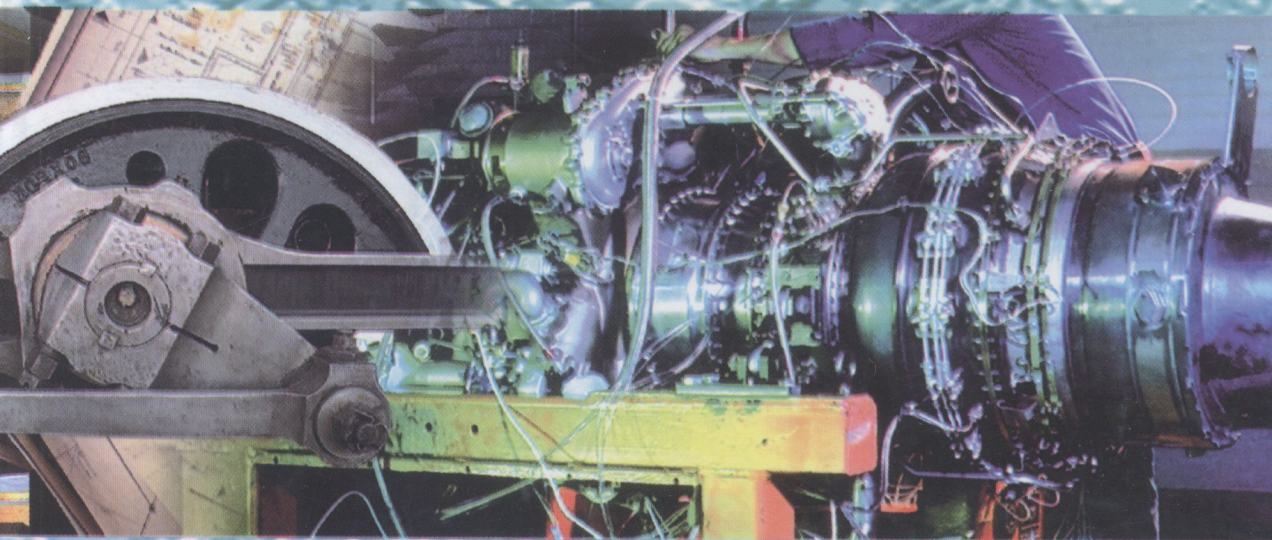


624.01(045)
К71

Я. Т. Кіницький

КОРОТКИЙ КУРС ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН





621.01(075) К 41 2004

Книгознавство: бібліографія курсу теорії механізмів

**ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ,
ЯКІ НЕОБХІДНІ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ КУРСУ
ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

Прямолінійний рух	Обертальний рух
<p>1. Швидкість (лінійна)</p> $v = \frac{ds}{dt} \quad (1)$ <p>Під час рівномірного руху</p> $v = \frac{s}{t} = \text{const.} \quad (2)$	<p>1. Кутова швидкість</p> $\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (3)$ <p>Кутова швидкість може бути виражена частотою обертання n, хв⁻¹:</p> $\omega = \frac{\pi n}{30} \quad (4)$ <p>Колова швидкість точки</p> $v = \omega R, \quad (5)$ <p>де R - відстань точки до центра обертання, м. Під час рівномірного обертання</p> $v = \frac{\pi n R}{30} = \text{const}, \quad (6)$ <p>де R - радіус деталі, яка обертається, м; n - частота обертання, хв⁻¹.</p>
<p>2. Прискорення (лінійне)</p> $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \quad (7)$ <p>Прискорення вільного падіння</p> $g = 9,81 \text{ м/с}^2. \quad (8)$	<p>2. Кутове прискорення</p> $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (9)$ <p>Нормальне (доцентрове) прискорення</p> $a^n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (10)$ <p>де v - колова швидкість. Дотичне (тангенціальне) прискорення</p> $a^\tau = \varepsilon R = \frac{dv}{dt} \quad (11)$ <p>Повне прискорення</p> $\bar{a} = \bar{a}^n + \bar{a}^\tau \quad (12)$ <p>або</p> $a = \sqrt{(a^n)^2 + (a^\tau)^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \quad (13)$ <p>Поворотне (коріолісове) прискорення</p> $a^k = 2\omega v^r, \quad (14)$ <p>Відносне прискорення</p> $a^r = \frac{dv^r}{dt} \quad (15)$

Прямолінійний рух	Обертальний рух
3. Сила F - причина руху та опору руху.	3. Статичний момент сили (момент пари сил) $M = FR . \quad (16)$
4. Робота $A = \int Fds \cos \alpha . \quad (17)$ При $F = \text{const}$ і збігу напрямів сили F і переміщення s точки прикладання сили $A = Fs . \quad (18)$	4. Робота $A = \int M d\varphi . \quad (19)$ При $M = \text{const}$ $A = M\varphi . \quad (20)$ Робота за один оберт $A = 2\pi M . \quad (21)$
5. Потужність $P = \int Fdv \cos \alpha . \quad (22)$ При $F = \text{const}$ і $\alpha=0$ $P = Fv . \quad (23)$	5. Потужність $P = M\omega . \quad (24)$
6. Маса m - міра інертності тіла в поступальному русі $m = \frac{G}{g} . \quad (25)$	6. Момент інерції тіла - міра інертності тіла при обертальному русі $J = \int R^2 dm . \quad (26)$
7. Сила інерції $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a} = -\frac{G}{g}\vec{a} . \quad (27)$ Сила тяжіння $G = mg . \quad (28)$	7. Статичний момент від дотичних сил інерції (момент сил інерції) $\vec{M}_{\text{ин}} = -J \vec{\varepsilon} . \quad (29)$
8. Кінетична енергія $T = \frac{mv^2}{2} . \quad (30)$	8. Кінетична енергія $T = \frac{J\omega^2}{2} . \quad (31)$
9. Кількість руху $K = mv . \quad (32)$	9. Момент кількості руху $L = KR = mvR = J\omega . \quad (34)$
10. Імпульс сили при $F = \text{const}$ $s = Ft . \quad (33)$	10. Момент імпульсу сили при сталих F або M $M_S = FtR = Mt . \quad (35)$

Я. Т. Кіницький

18

621.01(07)

K41

67

Короткий курс теорії механізмів і машин

Підручник

*для студентів інженерно-технічних спеціальностей
вищих навчальних закладів України*

Львів • Афіша
2004

УДК 621.01
К 41
ББК 34.412

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист заступника міністра від 13.09.2004 р. № 14/18.2-2030)

Рецензенти:

д-р. техн. наук, проф. С. Г. Костогриз;

д-р. техн. наук, проф. Є. В. Харченко.

Я. Т. Кіницький

К41 **Короткий курс теорії механізмів і машин:** Підручник для інж.-техн. спец. вищих навч. закладів України. – 2-е вид., перероб. і скор. – Львів: Афіша, 2004. – 272 с.

ISBN 966-325-034-8

Підручник складається з 13 розділів, в яких викладені основні поняття та визначення курсу, структура і класифікація механізмів, загальні методи кінематичного і динамічного дослідження механізмів, наведені основні відомості з теорії регулювання ходу машин і тертя в них. Окремі розділи присвячені аналізу та синтезу кулачкових, зубчастих, важільних механізмів, їхньому зрівноваженню, теорії машин. Матеріали підручника подано на основі використання як графічних, так і аналітичних методів. Перші – краще розкривають фізичний зміст проблеми, другі – дозволяють більш широко використовувати сучасні ЕОМ.

Призначений для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів України.

УДК 621.01
ББК 34.412

422701

ISBN 966-325-034-8

© Я. Т. Кіницький, 2004, перероб. і скор.
© ПТБФ «Афіша», 2004

НТБ ВНТУ
м. Вінниця

ПЕРЕДМОВА

Теорія механізмів і машин (ТММ) є однією з основних загальноінженерних дисциплін, яку викладають у вищих технічних учбових закладах (ВТУЗах) як самостійну дисципліну або складову частину більш загального курсу механіки, а в деяких навчальних закладах – прикладної чи технічної механіки. ТММ розглядає будову і класифікацію механізмів, методи кінематичного та динамічного дослідження, проектування їхніх схем, які є загальними для механізмів і машин різного призначення. Ці знання необхідні інженерам-конструкторам для створення сучасних машин, інженерам інших спеціальностей (у тому числі молодшим спеціалістам-механікам) – для вмілого їх використання, а в деяких випадках дати завдання на проектування нової машини чи вдосконалення існуючої.

У даному підручнику коротко викладені основні питання курсу теорії механізмів і машин. Теоретичні положення ілюструються розв'язуванням задач і прикладів, які взяті з різних галузей техніки. Зв'язок теоретичних і практичних частин підручника сприяє кращому засвоєнню матеріалу і дає можливість студентам самостійно вивчати теорію і набути необхідні розрахунково-графічні навички.

У запропонованому підручнику використано все краще, що було закладено у відомих радянських підручниках, сучасні досягнення цієї науки та власний досвід викладання ТММ у Хмельницькому Національному університеті, Академії прикордонних військ України ім. Богдана Хмельницького та Хмельницькому політехнічному коледжі. У кінці підручника наведено список використаної літератури. Матеріал підручника в дещо більшому обсязі був опублікований у вигляді текстів лекцій (Теорія механізмів і машин. В 9-ти част. // Тексти лекцій /Кіницький Я. Т. – Хмельницький. Технол. ун-т Поділля. 1990–97. – 791 с.) та окремих підручників (Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.; Кіницький Я.Т. Короткий курс теорії механізмів і машин.– Хмельницький: Вид-во НА Прикордонних військ України, 2002. – 351 с.), які включають всі розділи підручника і апробовані у навчальному процесі.

Звичайно, остаточний зміст і обсяг матеріалу, який викладається, встановлюється кожним навчальним закладом залежно від його специфіки. Виклад матеріалу підручника подано з використанням як графічних, так і аналітичних методів. Перші дозволяють більш глибоко зрозуміти будову і принцип роботи механізмів, фізичний зміст того чи іншого методу їх дослідження і проектування; другі – більш широко використовувати можливості сучасних комп'ютерів і, цим самим, провести багатоваріантні дослідження, забезпечити оптимальні параметри механізмів.

Друге видання цього підручника відрізняється від першого тим, що за рахунок матеріалу, який розглядається на практичних і лабораторних заняттях, дещо скорочено його обсяг. Проте, для облегшення самостійної роботи студентів, додатково наведені назви рисунків, а в кінці кожного розділу питання для самоперевірки.

Автор виражає глибоку подяку рецензентам за працю, виконану ними при розгляді рукопису, та критичні зауваження і корисні поради.

Зауваження і побажання, направлені на покращення підручника просимо, надсилати за адресою: 29016, м. Хмельницький, вул. Інститутська, 11, Хмельницький Національний університет, кафедра машинознавства.

Розділ 1

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Значення та зміст курсу теорії механізмів і машин

Машинобудування – основна галузь сучасної промислово розвинутої країни – визначає рівень розвитку продуктивних сил суспільства, становить фундамент технічного прогресу всіх галузей народного господарства. У свою чергу, прогрес машинобудування визначається досконалістю машин, які створюються. Тому від інженера вимагаються глибокі теоретичні знання і досвід, вміння не тільки керувати складною технікою, успішно її використовувати, але й забезпечувати її швидкий прогрес. Сучасний інженер повинен досконало знати будову і принцип роботи машин, з якими пов'язана його діяльність, володіти основними методами їх розрахунку та конструювання. Ці знання базуються на досягненнях багатьох фундаментальних і прикладних наук, важливе місце серед яких посідає теорія механізмів і машин.

Теорія механізмів і машин (ТММ) – наука про загальні методи дослідження властивостей механізмів і машин та проектування їхніх схем

У ТММ обґрунтовується вибір оптимальних параметрів машин і механізмів, визначаються методи їхнього раціонального проектування. Якість машин і механізмів, які створюються, значною мірою визначається повнотою розробки і використання методів ТММ. Чим повніше будуть враховані при побудові механізмів і машин кінематичні і динамічні властивості окремих механізмів, критерії продуктивності, надійності, тим досконалішими будуть конструкції машин.

Дуже часто збільшення надійності і довговічності машин зв'язується в першу чергу з переходом на нові високоякісні матеріали, удосконаленням технології обробки деталей, використанням різних засобів, що сприяють зменшенню зношування. Проте, основні якості нової машини або механізму закладаються саме на першій стадії їхнього проектування, коли тільки вибирають структурну (принципову) схему й головні кінематичні параметри. Тому доцільніше боротися з першопричинами шкідливих явищ, чим з їхніми наслідками. Краще усунути великі навантаження, чим вибирати особливо міцні матеріали, здатні ці перевантаження витримати. Раціональним добором структури і параметрів механізмів або машин можна не тільки підвищити їхню надійність і довговічність, але й значно зменшити габаритні розміри і масу. Досягнуті при цьому результати часто не зв'язані з додатковими матеріальними витратами, для їхнього конструкторів у галузі теорії механізмів і машин.

Поява нових машин вимагає розробки нових теоретичних положень про їхню механіку. Наука про машини не розвиватиметься, якщо її апарат не буде відповідати реальним потребам промисловості і техніки, як не може бути прогресу і в машинобудуванні без розвитку методів ТММ. Тому ТММ є одною з основних загальноінженерних дисциплін, що забезпечує необхідну теоретичну підготовку інженерних кадрів.

Знання ТММ необхідні не тільки інженерам-конструкторам, які безпосередньо займаються проектуванням машин, але й інженерам, які займаються їхнім виготовленням і експлуатацією. Вони повинні добре знати основні механізми, принципи їхньої роботи, найважливіші кінематичні та динамічні властивості. У процесі експлуатації машини завжди можуть виникнути неполадки. Усунути їх, а в деяких випадках дати завдання на проектування нової машини чи вдосконалення існуючої може тільки інженер, який добре знає властивості механізмів, їхню будову і взаємодію у машині.

Базою ТММ є математика, фізика, хімія, теоретична механіка, електротехніка, електроніка та сучасні комп'ютерні технології.

Задача курсу ТММ полягає в тому, щоб підготувати студентів до слухання курсів деталей машин, технології машинобудування, курсів з експлуатації, розрахунку і конструювання тих чи інших спеціальних машин залежно від їхньої майбутньої спеціальності.

Курс ТММ можна поділити на дві частини: *теорію механізмів і теорію машин*. Найбільш розвинута перша частина, в якій вивчається будова, кінематика і динаміка механізмів та методи їхнього проектування.

Проблеми теорії механізмів можна поділити на дві групи: перша присвячена аналізу, тобто дослідженню існуючих механізмів; друга – синтезу, тобто проектуванню нових механізмів, які б виконували задані умови.

Рух механізмів залежить від їхньої будови і сил, що діють на них. Тому при викладанні теорії механізмів зручно проблеми аналізу механізмів, у свою чергу, розбити на три частини:

- 1) структурний аналіз;
- 2) кінематичний аналіз;
- 3) динамічний аналіз.

Структурний аналіз має на меті вивчення теорії будови механізмів, їхнє видозмінення та класифікацію. При *кінематичному аналізі* досліджується рух тіл, які утворюють механізми, з геометричної точки зору, тобто без врахування сил, що викликають рух цих тіл. Задача *динамічного аналізу* механізмів – вивчення методів визначення сил, що діють на тіла, які утворюють механізм, і встановлення взаємозв'язків між рухом цих тіл, силами, що на них діють, і масами, які ці тіла мають.

Задача *синтезу* механізмів полягає в розробці методів проектування механізмів наперед вибраної структури за заданими кінематичними

і динамічними умовами. Проте поділ проблем теорії механізмів на аналіз і синтез має чисто методичне значення, тому що в практиці проектування (синтезу) механізмів приходиться дуже часто використовувати аналіз механізмів, який дозволяє виявити найбільш вдалий (оптимальний) варіант розв'язку задачі синтезу.

У *теорії машин* розглядаються загальні методи проектування схем машин як сукупності окремих механізмів, питання автоматичного керування і регулювання машин. Обидві частини теорії механізмів і машин нерозривно зв'язані між собою, тому що механізми складають, як правило, основу будь-якої машини.

1.2. Основні поняття і визначення курсу ТММ

Кожний механізм або машина складається з окремих деталей. *Деталлю* називають ту частину механізму або машини, яка виготовлена без складальних операцій. У стаціонарних машинах і механізмах одні деталі нерухомі, інші рухаються відносно перших. У рухомих машинах і механізмах, наприклад, у двигуні автомобіля (рис. 1, а) [19], нерухомими деталями умовно вважаються ті, що постійно зв'язані з корпусом автомобіля. Відповідно до цього в кривошипно-поршневому двигуні рухомі деталі – корінний вал 1, шатун 2, поршні 3, клапани 6 тощо, нерухомі деталі – корпус двигуна 4, підшипник корінного (колінчастого) вала 0, циліндри 5 тощо. На рис. 1, б зображено кінематичну схему цього механізму (умовне зображення механізму в масштабі).

Кожна рухома деталь або група деталей, які утворюють одну зорстку рухоми систему тіл, має назву рухомої ланки механізму або машини.

Наприклад, шатун двигуна (рис. 1, в) буде однією рухомою ланкою, хоч він може складатися із ряду деталей (тіло шатуна 1, запресованої в нього втулки 2, вкладиші 3 і 4, головка 5, болти 6 із гайками 7, шайбами і шплінтами). Деталі, які утворюють одну ланку, іноді не мають жорсткого зв'язку між собою (наприклад, стрічка конвеєра з деталями, які вона переносить); тоді ознакою того, що вони належать до однієї ланки, буде відсутність відносного руху деталей.

Усі нерухомі деталі утворюють одну нерухому систему тіл, яка називається нерухомою ланкою або стояком. Наприклад, корпус двигуна, підшипники корінного вала тощо утворюють у сукупності одну нерухому ланку, або стояк.

Таким чином, у будь-якому механізмі або машині маємо *одну нерухому ланку і одну або декілька рухомих ланок*

У механізмах або машинах ланки з'єднуються одна з одною так, що завжди забезпечується можливість їхнього відносного руху. *Рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються, називається кінематичною парою.*

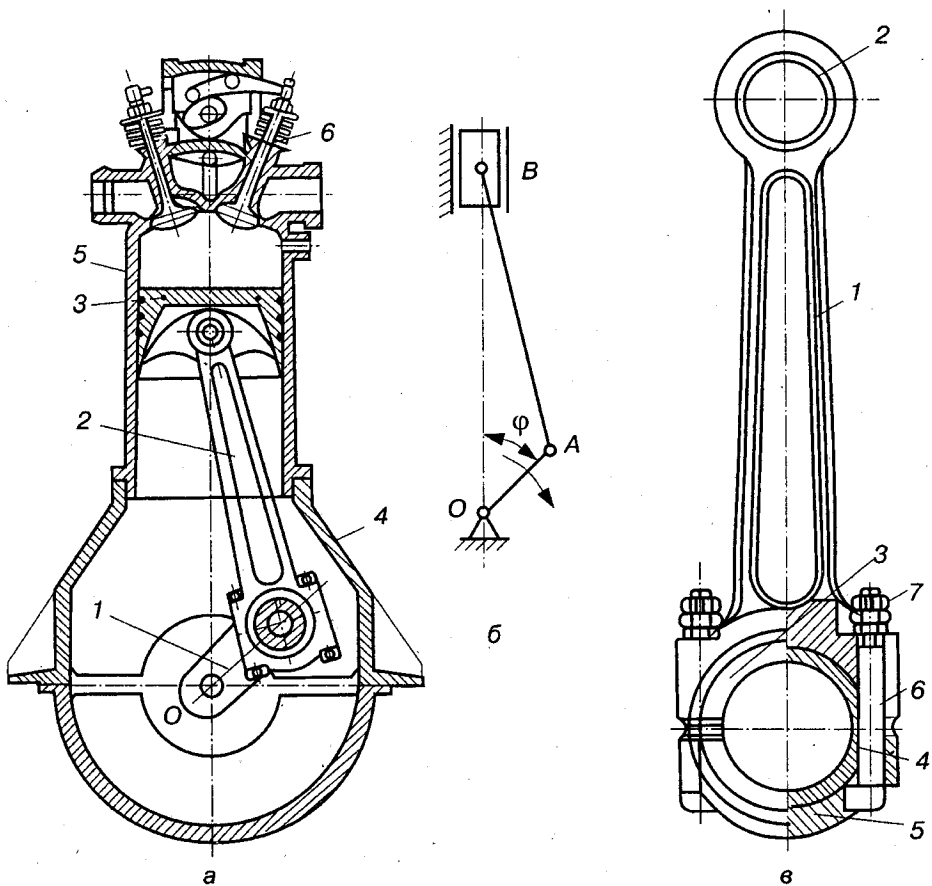


Рис. 1.1. Кривошипно-поршневий двигун:
 а) конструкція; б) кінематична схема; в) конструкція шатуна

Рух ланок одна відносно іншої визначається формою елементів ланок, якими вони стикаються. *Сукупність поверхонь, ліній або точок, які належать ланкам і які стикаються при відносному русі ланок, називають елементами кінематичних пар.*

Зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари, утворює кінематичний ланцюг. Таким чином, колінчастий вал кривошипно-поршневого двигуна разом з нерухомим підшипником утворює одну кінематичну пару O (рис. 1, б). Шатун з колінчастим валом утворює другу кінематичну пару A , шатун з поршнем – третю (шарнір B), поршень з циліндром – четверту, а всі ці ланки і кінематичні пари разом утворюють кінематичний ланцюг.

Механізм. В основі кожного механізму або машини лежить кінема-

тичний ланцюг. Виходячи з цього, механізму можна дати таке визначення.

Механізм – це кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи.

Визначення терміну "механізм" постійно змінюється, як змінюються наші знання про самі механізми. Механізми, що входять до складу сучасних машин, дуже різноманітні. Одні з них складаються тільки з твердих тіл. Інші мають у своєму складі гідравлічні, пневматичні, електричні, магнітні та інші пристрої. Такі механізми називають гідравлічними, пневматичними, електричними тощо. Тепер можемо дати більш загальне визначення механізму.

Механізмом називають систему тіл, що призначена для перетворення руху одного або кількох тіл у потрібні рухи інших тіл.

З цього визначення витікає, що не можна називати механізмом пристрій, в якому немає перетворення механічного руху. Наприклад, ротор електродвигуна і підшипники, в яких він обертається, не утворюють механізму, тому що у цьому випадку взаємодія магнітного поля і провідника з електричним струмом надає необхідний рух без будь-якого проміжного перетворення механічного руху.

У кожному механізмі є нерухома ланка (стояк) і рухома ланка або система рухомих ланок. Із рухомих ланок виділяють **вхідні** і **вихідні** ланки [18]. **Вхідною** (скорочено – входом) називають ланку, якій надається рух, що перетворюється механізмом у потрібний рух інших ланок. **Вихідною** (скорочено – виходом) називають ланку, яка здійснює рух, для виконання якого призначений механізм. Решту рухомих ланок механізму називають **з'єднуючими, або проміжними**.

Як правило, у механізмі є один вхід і один вихід. Вхідна ланка одержує рух від двигуна, а вихідна – зв'язана з робочим (виконавчим) органом машини. Але можуть бути механізми, в яких є кілька вхідних і вихідних ланок. Наприклад, в автомобільному диференціалі є один вхід, рух від двигуна, і два виходи – два колеса.

Термін „вхідна ланка” і „вихідна ланка” введені в курс ТММ порівняно недавно. Раніше ці ланки називали відповідно ведучими і веденими ланками. Заміна викликана тим, що в динаміці механізмів розділення ланок ведеться за іншою ознакою – за знаком елементарних робіт сил, які діють на ланку. **Ведучою** називають таку ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладаються до неї, додатна. **Веденою** називають ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладені до неї, від'ємна. Тому вхідна ланка у деяких механізмах може бути як ведучою, так і веденою. Наприклад, у механізмі кривошипно-поршневого двигуна, колінчастий вал і поршень залежно від співвідношення сил, які діють на ланки механізму, можуть бути або ведучими або веденими.

З точки зору **конструкції** механізми ділять на такі види: важільні,

кулачкові, зубчасті, зірчасті (цівкові), мальтійські, храпові, гвинтові, клинові, фрикційні, пасові, ланцюгові, гідравлічні, пневматичні й електричні. Широко використовуються комбіновані механізми: зубчасто-важільні, кулачково-зубчасті, кулачково-важільні тощо.

За **функціональним** призначенням є такі види механізмів [1]:

- а) механізми двигунів і перетворювачів;
- б) передавальні;
- в) виконавчі;
- г) керування, контролю і регулювання;
- д) подачі, транспортування, живлення і сортування об'єктів, які обробляються.

Детальніші відомості про сучасні механізми наведено у довідниках [3, 12].

Машина. З розвитком машин зміст терміну „машина” також мінявся. Для сучасних машин існує таке визначення [1]. *Машина – це пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної і розумової праці людини.*

Залежно від того, які функції виконують машини, їх можна розділити на такі види: а) енергетичні; б) транспортні; в) технологічні; г) контрольні-керуючі; д) математичні; е) кібернетичні.

Енергетичною називають машину, що призначена для перетворення будь-якого виду енергії на механічну, або навпаки. У першому випадку це машина-двигун, у другому – машина-генератор. Прикладом енергетичних машин є електродвигуни, парові машини, двигуни внутрішнього згорання, турбіни, генератори електричного струму тощо.

Транспортною називають машину, що призначена для зміни положення оброблюваного матеріалу, предметів або людей. До транспортних машин належать крани, транспортери, автокари, автомобілі, тепловози, трактори, ліфти, літаки тощо.

Технологічною називають машину, в якій змінюються властивості, стан, форма оброблюваного матеріалу або об'єкта. Це найрізноманітніший клас машин. Сюди належать металорізальні верстати, прокатні стани, металургійні, текстильні, поліграфічні, сільськогосподарські машини, машини легкої і харчової промисловості та багато інших машин. Часто транспортні і технологічні машини називають **робочими**.

Контрольно-керуючою називають машину, що перетворює одержану контрольну-вимірювальну інформацію для керування тією чи іншою машиною або технологічним процесом. У сучасних машинах і технологічних лініях широко застосовуються різні контрольні-вимірювальні пристрої або машини. Так, для автоматизації контролю розмірів поршневих кілець, пальців, шариків для шарикопідшипників і багатьох інших об'єктів

використовуються контрольно-вимірювальні машини, які здійснюють не тільки контроль розмірів але й їхнє сортування за розмірами та іншими показниками.

Математичною називають машину, що перетворює інформацію у вигляді різних математичних образів, які задано у формі чисел і алгоритмів. До цих машин належать лічильно-обчислювальні машини, механічні інтегратори, бухгалтерські та інші машини.

Кібернетичною називають машину, яка замінює або імітує різні механічні, фізіологічні або біологічні процеси, що властиві людині та живій природі, і яка має елементи штучного інтелекту. Прикладом таких машин можуть бути машини, які розпізнають той чи інший образ, наприклад букви, наче здатні читати; машини які відтворюють людську мову за заданими акустичними спектрами; машини, які виконують різні рухи за усною командою людини; машини, які замінюють окремі органи людини (серце, нирки, кінцівки тощо). В останні роки створено кібернетичні машини, які виконують необхідні механічні рухи за допомогою відповідних систем керування, у яких використовуються ЕОМ, біострум, спеціальні керуючі прилади тощо. Це – автооператори, роботи, маніпулятори, крокуючі, повзаючі та інші машини. Проте головним у кібернетичних машинах є їхня „чутливість”, яка забезпечується відповідними датчиками, штучним баченням за допомогою телевізійних пристроїв тощо. Завдяки спеціальним керуючим машинам маніпулятори, роботи та інші машини можуть виконувати технологічні операції залежно від ситуації, наприклад, вибирати необхідні деталі, відрізнити їх за формою, кольором, геометричними параметрами тощо, рухатися по різних поверхнях, обходити перешкоди на своєму шляху або переступати через них.

Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається машиною-автоматом. Машини-автомати не вимагають участі людини у технологічному процесі, проте вимагають присутності так званих операторів, тобто людей, які стежать за роботою машини-автомата, визначають програми роботи і коректують у необхідних випадках роботу механізмів.

Із розвитком науки і техніки все ширше використовуються системи машин автоматичної дії. **Сукупність машин-автоматів, з'єднаних між собою автоматичними транспортними пристроями і призначених для виконання певного технологічного процесу, називається автоматичною лінією.** Автоматичні лінії лежать в основі цехів-автоматів і заводів-автоматів.

Сучасні розвинуті системи машин є комплексом машин різних класів. Так, роторні та інші автоматичні лінії мають у своєму складі енергетичні машини у вигляді електроприводу, транспортні машини для переміщення деталей або транспортерів, технологічні машини, які змінюють

форму, склад або структуру оброблюваних об'єктів, контрольно-керуючі машини, які контролюють якість і розміри виробу і регулюють режими руху двигунів і робочих органів, логічні (математичні) машини, які підраховують кількість виробів. Така сукупність машин називається **машинним агрегатом**. У таких машинах все більше використовуються сучасні ЕОМ (комп'ютери), за допомогою яких здійснюються контрольно-керуючі та математичні операції. Машини, особливо машини-автомати та автоматичні лінії, при умілому їх використанні полегшують працю людини, сприяють підвищенню продуктивності праці, забезпечують високу якість виконання робочого процесу.

Питання для самоперевірки

1. Задачі та зміст курсу ТММ. 2. Основні проблеми та складові частини курсу ТММ. 3. Задачі структурного, кінематичного та динамічного аналізів механізмів. 4. Завдання синтезу механізмів. 5. Задачі розділу теорії машин. 6. Наведіть визначення ланки, кінематичної пари і її елементів, кінематичного ланцюга, механізму, машини, машини-автомата, автоматичної лінії, входної і вихідної ланки. 7. Структурно-конструктивна класифікація механізмів. 8. Функціональна класифікація машин. 9. Поняття про машину-автомат, автоматичну лінію та машинний агрегат.

СТРУКТУРА І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ

2.1. Кінематичні пари та їхня класифікація

Кінематична пара є рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються. Можливі з'єднання ланок у кінематичні пари дуже різноманітні. Наприклад, на рис. 2.1 зображено так звану *однорухому обертову (обертальну)* кінематичну пару, в якій ланки A і B з'єднані за допомогою двох циліндричних поверхонь. Бурти тіла A (вала) обмежують відносний поступальний рух тіл вздовж осі x - x , але не заважають їхньому відносному обертovому (обертальному) руху. На рис. 2.2 зображено схему іншого способу сполучення елементів ланок A і B . Ця кінематична пара допускає відносне перекочування, ковзання і вертіння.

Таким чином, на відносний рух кожної ланки кінематичної пари накладаються певні обмеження, які залежать від способу сполучення ланок кінематичної пари. Ці обмеження будемо називати *умовами зв'язку* в кінематичних парах.

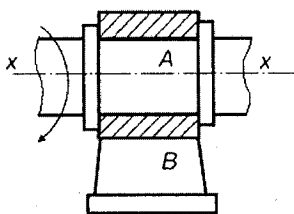


Рис. 2.1. Обертova кінематична пара

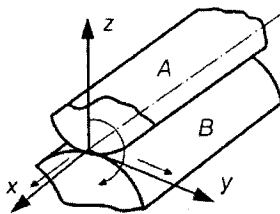


Рис. 2.2. Кінематична пара утворена двома циліндричними тілами

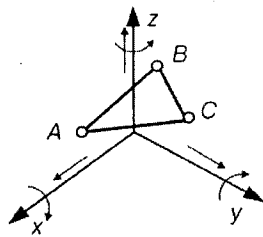


Рис. 2.3. Ступені вільності тіла

Які ж зв'язки і в якій кількості можуть бути накладені на відносний рух ланок кінематичної пари? Як відомо, у загальному випадку всяке абсолютно тверде тіло ABC (рис. 2.3), що вільно рухається в просторі, має *шість ступенів вільності*. Рух такого тіла можна розглядати як обертання навколо осей x , y , z та ковзання вздовж цих самих осей. Таким чином, тіло ABC матиме шість видів незалежних можливих рухів: три обертові і три поступальні.

Входження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на відносні рухи цих ланок певні умови зв'язку. Очевидно, що число цих умов зв'язку може бути тільки цілим і меншим шести, бо вже у тому випадку, коли число умов зв'язку дорівнює шести, тіло втрачає відносну рухомість. Так само число умов зв'язку не може бути меншим за одиницю, бо у цьо-

му випадку ланки не стикаються, тобто кінематична пара не існує, маємо два тіла, що вільно рухаються в просторі.

Таким чином, число умов зв'язку, накладених на відносний рух кожної ланки кінематичної пари, змінюється в межах від 1 до 5. Тоді число ступенів вільності H ланки кінематичної пари у відносному русі може бути виражене рівнянням

$$H = 6 - S, \quad (2.1)$$

де S – число умов зв'язку, які накладає кінематична пара на відносний рух ланок.

З (2.1) випливає, що число ступенів вільності H ланки кінематичної пари у відносному русі може змінюватися також від 1 до 5.

Можливі рухи, які ще залишились, можуть бути або *незалежними* один від одного або *зв'язаними* один з одним будь-якими додатковими геометричними умовами, наприклад, умовою, що поворот ланки навколо осі на певний кут викликає поступальне переміщення уздовж цієї самої осі на певну відстань (гвинтова пара) і т. ін.

Решта незалежних можливих рухів характеризують *число ступенів вільності* ланок кінематичної пари в їх відносному русі.

Класифікація кінематичних пар здійснюється за такими ознаками:

а) числом умов зв'язку, які накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок;

б) формою елементів ланок, що утворюють кінематичну пару;

в) способом замикання ланок.

Залежно від *числа умов зв'язку* (класифікація І. І. Артоболевського), що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, пари діляться на *п'ять класів* : I, II, III, IV, V.

Клас кінематичної пари визначається залежністю

$$S = 6 - H, \quad (2.2)$$

яка витікає із залежності (2.1).

У багатьох підручниках [18, 19] дається класифікація кінематичних пар, запропонована В.В. Добровольським, згідно з якою кінематичні пари діляться за числом ступенів вільності H на одно-, дво-, три-, чотири- і п'ятирухомі.

У табл. 2.1 наведено приклади кінематичних пар та їхні умовні позначення згідно з ГОСТ 2.770-68.

В обертовій парі (див. рис. 2.1, 2.4) ланка A може повертатися навколо осі ланки B (або, навпаки, B відносно A), а в поступальній парі (рис. 2.5) – переміщатися вздовж пазу ланки B . Число ступенів вільності

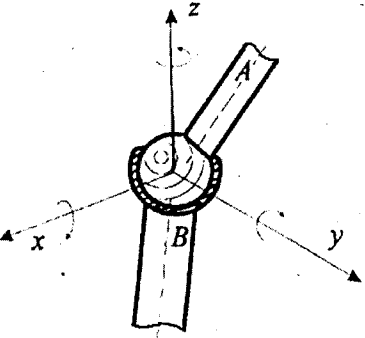

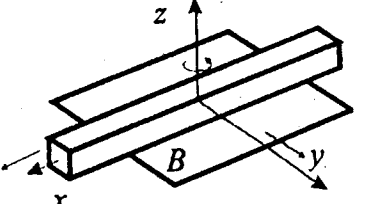

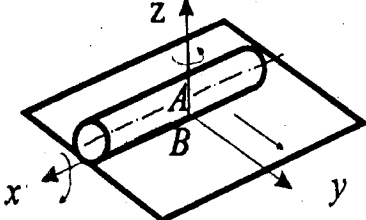
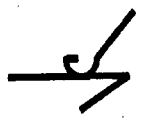
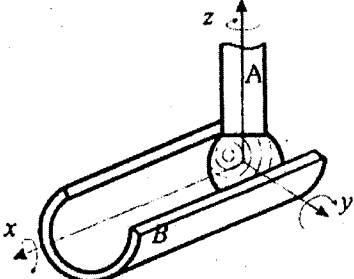
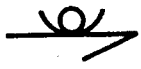
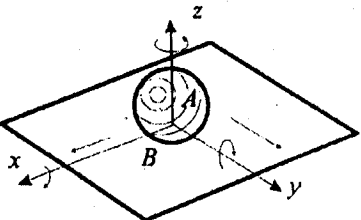

ланки A в її русі відносно ланки B становить $H = 1$, тому число умов зв'язку $S = 5$, отже ці кінематичні пари V класу.

У гвинтовій парі (рис. 2.6), наприклад, при нерухомій гайці A , гвинт B може повертатися навколо осі x і одночасно переміщатися вздовж цієї самої осі. Проте ці рухи, як вже зазначено, взаємозв'язані, а тому гвинтова пара є також парою V класу.

Таблиця 2.1

Приклади кінематичних пар

№ рис.	Рисунок	Умовні позначення	Назва пари	H	S	Клас пари
2.4			Обертова	1	5	V
2.5			Поступальна	1	5	V
2.6			Гвинтова	1	5	V
2.7			Циліндрична	2	4	IV
2.8			Сферична з пальцем	2	4	IV

№ рис.	Рисунок	Умовні позначення	Назва пари	H	S	Клас пари
2.9			Сферична	3	3	III
2.10			Площинна	3	3	III
2.11			Циліндр-площина	4	2	II
2.12			Куля-циліндр	4	2	II
2.13			Куля-площина	5	1	I

У циліндричній парі (рис. 2.7) втулка B може обертатися навколо осі x циліндра A і переміщатися вздовж неї. Ці рухи незалежні, а тому цю пару необхідно віднести до пари IV класу ($H = 2, S = 4$). Це відноситься і до сферичної пари з пальцем (рис. 2.8). Кінець ланки A має форму сфери з пальцем, вісь якого проходить через центр сфери. Ланка B має також сферичну поверхню і паз для пальця. У відносному русі ланка B може повертатися навколо осі пальця, а також відносно осі, яка перпендикулярна площині симетрії паза і проходить через центр сфери.

Якщо у парі (рис. 2.8) забрати палець, то одержимо чисто сферичну кінематичну пару (рис. 2.9). Тепер ланка A відносно ланки B (або навпаки) може повертатися навколо однієї з трьох взаємно перпендикулярних осей, які проходять через центр сфери. Тому сферичну пару відносять до III класу ($H = 3, S = 3$). У площинній кінематичній парі (рис. 2.10) ланка A відносно ланки B (або навпаки) може рухатися вздовж осей x і y , та повертатися навколо осі z . Ця пара також III класу ($H = 3, S = 3$).

Кінематична пара циліндр-площина (рис. 2.11) допускає обертові й поступальні рухи тіла A відносно B відповідно навколо осей x, z і вздовж осей x, y . Тому цю пару відносять до II класу ($H = 4, S = 2$). Так само парою II класу є пара куля-циліндр (рис. 2.12), яка допускає, крім трьох обертових рухів, поступальних рух уздовж осі циліндра.

Прикладом пари I класу є пара, схема якої зображена на рис. 2.13. Тут куля A відносно площини B має можливість обертатися навколо трьох осей (x, y, z) та рухатися поступально вздовж осей x і y ($H = 5, S = 1$). Рух кулі вздовж осі z неможливий, бо в один бік він обмежений площиною B , а при русі у зворотний бік порушується контакт ланок, і отже, кінематична пара перестає існувати.

Залежно від *форми елементів* кінематичні пари поділяються на нижчі і вищі. *Нижчими* кінематичними парами називають такі пари, у яких елементи кінематичних пар стикаються *поверхнями* (див. рис. 2.4–2.10). *Вищими* кінематичними парами називають такі пари, в яких елементи кінематичних пар стикаються *по лінії* або *в точці* (див. рис. 2.11–2.13). Слід зазначити, що лінії і точки можуть бути елементами нижчих кінематичних пар. Наприклад, у деяких пристроях елементи обертової пари стикаються окремими лініями і, незважаючи на це, їх не можна назвати вищими, тому що такий самий відносний рух ланок (обертовий) можна одержати стиканням ланок поверхнями.

Нижчі кінематичні пари характеризуються тим, що можуть передати більше зусилля, чим вищі, завдяки більшій площі контакту між ланками. Проте витрати на тертя у таких парах більші порівняно з вищими (наприклад, у підшипниках кочення).

Нижчі пари мають властивість *інверсії (оборотності руху)*, тобто характер відносного руху ланок не змінюється від того, яка ланка рухається (A відносно B , чи B відносно A , див. рис. 2.4—2.10). Вищі пари такої властивості не мають. Так, при перекочуванні без ковзання циліндра по нерухомій площині (рис. 2.14, а) траєкторія точки M , яка лежить на поверхні циліндра A , буде циклоїда, і навпаки, при обкочуванні без ковзання площини B навколо нерухомого циліндра A (рис. 2.14, б) точка M площини B буде описувати евольвенту.

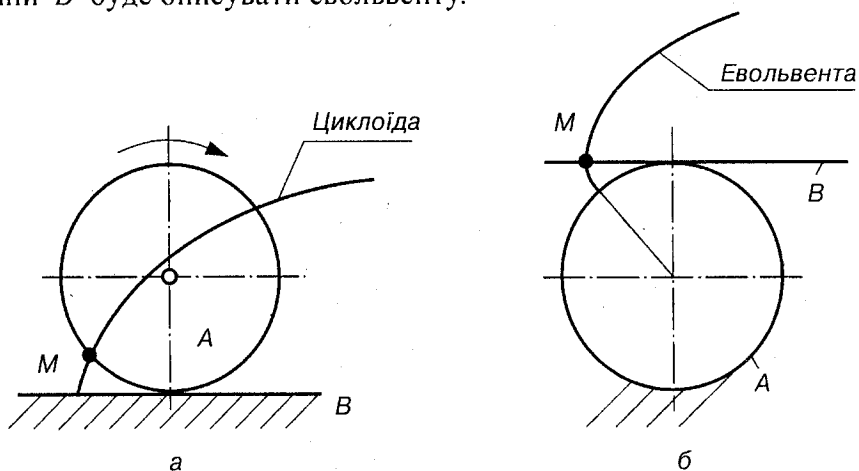


Рис. 2.14. Траєкторія точки M при перекочуванні:

а) циліндра (кола) відносно площини (прямої); б) площини відносно циліндра

У сучасних механізмах найбільш поширені кінематичні пари V і IV класів.

Для того, щоб елементи кінематичних пар перебували у постійному контакті, пари повинні бути замкнутими. Замикання може бути *геометричним* або *силовим*. Геометричне замикання здійснюється відповідною геометричною формою елементів ланок кінематичної пари або конструкцією кінематичної пари. Наприклад, усі пари, які зображено на рис. 2.4—2.9, 2.12, замкнуті геометрично, тому що стикання елементів цих пар забезпечується їхніми геометричними формами. Для того щоб пари, зображені на рис. 2.10, 2.11, 2.13, були замкнуті, необхідно тіло A притискати до площини B будь-якою силою. Силowe замикання забезпечується силою ваги, силою пружності пружини тощо.

2.2. Кінематичні ланцюги та їхня класифікація

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, які зв'язані між собою кінематичними парами. На рис. 2.15 зображено схему кінематичного ланцюга, що складається з чотирьох ланок, які утворюють три кі-

нематичні пари. Ланки 1 і 2 належать до обертової пари A (V класу), ланки 2, 3 входять до поступальної пари B (V класу), ланки 3, 4 – до обертової пари C (V класу).

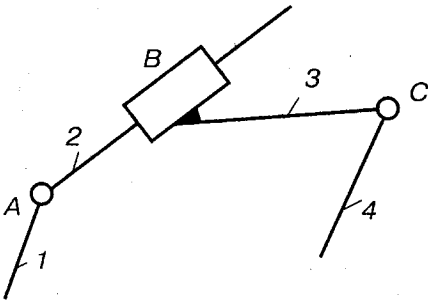


Рис. 2.15. Простий незамкнутий кінематичний ланцюг

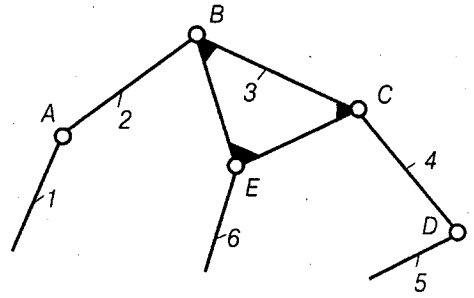


Рис. 2.16. Складний незамкнутий кінематичний ланцюг

Кінематичні ланцюги поділяються на *прості* і *складні*. *Простим* кінематичним ланцюгом називається такий, в якого кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар (див. рис. 2.15). *Складним* кінематичним ланцюгом називається такий ланцюг, в якому є хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар (рис. 2.16 – ланка 3 входить у три кінематичні пари B, C, E).

У свою чергу, прості й складні кінематичні ланцюги поділяються на *замкнені* й *незамкнені*. У *незамкнутому* кінематичному ланцюгу є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару (рис. 2.15, 2.16), у *замкнутому* кінематичному ланцюгу (рис. 2.17, 2.18) кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари.

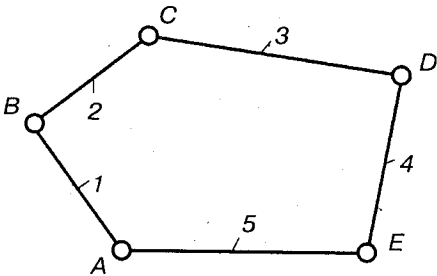


Рис. 2.17. Простий замкнутий кінематичний ланцюг

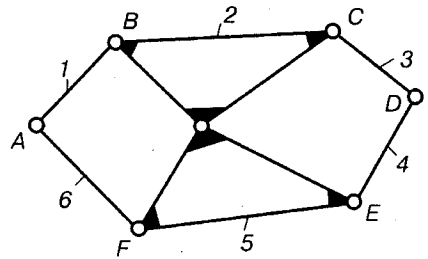


Рис. 2.18. Складний замкнутий кінематичний ланцюг

Залежно від форми руху ланок кінематичні ланцюги поділяються на *плоскі* і *просторові*. *Плоским* називають ланцюг, в якому всі точки ланок описують траєкторії, що лежать в одній або паралельних площинах. *Просторовим* називають ланцюг, в якого точки ланок рухаються у різних непаралельних площинах. Якщо точки ланок описують траєкторії на кон-

центричних сферах, то ланцюг називають *сферичним*. Просторові кінематичні ланцюги широко використовуються при проектуванні різних механізмів, зокрема, маніпуляторів і роботів. Приклад такого механізму показано на рис. 2.19.

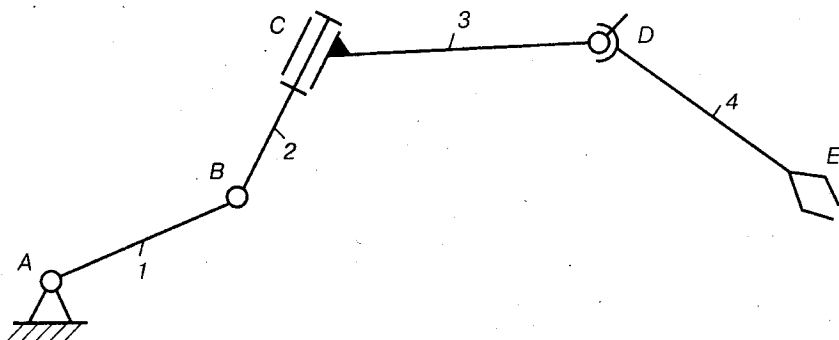


Рис. 2.19. Просторовий кінематичний ланцюг

2.3. Структурні формули кінематичних ланцюгів

Основи теорії структури кінематичних ланцюгів закладені в праці видатного російського вченого професора П.І.Сомова, опублікованій у 1887 р., і розвинуті радянськими вченими. Будемо дотримуватися в основному методів, які розроблені ними [1].

Раніше було встановлено, що коли на рух ланки у просторі не накладено ніяких умов зв'язку, то вона має *шість* ступенів вільності. Тоді, якщо число ланок кінематичного ланцюга дорівнює k , то загальне число ступенів вільності, які мають k ланок до їхнього з'єднання в кінематичні пари, дорівнює $6k$. Кожна кінематична пара накладає різне число зв'язків на відносний рух ланок, що залежить від класу пари (див. п. 2.1). Позначимо число пар I класу, що входять до складу ланцюга, через p_1 , II – p_2 , III – p_3 , IV – p_4 , V – p_5 . Клас кінематичної пари визначається числом умов зв'язку, які накладає кожна кінематична пара на відносний рух ланок (див. табл. 2.1). Для визначення загального числа ступенів вільності ланок кінематичного ланцюга треба з $6k$ ступенів вільності, що їх ланки мали до того як увійшли до кінематичної пари, вилучити ті ступені вільності, які віднімають кінематичні пари. З табл. 2.1 видно, що одна пара I класу накладає на відносний рух ланок одну умову зв'язку ($S = 1$), II класу – дві ($S=2$) і т.д. Тоді число ступенів вільності H , що їх має кінематичний ланцюг:

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.3)$$

Оскільки в механізмах одна ланка нерухома, тому при вивченні руху всіх ланок механізму їхні абсолютні переміщення розглядаємо як такі, що відбуваються відносно однієї з ланок, прийнятої за нерухомию. Якщо одна з ланок кінематичного ланцюга буде нерухомою, то загальне

число ступенів вільності ланок ланцюга зменшиться на шість, тобто число ступенів вільності (рухомості) відносно нерухомої ланки

$$W = H - 6. \quad (2.4)$$

Підставляючи у (2.4) замість H його вираз з (2.3), одержимо

$$W = 6(k - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (2.5)$$

Якщо в (2.5) величину $k-1$ позначити n , то дістанемо

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.6)$$

де n – число *рухомих* ланок кінематичного ланцюга.

Формула (2.6) має назву *формули рухомості* або *структурної формули кінематичного ланцюга загального вигляду*.

Формула (2.6) вперше, у дещо іншому вигляді, була одержана проф. П.І. Сомовим і розвинута проф. А.П. Малишевим, а тому носить назву *формули Сомова – Малишева*.

Застосування цієї формули можливе тільки в тому випадку, коли на рухи ланок, які входять до складу механізму, не накладено будь-яких загальних додаткових умов. Ці умови, загальні для всього механізму в цілому, можуть бути дуже різноманітні. Так, можна поставити вимогу, щоб у механізмі, який складається з самих обертових пар V класу, осі всіх цих пар були паралельні, перетиналися в одній точці або перетиналися у двох точках і т.п. Виявляється, що такі додаткові вимоги істотно змінюють характер руху механізму і змінюють відповідно вигляд структурної формули механізму.

Нехай, наприклад, у механізмі, який складається з обертових пар V класу, осі всіх пар паралельні (рис. 2. 20).

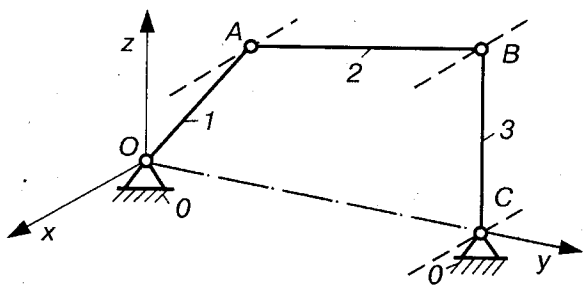


Рис. 2.20. Шарнірний чотириланковий механізм з паралельними осями шарнірів

Виберемо систему координат xuz так, щоб напрям осі x збігався з напрямом осей пар, а осі y і z лежали у площині, перпендикулярній до осей пар. Тоді неважко переконатися, що в цьому випадку ланки механізму $OABC$ рухатимуться паралельно загальній площині, яка містить осі y і z , тобто маємо так званий *плоский механізм*.

Які загальні обмеження накладено на рухи всіх ланок механізму умовою паралельності осей всіх кінематичних пар? Ці обмеження будуть такі. Ланки механізму не можуть мати обертового руху навколо осей y і z

і поступального руху вздовж осі x , тобто з шести можливих рухів три не можуть бути здійснені.

Якщо на рух усіх ланок механізму в цілому накладено три загальні обмеження, то, очевидно, що обставину треба взяти до уваги, підраховуючи ступені вільності окремих ланок і рухомості механізму в цілому. Дійсно, якщо в загальному випадку число ступенів вільності рухомих ланок механізму дорівнює $6n$, то для плоского механізму – $(6 - 3)n = 3n$, тобто **тіло в плоскому русі має три ступеня вільності** (два поступальні вздовж осей y і z , один обертовий навколо осі x). Відповідно з п'яти зв'язків, які накладає пара V класу, у цьому механізмі вона накладатиме тільки $5 - 3 = 2$, бо три зв'язки вже накладено умовою паралельності осей пар, і т. п. Структурна формула механізму (2. 6) тоді переписеться так:

$$W = (6 - 3)n - (5 - 3)p_5 - (4 - 3)p_4 - (3 - 3)p_3.$$

Тобто **ступені вільності** (рухомості) плоского механізму

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.7)$$

Це є **структурна формула для плоских механізмів загального вигляду**, або **формула Чебишева**.

До складу плоских механізмів можуть входити тільки пари IV і V класів, причому пари IV класу – вищі, V – нижчі.

З розглянутого прикладу зрозуміло, що коли на рух усіх ланок механізму в цілому накладено якийсь загальний для всього механізму число зв'язків, то число цих загальних зв'язків із структурної формули механізму (2.6) треба вилучити, віднявши число цих зв'язків із числа ступенів вільності всіх рухомих ланок механізму і з числа умов зв'язку всіх кінематичних пар, що входять до складу механізму.

Залежно від числа вказаних загальних зв'язків, накладених на рух усіх ланок механізму, всі механізми ділять на **п'ять сімей**. **Номер сім'ї** визначається числом цих загальних зв'язків.

Тепер з'ясуємо, який зв'язок існує між ступенями вільності W і визначеністю руху ланок механізму. Для цього розглянемо два приклади. На рис. 2.21 зображено схему чотириланкового кінематичного ланцюга, до складу якого входить три рухомі ланки ($n=3$), чотири обертові кінематичні пари V класу ($p_5=4$). Тоді ступені вільності такого кінематичного ланцюга можна визначити за формулою Чебишева ($p_4=0$):

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Якщо будь-якій ланці, наприклад AB , надати закон руху, у даному випадку обертового, то всі інші ланки BC і CD будуть мати також цілком визначений рух.

Як відомо, положення твердого тіла, яке вільно рухається у просторі, визначається шістьма незалежними координатами. Їх прийнято називати *узагальненими*, тому що вони визначають положення всього твердого тіла. Аналогічно *узагальненими координатами механізму* називають незалежні між собою лінійні або кутові координати, які визначають положення усіх ланок механізму відносно стояка. У даному випадку (рис. 2.21) за узагальнену координату можна прийняти кут повороту кривошипа φ_1 тому, що положення ланки 1 визначає положення усіх інших рухомих ланок шарнірного чотириланкового механізму.

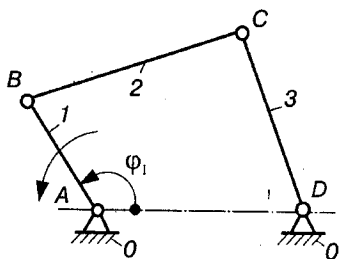


Рис. 2.21. Шарнірний чотириланковий механізм

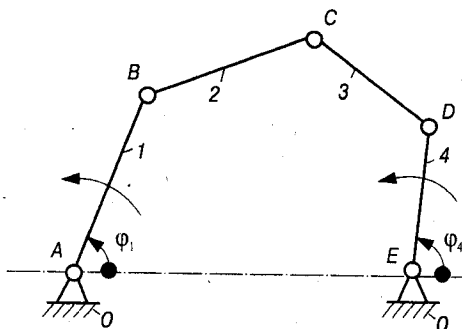


Рис. 2.22. Шарнірний п'ятиланковий механізм

Ланка, якій приписують одну або кілька узагальнених координат, називається *початковою*. Цей термін пов'язаний з тим, що знаходження положень усіх ланок механізму починають із знаходження положень початкових ланок.

Для кінематичного ланцюга, схему якого зображено на рис. 2.22, ступінь вільності ($n = 4$, $p_5 = 5$, $p_4 = 0$)

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 0 = 2.$$

Якщо в цьому ланцюгу задано лише положення ланки AB , то очевидно, що положення решти рухомих ланок буде невизначеним. Коли ж задати ще положення іншої ланки, наприклад, ланки 4, кутом φ_4 , то всі ланки механізму будуть мати цілком визначений рух. Отже, у механізмі, зображеному на рис. 2.22, повинно бути дві початкові ланки.

Таким чином, ступені вільності кінематичного ланцюга відносно стояка визначають кількість початкових ланок механізму. Останні можуть збігатися з вхідними ланками механізму, а можуть і не збігатися. Добір початкової ланки визначається зручністю визначення положень ланок механізму, зручністю його аналізу.

На основі наведеного можна показати, як із кінематичного ланцюга одержати механізм. Для цього необхідно одну з ланок ланцюга зро-

бити нерухомою (стояком), підрахувати ступені вільності і залежно від їхньої кількості однієї або кільком ланкам задати закон руху (див. рис. 2.21, 2.22).

Початкові ланки надалі будемо показувати круговими (або прямими) стрілками.

2.4. Зайві ступені вільності й умови зв'язку

Під час дослідження структури механізмів можуть виявитися ступені вільності та умови зв'язку, що не впливають на рухомість механізму в цілому. Такі ступені вільності й умови зв'язку називають *зайвими*. Як приклад, на рис. 2.23 зображено схему кулачкового механізму до складу якого входить 0 – стояк, 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – ролик.

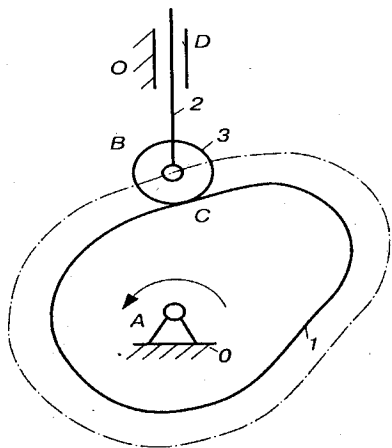


Рис. 2.23. Кулачковий механізм

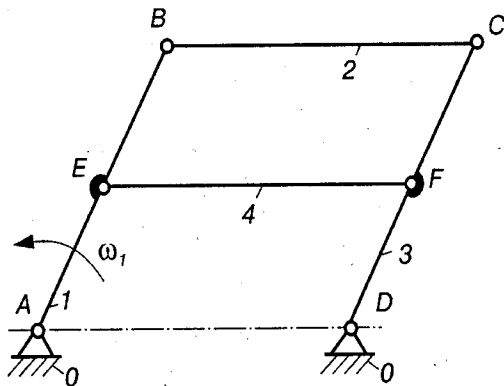


Рис. 2.24. Механізм паралелограма з пасивним зв'язком

Стояк і кулачок утворюють обертову пару V класу, кулачок і ролик – пару IV класу, штовхач і стояк – поступальну пару V класу, штовхач і ролик – обертову пару V класу. Тоді, виходячи з числа рухомих ланок і кінематичних пар, ступінь вільності механізму за формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

Проте очевидно, що в цьому механізмі досить знати положення одного кулачка, щоб однозначно визначити положення штовхача, тобто досить мати одну початкову ланку, а не дві, як це впливає з формули Чебишева. Неважко переконатися, що ролик 3 створює зайвий ступінь вільності, він може перекочуватися і ковзати відносно кулачка, що не впливає на характер руху всього механізму. Ролик є конструктивним елементом, який введено для заміни тертя ковзання тертям кочення, тобто для зменшення опору сил тертя і зношення ланок. Кінематика механізму не змінюється, якщо ролик

забрати і штовхач 2 безпосередньо з'єднати з кулачком 1 у кінематичну пару IV класу (на рис. 2.23 цей випадок показано штриховою лінією).

На рис. 2.24 зображено механізм спарника (паралельних кривошипів), розміри ланок якого задовольняють умовам: $AB = CD$, $AD = EF = BC$, $AE = DF$ і $BE = CF$. За кількістю рухомих ланок ($n = 4$) і пар V класу ($p_5 = 6$) ступінь вільності механізму $W = 0$, тобто цей кінематичний ланцюг є нерухомою фермою.

Проте, коли ланка EF паралельна ланці BC , механізм має один ступінь вільності ($W = 1$), тому що фігура $ABCD$ завжди утворює паралелограм, і отже, відстань між точками E і F завжди лишається сталою і дорівнює відстані між точками A і D або B і C . Тоді без усякого порушення характеру руху механізму ланку EF (або BC) можна забрати, бо ця ланка накладає на рух механізму зайві (пасивні) зв'язки, тобто накладає нові зв'язки на вже існуючі. На практиці ланку EF вводять для збільшення жорсткості механізму.

Під час проведення структурного аналізу механізму необхідно позбутися зайвих ступенів вільності і пасивних зв'язків.

При проектуванні реальних механізмів треба брати до уваги, що формули Сомова – Малишева (2.6) і Чебишева (2.7) одержано для ідеальних механізмів, тобто таких, в яких усі ланки виготовлені абсолютно точно і які можна складати без деформації ланок. У реальних механізмах лінійні і кутові розміри ланок, форма елементів кінематичних пар забезпечується з певною точністю, яка визначається можливостями технологічного устаткування, а тому в таких механізмах з'являються додаткові зайві зв'язки q , хоча за кількістю рухомих ланок і кінематичних пар їх повинно бути. Механізми, які мають зайві зв'язки, називають **статично невизначеними**, тому що їх неможливо зібрати без деформації ланок.

2.5. Заміна вищих кінематичних пар нижчими

При структурному аналізі механізмів вищі кінематичні пари зручно замінити нижчими. При цьому має задовольнятися умова **структурної еквівалентності**, тобто щоб замінний механізм мав таке саме число ступенів вільності і щоб характер миттєвого відносного руху не змінився. На рис. 2.25 зображено схему триланкового плоского механізму з двома обертовими парами (A і B) та однією вищою парою C , яка утворена ланками 1, 2. Профілями елементів пари є дві дуги кіл з центрами K_1 , K_2 . Ступінь вільності такого механізму

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1. \quad (2.8)$$

Незважаючи на те, що точка C дотику профілів ланок 2, 3 під час руху механізму змінює своє положення, відстань $K_1 K_2 = r_1 + r_2 = \text{const}$.

Тому очевидно, що заданий механізм буде еквівалентний плоскому шарнірному чотириланковому механізму (рис. 2.25,б), в якого довжини відрізків AK_1 , K_1K_2 , BK_2 такі самі, як на рис. 2.25,а, і ступінь вільності

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1. \quad (2.9)$$

Замінний механізм AK_1K_2B еквівалентний заданому і за законом руху ланок, тобто зберігається відношення швидкостей ω_1/ω_3 .

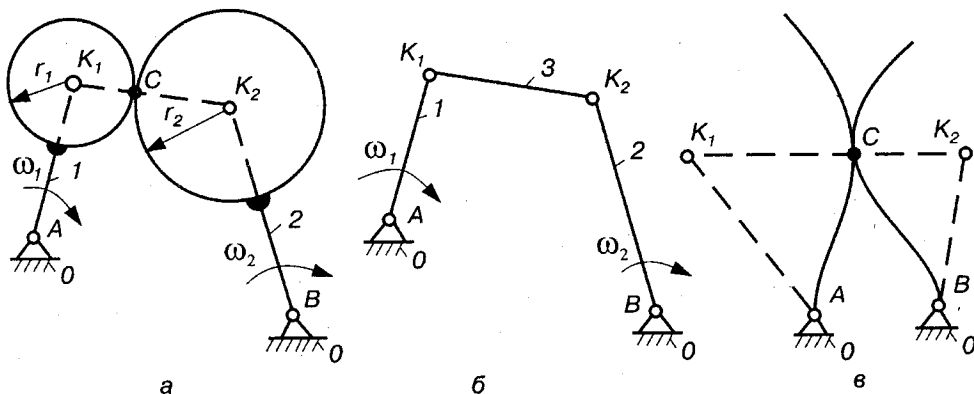


Рис. 2.25. Заміна вищих кінематичних пар нижчими

Порівнюючи механізми, зображені на рис. 2.25 (а, б), та залежності (2.8) і (2.9), бачимо, що *вища пара в плоских механізмах еквівалентна одній умовній ланці і двом кінематичним парам V класу.*

Розглянутий спосіб заміни механізму можна узагальнити й тоді, коли профілями вищих пар є криві змінної кривизни і мають спільну дотичну в точках спряження профілів (рис. 2.25, в). Однак у цьому випадку кожному положенню механізму відповідають різні еквівалентні „миттєві” шарнірні чотириланкові механізми AK_1K_2B , у яких K_1 і K_2 є миттєві центри кривизни профілів, що відповідають точці C дотику.

Таким чином, щоб замінити вищу кінематичну пару нижчою, необхідно ввести додатково умовну ланку з двома обертовими кінематичними парами V класу, центри шарнірів яких розмістити у центрах кривизни профілів ланок, що утворюють цю вищу пару, і заново введену ланку з'єднати нижчими парами з тими ланками, які входили до складу вищої пари.

2.6. Основний принцип утворення механізмів

Основний принцип утворення механізмів, який вперше був сформульований у 1914 р. російським вченим Л.В.Ассуром, розкриває не тільки методику утворення механізмів шляхом послідовного приєднання кі-

нематичних ланцюгів, але й становить основу найраціональнішої класифікації механізмів. Цей принцип полягає в наступному.

Будь-який механізм можна одержати, якщо до початкової ланки (або початкових ланок) і стояка послідовно приєднувати кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності.

Справді, як це було показано вище, до складу кожного механізму входять нерухома ланка (стояк), початкові ланки, тобто ланки, закони руху яких задано і від яких залежать закони руху всіх інших ланок. Отже, приступаючи до створення механізму бажаного ступеня вільності, закріплюємо одну з ланок (утворюємо стояк) і вводимо у кінематичні пари з цією ланкою початкові ланки за кількістю ступенів вільності, які повинен мати механізм. При цьому кожна початкова ланка повинна мати тільки один ступінь вільності

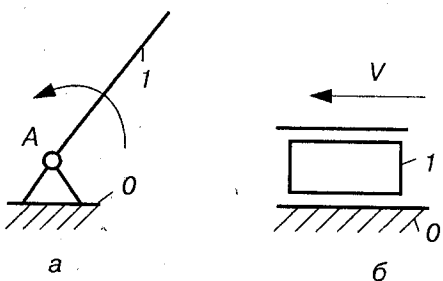


Рис. 2.26. Механізми I класу: а) з кривошипом; б) з повзуном

Назвемо умовно **початкову ланку і стояк**, які утворюють кінематичну пару V класу, **механізмом I класу**. На рис. 2.26 зображено механізми I класу, початкові ланки яких утворюють із стояком обертovu (рис. 2.26, а) або поступальну (рис. 2.26, б) пару. Щоб одержати механізм потрібного ступеня вільності, необхідно до механізму (механізмів) I класу приєднати систему ланок, яка становить один або кілька кінематичних ланцюгів з нульовим ступенем

вільності. Остання умова впливає з того, що весь механізм повинен мати ступінь вільності, що дорівнює сумі ступенів вільності механізмів I класу.

Як приклад, розглянемо плоский механізм, зображений на рис. 2.27. Ступінь вільності цього механізму можна визначити за формулою Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

де число рухомих ланок $n = 5$, число пар V класу $p_5 = 7$ і число пар IV класу $p_4 = 0$.

Якщо прийняти стояк 0 і ланку 1 за механізм I класу (рис. 2.27, б), то ланки 2-5 утворюють систему ланок, що мають нульовий ступінь вільності ($n = 4, p_5 = 6$).

Неважко побачити, що кінематичний ланцюг з ланок 2-5 можна поділити на два кінематичні ланцюги: один, що складається з ланок 2-3 (рис. 2.27, в), і другий, що складається з ланок 4-5 (рис. 2.27, г). Кожний з цих кінематичних ланцюгів, що складається з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу, має ступінь вільності $W_{гр}$, який дорівнює нулю. Розбити ці ланцюги на простіші кінематичні ланцюги, що мали б нульовий ступінь вільності, неможливо.

Кінематичний ланцюг, який після приєднання його вільними елементами кінематичних пар до стояка, має нульовий ступінь вільності і який не можна роз'єднати на простіші кінематичні ланцюги нульового ступеня вільності, називається структурною групою або групою Ассура.

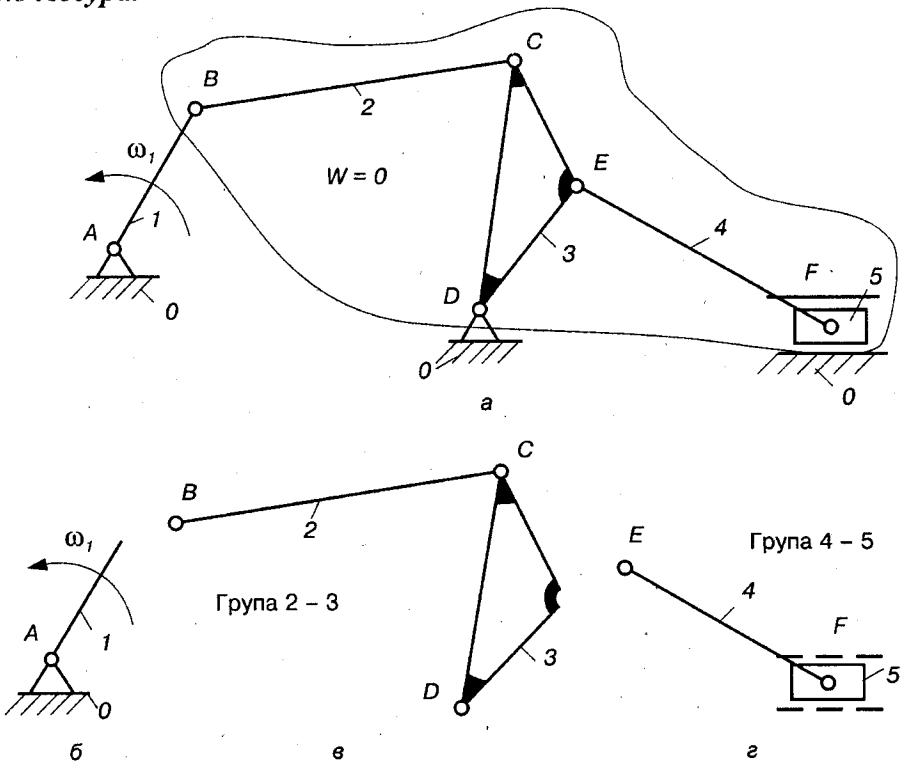


Рис. 2.27. До основного принципу утворення механізмів

Таким чином, плоский механізм, зображений на рис. 2.27,а, який має один ступінь вільності, можна розглядати як такий, що утворений способом послідовного приєднання до механізму I класу двох груп: групи 2-3 і групи 4-5. Тепер можна дати таке визначення основному принципу утворення механізмів.

Будь-який механізм можна одержати, якщо до механізму (механізмів) I класу послідовно приєднують структурні групи.

При послідовному приєднанні груп необхідно керуватися певними правилами. При утворенні механізму з одним ступенем вільності перша група приєднується вільними елементами ланок до початкової ланки і стояка. Наступні групи можуть приєднуватися до будь-яких ланок одержаного механізму тільки так, щоб ланки групи могли рухатися одна відносно

одної. Не можна групу всіма вільними елементами приєднувати до одної ланки, тому що у цьому випадку одержимо нерухомий контур.

Структурні групи плоских механізмів задовольняють умову

$$W_{гр} = 3n - 2p_5 - p_4 = 0; \quad (2.10)$$

структурні групи просторових механізмів

$$W_{гр} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 0. \quad (2.11)$$

Як плоскі, так й просторові структурні групи використовуються не тільки при структурному синтезі, але й при аналізі механізмів.

2.7. Структурна класифікація плоских механізмів

У сучасному машинобудуванні особливо широко поширені плоскі механізми, ланки яких входять до пар IV і V класів. Розглянемо принципи їхньої структурної класифікації.

Структурна класифікація механізмів, основи якої були закладені Л. В. Ассуром і далі розвинуті І. І. Артоболовським, В. В. Добровольським та іншими радянськими вченими, є однією з найраціональніших класифікацій плоских механізмів. Перевагою цієї класифікації є те, що вона пов'язується з методами кінематичного, силового та динамічного дослідження механізмів.

В основу структурної класифікації механізмів покладено основний принцип утворення механізмів, який полягає у тому, що будь-який механізм можна одержати шляхом приєднання до механізму I класу структурних груп, умовою існування яких є рівність (2.10) або (2.11).

Якщо врахувати, що в плоских механізмах переважно використовуються кінематичні пари V класу, а кінематичні пари IV класу, що входять до складу плоского механізму, можна замінити парами V класу (див. п. 2.5), тому залежність (2.10) можна переписати так:

$$3n - 2p_5 = 0,$$

звідки

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (2.12)$$

Оскільки числа ланок і пар можуть бути тільки цілими, то умову (2.12) задовольнятимуть тільки такі сполучення чисел ланок і кінематичних пар, що входять у групу:

n	2	4	6	8	...
p_5	3	6	9	12	...

Характерно, що до складу структурної групи може входити тільки парне число ланок.

Вибираючи різні сполучення цих чисел, які відповідають умові (2.12), можна дістати групи різного виду. Всі добути таким способом групи можна поділити на класи. Як це буде показано далі, поділ груп на класи зумовлений методами кінематичного і силового аналізів, властивими групам кожного класу.

Структурні групи і механізми II класу. Як видно з наведеного вище, найпростішою групою буде група, яка складається з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу (рис. 2.28, а). Така група дістала назву *структурної групи (групи Ассура) II класу II порядку*, або *двоповідкової групи*. Порядок групи визначається кількістю елементів пар, якими група приєднується до основного механізму. У групі, що зображена на рис. 2.28, а, вільні елементи мають дві пари (В і D), якими група може приєднуватися до інших ланок.

Групи II класу бувають п'яти видів залежно від кількості обертових і поступальних пар та їхнього взаємного розташування. Назвемо групу, яка має дві ланки і три обертові пари, **I видом** групи II класу.

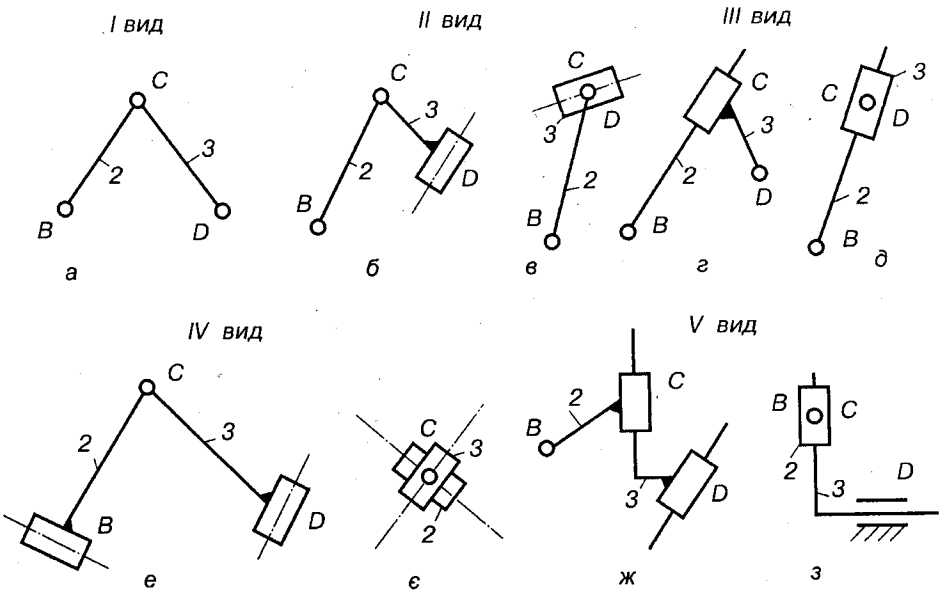


Рис. 2.28. Структурні групи II класу

Усі інші види груп II класу можна одержати заміною окремих обертових пар поступальними. Якщо одну з крайніх обертових пар замінити поступальною, одержимо групу **II виду** (рис. 2.28, б, в). Група, зо-

бражена на рис. 2. 28, в, є частковим випадком групи, зображеної на рис. 2.28, б, у якій довжина відрізка $CD=0$. III вид групи II класу зображено на рис. 2.28, г, д (на рис. 2.28, д $CD=0$). Тут поступальною замінено середню обертову пару. Якщо замінити дві крайні обертові пари поступальними, то одержимо групу II класу IV виду (рис. 2.28, е, є). На рис. 2.28, є відрізки $BC=CD=0$. I, нарешті, у групі V виду (рис. 2.28, ж, з) поступальними замінені крайня і середня обертові пари (на рис. 2.28, з $BC=0$). При заміні всіх обертових пар поступальними одержимо клиновий механізм ($W = 1$).

На рис. 2.29 і 2.30 показано приклади найпростіших механізмів, у яких використовуються групи II класу всіх п'яти видів.

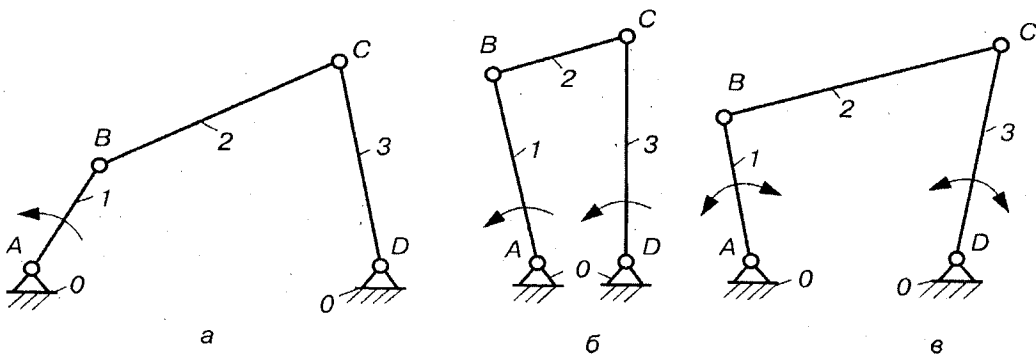


Рис. 2.29. Чотириланкові механізми, одержані з використанням структурної групи II класу I виду

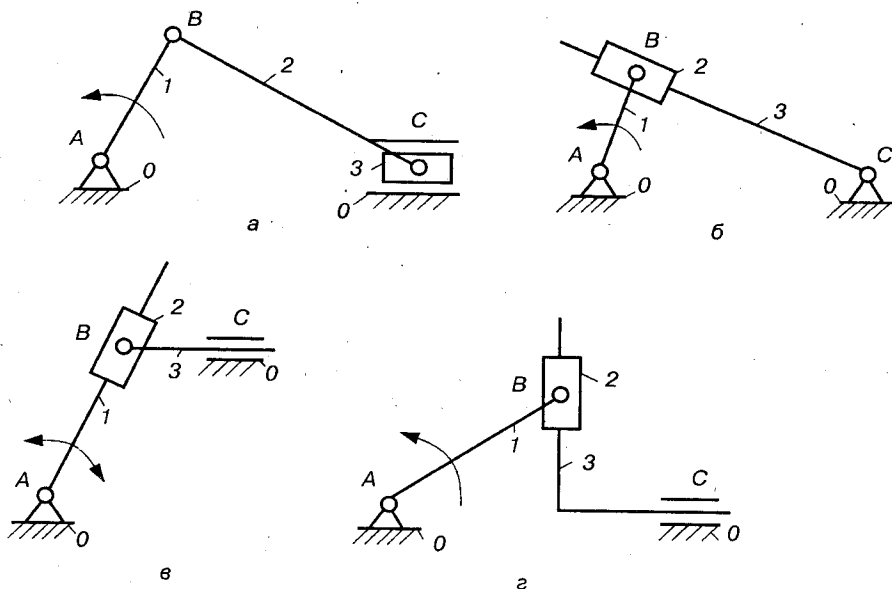


Рис. 2.30. Чотириланкові механізми, одержані з використанням інших видів структурних груп II класу

На рис. 2.29, а зображено шарнірний чотириланковий механізм $ABCD$ з ланками: 0 – стояк, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло. Ланка 1, яка повертається на 360° навколо нерухомої осі, називається **кривошипом**. Ланка 2, яка утворює кінематичні пари тільки з рухомими ланками, називається **шатуном**. Ланка 3, яка здійснює коливальний рух, – **коромислом**. Шарнірний чотириланковий механізм, залежно від розмірів ланок, може бути трьох видів: **кривошипно-коромисловий** (рис. 2.29, а), **двокривошипний** (ланки 1, 3 здійснюють повний поворот, рис. 2.29, б), **двокоромисловий** (ланки 1, 3 коливаються, рис. 2.29, в).

Прикладом механізму, де використовується група II класу II виду є кривошипно-повзунний (або коромислово-повзунний) механізм (рис. 2.30, а); III виду – кривошипно-кулісний механізм (рис. 2.30, б); IV виду – тангесний механізм (рис. 2.30, в); V виду – синусний механізм (рис. 2.30, г).

Механізми, до складу яких входять тільки групи II класу, називаються **механізмами II класу**. Більшість механізмів, які застосовуються у сучасній техніці, належать до механізмів цього класу.

Структурні групи I механізми III класу. Розглянемо друге можливе сполучення кількостей ланок і кінематичних пар, що утворюють структурну групу ($n=4, p_5=6$). Неважко побачити, що для цього сполучення можна дістати три типи кінематичних ланцюгів, структурні принципи утворення яких різні.

Перший кінематичний ланцюг (рис. 2.31, а) складається з ланки 3 (базисної), яка входить у три кінематичні пари з ланками 2, 4, 5 (повідки). Такий кінематичний ланцюг є **групою III класу III порядку**, або **триповідковою групою**. Приєднання цієї групи до основного механізму здійснюється за допомогою трьох повідків (елементи кінематичних пар B, F, G вільні).

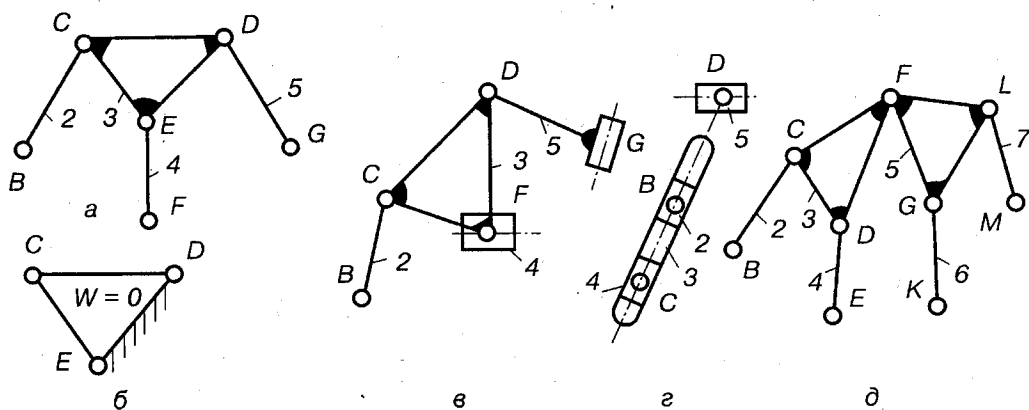


Рис. 2.31. Структурні групи III класу

Особливістю цієї групи є наявність у ній ланки 3, що входить у три кінематичні пари і утворює деякий жорсткий трикутний контур, який ніби складається з трьох ланок EC , CD , DE , що входять до складу трьох кінематичних пар (рис. 2.31, б). Відносний ступінь вільності такого контуру $W = 0$.

Групи III класу можуть бути різних видів, які одержують шляхом заміни обертових пар поступальними. Приклади таких груп показані на рис. 2.31, в, г. Очевидно, що кількість видів груп III класу значно більша, ніж II класу. Групи III класу можуть у своєму складі мати кількість ланок більше чотирьох і пар більше шести (рис. 2.31, д).

Механізми, до складу яких входять групи, невищі за групи III класу, називаються **механізмами III класу**. Приклади таких механізмів зображені на рис. 2.32.

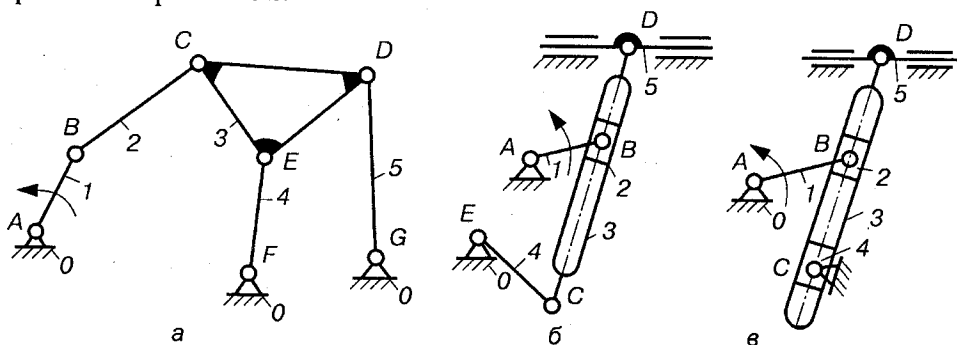


Рис. 2.32. Приклади шестиланкових механізмів III класу

Структурні групи і механізми IV класу. Другий можливий кінематичний ланцюг з чотирьох ланок і шістьох нижчих пар показано на рис. 2.33, а. Характерною особливістю цієї групи є те, що до її складу входить чотирикутний рухомий контур $DEFG$ (рис. 2.33, б), відносний ступінь вільності якого $W=1$. Група, до складу якої входить чотирикутний замкнутий рухомий контур, належить до **групи IV класу**. Отже, група, зображена на рис. 2.33, а буде групою IV класу II порядку, тому що вона приєднується до основного механізму вільними елементами кінематичних пар B , C . На рис. 2.33, в зображено приклад механізму, до складу якого входить ця група.

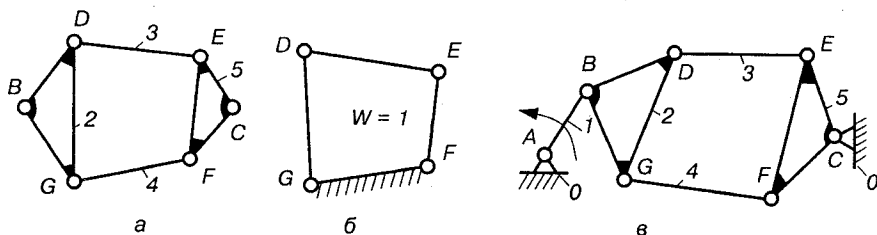


Рис. 2.33. Група (а), контур (б) і механізм (в) IV класу

Механізми, до складу яких входять групи не вище IV класу, називається *механізмами IV класу*.

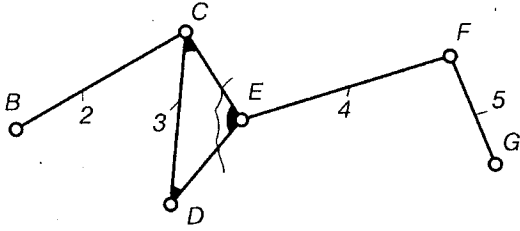


Рис. 2.34. Кінематичний ланцюг, який складається з двох груп II класу

Третій можливий вид кінематичного ланцюга з чотирьох ланок і шести кінематичних пар показано на рис. 2.34. Неважко побачити, що цей ланцюг розпадається на дві групи II класу (групу 2-3 і групу 4-5). Тобто цей ланцюг не дає нової групи.

Коли перейти до подальших сполучень ланок і пар, які задовольняють умови структурної групи, то можна побачити, що до складу груп V класу увійде п'ятикутний контур ($W=2$), до складу груп VI класу – шестикутний ($W=3$) і т. д. На основі зазначеного, можна зробити такі висновки: до складу групи III класу входить так званий контур III класу (див. рис. 2.32), групи IV класу – контур IV класу (див. рис. 2.33) тощо.

Клас контуру визначається кількістю кінематичних пар, до складу яких входять ланки, що його утворюють (рис. 2.35).

Клас групи визначається найвищим класом контуру, що входить до її складу.

Клас механізму визначається найвищим класом групи, що входять до його складу. Наприклад, якщо механізм утворений двома групами – групою III класу і групою IV класу, то його треба віднести до механізмів IV класу.

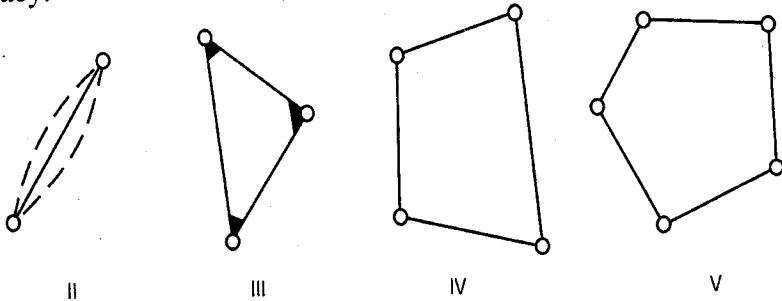


Рис.2.35. Клас контуру

Визначаючи клас механізму, необхідно вказувати, які з ланок є початковими, бо залежно від добору початкових ланок можна змінювати клас механізму. Наприклад, якщо у механізмі, схему якого зображено на рис. 2.32,а, за початкову ланку прийняти не ланку 1, а ланку 4 або 5, то весь механізм буде механізмом II класу, що утворений двома групами II класу (у першому випадку – групами 3-5 і 2-1, у другому – групами 3-4 і 2-1).

Склад і послідовність приєднання структурних груп механізму можуть бути виражені *формулою будови механізму*. Наприклад, формули будови для механізмів, які зображені:

на рис. 2.29, 2.30 – I (1) → II (2,3);

на рис. 2.32 – I (1) → III $\left(\frac{3}{2,4,5} \right)$,

на рис. 2.33,в – I (1) → IV (2,3,4,5),

де I – механізм I класу; II, III, IV – клас груп. Номера ланок, що входять до складу механізму I класу або структурних груп, указані в дужках. У групі III класу окремо виділена базисна ланка.

Якщо до складу механізму поряд з нижчими парами входять ще й вищі пари, то, користуючись методом заміни вищих пар (див. п. 2.5), замінюють такі пари нижчими, після чого визначають клас механізму.

2.8. Приклади структурного аналізу плоских механізмів

Існує певний *порядок проведення структурного аналізу* механізмів.

1. Визначають число ступенів вільності механізму (або кінематичного ланцюга).

2. Виділяють початкові ланки, кількість яких визначається числом ступенів вільності механізму (кінематичного ланцюга). Нагадаємо, що початкова ланка і стояк утворюють механізм I класу.

3. Розбивають механізм на структурні групи. Відокремлення структурної групи частіше всього розпочинають з ланок і пар, найвіддаленіших від початкової ланки. Розпочинають із спроби від'єднати від механізму групи II класу. Від'єднуючи структурні групи, треба перевірити число ступенів вільності W тої частини механізму, яка залишилась, при цьому W не повинно змінюватися. Групи відділяють до того часу, поки не залишиться одна початкова ланка і стояк (механізм I класу), якщо $W = 1$, чи кілька початкових ланок, кількість яких дорівнює одержаному числу ступенів вільності. Якщо спроби від'єднання груп II класу не дадуть такого результату, то треба переходити до спроб від'єднання груп III класу, потім IV тощо.

4. Визначають клас і порядок структурних груп і клас механізму.

5. Записують формулу будови механізму.

Приклад 2.1. Виконати структурний аналіз механізму поперечно-стругального верстату (рис. 2.36, а), якщо початкова ланка – кривошип OA .

Розв'язання. Механізм поперечно-стругального верстата складаються з п'яти рухомих ланок ($n = 5$) і семи кінематичних пар V класу

($p_5 = 7$): $O(0, 1)$, $A(1, 2)$, $A_3(2, 3)$, $B(0, 3)$, $C(3, 4)$, $D(4, 5)$, $D_0(0, 5)$. Число ступенів вільності такого механізму визначаємо за формулою Чебишева:

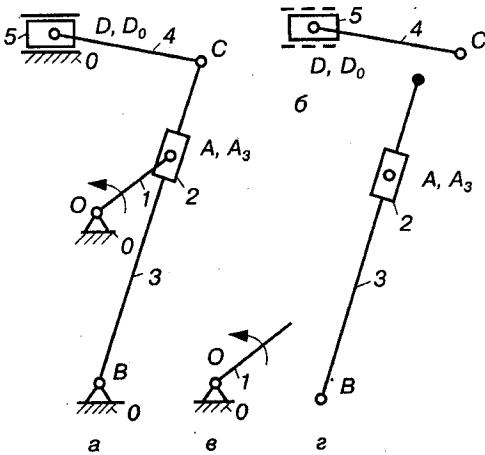
$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 0 = 1.$$

У такому механізмі має бути одна початкова ланка.

Розкладаємо механізм на групи Ассура. Спочатку відокремлюємо ланцюг, який складається з двох ланок 4, 5 і трьох кінематичних пар C , D , D_0 (рис. 2.33, б), знаходимо число ступенів вільності для залишкової частини механізму:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Враховуючи, що W не змінилось, виділений ланцюг, який складається з ланок 4, 5, є групою II класу II порядку.



Далі відокремлюємо ланцюг, який складається з ланок 2, 3 і трьох пар A , A_3 , B (рис. 2.36, г). Після цього залишається одна початкова ланка (рис. 2.36, в), в якій $W = 1$, а тому ланцюг 2 – 3 є також групою II класу.

Отже, механізм поперечно-стругального верстата складається з механізму I класу і двох груп II класу II порядку, тому його слід віднести до механізмів II класу.

Для такого механізму можна записати таку формулу будови:

$$I(1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5),$$

де цифрою I позначено механізм I класу, цифрою II – клас групи. Номера ланок, що входять до складу механізму I класу та груп, взято у дужки.

Приклад 2.2. Виконати структурний аналіз механізму двигуна (рис. 2.37, а), якщо початковою ланкою є кривошип OA .

Розв'язання. Механізм складається із семи рухомих ланок ($n = 7$) і десяти пар V класу ($p_5 = 10$): $O(0, 1)$, $A(1, 2)$, $B(2, 3)$, $B_0(3, 0)$, $C(2, 4)$, $D(4, 5)$, $E(5, 0)$, $F(5, 6)$, $G(6, 7)$, $G_0(7, 0)$. Знаходимо ступінь вільності механізму за формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1.$$

У цьому механізмі також повинна бути одна початкова ланка.

Розкладаємо механізми на групи Ассура. Якщо початковою ланкою є кривошип 1, який із стояком 0 утворює механізм I класу (рис. 2.37, г), то решта

ланок утворюють три структурні групи II класу II порядку (рис. 2.37, б, в, д). Такий механізм слід віднести до механізму II класу. Його формула будови має такий вигляд

$$I(1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5) \rightarrow II(6,7).$$

Якщо вибрати початковою ланкою, наприклад, ланку 7, то механізм треба віднести до III класу, тому що в цьому випадку ланки і пари, до складу яких вони входять, утворюють дві групи, одна з цих груп III класу (рис. 2.38, а), друга – II класу (рис. 2.38, б). Повзун 7 (рис. 2.38, в) разом із стояком 0 утворює механізм I класу. Формула будови такого механізму

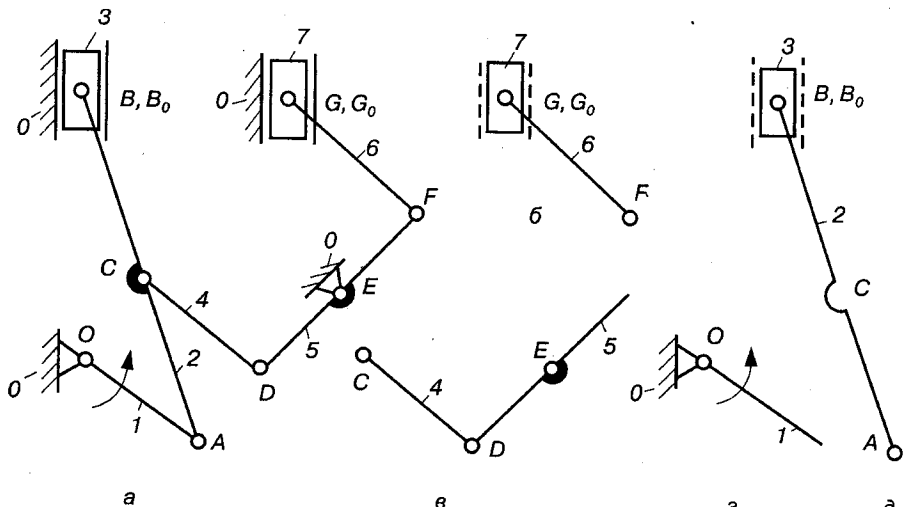
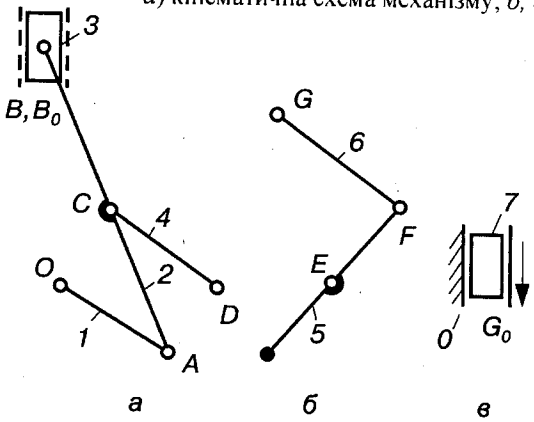


Рис.2.37. Структурний аналіз механізму двигуна (початкова ланка – кривошип 1): а) кінематична схема механізму; б, в, д) структурні групи; г) механізм I класу



$$I(7) \rightarrow II(5,6) \rightarrow III \left(\frac{2}{1,3,4} \right).$$

При початковій ланці 5 механізм також буде III класу, формулу будови якого можна записати так (див. рис. 2.37, а):

$$I(5) \left\{ \begin{array}{l} II(6,7) \\ III \left(\frac{2}{1,3,4} \right) \end{array} \right.$$

Рис.2.38. Структурний аналіз механізму двигуна (початкова ланка – повзун 7): а, б) структурні групи; в) механізм I класу

Приклад 2.3. Виконати структурний аналіз кулачково-важільного механізму, схему якого зображено на рис. 2.39, а. Початковою ланкою вибрати кулачок 1.

Розв'язання. Механізм складається з п'яти рухомих ланок ($n = 5$), шести кінематичних пар V класу ($p_5 = 6$) – $O(0, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, 4)$, $D(4, 0)$, $E(3, 5)$, $F(5, 0)$ – і одної пари IV класу ($p_4 = 1$) – $K(1, 2)$. Якщо підрахувати число ступенів вільності за цими даними, одержимо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 1 = 2.$$

Тут ролик 2 створює зайвий ступінь вільності (ролик може ковзати відносно кулачка і перекичуватись по ньому).

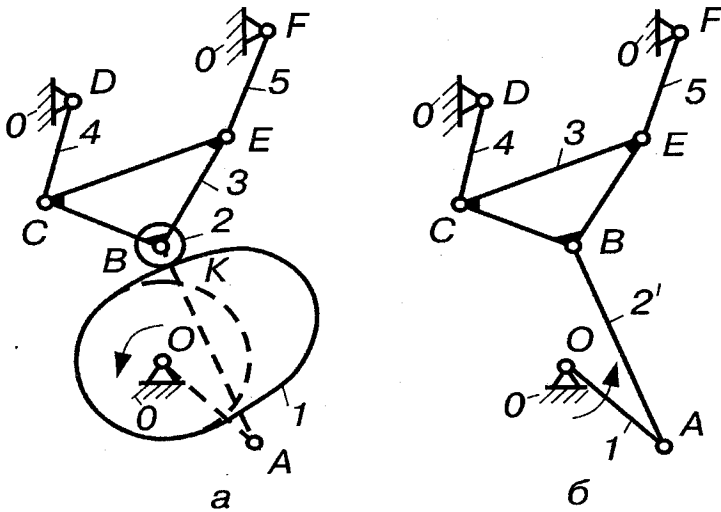


Рис. 2.39. Структурний аналіз кулачково-важільного механізму: а) основний механізм; б) замінний

Будуємо замінний механізм. Для цього вищу пару K (пару IV класу) замінюємо нижчими парами V класу. Центр кривизни ролика 2 знаходиться в точці B , центр кривизни профілю кулачка 1 – у точці A . У точках A і B розміщуємо центри шарнірів додаткової умовної ланки $2'$ (рис. 2.39, б), які з'єднуємо з кулачком 1 (ланка OA) і ланкою 3.

У замінному механізмі маємо $n = 5$, $p_5 = 7$, $p_4 = 0$, тоді

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Отже, у такому механізмі потрібна лише одна початкова ланка. Залишимо такою ланкою кулачок 1 (на рис. 2.39, б – кривошип OA), який разом зі стояком O утворює механізм I класу.

Кінематичний ланцюг, що залишається після від'єднання механізму I класу, не можна розкласти на групи II класу. Ланки 2', 3, 4, 5 утворюють групу III класу III порядку, причому ланка 3 є базисною, тому механізм, схему якого зображено на рис. 2.39,а, треба віднести до III класу. Формула будови такого механізму

$$I(1) \rightarrow III\left(\frac{3}{2',4,5}\right)$$

Питання для самоперевірки

1. Ступені вільності та умови зв'язку. Наведіть приклади кінематичних пар, які мають різні ступені вільності. 2. За якими ознаками класифікують кінематичні пари? 3. Як визначається клас кінематичної пари (за класифікацією І.І. Артоболевського)? 4. Які кінематичні пари відносять до нижчих, а які до вищих? Які позитивні якості та недоліки цих пар? 5. Чим відрізняється силове замикання ланок від геометричного? Їх переваги та недоліки. 6. Класифікація кінематичних ланцюгів. В яких механізмах використовують незамкнуті кінематичні ланцюги? 7. Запишіть структурні формули для плоских і просторових механізмів (формули Чебишева і Сомова-Малишева). 8. Яке практичне значення має ступінь вільності кінематичного ланцюга? 9. Яким чином одержати з кінематичного ланцюга механізм? 10. Чи можна в механізмі з одним ступенем вільності змінити положення ланок, не змінюючи положення вхідної ланки? 11. Поняття про зайві ступені вільності та пасивні умови зв'язку. 12. Чому еквівалентна вища пара при її заміні нижчими? 13. Основний принцип утворення механізмів за Л. Ассуром. 14. Поняття про структурну групу та механізм I класу. 15. Як визначається клас і порядок структурної групи, клас механізму (за Ассуром-Артоболевським)? 16. Для чого потрібні знання про структуру механізмів?

КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

3.1. Задачі і методи кінематичного дослідження механізмів

При кінематичному дослідженні механізму розглядається рух його ланок без урахування сил, які діють на них, тобто розглядається рух ланок з чисто геометричної точки зору, з урахуванням тільки фактора часу.

Як відомо, будь-який рух тіла характеризується *переміщенням* його в просторі, *швидкістю* і *прискоренням* руху його точок. Звідси й витікають основні задачі кінематичного дослідження механізмів:

- 1) визначення *положень ланок* механізму, побудова траєкторій його окремих рухомих точок і знаходження переміщень окремих ланок
- 2) визначення *швидкостей* окремих точок і ланок механізму;
- 3) визначення *прискорень* окремих точок і ланок механізму.

У результаті такого дослідження встановлюють відповідність кінематичних параметрів (переміщень, швидкостей і прискорень) заданим умовам роботи механізму, а також одержують вихідні дані для виконання подальших розрахунків. Знання кінематичних параметрів потрібні для визначення динамічних сил (сил інерції, моментів сил інерції), кінетичної енергії та потужності механізму. Траєкторії окремих точок допомагають встановити картину взаємного положення ланок під час руху машини, усунути можливість їх співударів. Дані кінематичного дослідження дуже часто використовуються для розв'язання оберненої задачі – синтезу механізмів.

Більшість механізмів і машин має періодичний рух. Під *періодом (циклом) руху* розуміють проміжок часу, після закінчення якого механізм повертається в початкове положення, а його кінематичні параметри набувають початкового значення, після цього рух повторюється за тим самим законом. Звідси випливає, що для кінематичного дослідження достатньо одного періоду роботи механізму. При цьому повинні бути задані кінематична схема механізму (розміри всіх його ланок) і закон руху початкової ланки. Якщо початкова ланка здійснює обертовий рух, то закон руху задають у вигляді рівняння $\varphi = \varphi(t)$, яке виражає залежність кута повороту (узгальненої координати) початкової ланки від часу. При поступальному русі цей закон можна виразити рівнянням $s = s(t)$, тобто залежністю лінійних переміщень початкової ланки від часу.

Існує чотири методи кінематичного дослідження механізмів: графічний, графоаналітичний, аналітичний і експериментальний. *Графічні і графоаналітичні методи* дозволяють розв'язувати майже всі основні задачі кінематичного дослідження механізмів. Для більшості практичних задач точність цих методів достатня. При дослідженні деяких механізмів

вони значно спрощують розрахунки, економлять час, сприяють зменшенню помилок у результатах завдяки наочності досліджень.

Проте дуже часто *аналітичний метод* має не тільки суттєву перевагу над першими, але й є єдиним. Це, перш за все, стосується широкого класу задач, коли ланки механізму повинні забезпечити рух за певним, наперед заданим законом. Для динамічного розрахунку механізмів, коли необхідно, наприклад, виконати аналіз коливань, потрібні аналітичні залежності законів руху ланок механізму. Особливо широкого поширення набув останнім часом аналітичний метод, коли з'явилися сучасні комп'ютери, які дозволяють здійснювати багатоваріантні дослідження механізмів і тим самим вибирати такі схеми механізмів і розміри їхніх ланок, що забезпечують найкращі умови роботи, тобто вдається здійснити оптимальний синтез механізмів.

Найдостовірніші результати дає *експериментальний метод* дослідження механізмів. Це пояснюється тим, що при графічних і аналітичних методах розв'язання задач кінематики доводиться приймати ряд допущень. Теоретичні залежності таких ідеалізованих механізмів інколи значно відрізняються від дійсних. Крім цього, у сучасних машинах все частіше використовуються механізми з пружними, гідравлічними, пневматичними зв'язками, теоретичні розрахунки яких вимагають експериментальної перевірки. Отже експериментальні дослідження сучасних швидкохідних машин часто дають єдину можливість одержати дійсні параметри машин.

У цьому розділі методи кінематичного дослідження розглядаються на прикладі важільних механізмів.

3.2. Побудова положень ланок механізму і траєкторій окремих точок

Для розв'язання задачі про положення ланок механізму (планів механізму) задаються кінематична схема механізму (розміри всіх його ланок) і закон руху початкової (початкових) ланки. У практиці інженерних розрахунків при кінематичному дослідженні механізмів, як правило, приймають рух початкової ланки лінійним, тобто рівномірним ($\omega_1 = \text{const}$ або $s_1 = \text{const}$). Такий рух, як правило, вимагається умовами роботи механізму і приблизно таким він здійснюється на практиці. Це допущення не порушує загальності методів дослідження, тому що при нерівномірному русі вони залишаються в силі. Крім цього, при кінематичному дослідженні всі ланки механізму умовно вважають *абсолютно твердими тілами*, тобто розміри ланок незмінні, а зв'язки між ними *ідеальні* (в кінематичних парах відсутні зазори), всі ланки виготовлені абсолютно точно. Такі допущення дозволяють значно спростити методи дослідження механізмів, а одержані при цьому результати у багатьох випадках мало відрізняються від дійсних.

Побудову положень ланок плоских механізмів можна здійснити методами засічок, кругових шаблонів і геометричних місць.

Метод засічок. Побудову положень ланок цим методом розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму, кінематична схема і закон руху кривошипа OA ($\omega_1 = \text{const}$) якого задані (рис. 3.1).

Побудову здійснюватимемо в певному масштабі. Для цього скористуємося *масштабним коефіцієнтом*, під яким розуміють відношення фізичної величини (шляху, швидкості тощо) до довжини відрізка, який цю величину зображає на кресленні (рисунок). Масштабний коефіцієнт, який у подальшому будемо називати „масштабом”, позначимо літерою μ_l з індексом тієї величини, яка зображена графічно. Наприклад, при зображенні лінійних розмірів механізму масштаб буде визначатися за формулою

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}, \frac{\text{м}}{\text{мм}}, \quad (3.1)$$

де l_{OA} – дійсна величина кривошипа OA , м; OA – довжина відрізка OA , мм, який зображує його на рис. 3.1.

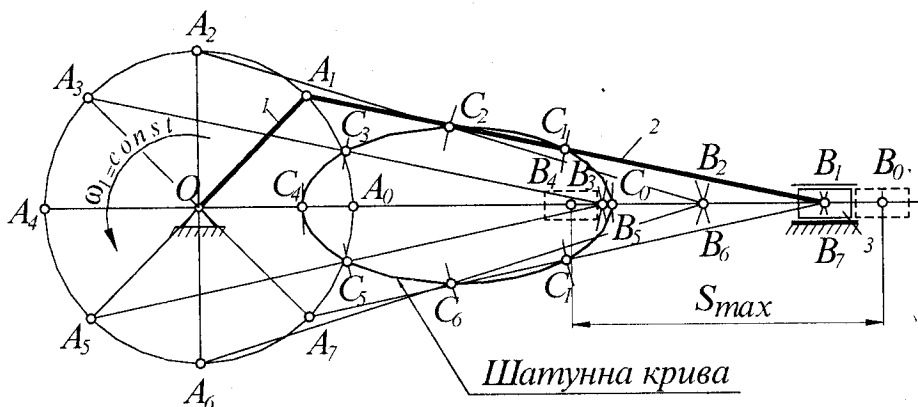


Рис. 3.1. Побудова положень ланок механізму і траєкторії точки C

Щоб знайти методом дугових засічок положення всіх точок і ланок механізму, необхідно послідовно розглянути рух кожної ланки від початкової до вихідної, у такому порядку, як вони приєднуються до механізму. Кривошип OA здійснює рівномірний обертовий рух ($\omega_1 = \text{const}$) навколо нерухомого центра O . Шатун AB здійснює складний рух: центр шарніра A рухається по колу радіуса OA , центр шарніра B – по прямій разом із повзунком, який зв'язаний із шатуном AB і рухається вздовж нерухомої прямої. За початкове положення механізму виберемо таке, за якого кривошип і шатун витягнуться в одну лінію OA_0B_0 . У центральному кривошипно-

повзунному механізмі ця лінія збігається з напрямком руху центра шарніра B . Далі, поділимо траєкторію точки A на довільно вибране число рівних частин, наприклад 8, як це показано на рис. 3.1, точки поділу позначимо $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ у напрямку обертання кривошипа. Тобто перехід з одного положення в інше здійснюється за час $T/8$, де T – період обертання кривошипа ($T=60/n$, с; n – частота обертання кривошипа, хв^{-1}).

Положення точки B знайдемо методом дугових засічок, враховуючи, що довжина шатуна AB протягом руху залишається незмінною. Для цього з одержаних точок $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ радіусом AB зробимо дугові засічки на траєкторії точки B , у результаті чого знайдемо положення центрів шарніра $B - B_0, B_1, B_2, \dots, B_7$. З'єднавши точки A_i і B_i відрізками $A_i B_i$, одержимо положення шатуна AB і повзуна B ($i=0, 1, 2, \dots, 7$).

Таким самим способом побудуємо траєкторію точки C , яка лежить на шатуні AB (див. рис. 3.1). Для цього з точок A_i зробимо на відповідних положеннях шатуна $A_i B_i$ дугові засічки радіусом AC . З'єднавши послідовно одержані точки C_i плавною кривою, одержимо траєкторію точки C . Через те, що точка C лежить на шатуні, її траєкторію називають *шатунною кривою*. Форма цієї кривої залежить від положенні точки C на шатуні AB . Шатунні криві широко використовуються в сучасній техніці для виконання певних рухів виконавчими органами різних механізмів і машин, при проектуванні механізмів з вистоями, заданими передаточними функціями тощо.

Якщо до складу механізму входять кілька груп, то побудова їхніх планів здійснюється аналогічно. Спочатку будують ряд положень кривошипа OA , потім ланок першої приєднаної групи і, визначивши положення точки під'єднання другої групи, дуговими засічками знаходять положення ланок другої приєднаної групи. Побудову планів положень механізму закінчують побудовою положень ланок останньої групи.

Початковим положенням кривошипа OA вибирають таке положення, за якого одна з вихідних ланок (у нашому випадку повзун B) займатиме одне з крайніх (мертвих) положень.

Побудова діаграм переміщення. При дослідженні механізмів часто недостатньо знайти тільки форму шляху – траєкторію руху точки; треба ще знати характер зміни величини пройденого шляху залежно від часу або кута повороту кривошипа (узагальненої координати). Для цього будують діаграми лінійних $s=s(t)$ або кутових $\beta=\beta(t)$ переміщень, якщо ланка здійснює коливальний рух.

Розглянемо побудову діаграми переміщень повзуна B (рис. 3.2) для кривошипно-повзунного механізму, схема якого зображена на рис. 3.1.

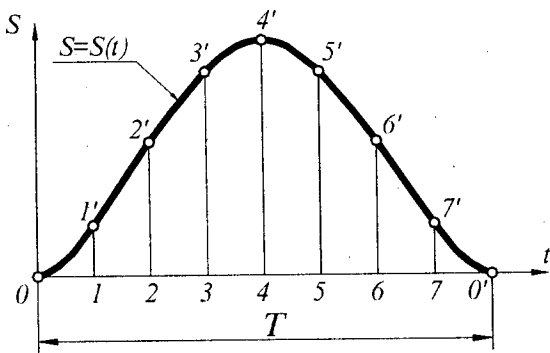


Рис. 3.2. Побудова діаграми переміщення

Відрізок $l = \overline{0-0'}$, який зображає в масштабі $\mu_t = T/l$, с/мм, період T (час) одного обороту кривошипа OA (або кут $\varphi_1 = 2\pi$); на осі ординат – лінійні переміщення повзуна B у масштабі $\mu_s = S_{\max}/[S_{\max}]$, де S_{\max} – максимальний хід повзуна B , м; $[S_{\max}]$ – відрізок, мм, на діаграмі, який зображує цей хід. У нашому випадку $[S_{\max}] = 44'$.

Відрізок l ділять на таку кількість відрізків $0-1, 1-2, \dots, 7-0'$, на яку розбита траєкторія точки A (у даному випадку на 8). Точки $0, 1, 2, \dots, 7$ відповідають моментам часу, коли механізм займатиме відповідно положення $0, 1, 2, \dots, 7$. Тоді на відповідних ординатах відкладають у вибраному масштабі μ_s , м/мм, переміщення точки B від крайнього положення B_0 за певні проміжки часу. Якщо масштаби довжини на рис. 3.1 і переміщень на рис. 3.2 рівні, то відрізки $1-1', 2-2', \dots, 7-7'$ на діаграмі будують відповідно рівні відрізкам $B_0B_1, B_0B_2, \dots, B_0B_7$ на плані механізму. Одержані точки $0, 1', 2', \dots, 7'$ з'єднують плавною кривою, яка і буде діаграмою переміщень повзуна $B - s=s(t)$.

Якщо ланка здійснює коливальний рух, то, як правило, будують діаграму кутових переміщень залежно від часу або кута φ_1 . Масштаб кутових переміщень виражається аналогічно: $\mu_\beta = \beta_{\max} / [\beta_{\max}]$, де β_{\max} – максимальний кут розмаху ланки, рад або град., $[\beta_{\max}]$ – максимальна ордината, мм, яка зображує на діаграмі цей кут.

Метод кругових шаблонів наведено в підручнику [13], геометричних місць (фіктивних положень) – [1, 11].

3.3. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм

Маючи діаграму (графік) переміщень будь-якої точки або ланки механізму як функцію шляху s залежно від часу t , методом графічного дифе-

Якщо рух початкової ланки прийнято рівномірним, то це означає, що за рівні проміжки часу кривошип повертатиметься на однакові кути; переміщення повзуна будуть вимірюватися відрізками B_0B_i , де $i = 0, 1, 2, \dots, n$ – положення механізму.

Будують прямокутну систему координат (див. рис. 3.2): на осі абсцис відкладають відрі-

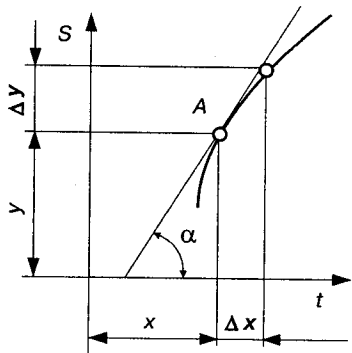


Рис. 3.3. До графічного диференціювання функції

ренціювання можна визначити швидкості і прискорення точки (ланки), рух якої розглядають.

Для побудови діаграми швидкостей $v=v(t)$ використовують залежність

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (3.2)$$

Як відомо, похідна функції $s=s(t)$ у точці A (рис.3.3) визначається тангенсом кута нахилу дотичної до цієї кривої $s=s(t)$, яка проведена через точку A .

З урахуванням масштабів побудови діаграми $s=s(t)$ можна записати, що

$$ds = \Delta y \mu_s, \quad dt = \Delta x \mu_t.$$

Тоді залежність (3.2) набуде вигляду

$$v = \frac{\Delta y \mu_s}{\Delta x \mu_t} = \operatorname{tg} \alpha \frac{\mu_s}{\mu_t}, \quad (3.3)$$

де α – кут нахилу дотичної у точці A діаграми $s=s(t)$; μ_s , μ_t – масштаби діаграми по осі ординат і осі абсцис відповідно.

Із залежності (3.3) видно, що швидкість руху точки в будь-якому положенні пропорційно зв'язана з тангенсом кута нахилу дотичної, оскільки масштаби μ_s і μ_t є сталими величинами.

Таким чином, щоб побудувати діаграму швидкостей $v=v(t)$, беруть ряд точок на діаграмі $s=s(t)$ і через них проводять дотичні. Знайшовши тангенс кутів нахилу цих дотичних у відповідних положеннях, будують діаграму $\operatorname{tg} \alpha_i = f(t)$. Ця діаграма одночасно буде діаграмою швидкостей у деякому масштабі, який можна знайти, використовуючи залежність (3.3).

Для побудови діаграм швидкостей і прискорень можуть використовуватися два методи – дотичних і хорд.

Надалі розглянемо лише метод хорд, оскільки метод дотичних досить незручний, бо дуже важко точно проводити дотичні до кривих і добитися стабільних результатів. Тому на практиці більшого поширення набув метод хорд, який ґрунтується на відомій теоремі про кінцевий приріст функції: якщо функція та її перша похідна безперервні, то на будь-якому інтервалі, наприклад $0-1$ (рис. 3.4, а), хорда $0-1'$, яка стягує дугу, буде паралельна дотичній до кривої $s=s(t)$ хоча б в одній точці, що лежить у середині цього інтервалу. Тому при цьому методі на діаграмі $s=s(t)$, замість дотичних проводять хорди $0-1'$, $1'-2'$, $2'-3'$, ..., $7'-0$ (рис. 3.4, а), а на діаграмі $v=v(t)$ (рис. 3.4, б) із точки P_1 – промені P_1-1'' , P_1-2'' , P_1-3'' , ..., P_1-7'' , які паралельні

Діаграма переміщень

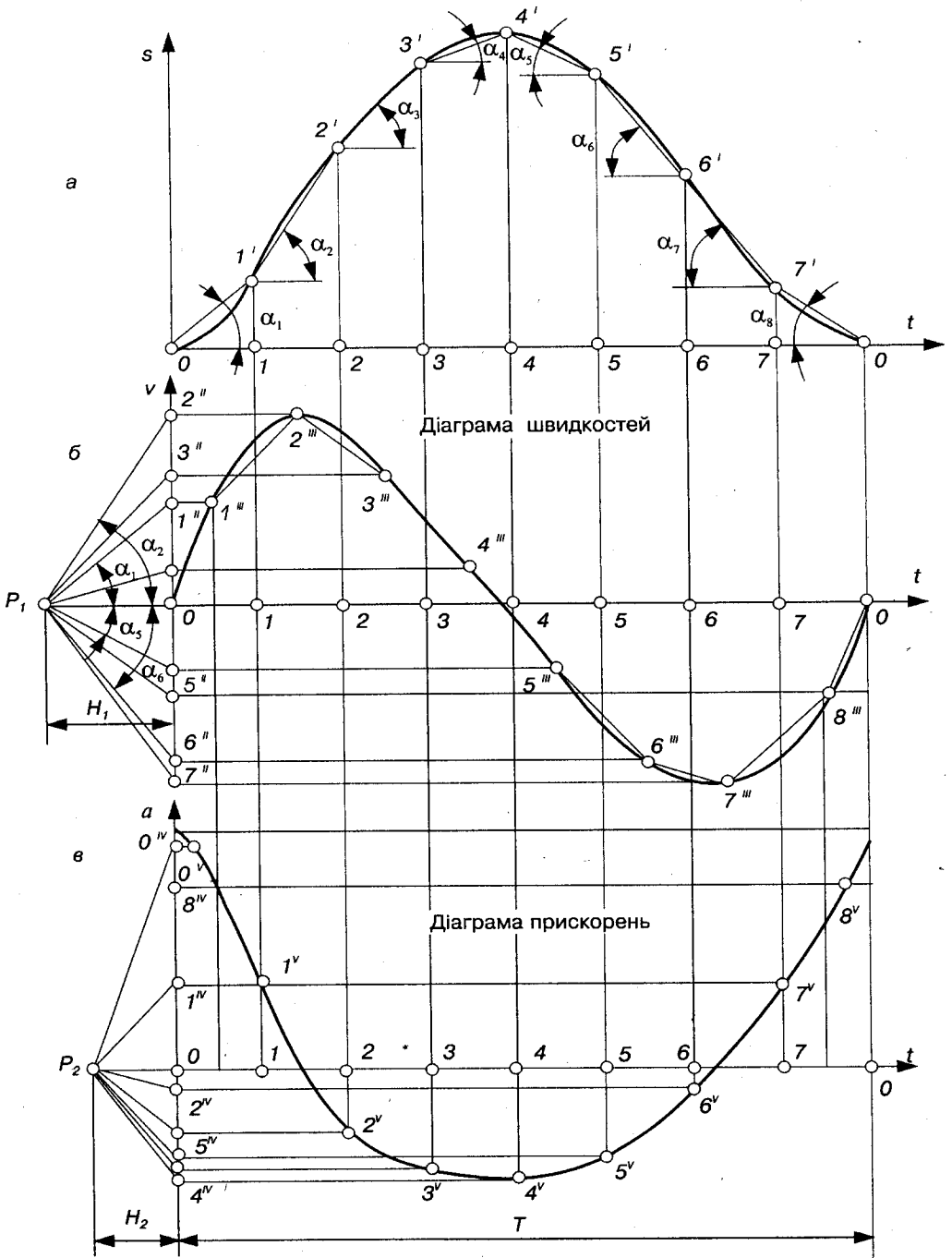


Рис. 3.4. Графічне диференціювання методом хорд

відповідним хордам, до перетину з віссю ординат v . Відрізки 0–1", 0–2", 0–3", ..., 0–7" у масштабі μ_v визначають значення швидкостей десь посередині відповідних інтервалів часу.

Масштаб швидкостей μ_v можна визначити, використавши залежність (3.3), в яку треба підставити $v = y'_i \mu_v$ і $\operatorname{tg} \alpha_i = y'_i / H_1$:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_t}, \frac{\text{м}}{(\text{мм} \cdot \text{с})}, \quad (3.4)$$

де y'_i – відрізки 0–1", 0–2", ..., 0–7" (див. рис. 3.4,б).

Із залежності (3.4) видно, що за допомогою відрізка H_1 можна змінювати масштаб побудови діаграми швидкостей.

Для спрощення побудови діаграм відрізки 0–1", 0–2", 0–3", ..., 0–7" відкладають посередині відповідних інтервалів часу. Точки 0, 1", 2", 3", ..., 7" з'єднують плавною кривою і одержують з певною точністю діаграму швидкостей $v=v(t)$. Чим менший інтервал часу розглядається, тобто чим більше проведено хорд, тим більше наближаються до заданої кривої. Особливу увагу треба звернути на ділянку, де крива, яку диференціюють, має екстремум. У цьому місці криву треба розділити на менші ділянки (проміжки часу). Значення швидкостей у відповідних положеннях механізму визначаються відповідними ординатами діаграми $v=v(t)$ помноженими на масштаб μ_v .

Маючи діаграму швидкостей $v=v(t)$, аналогічно будують діаграму прискорень $a=a(t)$, виходячи із того, що

$$a = dv/dt. \quad (3.5)$$

Отже, щоб побудувати діаграму прискорень, необхідно продиференціювати діаграму швидкостей за часом, провівши відповідно на діаграмі $v=v(t)$ хорди 0–1", 1", –2" і т. д., а з точки P_2 діаграми прискорень відповідні промені P_2-0^{IV} , P_2-1^{IV} і т. д., які паралельні цим хордам. Масштаб прискорень μ_a визначається за формулою

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2}, \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}^2}, \quad (3.6)$$

де H_2 – довжина відрізка OP_2 на діаграмі прискорень.

Аналогічно будують діаграми кутових швидкостей і кутових прискорень при заданій діаграмі кутових переміщень ланки.

Порівнюючи побудовані графіки переміщень, швидкостей і прискорень (рис. 3.4), можна встановити між ними такі залежності:

1) зростанню ординат кривої, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від’ємні значення;

2) при максимумі кривої, що диференціюється, диференціальна крива переходить через нуль від додатних значень ординат до від’ємних, а при мінімумі – від від’ємних значень ординат до додатних;

3) точки перегину кривої, що диференціюється, відповідає максимум або мінімум на диференціальній кривій.

3.4. Дослідження руху механізмів методом планів швидкостей і прискорень

Розглянутий метод графічного дослідження механізмів при всій його простоті та наочності не розв’язує повністю питання кінематики механізмів. Побудовані діаграми переміщень, швидкостей і прискорень дають уявлення лише про скалярні кінематичні величини руху однієї точки (або ланки), напрямки ж векторів цих величин залишаються невідомими. Кінематичні параметри швидкості та прискорення точки можна визначати за допомогою графічного диференціювання лише після того, як побудовані її траєкторія і графік переміщень.

У практичному застосуванні при дослідженні руху механізмів досить точним і зручним є *графоаналітичний метод*, що ґрунтується на побудові планів швидкостей і прискорень. Перевагою цього методу є те, що в результаті побудови планів одержують не тільки величини, але й напрямки швидкості та прискорення заданих точок механізму. Теоретичні основи побудови планів швидкостей і прискорень розглядаються в курсі теоретичної механіки. Згадаємо деякі з положень, необхідні для побудови планів швидкостей і прискорень [9, 17].

Плани швидкостей. Візьмемо будь-яке тіло K , що здійснює плоский рух. Положення твердого тіла в загальному випадку визначається трьома точками A, B, C (рис. 3.5, а), які незмінно зв’язані з тілом і утворюють жорсткий трикутник ABC (на рис. 3.5, а заштрихований).

Нехай відомі швидкості $\vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C$ відповідно точок A, B, C і положення миттєвого центра швидкостей P . Вектор швидкості будь-якої точки направлений перпендикулярно до радіуса-вектора, який з’єднує цю точку з точкою P , тобто

$$\vec{v}_A \perp \overline{PA}, \quad \vec{v}_B \perp \overline{PB}, \quad \vec{v}_C \perp \overline{PC}.$$

Швидкості точок пропорційні відповідним радіусам:

$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} = \frac{v_C}{PC},$$

тому що

$$v_A = \omega(PA); \quad v_B = \omega(PB); \quad v_C = \omega(PC),$$

де ω – миттєва кутова швидкість тіла K .

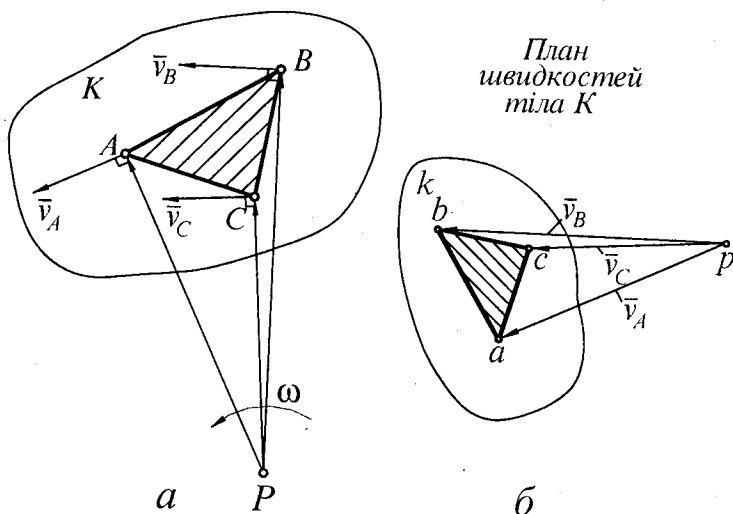


Рис. 3.5. До побудови плану швидкостей тіла

Візьмемо тепер будь-яку довільну точку p на площині (рис. 3.5, б) і побудуємо в деякому масштабі μ_v з цієї точки вектори швидкостей точок A, B, C . З'єднавши прямими точки a, b і c – кінці векторів швидкостей $\bar{v}_A, \bar{v}_B, \bar{v}_C$ – одержимо **план швидкостей** тіла ABC . Якщо таким чином побудувати вектори швидкостей усіх крайніх точок тіла K і з'єднати їх між собою, то на плані швидкостей одержимо фігуру k , яка буде подібна до тіла K . Отже, **планом швидкостей будь-якого твердого тіла (ланки) є геометричне місце кінців векторів швидкостей крайніх точок цього тіла, які відкладені з однієї довільної точки, що називається полюсом плану швидкостей**.

У зв'язку з тим, що відрізки pa, pb, pc перпендикулярні радіусам PA, PB, PC і пропорційні їм, вся фігура $rabcs$ подібна фігурі $PABCS$ і повернута відносно неї на 90° в бік миттєвого обертання. Це характерно й для фігури abc , яка подібна фігурі ABC .

Звідси одержимо **теорему подібності** для планів швидкостей.

План швидкостей твердого тіла (ланки) подібний тілу і повернутий відносно нього на 90° у бік миттєвого обертання тіла.

Теорема подібності справедлива тільки для незмінної системи твердого тіла (ланки) – і ні в якому випадку для механізму в цілому, який є

змінною системою. Для механізму, який складається з системи ланок і який при русі постійно міняє свою форму, можна лише мати сукупність планів швидкостей окремих ланок, що побудовані з одного полюса, спільного для всіх ланок. Такий рисунок називають *планом швидкостей механізму*.

План швидкостей abc тіла ABC (рис. 3.5) розташований однаково з цим тілом, тобто, якщо обходити план швидкостей і тіло в одному напрямку, наприклад від точок a і A за годинниковою стрілкою, то порядок літер буде однаковий: abc і ABC . Крім того, якщо вибрати $ab=AB$ і накласти план швидкостей abc на тіло ABC , то відповідні точки плану збігаються з точками тіла, а полюс p плану швидкостей збігатиметься з точкою P – миттєвим центром швидкостей тіла K . Тому план швидкостей ще називають зображенням тіла.

Надалі позначатимемо точки ланок великими літерами (A, B, C, \dots), а їхні зображення на плані швидкостей – малими (a, b, c, \dots). Плани швидкостей механізму можна будувати методом подібності, використовуючи теорему подібності, і методом векторних рівнянь. Але через те, що плани прискорень можна будувати тільки методом векторних рівнянь, далі розглянемо більш детально останній.

В основі *методу векторних рівнянь* лежить теорема про розклад складного руху на два прості: *переносний і відносний*.

Для прикладу побудуємо план швидкостей кривошипно-повзунного механізму (рис 3.6), для якого задані кінематична схема і закон руху кривошипа OA ($\omega_1 = \text{const}$). Якщо задана частота обертання n_1 (хв^{-1}), то для визначення кутової швидкості скористаємося залежністю $\omega_1 = \pi n_1 / 30$.

План швидкостей. Розв'язування задачі розпочнемо з визначення швидкості точки A початкової ланки: $v_A = \omega_1 l_{OA}$ (l_{OA} – дійсна довжина кривошипа OA , м).

Вектор \bar{v}_A направлений перпендикулярно до кривошипа OA в бік його руху. Зобразимо цей вектор відрізком pa (рис. 3.6, б), який у масштабі

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}, \quad (3.7)$$

визначає величину цієї швидкості: $v_A = (pa)\mu_v$.

Щоб знайти швидкість точки B , яка є спільною для шатуна AB і повзуна B , згадаємо теорему про розклад складного руху на переносний і відносний. Шатун AB здійснює складний рух, який можна розкласти на два прості: переносний (поступальний) зі швидкістю \bar{v}_A точки A і відносний

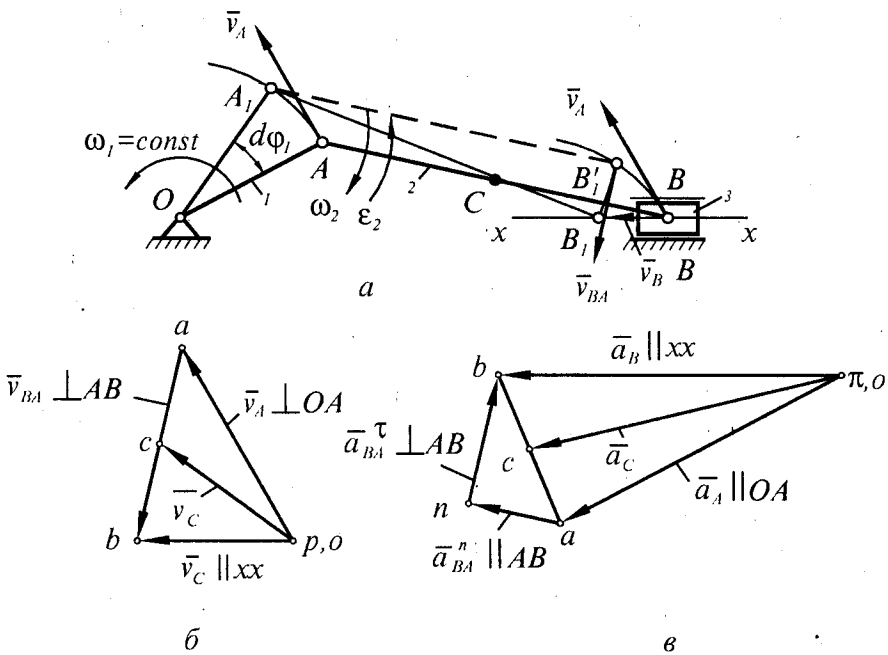


Рис. 3.6. Побудова планів швидкостей та прискорень кривошипно-повзуного механізму:

а) кінематична схема механізму; б) план швидкостей; в) план прискорень

(обертовий) відносно точки A зі швидкістю \bar{v}_{BA} . Дійсно, якщо надати кривошипу елементарне переміщення $d\phi_1$, то центр шарніра A переміститься в точку A_1 , шарніра B – у точку B_1 . При такому русі шатуна AB здійснює складний рух: точка A рухається дугою кола, точка B – прямою лінією. Нехай спочатку всі точки шатуна AB рухаються, як точка A , зі швидкістю \bar{v}_A , при цьому вісь шатуна займе положення $A_1B'_1$. Потім, прийнявши точку A_1 за нерухомий центр (полос), повернемо шатун AB так, щоб точка B'_1 потрапила на свою дійсну траєкторію $x-x$, тобто в точку B_1 .

Отже, при заміні дійсного руху шатуна AB двома умовними, що дає такий самий кінцевий результат переміщення, центр шарніра B набув поспідовно дві швидкості: при поступальному русі – \bar{v}_A , при обертовому – відносну швидкість \bar{v}_{BA} точки B відносно точки A , яка невідома нам за величиною, але відома за напрямком ($\bar{v}_{BA} \perp AB$). На основі цього запишемо векторне рівняння для знаходження швидкості точки B :

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}. \quad (3.8)$$

Для визначення векторів швидкостей \bar{v}_B і \bar{v}_{BA} проведемо через точку a (рис. 3.8, б) лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості, а з полюса p лінію, паралельну руху повзуна B ($\parallel x-x$), точка перетину цих ліній визначить точку b – кінець векторів \bar{v}_B і \bar{v}_{BA} . Відрізок ab не тільки визначас у масштабі величину (модуль) відносної швидкості $v_{BA} = (ab) \mu_v$, але й одночасно він є планом швидкостей шатуна AB . А тому точка C , яка лежить на ньому, згідно теореми подібності, на плані лежатиме на відрізку ab . Склавши пропорцію

$$\frac{ac}{ab} = \frac{AC}{AB}, \quad (3.9)$$

знайдемо довжину відрізка

$$ac = (ab) \frac{AC}{AB}.$$

Відкладемо відрізок ac на плані швидкостей і, з'єднавши точку c з полюсом p , знайдемо швидкість точки C : $v_C = (pc) \mu_v$.

Планом швидкостей кривошипа OA буде відрізок pa (точка O , як нерухома, потрапила в полюс p), повзуна B – точка b (всі точки повзуна мають однакову швидкість \bar{v}_B).

Знайшовши лінійні швидкості всіх ланок механізму, можна встановити їхні кутові швидкості. У даному випадку кутова швидкість шатуна AB

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}}, \quad (3.10)$$

де $v_{BA} = (ab) \mu_v$.

Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 перенесемо вектор швидкості \bar{v}_{BA} у точку B (рис.3.6, а) і розглянемо рух точки B відносно точки A у напрямку швидкості \bar{v}_{BA} . У нашому випадку кутова швидкість ω_2 напрямлена за рухом годинникової стрілки.

План прискорень. Плани прискорень будують аналогічно планам швидкостей.

Планом прискорень будь-якого твердого тіла (ланки) називають геометричне місце кілців векторів прискорень крайніх його точок, які відкладені з однієї довільної точки, що називається полюсом плану прискорень.

Теорема подібності для планів прискорень формулюється так

План прискорень будь-якого тіла (ланки) подібний тілу і повернутий відносно нього на деякий невизначений кут. А тому плани прискорень можна побудувати тільки методом векторних рівнянь.

Розглянемо методику побудови планів прискорень на прикладі кривошипно-повзунного механізму (див. рис. 3.6). Вихідними даними для побудови плану прискорень є положення ланок механізму (план механізму) і план швидкостей. Рівняння, які використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються тільки тим, що повні прискорення точки розкладають на певні складові. У даному випадку (рис. 3.6, а) повне прискорення точки A є геометрична сума нормального (доцентрового) і дотичного (тангенціального) прискорень:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{AO} = \bar{a}_{AO}^n + \bar{a}_{AO}^\tau. \quad (3.11)$$

Нормальне прискорення \bar{a}_{AO}^n напрямлене по лінії AO до центра обертання кривошипа O , дотичне \bar{a}_{AO}^τ – перпендикулярно до AO і направлене в бік напрямку кутового прискорення ϵ_1 ланки 1. Модулі цих прискорень знаходять із співвідношень:

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 l_{OA} = \frac{v_A^2}{l_{OA}}; \quad a_{AO}^\tau = \frac{dv_A}{dt} = \epsilon_1 l_{OA}. \quad (3.12)$$

Якщо початкова ланка обертається рівномірно ($\omega_1 = \text{const}$), то $\epsilon_1 = d\omega_1/dt = 0$, а значить у даному випадку $a_{AO}^\tau = 0$, тобто прискорення точки $\bar{a}_A = \bar{a}_{AO}^n$.

Прийнявши деяку точку π за полюс плану прискорень (рис. 3.6, в), відкладемо вектор, який зображує нормальне прискорення точки A , у вигляді відрізка πa . Тоді масштаб (масштабний коефіцієнт) прискорень знайдемо із співвідношення

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a}, \quad \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}. \quad (3.13)$$

Прискорення точки B знайдемо з рівняння, аналогічного рівнянню (3.8):

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \quad (3.14)$$

де вектор прискорення \bar{a}_B напрямлений уздовж напрямної $x-x$.

Розкладаємо відносне прискорення \bar{a}_{BA} на дві складові:

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau.$$

Тоді рівняння (3.14) запишемо у такому вигляді

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (3.15)$$

Вектор нормального прискорення \bar{a}_{BA}^n направлений уздовж лінії BA від точки B до A , а його модуль

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}}.$$

На плані прискорень \bar{a}_{BA}^n зображено відрізком $an = a_{BA}^n / \mu_a$, який прикладемо своїм початком у точці a (згідно з правилом складання векторів). Через його кінець (точку n) проведемо лінію дотичного прискорення \bar{a}_{BA}^τ , що направлена перпендикулярно до лінії AB ($\bar{a}_{BA}^\tau \perp \bar{a}_{BA}^n$), через полюс π – напрямком прискорення точки B ($\parallel x-x$), тоді точка перетину напрямків прискорень \bar{a}_B і \bar{a}_{BA}^τ визначить точку b – кінець векторів \bar{a}_B і \bar{a}_{BA}^τ . З'єднавши точки a і b , знайдемо вектор повного прискорення $\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau$, і цим самим побудуємо план прискорень шатуна AB .

Положення точки c на плані прискорень можна знайти методом подібності, склавши пропорцію (3.9), з якої визначають відрізок ac . Тоді прискорення точки C становить $a_c = (\pi c) \mu_a$.

Модуль кутового прискорення ланки 2 $\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{AB}$. Для визначення напрямку ε_2 перенесемо вектор дотичного прискорення \bar{a}_{BA}^τ у точку B (рис. 3.6, а) і спостерігатимемо, в який бік цей вектор буде обертати шатун AB відносно вибраного полюса (точки A). У нашому випадку кутове прискорення ε_2 напрямлене проти руху годинникової стрілки. Отже, рух шатуна AB в цьому положенні сповільнений, оскільки кутова швидкість ω_2 має інший напрямок.

3.5. Приклади побудови планів швидкостей і прискорень механізмів II класу

3.5.1. Плани швидкостей і прискорень шарнірного чотириланкового механізму [18]. Як і для кривошипно-повзунного механізму, повинні бути задані кінематична схема механізму (рис. 3.7, а) і закон руху початкової ланки – кривошипа 1 ($\omega_1 = \text{const}$).

План швидкостей. Визначимо модуль швидкості точки A : $v_A = \omega_1 l_{OA}$ і відкладемо вектор цієї швидкості у масштабі μ_v ($\bar{v}_A \perp OA$), попередньо вибравши відрізок pa (рис. 3.7, б). Масштаб плану швидкостей одержимо за формулою (3.7).

Для визначення швидкості точки B , яка одночасно належить ланкам 2 і 3, складемо векторні рівняння:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}; \quad \vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_{BC}. \quad (3.16)$$

За першим рівнянням (3.16) через кінець вектора \vec{v}_A (точка a) проведемо лінію відносної швидкості \vec{v}_{BA} точки B відносно точки A ($\vec{v}_{BA} \perp AB$), а через точку p – лінію відносної швидкості \vec{v}_{BC} точки B відносно точки C ($\vec{v}_{BC} \perp BC$). Точка C , як нерухома ($\vec{v}_C = 0$), потрапляє в полюс плану швидкостей, там знаходиться і точка O ($\vec{v}_O = 0$). Точка перетину ліній-напрямків швидкостей \vec{v}_{BA} і $\vec{v}_{BC} = \vec{v}_B$ визначає точку b , а значить і величину цих векторів у масштабі μ_v : $v_{BA} = (ab)\mu_v$, $v_B = (pb)\mu_v$.

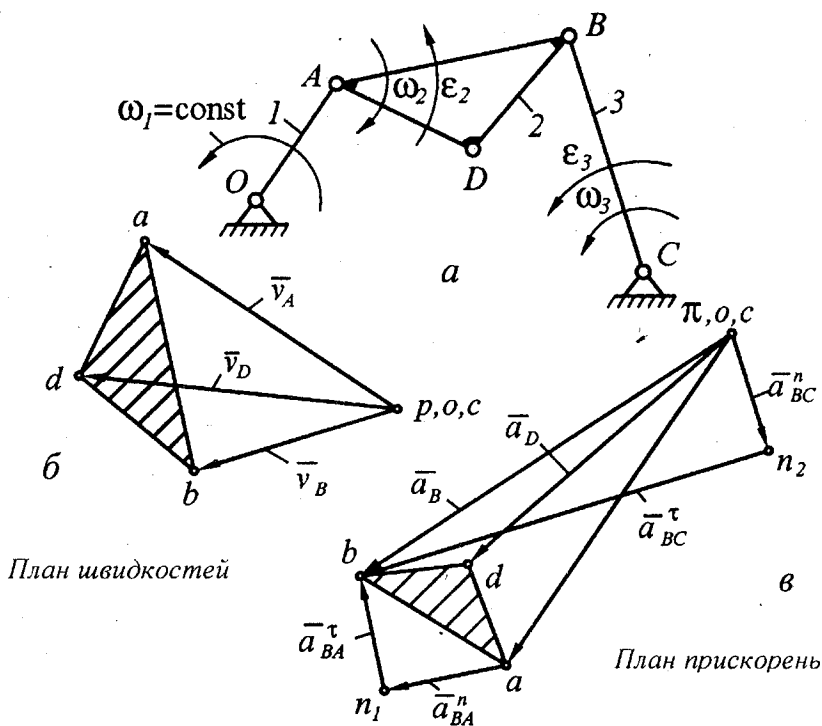


Рис. 3.7. Побудова планів швидкостей та прискорень шарнірного чотириланкового механізму:
а) кінематична схема механізму; б) план швидкостей; в) план прискорень

Швидкість точки D , яка належить ланці 2, можна встановити, використавши теорему подібності для плану швидкостей, згідно з якою можна записати такі пропорції:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{ad}{AD} = \frac{bd}{BD} \quad (3.17)$$

З цих пропорцій знайдемо відрізки:

$$ad = ab \frac{AD}{AB}; \quad bd = ad \frac{BD}{AD},$$

за допомогою яких побудуємо трикутник abd , подібний трикутнику ABD . З'єднавши точку d з полюсом p , отримаємо швидкість точки D : $v_D = (pd)\mu_v$. Її можна визначити також методом векторних рівнянь, розглянувши швидкість точки D через швидкості точок A і B , тобто записавши рівняння:

$$\bar{v}_D = \bar{v}_A + \bar{v}_{DA}; \quad \bar{v}_D = \bar{v}_B + \bar{v}_{DB}, \quad (3.18)$$

де $\bar{v}_{DA} \perp DA$, $\bar{v}_{DB} \perp DB$.

Кутові швидкості ланок 2 і 3 знайдемо, використавши відносні швидкості v_{BA} і v_{BC} :

$$\omega_2 = v_{BA}/l_{AB}; \quad \omega_3 = v_{BC}/l_{BC} = v_B/l_{BC}.$$

Щоб встановити напрямок кутової швидкості ω_2 , перенесемо вектор \bar{v}_{BA} у точку B і розглянемо рух ланки 2 відносно точки A ; для кутової швидкості ω_3 – перенесемо вектор \bar{v}_{BC} також у точку B і розглянемо рух ланки 3 відносно точки C . У даному випадку ω_2 направлена за годинниковою стрілкою, ω_3 – проти руху годинникової стрілки.

План прискорень. Побудову плану прискорень цього механізму також розпочнемо з ланки 1. Прискорення точки A при $\omega_1 = \text{const}$ визначимо за формулою нормального прискорення: $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$.

Вибравши полюс плану прискорень π (рис. 3.7, в), відкладемо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a (3.13). Прискорення точки A спрямоване по лінії AO від точки A до точки O (до центра обертання кривошипа).

Для знаходження прискорення точки B складемо два векторні рівняння:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau. \quad (3.19)$$

Згідно з першим рівнянням системи (3.19) до кінця вектора \bar{a}_A потрібно прикласти початок вектора \bar{a}_{BA}^n нормального прискорення точки B відносно точки A , величина якого встановлюється за формулою $a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}$ або $a_{BA}^n = v_{BA}^2 / l_{AB}$.

У вибраному масштабі цей вектор зображений відрізком $\pi n_1 = a_{BA}^n / \mu_a$ (мм). Прискорення \bar{a}_{BA}^n направлене по осі ланки AB від точки B до точки A . Через точку n_1 згідно з цим самим рівнянням необхідно провести лінію-напрямок дотичного прискорення \bar{a}_{BA}^τ , величина останнього невідома, відомий лише його напрямок – перпендикулярно до лінії AB .

Розглянемо друге рівняння (3.19). Прискорення точки C дорівнює нулю, тому точка c збігається з полюсом плану. Прискорення $a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC}$ і направлене від точки B до точки C . Відрізок $\pi n_2 = cn_2 = a_{BC}^n / \mu_a$, який відповідає прискоренню \bar{a}_{BC}^n , на плані відкладаємо від точки π . Через точку n_2 проведемо лінію-напрямок дотичного прискорення $\bar{a}_{BC}^\tau \perp BC$ до перетину з лінією-напрямком прискорення \bar{a}_{BA}^τ . Точка перетину b цих ліній визначить величину і напрямок прискорення точки B та величини дотичних прискорень (у масштабі μ_a).

Прискорення точки D знайдемо методом подібності, побудувавши подібний ланці ABD трикутник abd . Відрізки ad і bd визначимо із пропорцій (3.17). Щоб знайти прискорення точки D , можна також записати векторні рівняння, виразивши прискорення точки D через прискорення точок A і B , тобто

$$\bar{a}_D = \bar{a}_A + \bar{a}_{DA}^n + \bar{a}_{DA}^\tau; \quad \bar{a}_D = \bar{a}_B + \bar{a}_{DB}^n + \bar{a}_{DB}^\tau. \quad (3.20)$$

Плани прискорень на основі рівнянь (3.20) будуються так само, як і для точки B (3.19).

Модуль кутових прискорень ланок 2 і 3 знайдемо за формулами

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{AB}; \quad \varepsilon_3 = a_{BC}^\tau / l_{BC}.$$

Для визначення напрямку ε_2 і ε_3 перенесемо вектори \bar{a}_{BA}^τ і \bar{a}_{BC}^τ у точку B і розглянемо, в який бік ці вектори повертають відповідно ланки AB і BC .

3.5.2. **Плани швидкостей і прискорень кулісного механізму.** На рис. 3.8, а зображено кінематичну схему кривошипно-кулісного механізму.

План швидкостей Швидкість обертання кривошипа приймаємо $\omega_1 = \text{const}$. Тоді швидкість точки A , яка належить кривошипу 1 і повзуну 2, визначається за формулою $v_A = \omega_1 l_{OA}$ і спрямована перпендикулярно до лінії OA . Відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі μ_v (3.7), попередньо вибравши відрізок pa (рис. 3.8, б).

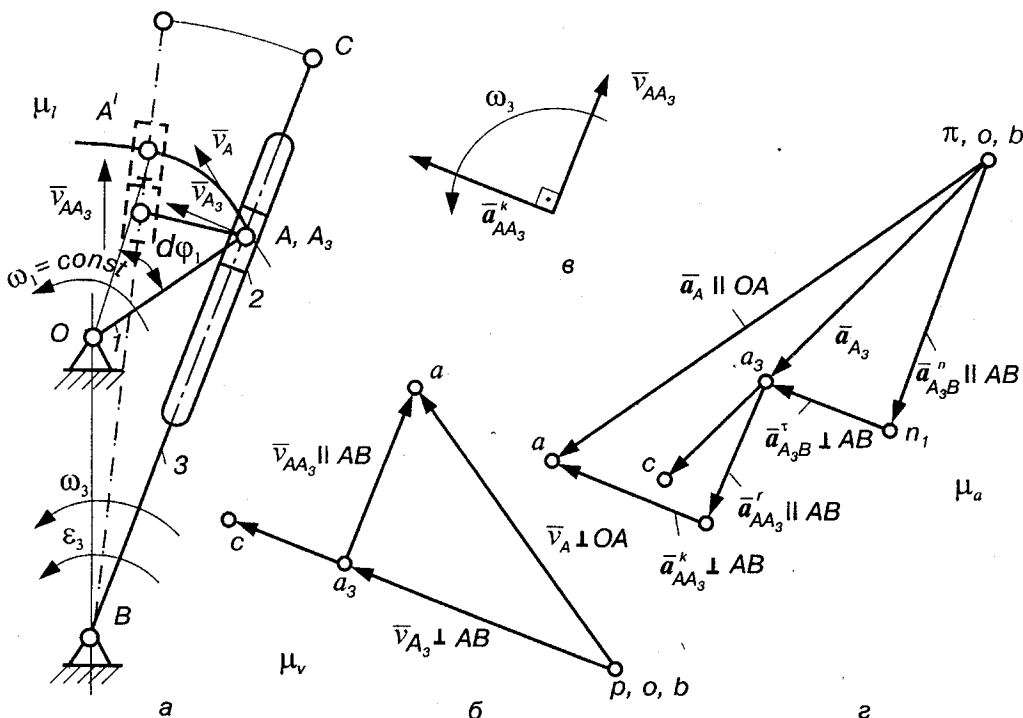


Рис. 3.8. Побудова планів швидкостей та прискорень кривошипно-кулісного механізму:
 а) кінематична схема механізму; б) план швидкостей;
 в) напрям коріолісового прискорення; г) план прискорень

Для визначення швидкості точки A_3 , яка належить кулісі 3 і в даний момент збігається з точкою A , можна використати теорему про розклад складного руху повзуна 2 на два прості – переносний (обертаний) разом із кулісою 3 і відносний (поступальний) рух уздовж куліси 3. У переносному русі швидкість точки A , яка належить повзуну 2, буде дорівнювати швидкості точки A_3 , у відносному русі – швидкості \vec{v}_{AA_3} поступального руху повзуна вздовж осі куліси. На підставі цього запишемо векторне рівняння:

$$\bar{v}_A = \bar{v}_{A_3} + \bar{v}_{AA_3}. \quad (3.21)$$

Крім цього, оскільки точка A_3 належить кулісі 3, то можна записати друге векторне рівняння:

$$\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_B + \bar{v}_{A_3B}, \quad (3.22)$$

де $v_B = 0$, а тому $\bar{v}_{A_3} = \bar{v}_{A_3B}$.

Провівши через полюс p лінію-напрямок вектора $\bar{v}_{A_3} \perp AB$ (рис.3.8, б), а через точку a – лінію-напрямок вектора \bar{v}_{AA_3} , знайдемо точку a_3 перетину цих векторів. Тоді $v_{A_3} = (pa_3)\mu_v$, $v_{AA_3} = (aa_3)\mu_v$. Напрямки швидкостей \bar{v}_{A_3} і \bar{v}_{AA_3} визначаються рівнянням (3.21).

Швидкість точки C , яка належить кулісі 3, можна встановити методом подібності, склавши пропорцію:

$$\frac{pc}{pa_3} = \frac{BC}{BA_3},$$

звідки маємо

$$pc = pa_3 \frac{BC}{BA_3}. \quad (3.23)$$

Тоді швидкість точки C

$$v_c = (pc)\mu_v.$$

Знайдемо кутові швидкості ланок. Очевидно, що

$$\omega_3 = v_{A_3}/l_{BA_3}; \quad \omega_2 = \omega_3.$$

Напрямок кутової швидкості ω_3 можна визначити, якщо вектор швидкості точки A_3 (рис. 3.8, а) прикласти в точці A_3 і розглянути обертання ланки 3 навколо точки B . У даному випадку ω_3 напрямлена проти руху годинникової стрілки.

План прискорень. План прискорень механізму будується в такому самому порядку (рис 3.8, г). Прискорення точки A визначимо за формулою:

$$a_A = \omega_1^2 l_{OA} = v_A^2 / l_{OA}.$$

Вибравши полюс плану прискорень π , відкладемо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a (3.13). Прискорення точки A опрямоване по лінії OA від точки A до точки O .

Для визначення прискорення точки A_3 використаємо теорему Коріоліса, згідно з якою, якщо **переносний рух тіла обертовий** (звідси відносний рух – поступальний), то абсолютне прискорення точки дорівнює векторній сумі трьох прискорень: **переносного, відносного і коріолісового** (поворотного). У даному випадку переносний рух (рух куліси 3) обертовий, тому можна записати:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{A_3} + \bar{a}_{AA_3}^r + \bar{a}_{AA_3}^k. \quad (3.24)$$

Прискорення точки \bar{a}_{A_3} є прискорення в переносному русі повзуна 2 разом із точкою A_3 , повна його величина

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_B + \bar{a}_{A_3B}^n + \bar{a}_{A_3B}^r, \quad (3.25)$$

де \bar{a}_B – прискорення точки B ($a_B = 0$); $a_{A_3B}^n = \omega_3^2 / l_{A_3B}$ – нормальне прискорення точки A_3 при обертанні куліси 3 навколо точки B , вектор якого направлений вздовж лінії A_3B від точки A_3 до точки B ; $\bar{a}_{A_3B}^r$ – дотичне прискорення точки A_3 при обертанні куліси 3 навколо точки B .

Відносне (релятивне) прискорення $\bar{a}_{AA_3}^r$ направлене вздовж осі куліси A_3B . Його величина (модуль) – невідома.

Модуль прискорення Коріоліса визначається за формулою (для плоского руху)

$$a_{AA_3}^k = 2\omega_3 v_{AA_3}. \quad (3.26)$$

Щоб знайти його напрямок необхідно вектор відносної швидкості \bar{v}_{AA_3} (рис. 3.8, в) повернути на 90° у бік переносної кутової швидкості.

Підставивши (3.25) у (3.24), одержимо

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{A_3B}^n + \bar{a}_{A_3B}^r + \bar{a}_{AA_3}^r + \bar{a}_{AA_3}^k. \quad (3.27)$$

На основі рівняння (3.27) побудуємо план прискорень механізму. З точки π відкладемо відрізок $\pi n_1 = a_{A_3B}^n / \mu_a$, який у масштабі μ_a визначає вектор прискорення $\bar{a}_{A_3B}^n$, а через точку n_1 проведемо лінію-напрямок дотичного прискорення $\bar{a}_{A_3B}^r \perp A_3B$. Оскільки величини прискорень $\bar{a}_{A_3B}^r$ і $\bar{a}_{AA_3}^r$ невідомі, побудову планів прискорень продовжимо з кінця векторного рівняння, приклавши вектор $\bar{a}_{AA_3}^k$ своїм кінцем у точку a (відрізок

$ka = a_{AA_3}^k / \mu_a$), а через початок цього вектора проведемо лінію-напрямок вектора $\bar{a}_{AA_3}^r$ до перетину з вектором $\bar{a}_{A_3B}^\tau$, точка a_3 перетину яких визначить величину повного прискорення \bar{a}_{A_3} , а також невідомих складових $\bar{a}_{A_3B}^\tau$ і $\bar{a}_{AA_3}^r$, напрямки яких одержимо за (3.27). Положення точки c на плані прискорень отримаємо методом подібності, використавши рівняння (3.23), у яке замість точки p підставимо π , тоді $a_c = (\pi c)\mu_a$.

Модуль кутового прискорення ланки 3 $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ знайдемо за формулою $\varepsilon_3 = a_{A_3B}^\tau / l_{A_3B}$. Щоб встановити його напрямок, вектор $\bar{a}_{A_3B}^\tau$ перенесемо в точку A_3 і будемо спостерігати обертання ланка 3 навколо точки B . У даному випадку кутове прискорення ε_3 буде направлене проти руху годинникової стрілки.

При побудові планів швидкостей і прискорень кулісних механізмів, як правило, вибирають за переносне середовище не кулісу 3, а повзун 2. У такому випадку рівняння (3.21), (3.22), (3.24) і (3.25) набувають вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{A_3} &= \bar{v}_A + \bar{v}_{A_3A}; & \bar{v}_{A_3} &= \bar{v}_B + \bar{v}_{A_3B}; \\ \bar{a}_{A_3} &= \bar{a}_A + \bar{a}_{A_3A}^k + \bar{a}_{A_3A}^r; & \bar{a}_{A_3} &= \bar{a}_B + \bar{a}_{A_3B}^n + \bar{a}_{A_3B}^\tau, \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

де $\bar{v}_B = 0$, $\bar{a}_B = 0$ – відповідно швидкість і прискорення точки B . Зрозуміло, що $\bar{v}_{A_3A} = -\bar{v}_{AA_3}$, $\bar{a}_{A_3A}^k = -\bar{a}_{AA_3}^k$, $\bar{a}_{A_3A}^r = -\bar{a}_{AA_3}^r$.

3.5.3. Плани швидкостей і прискорень шарнірного шестиланкового механізму. Як і для інших механізмів, повинні бути задані кінематична схема механізму (рис. 3.9, а) та закон руху початкової ланки – кривошипа 1 ($\omega_1 = \text{const}$).

План швидкостей. Швидкість точки A $v_A = \omega_1 l_{OA}$. Вибравши масштаб плану швидкостей μ_v (3.7), визначаємо величину відрізка pa , який на плані швидкостей (рис. 3.9, б) показує цей вектор \bar{v}_A : $pa = v_A / \mu_v$.

Для знаходження швидкості точки B записуємо векторні рівняння:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}; \quad \bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC}. \quad (3.29)$$

де $\bar{v}_{BA} \perp AB$, $\bar{v}_A \perp OA$, $\bar{v}_C = 0$, $\bar{v}_{BC} \perp BC$.

На основі цих рівнянь будемо план швидкостей, з якого знаходимо швидкості $v_B = (pb)\mu_v$, $v_{BA} = (ab)\mu_v$. Швидкість точки D знаходимо методом подібності, складаючи пропорцію

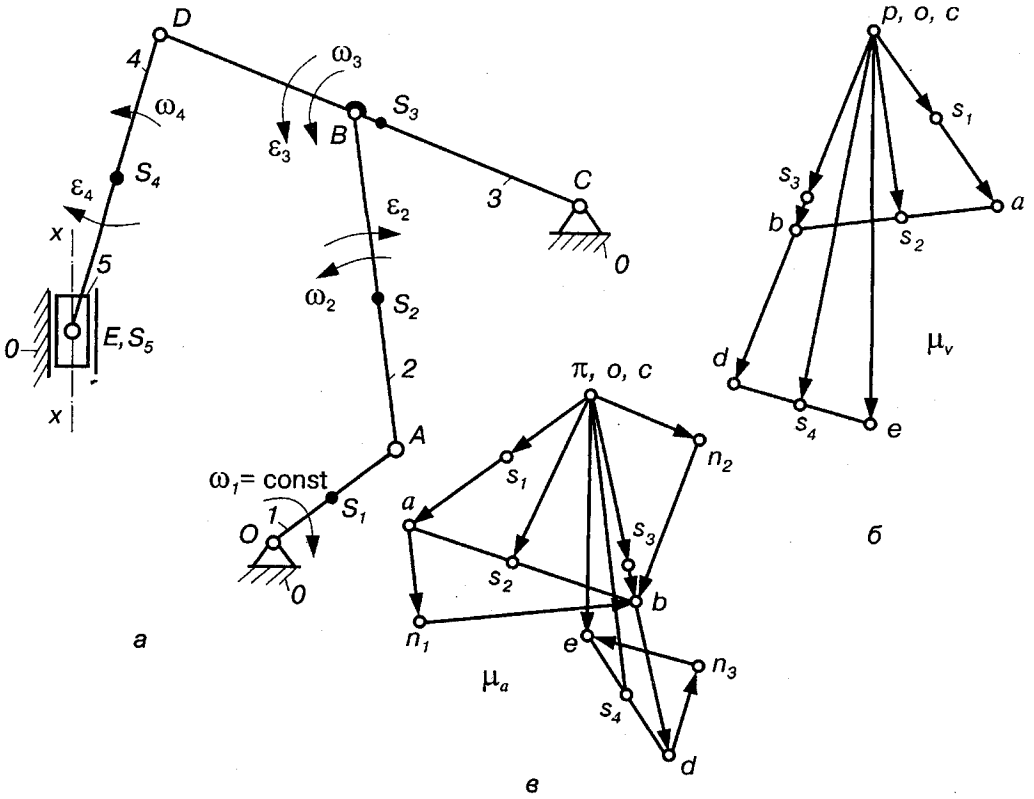


Рис. 3.9. Побудова планів швидкостей та прискорень шарнірного шестиланкового механізму:
 а) кінематична схема механізму; б) план швидкостей; в) план прискорень

$$\frac{pd}{pb} = \frac{CD}{CB}, \quad (3.30)$$

звідки маємо

$$pd = pb \frac{CD}{CB}, \text{ мм.}$$

Тоді швидкість точки D буде обчислюватися за формулою $v_D = (pd)\mu_v$.

Для знаходження швидкості точки E запишемо векторне рівняння:

$$\bar{v}_E = \bar{v}_D + \bar{v}_{ED} \quad (\bar{v}_{ED} \perp ED, \bar{v}_E \parallel xx). \quad (3.31)$$

Побудувавши план швидкостей, знайдемо швидкості

$$v_E = (pe)\mu_v, v_{ED} = (ed)\mu_v.$$

Швидкості центрів мас S_1, S_2, S_3, S_4 визначаємо методом подібності, складаючи для кожної ланки та її плану швидкостей пропорції:

$$\frac{ps_1}{pa} = \frac{OS_1}{OA}; \quad \frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}; \quad \frac{ps_3}{pb} = \frac{CS_3}{CB}; \quad \frac{ds_4}{de} = \frac{DS_4}{DE}. \quad (3.32)$$

Тоді

$$ps_1 = pa \frac{OS_1}{OA}; \quad as_2 = ab \frac{AS_2}{AB}; \quad ps_3 = pb \frac{CS_3}{CB}; \quad ds_4 = de \frac{DS_4}{DE}.$$

Відкладаючи відповідні відрізки, знаходимо точки S_i на плані швидкостей, а значить, і швидкості центрів мас:

$$v_{s_1} = (ps_1)\mu_v; \quad v_{s_2} = (ps_2)\mu_v; \quad v_{s_3} = (ps_3)\mu_v; \quad v_{s_4} = (ps_4)\mu_v; \quad v_{s_5} = v_E.$$

Значення кутових швидкостей ланок визначаємо за формулами:

$$\omega_2 = v_{BA}/l_{AB}; \quad \omega_3 = v_B/l_{BC}; \quad \omega_4 = v_{ED}/l_{ED}; \quad \omega_5 = 0.$$

Для знаходження їхніх напрямків переносимо відносні швидкості $\bar{v}_{BA}, \bar{v}_B, \bar{v}_{ED}$ відповідно в точки B і E та розглядаємо відносний рух ланок 2, 3, 4 (рис. 3.9, а). У нашому випадку кутові швидкості $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ направлені проти руху годинникової стрілки.

План прискорень. При $\omega_1 = \text{const}$ прискорення точки A матиме вигляд $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$. Вибравши масштаб плану прискорень μ_a (3.13), визначаємо відрізок pa (рис. 3.9, в), який на плані прискорень зображує цей вектор a_A — $pa = a_A/\mu_a$.

Для знаходження прискорення точки B записуємо векторні рівняння:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau. \quad (3.33)$$

У цих рівняннях відомі прискорення точки A ($\bar{a}_A \parallel OA$) і точки C ($a_C = 0$) та напрямки нормальних і дотичних прискорень ($\bar{a}_{BA}^n \parallel AB, \bar{a}_{BA}^\tau \perp AB, \bar{a}_{BC}^n \parallel BC, \bar{a}_{BC}^\tau \perp BC$).

Величини нормальних прискорень можна визначити за формулами $a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}, a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC}$. На плані прискорення \bar{a}_{BA}^n і \bar{a}_{BC}^n зображені відповідно відрізками $an_1 = a_{BA}^n/\mu_a, pn_2 = a_{BC}^n/\mu_a$.

На основі цих даних, використовуючи рівняння (3.33), будемо план прискорень (рис. 3.9, в), з якого одержуємо: $a_B = (\pi b)\mu_a$, $a_{BA}^{\tau} = (n_1 b)\mu_a$, $a_{BC}^{\tau} = (\pi n_2)\mu_a$.

Прискорення точки D знайдемо методом подібності, склавши пропорцію

$$\frac{\pi d}{\pi b} = \frac{CD}{CB},$$

звідки

$$\pi d = \pi b \frac{CD}{CB}.$$

Тоді $a_D = (\pi d)\mu_a$.

Для одержання прискорення точки E записуємо векторне рівняння

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{ED}^n + \bar{a}_{ED}^{\tau}. \quad (3.34)$$

У цьому рівнянні відомі прискорення точки D , напрямки всіх інших векторів ($\bar{a}_E \parallel xx$, $\bar{a}_{DE}^n \parallel DE$, $\bar{a}_{DE}^{\tau} \perp DE$). Крім цього, знаходимо величину нормального прискорення $a_{DE} = \omega_4^2 l_{DE}$, яке на плані прискорень зображене відрізком $dn_3 = a_{DE}^n / \mu_a$. Будемо план прискорень згідно з рівнянням (3.34). Тоді $a_E = (\pi e)\mu_a$, $a_{ED}^{\tau} = (n_3 e)\mu_a$.

Прискорення центрів мас ланок знаходимо також методом подібності, використавши залежності (3.32), в яких замість точки p підставляємо точку π . З плану прискорень маємо

$$a_{S_1} = (\pi s_1)\mu_a, \quad a_{S_2} = (\pi s_2)\mu_a, \quad a_{S_3} = (\pi s_3)\mu_a, \quad a_{S_4} = (\pi s_4)\mu_a, \quad a_{S_5} = a_E.$$

Знаходимо значення кутових прискорень ланок

$$\varepsilon_1 = 0, \quad \varepsilon_2 = a_{BA}^{\tau} / l_{AB}, \quad \varepsilon_3 = a_{BC}^{\tau} / l_{BC}, \quad \varepsilon_4 = a_{ED}^{\tau} / l_{ED}, \quad \varepsilon_5 = 0.$$

Напрямки цих прискорень визначають відомим способом; вони показані на рис. 3.9, а.

3.6. Аналоги швидкостей і прискорень

Аналітичне дослідження кінематики механізмів зручно вести з використанням *аналогів швидкостей і прискорень*, які вперше були використані Ассуром. Це пояснюється тим, що для заданої кінематичної схеми механізму аналоги швидкостей і прискорень залежать тільки від узагальненої координати і не залежать від швидкості руху початкової ланки, тобто

кінематичне дослідження можна проводити чисто геометричними методами. Крім цього, що дуже важливо, аналоги швидкостей і прискорень дозволяють легко порівнювати закони руху ланок, а звідси й вибрати оптимальний варіант механізму для забезпечення заданих умов роботи.

Узагальненою координатою, як правило, вибирають переміщення початкової ланки (кут φ_1 повороту кривошипа або лінійне переміщення s_1 повзуна).

Як відомо, швидкість будь-якої точки M ланки, що має *поступальний рух*, є перша похідна від переміщення цієї точки за часом:

$$v_i = ds_i / dt. \quad (3.35)$$

Якщо помножити і поділити (3.29) на $d\varphi_1$, одержимо

$$v_i = \frac{ds_i}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1}, \quad (3.36)$$

де $d\varphi_1 / dt = \omega_1$, а $ds_i / d\varphi_1 = s'_i$ – аналог лінійної швидкості точки M ; ω_1 – кутова швидкість початкової ланки (кривошипа).

Тоді рівняння (3.36) можна записати так:

$$v_i = s'_i \omega_1. \quad (3.37)$$

Отже, *аналогом швидкостей* називають першу похідну від переміщень за узагальненою координатою (φ_1 або s_1).

Аналогічно запишемо рівняння (3.36) для кутової швидкості ланки i (*обертотий рух*):

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = \varphi'_i \omega_1, \quad (3.38)$$

де $\varphi'_i = d\varphi_i / d\varphi_1$ – аналог кутової швидкості i -ої ланки.

Як видно з (3.37) і (3.38), аналоги швидкостей чисельно дорівнюють значенням швидкостей відповідних точок або ланок при $\omega_1 = 1$, а у загальному випадку є відношеннями швидкостей: $s'_i = v_i / \omega_1$, $\varphi'_i = \omega_i / \omega_1$. Тому їх часто ще називають *передаточними функціями*.

Таким чином, дійсні значення швидкостей v_i або ω_i дорівнюють добутку кутової швидкості кривошипа ω_1 на відповідні аналоги швидкостей s'_i або φ'_i .

Прискорення точки M також можна виразити через аналоги прискорень, якщо продиференціювати рівняння (3.37) і (3.38). Тоді

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{dv_i}{dt} = \frac{d(s'_i \omega_1)}{dt} = \omega_1 \frac{ds'_i}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} + s'_i \frac{d\omega_1}{dt} = s''_i \omega_1^2 + s'_i \varepsilon_1; \\ \varepsilon_i &= \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d(\varphi'_i \omega_1)}{dt} = \omega_1 \frac{d\varphi'_i}{dt} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} + \varphi'_i \frac{d\omega_1}{dt} = \varphi''_i \omega_1^2 + \varphi'_i \varepsilon_1, \end{aligned} \right\} (3.39)$$

де $s''_i = \frac{ds'_i}{d\varphi_1} = \frac{d^2 s_i}{d\varphi_1^2}$ – аналог лінійного прискорення точки M ;

$\varphi''_i = \frac{d\varphi'_i}{d\varphi_1} = \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi_1^2}$ – аналог кутового прискорення i -ої ланки.

Отже, **аналогом прискорення** називають другу похідну від переміщень за узагальненою координатою.

Якщо початкова ланка обертається із сталою швидкістю ($\omega_1 = \text{const}$), то кутове прискорення $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$, і залежності (3.39) можна записати:

$$a_i = s''_i \omega_1^2; \quad \varepsilon_i = \varphi''_i \omega_1^2. \quad (3.40)$$

3.7. Аналітичне дослідження кінематики плоских важільних механізмів методом замкнутих векторних контурів

У технічній літературі опубліковано велику кількість праць з аналітичного дослідження плоских важільних механізмів. Проте, якщо розглянути загальні методи розв'язку цих задач, універсальні для будь-якого механізму, можна виділити два їх різновиди [18]:

- метод замкнутих (замкнених) векторних контурів, який запропонував В. А. Зінов'єв;
- метод перетворення координат, який запропонував Ю. Ф. Морозкін.

Перший метод більш зручний для кінематичного дослідження плоских механізмів, другий – для просторових механізмів.

Розглянемо **метод замкнутих векторних контурів**. При цьому методі аналітичні залежності для визначення основних кінематичних параметрів можна одержати, якщо умовно уявити механізм замкнутим векторним

контуром, утвореним ланками цього механізму. Методику одержання розрахункових залежностей розглянемо на прикладі шарнірного чотириланкового механізму, кінематичну схему якого зображено на рис. 3.10.

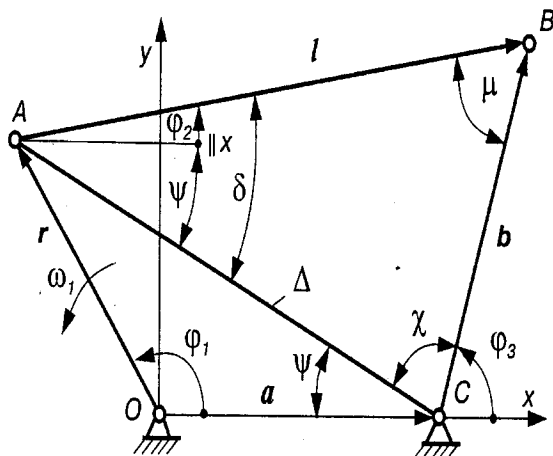


Рис.3.10. Метод замкнутих контурів

Цей механізм можна зобразити у вигляді замкнутого векторного контуру $OABC$, для якого запишемо таке векторне рівняння:

$$\vec{r} + \vec{l} = \vec{a} + \vec{b}, \quad (3.41)$$

де $r = l_{OA}$, $l = l_{AB}$, $b = l_{BC}$, $a = l_{OC}$.

Спроекуємо одержаний векторний контур на координатні осі x і y та запишемо рівняння проєкцій на ці осі:

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 &= a + b \cos \varphi_3; \\ r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 &= b \sin \varphi_3, \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

де φ_1 – узагальнена координата (кут повороту кривошипа).

Всі кути φ_i , які визначають положення ланок, відраховують проти руху годинникової стрілки від лінії, що паралельна осі абсцис x і проведена через початок відповідного вектора; початок відрахунку позначають точкою, напрямок – стрілкою. Можна відраховувати кути від іншої лінії. Кути, які відраховують проти руху годинникової стрілки, будемо вважати додатними, за рухом годинникової стрілки – від’ємними.

Значення кутів φ_2 і φ_3 можна одержати безпосередньо із рівнянь (3.42), проте у цьому випадку необхідно розв’язати квадратне рівняння, в якому часом важко вірно вибрати його корені. Тому зручніший такий порядок розрахунку:

Проведемо допоміжну лінію AC , довжина якої $l_{AC} = \Delta$ і кут нахилу ψ визначаються із ΔOAC :

$$\Delta = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \cos \varphi_1}; \quad \psi = \arcsin \frac{r \sin \varphi_1}{\Delta}. \quad (3.43)$$

Із ΔABC знайдемо кути:

$$\mu = \arccos \frac{l^2 + b^2 - \Delta^2}{2lb}; \quad \delta = \arccos \frac{l^2 + \Delta^2 - b^2}{2l\Delta}; \quad \chi = \pi - \mu - \Delta. \quad (3.44)$$

Тоді

$$\varphi_2 = \delta - \psi; \quad \varphi_3 = \pi - \psi - \chi. \quad (3.45)$$

Треба пам'ятати, що кути φ_i у загальному випадку мають знак „+” або „-”, що враховується при розрахунках.

Для визначення аналогів швидкостей продиференціюємо рівняння (3.42) за узагальненою координатою. Одержимо:

$$\left. \begin{aligned} -r \sin \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} - l \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} &= -b \sin \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1}; \\ r \cos \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} + l \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} &= b \cos \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1}. \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

Врахувавши, що

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = 1, \quad \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \varphi'_2, \quad \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \varphi'_3$$

є аналоги кутових швидкостей ланок механізму, одержимо

$$\left. \begin{aligned} r \sin \varphi_1 + l\varphi'_2 \sin \varphi_2 &= b\varphi'_3 \sin \varphi_3; \\ r \cos \varphi_1 + l\varphi'_2 \cos \varphi_2 &= b\varphi'_3 \cos \varphi_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

Щоб встановити аналоги швидкостей φ'_2 і φ'_3 , скористаємось першим рівнянням (3.47), в якому від усіх кутів віднімемо спочатку кут φ_3 , а потім кут φ_2 , що відповідає повороту системи координат xOy спочатку на кут $(-\varphi_3)$, а потім на кут $(-\varphi_2)$. При цьому одержимо

$$\left. \begin{aligned} r \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + l\varphi'_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0; \\ r \sin(\varphi_1 - \varphi_2) &= b\varphi'_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2). \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

Тоді

$$\varphi_2' = \frac{-r \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}; \quad \varphi_3' = \frac{r \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{b \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (3.49)$$

Для визначення аналогів прискорень продиференціюємо за узагальненою координатою рівняння (3.48) і одержимо

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi_1 + l \varphi_2'' \sin \varphi_2 + l (\varphi_2')^2 \cos \varphi_2 &= b \varphi_3'' \sin \varphi_3 + b (\varphi_3')^2 \cos \varphi_3; \\ -r \sin \varphi_1 + l \varphi_2'' \cos \varphi_2 - l (\varphi_2')^2 \sin \varphi_2 &= b \varphi_3'' \cos \varphi_3 - b (\varphi_3')^2 \sin \varphi_3, \end{aligned} \right\} (3.50)$$

де $\varphi_2'' = d\varphi_2' / d\varphi_1 = d^2\varphi_2 / d\varphi_1^2$, $\varphi_3'' = d\varphi_3' / d\varphi_1 = d^2\varphi_3 / d\varphi_1^2$ — аналоги кутових прискорень, які дорівнюють похідним за узагальненою координатою φ_1 від відповідних аналогів кутових швидкостей φ_2' і φ_3' .

Величини φ_2'' і φ_3'' можна знайти, якщо повернути систему координат послідовно на кути $(-\varphi_3)$ і $(-\varphi_2)$. При цьому одержимо

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2'' &= \frac{b (\varphi_3')^2 - r \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l (\varphi_2')^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)}{l \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}; \\ \varphi_3'' &= \frac{r \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + l (\varphi_2')^2 - b (\varphi_3') \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{b \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \end{aligned} \right\} (3.51)$$

Дійсні кутові швидкості ω_2 , ω_3 і прискорення ε_2 , ε_3 ланок 2 і 3 згідно з формулами (3.38) і (3.40) при $\omega_1 = \text{const}$ знаходять за формулами:

$$\omega_2 = \varphi_2' \omega_1; \quad \omega_3 = \varphi_3' \omega_1; \quad \varepsilon_2 = \varphi_2'' \omega_1^2; \quad \varepsilon_3 = \varphi_3'' \omega_1^2.$$

Цей метод може бути використаний і для більш складних механізмів, до яких входить декілька структурних груп II класу. При цьому потрібно розглянути таку саму кількість замкнених векторних контурів. Для кожного контуру окремо складають векторні рівняння замкнутості, проектують їх на координатні осі і одержують рівняння проєкцій, за якими знаходять положення ланок, потім шляхом диференціювання рівнянь проєкцій визначають аналоги швидкостей і прискорень. Проте остаточні залежності для з'ясування кінематичних параметрів у таких механізмах залежать не тільки від кількості та виду груп, які складають механізм, але й від положення точок приєднання до ланок попередніх груп і варіантів зборки. Це призводить до того, що для кожного механізму одержують свої алгоритми і досить громіздкі програми для

комп'ютерів, які вимагають значних затрат часу на їх складання і відладку. Скласти бібліотеку індивідуальних програм для всіх механізмів недоцільно і неможливо. Рациональніше створити уніфіковані блоки (підпрограми), використовуючи які можна скласти програму кінематичного дослідження будь-якого важільного механізму [4, 6, 8, 10].

Методика аналітичного дослідження кінематики просторових механізмів методом перетворенням координат розглядається в підручниках [1, 9, 18].

Питання для самоперевірки

1. Задачі і методи кінематичного дослідження механізмів. 2. Що розуміють під періодом (циклом) руху механізму? 3. Які допущення роблять при кінематичному дослідженні механізмів? 4. Як побудувати положення механізмів методом засічок? 5. Що розуміють під масштабом побудови? 6. Як визначити крайні (мертві) положення кривошипно-повзунного, шарнірного чотириланкового та кулісного механізмів? 7. Як побудувати діаграми переміщень, швидкостей та прискорень руху ланки? 8. Що називають планом швидкостей і прискорень? Наведіть два типи векторних рівнянь, які використовують при побудові планів швидкостей та прискорень. 9. Сформулюйте теореми подібності планів швидкостей і прискорень. Яка різниця між ними? 10. Запишіть формули для визначення нормального і коріолісового прискорень, кутових швидкостей і прискорень. Визначіть їх напрямки. 11. Аналоги швидкостей і прискорень. 12. Як визначити аналітичним способом переміщення, швидкості і прискорення плоских механізмів? 13. Чи залежить алгоритм кінематичного дослідження руху ланок структурної групи від механізму, до складу якого входить ця група?

ДИНАМІЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

4.1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів

При кінематичному дослідженні механізмів ми наперед вважали, що рух початкової ланки заданий, а рух інших ланок вивчається залежно від руху цієї ланки. За цих умов сили, які діють на ланки механізму, не враховувались. *При динамічному дослідженні механізмів розглядається рух ланок з урахуванням сил, що діють на них.*

Розрізняють *дві основні задачі динаміки* механізмів і машин:

1. Заданий закон руху початкової ланки механізму – треба визначити зовнішні сили, які забезпечують цей рух.
2. Задані зовнішні сили, що діють на ланки механізму, – треба визначити закон руху початкової ланки.

Перша задача має назву *силового аналізу механізмів*, друга – *динаміки механізмів* (машин). Крім цього, як і в інших розділах теорії механізмів і машин, у динаміці можна відрізнити два класи задач – аналіз і синтез механізмів і машин за заданими динамічними умовами. З цієї причини до розділу динаміки включають ряд інших задач, які мають важливе технічне значення, а саме: розрахунок маховика, регуляторів швидкості, зрівноваження мас у механізмі, визначення його коефіцієнта корисної дії (ККД), дослідження коливань у машинах, їхній віброзахист.

У цьому розділі проводитимемо всі дослідження без урахування сил тертя, прийнявши ланки механізмів за абсолютно тверді тіла. Але перед тим, як почати розв'язування задач динаміки, необхідно ознайомитися з силами, що діють на ланки механізмів і машин.

4.2. Сили, що діють у машинах

Як відомо із курсу теоретичної механіки під силою слід розуміти взаємодію тіл при передачі або перетворенні руху. Л. Ейлер вважав: усе, що спроможне змінити абсолютний стан тіл, називається силою. У динаміці механізмів і машин під *силою слід розуміти як причину зміни механічного стану тіла, так і опори, які при цьому виникають.*

Зміну механічного стану тіл можна виразити у *зміні його руху*, тобто в прискоренні; у *зміні його розмірів*, або деформації; у *зміні його форми*, наприклад кутання. Кожну дію, яка викликає ці зміни, а також опори, що виникають при цьому, називатимемо *силою*.

Сили, що діють у машинах, поділяються на дві основні групи:

1. *Рушійні сили* \overline{F}_p , які діють у бік руху тіла, тобто намагаються прискорити його рух.

2. *Сили опору* \overline{F}_o , які діють проти руху тіла, тобто намагаються сповільнити його рух.

У свою чергу сили опору поділяються на сили *корисного* (або виробничого) *опору* $\overline{F}_{ко}$ та сили шкідливого (або невиробничого) *опору* $\overline{F}_{шо}$.

Рушійні сили – це такі сили, які приводять механізм або машину в рух. Рушійними силами можуть бути тиск пари або газу, тиск води, повітря, електромагнітні сили, сили пружності пружини, сила тяжіння тощо. Напрямки рушійної сили і швидкості точки, у якій прикладена ця сила, або збігаються, або складають гострий кут. Тому проекція вектора сили на напрямок руху тіла завжди додатна, що і визначає *додатну роботу рушійних сил*.

До *сил корисного опору* відносять технологічні опори руху, на подолання яких при виконанні технологічного процесу витрачається робота, тобто для здійснення якого і призначено машину або механізм. Прикладом може служити опір різанню металів або вага вантажу, який ми підіймаємо. Тут доречно відзначити, що при опусканні вантажу його вага вже буде рушійною силою. Звідси випливає, що в деяких машинах одну й ту ж силу не можна завжди відносити до якої-небудь певної категорії. Сила корисного опору направлена в протилежний руху бік або утворює з напрямком швидкості тупий кут. Тому ця робота завжди від'ємна.

До *сил шкідливого опору* належать сили тертя в кінематичних парах, а також опір середовища. Щоправда, є випадки, коли силу тертя не можна віднести до сил шкідливого опору. У гальмах, наприклад, або в місцях стику приводних коліс локомотива з рейками, автомобіля з поверхнею дороги тертя корисне.

Розрізняють також *сили тяжіння* ланок \overline{G} , *сили інерції* $\overline{F}_{ін}$ і *сили реакції* \overline{R} у кінематичних парах. Проте ці сили не утворюють будь-якого нового класу. Залежно від напрямку їх дії ці сили треба віднести до рушійних сил або сил опору.

Сили тяжіння є результатом взаємодії ланок із Землею. У результаті того, що ця сила постійно спрямована в один бік, а в машинах траєкторії точок як правило замкнені, робота сил тяжіння за період руху механізму дорівнює нулю (без урахування витрат енергії на тертя). Всередині періоду руху ця робота відрізняється від нуля.

Сили інерції з'являються при зміні швидкості за величиною або напрямком. При періодичному русі робота сил інерції за період руху також

дорівнює нулю (без урахування витрат енергії на тертя). Це пояснюється тим, що швидкості й прискорення точок рухомих ланок по закінченні кожного періоду набирають початкових значень. Всередині періоду руху ця робота відрізняється від нуля, а самі сили інерції можуть набувати дуже великих значень.

Існують ще *сили реакції*, які виникають при взаємодії ланок у місцях їх стикання, тобто в кінематичних парах. Такі сили є внутрішніми силами для всього механізму в цілому, хоча для кожної окремо взятої ланки вони будуть зовнішніми. Робота сил реакцій ніколи не дорівнює нулю, оскільки не дорівнюють нулю сили тертя в кінематичних парах.

Усе досі сказане про сили стосується і моментів пар сил M , тому що вони характеризують дію сил при обертанні ($M = Fr$, де F – сила, r – плече цієї сили відносно осі обертання).

Рушійні сили і сили корисного опору, залежно від їх механічних, фізичних і технологічних характеристик, можуть бути сталими чи функціями різних кінематичних параметрів – переміщень, швидкостей, прискорень і часу. Наприклад, у вантажопідіймальних машинах, прокатних станах сили виробничих опорів залишаються сталими. У машинному агрегаті з двигуном внутрішнього згоряння і поршневим насосом рушійні сили й сили виробничих опорів залежать від положення ведучих ланок. Для машинного агрегата поршневий двигун-генератор електричного струму рушійна сила є функцією положення ведучої ланки, а сила корисного опору – функцією кутової швидкості вала генератора. У каменедробарках, тістомісильних машинах сили виробничого опору є функцією часу і т.д.

Рушійні сили й сили опору, як правило, визначають експериментальним шляхом, застосовуючи відповідні прилади. Здобуті дані відображають у вигляді аналітичних залежностей або діаграм сил, робіт чи потужностей. Ці функціональні залежності мають назву *механічних характеристик*. У курсі теорії механізмів і машин питання теорії робочих процесів не розглядаються, а тому при розв'язуванні задач механічні характеристики двигунів і робочих машин вважаються відомими.

4.3. Визначення сил інерції

Як відомо з теоретичної механіки, у загальному випадку всі сили інерції елементарних мас будь-якої ланки AB (рис. 4.1), яка здійснює плоский складний рух і має площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до головного вектора сили інерції $\vec{F}_{\text{ін}}$ (скорочено –

сили інерції), який прикладаємо в центрі мас S , і до головного вектора моменту сил інерції $\bar{M}_{\text{ін}}$ (скорочено – моменту сили інерції).

Сила інерції визначається за формулою

$$\bar{F}_{\text{ін}} = -m\bar{a}_S, \quad (4.1)$$

де $\bar{F}_{\text{ін}}$ – вектор сили інерції ланки AB ; m – маса ланки, кг; \bar{a}_S – вектор повного прискорення центра мас S , м/с².

Сила інерції ланки $\bar{F}_{\text{ін}}$ спрямована протилежно вектору прискорення центра мас \bar{a}_S .

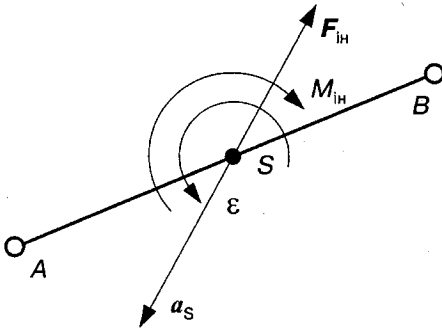


Рис. 4.1. Визначення сил інерції

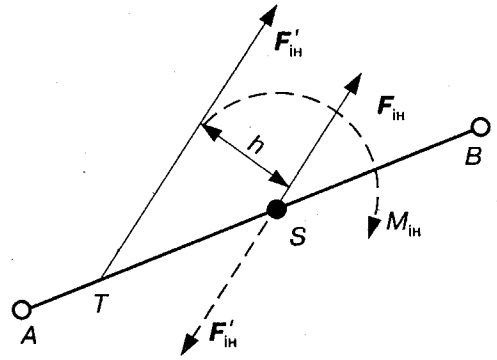


Рис. 4.2. Визначення рівнодіючої сил інерції

Таким чином, для визначення сили інерції $\bar{F}_{\text{ін}}$ ланки треба знати її масу й вектор повного прискорення \bar{a}_S центра мас. Як видно з (4.1), сила інерції має одиницю вимірювання кілограм-метр на секунду в квадраті (кг·м/с²), тобто вимірюється у **ньютонax** (Н).

Момент $\bar{M}_{\text{ін}}$ пари сил інерції спрямований протилежно кутовому прискоренню $\bar{\epsilon}$ і може бути визначений за формулою

$$\bar{M}_{\text{ін}} = -J_S \bar{\epsilon}, \quad (4.2)$$

де J_S – момент інерції ланки відносно осі, яка проходить через центр мас і перпендикулярна до площини руху ланки, а $\bar{\epsilon}$ – її кутове прискорення.

Момент інерції J_S має одиницю вимірювання кг·м², кутове прискорення $\bar{\epsilon}$ – рад/с², тому момент $\bar{M}_{\text{ін}}$ пари сил інерції вимірюють у кг·м²/с² = Н·м.

Силу інерції $\bar{F}_{\text{ін}}$ і момент пари сил інерції $\bar{M}_{\text{ін}}$ можна замінити однією рівнодіючою силою $\bar{F}'_{\text{ін}}$, що за величиною дорівнює силі інерції $\bar{F}_{\text{ін}}$ (рис. 4.2), лінія дії якої зміщена відносно центра мас S на відстань $h = M_{\text{ін}}/F_{\text{ін}}$, тобто момент пари сил інерції ($M_{\text{ін}} = F_{\text{ін}} h$) замінюємо парою сил.

У деяких випадках усі сили інерції ланки замінюють силами інерції мас, які розміщують у вибраних точках, що мають назву *замінювальних точок* [1, 9, 22].

4.4. Силовий розрахунок плоских механізмів без урахування сил тертя

Основні задачі силового розрахунку. Визначення сил, що діють на ланки механізмів, має велике практичне значення для розрахунків ланок на міцність, жорсткість, вібробстійкість, зносостійкість, довговічність, для визначення втрат енергії на тертя, а також для підрахунку енергетичного балансу машини та виконання інших подібних розрахунків.

Основними задачами силового розрахунку механізмів є, *по-перше*, визначення зовнішніх невідомих сил, що діють на ланки механізмів; *по-друге*, визначення сил взаємодії ланок у місцях їх стикання, тобто реакцій у кінематичних парах; *по-третє*, визначення зрівноважувальної сили або зрівноважувального моменту сил.

При розв'язуванні задач силового розрахунку механізмів припускається, що закон руху початкової ланки задано; так само припускається, що маси і моменти інерції ланок відомі. Отже, завжди можна визначити ті сили інерції, які необхідні для розв'язання задач силового розрахунку. У першому наближенні силовий розрахунок проводять без урахування сил тертя в кінематичних парах.

Найпростішим випадком силового розрахунку механізмів є рівновага тобто коли ланки механізму перебувають у стані спокою або рівномірному прямолінійному русі. У цих випадках не виникають динамічні сили (сили інерції). Тому для розв'язання такої задачі досить звичайних рівнянь статyki. У загальному випадку, при наявності прискорень, виникають сили інерції, і рівнянь статyki тут мало. Щоб розв'язати задачу про знаходження сил, використовують *принцип Даламбера*, згідно з яким *рухома система тіл перебуває у кожному моменті часу в рівновазі під дією зовнішніх сил, включаючи сили інерції*.

Таким чином, користуючись принципом Даламбера, можна задачу динаміки розв'язати методами статyki, якщо умовно віднести до зовнішніх сил і сили (моменти сил) інерції, які виникають при русі ланок з прискоренням і діють на елементи кінематичних пар як додаткові сили. Проте треба пам'ятати, що сили інерції, які докладаємо до ланок, умовні. Вони діють на

іншу ланку, яка спричиняє прискорений рух даної ланки. У такому змісті і розуміють характер сил інерції.

Розв'язання задачі динаміки методами статички називають *кінето-статичним* розрахунком.

Статична визначеність структурної групи. Як відомо з курсів теоретичної механіки і опору матеріалів, задача про знаходження сил легко розв'язується для статично визначених систем. *Статично визначеною системою* називають таку систему, в якій кількість невідомих сил дорівнює числу рівнянь рівноваги, які можна скласти для їх знаходження.

Тому, перше ніж приступати до розв'язування задачі знаходження невідомих сил, треба з'ясувати, для яких кінематичних ланцюгів дотримується умова статичної визначеності. Для прикладу розглянемо плоский механізм, у склад якого входить n рухомих ланок, p_5 кінематичних пар п'ятого класу і p_4 кінематичних пар четвертого класу. Для того, щоб визначити реакції у кінематичних парах, необхідно щоб були відомі всі зовнішні сили (включаючи сили інерції), які діють на ланки механізму. Для кожної ланки плоского механізму можна скласти три рівняння, тому для n ланок – $3n$ рівнянь. Будь-яка сила характеризується трьома параметрами: величиною (модулем), напрямком і точкою прикладання. Розглянемо які з цих параметрів відомі, а які невідомі для сил реакцій у різних кінематичних парах плоских механізмів.

Сили реакцій (сили взаємодії) між двома тілами (ланками), які стикаються, при відсутності тертя завжди напрямлені нормально до стичних поверхонь. Тому в обертовій кінематичній парі (рис. 4.3, а) реакція \bar{R}_{21} , яка прикладена до ланки 2 зі сторони ланки 1, буде завжди проходити через центр шарніра O . Величина і напрямок дії цієї сили \bar{R}_{21} невідомі, тому що вони залежать від сил, які прикладені до ланок 1 і 2.

Сказане повністю відноситься і до реакції \bar{R}_{12} , яка прикладена до ланки 1 зі сторони ланки 2, тому що сили взаємодії зв'язані між собою третім законом Ньютона: $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$.

У поступальній парі (рис. 4.3, б) результуюча реакція \bar{R}_{21} буде направлена перпендикулярно до осі руху $x-x$ ланок цієї пари, при цьому невідомими лишаються її величина і точка прикладання C .

У вищій парі IV класу (рис. 4.3, в) реакція \bar{R}_{21} направлена вздовж спільної нормалі $n-n$ (без урахування сил тертя) і прикладена в точці дотику C . Тому в такій кінематичній парі відомі точка прикладання і напрямок сили реакції. Невідомою є її величина.

Тоді для плоского кінематичного ланцюга кількість невідомих дорівнюватиме $2p_5 + p_4$.

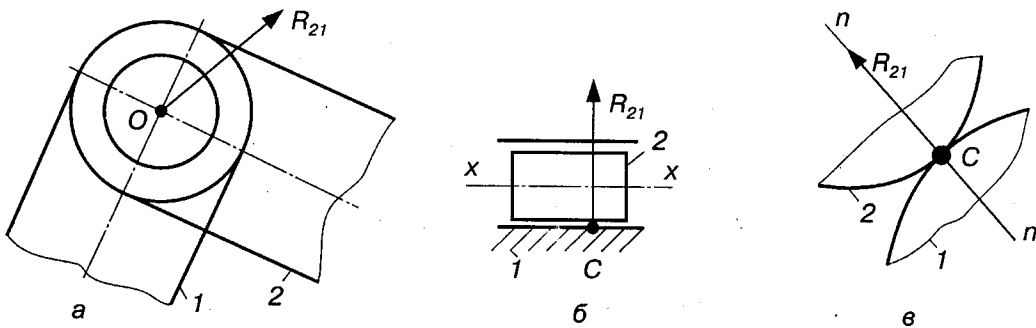


Рис. 4.3. Реакції в кінематичних парах:

а) обертовій парі V класу; б) поступальній парі V класу; в) парі IV класу

Кінематичний ланцюг буде статично визначений, коли число невідомих параметрів дорівнює числу рівнянь, тобто в нашому випадку повинна дотримуватись рівність

$$2p_5 + p_4 = 3n$$

або

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0. \quad (4.3)$$

Вираз, який знаходиться в лівій частині рівності (4.3), показує число ступенів вільності плоского кінематичного ланцюга (2.7).

Отже, *статично визначеними є кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності*. Такими кінематичними ланцюгами є структурні групи (2.10). Звідси випливає, що *структурні групи є статично визначеними*, а тому при силовому розрахунку доцільно розглядати рівновагу окремих структурних груп.

Умова (4.3) справедлива для плоскої системи зовнішніх сил, які діють на ланки механізму. При просторовому розташуванні сил число рівнянь статички і число невідомих складових реакцій повинні відповідати умові (2.11). Статично визначений механізм не повинен мати зайвих зв'язків. Наявність таких зв'язків збільшує число невідомих складових реакцій, і для їх визначення додатково до рівнянь статички повинні бути складені рівняння деформацій.

Методика і порядок силового розрахунку механізмів На підставі сказаного раніше можна викласти методику силового розрахунку механізмів. При силовому розрахунку механізм розбивають на структурні групи, тобто на статично визначені ланцюги, до яких прикладають усі зов-

нішні сили, включаючи сили (моменти сил) інерції, дію основного механізму на ланки групи замінюють реакціями. Під дією всіх цих сил група знаходиться у рівновазі, а тому можна скласти відповідну кількість рівнянь рівноваги, розв'язуючи які відносно невідомих складових реакцій, знаходимо їх. Причому, на відміну від кінематичного дослідження механізмів, силовий розрахунок починають з останньої від початкової ланки приєднаної структурної групи і закінчують силовим розрахунком початкової (початкових) ланки.

Таким чином, силовий розрахунок механізмів зводиться до розрахунку окремих структурних груп. Послідовність силового розрахунку структурних груп II класу наведена в табл. 4.1 [15].

Методику та порядок силового розрахунку плоских механізмів розглянемо на прикладі шестиланкового механізму преса (рис. 4.4).

Приклад 4.1. Виконати силовий розрахунок шестиланкового механізму преса, кінематична схема якого показана на рис. 4.4, а. Задані швидкість обертання кривошипа ω_1 , маси ланок – m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 ; моменти інерції ланок відносно осей, які проходять через їх центри мас – $J_{S_1}, J_{S_2}, J_{S_3}, J_{S_4}$; виробничий опір $\bar{F}_{\text{ко}}$ (сила корисного опору). Зрівноважувальну силу прикласти до кривошипа I у точці A перпендикулярно до лінії OA.

Розв'язання. Перше ніж розпочати силовий розрахунок механізму, необхідно визначити швидкості й прискорення всіх його ланок, а також усіх точок, до яких прикладені сили (див. п. 3.5.3). На рис. 4.4, б для зручності знаходження сил інерції і їх моментів наведено план прискорення цього механізму (див. п. 3.5.3, рис. 3.9).

Визначення сил інерції ланок. Величини сил інерції ланок і їх моменти визначаємо за формулами (4.1) і (4.2) :

$$F_{\text{ін}1} = m_1 a_{S_1}, F_{\text{ін}2} = m_2 a_{S_2}, F_{\text{ін}3} = m_3 a_{S_3}, F_{\text{ін}4} = m_4 a_{S_4}, F_{\text{ін}5} = m_5 a_E;$$

$$M_{\text{ін}1} = J_{S_1} \varepsilon_1 = 0, M_{\text{ін}2} = J_{S_2} \varepsilon_2, M_{\text{ін}3} = J_{S_3} \varepsilon_3, M_{\text{ін}4} = J_{S_4} \varepsilon_4, M_{\text{ін}5} = 0.$$

Вектори сил інерції прикладаємо в центрах мас відповідних ланок і направляємо їх у протилежний бік від прискорень центрів мас. Моменти сил інерції направляємо в протилежний бік від кутових прискорень ланок (рис. 4.4, а).

На розрахунковій схемі (рис. 4.4, а), крім цього, показані вектори сил тяжіння \bar{G}_i , величини яких $G_i = m_i g$, де g – прискорення вільного падіння.

Визначивши сили інерції ланок механізму, ми у даному разі розв'язали перше завдання силового розрахунку – знайшли всі зовнішні сили, які діють на ланки механізму, включаючи сили інерції. Після цього можна розпочати визначення реакцій у кінематичних парах і знаходження зрівноважувальної сили (моменту сили).

Послідовність силового розрахунку структурних груп II класу

Вид групи	Розрахункова схема структурної групи	Скласти рівняння		Визначити
1		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 2	R_{21}^i
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 3	R_{34}^i
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для групи	R_{21}^n, R_{34}^n
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{23} (значення і напрямок)
2		$\sum M_n(F_i) = 0$	для ланки 2	R_{21}^i
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для групи	R_{21}^n, R_{34}^n
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{23} (значення і напрямок)
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 3	h_3
3		$\sum M_C(F_i) = 0$	для групи	R_{21}^i
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{21}^n, R_{23}
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 3	R_{34} (значення і напрямок)
		$\sum M_C(F_i) = 0$	для ланки 3	h_{32}
4		$\sum \bar{F}_i = 0$	для групи	R_{21}, R_{34}
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{23} (значення і напрямок)
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 2	h_{21}
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 3	h_{34}
5		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 3	R_{34}, R_{32}
		$\sum \bar{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{21} (значення і напрямок)
		$\sum M_A(F_i) = 0$	для ланки 2	h_{23}
		$\sum M_A(F_i) = 0$	для групи	h_{34}

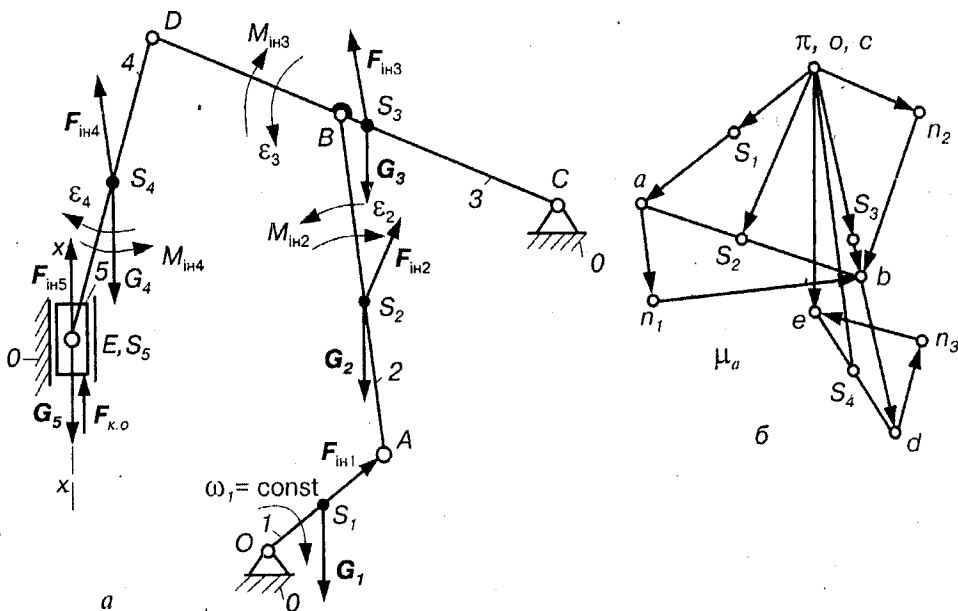


Рис. 4.4. До силового розрахунку механізмів:
 а) розрахункова схема механізму; б) план прискорень

Визначення реакцій у кінематичних парах. Для цього розбиваємо механізм на групи Ассура. Механізм преса (рис. 4.4, а) складається з механізму I класу (кривошип 1 і стояк 0) та двох груп II класу: група 2-3 – I виду, група 4-5 – II виду. Силовий розрахунок починають з останньої приєднаної групи, у нашому випадку з групи 4-5.

Силовий розрахунок групи 4-5 (рис. 4.5, а). На ланки групи діють сили $\overline{F}_{ін4}$, \overline{G}_4 , $\overline{F}_{ін5}$, \overline{G}_5 , $\overline{F}_{ко}$, момент сил інерції $\overline{M}_{ін4}$. Дію ланок 3 і 0 замінюємо реакціями \overline{R}_{43} і \overline{R}_{50} . Рівняння рівноваги ланок групи має вигляд

$$\overline{R}_{43} + \overline{G}_4 + \overline{F}_{ін4} + \overline{F}_{ко} + \overline{F}_{ін5} + \overline{G}_5 + \overline{R}_{50} = 0. \quad (4.4)$$

Для побудови плану сил необхідно, щоб кожний вектор сили був відомий як за величиною так і за напрямком. Домовимося надалі підкреслювати вектор сили рисками залежно від кількості відомих (відомими вважаються і величина, й напрямок сили).

У рівнянні (4.4) відомими є сили підкреслені двома рисками, невідомі – реакції \overline{R}_{43} і \overline{R}_{50} (відомий напрямком), тобто три невідомі. Момент $\overline{M}_{ін4}$ у це рівняння не входять, оскільки момент сил – це пара сил, які на-

правлені в протилежні боки. Реакція в обертовій кінематичній парі E до рівняння (4.4) також не входить, тому що вона для групи в цілому є внутрішня сила: з якою силою ланка 5 діє на ланку 4, з такою ж силою ланка 4 діє на ланку 5 ($\bar{R}_{45} = -\bar{R}_{54}$).

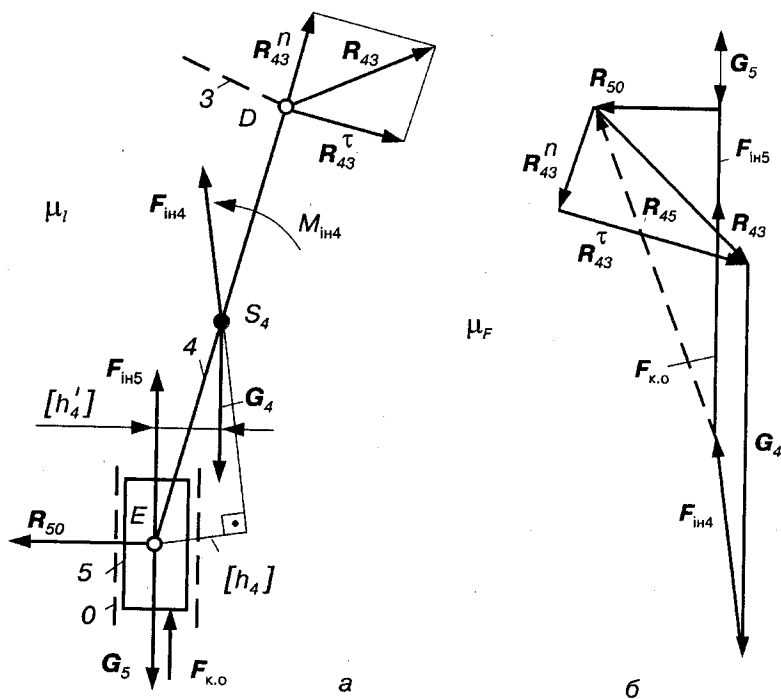


Рис. 4.5. Силовий розрахунок структурної групи 4-5:
а) розрахункова схема групи; б) план сил

Задача зі знаходження сил може розв'язуватися аналітично й графічно. У першому випадку рівняння (4.4) записується у вигляді проекцій на координатні осі. При необхідності складають додаткові рівняння з таким розрахунком, щоб кількість усіх рівнянь дорівнювала числу невідомих (у нашому випадку – три).

На практиці, особливо в навчальному процесі та на стадії складання комп'ютерних програм, досить широко використовується графічний спосіб визначення сил шляхом побудови *планів сил*. Це пояснюється тим, що графічний метод не тільки наочний, добре розкриває методику силового розрахунку, але й дає достатню для практики точність досліджень, що дозволяє порівнянно легко контролювати достовірність аналітичного розрахунків.

Для побудови плану сил у рівнянні рівноваги (4.4) може бути не більше двох невідомих. У нашому випадку необхідно зменшити кількість невідомих з 3 до 2. У цьому рівнянні маємо три невідомі (величина і напрямок реакції \bar{R}_{43} і величина реакції \bar{R}_{50}). Розкладаємо вектор \bar{R}_{43} на дві складові: нормальну \bar{R}_{43}^n й дотичну \bar{R}_{43}^t , тобто

$$\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t. \quad (4.5)$$

Складаємо рівняння рівноваги моментів усіх сил, що діють на ланку 4, відносно точки E (рис. 4.5, а):

$$\sum M_{E(4)} = -R_{43}^t l_{DE} + F_{in4} h_4 - G_4 h'_4 + M_{in4} = 0, \quad (4.6)$$

звідки

$$R_{43}^t = \frac{F_{in4} h_4 - G_4 h'_4 + M_{in4}}{l_{DE}},$$

де $h_4 = [h_4] \mu_l$, $h'_4 = [h'_4] \mu_l$ – відповідно плечі сил \bar{F}_{in4} і \bar{G}_4 відносно точки E ; $[h_4]$, $[h'_4]$ – відрізки, які зображують ці плечі на рисунку; μ_l – масштаб довжини.

У рівнянні (4.6) і далі цифра 4, яка вказана в дужках, показує номер ланки, рівновага якої розглядається.

Підставивши (4.5) у рівняння (4.4), маємо

$$\bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t + \bar{G}_4 + \bar{F}_{in4} + \bar{F}_{ko} + \bar{F}_{in5} + \bar{G}_5 + \bar{R}_{50} = 0. \quad (4.7)$$

На підставі такого рівняння можна побудувати план сил групи (рис. 4.5, б). Для цього проводимо лінію, паралельну напрямку нормальної реакції \bar{R}_{43}^n . З будь-якої точки, взятої на цій лінії, відкладаємо послідовно згідно з рівнянням (4.7) у масштабі μ_F вектори $\bar{R}_{43}^t, \bar{G}_4, \dots, \bar{G}_5$ і, провівши через кінець вектора \bar{G}_5 напрямок реакції \bar{R}_{50} до перетину з напрямком реакції \bar{R}_{43}^n , знаходимо величини й дійсні напрямки цих реакцій: $R_{43}^n = [R_{43}^n] \mu_F$, $R_{50} = [R_{50}] \mu_F$, $R_{43} = [R_{43}] \mu_F$, де $[R_{43}^n], [R_{50}], [R_{43}]$ – відрізки на плані сил, мм, які зображують відповідні сили.

Для визначення реакції в обертовій парі E розглянемо умову рівноваги, наприклад, ланки 4:

$$\bar{R}_{43} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{in5} + \bar{R}_{45} = 0. \quad (4.8)$$

У цьому рівнянні невідома тільки реакція \bar{R}_{45} (за величиною і напрямком). Для її знаходження будемо план сил, використовуючи (4.8). У нашому випадку досить з'єднати початок вектора \bar{R}_{43} з кінцем вектора $\bar{F}_{ін4}$ (на рис. 4.5, б вектор \bar{R}_{45} показаний штриховою лінією). Треба відмітити, що така побудова можлива тільки тоді, коли сили, які діють на кожну ланку, згруповані в рівнянні (4.7) так, що сили, які діють на ланку 4 – ліворуч, на ланку 5 – праворуч.

Точку прикладання реакції \bar{R}_{50} (рис. 4,5, а) знаходимо з рівняння моментів усіх сил, що діють на ланку 5, відносно точки E , але, враховуючи, що всі сили, які діють на ланку 5, перетинаються у точці E , то й реакція \bar{R}_{50} також проходить через точку E .

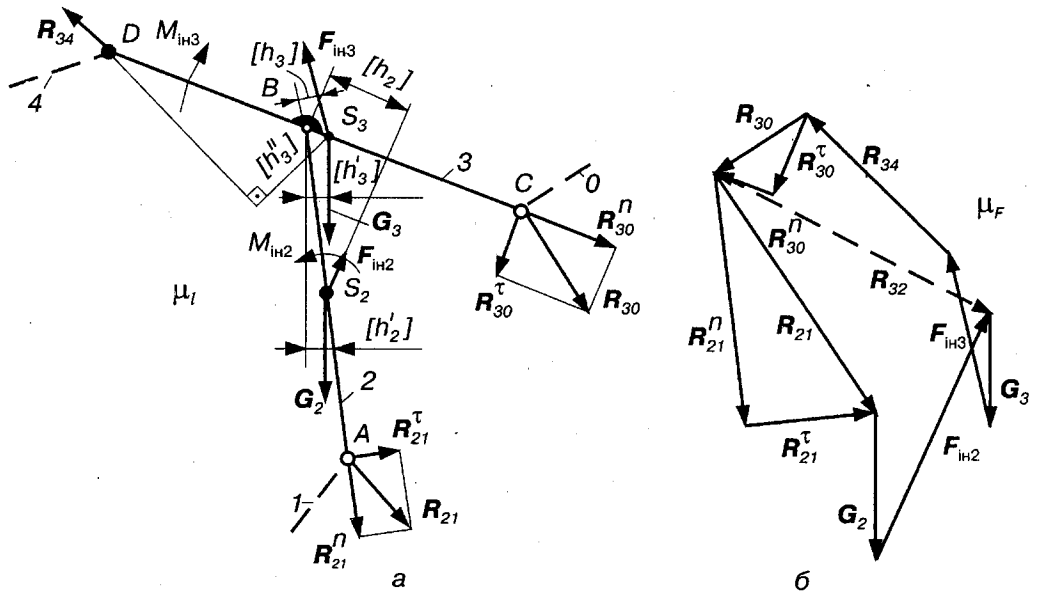


Рис. 4.6. Силевий розрахунок структурної групи 2-3:
а) розрахункова схема групи; б) план сил

Силевий розрахунок групи 2—3. На ланки групи (рис. 4.6, а) діють сили $\bar{G}_2, \bar{F}_{ін2}, \bar{G}_3, \bar{F}_{ін3}$, відома реакція \bar{R}_{34} на ланку 3 зі сторони ланки 4 ($\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{43}$), а також моменти сил інерції $M_{ін2}$ і $M_{ін3}$. Невідомі реакції в обертових парах A і C , які розкладаємо на складові: $\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau$, $\bar{R}_{30} = \bar{R}_{30}^n + \bar{R}_{30}^\tau$ (нормальні складові направляємо вздовж відповідних ланок, а

дотичні – перпендикулярно до них). Величину дотичних складових знаходимо з рівнянь моментів сил, які діють відповідно на ланки 2 і 3, відносно точки B :

$$\sum M_{B(2)} = R_{12}^{\tau} l_{AB} + F_{\text{ін}2} h_2 - G_2 h'_2 + M_2 = 0;$$

$$\sum M_{B(3)} = -R_{30}^{\tau} l_{BC} + F_{\text{ін}3} h_3 - G_3 h'_3 - R_{34} h_3'' - M_{\text{ін}3} = 0,$$

звідки

$$R_{12}^{\tau} = \frac{G_2 h'_2 - F_{\text{ін}2} h_2 - M_2}{l_{AB}}; \quad R_{30}^{\tau} = \frac{F_{\text{ін}3} h_3 - G_3 h'_3 - R_{34} h_3'' - M_{\text{ін}3}}{l_{BC}},$$

де $h_2 = [h_2] \mu_l$, $h'_2 = [h'_2] \mu_l$ і т. п. – плечі відповідних сил відносно точки B .

Складаємо рівняння рівноваги всієї групи під дією прикладених сил (невідомі \bar{R}_{12}^n і \bar{R}_{03}^n розташовуємо на краях рівняння):

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{\text{ін}2} + \bar{F}_{\text{ін}3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{03}^{\tau} + \bar{R}_{03}^n = 0. \quad (4.9)$$

Згідно з рівнянням (4.9) будуємо план сил (рис. 4.6,б), послідовно відкладаючи у вибраному масштабі всі вектори, точка перетину напрямків \bar{R}_{12}^n і \bar{R}_{03}^n визначить їхню величину у дійсний напрямок. Тоді

$$R_{12}^n = [R_{12}^n] \mu_F, \quad R_{12} = [R_{12}] \mu_F, \quad R_{03}^n = [R_{03}^n] \mu_F, \quad R_{03} = [R_{03}] \mu_F.$$

Реакцію в обертовій парі B знаходимо з рівноваги ланки 2:

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{\text{ін}2} + \bar{R}_{23} = 0. \quad (4.10)$$

У цьому рівнянні невідома тільки реакція \bar{R}_{23} , яку можна знайти, побудувавши план сил за рівнянням (4.9). На рис. 4.6, б реакція $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ показана штриховою лінією.

Силовий розрахунок механізму закінчується силовим розрахунком механізму I класу (кривошипа 1).

Силовий розрахунок механізму I класу. До кривошипа 1 (рис. 4.7, а) прикладаємо всі зовнішні сили, включаючи сили інерції, які діють на нього (\bar{G}_1 , $\bar{F}_{\text{ін}1}$). Крім цього, на кривошип 1 у точці A діє реакція \bar{R}_{12} зі сторони ланки 2 групи Ассур, приєднаної до нього. Ця реакція дорівнює за величиною реакції \bar{R}_{21} , але направлена в протилежний бік. Реакція \bar{R}_{21} вже визначена при силово-

му розрахунку приєднаної структурної групи, тобто $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$. Крім цього, у кінематичній парі O на кривошип діє сила реакції \bar{R}_{10} з боку стояка. Цю реакцію треба визначити. Проте, як випливає з формули (4.3), кривошип 1 під дією прикладених до нього сил, у тому числі й сил інерції, не перебуває у рівновазі, тому що при одній рухомій ланці й одній парі V класу число рівнянь рівноваги, яке можна скласти, буде на одиницю більше числа невідомих, що треба визначити, тобто

$$3n - 2p_5 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$$

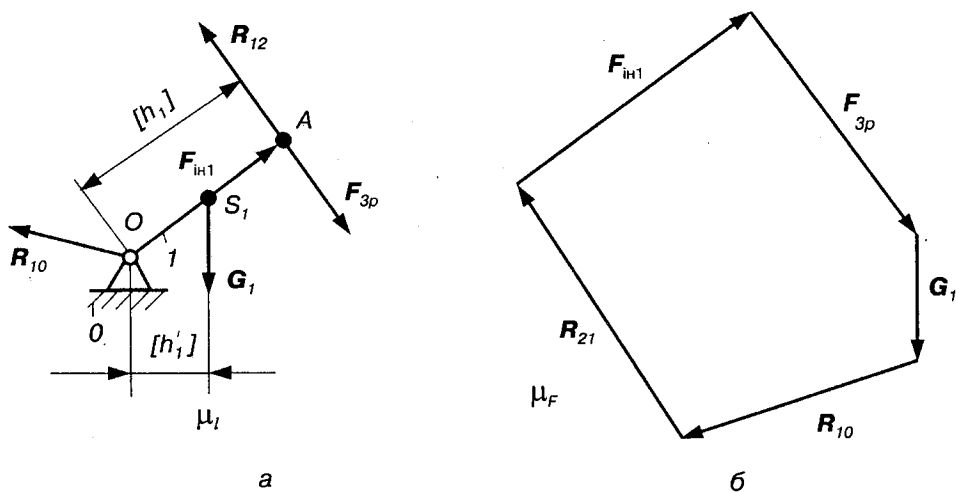


Рис. 4.7. Силевий розрахунок механізму I класу:
а) розрахункова схема групи; б) план сил

Для того, щоб була забезпечена рівновага кривошипа, необхідно додатково ввести силу або пару сил, які зрівноважують усі сили, прикладені до нього. Цю силу називають *зрівноважувальною силою*, а момент пари сил – *зрівноважувальним моментом*. Умовимось зрівноважувальну силу позначати через $\bar{F}_{зр}$, а зрівноважувальний момент – $M_{зр}$. Точка прикладання і напрямок зрівноважувальної сили (моменту) мають бути задані або визначені з конструкції приводу початкової ланки. Наприклад, якщо вал кривошипа 1 зв'язаний з двигуном за допомогою муфти, то треба прикласти до кривошипа 1 зрівноважувальний момент $M_{зр}$, якщо цей вал з'єднаний з двигуном за допомогою зубчастої передачі, то до кривошипа

треба прикласти зрівноважувальну силу, яка діятиме вздовж нормалі до профілю зубців (вздовж лінії зачеплення, див. розд. 9). Залежно від того, що діє – сила $F_{зр}$ (і як вона прикладена) чи момент $M_{зр}$, – реакція R_{10} у кінематичній парі O буде різна.

Зрівноважувальна сила або зрівноважувальний момент є такою силою або моментом, які необхідно прикласти до початкової ланки, щоб вона рухалася за заданим законом (як правило рух початкової ланки приймають рівномірним). У робочих машинах зрівноважувальну силу (момент) можна собі уявити, як деяку ідеальну (умовну) рушійну силу, яку треба прикласти до початкової ланки, щоб дотриматися заданого закону руху; у машинах-двигунах, навпаки, як деяку ідеальну силу опору. Проте реальні сили, які прикладені до початкової ланки, як правило, відрізняються від зрівноважувальної сили (моменту), а тому дійсний рух початкової ланки відрізнятиметься від заданого, тобто $\omega_1 \neq \text{const}$. Про це йтиметься в розділі 5.

Нехай зрівноважувальна сила $\overline{F}_{зр}$ буде прикладена у точці A , як це показано на рис. 4.7,а. Її величину можна знайти з рівноваги кривошипа I відносно точки O , записавши рівняння моментів усіх сил, що діють на нього:

$$\sum M_{O(1)} = -F_{зр} l_{OA} + R_{12} h_1 - G_1 h'_1 = 0,$$

звідки

$$F_{зр} = \frac{R_{12} h_1 - G_1 h'_1}{l_{OA}},$$

де h_1 і h_2 – плечі сил відносно точки O .

Для знаходження реакції \overline{R}_{10} складаємо рівняння рівноваги кривошипа I:

$$\overline{R}_{12} + \overline{F}_{ін1} + \overline{F}_{зр} + \overline{G}_1 + \overline{R}_{10} = 0. \quad (4.11)$$

У цьому рівнянні невідома тільки реакція \overline{R}_{10} , яку знаходимо побудовою плану сил (рис. 4.7, б). Якщо величина зрівноважувальної сили, одержана з рівнянь (4.11), буде від'ємною, треба на плані сил змінити її напрямок на протилежний.

Якщо до початкової ланки прикласти зрівноважувальний момент, методика силового розрахунку не змінюється, змінюється лише величина і

напрямок реакції \bar{R}_{10} .

4.5. Важіль М. Є. Жуковського

У тому разі, коли нема потреби робити повний силовий розрахунок механізму, в результаті якого визначаються реакції в кінематичних парах (наприклад, розрахунок потужності двигуна), задача зводиться тільки до визначення зрівноважувальної сили або зрівноважувального моменту, який прикладають до початкової ланки. Реакції в кінематичних парах можуть залишатися невідомими, як внутрішні сили для всього механізму в цілому. У таких випадках для знаходження зрівноважувальної сили користуються методом (правилом) так званого „жорсткого” *важеля М. Є. Жуковського*. Правило М.Є. Жуковського ґрунтується на використанні *принципу можливих переміщень*, згідно з яким, *якщо на будь-яку механічну систему діє ряд сил, то, приєднавши до заданих сил сили інерції і на-давши всій системі можливих для даного її положення переміщень, дістанемо ряд елементарних робіт, сума яких дорівнює нулю*.

Для механізму, в якому ланки здійснюють визначений рух, можливі переміщення стають дійсними переміщення. Тоді, якщо на ланки механізму діє ряд сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \dots, \bar{F}_n$, принцип можливих переміщень можна виразити в такому вигляді:

$$F_1 ds_1 \cos \alpha_1 + F_2 ds_2 \cos \alpha_2 + \dots + F_n ds_n \cos \alpha_n = 0, \quad (4.12)$$

або

$$\sum_{i=1}^n F_i ds_i \cos \alpha_i \doteq 0,$$

де ds_i – дійсне нескінченно мале переміщення точки прикладання сили \bar{F}_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$); α_i – кут між напрямком сили \bar{F}_i і напрямком переміщення точки прикладання цієї сили.

Поділивши рівняння (4.12) на dt , дістанемо

$$\sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i = \sum_{i=1}^n P_i = 0, \quad (4.13)$$

де $v_i = ds_i/dt$ – швидкість точки прикладання сили \bar{F}_i ; P_i – миттєва потужність, що розвивається силою \bar{F}_i .

Рівняння (4.13) показує, що принцип можливих переміщень можна виразити через суму миттєвих потужностей сил, що діють на ланки механізму.

Для окремо взятої ланки AB (рис. 4.8, а), на яку діє сила \vec{F}_i , що прикладена в точці C (швидкість точок A і B задані, точка P — миттєвий центр швидкостей), миттєва потужність, що розвиває ця сила,

$$P_i = F_i v_C \cos \alpha_i$$

може бути виражена по-іншому. Для цього будемо повернутий на 90° проти миттєвого обертання ланки AB план швидкостей цієї ланки (рис. 4.8, б), у точку c якого прикладаємо силу \vec{F}_i , і запишемо момент сили \vec{F}_i відносно полюса p :

$$M_p = F_i h_i = F_i (pc) \cos \alpha_i, \quad (4.14)$$

де h_i — плече сили \vec{F}_i відносно полюса p ; pc — відрізок на плані швидкостей, який у масштабі μ_v визначає швидкість точки C , тобто $v_C = (pc) \mu_v$. Тоді, помноживши ліву й праву частини (4.14) на μ_v , дістанемо

$$F_i h_i \mu_v = F_i v_C \cos \alpha_i.$$

Такі самі вирази можна записати і для сил, що діють на інші ланки механізму. Просумувавши їх, дістанемо рівняння, яке буде тотожне рівнянню (4.13), сума членів якого дорівнює нулю, тобто

$$F_1 v_1 \cos \alpha_1 + F_2 v_2 \cos \alpha_2 + \dots + F_n v_n \cos \alpha_n = F_1 h_1 \mu_v + F_2 h_2 \mu_v + \dots + F_n h_n \mu_v = 0,$$

або після скорочення на μ_v , маємо

$$\sum_{i=1}^n F_i h_i = 0. \quad (4.15)$$

Рівняння (4.15) і є записане в математичній формі *правило важеля М. Є. Жуковського*, яке можна сформулювати так.

Переносимо всі задані сили, що діють у даний момент часу на ланки механізму, у тому числі й сили інерції, в однойменні точки повернутого плану швидкостей, не змінюючи при цьому величини і напрямку сили. Розглядаємо повернутий план швидкостей як деякий жорсткий важіль, який знаходиться в рівновазі відносно полюса плану швидкостей під дією всіх прикладених сил. Тоді сума моментів усіх цих сил, включаючи зрівноважувальну силу, відносно полюса плану швидкостей дорівнює нулю.

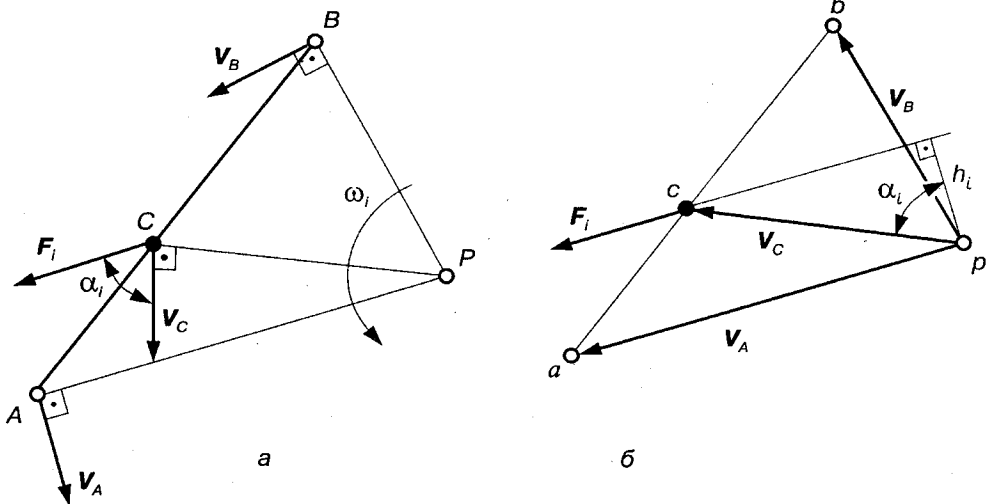


Рис. 4.8. До виводу правила важеля М. Є. Жуковського

Така геометрична інтерпретація принципу можливих переміщень дуже зручна для розв'язування задач динаміки механізмів. Метод цей дістав назву методу М.Є.Жуковського за ім'ям великого російського механіка, який його запропонував, а важіль, яким користуються в цьому методі, названо *важелем Жуковського*.

Метод Жуковського можна застосувати для знаходження величини будь-якої сили, якщо точку прикладання і напрямок цієї сили задано, а також задано значення, напрямки і точка прикладання всіх інших сил. Справді, у цьому випадку в рівнянні (4.15) буде тільки одне невідоме значення шуканої сили, яка з нього визначається.

Якщо на ланки механізму, крім сил \bar{F}_i , діють ще пара сил, моментом,

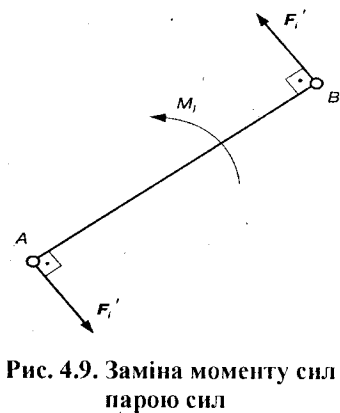


Рис. 4.9. Заміна моменту сил парою сил

яких є M_i , то при використанні правила Жуковського кожний момент M_i (рис. 4.9) розкладають на пару сил \bar{F}'_i , які прикладають у дві точки, наприклад А і В. Величину й напрямок кожної сили \bar{F}'_i визначають за умови, що $M_i = F'_i l_i$, де $F'_i = M_i / l_i$, l_i – плече сил \bar{F}'_i , що дорівнює в нашому випадку (рис. 4.9) довжині ланки АВ ($l_i = l_{AB}$). При цьому напрямок моменту пари сил \bar{F}'_i повинен збігати

тися з напрямком моменту M_i . Треба мати на увазі, що напрямком цього моменту сил \vec{F}'_i на важелі Жуковського може не збігатися з напрямком моменту M_i на схемі механізму. Це буває тоді, коли положення букв A і B на ланці та на плані швидкостей (a і b) не збігаються.

Розглянемо приклад визначення зрівноважувальної сили \vec{F}_{3p} за допомогою правила важеля Жуковського.

Приклад 4.2 Нехай буде задана кінематична схема кривошипно-повзунного механізму (рис. 4.10, а), на ланки якого діють сили $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, момент сил M_2 , швидкість обертання кривошипа OA ω_1 . Зрівноважувальну силу прикласти до кривошипа OA у' точці A і направити перпендикулярно до лінії OA .

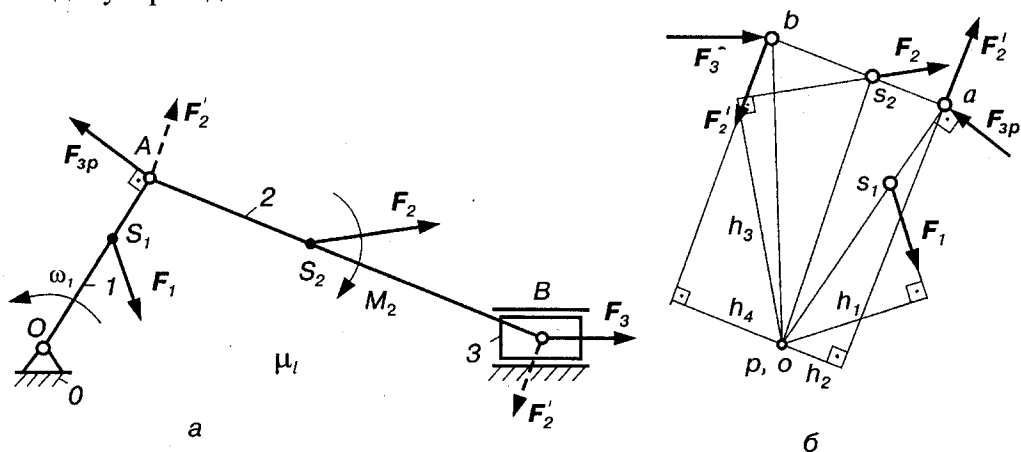


Рис. 4.10. Визначення зрівноважувальної сили за допомогою правила важеля Жуковського: а) розрахункова схема; б) важіль Жуковського

Розв'язання. Будемо для заданого положення механізму повернутий на 90° проти миттєвого обертання кривошипа ω_1 план швидкостей (рис. 4.10, б), в відповідних точках якого прикладаємо сили $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_{3p}$; момент M_2 розкладаємо на пару сил $F_2' = M_2 / l_{AB}$ (на рис. 4.10, а сили F_2' показані штриховою лінією), які прикладаємо відповідно у точках a і b перпендикулярно до AB ($ab \parallel AB$).

Враховуючи, що під дією цих сил, включаючи зрівноважувальну силу, механізм знаходиться у рівновазі, можна записати таке рівняння моментів сил, що прикладені до повернутого плану швидкостей, який умовно приймаємо жорстким важелем:

$$\sum M_p = F_{3p}(pa) - F_1 h_1 + F_2' h_2 - F_2 h_3 + F_2' h_4 - F_3(pb) = 0,$$

звідки маємо

$$F_{3p} = \frac{F_1 h_1 - F_2' h_2 + F_2 h_3 - F_2' h_4 + F_3(pb)}{pa}, \quad (4.16)$$

де h_i – плечі відповідних сил відносно полюса повернутого плану швидкостей, мм.

Напрямок вектора зрівноважувальної сили \overline{F}_{3p} вибрано правильно, якщо після числового розрахунку (4.16) одержимо \overline{F}_{3p} із знаком плюс і, навпаки, якщо знак буде мінус, то треба змінити напрямок вектора сили \overline{F}_{3p} на протилежний.

Викладений метод є загальним для механізмів будь-якого класу.

4.6. Зведення сил і моментів сил

При динамічному дослідженні руху механізмів зручно всі сили, що діють на різні ланки механізму, замінити однією силою або моментом сил, які прикладають до однієї з ланок механізму. Таку силу, що замінює всі інші сили, називають *зведеною силою*, а момент сили – *зведеним моментом*. Для того щоб така заміна була еквівалентною, необхідно, *щоб робота зведеної сили (моменту сили) на деякому можливому переміщенні її точок прикладання або потужність, яку вона розвиває, має відповідно дорівнювати сумі робіт, прикладених до механізму сил на тому самому переміщенні їх точок прикладання, або сумі потужностей, що розвиваються цими силами*. Це і є умовою зведення сил або моментів сил.

Ланку механізму, до якої прикладають зведену силу, називають *ланкою зведення*, а точку їх прикладання – *точкою зведення*. Якщо механізм має один ступінь вільності, то для вивчення його руху досить знати закон руху однієї з його ланок, тобто знати закон зміни узагальненої координати.

Як правило, ланкою зведення обирають початкову ланку механізму. У робочих машинах ланкою зведення обирають головний вал, у машинах-двигунах – вихідний вал. Тоді замість того, щоб розглянути всі ланки механізму чи машини, можна розглянути тільки одну ланку, наприклад кривошип OA (рис. 4.11), узагальнена координата якого – кут φ_1 .

Для визначення зведених сил зручно використовувати рівність потужностей

$$P_{зв} = \sum_{i=1}^n P_i. \quad (4.17)$$

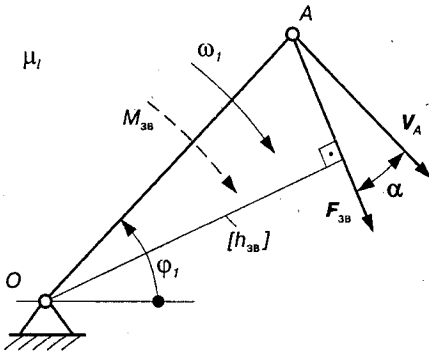


Рис. 4.11. До зведення сил

$$\left. \begin{aligned} P_{зв} &= F_{зв} v_A \cos \alpha = M_{зв} \omega_1; \\ \sum_{i=1}^n P_i &= \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i, \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

де $F_{зв}$ – зведена до точки A сила; v_A – швидкість точки зведення A ; α – кут між напрямком зведеної сили і швидкістю точки зведення; ω_1 – кутова швидкість ланки зведення; F_i , M_i – сила або момент сили, які прикладені до i -ої ланки; v_i – швидкість точки, в якій прикладена сила F_i ; α_i – кут між напрямком векторів \vec{F}_i і \vec{v}_i ; ω_i – кутова швидкість i -ої ланки.

Підставивши вирази (4.18) у рівняння (4.17), дістанемо:

$$\left. \begin{aligned} F_{зв} &= \frac{1}{\cos \alpha} \left[\sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i}{v_A} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{v_A} \right]; \\ M_{зв} &= \sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i}{\omega_1} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{\omega_1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

З рівнянь (4.19) видно, що при заданих силах \vec{F}_i і моментах M_i визначення зведеної сили $F_{зв}$ або зведеного моменту $M_{зв}$ не становить значних труднощів і може бути зроблене, якщо для всіх положень, які досліджуються, визначені швидкості ланок механізму.

Для визначення $\vec{F}_{зв}$ і $M_{зв}$ за формулами (4.19) необов'язково знати справжні швидкості точок і ланок, тому що вони входять у вигляді відношення двох швидкостей, які не залежить від величини швидкості руху механізму, а тільки від положень його ланок і можуть бути подані через відповідні відрі-

ки плану швидкостей. Цей план можна будувати для довільно вибраної куткової швидкості ланки зведення, тобто в невизначеному масштабі.

Цілком очевидно, що між зведеною силою і зведеним моментом сил існує такий зв'язок:

$$M_{зв} = F_{зв} h_{зв},$$

де $h_{зв}$ – плече вектора $\vec{F}_{зв}$ відносно центра обертання кривошипа OA .

Зведену силу можна визначити також за допомогою правила важеля Жуковського, враховуючи, що $\vec{F}_{зп} = -\vec{F}_{зв}$. Це пояснюється тим, що зведена сила замінює дію всіх сил, що діють на ланки механізму, а зрівноважувальна сила забезпечує рівновагу механізму під дією цих сил. Тому згідно з третім законом Ньютона існує ця рівність ($\vec{F}_{зп} = -\vec{F}_{зв}$).

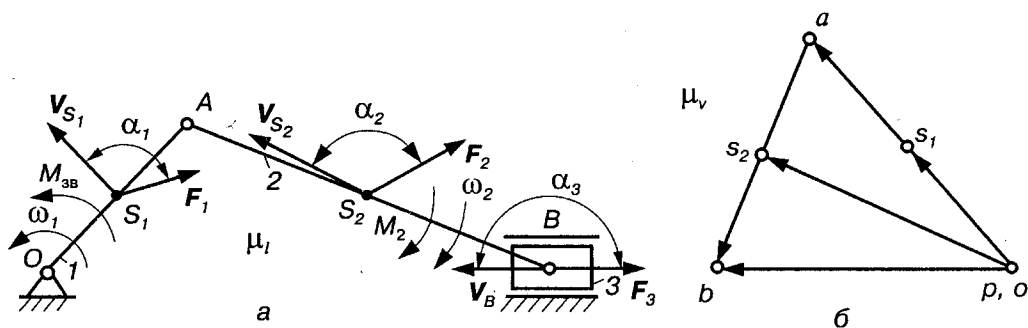


Рис. 4.12. До визначення зведеної сили:
а) розрахункова схема; б) план швидкостей

Приклад 4.3. На ланки кривошипно-повзунного механізму (рис. 4.12, а) діють сили $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ і момент сил M_2 . Визначити зведений момент сил, який прикласти до кривошипа 1. План швидкостей механізму наведено на рис. 4.12, б.

Розв'язання. Для розв'язання цієї задачі використовуємо рівність потужностей (4.17). У нашому випадку

$$P_{зв} = M_{зв} \omega_1, \quad \sum_{i=1}^{n=3} P_i = P_1 + P_2 + P_3, \quad (4.20)$$

де P_1, P_2, P_3 – потужності, які розвивають сили, що прикладені відповідно до ланок 1, 2, 3:

$$P_1 = F_1 v_{S_1} \cos \alpha_1; \quad P_2 = F_2 v_{S_2} \cos \alpha_2 + M_2 \omega_2; \quad P_3 = F_3 v_{S_3} \cos \alpha_3, \quad (4.21)$$

де v_{S_i} – швидкості точок прикладання S_i сили \bar{F}_i ($\bar{v}_{S_i} = \bar{v}_B$); α_i – кути між векторами \bar{F}_i і \bar{v}_{S_i} (рис. 4.12, а).

Підставляючи рівності (4.20) і (4.21) у рівняння (4.17), знаходимо

$$M_{зв} = F_1 \frac{v_{S_1}}{\omega_1} \cos \alpha_1 + F_2 \frac{v_{S_2}}{\omega_1} \cos \alpha_2 + M_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} - F_3 v_B. \quad (4.22)$$

Тут $\alpha_3 = \pi$, а тому $\cos \alpha_3 = -1$.

4.7. Зведення мас і моментів інерції

При динамічному дослідженні руху механізмів зручно, так само як і сили, маси і моменти інерції всіх ланок замінити одною зведеною масою $m_{зв}$ або одним зведеним моментом інерції $J_{зв}$. При цьому необхідно, щоб *кінетична енергія зведеної маси (моменту інерції) у відповідних положеннях механізму дорівнювала сумі кінетичних енергій всіх ланок цього механізму*, тобто

$$T_{зв} = \sum_{i=1}^n T_i, \quad (4.23)$$

де $T_{зв}$ – кінетична енергія ланки зведення; T_i – кінетична енергія i -ої ланки ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

Якщо, наприклад, вибрати за ланку зведення кривошип OA (див. рис. 4.11), а точку зведення – центр шарніра A , то кінетична енергія ланки зведення визначається за формулою:

$$T_{зв} = \frac{m_{зв} v_A^2}{2} \quad (4.24)$$

або

$$T_{зв} = \frac{J_{зв} \omega_1^2}{2}. \quad (4.25)$$

Тут $m_{зв}$, $J_{зв}$ – зведена маса або зведений момент інерції механізму;

v_A – швидкість точки зведення A , ω_1 – кутова швидкість ланки зведення, у нашому випадку кривошипа OA . Кінетична енергія всіх ланок механізму може бути виражена як сума кінетичних енергій мас, які здійснюють поступальний і обертовий рух, тобто

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_{S_i}^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{J_{S_i} \omega_i^2}{2}. \quad (4.26)$$

Підставляючи (4.24) – (4.26) у загальну рівність (4.23), знаходимо

$$\left. \begin{aligned} m_{зв} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n T_i}{v_A^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{S_i}}{v_A} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{v_A} \right)^2; \\ J_{зв} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n T_i}{\omega_1^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{S_i}}{\omega_1} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

У формулах (4.26) і (4.27) m_i і J_{S_i} – це відповідно маси i -ої ланки та її момент інерції відносно осі, що проходить через центр маси; v_{S_i} – швидкість центра мас i -ої ланки; ω_i – її кутова швидкість.

Звичайно, буде зберігатись залежність $J_{зв} = m_{зв} l_{OA}^2$.

Якщо врахувати, що в більшості механізмів маса ланок і її моменти інерції під час руху не змінюються, то, як видно з формул (4.27), зведені маси і моменти інерції залежать тільки від співвідношень швидкостей, які, у свою чергу, залежать від положень ланок механізму, тобто від положення ланки зведення, і є завжди величинами додатними.

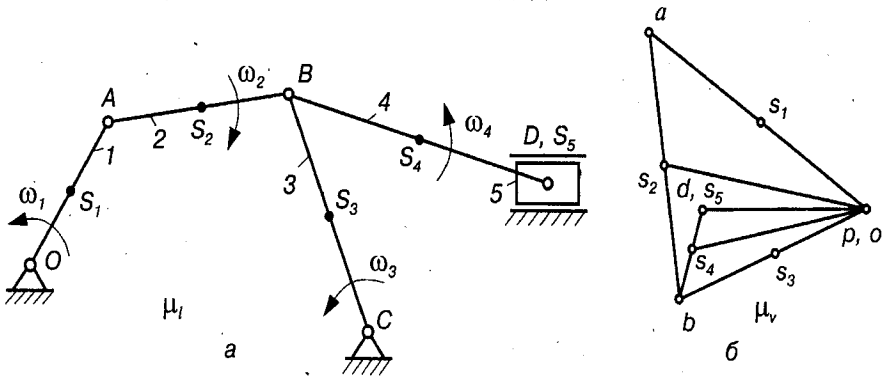


Рис. 4.13. До визначення зведеного моменту інерції механізму:
а) розрахункова схема; б) план швидкостей

Зведені маси і моменти інерції можуть бути сталими або змінними. У більшості важільних, храпових, мальтійських, кулачкових механізмів

зведені маси або зведені моменти інерції залежать від кута φ_1 повороту початкової ланки (узагальненої координати). У механізмах з сталим співвідношенням швидкостей (зубчасті, фрикційні, пасові, гвинтові, шарнірний паралелограм тощо) зведені маси (моменти інерції) сталі.

Приклад 4.4. Для механізму, кінематична схема якого показана на рис. 4.13, а, визначити зведений момент інерції, якщо відомі маси і моменти інерції ланок відносно осей, що проходять через їх центри мас. Швидкості центрів мас і кутові швидкості задані планом швидкостей (рис. 4.13, б), кутові швидкості вказані на схемі механізму (рис. 4.13,а). Ланкою зведення вибрати кривошип OA .

Розв'язання. Для розв'язання цієї задачі будемо використовувати умову зведення мас (4.23). У нашому випадку кінетична енергія ланки зведення визначається залежністю (4.25), тобто

$$T_{зв} = \frac{J_{зв} \omega_1^2}{2}.$$

Кінетична енергія механізму буде складатиметься з кінетичної енергії п'яти ланок:

$$\sum_{i=1}^{n=5} T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5,$$

де

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{J_O \omega_1^2}{2} = (J_{S_1} + m_1 l_{OS_1}^2) \frac{\omega_1^2}{2}; & T_2 &= \frac{m_2 v_{S_2}^2}{2} + \frac{J_{S_2} \omega_2^2}{2}; \\ T_3 &= \frac{J_C \omega_3^2}{2} = (J_{S_3} + m_3 l_{CS_3}^2) \frac{\omega_3^2}{2}; & T_4 &= \frac{m_4 v_{S_4}^2}{2} + \frac{J_{S_4} \omega_4^2}{2}; & T_5 &= \frac{m_5 v_D^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

Підставляючи вирази (4.25) і (4.28) у залежність (4.23), знаходимо зведений момент інерції механізму:

$$\begin{aligned} J_{зв} &= J_{S_1} + m_1 l_{OS_1}^2 + m_2 \left(\frac{v_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + (J_{S_3} + m_3 l_{CS_3}^2) \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + \\ &+ m_4 \left(\frac{v_{S_4}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S_4} \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + m_5 \left(\frac{v_D}{\omega_1} \right)^2. \end{aligned} \quad (4.29)$$

4. 8. Рівняння руху механізму

При вивченні руху механізму ми звичайно припускали, що початкова ланка (головний вал машини) обертається із сталою швидкістю ($\omega_1 = \text{const}$). Цей закон руху можна одержати в тих випадках, коли структура механізму проста, наприклад у механізмах, що складаються тільки з обертових ланок. Для здійснення такого руху потрібні цілком певні співвідношення між силами, що діють на механізм, і масами його ланок. Але закон зміни сил залежить від їх фізичної природи й до структури механізму відношення не має. Тому взагалі кажучи, не можна встановити між силами, що діють на механізм, таке співвідношення, яке б забезпечило заданий закон його руху.

Закон руху будь-якої ланки механізму може бути визначений лише тоді, коли відомі всі зовнішні сили або залежність цих сил від різних параметрів. Як було вказано раніше (п.4.2) рушійні сили й сили виробничих опорів можуть залежати одночасно або окремо від положення ланки, яка прийнята за початкову, або від її кутової швидкості. Зведені моменти інерції $J_{зв}$ механізму чи машини можуть бути або сталими, або залежати від положень початкової ланки (п. 4.7).

Визначення закону руху механізму, що перебуває під дією прикладених до його ланок сил, і є задачею динамічного аналізу. Для механізму, що має один ступінь вільності, цю задачу можна вважати розв'язаною, коли буде встановлено закон руху однієї ланки. Звичайно за таку ланку обирають вхідний вал робочої машини або вихідний вал двигуна. До цієї ланки, що приймається за ланку зведення, доцільно звести всі сили й моменти пар сил, прикладені до механізму, та маси й моменти інерції його ланок. Тоді замість розгляду всього комплексу сил, що діють на ланки механізму, можна розглянути сили, що діють лише на одну ланку – ланку зведення, наприклад кривошип OA (рис. 4.11), що перебуватиме під дією зведеної сили $\bar{F}_{зв}$ або зведеного моменту $M_{зв}$ (у загальному випадку змінних) і матиме зведену масу $m_{зв}$, зосереджену ніби в точці A зведення, або зведений момент інерції $J_{зв}$ всіх ланок, який наданий ланці зведення OA . Закон руху всіх інших ланок механізму можна визначити, якщо відомий закон руху початкової ланки.

Для розв'язання цієї задачі динаміки (знаходження закону руху початкової ланки механізму) використовують рівняння руху, яке може бути записане в *енергетичній* або *диференціальній формі*.

Основою для складання рівняння руху механізму служить *теорема про зміну кінетичної енергії*, згідно з якою *зміна кінетичної енергії ме-*

ханічної системи за будь-який проміжок часу дорівнює сумі робіт усіх прикладених сил, що діють на цю систему на протязі цього ж проміжку часу, тобто

$$\Delta T = T - T_0 = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (4.30)$$

де $T = \frac{m_{зв} v_{зв}^2}{2}$, $T_0 = \frac{m_{зв.0} v_{зв.0}^2}{2}$ – кінетична енергія механічної системи відповідно в кінці та на початку проміжного часу, який ми розглядаємо;

$\sum_{i=1}^n A_i$ – сума робіт усіх прикладених до системи сил; $i = 1, 2, 3, \dots, n$ – кількість сил. Тут $m_{зв}$, $m_{зв.0}$ – зведені маси механізму відповідно в кінці і на початку проміжку часу, який ми розглядаємо; $v_{зв}$, $v_{зв.0}$ – швидкості точки зведення, які відповідають цим положенням механізму.

Розглядаючи механізм чи машину як змінну систему, праву сторону цього рівняння можна виразити через суму робіт рушійних сил A_p , корисних $A_{ко}$ і шкідливих $A_{шо}$ опорів:

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_p - A_{ко} - A_{шо}. \quad (4.31)$$

Крім цього, якщо звести всі сили й маси до вибраної ланки зведення, рівняння (4.30) з урахуванням (4.31) можна записати так:

$$\frac{m_{зв} v_{зв}^2}{2} - \frac{m_{зв.0} v_{зв.0}^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо}. \quad (4.32)$$

При обертовому русі ланки зведення рівняння (4.32) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{J_{зв} \omega^2}{2} - \frac{J_{зв.0} \omega_0^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо}, \quad (4.33)$$

де $J_{зв}$, $J_{зв.0}$ – зведені моменти інерції механізму; ω , ω_0 – кутові швидкості ланки зведення відповідно в кінці і на початку проміжку часу, який ми розглядаємо.

Теорема про зміну кінетичної енергії записана у вигляді рівнянь (4.32) або (4.33) носить назву рівняння руху механізму в **енергетичній формі** (у формі інтеграла енергії).

Враховуючи, що роботу зведених рушійних сил і сил опору можна виразити через зведений момент $M_{зв} = M_p + M_o$ рушійних сил і сил опору, який прикладаємо до ланки зведення,

$$\sum_{i=1}^n A_i = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{зв} d\varphi, \quad (4.34)$$

рівняння (4.33) набуває вигляду

$$\frac{J_{зв} \omega^2}{2} - \frac{J_{зв,0} \omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{зв} d\varphi, \quad (4.35)$$

де φ – узагальнена координата (кут повороту ланки зведення); φ_0 – значення кута φ на початку руху.

Рівняння руху механізму може також бути записано в *диференціальній формі*, яке можна дістати з рівняння кінетичної енергії в диференціальній формі:

$$dT = dA. \quad (4.36)$$

При обертовому русі початкової ланки після зведення сил і мас маємо

$$dT = d\left(J_{зв} \frac{\omega^2}{2} \right); \quad dA = M_{зв} d\varphi. \quad (4.37)$$

Підставляючи (4.37) у рівняння (4.36), можна записати

$$M_{зв} = \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{J_{зв} \omega^2}{2} \right) = J_{зв} \frac{2\omega}{2} \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{dt}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi},$$

або

$$M_{зв} = J_{зв} \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}, \quad (4.38)$$

де $\varepsilon = d\omega/dt$ – кутове прискорення ланки зведення; $\omega = d\varphi/dt$ – кутова швидкість цієї ланки.

Такий самий вигляд має диференціальне рівняння руху механізму при прямолінійному русі початкової ланки:

$$F_{зв} = m_{зв} a + \frac{v^2}{2} \frac{dm_{зв}}{ds}, \quad (4.39)$$

де s, v, a – відповідно переміщення, швидкості і прискорення ланки зведення; $F_{зв}, m_{зв}$ – зведені сили і маси механізму.

4.9. Режими руху механізму

У роботі механізму (або машини) відрізняють три характерні періоди руху:

- а) період розбігу;
- б) період усталеного руху;
- в) період вибігу.

За період *розбігу* (пуску машини) швидкість руху початкової ланки зростає від нуля ($v_0 = 0$) до деякої середньої (робочої) швидкості ($v = v_p$).

Рівняння руху механізму (4.32) набирає вигляду

$$\frac{m_{зв} v_p^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо}.$$

Враховуючи, що $m_{зв} v_p^2 > 0$, то для періоду пуску механізму справедлива така нерівність:

$$A_p > A_{ко} + A_{шо}. \quad (4.40)$$

З цього випливає, що *в період пуску механізму робота рушійних сил має бути більшою за суму робіт сил корисного і шкідливого опору*. Надлишок роботи A_p витрачається на збільшення кінетичної енергії механізму, тобто збільшення швидкості рухомих мас.

Часто для скорочення часу пуску машини знімають з неї корисне навантаження ($A_{ко} = 0$). Рух машини без корисного навантаження називають *холостим ходом* машини.

При *усталеному русі* машини швидкість початкової ланки (головного вала) механізму чи машини коливається навколо середнього значення, яке відповідає робочій швидкості цієї ланки. Проміжок часу, по закінченні якого положення, швидкості й прискорення початкової ланки механізму набирають початкового значення, називають *періодом* зміни кінетичної енергії механізму або *циклом* $t_{ц}$ усталеного руху.

Швидкості початкової ланки на початку і в кінці циклу усталеного руху рівні між собою ($v_0 = v = v_p$). Тоді рівняння руху (4.32) набуває вигляду

$$A_p = A_{ко} + A_{шо}. \quad (4.41)$$

Отже, *при усталеному русі механізму (машини) робота рушійних сил за один цикл дорівнює сумі робіт корисного і шкідливого опору*.

У середині циклу ця рівність може не зберігатись, а тому мають місце коливання швидкості початкових ланок механізму. Очевидно, коли $A_p > A_{ко} + A_{шо}$, рух механізму буде прискорений і, навпаки, коли $A_p < A_{ко} + A_{шо}$ – сповільнений, тому в обох випадках умова $v_p = \text{const}$ буде порушена.

При *вибігу* (зупинці) машини насамперед треба зупинити подачу рушійної енергії машини (відключити двигун), тобто $A_p = 0$. Кінцевим станом машини буде спокій, при якому швидкість початкової ланки $v = 0$; а початкова швидкість $v_0 = v_p$. Для цього випадку рівняння руху машини набуває вигляду

$$\frac{m_{зв} v_p^2}{2} = A_{ко} + A_{шо}. \quad (4.42)$$

З рівняння (4.42) видно, що *зупинка машини буде досягнута тільки тоді, коли вся нагромаджена машиною кінетична енергія рухомих мас буде поглинута роботою сил корисного і шкідливого опору*.

На практиці для скорочення часу зупинки машини дуже часто штучно збільшують роботу сил шкідливого опору за допомогою установки гальм.

Таким чином, у період розбігу кінетична енергія машини збільшується за рахунок надлишку роботи рушійних сил над роботою сил опору ($A_p > A_o$); у період усталеного руху кінетична енергія на початку і в кінці кожного циклу (періоду) однакова ($A_p = A_o$); нарешті, у період вибігу – кінетична енергія повністю поглинається роботою всіх сил опору.

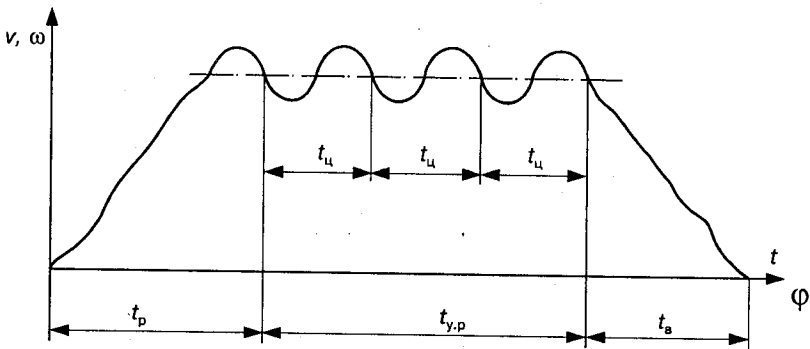


Рис. 4.14. Залежність швидкості руху початкової ланки механізму від часу роботи машини

На рис. 4.14 показано приклад залежності швидкості руху початкової ланки механізму від часу t . Час усталеного руху t_{yp} залежить від часу одного циклу $t_{ц}$ і кількості циклів k ($t_{yp} = kt_{ц}$). Кількість циклів визначається технологічним процесом, який виконує машина. Слід відзначити, що цикл роботи механізму (машини) незавжди відповідає одному оберту початкової ланки. Так, наприклад, у чотиритактному двигуні внутрішнього згорання протягом циклу корінний вал двигуна робить два оберти.

Багато машин, механізмів і приладів (вантажопідіймальні машини, екскаватори, реле, контактори і т.п.) не працюють у режимі усталеного руху, їх рух, як правило, складається з розбігу й вибігу.

4.10. Механічний коефіцієнт корисної дії

З рівняння руху механізму для періоду усталеного руху видно, що $A_p = A_{ко} + A_{шо}$, тобто вся енергія рушійних сил, яка витрачається в машині, поділяється на дві частини: одна частина йде на перемагання сил виробничих (корисних) опорів, друга – на перемагання шкідливих опорів (сил тертя, опору середовища). Механізм або машина вважаються тим досконалішими, чим більша частина енергії (за рівних інших умов), що підводиться до них, витрачається на перемагання корисних опорів. *Ефективність використання енергії в машині характеризується так званим механічним коефіцієнтом корисної дії (ККД).*

Механічним ККД η називають відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл усталеного руху, тобто

$$\eta = \frac{A_{ко}}{A_p} < 1. \quad (4.43)$$

У реальних машинах механічний ККД завжди менший за одиницю. Це пояснюється тим, що робота сил корисного опору завжди менша за роботу рушійних сил. Дійсно, з рівняння (4.41) видно що $A_{ко} = A_p - A_{шо}$, а оскільки робота сил шкідливого опору $A_{шо} \neq 0$, то $A_{ко} < A_p$ і $\eta < 1$.

Залежність (4.43) можна записати також у такому вигляді:

$$\eta = \frac{A_p - A_{шо}}{A_p} = 1 - \frac{A_{шо}}{A_p}. \quad (4.44)$$

Відношення роботи сил шкідливого опору до роботи рушійних сил прийнято називати *механічним коефіцієнтом втрат* ψ . Відповідно до цього (4.44) можна записати так:

$$\eta = 1 - \psi. \quad (4.45)$$

З (4.44) випливає, що механічний ККД може дорівнювати нулю, якщо робота рушійних сил дорівнює роботі всіх невиробничих опорів, які є у механізмі. За такої умови рух механізмів можливий, але без виконання будь-якої корисної роботи. Такий рух механізму називають рухом вхолосту. ККД не може бути меншим від нуля, оскільки для цього необхідно, щоб відношення робіт $A_{\text{шо}} / A_p$ було більше від одиниці, тобто $A_{\text{шо}} > A_p$.

У таких випадках настає явище *самогальмування* машини або механізму.

Отже, ККД машини або механізму може змінюватися у межах

$$0 \leq \eta < 1. \quad (4.46)$$

Тоді з рівнянь (4.45) і (4.46) випливає, що коефіцієнт втрат змінюється у межах $0 < \psi \leq 1$.

Слід зауважити, що механічний коефіцієнт корисної дії і коефіцієнт втрат не дають повної характеристики машини, вони нічого не говорять про її продуктивність, безпеку праці, вартість, якість продукції, яку вона випускає. Вони характеризують тільки ефективність використання енергії ККД і коефіцієнт втрат придатні тільки для порівняння машин і пристроїв однакового призначення. У деяких машинах корисне навантаження дуже мале (наприклад, у поліграфічних і текстильних машинах, машинах швейної промисловості тощо), а тому і ККД невеликий.

ККД і коефіцієнт втрат можна виразити і через відношення відповідних потужностей.

Під час руху машини ККД і коефіцієнт втрат не залишаються сталим, тому що під час руху машини змінюються сили, які діють на ланки машин, а значить, змінюються сили тертя і робота сил шкідливого опору (робота сил корисного опору також може змінюватися). На практиці, як правило, обмежуються визначенням середнього значення ККД для будь-якого проміжку часу, найчастіше для одного циклу періоду усталеного руху. Такий ККД називають *цикловим*. При обчисленні ККД для даного положення механізму дістаємо *миттєвий* коефіцієнт корисної дії.

Для кожної машини існує деяка найвигідніша швидкість, при якій її ККД досягає максимального значення. Більш високий ККД мають механізми і машини з чисто обертовим рухом ланок – ротаційні машини. Машини зі зворотно-поступальним рухом ланок – поршневі машини,

механізми періодичної дії, мають частіше за все низький ККД через несприятливу дію динамічних сил (сил інерції).

4.11. Коефіцієнт корисної дії машини

Як правило, сучасні машини складаються з багатьох механізмів, ККД яких відомі, або їх можна легко знайти. Проте загальний ККД машини залежить не тільки від ККД окремих механізмів, що входять до її складу, але й від способу з'єднання цих механізмів у машині. Відрізняють три способи з'єднання механізмів у машині: послідовне, паралельне і змішане.

Послідовне з'єднання механізмів. Нехай ми маємо машину, яка складається з n послідовно з'єднаних механізмів (рис. 4.15), кожен з яких має відповідно ККД $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_n$. Загальний ККД машини визначається за формулою:

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{A_{\text{ко.}}}{A_p} = \frac{A_n}{A_p}. \quad (4.47)$$

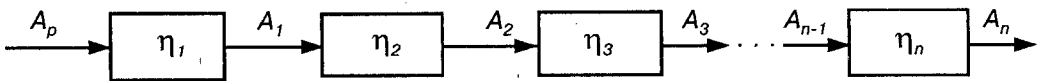


Рис. 4.15. Послідовне з'єднання механізмів

Перший механізм приводиться в рух рушійними силами, що виконують роботу A_p . Оскільки корисна робота A_1 першого механізму буде роботою рушійних сил для другого механізму і відповідно у всьому ланцюзі механізмів корисна робота кожного попереднього механізму буде роботою рушійних сил для кожного наступного механізму, то коефіцієнт корисної дії кожного механізму обчислюється так:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}, \quad \dots, \quad \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}. \quad (4.48)$$

Якщо перемножити між собою ліві та праві частини рівнянь (4.48), дістанемо:

$$\eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \frac{A_2}{A_1} \frac{A_3}{A_2} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p} = \eta_{\text{заг}}.$$

Отже, *загальний механічний ККД послідовно сполучених механізмів (або машин) дорівнює добутковій механічних ККД окремих*

механізмів (або машин), що утворюють одну машину (або машинний агрегат), тобто

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n. \quad (4.49)$$

З формули (4.49) видно, що чим складніше машина, тим більші втрати енергії, тим нижчий ККД. Причому загальний ККД машини при послідовному з'єднанні механізмів завжди менший за найменший ККД механізмів, які входять до його складу ($\eta_{\text{заг}} < \eta_{\text{min}}$). Це говорить про те, що при послідовному з'єднанні механізмів необхідно дуже старанно виготовляти кожний механізм, кожний вузол машини, інакше не можна добитися високого ККД машини.

Паралельне з'єднання механізмів. На рис. 4.16 показано схему машини з паралельним з'єднанням механізмів. Робота рушійних сил A_p , яка підводиться до машини, розподіляється між окремими механізмами відповідно $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, які є для кожного механізму рушійними роботами, а значить

$$A_p = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i. \quad (4.50)$$

Кожний механізм відповідно виконує корисну роботу :

$$A'_1 = A_1 \eta_1, \quad A'_2 = A_2 \eta_2, \quad A'_3 = A_3 \eta_3, \quad \dots, \quad A'_n = A_n \eta_n, \quad (4.51)$$

де η_i – ККД i -го механізму.

Загальна корисна робота машини дорівнює сумі робіт усіх механізмів, тобто

$$\begin{aligned} A_{\text{ко}} &= A'_1 + A'_2 + A'_3 + \dots + A'_n = \\ &= A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n = \sum_{i=1}^n A_i \eta_i. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Тоді на основі (4.43) загальний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів має вигляд

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{A_{\text{ко}}}{A_p} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}. \quad (4.53)$$

З формули (4.53) випливає, що механічний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів залежить не тільки від ККД окремих механізмів, але й від характеру розподілу роботи рушійних сил між механізмами. Очевидно, чим більша частина всієї затраченої роботи поступатиме в механізм з найбільшим ККД, тим значення ККД усієї машини буде більшим, і, навпаки, ККД машини буде тим меншим, чим більша частина A_p поступатиме в механізм з найменшим ККД.

Цікаві окремі випадки ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів. Зокрема, якщо роботу рушійних сил A_p розподілити рівномірно між механізмами ($A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$), то ККД машини (4.53) матиме вигляд

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots + \eta_n}{n}, \quad (4.54)$$

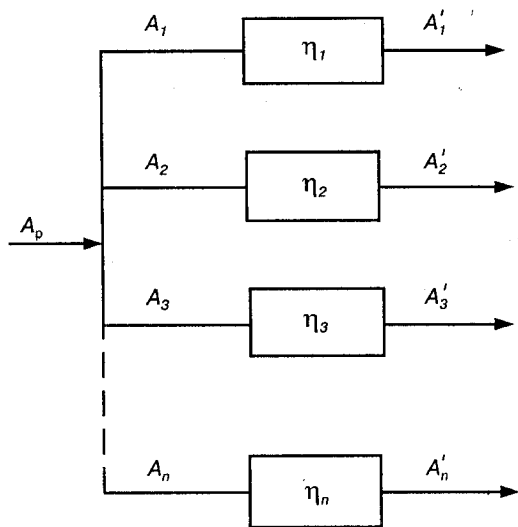


Рис. 4.16. Паралельне з'єднання механізмів

де n – число механізмів.

Тобто загальний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів дорівнює середньому значенню ККД механізмів, які входять до складу машини. Очевидно, що $\eta_{\text{заг}}$ машини при паралельному з'єднанні механізмів не може бути меншим за найменший і більшим за найбільший ККД складових механізмів, тобто $\eta_{\min} \leq \eta_{\text{заг}} \leq \eta_{\max}$. При паралельному з'єднанні низький ККД одного механізму менше впливає на значення ККД машини,

ніж при послідовному з'єднанні механізмів. Якщо у випадку, який розглянуто залежністю (4.54), прийняти ККД усіх механізмів однаковими ($\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \dots = \eta_n = \eta_m$), загальний ККД машини дорівнюватиме ККД окремого механізму ($\eta_{\text{заг}} = \eta_m$).

При складному (змішаному) з'єднанні механізмів для визначення ККД машини користуються загальною формулою (4.43). Остаточні формули ККД машини залежать від схеми сполучення механізмів, у якій зав-

жди можна виділити послідовні та паралельні ланцюги з'єднаних між собою механізмів.

4.12. Дослідження руху механізмів методом Віттенбауера

Цей метод впливає з відомої залежності кінетичної енергії механізму.

$$T = \frac{J_{зв} \omega^2}{2} \quad (4.55)$$

У цій формулі $J_{зв}$ – зведений момент інерції, а ω – кутова швидкість ланки зведення механізму (машини). Залежність (4.55) можна записати так:

$$\omega = \sqrt{\frac{2T}{J_{зв}}} \quad (4.56)$$

Таким чином, кутову швидкість ланки зведення у кожному положенні механізму можна визначити, знаючи відношення його кінетичної енергії до зведеного моменту інерції, взятих для цього ж положення. Інакше кажучи, треба мати залежність $T = T(J_{зв})$, яка встановлює зв'язок між кінетичною енергією T і зведеним моментом інерції $J_{зв}$. Цю задачу зручно розв'язувати графічно. Спочатку будують діаграми кінетичною енергії $T = T(\varphi)$ і зведеного моменту інерції $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$, залежно від кута повороту ланки зведення, потім, на основі цих діаграм, будують діаграму $T = T(J_{зв})$, виключивши спільний параметр φ . Якщо побудова діаграми $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$ не складає труднощів (це питання ми розглянули вище п.4.7), то для побудови діаграми $T = T(\varphi)$ необхідно мати діаграми зведених моментів рушійних сил $M_p = M_p(\varphi)$ і сил опору $M_o = M_o(\varphi)$. Такі діаграми будують на основі механічних характеристик двигунів і робочих машин. Практично це досить складні задачі, які, як правило, розв'язуються з певними припущеннями.

Нехай задано діаграми зведених моментів рушійних сил $M_p = M_p(\varphi)$ і сил опору $M_o = M_o(\varphi)$ у функції кута повороту початкової ланки (рис. 4.17, а) [1]. Маючи такі діаграми, можна знайти роботи рушійних сил і сил опору на вибраному інтервалі за допомогою наступних формул:

$$A_p = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_p d\varphi, \quad A_o = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_o d\varphi, \quad (4.57)$$

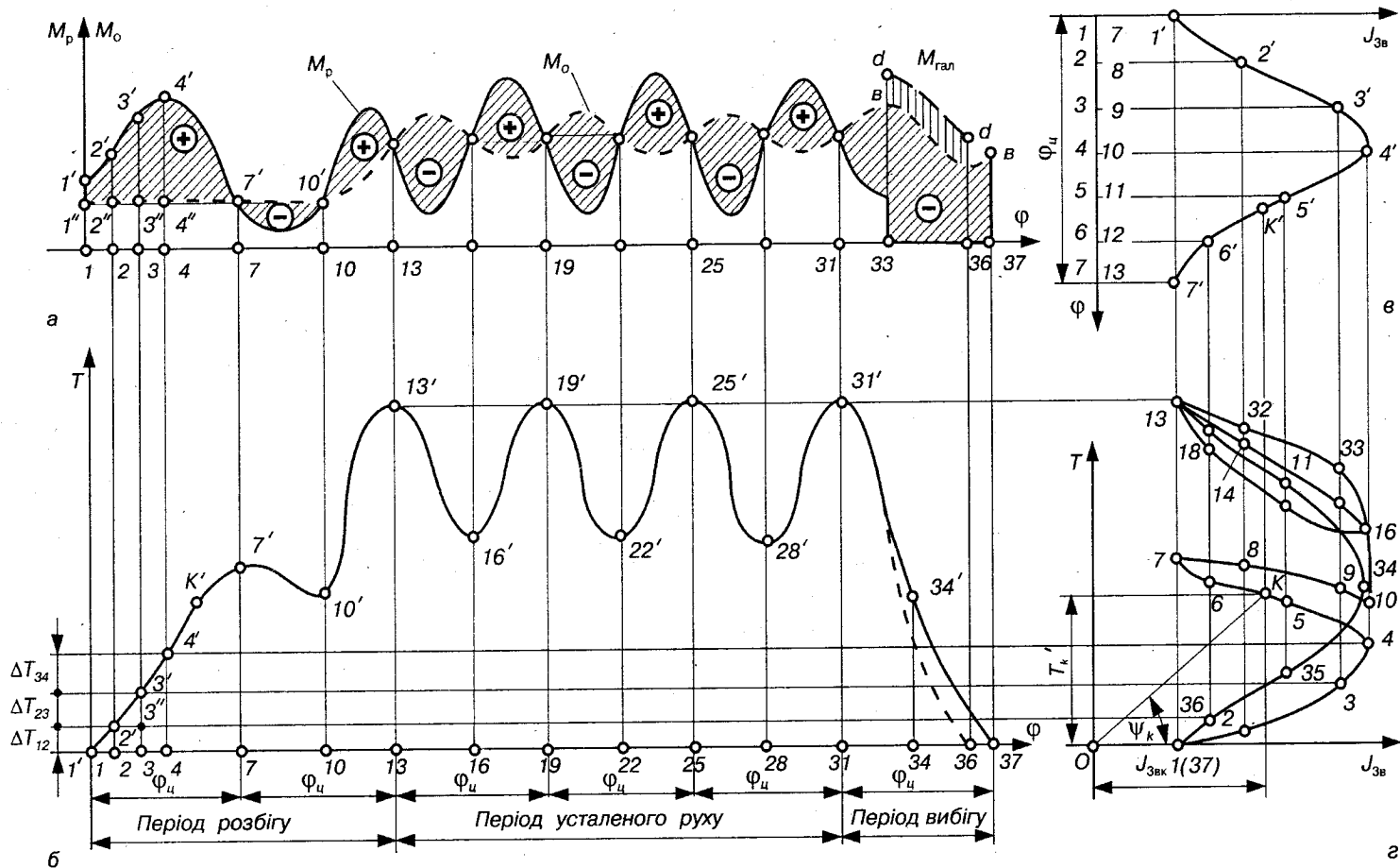


Рис. 4.17. Дослідження руху механізмів методом Вітгенбауера

де кут φ – кут повороту ланки зведення. Величина цих робіт виражається у масштабі площею, що обмежена відповідною кривою $M_p = M_p(\varphi)$ чи $M_o = M_o(\varphi)$, віссю φ і крайніми ординатами вибраного інтервалу $\Delta\varphi$.

Приріст кінетичної енергії механізму за будь-який проміжок часу, що виражається рівнянням

$$\Delta T = A_p - A_o, \quad (4.58)$$

дорівнює різниці площі кривих $M_p = M_p(\varphi)$ і $M_o = M_o(\varphi)$, помноженій на відповідні масштаби моментів μ_M і кута повороту μ_φ .

Отже, зміна кінетичної енергії завжди пропорційна площі, яка знаходиться між кривими моментів рушійних сил і сил опору (на рис. 4.17,а ці площі заштриховані). Цим площам треба приписувати знак „+” або „-” залежно від того, яка робота буде більша: моменту рушійних сил чи моменту сил опору. Підраховувши величину площі вказаних вище площадок, можна побудувати діаграму $T = T(\varphi)$ зміни кінетичної енергії ланки зведення у функції кута повороту φ (рис. 4.17,б). Побудову почнемо з першого інтервалу 1–2. Обчислюємо площу (1'2'2'1'') у квадратних міліметрах. Нехай ця площа дорівнює S_{12} , мм², тоді приріст кінетичної енергії на цьому інтервалі буде

$$\Delta T_{12} = T_2 - T_1 = \mu_M \mu_\varphi S_{12}.$$

Оскільки механізм почав рухатися з положення, що відповідає точці 1, то, очевидно, що початковий запас кінетичної енергії T_1 дорівнює нулю і повний запас кінетичної енергії механізму в положенні 2 виразиться величиною $T_2 = \Delta T_{12}$. Цю величину відкладаємо у вигляді відрізка 2–2' у масштабі $\mu_T = \mu_M \mu_\varphi$ на ординаті, проведеній у точці 2 (рис. 4.17, б). Маємо

$$T_2 = \mu_M \mu_\varphi S_{12} = \mu_T (2 - 2').$$

Далі обчислюємо наступну площу $S_{23} = (2''2'3'3'')$, мм². На підставі попереднього маємо $\Delta T_{23} = T_3 - T_2 = \mu_M \mu_\varphi S_{23} = \mu_T (3'' - 3')$, тобто приріст кінетичної енергії на ділянці 2–3 виражається площею (2''2'3'3'') мм², помноженою на добуток масштабів μ_M і μ_φ . Знайдену величину ΔT_{23} відкладаємо на ординаті в точці 3 у вигляді відрізка 3''–3' у масштабі μ_T , додаючи його до попереднього відрізка – (3–3'')=(2–2'')+(3''–3') і т.п. Ординати діаграми кінетичної енергії збільшуються до положення 7, де в точці 7' вона має вершину, що відповідає одному з максимумів кінетичної енергії. Далі на ділянці 7–10 крива опускається, оскільки

заштрихована площа, що міститься між цими точками осі абсцис, має знак "-" ($M_o > M_p$). Починаючи з точки 10, крива кінетичної енергії підіймається до положення 13, де ця крива знов має вершину у точці 13' і т.п. На ділянці 13–31, де діаграма описує усталений рух, крива повторюється через кожний цикл руху механізму, що відповідає куту $\varphi_{ц}$, причому ордината її досягає то свого максимуму, то свого мінімуму. У положенні 31 ордината кривої $T = T(\varphi)$ має останній максимум, після чого спадає завдяки наявності на ділянці 33–37 тільки сил опору, а на ділянці 31–33 $M_o > M_p$. Точка 37 відповідає моменту зупинки механізму, тобто повному вичерпанню кінетичної енергії, нагромадженої в період розгону. Очевидно, що витрати цієї енергії можна прискорити, ввівши додаткові опори (гальма). На рис. 4.17, а, б гальмівний момент $M_{гал}$ і кінетична енергія T відповідно зображені штриховими лініями.

Отже, за весь час роботи механізму від точки 1 до точки 37 приріст кінетичної енергії дорівнює нулю, тобто сума всіх заштрихованих площадок із знаком „+” повинна дорівнювати сумі площадок із знаком „-”, оскільки в момент пуску механізму і в момент його зупинки швидкість ланки зведення дорівнює нулю. Така сама рівність повинна мати місце і за час усталеного руху (13–31), оскільки у цьому випадку швидкість ланки зведення механізму через кожний цикл повертається до попереднього значення. На рис. 4.17, а умовно показано три повних цикли $\varphi_{ц}$ усталеного руху. Практично число цих циклів може бути різним залежно від часу безперервної роботи машини.

Діаграму зведених моментів інерції досить побудувати тільки для одного циклу $\varphi_{ц}$ роботи механізму (рис. 4.17, в), оскільки $J_{зв}$ є функцією положень механізму φ (див. п. 4.7). Для зручності наступної побудови кривої Віттенбауера діаграму $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$ повернуто на 90° .

Маючи діаграми $T = T(\varphi)$ і $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$, будуюмо діаграму $T = T(J_{зв})$ (рис. 4.17, г), для цього на осі ординат відкладаємо значення кінетичної енергії, що визначаються відрізками 1–1', 2–2', 3–3' і т.д. діаграми $T = T(\varphi)$, а по осі абсцис – значення зведеного моменту інерції, що визначається відрізками 1–1', 2–2', 3–3' і т.д. діаграми $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$. Знайдені точки 1, 2, 3 і т. п. у системі координат $T - J_{зв}$ послідовно з'єднуємо плавною кривою, дістаємо криву кінетичної енергії T у функції зведеного моменту інерції, тобто залежність $T = T(J_{зв})$. Цю криву називають **кривою Віттенбауера** за ім'ям австрійського вченого, який вперше розглянув цей метод.

За допомогою кривої Віттенбауера легко встановити залежність кутової швидкості ланки зведення у функції кута повороту φ . Для цього виберемо на кривій $T = T(J_{зв})$ будь-яку точку K і з'єднаємо цю точку з точкою O – початком координат (рис. 4.17, г). Позначимо кут, утворений прямою OK з віссю абсцис, через ψ_K . Оскільки по осі абсцис відкладено зведений момент інерції $J_{звK}$ у масштабі μ_J , а по осі ординат – кінетичну енергію T_K у масштабі μ_T , які відповідають точці K , то очевидно, що відношення цих величин дасть тангенс кута ψ_K нахилу кривої OK до осі $J_{зв}$, тобто:

$$\frac{T_K}{J_{звK}} = \frac{\mu_T}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_K, \quad (4.59)$$

де $J_{зв} = OK_1 \cdot \mu_J$, $T_K = OK_2 \cdot \mu_T$, $OK_2/OK_1 = \operatorname{tg} \psi_K$.

Тоді швидкість ланки зведення в положенні, яке визначається точкою K , знаходимо за формулою (4.56), тобто

$$\omega_K = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_K}. \quad (4.60)$$

Аналогічно визначають швидкості ланки зведення в інших положеннях механізму. Використовуючи ці значення, можна побудувати графік кутової швидкості ω ланки зведення у функції кута φ (див. рис. 4.14), тобто графік $\omega = \omega(\varphi)$.

Графік часу t руху у функції кута може бути побудований, якщо використати умову $\omega = d\varphi/dt$, оскільки будь-який проміжок часу від початку руху до даного моменту часу t_i дорівнює:

$$t_i - t_0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)}. \quad (4.61)$$

Інтеграл у правій частині формули (4.61) можна визначити графічно, якщо побудувати графік величини $\omega(\varphi)$ у функції кута φ , оскільки відома функція $\omega = \omega(\varphi)$. За графіками $\omega = \omega(\varphi)$ і $t = t(\varphi)$ можна побудувати графік $\omega = \omega(t)$. Кутове прискорення ε ланки зведення визначається графічним диференціюванням функції $\omega = \omega(t)$.

Знаючи кутову швидкість ω і кутове прискорення ε ланки зведення, можна визначити швидкості, прискорення і сили інерції окремих ланок,

а також виконати силовий розрахунок механізму в умовах нерівномірного обертowego руху ланки зведення.

Таким чином, за допомогою кривої Віттенбауера можна повністю дослідити рух машинного агрегата при силах, що залежать від положення ланки зведення.

Питання для самоперевірки

1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів. 2. Поняття про силу. Які сили відносяться до рушійних, а які до корисного і шкідливого опору? 3. Запишіть формули для визначення роботи і потужності сили (моменту). 4. Що розуміють під механічною характеристикою машини? 5. Як визначити величину й напрямок сили (моменту) інерції? 6. Які задачі силового розрахунку механізмів і його практичне значення? 7. З якою метою в систему діючих сил вводять сили (моменти) сил інерції? Принцип Даламбера. 8. Яку систему називають статично визначеною? Яка система є статично визначеною в механізмах? 9. Яка послідовність силового розрахунку механізмів? 10. Що наперед відомо про напрямок, величину і точку прикладання реакцій в поступальній, обертovій парах V класу та вищій парі IV класу (без врахування сил тертя)? 11. Методика силового розрахунку структурних груп і механізму I класу. Поняття про зрівноважувальну силу (момент). Яким способом можна визначити зрівноважувальну силу? Сформулюйте правило важеля М.Є.Жуковського. 12. Що розуміють під зведеною силою (моментом) і зведеною масою (моментом інерції)? З яких умов їх визначають? Чи можна використати правило важеля М.Є.Жуковського для визначення зведеної сили? 13. Чому зведена маса (або момент інерції), наприклад, для важільного механізму змінюється із зміною положення ланки зведення, а для зубчастого механізму стала? Чи змінюється зведена маса при зміні швидкості ланки зведення? 14. Запишіть рівняння руху машини в формі інтегралу енергії та диференціальній формі. На підставі якого закону одержують ці рівняння? 15. Періоди руху машини. Що називають холостим ходом машини? Запишіть рівняння руху для кожного з періодів. 16. Дайте визначення механічного ККД і коефіцієнта втрат. Чи може механічний ККД реальної машини бути більшим або рівним одиниці? Чим відрізняється миттєвий ККД від циклового? 17. Чим характеризується ефективність використання енергії в машинах? 18. Як визначити ККД машини, якщо відомі ККД окремих механізмів, що входять до її складу? 19. Як визначити методом Віттенбауера дійсну швидкість руху ланки зведення?

НЕРІВНОМІРНІСТЬ І РЕГУЛЮВАННЯ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

5.1. Постановка задачі

Одним з важливих завдань динаміки механізмів і машин є задача визначення найвигідніших співвідношень між силами, масами і швидкостями ланок механізмів, які забезпечують заданий режим руху механізму або машини.

Як було показано в розділі 4, у загальному випадку швидкість початкової ланки механізму, при усталеному русі механізму, є величиною змінна. Коливання швидкості цієї ланки спричиняють у кінематичних парах додаткові динамічні тиски, що знижують загальний ККД машини і надійність її роботи. Крім цього, ці коливання в ланках механізмів і машин небажані як з точки зору міцності цих ланок, так і з точки зору втрати потужності, витраченої на ці пружні коливання. Нарешті, коливання швидкостей можуть погіршити той технологічний процес, який виконує машина.

Коливання швидкості початкової ланки за час усталеного руху бувають *двох різних типів*. Справді, як було встановлено вище, у більшій частині машин тільки за повний цикл усталеного руху робота рушійних сил дорівнює роботі сил опору. Всередині ж циклу немає рівності цих робіт і, отже, початкова ланка машини рухається всередині цього циклу нерівномірно. Оскільки через кожний повний цикл часу усталеного руху кінетична енергія машини набуває початкового значення, то очевидно, що швидкість початкової ланки машини також періодично повторюватиметься з тим самим циклом. Такі коливання швидкостей назвемо *періодичними*.

Отже, *періодичними коливаннями швидкостей машини називаються коливання, при яких швидкості всіх ланок машини в усіх їхніх положеннях мають цілком певні цикли, після закінчення яких ці швидкості набувають щоразу своїх початкових значень*.

Крім періодичних коливань швидкостей у машині можуть бути і *неперіодичні коливання* швидкостей, що залежать від різних причин: раптової зміни корисних або шкідливих опорів, включення в машину додаткових мас і т.п. Така раптова зміна навантаження на машину спричиняє раптове збільшення або зменшення швидкості головного вала машини, і оскільки ці коливання не мають певного циклу, то такі коливання швидкості машини назвемо *неперіодичними*. У більшості машин ми спостерігаємо обидва види коливань швидкості.

Коливання швидкості під час усталеного руху можуть досягнути такої величини, яка неприпустима з точки зору забезпечення всіх належних умов роботи машини. Тоді може виникнути питання про регулювання, в наперед заданих межах, величин цих коливань. Задача про регулювання швидкостей під час усталеного руху машини або механізму має велике значення у техніці, оскільки в більшості машин цей час є робочим часом її руху, тобто проміжком часу, протягом якого машина долає виробничі опори.

5.2. Середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності руху машини

Для зручності вивчення періодичних коливань під час усталеного руху запровадимо поняття *середньої швидкості ланки зведення* механізму чи машини і далі розглянемо задачу для цього часу руху.

Позначимо шлях, який проходить точка A , вибрана на ланці зведення, за один цикл її руху від положення i до положення k через s . Назвемо *дійсною середньою швидкістю* $v_{\text{сд}}$ швидкість такого рівномірного руху, при якому точка A пройшла б шлях s за той самий проміжок часу t , який потрібний і при нерівномірному русі, тобто $v_{\text{сд}} = s/t$.

Оскільки $dt = ds/v$, то

$$t = t_k - t_i = \int_{s_i}^{s_k} \frac{ds}{v}, \quad (5.1)$$

звідки

$$v_{\text{сд}} = \frac{s}{\int_{s_i}^{s_k} \frac{ds}{v}}. \quad (5.2)$$

Дійсну середню швидкість часто замінюють середньою арифметичною швидкістю

$$v_{\text{са}} = \frac{v_{\text{max}} + v_{\text{min}}}{2}, \quad (5.3)$$

де v_{max} і v_{min} – максимальні й мінімальні значення швидкості точки A (рис. 5.1). Для машин з великою рівномірністю ходу різниця між цими значеннями швидкостей ($v_{\text{сд}}$ і $v_{\text{са}}$) настільки мала, що нею можна знехтувати.

У паспорті двигуна або робочої машини така умовна середня швидкість звичайно вказана; у цьому разі її, як правило, називають номінальною швидкістю (від латинського *poten*, що означає ім'я, назва). Для механізмів з малою рівномірністю руху краще користуватися дійсною середньою швидкістю.

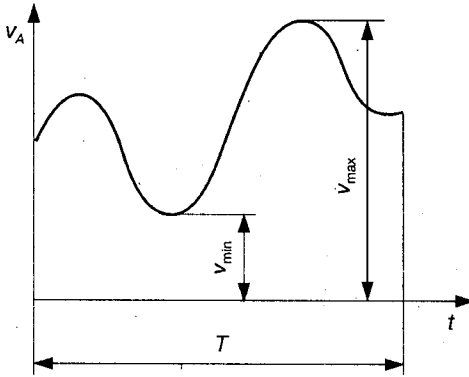


Рис.5.1 – До визначення коефіцієнта нерівномірності руху

Нерівномірність руху механізму чи машини характеризується так званим **коефіцієнтом нерівномірності руху** δ , який виражається відношенням різниці максимального і мінімального значення швидкості точки А (рис. 5.1) до її середнього значення v_c , тобто

$$\delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_c}, \quad (5.4)$$

Очевидно, що чим менша різниця між v_{\max} і v_{\min} , тим рівномірніше рухається ланка зведення.

Задача регулювання руху механізмів або машин у період їх усталеного руху зводиться до підбору такого співвідношення між масами ланок механізмів і силами, що на них діють, при якому коефіцієнт нерівномірності руху δ не перевищував би наперед заданого значення.

На практиці величина δ коливається в дуже значних межах.

Нижче наведені допустимі значення коефіцієнта нерівномірності руху для деяких типів машин (табл. 5.1).

При обертovому русі ланки зведення зручно середню швидкість і коефіцієнт нерівномірності руху механізму або машини виражати через кути повороту і кутові швидкості цієї ланки. Тоді за аналогією з рівняннями (5.2) – (5.4) матимемо:

для дійсної середньої кутової швидкості

$$\omega_{\text{сд}} = \frac{\varphi}{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{\omega}}, \quad (5.5)$$

для середньої арифметичної кутової швидкості

$$\omega_{\text{са}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}, \quad (5.6)$$

для коефіцієнта нерівномірності руху

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \quad (5.7)$$

Таблиця 5.1

Допустимі коефіцієнти нерівномірності руху деяких машин

Типи машин	δ
Насоси	1/5 – 1/30
Сільськогосподарські машини	1/5 – 1/50
Металообробні верстати	1/20 – 1/50
Ткацькі, поліграфічні та мукомельні машини	1/10 – 1/50
Бавовнопрядильні машини	1/60 – 1/100
Суднові двигуни	1/20 – 1/150
Двигуни внутрішнього згорання	1/80 – 1/100
Компресори	1/50 – 1/100
Електричні генератори постійного струму	1/100 – 1/200
Електричні генератори змінного струму	1/200 – 1/300
Авіаційні двигуни, турбогенератори	1/200 і менше

5.3. Визначення коефіцієнта нерівномірності руху машини за допомогою кривої Віттенбауера

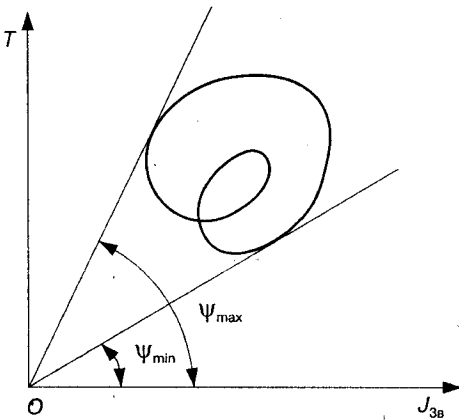


Рис. 5.2. Визначення коефіцієнта нерівномірності руху машини за допомогою кривої Віттенбауера

Якщо побудовано діаграму $T = T(J_{зв})$, то неважко визначити значення коефіцієнта нерівномірності руху під час усталеного руху. На ділянці усталеного руху ця крива має бути замкненою, оскільки ті самі значення величин T і $J_{зв}$ періодично повторюються через кожний цикл. На рис. 5.2 зображено частину кривої $T = T(J_{зв})$, що відповідає періоду усталеного руху.

Для визначення коефіцієнта δ необхідно мати значення максимальної ω_{\max} і мінімальної

ω_{\min} швидкості ланки зведення (5.7). З формули (4.60) випливає, що максимальна кутова швидкість ω_{\max} за час усталеного руху відповідає максимальному значенню тангенсу кута ψ_{\max} (рис. 5.2), мінімальна кутова швидкість ω_{\min} відповідає значенню тангенсу кута ψ_{\min} .

Для визначення цих кутів проводимо з точки 0 до кривої $T = T(J_{зв})$ дві дотичні: під найбільшим кутом ψ_{\max} і найменшим кутом ψ_{\min} . Тоді згідно з рівнянням (4.60) можна записати

$$\omega_{\max}^2 = \frac{2\mu_T}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\max}; \quad \omega_{\min}^2 = \frac{2\mu_T}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\min}, \quad (5.8)$$

де μ_T , μ_J – масштаби кінетичної енергії і зведеного моменту інерції.

Помноживши чисельник і знаменник правої частини формули (5.7) на $(\omega_{\max} + \omega_{\min})$, маємо

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c} \cdot \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} = \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2\omega_c^2}, \quad (5.9)$$

оскільки $\omega_c = (\omega_{\max} + \omega_{\min})/2$.

Підставляючи у формулу (5.9) вирази (5.8), дістанемо

$$\delta = \frac{\mu_T}{\mu_J} \cdot \frac{\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min}}{\omega_c^2}. \quad (5.10)$$

Кути ψ_{\max} і ψ_{\min} визначаються безпосередньо з рисунка, а величина ω_c – за формулами (5.5) або (5.6).

Коефіцієнт нерівномірності руху механізму або машини можна також визначити за діаграмою швидкостей, побудованою на рис. 4.14. Для цього знаходимо ω_{\max} і ω_{\min} для періоду усталеного руху та підставляємо їх значення у формулу (5.7).

5.4. Визначення моменту інерції маховика методом Віттенбауера

Як показано вище, за допомогою кривої Віттенбауера $T = T(J_{зв})$ для періоду усталеного руху можна визначити коефіцієнт нерівномірності руху механізму або машини. Тоді, очевидно, якщо при заданій зведеній масі та кінетичній енергії відома залежність між ними, тобто побудовано діаграму $T = T(J_{зв})$, завжди можна з'ясувати питання, як мають бути змінені ці величини (зведений момент інерції $J_{зв}$ і кінетична T) для того, щоб забезпечити заданий коефіцієнт нерівномірності δ . Для розв'язання цієї задачі запишемо формули, які дозволять визначити значення кутів ψ_{\max} і ψ_{\min} (рис. 5.2), що відповідають заданим δ і діаграмі $T = T(J_{зв})$.

Розв'язуючи рівняння (5.6) і (5.7) відносно ω_{\max} і ω_{\min} , знаходимо:

$$\omega_{\max} = \omega_c \left(1 + \frac{\delta}{2} \right); \quad \omega_{\min} = \omega_c \left(1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (5.11)$$

Підносячи праві і ліві частини цих рівнянь до квадрата, дістанемо:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\max}^2 &= \omega_c^2 \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \omega_c^2 (1 + \delta); \\ \text{і} \\ \omega_{\min}^2 &= \omega_c^2 \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \omega_c^2 (1 - \delta). \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

При малих значеннях коефіцієнтів δ членом $\delta^2/4$ можна знехтувати. Підставляючи в рівняння (5.12) вирази для ω_{\max}^2 і ω_{\min}^2 з формул (5.8), після відповідних перетворень, дістанемо :

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \psi_{\max} &= \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_c^2 \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_c^2 (1 + \delta); \\ \text{tg } \psi_{\min} &= \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_c^2 \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \frac{\mu_J}{2\mu_T} \omega_c^2 (1 - \delta). \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

За допомогою рівнянь (5.13) можна для заданої кутової швидкості ω_c і для будь-якого значення коефіцієнта нерівномірності руху δ визначити відповідні кути ψ_{\max} і ψ_{\min} .

Покажемо, як на практиці використати ці залежності. Нехай для деякого механізму або машини буде побудовано діаграму $T = T(J_{зв})$, яку в нашому випадку досить побудувати тільки для періоду усталеного руху (рис. 5.3). Провівши з початку координат 0 до кривої Віттенбауера дотичні під кутами ψ_{\max} і ψ_{\min} , знаходимо за формулою (5.10) коефіцієнт нерівномірності руху механізму або машини.

Припустимо, що коефіцієнт δ буде більшим від допустимого значення $\delta_{\text{доп}}$ для заданого типу машин. Тоді, підставивши в залежність (5.13) замість δ допустиме його значення $\delta_{\text{доп}}$, знаходимо значення кутів ψ'_{\max} і ψ'_{\min} , під якими проводимо дотичні до кривої Віттенбауера (рис. 5.3), і знаходимо їх точку перетину 0'. Очевидно, якщо б початок координат діаграми $T = T(J_{зв})$ знаходився у точці 0',

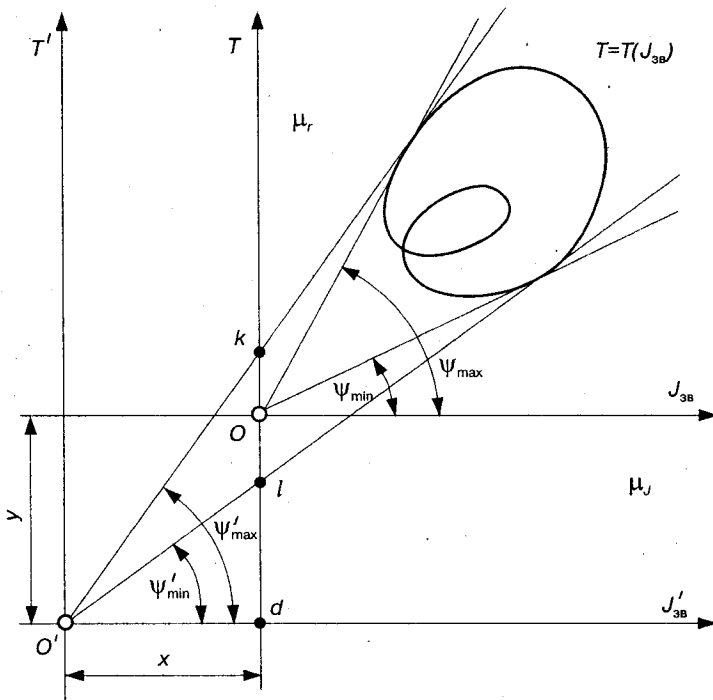


Рис. 5.3. Визначення моменту інерції маховика методом Вітгенбауера

то коефіцієнт нерівномірності $\delta = \delta_{\text{доп}}$. Тобто, якщо перейти від системи координат $T O J_{\text{зв}}$ до $T' O' J'_{\text{зв}}$, то задача про регулювання руху механізму або машини була б розв'язана. При цьому переході кінетична енергія збільшується на величину T_0 , а зведений момент інерції – на величину J_0 . Відрізки x і y , виміряні у міліметрах, зображують у вибраних масштабах μ_J і μ_T величини додаткового зведеного моменту інерції J_0 і додаткової кінетичної енергії T_0 , які необхідні для того, щоб машина працювала з вибраним коефіцієнтом нерівномірності $\delta_{\text{доп}}$. Отже,

$$J_0 = x \mu_J; \quad T_0 = y \mu_T. \quad (5.14)$$

З побудови безпосередньо випливає, що чим менший коефіцієнт нерівномірності δ , тим менша різниця між кутами ψ_{max} і ψ_{min} і тим далі від кривої $T = T(J_{\text{зв}})$, що відповідає часові усталеного руху, буде початок координат, тобто при зменшенні величини δ зростає зведена маса машини і її кінетична енергія, потрібна для надання руху машині із заданою середньою швидкістю ω_c . Отже, збільшення рівно-

мірності руху ланки зведення можна досягти, збільшивши зведений момент інерції механізму чи машини. Збільшити зведені маси або зведений момент інерції можна за рахунок збільшення мас окремих ланок механізму. Практично це збільшення мас здійснюється за допомогою посадки на один з валів машини додаткової деталі, що має певний момент інерції. Ця деталь називається *маховим колесом* або *маховиком*. Як було показано вище, для того, щоб забезпечити заданий коефіцієнт нерівномірності $\delta_{\text{доп}}$, треба збільшити зведений момент інерції механізму або машини на величину J_0 (5.14). Величина цього додаткового моменту і визначає момент інерції маховика, тобто

$$J_M = J_0 = \mu_J x_0. \quad (5.15)$$

Завданням маховика є регулювання періодичних коливань швидкості початкової ланки, які обумовлені властивостями самих механізмів або періодичною зміною співвідношень між величинами рушійних сил і сил опору. Підбором моменту інерції маховика можна змусити початкову ланку механізму рухатись з наперед заданим відхиленням від деякої її середньої швидкості. Маховик є ніби акумулятором кінетичної енергії механізмів або машини, що нагромаджує її в моменти прискорення руху механізмів і віддає назад у моменти сповільнення руху машини. Для кращого розуміння дії маховика як гасителя коливань швидкості обертання тіла, біля його середнього значення на рис. 5.4 показано дві діаграми $\omega = \omega(t)$: 1 – машини без маховика, 2 – машини з маховиком. Введення маховика в машину дозволяє зменшити коливання швидкості відносно її середнього значення ω_c , тому при збільшенні швидкості обертання ланки зведення (на рис. 5.5 ділянки ab, cd) частина кінетичної енергії машини йде на збільшення кінетичної енергії маховика ($\omega'_{\text{max}} < \omega_{\text{max}}$), і, навпаки, коли швидкість обертання зменшується, маховик віддає частину нагромадженої кінетичної енергії машині, завдяки чому зміна швидкості буде менша ($\omega'_{\text{max}} - \omega'_{\text{min}} < \omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}$). Крива $\omega = \omega(t)$ попаде не в точку c , а в точку c' . У деяких робочих машинах, в яких корисне навантаження періодично змінюється в значних межах (дробарки, прокатні стани і т.п.), маховик акумулює дуже значні запаси кінетичної енергії в моменти прискорення руху, тобто в моменти зниження корисних навантажень. Така акумулююча роль маховика дає можливість використати нагромаджену ним енергію для подолання підвищених корисних навантажень без збільшення потужності двигуна.

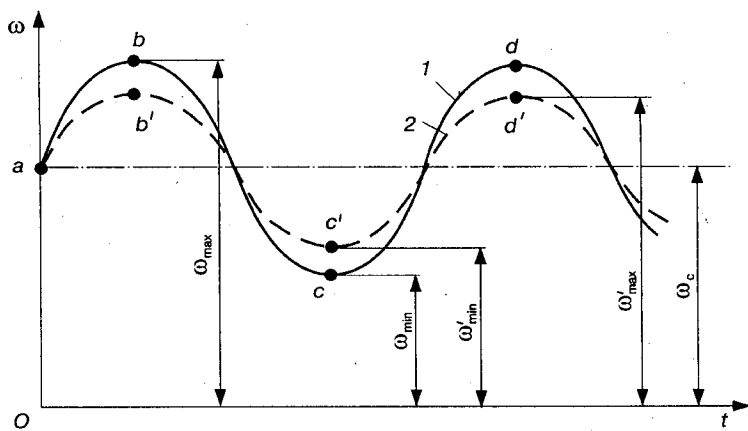


Рис. 5.4. Зменшення коливань швидкості за допомогою маховика

Для зменшення коливань швидкості маховик повинен мати відповідний момент інерції. Згідно з формулою (4.38) $J = J_{\text{м}} = \text{const}$, прийнявши $M_{\text{зв}} = M_{\text{р}} - M_0 = J\varepsilon$ маємо

$$\varepsilon = M_{\text{зв}}/J. \quad (5.16)$$

Отже, чим більший момент інерції J обертових мас (включаючи маховик) при тому ж самому зведеному (надлишковому) моменті сил, тим менше кутове прискорення ε ланки зведення, а значить, тим менша зміна кутової швидкості.

На основі того, що кутове прискорення $\varepsilon = d\omega/dt$, залежність (5.16) можна записати у такому вигляді:

$$d\omega = \frac{M_{\text{зв}}}{J} dt. \quad (5.17)$$

Звідси видно, що при всіх інших рівних умовах зміна величини кутової швидкості $d\omega$ прямо пропорційна часу дії надлишкового моменту $M_{\text{зв}}$. Це показує, що результуюча дія маховика найефективніша при короткочасних коливаннях величини обертового моменту $M_{\text{зв}}$, а також при різких (миттєвих) змінах величини опору. Маховик не допоможе, якщо, наприклад, при тому ж навантаженні на паровий двигун упаде тиск пари в котлі або при цьому ж тиску значно збільшилось на тривалий час навантаження. У таких випадках використовуються **регулятори швидкості**, мова про яких буде далі (п. 5.5).

Для більшої ефективності дії маховика, зменшення маси, габаритів доцільно його ставити на швидкохідний вал, оскільки кінетична енергія маховика, у результаті зміни якої здійснюється регулювання швидкості машини, виражається формулою:

$$T = \frac{J_M \omega^2}{2} \quad (5.18)$$

Звідси видно, що ця енергія прямо пропорційна ω^2 . Цим дуже часто користуються на практиці, встановлюючи маховик на швидкохідному валу, наприклад в інерційному стартері. Проте деколи маховик встановлюють і на тихохідних валах, ближче до тих частин машини (джерела коливання швидкості), нерівномірність руху яких треба зменшити, щоб ці коливання швидкості не передавались на інші ланки передавального механізму (зубчасті колеса, муфти тощо).

Якщо маховик встановлюється не на ланці зведення, а на будь-якій i -й ланці машини, то завжди повинна задовольнятися умова рівності кінетичної енергії:

$$\frac{J_M \omega^2}{2} = \frac{J_i \omega_i^2}{2}, \quad (5.19)$$

де J_i – момент інерції маховика, встановленого на i -й ланці; ω_i – кутова швидкість цієї ланки.

З рівняння (5.19) випливає

$$J_i = J_M \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2. \quad (5.20)$$

Отже, чим більшою буде кутова швидкість i -ої ланки, тим менший повинен бути момент інерції маховика. Тому вигідно з точки зору зменшення ваги або діаметра маховика встановлювати його на ланках, що мають великі швидкості.

З рівняння (5.20) також випливає, що для забезпечення умови сталості моменту інерції J_i необхідно, щоб передаточне відношення

ω/ω_i було сталим, що вимагає встановлення маховика на ланках, які зв'язані з ведучим валом механізму передаточним відношенням сталої величини (механізми круглих зубчатих коліс, черв'ячні механізми і т. д.).

При встановленні маховика не на ланці зведення необхідно врахувати жорсткість проміжного кінематичного ланцюга. При малій жорсткості кінематичного ланцюга пружні коливання можуть бути такими великими, що махове колесо не виконуватиме свого призначення.

Треба зазначити далі, що при малих значеннях коефіцієнта δ внаслідок незначної різниці між кутами Ψ_{\max} і Ψ_{\min} точка перетину O' дотичних (рис. 5.3) дуже часто знаходиться за межами рисунка.

У цьому випадку можна використати точки перетину k і l дотичних з віссю T першої системи координат. Тоді, очевидно :

$$\operatorname{tg} \psi'_{\max} = \frac{kd}{O'd}, \quad \operatorname{tg} \psi'_{\min} = \frac{ld}{O'd}$$

і, далі,

$$\operatorname{tg} \psi'_{\max} - \operatorname{tg} \psi'_{\min} = \frac{kd}{O'd} - \frac{ld}{O'd} = \frac{kl}{O'd} \quad (5.21)$$

Підставляючи (5.21) у рівняння (5.10), знаходимо

$$\delta = \frac{\mu_T}{\mu_J} \frac{kl}{O'd} \frac{1}{\omega_c^2},$$

звідки, враховуючи, що $\mu_J(O'd) = J_M$, дістаємо

$$J_M = \frac{\mu_T(kl)}{\omega_c^2 \delta} \quad (5.22)$$

Аналогічно можна дістати формулу для визначення моменту інерції маховика через точки перетину дотичних з віссю абсцис J_{3B} першої системи координат.

Визначення розмірів маховика. Оскільки маховик звичайно роблять у вигляді колеса (рис. 5.5), що має масивний обід 1, сполучений з втулкою 2 спицями 3 (або тонким диском), то моментами інерції з'єднуючих частин часто нехтують і наближено вважають, що маса маховика рівномірно розподілена по колу радіуса $R = D/2$, геометричному місцю центрів ваги поперечних перерізів обода. Тоді момент інерції маховика можна виразити так :

$$J_M = mR^2 = \frac{mD^2}{4} \quad (5.23)$$

де m – маса обода маховика.

Добуток маси обода маховика на квадрат його діаметра mD^2 називається *маховим моментом* або *характеристикою маховика*. Для багатьох деталей машин, що здійснюють обертовий рух (муфти, ротори електродвигунів тощо) ця характеристика наводиться в довідниках. Характеристика маховика має одиницю $\text{кг}\cdot\text{м}^2$. За нею легко визначити необхідну масу маховика, якщо задано або вибрано його діаметр, значення якого визначається з чисто конструктивних міркувань. Щоб запобігти небезпеці можливого розриву маховика, його діаметр

D вибирають таким, щоб колова швидкість на ободі не перевищувала допустимої для матеріалу маховика величини. Можна рекомендувати для перевірки діаметра маховика таку залежність:

$$D \leq \frac{60v_{\text{доп}}}{\pi n} \quad (5.24)$$

де $v_{\text{доп}}$ – допустима колова швидкість обода маховика, яка не повинна перевищувати для сталених маховиків 70–120 м/с, для чавунних – 30–45 м/с; n – частота обертання маховика, хв^{-1} .

Якщо врахувати, що маса ободу маховика може практично бути прийнята

$$m_{\text{об}} = 0,9m,$$

де $m_{\text{об}}$ – маса обода маховика, тоді ширина b обода маховика визначається з виразу

$$m_{\text{об}} = \pi D b \rho. \quad (5.25)$$

Тут ρ – густина матеріалу

Рис. 5.5. Конструкція маховика (кг/м³); $c \approx 0,4b$.

Тоді, якщо прийняти $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, маємо

$$b \approx 0,01 \sqrt{m/D}, \text{ (м)}. \quad (5.26)$$

Наближений метод побудови кривої Вітгенбауера. Отже, маючи побудовану діаграму $T = T(J_{\text{зв}})$ при заданих коефіцієнті нерівномірності руху δ і середній кутовій швидкості обертання ω_c ланки зведення, можна визначити момент інерції маховика і, тим самим, визначити його масу й розміри. Проте на практиці ця задача ускладнюється тим, що для побудови діаграми $T = T(\varphi)$ необхідно мати діаграми зведених моментів рушійних сил $M_p = M_p(\varphi)$ і сил опору $M_o = M_o(\varphi)$. Причому для **робочих машин**, знаючи технологічні опори, можна знайти значення зведених моментів сил опору (див. п. 4.6), тобто побудувати діаграму $M_o = M_o(\varphi)$. Приклад такої діаграми показаний на рис. 5.6,а. Зведений момент рушійних сил, як правило, для таких машин важко знайти, а тому його приймають сталим, тобто $M_p = \text{const}$, величину якого мож-

на визначити, виходячи з рівності робіт рушійних сил A_p і сил опору A_o за один цикл руху механізму або машини.

Діаграму роботи сил опору $A_o = A_o(\varphi)$ можна одержати шляхом графічного інтегрування діаграми $M_o = M_o(\varphi)$ (рис. 5.7, б), оскільки робота визначається залежністю

$$A_o = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_o d\varphi. \quad (5.27)$$

Як відомо, графічна інтерпретація інтеграла є площа, яка обмежена кривою $M_o = M_o(\varphi)$, віссю φ і крайніми ординатами, ділянки кривої, що відповідають кутам φ_1 і φ_2 . Наприклад, на ділянці $a-2$ робота сил опору

$$A_{o2} = \text{пл.}(aa'2'2)\mu_M \mu_\varphi;$$

на ділянці 2-3

$$A_{o3} = \text{пл.}(22'3'3)\mu_M \mu_\varphi \text{ і т.п.}$$

Відклавши на відповідних ординатах ці роботи у масштабі μ_A , одержимо діаграму $A_o = A_o(\varphi)$. Практично цих розрахунків не роблять, а виконують побудову, обернену до тої, яку ми робили при графічному диференціюванні (методом хорд). А саме: площу криволінійної трапеції $aa'2'2$ замінюємо площею прямокутника, висоту якого переносимо на вісь координат $M_{зв}$, здобути точку $1''$ з'єднуємо з точкою P . Відрізок $0P=H$ визначає масштаб побудови діаграми робіт

$$\mu_A = \mu_M \mu_\varphi H. \quad (5.28)$$

У нашому випадку робота сил опору на ділянці $0-a$ дорівнює нулю, оскільки $M_o = 0$. Тоді з точки a на діаграмі $A_o = A_o(\varphi)$ (рис. 5.7, б) проводимо на ділянці $a-2$ лінію $a2'''$, паралельну $P1''$ і дістанемо точку $2'''$. Аналогічно здійснюємо побудову на інших ділянках (2-3, 3-4 і т.п.), що дозволяє здобути точки $3'''$, $4'''$ і т.д., з'єднавши які плавною кривою, дістанемо діаграму $A_o = A_o(\varphi)$. На ділянці $b-0$ ($b''-0'''$) робота $A_o = \text{const}$, оскільки $M_o = 0$, і робота сил опору не змінюється.

Діаграма робіт рушійних сил $A_p = A_p(\varphi)$ при такому припущенні ($M_p = \text{const}$) зобразатиметься прямою лінією ($A_p = M_p \varphi$), яка проходить через точки 0 і $0'''$ діаграми $A_o = A_o(\varphi)$. Це пояснюється

тим, що зміна кінетичної енергії $\Delta T = A_p - A_0$ за один цикл усталеного руху дорівнює нулю, тобто на початку і в кінці циклу $A_p = A_0$. Провівши через точку P лінію (рис. 5.6, а), яка паралельна лінії $0-0'''$ на діаграмі робіт (рис. 5.6, б), дістанемо точку $0''$, яка визначить величину зведеного моменту рушійних сил $M_p = (0-0'')\mu_M$.

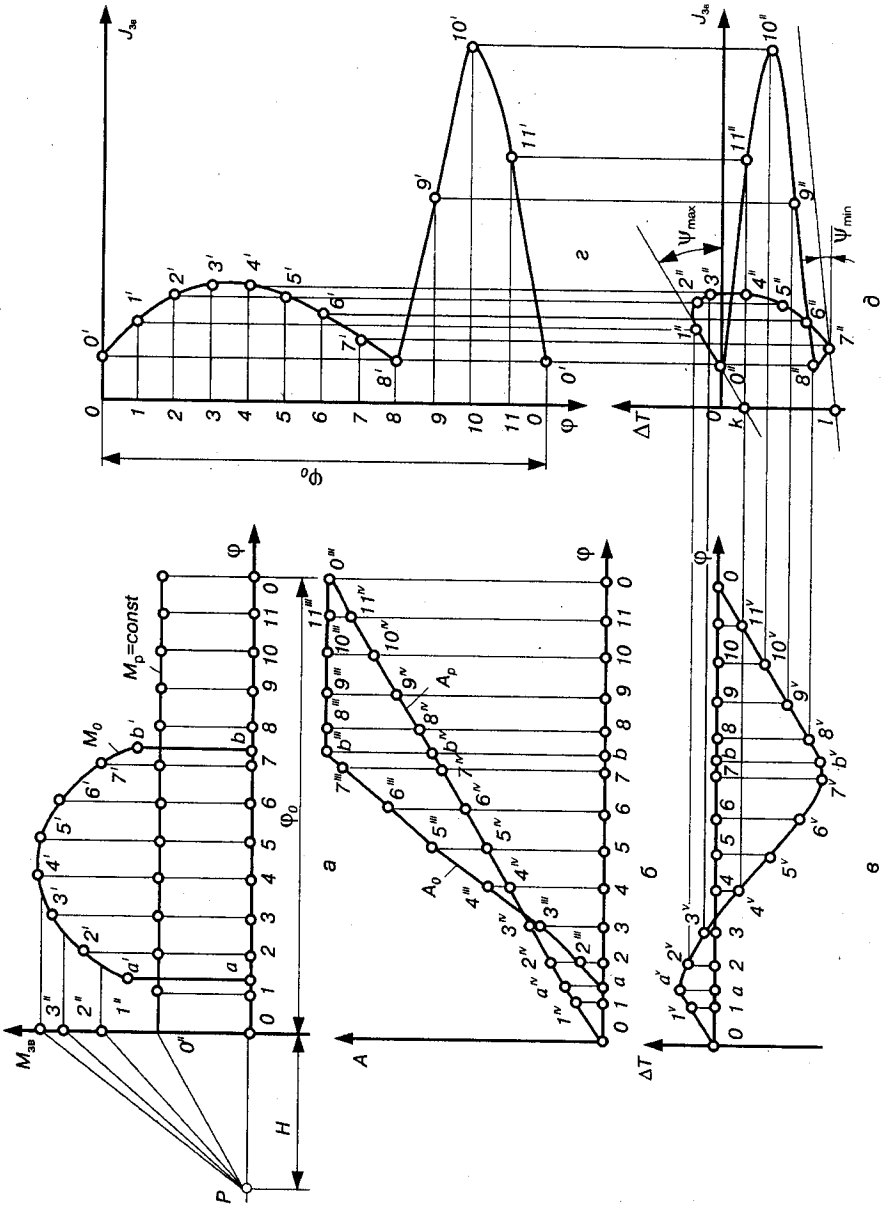


Рис. 5.6. Наближений метод побудови кривої Вітгенбауера: а) діаграми зведених моментів сил; б) діаграми робіт; в) діаграма зміни кінетичної енергії; г) діаграма зведеного моменту інерції; д) крива Вітгенбауера

На підставі діаграм робіт рушійних сил і сил опору будуюмо діаграму зміни кінетичної енергії механізму або машини без маховика за формулою:

$$\Delta T = A_p - A_o \quad (5.29)$$

Якщо діаграма $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ будується в тому ж масштабі, що і діаграми робіт, досить на відповідних ординатах (рис. 5.6,в) відкласти відрізки, які знаходяться між кривими $A_p = A_p(\varphi)$ і $A_o = A_o(\varphi)$, тобто $1-1^v = 1'-1''$, $a-a^v = a-a''$, $2-2^v = 2'''-2'^v$ і т.д. Якщо $A_p > A_o$, то $\Delta T > 0$, і навпаки, якщо $A_p < A_o$, то $\Delta T < 0$.

Діаграми зведених моментів інерції $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$ (рис. 5.7,г) і крива Віттенбауера $\Delta T = \Delta T(J_{зв})$ (рис. 5.6,д) будується так, як це описано вище (п. 4.7, 4.12).

Для *машини-двигуна*, як правило, неважко побудувати діаграми зведених рушійних сил $M_p = M_p(\varphi)$, маючи індикаторну діаграму, тобто знаючи тиск p на робочий поршень залежно від переміщення поршня s . Тоді методом графічного інтегрування цієї діаграми будуюмо діаграму робіт рушійних сил $A_p = A_p(\varphi)$. У таких машинах зведений момент сил опору приймається сталим $M_o = \text{const}$. Всі інші побудови виконуються аналогічно.

У технічній і навчальній літературі наводяться інші методи визначення моменту інерції маховика. Заслужовують на особливу увагу методи, які враховують механічні характеристики двигунів.

5.5. Регулятори швидкості

За допомогою маховика можна регулювати швидкість руху ланки зведення механізму або машини лише для періодичних і короткочасних неперіодичних коливань швидкості, тобто коли рушійні сили і сили опору, як правило, змінюються протягом циклу за певним законом і робота рушійних сил за повний цикл дорівнює роботі сил опору. Крива Віттенбауера при такому русі – замкнута крива і має цілком визначену форму.

Проте маховик не може регулювати довгочасні і неперіодичні коливання швидкості, коли робота рушійних сил не дорівнює роботі сил опору. Наприклад, навантаження на двигун внутрішнього згорання автомобіля значно зростає внаслідок крутого підйому дороги. Це викликає значну зміну моменту сил опору на валу двигуна, у результаті цього порушується відповідність між роботою рушійної сили двигуна і роботою

сил опору руху автомобіля, що викликає зменшення його швидкості. І навпаки, при крутому спуску автомобіля, його швидкість може значно збільшуватися до величини, яка буде більшою з точки зору безпеки руху. Водій автомобіля здійснює регулювання швидкості руху за рахунок зміни роботи рушійних сил (додатковою подачею палива в двигун) або включенням додаткової роботи сил опору (гальмуванням). Це дозволяє зберігати відповідний баланс робіт і необхідну швидкість автомобіля.

Таким чином, щоб забезпечити коливання швидкості ланки зведення в заданих межах, треба щоб у машині за один цикл підтримувалась рівність робіт рушійних сил і сил опору $A_p = A_o$. Для цього, як правило, встановлюють спеціальні механізми, пристрої, які називають **регуляторами швидкості**. Завдання регулятора полягає в тому, щоб встановити стійкий (стаціонарний), за законом зміни значення швидкості режим руху початкового вала механізму або машини, чого можна досягти вирівнюванням різниці між рушійними силами і силами опору. Так, якщо внаслідок якихось причин зменшився опір і машина починає прискорювати свій рух, то регулятор **автоматично** зменшує рушійні сили. Навпаки, якщо сили опору збільшилися і машина починає сповільнювати рух, то регулятор збільшує рушійні сили. Отже, як тільки порушується рівновага між рушійними силами і силами опору, регулятор повинен знов їх збалансувати і змусити машину працювати з попередніми або близькими до попередніх швидкостями. У деяких машинах, зокрема у транспортних, регулювання руху досягається не тільки зміною рушійних сил, але й сил опору (гальмуванням).

Конструкції регуляторів і схеми регулювання бувають різні. Наприклад, у практиці застосовуються так звані **відцентрові регулятори**, плоскі й просторові, в яких використовується відцентрова сила інерції. Є **інерційні регулятори**, які використовують тангенціальні (дотичні) сили інерції. Застосовуються також **регулятори електричного типу** та ін.

Розглянемо приклад автоматичного регулювання кутової швидкості початкової ланки машинного агрегата за допомогою відцентрового регулятора швидкості. На рис. 5.7 зображено машинний агрегат [1], що складається з робочої машини 2 і теплового двигуна 1. Чутливим елементом є відцентровий регулятор 3. Регулятор складається з двох важких куль K , що сидять на ланках AC і BD . Ці ланки шарнірно зв'язані з ланками CE і DF , які в свою чергу шарнірно зв'язані з муфтою N , що може вільно ковзати вздовж напрямної $z-z$. Ланки AC і BD зв'язані пружиною L , яка намагається зблизити кулі K . Регулятор приводиться в рух від початкової ланки машини парою конічних коліс H і G . При обертанні початкової ланки двигуна з кутовою швидкістю ω_1 регулятор обертається зі швидкістю ω_p , при чому $\omega_1 / \omega_p = \text{const}$.

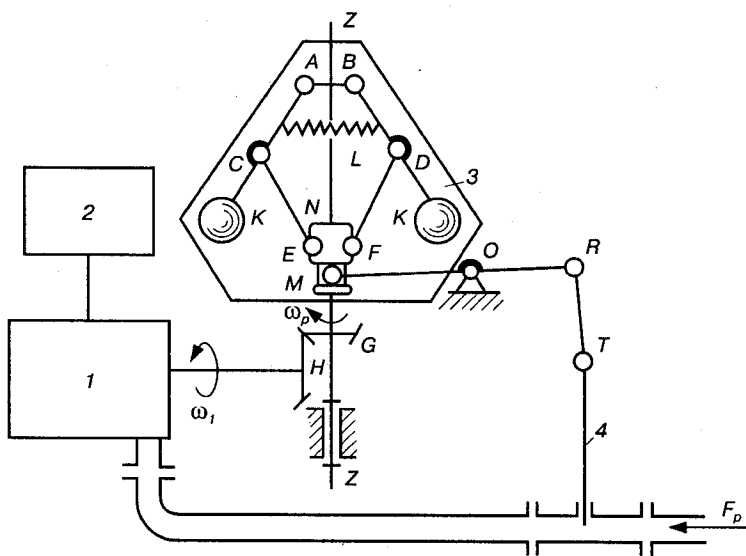


Рис. 5.7. Відцентровий регулятор швидкості

При різних кутових швидкостях ω_1 початкової ланки муфта N має різні положення, які визначаються величиною відцентрової сили інерції, що діє на кулі K . Чим більше швидкість обертання вала регулятора, тим більші сили інерції діють на кулі, тим вище піднімається муфта N , і навпаки, чим менша швидкість ω_p , тим менші сили інерції діють на кулі, а значить, нижче знаходиться муфта N . З муфтою N з'єднано механізм, що збільшує або зменшує подачу рушійної енергії в машину. Цей механізм складається з важелів OR і RT і заслінки 4. Палець M , що належить важелю OR , ковзає в напрямних муфти N . Припустимо, що внаслідок зменшення сил опору кутова швидкість ω_p регулятора збільшилась. Тоді тягарі K під дією відцентрових сил віддалятимуться від осі обертання $z-z$ регулятора, і муфта N переміститься вгору. При цьому важіль RT діятиме на заслінку 4, яка, опускаючись донизу, зменшить переріз каналу, по якому надходить у двигун робоча речовина (пара, вода, газ тощо). Тоді рушійні сили зменшаться, кутова швидкість також зменшиться, і муфта N почне переміщатися вниз. Отже, заслінка 4 переміститься вгору, збільшуючи переріз каналу. Після збільшення подачі рушійної енергії процес може знову повторитися. Отже, робота регулятора – це деякий *коливальний процес*. Регулятор реагує автоматично на зміну кутової швидкості початкової ланки двигуна і забезпечує подачу необхідної енергії для пересування регульовального органу. Треба відзначити, що описаний спосіб регулювання має той недолік, що після зниження на-

вантаження кутова швидкість буде трохи вищою від тієї, яку мала машина до зниження навантаження, хоч рух машини і буде усталений, але швидкості цього руху будуть вже інші і дещо більші, ніж на початку процесу регулювання. Щоб уникнути зазначеної зміни швидкості, у техніці часто застосовують складніші схеми регулювання.

Описаний тип регулятора називається *регулятором прямої дії*, оскільки в ньому регулятор безпосередньо з'єднаний з механізмом, що регулює подачу рушійної енергії. У розглянутому прикладі заслінка переміщується за рахунок відцентрових сил куль регулятора. У деяких випадках цих сил може бути не досить для переміщення заслінки, тоді необхідно включити в схему регулювання допоміжне джерело енергії, яке називають *сервомотором*. Такі регулятори називаються *регуляторами непрямої дії*.

Чутливість регулятора до зміни швидкості початкової ланки і її коефіцієнта нерівномірності руху δ (5.7) визначається відповідним підбором мас куль K , силою пружності пружини L , масами і розмірами ланок механізму регулятора. Детальніше це питання розглядається в спеціальній літературі з теорії автоматичного регулювання.

Питання для самоперевірки

1. *Задача про регулювання руху машин.* 2. *Причини коливань швидкості ланки зведення (головного валу машини)? Типи коливань цієї швидкості.* 3. *Поняття про середню швидкість і коефіцієнт нерівномірності руху машини.* 4. *Визначення коефіцієнта нерівномірності руху за допомогою кривої Віттенбауера.* 5. *Для чого встановлюють на машинах маховик? Коли його дія є ефективною? Як впливає наявність маховика на час розбігу та вибігу машини?* 6. *Що необхідно зробити, щоб зменшити вагу і розміри маховика?* 7. *Які допущення приймають при знаходженні моменту інерції маховика реальних машин методом Віттенбауера?* 8. *Призначення та принцип роботи регуляторів швидкості.*

ТЕРТЯ В МАШИНАХ

Під час руху одного тіла відносно іншого між поверхнями, що стикаються, виникає взаємодія, яка перешкоджає переміщенню цього тіла, а якщо воно знаходиться в стані спокою, – його відносному зміщенню. Це явище називається *тертям*, а сили опору – *силами тертя*. Отже, *тертям називають опір, що виникає при переміщенні одного тіла відносно іншого*. Поверхні, якими стикаються між собою тіла, називаються *тертьовими*.

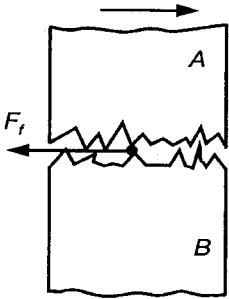


Рис. 6.1. Взаємодія поверхонь тертя

Виникнення тертя пояснюється двома основними причинами. По-перше, поверхні тертя не абсолютно гладкі, а мають нерівності, які при стиканні поверхонь створюють опір руху \overline{F}_f (рис. 6.1).

По-друге, між тілами, які стикаються поверхнями, виникають сили молекулярної взаємодії, для подолання яких також необхідно прикласти силу. Як показують експериментальні дослідження, тертя є складний комплекс механічних, фізичних і хімічних явищ, причому ті чи інші явища переважають залежно від умов, за яких проходить процес тертя.

Тертя є одним із найбільш розповсюджених цих явищ природи і дуже важливе в техніці. Цілий ряд задач механіки, деталей машин, спеціальних технічних дисциплін не можуть бути розв'язані без знань законів тертя. На використанні сил тертя ґрунтується робота багатьох механізмів і машин (пасової і фрикційної передач, транспортних машин, прокатних станів, фрикційних муфт, гальм тощо). Великі сили тертя виникають при обробці різних матеріалів різанням, пресуванням тощо.

Тертя в машинах є як корисним, так і шкідливим. З одного боку, завдяки тертю рухаються тіла; з іншого – тертя є причиною зношування деталей машин і приладів, значних витрат енергії. Підраховано, що біля 1/3 світових енергетичних ресурсів даремно витрачаються на роботу, пов'язану з тертям.

Відомо, що перші дослідження явища тертя проводив ще Леонардо да Вінчі. Детальні дослідження законів тертя почав французький механік і фізик Г. Амонтон (1663–1705). Потім, протягом усього століття, велись дослідження в цьому напрямку. У 1781 р. Ш. Кулон опублікував роботу „Теорія простих машин з точки зору їх частин...”, в якій розвинув теорію тертя, сформулював основні закони тертя. Експериментальні дослідження тертя продовжували і послідовники Кулона. Проте треба зауважити, що ця

складна наукова проблема і до нашого часу цілком нерозв'язана. Тому на практиці все ще користуються наближеними емпіричними законами, які були відкриті Амонтоном і Кулоном. Якщо треба мати більшу точність розрахунків, то доводиться визначати силу тертя експериментально для кожної пари тертьових поверхонь і конкретних умов тертя.

Власне кажучи, вивчення всіх особливостей теорії тертя виходить за межі курсу теорії механізмів і машин. Тут ми будемо розглядати тільки ті елементи цієї теорії, які необхідні, щоб хоча би наближено визначити вплив тертя на реальні значення сил, що діють на тіла, встановити умови їх рівноваги, врахувати сили тертя при розв'язанні тих чи інших інженерних задач, в яких неможливо ними знехтувати.

6.1. Види тертя

Залежно від характеру відносного переміщення тіл, що стикаються, відрізняють *два види тертя*: *ковзання* і *кочення*. При *терті ковзання* одні й ті ж самі поверхні одного тіла стикаються з різними поверхнями іншого тіла. При *терті кочення* різні поверхні одного тіла послідовно стикаються з різними поверхнями іншого тіла.

Прикладами тертя ковзання можуть служити тертя лиж по снігу, пили по дереву, різця по металу, підошви взуття по землі, цапфи вала по втулці підшипника тощо. Тертя кочення має місце при перекочуванні коліс автомобіля по землі або вагона по рейках, у шарикових або роликкових підшипниках, фрикційних передачах тощо.

Для зменшення сил тертя використовують різні мастила. Залежно від їх наявності між тертьовими поверхнями відрізняють два основних види тертя: *сухе тертя* (без мастильних матеріалів) і *рідинне тертя* (з мастильними матеріалами).

При *сухому терті* між тертьовими поверхнями тіл відсутнє будь-яке мастило. При *рідинному терті* тертьові поверхні тіл повністю розділені шаром мастила (рис. 6.2) і тертя твердих частин тіла замінено тертям окремих шарів мастила. Мастило може бути твердим, рідким або газоподібним.

Крім цього, інколи ще відрізняють проміжні види тертя: *граничне*, *напівсухе* і *напіврідинне*. При *граничному терті* на тертьових поверхнях є тонкі адсорбовані маслянисті плівки. *Напівсухе* і *напіври-*

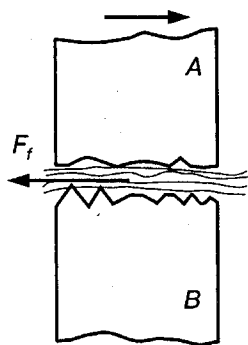


Рис.6.2. Рідинне тертя

динне тертя не мають між собою різкої границі: якщо перевершує сухе тертя (більша частина поверхні контакту не покрита мастилом), то вважають, що тертя напівсухе, і навпаки, якщо перевершує рідинне тертя, то маємо напіврідинне тертя.

6.2. Тертя ковзання

При терті ковзання виникає сила тертя ковзання \bar{F}_f (рис. 6.3, а), яку можна наближено визначити за формулою Амонтона-Кулона

$$F_f = fN, \quad (6.1)$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання; N – нормальна реакція, у нашому випадку вона дорівнює силі G , яка притискає тіло 1 до поверхні тіла 2 ($N=G$).

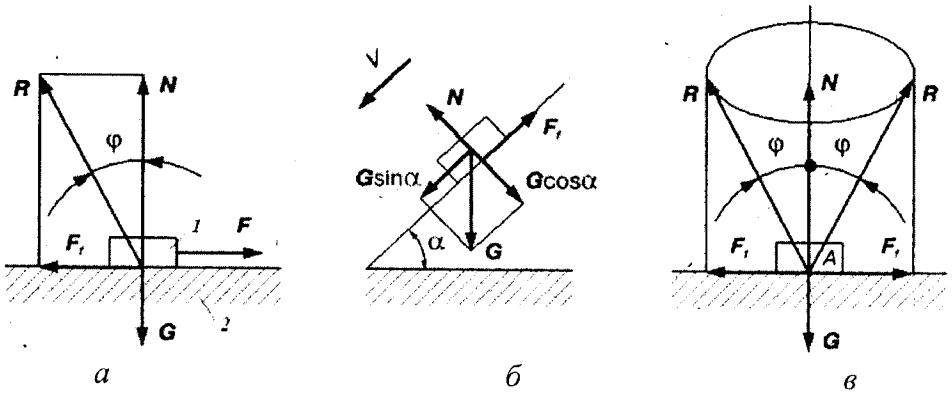


Рис.6.3. Тертя ковзання:

а) кут тертя; б) тертя на похилій площині; в) конус тертя

Сила нормального тиску дорівнює вазі тіла тільки тоді, коли поверхня ковзання – горизонтальна площина і на тіло не діють інші сили, крім сили його ваги. Якщо тіло лежить на похилій площині (рис. 6.3, б), то нормальна реакція $N = G \cos \alpha$, де α – кут нахилу площини. Якщо ж на тіло крім сили тяжіння діють ще інші сили, то за силу нормального тиску на поверхню треба приймати нормальну складову рівнодіючої всіх прикладених до нього сил.

Під *коефіцієнтом тертя ковзання* розуміють відношення сили тертя до нормальної реакції:

$$f = \frac{F_f}{N}. \quad (6.2)$$

Коефіцієнт тертя залежить від матеріалу тіл, що стикаються, і фізичного стану тертьових поверхонь, тобто від величини і характеру шорст-

кості, наявності мастила, вологості, температури та інших умов. Матеріали, які мають високий коефіцієнт тертя, називають **фрикційними** (шкіра, гума, текстоліт, азбест тощо) і, навпаки, низький коефіцієнт тертя, – **антифрикційними** (бронза, бабіт, сірий чавун, капрон і деякі інші види пластмас).

Відрізняють силу і коефіцієнт тертя спокою і руху. Сила тертя під час руху менша сили тертя спокою. Це ж відноситься і до коефіцієнта тертя. Сила тертя завжди направлена в бік, протилежний відносним швидкостям, а в стані спокою тіла – протилежно силі, яка намагається вивести це тіло зі стану спокою.

Кут φ , на який через тертя відхиляється від нормальної реакції N повна реакція R опорної поверхні (рис. 6.3, а), називається **кутом тертя**. З рис. 6.3, а видно, що

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{F_f}{N}. \quad (6.3)$$

Але з формули (6.2) маємо, що

$$\frac{F_f}{N} = f.$$

Отже,

$$\operatorname{tg}\varphi = f, \quad \text{або} \quad \varphi = \operatorname{arctg}f. \quad (6.4)$$

Тангенс кута тертя дорівнює коефіцієнту тертя ковзання. Інакше кажучи, **кутом тертя називається кут, тангенс якого дорівнює коефіцієнту тертя ковзання.**

Якщо тіло переміщати відносно опорної поверхні в різні боки, то лінія дії реакції R опише конічну поверхню (рис. 6.3, в), яка називається конусом тертя. **Отже, конусом тертя називають поверхню, яку описує повна реакція в разі її обертання навколо нормальної реакції.** Якщо коефіцієнт тертя під час руху тіла в різних напрямках однаковий, то повна реакція поверхні відхиляється від нормальної у всіх напрямках на однаковий кут тертя φ і конус тертя буде круглим з кутом при вершині A , який дорівнює 2φ . Коли ж коефіцієнт тертя у різних напрямках різний (наприклад, у разі руху по дереву вздовж і поперек волокон), то конус тертя буде некруглим.

Для руху тіла необхідно, щоб рівнодіюча зовнішніх сил, що прикладені до нього, проходила за межами конуса тертя. Якщо ж рівнодіюча зовнішніх сил розташована всередині конуса тертя, то якою б вона великою не була, рух тіла неможливий, оскільки рушійна сила в цьому випадку завжди буде менша від сили тертя.

6.3. Тертя ковзання змащених тіл

Як було зазначено раніше (п. 6.1), при рідинному терті безпосереднього стикання між двома поверхнями, що рухаються одна відносно іншої, не буває, оскільки між цими поверхнями є проміжний мастильний шар рідини. При відносному русі поверхонь окремі шари рідини зсуваються один відносно іншого. Отже, тертя в рідинному шарі зводиться до в'язкого зсуву.

Для зручності технічних розрахунків при вивченні рідинного тертя запроваджують поняття коефіцієнта тертя, але на відміну від коефіцієнта сухого тертя коефіцієнт рідинного тертя f залежить від швидкості v руху шарів мастила один відносно одного, навантаження p і коефіцієнта в'язкості μ , тобто $f = f(v, p, \mu)$.

Коефіцієнт в'язкості μ називають звичайно абсолютним коефіцієнтом, він характеризує величину опору мастила зсуваючим зусиллям, його одиниця – $H \cdot c/m^2$.

Досліджуючи плоскопаралельний рух в'язкої рідини, Ньютон знайшов, що сила, необхідна для переміщення одного шару рідини паралельно іншому, дорівнює

$$F = s\mu \frac{dv}{dy}, \quad (6.5)$$

де F є сила в'язкого зсуву; s – площа поверхні ковзання; μ – коефіцієнт абсолютної в'язкості; dv/dy – зміна швидкості за висотою шару (градієнт швидкості).

Основоположник гідродинамічної теорії тертя М. П. Петров сформулював основні вимоги, необхідні для заміни сухого тертя рідинним [1], а саме:

- 1) **мастильна рідина**, що займає зазор між ковзними поверхнями, **повинна затримуватись у зазорах**;
- 2) у шарі мастила при відносному ковзанні змащуваних поверхонь повинен **виникати і підтримуватись внутрішній тиск**, який врівноважує зовнішнє навантаження, що притискує ковзні поверхні одну до одної;
- 3) мастильна рідина повинна повністю **відокремлювати** ковзні поверхні;
- 4) шар рідини між ковзними поверхнями повинен мати **товщину**, не меншу від певної мінімальної границі.

Для здійснення **першої** вимоги необхідно, щоб при змочуванні твердих тіл мастильною рідиною сили зчеплення між поверхнями твердих тіл і прилеглим шаром рідини були більші, ніж сили зчеплення між частинами мастильної рідини. Тоді при відносному русі змочених твердих поверхонь

виникає ковзання шарів мастильної рідини одного відносно іншого і не буде ковзання рідини відносно твердих тіл.

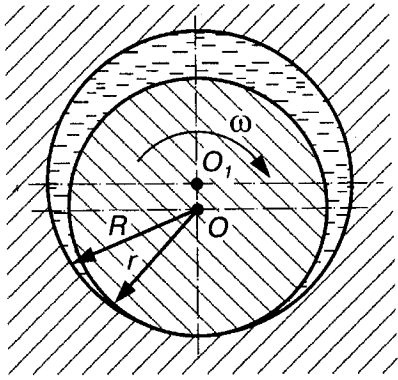


Рис. 6.4. Рідинне тертя в обертовій парі

Для задоволення *другої* вимоги, необхідно, щоб між ковзними поверхнями безперервно нагніталась мастильна рідина, або щоб між ними був клиновий зазор. Стосовно цапфи, що лежить у підшипнику (рис. 6.4), це досягається тим, що радіуси R підшипника і r цапфи – різні. Завдяки цьому між цапфою і підшипником створюється клиноподібний зазор, у який при обертанні цапфи нагнітається мастильна рідина. При цьому в мастильному шарі виникають сили, що зрівноважують зовнішнє навантаження на цапфу, і цапфа ні-

би „спливає” на шарі мастильної рідини. При цьому з підвищенням кутової швидкості центральна вісь O цапфи намагається збігтися з центральною віссю підшипника O_1 .

Третя і четверта вимоги відносяться до забезпечення такої обробки поверхні цапфи і підшипника, за якої зменшилися б можливі нерівності і шорсткість на їх поверхнях; крім того, необхідно прагнути до якомога менших деформацій цапфи і по можливості старанніше очищати мастильну рідину від сторонніх твердих домішок.

6.4. Тертя кочення

Як уже зазначалося, *тертям кочення називають опір, який виникає при перекочуванні одного тіла по поверхні іншого*. Цей опір виникає головним чином від того, що тіла не абсолютно тверді і завжди дещо деформуються в місцях їх стикання. Досвід показує, що опір перекочуванню тіл залежить від *пружних властивостей тіл*, які стикаються, їх *кривизни та сили притискування*.

Фізичні явища, які викликають тертя кочення, так само як і при терті ковзання, вивчені мало; у технічних розрахунках користуються в основному даними, одержаними при експериментальних дослідженнях, які прово-

дилися над різними конкретними об'єктами: котками, колесами, роликами і шариками в підшипниках кочення тощо.

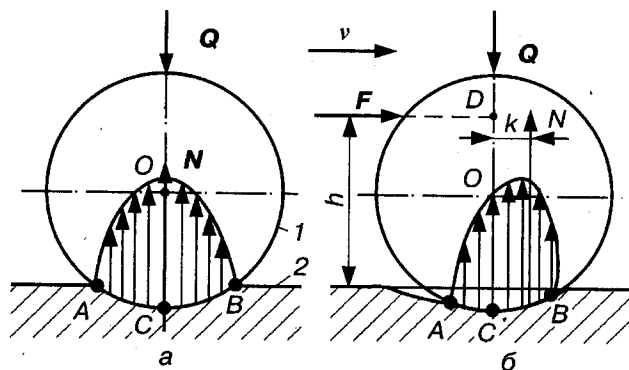


Рис. 6.5. Тертя кочення:
а) коток 1 нерухомий; б) коток 1 рухомий

На перемагання опору під час перекочування тіл витрачається якась робота, яка в основному йде на деформацію стичних поверхонь. Якщо на нерухомий коток 1, який лежить на горизонтальній площині 2 (рис. 6.5, а), діє тільки сила \bar{Q} , то деформація котка і опорної поверхні симетричні відносно лінії дії \bar{Q} . У результаті

деформації коток і опорна поверхня дотикаються не в одній точці (лінії), а деякою площинкою контакту, ширина якої AB . Реакція з боку опорної поверхні буде розподілена по всій площинці контакту. Згідно з положенням теорії пружності напруження в зоні контакту розподіляються за еліптичним законом. При цьому крива напружень симетрична, а значить, напрямок рівнодіючої \bar{N} цих напружень збігається з напрямком сили \bar{Q} . За модулем нормальна реакція \bar{N} дорівнює силі \bar{Q} і направлена в протилежний від неї бік.

Якщо коток рухається під дією деякої горизонтальної сили \bar{F} (рис. 6.5, б), то деформація котка і опорної поверхні буде вже несиметрична відносно лінії дії сили \bar{Q} ($BC > AC$). Це пояснюється тим, що ділянка BC знаходиться у зоні зростання деформації, а ділянка AC – у зоні спадання деформацій. Завдяки внутрішньому тертю в матеріалі тіл, що деформуються, має місце незбіжність кривих навантаження і розвантаження матеріалу (явище пружної післядії і гістерезису). Тому крива напружень у зоні CB буде вища від кривої в зоні AC , а значить, розподіл напружень відносно лінії дії сили \bar{Q} буде несиметричним з максимумом, зсунутим у бік руху котка. Отже, рівнодіюча \bar{N} напружень буде зміщена в бік руху від точки C на величину k , яка називається *плечем сили*, або *коефіцієнтом тертя кочення*.

Враховуючи, що деформація тіл при коченні незначна порівняно з розмірами тертьових тіл, можна прийняти, що $CD = h$. Тоді, записавши рівняння моментів сил, що діють на коток, відносно точки C , маємо

$$\sum_{i=1}^n M_C(\bar{F}) = Nk - Fh = 0,$$

або

$$Fh = Nk. \quad (6.6)$$

Величина Nk називається моментом тертя кочення, а Fh – обертальним (рушійним) моментом. Якщо врахувати, що $N = Q$, то момент тертя кочення

$$M_k = Qk, \quad (6.7)$$

де роль коефіцієнта пропорційності відіграє плече тертя k . Як видно з рис. 6.5 і формули (6.7), коефіцієнт тертя кочення k вимірюється одиницею довжини (мм або см) і визначає максимальне значення зміщення нормальної реакції \bar{N} відносно лінії дії сили \bar{Q} . Нагадаємо, що коефіцієнт тертя ковзання f є безрозмірна величина (6.2).

Коефіцієнт тертя кочення залежить від пружних властивостей матеріалів тертьових тіл, стану їх поверхні та радіусів кривизни. На практиці, як правило, користуються значеннями, знайденими експериментальним шляхом. Наприклад, для сталюого колеса і рейки $k \approx 0,05$ мм, для гартованих сталюих шариків і роликів – 0,01 мм, чавуну по чавуну – 0,05 мм, дерева по сталі – 0,3–0,4 мм, дерева по дереву – 0,5–0,8 мм.

З рівнянь (6.6) і (6.7) знаходимо силу \bar{F} , яку необхідно прикласти до котка, щоб він рівномірно перекочувався по площині:

$$F = \frac{k}{h} Q. \quad (6.8)$$

На практиці інколи користуються умовною безрозмірною величиною

$$f' = \frac{k}{h}, \quad (6.9)$$

яка називається *зведеним (умовним) коефіцієнтом тертя кочення*. Тоді залежність (6.8) приймає такий же вигляд (6.1), як і при терті ковзання:

$$F = f' Q. \quad (6.10)$$

Втрати енергії при терті кочення, як правило, значно менші, ніж при терті ковзання. Ось чому в техніці намагаються якомога більше замінити тертя ковзання тертям кочення. Для цього широко використо-

ується колісний транспорт, підшипники кочення, шарикові або роликові напрямні тощо.

Оскільки на практиці звичайно тертя кочення супроводжується тертям ковзання, то важливо розглянути, за яких умов яке тертя має місце. Тут можливі три випадки.

1. Якщо $\frac{k}{h}Q < F$, а $fQ > F$, то коток буде тільки котитися, де f – коефіцієнт тертя ковзання. Об'єднавши ці нерівності, одержимо умову чистого кочення

$$\frac{k}{h} < f. \quad (6.11)$$

Отже, при чистому коченні необхідно, щоб зведений коефіцієнт тертя кочення (k/h) був меншим від коефіцієнта тертя ковзання.

2. Якщо ж $fQ < F$, а $\frac{k}{h}Q > F$, то циліндр буде тільки ковзати. Тоді умова чистого ковзання виражається так:

$$\frac{k}{h} > f. \quad (6.12)$$

При чистому ковзанні необхідно, щоб коефіцієнт тертя ковзання був меншим за зведений коефіцієнт тертя кочення.

3. Якщо ж $\frac{k}{h} = f$, то можливе спільне кочення і ковзання, тобто з'являється невизначеність у русі.

Питання для самоперевірки

1. Що розуміють під силою тертя? Причини виникнення тертя. 2. Чим відрізняється тертя кочення від тертя ковзання? Яку роль відіграє мастило, яке знаходиться між тілами, що мають відносний рух? 3. Від яких факторів залежить сила тертя? 4. Дайте визначення коефіцієнта, кута, конуса тертя. Який зв'язок між коефіцієнтом і кутом тертя? 5. Запишіть формулу Амонтона-Кулона, яка дозволяє наближено знайти силу тертя. 6. Чи однакові коефіцієнти тертя спокою і руху? 7. Які вимоги необхідно забезпечити, щоб було рідинне тертя? 8. Що розуміють під коефіцієнтом тертя кочення? 9. Умови чистого кочення і чистого ковзання.

7.1. Загальні відомості

У сучасних машинах, особливо в машинах-автоматах, широко використовуються механізми, які дозволяють у межах робочого циклу мати вистій (зупинку) вихідної ланки заданої тривалості при неперервному русі вхідної ланки. Такі механізми одержали назву *механізмів переривчастого руху*, або *механізмів з вистоем (зупинкою)*. Для цього використовуються різні механізми: кулачкові, мальтійські, храпові, з неповнозубими колесами, важільні та комбіновані (зубчасто-важільні, кулачково-важільні тощо). З цих механізмів найбільше розповсюдження одержали кулачкові механізми.

Кулачковими називають механізми, до складу яких входить вища кінематична пара, одним з елементів якої є поверхня змінної кривизни. Ланку, якій належить елемент вищої кінематичної пари і виконаній у вигляді поверхні змінної кривизни, називають *кулачком*.

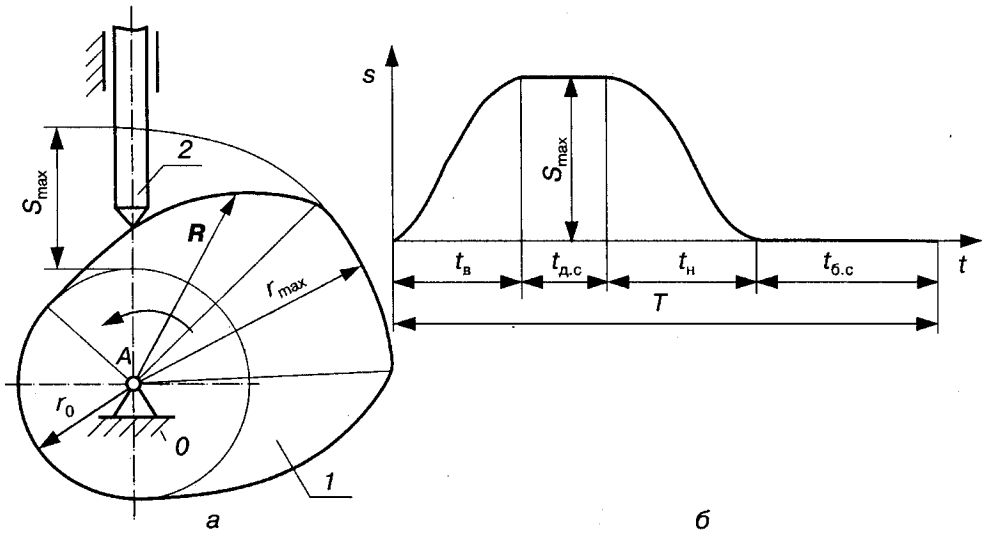


Рис. 7.1. Триланковий кулачковий механізм:
а) схема механізму; б) діаграма переміщень штовхача 2

На рис. 7.1, а показана схема найпростішого триланкового кулачкового механізму, який складається з кулачка 1, штовхача 2 і стояка 0. Як правило, вхідною ланкою кулачкового механізму є кулачок 1, вихідною – штовхач 2. При обертанні кулачка штовхач здійснює зворотно-поступальний рух. Коли радіус-вектор \vec{R} , що утворює профіль кулачка, зростає, то штов-

хач 2 віддаляється від центра обертання A , і навпаки, коли зменшується, – штовхач наближається до центра обертання. Якщо ж профіль кулачка викреслений дугою кола (радіусами r_0 або r_{\max}), то штовхач буде нерухомим і одержимо його дальній (верхній) або ближній (нижній) вистій. Приклад діаграми переміщень штовхача s залежно від часу повороту кулачка t зображено на рис. 7.1, б, де періоди руху штовхача позначені: $t_{\text{в}}$ – період віддалення; $t_{\text{д.с.}}$ – період дальнього стояння; $t_{\text{н}}$ – період наближення; $t_{\text{б.с.}}$ – період ближнього стояння; T – період руху кулачка. Діаграму $s = s(t)$, а також діаграми швидкостей $v = v(t)$ або прискорень $a = a(t)$ називають **законом руху штовхача** (вихідної ланки) кулачкового механізму.

Закон руху штовхача визначається профілем кулачка, який є своєрідною програмою роботи виконавчого органу механізму. Оскільки цей профіль може бути різноманітним, то за допомогою кулачкових механізмів можна забезпечити майже будь-який закон руху вихідної ланки. Це основна **позитивна якість** кулачкових механізмів, яка пояснює широке використання цих механізмів у техніці, особливо в складних машинах-автоматах, де треба забезпечити узгоджений рух багатьох виконавчих органів.

У той самий час кулачкові механізми мають суттєві **недоліки**, основним з яких є наявність у них вищої кінематичної пари, в якій дотик між ланками відбувається в точці або по лінії. Тут виникають великі питомі тиски, що призводить до швидкого зносу стичних деталей, особливо небезпечний знос кулачка, оскільки він забезпечує закон руху вихідної ланки і є більш складною ланкою механізму. Іншим недоліком таких механізмів є необхідність забезпечувати постійне замикання ланок, які утворюють кінематичну пару. Але, не дивлячись на ці недоліки, кулачкові механізми (після зубчастих) є найбільш розповсюдженими, оскільки немає інших механізмів, які б давали такий великий практичний різновид законів руху вихідної ланки.

7.2. Основні типи кулачкових механізмів

Кулачкові механізми, так само як і важільні або зубчасті, можуть бути **плоскими та просторовими**. На рис. 7.2 показані основні типи кулачкових механізмів. У плоских механізмах усі точки їх ланок рухаються в паралельних площинах, у просторових – у різних площинах. Найбільше розповсюдження одержали плоскі кулачкові механізми (рис. 7.2, а-і), хоча і просторові кулачкові механізми, особливо з кулачком у вигляді барабана (рис. 7.2, к, л), використовуються досить часто в різних машинах-автоматах як виконавчі механізми.

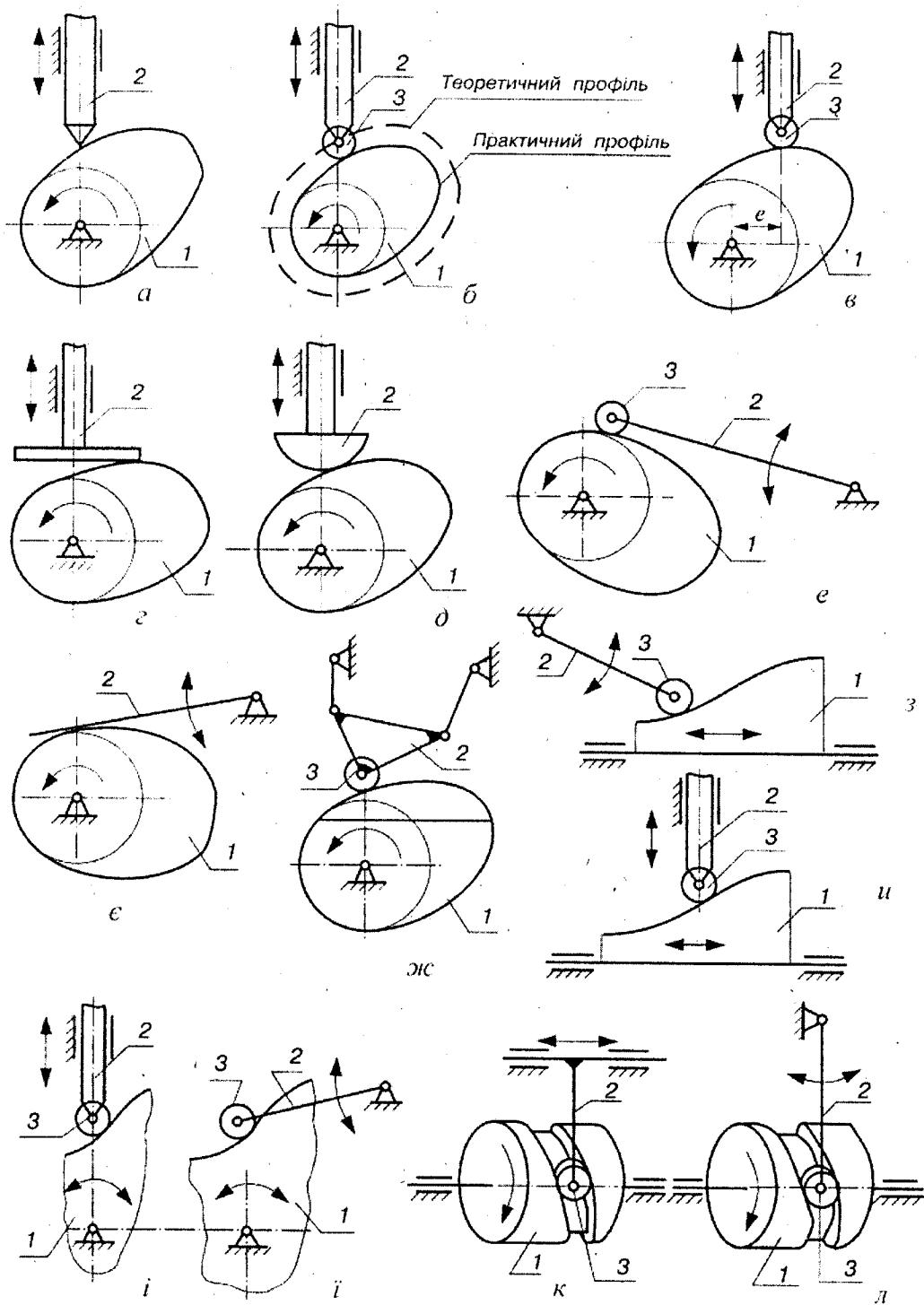


Рис.7.2. Основні типи кулачкових механізмів

Крім цього, кулачкові механізми поділяють на види залежно від

- а) виду руху кулачка;
- б) виду руху вихідної ланки;
- в) форми елементів вихідної ланки, що утворюють вищу пару;
- г) взаємного розташування кулачка і вихідної ланки;
- д) способу замикання цих ланок.

Вхідна ланка (кулачок) частіше всього здійснює обертовий рух (рис. 7.2, а-ж, к, л), рідше – поступальний (рис. 7.2, з, и), коливальний (рис. 7.2, і, ї) або складний. Вихідна ланка здійснює поступальний (рис. 7.2, а-д, и, і, к), коливальний (рис. 7.2, е, є, з, ї, л), рідше – складний (рис. 7.2, ж) або обертовий рух. Якщо вихідна ланка здійснює поступальний рух, то її називають штовхачем, коливальний рух – коромислом.

Вихідні ланки в кулачкових механізмах можуть мати різні форми елементів вищої пари, тобто тих частин ланок, якими вони стикаються з кулачком. Форма цих частин може бути *загостреною* (рис. 7.2, а), *плоскою* (рис. 7.2, г, є), *циліндричною* або *сферичною* (рис. 7.2, д). Кулачкові механізми із загостреним штовхачем (коромислом) використовуються дуже рідко, оскільки вони мають малу зносостійкість, їх можна застосовувати лише при малих швидкостях і незначних навантаженнях. Більш високу несучу здатність мають циліндричні (сферичні) та плоскі штовхачі, але вони також не забезпечують високої зносостійкості через наявність тертя ковзання у вищій парі (парі кулачок – штовхач). На практиці для усунення тертя ковзання у вищій парі вводять проміжну ланку – ролик 3 (див. рис. 7.2, б, в, е, ж–л). Оскільки обертання ролика навколо своєї осі не впливає на кінематику передачі руху від кулачка до вихідної ланки, то кулачкові механізми, які складаються зі стояка, кулачка, ролика і вихідної ланки, називають триланковими (а не чотириланковими). При структурному аналізі таких механізмів ролик можна не враховувати, оскільки він створює зайвий ступінь вільності.

При дослідженні кулачкового механізму з роликовим штовхачем (коромислом) можна завжди *дійсний (практичний)* профіль кулачка замінити *теоретичним (центровим)*, який віддалений від дійсного профілю кулачка на величину радіуса ролика (рис. 7.2, б). Теоретичний профіль кулачка можна уявити як траєкторію центра ролика 3 при його обкочуванні навколо кулачка 1. Будь-які точки цих двох профілів рівновіддалені одна від одної вздовж спільної нормалі до кривих, які називають *еквідистантними*. Заміна дійсного профілю кулачка на теоретичний не змінює кінематичного змісту кулачкового механізму, тобто не змінює характеру відносного руху основних ланок механізму (кулачка і штовхача), але дуже зручна при аналізі та синтезі кулачкових механізмів.

У деяких випадках вісь штовхача необхідно змістити в той чи в інший бік відносно осі обертання кулачка (рис. 7.2, в) на величину e , яку називають *зміщенням*, або *ексцентриситетом*. Кулачковий механізм у такому випадку називають зміщеним кулачковим механізмом. Зміщення штовхача e дещо впливає на закон руху вихідної ланки, дозволяє при рівних інших умовах зменшити розміри кулачка та боковий тиск штовхача на напрямну.

Тип кулачкового механізму вибирають залежно від задачі синтезу, яка, звичайно, містить дані про бажаний вид руху вихідної ланки (поступальний, коливальний, складний), закони руху кулачка, а також деякі розміри ланок кулачкового механізму.

Більш детально класифікація кулачкових механізмів наведена в спеціальній літературі.

7.3. Основні параметри кулачкових механізмів

Не дивлячись на те, що профіль кулачка може бути обкреслений по-різному, у більшості випадків на ньому можна знайти чотири характерні ділянки, які викреслені (рис. 7.3, а) на ділянках ab – зростаючим радіусом-вектором, bc – дугою кола максимального радіуса r_{\max} , cd – спадним радіусом-вектором, da – дугою кола мінімального радіуса r_0 , яке називають *основним*. Кожній з цих ділянок відповідає центральний *кут профілю кулачка* ($\varphi'_b, \varphi'_{д.с.}, \varphi'_н, \varphi'_{б.с.}$), а при обертанні кулачка в напрямі, показаному на рис. 7.3, а – певний період руху штовхача 2: ділянці ab відповідає період віддалення t_b ; bc – період дальнього (верхнього) стояння $t_{д.с.}$, cd – період наближення t_n ; da – період ближнього (нижнього) стояння $t_{б.с.}$.

Положення радіуса-вектора профілю кулачка на початку віддалення вихідної ланки (лінія Aa) визначає положення так званої *початкової лінії кулачка*, яка є базою для установки кулачка на валу.

Кути повороту кулачка, що визначають відповідні періоди руху штовхача, називають *фазовими кутами*. На рис. 7.3, а вони позначені: φ_b – кут віддалення, $\varphi_{д.с.}$ – кут дальнього стояння, φ_n – кут наближення, $\varphi_{б.с.}$ – кут ближнього стояння. У центральних кулачкових механізмах (рис. 7.3, а) фазові кути та кути профілю кулачка відповідно рівні між собою ($\varphi_b = \varphi'_b$, $\varphi_{д.с.} = \varphi'_{д.с.}$, $\varphi_n = \varphi'_н$, $\varphi_{б.с.} = \varphi'_{б.с.}$). У кулачкових механізмах зі зміщенням такі рівності не зберігаються, тобто фазові кути й кути профілю кулачка нерівні між собою. Це можна побачити, розглянувши роботу зміщеного кулачкового механізму, зображеного на рис. 7.3, б, у якому, наприклад, кут aAb

є кутом профілю φ'_B , фазовий же кут віддалення $\varphi_B = \angle a'Ab$, оскільки за час переміщення вістря штовхача вздовж ділянки ab трикутник $Aa''a'$ жорстко зв'язаний з кулачком, повернеться на кут φ_B і буде збігатися в кінці періоду віддалення з трикутником $Aa''b$. Отже, у даному випадку $\varphi_B > \varphi'_B$, $\varphi_H < \varphi'_H$. Якщо траєкторія руху штовхача зміщена вліво від осі обертання кулачка, то будуть мати місце зворотні нерівності ($\varphi_B < \varphi'_B$, $\varphi_H > \varphi'_H$).

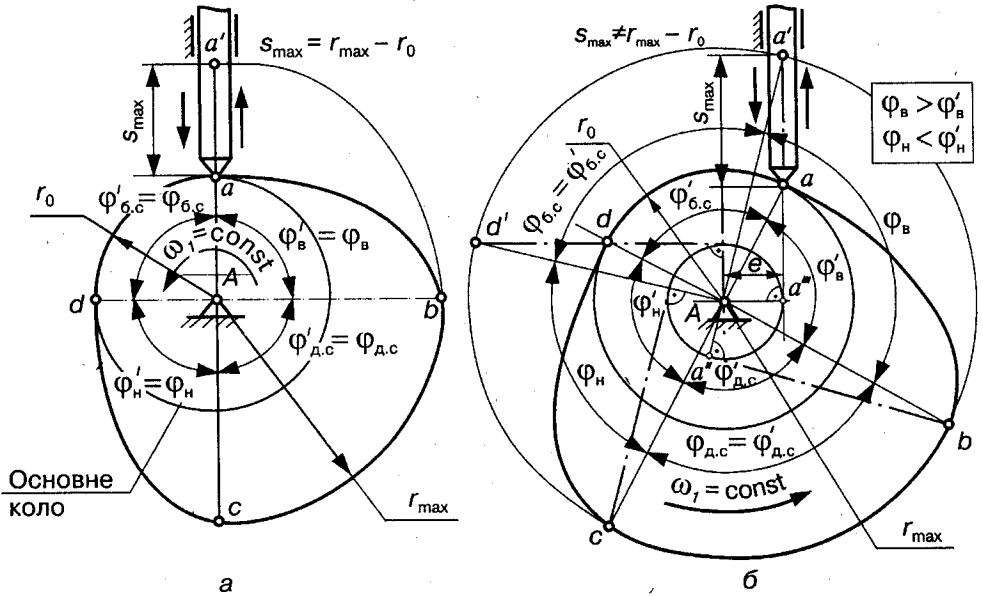


Рис. 7.3. Основні параметри кулачкових механізмів: а) центрального; б) зміщеного

Тривалість періодів руху штовхача, яка визначається технологічними умовами роботи кулачкового механізму, а відповідно і значення фазових кутів можуть бути різними, причому періоди вистою можуть бути відсутні, проте в будь-якому кулачковому механізмі обов'язково повинні бути періоди віддалення та наближення. Очевидно, що сума періодів руху вихідної ланки (штовхача або коромисла) дорівнює періоду обертання кулачка T , тобто

$$t_B + t_{D.C} + t_H + t_{B.C} = T, \quad (7.1)$$

а сума фазових кутів

$$\varphi_B + \varphi_{D.C} + \varphi_H + \varphi_{B.C} = 360^\circ. \quad (7.2)$$

Максимальний хід штовхача для центрального кулачкового механізму визначається різницею найбільшого і найменшого радіусів кулачка

$$S_{\max} = r_{\max} - r_0. \quad (7.3)$$

У зміщених кулачкових механізмах ($e \neq 0$) ця рівність не зберігається:

$$S_{\max} > r_{\max} - r_0.$$

У техніці використовуються і більш складні кулачки, які можуть забезпечувати за один оберт кулачка декілька подвійних ходів вихідної ланки однакової або різної величини, тобто повний хід S_{\max} штовхача здійснюється в два прийоми, або забезпечують повний період руху T вихідної ланки (штовхача 2) за два оберти кулачка.

7.4. Кінематичний аналіз кулачкових механізмів

Задача кінематичного дослідження полягає в тому, щоб при заданих профілю кулачка та розмірах інших ланок механізму встановити закон руху вихідної ланки (штовхача або коромисла), тобто залежності переміщень, швидкостей і прискорень вихідної ланки від часу або кута повороту кулачка. При цьому можуть використовуватись графічні, аналітичні або експериментальні методи. Ця задача може бути розв'язана також графоаналітичним методом – побудовою планів швидкостей і прискорень. Але це дуже трудомісткий шлях. Простішим є графічний метод, який розглянемо далі.

На рис. 7.4, а зображено в масштабі μ_l центральний кулачковий механізм із загостреним штовхачем, який встановлено так, що вістря штовхача знаходиться на початку профілю віддалення (точка 0). Для визначення переміщення штовхача залежно від положення кулачка можна було б скористатися звичайним способом, як це робили при дослідженні важільних механізмів, тобто побудувати ряд положень кулачка. Проте така побудова складана й неточна, оскільки вимагає додаткової побудови складного профілю кулачка. Особливо це важливо, коли треба вести дослідження за весь цикл руху.

Задача значно спрощується, якщо використати так званий *метод оберненого руху*, який дозволяє досить просто визначити відносне переміщення ланок механізму без додаткового викреслення кулачка. Для цього всьому кулачковому механізму разом зі стояком (рис. 7.4, а) умовно надаємо обертання навколо осі A з кутовою швидкістю ω_1 кулачка 1, тільки в напрямку, протилежному його власному обертанню, тобто з швидкістю $(-\omega_1)$. Відносний рух ланок від цього не зміниться, але тоді кулачок відносно нерухомих осей координат стане нерухомим, а штовхач здійснюватиме два рухи: 1) разом зі стояком та його напрямними буде обертатися навколо осі обертання кулачка A ; 2) поступальний у своїх напрямних, за характером такий самий, як і був у дійсному русі,

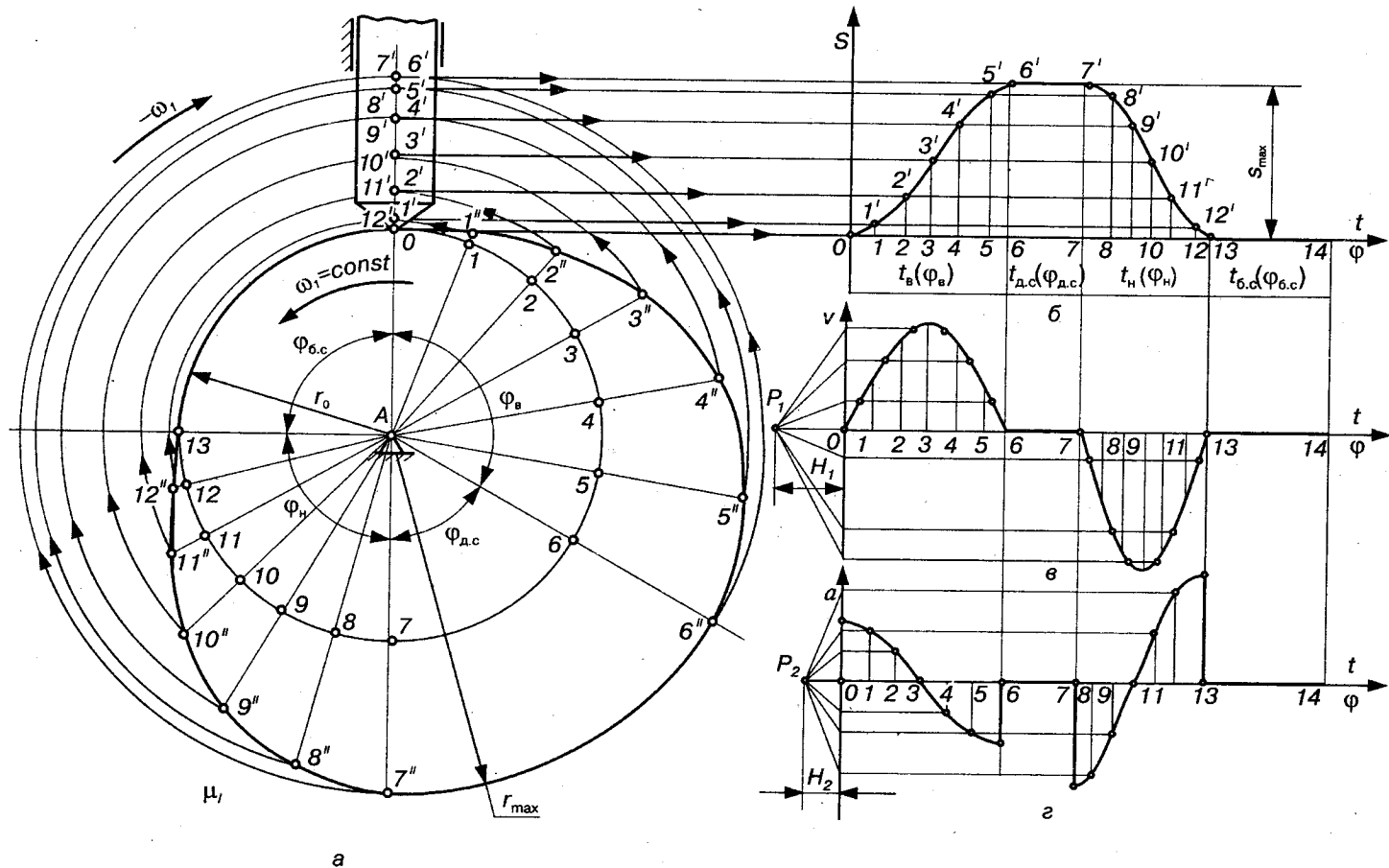


Рис. 7.4. Кінематичний аналіз кулачкових механізмів:
 а) схема механізму; б) діаграма переміщень штовхача; в) діаграма швидкостей; г) діаграма прискорень

оскільки вістря штовхача рухається по цьому самому профілю кулачка. Тому замість того, щоб повертати кулачок на деякий кут, потрібно повернути штовхач на цей самий кут, але в протилежному напрямку.

Для побудови діаграми переміщень штовхача (рис. 7.4, б) приймаємо швидкість обертання кулачка $\omega_1 = \text{const}$ і будуємо ряд положень штовхача в оберненому русі (на рис. 7.4, а – це шість положень для періоду віддалення і шість – для періоду наближення), поділивши фазові кути $\varphi_{\text{в}}$ і $\varphi_{\text{н}}$ на рівні частини, у даному випадку на шість рівних частин, одержуємо точки 1, 2, 3 і т.д. Провівши через ці точки з центра обертання кулачка прямі до перетину з профілем кулачка, одержимо положення осі штовхача ($A1''$, $A2''$, $A3''$ і т.д.) та його вістря (точки 1'', 2'', 3'' і т.д.) у відповідних положеннях оберненого руху, а тоді знайдемо дійсні переміщення штовхача за формулою:

$$s_i = \rho_i - r_0, \quad (7.4)$$

де ρ_i – відстань точки дотику вістря штовхача з профілем кулачка в оберненому русі від центра обертання кулачка; r_0 – мінімальний радіус кулачка.

Це можна зробити також графічно, провівши з центра обертання кулачка A дуги $1''1'$, $2''2'$, $3''3'$ і т.д. Залишається перенести ці переміщення на відповідні ординати діаграми переміщень $s=s(t)$ або $s=s(\varphi)$ (рис. 7.4,б). При побудові цієї діаграми на відповідних ординатах відкладають у масштабі переміщення s_i , а на осі абсцис – час t або кут повороту кулачка φ . Для простоти побудови можна зберегти масштаб довжини μ_l і на діаграмі переміщень, прийнявши $\mu_s = \mu_l$, тоді ординати 11', 22', 33' і т.д. будуть відповідно рівні відріzkам 01', 02', 03' і т.д. на схемі кулачкового механізму. Відрізки на осі абсцис, які відображають періоди віддалення та наближення, так само як на кулачку ділять на шість рівних частин. Для зручності побудови вісь абсцис діаграми $s=s(t)$ проводять так, щоб її напрямок проходив через початкове положення 0 вістря штовхача. Відрізок 0-14, який позначимо через L , відображає період руху кулачка T або 360° .

Тоді масштаб діаграми:
переміщень, м/мм:

$$\mu_s = \frac{S_{\text{max}}}{y_{\text{max}}}; \quad (7.5)$$

часу, с/мм

$$\mu_t = \frac{T}{L}; \quad (7.6)$$

кута, рад/мм

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{L}, \quad (7.7)$$

де $S_{\max} = (06')\mu_l$ – максимальний хід штовхача; $y_{\max} = 66'$ – максимальна ордината на діаграмі переміщень.

З'єднавши неперервною плавною кривою лінії кінці всіх ординат, одержимо діаграму переміщень $s=s(\varphi)$ або $s=s(t)$. Перша частина кривої 0-6', яка зростає, характеризує період віддалення, друга – 6'-7', паралельна осі абсцис, – період дальнього стояння, третя – 7-13, яка спадає, – період наближення і, нарешті, четверта 13-14, що збігається з віссю абсцис, – період ближнього стояння. Як уже відзначалось, існування другої і четвертої ділянок на профілі кулачка не обов'язкове.

Діаграми швидкостей $v(t)$ чи $v(\varphi)$ (рис. 7.4, в), прискорень $a=a(t)$ чи $a=a(\varphi)$ (рис. 7.4, г) можна одержати методом графічного диференціювання (див. п. 3.3). Для аналітичного визначення швидкості та прискорення руху штовхача треба мати аналітичну залежність переміщень $s=s(t)$ або $s=s(\varphi)$.

У кулачкових механізмах зі зміщенням напрямком траєкторії руху штовхача зміщений відносно осі на величину e (див. рис. 7.3 ,в).

З аналізу рис. 7.4, а, б можна сформулювати порядок розв'язання оберненої задачі – синтезу кулачкового механізму за заданим законом руху кулачка. Очевидно, що побудова профілю кулачка, а це основна задача кінематичного синтезу механізму, буде виконуватись у зворотному напрямку.

7.5. Закони руху вихідної ланки

Під законом руху вихідної ланки кулачкового механізму розуміють залежність між переміщеннями вихідної ланки та часом. Деколи закон руху вихідної ланки задають залежностями швидкості або прискоренням цієї ланки від часу. Тоді, інтегруючи останні, можна перейти до залежності переміщень від часу.

Якщо кулачок обертається рівномірно ($\omega_1 = \text{const}$), то закон руху вихідної ланки можна виразити у функції кута φ повороту кулачка, оскільки $\varphi = \omega_1 t$. Надалі, для простоти викладу, будемо вважати $\omega_1 = \text{const}$, хоч це не впливає на спільність методів синтезу.

Вибір закону руху вихідної ланки є одним із найвідповідальніших і, як правило, найскладніших етапів при проектуванні кулачкових механізмів, оскільки він (закон руху) визначає динаміку роботи механізмів.

му, а деколи і всієї машини, якість виконання технологічного процесу. Теоретично кулачкові механізми можуть забезпечувати різноманітні закони руху, але на практиці користуються лише тими, які забезпечують більш просту технологію обробки профілю кулачка та задовольняють кінематичні й динамічні вимоги до кулачкових механізмів.

На рис. 7.5 показано приклади діаграм найхарактерніших законів руху вихідної ланки кулачкових механізмів: переміщень $s=s(t)$ або $s=s(\varphi)$; швидкості $v=v(t)$ або $v=v(\varphi)$; прискорень $a=a(t)$ або $a=a(\varphi)$. Усі діаграми зображено тільки для періоду віддалення, оскільки для інших періодів їх легко собі уявити: для періодів вистою – це прямі, паралельні осі абсцис; для періоду наближення – переміщення спадає від S_{\max} до нуля (рис. 7.4, б), швидкість і прискорення змінюються, як і для періоду віддалення, маючи протилежні знаки (рис. 7.4, в, г). Крім цього домовимось, що при дослідженні різних законів руху будемо наводити діаграми, формули та залежності переважно для кулачкових механізмів з вихідною ланкою, яка рухається прямолінійно. Очевидно, що при обертовому (коливальному) русі вихідної ланки лінійні переміщення s , швидкості v і прискорення a слід замінити відповідно на кутові (β , ω , ϵ).

Найбільш простим законом зміни переміщень $s=s(t)$ є **лінійний закон руху** (рис. 7.5, а), при якому штовхач здійснює рівномірний рух ($v=\text{const}$, $a=0$). Діаграма переміщень штовхача є функцією кута φ повороту кулачка і побудована по прямій лінії. Дисковий кулачок з центральним штовхачем забезпечує цей закон на ділянці центрального профілю, який описаний спіраллю Архімеда, а барабанний кулачок – ділянкою, яка описана гвинтовою поверхнею. Отже, такий закон руху штовхача можна здійснити кулачком нескладного профілю. Проте для швидкохідних кулачкових механізмів цей закон руху непридатний, оскільки він зв'язаний із стрибками швидкості штовхача, тобто з ударами. На початку і в кінці руху прискорення штовхача, а значить, і сили інерції ($\bar{F}_{\text{ін}} = -m\bar{a}$) досягають нескінченності, що приводить до так званих **жорстких ударів**. Практично значення прискорень і сил інерції не досягають нескінченності завдяки пружності ланок механізму, але, не дивлячись на це, все ж у крайніх положеннях штовхача виникають значні сили, які можуть призвести до розмикання та ударів ланок механізму, що утворюють вищу кінематичну пару. Тому такий закон руху рекомендується використовувати лише в тихохідних кулачкових механізмах при невеликих навантаженнях.

Лінійний закон руху можна застосовувати і в більш відповідальних випадках, усунувши причину жорстких ударів. Для цього рівномірним рухом

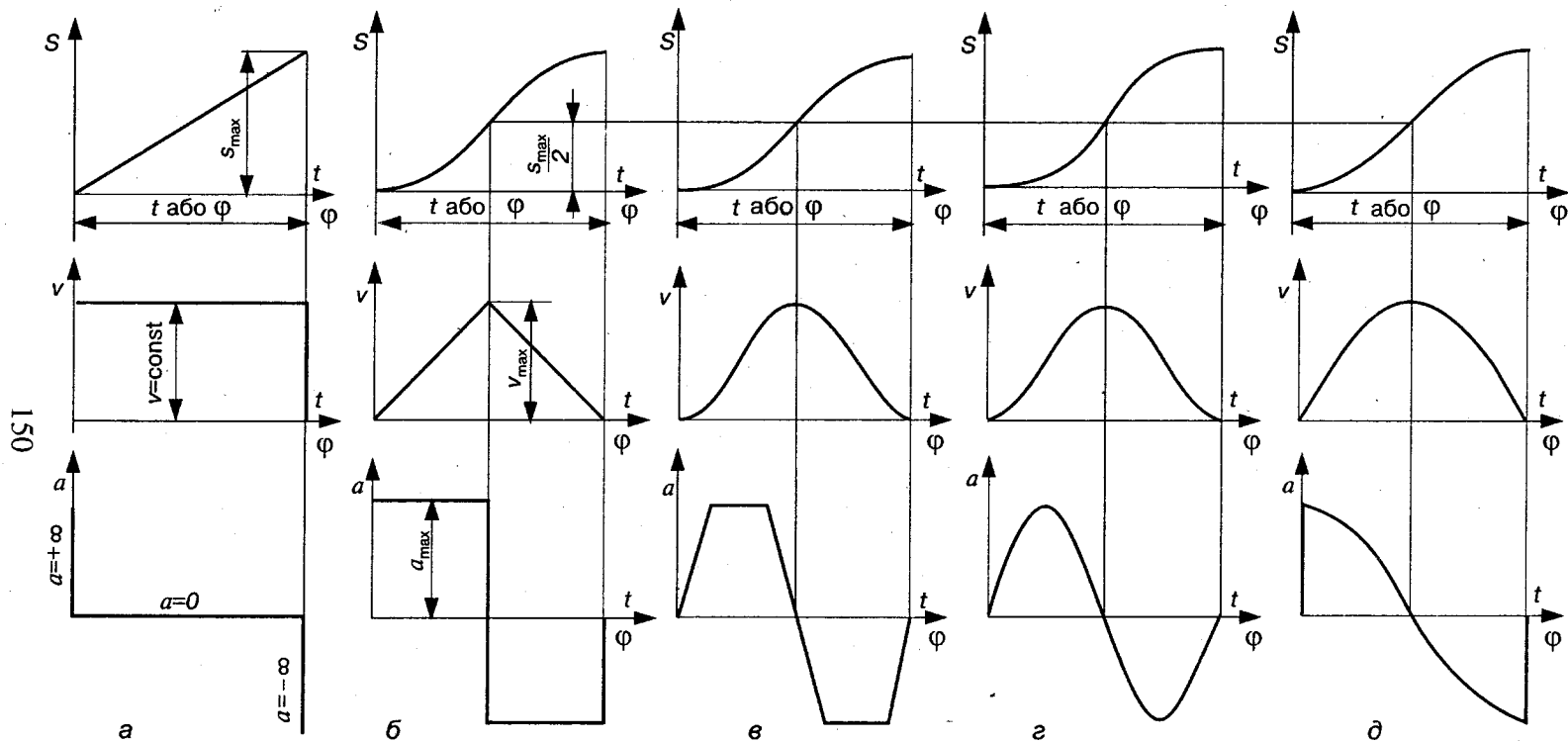


Рис.7.5. Приклади діаграм переміщень, швидкостей та прискорень деяких законів руху вихідної ланки кулачкових механізмів:
 а) лінійного; б) сталого прискорення; в) трапецієдного; г) синусоїдного; д) косинусоїдного

користуються лише на частині періоду руху (віддалення чи наближення) штовхача, а для плавного переходу від вистою до рівномірного руху вводять перехідні криві, якими можуть бути дуги кола, ділянки параболі, синусоїди тощо.

Більш сприятливі умови роботи кулачкового механізму при **простому параболічному законі руху** штовхача (рис. 7.5, б), і за якого переміщення виражається формулою параболі 2-го порядку $s = 2S_{\max} \varphi^2 / \varphi_b^2$, швидкість спочатку рівномірно зростає, а потім рівномірно спадає до нуля. Прискорення протягом обох ділянок руху стали, тому такий закон ще називається **законом сталого прискорення**. Проте і при такій діаграмі прискорень мають місце удари, оскільки прискорення штовхача змінюються миттєво на скінчену величину. Удари, які з'являються при миттєвій зміні прискорень на скінчену величину, називають **м'якими ударами**. Такі удари менш небезпечні для роботи кулачкових механізмів, тому багато тихохідних кулачкових механізмів працюють в умовах м'яких ударів.

Щоб усунути недоліки простого параболічного закону, можна використати **складний параболічний закон** (рис. 7.5, в) або, як його ще називають, **закон трапецієдного прискорення**. При такому законі прискорення на початку і в кінці періоду руху (віддалення чи наближення) змінюється рівномірно. Це дозволяє усунути удари в роботі кулачкового механізму. Такий закон може використовуватися у швидкохідних механізмах.

Найбільш вигідним з цієї точки зору є **синусоїдний закон** (рис. 7.5, г) зміни прискорень, при якому переміщення, швидкості, прискорення та їх похідні змінюються плавно. Недоліком синусоїдного закону є повільне наростання переміщень у період розбігу та вибігу, що утруднює, наприклад, пропускання пари або газу через вузьку щілину між сідлом і клапаном у поршневих двигунах і веде до збільшення втрат пального.

Широкого розповсюдження в машинах набув **косинусоїдний закон** зміни прискорень (рис. 7.5, д), коли прискорення змінюється раптово на початку і в кінці періоду руху штовхача, що є його недоліком, оскільки виникають м'які удари. Перевагою є те, що на всіх проміжках між точками набігання та збігання штовхача, прискорення та відповідні сили інерції змінюються дуже плавно. Крім цього, співставлення максимальних прискорень простого параболічного $a_{\max}^{\text{пп}}$, косинусоїдного $a_{\max}^{\text{к}}$ і синусоїдного $a_{\max}^{\text{с}}$ законів має вигляд

$$a_{\max}^{\text{пп}} : a_{\max}^{\text{к}} : a_{\max}^{\text{с}} = 1 : \frac{\pi^2}{8} : \frac{\pi}{2} \text{ або } 1:1,23:1,57.$$

Тобто максимальне прискорення при косинусоїдному законі при інших рівних умовах менше, чим при синусоїдному, а тому дійсні сили інерції, які, як правило, відрізняються від теоретично обчислених, можуть бути порівняні.

Як видно з наведених прикладів законів руху вихідної ланки, при виборі того чи іншого закону необхідно знати швидкості та прискорення вихідної ланки. Особливо важливі останні, оскільки вони визначають сили інерції, що діють на ланки механізму. Тому при проектуванні кулачкових механізмів, як правило, задаються аналогами прискорень вихідної ланки ($s'' = d^2s/d\varphi^2$). За заданими аналогами прискорень і початковими умовами (максимальний хід, фазові кути тощо) визначають аналоги швидкостей ($s' = ds/d\varphi$) і закон руху вихідної ланки (залежність переміщень у функції кута φ повороту кулачка).

У практиці проектування кулачкових механізмів досить широко розповсюдження набули **комбіновані закони** руху вихідної ланки, для яких на різних ділянках періоду віддалення чи наближення прискорення можуть бути описані різними функціональними залежностями. Це дозволяє синтезувати такі закони руху, які мають значно кращі кінематичні та динамічні характеристики ніж вихідні, описані однією функцією.

7.6. Кінематичний синтез кулачкових механізмів

Синтез кулачкових механізмів можна розділити на два етапи. На першому етапі, який називають **динамічним синтезом**, необхідно визначити основні розміри механізму, зокрема мінімальний радіус кулачка, міжосьову відстань (для коромислових кулачкових механізмів). На другому етапі, який називають **кінематичним синтезом**, необхідно за заданими законами руху вхідної (кулачка) і вихідної (штовхача або коромисла) ланок побудувати профіль кулачка.

Проте для кращого розуміння кулачкових механізмів, у тому числі методики динамічного синтезу, спочатку розглянемо **кінематичний синтез** кулачкових механізмів. Тут, так само як і при аналізі кулачкових механізмів, використовують метод оберненого руху.

При кінематичному синтезі кулачкових механізмів повинні бути задані або вибрані з технологічних і конструктивних міркувань такі вихідні дані:

1) закон руху кулачка (як правило, приймають, що кулачок обертається рівномірно, тобто $\omega_1 = \text{const}$);

- 2) закон руху вихідної ланки (див. п. 7.5);
- 3) максимальний хід штовхача S_{\max} або максимальний кут розмаху коромисла β_{\max} ;
- 4) фазові кути φ_B , $\varphi_{д.с.}$, φ_H ;
- 5) мінімальний радіус кулачка r_0 ;
- 6) радіус ролика $r_{\text{рол}}$;
- 7) інші розміри (ексцентриситет e , довжина коромисла l_k тощо).

Задачу можна розв'язувати графічним або аналітичним способом. Аналітичні методи дозволяють, використовуючи ЕОМ, досить швидко і з високою точністю здійснити громіздкі розрахунки параметрів кулачкових механізмів, підготовляючи необхідні дані для складання програм для верстатів з числовим програмним керуванням (ЧПК). Методику кінематичного синтезу розглянемо на прикладі центрального кулачкового механізму з роликівим штовхачем (рис. 7.6).

Графічний спосіб. Побудова профілю кулачка здійснюється в такій послідовності:

1. З центра обертання кулачка A проводимо основне коло радіусом r_0 .

2. З точки O перетину основного кола з лінією руху штовхача відкладаємо вверх максимальний хід штовхача S_{\max} . У даному випадку S_{\max} визначається в масштабі побудови μ_l відрізком $O6'$.

3. Радіусом $r_{\max} = A6'$ проводимо коло максимального радіуса теоретичного профілю.

4. Від лінії $A0$ відкладаємо проти руху кулачка фазові кути: $\varphi_B = \angle OAB$, $\varphi_{д.с.} = \angle 6A7$, $\varphi_H = \angle 7A13$, $\varphi_{б.с.} = \angle 13A0$.

5. Згідно із заданим законом руху штовхача будемо в масштабі діаграму переміщень штовхача $s=s(\varphi)$. Для зручності побудови профілю кулачка бажано, щоб вісь абсцис φ проходила через точку O , яка визначає положення вістря штовхача на початку періоду віддалення, тоді ординати $11'$, $22'$, $33'$ і т.д. безпосередньо визначають положення вістря штовхача у відповідних положеннях кулачкового механізму ($01'$, $02'$, $03'$ і т.д.). Залежно від необхідної точності побудови кулачка періоди віддалення і наближення на діаграмі $s=s(\varphi)$ ділять на відповідну кількість проміжків часу (на рис. 7.7. ці періоди розділено на шість рівних частин).

6. Ділимо кути віддалення φ_B і наближення φ_H на таку кількість рівних частин, як і на діаграмі $s=s(\varphi)$. Через одержані точки 1, 2, 3 і т.д. проводимо промені, які в оберненому русі будуть визначати положення осі штовхача.

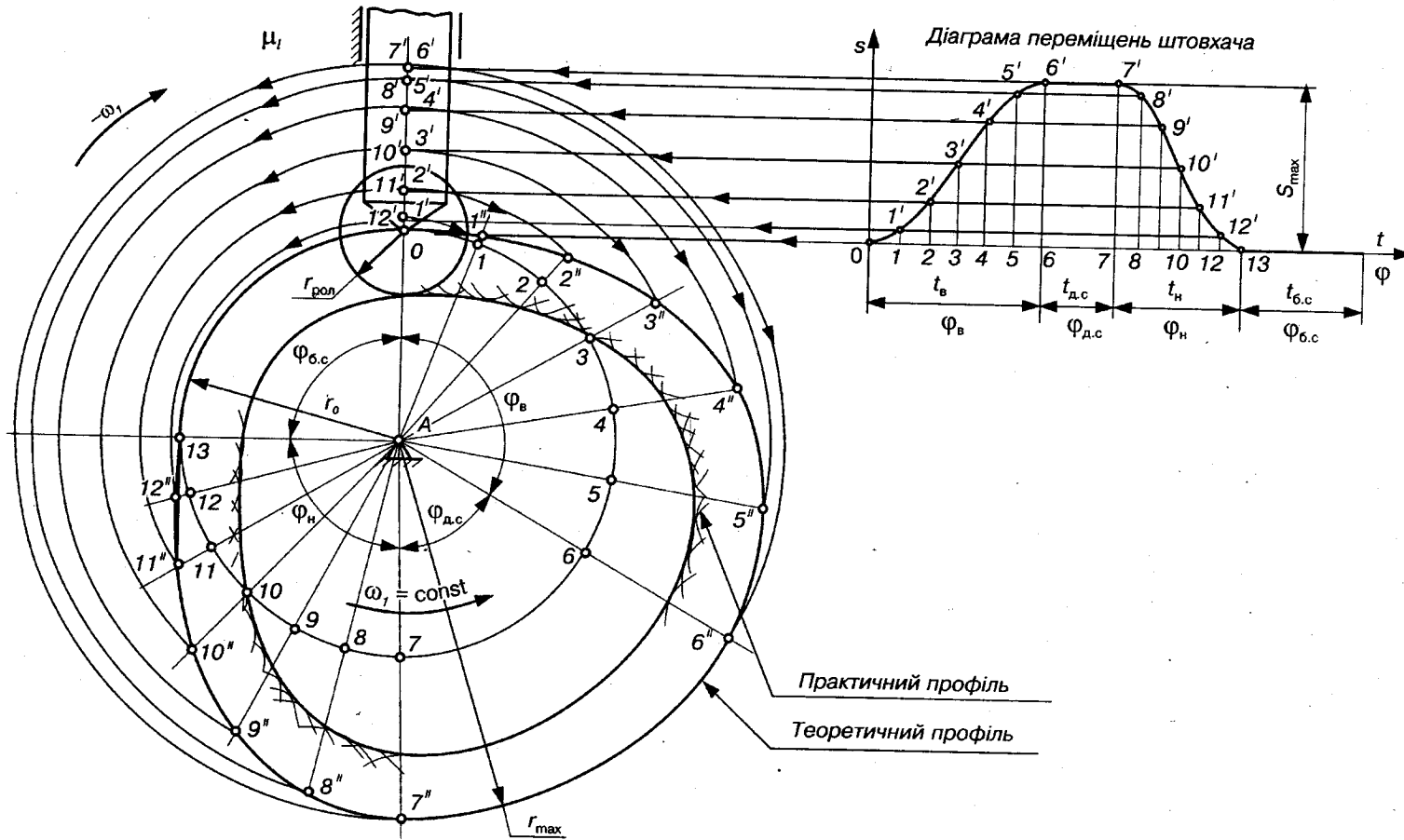


Рис. 7.6. Кінематичний синтез кулачкових механізмів

7. Знаючи дійсні положення вістря штовхача (точки 0, 1', 2' і т.д.), дуговими засічками з центра A обертання кулачка знаходимо відповідні положення вістря штовхача в оберненому русі (точки 0, 1'', 2'', 3'' і т.д.). З'єднавши ці точки плавною кривою, одержимо теоретичний (центровий) профіль кулачка для періодів віддалення і наближення. Профілі кулачка для періодів дальнього і ближнього стояння будуться дугами кола відповідно радіусами r_{\max} і r_0 .

8. Для побудови практичного (дійсного) профілю кулачка з різних точок теоретичного профілю кулачка (чим більше точок, тим точніше побудуємо профіль) проводимо дуги кола радіусом ролика $r_{\text{рол}}$. Ці дуги показують положення ролика в оберненому русі. Тоді, провівши огинаючу дотичну криву до цих положень ролика, одержимо практичний профіль кулачка. Для періодів вистою практичний профіль кулачка описується дугами кола, радіуси яких: $(r_{\max} - r_{\text{рол}})$ – для періоду дальнього стояння і $(r_0 - r_{\text{рол}})$ – для періоду ближнього стояння.

Аналітичний спосіб. Для побудови теоретичного профілю кулачка аналітичним способом необхідно визначити полярні координати точки B профілю кулачка (рис. 7.7), тобто радіус $R_i = AB_i$ і кут φ_i . Кутом φ_i задаються, а радіус R_i визначають за такою очевидною ною формулою:

$$R_i = r_0 + s_i, \quad (7.8)$$

де s_i – переміщення штовхача, яке визначається його законом руху.

При обробці профілю кулачка часто приймають радіус різального інструмента (фрези чи шліфувального круга) таким, що дорівнює радіусу ролика. Тоді для виготовлення кулачка досить знати координати теоретичного профілю кулачка. Якщо ж радіуси ролика та різального інструмента не збігаються, то за звичайними правилами обчислення координат огинаючої кривої знаходимо траєкторію центра інструмента, яка знаходиться від центрового профілю на відстані, що дорівнює різниці радіуса ролика і інструмента.

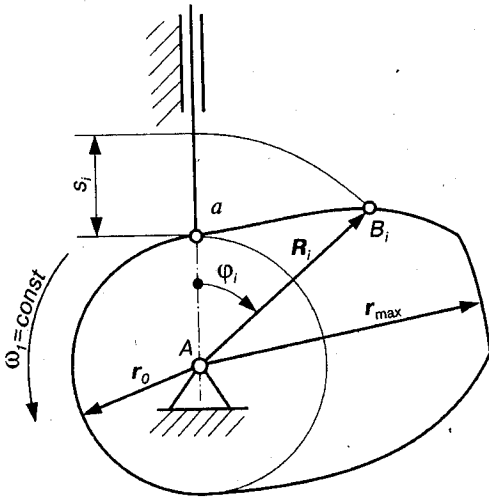


Рис. 7.7. До аналітичного способу побудови теоретичного профілю кулачка

7.7. Динамічний синтез кулачкових механізмів

При проектуванні механізмів треба враховувати можливість їх руху під дією прикладених сил з можливо більшим ККД. Виконання цих умов значною мірою залежить від вибраних розмірів та форм ланок механізму. Працездатність кулачкового механізму залежить від мінімального радіуса кулачка. Так, при досить малому радіусі r_0 кулачка може настати заклинювання штовхача в напрямній або на кулачку. Це пояснюється невідповідними співвідношеннями сил, що діють між кулачком і штовхачем. При іншій крайності, тобто при занадто великих розмірах кулачка, цього може не бути, але весь механізм матиме більші габарити і вагу, ніж це викликається необхідністю. Тому слід у всіх випадках поєднувати кінематичний синтез механізмів з динамічним, тобто з урахуванням сил, що діють на ланки.

Основною задачею динамічного синтезу кулачкових механізмів є визначення мінімального радіуса кулачка. Розглянемо методику динамічного синтезу на прикладі кулачкового механізму із загостреним або роликівим штовхачем (рис. 7.8, а).

Якщо не враховувати тертя у вищій парі B , то під час роботи з боку кулачка 1 на штовхач 2 діє сила (реакція) \bar{R}_{21} , яка буде збігатися з нормаллю $n-n$, проведеною до профілю кулачка в точці B . Ця сила має подолати всі зовнішні сили \bar{F}_Σ , що діють на штовхач, включаючи сили тертя, які виникають у напрямних штовхача. Розкладемо силу \bar{R}_{21} на дві складові: \bar{R}'_{21} – напрямлену вздовж осі штовхача, \bar{R}''_{21} – перпендикулярно до цієї осі. Складова \bar{R}'_{21} приводить штовхач у рух, складова \bar{R}''_{21} відхиляє штовхач від його осі і притискає до напрямних, викликаючи сили тертя, які будуть також направлені проти руху штовхача.

Як відомо, робота рушійної сили \bar{F}_p на деякому шляху s_i становитиме:

$$A = \int_0^3 F_p ds_i \cos \vartheta, \quad (7.9)$$

де ϑ – кут між напрямком сили \bar{F}_p і напрямком переміщення точки прикладання цієї сили.

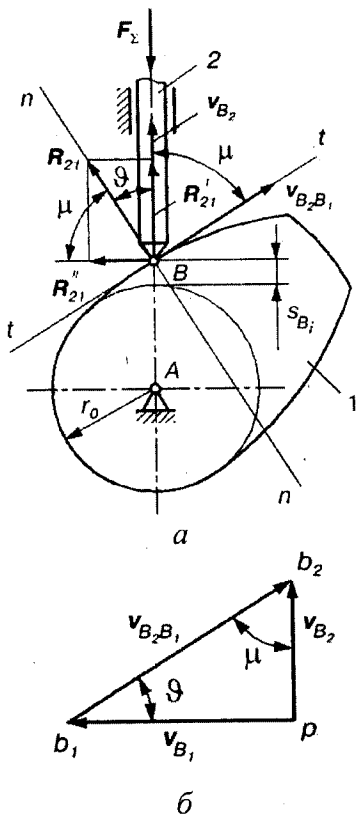


Рис. 7.8. Визначення мінімального радіуса кулачка:
 а) схема механізму;
 б) його план швидкостей

кулачкових механізмах під **кутом передачі** μ розуміють гострий кут між напрямком абсолютної $\bar{v}_a = \bar{v}_{B_2}$ і відносної $\bar{v}_r = \bar{v}_{B_2B_1}$ швидкості штовхача. Абсолютна швидкість штовхача напрямлена вздовж лінії його руху, відносна – по дотичній tt , що проведена до профілю кулачка в точці дотику B . Легко переконатися, що цей кут μ дорівнює куту, який утворюють між собою сила \bar{R}_{21} та її складова \bar{R}_{21}'' . Отже, кут передачі

$$\mu = 90^\circ - \vartheta,$$

оскільки $\mu + \vartheta = 90^\circ$.

На практиці допустимий кут тиску $\vartheta_{\text{доп}}$ для кулачкових механізмів з штовхачем приймають $\vartheta_{\text{доп}} = 30-40^\circ$, для коромислових – $\vartheta_{\text{доп}} = 45-50^\circ$. Методика більш точного визначення $\vartheta_{\text{доп}}$ наводиться в спеціальній літературі.

Треба мати на увазі, що заклинювання механізму звичайно є тільки на фазі віддалення, коли, як правило, діють сили корисного опо-

З рівняння (7.9) випливає, що чим менший кут ϑ , тим більша робота виконується силою $\bar{F}_p = \bar{R}_{21}$, яка, очевидно, буде максимальною при $\vartheta = 0$. Звичайно, в механізмах кут ϑ не дорівнює нулю, внаслідок чого тільки одна складова $R_{21}' = R_{21} \cos \vartheta$ використовується для надання руху штовхачу. При великих значеннях кута ϑ друга складова $R_{21}'' = R_{21} \sin \vartheta$ може викликати такі сили тертя в напрямній, при яких настане заклинювання.

Гострий кут ϑ між напрямком дії сили і напрямком переміщення штовхача називають **кутом тиску**. Для забезпечення нормальної роботи кулачкового механізму необхідно, щоб кут тиску в будь-якому положенні механізму був меншим допустимого значення $\vartheta_{\text{доп}}$, тобто витримувалась умова

$$\vartheta_{\text{max}} \leq \vartheta_{\text{доп}}. \quad (7.10)$$

Дуже часто користуються іншим поняттям – **кутом передачі руху**, або просто **кутом передачі**. У кулач-

$$\mu = 90^\circ - \vartheta, \quad (7.11)$$

ру, сили інерції і сили пружності пружини. На фазі наближення явище заклинювання не виникає.

Для виведення залежності кута тиску ϑ від геометричних параметрів кулачкового механізму побудуємо план швидкостей механізму в заданому положенні (рис. 7.8, б). Швидкість точки B_1 , яка належить кулачку 1 і в даний момент збігається з точкою B , обчислюється за формулою $v_{B_1} = \omega_1 l_{AB}$ і направлена перпендикулярно до радіуса AB , де $l_{AB} = r_0 + s_i$. Швидкість точки B_2 , яка належить штовхачу 2 і в даний момент також збігається з точкою B , направлена вздовж осі штовхача і визначається з такого векторного рівняння:

$$\bar{v}_{B_2} = \bar{v}_{B_1} + \bar{v}_{B_2 B_1}, \quad (7.12)$$

де $\bar{v}_{B_2 B_1}$ – відносна швидкість вістря штовхача відносно профілю кулачка, направлена вздовж дотичної $t-t$.

На підставі рівняння (7.11) будуємо план швидкостей, з якого можна записати

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{v_{B_2}}{v_{B_1}} = \frac{v_{B_2}}{\omega_1 (r_0 + s_i)}. \quad (7.13)$$

Аналітичний спосіб визначення розмірів такого кулачкового механізму полягає в розв'язанні рівняння (7.12) відносно r_0 при $\vartheta_i \leq \vartheta_{\text{доп}}$ на фазі віддалення при силовому замиканні або на фазі віддалення й наближення при геометричному замиканні. Тоді маємо:

$$r_0 = \frac{v_{B_2}}{\operatorname{tg} \vartheta_i} - s_{B_2}. \quad (7.14)$$

Отже, для знаходження мінімального радіуса кулачка необхідно дослідити залежність (7.14) на максимум значень r_0 , прийнявши $\vartheta_{i \max} = \vartheta_{\text{доп}}$.

Для багатьох законів радіус r_0 , визначений за формулою (7.14), буде при $v_{B_2} = |v_{B_2}|_{\max}$; тоді $s_{B_2} = S_{\max} / 2$. Підставивши ці значення, отримаємо формулу для визначення мінімального радіуса кулачка

$$r_0 = \frac{|v_{B_2}|_{\max}}{\operatorname{tg} \vartheta_{\text{доп}}} - \frac{S_{\max}}{2}. \quad (7.15)$$

Аналогічні залежності можна одержати для інших типів кулачкових механізмів [1, 9]. У кулачкових механізмах з плоским штовха-

чем, у яких кути тиску і передачі стали, мінімальний радіус кулачка вибирають так, щоб профіль кулачка завжди був *опуклий*.

Питання для самоперевірки

1. Характерна ознака кулачкового механізму. 2. Зобразіть найпростіші схеми кулачкових механізмів. Вкажіть, який рух здійснює кулачок, інші ланки механізму. 3. Переваги і недоліки кулачкових механізмів. 4. Форми елементів вищої пари, що належать вихідній ланці. 5. Які криві називають еквідистантними? Практичний (центровий) і теоретичний профілі кулачка. 6. Яка різниця між кутами профілю кулачка і фазовими кутами руху штовхача? 7. Як, маючи креслення кулачкового механізму, одержати діаграму переміщень вихідної ланки? 8. Що розуміють під законом руху вихідної ланки кулачкового механізму? Коли в кулачкових механізмах мають місце "м'які" і "жорсткі" удари? Наведіть приклади таких законів. 9. Етапи синтезу кулачкових механізмів. Які задачі кінематичного і динамічного синтезу? 10. Як побудувати теоретичний профіль кулачка і які дані для цього потрібні? 11. Як побудувати практичний профіль кулачка, коли відомий його теоретичний профіль? 12. Що називають кутом тиску і кутом передачі? Як впливають кути тиску (передачі) на радіус основного кола? 13. Як визначити величину радіуса основного кола кулачка?

ПЕРЕДАЧІ

8.1. Загальні відомості

Передачами в машинах називають пристрої, які служать для передачі або перетворення механічного руху. У загальному випадку передачі можуть виконувати цілий ряд функцій, а саме: а) розподіляти енергію між механізмами; б) знижувати або підвищувати швидкості ланок; в) перетворювати рух (наприклад, обертовий у поступальний або навпаки); г) регулювати швидкість; д) здійснювати пуск, зупинку і реверсування машини; е) захищати деталі машин від перевантаження.

Використання передач зумовлено, в основному, різницею швидкостей виконавчих (робочих) органів машин і приводних двигунів, інколи необхідністю одним двигуном приводити у рух декілька механізмів, змінювати швидкість машини при сталій швидкості вибраного двигуна.

Для передачі руху від двигуна до виконавчого механізму використовують різні передаточні механізми: електричні, механічні, гідравлічні й пневматичні. Далі будемо розглядати, в основному, механічні передачі і в першу чергу передачі обертового руху, які найбільше поширені в техніці, оскільки обертовий рух можна здійснити найпростішими способами.

Механічні передачі класифікують за такими ознаками:

а) за фізичними умовами передачі руху: **передачі тертям** (фрикційні, пасові, канатні); **передачі зачепленням** однієї ланки з іншою (зубчасті, гвинтові, цівкові, ланцюгові, важільні тощо);

б) за способом з'єднання вхідної та вихідної ланок: **передачі з безпосереднім дотиком** вхідної та вихідної ланок (фрикційні, зубчасті, гвинтові тощо); **передачі з проміжною гнучкою ланкою**, яка з'єднує вхідну та вихідну ланки (пасові, канатні, ланцюгові).

У сучасних машинах поряд з механічними передачами широко використовують інші види передач – електричні, гідравлічні та пневматичні. Електричні, гідравлічні, а також фрикційні передачі дозволяють здійснювати безступінчасте регулювання швидкості, яке набуває все більшого значення в сучасній техніці. Такі передачі дозволяють використовувати робочі машини при оптимальних значеннях швидкостей руху в точній відповідності до вимог технологічного процесу, спрощують і полегшують керування машиною.

При проектуванні машин і приладів вибір виду передач залежить від конкретних умов проектування та вимог до приводу машини чи приладу.

Основні вимоги до передач: надійність і необхідна довговічність; простота конструкції; компактність і невеликі габаритні розміри;

малий опір руху, особливо в момент пуску двигуна; порівняно висока точність перетворення руху; можливість одержання найменшого зведеного до вала двигуна моменту інерції обертових ланок (при частих пусках і реверсах приводу зменшення зведеного моменту інерції дозволяє прискорити перехідні процеси розбігу, що має важливе значення); безшумність дії і висока вібростійкість, а також простота керування (у тому числі автоматичного і дистанційного). При виборі передачі враховуються технологічні вимоги, що ставляться до машини, наприклад, сталість передаточного відношення, безступінчастість регулювання швидкості, ККД, маса, можлива точність і вартість виготовлення передачі.

Виходячи з конкретних вимог до приводу машини нерідко виявляється доцільним, використовуючи позитивні властивості різних передач, створювати передачі комбінованого типу (гідромеханічні, електропневматичні, електрогідравлічні тощо). Особливістю гідравлічних і пневматичних передач є їхня здатність розвивати великі зусилля при відносно малих значеннях питомого тиску рідини або повітря. Недолік цих видів передач – відносно мала швидкість рідини або повітря у трубопроводах.

8.2. Основні характеристики передач

Основними характеристиками передач є передаточне відношення, коефіцієнт корисної дії (ККД), міжосьова відстань та ін.

Передаточним відношенням називають відношення кутових швидкостей двох ланок (як правило, вхідної й вихідної):

$$i_{kl} = \pm \frac{\omega_k}{\omega_l}, \quad (8.1)$$

де ω_k, ω_l – кутова швидкість ланки відповідно k (наприклад, вхідної) і l (наприклад, вихідної).

Знак „+” передаточного відношення приймають при однакових напрямках обертання ланок k і l (рис. 8.1, а), а знак „-” – при різних їх напрямках обертання (рис. 8.1, б). Індекс kl передаточного відношення показує напрямок, в якому воно визначається. Зрозуміло, що справедлива і така обернена залежність:

$$i_{kl} = \frac{1}{i_{lk}} = \pm \frac{\omega_k}{\omega_l}, \text{ тобто } i_{lk} = \pm \frac{\omega_l}{\omega_k}. \quad (8.2)$$

Передаточне відношення можна виразити через діаметри фрикційних котків, зубчастих коліс, шківів, число зубців.

Так, для фрикційних передач, що зображені на рис. 8.1, якщо не врахувати ковзання котків, можна вважати, що колові швидкості

обох ланок рівні між собою – $v_1 = v_2$, де $v_1 = \omega_1 d_1 / 2$, $v_2 = \omega_2 d_2 / 2$.
Тоді $\omega_1 d_1 / 2 = \omega_2 d_2 / 2$, або, якщо врахувати, що $\omega = \pi n / 30$,
то $\pi d_1 n_1 / 60 = \pi d_2 n_2 / 60$, звідки

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{d_2}{d_1}, \quad (8.3)$$

де n_1, n_2 – частота обертання вхідного і вихідного котків, хв.^{-1} ; d_1 і d_2 – їх діаметри.

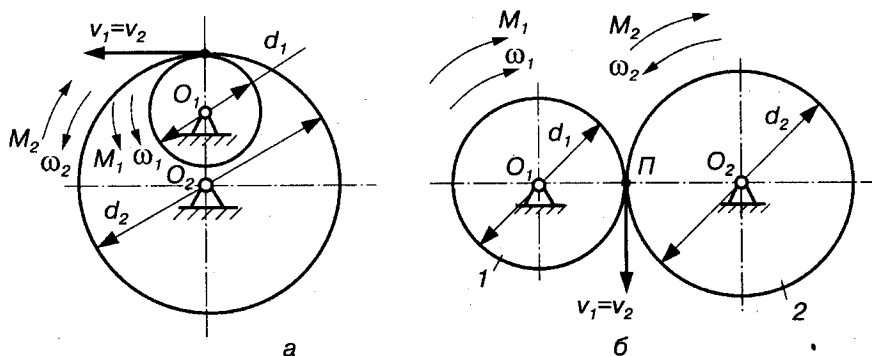


Рис. 8.1. Фрикційні передачі:
а) внутрішнє зачеплення; б) зовнішнє зачеплення

Якщо позначити потужність на вхідному валу через P_1 , а на вихідному валу P_2 , то ККД передачі визначають співвідношенням

$$\eta = P_2 / P_1,$$

тоді, знаючи потужність на вході (наприклад, потужність двигуна) і ККД передачі, можна визначити потужність на виході

$$P_2 = P_1 \eta. \quad (8.4)$$

Відомо, що потужність $P = M\omega$, де M – обертовий момент, ω – кутова швидкість. Тоді можна записати $M_2\omega_2 = M_1\omega_1\eta$, звідки обертовий момент на вихідному валу

$$M_2 = M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} \eta = M_1 i_{12} \eta. \quad (8.5)$$

Значення ККД окремих передач наведені в довідниках.

Важливою характеристикою передач є *міжосьова відстань* $a_w = O_1 O_2$. Для передачі, зображеної на рис. 8.1, а, можна записати

$$a_w = \frac{d_2 - d_1}{2} = r_2 - r_1; \quad (8.6)$$

на рис. 8.1, б –

$$a_w = \frac{d_2 + d_1}{2} = r_2 + r_1, \quad (8.7)$$

де r_1, r_2 – радіуси котків ($r = d/2$).

Інші формули для визначення передаточного відношення і міжосьової відстані будуть наведені при розгляді відповідних передач.

8.3. Фрикційні передачі

Механізми, в яких рух між ланками передаються за рахунок сил тертя, називають *фрикційними механізмами або фрикційними передачами*. На рис. 8.2 зображено основні види фрикційних механізмів. Передача руху від вхідної ланки (котка) 1 і до вихідної ланки (котка) 2 (рис. 8.2, а) здійснюється силою тертя \bar{F}_f , що створюється притисканням однієї ланки до іншої деякою силою \bar{Q} .

За характером руху вхідної й вихідної ланок фрикційні передачі поділяють на передачі для перетворення: обертового руху в обертовий (рис. 8.2, а-в); обертового в поступальний і навпаки (рис. 8.2, г, д) або обертового в гвинтовий (рис. 8.2, е).

Позитивними якостями фрикційних передач є простота конструкції, плавність, безшумність роботи, можливість здійснення передач із плавною (безступінчастою) зміною передаточного відношення, можливість проковзування фрикційних котків при перевантаженнях, що запобігає поломкам деталей механізмів, які приводяться в рух.

Недоліками фрикційних передач є несталість передаточного відношення в результаті проковзування котків; необхідність у великих зусиллях притискання котків для забезпечення достатньої сили тертя, що викликає великі навантаження на вали та їх опори; обмежена потужність, яка передається (для циліндричної фрикційної передачі – до 10 кВт); підвищене спрацювання котків, у результаті якого виникає значний шум, порівняно низький ККД (для передач звичайного типу $\eta = 0,8 - 0,9$).

За відсутності проковзування між котками передаточне відношення передачі визначають за формулами (8.1)–(8.3). Проте при роботі фрикційної передачі завжди має місце проковзування, що виражається деяким зменшенням швидкості вихідного котка відносно значення ω_2 , одержаного із співвідношення (8.3). Величина ковзання залежить від

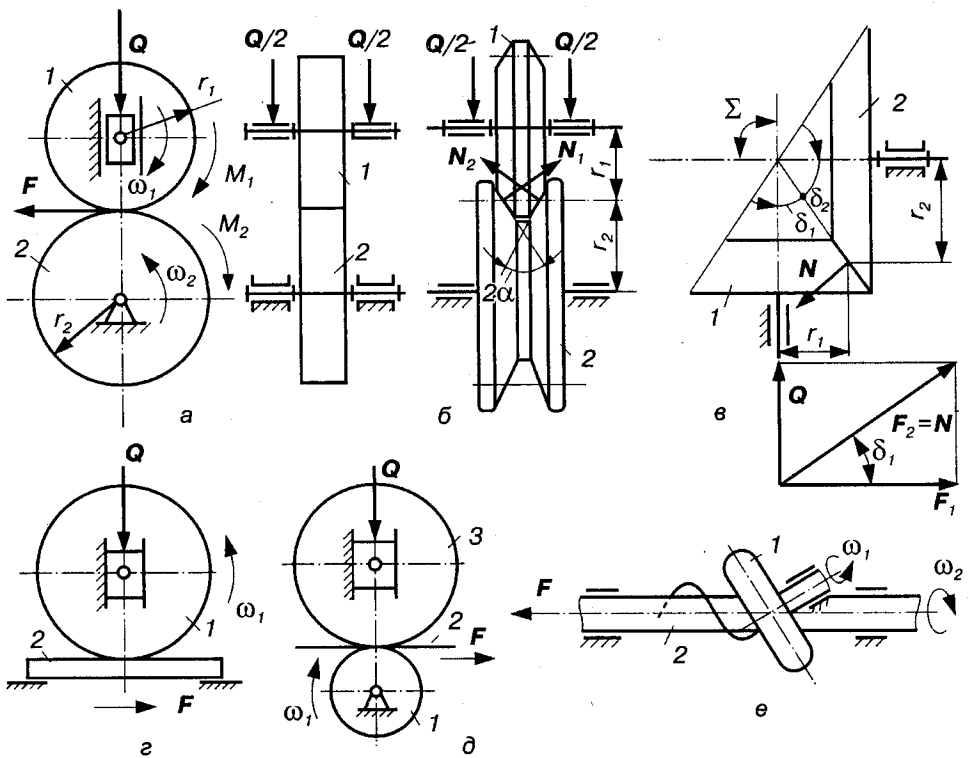


Рис. 8.2. Фрикційні передачі

конструкції передачі, навантаження, інших факторів і враховується коефіцієнтом відносного ковзання

$$\varepsilon = (\omega'_2 - \omega_2) / \omega'_2 = (n'_2 - n_2) / n'_2, \quad (8.8)$$

де ω'_2 , ω_2 і n'_2 , n_2 – відповідно теоретичні та фактичні кутові швидкості та частоти обертання вихідного котка.

З урахуванням коефіцієнта відносного ковзання передаточне відношення

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)}, \quad (8.9)$$

де d_1 , d_2 – діаметри котків.

Для гарантії передачі руху сила тертя \bar{F}_f повинна бути не менша за колове зусилля \bar{F} (рис. 8.2, а). Оскільки силу тертя в зоні контакту визначають загальною формулою $F_f = fQ$, то сила натиску котків

$$Q \geq \frac{F}{f}. \quad (8.10)$$

Сила натиску \bar{Q} передається на опори котків і спричинює їхнє спрацювання. Тому намагаються отримати необхідну силу \bar{F} при меншому натиску. Для цього застосовують клинові фрикційні колеса (рис. 8.2, б). У цих передачах для визначення колового зусилля можна наближено скористатись коефіцієнтом тертя для клинових повзунів $f' = f / \sin \alpha$ [1, 9], де α – кут нахилу бічних стінок котка. Тоді колове зусилля

$$F \leq F_f, \text{ або } F \leq \frac{Qf}{\sin \alpha}.$$

При непаралельних валах, але таких, що перетинаються, застосовують конічні фрикційні колеса (рис. 8.2, в). У цих передачах колесо 1 притискається до колеса 2 силою \bar{Q} . Розкладаючи силу \bar{Q} на два напрями: 1) перпендикулярний до осі підшипника і 2) перпендикулярний до спільної твірної конусів, дістаємо: $F_1 = Q / \operatorname{tg} \delta_1$, $F_2 = Q / \sin \delta_1$. Тоді колове зусилля

$$F \leq F_f = Nf = \frac{Qf}{\sin \delta_1}, \text{ або } F \leq Qf',$$

де $\bar{N} = -\bar{F}_2$; $f' = f / \sin \delta_1$.

8.4. Фрикційні варіатори швидкості

Передачі, що забезпечують плавну (безступінчасту) зміну кутової швидкості вихідної ланки при сталій швидкості вхідної, називають *варіаторами швидкості* або просто *варіаторами*. Широко розповсюджені фрикційні варіатори, які використовуються в металорізальних верстатах, ковальсько-пресовому обладнанні, машинах текстильної, паперової, хімічної, харчової промисловості, на транспорті, у механізмах приладів тощо. Зокрема, деякі типи варіаторів використовують у приладобудуванні для виконання математичних операцій (інтегрування, логарифмування, піднесення до квадрата, диференціювання тощо).

Використання варіаторів як безступінчастих регуляторів швидкості (за необхідності – з програмним керуванням) значно зростає у зв'язку з можливістю їх використання для автоматизації виробничих процесів, оскільки вони легко вписуються в сучасні системи автоматичного керування.

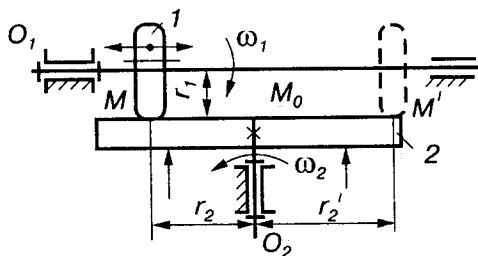
Розглянемо роботу варіаторів швидкості на прикладі *лобового* фрикційного варіатора (рис. 8.3), в якому диск 2, жорстко зв'язаний з віссю O_2 , обертається в нерухомому підшипнику, ролик 1 може пе-

реміщатися вздовж осі O_1 . Точка M контакту може займати різні положення, які визначаються положеннями ролика 1, тобто відстанню r_2 . Передаточне відношення такої передачі (не враховуючи проковзування)

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_2}{r_1}. \quad (8.11)$$

У зв'язку з тим, що r_2 можна плавно змінювати, передаточне відношення (8.11) також змінюється плавно.

Якщо точка контакту M потрапляє в точку M_0 , яка лежить на осі O_2 , диск 2 буде нерухомим ($r_2=0$). При переміщенні точки контакту



M за точку M_0 , наприклад, у положення M' , диск 2 змінює напрямок обертання. Отже, передаточне відношення може змінюватися у таких межах:

$$0 \leq i_{12} \leq \left| \frac{r_{2\max}}{r_1} \right|, \quad (8.12)$$

Рис. 8.3. Лобовий варіатор швидкості

де $r_{2\max}$ – найбільший радіус диска 2.

Отже, робота варіаторів характеризується тим, що при сталій кутовій швидкості ω_1 вхідної ланки кутова швидкість ω_2 вихідної ланки змінюється в межах від $\omega_{2\max}$ до $\omega_{2\min}$. Тоді передаточне відношення змінюється в діапазоні від $i_{\max} = \omega_1 / \omega_{2\min}$ до $i_{\min} = \omega_1 / \omega_{2\max}$.

Основною характеристикою будь-якого варіатора є **діапазон регулювання** $D = \omega_{2\max} / \omega_{2\min} = i_{\max} / i_{\min}$. Для більшої частини варіаторів $D \leq 6$, для деяких може бути $D = 10 - 12$.

Питання для самоперевірки

1. Які функції виконують передачі в машинах?
2. Назвіть основні механічні передачі та їх характеристики.
3. Які вимоги ставлять до передач?
4. Що розуміють під передаточним відношенням і як визначають його знак?
5. На якому валу обертаний момент більший (вхідному чи вихідному)?
6. Переваги та недоліки фрикційних передач.
7. Які механізми називають фрикційними варіаторами швидкості?
8. Що розуміють під діапазоном регулювання швидкості?

Розділ 9 ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

9.1. Загальні відомості про зубчасті передачі

Зубчастою (зубчатою) передачею називають триланковий механізм, в якому два рухомі зубчасті (зубчаті) колеса (або рухоме колесо і рейка) утворюють з нерухомою ланкою обертову (або обертову і поступальну) пару, а між собою – вищу пару. У таких механізмах передача руху здійснюється механічним зачепленням – зубів вхідного колеса за зуби вихідного колеса замість сил тертя, як це має місце у фрикційних передачах. Обидва колеса (рис. 9.1) мають виступи (зуби) і западини такої форми, що зуби одного колеса входять у западини іншого, утворюючи при цьому вищу кінематичну пару. Кожний зуб колеса можна розглядати як окремі кулачки

Зубчасте колесо передачі з меншим числом зубів (при їх рівності – вхідне зубчасте колесо) називають шестірнею, друге зубчасте колесо передачі – колесом.

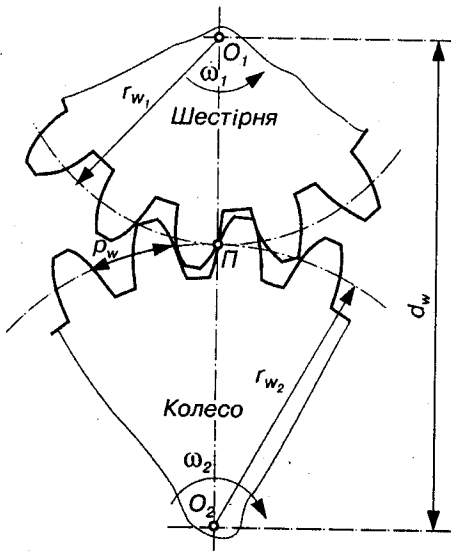


Рис. 9.1. Зубчаста передача

У найпростішому випадку зубчасту передачу можна уявити собі як два циліндричні котки (поверхні) з радіусами r_{w1} і r_{w2} , що котяться один по одному без ковзання, маючи точку дотику Π . Поверхні, що перекочуються одна відносно одної без ковзання, називаються **початковими**, відповідно й кола радіусами r_{w1} і r_{w2} називають так само. Точку Π дотику цих кіл називають **поллюсом зубчастого зачеплення**, а лінію, що проходить через точку Π паралельно осям обертання коліс і яка є миттєвою віссю відносних швидкостей зубчастих коліс, називають **поллюсною лінією**.

Початкові поверхні зубчастих коліс є аксоїдами у відносному русі (аксоїдами називають поверхні, які описує миттєва вісь відносного руху коліс передачі у системі координат кожного з коліс).

Відстань між осями обертання двох зубчастих коліс, що перебувають у зачепленні, називають **міжосьовою відстанню**. Як видно з рис. 9.1,

$$a_w = r_{w_1} + r_{w_2}. \quad (9.1)$$

Передаточне відношення зубчастої передачі (відношення кутових швидкостей зубчастих коліс) виражається так само, як і у фрикційних передачах формулою

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}}. \quad (9.2)$$

Якщо виразити довжину початкового кола через *початковий крок* p_w , тобто $2\pi r_{w_i} = p_w z_i$, і підставити значення радіусів початкових кіл $r_{w_i} = \frac{p_w z_i}{2\pi}$ у залежність (9.2), то можна записати передаточне відношення через числа зубів коліс:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = \pm \frac{2\pi p_w z_2}{2\pi p_w z_1} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (9.3)$$

Знак „+” приймають для внутрішнього зачеплення, а „-” – для зовнішнього.

Коловим кроком зубчастого зачеплення p називають відстань між однойменними точками профілів двох сусідніх зубів (рис. 9.1), виміряних по будь-якому колу. Коловий крок

$$p = \pi d / z, \quad (9.4)$$

де d – діаметр кола, на якому виміряний крок; z – число зубів колеса.

Значення кроку p залежить від діаметра (радіуса) кола, на якому його виміряють, а тому, щоб відрізнити значення кроку на різних колах, вказують нижні індекси, як це, наприклад, виконано для початкового кроку p_w .

Зубчасті передачі складають найбільш розповсюджену й важливу групу механічних передач. Їх використовують у широкому діапазоні галузей і умов роботи: від годинників і приладів – до найважчих машин, для передачі колових сил від міліньютонів до кількох меганьютонів, для моментів до 10^7 Н·м, і потужностей від безмежно малих до десятків тисяч кіловат, з коловими швидкостями від 2 м/хв до 140 м/с, з діаметрами від частки міліметра до 10 м і більше. Особливо доцільне використання зубчастих передач, коли необхідно забезпечити стале передаточне відношення або передати великі потужності. Отже, зубчасті передачі порівняно з іншими механічними передачами мають важливі *переваги*: а) малі габарити; б) високий ККД; в) високу надійність у роботі та простоту в обслуговуванні; г) сталість передаточного відношення через відсутність проковзування; д) можливість використання в широкому діапазоні моментів, швидкостей і передаточних відношень.

До *недоліків* зубчастих передач можна віднести: вимоги високої точності виготовлення, шум при роботі з великими швидкостями обертання коліс і можливість появи вібрацій та ударних навантажень при недостатній точності виготовлення, неможливість плавного регулювання передаточного відношення.

9.2. Типи зубчастих передач

Залежно від розміщення осей валів, між якими здійснюється передача обертального руху, зубчасті передачі поділяються на три типи:

1. Передачі циліндричними зубчастими колесами між паралельними валами.
2. Передачі конічними зубчастими колесами між валами, осі яких перетинаються.
3. Передачі гіперболоїдними зубчастими колесами між валами, осі яких схрещуються.

При *паралельних осях* зубчастих коліс маємо плоский зубчастий механізм. Якщо зуби в циліндричних колесах розміщені паралельно осі колеса, то такі зуби називають *прямими*, а саме колесо – *прямозубим* (рис. 9.2,а). Це найпростіший і найпоширеніший вид зубчастих коліс. Проте їх слід використовувати при малих колових швидкостях коліс ($v < 3-6$ м/с) і не дуже великих навантаженнях. Це пояснюється тим, що зуби в такій передачі входять у контакт відразу по всій своїй довжині, а тому незначні помилки при виготовленні коліс та деформації деталей передачі супроводжуються шумом, часто призводять до порушення рівномірного лінійного контакту, погіршують плавність роботи передачі. Отже, такі передачі працюють із шумом, мають невисоку плавність роботи і малу несучу здатність.

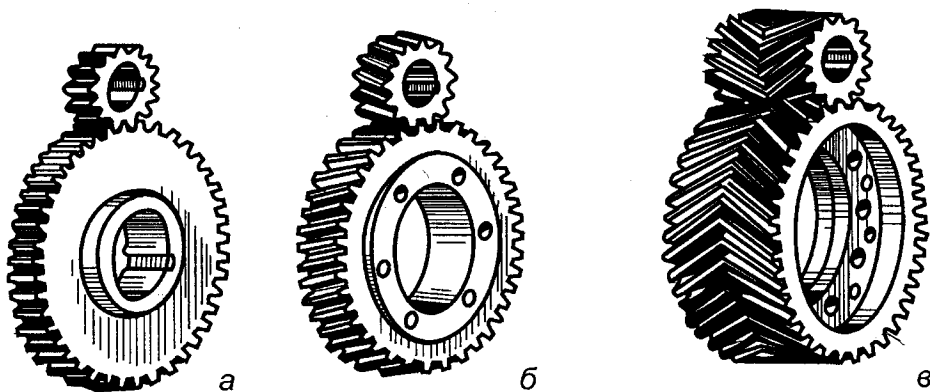


Рис. 9.2. Передачі циліндричними зубчастими колесами між паралельними валами: а) прямозубі; б) косозубі; в) шевронні

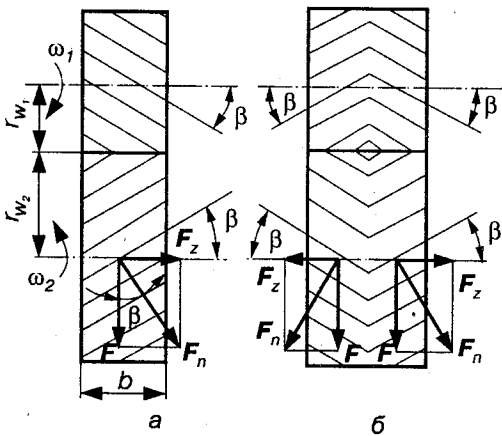


Рис. 9.3. Розподілення сил в зубчастих передачах: а) косозубій; б) шевронній

При великих колових швидкостях ($v > 3$ м/с) і великих навантаженнях використовують *косозубі (тангенціальні)* колеса (рис. 9.2, б), в яких зуби розміщені по гвинтовій лінії, тобто під кутом до твірної початкового циліндра. Передачі з косозубими колесами відрізняються високою плавністю зачеплення і меншим шумом при роботі, мають високу несучу здатність. Це пояснюється тим, що зуби входять у зачеплення поступово і в зачепленні одночасно перебуває декілька їх пар. Основним недоліком косозубих передач є наявність осьових сил, які діють як на самі колеса, так і на опори їхніх валів або осей. Як видно з рис. 9.3, а, величина осьової сили \bar{F}_z залежить від кута нахилу зуба β ($F_z = F \operatorname{tg} \beta$, де F – колова сила – складова нормальної сили \bar{F}_n , що діє на зуб при передачі руху).

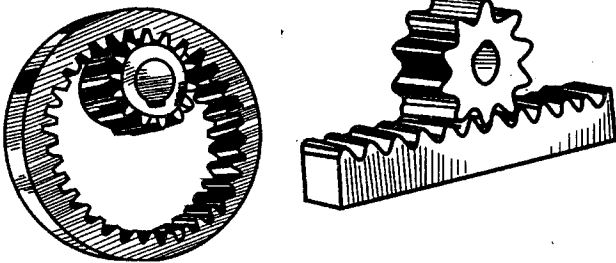


Рис. 9.4. Внутрішнє (а) та рейкове зачеплення (б)

Внутрішнє та рейкове зачеплення, що показані на рис. 9.4 – це різновиди передач циліндричними зубчастими колесами. У першому випадку (рис. 9.4, а) зуби колеса 2 нарізані на внутрішній поверхні циліндричного тіла, у другому (рис. 9.4, б) – колесо 2 перетворилось у рейку. При цьому рейку можна розглядати як зубчасте колесо діаметром, що прямує до нескінченності. Рейкове зачеплення використовують для перетворення обертового руху в поступальний або навпаки.

Для передачі обертання між валами, осі яких перетинаються, використовують *конічні колеса* (рис. 9.5). Найчастіше використовують конічні колеса з кутом перетину між осями валів (міжосьовим кутом) $\Sigma = 90^\circ$. Таку передачу називають *ортогональною*. Якщо поверхні зубців паралельні твірним початкових конусів, то такі зубчасті колеса називають *прямозубими* (рис. 9.5, а). Вони мають усі переваги та недоліки, властиві прямозубим циліндричним зубчастим передачам. Для забезпечення кращих умов роботи при великих швидкостях і навантаженнях у конічних ко-

лесах доцільно використовувати *гвинтові* або *косі зуби* (рис. 9.5, б). Такі передачі працюють більш плавно і безшумно. Шевронні конічні зубчасті колеса не використовують через їх нетехнологічність. На практиці широке розповсюдження одержали конічні колеса з *криволінійним зубом* (рис. 9.5, в), лінії зуба яких – дуга кола, евольвента, циклоїдні криві. Такі колеса нарізати простіше, ніж косозубі.

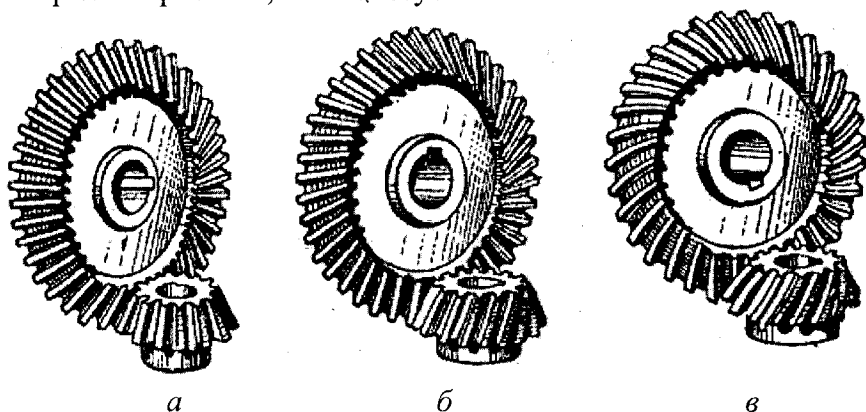


Рис. 9.5. Конічні зубчасті передачі:
а) прямозубі; б) косозубі; в) з криволінійним зубом

Для передачі обертання між валами, осі яких схрещуються, можна використовувати *гіперболоїдні зубчасті колеса*, в основу яких покладені гіперболоїди обертання (рис. 9.6, а), твірні яких – прямі лінії. Якщо уздовж твірних *EE* (рис. 9.6, б) нарізати зуби, матимемо гіперболоїдні зубчасті колеса, які дозволяють передавати обертовий рух між осями, що схрещуються. У зв'язку з тим, що такі зубчасті колеса важко виготовляти, на практиці розповсюджені їх спрощені варіанти, одержані вирізанням різних ділянок гіперболоїдів. Якщо вирізати з гіперболоїда частину його горловини, дістанемо циліндричні зубчасті колеса 1-2, на віддаленні від горловини – конічні зубчасті колеса 3-4. Такі зубчасті передачі називають – у першому випадку – *гелікоїдними* або *гвинтовими* (рис. 9.6, г), у другому – *гіпоїдними* (рис. 9.6, в).

Окремим випадком передач гвинтовими колесами є *черв'ячна передача* (рис. 9.6, д). На черв'яку 1 кут нахилу зубів дуже великий, тому зуб встигає декілька разів обвити тіло черв'яка; на черв'ячному колесі цей кут відповідно малий, і таке колесо нагадує звичайне косозубе колесо. Черв'як може бути циліндричним (рис. 9.6, д) або глобоїдним (рис. 9.6, е).

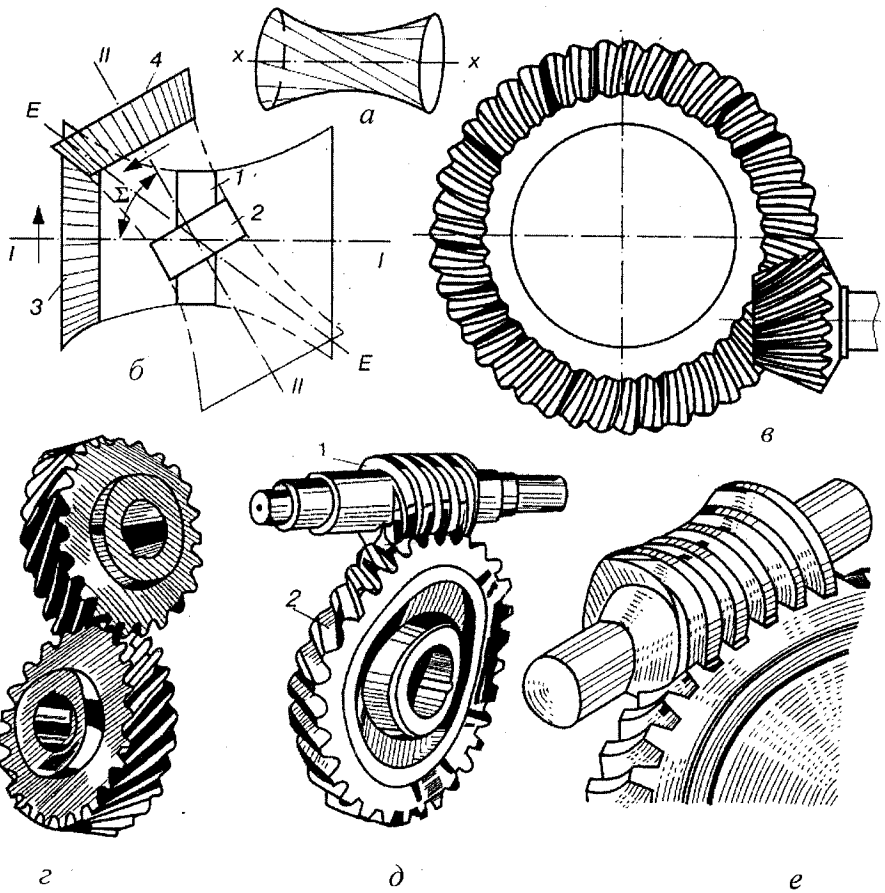


Рис. 9.6. Передачі гіперболоїдними зубчастими колесами:
 а) гіперболоїд обертання; б) передача гіперболоїдними зубчастими колесами;
 в) гіпоїдна передача; г) гелікоїдна; д) черв'ячна з циліндричним черв'яком;
 е) черв'ячна з глобoidним черв'яком

9.3. Геометричні параметри циліндричного зубчастого колеса

Основні параметри зубчастих коліс розглянемо на прикладі циліндричного зубчастого колеса (рис. 9.7, а).

Зубчасте колесо складається з **тіла** зубчастого колеса 1 і **зубчастого вінця** 2. Зубчастий вінець складається із **зубів** 3 і **западин** 4. Циліндрична поверхня, що відокремлює зуби від тіла зубчастого колеса, називається **поверхнею западин** 5 (рис. 9.7, б). Поверхня, що обмежує зуби з протилежного від тіла зубчастого колеса боку, називається **поверхнею вершин** 6. Частина поверхні западин зубчастого колеса, що належить зубу, носить назву **основи зуба** 7, а частина поверхні вершин, що належить зубу – **вершини зуба** 8.

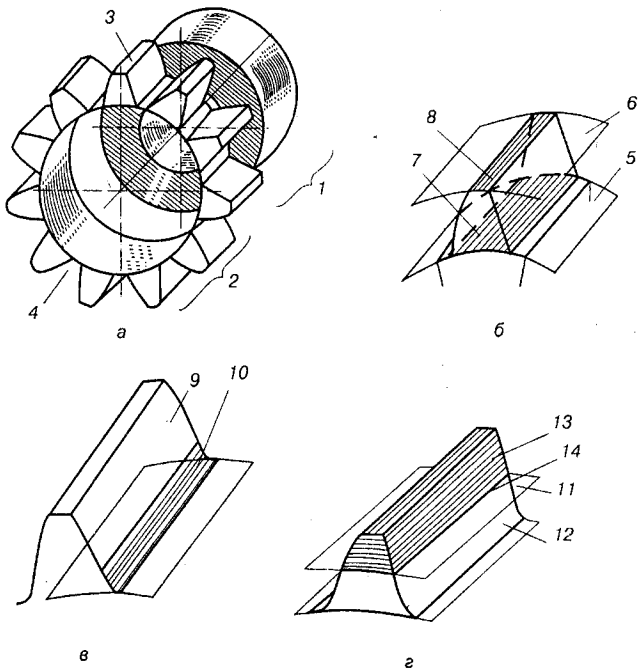
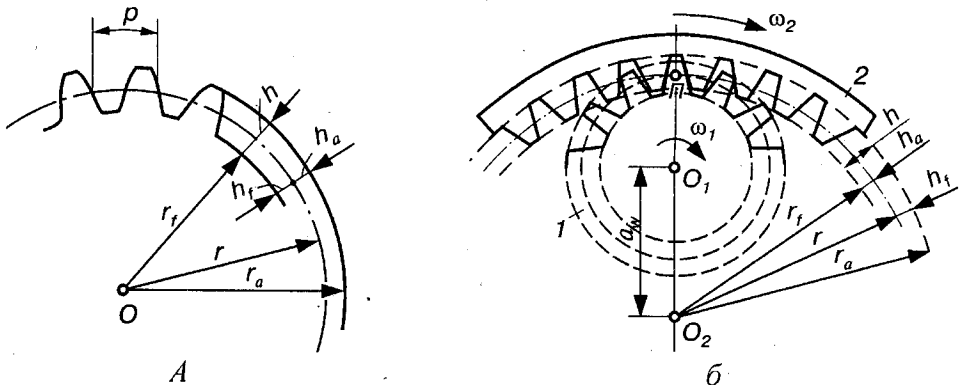


Рис. 9.7. Геометричні параметри циліндричного зубчастого колеса

Поверхня, яка обмежує зуб з боку западин, називається *бічною*. Вона складається з *головної* 9 (рис. 9.7, в) і *перехідної* 10 поверхні. *Головною* будемо називати частину бічної поверхні, яка при взаємодії з такою самою поверхнею зуба іншого колеса може передавати рух із заданими швидкостями. Поверхні елементів вищої кінематичної пари, що забезпечують заданий рух, називаються *спряженими поверхнями*. *Перехідна* поверхня з'єднує головну поверхню з поверхнею западин. Частина головної поверх-

ні, що взаємодіє з поверхнею зуба спряженого зубчастого колеса, називається *активною* поверхнею зуба.

Враховуючи те, що зубчасті передачі циліндричними колесами – плоскі, всі її геометричні параметри можна розглядати в торцевому перетині (перпендикулярному до осі колеса). Тому розглядають замість поверхні западин коло западин, поверхні вершин – коло вершин, головної та перехідної поверхонь зуба – головний і перехідний профілі зуба, активної поверхні зуба – активний профіль зуба.



Розміри зубчастих коліс зручно задавати в частках певної лінійної величини, що пов'язана із зубом. Коловий крок для цієї функції не підходить, оскільки є ірраціональним числом. Такою величиною вибрано **модуль m** зубчастого колеса, який є відношенням колового кроку p до числа π . Отже:

$$m = p / \pi. \quad (9.5)$$

Модуль вимірюється в міліметрах і є величиною стандартною. Щоб пояснити вибір цієї величини, виразимо довжину деякого кола діаметром d (рис. 9.8, а) через число зубів колеса z :

$$\pi d = pz,$$

звідки

$$d = \frac{p}{\pi} z,$$

або, з урахуванням (9.5), маємо

$$d = mz \quad \text{або} \quad r = \frac{d}{2} = \frac{mz}{2}. \quad (9.6)$$

Модуль m для одного й того самого колеса, так само як і крок p , залежить від діаметра кола, до якого він відноситься. Прийнято коло, для якого знаходять стандартне значення модуля, називають **ділильним** [1]. З урахуванням (9.6) можна сказати, що **ділильним називається коло, діаметр якого визначають добутком модуля на число його зубів**.

Ділильна поверхня 11 ділить зуб на дві частини (рис. 9.7, г, 9.8, а): **ділильну ніжку** 12 і **ділильну головку** 13.

Висота ділильної ніжки

$$h_f = r - r_f, \quad (9.7)$$

ділильної головки

$$h_a = r_a - r; \quad (9.8)$$

повна висота зуба

$$h = h_f + h_a = r_a - r_f, \quad (9.9)$$

де r , r_a , r_f – відповідно радіуси ділильного кола, кола вершин і западин.

Лінія 14 перетину бічної поверхні зуба з ділильною поверхнею (рис. 9.7, г) називається **лінією зуба**. Залежно від розташування лінії зуба відносно осі колеса, як уже зазначалось, відрізняють **прямий зуб** (прямозубі колеса), лінія якого лежить в осьовій площині зубчастого колеса, і **косий зуб** (косозубі або шевронні колеса), лінія якого є гвинтовою лінією сталого кроку. Залежно від напрямку гвинтової лінії косозубі колеса можуть бути праві або ліві.

Зубчаста рейка 2 (див. рис. 9.4, б) – це сектор циліндричного зубчастого колеса, ділильний радіус якого нескінченно великий, у результаті цього ділильна поверхня (коло), поверхні вершин і западин, відповідні головні бічні поверхні є паралельними площинами, тобто головний бічний профіль прямолінійний.

Для зубчастого колеса 2 із **внутрішніми зубами** (див. рис. 9.8, б) формули (9.7)–(9.9) набувають вигляду:

$$h_f = r_f - r; \quad h_a = r - r_a; \quad h = r_f - r_a.$$

Для позначення геометричних і кінематичних параметрів зубчастих коліс і зубчастої передачі використовується система цифрових і літерних індексів, які відносяться, зокрема, до:

- 0 – зуборізного інструменту та верстатного зачеплення;
- 1 – шестерні, черв'яка;
- 2 – колеса, черв'ячного колеса;
- a* – поверхні або кола вершин і головки зуба;
- f* – поверхні або кола западин і ніжки зуба;
- b* – основної поверхні (кола);
- w* – початкової поверхні, початкового кола або до загального випадку передачі;
- e* – зовнішнього торцевого перерізу конічного зубчастого колеса;
- i* – внутрішнього торцевого перерізу конічного зубчастого колеса;
- m* – середнього перерізу конічного зубчастого колеса;
- x* – основного перерізу або довільно назначеного перерізу;
- y* – довільно назначеного концентричного кола;
- n* – нормального перетину;
- t* – торцевого перетину;
- l* – граничної точки профілю зубів;
- p* – нижньої точки активного профілю.

Примітка: Якщо параметр відноситься до ділильної поверхні або ділильного кола, літерний індекс не ставиться. Встановлений такий порядок проставлення складних індексів: на першому місці індекси *n*, *t*, *x*, на другому – *y*, *w*, *a*, *f*, на третьому – *e*, *i*, *m* для конічних передач, на четвертому – 0, 1, 2.

У випадках, які виключають непорозуміння, допускається опускаєти деякі індекси. Так, для прямозубих коліс виключають індекси *t* і *n*, для конічних – *m*. Якщо будь-які індекси пропускаються, то залишені переміщаються вперед. Якщо параметри відносяться взагалі до зубчастого колеса, то індекси 1 або 2 опускають.

Верхній індекс * означає коефіцієнт, який характеризує відповідний параметр.

9.4. Основна теорема зубчастого зачеплення

Однією з найважливіших умов роботи зубчастого зачеплення є збереження за час контакту пари зубів заданого передаточного відношення, тобто щоб початкові кола котились одне по одному без ковзання. Необхідно встановити, які вимоги повинні задовольняти спряжені профілі зубів, щоб забезпечити цю умову.

Розглянемо пару зубчастих коліс (рис. 9.9), що перебувають у зачепленні. Нехай перше колесо є вхідним і обертається навколо нерухомої осі O_1 із сталою швидкістю ω_1 , а друге – вихідне, його кутова швидкість ω_2 , вісь обертання – O_2 . Точку контакту зубів позначимо через K , а її відстані від осей обертання відповідно R_1 і R_2 . При таких параметрах швидкість точки K : першого колеса $v_{K_1} = \omega_1 R_1$ і спрямована перпендикулярно до радіуса R_1 ; другого колеса – $v_{K_2} = \omega_2 R_2$ і перпендикулярно до радіуса R_2 .

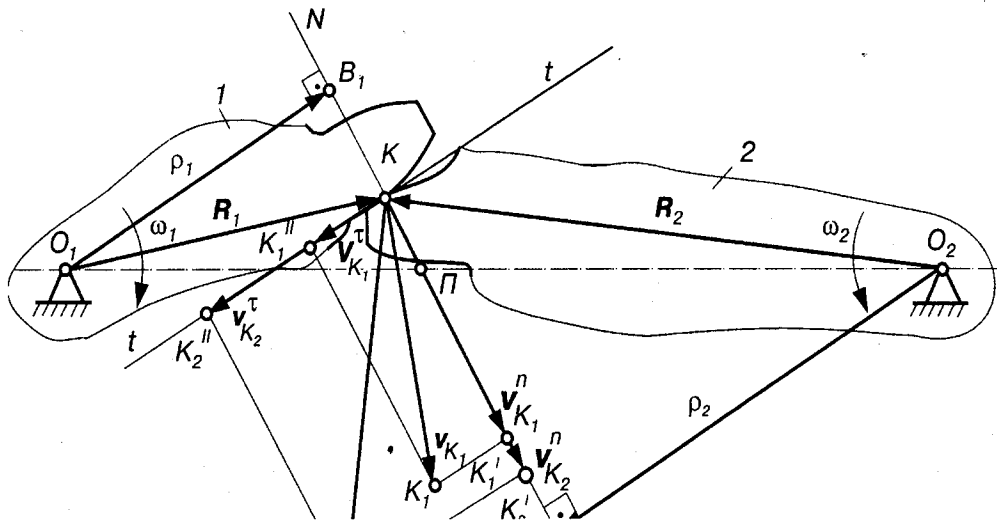


Рис. 9.9. До основної теореми зубчастого зачеплення

Розкладаємо вектори цих швидкостей на дві складові, які спрямуємо вздовж спільної нормалі $N-N$, проведеної до профілів зубів через точку K , і вздовж спільної дотичної $t-t$, що також проходить через точку K .

Розглянемо складові швидкості точки K на спільну нормаль $v_{K_1}^n$ і $v_{K_2}^n$ та встановимо зв'язок між ними. Ці складові повинні бути рівними між собою ($v_{K_1}^n = v_{K_2}^n$); в інших випадках, якщо $v_{K_1}^n > v_{K_2}^n$, зуб першого колеса повинен проникнути в зуб іншого колеса, що неможливо; якщо

$v_{K_1}^n < v_{K_2}^n$, зуб першого колеса повинен відставати від зуба другого колеса і цим самим повинен порушуватися контакт, але цьому заважають зовнішні сили. Отже, *для забезпечення безперервного контакту пари зубів необхідно, щоб проекції швидкостей точки контакту зубів на спільну нормаль були рівні між собою.*

Із подібності трикутників O_1B_1K і KK'_1K_1 та O_2B_2K і KK'_2K_2 складемо пропорції:

$$\frac{\rho_1}{R_1} = \frac{v_{K_1}^n}{v_{K_2}^n}, \quad \frac{\rho_2}{R_2} = \frac{v_{K_2}^n}{v_{K_2}^n},$$

звідки маємо

$$v_{K_1}^n = \frac{\rho_1 v_{K_1}^n}{R_1} = \omega_1 \rho_1; \quad v_{K_2}^n = \frac{\rho_2 v_{K_2}^n}{R_2} = \omega_2 \rho_2. \quad (9.10)$$

Враховуючи, що в цих рівностях ліві сторони тотожні, справедлива й така рівність

$$\omega_1 \rho_1 = \omega_2 \rho_2,$$

звідки можна записати залежність для передаточного відношення

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (9.11)$$

Нормаль NV перетинає лінію центрів O_1O_2 у точці Π , яка називається *полюсом зубчастого зачеплення*. Із подібності трикутників $O_1B_1\Pi$ і $O_2B_2\Pi$ маємо:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{O_2\Pi}{O_1\Pi}. \quad (9.12)$$

Тоді рівняння (9.11) можна записати в такому вигляді:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2\Pi}{O_1\Pi}. \quad (9.13)$$

Рівність (9.13) виражає зміст *основної теореми зачеплення* (теореми Вілліса), яка формулюється так: *активні профілі зубів двох коліс повинні бути побудовані так, щоб нормаль у точці їх дотику в будь-який момент зачеплення проходила через точку Π (полюс зачеплення), що ділить лінію центрів у відношенні обернено пропорційному передаточному відношенню.*

Відстань між точками O_1 і O_2 визначає міжосьову відстань

$$a_w = O_1П + O_2П,$$

а відрізки $O_1П$ і $O_2П$ є радіусами початкових кіл r_{w_1} і r_{w_2} .

При змінному значенні передаточного відношення i_{12} полюс зачеплення $П$ займає на лінії центрів O_1O_2 змінне положення, що спостерігається в зубчастих механізмах з некруглими колесами (рис. 9.10). При сталому значенні i_{12} полюс зачеплення завжди знаходиться в одній і тій самій точці $П$ на лінії O_1O_2 .

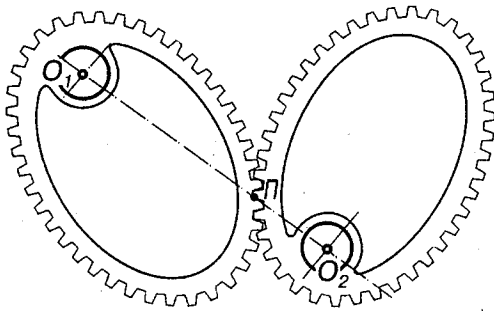


Рис. 9.10. Передача некруглими зубчастими колесами

Якщо кутові швидкості ω_1 і ω_2 мають різні знаки, то $i_{12} < 0$ і полюс зачеплення $П$ лежить між точками O_1 і O_2 . Цей вид зачеплення називається *зовнішнім*. Якщо кутові швидкості ω_1 і ω_2 мають один знак, то $i_{12} > 0$ і полюс зачеплення $П$ лежить за межами відрізка O_1O_2 (див. рис. 9.8, б). Такий вид зачеплення називають *внутрішнім*.

Теоретично для того, щоб забезпечити основну теорему зачеплення, профілі зубів можна побудувати різними кривими. У техніці (особливо в машинобудуванні) найбільше поширений евольвентний профіль зубів, рідше використовується циклоїдне зачеплення (в основному у приладобудуванні та годинниковій промисловості).

9.5. Ковзання профілів зубів

Розглянемо тепер інші складові швидкості точки контакту – $v_{K_1}^{\tau}$ і $v_{K_2}^{\tau}$. Ці складові не рівні між собою, інакше повинні бути рівні між собою швидкості \bar{v}_{K_1} і \bar{v}_{K_2} як за величиною, так і за напрямком. Як видно з рис. 9.9, така рівність можлива лише в одному положенні механізму, коли точка K контакту зубів буде збігатися з полюсом $П$. Для всіх інших положень ланок передачі $v_{K_1}^{\tau} \neq v_{K_2}^{\tau}$. У результаті цього має місце відносне ковзання профілів зубів у напрямку їх спільної дотичної $t-t$. Ковзання зубів є основною причиною втрат енергії на тертя і спрацювання зубів.

Як видно з рис. 9.9, швидкість ковзання профілів зубів

$$v_S = v_{K_2}^{\tau} - v_{K_1}^{\tau}. \quad (9.14)$$

Можна показати, що для зовнішнього зачеплення

$$v_S = \Pi K(\omega_1 + \omega_2); \quad (9.15)$$

для внутрішнього зачеплення

$$v_S = \Pi K(\omega_1 - \omega_2). \quad (9.16)$$

Отже, чим далі розташована точка контакту K відносно полюса зачеплення Π , тим більша швидкість ковзання.

При одній і тій самій швидкості ковзання спрацювання в спряжених профілях може бути різним. Для кількісної оцінки спрацювання вводиться поняття *питомого ковзання зубів, під яким розуміють відношення швидкості ковзання v_S точки контакту зубів до дотичної складової*

$v_{K_i}^\tau$ швидкості точки контакту відповідного колеса ($i = 1; 2$), тобто

$$\vartheta_i = \frac{v_S}{v_{K_i}^\tau}. \quad (9.17)$$

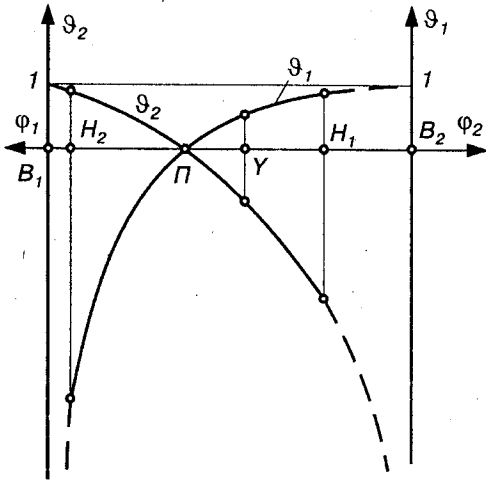


Рис.9.11. Діаграми питомого ковзання профілів зубів

На рис. 9.11 показано приклади діаграм питомого ковзання $\vartheta_i = \vartheta_i(\varphi_i)$. При цьому треба врахувати, що кут повороту зубчастого колеса пропорційний відрізкам лінії B_1B_2 (див. рис. 9.9), яка називається *теоретичною лінією зачеплення*.

У полюсі зачеплення питоме ковзання дорівнює нулю, отже профілі перекочуються один по одному без ковзання.

На початкових головках зубів, що розташовані між колом вершин і початковим колом, питоме ковзання невелике; на початкових ніжках (між початковим колом і колом западин) питоме ковзання значно більше, ніж на початкових головках. На початковій ніжці першого колеса (шестірні) питоме ковзання ϑ_1 значно більше, ніж на початковій ніжці іншого колеса. Це означає, що спрацювання ніжки зуба шестірні буде при роботі передачі значно більшим, ніж спрацювання початкової ніжки зуба колеса.

9.6. Властивості й рівняння евольвенти кола

Для побудови головного профілю зубів циліндричних зубчастих коліс, що використовуються в машинобудуванні, найперше застосовується евольвентний профіль. Плоскою **евольвентою кола** називають траєкторію будь-якої точки, наприклад A (рис. 9.12), прямої лінії, яка перекочується без ковзання по колу радіуса r_b ; таке коло називають **еволутою** або **основним**, а пряму – **твірною прямою**.

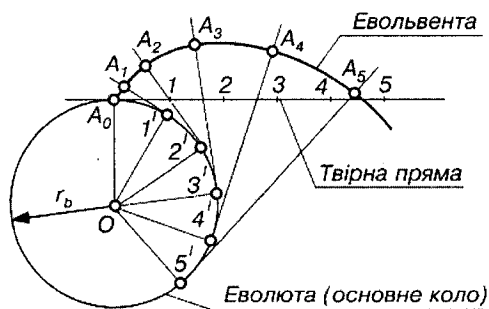


Рис. 9.12. Побудова евольвенти кола

Побудова евольвенти кола наступна. Спочатку проводимо до основного кола твірну пряму, яка дотикається до нього в точці A_0 . Потім перекочуємо твірну пряму по основному колу без ковзання. Для цього від точки A_0 відкладаємо на твірній прямій ряд однакових відрізків A_01 , 12 , 23 і т.д. На основному колі від цієї ж точки відкладаємо дуги $\overset{\frown}{A_01'}$, $\overset{\frown}{1'2'}$, $\overset{\frown}{2'3'}$ і т.д., що дорівнюють цим відрізкам.

При перекочуванні прямої по колу без ковзання точка 1 збігається з точкою $1'$, точка 2 – з точкою $2'$ і т.д. Проведемо через точки $1'$, $2'$, $3'$ і т.д. дотичні до кола (для точної побудови дотичної слід спочатку провести радіус у відповідну точку, а потім провести до нього перпендикуляр) і відкладаємо на них з точок дотику відрізки $1'A_1$, $2'A_2$, $3'A_3$ і т.д., що дорівнюють відповідно відрізкам прямої A_01 , A_02 , A_03 і т.д. (або дугам $\overset{\frown}{A_01'}$, $\overset{\frown}{A_02'}$, $\overset{\frown}{A_03'}$ і т.д.). З'єднаючи точки A_0 , A_1 , A_2 і т.д. плавною кривою, одержимо евольвенту.

Широке використання евольвенти при проектуванні профілів зубів пояснюється низкою важливих властивостей. Відмітимо **основні властивості евольвенти**.

1. *Твірна пряма завжди нормальна до евольвенти.* Дійсно, точка дотику твірної прямої з основним колом є при утворенні евольвенти миттєвим центром обертання твірної прямої, а тому відповідні відрізки ($1'A_1$, $2'A_2$, $3'A_3$ і т.д.) є *миттєвими радіусами кривизни* евольвенти. Оскільки радіус кривизни завжди розміщений нормально до кривої, то твірна пряма завжди нормальна до евольвенти.

3. Форма евольвенти залежить тільки від радіуса основного кола, тобто не залежить від параметрів спряженого колеса – це дає змогу використовувати евольвентні зубчасті колеса в коробках передач, тобто у механізмах із змінними зубчастими колесами, в яких з одним колесом можуть входити у зачеплення колеса з різним числом зубів.

4. Евольвента починається на основному колі і завжди розташована за його межами.

5. Радіус кривизни на початку евольвенти (на основному колі) дорівнює нулю, а радіус основного кола, проведений через початок евольвенти, є плавним продовженням евольвенти всередині основного кола.

6. Дві евольвенти одного основного кола є еквідистантними (рівновіддаленими) кривими, а відстань між ними по спільній нормалі для відповідних профілів двох сусідніх зубів є евольвентним кроком p_α і дорівнює довжині дуги кола між початками кривих, тобто дорівнює основному кроку p_b .

Евольвента має дві вітки. Додатну вітку одержуємо при перекочуванні твірної прямої проти руху годинникової стрілки, від'ємну – при перекочуванні за рухом годинникової стрілки.

Рівняння евольвенти одержуємо з умови перекочування твірної прямої по основному колу без ковзання. Для цього розглянемо деяке довільне положення твірної прямої (рис. 9.13), яке відповідає точці Y евольвенти. Нехай координатами точки Y будуть: \bar{r}_y – радіус-вектор і θ – кут відхилення радіуса-вектора \bar{r}_y від радіуса \bar{r}_A , що проведений через початок евольвенти A . Проводимо через точку Y дотичну до основного кола радіуса r_b . Точка дотику M є для евольвенти у точці Y центром кривизни, а відрізок MY – її миттєвим радіусом кривизни. Точку M з'єднаємо з центром основного кола O і позначимо кут між променями OM і OY через α_y . Цей кут дорівнює **куту профілю**, під яким розуміють гострий кут між дотичною до профілю у відповідній точці Y і радіусом-вектором цієї точки \bar{r}_y . Очевидно, що кут профілю α_y дорівнює куту MOY , оскільки лінія OM і дотична у точці Y паралельні одна одній.

Із трикутника OMY маємо

$$r_y = r_b / \cos \alpha_y. \quad (9.18)$$

Оскільки евольвента одержана перекочуванням твірної прямої відносно основного кола без ковзання, то $MY = MA$. Враховуючи, що

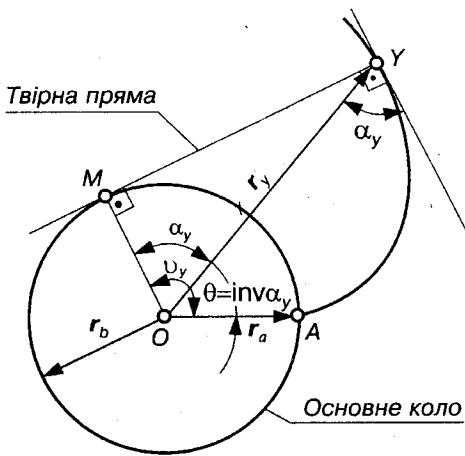


Рис. 9.13. До виводу рівняння евольвенти

$MY = r_b \operatorname{tg} \alpha_y$ і $MA = r_b (\alpha_y + \theta)$, одержимо

$$r_b \operatorname{tg} \alpha_y = r_b (\alpha_y + \theta),$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha_y = \alpha_y + \theta.$$

Розв'язуючи це рівняння відносно θ , одержимо

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y.$$

Вираз $\operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$ скорочено позначають $\operatorname{inv} \alpha_y$ і читають „інволюта альфа-ігрек”:

$$\operatorname{inv} \alpha_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y. \quad (9.19)$$

Кут $\operatorname{inv} \alpha_y = \theta$ називається *евольвентним кутом*, він позначає кут між радіусами, що проведені через початок евольвенти A і точку Y . Для інволютної функції складені таблиці, з яких за значеннями кута α_y можна визначити функцію $\operatorname{inv} \alpha_y$, або навпаки.

Рівняння (9.18) і (9.19) є рівняннями евольвенти кола в параметричному вигляді.

Зазначимо, що положення точки Y на евольвенті можна задати будь-яким кутом із кутів α_y , $\nu_y = \alpha_y + \operatorname{inv} \alpha_y$, $\operatorname{inv} \alpha_y$ або радіусом-вектором \bar{r}_y , що проходить через початок евольвенти A і радіусом $\bar{\rho}_y = MY$, проведеним через центр кривизни M евольвенти у точці Y .

Радіус кривизни евольвенти у точці Y

$$\rho_y = MY = r_b \operatorname{tg} \alpha_y = r_b \nu_y. \quad (9.20)$$

9.7. Теоретичний вихідний і твірний контури

Одним із багатьох важливих факторів, які лежать в основі досягнень сучасної техніки, є *взаємозамінність*, тобто здатність спряжених деталей з'єднуватись одна з одною без спеціальної пригонки або підбору. Взаємозамінність можлива лише на базі стандартизації, тобто при суворій регламентації форми, розмірів, якості й точності різних деталей та виробів.

Зубчасте колесо – одна із найскладніших і точних деталей машин; для його виготовлення вимагається спеціальне дороге обладнання, різальний та вимірювальний інструмент. Тому стандартизація параметрів зубчастого зачеплення важлива як з технічної, так і економічної точки зору.

За базу при стандартизації зубчастих коліс можна прийняти різні параметри. На основі багатолітньої практики при стандартизації коліс і зуборізального інструменту в усіх країнах світу приймають параметри зубчастої рейки з прямолінійним профілем (рис. 9.14). Рейковий профіль, який покладено в основу стандарту, називається *теоретичним вихідним контуром* (ТВК) або коротко – *вихідним контуром*. Параметри вихідного контуру стандартизовані (ГОСТ 13755-68). Це прямобічний рейковий контур із рівномірно розташованими симетричними зубами трапецієподібної форми; перехід від профілю зуба до лінії западин викреслений дугою кола. За базу для визначення елементів зубів та їх розмірів вибирають *ділильну пряму* (площину), яка перпендикулярна до осей симетрії зубів рейки і товщина зуба на ній дорівнює ширині западини ($s=e=p/2$). Частина зуба, що знаходиться між ділильною поверхнею і поверхнею вершин, називається *ділильною головкою зуба*; а частина зуба між ділильною поверхнею і поверхнею западин – *ділильною нізкою зуба*.

Відстань між однойменними профілями сусідніх зубів по ділильній або будь-якій іншій паралельній прямій називають *кроком p вихідного контуру* (9.5):

$$p = \pi m. \quad (9.21)$$

Висота ділильної головки зуба вихідного контуру

$$h_a = h_a^* m, \quad (9.22)$$

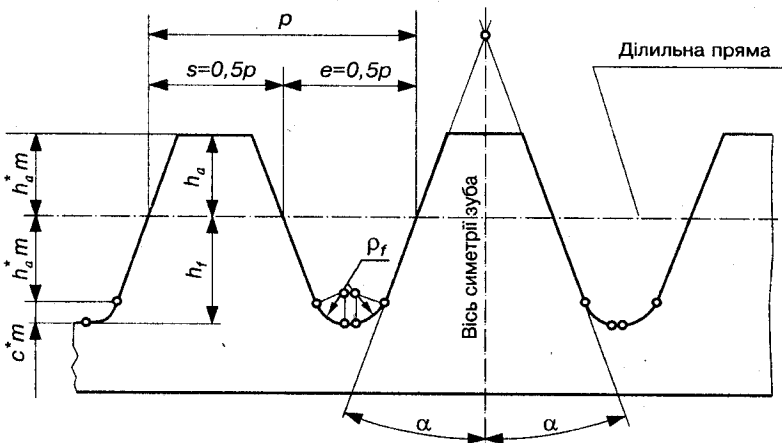


Рис.9.14. Теоретичний вихідний контур

де h_a^* – коефіцієнт висоти головки зуба (відношення висоти головки зуба до модуля: $h_a^* = h_a / m$).

Ділильна ніжка зуба $h_f = h_f^* m$ вища від головки на величину $c = c^* m$ – радіальний зазор, де c^* – коефіцієнт радіального зазору ($c^* = c/m$). Отже, коефіцієнт висоти ніжки зуба $h_f^* = h_a^* + c^*$, а висота ділильної ніжки зуба

$$h_f = (h_a^* + c^*)m. \quad (9.23)$$

Кут α між бічною стороною та віссю зуба називається **кутом профілю вихідного контуру**.

ГОСТ 13755-68 регламентує параметри вихідного контуру: $h_a^* = 1,0$; $c^* = 0,25$; $\alpha = 20^\circ$.

При цьому висота зуба

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*)m = 2,25m. \quad (9.24)$$

Прямолінійний профіль вихідного контуру плавно спряжений з лінією його западин дугою радіуса

$$\rho_f = \rho_f^* m \approx 0,384m, \quad (9.25)$$

де ρ_f^* – коефіцієнт радіуса перехідної кривої ($\rho_f^* = \rho_f / m$).

Геометричні параметри різального інструменту визначаються **вихідним твірним (виробничим) контуром** (ВТК), або коротко – **твірним контуром** (рис. 9.15). Вихідним твірним рейковим контуром називають контур зубів рейки, який ніби заповнює западини теоретичного вихідного профілю, як відливка заповнює форму. При цьому між лінією западин твірного контуру й лінією вершин вихідного зберігається радіальний зазор $c = c^* m$ для того, щоб поверхня западин різального інструмента не брала участі в процесі різання. У межах цього зазору зберігається також перехід по дузі кола від профілю зуба до лінії западин ВТК.

Таким чином, вихідний твірний контур має ділильну ніжку такої самої форми та розмірів, як і вихідний контур. Для одержання радіального зазору в зубчастому зачепленні ділильна головка твірного контуру виготовляється вищою за головку вихідного контуру на величину c . Отже, ділильна пряма твірного контуру ділить зуб по висоті на дві рівні частини, а повна висота зуба

$$h = 2(h_a^* + c^*)m. \quad (9.26)$$

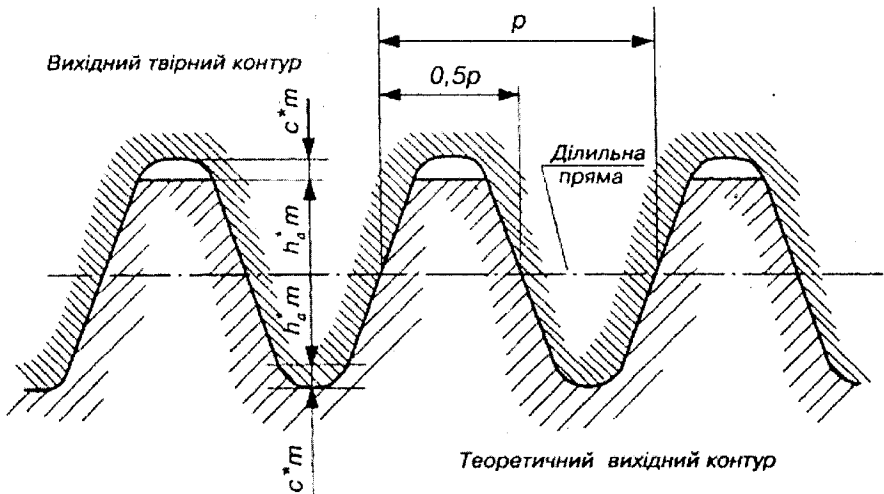


Рис. 9.15. Вихідний твірний (виробничий) контур

Колесо із зовнішніми зубами, нарізане твірним рейковим контуром при збереженні на ділильному колі теоретичної товщини зуба $s = \pi m / 2$ і теоретичного радіального зазору c^*m у западині рейки, називають *твірним зубчастим колесом*. Таке колесо служить різальним інструментом при зубодовбанні.

9.8. Деякі відомості про способи нарізання зубчастих коліс

Зубчасті колеса можна виготовляти різними способами: різанням, литвом, пластичною деформацією (штампівка або накатка). Найбільш точні зубчасті колеса одержують різанням з використанням доводочних операцій.

Існує два принципово різні способи нарізання зубів: *копіювання* та *обкатки*.

Спосіб копіювання. При цьому способі зубчасті колеса нарізають інструментом, профіль якого точно збігається з профілем западин колеса, що нарізається, тобто профіль інструмента копіюється на колесі (рис. 9.16, а, б, в). Інструментом може бути модульна (дискова або пальцова) фреза. Обертаючись, фреза пересувається вздовж зуба. За кожний хід фрези нарізається одна западина. Після цього заготовка повертається на кутовий крок $\tau = 2\pi / z$. Цим методом можна нарізати прямозубі, косозубі та шевронні зубчасті колеса, для останніх заготовка в процесі нарізання повертається на відповідний кут.

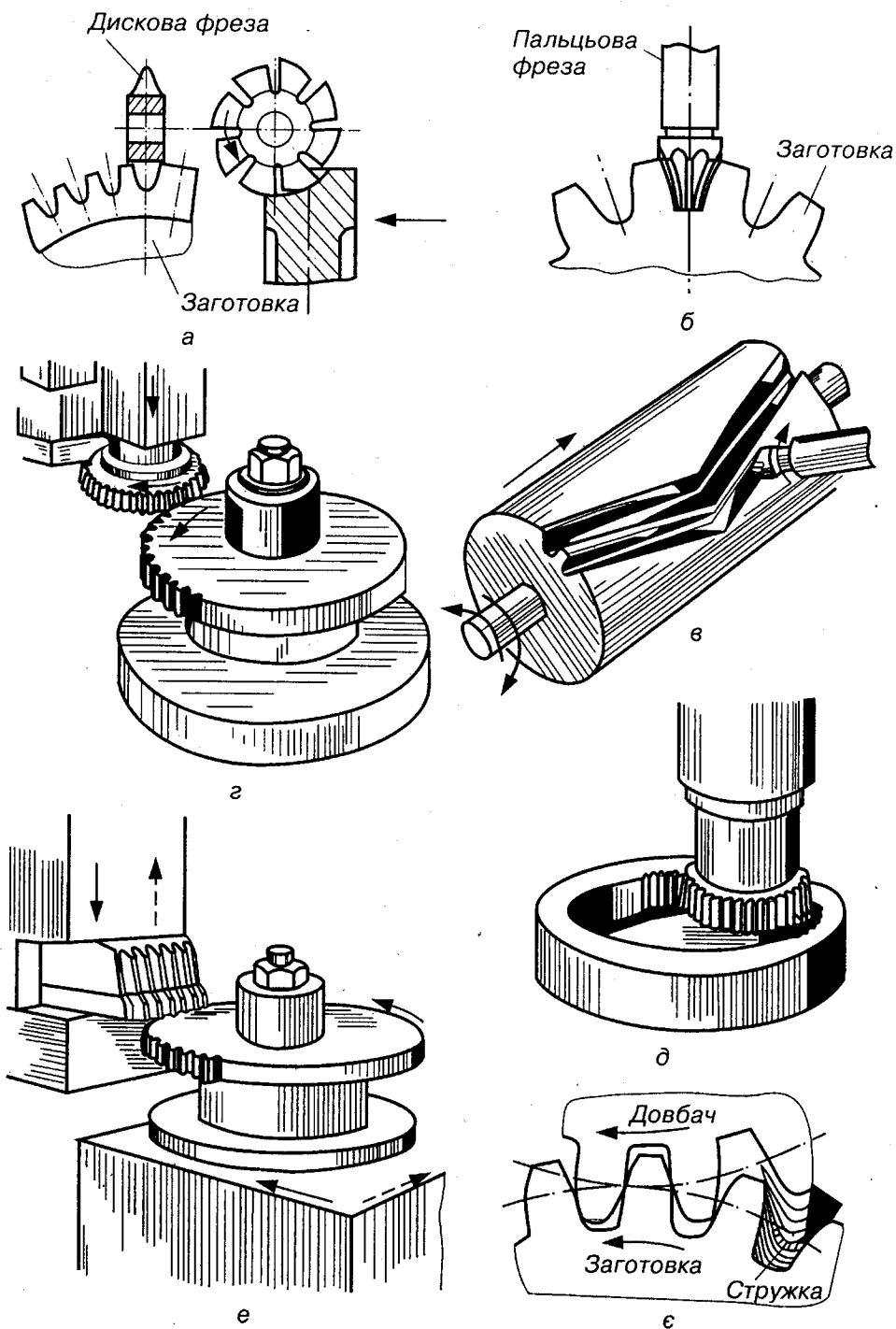


Рис. 9.16. Нарізання зубчастих коліс

Використовують також інструмент, що обробляє всі западини одночасно – протяжки, зубодовбальні головки тощо.

Основний недолік способу копіювання полягає в тому, що різальний інструмент є фасонним, тобто має криволінійні різальні кромки і при його виготовленні неминучі похибки, які передаються колесу, що нарізається. Крім цього, при використанні набору модульних фрез доводиться навмисно вносити ще й додаткові похибки за таких причин: діаметр основного кола, за евольвентою якого обкреслений профіль зубів, визначається модулем m і числом зубів z колеса, що нарізується. Очевидно, що для кожного сполучення m і z треба мати окрему фрезу; оскільки в стандарті більше 50 модулів, а число зубів, які використовуються, перевищує 100, то в універсальному комплекті повинно бути понад 5000 фрез. Для скорочення номенклатури інструменту діапазон чисел z розбивають на інтервали і в межах кожного інтервалу використовують одну і ту саму фрезу для нарізання коліс з різними числами зубів. Для кожного модуля комплект складає 8–15 фрез.

Через низьку точність коліс і малу продуктивність процесу нарізання методом копіювання доцільно цей метод використовувати лише в індивідуальному або дрібносерійному виробництвах для виготовлення малонавантажених і тихохідних передач.

Шліфувальні круги, різці й протяжки профілюють для кожного конкретного колеса, і похибки, викликані невідповідністю інструмента числу зубів колеса, що нарізаються, у цьому випадку відсутні.

Недоліком методу копіювання є також те, що для реалізації будь-якої зміни в геометрії зубів необхідно виготовляти спеціальний інструмент, що пов'язано із значними трудовими і матеріальними затратами.

Процес нарізання зубів протяжками та зубодовбальними головками продуктивний, але через складність і високу вартість інструменту доцільно такий процес використовувати лише в масовому виробництві.

Спосіб обкатки (огинання). При цьому способі в основу геометрії інструмента покладено так зване твірне колесо або рейку, бічні поверхні зубів яких мають різальні кромки.

При нарізанні зубів твірному колесу (інструменту) і колесу (заготовці), що нарізається, надають такого відносного руху, який би мали ці колеса, перебуваючи в зачепленні один з одним. Зачеплення твірного колеса з оброблюваним колесом називають *верстатним зачепленням*. Отже, у верстатному зачепленні відтворюється перекочування без ковзання початкових поверхонь інструмента й колеса, що нарізається, – чим і пояснюється назва способу обкатки.

На рис. 9.16, г зображено нарізання зубів евольвентним твірним колесом (зуборізним довбачем). Довбач 1 здійснює поступальний рух

паралельно осі колеса (заготовки) 2, що нарізається. Одночасно довбачу та заготовці надають обертового руху з тим самим відношенням швидкостей, які б мали довбач і колесо, знаходячись у зачепленні. Тоді профіль зуба виходить як огинаюча всіх положень ріжучої кромки довбача (рис. 9.16, є). Особливість цього методу полягає в тому, що він дає можливість нарізати колеса з внутрішніми зубами (рис. 9.16, д).

Оскільки для будь-якого зубчастого колеса може бути спроектована спряжена з колесом зубчаста рейка, то замість колеса-інструмента може бути інструментом також і рейка, яка називається *інструментальною рейкою або гребінкою*. У процесі нарізання рейка здійснює вздовж осі заготовки зворотно-поступальний рух (рис. 9.16, є). Заготовка має подвійний рух у горизонтальній площині: обертовий навколо своєї осі і поступальний вздовж рейки. Отже, заготовка здійснює рух колеса відносно рейки, і профілі зубів колеса одержують як обкатку цих ланок. Весь цей процес здійснюється на спеціальних зубодовбальних верстатах.

Гребінка – найпростіший, а тому найточніший інструмент рейкового типу. Проте число зубів гребінки обмежене, оскільки довгі гребінки важко виготовляти, а число зубів коліс, що нарізаються, частіше всього більше від числа зубів гребінки, то процес обкатки не може бути безперервним. Після того, як заготовка перекотилась по всій довжині гребінки, процес обкатки припиняється, заготовку повертають у вихідне положення і продовжують обкатку. Таке періодичне переривання зменшує точність і продуктивність зубонарізання, ускладнює верстат.

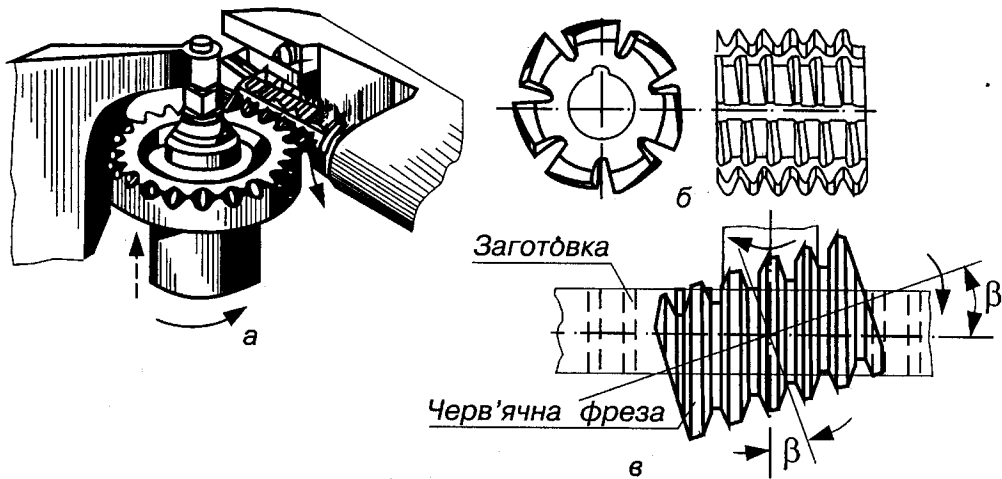


Рис. 9.17. Нарізання зубчастих коліс за допомогою черв'ячної фрези

Для того, щоб зробити процес обкатки безперервним, використовують *черв'ячні фрези*. Черв'ячна фреза (рис. 9.17, б) – це гвинт із трапециподібною різьбою (рис. 9.17, в), профіль якої в нормальному перетині

такий самий, як і профіль твірної рейки. Для утворення різальних кромок уздовж осі прорізани канавки (рис. 9.17, б). Зачеплення фрези з колесом, що нарізається, аналогічне зачепленню черв'яка з черв'ячним колесом (рис. 9.17, а). При цьому фреза та заготовка одержують обертовий рух, який би вони мали, перебуваючи в зачепленні. Щоб нарізати зуб по всій ширині зубчастого вінця, фреза (або заготовка), крім обертання, одержує подачу вздовж осі колеса. Фреза встановлюється відносно заготовки так, щоб її витки в місці знімання стружки були паралельні твірній циліндра-заготовки (рис. 9.17, в), тобто вісь фрези повинна утворювати з торцевою поверхнею заготовки кут β , який дорівнює куту підйому середньої лінії гвинтової поверхні витків фрези.

Останніми роками поширився новий метод обкатки – накатка зубчастих коліс у холодному (для дрібномодульних коліс, $m \leq 2$ мм) або в гарячому стані, який полягає в наступному. Інструмент у вигляді зубчастого колеса і заготовка одержують на верстаті такі відносні рухи, ніби вони перебувають у дійсному зачепленні. При цьому завдяки пластичній деформації інструмент формує на заготовці зуби евольвентного профілю.

Значною перевагою всіх методів обкатки є висока продуктивність, велика точність і мала кількість інструменту. Одним інструментом (даного модуля) можна нарізати зубчасті колеса з будь-яким числом зубів та змінювати геометрію зубчастих коліс.

9.9. Розрахунок геометричних параметрів циліндричних прямозубих зубчастих коліс

Геометричні параметри циліндричних прямозубих зубчастих коліс залежать не тільки від їх модуля і чисел зубців, а й від положення металорізального інструменту відносно заготовки. Для цього розглянемо зачеплення зубчастого колеса, що нарізається, з прямозубою твірною рейкою, у процесі якого на заготовці формуються зуби відповідної геометрії та розмірів. Таке зачеплення називається верстатним зачепленням (див. п. 9.8). Картину зачеплення будемо розглядати в торцевому перетині (рис. 9.18, а).

У рейковому зачепленні рейка здійснює поступальний рух, а коло – обертовий. Такі ж рухи повинні виконувати ланки верстатного зачеплення. Необхідну швидкість v_0 руху твірної рейки, яка спрямована паралельно ділильній прямій, визначають із співвідношення

$$v_0 = \omega_i r_i, \quad (9.27)$$

де ω_i – кутова швидкість заготовки; r_i – радіус ділильного кола зубчастого колеса, що нарізається. У цій формулі й далі індекс 0 позначає параметри

різального інструменту, а індекс $i = 1$ або $i = 2$ – відповідно шестірні або колеса. Індекс i може бути опущений, коли його значення неістотне.

Із формули (9.27) випливає, що при нарізанні зубчастого колеса рейковим інструментом ділильне коло є центроїдою у відносному русі твірного контуру і торцевого перетину заготовки. Інакше кажучи, у процесі нарізання деяка лінія твірного контуру, що дотикається ділильного кола, перекочується по ньому без ковзання. Така пряма твірного контуру називається *початковою*. На рис. 9.18, а ділильна пряма 1 знаходиться на відстані $x_i t$ від ділильного кола, а значить, від початкової прямої 2. Ця відстань називається *зміщенням вихідного твірного контуру*, де $x_i = x_i t / t$ називається *коефіцієнтом зміщення*. Зміщення вважається додатним, якщо ділильна пряма і ділильне коло не перетинаються.

Зубчасті колеса, зуби яких утворені при $x=0$, тобто коли початкова пряма твірного контуру є його ділильною прямою, називаються *зубчастими колесами без зміщення* (інколи – нульовими). При $x \neq 0$ одержуємо *зубчасті колеса із зміщенням*.

Практично нарізання коліс із зміщенням ніяких ускладнень не викликає і досягається встановленням інструмента на відповідній відстані від осі заготовки. Можливість вибору зміщення при нарізанні зубчастих коліс дозволяє керувати у широких межах геометричні та якісні характеристики передач. Для вибору коефіцієнтів зміщення можна використовувати табличні методи і метод „блокувальних контурів” [5, 7, 10].

На рис. 9.18,б зображені профілі зубів трьох коліс, що мають однакову кількість зубів, нарізані одним і тим самим інструментом, але з різним зміщенням: $x_1 < x_2 < x_3$. Колеса мають однакові радіуси ділильного й основного кіл, а значить, профілі зубів усіх трьох коліс окреслені однією й тою самою евольвентою, але товщини зубів $s_1 = ab$, $s_2 = ac$, $s_3 = af$ і радіуси кіл вершин r_{a_1} , r_{a_2} , r_{a_3} у коліс будуть різні. Із збільшенням коефіцієнта зміщення x товщина зуба біля основи збільшується, а біля вершини зменшується, тобто коефіцієнт зміщення суттєво впливає на форму зуба. Отже, з трьох зубів, що розглядаються, зуб третього колеса буде найміцнішим. Крім цього, для евольвентної частини профілю зуба третього колеса використовується ділянка евольвенти, яка найбільш віддалена від її основи і має більший радіус кривизни, що сприяє зменшенню спрацювання і контактних напружень бічної поверхні зуба. Таким чином, вибираючи при проектуванні той чи інший коефіцієнт зміщення, можна впливати на *форму зубів* і на якість зубчастої передачі, наділяючи її необхідними властивостями. Проте слід зауважити, що така залежність форми зубів і властивостей передачі від коефіцієнта зміщення x суттєво відчутна при малих числах зубів і послаблюється в міру збільшення z .

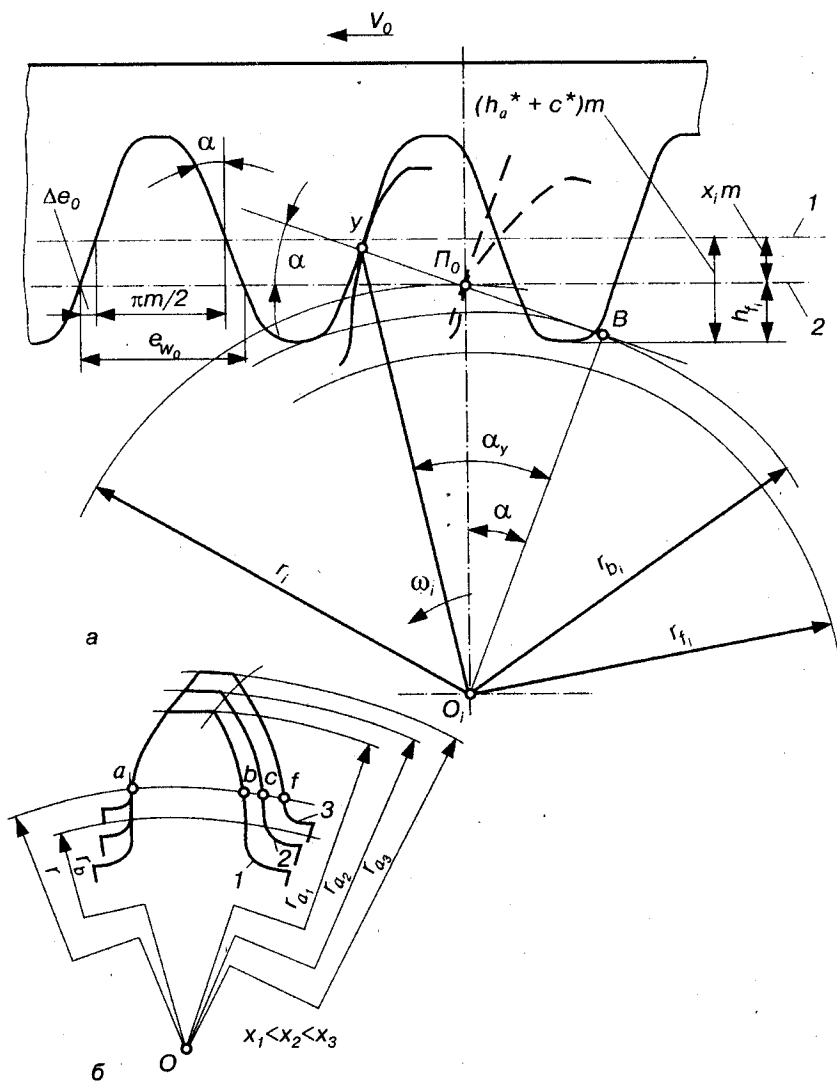


Рис. 9.18. Картина верстатного зачеплення (а)
і вплив коефіцієнта зміщення на профіль зубів (б)

Враховуючи, що початкова пряма інструмента обкочується без ковзання по ділительному колу заготовки, крок зубів твирного контуру слід відкласти z_i разів на ділительному колі зубчастого колеса, яке нарізається. Причому зміщення інструмента відносно заготовки не змінює кроку по дузі ділительного кола (**ділительного колового кроку**), оскільки крок рейки по будь-якій прямій, паралельній ділительній, залишається сталим (див. рис. 9.14) – $p = \pi m$, змінюється лише співвідношення між товщиною зуба s_i і шириною западини e_i зубчастого колеса ($p = s_i + e_i$).

При обкатці зубчастого колеса рейковим інструментом зуб рейки профілює западину, а западина – зуб колеса, що нарізається. Оскільки всі розміри початкової прямої твірної рейки переносяться без зміни на дугу ділильного кола, товщина зуба колеса по цій дузі s_i (*ділильна колова товщина зуба*) дорівнює ширині западини e_{w_0} рейки на початковій прямій.

При зміщенні $x_i m$ (рис. 9.18, а) ширина западини рейки на початковій прямій

$$e_{w_0} = \frac{p}{2} + 2\Delta e_0 = \frac{\pi m}{2} + 2mx_i \operatorname{tg}\alpha.$$

Тому при нарізанні зубчастого колеса із зміщенням $x_i m$ ділильна колова товщина його зуба

$$s_i = e_{w_0} = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_i \operatorname{tg}\alpha\right), \quad (9.28)$$

а ширина його западини (*ділильна колова ширина западини*)

$$e_i = m\left(\frac{\pi}{2} - 2x_i \operatorname{tg}\alpha\right). \quad (9.29)$$

Дно западини зубчастого колеса профілюється вершиною зуба твірної рейки. Тому розмір ділильної ніжки зубчастого колеса визначається глибиною проникнення зуба рейки в заготовку. Згідно з рис. 9.18, а

$$h_{fi} = m(h_a^* + c^*) - x_i m = m(h_a^* + c^* - x_i). \quad (9.30)$$

Тоді радіус кола западин

$$r_{fi} = r_i - h_{fi} = r_i - m(h_a^* + c^* - x_i), \quad (9.31)$$

де $r_i = d_i / 2$ – радіус ділильного кола зубчастого колеса ($d_i = mz_i$).

Для знаходження радіуса основного кола r_{bi} використаємо основну теорему зачеплення, згідно з якою спільна нормаль у точці дотику Y спряжених профілів (рейки і колеса) повинна проходити через полюс верстатного зачеплення і бути дотичною до основного кола (див. п. 9.4). Тому перпендикуляр $O_i B$ до нормалі $Y P_0$ буде радіусом r_{bi} основного кола зубчастого колеса, яке нарізається. Враховуючи, що перпендикуляр $O_i B$ і профіль рейки паралельні, то кут $\angle P_0 O_i B$ дорівнює куту профілю α вихідного твірного контуру.

Тоді з трикутника $O_i P_0 B$ знаходимо

$$r_{bi} = r_i \cos \alpha. \quad (9.32)$$

Необхідно зазначити, що в момент збігання профілю рейки з полюсом P_0 (штрихова лінія) буде профілюватися точка евольвенти, що лежить на ділильному колі. Як видно з рисунка, кут профілю зуба

колеса у точці, що лежить на ділільному колі, дорівнює куту α твірного контуру. Кут профілю у точці Y позначимо α_y .

При щільному зачепленні зубчастих коліс (без бічного зазору між зубами), що нарізані зі зміщенням твірного контуру $m x_i$, центроїдами у відносному русі будуть початкові кола радіусів r_{w_1} і r_{w_2} (рис. 9.19).

Радіуси цих кіл можна визначити з трикутників $O_1B_1\Pi$ і $O_2B_2\Pi$:

$$r_{w_1} = \frac{r_{b_1}}{\cos \alpha_w}; \quad r_{w_2} = \frac{r_{b_2}}{\cos \alpha_w}, \quad (9.33)$$

де α_w – кут зачеплення.

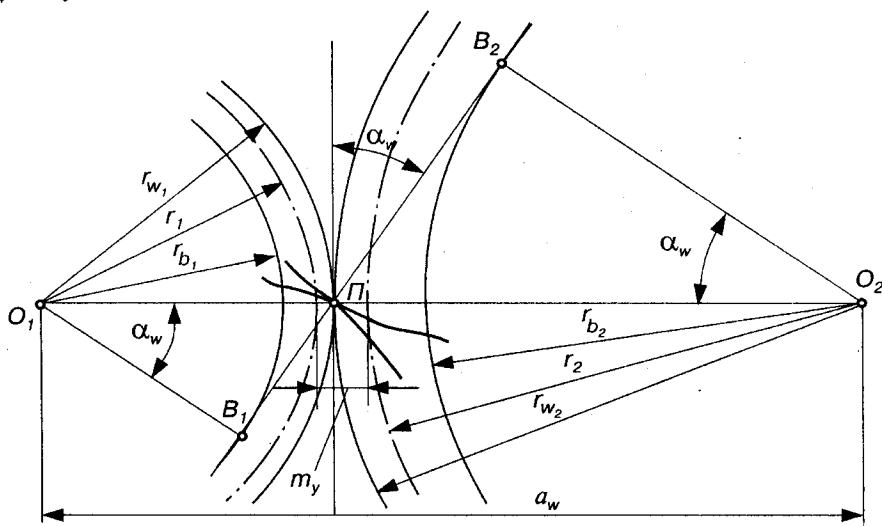


Рис. 9.19. До розрахунку геометричних параметрів прямозубої зубчастої передачі

Кутом зачеплення називають кут між лінією зачеплення B_1B_2 і прямою, що перпендикулярна до лінії центрів. Цей кут чисельно дорівнює куту профілю зубів кожного з коліс передачі у точці, що лежить на початковому колі.

Маючи на увазі, що $a_w = r_{w_1} + r_{w_2}$, та враховуючи формули (9.6) і (9.32), запишемо:

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad (9.34)$$

або

$$a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad (9.35)$$

де

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = r_1 + r_2. \quad (9.36)$$

Тут a – ділительна міжосьова відстань, що дорівнює сумі радіусів ділительних кіл зубчастих коліс.

Різниця міжосьової a_w і ділительної a відстаней називається *сприймальним (видимим) зміщенням* і позначається

$$m\gamma = a_w - a, \quad (9.37)$$

де γ – коефіцієнт сприймального зміщення, що виражається залежністю

$$\gamma = \frac{m\gamma}{m} = \frac{a_w - a}{m}. \quad (9.38)$$

На рис. 9.19 сприймальне зміщення $m\gamma$ визначається найменшою відстанню між ділительними колами. Зокрема, якщо $x_1 = x_2 = 0$ або $x_1 = -x_2$, то $a_w = a$.

Виразами (9.34) або (9.35) можна скористатися лише після того, як буде знайдено кут зачеплення α_w передачі за формулою [1, 5, 9]:

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha + \frac{2(x_1 + x_2)\operatorname{tg}\alpha}{z_1 + z_2}. \quad (9.39)$$

Діаметри кіл вершин, а значить, і висота ділительних головок, розраховуються за умови одержання бажаного радіального зазору s у зачепленні зубчастих коліс. Стандарт не регламентує строго величину s . Найбільше розповсюдження одержали передачі, в яких радіальний зазор дорівнює s^*m , де $s^* = 0,25$.

Висота ділительних головок і радіуси кіл вершин визначаються відповідно за такими формулами:

$$h_{a_i} = m(h_a^* + \gamma - x_j), \quad (9.40)$$

де x_j – коефіцієнт зміщення при нарізанні j -го зубчастого колеса; γ – коефіцієнт сприймального зміщення.

Отже, радіус кола вершин

$$r_{a_i} = r_i + m(h_a^* + \gamma - x_j). \quad (9.41)$$

У табл. 9.1 наведені формули для визначення основних геометричних параметрів прямозубої зубчастої передачі зовнішнього зачеплення.

Геометричні параметри циліндричних зубчастих передач

Назва параметру	Прямозубі передачі	Косозубі передачі
Радіус ділильного кола	$r_i = \frac{mz_i}{2}$	$r_i = \frac{m_i z_i}{2} = \frac{mz_i}{2 \cos \beta}$
Радіус основного кола	$r_{b_i} = r_i \cos \alpha$	$r_{b_i} = r_i \cos \alpha_i$, де $\operatorname{tg} \alpha_i = \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta$
Радіус початкового кола	$r_{w_i} = \frac{r_{b_i}}{\cos \alpha_w}$	$r_{w_i} = \frac{r_{b_i}}{\cos \alpha_{iw}}$
Висота ділильної ніжки зуба	$h_{f_i} = m(h_a^* + c^* - x_i)$	
Висота ділильної головки зуба	$h_{a_i} = m(h_a^* + y - x_j)$	
Радіус кола западин	$r_{f_i} = r_i - h_{f_i}$	$r_{f_i} = r_i - h_{f_i}$
Радіус кола вершин	$r_{a_i} = r_i + h_{a_i}$	$r_{a_i} = r_i + h_{a_i}$
Ділильна товщина зуба	$s_{t_i} = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_i \operatorname{tg} \alpha\right)$	$s_{t_i} = \frac{m}{\cos \beta} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_i \operatorname{tg} \alpha\right)$
Ділильна ширина западни	$e_{t_i} = m\left(\frac{\pi}{2} - 2x_i \operatorname{tg} \alpha\right)$	$e_{t_i} = \frac{m}{\cos \beta} \left(\frac{\pi}{2} - 2x_i \operatorname{tg} \alpha\right)$
Ділильна міжосьова відстань	$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$	$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}$
Міжосьова відстань	$a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$	$a_w = a \frac{\cos \alpha_i}{\cos \alpha_{iw}}$
Коефіцієнт сприймального зміщення	$y = \frac{a_w - a}{m}$	$y = \frac{a_w - a}{m}$
Інволютна функція	$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{inv} \alpha_{iw} = \operatorname{inv} \alpha_i + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha$

9.10. Особливості геометрії косозубих циліндричних передач

Раніше розглядалися здебільшого зачеплення прямозубими циліндричними колесами. У таких передачах контакт між зубами проходить по прямій, паралельній до осей обертання, причому зуби одночасно по всій довжині входять у зачеплення й одночасно виходять із нього. Картина зачеплення в будь-якій площині, перпендикулярній до осі обертання коліс, однакова за геометрією і часом. Тому неточності, які завжди мають місце при виготовленні зубчастих коліс (наприклад, неточність профілю, несталість кроку та ін.), а також деформації і спрацювання деталей, погіршують їх роботу (збільшується шум, зменшується довговічність передачі тощо). Крім цього, плавність роботи у прямозубих передачах порівняно невелика.

Для усунення вказаних недоліків, як уже зазначалось, на практиці часто використовують косозубі або шевронні циліндричні передачі (рис. 9.2, б, в). Бічну поверхню косоного зуба утворює пряма AB_1 поверхні N (рис. 9.20, а), яка обкочується без ковзання відносно основного циліндра радіуса r_b . Пряма AB_1 утворює з твірною AB основного циліндра кут β . Цей кут називають *кутом нахилу зубів*. Кожна точка прямої AB_1 описує таку ж евольвенту, як і точка A , утворюючи при цьому нециліндричну, а гвинтову лінійчасту евольвентну поверхню зуба.

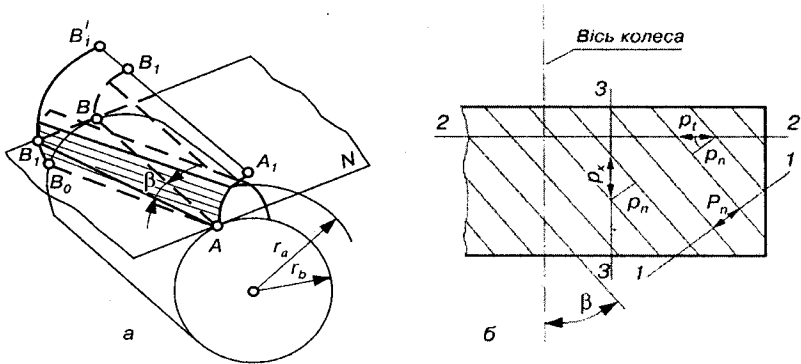


Рис 9.20. До геометрії косозубого колеса:

а) утворення евольвентного профілю зуба; б) твірна косозуба рейка

Картина зачеплення зубів у косозубій передачі в будь-якому перетині, як і в прямозубій передачі, однакова. Проте на відміну від прямозубої передачі зачеплення у всіх перетинах відбувається несинхронно в часі, тобто зуби входять у зачеплення не зразу по всій довжині, а поступово.

Косозубі циліндричні зубчасті колеса нарізаються рейками, лінії зубів яких складають з віссю колеса, що нарізається, кут β . На рис. 9.20, б

зображено план косозубої вихідної твірної рейки, на якій нанесені лінії зубів. При такому розташуванні ліній зубів їх крок можна вимірювати у трьох плоских перетинах рейки:

а) перетин 1-1, нормальний до теоретичної лінії зубів, у якому вимірюють **нормальний крок** p_n ;

б) перетин 2-2, перпендикулярний до осі зубчастого колеса, що нарізається рейкою (торцевий перетин), у якому вимірюють **торцевий крок** p_t ;

в) перетин 3-3 (осьовий перетин) площиною, паралельною до осі зубчастого колеса, що нарізається рейкою, в якому вимірюють **осьовий крок** p_x .

Контур зубчатої рейки в нормальному перетині і є тим вихідним твірним контуром, розміри якого залежать від розрахункового модуля m . Тому

$$p_n = p = \pi m. \quad (9.42)$$

З рис. 9.20, б легко одержати значення торцевого і осьового кроків зубів залежно від нормального:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \pi \frac{m}{\cos \beta} = \pi m_t; \quad (9.43)$$

$$p_x = \frac{p_n}{\sin \beta} = \pi \frac{m}{\sin \beta} = \pi m_x, \quad (9.44)$$

де m_t і m_x – відповідно торцевий і осьовий модулі, які визначаються формулами:

$$m_t = m / \cos \beta; \quad m_x = m / \sin \beta. \quad (9.45)$$

Для розрахунку геометричних параметрів косозубих зубчастих коліс важливо визначити параметри торцевого контуру косозубої рейки, оскільки цей контур профілює евольвенту зубчастого колеса.

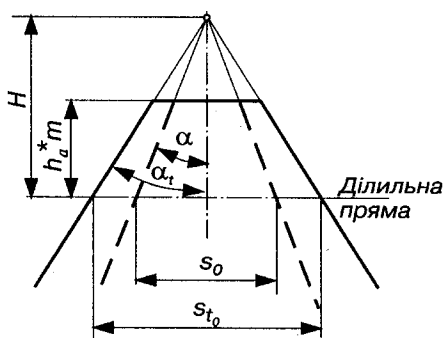


Рис. 9.21. Профіль твірної рейки в торцевому і нормальному перетинах

На рис. 9.21 накладено профілі зуба косозубої рейки в торцевому (контурна лінія) і нормальному (штрихова лінія) перетинах. Товщина зуба і ширина западини рейки у її ділильній площині рівні між собою, причому в торцевому перетині маємо

$$s_{t0} = e_{t0} = \pi \frac{m}{2 \cos \beta}. \quad (9.46)$$

Кут профілю α_t торцевого перетину рейки визначається з умови,

що розмір H від ділильної прямої до точки перетину бічних профілів зуба в будь-якому перетині один і той самий. Тоді можна записати

$$\frac{s_0}{2H} = \operatorname{tg}\alpha \quad \text{і} \quad \frac{s_{i0}}{2H} = \operatorname{tg}\alpha_i,$$

або

$$H = \frac{s_0}{2\operatorname{tg}\alpha} = \frac{s_{i0}}{2\operatorname{tg}\alpha_i}.$$

З урахуванням (9.46) маємо

$$\frac{\pi m}{4\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\pi m}{4\operatorname{tg}\alpha_i \cos\beta},$$

звідки

$$\operatorname{tg}\alpha_i = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}. \quad (9.47)$$

Коефіцієнт зміщення x_i , віднесений до торцевого модуля m_i , визначається з рівності зміщень у нормальному і торцевому перетинах:

$$mx = m_i x_i = \frac{m}{\cos\beta} x_i,$$

або

$$x_i = x \cos\beta. \quad (9.48)$$

Доведення формул для розрахунку косозубих передач спеціально можна не виконувати, а використати аналітичні формули для прямозубої передачі, просто переписавши останні з урахуванням того, що в торцевому перетині необхідно використовувати торцевий модуль m_i , торцевий кут профілю α_i і торцевий коефіцієнт зміщення x_i . Виняток складають розміри зубів за висотою, при обчисленні яких треба використовувати розрахунковий модуль m , оскільки відповідні розміри рейки однакові у всіх перетинах. У табл. 9.1 наведені деякі розрахункові формули для прямозубих і косозубих зубчастих передач.

Формули розрахунку геометрії косозубих циліндричних передач загальні, і з них легко одержати формули для розрахунку прямозубих передач, прийнявши кут $\beta=0$ (див. табл. 9.1).

9.11. Геометричні та кінематичні умови існування передачі

Профілі зубів, їх розташування відносно ділительного кола, розміри зубів за висотою та їх товщина на кожному зубчастому колесі, а значить, і властивості самої передачі, однозначно визначаються сукупністю значень трьох величин коефіцієнтів зміщень x_1 , x_2 і кута нахилу лінії зуба β . Вибір потрібних значень цих величин для конкретної зубчастої передачі (z_1 , z_2 , m) – один із перших і важливих етапів її проектування. Невдалий вибір цих параметрів (x_1 , x_2 , β) може привести до погіршення кінематичних і міцнісних характеристик передачі або навіть до неможливості перетворення руху за заданим законом.

Розглянемо явища, при яких неможлива реалізація запланованих кінематичних функцій передачі, і виведемо залежності, які описують їх. Ці залежності дозволяють сформулювати умови, які повинні задовольняти вибрані значення x_1 , x_2 і β , щоб вказані явища були відсутні, тобто сформулювати *умови існування передачі*. До таких умов належать:

- 1) забезпечення плавності роботи зубчастої передачі;
- 2) усунення підрізання зубів;
- 3) усунення загострення зубів;
- 4) усунення інтерференції зубів.

Коефіцієнт перекриття. Плавність роботи зубчастої передачі характеризується коефіцієнтом перекриття. Для його визначення розглянемо пару зубчастих коліс, які перебувають у зачепленні. Нехай зубчасті колеса обертаються як показано на рис. 9.22. Зуби при цьому будуть стикатися між собою по загальній нормалі NN , що проведена через точки контакту зубів. Причому зуби входять у контакт у точці H_2 , а виходять з контакту у точці H_1 . Ці два положення бічних профілів зубів зображені на рисунку: для шестірні – лініями 1, для колеса – лініями 2. Лінія NN називається лінією зачеплення. Частину цієї лінії між точками дотику B_1 і B_2 з основними колами, як уже відомо, називають теоретичною лінією зачеплення, а відрізок $q_\alpha = H_1H_2$, що відсікається від лінії зачеплення колами виступів, активною лінією зачеплення. **Активна лінія зачеплення** є геометричним місцем точок контакту двох спряжених профілів. За межами лінії H_1H_2 контакт між зубами відсутній, оскільки він лежить за межами габаритів зубчастих коліс. Чим більша довжина активної лінії зачеплення відносно кроку евольвентного зачеплення p_ω , тим вища плавність роботи передачі.

Під **кроком евольвентного зачеплення** розуміють відстань між двома контактними точками однойменних головних профілів двох сусідніх зубів. Оскільки однойменні профілі двох сусідніх зубів є еквідистантні криві, відстань між якими визначається основним коловим кроком p_b , маємо

$$p_{\alpha} = p_b = \frac{2\pi r_b}{z} = \frac{2\pi r \cos \alpha_1}{z} = \frac{2\pi m_1 z \cos \alpha_1}{2z}; \quad p_{\alpha} = m_1 \pi \cos \alpha_1. \quad (9.49)$$

Точки H_1 і H_2 визначають також величину **активного (робочого) профілю зубів**. Оскільки за межами лінії H_1H_2 контакту між зубами коліс немає, точка H_2 є найближчою до центра обертання O_1 точкою контакту профілю зуба шестірні, а найбільш віддаленою від центра O_1 є точка H_1 . Отже, частина бічного профілю зуба шестірні $H_2H'_1 = H'_2H_1$ є **активною**, у колеса активним є профіль $H_1H''_2 = H_2H''_1$ (на рис. 9.22 активні профілі зубів позначені подвійними лініями). Характерно, що довжина активного профілю на головці зуба більша, ніж на спряженій ніжці зуба. Нерівності ділянок профілів, які проходять контактні точки ніжки та головки зуба за однакові проміжки часу, вказує на наявність відносного ковзання зубів, причому ніжка зуба перебуває в більш напруженому стані і більше спрацьовується.

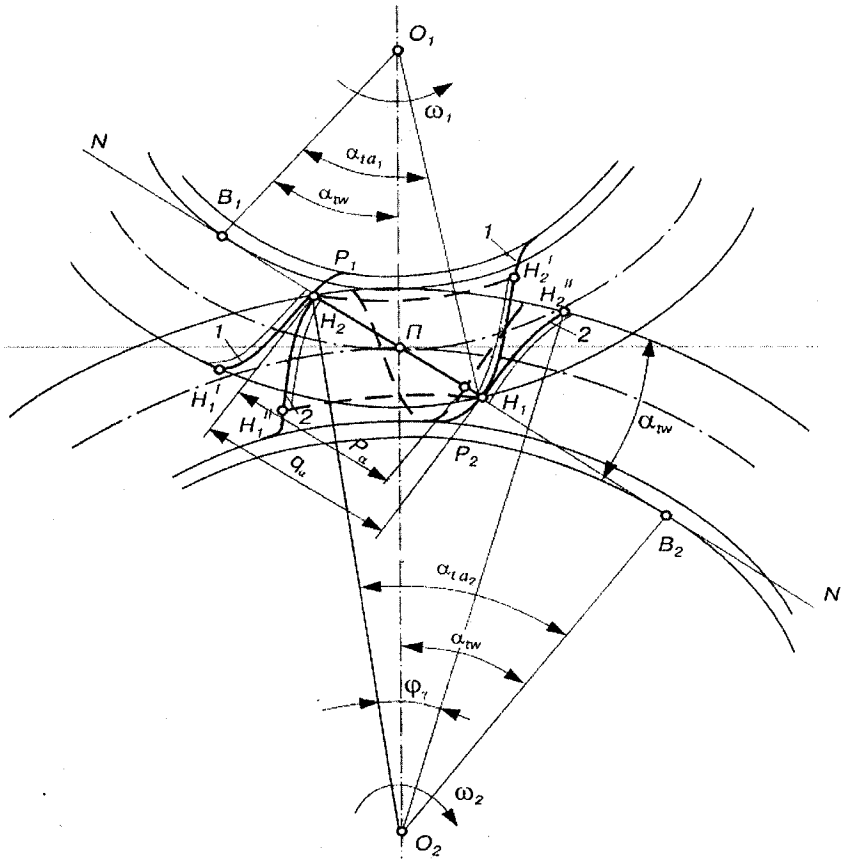


Рис. 9.22. Картина зубчастого зачеплення

Плавність роботи зубчастої передачі характеризується **повним коефіцієнтом перекриття**, під яким розуміють відношення кута перекриття φ_γ до кутового кроку τ , тобто:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\varphi_\gamma}{\tau}, \quad (9.50)$$

де φ_γ – кут перекриття; $\tau = 2\pi/z$ – **кутовий крок** зубчастого колеса.

Кутом перекриття називають кут повороту зубчастого колеса від положення входу зуба в зачеплення до його виходу із зачеплення. Для колеса прямозубої циліндричної передачі (рис. 9.22) $\varphi_\gamma = \angle H_2 O_2 H_2''$, у косозубих передачах цей кут буде більшим від $\angle H_2 O_2 H_2''$ за рахунок нахилу зубів.

Практично коефіцієнт перекриття показує **число пар зубів**, що перебувають одночасно в зачепленні. Наприклад, якщо $\varepsilon_\gamma = 1,57$, то це означає, що зачеплені між собою одночасно одна або дві пари зубів, причому дві пари ($\varepsilon_\gamma > 1$) – 57% часу, одна пара – 43%.

Коефіцієнт перекриття повинен бути більшим від одиниці, інакше буде порушуватись плавність роботи передачі (співудари зубів, контакт кромками вершин). Чим вищий коефіцієнт перекриття, тим плавніше працює зубчаста передача, тим більша її несуча здатність. Внаслідок можливої неточності монтажу та спрацювання зубів значення коефіцієнта перекриття може виявитися меншим за розрахунковий, тому рекомендується вибирати мінімальним коефіцієнт перекриття $\varepsilon_\gamma \geq 1,2$.

Повний коефіцієнт перекриття ε_γ є сумою торцевого коефіцієнта перекриття ε_α й осьового коефіцієнта перекриття ε_β , тобто:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta. \quad (9.51)$$

Торцевим коефіцієнтом перекриття називається відношення довжини активної лінії зачеплення до кроку евольвентного зачеплення тобто;

$$\varepsilon_\alpha = q_\alpha / p_\alpha, \quad (9.52)$$

де $q_\alpha = H_1 H_2$ – довжина активної лінії зачеплення.

Коефіцієнтом осьового перекриття називається відношення робочої ширини зубчастого вінця b_w до осьового кроку p_x (рис. 9.23):

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_w}{p_x} = \frac{b_w \sin \beta}{\pi m}. \quad (9.53)$$

У прямозубій циліндричній передачі коефіцієнт $\varepsilon_\beta = 0$, оскільки кут нахилу зубів β дорівнює нулю і в цьому випадку повний коефіцієнт

перекриття дорівнює лише торцевому коефіцієнту перекриття ($\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha$). У зачепленні М. Л. Новикова (див. п. 9.12), навпаки $\epsilon_\alpha = 0$, а $\epsilon_\gamma = \epsilon_\beta$. Це свідчить про те, що у зачепленні М. Л. Новикова активна лінія зачеплення H_1H_2 відсутня, коефіцієнт перекриття досягається лише за рахунок нахилу зубів.

Аналіз рис. 9.22, 9.23 і залежностей (9.51) – (9.53) показує, що із збільшенням чисел зубів z_1 і z_2 , радіусів кіл вершин r_{a1} і r_{a2} , робочої ширини вінця b_w і кута нахилу лінії зуба β коефіцієнт перекриття ϵ_γ збільшується; збільшення кута зачеплення α_{tw} призводить до зменшення ϵ_γ .

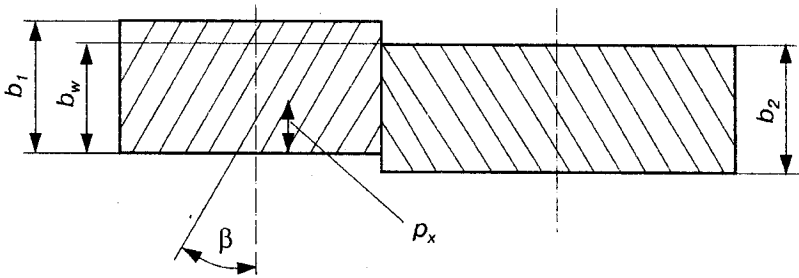


Рис. 9.23. До визначення робочої ширини зубчастого вінця

Підрізання зубів. При нарізанні зубчастого колеса можливе *підрізання зубів* (рис. 9.24), яке проявляється в зменшенні товщини ділильної ніжки зуба. Це приводить до зрізання головного (евольвентного) профілю зубів і зменшення їх міцності на згин. Підрізання зубів настає в тому випадку, коли активна лінія зачеплення H_1H_2 виходить за межі теоретичної лінії зачеплення B_1B_2 (див. рис. 9.22), оскільки будь-яка точка профілю зуба, що лежить за межами цієї лінії, не відповідає основній теоремі зачеплення (нормаль, проведена до такого профілю в точці контакту, не буде проходити через полюс зачеплення): Як видно з рис. 9.22, небезпека підрізання більша в меншого колеса (шестірні), оскільки $B_1H_2 < B_2H_1$.

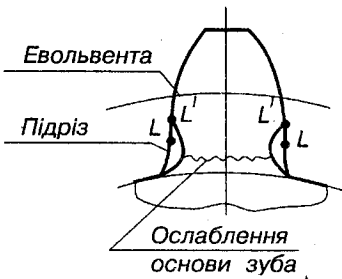


Рис. 9.24. Підрізання зубів

Коефіцієнт найменшого зміщення x_{\min} і найменше число зубів z_{\min} , при яких не спостерігається підрізання, можна визначити за такими формулами [5, 9]:

$$x_{\min} = h_a^* - \frac{z \sin^2 \alpha_t}{2 \cos \beta}; \quad (9.54)$$

$$z_{\min} = \frac{2(h_a^* - x) \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t}. \quad (9.55)$$

Так при $h_a^* = 1$, $x = 0$ і $\beta = 0$ $z_{\min} \approx 17$. Якщо $x > x_{\min}$, то при будь-якому числі зубів перехідна крива дотикається евольвенти і плавно спрягається з нею у точці L , радіус кола, на якому вона лежить, $r_l > r_b$, де L – гранична точка головного профілю зуба. При $x = x_{\min}$ перехідна крива плавно спрягається з евольвентою на основному колі. Якщо ж $x < x_{\min}$, то перехідна крива перетне евольвентний профіль у деякій точці L' , при цьому частина головного профілю біля основного кола зріжеться, і зуб у цьому місці буде ослаблений. Це явище носить назву *підрізання зубів*.

У деяких випадках невелике ослаблення зуба цілком допустиме, це робиться для поліпшення умов контакту зубів на початку (або в кінці) зачеплення.

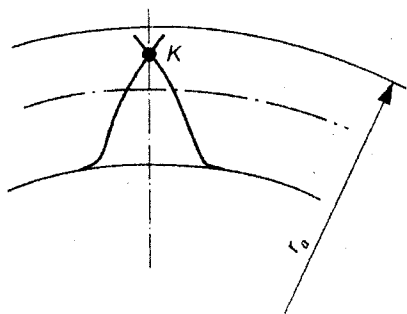


Рис.9.25. Загострення зубів

Загострення зубів. Загострення зубів виникає тоді, коли точка K перетину різнойменних теоретичних профілів зуба потрапляє всередину кола вершин (рис. 9.25). Таке явище небажане як з чисто кінематичної точки зору, оскільки скорочується активний профіль зуба і цим самим зменшується коефіцієнт перекриття, так і з міркувань міцності – вершина загостреного зуба зовсім нездатна надавати навантаження.

Небезпека загострення збільшується із збільшенням коефіцієнта зміщення. Максимальний коефіцієнт зміщення можна знайти з наступного виразу для товщини зуба на колі радіуса $r_y = r_{ta}$ у торцевому перетині [5, 9]:

$$s_{ta} = 2r_a \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2x \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{ta} \right) \quad (9.56)$$

Прийнявши $s_{ta} = 0$, знаходимо

$$x_{\max} = \frac{z(\operatorname{inv} \alpha_{ta} - \operatorname{inv} \alpha_t) - \frac{\pi}{2}}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (9.57)$$

Звичайно приймають товщину зуба на дузі кола вершин $s_{ta} \geq 0,25m$ для кінематичних передач і $s_{ta} \geq 0,4m$ – для силових. Відповідні максимальні коефіцієнти зміщення можна знайти за цими умовами із залежності (9.56).

Інтерференція зубів. Явище інтерференції зубів полягає в тому, що при розгляді теоретичної картини зачеплення зубів головний профіль головки зуба одного із зубчастих колі спрягається з перехідним профілем

ніжки зуба іншого колеса і проникає в нього (профілі “накладаються” один на одний). Таке явище при зачепленні зубчастих коліс недопустиме, оскільки воно не дає їм можливості прокручуватися або призводить до поломки зубів.

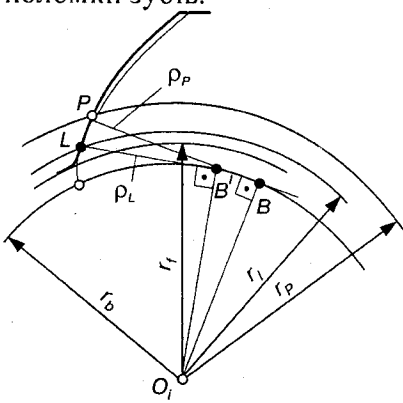


Рис. 9.26. До інтерференції в зубчастій передачі

Інтерференція відсутня, якщо евольвентний профіль зуба одного колеса спрягається тільки з евольвентним профілем зуба іншого. Для цього необхідно, щоб витримувалась умова

$$r_l \leq r_p, \quad (9.58)$$

де радіус r_l , r_p – відповідно радіуси кіл, на яких лежать гранична точка L і нижня точка активного профілю P (рис. 9.22, 9.26).

Забезпечення цієї нерівності для обох зубчастих коліс є умовою усунення інтерференції в зубчастій передачі.

9.12 Зачеплення Новикова

Евольвентне зачеплення, що завдяки своїм перевагам надзвичайно широко використовується в техніці, має проте деякі недоліки: а) малі зведені радіуси кривизни робочих поверхонь; б) підвищену чутливість до перекосів через лінійний контакт зубів; в) втрати енергії на тертя в зачепленні у результаті наявності відносного ковзання профілів. Ці недоліки зменшені в зачепленні М. Л. Новикова.

Принципова можливість такого зачеплення витікає з формули повного коефіцієнта перекриття для зубчастої передачі (9.51), згідно з якою коефіцієнт перекриття є сумою коефіцієнта перекриття в поперечному перетині (торцевого коефіцієнта перекриття ϵ_α) і коефіцієнта перекриття від нахилу зубів (осьового коефіцієнта перекриття ϵ_β) тобто:

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta.$$

У прямозубій передачі з осьовим коефіцієнтом перекриття $\epsilon_\beta = 0$ перекриття досягається за рахунок коефіцієнта ϵ_α . Логічний також інший випадок, коли $\epsilon_\alpha = 0$, а $\epsilon_\beta > 1$, тобто $\epsilon_\gamma = \epsilon_\beta$. Це досягається, як видно з формули (9.53), відповідним вибором робочої ширини зубчастих коліс b_w і кутом нахилу зубів β . Але, якщо $\epsilon_\alpha = 0$, то з формули (9.52) витікає, що довжина активної лінії зачеплення $q_\alpha = H_1 H_2 = 0$ (рис. 9.22), тобто вона зникає і перетворюється в точку, яка у торцевому перетині не змінює свого положення і переміщається вздовж лінії зубів. Тоді форма профілів зубів більше не зв'язує основну теорему зачеплення,

і їх можна вибрати довільно, керуючись лише міркуваннями міцності та довговічності. Таке зачеплення нового типу в 1955 р. запропонував радянський учений М. Л. Новиков. Він показав можливість використання цього зачеплення як для зубчастих коліс з паралельними осями (рис. 9.27, а), так і для зубчастих коліс, осі яких перетинаються або схрещуються (рис. 9.27, в). Отже, в зачепленні Новикова відсутня площина зачеплення, оскільки лінія $H_1H_2=0$, залишається лише лінія зачеплення, паралельна осям коліс (для циліндричних коліс); перекриття досягається лише за рахунок нахилу зубів, тобто таке зачеплення не може бути прямозубим. Замість лінії контакту зубів маємо точку контакту. Через це, зачеплення Новикова називають ще *точковим зачепленням*, або, враховуючи форму зубів, *кругло-гвинтовим*. Взагалі профілі зубів зачеплення Новикова можуть бути виконані різними кривими. Найбільш простими, як показали дослідження, є профілі, окреслені в торцевому перетині дугами кола. Як правило, зуби одного колеса (частіше всього шестірні) мають випуклий профіль, а зуби іншого (більшого) колеса – увігнутий (рис. 9.27, б).

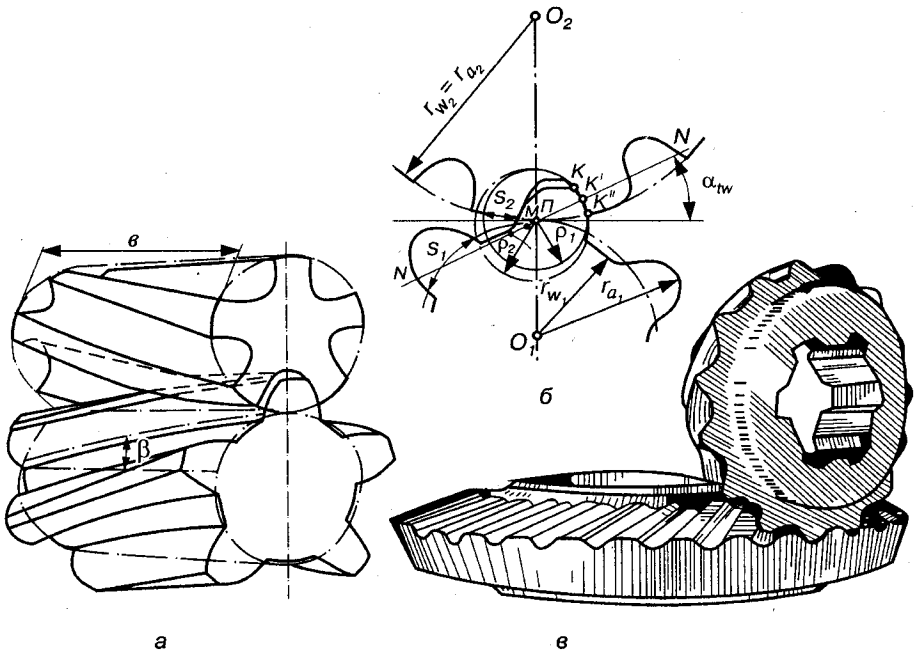


Рис. 9.27. Зачеплення Новикова

При малій різниці радіусів ρ_1 і ρ_2 профілі зубів на деякій їх частині майже збігаються, що, не зважаючи на теоретичний точковий контакт, дає можливість створити значну площу контакту і цим самим зменшити контактні напруження в зубчастому зачепленні. Через те, що зубці стикаються в одній точці, висота їх теоретично може дорівнювати нулю, практично ж вона може бути невеликою, що сприяє міцності зубів на згин.

Отже, передача Новикова завдяки меншим контактним напруженням, меншим згинальним моментам має в 1,5...2 рази вищу несучу здатність, ніж аналогічні евольвентні передачі, крім цього, завдяки кращим умовам змащення, меншому відносному ковзанню – дещо вищий ККД. У зв'язку з тим, що мінімальне число зубів шестірні може бути малим (теоретично може дорівнювати навіть 1), такі передачі дозволяють забезпечувати високі передаточні відношення.

До недоліків зачеплення Новикова треба віднести: 1) складніший різальний інструмент, для кожної пари зубів коліс треба мати свій комплект фрез; 2) нижчий коефіцієнт перекриття ϵ_r , оскільки $\epsilon_\alpha = 0$; 3) для забезпечення високого коефіцієнта ϵ_r треба брати широкі зубчасті колеса. Незважаючи на ці недоліки, зачеплення Новикова одержало досить широке розповсюдження, особливо в редукторах загального призначення, ко-раблебудуванні та в інших галузях машинобудування.

Питання для самоперевірки

1. Принцип дії зубчастої передачі. 2. Переваги та недоліки зубчастих передач. 3. Які кола в зубчастих передачах називають початковими? Де знаходиться полюс зачеплення і що називають полюсною лінією? 4. Запишіть формулу міжосьової відстані для зовнішнього і внутрішнього зачеплення. 5. Як визначається передаточне відношення циліндричної зубчастої передачі через радіуси початкових кіл, числа зубців? Запишіть їх формули. 6. Що називають кроком і модулем зубчастої передачі? Як впливає на них радіус кола, на якому їх вимірюють. 7. Класифікація зубчастих передач за положенням валів, видом зубців і формою їх профілю. 8. З чого складається профіль зуба? 9. Яке коло називають ділльним і як знаходять його діаметр (радіус)? 10. Які індекси використовують для позначення геометричних і кінематичних параметрів зубчастих коліс? 11. Сформулюйте основну теорему зубчастого зачеплення. Коли полюс зачеплення знаходиться між центрами обертання коліс? Чи можна спроектувати передачу із змінним передаточним відношенням? 12. Що розуміють під швидкістю ковзання зубців і питомим ковзанням? Коли вони дорівнюють нулю? 13. Яку криву називають евольвентною? Які її основні властивості? Яку функцію називають інволютною? Яке коло називають основним? 14. Чому евольвентне зубчасте зачеплення має переважне застосування? 15. Що розуміють під теоретичним вихідним і твірним контурами? Яку лінію називають ділльною? 16. Назвіть основні методи виготовлення зубчастих коліс. Вкажіть їх переваги та недоліки. Що називають верстатним зачепленням? 17. Що таке передача зі зміцненням, і для чого вона використовується? Яку лінію твірного контуру називають початковою? Як вимірюється величина зміцнення інструменту при нарізанні зубчастих коліс? Що називають коефіцієнтом зміцнення? 18. Що називають кутом зачеплення? 19. Чи рівні між собою дійсна міжосьова і ділльна відстані? Що означає коефіцієнт сприймального зміцнення? 20. Коли ділльна товщина зуба рівна ділльній ширині западини? 21. Коли кут профілю твірного контуру дорівнює куту зачеплення? 22. Чим відрізняються геометричні параметри (крок, модуль, кут зачеплення, коефіцієнт зміцнення) косозубих ци-ліндричних зубчастих коліс від прямозубих? 23. Назвіть геометричні та кінематичні параметри умови існування передачі. 24. Чи може бути контакт між зубцями за межами активної лінії зачеплення? 25. Чим характеризується плавність роботи зубчастої передачі? Що називають кутом і коефіцієнтом перекриття (повним, торцевим і осьовим)? 26. Коли настає підрізання, загострення та інтерференція зубців? 27. Зачеплення Новикова. Чим воно відрізняється від евольвентного зачеплення? Які його переваги та недоліки, і де його доцільно використовувати?

Розділ 10

БАГАТОЛАНКОВІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

10.1. Загальні відомості

При проектуванні зубчастих механізмів багатьох машин і приладів виникає необхідність забезпечення передачі обертання з великими передаточними відношеннями або при значних міжосьових відстанях. У таких випадках використовують багатоланкові зубчасті механізми, причому, якщо швидкість обертання вихідного вала знижується порівняно із вхідним, такі зубчасті механізми називають *редукторами*, якщо швидкість підвищується – *мультиплікаторами*.

Потреба використання багатоланкових зубчастих механізмів викликана тим, що одна пара (ступінь) зубчастих коліс забезпечує обмежені значення передаточних відношень. Як відомо, передаточне відношення $|i_{12}|$ пари зубчастих коліс описується формулою

$$|i_{12}| = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Отже, $|i_{12}|$ залежить від числа зубів коліс. Щоб дістати компактну й легку передачу, число зубів z_1 на меншому колесі має бути найменшим. Найменше число зубів $z_{1\min}$ обмежується явищем підрізання та найменшим допустимим коефіцієнтом перекриття ε_γ . У середньому можна прийняти $z_{1\min} = 12-20$. При виборі числа зубів z_2 на більшому колесі треба виходити з обмежень габаритних розмірів і маси конструкції. У металообробних верстатах, підйимально-транспортних та інших машинах приймають звичайно $z_{2\max} = 125-150$. Таким чином, у середньому можна прийняти межу передаточних відношень для однієї пари зубчастих коліс $i_{12\max} \approx 10$. У практиці машинобудування для механічних (від електродвигуна) передач приймають ще менші значення – $i_{12} = 1-6$, а для ручних – $i_{12} = 10-12$.

Багатоланкові зубчасті механізми поділяють на *два основних види*:

1. Зубчасті механізми з *нерухомими осями* всіх коліс. Такі передачі називають *серіями зубчастих коліс*.
2. Зубчасті механізми з *рухомими осями* окремих коліс (*епіциклічні передачі*, деколи – планетарні, важільно-зубчасті).

10.2. Зубчасті механізми з нерухомими осями коліс

У свою чергу зубчасті механізми з нерухомими осями всіх коліс можна поділити ще на два види: *ступінчасті* (рис. 10.1, а) і *паразитні*

(рис. 10.1, б) зубчасті передачі. У ступінчастій серії зубчастих коліс кожне колесо входить тільки в одне зубчасте зачеплення (колесо 1 перебуває в зачепленні тільки з колесом 2, колесо 2' – тільки з колесом 3 і т. д.). У паразитній серії є зубчасті колеса, що входять одночасно у два або більше зачеплень. У механізмі, що показаний на рис. 10.1, б, колеса 2 і 3 входять одночасно у два зачеплення (колесо 2 з колесами 1 і 3, колесо 3 – з колесами 2 і 4). Такі колеса називають *паразитними*. Домовимося позначати номери коліс, що жорстко сидять на одному валу, одною цифрою, проставляючи для кожного колеса штрихи (наприклад, 2, 2', 2'' і т. д.).

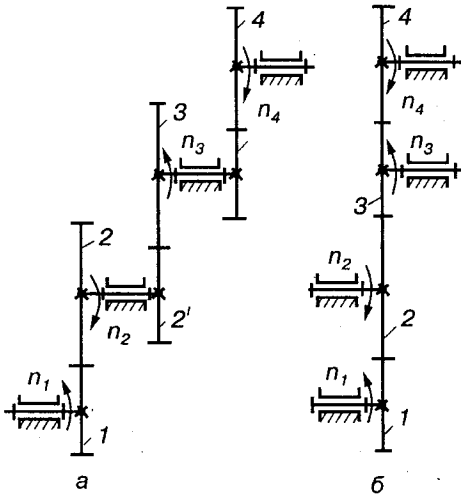


Рис. 10.1. Зубчасті механізми з нерухомими осями коліс:
а) ступінчастий; б) паразитний

Загальне передаточне відношення i_{14} можна визначити через передаточні відношення окремих пар (ступенів) зубчастої передачі:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3}; \quad i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4}. \quad (10.1)$$

Перемноживши одержані передаточні відношення (10.2), дістанемо

$$i_{12} i_{23} i_{34} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} \frac{\omega_3}{\omega_4} (-1)^k = \frac{\omega_1}{\omega_4} (-1)^k,$$

де k – число пар зовнішнього зубчастого зачеплення. Введення у формулу передаточного відношення добутку $(-1)^k$ дає змогу визначити його знак, показуючи напрямку обертання коліс (внутрішнє зачеплення не змінює напрямку обертання коліс).

Загальне передаточне відношення зубчастих механізмів, зображених на рис. 10.1, можна визначити, як відношення швидкостей обертання вхідного та вихідного валів

$$i_{14} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_4} = \pm \frac{n_1}{n_4}. \quad (10.2)$$

Знак передаточного відношення визначається так само, як і для пари зубчастих коліс: якщо напрямки обертання коліс 1 і 4 збігаються, маємо знак „+”, і навпаки – знак „-”. У даному випадку знак передаточного відношення „-”, оскільки колеса 1 і 4 обертаються в різні боки.

Оскільки відношення $\omega_1 / \omega_4 = i_{14}$ (10.1), то

$$i_{14} = i_{12} i_{23} i_{34}.$$

Отже, *передаточне відношення багатоланкової зубчастої передачі з нерухомими осями є добуток передаточних відношень окремих його ступенів*, взятих із своїм знаком.

У загальному випадку, коли в зачепленні перебувають n коліс, формула для загального передаточного відношення i_{1n} може бути записана так:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{(n-1)n} (-1)^k, \quad (10.3)$$

де $n=1, 2, 3$ і т.д.

Передаточне відношення серій зубчастих коліс можна визначити також за допомогою чисел зубів коліс. Такі формули найчастіше використовують на практиці.

Ступінчаста зубчаста передача (рис. 10.1, а). Як відомо, передаточне відношення кожної пари зубчастих коліс, що перебувають у зачепленні, можна записати через відношення чисел зубів коліс:

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23} = -\frac{z_3}{z_2'}; \quad i_{34} = -\frac{z_4}{z_3'}. \quad (10.4)$$

Враховуючи залежність (10.3), маємо

$$i_{14} = i_{12} i_{23} i_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z_2'} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3'} \right).$$

У загальному випадку формула для передаточного відношення має вигляд:

$$i_{1n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{(n-1)n} (-1)^k = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \frac{z_4}{z_3'} \dots \frac{z_n}{z_{(n-1)'}} (-1)^k. \quad (10.5)$$

Паразитна зубчаста передача (рис. 10.1,б). У цьому випадку передаточні відношення для кожної пари мають вигляд:

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23} = -\frac{z_3}{z_2}; \quad i_{34} = -\frac{z_4}{z_3}.$$

Тоді загальне передаточне відношення механізму

$$i_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z_2} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{z_4}{z_1}, \quad (10.6)$$

або в загальному вигляді

$$i_{1n} = \frac{z_n}{z_1} (-1)^k \quad (10.7)$$

Як видно з формул (10.6), (10.7), значення загального передаточного відношення i_{1n} не залежить від проміжних зубчастих коліс 2 і 3. Це й дало привід називати такі колеса в техніці *паразитними*. Насправді ці колеса виконують важливу роль у машинах: вони або забезпечують відповідний напрямок обертання вихідного вала, оскільки введення таких коліс впливає на знак передаточного відношення, або дозволяють передати обертовий рух малими колесами на більшу міжосьову відстань, що значно зменшує масу та габарити зубчастої передачі (рис. 10.2).

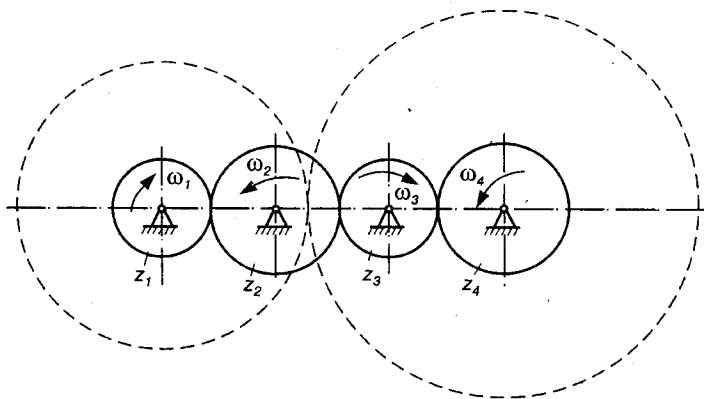


Рис. 10.2. Заміна ступінчастої передачі паразитною

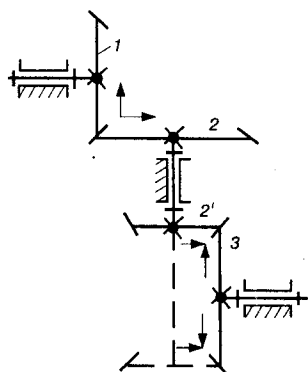


Рис. 10.3. Конічна двоступінчаста передача

Якщо до складу механізму входять конічні зубчасті колеса (рис. 10.3), то значення передаточного відношення таких механізмів визначають так само, як і для циліндричних зубчастих, за формулами (10.5) – для ступінчастих передач, (10.7) – для паразитних передач. Про знак передаточного відношення говорять лише тоді, коли осі коліс, між якими визначають передаточне відношення, паралельні. У цьому випадку його знаходять за напрямками обертання вхідного й вихідного коліс. Для зручності замість кругових стрілок проставляють прямі. Це виконують так: у точці дотику коліс 1 і 2 (рис. 10.3) проводять дві стрілки від зачеплення (вони показують рух зубців на видимому боці зубчастих коліс 1 і 2), у місці стикання коліс 2' і 3 проводимо дві стрілки, але спрямовані до зачеплення, і так чергуємо напрямки стрілок від зачеплення до зачеплення. Якщо напрямки стрілок вхідного й вихідного коліс збігаються (на рис. 10.3 передача зображена контурною лінією), знак передаточного від-

ношення слід вважати додатним. Якщо ж напрямки цих стрілок протилежні (на рис. 10.3 колесо 2' зображено штриховою лінією), знак передаточного відношення слід вважати від'ємним.

Так само визначають передаточне відношення багатоланкових механізмів, якщо до їх складу входять черв'ячні передачі або передачі гвинтовими колесами. Знак передаточного відношення при паралельних вхідних і вихідних валах треба визначати за напрямками обертання вхідного й вихідного коліс, тобто треба враховувати напрямок гвинтової лінії зубів (правий або лівий).

Приклад 10.1. Для зубчастого механізму (рис. 10.4) визначити загальне передаточне відношення i_{15} , якщо числа зубів його коліс дорівнюють: $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, $z_2' = 15$, $z_3 = 45$, $z_3' = 25$, $z_4 = 18$, $z_5 = 125$.

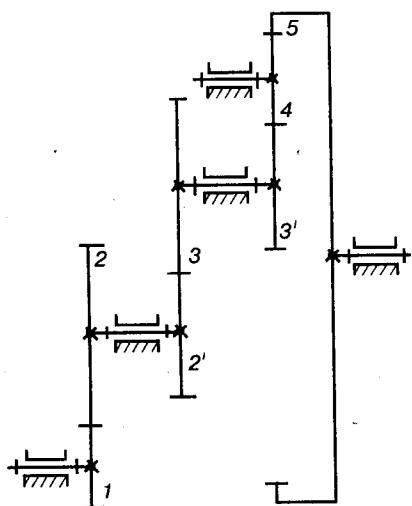


Рис. 10.4. Комбінований зубчастий механізм з нерухомими осями

Розв'язання. Загальне передаточне відношення зубчастого механізму i_{15} , згідно (10.5) і (10.7), визначається так:

$$i_{15} = i_{12} i_{23} i_{34} i_{45} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \frac{z_4}{z_3'} \frac{z_5}{z_4} (-1)^k =$$

$$= \frac{40}{20} \cdot \frac{45}{15} \cdot \frac{125}{25} (-1)^3 = -30.$$

Як видно з наведеного прикладу, числа зубів паразитного колеса z_4 , що входять у чисельник і знаменник, можна скоротити, і формулу для визначення загального передаточного відношення записувати, не враховуючи z_4 , тобто $i_{15} = i_{12} i_{23} i_{35} (-1)^k$, де k – число пар зовнішнього зачеплення (з урахуванням колеса 4).

10.3. Зубчасті механізми з рухомими осями коліс

У деяких багатоланкових зубчастих передачах осі окремих коліс є рухомими (рис. 10.5, 10.6). Такі зубчасті механізми з одним ступенем вільності називають *планетарними механізмами* (рис. 10.6), а з двома і більше ступенями вільності – *диференціальними механізмами* або просто диференціалами (рис. 10.5). Колеса з рухомими осями обертання називаються планетарними колесами або сателітами, а ланка, на якій розміщена вісь сателітів, – водилом. На схемах водило

прийнято позначати літерою H . Зубчасті колеса з нерухомими осями обертання називаються сонячними або центральними.

Диференціальні механізми. На рис. 10.5 зображено у двох проекціях найпростіший диференціальний механізм, у якому колесо 1 є центральним, колесо 2 – сателітом, а ланка H – водилом. Нехай колеса 1, 2 і водило H обертаються відповідно з кутовими швидкостями ω_1 , ω_2 і ω_H .

Визначимо число ступенів вільності механізму, у якому число рухомих ланок $n = 3$, число обертових пар п'ятого класу $p_5 = 3$. Це пари O_1 , O_2 і O_H , в які входять відповідні ланки: $0-1$, $2-H$, $H-0$, де 0 – стояк. Зубчасті колеса 1 і 2 утворюють вищу пару четвертого класу ($p_4 = 1$). Тоді за структурною формулою для плоских механізмів число ступенів вільності диференціального механізму

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2.$$

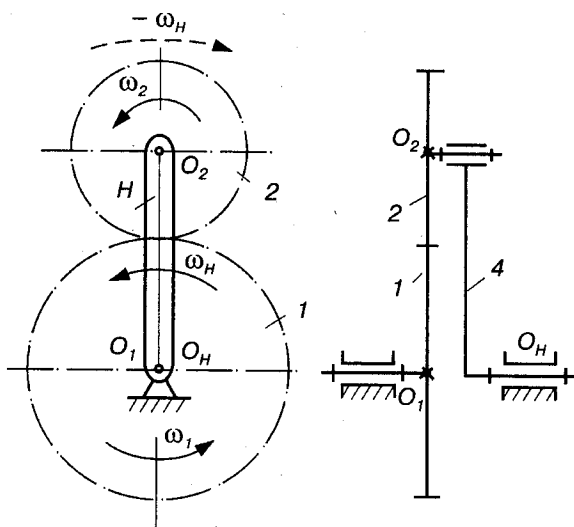


Рис. 10.5. Диференціальний механізм

Таким чином, для визначеності руху механізму він повинен мати заданими закони руху двох ланок, тобто мати дві узагальнені координати. Взагалі кажучи, вибір цих двох ланок може бути довільним. Наприклад, можна задатися законами руху ланок 1 і H , тобто законами зміни кутів повороту φ_1 і φ_H ланок 1 і H . Тоді, очевидно, кут повороту φ_2 ланки 2 буде функцією цих кутів:

$$\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1, \varphi_H). \quad (10.8)$$

Для визначення передаточних відношень диференціального механізму не можна безпосередньо скористатися формулами для зубчастих механізмів з нерухомими осями. Для виведення залежності між кутовими швидкостями ланок диференціального механізму та числом зубців зубчастих коліс використаємо метод оберненого руху, який полягає у наступному (див. п. 7.4). Всім ланкам механізму надаємо додаткової кутової швидкості навколо осі O_H з кутовою швидкістю $(-\omega_H)$, яка дорівнює за величиною, але протилежна кутовій швидкості ω_H водила H . При цьому відносний рух ланок не зміниться. Тоді ланки механізму матимуть кутові швидкості: зубчасте колесо 1 – $\omega_1^{(H)} = \omega_1 - \omega_H$; колесо 2 – $\omega_2^{(H)} = \omega_2 - \omega_H$; водило H – $\omega_H - \omega_H = 0$.

Отже, після надання ланкам механізму додаткового обертання з кутовою швидкістю $(-\omega_H)$ ланка H буде нерухомою, і диференціал перетвориться у звичайний зубчастий механізм з нерухомими осями O_1, O_2 . Передаточне відношення такого механізму визначається формулою (10.5) або (10.7). У даному випадку

$$i_{12}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_2^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (10.9)$$

Тут і далі, щоб знати, при якій нерухомій ланці визначене конкретне передаточне відношення, будемо біля його позначення в дужках ставити верхній індекс тієї ланки, що прийнята за нерухому.

У загальному вигляді при будь-якому числі коліс формула Вілліса записується так:

$$i_{1n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \frac{z_4}{z_3'} \dots \frac{z_n}{z_{(n-1)'}} (-1)^k, \quad (10.10)$$

де k – число пар зовнішнього зубчастого зачеплення; $n=1, 2, 3$ і т.д.

Формула Вілліса встановлює математичну залежність між кутовими швидкостями ланок механізму і числами зубів коліс. Маючи заданими кутові швидкості яких-небудь двох ланок, наприклад, ω_1, ω_m і числа зубів коліс, можна визначити кутову швидкість третьої ланки (ω_H). Враховуючи, що $\omega_i = \pi n_i / 30$, у формулах (10.9), (10.10) замість ω_i можна записати n_i , де n_i – кількість обертів ланки за хвилину; $i=1, 2, 3$ і т.д.

Диференціальні механізми широко використовуються в автомобілях, лічильних, сільськогосподарських машинах, металорізальних верстатах тощо.

Планетарні механізми. Ці механізми є окремим випадком диференціальних механізмів. Якщо в диференціальному механізмі (рис.10.5) одне з центральних коліс зробити нерухомим, одержимо планетарний механізм. На рис. 10.6 колесо 1 закріплено нерухомо. Число ступенів вільності такого механізму

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Отже, у такому механізмі досить мати одну початкову ланку.

Для планетарного механізму також справедлива формула Вілліса (10.9) або (10.10). У даному випадку, коли $\omega_1 = 0$, залежність (10.9) набуває вигляду

$$i_{12}^{(H)} = \frac{-\omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (10.11)$$

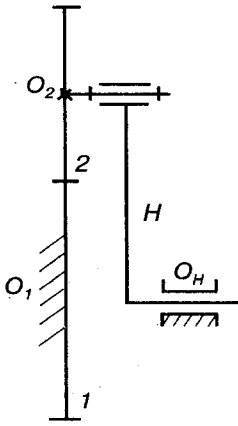


Рис. 10.6. Планетарний механізм

Розділивши у цій формулі чисельник і знаменник на $(-\omega_H)$, після відповідних перетворень одержимо

$$i_{2H}^{(1)} = \frac{\omega_2}{\omega_H} = 1 - 1/i_{12}^{(H)} = 1 - i_{21}^{(H)}, \quad (10.12)$$

де для зовнішнього зубчастого зачеплення при нерухомих осях коліс $i_{12}^{(H)} = \omega_1 / \omega_2 = -z_2 / z_1$.

Рівняння (10.12) можна записати ще так:

$$i_{2H}^{(1)} + i_{21}^{(H)} = 1, \quad (10.13)$$

тобто для планетарних механізмів із круглими колесами сума передаточних відношень при різних зупинених ланках завжди дорівнює одиниці.

Планетарні механізми широко використовуються у зубчастих редукторах як механізми для виконання складного руху робочих органів машин, наприклад, для обертання лопаток мішалок, приводів шпинделів бавовнопрядильних машин тощо.

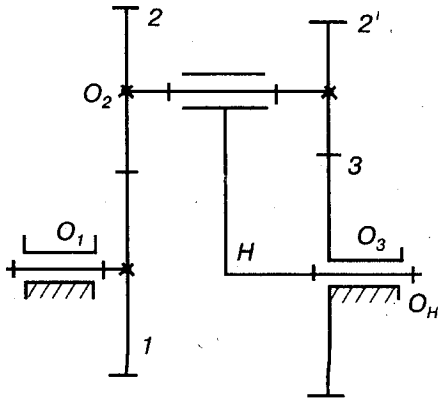


Рис. 10.7. Механізм Давида

Приклад 10.2. Визначити передаточне відношення механізму Давида (рис. 10.7), якщо числа зубів зубчастих коліс: $z_1=100$, $z_2=99$, $z_2'=100$, $z_3 = 101$.

Розв'язання. Використовуючи формулу Вілліса для диференціального механізму, запишемо передаточне відношення механізму Давида при нерухомому водилі H

$$\begin{aligned} i_{13}^{(H)} &= \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} (-1)^k = \\ &= \frac{99}{100} \cdot \frac{101}{100} (-1)^2 = \frac{9999}{10000}. \end{aligned}$$

Оскільки $\omega_3=0$, то розділивши чисельник і знаменник на $(-\omega_H)$, одержимо:

$$1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{13}^{(H)},$$

звідки

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 - \frac{9999}{10000} = \frac{1}{10000}, \text{ або } i_{H1} = \frac{1}{i_{1H}} = 10000.$$

Як видно з наведеного прикладу, планетарні механізми можуть невеликою кількістю зубчастих коліс забезпечувати великі передаточні відношення. Проте багато з них мають низькі ККД і непридатні для практичного застосування (при $\eta < 0$ настає самогальмування), особливо це стосується планетарних і диференціальних механізмів, які утворені циліндричними зубчастими колесами. Зокрема механізм, зображений на рис. 10.6, з такими числами зубів при ведучому колесі 1 не може бути приведений у рух через самогальмування. Тому на практиці ширше використовують конічні диференціальні та планетарні механізми, в яких ККД вищі.

Комбіновані (багатоланкові) зубчасті механізми. У машинобудуванні та приладобудуванні часто зустрічаються зубчасті механізми, що складаються з різних видів зубчастих механізмів (ступінчастих, паразитних, планетарних і диференціальних). Такі механізми називають *комбінованими*. До їхнього складу можуть входити й інші механізми (фрикційні, пасові, ланцюгові). Для визначення передаточного відношення таких передач треба спочатку проаналізувати склад передачі, визначити передаточні відношення кожного складового механізму і потім, використовуючи формулу (10.3), записати вираз для загального передаточного відношення всього механізму. Розглянемо це питання на прикладі.

Приклад 10.3. Для зубчастого механізму (рис. 10.8) визначити передаточне відношення i_{1H} , якщо задано числа зубів зубчастих коліс: $z_1 = z_2 = z_3 = 20$, $z_2' = 80$, $z_3' = 60$, $z_4 = 100$.

Розв'язання. Для того, щоб визначити загальне передаточне відношення, необхідно механізм розкласти на складові. Перш за все слід виділити планетарний механізм. До планетарного (або диференціального) механізму входять: водило H , сателіти 3 і 3' і два центральні колеса 2 і 4, що входять у зачеплення з сателітами; всі інші зубчасті колеса,

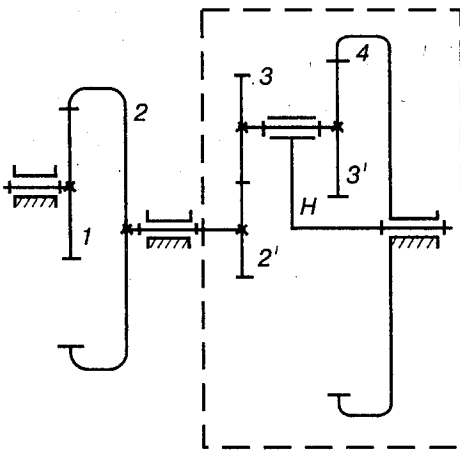


Рис. 10.8. Комбінована зубчаста передача

які не перебувають у зачепленні із сателітами, до планетарного механізму не входять. Отже, зубчасті колеса 1 і 2, що мають нерухомі осі, в зачеплення з сателітами не входять і утворюють звичайну (ступінчасту) зубчасту передачу.

Тоді передаточне відношення зубчастого механізму визначають за формулою (10.3):

$$i_{1H} = i_{12}i_{2H}, \quad (10.14)$$

де i_{12} – передаточне відношення ступінчастої зубчастої передачі, яка складається із зубчастих коліс 1 і 2 і визначається за формулою (10.5):

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{80}{20} = 4;$$

i_{2H} – передаточне відношення планетарного механізму, яке можна визначити, записавши формулу Вілліса для диференціального механізму при нерухомому водилі:

$$i_{24}^{(H)} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_3}{z_2} \frac{z_4}{z_3'} (-1)^k = \frac{60}{20} \cdot \frac{100}{20} (-1)^1 = -15.$$

Тоді, розділивши кутові швидкості на $(-\omega_H)$ і враховуючи, що $\omega_4 = 0$, маємо:

$$1 - \frac{\omega_2}{\omega_H} = i_{24}^{(H)} \quad \text{або} \quad i_{2H} = \frac{\omega_2}{\omega_H} = 1 - i_{24}^{(H)} = 1 - (-15) = 16.$$

Підставляючи значення i_{12} і i_{2H} у загальну формулу (10.14), дістанемо:

$$i_{1H} = 4 \cdot 16 = 64.$$

Замкнуті диференціальні механізми. Якщо в зубчастому диференціальному механізмі зв'язати додатковою (замикаючою) передачею будь-які дві ланки, що мають нерухомі осі обертання (це можуть бути центральні колеса, або одне центральне колесо й водило), одержимо механізм з одним ступенем вільності, названий *замкнутим диференціальним механізмом*. Передаточні відношення таких механізмів знаходять за такими самими методами, як і комбінованих механізмів. При цьому механізм ділять на дві частини: одна – власне диференціальний механізм; друга – замикаюча передача. Для диференціального механізму записують формулу Вілліса, для замикаючої частини – формулу передаточного відношення (10.5) або (10.7) залежно від виду передачі. Розв'язуючи спільно одержані рівняння, знаходимо передаточне відношення замкнутого диференціального механізму. Методику розв'язання таких задач розглянемо на прикладі.

Приклад 10.4. Визначити передаточне відношення i_{1H} для замкнутого диференціального механізму, який зображено на рис. 10.9, якщо задано число зубів зубчастих коліс: $z_1=20$, $z_2=40$, $z_2'=15$, $z_3=75$, $z_3'=25$, $z_4=35$, $z_5=125$.

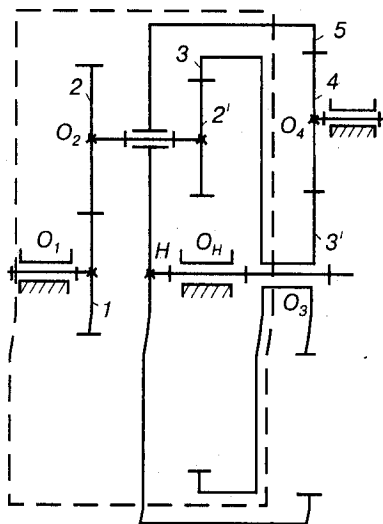


Рис. 10.9. Замкнутий диференціальний механізм

Розв'язання. У механізмі, зображеному на рис. 10.9, центральне колесо 3 і водило H з'єднані між собою до-датковою передачею, що складається із серії зубчастих коліс 3', 4, 5 (води́ло H і зубчасте колесо 5 утворюють одну рухому ланку) з нерухомими осями, тобто утворюють паразитну зубчасту передачу. Для визначення передаточного відношення механізму розділяємо його на складові частини (ступені). Перш за все треба виділити диференціальний механізм (води́ло H , сателіти 2 і 2' та центральні колеса 1 і 3, що входять у зачеплення із сателітами), який на рис. 10.9 обведений штриховою лінією. Колеса 3', 4, 5 утворюють замикаючу передачу. Передаточне відношення $i_{1H}^{(H)} = \omega_1/\omega_H$ визначають із відповідних залежностей, що складаються для диференціального механізму й замикаючої передачі.

Для диференціального механізму записуємо формулу Вілліса (при нерухомому водилі)

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} (-1)^{k_1} = \frac{40}{20} \cdot \frac{75}{15} (-1)^1 = -10. \quad (10.15)$$

Для замикаючої (паразитної) передачі передаточне відношення визначають за формулою (10.7):

$$i_{35} = i_{3H} = \frac{\omega_3}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_3'} (-1)^{k_2} = \frac{125}{25} (-1)^1 = -5. \quad (10.16)$$

Тут $k_1 = k_2 = 1$ – кількість пар зовнішнього зачеплення в диференціальному механізмі та замикаючій передачі; $\omega_5 = \omega_H$.

Розв'язуючи спільно рівняння (10.15) і (10.16), знаходимо передаточне відношення i_{1H} . Для цього підставимо в залежність (10.15) значення $\omega_3 = i_{35}\omega_H = i_{35}\omega_5$:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{i_{35}\omega_H - \omega_H} = i_{13}^{(H)}.$$

Розділивши чисельник і знаменник на ω_H одержимо:

$$\frac{\frac{\omega_1}{\omega_H} - 1}{i_{35} - 1} = i_{13}^{(H)},$$

звідки остаточно маємо

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{13}^{(H)} (i_{35} - 1) + 1 = -10(-5 - 1) + 1 = 61.$$

10.4. Хвильові зубчасті передачі

Хвильова зубчаста передача є різновидом епіциклічної передачі, в якій зачеплення зубчастої пари здійснюється внаслідок постійної деформації пружного зубчастого вінця. Хвильова передача, як і епіциклічна, може бути виконана планетарною (одно- та багатоступінчастою) і диференціальною.

Хвильова зубчаста передача в планетарному одноступінчастому виконанні (рис. 10.10) складається з трьох основних елементів: гнучкої ланки 1, жорсткого колеса 2 і генератора хвиль деформації, що складається з водила 3 і роликів 4. Гнучка ланка 1 виконана у вигляді тонкостінного стакана 5 із зубчастим вінцем, з'єднаної з вихідним валом 6 передачі. Зубчастий вінець гнучкої ланки 1, деформований роликками 4 генератора хвиль в еліпс, входить у зачеплення з центральним колесом 2 у двох протилежних зонах (у радіальних напрямках роликів). Взагалі, число хвиль деформації може дорівнювати 1, 2, 3 і т. д. Частіше всього використовують двоххвильові передачі. На рис. 10.10, б зображено трихвильову передачу.

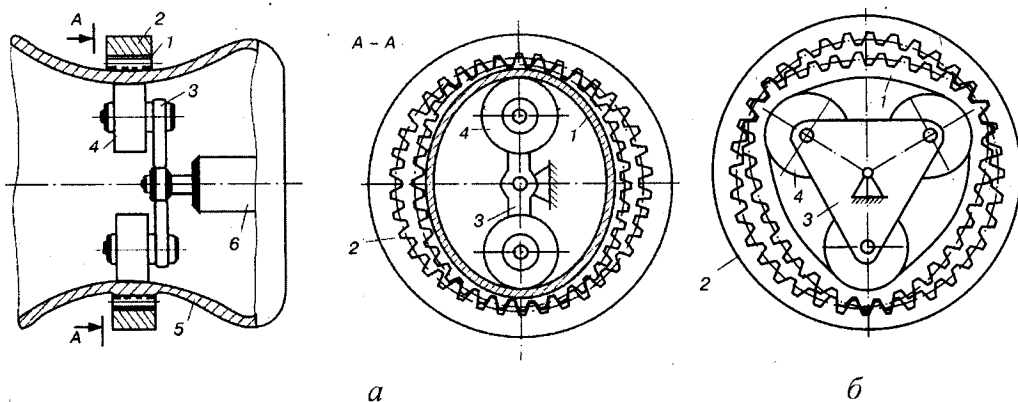


Рис. 10.10. Хвильові зубчасті передачі: а) двоххвильова; б) трихвильова

Генератор може бути виконаний також у вигляді кулачка з еліптичним або будь-яким іншим гладким профілем, який спрягається із внутрішньою поверхнею деформованого зубчастого вінця гнучкої ланки 1, або через тіла кочення (для зменшення тертя). Під час обертання генератор із своїми роликками або профільною поверхнею кулачка пружно обкочує

деформований зубчастий вінець 1 по нерухомому центральному колесі 2, переміщуючи у коловому напрямку в бік власного обертання зони зачеплення або хвилі деформації. При різних числах зубів колеса 2 та гнучкого вінця 1 це призводить до обертання вінця, а отже, і з'єднаного з ним вихідного вала в напрямку, протилежному напрямку обертання генератора.

Передаточні відношення хвильових зубчастих передач визначають, як і в епіциклічних передачах, за допомогою методу оберненого руху (див. п. 10.3). Для цього всьому механізму надають обертання з кутовою швидкістю, що дорівнює за значенням і протилежна за напрямком кутовій швидкості ω_3 генератора 3. При цьому в оберненій передачі генератор буде зупинений, а гнучкий вінець і жорстке колесо обертатимуться відповідно з кутовими швидкостями $\omega_1^{(3)} = \omega_1 - \omega_3$ і $\omega_2^{(3)} = \omega_2 - \omega_3 = -\omega_3$, оскільки $\omega_2 = 0$. Тоді передаточне відношення від гнучкого колеса 1 до жорсткого колеса 2 при зупиненому генераторі визначається відношенням (формула Вілліса):

$$i_{12}^{(3)} = \frac{\omega_1^{(3)}}{\omega_2^{(3)}} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{-\omega_3} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_3} = 1 - i_{13} = 1 - \frac{1}{i_{31}} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Звідси визначається передаточне відношення i_{31} від вхідного генератора 3 до вихідної ланки 1 виразом ($z_2 > z_1$):

$$i_{31} = \frac{1}{1 - i_{12}^{(3)}} = \frac{1}{1 - \frac{z_2}{z_1 - z_2}} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1},$$

де знак „-” вказує на те, що вхідна й вихідна ланки передачі обертаються в різні боки.

Якщо у хвильовій передачі гнучка ланка закріплена, а жорстке колесо є вихідним, передаточне відношення i_{32} від генератора (вхідна ланка) до колеса 2 (вихідна ланка) визначається аналогічним виразом

$$i_{32} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_{12}^{(3)}}} = \frac{z_2}{z_2 - z_1}.$$

Отже, в цьому випадку генератор 1 і жорстке колесо обертаються в одному напрямку.

Хвильові передачі мають ряд суттєвих переваг порівняно із звичайними зубчастими та планетарними передачами. Оскільки в такій передачі мала різниця чисел зубів гнучкого й жорсткого коліс, вони забезпечують великі передаточні відношення ($i=200-300$), у зачепленні перебуває одночасно не менше чверті загального числа зубів. Тому несуча здатність хвильової передачі в кілька разів вища, ніж в інших зубчастих передачах.

Багатопарність зачеплення – одна з основних *переваг* хвильової передачі, яка визначає й інші її переваги: плавність ходу, безшумність, стабільність кінематичних характеристик під навантаженням, відносно високий ККД (70–85%). На відміну від планетарних передач ККД суттєво не зменшується при збільшенні передаточного відношення.

Хвильові передачі більш економічні від планетарних також і тому, що при малій різниці чисел зубів можна одержати передачу з досить високими показниками робота при невисокій точності виготовлення зубів. Навантаження на опори валів хвильових передач малі, оскільки при симетричному генераторі реакції з боку гнучкої ланки замикаються на ньому й не передаються на опори. Важливою особливістю хвильових механізмів є можливість передачі руху з герметизованого простору назовні або навпаки.

До *недоліків* хвильових передач відносять: відносно великий пружний мертвий хід і технологічні утруднення при виготовленні її елементів.

Питання для самоперевірки

1. Чим пояснюється використання багатоланкових зубчастих механізмів?
2. Основні види багатоланкових зубчастих механізмів. 3. Які передачі називають ступінчастими і паразитними? Як визначити їх передаточні відношення? Чи залежить величина передаточного відношення від числа зубців паразитки? Для чого встановлюють в механізмах дві або більше паразитки?
4. Як визначити знак передаточного відношення в циліндричних, конічних і черв'ячних передачах? В яких випадках не говорять про знак передаточного відношення?
5. Які механізми називають диференціальними, планетарними та комбінованими?
6. Запишіть формулу Вілліса для планетарного або диференціального механізму. Які переваги та недоліки мають планетарні та диференціальні передачі у порівнянні з іншими видами зубчастих передач?
7. Методика визначення передаточного відношення комбінованих зубчастих механізмів.
8. Які механізми називають замкненими диференціальними механізмами?
9. Що представляє собою хвильова передача і які переваги та недоліки вона має?

СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

У цьому розділі розглядаються деякі питання синтезу плоских важільних механізмів, які досить широко використовуються в багатьох машинах, приладах і пристроях. *Переваги* важільних механізмів визначаються, в основному, властивостями нижчих пар, які утворюють ланки механізму. У таких парах стичними елементами ланок є поверхні, а тому питомий тиск і ступінь зносу в них менші, ніж у вищих кінематичних парах. Елементи ланок, які утворюють ці пари, виготовляються досить просто й точно, оскільки технологія обробки площин і циліндричних поверхонь ретельно і повно розроблена. Крім цього, у механізмах з нижчими кінематичними парами забезпечується стале замикання пар і на відміну, наприклад, від кулачкових механізмів, не треба використовувати пружини та інші пристрої.

Теоретично за допомогою плоских важільних механізмів можна точно відтворити будь-яку плоску алгебраїчну криву. Проте практичне використання цих механізмів обмежується тим, що їх виготовляють, як правило, багатоланковими. Із збільшенням кількості ланок у механізмі зростає ймовірність одержання недопустимих кутів передачі, збільшуються втрати потужності на тертя, відхилення від заданої залежності в результаті нагромадження похибок, що викликані неточністю виготовлення, наявністю зазорів у кінематичних парах і пружними деформаціями ланок. Тому деякі закони руху вихідної ланки практично не вдається відтворити за допомогою плоских механізмів з нижчими парами. У цьому полягає їх *основний недолік*. У той самий час кулачкові та зубчасті механізми завдяки різноманітності елементів вищих пар практично є більш універсальними, ніж важільні. Проте треба зауважити, що з розвитком методів проектування межі використання важільних механізмів розширюються.

11.1. Основні задачі синтезу та методи їх розв'язування

Якщо при аналізі механізмів розміри їх ланок вважаються заданими й необхідно знайти ті чи інші кінематичні (переміщення, швидкості, прискорення) або силові (сили, моменти сил, роботу, потужність, ККД тощо) характеристики руху, то в процесі створення механізмів і машин виникає інша (зворотна) задача, а саме – побудувати такий механізм, який би відповідав необхідним функціональним або технологічним вимогам. Ці вимоги в кінцевому підсумку зводяться до виконання деяких геометричних або механічних умов. Така задача ТММ, зворотна до задачі аналізу, називається синтезом механізмів. Отже,

під синтезом механізму розуміють проектування його схеми за заданими властивостями. При цьому розрізняють три основні етапи синтезу.

Перший етап називається *структурним синтезом* і полягає у виборі структурної схеми механізму, що має потрібну кількість ступенів вільності, кількість та вид ланок і кінематичних пар, які забезпечують необхідні рухи ланок та їх взаємне розташування. Цей етап синтезу здійснюють на підставі довідкових даних про окремі види механізмів шляхом порівняння властивостей усіх механізмів, які можуть виконувати задані функції.

Другий етап називається *кінематичним синтезом*, задача якого – визначити геометричні розміри ланок, що забезпечують задані кінематичні умови роботи механізму (положення ланок, траєкторії окремих точок, швидкості та прискорення ланок і точок механізму тощо). Кінематичний синтез – один з найвідповідальніших етапів у процесі проектування механізму, оскільки якраз на цьому етапі формуються основні кінематичні властивості, необхідні для виконання механізмом покладених на нього функцій.

Якщо потрібно врахувати також динамічні властивості механізму, розв'язується більш загальна задача – *динамічний синтез*, під яким розуміють проектування кінематичної схеми механізму з визначенням параметрів, які характеризують розміри та розподіл мас ланок. Динамічний синтез містить у собі два попередні види синтезу.

Отже, синтез кінематичної схеми полягає у визначенні деяких сталих параметрів, які задовольняють задані структурні, кінематичні й динамічні умови, при цьому одна частина цих параметрів може бути задана, інша – підлягає визначенню. До таких параметрів, зокрема, відносять довжину ланок, положення точок їх траєкторій, значення швидкостей і прискорень, маси та моменти інерції ланок. Незалежні один від одного сталі параметри схеми механізму називають *параметрами синтезу*.

Параметри синтезу бувають вхідними та вихідними. *Вхідні* параметри задані або відомі до проведення синтезу, а *вихідні* визначають під час синтезу. Прикладами вхідних параметрів можуть бути наперед задана (потрібна) траєкторія руху точки механізму або необхідна продуктивність машини, а вихідними параметрами при цьому є геометричні розміри ланок (у першому випадку), а також маси ланок, закони їх розподілу, моменти інерції ланок, жорсткість пружних ланок, потужність двигуна, швидкість обертання ланок тощо.

Умови перетворення рухів, для виконання яких проектується механізм, досить різноманітні, що визначається надзвичайно широким спектром робочих функцій, які накладаються на механізми в різних машинах, приладах і пристроях сучасної техніки. Назвемо *деякі вимоги*, які найчастіше ставляться до механізмів [18]:

1) необхідно спроектувати механізм *за кількома дискретними положеннями ланок*, зокрема крайніми положеннями вихідної ланки; при цьому закон руху ланок між заданими положеннями не регламентується;

2) забезпечити відповідний *закон руху вихідної ланки* при заданому законі вхідної, тобто швидкості та прискорення вихідної ланки повинні змінюватися за деяким законом або не бути більшими заданої величини; можуть бути задані окремі кінематичні параметри, наприклад, середня швидкість руху, відношення середніх швидкостей при прямому та зворотному ході, коефіцієнт нерівномірності руху тощо;

3) забезпечити задані *передаточні відношення* двох або більше ланок, що входять до складу механізму;

4) деяка точка робочої ланки механізму повинна точно або наближено описувати задану *траєкторію* або деяку її частину.

Крім цього, при проектуванні механізмів треба врахувати такі фактори:

прокручування ланок, тобто можливість неперервного переходу ланки з одного заданого положення в інше, оскільки між двома заданими положеннями може виявитися проміжне, в якому рух ланок неможливий;

максимально допустимі кути тиску $\vartheta_{\text{доп}}$, оскільки геометрично спроектований механізм може виявитися нераціональним унаслідок недопустимо великих сил, які виникають у кінематичних парах, низького ККД або навіть непрацездатним із-за явища заклинювання;

конструктивні обмеження довжин ланок механізму, оскільки при проектуванні можуть бути варіанти з недопустимо великими або дуже малими розмірами деяких ланок;

допустимі відхилення від заданого закону руху, оскільки задача синтезу важільних механізмів за заданим законом руху найчастіше може бути розв'язана лише наближено.

Серед задач, які має розв'язувати синтезований механізм, можна виділити одну або кілька найважливіших – *основних* задач (наприклад, отримання необхідної траєкторії руху, досягнення заданої швидкості тощо), інші вважаються другорядними – додатковими (наприклад, мінімальна вага або мінімальні габаритні розміри).

Основна задача синтезу визначає також і вид синтезу, за допомогою якого може бути розв'язана ця задача (кінематичний або динамічний синтез). Основну умову синтезу можна подати у вигляді деякої функції вихідних параметрів, яку прийнято називати *цільовою функцією*, або *критерієм оптимізації*. Додаткові умови синтезу також повинні бути відображені в математичній формі, як правило, у вигляді нерівностей.

Отже, розв'язання основної задачі синтезу є в більшості випадків багатопараметричним, що визначає існування багатьох розв'язків. Природно, що в такому випадку з'являється прагнення отримати кращий (оптимальний) або максимально наближений до оптимального розв'язок з урахуванням існуючих реальних обмежень (додаткових умов). Такі задачі найчастіше розв'язуються за допомогою комп'ютерів.

Задачі синтезу механізмів можуть бути розв'язані чотирма основними методами:

графічним, який засновано на використанні кінематичних схем механізмів, зображених на рисунку, на якому параметри довжини побудовані в певному масштабі. Цей метод досить часто застосовується на попередніх стадіях проектування завдяки своїй простоті та наочності й переважно для плоских механізмів;

аналітичним, заснованим на різних математичних методах, які широко використовуються завдяки повсюдній комп'ютеризації інженерної та наукової праці. Аналітичні методи, які можуть бути застосовані в будь-яких механізмах, дають високу точність розв'язків, дозволяють отримувати оптимальні (за заданими цільовими функціями) значення параметрів синтезу. До їх недоліків потрібно віднести трудомісткість підготовки та налагодження програм і незавжди достатню наочність;

графікоаналітичним, що поєднує два вказані вище методи. Цей метод дуже часто поєднує в собі високу точність обчислень з наочністю розв'язання;

експериментальним, що використовує натуральні зразки або моделі механізмів, які проектуються. Цей метод дає результати, найбільш наближені до реальних, але вимагає великих матеріальних витрат і слабо піддається оптимізації.

Вибір того чи іншого методу значною мірою залежить від умов, які поставлені при проектуванні. Наприклад, якщо поставлена умова, щоб при наближеному виконанні заданого руху оцінити відхилення потрібного руху від фактично отриманого, то необхідно використовувати аналітичні методи, оскільки графічні методи не можуть дати повної відповіді на поставлені питання.

Надалі розглядатимемо лише деякі найпростіші методи синтезу важливих механізмів, які здебільшого викладені в тому вигляді, які наведені у підручниках І. І. Артоболевського, М. І. Левитського [1, 18], а також в підручнику [21]. Там же та інших повних підручниках [6, 9, 11, 13, 22] і, особливо, у спеціальній літературі наведені більш детально методи синтезу механізмів.

11.2. Умова існування кривошипа в чотириланкових механізмах

До найпростіших механізмів, які широко використовуються в техніці, належать шарнірні чотириланкові механізми. Основна характеристика таких механізмів – прокручування їх ланок (наявність у них одного або двох кривошипів), яке залежить від співвідношення довжин ланок. Для встановлення цієї умови розглянемо шарнірний чотириланковий механізм (рис. 11.1), в якого довжини ланок відповідно дорівнюють $l_{OA} = a, l_{AB} = b, l_{BC} = c, l_{OC} = d$.

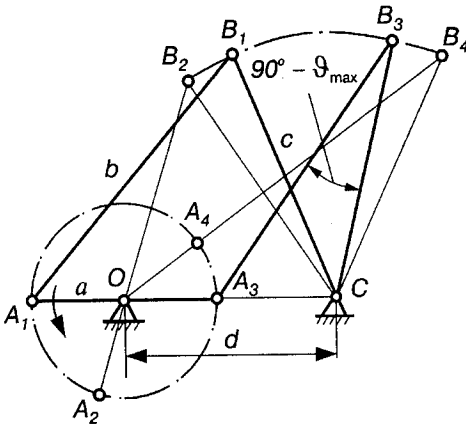


Рис. 11.1. До умови існування кривошипа

Для того, щоб ланка OA могла стати кривошипом, вона повинна при обертанні послідовно пройти через крайнє ліве OA_1 і праве OA_3 положення. Тоді, прийнявши, що a – довжина найкоротшої ланки, d – найдовшої, і використовуючи відомі співвідношення між довжинами сторін трикутника (довжина сторони трикутника менша суми довжин двох інших сторін), запишемо такі нерівності:

з ΔA_1B_1C

$$a + d \leq b + c; \quad (11.1)$$

з ΔA_3B_3C

$$d - a \leq b + c. \quad (11.2)$$

Незалежно від співвідношення довжин b і c нерівність (11.1) завжди забезпечує виконання нерівності (11.2). Якщо ж найдовшою ланкою буде ланка AB або BC ($b > c > d$ або $c > b > d$), то нерівність (11.1) тільки підсилюється.

Нерівність (11.1) дозволяє дати загальне формулювання умови прокручування ланок шарнірного чотириланкового механізму, тобто існування кривошипа, а саме – **найкоротша ланка шарнірного чотириланкового механізму може бути кривошипом, якщо сума довжин найкоротшої і найдовшої ланок менша суми довжин решти ланок**. Це положення носить назву **правила Грасгофа**.

Використовуючи це правило, шарнірні чотириланкові механізми поділяють на три групи:

- механізм буде **кривошипно-коромисловим** (див. рис. 11.1), якщо розміри його ланок задовольняють правило Грасгофа і за стояк прийнято ланку b або d , яка розташована біля найкоротшої ланки a ;

• механізм буде *двокривошипним*, якщо його розміри відповідають правилу Грасгофа і за стояк прийнято найкоротшу ланку a (рис. 11.2, а); це впливає з того, що якщо кривошип при виконанні правила Грасгофа виконує повний оборот відносно стояка OC і шатуна AB (див. рис. 11.1), то й ці ланки здійснюють повний оборот відносно стояка;

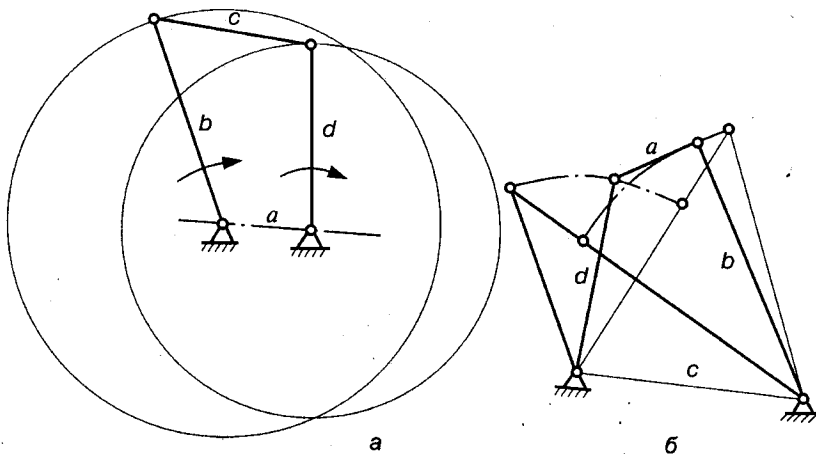


Рис. 11.2. Шарнірні чотириланкові механізми:
а) двокривошипний; б) двокоромисловий

• механізм буде *двокоромисловим*, якщо його розміри не задовольняють правило Грасгофа, а також у випадку, коли задовольняють це правило, але найкоротша ланка є шатуном (рис. 11.2, б), а тому можливість цієї ланки бути кривошипом зникає, оскільки вона не є ланкою, яка розташована біля стояка.

У граничному випадку, коли нерівність (11.1) перетворюється у рівність, усі ланки механізму в одному з крайніх положень розташовані вздовж однієї прямої. У результаті цього з'явиться невизначеність руху відповідної ланки (вона може рухатися або в одному, або в іншому напрямку).

У *кривошипно-повзунному механізмі* (рис. 11.3, а) ланка 1 буде кривошипом, якщо вона при обертанні пройде положення $\varphi = 90^\circ$ і 270° , що можливо, коли виконується умова

$$r < l - |e|, \quad (11.3)$$

де r – довжина ланки OA , l – ланки AB , e – зміщення (дезаксіал).

Штриховою лінією зображена схема механізму, коли $e < 0$. Якщо $r > l - |e|$, то ланка 1 буде коромислом, і такий механізм правильніше називати коромислово-повзунним.

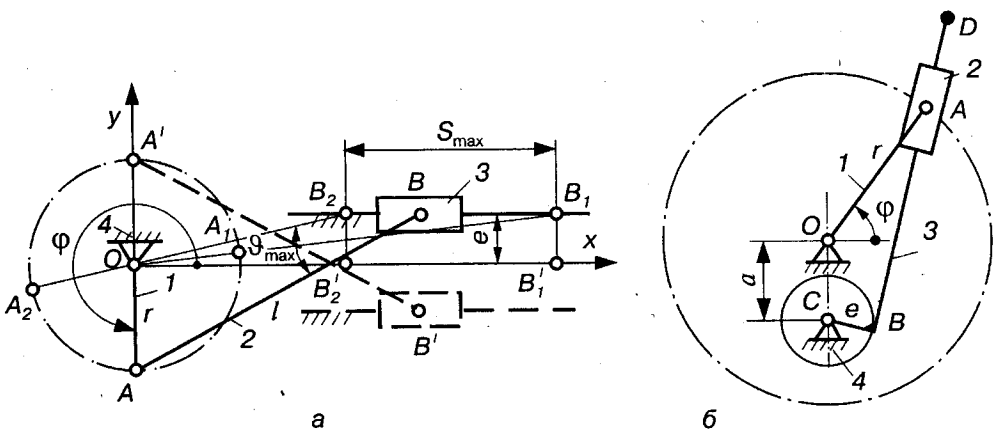


Рис. 11.3. До умови існування кривошипа в механізмах:
а) кривошипно-повзунному; в) кулісному

У механізмі (рис. 11.3,б) ланка 1 завжди може бути кривошипом; ланка 3 (куліса) буде кривошипом, якщо при обертанні пройде положення $\varphi = 270^\circ$, що можливо при виконанні умови

$$r > a + e, \quad (11.4)$$

де r – довжина кривошипа OA , $a = l_{OC}$ – міжосьова відстань, $e = l_{BC}$ – зміщення куліси. У цьому випадку маємо механізм з обертовою кулісою. Якщо $r < a + e$, то куліса 3 буде коромислом (механізм з коливальною кулісою). Найбільш розповсюджені кулісні механізми, в яких зміщення $e=0$.

11.3. Синтез чотириланкових механізмів за двома крайніми положеннями вихідної ланки

В інженерній практиці широко застосовують синтез механізмів за двома крайніми заданими положеннями вихідної ланки. Надалі детальніше розглянемо методи синтезу чотириланкових механізмів.

Кривошипно-коромисловий механізм. На рис.11.4 зображено кривошипно-коромисловий механізм $OABC$, у якому кривошип OA здійснює обертовий рух навколо точки O ; коромисло BC – зворотно-коливальний рух навколо точки C ; максимальний кут розмаху коромисла – β_{\max} .

При безперервному обертанні кривошипа коромисло BC займатиме крайнє праве положення CB_1 , коли кривошип OA і шатун AB витягнуться в одну лінію OA_1B_1 і, навпаки, – крайнє ліве положення CB_2 , коли кривошип і шатун складаються в одну лінію OA_2B_2 . Положення механізму, при яких вихідна ланка займає одне з крайніх поло-

жень, називають *крайніми*, або „*мертвими*”. Для цих положень механізму можна записати такі рівняння:

$$r + l = l_{OB_1}, \quad l - r = l_{OB_2}, \quad (11.5)$$

де $r = l_{OA}$, $l = l_{AB}$.

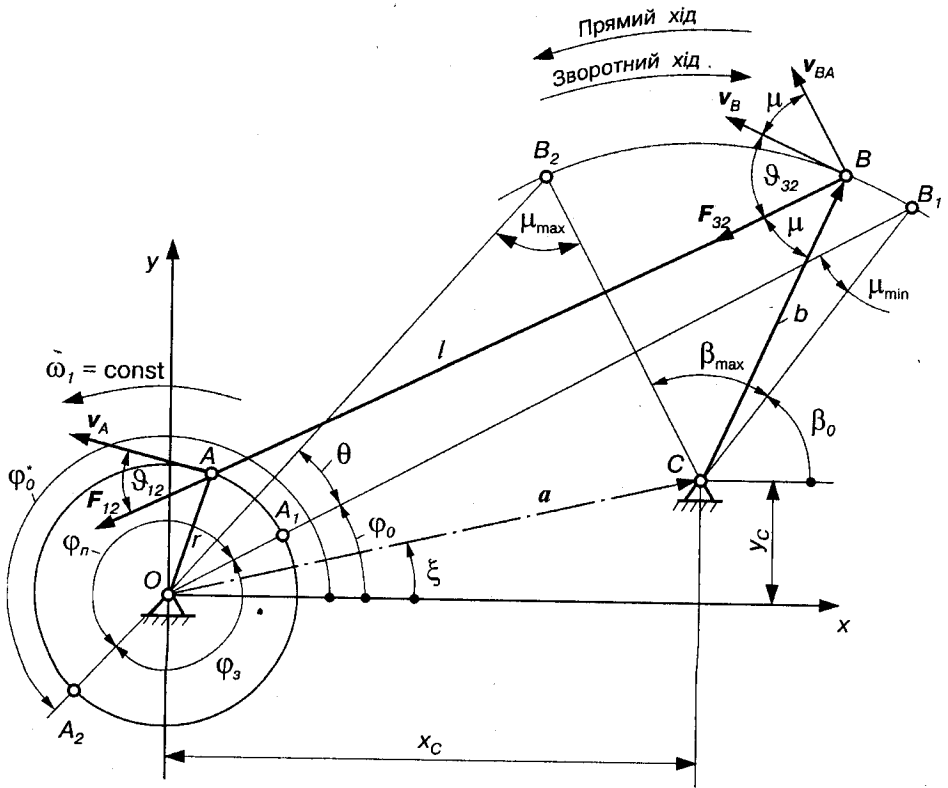


Рис. 11.4. До синтезу шарнірного чотириланкового механізму за двома крайніми положеннями вихідної ланки

Розв'язуючи (11.5) відносно r і l , знаходимо

$$r = |l_{OB_1} - l_{OB_2}| / 2; \quad l = (l_{OB_1} + l_{OB_2}) / 2, \quad (11.6)$$

де довжини відрізків l_{OB_1} і l_{OB_2} можна знаходити як графічним, так і аналітичним методами.

Розглянемо методу синтезу таких механізмів.

Вихідними параметрами синтезу, як правило, є кути β_0 і β_{\max} , які визначають два крайні положення коромисла BC , довжина якого b задана або її вибирають із конструктивних міркувань. Тоді, за *графічним методом*, будемо ці два положення коромисла BC (див. рис. 11.4), відклавши задані кути β_0 і β_{\max} , і дістанемо точки B_1 і B_2 , які з'єднуємо з центром обертання кривошипа

ОА, тобто будуюмо крайні положення механізму, з яких знаходимо довжину відрізків OB_1 і OB_2 , які в масштабі довжини μ_1 визначають дійсну відстань точок B_1 і B_2 від точки O : $l_{OB_1} = (OB_1)\mu_1$, $l_{OB_2} = (OB_2)\mu_1$. Потім, використавши (11.6), знайдемо довжину кривошипа $r = l_{OA}$ і довжину шатуна $l = l_{AB}$. Кут φ_0 і φ_0^* , які визначають положення кривошипа в крайніх положеннях механізму, визначають безпосередньо з рисунка.

Якщо положення центра обертання O кривошипа OA (відрізки x_C, y_C) не задане, то задача має нескінчену кількість розв'язків.

За **аналітичним методом** необхідно перш за все отримати залежності для визначення відрізків l_{OB_1} і l_{OB_2} . Тоді за допомогою формул (11.6) знаходимо довжину кривошипа $r = l_{OA}$ і довжину шатуна $l = l_{AB}$.

Як уже зазначалось раніше, при проектуванні механізмів треба враховувати досить важливий параметр, який характеризує умови передавання сил і працездатність механізму – **кут тиску** ϑ , під яким розуміють гострий кут між вектором сили, що прикладена до веденої ланки, і вектором швидкості точки прикладання рушійної сили (див. рис. 11.4); тертя і сили інерції при цьому поки що не враховують. Максимальний кут тиску не повинен бути більшим від допустимого значення:

$$\vartheta_{\max} \leq \vartheta_{\text{доп.}} \quad (11.7)$$

Кут ϑ при передачі зусиль на ведену ланку відмічають на схемі механізму залежно від того, яка його ланка є ведучою. Якщо нею буде коромисло 3, то сила \bar{F}_{32} передається на нього під кутом ϑ_{32} , а якщо кривошип 1, то сила \bar{F}_{12} складає з вектором швидкості \bar{v}_A кут ϑ_{12} .

При ведучому кривошипі кут тиску ϑ_{12} двічі за цикл (коли кривошип і шатун розташовані на одній прямій) дістає максимальне значення, яке дорівнює 90° . Це положення кривошипа, як правило, проходить завдяки інерції обертаних мас деталей, які жорстко зв'язані з кривошипом 1. У зв'язку з цим при проектуванні механізму необхідно більшу увагу звертати на значення кута ϑ_{32} , найбільшу величину якого визначають шляхом дослідження функції $\vartheta_{32} = \vartheta_{32}(\varphi)$ на максимум. У більшості випадків при інженерних розрахунках вважають, що рушійна сила \bar{F}_{32} діє вздовж шатуна AB , тоді кут тиску ϑ може бути виражений через **кут передачі** μ , під яким розуміють кут між напрямком або-люотної швидкості \bar{v}_B точки B і відносної швидкості \bar{v}_{BA} точки B у відносному русі навколо точки A . Напрямки цих швидкостей визначаються

положеннями шатуна AB і коромисла BC ($\vec{v}_B \perp BC$, $\vec{v}_{BA} \perp AB$), а значить кут передачі $\mu = \angle ABC$. Кут передачі може змінюватись в межах від 0 до 180° . Тоді кут тиску $\vartheta = 90^\circ - \mu$ (якщо $\mu \leq 90^\circ$) або $\vartheta = 180^\circ - \mu$ (якщо $\mu \geq 90^\circ$).

При таких допущеннях кут тиску, а відповідно й кут передачі, досягає екстремальних значень у положеннях, коли центр шарніра A розташований на лінії стояка OC . Для спрощення задачі синтезу вважають, що екстремуми кута передачі отримують у крайніх положеннях механізму, як це показано на рис. 11.4. Щоб усунути заклинювання механізму повинна виконуватись умова (11.7), яку можна записати так:

$$\mu_{д. \min} \leq \mu \leq \mu_{д. \max}, \quad (11.8)$$

де $\mu_{д. \min}$, $\mu_{д. \max}$ – відповідно найменші й найбільші допустимі значення кута передачі.

Нині відсутні будь-які нормативи на допустимі значення кутів передачі. Звичайно приймають $\mu_{д. \min} = 30^\circ$, тоді $\mu_{д. \max} = 180^\circ - \mu_{д. \min} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. Тому умову (11.8) можна записати

$$30^\circ \leq \mu \leq 150^\circ. \quad (11.9)$$

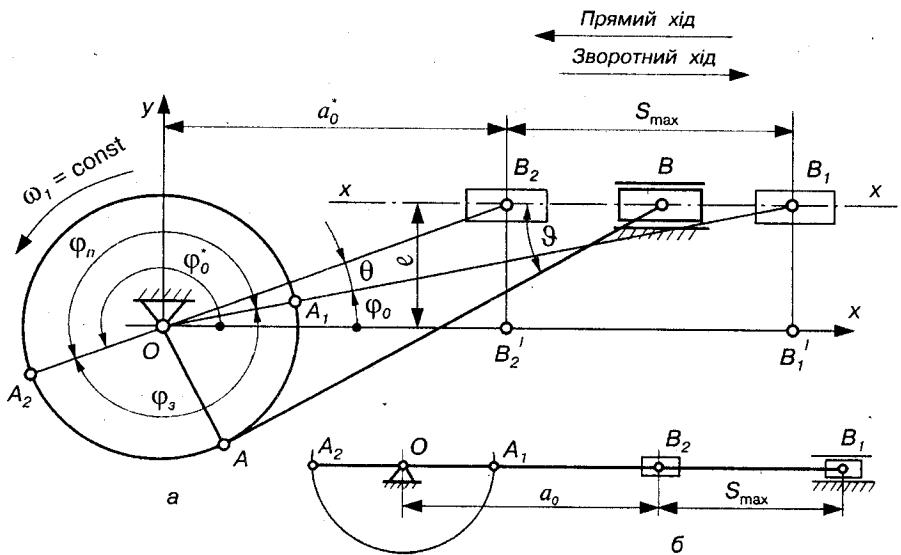


Рис. 11.5. До синтезу кривошипно-повзунного механізму за двома крайніми положеннями вихідної ланки:

а) зміщення $e \neq 0$; б) $e = 0$

Кривошипно-повзунний механізм. Синтез такого механізму здійснюють аналогічно раніше розглянутому. Повзун B (рис.11.5) займає крайні положення у тих випадках, коли напрямки кривошипа OA і шатуна AB збігаються. Тобто повзун B займає крайнє праве поло-

ження тоді, коли кривошип і шатун витягуються в одну лінію OA_1B_1 ; крайнє ліве – коли вони складаються в лінію A_2OB_2 . А тому залежність (11.5), (11.6) залишаються справедливими і для цього механізму.

Для визначення відрізків l_{OB_1} і l_{OB_2} розглянемо трикутники $OB_1B'_1$ і $OB_2B'_2$ (рис.11.5, а), з яких маємо:

$$l_{OB_1} = \sqrt{e^2 + (a_0 + S_{\max})^2}, \quad l_{OB_2} = \sqrt{e^2 + a_0^2}, \quad (11.10)$$

де e – зміщення напрямку руху повзуна відносно осі обертання кривошипа; a_0 – відрізок, який визначає найближче положення повзуна відносно центра обертання кривошипа; S_{\max} – максимальний хід повзуна.

Положення кривошипа в крайніх положеннях повзуна B (у системі координат xOy) визначається кутами:

$$\varphi_0 = \arctg \frac{e}{a_0 + S_{\max}}, \quad \varphi_0^* = \pi + \arctg \frac{e}{a_0}. \quad (11.11)$$

Максимальний хід повзуна знайдемо з $\triangle OB_1B'_1$ і $\triangle OB_2B'_2$:

$$S_{\max} = \sqrt{l_{OB_1}^2 - e^2} - \sqrt{l_{OB_2}^2 - e^2}. \quad (11.12)$$

Враховуючи, що $l_{OB_1} = r + l$, $l_{OB_2} = l - r$, залежність (11.12) приймає вигляд

$$S_{\max} = \sqrt{(r + l)^2 - e^2} - \sqrt{(l - r)^2 - e^2}. \quad (11.13)$$

У центральному кривошипно-повзунному механізмі ($e = 0$, рис. 11.5, б) $S_{\max} = 2r$, тоді $r = S_{\max}/2$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_0^* = 180^\circ$.

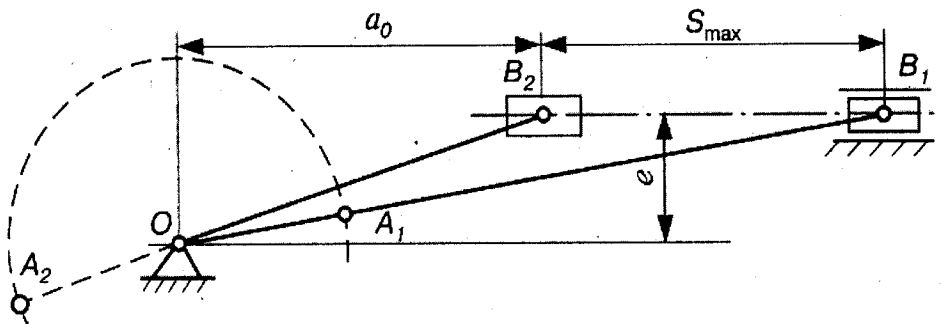


Рис. 11.6. Приклад синтезу кривошипно-повзунного механізму за двома крайніми положеннями вихідної ланки

Положення кривошипа в системі координат xOy , коли куліса займає крайні положення, визначається кутами

$$\varphi_0 = -\beta_{\max}/2, \quad \varphi_0^* = \pi + \beta_{\max}/2.$$

Необхідно зазначити, що максимальний кут розмаху β_{\max} куліси BC (рис.11.7) дорівнює гострому куту θ між положеннями кривошипа в крайніх положеннях механізму. Ця рівність кутів ($\beta_{\max} = \theta$) використовується при синтезі механізмів [1, 9].

11.4. Синтез чотириланкових механізмів за коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки

Кривошипно-коромисловий механізм. Важливою характеристикою роботи механізму є *коефіцієнт k зміни середньої швидкості вихідної ланки*, під яким розуміють відношення середньої швидкості руху ланки під час зворотного (холостого) ходу v_3 до її середньої швидкості під час прямого (робочого) ходу v_n .

Нехай рух коромисла BC (див. рис.11.4) проти годинникової стрілки буде прямим (робочим) ходом, за годинниковою стрілкою – зворотним (холостим) ходом. Середню швидкість ланки визначають як відношення максимального переміщення до часу $v_n = S_{\max}/t_n$, $v_3 = S_{\max}/t_3$ або при обертовому русі $\omega_n = \beta_{\max}/t_n$, $\omega_3 = \beta_{\max}/t_3$, де β_{\max} – максимальний кут розмаху коромисла BC ; t_n, t_3 – час (період) відповідно прямого і зворотного ходів вихідної ланки.

Тоді коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки (коромисла BC) можна записати

$$k = \frac{v_3}{v_n} = \frac{\omega_3}{\omega_n} = \frac{t_n}{t_3}. \quad (11.15)$$

Отже, *коефіцієнтом k можна вважати відношення періоду (часу) прямого ходу ланки до періоду її зворотного ходу.*

Коефіцієнт k дуже часто визначає продуктивність роботи механізму, а тому його інколи називають коефіцієнтом продуктивності.

Якщо кутова швидкість обертання кривошипа OA стала ($\omega_1 = \text{const}$), залежність (11.15) можна виразити через кути повороту кривошипу OA ($\varphi_1 = \omega_1 t$):

$$k = \varphi_n / \varphi_3, \quad (11.16)$$

де φ_n, φ_3 – кут повороту кривошипа за період відповідно прямого і зворотного ходу коромисла.

Якщо позначити через θ кут між положеннями кривошипа OA і шатуна AB у крайніх положеннях коромисла BC (рис.11.4), то можна записати:

$$\varphi_{II} = \pi + \theta, \quad \varphi_{III} = \pi - \theta. \quad (11.17)$$

Тоді

$$k = (\pi + \theta)/(\pi - \theta), \quad (11.18)$$

звідки

$$\theta = \pi(k - 1)/(k + 1). \quad (11.19)$$

Як видно з (11.18), коефіцієнт k однозначно визначається кутом θ , а тому, забезпечивши кут θ , який обчислюється за формулою (11.19), можна синтезувати механізм за заданим коефіцієнтом k .

При синтезі кривошипно-коромислового механізму, як правило, задаються: коефіцієнтом k , максимальним кутом розмаху β_{\max} коромисла BC і його довжиною $b = l_{BC}$, інші параметри синтезу ($r = l_{OA}$, $l = l_{AB}$, координати центра обертання куліси x_C, y_C) знаходять у процесі синтезу. Задача може бути розв'язана графічним або аналітичним методом.

За **графічним методом** порядок синтезу такий (рис. 11.8) :

1. Із довільної точки C , вибраної за початок координат системи $x_C y_C$, будуюмо крайні положення коромисла B_1C і B_2C симетрично відносно осі y , відклавши кут β_{\max} .

2. Використовуючи (11.19), знаходимо кут θ .

3. Через точку B_1 (або B_2) проводимо лінію B_1K під кутом $\delta = \pi/2 - \theta$ до лінії B_1B_2 , а через точку M (середину хорди B_1B_2) – перпендикуляр MK до перетину з лінією B_1K . При цьому отримаємо при вершині K кут $\theta = \angle B_1KM$, тоді центральний кут $B_1KB_2 = 2\theta$.

4. Проводимо через точки B_1 і B_2 коло з центром у точці K . Будь-яка точка цього кола може бути вибрана за центр обертання кривошипа OA , оскільки будь-який вписаний кут B_1OB_2 , що спирається на дугу B_1B_2 , дорівнює куту θ , тобто забезпечує заданий коефіцієнт k (11.18). Проте не всі ці положення точки O забезпечують сприятливі значення кутів туску ϑ або передачі μ .

5. Для забезпечення сприятливих кутів передачі, які обмежуються умовою (11.8), проводимо через точку B_1 під кутом $\mu_d = \mu_{d,\min}$ до лінії B_1C лінію OB_1 . Тоді дуга B_2O буде геометричним місцем положень центра обертання кривошипа OA , при якому кути передачі μ

будуть більші $\mu_{д.мин} = \mu_d$ і менші $\mu_{д.макс} = 180^\circ - \mu_{д.мин}$. У цьому випадку задача має багато розв'язків. Для однозначного розв'язку потрібні додаткові умови. Такими умовами можуть бути ексцентриситет e (найкоротша відстань між напрямком лінії, що проходить через крайні положення точки B і центром обертання кривошипа), міжосьова відстань $a = l_{OC}$, довжина кривошипа OA або шатуна AB .

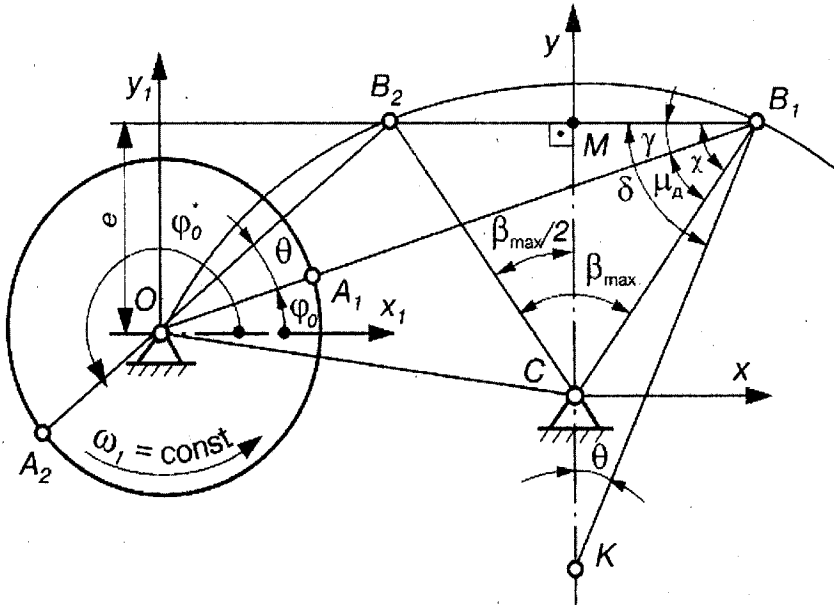


Рис. 11.8. Синтез кривошипно-коромислового механізму за заданим коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки

6. Визначивши положення центра обертання кривошипа (точку O) і вимірявши відрізки l_{OB_1} і l_{OB_2} , визначимо довжину кривошипа OA і шатуна AB за формулою (11.6), де $l_{OB_1} = (OB_1)\mu_l$, $l_{OB_2} = (OB_2)\mu_l$ (μ_l — масштаб побудови на рис. 11.8). Положення кривошипа OA в крайніх положеннях коромисла BC визначаються кутами φ_0 і φ_0^* .

Кривошипно-повзунний механізм (див. рис. 11.5, а). Методика синтезу такого механізму майже не відрізняється від синтезу кривошипно-коромислового механізму (див. рис. 11.8). Для цього механізму справедливі раніше одержані залежності (11.5), (11.6), (11.15)–(11.19).

Графічний метод синтезу зображено на рис. 11.9. Нехай будуть задані такі параметри: максимальний хід S_{max} повзуна B , зміщення e і коефіцієнт k .

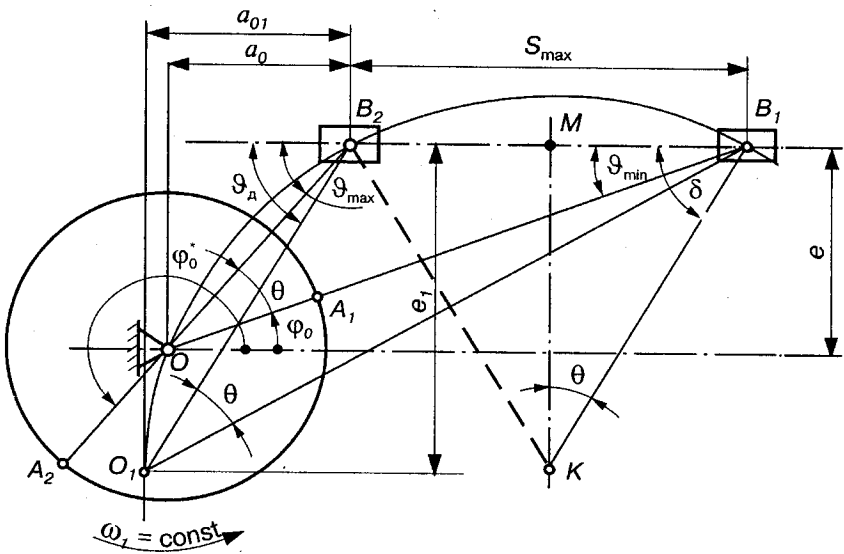


Рис. 11.9. Синтез кривошипно-повзунного механізму за заданим коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки

Розглянемо порядок синтезу:

1. На будь-якій лінії відкладаємо в масштабі максимальний хід повзуна B ($S_{\max} = l_{B_1 B_2}$).

2. Визначаємо за формулою (11.19) кут θ .

3. Через точку B_1 або B_2 проводимо лінію $B_1 K$ або $B_2 K$ під кутом $\delta = \pi/2 - \theta$ до відрізка $B_1 B_2$, а через точку M (середину відрізка $B_1 B_2$) – лінію MK , яка перпендикулярна до цього самого відрізка $B_1 B_2$. При цьому дістанемо $\angle MKB_1 = \theta$, а $\angle B_1 K B_2 = 2\theta$.

4. Через точки B_1 і B_2 проводимо коло з центром у точці K , будь-яка точка якого може бути вибрана за центр обертання O кривошипа, оскільки довільно вписаний кут $B_1 O B_2$ дорівнює куту θ , тобто забезпечується заданий коефіцієнт k .

5. Знаходимо положення точки O на цьому колі. Для цього проводимо лінію, паралельну $B_1 B_2$ і віддалену від неї на величину e .

6. З'єднавши точку O з точками B_1 і B_2 , знайдемо положення ланок механізму в крайніх положеннях повзуна B , а значить і довжину відрізків l_{OB_1} і l_{OB_2} .

7. Використавши (11.6), визначимо довжину кривошипа і шатуна.

Якщо в умові задачі не буде задане або вибране зміщення, то задача матиме багато розв'язків. Для однозначного розв'язку задачі необхідні додаткові умови, якими можуть бути: найбільше або найменше віддалення повзуна B відносно осі обертання кривошипа, зокрема від- різки a_0 або $a_0 + S_{\max}$; довжини кривошипа OA або шатуна AB .

При синтезі таких механізмів необхідно також врахувати кути передачі μ або кути тиску ϑ . Тут зручніше користуватися кутом ϑ . Для попередження заклинювання механізму слід задовольнити умову $\vartheta_{\max} \leq \vartheta_{\text{доп}}$, де $\vartheta_{\text{доп}}$ – допустиме значення кута тиску.

Граничне положення центра O_1 обертання кривошипа OA на дузі кола, що проходить через точки B_1 і B_2 з центром у точці K , знайдемо якщо через точку B_2 проведемо під кутом $\vartheta_{\text{доп}} = \vartheta_d$ до лінії B_1B_2 промінь B_2O_1 до перетину з цим колом. Дуга B_2O_1 є геометричними місцями положень кривошипа OA , які забезпечують умову $\vartheta \leq \vartheta_{\text{доп}}$ і заданий коефіцієнт k . Вибравши центр обертання кривошипа і використовуючи формули (11.6), (11.10), (11.11), (11.17), (11.19), можна визначити параметри синтезу: $r, l, e, \varphi_0, \varphi_0^*, \varphi_{II}, \varphi_3$.

Питання для самоперевірки

1. Переваги та недоліки важільних механізмів. 2. Основні методи і етапи синтезу механізмів. 3. Що називають параметрами синтезу? Вхідні та вихідні параметри. 4. Вимоги, що найчастіше ставлять до механізмів, які проектують. 5. Що таке цільова функція? 6. Які умови можуть бути додатковими при синтезі важільних механізмів? 7. Задача оптимального синтезу механізмів. 8. Умова існування кривошипа в чотириланкових механізмах. 9. Спроектуйте за двома крайніми положеннями вихідної ланки різні чотириланкові вентильні механізми. 10. Що називають коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки? 11. Як спроектувати чотириланкові важільні механізми за заданим коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки?

ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

12.1. Задача про зрівноваження механізмів

Однією з найважливіших задач сучасного машинобудування є зрівноваження динамічних сил (сил інерції), які виникають при русі механізмів і машин. Це викликано тим, що під час роботи машин ланки їх механізмів рухаються з прискореннями, у результаті чого виникають сили інерції, які викликають додаткові, часом дуже великі, навантаження в кінематичних парах, збільшують тертя і знос їх елементів, створюють додаткові напруження в окремих частинах машин, що неминуче веде до зменшення витривалості металу та його руйнування. Особливо це стосується швидкохідних машин, оскільки динамічні сили, змінні як за величиною так і за напрямком, передаються станині (корпусу) машини, фундаменту, викликають їх вібрацію, коливання та розхитування. Надто небезпечні вібрації у зоні, близькій до резонансу, що може викликати руйнування не тільки деталей машин, але й приміщень і навколишніх споруд. Тому в процесі проектування та виготовлення машин ставиться завдання про повне або часткове погашення динамічних сил. Необхідно добитися, щоб на корпус і фундамент передавались як можна менші знакозмінні сили або діяли сили сталі за величиною та напрямком. Ця задача називається *задачею про зрівноваження рухомих мас механізмів або задачею про зрівноваження сил інерції*. Розв'язати її можна шляхом раціонального розміщення та підбору мас ланок механізму.

Задачу про зрівноваження сил інерції в машинах можна поділити на дві: *про зрівноваження тисків машин або механізмів на фундамент і про зрівноваження тисків у кінематичних парах механізму*.

12.2. Зрівноваження механізмів відносно фундаменту

Умови зрівноваження механізмів. З теоретичної механіки відомо, що будь-яка система сил, прикладених до твердого тіла або системи тіл, зводиться до головного вектора \vec{F} і головного моменту \vec{M} даної системи сил відносно вибраного центра зведення. Користуючись цим методом, можна сили інерції також звести до головного вектора сили інерції $\vec{F}_{ин}$ і головного моменту сил інерції

$\bar{M}_{ін}$. Тоді умови зрівноваження динамічних сил (сил інерції) рухомих ланок механізму мають вигляд:

$$\bar{F}_{ін} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_{ін_i} = 0; \quad (12.1)$$

$$\bar{M}_{ін} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_{ін_i} = 0, \quad (12.2)$$

де $\bar{F}_{ін_i} = -m_i \bar{a}_{S_i}$ – головний вектор сил інерції i -ої ланки механізму, яка має масу m_i ; \bar{a}_{S_i} – прискорення центра мас цієї ж ланки; $\bar{M}_{ін_i} = -J_{S_i} \bar{\epsilon}_i$ – головний момент сил інерції i -ої ланки, момент інерції якої відносно центра мас J_{S_i} і яка рухається з кутовим прискоренням $\bar{\epsilon}_i$.

Якщо будуть виконані обидві умови, то матимемо *повне зрівноваження сил інерції*. У практиці машинобудування зазначені умови звичайно виконуються частково, залежно від типу механізмів і поставленої задачі.

Обидві умови порівняно легко виконуються для механізмів із сталими передаточними відношеннями (зубчасті, фрикційні, пасові та ін.). Для інших механізмів (важільних, кулачкових тощо), як правило, вдається забезпечити лише першу умову (12.1), яка може бути записана у такому вигляді:

$$\bar{F}_{ін} = -m \bar{a}_S = 0, \quad (12.3)$$

де $m = \sum_{i=1}^n m_i$ – загальна маса механізму; \bar{a}_S – прискорення загального центра мас механізму.

Умова (12.3) виконується тоді, коли прискорення \bar{a}_S загального центра мас механізму дорівнює нулю, оскільки маса ланок механізму ніколи не дорівнює нулю. Це можливо в двох випадках: коли загальний центр мас механізму рухається рівномірно та прямолінійно і коли загальний центр мас механізму нерухомий. Очевидно, що перша умова, як правило, не може бути виконана, оскільки центр мас ланки механізму рухається по замкнутій кривій. Отже, *для повного зрівноваження головного вектора сил інерції ланок механізму необхідно і достатньо так підібрати маси, щоб загальний центр мас усіх ланок механізму залишався нерухомим*. Це досягається установленням на ланках додаткових мас-противаг, положення та величину яких вибирають так, щоб зробити загальний центр мас механізму нерухомим.

Повне зрівноваження сил інерції механізму. Розглянемо методику зрівноваження головного вектора сил інерції на прикладі кривошипно-повзунного механізму (рис. 12.1). Вихідними даними є розміри, маси m_1, m_2, m_3 та положення центрів мас (S_1, S_2, S_3) ланок механізму.

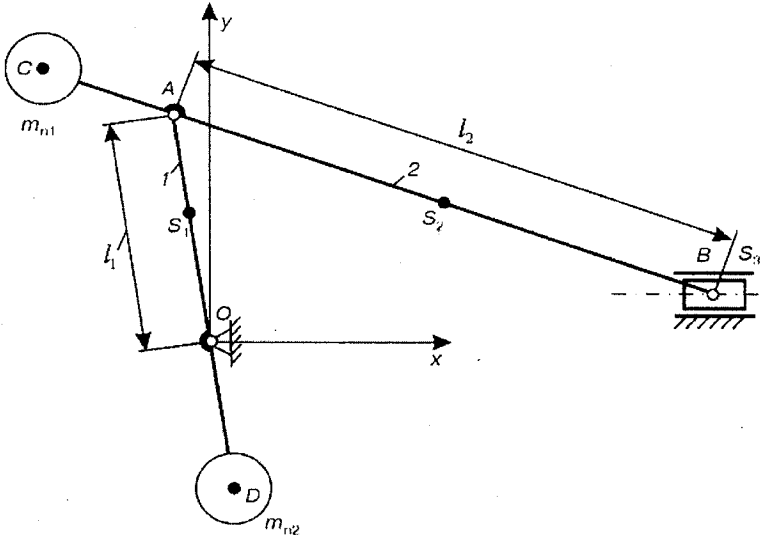


Рис. 12.1. Повне зрівноваження сил інерції кривошипно-повзунного механізму

Для зрівноваження механізму необхідно вибрати величину мас його ланок і положення їх центрів так, щоб загальний центр мас під час руху механізму був нерухомим. Для більш конструктивного виконання, при якому довжина ланок 1 і 2 за межами OA і AB не були б дуже великими, їх продовження виконують у вигляді противаг. Відповідні розрахунки з оформлення ланок 1 і 2 зводяться до рівнянь статичних моментів мас. При будь-яких варіантах обчислень не повинна порушуватись умова (12.3).

Отже, для повного зрівноваження сил інерції цього механізму необхідно встановити противаги, які розмістимо в точках C і D . Масу $m_{п1}$ противаги C виберемо з умови, що загальний центр мас противаги C , шатуна 2 і повзуна 3 знаходиться у точці A . Тоді можна записати рівняння статичних моментів мас відносно точки A

$$m_{п1} l_{AC} = m_2 l_{AS_2} + m_3 l_2,$$

звідки

$$m_{п1} = (m_2 l_{AS_2} + m_3 l_2) / l_{AC}. \quad (12.4)$$

Встановивши протизвагу в точці C , ми змістили центр мас системи шатун – повзун у точку A , і надалі можна масу протизваги C , шатуна 2 та повзуну 3 замінити однією еквівалентною масою $m_A = m_{п1} + m_2 + m_3$ та розмістити її у точці A .

Масу протизваги $m_{п2}$ виберемо з умови, що центр мас усього механізму буде знаходитися у точці O , тобто протизвага D зрівноважить масу кривошипа 1 і масу m_A . Рівняння рівноваги статичних моментів мас відносно точки O має вигляд:

$$m_{п2} l_{OD} = m_1 l_{OS_1} + m_A l_1. \quad (12.5)$$

Тоді

$$m_{п2} = (m_1 l_{OS_1} + m_A l_1) / l_{OD}. \quad (12.6)$$

Отже, загальний центр мас ланок механізму буде в будь-якому положенні нерухомим і при $l_{BS_3} = 0$ збігатиметься з точкою O .

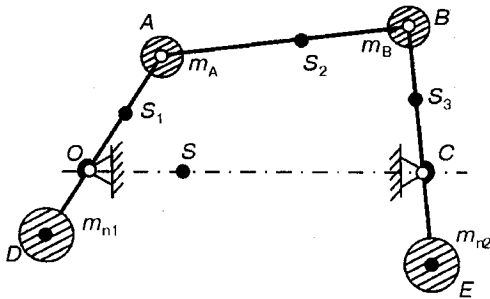


Рис. 12.2. Повне зрівноваження сил інерції шарнірного чотириланкового механізму

За допомогою двох протизваг можна також зрівноважити сили інерції в шарнірному чотириланковому механізмі (рис. 12.2), розмістивши їх на продовженнях кривошипа OA і коромисла BC .

Для цього замінимо масу m_2 шатуна AB на дві маси m_A і m_B , які розмістимо відповідно в точках A і B .

Заміна буде динамічно еквівалентна, якщо витримати наступні умови:

- сума замінювальних мас повинна дорівнювати масі ланки, яка розглядається, тобто (тут і далі для шатуна AB)

$$m_A + m_B = m_2; \quad (12.7)$$

- сума статичних моментів замінювальних мас відносно центра мас S ланки повинна бути рівною:

$$m_A a = m_B b, \quad (12.8)$$

де $a = l_{AS_2}$, $b = l_{BS_2}$ – відстань від центра мас ланки до положення i -ої замінювальної маси,

- сума моментів інерції замінювальних мас відносно центра мас ланки повинна дорівнювати моменту інерції J_{S_2} цієї ж ланки:

$$m_A a^2 = m_2 b^2 = J_{S_2}. \quad (12.9)$$

Тоді, згідно з (12.8), маємо:

$$m_A = m_2 l_{BS_2} / l_{AB}, \quad m_B = m_2 l_{AS_2} / l_{AB}. \quad (12.10)$$

Масу $m_{п_1}$ противаги D вибирають так, щоб сума статичних моментів мас відносно точки O дорівнювала нулю, тобто

$$m_{п_1} l_{OD} = m_1 l_{OS_1} + m_A l_{OA}, \quad (12.11)$$

звідки

$$m_{п_1} = (m_1 l_{OS_1} + m_A l_{OA}) / l_{OD}. \quad (12.12)$$

Аналогічно знаходимо масу $m_{п_2}$ противаги E , записавши рівняння

$$m_{п_2} l_{CE} = m_B l_{BC} + m_3 l_{CS_3}, \quad (12.13)$$

звідки

$$m_{п_2} = (m_B l_{BC} + m_3 l_{CS_3}) / l_{CE}. \quad (12.14)$$

Отже, і в цьому випадку загальний центр мас S механізму буде нерухомим і знаходитися на осі OC , оскільки центр мас системи мас m_1 , m_A і $m_{п_1}$ знаходиться у точці O , а системи мас m_3 , m_B і $m_{п_2}$ — у точці C , які є нерухомими.

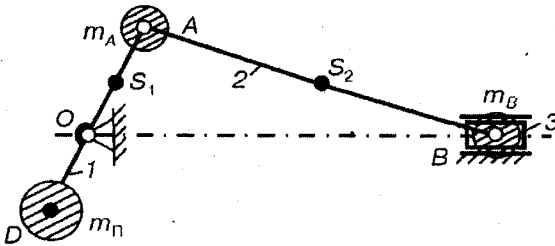


Рис. 12.3. Часткове зрівноваження сил інерції

тивних міркувань доцільно розміщати поблизу від точки A , тоді маса противаги $m_{п_1}$ буде дуже великою, і в наслідок цього виникають додаткові навантаження в шарнірах, напрямній повзуна і т.д. При зрівноваженні такого механізму обходяться лише однією противагою (рис. 12.3), яку розміщують на продовженні кривошипа OA в точці D .

При такому зрівноваженні механізму масу m_2 шатуна AB розносять у дві точки A і B так, щоб витримувались умови (12.7)—(12.9). Позначимо

Часткове зрівноваження сил інерції. На практиці рідко виконують повне зрівноваження сил інерції механізмів, зокрема кривошипно-повзункового, який зображений на рис. 12.2, оскільки проти-вагу у точці C з констру-

маси, розміщені в цих точках, відповідно m_A і m_B . Маса m_A разом з кривошипом здійснює обертовий рух, маса m_B разом з повзуном B здійснює поступальний рух. За допомогою противаги D можна зрівноважити лише обертові маси: масу кривошипа m_1 і частину маси шатуна m_A .

Записавши рівняння статичних моментів мас відносно центра обертання кривошипа

$$m_1 l_{OS_1} + m_A l_{OA} = m_n l_{OD}, \quad (12.15)$$

знаходимо масу противаги

$$m_n = (m_1 l_{OS_1} + m_A l_{OA}) / l_{OD}. \quad (12.16)$$

У цьому випадку залишаються незрівноважені сили інерції від маси повзуна m_3 і частина маси шатуна m_B , які здійснюють поступальний рух. Подібне часткове зрівноваження дуже часто застосовується на практиці (наприклад, в сільськогосподарських машинах, двигунах, насосах, ковальсько-пресових верстатах тощо).

Проектування самозрівноважуваних механізмів. Повного зрівноваження сил інерції можна досягнути і без розміщення противаг, якщо спроектувати так званий *самозрівноважуваний механізм*. Прикладом такого механізму є здвоєний кососиметрично розміщений кривошипно-повзунний механізм (рис. 12.4), який використовується в мотоциклетних та інших двигунах внутрішнього згорання. У механізмі кривошипи OA_1 і OA_2 , шатуни A_1B_1 і A_2B_2 та повзуни B_1 і B_2 – відповідно однакові, а тому сили інерції такого механізму завжди зрівноважені, тобто головний вектор

$$\bar{F}_{ін} = \bar{F}_{ін.1} + \bar{F}_{ін.2} + \bar{F}_{ін.3} + \bar{F}_{ін.4} + \bar{F}_{ін.5} = 0,$$

оскільки $\bar{F}_{ін.1} = 0$; $\bar{F}_{ін.2} + \bar{F}_{ін.4} = 0$; $\bar{F}_{ін.3} + \bar{F}_{ін.5} = 0$. Проте у цьому випадку моменти сил інерції не будуть зрівноважені, оскільки шатуни A_1B_1 і A_2B_2 не можуть конструктивно бути розташовані в одній площині.

Аналогічно, шляхом установки здвоєних механізмів можна повністю зрівноважити сили інерції в деяких інших механізмах.

На практиці не завжди вдається симетрично відносно центра обертання кривошипа O розмістити повзуни B_1 і B_2 , їх встановлюють з одного боку (на рис. 12.4 таке розташування шатуна A_2B_2' і повзуна B_2' зображено штриховими лініями). У цьому випадку досягається лише часткове зрівноваження сил інерції.

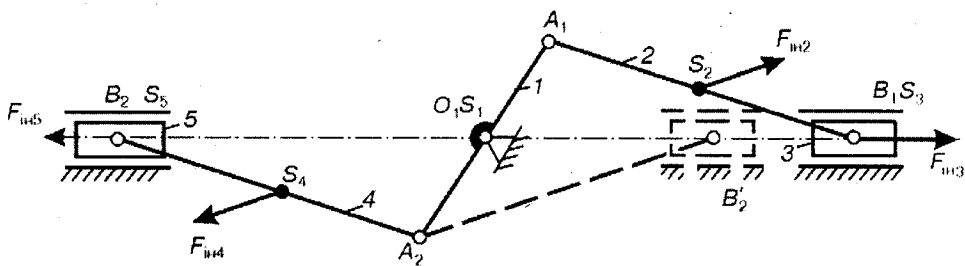


Рис. 12.4. Самозрівноваження кривошипно-повзунного механізму

12.3. Зрівноваження обертових мас

Розв'язання задачі про зрівноваження тисків у кінематичних парах механізмів у загальному випадку становить значні труднощі, а тому цю задачу розглянемо на деталях або вузлах, які здійснюють лише обертовий рух.

Як відомо з курсу теоретичної механіки, при обертанні твердого тіла не виникає ніяких додаткових тисків на опори (підшипники) лише в тому випадку, коли вісь обертання тіла O є однією із трьох головних центральних осей інерції (xx , yy або zz), які для круглого диска, що показаний на рис. 12.5, а, є взаємоперпендикулярними і проходять через центр мас S . При обертанні диска навколо будь-якої з цих осей не буде ніяких додаткових тисків на підшипники від сил інерції, тобто матимемо повне зрівноваження усіх сил інерції і всіх моментів сил інерції.

У всіх інших випадках обов'язково з'являються незрівноважені сили або моменти сил інерції, або перші та другі разом.

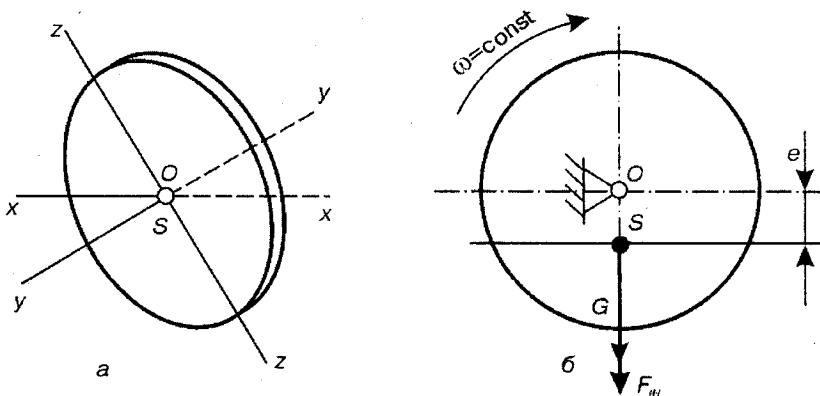


Рис. 12.5. До зрівноваження обертових мас

Статична незрівноваженість. Незрівноважені сили інерції з'являються тоді, коли центр мас S обертового тіла (рис. 12.5, б) не лежить на осі обертання O , тобто коли остання не збігається з головною центральною віссю інерції, а зміщена на величину e , яку називають ексцентриситетом маси. При обертанні диска на нього буде діяти крім сил ваги \vec{G} ще сила інерції $\vec{F}_{\text{ін}}$, модуль якої визначається формулою

$$F_{\text{ін}} = ma_S = m\omega^2 e, \quad (12.17)$$

та напрямлена по радіусу OS і обертається разом з диском. Таку незрівноваженість обертової маси можна встановити в стані спокою, а тому її називають *статичною незрівноваженістю*. Статична незрівноваженість характеризується *статичним дисбалансом*

$$D_c = me. \quad (12.18)$$

Незрівноважені сили інерції (12.17) можуть досягати значних розмірів і в багато разів перевищують вагу самої обертової деталі. Так, наприклад, при незрівноваженій масі $m=0,1$ кг, яка обертається з швидкістю $\omega=1000 \text{ с}^{-1}$ ($n \approx 9550 \text{ хв}^{-1}$) при $e=0,01$ м, виникає відцентрова сила $F_{\text{ін}}=0,1 \cdot 1000^2 \cdot 0,01=1000$ Н, що в 1020 разів більша ваги самої деталі. Відомо немало прикладів, коли незрівноважені сили інерції викликали руйнування роторів турбін і компресорів, підймальних кранів, мостів, абразивних кругів тощо. Тому необхідно зрівноважувати всі швидкохідні частини машин і механізмів, починаючи від маятників ручних годинників і закінчуючи роторами турбін.

Характерно, що при умові $F_{\text{ін}} \geq G$ буде мати місце підкидання вверх обертової деталі при кожному її оберті, тобто деталь буде „бити”. На підставі (12.17), прийнявши $F_{\text{ін}} = G = mg$, одержимо величину ексцентриситету, при якому наступить підкидання вала:

$$e = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9,81}{1000^2} \approx 0,00001 \text{ м} = 0,01 \text{ мм}.$$

Отже, вже при $e=0,01$ мм маса, яка обертається з кутовою швидкістю $\omega=1000 \text{ с}^{-1}$, почне „бити”.

Для усунення статичної незрівноваженості треба так підібрати обертові маси, щоб виконувалася умова

$$F_{\text{ін}} = m\omega^2 e = 0. \quad (12.19)$$

А це можливо лише тоді, коли центр ваги обертової маси збігатиметься з віссю обертання ($e=0$), оскільки в механізмах $m \neq 0$ і $\omega \neq 0$. Практично це досягається статичним балансуванням, при якому

на більш легкому боці обертової маси встановлюють додаткові маси (противаги), або зменшують масу на її більш важкому боці.

Динамічна незрівноваженість. Для повного зрівноваження обертових мас ще недостатньо того, щоб була забезпечена статична зрівноваженість, хоч центр мас може збігатися з віссю обертання. Для пояснення цього розглянемо вертикальний вал з двома однаковими масами, які знаходяться на однаковій відстані від осі обертання вала AB (рис. 12.6).

Очевидно, що центр мас S такої системи знаходиться на осі обертання, і вона статично зрівноважена; у стані спокою вал буде займати так зване байдуже положення. Проте при обертанні на кожну масу m діятимуть відцентрові сили інерції $F_{in} = m\omega^2 y$, які створюють момент пари сил інерції

$$M(\bar{F}_{in}) = F_{in} m \omega^2 y z, \quad (12.20)$$

який намагається повернути систему так, щоб лінія $S'S''$, що проходить через центри мас, стала перпендикулярною до осі обертання. Така незрівноваженість називається **динамічною**, і її можна виявити тільки при швидкому обертанні, але не в стані спокою; вона характеризується **динамічним дисбалансом**

$$D_d = m \omega y z. \quad (12.21)$$

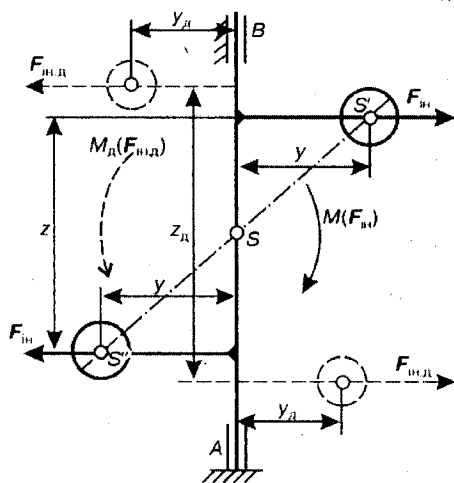


Рис.12.6. До динамічного зрівноваження обертових мас

Для усунення динамічної незрівноваженості треба, щоб одна з головних центральних осей інерції обертового тіла збігалася з віссю обертання, тоді $M(\bar{F}_{in}) = 0$. Практично це досягається установленням двох вантажів у двох різних площинах (на рис. 12.6 показані штриховими лініями). Положення та маси цих вантажів вибираються так, щоб додатковий момент пари сил інерції $M_d = M_d(F_{in,d})$ був рівний, але направлений у протилежний бік відносно незрівноваженого момента тобто

$$M_d(\bar{F}_{in,d}) = M(\bar{F}_{in}), \quad (12.22)$$

або з врахуванням (12.20)

$$m_d y_d z_d = m y z. \quad (12.23)$$

Причинами незрівноваженості обертових деталей і вузлів можуть бути різні, основні з них наступні:

- конструкція обертових деталей або вузлів (наявність на валу кулачків, ексцентриків, кривошипів, шпоночних пазів тощо);
- неточність виготовлення та монтажу;
- нерівномірність розподілення матеріалу по об'єму деталі, включаючи раковини, різні отвори тощо;
- деформація деталей машин, особливо валів, як при монтажі, так і в процесі роботи;
- зношування елементів обертових пар та недопустимо великі зазори в них.

На практиці статична та динамічна незрівноваженості усуваються відповідним балансуванням обертових мас, яка здійснюється на спеціальних балансувальних верстатах [1, 9, 21].

Питання для самоперевірки

1. *Задача про зрівноваження механізмів.* 2. *Які умови повного і часткового зрівноваження сил інерції?* 3. *Методи зрівноваження механізмів відносно фундаменту.* 4. *Наведіть приклади самозрівноважених механізмів.* 5. *Яким способом можна усунути статичну та динамічну незрівноваженість обертових мас?* 6. *Причини незрівноваженості обертових мас.* 7. *Скільки противаг необхідно встановити на ротор при статичному і динамічному балансуванні?* 8. *Наведіть приклад розташування мас відносно осі обертання, що викликають появу лише незрівноваженої пари сил інерції. Де знаходиться загальний центр мас?*

13.1. Основні поняття та визначення

У вступній частині (п. 1.2) було дано визначення машини, машинного агрегата, машини-автомата та автоматичної лінії, наведена функціональна класифікація машин. У цьому розділі будуть розглянуті загальні для різних машин проблеми та методи їх розв'язання. Для того, щоб виконати поставлені завдання, слід попередньо встановити умови виконання процесів обробки матеріалів або виробів в машинах, їх послідовності; вивчити структурні елементи машин та їх взаємозв'язок. Ці питання розглянемо на прикладі технологічних машин, оскільки вони значно складніші, ніж енергетичні або інші групи машин.

Випуск будь-якої продукції пов'язаний з витратами корисної роботи, які залежать від багатьох факторів, але в першу чергу від способу виготовлення, тобто від технології та організації виробництва продукції.

Технологічні процеси та операції. Встановлена послідовність операцій зміни положень, форми і стану поверхні та структури сировини (матеріалу) або напівфабрикатів, які необхідні для одержання готової продукції з відповідними технологічними властивостями, називають *технологічним процесом*. Технологічні процеси, які виконуються за допомогою відповідних механізмів машин, на відміну від ручних, називаються *машинними*.

Слід відрізняти *машинні технологічні процеси*, які виконуються механізмами, і *апаратні технологічні процеси* – хімічні, теплові, електричні, ультразвукові тощо. У сучасних технологічних машинах ті та інші процеси часто виконуються разом. Наприклад, при переробці пластмас у виробі проходить нагрівання форми і вихідного матеріалу струмами високої частоти та здійснюється пресування пуансоном. При литві під тиском здійснюється нагрівання розплаву електронагрівачами, нагнітання рідкої маси поршнем і охолодження відливки та форми охолоджувальними пристроями.

Під *технологічною операцією* розуміють певну закінчену однорідну частину технологічного процесу виробництва, яка виконується одними і тими ж робочими знаряддями або робочими органами. Технологічні операції за своїм характером ділять на основні, допоміжні, контрольні та операції керування.

Основними називають такі технологічні операції, у процесі яких здійснюється безпосередня обробка сировини або напівфабрикатів (наприклад, різання металу, його пластична деформація – штамповка або ковка тощо). *Допоміжними* називають операції, які пов'язані з установкою та зняттям виробів

(подача, базування, затискання заготовок і зняття обробленого виробу, переміщення виробів в процесі обробки та після неї). При **контрольних** операціях здійснюється перевірка відповідності виконання технологічного процесу технічним вимогам, які ставляться до нього (правильності базування, точності обробки тощо). Операції **керування** включають операції настройки механізмів, пуск і зупинка машини, коректування технологічного процесу.

Технологічні операції можуть здійснюватися як послідовно – одна за одною, так і паралельно, тобто суміщенням за часом. Технологічні процеси можуть включати різні комбінації як послідовних, так і паралельних операцій, які раціонально чергуються в просторі та часі.

Основні етапи механізації та автоматизації виробництва. У сучасних машинах можуть бути автоматизовані як окремі операції, так і весь технологічний процес. Це залежить від ступеня механізації і автоматизації виробництва. У табл. 13.1 наведені основні етапи цього процесу [22].

На першому етапі для механізації основних технологічних операцій були розроблені різні механізми, причому механізація однієї основної операції приводила до створення **одноопераційної** машини.

Другим важливим кроком було комплексне використання механізмів для виконання певного технологічного процесу, яке привело до створення **робочих машин**. Крім класу робочих виробничих машин, розробляються **транспортні машини** і **машини-двигуни**. Останні перетворюють інші види енергії в механічну роботу, яка необхідна для приведення у рух робочих машин. Об'єднання машини-двигуна за допомогою передаточних механізмів з виконавчими механізмами привело до створення **машинного агрегату**.

Переходячи до повної механізації не лише основних технологічних операцій, які змінюють геометричні та фізичні характеристики об'єктів обробки, а також допоміжних операцій (переміщення, орієнтування, фіксація об'єкту обробки тощо) відповідного виробничого процесу, тобто розв'язуючи задачу комплексної механізації, створюють машини-напівавтомати і машини-автомати. Робочі машини, в яких всі операції виконуються відповідними механізмами без участі людини називають **машинами-автоматами**. У цьому випадку роль людини зводиться до періодичної наладки механізмів, усунення неполадок у їх роботі, обслуговування і спостереження за нормальною роботою автоматів. Якщо хоч одна операція в робочому циклі здійснюється вручну, то ця машина не є автоматом, а **напівавтоматом** (в такій машині людина, як правило, здійснює подачу заготовки, знімає готовий виріб тощо). Якщо в машинах-напівавтоматах механізовані в основному допоміжні технологічні операції і частково операції контролю і керування, то в машинах-автоматах автоматизований контроль, керування і блокування (захист), тобто зупинка машини при різкому порушенні технологічного процесу.

Етапи механізації та автоматизації виробництва

Етапи розвитку	Задачі, які розв'язуються
Механізм	Виконує і перетворює рухи для механізації однієї технологічної операції
Робоча машина	Механізація основних технологічних операцій
Машинний агрегат	Об'єднання механізмів робочої машини і двигуна
Напівавтомат	Додаткова механізація допоміжних технологічних операцій
Машина-автомат	Додаткова автоматизація операцій контролю та керування
Промисловий робот	Автоматизація допоміжних процесів
Автоматична лінія	Додатково введені та автоматизовані транспортні засоби між окремими машинами-автоматами і загальна система керування
Автоматизоване виробництво	Додатково автоматизоване керування усім виробничим процесом з використанням електронно-обчислювальних машин, створення гнучкого автоматизованого виробництва (ГАВ)

Важливим етапом у створенні автоматичних ліній, які створюються з окремих машин-автоматів, а також повністю автоматизованого виробництва, була поява *промислових роботів*. Використання різних робото-технічних систем дозволило не тільки зв'язати окремі технологічні операції в єдиний ланцюг повністю автоматизованого виробництва, але і самостійно розв'язувати цілий ряд технічних проблем, у тому числі комплекс логічних задач. Уже зараз у промисловості багато видів робототехнічних систем виконують операції завантаження, складання, збирання окремих вузлів, зварювання і фарбування окремих виробів.

Подальшим етапом механізації та автоматизації виробництва стало створення *автоматичних ліній*, в яких окремі машини-автомати зв'язані між собою додатковими автоматичними транспортними пристроями (це можуть бути, зокрема, промислові роботи) і призначені для виконання певного технологічного процесу. Автоматичні лінії мають загальну систему керування.

Вершиною механізації та автоматизації виробництва є *автоматизоване виробництво*, в якому на базі сучасних електронних обчислювальних машин (ЕОМ) автоматизоване керування всім виробничим циклом. Використання в системах керування ЕОМ дозволяє програмувати технологічний процес залежно від стану обладнання і навколишнього середовища, виду продукції тощо, тобто створювати *гнучке автоматизоване виробництво*, що є дуже важливим в умовах технічного прогресу, частій зміні виробів.

Робочі та виконавчі органи машини. Пристрої, які безпосередньо виконують технологічні операції (різці, пуансони, затискачі, стрічки транспортерів, вимірювальні датчики тощо), називаються *робочими органами*.

Для виконання відповідної операції необхідно, щоб робочий орган здійснював відносно об'єкта, який обробляється, задану траєкторію. Задані відносні траєкторії частіше всього здійснюються шляхом геометричного складання переміщень як робочого органу, так і оброблюваного об'єкту, кожний з яких рухається по більш простій траєкторії, наприклад, при нарізанні гвинтової поверхні виріб (гвинт або гайка) обертається, а різець рухається вздовж осі обертання виробу. В окремих випадках один із них може бути нерухомим.

Рухомі деталі та вузли, на яких закріплені робочі органи або вироби, що обробляються, називаються *виконавчими органами* технологічних машин. У токарному верстаті, наприклад, виконавчими органами є супорт і шпиндель.

Виконавчі механізми. Механізми, які надають робочим органам рух, необхідний для виконання технологічного процесу, називаються *виконавчими механізмами*. Залежність між переміщеннями вхідної та вихідної ланок у будь-якому виконавчому механізмі виражається функціями положення $s = s(\varphi)$ або $\psi = \psi(\varphi)$, де φ – кут повороту вхідної ланки, s або ψ – відповідно лінійні або кутові переміщення вихідної ланки механізму.

Механізм, що виконує основну операцію механічного процесу, а якщо усі операції рівноцінні – основну частину корисної роботи, прийнято називати *основним*, а його вхідну ланку, що здійснює обертовий рух, – *головним валом*. Якщо вхідна ланка виконавчого механізму здійснює один оберт за цикл і є в той же час вхідною для усіх або ряду виконавчих механізмів, її називають *розподільним валом* (РВ). Один і той же самий вал у деяких машинах може бути одночасно головним і розподільним.

За характером переміщення виробу, який обробляється, всі машини діляться на три види: 1) машини з неперервним рухом виробів; 2) з періодичним рухом виробів; 3) із змішаним рухом виробів. У сучасному машинобудуванні характерна тенденція до переходу від періодичного руху з нерівномірними швидкостями при дискретних (переривчастих) технологічних процесах до безвистійного рівномірного обертового руху, при якому механізми вільні від передачі змінних навантажень, викликаних переривчастим технологічним процесом. Проте в машинах і зараз досить широко використовується періодичний рух робочих органів. Механізми, які здійснюють періодичний рух робочих органів називаються **циклонами**. В окремих машинах-автоматах використовуються механізми із самостійним робочим циклом, який не зв'язаний з циклом виконавчих механізмів. Це, наприклад, окремі пристрої бункерного живлення верстатів-автоматів, різні контрольні механізми тощо.

Цикли роботи машини. Для виконання машиною переривчастого технологічного процесу необхідно, щоб після закінчення відповідного проміжку часу періодично повторялися положення, швидкості та прискорення ланок, що входять у склад машини. Це характеризує циклічність роботи машини та її механізмів. Відрізняють технологічні, робочі, кінематичні та енергетичні цикли.

Під **технологічним циклом** T_T розуміють сукупність всіх послідовно і паралельно закінчених у часі технологічних операцій виготовлення одного певного виробу. Це загальне поняття може звужуватися до межі поняття „Технологічний цикл обробки (виробу) автоматом” або розширюватися до межі поняття „Технологічний цикл виготовлення (об'єкту) на заводі”.

Машинний технологічний процес охоплює крім основних технологічних операцій також допоміжні, контрольні операції та операції керування, які пов'язані з виготовленням виробу.

Під **робочим циклом** називають проміжок часу T_p , після якого машина видає черговий оброблений виріб (партію виробів) або порцію матеріалу. За цей час переміщення виконавчих органів машини повністю повторюються. Як правило робочий цикл спеціалізованих машин-автоматів відповідає одному повному повороту головного вала на 360° .

Кінематичним циклом називають проміжок часу T_k , після якого робочі органи машини займають вихідні (початкові) положення, а їх швидкості та прискорення набувають попередніх значень. За час кінематичного циклу повністю повторюються суміжні робочі цикли, які відрізняються один від одного лише окремими допоміжними, контрольними операціями або операціями керування.

При усталеному русі робочої машини-автомата, як правило, кожному кінематичному циклу відповідає певний *енергетичний цикл*. На протязі цього циклу використання потужності змінюється за деяким законом, який повністю повторюється при кожному наступному енергетичному циклі.

Відрізняють дві групи технологічних машин: із змінним і постійним кінематичним циклом. До першої групи відносяться такі машини, як вантажопідіймальні, будівельні, землерийні. Робочі органи машин цієї групи переміщуються різними траєкторіями. Послідовність їх переміщень різна і змінюється в процесі роботи машин залежно від умов і вимог процесу, який вони виконують. Машина повертається у своє початкове положення через різні проміжки часу T_k .

Траєкторії робочих органів машини другої групи постійні; їх переміщення періодично (циклічно) повторюються; після закінчення часу T_k відносно положення робочих органів повторюється. До цієї групи відноситься переважна більшість технологічних машин.

13.2. Структура машин

Розглядаючи будову будь-якої машини або машинного агрегата незалежно від їх призначення можна переконатися, що варіанти кінематичних схем окремих вузлів можуть бути різними, але в склад машини (машинного агрегата) входить ряд принципово необхідних механізмів або окремих машин. У найпростішому випадку в склад машини повинні входити такі основні групи структурних елементів: 1) двигун; 2) передаточні механізми; 3) виконавчі механізми.

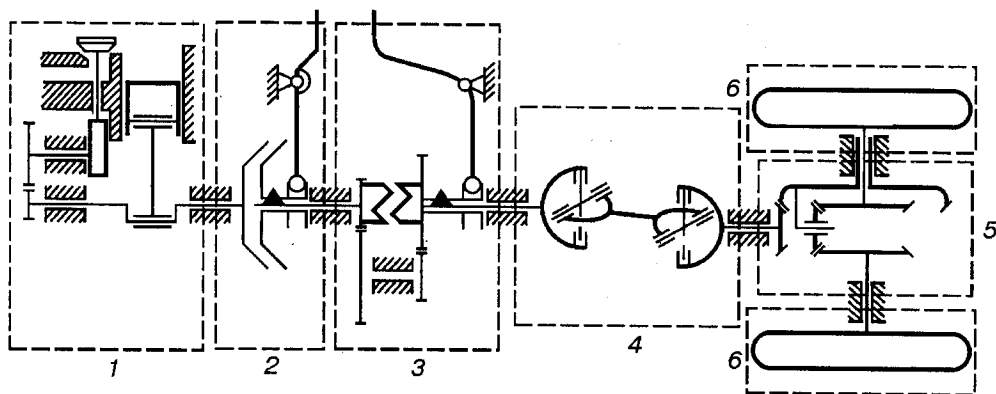


Рис. 13.1. Кінематична схема автомобіля

Наприклад, на рис. 13.1 наведена кінематична схема автомобіля [20]. Для його руху необхідно мати двигун 1, робочі органи 6 (ведені колеса) і передаточні механізми, які повинні: а) забезпечувати різні передаточні відношення, при яких двигун працював би в оптимальному режимі при різних швидкостях обертання коліс, тут ці функції виконує коробка передач 3; б) від'єднувати двигун від робочих органів під час перемикання передач, що здійснюється муфтою зчеплення 2; в) компенсувати зміщення осей коліс відносно корпусу двигуна, яке досягається карданним механізмом 4; г) передавати рух від одного двигуна на два незалежні органи з потрібною швидкістю, для цього використовуються конічна зубчаста передача і диференціальний механізм 5 заднього моста. Названі вузли є принципово необхідними (при вибраному двигуні), але їх будова та кінематичні схеми можуть бути різні; так, коробка передач можлива з 3–5 ступенями, з простим або планетарним редуктором, із зовнішнім або внутрішнім зачепленням тощо, а двигун може бути 2-х або 4-тактним, із запалюванням або впорскуванням палива, з V-подібним або однорядним розташуванням циліндрів тощо.

Сучасні машини-автомати, крім цих вказаних складових частин, мають у своєму складі ще цілий ряд інших механізмів, які виконують різні *допоміжні операції, операції контролю, регулювання та керування*.

Якщо перші три складові групи структурних елементів, як правило, обов'язкові в кожній машині, то останні визначають ступінь автоматизації технологічного процесу в машині не тільки з точки зору основних технологічних операцій, але і всіх інших операцій – допоміжних, контролю і керування. Правда, є машини, які складаються лише з двох елементів: двигуна і виконавчого механізму, у них відсутні передаточні механізми. Це можуть бути заточувальні верстати, вентилятори, пилососи тощо.

Як *двигуни* в машинах використовують парові машини, двигуни внутрішнього згорання, електро-, пневмо- або гідродвигуни з керуючими засобами. У машинах-автоматах найбільшого використання одержали електродвигуни, які можуть бути керовані (синхронні) і некеровані (асинхронні). При роботі гідродвигуна (силового гідроциліндра чи гідротурбіни) обов'язковими елементами є насос, що приводиться в рух асинхронним двигуном, трубопроводи і пристрої керування; пневмодвигуни, як правило живляться стиснутим повітрям із загальної магістралі або від пристрою (компресора), розташованого за межами машини-автомата.

Передаточні механізми, як ми вже говорили (рис.13.1), служать для передачі і перетворення руху від двигунів до виконавчих механізмів. Як правило, двигун і передаточний механізм конструктивно об'єднують в один вузол, який називають *приводом*. При цьому, залежно від типу двигуна розрізняють: механічний (некерований електродвигун), електрич-

ний, гідравлічний і пневматичний приводи. У багатьох випадках кілька механічних приводів мають один електричний двигун.

У сучасному автоматобудуванні часто застосовують гідравлічні приводи, які дозволяють у широких межах плавно регулювати швидкість обертання та здійснювати дистанційне керування. Пневматичний привод, внаслідок стискування і втрат повітря, має несталый характер руху ланок, а тому їх застосовують, як правило, для здійснення холостих рухів. Більш прогресивними є пневмогідравлічні приводи, де як рушійну силу використовують енергію стиснутого повітря, а стабілізація і забезпечення заданого закону руху ланок виконується гідросистемою.

Виконавчі механізми машин-автоматів, як уже зазначалось (див. п. 13.1), забезпечують рухи робочих органів згідно з вимогами технологічного процесу.

Допоміжні механізми містять різні типи механізмів, які виконують підготовчі операції технологічного процесу: подачу заготовок чи чергової порції матеріалу, встановлення і закріплення заготовки, поворот її на певний кут і фіксацію в процесі обробки, знімання і видачу готової продукції.

Контрольні механізми здійснюють контроль за ходом виконання технологічного процесу. У разі відхилення процесу від заданих умов вони вносять відповідні корективи в роботу машини-автомата. Наприклад, при відхиленні геометричних розмірів оброблюваного виробу від заданих внаслідок спрацювання робочого органу механізм контролю вмикає механізми, що здійснюють підналагодження робочого органу. Автоматизація операцій контролю здійснюється за допомогою спеціальних слідкувальних систем чи пристроїв (датчиків), які дають інформацію про хід технологічного процесу, і, порівнюючи її із заданою програмою, передають системі керування. Якщо відхилення параметра, що контролюється, перевищує допустиму програмою величину, то система керування автоматично регулює умови технологічного режиму, підтримуючи задані програмою умови. Отже, здійснення функцій автоматичного контролю і керування здійснюється за допомогою **зворотного зв'язку**.

Механізми регулювання і керування забезпечують перебіг технологічного процесу за заданою програмою і ступенем точності. Регулюванню піддаються такі параметри, як швидкість, зусилля (тиск), температура, вологість тощо. Механізм регулювання (регулятор) може складатися або з двох елементів: чутливого (датчика) і виконавчого або з трьох – чутливого, підсилювального та регулювального. Прикладом першого може бути відцентровий регулятор прямої дії (див. рис. 5.7), в якому регульований орган безпосередньо зв'язаний з чутливим елементом і знаходиться під його дією.

13.3. Системи керування машин-автоматів

Загальні відомості про системи керування. Сучасні машини-автомати мають у своєму складі цілу систему різних механізмів, які забезпечують необхідні рухи ланок, що пов'язані з перетворенням енергії, стану, властивостей або положення об'єктів і матеріалів, з керуванням, контролем і регулюванням рухів виконавчих органів машини [18]. Такі системи механізмів бувають досить складними. Для виконання машиною того чи іншого технологічного процесу необхідно, щоб рухи ланок механізмів були узгоджені як в часі так і в просторі. Інакше кажучи, рухи виконавчих органів машин-автоматів повинні виконуватися за відповідною *програмою* (алгоритмом). Під *програмою роботи механізмів машин-автоматів розуміють сукупність розпоряджень, які забезпечують виконання технологічного процесу.* Для автоматичного виконання програми передбачені *системи керування* машин, які *забезпечують узгодженість переміщень всіх виконавчих органів у відповідності із заданою програмою.* Сукупність засобів програмного керування, які служать для вироблення за заданою програмою керуючих дій на виконавчі органи машини та інші механізми, включають *технічні засоби* (приводи, апарати і пристрої автоматики, вимірвальні датчики, пристрої контролю, адаптації і діагностики, обчислювально-логічні пристрої, засоби зв'язку тощо) і *програмне забезпечення*, які здійснюють організацію процесу керування і реалізацію завдань керування стосовно до кожної системи механізмів.

Розглянемо деякі приклади керування машин [18].

Керування від копіїв. Керування переміщеннями одного виконавчого органу можна досягти за допомогою окремого механізму, схема і параметри якого вибрані у відповідності заданій програмі роботи машини-автомата. Якщо ці програми повинні бути різними при обробці різних виробів, то слід мати механізми із змінним законом руху вихідної ланки. Наприклад, якщо треба одержати переміщення виконавчого органу за різними траєкторіями, то використовують механізми із змінними нерухомими кулачками, які називають *копірами*.

На рис. 13.2 показано механізм, який призначений для керування переміщеннями різального інструменту (фрези або шліфувального круга) при обробці поверхні деталі 5 способом безпосереднього копіювання. Тут повзун 1 одержує в горизонтальному напрямку переміщення s_3 , яке називають *задавальною подачею*. Щуп 2 під дією замикаючого пристрою постійно притиснутий до копіра 3 і тому крім горизонтального переміщення одержує також переміщення у вертикальному напрямку s_c , яке називають *слідкувальною подачею*. Різальний інструмент 4, який зв'язаний із щупом 2, повторює (копіює) рух щупа. Для одержання різних рухів інстру-

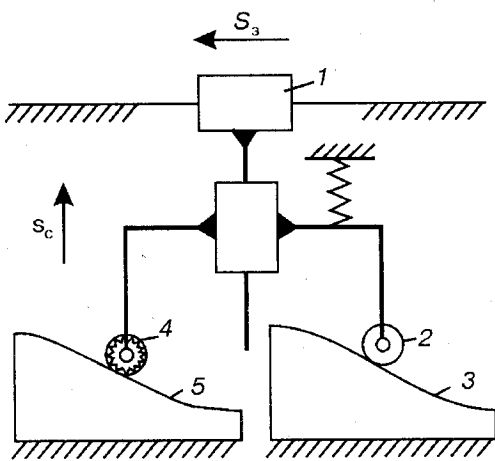


Рис. 13.2. Керування від копіїв

Фреза 4 з'єднана з корпусом гідроциліндра, а шуп 2 – зі штоком гідрозолотника. Гідроциліндр називається *виконавчою частиною*, а гідрозолотник – *керуючою* (деколи – задавальною). Обидві частини разом з насосом 5 встановлені на загальному столі 6, який разом з повзуном 1 може переміщатися у напрямку задавальної подачі s_3 . При цьому переміщенні шуп 2 одержує слідкувальну подачу s_c , яка залежить від профілю копіїв 3, а фреза 4 разом зі столом 6 повторює рух шупа, „слідкує” за його рухом (звідси назва – *слідкувальний привод*) і формує поверхню деталі 7.

Процес слідкування можна уявити собі таким чином. Якщо шуп і фреза займають однакове положення по відношенню до копіїв і фрези, то шток займає середнє положення і перекриває обидва трубопроводи, які ведуть до гідроциліндра. При русі штока золотника із середнього положення вгору рідина під тиском поступає у верхню порожнину гідроциліндра, і його корпус разом з столом 6 і фрезою 4 також переміщаються уверх, оскільки поршень гідроциліндра жорстко з'єднаний з повзуном 1. Рух корпуса гідроциліндра відносно поршня і, значить, рух стола 6 відносно штока золотника продовжується доти, доки шток золотника не займе середнє положення. Якщо за інерцією середнє положення буде пройдено, то рідина під тиском поступить у нижню порожнину гідроциліндра, і почнеться зворотній рух до середнього положення. З описаного процесу слідкування видно, що рух інструмента 4 завжди відстає від руху шупа 2 і, крім цього, може виникнути коливання при переході через середнє положення. Ці похибки руху інструмента можуть бути зведені до мінімуму шляхом відповідного вибору параметрів гідроциліндра і золотника на основі загальних методів динамічного синтезу механізмів.

мента треба мати змінні копії. Аналогічна схема обробки має місце при обертовій задавальній подачі, яка в цьому випадку надається заготовці та копію.

Спосіб безпосереднього копіювання використовується рідко із-за великих навантажень на копій, який швидко зношується. Для зменшення навантаження на копій використовується *слідкувальний привод*.

Слідкувальний привод. Принцип дії такого приводу пояснимо на прикладі гідрокопіювального пристрою фрезерного верстата (рис. 13.3).

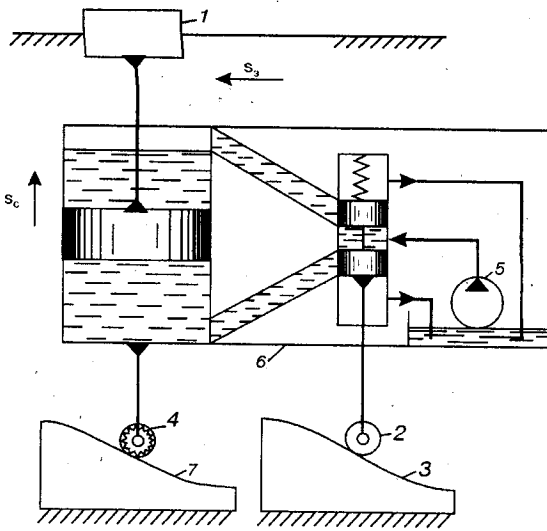


Рис. 13.3. Слідкувальний привод

Значно простіше переналадити на іншу програму машини-автомати з **числовим програмним керуванням** (ЧПК), при якому інформація про величину потрібних переміщень виконавчих органів подається в систему керування у вигляді чисел, які називаються **інформаційними числами**. Якщо величина потрібного переміщення дорівнює s , то інформаційне число (число кроків) повинно бути ближчим цілим числом до відношення

$$z = \frac{s}{\Delta s}, \quad (13.1)$$

де Δs – величина одиничного переміщення (кроку), яка вибирається у залежності від необхідної точності переміщень.

На рис. 13.4, а показана блок-схема програмного керування переміщеннями одного виконавчого органу. Основна особливість цього керування полягає в регульованому приводі (двигуні), який повинен забезпечувати переміщення виконавчого органу на потрібну величину. Для цього частіше всього використовується кроковий електродвигун, в якому при кожному вмиканні ланцюга живлення (імпульсі) ротор повертається на певний точно фіксований кут. Для того, щоб одержати потрібне переміщення виконавчого органу, треба послати в ланцюг живлення двигуна таке число імпульсів, яке відповідає потрібному інформаційному числу. Ці імпульси посилаються через блок керування від програми, яка містить також команди початку і кінця руху, прямого і зворотного ходу та інші допоміжні команди.

Нехай, наприклад, потрібно обробити плоский кулачок на верстаті з числовим програмним керуванням (рис. 13.4, б). У цьому випадку

У порівнянні зі способом безпосереднього копіювання використання слідкувального приводу має ті переваги, що на копір передається лише невеликий тиск пружини золотника, а зусилля різання, деколи досить значне, передається через гідроциліндр безпосередньо на стоек.

Числове програмне керування. У машинах-автоматах з керуванням від копіїв перехід на іншу програму пов'язаний, як правило, з виготовленням нових копіїв, що вимагає великих затрат часу і матеріальних засобів.

постійна задавальна подача s_z надається безпосередньо заготовці 1, а слідкувальна подача s_c від крокового двигуна – ріжучому інструменту 2. Потрібна величина слідкувальної подачі розраховується з креслень кулачка для окремих точок, які відповідають рівним проміжкам часу переміщень заготовки. Для кожної одержаної величини слідкувальної подачі визначається за формулою (13.1) інформаційне число (число імпульсів), яке і фіксується в програмі. Серії імпульсів, які відповідають кожній опорній точці, посилаються через рівні проміжки часу кроковому двигуну і забезпечують потрібну величину слідкувальної подачі.

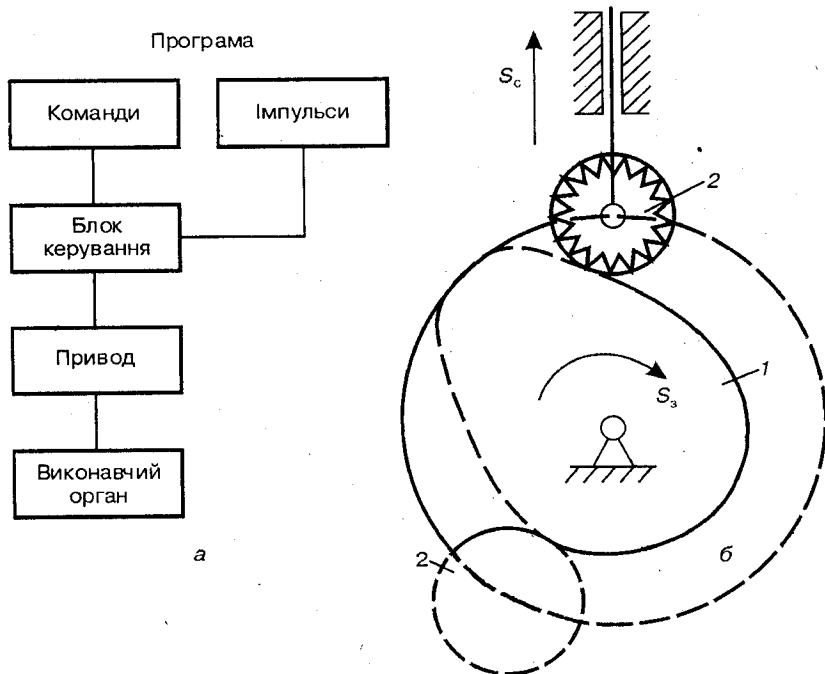


Рис. 13.4. До числового програмного керування:
а) блок-схема програми; б) схема нарізання кулачка

Для запису програми, яка виражена в числах, використовуються різні програмоносії: магнітні стрічки або диски, кінострічки, перфокарти, перфострічки, панелі керування з перемикачами.

Класифікація систем керування. Якщо система керування забезпечує потрібну узгодженість руху всіх виконавчих органів залежно від часу, то її називають системою керування машини *за часом*. Якщо система керування забезпечує потрібну узгодженість рухів усіх виконавчих органів залежно від положення, то її називають системою керування машини *за шляхом*.

Можливі системи керування машин-автоматів за іншими режимами: швидкістю протікання технологічного режиму, тиском, граничним навантаженням, температурою у відповідній системі тощо.

У системах автоматичного керування (САК) всі керувальні дії здійснюються без безпосередньої участі людини. При напівавтоматичному і ручному керуванні керуючі дії виконуються або виробляються за участю людини – оператора.

13.4. Системи керування за часом

Як уже зазначалось, такі системи керування забезпечують потрібну узгодженість переміщень виконавчих органів залежно від часу. Програма для системи керування за часом задається у вигляді циклограми.

Циклограмою машини-автомата називають діаграму, на якій відображена програма її роботи і ув'язана (узгоджена) робота всіх циклових механізмів за кутом повороту головного вала. З цього випливає,

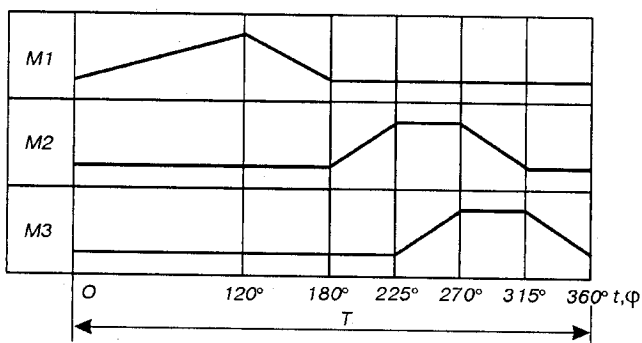


Рис. 13.5. Циклограми роботи трьох механізмів

записують назви окремих операцій та етапи руху (подача заготовки, вистій тощо). На рис. 13.5 зображено приклад циклограми трьох виконавчих органів, які приводяться в рух від механізмів M1, M2, M3. За такою циклограмою працює, наприклад, спеціалізований автомат для свердління отворів у деталі. Механізм M1 виконує основну операцію (свердління), причому час робочого ходу більший часу холостого ходу. Механізм M2 розтискає кріплення оброблюваної деталі. Механізм M3 знімає оброблювану деталь і одночасно подає іншу. Після її затискання механізмом M2 механізм M3 повертається у вихідне положення, і починається новий цикл.

Циклограми показують в межах одного циклу машини-автомата, тобто проміжку часу T , по закінченні якого повторюється послідовність переміщень всіх виконавчих органів. На циклограмі показують також кути повороту в одній

з ланок, яка обертається рівномірно, наприклад, кулачкового вала механізму, що призначений для основної операції.

Циклограми звичайно будують у прямокутній (декартовій) або полярній системі координат і називають відповідно лінійними і коловими. Колові циклограми будують лише для машин-автоматів, кінематичний цикл яких відповідає одному оберту головного вала, тобто для випадку $T_k = 2\pi$. Лінійні циклограми можна будувати для машин-автоматів з будь-яким кінематичним циклом тобто при $T_k \geq 2\pi$.

За допомогою циклограм визначається час t кожного циклу (час інтервалу циклу) та час циклу (фазовий час) кожного механізму, який вимірюється кутом повороту φ головного вала, і при рівномірному обертанні вала ($\omega = \text{const}$) визначається співвідношенням $\varphi_i = \omega t_i$, де $i=1, 2, \dots, n$ – номери механізмів. Фазовий час і час інтервалу циклу визначається на підставі раціонального розподілу сумарного фазового кута між інтервалами циклу окремих циклових механізмів з урахуванням кінематичних параметрів і критерію оптимальності

Кулачковий розподільний вал. Керування за часом найпростіше досягається кулачковими механізмами з одним загальним валом для всіх кулачків, який називається **кулачковим розподільним валом**. Для узгодження роботи всіх вихідних ланок досить для кожного кулачка, який приводить у рух ланки відповідних виконавчих механізмів, визначити кут його **установлення**, під яким розуміють кут між початковими прямими даного кулачка і кулачка, що прийнятий за базовий. За початкову пряму на кулачку приймають положення початкового радіуса-вектора профілю кулачка в момент початку віддалення вихідної ланки.

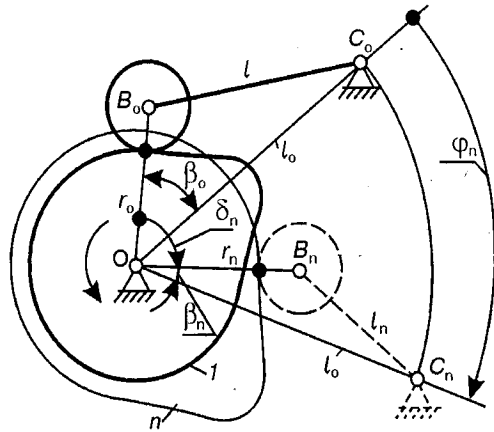


Рис. 13.6. Установлення кулачків на розподільному валу

На рис. 13.6 показано положення ланок базового кулачкового механізму в момент початку віддалення коромисла. Початковий радіус-вектор центрального профілю базового кулачка $l_{r_0} = l_{OB_0}$, довжина коромисла l і міжосьова відстань l_0 відомі. Необхідно знайти кут установлення кулачка з номером n , який у відповідності з циклограмою повинен привести в рух взаємодіюче з ним коромисло після повороту базового кулачка на кут φ_n .

Прийmemo, що міжосьова відстань l_0 є однаковою для всіх механізмів, але початковий радіус r_n і довжина коромисла l_n можуть бути різними. Для графічного визначення кута установлення використаємо метод зворотного руху, тобто відкладаємо від лінії OC_0 заданий кут φ_n у бік, протилежний обертанню кулачка, і побудуємо трикутник OB_nC_n за відомими сторонами l_0 , l_n і r_n так, щоб його вершини були розташовані в одному і тому ж напрямку обходу. Кут між одержаною лінією OB_n і лінією OB_0 дає шуканий кут установки δ_n . Аналітичний розв'язок знаходиться з умови:

$$\delta_n = \varphi_n + \beta_0 - \beta_n,$$

де кути β_0 і β_n знаходимо із співвідношень:

$$\beta_0 = \arccos \frac{l_0^2 + r_0^2 - l^2}{2l_0r_0}; \quad \beta_n = \arccos \frac{l_0^2 + r_n^2 - l_n^2}{2l_0r_n}.$$

У центральних кулачкових механізмах ($e = 0$) кути установки кулачків δ_n рівні фазовим кутам φ_n , які визначаються із циклограми. У нашому випадку (рис. 13.5) кут установки кулачка другого механізму М2 $\delta_2 = 180^\circ$, третього М3 – $\delta_3 = 225^\circ$.

Кулачковий командоапарат. При керуванні за допомогою кулачкового розподільного вала виконавчі органи приводяться в рух безпосередньо від кулачків, тобто система керування суміщена з механізмами передачі руху до виконавчих органів. Якщо необхідно зменшити навантаження на кулачки, то кожний виконавчий орган повинен мати індивідуальний електро- або гідропривід, а система керування відокремлюється в окремий пристрій, який називається *кулачковим командоапаратом*. При керуванні за часом кулачковий командоапарат складається з рівномірно обертового вала з регульованими кулачками, які через відповідні проміжки часу натискають на перемикачі вмикання того чи іншого приводу.

13.5. Системи керування за шляхом

Системи керування машин-автоматів за шляхом забезпечують потрібну узгодженість переміщень виконавчих органів залежно від їх положень. Схема такої узгодженості задається *тактограмою* (рис. 13.7). На тактограмі весь цикл руху поділений на окремі такти руху.

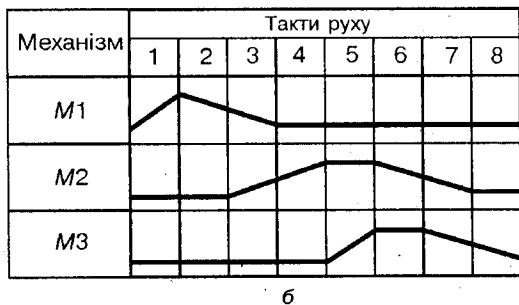
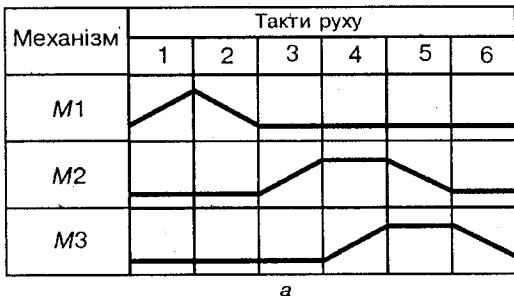


Рис. 13.7. Тактограми роботи трьох механізмів:

а) послідовна робота; б) послідовно-паралельна

Тактом руху називають проміжок часу, протягом якого не змінюється стан ні одного з виконавчих органів (рух є або нема). На відміну від циклограми на тактограмі не вказується час такту або кут повороту рівномірно обертового вала. Цей час може бути різним залежно від умов виконання технологічного процесу.

Виконавчі органи при керуванні за шляхом можуть працювати послідовно (рис. 13.7, а) і паралельно-послідовно (рис. 13.7, б). При паралельно-послідовній роботі є такти руху, під час яких одночасно рухаються декілька виконавчих органів, що дозволяє зменшити час циклу T роботи машини.

При проектуванні систем керування за шляхом використовуються логічні елементи [1, 9, 18].

13.6. Маніпулятори

Загальні відомості. Принципово новим елементом сучасних технологічних систем є промислові роботи – клас машин-автоматів, які мають універсальні виконавчі органи у вигляді механічних „рук”, рух яких здійснюється за відповідною програмою. Головний механічний пристрій промислових роботів – маніпулятор [18]. **Маніпулятором** називають технічний пристрій, призначений для відтворення робочих функцій руки людини. Перші конструкції маніпуляторів не тільки за призначенням, але й за зовнішнім виглядом нагадували руку людини. На рис. 13.8 показано схему **копіювального** маніпулятора, який складається з **керувального** (К) і **виконувального** (В) механізмів. Обидва механізми цілком однакові, причому завдяки механічному, електричному, магнітному або будь-якому іншому зв'язку рухи ланок виконавчого механізму повторюють (копіюють) рухи ланок керуючого механізму.

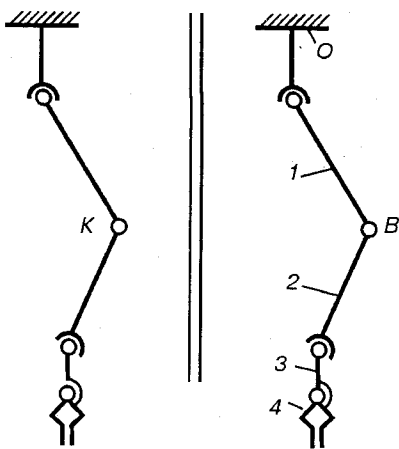


Рис. 13.8. Копіювальний маніпулятор

Як видно зі схеми, механізм маніпулятора утворений з просторового незамкнутого кінематичного ланцюга. Ланки цього ланцюга за аналогією з рукою людини мають назву: 0 – корпус, 1 – плече, 2 – передпліччя, 3 – кисть або захват, 4 – палець. Кінематична пара, яка утворена плечем і корпусом, або кінематичний ланцюг, що замінює цю пару, називають плечовим суглобом; кінематична пара, яка утворена плечем і передпліччям, – ліктьовим суглобом; кистю і передпліччям – зап'ястком. Ланка 4 (палець) при розгляді структури кінематики та динаміки маніпулятора об'єднується з ланкою 3.

Тому вважається, що маніпулятор, зображений на рис. 13.8, складається із стояка (корпусу) і трьох рухомих ланок, які з'єднані між собою двома сферичними парами III класу і однією обертовою парою V класу. Отже, такий механізм дає сім ступенів вільності

$$W = 6n - 5p_5 - 3p_3 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 7.$$

Захват у такому маніпуляторі може зайняти будь-яке положення у просторі в межах, які допускають розміри ланок.

З часом з'явилися маніпулятори з більшим числом ланок і кінематичних пар, і зовнішня схожість з рукою людини стала втрачатися, але у всіх варіантах збереглося призначення маніпулятора – відтворювати просторові рухи, які подібні рухам руки людини. Копіювальні маніпулятори використовуються тепер у багатьох галузях техніки для виконання операцій в умовах, які виключають можливість перебування людини біля виробу, що обробляється або переміщується (радіоактивність, вакуум, висока температура, підвищений тиск, шкідливе хімічне виробництво тощо).

Види маніпуляторів. Залежно від виду систем керування розрізняють маніпулятори з ручним і автоматичним керуванням. У маніпуляторах з ручним керуванням оператор, діючи на ланки керувального механізму, приводить у рух ланки виконавчого механізму. У найпростіших випадках передача руху може бути здійснена за допомогою механічного зв'язку, тобто через зубчасті колеса, троси, важелі тощо. Проте у цьому випадку граничні сили та переміщення виконавчого органу обмежені можливостями оператора. Від цього недоліку вільні маніпулятори, у яких окремі ланки виконавчого механізму приводяться в рух серводвигунами за сигналами, що виробляються при русі ланок керувального механізму. Крім цього, у маніпуляторах із серводвигунами легко виконується дистанційне керування.

У маніпуляторах з *автоматичним керуванням* ланки виконавчого механізму одержують рух від серводвигунів, які працюють за даною програмою подібно верстатам з програмним керуванням. Керувальний механізм служить у цьому випадку лише для вироблення програми роботи виконавчого механізму. Всі дії оператора, зв'язані з переміщенням ланок керуючого механізму, перетворюються за допомогою датчиків переміщень в електричні або механічні сигнали та записуються на магнітну стрічку або перфострічку. Одержану програму можна багаторазово використовувати для керування маніпулятором. Маніпулятори з автоматичним керуванням можуть використовуватися не тільки для роботи в шкідливих умовах, але і для механізації одноманітних і стомлювальних операцій при обробці та складанні виробів. У цих випадках маніпулятори з автоматичним керуванням називають промисловими роботами (див. п.13.7).

Структура маніпуляторів. Маніпулятор, як правило, призначений для виконання багатьох різноманітних рухів, характеристики яких можуть змінюватися не тільки при переході до іншого виду робіт, але і при зміні зовнішніх умов. Іншими словами, маніпулятор – це багатоцільова система.

Виконавчий механізм будь-якого маніпулятора – це багатоланковий просторовий механізм, який може мати в загальному випадку поступальні, обертові, циліндричні, сферичні та сферичні з пальцем кінематичні пари. Кінематичні схеми незамкнутих ланцюгів маніпуляторів та їх рушійні можливості визначаються виглядом і розташуванням кінематичним пар.

Число ступенів вільності маніпулятора, як багатоцільової системи, повинно вибиратися у відповідності з поставленою задачею, яка вимагає максимальну рухомість захвату. При виконанні інших завдань – надлишкові ступені вільності маніпулятора дозволяють оптимізувати кінематичні, динамічні, енергетичні та інші критерії якості процесу маніпулювання. Надлишкові (зайві) ступені вільності називають також *маневреністю* маніпулятора, під якою розуміють його число ступенів вільності при нерухомому захваті. Маневреність – одна з найважливіших характеристик маніпулятора. Збільшення числа ступенів маневреності маніпулятора розширює можливості при виконанні складніших рухів: збільшує робочий об'єм, зменшує мертві зони і розширює свободу дії оператора при виконанні рухів з об'єктом маніпулювання в невеликому робочому об'ємі або стиснених умовах.

Після вибору ступенів вільності маніпулятора встановлюють можливі варіанти його структурної схеми, які відрізняються числом ланок і кінематичних пар різної рухомості (класу) та їх розташуванням. Число цих варіантів значне. Наприклад, уже для маніпулятора з трьома ступенями вільності, якщо застосовувати лише обертові та поступальні пари, одержуємо вісім можливих комбінацій розташування цих пар. При структурному синтезі маніпуляторів

з шести або більше ступенями вільності всі можливі варіанти можна одержати лише за допомогою комп'ютера.

Для порівняння варіантів структурної схеми маніпулятора, крім ступеня маневреності, використовуються ще інші характеристики маніпуляторів, які розкривають можливості та зручності виконання різноманітних типових операцій для яких призначений маніпулятор [9, 14, 18].

13.7. Промислові роботи

Промисловий робот – це автоматична машина, стаціонарна або пересувна, що складається з маніпулятора (маніпуляторів) та перепрограмовального пристрою програмного керування, і служить для виконання у виробничому процесі рухів, які властиві руці людини.

Промислові роботи відрізняються від звичайних машин-автоматів тим, що завдяки наявності незамкнутого кінематичного ланцюга основного механізму з декількома ступенями вільності, вони мають широкий діапазон різних просторових рухів робочих органів і, як наслідок, можливість швидкого переналагодження на виконання іншої програми. Промислові роботи створюють передумови до переходу до якісно нового рівня автоматизації – впровадження автоматичних виробничих систем, які працюють з мінімальною участю людини, в тому числі створення цехів і заводів-автоматів.

Промисловий робот складається з трьох основних частин: виконавчого пристрою, приводів і системи керування.

Виконавчим пристроєм промислового робота називають пристрій, який виконує його рушійні функції. У склад виконавчого пристрою входять один або декілька маніпуляторів і пристрій пересування. Робоча ланка маніпулятора несе робочий інструмент або захватний пристрій (захват), який призначений для захоплення і утримування об'єкту виробництва або технологічної оснастки. Якщо захоплення і утримування здійснюється відносним переміщенням частин захоплювального пристрою, то його називають захватом. Крім захватів можуть бути захватні пристрої у вигляді вакуумних присосків, магнітів тощо.

Основною характеристикою виконавчих пристроїв є число ступенів вільності.

Приводи промислових роботів призначені для приведення в рух ланок маніпулятора і переміщення самого робота. Вони можуть бути трьох видів: гідравлічні, пневматичні та електромеханічні. Найбільше розповсюдження мають гідравлічні приводи і дещо менше – пневматичні та електромеханічні.

Системи керування промислових роботів мають у своєму складі: а) *керувальний пристрій*, який призначений для формування і видачі керувальних дій виконавчому пристрою у відповідності до заданої програми, б) *вимірювальний пристрій*, який збирає інформацію про стан промислового робота та зовнішнього

середовища; в) *пристрій зв'язку* оператор-робот, який здійснює обмін інформацією між людиною-оператором і керувальним пристроєм.

Три покоління роботів. Залежно від ступеня досконалості системи керування промислові роботи можна поділити на три покоління. Промислові роботи *першого покоління* мають програмне керування. Вони можуть бути як стаціонарними, так і рухомими, широко використовуються для виконання основних і допоміжних операцій технологічних процесів, у складських роботах тощо.

Промислові роботи *другого покоління* мають адаптивне керування (з елементами відчуття). Їх вже можна використовувати для виконання операцій, які не можуть бути реалізовані роботами першого покоління (наприклад, захоплення довільно розташованих предметів). Роботи другого покоління дозволяють супервізорне керування, тобто керування позмінно оператором і автоматичною системою, яка діє за вказівкою оператора.

Промислові роботи *третього покоління*, які ще називають роботами з елементами штучного інтелекту, мають розвинуту систему чутливих (інакше, сенсорних) пристроїв, включаючи технічний зір, які дозволяють після обробки одержаної інформації пізнавати образи, давати аналіз стану зовнішнього середовища і навіть приймати деякі рішення щодо складання програм. Такі роботи знаходяться ще в стадії пошукових науково-дослідних робіт.

Більш детально питання дослідження і проектування промислових роботів викладено в спеціальній літературі.

Питання для самоперевірки

1. *Задачі теорії машин.*
2. *Що називають технологічним процесом і які вони бувають?*
3. *Що називають технологічною операцією і як їх поділяють?*
4. *Назвіть основні етапи механізації та автоматизації виробництва.*
5. *Яка різниця між робочими та виконавчими органами?*
6. *Яка різниця між технологічним, робочим, кінематичним та енергетичним циклами?*
7. *Назвіть основні складові сучасних машин.*
8. *У яких випадках доцільно використовувати слідувальний привод, а в яких керування за допомогою копіїв?*
9. *У чому полягають переваги числового програмного керування?*
10. *Чим відрізняється система керування за шляхом від системи керування за часом, циклограма від тактограми?*
11. *Яка різниця між кулачковим розподільним валом і кулачковим командоапаратом?*
12. *Що називають маніпулятором?*
13. *Види та структура маніпуляторів.*
14. *З яких міркувань вибирається число ступенів вільності маніпулятора?*
15. *Що розуміють під маневреністю маніпулятора?*
16. *Що називають промисловим роботом?*
17. *Складові частини промислових роботів.*
18. *Що є основною характеристикою виконавчих пристроїв промислових роботів?*
19. *Вкажіть принципові відмінності промислових роботів різних поколінь.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Артоболевский И. И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. – М.: Наука, 1973. – 256 с.
3. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике. В 7 т. – М.: Наука, 1979–1981.
4. Белоконов И. М. Теория механизмов и машин. Методы автоматизированного проектирования. – К.: Вища шк., 1990.– 208 с.
5. Гуляев К.И. и др. Расчет геометрии эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления.– Л.: Машиностроение, 1975. – 66 с.
6. Заблонский К. И., Белоконов И. М., Щекин Б. М. Теория механизмов и машин. – К.: Вища шк., 1989. – 376 с.
7. Зубчатые передачи: Справочник / Под ред. Е.Г.Гинзбурга. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с.
8. Киницкий Я. Т. Унифицированные алгоритмы расчета механизмов на ЭВМ. — К.: УМКВО, 1988. — 116 с.
9. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
10. Кіницький Я. Т. Практикум із теорії механізмів і машин. – Львів: Афіша, 2002. – 455 с.
11. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 591 с.
12. Кожевников С. Н. и др. Механизмы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1976. – 784 с.
13. Колчин Н. И., Мовнин М. С. Теория механизмов и машин. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 616 с.
14. Кореняко О. С. Теорія механізмів і машин. – К.: Вища шк., 1987.– 206 с.
15. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин/ Под общ. ред. Г. Н. Девойно. – Минск: Виш. шк., 1986. – 285 с.
16. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин/ Под ред. А. С. Кореняко. – К.:— Вища шк., 1970. – 332 с.
17. Левенсон Л.Б. Теория механизмов и машин. – М: Машгиз, 1954. – 504 с.
18. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с.
19. Машнев М.М., Красковский Е.Я., Лебедев П.А. Теория механизмов и машин и деталей машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 512 с.
20. Теория механизмов и машин. Проектирование/ Под ред. Кульбачного О.И. – М: Высш. шк., 1970. – 288 с.
21. Теория механизмов и машин/ Под ред. К.В. Фролова. – М.:, Высш. шк., 1987. – 640 с.
22. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. – М.: Высш. шк., 1977. – 527 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
Розділ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ	4
1.1. Значення та зміст курсу теорії механізмів і машин	4
1.2. Основні поняття і визначення курсу ТММ	6
Розділ 2. СТРУКТУРА І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ	12
2.1. Кінематичні пари та їхня класифікація	12
2.2. Кінематичні ланцюги та їхня класифікація	17
2.3. Структурні формули кінематичних ланцюгів	18
2.4. Зайві ступені вільності і умови зв'язку	23
2.5. Заміна вищих кінематичних пар нижчими	24
2.6. Основний принцип утворення механізмів	25
2.7. Структурна класифікація плоских механізмів	28
2.8. Приклади структурного аналізу плоских механізмів	34
Розділ 3. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	39
3.1. Задачі і методи кінематичного дослідження механізмів	39
3.2. Побудова положень ланок механізму і траєкторії окремих точок	40
3.3. Дослідження руху механізмів методом кінематичних діаграм	43
3.4. Дослідження руху механізмів методом планів швидкостей і прискорень	47
3.5. Приклади побудови планів швидкостей і прискорень механізмів II класу	53
3.6. Аналоги швидкостей і прискорень	63
3.7. Аналітичне дослідження кінематики плоских шарнірно-важільних механізмів методом замкнених векторних контурів	65
Розділ 4. ДИНАМІЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	70
4.1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів	70
4.2. Сили, що діють у машинах	70
4.3. Визначення сил інерції	72
4.4. Силовий розрахунок плоских механізмів без урахування сил тертя	74
4.5. Важіль М. Є. Жуковського	86
4.6. Зведення сил і моментів сил	90
4.7. Зведення мас і моментів інерції	93
4.8. Рівняння руху механізму	94
4.9. Режими руху механізму	99
4.10. Механічний коефіцієнт корисної дії	101
4.11. Коефіцієнт корисної дії машини	103
4.12. Дослідження руху механізму методом Віттенбауера	106
Розділ 5. НЕРІВНОМІРНІСТЬ І РЕГУЛЮВАННЯ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН	112
5.1. Постановка задачі	112
5.2. Середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності руху машин	113
5.3. Визначення коефіцієнта нерівномірності руху машини за допомогою кривої Віттенбауера	115
5.4. Визначення моменту інерції методом Віттенбауера	116
5.5. Регулятори швидкості	126
Розділ 6. ТЕРТЯ У МАШИНАХ	130
6.1. Види тертя	131
6.2. Тертя ковзання	132

6.3. Тертя ковзання змашених тіл	134
6.4. Тертя кочення	135
Розділ 7. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ	139
7.1. Загальні відомості	139
7.2. Основні типи кулачкових механізмів	140
7.3. Основні параметри кулачкових механізмів	143
7.4. Кінематичний аналіз кулачкових механізмів	145
7.5. Закони руху вихідної ланки	148
7.6. Кінематичний синтез кулачкових механізмів	152
7.7. Динамічний синтез кулачкових механізмів	156
Розділ 8. ПЕРЕДАЧІ	160
8.1. Загальні відомості	160
8.2. Основні характеристики передачі	161
8.3. Фрикційні передачі	163
8.4. Фрикційні варіатори швидкості	165
Розділ 9. ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	167
9.1. Загальні відомості про зубчасті передачі	167
9.2. Типи зубчастих передач	169
9.3. Геометричні параметри циліндричного зубчастого колеса	172
9.4. Основна теорема зубчастого зачеплення	176
9.5. Ковзання профілів зубів	178
9.6. Властивості й рівняння евольвенти кола	180
9.7. Теоретичний вихідний і твірний контури	182
9.8. Деякі відомості про способи нарізання зубчастих коліс	185
9.9. Розрахунок геометричних параметрів циліндричних прямозубих зубчастих коліс	189
9.10. Особливості геометрії косозубих циліндричних передач	196
9.11. Геометричні та кінематичні умови існування передачі	199
9.12. Зачеплення Новикова	204
Розділ 10. БАГАТОЛАНКОВІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ	207
10.1. Загальні відомості	207
10.2. Зубчасті механізми з нерухомими осями коліс	207
10.3. Зубчасті механізми з рухомими осями коліс	211
10.4. Хвильові зубчасті передачі	218
Розділ 11. СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ	221
11.1. Основні задачі синтезу та методи їх розв'язування	221
11.2. Умова існування кривошипа в чотириланкових механізмах	225
11.3. Синтез чотириланкових механізмів за двома крайніми положеннями вихідної ланки	227
11.4. Синтез чотириланкових механізмів за коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки	233
Розділ 12. ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ	238
12.1. Задача про зрівноваження механізмів	238
12.2. Зрівноваження механізмів відносно фундаменту	238
12.3. Зрівноваження обертових мас	244
Розділ 13. ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАШИН	248
13.1. Основні поняття та визначення	248
13.2. Структура машин	253

13.3. Системи керування машин-автоматів	256
13.4. Системи керування за часом	260
13.5. Системи керування за шляхом	262
13.6. Маніпулятори	263
13.7. Промислові роботи	266
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	268

Відтворення усєї книги або будь-якої її частини
заборонено без письмової згоди видавництва.
Будь-які спроби порушення авторських прав
будуть переслідуватися у судовому порядку

Я. Т. Кіницький
КОРОТКИЙ КУРС
ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН
Підручник

Редактор *Нечай С. А.*
Верстання *Василишин Т. М.*

Свідоцтво про внесення до державного реєстру
від 02.10.2001 р. ДК № 618

Підписано до друку 15.10.2004 р. Формат 70x100/16
Папір офсетний. Гарнітура «Times». Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 20,91. Наклад 1000. Замовлення № 15/10-04.

Повне товариство — видавнича фірма «Афіша»
79058, м. Львів, вул. Замарстинівська, 53
Тел./факс: (032) 294-73-91, 294-73-96, 294-73-97, 379-73-98
e-mail: publish-afisha@utel.net.ua

Віддруковано в друкарні ПТВФ «Афіша»
79058, м. Львів, вул. Замарстинівська, 53
Тел./факс: (032) 294-73-91, 294-73-96, 294-73-97, 379-73-98

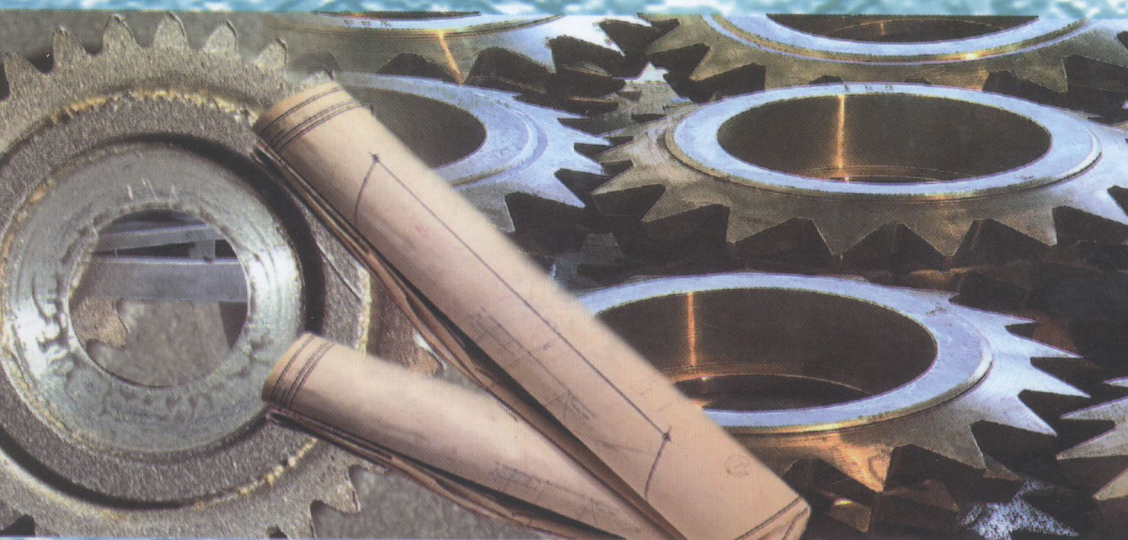
**ОСНОВНІ ФОРМУЛИ
ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

<p>1. Ступінь вільності ланки, що входить у кінематичну пару</p> $H = 6 - S \quad (1)$	<p>9. Умова зведення сил (моментів сил)</p> $P_{зв} = \sum_{i=1}^n P_i \quad (9)$
<p>2. Ступінь вільності (рухомості) плоского механізму (формула Чебишева)</p> $W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (2)$	<p>10. Умова зведення мас (моментів інерції)</p> $T_{зв} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (10)$
<p>3. Масштабний коефіцієнт (масштаб) побудови – відношення числового значення фізичної величини x_d до відрізка на рисунку x_k, який зображає цю величину в мм,</p> $\mu_x = \frac{x_d}{x_k} \quad (3)$	<p>11. Рівняння руху механізму (машини): в інтегральній формі</p> $\frac{J_{зв} \omega_{зв}^2}{2} - \frac{J_{зв0} \omega_{зв0}^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шю}, \quad (11)$ <p>в диференціальній формі</p> $M_{зв} = J_{зв} \varepsilon_{зв} + \frac{\omega_{зв}^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi_{зв}} \quad (12)$
<p>4. Векторні рівняння для визначення швидкості та прискорення будь-якої точки ланки (наприклад B) через швидкості та прискорення іншої точки (наприклад A) цієї ланки</p> $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}, \quad \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^r \quad (4)$	<p>12. Механічний коефіцієнт корисної дії</p> $\eta = \frac{A_{ко}}{A_{шю}} \quad (13)$
<p>5. Векторні рівняння для визначення швидкості та прискорення точки (наприклад A_3) однієї ланки через швидкості та прискорення точки (наприклад A) іншої ланки при умові, що ці точки збігаються</p> $\vec{v}_{A_3} = \vec{v}_A + \vec{v}_{A_3A}, \quad \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_A + \vec{a}_{A_3A}^k + \vec{a}_{A_3A}^r \quad (5)$	<p>13. Коефіцієнт корисної дії машини при послідовному з'єднанні механізмів</p> $\eta_{зар} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n \quad (14)$
<p>6. Аналоги лінійних швидкостей та прискорень будь-якої точки</p> $s_i' = \frac{ds_i}{d\varphi_1}, \quad s_i'' = \frac{ds_i'}{d\varphi_1} = \frac{d^2 s_i}{d\varphi_1^2} \quad (6)$	<p>14. Коефіцієнт нерівномірності руху машини</p> $\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_c} \quad (15)$
<p>7. Аналоги кутових швидкостей та прискорень будь-якої ланки</p> $\varphi_i' = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}, \quad \varphi_i'' = \frac{d\varphi_i'}{d\varphi_1} = \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi_1^2} \quad (7)$	<p>15. Сила тертя ковзання</p> $F_f = f N \quad (16)$
<p>8. Дійсні швидкості та прискорення ($\omega_1 = \text{const}$)</p> $v_i = s_i' \omega_1, \quad a_i = s_i'' \omega_1^2, \quad (8)$ $\omega_i = \varphi_i' \omega_1, \quad \varepsilon_i = \varphi_i'' \omega_1^2$	<p>16. Коефіцієнт тертя ковзання</p> $f = \frac{F_f}{N} \quad (17)$ <p>17. Момент тертя ковзання</p> $M_k = Qk \quad (18)$ <p>18. Передавальні відношення (фрикційних, пасових, зубчастих передач тощо)</p> $i_{kl} = \pm \frac{\omega_k}{\omega_l} = \pm \frac{n_k}{n_l} = \pm \frac{d_l}{d_k} = \pm \frac{z_l}{z_k} \quad (19)$

<p>19. Передаточне число зубчастого зачеплення ($z_2 \geq z_1$)</p> $i_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (20)$	<p>31. Діаметр коло вершин</p> $d_a = d \pm 2h_a \quad (32)$
<p>20. Міжосьова відстань в зубчастому зачепленні циліндричними колесами</p> $a_w = r_{w2} \pm r_{w1} \quad (21)$	<p>32. Діаметр коло западин</p> $d_f = d \mp 2h_f \quad (33)$
<p>21. Діаметр ділильного кола зубчастого колеса</p> $d = mz \quad (22)$	<p>33. Діаметр основного кола</p> $d_b = d \cos \alpha \quad (34)$
<p>22. Ділильна міжосьова відстань в зубчастому зачепленні циліндричними колесами</p> $a = r_2 \pm r_1 \quad (23)$	<p>34. Коефіцієнт сприймального зміщення (mu)</p> $y = \frac{a_w - a}{m} \quad (35)$
<p>23. Крок зубчастого зачеплення</p> $p = \pi m \quad (24)$	<p>35. Торцевий коефіцієнт перекриття</p> $\epsilon_\tau = \frac{q_\alpha}{P_\alpha} \quad (36)$
<p>24. Висота ділильної головки вихідного контура</p> $h_a = h_a^* m \quad (25)$	<p>36. Осьовий коефіцієнт перекриття</p> $\epsilon_x = \frac{b_w}{P_x} \quad (37)$
<p>25. Коефіцієнт висоти ділильної головки вихідного контура</p> $h_a^* = \frac{h_a}{m} \quad (26)$	<p>37. Повний коефіцієнт перекриття</p> $\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_x \quad (38)$
<p>26. Висота ділильної ніжки вихідного контура</p> $h_f = h_f m = (h_a^* + c^*) m \quad (27)$	<p>38. Передаточне відношення ступінчастої передачі</p> $i_{1n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{(n-1)n} (-1)^k \quad (39)$
<p>27. Коефіцієнт висоти ділильної ніжки вихідного контура</p> $h_f^* = \frac{h_f}{m} = h_a^* + c^* \quad (28)$	<p>39. Формула Вілліса</p> $i_{1n}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_n}{\omega_n - \omega_H} = \frac{z_2 z_3 \dots z_n}{z_1 z_2' \dots z_{(n-1)'}} (-1)^k \quad (40)$
<p>28. Радіальний зазор</p> $c = c^* m \quad (29)$	<p>40. Формула передаточного відношення планетарного механізму</p> $i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} (-1)^k \quad (41)$
<p>29. Коефіцієнт радіального зазору</p> $c^* = \frac{c}{m} \quad (30)$	<p>41. Умова існування кривошипа в шарнірному чотириланковому механізмі ($a < b < c < d$ або $a < c < b < d$)</p> $a + d \leq b + c \quad (42)$
<p>30. Рівняння евольвенти кола</p> $r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}, \quad \text{inv} \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y \quad (31)$	<p>42. Коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки ($\omega_1 = \text{const}$)</p> $k = \frac{v_3}{v_n} = \frac{\omega_3}{\omega_n} = \frac{t_n}{t_3} = \frac{\Phi_n}{\Phi_3} \quad (43)$ <p>43. Умови повного зрівноваження механізмів</p> $\bar{F}_{\text{ин}} = 0, \quad \bar{M}_{\text{ин}} = 0 \quad (44)$



Ярослав Тимофійович Кіницький
доктор технічних наук, професор
завідуючий кафедрою машинознавства
Технологічного університету Поділля



ISBN 966-375-034-8



9 789663 750347 >