

621.3(075)

Н17

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ



621.3(075)

Н17 18

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів,
які навчаються за спеціальністю
«Електротехнічні системи електроспоживання»*

НТБ ВНТУ



467698

621.3(075) Н17 2013

Надійність та діагностика електрообладнанн

Київ 2013

УДК 621.316.36(075-8)
ББК 3 261я7
Н176

Автори:

*В. М. Казак, Б. І. Доценко, В. П. Кузьмін,
Ю. І. Шепелев, Д. О. Шевчук*

За загальною редакцією *В. М. Казака*

Рецензенти:

А. П. Ладанюк — д-р техн. наук, проф.
(Національний університет харчових технологій);

А. І. Жученко — д-р техн. наук, проф.
(Національний технічний університет
«Київський політехнічний інститут»);

А. О. Горовий — канд. техн. наук, заслужений працівник
машинобудування України (ДАХК «Артем»)

*Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(Лист № 1/11-10908 від 30.11.2010)*

Надійність та діагностика електрообладнання: навч.
Н176 посіб. / В. М. Казак, Б. І. Доценко, В. П. Кузьмін [та ін.]. — К.: НАУ,
2013. — 280 с.

ISBN 978-966-598-690-4

Містить основні відомості з теорії контролю і діагностування електрообладнання.

Основний зміст теорії складають: побудова математичних моделей об'єктів контролю, синтез оптимальних алгоритмів вимірювання, прогнозування і прийняття рішень, а також визначення характеристик систем контролю.

Для студентів напряму 6.090.600 «Електротехнічні системи електроспоживання».

УДК 621.316.36(075-8)
ББК 3 261я7

467698

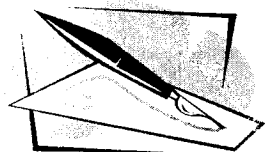
ISBN 978-966-598-690-4

© Казак В. М., Доценко Б. І.,
Кузьмін В. П., Шепелев Ю. І.,
Шевчук Д. О., 2013

НТБ ВІКТУ
м. Вінниця

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ

| | |
|--------|--|
| АЗК | — автоматизований засіб контролю |
| АРМ | — автоматизоване робоче місце |
| АЦП | — аналого-цифровий перетворювач |
| ВДЕ | — вторинне джерело електроживлення |
| ВДП | — верхній допуск параметра |
| ВІС | — велика інтегральна схема |
| ВСК | — вбудована система контролю |
| ГМФ | — граф-модель функціонування |
| ДС | — діагностична система |
| ЕПТ | — електронно-променева трубка |
| ЗК | — засіб контролю |
| ІМ | — інтегральна мікросхема; |
| КВА | — контрольно-вимірювальна апаратура |
| КДК | — контрольно-діагностичний комплекс |
| КК | — контролер комутатора |
| МГВА | — метод групового врахування аргументів |
| МКОТ | — мікропроцесорний комплекс обчислювальної техніки |
| МПК | — мікропроцесорний комплекс |
| НДП | — нижній допуск параметра |
| ОЗП | — оперативний запам'ятовувальний пристрій |
| ОБ | — об'єкт контролю |
| ПЗО | — пристрій зв'язку з об'єктом контролю |
| ПЗП | — постійний запам'ятовувальний пристрій |
| ПМ | — параметрична модель |
| ПСС | — перетворювачі спеціальних сигналів |
| СК | — системний контролер |
| ТО і Р | — технічне обслуговування і ремонт |
| ФАС | — фотоакустична спектроскопія |
| ФДМ | — функціонально-діагностична модель |
| ФЕ | — функціональний елемент |
| ФН | — функція несправності |
| ЦАП | — цифро-аналоговий перетворювач |
| ЦОК | — цифровий об'єкт контролю |
| ЦП | — цифровий пристрій |



ВСТУП

Завданням інженерного проектування є розроблення нового об'єкта — комплексу, системи, процесу проектувальником за певних обмежень, обумовлених технічними вимогами, умовами експлуатації об'єкта, вибраним методом проектування, рівнем технології і організації виробництва, економічними можливостями.

Обмеження, які обумовлені в загальних технічних вимогах до проектуваного об'єкта, формуються на основі вибору об'єкта відповідних засобів контролю; критеріїв ефективності функціонування; установленого переліку вирішуваних завдань і рівнів їх пріоритету; характеру взаємодії і розвиненості зв'язків засобів контролю з об'єктом контролю (ОК) (кількість каналів, тип, характер сигналів, пропускна здатність, завадозахищеність); можливостей комплектуючих виробів і апаратури.

Експлуатаційні обмеження впливають з особливостей застосування засобів контролю (стаціонарний, рухомий); характеру механічних зовнішніх дій; режиму роботи (полегшений, нормальний, з перевантаженням); характеру дії навколишнього середовища; умов обслуговування.

Обмеження, обумовлені методом проектування і рівнем технології та організації виробництва, є менш значущими ніж перші дві групи обмежень, проте вони істотно впливають на процес проектування, оскільки потребують урахування рівня знань про проектуваний виріб і технологію його виробництва, можливості застосування сучасних технічних засобів, а також рівня підготовки розробника і технічного стану обладнання, термінів проектування, можливостей лабораторного обладнання і використання обчислювальних засобів для проектування.

Проектування засобів контролю слід проводити зверху вниз, тобто від комплексу в цілому до його підсистем нижчого рівня. Процес проектування на кожному рівні можна розділити на етапи зовнішнього і внутрішнього проектування. На етапі зовнішнього проектування формують вимоги до засобів контролю у цілому, визначають загальні принципи контролю, стимулювальні і конт-

рольовані сигнали, обґрунтовують значення основних критеріїв ефективності, функціональні і параметричні обмеження.

На етапі внутрішнього проектування визначають внутрішні характеристики підсистем. Ці етапи повторюються при переході з одного рівня проектування на інший.

Створення розвинених автоматичних систем керування технічними об'єктами припускає обов'язкову наявність або безпосередньо вбудованих в їх структуру, або тих, що функціонують незалежно від зовнішніх засобів контролю, що здійснюють контроль працездатності та діагностику технічного стану систем керування і їх окремих елементів, програмного забезпечення, що реалізується за допомогою керувальної ЕОМ, або мікропроцесорного контролера. У зв'язку зі значним зниженням витрат на створення мікропроцесорної техніки і підвищенням її обчислювальної «потужності» доцільно застосовувати мікро-ЕОМ і мікроконтролери як у структурі систем керування, так і в структурі засобів контролю. В останньому випадку виникає можливість проектування автоматизованих засобів контролю, що містять стандартні мікропроцесорні контролери і спеціалізовані пристрої, об'єднані в одну архітектуру за допомогою відповідних інтерфейсних шин. Такі комплекси здатні керувати процесами, пов'язаними зі зміною стану в часі, причому інформація про роботу двох різних пристроїв контрольованого об'єкта може відтворюватися на поліскранному дисплеї мікро-ЕОМ одночасно. Крім того, всі засоби, що входять в структуру комплексу, функціонують в реальному масштабі часу.

У більшості випадків створення мікропроцесорного засобу контролю ґрунтується на інженерній інтуїції, що ґрунтується на попередньому досвіді проектування систем контролю нижчого рівня й інформації про властивості застосовуваного в розроблюваному комплексі мікропроцесора. У зв'язку з перспективою розширення сфери застосування мікропроцесорів з розвиненими алгоритмічними можливостями в різних системах контролю і керування об'єктами високої актуальності набуває проблема проектування гнучких автоматизованих мікропроцесорних засобів контролю.

Проектування перспективних автоматизованих засобів контролю на базі мікропроцесорів має ґрунтуватися на формуванні властивостей комплексу з погляду сукупності елементів, що об'єднуються між собою зв'язками для організації структури комплексу, що задовольняє технічні вимоги, урахування особливостей контрольованих об'єктів і тенденції їх технічного вдосконалення.

Для визначення вимог до перспективних засобів контролю і діагностики необхідно виходити із завдань системи технічної експлуатації ОК, що є окремими пристроями чи автоматичними системами керування, а також стану і тенденцій розвитку як об'єктів, так і засобів контролю в Україні та за кордоном. Відповідно до впровадження системи експлуатації проводиться періодичне технічне обслуговування виробів, завдяки чому підтримується заданий рівень достовірності їх справного стану.

Перспективні засоби контролю передбачається використовувати для перевірки різних типів виробів і їх агрегатів у процесі оброблення і випробувань, під час вихідного контролю на заводах-виробниках, а також у процесі експлуатації. Тому для забезпечення оптимального складу апаратури в різних умовах її застосування залежно від характеру вирішуваних завдань і типів обслуговування виробів необхідна раціональна уніфікація, що забезпечує зведення різних видів до їх обмеженої кількості. Стосовно систем автоматизації проєктування перспективних комплексів діагностичних комплексів є метод агрегативання, який характеризується тим, що створюються умови для розширення номенклатури і функціональних можливостей продукції приладобудування, засобів автоматизації, систем керування і контролю за рахунок застосування блокового (агрегатного) способу її розроблення, а також для забезпечення комплектування (складання, монтажу) деяких апаратів, систем, комплексів та інших виробів різного функціонального призначення з уніфікованих взаємозамінних агрегатів, модулів, вузлів і деталей.

Побудова конкретних систем методом агрегативання полягає у виборі з номенклатури необхідних пристроїв і взаємному компонуванні їх у систему, комплекс. Агрегатні засоби контролю ґрунтуються на єдиних базових конструктивних рішеннях. Звідси випливає основний підхід до проєктування перспективних діагностичних комплексів, що базується на агрегатно-модульному принципі. Агрегатний комплекс для контролю і діагностування технічних систем має складатися з окремих конструктивних або функціонально відособлених блоків, або підсистем, що мають уніфіковані зовнішні зв'язки.

Блоки, у свою чергу, потрібно компонувати з вузлів, змінюючи типи і кількість яких можна змінити технічні характеристики блока. Завдяки агрегатному принципу побудови й уніфікації зовнішніх

зв'язків відкриваються широкі можливості для створення засобів контролю різної складності та призначення.

Аналіз характеристик контролепридатності наявних і розроблюваних виробів, можливостей реалізації прогресивних методів їх контролю, експлуатованих і створюваних засобів контролю за агрегатно-модульним принципом дав змогу визначити основні вимоги до перспективних засобів контролю:

- забезпечення можливості контролю різних типів об'єктів. Для цього апаратуру функціонально і конструктивно розділяють на універсальну та спеціалізовані частини. Універсальну частину потрібно використовувати для контролю будь-якого типу виробів, спеціалізовані частини — для контролю конкретних типів ОК;

- створення універсальної частини на базі ЕОМ, що має широкі функціональні можливості і високу швидкодію для опрацювання різноманітної контрольно-вимірювальної інформації, що має програмну сумісність з універсальними ЕОМ;

- забезпечення сумісності універсальної частини апаратури з мікро-ЕОМ або мікроконтролерами цифрової системи керування як ОК, і з будь-якими іншими додатковими пристроями при контролі знов розроблених виробів або зміні типу контрольованого об'єкта;

- використання алгоритмічної мови високого рівня для розроблення програм, орієнтованих на опис алгоритмів контролю і керування в реальному масштабі часу;

- забезпечення на етапі проектування автоматизації процесу програмування;

- розроблення універсальних багатофункціональних генераторів стимулів (вхідних впливів), що дають можливість сумісно з програмним керуванням генерувати і перетворювати в широких діапазонах сигнали різноманітної форми;

- застосування багатофункціональних комутаторів, керованих мікро-ЕОМ;

- організація автоматичного функціонального самоконтролю для забезпечення точнісних і поліпшення експлуатаційних характеристик засобів контролю.

Можливість побудови агрегатного комплексу для широкого класу ОК будь-якого призначення залежить від вирішення завдань із забезпечення інформаційної, програмної, метрологічної, енергетичної, конструктивної і експлуатаційної сумісності агрегатів ком-

плексу між собою і з ОК та від практичного використання розвинутого математичного забезпечення.

Інформаційна сумісність — стандартизація всередині системних зв'язків, уніфікація і нормування видів параметрів сигналів, їх тимчасових і логічних співвідношень, фізичної реалізації і правил обміну в разі використання їх у складі комплексу. Вона забезпечується стандартним інтерфейсом, нормуванням видів і діапазонів сигналів, що містять цифрову інформацію, а також керівних, командних, програмних, адресних і спеціальних сигналів.

Програмна сумісність — уніфікація, узгодженість і нормування правил обміну інформацією між функціональними блоками, сумісність прикладних програм і базового програмного забезпечення, узгодженість використовуваних мов з проблемною орієнтацією комплексу. Програмну сумісність можна забезпечити використанням машинних команд, орієнтованих на опис алгоритмів контролю і керування, наявністю бібліотеки стандартних підпрограм контролю, використовуваних у різних алгоритмах і системах контролю.

Метрологічна сумісність — єдність і узгодженість точнісних характеристик засобів, що входять у комплекс. Вона може бути забезпечена розробленими стандартами за методикою визначення інструментальної достовірності контролю і вимог до точності вимірювання контрольованих параметрів.

Енергетична сумісність є узгодженістю, уніфікацією і нормуванням джерел живлення окремих пристроїв та комплексу в цілому. Завдання вирішується на етапах створення комплексу.

Конструктивна сумісність — це узгодженість, уніфікація і нормування конструктивних вирішень типорозмірів, механічних сполучень усіх блоків і єдиного техніко-ергономічного оформлення. Натепер конструктивна сумісність забезпечується розробленими галузевими стандартами.

Експлуатаційна сумісність — узгодженість умов експлуатації (щодо допустимих зовнішніх дій, надійності, ресурсів і т. ін.) окремих блоків і комплексу в цілому.

Вступ, розд. 3, 4, 8, 10 написані В. М. Казаком, розд. 1, 9 — Б. І. Доценком, розд. 5, 7 — В. П. Кузьмінім, розд. 6 — Д. О. Шевчуком, розд. 2, 12 — Ю. І. Шепелевим, розд. 11 — Р. М. Салімовим.

Розділ



**ТЕХНІЧНИЙ СТАН І НАДІЙНІСТЬ
ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ**

1.1. Основні терміни і визначення

Технічний стан — сукупність підпорядкованих змін властивостей об'єкта у процесі виробництва або експлуатації, що характеризується у певний момент часу ознаками, встановленими технічною документацією на цей об'єкт (справність, працездатність, непрацездатність, несправність і т. ін.) [7].

Діагностична ознака (параметр) — ознака (параметр) об'єкта діагностування, що використовується в установленому порядку для визначення технічного стану об'єкта [7].

Технічне обслуговування — операція чи комплекс операцій з підтримання працездатності або справності виробу для використання за призначенням, зберігання і транспортування.

Технічна експлуатація — комплекс організаційних і технічних заходів, спрямованих на забезпечення надійної і безперебійної роботи електрообладнання.

Засоби технічного обслуговування — засоби технологічного оснащення і спорядження, призначені для виконання технічного обслуговування [7].

Система — сукупність пов'язаних між собою відповідним чином складових, яка повністю забезпечує виконання певних практичних завдань [7].

Об'єкт — предмет певного цільового призначення, що розглядається в періоди проектування, виробництва, експлуатації, досліджень і випробувань на надійність; об'єктами можуть бути вироботи,

системи та їх елементи (установки, пристрої, машини, апарати, прилади і їх частини, агрегати та окремі деталі) [7].

Надійність — властивість об'єкта виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників і в заданих межах, що відповідають заданим режимам і умовам використання, технічного обслуговування, ремонту, зберігання і транспортування. Мірою оцінки надійності зазвичай є ймовірнісні характеристики. Всі дослідження із застосуванням методів теорії ймовірності мають статистичний характер [7].

Безвідмовність — властивість об'єкта безперервно зберігати працездатність протягом деякого часу за деякого напрацювання [7].

Довговічність — властивість об'єкта зберігати працездатність до настання граничного стану згідно з встановленою системою технічного обслуговування і ремонту [7].

Справність (справний стан) — стан об'єкта, за якого він відповідає всім вимогам, установленим нормативною та (чи) конструктивно-технічною документацією [7].

Наробіток — тривалість чи обсяг роботи об'єкта (виробу).

Несправність (несправний стан) — стан об'єкта, за якого він відповідає хоча б одній з вимог, встановлених нормативною та (чи) конструктивно-технічною документацією [7].

Непрацездатність (непрацездатний стан) — стан об'єкта, за якого значення хоча б одного заданого параметра, що характеризує здатність виконувати задані функції, не відповідає вимогам, установленим нормативною та (чи) конструктивно-технічною документацією [7].

Відмова — 1) подія, яка полягає в порушенні працездатності об'єкта; 2) відмова раптова — відмова, що характеризується стрибкоподібною зміною одного або декількох заданих параметрів об'єкта; 3) відмова поступова — відмова з поступовою зміною одного або декількох заданих параметрів об'єкта [7].

Пощкодження — подія, яка полягає в порушенні справності об'єкта чи його складових частин унаслідок впливу зовнішніх впливів, що перевищують рівні, встановлені нормативною та (чи) конструктивно-технічною документацією на об'єкт [7].

Функціональна система електрообладнання — складна людино-машинна система електрообладнання (енергетична система), яка виконує певні функції керування об'єктом та процесами його керування (ДСТУ-3589-97).

Надійність функціонування системи електрообладнання — властивість системи електрообладнання зберігати з часом свої показники (відмовобезпечність, відмовостійкість) і здатність виконувати функції в установлених режимах роботи та очікуваних чи екстремальних умовах експлуатації (ДСТУ-3589-97).

Технічний стан функціональної системи електрообладнання — технічні можливості функціональної системи, що визначаються сукупністю характеристик, властивостей та ознак, закладених у процесі проектування, і які статистично змінюються в процесі серійного виробництва та експлуатації відносно вимог нормативної документації в разі експлуатації в очікуваних та екстремальних умовах (ДСТУ-3589-97).

Відмова функціональної системи електрообладнання — стан функціональної системи, за якого вона повністю або частково не виконує встановлених нормативною та (чи) конструкторською документацією функцій в очікуваних чи екстремальних умовах експлуатації електрообладнання (ДСТУ-3589-97).

Граничний стан функціональної системи — стан функціональної системи, за якого її використання за призначенням недопустиме або недоцільне, а відновлення її працездатності неможливе чи нераціональне (ДСТУ-3589-97).

Критерій граничного стану системи електрообладнання — ознака чи сукупність ознак граничного стану системи ЕО, встановлених нормативною та (чи) конструкторською документацією (ДСТУ-3589-97).

Критерій відмови функціональної системи електрообладнання — ознака чи сукупність ознак непрацездатного стану функціональної системи, встановлених нормативною та (чи) конструкторською документацією (ДСТУ-3589-97).

Обслуговна (необслуговна) функціональна система електрообладнання — система, технічне обслуговування (оперативне та періодичне обслуговування, ремонт) якої передбачено (не передбачено) нормативною та (чи) конструкторською документацією (ДСТУ-3589-97).

Відновна (невідновна) функціональна система електрообладнання — система, відновлення працездатного стану якої передбачено (не передбачено) нормативною та (чи) конструкторською документацією (ДСТУ-3589-97).

Ремонтвна (неремонтвна) функціональна системи електрообладнання — система, ремонтування якої передбачено (не передбачено) нормативною та (чи) конструкторською документацією (ДСТУ-3589-97).

Комплекс електрообладнання — обладнання, яке являє собою поєднання інформаційно-керівних та енергетичних систем для виконання функцій високого рівня.

Життєвий цикл електрообладнання — проміжок часу, протягом якого сукупність явищ та процесів в електрообладнанні здійснює кругообіг, який складається з етапів проектування, серійного виробництва, експлуатації до його утилізації.

Реалізаційний період життєвого циклу — частина життєвого циклу від задуму до серійного виробництва.

Період корисного життя — частина життєвого циклу від початку серійного виробництва до зняття з експлуатації та утилізації.

Експлуатаційно-технічна характеристика — основна, експлуатаційна, надійнісна, технічна властивість, ознака чи параметр, контрольовані та відновлювальні згідно з нормативною та (чи) конструкторською документацією з експлуатації електрообладнання.

Якість побудови функціональної системи електрообладнання — ступінь досконалості архітектури функціональної системи електрообладнання, яка визначається основними показниками: оптимальністю, оригінальністю, цілісністю, відповідністю середовищу та ефективністю (ДСТУ-3589-97).

Відмовобезпечність — комплексний показник надійності енергетичної системи, який визначається ймовірністю того, що несприятлива для одного чи декількох чинників на процес функціонування системи компенсуватиметься повністю чи частково дією людино-машинної системи протягом певного часу (ДСТУ-3589-97).

Відмовостійкість — комплексний показник надійності функціональної системи, який визначається ймовірністю того, що система функціонуватиме на певному рівні якості після того, як відбудеться відмова (або декілька відмов) компонента обладнання та (чи) програмного забезпечення (ДСТУ-3589-97).

Резервування функціональної системи — спосіб зберігання працездатності стану системи у разі відмови її елемента або елементів через використання додаткових засобів і (чи) можливостей відносно основного елемента (ДСТУ-3589-97).

Основний елемент (функціонально мінімальна структура) — мінімальна структура системи, яка забезпечує нормальне її функціонування без відмови одного будь-якого елемента.

Відновний (невідновний) резерв функціональної системи — резерв системи, який має один або декілька резервних елементів, працездатність яких, за їх відмови, відновлюється (не відновлюється) у процесі експлуатації (ДСТУ-3589-97).

Структурний резерв функціональної системи — резерв, який складається з одного або декількох елементів і зберігає властивості основної структури (ДСТУ-3589-97).

Параметричне резервування функціональної системи — резервування, налаштування та регулювання репрезентативних параметрів відповідно до працездатного стану системи без зміни її структури (ДСТУ-3589-97).

Функціональне резервування системи — резервування системи з використанням функціональних резервів, коли в разі відмови резервної системи її функції виконує система, яка до цього здійснювала інші функції (ДСТУ-3589-97).

Інформаційне резервування функціональної системи — резервування із застосуванням резерву інформації (ДСТУ-2860).

Ергатичне резервування функціональної системи — резервування людино-машинної системи чи комплексу раціональним перерозподілом різних видів резервів, у тому числі психофізіологічних навантажень оператора.

Почасове резервування — резервування із застосуванням резерву часу (ДСТУ-2860).

Динамічне резервування функціональної системи — резервування з перебудовою структури системи чи комплексу логікодинамічного класу в разі відмови її елемента чи каналу (ДСТУ-3589-97).

1.2. Кількісні характеристики надійності електрообладнання

Надійність включає такі показники:

- безвідмовність;
- довговічність;
- ремонтпридатність;
- збереженість.

1.2.1. Показники безвідмовності електрообладнання

Основні показники безвідмовності такі.

Імовірність безвідмовної роботи — ймовірність того, що в межах заданого напрацювання об'єкта відмова не виникне. Ймовірність безвідмовної роботи можна визначити за формулою

$$P(t) = P(t_n > t), \text{ або } P(t) = (N_0 - N(t)) / N_0,$$

де t_n — час напрацювання; t — поточний час; $N_0, N(t)$ — кількість деталей (структурних одиниць) відповідно на початку експлуатації та таких, що відмовили за час t .

Імовірність відмови — на практиці обчислюють імовірність появи відмови $q(t)$ за час роботи і спостереження t :

$$q(t) = 1 - P(t).$$

Окрім показника безвідмовної роботи $P(t)$, використовують показник густини ймовірності першої відмови:

$$\omega(t) = -|dP(t)|/dt.$$

Густина ймовірності пов'язана із імовірністю безвідмовної роботи такою залежністю:

$$p(t) = \int_0^{\infty} \omega(t) dt.$$

Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \omega(t)/P(t) = -\frac{dP(t)}{P dt} = \frac{\omega(t)}{1 - q(t)}.$$

За допомогою кожної з чотирьох величин $q(t)$, $P(t)$, $\omega(t)$, $\lambda(t)$ можуть бути отримані інші три. Цей взаємозв'язок подано в табл. 1.1.

Середнє напрацювання до відмови

$$T_{\text{сер}} = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Середнє напрацювання використовують для характеристики надійності виробів, що не ремонтуються.

Взаємозалежність між показниками

| Показник надійності | $q(t)$ | $P(t)$ | $\omega(t)$ | $\lambda(t)$ |
|---|--------------------------|--------------------------|---|---|
| Імовірність відмови $q(t)$ | $q(t)$ | $1 - P(t)$ | $\int_0^t \omega(t) dt$ | $1 - \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right]$ |
| Імовірність безвідмовної роботи $P(t)$ | $1 - q(t)$ | $P(t)$ | $\int_0^\infty \omega(t) dt$ | $\exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right]$ |
| Густина ймовірності, густина розподілення, частота відмов $\omega(t)$ | $\frac{dq/dt}{1 - q(t)}$ | $-\frac{dP(t)}{dt}$ | $\omega(t)$ | $\lambda(t) \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right]$ |
| Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ | $\frac{dq/dt}{1 - q(t)}$ | $-\frac{d \ln P(t)}{dt}$ | $\frac{\omega(t)}{\int_0^t \omega(t) dt}$ | $\lambda(t)$ |

Напрацювання на відмову — відношення напрацювання відновлюваного об'єкта до математичного значення його відмов протягом усього циклу функціонування.

Інтенсивність відмов — визначають як імовірність відмови виробу, що не відновлюється за одиницю часу після деякого моменту часу за умови, що до цього моменту часу відмова не виникла.

Параметр потоку відмов

$$\Omega(t) = dH(t)/dt,$$

де $H(t)$ — середня кількість відмов на інтервалі часу $[0, t]$, яку називають ведучою функцією потоку відмов.

Параметр потоку відмов є густина розподілу ймовірності тому, що ця функція не нормована.

Функція потоку відмов

$$H(t) = \sum F_n(t),$$

де $F_n(t)$ — імовірність того, що на інтервалі часу $[0, t]$ сталося не менш ніж n відмов.

1.2.2. Довговічність, ремонтпридатність, збереженість

Ресурс. Ресурс характеризує запас можливого напрацювання об'єкта. Ресурс — напрацювання від початку експлуатації або її відновлення після ремонту до переходу об'єкта до граничного стану. Граничний стан настає у момент вичерпання ресурсу у зв'язку з недопустимим погіршенням безпеки експлуатації та моральним старінням (зношенням).

Для кожного об'єкта через визначені проміжки часу експлуатації передбачаються регламентні, ремонтні та регульовальні роботи. Відремонтований об'єкт є іншим за технічним рівнем та можливостями, який має у своєму складі значну кількість структурних одиниць з певним напрацюванням. При цьому частину відремонтованих деталей і вузлів відновлено, а частину замінено на нові. Отже, навіть капітально відремонтований об'єкт має властивості, які відрізняються від початкових. Тому вони мають розрізнятися характером і розподіленням відмов.

Ресурс, крім часу корисного функціонування, включає також простої, зокрема і під час ремонту, оскільки під впливом навколишнього середовища безперервно змінюються властивості структурних одиниць й системи в цілому — відбувається старіння.

Термін експлуатації — календарна тривалість від початку експлуатації, відновлення після ремонту і до переходу об'єкта у граничний стан.

Розділяють види ресурсу:

повний — від обернення (транспортування, зберігання), початку експлуатації й до списання;

назначений — із досягненням якого експлуатація припиняється незалежно від стану;

гамма-відсотковий — за якого об'єкт з імовірністю γ не досягає граничного стану напрацювання. Тобто

$$P(T_{\text{рес } \gamma}) = \int_{T_{\text{рес}}}^{\infty} P(T_{\text{рес}}) dT_{\text{рес}},$$

де $P(T_{\text{рес } \gamma})$ — імовірність досягнення ресурсу $T_{\text{рес } \gamma}$; $T_{\text{рес}}$ — напрацювання до граничного стану;

медіанний — напрацювання, за якого об'єкт з імовірністю 0,5 не досягає граничного стану;

тобто

$$P(T_{\text{pec.0,5}}) = \int_{T_{\text{pec.0,5}}}^{\infty} P(T_{\text{pec}}) dT_{\text{pec}};$$

середній — математичне сподівання ресурсу для об'єктів певного типу та призначення.

Ремонтпридатність (експлуатаційна технологічність) — це властивість об'єкта і (або) його складової частини, яка полягає в пристосуванні його до попередження і виявлення причин виникнення відмов. Ремонтпридатність характеризується низкою показників.

Імовірність відновлення працездатного стану — імовірність того, що час відновлення працездатного стану електрообладнання не перевищує заданого часу:

$$S_b(t) = \frac{N_b}{N_{\text{vb}}},$$

де N_{vb} — кількість структурних одиниць (деталей), відновлених за час $t \leq t_0$ за загальної кількості структурних одиниць, що підлягають відновленню N_{vb} .

Частота відновлення, або густина розподілу часу відновлення:

$$f_b(t) = dS_b(t)/dt = N_b(\Delta t)/N_{\text{vb}} \Delta t,$$

що є відношенням швидкості відновлення до загальної кількості структурних одиниць, що підлягають відновленню.

Середній час відновлення працездатного стану, тобто математичне сподівання часу відновлення:

$$t_b = \sum_{i=1}^{n_{\text{vb}}} t_{ib} / N_{\text{vb}},$$

де t_{ib} — час відновлення об'єкта після відмови.

Середня трудомісткість відновлення

$$C_{b \text{ сеп}} = (1/N_{\text{vb}}) \sum_{i=1}^{N_{\text{vb}}} C_{bi},$$

де C_{bi} — вартість відновлення працездатного стану i -го об'єкта після відмови.

Ремонтопридатність електрообладнання багато в чому визначається його доступністю для проведення огляду, регулювальних та монтажно-демонтажних робіт.

Збереженість. Збереженість — це властивість зберігати значення показників безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності протягом експлуатації, зберігання та транспортування. Кількісно визначається:

- гамма-відсотковим терміном збереженості;
- середнім терміном збереженості;
- назначеним терміном зберігання.

Гамма-відсотковий термін збереженості, що досягається електрообладнанням із заданою ймовірністю γ , виражається у відсотках.

1.2.3. Комплексні показники надійності

Комплексні показники надійності дають змогу оцінити надійність роботи засобів електрообладнання. Показники якості функціонування засобів електрообладнання містять декілька функціонально пов'язаних показників, що характеризують ефективність використання обладнання.

Коефіцієнт готовності — ймовірність того, що об'єкт виявиться працездатним у довільний момент часу, окрім планових періодів, протягом яких його використання за призначенням не передбачається. Цей показник статистично визначають залежністю

$$K_r = \sum_{i=1}^N \xi_i / (NT_{\text{роб}}),$$

де ξ_i — сумарний час перебування i -го об'єкта у працездатному стані ($i = \overline{1, n}$); N — кількість спостережуваних об'єктів; $T_{\text{роб}}$ — тривалість експлуатації, яка складається з інтервалів часу роботи і відновлення, що послідовно чергуються.

Під час обслуговування, яке передбачає негайний початок відновлення обладнання, що відмовило,

$$K_r = t_0 / (t_0 + t_n),$$

де t_0 — напрацювання на відмову; t_n — середній час відновлення об'єкта.

Коефіцієнт технічного використання визначають співвідношенням сумарного часу перебування спостережуваного обладнання у працездатному стані до добутку кількості спостережуваного обладнання на заданий час експлуатації:

$$K_{т.в} = \sum \xi_i (NT_{\text{екс}}),$$

де $t_{\text{екс}}$ — тривалість експлуатації, що складається з інтервалів часу роботи, технічного обслуговування та ремонтів.

Якщо час експлуатації різний для кожного приладу, то

$$K_{т.в} = t_{\text{сум}} / (t_{\text{сум}} + t_{т.о} + t_{\text{рем}}), \quad (1.1)$$

де $t_{\text{сум}}$ — сумарне напрацювання всіх приладів; $t_{\text{рем}}$ — сумарний час простоїв через планові та непланові ремонти всіх приладів; $t_{т.о}$ — сумарний час простоїв через планове і непланове технічне обслуговування всіх приладів. Час простоїв з організаційних причин не враховується в рівнянні (1.1).

Коефіцієнт оперативної готовності означає ймовірність того, що об'єкт, який перебуває у режимі сподівання, виявиться працездатним у довільний момент часу та, починаючи з цього моменту, буде працювати безвідмовно протягом заданого часу.

Під режимом сподівання розуміють перебування об'єкта під повним або полегшеним навантаженням без виконання основних функцій. У такому режимі можливе виникнення відмов і відновлення працездатності обладнання. Потреба у використанні обладнання виникає часто раптово, після чого потрібне безвідмовне виконання ним основних функцій протягом робочого часу t_p .

Обладнання у цей момент часу має бути працездатним. Якщо ймовірність $P(t_p)$ безвідмовної роботи обладнання впродовж часу t_p не залежить від моменту початку роботи t , коефіцієнт оперативної готовності

$$K_{\text{оп.г}} = K_{т.с} P(t_p).$$

Трудомісткість технічного обслуговування (ремонту) оцінюють середньою сумарною трудомісткістю (математичним сподіванням сумарних роботозатрат на проведення технічного обслуго-

вування чи ремонту обладнання на визначений період експлуатації), а також питомою сумарною трудомісткістю (відношенням середньої сумарної трудомісткості технічного обслуговування чи ремонту до математичного сподівання сумарного напрацювання обладнання на один і той же період експлуатації).

Вартість технічного обслуговування (ремонту) є найважливішим показником ефективності. Розрізняють *середню сумарну вартість* — математичне сподівання сумарних витрат на проведення технічного обслуговування та ремонт обладнання за визначений період експлуатації та *питому сумарну вартість* — відношення середньої сумарної вартості технічного обслуговування чи ремонту до математичного сподівання сумарного напрацювання обладнання за один і той же період експлуатації.

1.3. Залежності між окремими характеристиками надійності

Розглянемо залежності між окремими характеристиками надійності. Відомо, що основною характеристикою надійності є ймовірність справної роботи $P(t)$.

Замовник виробу (експлуатант) визначає вимоги до надійності виробу у вигляді кількості відмов за визначений час або у вигляді конкретної кількості відмов на 1000 виробів, тобто $q(t)$ чи $q(N)$. Ураховуючи, що ймовірність відмови і ймовірність безвідмовної роботи — події несумісні (протилежні), тому

$$P(t) = 1 - q(t)q(N) = 1 - q(N),$$

де N — контрольна кількість виробів.

Залежність між інтенсивністю відмов $\lambda(t)$ і ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$.

За визначенням маємо

$$\lambda(t) = \frac{\Delta N_x}{N_x \Delta t},$$

де N_x — кількість виробів, що відмовили за проміжок від $\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)$

до $\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$; Δt — інтервал часу.

Підставивши кількість елементів, що відмовили,

$$\Delta N_x = N_t - N_{t+\Delta t} = N[P(t) - P(t + \Delta t)] \text{ і } N_x = NP(t),$$

визначимо, що

$$\lambda(t) = \frac{N[P(t) - P(t + \Delta t)]}{NP(t)\Delta t},$$

або, коли $\Delta t \rightarrow 0$, отримуємо:

$$\lambda(t) = \frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{\omega(t)}{P(t)}, \quad (1.2)$$

Якщо проінтегрувати вираз (1.2) від 0 до t , то дістаємо

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -[\ln P(t) - \ln P(0)],$$

чи з умов, що коли $t = 0$, $P(0) = 1$, то

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

За умов експоненціального закону розподілу ймовірностей безвідмовної роботи можна вважати $\lambda(t) = \text{const} = \lambda$ і $P(t) = e^{-\lambda t}$.

А якщо $t = 0$, $P(0) = P_0$, то

$$P(t) = P_0 e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Зв'язок між густиною ймовірності першої відмови та ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$. Кількість елементів, що будуть справно працювати до моменту часу t ,

$$N_t = NP(t),$$

а кількість елементів, що будуть справно працювати до моменту часу $t + \Delta t$:

$$N_{t+\Delta t} = NP(t + \Delta t).$$

Кількість елементів, що відмовили:

$$\Delta N_i = \Delta N_x = N_i - N_{i+\Delta t} = N[P(t) - P(t + \Delta t)].$$

Підставивши значення ΔN_i у вираз для $\omega(t)$, отримаємо

$$\omega(t) = \frac{\Delta N_x}{N\Delta t} = \frac{N[P(t) - P(t + \Delta t)]}{N\Delta t},$$

або, коли $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\omega(t) = -P'(t) = q'(t).$$

Проінтегрувавши це рівняння від 0 до t , дістаємо

$$q(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

або

$$P(t) = 1 - \int_0^t \omega(t) dt.$$

Зв'язок між середнім часом справної роботи T_m та інтенсивністю відмов $\lambda(t)$. З визначення випливає, що

$$T_m = \sum_{i=1}^m \Delta N_i t_{\text{сери}} / N,$$

або, якщо підставити значення ΔN_i , маємо

$$T_m = \frac{\sum_{i=1}^m N[P(t) - P(t + \Delta t)] t_{\text{сери}}}{N}.$$

У зв'язку з тим, що $[P(t) - P(t + \Delta t)] = -dP(t)$, то якщо $\Delta t \rightarrow 0$ і $m \rightarrow \infty$, одержуємо

$$T_m = - \int_0^{\infty} t dP(t) = - \int t P'(t) dt. \quad (1.3)$$

Інтегруючи рівняння (1.3), знаходимо

$$T_m = tP(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (1.4)$$

оскільки $tP(t) \Big|_0^{\infty} = 0$.

Після підставлення у вираз (1.4) значення $P(t)$ отримуємо

$$T_m = \int_0^{\infty} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} dt$$

або, якщо $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$,

$$T_m = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Зв'язок між $\omega(t)$ та інтенсивністю відмов $\lambda(t)$. Густина ймовірності першої відмови $\omega(t)$ та інтенсивність відмов $\lambda(t)$ зв'язані між собою залежністю

$$\omega(t) = \lambda(t)P(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Якщо $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, то можна остаточно записати

$$\omega(t) = \lambda e^{-\lambda t} = \frac{1}{T_m} e^{-\frac{t}{T_m}}.$$



Контрольні запитання і завдання

1. Дайте визначення основним показникам надійності.
2. Схарактеризуйте кількісні характеристики надійності.
3. Наведіть приклади залежності між окремими характеристиками надійності.
4. Дайте визначення густини ймовірностей відмов.
5. Що таке середній час безвідмовної роботи?
6. Схарактеризуйте довговічність, ремонтпридатність і збереженість електрообладнання.



РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

2.1. Загальні положення розрахунку надійності

Визначення надійності електротехнічної системи чи структурної одиниці (елемента) цієї системи є статистичною задачею.

Розрахувати надійність обладнання означає визначити кількісні характеристики надійності за відомими характеристиками комплектуючих елементів, з яких складається обладнання, або розрахувати потрібні характеристики комплектуючих елементів за заданими кількісними характеристиками надійності системи [1–5].

Вибір характеристик надійності залежить від того, наскільки точно потрібно оцінити надійність електрообладнання. Є велика кількість методів розрахунку надійності. Зміст їх визначається здебільшого видом досліджуваного обладнання та законом розподілу часу виникнення відмов. У теорії надійності головну роль відіграють розподіл Вейбула та експоненціальний розподіл. Знаючи розподіл за функцією $\lambda(t)$, можна однозначно отримати значення: $q(t)$; $p(t)$; $f(t)$ (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

**Взаємозв'язок параметрів розподілу Вейбула
і експоненціального розподілу**

| Вид розподілу | $q(t)$ | $p(t)$ | $F(t)$ | $\lambda(t)$ |
|------------------|----------------------------|------------------------|---|------------------------------|
| Вейбула | $1 - e^{-\alpha\lambda t}$ | $e^{-\alpha\lambda t}$ | $\lambda\alpha t^{\alpha-1} e^{-\alpha\lambda t}$ | $\lambda\alpha t^{\alpha-1}$ |
| Експоненціальний | $1 - e^{-\lambda t}$ | $e^{-\lambda t}$ | $\lambda e^{-\lambda t}$ | λ |

Примітка. α — параметр форми. Для експоненціального розподілу $\alpha = 1$.

Кількісні показники надійності значною мірою знаходять експериментально.

Складаючи технічне завдання на проектоване обладнання, звичай включають два числові рівні надійності: потрібний найменший та декілька більш бажаних рівнів. Показнику надійності можна надати різної форми. Наприклад, для комплектуючих елементів більш зручним показником надійності є інтенсивність відмов, для відновлювальних систем — імовірність справного стану.

Вимоги до надійності потрібно ставити, виходячи з можливості забезпечення виконання поставлених технічних завдань. Зазвичай необхідність деякого рівня надійності визначають за призначенням електрообладнання, а можливість — згідно з економічними, науково-технічними і організаційними умовами.

Економічні умови — це здебільшого вартість кожного відсотка підвищення надійності обладнання; *науково-технічні умови* — це наявність методів розроблення і розрахунку надійності, необхідних статистичних даних про відмови елементів, культуру виробництва, а також рівень розроблення високонадійних комплектуючих елементів; *організаційні умови* — це переважно час на розроблення засобів електротехнічного обладнання з підвищеною надійністю і можливість матеріально-технічного забезпечення.

Орієнтовний розрахунок надійності в разі раптових відмов виконують на початковій стадії проектування, коли ще немає експериментальних зразків і виникають труднощі у встановленні режиму роботи комплектуючих елементів. Для розрахунку роблять такі припущення:

- відмови елементів є подіями випадковими і незалежними;
- інтенсивність відмов комплектуючих елементів для кожного типу є величиною постійною, яка не змінюється у процесі експлуатації;
- всі однотипні комплектуючі елементи мають однакову інтенсивність відмов, що дорівнює середньостатистичному значенню;
- поняття «відмова» формулюється таким чином, що в разі виходу з ладу (наприклад, апаратури за встановлені межі, обриву провідників, пробою ізоляції і т. ін.) будь-якого комплектуючого елемента виходить з ладу весь комплекс електрообладнання; за такого формулювання поняття «відмова» будь-якого складного обладнання можна подати у вигляді послідовного ланцюга елементів, що в нього входять.

Такі твердження справедливі для обладнання, яке експлуатується до першої відмови будь-якого її складового елемента; у такому

разі кількість станів обладнання дорівнює кількості складових елементів системи ($N = n$). Тоді ймовірність безвідмовної роботи P_0 будь-якої складності електрообладнання дорівнюватиме добутку ймовірностей безвідмовної роботи елементів, що його складають (від 1-го до n -го):

$$P_c = P_1 \cdot P_2 \dots P_j \dots P_n = \prod_{i=1}^n P_i. \quad (2.1)$$

Зазвичай інтерес становить імовірність безвідмовної роботи як функція часу. Оскільки залежність (2.1) справедлива для будь-якого фіксування моменту часу t , то

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i.$$

Нехай складне електрообладнання складається з r груп однотипних комплектуючих елементів. Для розрахунку надійності його можна подати у вигляді послідовного ланцюга цих груп, при цьому в кожній групі міститься N елементів i -го типу. Тоді надійність обладнання виражають через імовірність безвідмовної роботи таким чином:

$$P_c(t) = e^{-\Lambda t}.$$

Проте

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t), \quad (2.2)$$

де $P_i(t) = P_i(t)^{N_i} = e^{-\lambda_i t N_i} = e^{-N_i \lambda_i t}$; N_i — кількість комплектуючих елементів i -го типу; λ_i — середньостатистична інтенсивність відмов комплектуючих елементів i -го типу.

Тоді з урахуванням виразу (2.2) маємо

$$P_c(t) = e^{-t \sum_{i=1}^n N_i \lambda_i}.$$

Для розглядуваного електрообладнання інтенсивність відмов

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n N_i \lambda_i,$$

а середній час безвідмовної роботи

$$T_c = 1/\Lambda = 1/\sum_{i=1}^n N_i \lambda_i.$$

Таким чином, для орієнтовного розрахунку надійності будь-якого складного обладнання достатньо знати тільки N_i, λ_i . Дані з N_i можна отримати з принципової схеми, дані з λ_i — з відповідних таблиць розрахунку надійності електрообладнання. Отже, розраховувати надійність можна одночасно з розробленням принципової схеми. Це дає змогу своєчасно коригувати принципову схему для підвищення надійності.

Орієнтовний розрахунок надійності складного обладнання доцільно вести по блоках чи майже по вузлах, конструктивно оформлених в одне ціле. Це дає можливість зрівнювати блоки за надійністю, виявляти слабкі місця і заздалегідь складати програму випробувань на надійність. Подібні розрахунки зручно виконувати за допомогою спеціальних програм.

На практиці часто потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи високонадійних систем. При цьому додаток $\lambda t \ll 1$, а $P(t)$ близьке до одиниці. У цьому випадку з високим ступенем точності можна обчислити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$, якщо розкласти $e^{-\lambda t}$ в ряд та обмежитись першими двома членами рівняння, тобто замість

$$e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

записати

$$e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t. \quad (2.3)$$

Якщо для розрахунків використати спрощену залежність (2.3), похибка для $\lambda t < 0,2$ не перевищить 3,5%. Для високонадійних систем, якими є авіаційні системи, похибка буде значно меншою, а точність розрахунків за формулою (2.3) — гарантовано допустимою. Для практичних розрахунків доцільно користуватись спрощеною залежністю (2.3), якщо $\lambda t \leq 0,1$.

Виконуючи розрахунок надійності авіаційних електроенергетичних систем, які є досить складними, нерідко потрібно перемножувати ймовірності безвідмовної роботи окремих комплектуючих елементів розрахунку, підносити до степеня і добувати корені. За значень ймовірності $P(t)$, близьких до одиниці, ці обчислення з достатньою для практики точністю можна виконувати за такими наближеними формулами:

$$P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) = 1 - \sum_{i=1}^N q_i(t),$$

де $q(t)$ — імовірність відмови i -го елемента системи за час t ;

$$q_i(t) = 1 - P_i(t);$$

$$P^N(t) = 1 - Nq.$$

Рекомендується такий порядок орієнтованого розрахунку надійності: на початку формулюють поняття відмови, складають схеми розрахунку надійності, потім складають таблиці розрахунків і, нарешті, обчислюють кількісні показники надійності електроенергетичної системи.

2.2. Оцінювання показників надійності за даними про відмови

2.2.1. Види випробувань на надійність

Показники надійності систем можна обчислювати за даними про відмови систем у цілому або розраховувати за характеристиками надійності елементів. Розглянемо їх визначення експериментальним шляхом.

Залежно від мети проведення експериментального дослідження розрізняють експериментальне оцінювання (кількісне визначення) та контроль (якісне визначення). Експериментальне дослідження можна проводити:

— методом організації визначальних чи контрольних випробувань на надійність;

— методом організації експлуатаційних спостережень, збирання та опрацювання статистичних даних про надійність продукції в умовах підконтрольної чи дослідної експлуатації;

— комбінованим методом, тобто обома методами разом.

Мета визначальних випробувань — пошук фактичних значень показників надійності та в разі потреби параметрів законів розподілу таких випадкових величин, як час безвідмовної роботи, напруження між відмовами, час відновлення та ін.

Мета контрольних випробувань — перевірка відповідності фактичних значень показників надійності вимогам стандартів, технічних завдань і технічних умов.

Випробування надійності можна проводити в лабораторних (стендових) та експлуатаційних умовах.

Лабораторні випробування можна проводити на заводах-виробниках або в організаціях-розробниках технічних засобів. Вони можуть бути як визначальними, так і контрольними. Лабораторні випробування можна проводити за таких самих впливів (температури, вологості, вібрації та ін.) і режимів роботи, що й у процесі експлуатації. Іноді для швидшого визначення показників надійності встановлюють важчі, форсовані умови і режими роботи порівняно з експлуатаційними. Такі випробування називають *прискореними*.

Випробування надійності в умовах експлуатації полягають у збиранні та опрацюванні інформації про поведінку систем і її елементів та про вплив зовнішнього середовища. Ці випробування є визначальними. Для деяких технічних засобів, наприклад, імпульсних ліній з арматурою та первинних відбірних пристроїв, з'єднувальних ліній з клемними переходами, випробування в умовах експлуатації — це чи не єдиний спосіб експериментального визначення показників надійності.

Інформація про те, які дані потрібно збирати про об'єкт в умовах його експлуатації, подається в технічній документації на нього.

Обидва види випробувань — експлуатаційні й лабораторні — доповнюють один одного. Так, перевагами експлуатаційних випробувань на надійність є природне врахування впливу зовнішнього середовища, наприклад, температури, вібрації, кваліфікації обслуговуючого персоналу; низька вартість випробувань; наявність великої кількості однотипних досліджуваних об'єктів, що дає змогу у відносно стислий термін добути статистично достовірну інформацію.

Недоліками експлуатаційних випробувань є неможливість проведення активного експерименту, змінюючи за бажанням експериментатора параметри зовнішнього середовища; менша оперативність інформації, оскільки починати її отримувати доцільно тільки після виготовлення усіх технічних засобів, монтажу та налагодження системи.

Вихідною інформацією для статистичного дослідження, на базі якого можна робити висновки про показники надійності, є результати спостережень. Але ці результати можуть бути різними для одних і тих самих систем залежно від того, як їх було отримано. Тому перед початком випробувань треба сформулювати правило, згідно

з яким належить проводити випробування. Розроблення такого правила називають *плануванням випробувань*. Вибір плану обумовлюється метою поставлених досліджень.

Оскільки проведення випробувань на надійність (особливо лабораторних) потребує значних витрат коштів, то планування випробувань передбачає визначення обсягу вибірки і критеріїв завершення випробувань, виходячи із заданої точності та достовірності очікуваних результатів.

2.2.2. Плани випробувань

Планом випробувань називають правила, що встановлюють обсяг вибірки, порядок проведення випробувань та критерії їх припинення. Розглянемо найбільш поширені плани визначальних випробувань. Найменування плану найчастіше складається з трьох літер (цифр): перша означає кількість випробуваних систем, друга — наявність R або відсутність U відновлень протягом випробувань у випадку відмови, третя — критерій припинення випробувань.

План NUT відповідає одночасному випробуванню N систем. Ці системи після відмови не відновлюються (або відновлюються, але дані про їх поведінку після першої відмови не розглядаються). Випробування припиняють після закінчення всіма системами напрацювання T . Цей план застосовують для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи за час T .

План NUr відповідає випробуванням N таких самих невідновлюваних систем, але на відміну від плану NUT випробування припиняють, коли кількість систем, що відмовили, досягає r . Якщо $r = N$, то маємо план NUN , згідно з яким випробування припиняють після відмови усіх систем. План NUr застосовують для визначення середнього напрацювання до відмови у випадку експоненціального розподілу, а план NUT — для нормального розподілу. Випробування за планом NUN потребують тривалого часу і великої кількості випробуваних систем, тому його застосовують для високонадійних систем.

План NRT описує випробування N систем, причому системи, що відмовили під час випробувань, замінюють новими або відновленими. Випробування припиняють після напрацювання T кожної з N позицій (під позицією розуміють певне місце на стенді або об'єкті, стосовно якого визначають напрацювання незалежно від замін або відновлень, що відбулися на цій позиції).

План NRr відповідає випробуванням N систем, коли системи, що відмовили протягом випробувань, замінюють новими або відновленими. Випробування припиняють, коли сумарна за всіма позиціями кількість систем, що відмовили, досягає r .

Плани NRr і NRT застосовують за наявності обмежень на тривалість випробувань, план NUN — для підвищення точності оцінювання.

Для реального плану перша і третя літери в його позначенні набувають конкретних значень. Наприклад, план $N = 50$, $UT = 500$ означає, що у випробуваннях, що тривають до напрацювання 500 год, братимуть участь 50 невідновлюваних об'єктів.

Формули для визначення сумарного напрацювання $T_{\Sigma r}$ для найчастіше використовуваних планів наведено в табл. 2.2. У російськомовній літературі трапляються позначення планів, наведені в табл. 2.2 у дужках.

Таблиця 2.2

План випробувань

| План випробувань | NUr (NBr) | NRr (NBr) | NUT (NBT) | NRT (NBT) |
|--|-------------------------------|--------------------|-----------------------------|--------------------|
| Сумарне напрацювання $T_{\Sigma r}$ | $\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r$ | Nt_r | $\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)T$ | NT |

Результати випробувань зазвичай подають у вигляді упорядкованої послідовності (варіаційного ряду) чисел $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N$, які є значеннями напрацювання об'єктів випробувань до відмови, або значеннями напрацювання між відмовами. Їх надалі використовують для визначення точкових та інтервальних оцінок показників надійності.

2.2.3. Статистичне оцінювання показників надійності під час визначальних випробувань

За результатами випробувань отримують точкові оцінки та інтервали надійного функціонування електрообладнання, всередині яких з імовірністю (коефіцієнтом довіри) міститься шуканий показник надійності.

Для статистичного оцінювання параметрів розподілу напрацювання до відмови заздалегідь вибирають вид теоретичного розподілу напрацювання до відмови, намагаючись при цьому використати наявні дані про надійність випробуваних виробів. Якщо бракує будь-яких відомостей про закон розподілу, в ході випробування визначають вид закону розподілу та оцінюють його параметри. Вибираючи вид розподілу, експериментальні дані апроксимують теоретичним розподілом і перевіряють статистичну гіпотезу про те, що цей теоретичний розподіл не суперечить експериментальному.

Точкові оцінки. Графічний метод оцінювання параметрів розподілу. Для точкової оцінки параметрів розподілу напрацювання до відмови найчастіше використовують графічні методи, метод максимальної правдоподібності та іноді метод моментів [9].

Графічне оцінювання параметрів широко застосовують на практиці. Власне для застосування цього методу необхідно мати лише зручне перетворення функції розподілу, що надає йому лінійного вигляду.

Графічні методи ґрунтуються на застосуванні координатної сітки, що має ймовірнісну шкалу по осях координат. Шкалу обирають так, щоб функція розподілу напрацювання до відмови мала на ній вигляд прямої лінії. Перевірка відповідності теоретичного розподілу експериментальним даним зводиться до перевірки того, чи накладаються експериментальні точки на пряму. Застосовують також ряд критеріїв узгодження теоретичного розподілу за експериментальними даними.

Побудувавши прямолінійний графік, за кутом нахилу прямо до горизонтальної осі, за відрізками, які вона відтинає на осях координат, визначають параметри розподілу.

Розглянемо визначення параметрів розподілу *графічним методом*.

Нехай на координатній сітці показникового розподілу статистичні оцінки $Q^*(t)$ можуть бути апроксимовані прямою лінією. Отже, шуканим параметром буде інтенсивність відмов, статистична оцінка якої

$$\lambda^* = \frac{k_1}{k_2} \operatorname{tg} \alpha,$$

де k_1, k_2 — масштабні коефіцієнти; α — кут нахилу прямої $Q^*(t)$ до горизонтальної осі.

Найбільше фактично використане значення Q на вертикальній осі координатної сітки 0,999, що відповідає $\ln(1-Q) = 6,908$. Тоді

$$k_Q = s_Q / 6,908,$$

де s_Q — висота графіка, мм.

Якщо $s_Q = 150$ мм, матимемо $k_Q = 21,7$.

Масштабний коефіцієнт

$$k_t = L / \Delta t,$$

де L — ширина графіка, мм; $\Delta t = t_{\max} - t_{\min}$ — діапазон зміни напруження до відмови.

Якщо $L = 126$ мм і $\Delta t = 6300 - 0 = 6300$, $k_t = 0,02$.

Знаходимо $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 67^\circ = 2,356$. Отже,

$$\lambda^* = \frac{0,02}{21,7} \cdot 2,357 = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год.}$$

Нехай тепер теоретичним розподілом, що не суперечить експериментальним даним, є нормальний розподіл.

Шуканими параметрами нормального розподілу є m_t і σ_t . Параметр m_t^* знаходимо з графіка в точці прямої $Q^*(t)$ з віссю t : $m_t^* = 520$ год.

Значення σ_t^* визначаємо з рівняння

$$\sigma_t^* = \frac{k_Q}{k_t} \operatorname{ctg} \alpha,$$

де α — кут нахилу прямої $Q^*(t)$ до горизонтальної осі.

Для координатної сітки зрізаного нормального розподілу обрано найменше значення $Q = 0,001$ і найбільше значення $Q = 0,999$. У цьому випадку

$$k_Q = s_Q / 6,18.$$

Якщо $s_Q = 150$ мм, маємо $k_Q = 24,25$. Масштабний коефіцієнт

$$k_t = L / \Delta t.$$

Тоді $k_t = 82,5/825 = 0,1$; $\text{ctg}\alpha = \text{ctg}68,5^\circ = 0,394$.

Отже,

$$\sigma_t^* = 24,25/0,1 \cdot 0,394 = 95 \text{ год.}$$

І, нарешті, нехай теоретичним розподілом, що не суперечить експериментальним даним, є розподіл Вейбула.

Шуканими параметрами є v і k . З графіка (рис. 2.1) в точці перетину прямої $Q^*(t)$ з горизонтальною віссю знаходимо значення $c = 107,4$; k дістанемо з формули

$$k = \left(\frac{1}{c}\right)^v; \quad v = \frac{k_t}{k_Q} \text{tg}\alpha.$$

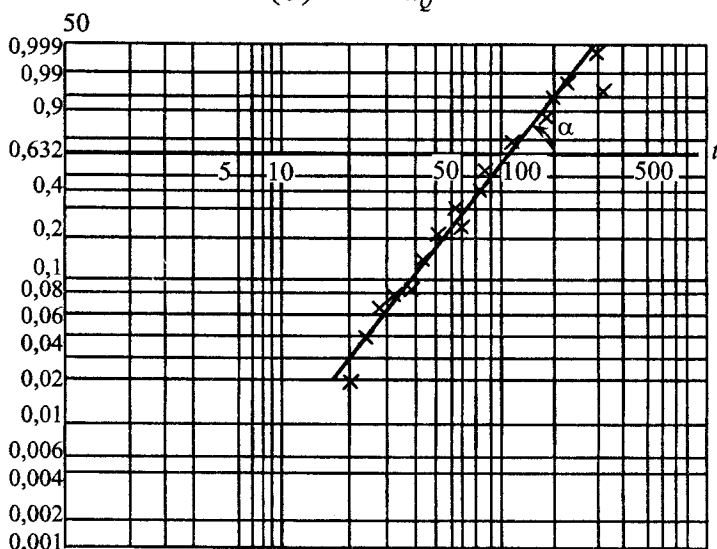


Рис. 2.1. Апроксимація даних статистичної оцінки ймовірності відмови на координатній сітці розподілу Вейбула

Для побудови координатної сітки для розподілу Вейбула обрано найменше значення $Q = 0,001$ і найбільше значення $Q = 0,999$.
Відповідно до цих масштабних коефіцієнтів

$$k_Q = s_Q/8,84.$$

Якщо $s_Q = 150$ мм, то $k_Q = 16,97$. Масштабний коефіцієнт

$$k_t = L/\lg \Delta t. \quad (2.4)$$

Згідно з виразом (2.4) $k_t = 121/\lg 310 \approx 48$. Тоді $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 58^\circ = 1,6$, а $v = [48/(16,97 \cdot 2,303)] \cdot 1,6 \approx 2,0$; $k = (1/107,4)^2 = 0,86 \cdot 10^{-4}$.

Статистичні оцінки показників надійності, розглянуті раніше, є їх точковими оцінками. Так, середнє напрацювання до відмови

$$m_i^* = \sum_{i=1}^N t_i / N$$

відповідає плану NUN , оскільки тут розглядаються завершені напрацювання до відмови кожної з випробуваних систем. Це співвідношення справедливе для всіх законів розподілу напрацювання до відмови.

За нормального розподілу, крім оцінки середнього напрацювання до відмови, часто шукають точкову оцінку і другий параметр цього розподілу σ_i^* .

Для плану NUN , наприклад

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_i^*)^2}.$$

Для експоненціального розподілу для всіх планів, крім NUN , точкова оцінка середнього напрацювання до відмови

$$m_i^* = T_{\Sigma r} / r_{\Sigma},$$

де $T_{\Sigma r}$ — сумарне напрацювання усіх систем; r_{Σ} — сумарна кількість відмов усіх систем протягом випробувань.

Інтервальні оцінки. Точкові оцінки дають уявлення про значення показника надійності, але не містять інформації про точність самої оцінки. Для цього вводять поняття надійного інтервалу, нижньої та верхньої його меж. За інтервальної оцінки параметрів розподілу визначають межі надійного інтервалу, всередині якого з надійною ймовірністю $(1-\alpha)$ міститься істинне значення відповідного параметра. Наприклад, за оцінки середнього напрацювання до відмови m_i

$$P(m_i^* - \varepsilon_1 < m_i < m_i^* + \varepsilon_2) = 1 - \alpha$$

або

$$P(m_{\text{н}} < m_i < m_{\text{в}}) = 1 - \alpha,$$

де $m_{\text{н}} = m_i^* - \varepsilon_1$; $m_{\text{в}} = m_i^* + \varepsilon_2$ — нижня і верхня межі надійного інтервалу; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — величини, що характеризують точність визначення m_i .

Густина розподілу $f(m_i^*)$ випадкової величини оцінки середнього напрацювання до відмови m_i^* зображена на рис. 2.2.

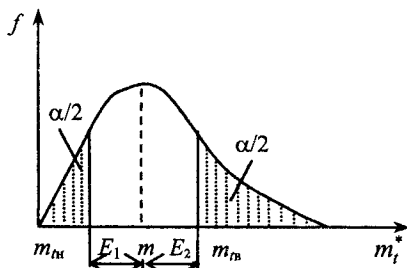


Рис. 2.2. Зображення двостороннього довірчого інтервалу для середнього напрацювання до відмови

Площа обмежена кривою розподілу та прямими, проведеними паралельно осі ординат з точок $m_{\text{н}}, m_{\text{в}}$, має дорівнювати $(1 - \alpha)$, а площі кожної заштрихованої ділянки — $\alpha/2$.

Розглянемо формули для інтервальних оцінок параметрів деяких розподілів напрацювання до відмови та ймовірності безвідмовної роботи.

Показниковий розподіл. Довірчий інтервал для середнього напрацювання до відмови m_i у разі однакових імовірностей $\alpha/2$ виходу на праву та ліву межі

$$\frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{\alpha/2}^2} < m_i < \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{1-(\alpha/2)}^2},$$

де $\chi_{\alpha/2}^2, \chi_{1-(\alpha/2)}^2$ беруть із таблиці квантилів розподілу χ -квадрат для кількості степенів вільності K , що дорівнює $2r$, для ймовірностей $P = \alpha/2$ і $P = 1 - (\alpha/2)$ відповідно.

Обчисливши тільки нижню межу, дістають

$$m_i < \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{\alpha}^2}.$$

Для ймовірності безвідмовної роботи $P(t_i)$ довірчий інтервал

$$\exp\left[-\frac{\chi_{\alpha/2}^2 t_i}{2T_{\Sigma r}}\right] < P(t_i) < \exp\left[-\frac{\chi_{1-(\alpha/2)}^2 t_i}{2T_{\Sigma r}}\right].$$

Для односторонньої межі

$$P(t_i) > \exp\left[-\frac{\chi_{\alpha}^2 t_i}{2T_{\Sigma r}}\right].$$

Зрізаний нормальний розподіл. Для значення нормуючого множника $C \approx 1$ довірчий інтервал для середнього напрацювання до відмови

$$\left(m_i^* - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}\right) < m_i < \left(m_i^* - Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}\right),$$

де $Z_{\alpha/2}$ і $Z_{1-\alpha/2}$ — квантилі розподілу Стьюдента;

$$m_m = m_i^* - Z_{\alpha} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}; m_m = m_i^* + Z_{\alpha} \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{N}}.$$

Перевірка узгодженості теоретичного розподілу з експериментальними даними. Таку перевірку проводять апроксимацією статистичних даних про напрацювання до відмови теоретичним розподілом та під час статистичних контрольних випробувань. Висуваються дві альтернативні гіпотези щодо виду розподілу або невідомих значень параметрів розподілу під час контрольних випробувань. Перевірка гіпотези полягає в тому, що за результатами випробувань вибірки гіпотеза вважається правдоподібною або відкидається як неправдоподібна.

За критерієм згоди Пірсона (χ -квадрат) визначають ступінь розходження

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - N_b P_i)^2}{N_b P_i},$$

де s — кількість інтервалів статистичного ряду; n_i — кількість відмов на i -у інтервалі; P_i — імовірність потрапляння випадкової величини (напрацювання до відмови) в i -й інтервал, визначена для теоретичного розподілу; N_b — кількість випробуваних систем (випробувань).

Для застосування критерію Пірсона необхідно, щоб

$$N_b \geq 50 \dots 60; \quad n \geq 6 \dots 8.$$

Розподіл χ^2 залежить від кількості степенів вільності

$$K = s - l - 1,$$

де l — кількість параметрів теоретичного розподілу.

Використовуючи критерій згоди Колмогорова, вважають, що теоретичний розподіл не суперечить експериментальним даним.

Якщо

$$D\sqrt{N_b} \leq 1,$$

де D — максимальне значення модуля відхилення теоретичної функції розподілу від експериментальної, то у цьому разі статистичні дані в інтервали не групують.

Для застосування критерію Колмогорова необхідна кількість випробувань має становити $N_b \geq 40 \dots 50$. До того ж, цей критерій можна використовувати, коли відомі вид теоретичної функції розподілу та всі значення параметрів.

2.3. Надійність обладнання з послідовно з'єднаними елементами

Обчислення надійності електрообладнання за надійністю її елементів залежить від способу з'єднання елементів і значущості кожного елемента для процесу функціонування обладнання у цілому.

Найпростішою для розрахунку є схема (рис. 2.3) послідовного (основного) з'єднання елементів.

У такій схемі відмова будь-якого елемента є відмовою всієї системи, тому система працює безвідмовно тільки за умови, що всі її елементи працюють безвідмовно.

Нехай елементи з'єднано так, як показано на рис. 2.3.

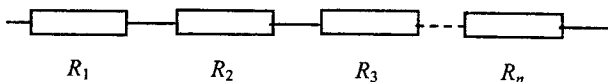


Рис. 2.3. Послідовне з'єднання елементів

Якщо надійність послідовно з'єднаних елементів становить відповідно R_1 і R_2 , імовірність того, що обидва елементи будуть працювати безвідмовно протягом часу t , становить

$$P_{\text{посл}}(t) = P_1(t)P_2(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda_1 dt - \int_0^t \lambda_2 dt\right].$$

Для експоненціального закону: $P_{\text{посл}}(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$.

Імовірність того, що один або обидва елементи відмовлять, дорівнює

$$q_{\text{посл}}(t) = 1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}.$$

Тоді $P_{\text{посл}}(t)$ і $q_{\text{посл}}(t)$ можна назвати надійністю відповідно з'єднаних елементів. Це означає, що відмова одного елемента призводить до відмови системи. Для n елементів або блоків, з'єднаних послідовно, надійність буде становити:

$$P_{\text{посл}}(t) = P_1(t)P_2(t)\dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t);$$

$$P_{\text{посл}}(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} = e^{-\Lambda t}, \quad \Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

Будь-яке обладнання складається із групи елементів. Тоді для системи, що включає k -груп елементів,

$$P(t) = e^{-t \sum_{i=1}^k \lambda_i N_i} = e^{-\lambda_0(t)}, \quad \lambda_0 = \sum_{i=1}^k \lambda_i N_i,$$

де N_i — кількість елементів в i -й групі.

Напрацювання на відмову всієї апаратури:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0}.$$

Розглянемо наближений метод розрахунку надійності, який виконують на початковій стадії проектування апаратури. Для виконання розрахунку надійності розроблюваної апаратури необхідно знати інтенсивності відмов елементів.

Рекомендується для попереднього розрахунку така послідовність.

1. Усі елементи системи розбивають на групи послідовно з однаковими і постійними інтенсивностями відмов λ_i . Підраховують кількість елементів кожної групи.
2. За таблицями знаходять λ_i для кожної групи.
3. Обчислюють добуток $N_i \lambda_i$.
4. Розраховують загальну ефективність відмов елементів λ_0 .
5. Визначають напрацювання на відмову T_0 .
6. Розраховують імовірність безвідмовної роботи обладнання

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}.$$

Приклад 2.1. Система складається з 5000 елементів першої групи та 6000 елементів другої групи. Відповідні інтенсивності відмов становлять $0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/год й $0,1 \cdot 10^{-6}$ 1/год.

Визначити ймовірність відмови протягом 50 год.

Загальна інтенсивність відмов

$$\lambda_0 = \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2;$$

$$\lambda_0 = 5000 \cdot 0,32 \cdot 10^{-6} + 6000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 2,26 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год.}$$

Напрацювання на відмову буде таким:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 454 \text{ год.}$$

Імовірність безвідмовної роботи протягом 50 год

$$P(t) = e^{-\frac{50}{454}} = 0,9.$$

2.4. Надмірність

Системи електрообладнання будують за двома різними типами структур: з надмірністю і без надмірності. Так, система для виконання заданих їй функцій повинна мати певну структуру. Ця структура впливає з аналізу динаміки процесів, що відбуваються в системі, та визначає характер з'єднання елементів схеми, масу, габарити та вартість системи. Водночас реалізована система обраної структури може виявитися непридатною, оскільки, маючи низький рівень надійності, не зможе виконувати покладені на неї функції зі встановленою якістю.

У таких випадках доводиться спрощувати структуру або вживати спеціальних заходів для підвищення надійності цієї структури.

Для підвищення надійності електроенергетичної системи в більшості випадків доводиться обирати її складові елементи (структурні одиниці) підвищеної якості (наприклад, прецизійні), полегшувати режими їх експлуатації або вводити в структурну схему резервні елементи. Всі ці заходи призводять до ускладнення схеми. Збільшення вартості, маси і габаритів устаткування призводить до появи деякої надмірності системи за наведеними характеристиками.

Надмірність — наявність у технічного об'єкта (системи, пристрою) можливостей понад мінімально необхідні для його нормального функціонування [10]. Надмірність підвищує надійність об'єкта. Вона буває: часовою, енергетичною, інформаційною, апаратною (резервування) та ін. Від величини надмірності залежить термін експлуатації електрообладнання, протягом якого зберігаються її вихідні характеристики в заданих межах. Чим більша надмірність, тим за інших умов більший цей термін.

Визначення способів підвищення надійності починається з вивчення структурної схеми надійності електрообладнання, яка дещо відрізняється від її ж функціональної структурної схеми, за якою можна, наприклад, вивчити (дослідити) принцип її дії (рис. 2.4).

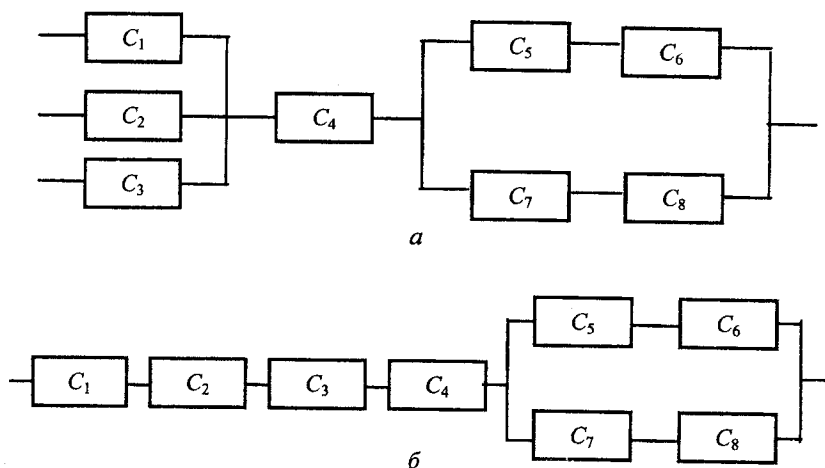


Рис. 2.4. Структурна схема електроприладу:
а — функціональна схема; б — схема надійності

Як впливає з рис. 2.4, б структурна схема надійності електроприладу складається з елементів, частина яких має послідовне (основне) з'єднання, а частина — паралельне (резервне). Такі системи називають системами, що мають змішане з'єднання елементів.

Основним з'єднанням елементів схеми називають таке, за якого відмова хоча б одного з них викликає відмову всього з'єднання. Для системи такого роду ймовірність безвідмовної роботи визначають за формулою:

$$P_s = \prod_{i=1}^n P_i; i = 1, \dots, n.$$

Резервне з'єднання елементів схеми — таке, для якого відмова з'єднання настає тільки тоді, коли відмовили основний та всі його резервні елементи.

Розрізняють декілька видів надмірності, зокрема: функціональну (гарячу), нефункціональну (холодну) та змішану.

За функціональної надмірності всі $m+1$ елементів блока працюють одночасно і дають 100 % потрібної від блока потужності (наприклад, блока силових трансформаторів).

У разі нефункціональної надмірності активно працює лише один елемент блока (системи), який забезпечує 100 % потрібної потужності. Резервний елемент вступає в дію лише у випадку відмови основного (наприклад, живлення аеродромного світлосигнального комплексу: в основному режимі живлення надходить від лінії електропостачання; у разі раптового вимкнення живлення з різних причин миттєво запускається дизель-генератор і живлення комплексу відбувається безперервно).

За змішаної надмірності в систему електрообладнання вводяться функціонувальні і нефункціонувальні резервні елементи.

Елементи з'єднання системи з функціональною надмірністю працюють так, що система не виходить з ладу, поки хоча б один елемент справний. У міру виходу елементів з ладу відбувається тільки відповідне зниження потужності.

Дію функціональної надмірності розглянемо на прикладі системи, що складається з трьох трансформаторів. Ймовірність безвідмовної роботи такої системи (рис. 2.5) буде становити $P_s = P_1 P_2 P_3$, при цьому $P_1 = P_{10}$; $P_2 = 1 - (1 - P_{20})^3$; P_{30} .

За припущення, що $P_{10} = P_{20} = P_{30} = 0,8$ та без наявності надмірності $P_s = P_{10} P_{20} P_{30} = 0,8^3 = 0,512$.

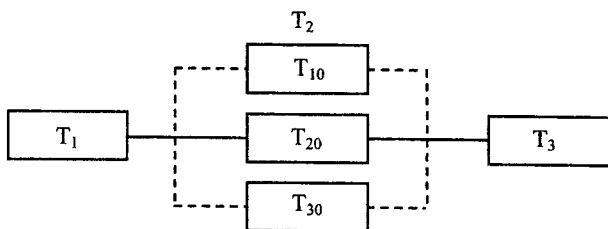


Рис. 2.5. Схема з трьох трансформаторів живлення:
 T_1, T_2, T_3 — трансформатори (T_2 має потрібне резервування — T_{10}, T_{20}, T_{30})

За наявності функціональної надмірності

$$P_s = 0,8 \left[1 - (1 - 0,8)^3 \right] 0,8 = 0,634.$$

Блок з нефункціональною надмірністю забезпечує безвідмовну роботу протягом часу t , якщо елемент A працює безвідмовно весь проміжок часу від 0 до t , а також, якщо після відмови елемента A в момент часу t елемент B працює безвідмовно в інтервалі часу від t до t_0 .



Контрольні запитання і завдання

1. Які види випробувань на надійність ви знаєте?
2. Як проводиться оцінка показників на надійність за даними про відмови?
3. Охарактеризуйте загальні положення розрахунку надійності.
4. Наведіть загальну формулу надійності.
5. Наведіть порядок і послідовність розрахунку надійності електрообладнання.
6. Охарактеризуйте плани проведення випробувань.
7. Як проводиться статистичне оцінювання показників надійності при визначальних випробуваннях?
8. Наведіть формули розрахунку надійності електрообладнання з послідовно з'єднаними елементами.
9. Наведіть формули розрахунку надійності електрообладнання з резервуванням.
10. Які види резервування ви знаєте?
11. Дайте визначення надмірності.
12. Яким чином надмірність впливає на надійність електрообладнання?

Розділ
3

ДИНАМІЧНА ЖИВУЧІСТЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

3.1. Загальні питання оцінювання живучості електрообладнання

Під поняттям живучості електрообладнання будемо розуміти його властивість виконувати свої функції в умовах виникнення непередбачених різного виду аварійних порушень режиму експлуатації (невизначених зовнішніх впливів і внутрішніх процесів). Властивість живучості проявляється у реакції систем електрообладнання на невизначеності, що виникає у процесі експлуатації, а властивість безвідмовності — у реакції обладнання на випадкові впливи у процесі функціонування в заданих (нормальних) умовах.

На практиці розрізняють *статистичну* й *динамічну* живучості. Під час вивчення статистичної живучості не враховуються перехідні процеси, що відбуваються в обладнанні в разі появи невизначених зовнішніх впливів або внутрішніх процесів. Основну увагу при цьому приділяють можливості функціонування електрообладнання у разі появи порушень.

Вивчаючи динамічну живучість, основну увагу приділяють динаміці змінювання результатів функціонування електрообладнання після появи порушення. Потрібно домагатися під час проектування обладнання такого уповільнення його деградації, щоб воно функціонувало з достатньою якістю якомога довше після виникнення порушення.

Як показники живучості можна використовувати функцію динамічної живучості $D(t_{кр})$, яка є умовною ймовірністю того, що час функціонування обладнання після появи порушення буде більшим від заданого часу $t_{кр}$, що розглядається як функція $t_{кр}$:

$$D(t_{кр}) = P\{t \leq t_{кр}\}. \quad (3.1)$$

У деяких випадках у виразі (3.1) зручніше використовувати числові характеристики, що відповідають $D(t_{кр})$.

У теорії надійності аналогом функції динамічної живучості є функція надійності.

Для систем електрообладнання, що працюють у режимі чергування, важливо знати чи знаходиться це обладнання у працездатному стані (під час дії порушення) на момент часу, що розглядається. Тому важливою характеристикою динамічної живучості є умовна ймовірність G того, що обладнання перебуває у працездатному стані у момент часу дії аварійного режиму експлуатації (появи порушення). У теорії надійності аналогом умовної ймовірності $G(t)$ є функція готовності $\Gamma(t)$. Для оцінювання якості технічних систем також використовують числові характеристики на основі $G(t)$, наприклад час $t_{кр}$, протягом якого ймовірність G досягає значення 0,5. За нижчого значення функцію $G(t)$ називають *функцією запасу живучості*.

Оскільки електрообладнання проектується зазвичай з урахуванням можливих змін параметрів структурних одиниць, у деяких випадках можна знехтувати розкидом значень параметрів, що спостерігаються під час випуску з підприємства, а також у результаті старіння, зносу, розрегулювання у нормальних режимах експлуатації. При цьому найпростіша модель процесу аварійної зміни параметра структурної одиниці — віялова випадкова функція часу або напруження t дії аварійного режиму

$$X_{jv}(t) = x_{0nj} + B_{jv}t,$$

де x_{0nj} — нормальне значення параметра j -ї структурної одиниці (невипадкова величина); B_{jv} — швидкість аварійної зміни параметрів j -ї одиниці в v -му режимі експлуатації (випадкова величина).

Можна навести деякі формальні аналогії між моделями оцінювання динамічної живучості електрообладнання за аварійних режимів експлуатації та оцінювання його надійності функціонування у процесі зношення, старіння й розрегулювання елементів схеми. У тому й іншому випадку відбуваються напіввипадкові процеси

змінювання параметрів елементів (структурних одиниць), однак під час вивчення динамічної живучості ці процеси перебігають у сотні разів швидше.

Можливі різні конкретні методи оцінювання динамічної живучості за допомогою розрахунків чи ймовірнісного моделювання на ЕОМ. Але бажано, щоб у процесі використання методу оцінювання виявлялись можливі способи підвищення живучості.

3.2. Метод статистичної межі

У будь-якій системі з n структурних одиниць зі змінними властивостями можна виділити дві взаємодійні частини:

— j -та розглядувана структурна одиниця, яка характеризується параметром $X_j(t)$;

— система, що складається з $n-1$ структурних одиниць (крім розглядуваної одиниці).

Відмови системи електрообладнання, спричинені аварійною зміною властивостей j -ї структурної одиниці, відповідають точкам перетину реалізацій $X_j(t)$ і реалізації випадкового процесу зміни «статистичної межі області працездатності» $\Omega_j(t)$ — критичних значень j -го параметра, за якого відбувається відмова обладнання. Статистична межа $\Omega(t)$ визначається структурою електрообладнання та випадковими параметрами процесів зміни властивостей $n-1$ структурних одиниць, за винятком розглядуваної одиниці. Вектор $\Omega(t)$ характеризує нечутливість систем електрообладнання до аварійних змін властивостей структурних одиниць і дає змогу визначити критичні місця структури обладнання, небезпечні в аварійних умовах структурні одиниці, оцінити корисність й необхідність заходів щодо використання стійких до аварійних впливів структурних одиниць.

Випадковий процес аварійної зміни визначального параметра системи, що перебуває у визначеному режимі експлуатації,

$$Y(t) = \Phi[X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)], \quad (3.2)$$

де функція Φ характеризує структуру системи електрообладнання (послідовне чи паралельне з'єднання елементів системи).

Зазвичай можна виділити нижню $\Omega_j^h(t)$ і верхню $\Omega_j^b(t)$ статистичні межі області працездатності і для кожної j -ї структурної одиниці визначити їх з рівняння (3.2)

$$\left. \begin{aligned} \Omega_j^h &= X_{j\text{кр}}^h(t) = \psi_j(Y_0 - \Delta_n, X_1(t), \dots, X_{j-1}(t), X_j(t), \dots, X_n(t)); \\ \Omega_j^b &= X_{j\text{кр}}^b(t) = \psi_j(Y_0 + \Delta_n, X_1(t), \dots, X_{j-1}(t), X_j(t), \dots, X_n(t)), \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

де $Y_0 - \Delta_n$, $Y_0 + \Delta_n$ — межі області працездатності системи за визначальним параметром; Y_0 — номінальне значення визначального параметра системи; Δ_n, Δ_b — допустимі відхилення значень визначального параметра системи.

У разі напіввипадкових процесів змінювання визначальних параметрів структурних одиниць статистичні межі $\Omega_j^h(t), \Omega_j^b(t)$ також будуть напіввипадковими процесами.

Для практичного застосування виразу (3.3) зазвичай достатньо знайти для декількох t_i значення оцінок однієї випадкової величини Ω_{ij} : математичного сподівання $m_{\omega_{ij}}$ та середнього квадратичного відхилення $\sigma_{\omega_{ij}}$ і за цими значеннями побудувати графічні залежності $m_{\omega_{ij}}(t)$, $\sigma_{\omega_{ij}}(t)$. Для визначення характеристик $\Omega_j(t)$ під час імовірнісного фізичного моделювання необхідно провести статистичний експеримент на моделі. Для кожної j -ї структурної одиниці електрообладнання існує випадковий процес зміни запасу живучості протягом аварійного напрацювання t

$$Z_j(t) = \Omega_j(t) - X_j(t) \geq 0. \quad (3.4)$$

Із рівняння (3.4) випливає, що $Z_j \leq 0$ відповідає непрацездатності обладнання.

За характеристиками напіввипадкових процесів $Z_j(t)$ можна оцінити для кожної j -ї структурної одиниці можливість і ефективність заходів щодо підвищення живучості обладнання в аварійному режимі експлуатації, якщо обчислити відповідну функцію запасу живучості $G_j(t)$. Кожна функція $G_j(t)$ відповідає визначеному аварійному режиму.

За нормального закону розподілу випадкових величин Ω_{ij} , X_{ji} закон розподілу запасу живучості буде також нормальним з характеристиками: математичним сподіванням $m_{zji} = m_{\omega ji} - m_{xji}$ та середнім квадратичним відхиленням $\sigma_{zji} = \sqrt{\sigma_{\omega ji}^2 + \sigma_{xji}^2}$, де $m_{\omega ji}$, m_{xji} — математичні сподівання межі працездатності системи за j -ю структурною одиницею значень j -го параметра в момент t_j аварійного напрацювання; $\sigma_{\omega ji}^2$, σ_{xji}^2 — відповідні дисперсії.

При цьому ймовірність перебування системи у працездатному стані:

$$G_{ji} = P\{Z_{ji} \geq 0\} = 0,5 + \Phi(u_{ji}),$$

де $\Phi(u_{ji})$ — нормована функція Каплана:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp[-0,5v^2] dv ;$$

$$u_{ji} = \frac{Z - m_{zji}}{\sigma_{zji}}.$$

Якщо очевидна потреба врахувати обидві межі працездатності, для кожної з них потрібно обчислити σ_{ji}^H , σ_{ji}^B та визначити сумарне значення:

$$1 - G_{ji} = 1 - \sigma_{ji}^H + 1 - \sigma_{ji}^B$$

або

$$G_{ji} = G_{ji}^H + G_{ji}^B - 1.$$

За законів розподілу визначального параметра і меж працездатності, що відрізняються від нормального закону, можна обчислювати наближене значення ймовірності $S_{ji} = 1 - G_{ji}$ перебування системи у непрацездатному стані.

3.3. Приклади визначення функції запасу живучості

Приклад 3.1. Для інтегрального RC кола визначальним параметром є стала часу $\tau = RC$. Стала часу має встановлений допуск Δ , тобто $\tau \pm \Delta$. Напіввипадкові процеси змін властивостей елементів RC кола визначають так:

$$C = C_0 + B_C t; \quad R = R_0 + B_R t,$$

де C_0, R_0 — початкові (номінальні) значення параметрів: B_C, B_R — швидкості зміни відповідного параметра в аварійному режимі.

Відповідно математичне сподівання процесів зміни властивостей

$$m_C(t) = C_0 + m_{BC}t; \quad m_R(t) = R_0 + m_{BR}t,$$

де m_{BC}, m_{BR} — математичні сподівання випадкових величин B_C і B_R .

Середньоквадратичні відхилення

$$\sigma_C(t) = \sigma_{BC}t; \quad \sigma_R(t) = \sigma_{BR}t,$$

де σ_{BC}, σ_{BR} — середньоквадратичні відхилення випадкових величин B_C і B_R .

Використавши залежність (3.3), запишемо:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_R^H(t) &= \frac{\tau - \Delta}{C} = \frac{\tau - \Delta}{C_0 + B_C t}; \\ \Omega_R^B(t) &= \frac{\tau + \Delta}{C} = \frac{\tau + \Delta}{C_0 + B_C t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Лінеаризацією залежностей (3.3) через розкладення у ряд Тейлора в околі математичного сподівання та з використанням тільки лінійних членів ряду отримуємо залежності для математичного сподівання межі працездатності:

$$\left. \begin{aligned} m_{\omega R}^B(t) &= \frac{\tau + \Delta}{C_0 + m_{BC}t}; \\ m_{\omega R}^H(t) &= \frac{\tau - \Delta}{C_0 + m_{BC}t}. \end{aligned} \right\}$$

та середньоквадратичного відхилення:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\omega R}^B(t) &\approx \frac{(\tau + \Delta)\sigma_{BC}t}{(C_0 + m_{BC}t)^2} = \frac{m_{\omega R}^2(t)\sigma_{BC}t}{\tau + \Delta}; \\ \sigma_{\omega R}^H(t) &\approx \frac{(\tau - \Delta)\sigma_{BC}t}{(C_0 + m_{BC}t)^2} = \frac{m_{\omega R}^2(t)\sigma_{BC}t}{\tau - \Delta}. \end{aligned} \right\}$$

Ураховуючи рівняння (3.5), маємо:

$$\left. \begin{aligned} Z_R^B(t) &= \frac{\tau + \Delta}{C_0 + B_C t} - R_0 - B_R t; \\ Z_R^H(t) &= \frac{\tau - \Delta}{C_0 + B_C t} - R_0 - B_R t. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Відповідні математичні сподівання виразу (3.6) визначають таким чином:

$$\begin{aligned} m_{ZR}^B &= m_{\omega R}(t) - m_R(t) = \frac{\tau + \Delta}{C_0 + m_{BC}t} - R_0 - m_{BR}t; \\ m_{ZR}^H &= m_{\omega R}(t) - m_R(t) = \frac{\tau - \Delta}{C_0 + m_{BC}t} - R_0 - m_{BR}t. \end{aligned}$$

Тоді відповідні середньоквадратичні відхилення мають вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{ZR}^B(t) &= \sqrt{\omega_{\omega R}^2(t) + \sigma_R^2(t)} = \sqrt{\frac{(\tau + \Delta)^2 \sigma_{BC}^2 t^2}{(C_0 + m_{BC}t)^4} + \sigma_{BR}^2 t^2}; \\ \sigma_{ZR}^H(t) &= \sqrt{\omega_{\omega R}^2(t) + \sigma_R^2(t)} = \sqrt{\frac{(\tau - \Delta)^2 \sigma_{BC}^2 t^2}{(C_0 + m_{BC}t)^4} + \sigma_{BR}^2 t^2}. \end{aligned}$$

Ураховуючи симетрію елементів RC кола за аналогічними міркуваннями для конденсатора C , запишемо

$$\begin{aligned} m_{ZC}^B(t) &= \frac{\tau + \Delta}{R_0 + m_{BR}t} - C_0 - m_{BC}t; \\ m_{ZC}^H(t) &= \frac{\tau - \Delta}{R_0 + m_{BR}t} - C_0 - m_{BC}t; \\ \sigma_{ZC}^B(t) &= t \sqrt{\frac{(\tau + \Delta)^2 \sigma_{BR}^2}{(R_0 + m_{BR}t)^4} + \sigma_{BC}^2}; \\ \sigma_{ZC}^H(t) &= t \sqrt{\frac{(\tau - \Delta)^2 \sigma_{BR}^2}{(R_0 + m_{BR}t)^4} + \sigma_{BC}^2}. \end{aligned}$$

Визначимо залежність $G(t)$ для таких значень параметрів RC кола: $R_0 = 10^5 \text{ Ом}$; $C_0 = 10 \text{ мкФ}$; $\tau = 10 \text{ с}$; $\Delta = 0, 2\tau = 0, 2 \text{ с}$;
 $m_{BR} = 10^4 \text{ Ом/хв}$; $m_{BC} = -0, 25 \text{ мкФ/хв}$; $\sigma_{BR} = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом/хв}$;
 $\sigma_{BC} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ мкФ/хв}$.

Приклад 3.2. У системі передавання даних є три паралельні канали. Визначальний параметр системи — сумарна продуктивність, тобто пропускна здатність

$$V_C = \sum_{j=1}^3 V_j,$$

де V_j — продуктивність j -го каналу.

Із настанням аварійного режиму (наприклад, у разі пожежі на передавальному кінці) продуктивність системи поступово змінюється через зменшення продуктивності людей-операторів.

Продуктивність кожного j -го каналу в аварійному режимі $V_j(t)$ становить:

$$V_j(t) = V_{0j} - B_j t,$$

де V_{0j} — номінальна продуктивність оператора; B_j — швидкість зниження продуктивності операторів в аварійних умовах (задимлення, висока температура тощо).

Розглянемо найпростіший випадок, коли всі оператори мають однакову номінальну продуктивність, тобто $v_{01} = v_{02} = v_{03} = v_0$.

Оскільки оператори перебувають в однакових умовах, маємо

$$m_v(t) = v_0 - m_b t;$$

$$\sigma_v(t) = \sigma_b(t),$$

де m_b, σ_b — математичне сподівання і середньоквадратичне відхилення швидкості змінювання продуктивності операторів.

Обчислимо залежність $G(t)$ за такими значеннями параметрів: $v_0 = 10$ повідомлень/год; $v_n = 3v_0 = 30$ повідомлень/год; $m_b = 5\%$; $v_0 = 0, 5$ повідомлень/год/хв; $\sigma_b = 0, 5$ повідомлень/год/хв; $\Delta = 0, 8v_n$.

У цьому прикладі необхідно враховувати ефект резервування каналів; якщо $t = 0$, тобто у нормальному режимі експлуатації, навіть за повного вимкнення двох каналів система зберігає працездатність. При цьому нижня межа працездатності

$$\Omega^n(t) = \begin{cases} \psi(t) = v_n - \Delta - V_2 - V_3 > 0; \\ 0, \text{ якщо } \psi(t) < 0. \end{cases}$$

Математичне сподівання межі працездатності визначають так:

$$m_\omega^n(t) = \begin{cases} m_\psi(t) = v_n - \Delta - m_{v_2}(t) - m_{v_3}(t) > 0; \\ 0, \text{ якщо } m_\psi(t) < 0. \end{cases}$$



Контрольні запитання і завдання

1. Охарактеризуйте динамічну живучість систем електрообладнання.
2. Яким чином визначається оцінка живучості електрообладнання?
3. Наведіть приклади визначення функції запасу живучості.
4. Що таке метод статистичної межі ?

Частина II
МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ
КОНТРОЛЮ
ТА ДІАГНОСТИКИ
ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

Розділ



КОНЦЕПЦІЯ КОНТРОЛЮ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

4.1. Мета та завдання контролю технічного стану.
Основні поняття та визначення теорії контролю
і теорії надійності

Залежно від виду контролю, а отже, і від можливих рішень, які приймаються залежно від результатів контролю, основною метою якого є:

- виконання основних функцій об'єкта або окремих його вузлів (контроль функціонування);
- оцінювання визначальних параметрів об'єкта (контроль працездатності);
- визначення місця несправності (діагностичний контроль);
- виявлення стану об'єкта або окремих його вузлів у майбутньому (прогнозний контроль);
- виявлення та змінення елементів ОК, параметри яких близькі до граничнодопустимих (критичних) значень (профілактичний контроль).

Залежно від призначення системи контролю основними завданнями контролю є:

- розбракування виробів за вибраними ознаками;
- визначення технічного стану виробу;

- підготовка технічно справних об'єктів до застосування за призначенням;
- підготовка технічно несправних виробів до ремонту;
- прогнозування технічного стану системи на певний час прогнозування т.

Виробом називають будь-який предмет чи набір предметів виробництва, які підлягають виготовленню на підприємстві. Виробами можуть бути окремі деталі, вузли, блоки, агрегати та їхні складові, прилади, апарати та ін. Кожний виріб характеризується сукупністю деяких властивостей, які можуть мати різну фізичну природу (електричну, магнітну, теплову).

Параметр виробу — це характеристика властивостей виробів, яка відображається деякою фізичною величиною, інформація про яку передається сигналами або сукупністю сигналів. Наприклад, резистор може характеризуватися опором електричного струму. Величину опору можна визначати за струмом, що протікає через резистор за визначеного значення прикладної напруги. У цьому разі опір є параметром резистора.

Параметри сигналу — характеристика сигналу, яка виражається деякою фізичною величиною. Наприклад, амплітуда сигналу, частота сигналу, тривалість імпульсу.

Значення параметра виробу (сигналу) — це значення фізичної величини, яка відповідає параметру виробу. Наприклад, значення опору резистора виражається в омах, значення амплітуди сигналу — у вольтах тощо.

Контроль параметра — процес визначення відповідності значення параметра виробу встановленим вимогам.

Процес контролю параметра складається з двох послідовних стадій:

- вимірювання фізичної величини, яка відповідає цьому параметру, чи якісне оцінювання значення параметра;
- визначення відповідності значення параметра встановленим вимогам.

Технічний стан виробу — виявлені властивості виробу в заданий момент часу, які характеризуються сукупністю значень (діапазонів значень) параметрів виробу.

У кожного виробу може бути безліч станів. Розрізняють такі основні технічні стани об'єктів (виробів): працездатний стан, непрацездатний стан, справний стан, несправний стан.

Працездатний стан — стан об'єкта, за якого значення всіх параметрів, що характеризують його здатність виконувати задані функції, які відповідають вимогам нормативно-технічної і (або) конструктивної документації.

Непрацездатний стан — стан об'єкта, за якого значення хоча б одного параметра, який характеризує його здатність виконувати задані функції, не відповідає вимогам нормативно-технічної і (або) конструктивної документації.

Справний стан — стан об'єкта, за якого він відповідає всім вимогам нормативно-технічної або конструктивної документації. Справний виріб завжди працездатний. Однак працездатний виріб не завжди справний.

Несправний стан — стан об'єкта, за якого він не відповідає жодній з вимог нормативно-технічної і (або) конструктивної документації. Наприклад, обрив екранування, підгоряння резистора, корозія гвинтів, відсутність мастила в підшипнику та ін.

Із поняттями «справність» та «несправність» тісно пов'язані поняття «відмова» та «пошкодження».

Пошкодження — подія, що полягає в порушенні справного стану об'єкта зі збереженням його працездатності.

Відмова — подія, яка полягає в порушенні працездатного стану об'єкта (виробу).

Будь-яка відмова переводить виріб у несправний стан, проте не всякий справний стан призводить до відмови.

Несправності бувають конструктивними або параметричними.

Конструктивні несправності спричиняються механічними та електричними порушеннями виробів:

- ум'ятинами;
- прогинами;
- порушенням покриття;
- корозією;
- обривами;
- коротким замиканням.

Параметричні несправності — несправності, спричинені зміною параметрів виробів: підвищеним витіканням конденсаторів; змінюванням параметрів резисторів, напівпровідникових приладів; опору ізоляції та ін.

Несправності зазвичай з часом розвиваються і надійність виробу погіршується.

За наслідками, до яких призводять ті чи інші несправності, їх поділяють на дві групи:

- основні (катастрофічні);
- другорядні.

Основні несправності можуть спричинити відмову пристрою у разі використання його за прямим призначенням.

Другорядні несправності не призводять до відмови виробу, але вони можуть змінити в межах допуску значення окремих параметрів виробу, створити незручність під час експлуатації, значно погіршити зовнішній вигляд об'єкта (порушення оздоблення та фарбування, пробій у блоках електронної апаратури без пошкодження монтажу; зменшення точності вимірювання приладу та пристроїв).

Відмови за характером зміни спостережуваного параметра до моменту їх виникнення поділяють на раптові та поступові.

Раптовою або миттєвою називають відмову, яка виникає в результаті миттєвої зміни одного або декількох параметрів виробу.

Раптові відмови часто виникають унаслідок конструктивних несправностей у різних деталях виробу та призводять до втрати працездатності.

Поступовою відмовою називають відмову, яка виникає внаслідок поступової зміни значень одного або кількох основних параметрів виробу.

Діагностування виробу — процес прийняття рішення про технічний стан виробу на заданий або випереджувальний момент часу на основі аналізу та оброблення відповідної сукупності результатів контролю параметрів.

Діагностування на випереджувальний момент часу слід розуміти як аналіз нагромаджених з плином часу результатів контролю відповідної сукупності параметрів, для передбачення ступенів зберігання виробом стану справності (працездатності).

Контроль виробу — процес визначення стану виробу на заданий момент. Цей процес складається з двох послідовних стадій:

- контроль параметрів;
- оброблення результатів контролю параметрів для встановлення технічного стану виробу, тобто діагностування виробу.

Результатом контролю виробу є сукупність результатів контролю параметрів та рішення про технічний стан ОК.

Об'єкт контролю — виріб (або його частини), який підлягає контролю. Об'єкт контролюють засобом контролю.

Засіб контролю — це сукупність технічних пристроїв, які забезпечують контроль.

Термін «засіб контролю» є узагальнювальним. До засобів контролю належать як окремі прилади, пульти, стенди, установки, так і системи контролю.

Технічне діагностування передбачає визначення технічного стану об'єкта діагностування з певною точністю. Причому результатом усього процесу має бути висновок про технічний стан об'єкта із зазначенням місця, а в разі потреби — виду та причини дефекту.

Інформаційна система контролю являє собою систему, що складається з ОК, засобу контролю та людини-оператора, які взаємодіють між собою.

4.2. Характеристика динамічної системи як об'єкта контролю та діагностування

Оскільки необхідно розрізнити справний (без дефектів) та несправний (з дефектами) стани об'єкта діагностування, то виникає потреба у формуванні математичних моделей об'єкта діагностування, аналізу впливу дефектів на його працездатність за тим чи іншим критерієм.

Результат такого аналізу дає змогу визначити найбільш раціональний алгоритм пошуку несправності та напрям проектування систем діагностування. У процесі свого функціонування система переходить з одного стану в інший. У зв'язку з тим, що вихідним є справний стан і він визначений, найбільш доцільним є визначення оператора переходу системи в той чи інший стан. Математичне формулювання оператора може бути різним залежно від природи розглядуваної системи, її структури, характеру спрощувальних припущень і т. ін.

За всіх обставин будь-який стан системи має визначатися цим оператором однозначно. Саме в цьому полягає його детермінованість.

Обмеженість достовірних знань про закономірність переходів системи у деяких випадках потребує використання ймовірнісних характеристик.

Перехід системи в різні стани відбувається під впливом виниклої несправності. Під час контролю працездатності результат переходу системи в той чи інший відомий стан на практиці не завжди можна достовірно визначити причини такого переходу.

Якщо причини відомі, можна встановити деякий регулярний взаємопов'язаний ланцюг подій, який із певною ймовірністю, залежною від кількості та якості спостережень, установлює таку закономірність.

Особливістю *детермінованих* моделей є єдиність траєкторій, які визначають однозначно зв'язок працездатності системи автоматизованого керування з характером її несправності.

Для *випадкових* моделей оператор переходу враховує ймовірнісні характеристики. Оператор тут має детермінований характер, хоч він і не визначає достовірно траєкторій переходу системи з одного стану в інший.

Стан об'єкта діагностування у загальному випадку можна описати n -вимірним вектором

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

де x_1, x_2, \dots, x_n — його складові.

Оператор переходу системи (4.1) з одного стану в інший можна подати матрицею

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

де $a_{ij} (i, j = \overline{1, n})$ — коефіцієнти відповідного перетворення.

Модель дає змогу подати будь-які процеси у вигляді лінійних та нелінійних перетворень. Так, якщо вектор x вигляду (4.1) характеризує вихідний стан системи (4.2), то будь-який інший її стан похідний для лінійного перетворення вигляду

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.3)$$

можна подати у вигляді

$$\dot{X} = AX. \quad (4.4)$$

Для широкого класу систем, які описуються диференціальними рівняннями (4.3), математична модель набирає вигляду

$$\frac{\partial x}{\partial t} = A(t)x + C(t), \quad (4.5)$$

де

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \quad (i = \overline{1, n});$$

C_i — вектор спостереження.

Імовірнісній математичній моделі динамічної системи також можна надати векторної форми. Оператор переходу в рівняннях (4.4) та (4.5) є матрицею випадкових величин.

Аналіз математичних моделей об'єкта діагностування має бути спрямований на вирішення двох основних завдань:

— якісне та кількісне оцінювання впливу можливих несправностей на цільову функцію, яка характеризує працездатність об'єкта діагностування;

— визначення необхідної та достатньої кількості контрольованих параметрів.

Відповідно до випадкових законів зміни параметрів працездатність оцінюють за допомогою ймовірнісних характеристик.

Якщо розглядати дискретний марковський процес та характеризувати поведінку системи n -вимірним вектором зі складовими P_{ij} , які визначають імовірність перебування системи у момент часу t у стані j , то поведінку системи в моменті часу $t+1$ можна визначити із системи рівнянь вигляду

$$x_i(t+1) = \sum_{j=1}^n P_{ij} x_j(t), \quad i = \overline{1, n}.$$

Залежно від необхідної точності аналізу, способу контролю та засобів обчислення, що застосовуються під час дослідження об'єкта діагностування, можна використати такі методи:

- метод кореневих траєкторій;
- метод частотного аналізу;
- метод, що ґрунтується на використанні квадратурних формул наближення;
- метод чутливості.

Частотні методи аналізу моделей ґрунтуються на положеннях теорії автоматичного керування та припускають використання частотних характеристик для визначення граничних значень (стійкості) працездатності динамічної системи, а також вагових співвідношень контрольованих параметрів.

Метод чутливості. Метод чутливості передбачає числове дослідження параметричної моделі об'єкта діагностування в усьому діапазоні можливих значень його параметрів замінювати аналізом функцій чутливості — розв'язанням спеціальних рівнянь у частинних похідних. Готовність багатьох систем до функціонування оцінюється граничнодопустимим значенням показника працездатності. Система вважається готовою для функціонування, якщо виконується нерівність

$$I(U_1, U_2, \dots, U_m) \leq I_{\text{доп}}. \quad (4.6)$$

Оскільки в реальних умовах функціонування динамічної системи значення параметрів U_1, \dots, U_m (4.6) відрізняються від номінальних $U_1^0, U_2^0, \dots, U_m^0$, то справджується рівність

$$I(U_1, \dots, U_m) = I(U_1^0, \dots, U_m^0) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial I}{\partial U_i} \Delta U_i, \quad (4.7)$$

де U_i, U_i^0 — поточне та номінальне значення параметрів відповідно.

Отже, за рахунок доданка $\Delta I = \sum_{i=1}^m \frac{\partial I}{\partial U_i} \Delta U_i$ (4.6) умова (4.7) може порушуватися. Це означає, що система не готова до експлуатації, її треба налаштувати або ремонтувати. У цьому випадку функція чутливості являє собою приріст функціоналу

$$\Delta I = \sum_{i=1}^m \frac{\partial I}{\partial U_i} \Delta U_i.$$

4.3. Аналіз процесу функціонування об'єкта контролю та діагностики

4.3.1. Життєвий цикл виробів та його характеристики

Усі зміни системи, починаючи з часу її створення (виникнення потреби створення) та закінчуючи її повним зруйнуванням (утилізацією), утворюють так званий життєвий цикл, який характеризується низкою процесів і поділяється на різні стадії та етапи.

Стадії життєвого циклу. Стадії життєвого циклу умовно можна подати у вигляді розгорнутої діаграми (рис. 4.1), яка містить такі складові:



Рис. 4.1. Життєвий цикл виробу:

ТЗ — технічне завдання; ЕП — ескізний проект; З — зберігання;

О — очікування; ФВ — функціональне використання;

Р — ремонт; ТО — технічне обслуговування

1. Дослідження та проектування виробів. На цій стадії проводять:

- дослідження та відпрацювання задуму;
- формування рівня якості (який відповідає досягненням науково-технічного прогресу);
- розроблення проектної та робочої документації;
- виготовлення та випробування дослідного зразка;
- розроблення робочої конструкторської документації для виготовлення.

2. Виготовлення виробів, що включає в себе:

- технологічну підготовку виробництва;
- становлення виробництва;
- підготовку виробів до транспортування та зберігання.

3. Оборот виробами, коли організовується максимальне збереження якості готової продукції в період транспортування та зберігання.

4. Експлуатація, яка є основною в життєвому циклі, включає:

- технічне обслуговування;
- профілактичне відновлення;
- цільове використання виробу відповідно до призначення.

На останньому етапі експлуатації після втрати виробом споживчих якостей реалізується операція з його утилізації за максимального використання утилізованих матеріалів.

Таким чином, експлуатація об'єкта — стадія життєвого циклу, на якій реалізується (функціональне використання), підтримується (технічне обслуговування), відновлюється (технічне обслуговування та ремонт) його якість.

Частину експлуатації, яка включає в себе: транспортування; зберігання; технічне обслуговування; ремонт називають технічною експлуатацією.

Якість системи — сукупність властивостей, які зумовлюють придатність системи задовольняти визначені вимоги згідно з її призначенням. Якість виробу реалізується через сукупність показників якості та ефективності.

Показник якості — кількісна характеристика однієї або кількох властивостей виробу, що складають його якість, розглядувану стосовно визначених умов створення та експлуатації системи.

Кількісна характеристика властивостей, які становлять якість процесу експлуатації системи, — це показник якості експлуатації.

Кількісна характеристика ступеня досягнення корисних результатів у разі застосування виробів у конкретній експлуатаційній ситуації (з урахуванням експлуатаційних витрат) є *показником ефективності використання системи*.

Показники якості поділяють на одиничні та комплексні.

Одиничні показники:

- напрацювання системи на відмову;
- інтенсивність відмов первинних елементів системи;
- ресурс бортового обладнання тощо.

Ці показники кількісно характеризують відповідно:

- безвідмовність системи;
- безвідмовність елемента (резистора, конденсатора);
- довговічність обладнання тощо.

Окремі показники характеризують якусь одну властивість виробів.

Комплексні показники визначають одночасно кілька простих властивостей або одну складну властивість об'єкта.

Приклад комплексного показника — коефіцієнт технічного використання:

$$K_{т.в} = T_0 / (T_0 + \tau_{в} + \tau_{т.о}), \quad (4.8)$$

де T_0 — середнє напрацювання на відмову; $\tau_{в}$ — середній час відновлення; $\tau_{т.о}$ — середня тривалість технічного обслуговування.

Із рівняння (4.8) випливає, що $K_{т.в}$ залежить від безвідмовності, відновлюваності та трудомісткості технічного обслуговування.

Сукупність параметрів працездатності можна подати n -вимірним вектором $\Pi(n)$, область допустимих значень якого $B(n)$.

Отже, умову працездатності стану можна записати у вигляді

$$\Pi(n) \subset B. \quad (4.9)$$

Для виконання умови (4.9) кожний із параметрів, які належать сукупності $\Pi(n) = (U_1, \dots, U_i, \dots, U_n)$, має задовольняти такі нерівності:

$$U_{ін} < U_i < U_{ів},$$

де $U_{ів}$, $U_{ін}$ — допустиме верхнє і нижнє значення i -го параметра відповідно.

Сукупність параметрів $\Pi(n)$ виробу підрозділяють на чотири групи:

- параметри функціонального використання — $\Pi_{\phi}(n_1)$;
- технічні параметри — $\Pi_{т}(n_2)$;
- параметри технічної експлуатації — $\Pi_{е}(n_3)$;
- системні параметри $\Pi_{с}(n_4)$.

Параметри функціонального використання характеризують динамічну систему з погляду її споживчої суті.

Технічні параметри виробів визначають відповідно до інженерних рішень, які реалізуються на стадіях дослідження, проектування та виготовлення. Їхні кількісні значення в кінцевому підсумку впливають на параметри функціонального використання на стадії експлуатації.

Параметри технічної експлуатації характеризують динамічну систему як об'єкт технічної експлуатації або ж як об'єкт технічного обслуговування та ремонту.

Системні параметри дають змогу подати динамічну систему як складну технічну систему, яка складається з окремих виробів і зв'язків, що мають спільну цільову функцію, складну структуру та інші системні характеристики.

Для описання складності та змінюваності системи розглянемо докладно основні стадії життєвого циклу системи. У загальному

випадку життєвий цикл системи поділяється на три великі періоди: розвитку, функціонального використання та деградації.

Перший період. Основною характеристикою першого періоду розвитку життєвого циклу є створення певного комплексу вимог до проєктованої системи та подальша реалізація цього комплексу через сукупність параметрів функціонального використання — $\Pi_{\phi}(n_1)$, яку втілюють за допомогою інженерних рішень розроблення технічних параметрів — $\Pi_r(n_2)$.

У цьому ж періоді в систему закладається певна сукупність параметрів технічної експлуатації — $\Pi_e(n_3)$ — набір параметрів надійності та експлуатаційної технологічності конструкції. Реалізація першого періоду життєвого циклу системи регламентує визначені стадії розроблення технічної документації.

Розглянемо ці стадії докладніше.

1. Технічне завдання, яке розробляється на підставі вихідних вимог замовника і включає в себе:

- мету та призначення розробки;
- вимоги до норм показників призначення та експлуатаційних характеристик виробу;
- вимоги до надійності;
- вимоги до технологічного й метрологічного забезпечення виробництва та експлуатації.

2. Технічна пропозиція — сукупність конструкторських документів, які містять технічне та техніко-економічне обґрунтування доцільності розроблення виробу на основі аналізу технічного завдання та різних варіантів можливих рішень з урахуванням конструктивних та експлуатаційних особливостей розроблюваних виробів.

3. Ескізний проєкт — сукупність документів, які відображають принципові схемні, конструктивні, параметричні рішення, що дають загальне уявлення про виріб, його будову та принципи роботи.

4. Технічний проєкт — сукупність конструкторських документів, які містять кінцеві технічні рішення, дають повне уявлення про обладнання розроблюваного виробу, дані, що визначають його основні параметри, та вихідні дані для розроблення технічної документації.

5. Робоча конструкторська документація дослідного зразка та виробів серійного виробництва.

Другий період життєвого циклу (стадія експлуатації) — характеризується передусім функціонуванням — тієї корисної роботи, заради якої створюється система. На цій стадії на динамічну систему діють зовнішні умови, втрачається закладений у систему технічний ресурс; у результаті в системі розвиваються деградаційні процеси, які можуть призвести до порушення працездатного стану:

$$П(n) \subseteq B. \quad (4.10)$$

На цьому етапі здійснюється цілеспрямоване керування параметрами системи (їх утримання у встановлених межах) шляхом визначення стану виробу та керування цим станом на підставі отриманої інформації.

Отже, життєвий цикл системи являє собою складну впорядковану в часі сукупність взаємопов'язаних процесів (4.10), подібну до складної технічної системи з включенням до її складу елементів організації.

4.3.2. Деградаційні процеси

Під дією зовнішніх умов та внутрішніх процесів деградації змінюється технічний стан виробу — $S(t)$. Загалом негативні впливи можна поділити на три групи:

- кліматичні;
- електричні;
- механічні.

Кліматичні впливи, у свою чергу, поділяють на впливи: температури; вологості; сонячної радіації.

Вплив температури. Зміни температури навколишнього середовища істотно впливають на параметри елементів динамічних систем:

- знижується коефіцієнт підсилення транзисторів;
- збільшуються зворотні струми напівпровідникових переходів;
- зростає провідність витікання джерела;
- змінюється ємність конденсаторів через зміну величини провідності витікання джерела та знижується їхня електрична міцність;
- висихають та жолобляться ізоляційні матеріали й прокладки;
- знижується термомеханічна міцність термореактивних пластмас та коефіцієнт пропускання оптики;

- зростають значення опору металевих резисторів та витрати на перемагнічування;
- підвищується за температури $T < T_g = -40...+50$ °С внутрішня напруга у кристалічних матеріалах, особливо на межах з різними температурними коефіцієнтами;
- збільшується внутрішній опір напівпровідників, знижується електричний опір металів і т. ін.

Дія температур може призвести як до раптових, так і до поступових змін, які часто стають незворотними.

Вологість. Вологість та атмосферні опади також стимулюють деградаційні процеси в елементах і конструкціях динамічних систем. Збільшена вологість призводить до таких наслідків:

- прискорення корозії металів;
- погіршення ізоляційних властивостей та зростання витрат у контурах, котушках, дроселях, трансформаторах;
- зростання механічних руйнувань через замерзання конденсатів усередині пористих матеріалів та ін.;
- появи грибкових утворень усередині виробів об'єкта контролю;
- підвищення опору резисторів.

Електричні режими. У разі раптових змін електричних навантажень під час експлуатації відбуваються:

- порушення температурного режиму;
- електричні пробої;
- відмови під час увімкнення або вимкнення;
- підвищення поверхневих струмів у елементах схем виробів ОК.

Механічні дії — це удари, вібрації, прискорення та звуковий тиск.

Вібрації та удари призводять до пошкоджень та передчасного виходу з ладу елементів виробів; появи втомнісних явищ матеріалів або їх руйнувань. Дія звукового тиску на елементи динамічної системи аналогічна дії вібрації, оскільки вона збуджує механічні коливання деталей і вузлів. У транзисторах виникає мікрофонний ефект.

Отже, у процесі експлуатації саме на цій стадії життєвого циклу, на якій деградаційні процеси призводять до дефектів, унаслідок чого сукупний параметр, який характеризується вектором $\Pi_{\phi}(t)$, змінюється в часі (рис. 4.2):

$$\Pi_{\phi}(t) = \text{var.}$$

Стан системи при цьому також змінюється:

$$S(t) = \text{var.}$$

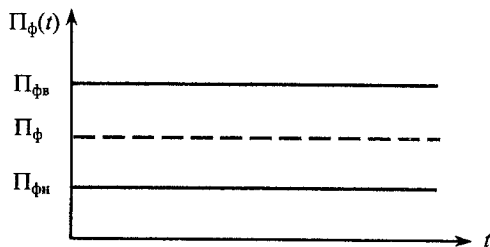


Рис. 4.2. Межі працездатності об'єкта контролю

Якщо параметр виходить за межі множини своїх допустимих значень (рис. 4.2), тобто коли

$$\Pi_{\phi} < \Pi_{\phi,н} \text{ або } \Pi_{\phi,в} < \Pi_{\phi}, \text{ то } \Pi_{\phi} \ni \Pi_{\phi,доп}, \quad (4.11)$$

тобто, (1.11) означає, що в такому разі в системі порушується працездатний стан і вона переходить у непрацездатний стан (рис. 4.3).

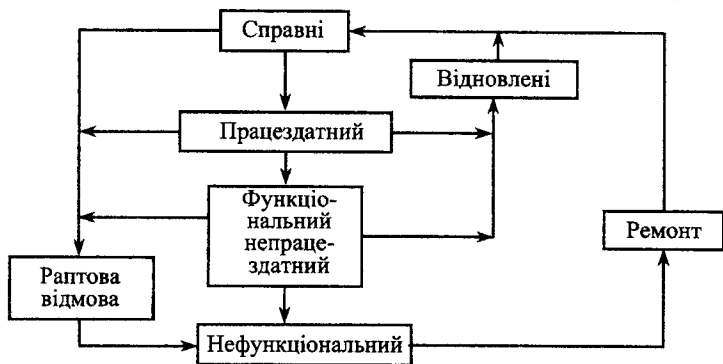


Рис. 4.3. Схема управління технічним станом у процесі експлуатації

Отже, у стані справності $S_{сп}$ та працездатності $S_{пр}(t)$ на системі діють деградаційні процеси

$$D(t) \rightarrow S(t) \rightarrow S_{пер.від}(t), \quad (4.12)$$

унаслідок чого система переходить у передвідмовний стан $S_{\text{пер.від}}(t)$ (4.12). Технічне обслуговування повертає систему в працездатний (справний) стан:

$$Y_{\text{т.о}}(t) \rightarrow kS_{\text{пер.від}}(t) \rightarrow S_{\text{пр}}(t). \quad (4.13)$$

Ступінь впливу $Y_{\text{т.о}}(t)$ (4.13) має бути пропорційним до ступеня деградації:

$$Y_{\text{т.о}}(t) = k[S_{\text{пр}}(t) - S_{\text{пер.від}}(t)].$$

Отже, перш ніж діяти на динамічну систему, потрібно знати її стан. У зв'язку з цим процес технічного діагностування можна визначити як процес отримання інформації про технічний стан виробу для керування цим станом та підтримання виробу в працездатному стані.



Контрольні запитання і завдання

1. Сформулюйте основну мету контролю.
2. Назвіть основні завдання контролю.
3. У яких технічних станах може знаходитись ПС?
4. З чим пов'язана поява параметричних несправностей?
5. Що являє собою оператор переходу системи з одного стану в інший?
6. Наведіть у загальній формі математичну модель ОК.
7. Які стадії утворюють життєвий цикл системи (об'єкта)?
8. Що здійснюється на стадії дослідження та проектування?
9. Що включає в себе технічна експлуатація?
10. Від яких характеристик залежить коефіцієнт технічного використання?
11. На які групи поділяється сукупність параметрів $\Pi(n)$?
12. Що включає в себе технічне завдання?
13. Які впливи складають кліматичні дії деградації?
14. Що відбувається у разі раптових змін електричних навантажень?
15. Які деградаційні впливи викликають механічні дії?



ПОНЯТТЯ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЯК ОБ'ЄКТА КОНТРОЛЮ

5.1. Поняття динамічної системи

У практиці творчої діяльності фахівцям постійно доводиться аналізувати та розраховувати різні системи: економічні, соціальні, політичні, технічні і т. ін.

Для технічних систем аналіз та розрахунки потрібні для обґрунтування параметрів конструкцій під час проектування, вибору технологічних режимів виробництва, а також визначення раціональних умов експлуатації виробів.

Для того щоб виконувати будь-які розрахунки, потрібно мати математичний опис системи, тобто модель її функціонування. Зрозуміло, що під час описання реальної системи (фізичної, економічної, політичної та ін.) неможливо в моделі відобразити всі її властивості. Тому для створення математичних моделей потрібна деяка ідеалізація та доцільні спрощення явищ, що відбуваються в системі, для виділення головних, які становлять її сутність, властивостей.

Функціонування технічної системи розглядають як її реакцію на вхідні збурення за заданих початкових умов. Наприклад, для механічних систем вхідним збуренням є сили і моменти; для електричних, електронних і радіотехнічних систем — струм і напруга. Характер реакції визначається інерційними властивостями системи та скінченною швидкістю проходження процесів, тобто динамічними властивостями.

Динамічні властивості виявляються під час руху механічних, біологічних, хімічних та інших елементів, зміни струмів, індуктивностей, температури, переміщення середовища в різних каналах тощо. Інерція і скінченна швидкість перебігу процесів у технічних системах відіграють негативну роль, якщо призначення пристрою — точно відтворювати зовнішнє позитивне збурення, і, навпаки, ці властивості відіграють позитивну роль при дії зовнішніх збурень, що заважають. Знання характеру позитивних і негативних збурень

дає можливість правильно вибрати динамічні властивості пристроїв для отримання заданої вихідної реакції (рис. 5.1).

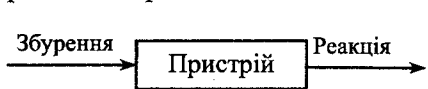


Рис. 5.1. Динамічна система

Вхідні збурення і вихідні реакції можна розглядати як скалярні чи векторні. Розглянемо векторні збурення і реакції загалом з різною кількістю компонентів.

Якщо математична модель описує перебіг динамічних процесів у системі, то вона також є динамічною моделлю:

$$X = AX + BU + GN. \quad (5.1)$$

Вираз (5.1) називають *рівнянням стану*. Воно показує, як змінюється стан системи під дією керувальних впливів U і завад N . Тут A , B , G — матриці коефіцієнтів відповідних змінних. Оскільки контроль і діагностика передбачають зміну стану системи, то надалі для скорочення будемо використовувати поняття «система», «виріб», «пристрій» як динамічних засобів.

Динамічні системи можуть мати довільні зворотні зв'язки, але на цьому не наголошуватимемо, оскільки метою контролю є не їх побудова або побудова системи керування ними, а вивчення динамічних властивостей системи.

Вхідні збурення назвемо *вхідними сигналами*, а їх сукупність позначимо через вектор $X(t)$. Реакції системи називатимемо *вихідними сигналами*, а їх множину позначимо вектором $Y(t)$. З рівняння (5.1) випливає, що збурення можуть бути корисними $U(t)$ і такими, що заважають. Сукупність останніх позначено через вектор $N(t)$. Точки прикладання вхідних сигналів називатимемо *входами системи*, а точки спостереження вихідних сигналів називатимемо *виходами системи*.

Перетворення збурень пристроєм відповідає перетворенню сигналів динамічною системою. Закон, що встановлює відповідність між вхідними і вихідними сигналами, називатимемо *оператором динамічної системи*. Таким чином, оператор системи — це математичний опис роботи відповідного реального пристрою:

$$Y(t) = AX(t). \quad (5.2)$$

Запис (5.2) означає, що вектор вхідного сигналу $X(t)$, який змінюється з часом, зазнає перетворення оператором системи A і в результаті вихідний сигнал системи дорівнює $Y(t)$. Вираз (5.2) можна подати схематично (рис. 5.2). Параметри оператора A можуть бути *детермінованими* або *випадковими*.

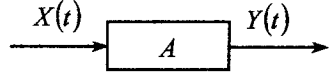


Рис. 5.2. Структурна схема перетворення сигналів оператором системи

Детерміновану модель параметрів оператора використовують для опису відомих динамічних властивостей систем. У такому разі оператор може визначати різні операції: диференціювання, інтегрування; розв'язання алгебричних, диференціальних, інтегральних та інших функціональних рівнянь; сукупність логічних операцій тощо.

Модель із випадковим значенням параметрів чи випадковими параметрами оператора використовують для опису пристроїв з урахуванням виробничих і експлуатаційних розкидів параметрів, аналізу функціонування прецензійних вимірювачів в умовах дії вібрації, дослідження маятникових приладів в умовах прискореного руху точки підвісу і т. ін. Наявність в операторі A випадкових параметрів визначатимемо введенням у цей оператор аргумента ω : $A(\omega)$, де ω — вектор випадкових параметрів.

Системи з випадковим розкидом параметрів оператора називають *невизначеними динамічними системами*.

Оператор є загальною характеристикою довільної динамічної системи. Конкретну форму оператора для опису властивостей фізичного пристрою вибирають відповідно до умов задачі і методу її розв'язання.

Під час вивчення динамічних систем рух вважають зворотним, тобто якщо система з одного стану перейшла в інший, то можливий і зворотний перехід. Якщо система рухається у зворотному напрямку, входи і виходи міняються ролями, а властивості системи описуються оператором, оберненим до початкового оператора A , який позначимо додатковим індексом «-1» оператора, тобто A^{-1} . Тоді вихідний сигнал оберненої системи можна подати через вхідний сигнал у такий спосіб:

$$X(t) = A^{-1}Y(t). \quad (5.3)$$

Послідовне застосування прямого (5.2) й оберненого (5.3) операторів до будь-якого сигналу дає тотожне перетворення, що не змінює цього сигналу. Таку дію описують уведенням одиничного оператора E :

$$AA^{-1} = E. \quad (5.4)$$

У динамічних системах можливі рухи, які являють собою неначе дзеркальне відображення один одного. Такі рухи описуються прямим A і сполученим A^* операторами (5.4). Реакція сполученої системи дорівнює реакції прямої системи, якщо для прямої системи поміняти місцями моменти часу прикладання збурень і спостереження сигналів.

Динамічні властивості системи, яка має кілька входів і виходів, описуються матричним оператором, елементи якого визначають зв'язок між відповідними входами і виходами.

5.2. Класифікація динамічних систем

Динамічні системи класифікують за характерними особливостями входів і виходів, сигналів, а також властивостями оператора A (рис. 5.2). Доцільність класифікації систем полягає в їх поділі на деякі класи, що мають спільні істотні особливості, знання яких дає змогу швидше обрати найефективніший метод діагностування систем цього класу.

Залежно від кількості входів і виходів динамічні системи поділяють на одно- і багатовимірні. Системи з одним входом і одним виходом називають *одновимірними*, а системи, що мають кілька входів і виходів — *багатовимірними*.

Багатовимірні системи можуть мати один вхід і кілька виходів або, навпаки — один вихід і кілька входів. Класифікація за такою ознакою здебільшого є умовною і визначається метою дослідження. Так, якщо в багатовимірній системі потрібно визначити зміни сигналів на одному з її входів за впливом одного конкретного вхідного сигналу, то таку систему можна розглядати як одновимірну.

Системи, входи яких можна розглядати як точки, називають *зосередженими*. Динамічні системи, входи яких неперервно розподілені вздовж лінії або поверхні, називають *розосередженими системами*.

Прикладом розосередженої системи може бути планер — літальний апарат, який у польоті взаємодіє з навколишнім середовищем по всій своїй зовнішній поверхні.

Динамічні системи можуть бути неперервними і дискретними. Системи, в яких вхідні і вихідні сигнали мають неперервну множину значень за абсолютною величиною та часом, називають *неперервними*.

Системи, в яких сигнали можуть набувати лише скінченної або зчисленної множини значень чи надходити тільки в деякі моменти часу, називають *дискретними*.

Якщо системи дискретні за часом, то їх називають *імпульсними*. Прикладом дискретної системи, що має скінченну множину значень вихідного сигналу, є система виявлення і розпізнавання сигналів.

Динамічні системи можуть бути лінійними або нелінійними.

У *лінійних системах* виконується принцип суперпозиції. Якщо цей принцип не виконується, то така система називається *нелінійною*.

Сутність принципу суперпозицій полягає в тому, що лінійній комбінації довільних вхідних сигналів ставиться у відповідність також лінійна комбінація на виході.

Математично принцип суперпозиції записується в такому вигляді:

$$A \left\{ \sum_{i=1}^n C_i X_i(f) \right\} = \sum_{i=1}^n C_i A X_i(t), \quad (5.5)$$

де C_i — довільні числа; $X_i(t)$ — довільні функції часу.

Рівність (5.5) справджується для будь-якого n . Якщо кількість доданків n нескінченна, то принцип суперпозиції можна подати в інтегральній формі:

$$A \left\{ \int_{\Lambda} C(\lambda) X(t, \lambda) d\lambda \right\} = \int_{\Lambda} C(\lambda) A X(t, \lambda) d\lambda, \quad (5.6)$$

де Λ — область інтегрування, а індекс t біля оператора A означає, що саме за цією змінною застосовується оператор.

Необхідною і достатньою умовою виконання принципу суперпозиції (5.5) і (5.6) є виконання таких рівностей:

$$\begin{aligned} A \{ X_1(t) + X_2(t) \} &= A X_1(t) + A X_2(t); \\ A C X(t) &= C A X(t). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Скориставшись (5.7), методом індукції можна показати, що принцип суперпозиції справджується для будь-якої кількості доданків.

Якщо оператор A задовольняє принцип суперпозиції, то він є *лінійним оператором*. Оператор, для якого принцип суперпозиції не виконується, називається *нелінійним оператором*.

Принцип суперпозиції є безпосереднім робочим інструментом, що дає змогу визначати властивості лінійності чи нелінійності динамічної системи. Для цього достатньо перевірити, чи виконуються умови (5.7) для конкретної системи, чи не виконуються. Наприклад, диференціювання та інтегрування являють собою лінійні оператори. Тригонометричні та степеневі функції є прикладами нелінійних залежностей. Дійсно, будь-яка тригонометрична чи степенева функція суми двох доданків не є сумою відповідних функцій кожного доданка окремо. Зміна масштабу аргументів цих функцій призводить до непропорційної зміни масштабу самих функцій.

Таким чином, співвідношення (5.7) для тригонометричних та степеневих функцій не справджується.

Подання реального пристрою у вигляді лінійної динамічної системи відіграє важливу роль під час дослідження. Це пояснюється тим, що для лінійних систем створено загальні дуже ефективні методи аналізу і синтезу. Тому, якщо можна з достатньою точністю описати властивості реальної системи за допомогою лінійної моделі, то завжди необхідно це виконувати.

За характером зміни властивостей системи поділяють на стаціонарні і нестаціонарні. У *стаціонарних системах* їхні властивості не змінюються з часом. І, навпаки, якщо властивості динамічної системи змінюються з плином часу, то такі системи називають *нестаціонарними*.

Стаціонарність означає, що процес перетворення системою вхідних збурень $X(t)$ має властивості інваріантності відносно зсуву в часі вхідних збурень, тобто реакція системи не залежить від того, коли прикладено вхідне збурення (рис. 5.3).

Для стаціонарних систем реакція залежить тільки від різниці часу, тобто від різниці між поточним часом і моментом прикладання вхідного збурення. Реакція нестаціонарних динамічних систем залежить як від поточного часу, так і від моменту прикладання вхідного збурення.

На рис. 5.3 показано один і той самий вхідний сигнал $x(t)$, прикладений до системи в момент часу t_0 і в момент часу $t_0 + \tau$. Вихідний сигнал стаціонарної системи (рис. 5.3, *a*) не залежить від

зсуву вхідного збурення на час τ . Вихідний сигнал нестационарної системи (рис. 5.3, б) істотно залежить від моменту прикладання вхідного збурення.

Прикладом нестационарної системи може бути повітряний корабель, динамічні властивості якого змінюються за рахунок вигорання палива, а також унаслідок зміни геометрії крила. За рахунок цих змін змінюються його динамічні параметри, такі як маса та моменти інерції.

Динамічна система ґрунтується на різноманітних ознаках і властивостях. Тому лінійні системи можуть бути як стаціонарними, так і нестационарними, одновимірними або багатовимірними, неперервними чи дискретними. Аналогічне твердження справджується і для нелінійних систем.

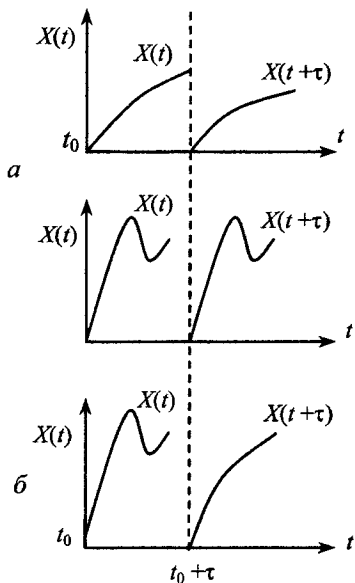


Рис. 5.3. Ілюстрація властивостей стаціонарності (а) і нестационарності (б)

5.3. Вхідні сигнали

Великі та складні динамічні системи мають характерну особливість — наявність граничних режимів. Максимальні чи мінімальні значення швидкостей та прискорень, температур і тисків, струмів і напруг, часу дії і рівнів корисних вхідних сигналів тощо, за яких роль випадкових факторів стає дедалі більш помітною і суттєвою.

Отже, загальною моделлю вхідних сигналів, що описують дію різноманітних збурень, є випадкова функція.

В окремому випадку, коли вплив випадкових факторів стає нехтовно малим, вхідні сигнали можна розглядати як детерміновані (невипадкові) функції.

Усе розмаїття вхідних сигналів поділяють, як правило, на корисні сигнали і завади.

Корисні сигнали — це такі сигнали, перетворення яких є функцією динамічної системи. Зрозуміло, що завади — це сигнали, що

чинять перешкоди. Такий поділ сигналів є умовним. Залежно від поставлених завдань одні й ті самі сигнали можуть розглядатись як корисні чи як завади.

Причинами виникнення завад можуть стати як зовнішні негативні фактори (атмосферні, електричні, магнітні, дії обслуговуючого персоналу), так і внутрішні процеси в динамічних системах. Наприклад, для літального апарата зовнішніми негативними факторами можуть бути турбулентність атмосфери, блискавки, птахи, що летять на тій самій висоті, мертві зони приймання навігаційних сигналів від супутникових навігаційних систем і т. ін.

Для радіо- і радіолокаційних приймачів завада у вхідному сигналі може спричинюватись умовами поширення та відбиття електромеханічних сигналів. Джерелами завад від внутрішніх процесів є флуктуації носіїв заряду в елементах електричних схем, тертя в механічних з'єднаннях та на межах поділу різних середовищ. Вплив завад проявляється у виникненні випадкових сил і моментів у механічних і аеродинамічних системах та випадкових струмів і напруг в електричних схемах.

На прикладі руху повітряного корабля в турбулентній атмосфері можна наочно показати умовність поняття завади і корисного сигналу. Що стосується загального руху повітряного корабля або пасажира, то вплив турбулентності атмосфери розглядають як заваду. А з погляду системи стабілізації руху корабля турбулентність атмосфери розглядають як корисний сигнал, на який система стабілізації має виробити компенсувальний сигнал у вигляді повороту керма.

Відхилення кермових поверхонь створює моменти, що парирують моменти, які виникли під впливом турбулентності атмосфери. Стосовно системи стабілізації завадами можуть бути будь-які можливі похибки вимірювання фактичного положення повітряного корабля.

Вхідний сигнал динамічної системи у загальному випадку являє собою деяку комбінацію корисного сигналу і завади, що математично можна подати у вигляді:

$$X(t) = \varphi(S(t), N(t)), \quad (5.8)$$

де $\varphi(\dots)$ — нелінійна функція корисного сигналу $S(t)$ і завади $N(t)$; $X(t)$ — вхідний сигнал.

Комбінації сигналів і завад (5.8) можуть бути адитивними, мультиплікативними або мішаними.

Адитивна комбінація — комбінація, в якій корисний сигнал і завада додаються:

$$X(t) = S(t) + N(t). \quad (5.9)$$

Адитивність сигналів зумовлюється незалежністю джерел сигналу і завади (5.9). *Мультиплікативна комбінація* означає перемноження корисного сигналу і завади:

$$X(t) = S(t)Z(t), \quad (5.10)$$

де $Z(t)$ — мультиплікативна завада.

Мультиплікація сигналів (5.10) виникає під час проходження сигналу через флюктуювальне середовище. Суміш сигналу і завади містить адитивну і мультиплікативну завади:

$$\begin{aligned} X(t) &= S(t)Z(t) + N(t), \\ X(t) &= S(t)[1 + Z(t)] + N(t). \end{aligned} \quad (5.11)$$

На практиці трапляються й складніші комбінації сигналу і завад, але оскільки спостерігаються у край рідко, то надалі їх не розглядатимемо.

У загальному випадку корисний сигнал — це випадкова функція часу, що складається з регулярної і нерегулярної частин:

$$S(t, u) = \varphi(u, t) + S^0(t).$$

Нерегулярна частина (5.11) корисного сигналу $S^0(t)$ є випадковою функцією часу з нульовим середнім значенням. Регулярна частина корисного сигналу $\varphi(u, t)$ являє собою нелінійну функцію відомої структури і вектора випадкових параметрів u . Часто на практиці регулярну частину корисного сигналу подають у вигляді

$$\varphi(u, t) = \sum_{i=1}^n u_i \varphi_r(t),$$

де $\varphi_r(t)$ — відомі функції часу; u_r — випадкові величини з визначним законом розподілу ймовірності.

В окремому випадку, якщо $\varphi_r(t) = t^{r-1}$, дістаємо поліноміальну модель регулярної частини корисного сигналу. Такого роду моделі використовують, наприклад, для опису на обмеженому інтервалі часу зміни елементів польоту повітряного корабля.

У радіолокаційних і радіотехнічних приймальних пристроях регулярна частина корисного сигналу подається як модульоване коливання

$$\varphi(u, t) = u_1 \sin(u_2 t + u_3) \sin u_4 t,$$

де параметри сигналу u_i є випадковими величинами, що характеризують можливий розкид амплітуди, фази й частоти сигналу.

Завада так само, як і корисний сигнал, є випадковою функцією часу і може мати ненульове математичне сподівання. Наприклад, вимірювальні тракти апаратури контролю, крім випадкової помилки, можуть мати систематичну похибку, яка й буде математичним сподіванням. Завада також може складатися з регулярної і нерегулярної частин. Прикладом, що ілюструє можливість появи регулярної частини завади, може бути випадкове постійне зміщення нуля вимірювача дальності, висоти, швидкості тощо.

5.4. Характеристики сигналів

Випадкові корисні сигнали та завади можна охарактеризувати тільки в імовірнісному вигляді. Детерміновані сигнали безпосередньо визначаються формою і параметрами.

Повне описання регулярної частини корисного сигналу чи завади подається законом розподілу ймовірностей вектора випадкових параметрів і виконується за допомогою функціонала розподілу ймовірностей.

Функціонал розподілу ймовірностей нормального випадкового процесу залежить від математичного сподівання та кореляційної функції процесу. Тому ймовірнісний опис цього процесу повністю визначається першими двома моментами.

Як відомо, макроскопічні явища, які ми спостерігаємо, наприклад флуктуації сил і моментів, струмів і напруги, є наслідком численних мікроскопічних явищ. Це означає, що ймовірнісні характеристики макроскопічних явищ можна отримувати, розглядаючи сукупність окремих актів взаємодії частинок речовини.

Загальною моделлю цих актів взаємодії є накладання незалежних елементарних імпульсів, що мають випадкові параметри (тривалість, фазу, амплітуду) і виникають у випадкові рівномірно розподілені моменти часу. Якщо середня кількість імпульсів за одиницю часу (інтенсивність виникнення імпульсів) мала і має порядок

одиниці, то закон розподілу ймовірностей макроскопічної величини як сумарний результат дії імпульсів значно відрізняється від нормального закону розподілу.

Прикладами таких випадкових процесів можуть бути атмосферні завади, завади від підстилкової протяжної поверхні, завади від сплесків випромінювання Сонця, підводні шуми від порівняно великих протяжностей дна, а також людська мова.

Якщо інтенсивність появи імпульсів за одиницю часу становить $10 \dots 10^4$, то закон розподілу ймовірностей близький до нормального. Прикладом таких випадкових процесів є сильні іоносферні завади, шум водоспаду, моря, завади опадів тощо.

Якщо інтенсивність виникнення імпульсів має порядок понад 10^4 , то закон розподілу ймовірностей сумарної події є нормальним. Прикладом випадкових подій, що характеризують певний клас, можуть бути тепловий і дробовий шуми, фотонні шуми, турбулентність атмосфери, флуктуації радіолокаційного сигналу і т. ін.

Надалі розглядатимемо тільки ті випадкові процеси, закон розподілу яких є нормальним чи близьким до нормального. Нормальний закон повністю характеризується математичним сподіванням і кореляційною функцією. Тому як характеристики деяких конкретних випадкових процесів будемо обчислювати математичне сподівання і кореляційну функцію або відповідну їй спектральну щільність.

Тепловий шум. Такий шум зумовлюється випадковим рухом електронів у кристалічній ґратці речовини. Математичне сподівання такого шуму дорівнює нулю, а спектральна щільність напруги на кінцях резистора R описується таким виразом

$$S_{\text{ш}}(f) = 4hRf / \exp\left[\frac{hf}{kT}\right] - 1,$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — стала Планка; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — стала Больцмана; T — абсолютна температура провідника; R — опір провідника; f — частота.

Доведено, що у смузі частот від нуля до 10^{12} Гц спектральна щільність теплового шуму є сталою величиною. Це означає, що в цій смузі частот тепловий шум доцільно розглядати як білий шум і вважати кореляційну функцію δ -функцією:

$$k_{\text{ш}}(\tau) = \Gamma_{\text{ш}} \delta(\tau),$$

де $\Gamma_{\text{ш}}$ — інтенсивність шуму;

$$\Gamma_{\text{ін}} = 8\pi kTR. \quad (5.12)$$

Із рівняння (5.12) випливає, що за температури $T = 295 \text{ К}$ та опору $R = 10^6 \text{ Ом}$ інтенсивність теплового шуму становить $\Gamma_{\text{ін}} = 1,27 \cdot 10^{-13} \text{ В}^2 \cdot \text{с}$.

Дробовий шум. Цей шум є проявом дискретності носіїв електричного заряду (наприклад, в електричних та електронних лампах). Потік електронів, що випромінюється нагрівальним елементом, безперервно змінює свою густину за рахунок флуктуацій температури по площині елемента, а також напруженості поля між електродами лампи. Доведено, що за середнього струму 20 мА та анодної напруги 200 В інтенсивність імпульсів струму становить 10^8 , тому закон розподілу шуму є нормальним.

Отже, відповідне математичне сподівання дорівнює нулю, а спектральна густина дробового шуму, що проявляється у вигляді флуктуацій струму, становить

$$S_i(\omega) = \frac{8eI}{(\omega t_n)^4} \left[(\omega t_n)^2 + 2(1 - \cos \omega t_n - \omega t_n \sin \omega t_n) \right], \quad (5.13)$$

де e — заряд електрона; I — середнє значення струму, що протікає через діод; t_n — час прольоту електроном ділянки катод–анод.

Кореляційна функція дробового шуму, що відповідає спектральній густині (5.13), має вигляд

$$k_i(\tau) = \begin{cases} \frac{4eI}{3t_n} \left(1 - \frac{3|\tau|}{2t_n} + \frac{|\tau|^3}{2t_n^3} \right), & |\tau| \leq t_n; \\ 0, & |\tau| \geq t_n. \end{cases} \quad (5.14)$$

Час прольоту t_n , наприклад для ділянки анод–катод $t_n \approx 10^{-9} \text{ с}$, тому за частоти $f \leq 10^6$ добуток $2\pi f t_n \leq 1$.

Якщо $2\pi f t_n \rightarrow 0$, то спектральну густину дробового шуму для $f \leq 10^6 \text{ Гц}$ можна визначити так:

$$S_i(f) = 2eI. \quad (5.15)$$

Для деяких діапазонів частоти дробовий шум визначають як білий шум. Кореляційну функцію (5.14), що відповідає густині (5.15), можна розглядати як δ -функцію з інтенсивністю $\Gamma_{\text{ін}} = 4\pi eI$.

Наприклад, на резисторі $R = 10^6$ Ом флуктуації струму дробового шуму створюють випадкові зміни напруги з інтенсивністю $\Gamma_{\text{ш}} = 4,02 \cdot 10^{-8} \text{ В}^2 \cdot \text{с}$. Порівнюючи це значення з інтенсивністю теплового шуму, можна констатувати, що дробовий шум створює більші флуктуації.

Шум мерехтіння (фліккер-ефект). Шум мерехтіння — повільні флуктуації струму, що виникають унаслідок змін емісії на протяжних ділянках поверхні нагрівального елемента. Спектральну густину струму шумів мерехтіння за експериментальними даними можна подати у вигляді

$$S_i(f) = kI^\alpha / f^\beta, \quad (5.16)$$

де k — коефіцієнт пропорційності; $\alpha \approx 2$; $\beta \approx 1$; I — середній струм через електронний елемент.

Як видно із рівняння (5.16), шум мерехтіння залежить від частоти й має найбільші значення за малих значень частоти.

Генераторно-рекомбінаційний шум. Такий шум виникає внаслідок флуктуацій кількості носіїв струму за явищ генерації та рекомбінації в напівпровідникових приладах і мікросхемах. По суті цей шум нагадує дробовий шум. Спектральна густина струму генераторно-рекомбінаційного шуму в напівпровідникових приладах, що наближаються до чистих, становить

$$S_i(\omega) = \frac{D_i \alpha}{\pi} \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad (5.17)$$

де $\alpha = 1/t_{\text{ж}}$ — величина, обернено пропорційна до середнього часу життя носіїв заряду; D_i — дисперсія струму, що визначається залежністю

$$D_i = 4\pi I^2 (b+1)^2 n_0 p_0 / (bn_0 + p_0)^2 (n_0 + p_0), \quad (5.18)$$

де $b = \mu_n / \mu_p$ — коефіцієнт рухомості, що визначає співвідношення швидкостей переміщення електронів і дірок; n_0 — середня кількість електронів; p_0 — середня кількість дірок; I — середній струм.

Із формули (5.18) випливає, що дисперсія струму D_i сильно залежить від частоти напівпровідникових елементів, причому для чистих таких елементів, коли $n_0 = p_0$, цей вираз значно спрощується:

$$D_i = 2\pi I^2 / n_0.$$

Кореляційна функція струму генераторно-рекомбінаційного шуму згідно з виразом (5.17) становить

$$k_i(\tau) = D_i \exp[-\alpha|\tau|]. \quad (5.19)$$

Відомо, що середній час життя носіїв у напівпровідникових виробках $t_{\text{ж}} = 10^{-8}$ с, тому для значень частот, що задовольняють умову $10^{-8}\omega \ll 1$, генераторно-рекомбінаційний шум (5.19) можна розглядати як білий шум.

Фединг — це флуктуації радіолокаційного сигналу на вході приймача. Вони зумовлені збуреннями атмосфери та зміною умов відбиття від неоднорідних поверхонь. Найбільший внесок у шуми федингу роблять зміни умов відбиття сигналу від різних поверхонь та підстилкових площин.

Якщо відбивальна поверхня має складну конфігурацію і випадково змінює свою конфігурацію у просторі, то відбитий від неї сигнал матиме випадкову амплітуду (наприклад, під час польоту в горах, над морем, чи дуже нерівною місцевістю та ін.). Ця амплітуда є модулем векторного сигналу, що являє собою результат накладання сигналів від елементарних площинок (хвиль) відбивальної поверхні.

Вплив федингу враховується у вигляді випадкових змін кутової похибки стеження радіолокатора. Спектральна густина федингу

$$S_{\Phi}(\omega) = \frac{\sigma_{\Phi}^2}{2\nu} \left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} \right] \quad (5.20)$$

досягає максимумів на частотах $\omega_0 \pm \beta$.

Кореляційна функція федингу, що відповідає щільності (5.20), становить

$$k_{\Phi}(\tau) = \sigma_{\Phi}^2 \exp[-\alpha|\tau|] \cos \beta\tau. \quad (5.21)$$

Значення параметрів у (5.20), (5.21) можна взяти такими:

$$\sigma_{\Phi} = 62,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад}; \quad \alpha = 24 \text{ с}^{-1}; \quad \beta = 40 \text{ с}^{-1}; \quad S_{\Phi}(\omega) \approx 258 \cdot 10^{-6}.$$

Блукання центра відбиття (кутове мерехтіння відображення). Цей вид завад виникає внаслідок флуктуації сигналу (радіолокаційного, теплового випромінювання, лазерного) на вході приймача (перетворювача), зумовленої інтерференцією фази сигналів, відби-

тих від елементарних площинок (елементарних миттєвих центрів теплоти). Таке явище призводить до кутових помилок визначення миттєвого центра відбиття об'єкта. Блукання центра відбиття відбувається в межах області, пов'язаної з об'єктом та обмеженої відповідними розмірами. Унаслідок цього кутові коливання відбитого від об'єкта сигналу суттєво залежать від дальності. У розрахунках блукання центра відбиття подають у вигляді стаціонарної випадкової функції $X_b(t)$, поділеної на дальність:

$$X(t) = X_b(t) / D(t). \quad (5.22)$$

Випадкова функція $X_b(t)$ в (5.22) має спектральну густину, яка достатньо добре апроксимується відношенням:

$$S_b(\omega) = \alpha \sigma_b^2 / (\alpha^2 + \beta \omega^2 + \gamma \omega^4). \quad (5.23)$$

Середнє квадратичне відхилення σ_b^2 в (5.23) залежить від найбільшого розміру L об'єкта і обчислюється за формулою

$$\sigma_b = 0,2 / L.$$

Значення параметрів у (5.23) такі:

$$a = 9,67; \alpha = 483,4 \text{ с}^{-1}; \beta = 456 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \gamma = 10^{-3} \text{ с}^3.$$

Турбулентність атмосфери. Відомо, що атмосфера завжди перебуває в безперервному випадковому русі відносно Землі. Цей рух відомий у вигляді вітру. Швидкість W вітру є випадковою функцією часу та координат точки простору

$$R : W = W(R, t) \quad (5.24)$$

і має вигляд суми двох складових: сталої і змінної.

Сталу складову швидкості вітру (5.24) розуміють у тому сенсі, що за час руху повітряного корабля вона мало змінюється за напрямом і за абсолютною величиною (модулем).

Модель сталої складової швидкості вітру є випадковою величиною і досить точно описується законом розподілу ймовірностей Релея. Густина ймовірності сталої складової швидкості вітру описується залежністю

$$f(\omega) = \omega \exp\left[-0,5(\omega/\sigma)^2\right] / \sigma^2. \quad (5.25)$$

У співвідношенні (5.25) середнє квадратичне відхилення абсолютної величини сталої складової швидкості вітру σ залежить від висоти польоту. У приземному шарі атмосфери σ апроксимується залежністю

$$\sigma = 0,633 m_{H_1} \left(\frac{H}{H_1} \right)^n,$$

де m_{H_1} — математичне сподівання швидкості вітру на деякій опорній висоті H_1 ; H — поточна висота польоту; n — показник степеня, рекомендоване значення якого 0,15...0,20.

Якщо $H_1 = 10$ м, рекомендують брати $m_{H_1} = 3...4$ м/с.

Змінна складова швидкості вітру $W^0(R, t)$ характеризує турбулентний рух атмосфери, виявляється в хаотичному випадковому переміщенні повітря. За масштабами розрізняють три види турбулентного руху: великомасштабний, інерційний і в'язкий.

Великомасштабна турбулентність спричиняється порушенням рівноважного стану атмосфери за рахунок нерівномірного нагрівання Сонцем. Цей рух має асиметричний характер унаслідок впливу поверхні Землі та її обертання. Турбулентність в інерційному масштабі визначається передаванням енергії від великомасштабного руху і має ізотропний характер. Граничні розміри вихорів у цьому діапазоні сягають кількох сотень метрів.

Турбулентність у в'язкому середовищі також має ізотропний характер і охоплює найвищі частоти руху повітря. Розміри вихорів у цьому діапазоні становлять кілька сантиметрів. Для дослідження параметрів польоту літального апарата в атмосфері з турбулентністю спектральні функції турбулентності в атмосфері подають спектром Драйтена

$$\begin{aligned} S_{n_1 n_1}(\omega) &= a / (1 + b\omega^2); \\ S_{n_2 n_2}(\omega) &= c(1 + d\omega^2) / (1 + \sqrt{3}d\omega^2)^2; \\ S_{n_1 n_2}(\omega) &= h \left[S_{n_1 n_1} S_{n_2 n_2} / (1 + k\omega^2) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (5.26)$$

У системі (5.26) константи мають такі значення:

$$\begin{aligned} a &= 649,72 \cdot 10^{-2}; & b &= 752,25 \cdot 10^{-2}; & c &= 143,25 \cdot 10^{-2}; \\ d &= 207,13 \cdot 10^{-2}; & k &= 7,53 \cdot 10^{-2}; & h &= 58,9 \cdot 10^{-2}. \end{aligned}$$



Контрольні запитання і завдання

1. Дайте визначення оператора динамічної системи.
2. В якому разі використовується детермінована модель параметра?
3. У яких випадках використовується модель із випадковим значенням параметра?
4. Наведіть класифікацію динамічної системи.
5. У чому полягає сутність принципу суперпозиції?
6. Чим відрізняється характер змін властивостей у стаціонарних і не-стаціонарних системах?
7. Поясніть сутність адитивної і мультиплікативної комбінацій сигналів і завад.
8. Чим зумовлюється тепловий шум?
9. Проявом чого є «дробовий шум»?
10. Чим викликається шум мерехтіння?
11. Унаслідок чого виникає генераторно-рекомбінаційний шум?
12. Що таке фединг?



ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТА КОНТРОЛЮ

6.1. Типи моделей

Для оцінювання технічного стану динамічної системи та синтезу характеристик систем контролю необхідно мати її математичну модель. Цю модель використовують для:

- 1) визначення допусків на параметри за заданими допусками на показники якості;
- 2) синтезу оптимальних процедур прийняття рішень;
- 3) синтезу оптимальних алгоритмів вимірювання та прогнозування показників якості;
- 4) визначення обсягу й переліку контрольованих параметрів, вирішення інших завдань.

Цей перелік завдань становить основний зміст теорії контролю динамічних систем, тому математична модель об'єкта контролю є важливим елементом цієї теорії.

Побудову моделі починають з визначення вхідних та вихідних змінних, залежність між якими й потрібно описувати моделлю ОК. Тому вихідні змінні контрольованого об'єкта дають змогу визначити його поточний стан. Отже, вихідні змінні ОК належить розглядати як показники якості для визначення його технічного стану. Повною характеристикою об'єкта як динамічної системи є його оператор. Для виконання контролю передбачається, що структура оператора відома, а невизначеність зумовлюється незнанням значень параметрів оператора. У зв'язку з цим як вхідні змінні моделі ОК використовують параметри оператора.

Таким чином, модель ОК має описувати залежність між показниками якості, що характеризують стан об'єкта, та його параметрами. З погляду контролю та діагностування доцільно як модель мати залежність показників якості від параметрів за фіксованих вхідних сигналів системи.

Вибір певного режиму функціонування системи для здійснення процесу контролю дає змогу значно спростити побудову моделі об'єкта, звівши її до класу статистичних залежностей. Дійсно, за фіксованого режиму показники якості є функціями параметрів і з геометричного погляду їх можна розглядати як поверхні у просторі параметрів.

Для розгляду характеристик залежностей показників якості від параметрів і відповідно від типів моделей ОК доцільно всю множину параметрів розділити на дві групи:

1. До *першої* групи належать параметри, вплив яких на показник якості характеризується принципом «так — ні».

У діапазонах змін параметри цієї групи не впливають на показник якості. У разі перевищення значень цих параметрів відбувається стрибкоподібна зміна показника якості так, що ОК стає працездатним. До параметрів цієї групи належать параметри безпеки праці кіл увімкнення та вимкнення.

Залежність показника якості від параметрів першої групи можна виразити, наприклад, добутком однакових функцій, аргументами яких є відхилення параметрів від граничнодопустимих значень.

2. Друга група охоплює параметри, вплив яких на показник якості характеризується неперервністю, тобто малі зміни значень параметрів мало змінюють показники якості.

Ця група параметрів містить коефіцієнти підсилення, демпфірування, сталі часу, запізнення та інші величини, які характеризують динамічні властивості системи.

Правильно підібраний показник якості як функція параметрів другої групи повинен мати екстремальне значення.

Екстремуму показника якості відповідають номінальні значення параметрів другої групи. Тому будь-яке відхилення параметрів цієї групи від своїх номінальних значень призводить до погіршення значення показника якості.

Для опису ОК можна використати такі типи моделей: аналітичну, функціонально-логічну, графоаналітичну та інформаційну.

Аналітичність розуміють у тому сенсі, що значення показників якості можна обчислити згідно з цією моделлю за значеннями параметрів.

Аналітична модель установлює кількісний зв'язок показників якості з параметрами. Ця кількісна залежність містить великий обсяг інформації, потрібний для контролю, який можна використати:

- 1) для прийняття рішення про придатність ОК;
- 2) для аналізу впливу умов зберігання та експлуатації на власливості ОК;
- 3) для діагностування несправностей.

До методів побудови аналітичних моделей можна віднести метод малого параметра, функції чутливості, аналітичне описання процесів проходження сигналів, рівняння, що пов'язують параметри функціонального використання з технічними параметрами систем.

Функціонально-логічна модель визначає форму залежності показників якості від параметрів. Параметри логічної моделі можуть набувати тільки двох значень — придатний, що умовно позначають «1», та непридатний, для позначення якого використовують «0». Логічна модель ОК дає змогу розв'язати деякі задачі синтезу системи контролю та діагностики, а саме:

- вибрати мінімальну кількість ознак для визначення працездатності об'єкта;
- визначити мінімальну кількість ознак для виявлення кожного несправного стану об'єкта.

Основним недоліком функціонально-логічної моделі є різке збільшення кількості станів з підвищенням складності системи. Тому для складних систем, що включають велику кількість параметрів, розрахунки стають надто громіздкими.

Крім того, логічна модель через якісний зв'язок показників якості з параметрами не може містити повної інформації про вплив умов експлуатації та зберігання ОК на якість його функціонування.

6.2. Аналітична модель об'єкта контролю

Відповідно до розподілу параметрів на дві групи (U_1 — параметри, які в разі перевищення їхніх значень за допустимі стрибкоподібно змінюють показник якості; U_2 — параметри, що пропорційно змінюють цей показник) повну залежність показника якості від параметрів можна подати у вигляді добутку:

$$W(U) = W_1(U_1)W_2(U_2), \quad (6.1)$$

де $W(U)$ — показник якості; U — вектор параметрів об'єкта; $W_1(U_1)$ — складова показника, залежна від параметрів першої групи U_1 ; $W_2(U_2)$ — складова показника якості, залежна від параметрів другої групи U_2 .

Залежність $W_1(U_1)$ можна записати у вигляді добутку характеристичних функцій полів допуску параметрів:

$$W_1(U_1) = \prod_{i=1}^d l_i(U_i), \quad (6.2)$$

де d — кількість параметрів першої групи; $l_i(U_i)$ — характеристичні функції відрізків;

$$l_i(U_i) = 1(U_i - \Delta_i^{(1)}) - 1(U_i - \Delta_i^{(2)}). \quad (6.3)$$

У виразі (6.3) $\Delta_i^{(1)}$, $\Delta_i^{(2)}$ — ліва та права межа допуску i -го параметра відповідно; $1(x)$ — одинична функція, яка визначається співвідношенням

$$1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (6.4)$$

Функцію (6.4) можна зобразити графічно (рис. 6.1).

Як випливає з аналізу рис. 6.1, функція $l_i(U_i)$ являє собою характеристичну функцію поля допуску, тобто, коли значення i -го параметра належить полю допуску, то функція $l_i(U_i)$ дорівнює одиниці, а якщо ж значення i -го параметра виходить за поле допуску, то характеристична функція $l_i(U_i)$ дорівнює нулю.

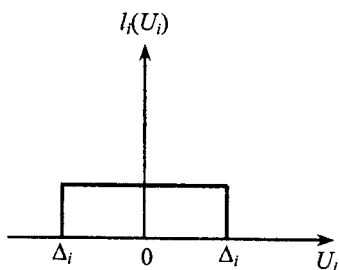


Рис. 6.1. Графік функції $l_i(U_i)$

Співвідношення (6.2) можна розглядати як формалізований запис логічної схеми «І», згідно з якою, коли хоча б один параметр виходить за поле допуску, то значення функції $W_1(U_1)$ і, відповідно, показник якості функціонування динамічної системи дорівнює нулю. Якщо ж параметри системи перебувають усередині своїх полів допусків, то ця функція дорівнює одиниці, а отже, відповідно до співвідношення (6.1) у цьому разі показник якості визначається функцією:

$$W(U) = W_2(U_2). \quad (6.5)$$

Функціональну залежність $W_2(U_2)$ (6.5) можна описати різними співвідношеннями. Однією з найпростіших апроксимуючих залежностей є поліноміальна функція (залежність):

$$W_2(V_2) = W_0 + B'V_2 + V_2'CV_2, \quad (6.6)$$

де W_0 — значення показника якості за номінальних значень параметрів; B — вектор коефіцієнтів; C — матриця коефіцієнтів; V_2 — центроване значення параметрів другої групи:

$$V_2 = U_2 + m_2. \quad (6.7)$$

У виразі (6.7) m_2 — математичне сподівання вектора параметрів другої групи.

Побудова апроксимуючої залежності (6.6) полягає у визначенні вектора B та матриці C коефіцієнтів, таких, що гіперповерхня другого порядку (6.1) буде утримувати екстремальну точку та найкращим чином описувати реальний зв'язок показника якості з параметрами.

Іншою апроксимуючою формою залежності показника якості від параметрів другої групи є експоненціальна залежність

$$W_2(V_2) = W_0 \exp[F'^T V_2 + V_2'^T Q V_2], \quad (6.8)$$

де F — вектор; Q — матриця коефіцієнтів.

Залежність (6.8) дозволяє досягнути більшої точності апроксимації в широкому діапазоні змін параметрів, ніж залежність (6.6).

6.3. Методи побудови моделей об'єкта контролю

Перш ніж будувати аналітичну модель об'єкта контролю необхідно визначити допуски на параметри U_1 першої групи та коефіцієнти апроксимуючих залежностей для параметрів U_2 другої групи. Допуски на параметри U_1 першої групи визначають досить наближено, оскільки фактичне розсіювання значень параметрів цієї групи мале порівняно з полем допуску. Тому більш докладно розглядатимемо методи визначення коефіцієнтів апроксимуючих залежностей показників якості від параметрів другої групи.

До найпоширеніших належать такі методи апроксимації:

- апроксимація в точці;
- апроксимація в ряді точок;
- апроксимація в області.

Апроксимація в точці. За такої апроксимації істинна і наближена функції збігаються точно тільки в одній наперед обраній точці.

Апроксимація в ряді точок. Апроксимація в ряді точок передбачає збіжність функцій у кількох певним чином вибраних точках або вузлах.

Апроксимація в області. У разі апроксимації в області істинна і наближена залежності в певному діапазоні чи області зміни аргумента відрізняються на деяку величину. Ця величина може бути не однаковою для різних точок області. Можлива така апроксимація, за якої наближена залежність відрізняється від істинної в деякій області значень аргумента не більше ніж на фіксовану величину.

Апроксимацію в точці можна виконати, наприклад, розкладанням функції $W_2(Y_2)$ у багатовимірний ряд Тейлора за параметрами. Точками розкладання доцільно обирати номінальне значення вектора параметрів.

Аналіз залежності (6.6) показує, що апроксимацію можна розглядати як розкладання в багатовимірний ряд Тейлора з точністю до члена другого порядку за припущення, що

$$W_0 = W_2(m_2); B = \nabla W_2; C = 0,5 \nabla \nabla W_2, \quad (6.9)$$

де $W_2(m_2)$ — значення показника якості за номінальних значень параметрів; ∇ — вектор частинних похідних за параметрами з компонентами;

$$\nabla = (\partial/\partial V_1, \partial/\partial V_2, \dots, \partial/\partial V_e),$$

$\nabla \nabla$ — матриця других похідних

$$\nabla \nabla = \left\| \partial^2 / \partial V_i \partial V_j \right\|.$$

Вектор B і матриця C (6.9) мають як елементи перші і другі похідні, що обчислюються в точці розкладання $V = 0$:

$$B = \left\| \partial W_2 / \partial V_1 \right\|, \quad C = 0,5 \left\| \partial^2 W_2 / \partial V_i \partial V_j \right\|.$$

Таким чином, апроксимуючу функцію (6.8) можна вважати побудованою, якщо обчислено частинні похідні від показника якості за параметрами та значеннями самого показника якості в точці, що відповідає номінальним значенням параметрів.

Апроксимацію в точці вигляду (6.8) також можна побудувати, якщо відомі перші й другі похідні від показника якості за параметрами в точці, що відповідає номінальним параметрам. Поділимо співвідношення (6.8) на W_0 і прологарифмуємо його, після чого дістанемо

$$\ln(W_2/W_0) = F^T V_2 + V^T Q V_2. \quad (6.10)$$

Узявши похідну від рівняння (6.9) за параметрами та припустивши, що прирощення параметрів дорівнює нулю, дістанемо

$$W_0^{-1} \nabla W_2 = F. \quad (6.11)$$

З урахуванням співвідношення (6.9) перетворимо вираз (6.11) до вигляду

$$W_0^{-1} B = F. \quad (6.12)$$

У формулах (6.10), (6.12) — F — вектор; Q — матриця коефіцієнтів.

6.4. Моделі для лінійних систем

Якщо динамічна система є лінійною, то для визначення коефіцієнтів моделей ОК (6.6) або (6.8) можна скористатися методами аналізу лінійних систем. У разі апроксимації в точці модель (6.6) можна розглядати як розкладання в ряд Тейлора до другого порядку відносно вектора математичних сподівань параметрів.

Нехай лінійна нестационарна система описується рівнянням

$$\dot{Y} = A(t, U)Y + Q(t, U)x(t). \quad (6.13)$$

Показником якості системи (6.13) є середній ризик

$$W_2(U) = M \left[I(Y(U), Y_{\text{потр}}) \right],$$

де M — оператор математичного сподівання; $I(Y(U), Y_{\text{потр}})$ — функція втрат; $Y(U)$ — вектор фазових координат лінійної системи, який залежить від вектора параметрів U ; $Y_{\text{потр}}$ — потрібний вектор фазових координат системи.

Для побудови аналітичної моделі ОК необхідно визначити: допуски на параметри U_1 першої групи; коефіцієнти апроксимуючих залежностей параметрів U_2 другої групи.

Визначення допусків на параметри першої групи, як правило, не становить труднощів, оскільки фактичне розсіювання параметрів цієї групи мале порівняно з полем допуску. Тому надалі докладніше розглянемо методи визначення коефіцієнтів апроксимуючих залежностей показників якості параметрів другої групи.

Вектор B та матриця C (6.9) містять як елементи перші та другі похідні, обчислені в точці розкладання $V = 0$:

$$B = \|\partial W_2 / \partial V_i\|, \quad C = 0,5 \|\partial^2 W_2 / \partial V_i \partial V_j\|. \quad (6.14)$$

Беручи згідно з виразом (6.9) вектор B та матрицю C коефіцієнтів моделі (6.6) та застосовуючи оператор диференціювання до формули (6.14), дістаємо

$$\nabla W_2 = \|\partial W_2 / \partial U_2\| = M \left\| \sum_{i=1}^m \frac{\partial l}{\partial Y_k} \frac{\partial Y_k}{\partial U_i} \right\|_{U=mi};$$

$$\nabla \nabla' = \|\partial^2 W_2 / \partial U_i \partial U_j\| = M \left\| \sum_{k,n=1}^m \frac{\partial l}{\partial Y_k} \frac{\partial^2 Y_k}{\partial U_i \partial U_j} + \sum_{k,n=1}^m \frac{\partial^2 l}{\partial Y_k \partial Y_h} \frac{\partial Y_k}{\partial U_i} \frac{\partial Y_h}{\partial U_j} \right\|_{U=mi}.$$

Для стаціонарних лінійних систем у встановленому режимі з метою визначення коефіцієнтів моделі ОК доцільно застосовувати метод частотних характеристик. Проілюструємо використання методу частотних характеристик для одновимірної системи, показником якості якої є середній квадрат похибки:

$$\alpha_E = m_E^2 + D_E, \quad (6.15)$$

де m_E — математичне сподівання похибки $E = Y - Y_{\text{порп}}$; D_E — дисперсія похибки.

Показник якості є частинним випадком середнього ризику при виборі квадратичної функції витрат

$$l(Y, Y_{\text{порп}}) = (Y - Y_{\text{порп}})^2.$$

Математичне сподівання та дисперсія похибки визначаються за формулами:

$$m_E = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} \left[\Phi^{(r)}(0, u) m_x^{(r)}(t) = \Phi_T^{(r)}(0) m_s^{(r)}(t) \right]; \quad (6.16)$$

$$D_E = D_y - D_{yT} - 2\theta_{yT}, \quad (6.17)$$

$$D_y = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(i\omega, u)|^2 S_x(\omega) \alpha \omega, \quad (6.18)$$

де $\Phi^{(r)}(0, u)$, $\Phi_{\text{потр}}^{(r)}(0)$ — r -та похідна частотних характеристик реальної та потрібної систем відповідно; $m_x^{(r)}(t)$, $m_s^{(r)}(t)$ — r -та похідна математичного сподівання вхідного та вихідного корисного сигналів; $D_{y \text{ потр}}$ — дисперсія потрібного сигналу; $\theta_{yy \text{ потр}}$ — кореляційний момент вхідних сигналів реальної та потрібної систем; $S_x(\omega)$ — спектральна щільність вхідного сигналу.

Згідно з формулами (6.9) коефіцієнти моделі визначають диференціюванням показника якості (6.15):

$$\nabla \alpha_E = 2m_E \bar{\nabla} m_E + \bar{\nabla} D_E;$$

$$\nabla \nabla' \alpha_E = 2 \nabla m_E (\nabla m_E)' + 2m_E \nabla \nabla m_E + \nabla \nabla D_E.$$

Похідні від математичного сподівання та дисперсії похибки знайдемо диференціюванням формул (6.16), (6.17), (6.18):

$$\nabla m_E = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} \nabla \Phi^{(r)}(0, u) m_x^{(r)}(t);$$

$$\nabla D_E = \nabla D_y - 2 \nabla \theta_{yyT};$$

$$\nabla \nabla m_E = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} \nabla \nabla \Phi^{(r)}(0, u) m_x^{(r)}(t);$$

$$\nabla \nabla D_E = \nabla \nabla D_y - 2 \nabla \nabla \theta_{yyT};$$

$$\nabla D_y = \int_{-\infty}^{\infty} [\nabla \Phi(i\omega) \Phi(-i\omega) + \Phi(i\omega) \nabla \Phi(-i\omega)] S_x(\omega) d\omega;$$

$$\nabla \nabla D_y = \int_{-\infty}^{\infty} [\nabla \nabla \Phi(i\omega) \Phi(i\omega) + \nabla \Phi(i\omega) \nabla \Phi(-i\omega)' +] +$$

$$+ \nabla \Phi(-i\omega) (\nabla \Phi(i\omega)' + \Phi(i\omega)) \nabla \nabla \Phi(-i\omega) S_x(\omega) d\omega.$$

Під час диференціювання вважалося, що потрібний сигнал і, отже, усі пов'язані з ним характеристики не залежать від вектора параметрів системи.

Похідні від частотних характеристик за параметрами можна обчислити безпосередньо, якщо система не дуже складна, частотні характеристики задано в аналітичній формі.

6.5. Моделі для нелінійних систем

Показник якості можна виражати функцією моментів фазових координат системи. Тому частинні похідні від показника якості за параметрами виражають через окремі похідні від моментів.

Нехай система описується нелінійним рівнянням

$$\dot{Y} = \varphi(Y, t, U) + Q(t, U) x(t).$$

Застосуємо статистичну лінеаризацію нелінійної функції φ та складемо рівняння для моментів:

$$\dot{m} = \varphi_0(m, t, U) + Q(t, U) m_x(t); \quad (6.19)$$

$$\dot{\theta} = k(m, \theta, U)\theta + \theta k'(m, \theta, U) + Q(t, U)\Gamma\theta'(t, U), \quad (6.20)$$

де φ_0 — вектор; k — матриця коефіцієнтів статистичної лінеаризації, які залежать від вектора випадкових параметрів системи; Γ — матриця інтенсивності білого шуму $x(t)$.

Для обчислення окремих похідних від моментів за параметрами в точці $U = m$ можна застосувати два способи.

Перший спосіб полягає в безпосередньому диференціюванні (6.19), (6.20) за параметрами, другий передбачає застосування методу скінченних різниць.

Розглянемо перший спосіб. Диференціюючи рівняння (6.19), (6.20) та беручи $V = m$, дістаємо:

$$\frac{d}{dt} \nabla m = \nabla \varphi_0 + \nabla Q m_x(t);$$

$$\frac{d}{dt} \nabla \theta = k \nabla \theta + \nabla \theta k^T + \nabla k \theta + \theta \nabla k^T + \nabla \theta \Gamma Q^T + Q \Gamma \nabla Q^T;$$

$$\frac{d}{dt} \nabla \nabla m = \nabla \nabla \varphi_0 + \nabla \nabla Q m_x(t);$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \nabla \nabla \theta = & k \nabla \nabla \theta + \nabla \nabla k \theta + (\nabla k)^T \nabla \theta + \nabla \theta (\nabla k)^T + \\ & + \nabla \nabla Q \Gamma Q^T + \nabla Q \Gamma (\nabla Q^T)^T + (\nabla Q)^T \Gamma \nabla Q^T + Q \Gamma \nabla \nabla Q. \end{aligned}$$

Недоліком цього способу є громіздкість рівнянь. Рівняння для моментів (6.19), (6.20) мають порядок $N = n + n(n+1)/2$, де n — порядок рівняння (6.19). При диференціюванні за параметрами порядок рівнянь зростає пропорційно до кількості похідних.

Частинні похідні показника якості за параметрами необхідно обчислити для визначення коефіцієнтів моделі ОК за методом статистичних випробувань. У цьому разі похідні обчислюють наближено, а відношення приростів показника якості подається через параметри залежності

$$W = W_0 + B^T V + V^T C V. \quad (6.21)$$

Нехай будь-який i -й параметр набуває деякого приросту $V_i = h_i$, а решту параметрів вважатимемо незмінними номінальними значеннями, тобто $V_k = 0$, $i \neq k$. Тоді з (6.21) випливає:

$$W(m_i + h_i) = W_0 + B_i h_i + C_{ii} h_i^2. \quad (6.22)$$

Надамо тепер цьому самому параметру від'ємного приросту $V_i = -h_i$, а решту параметрів також вважатимемо незмінними номінальними значеннями. У результаті показник якості, що подається залежністю (6.21), набуває вигляду:

$$W(m_i - h_i) = W_0 - B_i h_i + C_{ii} h_i^2. \quad (6.23)$$

Складемо відношення різниці виразів (6.22) і (6.23) до подвоєного відношення приросту i -го параметра.

У результаті дістанемо наближений вираз для коефіцієнтів B_i як похідної від показника якості за i -м параметром:

$$B_i = \left(\frac{\partial W}{\partial U_i} \right)_m = \frac{W(m_i + h_i) - W(m_i - h_i)}{2h_i}.$$

Аналогічними викладками можна показати, що другі та мішані похідні від показника якості за параметрами, тобто елементи матриці C_{ij} за номінальних значень параметрів визначають за формулами:

$$C_{ii} = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial U_i \partial U_i} \right)_m = \frac{1}{h_i^2} [W(m_i + h_i) + W(m_i - h_i) - 2W_0];$$

$$C_{ij} = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial U_i \partial U_j} \right)_m = \frac{1}{2h_i h_j} \left[W(m_i + h_i, m_j + h_j) - W(m_i + h_i, m_j - h_j) - W(m_j + h_j) + W(m_j - h_j) \right]. \quad (6.24)$$

У виразі (6.24) запис двох аргументів означає, що одночасно надаються прирости з відповідними знаками відразу за двома параметрами: i -м та j -м.

Величина W_0 у виразі (6.23) набуває значення показника якості за номінальних значень параметрів.

Процедура вибору значення приросту параметрів h_i є дуже важливою для точності обчислень частинних похідних. За малих прирощень точність обчислень мала через похибки, що пов'язані з дискретністю рахунку, а за великих — точність зменшується через порушення умов застосування методу скінченних різниць для нелінійних функцій.

6.6. Моделі цифрових об'єктів контролю

Побудова ефективних процедур контролю потребує розробки математичної моделі цифрового об'єкта контролю (ЦОК), яка не тільки відбиває властивості конкретної логічної структури, а й стає зручним засобом для розв'язання поставлених завдань.

Математична модель ЦОК має такі основні властивості:

- 1) точність відображення структури ЦОК з урахуванням взаємозв'язку елементів, що його утворюють, і шляхи проходження сигналів;
- 2) достатній ступінь деталізації має бути достатнім для розв'язання задачі контролю ЦОК із заданою глибиною пошуку дефектів;
- 3) здатність зручно подавати та обробляти на ЕОМ та автоматизувати процес побудови процедур контролю.

Ці властивості математичної моделі ЦОК дають змогу при побудові процедури контролю виходити з таких основних принципів, як структурні методи, глибина пошуку дефекту, автоматизація процесу.

У процесі роботи ЦОК помилка, що виникає в деякому його ланцюзі, може чи компенсуватися іншою несправністю, чи рухатися до виходу ЦОК, де її можна буде виявити. Рух помилки до виходу ЦОК відбувається по ланцюгу, який є активізованим (істотним) шляхом. Теоретичними та практичними дослідженнями доведено, що контроль активізованого шляху гарантує відсутність поздовжніх константних несправностей. Використання методів активізації

шляхів при контролі ЦОК дає змогу значно скоротити обсяг обчислень порівняно з автоматичним і класичним підходами на основі таблиці функції несправності. Методи активізації шляхів є конструктивними, що ґрунтуються на дослідженні структури перевірного ЦОК. До побудови математичної моделі ставлять такі вимоги:

- однозначне відображення структури ЦОК;
- можливість виділення активізованих шляхів;
- якомога більша придатність для аналізу.

Крім того, можливостями та складом математичної моделі визначають глибину пошуку дефекту. Математична модель функціонування ЦОК або ідентифікується, або задається щодо вектора вхідних $x(k)$ та вихідних $y(k)$ параметрів, що можна подати залежністю

$$\vartheta(k+1) = \varphi[\vartheta(k), x(k), u], \quad \vartheta(t_k) = \vartheta_k, \quad (6.25)$$

де $u = (u_1, u_2, \dots, u_k)$.

Розв'язування задачі діагностування має забезпечувати задану глибину пошуку несправностей у ЦОК, що складається з $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ функціональних елементів. Опишемо функціонування динамічної системи, використовуючи залежність (6.25) відносно заданого розбиття її на функціональні елементи, тобто відносно вектора F :

$$y(k+1) = y(y(k), x(k), F), \quad y(t_k) = y_k, \quad (6.26)$$

де $y(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k)]$ — вектор вихідних координат, причому вектор координат $\vartheta(k)$ є частиною вектора координат $y(k)$, тобто $\vartheta(k) \subset y(k)$. $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_l(k)]$ — відповідно збільшений вектор вхідних впливів.

Із виразу (6.26) визначимо вектор технічного стану ЦОК:

$$y_i(k) = G_i[f_1, f_2, \dots, f_n, x_1(k), x_2(k), \dots, x_l(k)], \quad i = \overline{1, m}. \quad (6.27)$$

Нехай функції (6.27) визначені за F і їхні частинні похідні неперервні в деякому околі точки

$$M_0[f_1^0, f_2^0, \dots, f_n^0, x_1(k), x_2(k), \dots, x_l(k)],$$

що належить області працездатності ЦОК на деякому відрізку часу $t \in [t_0, t_k]$.

Це припущення щодо контролю ЦОК фізично виправдане, оскільки у протилежному випадку маємо динамічну систему, в якій у принципі неможливо визначити несправний функціональний елемент за вимірними на інтервалі часу $t \in [t_0, t_k]$ вихідними сигналами $y(k)$ за відомих входних впливів $x(k)$. Тоді для функціональної матриці (dG_i/df_j) , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$ справедливе таке твердження:

Якщо в деякій точці M_0 мінор γ -го порядку відмінний від нуля, а мінори γ_t -го порядку дорівнюють нулю, то γ функції у зазначеному мінорі γ_t -го порядку незалежні і систему (6.27) можна однозначно розв'язати відносно f_1, f_2, \dots, f_n у деякому околі N_0 ,

де

$$N_0[y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k), f_1, f_2, \dots, f_n].$$

Доцільно ввести дві градації глибини пошуку дефекту в ЦОК, які мають знайти відображення в математичній моделі:

- 1) до конкретного виходу ЦОК (зокрема й до зовнішнього);
- 2) до елемента ЦОК (до вузла).

Кожна градація є обґрунтованою і має конкретну мету. Так, у ЦОК, що включає в себе елементи високого ступеня інтеграції, немає потреби визначати несправність усередині великої інтегральної схеми, оскільки в разі несправності підлягає заміні весь корпус.

6.7. Графоаналітичні моделі

Недоліки аналітичних моделей можна усунути, якщо скористатися графоаналітичними моделями. Для розв'язання задач контролю та діагностування можуть використовуватись такі моделі: *орієнтовані (напрявлені) графи, дерева подій, матриці станів*.

Динамічну систему можна подати сукупністю елементів або явищ довільної природи, що об'єднані деякою спільністю. Така сукупність являє собою дискретну множину M_L . Елементи (явища), що складають множину M_L , позначимо через $x_i, x_j, (i, j = 1, 2, \dots)$.

Індекс L є показником потужності множини M і визначається як кількість елементів (вузлів).

У реальних динамічних системах кількість елементів $L < \infty$ має цілком певне числове значення. Такі множини називають *скінченними*. Скінченні множини завжди дискретні.

Наявність об'єднувального початку в множині M_L пов'язана із завданням на цій множині відношень між елементами. Одним із можливих способів завдання відношень між елементами множини M_L є впорядкування їх за ступенем підсилення будь-якої спільної властивості. Наприклад, один літр різних рідин можна впорядкувати за ступенем зростання питомої ваги цих рідин.

Множина M_L характеризується відношенням «передніх» («йти слідом за») елементів множини M_L . Наприклад, позначивши відношення між елементами цієї множини як

$$x_i < x_j, \quad x_i x_j \in M_L, \quad i < j,$$

можемо стверджувати, що елемент x_i передує елементу x_j у множині M_L , а елемент x_j слідує за елементом x_i . Це відношення має такі об'єктивні властивості:

- кожний елемент x_i множини M_L випереджує сам себе. Ця властивість має назву *рефлексивності* і

$$\forall x_i \in M_L (x_i < x_j), \quad (6.28)$$

тобто для кожного або для всіх x_i , що належать M_L , має місце передування самому собі. У виразі (6.28) знак « $<$ » означає відношення;

- для всіх елементів x_i, x_j множини M_L , можливе тільки одностороннє передування, тобто якщо елемент x_i передує елементу x_j , то не може бути в множині M_L протилежного передування для x_i та x_j . Цю властивість називають властивістю *антисиметричності*, яку записують так:

$$\forall x_i, x_j \in M_L (x_i < x_j) \Rightarrow (x_j > x_i). \quad (6.29)$$

Антисиметричності (6.29) читаються так: для кожної пари x_i, x_j із множини M_L наявність відношення $x_i < x_j$ виключає існування відношення $x_j < x_i$;

- якщо для елементів x_i, x_j, x_k , що належать множині M_L , мають місце відношення $x_i < x_j$ та $x_j < x_k$, то також справедливе твердження, що $x_i < x_k$.

Отже, наведені властивості відношення передування, заданого на множині M_L , об'єднують елементи множини загальним поняттям «упорядкування».

Якщо відношення порядку на множині M_L установлено не для кожної пари елементів, то таку множину називають *частково впорядкованою*

$$M_L = \{x_1^1, x_2^1, x_3^1\} \cup \{x_1^2, x_1^3, x_3^2\}.$$

Скінченну дискретну впорядковану множину можна подати у вигляді орієнтованого (напрявленого) графу (рис. 6.2).

У частково впорядкованій множині низка властивостей може бути не пов'язана відношенням передування, але множина є однозв'язною з огляду на входження елементів в єдину структуру (рис. 6.3).

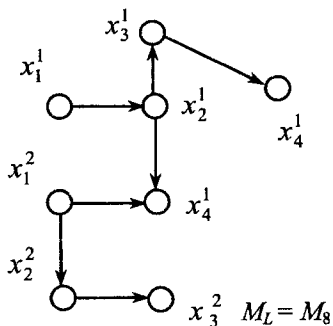


Рис. 6.2. Впорядкована множина у вигляді орієнтованого графу

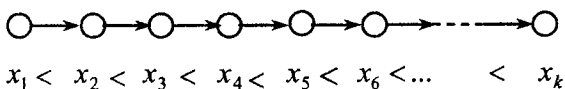


Рис. 6.3. Однозв'язна частково впорядкована множина у вигляді графу

Неоднозв'язну частково впорядковану множину, що розпадається на дві впорядковані множини, подано на рис. 6.4.

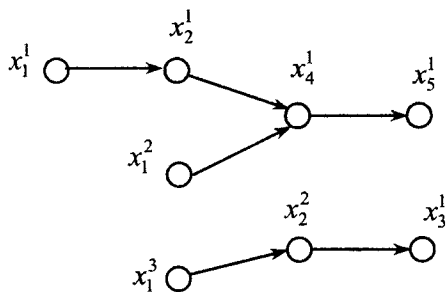


Рис. 6.4. Структура частково впорядкованих множин, які є підмножниками неоднозв'язної множини

Поняття порядку на скінченній дискретній множині дає змогу знаходити й використовувати для розв'язання задач контролю та діагностування деякі загальні кількісні характеристики цієї множини.

Орієнтовані графи будують на основі діаграми проходження сигналу або безпосередньо за функціональною схемою діагностування системи (ДС). Будь-яку функціональну (принципову) схему ДС можна подати логічною структурою формування та проходження сигналів, які містять інформацію про стан ДС. Отже, початковим виглядом діагностичної моделі є структурна схема, вона ж є логічною моделлю. Орієнтований граф можна подати у вигляді

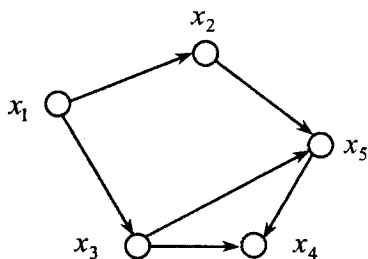


Рис. 6.5. Структура орієнтованого графу

$G = (X, V)$, де X — множина вершин (вузлів) цього графу (мережі); V — множина його дуг (ребер). Наприклад, рис. 6.5 ілюструє, яким чином вузол (вершина) x_i графу відображається в інші його вузли (вершини):

$$\Gamma x_1 = \{x_2, x_3\}, \quad \Gamma x_2 = \{x_5\},$$

$$\Gamma x_3 = \{x_4, x_5\}, \quad \Gamma x_4 = \emptyset, \quad \Gamma x_5 = \{x_4\}.$$

Рівняння $\Gamma x_4 = \emptyset$ вказує на відсутність відображення. Цей орієнтований граф дає змогу наочно відстежити взаємний вплив попередніх виходів на наступні та визначити взаємний вплив параметрів.

Використовуючи зображення функціональних схем ДС у вигляді орієнтованих графів, маємо змогу подавати такі схеми, як і будь-які інші графи, у вигляді матриці, яку називають *матрицею суміжності*.

Матриця суміжності графу G , що складається з n вершин, — це квадратна матриця $A = \{a_{ij}\}$ з n рядками і n стовпцями. Загальний її елемент $a_{ij} = 1$, якщо між вершинами x_i та x_j є зв'язок, і $a_{ij} = 0$, якщо вершини x_i і x_j не з'єднані дугами. Для орієнтованого графу, зображеного на рис. 6.5, матриця суміжності має вигляд:

$$A = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Рядок матриці, що складається тільки з нулів, свідчить про те, що в цю вершину відображаються всі інші. Такий рядок називають *стоком*, а стовпець, що складається тільки з нулів, — *витоком*.

З огляду на структуру матриці суміжності A зазначеного орієнтованого графу (6.5) можна стверджувати:

1. Кожний нульовий стовпець матриці відповідає витоку.
2. Кожний нульовий рядок матриці відповідає стоку.
3. Якщо всі елементи головної діагоналі нульові, то мережа не містить петель, і навпаки, ненульовий елемент головної діагоналі відповідає петлі.

4. Матриця суміжності орієнтованого графу не є симетричною.

Сформульовані твердження справедливі й тоді, коли замість величин x_{ij} , які набувають значення 0 або 1, беруться довільні величини c_{ij} . Дерево подій є різновидом діаграм розгалуженої структури.

Розглядаючи деякі задачі діагностичного аналізу, використовують особливі види графу—дерева подій, у якому немає циклів і контурів, причому в його вершину — витік I_1 (корінь) не заходить жодна дуга, а в кожную іншу вершину входить тільки одна дуга.

Вершини графу, в які дуги не заходять, називають *висячими*. Дерево подій є своєрідною формою опису логічних можливостей схем у вигляді такого графу, який використовують для складання різних діагностичних програм. Структура дерева подій містить одну розміщену вгорі небажану подію (U_i), $i = \overline{1, n}$, яка збігається з набором відповідних подій-передумов: збоїв, помилок, несприятливих зовнішніх подій, відмов, що складаються з відповідних ланцюгів, або «гілок». «Листками» на гілках дерева подій є передумови-ініціатори причинних ланцюгів: постульовані вихідні події. Наприклад, позначимо наявність відмови динамічної системи через L . Вона виникає внаслідок одночасного виконання трьох можливих умов: H — відмову якогось складового елемента ДС; I — раптового впливу зовнішньої деградуючої дії (порив вітру, сплески струму, напруги зовнішнього живлення і т. ін.); K — неправильних дій персоналу (рис. 6.6).

У свою чергу, кожна передумова H, I, K буде наслідком деяких інших подій передумов:

$$H = \begin{cases} A - \text{пошкодження;} \\ B - \text{помилка;} \\ C - \text{відмова;} \end{cases}$$

$$I = \begin{cases} D - \text{порив вітру;} \\ E - \text{сплеск напруги зовнішнього живлення;} \end{cases}$$

$$K = \begin{cases} F - \text{помилка оператора;} \\ G - \text{несвоєчасне ввімкнення відповідного режиму.} \end{cases}$$

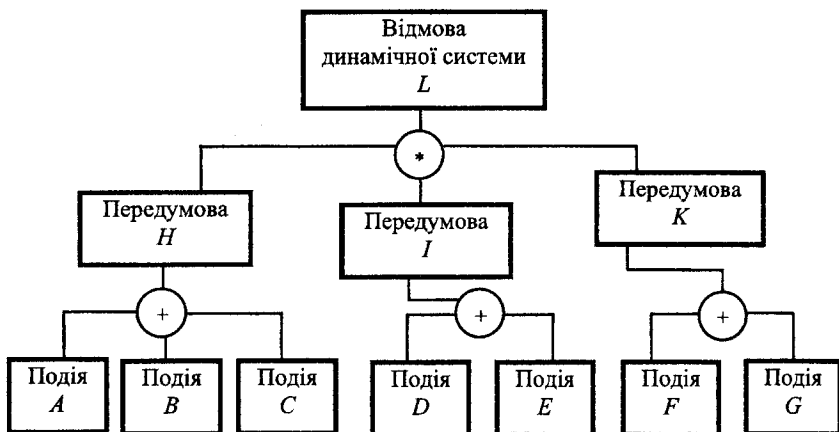


Рис. 6.6. Дерево раптової відмови динамічної системи

Кортеж у математичному записі дерева подій (рис. 6.6) має вигляд:

$$\langle U, V, \Omega, D, A, B, P \rangle,$$

де $U = \{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$ — множина вершин дерева подій;
 $V = \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_j, \dots, \vartheta_n\}$ — множина змінних, що їм відповідає;
 $\Omega_j = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ — набір значень, що їх набуває j -та змінна;
 $D_{ij} = \{d_1, d_2, \dots\}$ — множина дуг (ребер), що сполучають вершини (вузли) i та j ; A_j — вектор дуг — предесорів, що виходять із вузлів, які передують вузлу j і входять у нього; B_j — вектор дуг-саксерів, що виходять з вузла j та зв'язують його з наступними вузлами дерева $j+1, \dots$; P_{ij} — вектор мір можливостей чи ймовірностей переходів між вузлами i та j .

Аналітичне подання умов виникнення негативної ситуації (рис. 6.6):

$$L = (A + B + C)(D + E)(F + G).$$

Ще одним видом графоаналітичних моделей є матриця станів, відома за назвами *матриця-таблиця станів*, *таблиця несправностей* та ін.

Матрицю станів будують на базі функціонально-діагностичної моделі (ФДМ).

Номеру стовпця відповідає номер виду технічного стану ДС, номер рядка — елементарній перевірці параметра u_j на виході блока (вузла) j .

Складаючи матрицю (таблицю) логічним способом, оцінюють результати перевірки u_i для стану j .

Якщо результат перевірки позитивний, то як елемент таблиці (i, j) записують одиницю, у протилежному випадку — нуль.

Прикладом складання матриці (таблиці) стану ДС є таблиця для типової схеми тракту синхронізації радіолокаційної системи, що його запропонував П. С. Давидов (рис. 6.7, а, б, в).

Зіставивши схему та функціонально динамічну модель (ФДМ), бачимо, що елементи мають по одному виходу, а тракти зворотного зв'язку розімкнені, якщо вони охоплюють множину блоків (вузлів).

Матрицю станів (табл. 6.1) складено за таким принципом: D_0 — рядок, що відповідає працездатному стану; D_1 — рядок, що відповідає стану, в якому відмовив блок 1 ФДМ; D_2 — стан, в якому відмовив блок 2 ФДМ і т. д. Стовпці u_1, u_2, \dots, u_n відповідають перевіркам стану на виході блока 1, 2, ..., n .

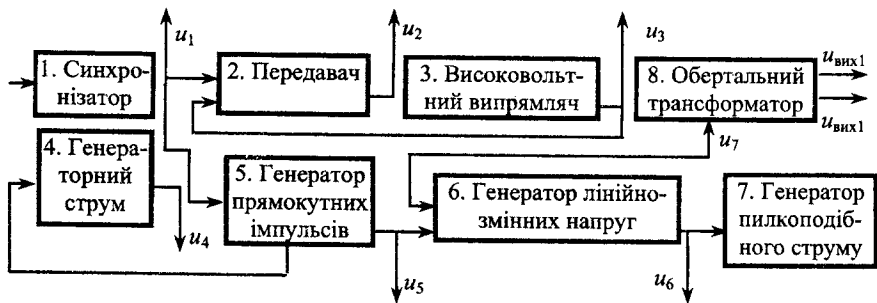
Елемент матриці вигляду A відповідає результату перевірки на виході j -го блока ФДМ, якщо схема перебуває в i -му стані.

Матрицю станів складено за припущення, що у структурі (схемі) за одноразового її ввімкнення може статися одночасно одна відмова.

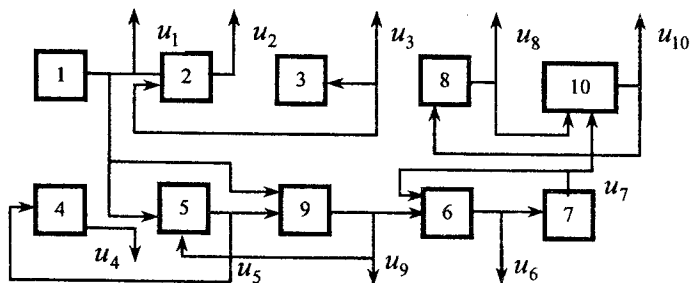
Однак ця умова не є обов'язковою.

Для наочності графоаналітичного зображення рядки і стовпці матриці (табл. 6.1) за потреби можна міняти місцями.

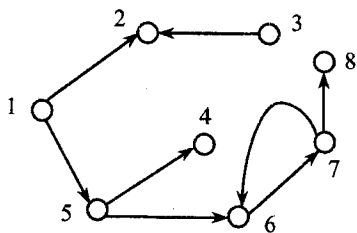
Для розв'язання багатьох задач контролю та діагностичного аналізу часто використовують графоаналітичні методи й моделі.



а



б



в

Рис. 6.7. Структурна схема РЛС та її моделі

Стан динамічної системи в разі відмови блока 1, ..., 10

| Перевірка параметра і на виході блока i | Стан динамічної системи | | | | | | | | | |
|---|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| | Відмова блока | | | | | | | | | |
| | D_1 | D_2 | D_3 | D_4 | D_5 | D_6 | D_7 | D_8 | D_9 | D_{10} |
| u_1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| u_5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| u_6 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| u_7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| u_8 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| u_9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| u_{10} | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

6.8. Моделі процесів зміни станів динамічної системи

Протягом життєвого циклу ДС постійно переходять з одного стану в інший: справний, діагностування справного стану; працездатний стан, діагностування працездатного стану; несправний стан, діагностування відмови і т. ін.

Отже, ДС як об'єкту контролю і діагностування притаманний перехід з одного стану в інший.

Перехід з одного стану в інший є випадковим процесом. Найбільше наближеною до реальності моделлю такого процесу, що дає змогу, крім того, пов'язати ймовірнісні характеристики переходів із параметрами ДС як об'єктів діагностування, є *марковський процес*.

Марковський процес, що відбувається в ДС, має такі властивості: для будь-якого моменту часу $t = t_0$ імовірність будь-якого стану системи $P(D_i)$ залежить тільки від її теперішнього стану і не залежить від того, коли і яким чином ДС опинилася в цьому стані, тобто майбутній стан системи не залежить від її передісторії.

Оскільки будь-яка (навіть велика) система має скінченну кількість станів, то для моделювання марковських процесів обмежимося набором дискретних станів $D_0, D_1, D_2, \dots, D_n$, які зручно подати у вигляді графу станів (рис. 6.8), де дуги — це можливі переходи.

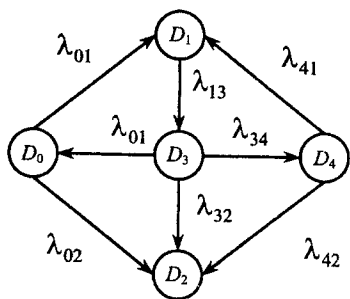


Рис. 6.8. Орієнтований граф станів марковського процесу

Марковський процес з дискретними станами і дискретним часом зазвичай називають *марковським ланцюгом*. Якщо час у такому процесі неперервний, то такий процес називають *неперервним ланцюгом Маркова*. Характеристиками ймовірності переходу динамічної системи зі стану D_i у стан D_j є густина ймовірності переходу λ_{ij} , при цьому може бути $\lambda_{ij} = \text{const}$ — однорідний процес переходу або $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t) = \text{var}$.

Для зручності під час моделювання випадкових процесів зміни станів ДС припускають, що перехід з одного стану в інший відбувається під дією потоків подій. Тоді густина ймовірностей переходів набуває сенсу інтенсивності λ_{ij} , причому процес моделювання буде марковським, якщо ці потоки подій пуассонівські, тобто однорідні, без післядії і з постійною ефективністю. Поток імовірності переходу зі стану D_i у стан D_j називають величиною $\lambda_{ij}P_i(t)$.

Граф станів (рис. 6.8) у розрахунках відомий як *орієнтований граф станів ДС* (блока). Орієнтований граф станів марковського процесу має скінченну множину станів з імовірностями P_1, P_2, \dots, P_n , $n = 5$.

Для будь-якого часу t для несумісних подій

$$\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1.$$

Із теорії марковських процесів відомо, що для знаходження ймовірностей $P_i(t)$ необхідно розв'язати систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}P_j - P_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}. \quad (6.30)$$

Систему рівнянь (6.30) зручно складати, якщо скористатись орієнтованим графом і таким правилом: похідна ймовірності кожного стану дорівнює сумі всіх потоків імовірності, що виходять з інших станів у той, що розглядається, мінус суму всіх потоків імовірності, що виходять із заданого стану в інші стани.

Така система диференціальних рівнянь називається системою рівнянь Колмогорова—Чепмена. Якщо для стислості запису опустити аргумент t , то для системи, що відповідає наведеному орієнтованому графу, система рівнянь Колмогорова—Чепмена набуває вигляду:

$$\begin{aligned} dP_0/dt &= \lambda_{30}P_3 - (\lambda_{01} + \lambda_{02})P_0; \\ dP_1/dt &= \lambda_{01}P_0 + \lambda_{41}P_4 - \lambda_{13}P_1; \\ dP_2/dt &= \lambda_{02}P_0 + \lambda_{32}P_3 + \lambda_{42}P_4; \\ dP_3/dt &= \lambda_{13}P_1 - (\lambda_{30} + \lambda_{32} + \lambda_{34})P_3; \\ dP_4/dt &= \lambda_{34}P_3 - (\lambda_{41} + \lambda_{42})P_4. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Для розв'язання системи рівнянь (6.31) необхідно задати початкові умови вигляду

$$P_0(0), P_1(0), P_2(0), P_3(0), P_4(0); \sum_{i=0}^5 P_i(0) = 1.$$

Розв'язати систему рівнянь Колмогорова—Чепмена можна одним із методів розв'язування диференціальних рівнянь, наприклад із використанням перетворень Лапласа.

Оскільки розв'язування системи рівнянь типу (6.31) викликає великі труднощі, далі будемо розглядати ДС довгострокового використання і процеси, що відбуваються в них, то для спрощення знайдених моделей можна розглянути поведінку моделі при $t \rightarrow \infty$. У цьому разі для найпростіших потоків подій, тобто стаціонарних, пуассонівських з $\lambda_{ij} = \text{const}$, існують фінальні ймовірності

$P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$, значення яких не залежать від того, в якому стані перебувала система в початковий момент. За таких припущень можна вважати, що в моделі встановлюється стаціонарний режим. У стаціонарному режимі модельована система також переходить з одного стану в інший, але ймовірності станів залишаються постійними.

Для обчислення граничних імовірностей станів достатньо в системі рівнянь Колмогорова–Чепмена типу (6.31) припустити, що $P_i(t) = 0$. Тоді така система рівнянь перетворюється в систему лінійних алгебричних рівнянь.

Систему таких алгебричних рівнянь можна скласти безпосередньо за орієнтованим графом станів на основі такого мнемонічного правила: для кожного стану сумарний вихідний потік імовірностей дорівнює сумарному вхідному. Застосувавши це правило до системи (6.31), дістаємо систему лінійних рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned}
 P_0(\lambda_{01} + \lambda_{02}) &= \lambda_{30}P_3; \\
 P_1\lambda_{13} &= \lambda_{01}P_0\lambda_{41}P_4; \\
 \lambda_{02}P_0 + \lambda_{32}P_3 + \lambda_{42}P_4 &= 0; \\
 P_3(\lambda_{30} + \lambda_{32} + \lambda_{34}) &= \lambda_{13}P_1; \\
 P_4(\lambda_{41} + \lambda_{42}) &= \lambda_{34}P_3; \\
 P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= 1.
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

Оскільки система (6.32) складається із шести рівнянь для п'яти станів, будь-яке із перших п'яти рівнянь системи потрібно виключити. Аналіз системи рівнянь (6.32) показує, що в такій моделі станів система за певних умов може перейти в катастрофічний стан.

У розглядуваному прикладі це стан D_2 . Із цього стану система не виводиться, вона підлягає утилізації або капітальному ремонту.

Марковський ланцюг можна подати у матричній формі:

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix},$$

де P_{ij} — імовірності переходу зі стану D_i у стан D_j .

Реалізація такого процесу описується траєкторією зміни станів динамічної системи, тобто її переходу у стани D_0, D_1, \dots, D_n випадковим чином (рис. 6.9).

Аналіз траєкторії зміни станів ДС за марковського випадкового процесу показує, що ДС може перебувати в чотирьох можливих станах на відрізьку

$$[t_0, t_9] \in t, D_1, D_2, D_3, D_4,$$

а перехід зі стану у стан може відбуватися за схемою однорідного марковського ланцюга.

Матриця P імовірностей переходів для такого випадку має вигляд:

$$P = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{vmatrix}. \quad (6.33)$$

З аналізу матриці P випливає, що коли система D перебувала у стані D_1 , то після одного кроку вона з імовірністю P_{11} залишиться у тому самому стані, з імовірністю P_{12} перейде у стан D_2 , з імовірністю P_{13} — у стан D_3 та з імовірністю P_{14} — у стан D_4 . Якщо система D на початку контролю була у стані D_2 , то після одного кроку вона може з імовірністю P_{21} перейти у стан D_1 (дивись другий рядок формули (6.33)), може залишитися у стані D_2 з імовірністю P_{22} , перейти у стан D_3 з імовірністю P_{23} або перейти у стан D_4 з імовірністю P_{24} і т. д. Розмічений граф станів для цього прикладу показано на рис. 6.10.

Зазвичай імовірності P_{ij} того, що ДС після деякого кроку k_i залишиться у тому самому стані, на орієнтованому графі станів не проставляються. Кожна з таких імовірностей розміщується на го-

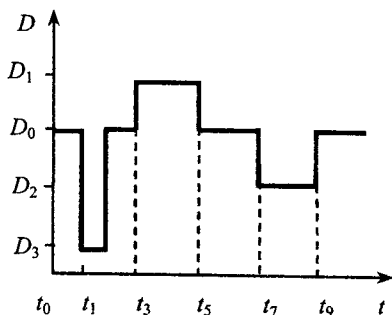


Рис. 6.9. Траєкторії зміни станів динамічної системи у марковській моделі

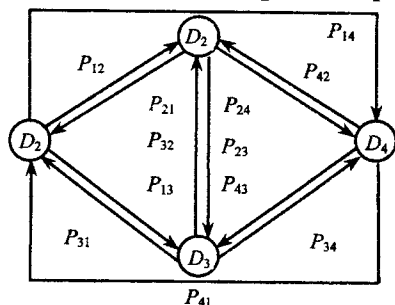


Рис. 6.10. Розмічений граф станів динамічної системи

ловній діагоналі матриці P (6.33) і доповнює до одиниці суму всіх перехідних ймовірностей P_{ij} , розміщених у i -му рядку зазначеної матриці P_i , що відповідають показаним стрілкам на графі станів (рис. 6.10), які виходять з i -го стану (вершини). На цій підставі ймовірності P_{ii} можна легко визначити, якщо від одиниці відняти суму всіх ймовірностей, розміщених в i -му рядку. Для наведеного прикладу ймовірності P_{ii} обчислюють так:

$$P_{11} = 1 - (P_{12} + P_{13} + P_{14});$$

$$P_{22} = 1 - (P_{21} + P_{23} + P_{24});$$

$$P_{33} = 1 - (P_{31} + P_{32} + P_{34});$$

$$P_{44} = 1 - (P_{41} + P_{42} + P_{43}).$$

Знання числових значень елементів матриці перехідних ймовірностей та початкового стану ДС дає змогу обчислити ймовірності станів системи після будь-якого кроку:

$$P_1(k), P_2(k), \dots, P_n(k).$$

Приклад. Автоматизоване робоче місце (АРМ) диспетчера у процесі його використання може перебувати в одному з трьох станів: D_1 — АРМ справне і функціонує в повному обсязі своїх можливостей; D_2 — АРМ функціонує не в повному обсязі своїх можливостей; D_3 — АРМ повністю вийшло з ладу (зіпсоване). Автоматизоване робоче місце живиться від зовнішнього джерела. Наприклад, живлення в моменти часу t_1, t_2, t_3 зазнає різких сплесків, що суттєво перевищують номінальні значення. Під їхнім впливом система (АРМ) може зазнавати змін свого стану.

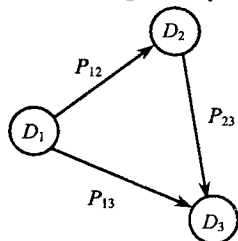


Рис. 6.11. Розмічений граф станів АРМ

Надійність АРМ будемо вважати високою настільки, що в процесі роботи воно функціонує безвідмовно. Розмічений граф станів АРМ показано на рис. 6.11. У початковий момент часу t_0 АРМ перебуває у стані A_1 . Ймовірності переходу зі стану у стан такі:

Надійність АРМ будемо вважати високою настільки, що в процесі роботи воно функціонує безвідмовно. Розмічений граф станів АРМ показано на рис. 6.11. У початковий момент часу t_0 АРМ перебуває у стані A_1 . Ймовірності переходу зі стану у стан такі:

$$P_{12} = 0,4; P_{13} = 0,2; P_{23} = 0,5.$$

Визначити ймовірності станів АРМ після кожного сплеску напруги живлення, тобто у моменти часу t_1, t_2, t_3 , та оцінити здатність АРМ до збереження його живучості.

Розв'язання. Узявши за основу розмічений граф станів АРМ, визначимо елементи матриці P перехідних ймовірностей:

$$P_{12} = 0,4; P_{13} = 0,2; P_{11} = 1 - (0,4 + 0,2) = 0,4;$$

$$P_{21} = 0,0; P_{23} = 0,5; P_{22} = 1 - (0,0 + 0,5) = 0,5;$$

$$P_{31} = 0,0; P_{32} = 0,0; P_{33} = 1 - (0,0 + 0,0) = 1.$$

Складемо матрицю ймовірностей станів АРМ для такого прикладу:

$$P = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,0 & 0,0 & 1,0 \end{vmatrix}.$$

У момент часу $T = t_0$ АРМ згідно з умовами прикладу перебуває у стані D_1 , тому ймовірності $P_i(0)$ такі:

$$P_1(0) = 1,0; P_2(0) = 0,0; P_3(0) = 0,0.$$

Ймовірності станів АРМ після першого сплеску напруги живлення в момент часу t_1 (першого кроку) беремо з першого рядка матриці P :

$$P_1(t_1) = 0,4; P_2(t_1) = 0,4; P_3(t_1) = 0,2.$$

Ймовірність станів АРМ після другого сплеску живлення у момент часу t_2 (другого кроку) обчислюємо за рекурентною формулою:

$$P_j(k) = \sum_{i=1}^n P_i(k-1)P_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (6.34)$$

Для моменту часу $t_2, k = 2$ залежність (6.34) набуває вигляду:

$$P_j(2) = \sum_{i=1}^n P_i(1)P_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Отже, маємо:

$$\begin{aligned} P_1(2) &= P_1(1)P_{11} + P_2(1)P_{21} + P_3(1)P_{31} = \\ &= 0,4 \cdot 0,4 + 0,0 + 0,0 = 0,16; \end{aligned}$$

$$P_2(2) = P_1(1)P_{12} + P_2(1)P_{22} + P_3(1)P_{32} =$$

$$= 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,5 + 0,0 = 0,36;$$

$$P_3(2) = P_1(1)P_{13} + P_2(1)P_{23} + P_3(1)P_{33} =$$

$$= 0,4 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 1,0 = 0,48.$$

Імовірності станів АРМ після третього сплеску його живлення в момент часу $T = t_3$ (третього кроку) обчислюється також за рекурентною формулою (6.34) при $k = 3$:

$$P_j(3) = \sum_{i=1}^n P_i(2)P_{ij}, j = 1, 2, \dots, n.$$

Тобто:

$$P_1(3) = P_1(2)P_{11} + P_2(2)P_{21} + P_3(2)P_{31} =$$

$$= 0,16 \cdot 0,4 + 0,0 + 0,0 = 0,064;$$

$$P_2(3) = P_1(2)P_{12} + P_2(2)P_{22} + P_3(2)P_{32} =$$

$$= 0,16 \cdot 0,4 + 0,36 \cdot 0,5 + 0,0 = 0,244;$$

$$P_3(3) = P_1(2)P_{13} + P_2(2)P_{23} + P_3(2)P_{33} =$$

$$= 0,16 \cdot 0,2 + 0,36 \cdot 0,5 + 0,48 \cdot 1,0 = 0,692.$$

Отже, після трьох сплесків напруги зовнішнього живлення АРМ імовірності його можливих станів мають такі значення:

— АРМ справне і функціонує в повному обсязі з імовірністю $P_1(3) = 0,064$;

— АРМ функціонує не в повному обсязі його можливостей з імовірністю $P_2(3) = 0,244$;

— АРМ повністю зіпсоване з імовірністю $P_3(3) = 0,692$.

Практичний висновок: живучість АРМ щодо опору раптовим багаторазовим сплескам напруги живлення недостатня. Здобуті результати справедливі для однорідного ланцюга Маркова.

У разі обриву в будь-якому елементі схеми ОК виникають такі явища: усі напруги споживання та параметри сигналів на входах цього елемента нормальні, а параметри сигналів на виході (або вихідні напруги) вийшли за межі поля допуску аж до повного їх зникнення. Таке явище змінює дії системи, схема якої містить цей елемент.

Якщо в одному з елементів пристрою стався обрив, на всі його елементи перестають надходити нормальні сигнали (або вхідні напруги). Сигнали на виходах ДС, що зв'язані з елементом, який відмовив, спотворюються або набувають нульового значення (зникають). У разі виникнення в ОК обривів задача пошуку розв'язуються тоді, якщо знайдено елемент, на виходах якого сигнали та напруги споживання є, а на його виході сигналу немає (або він дуже спотворений чи змінений).

Щоб описати ОК з урахуванням можливих відмов та пошкоджень, вводять випадковий невідомий вектор параметрів $v(t)$, який характеризує стан структури або параметрів системи на момент часу $t \in [t_0, t]$.

Тоді рівняння стану та спостережень системи, що залежать від змін у випадкові моменти часу цього вектора, у загальному випадку мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= G[x(t), v(t), U(t), F]; \\ Y(t) &= H[x(t), v(t), F], v(t) \in \Omega, \end{aligned} \quad (6.35)$$

де G, H — векторні функції зазначених аргументів; Ω — простір можливих значень вектора параметрів $v(t)$.

Оскільки кількість елементів, що утворюють ОК, скінченна, то й простір можливих значень вектора $v(t)$ теж скінченний. Прону-меруємо всі значення $v(t)$ ($v_i(t), i=1, F$) і розглядатимемо індекс i як номер структури, у якій перебуває система в момент часу $t \in [t_0, t]$. Конкретизуємо статистичні характеристики випадкового вектора $v(t)$ і на цій основі визначимо більш точно математичні моделі ОК з урахуванням відмов його елементів. Для цього проаналізуємо можливі несправності в елементах схеми ОК. Вони можуть проявлятися в таких трьох видах: обриві, короткому замиканні, виході параметрів за межі ознак. Стан системи в цілому залежить не тільки від характеру порушення, але й від місця в схемі елемента, який відмовив.

Так, дефект одного й того самого елемента, залежно від того перебуває він у ланцюгу (рис. 6.12) чи ні, призведе або до зміни параметрів вихідного сигналу, або до його повного зникнення.

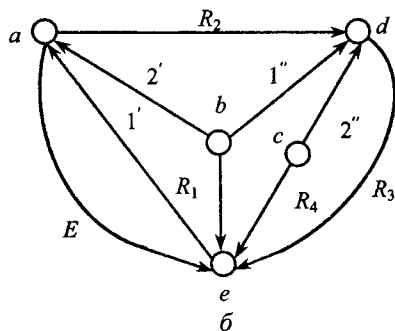
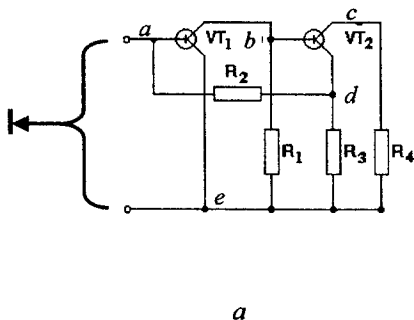


Рис. 6.12. Частина (вузол) схеми об'єкта контролю:
 а — принципова схема вузла; б — орієнтовний граф схеми

Таким чином, вектор змінних нестабільних параметрів $v(t)$ набуватиме різних значень. У випадку, коли відмова призводить до зникнення сигналу (вихід з ладу транзисторів, мікросхем, обрив перехідних ланцюгів $v(t)$), скалярна величина ($v(t) = \chi(t)$), яка набирає двох значень: 0 або 1. Якщо всі елементи такої схеми функціонують справно, то $\chi(t)$ — одинична матриця E , ранг якої визначається кількістю вузлових точок S ланцюга, який досліджується. Якщо ж хоча б один елемент ланцюга відмовив, то одинична матриця змінює ранг, що відповідає обриву ланцюга (зникненню сигналу), тобто

$$\chi(t) = \begin{cases} E, \text{rang } \chi(t) = S, S = 1, m; \\ E, \text{rang } \chi(t) < S. \end{cases}$$

У цьому випадку перетворена система (6.35) має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= AX(t) + BU(t); \\ Y(t) &= A_1X(t). \end{aligned}$$

Вплив раптового виникнення обриву i -го ланцюга можна проаналізувати двома способами: за орієнтовним графом (рис. 6.12) та його матрицею суміжності; за матрицею провідності (табл. 6.2). При аналізі впливів обриву за матрицею суміжності (графом) схеми на перетині рядка та j -го стовпця, де виник обрив, ставиться нуль, тобто матриця суміжності змінюється, змінюється і ранг цієї матриці. Твердження наочно ілюструє орієнтований граф, показаний на рис. 6.12, б, що складений за принциповою схемою вузла, зображеного на рис. 6.12, а.

Матриця провідності вузла схеми об'єкта контролю

| a | b | c | d |
|-----------------|---------------------------|--------------------------|---|
| $Y_2 + g'_{11}$ | g'_{12} | 0 | $-Y_2$ |
| g'_{21} | $Y_1 + g'_{22} + g'_{11}$ | g'_{12} | $-(g''_{11} + g''_{12})$ |
| 0 | g''_{21} | $Y_4 + g''_{22}$ | $-(g''_{21} + g''_{22})$ |
| $-Y_2$ | $-(g''_1 + g''_2)$ | $-(g''_{12} + g''_{22})$ | $Y_2 + Y_3 + g''_{11} + g''_{12} + g''_{21} + g''_{22}$ |

Примітка. У табл. 6.2 використано такі позначення: $Y_i = YR_i$ — провідність i -го ланцюга; g_{ij} — параметр транзистора мікросхеми.

Більш детальний аналіз цього випадку можна виконати за матрицею провідності (табл. 6.2), складеною для такої самої схеми вузла. Нехай обрив виник у ланцюгу резистора R_2 . Тоді провідність цього ланцюга дорівнює нулю, тобто $Y_2 = 0$. Із матриці провідності видно, що на головній її діагоналі матриці (табл. 6.2, чарунки aa та dd) зникає провідність ($Y_2 = 0$), а поява нулів у ad та da свідчить про втрату зворотного зв'язку між першим і другим каскадами схеми. Такий обрив у схемі не призводить до втрати функціонування вузла, але вихідний його сигнал зазнає зміни характеристик.

В інших випадках відмов елементів схеми ОК сигнал не зникає. Вектор $\mathfrak{Q}(t)$ при цьому характеризує конкретний структурний стан схеми і набуває значення $\mathfrak{Q}(t) = \mathfrak{Q}_i(t)$, $i = \overline{1, F}$. Компоненти вектора $\mathfrak{Q}(t)$ можуть бути як детермінованими, так і випадковими функціями часу.

Дія перевантажень. Дію перевантажень розглянемо на прикладі змін у схемі в разі появи в ній замикань. В електронних пристроях зазвичай застосовують паралельну схему живлення елементів. Коло подання живлення починають розгалужуватися на виходах внутрішніх джерел живлення, причому до кожного елемента підводиться одна гілка кола з кожного виду живлення. Якщо у системі з'являються обриви, то захисні пристрої у колах живлення не спрацьовують. У разі перевантажень чи короткого замикання у колах елементів або в колах подання живлення спрацьовує найближчий до

місця замикання захисний пристрій. Він вимикає від джерела живлення те коло, яке має перевантаження.

Процес дії перевантаження або замикання на пристрій захисту дуже простий. У випадку короткого замикання в елементі, який отримує живлення, різко зменшується опір кола. При цьому шунтуються кола живлення і завдяки цьому струм у них зростає. Відбувається спрацювання близького до перевантаження пристрою захисту.

Отже, у разі відмов через перевантаження взаємодія елементів інша, ніж у разі обривів.

Розглянемо простий приклад, який пояснює логічну та фізичну дії перевантажень та замикань на пристрій захисту, а також на вихідні сигнали електронного пристрою.

Схему звичайного радіоприймача показано на рис. 6.13.

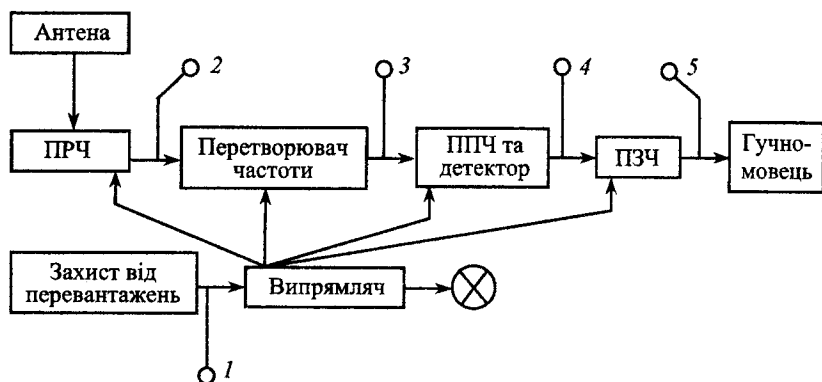


Рис. 6.13. Блок-схема радіоприймача:

- 1 — контроль напруги на виході випрямляча; 2—5 — точки перевірки сигналів на виходах блоків за допомогою вбудованого приладу;
ПРЧ — підсилювач радіочастоти; ППЧ — підсилювач проміжної частоти;
ПЗЧ — підсилювач звукової частоти

Варто звернути увагу на те, що всі елементи — перетворювачі сигналів — живляться роздільно і між собою за напругою живлення не пов'язані. З огляду на це перетворимо схему рис. 6.13 до вигляду, зображеного на рис. 6.14.

На цій схемі показано випадок виникнення короткого замикання у блоці ПРЧ. При цьому значно збільшується провідність у колах ПРЧ, тобто різко зменшується опір.

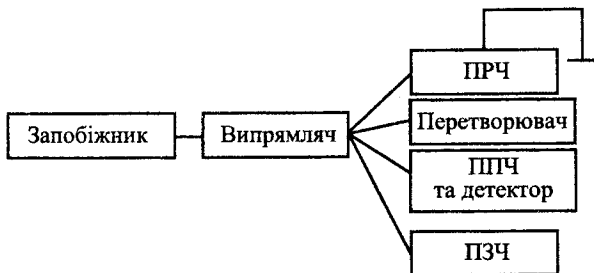


Рис. 6.14. Схема виникнення короткого замикання в підсилювачі радіочастоти

Поряд з короткими замиканнями у колах, які перебувають під напругою, можуть виникати перевантаження у вигляді значного зниження опору елементів схеми, але не повне замикання.

У разі таких перевантажень струм зростає на всіх ділянках схеми — від місця, де сталося перевантаження, до запобіжника. Можливі два випадки дії перевантаження.

1. Значення струму збільшується настільки, що спричиняє поступове нагрівання та розрив кола запобіжника.

Однак запобіжник може спрацювати не відразу. Цей час залежить від сили струму, тобто від ступеня зниження опору в ділянці, що відмовила.

Такі явища характерні для часткових міжвиткових замикань у трансформаторах блоків живлення.

2. Струм не досягає значень, за яких запобіжник спрацює. Це здійснюється за малих змін опору в колах живлення та в елементах, які одержують живлення. При цьому не відбувається помітного впливу на вихідні сигнали системи.

Коли перевантаження призводить до зміни напруги та струмів і це виявляється через погіршення характеристик вихідних сигналів системи, то це явище слід віднести до спотворених сигналів, тобто до обривів.

Якщо в електронному пристрої виникають обриви та перевантаження, то схеми взаємодії елементів у такому випадку мають бути об'єднані в одну (рис. 6.15).

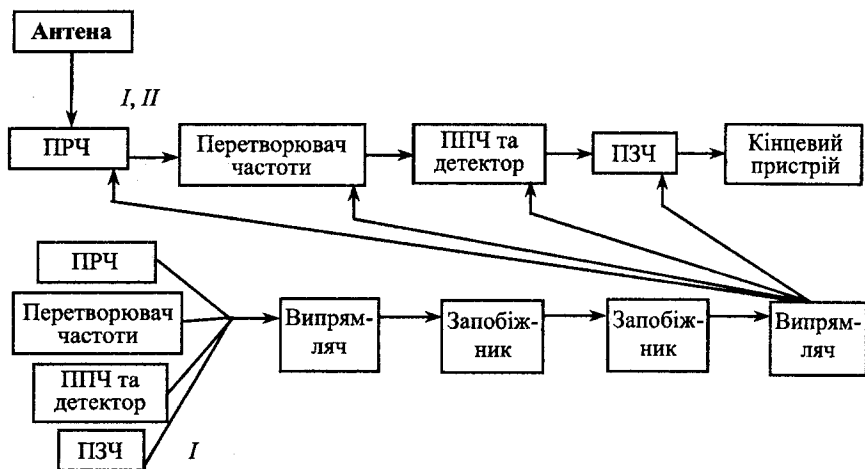


Рис. 6.15. Схема виникнення обривів і перевантажень у радіоприймачі:
 контур *I* — повернена схема взаємодії елементів приймача за перевантаженнями (за струмом);
 контур *II* — схема взаємодії елементів приймача за обривами

6.9. Інформаційні моделі контролю і діагностування

Технічний стан ОК характеризується сукупністю відповідних ознак, що, у свою чергу, залежать від кількісних і якісних характеристик первинних елементів складових систем. Функціональні елементи ОК взаємозв'язані і взаємозалежні, що й визначає внутрішні властивості виробів. Загальна кількість станів будь-якої системи визначається кількістю станів первинних функціональних елементів, а також кількістю зв'язків.

Отже, будь-який складний елемент ДС можна подати полем станів $D(t)$, матрицею станів системи $\|D_{ij}\|$, а також сукупністю вихідних сигналів $U(t)$, здебільшого електронних, що характеризують стан системи. Поле сигналів є векторним, і в ньому закладена інформація про технічний стан ОК, тоді інформаційне поле — це $I(D)$. Інформаційне поле станів існує об'єктивно, незалежно від того, діагностується об'єкт, чи ні. Також об'єктивно воно відображається у сукупності вихідних сигналів, що подаються сигнальним

інформаційним полем $I(U)$, яке відображає поле $I(D)$, але в загальному випадку — не повністю. Сигнальну інформацію приймають, обробляють, оцінюють і на її основі приймають рішення $D^*(t)$ про технічний стан ОК та формується поле уявлень про технічний стан системи (комплексу), на підставі якого здійснюється виділення керувальної інформації і цілеспрямоване керування станом $D(t)$ та матрицею $\|D\|$.

Система, що діагностується, переходить зі стану $D(t)$ у новий стан $D(t+T)$. Далі процес контролю чи діагностування і керування станом триває. Цей процес може реалізовуватись на основі безперервного або періодичного контролю. Алгоритм такого процесу описується інформаційним ланцюгом

$$D_0 \rightarrow I(D_0) \rightarrow I(U_0) \rightarrow I^*(U_0) \rightarrow I(D_0^*) \rightarrow I_k(D_0^*) \rightarrow D_1. \quad (6.36)$$

Із виразу (6.36) можна зробити висновок, що структура ланцюга складається з джерела, приймача та інформаційних перетворювачів.

Можливості інформаційних описів дозволяють побудувати особливий клас моделей діагностування — інформаційних моделей. Апаратом теорії інформації можуть бути описані об'єкти діагностування як процес усунення невизначеності під час визначення працездатного стану системи або пошуку місця відмови.

Основною перевагою інформаційних моделей діагностування є поєднання математичного апарату, що описує різноманітні об'єкти і процесів, в яких проявляється їхня інформаційна сутність. З інформаційного погляду об'єкт діагностування — це датчик діагностичного параметра, який характеризується середньоквадратичним значенням σ_x^2 . Вимірювач системи технічного діагностування також характеризується середньоквадратичною похибкою σ_n^2 і смугою пропускання W . Обсяг інформації, отриманої під час діагностування, визначають відомою залежністю:

$$I = WT \log_2 (\sigma_x^2 / \sigma_n^2). \quad (6.37)$$

Оскільки в реальному процесі $\sigma_x^2 \gg \sigma_n^2$, то вираз (6.37) можна спростити:

$$I = 2WT \log_2 \sigma_x / \sigma_n.$$

Використання системи технічного діагностування обмежено в часі через можливість виникнення в ній відмови, тому середній час її безвідмовної роботи протягом часу T визначають так:

$$T_1 = T_0(1 - P),$$

де $T_0 = 1/\lambda$ — середнє напрацювання на відмову; λ — параметр потоку відмов; $p = \exp[-\lambda t]$ — імовірність безвідмовної роботи.

Скорочення часу роботи системи діагностування через можливу відмову можна розглядати як зменшення інформації про стан. Інформаційні втрати можна визначити за допомогою залежності

$$\Delta I = I - I_1 = 2WT(T - T_0(1 - P)) \log_2(\sigma_x/\sigma_n). \quad (6.38)$$

Відповідно до теорії інформації втрати можна розглядати як збільшення середньоквадратичної похибки вимірювача до $\sigma_e > \sigma_n$. Отже, обсяг інформації I залежить від точності, безвідмовності та смуги пропускання і є комплексним показником якості системи контролю та діагностування.

Якщо система діагностування працює з еквівалентною похибкою

$$I_2 = 2WT \log_2(\sigma_x/\sigma_e),$$

то втрати інформації у такій системі з еквівалентною похибкою σ_e

$$\Delta I_2 = I - I_2 = 2WT \log_2(\sigma_e/\sigma_n). \quad (6.39)$$

Для визначення середньоквадратичної величини σ_e прирівнюють (6.38) і (6.39), тобто $\Delta I_1 = \Delta I_2$, завдяки чому дістають вираз

$$\log_2(\sigma_e/\sigma_n) = \left(1 - \frac{T_0}{T}(1 - P)\right) \log_2(\sigma_x/\sigma_n),$$

а також визначають питому величину

$$\sigma_e = \sigma_n \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_n}\right)^{1 - T_0(1 - P)/T}. \quad (6.40)$$

Ураховуючи досить високу надійність системи, тобто достатньо малу ймовірність відмови на інтервалі часу T , можна отримати вираз для ймовірності P :

$$p = \exp(-\lambda T) \cong 1 - T/T_0 + T^2/2T_0^2;$$

$$\sigma_e = \sigma_n \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_n} \right)^{T/2T_0}$$

або

$$\sigma_e = \sigma_x^{\lambda T/2} \sigma_n^{(1-\lambda T/2)}. \quad (6.41)$$

З аналізу виразів (6.40) і (6.41) можна зробити наочний висновок, що між похибкою вимірювача, середньоквадратичним значенням параметра σ_x , безвідмовністю λ та часом роботи системи існує тісний взаємозв'язок.

Якщо скористатись методом сталості коефіцієнтів, тобто стабілізуючи або обмежуючи один із параметрів системи технічного діагностування, можна обчислити кількісні значення інших коефіцієнтів.

Невизначеність стану системи D характеризується залежністю для ентропії

$$H(D) = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i. \quad (6.42)$$

За рівномірних станів системи, тобто $p_i = \frac{1}{n}$, вираз (6.42) значно спрощується:

$$H(D) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N.$$

Значення ентропії $H(D)$ у процесі контролю характеризує прирощення інформації про стан ОК і є критерієм для синтезу схеми, що має багато виходів, кількість яких зменшується, а інформація є максимальною:

$$I(U_k, D) = H(D) - H(U_k, D) \rightarrow I_{\max}.$$

Отже, такою є постановка задачі і спосіб її розв'язання, який дозволяє ранжуванням елементарних перевірок U_k визначати найбільш інформаційні з них, проводячи такі перевірки доти, доки $H(D) = 0$.

6.10. Приклад побудови моделей об'єкта контролю

Динамічна система характеризується станом окремих *функціональних елементів*, з яких вона складається. Під функціональними елементами розуміють агрегати, вузли, блоки, до рівня яких проводиться контроль. Кожний функціональний елемент може перебувати в робочому або не робочому стані. Якщо хоча б один параметр, що характеризує технічний стан функціонального елемента, перевищив допустиму межу, то такий елемент є не робочим.

Безпосередньо вимірювати параметри функціонального елемента, що входить до складу динамічної системи (рис. 6.16), не завжди можливо. Здебільшого можна виміряти тільки вихідні сигнали, за якими визначається стан функціонального елемента. Для цього необхідно встановити кількісний зв'язок між контрольними параметрами і параметрами функціонального елемента, зміни яких є безпосередньо причиною дефектів.

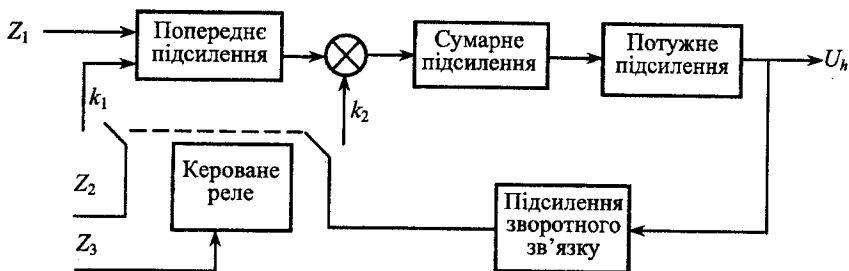


Рис. 6.16. Функціональна схема динамічної системи

Побудова моделей ОК — багатоетапний процес.

Перший етап — аналіз функціональних якостей ОК, тобто властивостей, що характеризують призначення та принцип функціонування ОК і всіх його функціональних елементів. Для однозначної відповідності між функціональними елементами і змінними конструктивними елементами ОК будується ієрархічна структура об'єкта до рівня, що відповідає глибині контролю. Між двома ФЕ існує зв'язок, якщо зміна одного з них породжує зміну іншого без участі будь-якої з решти властивостей, які розглядаються. Підсумком першого етапу є граф-модель функціонування розглядуваних елементів (рис. 6.17). Вершини цього графу відповідають функціональним властивостям елементів об'єкта, а дуги вказують причинно-наслідкові відношення між ними. Напрямок дуг здебільшого збігається з напрямком проходження сигналів об'єкта.

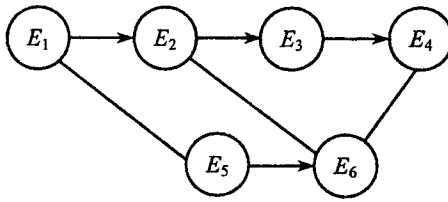


Рис. 6.17. Модель функціонування системи

Другий етап — створення параметричної моделі, яка встановлює зв'язок між параметрами, що характеризують функціональні властивості елементів.

Така модель складається на основі моделі функціонування шляхом неперервного відображення простору функціональних властивостей у простір параметрів.

Загальна більшість параметрів ОК містить такі підмножини:

C — підмножина параметрів вхідних сигналів, що подаються на ОК у процесі оцінювання його технічного стану;

V — підмножина параметрів, що характеризують працездатність ОК;

U — підмножина параметрів, що характеризують вихідні сигнали ОК;

S — підмножина параметрів, що характеризують працездатність функціонального елемента.

Побудова параметричної моделі починається з установлення сукупності параметрів, що характеризують функціональні властивості системи (рис. 6.18).

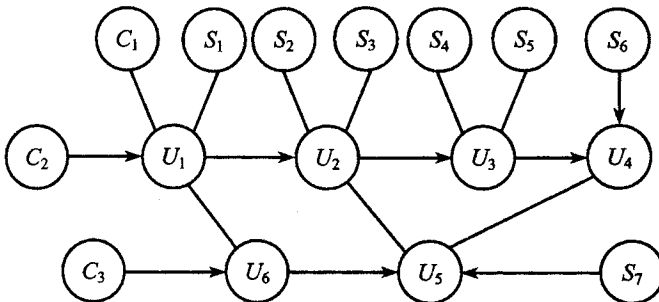


Рис. 6.18. Параметрична модель системи

У загальному випадку будь-яке функціональне обладнання можна описати параметрами вхідних, вихідних сигналів і відповідними параметрами працездатності.

Параметричну модель можна також подати у вигляді орієнтованого графу, вершинами якого є параметри, а дуги вказують на причинно-наслідкові зв'язки між ними. Для визначення зв'язків між параметрами використовують той самий принцип, що й для побудови моделі функціонування.

За допомогою параметричної моделі можна виявити зв'язок між дефектами функціонального елемента, що зумовлено перевищенням граничнодопустимих значень параметрів, що належать підмножинам S і V . Слід зазначити, що параметрична модель вказує тільки на наявність зв'язку між параметрами, але ще не розкриває кількісних відношень між ними. Водночас більшість існуючих методів контролю можуть використовувати параметричну модель чи модель функціонування як скінчену модель.

У багатьох випадках недостатньо вказати тільки на наявність причинно-наслідкових зв'язків між параметрами. Для складних систем не завжди вдається задати вимоги стосовно функціонального елемента таким чином, щоб при їх виконанні задовольнялись вимоги до параметрів підмножини U .

Отже, правильно визначити стан функціонального елемента можна тільки встановивши кількісну залежність між параметрами функціонального елемента і параметрами вихідних сигналів. Ця інформація також необхідна для вибору контрольованих параметрів, побудови правил прийняття рішень щодо контролю тощо.

Третій етап — установлення кількісної залежності між функціональним елементом і параметрами вихідних сигналів. Ця інформація також необхідна для вибору контрольованих параметрів, побудови правил прийняття рішень при діагностичному контролі і т. ін. Підсумком цього стану є отримання залежності параметрів підмножини U від значень параметрів підмножин C і S :

$$U = U(C, S).$$

Вид та повноту кількісного опису зв'язків між параметрами визначають за:

- обсягом інформації про ОК;
- умовами і методами оцінювання його технічного стану;
- вимогами щодо точності та глибини діагностування.

Технічний стан ДС оцінюють зазвичай за фіксованих значень параметрів вхідних сигналів. У цьому разі параметри підмножини U є фактично функцією тільки параметрів функціонального елемента:

$$U = U(S). \quad (6.43)$$

Якщо відомі ймовірнісні характеристики параметрів підмножини S , то можна, скориставшись залежністю (6.43), визначити ймовірнісні характеристики параметрів вихідних сигналів за наявності в ДС будь-якого дефекту, спричиненого виходом за допустимі межі параметрів підмножини S . Зв'язок між параметром U_4 і параметрами підмножини S за трьох режимів ОК визначають такими залежностями:

$$U_4 = \begin{cases} S_1 S_2 S_4 S_6 C_1, & \text{якщо } C_3 = 0; C_1 < C_1^{\max}; \\ \frac{S_1 S_2 S_4 S_6}{1 + S_3 S_4 S_6} C_2, & \text{якщо } C_3 \neq 0; C_1 = 0; C_2 \neq 0; \\ S_3 S_6, & \text{якщо } C_1 > C_1^{\max}; C_3 = 0. \end{cases} \quad (6.44)$$

Використовуючи рівняння (6.44) за відомих ймовірнісних характеристик параметрів S_1, \dots, S_7 , можна визначати ймовірнісні характеристики параметра U_4 .



Контрольні запитання і завдання

1. Які типи моделей можна використовувати для опису ОК?
2. Які методи апроксимації є найбільш поширеними при побудові моделей ОК?
3. Що необхідно визначити для побудови аналітичної моделі лінійної АС?
4. Які способи застосовують для обчислення окремих похідних від моментів за параметрами в точці $U = m$?
5. Якими основними властивостями має характеризуватись модель ЦОК?
6. Наведіть приклад дерева події і складіть для нього кортеж, що являє собою математичний запис цього дерева.
7. Наведіть приклад орієнтованого графа та складіть для нього матрицю суміжності.
8. Що являє собою граф-модель функціонування ОК?
9. Що являє собою параметрична модель ОК?
10. Чим визначається вибір виду та повноти кількісного опису зв'язків між параметрами?
11. Наведіть властивості марковського процесу, що відбувається в ПС.
12. Як визначається кількість інформації, отриманої при діагностуванні?



МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ

7.1. Класифікація методів контролю працездатності систем

На сьогодні під час контролю працездатності широко використовуються такі методи:

- параметричного контролю;
- функціонального контролю;
- контроль за характеристиками вихідних сигналів системи;
- контроль за показниками якості.

Параметричний контроль. При параметричному методі контролю працездатність динамічних систем оцінюється виміром параметрів та порівнянням їх з допусками. Коли хоча б один параметр перебуває поза полем допуску, то приймається рішення про непридатність системи.

Параметричний контроль простий у технічній реалізації, його результати можна використовувати як при контролі, так і при діагностуванні системи.

Однак при такому контролі можливі помилкові прийняття рішень. Крім того, відомий вихід параметра за допуск може компенсуватися достатніми виходами інших параметрів. Тому параметричний контроль утрудняє розв'язання задачі: прогнозування технічного стану систем, проведення порівняльної оцінки конкретних систем, погіршує експлуатаційні характеристики систем за рахунок великої кількості контрольних точок.

Функціональний контроль використовується для якісної оцінки функціональних властивостей системи (знаходження параметрів або характеристик вихідних сигналів у межах, при яких зберігаються функціональні властивості системи).

Для цього виду контролю характерні прості методики перевірки параметрів, не високі вимоги, що висовуються до точнісних характеристик, складу апаратури контролю, відносно малий час контро-

лю системи. Однак у цьому випадку не можна одержати кількісних оцінок, які характеризують технічний стан системи. Тому функціональний контроль використовується за необхідності мати просту апаратуру і алгоритм контролю, малий час перевірки, а також тоді, коли можна обійтися обмеженим обсягом інформації.

Контроль за характеристиками вихідних сигналів системи. При контролі системи за характеристиками вихідних сигналів на вхід подаються відповідні стимулюючі сигнали, які змінюються в часі, вимірюються характеристики вихідних сигналів (реакції) та порівнюються ці виміряні значення з допусками. Такими характеристиками можуть бути часові (перехідний процес, кореляційна функція) та частотні характеристики системи.

Замість характеристик вихідного сигналу часто контролюють окремі його показники. Наприклад, для перехідного процесу такими показниками є:

1. *Час затухання* — проміжок часу, після якого перехідний процес не перевищує 5 % від свого номінального значення. Цей час характеризує швидкість затухання вільних коливань системи;

2. *Перерегулювання* — максимальне значення амплітуди коливання перехідного процесу, віднесене до його сталого значення.

Воно слугує мірою коливальності процесу. Допустиме значення перерегулювання для системи можна встановити на основі досвіду експлуатації подібних систем. У більшості випадків вважається, що запас стійкості системи є достатнім, коли значення перерегулювання не перевищує 25 %.

3. *Число коливань за час загасання перехідного процесу* — доповнення до величини перерегулювання. Для практичних цілей це число звичайно беруть таким, що дорівнює один чи два.

Метод контролю за показниками якості дає змогу одержати об'єктивну оцінку працездатності системи, розв'язати задачу прогнозування та порівняти технічний стан різних типів систем, призначених для розв'язання однотипних задач.

Практичне використання контролю за показником якості не завжди можливе через труднощі встановлення для деяких типів систем аналітичної залежності показника якості від параметрів елементів системи, а також складності технічної реалізації цього методу. Крім того, як і при параметричному контролі, цей метод потребує наявності багатьох контрольних точок виходу та входу від функціональних елементів системи.

7.2. Методи контролю якості функціональних елементів

Найбільший інтерес з погляду контролю становить контроль якості інтегральних мікросхем (ІМ). Якість та надійність ІМ визначається досконалістю матеріалів конструкції, відпрацьованістю та контрольованістю виробничих процесів.

Створення технологічного обладнання нового покоління, в якому прилади контролю використовуються як умонтовані датчики контролю та керування технологічними процесами або модулі після-операційного контролю дозволяє створювати гнучкі виробничі системи — від автоматичних ліній до програмно-орієнтованих комплексів.

Під час контролю якості ІМ використовуються такі методи:

- оптичні методи контролю;
- методи контролю розподілення температурних полів;
- радіаційні методи контролю;
- методи електронної мікроскопії.
- мас-спектрометричні методи.

Оптичні методи контролю дають можливість контролювати склад та властивості матеріалів, проводити дослідження, операційний контроль структур та аналіз технологічних процесів шляхом реєстрації інтенсивності, фази, спектрального складу, поляризації та просторового розподілення оптичного випромінювання, яке взаємодіє з дослідними об'єктами або випускається ними.

Оптичні методи можна класифікувати на візуально-оптичні (мікроскопічні), інтерференційні, спектральні, поляризаційні, нефелометричні, фонометричні. Візуально-оптичний метод контролю полягає у візуальному огляді під мікроскопом виробу, який обстежують, та порівнянні його зі сталим зразком або його зображенням (рис. 7.1).

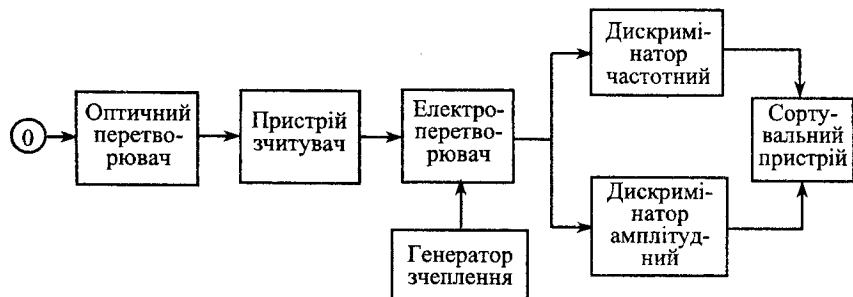


Рис. 7.1. Структурна схема автоматичного сортувальника за зовнішнім оглядом

Візуально-оптичний метод контролю широко використовується для аналізу відмов усіх виробів. При цьому методі використовуються мікроскопи різних типів МБС-1, МБС-2, МБС-200, МССО тощо, проєкційні пристрої типу ППМ-20, ППМ-60, ППМ-80.

Найбільш досконалыми пристроями є лазерні та телевізійні проєктори. При визначеному режимі роботи лазера можна отримати зображення у двох кольорах, що особливо важливо під час контролю виробництва фотошаблонів для ІМ. У цьому режимі добре виявляються проколи, недоліки фотошаблонів та інші дефекти.

Іншим напрямком створення проєкційних пристроїв з великим екраном та збільшенням, необхідним для контролю елементів ІМ, є розробка спеціалізованих телевізійних, у тому числі кольорових, проєкційних пристроїв (ТМ-1, ОД-10Т).

Інтерференційний метод. Суть інтерференційного методу полягає в одержанні інформації про об'єкт по утворенню у площині зображення відповідного розподілення інтенсивності та фази оптичного випромінювання, яке пройшло через об'єкт або відбитого об'єктом. Інтерференційний метод застосовується для контролю:

- класу чистоти обробки поверхні підложок;
- глибини та ширини розділових канавок, кремнієвих структур з діелектричною ізоляцією;
- геометричних розмірів елементів структур, мікросхем;
- товщини оксидних шарів;
- товщини фоторезисторів;
- рівня двох поверхонь, призначених для приєднання;
- товщини епітаксильних шарів тощо.

Поляризаційний метод. Цей метод ґрунтується на отриманні інформації щодо зміни параметрів поляризації, оптичного випромінювання в результаті взаємодії його з об'єктом у процесі відбиття, заломлення та поглинання.

Контроль стану поверхні пластин, параметрів тонких поверхонь шарів та меж розділу між ними — одна з головних вимог отримання високоякісних та надійних УМ.

Нефелометричний метод. Метод дає змогу одержати інформацію про об'єкт за зміною інтенсивності та поляризації оптичного випромінювання, яке проходить крізь об'єкт, у результаті розсіювання та неоднорідностей. Цей метод призначений для вимірювання ступеня прозорості оптичних елементів та матеріалів. Також

важливе значення має при встановленні причин відмов оптоелектронних приладів, елементів квантової електроніки, систем відображення інформації.

Фотометричний метод ґрунтується на вимірюванні інтенсивності випромінювання, відбитого контрольованою структурою. Фотометричний метод використовується для контролю процесів осадження та пропускання плівок різного складу: діелектричних, провідникових, напівпровідникових.

У законі зміни інтенсивності відбитого випромінювання закладено інформацію про зміни товщини плівки. Фотометричний метод забезпечує контроль параметрів процесу зростання та пропускання тонких плівок в умовах, в яких неможливо розмістити будь-який датчик, не впливаючи на перебіг самого процесу та не порушуючи складу середовища реакції.

Спектральний метод ґрунтується на отриманні інформації про вид, який досліджується, за спектральним складом оптичного випромінювання, що його він випускає, і яке збуджується зовнішньою дією, та за зміною спектрального складу, мінливого, відбитого або розсіяного випромінювання. Оптична спектрографія належить до найбільш важливих використовуваних фізичних методів аналізу хімічного складу матеріалів електронної техніки.

Метод лазерного сканування. В основі цього методу лежить процес оптичної генерації більших носіїв у напівпровідниках.

При поглинанні світла з енергією кванта, який перетворює ширину забороненої зони в шарі напівпровідника товщиною порядку $1/\alpha$ (α — коефіцієнт поглинання), виникають вільні носії обох типів.

Якщо в межах двох-трьох дифузійних довжин від області генерації міститься потенційний бар'єр будь-якого походження (наприклад, $p-n$ -перехід, бар'єр Шотткі, межа поверхні), то надмірні електрони та дірки, які дійшли в результаті дифузії до цього бар'єра під дією внутрішнього поля, розділяються та рухаються в протилежних напрямках. При цьому в зовнішньому колі виникає фотоЕДС або фотострум.

Із наближенням світлового зонду до області бар'єра фотовідповідь збільшується пропорційно до кількості розділених полем носіїв та досягає максимуму при освітленні області об'ємного заряду. Якщо сканувати поверхню напівпровідникової структури оптичним зондом і реєструвати в кожній точці фотострум, то картина розпо-

ділення фотоструму — так зване фотовідповідне зображення структури буде відбивати розташування p - n -переходів та інших потенційних бар'єрів.

Електрооптичний метод (застосування нематичних рідинних кристалів). В основі виготовлення ІМ лежать процеси, пов'язані з нанесенням та використанням різних технологічних шарів, які виконують функції маскування, ізолювання, металізації та пасивації структур. У зв'язку з цим особливо важливу роль відіграють питання контролю якості шарів, виявлення пор та неоднорідностей плівок.

Нематичні рідинні кристали (НРК) знаходять широке застосування в неруйнівних методах контролю ІМ. Електрооптичний метод — це метод, який використовує зміни оптичних властивостей нематичних рідинних кристалів, розташованих в електричному полі.

За допомогою рідинного кристала можна оцінити якість захисного покриття (окису кремнію або фоторезистора), металізації, локалізувати обриви між з'єднаннями на кристали, оцінити якість розкриття контактних вікон та площ, локалізувати дефекти у діелектричних елементах.

Методи контролю розподілення температурних полів. Ці методи застосовуються для контролю теплових режимів ІМ, розподілення температури по поверхні, виявлення зон локального перегріву, контролю струморозподілення, виявлення областей підвищеного зниженого опору, виявлення таких видів відмов: коротких замикань, обривів металізації, пробоїв оксиду, великих струмів витoku тощо.

Контроль теплових режимів проводиться:

- на етапі розробки ІМ з метою вирішення питань раціонального компонування елементів схем, створення оптимальних монологів;
- у процесі виробництва ІМ для відбракування потенційно ненадійних виробів з аномальним тепловим режимом та аналізу схем, що спрацювали на відмову.

Методи контролю температурного розподілення ґрунтується на реєстрації теплових полів, у виробі, який контролюється. Для визначення температури використовують деяку залежну від неї фізичну характеристику, яка піддається виміру. До таких термометричних характеристик належать:

- лінійне розширення тіл;
- зміна електричного опору провідників;
- термоелектричні явища;

- зміна кольору та яскравості спеціальних покриттів;
- інтенсивність ІК випромінювання та ін.

Залежно від способу одержання інформації теплові методи контролю поділяють на контактні та безконтактні (власного випромінювання).

Контактні методи ґрунтуються на контактній реєстрації абсолютної температури або її розподілення на поверхні виробу. При контактних методах контролю застосовуються контактні датчики температури — термометри, термопари, термоопори та термоіндикатори — термомамінофори, термопапір, термофарба, індикатори на рідинних кристалах.

Контактні датчики температури використовують як самостійно для точних вимірювань температури у визначених точках виробу, для регулювання технологічних режимів, так і для допоміжних цілей в інших методах: калібрування виробів неконтактної дії у еталонних випромінювачів, отримання опорних замірів для розшифровки термограм. Термометри опору випускаються на основі платини (ТСП), міді (ТСМ) або напівпровідників. Робочий інтервал температур ТСП від температури замерзання до 223 К, ТСМ від 223 К до 453 К. Напівпровідникові термометри порівняно з ТСП та ТСМ більш чутливі.

Дія термоелектричних термометрів ґрунтується на термоелектричному ефекті, який виникає в термопарі.

Для термоелектродів використовують платину, залізо, молібден, вольфрам, мідь, манганін, платенородні, хромель, копель, амомель, константан.

Переваги термоелектричних термометрів — лінійність у широкому діапазоні температур, чутливість та стабільність показань, простота виготовлення.

Недолік: порівняно велика стала часу (1...10 с).

Для реєстрації температур у технології виробництва ІМ широко використовуються термоіндикатори. Їхня дія ґрунтується на зміні стану, яскравості та кольору світіння деяких речовин при нагріванні.

Недоліки: інерційність, порівняно невисока точність.

Термохімічні індикатори спираються на властивості хімічних компонентів змінювати колір при визначеній температурі. Діапазон виміру температури термохімічними індикаторами становить: 318...1073 К, точність виміру $\pm(5...10 \text{ К})$.

У люмінесцентних термоіндикаторах використовуються властивості моірофорів при дії температури змінювати або яскравість, або колір, або кольоровий струм (випромінювання) світіння.

Рідкокристалічні термоіндикатори являють собою багатокомпонентні композиції, складені з холестеричних рідинних кристалів, характеризуються термічною незалежністю області селективного розсіювання світла. Тонкий шар такої речовини під час освітлення білим світлом набуває різного забарвлення. Це пояснюється тим, що під дією температури, змінюється структура рідинних кристалів. Рідкокристалічні індикатори забезпечують точність виміру температури до десятих часток градуса за відносної похибки 0,1 %.

Безконтактні методи. До безконтактних належить один із найбільш поширених методів, що ґрунтується на реєстрації власного інфрачервоного випромінювання виробу, який калібрують. Будь-яка інтегральна мікросхема є джерелом інфрачервоного випромінювання. Спектри, потужність, просторові характеристики випромінювання залежать переважно від температури елементів ІМ та стану їхньої поверхні. З підвищенням температури потужність випромінювання швидко зростає, причому максимум спектральної інтенсивності зсувається в короткохвильову область згідно із законом Віна:

$$\lambda_{\max} = 2898/T,$$

де λ — довжина хвилі у мікронах.

Потужність випромінювання в усьому спектральному діапазоні визначається з рівняння Стефана–Больцмана:

$$P = \sigma T^4,$$

де $\sigma = 5,673 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ — стала Стефана–Больцмана.

В основу методики місцезнаходження дефектів ІМ з використанням інфрачервоного автоматизованого мікрорадіометра ІКАР-1 покладено такі уявлення про теплові прояви дефектів:

1. Картина теплового поля поверхні бездефектної ІМ ідентична для всіх бездефектних схем даного типу.

2. Наявність дефекту в мікросхемі, який викликає зміну або перерозподіл потужності, яка використовується, зумовлює викривлення сталої картини теплового поля.

Радіаційні методи контролю. Радіаційні методи неруйнівного контролю ґрунтуються на використанні інформації, яку одержують

у результаті взаємодії випромінювання з виробом, який контролюють. До таких методів контролю належать:

- рентгенівські методи;
- метод фотоакустичної спектроскопії та ін.

Рентгенівські методи дають змогу отримати інформацію про орієнтацію та структурне удосконалення вихідних монокристалів, про деформацію та параметри кристалічної ґратки, фазовий склад об'єктів, а також контролювати щільність та розподіл дефектів у кристалах та епітаксильних плівках без руйнування об'єктів контролю, виявляти мікровключення, геометричні відхилення правильностей складання ІМ тощо.

Для аналізу відмов можуть бути використані такі три властивості рентгенівського випромінювання: поглинання, відхилення в кристалічній ґратці, власне випромінювання. Залежно від використання цих властивостей та способу перетворення і реєстрації інформації рентгенівські методи поділяють на такі:

- 1) рентгенодифракційні;
- 2) рентгеноструктурні;
- 3) рентгеноспектральні;
- 4) рентгенівські тіньові.

Суть рентгенівських тіньових методів полягає в можливості одержання тіньового зображення внутрішньої структури оптично непрозорих виробів, завдяки розрізненню коефіцієнтів поглинання рентгенівського випромінювання різними матеріалами, з яких складається досліджуваний виріб.

За способом реєстрації інформації рентгенівські тіньові методи класифікують так:

- рентгенографія — тіньова картина фіксується на фотоплівці. Цей метод має високу розрізнявальну здатність та чутливість, дозволяє документувати результати;
- рентгеноскопія — інтенсивність рентгенівського випромінювання, яке пройшло скрізь виріб, що контролюється, реєструється на флюоресціюючому екрані;
- рентгеностробоскопія — тіньова картина фіксується за допомогою стробоскопічного ефекту. Рентгеностробоскопічний метод дає змогу виявляти та візуально оцінювати резонансні характеристики елементів конструкції ІМ за недостатніми або надто жорсткими механічними зв'язками, визначати межі міцності конструкцій в умовах вібрацій;

- рентгенотелевізійна мікроскопія — тіньове зображення виробу реєструється на екрані відеоконтрольного пристрою з використанням рентгенівського перетворювача та замкненої телевізійної системи.

Фотоакустична спектроскопія (ФАС). Метод ґрунтується на фотоакустичному ефекті, який полягає у генерації акустичних коливань у газі, що оточує тверде тіло, при впливі на його поверхню імпульсного електромагнітного випромінювання (УФ, видимого або інфрачервоного діапазонів). Акустичні коливання, тобто періодичні коливання тиску газу, виникають за рахунок періодичного нагрівання та охолодження поверхні (або об'єму) твердого тіла у результаті часткового поглинання ним випромінювання.

Акустичні коливання реєструються мікрофоном. Вимірюючи інтенсивність акустичного сигналу від мікрофона як функцію довжини джерела випромінювання, одержують фотоакустичний спектр. На основі аналізу фотоакустичного спектра або фотоакустичного сигналу можна визначити коефіцієнт оптичного поглинання, теплопровідність та інші параметри досліджуваних тіл.

Методи електронної мікроскопії. Фізичну основу методів електронної мікроскопії становлять явища взаємодії пучка електронів з речовиною, просвічувальна та растрова мікроскопія, електронографія, або явища випускання електронів під дією тепла, світла, іонного або електронного потоку (ємнісні та оже-спектроскопічні методи).

Просвічувальна електронна мікроскопія. Принцип дії електронного мікроскопа такий. Електрони, які випромінюються катодом, фокусуються оптичною системою, прискорюються анодом та потрапляють на зразок. Усі процеси відбуваються у вакуумі. Електрони, спрямовані на зразок, розсіюються як пружно (тобто без витрат), так і з помітними витратами енергії, а також когерентно дифрагують.

Електрони, які пройшли скрізь зразок, сортуються відповідно до витраченої ними енергії за допомогою кільцевої діафрагми, установленної за зразком. Ця апертурна діафрагма поглинає всі електрони, розсіяні на кути, які перевищують заданий, і сама служить колектором розсіяних електронів, сигнал від яких формує «темнопольне» зображення. Такий «темнопольний» сигнал зумовлюється, головним чином, пружно розсіяними електронами. Електрони, які пройшли скрізь кільцеву діафрагму, потрапляють на центральний

коллектор, а після перетворення та посилення відповідних сигналів на екрані електронно-променевої трубки (ЕПТ) з'являється «світлопольне» зображення. Просвічувана електронна мікроскопія дозволяє виявити зародження, розвиток та розподілення дефектів дислокаційного типу, проаналізувати структуру меж зерен, гетеро-меж у багатошарових структурах, досліджувати процеси розпаду пересичених твердих розчинів.

Електронографія. Електрони, проходячи крізь речовину, виявляють хвильові властивості. Взаємодіючи з атомами речовини, вони зазнають пружного розсіяння, у результаті чого утворюються окремі дифракційні пучки, які є наслідком інтерференції розсіяних хвиль. Інтенсивності та розподілення дифракційних пучків у просторі відповідають атомній структурі речовини, розмірам і орієнтації окремих кристалів та іншим структурним параметрам. Частина взаємодіючих з речовиною електронів розсіюється пружно і робить дифузійний внесок в інтенсивність фону дифракційної картини.

В основі визначення параметрів елементарної чарунки кристала методом дифракції швидких електронів лежить вимірювання розташування рефлексів на електронограмі.

Електронограма — це плоский переріз простору, в якому строго однозначно із структурного зразка розподіляються електрони після проходження крізь нього. Міжшпощинна відстань d у кристалі визначається співвідношенням

$$d = l\lambda/r,$$

де l — відстань від зразка до фотоплівки; r — радіус інтерферентного кільця, яке вимірюється, тобто відстань від рефлексу до центральної плями, що створюється первинними електронами.

Растрова електронна мікроскопія. В основу растрової електронної мікроскопії покладено фізичні явища, які спостерігаються при бомбардуванні поверхні твердого тіла пучком електронів з енергією до кількох десятків кіло-електрон-вольт. До таких явищ, зокрема, належать вторинна електронна емісія, рентгенівські випромінювання, оптичне випромінювання, зумовлене ефектом катодолюмінісцензії, вибиті електрони, наведений у зразку струм, поглинання зразком електронів, проходження зразка електронами, утворення об'ємного заряду. Вимірювання сигналів, викликаних вторинними ефектами, дає змогу отримати різноманітну інформацію про об'єкт, що спостерігається (топографічне зображення поверхні, дані про якісний та кількісний склад, про розподілення потенціалів і т. ін.).

Електронна оже-спектроскопія. Суть методу електронної оже-спектроскопії полягає в одержанні інформації про елементний склад поверхневих шарів твердого тіла шляхом аналізу енергетичного розподілення вторинних електронів, що виникають при опроміненні твердого тіла пучком сфокусованих електронів, виділення оже-електронів, визначення їх енергії і інтенсивності та ідентифікації за цими характеристиками відповідних елементів періодичної системи. При збудженні атома електрони з достатньо високою первинною енергією на його внутрішній електронній оболонці може утворюватись вакансія за рахунок виходу вторинного електрона. Збуджений атом нестійкий, і для переходу у стійкий стан збільшена вакансія заповнюється електроном з вищого енергетичного рівня. Надмірна енергія, що виникла в результаті переходу, може виділятися у вигляді кванта, і тоді виникає характеристичне рентгенівське випромінювання. Якщо ж ця енергія передається другому електрону, то внаслідок такого процесу з атома імітується електрон (безвипромінювальний перехід) з квантовою енергією, що визначається міжорбітальним переходом, який характеризує атомний номер елемента.

Такий електрон називається оже-електроном.

Емісійна електронна мікроскопія. У тих випадках, коли потрібно визначити реакцію матеріалу, що аналізується (елемента ІМ), на зовнішню дію (теплову, радіаційну, механічну), яка змінює структуру або склад під час дії, доцільно використовувати емісійну електронну мікроскопію. Такий аналіз необхідний при встановленні причин збоїв, відмов, які переміщуються в процесі експлуатації в умовах екстремальних, короткочасних, теплових або радіальних навантажень.

Мас-спектрометричні методи. Мас-спектрометрія складається з таких операцій:

- перетворення матеріалів, які досліджуються, у позитивні іони із зарядом q (іоноперетворення) та масою m ;
- утворення іонного пучка через прискорення іонів поздовжнім статистичним або змінним електричним полем;
- просторове або часове розкладання іонного пучка на компоненти за значенням m/q за допомогою електричних та магнітних полів;
- реєстрація та вимірювання інтенсивності кожного компонента іонного пучка.

Мас-спектрометричні методи класифікують, виходячи з процесу іонізації. Найбільше застосування у виробництві ІМ знайшли такі методи мас-спектрометрії: іскрова, електронно-зондова, лазерна та мас-спектрометрія вторинних іонів.

7.3. Оцінка параметрів при динамічному контролі

Існує ряд способів, які дають змогу одержати деякі ймовірнісні характеристики сумарних похибок. Розглянемо деякі з них.

Прямі рівноточні вимірювання. За такого методу встановлюється обмежена кількість вимірів однаковими засобами. Результати вимірів при цьому є незалежними, рівномірно розподіленими випадковими величинами:

$$y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*, \quad (7.1)$$

де n — кількість вимірів.

За оцінку істинного значення величини (7.1), що вимірюється, береться оцінка математичного сподівання, тобто середньоарифметичне значення результатів вимірювання, яке обчислюється згідно з виразом

$$\dot{m}_y = \bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i^*. \quad (7.2)$$

Оскільки оцінка математичного сподівання (7.2) сама по собі є також випадковою величиною, то її розподіл характеризується певними параметрами, тобто математичним сподіванням $M[\bar{y}]$, що дорівнює істинному значенню величини y , яка вимірюється та дисперсією $D[\delta]$, яка при n вимірах у n разів менша за дисперсію вимірів.

Отже, маємо

$$M[\bar{y}] = y;$$

$$D[\bar{y}] = \frac{1}{n} D[y^*],$$

де $D[y^*] = \sigma_y^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (y_i^* - \dot{m}_y)^2$ — дисперсія вимірів.

Для практичного використання \bar{y} як істинного значення необхідно знати ймовірність того, що при даному обсязі вибірки n відхилення \bar{y} від істинного значення y величини, що вимірюється, не перевищує деяке $\varepsilon > 0$, тобто

$$P(|\bar{y} - y| < \varepsilon) = \alpha, \quad (7.3)$$

де ε — точність оцінки; α — довірча ймовірність того, що відхилення \bar{y} від y не перевищує ε .

Вираз (7.3) можна призвести до такого вигляду:

$$P(\bar{y} - \varepsilon < y < \bar{y} + \varepsilon) = \alpha. \quad (7.4)$$

Інтервал $(\bar{y} - \varepsilon, \bar{y} + \varepsilon)$, який з надійною ймовірністю α (7.4) покриває істинне значення величини y , яку вимірюють, називається *надійним інтервалом*. Звичайно ширину надійного інтервалу виражають у частках середньоквадратичного відхилення оцінки математичного сподівання вимірів:

$$\varepsilon = h_\alpha \sigma_{\bar{y}} = h_\alpha \sigma_y / \sqrt{n}, \quad (7.5)$$

де h_α — деяке додатне число, що відповідає заданій надійності ймовірності α ; $\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{D[\bar{y}]}$ — середньоквадратичне відхилення оцінки математичного сподівання вимірів.

З урахуванням (7.5) вираз (7.3) набирає вигляду

$$P\left(\frac{|\bar{y} - y|}{\sigma} < h_\alpha\right) = \alpha.$$

За нормального розподілу вимірів випадкова величина $\xi = |\bar{y} - y| / \sigma_{\bar{y}}$ також розподілена нормально з числовими характеристиками

$$\left. \begin{aligned} M[\xi] &= 0 \\ D[\xi] &= 1 \end{aligned} \right\}.$$

Для практичних розрахунків використовується залежність $\alpha(h_\alpha)$ у вигляді

$$\alpha = 2\Phi(h_\alpha) - 1,$$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x t^{-t^2/2} dt$ — нормальний інтеграл імовірностей (нормальна функція розподілу), для визначення якого існують таблиці.

Залежності (7.5), (7.3) дають змогу за заданою надійною ймовірністю розраховувати ширину надійного інтервалу та навпаки. З аналізу отриманих співвідношень бачимо, що при фіксованій кількості вимірів n збільшення надійної імовірності α приводить до збільшення ширини надійного інтервалу ϵ , а при фіксованому значенні α збільшення n приводить до зменшення ϵ .

Стислі вимірювання. За такого методу вимірювання сумарні похибки залежать не тільки від похибок прямих вимірювань параметрів, а й від похибок обчислення величини, яку вимірюють.

Нехай маємо рівняння вимірювання:

$$y = F(y_1, y_2, \dots, y_m).$$

Для одержання оцінки істинного значення стислої величини y , яку вимірюють, виконують ряд прямих вимірювань аргументів y_i .

У результаті дістають такі вихідні дані:

- $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m$ — оцінки МО аргументів;
- $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ — оцінки СКО аргументів;
- n_1, n_2, \dots, n_m — кількість вимірів кожного аргументу.

Для подальшого аналізу у випадку, коли функція F нелінійна, її піддають лінеаризації та подають у вигляді

$$y = \sum_{i=1}^m a_i y_i,$$

де a_i — коефіцієнти лінеаризації.

Для кожного аргументу ϵ випадкова похибка ξ_i , для якої можна записати такий вираз:

$$\xi_i = \bar{y}_i - y_i, \quad \text{крім того} \quad y = \bar{y} - \xi,$$

де \bar{y} — оцінка величини, яка стисло вимірюється; ξ — випадкова похибка оцінки \bar{y} .

Звідси дістаємо

$$\left. \begin{aligned} \bar{y} &= \sum_{i=1}^m a_i \bar{y}_i \\ \xi &= \sum_{i=1}^m a_i \xi_i \end{aligned} \right\}.$$

Далі маємо

$$D[\bar{y}] = \sum_{i=1}^m a_i^2 D[\xi_i] = \sum_{i=1}^m a^2 D[y_i],$$

для випадку незалежних y_i , або

$$D[\bar{y}] = \sum_{i=1}^m a_i^2 D[\bar{y}_i] + 2 \sum_{i=1}^m a_i a_j k_{ji},$$

для випадку залежних y_i , де $k_{ij} = M[y_i y_j] = M[\xi_i \xi_j]$ — кореляційний момент випадкових похибок аргументів.

Кореляція найчастіше виникає між похибками при їх одночасному вимірюванні, коли на них діють неконтрольовані вимірювання зовнішніх умов. Після визначення $D(y) = \sigma^2$ так само визначають надійний інтервал, який покриває істинне значення величин y , що вимірюються із заданою ймовірністю α .

Для даного випадку він буде $(y - h_\alpha \sigma_{\bar{y}}, \bar{y} + h_2 \sigma_{\bar{y}})$.

Спільні та сукупні вимірювання. За таких методів для знаходження величин, які вимірюються, розв'язується система рівнянь. Задача обробки результатів зводиться до знаходження найкращих наближень до істинних величин. При цьому для збільшення точності проводиться n вимірювань, причому $n > m$, де m — мінімально необхідна кількість вимірювань, що дорівнює кількості величин, які вимірюються.

У результаті дістаємо деяку систему рівнянь, для розв'язання якої широко застосовується метод найменших квадратів.

Приклад. Нехай залежність між шуканими величинами y_1 та y_2 від вимірюваних x_1 та x_2 має вигляд

$$x_1 = y_1 + y_2 x_2.$$

Проводячи n вимірювань величин x_1 та x_2 , дістаємо систему n умовних рівнянь:

$$x_{1i} = y_1 + y_2 x_{2i}.$$

Візьмемо які-небудь оцінки \tilde{y}_1 та \tilde{y}_2 шуканих величин та підставимо в усі рівняння. У результаті дістанемо n рівнянь нев'язок

$$r_i = \tilde{y}_1 + y_2 x_{2i} - x_{1i},$$

де r_i — нев'язка i -го умовного рівняння.

Далі одержимо суму квадратів нев'язок

$$S = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 x_{2i} - x_{1i})^2,$$

яку продиференціюємо за \tilde{y}_1 та \tilde{y}_2 , часткові похідні прирівняємо до нуля

$$\left. \begin{aligned} \dot{n}\tilde{y}_1 \pm \tilde{y}_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} - \sum_{i=1}^n x_{1i} &= 0; \\ \tilde{y}_1 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \tilde{y}_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 - \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь відносно \tilde{y}_1 та \tilde{y}_2 , дістанемо оцінки шуканих величин, виходячи з умови мінімуму суми квадратів нев'язок.



Контрольні запитання і завдання

1. Які методи контролю вам відомі?
2. Які методи використовуються під час контролю інтегральних мікросхем?
3. Для контролю яких параметрів застосовується інтерференційний метод?
4. Які термодинамічні характеристики використовуються для визначення температури за методом контролю розподілення температурних полів?
5. Наведіть класифікацію рентгенівських методів контролю.
6. Наведіть числові характеристики нормального розподілення величини ξ .

Частина III

ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА

Розділ

8



МЕТОДИ РОЗПІЗНАВАННЯ СТАНІВ

8.1. Постановка завдання технічної діагностики

На життєвих циклах обертання (транспортування, зберігання) і експлуатації провадять періодичний контроль технічного стану динамічних систем, тобто визначають їх стан: працездатний, непрацездатний, справний, несправний. Контроль технічного стану є окремим випадком діагностування наведених видів технічного стану систем. Якщо ОК після перевірки технічного стану виявиться несправним чи непрацездатним, то виникає необхідність виявлення несправності та місця її виникнення, тобто потреба у діагностуванні.

Технічна діагностика є наукою про розпізнавання станів об'єкта з визначенням місця, виду і причин відмови (дефекту) з певною точністю. Технічний стан системи контролюють вимірюванням основних або визначальних параметрів. Для технічного діагностування використовують чимало допоміжних параметрів, які дозволяють конкретизувати не тільки стан ОК, але й місце, ступінь пошкодження елемента, що відмовив, та причини виникнення такої події.

Отже, контроль і діагностика технічного стану об'єктів ґрунтуються на єдиних теоретичних передумовах, при цьому поняття «технічна діагностика» більш загальне.

Мета технічної діагностики — підвищення надійності та подовження ресурсу технічних систем. Розглянемо головні завдання технічної діагностики.

Розпізнавання станів технічної системи в умовах обмеженої інформації. Теоретичним фундаментом для вирішення цього завдання є теорія розпізнавання образів. Теорія ґрунтується на діагностичних моделях, що встановлюють зв'язок між станом ОК і

контрольованими параметрами. Важливою проблемою розпізнавання є створення правил прийняття рішень. Для прийняття доцільного рішення використовують методи теорії статистичних розв'язків та методи теорії інтелектуальних систем.

Технічна діагностика ґрунтується на положеннях теорії контролездатності. Контролездатність — властивість ОК достовірно оцінювати його технічний стан, виявляти на ранній стадії відмови. Контролездатність залежить від наявної діагностичної інформації, від існуючих стратегій, систем та алгоритмів діагностики технічного стану ОК і пошуку відмов.

Вивчення засобів та методів отримання діагностичної інформації. Розглянемо детальніше постановку завдання технічної діагностики. Стан системи описується сукупністю параметрів (ознак), яких може бути безліч.

Розпізнавання стану системи є віднесення її до одного з можливих класів (діагнозів) D . Кількість діагнозів залежить від особливостей завдань і цілей дослідження. Діагнози (класи) встановлюють заздалегідь і в цих умовах розпізнавання часто називають класифікацією. Сукупність послідовних дій у процесі розпізнавання називають алгоритмом розпізнавання.

Істотною частиною процесу розпізнавання є вибір параметрів, які описують стан системи. Тому до кожного з них ставлять жорсткі вимоги інформативності. У цих умовах задачу технічної діагностики можна сформулювати так.

Нехай стан системи описується за допомогою набору значень будь-яких ознак:

$$k = (k_1, k_2, \dots, k_n), \quad (8.1)$$

де k_j — j -та ознака.

Фактичний стан відповідає визначеній реалізації ознак

$$k^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*).$$

Кожна ознака (8.1) при дискретному описанні системи може мати розряди. Наприклад, за допускового контролю параметра u_i :

$$k_j = \begin{cases} k_{j1}, & u_i \leq u_{in}; \\ k_{j2}, & \text{якщо } u_{in} < u_j \leq u_{ib}; \\ k_{j3}, & u_i \geq u_{ib}. \end{cases}$$

Під ознакою розуміють визначену подію, що відбувається з визначеною ймовірністю. Організуючи контроль і діагностування, виходять з того, що можливі діагнози (стани) системи є відомими.

Є два підходи до розпізнавання: ймовірнісний та детерміністичний. Постановка задачі за ймовірнісного підходу така. Є система, яка перебуває в одному з m випадкових станів (діагнозів) D_i . Відома сукупність ознак, кожна з яких з визначеною ймовірністю характеризує стан системи. Потрібно сформувати розв'язувальне правило, за допомогою якого сукупність ознак належала б до одного з можливих станів (діагнозів). Необхідно також оцінити достовірність прийнятого рішення та ступінь ризику помилкового рішення. Постановка задачі за детерміністичного підходу така.

Система характеризується n -вимірним вектором u . Будь-який стан системи являє собою точку в n -вимірному просторі параметрів. Існує безліч діагнозів D_i . Потрібно знайти розв'язувальне правило, за яким вектор u^* буде належати до визначеної області діагнозів. Розглянемо ймовірнісний підхід, для чого наведемо деякі його теоретичні передумови.

Найбільшого поширення набули такі ймовірнісні методи розпізнавання станів, як статистичні методи розпізнавання, методи статистичних рішень.

8.2. Статистичні методи розпізнавання

8.2.1. Метод гіпотез (метод Байєса)

Метод ґрунтується на використанні теореми множення і формули повної ймовірності, на основі яких було виведено формулу Байєса.

Нехай є діагноз D_i та проста ознака k_j , яку використовують для цього діагнозу, тоді ймовірність сумісної появи подій в ОК стану D_i та ознака k_j одночасно становлять:

$$P(D_i, k_j) = P(D_i)P(k_j/D_i) = P(k_j)P(D_i/k_j). \quad (8.2)$$

Скориставшись положеннями теореми множення та формули повної ймовірності, з рівняння (8.2) знаходимо:

$$P(D_i/k_j) = \frac{P(D_i)P(k_j/D_i)}{P(k_j)}, \quad (8.3)$$

де $P(D_i)$ — априорна ймовірність діагнозу D_i , яка визначається за статистичними даними; $P(k_j/D_i)$ — ймовірність появи ознаки k_j в об'єктах зі станом D_i ; $P(k_j)$ — ймовірність появи ознаки k_j в усіх об'єктах; $P(D_i/k_j)$ — апостеріорна ймовірність діагнозу D_i умови, що є ознака k_j .

Величину $P(D_i)$ в (8.3) обчислюють за формулою

$$P(D_i) = \frac{N_i}{N},$$

де N — кількість досліджених об'єктів; N_i — кількість об'єктів із діагнозом D_i .

Величину $P(k_j/D_i)$ обчислюють із залежності

$$P(k_j/D_i) = \frac{N_{ij}}{N_i},$$

де N_{ij} — кількість об'єктів з діагнозом D_i , які мають ознаку k_j .

Величину $P(k_j)$ можна визначити так:

$$P(k_j) = \frac{N_j}{N},$$

де N_j — кількість об'єктів з ознакою k_j .

У формулі (8.2) враховано один діагноз та одну ознаку. Для множини ознак та діагнозів можна використати узагальнену формулу Байеса.

Нехай контроль об'єкта (діагностування) провадять за комплексом ознак, які можна подати вектором

$$k = (k_1, k_2, \dots, k_n).$$

Після виконання контролю стає відомою реалізація вектора ознак

$$k^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*).$$

З урахуванням наведеного узагальнена формула Байеса набирає вигляду:

$$P(D_i/k^*) = \frac{P(D_i)P(k^*/D_i)}{\sum_{s=1}^m P(D_s)P(k^*/D_s)}, \quad (8.4)$$

де $P(k^*/D_i) = P(k_2^*/D_i)P(k_3^*/D_i) \times \dots \times P(k_n^*/D_i)$ за умови, що ознаки незалежні; $P(D_i/k^*)$ — ймовірність діагнозу D_i після того, як стали відомі результати дослідження за комплексом ознак k^* ; $P(D_i)$ — апостеріорна ймовірність діагнозу D_i ; $P(k^*/D_i)$ — ймовірність появи комплексу ознак k^* за умови, що об'єкт перебуває у стані D_i .

Оскільки під час контролю можуть виявитись несумісні діагнози D_s , то у формулі (8.4) $\sum_{s=1}^m P(D_s) = 1$ (діагнози D_s складають повну групу несумісних подій). Сформуємо розв'язувальне правило для розпізнавання станів ОК за методом Байєса.

Об'єкт з набором ознак k^* належить до діагнозу D з найбільшою апостеріорною ймовірністю, тобто

$$\begin{aligned} k^* \in D_i, \quad \text{якщо} \quad P(D_i/k^*) > P(D_j/k^*); \\ j = \overline{1, m}, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (8.5)$$

інакше кажучи, встановлюється діагноз D_i , якщо сукупність ознак k_4^* частіше трапляються за діагнозу D_i , ніж за інших діагнозів. Таке розв'язувальне правило відповідає методу максимальної правдоподібності.

Правило (8.5) уточнюється заздалегідь обраним пороговим значенням P_i , за яким визначають рівень розпізнавання діагнозу D_i :

$$P(D_i/k^*) \geq P_i.$$

Якщо виникнення відмов у ДС підлягає рівномірному закону розподілу, то найбільше значення апостеріорної ймовірності матиме діагноз D_i , для якого $P(k^*/D_i)$ буде максимальною, і тоді розв'язувальне правило (8.5) перетворюється в таке:

$$k^* \in D_i, \text{ якщо } P(k^*/D_i) > P(k^*/D_j);$$

$$P(D_i) = \frac{1}{m}, j = \overline{1, m}, i \neq j. \quad (8.6)$$

У практичних розрахунках правило (8.6) також уточнюється за заздалегідь обраним пороговим значенням P_i , що визначає рівень розпізнавання діагнозу (стану) D_i :

$$P(k^*/D_i) \geq P_i.$$

Таким чином, можна приймати рішення, застосовуючи метод Байєса.

Приклад. Розглянемо приклад розпізнавання стану, наприклад авіагоризонта літака. Нехай у живленні авіагоризонта можуть статися дві події: зникнення живлення авіагоризонта постійною напругою 28 В — стан D_1 ; зникнення живлення авіагоризонта змінною трифазною напругою 36 В, 400 Гц — стан D_2 .

Надійне живлення авіагоризонта обома напругами визначає справну роботу системи — стан D_0 .

Отже, в авіагоризонті контролюються два параметри — u_1 і u_2 . У результаті контролю виявилось, що в разі перебування авіагоризонта у стані D_1 , тобто при $u_1 \ll u_{1\text{ном}}$, що зумовлює появу ознаки k_1^* . Якщо авіагоризонт перебуває у стані D_2 , тобто при $u_2 \ll u_{2\text{ном}}$ — появляється ознака k_2^* . З досвіду експлуатації відомо, що 85 % приладів випрацьовують ресурс у стані D_0 , 5 % — у стані D_1 і 10 % — у стані D_2 .

Відомо також, що трапляються випадки, коли система перебуває у стані D_0 , але водночас появляється ознака k_2^* з імовірністю 0,08. Ознака k_1^* у цьому випадку не появляється.

Умовні ймовірності появи ознак k_1^* та k_2^* відомі для умов, що авіагоризонт перебуває у станах D_1 і D_2 .

Вихідні дані зведемо в табл. 8.1.

Вихідні дані приладу

| D_i | $P(k_1^*/D_i)$ | $P(k_2^*/D_i)$ | $P(D_i)$ |
|-------|----------------|----------------|----------|
| D_0 | 0 | 0,05 | 0,85 |
| D_1 | 0,30 | 0,25 | 0,05 |
| D_2 | 0,45 | 0,40 | 0,1 |

Завдання. Визначити найбільш імовірний стан авіагоризонта для умов наявності й відсутності живлення після контролю обох ознак k_1^* і k_2^* .

Розв'язання. Припущення: ознаки k_1^* і k_2^* незалежні, тобто $R(k_1, k_2) = 0$. З урахуванням припущення для розв'язування застосуємо вираз:

$$P(D_i/k_1^*, k_2^*) = \frac{P(D_i)P(k_1^*/D_i)P(k_2^*/D_i)}{\sum P(D_s)P(k_1^*/D_s)P(k_2^*/D_s)}$$

8.2.2. Метод Вальда (метод послідовного аналізу)

Цей метод застосовують для розпізнавання двох станів. На відміну від методу Байеса кількість обстежень заздалегідь не встановлюється, їх проводять стільки, скільки потрібно для прийняття рішення з визначеним ступенем ризику. Якщо система може перебувати у двох станах (діагнозах) D_0 та D_1 , то відповідно до формули (8.4) можна записати співвідношення

$$\frac{P(D_1/k^*)}{P(D_0/k^*)} = \frac{P(D_1)P(k_1^*/D_1)P(k_2^*/D_1) \times \dots \times P(k_j^*/D_1)}{P(D_0)P(k_1^*/D_0)P(k_2^*/D_0) \times \dots \times P(k_j^*/D_0)}$$

$$k^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_j^*), \quad j = \overline{1, n}$$

Якщо

$$\frac{P(D_1/k^*)}{P(D_0/k^*)} > 1;$$

$$\alpha_j = \frac{P(k_1^*/D_1)P(k_2^*/D_1) \times \dots \times P(k_j^*/D_1)}{P(D_0)P(k_1^*/D_0)P(k_2^*/D_0) \times \dots \times P(k_j^*/D_0)} > \frac{P(D_0)}{P(D_1)},$$

то приймається рішення про те, що комплекс ознак k^* належить стану D_1 , тобто $k^* \in D_1$.

За цим методом для величини α_j задається нижня та верхня межі прийняття рішень A_1, A_2 , до того ж, коли на наступному кроці $\alpha_j > A_2$, то комплекс ознак k^* належить до стану D_1 , тобто $k^* \in D_1$.

Якщо ж $\alpha_j < A_1$, то цей комплекс ознак належить до стану D_0 , тобто $k^* \in D_0$. У випадку, коли $A_1 < \alpha_j < A_2$, то необхідне додаткове обстеження за такою ознакою.

Процедура методу. Нехай проведено $j = k - 1$ обстеження, при цьому виявлено, що величина $A_1 < \alpha_{k-1} < A_2$, де

$$\alpha_{k-1} = \frac{P(k_1^*/D_1)P(k_2^*/D_1) \times \dots \times P(k_{k-1}^*/D_1)}{P(k_1^*/D_0)P(k_2^*/D_0) \times \dots \times P(k_{k-1}^*/D_0)}. \quad (8.7)$$

Проведемо додаткове обстеження за такою ознакою. Якщо після k -го обстеження величина

$$\alpha_k = \frac{P(k_1^*/D_1)P(k_2^*/D_1) \times \dots \times P(k_k^*/D_1)}{P(k_1^*/D_0)P(k_2^*/D_0) \times \dots \times P(k_k^*/D_0)} > A_2,$$

то комплекс ознак k^* належить до стану D_1 , тобто $k^* \in D_1$, якщо ж $\alpha_k < A_1$, то $k^* \in D_0$.

Таким чином, виконується стільки кроків, скільки необхідно для досягнення нижньої або верхньої межі прийняття рішення. Після цього застосовують розв'язальне правило. Метод використовують і для неперервних випадкових величин U_1 та U_2 , але в цьому разі замість умовних ймовірностей ознак у нерівність (8.7) входять густини ймовірності параметрів, тобто

$$f(U_1/D_0), f(U_1/D_1), f(U_2/D_0), f(U_2/D_1).$$

Під час розпізнавання можуть бути помилки двоякого роду:

— помилка, яка виникає під час діагностування стану D_0 , тоді приймається рішення про наявність стану D_1 , якщо насправді об'єкт належить до стану D_0 (помилка першого роду);

— помилка, яка стосується стану D_1 , — приймається рішення на користь D_0 , коли справедливий діагноз D_1 (помилка другого роду).

Нехай D_0 — справний стан; D_1 — стан відмови; α, β — умовні ймовірності помилок першого та другого роду, що виникають під час прийняття рішень. Тоді межі прийняття рішень можна визначити із таких залежностей:

$$\frac{1-\beta}{\alpha} \geq A_2; \quad A_1 \geq \frac{\beta}{1-\alpha}. \quad (8.8)$$

У практичних розрахунках у (8.8) $\alpha = \beta = 0,05$ або $0,1$.

8.3. Методи статистичних розв'язків

8.3.1. Статистичні розв'язки для одного діагностичного параметра

Нехай діагностують стан якого-небудь пристрою за одним параметром U . Задача полягає у виборі такого значення U_0 , щоб якщо $U \leq U_0$, визнати об'єкт справним (стан D_0), а якщо $U > U_0$, визнати об'єкт, який відмовив (стан D_1). На основі цього сформуємо правило прийняття рішення, яке можна записати так:

$$\begin{cases} U \in D_1, & \text{якщо } U \leq U_0; \\ U \in D_2, & \text{якщо } U > U_0. \end{cases} \quad (8.9)$$

Залежно від ряду зовнішніх факторів і внутрішніх процесів розподілу параметра U для об'єкта, який відмовив, та справного різні (рис. 8.1).

На рис. 8.1 $f_1(U/D_0)$ — функція густини ймовірності параметра U за умови, що об'єкт справний, а $f_2(U/D_1)$ — за умови, що об'єкт відмовив. Оскільки ділянки розподілу параметрів перетинаються, то неможливо обрати U , за якого правило (8.9) не призвело б до помилкових розв'язків.

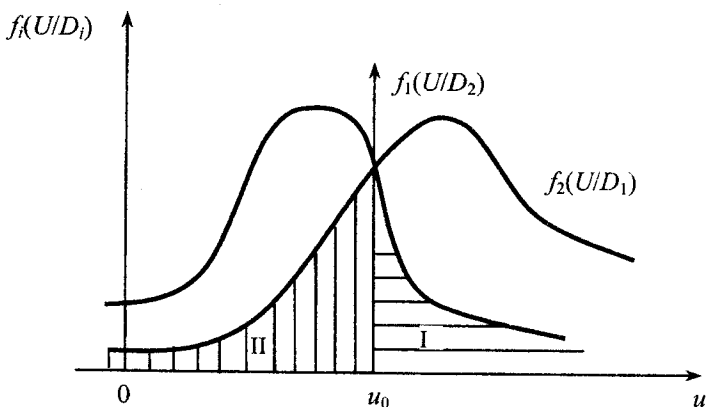


Рис. 8.1. Функції густини ймовірності параметра u за справного і несправного станів об'єкта контролю

Задача полягає в тому, щоб вибір положення U_0 на осі значень параметра був оптимальним. Позначимо через H_{ij} можливі розв'язки за правилом (8.9).

З урахуванням правильних і помилкових рішень маємо події $H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22}$, які утворюють повну групу несумісних подій:

H_{11} — об'єкт перебуває у стані D_0 і за результатами контролю він теж у стані D_0 ;

H_{12} — об'єкт перебуває у стані D_0 , а за результатами контролю — у стані D_1 ;

H_{21} — об'єкт перебуває у стані D_1 , а за результатами контролю — у стані D_0 ;

H_{22} — об'єкт перебуває у стані D_1 , і за результатом контролю — теж у стані D_1 .

Визначимо відповідні ймовірності наведених станів:

$$P(H_{11}) = P(D_0) \int_{-\infty}^{U_0} f_1(U/D_0) du; \quad (8.10)$$

$$P(H_{12}) = P(D_0) \int_{U_0}^{\infty} f_1(U/D_0) du; \quad (8.11)$$

$$P(H_{21}) = P(D_1) \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_1) du; \quad (8.12)$$

$$P(H_{22}) = P(D_1) \int_{U_0}^{+\infty} f_2(U/D_1) du. \quad (8.13)$$

Уведемо в (8.10)—(8.13) спрощені позначення для ймовірностей $P_1 = P(D_0)$, $P_2 = P(D_1)$, крім того, позначимо через C_{ji} ціну (вагу) імовірнісних помилок $P(H_{ij})$. З урахуванням ймовірностей повної

групи несумісних подій можна скласти вираз для середнього ризику

$$\rho = C_{11}P(H_{11}) + C_{12}P(H_{12}) + C_{21}P(H_{21}) + C_{22}P(H_{22}). \quad (8.14)$$

Після підставлення виразів (8.10)—(8.13) у (8.14) маємо:

$$\begin{aligned} \rho = & C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{U_0} f_1(U/D_0) du + C_{12}P_1 \int_{U_0}^{+\infty} f_1(U/D_0) du + C_{21}P_2 \times \\ & \times \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_1) du + C_{22}P_2 \int_{U_0}^{+\infty} f_2(U/D_1) du. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Вираз (8.15) характеризує середній ризик визначення стану динамічної системи за результатами контролю її технічного стану.

У практичних розрахунках під час виконання проектно-конструкторських робіт та досліджень вагові коефіцієнти C_{11} і C_{22} не враховують, тобто у рівнянні (8.15) беруть $C_{11} = C_{22} = 0$.

Формула визначення середнього ризику прийняття рішення про стан системи за результатами контролю стала базовою для розроблення методів визначення величини параметра U_0 .

8.3.2. Метод мінімального ризику

Метод мінімального ризику ґрунтується на визначенні величини U_0 з умов мінімізації середнього ризику (8.15). Якщо продиференціювати рівняння (8.15) за параметром U_0 та дорівняти похідну до нуля, то матимемо умову екстремуму:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial U_0} = & C_{11}P_1 f_1(U_0/D_0) - C_{12}P_1 f_1(U_0/D_0) + \\ & + C_{21}P_2 f_2(U_0/D_1) - C_{22}P_2 f_2(U_0/D_1) = 0, \end{aligned} \quad (8.16)$$

$$\frac{f_1(U_0/D_0)}{f_2(U_0/D_1)} = \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1}. \quad (8.17)$$

Умова (8.17) визначає два значення U_0 , з яких одне визначає мінімальне значення середнього ризику ρ , а друге — максимальне, тому вона є необхідною, але не достатньою умовою мінімуму середнього ризику ρ . Для того щоб у точці U_0 визначити мінімум, потрібно від виразу (8.16) взяти другу похідну $\frac{d^2\rho}{dU_0^2}$. Якщо виконується умова $d^2\rho/dU_0^2 > 0$, то ρ є мінімальним, що є достатньою умовою.

За цієї умови можна записати таке співвідношення:

$$\frac{f'_0(U/D_0)}{f'_2(U_0/D_1)} = \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1}. \quad (8.18)$$

У разі виконання умови (8.18) у точці U_0 середній ризик ρ має своє мінімальне значення. Якщо розподілення $f_1(U/D_0)$, $f_2(U/D_1)$ одномодульні та $\bar{U}_1 < U_0 < \bar{U}_2$, де \bar{U}_1, \bar{U}_2 — математичні сподівання випадкової величини U , і об'єкт перебуває у стані D_0 або D_1 , умова (8.18) виконується.

Тоді відповідно до значення параметра U_0 розв'язувальне правило формулюється так:

$$\begin{cases} U \in D, & \text{якщо } \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} > \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1}, \\ U \in D_1, & \text{якщо } \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} < \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1}. \end{cases} \quad (8.19)$$

Якщо припустити, що $C_{11} = C_{22} = 0$ у правій частині, правило (8.19) спрощується до вигляду $C_{21}P_2 / C_{12}P_1$.

Приклад. Нехай параметр U підлягає нормальному розподілу у справному стані (діагноз D_0) і несправному стані (діагноз D_1) і середньоквадратичні відхилення параметра однакові для обох ста-

нів. Визначити граничне значення параметра U_0 і правило прийняття рішення.

Розв'язання. Для наведених умов густини ймовірності запишемо:

$$f_1(u/D_0) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} \exp\left(-\frac{(u-\bar{u}_1)^2}{2\sigma^2}\right);$$

$$f_2(u/D_1) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} \exp\left(-\frac{(u-\bar{u}_2)^2}{2\sigma^2}\right),$$

де \bar{u}_1, \bar{u}_2 — математичні сподівання; σ — середньоквадратичне відхилення.

Підставимо ці співвідношення в умову (8.17) і прологарифмуємо отриманий після підставлення вираз:

$$\ln \frac{f_1(u_0/D_0)}{f_2(u_0/D_1)} = -(2\sigma^2)^{-1} (2u_0(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) + \bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2) \ln \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1}.$$

Із цього співвідношення можна визначити величину u_0 :

$$u_0 = 0,5(\bar{u}_1 + \bar{u}_2) - \sigma^2(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^{-1} \left(\ln \frac{P_1}{P_2} + \ln \frac{(C_{21} - C_{22})}{(C_{12} - C_{11})} \right).$$

Сформулюємо розв'язувальне правило

$$\begin{cases} u \in D_0, \text{ якщо } u \leq u_0; \\ u \in D_1, \text{ якщо } u > u_0. \end{cases}$$

Отже, якщо відомі математичні сподівання параметра u та його розсіювання σ , а також ціни ймовірнісних помилок C_{ij} , то можна визначити положення параметра u_0 на осі значень (див. рис. 8.1).

8.3.3. Метод мінімальної кількості помилкових розв'язків

Помилкові розв'язки, як видно з рис. 8.1, розміщені у зонах I і II (заштриховані частини). З урахуванням цього ймовірність прийняття помилкового рішення визначаємо із залежностей (8.11), (8.12):

$$P_{\text{пом}} = P(H_{12}) + P(H_{21}) = P_1 \int_{u_0}^{+\infty} (U/D_0) du + P_2 \int_{-\infty}^{u_0} f_2(U/D_1) du. \quad (8.20)$$

Як і в попередньому методі для визначення U_0 , згідно з яким імовірність помилки $P_{\text{пом}}$ була б мінімальною, знайдемо екстремальне значення, для чого знайдемо похідну від виразу (8.20) $\frac{dP_{\text{пом}}}{dU_0}$ і дорівняємо її до нуля:

$$\frac{dP_{\text{пом}}}{dU_0} = -P_1 f_1'(U_0/D_0) + P_2 f_2'(U_0/D_1) = 0. \quad (8.21)$$

Це необхідна, але не достатня умова визначення мінімуму $P_{\text{пом}}$ з (8.21), тому береться друга похідна, після чого складається умова наявності $\min P_{\text{пом}}$:

$$\frac{d^2 P_{\text{пом}}}{dU_0^2} = -P_1 f_1''(U_0/D_0) + P_2 f_2''(U_0/D_1) > 0. \quad (8.22)$$

З рівняння (8.22) випливає умова Зігерта–Котельникова для визначення граничного значення:

$$\frac{f_1(U_0/D_0)}{f_2(U_0/D_1)} = \frac{P_2}{P_1}. \quad (8.23)$$

Розв'язувальне правило сформулюємо на основі вимоги (8.22) та виразу (8.23):

$$U \in D_0, \quad \text{якщо} \quad \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} > \frac{P_2}{P_1};$$

$$U \in D_1, \quad \text{якщо} \quad \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} < \frac{P_2}{P_1}.$$

8.3.4. Метод мінімаксу

Для розв'язання задач діагностування нових виробів, або таких, що тільки розробляються, часто попередніх статистичних даних про ймовірність діагнозів $P_1 = P(D_0)$ та $P_2 = P(D_1)$ немає. Тоді розглядають найгірший випадок, тобто сприятливі значення P_1 та P_2 , які приводять до найбільшого значення середнього ризику ρ .

Будемо вважати, що середній ризик P_2 визначається за двома параметрами U_0 і P_1 через P_1 як несумісних подій, тобто $\rho = \rho(U_0, P_1)$; $P_2 = (1 - P_1)$, тоді

$$\rho(U_0, P_1) = C_{11} P_1 \int_{-\infty}^{U_0} f_1(U/D_0) du + C_{12} P_1 \int_{U_0}^{+\infty} f_1(U/D_0) du + C_{21} (1 - P_1) \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_1) du + C_{22} (1 - P_1) \int_{U_0}^{+\infty} f_2(U/D_1) du.$$

Для знаходження екстремуму візьмемо похідні (першу за параметром U_0 , другу за параметром P_1) і прирівняємо кожен з них до нуля, тобто $\frac{\partial P}{\partial U_0} = 0$; $\frac{\partial P}{\partial P_1} = 0$. З першої умови випливає

$$\frac{f(U_0/D_0)}{f(U_0/D_1)} = \frac{(C_{21} - C_{22})(1 - P_1)}{(C_{12} - C_{11})P_1}, \quad (8.24)$$

з другої:

$$\begin{aligned} C_{12} \int_{U_0}^{+\infty} f_1(U/D_0) du + C_{11} \int_{-\infty}^{U_0} f_1(U/D_0) du = \\ = C_{21} \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_1) du + C_{22} \int_{U_0}^{+\infty} f_2(U/D_1) du. \end{aligned} \quad (8.25)$$

Таким чином, отримано систему з двох рівнянь (8.24) і (8.25), з яких потрібно визначити два невідомі параметри U_0 і P_1 , за яких середній ризик $\rho(U_0, P_1)$ має екстремальне значення.

Систему (8.24), (8.25) розв'язують так.

З рівняння (8.25) визначають значення параметра U_0 методом Ньютона послідовних наближень, тобто беруть математичні сподівання параметра $U_{01} = \frac{\bar{U}_1 + \bar{U}_2}{2}$ і з другого рівняння системи (8.24) з урахуванням отриманого значення U_0 визначають імовірності P_1 , P_2 першу ітерацію.

Далі за визначеним значенням P_1 і U_{02} проводять другу ітерацію і т. д., доки не будуть отримані бажані значення параметрів.

8.3.5. Метод Неймана–Пірсона

У процесі технічного діагностування систем важливо не допускати збою або дефекту. Для цього використовують метод Неймана–Пірсона.

За методом Неймана–Пірсона мінімізується ймовірність пропуску дефекту за заданого допустимого рівня ймовірності помилкового виявлення відмови $P_{п.в.відм}$. Отже, можна записати (рис. 8.1, заштрихована зона I):

$$P_1 \int_{U_0}^{\infty} f_1(U/D_0) du \leq P_{п.в.відм} \quad (8.26)$$

Вираз (8.26) характеризується філософським законом «єдність і боротьба протилежностей». Дійсно, зі збільшенням значення помилки неправильного виявлення відмови (розширення зони I) величина її пропускання зменшується, але збільшуються помилки першого роду; найменше значення ймовірності помилкового виявлення відповідатиме знаку рівності в (8.26), тобто

$$P_1 \int_{U_0}^{\infty} f_1(U/D_0) du = P_{п.в.відм}$$

де $P_{п.в.відм}$ — ймовірність помилкового виявлення відмови.

У практичних розрахунках беруть $P_{п.в.відм} = kP_2$, де $k = 1, 2, 3$ у разі небезпечних відмов з обмеженими наслідками та $k = 3, \dots, 10$ за небезпечних відмов з важкими наслідками.

У технічній діагностиці використовують й інший підхід: визначити граничне значення U_0 , виходячи з обраної ймовірності невиявленої відмови (розширення зони II, рис. 8.1). Для цього випадку можна записати за аналогією з першим підходом:

$$P_2 \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_1) du = P_{п.нв.відм}$$

де $P_{п.нв.відм}$ — задане значення ймовірності невиявленої відмови.

8.3.6. Метод найбільшої правдоподібності

Цей метод можна розглядати як окремий випадок методу мінімального ризику. Виходячи з цього, правило прийняття рішення формуємо так:

$$\begin{aligned}
 U \in D_1, \quad \text{якщо} \quad \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} > 1; \\
 U \in D_2, \quad \text{якщо} \quad \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} < 1.
 \end{aligned}
 \tag{8.27}$$

Граничне значення для (8.27) можна знайти з умови

$$f_1(U_0/D_0) = f_2(U_0/D_1),$$

з якої випливає:

$$\frac{f_1(U_0/D_0)}{f_2(U_0/D_1)} = \frac{(C_{21} - C_{22})P_2}{(C_{12} - C_{11})P_1} = 1.$$

Якщо $C_{22} = C_{11} = 0$, то $\frac{C_{21}}{12} = \frac{P_2}{P_1} = 1$.

8.4. Приклади застосування методів статистичних розв'язків

Розглянемо гіпотетичну динамічну систему з двома станами: справним і несправним. Нехай для справного стану $D_0: \sigma_1 = 2\bar{U}_1 = 12$, за наявності дефекту $\bar{U}_2 = 15$, $\sigma_2 = 4$; розподілення — нормальне. Потрібно, застосовуючи різні методи статистичних розв'язків, знайти U_0 відповідно до вимог, що пристрій підлягає зняттю з експлуатації, якщо $u > u_0$.

За статистичними даними експлуатації системи $P(D_2) = 0,15$; $P(D_1) = 0,95$. Окрім того, припускають $C_{11} = C_{22} = 0$; $C_{21}/C_{12} = 20$.

Метод мінімального ризику. З умови (8.21) випливає, що

$$\begin{aligned}
 \frac{f_1(U/D_0)}{f_2(U/D_1)} &= \frac{C_{21}P_2}{C_{12}P_1} = 20 \frac{0,15}{0,95} = 3,52; \\
 f_1(U_0/D_0) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp - \left[\frac{(U_0 - 12)^2}{2 \cdot 4} \right]; \\
 f_2(U_0/D_2) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp - \left[\frac{(U_0 - 15)^2}{2 \cdot 16} \right].
 \end{aligned}
 \tag{8.28}$$

Підставляючи $f_1(U_0/D_0)$ та $f_2(U_0/D_1)$ у перше рівняння (8.28), маємо

$$-\frac{(U_0 - 12)^2}{8} + \frac{(U_0 - 15)^2}{32} = \ln \frac{2 \cdot 3,52}{3}.$$

Це рівняння має додатний корінь $U_0 = 14,1$.

Метод мінімальної кількості помилкових розв'язків. Для визначення U_0 використовують умову (8.27), з якої випливає

$$-\frac{(U_0 - 12)^2}{8} + \frac{(U_0 - 15)^2}{32} = \ln \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16} \right),$$

звідки $U_0 = 20,25$.

Метод мінімаксу. Граничну умову U_0 обчислюють з умови (8.25), яка з урахуванням того, що $C_{11} = C_{22} = 0$, має вигляд:

$$C_{12} \int_{U_0}^{\infty} f_1(U/D_1) du = C_{21} \int_{-\infty}^{U_0} f_2(U/D_2) du.$$

Якщо врахувати, що зв'язок функції розподілу $F(U)$ та густини ймовірностей $f(U)$ виражається формулою

$$F(U) = \int_{-\infty}^{U_0} f(U) du = 1 - \int_{U_0}^{+\infty} f(U) du,$$

то умова визначення U_0 набуде такої форми:

$$C_{12} [1 - F_1(U_0/D_0)] - C_{21} F_2(U_0/D_1) = 0; \quad (8.29)$$

$$F_2(U_0/D_1) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{U_0 - U_2}{\sigma} \right);$$

$$F_1(U_0/D_0) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{U_0 - U_1}{\sigma_1} \right),$$

де $\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{U_0} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ — функція Лапласа.

З умови (8.29) методом інтеграцій визначають U_0 за формулою

$$U_{0(n)} = U_{0(n-1)} - \frac{\Phi[U_{0(n-1)}]}{\frac{\partial \Phi}{\partial U_0}[U_{0(n-1)}]},$$

де $U_{0(n)} = U_{0(n-1)}$ — значення U_0 на n та $n-1$ кроках обчислень:

$$\Phi[U_{0(n-1)}] = C_{12} \left[1 - F_1(U_{0(n-1)}/D_0) \right] - C_{21} F_2(U_{0(n-1)}/D_1);$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial U}[U_{0(n-1)}] = -C_{12} f_1(U_{0(n-1)}/D_0) - C_{21} f_2(U_{0(n-1)}/D_1),$$

оскільки $f(U) = \frac{dF(U)}{dU}$.

Перше значення

$$U_{0(1)} = \frac{\bar{U}_1 + \bar{U}_2}{2} = \frac{12 + 15}{2} = 13,5.$$

Друге значення

$$U_{0(2)} = U_{0(1)} - \frac{\partial \Phi(U_{0(1)})}{\Phi'(U_{0(1)})};$$

$$\Phi(U_{0(1)}) = \left[1 - F_1(U_{0(1)}/D_0) - 20F_2(U_{0(1)}/D_1) \right],$$

через те, що $C_{12} = 1$, $C_{21} = 20$;

$$\Phi'(U_{0(1)}) = -f_1(U_{0(1)}/D_1) - 20f_2(U_{0(1)}/D_2),$$

звідки $U_{0(2)} = 10,8$.

Далі аналогічно можна визначити $U_{0(3)} = 9,4$; $U_{0(4)} = 9,15$; $U_{0(5)} = 9,06$. Після визначення $U_0 = 9,06$ аналізують першу умову методу мінімаксу (8.24):

$$\frac{f_1(U_0/D_0)}{f_2(U_0/D_2)} = \frac{20(1 - P_1)}{P_1}. \quad (8.30)$$

Після підставлення в рівняння (8.30) $f_1(U_0/D_1)$, $f_2(U_0/D_2)$ з наступним логарифмуванням дістанемо залежність для розрахунку:

$$-\frac{(U_0 12)^2}{8} + \frac{(U_0 - 15)^2}{32} = \ln \frac{2}{3} \cdot \frac{20(1 - P_1)}{P_1},$$

звідки $P_1 = 0,60$, $P_2 = 0,40$.

8.5. Логічні методи розпізнавання

У процесі виготовлення та експлуатації технічних систем здійснюється контроль їх стану. У цьому процесі взаємодіють ОК, засоби контролю і зовнішнє середовище. Формальний опис взаємодії цих об'єктів дає змогу виявити вузькі місця і обрати найбільш ефективні рішення, особливо для таких складних систем, як бортові чи наземні мікропроцесорні комплекси.

Натепер для контролю і діагностування як технічних систем, так і їх програмного забезпечення широко застосовують методи логічного аналізу. Це зумовлено тим, що для контролю та налагодження сучасних складних систем, особливо цифрових, часто потрібно виявляти одночасно послідовності сигналів по декількох каналах, спостерігати події, які цікавлять, що не можливо зробити іншими методами. Ці методи ґрунтуються на встановленні логічних зв'язків між ознаками та станами об'єктів. Розглядаються прості якісні ознаки, для яких можливі тільки два значення: 0 та 1. В основу логічних методів покладено теоретичні розділи алгебри, логіки, булевські функції. Булевські функції використовують для побудови діагностичних моделей пристроїв. Основою діагностичних моделей є таблиця несправностей, яка виражає зв'язок між ознаками та станами системи. Нехай є прості двійкові ознаки k_1, k_2, \dots, k_n , за допомогою яких розпізнають стани системи.

Наявність ознаки k_i позначають через 1, а її відсутність позначають через 0. Отже, з урахуванням цього стан системи

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо є ознака;} \\ 0, & \text{якщо немає ознаки.} \end{cases}$$

Розглянемо систему, яка має два стани: D_0 — справний, D_1 — несправний. Стан системи описується чотирма ознаками k_1, k_2, k_3, k_4 , причому несправний стан виникає за набору ознак, наведених у табл. 8.2, а у всіх інших випадках система перебуває у стані D_0 . З урахуванням цього булевська діагностична функція має вигляд:

$$F_6 = (\bar{k}_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_4) \wedge (\bar{k}_1 \vee \bar{k}_2 \vee k_3 \vee k_4) \wedge \\ \wedge (k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee \bar{k}_4) \equiv D_1 \wedge \bar{D}.$$

Таблиця 8.2

Ознаки, що описують стан системи

| k_1 | k_2 | k_3 | k_4 |
|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |

Умова істинності $F_6 = 1$ відповідає як справному стану, так і несправному. Таким чином, за таблицею складено булевську функцію.

Крім розглянутих об'єктів з двома можливими станами (D_0 — логічний нуль і D_1 — логічна одиниця) є системи з трьома логічними станами, наприклад, інтерфейси мікропроцесорних обчислювальних систем. Характерною особливістю цих пристроїв є можливість їх двонапрявленості, тобто можливість передавати потоки інформації в обох напрямках по одному проводу. Така архітектура стала можливою завдяки розробленню спеціальних буферних елементів — шинних формувачів із трьома логічними станами, які можуть уводитись до складу великих інтегральних схем або входити до складу обчислювальної системи у вигляді самостійних інтегральних схем.

Два логічні стани цих інтегральних схем є стандартними логічними станами для їх використання, тобто логічною одиницею і логічним нулем, а третій стан є високоімпедансним, що визначається як Z -стан (рис. 8.2).

Ця особливість нового типу інтегральних схем — її функціонування з трьома логічними станами — дуже суттєва для діагностування, оскільки правильно функціонуючі схеми мають на своєму виході потенціал, який не відповідає логічному нулю й логічній одиниці і є невизначеним.

Для підготовки діагностування пристроїв, які містять схеми, що працюють з трьома логічними станами, потрібно визначити питання:

- правила приймання й інтерпретації Z -стану;
- розподілити інтегральні схеми, що входять до складу пристрою, на дві множини: звичайні схеми і схеми з трьома логічними станами для правильного розпізнавання помилки.

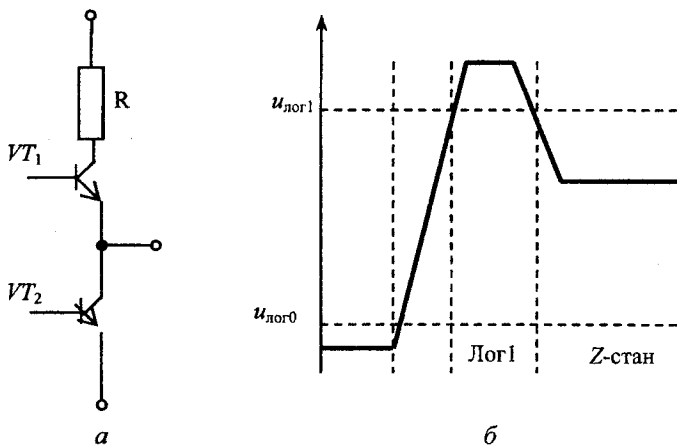


Рис. 8.2. Робота шинного формувача:
 а — спрощена схема вихідного каскаду;
 б — діаграма потенціалів вихідного каскаду

Логіко-динамічний метод розпізнавання. Ознакою правильності функціонування мікропроцесорних комплексів є пара

$$\{\mu_i = \mu_i^e, R_i = R_i^e\}, i = 1, n,$$

де μ_i — тривалість виконання основної операції; μ_i^e — еталонне значення; R_i, R_i^e — отриманий і еталонний результати.

Таким чином, процес розпізнавання можна подати у вигляді сукупності операторів $\varphi_i, i = \overline{1, k}$, що забезпечують виконання цієї умови. Наприклад, для мікропроцесора методика попередньої підготовки перевірок зводиться до такого:

- побудова динамічної моделі \tilde{M} , що враховує пристрій, зв'язки між ними та затримки;
- аналіз динамічної моделі \tilde{M} і визначення за тривалістю μ_z шляхів L_z проходження інформації ($\bar{z} = \overline{1, m}$);
- визначення кількості синхросигналів для отримання μ_z ;
- визначення за тривалістю μ_z «вікна» в сигнатурному аналізаторі;
- введення в сигнатурний аналізатор декількох «вікон» $T_n(\mu_z)$.

Під час перевірки еталонні сигнатури для μ_z мають збігатися з отриманими. Застосування цієї методики підвищує достовірність діагностування завдяки охопленню контролем великого обсягу параметрів об'єкта.

Подальшою формалізацією є побудова спеціальної мови для автоматизації і формування складних програм перевірок.

Наприклад, у межах уведеного опису робота логічного аналізатора описується залежностями вигляду

$$y_i [A_j * R_i \oplus G_q \oplus Y_p],$$

де A_j — оператор аналізу, $j = \overline{1, n}$; R_i — оператор реєстрації, $i = \overline{1, m}$; G_q — оператор генерації, $q = \overline{1, e}$; Y_p — ділянка інформаційного потоку, на якій виконуються оператори, $p = \overline{1, s}$; * — знак операції слідування або логічної операції.

Логічні операції: диз'юнкція, кон'юнкція.



Контрольні запитання і завдання

1. Що відносять до передумов розв'язання задачі технічної діагностики?
2. Наведіть класифікацію методів розпізнавання.
3. На яких положеннях теорії ймовірностей ґрунтується метод Байєса?
4. Наведіть і поясніть узагальнену формулу Байєса.
5. У яких випадках використовується метод Вальда?
6. Поясніть сутність методу послідовного аналізу.
7. Наведіть правило прийняття рішення для одного діагностичного параметра.
8. Наведіть вираз для середнього ризику й поясніть його сутність.
9. Сформулюйте розв'язувальне правило для методу мінімального ризику.
10. Як визначають необхідну та достатню умови визначення мінімуму $P_{\text{пом}}$ за методом мінімальної кількості помилкових рішень?
11. Поясніть сутність методу мінімаксу.
12. Як визначається значення ймовірності помилкового виявлення відмови при застосуванні методу Неймана–Пірсона?
13. Поясніть сутність методу найбільшої правдоподібності.
14. Як позначається стан динамічної системи при логічному методі розпізнавання?
15. До чого зводиться методика попередньої підготовки перевірок при логіко-динамічному методі розпізнавання?



ВИЗНАЧЕННЯ ДІАГНОСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

9.1. Основні положення вибору сукупності діагностичних параметрів

9.1.1. Загальні положення

Процес вибору сукупності діагностичних параметрів для здійснення діагностування систем є багатоальтернативним завданням. Він визначається багатьма факторами, зокрема такими, як цільова функція об'єкта діагностування; стратегія його експлуатації і технічного обслуговування; набір запасів контролю і технічного діагностування; тривалість діагностування; вартість засобів, що залучаються до діагностування, та самого діагностування з урахуванням простоїв об'єкта діагностування в режимі діагностування.

Діагностичні параметри можна вибрати на двох стадіях життєвого циклу системи:

- проектування, коли відбувається первинне осмислення цілей і завдань як самого виробу, що проектується, так і стратегій, методів та засобів його технічного обслуговування і ремонту;
- технічної експлуатації, коли виникає проблема удосконалення функціонального використання, або поліпшення показників технічного обслуговування, або потреба підвищення надійності в умовах експлуатації.

Якщо на стадії проектування завдання вибору діагностичних параметрів і діагностичного забезпечення загалом вирішується оптимально, то друга стадія значно спрощується. Але проблема і полягає в тому, що на стадіях проектування, виготовлення вирішити завдання діагностування оптимально не вдається через неможливість розрізнити критерії оптимальності.

Умови експлуатації динамічних систем змінюються значно швидше, ніж технічні умови на проектування. Через 3—5 років функціональне використання може потребувати принципово інших вирішень: нових методів і засобів, нового підходу.

На стадії виготовлення ОК і діагностування головна увага приділяється завжди параметрам функціонального використання. Експлуатація на цій стадії поки що видається другорядним завданням. На цій стадії головним є задоволення вимог експлуатації за визначальним параметром.

Усе це змушує більш зосереджуватися на діагностичному аналізі і виборі діагностичних параметрів на стадіях обігу та експлуатації. Тому, чим більш прискіпливо й досконаліше вирішуються завдання діагностування на стадіях проектування, тим повніше вони будуть реалізовані у процесі експлуатації.

Граничнодопустиме значення — найбільше чи найменше значення параметра, яке може мати працездатний вибір.

Аварійне значення параметра — значення параметра динамічної системи, яке окремо або в сукупності зі значенням інших параметрів свідчить про можливість виникнення аварійної ситуації.

Допуск параметра — різниця між верхнім та нижнім граничнодопустимими значеннями параметра.

Верхній допуск параметра — алгебрична різниця між верхнім граничнодопустимим та номінальним значеннями параметра.

Нижній допуск параметра — алгебрична різниця між нижнім граничнодопустимим та номінальним значеннями параметра.

Відносне відхилення параметра — вимірне значення параметра, виражене у відсотках відносно верхнього або нижнього допуску параметра.

Контроль параметра сигналу — процес визначення того співвідношення значень параметра сигналу відповідно до встановлених вимог. Для більш ефективної експлуатації динамічної системи дуже важливо вже на стадії проектування правильно вибрати параметри, які підлягають контролю. Необхідно вибрати визначальні та допоміжні параметри так, щоб можна було оцінити працездатність, виконати пошук відмов, прогнозувати технічний стан динамічної системи.

Визначальні параметри можна використовувати для оцінювання працездатності підсистем та пристроїв, а допоміжні — для пошуку місця та елемента відмовлених блоків і вузлів. Прогнозувати технічний стан доцільно з використанням визначальних параметрів.

Кількість контрольованих параметрів залежить від:

- завдань контролю;
- рівня структурної побудови динамічної системи;

- виду підготовки динамічної системи до застосування;
- використання параметрів динамічної системи або виду контрольно-діагностичного комплексу (КДК), автоматизованих засобів контролю (АЗК), вбудованих систем контролю (ВСК);
- режиму функціонування.

На стадії проектування доцільно в основу вибору параметрів контролю динамічної системи покласти вибір параметрів для діагностування відмов. Із цього набору параметрів завжди можна вибрати сукупність параметрів для оцінювання працездатності, а також параметри для прогнозування.

9.1.2. Класифікація діагностичних параметрів на підставі визначення

У процесі контролю та діагностування користуються такими поняттями та визначеннями.

Параметр виробу — характеристика виробу, яка являє собою значення фізичної величини.

Параметр сигналу — характеристика сигналу, яка являє собою значення фізичної величини.

Визначальний параметр — параметр об'єкта, який використовують для контролю для визначення виду технічного стану цього об'єкта.

Основний параметр — параметр, який характеризує працездатність стану ОК за призначенням.

Динамічний параметр — параметр об'єкта або його складові частини, використовувани для пошуку місця відмови.

Аварійний параметр — параметр, використовуваний для передбачення можливості виникнення аварійної ситуації.

Стимулювальний сигнал — сигнал, який впливає на вхід ОК для отримання інформації про значення параметрів виробу.

Контрольований сигнал — сигнал, який надходить на вхід засобів контролю і містить інформацію про технічний стан об'єкта.

Зведений сигнал — сигнал, перетворений в один зі стандартних видів.

Номінальне значення параметра — значення параметра, визначене його функціональним призначенням і є початком відліку відхилень.

Нормалізоване значення параметра — значення параметра, отримане масштабним перетворенням виміряного значення до стандартного рівня.

Дійсне значення параметра — значення параметра, яке вимірюється тільки з визначеною похибкою.

Виміряне значення параметра — значення параметра, становлене в результаті його вимірювання певним засобом контролю.

9.2. Поняття ентропії та кількості інформації

Процес діагностування так чи інакше пов'язаний зі збиранням, обробленням та передаванням інформації, виділенням корисної інформації та керуванням технічним станом систем на основі отриманої інформації.

Отже, якщо деяка подія A має апіорну ймовірність появи P_1 і в результаті отримання повідомлення з'ясувалося, що ця подія має нову ймовірність появи P_2 , то інформацію прийнятого повідомлення визначають за виразом

$$I = \log_2 P_2 / P_1.$$

Якщо ж у результаті повідомлення з'ясувалося, що подія A дійсно відбулася, то обсяг відповідної інформації

$$I = \log_2 P_1. \quad (9.1)$$

Вираз (9.1) характеризує керувальну інформацію.

Під час діагностування слід брати до уваги, що кожний елемент динамічної системи є джерелом повідомлення. Тому об'єкт, який складається з n таких елементів, кожний з яких може перебувати у m станах, містить інформацію

$$I = n \log_2 m.$$

Обсяг інформації, що припадає на одне повідомлення, називають *питомою інформативністю* або *ентропією повідомлення* H . Отже, ентропія характеризує ступінь невизначеності стану системи. Нехай система D має m станів D_0, D_1, \dots, D_m з ймовірностями $P(D_0), P(D_1), \dots, P(D_m)$. Оскільки стани системи $D_i, i = \overline{1, n}$ є не-сумісними і утворюють повну групу подій, то $\sum_{i=1}^m P(D_i) = 1$.

У разі нерівномірних станів, тобто якщо $P(D_0) \neq P(D_1) \neq \dots \neq P(D_n)$, обсяг інформації і, відповідно, ентропія такої системи становлять:

$$I(D) = -n \sum_{i=1}^m P(D_i) \log_2 P(D_i);$$

$$H(D) = \sum_{i=1}^m P(D_i) \log_2 \frac{1}{P(D_i)}.$$
(9.2)

Вираз $(-\log_2 P_i)$ можна розглядати як часткову ентропію i -го стану, тоді H є середнім значенням часткових ентропій. Знак «мінус» у виразі (9.2) потрібен, щоб ентропія $H(D)$ була додатною, оскільки $0 \leq P(D_i) \leq 1$, а в цій області значення $\log_2 P(D_i) \leq 0$.

У разі неперервного розподілення випадкової величини $D(t)$, наприклад амплітуди сигналу, із відомою щільністю розподілу ймовірності $f(D)$ ентропія:

$$H(D) = \int_{-\infty}^{\infty} f(D) \log_2 f(D) dD - \log_2 \Delta D,$$
(9.3)

де ΔD характеризує точність квантування сигналу.

На практиці користуються спрощеною формулою (9.3)

$$H(D) = \int_{-\infty}^{\infty} f(D) \log_2 f(D) dD.$$

Однак таке спрощення змінює фізичну сутність процесу, тому надалі спрощувати не будемо.

Зрештою, у загальному випадку кількість інформації про один випадковий об'єкт η відносно другого випадкового об'єкта можна визначити так:

$$I(\xi, \eta) = \iint_{GD} P_{\xi, \eta}(G, D) \log_2 \frac{f_{\xi, \eta}(G, D)}{f_{\xi}(G) f_{\eta}(D)} dG dD,$$
(9.4)

де $f_{\xi}(G), f_{\eta}(D)$ — апіорні щільності розподілу випадкових об'єктів; $f_{\xi, \eta}(G, D)$ — щільність їх спільного розподілу.

При цьому випадкові об'єкти η і ξ у формулі (9.4) можуть мати різну природу (скалярну, векторну, узагальнених функцій і т. ін.).

Перевага інформаційних описів полягає в тому, що вони дають змогу виражати інформацію через величини. Наприклад, кількість

інформації G у повідомленні D можна визначити через різницю ентропій:

$$I(G, D) = H(G) - H(G/D), \quad (9.5)$$

де $H(G/D)$ — умовна ентропія.

Якщо сигнал x і завада N статистично незалежні, то (9.5) перетворюється у такий вигляд:

$$I(D, G) = H(D) - H(N).$$

Інформацію про систему D визначають здебільшого за допомогою спостереження за іншою системою D , пов'язаною із системою. Інформативність системи G щодо системи D визначають зі співвідношення

$$I(G) = H(D) - H(D/G). \quad (9.6)$$

У правій частині виразу (9.6) міститься різниця ентропії системи D та її ентропії після того, як став відомим стан системи G , і навпаки:

$$I_G(D) = H(G) - H(G/D).$$

Загальна формула для дискретного розподілу випадкових величин G і D така:

$$I(G) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(D_i G_j) \log_2 \frac{P(D_i G_j)}{P(D_i) P(G_j)}.$$

Умовну ентропію складної системи, що має множини залежних чи незалежних станів D і G , можна визначити таким чином:

$$H(G/D) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(D_i G_j) \log_2 P(G_j / D_i). \quad (9.7)$$

За виразом (9.7) визначають кількість інформації системи G щодо системи D для випадків, коли вони взаємозалежні.

Якщо вони взаємонезалежні, то одна система в (9.7) не містить інформації про іншу і кількість інформації дорівнює нулю.

Ентропія має такі властивості:

1. Якщо ймовірність стану D_k дорівнює одиниці, то система має один з можливих станів з ймовірністю $P(D_k) = 1$ і ентропія системи дорівнює $H(D) = 0$.

2. Ентропію системи, що має рівномірні стани, визначають за формулою

$$H(D) = \log_2 n. \quad (9.8)$$

Отже, якщо система D має n станів, то $P(D_i) = \frac{1}{n}$, $i = \overline{1, n}$, а з урахуванням цього підтверджується вираз (9.8), тобто

$$H(D) = \underbrace{\left(\frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} \right)}_n = -\log_2 \frac{1}{n} =$$

$$= -(\log_2 1 - \log_2 n) = \log_2 n.$$

3. Якщо система має n можливих станів, то ентропія буде максимальною в тому разі, коли всі стани рівноймовірні. Підтвердимо це на прикладі двох станів D_0 і D_1 .

Нехай $P(D_0) = P$, $P(D_1) = 1 - P$, тоді

$$H(D_0) - H(D_1) = -P \log P - (1 - P) \log_2 (1 - P). \quad (9.9)$$

Якщо $P = 0,5$, ентропія $H(D)$ максимальна (рис. 9.1). Для доведення цього твердження треба взяти похідну від виразу (9.9) за змінною P :

$$\frac{dH}{dP} = -\log_2 P - \log_2 e + \log_2 (1 - P) + \log_2 e =$$

$$= \log_2 (1 - P) - \log_2 P = \log_2 \frac{1 - P}{P}.$$

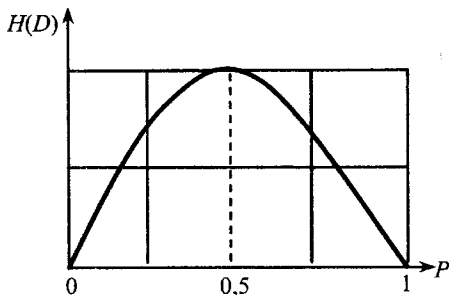


Рис. 9.1. Графік зміни ентропії динамічної системи

Якщо дорівняти знайдене значення похідної до нуля $\log_2 \frac{1 - P}{P} = 0$, то отримаємо $P = \frac{1}{2}$. Оскільки друга похідна від формули (9.9), то

$$\frac{d^2 H(D)}{dP^2} = \frac{1}{P(P-1)} \log_2 e < 0.$$

Якщо $P = \frac{1}{2}$, то у цій точці функція $H(D)$ набуває максимального значення.

4. Якщо система складається з n елементів, кожний з яких може мати m станів, то кількість станів такої системи $N = m^n$. За рівномірних станів системи її ентропія максимальна і становить:

$$H(D) = n \log_2 m.$$

9.3. Вибір параметрів для діагностичного контролю

Параметри для елементів динамічної системи рекомендується вибирати в такій послідовності.

1. На початковому етапі вибирають параметри для вузлів та агрегатів окремих пристроїв для діагностування і пошуку елементів, що відмовили, за допомогою контрольно-вимірювальної апаратури загального або спеціального призначення. У свою чергу, із цього набору вибирають параметри контролю, які не впливають на працездатність пристрою, параметри блока для вбудованих систем контролю, а також на параметри, за якими оцінюють працездатність блока у складі пристрою.

2. Обирають параметри для окремих пристроїв. Спочатку це мають бути параметри для безперервного контролю через підсилення аналогічних параметрів від вузлів та агрегатів. Потім визначають діагностичний набір для пошуку вузлів та агрегатів, що відмовили, а також сукупність параметрів, потрібних для контролю працездатності пристрою у складі динамічної системи.

3. Вибирають параметри контролю на рівні динамічної системи в цілому, зокрема таких:

- 1) визначальних, що характеризують стан датчиків інформації x ;
- 2) визначальних, що формуються у вихідному пристрої та надходять на різні виконавчі пристрої динамічної системи y ;
- 3) разових команд, якими обмінюються пристрої (підсистеми), органи керування та індикації з пристроями оброблення z ;
- 4) кодових сигналів, якими обмінюються підсистеми з пристроями оброблення z_k ;
- 5) основних параметрів з множини u для оцінювання працездатності динамічної системи;

б) спеціальні тести контролю пристрою введення-виведення та ЕОМ, що входять до складу пристрою оброблення інформації динамічної системи.

Динамічна система як ОК може бути охарактеризована певною сукупністю контрольованих параметрів. Параметри, які підлягають контролю, визначають спільно розробники динамічної системи та розробники контрольовано-вимірювальної апаратури.

Визначені параметри повинні характеризувати працездатність агрегатів (систем) динамічної системи та забезпечувати виявлення будь-якої відмови чи збою. Для вибору параметрів аналізується робота та взаємодія агрегатів динамічної системи, вивчаються статистичні дані щодо відмов, виявлених у процесі експлуатації цих динамічних систем або їхніх прототипів.

На підставі отриманих даних складається перелік агрегатів (систем), які підлягають перевірці контрольованих параметрів; контрольних точок, з яких знімаються параметри, а потім визначається значущість кожного з обраних параметрів, тобто відношення кількості елементів, які впливають на зміни окремого параметра, до загальної кількості елементів та вибираються датчики, що перетворюють контрольовані параметри в електричні сигнали, які дозволяють вимірювати параметр із необхідною точністю протягом заданого часу.

Якщо виявляється, що якийсь параметр можна заміряти з великою точністю і на вимірювання треба багато часу для контролю, то доцільність контролю цього параметра встановлюють додатковими дослідженнями. За технічними ознаками, пов'язаними з методом вибору обсягу та оброблення інформації всі параметри можна поділити на чотири групи.

1. Параметри, виражені електричними величинами, та параметри, що не потребують додаткових перетворень:

- напруга сталого та змінного струмів;
- сила сталого та змінного струмів;
- амплітуда імпульсів струму та напруги;
- частота проходження імпульсів;
- частота змінної напруги;
- часові інтервали (тривалість імпульсів, період проходження);
- опір, ємність та індуктивність.

2. Параметри, виражені електричними величинами, які потребують додаткового перетворення, та параметри, які вимірюються якісним шляхом:

- напруга струму високої частоти;
- вихідна потужність пристроїв (електронних);
- чутливість різного роду приймальних пристроїв;
- коефіцієнти шуму та модуляції.

3. Параметри, виражені неелектричними величинами, які потребують попереднього первинного перетворення:

- тиски рідини та газу;
- температура;
- кількість обертів;
- величини кутових та лінійних переміщень.

4. Параметри, які оцінюються візуально.

Розглянемо на прикладі, яким чином можна обирати діагностичний набір параметрів для пошуку відмов у пристрої. Запропонований метод дає змогу обрати також послідовність контролю параметрів. Нехай є структурна схема пристрою (рис. 9.2), на якій C_1, C_2, C_3 — блоки пристрою; x_{1j}, x_{2j} — вхідні сигнали у пристрій; u_{1j}, u_{2j}, u_{3j} — внутрішні та вихідні параметри.

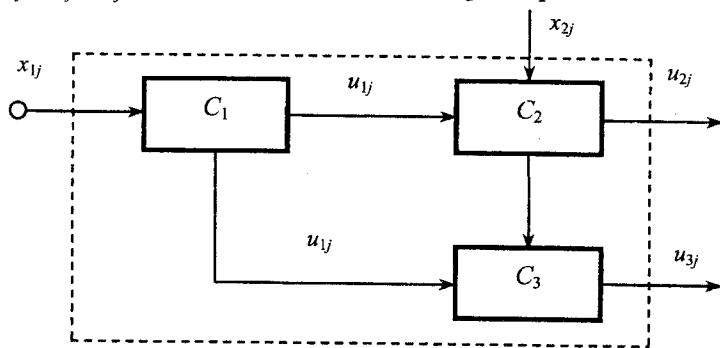


Рис. 9.2. Структурна схема пристрою

Аналізуючи функціональну схему пристрою, установлюють конкретні взаємозв'язки між блоками, при цьому розподіляють структурні взаємозв'язки (рис. 9.3).

Далі принципову схему кожного блока розбивають на окремі частини за принципом формування тільки одного зовнішнього або одного внутрішнього вихідного сигналу. З урахуванням цих вимог схема набирає вигляду, зображеного на рис. 9.4.

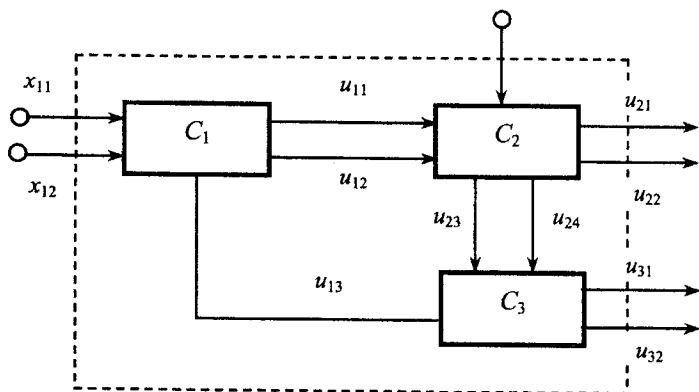


Рис. 9.3. Розподільна структурна схема

За цією схемою обирають діагностичний набір параметрів $u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{21}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{31}, u_{32}$, контроль яких належить виконувати за фіксованих вхідних впливів x_{11}, x_{12}, x_{21} .

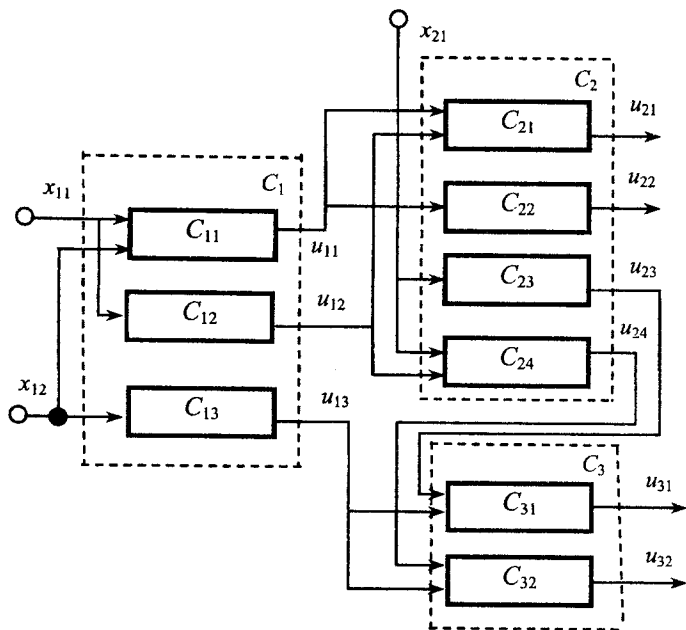


Рис. 9.4. Схема розбиття кожного блока на окремі частини

Вибір параметрів для оцінювання працездатності пристрою та послідовність їх контролю проводять за табл. 9.1, де $q_{C_{ij}}$ — імовірність відмови вузла C_{ij} . На перетині i -го рядка та j -го стовпця ставлять 0, коли відмова вузла C_{ij} призводить до виходу за межі поля допуску параметра u_{ij} , та 1 — у противному випадку.

Таблиця 9.1

Вибір параметрів для оцінювання працездатності пристрою та послідовність їх контролю

| Параметр | Вузли блока | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | C_{11} | C_{12} | C_{13} | C_{21} | C_{22} | C_{23} | C_{24} | C_{31} | C_{32} |
| u_{11} | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_{12} | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_{13} | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_{21} | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_{22} | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| u_{23} | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| u_{24} | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| u_{31} | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| u_{32} | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C_{ij} | 0,001 | 0,0015 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,007 | 0,003 | 0,0015 | 0,0035 |

Із табл. 9.1 видно, які вузли охоплені контролем кілька разів. Наприклад, вузол C_{11} двічі контролюється під час контролю параметрів u_{21}, u_{22} , тобто є деяка надмірність інформації. Щоб запобігти цьому дублюванню, можна скористатися критерієм максимальної суми ймовірностей відмови для групи функціональних вузлів, які впливають на кожний контрольований параметр. Величину критерію розраховують для кожного параметра за формулою

$$Q_{u_{ij}} = \sum_{ij} q_{C_{ij}}, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2, 3.$$

При цьому для параметра u_{ij} , щоб розрахувати значення $Q_{u_{ij}}$ вводяться ймовірності відмов вузлів, які впливають на параметр u_{ij} .

Наприклад, на параметр u_{32} відповідно впливає відмова вузлів $C_{12}, C_{13}, C_{24}, C_{32}$ (табл. 9.1, за нульовим виходом), тому величина критерію дорівнює $Q_{u_{32}} = q_{C_{12}} + q_{C_{13}} + q_{C_{24}} + q_{C_{32}}$. Аналогічно обчислюють $Q_{u_{ij}}$ для кожного параметра. Результати розрахунків зводять до табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Розрахунок критерію $Q_{u_{ij}}$

| Параметр | Етапи визначення $Q_{u_{ij}}$ | | | | Порядок контролю |
|----------|-------------------------------|--------|--------|-------|------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| u_{11} | 0,001 | 0 | 0 | 0 | – |
| u_{12} | 0,0015 | 0 | 0 | 0 | – |
| u_{13} | 0,0010 | 0,01 | 0 | 0 | – |
| u_{21} | 0,0525 | – | – | – | 1 |
| u_{22} | 0,002 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 4 |
| u_{23} | 0,07 | 0,007 | 0 | 0 | – |
| u_{24} | 0,0038 | 0,003 | 0,003 | 0 | – |
| u_{31} | 0,0215 | 0,0215 | | – | 2 |
| u_{32} | 0,0223 | 0,0165 | 0,0065 | – | 3 |

Як видно з табл. 9.2 на першому кроці для оцінювання працездатності першим параметром для контролю з максимальним значенням величини $Q_{u_{ij}}$ є параметр u_{21} . Розрахунок критерію $Q_{u_{ij}}$ виконано на другому кроці — для визначення чергового параметра контролю працездатності. Величину $Q_{u_{ij}}$ на другому кроці розраховують також за табл. 9.1, але вже без урахування вузлів C_{11}, C_{12}, C_{21} , охоплених контролем параметра u_{21} .

9.4. Вибір узагальненого параметра для контролю динамічної системи в умовах змінних зовнішніх впливів

Щоб якомога достовірніше оцінити стан динамічної системи, потрібно враховувати впливи зовнішніх умов. Нехай математичну модель системи задано векторним диференціальним рівнянням стану і вимірювання:

$$\dot{Y}(t) = AY(t) + BX(t), Y(t_0) = Y_0; \quad Z(t) = HY(t), \quad (9.10)$$

де A — матриця, що відображає структуру динамічної системи і зв'язки між функціональними елементами; $Y(t)$ — вектор технічного стану; $X(t)$ — вектор вхідних впливів; $Z(t)$ — вектор вимірюваних параметрів; B, H — сталі матриці відповідних змінних розміру $n \times n$.

Потрібно визначити мінімальну розмірність сукупності

$$\{X(t), Z(t)\},$$

або, що є еквівалентом,

$$B = \min_{\{i\}} \text{rang} \{B_i\}, \quad H = \min_{\{i\}} \text{rang} \{H_i\}, \quad i = \overline{1, n} \quad (9.11)$$

з умов повної керованості та спостережуваності системи (9.10).

Розглянемо критерій повної керованості та спостережуваності, введений Р. Калманом, що використовує розв'язок першого рівняння системи (9.10) у вигляді:

$$Y(t) = \exp\{A(t-t_0)\} Y_0 + \int_{t_0}^t \exp\{A(t-\tau)\} BX(\tau) d\tau.$$

Без утрати спільності візьмемо $Y_0 = 0$ з урахуванням теореми Кейлі–Гамільтона про розкладання матричного експоненціалу із системи (9.10) визначають

$$Y(t) = \int_{t_0}^t \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i(t-\tau) A^i BX(\tau) d\tau = \sum_{i=0}^{n-1} A^i B \int_{t_0}^t \gamma_i(t-\tau) X(\tau) d\tau. \quad (9.12)$$

Критерій формується так: система є повністю керованою за заданого $Y(t=t_1), t_1 > t_0$, якщо рівняння (9.12) має один розв'язок відносно $X(t)$. Це можливо тоді і тільки тоді, коли

$$\text{rang}(BABA^2B \dots A^{n-1}B) = n. \quad (9.13)$$

Згідно з умовою (9.13) можна визначити мінімальну кількість вхідних впливів, тобто розмірність вектора $X(t)$, що входить в узагальнений параметр. Якщо ранг B дорівнює n , то незалежно від структури системи (вигляду матриці A) вона буде повністю керованою.

Нехай є деяка скінченна кількість матриць, ранги яких не більші за n . Оберемо матрицю $B = \min_{\{i\}} \text{rang} \{B_i\}$ так, щоб вимога (9.13) була ще виконуваною.

Виконання цієї вимоги й означатиме мінімізацію кількості вхідних впливів. Якщо така матриця не єдина, то конкретний вибір її залежить від міркувань технічного характеру.

Спираючись на принцип дуальності керованості й спостережуваності, можна за аналогією визначити мінімальну розмірність вектора вимірювання (спостереження) $Z(t)$, що забезпечує повну спостережуваність системи.

Складемо матрицю вигляду (9.13)

$$\left(HA^T H^T (A^T)^2 H^T \dots (A^T)^{n-1} H^T \right), \quad (9.14)$$

що визначає її ранг.

Якщо він дорівнює n , то система є повністю спостережуваною. Кількість компонентів вектора $Z(t)$ можна зменшувати за допомогою рівняння (9.14), так само, як і зменшувати компоненти вектора $X(t)$ на основі вимоги (9.13), але замість B і A потрібно підставити H^T і A^T , тобто

$$\text{rang} \left(H^T A^T H^T (A^T)^2 H^T \dots (A^T)^{n-1} H^T \right) = n.$$

Використання загальної теорії ідентифікації дозволяє:

- для лінійної (лінеаризованої) системи сформулювати вимоги існування узагальненого параметра;
- оцінити незалежно одну від одної мінімальну розмірність вектора вхідних параметрів $X(t)$ та вектора вимірюваних параметрів $Z(t)$.

Візьмемо реальну систему, яка має множину матриць $\{B, H\}$, за якої система є повністю спостережуваною і керованою. Для кожної матриці B і кожної матриці H з цієї множини задамо деяку норму $\|B_i\|$, $\|H_j\|$, що характеризує означені фактори технічного параметра. Тоді обчислення такої пари $\{B, H\}$, для якої досягається

$\min_{\{i,j\}} \{ \|B_i\|, \|H_j\| \}$, означає вибір узагальненого параметра з урахуванням додаткових факторів, наприклад кількості функціональних елементів, вартості і т. ін.

Якщо в системі є флуктуаційні зміни технічного стану та похибки вимірювань, то для лінійної (лінеаризованої) динамічної системи диференціальні рівняння такі:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) &= AY(t) + BX(t) + G\eta_Y(t); \\ Z(t) &= HY(t) + Q\eta_Z(t), \end{aligned} \quad (9.15)$$

де B, H — матриці, обчислені згідно з вимогами (9.13) і (9.14); $\eta_Y(t), \eta_Z(t)$ — вектори завад.

Якщо припустити, що компоненти векторів η_Y та η_Z в (9.15) незалежні і являють собою білі шуми, то їх можна подати гаусівськими випадковими стаціонарними процесами з нульовими математичними сподіваннями й діагональними матрицями функції кореляції:

$$\begin{aligned} M\{\eta_Y(t)\} &= M\{\eta_Z(t)\} = 0; \\ M\{\eta_Y(t_1)\eta_Y(t_2)\} &= \frac{N_Y}{2}\delta(t_2 - t_1); \\ M\{\eta_Z(t_1)\eta_Z(t_2)\} &= \frac{N_Z}{2}\delta(t_2 - t_1). \end{aligned}$$

Розв'язок системи (9.15) на інтервалі часу $[t_0, t]$ щодо вектора технічного стану $Y(t)$ можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} Y(t) &= \exp\{A(t-t_0)\}Y(t_0) + \int_{t_0}^t \exp\{A(t-\tau)\}BX(\tau)d\tau + \\ &+ \int_{t_0}^t \exp\{A(t-\tau)\}G\eta_Y(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (9.16)$$

Як впливає з рівняння (9.16) за будь-якого $t \neq t_0$ процес $Y(t)$ має дві складові: 1) детерміновану, характер якої визначається структурою розглядуваної системи і задається матрицею A , та

структурою стимулювальних сигналів (матрицею B), а також векторами вхідних стимулювальних сигналів $X(t)$; 2) випадкову, що обумовлена структурою взаємодії системи з вектором $\eta_Y(t)$.

Оцінимо характер впливу випадкової складової на процедуру вибору узагальненого параметра. Обчислюючи d у рівнянні (9.16) математичне сподівання вектора технічного стану $Y(t)$ динамічної системи, отримаємо:

$$\begin{aligned} M\{Y(t)\} &= M\{\exp\{A(t-t_0)\}Y_0\} + M\left\{\int_{t_0}^t \exp\{A(t-\tau)\}BX(\tau)d\tau + \right. \\ &+ M\{\exp\{A(t-\tau)\}G\eta_Y(\tau)d\tau = \\ &= \exp\{A(t-t_0)\}m_{y_0} + \int_{t_0}^t \exp\{A(t-t_0)\}BX(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Розв'язання рівняння (9.17) збігається з розв'язанням (9.12) за формою, якщо вектор керування обчислюється за фіксованих умов. Отже, якщо в рівнянні (9.15) матрицю B обчислити для умов повної керованості детермінованої системи, то виходячи з діагностики та впливу випадкових збурень ця система буде повністю керованою. Пояснимо це твердження. Якщо строго додержуватися математичного визначення повної керованості, то для (9.17) воно не є коректним. З іншого боку, повна керованість для діагностування означає факт зовнішніх впливів на всі координати вектора технічного стану $Y(t)$, або, що є одним і тим же, відсутність у системі ізольованих від зовнішніх впливів функціональних елементів динамічної системи. Отже, якщо кожен компонент вектора $Y(t)$ керується математичним сподіванням, то це буде достатньою умовою повної керованості системи для обчислення узагальнювального параметра. Аналогічний висновок можна зробити й щодо повної спостережуваності за математичним сподіванням вектора $Z(t)$ вимірюваних параметрів, оскільки

$$M\{Z(t)\} = HM\{Y(t)\} + QM\{\eta_Z(t)\} = HM\{Y(t)\}.$$

Отже, якщо узагальнений параметр обчислюють за математичними сподіваннями $M\{Y(t)\}$ і $M\{Z(t)\}$, то це буде достатньою умовою для діагностування і в умовах дії шумів.

Покажемо, що умова повної керованості за математичним сподіванням $Y(t)$, що є достатньою умовою, не буде необхідною для рівняння (9.15). Фізично така постановка виправдана тим, що наявні завади можна розглядати як додаткові до $X(t)$ вхідні стимулювальні сигнали, характеристики яких завжди реально можна виміряти.

Доведемо, що умова повної керованості щодо діагностування може бути виконана за меншого рангу матриці B , ніж це було необхідно в рівнянні (9.13), чи навіть за нульової матриці B . Відомо, що система (9.14) буде повністю керованою, якщо за гауссівського початкового розподілу Y_n випадковий вектор $Y(t)$ є не виродженим гауссівським за всіх значень $t > t_0$. Нехай випадковий n -вимірний вектор $Y(t)$ з густиною ймовірності

$$\omega(Y) = (2\pi)^{-0.5n} (\det K)^{0.5} \exp\{-0,5(Y - m_Y)^T K (Y - m_Y)\} \quad (9.18)$$

буде не виродженим гауссівським, якщо $\det K \neq 0$, де m_Y — вектор середніх значень; $K = \{K_{ij}\} = M\{(y_i - m_i)(y_j - m_j)^T\}$ — симетрична додатно визначена коваріаційна матриця компонентів $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

Із рівняння (9.18) випливає, що необхідною і достатньою умовою повної керованості системи є існування в ній неособливої матриці коваріацій K . Для системи (9.15) матриць коваріацій K задовольняє рівняння

$$\begin{aligned} K &= AK + KA^T + GM\{\eta_Y \dot{Y}^T\} + M\{\dot{Y} \eta_Y^T\} G^T; \\ \dot{Y} &= Y - M\{Y\} = \int_{t_0}^t \exp\{A(t-\tau)\} G \eta_Y(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (9.19)$$

Обчислимо останніх два члени правої частини рівняння (9.19):

$$GM\{\eta_Y \dot{Y}^T\} = G \int M\{\eta_Y(t) \eta_Y^T(\tau)\} G^T \exp\{A(t-\tau)\} d\tau = G \cdot 0,5 N_Y G^T; \quad (9.20)$$

$$\begin{aligned} M\{\dot{Y} \eta_Y^T\} G^T &= M\left\{ \int \exp\{A(t-\tau)\} G \eta_Y(\tau) \eta_Y^T(t) \right\} G^T d\tau = \\ &= G \cdot 0,5 N_Y G^T. \end{aligned} \quad (9.21)$$

Підставивши значення (9.20) і (9.21) у рівняння (9.19), дістанемо остаточний вираз:

$$\dot{K} = AK + AK^T + GN_y G^T.$$

Розв'язання цього рівняння дає змогу знайти матрицю K . Визначимо її ранг. При цьому можливі два випадки:

- якщо $\text{rang} K = n$, то матриця K є не виродженою, тобто $\det K \neq 0$, і система (9.15) повністю керована. У цьому разі повна керованість системи забезпечується за рахунок матриці G та вектора шумових сигналів, тобто немає потреби вводити у систему детермінованих вхідних впливів, що зумовлює $B = 0$;

- якщо $\text{rang} K < n$, то система не буде повністю керованою, тобто $\det K = 0$. Але її повна керованість може бути забезпечена додатковими детермінованими стимулювальними сигналами з матрицею \hat{B} .

9.5. Вибір допусків діагностичних параметрів і принципи їх призначення

Значення кожного параметра можна подати як суму номінального значення Y_0 і відхилення параметра від номінального значення ΔY :

$$Y = Y_0 + \Delta Y.$$

Допуском на параметр називають діапазон можливих значень параметра, установлених технічною документацією, за якого забезпечується працездатність системи.

Нехай $Y_{\text{в}}$, $Y_{\text{н}}$ — верхнє і нижнє граничнодопустиме значення параметра Y відповідно. Тоді за симетричного поля допуску його половина становить $\delta_Y = \frac{Y_{\text{в}} - Y_{\text{н}}}{2}$, початок відрахування половини поля

допуску з відповідним знаком розміщується в точці з її номінальним значенням Y_0 (рис. 9.5).

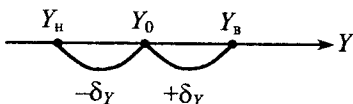


Рис. 9.5. Допуски на експлуатаційні параметри

Симетричні експлуатаційні допуски. У складній технічній системі можна виокремити низку основних параметрів, які залежать від визначальних її параметрів, наприклад

поточних параметрів місцеперебування повітряного корабля для вирішення завдань навігації.

Нехай відома функціональна залежність основного параметра від визначальних параметрів пристроїв

$$Y = \varphi(u_1, u_2, \dots, u_n), \quad (9.22)$$

де u_i — визначальний i -й параметр.

Припустімо, що визначальні параметри (9.22) не залежать один від одного. Тоді можна розв'язувати задачі з визначення полів допусків.

Пряма задача. За відомих допусків на параметри u_i , $i = \overline{1, n}$ визначити допуск на параметр Y .

Обернена задача. За відомим допуском на певний параметр Y визначити допуски на параметри u_i , $i = \overline{1, n}$.

Пряму задачу можна розв'язати однозначно таким способом. Нехай i_0 , δ_{u_i} — номінальне значення і половина поля допуску i -го визначального параметра; Y_0 , δ_Y — номінальне значення і половина поля допуску визначуваного параметра. Відомі функціональна залежність (9.11) і величини u_{i_0} , δ_{u_i} . Необхідно визначити величину δ_Y .

За аналогією із залежністю (9.10) можна записати для визначального параметра:

$$\Delta u_i = u_i - u_{i_0}, \quad (9.23)$$

де u_i — значення i -го параметра, величина випадкова; u_{i_0} — номінальне значення i -го параметра, величина не випадкова.

Застосувавши до рівняння (9.23) основні положення теорії ймовірності, знаходимо математичне сподівання і дисперсію величини Δu_i :

$$\left. \begin{aligned} m_{\Delta u_i} &= m_{u_i} - u_{i_0}, \\ \sigma_{\Delta u_i}^2 &= \sigma_{u_i}^2. \end{aligned} \right\}$$

Для основного параметра можна записати:

$$\Delta Y = Y - Y_0, \quad (9.24)$$

$$\left. \begin{aligned} Y &= \varphi(u_{10} + \Delta u_1, u_{20} + \Delta u_2, \dots, u_{n0} + \Delta u_n); \\ Y_0 &= \varphi(u_{10}, u_{20}, \dots, u_{n0}). \end{aligned} \right\} \quad (9.25)$$

Якщо вираз (9.25) підставити в рівняння (9.24) і розкласти величину в ряд Тейлора за степенями Δu_i , то отримаємо вираз для ΔY :

$$\Delta Y = \varphi(u_{10}, u_{20}, \dots, u_{n0}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}} \Delta u_i - \varphi(u_{10}, u_{20}, \dots, u_{n0}),$$

звідки

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}} \Delta u_i, \quad (9.26)$$

де Δu_i і ΔY — випадкові величини.

За виразом (9.26) визначаємо математичне сподівання і дисперсію величини ΔY :

$$m_{\Delta Y} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}} m_{\Delta u_i}; \quad (9.27)$$

$$\sigma_{\Delta Y}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}}^2 \sigma_{\Delta u_i}^2. \quad (9.28)$$

Нехай відомі залежності:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{u_i} &= k_i \sigma_{\Delta u_i}, \quad i = 1, n; \\ \delta_Y &= k \sigma_{\Delta Y}, \end{aligned} \right\} \quad (9.29)$$

де k, k_i — постійні коефіцієнти, які залежать від закону розподілу випадкових величин $\Delta u_i, \Delta Y$.

Наприклад, за нормальних законів розподілу величини $k = k_i = 3$. Тоді з урахуванням рівняння (9.28) і (9.29)

$$\delta_Y = k \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_i}^2 \frac{\delta_{u_i}^2}{k_i^2}}. \quad (9.30)$$

Якщо математичне сподівання визначальних параметрів збігається з номінальними значеннями, тобто $m_{u_i} = u_{i0}$, $i = \overline{1, n}$, дістанемо з рівняння (9.23) $m_{\Delta u_i} = 0$, $i = \overline{1, n}$, з рівняння (9.27) $m_{\Delta Y} = 0$.

Таким чином, за цих припущень розв'язано пряму задачу.

Для розв'язання оберненої задачі застосовують такі методи:

- метод послідовних наближень;
- спосіб розподілу часткових похибок за умовами заданих співвідношень;
- вибір часткових похибок за умовами мінімізації граничного поля розсіювання;
- визначення складових похибок за умовами мінімуму сумарної дисперсії похибки вихідного параметра;
- визначення складових похибок за умовами мінімізації вартості, маси, габаритних розмірів апаратури.

Застосування методу послідовних наближень. Суть методу полягає у такому. Нехай маємо функціональну залежність

$$Y = \varphi(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

і через неї визначимо

$$\sigma_{\Delta Y}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}}^2 \sigma_{\Delta u_i}^2. \quad (9.31)$$

Далі візьмемо $\sigma_{\Delta Y}^2 = \sigma_{\Delta Y_0}^2$.

Із формули (9.31) задають значення часткових дисперсій $\sigma_{\Delta u_i}^2, i = \overline{1, n}$. Потім обчислюють величину $\sigma_{\Delta Y}^2$ і аналізують нерівність

$$\sigma_{\Delta Y}^2 \leq \sigma_{\Delta Y_0}^2. \quad (9.32)$$

Очевидно, що будь-який набір $\sigma_{\Delta u_i}^2, i = \overline{1, n}$, що задовольняє нерівність (9.32), буде розв'язком, але це не означає, що він оптимальний. Конкретний перехід виконують за формулою

$$\delta_{u_i} = k_i \sigma_{\Delta u_i}, i = \overline{1, n}.$$

Спосіб розподілу часткових похибок за умов їх заданих співвідношень. Нехай задано співвідношення:

$$\beta_1 \sigma_{\Delta u_1} = \beta_2 \sigma_{\Delta u_2} = \dots = \beta_i \sigma_{\Delta u_i} = \dots = \beta_n \sigma_{\Delta u_n},$$

де $\beta_i, i = \overline{1, n}$ — вагові коефіцієнти, які обирають на основі аналізу конкретного пристрою.

Наприклад, нехай $\beta_1 = 1$, тоді $\beta_1 \sigma_{\Delta u_1} = \beta_i \sigma_{\Delta u_i}, i = \overline{1, n}$,

звідки

$$\sigma_{\Delta u_i} = \frac{\beta_i \sigma_{\Delta u_i}}{\beta_i} = \frac{\sigma_{\Delta u_i}}{\beta_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9.33)$$

Позначимо

$$\nabla_i^2 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_{u_{i0}}^2,$$

тоді рівняння (9.33) набуває вигляду:

$$\sigma_{\Delta Y}^2 = \sum_{i=1}^n \nabla_i^2 \sigma_{\Delta u_i}^2.$$

Візьмемо величину $\sigma_{\Delta Y}^2 = \sigma_{\Delta \text{доп}}^2$, тоді

$$\sigma_{\Delta \text{доп}} = \sum_{i=1}^n \nabla_i^2 \sigma_{\Delta u_i}. \quad (9.34)$$

Підставимо в рівняння (9.34) вираз (9.30), у результаті з врахуванням того, що $\beta_i = 1$, дістанемо:

$$\sigma_{\Delta \text{доп}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \nabla_i^2 \sigma_{\Delta u_i}^2}{\beta_i^2},$$

звідки

$$\sigma_{\Delta u_i} = \frac{\sigma_{\Delta \text{доп}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\nabla_i^2}{\beta_i^2}}}.$$

Далі, підставивши (9.23) у (9.21), дістанемо:

$$\sigma_{\Delta u_i} = \frac{\sigma_{\Delta \text{доп}}}{\beta_i \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\nabla_i^2}{\beta_i^2}}}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Переходячи до полів допусків за формулами (9.17), визначасмо:

$$\delta_{u_i} = \frac{k_i \delta_Y}{k \beta_i \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\nabla_i^2}{\beta_i^2}}}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Таким чином, знаючи вихідне співвідношення (9.19), можна розв'язати обернену задачу за наявності функціональної залежності.

9.6. Алгоритм контролю працездатності динамічних систем

Технічний стан динамічної системи характеризується сукупністю певних ознак, які, у свою чергу, залежать від кількісних і якісних характеристик складових елементів апаратури. Функціональні елементи технічної системи взаємозв'язані і взаємозалежні, чим і визначаються властивості системи. Тому загальна кількість станів будь-якої системи визначається кількістю станів функціональних елементів та кількістю їхніх взаємозв'язків.

Отже, у загальному вигляді будь-який пристрій можна подати полем станів $D(t)$, матрицею станів системи $\|D_{ij}\|$, а також сукупністю вихідних сигналів $Y(t)$.

Алгоритм контролю працездатності системи залежить від класу цифрових пристроїв. Так, як модель цифрового пристрою довільної логіки використовується мережа. Завдання побудови алгоритму контролю з певною глибиною пошуку дефекту можна сформулювати так.

Нехай маємо заданий цифровий пристрій та відповідну йому мережу D . Цифровий пристрій має R виходів, кожному з яких відповідає деяка підмережа $D_r \subset D, r = \overline{1, R}$.

Кожній підмережі відповідає деякий перевірний тест T_r . У цьому випадку використовують низхідний підхід, який передбачає, що контроль вихідного цифрового пристрою можна розглядати як перевірку по черзі кожної його частини, відповідної одному виходу, за припущення, що $D = \bigcup_r^R D_r$, а також, що кожний із перевірних

тестів є повним відносно розглядуваного класу несправностей для контрольованої частини цифрового пристрою, яка відповідає D_r .

Схематично процес контролю унаочнює рис. 9.6, з якого бачимо, що кожний крок скорочує множину неперевірених частин цифрового пристрою, яким відповідає мережа D .

Зазначений процес є послідовною, покроковою процедурою контролю.

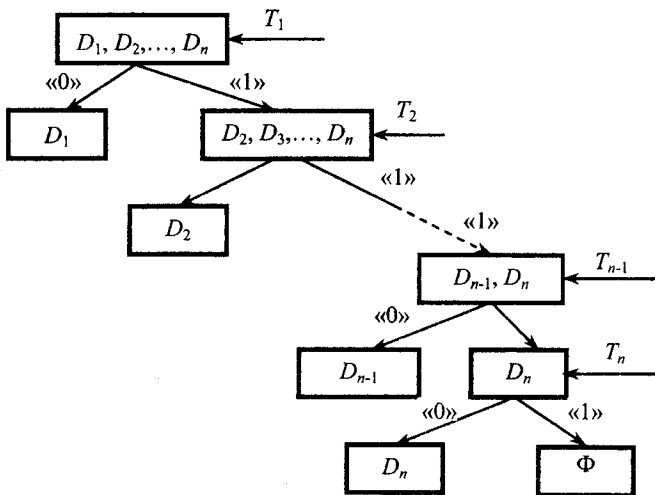


Рис. 9.6. Процедура контролю цифрового пристрою з довільною логікою з глибиною пошуку дефекту до виходу: «0» — логічний нуль; «1» — логічна одиниця

Побудова процедури контролю цифрового пристрою з регулярною структурою зводиться до вибору алгоритму контролю. Наразі розроблено й успішно використовуються стандартні алгоритми контролю цифрових та постійних запам'ятовувальних пристроїв.

Дослідження їхніх порівняльних характеристик є окремою самостійною проблемою, тому її не розглядатимемо.

Загальний підхід до побудови алгоритму контролю цифрового пристрою із шинною організацією становить найбільший інтерес, обумовлений як значним поширенням цифрових функціональних модулів мікропроцесорних комплексів обчислювальної техніки, так і складністю вирішення поставленого завдання. Цифрові пристрої із шинною організацією як ОК потрібно розглядати виходячи з динамічності його структури. Так, пристрій D_i , що входить до його складу, у різні моменти часу може бути як приймачем інформації, так і передавачем за допомогою шини (рис. 9.6). Отже, якщо мати можливість миттєво знімати процеси обміну інформацією між пристроями (підсхемами) цифрового пристрою, то залежно від того, в якому напрямі у цей момент часу передається інформація, яка

з підсхем є приймачем, а яка передавачем, визначається конкретна структура контрольованого пристрою.

Таким чином, процес побудови алгоритму контролю цифрового пристрою із шинною організацією буде полягати в послідовності контролю кожної можливої «миттєвої» структури цифрового пристрою, завдання якої має визначитися на рівні попередніх установлень підсистем у режимі передавання і приймання аналогічно тому, як під час тестування послідовних схем задаються початкові умови.

Процес побудови алгоритму контролю в цьому разі полягає у визначенні можливих інформаційних потоків за рахунок схем керування і контролю правильності передавання інформації по зовнішніх і внутрішніх шинах (рис. 9.7).

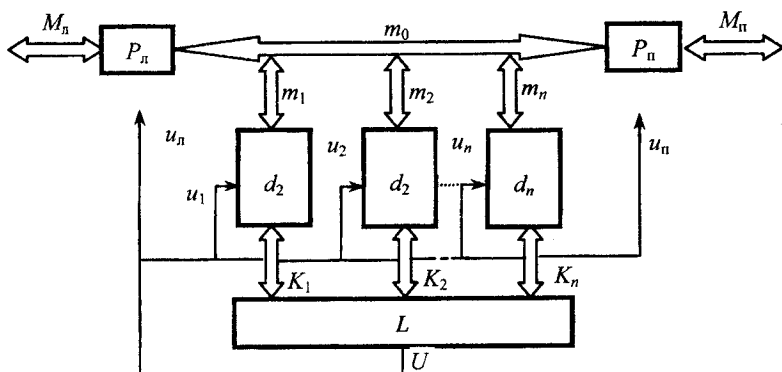


Рис. 9.7. Цифровий пристрій із шинною організацією:
 M_n, M_n — зовнішні ліва і права двонаправлені шини відповідно;
 m_1, \dots, m_n — двонаправлені внутрішні шини;
 K_1, \dots, K_n — однонаправлені внутрішні шини;
 $U = \{u_n, u_n, u_1, \dots, u_n\}$ — сигнали керування;
 P_n, P_n — ліві і праві приймачі-передавачі;
 d_1, \dots, d_n — внутрішній цифровий пристрій з шинною організацією;
 L — пристрій керування з довільною логікою

Контроль працездатності являє собою сукупність операцій зі встановлення працездатності та непрацездатності об'єкта.

Для технічних комплексів поняття «працездатність» доцільно пов'язати з рівнем її структурної побудови. Відповідно до цього можна розрізняти: контроль працездатності на рівні технічних комплексів у цілому, на рівні підсистем і пристроїв.

Контролювати працездатність на рівні технічних комплексів можна з розв'язанням та без розв'язання контрольних завдань, що потребує наземної контрольно-вимірювальної апаратури. У першому випадку можна обійтися тільки бортовими засобами контролю.

Для контролю працездатності за задачами, що розв'язуються, як основні параметри, які підлягають оцінюванню (вимірюванню), використовують керувальні сигнали та команди, що формуються у пристрої оброблення інформації і надходять на виконавчі пристрої.

Позначимо множину керувальних сигналів через Y . Відома залежність

$$Y = f(u_1, u_2, \dots, u_n), \quad (9.35)$$

де $u_i, i = \overline{1, n}$ — параметри, які вимірюються одним з датчиків первинної інформації.

Тоді алгоритм контролю працездатності буде таким:

1) подання стимулювальних впливів на датчики інформації, форму та зміст, які заздалегідь визначають відповідно до обраних режимів контролю;

2) видача датчиками інформації параметрів $u_i, i = \overline{1, n}$ як реакцій на стимулювальні впливи та передавання їх на пристрої оброблення інформації;

3) розрахунок контрольних значень керувальних сигналів Y за функціональною залежністю (9.35), оброблення і передавання їх на виконавчі пристрої;

4) порівняння конкретних значень Y із граничнодопустимими значеннями з подальшим прийняттям рішення про працездатність чи непрацездатність технічної системи (комплексу).

Таким чином, для контролю працездатності за розв'язаними завданнями обирають конкретний режим роботи комплексу і конкретну задачу. Відповідно до неї визначають функціональну залежність (9.35), за якою встановлюють набір параметрів $u_i, i = \overline{1, n}$, необхідних для контролю, а також найбільш імовірний діапазон змін кожного параметра. Відповідно до обраного набору визначають пристрої — датчики інформації, за допомогою яких розв'язують контрольну задачу з подальшим визначенням змісту і форми, стимулювальних впливів, які надходять на ці датчики.

За такого виду контролю можлива реалізація контролю технічних комплексів за показником якості, оскільки за залежністю (9.29) цілком можливе його оцінювання.

Контроль працездатності технічних комплексів без розв'язання контрольних завдань реалізується апаратними і програмними засобами. Тоді алгоритм контролю включає в себе:

1) подання стимулювальних впливів на всі пристрої комплексу у встановленій послідовності, генераторами стимулювальних впливів для заданого режиму;

2) отримання реакції пристроїв на стимулювальні впливи;

3) оцінювання параметрів апаратними засобами контролю пристроїв;

4) прийняття рішення про працездатний чи непрацездатний стан кожного пристрою;

5) видача результатів контролю на органи індикації.

У цьому режимі для контролю працездатності кожного з пристроїв вибирають визначальні параметри за принципом функціонального призначення систем. Наприклад, для радіолокаційної станції визначальними параметрами можуть бути азимут і дальність, що вимірюються нею. Але це не виключає вибору параметрів із використанням будь-якого іншого критерію для контролю використаної системи.

9.7. Методика визначення оптимальної послідовності контролю параметрів технічних систем

Розглянемо спосіб визначення оптимальної послідовності контролю параметрів обладнання, а також вибору їх сукупності за інформаційним критерієм.

Нехай маємо вихідну сукупність параметрів, виражену вектором $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$. Необхідно вибрати сукупність і оптимальну послідовність контролю цих параметрів за критерієм $\max W_k(u)$.

Для розв'язування задачі за функціональною схемою пристрою складають табл. 9.3, де на перетині j -го стовпчика та i -го рядка ставлять «1», якщо відмова j -го блока призводить до виходу за поле допуску i -го параметра, у противному випадку ставлять «0». Позначимо елементи таблиці через r_{ij} .

Таблиця відмов елементів системи

| u_i | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 | C_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| u_1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| u_2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| u_3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| u_4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| u_5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Послідовність контролю — покрокова. На першому кроці розраховують для кожного параметра критерій

$$W_1(u_i) = \frac{l_i}{m} = \frac{\sum_{j=1}^m \gamma_{ij}}{m}, \quad i = \overline{1, n},$$

де l_i — сума одиниць в i -му рядку; m — кількість вузлів (блоків).

На першому кроці для контролю працездатності обирають параметр, який має $\max W_1(u_i)$. Нехай це буде параметр u_k . На другому кроці значення критерію розраховують за формулою

$$W_2(u_i/u_{jk}) = \frac{\sum_{j=1}^m \vee r_{gj}}{m}; \quad i = \overline{1, n}; \quad i \neq k; \quad g \in \{i, k\}, \quad (9.36)$$

де \vee — знак логічного складання «або».

Другим для контролю обирають параметр, який має $\max W_2(u_i/u_k)$, $i = \overline{1, n}$, $i \neq k$. Нехай це буде параметр u_s .

На третьому кроці критерій розраховують таким чином

$$W_3(u_i/u_k u_s) = \frac{\sum_{j=1}^m \vee r_{gj}}{m}; \quad i = \overline{1, n}; \quad i \neq k; \quad i \neq s; \quad g \in \{i, k, s\}. \quad (9.37)$$

Розглянемо наведену методику на прикладі.

Приклад. Нехай задано функціональну схему (рис. 9.8), у якій є вектор параметрів $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$, що характеризують стан блоків системи C_1, C_2, \dots, C_5 відповідно до табл. 9.3.

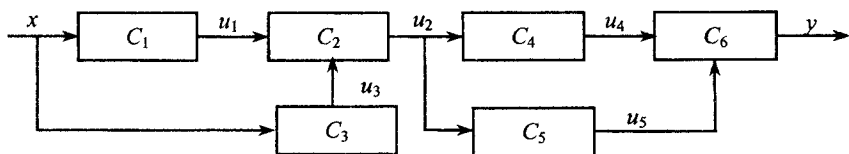


Рис. 9.8. Функціональна схема приладу

Постає завдання вибору оптимальної послідовності контролю за інформаційним критерієм. Згідно з рекомендацією методики на першому кроці за критерієм (9.37) визначають $W_1(u_i)$ для кожного параметра u_i :

$$W_1(u_1) = \frac{\sum_{i=1}^m \gamma_{ij}}{m} = \frac{\gamma_{11}}{m} = \frac{1}{6};$$

$$W_1(u_2) = \frac{\sum_{i=1}^m \gamma_{ij}}{m} = \frac{\gamma_{21} + \gamma_{22} + \gamma_{23}}{m} = \frac{3}{6};$$

$$W_1(u_3) = \frac{\sum_{i=1}^m \gamma_{ij}}{m} = \frac{\gamma_{33}}{m} = \frac{1}{6};$$

$$W_1(u_4) = \frac{\sum_{i=1}^m \gamma_{ij}}{m} = \frac{\gamma_{41} + \gamma_{42} + \gamma_{43} + \gamma_{44}}{m} = \frac{4}{6};$$

$$W_1(u_5) = \frac{\sum_{i=1}^m \gamma_{ij}}{m} = \frac{\gamma_{51} + \gamma_{52} + \gamma_{53} + \gamma_{55}}{m} = \frac{4}{6}.$$

За отриманими результатами визначають $\max W_1(u_i)$.

Для пристрою таких значень два: $W_1(u_4)$ і $W_1(u_5)$. Із погляду контролю технічного стану вони рівноцінні, тому щоб з'ясувати, який параметр контролювати першим, потрібно додатково проаналізувати схему. Аналіз структурної схеми показує, що два параметри з погляду топологічного проходження сигналів є також рівноцінними, тому обираємо будь-який із них.

Нехай це буде u_5 , його контролюють першим.

На другому кроці визначають $\max W_2(u_i/u_j)$. Для цього знайдемо за формулою (9.37) $W_2(u_i/u_j)$:

$$W_2(u_1/u_5) = \frac{(\gamma_{11} \vee \gamma_{51}) + (\gamma_{12} \vee \gamma_{52}) + (\gamma_{13} \vee \gamma_{53}) + (\gamma_{15} \vee \gamma_{55})}{m} = \frac{4}{6};$$

$$W_2(u_2/u_5) = \frac{(\gamma_{21} \vee \gamma_{51}) + (\gamma_{22} \vee \gamma_{52}) + (\gamma_{23} \vee \gamma_{53}) + (\gamma_{25} \vee \gamma_{55})}{m} = \frac{4}{6};$$

$$W_2(u_3/u_5) = \frac{(\gamma_{31} \vee \gamma_{51}) + (\gamma_{32} \vee \gamma_{52}) + (\gamma_{33} \vee \gamma_{53}) + (\gamma_{35} \vee \gamma_{55})}{m} = \frac{4}{6};$$

$$W_2(u_4/u_5) = \frac{(\gamma_{41} \vee \gamma_{51}) + (\gamma_{42} \vee \gamma_{52}) + (\gamma_{43} \vee \gamma_{53}) + (\gamma_{44} \vee \gamma_{54}) + (\gamma_{25} \vee \gamma_{55})}{m} = \frac{5}{6}.$$

Згідно з розрахунками маємо $\max W_2(u_i/u_5) = 5/6$. Тому другим для контролю обирають параметр u_4 .

На третьому кроці обчислюють $W_3(u_i/u_5, u_4)$:

$$W_3(u_1/u_5, u_4) = \frac{(\gamma_{11} \vee \gamma_{51} \vee \gamma_{41})}{m} + \frac{(\gamma_{12} \vee \gamma_{52} \vee \gamma_{42})}{m} + \frac{(\gamma_{13} \vee \gamma_{53} \vee \gamma_{43})}{m} + \frac{(\gamma_{14} \vee \gamma_{54} \vee \gamma_{44})}{m} + \frac{(\gamma_{15} \vee \gamma_{55} \vee \gamma_{45})}{m} = \frac{5}{6};$$

$$W_3(u_2/u_5, u_4) = \frac{(\gamma_{21} \vee \gamma_{51} \vee \gamma_{41})}{m} + \frac{(\gamma_{22} \vee \gamma_{52} \vee \gamma_{42})}{m} + \frac{(\gamma_{23} \vee \gamma_{53} \vee \gamma_{43})}{m} + \frac{(\gamma_{24} \vee \gamma_{54} \vee \gamma_{44})}{m} + \frac{(\gamma_{25} \vee \gamma_{55} \vee \gamma_{45})}{m} = \frac{5}{6};$$

$$W_3(u_3/u_5, u_4) = \frac{(\gamma_{31} \vee \gamma_{51} \vee \gamma_{41})}{m} + \frac{(\gamma_{32} \vee \gamma_{52} \vee \gamma_{42})}{m} + \frac{(\gamma_{33} \vee \gamma_{53} \vee \gamma_{43})}{m} + \frac{(\gamma_{34} \vee \gamma_{54} \vee \gamma_{44})}{m} + \frac{(\gamma_{35} \vee \gamma_{55} \vee \gamma_{45})}{m} = \frac{5}{6}.$$

Маємо для параметрів u_1 або u_2 , або u_3 максимальне значення критерію. За аналізом функціональної схеми доцільно обрати для контролю на цьому кроці параметр u_2 .

На четвертому кроці визначають $\max W_4(u_i/u_5, u_4, u_2)$:

$$W_4(u_1/u_5, u_4, u_2) = \frac{(\gamma_{11} \vee \gamma_{51} \vee \gamma_{41} \vee \gamma_{21})}{m} + \frac{(\gamma_{12} \vee \gamma_{52} \vee \gamma_{42} \vee \gamma_{22})}{m} +$$

$$+ \frac{(\gamma_{13} \vee \gamma_{53} \vee \gamma_{43} \vee \gamma_{23})}{m} + \frac{(\gamma_{14} \vee \gamma_{54} \vee \gamma_{44} \vee \gamma_{24})}{m} +$$

$$+ \frac{(\gamma_{15} \vee \gamma_{55} \vee \gamma_{45} \vee \gamma_{25})}{m} = \frac{5}{6};$$

$$W_4(u_3/u_5, u_4, u_2) = \frac{(\gamma_{31} \vee \gamma_{51} \vee \gamma_{41} \vee \gamma_{21})}{m} + \frac{(\gamma_{32} \vee \gamma_{52} \vee \gamma_{42} \vee \gamma_{22})}{m} +$$

$$+ \frac{(\gamma_{33} \vee \gamma_{53} \vee \gamma_{43} \vee \gamma_{23})}{m} + \frac{(\gamma_{34} \vee \gamma_{54} \vee \gamma_{44} \vee \gamma_{24})}{m} +$$

$$+ \frac{(\gamma_{35} \vee \gamma_{55} \vee \gamma_{45} \vee \gamma_{25})}{m} = \frac{5}{6}.$$

На цьому кроці також маємо для параметрів u_1 і u_3 максимальне значення критерію. Тому з урахуванням аналізу схеми черговим для контролю можна обрати параметр u_1 (табл. 9.3). Таким чином, послідовність контролю має бути такою: u_5, u_4, u_2, u_1, u_3 . В усіх випадках під час контролю працездатності на всіх рівнях оцінюють параметри й приймають рішення про придатність ОК. Результат процесу вимірювання можна подати у вигляді рівняння:

$$y = Y[u], \quad (9.38)$$

яке називають *рівнянням вимірювання*, де y — числовий вираз контрольованого параметра в одиницях шкали E .

Якщо числова шкала має основу m , то y можна подати в десятковій системі числення у вигляді багаточлена за степенями $m^i, i = 0, 1, 2, \dots$

$$y_{10} = \sum_{i=-g}^{n-1} x_i m^i, \quad x_i \in E,$$

де $x_i = 0, 1, \dots, m-1$.

Наприклад, якщо $m = 2g, g = 0, r = 3$, тоді

$$y_{10} = \sum_{i=0}^2 x_i 2^i = x_2 2^2 + x_1 2^1 + x_0 2^0,$$

де $x = 0$ або $x = 1$, а величини g, r — значення старшого і молодшого розрядів числа y .

На практиці більше прийнятними є шкали з основою $m = 2, 8, 10$. За допускового контролю залежність (9.38) може бути реалізована у вигляді:

$$y = \text{ent} \left(\frac{u - u_0}{[u]} \right)_{\text{mod}_2} = \begin{cases} +1, & \text{якщо } -u - u_0 > \delta_u - \text{більше за норму;} \\ 0, & \text{якщо } -\delta_u \leq u - u_0 \leq +\delta_u - \text{норма;} \\ -1, & \text{якщо } -u - u_0 < -\delta_u - \text{менше за норму,} \end{cases} \quad (9.39)$$

де $[u]$ — одиниця фізичної величини; δ_u — половина поля допуску параметра; u_0 — номінальне значення параметра; $\text{ent}(x)_{\text{mod}_2}$ — операція виділення цілої частини числа за модулем 2;

$$[u] = \begin{cases} -\delta_u, & \text{якщо } u - u_0 < 0; \\ +\delta_u, & \text{якщо } u - u_0 > 0, \end{cases}$$

де $\delta_u = |u_v - u_0| = |u_n - u_0|$.

Така допускова оцінка за формулою (9.39) математично описує принцип контролю працездатності «менше за норму — норма — більше за норму».

Інший принцип «придатний — непридатний» передбачає реалізацію такої залежності:

$$y = Y[u] = \begin{cases} 0, & \text{якщо } -u - u_0 > \delta_u - \text{непридатний;} \\ 1, & \text{якщо } -\delta_u \leq u - u_0 \leq \delta_u - \text{придатний;} \\ 0, & \text{якщо } -u - u_0 < -\delta_u - \text{непридатний} \end{cases}$$

або

$$y = Y[u] = \begin{cases} 1, & \text{якщо } -u - u_0 > 0 - \text{придатний;} \\ 0, & \text{якщо } -u - u_0 < 0 - \text{непридатний.} \end{cases}$$

Маючи результат вимірювання величини y , за допомогою залежності (9.35) неважко визначити вимірне значення параметра за формулою

$$u^* = [u](y)_{10}. \quad (9.40)$$

У виразі (9.40) u^* — вимірне значення параметра, яке відрізняється від справжнього значення u на величину $\varepsilon = u^* - u$, що характеризує абсолютну похибку вимірювання.

Величина ε — випадкова величина, що характеризується густиною ймовірності $\psi(\varepsilon)$. Результати оцінювання параметрів u^* використовують для ухвалення рішення про придатність ОК.

Під час контролю працездатності за показником якості необхідно мати залежність показника W якості динамічної системи від вектора параметрів:

$$W(u) = W_1(u_1)W_2(u_2),$$

де W — показник якості; $W_1(u_1)$ — складова показника якості, що залежить від параметрів u_1 першої групи; $W_2(u_2)$ — складова показника якості, що залежить від параметрів другої групи u_2 ; u — вектор параметрів об'єкта.

Множину станів об'єкта контролю можна розбити на дві підмножини:

1) коли $W(u) \geq W_T$ — працездатний стан D_0 і \bar{D}_0 ;

2) коли $W(u) < W_T$ — непрацездатний стан (W_T — установлене значення показника якості).

Визначають множину рішень $\theta = \{\text{П}, \text{Б}\}$, де П — придатний; Б — брак. Тоді правило ухвалення рішення під час контролю працездатності набирає вигляду:

$$R(u) = \begin{cases} \text{П, якщо } W(u) \geq W_T (u \in D_0); \\ \text{Б, якщо } W(u) < W_T (u \notin D_0). \end{cases} \quad (9.41)$$

Визначають розв'язувальне правило для окремих випадків. Показник якості задають у формі логічної залежності

$$W_1(u_1) = \prod_{i=1}^d l_i(u_i),$$

тоді маємо:

$$R(u) = \begin{cases} \text{П, якщо } W(u) = 1 (u \in D_0); \\ \text{Б, якщо } W(u) = 0 (u \notin \bar{D}_0). \end{cases} \quad (9.42)$$

Подано характеристичною функцією i -го параметра рішення «придатний» чи «брак» для цього параметра в такий спосіб. Якщо i -й параметр придатний (П_i), то $l_i(u_i) = 1$, а якщо брак (Б_i), то $l_i(u_i) = 0$.

За цих умов загальне рішення «придатний» формується як кон'юнкція частинних розв'язків, а «брак» — як диз'юнкція частинних розв'язків

$$\Pi = \bigwedge_{i=1}^n \Pi_i, \quad \text{Б} = \bigvee_{j=1}^n \text{Б}_j,$$

де \wedge , \vee — знаки логічного множення і додавання.

Алгоритми ухвалення рішення, викладені у формі залежностей (9.41), (9.42), відповідають двом різним способам контролю: за показником якості та допусковим параметричним контролем.

Отримані розв'язувальні правила є ідеальними, оскільки у них не враховуються систематичні та випадкові похибки, які виникають у процесі вимірювання. Наявність цих похибок призводить до помилкового прийняття рішення про технічний стан ОК.



Контрольні запитання і завдання

1. Від чого залежить кількість параметрів, що контролюються?
2. Надайте класифікацію діагностичних параметрів на основі визначення.
3. Що характеризує ентропія та як вона визначається?
4. Як поділяються параметри ДС за технічними ознаками?
5. Як обирається діагностичний набір параметрів для пошуку відмов у пристрої?
6. Сформулюйте критерій повністю керованої системи.
7. Як розв'язується пряма задача з визначення полів допусків на діагностичні параметри?
8. Що являє собою контроль працездатності на рівні технічних комплексів?
9. Наведіть приклад процедури контролю ЦП з довільною логікою.
10. Як обирається сукупність та оптимальна послідовність контролю параметрів системи?

Частина IV

ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ СИСТЕМ

Розділ

10



ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРОГНОЗНОГО КОНТРОЛЮ

10.1. Постановка завдання прогнозування

Убудовані та зовнішні системи контролю і діагностики, що побудовані на основі сучасної обчислювальної техніки, дають змогу не тільки визначати придатність об'єктів виконувати свої функції за призначенням, але й систематично отримувати й зберігати великий обсяг різноманітної інформації про зміну показників якості та параметрів у часі за різних умов експлуатації.

Нагромадження такої інформації дає змогу вирішувати практичні завдання щодо прогнозування технічного стану окремих пристроїв, систем та їх комплексів, визначати ступені удосконалення конструкції та технології виробництва техніки, оцінювати вплив умов експлуатації на властивості систем і комплексів тощо.

Під прогнозним контролем працездатності системи розуміють процес прийняття рішення про її працездатність у доволі віддаленому майбутньому. Прогнозний контроль усуває істотний недолік поточного контролю, який полягає у незбіжності часу прийняття рішення про працездатність системи t_n та часу використання за призначенням $t_n + \tau$, що дає змогу підвищити ефективність контролю і знизити собівартість експлуатації, оптимізувавши процес формування комплексу запасних деталей системи.

Вихідною інформацією для ухвалення рішення щодо прогнозного контролю є результати поточного контролю працездатності, починаючи з виготовлення пристрою і закінчуючи поточним контролем або контролем на відповідному відрізку часу. У технічній

документації на пристрій обумовлюються граничнодопустимі значення їх параметрів у вигляді гарантійних допусків.

Для того, аби здобути під час контролю інформацію, було використано справді ефективно, потрібно створити інформаційну систему, яка має забезпечувати збір, обробку, зберігання та класифікацію інформації.

Інформаційна система — складова системи керування процесами виробництва й експлуатації технічних систем. Розробка інформаційної системи передбачає визначення потоків інформації від її джерела до споживачів, а також каналів передавання інформації та пунктів її обробки.

Формування потоків інформації, у свою чергу, ґрунтується на визначенні можливих розв'язувань споживачів та потрібних для них формі й змісті інформації. Знаючи вихідну форму й зміст інформації, отримуваної від систем контролю та потрібної для споживачів, можна визначити алгоритми її оброблення.

Потоки й канали інформації характеризуються обсягом, швидкістю проходження, пропускнуою здатністю та вірогідністю. Пункти обробки характеризуються алгоритмами, точністю та вірогідністю результатів обробки.

Збирання, оброблення й доставлення інформації споживачам — процеси, що потребують певних витрат часу. Окрім того, ухвалення рішень на основі здобутої інформації та їх реалізація також пов'язані з втратою часу. Усе це може призвести до запізнювання, а отже, до несвоечасності і неефективності прийняття рішень. Для скорочення часового запізнення можна відповідно підвищити швидкість проходження інформації в системі. Проте більш радикальним є прогнозування інформації на основі обробки спостережуваних даних.

Отже, що прогнозування технічного стану систем і комплексів та інформації за результатами оброблення даних від систем контролю компенсують запізнення інформації тим самим підвищується ефективність керування процесами виробництва, зберігання й експлуатації технічних систем.

Таким чином, прогнозний контроль відрізняється від поточного контролю стану систем тільки тим, що рішення про придатність ухвалюється стосовно не спостережуваного, а майбутнього моменту часу. За результатами спостереження параметрів сигналів на пев-

ному проміжку часу значень параметрів екстраполюються на майбутній момент часу i , відповідно, обчислюється майбутнє значення показника якості.

Алгоритм ухвалення рішень у разі прогнозного контролю такий самий, як і в разі поточного контролю. Прогнозний контроль переходить у поточний за нульового часу екстраполяції. Саме тому прогнозний контроль працездатності технічних пристроїв і систем — частинний випадок.

Отже, задача прогнозного контролю зводиться до стандартної задачі екстраполяції векторного випадкового процесу за результатами спостереження на деякому інтервалі часу. Векторний випадковий процес можна розглядати або як сукупність показників якості за умови, що якщо ухвалення розв'язування про придатність об'єкта ухвалюється через його порівняння з допусками, або як множину параметрів, якщо контроль здійснюється за параметрами.

10.2. Моделі змін параметрів

На стадіях обертання (транспортування та зберігання) і експлуатації життєвого циклу систем і їхніх складових, як параметри, що характеризують їхній стан (показник якості), зазнають зміни у часі.

Процес зміни параметрів містить повільну складову, тобто дрейф параметрів та стрибкоподібні відхилення їхніх значень від номінальних.

Дрейф параметрів зумовлений передусім старінням. Йдеться про сукупність фізико-хімічних процесів корозії, дифузії речовини, утомнісної деформації, механічного зношування і т. ін., що призводить до необоротних змін властивостей елементів і конструкцій пристрою. Стрибкоподібні відхилення параметрів викликаються різними пошкодженнями, обривами, замиканнями, заклинюваннями, збоями тощо, які, у свою чергу, обумовлені конструктивними й технологічними дефектами пристрою, експлуатаційними перевантаженнями і т. ін.

Дрейф параметрів може призводити до їхніх стрибків. Наприклад, нагромадження втомнісних деформацій у конструкції зменшує границю її міцності. Тому стрибкоподібні зміни параметрів значною мірою пов'язані з їхнім дрейфом.

З огляду на величезну кількість зовнішніх факторів і внутрішніх процесів, що викликають зміни параметрів систем (пристроїв), доводиться розглядати ці зміни як випадковий процес.

Експериментальні дані свідчать про те, що дрейф параметрів є нестационарним випадковим процесом. Характерною особливістю цього процесу є тривалий час кореляції, що перевищує час існування ресурсу того чи іншого елемента, пристрою або системи в цілому.

Вивченню впливу процесу дрейфу параметрів на стан різноманітних приладів і систем присвячено дослідження Л. Г. Євланова, Б. В. Васильєва, В. Б. Силіна та ін.

Приклад реалізації випадкового дрейфу трьох параметрів ілюструє рис. 10.1. Безпосередньо з характеру кривих випливає, що дрейф параметрів описується повільними функціями, а час кореляції зміни параметрів менший від інтервалу спостереження реалізацій.

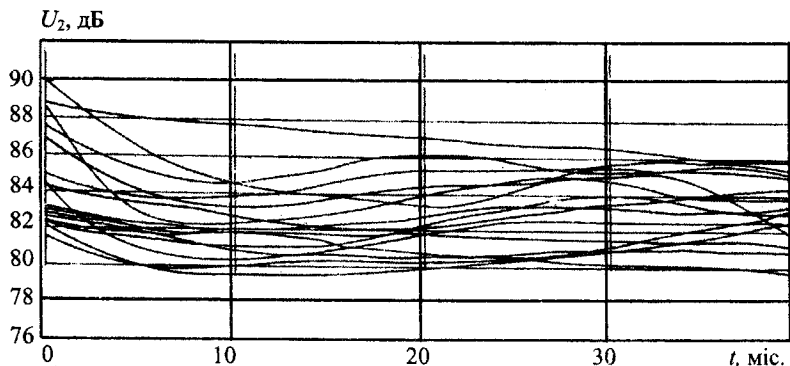


Рис. 10.1. Реалізація випадкового дрейфу трьох параметрів

Доведено, що математичною моделлю дрейфу таких параметрів є поліномна залежність від часу з випадковими величинами

$$U_i = \sum_{k=1}^{n+1} U_{ik} t^{k-1}, \quad (10.1)$$

де i — номер параметра; $n+1$ — порядок номіналу; U_{ik} — випадкові коефіцієнти, що характеризують: U_{i1} — початкове значення, U_{i2} — швидкість зміни, U_{i3} — прискорення і т. ін.

Практика інженерних розрахунків показує, що достатньо обмежитись другим, у крайньому разі — третім порядком полінома (10.1). Оцінювання впливу члена третього порядку показує, що для радіоелектронних елементів, наприклад резисторів, напівпровідникових мікросхем, на всьому інтервалі спостережень виконується умова

$$10^{-3} \cdot U_{i3} t^2 \leq U_{i4} t^3 \leq 10^{-2} U_{i3} t^2,$$

за якої можна знехтувати третім порядком номінала.

З урахуванням наведеного можна записати модельну залежність параметра від часу у вигляді

$$U = U_1 + U_2 t + U_3 t^2. \quad (10.2)$$

Щоб виконати прогнозування за малого часу прогнозу, можна спростити залежність (10.2), відкинувши третю складову, після чого дістанемо лінійну залежність

$$U = U_1 + U_2 t. \quad (10.3)$$

Повна модель дрейфу параметрів включає в себе, окрім залежності (10.2) або (10.1) спільний закон розподілу ймовірності коефіцієнтів полінома, тобто випадкових величин U_k .

Чисельні дослідження підтвердили гіпотезу про те, що спільний закон розподілу ймовірності коефіцієнтів полінома (10.1) апроксимується нормальним законом із значущістю 0,05. Аналіз кореляційних зв'язків між коефіцієнтами полінома показує, що зв'язок між першим і другим та першим і третім коефіцієнтами слабкий, оскільки коефіцієнти кореляції між цими величинами не перевищують за абсолютною величиною 0,5. Статистичний зв'язок між другим і третім коефіцієнтами сильний: коефіцієнт кореляції між цими величинами від'ємний і за модулем становить від 0,8 — 1,0. Це означає, що за додатної швидкості дрейфу його прискорення від'ємне і навпаки. Ця залежність відображає вплив деяких стабілізуювальних факторів, що перешкоджають інтенсивному розвитку процесу дрейфу. Отже, густину ймовірності коефіцієнтів полінома (10.1) з урахуванням наведених міркувань можна визначити так:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 |K|}} \exp\{-0,5(u-m)^T K^{-1}(u-m)\}, \quad (10.4)$$

де $m = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$ — вектор математичних сподівань;

$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix}$ — матриця кореляційних моментів.

З урахуванням висновку про слабкий зв'язок першого коефіцієнта (10.4) з другим і третім коефіцієнтами можна припустити, що $K_{12} = K_{21} = K_{13} = K_{31} = 0$.

Стрибокподібні зміни параметрів здебільшого призводять до відмови пристрою. Моделлю, що описує стрибки параметрів, може бути випадковий процес, в якому стрибкоподібний процес появляється у випадкові моменти часу, а значення параметрів після стрибка є випадковою величиною.

Для повної побудови цієї моделі потрібно знати закони розподілу ймовірності моментів появи стрибків та значень параметрів. Згідно з наведеним раніше припущенням про зв'язок стрибків параметрів з їхнім дрейфом параметри законів розподілу ймовірності стрибків мають залежати від ймовірнісних характеристик дрейфу параметрів. Цю залежність, як правило, можна подати спрощеною моделлю стрибків.

Закон розподілу ймовірності моментів часу появи стрибків вважається пуассонівським, а значення параметра після стрибка — відомим. З урахуванням цього математичне сподівання деякого параметра можна записати такою залежністю:

$$U(t) = \exp\{-\lambda t\} (U_1 + U_2 t + U_3 t^2) + (1 - \exp\{-\lambda t\}) a. \quad (10.5)$$

У формулі (10.5) $\exp\{-\lambda t\}$ — ймовірність того, що протягом часу t стрибка не буде; $(1 - \exp\{-\lambda t\})$ — ймовірність появи хоча б одного стрибка протягом часу t ; a — значення параметра після стрибка; $(U_1 + U_2 t + U_3 t^2)$ — значення параметра до стрибка його значень.

Розглянуті моделі описують ті зміни параметрів, які фактично не можна спостерігати у чистому вигляді. Реальне вимірювання параметрів завжди пов'язане з тим, що поряд із дійсними значеннями спостерігаються перешкоди та трапляються помилки вимірювання. Тому модель спостережуваного значення параметра має відбивати цей факт.

Найчастіше маємо адитивну суміш дійсного значення і помилки спостереження, тобто

$$X(t) = U(t) + N(t),$$

де $N(t)$ — помилка спостереження; $U(t)$ — дійсне значення параметра, що визначається залежністю (10.1) або в окремих випадках — формулами (10.2) чи (10.3).

10.3. Ймовірнісні методи прогнозування

Одним із можливих шляхів удосконалення порядку та правил експлуатації динамічних систем є впровадження у практику експлуатації такого етапу, як прогнозування стану об'єктів і систем.

Спрощену задачу прогнозування можна сформулювати так. Маємо параметр, який вважається випадковою чи не випадковою величиною або випадковою функцією. Потрібно визначити зміну цього параметра на майбутні, тобто неспостережувані інтервали часу за результатами спостережень за його поведінкою у попередньому часі та поточного вимірювання.

Змінювання параметра залежно від дії зовнішніх факторів та внутрішніх процесів можуть бути детермінованими або випадковими. Математичними основами прогнозування, виходячи з цього, можуть бути:

- методи числового аналізу;
- методи теорії випадкових функцій.

Якщо параметр є не випадковою величиною чи функцією, то для прогнозування використовуються аналітичні методи. У разі випадковості зміни значень параметра в часі доводиться застосовувати ймовірнісні методи прогнозування.

Для прогнозування стану пристроїв і систем на невеликі інтервали майбутнього часу за відсутності ймовірнісних характеристик процесу зміни параметрів можна використовувати аналітичні методи. При цьому обирають, як правило, один з визначальних параметрів системи. Такий параметр має бути максимально чутливим до змін, що відбуваються у пристроях системи.

Якщо цей параметр змінюється надто повільно, тобто його похідна змінюється тільки в один бік (зменшується чи збільшується), то для прогнозування можна скористатися апаратом числового аналізу та використовувати такі методи:

- метод прогнозування з використанням інтерполяційних поліномів Лагранжа;
- метод прогнозування з використанням інтерполяційного полінома Ньютона;
- алгоритми прогнозування з використанням інтерполяційних методів групового врахування аргументів;
- метод найменших квадратів;
- метод прогнозування з використанням ряду Тейлора;
- метод прогнозування за допомогою емпіричних формул.

Для отримання задовільних результатів прогнозування на великих інтервалах часу застосовують імовірнісні методи. До найпоширеніших імовірнісних методів прогнозування належать:

- інтегральні методи прогнозування;
- рекурентні методи прогнозування.

Інтегральне прогнозування. Постановка задачі згідно з цим методом така. Необхідно визначити оператор W_1 з умови екстремуму обраного критерію оптимальності, застосування якого до всієї множини спостережуваних сигналів $\{u(t_i)\}, i = \overline{1, n}$ дає значення вектора параметрів на майбутній момент часу $t_n + \tau$, тобто

$$U^*(t_n + \tau) = W_1 \{u(t_i)\}, i = \overline{1, n},$$

де $U^*(t_n + \tau)$ — оцінка вектора параметрів на майбутній інтервал часу; τ — час прогнозу.

Рекурентне прогнозування. Згідно з цим методом необхідно визначити оператор прогнозування W_2 з умови екстремуму критерію оптимальності, що застосовується тільки до останнього спостереження $u(t_n)$ та оцінки вектора на попередньому кроці $U^*(t_{n-1} + \tau)$, тобто

$$U^*(t_n + \tau) = W_2 \{u(t_n), U^*(t_{n-1} + \tau)\}.$$

Рекурентний метод доцільно використовувати, якщо прогнозування відбувається в ковзному інтервалі часу τ , тобто після кожного наступного спостереження здійснюється прогнозування на час τ .

Оператори прогнозування W_1 і W_2 можна визначити за критерієм мінімуму середньоквадратичного сподівання:

$$D^* = \min M \left[\{Y^*(t_n + \tau) - Y(t_n + \tau)\}^T \{Y^*(t_n + \tau) - Y(t_n + \tau)\} \right],$$

де M — оператор математичного сподівання; $Y(t_n + \tau)$ — істинне значення вектора параметрів у прогнозний момент часу.

Мінімізація здійснюється вибором оператора W . Для прогнозування ймовірнісними методами необхідна апріорна інформація у вигляді ймовірнісних характеристик векторів параметрів, що розглядаються як випадкова функція часу.

10.3.1. Інтегральний метод прогнозування

Визначимо оптимальний за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки алгоритм прогнозування параметрів для таких умов. Нехай у дискретні моменти $t_i, i = \overline{1, n}$ спостерігається сигнал

$$u(t_i) = U_1 + U_2 t_i + U_3 t_i^2 + N(t_i), i = \overline{1, n}, \quad (10.6)$$

де U_1, U_2, U_3 — випадкові коефіцієнти полінома, що мають щільність розподілу $f(u)$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |k|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u - m)^T K^{-1} (u - m) \right\}, \quad (10.7)$$

де K — матриця кореляційних моментів; $N(t)$ — випадкова помилка спостережень, які вважаються незалежними в різні моменти часу, які мають нормальний закон розподілу та нульове значення математичного сподівання і однакову дисперсію D_N :

$$f_N(N_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_N}} \exp \{ -N_i / 2D_N \}. \quad (10.8)$$

За розглянутих умов (10.7), (10.8) апостеріорний розподіл імовірності параметра (10.6) за будь-якого значення часу є нормальним.

Апостеріорне математичне сподівання параметра визначають за формулою

$$m_u^*(t) = m_{U_1}^* + m_{U_2}^* t + m_{U_3}^* t^2, \quad (10.9)$$

де $m_{U_1}^*, m_{U_2}^*, m_{U_3}^*$ — апостеріорне математичне сподівання коефіцієнтів U_1, U_2, U_3 ; $m_u^*(t)$ — апостеріорне математичне сподівання параметра U_1 , оптимальне за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки.

У разі визначення характеристик $m_{U_1}^*, m_{U_2}^*, m_{U_3}^*$ за формулою (10.9) задачу прогнозування буде розв'язано; майбутню оцінку параметра на інтервалі часу τ визначають за формулою:

$$m_u^*(t + \tau) = m_{U_1}^* + m_{U_2}^*(t + \tau) + m_{U_3}^*(t + \tau)^2. \quad (10.10)$$

Точність прогнозування параметра визначають апостеріорною дисперсією помилки прогнозування за формулою

$$D_U^*(t+\tau) = D_{U_1}^* + D_{U_2}^*(t+\tau)^2 + D_{U_3}^*(t+\tau) + 2k_{12}^*(t+\tau) + k_{13}^*(t+\tau)^2 + 2k_{23}^*(t+\tau)^3. \quad (10.11)$$

У виразі (10.11) $D_{U_i}^*$, $i = \overline{1,3}$ — апостеріорні дисперсії випадкових коефіцієнтів полінома; $k_{ij}^*(i, j = \overline{1,3})$ — апостеріорні кореляційні моменти коефіцієнтів полінома ($k_{ij}^* = k_{ji}^*$).

Таким чином, із (10.10) випливає, що необхідно за експериментальними даними визначити $u(t_i)$, $i = \overline{1,n}$, потім за цими значеннями визначити $m_{U_1}^*, m_{U_2}^*, m_{U_3}^*, D_{U_1}^*, D_{U_2}^*, D_{U_3}^*, k_{12}^*, k_{13}^*, k_{23}^*$, тоді задачу прогнозування буде розв'язано.

В окремому випадку, коли $D_n = 0$; $m_i = k_{ij} = 0$, $i, j = 1, 2, 3$, тобто кількість вимірювань дорівнює трьом, причому здійснюються вони через однакові моменти часу $t_k = kT$, $k = 1, 2, 3$, можна скористатись спрощеною залежністю

$$\begin{aligned} m_{U_1}^* &= 3U_1 + 3U_2 - U_3; \\ m_{U_2}^* &= -2,5U_1 + 4U_2 - 1,5U_3; \\ m_{U_3}^* &= U_1 - 2U_2 + U_3, \end{aligned}$$

де $U_i = U(t_i)$ — значення параметра, що вимірюється в момент часу t_i .

Отже, дістали одну з форм аналітичного прогнозування за допомогою полінома

$$m_{U_1}^*(t+\tau) = m_{U_1}^* + m_{U_2}^*(t+\tau) + m_{U_3}^*(t+\tau)^2.$$

10.3.2. Алгоритм рекурентного прогнозування

У цьому алгоритмі оцінки параметра обчислюються на кожному кроці вимірювання. Вимірювання параметра описується також поліномом другого порядку

$$U = U_1 + U_2 t + U_3 t^2. \quad (10.12)$$

За невеликого часу t прогнозування вираз (10.12) можна спростити так:

$$U = U_1 + U_2 t.$$

Як апіорну інформацію використовують оцінки коефіцієнтів, отримані на попередньому кроці, а як апостеріорну — останнє вимірювання спостережуваного сигналу. На кожному кроці необхідно запам'ятати для подальшого обчислення здобуті оцінки коефіцієнтів.

Для реалізації цього алгоритму знадобиться менше пам'яті ЕОМ, ніж у попередньому випадку.

Критерієм оптимальної оцінки коефіцієнтів полінома також є мінімум середнього квадрата помилки. Нехай у дискретні моменти часу спостерігається адитивна суміш корисного сигналу і помилки вимірювання:

$$U(n) = U^T S(n) + N(n),$$

де n — черговий крок спостереження; S — матриця вигляду

$$S = \begin{vmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & 0 \\ 1 & t_2 & t_2^2 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & t_n & t_n^2 & 0 \end{vmatrix}; \quad S(n) = \begin{vmatrix} 1 \\ t_n \\ t_n^2 \end{vmatrix}; \quad U^T = [U_1 \quad U_2 \quad U_3],$$

де U^T — транспонований вектор коефіцієнтів полінома.

Нехай коефіцієнти полінома в нульовий момент часу $t_0 = 0, n = 0$ розподілені нормально з вектором математичних сподівань

$$m_U(0) = \llbracket m_{U_1}, m_{U_2}, m_{U_3} \rrbracket$$

і матрицею кореляційних моментів:

$$k(0) = \llbracket k_{ij}(0) \rrbracket; \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Припустимо, що помилки вимірювання в різні моменти часу не залежать одна від одної і від коефіцієнтів полінома, мають один і той самий нормальний закон розподілу ймовірності з нульовим математичним сподіванням і однаковою для всіх моментів часу дисперсією D_N . Тоді можна вивести рекурентне співвідношення для оптимального за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки вектора коефіцієнтів полінома:

$$m_U(n+1) = \left[k_n^{-1} + \frac{1}{D_n} S(n+1)S^T(n+1) \right]^{-1} \times \quad (10.13)$$

$$\times \left[k_n^{-1} m_U^*(n) + \frac{1}{D_n} S(n+1)U(n+1) \right].$$

Співвідношення (10.13) можна подати в іншому вигляді:

$$m_U^*(n+1) = F(n+1)m_U^*(n) + Q(n+1)U(n+1),$$

де

$$F(n+1) = \left[1 + \frac{k(n)}{D_n} S(n+1)S^T(n+1) \right]^{-1};$$

$$Q(n+1) = F(n+1) \frac{k(n)}{D_n} S(n+1);$$

$$S(n+1)S^T(n+1) = \begin{vmatrix} 1 & t_{n+1} & t_{n+1}^2 \\ t_{n+1} & t_{n+1}^2 & t_{n+1}^3 \\ t_{n+1}^2 & t_{n+1}^3 & t_{n+1}^4 \end{vmatrix};$$

$$k(n+1) = F(n+1)k(n);$$

$$m_U(n+1) = \begin{vmatrix} m_{U_1}^*(n+1) \\ m_{U_2}^*(n+1) \\ m_{U_3}^*(n+1) \end{vmatrix}.$$

Визначивши таким чином коефіцієнти полінома, можна знайти значення прогнозованого параметра:

$$m_n^*(t_{n1} + \tau) = m_{U_1}^*(n+1) + m_{U_2}^*(n+1)(t_{n+1} + \tau) + m_{U_3}^*(n+1)(t_{n+1} + \tau)^2.$$

10.4. Аналітичні методи прогнозування

Для прогнозування стану пристрою на невеликому інтервалі часу за відсутності ймовірнісних характеристик процесу зміни параметрів можна скористатись аналітичними методами. При цьому обирається зазвичай один з узагальнених параметрів системи. Цей параметр має бути максимально чутливим до змін, які відбуваються у пристроях системи.

У разі використання аналітичних методів прогнозування постановка задачі така. Контрольований параметр є не випадковою функцією часу $U(t)$, яка в моменти часу t_0, t_1, \dots, t_n набуває значень $U(t_0), U(t_1), \dots, U(t_n)$. Потрібно за цими значеннями передбачити поведінку функції $U(t)$ у моменти часу $t_{n+1}, t_{n+2}, \dots, t_{n+m}$.

Вимоги до розміру кроку прогнозування впливають з особливостей завдань прогнозування. Зазвичай беруть крок $h_i = 1$, де під одиницею можна розуміти різні значення часу: 1 год, 10 год, 100 год, 1 місяць, 1 рік і т. ін.

10.4.1. Метод з використанням інтерполяційного полінома Лагранжа

Для реалізації цього методу використовують поліном Лагранжа. Постановка задачі така. За відомих значень t_i та $u_i = u(t_i)$, $i = \overline{0, n}$ можна записати поліном Лагранжа:

$$F_{\text{Л}} = \sum_{i=0}^n f(t_i) \prod_{i \neq j} \frac{(t-t_j)}{(t_i-t_j)}. \quad (10.14)$$

Наприклад, якщо $n = 1$ із (10.14) отримуємо

$$F_{\text{Л}}(t) = \frac{t-t_1}{t_0-t_1} U_0 + \frac{t-t_0}{t_1-t_0} U_1,$$

де $U_0 = f(t_0)$; $U_1 = f(t_1)$.

Якщо $n = 2$

$$F_{\text{Л}}(t) = \frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)} U_0 + \frac{(t-t_0)(t-t_2)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)} U_1 + \frac{(t-t_0)(t-t_1)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)} U_2.$$

Прогнозоване значення на інтервалі τ визначають як

$$F_{\text{Л}}(t + \tau).$$

У загальному випадку вираз для довільного $F_{\text{Л}}(t)$ має вигляд

$$F_{\text{Л}}(t) = (-1)^n \frac{m(m+1)\dots(m+n)}{n!} \sum_{i=0}^n (-1) \frac{C_n^i}{m+n-i} U_i, \quad (10.15)$$

де m — кількість кроків прогнозування.

З рівняння (10.15) можна вивести формулу для коефіцієнтів полінома Лагранжа:

$$L_n = (-1)^{n-1} C_n^i \frac{m(m+1)\dots(m+n)}{(m+n-i)n!}, \quad n=0,1,2,\dots \quad (10.16)$$

За допомогою (10.16) можна скласти таблицю коефіцієнтів Лагранжа, які використовують під час практичного прогнозування.

Табл. 10.1 складено за умов, що $m=1,2,3,\dots,10$; $n=1,2,3$.

Таблиця 10.1

Значення коефіцієнтів Лагранжа, використувані для практичного прогнозування

| m | $n=1$ | | $n=2$ | | | $n=3$ | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | L_0 | L_1 | L_0 | L_1 | L_2 | L_0 | L_1 | L_2 | L_3 |
| 1 | -1 | 2 | 1 | -3 | 3 | -1 | 4 | -6 | 4 |
| 2 | -2 | 3 | 3 | -8 | 6 | -4 | 15 | -20 | 10 |
| 3 | -3 | 4 | 6 | -15 | 10 | -10 | 36 | -45 | 20 |
| 4 | -4 | 5 | 10 | -24 | 15 | -20 | 70 | -84 | 35 |
| 5 | -5 | 6 | 15 | -35 | 21 | -35 | 120 | -140 | 56 |
| 6 | -6 | 7 | 21 | -48 | 28 | -56 | 189 | -216 | 84 |
| 7 | -7 | 8 | 28 | -63 | 36 | -84 | 280 | -315 | 120 |
| 8 | -8 | 9 | 36 | -80 | 45 | -120 | 396 | -440 | 165 |
| 9 | -9 | 10 | 45 | -99 | 55 | -165 | 540 | -594 | 220 |
| 10 | -10 | 11 | 55 | -120 | 66 | -220 | 715 | -780 | 286 |

За наявності таблиці коефіцієнтів Лагранжа процес прогнозування контрольованої функції істотно спрощується. Наприклад, для прогнозування на п'ять кроків ($m=5$) поліном Лагранжа другого степеня ($n=2$) має вигляд:

$$F_n(t) = 15U_0 - 35U_1 + 21U_2.$$

Таким чином, задачу прогнозування розв'язано.

10.4.2. Прогнозування з використанням інтерполяційного полінома Ньютона

Поліном Ньютона має вигляд:

$$F_{H_n}(t) = U_n + \Delta U_{n-1}(t-t_n) + \frac{\Delta^2 U_{n-2}}{2!}(t-t_n)(t-t_{n-1}) + \dots \quad (10.17)$$

$$\dots + \frac{\Delta^n U_{n-n}}{n!} x(t-t_n)(t-t_{n-1}) \dots (t-t_1),$$

де $U_n = U(t_n)$, ΔU_{n-1} , $\Delta^2 U_{n-2}$ — скінченні різниці першого та другого порядку,

$$\Delta U_{n-1} = U_n - U_{n-1}; \quad \Delta^2 U_{n-2} = \Delta U_{n-1} - \Delta U_{n-2}.$$

Наприклад, якщо $n=1$, то з (10.17) отримуємо

$$F_{H_1}(t) = U_1 + \Delta U_0(t-t_1); \quad \text{де } \Delta U_0 = U_1 - U_0 = U(t_1) - U(t_0).$$

Якщо $n=2$, то

$$F_{H_2}(t) = U_2 + \Delta U_1(t-t_2) + \frac{\Delta^2 U_0}{2!}(t-t_2)(t-t_1),$$

де $\Delta U_1 = U_2 - U_1$; $\Delta^2 U_0 = \Delta U_1 - \Delta U_0$.

Перевага полінома Ньютона порівняно з поліномом Лагранжа полягає в тому, що, додавши до полінома нижчого степеня доданок, дістанемо поліном вищого степеня. У разі збільшення кількості кроків прогнозування для уточнення результату можна скористатися середнім арифметичним екстраполяційних поліномів.

Наприклад, після визначення $F_{H_1}(t)$ і $F_{H_2}(t)$ для прогнозування можна скористатися формулою прогнозування

$$Q_1(t) = \frac{\sum_{i=1}^2 F_{H_i}(t)}{2}.$$

Уточнення результату прогнозування полягає також у використанні такого виразу:

$$Q(t) = A_1 L_1(t) + A_2 L_2(t).$$

Величину $Q(t)$ визначають для моментів часу t_{n-1}, t_n , тобто

$$\begin{aligned} Q(t_{n-1}) &= U_{n-1} = A_1 F_{H_1}(t_{n-1}) + A_2 F_{H_2}(t_{n-1}); \\ Q(t_n) &= U_n = A_1 F_{H_1}(t_n) + A_2 F_{H_2}(t_n). \end{aligned} \quad (10.18)$$

Таким чином, маємо два рівняння та дві невідомі величини A_1 та A_2 . Визначивши A_1 і A_2 , уточнюємо результат прогнозування згідно з (10.18).

10.4.3. Прогнозування з використанням методу найменших квадратів

У попередніх методах прогнозу поліном та параметр збігалися у вимірюваних точках, тобто

$$\begin{aligned} F_n(t_i) &= U(t_i), \quad i = \overline{0, 1}; \\ \max |U(t_i) - F_n(t_i)| &\leq \varepsilon, \quad i = \overline{0, m}, \end{aligned}$$

де ε — задана наперед точність.

При цьому коефіцієнти полінома визначають з умови

$$\min \sum_{i=1}^m [U(t_i) - F_n(t_i)]^2,$$

де m — кількість відліків; n — степінь полінома.

Апроксимація значень функції $U(t)$ задамо поліномом

$$F_n(t) = \sum_{v=0}^n a_v t^v.$$

Нехай $m \geq n+1$. Тоді необхідно визначити коефіцієнти полінома a_v , $v = \overline{0, n}$, мінімізуючи функцію

$$f(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^m \left[U(t_i) - \sum_{v=0}^n a_v t_i^v \right]^2.$$

Для визначення коефіцієнтів візьмемо частинні похідні df/da_v , $v = \overline{0, n}$, і прирівняємо їх до нуля.

У результаті маємо систему рівнянь:

$$\frac{df}{da_v} = -2 \sum_{s=1}^m \left[U(t_s) - \sum_{v=0}^n a_v t_s^v \right] t_s^v = 0, \quad v = \overline{0, n}. \quad (10.19)$$

У цій системі $n+1$ рівнянь з $n+1$ невідомими.

Розв'язуючи систему рівнянь (10.19), можна визначити значення коефіцієнтів a_v .

Приклад. Нехай маємо значення t_i та $U(t_i)$, задані згідно з табл. 10.2.

Таблиця 10.2

| | | | |
|----------|---|---|---|
| i | 1 | 2 | 3 |
| t_i | 1 | 2 | 3 |
| $U(t_i)$ | 3 | 4 | 3 |

Відомо, що $n=2$, а $m=3$. Необхідно визначити прогнозний поліном

$$F_2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2.$$

Візьмемо частинні похідні від функції $f(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^3 \left[U(t_i) - \sum_{v=0}^2 a_v t_i^v \right]^2$ за кожним із аргументів — коефіцієнтів полінома:

$$\frac{df}{da_0} = -2 \left[U(t_1) - (a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2) \right] - 2 \left[U(t_2) - (a_0 + a_1 t_2 + a_2 t_2^2) \right] - 2 \left[U(t_3) - (a_0 + a_1 t_3 + a_2 t_3^2) \right];$$

$$\frac{df}{da_1} = -2 \left[U(t_1) - (a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2) \right] t_1 - 2 \left[U(t_2) - (a_0 + a_1 t_2 + a_2 t_2^2) \right] t_2 - 2 \left[U(t_3) - (a_0 + a_1 t_3 + a_2 t_3^2) \right] t_3;$$

$$\frac{df}{da_2} = -2 \left[U(t_1) - (a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2) \right] t_1^2 - 2 \left[U(t_2) - (a_0 + a_1 t_2 + a_2 t_2^2) \right] t_2^2 - 2 \left[U(t_3) - (a_0 + a_1 t_3 + a_2 t_3^2) \right] t_3^2.$$

Прирівнявши кожне з рівнянь до нуля, та підставивши значення t_i , $U(t_i)$ з табл. 10.2, після зведення подібних членів, дістанемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3a_0 + 6a_1 + 14a_2 = 10; \\ 3a_0 + 7a_1 + 18a_2 = 10; \\ 7a_0 + 18a_1 + 49a_2 = 23. \end{cases}$$

Головний визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 14 \\ 3 & 7 & 18 \\ 7 & 18 & 49 \end{vmatrix} = 1.$$

Обчислюємо додаткові визначники:

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 10 & 6 & 14 \\ 10 & 7 & 18 \\ 23 & 18 & 49 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 10 & 14 \\ 3 & 10 & 18 \\ 7 & 23 & 49 \end{vmatrix} = 4;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 10 \\ 7 & 18 & 25 \end{vmatrix} = -1.$$

Визначаємо коефіцієнти полінома:

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = 0; \quad a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 4; \quad a_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -1.$$

Тоді прогнозний поліном набирає вигляду

$$F_2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 = 4t - t^2.$$

Якщо $t_4 = 4$, то

$$F_2(t + \tau) = 4(t + \tau) - (t + \tau)^2 = 0.$$

Припустимо, що після допуску параметра $\delta = \pm 1$ номінальне значення $U_0 = 3$.

Визначимо час Δt , через який параметр вийде за поле допуску після останньої перевірки в момент часу t_3 . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 4t - t^2 = 1 + U_0; \\ 4t - t^2 = -1 + U_0 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} t^2 - 4t + 4 = 0; \\ t^2 - 4t + 2 = 0. \end{cases}$$

Корені першого рівняння $t_1 = t_2 = 2$.

Корені другого рівняння $t_1 = 0,59; t_2 = 3,41$, тому шукане значення

$$\Delta t = 3,41 - t_3 = 0,41.$$

Пошук Δt унаочнює рис. 10.2.

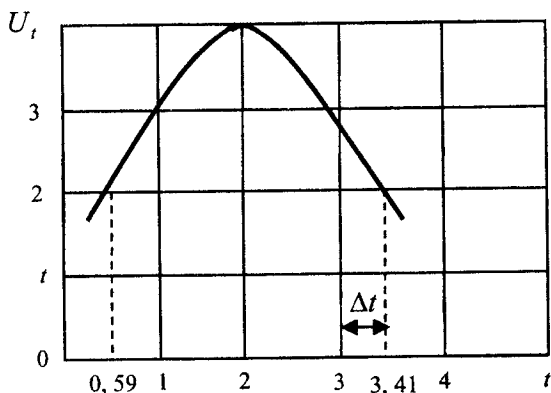


Рис. 10.2. Графік зміни параметра, що прогнозується

10.4.4. Метод прогнозування з використанням ряду Тейлора

Метод застосовують в разі монотонної зміни контрольованого параметра, коли є можливість обчислити першу, другу, третю та інші похідні. Тоді

$$F_n(t) = U(t_n) + U'(t_n)(t - t_n) + U''(t_n) \frac{(t - t_n)^2}{2!} + \dots + U^k(t_n) \frac{(t - t_n)^k}{k!}.$$

Зокрема, $n = 1$

$$F_1(t) = U(t_1) + U'(t_1)(t - t_1) + U''(t_1) \frac{(t - t_1)^2}{2!},$$

якщо $n = 2$, то

$$F_2(t) = U(t_2) + U'(t_2)(t - t_2) + U''(t_2) \frac{(t - t_2)^2}{2!} + U'''(t_2) \frac{(t - t_2)^3}{3!}.$$

Ряд Тейлора має характер передбаченого (екстраполяційного) ряду, оскільки значення функцій $U(t)$ та всіх її похідних у точці $t = t_n$ слугує для обчислення $U(t)$ поза цією точкою.

10.4.5. Метод прогнозування за допомогою емпіричних формул

Екстраполяційну формулу можна використовувати у вигляді таких залежностей:

$$F(t) = at + b; \quad F(t) = at^2 + bt + c; \quad F(t) = ae^{\pm bt},$$

де a, b, c — коефіцієнти.

Ставиться задача — визначити найкращим чином коефіцієнти a, b, c . Є такі способи визначення всіх коефіцієнтів:

- метод найменших квадратів;
- метод обраних точок;
- метод середніх.

За методом обраних точок для прогнозування функції $U(t)$ обирають при t_{n-1}, t_n, t_{n+1} значення $U(t_{n-1}), U(t_n), U(t_{n+1})$.

Далі прирівнюємо значення функції у цих точках до значень прогнозного полінома. Наприклад:

$$\begin{cases} F(t_{n-1}) = U(t_{n-1}) = at_{n-1}^2 + bt_{n-1} + c; \\ F(t_n) = U(t_n) = at_n^2 + bt_n + c; \\ F(t_{n+1}) = U(t_{n+1}) = at_{n+1}^2 + bt_{n+1} + c. \end{cases}$$

У результаті дістаємо систему трьох рівнянь із трьома невідомими. Розв'язуючи цю систему, знаходимо коефіцієнти a, b і c .

Застосування методу середніх наведемо на прикладі. Нехай маємо дані згідно з табл. 10.3 і залежність:

$$F(t) = at^2 + bt + c.$$

Таблиця 10.3

Зміна значень прогнозованої функції U залежно від часу

| t_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|
| $U(t_i)$ | 1,12 | 1,15 | 1,19 | 1,23 | 1,28 | 1,34 | 1,4 | 1,46 | 1,51 |

Для визначення коефіцієнтів a, b, c введемо критерій

$$q_i = F(t_i) - U(t_i).$$

Усю множину значень $U(t_i)$ розбивають на три підмножини:

$$\begin{cases} q_1 = a + b + c - 1, 12; \\ q_2 = 4a + 2b + c - 1, 15; \text{ — перша підмножина;} \\ q_3 = 9a + 3b + c - 1, 19. \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_4 = 16a + 4b + c - 1, 23; \\ q_5 = 25a + 5b + c - 1, 28; \text{ — друга підмножина;} \\ q_6 = 36a + 6b + c - 1, 34. \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_7 = 49a + 7b + c - 1, 4; \\ q_8 = 64a + 8b + c - 1, 46; \text{ — третя підмножина.} \\ q_9 = 81a + 9b + c - 1, 51. \end{cases}$$

Коефіцієнти можна обрати таким чином, щоб $\sum_{i=1}^9 q_i = 0$, для цього мають виконуватися такі рівності:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 + q_3 = 0; \\ q_4 + q_5 + q_6 = 0; \\ q_7 + q_8 + q_9 = 0. \end{cases} \quad (10.20)$$

Підставивши у рівняння (10.20) першу, другу і третю підмножини, отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 14a + 6b + 3c = 3, 46; \\ 77a + 15b + 3c = 3, 85; \\ 194a + 24b + 3c = 4, 370, \end{cases}$$

розв'язавши яку, знайдемо $a = 0,0011$, $b = 0,032$, $c = 1,086$.

У результаті прогнозний поліном визначається так:

$$F(t) = 0,0011t^2 + 0,032t + 1,086.$$

Отже, розглянуто аналітичні методи прогнозування та можливості їх практичного використання.



Контрольні запитання і завдання

1. Що потрібно зробити, щоб здобута під час контролю інформація була використана ефективно?
2. Наведіть математичну модель випадкового дрейфу параметрів.
3. Як змінюється матриця кореляційних моментів при слабкому зв'язку першого з другим і третім коефіцієнтами?
4. Сформулюйте спрощену задачу прогнозування.
5. Що є математичними основами прогнозування?
6. Які методи прогнозування використовуються при прогнозуванні на тривалий термін?
7. Чим відрізняється інтегральний метод прогнозування від рекурентного?
8. Що являє собою алгоритм рекурентного прогнозування?
9. Наведіть класифікацію аналітичних методів прогнозування.
10. У чому полягає постановка задачі при використанні полінома Лагранжа?
11. У яких випадках для прогнозування використовується інтерполяційний поліном Ньютона?
12. Чим відрізняються умови прогнозування з використанням методу найменших квадратів від умов використання полінома Лагранжа або полінома Ньютона?
13. Наведіть умови використання ряду Тейлора.
14. Що являє собою прогнозування з використанням емпіричних формул?

ТЕХНІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАСОБІВ КОНТРОЛЮ

Розділ

11



ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ І ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ЗАСОБІВ КОНТРОЛЮ

11.1. Апаратне забезпечення засобів контролю

Автоматизовані засоби контролю являють собою набір апаратних і програмних засобів, структура і характеристики яких визначаються складністю і фізичними принципами функціонування ОК та діагностики, а також вимогами і завданнями, які виконуються у разі використання автоматизованих засобів контролю (АЗК).

Об'єкт контролю містить у своєму складі прилади, потрібні для контролю їх працездатності, генерування і вимірювання електричних низькочастотних НВЧ сигналів, пневматичних, механічних та інших сигналів. Сам процес контролю та діагностики — це розгорнуте в часі послідовне подання на ОК стимулювальних сигналів і вимірювання реакцій. Цей процес відбувається здебільшого в реальному масштабі часу, що накладає додаткові вимоги на швидкість системи контролю і організацію оброблення сигналів, що надходять з ОК. Однією з важливих умов, які треба враховувати під час формування структури, є умова функціонування АЗК. Це може бути технологічний процес — процес «придатний—брак», або процес дослідження і відпрацювання складного обладнання, який потребує оброблення, аналізу, нагромадження результатів, реєстрації їх людиною-оператором.

Структуру апаратних засобів контролю умовно можна поділити на ряд підсистем.

До спеціальної підсистеми входять пристрої, за допомогою яких контролюють параметри, специфічні для одного виду ОК. Вона може містити у своєму складі різні вимірювальні перетворювачі та нормалізатори, що перетворюють спеціальні вихідні сигнали у типові, такі як напруга постійного струму або код. Ця підсистема містить також спеціальні стимульовальні генератори, що формують тестові сигнали.

Підсистема універсальних генераторів і перетворювачів — це набір широкодіапазонних пристроїв, які забезпечують генерування довільної форми напруг, синусоїдальних і імпульсних сигналів у високочастотному діапазоні, вимірювання та перетворення їх характеристик. Обидві ці підсистеми мають забезпечувати модульність під час побудови комплексу — підключення до одного зі стандартних інтерфейсних каналів для керування і передавання даних.

Підсистема комутації є однією зі складних і різнотипних підсистем. Її можна умовно поділити на дві частини — спеціалізовану й універсальну відповідно до типів сигналів, які необхідно транслювати між АЗК і ОК. Пристрої, які потрібні для програмної реалізації процесу автоматизованого контролю і діагностики та остаточного оброблення і нагромадження інформації, складають підсистему оброблення і керування. Це передусім ЕОМ, запам'ятовувальні пристрої, елементи всередині системного обміну.

Важливе місце в апаратурі займає підсистема, що складається з пульта керування та індикації та реєструвального пристрою.

Структуру агрегатованого АЗК з централізованим керуванням показано на рис. 11.1. Агрегатування у ньому здійснюється на рівні підсистем керування (процесор, оперативний запам'ятовувальний пристрій (ОЗП), постійний запам'ятовувальний пристрій (ПЗП)), реєстрації та індикації (пристрій реєстрації, пульт оператора, дисплей), комутації (комутатори), генерування і перетворення сигналів у низькочастотному діапазоні (універсальні перетворювачі і генератори).

Як центральний процесор використано мікро-ЕОМ, що дає змогу вирішувати всі завдання контролю технічного стану об'єктів. На основі аналізу розроблених алгоритмів контролю і діагностики ОК визначено склад функціональних модулів для побудови АЗК. Усі модулі можна поділити на три групи: модулі формування, генерування, перетворення і комутації, модулі керувальних ЕОМ та цифрові пристрої програмного керування, модулі вторинних джерел електроживлення [21].

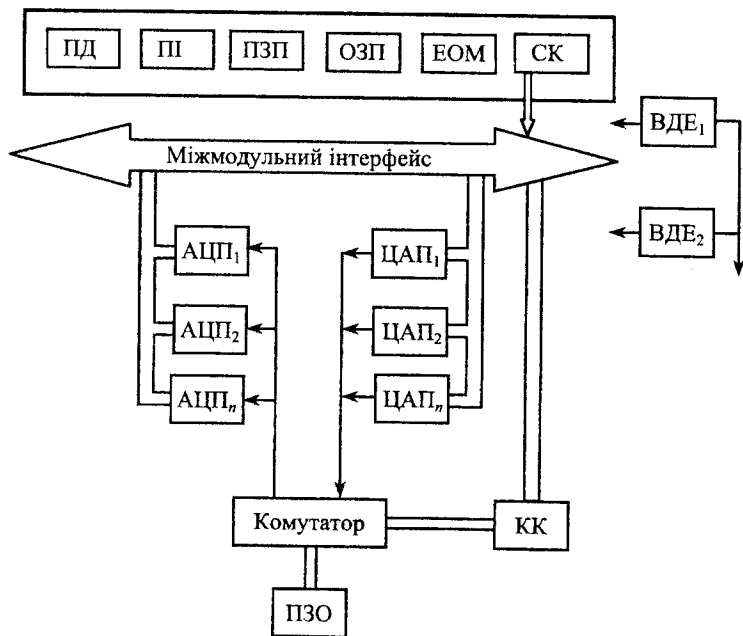


Рис. 11.1. Структурна схема автоматизованого засобу контролю:
 АЦП — аналого-цифрові перетворювачі; ЦАП — цифро-аналогові перетворювачі; ПД — пристрій документування;
 ПІ — пристрій індикації; ПЗП — постійний запам'ятовувальний пристрій; ОЗП — оперативний запам'ятовувальний пристрій;
 ЕОМ — електронна обчислювальна машина; СК — системний контролер;
 КК — контролер комутатора; ВДЕ — вторинне джерело електроживлення; ПЗО — пристрій зв'язку з ОК

Склад функціональних модулів усередині кожної групи визначається характеристиками контролепридатності ОК, вимогами нормативної документації. Побудова апаратури контролю для різних ОК пов'язана з вибором необхідних модулів із розглянутих груп, їх компонуванням у систему, розробленням програм контролю і самоконтролю АЗК та створенням додаткових спеціалізованих модулів (рис. 11.1). Можливість створення уніфікованих засобів автоматизованого контролю забезпечується функціональною, інформаційною, конструктивною, програмною, експлуатаційною, метрологічною сумісністю. При цьому під сумісністю розуміють єдність тих чи інших характеристик функціональних модулів.

Функціональна сумісність забезпечується необхідною сукупністю елементарних перетворень і конструктивною закінченістю. При цьому всі живильні спеціальні напруги виробляються в межах певного модуля. Кожний модуль ззовні отримує лише ті керувальні сигнали, що потрібні для взаємодії з іншими модулями.

Конструктивна сумісність забезпечується єдиною номенклатурою габаритних і встановлювальних розмірів, єдиною конструкцією інтерфейсного з'єднувача і т. ін.

Експлуатаційна сумісність забезпечується потрібними показниками надійності і стійкістю до зовнішніх збурювальних факторів. Маючи функціональні модулі, які відповідають усім якостям сумісності, можна компонувати АЗК різного призначення для їх використання на всіх стадіях життєвого циклу ОК.

11.2. Програмне забезпечення автоматизованих засобів контролю

Апаратне забезпечення АЗК, призначеного для контролю працездатності розвинених автоматичних систем керування технічними об'єктами або програмно-апаратної частини технологічного устаткування, повинне мати як великі функціональні можливості, так і властивості гнучкості. У зв'язку з цим у структурі АЗК передбачено активне використання мікро-ЕОМ, що входить у структуру контрольованих систем керування або їх апаратну частину.

Склад апаратури необхідно вибирати на основі характеристик, отриманих на етапі метрологічного забезпечення, коли встановлюють обсяг і характер інформації і розраховують похибки каналів контролю.

Структуру мікропроцесорного АЗК відповідно до вимог, що ставляться до перспективних засобів контролю і діагностики, доцільно подати у вигляді універсальної і спеціалізованої частин.

В універсальну частину входять мікро-ЕОМ і набір периферійних пристроїв, керованих мікропроцесором, що є базовими для побудови різних систем, які контролюють певний клас виробів. Такими пристроями можуть бути, наприклад, контролери формування стимулювальних і тестових посилянь, швидкого безпосереднього порівняння, автоматичної комутації, реєстрації, введення-виведення, перетворення «аналог—код», спеціальних вимірювань та ін. Спеціалізована частина є пристроєм зв'язку з контрольованим

об'єктом і включає спеціальну апаратуру, властиву конкретному ОК і керовану від універсальної частини.

Вихідними даними для внутрішнього проектування пристроїв підсистеми апаратного забезпечення АЗК є дані про властивості ОК і вимоги до комплексу. Агрегатність апаратних засобів комплексу забезпечується стандартними конструктивами і інтерфейсом зв'язку апаратних пристроїв. До універсальної частини має підключатися будь-яка спеціалізована апаратура без настроювання і регулювання за допомогою стандартних кабелів з рознімами.

Програмно-лінгвістичне забезпечення багатоцільових АЗК з розгалуженою периферією не є стандартним за винятком його невеликої частки. Важливим принципом, покладеним в основу розроблення програмно-лінгвістичного забезпечення АЗК, що є системою реального часу, є принцип ієрархічності, що полягає в декомпозиції завдання на рівні, кожен з яких характеризується своєю мовою. Тоді оброблення інформації в межах рівня слід планувати відповідно до словника цього рівня за певними правилами. Кожен рівень, маючи у своєму розпорядженні власну ідіоматику, повинен допускати переклад змісту завдання з мови однієї мовою іншого рівня.

Аналіз мовних засобів *ATLAS (Algorithmic langsyne test equipment)*, ОКА, «ГУРД» та ін. автоматизованих систем контролю (АСК) з ЕОМ дозволяє виокремити ряд загальних цілей, які тією або іншою мірою досягалися під час створення лінгвістичного забезпечення всіх існуючих АСК: зрозумілість і доступність мовних засобів АСК для користувачів — творців алгоритмів контролю; простота і ефективність реалізації мовних засобів різними обчислювальними пристроями; гнучкість настроювання мовних засобів у разі зміни складу контрольно-перевірної апаратури та самого ОК; мінімальна трудомісткість створення нових мовних конструкцій, необхідних для вирішення нового класу завдань контролю.

З огляду на зазначені цілі можна зробити висновок, що найбільш раціональним шляхом проектування АЗК на етапі програмно-лінгвістичного забезпечення є створення лінгвістичного забезпечення, що складається з мов трьох рівнів.

Мова верхнього рівня лінгвістичного забезпечення — це мова користувача, термінами якого легко записувати алгоритми контролю для кожного конкретного завдання, конкретного ОК і апаратури контролю.

Середній рівень лінгвістичного забезпечення займає базова мова системи. Як базову мову системи доцільно використовувати мову, що містить, крім звичайних операторів і даних, властивих мовам програмування високого рівня, ряд спеціальних засобів, що відображають його проблемну спрямованість. Крім того, для спрощення мови потрібні оператори, що реалізують основні алгоритмічні конструкції, зводять їх кількість до мінімуму, обмежуючись операторами початку і закінчення модуля, описи змінних, привласнення, керування ходом обчислювального процесу і оперативної пам'яті. Для забезпечення спеціальних функцій в базову мову включити операторів керування тактом, переривання і завершення процесу. Враховуючи обмежені ємності оперативної пам'яті мікроЕОМ, використовуваних для побудови АЗК, доцільно передбачати в базовій мові набір операторів для взаємодії з наборами даних, розміщених у пристроях файлової структури.

На нижньому рівні лінгвістичного забезпечення міститься машинно-незалежний псевдокод. Це система команд і методів адресації даних, налаштована на вирішення завдань контролю.

У цей псевдокод перетворюються модулі базовою мовою після компіляції.

11.3. Самоконтроль автоматизованих засобів контролю

У міру ускладнення ОК ускладнилися й АЗК. Потрібно підтримувати АЗК у робочому стані за мінімальних експлуатаційних витрат і високого коефіцієнта готовності. Ідея максимального використання вимірювально-інформаційних засобів АЗК для перевірки їх особистого технічного стану без чи з мінімальним використанням зовнішніх засобів вимірювання завжди був актуальним завданням для розробників АЗК.

Самоконтроль — визначення виду технічного стану засобів контролю за допомогою убудованих засобів або програм. Залежно від призначення самоконтроль поділяють на такі його види:

- діагностичний, за допомогою якого проводиться пошук відмовлень АЗК;
- самоконтроль функціонування, за якого перевіряється виконання АЗК основних функцій без кількісного оцінювання параметрів;
- самоконтроль працездатності, за якого визначається кількісна оцінка параметрів АЗК.

У сучасних АЗК наявні всі види самоконтролю. У структурному плані АСК — це сукупність каналів контролю, кожний з яких складається з блоків формування, передавання й оброблення сигналів контролю. Частина з них є каналами стимуляції, що виробляють стимулювальні сигнали на ОК, а частина — перетворювальними, призначеними для приймання, перетворення й оброблення сигналів, що надходять з ОК.

В АЗК можна виділити й інші фізичні канали передавання інформації, наприклад, канали, що з'єднують між собою окремі функціональні пристрої, але не мають безпосереднього зв'язку з ОК, канали керування режимами роботи вимірювального перетворювача, канали взаємної синхронізації функціональних пристроїв і т. ін.


Останні з наведених каналів мають підлеглий характер, тому їх варто розглядати як складові частини стимулювальних і перетворювальних каналів, загальна кількість яких у складі АСК визначається кількістю адрес їх додатка до ОК.

Таким чином, під каналом будемо розуміти фізичний канал (стимулювальний чи перетворювальний), що має конкретну адресу зв'язку з ОК. До каналу належать усі апаратні засоби АЗК, що беруть участь у їх реалізації.

Як приклад у табл. 11.1 наведено спрощену схему каналів АЗК.

Таблиця 11.1

Спрощена схема каналів АЗК

| Сигнали каналів АЗК | Спрощені структурні схеми каналів |
|---------------------|--|
| K003 |  <pre> graph LR A[Комутатор] --> B[Перетворювач дільного значення напруги у напругу постійного струму] B --> C[Комутатор] C --> D[Перетворювач напруга-код] </pre> |
| C006 |  <pre> graph LR A[Джерело постійної напруги] --> B[Комутатор] B --> C[Об'єкт контролю] </pre> |

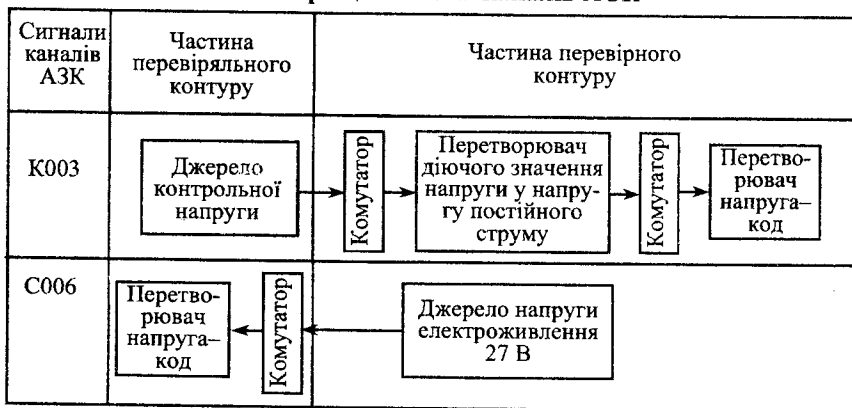
Канал контролю АЗК характеризується фізичними величинами: напругою, частотою, опором, коефіцієнтом перетворення і т. ін. Зазначені рівні фізичних величин є параметрами АЗК, що характеризують їх працездатність.

У процесі проектування систем самоконтролю АЗК аналізують структуру їх каналів, розбивають канали на ряд незалежних груп, визначають точнісні характеристики функціональних пристроїв, що входять у канали контролю. У групах виділяють параметри, що підлягають точнісному самоконтролю і контролю на функціонування.

Відповідно до схеми АЗК і алгоритмів самоконтролю складають структурні схеми контурів самоконтролю обраних каналів, виділяючи при цьому частини — перевіряльну і перевірну (табл. 11.2).

Таблиця 11.2

Спрощена схема каналів АСК



Контур самоконтролю параметрів АЗК формуються через внесення в АЗК апаратурної надлишковості у вигляді додаткових зв'язків між стимулювальними і перетворювальними каналами, а також внесенням додаткової програмної надлишковості у вигляді додаткової пам'яті.

Організація самоконтролю. Основні принципи формування контурів самоконтролю:

1. *Принцип «розкрутки».* Кожен наступний контур самоконтролю має включати не більше одного неперевіреного раніше каналу контролю для запобігання невизначеності в разі результату самоконтролю «непридатний».

2. *Принцип точності.* Похибки перевіряльних каналів мають бути в кілька разів меншими від похибок перевірних каналів відповідно до стандартів з метрологічного забезпечення.

3. *Принцип надлишковості.* Для автоматичного пошуку відмов формуються надлишкові контури, результати перевірки яких використовують для складання алгоритмів пошуку. Наприклад, для діагностування відмов перетворювача напруги формуються декілька контурів самоконтролю з різними стимулювальними каналами та одним і тим самим перетворювальним.

Як опорні вводять джерела контрольних сигналів, що використовують тільки для самоконтролю.

Якщо не вдається організувати три розглянуті принципи, то використовують додатково зовнішні засоби вимірювання.

Реалізація принципів «розкрутки» і точності забезпечує вирішення завдання метрологічного забезпечення АЗК за допомогою контролю точнісних характеристик контрольованих засобів вимірювальними приладами, які є в експлуатуючій організації. Надалі передачу одиниць фізичних величин для параметрів АЗК забезпечує система самоконтролю.

Визначимо достовірність самоконтролю.

Для самоконтролю використовують два показники достовірності контролю:

$$D_c^r = \frac{P_c - A_c}{P_c - A_c + B_c};$$
$$D_c^n = \frac{1 - P_c - B_c}{1 - P_c - B_c + B_c},$$

де D_c^r — умовна ймовірність того, що АЗК працездатні, якщо отриманий результат самоконтролю «придатний»; D_c^n — умовна ймовірність того, що АЗК непрацездатні, якщо отриманий результат самоконтролю «непридатний»; P_c — апріорна ймовірність працездатності АЗК перед самоконтролем ($P_c = 0,95 \dots 0,96$); A_c — безумовна ймовірність помилкового відмовлення; B_c — безумовна ймовірність невиявленої відмови.

Достовірності D_c^r , D_c^n розраховують за відомими для ризиків виготовлювача і замовника формулами, але замість функцій густини

розподілу ймовірності контрольованого параметра $f(U)$ і похибки каналу контролю $\varphi(\xi)$ використовують відповідні густини ймовірності перевірних каналів і перевірних каналів контролю.

Ймовірності помилкової і невиявленої відмов дорівнюють:

$$A_c = \prod_{j=1}^m P_{cj} - \prod_{j=1}^m (P_{cj} - A_{cj});$$

$$B_c = \prod_{j=1}^m (P_{cj} - A_{cj} + B_{cj}) - \prod_{j=1}^m (P_{cj} - A_{cj}),$$

де A_{cj} , B_{cj} — ймовірності помилкової і невиявленої відмов під час самоконтролю за j -м каналом АЗК; m — кількість каналів АЗК.

Таким чином, для обчислення характеристик достовірності самоконтролю необхідно використовувати ймовірнісні характеристики станів, у яких перебувають стимулювальні і перетворювальні канали АЗК.

11.4. Метрологічне забезпечення автоматизованих засобів контролю

Важливе місце у процесі створення і експлуатації АЗК відводиться метрологічному забезпеченню. Від того, як здійснюється передача одиниць фізичних величин від зразкових засобів вимірювання до АЗК, від рівня трудомісткості перевірок блоків апаратури залежать достовірність контролю, зручність експлуатації систем контролю.

Достовірність контролю забезпечується на етапі розроблення апаратури контролю шляхом відповідного вибору і нормування похибок функціональних пристроїв, вибору і нормування похибок засобів самоконтролю, забезпечення необхідної метрологічної надійності, а також використанням визначеного складу засобів вимірювання для перевірки функціональних приладів, що не охоплені самоконтролем. Достовірність в експлуатації підтримується через проведення періодичного самоконтролю АЗК щодо їх функціонування, періодичного контролю точнісних характеристик з використанням точнісного самоконтролю і засобів вимірювання, а також проведення перевірок стану залежно від результатів контролю. Аналіз структури АЗК указує, що апаратура у своєму складі містить різні складні функціональні пристрої, які за результатами перевірки ОК формують відповідні канали контролю.

Функціональні пристрої АЗК характеризуються особистими похибками стимулювання, перетворювання, оброблення сигналів. Оцінки граничної результуючої похибки відповідно зверху і знизу становлять:

$$\delta_{\max} = \sum_{i=1}^n \delta_i; \quad \delta_{\min} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2},$$

де δ_{\max} і δ_{\min} — оцінки результуючої похибки зверху і знизу відповідно; δ_i — особиста похибка; n — кількість функціональних пристроїв, які мають особисті похибки.

Результуюча похибка каналу контролю:

$$\Delta_x = 0,5(\delta_{\max} + \delta_{\min}).$$

Структурну схему каналів контролю для визначення похибок показано на рис. 11.2.

Для знаходження похибок каналів контролю потрібна перевірка і регулювання точнісних характеристик функціональних пристроїв.

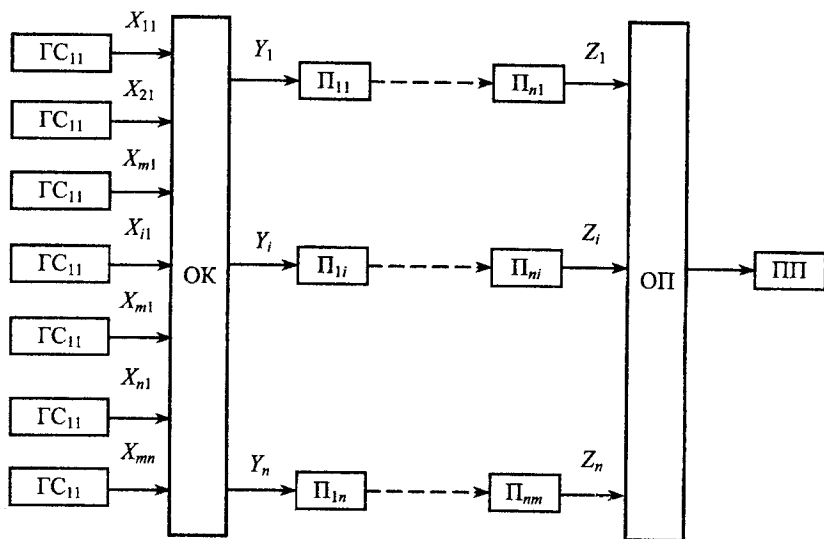


Рис. 11.2. Структурна схема каналів контролю:
 ГС — генератор стимулів; X — стимулювальний сигнал;
 Y — контрольований сигнал; Π — перетворювач;
 ОП — обчислювальний пристрій; ПП — пристрій порівняння

Для аналогової і аналого-цифрової частин каналів контролю АЗК утримання точнісних характеристик у заданих межах можна досягнути проведенням точнісного самоконтролю, регулювальних робіт за допомогою зовнішніх синхронізувальних імпульсів, для цифрової частини — проведенням тестового самоконтролю, контрольних операцій за допомогою аналізаторів логічних і сигнатурних (під час технічного обслуговування і відновлювання).

Схему передавання розміру одиниць фізичних величин від еталонів до АЗК показано на рис. 11.3.

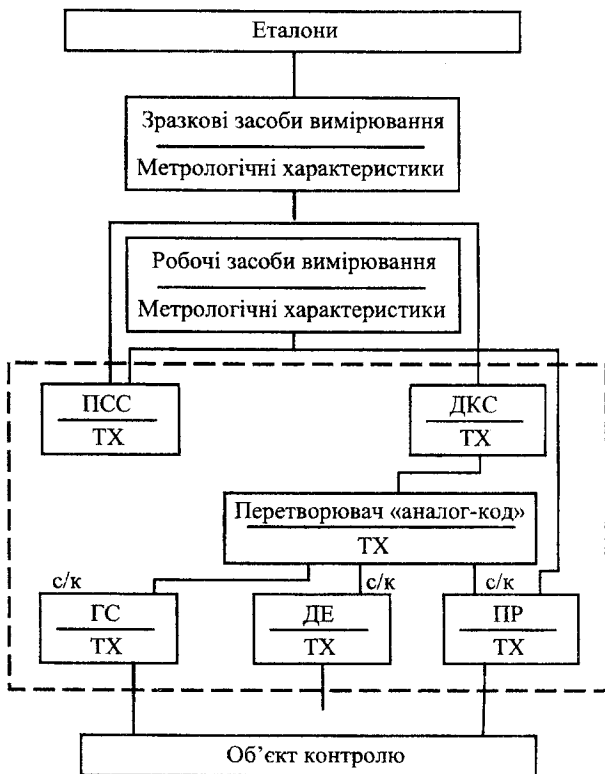


Рис. 11.3. Схема передавання розмірів одиниць фізичних величин:
 ТХ — точнісні характеристики; ПСС — перетворювачі спеціальних сигналів;
 ДКС — джерело контрольних сигналів; ГС — генератори стимулів;
 ПР — перетворювач реакцій; с/к — самоконтроль

Схема метрологічного забезпечення АЗК ґрунтується на максимальному використанні самоконтролю. Як опорні джерела використовують джерела контрольних сигналів, які мають нормовані метрологічні характеристики, що перевіряються метрологічною службою замовника.

Відповідно до схеми (рис. 11.3) для кожної АЗК будують метрологічні ланцюги самоконтролю з урахуванням точності послідовно перевірних функціональних блоків. При цьому засоби контролю повинні містити вбудовані програмні і автономні програмні засоби.

До вбудованих програмних засобів належить системний самоконтроль, тобто кожна підсистема відпрацьовує свій набір тестових програм.

За результатами відпрацювання має формуватися оперативний звіт про працездатність підсистем, яка передається в центральний процесор. Центральний процесор на підставі отриманих даних і результатів відпрацювання свого тестового набору визначає стан системи.

Однією з основних частин метрологічного забезпечення АЗК є метрологічна експертиза конструкторської і технологічної документації.

У процесі метрологічного оцінювання з'ясовують правильність вибору контрольованих параметрів, засобів вимірювання, забезпечення необхідної точності вимірювання і достовірність контролю (самоконтролю), правильність використання метрологічних термінів, запису одиниць фізичних величин [26].

Метрологічне забезпечення АЗК у процесі виробництва полягає у використанні тих вимірювальних приборів, які вказані у конструкторських документах і пройшли метрологічну експертизу, а також у розробленні і виконанні дій з дотримання точнісних і метрологічних характеристик цих приборів у заданих межах.

На етапі експлуатації АЗК зазнають впливу різних дестабілізуючих факторів (зносу, старіння), унаслідок чого точнісні характеристики змінюються і можуть перевищувати встановлені норми, які забезпечують задану достовірність контролю.

Метрологічне забезпечення АЗК на цьому етапі спрямоване на підтримання працездатності, зокрема відповідності вимогам точнісних характеристик, що забезпечують необхідну достовірність контролю.

11.5. Показники технічного рівня засобів контролю

Технічний рівень виробів машинобудування — це сукупність властивостей виробу, що характеризується показниками функціонального призначення, суспільно-корисним ефектом, рівнями всіх видів витрат, а також споживацькими і економічними властивостями.

Технічний рівень оцінюється з метою:

- обґрунтування технічних вимог до засобів контролю, що встановлюються в технічних завданнях;
- прогнозування технічного рівня розвитку засобів контролю;
- визначення досягнутого технічного рівня АЗК під час розроблення, виготовлення і експлуатації АЗК.

Технічний рівень визначають на основі порівняльного аналізу показників зразка з відповідними показниками конкретних аналогів або з їх прогнозованими значеннями.

Згідно з існуючими нормативними документами технічний рівень продукції машинобудування оцінюють за такими показниками.

Основні показники технічного рівня:

- показники призначення (продуктивність, потужність, точність вимірювання, швидкодія);
- показники надійності (напрацювання на відмову, ресурс, термін експлуатації, коефіцієнт готовності);
- відносні показники (енергоспоживання, матеріалоємність і т. ін.);
- експлуатаційні показники (трудомісткість, матеріаломісткість і т. ін.);
- показники екологічності;
- показники безпечності.

Додаткові показники технічного рівня:

- показники рівня автоматизації;
- ергономічні показники;
- показники рівня стандартизації.

У кожному конкретному випадку перелік показників технічного рівня потрібно вибирати з урахуванням специфіки функціонування і експлуатації виробу.

З урахуванням особливостей функціонування і експлуатації автоматизованих засобів контролю встановлюють такі показники технічного рівня:

- інструментальну достовірність контролю;
- коефіцієнт готовності;
- призначений ресурс;
- назначений термін експлуатації;
- середній час відновлення;
- споживчу потужність;
- трудомісткість технічного обслуговування.

Технічний рівень АЗК на етапах розроблення, виробництва і експлуатації відображається в картках технічного рівня і якості. Картки технічного рівня і якості розглядають лише разом з технічним завданням або технічними умовами для виробу.

Оцінюючи технічний рівень, порівнюють показники АЗК з показниками базового зразка. Базовий зразок може бути:

- перспективний (розрахунковий) зразок, технічні характеристики якого відображають світовий рівень за певний період часу;
- кращий вітчизняний або закордонний зразок, технічні характеристики якого відображають світовий рівень на час оцінювання.

11.6. Методика оцінювання технічного рівня

Оцінювання технічного рівня АЗК має два етапи: експертний і розрахунковий.

Експертний етап передбачає порівняння показників технічного рівня з показниками базового зразка.

Технічний рівень зразка:

- перевищує вищі світові досягнення, якщо кожне зі значень, що вибрані для порівняння, перевищує більш ніж на 5 % відповідні значення показників базового зразка;
- відповідає вищому світовому рівню, якщо відхилення значень показників зразка і базового зразка, перебуває в межах $\pm 3\%$;
- не відповідає вищому світовому рівню, якщо для відхилення всіх показників перевищує 3 %.

Якщо в результаті експертного оцінювання з'ясується, що за деякими показниками зразок відповідає або перевищує світовий рівень, а за іншими показниками не відповідає світовому рівню, то переходять до розрахункового етапу оцінювання технічного рівня.

На розрахунковому етапі оцінювання використовують узагальнений показник ступеня відповідності зразка вищим досягненням, що розраховують за формулою:

$$K_{т.р} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i^*}{n},$$

де $K_{т.р}$ — коефіцієнт технічного рівня апаратури контролю;

$Q_i^* = \frac{Q_i}{Q_{i6}}$, Q_i — абсолютне значення i -го показника технічного рівня зразка, що оцінюється; Q_{i6} — абсолютне значення i -го показника технічного рівня базового зразка.

Якщо $K_{т.р} < 1$, то технічний рівень зразка не відповідає світовому рівню, а якщо $K_{т.р} \geq 1$, технічний рівень зразка відповідає світовому рівню. Значення деяких показників технічного рівня наведені в табл. 11.3.

Таблиця 11.3

Значення деяких показників технічного рівня зразка

| Найменування показника | Значення показників | | |
|--|---------------------|--------------|-----------------|
| | Аналогів | | Базового зразка |
| | АКПА6.1М | закордонного | |
| Інструментальна достовірність контролю | Не більше 0,96 | 0,96 | 0,96 |
| Коефіцієнт готовності | 0,99 | 0,99 | 0,99 |
| Призначений ресурс, год | 10000 | 10000 | 10000 |
| Назначений термін експлуатації, років | 10 | 10 | 10 |
| Середній час відновлення, год | 1 | 1 | 1 |
| Споживча потужність, кВт | 1,3 | 1,8 | 1,3 |
| Трудомісткість технічного обслуговування, осіб/год | 20 | 20 | 20 |

Наведена методика визначення технічного рівня ОК дає змогу розробляти конкурентоспроможні автоматизовані засоби контролю і забезпечувати постійне підтримання задання характеристик ОК.



Контрольні запитання і завдання

1. Дайте визначення поняття «система контролю».
2. Наведіть класифікацію засобів контролю.
3. Які функції виконують бортові автоматизовані засоби контролю?
4. Охарактеризуйте основні принципи побудови засобів контролю.
5. Які функції виконують наземні автоматизовані засоби контролю?
6. Охарактеризуйте апаратне забезпечення засобів контролю.
7. Наведіть класифікацію функціональних модулів засобів контролю.
8. Які властивості повинні мати функціональні модулі базової апаратури контролю?
9. Охарактеризуйте програмне забезпечення засобів контролю.
10. Для контролю яких пристроїв використовується контрольнo-вимірювальна апаратура спеціального призначення?
11. Сформулюйте основні принципи побудови самоконтролю автоматизованих засобів контролю.
12. Охарактеризуйте метрологічне забезпечення автоматизованих засобів контролю.
13. Яким чином визначаються показники технічного рівня засобів контролю ?

ЕФЕКТИВНІСТЬ КОНТРОЛЮ

12.1. Достовірність контролю

Достовірність контролю — це міра довіри до результату контролю. Вона залежить від точності вимірювання параметрів і повноти контролю; характеризується ймовірністю довіри до результатів контролю. Розрізняють методичну, інструментальну та повну достовірність контролю.

Методична достовірність контролю залежить від методу контролю, повноти контролю (ступеня охоплення контролем елементів), від допусків на параметри.

Інструментальна достовірність контролю залежить від точності вимірюваних каналів засобів контролю.

Сучасний ОК — це складний технічний пристрій, який перед контролем перебуває у двох можливих станах: працездатному або непрацездатному.

Висновок про придатність ОК за i -м контрольованим параметром роблять через порівняння його результатів вимірювання із граничнодопустимими значеннями. При цьому умова працездатності за i -м параметром має вигляд

$$d_{нi} \leq x_i \leq d_{вi},$$

де x_i — результат оцінювання i -го параметра; $d_{нi}, d_{вi}$ — нижні й верхні межі допуску відповідно.

У зв'язку з недосконалістю засобів контролю, недостатньою точністю вимірювальних каналів працездатні вироби можуть бути забраковані, а непрацездатні визнані придатними. Тобто можливі помилкові рішення щодо результатів контролю.

За результатами контролю можливі чотири події:

- працездатний виріб придатний;
- непрацездатний виріб може бути придатним;

- працездатний виріб непридатний;
- непрацездатний виріб може бути непридатним.

Позначимо через E_i, \overline{E}_i події, які полягають відповідно у працездатності і непрацездатності виробу за i -м параметром, а через F_i, \overline{F}_i — події, що полягають у визнанні виробу за i -м параметром придатним або непридатним. Тоді можна подати ці чотири події у вигляді:

$E_i F_i$ — подія, яка полягає у тому, що виріб визнається придатним за i -м параметром, який дійсно працездатний за цим параметром;

$\overline{E}_i F_i$ — подія, яка полягає у тому, що виріб визнається придатним за i -м параметром, який є непрацездатним за цим параметром;

$E_i \overline{F}_i$ — подія, яка полягає у тому, що виріб визнається непридатним за i -м параметром, який дійсно працездатний за цим параметром;

$\overline{E}_i \overline{F}_i$ — подія, яка полягає у тому, що виріб визнається непридатним за i -м параметром, який дійсно непрацездатний за цим параметром.

Визначимо такі ймовірності подій:

$P_i = P(E_i)$ — апріорна ймовірність працездатного стану виробу (ймовірність придатності) за i -м параметром;

$\overline{P}_i = P(\overline{E}_i)$ — апріорна ймовірність непрацездатного стану виробу (ймовірність непридатності) за i -м параметром;

$A_i = P(E_i \overline{F}_i)$ — ймовірність признати виріб непридатним за i -м параметром, що є працездатним за цим параметром, або ймовірність прийняття неправильного рішення «непридатний», тобто ризик замовника;

$B_i = P(\overline{E}_i F_i)$ — ймовірність признати виріб придатним за i -м параметром, що є непрацездатним за цим параметром, або ймовірність прийняття неправильного рішення «придатний», тобто ризик виробника;

$\gamma_i = P(E_i F_i)$ — ймовірність признати виріб придатним за i -м параметром, що є працездатним за цим параметром, або ймовірність прийняття правильного рішення «придатний»;

$\delta_i = P(\overline{E_i F_i})$ — імовірність признати виріб непридатним за i -м параметром, що є непрацездатним за цим параметром, імовірність прийняття правильного рішення «непридатний»;

$Q_i = P(F_i)$ — імовірність признати виріб придатним за i -м параметром, тобто ймовірність прийняття рішення «придатний».

Крім того, відрізняють умовні ймовірності прийняття неправильних рішень за результатами контролю:

$\alpha_i = P(\overline{F_i} / E_i)$ — умовна ймовірність признати непридатним працездатний виріб за i -м параметром — помилка першого роду;

$\beta_i = P(F_i / \overline{E_i})$ — умовна ймовірність признати придатним непрацездатний виріб за i -м параметром — помилка другого роду.

Графічно операцію формування рішення за контролем працездатності виробу можна зобразити у вигляді стохастичного графу, у якому ймовірність виконання дуг відповідає умовним ймовірностям подій, а ймовірності вузлів — безумовним ймовірностям відповідних подій (рис. 12.1).

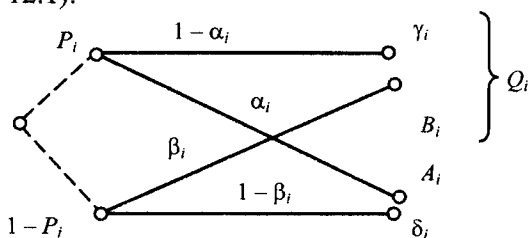


Рис. 12.1. Стохастичний граф прийняття рішень щодо результатів контролю

Імовірності результатів розбракування виробів за i -м параметром під час контролю працездатності перебувають у такому взаємозв'язку:

$$A_i = P_i \alpha_i;$$

$$B_i = (1 - P_i) \beta_i;$$

$$Q_i = P_i - A_i + B_i;$$

$$\gamma_i = P_i (1 - \alpha_i) = P_i - A_i;$$

$$\delta_i = (1 - P_i) (1 - \beta_i) = 1 - P_i - B_i.$$

Для кількісної оцінки достовірності контролю використовують:
 — достовірність результату «придатний» — апостеріорна ймовірність того, що виріб, який признаний «придатним» за i -м параметром, дійсно є працездатним, тобто:

$$D_i^{\text{пр}} = \frac{\gamma_i}{Q_i} = \frac{P_i - A_i}{P_i - A_i + B_i};$$

— достовірність результату «непридатний» — апостеріорна ймовірність того, що виріб, «непридатний» за i -м параметром, дійсно є непрацездатним, тобто:

$$D_i^{\text{непр}} = \frac{\delta_i}{1 - Q_i} = \frac{1 - P_i - B_i}{1 - P_i - B_i + A_i};$$

— достовірність розбракування — апостеріорна ймовірність того, що виріб, признаний «непридатним» за i -м параметром, є дійсно непрацездатним, а признаний «придатним» є дійсно працездатним

$$D_i^p = \gamma_i + \delta_i = 1 - A_i - B_i.$$

Достовірність D_i^p ще називають абсолютною достовірністю контролю за i -м параметром.

Нехай ОК характеризується n незалежними контрольованими параметрами. Тоді апіорна ймовірність працездатного стану ОК дорівнює

$$P = \prod_{i=1}^n P_i.$$

Ймовірність прийняття рішення «придатний»

$$Q = \prod_{i=1}^n Q_i = \prod_{i=1}^n (P_i - A_i - B_i).$$

Ймовірність результату «придатний» під час контролю дійсно працездатного ОК

$$\gamma = \prod_{i=1}^n \gamma_i = \prod_{i=1}^n (P_i - A_i).$$

Ймовірність результату «непридатний» під час контролю дійсно непрацездатного ОК

$$\delta = \prod_{i=1}^n \delta_i = \prod_{i=1}^n (1 - P_i - B_i).$$

Безперечно, що

$$\gamma_i + B_i + A_i + \delta_i = 1.$$

Тоді цілком за всім ОК

$$A = P - \gamma = \prod_{i=1}^n P_i - \prod_{i=1}^n (P_i - A_i);$$

$$B = Q - \gamma = \prod_{i=1}^n (P_i - A_i - B_i) - \prod_{i=1}^n (P_i - A_i).$$

Для ОК, що характеризується n контрольованими параметрами, відповідні достовірності контролю становлять:

$$D^{\text{пр}} = \frac{P - A}{P - A + B};$$

$$D^{\text{непр}} = \frac{1 - P - B}{1 - P - B + A};$$

$$D^p = \gamma + \delta = 1 - A - B.$$

12.2. Ризик виробника

Ризик виробника при контролі i -го параметра — це ймовірність признати непридатним працездатний ОК за цим параметром.

Оскільки в процесі контролю рішення про придатність об'єкта за кожним параметром приймають на підставі проконтрольованих параметрів, які являють собою композицію корисного сигналу, що містить інформацію про параметр, а також похибки засобів контролю, то під час прийняття рішення про придатність параметра можливі помилки. Розглянемо природу помилок, що призводять до помилкового браку. Нехай контрольований параметр являє собою адитивну суміш параметра u_i , і похибки його вимірювання ξ_i , тобто

$$x_i = u_i + \xi_i,$$

де u_i — випадкова величина за сукупністю ОК, що має математичне сподівання, яке дорівнює номінальному значенню параметра і середнє квадратичне відхилення σ_{u_i} ; ξ_i — випадкова величина з нульовим математичним сподіванням і середнім квадратичним відхиленням σ_{ξ_j} .

Якщо i -й параметр міститься всередині поля допуску (об'єкт працездатний) і біля його межі значення U_i^* або U_i^{**} через помилки засобів контролю, значення якої за модулем перевищує різницю $d_{\text{ни}} - U_i^{**}$ або $d_{\text{ви}} - U_i^*$, сигнал, що вимірюється, відповідно X_i^{**} або X_i^* перебуватиме за допуском і рішення буде прийнято «непридатний», що не відповідає дійсності, тобто працездатний об'єкт за i -м параметром буде сприйматися як непридатний, тобто наявний помилковий брак (рис. 12.2).

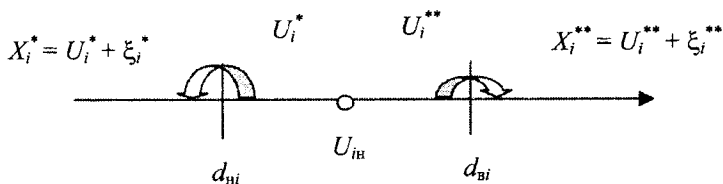


Рис. 12.2. Співвідношення контрольованого параметра u_i і результату вимірювання X_i

Ризик виробника — імовірність перебування параметра у полі допуску, а результату вимірювання поза допуском і визначається формулою

$$A_i = \int_{u_i \in [d_{\text{ни}}, d_{\text{ви}}]} \int_{x_i \notin [d_{\text{ни}}, d_{\text{ви}}]} f(u_i, x_i) du_i dx_i,$$

де $f(u_i, x_i)$ — сумісна двовимірна щільність розподілу ймовірностей параметра u_i та контрольованого сигналу X_i .

Розкриваючи межі інтегрування, маємо

$$A_i = \int_{d_{\text{ни}}}^{d_{\text{ви}}} \int_{-\infty}^{d_{\text{ни}}} f_i(u_i, x_i) du_i dx_i + \int_{d_{\text{ни}}}^{d_{\text{ви}}} \int_{d_{\text{ви}}}^{\infty} f_i(u_i, x_i) du_i dx_i,$$

де u_i і ξ_i — випадкові величини, які характеризуються густинами ймовірностей відповідно $f(u_i)$ і $f(\xi_i)$; $f(u_i, x_i)$ — сумісна густина ймовірностей u_i та x_i .

Розглянемо густину ймовірностей:

$$f(u_i, x_i) = f(u_i) f(x_i / u_i) = f(x_i) f_i(u_i / x_i).$$

За фіксованого значення u_i і адитивного зв'язку між u_i і ξ_i , справедливе рівняння $f(u_i, x_i) = f(u_i)f(\xi_i)$, де $f(\xi_i) = f(u_i/x_i)$.

Уведемо заміну змінних інтегрування у виразі для A_i :

$$\xi_i = x_i - u_i, \quad d\xi_i = dx_i.$$

Якщо $x_i \Rightarrow \infty$, то і $\xi_i \Rightarrow \infty$.

Також $x_i = d_{\text{вн}}$, $\xi_i = d_{\text{вн}} - u_i$, $x_i = d_{\text{вн}}$, $\xi_i = d_{\text{вн}} - u_i$.

Тоді вираз для ризику виробника матиме вигляд:

$$A_i = \int_{d_{\text{вн}}}^{d_{\text{вн}}} \int_{-\infty}^{d_{\text{вн}} - u_i} f(u_i)f(\xi_i) du_i d\xi_i + \int_{d_{\text{вн}}}^{d_{\text{вн}}} \int_{d_{\text{вн}} - u_i}^{\infty} f(u_i)f(\xi_i) du_i d\xi_i.$$

Остаточно будемо мати:

$$A_i = \int_{d_{\text{вн}}}^{d_{\text{вн}}} f(u_i) \left[\int_{-\infty}^{d_{\text{вн}} - u_i} f(\xi_i) d\xi_i + \int_{d_{\text{вн}} - u_i}^{\infty} f(\xi_i) d\xi_i \right] du_i.$$

Для ОК з n параметрами

$$A = \prod_{i=1}^n (P_i) - \prod_{i=1}^n (P_i - A_i).$$

Нехай із n параметрів контролюється k , де $k < n$. Для тих параметрів, що не контролюються, $A_i = 0$, тоді

$$A = \prod_{i=1}^k (P_i) - \prod_{i=1}^k (P_i - A_i) \prod_{i=k+1}^n (P_i).$$

З достатньою точністю можна припустити, що $A \approx \sum_{i=1}^n A_i$.

12.3. Ризик замовника

Ризик замовника — це ймовірність признати придатним непрацездатний ОК, або ймовірність невизначеної відмови. Схема виникнення помилкового рішення тут аналогічна тій, що розглянута для ризику виробника.

Відмінність полягає в тому, що параметр вийшов за поле допуску, а через похибки засобів контролю оцінюється як такий, що перебуває у полі допуску. За визначенням ризик замовника це

$$B_i = \int_{x_i \in [d_{u_i}, d_{b_i}]} \int_{u_i \in [d_{h_i}, d_{b_i}]} f(u_i, x_i) du_i dx_i,$$

або вираз для ризику замовника можна подати у вигляді

$$B_i = \int_{-\infty}^{d_{h_i}} \int_{d_{u_i}}^{d_{b_i}} f(u_i, x_i) du_i dx_i + \int_{d_{b_i}}^{\infty} \int_{d_{u_i}}^{d_{b_i}} f(u_i, x_i) du_i dx_i.$$

Як було визначено

$$f(u_i, x_i) = f(u_i) f_i(x_i / u_i), \quad \text{тобто} \quad f(u_i, x_i) = f(u_i) f(\xi_i).$$

Уводимо заміну змінних інтегрування

$$u_i \rightarrow -\infty; \quad \xi_i \rightarrow -\infty;$$

$$x_i = d_{h_i}; \quad \xi_i = d_{h_i} - u_i;$$

$$x_i = d_{b_i}; \quad \xi_i = d_{b_i} - u_i,$$

отримаємо, що

$$B_i = \int_{-\infty}^{d_{u_i}} f(u_i) \int_{d_{h_i} - u_i}^{d_{b_i} - u_i} f(\xi_i) d\xi_i du_i + \int_{d_{b_i}}^{\infty} f(u_i) \int_{d_{h_i} - u_i}^{d_{b_i} - u_i} f(\xi_i) d\xi_i du_i.$$

Тоді ризик замовника буде для всього ОК

$$B = \prod_{i=1}^n (P_i - A_i + B_i) - \prod_{i=1}^n (P_i - A_i).$$

Нехай із n параметрів контролюється k , тоді

$$B = \prod_{i=1}^k (P_i - A_i + B_i) - \prod_{i=1}^k (P_i - A_i) \prod_{i=k+1}^n (P_i).$$

За відсутності контролю $A_i = 0$, $B_i = 1 - P_i$.

На практиці можна користуватися формулою

$$B \approx \sum_{i=1}^n B_i.$$

Нехай контрольований параметр і похибка вимірювання розподілені за нормальним законом

$$f_i(u_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_{u_i}} e^{-\frac{u_i^2}{2\delta_{u_i}^2}}; \quad f_i(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_{\xi_i}} e^{-\frac{\xi_i^2}{2\delta_{\xi_i}^2}}.$$

Уведемо нормовані величини

$$z_i = \frac{\delta_{z_i}}{\delta_{u_i}} = 0, 1; 0, 2; \dots, \quad v_i = \frac{d_{v_i} - d_{n_i}}{\delta_{u_i}} = 3, 4, 5 \dots$$

Для нормального закону розподілу параметрів та похибок розраховано ризики замовника та виробника.

Таким чином, кількісне оцінювання ризиків замовника та виробника зводиться до визначення ймовірності потрапляння параметра у відповідні ділянки. Графічне зображення ділянок інтегрування для A_i та B_i наведено на рис. 12.3.

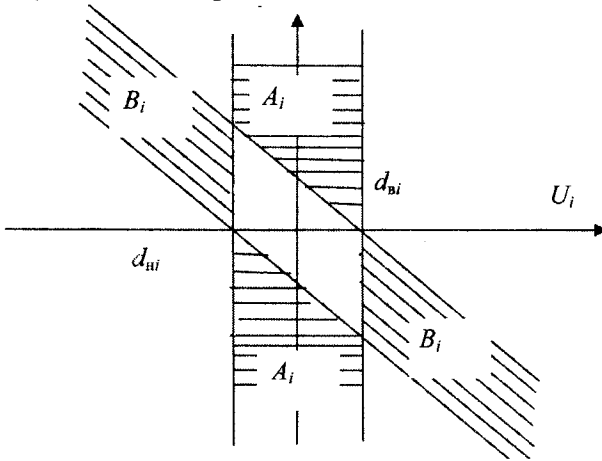


Рис.12.3. Графічна інтерпретація ділянок інтегрування для ризиків виробника та замовника

12.4. Технічний і економічний показники ефективності контролю

Ефективність контролю — це міра доцільності проведення контролю. Використання контролю дозволяє підвищити ймовірність працездатного стану виробів за рахунок технічного обслуговування і відновлення, а тому зменшити втрати на помилкові рішення, пов'язані з використанням виробів за призначенням.

Упровадження контролю на всіх стадіях життєвого циклу потребує значних матеріальних витрат. Таким чином, з одного боку, контроль дає прибуток, а з другого — збитки. Очевидно, контроль доцільний, якщо прибуток від його використання перевищує витрати на його реалізацію.

На практиці бажано мати такі кількісні показники, щоб вони характеризували контроль з різних точок зору (технічний, економічний, терміновий).

Як технічний показник ефективності контролю беруть прибуток імовірності працездатного стану ОК за рахунок вибраковування ОК, що відмовили в процесі контролю

$$\Delta P = P_{\kappa} - P_{\text{н}}$$

де $P_{\kappa}, P_{\text{н}}$ — імовірності працездатного стану виробу після (кінцеве) і до проведення контролю (початкове) відповідно.

Якщо виріб контролюється перед використанням, то

$$P_{\kappa} = D^{\text{пр}} = \frac{P - A}{P - A + B}$$

Якщо виріб контролюється періодично і може бути використаний у будь-який момент часу між перевірками, то

$$P_{\kappa} = \frac{P - A}{P - A + B} e^{-\lambda T}$$

де T — період контролю; λ — інтенсивність відмов виробу.

Графіки залежності $\Delta P, P_{\kappa}, P_{\text{н}}$ від часу експлуатації зображено на рис. 12.4. На ньому показано, що значення ΔP зростає з часом. Це означає, що за нижчої надійності виробів контроль більш ефективний.

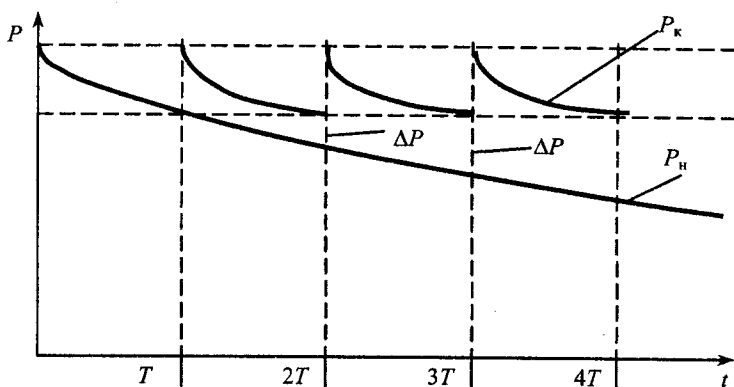


Рис. 12.4. Графіки залежності $\Delta P, P_{\kappa}, P_{\text{н}}$ від часу експлуатації

Якщо забраковані вироби відновлюються і повертаються у первинну партію, то

$$P_k = (1 - B)e^{-\lambda T}.$$

Як економічний показник ефективності контролю беруть вартісний прибуток від упровадження контролю за рахунок зменшення вартісних збитків на помилкові рішення

$$\Delta C = C_1 - C_2,$$

де C_1 — економічний ефект за рахунок зменшення витрат на прийняття помилкових рішень під час упровадження контролю; C_2 — витрати на контроль.

Величину C_1 можна подати у вигляді

$$C_1 = C_1^* - C_1^{**},$$

де C_1^* , C_1^{**} — вартості збитків через помилкові рішення за відсутності і наявності контролю відповідно.

Збитки на помилкові рішення

$$C_1^* = C_\alpha A + C_\beta B,$$

де C_α , C_β — вартості збитків через помилковий брак і невизначені відмови відповідно.

Оскільки без проведення контролю $A = 0$, $B = 1 - P$, то

$$C_1^* = C_\beta(1 - P);$$

$$C_1^{**} = C_\alpha A + C_\beta B.$$

Це збитки, зумовлені втратою самих виробів у разі їх використання за призначенням. Таким чином,

$$\Delta C = C_\beta(1 - P - B) - C_\alpha A - C_2.$$

В окремому випадку без проведення контролю

$$A = 0, C_2 = 0, B = 1 - P, \Delta C = 0.$$

За ідеального контролю $A = 0$, $B = 0$, тоді

$$\Delta C = C_\beta(1 - P) - C_2.$$

Розглянемо економічний показник ефективності для виробів одноразового використання. Як економічний показник ефективності контролю можна брати прибуток, який отримують за рахунок скорочення кількості виробів для виконання завдання у результаті підвищення їх імовірності працездатного стану.

Нехай є партія виробів $N_{\text{кон}}$, що проходить контроль працездатності. Це партія виробів, призначена для ураження m цілей, тобто

$$N_{\text{кон}} = mn_k,$$

де n_k — кількість виробів для ураження однієї цілі із заданою ймовірністю $P_{\text{зад}}$.

У разі використання для ураження m цілей необхідна кількість виробів, що не контролюються, становитиме

$$N_{\text{н.кон}} = m \cdot n_{\text{н.к}},$$

де $n_{\text{н.к}}$ — кількість виробів, що не контролюються, для ураження однієї цілі.

Тоді

$$N_{\text{н.кон}} = N_{\text{кон}} \frac{n_{\text{н.к}}}{n_k}, \quad N_{\text{н.кон}} > N_{\text{кон}}.$$

Визначимо відношення $\frac{n_{\text{н.к}}}{n_k}$ через їх імовірності працездатного стану. Ймовірність, що задається, при ураженні цілі контрольованими і неконтрольованими виробами, становитиме

$$P_{\text{зад}} = 1 - (1 - P_k)^{n_k} \quad \text{або} \quad P_{\text{зад}} = 1 - (1 - P_n)^{n_{\text{н.к}}}.$$

Звідси $\frac{n_{\text{н.к}}}{n_k} = \frac{\ln(1 - P_k)}{\ln(1 - P_n)}$, тоді:

$$N_{\text{н.кон}} = N_{\text{кон}} \frac{\ln(1 - P_k)}{\ln(1 - P_n)}.$$

Економічний показник ефективності контролю визначають за формулою

$$\Delta C = C_1 - C_2,$$

де C_1 — вартість зекономлених виробів для виконання завдання за рахунок контролю; C_2 — витрати на контроль, тоді:

$$C_1 = C_v(N_{н.кон} - N_{кон}),$$

де C_v — вартість виробу.

$$\text{Таким чином, } \Delta C = C_v N_{кон} \left[\frac{\ln(1 - P_k)}{\ln(1 - P_n)} - 1 \right] - C_2.$$

Як терміновий показник ефективності можна використати середній термін контролю одного виробу

$$\tau = \frac{T_{к.пар} + T_{сам. АЗК} + T_{від. АЗК} + T_{п.від. АЗК}}{N_{кон} i},$$

де $T_{к.пар}$ — термін контролю партії з $N_{кон}$ виробів; $T_{сам. АЗК}$ — загальний час самоконтролю АЗК; $T_{від. АЗК}$ — термін відновлення засобу контролю; $T_{п.від. АЗК}$ — загальний термін відновлення засобу контролю за помилкової відмови; i — кількість циклів перевірки виробів

$$i = \frac{T_{к.пар}}{N_{кон} \cdot T_{вир}}$$

де $T_{вир}$ — час контролю одного виробу.

Якщо контроль ефективний, то $\Delta P > 0$; $\Delta C > 0$.

12.5. Вибір обсягу контролю

Під обсягом контролю розуміють перелік параметрів, що підлягають контролю. Обсяг контролю є важливою характеристикою, що визначає структуру й склад апаратури контролю. Визначаючи обсяг контролю, потрібно виконувати вимоги до забезпечення заданої достовірності контролю. Витрати, зумовлені проведенням контролю, не повинні перевищувати вартості виграшу, отриманого від контролю.

Визначимо обсяг контролю з умови забезпечення максимальної достовірності контролю. Абсолютна достовірність контролю

$$D = 1 - A - B,$$

де A і B — ризики виробника і замовника відповідно.

Ризики виробника або замовника — це монотонні функції від кількості контрольованих параметрів:

$$A = \prod_{i=1}^N P_i = \prod_{i=1}^k (P_i - A_i) \prod_{i=k+1}^N P_i; \quad B = \prod_{i=1}^k (P_i - A_i + B_i) - \prod_{i=1}^k (P_i - A_i) - \prod_{i=r+1}^N P_i,$$

де A_i, B_i — ризики виробника і замовника за i -м параметром відповідно; P_i — апіорна ймовірність працездатності за i -м параметром; k — кількість контрольованих параметрів; N — загальна кількість контрольованих параметрів.

Графіки залежності ризиків виробника A і замовника B від співвідношення $\frac{k}{N}$ зображено на рис. 12.5. Як бачимо з рисунка ризик

A зі збільшенням повноти контролю зростає, а ризик B — зменшується. Без проведення контролю

$$A = 0; \quad B = 1 - P,$$

де P — це ймовірність того, що параметри перебувають у полі допусків.

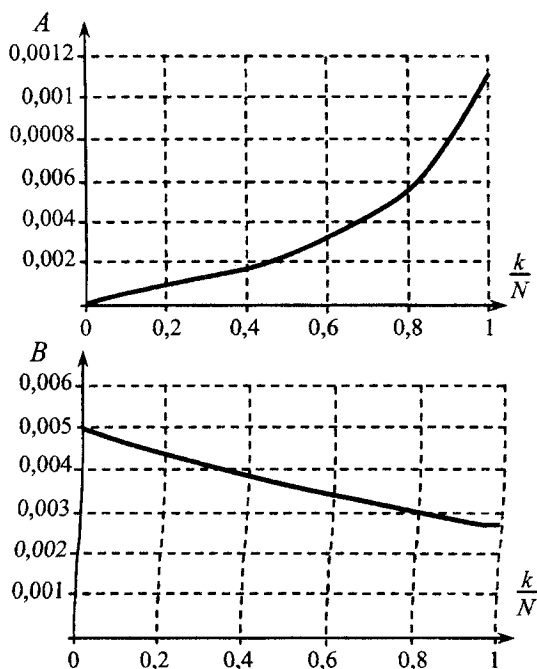


Рис. 12.5. Графіки залежності ризиків виробника і замовника від співвідношення $\frac{k}{N}$

Припустімо, що збитки, зумовлені ризиком виробника і замовника одиничні. Побудуємо залежність суми ризиків виробника і замовника від повноти контролю і повноти, що відповідає мінімуму сумарної помилки, буде відповідати максимуму достовірності контролю і може бути взята як обсяг контрольованих параметрів (рис. 12.6).

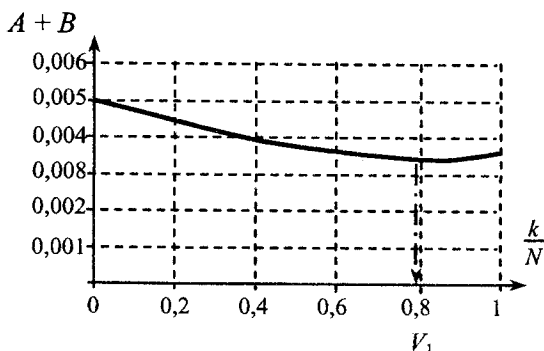


Рис. 12.6. Залежність сумарної помилки від повноти контролю $\frac{k}{N}$

За наявності параметрів, що мають особливі відмінності для безпечного функціонування виробу, їх апріорно включають у склад контрольованих параметрів.

Такий підхід до вибору обсягу контролю дає змогу досягти максимальної достовірності контролю.

На практиці випадки, коли втрати, пов'язані з A і B , нерівноцінні, тоді вводяться вагові коефіцієнти C_α , C_β , і розглядається функція $C = C_\alpha A + C_\beta B$ й будується її залежність від повноти контролю (рис. 12.7). При цьому V_2 може відрізнятись від V_1 у ту або іншу сторону залежно від співвідношення C_α , C_β .

Розглянемо методику вибору обсягу контрольованих параметрів з умов забезпечення максимальної достовірності контролю у разі обмежень часу, маси і вартості апаратури контролю:

$$\max_k D = \max_k (1 - A - B);$$

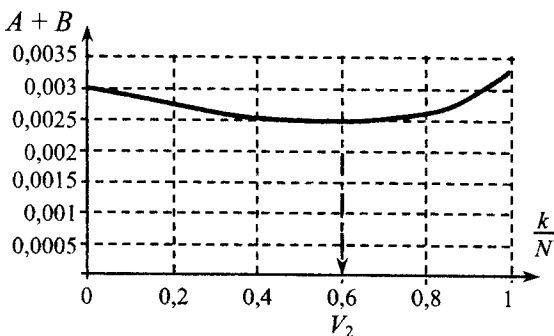


Рис. 12.7. Залежність сумарної помилки від повноти контролю

$\frac{k}{N}$ за різних вагових коефіцієнтів

за обмежень:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n t_i \chi_i \leq T_k; \\ \sum_{i=1}^m G_i \chi_i \leq G_k; \\ \sum_{i=1}^k C_i \chi_i \leq C_k, \end{cases} \quad \chi_i = (0, 1),$$

де T_i, G_i, C_i — час, маса, вартість пристроїв в апаратурі контролю, необхідних для контролю i -го параметра; T_k, G_k, C_k — допустимі значення часу, маси та вартості апаратури контролю. Індекси 1 або 0 означають, що i -й параметр відповідно включають чи не включають в обсяг контролю.

У науковій постановці задачу вибору обсягу контрольованих параметрів розв'язують як задачу цілочислового програмування з булевськими змінними.

Алгоритм покрокової оптимізації. Перед проведенням оптимізації вибору контрольованих параметрів до обсягу контролю включають параметри, що характеризують безпечне функціонування виробу. Далі обчислюють значення достовірності D під час контролю кожного параметра $i = 1, N$ і включають в обсяг контролю той параметр, для якого значення достовірності D максимальне. Потім розраховують значення D під час контролю вибраного параметра і

кожного з тих, що залишилися, і включають до обсягу контролю той, для якого разом з раніше вибраним першим значення D максимальне.

Так на кожному кроці перевіряють виконання вимог обмежень. Аналогічно розраховують значення D під час сумісного контролю три, чотири і більше параметрів.

Вибір обсягу контролю зводиться до того, щоб, вибираючи на кожному кроці черговий параметр, перейти від початкового стану до кінцевого і за допомогою вибраних параметрів виконати умову обмежень таким чином, щоб значення D було максимальним.

12.6. Оцінювання середнього ризику під час контролю

Технічний стан різних пристроїв, у тому числі і радіоелектронних, за допускового методу контролю оцінюють за результатами порівняння вимірюваних величин з допустимими.

Характерною особливістю вимірюваних параметрів радіоелектронних приладів є завади та похибки, які слід враховувати під час розроблення апаратури контролю. Вона має бути побудована так, щоб вплив завод та похибок на результати був якнайменшим.

Методи теорії оптимальної структури вимірювачів застосовують для визначення якості систем контролю за найбільш повною характеристикою — середнім ризиком.

Нехай на вхід системи контролю надходить сигнал $X(t)$, що являє собою адитивний зв'язок вимірюваного параметра та завади:

$$X(t) = U + N(t),$$

де U — вимірюваний параметр — випадкова величина, яка має нормальний закон розподілу з математичним сподіванням m_u та дисперсією D_u , а $N(t)$ — завада в спостережуваному сигналі та власні шуми вимірювача, зведені до його входу, — гауссів випадковий процес з математичним сподіванням, що дорівнює нулю, та відомою кореляційною функцією $K_N(\tau)$.

Оптимальна оцінка вимірюваного параметра за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки обчислюється так [1]:

$$U^* = \int_{-\infty}^{\infty} U f^*(U/X) dU, \quad (12.1)$$

де $f^*(U/X)$ — апостеріорна густина ймовірності вимірюваного параметра при спостереженому сигналі:

$$f^*(U/X) = \frac{p(U) \exp \left[\int_0^T g(T) X(\tau) d\tau - \frac{U}{2} \int_0^T g(T, \tau) d\tau \right]}{\int_0^\infty p(U) \exp \left[\int_0^T g(T, \tau) X(\tau) d\tau - \frac{U}{2} \int_0^T g(T, \tau) d\tau \right] dU}, \quad (12.2)$$

де $p(U)$ — апіорна густина ймовірності параметра (у розглядуваному випадку

$p(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_U}} e^{-\frac{(U-m_U)^2}{2D_U}}$), а $g(T, \tau)$ — вагова функція, що визначається інтегральним рівнянням

$$\int_0^T K_N(\tau, \sigma) g(T, \sigma) d\sigma = U. \quad (12.3)$$

Підставивши рівняння (12.2) у (12.1) та обчисливши інтеграл, після спрощень отримаємо:

$$U^* = \frac{m_U}{1+\mu} + \frac{D_U}{1+\mu} \int_0^T g(T, \tau) X(\tau) d\tau, \quad (12.4)$$

де

$$\mu = D_0 \int_0^T g(T, \tau) d\tau$$

є відношенням сигнал-шум.

Неважко помітити, що рівняння (12.2) можна подати як

$$f^*(U/X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D^*}} e^{-\frac{(U-U^*)^2}{2D^*}}. \quad (12.5)$$

Тут D^* — апостеріорна дисперсія:

$$D^* = \frac{D_U}{1+\mu}.$$

Формулу (12.5) записують і так:

$$f^*(U/U^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D^*}} e^{-\frac{(U-U^*)^2}{2D^*}}. \quad (12.6)$$

Закон розподілу оцінки U^* є нормальним з математичним сподіванням $M[U^*] = m_U$ та дисперсією $M[(U^* - m_U)^2] = D_U - D^*$.

Отже,

$$f^*(U^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(D_U - D^*)}} e^{-\frac{(U - U^*)^2}{2(D_U - D^*)}}.$$

Маючи конкретні значення ймовірнісних характеристик вимірюваного параметра та похибки і використовуючи формулу (12.3), можна дістати оптимальну оцінку параметра.

За допускового контролю порівнюють отриману оцінку з допустимою і на цій підставі приймають рішення про придатність чи непридатність приладу за вимірюваним параметром. Але це рішення не завжди правильне через наявність похибок та завод. Таким чином, якщо ймовірність похибки не нульова, то виникає питання про якість системи контролю. Ця якість досить повно характеризується середнім ризиком, який обчислюють за формулою

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int \int l(U_n, U^*) p(U) f(X/U) \chi(U_n/U) \times \\ \times p(U^*/X) dU dX dU_n dU^*, \quad (12.7)$$

де $l(U_n, U^*)$ — функція втрат; $p(U)$ — апіорна густина ймовірності вимірюваного параметра; $f(X/U)$, $\chi(U_n/U)$ та $p(U^*/X)$ — умовні густини ймовірностей сигналу, потрібного та дійсного рішень відповідно.

Нехай рішення «придатний» відповідає цифрі 1, а «непридатний» — 11. Можливі чотири ситуації: правильні рішення — 11 (придатний) і 22 (непридатний), неправильні — 12 і 21.

Кожну подію i_j ($ij = 1, 2$) оцінюють своєю ймовірністю: ϕ та ψ — імовірності правильних рішень «придатний» та «непридатний»; α та β — імовірності неправильних рішень «непридатний» (ризик виробника) та «придатний» (ризик замовника).

Нехай втрати через прийняті рішення оцінюються відповідно до ситуації $l_{11}, l_{22}, l_{12}, l_{21}$.

У розглядуваному випадку $\chi(U_n/U)$ та $p(U^*/X)$ — δ -функції:

$$\chi(U_n / U) = \begin{cases} \delta(U_n - 1) & U \in A; \\ \delta(U_n - 2) & U \in B; \end{cases}$$

$$p(U^* / X) = \begin{cases} \delta(U^* - 1) & U \in A; \\ \delta(U^* - 2) & U \in B, \end{cases}$$

де A — область, де параметр вважається «придатним»; B — «не-придатним».

Таким чином, рівняння (12.7) можна перетворити до вигляду

$$R = l_{11}\varphi + l_{12}\alpha + l_{22}\psi + l_{21}\beta,$$

де

$$\varphi = \iint_{AA} f(X/U)p(U)dXdU;$$

$$\psi = \iint_{BB} f(X/U)p(U)dXdU; \quad (12.8)$$

$$\alpha = \iint_{BA} f(X/U)p(U)dXdU;$$

$$\beta = \iint_{AB} f(X/U)p(U)dXdU,$$

а потім подати так:

$$R = l_{11}\bar{p} + l_{22}\bar{q} + (l_{12} - l_{11})\alpha + (l_{21} - l_{22})\beta.$$

Тут \bar{p} та $\bar{q} = 1 - \bar{p}$ — апіорні ймовірності перебування параметра в областях A та B відповідно. Отже, за заданих l_{ij} , \bar{p} , \bar{q} середній ризик є функцією ймовірності хибних рішень.

Використовуючи рівняння (12.6) і (12.7), можна замість виразів (12.8) так записати витрати ймовірностей:

$$\varphi = \iint_{AA} f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*;$$

$$\psi = \iint_{BB} f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*;$$

$$\alpha = \iint_{BA} f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*;$$

$$\beta = \iint_{AB} f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*.$$

Зручним для розрахунків є таке визначення α та β :

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-c\bar{\Delta}}^{\bar{\Delta}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} \left[\int_{-\infty}^{-c\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi + \int_{\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta}^{\infty} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right] d\zeta;$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{-c\bar{\Delta}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} \left[\int_{-c\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta}^{\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right] d\zeta +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{\bar{\Delta}}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} \left[\int_{-c\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta}^{\bar{\Delta}(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}}) - \sqrt{\mu}\zeta} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right] d\zeta,$$

де $\zeta = \frac{U - U^*}{\sqrt{D^*}}$ та $\xi = \frac{U^* - m_u}{\sqrt{D_u - D^*}}$ — змінні інтегрування; $\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{\sqrt{D_u}}$ —

нормований допуск параметра; c — коефіцієнт несиметрії поля допуску; μ — відношення сигнал-шум.

Отже, α та β є функціями трьох величин — c , $\bar{\Delta}$, μ . (Розв'язати ці інтеграли можна тільки числовими методами).

На рис. 12.8 зображено залежність α від μ за фіксованих значень $\bar{\Delta}$ (а) і залежність β від μ за фіксованих значень $\bar{\Delta}$ (б).

Обчисливши α та β за відомих втрат l_{11} , l_{12} , l_{21} , l_{22} , можна визначити за (12.8) середній ризик.

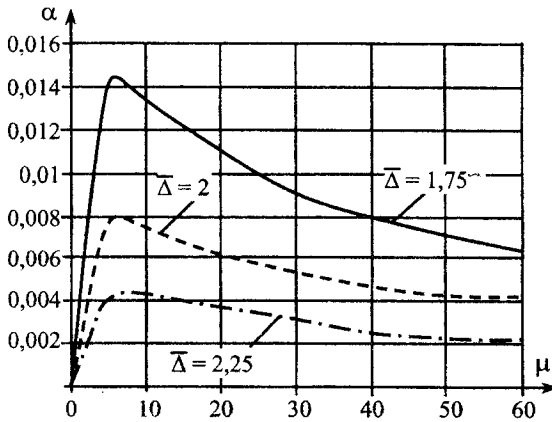
Приклад. Нехай на вхід системи контролю надходить сигнал

$$X(t) = U + N(t).$$

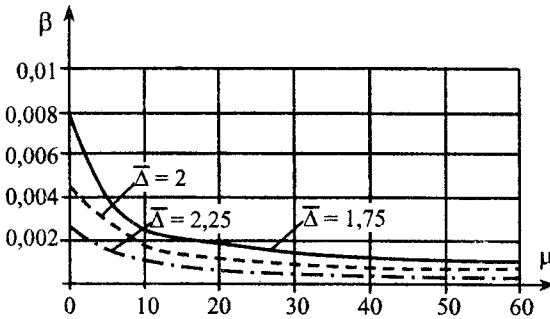
З урахуванням власних шумів вимірювача кореляційна функція завади

$$K_N(\tau) = D_N e^{-a|\tau|} + G_n \delta(\tau),$$

де D_N — дисперсія завади спостережуваного сигналу; a — параметр кореляції; τ — час; G_n — інтенсивність власних шумів вимірювача; $\delta(\tau)$ — дельта-функція.



a



б

Рис. 12.8. Графіки залежності α (а) та β (б) від μ за фіксованих значень $\bar{\Delta}$

Математичне сподівання корисного сигналу $M[U] = m_u$, дисперсія $M[(U - m_u)^2] = D_u$.

Математичне сподівання завади $M[N(t)] = 0$, а втрати від прийняття рішень $l_{11} = l_{22} = 0$ та $l_{12} = l_{21} = 1$.

Потрібно визначити алгоритм оптимального оцінювання вимірюваного параметра та величину середнього ризику.

Визначаємо вагову функцію $g(T, \tau)$.

Інтегральне рівняння (12.3) в розглядуваному випадку набирає вигляду

$$D_N \int_0^T e^{-a|T-\sigma|} g(T, \sigma) d\sigma + G_n g(T, \tau) = U.$$

Його можна диференціювати:

$$g''(T, \tau) + k^2 g(T, \tau) = -\frac{a^2}{G_n} U,$$

де $k^2 = a^2 + \frac{2aD_N}{G_n}$.

Залежність апостеріорної дисперсії від часу різних значень дисперсії завади спостережувального сигналу подано на рис. 12.9.

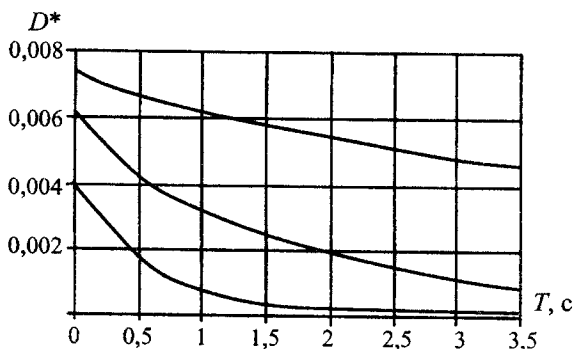


Рис. 12.9. Графік залежності апостеріорної дисперсії від часу різних значень дисперсії завади спостережувального сигналу

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$g(T, \tau) = \frac{a^2}{k^2} \left[1 + H e^{-k(T-\tau)} + F e^{k(T-\tau)} \right], \quad (12.9)$$

де

$$H = \frac{(k-a)e^{-kT}}{a \left[1 - \frac{k-a}{k+a} e^{-kT} \right]}; \quad F = \frac{k-a}{a} \cdot \frac{1}{1 - \frac{k-a}{k+a} e^{-kT}}.$$

Шукаємо оптимальну оцінку вимірюваного параметра:

$$U^* = \frac{m_u}{1+\mu} + \frac{D_u}{1+\mu} \int_0^T g(T, \tau) X(\tau) d\tau,$$

$$\text{де } \mu = D_u \int_0^T g(T, \tau) d\tau.$$

Визначаємо дисперсію оптимальної оцінки:

$$D^* = \int_{-\infty}^{\infty} (U - U^*) f^*(U/X) dU. \quad (12.10)$$

Після підставлення у рівняння (12.4) виразів (12.9) і (12.10) та інтегрування маємо

$$D^* = \frac{D_u}{1 + \frac{aD_u}{k^3 G_n} \left\{ \frac{aTk[(k-a) - (k-a)e^{-kT}] + 2(k^2 - a^2)(1 - e^{-kT})}{(k-a) - (k-a)e^{-kT}} \right\}}.$$

Власні шуми вимірювача з інтенсивністю $G_n = 0,5 \cdot 10^{-3} [B^2 c]$, параметрами кореляції $a = 7 [1/c]$ та апіорною дисперсією корисного сигналу $D_u = 0,81 \cdot 10^{-2} [B^2]$.

Зі збільшенням часу спостереження апостеріорна дисперсія зменшується і прямує до нуля, а оцінка U^* — до значення корисного сигналу U . Величина D^* значною мірою залежить від дисперсії завади спостережуваного сигналу, зростаючи з її збільшенням.

Задаючи потрібну точність оцінюваного сигналу, за графіком рис. 12.7 і 12.8 можна знайти необхідний час вимірювання.

За графіком рис. 12.9, вимірявши, що протягом 3 с і $D_N = 0,003 [B^2]$, знаходимо $D^* = 0,00035 [B^2]$.

Визначаємо значення μ :

$$\mu = \frac{D_u}{D^*} - 1 = \frac{0,0081}{0,00035} - 1 \cong 22,$$

а за рис. 12.7 і 12.8 — α та β .

Якщо $\bar{\Delta} = 2$; $\alpha = 0,0061$; $\beta = 0,011$, то матимемо:

$$R = 1 \cdot 0,0061 + 1 \cdot 0,011 = 0,0171.$$

12.7. Синтез вимірювачів параметрів

Одним з важливих етапів проектування АЗК є розроблення алгоритмів оцінювання вимірюваних параметрів і їх реалізація.

Як загальну модель технічних засобів, зокрема вимірювачів, часто використовують динамічну систему. Процес функціонування технічних засобів відображається у динамічних системах як перетворення сигналів. Створення технічних засобів має ряд етапів, першим з яких є синтез найкращих характеристик систем.

Задача синтезу може бути сформульована як побудова оптимального способу оброблення сигналів. Інакше кажучи, задача синтезу полягає у визначенні оператора системи, який забезпечує найвище значення показника якості. Оптимальний оператор повністю визначає усі характеристики динамічної системи. Структура і параметри оптимального оператора залежать від показника якості, імовірнісних характеристик вхідних сигналів і терміну спостереження. Імовірнісні характеристики вхідних сигналів повинні бути відомі априорі до розв'язування задачі синтезу. Розв'язуючи задачі синтезу, розрізняють розпізнавання і виділення сигналів.

Розпізнавання сигналів — це визначення належності сигналів до деякого класу. Належне до задач контролю розпізнавання трапляється, наприклад, у разі перетворення неперервного сигналу у дискретний за рівнем або в разі прийняття рішення щодо перебування параметра в полі допуску.

Виділення сигналів полягає у визначенні форми або параметрів корисного сигналу, наприклад, виділення форми гармонічного сигналу, яка має випадкові амплітуду і фазу, оцінювання амплітуди і фази. Залежно від призначення динамічної системи розглядають або задачу розпізнавання, або задачу виділення, або обидві задачі.

Найбільш повною моделлю вхідних сигналів і завад для динамічної системи є випадкова функція часу. Тому задача синтезу систем формулюється як імовірнісна. Вихідною інформацією, необхідною для розв'язання задачі синтезу, є сукупність статистичних характеристик вхідних корисних сигналів і завад.

Загальний метод імовірнісного синтезу динамічної системи ґрунтується на теорії статистичних рішень. У цій теорії задача синтезу розглядається як визначення розв'язувального правила, що забезпечує екстремум показника якості.

Розв'язувальне правило є математичним сподіванням функціонування оптимальної системи, тобто її оператор.

Для синтезу оптимальної динамічної системи необхідно:

- визначити вхідний сигнал і умови його спостереження;
- вибрати показник якості;
- знайти розв'язувальне правило із умов екстремуму показника якості;
- визначити якість оптимальної оцінки;
- визначити функціональне призначення системи Y_T .

Під визначенням вхідного сигналу розуміють подання його у вигляді комбінації (адитивної або мультиплетної) корисного сигналу і завади і як визначення їх імовірнісних характеристик.

Умови спостереження включають термін спостереження і характер спостереження — дискретний чи безперервний. Визначити функціональне призначення системи — це означає сформулювати, для чого її призначено. Конкретне призначення полягає у виборі потрібного вихідного сигналу Y_T оптимальної системи.

Доцільно вибрати таке розв'язувальне правило, щоб фактичний вихідний сигнал найбільше відповідав потрібному. Для оцінювання близькості вихідного сигналу Y до потрібного Y_T вводять функцію втрат $L(Y, Y_T)$, яка визначає втрати в разі незбіжності сигналів Y і Y_T . Якість динамічної системи оцінюють середнім ризиком:

$$R = M[L(Y, Y_T)];$$

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(Y, Y_T) f(U/X) f(X) dU dX,$$

де L — функція втрат; $f(U/X)$ — апостеріорна густина ймовірності параметра U під час спостереження сигналу $X(t)$; $f(X)$ — густина ймовірності спостережуваного сигналу.

Часто використовують умовний ризик як умовні втрати за фіксованих вхідного і вихідного сигналів

$$r(Y, X) = \int_{-\infty}^{\infty} L(Y, Y_T) f(U/X) dU.$$

Одним з практичних способів визначення оптимального розв'язувального правила є мінімізація умовного ризику.

На підставі цього при мінімізації за критерію мінімуму умовного ризику визначається оператор A^* , який виконує перетворення

$$Y^*(t) = A^* X(t)$$

і забезпечує отримання мінімуму умовного ризику.

Розглянемо отримання алгоритму оптимальної оцінки параметра U , який спостерігається разом із завадою. Потрібним значенням вихідного сигналу є сам оператор U , а його оцінкою буде U^* . Виберемо показник оптимальності у вигляді квадрата помилки. Йому відповідає функція втрат $L(U, U^*) = (U - U^*)^2$. Підставимо $L(U, U^*)$ у формулу для $r(X, Y)$:

$$r(Y, X) = \int_{-\infty}^{\infty} (Y - U)^2 f(U | X) dU.$$

Диференціюючи цей вираз за Y та прирівнюючи похідну до нуля і вважаючи, що $Y = U^*$, отримаємо

$$0 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} (U^* - U) f(U | X) dU.$$

Звідси

$$U^* = \int_{-\infty}^{\infty} U f(U | X) dU.$$

Таким чином, оптимальна щодо мінімуму середнього ризику помилка оцінювання параметра є умовним математичним сподіванням параметра U .

12.8. Алгоритм оптимального оцінювання параметра

Процес проектування систем контролю починається з розв'язання задачі синтезу головних характеристик, що відповідають вимогам технічного завдання на розроблення. Для розв'язання задачі синтезу характеристик контролю необхідно знати структуру і параметри ОК, можливі точки спостереження вихідних сигналів, структуру спостережуваних сигналів, характеристики вимірюваних сигналів і завад. Теоретичною базою для розв'язання задачі синтезу є статистична теорія оптимальних систем.

Для розроблення алгоритмів оцінювання параметрів необхідно знати ймовірнісні характеристики сигналів. Ймовірнісні характеристики сигналів оцінюють експериментальним шляхом, а параметри ОК можна розглядати як випадкові величини.

Вимірюючи параметри в конкретному ОК, як апіорні дані про ці параметри розглядають імовірнісні характеристики. Повною ймовірнісною характеристикою випадкової величини, як відомо, є закон розподілу ймовірностей. Чисельні експериментальні дані показують, що закон розподілу ймовірностей контрольованих параметрів у більшості випадків нормальний. Оскільки нормальний закон розподілу випадкової величини визначається математичним сподіванням і дисперсією, то експериментальне визначення ймовірнісних характеристик вимірюваних параметрів зводиться до отримання цих двох величин. Математичне сподівання зазвичай збігається з номінальним значенням параметра. У правильно спроектованих виробках розкид параметрів невеликий, середньоквадратичне відхилення становить 5—10 % від номінального значення.

Якщо немає можливості отримати експериментальні дані про дисперсію вимірюваних параметрів, то як попередні дані використовують співвідношення

$$\sigma = (0,05 - 0,1)m,$$

де σ — середньоквадратичне відхилення; m — номінальне значення параметра.

Завади в ОК виникають або внаслідок того, що вхідний сигнал має заваду і ця завада разом з корисним сигналом проходить через систему, або внаслідок генерування особистих шумів у системі.

Закон розподілу ймовірностей завад в ОК і вимірювачів, як правило, нормальний. Повний опис нормального випадкового процесу досягається математичним сподіванням і кореляційною функцією. Тому метою експериментального вивчення характеристик завад є визначення параметрів нормального закону розподілу ймовірностей.

На виході ОК спостерігається сигнал

$$X(t) = U + N(t),$$

де U — коефіцієнт підсилювання — випадкова величина, що має нормальний закон розподілу з математичним сподіванням m_U і дисперсією D_U ; $N(t)$ — завада — гауссів випадковий процес з нульовим математичним сподіванням і кореляційною функцією

$$K_N(\tau) = G_n \delta(\tau),$$

де G_n — інтенсивність білого шуму; $\delta(\tau)$ — дельта-функція.

Необхідно визначити оптимальну оцінку коефіцієнта підсилювання U за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.

З теорії оптимальних систем відомо, що оптимальна оцінка U^* параметра U за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки

$$U^* = \int_{-\infty}^{\infty} U f(U/X) dU,$$

де $f(U/X)$ — апостеріорна щільність розподілу параметра U при фіксованому значенні $X(t)$.

У разі адитивного зв'язку корисного сигналу і завади

$$U^* = \frac{m_U}{1 + D_U \int_0^T g(T, \tau) d\tau} + \frac{D_U \int_0^T g(T, \tau) X(\tau) d\tau}{1 + D_U \int_0^T g(T, \tau) d\tau}, \quad (12.11)$$

де T — час спостереження сигналу $X(t)$.

Вагову функцію $g(T, \tau)$ визначають з рівняння

$$\int_0^T g(T, \tau) K_N(\tau) d\tau = 1. \quad (12.12)$$

Вагова функція — це еквівалентна передатна функція у частотному діапазоні.

Рівняння (12.12) набуває вигляду

$$\int_0^T g(T, \tau) G_N(T - \tau) d\tau = 1; \quad g(T, \tau) = \frac{1}{G_N};$$

$$U^* = \frac{m_U}{1 + \frac{D_U}{G_N} T} + \frac{\frac{D_U}{G_N} \int_0^T X(\tau) d\tau}{1 + \frac{D_U}{G_N} T}.$$

Точність оптимальної оцінки характеризується апостеріорною дисперсією

$$D^* = \frac{D_U}{1 + D_U \int_0^T g(T, \tau) d\tau},$$

або

$$D^* = \frac{D_U}{1 + \frac{D_U T}{G_N}}$$

Розглянемо випадок, коли $K_N = D_N e^{-\alpha t} + G_N \delta(T)$. Визначимо алгоритм оптимальної оцінки. Оптимальну оцінку визначаємо за виразом (12.11). Знайдемо алгоритм розрахунку вагової функції $g(T, \tau)$. Використовуючи вираз (12.12), отримаємо

$$D_N \int_0^T e^{-\alpha(\chi-\sigma)} g(T, \tau) d\sigma + G_N g(T, \tau) = 1.$$

Для розв'язання цього рівняння використаємо до обох частин оператор диференціювання за змінною τ .

Розглянутий алгоритм забезпечує оптимальне оцінювання контролюючих параметрів ОК за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.



Контрольні запитання і завдання

1. Дайте визначення поняття «ефективність контролю».
2. Охарактеризуйте достовірність контролю як міру довіри до результатів контролю.
3. Наведіть стохастичний граф прийняття рішення під час контролю параметрів.
4. Охарактеризуйте ризик виробника і ризик замовника як показники ефективності контролю.
5. Наведіть вирази для розрахунків ризиків виробника і замовника для одного контрольованого параметра.
6. Від яких характеристик параметрів залежать ризик виробника і ризик замовника?
7. Як визначаються технічний і економічний показники ефективності контролю?
8. Обґрунтуйте вибір об'єму контролю параметрів.
9. Дайте визначення середньому ризику при контролі.
10. Яким чином визначають об'єм контролю під час мінімізації середнього ризику?
11. Охарактеризуйте синтез вимірювачів параметрів.
12. Наведіть алгоритм оптимальної оцінки параметра.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

1. *Автоматизация* диагностирования электронных устройств / под ред. В. П. Чипулиса. — М. : Энергоатомиздат, 1986. — 216 с.
2. *Белоконь Р. Н.* Основы теории контроля / Р. Н. Белоконь, В. М. Скрипник. — Минск : МВИ ЗРУ ПВО, 1987. — 151 с.
3. *Белоконь Р. Н.* Достоверность самоконтроля АСК / Р. Н. Белоконь, В. Н. Казак, Г. П. Черный. — Даугавпилс : ДВВАИУ, 1988. — 76 с.
4. *Блинов И. Н.* Автоматический контроль / И. Н. Блинов, Д. В. Гаскаров, А. В. Мозголевский. — М. : Высш. шк., 1989. — 207 с.
5. *Буравлев А. И.* Управление техническим состоянием динамических систем / А. И. Буравлев, Б. И. Доценко, И. Е. Казаков. — М. : Машиностроение, 1995. — 240 с.
6. *Общие требования.* Диагностирование изделий ГОСТ 27518-87. [Введен 1987.12.15].
7. *Техническая диагностика.* Основные термины и определения ГОСТ 20911-89. [Введен 1991.01.01].
8. *Гуляев В. А.* Диагностирование программного обеспечения микропроцессорных систем / В. А. Гуляев, Ю. М. Коростиль. — К. : ТЭНИКА, 1991. — 140 с.
9. *Гуляев В. А.* Автоматизация наладки и диагностирования микро-УВК / В. А. Гуляев, В. И. Кудряшов. — М. : Энергоатомиздат, 1992. — 256 с.
10. *Давыдов П. С.* Техническая диагностика радиоэлектронных устройств и систем / П. С. Давыдов. — М. : Радио и связь, 1988. — 256 с.
11. *Диагностирование* и прогнозирование технического состояния авиационного оборудования / под ред. И. М. Синдеева. — М. : Транспорт, 1976. — 254 с.
12. *Доценко Б. И.* Системы автоматического контроля: учеб. пособие / Б. И. Доценко, В. А. Игнатов, В. Н. Казак. — К. : КМУГА, 1995. — 148 с.
13. *Доценко Б. И.* Диагностирование динамических систем / Б. И. Доценко. — К. : Техніка, 1983. — 159 с.
14. *Евланов Л. Г.* Контроль динамических систем / Л. Г. Евланов. — М. : Наука, 1979. — 426 с.

15. *Жердев Н. К.* Контроль устройств на интегральных схемах / Н. К. Жердев, Б. П. Креденцер, Р. Н. Белоконь. — К. : Техніка, 1986. — 160 с.
16. *Игнатов В. А.* Диагностические комплексы систем автоматического самолетовождения / В. А. Игнатов, С. М. Паук, Г. Ф. Конахович. — М. : Транспорт, 1976. — 254 с.
17. *Измерение и контроль в микроэлектронике* / под ред. А. А. Сазонова. — М. : Высш. шк., 1984. — 367 с.
18. *Казак В. М.* Основы оперативного контролю / В. М. Казак, А. К. Зюзько. — К. : НАУ, 2006. — 181 с.
19. *Казак В. М.* Системний аналіз автоматизованих організаційно технічних систем / В. М. Казак. — К. : Видавництво НАУ, 2008. — 161 с.
20. *Карибский В. В.* Основы технической диагностики объектов контроля / В. В. Карибский. — М. : Энергия, 1976. — 221 с.
21. *Кондратьев В. В.* Автоматизация контроля цифровых функциональных модулей / В. В. Кондратьев, Б. Н. Махалин. — М. : Радио и связь, 1990. — 152 с.
22. *Ксендз С. П.* Диагностика и ремонтпригодность радиоэлектронных средств / С. П. Ксендз. — М. : Радио и связь, 1989. — 248 с.
23. *Литков И. П.* Кольцевое тестирование цифровых устройств / И. П. Литков. — М. : Энергоатомиздат, 1990. — 160 с.
24. *Мозголевский А. В.* Автоматический поиск неисправностей / А. В. Мозголевский, Д. В. Гаскаров [и др.]. — М. : Машиностроение, 1975. — 206 с.
25. *Основы технической диагностики* / под ред. П. П. Пархоменко. — М. : Энергия, 1976. — 464 с.
26. *Проектирование внешних средств автоматизации контроля радиоэлектронного оборудования* / под ред. Н. Н. Пономарева. — М. : Радио и связь, 1984. — 296 с.
27. *Сердаков А. С.* Автоматический контроль и техническая диагностика / А. С. Сердаков. — К. : Техніка, 1971. — 384 с.
28. *Ямпольский В. И.* Контроль и диагностирование гражданской авиационной техники / В. И. Ямпольский, Н. И. Белоконь, Б. Н. Пилипосян. — К. : Техніка, 1989. — 43 с.
29. *Интеллектуальные средства диагностики и прогнозирования надежности авиадвигателей* / В. И. Дубровин, С. А. Субботин, А. В. Богуслаев [и др.]. — Запорожье : ОАО «Мотор-СИЧ», 2003. — 279 с.

| | |
|---|----|
| Список скорочень | 3 |
| ВСТУП | 4 |
| Частина I. НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ | 9 |
| Розділ 1. Технічний стан і надійність електрообладнання | 9 |
| 1.1. Основні терміни і визначення | 9 |
| 1.2. Кількісні характеристики надійності електрообладнання | 13 |
| 1.2.1. Показники безвідмовності електрообладнання | 14 |
| 1.2.2. Довговічність, ремонтпридатність, збереженість | 16 |
| 1.2.3. Комплексні показники надійності | 18 |
| 1.3. Залежності між окремими характеристиками надійності | 20 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | 23 |
| | |
| Розділ 2. Розрахунок надійності електрообладнання | 24 |
| 2.1. Загальні положення розрахунку надійності | 24 |
| 2.2. Оцінювання показників надійності за даними про відмови | 28 |
| 2.2.1. Види випробувань на надійність | 28 |
| 2.2.2. Плани випробувань | 30 |
| 2.2.3. Статистичне оцінювання показників надійності під час визначальних випробувань | 31 |
| 2.3. Надійність обладнання з послідовно з'єднаними елементами | 38 |
| 2.4. Надмірність | 40 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | 43 |
| | |
| Розділ 3. Динамічна живучість систем електрообладнання ... | 44 |
| 3.1. Загальні питання оцінювання живучості електрообладнання | 44 |
| 3.2. Метод статистичної межі | 46 |
| 3.3. Приклади визначення функції запасу живучості | 48 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | 52 |

| | |
|---|------------|
| Частина II. МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ КОНТРОЛЮ ТА ДІАГНОСТИКИ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ | 53 |
| Розділ 4. Концепція контролю електрообладнання | 53 |
| 4.1. Мета та завдання контролю технічного стану. Основні поняття та визначення теорії контролю і теорії надійності..... | 53 |
| 4.2. Характеристика динамічної системи як об'єкта контролю та діагностування..... | 57 |
| 4.3. Аналіз процесу функціонування об'єкта контролю й діагностики | 60 |
| 4.3.1. Життєвий цикл виробів та його характеристики | 60 |
| 4.3.2. Деградаційні процеси..... | 65 |
| <i>Контрольні запитання і завдання.....</i> | <i>68</i> |
| Розділ 5. Поняття динамічної системи як об'єкта контролю | 69 |
| 5.1. Поняття динамічної системи..... | 69 |
| 5.2. Класифікація динамічних систем | 72 |
| 5.3. Вхідні сигнали | 75 |
| 5.4. Характеристика сигналів..... | 78 |
| <i>Контрольні запитання і завдання.....</i> | <i>85</i> |
| Розділ 6. Принципи побудови моделей об'єкта контролю | 86 |
| 6.1. Типи моделей..... | 86 |
| 6.2. Аналітична модель об'єкта контролю | 88 |
| 6.3. Методи побудови моделей об'єкта контролю | 90 |
| 6.4. Моделі для лінійних систем | 92 |
| 6.5. Моделі для нелінійних систем | 95 |
| 6.6. Моделі цифрових об'єктів контролю | 97 |
| 6.7. Графоаналітичні моделі | 99 |
| 6.8. Моделі процесів зміни станів динамічної системи | 107 |
| 6.9. Інформаційні моделі контролю і діагностування..... | 120 |
| 6.10. Приклад побудови моделей об'єкта контролю | 124 |
| <i>Контрольні запитання і завдання.....</i> | <i>127</i> |

| | |
|--|-----|
| Розділ 7. Методи контролю працездатності | 128 |
| 7.1. Класифікація методів контролю працездатності систем | 128 |
| 7.2. Методи контролю якості функціональних елементів | 130 |
| 7.3. Оцінка параметрів при динамічному контролі..... | 140 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | 144 |
| | |
| Частина III. ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА | 145 |
| | |
| Розділ 8. Методи розпізнавання станів | 145 |
| 8.1. Постановка завдання технічної діагностики..... | 145 |
| 8.2. Статистичні методи розпізнавання | 147 |
| 8.2.1. Метод гіпотез (метод Байєса)..... | 147 |
| 8.2.2. Метод Вальда (метод послідовного аналізу)..... | 151 |
| 8.3. Методи статистичних розв'язків..... | 153 |
| 8.3.1. Статистичні розв'язки для одного діагностичного параметра..... | 153 |
| 8.3.2. Метод мінімального ризику..... | 155 |
| 8.3.3. Метод мінімальної кількості помилкових розв'язків | 157 |
| 8.3.4. Метод мінімаксу | 158 |
| 8.3.5. Метод Неймана–Пірсона..... | 160 |
| 8.3.6. Метод найбільшої правдоподібності | 160 |
| 8.4. Приклади застосування методів статистичних розв'язків..... | 161 |
| 8.5. Логічні методи розпізнавання | 164 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | 167 |
| | |
| Розділ 9. Визначення діагностичних параметрів | 168 |
| 9.1. Основні положення вибору сукупності діагностичних параметрів | 168 |
| 9.1.1. Загальні положення | 168 |
| 9.1.2. Класифікація діагностичних параметрів на підставі визначення | 170 |
| 9.2. Поняття ентропії та кількості інформації..... | 171 |
| 9.3. Вибір параметрів для діагностичного контролю | 175 |
| 9.4. Вибір узагальненого параметра для контролю динамічної системи в умовах змінних зовнішніх впливів..... | 180 |

| | |
|--|------------|
| 9.5. Вибір допусків діагностичних параметрів і принципи їх призначення..... | 186 |
| 9.6. Алгоритм контролю працездатності динамічних систем..... | 191 |
| 9.7. Методика визначення оптимальної послідовності контролю параметрів технічних систем..... | 195 |
| <i>Контрольні запитання і завдання.....</i> | <i>202</i> |

Частина IV. ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ СИСТЕМ..... 203

| | |
|---|------------|
| Розділ 10. Загальні положення прогнозного контролю | 203 |
| 10.1. Постановка завдання прогнозування | 203 |
| 10.2. Моделі змін параметрів..... | 205 |
| 10.3. Імовірнісні методи прогнозування..... | 209 |
| 10.3.1. Інтегральний метод прогнозування | 211 |
| 10.3.2. Алгоритм рекурентного прогнозування..... | 212 |
| 10.4. Аналітичні методи прогнозування..... | 214 |
| 10.4.1. Метод з використанням інтерполяційного полінома Лагранжа..... | 215 |
| 10.4.2. Прогнозування з використанням інтерполяційного полінома Ньютона | 217 |
| 10.4.3. Прогнозування з використанням методу найменших квадратів | 218 |
| 10.4.4. Метод прогнозування з використанням ряду Тейлора | 221 |
| 10.4.5. Метод прогнозування за допомогою емпіричних формул..... | 222 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | <i>224</i> |

Частина V. ТЕХНІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАСОБІВ КОНТРОЛЮ

| | |
|--|------------|
| Розділ 11. Основні характеристики і принципи побудови засобів контролю..... | 225 |
| 11.1. Апаратне забезпечення засобів контролю | 225 |

| | |
|--|------------|
| 11.2. Програмне забезпечення автоматизованих засобів контролю | 228 |
| 11.3. Самоконтроль автоматизованих засобів контролю | 230 |
| 11.4. Метрологічне забезпечення автоматизованих засобів контролю | 234 |
| 11.5. Показники технічного рівня засобів контролю | 238 |
| 11.6. Методика оцінювання технічного рівня | 239 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | <i>241</i> |
| Розділ 12. Ефективність контролю..... | 242 |
| 12.1. Достовірність контролю..... | 242 |
| 12.2. Ризик виробника | 246 |
| 12.3. Ризик замовника | 248 |
| 12.4. Технічний і економічний показники ефективності контролю | 250 |
| 12.5. Вибір обсягу контролю | 254 |
| 12.6. Оцінювання середнього ризику під час контролю..... | 258 |
| 12.7. Синтез вимірювачів параметрів | 266 |
| 12.8. Алгоритм оптимального оцінювання параметра..... | 268 |
| <i>Контрольні запитання і завдання</i> | <i>271</i> |
| Список літератури..... | 272 |

Навчальне видання

КАЗАК Василь Миколайович
ДОЦЕНКО Борис Іванович
КУЗЬМІН В'ячеслав Павлович
ШЕПЕЛЄВ Юрій Іванович
ШЕВЧУК Дмитро Олегович

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

Навчальний посібник

Редактори: *Р. М. Шульженко, Л. П. Бондаренко*
Технічний редактор *А. І. Лавринович*
Коректор *О. О. Крусь*
Художник обкладинки *Н. В. Чорна*
Комп'ютерна верстка *Л. Т. Колодіної*

Підп. до друку 27.04.11. Формат 60x84/16. Папір офс.
Офс. друк. Ум. друк. арк. 16,27. Обл.-вид. арк. 17,5.
Тираж 300 пр. Замовлення № 91-1.

Видавець і виготовлювач
Національний авіаційний університет

03680. Київ – 58, проспект Космонавта Комарова, 1
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 977 від 05.07.2002