \dots, k_m, p),$$

де  $k_1, k_2, \dots, k_m$  – синтезовані параметри системи. Маючи залежності між цими параметрами системи і коефіцієнтами характеристичного рівняння, можна визначити границю D-розбивки в координатах синтезованих параметрів.

Математично задача формулюється так. Нехай маємо замкнуту систему, характеристичне рівняння якої приводиться до вигляду

$$D(p) = D_0(p) + k_1 D_1(p) + k_2 D_2(p) + \dots + k_m D_m(p) = 0,$$

де  $D_0(p), D_1(p), D_2(p), \dots, D_m(p)$  – відомі поліноми щодо оператора  $p$ . Необхідно побудувати область стійкості системи в просторі параметрів, тобто визначити припустимі межі зміни параметрів  $k_1, k_2, \dots, k_m$ . У залежності від кількості синтезованих параметрів системи  $m$  розрізняють методи D-розбивки по одному, двом параметрам і т.д. Фактично кількість таких параметрів невелика, найчастіше один чи два.

Розглянемо спочатку метод D-розбивки по одному параметру. Представимо характеристичне рівняння у вигляді

$$D(p) = D_0(p) + k D_1(p) = 0$$

Як видно з рис.11.11, одна з пар комплексних коренів на границі D-розбивки має уявне значення  $p = \pm j\omega$ , тобто

$$D(j\omega) = \dot{D}_0(j\omega) + k \dot{D}_1(j\omega) = 0.$$

Прирівнюючи до нуля окремо дійсну і уявну складові, одержуємо

$$D_0'(\omega) + k'D_1'(\omega) - k''D_1'(\omega) = 0,$$

$$D_0''(\omega) + k'D_1''(\omega) + k''D_1''(\omega) = 0,$$

відкіля

$$k' = \frac{-D_0'(\omega)D_1'(\omega) - D_0''(\omega)D_1'(\omega)}{D_1'^2(\omega) + D_1''^2(\omega)},$$

$$k'' = \frac{D_0'(\omega)D_1''(\omega) - D_0''(\omega)D_1'(\omega)}{D_1'^2(\omega) + D_1''^2(\omega)}. \quad (11.30)$$

Крива D-розбивки розраховується при зміні  $\omega$  від 0 до  $+\infty$  і від 0 до  $-\infty$ . Вона розділяє площину ( $k', k''$ ) на області. Якщо рухатися від  $-\infty$  до  $+\infty$ , то стійкі корені завжди будуть знаходитися ліворуч. Оскільки реальне значення мають лише дійсні значення  $k$ , то стійкість системи в даному випадку забезпечується за умови

$$k_{\min} < k < k_{\max}.$$

**Приклад 11.9.** Синхронний генератор з АРЗ пропорційної дії номінальною потужністю 1000 МВт працює через лінію електропередачі 330 кВ на шини безкінечної потужності. Параметри синхронного генератора:  $x_d = 2.0$ ,  $x_d' = 0.3$ ,  $T_j = 2.0$  с,  $T_{d0} = 12.0$  с,  $\cos \varphi = 0.9$ ,  $k_d = 2.0$ . Опір лінії  $x = 100$  Ом. У нормальному уталеному режимі напруга на шинах генератора  $300 + j200$  кВ, напруга на шинах БП 300 кВ. Визначити область стійкості системи щодо коефіцієнта підсилення АРЗ по напрузі.

**Розв'язок.** Характеристичне рівняння системи

$$D(p) = \begin{vmatrix} -1-p & -0.3453 & -0.0008 \\ 314 & -p & 0 \\ 0 & 21.2 - 3.17K_{ov} & 0.19 + 0.0638K_{ov} - p \end{vmatrix} =$$

$$= D_0(p) + K_{ov}D_1(p) = 0,$$

де

$$D_0(p) = -p^3 - 0.81p^2 - 108.2p + 15.7,$$

$$D_1(p) = 0.0638p^2 + 0.0638p + 7.68.$$

Після підстановки  $p = \pm j\omega$  і поділу на дійсну і уявну складові маємо

$$D_0'(\omega) = 15.7 + 0.81\omega^2,$$

$$D_0''(\omega) = \omega^3 - 108.2\omega,$$

$$D_1'(\omega) = 7.68 - 0.0638\omega^2,$$

$$D_1''(\omega) = 0.0638\omega.$$

За формулами (11.30) обчислюємо граничні значення коефіцієнта підсилення для різних значень  $\omega$  і будуємо границю D-розбивки (рис. 11.12).

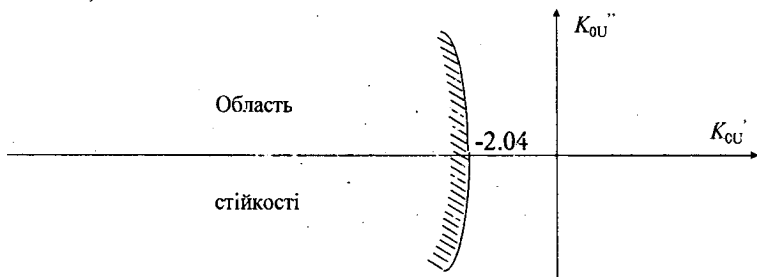


Рис. 11.12

Мінімальне значення коефіцієнта підсилення  $K_{0U} = -2.04$ . Корені характеристичного рівняння при цьому дорівнюють:  $p_1 = 0.00$ ,  $p_{2,3} = -0.47 \pm j10.4$ . При  $K_{0U} = -1$  маємо  $p_1 = 0.07$  і  $p_{2,3} = -0.48 \pm j10.4$ , а при  $K_{0U} = -10$  —  $p_1 = -0.56$  і  $p_{2,3} = -0.44 \pm j10.4$ . Таким чином, при збільшенні коефіцієнта підсилення АРЗ по напрузі має місце віддалення від границі аперіодичної стійкості і наближення до границі саморозгойдування.

Розглянемо задачу побудови області стійкості системи в просторі двох параметрів  $k_1$  і  $k_2$ . Характеристичне рівняння системи приводиться в даному випадку до вигляду

$$D(p) = D_0(p) + k_1 D_1(p) + k_2 D_2(p) = 0.$$

Приймаючи, як і раніше,  $p = j\omega$ , одержимо комплексний вираз  $\dot{D}(j\omega)$ , який також можна розділити на дійсну і уявну складові, після чого одержимо систему двох рівнянь з двома невідомими

$$D'_0(\omega) + k_1 D'_1(\omega) + k_2 D'_2(\omega) = 0,$$

$$D''_0(\omega) + k_1 D''_1(\omega) + k_2 D''_2(\omega) = 0,$$

відкіля

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{D'_0(\omega)D''_2(\omega) - D''_0(\omega)D'_2(\omega)}{D'_1(\omega)D''_2(\omega) + D''_1(\omega)D'_2(\omega)}, \\ k_2 &= \frac{D'_0(\omega)D''_1(\omega) - D''_0(\omega)D'_1(\omega)}{D'_1(\omega)D''_2(\omega) + D''_1(\omega)D'_2(\omega)}. \end{aligned} \quad (11.31)$$

Аналогічно обчислюємо залежності  $k_1(\omega)$  і  $k_2(\omega)$  при  $-\infty < \omega < \infty$  і будуємо криву D-розбивки в площині двох параметрів.

Для створення загального алгоритму розв'язання задачі D-розбивки найбільш зручною є така форма математичної моделі системи, яка найкраще відповідає структурі реальних електричних систем. Цим вимогам відповідає система лінеаризованих диференціальних і алгебраїчних рівнянь, записаних у нормальній формі.

Будемо розрізняти три типи вихідних рівнянь. До першого типу відносяться диференціальні рівняння, що містять параметри  $k_1$  і  $k_2$ . До другого типу належать всі інші диференціальні рівняння. Третій тип складають лінеаризовані алгебраїчні рівняння усталеного режиму. Зазначеній системі відповідає характеристичне рівняння

$$D(p) = \det \begin{bmatrix} (C_1 + pD_1)K + A_1 + pB_1 \\ A_2 + pB_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = 0.$$

Приймаємо  $p = j\omega$ , тоді характеристичне рівняння можна записати в комплексному вигляді. Після розділення визначника на дійсну і уявну складові і подальшого перетворення приходимо знову до системи двох рівнянь із двома невідомими, відкіля знаходимо  $k_1(\omega)$  і  $k_2(\omega)$ .

### Вправи

1. Задано характеристичне рівняння системи

$$p^4 + 5p^3 + 80p^2 + 100p + 300 = 0.$$

Визначити стійкість системи за критеріями Гурвіца і Рауса.

2. Скласти алгоритм аналізу статичної стійкості системи за допомогою критерія Гурвіца при заданих коефіцієнтах характеристичного рівняння  $n$ -го порядку.

3. Скласти алгоритм аналізу статичної стійкості системи за допомогою критерія Рауса при заданих коефіцієнтах характеристичного рівняння  $n$ -го порядку.

4. Скласти алгоритм обчислення коефіцієнтів характеристичного рівняння  $n$ -го порядку при заданій матриці коефіцієнтів лінеаризованої системи.

5. Визначити за знаком вільного члена аперіодичну стійкість системи (рис. 11.7) в усталеному режимі, якщо  $U_2 = U_0 = 350$ ,  $U_1 = 330$ ,  $\delta_1 = -30^\circ$ ,  $\delta_2 = 30^\circ$ . Провідності віток 0-1 і 1-2 відповідно дорівнюють  $0.01 - j0.1$  і  $0.01 - j0.05$  См.



6. Побудувати лінеаризовану математичну модель найпростішої електричної системи з урахуванням АРЗ сильної дії синхронного генератора по напрузі.

7. Синхронний генератор номінальною потужністю 1000 МВт працює через лінію електропередачі 330 кВ на шини безкінечної потужності. Параметри синхронного генератора з АРЗ сильної дії:  $x_d = 2.0$ ,  $x'_d = 0.3$ ,  $T_j = 2.0$  с,  $T_{d0} = 12.0$  с,  $\cos \varphi = 0.9$ ,  $k_d = 2.0$ ,  $K_{ov} = -50$ ,

$K_{lv} = -3.5$ . Опір лінії  $x = 100$  Ом. В усталеному режимі напруга на шинах генератора  $300 + j200$  кВ, напруга на шинах БП 300 кВ. Виконати аналіз статичної стійкості електричної системи в нормальному режимі методом визначення коренів характеристичного рівняння.

8. Скласти алгоритм аналізу статичної стійкості електричної системи методом конформного відображення лінеаризованої математичної моделі  $n$ -го порядку і визначення максимального власного значення матриці.

9. Електрична система (рис. 11.7) із провідностями віток 0-1 і 1-2 відповідно  $0.01 - j0.1$  і  $0.01 - j0.05$  См має параметри нормального усталеного режиму:  $U_2 = U_0 = 350$  кВ,  $U_1 = 330$  кВ,  $\delta_1 = -30^\circ$ ,  $\delta_2 = 30^\circ$ . Визначити граничний по аперіодичній стійкості режим системи шляхом зниження напруги генератора у вузлі 2.

10. Синхронний генератор номінальною потужністю 1000 МВт з АРЗ типу (11.32) працює через лінію електропередачі 330 кВ на шини безкінечної потужності. Параметри синхронного генератора:  $T_{j0} = \infty$ ,  $x'_d = 0.3$ ,  $T_j = 2.0$  с,  $T_{d0} = 12.0$  с,  $\cos \varphi = 0.9$ ,  $k_d = 2.0$ . Опір лінії  $x = 100$  Ом. У нормальному режимі напруга на шинах генератора  $300 + j200$  кВ, напруга на шинах БП 300 кВ. Визначити область стійкості системи щодо коефіцієнтів підсилення АРЗ по відхиленню і похідній напруги  $K_{ov}$  і  $K_{lv}$  методом D-розбивки.

## **МЕТОДИ АНАЛІЗУ НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМІВ**

### **12.1. Поняття несиметричних режимів**

В роботі електричних систем часто мають місце особливі режими, серед яких поширені режими к. з., неповнофазні та інші несиметричні режими. Режим трифазного к. з. можна розглядати як окремий випадок несиметричних режимів. Аналіз таких режимів ґрунтується на розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь при відомих джерелах напруги. Так, наприклад, розрахунки перехідних струмів трифазного к. з. здійснюються за допомогою звичайної схеми електричної мережі, в якій синхронні генератори заміщені своїми перехідними реактансами і ЕРС. Напруги у вузлах такої схеми можуть бути визначені методом Гауса.

Режим трифазного к. з. можна розрахувати також методом накладення двох режимів: нормального режиму навантаження і додаткового режиму, створюваного увімкненням у точці к. з. ЕРС, рівної за величиною і протилежної за знаком напрузі нормального режиму в цій точці. Всі інші ЕРС у додатковому режимі повинні дорівнювати нулю, тобто синхронні генератори розглядаються як шунти з реактивними перехідними опорами.

При настроюванні пристроїв релейного захисту (РЗ) виникає необхідність аналізу одно- і двофазних к. з., несиметричних режимів при неповнофазних увімкненнях, а також у складних випадках несиметрії електричної мережі в одній чи багатьох точках. Трапляються і такі режими складних пошкоджень як, наприклад, однофазне к. з. і розрив фази одночасно. Несиметричні режими можуть мати місце також при неоднакових опорах та при неоднаковому навантаженні фаз. Розглянуті режими можуть існувати як короткочасно, так і тривалий час.

Короткочасні несиметричні режими можуть бути обумовлені виникненням і ліквідацією к. з. засобами РЗ, пофазним спрацьовуванням вимикачів у циклі однофазного автоматичного повторного ввімкнення (ОАПВ) і т. п. Тривалі несиметричні режими можуть існувати при роботі окремих елементів системи з неповним числом фаз, наприклад, при пофазному ремонті ліній чи груп однофазних силових трансформаторів, при значних несиметричних навантаженнях (електрифікований залізничний

транспорт, електричні печі), при використанні симетруючих пристроїв тощо.

Для розрахунків несиметричних режимів можуть використовуватися метод фазних координат і метод симетричних складових. Деякою перевагою метода фазних координат може служити фізична подоба математичної моделі. Недоліком є збільшення розмірності математичної моделі в порівнянні з однолінійним представленням електричної мережі. Тому в розрахунках несиметричних режимів часто використовують метод симетричних складових прямої (1), зворотної (2) і нульової (0) послідовностей.

Головна перевага метода симетричних складових полягає в зменшенні розмірності системи рівнянь. У випадку рівності опорів фаз і симетричності матриць фазних параметрів кожного елемента мережі, що є характерним для реальних електричних мереж, замість системи з трьох зв'язаних рівнянь маємо три незалежні рівняння для трьох послідовностей окремо, тобто порядок системи рівнянь зменшується майже в три рази. Це дозволяє кожну з названих послідовностей звести до однолінійної розрахункової схеми. Іншими словами, складна система рівнянь у фазних координатах еквівалентно заміщається трьома простішими системами для кожної послідовності окремо.

Однак, при визначенні аварійних несиметричних режимів окремий розгляд трьох незалежних систем прямої, зворотної і нульової послідовностей неможливий за винятком деяких найпростіших випадків. Розрахунок несиметричного режиму виконується шляхом спільного розв'язання рівнянь для схем прямої, зворотної і нульової послідовностей, об'єднаних у єдину систему співвідношеннями між струмами і напругами в кожному несиметричному елементі. Тому в процесі розробки математичної моделі повинні вводитися спеціальні рівняння зв'язку між системами різних послідовностей. Ці об'єднуючі рівняння визначаються конкретними видами порушення симетрії.

Використання метода симетричних складових не в усіх випадках приводить до спрощення алгоритму й економії ресурсів пам'яті. До таких випадків можна віднести, наприклад, несиметричні режими, що виникають у симетричній мережі при несиметричних навантаженнях у її вузлах.

Розрахунки несиметричних режимів методом симетричних складових виконуються при відомих ЕРС в опорних пунктах схеми прямої послідовності, що визначаються з умов нормального усталеного режиму. Отримана в такий спосіб математична модель являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь, для розв'язання якої використовують прямі методи.

Врахування взаємоіндукцій і ємностей між паралельними лініями часто здійснюється шляхом задання уточнених значень відповідних параметрів для прямої і зворотної послідовностей. Більш точне врахування цих явищ необхідне лише для схеми нульової послідовності, де взаємоіндукція між групами ліній, що проходять на близькій відстані, повинна моделюватися в явному вигляді.

## 12.2. Метод фазних координат

Трифазні електричні мережі звичайно виконуються симетричними. Тому при аналізі усталених режимів використовуються однолінійні схеми заміщення. Можливі випадки (головним чином у розподільчих електромережах), коли навантаження фаз відрізняються, і виникає необхідність індивідуального задання потужностей чи струмів для кожної фази окремо. В деяких країнах широко використовуються одно- і двофазні понижуючі трансформатори, внаслідок чого і подовжні елементи електромережі можуть бути несиметричними. У високовольтних електричних мережах іноді використовуються режими неповнофазного ввімкнення шунтуючих реакторів на підстанціях. У подібних випадках виникає необхідність аналізу несиметричних режимів у фазних координатах.

При розрахунку режиму у фазних координатах напруги і струми в будь-якій точці електричної мережі розглядаються як вектори, що складаються з відповідних фазних комплексів  $\dot{U}_\phi = [\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c]$  і  $\dot{I}_\phi = [\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c]$ . У симетричному режимі модулі напруг і струмів для кожної з трьох фаз однакові, а їхні фази відрізняються на  $120^\circ$ . В несиметричному режимі ця закономірність системи трифазних напруг і струмів у більшій чи меншій мірі порушується.

Розглянемо схему заміщення подовжньої ділянки трифазної лінії електропередачі (рис. 12.1), кожна фаза якої характеризується деяким активним опором  $R$ , реактивним опором самоіндукції  $X_L$  і реактивним опором взаємоіндукції  $X_M$ .

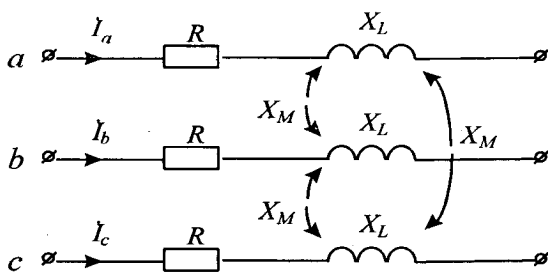


Рис. 12.1

Для розглянутого елемента закон Ома можна записати у вигляді системи трьох лінійних рівнянь із трьома невідомими

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}_a &= \dot{Z} \dot{I}_a + jX_M \dot{I}_b + jX_M \dot{I}_c \\ \Delta \dot{U}_b &= jX_M \dot{I}_a + \dot{Z} \dot{I}_b + jX_M \dot{I}_c, \\ \Delta \dot{U}_c &= jX_M \dot{I}_a + jX_M \dot{I}_b + \dot{Z} \dot{I}_c \end{aligned}$$

де  $\dot{Z} = R + jX_L$  – активний і реактивний опір фази лінії.

Закон Ома у фазних координатах можна записати також у матричному вигляді за допомогою рівняння

$$\Delta \dot{U}_\phi = \dot{Z}_\phi \dot{I}_\phi. \quad (12.1)$$

Матриця власних і взаємних опорів фаз лінії  $\dot{Z}_\phi$  у даному випадку симетрична. Аналогічною матрицею описується трифазний двообмотковий трансформатор.

Використовуючи матричні рівняння першого і другого законів Кірхгофа, можна скласти системи вузлових чи контурних рівнянь будь-якої трифазної електричної системи, розв'язання яких дає фазні значення параметрів несиметричного режиму. Напряга в опорному пункті електричної мережі задається вектором

$$\begin{bmatrix} U_0 & U_0 e^{-j120^\circ} & U_0 e^{j120^\circ} \end{bmatrix}.$$

**Приклад 12.1.** Визначити нормальний усталений режим і несиметричний режим при вимкненій фазі  $a$  ділянки 1-2 трьохвузлової схеми (рис. 12.2) у фазних координатах. Параметри віток у симетричному режимі:  $\dot{z}_{01} = 5 + j20$ ,  $\dot{z}_{02} = 5 + j10$ ,  $\dot{z}_{12} = 10 + j20$ .

Задані параметри режиму:  $U_0 = 121$ ,  $\dot{I}_1 = 1 - j0.5$ ,  $\dot{I}_2 = 2 - j0.8$ .

Реактивні опори нульової послідовності прийняти утрос більшими відповідних реактивних опорів прямої послідовності.

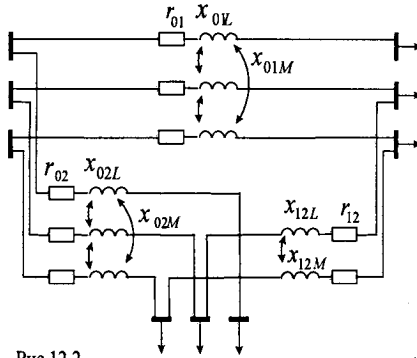


Рис.12.2

**Розв'язок.** Симетричний режим схеми можна описати системою лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{11} & -\dot{y}_{12} \\ -\dot{y}_{12} & \dot{y}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 - U_0 \dot{y}_{01} \\ \dot{I}_2 - U_0 \dot{y}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{bmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} \dot{y}_{01} &= 0.0118 - j0.0471, \dot{y}_{02} = 0.04 - j0.08, \dot{y}_{12} = 0.02 - j0.04, \\ \dot{y}_{11} &= 0.0318 - j0.0871, \dot{y}_{22} = 0.06 - j0.12, \\ \dot{I}'_1 &= -0.42 + j5.19, \dot{I}'_2 = -2.84 + j8.88. \end{aligned}$$

Звідси

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{1}{\dot{y}_{11}\dot{y}_{22} - \dot{y}_{12}^2} (\dot{y}_{22}\dot{I}'_1 + \dot{y}_{12}\dot{I}'_2) = 104.8 - j171, \\ \dot{U}_2 &= \frac{1}{\dot{y}_{11}\dot{y}_{22} - \dot{y}_{12}^2} (\dot{y}_{12}\dot{I}'_1 + \dot{y}_{11}\dot{I}'_2) = 103.6 - j164. \end{aligned}$$

Симетричний режим у фазних координатах описується аналогічними рівняннями, якщо замінити комплексні величини відповідними комплексними матрицями і векторами. Тоді напруги даної схеми у фазних координатах можна обчислити за допомогою відповідних матричних формул:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\phi 1} &= (\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{12})^{-1} (\dot{Y}_{22}\dot{I}'_{\phi 1} + \dot{Y}_{12}\dot{I}'_{\phi 2}), \\ \dot{U}_{\phi 2} &= (\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{12})^{-1} (\dot{Y}_{12}\dot{I}'_{\phi 1} + \dot{Y}_{11}\dot{I}'_{\phi 2}), \end{aligned}$$

де

$$\dot{I}'_{\phi 1} = \dot{I}_{\phi 1} - \dot{Y}_{01} \dot{U}_{\phi 0},$$

$$\dot{I}'_{\phi 2} = \dot{I}_{\phi 2} - \dot{Y}_{02} \dot{U}_{\phi 0}.$$

Якщо відомі реактивні опори прямої і нульовий послідовностей віток, то відповідні реактивності само- і взаємоіндукції можна визначити за формулами:

$$x_L = \frac{2x_1 + x_0}{3}, x_M = \frac{x_0 - x_1}{3}.$$

Таким чином, матриці фазних опорів віток:

$$\dot{Z}_{01} = \begin{bmatrix} 5.0 + j333 & j133 & j133 \\ j133 & 5.0 + j333 & j133 \\ j133 & j133 & 5.0 + j333 \end{bmatrix},$$

$$\dot{Z}_{02} = \begin{bmatrix} 5.0 + j16.7 & j6.7 & j6.7 \\ j6.7 & 5.0 + j16.7 & j6.7 \\ j6.7 & j6.7 & 5.0 + j16.7 \end{bmatrix},$$

$$\dot{Z}_{12} = \begin{bmatrix} 10.0 + j333 & j133 & j133 \\ j133 & 10.0 + j333 & j133 \\ j133 & j133 & 10.0 + j333 \end{bmatrix}.$$

Матриці фазних провідностей дорівнюють оберненим матрицям відповідних фазних опорів:

$$\dot{Y}_{01} = \begin{bmatrix} 0.008 - j0.037 & -0.003 + j0.010 & -0.003 + j0.010 \\ -0.003 + j0.010 & 0.008 - j0.037 & -0.003 + j0.010 \\ -0.003 + j0.010 & -0.003 + j0.010 & 0.008 - j0.037 \end{bmatrix},$$

$$\dot{Y}_{02} = \begin{bmatrix} 0.028 - j0.064 & -0.011 + j0.016 & -0.011 + j0.016 \\ -0.011 + j0.016 & 0.028 - j0.064 & -0.011 + j0.016 \\ -0.0115 + j0.016 & -0.011 + j0.016 & 0.028 - j0.064 \end{bmatrix},$$

$$\dot{Y}_{12} = \begin{bmatrix} 0.014 - j0.032 & -0.006 + j0.008 & -0.006 + j0.008 \\ -0.006 + j0.008 & 0.014 - j0.032 & -0.006 + j0.008 \\ -0.006 + j0.008 & -0.006 + j0.008 & 0.014 - j0.032 \end{bmatrix}.$$

Оскільки фазні струми навантажень:

$$\dot{I}_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 1.000 - j0.500 \\ -0.933 - j0.616 \\ -0.067 + j1.116 \end{bmatrix}, \dot{I}_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 2.000 - j0.800 \\ -1.693 - j1.332 \\ -0.307 + j2.132 \end{bmatrix}$$

і фазні напруги БП  $\dot{U}_{\phi 0} = \begin{bmatrix} 121e^{j0^\circ} \\ 121e^{-j120^\circ} \\ 121e^{j120^\circ} \end{bmatrix}$ , то

$$\dot{I}'_{\phi 1} = \begin{bmatrix} -0.42 + j5.19 \\ 4.71 - j2.23 \\ -4.29 - j2.96 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}'_{\phi 2} = \begin{bmatrix} -2.84 + j8.88 \\ 9.11 - j1.98 \\ -6.27 - j6.90 \end{bmatrix}.$$

Нарешті, фазні напруги вузлів 1 і 2:

$$\dot{U}_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 104.8 - j17.1 \\ -67.2 - j82.2 \\ -37.6 + j99.3 \end{bmatrix}, \quad \dot{U}_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 103.6 - j16.4 \\ -66.0 - j81.5 \\ -37.6 + j97.9 \end{bmatrix}$$

або в полярних координатах:

$$\dot{U}_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 106.2 \angle -9.3^\circ \\ 106.2 \angle -129.3^\circ \\ 106.2 \angle 110.7^\circ \end{bmatrix}, \quad \dot{U}_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 104.9 \angle -9.0^\circ \\ 104.9 \angle -129.0^\circ \\ 104.9 \angle 111.0^\circ \end{bmatrix}.$$

Для визначення несиметричного режиму при вимкненні фази  $a$  вітки 1-2 необхідно скорегувати матрицю фазних опорів, прийнявши безкінечні значення (наприклад, 1000000) активного опору і реактивних опорів само- і взаємодукції фази  $a$ . Тоді матриця провідностей, як обернена матриця фазних опорів, набуває вигляду

$$\dot{Y}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 - j0.02 & -0.01 + j0.02 \\ 0 & -0.01 + j0.02 & 0.01 - j0.02 \end{bmatrix}.$$

Оскільки фазні струми навантажень і фазні напруги БП залишилися незмінними, то фазні напруги в несиметричному режимі обчислюються за тими самими матричними формулами, звідки

$$\dot{U}_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 106.0 - j17.5 \\ -67.8 - j82.0 \\ -38.2 + j99.5 \end{bmatrix}, \quad \dot{U}_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 103.0 - j16.0 \\ -65.7 - j81.7 \\ -37.3 + j97.7 \end{bmatrix}$$

або в полярних координатах:

$$\dot{U}_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 107.4 \angle -9.4^\circ \\ 106.4 \angle -129.6^\circ \\ 106.6 \angle 111.0^\circ \end{bmatrix}, \quad \dot{U}_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 104.2 \angle -8.8^\circ \\ 104.8 \angle -128.7^\circ \\ 104.6 \angle 110.9^\circ \end{bmatrix}.$$



Фазні струми, що протікають у вітці 1-2

$$\dot{\mathbf{i}}_{\phi 12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 - j0.02 & -0.01 + j0.02 \\ 0 & -0.01 + j0.02 & 0.01 - j0.02 \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} 104.8 - j17.1 \\ -67.2 - j82.2 \\ -37.6 + j99.3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 103.6 - j16.4 \\ -66.0 - j81.5 \\ -37.6 + j97.9 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.054 + j0.004 \\ 0.054 - j0.004 \end{bmatrix}.$$

Матрична вузлова модель електричної системи у фазних координатах у загальному вигляді не відрізняється від матричної вузлової моделі однолінійної схеми, тобто

$$\dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{i}}, \quad (12.2)$$

де

$$\dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dots & \dot{Y}_{1m} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dots & \dot{Y}_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{Y}_{m1} & \dot{Y}_{m2} & \dots & \dot{Y}_{mm} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{\phi 1} \\ \dot{U}_{\phi 2} \\ \dots \\ \dot{U}_{\phi m} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_{\phi 1} \\ \dot{i}_{\phi 2} \\ \dots \\ \dot{i}_{\phi m} \end{bmatrix},$$

$\dot{Y}_{ss}$  – матриця третього порядку власної провідності  $s$ -го вузла у фазних координатах,  $\dot{Y}_{sf}$  – матриця третього порядку взаємної провідності вузлів  $s$  і  $f$  у фазних координатах,  $\dot{U}_{\phi s}$ ,  $\dot{i}_{\phi s}$  – вектори-стовпці третього порядку фазних напруг і струмів вузла  $s$ .

Таким чином, математична модель несиметричного усталеного режиму складної електричної системи у фазних координатах подібна до математичної моделі нормального усталеного режиму. Необхідно тільки в усіх співвідношеннях замінити арифметичні операції між комплексними величинами на аналогічні функції між комплексними матрицями і векторами третього порядку. Операцію ділення на комплексну величину потрібно замінити функцією множення на обернену матрицю. Використовуючи даний підхід, звичайну програму аналізу нормального усталеного режиму можна досить легко переробити в програму аналізу несиметричного усталеного режиму у фазних координатах.

Перевага метода фазних координат полягає в його універсальності. Модель будь-якого елемента електричної мережі може бути як

симетричною, так і несиметричною. Крім того, як було показано, метод фазних координат досить легко реалізується на практиці. Недолік метода в його підвищених вимогах до обчислювальних ресурсів.

### 12.3. Метод симетричних складових

Розглянута матрична трифазна модель вітки (12.1) дозволяє за трьома відомими параметрами режиму у фазних координатах визначити три інші параметри. Залежність трьох рівнянь між собою значно ускладнює розрахунки трифазних електричних систем, особливо при великій кількості вузлів і віток.

Існують різні методи перетворення координат з метою спрощення розрахунків електричних величин при наявності несиметрій у трифазній електричній мережі з лінійними елементами. Це дає можливість виключити взаємні електромагнітні зв'язки між окремими фазами лінії, трансформатора чи електричної машини, що значно спрощує розрахунки несиметричних режимів.

Для перетворення координат широко застосовують метод симетричних складових. Суть метода полягає в наступному. Замінімо несиметричну трифазну систему струмів сумою трьох симетричних систем прямої, зворотної і нульової послідовностей (рис. 12.3).

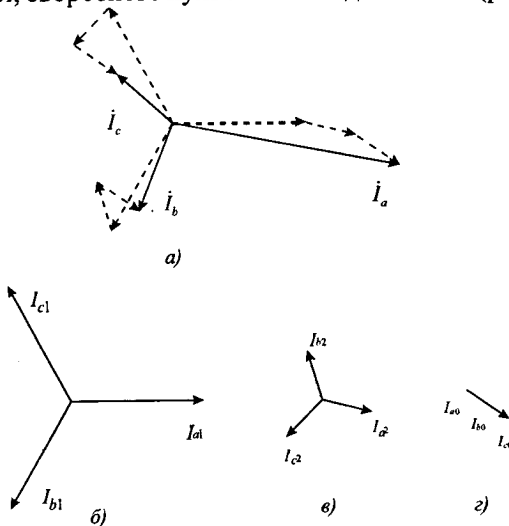


Рис. 12.3

З огляду на відставання векторів в окремих фазах прямої послідовності на  $120^\circ$ , можна записати:

$$\dot{I}_{b1} = e^{-j120^\circ} \dot{I}_{a1} = e^{j240^\circ} \dot{I}_{a1} = \dot{a}^2 \dot{I}_{a1}, \dot{I}_{c1} = e^{j120^\circ} \dot{I}_{a1} = \dot{a} \dot{I}_{a1}.$$

Аналогічно для струмів зворотної послідовності

$$\dot{I}_{b2} = e^{j120^\circ} \dot{I}_{a2} = \dot{a} \dot{I}_{a2}, \dot{I}_{c2} = e^{j240^\circ} \dot{I}_{a2} = \dot{a}^2 \dot{I}_{a2}.$$

Відповідно до методу накладення (рис.12.3, а) маємо формули:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2} + \dot{I}_{a0},$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_{b1} + \dot{I}_{b2} + \dot{I}_{b0} = \dot{a}^2 \dot{I}_{a1} + \dot{a} \dot{I}_{a2} + \dot{I}_{a0},$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_{c1} + \dot{I}_{c2} + \dot{I}_{c0} = \dot{a} \dot{I}_{a1} + \dot{a}^2 \dot{I}_{a2} + \dot{I}_{a0}.$$

Звертаючись до матричної форми, можна записати:

$$\dot{\mathbf{I}}_\phi = \dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{I}}_c \quad (12.3)$$

де

$$\dot{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \dot{a}^2 & \dot{a} & 1 \\ \dot{a} & \dot{a}^2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогічні співвідношення мають місце і для інших параметрів режиму: напруг, падінь напруг і ЕРС. Перехід від системи координат симетричних складових (с) до системи фазних координат (ф) здійснюється за допомогою матриці перетворення  $\dot{\mathbf{A}}$ . Ця матриця неособлива, отже має обернену, тоді

$$\dot{\mathbf{A}}^{-1} \dot{\mathbf{I}}_\phi = \dot{\mathbf{A}}^{-1} \dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{I}}_c,$$

тобто

$$\dot{\mathbf{I}}_c = \dot{\mathbf{A}}^{-1} \dot{\mathbf{I}}_\phi. \quad (12.4)$$

Значення матриці  $\dot{\mathbf{A}}^{-1}$  можна визначити із системи (12.3)

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{3} (\dot{I}_a + \dot{a} \dot{I}_b + \dot{a}^2 \dot{I}_c),$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{3} (\dot{I}_a + \dot{a}^2 \dot{I}_b + \dot{a} \dot{I}_c),$$

$$\dot{I}_0 = \frac{1}{3} (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c).$$

Використовуючи матричну форму, можна записати

$$\dot{\mathbf{A}}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \\ 1 & \dot{a}^2 & \dot{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матриці перетворення  $\dot{A}$  і  $\dot{A}^{-1}$  дають можливість одержати співвідношення між параметрами схеми в симетричних складових і фазними параметрами. Оскільки для падіння напруги має місце співвідношення

$$\Delta\dot{U}_\phi = \dot{A}\Delta\dot{U}_c, \quad (12.5)$$

то з урахуванням цього закон Ома можна описати як

$$\dot{A}\Delta\dot{U}_c = \dot{Z}_\phi\dot{I}_\phi = \dot{Z}_\phi\dot{A}\dot{I}_c.$$

Помножимо рівняння ліворуч на  $\dot{A}^{-1}$ :

$$\dot{A}^{-1}\dot{A}\Delta\dot{U}_c = \dot{A}^{-1}\dot{Z}_\phi\dot{A}\dot{I}_c,$$

тобто

$$\Delta\dot{U}_c = \dot{Z}_c\dot{I}_c. \quad (12.6)$$

Матриця параметрів лінії в симетричних складових  $\dot{Z}_c = \dot{A}^{-1}\dot{Z}_\phi\dot{A}$  набуває вигляду:

$$\begin{bmatrix} R+j(X_L-X_M) & 0 & 0 \\ 0 & R+j(X_L-X_M) & 0 \\ 0 & 0 & R+j(X_L+2X_M) \end{bmatrix}.$$

Отже, матриця  $\dot{Z}_c$  при однакових фазних параметрах лінії й однакових опорах взаємоіндукції – діагональна. А якщо матриця параметрів має тільки діагональні елементи, то це рівнозначно відсутності зв'язків між окремими складовими. Завдяки цій її властивості маємо:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{U}_1 &= [R+j(X_L-X_M)]\dot{I}_1, \\ \Delta\dot{U}_2 &= [R+j(X_L-X_M)]\dot{I}_2, \\ \Delta\dot{U}_0 &= [R+j(X_L+2X_M)]\dot{I}_0. \end{aligned}$$

Для обертових електричних машин матриця  $\dot{Z}_\phi$  у рівнянні (12.1) набуває дещо іншого вигляду:

$$\dot{Z}_\phi = \begin{bmatrix} \dot{Z} & jX_{M1} & jX_{M2} \\ jX_{M2} & \dot{Z} & jX_{M1} \\ jX_{M1} & jX_{M2} & \dot{Z} \end{bmatrix},$$

тобто вона не є симетричною щодо головної діагоналі, оскільки опір взаємоіндукції будь-якої фази з випереджаючою фазою відрізняється від опору взаємоіндукції цієї фази з відстаючою фазою. Матриця  $\dot{Z}_\phi$  електричної машини характеризується циклічною симетрією. У результаті перетворення координат матриця  $\dot{Z}_c$  також стає діагональною, але  $\dot{Z}_1 \neq \dot{Z}_2$ .

Таким чином, падіння напруги в кожній із трьох послідовностей визначається тільки струмом цієї послідовності. Режим будь-якої вітки описується не системою трьох рівнянь із трьома невідомими, як раніш, а трьома незалежними рівняннями.

З цього випливає важливий висновок: при переході до симетричних складовим трифазна зв'язана електрична схема розпадається на три автономні однолінійні схеми, що майже в три рази зменшує обсяг математичної моделі. Однак використання симетричних складових має сенс тільки для симетричних трифазних систем, у яких кожен елемент або симетричний, або циклічно симетричний. Для статичних елементів (ЛЕП, трансформатори) опори прямої і зворотної послідовностей однакові, а для обертових електричних машин – різні.

Визначивши режими в трьох незалежних однолінійних схемах прямої, зворотної і нульової послідовностей, можна після цього шляхом зворотного перетворення обчислити фазні величини.

**Приклад 12.2.** Визначити параметри несиметричного режиму електричної системи (рис. 12.2) у схемах прямої, зворотної і нульової послідовностей. Перевірити правильність розрахунків за допомогою першого закону Кірхгофа.

**Розв'язок.** Обчислюємо симетричні складові напруги вузла 1:

$$\dot{U}_{11} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{1a} + \dot{a}\dot{U}_{1b} + \dot{a}^2\dot{U}_{1c}) = 105.4 - j17.3,$$

$$\dot{U}_{12} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{1a} + \dot{a}^2\dot{U}_{1b} + \dot{a}\dot{U}_{1c}) = 0.6 - j0.2,$$

$$\dot{U}_{10} = \frac{1}{3}(\dot{U}_{1a} + \dot{U}_{1b} + \dot{U}_{1c}) = 0.$$

Напруга, як і всі інші параметри режиму в схемі нульової послідовності, дорівнює 0, оскільки в даному випадку відсутні шляхи для протікання струмів нульової послідовності. Таким чином, трифазна система векторів симетричних складових напруги у вузлі 1 за аналогією з рис. 12.3 має вигляд:

$$\dot{U}_{11} = \begin{bmatrix} 105.4 - j17.3 \\ -67.7 - j82.6 \\ -37.7 + j99.9 \end{bmatrix}, \dot{U}_{12} = \begin{bmatrix} 0.6 - j0.2 \\ -0.1 + j0.6 \\ -0.5 - j0.4 \end{bmatrix}, \dot{U}_{10} = 0.$$

Перевірка:

$$\dot{U}_{11} + \dot{U}_{12} + \dot{U}_{10} = \begin{bmatrix} 106.0 - j17.5 \\ -67.8 - j82.0 \\ -38.2 + j99.5 \end{bmatrix} = \dot{U}_1.$$

Аналогічно, симетричні складові напруги вузла 2:

$$\dot{U}_{21} = 1033 - j16.2, \quad \dot{U}_{22} = -0.3 + j0.2, \quad \dot{U}_{20} = 0.$$

Симетричні складові струмів у вітках 0-1 і 0-2 визначаємо за законом Ома:

$$\dot{i}_{011} = \frac{121 - 105.4 + j17.3}{5 + j20} = 0.997 - j0.531,$$

$$\dot{i}_{012} = \frac{0 - 0.6 + j0.2}{5 + j20} = 0.003 + j0.031,$$

$$\dot{i}_{010} = \frac{0 - 0}{5 + j60} = 0,$$

$$\dot{i}_{021} = \frac{121 - 103.3 + j16.2}{5 + j10} = 2.003 - j0.769,$$

$$\dot{i}_{022} = \frac{0 + 0.3 - j0.2}{5 + j10} = -0.003 - j0.031,$$

$$\dot{i}_{020} = \frac{0 - 0}{5 + j30} = 0,$$

Симетричні складові струмів у вітці 1-2 визначаємо шляхом перетворення фазних струмів:

$$\dot{i}_{121} = \frac{1}{3}(\dot{i}_{12a} + a\dot{i}_{12b} + a^2\dot{i}_{12c}) = -0.003 - j0.031,$$

$$\dot{i}_{122} = \frac{1}{3}(\dot{i}_{12a} + a^2\dot{i}_{12b} + a\dot{i}_{12c}) = 0.003 + j0.031,$$

$$\dot{i}_{120} = \frac{1}{3}(\dot{i}_{12a} + \dot{i}_{12b} + \dot{i}_{12c}) = 0.$$

Перевірка першого закону Кірхгофа в симетричних складових:

$$0.997 - j0.531 + 0.003 + j0.031 = 1 - j0.5,$$

$$0.003 + j0.031 - 0.003 - j0.031 = 0,$$

$$2.003 - j0.769 - 0.003 - j0.031 = 2 - j0.8,$$

$$-0.003 - j0.031 + 0.003 + j0.031 = 0.$$

#### 12.4. Комплексні схеми заміщення

Метод симетричних складових дає можливість замінити трифазну зв'язану електричну систему трьома еквівалентними

лінійними схемами прямої, зворотної і нульової послідовностей. Однак, на жаль, автономність цих трьох систем має місце лише в симетричних режимах. При будь-якій формі несиметрії в трифазній електричній системі режими схем прямої, зворотної і нульової послідовностей стають взаємозалежними.

Розглянемо спочатку математичну модель простої електричної системи (рис. 12.4, а) у неповнофазному режимі, яка складається із синхронного генератора (СГ), частина потужності якого розподіляється на генераторній напрузі (Н), інша частина передається в загальну енергосистему, ЛЕП і двох трансформаторів (Т1 і Т2). Напругу на шинах загальної енергосистеми будемо вважати незмінною.

Нехай у розглянутій системі вимкнена фаза  $a$  ЛЕП (рис. 12.4, б). У такому випадку між точками  $x$  і  $y$  у розриву лінії у фазі  $a$  з'явиться деяка різниця потенціалів, яку можна розглядати як ЕРС (рис. 12.4, в), тоді як для двох інших фаз вона дорівнює нулю, тобто  $\Delta\dot{U}_a \neq 0$ ,  $\Delta\dot{U}_b = \Delta\dot{U}_c = 0$ . Ця умова є однією з ознак даного несиметричного режиму. Іншою ознакою є відсутність струму у фазі  $a$ , тобто  $\dot{I}_a = 0$ ,  $\dot{I}_b \neq 0$ ,  $\dot{I}_c \neq 0$ .

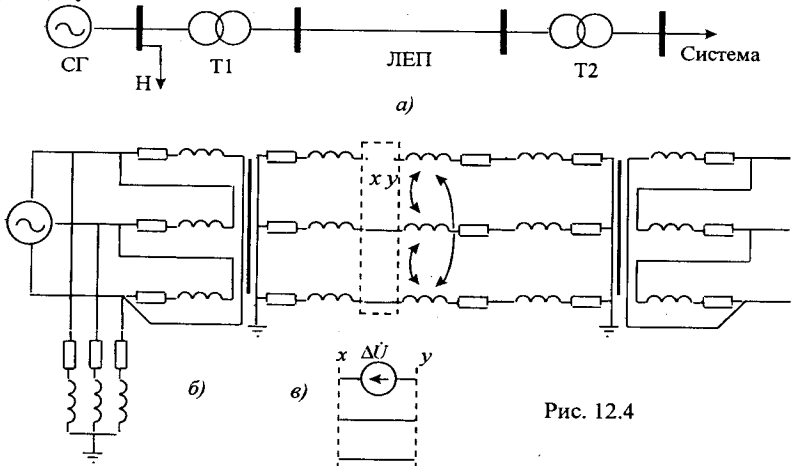


Рис. 12.4

У системі координат симетричних складових перша умова відповідає рівнянню

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{U}_1 \\ \Delta\dot{U}_2 \\ \Delta\dot{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \\ 1 & \dot{a}^2 & \dot{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{U}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \Delta\dot{U}_a \\ \Delta\dot{U}_a \\ \Delta\dot{U}_a \end{bmatrix}.$$

На рис. 12.5 показані схеми заміщення прямої, зворотної і нульової послідовностей, у яких між точками розриву ввімкнені джерела напруги величиною  $\frac{1}{3}\Delta\dot{U}_a$ . Нагадуємо, що таке представлення трифазної системи справедливо тільки в тому випадку, якщо всі елементи симетричні чи циклічно симетричні. Параметри зворотної і нульової послідовностей можна знайти серед каталожних даних електроустаткування. Навантаження в схемі зворотної послідовності вводяться незмінною провідністю, що визначаються за допомогою співвідношень:

$$\dot{Y}_{н2} = (0.18 + j0.24) \frac{\hat{S}_н}{U_{ном}^2} \text{ для } U_{ном} = 6-10 \text{ кВ,}$$

$$\dot{Y}_{н2} = (0.19 + j0.36) \frac{\hat{S}_н}{U_{ном}^2} \text{ для } U_{ном} = 110 \text{ кВ.}$$

У схему прямої послідовності навантаження вводяться так само, як і при розрахунках симетричних режимів.

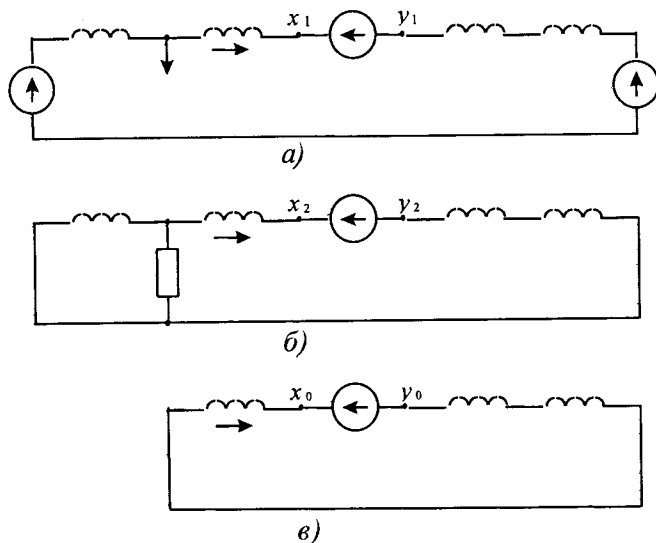


Рис.12.5

Режим кожної з трьох схем можна було б розглядати незалежно, якби не одна обставина. Це друга умова, що для даного виду несиметрії може бути представлена у вигляді співвідношення



$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \dot{a}^2 & \dot{a} & 1 \\ \dot{a} & \dot{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix},$$

тобто у системі координат симетричних складових повинен виконуватися баланс струмів

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0. \quad (12.7)$$

Зазначеної умови можна була б дотриматися, наприклад, за допомогою метода послідовних наближень, змінюючи  $\Delta \dot{U}_a$  доти, поки не виконається баланс струмів (12.7).

Умова може бути виконана також шляхом об'єднання схем прямої, зворотної і нульової послідовностей в одній комплексній схемі. Точки  $x_1, x_2, x_0$  і  $y_1, y_2, y_0$ , між якими має місце однакова різниця потенціалів  $\Delta \dot{U}_a$ , можна об'єднати між собою (рис. 12.6).

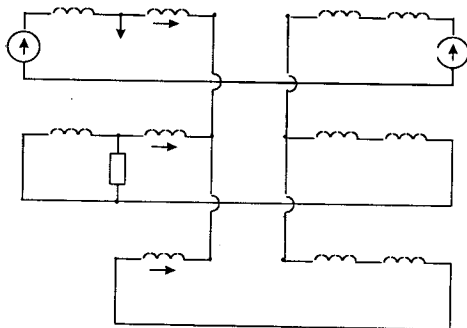


Рис.12.6

Зрозуміло, що при такому об'єднанні схем одночасно виконується і умова (12.7).

**Приклад 12.3.** Визначити несиметричний режим у схемі (рис. 12.4, а) при розриві фази  $a$  ЛЕП. Параметри елементів схеми прямої послідовності:  $x_{r1} = 5$  Ом,  $x_{l1} = 10$  Ом,  $x_{r11} = x_{r21} = 15$  Ом. Параметри елементів нульової послідовності:  $x_{r0} = 2$  Ома,  $x_{l0} = 30$  Ом,  $x_{r10} = x_{r20} = 25$  Ом. Реактивність генератора зворотної послідовності  $x_{r2} = 5.6$  Ома. Параметри нормального усталеного режиму:  $\dot{J}_n = 1 - j0.5$  А,  $U_0 = 110$  кВ,  $\dot{U} = 110 + j40$  кВ,  $\dot{E}_r = 112.5 + j50$  кВ. Провідність навантаження в схемі зворотної послідовності – 0.

**Розв'язок.** Еквівалентний опір схеми зворотної послідовності

$$x_{e2} = 5.6 + 15 + 10 + 15 = 45.6 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір схеми нульової послідовності

$$x_{e0} = 25 + 30 + 25 = 80 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір зворотної і нульової послідовностей

$$x_3 = \left( \frac{1}{45.6} + \frac{1}{80} \right)^{-1} = 29 \text{ Ом.}$$

Напряга прямої послідовності у вузлі навантаження

$$\dot{U}_1 = \frac{\frac{112.5 + j50}{j5} + \frac{110}{j(29 + 15 + 10 + 15)} - 1 + j0.5}{\frac{1}{j5} + \frac{1}{j(29 + 15 + 10 + 15)}} = 110 + j42 \text{ кВ.}$$

Струм прямої послідовності в ЛЕП

$$\dot{I}_1 = \frac{110 + j42 - 110}{j(29 + 15 + 10 + 15)} = 0.579 \text{ А.}$$

Струми зворотної і нульової послідовностей у ЛЕП:

$$\dot{I}_2 = -\frac{80}{45.6 + 80} \cdot 0.579 = -0.369, \dot{I}_0 = -\frac{45.6}{45.6 + 80} \cdot 0.579 = -0.21.$$

Фазні струми в лінії електропередачі:

$$\dot{I}_a = 0.579 - 0.369 - 0.21 = 0,$$

$$\dot{I}_b = a^2 \cdot 0.579 - a \cdot 0.369 - 0.21 = -0.315 - j0.821,$$

$$\dot{I}_c = a \cdot 0.579 - a^2 \cdot 0.369 - 0.21 = -0.315 + j0.821.$$

Принцип складання комплексної схеми, розглянутий на прикладі розриву фази в простій системі, залишається справедливим і для будь-якої складної системи. На рис. 12.7, *a* показана узагальнена комплексна схема для випадку розриву однієї фази, не зв'язана з конкретною конфігурацією електричної системи.

Неповнофазний режим може бути також наслідком розриву двох фаз лінії. Нехай це будуть фази *b* і *c*. Тоді необхідно враховувати наступні граничні умови:

$$\dot{I}_a \neq 0, \dot{I}_b = \dot{I}_c = 0;$$

$$\Delta \dot{U}_a = 0, \Delta \dot{U}_b \neq 0, \Delta \dot{U}_c \neq 0.$$

Ці умови несиметрії фазних величин відповідають наступним співвідношенням у системі координат симетричних складових:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \\ 1 & \dot{a}^2 & \dot{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_a \\ \dot{I}_a \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \dot{U}_b \\ \Delta \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \dot{a}^2 & \dot{a} & 1 \\ \dot{a} & \dot{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_1 \\ \Delta \dot{U}_2 \\ \Delta \dot{U}_0 \end{bmatrix}$$

або

$$I_1 = I_2 = I_0 = \frac{1}{3} I_a,$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_0 = 0.$$

На рис. 12.7, б показана комплексна схема для загального випадку, що відповідає розриву двох фаз лінії в складній схемі. Аналогічні комплексні схеми можна скласти також для випадків несиметричних к. з. в електричній мережі. Так, наприклад, несиметричний режим при двофазним к. з. на землю також визначається за допомогою комплексної схеми (рис. 12.7, а).

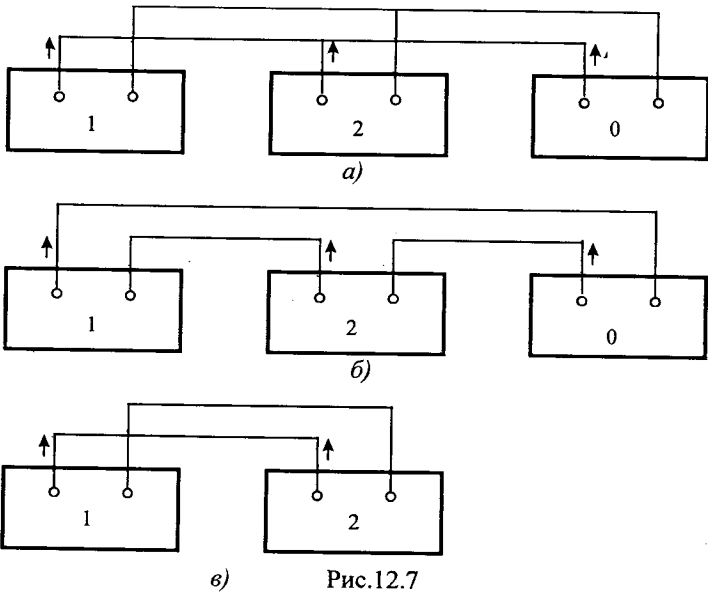


Рис.12.7

У ряді випадків несиметричний режим в електричній системі може бути наслідком несиметричної роботи декількох її елементів. Можуть бути також і несиметричні навантаження у вузлах мережі. Побудова комплексної схеми в таких випадках стає занадто громіздкою або і взагалі неможливою. Розв'язання задачі можна виконати методом накладення взаємно незалежних схем прямої, зворотної і нульової послідовностей шляхом ітераційного уточнення заданих умов несиметрії.

## 12.5. Топологічна модель

У процесі розрахунків несиметричних к. з., як і інших несиметричних режимів, використовуються схеми заміщення прямої, зворотної і нульової послідовностей. Реактивні опори елементів електричної системи можуть бути представлені як в іменованих, так і у відносних одиницях. Враховуються схеми з'єднання обмоток трансформаторів і режим роботи нейтралі.

Позначимо вузол, у якому мало місце к. з., індексом  $k$ . Використовуючи метод перетворення схеми (метод Гауса), виконаємо згортання схем кожної з послідовностей до точки к. з. У результаті перетворення схеми прямої послідовності можна визначити еквівалентну ЕРС, що відповідає всім джерелам напруги у вихідній схемі. У схемах зворотної і нульової послідовностей така ЕРС відсутня. У точці  $k$  буде прикладена деяка напруга.

Таким чином, у результаті згортання схем прямої, зворотної і нульової послідовностей будемо мати їхні еквівалентні параметри (рис. 12.8).

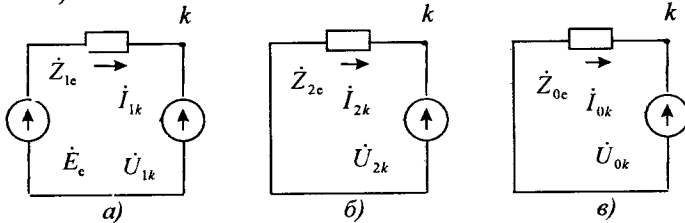


Рис.12.8

У відповідності до другого закону Кірхгофа режими еквівалентних послідовностей описуються формулами:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1k} &= \dot{E}_e - \dot{Z}_{1e} \dot{I}_{1k}, \\ \dot{U}_{2k} &= -\dot{Z}_{2e} \dot{I}_{2k}, \\ \dot{U}_{0k} &= -\dot{Z}_{0e} \dot{I}_{0k}, \end{aligned} \quad (12.8)$$

де  $\dot{E}_e$  – еквівалентна ЕРС джерел прямої послідовності,  $\dot{Z}_{1e}$ ,  $\dot{Z}_{2e}$ ,  $\dot{Z}_{0e}$  – еквівалентні опори відносно місця к. з.

Як відомо, в електричній системі, що складається із симетричних і циклічно симетричних елементів, схеми прямої, зворотної і нульової послідовностей незалежні і зв'язані між собою лише граничними умовами в точці к. з. Так, наприклад, при замиканні на землю однієї фази (нехай це буде фаза  $a$ ) будемо мати:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \dot{a}^2 & \dot{a} & 1 \\ \dot{a} & \dot{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_{1k} \\ \dot{U}_{2k} \\ \dot{U}_{0k} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_{1k} \\ \dot{I}_{2k} \\ \dot{I}_{0k} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \\ 1 & 1 & \dot{a}^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

відкіля

$$\dot{U}_{1k} + \dot{U}_{2k} + \dot{U}_{0k} = 0,$$

$$\dot{I}_{1k} = \dot{I}_{2k} = \dot{I}_{0k} = \frac{1}{3} \dot{I}_a.$$

Аналогічні граничні умови матимемо при розриві фаз  $b$  і  $c$ .

З урахуванням (12.8), склавши всі три рівняння, можна записати

$$\dot{E}_e - (\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}) \dot{I}_{1k} = 0,$$

звідки

$$\dot{I}_{1k} = \dot{I}_{2k} = \dot{I}_{0k} = \frac{\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}, \quad (12.9)$$

$$\dot{U}_{1k} = \frac{(\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}) \dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}},$$

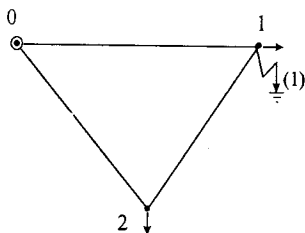
$$\dot{U}_{2k} = \frac{-\dot{Z}_{2e} \dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}, \quad (12.9)$$

$$\dot{U}_{0k} = \frac{-\dot{Z}_{0e} \dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}.$$

Після переходу до фазних координат з урахуванням перетворення (12.4) одержимо кінцевий результат:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ak} &= \frac{3\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}, \quad \dot{I}_{bk} = \dot{I}_{ck} = 0, \quad \dot{U}_{ak} = 0, \\ \dot{U}_{bk} &= \frac{\dot{a}^2 (\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}) - \dot{a} \dot{Z}_{2e} - \dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}} \dot{E}_e, \\ \dot{U}_{ck} &= \frac{\dot{a} (\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}) - \dot{a}^2 \dot{Z}_{2e} - \dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}} \dot{E}_e. \end{aligned} \quad (12.10)$$

**Приклад 12.4.** Визначити фазні струми і напруги в точці однофазного к. з. (рис. 12.9). Реактивні опори віток нульової послідовності втричі більші відповідних значень у схемі прямої послідовності, а параметри зворотної послідовності дорівнюють параметрам прямої послідовності.



$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= 5 + j20 & U_0 &= 121 \\ \dot{z}_{02} &= 5 + j10 & \dot{I}_1 &= 1 - j0.5 \\ \dot{z}_{12} &= 10 + j20 & \dot{I}_2 &= 2 - j0.8 \end{aligned}$$

Рис.12.9

**Розв'язок.** Для того, щоб привести схему до вигляду (рис.12. 8), необхідно спочатку еквівалентно виключити вузол 2, перенести струм навантаження вузла у вузол 1 і паралельно скласти нову еквівалентну вітку з віткою 0-1, а потім скорегувати джерело напруги у вузлі 0 з урахуванням джерела струму 1. У результаті маємо:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{1,2} &= \dot{Z}_{2,3} = \left( \frac{1}{\dot{z}_{01}} + \frac{1}{\dot{z}_{02} + \dot{z}_{12}} \right)^{-1} = 4.1 + j12.2 \text{ Ом}, \\ \dot{Z}_{0,3} &= 4.2 + j36.1 \text{ Ом} \\ \dot{E}_3 &= U_0 - \dot{Z}_{1,2} \left( \dot{I}_1 + \frac{\dot{z}_{02}}{\dot{z}_{02} + \dot{z}_{12}} \dot{I}_2 \right) = 104.8 - j17.1 \text{ Ом} \end{aligned}$$

Подальші обчислення виконуємо за формулами (12.10):

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ak} &= 0.22 - j5.16 \text{ А}, \dot{I}_{bk} = \dot{I}_{ck} = \dot{U}_{ak} = 0, \\ \dot{U}_{bk} &= -108.3 - j83.8, \dot{U}_{ck} = -78.7 + j97.7. \end{aligned}$$

При замиканні двох фаз  $b$  і  $c$  між собою граничні умови враховуються за допомогою співвідношень:

$$\dot{I}_{1k} + \dot{I}_{2k} = 0, \dot{I}_{0k} = 0, \dot{U}_{1k} = \dot{U}_{2k}.$$

Тоді з першого та другого рівнянь (12.8):

$$\dot{E}_e - \dot{Z}_{1e} \dot{I}_{1k} = -\dot{Z}_{2e} \dot{I}_{2k}.$$

Оскільки  $\dot{I}_{1k} = -\dot{I}_{2k}$ , то

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1k} = -\dot{I}_{2k} &= \frac{\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e}}, \dot{I}_{0k} = 0, \\ \dot{U}_{1k} = \dot{U}_{2k} &= \frac{\dot{Z}_{2e} \dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e}}, \dot{U}_{0k} = 0. \end{aligned} \tag{12.11}$$

Після переходу до фазних величин одержимо:

$$\dot{I}_{ak} = 0, \dot{I}_{bk} = -\dot{I}_{ck} = \frac{-\sqrt{3} \dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e}}, \tag{12.12}$$

$$\dot{U}_{ik} = \frac{2\dot{Z}_{2e}\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \dot{Z}_{2e}}, \dot{U}_{bk} = \dot{U}_{ck} = \frac{1}{2}\dot{U}_{ak}. \quad (12.12)$$

І нарешті, при замиканні двох фаз  $b$  і  $c$  на землю граничні умови приводяться до вигляду

$$\dot{I}_{1k} + \dot{I}_{2k} + \dot{I}_{0k} = 0, \dot{U}_{1k} = \dot{U}_{2k} = \dot{U}_{0k}.$$

Такі ж граничні умови мають місце і при розриві фази  $a$ .

Поєднуючи граничні умови із системою рівнянь (12.8), одержимо співвідношення

$$\frac{\dot{E}_e - \dot{U}_{1k}}{\dot{Z}_{1e}} - \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{Z}_{2e}} - \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{Z}_{0e}} = 0,$$

відкіля

$$\dot{U}_{1k} = \dot{U}_{2k} = \dot{U}_{0k} = \frac{\dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e}\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{1e}\dot{Z}_{0e} + \dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}}, \quad (12.13)$$

$$\dot{I}_{1k} = \frac{\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}}\dot{U}_{1k}, \dot{I}_{2k} = -\frac{\dot{U}_{2k}}{\dot{Z}_{2e}}, \dot{I}_{0k} = -\frac{\dot{U}_{0k}}{\dot{Z}_{0e}}. \quad (12.14)$$

Після переходу до фазних координат маємо:

$$\dot{I}_{ak} = 0, \dot{I}_{bk} = \frac{(\dot{a}^2 - 1)\dot{Z}_{2e} + (\dot{a}^2 - \dot{a})\dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}}\dot{U}_{1k},$$

$$\dot{I}_{ck} = \frac{(\dot{a} - 1)\dot{Z}_{2e} + (\dot{a}^2 - \dot{a})\dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}}\dot{U}_{1k}, \quad (12.15)$$

$$\dot{U}_{ak} = 3\dot{U}_{1k}, \dot{U}_{bk} = \dot{U}_{ck} = 0.$$

Якщо уважно розглянути вирази (12.9), (12.11) і (12.14), отримані для різних видів несиметричних к. з., можна виявити загальну закономірність: струм прямої послідовності при будь-якому несиметричному к. з. можна визначити як струм трифазного к. з. за додатковим опором  $\Delta\dot{Z}$ . Величина цього опору залежить від виду к. з. Так, при замиканні на землю однієї фази  $\Delta\dot{Z}^{(1)} = \dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}$ , двох фаз між собою  $\Delta\dot{Z}^{(2)} = \dot{Z}_{2e}$ , двофазному замиканні на землю

$$\Delta\dot{Z}^{(1,1)} = \frac{\dot{Z}_{2e}\dot{Z}_{0e}}{\dot{Z}_{2e} + \dot{Z}_{0e}}.$$

Отже, струм при будь-якому короткому замиканні можна обчислити за допомогою загальної формули

$$\dot{I}_{ik} = \frac{\dot{E}_e}{\dot{Z}_{1e} + \Delta\dot{Z}}. \quad (12.16)$$

Ця формула відповідає розширеній схемі заміщення прямої послідовності (рис. 12.10,  $a$ ). Звідси можна зробити висновок:

напряга прямої послідовності для будь-якого типу к. з. обчислюється за формулою

$$\dot{U}_{1k} = \Delta \dot{Z} \dot{I}_{1k}. \quad (12.17)$$

Величина  $\Delta \dot{Z}$  називається шунтом к. з., що широко використовується в розрахунках динамічної стійкості.

Математична модель електричної системи в задачі аналізу струмів к. з. належить до класу лінійних. Тому при розв'язанні цієї задачі дуже часто використовується метод накладення. Суть метода полягає в умовному підрозділенні реального режиму к. з. на два умовних: нормальний усталений режим (рис. 12.10, б) і додатковий режим (рис. 12.10, в). При накладенні на нормальний режим він і дає аварійний режим при заданому к. з. (рис. 12.10, а). В кожному з двох режимів (рис. 12.10, б і в) у точці  $k'$  маємо однакові, але протилежно спрямовані, напруги  $\dot{U}'_k$ , рівні напрузі  $\dot{U}_k$  в нормальному усталеному режимі в точці к. з. При несиметричних к. з. точка  $k'$  віддалена від точки  $k$  на величину опору  $\Delta \dot{Z}$ .

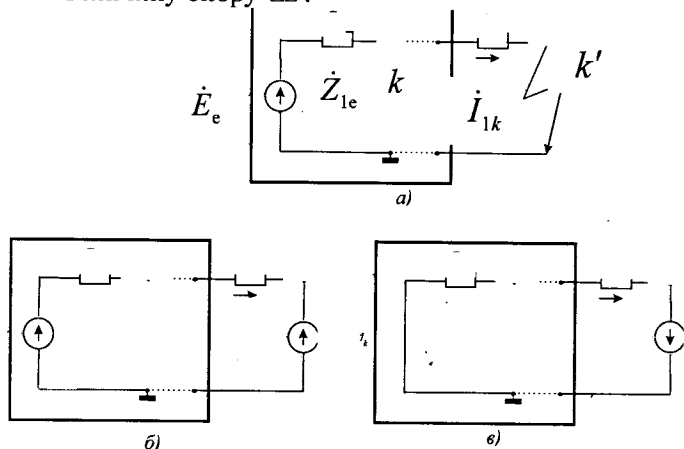


Рис.12.1

Значення напруги  $\dot{U}'_k = \dot{U}_k$  у нормальному усталеному режимі забезпечується дією всіх ЕРС генераторів і струмів навантажень. Прикладена в точці  $k'$  уявна ЕРС протилежного знака  $-\dot{U}'_k$  створює в схемі (рис.12. 10, в) додатковий уявний режим при ЕРС всіх генераторів, рівних нулю.

Струморозподіл несиметричного режиму визначаються так. У схемі прямої послідовності струми визначаються як суми відповідних струмів нормального усталеного і додаткового режимів.



У схемах зворотної і нульової послідовностей ці струми беруться тільки з додаткового режиму. На завершальному етапі обчислень виконується перехід від симетричних складових до фазних величин.

У схемі додаткового режиму (рис.12.10, в) опір  $\Delta Z$  може бути розгорнутий у вигляді повних схем зворотної і нульової послідовностей. Приєднуючи їх до схеми прямої послідовності, можна одержати розглянуту раніше комплексну схему заміщення несиметричного режиму.

Використання метода накладення може виявитися особливо ефективним для спрощеного розрахунку струмів к. з. у тому випадку, якщо нормальний усталений режим відомий, чи хоча б може бути грубо оцінений для тих елементів схеми, у яких необхідно визначити аварійний струморозподіл. Зокрема, використання методу накладення має переваги при визначенні струмів і напруг зворотної і нульової послідовностей. У такому випадку можна обмежитися розрахунком лише додаткового режиму, якщо відома напруга в точці к. з. у нормальному усталеному режимі.

## 12.6. Матричні методи

Сучасні потужні комп'ютери дають можливість застосування при розрахунках несиметричних режимів більш складних і точних математичних моделей і методів з урахуванням взаємоіндукції ліній, коефіцієнтів трансформації, активних і реактивних опорів, іменованих одиниць і т. п. Подовжні і поперечні ушкодження, а також взаємоіндукції моделюються введенням у відповідні вітки чи вузли невідомих джерел напруги і струмів. Відповідні програми розрахунків ґрунтуються на використанні матричних моделей.

Розглянемо схему заміщення вітки (рис. 12.11), яка у загальному випадку розглядається як трансформатор з комплексним коефіцієнтом трансформації і двома ЕРС для моделювання ушкоджень з боку вузлів  $f$  і  $s$ .

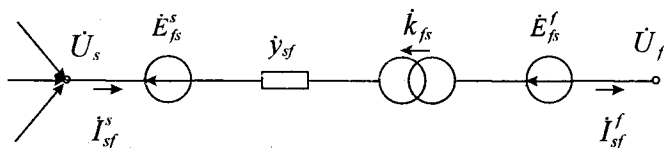


Рис.12.11

Струм у такій вітці визначається за формулою

$$I_{sf}^s = \dot{y}_{sf} \left[ (\dot{U}_s - \dot{E}_{fs}^s) - \frac{1}{k_{fs}} (\dot{U}_f + \dot{E}_{fs}^f) \right].$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа для вузла  $s$ , до якого підімкнено в загальному випадку  $m$  віток електримережі і генератор з ЕРС  $\dot{E}_{rs}$  і провідністю  $\dot{y}_{rs}$ ,

$$\dot{y}_{ss} \dot{U}_s - \sum_{\substack{f=1 \\ f \neq s}}^m \frac{\dot{y}_{sf} \dot{U}_f}{k_{fs}} = \sum_{\substack{f=1 \\ f \neq s}}^m \dot{y}_{sf} \left( \dot{E}_{fs}^s + \frac{\dot{E}_{fs}^f}{k_{fs}} \right) + \dot{y}_{rs} \dot{E}_{rs} = \dot{J}_s. \quad (12.18)$$

До складу вузлового струму  $\dot{J}_s$  входять величини, обумовлені дією ЕРС генератора й ушкодженням.

Система рівнянь вузлових напруг для схеми прямої послідовності, що складається з  $m$  вузлів, має вигляд

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{11} & -\frac{\dot{y}_{12}}{k_{21}} & \dots & -\frac{\dot{y}_{1m}}{k_{m1}} \\ -\frac{\dot{y}_{21}}{k_{12}} & \dot{y}_{22} & \dots & -\frac{\dot{y}_{2m}}{k_{m2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\dot{y}_{m1}}{k_{1m}} & -\frac{\dot{y}_{m2}}{k_{2m}} & \dots & \dot{y}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dots \\ \dot{U}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dots \\ \dot{J}_m \end{bmatrix}$$

чи

$$\dot{\mathbf{Y}} \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{J}}. \quad (12.19)$$

Наявність трансформації веде до несиметрії матриці  $\dot{\mathbf{Y}}$ .

Відповідно до методу накладення вектор-стовпець вузлових струмів можна розглядати як суму складових

$$\dot{\mathbf{J}} = \dot{\mathbf{J}}^n + \dot{\mathbf{J}}^a,$$

де  $\dot{\mathbf{J}}^n$  і  $\dot{\mathbf{J}}^a$  – вектори-стовпці вузлових струмів у нормальному усталеному і додатковому режимах. Системи рівнянь, аналогічні (12.19), мають місце також для схем зворотної і нульової послідовностей, для яких  $\dot{\mathbf{J}}^n = 0$ . Після розв'язання систем всіх послідовностей одержимо:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_1 &= \dot{\mathbf{Y}}_1^{-1} \dot{\mathbf{J}}_1 = \dot{\mathbf{Z}}_1 (\dot{\mathbf{J}}_1^n + \dot{\mathbf{J}}_1^a) = \dot{\mathbf{U}}^n + \dot{\mathbf{Z}}_1 \dot{\mathbf{J}}_1^a, \\ \dot{\mathbf{U}}_2 &= \dot{\mathbf{Z}}_2 \dot{\mathbf{J}}_2^a, \\ \dot{\mathbf{U}}_0 &= \dot{\mathbf{Z}}_0 \dot{\mathbf{J}}_0^a. \end{aligned} \quad (12.20)$$

Для визначення векторів-стовпців  $\dot{\mathbf{J}}_1^a$ ,  $\dot{\mathbf{J}}_2^a$  і  $\dot{\mathbf{J}}_0^a$  необхідно записати додаткову систему рівнянь, що складається з вузлових рівнянь прямої, зворотної і нульової послідовностей для вузлів з поперечними ушкодженнями і вузлів, до яких приєднані вітки з

подовжніми ушкодженнями. У схемі нульової послідовності до таких об'єднуючих вузлів треба віднести також усі вузли віток, зв'язаних взаємоіндукцією з вітками, у яких мають місце подовжні ушкодження.

Формування додаткової системи рівнянь розглянемо на прикладі вітки  $s$ - $f$  з подовжнім ушкодженням з боку вузла  $s$  і поперечним ушкодженням у вузлі  $f$ . Відповідно до рис. 12.11 струми у вузлах  $s$  і  $f$  у додатковому режимі визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} i_s^a &= \dot{y}_{sf} \dot{E}_{fs}^s, \\ i_f^a &= \dot{y}_{fs} \frac{\dot{E}_{sf}^s}{k_{sf}^*} + J_f = \frac{\dot{y}_{fs}}{k_{sf}^2} \dot{E}_{sf}^s k_{sf}^* + J_f = -\dot{y}_{sf} \frac{\dot{E}_{fs}^s}{k_{fs}^*} + J_f. \end{aligned} \quad (12.21)$$

Із системи рівнянь (12.20) виберемо рівняння для об'єднуючих вузлів  $s$  і  $f$  і запишемо їх у розгорнутому вигляді з урахуванням (12.21). Маємо

$$\begin{aligned} \dot{U}_s &= \dot{U}_s^H + \dot{z}_{ss} \dot{y}_{sf} \dot{E}_{fs}^s + \dot{z}_{sf} \left( -\frac{\dot{y}_{sf}}{k_{fs}^*} \dot{E}_{fs}^s + J_f \right), \\ \dot{U}_f &= \dot{U}_f^H + \dot{z}_{fs} \dot{y}_{sf} \dot{E}_{fs}^s + \dot{z}_{ff} \left( -\frac{\dot{y}_{sf}}{k_{fs}^*} \dot{E}_{fs}^s + J_f \right). \end{aligned}$$

Після об'єднання членів з  $\dot{E}_{fs}^s$  можна записати:

$$\begin{aligned} \dot{U}_s &= \dot{U}_s^H + \left( \dot{z}_{ss} - \dot{z}_{sf} \frac{1}{k_{fs}^*} \right) \dot{y}_{sf} \dot{E}_{fs}^s + \dot{z}_{sf} J_f, \\ \dot{U}_f &= \dot{U}_f^H + \left( \dot{z}_{fs} - \dot{z}_{ff} \frac{1}{k_{fs}^*} \right) \dot{y}_{sf} \dot{E}_{fs}^s + \dot{z}_{ff} J_f. \end{aligned}$$

Отриману систему рівнянь об'єднуючих вузлів можна представити в матричному вигляді

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{U}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_s^H \\ \dot{U}_f^H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( \dot{z}_{ss} - \dot{z}_{sf} \frac{1}{k_{fs}^*} \right) \dot{y}_{sf} & \dot{z}_{sf} \\ \left( \dot{z}_{fs} - \dot{z}_{ff} \frac{1}{k_{fs}^*} \right) \dot{y}_{sf} & \dot{z}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_{fs}^s \\ J_f \end{bmatrix}$$

або коротко

$$\dot{U}_{06} = \dot{U}_{06}^H + \mathbf{A} \dot{\mathbf{V}}.$$

Таким чином, для всіх трьох послідовностей будемо мати систему рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{o61} - \dot{A}_1 \dot{V}_1 &= \dot{U}_{o6}^n, \\ \dot{U}_{o62} - \dot{A}_2 \dot{V}_2 &= 0, \\ \dot{U}_{o60} - \dot{A}_0 \dot{V}_0 &= 0.\end{aligned}\quad (12.22)$$

Слід зазначити, що число об'єднуючих вузлів значно менше загального числа вузлів схеми, і порядок системи рівнянь (12.22) – невеликий. Але до цієї системи необхідно додати ще рівняння граничних умов, що визначають співвідношення між струмами і напругами різних послідовностей у кожній точці несиметрії.

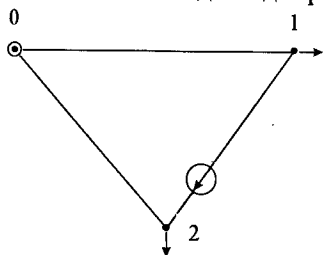
Струми в місцях несиметрій повинні бути виражені в залежності від ЕРС, що моделює ушкодження, і напруг об'єднуючих вузлів. Так, для однофазної подовжньої несиметрії вітки  $s$ - $f$ , обумовленої ввімкненням у фазі  $a$  провідності  $y_a$  з боку вузла  $f$ , будемо мати співвідношення:

$$\dot{y}_a \dot{E}_{fs(a)}^s = \dot{I}_{sf(a)}, \quad \dot{E}_{fs(b)}^s = \dot{E}_{fs(c)}^s = 0.$$

У симетричних складових ім відповідають рівняння:

$$\dot{I}_{sf(1)} + \dot{I}_{sf(2)} + \dot{I}_{sf(0)} = 3\dot{y}_a \dot{E}_{fs(1)}^s, \quad \dot{E}_{fs(1)}^s = \dot{E}_{fs(2)}^s = \dot{E}_{fs(0)}^s.$$

**Приклад 12.5.** За допомогою матричної вузлової моделі визначити усталений несиметричний режим схеми (рис. 12.12) при вимкненій фазі  $a$  вітки 1-2. Параметри схеми зворотної послідовності співпадають з відповідними параметрами прямої послідовності. Реактивні опори нульової послідовності прийняти утрое більшими за відповідні реактивні опори прямої послідовності.



$$\begin{aligned}\dot{z}_{01} &= 10 + j20 & U_0 &= 120 \\ \dot{z}_{02} &= 10 + j5 & \dot{I}_1 &= 2 - j0.5 \\ \dot{z}_{12} &= 5 + j20 & \dot{I}_2 &= 1 - j0.5\end{aligned}$$

Рис. 12.12

**Розв'язок.** Несиметрію вітки 1-2 будемо моделювати за допомогою ЕРС  $\dot{E}_{12}$  (рис. 12.12). Запишемо рівняння вузлових потенціалів для вузлів 1 і 2:

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{y_{11}} (\dot{y}_{01} \dot{U}_0 + \dot{y}_{12} \dot{U}_2 - \dot{I}_1 - \dot{y}_{12} \dot{E}_{12}) = \dot{U}_1^n - \dot{a}_1 \dot{E}_{12},$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{y_{22}} (\dot{y}_{02} \dot{U}_0 + \dot{y}_{12} \dot{U}_1 - \dot{I}_2 + \dot{y}_{12} \dot{E}_{12}) = \dot{U}_2^n + \dot{a}_2 \dot{E}_{12},$$

де  $U_1^u, U_2^u$  – напруги у вузлах 1 і 2 у нормальному усталеному режимі;

$$\dot{a}_1 = \frac{\dot{y}_{12}}{y_{11}}, \quad \dot{a}_2 = \frac{\dot{y}_{12}}{y_{22}}.$$

Віднімемо з першого рівняння друге, тоді для схеми прямої послідовності можна записати

$$\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} + (\dot{a}_{11} + \dot{a}_{21})\dot{E}_{121} = \dot{U}_1^u - \dot{U}_2^u.$$

Аналогічно для схем зворотної і нульової послідовностей:

$$\dot{U}_{12} - \dot{U}_{22} + (\dot{a}_{12} + \dot{a}_{22})\dot{E}_{122} = 0,$$

$$\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20} + (\dot{a}_{10} + \dot{a}_{20})\dot{E}_{120} = 0.$$

Відповідно до закону Ома можемо записати ще три рівняння:

$$\dot{U}_{11} - \dot{U}_{21} = \frac{\dot{I}_{121}}{y_{121}} - \dot{E}_{121},$$

$$\dot{U}_{12} - \dot{U}_{22} = \frac{\dot{I}_{122}}{y_{122}} - \dot{E}_{122},$$

$$\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20} = \frac{\dot{I}_{120}}{y_{120}} - \dot{E}_{120}.$$

Об'єднавши ці три рівняння з трьома попередніми рівняннями і рівняннями граничних умов, одержимо об'єднуючу систему рівнянь, розв'язок якої дає невідому ЕРС для даного виду несиметрії

$$\dot{E}_{121} = \dot{E}_{122} = \dot{E}_{120} = 20.71 + j9.95 \text{ кВ.}$$

Далі визначаємо симетричні складові струму вітки 1-2:

$$\dot{I}_{121} = y_{121} \left[ (\dot{U}_1^u - \dot{U}_2^u) + (1 - \dot{a}_{11} - \dot{a}_{21})\dot{E}_{121} \right] = -0.42 + j0.02,$$

$$\dot{I}_{122} = y_{122} (1 - \dot{a}_{12} - \dot{a}_{22})\dot{E}_{122} = 0.33 + j0.05,$$

$$\dot{I}_{120} = y_{120} (1 - \dot{a}_{10} - \dot{a}_{20})\dot{E}_{120} = 0.09 - j0.07,$$

і його фазні значення:

$$\dot{I}_{12a} = 0, \quad \dot{I}_{12b} = 0.11 + j0.55, \quad \dot{I}_{12c} = 0.16 - j0.76.$$

Таким чином, вектори-стовпці симетричних складових вузлових струмів у додатковому режимі

$$\dot{\mathbf{I}}_1^a = y_{121} \begin{bmatrix} \dot{E}_{121} \\ -\dot{E}_{121} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.71 - j0.86 \\ -0.71 + j0.86 \end{bmatrix},$$

$$\dot{\mathbf{I}}_2^a = y_{122} \begin{bmatrix} \dot{E}_{122} \\ -\dot{E}_{122} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.71 - j0.86 \\ -0.71 + j0.86 \end{bmatrix},$$

$$\dot{\mathbf{I}}_0^a = y_{120} \begin{bmatrix} \dot{E}_{120} \\ -\dot{E}_{120} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.19 - j0.33 \\ -0.19 + j0.33 \end{bmatrix}.$$

Симетричні складові напруг у вузлах 1 і 2:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \begin{bmatrix} 96.9 - j19.5 \\ 100.1 - j4.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6.0 + j11.1 & 4.2 + j2.4 \\ 4.2 + j2.4 & 7.6 + j5.3 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} 0.71 - j0.86 \\ -0.71 + j0.86 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 105.7 - j14.8 \\ 95.1 - j3.4 \end{bmatrix}, \\ \dot{U}_2 &= \begin{bmatrix} 8.8 + j4.7 \\ -4.9 + j0.8 \end{bmatrix}, \dot{U}_0 = \begin{bmatrix} 9.1 + j4.6 \\ -3.0 - j0.1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

І нарешті, фазні значення напруг у вузлах 1 і 2:

$$\dot{U}_{1a} = 123.6 - j5.5, \dot{U}_{1b} = -65.0 - j74.3, \dot{U}_{1c} = -31.3 + j93.6,$$

$$\dot{U}_{2a} = 87.2 - j2.7, \dot{U}_{2b} = -51.7 - j85.5, \dot{U}_{2c} = -44.5 + j87.8.$$

У загальному випадку можна одержати рівняння для будь-яких граничних умов, що зв'язують симетричні складові напруг об'єднуючих вузлів  $\dot{U}_{\infty}$  і невідомі ЕРС і струми, що імітують несиметрії, позначені вище вектором  $\dot{V}$ . У матричному вигляді ці рівняння можна записати так

$$\dot{G}\dot{U}_{\infty} + \dot{D}\dot{V} = 0. \quad (12.23)$$

Рівняння (12.22) і (12.23) утворюють систему рівнянь, яку необхідно розв'язати відносно  $\dot{U}_{\infty}$  і  $\dot{V}$ . Порядок цієї системи залежить від кількості несиметрій і може досягати декількох десятків. Тому для прискорення розрахунків доцільно виключити вектор невідомих напруг в об'єднуючих вузлах  $\dot{U}_{\infty}$ , тоді система рівнянь перетворюється в більш просту

$$(\dot{G}\dot{A} + \dot{D})\dot{V} = -\dot{G}\dot{U}_{\infty}. \quad (12.24)$$

Розв'язуючи систему (12.24), одержуємо вектор  $\dot{V}$ , тобто визначаємо ЕРС  $\dot{E}_\beta$  і струми прямої, зворотної і нульової послідовностей  $J_j$ , уведені в місця несиметрій. Потім відповідно до (12.21) визначаємо струми в додатковому режимі, а по (12.20) – напруги всіх вузлів системи. Для визначення симетричних складових напруг доцільне використання ілімінативної форми обернених матриць вузлових провідностей, що значно скорочує необхідні обчислювальні ресурси.

Деякі ускладнення в розрахунок несиметричних режимів вносить необхідність урахування взаємоіндукцій ЛЕП в схемі нульової послідовності. У такому випадку можливе використання двох методик.

1. Ділянки паралельних ЛЕП із взаємоіндукціями заміщаються повним многополюсником, що включає вузли приєднання таких

ліній. Задача зводиться до розрахунку складної системи без взаємоіндукцій, однак при великій кількості паралельних ліній схема нульової послідовності стає дуже громіздкою.

2. Матриці вузлових провідностей чи опорів окремих послідовностей обчислюються спочатку без урахування взаємоіндукцій і надалі корегуються з урахуванням взаємоіндукцій. Метод заснований на введенні в вітках взаємоіндукції залежних ЕРС аналогічно розглянутій вище методиці врахування подовжніх несиметрій.

## Вправи

1. Розрахувати усталений несиметричний режим трьохвузлової схеми (рис. 12.2, *a*) у фазних координатах при вимкненні фаз *b* і *c* ЛЕП 1-2. Реактивні опори нульової послідовності прийняти утрое більшими за відповідні реактивні опори прямої послідовності.

2. Розробити алгоритм і програму розрахунку несиметричних усталених режимів складної електричної системи у фазних координатах методом оберненої матриці вузлових провідностей. Потужності навантажень і генерації у вузлах повинні задаватися для кожної з трьох фаз окремо.

3. Розрахувати параметри несиметричного режиму в схемах прямої, зворотної і нульової послідовностей електричної системи рис. 12.2, *a* при вимкненні фаз *b* і *c* вітки 1-2. Перевірити правильність розрахунків за першим законом Кірхгофа.

4. Розрахувати несиметричний режим у схемі рис. 12.4, *a* при розриві фаз *b* і *c* лінії електропередачі. Параметри схеми прямої послідовності:  $x_{r1} = 5 \text{ Ом}$ ,  $x_{r1} = 10 \text{ Ом}$ ,  $x_{r11} = x_{r21} = 15 \text{ Ом}$ . Параметри нульової послідовності:  $x_{r0} = 2 \text{ Ома}$ ,  $x_{r0} = 30$ ,  $x_{r10} = x_{r20} = 25$ . Реактивність СГ зворотної послідовності  $x_{r2} = 5.6$ . Параметри нормального режиму:  $J_{r1} = 1 - j0.5$ ,  $U_0 = 110$ ,  $\dot{U} = 110 + j40$ ,  $\dot{E}_r = 112.5 + j50$ . Провідність навантаження в схемі зворотної послідовності відсутня.

5. Побудувати комплексну схему заміщення трьохвузлової схеми (рис. 12.2, *a*) при розриві фази *a* на початку вітки 1-2.

6. Розрахувати фазні струми і напруги в схемі рис.12.9, використовуючи топологічну вузлову модель, якщо в точці *l* мало місце двохфазне к. з. на землю. Реактивні опори нульової послідовності втрое більші відповідних значень у схемі прямої

послідовності, а параметри схеми зворотної послідовності дорівнюють параметрам схеми прямої послідовності.

7. За допомогою матричної вузлової моделі розрахувати несиметричний режим у схемі рис. 12.12 при вимкненні фаз  $b$  і  $c$  лінії 1-2. Параметри схеми зворотної послідовності збігаються з відповідними параметрами схеми прямої послідовності. Реактивні опори нульової послідовності прийняти утрое більшими відповідних реактивних опорів прямої послідовності.

8. Розробити алгоритм і програму розрахунку несиметричних режимів складної електричної системи на основі матричної вузлової моделі в симетричних складових методом оберненої матриці вузлових провідностей. Навантаження і генерація у вузлах повинні задаватися тільки для прямої послідовності у вигляді незмінних струмів, що відповідають нормальному усталеному режиму.



## **МЕТОДИ АНАЛІЗУ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ**

### **13.1. Характеристика задачі**

Аналіз електромеханічних перехідних процесів в енергосистемах виконується з метою визначення якісних і деяких кількісних характеристик, а також параметрів регулювання відповідно прийнятому критерію якості перехідного процесу. До складу задач цього напрямку входять три найбільш розповсюджені задачі: перевірка динамічної стійкості і визначення запасу динамічної стійкості при заданих параметрах генераторів, АРЗ і АРШ; вибір і налагодження систем АРЗ сильної дії за умов коливальної стійкості; визначення оптимальних параметрів настроювання ПА.

Основним напрямком аналізу електромеханічних перехідних процесів є перевірка динамічної стійкості енергосистем при великих збуреннях. Такими збуреннями можуть бути к. з., вимкнення ЛЕП, синхронних генераторів, навантажень та іншого обладнання.

Будь-яке раптове порушення нормального режиму роботи електроенергетичної системи викликає коливання роторів синхронних генераторів і двигунів. За несприятливих умов амплітуди коливань можуть виявитися настільки великими, що окремі генератори можуть випасти із синхронізму. Подібні аварійні процеси називаються порушенням динамічної стійкості.

Виникнення великих коливань ротора спричиняється раптовою зміною активної потужності, що надходить від синхронного генератора в електричну мережу. Автоматичне регулювання швидкості турбіни характеризується значною інерцією і реагує на зміну частоти обертання зміною потужності турбіни з деяким запізненням. У результаті порушення рівноваги між електричною потужністю генератора і механічною потужністю турбіни на валу ротора виникає надлишковий момент, який викликає зміну швидкості обертання і положення ротора відносно уявної синхронно обертової системи координат.

Подальший характер руху роторів, тобто електромеханічний перехідний процес, залежить від ряду факторів. Значні небаланси моментів, які прискорюють чи сповільнюють рух роторів синхронних машин на окремих відрізках часу, визначаються модулями і фазами ЕРС, що змінюються з часом. Причому зміна

фазових кутів ЕРС жорстко зв'язана з коливаннями роторів і, таким чином, залежить від інерції обертових мас, тоді як зміна модулів ЕРС визначається перехідними електромагнітними процесами в контурах роторів і залежить від дії АРЗ.

З усіх видів великих збурень найбільш важкими є к. з. При заземленні нейтралі можливі наступні види к. з.: однофазне, двофазне, двофазне на землю і трифазне. Найгірші умови для збереження динамічної стійкості системи виникають при трифазних к. з., оскільки вони супроводжуються значним зниженням напруг у вузлах електричної мережі, внаслідок чого електричні зв'язки між синхронними генераторами погіршуються настільки, що їх синхронна робота може виявитися неможливою. Інші види збурень, такі як вимкнення ЛЕП, трансформаторів, синхронних генераторів і навантажень, є менш небезпечними з точки зору втрати синхронізму. Для повного і всебічного аналізу динамічної стійкості при виборі протиаварійних заходів у загальному випадку потрібно було б розглядати перехідні процеси при збуренні в кожному вузлі системи. Однак практично це нереально, тому обмежуються кількома розрахунковими збуреннями, виходячи з інженерного досвіду.

Практика свідчить, що найважчі аварії виникають не при найбільших збуреннях, а під дією послідовно виникаючих взаємозалежних подій (каскадні збурення). У таких випадках дуже важливо робити правильні висновки на основі обмежених розрахунків з урахуванням можливих наслідків тих чи інших заходів, знаходити оптимальні рішення, що найкраще впливають на хід аварійних процесів. Для цього потрібен значний професійний досвід, який можна розвинути використанням спеціальних програм-тренажерів.

Розвиток аварії є наслідком послідовності збурень, які потрібно вміти передбачати. Це може бути вторинне порушення стійкості при виникненні асинхронного ходу, вимкнення споживачів унаслідок глибокого зниження напруги, синхронних генераторів та інші дії ПА. На окремих етапах аналізу розвитку аварії необхідно комбінувати розв'язання різних задач: усталений нормальний чи обважнений режим, статична стійкість, динамічна стійкість, тривалі перехідні процеси, стійкість напруги й ін. Основні труднощі полягають у тому, щоб правильно передбачити сценарій можливих шляхів розвитку аварії. І тут також важливим є досвід експертів.

Таким чином, при виконанні розрахунків електромеханічних перехідних процесів мають на меті не тільки оцінку динамічної стійкості певних режимів для заданого списку збурень. Ці розрахунки повинні давати вихідний матеріал для експертів, щоб осмислити прийняття найбільш ефективних протиаварійних заходів.

При моделюванні електромеханічних перехідних процесів використовують два різні підходи. Спочатку виконують спрощені розрахунки запасів динамічної стійкості. Концентровані частини системи заміщають спрощеними еквівалентами, залишаючи незмінними слабкі вітки чи перетини. Це дає можливість простежити на спрощених схемах основні тенденції протікання аварійних процесів. Далі на основі точних розрахунків перехідних процесів виконується перевірка всіх попередніх припущень з урахуванням дії ПА, зміни навантаження при значних змінах напруги, випадіння із синхронізму окремих генераторів і їх ресинхронізації, порушення стійкості асинхронних двигунів і т. п.

Підготовка і проведення аналізу електромеханічних перехідних процесів складається з послідовності таких етапів, як підготовка параметрів схеми і параметрів динамічних елементів системи, розрахунки базових нормальних режимів, формування умов розрахунків (завдань на відпрацьовування початкових збурювань і ПА, формування графіків і протоколу для подальшого аналізу), розрахунки перехідних процесів і їхній аналіз, прийняття необхідних рішень. Кожен етап може уточнюватися і повторюватися багаторазово.

У розвитку методів аналізу динамічної стійкості традиційно визначилися два напрямки. Перший напрямок – це розробка універсальних методів моделювання перехідних процесів у складних електроенергетичних системах. Вирішальне значення тут мають адекватність моделей, надійність програм, сервісні можливості підготовки вихідних даних і аналізу результатів, зручність представлення ПА тощо. Ці якості досягаються використанням різних моделей синхронних генераторів, систем регулювання, навантажень і електричної мережі, а також застосуванням точних і надійних чисельних методів. Другий напрямок – це розробка програм оперативного аналізу динамічної стійкості електричних систем прямим методом Ляпунова. Вирішальне значення тут мають простота моделі і час розв'язання задачі.

Синхронні генератори можуть бути представлені точними моделями, рівняннями Лебедева-Жданова, а також незмінними ЕРС і потужностями турбін. У більшості випадків навантаження моделюються спрощено. Іноді навантаження можуть бути представлені еквівалентними асинхронними двигунами чи комплексними динамічними характеристиками.

Алгоритм розрахунку електромеханічного перехідного процесу ґрунтується на чисельному інтегруванні диференціальних рівнянь. На кожному кроці моделювання перехідного процесу виконується по чергове розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь квазістаціонарного режиму і нелінійних диференціальних рівнянь перехідного процесу.

Для розрахунку квазістаціонарного режиму найбільше поширення одержав метод Гауса, ефективність якого пов'язана з винесенням більшої частини обчислень, що відповідають прямому ходу, на попередній етап. Розрахунок квазістаціонарного режиму на кожному кроці перехідного процесу зводиться до виконання зворотного ходу методом подвійної факторизації.

Чисельне інтегрування диференціальних рівнянь перехідних процесів може виконуватися як за допомогою класичних однокрокових методів Ейлера і Рунге-Кутта, так і більш ефективних методів Адамса, Мілна та ін.

### 13.2. Динамічна стійкість найпростішої системи

Основні положення задачі аналізу динамічної стійкості розглянемо спочатку на прикладі найпростішої електричної системи (рис. 13.1, а), у якій віддалена електростанція зв'язана двома лініями електропередачі з шинами безкінечної потужності.

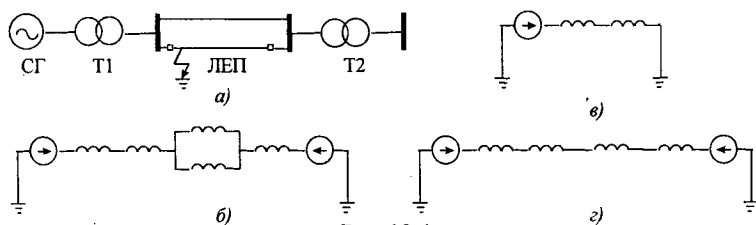


Рис. 13.1

У момент  $t=0$  на початку однієї з ліній відбувається трифазне к. з. Електрична система переходить у стан аварійного режиму. Через

проміжок часу лінія вимикається засобами РЗ, і в системі настає післяаварійний режим. Необхідно визначити динамічну стійкість електричної системи в післяаварійному режимі, тобто перевірити, чи не випаде синхронний генератор після даного збурювання із синхронізму.

Індуктивний опір системи в нормальному режимі (рис. 13.1, б)

$$x_{\text{сн}} = x_r + x_{r1} + 0.5x_{\text{л}} + x_{r2}$$

визначає характеристику потужності (рис. 13.2, а, верхня)

$$P = \frac{E_r U_0}{x_{\text{сн}}} \sin \delta$$

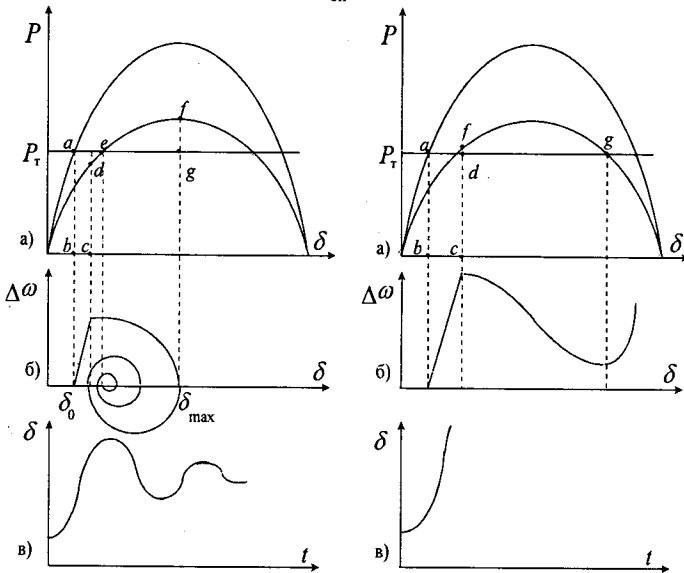


Рис.13.2

Рис.13.3

При вимкненні однієї з двох ліній і ліквідації к. з. індуктивний опір системи збільшується:

$$x_{\text{сна}} = x_r + x_{r1} + x_{\text{л}} + x_{r2},$$

і характеристика потужності СГ в післяаварійному режимі дещо опуститься вниз (рис. 13.2, а, нижня)

$$P = \frac{E_r U_0}{x_{\text{сна}}} \sin \delta$$

Якщо перед початком к. з. режим системи визначався точкою а, яка знаходиться на перетинанні характеристик  $P(\delta)$  і  $P_T = \text{const}$  в

нормальному режимі, то після трифазного к. з. характеристика потужності визначається тотожністю  $P=0$ . Оскільки інерція ротора не дозволяє куту  $\delta$  змінюватися миттєво, система на початку аварійного режиму характеризується точкою  $b$  на аварійній характеристиці при тім же куті.

Отже, у момент к. з. режим «ламається», внаслідок чого електромагнітна потужність миттєво падає до 0. Потужність турбіни лишається незмінною, оскільки АРШ реагує на зміну кутової швидкості ротора генератора, а вона на початку збурювання завдяки тій же інерції зберігає своє нормальне значення. Надалі швидкість обертання і момент будуть змінюватися, але потужність турбіни можна вважати незмінною.

Небаланс потужностей, а отже і моментів на валу турбіни, викликає появу надлишкового моменту, під дією якого ротор генератора починає прискорюватися. Зв'язаний з ротором вектор ЕРС починає обертатися швидше, ніж вектор напруги на ШБП, що обертається з незмінною синхронною кутовою швидкістю  $\omega_0$ . Зміна швидкості обертання вектора ЕРС щодо напруги БП дорівнює різниці кутових швидкостей  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ .

Позитивна різниця кутових швидкостей  $\Delta\omega$  веде до збільшення кута  $\delta$  (рис. 13.2, б). По закінченні інтервалу часу  $\Delta t_{\text{кз}}$  одна з ЛЕП разом з к. з. вимикається, і система переходить від аварійного режиму в точці  $c$  до післяаварійного режиму в точці  $d$ . За цей час кут зсуву ротора  $\delta$  збільшиться до значення в точці  $c$ . Площадка  $abcde$  називається площадкою розгону генератора.

Накопичена протягом часу  $\Delta t_{\text{кз}}$  кінетична енергія починає потім витрачатися при подальшому збільшенні кута  $\delta$ , але кутова швидкість обертання ротора  $\omega$  вже зменшується, хоча і залишається ще якийсь час більшою за синхронну. У точці  $e$  механічна потужність турбіни й електромагнітна потужність генератора врівноважуються, але перехідний процес не закінчується, оскільки відносна кутова швидкість ротора досягає в цій точці свого максимального значення, і ротор проходить точку  $e$  по інерції. У точці  $f$  настає режим максимального зсуву кута ротора, у якому відносна кутова швидкість ротора дорівнює 0 і далі вона змінює свій знак. Негативна різниця швидкостей  $\Delta\omega$  веде до зменшення  $\delta$  в напрямку точки  $e$ . Але і цього разу ротор проходить її по інерції.

У результаті поступово загасаючих коливань у системі настає усталений післяаварійний режим у точці  $e$ . Електромагнітна потужність генератора буде, як і раніше, дорівнювати потужності турбіни, але кут ротора збільшиться. Графік електромеханічного перехідного процесу загасаючих коливань ротора показаний на рис. 13.2,  $в$ . Поступове зменшення амплітуди коливань обумовлене втратами електромагнітної енергії в контурах і тертям. Такий характер процесу називається стійким.

Але можливий і інший характер протікання електромеханічного перехідного процесу. Якщо тривалість к. з. більша припустимої, то площа  $abcd$ , що ми назвали площадкою розгону, може виявитися більшою, ніж уся площа  $dfg$  (рис. 13.3,  $а$ ), що називається площадкою гальмування синхронного генератора. У такому випадку також починаючи від точки  $e$  настає гальмування ротора і зменшення кутової швидкості, але кут  $\delta$  росте і досягає критичного значення  $\delta_{кр}$  в точці  $g$  перетинання спадаючої частини характеристики генератора і горизонтальної характеристики турбіни раніш, ніж  $\Delta\omega$  упаде до 0. Після переходу за точку  $g$  надлишковий момент на валу турбіни стає позитивним,  $\Delta\omega$  починає швидко зростати і синхронний генератор випадає із синхронізму.

Таким чином, якщо в електромеханічному перехідному процесі має місце перехід за точку  $g$ , то повернення до післяаварійного усталеного режиму вже неможливе. Хоча післяаварійний режим і стійкий статично, перехід до нього при даному збуренні неможливий, оскільки в процесі переходу синхронний генератор випадає із синхронізму. Такий аварійний процес називається порушенням динамічної стійкості системи.

Розглянемо такий час вимкнення к. з.  $t_{кз}^{max}$ , при якому площадка розгону синхронного генератора дорівнює площадці гальмування. Це максимально можлива тривалість к. з., при якій система ще залишається динамічно стійкою. Величина

$$k_{дв} = \frac{t_{кз}^{max}}{t_{кз}}$$

називається коефіцієнтом запасу динамічної стійкості системи при заданому збуренні.

**Приклад 13.1.** Визначити максимально можливу тривалість трифазного к. з. на одній із двох ліній найпростішої електричної системи (рис. 13.1,  $а$ ). Параметри системи:  $x_r = 2 \text{ Ома}$ ,

$x_{r1} = x_{r2} = x_l = 4 \text{ Ома}$ . Параметри нормального усталеного режиму:  
 $E_r = 140 \text{ кВ}$ ,  $U_0 = 110 \text{ кВ}$ ,  $P_r = 900 \text{ МВт}$ . Номінальна потужність СГ  
 $P_{\text{ном}} = 1000 \text{ МВт}$ . Стала інерції  $T_J = 5 \text{ с}$ .

**Розв'язок.** У процесі трифазного к. з. електромагнітна потужність синхронного генератора  $P = 0 = \text{const}$  і кут ротора змінюється за законом

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{T_J P_{\text{ном}}} P_r,$$

відкіля приріст кута за час к. з.

$$\Delta \delta_{\text{кз}} = \frac{\omega_0}{2T_J} \frac{P_r}{P_{\text{ном}}} \Delta t_{\text{кз}}^2 \quad (13.1)$$

і площа розгону, якщо не враховувати площадки над ділянкою характеристики  $de$  (рис 13.2, а),

$$S_{\text{розг}} = \frac{\omega_0}{2T_J} \frac{P_r^2}{P_{\text{ном}}} \Delta t_{\text{кз}}^2. \quad (13.2)$$

Плща гальмування

$$S_{\text{гальм}} = \int_0^{\pi - \delta'_0} (P_{\text{па}}^{\text{max}} \sin \delta - P_r) d\delta = 2P_{\text{па}}^{\text{max}} \cos \delta'_0 - P_r (\pi - 2\delta'_0). \quad (13.3)$$

З умови рівності площ розгону і гальмування можна визначити максимально можливий час вимкнення к. з.

$$\Delta t_{\text{кз}}^{\text{max}} = \sqrt{\frac{2T_J P_{\text{ном}} [2P_{\text{па}}^{\text{max}} \cos \delta'_0 - P_r (\pi - 2\delta'_0)]}{\omega_0 P_r^2}}. \quad (13.4)$$

Оскільки

$$P_{\text{па}}^{\text{max}} = \frac{140 \cdot 110}{2 + 4 + 4 + 4} = 1100 \text{ МВт},$$

$$\delta'_0 = \arcsin\left(\frac{900}{1100}\right) = 0.958 \text{ рад},$$

то максимальна тривалість к.з.  $\Delta t_{\text{кз}}^{\text{max}} = 0.08 \text{ с}$ .

При трифазному к. з. умови збереження динамічної стійкості системи найважчі. Несиметричні к. з. – легші. Як відомо, аналіз несиметричних к. з. оснований на використанні метода симетричних складових. Детально це розглядалося в розд. 12. Зупинимося на деяких особливостях метода щодо аналізу динамічної стійкості. Варто пам'ятати, що коливання ротора СГ є наслідком зміни активної потужності, і в несиметричному режимі ми будемо торкатися тільки цього боку питання. Відразу зазначимо, що струми нульової



послідовності в синхронних генераторах не протікають, замикаючись на землю через нейтралі трансформаторів (рис. 13.4, а).

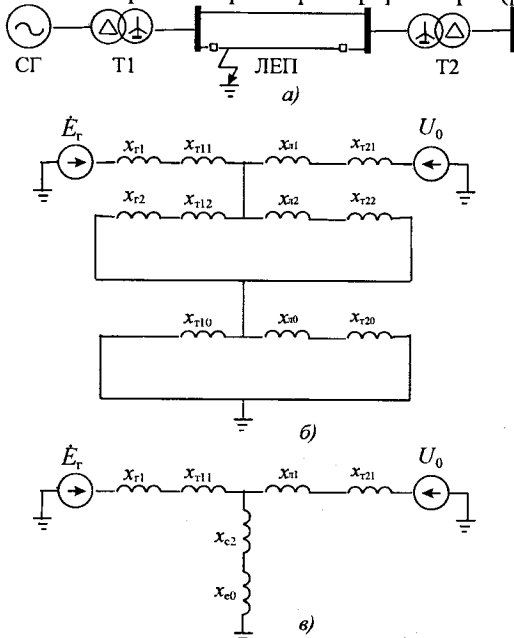


Рис.13.4

Струми зворотної послідовності, хоча вони і трансформуються аналогічно струмам прямої послідовності і протікають в обмотках синхронних генераторів, створюють потоки реакції якоря, що обертаються в протилежному напрямку, тобто створюють електромагнітні моменти подвійної частоти (100 Гц). Оскільки механічна інерція роторів синхронних генераторів досить велика, ротори не встигають реагувати на періодичні коливання (вібрацію) моменту подвійної частоти, середнє значення якого близько до 0.

Таким чином, при аналізі електромеханічних перехідних процесів у результаті несиметричних к. з. вплив моментів, зв'язаних зі струмами зворотної і нульової послідовностей, можна не враховувати, обмежуючись розглядом режимів напруг і струмів тільки прямої послідовності. Це не означає, що параметри зворотної і нульової послідовностей не впливають на динамічну стійкість систем при несиметричних к. з. Схеми прямої, зворотної і нульової послідовностей зв'язані між собою і створюють комплексну схему

заміщення, на підставі якої можна визначити еквівалентний опір шунта к. з.

**Приклад 13.2.** Побудувати комплексну схему заміщення найпростішої електричної системи (рис. 13.4, а) при однофазному к. з. Параметри елементів схеми прямої послідовності:  $x_{r1} = 2$  Ома,  $x_{r11} = x_{r21} = x_{r1} = 4$  Ома. Реактивний опір зворотної послідовності синхронного генератора  $x_{r2} = 2.24$  Ома. Параметри елементів схеми нульової послідовності:  $x_{r10} = x_{r20} = 8$  Ом,  $x_{r0} = 12$  Ом.

**Розв'язок.** Комплексна схема заміщення будь-якої електричної системи при однофазному к. з. будується шляхом приєднання в точці к. з. послідовно з'єднаних схем зворотної і нульової послідовностей (рис. 12.7, в). Для розглянутої найпростішої електричної системи комплексна схема заміщення відповідно до цього правила має вигляд, показаний на рис. 13.4, б.

Оскільки ні струми, ні напруги зворотної і нульової послідовностей не розглядаються, схеми зворотної і нульової послідовностей можна замінити еквівалентними опорами зворотної і нульової послідовностей, як це показано на рис. 13.4, в. Чисельні значення цих опорів:

$$x_{e2} = \frac{(2.24 + 4) \cdot (4 + 4)}{2.24 + 4 + 4 + 4} = 3.5 \text{ Ома},$$

$$x_{e0} = \frac{8 \cdot (8 + 12)}{8 + 8 + 12} = 5.7 \text{ Ома}.$$

У такому випадку комплексна схема заміщення системи при однофазному к. з. відрізняється від схеми заміщення системи в нормальному режимі увімкненням у вузлі к. з. шунтуючого опору, що дорівнює сумі еквівалентних опорів зворотної і нульової послідовностей

$$x_k = 3.5 + 5.7 = 9.2 \text{ Ома}.$$

Напруги і струми в схемі рис. 13.4, в дорівнюють складовим прямої послідовності. Вони і визначають режим активних потужностей СГ, що викликає перехідний процес у системі при даному збуренні.

Таким чином, однофазне к.з. при аналізі динамічної стійкості може моделюватися увімкненням симетричного шунта к. з., що складається з послідовно з'єднаних опорів схем зворотної і нульової послідовностей

$$\dot{z}_k^{(1)} = \dot{z}_{2e} + \dot{z}_{0e}. \quad (13.5)$$

Аналогічний підхід справедливий і для інших видів к. з., необхідно лише змінити значення опору симетричного шунта к. з. Так для двофазного к. з.

$$\dot{z}_k^{(2)} = \dot{z}_{2e}, \quad (13.6)$$

і для двофазного к. з. на землю

$$\dot{z}_k^{(1,1)} = \frac{\dot{z}_{2e}\dot{z}_{0e}}{\dot{z}_{2e} + \dot{z}_{0e}}. \quad (13.7)$$

Для трифазного к. з. опір шунта к. з., звичайно, дорівнює 0.

Порівнюючи різні види к. з., можна зробити висновок, що найважчим з них є трифазне, оскільки для нього опір шунта і напруга у вузлі к. з. завжди дорівнюють 0. Далі в порядку збільшення опору шунта слід поставити двофазне на землю, двофазне й однофазне к. з. Однак інтенсивність дії к. з. залежить не тільки від його типу, але і від місця прикладення в схемі, оскільки від цього залежать еквівалентні опори зворотної і нульової послідовностей, а значить і опір шунта к. з.

Проаналізуємо, як змінюються умови динамічної стійкості системи (рис.13.5) при несиметричних к. з.

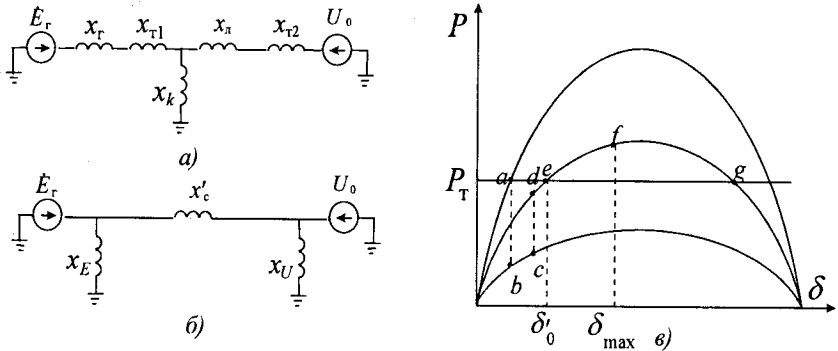


Рис.13.5

Для того, щоб побудувати характеристику генератора в аварійному режимі, перетворимо зірку у трикутник. Одержимо параметри:

$$x'_c = x_r + x_{r1} + x_n + x_{t2} + \frac{(x_r + x_{r1})(x_r + x_{t2})}{x_k},$$

$$x_E = x_r + x_{r1} + x_k + \frac{x_k(x_r + x_{r1})}{(x_n + x_{t2})}, \quad x_U = x_n + x_{t2} + x_k + \frac{x_k(x_n + x_{t2})}{(x_r + x_{r1})}.$$

Індуктивні опори  $x_E$  і  $x_U$ , приєднані безпосередньо у вузлах ЕРС генератора і напруги БП, не впливають на активну потужність синхронного генератора. Вся потужність протікає через опір  $x'_c$ , який можна розглядати як еквівалентний опір системи в аварійному режимі.

Таким чином, при несиметричних к. з. потужність синхронного генератора падає не до 0, як це було при трифазному к. з., а до

$$P = \frac{E_r U_0}{x'_c} \sin \delta.$$

Характеристика потужності генератора в аварійному режимі також має синусоїдальний характер, але її амплітуда менша, ніж у післяаварійному режимі, оскільки  $x'_c > x_{сна}$ . Площадка розгону *abcde* стала значно меншою, ніж при трифазному к. з., а площадка гальмування *efg* залишилася тією самою (рис. 13.5, *в*). Тому умови динамічної стійкості системи при несиметричних к. з. легші, ніж при трифазному к. з.

### 13.3. Прямий метод аналізу стійкості

Аналіз динамічної стійкості є однією з найважливіших задач керування режимами електроенергетичних систем, вирішення питань надійності, складання інструктивних матеріалів оперативному персоналу, аналізу аварій, підготовки до системних випробувань, вибору і налагодження ПА та ін. У більшості випадків використовуються методи, в основі яких лежить чисельне інтегрування диференціальних рівнянь перехідних процесів. Але в деяких випадках може бути виправданим використання прямих методів аналізу динамічної стійкості (другого метода Ляпунова).

Різновидом другого метода Ляпунова є енергетичний підхід, в основі якого лежить використання енергетичних функцій. Розглянемо ідею енергетичного підходу, уявивши деяку поверхню у вигляді чаші, на дні якої знаходиться кулька в точці стійкої рівноваги (ТСП). Якщо кульці надати деяку кінетичну енергію, вона почне рухатись у певному напрямку і, витрачаючи кінетичну енергію, зпасатиме потенціальну. Точка, в якій кулька зупиниться, визначається кількістю енергії, переданій їй на початку. Якщо вся кінетична енергія кульки перетвориться в потенціальну, і кулька ще не досягне краю поверхні, вона повернеться знову в ТСП. Але якщо

початкове збурення занадто велике, кулька може вийти за межі області стійкості і не повернутися в ТСР.

Щоб з'ясувати апіорі можливість повернення кульки в ТСР, необхідно обчислити дві величини: 1) початкове значення кінетичної енергії і 2) критичне значення потенціальної енергії, що відповідає висоті точки перетинання траєкторії руху і границі області стійкості. Перша не може перевищити другу.

Аналогічно можна сформулювати задачу динамічної стійкості електричної системи. На початку система знаходиться в нормальному усталеному режимі, якому відповідає ТСР. Якщо в мережі відбувається к. з., усталений режим стає збуреним і ротори синхронних генераторів починають прискорюватися, змінюючи свою кінетичну і потенціальну енергії протягом к. з., і система виходить з ТСР. Після вимкнення к. з. кінетична енергія продовжує перетворюватися в потенціальну. Щоб система залишалася динамічно стійкою, вона повинна мати змогу поглинути кінетичну енергію, а це залежить від потенційних можливостей післяаварійного режиму.

Отже, аналіз динамічної стійкості електричної системи прямим методом включає: 1) визначення енергетичної функції наприкінці аварійного режиму і 2) визначення критичної енергії, при якій має місце втрата синхронізму в післяаварійному режимі. І, знову ж таки, перша не повинна перевищити другу.

Для найпростішої електричної системи (рис. 13.1, а) легко знайти аналогію між прямим методом аналізу динамічної стійкості і розглянутим вище методом площ. На рис. 13.6, а критичний кут  $\delta_k$  визначається з рівності площадок розгону і гальмування.

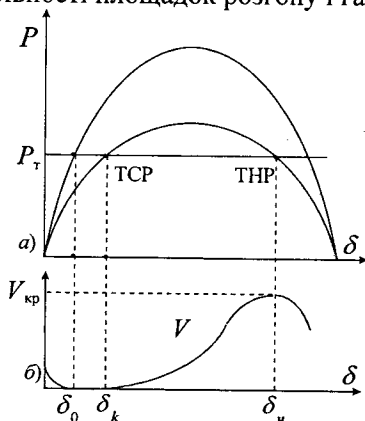


Рис.13.6

Потенціальна енергія системи залежить від величини відносного кута зсуву ротора (рис. 13.6, б). У точці нестійкої рівноваги (ТНР) при значенні кута  $\delta_n$  потенціальна енергія максимальна. Вона дорівнює критичній енергії системи  $V_{кр}$ . У критичній точці сума придбаної за час  $k$ . з. кінетичної і потенціальної енергії дорівнює критичній енергії. При часі  $k$ . з. більшому критичного сума кінетичної і потенціальної енергії буде перевищувати критичну.

Таким чином, прямий метод аналізу динамічної стійкості електричної системи заснований на порівнянні значення енергетичної функції  $V(\delta_o, \Delta\omega_o)$  в момент вимкнення к. з. і критичної енергії  $V_{кр}$ . Система динамічно стійка, якщо  $V(\delta_o, \Delta\omega_o) < V_{кр}$ , і різниця  $V_{кр} - V(\delta_o, \Delta\omega_o)$  може служити мірою запасу динамічної стійкості системи.

Критична енергія для найпростішої електричної системи дорівнює максимальній потенціальній енергії в ТНР, тобто площі гальмування

$$V_{кр} = 2P_{па}^{max} \cos \delta'_o - P_T (\pi - 2\delta'_o). \quad (13.8)$$

Значення енергетичної функції  $V(\delta_o, \Delta\omega_o)$  дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергії в момент вимкнення к.з.

$$V = \frac{1}{2} T_J \omega_o P_{ном} \Delta\omega_o^2 - P_{па}^{max} (\cos \delta_o - \cos \delta'_o) - P_T (\delta_o - \delta'_o), \quad (13.9)$$

де  $\Delta\omega_o, \delta_o$  – відносна кутова швидкість і кут ротора в момент вимкнення к. з.

**Приклад 13.3.** Визначити параметри післяаварійного режиму найпростішої електричної системи (рис. 13.1) у ТСР і ТНР після трифазного к. з. на одній з ліній і її вимкнення. Параметри системи:  $x_T = 2$  Ома,  $x_{T1} = x_{T2} = x_n = 4$  Ома. Параметри усталеного режиму:  $E_T = 140$  кВ,  $U_o = 110$  кВ,  $P_T = 900$  МВт. Номінальна потужність генератора  $P_{ном} = 1000$  МВт. Стала інерції  $T_J = 5$  с. Обчислити значення критичної енергії системи при вимкненні однієї лінії. Визначити енергетичну функцію і запас динамічної стійкості системи при вимкненні к. з. за 0.07 с і 0.08 с.

**Розв'язок.** Максимальна потужність і кут ротора:

$$P_n^{max} = \frac{140 \cdot 110}{2 + 4 + 2 + 4} = 1283 \text{ МВт}$$

$$\delta_o = \arcsin\left(\frac{900}{1283}\right) = 0.777 \text{ рад},$$

$$P_{\text{та}}^{\text{max}} = \frac{140 \cdot 110}{2 + 4 + 4 + 4} = 1100 \text{ МВт},$$

$$\delta'_0 = \arcsin\left(\frac{900}{1100}\right) = 0.958 \text{ рад.}$$

Таким чином, значення кута в ТСП складає 0.958 і в ТНР 3.142-0.958=2.184.

Критична енергія в післяаварійному режимі

$$V_{\text{кр}} = 1100 \cdot (\cos 0.958 - \cos 2.184) - 900 \cdot (2.184 - 0.958) = 163.7.$$

Збільшення відносної швидкості після к. з. 0.07 і 0.08 с:

$$\Delta\omega_0 = \frac{900}{1000 \cdot 5} \cdot 0.07 = 0.0126,$$

$$\Delta\omega_0 = \frac{900}{1000 \cdot 5} \cdot 0.08 = 0.0144.$$

Аналогічно значення кута зсуву ротора:

$$\delta_0 = 0.777 + \frac{314 \cdot 900}{2 \cdot 1000 \cdot 5} \cdot 0.07^2 = 0.916,$$

$$\delta_0 = 0.777 + \frac{314 \cdot 900}{2 \cdot 1000 \cdot 5} \cdot 0.08^2 = 0.958.$$

Енергетична функція в кінці трифазного к.з.:

$$V = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 314 \cdot 1000 \cdot 0.0126^2 - 1100 \cdot (\cos 0.916 - \cos 0.958) - \\ - 900 \cdot (0.916 - 0.958) = 125.2,$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 314 \cdot 1000 \cdot 0.0144^2 - 1100 \cdot (\cos 0.958 - \cos 0.958) - \\ - 900 \cdot (0.958 - 0.958) = 162.8.$$

Отже, запас динамічної стійкості системи при тривалості к. з. 0.07 с і 0.08 с становить відповідно 38.5 і 0.9 відсотків.

Розглянемо методику аналізу динамічної стійкості складної електричної системи методом Ляпунова. У системі працює  $n$  синхронних генераторів, представлених незмінними потужностями турбін і ЕРС за перехідними реактивними опорами генераторів. Навантаження заміщаються незмінними провідностями.

Схему електричної мережі шляхом еквівалентного перетворення приводимо до  $n$ -полюсника з еквівалентними провідностями  $y_{ki}$ , у вузлах якого прикладені ЕРС  $\dot{E}_k = E_k \angle \delta_k$ , де  $k=1,2,\dots,n$ . Кути ЕРС синхронних генераторів  $\delta_k$  відраховуються відносно напруги БП (ШБП, вузол  $n+1$ ). При відсутності в системі ШБП кути роторів

генераторів можуть бути прив'язані до т. зв. центра кутів, що, однак, не приводить до істотного підвищення точності моделі. І, нарешті, останнє припущення, – активні взаємні провідності еквівалентної схеми дорівнюють 0.

Відповідна спрощена математична модель системи описується диференціальними рівняннями:

$$\frac{d\omega_k}{dt} = \frac{\omega_0}{T_{jk}P_{номk}} \left[ P_k - k_{\gamma k}(\omega_k - \omega_0) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{n+1} E_l E_l y_{kl} \sin(\delta_k - \delta_l) \right],$$

$$\frac{d\delta_k}{dt} = \omega_k - \omega_0, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad (13.10)$$

де  $P_k = P_{\gamma k} - E_k^2 y_{kk} \sin \alpha_{kk}$  – еквівалентна незмінна потужність генератора,  $y_{kk} = y_{kk} \angle \alpha_{kk}$  – власна провідність  $k$ -го вузла.

Енергетична функція складної електричної системи в момент зняття збудження має значення

$$V = \frac{1}{2} \omega_0 \sum_{k=1}^n T_{jk} P_{номk} \Delta \omega_{kb}^2 - \sum_{k=1}^n P_k (\delta_{kb} - \delta'_{k0}) - \sum_{k < l} E_k E_l y_{kl} [\cos(\delta_{kb} - \delta_{lb}) - \cos(\delta'_{k0} - \delta'_{l0})], \quad (13.11)$$

де  $\delta'_{k0}$  – значення кута ротора  $k$ -го генератора в післяаварійному режимі;  $\delta_{kb}, \Delta \omega_{kb}$  – значення кута ротора і відхилення швидкості  $k$ -го генератора в момент вимкнення збудження.

Слід зазначити, що значення динамічних змінних у складній електричній системі в момент зняття збудження можна визначити лише шляхом чисельного моделювання перехідного процесу. Однак це невеликий проміжок часу, що не потребує великого обсягу обчислень.

Визначення критичної енергії в післяаварійному режимі – задача більш важка. Для складної системи границя області стійкості складається з безлічі ТНР. Значення потенціальної енергії в одній із ТНР обчислюється за формулою

$$V(\delta^n, 0) = - \sum_{k=1}^n P_k (\delta_{kn} - \delta'_{k0}) - \sum_{k < l} E_k E_l y_{kl} [\cos(\delta_{kn} - \delta_{ln}) - \cos(\delta'_{k0} - \delta'_{l0})], \quad (13.12)$$



Для визначення критичної енергії необхідно розглянути всі ТНР, для кожної з них обчислити значення (13.12) і найменше із усіх значень прийняти як  $V_{кр}$ .

Система рівнянь усталеного післяаварійного режиму має вигляд

$$\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{n+1} E_k E_l y_{kl} \sin(\delta_k - \delta_l) - P_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (13.13)$$

Оскільки рівняння включають періодичну функцію, пошук ТНР можна обмежити межами  $-\pi \leq \delta_k \leq \pi$ .

У загальному випадку система (13.13) має  $2^n$  розв'язків, серед яких тільки один стійкий ( $\delta_k^c, k = 1, 2, \dots, n$ ). Як відомо метод Ньютона сходиться в залежності від початкового наближення до найближчого розв'язку. Використовуючи різні початкові наближення ( $\delta_1^0, \delta_2^0, \dots, \delta_n^0$ ),  $\delta_k^0 = \delta_k^c$  чи  $\delta_k^0 = \pi - \delta_k^c$ , можна визначити всі режими, що відповідають ТНР.

Для реальних енергосистем розрахунок усіх  $2^n$  режимів є практично нездійсненною задачею. Тому приходиться вдаватися до подальших спрощень. Оскільки порушення динамічної стійкості відбувається шляхом випадання із синхронізму спочатку лише одного синхронного генератора, то аварійна траєкторія виходу з області стійкості проходить біля одного з  $n$  наближень  $\delta_k^0 = \pi - \delta_k^c$ , а інших —  $\delta_k^0 = \delta_k^c$ . Розраховуючи методом Ньютона  $n$  режимів у ТНР і відповідні значення потенційної енергії, можна визначити  $V_{кр}$ .

Подальше спрощення методики полягає в прийнятті припущення про близькість початкового наближення  $\delta^{0k}$  до розв'язку системи рівнянь. У такому випадку критичне значення функції Ляпунова оцінюється як

$$V_{кр} = \min \{V(\delta^{0k}, 0) \mid k = 1, 2, \dots, n\}$$

Такий підхід вимагає лише одного розв'язання системи (13.13) методом Ньютона в ТСР.

Розглянута методика оцінки динамічної стійкості електричної системи є досить спрощеною. Проведено багато досліджень по удосконаленню функцій Ляпунова з використанням більш складних математичних моделей системи, серед яких найбільшої уваги заслуговують використання рівнянь балансу активної і реактивної потужностей у вузлах схеми (неконсервативна модель) і врахування електромагнітних перехідних процесів в обмотках збудження синхронних генераторів.

Однак одночасно з підвищенням точності прямих методів, призначених у першу чергу для оперативного аналізу динамічної стійкості енергосистем, різко погіршуються їхні обчислювальні характеристики. Якщо необхідна висока точність розв'язання задачі, потрібно використовувати чисельні методи аналізу перехідних процесів.

### 13.4. Чисельне моделювання процесів

В основі чисельного моделювання електромеханічних перехідних процесів лежить метод послідовних інтервалів, суть якого полягає ось у чому. Весь відрізок часу розгляду перехідного процесу підрозділяється на кроки тривалістю  $\Delta t = h$ . Режим електричної мережі на кожному кроці приймається незмінним і називається квазістаціонарним режимом. Квазістаціонарний режим у залежності від прийнятої моделі може бути описаний системою як лінійних, так і нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Звичайні диференціальні рівняння динамічних елементів електроенергетичної системи (генераторів і навантажень) моделюються на кожному кроці чисельно за допомогою рекурентних формул. Залежні змінні, визначені з диференціальних рівнянь на даному кроці, використовуються для розрахунку квазістаціонарного режиму на наступному кроці і т. д. На кожному кроці перевіряються логічні умови спрацьовування ПА і при необхідності виконуються комутаційні зміни в схемі.

Розглянемо складну електричну систему в загальному вигляді. Кожен синхронний генератор може бути заміщений деякою ЕРС

$$\dot{E}_k = E'_k + jE''_k = E_k (\cos \delta_k + j \sin \delta_k) = E_k e^{j\delta_k}, k = 1, 2, \dots, n,$$

прикладеною за внутрішньою провідністю генератора  $y_{ik} = \frac{1}{jX_{ik}}$ .

Один з генераторів (нехай це буде останній) приймається як опорний, тобто його фазовий кут  $\delta_n = 0$  і відносно напрямку вектора  $\dot{E}_n$  відраховуються всі інші кути. Навантаження заміщаються змінюваними струмами  $\dot{J}_{\text{вн}}$ , що відображають статичні чи динамічні характеристики. Електрична мережа розглядається в загальному вигляді як вузлова матриця власних і взаємних провідностей  $\dot{Y}_*$ . Балансуючий пункт на відміну від моделі усталеного режиму відсутній.

Квазістаціонарний режим електричної мережі можна описати системою лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\dot{Y}_r \dot{U} = \dot{Y}_r \dot{E} - \dot{J}_n \quad (13.14)$$

Вважається, що в кожному вузлі схеми є генерація і споживання електроенергії. У випадку їхньої відсутності відповідне значення ЕРС чи струму дорівнює 0. Якщо навантаження представлене незмінною провідністю, вона входить до складу матриці  $\dot{Y}_r$ .

Електромеханічний перехідний процес руху ротора  $k$ -го генератора можна описати диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{ds_k}{dt} &= \frac{\omega_0}{T_{jk} P_{\text{ном}k}} (P_{\tau k} - P_k - k_{dk} s_k), \\ \frac{d\delta_k}{dt} &= s_k, \end{aligned} \quad (13.15)$$

де  $s_k$  – ковзання ротора  $k$ -го генератора,  $\omega_0$  – номінальна кутова швидкість,  $\delta_k$  – кут зсуву подовжньої осі ротора щодо опорної осі, або фазовий кут ЕРС генератора.

Електрична потужність генератора після розрахунку квазістаціонарного режиму

$$P_k = \text{Re} \left[ \frac{(\dot{E}_k - \dot{U}_k) \dot{U}_k}{jx_{ik}} \right] \quad (13.16)$$

Узагальнений алгоритм розрахунку перехідного процесу складається з наступних основних етапів:

1. Розрахунок початкових умов.
2. Моделювання зовнішніх збурень і ПА.
3. Розрахунок квазістаціонарного режиму.
4. Чисельне інтегрування диференціальних рівнянь.
5. Запам'ятовування результатів.
6. Наступний крок  $t=t+h$ . Якщо  $t < t_{\text{max}}$ , – продовження обчислень, починаючи з етапу 2.

По закінченні розрахунку можна виконати аналіз результатів, побудувавши графіки змінних. На підставі якісної картини перехідного процесу робиться висновок про динамічну стійкість чи нестійкість системи.

**Приклад 13.4.** Виконати розрахунок перехідного процесу тривалістю 1 с в електричній системі (рис. 13.7), якщо в момент  $t=0$  вмикається шунт  $y_{кз} = 0.1 - j0.5$  См, а в момент  $t=0.2$  с він вимикається. Параметри системи і характеристики нормального усталеного режиму:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= 5 + j20, \dot{z}_{01} = 5 + j10, \dot{z}_{01} = 10 + j20, \dot{S}_{r1} = 227 + j71, \\ \dot{S}_{r2} &= 441 + j100, \dot{S}_{r1} = 113 + j35, \dot{S}_{r2} = 220 + j50, U_0 = 121, \\ \dot{U}_1 &= 104.8 - j17.1, \dot{U}_2 = 103.6 - j16.4, P_{гном1} = 100, P_{гном2} = 200, \\ x_{r1} &= 30, x_{r2} = 25, T_{J1} = 5, T_{J2} = 7, k_{z1} = k_{z2} = 0.05. \end{aligned}$$

Навантаження представлені незмінними провідностями:

$$\dot{y}_{n1} = 0.0201 - j0.0063, \dot{y}_{n2} = 0.0401 - j0.0091.$$

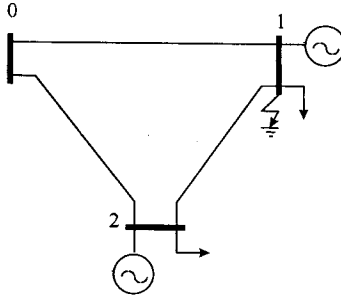


Рис.13.7

**Розв'язок.** Визначаємо початкові умови перехідного процесу: незмінні потужності турбін

$$P_{тк} = \frac{\operatorname{Re}(\dot{S}_{тк})}{P_{номk}}, k = 1, 2;$$

ЕРС генераторів

$$\dot{E}_k = \dot{U}_k + jx_{тк} \frac{\hat{S}_{тк}}{\dot{U}_k} = E_k e^{j\delta_k}, k = 1, 2.$$

Маємо:  $P_{r1} = 113, \dot{E}_1 = 120.5 \angle 6.2, P_{r2} = 220, \dot{E}_2 = 128.1 \angle 15.2$ . Далі виконуємо розрахунок перехідного процесу: режиму із системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{y}_{11}\dot{U}_1 - \dot{y}_{12}\dot{U}_2 &= \dot{J}_1, \\ -\dot{y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{y}_{22}\dot{U}_2 &= \dot{J}_2, \end{aligned}$$

потужностей (13.16), динамічних змінних методом Ейлера

$$s_k^{(i+1)} = s_k^{(i)} + \frac{h\omega_0}{T_{Jk}P_{номk}} [P_{тк} - P_k - k_{пк}s_k^{(i)}]$$

$$\delta_k^{(i+1)} = \delta_k^{(i)} + hs_k^{(i)}, \quad k = 1, 2.$$

Процес почергового розв'язання на кожному кроці систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь продовжується доти, поки не буде розглянутий весь проміжок часу  $t_{\max}$ .

Графіки зміни кутів роторів приведені на рис. 13.8. При тривалості к.з. 0.257 с система динамічно нестійка.

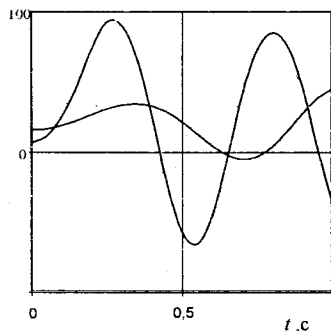


Рис.13.8.

Ми розглянули найпростіший приклад використання загальної методики чисельного аналізу електромеханічних перехідних процесів в електричних системах. Можна скористатися більш складними моделями синхронних генераторів, АРЗ, АРШ, навантажень, ПА, методами розв'язання систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь, але загальна послідовність розв'язання задачі залишається незмінною.

### 13.5. Моделі динамічних елементів

До динамічних елементів електроенергетичної системи в даному випадку відносяться синхронні генератори з урахуванням АРЗ, АРШ і первинних двигунів і деякі навантаження. У розрахунках електромеханічних перехідних процесів середньої тривалості використовуються моделі з різним рівнем спрощення. Найбільш повна математича модель синхронного генератора враховує електромагнітні перехідні процеси в обмотці збудження і демпферних контурах (розд. 4) і ґрунтується на рівняннях Парка-Горева. Причому в самій моделі змінними можуть бути як ЕРС, так і потокозчеплення. Однак для того, щоб модель генератора була сумісною з моделлю електричної мережі, на виході моделі генератора необхідно мати вектор еквівалентної ЕРС за деяким реактивним опором, що входить до складу моделі мережі.

Мінімум перетворень рівнянь Парка потребує модель, яка включає рівняння обмотки збудження і демпферних контурів у формі поточкозчеплень. Такі рівняння можна привести до вигляду:

$$\begin{aligned} p\psi_f &= a_f\psi_f + a_{Df}\psi_D + b_{df}i_d + k_f U_f, \\ p\psi_D &= a_D\psi_f + a_D\psi_D + b_{Dd}i_d, \\ p\psi_Q &= a_Q\psi_Q + b_{qQ}i_q, \end{aligned} \quad (13.17)$$

де  $\psi_f, \psi_D, \psi_Q$  – поточкозчеплення обмотки збудження і демпферних контурів у подовжній і поперечній осях;  $i_d, i_q$  – складові струму статора;  $a_f, a_{Df}, a_D, a_Q, b_{df}, k_f$  – розрахункові параметри, що обчислюються в залежності від каталожних даних.

При одержанні цієї моделі використане припущення про рівність надперехідних реактивних опорів в осях  $d$  і  $q$ . При переході до моделі електричної мережі поточкозчеплення перетворюються в ЕРС у в. о.

$$\dot{E}'' = (\psi_d'' - j\psi_q'')(\cos\delta + j\sin\delta), \quad (13.18)$$

де  $\psi_d'' = a_{fd}\psi_f + a_{Dd}\psi_D, \psi_q'' = a_{qQ}\psi_Q, a_{fd}, a_{Dd}, a_{qQ}$  – параметри, що також обчислюються в залежності від каталожних даних синхронних машин.

Перетворення струму із синхронної системи координат у систему координат, зв'язану з ротором даного синхронного генератора, виконується за формулою

$$i_q + ji_d = (I' + jI'')(\cos\delta - j\sin\delta). \quad (13.19)$$

У розрахунках електромеханічних перехідних процесів часто використовується рівняння Лебедева-Жданова, що враховує лише електромагнітний перехідний процес в обмотці збудження,

$$pE'_q = \frac{1}{T_{d0}} [E_{qe} - E'_q + (x_d - x'_d)i_d], \quad (13.20)$$

де  $E'_q$  – перехідна ЕРС синхронного генератора,  $E_{qe}$  – ЕРС збудження,  $T_{d0}$  – стала часу обмотки ротора,  $x_d, x'_d$  – синхронний і перехідний реактansi генератора,  $i_d$  – поперечна складова струму статора

$$i_d = I'' \cos\delta - I' \sin\delta. \quad (13.21)$$

Стум в обмотці статора в декартовій системі координат визначається за формулою:

$$\dot{i} = \frac{\dot{E} - \dot{U}}{jx'_d},$$

де  $\dot{E} = E'_q(\cos \delta + j \sin \delta)$ .

Якщо синхронний генератор електрично віддалений від точки прикладення збурення, він може моделюватися незмінною ЕРС  $E'_q$  за перехідним реактивним опором  $x'_d$ .

ЕРС збудження змінюється в перехідному процесі під впливом АРЗ. У залежності від потужності синхронного генератора і потреб керування існують різні типи АРЗ (див. розд. 5). Повна модель сучасної системи АРЗ містить до 20 диференціальних рівнянь із широким діапазоном сталих часу і вимагає значних обчислювальних ресурсів. Тому в програмах аналізу динамічної стійкості використовується наближена модель АРЗ, яка складається з одного чи двох диференціальних рівнянь.

Найчастіше використовується модель у вигляді одного диференціального рівняння

$$pE_{qe} = \frac{1}{T_p} (E_{qe0} - E_{qe} + \Delta U_p + \Delta U_\phi), \quad (13.22)$$

де  $T_p$  – сумарна стала часу регулятора і збуджувача,  $\Delta U_p, \Delta U_\phi$  – добавки, створювані регулятором збудження і пристроєм форсування та розфорсування збудження.

Добавка регулятора збудження залежить від його типу і в загальному випадку

$$\begin{aligned} \Delta U_p = & k_U(U - U_0) + k'_U pU + k_I(I - I_0) + k'_I pI + k''_I p^2 I + \\ & + k'_\delta p\delta + k''_\delta p^2 \delta + k'_p pE_q, \end{aligned} \quad (13.23)$$

де  $k_U, k'_U, k_I, k'_I, k''_I, k'_\delta, k''_\delta, k'_p$  – відомі коефіцієнти підсилення відповідних каналів регулювання збудження.

Принцип роботи форсування і розфорсування збудження має релейну природу, і добавка  $\Delta U_\phi$  подається чи знімається при досягненні напругою відповідного граничного значення. Необхідно враховувати верхні і нижні границі обмеження величин  $E_{qe}$  і  $\Delta U_p$ .

Механічний рух ротора синхронного генератора описується рівняннями (13.15). Потужність турбіни  $P_t$  змінюється в перехідному процесі в залежності від роботи системи АРШ і теплової частини енергоблоку (котлоагрегат, турбіна і їхні системи автоматичного регулювання). Перехідні процеси в тепловій частині мають великі сталі часу і враховуються лише при моделюванні тривалих перехідних процесів.

У розрахунках електромеханічних перехідних процесів модель первинного двигуна найчастіше включає лише два диференціальні рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= \frac{1}{T_s} \left( \mu_0 - \frac{s}{\omega_0 \sigma} - \mu \right), \\ \frac{dP_{\text{пт}}}{dt} &= \frac{1}{T_{\text{пт}}} (\mu - P_{\text{пт}}), \\ P_{\text{т}} &= P_{\text{гномл}} [k_{\text{вт}} \mu + (1 - k_{\text{вт}}) P_{\text{пт}}], \end{aligned} \quad (13.24)$$

де  $\mu$  – ступінь відкриття регулюючого клапана турбіни;  $T_s, T_{\text{пт}}$  – сталі часу сервомотора і промперегріву;  $\sigma$  – статизм регулятора швидкості;  $k_{\text{вт}}$  – частка високого тиску в потужності турбіни.

Переміщення регулюючого клапана і відкриття золотника  $\frac{s}{\sigma}$  також обмежуються мінімальним і максимальним значеннями.

**Приклад 13.5.** Виконати розрахунок перехідного процесу тривалістю 1 с в системі (рис. 13.7), якщо в момент  $t=0$  шунт  $\dot{y}_{\text{кв}} = 0.1 - j0.5$  См вмикається, а при  $t=0.2$  с вимикається. Параметри системи і режиму:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= 5 + j20, \quad \dot{z}_{01} = 5 + j10, \quad \dot{z}_{02} = 10 + j20, \quad \dot{S}_{\text{н1}} = 227 + j71, \\ \dot{S}_{\text{н2}} &= 441 + j100, \quad \dot{S}_{\text{р1}} = 113 + j35, \quad \dot{S}_{\text{р2}} = 220 + j50, \quad U_0 = 121, \\ \dot{U}_1 &= 104.8 - j17.1, \quad \dot{U}_2 = 103.6 - j16.4, \quad P_{\text{гномл}} = 100, \quad P_{\text{гномл}} = 200, \\ x_{\text{р1}} &= 30, \quad x_{\text{р2}} = 25, \quad T_{\text{J1}} = 5, \quad T_{\text{J2}} = 7, \quad k_{\text{д1}} = k_{\text{д2}} = 0.05, \quad T_{\text{J01}} = 3, \\ T_{\text{J02}} &= 5, \quad T_{\text{p}} = 0.3, \quad k_{\text{v}} = -50, \quad k_{\text{v}} = -3, \quad k'_{\text{s}} = k''_{\text{s}} = 1, \quad \sigma = 0.05, \\ T_{\text{s}} &= 0.5, \quad T_{\text{пт}} = 5, \quad k_{\text{вт}} = 0.5, \quad -5 \leq \Delta U_{\text{p}} \leq 5, \quad -2 \leq E_{\text{qe}} \leq 3. \end{aligned}$$

**Розв'язок.** Спочатку визначимо початкові умови перехідного процесу:

$$\begin{aligned} P_{\text{р1}} &= 113, \quad \dot{E}_1 = 120.5 \angle 6.2, \quad P_{\text{р2}} = 220, \quad \dot{E}_2 = 128.1 \angle 15.2, \\ E_{\text{qe1}} &= 138.6, \quad E_{\text{qe2}} = 160.5, \quad P_{\text{пт}} = \mu = 1. \end{aligned}$$

Розрахунок перехідного процесу відповідно до методу послідовних інтервалів виконується шляхом розв'язання на кожному кроці алгебраїчних і диференціальних рівнянь. Алгебраїчні рівняння розв'язуються аналогічно прикладу 13.4. Диференціальні рівняння чисельно інтегруються методом Ейлера.

Результати розрахунку перехідного процесу по куту ротора генератора 1 показані на рис. 13.9 (крива 2). На відміну від попередньої задачі (крива 1) використання більш точної моделі



погіршило якість перехідного процесу, що вказує на необхідність попереднього настроювання коефіцієнтів АРЗ.

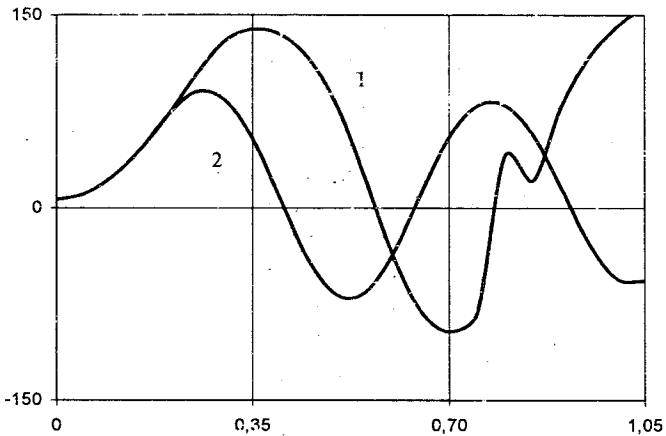


Рис. 13.9

Потужні енергоблоки з промперегрівом крім звичайної системи автоматичного регулювання швидкості мають додатковий вхід, що за допомогою електрогідравлічної приставки (ЕГП) значно розширює можливості керування потужністю турбіни в перехідному процесі. Керуючий сигнал може подаватися як від пристроїв ПА програмного типу, так і від систем регулювання. Для відображення аварійного регулювання турбін у програмі аналізу динамічної стійкості необхідно передбачати можливість використання імпульсних характеристик розвантаження у вигляді функції  $P_r(t)$ .

Навантаження вузла електричної мережі може бути представлено різними розрахунковими моделями. Найбільш повною є комплексна модель (рис. 13.10, а), що включає еквівалентні асинхронний і синхронний двигуни та статичне навантаження.

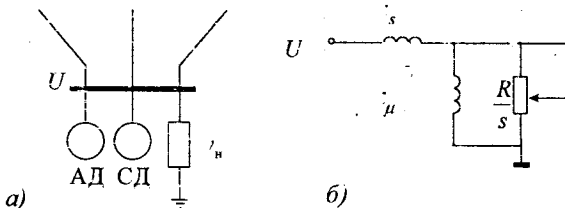


Рис. 13.10

При розробці моделі асинхронного двигуна необхідно враховувати можливість швидкого і глибокого падіння рівня напруги в узлі живлення (к. з., зникнення напруги і т. п.). Це вимагає врахування електромагнітних процесів, насичення магнітних кіл, залежності параметрів двигуна від ковзання ротора, моментно-швидкісної характеристики приводного механізму. Детально ці питання розглядалися в розд. 7.

Більш проста математична модель еквівалентного асинхронного двигуна випливає зі схеми його заміщення (рис. 13.10, б). За схемою легко визначити активну і реактивну потужності, що споживаються двигуном у перехідному процесі

$$P = \frac{U^2 \left(\frac{R}{s}\right)}{x_s^2 + \left(\frac{R}{s}\right)^2}, \quad Q = -\frac{U^2 x_s}{x_s^2 + \left(\frac{R}{s}\right)^2} - \frac{U^2}{x_\mu}$$

Приймаючи до уваги, що максимальна активна потужність асинхронного двигуна має місце при  $s = s_{\text{кр}}$ , формули для обчислення потужностей можна переписати так:

$$P = \frac{U^2 s_{\text{кр}} s}{x_s (s^2 + s_{\text{кр}}^2)}, \quad Q = -U^2 \left[ \frac{1}{x_\mu} + \frac{1}{x_s} \left( 1 + \frac{s^2}{s_{\text{кр}}^2} \right) \right]. \quad (13.25)$$

Ковзання ротора в перехідному процесі змінюється відповідно до диференціального рівняння руху ротора

$$ps = \frac{1}{T_J} (P - P_{\text{мех}}) \quad (13.26)$$

Потужність на валу приводного механізму  $P_{\text{мех}}$  змінюється відповідно до його моментно-швидкісної характеристики

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{мех0}} [1 - a(s - s_0)] \quad (13.27)$$

де  $P_{\text{мех0}}$  – активна потужність, що споживається двигуном у нормальному усталеному режимі при ковзанні  $s_0$ ,  $a$  – коефіцієнт крутизни статичної характеристики.

Така модель навантаження може розглядатися при невеликих ковзаннях, якщо двигун не втрачає стійкості, і використовується в програмах аналізу динамічної стійкості електричних систем. Для аналізу динамічної стійкості вузлів навантаження необхідне використання більш складної моделі асинхронного двигуна.

У залежності від постановки задачі може використовуватися модель навантаження у вигляді змінюваного вузлового струму

$$j_n = \frac{P_n P_n - j Q_n Q_n}{\hat{U}}$$

де  $P_n, Q_n$  – активна і реактивна потужності навантаження в нормальному усталеному режимі,  $P, Q$  – відносні потужності навантаження, що змінюються відповідно до статичних характеристик:

$$\begin{aligned} P &= a_p U_*^2 + b_p U_* + c_p, \\ Q &= a_Q U_*^2 + b_Q U_* + c_Q, \end{aligned} \quad (13.28)$$

де  $a, b, c$  – коефіцієнти статичних характеристик.

Якщо напруга вузла стає нижчою за припустиму, здійснюється перехід на представлення навантаження незмінною провідністю. Така модель навантаження може використовуватися для спрощеного врахування навантажень, які віддалені від точки збурення.

### 13.6. Методи чисельного інтегрування

Перехідні процеси описуються системами нелінійних диференціальних і алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} p\mathbf{X}(t) &= \mathbf{F}[\mathbf{X}(t), \mathbf{Y}], \\ \mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= 0, \end{aligned}$$

де  $\mathbf{X}(t)$  – вектор динамічних параметрів режиму,  $\mathbf{Y}$  – вектор статичних параметрів режиму,  $\mathbf{F}$  – вектор-функція правих частин диференціальних рівнянь у формі Коші,  $\mathbf{W}$  – вектор-функція системи нелінійних алгебраїчних вузлових рівнянь квазістаціонарного режиму.

Порядок системи диференціальних рівнянь дорівнює числу динамічних змінних, а порядок системи алгебраїчних рівнянь дорівнює кількості статичних змінних. Системи диференціальних і алгебраїчних рівнянь повинні розв'язуватися по черзі. При розв'язанні системи диференціальних рівнянь приймається  $\mathbf{Y} = \text{const}$ , а при розв'язанні системи алгебраїчних рівнянь –  $\mathbf{X} = \text{const}$ .

Для розв'язання системи диференціальних рівнянь можуть використовуватися різні методи чисельного інтегрування. Найбільш поширені однокрокові методи: Ейлера, середньоінтервальний метод прогнозу і корекції і Рунге-Кутта четвертого порядку, а також многокрокові методи Адамса і Мілна. Використання того чи іншого метода при виконанні конкретних розрахунків диктується метою

розв'язання задачі в залежності від співвідношення вимог швидкості і точності одержуваного результату.

Чисельні методи забезпечують отримання часткового розв'язку, що відповідає початковим умовам при  $t=0$ , тобто при  $X(t=0)=X_0$ . Замінімо операцію диференціювання  $p$  відношенням кінцевих малих приростів  $\Delta X$  і  $\Delta t=h$ , тоді

$$\frac{1}{\Delta t} \Delta X = F[X(t), Y],$$

звідки

$$\Delta X = hF[X(t), Y].$$

Якщо відомі початкові умови динамічних змінних, можна визначити їхні значення на першому кроці

$$X_1 = X_0 + hF[X_0, Y]$$

Аналогічно при відомому  $X_1$  знаходимо  $X_2$  і т. д. Позначаючи індексом  $i$  крок чисельного інтегрування, можна записати загальну формулу метода Ейлера

$$X_{i+1} = X_i + hF(X_i, Y). \quad (13.29)$$

Метод Ейлера – найпростіший чисельний метод розв'язання диференціальних рівнянь. Він зводиться до заміни реальної кривої  $x(t)$  кінцевим числом прямолінійних відрізків (рис. 13.11).

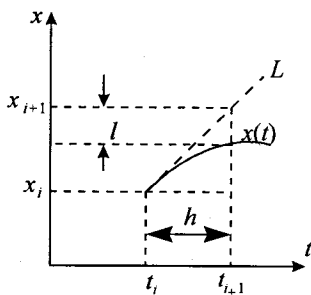


Рис.13.11

Чисельні методи інтегрування характеризуються похибками двох видів: локальною похибкою  $l$  і накопиченою за час інтегрування похибкою з урахуванням усіх попередніх кроків. Для зменшення похибки доводиться вибирати дуже маленький крок  $h$ , що збільшує загальний обсяг обчислень, або користуватися більш точними методами.

Середньоінтервальний метод відноситься до методів прогнозу і корекції. Для прогнозу використовується формула Ейлера

$$\mathbf{X}_{i+1}^n = \mathbf{X}_i + h\mathbf{F}(\mathbf{X}_i, \mathbf{Y}),$$

за допомогою якої прогнозується значення динамічних змінних на  $i+1$ -м кроці. Як відзначалася, похибка такого прогнозування досить велика і її необхідно скорегувати. Для корекції використовується формула трапеції

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \frac{h}{2}[\mathbf{F}(\mathbf{X}_i, \mathbf{Y}) + \mathbf{F}(\mathbf{X}_{i+1}^n, \mathbf{Y})] \quad (13.30)$$

Корекцію можна повторити декілька разів на основі метода послідовних наближень. Звичайно середньоінтервальний метод використовується при незмінній кількості ітерацій (одна чи дві).

Якщо метод Ейлера має перший порядок точності, тобто його локальна похибка пропорціональна  $h^2$ , середньоінтервальний метод є методом другого порядку, то метод Рунге-Кутта належить до методів четвертого порядку. Обчислення значень динамічних змінних на кожному кроці виконується за допомогою співвідношення

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \frac{h}{6}(\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4), \quad (13.31)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 &= \mathbf{F}[\mathbf{X}_i, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i)], \\ \mathbf{K}_2 &= \mathbf{F}[\mathbf{X}_i + 0.5h\mathbf{K}_1, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i + 0.5h\mathbf{K}_1)], \\ \mathbf{K}_3 &= \mathbf{F}[\mathbf{X}_i + 0.5h\mathbf{K}_2, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i + 0.5h\mathbf{K}_2)], \\ \mathbf{K}_4 &= \mathbf{F}[\mathbf{X}_i + h\mathbf{K}_3, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i + h\mathbf{K}_3)]. \end{aligned}$$

Недолік розглянутих методів полягає в складності визначення локальної похибки. Крім того, метод Рунге-Кутта вимагає чотириразового розв'язання системи алгебраїчних рівнянь на кожному кроці, що також значно знижує ефективність методу.

У многокрокових методах здійснюється апроксимація наступних значень функції  $\mathbf{F}$  шляхом інтегрування інтерполяційного полінома за декількома значеннями функції в попередніх точках. Розв'язання системи диференціальних рівнянь на  $i+1$ -м кроці можна виконати за допомогою загальної формули

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \int_t^{t+h} \mathbf{F}[\mathbf{X}(t), \mathbf{Y}] dt.$$

У практичних розрахунках часто використовують метод Адамса третього чи п'ятого порядку. Якщо для визначення похідної вектора-функції  $\mathbf{F}$  скористатися другою інтерполяційною формулою Ньютона, то обмежившись трьома членами ряду одержимо формулу

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \frac{h}{24} (55\mathbf{F}_i - 59\mathbf{F}_{i-1} + 37\mathbf{F}_{i-2} - 9\mathbf{F}_{i-3}). \quad (13.32)$$

На кожному кроці необхідно виконувати лише одне обчислення правих частин диференціальних рівнянь  $\mathbf{F}_i$ . Інші значення беруться з передісторії перехідного процесу. На початку чисельного розв'язання диференціальних рівнянь потрібно мати чотири початкові значення (розгінні точки), які необхідно обчислити з високою точністю однокроковим методом, наприклад, методом Рунге-Кутта. Це деякий недолік метода Адамса. Позитивним є те, що при точності метода Рунге-Кутта потрібен лише один розрахунок квазістаціонарного режиму на кожному кроці, а отже, досягається майже чотириразове зменшення витрат машинного часу.

Метод Мілна також відноситься до багатокрокових методів і потребує початкового розрахунку розгінних точок. В його основі лежить перша інтерполяційна формула Ньютона. Нові значення динамічних змінних на  $i+1$ -м кроці знаходяться методом прогноза і корекції:

#### 1. Прогноз динамічних змінних

$$\mathbf{X}_{i+1}^n = \mathbf{X}_{i-3} + \frac{4}{3} h(2\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{i-1} + 2\mathbf{F}_{i-2}), \quad (13.33)$$

за допомогою яких знаходяться наближені значення правих частин

$$\mathbf{F}_{i+1}^n = \mathbf{F}[\mathbf{X}_{i+1}^n, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_{i+1}^n)]$$

#### 2. Корекція динамічних змінних

$$\mathbf{X}_{i+1}^k = \mathbf{X}_{i-1} + \frac{1}{3} h(\mathbf{F}_{i+1}^n + 4\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{i-1}) \quad (13.34)$$

і уточнення правих частин  $\mathbf{F}_{i+1}^k = \mathbf{F}[\mathbf{X}_{i+1}^k, \mathbf{Y}(\mathbf{X}_{i+1}^k)]$

#### 3. Обчислення локальної похибки

$$\mathbf{D}_{i+1} = \frac{1}{29} |\mathbf{X}_{i+1}^n - \mathbf{X}_{i+1}^k|, \quad \delta_{i+1} = \sqrt{(\mathbf{D}'_{i+1} \mathbf{D}_{i+1})},$$

де верхній індекс  $t$  означає транспонування вектора. Якщо похибка припустима, то приймається  $\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_{i+1}^k$ , у противному випадку треба перейти на половинний крок.

Завдяки корекції метод Мілна забезпечує більш високу точність. Недолік той же, що й у методі Адамса, – необхідність обчислення розгінних точок іншим методом.

### 13.7. Розрахунок квазістаціонарного режиму

Електрична мережа, як відомо, є складний статичний елемент, що складається з вузлів і віток. На рис. 13.12 показаний загальний вигляд окремого вузла, що поєднує різні елементи системи.

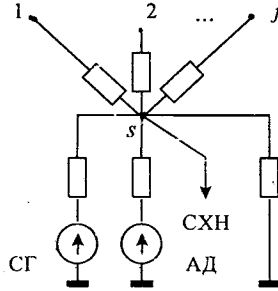


Рис.13.12

Відповідно до першого закону Кірхгофа

$$\dot{y}_{ss}\dot{U}_s - \sum_{f \neq s} \dot{y}_{sf}\dot{U}_f = \frac{\dot{E}_r}{jx_r} + \frac{\dot{E}_a}{jx_a} - \dot{J}_n = \dot{J}_s,$$

де  $\dot{J}_s$  – еквівалентний вузловий струм, незмінний протягом кожного інтервалу часу, що відповідає кроку інтегрування диференціальних рівнянь.

Для неявнополюсного синхронного генератора  $E_r = E'_q$ ,  $x_r = x'_d$ , для явнополюсного  $E_r = E_Q$ ,  $x_r = x_q$ . Однак ЕРС  $E_Q$  не залишається незмінною при комутаційній зміні напруги на шинах генератора, і її необхідно корегувати за формулою

$$E_Q = E'_q \frac{x_q}{x'_d} - \frac{x_q - x'_d}{x'_d} U', \quad (13.35)$$

де  $U'$  – дійсна складова вектора напруги в генераторному вузлі. На жаль, таке представлення явнополюсного генератора вимагає ітераційного уточнення квазістаціонарного режиму при комутаціях.

Таким чином, з урахуванням розглянутих вище припущень квазістаціонарний режим електричної мережі відповідно до методу вузлових напруг може бути описаний системою лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\dot{Y}_s \dot{U} = \dot{J}. \quad (13.36)$$

У системі (13.36) немає БП. Замість нього один з генераторів виконує функцію опорного, відносно ротора якого відраховуються усі фазові кути системи.

Матриця  $\dot{Y}_s$ , як відомо, має вигляд сильно розрідженої матриці, тому для розв'язання системи (13.36) доцільне використання методу подвійної факторизації на основі ілімінативної форми оберненої матриці  $\dot{Y}_s$ . Це ефективний, але і досить складний, метод розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Він вимагає використання спеціальної системи адресних відображень, що відповідає топологічній моделі електричної мережі, яка повинна бути побудована на підготовчому етапі.

Основною метою підготовчих обчислень є побудова факторизованої інформаційної моделі, що відповідає ілімінативній формі оберненої матриці. Факторизація ґрунтується на еквівалентному згортанні схеми з використанням оптимальної послідовності виключення вузлів. Оскільки ця процедура повинна повторюватися протягом перехідного процесу кілька разів (при кожній комутаційній зміні параметрів схеми), то визначення оптимальної послідовності розгляду вузлів і побудова масивів адресних відображень виконується на підготовчому етапі.

Конфігураційна модель для перетворення схеми ґрунтується на використанні динамічного списку асоціативно зв'язаних між собою віток і складається з двох масивів адресних відображень: список номерів віток, упорядкований за "кущами" вузлів схеми; масив адресних посилань, що забезпечують продовження розгляду списку.

Перший масив має наступну структуру. Спочатку розташовані номери початкових віток з множин кущів. Наприкінці масиву розміщені номери інших віток в упорядкованому вигляді. Таке розміщення віток дозволяє легко знайти початок відповідного куща. Продовження ланцюга можна простежити за допомогою другого масива. Ознакою кінця ланцюга є значення 0. Оскільки в процесі перетворення схеми кількість віток може збільшуватися до 150-170%, розмірність масивів повинна бути встановлена з відповідним запасом.

У процесі виключення необхідне вивільнення відповідних ділянок пам'яті комп'ютера для розміщення нових віток замість викинутих. Для цього використовується т. зв. магазин вільних місць. Розглянута конфігураційна модель (очевидно, не єдино можлива)



обрана виходячи з умови найкращої її пристосованості для використання метода Гауса.

Результатом попередніх обчислень (прямого ходу Гауса) є факторизована інформаційна модель мережі, тобто ілімінативна форма оберненої матриці вузлових провідностей (розд. 2.6). До складу фактеризованої моделі входять чотири масиви: початкові і кінцеві порядкові номери вузлів еквівалентних віток  $s$  і  $f$ ; власні опори вузлів  $\dot{z}_{ss} = 1/\dot{y}_{ss}$ , тобто величини, зворотні власним провідностям вузлів, і фактеризовані параметри віток  $\dot{A}_{sf} = \dot{y}_{sf}\dot{z}_{ss}$ , де  $\dot{y}_{sf}$  – провідності віток при перетворенні схеми.

Розрахунок квазістаціонарного режиму при зафіксованих на черговому кроці динамічних змінних виконується шляхом розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (13.36) методом подвійної факторизації. Алгоритм розрахунку дуже простий: згортання вузлових струмів і розгортання вузлових напруг. Перший цикл виконується в прямому напрямку розгляду віток факторизованої моделі, а другий – у зворотному. Весь алгоритм складається з трьох формул:

$$\begin{aligned} \dot{J}(f_i) &= \dot{J}(f_i) + \dot{A}_i \dot{J}(s_i), i = 1, 2, \dots, N; \\ \dot{U}_s &= -\dot{J}_s \dot{z}_{ss}, s = 1, 2, \dots, m, \\ \dot{U}(s_i) &= \dot{U}(s_i) + \dot{A}_i \dot{U}(f_i), i = N, N-1, \dots, 1; \end{aligned} \quad (13.37)$$

де  $N$  – кількість віток факторизованої моделі.

**Приклад 13.6.** Розрахувати квазістаціонарний режим електричної мережі (рис. 13.13).

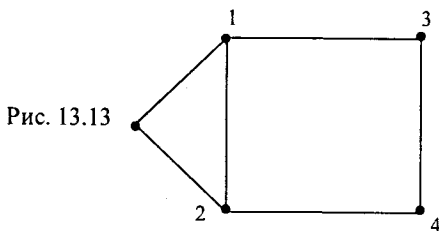


Рис. 13.13

Параметри віток:

$$\dot{z}_{12} = 5 + j10, \dot{z}_{13} = 10 + j20, \dot{z}_{24} = 10 + j30, \dot{z}_{34} = 20 + j5, \dot{z}_{s1} = 5 + j20, \dot{z}_{s2} = 5 + j10.$$

Внутрішні реактивні опори і ЕРС генераторів:

$$x_{r3} = 10, \dot{E}_{r3} = 120 + j20, x_{r5} = 20, \dot{E}_{r5} = 120 + j20.$$

Струм навантаження у вузлі 4:  $\dot{I}_{n4} = 1 - j0.2$ .

**Розв'язок.** На попередньому етапі визначаємо параметри факторизованої моделі електричної мережі. Спочатку виключаємо вузол 5. При цьому змінюється провідність вітки 1-2 і з'являються шунти у вузлах 1 і 2:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{12} &= 0.0497 - j0.1014, \\ \dot{y}_1 &= -0.0005 - j0.0131, \\ \dot{y}_2 &= 0.0043 - j0.0239. \end{aligned}$$

Після викидання віток 5-1 і 5-2 знаходимо відповідні значення параметрів факторизованої моделі:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{51} &= 0.263 - j0.010, \\ \dot{A}_{52} &= 0.477 - j0.086. \end{aligned}$$

Аналогічні обчислення виконуємо при виключенні вузлів 4, 3 і 2 і одержуємо параметри факторизованої моделі:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{42} &= 0.365 - j0.259, \quad \dot{A}_{43} = 0.635 + j0.259, \\ \dot{A}_{31} &= 0.271 + j0.069, \quad \dot{A}_{32} = 0.119 - j0.064, \quad \dot{A}_{21} = 0.762. \end{aligned}$$

На основному етапі за формулами (13.37):

$$\begin{aligned} \dot{J}_1 &= 0 & \dot{J}_1 &= -2.623 + j7.680 \\ \dot{J}_2 &= 0 & \dot{J}_2 &= -1.618 + j3.807 \\ \dot{J}_3 &= -2 + j12 & \Rightarrow \dot{J}_3 &= -1.313 + j12.132 \\ \dot{J}_4 &= 1 - j0.2 & \dot{J}_4 &= 1 - j0.2 \\ \dot{J}_5 &= -1 + j6 & \dot{J}_5 &= -1 + j6 \\ \dot{U}_1 &= 117.2 + j11.5 & \dot{U}_1 &= 117.2 + j11.5 \\ \dot{U}_2 &= 26.6 - j0.9 & \dot{U}_2 &= 115.9 + j7.9 \\ \dot{U}_3 &= 75.8 - j8.1 & \Rightarrow \dot{U}_3 &= 120.0 + j11.4 \\ \dot{U}_4 &= 13.1 - j6.1 & \dot{U}_4 &= 104.5 + j5.1 \\ \dot{U}_5 &= 32.7 - j3.9 & \dot{U}_5 &= 118.3 + j11.7 \end{aligned}$$

Перевірка правильності розв'язку:

$$\frac{(1159 + j79) - (104.5 + j5.1)}{10 + j30} + \frac{(120.0 + j11.4) - (104.5 + j5.1)}{20 + j5} = 1 - j0.2.$$

Ми детально розглянули один з можливих підходів використання метода Гауса для розрахунку квазістаціонарного режиму електричної мережі при аналізі електромеханічних перехідних процесів. Існують і інші не менш ефективні підходи. Так, наприклад, електрична мережа може бути приведена до многополюсника власних і взаємних провідностей щодо точок

прикладання ЕРС. У процесі перетворення визначається матриця коефіцієнтів розподілу  $K$ . За допомогою цієї матриці обчислюються значення напруг у вузлах безпосередньо за ЕРС синхронних генераторів і асинхронних двигунів відповідно до формули

$$\dot{U} = KE.$$

Далі обчислення продовжуються так само, як і в попередньому випадку. Слід зазначити, що і факторизована інформаційна модель, і матриця коефіцієнтів розподілу вимагають перерахування при кожній комутаційній зміні режиму.

### 13.8. Імітаційна модель ПА

Одним з основних напрямків аналізу електромеханічних перехідних процесів є моделювання складних аварійних ситуацій в енергосистемах під впливом зовнішніх факторів. Такими факторами, як відзначалося, можуть бути різні види к. з., комутаційні операції, введення в роботу чи виведення з роботи елементів енергосистеми засобами ПА, автоматичні повторні ввімкнення ліній і т. п. Вимкнення ушкодженого елемента відбувається шляхом ініціювання роботи вимикача, що локалізує ушкодження. Загальний час вимкнення ЛЕП при к. з. складається з часу дії РЗ (1-2 періоди) і часу роботи вимикача (2-4) періоди.

Будь-яке початкове збурення може викликати розвиток аварійної ситуації. Розрізняють чотири загальних типи аварій в енергосистемах: порушення статичної чи динамічної стійкості, асинхронні режими, виникнення лавини частоти чи лавини напруги. Можливий взаємозв'язок між різними аварійними процесами.

Порушення динамічної стійкості може завершитися виникненням асинхронного режиму. Асинхронний режим супроводжується зниженням електричного зв'язку між вузлами електричної мережі, виникненням електромеханічного резонансу і, як наслідок, повторними порушеннями динамічної стійкості і виникненням вторинного асинхронного режиму.

При відсутності ресинхронізації асинхронний режим завершується поділом енергосистеми, у результаті якого з'являються енерговузли з дефіцитом активної чи реактивної потужностей. Тоді виникає загроза лавини частоти чи лавини напруги, що може привести до порушення технологічних процесів на електростанціях або до втрати стійкості вузлів навантаження.

Щоб уникнути розвитку лавинних аварійних процесів, необхідне використання систем ПА. ПА забезпечує розв'язання цілого комплексу задач протиаварійного керування: запобігання порушенню стійкості паралельної роботи, ліквідація асинхронного режиму, обмеження небезпечного зниження і підвищення частоти, обмеження неприпустимого зниження напруги і запобігання неприпустимого перевантаження електроустановки. Усі засоби ПА, взаємодіючи, доповнюючи і резервуючи один одного, разом забезпечують необхідний рівень *живучості* енергосистеми.

Запобігання порушенню стійкості паралельної роботи системи складає перший ешелон ПА. До цього виду ПА відносяться: вимкнення генераторів (ВГ), розвантаження турбін (РТ) і електричне гальмування роторів (ЕГ). За допомогою ВГ можна досягти швидкого зменшення потужності. При наявності достатнього діапазону регулювання аналогічного ефекту можна досягти використанням короткочасного РТ, впливаючи на регулювальний клапан турбіни. У деяких випадках, якщо ВГ, РТ і ЕГ не дають потрібного ефекту, використовують систему автоматичного обмеження навантаження (САОН). При цьому зменшується потужність ЛЕП, завдяки чому можна також уникнути втрати динамічної стійкості.

Якщо з якихось причин порушення динамічної стійкості все-таки уникнути неможливо, автоматика ліквідації асинхронного режиму (АЛАР) повинна обмежити розвиток аварії за допомогою ресинхронізації чи розділення системи. Основним елементом АЛАР є орган виявлення асинхронного режиму. Виявлення може здійснюватися за різними ознаками в залежності від характеру перехідного процесу: на основі зміни кута електропередачі і його похідної, струму, напруги, активної потужності, опору. Якщо асинхронний режим може бути припустимим протягом деякого періоду, можливе використання ділильного захисту немиттєвої дії, тобто з контролем асинхронного режиму протягом заданого періоду чи заданого числа циклів коливань.

Для виявлення асинхронного режиму найчастіше використовують реле опору і реле потужності. Робота реле опору в процесі коливань може бути промодельована шляхом обчислення імпедансу в перехідному процесі і порівняння його з дійсною характеристикою.

Необхідність моделювання великої кількості різних видів ПА з урахуванням її постійної модернізації і розробки нових видів вимагає використання спеціальної універсальної моделі ПА. У будь-якому пристрої ПА можна виділити наступні загальні складові частини: вимірювальну, логічну і виконавчу. Вимірювальна частина – це реле певного типу, що має на виході сигнал 1 чи 0 у залежності від значення вимірюваної величини стосовно деякої уставки. Логічна частина сприймає сигнали вимірювальних частин і, якщо їхня послідовність і комбінація відповідає закладеній програмі, подає відповідні керуючі імпульси на виконавчу частину, що реалізує необхідну в даному випадку дію на систему.

Основними поняттями універсальної моделі ПА є дія й умова. Дія являє собою модель виконавчої частини деякого пристрою ПА. Умова – модель елементарного вимірювального пристрою (реле). Логічна частина моделі сприймає результати перевірки конкретних умов і виконує їхнє порівняння відповідно до заданої послідовності логічних операцій І, ЧИ і НЕ. Умови, зв'язані між собою операцією І, утворюють групу умов. Групи умов поєднуються між собою логічною операцією ЧИ.

При моделюванні умов контрольовані параметри режиму порівнюються з заданими уставками. Якщо результат порівняння – істина, виконується моделювання відповідної дії. Для більшості існуючих реле контрольовані параметри – це деякі дійсні числа, наприклад, модулі напруг і струмів, активні потужності, фазові кути і т. п. Однак, у деяких більш складних пристроях ПА використовуються реле опору і реле потужності, у яких контрольовані параметри – комплексні числа. При моделюванні цих умов використовуються відповідні функції на комплексній площині. Діями в моделях ПА можуть бути комутації вузлів, ліній, генераторів, навантажень, шунтів і т. п.

## Вправи

1. Визначити максимально можливу тривалість однофазного к. з. на одній із двох ліній найпростішої електричної системи (рис. 13.4, а). Параметри системи:  $x_r = 2 \text{ Ома}$ ,  $x_{r1} = x_{r2} = x_n = 4 \text{ Ома}$ . Параметри режиму:  $E_r = 140 \text{ кВ}$ ,  $U_0 = 110 \text{ кВ}$ ,  $P_r = 500 \text{ МВт}$ . Номінальна потужність СГ  $P_{ном} = 1000 \text{ МВт}$ . Стала інерції 5 с.

2. Побудувати комплексну схему заміщення найпростішої електричної системи (рис. 13.4, а) при двофазнім к. з. Параметри елементів схеми прямої послідовності:  $x_{r1} = 2 \text{ Ома}$ ,  $x_{r11} = x_{r21} = x_{r1} = 4 \text{ Ома}$ . Реактивний опір синхронного генератора зворотної послідовності  $x_{r2} = 2.24 \text{ Ома}$ . Параметри нульової послідовності:  $x_{r10} = x_{r20} = 8 \text{ Ом}$ ,  $x_{r0} = 12 \text{ Ом}$ .

3. Скласти алгоритм і програму розрахунку критичної енергії в електричній системі, схема заміщення якої задана провідностями між точками прикладення ЕРС генераторів. Відомі потужності генераторів і модулі ЕРС. Система вузлових рівнянь балансу активних потужностей повинна розв'язуватися методом Ньютона.

4. Виконати розрахунок електромеханічного перехідного процесу тривалістю 1 с в електричній системі (рис. 13.7), якщо в момент  $t=0$  відбувається трифазне к. з., а при  $t=0.1$  с воно ліквідується. Параметри системи і характеристики нормального режиму:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= 5 + j20, \dot{z}_{01} = 5 + j10, \dot{z}_{01} = 10 + j20, \dot{S}_{n1} = 227 + j71, \\ \dot{S}_{r2} &= 441 + j100, \dot{S}_{r1} = 113 + j35, \dot{S}_{r2} = 220 + j50, U_0 = 121, \\ \dot{U}_1 &= 104.8 - j17.1, \dot{U}_2 = 103.6 - j16.4, P_{\text{пном1}} = 100, \\ P_{\text{пном2}} &= 200, x_{r1} = 30, x_{r2} = 25, T_{J1} = 5, T_{J2} = 7, k_d = 0.05. \end{aligned}$$

Навантаження в перехідному процесі моделювати незмінними провідностями:

$$\dot{y}_{n1} = 0.0201 - j0.0063, \dot{y}_{r2} = 0.0401 - j0.0091.$$

5. Виконати розрахунок перехідного процесу тривалістю 1 с в електричній системі (рис. 13.7), якщо в момент  $t=0$  відбувається трифазне к. з., а при  $t=0.1$  с воно ліквідується. Параметри системи і нормального режиму:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= 5 + j20, \dot{z}_{01} = 5 + j10, \dot{z}_{01} = 10 + j20, \dot{S}_{n1} = 227 + j71, \\ \dot{S}_{r2} &= 441 + j100, \dot{S}_{r1} = 113 + j35, \dot{S}_{r2} = 220 + j50, U_0 = 121, \\ \dot{U}_1 &= 104.8 - j17.1, \dot{U}_2 = 103.6 - j16.4, P_{\text{пном1}} = 100, P_{\text{пном2}} = 200, \\ x_{r1} &= 30, x_{r2} = 25, T_{J1} = 5, T_{J2} = 7, k_d = 0.05, T_{d01} = 3, T_{d02} = 5, \\ T_p &= 0.3, k_U = -50, k'_U = -3, k'_\delta = k''_\delta = 1, \sigma = 0.05, T_s = 0.5, \\ T_{\text{тп}} &= 5, k_{\text{вт}} = 0.5, -5 \leq \Delta U_p \leq 5, -2 \leq E_{\text{фк}} \leq 3. \end{aligned}$$

6. Скласти детальний алгоритм чисельного розв'язання алгебраїчних і диференціальних рівнянь електромеханічного перехідного процесу в найпростішій електричній системі методом Мілна.

7. Розрахувати квазістаціонарний режим електричної мережі, схема якої показана на рис. 13.13. Параметри віток:

$$\dot{z}_{12} = 5 + j20, \dot{z}_{13} = 10 + j10,$$

$$\dot{z}_{24} = 10 + j20, \dot{z}_{34} = 10 + j25, \dot{z}_{51} = 5 + j10, \dot{z}_{52} = 5 + j20.$$

Реактивні опори і ЕРС генераторів:

$$x_{r3} = 10, \dot{E}_{r3} = 120 + j20, x_{r5} = 20, \dot{E}_{r5} = 120 + j20.$$

Струм навантаження у вузлі 4:  $\dot{I}_{н4} = 1.5 - j0.5$ .

8. Скласти алгоритм і програму побудови факторизованої інформаційної моделі електричної схеми, у якій синхронні генератори представлені як джерела напруги з внутрішніми опорами, а навантаження як провідності шунтів.

9. Скласти алгоритм і програму розрахунку квазістаціонарного режиму електричної мережі на основі її факторизованої інформаційної моделі.

## **МЕТОДИ ЕКВІВАЛЕНТУВАННЯ**

### **14.1. Загальні принципи спрощення**

Математичні моделі сучасних енергосистем являють собою системи нелінійних алгебраїчних і диференціальних рівнянь дуже високого порядку. Розв'язання практичних задач на основі таких моделей часто не є доцільним унаслідок підготовки й аналізу великих обсягів інформації. З іншого боку, у більшості випадків немає необхідності враховувати другорядні фактори, що мало впливають на результати розрахунків. Тому складні вихідні розрахункові схеми електричних систем повинні підлягати еквівалентному перетворенню і спрощенню.

У процесі спрощення будь-якої моделі необхідно виконати такі етапи як апіорна ідеалізація, спрощення математичного опису і еквівалентування. Апіорна ідеалізація ґрунтується на інженерному досвіді. Вона дозволяє на підставі певних припущень обмежити обсяг моделі і знехтувати рядом факторів. Для цього можуть використовуватися попередні розрахунки режимів. Спрощення математичного опису – це вибір структури еквівалентної системи рівнянь. Еквівалентування полягає в приведенні повної моделі до вигляду, визначеного на першому етапі. На другому етапі може використовуватися поділ системи на частини (декомпозиція). Етапи декомпозиції і еквівалентування можуть використовуватися спільно, доповнюючи один одного.

Структура еквівалентної математичної моделі залежить від розв'язуваних задач. Так, наприклад, математична модель може бути спільною як для аналізу об'єднаних режимів, так і статичної стійкості, або ж для цього потрібні дві окремі моделі.

Значення методів і програм еквівалентування зростає в зв'язку з розробкою комплексів програм аналізу режимів, що функціонують в автоматизованих системах диспетчерського керування енергосистем. Методи еквівалентування повинні враховувати види розв'язуваних задач і рівні диспетчерської та часової ієрархії. Актуальність еквівалентування зростає з підвищенням рівня ієрархії. На найвищому рівні керування доцільно оперувати узагальненою інформацією еквівалентних схем.



Методи еквівалентного перетворення значною мірою залежать від характеру вихідної моделі. Вихідна модель може бути представлена системою лінійних чи нелінійних алгебраїчних чи диференціальних рівнянь, може бути замкнутою чи розімкнутою (оптимізаційною). Точне з математичної точки зору еквівалентне перетворення можливе лише для замкнутих лінійних математичних моделей. Побудова еквівалентної математичної моделі за даними експерименту складає задачу ідентифікації об'єкта.

Окремо варто виділити методи спрощення динамічних математичних моделей, використовувані при аналізі перехідних процесів. Континуальна ідеалізація забезпечує перехід від початкової системи диференціальних рівнянь високого порядку до еквівалентної системи низького порядку. Перехідні процеси містять різні по швидкості складові. Взаємовплив цих складових, як правило, виявляється дуже слабко, що дозволяє розділити процес на повільні і швидкі рухи і моделювати їх незалежно, спростивши тим самим розв'язання складної задачі.

Поділ на швидкі і повільні процеси лежить в основі методу малого параметра. Еквівалентна модель може служити підсистемою, що відповідає повільному руху. Прикладом подібного спрощення може бути побудова окремих математичних моделей для аналізу електромагнітних, електромеханічних і тривалих (з урахуванням частоти) перехідних процесів в електроенергетичних системах. Метод поділу руху забезпечує значне прискорення обчислень при збереженні високої точності результатів.

Суть метода малого параметра полягає в наступному. Нехай повна математична модель перехідного процесу в системі представлена в загальній формі за допомогою системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} p\mathbf{X} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}), \\ p\mathbf{Y} &= \mathbf{G}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}), \end{aligned} \quad (14.1)$$

де  $\mathbf{X}$  –  $n$ -мірний вектор швидко змінюваних параметрів,  $\mathbf{Y}$  –  $m$ -мірний вектор повільно змінюваних параметрів.

Розглянемо діагональну матрицю малих параметрів  $\mathbf{M}$  і перепишемо систему (14.1) у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{M}p\mathbf{X} &= \mathbf{H}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}), \\ p\mathbf{Y} &= \mathbf{G}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}). \end{aligned}$$

Приймаючи  $M \rightarrow 0$ , одержимо т. н. вироджену систему  $H(X, Y) = 0$ , звідки можна одержати залежності  $X = \Phi(Y)$  і підставити їх у друге рівняння (14.1), яке після цього буде мати вигляд

$$pY = G[\Phi(Y), Y] \quad (14.2)$$

Параметричні методи еквівалентного спрощення динамічних моделей ґрунтуються на тому припущенні, що рух групи елементів системи можна представити як рух одного еквівалентного елемента. Прикладом параметричного еквівалентування може бути заміна частини синхронних генераторів одним еквівалентним. Найбільший ступінь еквівалентності має місце при найбільшій синфазності поєднаних генераторів.

Для проведення розрахунків оптимального розподілу активних потужностей між електростанціями часто використовуються т. н. еквівалентні енергетичні характеристики електричної мережі (питомі прирости втрат). Такі характеристики значно спрощують оптимізаційні розрахунки.

Заміна точної моделі її спрощеним еквівалентом може вважатися адекватною лише в тому випадку, якщо їхні зовнішні характеристики досить близькі. Використання спрощеної моделі неминуче приводить до деякої розбіжності порівняно з точною моделлю чи натурним експериментом. Це пояснюється тим, що еквівалентній моделі відповідає більш проста система рівнянь. Тому повної відповідності досягти неможливо. Однак при побудові еквівалентної моделі можна і потрібно досягти повного чи близького збігу деяких основних характеристик.

Еквівалентна модель може бути адекватною лише в деякій області варіації змінних щодо базового режиму. В основі будь-якого метода еквівалентного спрощення повинний лежати певний *критерій еквівалентності*, що вибирається на основі аналізу процесів відповідного класу задач. Критерій еквівалентності створює початкові умови спрощення і визначає точність еквівалентної моделі.

Усталений режим електроенергетичної системи описується системою нелінійних алгебраїчних рівнянь, і тому еквівалентні статичні моделі можуть бути також як точні, так і наближені. Точна еквівалентна модель відповідає лінеаризованій моделі в області базового усталеного режиму вихідної схеми. Тому одній вихідній схемі можуть відповідати декілька еквівалентних моделей для різних областей режиму (базових режимів).

Значення параметрів режиму вихідної схеми можна визначити в тому випадку, якщо її обсяг не перевищує можливостей програми розрахунку усталеного режиму. Доцільність еквівалентного спрощення в такому випадку виправдана багаторазовістю використання більш простої спрощеної схеми. Якщо вихідна розрахункова схема перевищує можливості програми розрахунку режиму, необхідно спрощувати нелінійну вихідну модель (лінеаризація в області номінальних напруг й ін.), що приводить до неточності еквівалентування.

При невідомому усталеному режимі надскладної вихідної схеми можлива ітераційна процедура еквівалентування. Спочатку приймаються наближені значення напруг у вузлах частин схеми, що спрощуються, і їхні системи нелінійних алгебраїчних рівнянь приводяться до лінійних. Далі визначаються еквіваленти всіх частин схеми, що спрощуються, виконуються розрахунки режимів усіх еквівалентних схем по черзі, повторюється еквівалентування з новими, більш точними, напругами і т. д. У результаті маємо методику поетапного еквівалентного спрощення складної нелінійної електричної системи з контролем похибки.

Принцип поділу на частини може ефективно використовуватися також у методиці розрахунку усталених режимів надскладних енергосистем, що поєднує подібним чином еквівалентування і розрахунки режимів підсистем. На відміну від попередньої ітераційної процедури аналіз усталеного режиму при такому підході потребує винесення операцій еквівалентування підсистем на попередній етап. Ідея такої методики впливає з принципу аналізу надскладних систем “по частинам”.

Функціональні методи еквівалентування основані на подібності зовнішніх характеристик повної й еквівалентної математичних моделей у перехідному процесі. Ступінь збігу визначається по деякому функціоналові, значення якого мінімізується в процесі обчислення параметрів еквівалентної моделі. До цієї групи методів можна віднести методи ідентифікації, експериментального визначення динамічних характеристик, факторного планування експерименту, кібернетичного моделювання й ін.

Існують точні і наближені методи еквівалентування. До точних методів відносяться методи перетворення статичних математичних моделей з урахуванням лінійного подання елементів системи. Всі інші методи спрощення – наближені.

Недостатня ефективність еквівалентування математичних моделей при розв'язанні задач динамічної стійкості певною мірою обумовлена використанням класичних методів, розроблених у теоретичній механіці і теорії автоматичного регулювання, що в умовах складних електричних систем виявилися недостатньо придатними. Напевно тому деякі успіхи у використанні класичних методів спостерігаються лише в еквівалентуванні окремих динамічних елементів електричних систем. Причому більш ефективні ті підходи, що враховують специфічні особливості розв'язуваних конкретних задач.

Таким чином, методи еквівалентування математичних моделей електроенергетичних систем повинні враховувати конкретні їхні властивості в певних межах вихідних умов. Прагнення збільшити точність еквівалентування викликає необхідність звуження меж вихідних умов використання еквівалентних моделей. Ця обставина вимагає збільшення ефективності методів еквівалентування. Переваги повинні мати ті методи і підходи, що дозволяють у найбільшій мірі автоматизувати всі операції еквівалентування, тобто формалізувати їх у вигляді скінчених взаємодіючих алгоритмів.

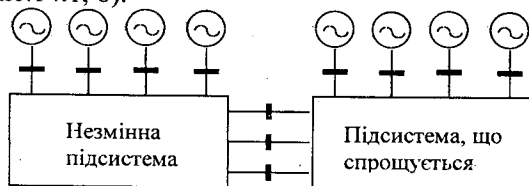
## 14.2. Постановка задачі

Використання еквівалентних розрахункових схем обумовлюється зменшенням обчислювальних ресурсів і збільшенням ефективності використання результатів розрахунків. Нехай вихідна схема електричної системи складається з  $m$  вузлів і є занадто громіздкою для аналізу. На практиці звичайно стоїть конкретна задача аналізу режиму в деякій частині системи, що складається з  $m_e$  вузлів, причому  $m_e \ll m$ . У такому випадку доцільно спершу замінити складну схему меншою еквівалентною, а потім виконувати аналіз великої кількості режимів на еквівалентній схемі. При багаторазовому її використанні забезпечується значне підвищення оперативності розрахунків.

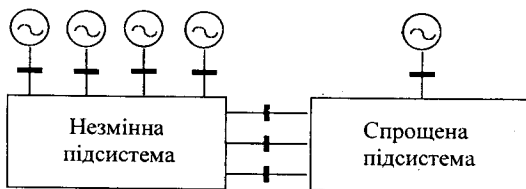
У найпростішому випадку схема вважається еквівалентною, якщо знайдений за допомогою її режим відповідає тим же значенням напруг, що і при розрахунку повної схеми. Серед відомих на практиці методів еквівалентування найбільше застосування мають статичні і динамічні методи.

Найчастіше в основі метода статичного еквівалентування лежить відомий метод перетворення схем. Іноді використовують більш простий метод відсікання. Більш складні методи використовуються, наприклад, у тому випадку, якщо необхідно досягти збігу не тільки напруг, але і втрат потужності в електричній мережі. Важливе значення мають і більш складні методи динамічного еквівалентування електричних систем, використувані в розрахунках перехідних процесів.

Розглянемо узагальнену схему електричної системи (рис. 14.1, а), на якій явно виділені вузли приєднання синхронних генераторів. Система може бути розділена на дві частини: незмінну і ту, що спрощується, умовно зображені у вигляді окремих прямокутників. Кожна частина має назву "підсистема". Для розглянутої схеми існує безліч варіантів еквівалентного перетворення. У найпростішому випадку спрощена підсистема може мати лише один еквівалентний генератор (рис. 14.1, б).



а)



б)

Рис.14.1

Можливий підхід до еквівалентування електричних систем, у якому передбачається збереження всіх генераторів у розрахунковій схемі. Він полягає в спрощенні самої схеми в межах вузлів приєднання генераторів підсистеми, що спрощується. Можливе перенесення генераторів підсистеми, що спрощується, у вузли її приєднання до незмінної підсистеми (в еквівалентні вузли). Навантаження споживачів електроенергії звичайно представляються у вигляді незмінних від напруги активних і реактивних потужностей чи з

урахуванням статичних характеристик. Визначення параметрів еквівалентної схеми за таких умов являє собою задачу перетворення системи нелінійних вузлових рівнянь. Така модель належить до класу статичних, що широко використовуються для розрахунків усталених режимів.

У процесі статичного еквівалентування використовується лінеаризована модель електричної системи відносно базового режиму. Тому для переходу від нелінійної моделі до лінійної необхідно спочатку визначити нормальний усталений режим вихідної схеми. Перехід від нелінійної моделі, що спрощується, до лінійної пов'язаний з похибкою еквівалентного перетворення, яка проявляється при відхиленні режимів від базового.

Отримана еквівалентна підсистема передбачає збереження в ній деяких попередньо обумовлених властивостей підсистеми, що спрощується. Цим властивостям відповідають деякі співвідношення між параметрами вихідної й еквівалентної схем. Такі співвідношення мають назву критеріїв еквівалентності, за допомогою яких є можливість зберегти в еквівалентній схемі найголовніші властивості вихідної схеми.

Одним з таких критеріїв може служити рівність параметрів базового режиму віток і вузлів у незмінній частині схеми або, що те ж саме, вузлів приєднання спрощеної підсистеми (еквівалентних вузлів) до і після еквівалентного перетворення. Це основний критерій, який обов'язково повинен мати місце. Можливі також і деякі додаткові критерії еквівалентності, наприклад, інваріантність сумарної потужності електростанцій і сумарних втрат у спрощеній і вихідній схемах.

Крім статичних критеріїв можуть використовуватися і динамічні критерії, що обумовлюють збіг деяких характеристик руху, наприклад, кутових характеристик роторів синхронних генераторів в незмінній частині схеми. Додатковими критеріями еквівалентності можуть бути, наприклад, інваріантність найбільших за умов динамічної стійкості потоків активної потужності на окремих ЛЕП, уставок ПА й ін. При еквівалентуванні в розрахунках електромеханічних перехідних процесів необхідне визначення сталих інерції й інших динамічних параметрів еквівалентних генераторів.

За умов складності сучасних електричних систем і зростання вимог до програм аналізу електромеханічних перехідних процесів

питання раціонального спрощення розрахункових схем набуває значної актуальності. Сучасні електричні системи займають значні території, тому збурення, прикладене в деякій точці системи, передається по різному окремим її елементам, оскільки з віддаленням вплив його зменшується внаслідок розсіювання енергії. Близько розташовані елементи, тобто зв'язані з точкою збурення невеликими взаємними опорами, підпадають під значний вплив збурення. Це вимагає детального відтворення процесів в елементах, розташованих поблизу точки збурення (частина 1 схеми, рис. 14.2).

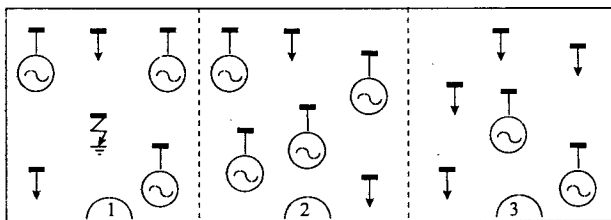


Рис. 14.2

Більш віддалені елементи (частина 2 схеми) мають невеликий вплив збурення, що дозволяє лінеаризувати рівняння і понизити їхній порядок, нехтуючи несуттєвими вільними складовими процесу. Перехідні процеси в багатьох елементах цієї частини схеми часто мають подібний характер, тобто синфазні, що дозволяє об'єднати такі елементи. У результаті  $n$  фактичних генераторів другої частини схеми може бути замінене на  $n_c$  еквівалентних, де  $n_c \ll n$ .

Нарешті, значно віддалені від точки збурення елементи (частина 3 схеми), що зовсім мало впливають на перехідні процеси в частині 1 схеми, можуть бути враховані статичними характеристиками і виключені.

Нехай відома повна вихідна схема складної електричної системи. Необхідно виконати її спрощення, тобто одержати еквівалентну схему заміщення і визначити параметри її елементів. Отримана еквівалентна схема може бути багаторазово використана для конкретних розрахунків усталених режимів і перехідних процесів. Оскільки в експлуатації енергосистем періодично відбуваються зміни складу діючого устаткування, комутаційні зміни схеми і т.д., необхідно мати сукупність еквівалентних схем електричної системи для найбільш характерних випадків.

Таким чином, постановка задачі еквівалентування зводиться до наступних основних положень.

1. У процесі еквівалентування вихідна схема умовно розбивається на 3 частини: незмінна частина, еквівалентні вузли і вузли, що виключаються. Параметри незмінної частини схеми залишаються незмінними, а частина схеми, що виключається, враховується у відповідних параметрах еквівалентних вузлів і зв'язків між ними.

2. Критерієм еквівалентності є умова рівності напруг в еквівалентних вузлах вихідної і еквівалентної схем. Додатковим критерієм може бути збереження сумарного балансу потужності до і після еквівалентування.

3. Склад вузлів, що зберігаються, може бути заданий побічно по деякому рівню номінальної напруги і вище, по району мережі і по перетину, а також явно як у вигляді окремих номерів вузлів, так і їхніх діапазонів.

4. Після закінчення перетворення частина найбільш слабких віток між еквівалентними вузлами може бути розімкнута за граничним значенням. Еквівалентна вітка розмикається при одночасному виконанні двох умов: потік повної потужності ( $S$ ) менше заданої величини  $S_{min}$  і відношення модуля опору до модуля напруги ( $Z/U$ ) більше заданого  $Z/U_{max}$ .

5. Повинна бути передбачена можливість уведення додаткових вузлів фіксації модуля напруги в еквівалентних вузлах. Якщо активна потужність генерації еквівалентного вузла (власна плюс внесена) перевищує  $P_{Gmin}$ , такий вузол при недостатній жорсткості мережі може бути переведений до складу вузлів з фіксацією модуля напруги. Повинна бути передбачена також можливість безумовного переносу генерації з вузлів, що виключаються, в еквівалентні вузли.

Існує два методи еквівалентного спрощення складних схем електричних з'єднань у розрахунках усталених режимів: наближений (метод відсікання) і точний (метод перетворення).

### 14.3. Метод відсікання

При розрахунках потокорозподілу в складних електроенергетичних системах схеми заміщення можуть досягати тисяч вузлів і більше, у той час як спостережність схеми різко падає при



перевищенні вже тисячі вузлів. Це вимагає спрощення розрахункових схем у задачах аналізу режимів. Як зазначалося, вихідна схема поділяється на дві частини. Топологія однієї з них, режим якої потрібно визначити, залишається незмінною, а інша частина (чи частини) відтинається. В границі (еквівалентні) вузли відповідно до завдання можуть переноситися генеруючі потужності частини схеми, що відтинається. Вітки схеми, приєднані до еквівалентних вузлів, вимикаються, а щоб режим незмінної частини не змінився, в еквівалентних вузлах додаються відповідні навантаження.

Критерієм еквівалентності є інваріантність векторів напруг у вузлах еквівалентної схеми, а при необхідності і сумарних активних і реактивних потужностей генерації до і після відсікання. У такому випадку баланси активної і реактивної потужностей зберігаються як в окремих вузлах спрощеної схеми, так і в схемі загалом.

Позначимо через «e» індекс еквівалентного вузла. Тоді генерація в еквівалентних вузлах

$$\dot{S}_{re} = \dot{S}_{re}^{вл} + \dot{S}_{re}^{вн},$$

де  $\dot{S}_{re}^{вл}$  – власна генерація еквівалентного вузла,  $\dot{S}_{re}^{вн}$  – внесена генерація еквівалентного вузла відповідно до завдання на перенесення генерації. Якщо завдання на перенесення генерації відсутнє, генерація переноситься в електрично найближчі еквівалентні вузли.

Якщо в еквівалентному вузлі задана фіксація модуля напруги, то діапазон припустимої зміни реактивної потужності генерації цього вузла має збільшитися відповідно внесенню доданої реактивної генерації.

Навантаження еквівалентного вузла складається з власного навантаження, навантаження, рівного за величиною внесеної генерації, а також потужності, яка дорівнює алгебраїчній сумі потоків потужності в лініях зв'язку з вузлами, що відсікаються. Отже, навантаження в еквівалентних вузлах визначаються за формулою

$$\dot{S}_{re} = \dot{S}_{re}^{вл} + \dot{S}_{re}^{вн} + \dot{U}_c \sum_{f \in c} \hat{y}_{cf} (\hat{U}_c - \hat{U}_f), \quad (14.3)$$

де  $\dot{S}_{re}^{вл}$  – власне навантаження еквівалентного вузла,  $f$  – індекс вузла частини схеми, що відсікається.

**Приклад 14.1.** Виконати відсікання частини вихідної схеми (рис. 14.3), що знаходиться праворуч від пунктирної лінії. У вузлі 5 задана фіксація модуля напруги  $U_5^{зад} = 121.7$  при  $Q_{f5}^{min} = 10$  і  $Q_{f5}^{max} = 100$ . Генерацію вузла 4 перенести у вузол 5.

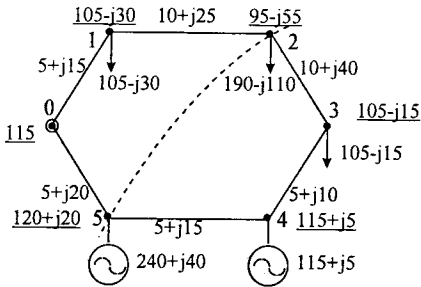


Рис.14.3

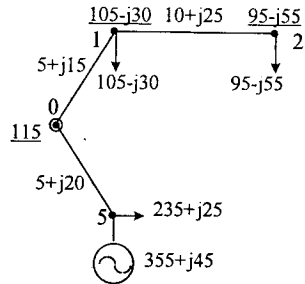


Рис.14.4

**Розв'язок.** Еквівалентна схема після відсікання частини вихідної схеми показана на рис. 14.4. Сумарна генерація вузла 5

$$\dot{S}_{r_5} = 240 + j40 + 115 + j5 = 355 + j45.$$

Діапазон можливої зміни генерації реактивної потужності у вузлі 5:

$$Q_{r_5}^{\min} = 10 + 5 = 15 \text{ і } Q_{r_5}^{\max} = 100 + 5 = 105.$$

Еквівалентне навантаження у вузлі 4

$$\dot{S}_{n_4} = 190 - j110 + (95 - j55) \frac{95 + j55 - 105 - j15}{10 - j40} = 95 - j55.$$

Еквівалентне навантаження у вузлі 5

$$\dot{S}_{n_5} = 0 + 115 + j5 + (120 + j20) \frac{120 - j20 - 115 + j5}{5 - j15} = 235 + j25.$$

У базовому режимі відсутні які-небудь відмінності параметрів режиму спрощеної і вихідної схеми. Однак при відхиленні від базового режиму буде мати місце похибка, що залежить від величини цього відхилення. Неврахування електричного зв'язку між вузлами 2 і 5 у методі відсікання може привести до неприпустимих помилок. Таким чином, область застосування відсічених еквівалентних схем обмежена режимами, що мало відрізняються від базового режиму.

#### 14.4. Метод перетворення

Метод відсікання досить простий у реалізації, але характеризується низькою точністю спрощеної моделі. Еквівалентна схема призначена для розрахунків великої кількості деяких робочих режимів, що відрізняються тією чи іншою мірою від базового. Причому, чим більше робочий режим відрізняється від базового,

тим більша похибка результату, яка у деяких випадках може мати неприпустиме значення.

При використанні метода перетворення для одержання спрощеної розрахункової схеми незмінну частину схеми треба доповнити еквівалентними вітками, параметри яких визначаються після еквівалентного виключення вузлів частини схеми, що спрощується. У результаті одержуємо більш точну, хоча і трохи складнішу, еквівалентну розрахункову схему.

Розглянемо спочатку випадок, коли частина схеми, що спрощується, описується системою лінійних алгебраїчних рівнянь і не має трансформаторних зв'язків. На першому етапі здійснюється вибір структури еквівалентної моделі, тобто виділення відповідно до завдання вузлів і віток, що повинні бути збережені в еквівалентній схемі. Другий етап реалізує еквівалентне перетворення вихідної схеми шляхом послідовного виключення вузлів частини схеми, що спрощується, тобто шляхом еквівалентного перетворення зірок у повні многокутники з діагоналями, рознесення струмів і провідностей навантажень з вузлів, що виключаються, у сусідні вузли і складання паралельних віток.

Суть методу еквівалентного перетворення схеми можна показати на прикладі матричної математичної моделі. Позначимо індексом "е" множину еквівалентних вузлів, що знаходяться на межі спрощення. Тоді  $\dot{U}_e$  – напруги в цих вузлах,  $\dot{J}_e$  – еквівалентні вузлові струми навантажень. Критерій еквівалентності передбачає незмінність  $\dot{U}_e$  до і після еквівалентного перетворення схеми. Тоді і вектор  $\dot{J}_e$  буде залишатися незмінним.

Множина вузлів, позначених індексом "п", – це вузли частини схеми, яку потрібно перетворити. Припустимо, що навантаження в цих вузлах представлені незмінними повними провідностями. Тоді частину схеми, що перетворюється, можна описати системою лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\dot{Y}_{ee}\dot{U}_e + \dot{Y}_{en}\dot{U}_n = \dot{J}_e,$$

$$\dot{Y}_{ne}\dot{U}_e + \dot{Y}_{nn}\dot{U}_n = 0.$$

Еквівалентну математичну модель цієї частини схеми шукатимемо у вигляді

$$\dot{Y}_e\dot{U}_e = \dot{J}_e.$$

Оскільки

$$\dot{U}_n = -\dot{Y}_{mn}^{-1} \dot{Y}_{ne} \dot{U}_e,$$

то після підстановки  $\dot{U}_n$  в першу частину системи вузлових рівнянь, що відповідає виключенню вузлів перетвореної частини схеми, одержимо

$$\dot{Y}_e = \dot{Y}_{ee} - \dot{Y}_{en} \dot{Y}_{mn}^{-1} \dot{Y}_{ne}. \quad (14.4)$$

Використання матричних методів еквівалентування неефективно, оскільки не враховується розрідженість матриці вузлових провідностей. Тому в програмах еквівалентування повинна враховуватися топологія електричної мережі. Для цього існують спеціальні моделі адресних посилок (розд. 8.6), що дозволяють враховувати динаміку топології схеми в процесі виключення вузлів і утворення нових віток.

Процес “згорання” схеми розглядається як сукупність кількох елементарних операцій. Основною елементарною операцією є еквівалентне перетворення зірки в повний многокутник з діагоналями, що відповідає виключенню одного вузла  $s$  (рис. 14.5, а). При цьому нові провідності віток повного многокутника обчислюються за формулою

$$\dot{y}_{fg} = \frac{\dot{y}_{sf} \dot{y}_{sg}}{\dot{y}_{ss}}. \quad (14.5)$$

При виключенні вузла  $s$  необхідно навантаження цього вузла у вигляді провідності чи струму рознести в сусідні вузли відповідно до формул:

$$\dot{y}_f = \frac{\dot{y}_{sf} \dot{y}_s}{\dot{y}_{ss}}, \quad \dot{J}_f = \frac{\dot{y}_{sf} \dot{J}_s}{\dot{y}_{ss}}. \quad (14.6)$$

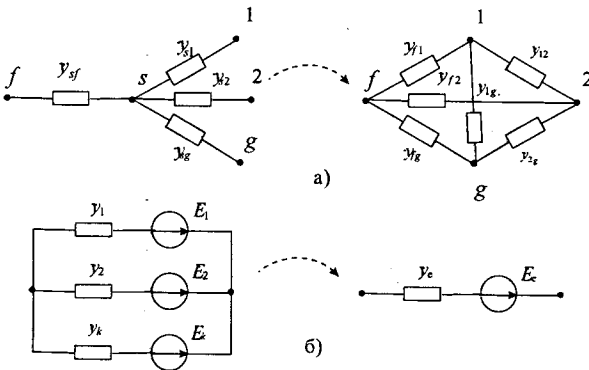


Рис. 14.5

Поява нових віток у схемі може викликати необхідність виконання ще однієї операції – додавання паралельних віток (рис. 14.5, б). У загальному вигляді еквівалентна провідність декількох паралельних віток  $\dot{y}_e = \sum_k \dot{y}_k$ , де  $k$  - порядковий номер паралельної вітки.

Якщо паралельні вітки активні, то крім еквівалентної провідності необхідно обчислювати й еквівалентну ЕРС

$$\dot{E}_e = \frac{1}{\dot{y}_e} \sum_k \dot{y}_k \dot{E}_k.$$

Отримана в результаті перетворення нова вітка може і не мати паралельної. Тому конфігураційна модель адресних посилань перетворення схеми повинна передбачати можливість динамічної зміни.

**Приклад 14.2.** Виконати еквівалентне перетворення частини вихідної схеми (рис. 14.3), що знаходиться праворуч від пунктирної лінії. У вузлі 5 задана фіксація модуля напруги  $U_5^{\text{зад}} = 121.7$  при  $Q_{r5}^{\text{мін}} = 10$  і  $Q_{r5}^{\text{макс}} = 100$ .

**Розв'язок.** Виключасмо послідовно вузли 3 і 4 і переносимо навантаження і генерацію в сусідні вузли. Еквівалентна схема після зазначеного перетворення вихідної схеми показана на рис. 14.6.

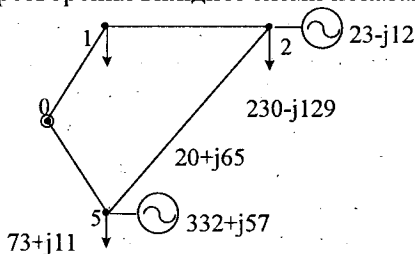


Рис.14.6

Еквівалентний опір нової вітки 2-5  $\dot{z}_{25} = 20 + j65$ . При виключенні вузла 4 генерація цього вузла розподіляється між вузлами 2 і 5 пропорційно провідностям відповідних еквівалентних віток:

$$\dot{S}_{r2}^{\text{нн}} = 23 - j12, \dot{S}_{r5}^{\text{нн}} = 92 + j17.$$

Оскільки у вузол 5, у якому має місце фіксація модуля напруги, вноситься реактивна генерація 17 МВАр, то на стільки ж змінюються межі по реактивній генерації:

$$Q_{r5}^{\text{мін}} = 27 \text{ і } Q_{r5}^{\text{макс}} = 117.$$

Загальні потужності генерації у вузлах 2 і 5:

$$\dot{S}_{r2} = 0 + 23 - j12 = 23 - j12,$$

$$\dot{S}_{r5} = 240 + j40 + 92 + j17 = 332 + j57.$$

Навантаження вузла 3 також розподіляється між вузлами 2 і 5 пропорційно провідностям відповідних еквівалентних віток:

$$\dot{S}_{н2}^{вн} = 36 - j20, \dot{S}_{н5}^{вн} = 69 + j5.$$

Крім того, до складу навантажень еквівалентних вузлів необхідно включити втрати активної і реактивної потужностей у перетвореній частині схеми. Внесені втрати розподіляються між вузлами 2 і 5 у такий спосіб:

$$\Delta \dot{S}_{н2} = 4 + j1, \Delta \dot{S}_{н5} = 4 + j6.$$

Загальні навантаження еквівалентних вузлів 2 і 5:

$$\dot{S}_{н2} = 190 - j110 + 36 - j20 + 4 + j1 = 230 - j129,$$

$$\dot{S}_{н5} = 0 + 69 + j5 + 4 + j6 = 73 + j11.$$

Загальний баланс потужностей в електричній системі до і після еквівалентування зведений у табл. 14.1.

Таблиця 14.1

	Вихідна	Еквівалентна	Збережена	Внесена	Втрати
Г	470+j45	470+j45	355+j40	115+j5	-
Н	400-j155	408-j148	295-j140	105-j15	8+j7
В	70+j200	62+j193	-	-	-

Процес еквівалентного перетворення схеми аналогічно можна здійснити і з урахуванням коефіцієнтів трансформації без перерахування параметрів.

Розглянемо загальний алгоритм еквівалентного перетворення розрахункових схем. Вважається, що параметри вузлів і віток і параметри режиму вихідної розрахункової схеми представлені у файлах даних певної стандартної структури. У такому ж форматі має бути сформований і файл результатів. Умови еквівалентування повинні бути задані в спеціальному файлі завдань.

На попередньому етапі обчислень виконується введення умов еквівалентування, параметрів вузлів і віток і параметрів базового усталеного режиму, визначаються відповідно умов еквівалентування множини вузлів, що зберігаються, виключаються й еквівалентних вузлів; обчислюються струми навантаження і генерації вузлів, що виключаються й еквівалентних вузлів; будується конфігураційна модель адресних посилань на підставі упорядкованого розгляду вузлів.

На основному етапі обчислень виконується перетворення розрахункової схеми. При цьому розглядається черговий вузол, що виключається, формується зірка віток даного вузла, виконується

перетворення параметрів віток зірки в параметри віток повного многокутника з діагоналями, які або включаються в розрахункову схему в якості нових, або складаються паралельно з уже існуючими і, нарешті, виконується викидання віток перетвореної зірки і корекція моделі адресних посилань.

Перетворення вузлових параметрів зірки у вузлі  $s$  включає для всіх  $f \in s$  наступні обчислення.

$$\Delta \dot{I}_{sf} = \frac{\hat{K}_{tsf} \dot{y}_{sf} \dot{I}_{ts}}{\dot{y}_{ss}}, \Delta \dot{I}_{tf} = \frac{\hat{K}_{tsf} \dot{y}_{sf} \dot{I}_{ts}}{\dot{y}_{ss}},$$

$$\dot{I}_{sf} = \dot{I}_{sf} + \Delta \dot{I}_{sf}, \Delta \dot{S}_{tf} = \dot{U}_f \Delta \hat{I}_{tf}, \Delta \dot{S}_{ts} = \sum_{f \in s} \Delta \dot{S}_{tf}, \quad (14.7)$$

$$\Delta \dot{S}_{sf}^c = \frac{\dot{S}_{ts}}{\Delta \dot{S}_{ts}} \Delta \dot{S}_{tf}, \dot{S}_{tf} = \dot{S}_{tf} + \Delta \dot{S}_{sf}^c, \dot{I}_{sf} = \dot{I}_{sf} + \frac{\Delta \dot{S}_{sf}^c - \Delta \dot{S}_{tf}}{\dot{U}_f}.$$

Перетворення параметрів віток зірки у вузлі  $s$  в параметри віток повного многокутника з діагоналями включає для всіх  $f, g \in s$  наступні обчислення:

$$\dot{y}_{fg} = \frac{|\hat{K}_{tsf}|^2 \dot{y}_{sf} \dot{y}_{sg}}{\dot{y}_{ss}}, \hat{K}_{tfg} = \frac{\hat{K}_{tsf}}{\hat{K}_{tsg}}, \quad (14.8)$$

$$f = 1, 2, \dots, n_s - 1, g = f + 1, f + 2, \dots, n_s.$$

На завершальному етапі виконується формування списку еквівалентних зв'язків. Організується цикл по вітках перетвореної частини схеми і для кожної вітки обчислюється потік повної потужності  $S$  і питомий опір  $Z/U$ . Якщо  $S > S_{\text{пор}}$  чи  $Z/U < Z/U_{\text{пор}}$ , де  $S_{\text{пор}}$  і  $Z/U_{\text{пор}}$  — задані в умовах еквівалентування порогові значення, або ж дану вітку не можна розмикати за умовою зв'язаності еквівалентної схеми, тоді ця вітка включається до складу еквівалентних зв'язків, що зберігаються. У протилежному випадку еквівалентна вітка викидається, а її струм враховується як додаткове навантаження на кінцях вітки

$$\dot{I}_{ts}^{\text{пюч}} = \dot{I}_{ts}^{\text{пюч}} + \dot{y}(\dot{U}_{\text{пюч}} - \hat{K}_t \dot{U}_{\text{кін}}),$$

$$\dot{I}_{ts}^{\text{кін}} = \dot{I}_{ts}^{\text{кін}} - \dot{y}(\dot{U}_{\text{пюч}} - \hat{K}_t \dot{U}_{\text{кін}}) \hat{K}_t. \quad (14.9)$$

Визначаються внесені і сумарні потужності навантаження і генерації еквівалентних вузлів, межі зміни реактивної потужності еквівалентних вузлів із ФМ напруги, а також при необхідності вводиться додаткова ФМ напруги в деяких еквівалентних вузлах. Формується результуючий файл даних еквівалентної розрахункової схеми.

## 14.5. Динамічне еквівалентування

При аналізі електромеханічних перехідних процесів, як і при аналізі усталених режимів, частина складної розрахункової схеми залишається незмінною, і їй відповідає найбільш повна математична модель. Інша частина схеми, що спрощується, має бути замінена наближеною моделлю. Границя поділу схеми проходить через вузли приєднання еквівалентних елементів, або еквівалентні вузли.

Для спрощення математичної моделі динаміки системи найбільше застосування знаходять параметричні методи, що дозволяють визначити параметри еквівалентних елементів, ґрунтуючись лише на параметрах доаварійного режиму і деяких співвідношеннях у момент збурення. Повна картина перехідного процесу для визначення параметрів еквівалентної моделі не потрібна. Критерієм еквівалентності служить умова інваріантності перехідних процесів у незмінній частині системи.

Точність еквівалентування тим вища, чим ближче рух поєднаних синхронних генераторів відповідає синфазному. Процедура динамічного еквівалентування системи може розглядатися як послідовність трьох етапів.

На першому етапі необхідно визначити типи моделей елементів системи і структуру еквівалентної моделі в залежності від місця прикладення і характеру еталонного збурення. Загальним показником впливу збурення на синхронний генератор може служити т.н. коефіцієнт впливу, який можна визначити за формулою

$$\gamma_k = \frac{\Delta y_k \Delta P_k \Delta t_a^2}{2T_{jk}}, \quad (14.10)$$

де  $\Delta y_k$  – модуль взаємної провідності між  $k$ -м генератором і точкою прикладення збурення,  $\Delta P_k$  – зміна потужності генератора в момент збурення,  $\Delta t_a$  – тривалість аварійного режиму.

Даний показник може бути використаний для оцінки оптимального рівня спрощення моделі. Спочатку необхідно визначити усталений доаварійний режим, обчислити взаємні провідності між синхронними генераторами і точкою прикладення збурення. Для цього використовується алгоритм, подібний до алгоритму еквівалентного перетворення схеми, розглянутого в попередньому розділі. Далі вводиться збурення і за допомогою алгоритму, що є частиною алгоритму розрахунку динамічної стійкості обчислюється



зміна потужності кожного генератора в момент збурення. На завершальному етапі обчислюються коефіцієнти впливу. Якщо відоме припустиме значення коефіцієнта, яке можна установити з досвіду розрахунків, не складно прийняти відповідний тип моделі для кожного активного елемента.

На другому етапі використовується специфічна властивість електричних систем – синфазність руху певних груп синхронних генераторів у перехідному процесі, тобто відсутність взаємних коливань між роторами цих генераторів. Синфазність використовується для виділення еквівалентних груп синхронних генераторів з метою декомпозиції системи. Після цього обчислюють параметри еквівалентних генераторів і віток, що зв'язують еквівалентні генератори з еквівалентними вузлами.

Третій етап – перевірка точності еквівалентування шляхом порівняння результатів розрахунків перехідних процесів, отриманих за допомогою спрощеної і точної моделей для характерних точок області вихідних умов.

Розглянемо дещо докладніше методику визначення параметрів еквівалентних синхронних генераторів за умови позиційної ідеалізації частини схеми, що спрощується. Вона включає наступні основні пункти: попередні обчислення, розрахунок власних і взаємних провідностей вузлів вихідної схеми; декомпозиція спрощуваної частини схеми за критерієм синфазності руху генераторів і об'єднання їх у групи; розрахунок параметрів еквівалентних СГ; еквівалентне перетворення схеми і визначення власних і взаємних провідностей еквівалентних вузлів, вузлів приєднання еквівалентних генераторів, а також взаємних провідностей між еквівалентними вузлами та вузлами приєднання еквівалентних генераторів; нехтування вітками з несуттєвими провідностями і формування файлів параметрів еквівалентної схеми.

Якщо синфазні групи відомі, можна визначити параметри еквівалентних СГ. За умови синфазності всі рівняння руху генераторів можна скласти. Тоді матимемо

$$\sum_{k=1}^n \frac{P_{\text{юмк}}}{\omega_0} T_{jk} P^2 \delta_k = \sum_{k=1}^n (P_{\text{тк}} - P_k)$$

Рівняння руху еквівалентного синхронного генератора має аналогічний вигляд

$$\frac{P_{\text{юмс}}}{\omega_0} T_{je} P^2 \delta_e = P_{\text{те}} - P_e.$$

Звідси випливають співвідношення для  $P_{\text{НОМЕ}}, P_{\text{тс}}$  і  $T_{\text{жс}}$ :

$$P_{\text{НОМЕ}} = \sum_{k=1}^n P_{\text{НОМ}k}, P_{\text{тс}} = \sum_{k=1}^n P_{\text{тк}}, T_{\text{жс}} = \frac{1}{P_{\text{НОМЕ}}} \sum_{k=1}^n P_{\text{НОМ}k} T_{\text{жк}}. \quad (14.11)$$

Еквівалентні параметри АРЗ і АРШ групи СГ обчислюються аналогічно за загальною формулою

$$\Pi_e = \sum_{k=1}^n \Pi_k P_{\text{НОМ}k} / \sum_{k=1}^n P_{\text{НОМ}k}, \quad (14.12)$$

де  $\Pi_k$  – будь-який параметр  $k$ -го генератора групи (коефіцієнти підсилення, сталі часу, статизми і т.д.).

Еквівалентні реактанси обчислюються за формулою

$$x_e = \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} \right)^{-1}. \quad (14.13)$$

**Приклад 14.3.** Виконати динамічне еквівалентування частини вихідної схеми (рис.14.3), що знаходиться праворуч від пунктирної лінії. Перехідні реактивні опори, номінальні потужності і сталі інерції синхронних генераторів:  $x'_{d4} = 20, x'_{d5} = 10, P_{\text{НОМ}4} = 200, P_{\text{НОМ}5} = 300, T_{\text{ж}4} = 6, T_{\text{ж}5} = 8$ . З огляду на синфазність руху роторів синхронних генераторів 4 і 5, необхідно замінити їх одним еквівалентним генератором і визначити його параметри.

**Розв'язок.** Обчислимо ЕРС у базовому режимі:

$$\dot{E}_4 = 115 + j5 + 1 \cdot j10 = 115 + j25,$$

$$\dot{E}_5 = 120 + j20 + 2 \cdot j10 = 120 + j40.$$

Замінімо потужність навантаження у вузлі 3 незмінним опором  $\dot{z}_{\text{н}3} = 105 - j15$ . Виключимо послідовно вузол навантаження 3 і шини генераторної напруги 4. У результаті еквівалентного перетворення одержимо нові параметри подовжніх і поперечних віток схеми:

$$\dot{y}_{24} = -0.0003 - j0.008, \dot{y}_{45} = 0.002 - j0.028, \dot{y}_{25} = 0.003 - j0.01,$$

$$\dot{y}_2 = 0.019 + j0.009, \dot{y}_4 = 0.003 - j0.0004, \dot{y}_5 = 0.004 - j0.0008.$$

ЕРС еквівалентного синхронного генератора

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \frac{(115 + j25)(-0.0003 - j0.008) + (115 + j25)(0.002 - j0.028) + \frac{(120 + j40)}{j10}}{-0.0003 - j0.008 + 0.002 - j0.028 + \frac{1}{j10}} = \\ &= 118.8 + j36.0. \end{aligned}$$

Провідності віток, що з'єднують еквівалентний генератор з еквівалентними вузлами:

$$\dot{y}_{e2} = \frac{(115 + j25)(-0.0003 - j0.008)}{118.8 + j36.0} = -0.001 - j0.008,$$

$$\dot{y}_{e5} = \frac{(115 + j25)(0.002 - j0.028) + \frac{120 + j40}{j10}}{118.8 + j36.0} = 0.003 - j0.128.$$

Еквівалентні навантаження у вузлах 2 і 5, що відповідають розрахованим поперечним провідностям:

$$\dot{S}_{n2} = 228 - j109, \dot{S}_{n5} = 59 - j11.$$

Опори нових віток:

$$\dot{z}_{25} = 27 + j91, \dot{z}_{e2} = -14 + j126, \dot{z}_{e5} = j8.$$

Параметри еквівалентного генератора:

$$P_{\text{ном}} = 200 + 300 = 500, T_{jc} = \frac{1}{500} (200 \cdot 6 + 300 \cdot 8) = 7.2,$$

$$x_c = \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \right)^{-1} = 6.7.$$

Еквівалентна схема показана на рис. 14.7.

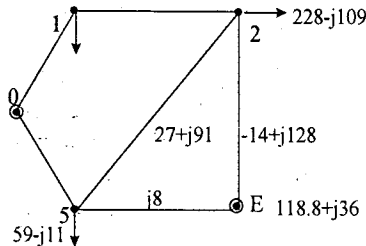


Рис.14.7

#### 14.6. Еквівалент з одним навантаженням

Розглянуті методи еквівалентування електричних схем не передбачають збереження сумарних втрат активної і реактивної потужностей у спрощеній схемі. Утрати мають місце лише в елементах збереженої частини схеми і в еквівалентних вітках. Чим більша глибина спрощення вихідної схеми, тим менші втрати потужності в еквівалентній схемі. Існують т.н. граничні еквівалентні моделі, у яких відсутня незмінна частина схеми.

Можна побудувати граничну еквівалентну модель системи, залишивши в схемі заміщення електричної мережі лише вузли

генераторної напруги і замінивши всі вузли навантажень одним еквівалентним (фіктивним) вузлом загального навантаження енергосистеми. Критерієм еквівалентності моделі є інваріантність векторів напруги генераторних вузлів в еквівалентній схемі, рівність потужності еквівалентного навантаження сумі всіх потужностей навантажень, а також рівність активних і реактивних втрат у схемах до і після еквівалентування. Така еквівалентна модель електричної мережі і може бути використана, наприклад, у задачі оптимального розподілу активних потужностей в енергосистемі.

Вихідна схема показана на рис. 14.8, а.

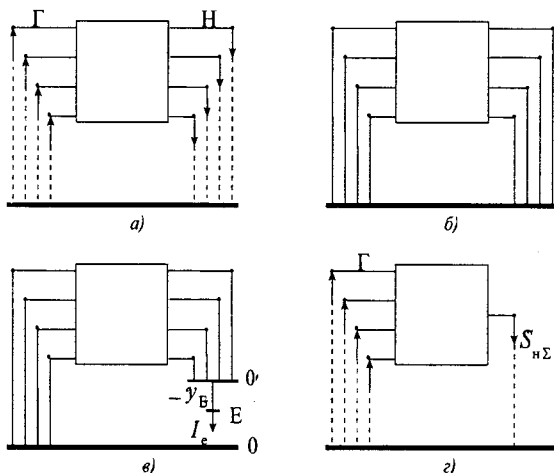


Рис.14.8

У генераторних вузлах і вузлах навантажень прикладені деякі активні і реактивні потужності. Якщо розрахувати нормальний усталений режим вихідної схеми, генератори і навантаження можна розглядати як лінійні вітки з імпедансами, що відповідають цьому режиму (рис.14.8, б). Відокремимо вузол 0', у якому зібрані всі навантаження системи, від землі і, щоб не змінився режим, приєднаємо до нього нову вітку 0'–Е зі струмом  $I_c$  в кінці. Тоді вузол 0' уже не є вузлом опорним по напрузі. У ньому з'явиться певна напруга, що залежить від еквівалентного струму  $I_c = \sum_s i_{нс}$ .

Оскільки втрати потужності в еквівалентній схемі не повинні змінитися, потужність, що виділяється у всіх провідностях навантажень у нормальному усталеному режимі, повинна

дорівнювати потужності, що виділяється при протіканні струму  $I_e$  в провідності  $\dot{y}_{E0'}$ , тобто

$$\frac{I_e^2}{\dot{y}_{E0'}} = \sum_s \frac{I_{HS}^2}{\dot{y}_{HS}},$$

звідки

$$\dot{y}_{E0'} = \frac{I_e^2}{\sum_s \frac{I_{HS}^2}{\dot{y}_{HS}}} = \frac{I_e^2}{\sum_s \dot{S}_{HS}}. \quad (14.14)$$

Тепер вузли навантажень  $s$  і вузол  $0'$  не містять струмів, і їх можна виключити зі складу схеми методом перетворення. У результаті приходимо до еквівалентної схеми (рис. 14.8, з), що містить  $n$  генераторних вузлів і фіктивний вузол із сумарним навантаженням системи.

**Приклад 14.4.** Виконати перетворення вихідної схеми рис. 14.3, звівши її до еквівалентної схеми з одним навантаженням.

**Розв'язок.** Оскільки струми навантажень у вузлах 1, 2 і 3 дорівнюють відповідно 1, 2 і 1, сумарний струм навантаження дорівнює 4. Еквівалентна провідність за формулою (14.14)

$$\dot{y}_{30'} = 16 \left( \frac{1}{105 - j30} + \frac{1}{190 - j110} + \frac{1}{105 - j15} \right) = 0.035 + j0.013.$$

Виключаємо послідовно вузли 3, 2, 1 і  $0'$  і одержуємо еквівалентну схему (рис. 14.9). Сумарна потужність навантаження, потужності генераторів і сумарні втрати потужності в еквівалентній схемі для базового режиму залишилися ті ж, що й у вихідній схемі.

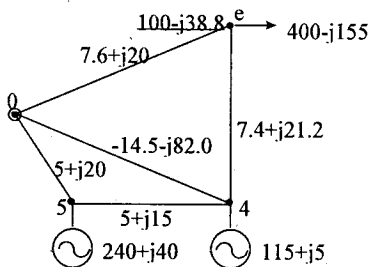


Рис.14.9

Дійсно, оскільки струми віток еквівалентної схеми

$$I_{04} = \frac{115 - 115 - j5}{-14.5 - j82.0} = 0.06 + j0.01, I_{45} = \frac{115 + j5 - 120 - j20}{5 + j15} = -1,$$

$$i_{s0} = \frac{120 + j20 - 115}{5 + j20} = 1, i_{oc} = \frac{115 - 100 + j38.8}{7.6 + j20} = 1.94 - j0.01,$$

$$i_{4c} = \frac{115 + j5 - 100 + j38.8}{7.6 + j20} = 2.06 + j0.001,$$

то потужність навантаження еквівалентної схеми

$$\dot{S}_{\Sigma} = (100 - j38.8)(1.94 + j0.01 + 2.06 - j0.01) = 400 - j155,$$

потужності генерації:

$$\dot{S}_{r4} = (115 + j5)(-0.06 + j0.01 - 1 + 2.06 - j0.01) = 115 + j5,$$

$$\dot{S}_{r5} = (120 + j20)(1 + 1) = 240 + j40,$$

сумарні втрати в еквівалентній схемі

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = (0.06^2 + 0.01^2)(-14.5 - j82.) + 1^2(5 + j15) + 1^2(5 + j20) +$$

$$(1.94^2 + 0.01^2)(7.6 + j20) + (2.06^2 + 0.01^2)(7.4 + j21.2) = 70 + j200.$$

Оскільки потужність БП дорівнює 115, загальний баланс потужностей зберігається:

$$115 + 115 + j5 + 240 + j40 = 400 - j155 + 70 + j200.$$

Слід зазначити, що в еквівалентних схемах реальних енергосистем завжди мають місце провідності шунтів у генераторних вузлах і фіктивному вузлі навантаження, як відображено на загальній схемі (рис. 14.8, з) пунктирними лініями. Це дає можливість досліджувати вплив зарядних провідностей ЛЕП і реакторів на генераторні вузли і вузол навантаження. Значення напруги у фіктивному вузлі може служити інтегральним показником віддаленості навантажень від джерел електроенергії.

Але головна перевага еквівалентної схеми з одним навантаженням полягає в тому, що вона адекватно відображає втрати потужності в мережі. У базовому режимі втрати у вихідній схемі й у її еквіваленті з одним навантаженням цілком збігаються. При відхиленні режиму від базового втрати в еквівалентній схемі будуть змінюватися так само, як і у вихідній схемі, тільки в тому випадку, якщо навантаження у вузлах схеми задані як  $\dot{I}_{\Sigma} = const$ .

Реальні навантаження – нелінійні, і при відхиленні режиму від базового має місце похибка у визначенні втрат за еквівалентною схемою. Ця похибка буде тим більша, чим більше відхилення режиму від базового.

Варто зазначити, що питомі прирости втрат у задачі оптимізації активних потужностей також визначаються виходячи з лінійної ідеалізації, але крім того вони часто залишаються незмінними в процесі оптимізації. Тому врахування втрат за допомогою еквіва-

лентної схеми хоча і має деяку похибку, але все-таки краще, ніж використання незмінних питомих приростів утрат. Найкращий результат дає використання повної схеми електричної мережі в процесі оптимізації, але це вимагає значних обчислювальних ресурсів.

#### 14.7. Еквівалентна консервативна модель

Існує ще один різновид еквівалентних моделей із граничним рівнем перетворення вихідної схеми. Якщо навантаження електричної мережі представлені незмінними активними і реактивними провідностями, а синхронні генератори – незмінними ЕРС із внутрішніми реактивними опорами, то виключивши всі вузли електричної мережі крім точок прикладення ЕРС, одержимо еквівалент у вигляді  $n$ -полюсника, де  $n$  - число генераторів системи. Додатковою умовою еквівалентного перетворення схеми іноді є рівність 0 активних взаємних провідностей вузлів еквівалентної схеми. Така консервативна еквівалентна модель системи може використовуватися, наприклад, у задачі аналізу динамічної стійкості прямим методом Ляпунова (розд. 13.3).

Критерієм еквівалентності моделі є інваріантність векторів ЕРС і активних потужностей синхронних генераторів. Якщо розрахувати нормальний усталений режим, навантаження можна розглядати як лінійні вітки з імпедансами, що відповідають цьому режиму, а синхронні генератори – як вітки з реактивними опорами СГ, в кінці яких прикладені ЕРС (рис. 14.10, а).

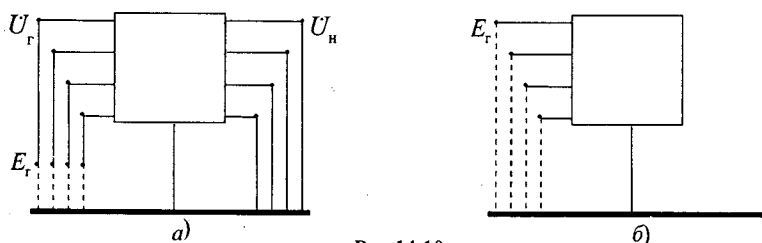


Рис.14.10

Якщо виключити всі вузли електричної мережі, у тому числі і шини генераторної напруги, одержимо еквівалентну схему у вигляді рис.14.10, б. Щоб перейти до консервативної моделі, необхідно активні взаємні провідності еквівалентної схеми прийняти рівними 0. Оскільки це порушує критерій еквівалентності щодо потужностей

генераторів, необхідно скорегувати провідності шунтів еквівалентної схеми за формулою

$$\dot{y}_k = \frac{1}{\dot{E}_k} \left[ \dot{i}_{rk} + \sum_{l=1}^n j b_{kl} (\dot{E}_k - \dot{E}_l) \right], \quad (14.15)$$

де  $\dot{i}_{rk}$  – струм генератора в нормальному режимі.

Математична модель усталеного режиму консервативної еквівалентної схеми має вигляд системи нелінійних алгебраїчних рівнянь балансу активних потужностей СГ, записаних у полярній системі координат:

$$\sum_{l=1}^{n-1} E_k E_l b_{kl} \sin(\delta_k - \delta_l) + E_k^2 g_k - P_{\text{зад}} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (14.16)$$

де  $E_k$ ,  $\delta_k$  – модуль і фазовий кут ЕРС  $k$ -го генератора;  $g_k$  – активна складова провідності вузла  $k$ ,  $P_{\text{зад}}$  – задана активна потужність  $k$ -го генератора.

**Приклад 14.4.** Виконати перетворення вихідної схеми рис. 14.3 в еквівалентну консервативну модель. Опори віток, навантаження і генерація у вузлах, а також параметри базового усталеного режиму вихідної схеми ті ж самі, що й у прикладі 14.1. Перехідні реактивні опори синхронних генераторів:  $x'_{d4} = 20$ ,  $x'_{d5} = 10$ .

**Розв'язок.** Позначимо фіктивні вузли ЕРС СГ через 4е і 5е. Обчислимо ЕРС у базовому режимі:

$$\dot{E}_4 = 115 + j5 + 1 \cdot j10 = 115 + j25 = 117.7 \angle 0.214,$$

$$\dot{E}_5 = 120 + j20 + 2 \cdot j10 = 120 + j40 = 126.5 \angle 0.322.$$

Замінімо потужності навантажень у вузлах 1, 2 і 3 незмінними опорами:

$$\dot{z}_{n1} = 105 - j30, \quad \dot{z}_{n2} = 47.5 - j27.5, \quad \dot{z}_{n3} = 105 - j15.$$

Виключимо послідовно вузли: 3, 2, 1, 4 і 5. У результаті перетворення одержимо схему заміщення (рис.14.11).

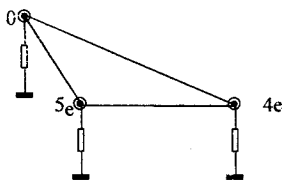


Рис.14.11

Параметри подовжніх і поперечних віток цієї схеми:



$$\dot{y}_{04} = -0.001 - j0.011, \dot{y}_{45} = -0.001 - j0.014, \dot{y}_{30} = 0.002 - j0.03,$$

$$\dot{y}_0 = 0.021 - j0.001, \dot{y}_4 = 0.008 - j0.002, \dot{y}_3 = 0.005 - j0.001.$$

Прийmemo активні складові подовжніх провідностей рівними 0 і скорегуємо поперечні провідності у вузлах 4 і 5 за формулою (14.15):

$$\dot{y}_4 = 0.008 - j0.002, \dot{y}_3 = 0.005 + j0.0001.$$

Активні потужності у вузлах генерації еквівалентної консервативної схеми:

$$P_4 = 117.7 \cdot 115 \cdot 0.011 \cdot \sin 0.214 + 117.7 \cdot 126.5 \cdot 0.014 \cdot \sin(0.214 - 0.322) + 117.7^2 \cdot 0.008 = 115,$$

$$P_3 = 126.5 \cdot 115 \cdot 0.03 \cdot \sin 0.322 + 126.5 \cdot 117.7 \cdot 0.014 \cdot \sin(0.322 - 0.214) + 126.5^2 \cdot 0.005 = 240,$$

що підтверджує правильність розрахунків.

## Вправи

1. Виконати відсікання частини вихідної схеми (рис. 14.12), що знаходиться праворуч від пунктирної лінії. Генерацію вузла 2 перенести в еквівалентний вузол 1, а генерацію вузла 3, – у вузол 4.

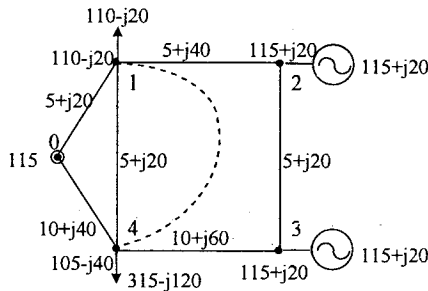


Рис.14.12

2. Виконати еквівалентне перетворення частини вихідної схеми (рис. 14.12), залишивши вузли 0, 1 і 4.

3. У схемі рис. 14.12 потужність навантаження 1 збільшена на  $50+j30$ . Використовуючи програму розрахунків усталених режимів, визначити напругу у вузлі 1 у вихідній схемі і в еквівалентних схемах, отриманих у вправах 1 і 2. Обчислити похибки еквівалентного спрощення схеми методом відсікання і методом перетворення.

4. Виконати динамічне еквівалентування частини вихідної схеми (рис. 14.12), залишивши вузли 0, 1 і 4. Перехідні реактивні опори СГ:  $x'_{d2} = 10$ ,  $x'_{d3} = 10$ . Номінальні потужності:  $P_{ном2} = 200$ ,  $P_{ном3} = 200$ , сталі інерції  $T_{J2} = 8$ ,  $T_{J3} = 10$ . З огляду на те, що рух роторів синхронних генераторів 2 і 3 можна вважати синфазним, замінити їх одним еквівалентним генератором і визначити його параметри.

5. Виконати еквівалентне перетворення вихідної схеми рис. 14.12, звівши її до схеми з одним навантаженням.

6. У схемі рис. 14.12 потужність генератора 2 збільшена на  $50 + j20$ , а генератора 3 зменшена на ту ж величину. Використовуючи програму розрахунків ustalених режимів, визначити сумарні втрати у вихідній схемі і в еквівалентній схемі з одним навантаженням. Обчислити похибку визначення сумарних втрат у зміненому режимі за еквівалентною схемою.

7. Виконати еквівалентне перетворення вихідної схеми рис. 14.12, звівши її до еквівалентної консервативної схеми. Перехідні реактивні опори синхронних генераторів:  $x'_{d2} = x'_{d3} = 10$ .

## **МЕТОДИ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ ЧАСТОТИ**

### **15.1. Характеристика задач**

Тривалі перехідні процеси в енергосистемах мають місце при значних небалансах активної потужності, що виникають після аварійного вимкнення засобами ПА потужних синхронних генераторів, навантажень і міжсистемних з'єднань. Якщо в енергосистемі чи в деякій автономній її частині з'являється дефіцит активної потужності, частота починає поступово знижуватися. При надлишку генерації активної потужності частота підвищується.

Раптове виникнення значного дефіциту активної потужності – це велике збурення, після якого в системі починається електромеханічний перехідний процес. Процес зміни частоти в системі протікає звичайно повільніше, ніж процес зміни взаємних кутів, тому при розрахунках динамічної стійкості він не враховується. Динамічна стійкість системи визначається першими двома циклами коливань роторів синхронних генераторів. Якщо на цьому етапі система динамічно стійка, то подальше моделювання електромеханічного перехідного процесу взаємних коливань ротора не обов'язкове.

Тривалі перехідні процеси необхідно моделювати протягом декількох десятків чи сотень секунд. Оскільки частота нижче 49.5 Гц довго тривати не може, використовується автоматичне частотне розвантаження системи (АЧР), тобто автоматичне вимкнення частини найменш відповідальних споживачів. Після відновлення частоти відбувається частотне автоматичне повторне ввімкнення споживачів (ЧАПВ).

При наявності в системі резерву активної потужності він також використовується для відновлення початкового рівня частоти. На ТЕС і ГЕС збільшується відкриття регулюючих клапанів теплових і направляючих апаратів гідравлічних турбін і потужність повільно підвищується до номінальної. Одночасно може здійснюватися частотний пуск гідрогенераторів.

На ТЕС резервних можливостей звичайно значно менше, а частотний пуск неможливий через його складність. Резерви ТЕС у результаті дії АРШ реалізуються швидше, оскільки швидкість надходження пари в турбіну не обмежена гідравлічним ударом.

Однак зазначене зростання потужності є короточасним, тому що збільшення витрат пари при незмінній продуктивності парогенератора приводить до зниження тиску на вході в турбіну. Збільшення вироблення пари зв'язано зі збільшенням витрат палива, води і повітря, з підвищенням інтенсивності процесів горіння. Зазначені процеси характеризуються сталими часу до 100 с.

Процес зміни продуктивності парогенератора можливий лише при наявності головного регулятора котлоагрегата. У протилежному випадку збільшення потужності турбіни під дією АРШ буде короточасним і не дасть бажаного результату. При значній зміні частоти важливу роль відіграють також системи автоматичного регулювання тиску, подачі палива, води й ін.

У загальному комплексі задач аналізу тривалих перехідних процесів можна виділити три складові: перевірка динамічної стійкості системи відразу після раптового виникнення небалансу потужності; аналіз загального руху, тобто частотної динамічної характеристики енергосистеми, при зміні небалансу активної потужності, починаючи з моменту його раптового виникнення; аналіз усталеного післяаварійного режиму при неномінальній частоті.

Для розв'язання задач аналізу тривалих перехідних процесів необхідно розробити загальну математичну модель одночастотного руху системи, моделі існуючих типів електростанцій, а також методи розрахунку тривалих перехідних процесів і післяаварійних усталених режимів при неномінальній частоті. Істотним елементом усіх задач аналізу тривалих перехідних процесів є врахування статичних характеристик навантажень по частоті і моделей первинних двигунів (турбін, котлоагрегатів, трубопроводів, технологічного устаткування власних потреб і систем автоматичного регулювання).

Реакція ТЕС на аварійні збурювання залежить від ряду факторів: типу котла, оснащеності ТЕС автоматичним регулюванням паропроductивності, режиму роботи станції (на «ковзних» параметрах пари, з регулюванням тиску пари «до себе», з головним регулятором) і т. д. Математичні моделі різних типів ТЕС, що використовуються в програмах аналізу тривалих перехідних процесів, розглянуті в розд. 7. Основними вимогами при розробці зазначених моделей мають бути простота й у той же час достатня адекватність їхньої реакції на збурювання в системі.

Алгебраїчні рівняння квазістаціонарного режиму при частоті, що відмінна від номінальної, повинні безпосередньо впливати з диференціальних рівнянь тривалого перехідного процесу. Використання поняття БП щодо даної моделі не має сенсу взагалі, оскільки це поняття засноване насамперед на незмінності частоти.

Отже, математична модель тривалого перехідного процесу повинна враховувати два принципово важливі моменти: абсолютний рух синхронних генераторів і процеси в тепло- і гідротехнічному устаткуванні системи. Необхідність розширення поняття електричної системи за рахунок процесів перетворення інших видів енергії на електростанціях вимагає використання поняття енергосистеми.

Зміна частоти в тривалому перехідному процесі стає головним чинником визначення стану енергосистеми. Варто підкреслити, що включення частоти до складу невідомих – це не просто уточнення моделі врахуванням ще одного фактора. Частота стає радикальною змінною, що переводить математичну модель енергосистеми в якісно інший клас. Зазначена модель відображає лише загальний рух системи, нехтуючи при цьому відносними коливаннями роторів синхронних машин.

Існує певне коло задач аналізу тривалих перехідних процесів, зв'язаних зі зміною частоти, що використовують поняття ідеальної енергосистеми. Ідеальною будемо вважати таку зосереджену енергосистему, яка складається з однієї еквівалентної електростанції і загального навантаження системи. Електрична мережа, як елемент енергосистеми, в ідеальній енергосистемі відсутня.

## **15.2. Статична модель ідеальної енергосистеми**

Частота в енергосистемі не може залишатися незмінною, якщо генерація чи споживання активної потужності змінюється і баланс моментів на валах турбін порушений. Для підтримки частоти необхідне регулювання швидкості турбін. Принциповим є і те, що на процес зміни частоти в системі впливає також залежність активного навантаження споживачів від частоти. Таким чином, частота в енергосистемі в будь-який момент часу відрізняється від номінальної.

При достатньому діапазоні регулювання турбіни зниження чи підвищення частоти не може бути необмеженим. Оскільки при зниженні частоти потужність генераторів завдяки дії АРШ

підвищується, а потужність навантажень відповідно до їхніх статичних характеристик, навпаки, зменшується, то через деякий час після вимкнення потужного генератора Г2 (рис. 15.1, а) у системі настає стаціонарний режим з частотою  $\omega_1 < \omega_2$ .

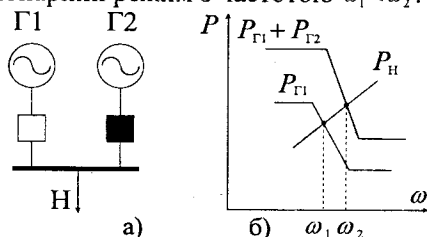


Рис.15.1

При незначних відхиленнях частоти потужність турбіни може бути виражена формулою

$$P_{\tau} = P_{\tau 0} - \frac{1}{\sigma} (\omega - \omega_0) P_{\text{ном}}, \quad (15.1)$$

$$P_{\text{min}} \leq P_{\tau} \leq P_{\text{max}},$$

де  $\sigma$  – статизм регулювання АРШ турбіни;  $P_{\tau 0}, \omega_0$  – потужність турбіни і частота в нормальному усталеному режимі.

Якщо турбіна працює при зовсім відкритому регульовальному клапані чи напрямному апараті, активна потужність зі зниженням частоти залишається практично незмінною. Аналогічне обмеження існує і знизу.

Напруга на шинах електростанції також може змінюватися при відхиленні частоти, але тільки в тому випадку, якщо АРЗ має канал регулювання по частоті. Але цей процес ми поки що не будемо розглядати. Його необхідно враховувати при розв'язанні задачі стійкості напруги в енергосистемах (розд. 16).

Для енергосистеми, що складається з одного агрегата, зміну потужності під дією АРШ можна описати простим співвідношенням:

$$\Delta P_{\tau} = -\frac{\Delta f}{\sigma},$$

де  $\Delta P_{\tau}$  – відхилення потужності агрегата від її нормального значення при номінальній частоті у в. о. щодо номінальної потужності,  $\Delta f$  – відхилення частоти від номінальної у в. о.

Якщо, наприклад,  $\sigma=0.05$ , то це означає, що зменшення частоти на 1%, тобто на 0.5 Гц, веде до збільшення потужності агрегата на 20%. При досягненні граничного значення потужності маємо  $\sigma=\infty$  (горизонтальна частина характеристики рис. 15.1, б).

Приріст потужності навантаження відносно нормального її значення при неномінальній частоті у в. о. складає відповідно СХН

$$\Delta P_n = k_n \Delta f,$$

де  $k_n$  – коефіцієнт крутизни СХН по частоті.

Якщо, наприклад,  $k_n=1.5$ , то це означає, що зменшення частоти на 1% веде до зменшення потужності навантаження на 1.5%.

Розглянемо, як змінюється частота внаслідок одночасної зміни генерації і навантаження системи. Оскільки сумарне відхилення навантаження системи  $\Delta P_\Sigma = \Delta P_r - \Delta P_n$ , то з урахуванням попереднього

$$\Delta P_\Sigma = -\frac{1}{\sigma} \frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_{\text{ном}} - k_n \frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_n. \quad (15.2)$$

Уведемо поняття коефіцієнта резерву потужності системи  $\rho = P_{\text{ном}}/P_n$ , що показує, у скількох разів номінальна потужність генерації перевищує потужність навантаження. Тоді

$$\Delta P_\Sigma = -\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_n \left( \frac{\rho}{\sigma} + k_n \right),$$

або

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} = -\frac{\Delta P_\Sigma}{P_n} \frac{\sigma}{\rho + k_n \sigma}. \quad (15.3)$$

Отже, чим більше відхилення потужності і статизм АРШ і чим менше коефіцієнт резерву і крутизна характеристики навантаження, тим більше відхилення частоти.

Якщо система складається з багатьох агрегатів, то для кожного з них можемо записати

$$\Delta P_{ri} = -\frac{1}{\sigma_i} \frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_{\text{ном}i}. \quad (15.4)$$

де  $\sigma_i$  – статизм АРШ  $i$ -го агрегата системи. Для турбогенераторів він складає 0.04–0.05, для гідрогенераторів – близько 0.02.

Відхилення потужності генерації всієї системи дорівнює сумі відхилень потужностей всіх агрегатів:

$$\Delta P_{r\Sigma} = -\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} \sum_i \frac{P_{\text{ном}i}}{\sigma_i}. \quad (15.5)$$

Позначимо через  $P_{\text{гном}\Sigma} = \sum_i P_{\text{гном}i}$  номінальну потужність усіх генераторів системи і введемо поняття статизму енергосистеми

$$\sigma_c = \left( \sum_i \frac{1}{\sigma_i} \frac{P_{\text{гном}i}}{P_{\text{гном}\Sigma}} \right)^{-1}. \quad (15.6)$$

Тоді відхилення потужності генерації всієї системи можна визначати за допомогою аналогічної формули

$$\Delta P_{\text{г}\Sigma} = -\frac{1}{\sigma_c} \frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_{\text{гном}\Sigma}. \quad (15.7)$$

Далі можна так само визначити відхилення сумарного навантаження системи  $\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{\text{г}\Sigma} - \Delta P_{\text{н}}$ . Якщо позначити коефіцієнт резерву потужності складної системи  $\rho = P_{\text{гном}\Sigma} / P_{\text{н}}$ , то відхилення частоти можна визначити аналогічно (15.3)

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} = -\frac{\Delta P_{\Sigma}}{P_{\text{н}}} \frac{\sigma_c}{\rho + k_{\text{н}} \sigma_c}. \quad (15.8)$$

Коефіцієнт крутизни статичної характеристики енергосистеми

$$k_c = \frac{\rho + k_{\text{н}} \sigma_c}{\sigma_c} \quad (15.9)$$

визначає вплив зміни сумарної активної потужності на відхилення частоти. Він залежить не стільки від параметрів АРШ і СХН, скільки від резерву потужності в енергосистемі і частки потужності агрегатів, що можуть змінювати своє навантаження.

**Приклад 15.1.** Енергосистема, що складається з ТЕС і ГЕС, несе загальне навантаження 20000 МВт, з яких 2000 МВт надходить від сусідньої енергосистеми. Загальна номінальна потужність ТЕС складає 17000 МВт, ГЕС – 3000 МВт. Статизми турбогенераторів дорівнюють 0.04, гідрогенераторів – 0.02. Коефіцієнт крутизни СХН щодо частоти складає 1.5. Наскільки знизиться частота в енергосистемі при раптовому вимкненні міжсистемного з'єднання, якщо всі ГЕС мають можливість збільшувати свою потужність, а частка ТЕС, що можуть збільшити потужність, складає: а) 100%, б) 50% і в) 0%.

**Розв'язок.** Коефіцієнт резерву потужності системи

$$\rho = \frac{17000 + 3000 + 2000}{20000} = 1.1.$$

Статизми енергосистеми в залежності від частки ТЕС, здатних збільшувати потужність,



$$\sigma_{c,100\%} = \left( \frac{1}{0.04} \cdot \frac{17000}{20000} + \frac{1}{0.02} \cdot \frac{3000}{20000} \right)^{-1} = 0.035,$$

$$\sigma_{c,50\%} = \left( \frac{1}{0.04} \cdot \frac{8500}{20000} + \frac{1}{0.02} \cdot \frac{3000}{20000} \right)^{-1} = 0.055,$$

$$\sigma_{c,0\%} = \left( \frac{1}{0.04} \cdot \frac{0}{20000} + \frac{1}{0.02} \cdot \frac{3000}{20000} \right)^{-1} = 0.133.$$

Коефіцієнти крутизни статичної характеристики енергосистеми відповідно:

$$k_{c,100\%} = \frac{1.1 + 1.5 \cdot 0.035}{0.035} = 33,$$

$$k_{c,50\%} = \frac{1.1 + 1.5 \cdot 0.055}{0.055} = 21,$$

$$k_{c,0\%} = \frac{1.1 + 1.5 \cdot 0.133}{0.133} = 10.$$

Таким чином, якщо всі ТЕС можуть збільшувати потужність, частота в системі після вимкнення міжсистемного з'єднання знизиться лише на  $10/33=0.3\%$  чи 0.15 Гц. Якщо таку можливість має лише половина ТЕС, частота впаде на 0.25 Гц. І, нарешті, якщо всі ТЕС працюють на межі потужності, частота впаде на 0.5 Гц.

Звідси можна зробити загальний висновок, що виникнення значного дефіциту активної потужності в енергосистемі не приводить, як правило, до важких наслідків. Більш небезпечним є виникнення внаслідок системної аварії дефіцитних автономних енерговузлів.

Слід зазначити, що якщо всі електростанції системи, у тому числі і ГЕС, досягають своєї максимальної потужності, то коефіцієнт крутизни статичної характеристики енергосистеми дорівнює коефіцієнту крутизни СХН щодо частоти, тобто складас в даному випадку 1.5, і при цьому частота впаде вже на 3.3 Гц.

Величина коефіцієнта крутизни статичної характеристики енергосистеми залежить від знака відхилення навантаження системи, резерву системи і навантаження окремих її агрегатів. Вона істотно змінюється протягом доби, залежить від пори року і т. ін. Якби на агрегатах системи мало місце лише первинне регулювання, безперервна зміна навантаження системи могло б привести до неприпустимого відхилення частоти. Тому на одній з електро-

станцій системи додатково виконується ще й автоматичне регулювання частоти (АРЧ) – *вторинне регулювання*.

АРЧ складається з вимірjuвального елемента, що визначає відхилення частоти  $\Delta f$ , і елемента, що корегує роботу АРШ турбіни шляхом зрушення його характеристики вгору чи вниз. При астатичному регулюванні характеристика АРЧ має вигляд  $\Delta f = 0$ . Регулятор не діє лише при нульовому відхиленні частоти.

При необхідності використання АРЧ на декількох електростанціях більш ефективною є статична настройка регулятора. Критерій регулювання при статичній настройці АРЧ має вигляд

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} + \frac{\Delta P}{P_{\text{ном}}} \sigma_2 = 0, \quad (15.10)$$

де  $\Delta P$  – відхилення потужності від заданої уставки,  $\sigma_2$  – статизм вторинного регулювання.

З рівняння (15.10) видно, що генератор має задану потужність тільки при номінальній частоті. Чим менше  $\sigma_2$ , тим більше відхилення потужності генератора від заданого значення при деякому відхиленні частоти, тобто тим більшу участь приймає даний генератор у регулюванні частоти.

Таким чином, змінюючи  $\sigma_2$ , можна змінювати ступінь участі генератора в регулюванні частоти. Розподіл навантаження між регулюючими частоту агрегатами визначається за формулою

$$\Delta P_i = -\frac{1}{\sigma_{2i}} \frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} P_{\text{ном}i}.$$

При статичній настройці вторинного регулятора статизм АРЧ у кілька разів менший статизму АРШ. Завдяки цьому вторинне регулювання, хоча і не забезпечує точної підтримки частоти в системі, але значно її обмежує. Еквівалентний статизм вторинного регулювання системи

$$\sigma_{2c} = \left( \sum_i \frac{1}{\sigma_{2i}} \frac{P_{\text{ном}i}}{P_{\text{ном}\Sigma}} \right)^{-1}. \quad (15.11)$$

Відхилення частоти при вторинному регулюванні можна визначити аналогічно АРШ за формулою

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{ном}}} = -\frac{\Delta P_{\Sigma}}{P_n} \frac{\sigma_{2c}}{\rho + k_n \sigma_{2c}}. \quad (15.12)$$

Коефіцієнт крутизни статичної характеристики

$$k_{2c} = \frac{\rho + k_n \sigma_{2c}}{\sigma_{2c}} \quad (15.13)$$

**Приклад 15.2.** Загальна номінальна потужність електростанцій енергосистеми складає 20000 МВт. Статизм вторинного регулювання агрегатів дорівнює 0.01. Коефіцієнт крутизни СХН щодо частоти становить 1.5, коефіцієнт резерву потужності системи – 1.1. Наскільки зміниться частота в енергосистемі при відхиленні загального навантаження системи на 10%, якщо половина всіх станцій системи бере участь у регулюванні частоти.

**Розв'язок.** Статизм регулювання частоти в системі

$$\sigma_{2c} = \left( \frac{1}{0.01} \cdot \frac{10000}{20000} \right)^{-1} = 0.02.$$

Коефіцієнт крутизни статичної характеристики

$$k_{2c} = \frac{1.1 + 1.5 \cdot 0.02}{0.02} = 56.5.$$

Отже, відхилення загального навантаження на 10% викликає залишкове відхилення частоти в системі внаслідок статичної дії АРЧ приблизно на 0.1 Гц. Реальна зміна навантаження системи протягом доби може бути значно більшою. Тому бажано мати можливість астатичного АРЧ на багатьох електростанціях системи.

Існує два основних методи астатичного регулювання частоти в енергосистемі. Перший метод (метод Пілотті) передбачає регулювання за комбінованими критеріями. Критерій регулювання агрегата має вигляд

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{НОМ}}} + \sigma_2 \frac{\Delta P}{P_{\text{НОМ}}} + \sigma_1 \int_0^t \frac{\Delta f}{f_{\text{НОМ}}} dt = 0, \quad (15.14)$$

що передбачає регулювання зі статизмом щодо потужності і похибкою електричного часу.

Електричним часом називається величина

$$t_e = \int_0^t \frac{f(t)}{f_{\text{НОМ}}} dt.$$

Якщо  $f < f_{\text{НОМ}}$ , то електричний час відстає від астрономічного, а якщо  $f > f_{\text{НОМ}}$ , – випереджає. Похибка електричного часу дорівнює різниці між електричним і астрономічним часом  $\Delta t_e = t_e - t$ . Критерій регулювання (15.14) можна записати як

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{НОМ}}} + \sigma_2 \frac{\Delta P}{P_{\text{НОМ}}} + \sigma_1 \Delta t_e = 0. \quad (15.15)$$

Процес регулювання частоти відбувається у такий спосіб. Нехай, наприклад, частота в системі нижча за номінальну ( $\Delta f < 0$ ). Якщо спочатку електричний час збігається з астрономічним, то третій член рівняння (15.15) змінюється настільки повільно, що їм можна знехтувати. Це означає, що регулювання відбувається практично за статичним критерієм (15.10). По закінченні цього етапу частота залишиться меншою за номінальну, а всі агрегати, що приймають участь у вторинному регулюванні, збільшать потужність у залежності від величин  $P_{\text{НОМ}}$  і  $\sigma_2$ .

Поступово негативний інтеграл буде зростати за модулем доти, поки частота в системі не досягне номінальної ( $\Delta f = 0$ ). Оскільки в положенні рівноваги

$$\sigma_2 \frac{\Delta P}{P_{\text{НОМ}}} + \sigma_1 \Delta t_e = 0,$$

відхилення потужності розподілиться між агрегатами відповідно до відхилення електричного часу на момент рівноваги за формулою

$$\Delta P_i = -\frac{\sigma_{2i}}{\sigma_2} P_{\text{НОМ}i} \Delta t_e.$$

Величина відхилення потужності будь-якого агрегата буде тим більшою, чим більша його номінальна потужність і відношення статизмів  $\sigma_{2i}/\sigma_2$ .

Інший метод астатичного регулювання частоти в системі декількома станціями має назву метода часткового статизму і відповідає критерію

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{НОМ}}} + \sigma_{2i} \frac{P_i - \alpha_i \sum_i P_i}{P_{\text{НОМ}}} = 0, \quad (15.16)$$

Частка потужності  $\alpha_i$ ,  $i$ -го генератора в сумарній потужності всіх генераторів, що приймають участь у регулюванні частоти, може мати довільне значення за умови, що  $\sum_i \alpha_i = 1$ . При використанні даного критерія частота в системі підтримується точно. Недоліком метода є необхідність передачі по телеканалах зв'язку величини  $\sum_i P_i$  на всі регулюючі станції.

### 15.3. Динамічна модель ідеальної енергосистеми

Динамічна модель енергосистеми дає можливість наочно досліджувати протікання тривалих перехідних процесів зміни частоти  $f(t)$ , оцінювати ефективність обраних засобів аварійного розвантаження, враховувати вплив різних чинників на процеси, аналізувати аварії і т. ін.

Ідеалізація енергосистеми в даному випадку крім відсутності електричної мережі й однаковості частоти в кожній точці системи полягає також у припущенні відсутності резерву потужності, що означає незмінність моментів турбін, рівних своїм граничним значенням.

Це дає можливість представити енергосистему еквівалентним агрегатом, що працює на загальне еквівалентне навантаження. Рух такої зосередженої енергосистеми полягає в зміні кутової швидкості еквівалентного агрегата за диференціальним рівнянням

$$p\omega = \frac{1}{J}[M_r(\omega) - M_e(\omega)], \quad (15.17)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора еквівалентного синхронного генератора, рад/с;  $J$  – сумарний момент інерції еквівалентного турбоагрегата і навантаження системи;  $M_r(\omega)$ ,  $M_e(\omega)$  – відповідно момент обертання турбіни й електричний момент.

Сумарний момент інерції енергосистеми зв'язаний зі сталою інерції співвідношенням

$$J = \frac{P_{\text{ном}}}{\omega_0^2} T_{\text{JE}}.$$

Сумарна інерційна стала системи  $T_{\text{JE}}$  складається зі сталих інерції турбогенераторів і двигунів системи. Для еквівалентного турбогенератора

$$T_{\text{JE}} = \frac{1}{P_{\text{ном}\Sigma}} \sum_{k=1}^{n_g} (T_{\text{Jrk}} + T_{\text{Jrk}}) P_{\text{ном}k}. \quad (15.18)$$

Сталі інерції окремих турбін і генераторів визначаються на основі їхніх каталожних даних за формулою

$$T_j = \frac{2.74GD^2 n^2 10^{-6}}{P_{\text{ном}}}. \quad (15.19)$$

Еквівалентна стала інерції двигунів системи визначається аналогічно (15.18) і (15.19) за каталожними даними окремих двигунів і їхніх приводних механізмів. Оскільки еквівалентну сталу

інерції двигунів визначити складно, то часто її приймають приблизно в діапазоні  $T_{\Sigma} = 2-3$  с. Загальна інерційна стала системи

$$T_{\Sigma} = T_{\Sigma r} + T_{\Sigma \Delta}.$$

Залежність електричного моменту опору навантаження від кутової швидкості можна представити статичною характеристикою

$$M_e = M_{e0} \left[ 2 - k_n + (k_n - 1) \frac{\omega}{\omega_0} \right]. \quad (15.20)$$

Виразивши моменти обертання через потужності, момент інерції через сталу часу зниження частоти і кутову швидкість через частоту й аналітично розв'язавши отримане диференціальне рівняння руху, можемо записати формулу зміни частоти в часі у вигляді експоненти

$$f = 50 \left[ 1 - \frac{P_d}{k_n P_{н0}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_f}} \right) \right], \quad (15.21)$$

де  $P_d$  – дефіцит генеруючої потужності, що виникає в системі в момент  $t=0$  при частоті 50 Гц.

За великих дефіцитів потужності частота в системі могла б знизитися настільки, що це привело б до зниження продуктивності механізмів власних потреб електростанцій, що, у свою чергу, привело б до подальшого зниження частоти і, зрештою, – до лавини частоти. Аналогічний хід розвитку процесу міг би мати місце також унаслідок спрацьовування різних технологічних захистів, дії режимної системної автоматики, неправильної дії оперативного персоналу і т. п. Вважається, що критичний режим в енергосистемі починає виникати при частоті, близькій до 45 Гц.

Щоб уникнути лавини частоти, доводиться частину найменш відповідальних споживачів автоматично вимкати від електричної мережі. Таке вимкнення має назву автоматичного частотного розвантаження системи (АЧР). Воно починає здійснюватися, як тільки частота знизиться до деякої величини  $f_1$  (уставки по частоті вимкнення першої черги споживачів). Якщо частота продовжує падати і досягає нової уставки, спрацьовує наступна черга і т. д.

Процес відновлення частоти внаслідок дії  $i$ -ї черги АЧР може бути описаний рівнянням

$$f = f_i + \left[ 50 - f_i - \frac{50(P_{дi} - \Delta P_{дi})}{k_n(P_{н0} - \Delta P_{дi})} \right] \left( 1 - e^{-\frac{t-t_i}{T_p}} \right), \quad (15.22)$$

де  $\Delta P_m$  – потужність розвантаження системи шляхом вимкнення споживачів у деякий момент  $t = t_i$  при частоті  $f_i$  з метою припинення подальшого її зниження чи відновлення.

Стала часу зміни частоти повинна корегуватися на кожній черзі розвантаження відповідно до формули

$$T_{f_i} = \frac{T_{\Sigma r} (P_{i0} - P_{ni}) + T_{\Sigma n} (P_{n0} - \Delta P_{ni})}{k_n (P_{i0} - \Delta P_{ni})} \quad (15.23)$$

В усталеному режимі при  $t \rightarrow \infty$  частота в системі буде дорівнювати

$$f_{\infty} = 50 \left[ 1 - \frac{P_{d0} - \Delta P_{n\Sigma}}{k_n (P_{n0} - \Delta P_{n\Sigma})} \right], \quad (15.24)$$

тобто, вона визначається дефіцитом і регулюючим ефектом навантаження.

**Приклад 15.3.** Внаслідок аварії від енергосистеми відокремлюється енерговузол з дефіцитом активної потужності  $P_d = 100$  МВт. Загальне навантаження енерговузла  $P_{n0} = 800$  МВт. Параметри агрегатів ТЕС приведені в табл.15.1. Регулюючий ефект навантаження  $k_n = 1.8$ . Стала інерції навантаження  $T_{\Sigma n} = 2$  с. Через 5 с після відокремлення вимикається 10% навантаження. Визначити мінімальне значення частоти, яке могло б мати місце при заданому дефіциті, і усталене її значення після вимкнення частини споживачів. Побудувати динамічну характеристику частоти.

Таблиця 15.1

Тип СГ	Момент інерції, т*м <sup>2</sup>	Тип турбіни	Момент інерції, т*м <sup>2</sup>	Об/с
ТГВ-300	31.1	К-300-240	45	3000
ТГВ-200	26.5	К-200-130	35	3000
ТГВ-200	26.5	К-200-130	35	3000

**Розв'язок.** Стала інерції турбогенераторів

$$T_{\Sigma r} = \frac{2.74[31.1 + 45 + 2(26.5 + 35)]3000^2 \cdot 10^{-6}}{700} = 7 \text{ с.}$$

Загальна інерційна стала системи

$$T_{\Sigma} = 7 + 2 = 9 \text{ с.}$$

Стала часу зміни частоти на початку перехідного процесу

$$T_f = \frac{7(800 - 100) + 2 \cdot 800}{1.8 \cdot 800} = 4.5 \text{ с.}$$

Стала часу зміни частоти після вимкнення частини навантаження

$$T_f = \frac{7(800 - 100) + 2(800 - 80)}{1.8(800 - 80)} = 4.9 \text{ с.}$$

Мінімальний рівень частоти в енерговузлі, що мав би установитися при заданому дефіциті

$$f_{\min} = 50 \left[ 1 - \frac{100}{1.8 \cdot 800} \right] = 46.53 \text{ Гц.}$$

Усталене значення частоти в енерговузлі після вимкнення частини навантаження

$$f_{\infty} = 50 \left[ 1 - \frac{100 - 80}{1.8(800 - 80)} \right] = 49.23 \text{ Гц.}$$

Динамічна характеристика перехідного процесу зміни частоти в енерговузлі (рис. 15.2) розрахована за формулами (15.21) і (15.22) з урахуванням того, що в момент  $t=5$  с має місце зміна  $\Delta P_n$  і  $T_f$ .

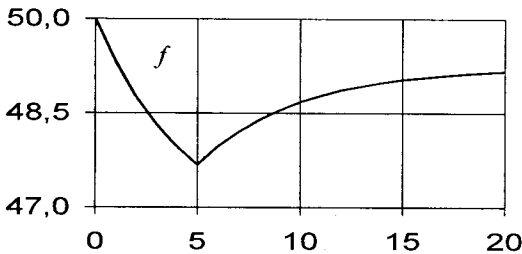


Рис. 15.2

Сучасний підхід до вирішення проблеми автоматичного частотного розвантаження енергосистем ґрунтується на використанні по можливості більшої кількості черг. Чим більше черг розвантаження і менша потужність, що вимикається однією чергою, тим більш гнучкою стає вся система розвантаження. Крім того, підвищення адаптивності АЧР досягається також використанням трьох її категорій:

- 1) АЧР-I – швидкодіючі пристрої автоматичного частотного розвантаження з різними уставками частоти,
- 2) АЧР-II – автоматичне частотне розвантаження з однаковою уставкою по частоті і різними уставками часу,



3) додаткове розвантаження, що діє при великих дефіцитах потужності з метою прискореного вимкнення споживачів і збільшення обсягу розвантаження.

АЧР-I призначена для припинення зниження частоти в енергосистемі при виникненні дефіциту потужності. Після спрацювання всіх черг АЧР-I частота стабілізується на рівні  $f_{\min}$ . Функція відновлення нормальної частоти в системі покладається на АЧР-II. Після спрацювання всіх черг АЧР-II частота стабілізується на рівні уставки.

Уставки по частоті АЧР-I вибираються в діапазоні 46.5-48.5 Гц. Затримка часу спрацювання всіх черг АЧР-I приймається однаковою і рівною мінімально припустимій, що становить 0.1-0.3 с. Загальна уставка по частоті АЧР-II вибирається дещо більшою верхньої уставки АЧР-I, але не більше за 48.8 Гц. Затримка в часі спрацювання першої черги АЧР-II приймається 5-10 с, останньої – 60-90 с.

У деяких енергосистемах існує можливість після аварійного розвантаження мобілізувати резерв потужності ГЕС за допомогою автоматичних пристроїв частотного пуску або переведення генераторів із режиму СК у режим генерації активної потужності. За таких умов з'являється можливість відновлення живлення споживачів. Ці функції виконують пристрої частотного автоматичного повторного ввімкнення (ЧАПВ). За допомогою ЧАПВ у першу чергу вмикаються більш відповідальні споживачі і споживачі, ручне відновлення живлення яких вимагає значного часу.

#### 15.4. Розрахунок квазістаціонарного режиму

При моделюванні тривалих перехідних процесів у реальних енергосистемах взаємні коливання роторів синхронних генераторів можна не враховувати, розглядаючи лише загальний рух системи. Оскільки при такому підході має місце єдина частота в будь-якій точці електричної мережі, математична модель системи може бути значно спрощена. Електромагнітними процесами зі сталими часу секунди і частки секунди можна знехтувати, замінивши відповідні диференціальні рівняння алгебраїчними.

Поряд з цим необхідно враховувати розподілений характер енергосистеми. Це дає можливість розглядати залежність навантажень у вузлах мережі не тільки від частоти, але і від

напруги, контролювати перетоки та інші параметри режиму, моделювати роботу ПА. Крім того, при використанні моделі реальної енергосистеми можливе моделювання кожної електростанції окремо з урахуванням параметрів її устаткування, систем регулювання і резерву потужності.

Загальний рух реальної енергосистеми, тобто динаміку зміни частоти, будемо моделювати так само, як і в ідеальній енергосистемі – єдиним диференціальним рівнянням еквівалентного генератора

$$p\omega = \frac{\omega_0}{T_{J\Sigma} P_{\text{ном}\Sigma}} (P_{T\Sigma} - P_{e\Sigma}), \quad (15.25)$$

де  $P_{e\Sigma}, P_{T\Sigma}$  – сумарні електрична потужність генераторів і механічна потужність турбін.

Первинні двигуни системи бувають різних типів: ТЕС, ТЕЦ, ГЕС і ін. Моделюючи кожен тип окремо з урахуванням перехідних процесів у тепло- і гідротехнічному устаткуванні (розд.6), можна наприкінці визначити сумарну потужність турбін.

Електрична потужність системи визначається з квазістаціонарного режиму електричної мережі. Для розрахунку квазістаціонарного режиму використовується практично та ж модель, що і для аналізу нормального усталеного режиму. Відмінність лише в тім, що навантаження моделюються СХН по напрузі і частоті, які можна представити, наприклад, у вигляді:

$$\begin{aligned} P_n &= P_{n0} (a_p + b_p U_* + c_p U_*^2) (1 + k_{np} \Delta\omega), \\ Q_n &= Q_{n0} (a_Q + b_Q U_* + c_Q U_*^2) (1 + k_{nQ} \Delta\omega). \end{aligned} \quad (15.26)$$

Одночастотна математична модель енергосистеми передбачає рух усіх синхронних генераторів з однаковою швидкістю, що відповідає єдиній частоті системи. Зміна частоти відбувається відповідно до прискорення  $a = p\omega$ , обумовленого сумарним небалансом активної потужності в системі. Це прискорення для всіх роторів синхронних генераторів також вважається однаковим і обчислюється за формулою

$$a = \frac{\omega_0}{T_{J\Sigma} P_{\text{ном}\Sigma}} (P_{T\Sigma} - P_{e\Sigma}). \quad (15.27)$$

Для забезпечення рівності індивідуальних прискорень синхронних генераторів у процесі розрахунку квазістаціонарного режиму сумарний небаланс потужностей у системі повинен розподілятися на кожнім кроці між окремими синхронними

генераторами, внаслідок чого активні потужності електростанцій системи мають обчислюватися за формулою

$$P_{\alpha k} = P_{\tau k} - \frac{\alpha T_{jk}}{\omega_0} P_{\text{ном}k} \quad (15.28)$$

Відповідно до прийнятої ідеалізації загального руху реальної енергосистеми задача розрахунку тривалого перехідного процесу математично може бути зведена до послідовного розв'язання систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь, що у загальному вигляді можна записати так:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}) &= 0, \\ p\mathbf{Z} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}), \end{aligned} \quad (15.29)$$

де  $\mathbf{W}$  – вектор-функція системи нелінійних алгебраїчних рівнянь квазістаціонарного режиму;  $\mathbf{F}$  – вектор-функція правих частин диференціальних рівнянь, що описують процеси в тепло- і гідротехнічному устаткуванні електростанцій і системах регулювання;  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  – відповідно вектори залежних і незалежних статичних параметрів режиму;  $\mathbf{Z}$  – вектор динамічних параметрів режиму.

Якщо розглядати 0-й вузол як опорний, то вектори  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  і  $\mathbf{Z}$  для системи, що складається з  $m$  вузлів і  $n$  генераторів (нумерація вузлів  $0, 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, m$ ), будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [U_0, U_1, U_2, \dots, U_m, \delta_{U1}, \delta_{U2}, \dots, \delta_{Um}, a] \\ \mathbf{Y} &= [U_{r1}, U_{r2}, \dots, U_{rn}, P_0, P_1, P_2, \dots, P_m, Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_m] \\ \mathbf{Z} &= [P_{\tau 0}, P_{\tau 1}, P_{\tau 2}, \dots, P_{\tau m}, \omega, \dots] \end{aligned}$$

Безпосереднє використання метода Ньютона для розрахунку квазістаціонарного режиму одночастотної моделі (15.29) ускладнюється двома обставинами. По-перше, при значних небалансах потужності квазістаціонарний режим може наблизитися до граничного, внаслідок чого може мати місце погана обумовленість матриці Якобі і зв'язане з цим погіршення збіжності ітераційного процесу. По-друге, система нелінійних алгебраїчних рівнянь квазістаціонарного режиму включає загальносистемну змінну – прискорення  $a$ , що приводить до порушення структурної симетричності матриці Якобі й ускладнення алгоритму.

Можна запропонувати іншу модель, у якій квазістаціонарний режим описується системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_p[\mathbf{U}, \mathbf{D}_U, \mathbf{P}(a)] &= 0, \\ \mathbf{W}_q[\mathbf{U}, \mathbf{D}_U, \mathbf{Q}] &= 0, \end{aligned} \quad (15.30)$$

де  $W_p, W_Q$  – вектори-функції небалансів потужності;  $P(a), Q$  – відповідно вектори активних потужностей, що обчислюються за формулою (15.28), і заданих реактивних потужностей у вузлах;  $U, D_U$  вектори модулів і фазових кутів напруг. Загальне прискорення всіх роторів синхронних генераторів обчислюється за формулою (15.27).

Матриця Якобі системи рівнянь (15.30) добре обумовлена практично для всіх режимів тривалого перехідного процесу і залишається структурно симетричною, що дозволяє побудувати ефективний алгоритм розрахунку квазістаціонарного режиму, який мало чим відрізняється від алгоритму розрахунку нормального усталеного режиму.

**Приклад 15.4.** У деякий момент часу внаслідок дії ПА відбувається відокремлення від енергосистеми енерговузла, що складається з двох енергоблоків і навантаження. У результаті аварії в енерговузлі виникає дефіцит потужності  $70+j130$  МВА. Параметри схеми і параметри режиму показані на рис. 15.3.

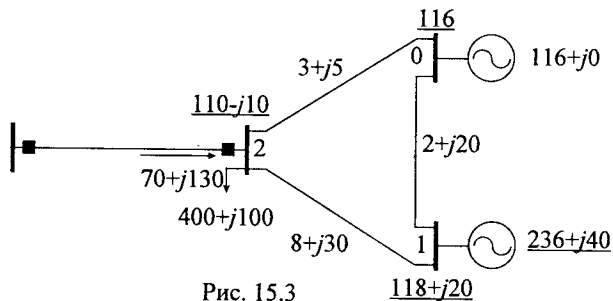


Рис. 15.3

Номинальні потужності блоків:  $P_{\text{ном}0}=200$  МВт,  $P_{\text{ном}1}=300$  МВт. Сталі інерції турбогенераторів:  $T_{j0}=5$  с,  $T_{j1}=8$  с. Визначити загальне прискорення роторів синхронних генераторів і параметри квазістаціонарного режиму в перший момент після відокремлення енерговузла.

**Розв'язок.** Вузол 0 розглядаємо як умовно балансуєчий, а вузол 1 – з фіксацією модуля напруги при  $U_{\text{зад}1}=119.7$  кВ, що відповідає доаварійному режиму. Методом Ньютона виконуємо перший крок розрахунку режиму енерговузла після вимкнення лінії. Параметри режиму:  $\dot{U}_1=119.7\angle 9.4$  і  $\dot{U}_2=102.8\angle -5.7$ . При цьому генерація потужності у вузлах 0 і 1 складає відповідно  $201+j128$  і  $236+j69$ . Загальне прискорення системи за формулою (15.27)

$$a = \frac{314}{5 \cdot 200 + 8 \cdot 300} (116 + 236 - 201.20 - 236) = -7.9.$$

Активна генерація вузла 1 за формулою (15.28)

$$P_1 = 236 - \frac{-7.869 \cdot 8 \cdot 300}{314} = 296.$$

Повторюємо розрахунок режиму і т. д. Результати обчислень наведені в табл. 15.2.

Таблиця 15.2

$i$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{S}_0$	$\dot{S}_1$	$-a$
1	119.7 $\angle$ 9.4	102.8 $\angle$ -5.7	201+j128	236+j69	7.9
2	119.7 $\angle$ 12.8	102.9 $\angle$ -5.2	143+j147	296+j73	8.1
3	119.7 $\angle$ 12.9	102.9 $\angle$ -5.1	142+j148	298+j73	8.1

Перевірка:

$$P_0 = 116 - \frac{-8.084 \cdot 5 \cdot 200}{314} = 141.75.$$

## 15.5. Моделювання аварійного режиму

Тривалий перехідний процес, починаючи з моменту введення збурення і до встановлення післяаварійного режиму, можна розглядати як серію квазістаціонарних режимів, змінюваних із кроком чисельного інтегрування диференціальних рівнянь загального руху та електростанцій енергосистеми. Методика моделювання передбачає почергове розв'язання систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь. У результаті розв'язання системи алгебраїчних рівнянь знаходиться квазістаціонарний режим при поточних значеннях потужностей турбін і частоти в системі. Прискорення, що відповідає даному квазістаціонарному режиму, використовується при чисельному інтегруванні диференціальних рівнянь для визначення частоти і потужностей турбін на наступному кроці перехідного процесу. Нові значення динамічних змінних використовуються при розрахунку наступного квазістаціонарного режиму і т. д.

Розглянемо детальніше методику моделювання тривалого перехідного процесу. Нехай відомі усталений режим при номінальній частоті  $\omega_0$ , а також початкове збурення, яке приводить до небалансу потужностей.

Спочатку необхідно розрахувати квазістаціонарний режим після збурення в момент  $t=0$ . Алгебраїчні рівняння квазістаціонарного режиму мають таку ж форму, як і для нормального усталеного

режиму. Для кожного з  $m$  вузлів схеми електричної мережі можна записати два рівняння балансу активної і реактивної потужностей

$$\begin{aligned}
 & -P_{rs}(a) + P_{rs}(U_s, \omega) + \sum_{f \in s} P_{yf}(U_s, U_f, \delta_{ls}, \delta_{lf}, \omega), \quad (15.31) \\
 & -Q_{rs}(U_s, \omega) + Q_{rs}(U_s, \omega) + \sum_{f \in s} Q_{yf}(U_s, U_f, \delta_{ls}, \delta_{lf}, \omega),
 \end{aligned}$$

де  $P_{rs}, Q_{rs}$  – потужності генерації у вузлі  $s$ ;  $P_{rs}, Q_{rs}$  – потужності навантаження відповідно до статичних характеристик по напрузі і частоті.

Активні потужності генераторів визначаються за формулами (15.28). Отже, на відміну від розрахунку нормального усталеного режиму, при розрахунку квазістаціонарного режиму потужності синхронних генераторів  $P_{rs}$  є змінними. Режим балансується по активній потужності внаслідок ітераційної зміни загального прискорення  $a$ . Розв'язання системи рівнянь і визначення модулів і фазових кутів напруг виконується за допомогою метода Ньютонна. Потім виконується обчислення прискорення системи, активних і реактивних потужностей генераторів і навантажень і потоків потужностей у ЛЕП і перетинах.

Якщо генератор виходить на обмеження по реактивній потужності, виходячи з умов роботи ротора чи статора, напруги  $U_s$  стають змінними при зафіксованій реактивній потужності  $Q_{rs}$ . При неврахуванні обмежень реактивних потужностей друге рівняння (15.31) випадає і величина  $Q_{rs}$  визначається після ітераційного розрахунку квазістаціонарного режиму за умови  $U_s = const$ . Якщо всі  $n$  синхронних генераторів підтримують  $U_s = const$ , то загальна кількість рівнянь складає  $2m - n + 2$ . До складу залежних змінних входять  $m - n + 1$  модулів напруги,  $m$  фазових кутів і прискорення  $a$ , тобто кількість змінних дорівнює кількості рівнянь.

Після закінчення ітераційного розрахунку квазістаціонарного режиму моделюється дія ПА. Використовується принцип узагальненого відображення пристроїв ПА без деталізації внутрішніх процесів (розд. 13.7). При моделюванні тривалих перехідних процесів необхідно враховувати дію АЧР-I, АЧР-II, ЧАПВ, частотного пуску гідрогенераторів, автоматичного вимкнення генераторів і ЛЕП за умов перевищення уставок різниць кутів, мінімальних напруг і т. д. Після виконання певних логічних умов і відліку необхідної затримки в часі моделюється відповідна

комутація. Кожна комутація потребує повторного розрахунку режиму. Модель повинна враховувати можливість розділення електричної мережі на окремі частини.

Далі виконується чисельне інтегрування диференціальних рівнянь руху

$$\omega_{i+1} = \omega_i + h a_i,$$

первинних двигунів та визначення потужностей турбін.

Слід підкреслити, що всі  $n$  незалежних систем диференціальних рівнянь окремих електростанцій зв'язані між собою лише частотою. Тому чисельному інтегруванню підлягає не загальна система диференціальних рівнянь, а  $n$  незалежних систем. Це дає можливість спростити задачу, не розглядаючи процеси в кожній електростанції. Всі електростанції одного типу можна об'єднати в один еквівалентний агрегат. Наприклад, можна виділити окремо ТЕС з барабанными казанами, ТЕС із прямоточними парогенераторами, ТЕЦ з турбінами з протитиском, ТЕЦ з теплофікаційним і промисловим доборами пари, АЕС і т. д.

Якщо після інтегрування на кроці виявляється, що потужності турбін протягом інтервалу  $h$  одержали незначний приріст, можна скорегувати величину прискорення і потім відразу перейти до виконання наступного кроку, тобто розрахунок квазістаціонарного режиму можна виконувати через один чи декілька кроків. Для уточнення прискорення без розрахунку квазістаціонарного режиму можна скористатися співвідношенням

$$a_{i+1} = a_i + \frac{\omega_i \Delta P_{\Sigma i}}{T_{\Sigma} P_{\text{ном}\Sigma}},$$

де  $\Delta P_{\Sigma}$  – сумарний приріст потужностей турбін на  $i$ -м кроці. В інших випадках, навпаки, може виявитися необхідним уточнення прискорення на кожному кроці з урахуванням проміжних стаціонарних режимів (наприклад, при використанні метода Рунге-Кутта).

**Приклад 15.5.** Дослідити тривалий перехідний процес у реальній енергосистемі при вимкненні від електромережі блоку 1000 МВт АЕС, якщо електростанції системи мають достатній резерв для відновлення частоти.

**Розв'язок.** Для розв'язання задачі скористаємося програмою аналізу тривалих перехідних процесів з урахуванням режиму електричної мережі, статичних характеристик навантажень по напрузі і частоті, а також динамічних моделей турбін з АРШ, котлоагрегатів і

їхніх систем автоматичного регулювання. На рис. 15.4 показані графіки зміни частоти в енергосистемі і потужності турбіни однієї з ТЕС, що має резерв потужності.

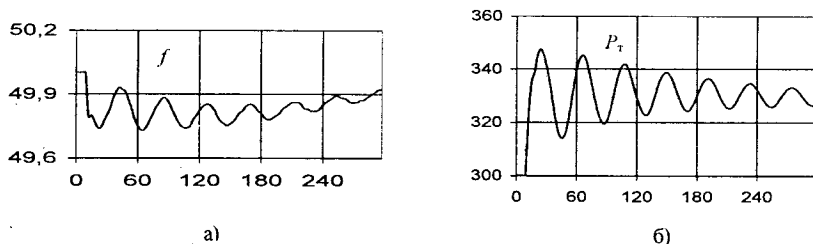


Рис. 15.4

Як бачимо, незважаючи на значний початковий дефіцит активної потужності, частота падає лише до 49.7 Гц, далі коливається якийсь час і через 2.5 хв починає відновлюватися. Причиною цього є припинення падіння тиску пари і його подальше зростання завдяки дії головних регуляторів котлоагрегатів.

Кожен квазістаціонарний режим додатково може перевірятися на аперіодичну нестійкість. При порушенні стійкості режиму, що свідчить про порушення паралельної роботи синхронних генераторів, енергосистема дією ПА може бути поділена на частини. Далі тривалий перехідний процес має моделюватися в кожній автономно працюючій підсистемі окремо, тобто загальний рух потрібно моделювати в кожній підсистемі.

Таким чином, аналіз тривалого перехідного процесу повинен виконуватися або до порушення паралельної роботи енергосистеми, або до одержання післяаварійного режиму при  $a=0$  і  $P_{тк} = const$ . Усталеним післяаварійним режимом називається режим з незмінними параметрами після відпрацювання всієї необхідної ПА.

## 15.6. Розрахунок післяаварійного режиму

Якщо стійкість енергосистеми у тривалому перехідному процесі не порушується, то аналіз може бути закінчено визначенням усталеного післяаварійного режиму. Післяаварійний режим є окремим випадком квазістаціонарного режиму і може бути розрахований тими ж методами. У післяаварійному режимі електричні потужності генераторів дорівнюють потужностям турбін, що визначаються не за динамічними, а за статичними



характеристиками. Особливість післяаварійного режиму полягає в тому, що частота є змінною.

Однак уведення частоти у вектор залежних змінних  $X$  недоцільне, оскільки така модель не дозволяє моделювати роботу ПА. Справа в тім, що післяаварійний режим може характеризуватися значним відхиленням частоти (2-4 Гц) від номінального значення. За таких умов для обмеження відхилення частоти вступає в дію ПА, що дискретно змінює потужності генераторів і навантажень у процесі розрахунку післяаварійного режиму.

Дійсно, якщо розглядати частоту як залежну змінну, то при ітераційному уточненні режиму активні потужності генераторів і навантажень утрачають свою однозначність, оскільки при різних наближеннях частоти в процесі ітерацій будуть відпрацьовувати різні обсяги АЧР, відключення СГ і т. д. Тому наявність частоти як залежної змінної ускладнює збіжність ітераційного процесу.

Щоб уникнути цього недоліку, використовують спеціальний алгоритм, що відображає властивості енергосистеми з урахуванням дії ПА. Характерною його особливістю є те, що в процесі розрахунку частота розглядається не як залежна змінна, а як параметр, значення якого зафіксовано на черговому етапі.

Розглянемо даний підхід докладніше. Нехай параметри системи і навантаження станцій і підстанцій відповідають деякій частоті  $\omega_1$ , що може відрізнятись від номінальної. Можна розрахувати стаціонарний режим при цій частоті і визначити потужність балансуєчого пункту  $P_{\text{БП}}(\omega_1)$ . Змінюючи частоту, можна розрахувати серію режимів і побудувати залежність  $P_{\text{БП}}(\omega)$ . Якщо БП позначений індексом 0, то фактична потужність цього вузла визначається різницею потужностей генерації і навантаження, тобто

$$P_0(\omega) = P_{\text{го}}(\omega) - P_{\text{но}}(\omega)$$

При будь-якій частоті потужність  $P_0$  має певне, але єдине значення. Умова рівності потужності в БП отриманій з розрахунку усталеного режиму і фактичної потужності дозволяє визначити частоту в системі і відповідний їй режим. Графічно це можна зобразити як перетин двох кривих  $P_{\text{БП}}(\omega)$  і  $P_0(\omega)$ .

У загальному вигляді алгоритм визначення усталеного післяаварійного режиму можна представити двома вкладеними ітераційними процесами: зовнішнім і внутрішньою. На зовнішньому

ітераційного процесу уточнюється частота, а на внутрішньому – розраховується режим при цій частоті.

Для ітераційного уточнення частоти на зовнішній ітерації доцільно скористатися методом Ньютона відповідно до формули

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \left( \frac{dw_{\text{БП}}}{d\omega} \right)_i^{-1} w_{\text{БП}},$$

де  $w_{\text{БП}} = P_{\text{БП}}(\omega_i) - P_0(\omega_i)$  – небаланс потужності в БП,  $\left( \frac{dw_{\text{БП}}}{d\omega} \right)_i$  – регулюючий ефект системи по частоті.

При визначенні регулюючого ефекту системи можна обмежитися врахуванням лише явної залежності потужностей генераторів і навантажень від частоти. Тоді

$$\frac{dw_{\text{БП}}}{d\omega} = \sum_{s=1}^m \left( \frac{\partial P_{\text{ГС}}}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{\text{ТС}}}{\partial \omega} \right).$$

Фактично регулюючий ефект визначається за формулою (15.9) з урахуванням резерву й обмежень активних потужностей генераторів. В остаточному вигляді маємо рекурентну формулу для уточнення частоти:

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \frac{P_{\text{БП}}(\omega_i) - P_{\text{Г0}}(\omega_i) + P_{\text{Т0}}(\omega_i)}{\sum_{s=1}^m \left( \frac{\partial P_{\text{ГС}}}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{\text{ТС}}}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_i}}. \quad (15.32)$$

На кожній зовнішній ітерації розраховуються потужності генераторів і навантажень відповідно до їх статичних характеристик при поточному значенні частоти  $\omega_{i+1}$ . Можуть переобчислюватися також і реактивності електричної мережі в залежності від частоти. Внутрішній ітераційний процес, як зазначалося, нічим не відрізняється від звичайного і для цього може бути використаний будь-який метод розрахунку усталеного режиму. В кінці визначається потужність  $P_{\text{БП}}(\omega_{i+1})$  і порівнюється з відповідною потужністю  $P_0(\omega_{i+1})$ . Якщо небаланс цих потужностей менший від заданої точності, то на цьому розв'язання задачі закінчується. У протилежному випадку необхідно уточнити значення частоти і повторити розрахунок режиму.

**Приклад 15.6.** У деякий момент часу внаслідок дії ПА відбувається відокремлення від енергосистеми енерговузла (рис. 15.5), що складається з двох енергоблоків і навантаження.

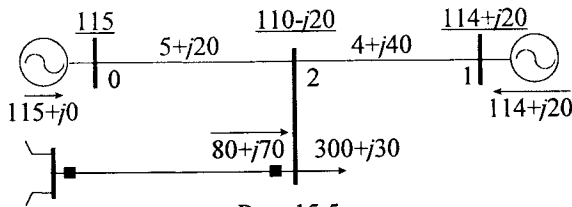


Рис. 15.5

У результаті виникає дефіцит потужності  $80+j70$  МВА. Номінальні потужності блоків:  $P_{ном0}=P_{ном1}=200$  МВт. Статизми регулювання швидкості агрегатів:  $\sigma_0=0.02$ ,  $\sigma_1=0.04$ . Активна потужність навантаження змінюється в залежності від частоти і напруги відповідно до СХН

$$P_n = P_{н0} (0.5f_* + 0.2f_*^2 + 0.3U_*^{1.8}). \quad (15.33)$$

Визначити параметри усталеного післяаварійного режиму.

**Розв'язок.** Активні потужності СГ у вузлах 0 і 1:

$$P_{г0} = 115 \left( 1 + \frac{50-50}{50 \cdot 0.02} \right) = 115, P_{г1} = 114 \left( 1 + \frac{50-50}{50 \cdot 0.04} \right) = 114.$$

Розглядаючи вузол 0 як БП, а вузол 1 – з ФМ при  $U_{зал1}=115.7$ , розраховуємо режим напруг енерговузла:  $\dot{U}_1=115.7 \angle 3$  і  $\dot{U}_2=95.1 \angle -20$ . Активна потужність БП  $P_0=212$ . Активна потужність навантаження

$$P_n = 300 \left[ 0.5 \left( \frac{50}{50} \right) + 0.2 \left( \frac{50}{50} \right)^2 + 0.3 \left( \frac{95.1}{111.8} \right)^{1.8} \right] = 277.$$

Коефіцієнт навантаження  $k_n = 0.5 + 2 \cdot 0.2 \frac{50}{50} = 0.9$ .

Коефіцієнт резерву  $\rho = \frac{200 + 200}{277} = 1.44$ .

Статизм  $\sigma_\Sigma = \left( \frac{200}{400 \cdot 0.02} + \frac{200}{400 \cdot 0.04} \right)^{-1} = 0.027$ .

Частота  $f = 50 + \frac{50 \cdot 0.027(115 - 212)}{400(1.08 + 0.9 \cdot 0.027)} = 49.8$ .

Повторюємо ітераційні розрахунки (табл. 15.3).

Таблиця 15.3

$i$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$		$P_{z1}$	$P_n$	$f$
1	115.7∠3	95.1∠-20	115	114	277	49.8
2	115.7∠6	97.7∠-17	140	127	279	49.7
3	115.7∠19	97.5∠-16	152	132	279	49.6
4	115.7∠11	97.5∠-15	157	135	278	49.6
5	115.7∠12	97.5∠-15	159	136	278	49.6
6	115.7∠12	97.5∠-15	160	136	278	49.6

Слід зазначити, що функція небалансу потужностей має злами і розриви, обумовлені обмеженням характеристик потужностей турбін зверху і знизу (рис. 15.1, б) і дією ПА на зовнішньому циклі ітерацій. Якщо в процесі розрахунку частота досягає уставки АЧР чи іншої ПА, відповідна потужність автоматично змінюється і враховується у небалансі. При великих дефіцитах потужності доцільно розраховувати проміжні режими в 2-3 точках, що забезпечує більш точне визначення частоти.

У деяких випадках задача аналізу тривалих перехідних процесів може бути замінена більш простими розрахунками 2-3 усталених післяаварійних режимів. Перший з них відповідає квазістаціонарному режиму через 5-10 с після збурення. До цього моменту відпрацьовує порівняно швидкодіюча ПА (САОН, АЧР-I, ОГ), а АРШ встигають змінити потужності турбін відповідно їх статизму. Цей режим приблизно відповідає мінімуму чи максимуму частоти в системі. Ще один проміжний усталений режим може мати практичне значення, коли на ТЕС знизилася потужності турбін (клапани відкриті і тиск упав), а на ГЕС відбувся частотний пуск гідрогенераторів.

## Вправи

1. Енерговузол із загальним навантаженням 2000 МВт живиться від власних ТЕС, і ще 500 МВт надходить від енергосистеми. Загальна номінальна потужність ТЕС 2100 МВт. Статизми турбогенераторів 0.05. Коефіцієнт крутизни СХН по частоті 2.0. Наскільки знизиться частота в енерговузлі при раптовому вимкненні електропередачі, якщо частка ТЕС, що мають резерв потужності, складає: а) 100%, б) 50% і в) 0%.

2. Загальна номінальна потужність електростанцій енергосистеми складає 8000 МВт. Статизм вторинного регулювання швидкості агрегатів 0.01. Коефіцієнт крутизни СХН по частоті 1.9, коефіцієнт резерву потужності системи 1.2. Як зміниться частота в енергосистемі при зміні навантаження на 20%, якщо 30% потужності всіх електростанцій системи бере участь у регулюванні частоти?

3. Внаслідок аварії від енергосистеми відокремлюється енерговузол з дефіцитом потужності 300 МВт. Загальне навантаження енерговузла 1300 МВт. Параметри агрегатів електростанцій наведені в табл.15.4.

Таблиця 15.4

$i$	Тип СГ	$M, T \cdot m^2$	Тип турбіни	$M, T \cdot m^2$	Частота обертання
1	ТГВ-500	31.0	К-500-240	73	3000
2	ТГВ-300	31.1	К-300-240	45	3000
3	ТГВ-200	26.5	К-200-130	35	3000

Регулюючий ефект навантаження дорівнює 1.5, стала інерції навантаження – 2 с. Через 5 с після виділення енерговузла вимикається 20% навантаження. Визначити мінімальне значення частоти, яке могло б мати місце при заданому дефіциті, і усталене її значення після вимкнення споживачів. Побудувати частотну характеристику.

4. Скласти алгоритм і програму вибору параметрів АЧР і розрахунку частотної характеристики енерговузла при заданому максимально можливому дефіциті.

5. Внаслідок аварії від системи відокремлюється енерговузол з дефіцитом активної потужності 300 МВт. Загальне навантаження енерговузла 1300 МВт. Параметри агрегатів електростанцій наведені в табл. 15.4. Регулюючий ефект навантаження 1.5. Стала

інерції навантаження 2 с. Вибрати параметри АЧР і розрахувати динамічну частотну характеристику.

6. У деякий момент часу внаслідок дії ПА відбувається виділення енерговузла, що складається з двох енергоблоків і навантаження. У результаті виникає дефіцит потужності  $70+j130$  МВА. Параметри схеми і режиму показані на рис. 15.3. Номінальні потужності блоків 300 МВт. Сталі інерції турбогенераторів 8 с. Визначити загальне прискорення генераторів і параметри квазістаціонарного режиму в перший момент після аварії.

7. Скласти перелік основних масивів інформації і загальний алгоритм розрахунку тривалих перехідних процесів реальної енергосистеми з урахуванням електричної мережі і динамічних моделей електростанцій.

8. У деякий момент часу внаслідок дії ПА відбувається відокремлення від енергосистеми енерговузла, що складається з двох енергоблоків і навантаження. У результаті виникає дефіцит потужності  $80+j70$  МВА. Параметри схеми і параметри вихідного режиму показані на рис. 15.5. Номінальні потужності блоків 150 МВт. Статизми агрегатів  $\sigma_0=0.02$ ,  $\sigma_1=0.04$ . Активна потужність навантаження змінюється в залежності від частоти і напруги згідно (15.33). Визначити параметри післяаварійного режиму, якщо потужності блоків обмежені їх номінальними потужностями.

9. Скласти алгоритм і програму розрахунку післяаварійного усталеного режиму з урахуванням дефіциту чи надлишку активної потужності в енергосистемі.

## МЕТОДИ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ НАПРУГИ

### 16.1. Характеристика режимів

Проблема нестійкості напруги характерна для перевантажених енергосистем, особливо при інтенсивному використанні джерел реактивної потужності. Хоча низькі напруги дуже часто зв'язані з електромеханічними перехідними процесами, динамічна нестійкість не є причиною виникнення нестійкості напруги. Нестійкість напруги, чи *лавина напруги*, є наслідком зростання втрат реактивної потужності і виникнення системних умов, що викликають прогресуюче зниження напруги. Головною причиною зазначеного явища слід вважати нездатність електричної системи покривати зростаюче споживання реактивної потужності.

Якщо синхронний генератор досяг обмеження по струму статора чи ротора, далі він не зможе збільшувати видачу реактивної потужності. Ріст споживання реактивної потужності з боку електричної мережі за цих умов приведе до зниження рівня напруги в системі.

Подальший розвиток цього процесу буде залежати від властивостей електроспоживачів. Якщо характеристики навантажень наближаються до незмінних провідностей, напруги у вузлах завжди будуть стабілізуватися на певному, нехай і низькому, рівні. Якщо ж характеристики навантажень більше відповідають незмінним потужностям, виникають умови для розвитку лавини напруги.

Незмінній провідності шунта можуть відповідати такі види навантаження як нагрівальні прилади, індукційні печі, комунально-побутові споживачі і т. п. Промислове навантаження, основну частину якого складають електродвигуни, більше відповідає незмінній потужності. Моделі навантажень детально розглядаються в розд. 7.

Характеристики навантажень і засоби регулювання напруги розподільних електромереж можна віднести до головних чинників впливу на стійкість напруги в електроенергетичних системах. Характеристики активних і реактивних потужностей навантажень, як функції рівнів напруг у вузлах, взаємодіючи з

характеристиками електричної мережі, визначають режими напруги, поточкорозподілу і втрат реактивної потужності в системі.

Використання на понижуючих підстанціях трансформаторів із РПН також зв'язано з підтримкою незмінних потужностей навантажень. При відхиленні напруги на низькій стороні трансформатора від заданої уставки на величину, що перевищує зону нечутливості, відбувається перемикання з затримкою в часі на наступне відгалуження обмотки ВН трансформатора. Це забезпечує повільне регулювання напруги в споживачів, що врешті приводить до стабілізації певного значення потужності навантаження незалежно від зовнішніх процесів у системі. В аварійних умовах це, на жаль, приводить до негативного впливу на стійкість напруги в системі.

Якщо РПН досягає верхньої границі, напруга в розподільній електромережі починає падати. Активне і реактивне навантаження відповідно СХН також починає знижуватися. Це приводить до зниження перетоків у ЛЕП живильної електричної мережі, а отже і втрат реактивної потужності.

Але одночасно зі зменшенням напруги конденсаторні батареї починають менше видавати реактивної потужності, що має протилежний ефект. Негативний вплив на режим напруги за цих умов мають і асинхронні двигуни, ковзання яких, а значить і споживання реактивної потужності, починає зростати.

Батареї шунтуючих конденсаторів (БК) знаходять широке застосування для компенсації реактивної потужності в промислових електромережах. Вони можуть ефективно використовуватися для розширення меж стійкості напруги, а також для вивільнення резерву реактивної потужності синхронних генераторів, забезпечуючи тим самим можливість зменшення ризику лавини напруги.

Однак даний тип джерела реактивної потужності при його низькій вартості і високій надійності має істотний недолік – квадратичну залежність реактивної потужності від напруги вузла ввімкнення. Тому дефіцит реактивної потужності при зниженні загального рівня напруг в електричній системі значно загострюється при наявності в електричній мережі значного обсягу БК. Отже, стійкість напруги не може бути забезпечена одними БК.

Статичний тиристорний компенсатор (СТК), як і синхронний компенсатор чи генератор, забезпечує автоматичне регулювання



напруги, поки його регулюючі можливості не досягають меж. Тоді СТК стає звичайною шунтуючою БК.

Послідовно увімкнені конденсаторні батареї, чи установки подовжньої компенсації (УПК), є саморегулюючими пристроями. Реактивна потужність послідовної конденсаторної батареї пропорційна квадрату струму і не залежить від напруги, що позитивно впливає на стійкість напруги в системі. Послідовні конденсаторні батареї – це також ідеальний засіб зменшення індуктивного опору ЛЕП.

Таким чином, стійкість напруги в електричній системі залежить від обваженості вихідного усталеного режиму, величини і місця збурення і визначається взаємодією ряду специфічних для даної проблеми чинників: обмеженням АРЗ синхронних генераторів щодо струмів ротора і статора, формою СХН навантажень, дією РПН, а також обсягом і розміщенням компенсуючих пристроїв, зокрема БК. Може виникати необхідність і більш детального урахування характеристик електродвигунів.

Початковими збуреннями найчастіше виступають вимкнення ЛЕП, генераторів і т. п. Після збурення деякі генератори можуть вийти на режим обмеження видачі реактивної потужності, і в системі може спостерігатися зниження напруги, що саме по собі ще не є порушенням стійкості. Але через деякий час починається послідовне перемикання відгалужень трансформаторів із РПН, що приводить до поступового обваження режиму і подальшого зниження напруги. Цей процес за певних умов може закінчитися лавиною напруги і каскадною зупинкою електродвигунів. Подібна аварія при відсутності необхідної ПА може привести до розвалу системи.

## 16.2. Режим напруг простих систем

Проблеми стійкості напруги виникають насамперед у важких режимах слабкої електричної системи. Поняття слабкості електричної системи визначається як опорами, так і навантаженнями віток електричної мережі. Його дуже важко чітко визначити в кількісному плані. Використовуючи програму аналізу усталених режимів, можна побудувати характеристики напруги вузлів  $U_s(P_{\text{вк}})$  і  $U_s(Q_{\text{вк}})$ , що можуть характеризувати міру

слабкості електричної системи, й оцінити область стійкості напруги.

Розглянемо спочатку характеристику напруги найпростішої електричної системи (рис. 16.1). Нехай активний і реактивний опори навантаження змінюються в діапазоні від  $\infty$  до 0 при незмінному їх співвідношенні,

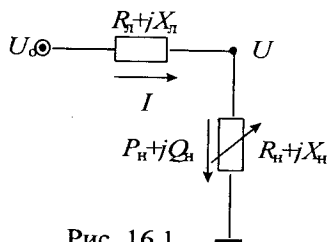


Рис. 16.1

тобто незмінному коефіцієнту потужності. Тоді режим системи буде плавно змінюватися від неробочого ходу до к. з. Струм буде зростати від 0 до струму к. з., напруга буде падати від  $U_0$  до 0. При цьому потужність навантаження спочатку швидко зростає, потім повільно досягає максимуму і наприкінці поступово зменшується до 0.

**Приклад 16.1.** Навантаження у вигляді повного опору  $Z_n$ , що змінюється при незмінному коефіцієнту потужності 0.8, живиться через лінію електропередачі опором  $5+j10$  Ом від джерела незмінної напруги 115 кВ. Визначити струм, напругу і потужність в залежності від опору. Дослідити залежність напруги від компенсації реактивної потужності.

**Розв'язок.** Результати обчислень наведені в табл. 16.1.

Таблиця 16.1

$i$	$Z_n$	$I$	$U$	$P_n + jQ_n$
1	$\infty$	0	115	0
2	500	0.23	112.7	$20.3 + j15.3$
3	200	0.55	109.5	$48.0 + j36.0$
4	100	1.04	104.4	$87.3 + j65.4$
5	40	2.29	91.5	$167.6 + j125.73$
6	11.2	5.28	59.1	$249.8 + j187.33$
7	5	7.27	36.4	$211.6 + j158.73$
8	2	8.85	17.7	$125.2 + j93.9$
9	1	9.52	9.5	$72.8 + j54.3$

Максимум потужності  $P_{\text{нmax}} = 250$  МВт передається за умови, що втрата напруги в лінії дорівнює модулю напруги у вузлі навантаження, тобто якщо  $Z_{\text{л}} = Z_{\text{н}}$ . Умова максимуму потужності навантаження відповідає межі існування нормального усталеного режиму, а отже і межі стійкості напруги в системі. Відповідні значення параметрів режиму називаються критичними. У розглянутому прикладі  $I_{\text{кр}} = 5.28$  і  $U_{\text{кр}} = 59.1$ . Потужність навантаження більша за максимальну не може бути передана через електричну мережу.

Режим роботи електричної системи з напругою нижчою за критичну можливий лише при незмінному опорі навантаження. Але якщо це навантаження живиться через понижуючий трансформатор із РПН, режим напруги буде нестійкий доти, поки не буде вичерпаний діапазон регулювання. Дійсно, якщо під дією РПН відбувається автоматичне перемикання відгалужень з метою підняття напруги, струм починає збільшуватися і напруга ще більше падає. Це веде до прогресуючого зниження напруги.

Відповідно до табл. 16.1 можна побудувати характеристику напруги  $U(P_{\text{н}})$ . Для будь-якого значення потужності навантаження  $P_{\text{н}} < P_{\text{нmax}}$  існує два режими напруги. Верхня точка з великою напругою і малим струмом відповідає нормальному режиму. Нижня точка з малою напругою і великим струмом відповідає фізично нестійкому режиму при незмінній потужності. На рис. 16.2 показані характеристики напруги для різних значень коефіцієнта потужності. Чим більше скомпенсована індуктивна потужність навантаження в розподільній мережі, тим ширша границя стійкості напруги.

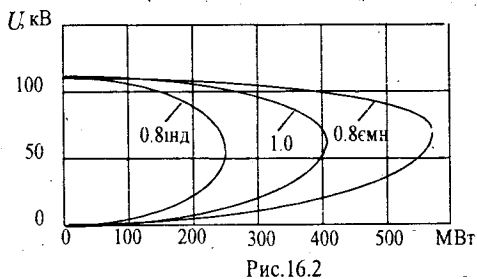


Рис.16.2

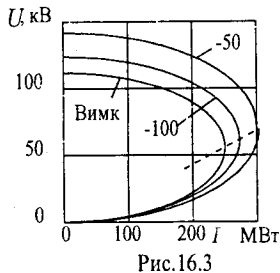


Рис.16.3

Режим можна поліпшити також увімкненням джерела реактивної потужності на шини 110 кВ, але при цьому значно збільшується напруга при малих навантаженнях. На рис. 16.3

показані характеристики напруги для трьох різних режимів конденсаторної батареї на шинах 110 кВ (вимкнена, -50 і -100 Ом).

Ми розглянули характеристики  $U(P_n)$  при  $\cos \varphi_n = const$ . Стійкість напруги залежить також від того, як зв'язані між собою напруга і реактивна потужність. Часто для деяких аспектів стійкості напруги важливіша залежність  $Q(U)$ , що характеризує чутливість споживання чи генерації реактивної потужності до напруги. Подібні характеристики необхідні при визначенні ступеня компенсації реактивної потужності. Для побудови зазначеної характеристики виконується серія розрахунків ustalених режимів з фіксацією модуля напруги в досліджуваному вузлі.

**Приклад 16.2.** На рис. 16.4 показана проста радіальна електрична система, що живить розподільну мережу від ШБП через лінію електропередачі і трансформатор із РПН. Завдяки дії РПН навантаження має характеристику у вигляді незмінної потужності. Опір електропередачі дорівнює  $5+j20$  Ом. Напруга в пункті живлення 115 кВ.

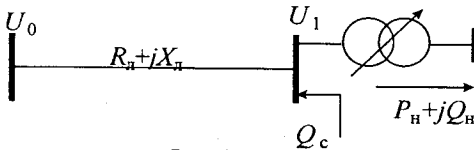


Рис.16.4

Визначити потужність батареї конденсаторів для кожного режиму навантаження (табл.16.2), якщо напруга у вузлі 1 повинна залишатися номінальною.

Таблиця 16.2

Режим	1	2	3	4	5
$P_n$ , МВт	200	250	300	350	400
$Q_n$ , МВАр	100	125	150	175	200

Дослідити стійкість напруги в заданих режимах. Як зміняться умови стійкості системи, якщо замість батареї конденсаторів скористатися СТК тієї ж потужності?

**Розв'язок.** Розраховуємо ustalений режим при активному навантаженні  $P_n=200$  МВт і модулі напруги  $U_1=110$  кВ. При цьому загальна реактивна потужність вузла 1 після ітераційного розрахунку складає -60 МВАр. Оскільки за умовами задачі реактивна потужність навантаження в даному режимі дорівнює

100 МВАр, то потужність конденсаторної батареї повинна дорівнювати 160 МВАр. Ємнісна провідність батареї

$$b_c = 160/110^2 = 0.0119 \text{ См.}$$

Побудуємо характеристику системи щодо реактивної потужності джерела. Для цього розрахуємо серію ustalених режимів при різних модулях напруги вузла 1 і одній і тій же активній потужності навантаження 200 МВт. Результати розрахунків приведені в табл. 16.3.

Таблиця 16.3

$U_1$	115	105	95	85	75	65	55
$Q_c$	188	135	92	61	42	36	46

Наносимо результати розрахунків на графік (рис.16.5, нижня суцільна крива).

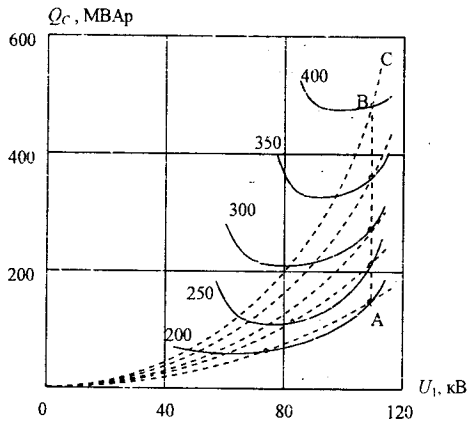


Рис.16.5

Розраховуємо характеристику батареї конденсаторів для даного режиму за формулою

$$Q_c = b_c U_1^2$$

і також наносимо її на графік (рис. 16.5, нижня пунктирна крива). Як бачимо, криві перетинаються в двох точках, причому точка праворуч відповідає стійкому режиму, а точка ліворуч – нестійкому.

Дійсно, якби в точці А мало місце зменшення напруги, то потреба в реактивній потужності відповідно до характеристики системи зменшилась би більше, ніж її видача конденсаторною

батареєю, і напруга почала б знову повертатися в точку рівноваги. В іншій точці за тих самих умов, навпаки, зменшення віддачі конденсаторною батареєю реактивної потужності перевищувало б зменшення потреби і напруга б ще більше упала, тобто почалася б лавина напруги.

Аналогічні розрахунки і дослідження виконаємо для всіх інших режимів, характеристики яких приведені на рис. 16.5. Щоб забезпечити рівень напруги на високій стороні, рівний номінальному, потужність батареї конденсаторів у залежності від навантаження повинна змінюватися відповідно до табл. 16.4.

Таблиця 16.4

$P_n$ , МВт	200	250	300	350	400
$Q_c$ , МВАр	160	223	294	378	482

Аналіз результатів показує, що при навантаженні до 250 МВт система ще стійка щодо напруги, при навантаженні 300 МВт режим є граничним, а при навантаженнях 350 і 400 МВт стійкість напруги в системі не може бути забезпечена за допомогою БК.

СТК автоматично підтримує напругу  $U_1 = const$ , якщо реактивна потужність не виходить за межі мінімуму і максимуму. За межами припустимих значень СТК стає звичайною конденсаторною батареєю. Якщо прийняти діапазон регулювання СТК 160-482 МВАр, його характеристика буде мати вигляд ламаної 0ABC (рис. 16.5). Стійкість напруги буде забезпечена для всього діапазону навантажень, що не перевищують 400 МВт.

Але найважливішим джерелом реактивної потужності і засобом регулювання напруги в електроенергетичній системі все-таки слід вважати синхронні генератори. За нормальних умов напруга на шинах генератора завдяки АРЗ підтримується незмінною.

При значних відхиленнях напруги реактивне навантаження генератора може вийти за припустимі межі щодо струмів статора і ротора. Якщо реактивна потужність генератора досягає межі, АРЗ не може підтримувати заданий модуль напруги. Причому струм обмотки збудження обмежується автоматично, струм обмотки статора може обмежуватися як автоматично, так і дією диспетчерського персоналу.

Розглянемо характеристику простої електричної системи у складі статичного навантаження, що живиться від ШБП, і синхронного генератора (рис. 16.6). Нехай, як і раніш, активний і реактивний опори навантаження змінюються від  $\infty$  до 0 при

незмінному коефіцієнті потужності. Синхронний генератор живить частину навантаження і підтримує напругу у вузлі 1. Але з ростом навантаження збільшується потреба в реактивній потужності, внаслідок чого зростають струми статора і ротора генератора. При досягненні межі одного з цих струмів напруга на шинах генератора звільняється і характеристика системи різко погіршується.

**Приклад 16.3.** Навантаження у вигляді змінного опору і незмінного коефіцієнта потужності 0.8 живиться через лінію електропередачі опором  $5+j10$  Ом від синхронного генератора, з'єднаного лінією електропередачі опором  $5+j40$  Ом із джерелом незмінної напруги 115 кВ (рис. 16.6).

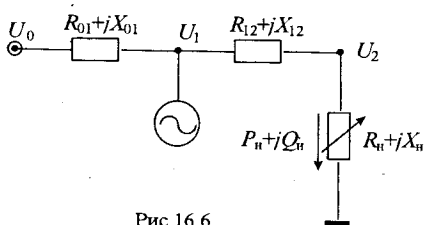


Рис. 16.6

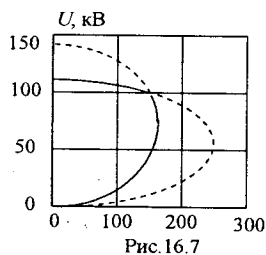


Рис. 16.7

Синхронний генератор видає в електричну мережу незмінну активну потужність 150 МВт і підтримує незмінну напругу 115 кВ, якщо його реактивна потужність не перевищує 150 МВАр. Дослідити залежність напруги у вузлі 2 від активної потужності навантаження.

**Розв'язок.** Виконуємо серію розрахунків обважнення усталеного режиму при поступовому зменшенні опору навантаження. Результати розрахунків показані на рис. 16.7. Характеристика системи має вигляд ламаної кривої. Злам характеристики має місце при досягненні генератором верхньої границі його реактивної потужності.

Очевидно, режимні умови функціонування системи на першій частині характеристики більш сприятливі, ніж на другій, що підтверджує важливість регулювання напруги за допомогою АРЗ. Крім того, результат цього дослідження дає можливість зробити ще один дуже важливий висновок. Про стійкість напруги в системі не можна судити тільки по близькості її до нормального значення. Так у даному випадку робота системи при

навантаженні 150 МВт дуже небезпечна, оскільки будь-яке незначне збурення може привести до лавини напруги.

Отже, уже розгляд характеристик найпростіших електричних систем дає можливість зробити висновки щодо основних причин виникнення нестійкості напруги в складних електричних системах, – це такі причини:

- 1) велике навантаження ліній електропередачі,
- 2) велика віддаленість центрів живлення місцевих навантажень від джерел електроенергії,
- 3) низька напруга джерел електроенергії при роботі обмежувачів,
- 4) недостатня компенсація реактивних утрат.

Реальна електрична система, що складається з багатьох джерел напруги, вузлів навантаження і складної електричної мережі, характеризується аналогічними залежностями між напругами і навантаженнями вузлів. Характеристика напруги будь-якого вузла складної енергосистеми може бути визначена за допомогою серії розрахунків усталених режимів при поступовому обваженні. При певнім значенні навантаження напруга вузла починає різко падати, і нарешті збіжність розрахунку режиму припиняється, що свідчить про нестійкість напруги.

### **16.3. Статичний аналіз стійкості напруги**

Аналіз стійкості напруги в нормальному чи післяаварійному режимі електричної системи включає два основні аспекти: по-перше, як близько знаходиться система в даному режимі від межі стійкості напруги; по-друге, як і чому виникає нестійкість напруги, які ланки системи є слабкими, які потрібні заходи для поліпшення стійкості напруги.

Більшість зазначених проблем можна розв'язати методами статичного аналізу. Статичний аналіз дозволяє розглянути широкий спектр режимних умов роботи системи загального плану. Динамічний аналіз, з іншого боку, більш ефективний для детального вивчення специфічної аварійної ситуації – лавини напруги, координації роботи ПА і вибору заходів щодо поліпшення стійкості напруги.

Динамічні процеси в складній електричній системі, що супроводжують виникнення дефіциту реактивної потужності і



зниження рівня напруги, можна описати за допомогою систем диференціальних і алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{X} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{U}), \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{I}(\mathbf{X}, \mathbf{U}), \end{aligned} \quad (16.1)$$

де  $\mathbf{X}$  – вектор динамічних змінних системи, таких як кути роторів, ЕРС і т. п.;  $\mathbf{U}$  – вектор вузлових напруг;  $\mathbf{Y}$  – матриця власних і взаємних вузлових провідностей електричної мережі.

Статичний підхід фіксує «зрізи» режимів у певні моменти часу траєкторії руху системи. У кожному зрізі похідні приймають рівними 0. Загальна система рівнянь (16.1) перетворюється в чисто алгебраїчну систему, що дозволяє використовувати методи статичного аналізу.

Донедавна статичний аналіз стійкості напруги виконувався головним чином за допомогою звичайних програм аналізу ustalених режимів. Стійкість напруги визначалася за допомогою характеристик  $U(P)$  і  $Q(U)$  в обраних вузлових точках. Такий аналіз вимагає дуже великого обсягу розрахунків. Звичайно подібні процедури автоматизовані, але вони все-таки вимагають дуже великих витрат часу і, головне, мало дають корисної інформації для накопичення досвіду у вивченні причин виникнення нестійкості напруги. Більш ефективними вважаються методи аналізу чутливості напруги і модального аналізу.

**16.3.1. Аналіз чутливості напруги.** При аналізі чутливості напруги режим системи в деякій точці простору може бути описаний лінеаризованою системою

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{PV} & \mathbf{J}_{PQ} \\ \mathbf{J}_{QV} & \mathbf{J}_{QU} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{D} \\ \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix}. \quad (16.2)$$

Тут матриця Якобі та ж, що й у розрахунку ustalеного режиму методом Ньютона, але за позитивний приймається напрямок струму і потужності «до вузла», тобто  $\Delta P, \Delta Q$  – відхилення потужностей генерації вузлів. Елементи матриці Якобі можна розглядати як коефіцієнти чутливості потужностей до вузлових напруг.

Стійкість напруги взагалі залежить як від активних, так і реактивних потужностей, але активну потужність можна вважати незмінною й оцінювати стійкість напруги на основі співвідношень відхилень реактивної потужності і модуля

напруги. Це аналогічно використанню характеристик  $Q(U)$ . Отже, якщо припустити, що  $\Delta P=0$ , то систему рівнянь (16.2) можна замінити еквівалентною

$$\Delta Q = J\Delta U, \quad (16.3)$$

де матриця

$$J = J_{QU} - J_{QD}J_{PD}^{-1}J_{PU} \quad (16.4)$$

називається перетвореною матрицею Якобі системи.

Використовуючи обернену перетворену матрицю Якобі, систему рівнянь (16.3) можна записати як

$$\Delta U = H\Delta Q. \quad (16.5)$$

Матриця  $H=J^{-1}$  має назву перетвореного  $U-Q$  Якобіана системи. Його  $i$ -й діагональний елемент  $h_{ii}$  є коефіцієнтом чутливості напруги  $i$ -го вузла. Для більшої ефективності алгоритму обернена матриця не формується, а коефіцієнти чутливості визначають розв'язанням (16.3).

Коефіцієнт чутливості характеризує нахил кривої  $Q(U)$  у відповіднім режимі. Позитивність коефіцієнта чутливості свідчить про стійкість системи в цьому режимі. Чим менше чутливість напруги до реактивної потужності, тим стійкіша система. Якщо запас стійкості системи зменшується, значення коефіцієнтів чутливості зростають, приймаючи нескінченне значення на границі стійкості. І, навпаки, негативне значення коефіцієнта чутливості вказує на нестійкість режиму напруги. Однак унаслідок нелінійної залежності напруги значення коефіцієнта чутливості не може служити мірою запасу стійкості.

**Приклад 16.4.** Розглянемо два режими електричної системи (рис. 16.8), що відрізняються потужностями навантаження і конденсаторної батареї у вузлі 2. Обчислити коефіцієнти чутливості вузлових напруг до реактивної потужності і визначити стійкість напруги в обох режимах.

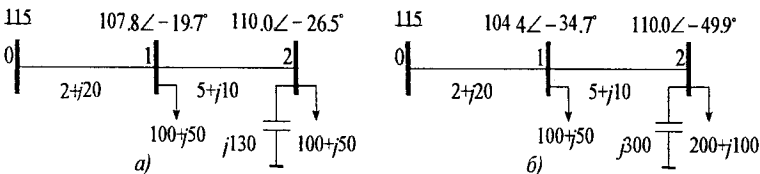


Рис.16.8

**Розв'язок.** Запишемо систему нелінійних вузлових алгебраїчних рівнянь усталеного режиму даної схеми у формі

балансу потужностей, звідки можна визначити часткові похідні матриці Якобі. Обчислюємо повну і перетворену матриці Якобі і коефіцієнти чутливості вузлових напруг для обох заданих режимів. Результати розрахунків зводимо до табл. 16.5.

Таблиця 16.5

Режим 1	Режим 2
$\begin{bmatrix} J_{PD} & J_{PU} \\ J_{QD} & J_{QU} \end{bmatrix} =$ $= \begin{bmatrix} 1556 & -999 & 4 & -3 \\ -886 & 886 & -5 & 3 \\ -623 & 358 & 13 & -9 \\ 584 & -584 & -8 & 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} J_{PD} & J_{PU} \\ J_{QD} & J_{QU} \end{bmatrix} =$ $= \begin{bmatrix} 1462 & -1007 & 4 & -2 \\ -766 & 766 & -7 & 3 \\ -590 & 203 & 13 & -9 \\ 684 & -684 & -7 & 5 \end{bmatrix}$
$J = \begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -12 & 9 \end{bmatrix}$	$J = \begin{bmatrix} 13 & -9 \\ -14 & 8 \end{bmatrix}$
$h_{11} = \frac{9}{15 \cdot 9 - 12 \cdot 10} = 0.5$ $h_{22} = \frac{15}{15 \cdot 9 - 12 \cdot 10} = 0.8$	$h_{11} = \frac{8}{13 \cdot 8 - 14 \cdot 9} = -0.2$ $h_{22} = \frac{12 \cdot 8}{13 \cdot 8 - 14 \cdot 9} = -0.4$

Отже, коефіцієнти чутливості напруги вузлів 1 і 2 у першому режимі додатні, що свідчить про стійкість режиму, а в другому – від'ємні, що вказує на нестійкість напруги в цьому режимі.

**16.3.2. Модальний аналіз.** Стійкість напруги може бути визначена також шляхом обчислення власних значень і власних векторів перетвореної матриці Якобі

$$J = LAR, \quad (16.6)$$

де  $L$  і  $R$  – ліва і права матриці власних векторів,  $A$  – діагональна матриця власних значень перетвореної матриці Якобі. Тоді

$$J^{-1} = LA^{-1}R, \quad (16.7)$$

звідки

$$\Delta U = LA^{-1}R\Delta Q, \quad (16.8)$$

або

$$\Delta U = \sum_i \frac{1}{\lambda_i} L_i R_i \Delta Q_i, \quad (16.9)$$

де  $L_i$  –  $i$ -й стовпець лівої матриці власних векторів,  $R_i$  –  $i$ -й рядок правої матриці власних векторів,  $\lambda_i$  –  $i$ -те власне число перетвореної матриці Якобі.

Таким чином, кожне власне значення  $\lambda_i$  і відповідні лівий і правий власні вектори  $\mathbf{L}_i$  і  $\mathbf{R}_i$ , визначають  $i$ -й модальний режим реагування напруги на зміну реактивної потужності. Оскільки  $\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{R}$ , то

$$\mathbf{R}\Delta\mathbf{U} = \Lambda^{-1}\mathbf{R}\Delta\mathbf{Q} \quad (16.10)$$

або

$$\mathbf{u} = \Lambda^{-1}\mathbf{q}, \quad (16.11)$$

де  $\mathbf{u} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{U}$  – вектор приросту напруги в модальних координатах,  $\mathbf{q} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{Q}$  – вектор приросту реактивної потужності в модальних координатах.

Відмінність формули (16.11) у модальній системі координат від аналогічної формули (16.5) у полярній системі координат полягає в тому, що  $\Lambda^{-1}$  – діагональна матриця, а  $\mathbf{J}^{-1}$  – квадратна. Система лінійних алгебраїчних рівнянь  $n$ -го порядку в модальних координатах розпадається на  $n$  незалежних рівнянь першого порядку. Так, наприклад, для  $i$ -ї моди маємо

$$u_i = \frac{q_i}{\lambda_i}. \quad (16.12)$$

Якщо  $\lambda_i > 0$ , то  $i$ -ті модальні координати, напруга і реактивна потужність, змінюються в одному напрямку, що свідчить про стійкість напруги в  $i$ -му модальному режимі. Якщо  $\lambda_i < 0$ , – це свідчить про нестійкість напруги. Кожне власне число  $\lambda_i$  можна розглядати як міру стійкості  $i$ -го модального режиму напруги. Чим менше  $\lambda_i$ , тим ближче  $i$ -й модальний режим до границі стійкості напруги.

**Приклад 16.5.** Обчислити власні значення перетвореної матриці Якобі і визначити стійкість напруги двох режимів розглянутих у прикладі 16.4 (рис. 16.8).

**Розв'язок.** Знаходимо характеристичне рівняння й обчислюємо власні значення матриці Якобі в першому режимі:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 15 - \lambda & -10 \\ -12 & 9 - \lambda \end{vmatrix} &= 0, \\ \lambda^2 - 25\lambda + 18 &= 0, \end{aligned}$$

звідки  $\lambda_1 = 23.8$ ,  $\lambda_2 = 0.8$ . Всі корені характеристичного рівняння позитивні, отже система в даному режимі статично стійка по напрузі. Аналогічно в другому режимі:

$$\begin{vmatrix} 13-\lambda & -9 \\ -14 & 8-\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

$$\lambda^2 - 21\lambda - 35 = 0,$$

звідки  $\lambda_1 = 22.2$ ,  $\lambda_2 = -1.6$ . Другий корінь рівняння від'ємний, отже стійкість напруги не забезпечена. Слід зазначити, що це не зв'язано з напругою вузла 2. Нестійким є другий модальний режим напруги.

У практичних розрахунках стійкості напруги складних електроенергетичних систем немає необхідності обчислювати усі власні числа матриці Якобі. Але і обчислення мінімального власного числа, для якого існують досить ефективні наближені методи (див. розд. 11.5), недостатньо, тому що в будь-якій системі може існувати більш одного слабкого режиму. Необхідно обчислювати до 5-10 найменших за модулем власних значень, щоб ідентифікувати всі критичні режими.

Розглянемо співвідношення між коефіцієнтами чутливості напруги і власними значеннями. Нехай у виразі (16.9)  $\Delta Q = E_k$ , де  $k$ -й елемент вектора-стовпця  $E_k$  дорівнює 1, всі інші його елементи дорівнюють 0. Тоді  $k$ -й елемент вектора-стовпця  $\Delta U$  буде дорівнювати  $k$ -му коефіцієнту чутливості, тобто

$$\frac{\partial U_k}{\partial Q_k} = \sum_i \frac{l_{ki} r_{ik}}{\lambda_i}. \quad (16.13)$$

Відносна участь вузла  $k$  у модальному режимі  $i$  визначається коефіцієнтом вузлової участі

$$k_{ki} = l_{ki} r_{ik}. \quad (16.14)$$

Сума всіх коефіцієнтів вузлової участі дорівнює 1. Але всі вони мають різні значення. Приймавши певний рівень точності, можна визначити області вузлів електричної мережі, зв'язані з кожним слабким режимом.

Крім поняття коефіцієнтів вузлової участі використовуються також такі поняття як коефіцієнти участі віток і генераторів. Перевагою модального аналізу є можливість визначення слабких ланок системи, що впливають на стійкість режиму напруги.

#### 16.4. Моделювання лавини напруги

Аварійний процес, у якому послідовність непередбачених ситуацій супроводжується нестійкістю напруги чи неприйнятно

низькими рівнями напруги в значній частині енергосистеми, називається лавиною напруги. Лавина напруги може виявлятися по різному в залежності від конкретних параметрів електричних систем і їхніх режимів.

Якщо електрична система внаслідок непередбачених обставин проявляє раптове зростання споживання реактивної потужності, додаткова її потреба покривається за рахунок резервів синхронних генераторів та інших джерел. При нормальних умовах ці резерви достатні, і в системі настає новий усталений режим з нормальними рівнями напруги. Але можливе накладення декількох несприятливих обставин, що може привести до каскадного надмірного зростання дефіциту реактивної потужності і закінчитися лавиною напруги.

Розглянемо типовий сценарій виникнення і розвитку лавини напруги, який ґрунтується на реальних аваріях, що мали місце в багатьох енергосистемах світу.

Енергосистема з великою кількістю енергоблоків поблизу центра навантажень і великою обваженістю електромережі попадає в ненормальні режимні умови, внаслідок чого деякі ЛЕП переобтяжуються, утрати реактивної потужності в мережі зростають і резерви реактивної потужності стають мінімальними.

Переобтяжені лінії вимикаються засобами ПА, внаслідок чого зростає навантаження решти ліній, що залишилися в роботі. Це приводить до подальшого зростання реактивних втрат в електричній мережі й обваженню умов збереження балансу реактивної потужності в системі.

Негайно починають вимикатися міжсистемні лінії, що викликає помітне зниження напруги в районі найближчих центрів навантаження. Це могло б до деякої міри стабілізувати ситуацію внаслідок зменшення навантаження. Але АРЗ синхронних генераторів буде намагатися швидко відновити напругу, збільшуючи струм збудження. Одночасно зі збільшенням реактивної генерації на цьому етапі будуть зростати і втрати реактивної потужності, тому синхронні генератори почнуть один за одним виходити на граничний режим щодо струмів статора чи ротора. Ситуація може ускладнюватися тимчасовим зниженням активних потужностей унаслідок падіння тиску пари в процесі регулювання частоти.

Зниження рівня напруги в центрах навантажень може позначитися і на роботі розподільної мережі. Понижуючі трансформатори з РПН, перемикаючи відгалуження, будуть намагатися відновити напругу в розподільній мережі протягом декількох хвилин. З кожним кроком перемикання будуть зменшуватися коефіцієнти трансформації, а отже будуть зростати струми і втрати потужності, що послужить причиною подальшого спадання напруги в системі. В результаті реактивні навантаження синхронних генераторів будуть і далі зростати. Поступово генератори можуть вичерпати усі свої можливості по збільшенню реактивної потужності.

Коли синхронний генератор виходить на режим обмеження, його реактивна потужність залишається практично незмінною, а нерегульована напруга на шинах генератора починає падати. Аналогічні характеристики мають синхронні компенсатори. Шунтуючі конденсаторні батареї мають незмінну ємнісну провідність, тому вони нездатні виконувати функцію регулювання напруги в аварійному режимі. Більше того, видавана в мережу реактивна потужність пропорційна квадрату напруги, тобто дуже швидко падає саме тоді, коли вона найбільше потрібна. СТК мають проміжну характеристику.

Нарешті настає момент, коли електроенергетична система нездатна протистояти зростаючим реактивним вимогам. Напруга не може стабілізуватися навіть на неприпустимо низькому рівні. Лавина напруги може закінчитися утратою всіх енергоблоків і розвалом системи.

Лавина напруги може виникати в системі за різних обставин. Вона може початися з незначних поступових змін, таких, наприклад, як зростання навантаження в системі, а також внаслідок великих збурювань, таких, як втрата енергоблока чи ЛЕП. Дуже часто лавина напруги може бути викликана системними умовами при перевантаженні ЛЕП. Якщо передача реактивної потужності із сусідніх регіонів ускладнена, будь-які зміни, що викликають додаткове споживання реактивної потужності, можуть стати причиною лавини напруги.

Таким чином, лавина напруги значною мірою залежить від режимних умов і характеристик системи. Основними чинниками, що можуть стати причиною виникнення лавини напруги, є: великі електричні відстані між генераторами і споживачами,

несприятливі характеристики навантажень, дія РПН в умовах низької напруги, нескоординованість дії ПА, занадто великий обсяг використання шунтуючих конденсаторних батарей.

Моделювання перехідного процесу зниження напруги в системі дає можливість не тільки зафіксувати факт нестійкості напруги, але і проаналізувати причини його виникнення, а також намітити план необхідних протиаварійних заходів. Однак використання звичайних методів і програм моделювання електро-механічних перехідних процесів можливе лише в деяких випадках, наприклад, для дослідження початкової стадії лавини напруги після великих збурень у системі (вимкнення ЛЕП, енергоблоків і т. д.) при швидкому порушенні стійкості напруги переоб'єднаних систем при несприятливих характеристиках навантажень.

Основною передумовою розробки методики моделювання тривалого перехідного процесу зниження напруги в системі є неможливість порушення динамічної стійкості системи при збурюваннях. Це дозволяє не розглядати взаємний рух синхронних генераторів або моделювати його спрощено. Можна, наприклад, увести штучно збільшений коефіцієнт демпфірування коливань роторів синхронних генераторів. Такий підхід дозволяє використовувати єдину модель генератора як для моделювання електромеханічних, так і тривалих перехідних процесів зниження напруги.

З іншого боку, необхідно адекватно враховувати обмеження синхронних генераторів щодо видачі реактивної потужності.

Іншою важливою передумовою є адекватне відображення реальних характеристик навантажень. Принципово важливим є необхідність урахування в моделі навантаження дискретної моделі трансформатора з РПН.

Методика моделювання лавини напруги зводиться до чисельного розв'язання на кожному кроці перехідного процесу рівнянь синхронних генераторів, навантажень і квазістаціонарного режиму електричної мережі з урахуванням дії засобів ПА.

Синхронні генератори можна моделювати рівняннями руху (13.15) і рівнянням Лебедева-Жданова (13.20). ЕРС збудження може визначатися за формулою

$$E_{qe} = E_{qe0}(1 + u_p), \quad (16.15)$$

де



$$u_p = k_U(U - U_0) + k_I(I - I_{\max}) \quad (16.16)$$

– напруга на виході регулятора збудження, причому  $u_p^{\min} \leq u_p \leq u_p^{\max}$ ;  $k_U, k_I$  – коефіцієнти АРЗ по напрузі і струму статора;  $I_{\max}$  – максимально допустимий струм статора.

Якщо  $I < I_{\max}$ , то приймається  $I = I_{\max}$  і канал регулювання збудження по струму статора блокується. Якщо  $I > I_{\max}$ , то приймається  $U = U_0$ , що відповідає блокуванню каналу регулювання напруги при обмеженні струму статора.

Навантаження слід моделювати схемою заміщення у вигляді еквівалентного АД і статичного навантаження з незмінною провідністю (розд. 7). Понижуючий трансформатор із РПН може бути представлений логічною моделлю. Якщо напруга на низькій стороні трансформатора відрізняється протягом деякого відрізка часу від заданої уставки на величину, що перевищує зону нечутливості регулятора  $\varepsilon$ , тобто  $|U_{\text{уст}} - U| > \varepsilon$ , виконується зміна коефіцієнта трансформації на один крок у потрібному напрямку. Процес перемикач обмежений верхньою і нижньою границями коефіцієнта трансформації. Функція РПН може блокуватися дією спеціальної ПА при аварійному зниженні напруги.

Електрична мережа на кожному кроці перехідного процесу може бути представлена системою лінійних алгебраїчних рівнянь. Якщо вважати, що в кожному вузлі увімкнені крім віток електричної мережі також синхронні генератори, навантаження і батареї шунтуючих конденсаторів, система вузлових рівнянь набуває вигляду

$$\dot{y}_s \dot{U}_s - \sum_{f \in s} \dot{y}_{sf} \dot{U}_f = \frac{E'_s (\cos \delta_s + j \sin \delta_s)}{jX'_{ds}} + \dot{I}_{cs} - \dot{I}_{ws} = \dot{J}_s, \quad s=1,2,\dots,m, \quad (16.17)$$

де  $\dot{I}_{cs}, \dot{I}_{ws}, \dot{J}_s$  – відповідно струми ємності, навантаження і загальний струм вузла  $s$ .

У матричній формі система вузлових рівнянь квазістаціонарного режиму має вигляд

$$\dot{Y} \dot{U} = \dot{J}. \quad (16.18)$$

Розв'язання системи (16.18) виконується, як і в задачі аналізу електромеханічних перехідних процесів, методом подвійної факторизації.

Модель ПА, як зазначалося (розд. 13.7), складається з умов і дій. Умови спрацювання ПА визначаються перевіркою співвідношень між параметрами режиму (напруга вузла, струм, потужність лінії, фазовий кут, різниця фазових кутів і ін.) і їх уставками. У задачі моделювання лавини напруги діями можуть бути зміна опору вітки чи провідності шунта, потужності навантаження чи генерації у вузлі, блокування дії РПН, програмне керування ЕРС і т. ін.

**Приклад 16.6.** Розглянемо енергосистему (рис. 16.9).

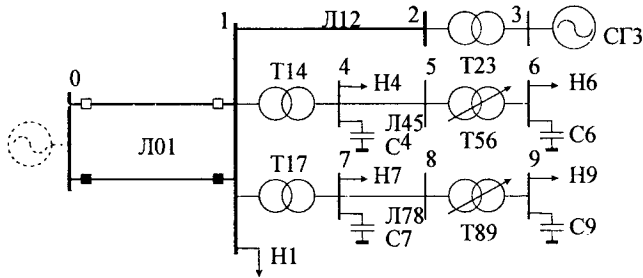


Рис.16.9

Опори віток:  $Z_{01} = 10 + j100$ ,  $Z_{12} = 20 + j100$ ,  $Z_{23} = j100$ ,  $Z_{14} = 1 + j40$ ,  $Z_{45} = 2 + j8$ ,  $Z_{56} = 1 + j20$ ,  $Z_{17} = 1 + j20$ ,  $Z_{78} = 2 + j10$ ,  $Z_{89} = 1 + j20$ . Зарядні провідності ліній 330 кВ:  $\dot{y}_{301} = j0.00128$ ,  $\dot{y}_{312} = j0.00102$ . Коефіцієнти трансформації в нормальному режимі:  $k_{23} = 33$ ,  $k_{14} = 3$ ,  $k_{56} = 11$ ,  $k_{17} = 3$ ,  $k_{89} = 11$ . Провідності шунтуючих конденсаторних батарей:  $\dot{y}_{C4} = \dot{y}_{C7} = j0.0048$ ,  $\dot{y}_{C6} = j0.1$ ,  $\dot{y}_{C9} = j0.08$ . Потужності навантажень:  $\dot{S}_{H1} = 170 + j95$ ,  $\dot{S}_{H4} = 107 + j58$ ,  $\dot{S}_{H7} = 94 + j52$ ,  $\dot{S}_{H6} = 35 + j19$ ,  $\dot{S}_{H9} = 33 + j18$ . Частка асинхронних двигунів в активній потужності кожного навантаження:  $k_{a11} = 0.72$ ,  $k_{a24} = k_{a27} = 0.55$ ,  $k_{a26} = k_{a29} = 0.5$ . Напруга в БП  $U_0 = 347$ . Активна потужність і напруга синхронного генератора:  $P_r = 100$ ,  $U_r = 11$ . Параметри еквівалентних асинхронних двигунів у складі комплексних навантажень:  $T_j = 4.5$ ,  $x_k = 0.255$ ,  $x_\mu = 4.45$ ,  $r_r = 0.021$ . Параметри синхронного генератора:  $P_{ном} = 100$ ,  $U_{ном} = 10.5$ ,  $T_j = 5.0$ ,  $T_{dc} = 6.5$ ,  $x_d = 1.92$ ,  $x'_d = 0.278$ ,  $k_x = 100$ ,  $k_U = -25$ ,  $k_I = -10$ ,  $I_{max} = 1.1$ ,  $u_p^{min} = -3$ ,  $u_p^{max} = 3$ . Початковим збуренням системи є вимкнення однієї з двох паралельних ліній Л01. Розрахувати перехідний процес у післяаварійному режимі і визначити стійкість напруги в системі.

**Розв'язок.** Розрахуємо нормальний режим:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= 3423 \angle -17.1^\circ, \dot{U}_2 = 3637 \angle -13.0^\circ, \dot{U}_3 = 110 \angle -8.7^\circ, \dot{U}_4 = 1135 \angle -19.8^\circ, \\ \dot{U}_5 &= 112.1 \angle -21.0^\circ, \dot{U}_6 = 10.0 \angle -24.2^\circ, \dot{U}_7 = 1139 \angle -18.3^\circ, \dot{U}_8 = 1122 \angle -19.7^\circ, \\ \dot{U}_9 &= 10.0 \angle -22.7^\circ. \end{aligned}$$

Визначаємо початкові умови перехідного процесу:  $E'_q = 11.2$ ,  $E_{qe} = E_{qe0} = 14.0$ ,  $\delta = 0.048$ ,  $y_{H1}^{ct} = 0.0004 - j0.0003$ ,  $y_{H4}^{ct} = 0.0037 - j0.0023$ ,  $y_{H7}^{ct} = 0.0033 - j0.0020$ ,  $y_{H6}^{ct} = 0.1751 - j0.1039$ ,  $y_{H9}^{ct} = 0.1651 - j0.0988$ .

Моделюємо перехідний процес після збурення, виконуючи при цьому на кожнім кроці перехідного процесу наступні обчислення: розраховуємо квазістационарний режим електричної мережі при поточних ЕРС синхронного генератора і провідностях навантажень, розраховуємо перехідний процес у синхронному генераторі

$$i = \frac{\dot{E} - \dot{U}_3}{jx'_d},$$

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U}_3 \hat{i}),$$

$$i_d = I'' \cos \delta - I' \sin \delta,$$

якщо  $I_* \leq I_{\max}$ , то  $I_* = I_{\max}$ , а якщо  $I_* > I_{\max}$ , то  $U_{3*} = U_{r0}$ ,

$$u_p = k_U (U_{3*} - U_{r0}) + k_I (I_* - I_{\max}),$$

$$u_p^{\min} \leq u_p \leq u_p^{\max}, \quad E_{qe} = E_{qe0} (1 + u_p),$$

$$s = s + \frac{h}{T_J P_{\text{ном}}} (P_\tau - P - k_2 s), \quad \delta = \delta + 314 h s,$$

$$E'_q = E'_q + \frac{h}{T_{d0}} [E_{qe} - E'_q + (x_d - x'_d) i_d],$$

$$\dot{E} = E'_q (\cos \delta + j \sin \delta);$$

розраховуємо режими в асинхронних навантажень:

$$P = \operatorname{Re} \left[ \frac{U^2}{Z_{\text{ном}}} \left( \frac{1}{jx_\mu} + \frac{1}{\frac{r_r}{s} + x_k} \right) \right],$$

$$s = s + \frac{h}{T_J P_{\text{ном}}} (P - P_{\text{ном}}),$$

$$y^n = \frac{1}{Z_{\text{ном}}} \left( \frac{1}{jx_\mu} + \frac{1}{\frac{r_r}{s} + x_k} \right);$$

моделюємо РПН: якщо  $1-U/U_{\text{ном}} < 0.01$ , то  $t_3 = 0$ , а якщо  $1-U/U_{\text{ном}} > 0.01$ , то  $t_3 = t_1 + h$  і якщо  $t_3 \geq 5$ , то  $t_3 = 0$ ,  $k_T = k_T - 0.196$ , але  $k_T \geq 9.24$ .

Результати розрахунків показані на рис. 16.10.

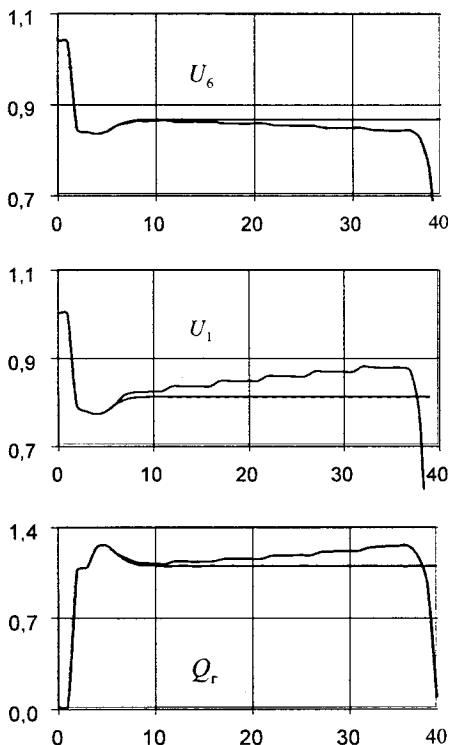


Рис. 16.10

Як видно з графіків перехідного процесу, після сьомого кроку зміни коефіцієнтів трансформації починається лавиноподібний спад напруги, що є наслідком збільшення струму в мережі 110 кВ при зменшенні коефіцієнтів трансформації понижуючих трансформаторів. Якщо заблокувати дію РПН в аварійному режимі, лавини напруги в системі не спостерігається.

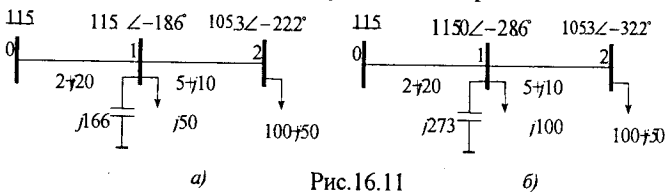
## Вправи

1. Навантаження у вигляді змінного опору  $Z_n$  і незмінного коефіцієнта потужності 0.8 живиться по лінії електропередачі опором  $10+j20$  Ом від джерела незмінної напруги 115 кВ. Визначити значення струму, напруги і потужності навантаження в залежності від опору  $Z_n$ . Дослідити залежність характеристик напруги системи від компенсації реактивної потужності.

2. Радіальна система (рис. 16.4) живить розподільну електромережу. Потужність навантаження незмінна. Опір лінії електропередачі  $5+j20$  Ом. Напруга в пункті живлення 115 кВ. Визначити потужності батареї конденсаторів для кожного режиму навантаження (табл. 16.2), якщо напруга у вузлі 1 дорівнює 115 кВ. Дослідити стійкість напруги в цих режимах.

3. Навантаження у вигляді опору  $Z_n$ , що змінюється при незмінному коефіцієнті потужності 0.8, живиться через лінію електропередачі опором  $5+j40$  Ом від синхронного генератора, з'єданого лінією електропередачі опором  $5+j10$  Ом із джерелом незмінної напруги 115 кВ (рис. 16.6). Синхронний генератор видає потужність 150 МВт і підтримує незмінну напругу 115 кВ, причому його реактивна потужність не перевищує 150 МВАр. Дослідити залежність напруги у вузлі 2 від навантаження.

4. Для двох режимів електричної системи (рис. 16.11), що відрізняються потужностями навантаження і конденсаторної батареї у вузлі 1, обчислити коефіцієнти чутливості вузлових напруг і визначити стійкість напруги в обох режимах.



а)

Рис.16.11

б)

5. Обчислити власні числа матриці Якобі і визначити стійкість напруги двох режимів системи (рис. 16.11).

6. Скласти алгоритм і програму модального аналізу стійкості напруги в складній електроенергетичній системі.

7. Скласти експериментальну програму аналізу лавини напруги в електричній системі, конфігураційна схема якої показана на рис. 16.9.

## *Розділ 17*

# **МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ І ХВИЛЬОВИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ**

### **17.1. Загальна характеристика задач**

Широкий клас задач зв'язаний з аналізом електромагнітних і хвильових перехідних процесів у схемах з довгими лініями електропередачі. До таких задач можна віднести, наприклад, аналіз внутрішніх перенапруг в електричній мережі, розрахунок перехідних струмів к. з. і відновлення напруги на контактах вимикачів при ліквідації к. з. Важливе значення має також задача розрахунку атмосферних перенапруг, що виникають на підстанціях при набіганні хвиль з ліній електропередачі. Усі ці задачі, маючи багато спільного, вимагають кожна окремо урахування певних особливостей. Тривалість таких процесів складає від 0.01 до 0.2 с.

При дослідженні комутаційних перенапруг, що можуть виникати в електричній мережі при введенні в роботу електроустаткування, при аварійному вимкненні ЛЕП чи вмиканні в циклі АПВ, схема найчастіше включає кілька ліній і велику кількість елементів із зосередженими параметрами: трансформаторів, реакторів, розрядників, вимикачів тощо. Ємностями устаткування на підстанціях можна в даному випадку знехтувати.

Вмикання лінії необхідно моделювати з урахуванням розсіювання моментів замикання головних і допоміжних контактів окремих фаз вимикачів. Для цього потрібно задати послідовність моментів вмикання всіх шести контактів. На основі зазначеної інформації виконується моделювання комутацій і розрахунок перехідного процесу.

Особливістю задачі аналізу комутаційних перенапруг є необхідність виконання комплексних розрахунків, зв'язаних з відображенням великої кількості комутаційних операцій. Так, наприклад, при моделюванні циклу однофазного АПВ необхідно спочатку визначити початковий усталений аварійний режим при наявності к. з. на одній з фаз, змоделювати вимкнення ушкодженої фази з одного з кінців лінії при збереженні к. з. на

лінії, потім – з протилежного, розрахувати перехідний процес під час згасання дуги на ушкодженій фазі в момент проходження струму через нуль і розглянути вмикання в заданий момент вимикача на одному з кінців лінії.

Задача дослідження процесу відновлення напруги на контактах вимикача має інші особливості. Логічна частина цієї задачі досить проста, оскільки в даному випадку необхідно враховувати лише моменти вмикання окремих фаз. Поряд з цим дуже важливо адекватно відобразити процеси в елементах підстанції, на якій розташований вимикач. Вплив шин може бути врахований в схемі заміщення зосередженою ємністю. Трансформатори в подібних розрахунках можуть бути представлені Г-образною схемою заміщення з урахуванням параметрів прямої і нульової послідовностей у залежності від схеми з'єднання обмоток. У розрахункову схему необхідно внести також приєднані до підстанції ЛЕП, а також усі суміжні вузли і лінії.

Наявність малих ємностей у схемі вимагає використання дуже малого кроку квантування перехідного процесу. Тривалість розрахунків може бути обмежена подвійним часом пробігу хвилі від вимикача до кінця лінії. Задача розв'язується методом еквівалентного джерела струму, ввікненого між контактами вимикача.

Характерною рисою згаданих задач є те, що вузли розрахункової схеми і приєднані до них елементи з зосередженими параметрами розділяється лініями електропередачі з розподіленими параметрами. Електромагнітні процеси в таких схемах значною мірою визначаються хвильовими процесами в ЛЕП. Причинами виникнення перехідних процесів можуть бути к. з. і комутації вимикачів. Важливе значення мають дослідження процесів при пофазних комутаціях.

Математичні моделі повинні враховувати наявність практично всіх елементів електричних систем: джерел електроенергії, споживачів, ЛЕП, трансформаторів, вимикачів, розрядників, реакторів, конденсаторних батарей і ін. Кожен елемент системи має певну статичну чи динамічну характеристику і інколи може потребувати врахування дії автоматичних пристроїв.

На рис. 17.1 приведений один з варіантів принципів схем, використовуваних у розрахунках електромагнітних перехідних процесів. Найбільш ефективним практичним методом розрахунків перехідних процесів у таких схемах є хвильовий метод моделювання ЛЕП у сполученні з чисельними методами розв'язання систем алгебраїчних і звичайних диференціальних рівнянь в електротехнічних пристроях, що заміщаються RLC-схемами з зосередженими параметрами.

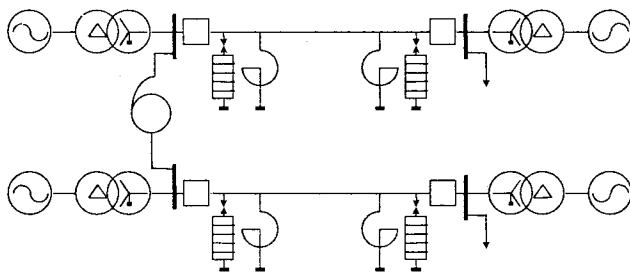


Рис. 17.1

При використанні хвильового методу рівняння елементів із зосередженими параметрами розв'язується для кожного вузла окремо незалежно від інших вузлів. Хвильові процеси в лініях мають властивість затримки в часі, а отже відокремлення вузлів, і розглядаються на кожному кроці як відомі ЕРС, прикладені до кожного незалежного вузла схеми.

## 17.2. Системи координат

У розрахунках хвильових і електромагнітних перехідних процесів використовують як фазні, так і модальні системи координат. Фазні координати доцільно застосовувати при пофазній несиметрії елементів. Така несиметрія має місце в нелінійних і комутаційних елементах. До них відносяться вимикачі, розрядники, іскрові проміжки, к. з. і реактори з іскровим приєднанням. Модальні координати використовуються при моделюванні симетричних елементів: ЛЕП, трансформаторів, реакторів і батарей конденсаторів, що мають шляхи для протікання струмів нульової послідовності.

Для розрахунків електромагнітних і хвильових перехідних процесів у трифазних симетричних системах найбільш зручним є



використання  $\gamma, \delta, 0$ -складових. Матриці перетворення координат мають вигляд (2.28). Зв'язок між напругами фаз  $a, b, c$  і складовими напруги в координатах  $\gamma, \delta, 0$  може бути виражений також за допомогою простих формул:

$$u_\gamma = u_a - u_0, \quad u_\delta = u_b - u_0, \quad u_0 = \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c), \quad (17.1)$$

і назад

$$u_a = u_\gamma + u_0, \quad u_b = u_\delta + u_0, \quad u_c = u_0 - u_\gamma - u_\delta. \quad (17.2)$$

Аналогічні формули можна навести і для струмів. Зручність використання системи координат  $\gamma, \delta, 0$  полягає в простоті перетворення, а також у наочності складових будь-якої змінної.

**Приклад 17.1.** Напруга вузла в деякому несиметричному режимі має наступні складові прямої, зворотної і нульової послідовностей відповідно:  $110 - j30$  кВ,  $-50 + j25$  кВ і 20 кВ. Визначити значення фазних напруг протягом двох періодів, а також складові цієї напруги в системі координат  $\gamma, \delta, 0$ .

**Розв'язок.** Фазні напруги визначаємо за формулами:

$$\begin{aligned} u_a &= U_1 \sin(\omega t + \delta_1) + U_2 \sin(\omega t + \delta_2) + U_0, \\ u_b &= U_1 \sin\left(\omega t + \delta_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + U_2 \sin\left(\omega t + \delta_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + U_0, \\ u_c &= U_1 \sin\left(\omega t + \delta_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + U_2 \sin\left(\omega t + \delta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + U_0. \end{aligned}$$

Складові напруги в системі координат  $\gamma, \delta, 0$  обчислюємо за формулами (17.1). За результатами обчислень будемо графіки напруги в масштабі  $\pm 200$  кВ (рис. 17.2).

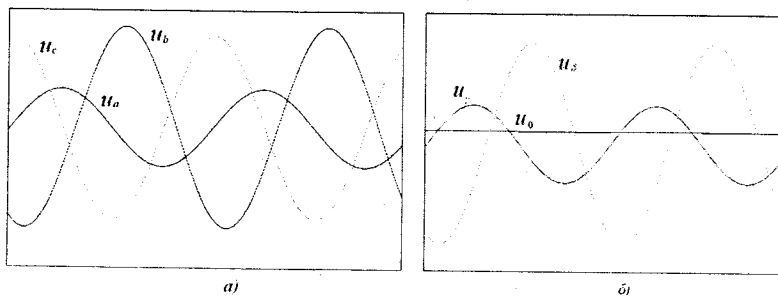


Рис.17.2

При дослідженні електромагнітних і хвильових процесів у схемах із симетричними ЛЕП застосовується також система

$\alpha, \beta, 0$ -складових. Вона зв'язує фазні і модальні координати аналогічними співвідношеннями (2.24) і (2.25), у яких матриці  $S$  і  $S^{-1}$  мають вигляд:

$$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & \sqrt{3} & 2 \\ -1 & -\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}, \quad S^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Можливе використання й інших систем координат, які забезпечують діагоналізацію матриць параметрів елементів трифазної системи.

### 17.3. ЛЕП з розподіленими параметрами

Як відомо, трифазна довга лінія без утрат може бути описана телеграфними рівняннями в матричній формі

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{U}_\phi - \Gamma_\phi^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{U}_\phi &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{I}_\phi - \Gamma_\phi^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{I}_\phi &= 0, \end{aligned} \quad (17.3)$$

де  $\mathbf{U}_\phi, \mathbf{I}_\phi$  – вектори-стовпці фазних напруг і струмів.

Матриця коефіцієнтів поширення  $\Gamma_\phi$  визначається через матриці власних і взаємних індуктивностей  $\mathbf{L}$  і ємностей  $\mathbf{C}$  фаз ЛЕП на 1 км її довжини за формулою

$$\Gamma_\phi = [\mathbf{LC}]^{0.5}. \quad (17.4)$$

Розв'язання рівнянь (17.3) ускладнюється наявністю міжфазних зв'язків. Тому використовують перетворення фазних величин у деякі модальні координати, в яких матриця параметрів стає діагональною

$$\Gamma_m = S^{-1} \Gamma_\phi S. \quad (17.5)$$

Після цього система (17.3) розпадається на три незалежні рівняння для трьох окремих каналів. Цим рівнянням в області оригіналів функцій відповідають рівняння в області зображень при граничних умовах  $x_1 = 0$  і  $x_2 = l$ , де  $l$  – довжина лінії.

Загальний розв'язок телеграфних рівнянь в області оригіналів може бути представлений у вигляді співвідношень для кожного з трьох каналів щодо напруг і струмів на початку (індекс 1) і в кінці (індекс 2) ЛЕП:

$$\begin{aligned} u_1(t) + zi_{12}(t) &= [u_1(t-\tau) - zi_{12}(t-\tau)]\delta(t-\tau)e^{-\beta\tau}, \\ u_2(t) + zi_{21}(t) &= [u_2(t-\tau) - zi_{21}(t-\tau)]\delta(t-\tau)e^{-\beta\tau}, \end{aligned} \quad (17.6)$$

де  $z = \sqrt{\frac{L}{C}}$  – хвильовий опір лінії,  $\tau = l\sqrt{LC}$  – час пробігу хвилі по лінії (затримка часу),  $\delta(t-\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq \tau \\ 0 & \text{при } t < \tau \end{cases}$  – логічна функція,  $\beta$  – коефіцієнт загасання.

Для лінії без утрат  $\beta=0$ . Для лінії, що має активний опір  $R$  Ом/км і активну провідність  $G$  См/км,

$$\beta = \frac{R + z^2 G}{2L},$$

а хвильовий опір  $z$  у (17.6) необхідно замінити на  $z-R$ .

Отримані рівняння (17.6) можна розглядати як закон Ома в хвильовій формі. Внесемо позначення:

$$\begin{aligned} v_2(t) &= u_1(t) + zi_{12}(t), v_1(t) = u_2(t) + zi_{21}(t), \\ v'_2(t) &= u_1(t) - zi_{12}(t), v'_1(t) = u_2(t) - zi_{21}(t). \end{aligned} \quad (17.7)$$

Тоді рівняння лінії (17.6) можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= v'_1(t-\tau)\delta(t-\tau)e^{-\beta\tau}, \\ v_2(t) &= v'_2(t-\tau)\delta(t-\tau)e^{-\beta\tau}. \end{aligned} \quad (17.8)$$

Величини  $v_1, v'_1, v_2, v'_2$  можна розглядати як узагальнені хвилі напруги, що набігають на вузли 1 і 2 і відбиваються від них (рис. 17.3).

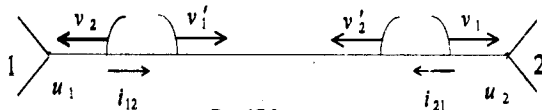


Рис.17.3

Перше рівняння (17.8) означає, що хвиля, яка набігає на вузол 1 в момент часу  $t$  дорівнює відображеній від вузла 2 хвилі в момент часу  $t-\tau$ , помноженій на величину загасання. Аналогічне тлумачення має і друге рівняння. Представлення математичної моделі лінії у вигляді рівнянь (17.6) з функціями затримки часу дозволяє виконувати чисельне моделювання кожного вузла окремо, використовуючи на кожному кроці хвилі  $v(t)$ , що набігають, як відомі джерела напруги.

Якщо перехідний процес у кінцевих вузлах довгої лінії без утрат моделювати з кроком  $h \ll \tau$ , то приходимо до рекурентних співвідношень

$$i_{12}^{(i)} = \frac{1}{z} [u_1^{(i)} - v_1^{(i-k)}], \quad i_{21}^{(i)} = \frac{1}{z} [u_2^{(i)} - v_2^{(i-k)}], \quad (17.9)$$

де  $i$  – порядковий номер кроку моделювання;  $k$  – індекс, що відповідає глибині передісторії і дорівнює відношенню часу пробігу хвилі до тривалості кроку  $h$ .

Масиви вузлових хвиль напруг  $v_1$  і  $v_2$  розмірністю  $k$  організовані як черги й обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} v_1^{(i)} &= u_2^{(i)} + (z - R) i_{21}^{(i)}, \\ v_2^{(i)} &= u_1^{(i)} + (z - R) i_{12}^{(i)}. \end{aligned} \quad (17.10)$$

Розглянута математична модель ЛЕП (17.9) і (17.10) є наближеною інтерпретацією загальної методики розв'язання системи рівнянь довгої лінії електропередачі з розподіленими параметрами і застосовується до кожного з трьох модальних каналів окремо.

**Приклад 17.2.** У деякий момент часу ЛЕП 750 кВ довжиною 400 км вмикається з одного кінця під напругу 715 кВ. Погонні параметри лінії:  $r_0=0.021$  Ом/км,  $x_0=0.288$  Ом/км,  $b_0=4.11$  мкСм/км. Реактивний опір зворотної послідовності ЛЕП дорівнює реактивному опору прямої послідовності, а нульової послідовності – в 2.5 рази більший. Визначити, як змінюється напруга у фазних координатах із протилежного кінця лінії протягом 0.2 с.

**Розв'язок.** В усталеному режимі напруга в кінці ненавантаженої лінії буде складати

$$\dot{U}_1 = \frac{715}{\frac{400(0.021 + j0.288)}{1} + 0.5j \frac{4.11 \cdot 400}{10^6}} = 789.7 - j6.0 \text{ кВ.}$$

Для визначення миттєвих значень напруги в перехідному процесі спочатку потрібно обчислити параметри моделі довгої лінії. Активний опір лінії

$$R = 400 \cdot 0.021 = 8.4 \text{ .}$$

Хвильовий опір лінії в координатах  $\gamma, \delta, 0$ :

$$z_\gamma = z_\delta = 1000 \sqrt{0.288 \cdot 4.11 + 0.5 \cdot 8.4} = 268.8 \text{ ,}$$

$$z_0 = 1000\sqrt{2.5 \cdot 0.288 \cdot 4.11} + 0.5 \cdot 8.4 = 422.7.$$

Час пробігу хвилі уздовж лінії для каналів  $\gamma, \delta, 0$ :

$$\tau_\gamma = \tau_\delta = \frac{400\sqrt{0.288 \cdot 4.11}}{314000} = 0.00139,$$

$$\tau_0 = \frac{400\sqrt{2.5 \cdot 0.288 \cdot 4.11}}{314000} = 0.00220.$$

Прийmemo довжину кроку моделювання  $h=0.00001$ . Тоді розмірності масивів передісторії для каналів  $\gamma, \delta, 0$ :

$$N_\gamma = N_\delta = 0.00139/0.00001 = 139,$$

$$N_0 = 0.00220/0.00001 = 220.$$

Оскільки ЛЕП не була під напругою, початкові значення масивів передісторії (17.10) дорівнюють 0.

Починаючи з моменту часу  $t=0$ , здійснюємо крок за кроком моделювання перехідного процесу. При цьому на кожному кроці виконуємо наступні обчислення.

Фазні напруги на початку лінії:

$$u_{0a} = U_0 \sin(314t), \quad u_{0b} = U_0 \sin\left(314t - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$u_{0c} = U_0 \sin\left(314t + \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_{00} = \frac{1}{3}(u_{0a} + u_{0b} + u_{0c}).$$

Значення струмів на початку лінії в каналах  $\gamma, \delta, 0$ :

$$i_{01\gamma} = \frac{1}{z_\gamma - R} [u_{0a} - u_{00} - v_{0\gamma}(N_\gamma)],$$

$$i_{01\delta} = \frac{1}{z_\delta - R} [u_{0b} - u_{00} - v_{0\delta}(N_\delta)],$$

$$i_{010} = \frac{1}{z_0 - R} [u_{00} - v_{00}(N_0)].$$

Оскільки струм в кінці ненавантаженої лінії відсутній, напруги у каналах  $\gamma, \delta, 0$  за другою формулою (17.9):

$$u_{1\gamma} = v_{1\gamma}(N_\gamma), \quad u_{1\delta} = v_{1\delta}(N_\delta), \quad u_{10} = v_{10}(N_0).$$

Значення фазних напруг:

$$u_{1a} = u_{1\gamma} + u_{10}, \quad u_{1b} = u_{1\delta} + u_{10}, \quad u_{1c} = u_{10} - u_{1\gamma} - u_{1\delta}.$$

Корегуємо масиви передісторії. Для цього спочатку зрушимо кожен елемент масиву, починаючи з передостаннього, на позицію вперед, а потім знаходимо перші елементи масивів за формулами (17.10):

$$v_{0\gamma}(1) = u_{1a} - u_{10}, \quad v_{0\delta}(1) = u_{1b} - u_{10}, \quad v_{00}(1) = u_{10}.$$

$$v_{17}(l) = u_{0a} - u_{00} + (z_7 - R) i_{017},$$

$$v_{18}(l) = u_{0b} - u_{00} + (z_8 - R) i_{018},$$

$$v_{10}(l) = u_{00} + (z_0 - R) i_{010}.$$

Переходимо до наступного кроку  $t=t+h$  і т. д. За результатами обчислень будемо графіки перехідного процесу (рис. 17.4) у масштабі напруги  $\pm 2000$  кВ.

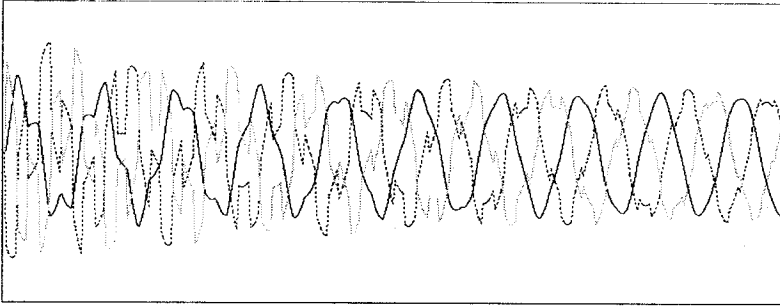


Рис.17.4

## 17.4. Елементи з зосередженими параметрами

До складу елементів із зосередженими параметрами в задачах аналізу електромагнітних і хвильових процесів входять поперечні і подовжні активні опори, активно-індуктивні опори, ємності, а також більш складні елементи, такі як блок синхронний генератор-трансформатор, розрядник, реактор з іскровим увімкненням, вимикач, несиметричні к. з.

**17.4.1. Активний опір.** За допомогою поперечного активного опору (рис. 17.5, а) моделюються втрати на корону, лінійні розрядники, активні навантаження і т. п.

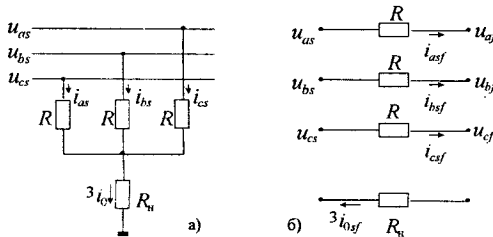


Рис.17.5

У модальній системі координат такий елемент характеризується діагональною матрицею, причому активні опори каналів  $\gamma, \delta$   $R_\gamma = R_\delta = R$ , а опір нульового каналу  $R_0 = R + 3R_n$ , де  $R$  – фазний опір,  $R_n$  – опір нейтралі. Струми, що протікають у каналах  $\gamma, \delta, 0$  можна визначити за формулою

$$i_s = \frac{u_s}{R_s}. \quad (17.11)$$

Подовжній активний опір (рис. 17.5, б) може використовуватися, наприклад, при моделюванні активних опорів ЛЕП, а також шунтуючих опорів у вимикачах. Струм, що протікає через активний опір

$$i_{sf} = \frac{1}{R_{sf}}(u_s - u_f). \quad (17.12)$$

**17.4.2. Активно-індуктивний опір.** За допомогою подовжніх активно-індуктивних опорів (рис. 17.6, б) можна моделювати обмотки синхронних генераторів і трансформаторів, автотрансформаторів, а також подовжні реактори. Поперчне приєднання активно-індуктивної схеми (рис. 17.6, а) відповідає шунтуючому реактору або узагальненому навантаженню. Як і в попередніх випадках, індуктивність для каналів  $\gamma, \delta$  дорівнює фазній індуктивності  $L$ , а для нульового каналу –  $L + 3L_n$ .

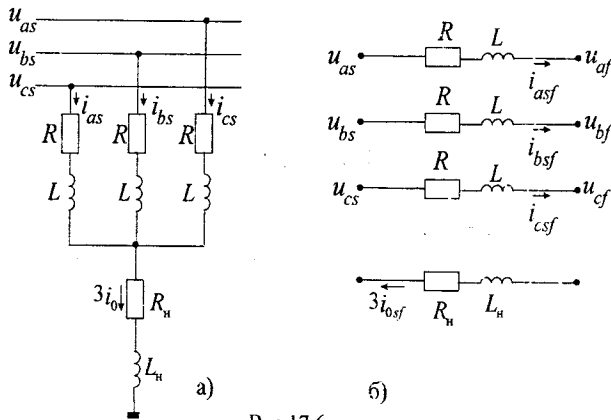


Рис.17.6

Для подовжньої схеми кожного з трьох модальних каналів можна записати рівняння

$$u_s - u_f = R_{sf} i_{sf} + L_{sf} \frac{di_{sf}}{dt}. \quad (17.13)$$

Якщо при чисельному моделюванні скористатися методом Ейлера, диференціальне рівняння (17.13) можна замінити рекурентним співвідношенням

$$i_{sf} = i_{sfn} + \frac{h}{L_{sf}} (u_s - u_f - R_{sf} i_{sf}), \quad (17.14)$$

де  $h$  – інтервал часу, рівний кроку моделювання,  $i_{sfn}$  – попереднє значення струму на початку інтервалу.

Поперечне увімкнення активно-індуктивного елемента можна моделювати аналогічно

$$i_s = i_{sn} + \frac{h}{L_s} (u_s - R_s i_s). \quad (17.15)$$

**Приклад 17.3.** У деякий момент часу ЛЕП 750 кВ довжиною 400 км, в кінці якої є навантаження  $R_n + jX_n = 800 + j400$  Ом, вмикається на вході під напругу 715 кВ. Погонні параметри лінії:  $r_0=0.021$  Ом/км,  $x_0=0.288$  Ом/км,  $b_0=4.11$  мкСм/км. Реактивний опір нульової послідовності прийняти в 2.5 рази більшим прямої. Визначити, як змінюється напруга у фазних координатах на шинах навантаження протягом 0.2 с.

**Розв'язок.** В усталеному режимі напруга в кінці лінії в даному випадку становить

$$\dot{U} = \frac{715}{400(0.021 + j0.288)} = \frac{715}{1 + j0.5} = 725.4 - j88.1.$$

Обчислення параметрів моделі довгої лінії, початкових умов і моделювання перехідного процесу виконуються майже аналогічно прикладу 17.2. Відмінність полягає лише в необхідності врахування активно-індуктивного навантаження, струм якого в кожному із трьох модальних каналів визначається за формулою (17.15). При цьому на кожному кроці виконуємо наступні обчислення. Фазні напруги на початку лінії:

$$u_{0a} = U_0 \sin(314t), \quad u_{0b} = U_0 \sin\left(314t - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$u_{0c} = U_0 \sin\left(314t + \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_{00} = \frac{1}{3}(u_{0a} + u_{0b} + u_{0c}).$$



Значення струмів на початку лінії в каналах  $\gamma, \delta, 0$ :

$$i_{01\gamma} = \frac{1}{z_\gamma} [u_{0a} - u_{00} - v_{01\gamma}(N_\gamma)],$$

$$i_{01\delta} = \frac{1}{z_\delta} [u_{0b} - u_{00} - v_{01\delta}(N_\delta)],$$

$$i_{010} = \frac{1}{z_0} [u_{00} - v_{010}(N_0)].$$

Струм в кінці лінії дорівнює з протилежним знаком струму навантаження і обчислюється за формулами:

$$i_{1\gamma} = i_{1\gamma} + \frac{h\omega}{X_n} (u_{1\gamma} - R_n i_{1\gamma}),$$

$$i_{1\delta} = i_{1\delta} + \frac{h\omega}{X_n} (u_{1\delta} - R_n i_{1\delta}),$$

$$i_{10} = i_{10} + \frac{h\omega}{X_n} (u_{10} - R_n i_{10}).$$

Значення напруг у каналах  $\gamma, \delta, 0$  в кінці лінії:

$$u_{1\gamma} = v_{1\gamma}(N_\gamma) - z_\gamma i_{1\gamma},$$

$$u_{1\delta} = v_{1\delta}(N_\delta) - z_\delta i_{1\delta},$$

$$u_{10} = v_{10}(N_0) - z_0 i_{10}.$$

Значення фазних напруг в кінці лінії:

$$u_{1a} = u_{1\gamma} + u_{10}, u_{1b} = u_{1\delta} + u_{10}, u_{1c} = u_{10} - u_{1\gamma} - u_{1\delta}.$$

Корегуємо масиви передісторії. Для цього зрушуємо спочатку кожен елемент масиву, починаючи з передостаннього, на 1 позицію вперед (просування хвилі протягом інтервалу  $h$ ) і обчислюємо перші елементи масивів за формулами:

$$v_{0\gamma}(1) = u_{1\gamma} - (z_\gamma - R) i_{1\gamma},$$

$$v_{0\delta}(1) = u_{1\delta} - (z_\delta - R) i_{1\delta},$$

$$v_{00}(1) = u_{10} - (z_0 - R) i_{10}.$$

$$v_{1\gamma}(1) = u_{0a} - u_{00} + (z_\gamma - R) i_{01\gamma},$$

$$v_{1\delta}(1) = u_{0b} - u_{00} + (z_\delta - R) i_{01\delta},$$

$$v_{10}(1) = u_{00} + (z_0 - R) i_{010}.$$

Врешті масмо графіки (рис.17.7) у масштабі  $\pm 2000$  кВ.

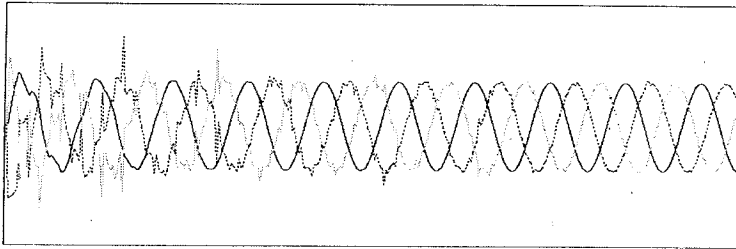


Рис.17.7

**17.4.3. Ємність.** Ємностями (рис. 17.8) моделюються установки подовжньої і поперечної компенсації, устаткування в задачах грозозахисту і відновлення напруги на контактах вимикачів.

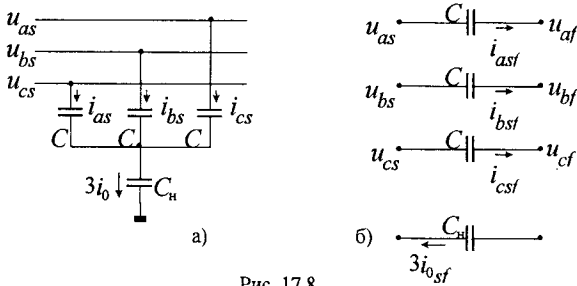


Рис. 17.8

Для схеми (рис. 17.8, б) маємо

$$i_{sf} = C_{sf} \frac{d}{dt} (u_s - u_f) = C_{sf} \frac{du_{sf}}{dt}, \quad (17.16)$$

або у вигляді рекурентної формули

$$i_{sf} = \frac{C_{sf}}{h} (u_{sf} - u_{sfn}), \quad (17.17)$$

Аналогічно для поперечної ємності (рис 17.8, а)

$$i_s = \frac{C_s}{h} (u_s - u_{sn}). \quad (17.18)$$

**17.4.4. Блок генератор-трансформатор.** Модель блока (рис. 17.9) може розглядатися як джерело синусоїдальної ЕРС, яка в розрахунках електромагнітних процесів приймається рівною надперехідній ЕРС, прикладеній за активно-індуктивним опором синхронного генератора і трансформатора.

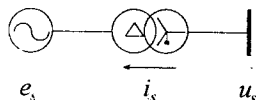


Рис.17.9

Обмежуючись визначенням струмів і напруг лише на високій стороні трансформатора, можна скористатися розглянутою активно-індуктивною схемою в модальних координатах  $\gamma, \delta, 0$  з діючої на стороні генератора ЕРС  $e_{s\gamma}$  чи  $e_{s\delta}$  і  $e_{s0} = 0$  для нульової складової. При прийнятому позитивному напрямку струмів від вузла за аналогією можемо записати диференціальне рівняння

$$u_s - e_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt}. \quad (17.19)$$

При  $e_s = 0$  рекурентне співвідношення рівняння (17.19) співпадає з (17.15) для поперечного  $RL$ -елемента.

**17.4.5. Розрядник.** Для обмеження комутаційних і атмосферних перенапруг в електричних мережах широко застосовуються спеціальні розрядники. На рис. 17.10 показана схема розрядника, що складається з іскрового проміжку (ІП) і резистора ( $R$ ), у якому енергія перенапруги розсіюється у вигляді теплоти в навколишнім середовищі.

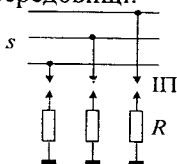


Рис.17.10

Резистор звичайно виготовляється з матеріалу, що характеризується деякою нелінійністю вольт-амперної характеристики. Можливе використання і лінійних резисторів з незмінним опором. Використовують також обмежники перенапруг, виготовлені з матеріалів, що мають значну нелінійність вольт-амперної характеристики, без іскрових проміжків.

При використанні нелінійних робочих резисторів залежність між струмом і напругою у фазних координатах виражається для кожної з трьох фаз  $a, b, c$  як

$$i_s = \varphi(u_s). \quad (17.20)$$

Для лінійних робочих резисторів

$$i_s = \frac{u_s}{R_s}. \quad (17.20a)$$

Ці рівняння при програмній реалізації моделі повинні бути доповнені логічними умовами, що характеризують режим роботи розрядника.

Для комутаційних розрядників з підвищеною дугогасною здатністю серії РВМКП характерна наступна логіка їхньої роботи. При досягненні напругою кожної з фаз розрядника значення  $U_{\text{пр}}$  іскровий проміжок пробивається і до відповідної фази вмикається нелінійний робочий резистор. Дуга в іскровому проміжку фази розрядника гасне в момент проходження струму через нуль, після чого фаза стає вимкненою від лінії. Після загасання дуги в іскровому проміжку напруга в точці приєднання розрядника в перехідному процесі може знову перевершити пробивну напругу іскрового проміжку в гарячому стані  $U_{\text{пр}}$ . (Можна вважати, що  $U_{\text{пр}} = \eta U_{\text{пр}}$ , де  $\eta$  – коефіцієнт, що враховує зниження пробивної напруги при повторному спрацьовуванні розрядника). У процесі аварійного режиму розрядник може спрацювати кілька разів, причому напруга повторних пробіїв у гарячому стані може вважатися незалежною від кількості спрацювань.

Розглянута логіка роботи розрядника в кожній фазі  $a, b, c$  повинна бути доповнена врахуванням стану розрядника

$$i_s = k\varphi(u_s). \quad (17.21)$$

Зміна  $k$  у процесі розрахунку відбувається внаслідок контролювання напруги вузла  $s$ . Якщо виконується умова  $|u_s| \geq U_{\text{пр}}$  при першому пробії чи  $|u_s| \geq U_{\text{пр}}$  при повторному пробії, приймається  $k=1$ . Якщо надалі в перехідному процесі виконується умова  $i_{s,m} \leq 0$ , тобто настає момент переходу значення струму через нуль, приймається  $k=0$ .

**17.4.6. Реактор з іскровим увімкненням.** Через іскрові проміжки іноді приєднуються також шунтуючі реактори. При таких приєднанні реактор вмикається лише при досягненні фазною напругою рівня  $(1.2-1.5)U_{\text{ном}}$ . Для забезпечення тривалого приєднання іскровий проміжок шунтується контактами вимикача.

При моделюванні перехідного процесу в реакторі доцільне використання фазних координат. Скориставшись матричною формою, можна записати

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I}_s = \mathbf{L}_s^{-1}(\mathbf{U}_s - \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s), \quad (17.22)$$

де  $L_s$  – квадратна симетрична матриця третього порядку фазних індуктивностей реактора,  $R_s$  – діагональна матриця активних опорів фаз.

З урахуванням комутаційної матриці одержимо диференціальне рівняння реактора з іскровим проміжком

$$\frac{d}{dt} I_s = K L_s^{-1} (U_s - R_s I_s), \quad (17.23)$$

де  $K$  – діагональна матриця з елементами  $k=1$  при ввімкненій фазі реактора і  $k=0$  при вимкненій. Зміна значення  $k$  у процесі розрахунку відбувається в залежності від фазної напруги. На початку розрахунку  $K=0$ . Після спрацьовування іскрового проміжку будь-якої з фаз відповідний елемент матриці  $K$  приймається рівним 1 і зберігається до кінця розрахунку.

**17.4.7. Вимикачі.** Розглянемо модель вимикача із шунтуючими резисторами (рис. 17.11), що вмикаються при здійсненні комутаційних операцій.

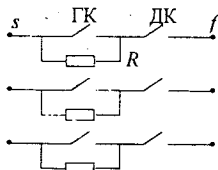


Рис. 17.11

Лог

іка роботи головних (ГК) і допоміжних (ДК) контактів зводиться до виконання трьох правил: 1) при ввімкненні першими замикаються допоміжні контакти фази, а при вимкненні, навпаки, першими розмикаються головні контакти; 2) час між комутацією головних і допоміжних контактів може бути довільним; 3) вмикання і вимикання фаз вимикача може відбуватися в будь-якій послідовності з заданим розсіюванням у часі, але розмикання контактів можливо тільки при проходженні струму у відповідній фазі через нуль.

Робота вимикача може бути описана матричним рівнянням у фазних координатах

$$K_{ик} (U_s - U_f) = (E - K_{ик}) R I_f, \quad (17.24)$$

де  $K_{дк}, K_{гк}$  – діагональні нуль-одичні матриці комутацій, елементи яких дорівнюють 1 при замкнутих і 0 при розімкнутих контактах відповідних фаз;  $E$  – одинична матриця.

Вважається, що при розімкнутому ДК струм відповідної фази дорівнює нулю (відсутня різниця потенціалів). При замкнутому ДК падіння напруги дорівнює  $r_{i,ij}$ , якщо розімкнутий ГК, чи 0, якщо він замкнутий. Робота вимикача моделюється зміною на протилежні значення (0 чи 1) елементів матриць  $K_{дк}$  і  $K_{гк}$  у відповідні моменти часу. Якщо необхідно врахувати дію вимикача без шунтуючого опору, потрібно прийняти  $K_{гк} = R = 0$ , розглядаючи лише допоміжні контакти.

**17.4.8. Несиметричні к. з.** До складу математичних моделей елементів доцільно включити також загальну модель к. з. Така модель може бути описана матричним рівнянням у системі фазних координат

$$I_s = Y_{кз} K_{кз} U_s. \quad (17.25)$$

Значення матриці  $K_{кз}$  залежить від виду к. з. Так, наприклад, для двофазного к. з. фаз  $b$  і  $c$  на землю

$$K_{кз} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

## 17.5. Моделювання складних систем

При дослідженні електромагнітних процесів у складних електричних системах хвильовим методом розрахункова схема може розглядатися як сукупність вузлів, з'єднаних між собою довгими лініями й елементами з зосередженими параметрами. У вузлах схеми можуть вмикатися різні поперечні елементи. Отже, у вихідних даних повинна бути задана інформація про з'єднання і параметри елементів.

Математична модель системи на кожному кроці моделювання перехідного процесу (модель квазістаціонарного режиму) складається з рекурентних співвідношень елементів, що відповідають закону Ома кожної вітки, і рівнянь першого закону Кірхгофа в кожному вузлі. Зазначена система алгебраїчних рівнянь є лінійною, і для її розв'язання можуть використовуватися ітераційні, прямі чи матричні методи.

Метод простої ітерації складається з повторних переобчислень за рекурентними формулами на кожному поточнім інтервалі часу при незмінній передісторії процесу. Оскільки при малому кроці приріст змінних незначний, ітераційний процес сходиться досить швидко. Дослідження підтверджують достатність декількох ітерацій (2-3). При безітераційнім моделюванні перехідного процесу в складній системі можливе накопичення похибки чисельного інтегрування, тобто нестійкість методу розв'язання задачі.

**Приклад 17.4.** У нормальному усталеному режимі синхронний генератор СГ (рис. 17.12) генерує потужність  $845+j146$  МВА. Через підвищувальний трансформатор і ЛЕП 330 кВ він живить навантаження Н потужністю  $326+j108$  МВА. Решта потужності  $483-j227$  МВА через автотрансформатор АТ і ЛЕП 750 кВ надходить в енергосистему. Напруга на шинах енергосистеми 725 кВ підтримується незмінною. Через 0.03 с після початку моделювання нормального усталеного режиму надходить аварійний сигнал на вимкнення вимикача В без шунтуючих опорів, що викликає перехідний процес і перенапругу в системі. З метою обмеження перенапруги до шин 1 через іскрові проміжки приєднані шунтуючі реактори Р з пробивною напругою 900 кВ.

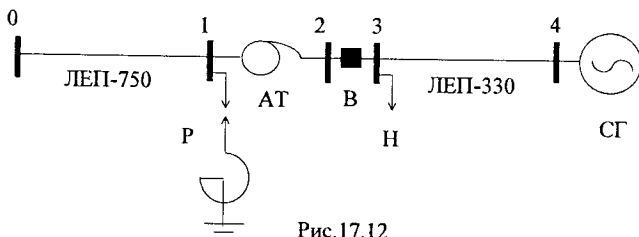


Рис.17.12

Погонні параметри ЛЕП 750 кВ довжиною 400 км складають:  $r_0=0.021$  Ом/км,  $x_0=0.288$  Ом/км,  $b_0=4.11$  мкСм/км, реактивний опір нульової послідовності в 2.5 рази більший за реактивний опір прямої послідовності. Погонні параметри ЛЕП 330 кВ довжиною 100 км складають:  $r_0=0.052$  Ом/км,  $x_0=0.356$  Ом/км,  $b_0=0.51$  мкСм/км, реактивний опір нульової послідовності в 2.8 рази більший за реактивний опір прямої послідовності. Параметри АТ: активний і реактивний опір  $1.21+j74.7$  Ом, коефіцієнт трансформації 2.27. Параметри СГ: реактивний опір прямої і нульової послідовностей 24.4 Ом, а реактивний опір

зворотної послідовності в 1.2 рази більший. Активний і реактивний опір реактора  $1+j200$  Ом. Активний і реактивний опір прямої послідовності навантаження  $300+j100$  Ом, реактивний опір нульової послідовності дорівнює реактивному опору прямої послідовності, а зворотної – 0.35 його значення. Визначити, як буде змінюватися напруга у фазних координатах на шинах 1 протягом 0.2 с.

**Розв'язок.** У нормальному усталеному режимі напруги у вузлах схеми і ЕРС генератора складають:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= 766.8 \angle 0.097, \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 329.4 \angle 0.161, \\ \dot{U}_4 &= 345.7 \angle 0.422, \dot{E}_r = 360.6 \angle 0.588. \end{aligned}$$

Розрахункові параметри довгих ліній:

хвильові опори каналів  $\gamma, \delta$   $z_{01} = 268.9, z_{34} = 838.1$ , хвильові опори каналу 0  $z_{001} = 422.7, z_{034} = 1400.6$ . Розмірності масивів передісторії каналів  $\gamma, \delta$ :  $N_{01} = 139, N_{34} = 14$ . Розмірності масивів передісторії каналу 0:  $N_{001} = 219, N_{034} = 23$ .

Обчислюємо початкові умови змінних режиму в координатах  $a, b, c$  і  $\gamma, \delta, 0$ , а також масиви передісторії хвиль напруги, що набігають на кінці ЛЕП. Значення елементів масивів передісторії визначаємо методом моделювання нормального режиму в зворотному напрямку часу з кроком  $-h$  відповідно до формул (17.10):

$$\begin{aligned} v_{0\gamma}(k), v_{0\delta}(k), v_{1\gamma}(k), v_{1\delta}(k), k &= 1, 2, \dots, N_{01}; \\ v_{3\gamma}(k), v_{3\delta}(k), v_{4\gamma}(k), v_{4\delta}(k), k &= 1, 2, \dots, N_{34}; \\ v_{00}(k), v_{10}(k), k &= 1, 2, \dots, N_{001}; \\ v_{30}(k), v_{40}(k), k &= 1, 2, \dots, N_{034}. \end{aligned}$$

На кожному кроці основного етапу моделювання перехідного процесу виконуємо наступні обчислення.

Струми в модальних каналах автотрансформатора:

$$\begin{aligned} i_{\tau 12\gamma} &= i_{\tau 12\gamma n} + \frac{h\omega}{X_{\tau}} (u_{1\gamma} - k_{\tau 12} u_{3\gamma} - R_{\tau} i_{\tau 12\gamma}), \\ i_{\tau 12\delta} &= i_{\tau 12\delta n} + \frac{h\omega}{X_{\tau}} (u_{1\delta} - k_{\tau 12} u_{3\delta} - R_{\tau} i_{\tau 12\delta}), \\ i_{\tau 120} &= i_{\tau 120 n} + \frac{h\omega}{X_{\tau}} (u_{10} - k_{\tau 12} u_{30} - R_{\tau} i_{\tau 120}). \end{aligned}$$

Струми в модальних каналах і фазах вимикача:



$$i_{23\gamma} = k_{\tau 12} i_{\tau 12\gamma}, i_{23\delta} = k_{\tau 12} i_{\tau 12\delta}, i_{230} = k_{\tau 12} i_{\tau 120},$$

$$i_{23a} = i_{23\gamma} + i_{230}, i_{23b} = i_{23\delta} + i_{230}, i_{23c} = i_{230} - i_{23\gamma} - i_{23\delta}.$$

Якщо умови вимкнення фази вимикача виконані, відповідний фазний струм дорівнює нулю.

Моделюємо реактори з іскровими проміжками у фазах:

$$u_{1a} = u_{1\gamma} + u_{10}, u_{1b} = u_{1\delta} + u_{10}, u_{1c} = u_{10} - u_{1\gamma} - u_{1\delta},$$

$$i_{pa} = i_{p0a} + \frac{h\omega}{X_p} (u_{1a} - R_p i_{pa}),$$

$$i_{pb} = i_{p0b} + \frac{h\omega}{X_p} (u_{1b} - R_p i_{pb}),$$

$$i_{pc} = i_{p0c} + \frac{h\omega}{X_p} (u_{1c} - R_p i_{pc}).$$

Якщо умови ввімкнення фази реактора не виконані, відповідний фазний струм дорівнює нулю. Струми реакторів у модальних каналах:

$$i_{p0} = \frac{1}{3} (i_{pa} + i_{pb} + i_{pc}), i_{p\gamma} = i_{pa} - i_{p0}, i_{p\delta} = i_{pb} - i_{p0}.$$

Струми в модальних каналах навантаження:

$$i_{n\gamma} = i_{n0\gamma} + \frac{h\omega}{X_n} (u_{3\gamma} - R_n i_{n\gamma}),$$

$$i_{n\delta} = i_{n0\delta} + \frac{h\omega}{0.35X_n} (u_{3\delta} - R_n i_{n\delta}),$$

$$i_{n0} = i_{n00} + \frac{h\omega}{X_n} (u_{30} - R_n i_{n0}).$$

ЕРС і струми в каналах блоку генератор-трансформатор:

$$e_{ra} = E_r \sin(\omega t + \delta_e),$$

$$e_{rb} = E_r \sin\left(\omega t + \delta_e - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$e_{rc} = E_r \sin\left(\omega t + \delta_e + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$e_{r0} = \frac{1}{3} (e_{ra} + e_{rb} + e_{rc}), e_{r\gamma} = e_{ra} - e_{r0}, e_{r\delta} = e_{rb} - e_{r0},$$

$$i_{r\gamma} = i_{r\gamma n} + \frac{h\omega}{X_r} (u_{4\gamma} - e_{r\gamma} - R_r i_{r\gamma})$$

$$i_{r\delta} = i_{r\delta n} + \frac{h\omega}{1.2X_r} (u_{4\delta} - e_{r\delta} - R_r i_{r\delta})$$

$$i_{r0} = i_{r0n} + \frac{h\omega}{X_r} (u_{40} - e_{r0} - R_r i_{r0})$$

Напруги і струми в модальних каналах ЛЕП-750:

$$u_{0a} = U_0 \sin(314t), \quad u_{0b} = U_0 \sin\left(314t - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$u_{0c} = U_0 \sin\left(314t + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$u_{00} = \frac{1}{3}(u_{0a} + u_{0b} + u_{0c}),$$

$$i_{01\gamma} = \frac{1}{z_{01}} [u_{0a} - u_{00} - v_{0\gamma}(N_{01})],$$

$$i_{01\delta} = \frac{1}{z_{01}} [u_{0b} - u_{00} - v_{0\delta}(N_{01})],$$

$$i_{010} = \frac{1}{z_{001}} [u_{00} - v_{00}(N_{001})],$$

$$i_{10\gamma} = -i_{r10\gamma} - i_{p\gamma}, \quad i_{10\delta} = -i_{r10\delta} - i_{p\delta}, \quad i_{100} = -i_{r100} - i_{p0},$$

$$u_{1\gamma} = v_{1\gamma}(N_{01}) + z_{01} i_{10\gamma}, \quad u_{1\delta} = v_{1\delta}(N_{01}) + z_{01} i_{10\delta},$$

$$u_{10} = v_{10}(N_{001}) + z_{001} i_{100}.$$

Струми і напруги в модальних каналах ЛЕП-330:

$$i_{34\gamma} = i_{23\gamma} - i_{n\gamma}, \quad i_{34\delta} = i_{23\delta} - i_{n\delta}, \quad i_{340} = i_{230} - i_{n0},$$

$$i_{43\gamma} = -i_{r\gamma}, \quad i_{43\delta} = -i_{r\delta}, \quad i_{430} = -i_{r0},$$

$$u_{3\gamma} = v_{3\gamma}(N_{34}) + z_{34} i_{34\gamma}, \quad u_{3\delta} = v_{3\delta}(N_{34}) + z_{34} i_{34\delta},$$

$$u_{30} = v_{30}(N_{034}) + z_{034} i_{340},$$

$$u_{4\gamma} = v_{4\gamma}(N_{34}) + z_{34} i_{43\gamma}, \quad u_{4\delta} = v_{4\delta}(N_{34}) + z_{34} i_{43\delta},$$

$$u_{40} = v_{40}(N_{034}) + z_{034} i_{430}.$$

Виконуємо дві ітерації уточнення статичних змінних квазістационарного режиму у розглянутій послідовності. Приймаємо попередні значення динамічних змінних рівними поточним і корегуємо масиви передісторії. Для цього кожен елемент масиву передісторії, починаючи з передостаннього, зрушуємо на 1 позицію вперед і обчислюємо перші елементи

масивів за формулами (17.10). Переходимо до наступного кроку  $t = t + h$  і т. д.

За результатами обчислень побудовані графіки перехідного процесу напруги на шинах 1 системи в масштабі напруги  $\pm 2000$  кВ (рис. 17.14). Якщо заблокувати ввімкнення реакторів через іскрові проміжки, перенапруга на шинах 1 зростає (рис. 17.15).

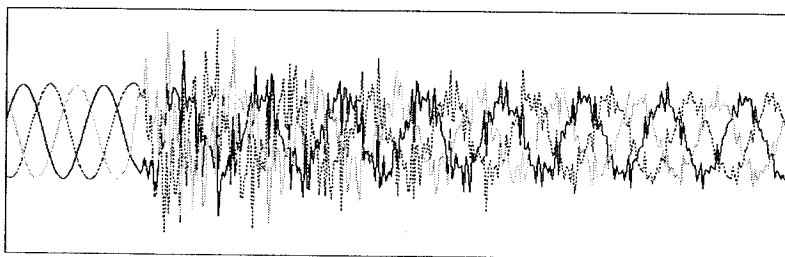


Рис.17.14

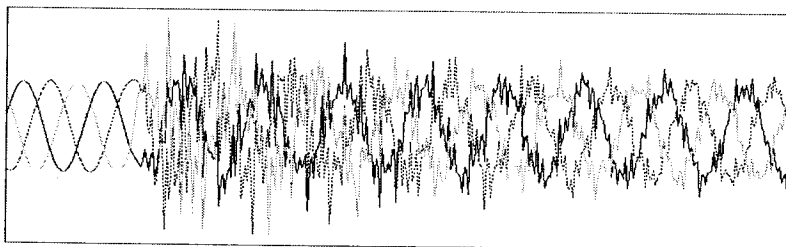


Рис.17.15

На основі відомої конфігурації розрахункової схеми можна побудувати також вузлову модель квазістаціонарного режиму електричної системи. Розглянемо деякий вузол  $s$  електричної мережі, до якого приєднані ЛЕП, вітки з зосередженими параметрами, активно-індуктивний шунт і генератор. Для кожної лінії і для кожного елемента з зосередженими параметрами, приєднаних до вузла  $s$ , можна за допомогою формул типу (17.14), (17.15) і т. д. визначити струми  $i_{sf}$  і  $i_s$ . Склавши всі струми відповідно до першого закону Кірхгофа, можемо записати вузлове рівняння в звичайній формі

$$-y_{ss}u_s + \sum_{f \in s} y_{sf}u_f = i_s, \quad (17.26)$$

де

$$y_{ss} = \sum_{f \in s} \frac{1}{z_{sf}} + \sum_{f \in s} \frac{h}{L_{sf} + hR_{sf}} + \frac{h}{L_{sw} + hR_{sw}} + \frac{h}{L_{sr} + hR_{sr}}, \quad (17.27)$$

$$y_{sf} = -\frac{h}{L_{sf} + hR_{sf}}, \quad (17.28)$$

$$i_s = \sum_{f \in s} \frac{v_{sf}(N_{sf})}{z_{sf}} + \sum_{f \in s} \frac{L_{sf}i_{sfn}}{L_{sf} + hR_{sf}} + \frac{L_{sw}i_{swп}}{L_{sw} + hR_{sw}} - \frac{he_s}{L_{sr} + hR_{sr}}, \quad (17.29)$$

$z_{sf}$ ,  $v_{sf}$ ,  $N_{sf}$  – еквівалентний хвильовий опір і глибина передісторії хвилі напруги лінії електропередачі;  $L_{sf}$ ,  $L_{sw}$ ,  $L_{sr}$  – індуктивності віток із зосередженими параметрами, шунта і генератора;  $R_{sf}$ ,  $R_{sw}$ ,  $R_{sr}$  – активні опори віток із зосередженими параметрами, шунта і генератора;  $i_{sfn}$ ,  $i_{swп}$  – струми віток із зосередженими параметрами і шунта наприкінці попереднього інтервалу;  $e_s$  – ЕРС генератора;  $h$  – крок моделювання перехідного процесу.

Система лінійних алгебраїчних вузлових рівнянь (17.26) квазістаціонарного режиму може бути записана у матричному вигляді

$$\mathbf{y}\mathbf{u} = \mathbf{i} \quad (17.30)$$

і розв'язана методом Зейделя, методом Гауса чи методом зворотної матриці. Для чисельного розв'язання диференціальних рівнянь можна використовувати також більш ефективні методи (метод трапеції, Адамса і ін.). При цьому, замінивши рекурентні співвідношення типу (17.14), (17.15), можна одержати відповідні формули для обчислення параметрів вузлової моделі замість наведених вище (17.27)-(17.29). Однак обсяг обчислень у цьому випадку значно зростає.

## Вправи

1. Напряга вузла в деякому несиметричному режимі має наступні складові прямої, зворотної і нульової послідовностей відповідно:  $110-j20$  кВ,  $50+j25$  кВ і  $-20$  кВ. Визначити значення фазних напруг і складових напруги в системі координат  $\gamma, \delta, 0$  протягом 0.01 с.

2. У деякий момент часу ЛЕП 330 кВ довжиною 100 км вмикається з одного кінця під напругу 350 кВ. Погонні параметри лінії:  $r_0=0.052$  Ом/км,  $x_0=0.356$  Ом/км,  $b_0=0.51$  мкСм/км. Реактивний опір зворотної послідовності ЛЕП дорівнює реактивному опору прямої послідовності, а нульовий – у 2.8 рази більший. Визначити, як змінюється напруга у фазних координатах на протилежному кінці лінії протягом 0.2 с.

3. У деякий момент часу ЛЕП 330 кВ довжиною 100 км, що має в кінці навантаження  $R_n + jX_n = 300 + j100$  Ом, включається на вході під напругу 350 кВ. Погонні параметри лінії:  $r_0=0.052$  Ом/км,  $x_0=0.356$  Ом/км,  $b_0=0.51$  мкСм/км. Реактивний опір зворотної послідовності ЛЕП дорівнює реактивному опору прямої послідовності, а нульовий – у 2.8 рази більший. Визначити, як змінюється напруга у фазних координатах на шинах навантаження протягом 0.2 с.

4. Дослідити, як зміняться умови перенапруги на шинах 1 електричної системи рис. 17.12 в аварійному режимі після вимкнення вимикача В з шунтуючими опорами 100 Ом у кожній фазі. Параметри елементів системи і параметри нормального усталеного режиму такі ж, як і в прикладі 17.4.

5. Побудувати вузлову модель квазістаціонарного режиму при розв'язанні диференціальних рівнянь електромагнітних перехідних процесів в елементах із зосередженими параметрами середньо-інтервальним методом трапеції.

6. Розробити методику й алгоритм аналізу електромагнітних і хвильових перехідних процесів у складних електричних системах з використанням вузлової моделі квазістаціонарного режиму.

7. З якими труднощами зв'язане використання вузлової моделі в розрахунках електромагнітних і хвильових перехідних процесів в електричних системах при наявності комутаційних елементів? Чи можна їх уникнути?

## *Розділ 18*

# **МЕТОДИ АНАЛІЗУ СУБСИНХРОННИХ КОЛИВАНЬ**

### **18.1. Характеристика проблеми**

При аналізі електромеханічних перехідних процесів в електричних системах ротор кожного синхронного генератора розглядається як зосереджена маса. Вважається, що коливання абсолютно жорсткого ротора турбогенератора відбуваються лише щодо роторів інших турбогенераторів системи. Частота цих коливань, що мають електромагнітну природу, складає порядка 0.5 – 2 Гц.

У дійсності роторна система турбогенератора має досить складну механічну структуру і складається з декількох зосереджених мас, таких як ротори секцій турбіни, ротор синхронного генератора, муфти і ротор збудника, з'єднаних між собою за допомогою валів кінцевої жорсткості. Після збурювання в роторній системі турбогенератора виникають торсіальні коливання між окремими її частинами. Частоти торсіальних коливань знаходяться в субсинхронній області (10-50 Гц). За певних умов ці коливання, взаємодіючи з електричною системою, можуть створювати аварійні ситуації.

Режимні комутації в електричній мережі за допомогою вимикачів викликають збурювання найближчих генераторів. У залежності від параметрів електричної мережі збурення можуть бути досить значними. Це викликає коливання секцій механічної системи ротора з натуральними торсіальними частотами. Якщо амплітуда коливань досягає певного значення, може статися руйнування вала і вихід із ладу всієї роторної системи.

Енергоблоки піддаються багаторазовим значним збуренням протягом терміну їхньої експлуатації. Сюди входять як заплановані, так і незаплановані події, такі, наприклад, як вимкнення ЛЕП, к. з. і їх ліквідація, ввімкнення ЛЕП і самосинхронізація. Зовнішні к. з. – явище досить рідкісне. Математичне сподівання частоти їхньої появи складає кілька подій протягом усього періоду експлуатації.

Проте, такі збурення можуть викликати коливання моменту на валу турбогенератора значної амплітуди. Різкі збурювання електричної мережі, к. з., вимкнення к. з. релейним захистом,

успішні чи неуспішні автоматичні високошвидкісні повторні ввімкнення й ін. можуть викликати появу небезпечно великих коливань моментів на валах турбін. Вібраційні збурювання можуть послужити причиною виходу з ладу вала. Це кумулятивний процес, у якому кожен новий випадок є кроком до руйнування.

Традиційно турбогенератори у відповідності до стандартів електротехнічної промисловості проектуються так, щоб протистояти зовнішнім к. з. і іншим збурюванням. Торсіальні коливання в результаті послідовності комутацій можуть підсилювати початкові збурення. Ризик зростання вібрацій до рівня ушкодження залежить від типу збурення і тривалості кожного інтервалу комутаційної операції.

Найбільш розповсюдженими причинами аварійних режимів роторних систем, зв'язаними з торсіальними коливаннями, слід вважати: взаємодію торсіальних коливань із системою регулювання збудження синхронного генератора, субсинхронний резонанс з установками подовжньої компенсації (УПК) ліній електропередачі, торсіальну втому вала внаслідок масових вимкнень синхронного генератора від мережі.

Уже на початку 1970-х років почали вважати, що комутаційні операції в електричній мережі можуть сприяти ушкодженню вала. Це послужило стимулом до вивчення проблем субсинхронних коливань і субсинхронного резонансу. Оскільки зазначені процеси мають різну фізичну природу, стали приділяти увагу вивченню й інших явищ в електричних системах, що могли бути зв'язані з ушкодженням вала.

Торсіальна нестійкість роторної системи вперше спостерігалася в 1969 році на Ламбтонській ТЕС (Онтаріо) внаслідок неправильної дії системи збудження. Дослідженнями виявлено, що з боку синхронного генератора домінуючою була компонента торсіальних коливань на частоті 16 Гц. Передатна функція діючої системи АРЗ була такою, що в результаті її дії мало місце негативне демпфірування (саморозгойдування) ротора генератора на цій частоті, тобто нестійкість роторної системи. Проблема була розв'язана шляхом виміру швидкості обертання вала між двома секціями турбіни і використання фільтра на частоті 16 Гц, вихідний сигнал якого надходив на вхід АРЗ. Торсіальна нестійкість роторної системи при взаємодії із

системою АРЗ може виникати також унаслідок неправильної дії обмежника напруги на виході генератора.

Ще одна проблема нестійкості торсієвих коливань, зв'язана з регулюванням швидкості обертання, мала місце в 1983 році на турбогенераторі АЕС Онтаріо Гідро, оснащеному швидкодіючою електрогідравлічною системою керування. У процесі налагоджувальних випробувань при досягненні потужності 100 МВт були виявлені ненормальні вібрації в клапані турбіни. Змінюючи характеристику клапана, вдалося частково усунути вібрації і досягти навантаження 475 МВт (88%). Подальші польові випробування і комп'ютерні розрахунки дали можливість остаточно розв'язати проблему вібрацій.

Виникнення торсієвих коливань може бути спровоковане також взаємодією АРЗ і системи керування передачі постійного струму. При підтримці незмінного кута запалювання система керування здійснює безперервні зміни напруги і потужності в передачі. Зворотний зв'язок намагається скорегувати зміни, що викликають коливання потужності синхронного генератора. Якщо зсув по фазі між торсієвими коливаннями і коливаннями електромагнітного моменту досягають  $90^\circ$ , торсієві коливання стають нестійкими.

Нарешті, торсієві коливання можуть виникати в результаті субсинхронного резонансу при послідовній ємнісній компенсації ЛЕП. Уперше з подібною проблемою довелось зіткнутися в 1970 році на електростанції в Мохаве (Каліфорнія). Внаслідок вібрацій мало місце ушкодження вала турбогенератора. У 1971 р. аварія відбулася повторно, після чого фактичною причиною аварії було визнано субсинхронний резонанс.

Однак якщо руйнування вала і не відбувається, завжди має місце процес, що має назву втоми матеріалу. Це процес безупинно прогресуючих структурних змін металу після достатнього числа флуктуацій, тобто кумулятивний процес, зв'язаний зі скороченням ресурсу вала. Видимі дефекти металу (тріщини) не утворюються доти, поки не вичерпається його ресурс. Планування комутаційних операцій в електричній системі повинно здійснюватися відповідно до керівних указівок, що передбачають рекомендації, які не можуть сприяти значному нагромадженню втоми матеріалу роторів.



На рис. 18.1 представлена типова характеристика матеріалу. Матеріал, що піддається еластичній деформації (Д), після зняття збурення (З) повертається до своєї початкової форми. Пластична деформація приводить до незворотних змін у матеріалі.

При аналізі впливу комутацій в електричній мережі на секції вала складова електромагнітного моменту, зв'язана зі струмом нульової і зворотної послідовностей статора, може мати значний вплив. Тому при аналізі субсинхронних коливань необхідно моделювати перехідні процеси в обмотці статора й електричній мережі.

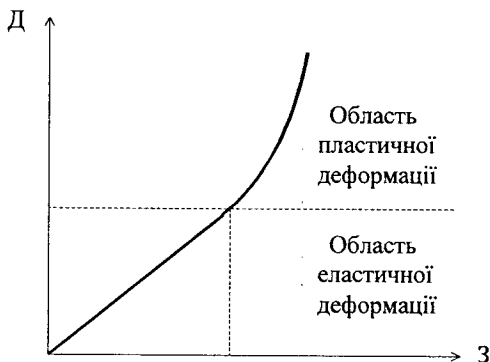


Рис.18.1

Щоб адекватно моделювати операції з вимикачами, що спрацьовують у момент переходу синусоїдального струму через 0 у кожній фазі, необхідне використання фазної системи координат. Відповідна програма аналізу електромагнітних і торсіальних механічних перехідних процесів може служити моделлю для оцінки ресурсу втоми вала для різних (у тому числі і несиметричних) збурень.

Розглянемо характеристики і моделі роторних систем сучасних турбогенераторів, а також методи аналізу деяких аварійних режимів, що виникають у процесі експлуатації електроенергетичних систем.

## 18.2. Нелінійна модель торсіальних коливань

Ротор турбогенератора являє собою досить складну механічну систему довжиною до 50 м і вагою в сотні тон. Він складається із секцій різних розмірів, зчеплених чи нагвинчених на вал. Секції турбіни мають диски, лопати та інші більш дрібні компоненти. Ротор синхронного генератора має пази і кільця. Таким чином, роторна система характеризується безліччю режимів торсіальних вібрацій як вище, так і нижче синхронної частоти (субсинхронні коливання).

Взагалі, точний аналіз торсіальних коливань повинен виконуватися на основі моделі роторної системи з розподіленими параметрами. Але розглянуті проблеми, зв'язані з взаємодією роторної системи з електричною системою, що залежать від частоти субсинхронних коливань, дозволяють розглядати роторну систему спрощено, відображаючи процеси її взаємодії з зовнішньою електричною системою за допомогою моделі з зосередженими параметрами.

На рис. 18.2 зображена структурна модель роторної системи синхронного генератора і парової турбіни з промперегрівом.

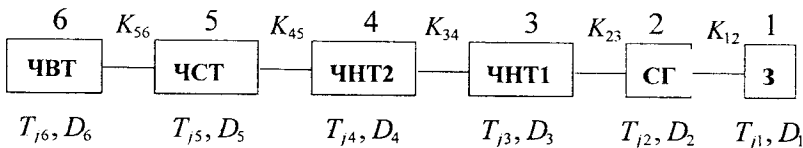


Рис.18.2

Система включає 6 зосереджених торсіальних мас, що відповідають збудувачу (З), синхронному генератору (СГ), двом частинам низького тиску (ЧНТ1 і ЧНТ2), частині середнього тиску (ЧСТ) і частині високого тиску (ЧВТ), а також 5 ділянок пружного вала. Вважається, що генератор має машинну систему збудження. Якщо генератор оснащений статичною системою збудження, перший елемент відсутній.

Характеристики роторної системи турбогенератора можна об'єднати в трьох масивах параметрів: сталі інерції  $T_{ji}, i=1,2,\dots,6$  і демпферні коефіцієнти  $D_i$  кожної зосередженої маси, а також торсіальні жорсткості  $K_{i,i+1}, i=1,2,\dots,5$  секцій валів, що з'єднують окремі зосереджені маси.

Інерція  $i$ -ї роторної маси включає також частину інерції її вала. Вважається, що лопати турбіни жорстко з'єднані з ротором. Якщо момент інерції маси ротора  $J_i$  вимірюється в  $\text{тм}^2$ , стала інерції в секундах може бути визначена за формулою

$$T_{ii} = \frac{J_i \omega_0^2}{P_{\text{ном}}} = \frac{2.74GD_i^2 n^2 10^{-6}}{P_{\text{ном}}}, \quad (18.1)$$

де  $\omega_0$  – синхронна кутова швидкість у рад/с,  $GD_i^2$  – момент інерції агрегата в  $\text{тм}^2$ ,  $n$  – частота обертання в обертах за хвилину,  $P_{\text{ном}}$  – номінальна потужність генератора в МВт.

Для ділянки вала, що піддається еластичній деформації, торсіальна жорсткість, чи стала пружності

$$K_{i,j+1} = \frac{GF_{i,j+1}}{l_{i,j+1}}, \quad (18.2)$$

де  $G$  – коефіцієнт жорсткості матеріалу вала,  $F_{i,j+1}$  – коефіцієнт форми, що враховує геометричні властивості тіла,  $l_{i,j+1}$  – довжина ділянки вала.

Для суцільного циліндричного вала діаметром  $d_{i,j+1}$

$$F_{i,j+1} = \frac{\pi d_{i,j+1}^4}{32}. \quad (18.3)$$

Торсіальна жорсткість визначає співвідношення між величиною прикладеного до ділянки вала моменту у нм і кутом зсуву між двома кінцями вала

$$m_{i,j+1} = K_{i,j+1}(\delta_{i,j+1} - \delta_i), \quad (18.4)$$

де  $\delta_{i,j+1}, \delta_i$  – кути крутіння на кінцях ділянки вала в рад.

При моделюванні роторної системи в складі електричної системи кути повинні виражатися в електричних радіанах. З урахуванням числа полюсів  $p$

$$\delta[\text{ел. рад.}] = \delta[\text{мех. рад.}] \frac{p}{2}.$$

Для вираження моментів у в. о. використовується базисна величина моменту

$$m_6 = S_6 \frac{p}{2\omega_0}. \quad (18.6)$$

Тоді торсіальна жорсткість

$$K[\text{в.о./ел. рад.}] = K[\text{нм/мех. рад.}] \frac{4 \cdot 10^{-6} \omega_0}{p^2 P_{\text{ном}}}. \quad (18.7)$$

Визначивши торсіальні жорсткості кожної секції, можна нарешті обчислити еквівалентну жорсткість системи

$$K_{\Sigma} = \left( \sum_{i=1}^5 \frac{1}{K_{i,i+1}} \right)^{-1} \quad (18.5)$$

**Приклад 18.1.** Турбогенератор номінальною потужністю 1000 МВт з коефіцієнтом потужності 0.9 і частотою обертання 1500 об/хв (кількість полюсів 4) несе в деякому режимі навантаження 80% від номінальної потужності. Параметри роторних мас і секцій вала приведені в табл. 18.1. Визначити сталі інерції роторних мас і кути зсуву на кінцях секцій вала і загального зсуву.

Таблиця 18.1

Роторна маса	Частка моменту	$GD^2$ [тм <sup>2</sup> ]	Секція вала	Жорсткість [10 <sup>6</sup> нм/рад]
1	-	-	1-2	-
2	-	245	2-3	400
3	0.2	75	3-4	300
4	0.2	75	4-5	300
5	0.3	75	5-6	200
6	0.3	10	-	-

**Розв'язок.** Визначаємо сталі інерції кожної з роторних мас (18.1). Стала інерції ротора синхронного генератора

$$T_{j2} = \frac{2.74 \cdot 245 \cdot 1500^2 \cdot 10^{-6}}{1000} = 1.51 \text{ с.}$$

Аналогічно, сталі інерції частин турбіни низького, середнього-1, середнього-2 і високого тиску складають відповідно 0.46, 0.46, 0.46 і 0.06 с.

Визначаємо торсіальну жорсткість секції 2-3 (18.7):

$$K_{23} = 400 \cdot 10^6 \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 314}{4^2 \cdot 1000} = 31.4 \text{ в.о./ел.рад.}$$

Аналогічно:  $K_{34} = K_{45} = 23.6$ ,  $K_{56} = 15.7$ .

Визначаємо відносні моменти, що створюються кожною секцією при заданому навантаженні енергоблока:

$$m_3 = m_4 = 0.2 \cdot 0.8 = 0.16, m_5 = m_6 = 0.3 \cdot 0.8 = 0.24.$$

Момент, переданий за допомогою секції вала між ЧНТ і генератором,  $m_{23} = m_e = 0.8$ . Це найбільш навантажена секція. Моменти, передані іншими секціями:

$$m_{34} = 0.8 - 0.16 = 0.64,$$

$$m_{45} = 0.64 - 0.16 = 0.48,$$

$$m_{56} = 0.48 - 0.24 = 0.24.$$

Кут зсуву, з яким ЧНТ випереджає ротор синхронного генератора, відповідно до формули (18.4),

$$\delta_{32} = \delta_3 - \delta_2 = \frac{0.8}{31.4} = 0.0254 \text{ ел.рад.}$$

Аналогічно, кути зсуву інших секцій вала:

$$\delta_{43} = 0.0271, \delta_{54} = 0.0204, \delta_{65} = 0.0153.$$

Загальний кут зсуву вала складає

$$\delta_{62} = 0.0254 + 0.0271 + 0.0204 + 0.0153 = 0.0882 \text{ ел.рад.} = 5.06 \text{ ел.град.}$$

Існує ряд факторів, що впливають на демпфірування коливань роторних мас: парові сили в лопатах турбін, гістерезис матеріалу вала, тертя, вплив системи збудження генератора й електричної мережі. Величина демпфірування коливань дуже мала і залежить від вихідної потужності турбогенератора. Деякі механізми демпфірування торсіальних коливань дуже складні і їх важко описати навіть для певного типу турбогенератора. Тому практично єдиним способом визначення характеристик демпфірування коливань є тестові випробування.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь торсіальних коливань двох зв'язаних загальним валом роторних мас (рис. 18.3).

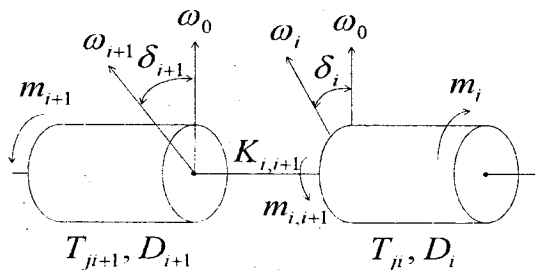


Рис. 18.3

На  $i$ -у роторну масу діють наступні моменти: вхідний момент на сполучному валі  $m_{i,i+1}$ , обумовлений за формулою (18.4), демпферний момент  $D_i \Delta \omega$ , і вихідний момент  $m_i$ . Отже, момент, що прискорює

$$m_{\text{тв}} = m_{i,j+1} - m_i - D_i \Delta \omega_i.$$

Аналогічно можна скласти рівняння балансу моментів для всіх роторних мас.

У результаті приходимо до системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega_1}{dt} &= \frac{1}{T_{j1}} [K_{12}(\delta_2 - \delta_1) - m_1 - D_1 \Delta\omega_1], \\ \frac{d\delta_1}{dt} &= \omega_0 \Delta\omega_1, \\ \frac{d\Delta\omega_i}{dt} &= \frac{1}{T_{ji}} [K_{i,i+1}(\delta_{i+1} - \delta_i) - K_{i-1,i}(\delta_i - \delta_{i-1}) - m_i - D_i \Delta\omega_i], \\ \frac{d\delta_i}{dt} &= \omega_0 \Delta\omega_i, \quad i=2,3,4,5, \\ \frac{d\Delta\omega_6}{dt} &= \frac{1}{T_{j6}} [-K_{56}(\delta_6 - \delta_5) - m_6 - D_6 \Delta\omega_6], \\ \frac{d\delta_6}{dt} &= \omega_0 \Delta\omega_6, \end{aligned} \quad (18.8)$$

де  $m_1$  – зовнішній момент збуджувача, рівний 0;  $m_2 = m_e$  – електромагнітний момент синхронного генератора, що має гальмовий характер;  $m_3, m_4, m_5, m_6$  – моменти, які прискорюють (тобто із протилежним знаком) відповідно ЧНТ, ЧСТ1, ЧСТ2, ЧВТ.

У перехідному процесі електромагнітний момент визначається динамікою синхронного генератора і режимом електричної мережі. Моменти, створювані частинами низького, середнього і високого тиску, залежать від динаміки турбіни, котлоагрегата і їхніх систем регулювання, але, оскільки ці процеси дуже повільні, зазначені моменти можна вважати незмінними.

**Приклад 18.2.** Турбогенератор у нормальному усталеному режимі несе навантаження 0.8 в. о. Промодельовати торсіальні коливання частин турбіни щодо ротора синхронного генератора внаслідок трифазного к. з. тривалістю 0.12 с на шинах генератора, що відбулося через 0.1 с після початку моделювання перехідного процесу. Параметри моделі турбогенератора і початкові умови перехідного процесу приведені в табл. 18.2.

Таблиця 18.2

Роторна маса	$T_{\mu}$ [с]	$m_i$ [в.о.]	$\Delta\omega_i$ [рад/с]	$\delta_i$ [рад]	Секція вала	$K_{i,i+1}$ [1/рад]
1	-	-	-	-	1-2	-
2	1.51	0.8	0	0	2-3	31.4
3	0.46	-0.16	0	0.0254	3-4	23.6
4	0.46	-0.16	0	0.0525	4-5	23.6
5	0.46	-0.24	0	0.0729	5-6	15.7
6	0.06	-0.24	0	0.0882	-	-

**Розв'язок.** Будемо вважати, що гальмовий електромагнітний момент під час к. з. миттєво падає до 0, а після його вимкнення так само миттєво відновлює нормальне значення. Розглянемо алгоритм розрахунку на кожнім кроці при використанні метода Ейлера:

1. Електромагнітний момент на валу генератора  $m_i = 0.8$ . Якщо  $0.1 \leq t \leq 0.22$ , то  $m_i = 0$ .
2. Праві частини диференціальних рівнянь  $f_i$  (18.8).
3. Чисельне інтегрування змінних  $x_i = x_i + hf_i$ .
4. Перехід до наступного кроку  $t = t + h$ . Якщо  $t < 0.8$  с, – повторення обчислень, починаючи з п. 1.

За результатами обчислень побудовані графіки перехідного процесу коливання секцій турбіни щодо кута зсуву ротора генератора (рис. 18.4). Діапазон зміни по ординаті 0-7 ел. град., а по абсцисі – 0-0.8 с.

Гідрогенераторний блок складається з гідротурбіни і гідрогенератора. Якщо генератор оснащений електромашинним збуджувачем, блок має додаткову роторну масу. Отже, гідрогенераторний блок може мати максимум два торсіальних режими коливань. Інерційність ротора гідрогенератора в 10-40 разів більша інерційності водяного колеса гідротурбіни. Натуральні торсіальні частоти лежать в області від 6 до 26 Гц. При таких параметрах викликати торсіальні коливання в гідротурбіні дуже важко. Крім того, демпферні можливості гідрогенераторних роторних систем значно більші турбогенераторних.

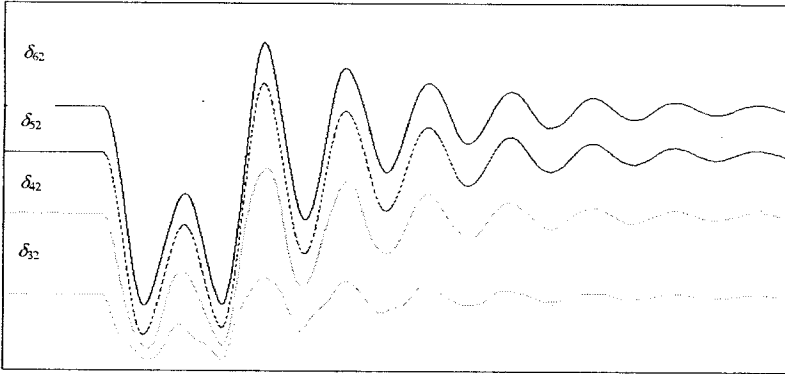


Рис. 18.4

### 18.3. Лінеаризована модель торсіальних коливань

Частина проблем, зв'язаних з торсіальними коливаннями, може бути розв'язана методами аналізу статичної стійкості. Зазначені методи ґрунтуються на використанні лінеаризованої моделі системи. Лінеаризація полягає в заміні кожної нелінійної залежності лінійною з нахилом, рівним частковій похідній нелінійної функції в заданій точці усталеного режиму.

Будемо, як і раніше, вважати, що механічні моменти секцій турбіни незмінні. При малих збуреннях електромагнітний момент у зазорі синхронного генератора можна лінеаризувати відомим співвідношенням

$$\Delta m_s = k_s \Delta \delta_2, \quad (18.9)$$

де

$$k_s = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r}$$

– синхронізуючий момент генератора.

Тоді нелінійна модель торсіальних коливань ротора (18.8) перетворюється в лінійну:



$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega_1}{dt} &= \frac{1}{T_{j1}} [-D_1\Delta\omega_1 - K_{12}\Delta\delta_1 + K_{12}\Delta\delta_2], \\ \frac{d\Delta\omega_2}{dt} &= \frac{1}{T_{j2}} [-D_2\Delta\omega_2 + K_{12}\Delta\delta_1 - (K_{12} + K_{23} + k_s)\Delta\delta_2 + K_{23}\Delta\delta_3], \\ \frac{d\Delta\omega_i}{dt} &= \frac{1}{T_{ji}} [-D_i\Delta\omega_i + K_{i-1,i}\Delta\delta_{i-1} - (K_{i-1,i} + K_{i,i+1})\Delta\delta_i + K_{i,i+1}\Delta\delta_{i+1}] \quad i=3,4,5, \quad (18.10) \\ \frac{d\Delta\omega_6}{dt} &= \frac{1}{T_{j6}} [-D_6\Delta\omega_6 + K_{56}\Delta\delta_5 - K_{56}\Delta\delta_6], \\ \frac{d\Delta\delta_i}{dt} &= \omega_0\Delta\omega_i, \quad i=1,2,3,4,5,6. \end{aligned}$$

У загальному вигляді система (18.10) записується як

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (18.11)$$

чи

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}, \quad (18.11a)$$

де  $\mathbf{X}_1$  – вектор шостого порядку відхилень частот обертання секцій ротора щодо синхронної частоти  $\Delta\omega_i, i=1,2,\dots,6$ ;  $\mathbf{X}_2$  – вектор шостого порядку відхилень кутів зсуву секцій щодо синхронної осі  $\Delta\delta_i, i=1,2,\dots,6$ ;  $\mathbf{A}_{11}$  – діагональна матриця шостого порядку, параметри якої визначаються за формулами:  $a_{ii} = -\frac{D_i}{T_{ji}}$ .

$\mathbf{A}_{12}$  – стрічкова матриця коефіцієнтів шостого порядку:

$$\begin{bmatrix} \frac{K_{12}}{T_{j1}} & \frac{K_{12}}{T_{j1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{12}}{T_{j2}} & -\frac{K_{12} + K_{23} + k_s}{T_{j2}} & \frac{K_{23}}{T_{j2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{23}}{T_{j3}} & -\frac{K_{23} + K_{34}}{T_{j3}} & \frac{K_{34}}{T_{j3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{34}}{T_{j4}} & -\frac{K_{34} + K_{45}}{T_{j4}} & \frac{K_{45}}{T_{j4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{45}}{T_{j5}} & -\frac{K_{45} + K_{56}}{T_{j5}} & \frac{K_{56}}{T_{j5}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{56}}{T_{j6}} & -\frac{K_{56}}{T_{j6}} \end{bmatrix}$$

Елементи матриці стану роторної системи залежать від торсіальних коефіцієнтів жорсткості, сталих інерції окремих мас і демпферних коефіцієнтів. При врахуванні інших елементів

електричної системи кількість лінеаризованих рівнянь (18.11) і, відповідно, порядок матриці **A** зростає. Лінеаризована модель системи може бути використана для дослідження торсіальних коливань при малих збуреннях з метою вибору параметрів АРЗ, за яких небезпечні явища зведені до мінімуму.

**Приклад 18.3.** Дослідити вплив системи регулювання збудження синхронного генератора на торсіальні коливання секцій турбіни. Номінальна потужність генератора 1000 МВт, коефіцієнт потужності 0,9, частота обертання 1500 об/хв. Енергоблок несе в нормальному режимі навантаження 80% від номінальної потужності. Розрахункові параметри моделі турбогенератора і початкові умови перехідного процесу приведені в табл.18.2. Синхронний і перехідний реактанси генератора відповідно 2.35 і 0.45 в.о. Сталі часу обмотки збудження й АРЗ – 8.8 і 0.3 с. За допомогою системи збудження підтримується номінальна напруга на шинах генератора і забезпечується стабілізація торсіальних коливань по частоті обертання ротора синхронного генератора.

**Розв'язок.** Розраховуємо необхідні параметри нормального усталеного режиму електричної системи:

$$P = 0.8, S = \frac{0.8}{0.9} = 0.889, Q = \sqrt{0.889^2 - 0.8^2} = 0.387,$$

$$E'_q = \left| 1 + \frac{0.8 - j0.387}{1} \cdot j0.45 \right| = 1.23, \delta_2 = \arcsin\left(\frac{0.8 \cdot 0.45}{1.23 \cdot 1}\right) = 0.3.$$

Доповнюємо (18.8) лінеаризованими диференціальними рівняннями електромагнітного процесу в роторі і АРЗ:

$$\frac{d\Delta E'_q}{dt} = \frac{1}{T_{d0}} \left( -U \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \sin \delta_2 \Delta \delta_2 - \frac{x_d}{x'_d} \Delta E'_q \right), \quad (18.12)$$

$$\frac{d\Delta E_{qe}}{dt} = \frac{1}{T_p} \left( -\Delta E_{qe} + K_{\omega} \omega_c \Delta \omega_2 \right). \quad (18.13)$$

При виведенні цих формул вважалося, що синхронний генератор працює на шини БП і представлений рівняннями Лебедева-Жданова. У зв'язку з цим друге рівняння системи (18.8) треба також скорегувати:

$$\frac{d\Delta \omega_2}{dt} = \frac{1}{T_2} \left[ -D_2 \Delta \omega_2 + K_{12} \Delta \delta_1 - (K_{12} + K_{23} + k_s) \Delta \delta_2 + K_{23} \Delta \delta_3 + k_c \Delta E'_q \right]$$

де

$$k_s = \frac{E'_q U}{x'_d} \cos \delta_2, \quad (18.14)$$

$$k_e = \frac{U}{x'_d} \sin \delta_2. \quad (18.15)$$

Рівнянням (18.12) і (18.13) відповідають тринадцятий і чотирнадцятий рядки матриці **A**. Усі параметри для обчислення її ненульових елементів відомі за винятком коефіцієнта підсилення АРЗ по частоті обертання ротора  $K_\omega$ , що досліджується. Розглянемо два варіанти: 1)  $K_\omega = 10$ , при якому мають місце оптимальні умови демпфірування торсіальних коливань, і 2)  $K_\omega = 150$ , при якому спостерігається торсіальне саморозгойдування і вихід з ладу роторної системи енергоблока.

Розрахуємо матрицю системи для першого випадку

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-3	0	0	0	0	0	-23	21	0	0	0	-0.4	0	0
0	0	-11	0	0	0	0	68	-120	51	0	0	0	0	0
0	0	0	-11	0	0	0	0	51	-103	51	0	0	0	0
0	0	0	0	-11	0	0	0	0	51	-85	34	0	0	0
0	0	0	0	0	-83	0	0	0	0	262	-262	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-0.1	0	0	0	0	-0.6	0.1	0
0	10 <sup>4</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3

Приймаємо початкове відхилення кутів зсуву секцій турбіни щодо ротора генератора 0.005 ел. рад. (0.287 ел. град.). Відхилення інших змінних рівні 0. Виконуємо методом Ейлера чисельне розв'язання системи (18.11)

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} + h\mathbf{A}\mathbf{X}^{(i)}. \quad (18.16)$$

За результатами обчислень побудовані графіки перехідного процесу (рис.18.5) у масштабі  $\pm 0.4$  ел.град. і 0-2 с. Таким чином, торсіальні коливання в першому випадку загасають дуже швидко. В другому випадку маємо якісно інший результат.

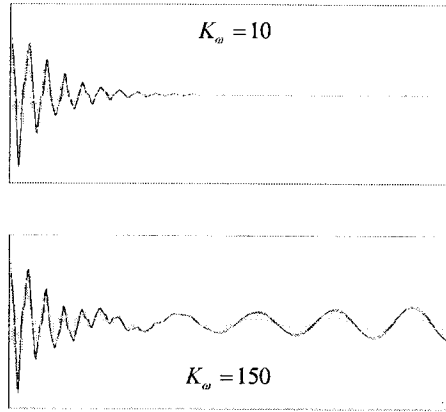


Рис.18.5

Аналіз стійкості торсіальних коливань методом моделювання малих збурень малоефективний внаслідок його громіздкості. Більш ефективним є модальний аналіз, заснований на обчисленні спектра власних чисел і власних векторів матриці системи **A**. Для цього проводять серію розрахунків для різних коефіцієнтів і вхідних точок виміру частоти торсіальних коливань. У кожному розрахунку обчислюються власні значення і власні вектори матриці **A**. Уявні складові комплексних власних значень дають частоти коливань у рад/с, а дійсні складові – коефіцієнти загасання коливань. Власні вектори показують “форму” торсіальних режимів, тобто їхній енергетичний стан.

Торсіальна взаємодія має місце не тільки між окремими секціями однієї роторної системи, але і між секціями різних енергоблоків. Окремий турбогенератор, що складається в загальному випадку з  $m$  інерційних мас і приєднаний до електроенергетичної системи, має  $m$  режимів коливань ( $m$  частот). Один з цих режимів являє собою жорстко зв'язаний режим, у якому всі роторні маси рухаються у фазі до найближчої частоти. Інші  $m-1$  режимів є торсіальними режимами, частоти яких відрізняються між собою і в яких  $m$  роторних мас мають різну ступінь участі в модальному режимі.

Якщо  $n$  турбогенераторів енергосистеми працюють паралельно, їхні валові системи зв'язані за допомогою електричної мережі. Електрична жорсткість такого зв'язку на порядок менша

механічної жорсткості зв'язку сусідніх роторних мас. Режими торсіальних коливань таких систем мають частоти порядку 0.2-3.0 Гц. Взаємодія між роторами паралельних енергоблоків впливає на торсіальні режими окремих роторних систем. Унаслідок цього спостерігається подвійний резонансний пік біля однієї з торсіальних частот двох паралельних енергоблоків. Спостерігаються режими у фазі і протифазі, що відповідають кожному з трьох торсіальних режимів окремого блока.

У загальному випадку в енергосистемі з  $n$  працюючими паралельно однотипними синхронними машинами існують два різновиди торсіальних режимів: одна група ( $m$  режимів, що спостерігаються на всіх енергоблоках), у яких відповідні ротори коливаються в унісон, і позначаються як режими у фазі;  $m$  груп з  $n-1$  ідентичним режимом у кожній групі у вигляді лінійно незалежних форм, які характеризують міжмашинні процеси й позначені як режими в протифазі. Такий підхід припускає, що  $n$  енергоблоків цілком ідентичні.

Якщо ж блоки ідентичні тільки номінально, сімейство  $n$  режимів буде якоюсь мірою розрізнятися по частоті. Кожне сімейство торсіальних режимів складається з одного режиму у фазі, у якому генератори беруть участь з незначним відхиленням частоти, і  $n-1$  режим у протифазі, що теж мало відрізняються по частоті. Торсіальна взаємодія в такому випадку розмита, позаяк індивідуальні торсіальні частоти енергоблоків мають певний розкид.

#### 18.4. Аналіз субсинхронного резонансу

У некомпенсованій ЛЕП унаслідок к. з. й інших збурень в обмотці статора СГ може протікати струм нульової послідовності (аперіодична складова). Цей струм створює в повітряному зазорі електромагнітний момент частотою 50 Гц. У несиметричних режимах в стагорі протікає також струм зворотної послідовності, що створює в повітряному зазорі електромагнітний момент частотою 100 Гц. Отже, в спектрі натуральних частот торсіонних коливань ротора не може бути частот у діапазоні від 50 до 10 Гц. Зовсім все інакше в ЛЕП з УПК (рис.18.6).

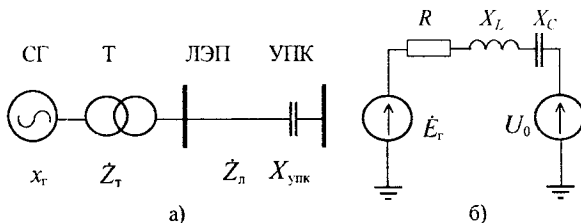


Рис.18.6

Перехідний струм в компенсованій ЛЕП є змінним струмом з власною частотою коливального контуру

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \sqrt{\frac{X_C}{X_L}}, \text{рад/с} \quad (18.17)$$

або

$$f_s = f_0 \sqrt{\frac{X_C}{X_L}}, \text{Гц.} \quad (18.18)$$

Складова струму статора на частоті  $f_s$  індукує струм ротора, а отже і момент, на частоті ковзання  $f_0 - f_s$ . Субсинхронна власна частота і частота електромагнітного моменту, що з'являється внаслідок індукції струму ротора, завжди є доповненням одна до одної щодо синхронної частоти  $f_0$ . Якщо частота  $f_0 - f_s$  наближається до однієї з торсіальних частот роторної системи турбогенератора, починають збуджуватися торсіальні коливання.

При досягненні рівності зазначених частот настає субсинхронний резонанс. За таких умов навіть мала напруга, індукована при коливаннях ротора, може викликати великий субсинхронний струм. Цей струм створює коливальний компонент моменту, що і далі збільшує коливання ротора. Якщо зазначений момент, що розхитує маси ротора, перевищує демпферні можливості роторної системи, спостерігається тенденція до зростання коливань.

Отже, субсинхронний резонанс – це таке явище, при якому внаслідок наближення частоти  $f_0 - f_s$  до однієї з натуральних торсіальних частот роторної системи має місце сильна залежність між електричною і механічною системами. Наслідки субсинхронного резонансу дуже небезпечні. Навіть якщо субсинхронний резонанс і не досягає своєї максимальної

руйнівної дії, можливе виникнення вібрацій, що можуть швидко привести роторну систему в непридатність.

Зазначене явище може спостерігатися внаслідок дії двох різних за своєю фізичною природою механізмів: самозбудження з ефектом індукційного генератора і взаємодія з торсіальними коливаннями.

У результаті торсіальної взаємодії окремих секцій роторної системи й електричної мережі виникає процес перетворення енергії одного виду в інший, що приводить до електромагнітних і електромеханічних перехідних процесів.

Задача аналізу субсинхронного резонансу вимагає врахування як механічних перехідних процесів роторних систем блоків, так і електромагнітних перехідних процесів в електричній мережі. Тому модель енергосистеми, використовувана для аналізу субсинхронного резонансу, складніша, ніж модель, розглянута в попередньому параграфі для аналізу її коливальної статичної стійкості.

**Приклад 18.4.** Дослідити вплив подовжньої ємнісної компенсації в електроенергетичній системі (рис. 18.6) на торсіальні коливання секцій турбіни. Реактивний опір лінії електропередачі 750 кВ довжиною 1000 км складає 400 Ом. Синхронний і перехідний реактенси блоку генератор-трансформатор, приведені до базисної напруги 750 кВ, складають відповідно 1200 і 230 Ом. Номінальна потужність генератора 1000 МВт, коефіцієнт потужності 0,9, частота обертання 1500 об/хв. Енергоблок несе в деякому режимі навантаження 80% його номінальної потужності. Розрахункові параметри моделі і початкові умови перехідного процесу роторної системи турбогенератора приведені в табл.18.2. Стала часу обмотки ротора – 8,8 с. Активні опори і взаємодукація фаз в елементах системи відсутні. Розрахувати перехідні процеси в роторній системі при  $X_c = 160$  Ом і  $X_c = 640$  Ом.

**Розв'язок.** Розраховуємо всі необхідні параметри нормального усталеного режиму енергосистеми:

$$I = \frac{800 - j387}{750} = 1.185 \angle -0.451,$$

$$E'_q = 750 + j230 \cdot 1.185 \angle -0.451 = 902 \angle 0.274,$$

вважаючи, що напруга  $\dot{U}_r = 750$  кВ, тобто синхронна вісь сполучена з вектором напруги на шинах генератора, визначаємо напругу на

шинах енергосистеми  $\dot{U}_0 = 676 \angle -0.388$  і у вузлі ввімкнення УПК  $\dot{U}_1 = 691 \angle 0.666$ . Отже падіння напруги в УПК  $\dot{U}_c = \dot{U}_0 - \dot{U}_1 = 190 \angle 1.12$ .

Оскільки в даній задачі повинні враховуватися електромагнітні перехідні процеси в електропередачі, за параметрами нормального усталеного режиму необхідно визначити відповідні початкові їхні значення для фаз  $a, b, c$ . Індуктивність і ємність системи електропередачі

$$L = \frac{230 + 400}{314} = 2.003 \text{ Гн}, \quad C = \frac{1}{314 \cdot 160} = 0.0000199 \text{ Ф}.$$

Розрахунки на кожному кроці перехідного процесу виконуємо відповідно до алгоритму.

Електромагнітний перехідний процес у компенсованій ЛЕП

$$\begin{aligned} e_a &= E'_q \sin[\omega_0(1 + \Delta\omega_2)t + \delta_2], \\ e_b &= E'_q \sin\left[\omega_0(1 + \Delta\omega_2)t + \delta_2 - \frac{2\pi}{3}\right], \\ e_c &= E'_q \sin\left[\omega_0(1 + \Delta\omega_2)t + \delta_2 + \frac{2\pi}{3}\right], \\ u_{0a} &= U_0 \sin(\omega_0 t + \delta_0), \\ u_{0b} &= U_0 \sin\left(\omega_0 t + \delta_0 - \frac{2\pi}{3}\right), \\ u_{0c} &= U_0 \sin\left(\omega_0 t + \delta_0 + \frac{2\pi}{3}\right), \\ i_a &= \left(1 + \frac{h^2}{LC}\right)^{-1} \left[ i_a + \frac{h}{L}(e_a - u_{0a} - u_{ca}) \right], \\ i_b &= \left(1 + \frac{h^2}{LC}\right)^{-1} \left[ i_b + \frac{h}{L}(e_b - u_{0b} - u_{cb}) \right], \\ i_c &= \left(1 + \frac{h^2}{LC}\right)^{-1} \left[ i_c + \frac{h}{L}(e_c - u_{0c} - u_{cc}) \right], \end{aligned}$$

$$u_{ca} = u_{ca} + \frac{h}{C} i_a, \quad u_{cb} = u_{cb} + \frac{h}{C} i_b, \quad u_{cc} = u_{cc} + \frac{h}{C} i_c, \quad m_e = \frac{2}{3P_{\text{ном}}} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c).$$

Моделюємо механічний перехідний процес в елементах роторної системи інтегруванням (18.8). Моделюємо електромагнітний перехідний процес в обмотці ротора СГ інтегруванням рівняння Лебедєва-Жданова

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T_{d0}} [E_{qe} - E'_q + (x_d - x'_d) \dot{i}_d],$$

де



$$i_d = i_\alpha \cos[\omega_0(1 + \Delta\omega_2)t] + i_\beta \sin[\omega_0(1 + \Delta\omega_2)t],$$

$$i_\alpha = \frac{1}{3}(2i_a - i_b - i_c),$$

$$i_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_b - i_c).$$

Перехід до наступного кроку  $t = t + h$  поки  $t \leq t_{\max}$ .

За результатами обчислень побудовані графіки (рис. 18.7). Діапазон зміни кутів зсуву секцій турбіни щодо ротора – 0-7 ел. град. Тривалість моделювання 0.4 с.

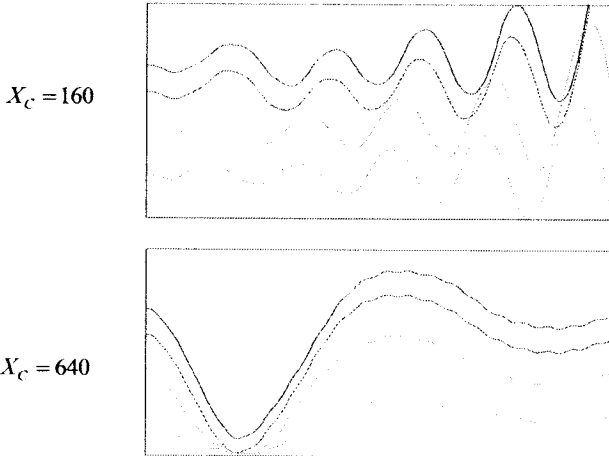


Рис.18.7

Аналіз субсинхронного резонансу в електроенергетичних системах може виконуватися різними методами. Розглянемо коротко сутність і область використання деяких методів, застосовуваних у наукових і практичних дослідженнях.

1. Моделювання реакції системи на певні малі і великі збурення на заданому інтервалі часу методом чисельного розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь механічних перехідних процесів у роторних системах енергоблоків і електромагнітних процесів в електричній мережі. Використовується детальне трифазне представлення електропередачі з урахуванням нелінійних динамічних характеристик її елементів (аналогічно розд. 17, але без урахування розподіленості параметрів ЛЕП). Метод може

використовуватися також для аналізу субсинхронних коливань будь-якої іншої природи (з урахуванням АРЗ, електропередач і вставок постійного струму і т. п.). Метод використовується для аналізу порівняно невеликих систем і вимагає попереднього спрощення розрахункової схеми.

2. Модальний аналіз лінеаризованої математичної моделі складної електроенергетичної системи. Наявність ефективних методів розв'язання повної проблеми власних значень дозволяє уникнути проблем розмірності складних систем і труднощів обчислювального характеру.

3. Частотний аналіз лінеаризованої математичної моделі за допомогою багатомірного критерію Найквіста. Даний підхід також припускає можливість використання детальної моделі енергосистеми.

4. Метод сканування частоти, що передбачає обчислення еквівалентних щодо вузлів генерації реактансів електричної мережі для різних значень частоти. Результатом розрахунків є натуральні частоти електричної системи, що дають можливість виявлення тенденції системи до самозбудження і субсинхронного резонансу. Даний підхід може використовуватися для попереднього розгляду зазначених проблем.

## Вправи

1. Турбогенератор номінальною потужністю 500 МВт, з коефіцієнтом потужності 0.85 і частотою обертання 1500 об/хв (кількість полюсів 4) несе в деякому режимі навантаження 90% від номінальної потужності. Параметри роторних мас і секцій вала турбіни приведені в табл. 18.3.

Таблиця 18.3

Роторна маса	Частка моменту	$GD^2$ [тм <sup>2</sup> ]	Секція вала	Жорсткість [10 <sup>6</sup> нм/рад]
1	-	-	1-2	-
2	-	220	2-3	300
3	0.2	50	3-4	200
4	0.25	50	4-5	200
5	0.25	50	5-6	100
6	0.3	10	-	-

Визначити сталі інерції роторних мас і кути зсуву на кінцях секцій вала і загального зсуву.

2. Турбогенератор у нормальному усталеному режимі несе навантаження 0.9 в. о. Визначити початкові умови навантаження роторної системи і промоделювати торсіальні коливання секцій турбіни щодо ротора синхронного генератора після трифазного к. з. на шинах генератора тривалістю 0.08 с. Параметри моделі турбогенератора і початкові умови перехідного процесу приведені в табл.18.4.

Таблиця 18.4

Роторна маса	$T_{ji}$ [с]	$m_i$ [в.о.]	Секція вала	$K_{i,j+1}$ [1/рад]
1	-	-	1-2	-
2	1.5	0.9	2-3	25
3	0.5	-0.15	3-4	20
4	0.5	-0.22	4-5	20
5	0.5	-0.23	5-6	10
6	0.1	-0.3	-	-

3. Дослідити вплив АРЗ синхронного генератора на торсіальні коливання секцій турбіни. Номінальна потужність генератора 500 МВт, коефіцієнт потужності 0.85, частота обертання 1500 об/хв. Енергоблок несе в деякому режимі навантаження 90% від номінальної потужності. Розрахункові параметри моделі турбогенератора приведені в табл.18.4. Синхронний і перехідний реактенси генератора відповідно 2.158 і 0.398 в.о. Сталі часу обмотки збудження й АРЗ – 6.9 і 0.3 с. За допомогою АРЗ підтримується номінальна напруга на шинах генератора і забезпечується стабілізація торсіальних коливань по частоті обертання ротора.

4. Використовуючи стандартну підпрограму, визначте власні числа матриці системи в прикладі 18.3, проаналізуйте їх і зробіть висновок щодо стійкості торсіонних коливань.

5. Дослідити вплив подовжньої смісної компенсації в електроенергетичній системі (рис. 18.6) на торсіонні коливання секцій турбіни. Реактивний опір лінії електропередачі 330 кВ довжиною 300 км складає 120 Ом. Синхронний і перехідний реактенси блоку генератор-трансформатор, приведені до базисної напруги 330 кВ, становлять відповідно 400 і 75 Ом. Номінальна

потужність генератора 500 МВт, коефіцієнт потужності 0.85, частота обертання 1500 об/хв. Енергоблок несе в нормальному режимі навантаження 90% своєї номінальної потужності. Розрахункові параметри моделі роторної системи турбогенератора приведені в табл.18.4. Стала часу обмотки збудження – 6.9 с. Активні опори і взаємодукція фаз в елементах системи відсутні. Розрахувати перехідні процеси в роторній системі при  $X_c = 50$  та  $X_c = 200$  Ом.

## Література

1. Автоматизация управления энергообъединениями. Под ред. С.А.Совалова. – М.: Энергия, 1979.
2. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1970.
3. Гуревич Ю.Е., Либова Л.Е., Окин А.А. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах. – М.: Энергоатомиздат, 1990.
4. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. Под ред. Л.А.Жукова. – М.: Энергия, 1979.
5. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988.
6. Маркович И.М. Режимы энергетических систем. – М.: Энергия, 1969.
7. Методы оптимизации режимов энергосистем. Под ред. В.М.Горнштейна. – М.: Энергия, 1981.
8. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике. Под ред. О.В.Щербачева. – Л.: Энергия, 1980.
9. Рабинович Р.С. Автоматическая частотная разгрузка энергосистем. Под ред. Е.Д.Зейлидзона. – М.: Энергия, 1980.
10. Совалов С.А. Режимы единой энергосистемы. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
11. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. М.: Энергия, 1970.
12. Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей (специальные вопросы). – М.: Высшая школа, 1975.
13. Электрические системы. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов. Под ред. В.А.Веникова. – М.: Высшая школа, 1973.
14. Kundur P. Power system stability and control. – New York : McGraw-Hill, Inc., 1995.
15. William D. Stevenson, Jr. Elements of power system analysis. - New York : McGraw-Hill Book Company, 1980.

## *Додаток*

### **Електронний посібник ЕПОС**

Електронний посібник ЕПОС має на меті автоматизувати процес самостійного навчання студентів, аспірантів і молодих фахівців на математичних моделях і методах аналізу режимів роботи електроенергетичних систем. Він може також служити основою для виконання практичних та лабораторних занять в учбовому процесі.

При самостійному вивченні матеріалу ви повинні спочатку вибрати потрібну тему і уважно вивчити конспект лекції. Для поглибленого вивчення теми зверніться до відповідного розділу книги. В кінці вам потрібно відповісти на запитання для самоперевірки. Якщо результат перевірки позитивний, ви можете перейти до практичних вправ (числових експериментів), лабораторної роботи (реконструкції запропонованої ФОРТРАН-програми), а також вибрати тему курсової роботи по цій темі (розробка власного проекту ФОРТРАН-програми).

У процесі виконання лабораторних і курсових робіт ви можете звертатися до доданого нами посібника з програмування на ФОРТРАНі. Для відповіді на складніші питання щодо використання функцій, роботи в студії Compaq Visual Fortran тощо вам доведеться контактувати з інформаційно-пошуковими системами. Звісно, на вашому комп'ютері має бути встановлений ФОРТРАН.

Для установки електронного посібника на вашому комп'ютері скопіюйте папку Epos. Запуск в роботу здійснюється через програми Epos.exe або MMES.exe.

Наукове видання

**В. П. Мельник**

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І  
МЕТОДИ АНАЛІЗУ  
РЕЖИМІВ ЕНЕРГОСИСТЕМ**

В авторській редакції  
Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.  
Друк цифровий.  
Гарнітура Times New Roman.  
Умовн. друк. арк. 28,37  
Наклад 100 прим.  
Зам. № 001/03/17

**ВИДАВНИЦТВО  
“НАІР”**

Івано-Франківськ, вул. Височана, 18,  
тел. (034) 250-57-82, (050) 433-67-93  
email: fedorynrr@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного  
реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів  
видавничої продукції №4191 від 12.11.2011р.