

ХАРЬКОВСКОЕ
ВЫСШЕЕ КОМАНДНО-ИНЖЕНЕРНОЕ УЧИЛИЩЕ

И. В. КУЗЬМИН

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ
АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ
КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

1. Закр. уч. нос.

Харьков
1966

681.5
К89

ХАРЬКОВСКОЕ ВЫСШЕЕ КОМАНДНО-ИНЖЕНЕРНОЕ УЧИЛИЩЕ

И.В. КУЗЬМИН

Доктор технических наук

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ
АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ
И УПРАВЛЕНИЯ

Х а р ь к о в
1966

В книге дается понятие эффективности и излагаются основные требования к критериям оценки эффективности автоматических систем контроля и управления. Показывается необходимость использования количественных критериев оценки эффективности и рассматриваются методы расчета эффективности, а также методы оптимизации автоматических систем контроля и управления.

Книга может быть использована в качестве пособия при проектировании систем контроля в проектных организациях и научно-исследовательских институтах, а также при разработке теории построения оптимальных систем контроля и управления в высших учебных заведениях.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Значительная сложность контролируемых объектов не позволяет осуществить контроль и управление ими без применения всевозможных сложных измерительных и настраивающих приборов. Для того, чтобы правильно судить о ходе процесса контроля и управления, а также о степени готовности объекта к применению, необходимо измерять большое число параметров различной физической природы. В неавтоматических системах операторы, ведущие процесс контроля и управления, регистрируют результаты измерений по шкалам приборов, загоранию транспарантов и т.п. В случае отклонения параметров от номинальных значений операторы осуществляют подстройку.

Дополнительные исследования показывают, что в подобных системах операторы достаточно точно работают только первые три-четыре часа: далее ошибки резко возрастают.

Естественно, что при настоящем уровне развития техники указанная роль человека в системе контроля и управления не является обязательной. Обычно интересующие нас выходные параметры объекта в процессе контроля и управления допускают непосредственное измерение; связь между этими параметрами и их номинальными значениями ясна и проста. В этом случае между устройствами съема информации о состоянии объекта и управляющими органами процесса контроля и управления целесообразно устанавливать автоматические измерители и регуляторы или автоматические системы контроля и управления (АСКУ).

С другой стороны, стремление к повышению эффективности контролируемых объектов приводит к усложнению и увеличению их размеров. Технологические процессы контроля и управления сложных объектов тесно связаны между собой и не всегда управление ими можно поручить нескольким действующим независимо операторам. Поэтому большое число измерительных приборов приходится сосредотачивать в одном месте. Большое же число приборов не позволяет оператору составить ясное представление о ходе процесса. Эти трудности можно также преодолеть путем построения централизованной автоматической системы контроля и управления, которая бы исключила использование большого числа показывающих приборов и транспарантов, заменяя непрерывные показания значений всех контролируемых параметров более точной цифро-

вой индикацией.

Построение АСКУ позволит, кроме эффективного контроля и управления, вести также исследование по оптимизации процессов контроля и управления, а также накапливать информацию для прогнозирования отказов систем контроля и управления объектом. Поэтому, прежде чем приступить к непосредственной оценке эффективности АСКУ, необходимо на основе рассмотрения функциональной схемы процесса контроля и управления сформулировать основные требования, предъявляемые к АСКУ.

Не вдаваясь в тонкости процессов преобразования информации при контроле и управлении, функциональную схему этого процесса в общем случае* можно представить так, как показано на рис. 0.1.

Главное назначение АСКУ состоит в том, чтобы самым экономичным способом преобразовывать данные о процессе в форму, удобную для восприятия оператором, для ввода в устройство оптимизации, в вычислительную и управляющую машину, а также удобную для выполнения сложных логических операций по оценке готовности сложного объекта к применению, при поиске неисправностей, подстройке, регулировке, формировании отдельных параметров объекта, отработке неисправных систем, вводу резерва и т.п.

В точках измерения на объекте размещены датчики - преобразователи контролируемых параметров различной физической природы в электрический сигнал, однозначно отображающий параметры объекта. Датчики контролируемых параметров, многоканальный кодирующий преобразователь совместно с входными линиями связи образуют устройство первичной обработки информации (УПОИ), которое предназначается:

- осуществлять контроль отдельных элементов и систем управления объектов оптимальными методами;
- преобразовывать непрерывную информацию в дискретный код;
- уменьшать избыточность информации для того, чтобы она не перегружала устройств дальнейшей обработки и передачи информации.

Автоматическая система контроля и управления включает также устройство вторичной обработки информации (УВОИ), которое предназначается:

- регламентировать весь процесс контроля и управления;
- регистрировать отклонения параметров для выработки управля-

Рассматривается наиболее общая функциональная схема процесса контроля и управления. В частных случаях некоторые устройства этой схемы могут быть исключены полностью или их функции могут быть возложены на другие устройства.

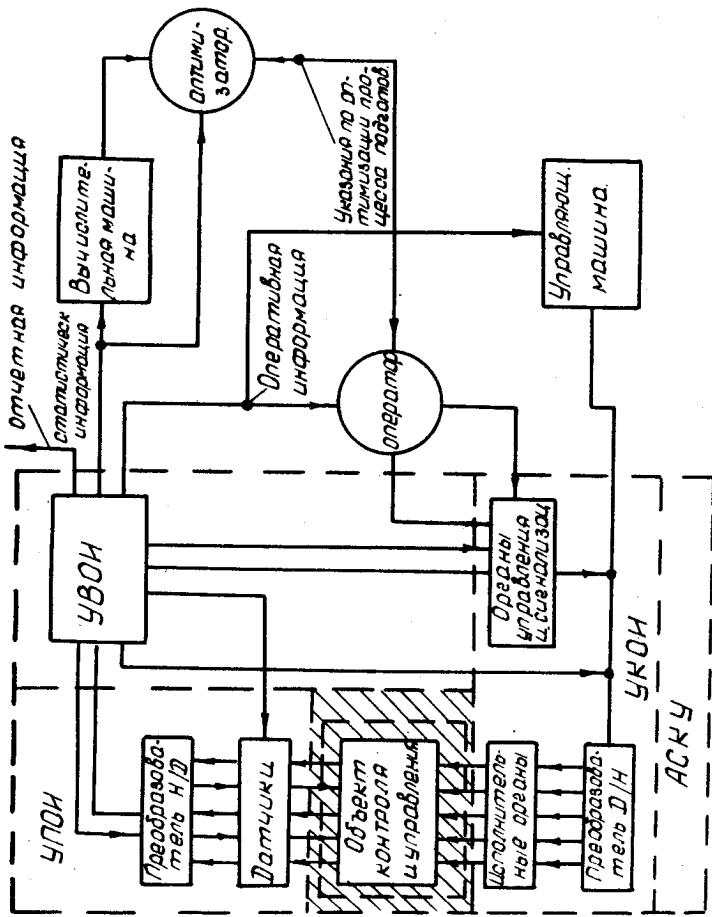


Рис. 0.1. Функциональная схема процесса контроля и управления.

щего сигнала подстройки и регулирования;

- производить оценку готовности объекта к применению по принятому критерию;

- выполнять обработку данных для осуществления прогнозирования отказов и отбраковки, а также для включения резерва систем управления объектом;

- в случае возникновения неисправностей УВОИ должно не только автоматически обнаружить их по оптимальному алгоритму, но и выдать рекомендации по методам устранения неисправностей;

- обеспечивать сопряжение с другими системами и устройствами контроля и управления, выполнять блокировку, аварийную защиту оборудования объекта и системы контроля, а также обеспечивать самоконтроль;

- выдавать данные в удобной форме для наглядной индикации и составления отчетной документации о ходе процесса контроля и управления;

- выдавать сигнал на применение объекта в соответствии с принятым алгоритмом.

Кроме этих устройств, АСКУ также может включать устройство конечной обработки информации (УКОИ), предназначенное:

- для преобразования информации в форму, удобную для восприятия ее оператором;

- для осуществления настройки, регулировки и формирования различных параметров;

- для передачи сигнала на применение объекта или отбой.

Подобное деление АСКУ на УПОИ, УВОИ и УКОИ следует считать до некоторой степени условным, однако оно облегчает анализ, оценку эффективности и синтез оптимальных АСКУ.

Для удобства анализа и оценки эффективности процесса переработки информации при контроле и управлении разделим всю информацию, выдаваемую УВОИ, на следующие виды информации: оперативную, статистическую и отчетную.

О п е р а т и в н а я **и** **н** **ф** **о** **р** **м** **а** **ц** **и** **я** предназначена для непосредственного воздействия на процесс контроля и управления через оператора и управляющую машину. Вследствие ограниченных возможностей оператора воспринимать информацию, оперативная информация должна выдаваться не только в удобном виде, но и в таком количестве, в котором оператор способен ее воспринять, т.е. УВОИ должно выполнять отбор и обобщение данных от полного объема информации, перерабатываемого этим устройством.

Введение в процесс контроля и управления специальной управляющей машины обуславливается сложностью процесса управления. В некоторых случаях может оказаться введение такой машины неоправданным и она исключается.

Кроме выработки оперативной информации, УВОИ должно отбирать данные, по которым можно будет сделать полезные выводы лишь впоследствии путем сопоставления замеров на протяжении длительного времени, например нескольких часов, дней, месяцев или лет. Подобные сопоставления всегда требуют усреднения, поэтому такого рода информация называется статистической.

Все виды информации должны передаваться в цифровом коде, поэтому основная функция АСКУ, работающей в сочетании с другими устройствами контроля и управления, заключается в представлении значений выходных параметров процесса в форме цифрового кода. Эти значения должны выдаваться в определенной последовательности с частотой повторения, определяемой требованиями динамики процесса контроля и управления.

Для параметров, требующих непрерывной индикации, удобно применить сигнализацию, включающуюся только в том случае, когда какой-либо параметр достигнет некоторого, наперед заданного значения. В остальное время показание значения параметра может быть получено оператором путем "вызова измерений".

Если оперативную информацию запоминать не всегда обязательно, то для статистической информации применение памяти необходимо. Для представления статистической информации в форме, доступной для чтения человеком, она регистрируется на бумаге.

Отчетная информация может регистрироваться точно также, как и статистическая, однако чаще она печатается на отдельных бланках.

АСКУ работает по определенному алгоритму, составленному на основе оценки готовности объекта к применению по принятому критерию. Критерий оценки готовности может быть измерен как непосредственно с использованием только элементов вычислительной техники (оценка готовности по допускам без прогнозирования), так и при помощи сложных расчетов по формулам, составленным с учетом математической модели процесса контроля и управления (оценка по сложному критерию без прогнозирования и с прогнозированием).

Алгоритм контроля и управления определяет последовательность арифметических и логических операций с информацией, поступающей непосредственно в текущих процессах, а также с информацией, полученной

в предыдущих циклах контроля и управления. Алгоритм контроля и управления определяет также необходимый объем измерительной информации, способы ее сглаживания и усреднения, уточняет состав датчиков, а также степень использования промежуточных вычислений. Выбор оптимальных алгоритмов процесса контроля и управления сложными объектами производится с учетом их эффективности и должен быть положен в принципиальную основу разработки АСКУ.

При оценке готовности объекта к применению АСКУ в лучшем случае должна определять вероятность выполнения объектом задачи P или его эффективность \mathcal{E} на момент времени t_k , в который заканчивается контроль, и установить путем прогнозирования указанную вероятность или эффективность на момент времени окончания работы систем управления объектом τ_{op} .

Таким образом, АСКУ должна обеспечить получение необходимых данных для составления функциональных неравенств

$$P(X, t_k, \tau_{op}) \geq P(X_0, t_k, \tau_{op}); \quad (0.1)$$

$$\mathcal{E}(X, t_k, \tau_{op}) \geq \mathcal{E}(X_0, t_k, \tau_{op}) \quad (0.2)$$

и решения этих неравенств, в которых выходными координатами объекта являются векторы X и X_0 .

Результаты оценки готовности АСКУ должна выдавать либо в виде значения вероятности или эффективности выполнения объектом поставленной перед ним задачи, либо в виде решения "годен-негоден", "меньше-норма - больше" с учетом вероятности или эффективности.

Оценка готовности по таким критериям позволит непосредственно оценить близкое к реальному состояние объекта при выполнении им задачи и значительно упростит операции принятия решения оператором на применение объекта.

В некоторых случаях может оказаться необходимым решение неравенств (0.1), (0.2) с учетом вероятности выполнения поставленной задачи самой АСКУ. Однако такая потребность не вызовет новых принципиальных трудностей, кроме добавления времени для определения необходимых данных и решения более сложного функционального неравенства.

Повышение эффективности комплекса объект - АСКУ можно получить путем сокращения времени выполнения контроля и управления объектом, которое в свою очередь можно сократить введением полной автоматиза-

ции. Полная автоматизация возможна только при жестком во времени регламенте процесса контроля и управления. Этот регламент составляется с учетом:

- длительности и последовательности различных операций процесса контроля и управления;
- длительности и последовательности всего процесса;
- возможности параллельного выполнения различных операций;
- возможности проведения ускоренных испытаний и перестройки регламента при обнаружении неисправностей или необходимости в подстройке и регулировке;
- разогрева и введения в рабочее состояние отдельных блоков и систем;
- сохранения ресурса приборов и систем в процессе подготовки;
- точности, быстродействия, стоимости оборудования, а также требований к квалификации операторов.

Регламентирование процесса контроля и управления должна осуществлять АСКУ в соответствии с заранее разработанными программами. Программное устройство АСКУ должно обладать определенной гибкостью, позволяющей путем смены программы или добавления новых сменных модулей переводить АСКУ на выполнение нового регламента или на контроль и управление новыми модификациями объектов и даже в некоторых случаях новыми образцами объектов.

Указанную универсальность АСКУ возможно получить разработкой типовых простейших и сложных алгоритмов, стандартизации узлов, блоков и подсистем, применением дискретной вычислительной техники, позволяющей создавать системы контроля и управления с различными характеристиками.

Универсальность АСКУ позволит значительно сократить затраты на проектирование и построение систем, а также сократить количество систем контроля и управления по сравнению с числом специализированных систем.

Важнейшим требованием к АСКУ сложных объектов является требование к ее безотказности в работе, которая характеризуется вероятностью безотказной работы $P_{АСКУ}(t, \tau)$ на протяжении заданного времени и в заданных условиях эксплуатации.

Вероятность безотказной работы АСКУ, наряду с вероятностью безотказной работы других элементов процесса (рис. 0.1), определяет вероятность выполнения боевой задачи всем комплексом^{*/}

^{*/} Это имеет место в простейшем случае "нитошной" передачи информации в процессе контроля и управления, в котором не предусмотрена остановка АСКУ на восстановление.

$$P(t, \tau) = P_0(t, \tau) P_{АСКУ}(t, \tau) P_{ВМ}(t, \tau) P_{УО}(t, \tau) P_{УМ}(t, \tau) P_{оп}(t, \tau) 0.3$$

- где
- $P_0(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы объекта;
 - $P_{ВМ}(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы вычислительной машины;
 - $P_{УО}(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы устройств оптимизации;
 - $P_{УМ}(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы управляющей машины;
 - $P_{оп}(t, \tau)$ - вероятность "безотказной работы" оператора;
 - t - текущий момент времени;
 - τ - момент времени, относительно которого вычисляются вероятности безотказной работы.

При оценке вероятности безотказной работы АСКУ необходимо прежде всего учитывать следующие основные положения.

Автоматическая система контроля и управления включается в замкнутый цикл процесса контроля и управления, работая при этом в реальном времени, поэтому неправильные решения, принимаемые АСКУ, в результате ее ошибки приводят к ложному сигналу, которые могут привести к аварии и даже к катастрофе, т.е. к срыву выполнения задачи объектом.

АСКУ должна обладать высокой эффективностью при резком ограничении частоты и длительности профилактических мероприятий. Так как АСКУ строится в основном с применением дискретных элементов, то в силу дискретной природы сигналов в ней будут иметь место в основном внезапные отказы.

Всякая остановка АСКУ для устранения в ней неисправности приводит к остановке процесса контроля и управления, поэтому предусмотренный резерв отказавших элементов и блоков необходимо вводить без отключения и без нарушения нормального хода процесса. При этом отказавшие элементы или блоки должны заменяться новыми, статистически аналогичными.

После формулировки основных требований, предъявляемых к АСКУ, необходимо описать и теоретически обосновать один из возможных алгоритмов оценки эффективности системы контроля.

На рис. 0.2 представлен предлагаемый в книге алгоритм оценки эффективности АСКУ.

На этом рисунке показано, что процесс разработки общей теории

оценки эффективности и оптимизации АСКУ является замкнутым с множеством местных обратных и прямых связей, которые выявляются и уточняются как при разработке теории, так и в процессе проектирования.

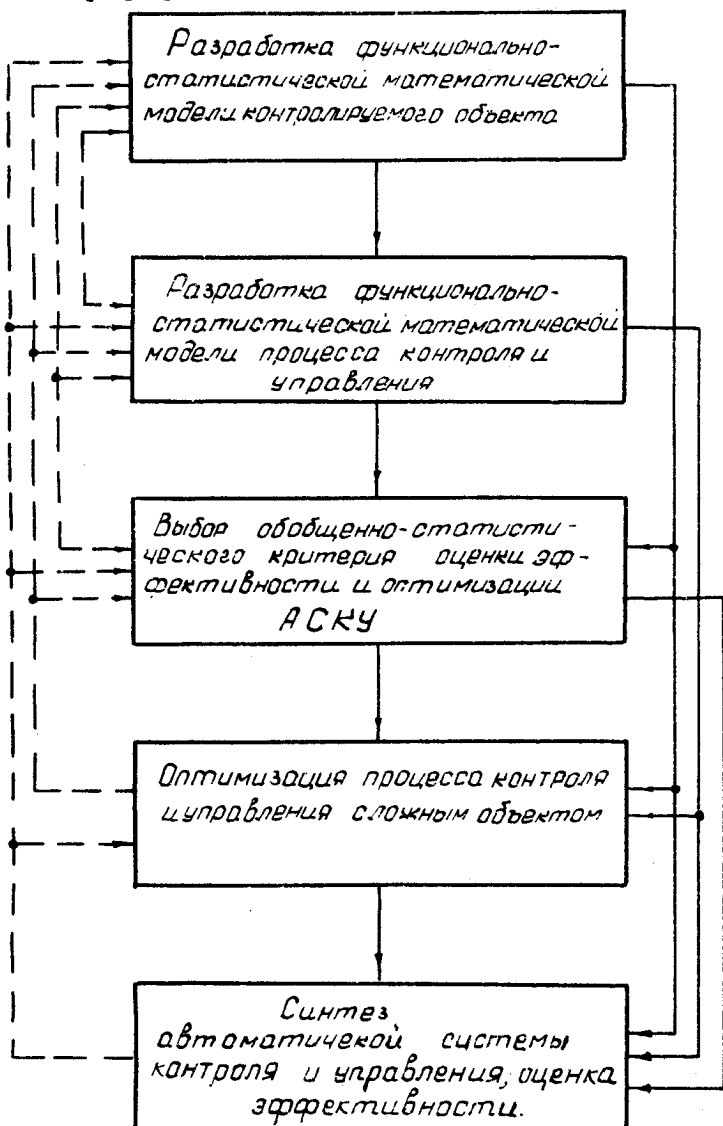


Рис. 0.2. Алгоритм оценки эффективности АСКУ.

Г Л А В А I

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ КОНТРОЛЯ

Под объектом контроля можно подразумевать любой аппарат, стабилизируемый в пространстве системами автоматического управления и несущий на борту различные системы, предназначенные для выполнения специальных задач.

Процесс контроля, например, летательного аппарата включает контроль специальных систем и систем стабилизации, а также поиск неисправностей.

Сложность процесса контроля обуславливается в основном сложностью объектов. Для описания функционирования объекта целесообразно построить математическую модель объекта. Наиболее полно состояние объекта характеризует его математическая функционально-статистическая модель. Под математической функционально-статистической моделью понимается система уравнений, описывающая зависимость параметров объекта, системы или блока от внешних и внутренних воздействий при функционировании. На основе анализа этой модели оказывается возможным сформулировать основные задачи, решаемые автоматической системой контроля и управления при контроле объекта, а также синтезировать оптимальную АСКУ, определяя на основе этого степень автоматизации и ее эффективность в процессе контроля и управления.

При построении математической функционально-статистической модели объекта необходимо учитывать то, что он включает в себя всевозможные классы и виды систем. Эти системы могут быть автономные и неавтономные, замкнутые и разомкнутые, стационарные и нестационарные, непрерывные и дискретные. Поэтому для построения математической функционально-статистической модели необходимо использовать более общий математический аппарат, который при соответствующих изменениях может быть распространен на всевозможные частные случаи.

Кроме того, при построении математической функционально-статистической модели объекта необходимо также иметь в виду основные параметры критериев, по которым выполняется оптимизация характеристик процесса контроля и управления.

К этим параметрам прежде всего относятся:

- время течения процесса в целом и его составляющих;
- вероятности безотказной работы и вероятности выполнения задачи различными системами, входящими в объект, и объектом в целом;
- точность работы различных систем;
- вес, объем, стоимость, потребляемая энергия и другие важные показатели.

В этой главе рассматриваются функционально-статистические модели, позволяющие определить вероятностные и временные параметры систем и объекта.

Предлагаемые модели позволяют непосредственно определить вероятности появления постепенных отказов систем объекта. Вероятности внезапных отказов систем оцениваются на основе теории надежности по формулам, приведенным в следующей главе.

Для определения вероятности постепенных отказов могут быть применены три математические модели:

- математическая модель, основанная на методе интегрирования дифференциальных уравнений;
- математическая модель, основанная на методе Монте-Карло;
- математическая модель, основанная на методе квазилинейных возмущений.

Под методом интегрирования дифференциальных уравнений понимается метод прямого вычисления многомерных плотностей вероятностей выходных параметров объекта с помощью интегрирования переменных, являющихся математически выраженными плотностями вероятности.

Метод Монте-Карло состоит в многократном выборе случайной величины параметров систем с последующим определением закона распределения выходных параметров объекта.

Метод квазилинейных возмущений состоит в представлении выходных параметров в виде ряда Тейлора с последующим определением закона распределения вероятностей выходных параметров.

Так как целью книги является создание инженерных методов оптимизации характеристик процесса контроля и АСУ, то основное внимание уделяется созданию математической модели объекта, основанной на методе квазилинейных возмущений как наиболее простого и позволяющего получать практически важные результаты. В работе также излагается сущность метода свертки и формулируются условия применения этого метода и метода Монте-Карло.

§ 1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ

Под объектом контроля понимается целый комплекс сложных и простых, статических и динамических систем и элементов, а также отдельные системы и блоки, характеристики которых формируются, контролируются и настраиваются по определенным алгоритмам в процессе контроля и управления.

Под параметрами многомерного объекта, систем и блоков понимаются независимые между собой величины, функциональные зависимости или операторы, служащие мерой качества объекта и характеризующие способность объекта выполнять заданные функции управления.

При контроле и при управляемом движении объект можно рассматривать как многомерную динамическую систему, включающую системы автоматического управления (САУ) совместно с управляемым объектом (рис. 1.1.1).

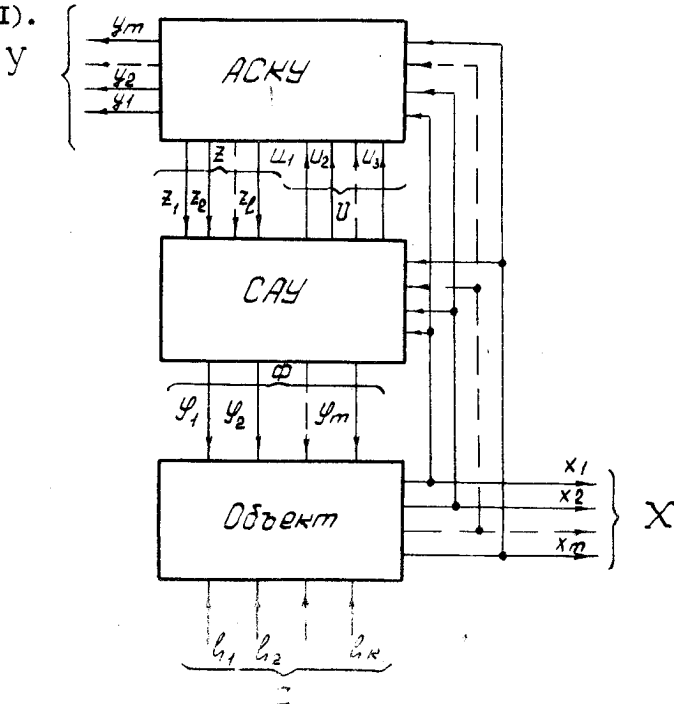


Рис. 1.1.1. Многомерная динамическая система.

На эту систему, наряду с закономерными и случайными управляющими воздействиями или сигналами контроля, влияют различные случайные помехи в виде внешних возмущений, действующих, как правило, на объект, и внутренних, действующих на различные цепи САУ.

Возмущенное состояние объекта при контроле и управлении можно описать системой уравнений, являющейся в общем случае математической функциональной моделью [1.1]

$$\sum_{\rho=1}^m M_{\rho\rho} \left(t, \tau \frac{d}{dt}, Q \right) X_{\rho} = F_{\rho} (t, \tau, X, Z), \quad (1.1.1)$$

$$\rho = 1, 2, \dots, m,$$

где $X \{X_1, \dots, X_m\}$ - вектор случайных функций времени, характеризующих выходные параметры объекта;

$Z \{Z_1, \dots, Z_k\}$ - вектор случайных функций времени, характеризующих внешние и прямые внутренние возмущения и управляющие воздействия (на рис. 1.1.1. управляющие воздействия обозначены через функцию Φ);

F_{ρ} - нелинейная функция времени для неавтономных САУ и не зависящая от времени для автономных САУ;

$M_{\rho\rho} \left(t, \tau \frac{d}{dt}, Q \right)$ - многочлен относительно операторов дифференцирования $\frac{d}{dt}$ с переменным во времени вектором коэффициентов

$$Q \{q_1, \dots, q_n\}^{*/}$$

t - текущее значение времени;

τ - момент времени, до которого ведется рассмотрение объекта.

Система уравнений (1.1.1) в зависимости от этапа и выбранного

* / Более общий случай, когда $q_i(t)$ при $i = 1, \dots, n$ является не только переменным во времени, но и случайным, рассматривается в § 1.5.

алгоритма контроля может описывать динамическое состояние либо систем управления с недвижимым объектом, либо возмущенное движение объекта, управляемого системами автоматического управления.

В любом случае на объект действует случайные возмущения, а также случайные и неслучайные воздействия.

Случайность в н у т р е н н и х в о з м у щ е н и я х обуславливается:

- допусками производства;
- случайным внезапным отклонением параметров элементов q_i от расчетных;
- случайным постепенным уходом параметров элементов q_i от расчетных;
- случайной конечной точностью и чувствительностью приборов, входящих в САУ;
- различными шумами, действующими в цепях САУ, и др.

Внутренние возмущения для удобства анализа состояния объекта можно разделить на прямые и косвенные внутренние возмущения.

К прямым внутренним возмущениям относятся все возмущения, действующие на прямые цепи прохождения сигналов по системе (случайная конечная точность и чувствительность приборов отдельных элементов системы, а также всевозможные шумы, действующие на входах отдельных элементов).

К косвенным внутренним возмущениям относятся возмущения, оказывающие влияние на выходные параметры через изменение параметров элементов системы (точность производства и настройки отдельных элементов системы, изменение условий эксплуатации и режима работы системы).

Случайность внешних возмущений обуславливается:

- случайностью ошибок ориентации объекта и приборов управления;
- случайными отклонениями параметров двигателя от расчетных;
- случайными погрешностями изготовления объекта и установки двигателей;
- случайными ошибками при формировании веса объекта;
- случайными ошибками САУ;
- различного рода случайными возмущениями окружающей среды (изменениями температуры, давления, влажности, скорости движения воздушной среды и др.).

Случайность параметров управляющего или полезного сигналов может обуславливать, в частности, случайность факта появления этих сигналов.

Таким образом, как управляющее воздействие, так и возмущения, действующие на объект подготовки, следует рассматривать в статистическом смысле.

Состояние любой динамической системы, находящейся под воздействием управляющих сигналов и возмущений, определяется некоторыми выходными параметрами, определенным образом связанными с воздействиями на систему через соответствующий системе уравнений (I.I.I) вектор-оператор динамической системы, заданный либо совокупностью математических операций $A_{\rho p}(t, \tau, X, Z, Q)$, либо совокупностью линейных или нелинейных дифференциальных уравнений (I.I.I).

В связи со случайным характером различных воздействий и возмущений выходные параметры объекта будут также случайными функциями времени.

Каждой группе номинальных условий при $t = \tau_0, X_{01}, \dots, X_{0m}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0k}$ номинальной области G_0 соответствует свое номинальное решение системы (I.I.I):

$$X_{i0} = \varphi_{i0}(\tau_0, \tau, X_{01}, \dots, X_{0m}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0k}). \quad (I.I.2)$$

Каждой группе реальных условий в момент времени $t = \tau_1, X_1, \dots, X_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k$ реальной области G_1 соответствует реальное решение системы (I.I.I):

$$X_i = \varphi_i(X_1, \dots, X_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k, \tau_1, \tau). \quad (I.I.3)$$

Система уравнений (I.I.I) по числу нелинейных операторов и по числу выходных параметров может распдаться на m отдельных уравнений.

Для простоты положим, что число выходных параметров равно числу операторов, хотя, вообще говоря, их может быть больше. Для $\rho=20$ параметра система уравнений (I.I.I) вырождается в уравнение

$$M_{\rho p}(t, \tau, \frac{d}{dt}, q_1, \dots, q_n) X_{\rho} = F_{\rho}(t, \tau, X_{\rho}, \zeta_1, \dots, \zeta_k). \quad (I.I.4)$$

Этому уравнению при линейризации соответствуют импульсная функция системы $\omega(t, \tau, \nu, X_{\rho}, Z, Q)$, переходная функция системы $h(t, \tau, \nu, X_{\rho}, Z; Q)$ передаточная функция системы $W(t, \tau, \rho, X_{\rho}, Z, Q)$, амплитудная $A(t, \tau, \omega, X_{\rho}, Z, Q)$ и фазовая $\varphi(t, \tau, \omega, X_{\rho}, Z, Q)$ частотные характеристики

системы.

Для объектов, движущихся в трехмерном пространстве, число выходных параметров равно или больше числа степеней свободы. При дальнейшем рассмотрении вместо нумерации выходных параметров ставится индекс, соответствующий названию регулируемого параметра.

К подобным видам уравнений можно привести, например, уравнения движения центра масс летательного объекта:

$$M_{\gamma}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\gamma})x_{\gamma} = F_{\gamma}(t, \tau, x_{\gamma}, Z_{\gamma}); \quad (I.I.5)$$

$$M_{\beta}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\beta})x_{\beta} = F_{\beta}(t, \tau, x_{\beta}, Z_{\beta}); \quad (I.I.6)$$

$$M_{\omega}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\omega})x_{\omega} = F_{\omega}(t, \tau, x_{\omega}, Z_{\omega}), \quad (I.I.7)$$

где γ - отклонение объекта по нормали к траектории полета;
 β - отклонение объекта в боковом направлении;
 ω - скорость движения объекта в продольном направлении,
 а также уравнения движения летательного объекта относительно центра масс:

$$M_{\nu}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\nu})x_{\nu} = F_{\nu}(t, \tau, x_{\nu}, Z_{\nu}); \quad (I.I.8)$$

$$M_{\psi}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\psi})x_{\psi} = F_{\psi}(t, \tau, x_{\psi}, Z_{\psi}); \quad (I.I.9)$$

$$M_{\varphi}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_{\varphi})x_{\varphi} = F_{\varphi}(t, \tau, x_{\varphi}, Z_{\varphi}), \quad (I.I.10)$$

где ν - угол тангажа;
 ψ - угол рыскания;
 φ - угол вращения.

В уравнениях (I.I.5) + (I.I.10) число возмущений и управляющих воздействий может быть любым.

Кроме рассмотренных уравнений, описывающих движение центра масс летательного объекта и движение относительно центра масс, к объекту контроля также относятся уравнения, описывающие динамику регулиро-

вания других выходных параметров, например дальности полета и т.п.

Регулируемые параметры могут быть как зависимыми, так и независимыми. При движении объекта в пространстве обычно считают, что угловые колебания объекта происходят с относительно большой частотой, например $1 + 5$ гц, и практически мало влияют на движение объекта по траектории. Поэтому при составлении и анализе уравнений движения объекта относительно центра масс влиянием ирриционных и демпфирующих моментов можно пренебречь. Кроме того, в общем случае возмущенное движение объекта в плоскости орбиты зависит от возмущенного движения в боковом направлении; однако, например, благодаря большой точности работы гиросприборов и систем стабилизации центра масс этим влиянием можно пренебречь. Таким образом, в некоторых частных случаях можно рассматривать уравнения движения объекта по одному из регулируемых выходных параметров независимо от движения объекта по другим параметрам.

При контроле объекта системы регулирования отдельных параметров могут оказаться разомкнутыми, и тогда в зависимости от выбранного критерия оценки готовности систем анализ и синтез системы контроля может значительно упроститься.

Рассмотрение уравнения возмущенного состояния объекта в процессах контроля и управления позволяют выполнить функциональный анализ состояния объекта, синтез системы контроля и оценки ее эффективности. Однако более полной характеристикой статического и динамического состояния объекта является вероятностное описание с помощью законов распределения вероятностей параметров элементов входных воздействий, выходных параметров и векторов-операторов.

§ 1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ МЕТОДОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для определения дифференциального закона системы случайных выходных параметров $X_1(t), \dots, X_m(t)$ можно воспользоваться методикой, описанной в монографии [1.1].

Если предположить, что получены решения (1.1.2), известен дифференциальный закон распределения вероятностей $f_0(X_{01}, \dots, X_{0m}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0k}, \tau_0, \tau)$ системы случайных величин $X_{01}, \dots, X_{0k}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0m}$ и функция F_i имеет кусочно непрерывные частные произ-

водные по координатам X_i , решения системы (I.1.I) φ_i имеют вторые частные производные по X_i , также по X_i и t , кроме того, решения имеют первые производные по ζ_i , то дифференциальный закон распределения системы случайных величин X_1, \dots, X_m определяется равенством [I.2], [I.3]

$$f(x_1, \dots, x_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k, t, \tau) = f_0[\varphi_1(x_1, \dots, x_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k, \tau_0, \tau), \dots, \varphi_m(x_1, \dots, x_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k, \tau_0, \tau)] \times I_\varphi, \quad (I.2.I)$$

где

$$I_\varphi = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} \dots \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_m} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta_1} \dots \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta_k} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_1} \dots \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_m} & \frac{\partial \varphi_m}{\partial \zeta_1} \dots \frac{\partial \varphi_m}{\partial \zeta_k} \\ 0 \dots 0 & 1 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 1 \end{vmatrix} = \frac{\partial [\varphi_1, \dots, \varphi_m]}{\partial x_1, \dots, \partial x_m} \quad (I.2.2)$$

- якобиан преобразования.

Однако в равенство (I.2.I) входят неизвестные функции φ_i и $\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}$, что не позволяет до конца довести решение.

Закон распределения вероятностей f можно определить из уравнения, составленного при условии, что в рассматриваемый момент времени t $I_\varphi > 0$, т.е. $|I_\varphi| = I_\varphi$.

Частные производные от закона распределения (I.2.I) по t и X_i , необходимые для составления уравнения, определяются по формулам:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} I_\varphi + f_0 \frac{\partial I_\varphi}{\partial t}; \quad (I.2.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} I_\varphi + f_0 \frac{\partial I_\varphi}{\partial x_j}. \quad (I.2.4)$$

Путем умножения каждого члена равенства (1.2.4) на $\frac{\partial x_j}{\partial t}$ и суммирования результата почленно с равенством (1.2.3) определяется уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^m F_j \frac{\partial f}{\partial x_j} = I_{\varphi} \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} \right) + f_0 \left(\frac{\partial I_{\varphi}}{\partial t} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial I_{\varphi}}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} \right). \quad (1.2.5)$$

После упрощений и эквивалентных преобразований этого равенства окончательно получается линейное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^m F_j \frac{\partial f}{\partial x_j} + f \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1.2.6)$$

из которого путем решения задачи Коши находится закон распределения f . Это уравнение остается справедливым и для якобиана $I_{\varphi} < 0$.

Из общей теории дифференциальных уравнений известно, что для интегрирования уравнений (1.2.6) необходимо найти $m+1$ первых интегралов системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx_1}{F_1} = \frac{dx_2}{F_2} = \dots = \frac{dx_m}{F_m} = - \frac{df}{f \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial x_j}}. \quad (1.2.7)$$

В качестве первых интегралов системы (1.2.7) могут быть приняты выражения

$$x_{0i} = \varphi_i(x_1, \dots, x_m, \zeta_1, \dots, \zeta_k, \alpha_0, \alpha). \quad (1.2.8)$$

Общий интеграл уравнений (1.2.6) может быть выражен формулой

$$f \exp \left\{ - \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \varphi_j} d\alpha \right\} = I[\varphi_{\mu}(\alpha_0, \alpha, x_j, \zeta_i)], \quad (1.2.9)$$

где $F(\varphi_\mu)$ - произвольная функция n первых интегралов системы (I.2.7), определяемая с учетом начальных условий;
 μ - индекс, пробегающий значения $1, \dots, m$.

После преобразования (I.2.9) получается дифференциальный закон распределения

$$f(x_1, \dots, x_m, t, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k) \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_0 \exp \left\{ - \int_{\varphi_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{dF_j}{d\varphi_j} d\varphi \right\} \times d\zeta_1, \dots, d\zeta_k. \quad (I.2.10)$$

Если учесть реальные пределы изменения величин ζ_1, \dots, ζ_k , то, можно уравнение (I.2.10) переписать в виде

$$f(x_1, \dots, x_m, t, \varphi) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots (k) \dots \int_{-\zeta_{kmin}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\varphi_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{dF_j}{d\varphi_j} d\varphi \right\} \times d\zeta_1, \dots, d\zeta_k,$$

где $\varphi_j = \varphi_j[\varphi_0, \varphi, \varphi_\gamma(\varphi, \varphi_0, x_\sigma, \zeta_\nu), \zeta_\nu]$ (I.2.11)

при индексах j, γ, σ , пробегающих значения $1, \dots, m$, а ν , пробегающем значения от $1, \dots, k$.

Для определения совместных законов распределения переходной функции объекта необходимо на его вход подать воздействия в виде скачков и по описанной методике определить закон

$$f(h_1, \dots, h_m, t, \varphi) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots (k) \dots \int_{-\zeta_{kmin}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\varphi_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{dF_j}{d\varphi_j} d\varphi \right\} d\zeta_1, \dots, d\zeta_k. \quad (I.2.12)$$

При этом может оказаться, что нет необходимости определять дифференциальный закон распределения для каждого момента времени. При определенных условиях без особой потери информации его можно определять через интервал времени

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (I.2.13)$$

где ω - полоса пропускания объекта контроля.

Для определения дифференциального m - мерного закона распределения импульсных функций можно воспользоваться якобианом преобразования $I(f_h \rightarrow f_\omega)$ с учетом того, что

$$\omega(t, \tau, \nu, X, Z, Q) = h'(t, \tau, \nu, X, Z, Q).$$

Совместный дифференциальный закон распределения передаточной функции, амплитудно-и фазочастотных характеристик определяются при гармонических воздействиях на объект. Воспользовавшись описанной методикой при действии гармонических сигналов можно получить:

- закон распределения передаточной функции объекта

$$f(W_1, \dots, W_m, \tau, t) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots (k) \dots \int_{-\zeta_{kmin}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau \right\} \times \\ \times d\zeta_1, \dots, d\zeta_k; \quad (1.2.14)$$

- закон распределения амплитудно-частотной характеристики объекта

$$f(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots (k) \dots \int_{-\zeta_{kmin}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\zeta_1, \dots, d\zeta_k; \quad (1.2.15)$$

- закон распределения фазочастотной характеристики объекта

$$f(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots (k) \dots \int_{-\zeta_{kmin}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\zeta_1, \dots, d\zeta_k. \quad (1.2.16)$$

Без потери информации эти законы можно определить на частотной оси через дискреты:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_n}, \quad (1.2.17)$$

где T_n - минимальное время регулирования одного из выходных параметров.

Таким образом, при оговоренных допущениях теоретически оказывается возможным точно определить m - мерные дифференциальные законы распределения выходных параметров и векторов-операторов. Большой объем вычислительных работ возможно при этом выполнить только на цифровых машинах.

На практике, благодаря отсутствию корреляции между выходными параметрами отдельных систем объекта, задача определения совместного закона распределения m параметров сводится к задаче определения совместного закона распределения для каждого параметра, т.е. при $j=1$ и взятии произведения этих законов. Описанная методика в этом случае значительно упрощается.

Однако выполнить интегрирование в явном виде можно только тогда, когда плотность вероятности является простой аналитической функцией случайных параметров. С возрастанием числа параметров и сложности аналитических функций применение метода вызывает значительные математические трудности.

Для инженерных расчетов при проектировании и оценке эффективности АСКУ целесообразно использовать приближенные методы [I.I], [I.4], [I.5] определения законов распределения выходных параметров с последующей оценкой степени приближения. Приближенные квазилинейные методы позволяют преодолеть математические трудности, обусловленные наличием в системах объекта нелинейностей, для которых не справедлив принцип суперпозиции. К квазилинейным можно отнести методы статистической и гармонической линеаризации.

§ I.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Для сложных объектов с нелинейностями при вероятностном анализе иногда практически оказывается достаточно оценивать первые два момента выходных параметров: математическое ожидание и корреляционную функцию или дисперсию. Эти моменты позволяют полностью определить закон распределения вероятностей, который приближенно можно считать нормальным, так как практически все системы объекта вследствие наличия инерционности обладают обобщенными свойствами фильтры

[I.4] , т.е.

$$|W_n(jk\omega)| \ll |W_n(j\omega)| \quad (k=2,3,\dots), \quad (I.3.I)$$

где $W_n(j\omega)$ - передаточная функция преобразованной линейной части нелинейной системы.

Это свойство обеспечивает близость периодического решения уравнения системы к синусоидальному виду при сколь угодно сильной нелинейности.

При соблюдении условий (I.3.I) математический анализ вероятностных характеристик объекта контроля значительно упрощается, хотя характерные особенности работы систем с нелинейностями сохраняются.

Система дифференциальных уравнений возмущенного состояния объекта [I.I] в достаточно общей форме представляется в виде

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\rho=1}^m M_{\rho} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) &= F_e(X, Z, t, \tau) + \mathcal{P}_e(Z_e); \\ Z_e &= \sum_{i=1}^{S_e} a_i^e x_i + \sum_{j=1}^{N_e} C_j^e \xi_j \end{aligned} \right\} (I.3.2)$$

- где a_i^e, C_j^e - постоянные коэффициенты;
- $X \{x_1, \dots, x_m\}$ - вектор случайных функций параметра t , определяющий движение объекта;
- $Z \{\xi_1, \dots, \xi_k\}$ - вектор возмущений, являющийся случайной функцией параметра t ;
- F_e - нелинейные функции, допускающие линеаризацию относительно некоторого режима движения объекта в пределах рабочих диапазонов величин или функций;
- \mathcal{P}_e - нелинейные функции, не допускающие обычную линеаризацию;
- M_{ρ} - полиномы относительно оператора дифференцирования с переменными во времени коэффициентами.

Для определения математических ожиданий $m_{x_{\rho}}$ и корреляционных функций $K_{x_{\rho} x_i}(t, S) (\rho, i=1, \dots, m)$ - случайные функции представляются в виде

$$\zeta_{\nu}(t) = m_{\zeta_{\nu}}(t) + \zeta_{\nu}^0(t) \quad (\nu=1, \dots, k); \quad (I.3.3)$$

$$Z_{\ell}(t) = m_{Z_{\ell}}(t) + Z_{\ell}^0(t) \quad (\ell=1, \dots, m); \quad (I.3.4)$$

$$X_{\rho}(t) = m_{X_{\rho}}(t) + X_{\rho}^0(t) \quad (\rho=1, \dots, m), \quad (I.3.5)$$

где $m(t)$ - математические ожидания случайной функции;
 $\zeta_{\nu}^0, Z_{\ell}^0, X_{\rho}^0$ - центрированные независимые случайные функции.
 Функции F_{ℓ} , допускающие линеаризацию относительно X_{ρ}^0 и ζ_{ν}^0 разлагаются в ряд Тейлора и ограничиваются при этом рассмотрением членов ряда первой степени:

$$F_{\ell}(t, \tau, X_{\rho}, \zeta_{\nu}) = F_{0\ell}(t, \tau, m_{X_{\rho}}, m_{\zeta_{\nu}}) + \\ + \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_{\ell}}{\partial m_{X_{\rho}}} \right]_0 X_{\rho}^0 + \sum_{\nu=1}^k \left[\frac{\partial F_{\ell}}{\partial m_{\zeta_{\nu}}} \right]_0 \zeta_{\nu}^0. \quad (I.3.6)$$

Путем статистической линеаризации, функция \mathcal{F}_{ℓ} приближенно представляется в виде

$$\mathcal{F}_{\ell}(Z_{\ell}) = \mathcal{F}_{0\ell}(m_{Z_{\ell}}) + K_1^{\ell} Z_{\ell}^0, \quad (\ell=1, \dots, m), \quad (I.3.7)$$

где $\mathcal{F}_{0\ell}(m_{Z_{\ell}})$ - статистические характеристики безинерционных нелинейных преобразований;
 K_1^{ℓ} - статистические коэффициенты усиления безинерционных преобразований.

В случае, если функции \mathcal{F}_{ℓ} четотно-симметричны, то

$$\mathcal{F}_{0\ell}(m_{Z_{\ell}}) = K_0^{\ell} m_{Z_{\ell}}. \quad (I.3.8)$$

Если функции \mathcal{G}_ρ нелинейные операторы, то в более общем случае вместо коэффициентов усиления k_0, k_1 должна быть применена аппроксимация в виде линейных операторов [I.I].

Подставляя выражения (I.3.3.) + (I.3.8.) в систему уравнений (I.3.2), получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{\rho}^m M_{\rho\ell}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) [m_{x_\rho} + x_\rho^0] = F_\ell(t, \tau, m_{x_\rho}, m_{\zeta_\nu}) + \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{dF_\ell}{dm_{x_\rho}} \right]_0 x_\rho^0 + \sum_{\nu=1}^k \left[\frac{dF_\ell}{dm_{\zeta_\nu}} \right] \zeta_\nu^0 + K_0^\ell m_{z_\ell} + K_1^\ell Z_\ell^0; \quad (I.3.9)$$

$$m_{z_\rho} + Z_\ell^0 = \sum_{i=1}^{S_\ell} a_i^\ell (m_{x_i} + x_i^0) + \sum_{j=1}^{N_\ell} c_j^\ell (m_{\zeta_j} + \zeta_j^0).$$

Если применить к системе уравнений (I.3.9.) операцию нахождения математического ожидания, то можно получить нелинейную систему уравнений для определения математического ожидания случайных функций:

$$\sum_{\rho}^m M_{\rho\ell}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) m_{x_\rho} = F_\ell(t, \tau, m_x, m_z) + K_0^\ell m_{z_\ell};$$

$$m_{z_\rho} = \sum_{i=1}^{S_\ell} a_i^\ell m_{x_i} + \sum_{j=1}^{N_\ell} c_j^\ell m_{\zeta_j}. \quad (I.3.10)$$

Путем вычитания системы уравнений (I.3.10.) из системы уравнений (I.3.9.) получается система уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\sum_{\rho}^m M_{\rho\ell}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) x_\rho^0 = \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{dF_\ell}{dm_{x_\rho}} \right] x_\rho^0 + \sum_{\nu=1}^k \left[\frac{dF_\ell}{dm_{\zeta_\nu}} \right] \zeta_\nu^0 + K_1^\ell Z_\ell^0;$$

$$Z_\ell^0 = \sum_{i=1}^{S_\ell} a_i^\ell x_j^0 + \sum_{j=1}^{N_\ell} c_j^\ell \zeta_\ell^0. \quad (I.3.11)$$

Интегрируя системы уравнений (I.3.IO.) , (I.3.II.), например методом последовательных приближений, определяем математическое ожидание, корреляционные функции и дисперсии выходных параметров. Этот метод приближенного решения применяется тогда, когда гармоническая линеаризация не дает желаемых результатов.

§. I.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

В тех случаях, когда в нелинейных системах имеются автоколебания или вынужденные колебания, в качестве приближенного метода исследования удобно взять метод, основанный на гармонической линеаризации нелинейностей [I.6] . Возможность применения этого метода требует соблюдения условий наличия в системе обобщенных свойств фильтра (I.3.I), а также того, чтобы внешние воздействия $\zeta_i(t)$ на нелинейную систему объекта были нормально распределенными медленно меняющимися функциями, т.е.

- для статической системы

$$\left| \frac{d\zeta(t)}{dt} \right| T \ll \left| \zeta(t) \right| , \quad (I.4.I)$$

- для астатической системы

$$\left| \frac{d\zeta(t)}{dt} \right| T \ll \left| p\zeta(t) \right| , \quad (I.4.2)$$

где T - период автоколебаний системы или период вынужденных колебаний.

При соблюдении условий (I.3.I.), (I.4.I.), (I.4.2.) математический анализ вероятностных характеристик объекта значительно упрощается, хотя характерные особенности работы нелинейных САУ сохраняются.

Система дифференциальных уравнений возмущенного состояния объекта, как и в § I.3, представляется в форме

$$\sum_{\rho=1}^m M_{\rho\rho}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) x_{\rho} = F_{\rho}(X, Z, t, \tau) + \mathcal{G}_{\rho}(Z_{\rho});$$

$$Z_{\rho} = \sum_{i=1}^{S_{\rho}} a_i^{\rho} x_i + \sum_{j=1}^{N_{\rho}} c_j^{\rho} \zeta_j \quad (\rho=1, \dots, m). \quad (I.4.3)$$

Так как методика линеаризации нелинейных систем с вынужденными колебаниями аналогична методике линеаризации нелинейных систем, работающих в автоколебательном режиме, то можно ограничиться изложением метода линеаризации систем с автоколебаниями.

Математическое ожидание $m_{x_{\rho}}(t)$ и корреляционная функция $K_{x_{\rho} x_i}(t, S)$ ($\rho=1, \dots, m$) определяются при представлении $Z_{\rho}(t)$ в виде

$$Z_{\rho}(t) = Z_{\rho}^0(t) + Z_{\rho}^*(t) \quad (\rho=1, \dots, m), \quad (I.4.4)$$

где Z_{ρ}^0 - случайная медленно меняющаяся составляющая выходного параметра;

$Z_{\rho}^*(t) = Z \sin \Omega t$ - гармоническая составляющая со случайной амплитудой Z

Для обоснованного выполнения процедуры гармонической линеаризации предполагается, что выходной параметр системы близок к гармоническому колебанию [I.4], тогда функцию $\mathcal{G}_{\rho}(Z_{\rho})$ можно представить в виде

$$\mathcal{G}_{\rho}(Z_{\rho}) = \mathcal{G}_{\rho}^0 + g Z_{\rho}^* + \frac{g'}{\Omega} \frac{d}{dt} Z_{\rho}^*, \quad (I.4.5)$$

где

$$\mathcal{G}_{\rho}^0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(Z_{\rho}^0 + Z \sin \Psi, Z \Omega \cos \Psi) d\Psi; \quad (I.4.6)$$

$$g = \frac{1}{2Z} \int_0^{2\pi} F(Z_{\rho}^0 + Z \sin \Psi, Z \Omega \cos \Psi) \sin \Psi d\Psi; \quad (I.4.7)$$

$$g' = \frac{1}{\pi} Z \int_0^{2\pi} F(Z_e^0 + Z \sin \Psi, Z \rho \cos \Psi) \cos \Psi d\Psi. \quad (I.4.8)$$

Выражения g_e^0, g, g' для конкретных нелинейностей берутся из [I.4].

Выполняя подстановки преобразования в соответствии с подстановками и преобразованиями § I.3, получим систему уравнений для определения математического ожидания выходных параметров:

$$\sum_{\rho}^m M_{\rho e}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) m_{x_{\rho}} = F_e(t, \tau, m_x, m_z) + g_e^0(Z_e^0);$$

$$Z_e^0 = \sum_{i=1}^{S_e} a_i^e m_{x_i} + \sum_{j=1}^{N_e} c_j^e m_{\zeta_j}, \quad (I.4.9)$$

а также систему уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\sum_{\rho=1}^m M_{\rho e}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q) x_{\rho}^0 = \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_e}{\partial m_{x_{\rho}}} \right] x_{\rho}^0 + \sum_{\nu=1}^K \left[\frac{\partial F_e}{\partial m_{\zeta_{\nu}}} \right] \zeta_{\nu}^0$$

$$+ g Z_e^* + \frac{g'}{\pi} \frac{d}{dt} Z_e^*,$$

$$Z_e^* = \sum_{i=1}^{S_e} a_i^e x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_e} c_j^e \zeta_j^0. \quad (I.4.10)$$

Интегрируя системы уравнений (I.4.7) и (I.4.8), определяем математическое ожидание и корреляционную функцию выходных параметров.

Законы распределения вероятностей в нелинейных системах и особенно на выходе нелинейных элементов во многих случаях сильно отличаются от нормальных, несмотря на то, что воздействия имеют нормальное распределение. Степень отличия закона распределения вероятностей от нормального определяется степенью нелинейности системы, точкой структурной схемы системы, в которой рассматривается процесс, и законами распределения воздействий.

Если степень нелинейности системы сравнительно невелика и процесс рассматривается на выходе какого-либо линейного инерционного элемента, то закон распределения процесса практически близок к нормальному.

Для оценки близости закона распределения к нормальному необходимо вычислить величину коэффициента асимметрии и эксцесса, например по методике, предложенной в работах [1.6], [1.7].

Кроме того, методы квазилинейных возмущений основаны на том, что среднеквадратические значения возмущений малы по сравнению со средним значением возмущений. При этих условиях (обычно отклонения возмущений не превышают 3σ) влиянием членов разложения высшего порядка можно пренебречь.

Наличие в системах больших отклонений и больших нелинейностей препятствует непосредственному использованию этого метода.

Закон распределения вероятностей в системах с большими отклонениями и большими степенями нелинейности можно определить либо методом Монте-Карло, либо методом неслучайных воздействий [1.8].

Иногда может дать хорошие результаты комбинация метода линейных возмущений с методом Монте-Карло. При этом анализ нелинейной части следует выполнять методом Монте-Карло, а линейной — методом квазилинейных возмущений.

§ 1.5. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

Случайное изменение режима и условий работы объекта, следовательно, изменение параметров элементов обуславливает случайное изменение его параметров, как в течение времени протекания процессов, так и от одной реализации процесса к другой.

Особенно важно учитывать случайный характер изменения параметров объекта при оптимизации методов контроля и настройки систем, а также при оптимизации всего процесса, контроля объекта.

Необходимо также отметить, что по отношению к косвенным внутренним воздействиям система всегда нелинейна, даже если она линейна по отношению к прямым воздействиям. Поэтому рассмотренные ранее методы определения вероятностных характеристик объекта являются с этой точки зрения недостаточно эффективными, так как они получены в пред-

положении, что параметры элементов неслучайны, т.е. они изменяются во времени по определенному закону или являются постоянными.

Оценку вероятностных характеристик параметров объекта с учетом случайности параметров элементов можно выполнить либо методами непосредственного определения характеристик, либо методом вероятностного усреднения [1.8].

Методы непосредственного определения вероятностных характеристик параметров путем неслучайных воздействий или статистических проб являются трудоемкими, и получаемые этими методами зависимости характеристик процесса от характеристик воздействий и параметров системы являются не наглядными.

Более наглядным и менее трудоемким является метод вероятностного усреднения, сущность которого заключается в следующем.

Вначале изложенными ранее методами определяются вероятностные характеристики идеализированной системы объекта, т.е. системы либо нелинейной стационарной, либо простой линейной нестационарной с детерминированными параметрами. Затем соответствующим вероятностным усреднением полученных характеристик в диапазоне возможных значений косвенных воздействий определяются действительные значения вероятностных характеристик.

Предположим, что все случайные внешние прямые и внутренние воздействия $\zeta_1(t), \dots, \zeta_K(t)$ не зависят от случайных косвенных внутренних воздействий $\xi_1(t), \dots, \xi_\mu(t)$, что практически всегда выполняется. Тогда случайный процесс $x_p(t)$ ($p=1, \dots, m$) в объекте является функцией воздействий $\zeta_i(t)$ ($i=1, \dots, K$), $\xi_j(t)$ ($j=1, \dots, \mu$):

$$x_p(t) = \varphi_0[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau], \quad (1.5.1)$$

где φ_0 - некоторая нелинейная функция. Если $f_\zeta(Z, t, \tau)$ и $f_\xi(\xi_1, \dots, \xi_\mu, t, \tau)$ - дифференциальные законы распределения систем случайных величин соответственно ζ_i и ξ_j , то математическое ожидание выходных координат объекта можно определить по известной формуле

$$m_{x_p}(t, \tau) = \int \dots \int \dots \int \dots \int \dots \int \dots \int \varphi[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau] \times f_\zeta(\zeta_i, t, \tau) f_\xi(\xi_j, t, \tau) d\zeta_i d\xi_j \quad (1.5.2)$$

$$(i=1, \dots, k), (j=1, \dots, \mu).$$

Математическое ожидание параметров x_p при конкретных значениях $\bar{\xi}_j$ случайных величин ξ_j получим путем усреднения ζ_i , т.е.

$$m_{x_p}(\bar{\xi}_j, t, \tau) = \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k) \dots \int \varphi[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau] f_{\zeta_j}(\zeta_j, t, \tau) d\zeta_j. \quad (1.5.3)$$

Это математическое ожидание сравнительно просто находится для линейных и нелинейных стационарных систем, а также для сравнительно простых дискретных систем.

Математическое ожидание выходных параметров объекта $x_p(t)$ с учетом случайности параметров элементов получается путем дальнейшего усреднения:

$$m_{x_p}(t, \tau) = \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots m_{x_p}(\bar{\xi}_j, t, \tau) f_{\xi_j}(\xi_j, t, \tau) d\xi_j. \quad (1.5.4)$$

Корреляционная функция и дисперсия выходных параметров находятся по аналогичной методике.

Основным достоинством метода вероятностного усреднения является независимость учета случайности параметров элементов от прямых случайных воздействий. При прямом методе учета случайности параметров указанная зависимость сохраняется, что приводит к значительным вычислительным трудностям.

Таким образом, оказывается возможным определить вероятностные характеристики объекта, включающего стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные системы точно и приближенно с использованием метода статистических проб и метода неслучайных воздействий, а также метода вероятностного усреднения.

В результате приближенных решений с использованием линеаризованных уравнений и операторов получают приближенные вероятностные характеристики выходных параметров объекта, определяющие его состояние.

§ 1.6. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАМЕТРОВ
ОБЪЕКТА ПРИ МАЛЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ
И ОТКЛОНЕНИЯХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕКТА

Для простоты изложения предположим, что один из выходных параметров объекта изменяется вследствие малых отклонений параметров элементов q_1, \dots, q_n , обусловленных действием некоторого возмущения ξ малой интенсивности [I,9], [I,10], [I,11].

Таким образом, параметры элементов объекта являются функциями возмущения $\xi_i(t)$, изменяющегося во времени, т.е.

$$q_i = q_i[\xi(t)], \dots, q_n[\xi(t)]$$

Если существуют производные $\frac{dq_i}{d\xi}, \dots, \frac{dq_n}{d\xi}$, то функцию $q_i[\xi(t)]$ можно разложить в ряд Маклорена по степеням $\xi(t)$

$$q_i[\xi(t)] = q_{i0} + \alpha_{10q_i} \xi(t) + \dots + \alpha_{20q_i} \xi^2(t),$$

где q_{i0} - значение параметра $q_i[\xi(t)]$ при $\xi = 0$; (I.6.1)
 $\alpha_{10q_i}, \dots, \alpha_{20q_i}$ - случайные величины, определяемые значениями производных случайной функции

$$\alpha_{k0} = \left[\frac{d^k q[\xi(t)]}{d \xi^k(t)} \right]_{\xi=0}. \quad (I.6.2)$$

Коэффициенты разложения q_{i0} и α_{q_i} обычно определяются различными характеристиками элементов, поэтому они являются статистически независимыми случайными величинами как между собой, так и по отношению к аналогичным величинам α_{q_i} для j -аргумента ($j \neq i$), распределенным по законам, близким к нормальным.

При аналогичных условиях случайную функцию $X(\xi)$ можно также разложить в ряд Маклорена по степеням $\xi(t)$:

*/

Частным случаем выходных параметров являются передаточная, переходная и импульсная функции, а также частотные характеристики отдельных систем или блоков.

$$X(\xi) = X_0 + \alpha_{10} \xi(t) + \dots + \alpha_{20} \xi^2(t), \quad (I.6.3)$$

где X_0 - случайное значение параметра $X(\xi)$, распределенное по нормальному закону с математическим ожиданием m_{X_0} и дисперсией $\sigma_{X_0}^2$;

$\alpha_{10}, \dots, \alpha_{20}$ - случайные величины, определяемые значениями производных:

$$\alpha_{k0} = \left[\frac{d^k X(\xi)}{d \xi^k} \right]_{\xi=0}. \quad (I.6.4)$$

При малых интенсивностях возмущений ξ и при малых отклонениях параметров q_i в первом приближении можно ограничиться линейными членами разложений (I.6.1), (I.6.4), т.е.

$$q_i(\xi) = q_{i0} + \alpha_{0i} q_i \xi; \quad (I.6.5)$$

$$X(\xi) = X_0 + \alpha_0 \xi. \quad (I.6.6)$$

Для выражения значений числовых характеристик выходного параметра $X(q_1, \dots, q_n)$ через числовые характеристики параметров элементов q_1, \dots, q_n при небольших отклонениях параметров элементов от математических ожиданий ограничимся линейным приближением, сохранив в разложении функции $X(q_1, \dots, q_n)$ в ряд Тейлора лишь члены первого порядка:

$$X(t, \tau, q_1, \dots, q_n) = m_X(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial X}{\partial q_i}(q_1, \dots, q_n, t, \tau) \right] (q_i - q_{i0}). \quad (I.6.7)$$

Из рассмотрения равенств (I.6.5) + (I.6.7) получим:

- математическое ожидание отклонения выходного параметра

$$m_X(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau) = m_{X_0}; \quad (I.6.8)$$

- дисперсия отклонения выходного параметра X

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \sum_{i=1}^n w_{q_i}^2 \sigma_{q_i}^2 ; \quad (I.6.9)$$

- математическое ожидание отклонения параметров элементов q_i

$$m_{\alpha_0} = \sum_{i=1}^n w_{q_i} m_{\alpha_0 q_i} ; \quad (I.6.10)$$

- дисперсия отклонения параметров q_i элементов

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \sum_{i=1}^n w_{q_i}^2 \sigma_{\alpha_0 q_i}^2 ; \quad (I.6.11)$$

- вес отклонения параметров

$$w_{q_i} = \frac{\partial X}{\partial q_i} (q_{i0}, \dots, q_{n0}). \quad (I.6.12)$$

Если в разложении (I.6.7) сохранить три члена, то можно получить более точные выражения для оценки числовых характеристик случайной функции X (ξ):

$$m_{\alpha_0} = m_X(q_{i0}, \dots, q_{n0}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (w'_{q_i}) \sigma_{q_{i0}} ; \quad (I.6.13)$$

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \sum_{i=1}^n (w_{q_i})^2 \sigma_{q_{i0}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (w'_{q_i})^2 \sigma_{q_{i0}}^4 + \sum_{i=1}^n (w'_{q_i q_j})^2 \sigma_{q_i}^2 \sigma_{q_{j0}}^2 ; \quad (I.6.14)$$

$$m_{\alpha_0} = \sum_{i=1}^n w_{q_i} m_{q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w'_{q_i} \sigma_{\alpha_0 q_i}^2 ; \quad (I.6.15)$$

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \sum_{i=1}^n w_{q_i}^2 \sigma_{\alpha_0 q_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (w'_{q_i})^2 \sigma_{\alpha_0 q_i}^4 + \sum_{i < j} (w'_{q_i q_j})^2 \sigma_{\alpha_0 q_i}^2 \sigma_{\alpha_0 q_j}^2 ; \quad (I.6.16)$$

$$w'_{q_i} = \frac{d^2 X}{d q_i^2} ; \quad (I.6.17)$$

$$w'_{q_i q_j} = \frac{d^2 X}{d q_i d q_j} . \quad (I.6.18)$$

Полученные выражения (I.6.I3) - (I.6.I8) позволяют учесть поправку на нелинейность выходного параметра, а также оценить ошибку приближенных выражений (I.6.8) - (I.6.I2).

Соотношения (I.6.9), (I.6.II) показывают, что величины X_0 и α_0 некоррелированы при независимых α_{q_i} и q_i , следовательно

$$m_{x_0}(q_1, \dots, q_n) = m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}) + m_{\alpha_0} \zeta(t); \quad (I.6.I9)$$

$$\sigma_x^2(q_1, \dots, q_n) = \sigma_{\alpha_0}^2 + \zeta^2(t) \sigma_{\alpha_0}^2. \quad (I.6.20)$$

Используя формулы (I.6.I9), (I.6.20), можно при нормальном законе распределения параметров элементов определить характеристики закона распределения выходных параметров.

§ I.7. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ОБЪЕКТА

При решении задачи контроля объекта по оптимальному алгоритму потребуется применение большого числа как вычислительных, так и логического действия устройств. В подобных устройствах передача и преобразование сигналов имеет дискретный характер.

С другой стороны, процесс контроля объекта включает в себя множество процессов, характеризуемых непрерывно изменяющимися физическими величинами, которые подлежат измерению, контролю, регулированию и управлению. Поэтому всякая дискретная автоматическая система (ДАС) контроля объекта должна включать устройства, преобразующие непрерывные величины в дискретные (преобразователи H/D), и обратно дискретные величины в непрерывные (преобразователи D/H).

Кроме того, любую ДАС [I.2] можно представить в виде соединения двух частей: непрерывной (НЧ) и дискретной (ДЧ) (рис. I.7.I).

С информационной точки зрения существенными являются два подхода: с точки зрения непрерывных процессов и дискретных.

В первом случае все описывающие явления величины (компоненты векторов, пространственные и временные параметры) будут изменяться непрерывно.

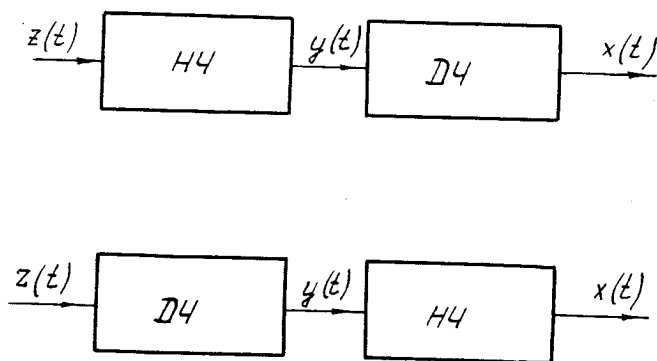


Рис. 1.7.1. Блок-схема дискретных САУ.

Во втором случае компоненты векторов, пространственные и временные параметры принимают дискретные значения. Любую непрерывную информацию практически можно путем аппроксимации преобразовать с любой наперед заданной степенью точности в дискретную форму.

Всякое реальное устройство или живое существо, воспринимающее информацию вследствие наличия ограниченной чувствительности, разрешающей способности и полосы пропускания переводит путем квантования любую непрерывную информацию в дискретную.

Различают три вида квантования: квантование по уровню, квантование по времени; квантование по уровню и по времени.

В зависимости от вида квантования ДАС подразделяются на три класса [1.12]:

- релейные автоматические системы (РАС), в которых осуществляется квантование по уровню;
- импульсные автоматические системы (ИАС), в которых осуществляется квантование по времени;
- релейно-импульсные или цифровые автоматические системы (ЦАС), в которых исполь-

зуется квантование по уровню и по времени.

В РАС преобразователем H/D является релейный элемент, осуществляющий квантование по уровню. Выходная величина релейного элемента в общем случае принимает конечное число фиксированных уровней. Поэтому РАС являются существенно нелинейными системами.

В ИАС преобразователем H/D является импульсный элемент, осуществляющий квантование по времени. Выходная величина импульсного элемента представляет собой модулированную последовательность. Поэтому ИАС является линейной системой.

В зависимости от вида импульсной модуляции ИАС подразделяются на три типа:

- ИАС с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ);
- ИАС с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ);
- ИАС с временной импульсной модуляцией (ВИМ), т.е. частотно-импульсная (ЧИМ) или фазо-импульсная (ФИМ).

В ЦАС преобразователь H/D осуществляет квантование по уровню и по времени. Дискретные данные поступают в цифровое вычислительное устройство (ЦВУ) через равные интервалы времени, достаточные для осуществления необходимых вычислений в соответствии с определенной программой.

Дискретные данные могут соответствовать либо полным значениям физических величин, либо их приращениям. В зависимости от соответствия дискретных данных полным значениям или приращениям физических величин различают две группы ЦАС:

- ЦАС с кодовым представлением дискретных величин;
- ЦАС, в которой приращение дискретной величины соответствует одиночному импульсу, а полное значение образуется суммированием этих импульсов.

Обычно методика вероятностного исследования ДАС строится на основе хорошо разработанных вероятностных методов исследования непрерывных систем автоматического управления. Основными особенностями построения ДАС по сравнению с непрерывными САУ являются сопряжение дискретных и непрерывных систем, оптимальность которого зависит от

оптимальности процессов квантования. При определении вероятностных характеристик ДАС считается, что системы являются линейными или линейризованными, описанными ранее методами.

Особенности оценки вероятностных характеристик при квантовании по времени физических величин, имеющих ограниченный спектр

Основным параметром преобразователя H/D является интервал квантования. Выбор целесообразного интервала квантования во многом определяет свойства ДАС.

Предположим, что квантованию подлежит непрерывный входной сигнал $Z(t)$, имеющий закон распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ и спектральную функцию $S_Z(j\omega)$, занимающую полосу частот $2\omega_c$. Кроме того, для простоты предположим, что квантующее устройство является идеальным, т.е. оно работает без шумов квантования.

Входным сигналом на преобразователь, кроме обычных сигналов управления, можно считать интересующий нас переходный процесс, передаточную и импульсную функции, частотные характеристики систем, подлежащие контролю. Полоса частот для динамических характеристик определяется полосой пропускания, примерно равной удвоенной частоте среза.

При ограниченной спектральной плотности $S_Z(j\omega)$, расположенной в полосе $2\omega_c$, спектральная функция выходного сигнала преобразователя $X(t)$ определяется соотношением

$$S_X(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{z=-\infty}^{\infty} S_Z \left[j \left(\omega - \frac{2\pi z}{T} \right) \right], \quad (I.7.I)$$

где T - интервал квантования.

Из формулы (I.7.I) следует, что спектр $S_X(j\omega)$ представляет собой периодическую функцию частоты и полностью определяется изменением частоты ω в диапазоне от $-\frac{\pi}{T}$ до $+\frac{\pi}{T}$.

При частоте $\omega > \omega_c$, $\omega_c \leq \frac{\pi}{T}$ спектральные функции $S_X(j\omega)$ и $S_Z(j\omega)$ совпадают и значение функции $Z(t)$, а также значение закона распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ полностью определяются дискретными значениями функции $X(t)$ и ее законом распределения вероятностей $f_X(t, \tau, X)$ в дискретные моменты времени, отделенные друг от друга на интервал $T = \frac{\pi}{\omega_c}$, т.е. при квантовании функции $Z(t)$

через интервал времени $T \leq \frac{\pi}{\omega_c}$ не происходит потери информации.

При $\omega_c > \frac{\pi}{T}$, а также при неограниченных спектральных функциях $S_z(j\omega)$ спектральная функция $S_x(j\omega)$ может существенно отличаться от функции $S_z(j\omega)$ в диапазоне частот $|\omega| < \frac{\pi}{T}$, что приводит к потере информации при квантовании процесса $z(t)$.

Таким образом, если квантование ограниченного по спектру процесса произвести через интервал квантования, выбранный в соответствии с теоремой Котельникова

$$T = \frac{\pi}{\omega_c}, \quad (1.7.2)$$

то в информационном смысле исчезнут различия между импульсной системой и соответствующей ей непрерывной.

При выполнении этих условий будут справедливы следующие соотношения:

- для передаточных функций

$$W_{\text{Экв Н}}(j\omega) = \frac{1}{T} W(j\omega), \quad (1.7.3)$$

где

$W_{\text{Экв Н}}(j\omega)$ - передаточная функция непрерывной системы, эквивалентной дискретной;

$W(j\omega) = W_n(j\omega) W_g(j\omega)$ - дискретная передаточная функция первого рода разомкнутой системы;

$W_g(j\omega)$ - дискретная передаточная функция первого рода линейного дискретного элемента с постоянными параметрами;

$W_n(j\omega)$ - передаточная функция линейной стационарной части системы;

- для дисперсии

$$\sigma_x^2(t, \tau) \approx \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_z(j\omega) d\omega, \quad (1.7.4)$$

- для корреляционной функции

$$R_x(t_2 - t_1, \tau) \approx \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_z(j\omega) e^{j\omega(t_2 - t_1)} d\omega. \quad (1.7.5)$$

В случае, если модель дискретной частотной характеристики первого рода $W(j\omega)$ имеет на определенной частоте ω_{max} максимальное значение, то замену системы дискретного действия экви-

валентной системой непрерывного действия можно считать возможной при

$$(3 \div 4)\omega_{max} \leq \frac{\pi}{T}. \quad (I.7.6)$$

Дискретные системы, в которых осуществляется ШИМ или ВИМ, можно по соотношениям, приведенным в монографии [I.8], свести к дискретным системам с АИМ.

Некоторые особенности оценки вероятностных характеристик при квантовании физических величин по уровню

При квантовании по уровню в РАС удобно вместо случайного процесса $Z(t)$, поступающего на квантующее устройство, рассматривать их законы распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$.

Функция распределения $f_Z(t, \tau, Z)$ непрерывного случайного сигнала $Z(t)$ является также непрерывной, в то время как функция распределения квантованного по уровню сигнала является дискретной и равна δ - функции, умноженной на $f_Z(t, \tau, Z)$ при фиксированных уровнях $Z = n\delta$, и равна нулю при значениях, отличных от фиксированных уровней.

В этом случае устройство, осуществляющее квантование случайной величины по уровню, можно рассматривать как устройство, осуществляющее квантование по аргументу Z функции распределения $f_Z(t, \tau, Z)$, а для исследования эффекта квантования можно воспользоваться результатами эффекта квантования по времени при замене времени сигналом, а сигнала - функцией распределения.

Учитывая связь между характеристической функцией $f_Z(t, \tau, j\alpha)$ и функцией распределения вероятностей $f_Z(t, \tau, Z)$ через прямое преобразование Фурье, находим характеристическую функцию непрерывного сигнала:

$$f_Z(t, \tau, j\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(t, \tau, Z) \exp\{-j\alpha Z\} dZ. \quad (I.7.7)$$

Характеристическая функция квантованного сигнала

$$f_X(t, \tau, j\alpha) = \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{z=-\infty}^{\infty} f_Z \left[j \left(\alpha - \frac{2\pi}{\Delta} z \right) \right],$$

где Δ - интервал квантования.

При ограниченной характеристической функции непрерывного распределения

$$|f_z(t, \tau, j\alpha)| \equiv 0 \text{ при } |\alpha| \geq \alpha_c \geq \alpha_D = \frac{\pi}{\Delta}, \quad (I.7.8)$$

а также при $|\alpha| < \frac{\pi}{\Delta}$ функции $f_x(j\alpha)$ и $f_z(j\alpha)$ совпадают. В этом случае статистические свойства квантованного сигнала можно восстановить по статистическим свойствам неквантованного сигнала.

Для определения закона распределения квантованной величины X необходимо воспользоваться обратным преобразованием Фурье:

$$f_x(t, \tau, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_x(t, \tau, j\alpha) \exp\{-j\alpha x\} d\alpha. \quad (I.7.9)$$

Особенности оценки вероятностных характеристик цифровых автоматических систем

Характерной особенностью цифровых систем является наличие квантования по времени и по уровню. Кроме того, в цифровых элементах как входные сигналы, так и выходные имеют всего лишь два значения 0 и 1 и называются двоичными переменными. В связи с этим для анализа и синтеза цифровых систем применяется алгебра логики и вероятностная логика [I.13], [I.14].

Как и для непрерывных систем математические соотношения, связывающие входные и выходные переменные схемы, называются оператором. Оператор определяет функциональные свойства схемы и может быть задан при n входных и m выходных логических переменных в виде некоторой логической функции $F_j^i(Z_1, \dots, Z_n)$ где, $j=1, \dots, m$.

В одноктактных цифровых системах в один и тот же такт работы набор значений m выходных переменных

полностью определяется заданием набора n входных переменных.

В многотактных цифровых системах набор значений выходных переменных m в данный такт не определяется набором значений входных переменных n , а зависит также от сигналов, поступающих по цепи обратной связи.

Оператор бесповторной дискретной системы с n входами может иметь 2^n различных независимых состояний, каждое из которых может быть описано конъюнкцией всех n переменных в виде

$$Z_1^{G_1} \dots Z_n^{G_n}, \text{ где } G_i \text{ равно } 0 \text{ или } 1, \text{ при этом } Z^0 = \bar{Z}, Z^1 = Z.$$

Дизъюнкция состояний дискретной системы, при которых она выполняет задачу хотя бы одним из возможных способов,

$$F(Z) = \bigvee_1 Z_1^{G_1} \dots Z_n^{G_n}. \quad (I.7.I0)$$

Дизъюнкция состояний дискретной системы, при которых она не выполнит задачу,

$$\bar{F}(Z) = \bigvee_0 Z_1^{G_1} \dots Z_n^{G_n}. \quad (I.7.II)$$

Следовательно,

$$F(Z) \vee \bar{F}(Z) \equiv 1. \quad (I.7.I2)$$

При известных вероятностях логических переменных статистический анализ ДАС позволяет выявить общие и усредненные свойства цепей, важные при изучении ДАС.

Так как взятие элементарных выборов является независимым, то вероятность выполнения задачи схемой определенным способом в соответствии с формулой (I.7.I0)

$$P(t, \tau) = p_1^{G_1}(t, \tau) \dots p_n^{G_n}(t, \tau), \quad (I.7.I3)$$

где

$$p_i^{G_i}(t, \tau) = \begin{cases} p_i(t, \tau) & \text{при } G_i = 1; \\ \bar{p}_i(t, \tau) = 1 - p_i(t, \tau) & \text{при } G_i = 0. \end{cases} \quad (I.7.I4)$$

Различные возможные способы выполнения задачи системой независимы и несовместны, поэтому вероятность выполнения задачи схемой хотя бы одним способом

$$P(t, \tau) = \sum_1 p_1^{G_1}(t, \tau) \dots p_n^{G_n}(t, \tau). \quad (I.7.I5)$$

Вероятность невыполнения задачи схемой

$$\bar{P}(t, \tau) = \sum_{(a)} p_1^{\delta_1}(t, \tau) \dots p_n^{\delta_n}(t, \tau). \quad (1.7.16)$$

Очевидно, что

$$P(t, \tau) = P(t, \tau) + \bar{P}(t, \tau) = 1. \quad (1.7.17)$$

Однако для сложных логических функций $F(Z)$ при большом числе логических переменных построение совершенной дизъюнктивно-конъюнктивной нормальной формы представляет известные трудности. В этих случаях значительное упрощение можно получить применением вероятностной логики, позволяющей непосредственно по любой логической функции $F(Z)$, представленной в виде конъюнкции, определить вероятность P и \bar{P} .

П р и м е р . Предположим, что работа схемы описывается оператором:

$$F(Z) = Z_1 \vee Z_2 Z_3. \quad (1.7.18)$$

Применяя закон инверсии, представляем логическую функцию в виде

$$F(Z) = \overline{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3}. \quad (1.7.19)$$

Для определения вероятности P заменяем в формуле логические переменные на их вероятности соответственно

$$\begin{aligned} Z_i &\rightarrow p_i; \\ \bar{Z}_i &\rightarrow 1 - p_i. \end{aligned} \quad (1.7.20)$$

Получаем окончательно

$$P(t, \tau) = \overline{p_1(t, \tau) p_2(t, \tau) p_3(t, \tau)} = 1 - [1 - p_1(t, \tau)][1 - p_2(t, \tau) p_3(t, \tau)]; \quad (1.7.21)$$

$$\bar{P}(t, \tau) = 1 - P(t, \tau). \quad (1.7.22)$$

Следовательно, вероятностная логика позволяет одним и тем же выражением описывать как алгоритм, реализуемый дискретной схемой, так и вероятностные характеристики реализации этого алгоритма.

§ 1.8. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ

Полученные дифференциальные M - мерные законы распределения выходных параметров, а также уравнения для определения вероятности состояния выходов дискретных систем при различных вероятностях состояния входных сигналов являются полными вероятностными характеристиками как выходных параметров, так и самого объекта. Однако они не дают интегральной качественной и количественной оценки неопределенности состояния объекта при его контроле и управлении, а также интегральной оценки изменения неопределенности объекта в процессе контроля и управления.

Для оценки неопределенности состояния объекта в процессе контроля и управления, а также оценки эффективности процесса контроля с последующей статистической оптимизацией необходимо и достаточно определить информационные характеристики объекта и процесса контроля (энтропию, среднее количество информации и т.д.).

Применение информационных характеристик позволяет провести сравнительную оценку эффективности как всего процесса контроля и управления, так и отдельных устройств контроля и операций процесса с точки зрения единого обобщенного статистического критерия, учитывающего информационную способность, быстродействие при определенных точностях, сложность, надежность и стоимость различных автоматических и неавтоматических устройств контроля при нормальном и других законах распределения выходных параметров и различных характеристик состояния объекта.

Кроме того, информационные характеристики при определенной математической простоте и наглядности являются интегральными и позволяют перейти непосредственно от статистического анализа состояния объекта, статистического анализа и синтеза процесса контроля и управления к статистическому синтезу оптимальных устройств контроля и управления. При этом все возможные задачи статистического анализа и синтеза процесса контроля и управления, а также статистического синтеза устройств контроля и управления решаются с использованием

информационных критериев наглядно, понятно и эффективно.

Для интегральной оценки неопределенности состояния объекта в процессе контроля и управления удобно применять энтропию состояния объекта.

Энтропию непрерывного m - мерного дифференциального закона распределения вероятностей выходных параметров можно определить по формуле */

$$H(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dX. \quad (I.8.1)$$

Если в эту формулу вместо закона распределения вероятностей выходных параметров подставить законы распределения динамических характеристик объекта, то получим соответственно численную интегральную оценку состояния объекта по его динамическим характеристикам.

Энтропия переходной функции

$$H(h_1, \dots, h_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(h_1, \dots, h_m, t, \tau) \log_2 f(h_1, \dots, h_m, t, \tau) \times \\ \times dh_1, \dots, dh_m. \quad (I.8.2)$$

Энтропия импульсной функции

$$H(w_1, \dots, w_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(w_1, \dots, w_m, t, \tau) \log_2 f(w_1, \dots, w_m, t, \tau) \times \\ \times dw_1, \dots, dw_m. \quad (I.8.3)$$

Энтропия передаточной функции

$$H(W_1, \dots, W_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(W_1, \dots, W_m, t, \tau) \log_2 f(W_1, \dots, W_m, t, \tau) \times \\ \times dW_1, \dots, dW_m. \quad (I.8.4)$$

Энтропия амплитудно-частотной характеристики

*/

Энтропия, определяемая по формуле (I.8.1), является неполной, так как она не учитывает энтропии, обусловленной наличием вероятности внезапных отказов.

$$H(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(A_1, \dots, A_m, t, \tau) \log_2 f \times \\ \times (A_1, \dots, A_m, t, \tau) dA_1, \dots, dA_m. \quad (I.8.5)$$

Энтропия фазо-частотной характеристики

$$H(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) \log_2 f \times \\ \times (\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) d\varphi_1, \dots, d\varphi_m. \quad (I.8.6)$$

При независимых выходных параметрах энтропия объекта определяется по формулам, определяющим энтропию динамических характеристик с учетом их независимости.

Энтропия выходных параметров

$$H(x_1, \dots, x_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(x_i, t, \tau). \quad (I.8.7)$$

Энтропия переходной функции

$$H(h_1, \dots, h_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(h_i, t, \tau). \quad (I.8.8)$$

Энтропия импульсной функции

$$H(\omega_1, \dots, \omega_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(\omega_i, t, \tau). \quad (I.8.9)$$

Энтропия передаточной функции

$$H(W_1, \dots, W_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(W_i, t, \tau). \quad (I.8.10)$$

Энтропия амплитудночастотной характеристики

$$H(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(A_i, t, \tau). \quad (I.8.11)$$

Энтропия фазо-частотной характеристики

$$H(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(\varphi_i, t, \tau). \quad (I.8.12)$$

Таким образом, энтропия объекта, имеющего независимые выходные параметры и независимые динамические характеристики различных систем, определяется простым арифметическим сложением частных энтропий, обусловленных неопределенностью отдельных координат и динамических характеристик.

Энтропия, обусловленная наличием в объекте дискретных систем, определяется по формуле

$$H(p_1, \dots, p_n, t, \tau) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i, \quad (1.8.13)$$

где p_i - вероятность состояния отдельных систем.

Кроме рассмотренной энтропии, обусловленной действием всевозможных с известными статистическими характеристиками возмущений, объект имеет некоторую энтропию, обусловленную наличием в нем всевозможных, не поддающихся учету случайных процессов, приводящих, в конечном итоге, к внезапным отказам объекта. Вероятности возникновения случайных отказов определяются экспериментальным путем. Учет энтропии, обусловленной вероятностью внезапных отказов объекта, будет произведен в следующей главе данной работы.

Л и т е р а т у р а

1.1. И.Е. Казаков, Б.Г. Доступов, Статистическая динамика нелинейных автоматических систем, Физматгиз, М., 1962.

1.2. В.Л. Гончаров, Теория вероятностей, Оборонгиз, 1939.

1.3. Т. Андерсон, Введение в многомерный статистический анализ, Физматгиз, М., 1963.

1.4. Е.П. Попов, И.П. Пальтов, Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем, Физматгиз, М., 1960.

1.5. А.А. Первозванский, Случайные процессы в нелинейных автоматических системах, Физматгиз, М., 1962.

1.6. П.И. Кузнецов, Р.Л. Стратанович, В.И. Тихонов, Прохождение случайных функций через нелинейные системы, "Автоматика и телемеханика", т. XIV, № 4, 1953.

1.7. П.И. Кузнецов, Р.Л. Стратанович, В.И. Тихонов, Прохождение случайных функций через нелинейные системы (продолжение), "Автоматика и телемеханика", т. XV, № 3, 1954.

- I.8. Н.А. Л и в и ц, В.Н. П у г а ч е в, Вероятностный анализ систем автоматического управления, т.1,2, Соврадио, 1963.
- I.9. М.Л. Б и к о в с к и й, Основы динамической точности электрических и механических цепей, АН СССР, 1958.
- I.10. И.В. К у з ь м и н, Оценка эффективности автоматических систем контроля, ХИЖУ, 1965.
- I.11. В.А. Л у ц к и й, Расчет надежности и эффективности радиомикроэлектронной аппаратуры, АН СССР, Киев, 1963.
- I.12. Я.С. Ц и п к и н, Дискретные автоматические системы - проблемы теории и перспективы развития, Труды конференции, АН СССР, М., 1960.
- I.13. В.М. Г д у н к о в, Синтез цифровых автоматов, Физматгиз, М., 1962.
- I.14. Н.Е. К о б р и н с к и й, Б.А. Т р а х т е н б р о т, Введение в теорию конечных автоматов, Физматгиз, 1962.
- I.15. С. Г о л д м а н, Теория информации, ИД, М., 1957.
-

Г Л А В А II

ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА И СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В предыдущей главе за интегральную оценку состояния объекта в процессе контроля и управления была выбрана энтропия. Энтропия состояния объекта обуславливается неопределенностью состояния различных функциональных систем объекта и определяется как сумма энтропий систем объекта и систем контроля.

Процесс контроля и управления объектом есть процесс замещения его неопределенности определенным количеством информации. Алгоритм контроля и управления определяется из условия получения оптимального количества информации.

Пуск объекта производится при определенном уровне энтропии, выбранном из условия получения заданной вероятности выполнения задачи объектом.

Энтропия процесса контроля и управления и среднее количество информации являются статистическими характеристиками процесса контроля. Большой интерес для практики представляют динамические характеристики: скорость изменения энтропии, скорость получения информации, а также максимальная скорость получения информации - пропускная способность процесса. Однако статические и динамические характеристики характеризуют процесс только с одной стороны - с точки зрения информационной способности.

Более полной является обобщенная статистическая характеристика процесса, контроля, оценивающая надежность, информационность, сложность и стоимость процессов контроля.

Эта глава работы посвящена описанию функционально-статистических характеристик процесса контроля, которые в дальнейшем позволяют вывести критерий оценки эффективности, а также синтезировать процесс и устройство контроля по этому критерию.

§ 2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Процесс контроля объекта должен обеспечить приведение объекта в состояние готовности с определенной вероятностью выполнить поставленную перед ним задачу.

Оценка степени подготовленности объекта к выполнению поставленной перед ним задачи производится по заранее выбранному критерию оценки готовности.

С технической точки зрения процесс контроля и управления объектом включает основные операции контроля и управления и вспомогательные операции.

К основным операциям контроля и управления относятся:

- операции контроля, поиска и устранения неисправностей;
- операции настройки и регулировки аппаратуры.

Естественно, чем выше надежность систем объекта, тем меньше неисправностей возникает в системах объекта, тем менее подробно можно проводить контроль этих систем.

К вспомогательным операциям контроля и управления относятся:

- операции вскрытия и закрытия люков;
- операции установки и снятия приспособлений;
- операции демонтажа и монтажа оборудования;
- операции подсоединения и разъединения средств контроля и управления и т.п.

Процесс контроля и управления тем лучше, чем меньше имеет вспомогательных операций или, иначе говоря, чем меньше требуется времени на выполнение вспомогательных операций.

Техническое совершенство процесса контроля и управления с этой точки зрения можно характеризовать коэффициентом эксплуатационно-технического совершенства

$$K_{тс} = \frac{m_{\tau осн}}{m_{\tau осн} + m_{\tau всп}}, \quad (2.1.1)$$

где $m_{\tau осн}$ - математическое ожидание суммарного времени, затрачиваемого на основные операции при контроле и управлении объектом;

$m_{\tau всп}$ - математическое ожидание суммарного времени, за-

трачиваемого на вспомогательные операции при контроле и управлении объектом.

На рис. 2.1.1 приведен график изменения коэффициента технического совершенства процесса в зависимости от $m_{\text{с веп}}/m_{\text{с осн}}$. Этим коэффициентом можно характеризовать степень автоматизации. Действительно, в этом нет особых противоречий, так как на практике, как правило, все вспомогательные операции выполняются вручную.

В полностью автоматических системах контроля и управления как вспомогательные, так и основные операции носят одинаковый характер и выполняются автоматически, поэтому отпадает необходимость деления операций.

Коэффициентом совершенства (2.1.1) удобно пользоваться при оценке автоматизированных систем контроля и управления, а также при сравнении автоматических и неавтоматических систем, когда сложность системы контроля и управления не имеет существенного значения.

При оценке совершенства автоматизированных систем контроля и управления с учетом сложности и стоимости, а также систем контроля и управления с участием человека удобно использовать коэффициент экономико-технического совершенства:

$$K_{\text{ТС}} = \frac{m_{\text{с осн}}}{m_{\text{с осн}} + m_{\text{с веп}}}, \quad (2.1.2)$$

где $m_{\text{с осн}}$ - математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение основных операций контроля;
 $m_{\text{с веп}}$ - математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение вспомогательных операций.

Этот коэффициент позволяет судить о возможности сокращения экономических затрат при введении автоматизации контроля и управления. Характер изменения этого коэффициента совпадает с характером кривой рис. 2.1.1.

При оценке совершенства сложных систем контроля и управления необходимо учитывать приспособленность этих систем к выполнению процесса контроля и управления, которую можно характеризовать интенсивностью контроля и управления объектами:

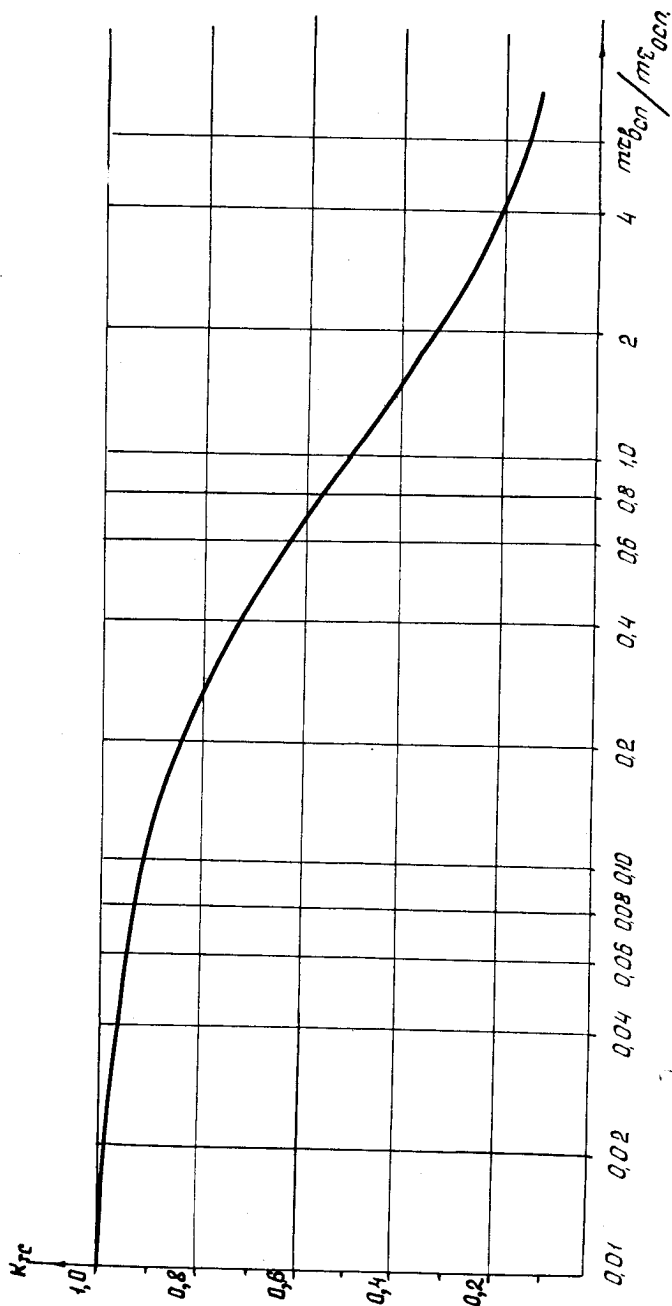


Рис. 2.1.1. График коэффициента технического совершенства процесса.

$$\mu_{ПК} = \frac{m_{N_{Гi}}}{n_{ПКi} \Delta t_i}, \quad (2.1.3)$$

где $m_{N_{Гi}}$ - математическое ожидание числа проконтролированных систем объекта за интервал времени Δt_i ;
 $n_{ПКi}$ - математическое ожидание числа систем или объектов, ожидающих контроля в течение времени Δt_i .

С информационной точки зрения процесс контроля и управления объектом можно рассматривать как процесс замещения неопределенности выполнения основных и вспомогательных операций и получения информации для оценки готовности объекта по заранее выбранному критерию. Процесс контроля и управления объектом обеспечивает снижение неопределенности объекта, обусловленной случайностью его параметров до уровня, заданного из условия выполнения объектом определенной задачи в определенное время с заданной вероятностью. Поэтому совершенство системы контроля и управления с информационной точки зрения можно оценивать коэффициентом эффективности

$$\mathcal{E}_{ИН} = \frac{m_{I_{ПК}}}{m_{H_0}}, \quad (2.1.4)$$

где $m_{I_{ПК}}$ - математическое ожидание среднего количества информации, получаемого системой в процессе контроля и управления определенного типа объектов;
 m_{H_0} - математическое ожидание энтропии определенного типа объектов до начала контроля и управления.

При оценке информационного совершенства сложных АСКУ необходимо учитывать информационную приспособленность этих систем к выполнению процесса контроля и управления. Эту приспособленность можно характеризовать информационной интенсивностью контроля и управления:

$$\mu_{I_{ПК}} = \frac{m_{I_{\Delta t_i}}}{m_{H_{\Delta t_i}} \Delta t_i}, \quad (2.1.5)$$

где $m_{I_{\Delta t_i}}$ - математическое ожидание среднего количества информации, получаемого в интервал времени Δt_i ;

m_{Ht_i} - математическое ожидание энтропии, которую система не смогла в течение времени перевести в информацию вследствие ограниченного быстродействия.

Все рассмотренные оценки процесса контроля и управления не позволяют оптимизировать процесс, они могут быть полезными только при решении некоторых частных задач анализа.

§ 2.2. ЭНТРОПИЯ ОБЪЕКТА В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В процессе контроля и управления объект совместно с системой контроля и управления обладает некоторой неопределенностью, количественной мерой которой является энтропия процесса контроля и управления

$$H_0(X, t, \tau) = H_{\delta 0}(X, t, \tau) + H_{\text{пo}}(X, t, \tau), \quad (2.2.1)$$

где $H_{\delta 0}(X, t, \tau)$ - энтропия, обусловленная наличием вероятности внезапных отказов систем объекта и систем контроля;
 $H_{\text{пo}}(X, t, \tau)$ - энтропия, обусловленная наличием вероятности постепенных отказов систем объекта и систем контроля.

Действительно, статистическое состояние объекта в любой момент времени характеризуется вероятностью выполнения этим объектом задачи:

$$P(t, \tau) = P_{\delta 0}(t, \tau) * P_{\text{пo}}(t, \tau), \quad (2.2.2)$$

где $P_{\delta 0}(t, \tau)$ - вероятность отсутствия внезапных отказов;
 $P_{\text{пo}}(t, \tau)$ - вероятность отсутствия постепенных отказов.

Энтропия $H_{\delta 0}(X, t, \tau)$ обусловлена многими непреобладающими друг над другом независимыми процессами, протекающими в системах с различными скоростями и вызывающими внезапные отказы, случайно распределенные во времени.

Энтропию, обусловленную наличием внезапных отказов, можно определить по формуле

$$H_{\beta_0}(X, t, \tau) = P_{\beta_0}(X, t, \tau) \log_2 P_{\beta_0}(X, t, \tau) + [1 - P_{\beta_0}(X, t, \tau)] \log_2 [1 - P_{\beta_0}(X, t, \tau)], \quad (2.2.3)$$

где

$$P_{\beta_0}(X, t, \tau) = \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^{m-n} P_{CK}(x_j, t, \tau) P_{CO}(x_i, t, \tau)$$

- вероятность отсутствия внезапных отказов в объекте и АСКУ;

$P_{CK}(x_j, t, \tau)$ - вероятность отсутствия внезапных отказов в j -м устройстве АСКУ;

$P_{CO}(x_i, t, \tau)$ - вероятность отсутствия внезапных отказов в i -й системе объекта.

При экспоненциальном законе распределения вероятности безотказной работы вероятность того, что в нерезервированном объекте совместно с АСКУ не произойдет внезапный отказ, определяется по формуле

$$P_{\beta_0}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp\left\{-\sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau)\right\} dZ, \quad (2.2.4)$$

где $\lambda(x_i, t, \tau)$ - интенсивность отказов i -ой системы, входящей в цепь систем, обуславливающих выполнение объектом поставленной перед ним задачи;

$f(Z, t, \tau)$ - закон распределения интенсивностей внешних возмущений, действующих на системы объекта и системы АСКУ.

Если обозначить через

$$\Lambda(X, t, \tau) = \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) \quad (2.2.5)$$

интенсивность отказа объекта совместно с АСКУ, то формулу (2.2.5) можно представить в виде

$$P_{\beta 0}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp\{-\Lambda(X, t, \tau)t\} dZ. \quad (2.2.6)$$

Таким образом, энтропия, обусловленная наличием в системах отказов, является функцией времени, зависящей от условий эксплуатации. При определенных условиях эксплуатации и экспоненциальном законе распределения ^{*} вероятности безотказной работы систем энтропия возрастает со временем. Уровень этой энтропии можно изменять путем изменения технологии изготовления систем, а также изменением условий эксплуатации систем. В реальном процессе контроля и управления энтропию, обусловленную наличием внезапных отказов, невозможно измерить и перевести в информацию, ее возможно только заранее учитывать.

Вероятность отсутствия внезапных отказов объекта и АСКУ, содержащих m систем, в том числе β резервированных узлов, с учетом закона распределения внешних возмущающих факторов в условиях контроля и управления может быть определена по формуле

$$P_{\beta 0}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp\left\{-\sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) \cdot t\right\} \times \\ \times \prod_{j=1}^{\beta} P_{\beta 0}(x_j, t, \tau) dZ, \quad (2.2.7)$$

где $P_{\beta 0}(x_j, t, \tau)$ - вероятность отсутствия внезапных отказов j -й резервированной системы.

Энтропия $H_{\beta 0}(X, t, \tau)$ обусловлена постепенным уходом параметров систем и всевозможными возмущениями, учет действия которых был подробно рассмотрен в предыдущей главе. В отличие от энтропии

$H_{\beta 0}(X, t, \tau)$ энтропия $H_{\beta 0}(X, t, \tau)$ может изменяться вплоть до уровня энтропии, обусловленного наличием ошибок приборов контроля и управления, может переводиться в информацию, необходимую для выполнения настройки, регулировки и, в конечном счете, принятия решения на пуск объекта.

Энтропия $H_{\beta 0}(X, t, \tau)$ определяется по формулам, приведенным в предыдущей главе. Энтропии $H_{\beta 0}(X, t, \tau)$ и $H_{\beta 0}(X, t, \tau)$

^{*}/ Это выполняется для большинства практических случаев.

непрерывно изменяются, как это схематически и условно показано на рис. 2.2.1.

До начала процесса контроля и управления в момент времени t_0 энтропия $H_{\delta 0}(X, t, \varphi)$ равна некоторой величине $H_{\delta 0}(X, t, \varphi)$, а энтропия $H_{\Pi 0}(X, t, \varphi) - H_{\Pi 0}(X, t_0, \varphi)$.

С течением времени при отсутствии контроля и управления неопределенность состояния объекта и АСКУ непрерывно возрастает, возрастет вследствие этого и энтропия. Для простоты рассмотрения условно предположим, что возрастание энтропий происходит по линейному закону, хотя в действительности законы изменения энтропий во времени могут быть другими.

В непрерывном или дискретном процессе контроля и управления энтропия состояния объекта и АСКУ переводится в определенное количество информации. Оптимальный уровень энтропии $H_{0 \text{ опт}}(X, t, \varphi)$ выбирается из условия выполнения объектом поставленной перед ним задачи.

Энтропию состояния объекта и АСКУ можно также определить с использованием не только статистических характеристик выходных параметров, но и статистических характеристик переходной, импульсной и передаточной функций, а также частотных характеристик систем объекта и АСКУ.

Методика определения энтропии объекта и АСКУ через динамические характеристики аналогична рассмотренной в этом параграфе. Неопределенность состояния объекта и АСКУ позволяет рассматривать процесс контроля и управления как некоторый источник информации.

§ 2.3. КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЕ В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Процесс контроля и управления объектом обычно растянут во времени и может вестись либо непрерывно, либо дискретно с определенной частотой $\frac{1}{T_0}$, выбранной из условия достаточности времени для снижения неопределенности до заданного уровня при определенной интенсивности контроля и управления. Этот уровень выбирается из условия обеспечения с какой-то достоверностью работоспособности системы объекта на определенное время после проверки, а также из условия сохранения ресурса системы с учетом условий их работы (рис. 2.2.1).

Время проведения проверок (t_n) должно быть сведено к минимуму, так чтобы в единицу времени получить максимальное количество

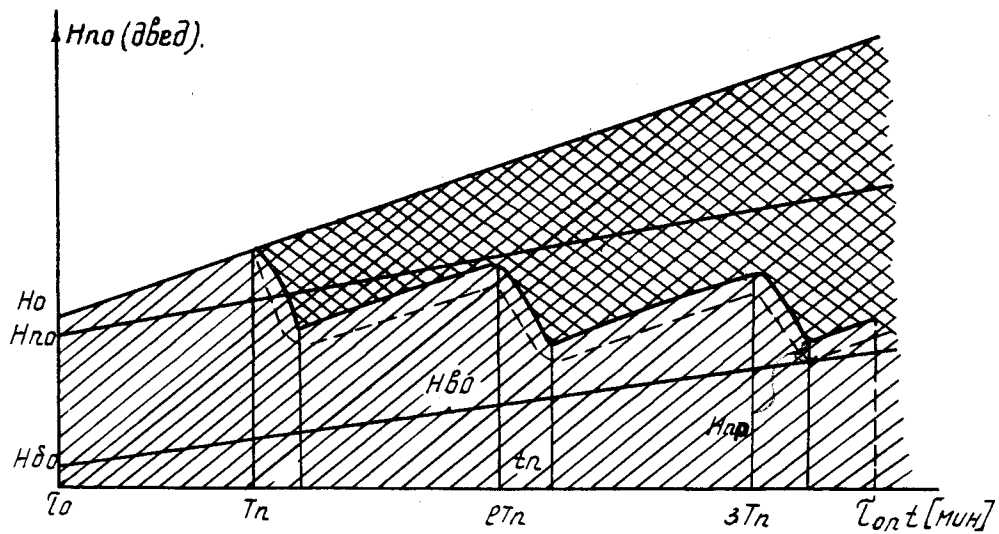


Рис. 2.2.1. График энтропии.

во информации, обладающей наибольшей достоверностью. Однако при этом минимум не должен быть меньше допустимого времени вывода объекта из состояния готовности, так как значительно возрастает сложность АСКУ.

Процесс контроля и управления можно рассматривать как процесс выполнения по определенному алгоритму некоторых сложных K опытов G_{ij} ($i=1, \dots, k$), ($j=1, \dots, \ell$), состоящих не более чем из ℓ подопытов [2.41].

В процессе выполнения этих опытов часть неопределенности замещается информацией. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления, равно изменению количества энтропии:

$$I_{G_{ji}}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - H_{G_{ji}}(X, t, \tau), \quad (2.3.1)$$

где

$$H_{G_{ji}}(X, t, \tau) = P_{G_{i1}} H_{G_{i1}}(X, t, \tau) + \dots + P_{G_{i\ell}} H_{G_{i\ell}}(X, t, \tau) \quad (2.3.2)$$

- условная энтропия состояния объекта совместно с АСКУ при осуществлении сложного опыта G_{ij} , состоящего из ℓ подопытов;

$P_{G_{ji}}$ - вероятность исхода опыта G_{ij} ;
 $H_{G_{ji}}(X, t, \tau)$ - энтропия объекта после осуществления опыта G_{ji} .

Получаемое количество информации в этом процессе можно увеличить (рис. 2.2.1) путем повышения точности АСКУ и уменьшения тем самым энтропии $H_{пр}(X, t, \tau)$, обусловленной наличием ошибок АСКУ, а также путем улучшения приспособленности алгоритма контроля получать информацию и снижать энтропию $H_{алг}(X, t, \tau)$.

При прекращении процесса контроля некоторых систем или вообще при прекращении контроля и управления энтропия объекта и АСКУ снова возрастает.

Минимальный уровень неопределенности, который можно достичь в процессе контроля и управления, составляет

$$H_{min}(X, t, \tau) = H_{в0}(X, t, \tau) + H_{пр}(X, t, \tau) + H_{алг}(X, t, \tau). \quad (2.3.3)$$

На практике контроль и управление необходимо вести до достижения уровня оптимальной неопределенности $H_{opt}(X, t, \tau)$. Этот уровень выбран из условия обеспечения определенной вероятности и качества выполнения задачи объектам:

$$H_{opt}(X, t, \tau) = P(X, t_{кпп}, \tau_{ор}) \log_2 P(X, t, \tau) + [1 - P(X, t_{кпп}, \tau_{ор})] \log_2 [1 - P(X, t_{кпп}, \tau_{ор})], \quad (2.3.4)$$

где $P(X, t_{кпп}, \tau_{ор})$ - вероятность выполнения объектом и АСКУ поставленной перед ними задачи с заданным качеством, с момента конца контроля и управления $t_{кпп}$ и до момента конца работы систем объекта $\tau_{ор}$. Оптимальный уровень энтропий может снижаться до нуля в процессе получения сведений о выполнении объектом задачи.

§ 2.4. КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЕ В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НОРМАЛЬНОМ СОБЕСТНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Процесс контроля и управления сложного объекта обычно сводится к одновременному параллельному или сдвинутому во времени переводу многомерного вектора $X(x_i, t, \tau)$ в многомерный вектор $Y(y_i, t, \tau)$:

$$X \longrightarrow Y \quad (2.4.1)$$

При этом предполагается, что вектор $X(t, \tau)$ характеризует априорное состояние объекта без учета внезапных отказов.

Система контроля и управления путем формирования, измерения и регулирования переводит объект в новое апостериорное состояние, определяемое вектором $Y(t, \tau)$. Таким образом, основное назначение процесса контроля и управления с этой точки зрения состоит в том, чтобы перевести неопределенный случайный процесс $X(t, \tau)$ в более определенный случайный процесс $Y(t, \tau)$.

До начала контроля и управления, а также после его завершения случайные процессы $X(t, \tau)$, $Y(t, \tau)$ протекают во времени до некоторой степени однородно и могут в первом приближении считаться стационарными, так как отдельные реализации процесса колеблются вокруг постоянных во времени средних значений с постоянной во времени дисперсией колебаний.

Наиболее интересными для практики являются случаи, когда имеет место точное, но с запаздыванием на τ_3 воспроизведение стационарного случайного процесса:

$$Y(y_i, \dots, t, \tau) = X(x_i, \dots, t - \tau_3, \tau), \quad (2.4.2)$$

или когда выходной процесс воспроизводится без запаздывания, но действует вектор помехи U , не зависящий от входного процесса (рис. 2.4.1.):

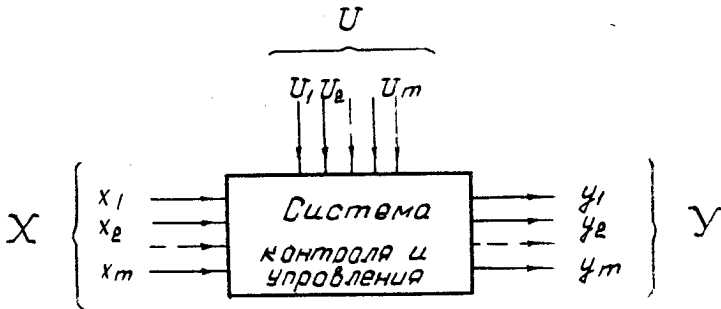


Рис. 2.4.1. Структурная схема процесса получения информации.

$$Y(y_j, t, \tau) = X(x_j, t, \tau) + U(v_j, t, \tau), \quad (2.4.3)$$

$$j = 1, 2, \dots, m.$$

Под помехами в этом случае можно понимать шумы канала связи, ошибки приборов, "ошибки" алгоритмов выходных параметров и т.п.

Среднее количество информации, получаемое при переводах векторов (2.4.2), (2.4.3), можно определить по формуле [2.2]

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(X, Y, t, \tau) \times \log_2 \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau)f(Y, t, \tau)} dX dY, \quad (2.4.4)$$

где $f(X, Y, t, \tau)$ - совместный дифференциальный закон распределения векторов X и Y ;
 $f(X, t, \tau)$ - дифференциальный закон распределения вектора X ;
 $f(Y, t, \tau)$ - дифференциальный закон распределения вектора Y .

Выполнив некоторые преобразования, формулу (2.4.4) представим в виде

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(X, t, \tau) - m_y [H_y(X, t, \tau)]; \quad (2.4.5)$$

или

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(Y, t, \tau) - m_x [H_x(Y, t, \tau)]; \quad (2.4.6)$$

где

$$H(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dX \quad (2.4.7)$$

- априорная энтропия входного вектора X ;

$$m_y [H_y(X, t, \tau)] = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(X, Y, t, \tau) \log_2 f_y(X, t, \tau) dX dY \quad (2.4.8)$$

- усредненное по выходным параметрам значение энтропии после получения сигналов на выходе;

$f_y(X, t, \tau)$ - условный дифференциальный закон распределения вектора X при получении вектора Y , при этом [2.3]

$$f_y(X, t, \tau) = \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(Y, t, \tau)}. \quad (2.4.9)$$

Формулы, определяющие среднее количество информации при одномерной передаче $x_i \rightarrow y_i$, как по виду, так и по содержанию аналогичны формулам (2.4.3) + (2.4.9).

При нормальном законе распределения случайных векторов на входе и выходе АСКУ

$$f(X, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(X - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\}, \quad (2.4.10)$$

$$f(Y, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(Y - m_y)^2}{2\sigma_y^2} \right\}, \quad (2.4.11)$$

находим

$$\begin{aligned} \log \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau)f(Y, t, \tau)} &= \log \frac{1}{\rho_2 \sqrt{1 - \rho^2}} - \frac{\rho^2 \log_2 e}{2(1 - \rho^2)} \times \\ &\times \left[\frac{(X - m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2(X - m_x)(Y - m_y)}{2\sigma_x \sigma_y} + \frac{(Y - m_y)^2}{\sigma_y^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

Подставляя выражения (2.4.10), (2.4.11) и (2.4.12) в формулу (2.4.4), получим после некоторых преобразований

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \log_{2\sqrt{1 - \rho_{XY}^2(t, \tau)}} \frac{1}{\rho_2} = -\frac{1}{2} \log_2 [1 - \rho_{XY}^2(t, \tau)], \quad (2.4.13)$$

где

$$\rho_{xy}(t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int (X - m_x)(Y - m_y)(X, Y, t, \tau) dX dY \quad (2.4.14)$$

- коэффициент корреляции векторов X, Y ;

$\sigma_x^2(t, \tau), \sigma_y^2(t, \tau)$ - дисперсии векторов X, Y .

Нетрудно показать, что энтропия случайного m -мерного вектора $X(t, \tau)$, имеющего нормальный закон распределения^{*}, может быть представлена в виде

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sqrt{(2\pi e)^m |R^{xx}|} \quad (2.4.15)$$

Среднее количество информации при передаче $X \rightarrow Y$ можно выразить через корреляционные матрицы^{*}

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{|R|}{|R^{xx}| + |R^{yy}|} \quad (2.4.16)$$

где

$$R^{xx} = \begin{vmatrix} R_{11}^{xx} & \dots & R_{1m}^{xx} \\ R_{21}^{xx} & \dots & R_{2m}^{xx} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xx} & \dots & R_{mm}^{xx} \end{vmatrix} ; \quad (2.4.17)$$

$$R^{yy} = \begin{vmatrix} R_{11}^{yy} & \dots & R_{1m}^{yy} \\ R_{21}^{yy} & \dots & R_{2m}^{yy} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{yy} & \dots & R_{mm}^{yy} \end{vmatrix} ; \quad (2.4.18)$$

^{*}/

Вывод этих формул опустим, так как при необходимости его можно посмотреть в литературе, указанной в ссылках.

$$|R^{xy}| = \begin{vmatrix} R_{11}^{xx} & \dots & R_{1m}^{xx} & R_{11}^{xy} & \dots & R_{1m}^{xy} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xx} & \dots & R_{mm}^{xx} & R_{m1}^{xy} & \dots & R_{mm}^{xy} \\ R_{11}^{xy} & \dots & R_{1m}^{xy} & R_{11}^{yy} & \dots & R_{1m}^{yy} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xy} & \dots & R_{mm}^{xy} & R_{1m}^{yy} & \dots & R_{mm}^{yy} \end{vmatrix} \quad (2.4.19)$$

- корреляционные определители, соответствующие корреляционным матрицам, составленным из корреляционных моментов:

$$R_{\nu\mu}^{xx} = m [(x_{\nu} - m_{x\nu})(x_{\mu} - m_{x\mu})]; \quad (2.4.20)$$

$$R_{\nu\mu}^{yy} = m [(y_{\nu} - m_{y\nu})(y_{\mu} - m_{y\mu})]; \quad (2.4.21)$$

$$R_{\nu\mu}^{xy} = m [(x_{\nu} - m_{x\nu})(y_{\mu} - m_{y\mu})]. \quad (2.4.22)$$

При независимых компонентах вектора $X(t, \tau)$

$$R_{\nu\mu}^{xx} = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{при } \nu = \mu; \\ 0 & \text{при } \nu \neq \mu, \end{cases}$$

а энтропия вектора

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sigma_1 \sqrt{2\pi e} + \dots + \log_2 \sigma_m \sqrt{2\pi e}. \quad (2.4.23)$$

Система контроля не дает информации о состоянии объекта, если она "представляет" выходной вектор $Y(t, \tau)$ без связи с характеристиками входного вектора $X(t, \tau)$. Из теории статистики известно, что степень связи между случайными процессами характеризуется корреляционной функцией.

Если выходной вектор $Y(t, \tau)$ не связан с характеристиками входного на АСКУ вектором $X(t, \tau)$, то $R_{\nu\mu}^{xy} = 0$, следовательно-

но, количество информации, получаемое при контроле $I(X \rightarrow Y, t, \tau) = 0$.

Система контроля способна дать как угодно много информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ с учетом всех характеристик входного вектора $X(t, \tau)$. При учете всех характеристик вектора $X(t, \tau)$ коэффициент корреляции $\rho_{xy}(t, \tau) \rightarrow 1$, следовательно, как это видно из формулы (2.4.13), $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty$.

Для одномерного случайного процесса формула (2.4.16) обращается в формулу

$$I(x_i \rightarrow y_i, t, \tau) = \frac{1}{2} \log_2 [1 - \rho^2(t, \tau)], \quad (2.4.24)$$

где $\rho(t, \tau) = \frac{R_{yy}^{xx}(t, \tau)}{\sigma_x(t, \tau)\sigma_y(t, \tau)}$ - коэффициент коррекции.

Рассмотрим наиболее интересные случаи при передаче информации (2.4.2), (2.4.3), ограничиваясь при этом рассмотрением одномерной передачи.

При запаздывании воспроизведения

$$y(t, \tau) = x(t + \tau_3, \tau); \quad (2.4.25)$$

$$\rho(t, \tau) = \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int [x(t) - m_x][x(t - \tau_3) - m_x] f(x, y, t, \tau) dx dy; \quad (2.4.26)$$

или окончательно

$$\rho(t, \tau) = \frac{R(\tau_3)}{R(0)}, \quad (2.4.27)$$

где $R(\tau_3)$ - корреляционная функция центрирования случайной величины;

$R(0) = \sigma^2$ - дисперсия.

Количество передаваемой информации в этом случае

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \left[1 - \frac{R^2(\tau_3)}{R^2(0)} \right]. \quad (2.4.28)$$

Так как $0 \leq R(\tau_3) / R(0) < 1$ при $\tau_3 > 0$, то
 $\infty > I(X \rightarrow Y, t, \tau) \geq 0$.

Система контроля практически не дает информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ со сколько угодно большой задержкой τ_3 относительно течения входного процесса $X(t, \tau)$.

Из теории статистики известно, что если $\tau_3 \rightarrow \infty$ то $R(\tau_3) \rightarrow 0$. Из формулы (2.4.28) следует, что если $\tau_3 \rightarrow \infty$, то $R(\tau_3) \rightarrow 0$ и $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0$.

Система контроля способна дать как угодно много информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ при сколь угодно малой задержке τ_3 с учетом всех характеристик входного вектора $X(t, \tau)$.

Как следует из теории статистики при $\tau_3 \rightarrow 0$, $R(\tau_3) \rightarrow R(0)$, из формулы (2.4.28) видно, что при $\tau_3 \rightarrow 0$

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty.$$

При наличии шумов и нормальном распределении параметров x, y

$$y(t, \tau) = x(t, \tau) + u(t, \tau); \quad (2.4.29)$$

$$\sigma_y^2(t, \tau) = \sigma_x^2(t, \tau) + \sigma_u^2(t, \tau); \quad (2.4.30)$$

$$z(t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int (x - m_x)(y - m_y) f(x, y, t, \tau) dx dy =$$

$$= \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2}}}. \quad (2.4.31)$$

Среднее количество информации, получаемое при передаче $X \rightarrow Y$,

$$I(x \rightarrow y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 (1 - \varepsilon^2) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2} \quad (2.4.32)$$

Система контроля не дает информации о состоянии объекта при сколь угодно малой точности перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$.

При

$$\begin{aligned} \sigma_u &\gg \sigma_x \\ \frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2} &\rightarrow 1, \end{aligned}$$

следовательно, согласно (2.4.32)

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0.$$

Система способна дать сколь угодно много информации о состоянии объекта при сколь угодно высокой точности перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$.

Если $\sigma_u \ll \sigma_x$, то $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_u^2} + 1 \rightarrow \infty$, следовательно, согласно (2.4.32)

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty.$$

Таким образом, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля и управления при нормальном законе распределения параметров и помех зависит от помех и точности приборов, используемых для контроля, а также от степени связи векторов X, Y и задержки воспроизведения. При законах распределения выходных параметров и помех, отличных от нормальных, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля, определяется по формуле (2.4.4).

§ 2.5. ЭНТРОПИЯ И ИНФОРМАЦИЯ В СИСТЕМАХ ПОДСТРОЙКИ РЕГУЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Системы подстройки, регулирования и управления, используемые

при подготовке и пуске объекта, являются, как правило, замкнутыми системами (рис. 2.5.1).

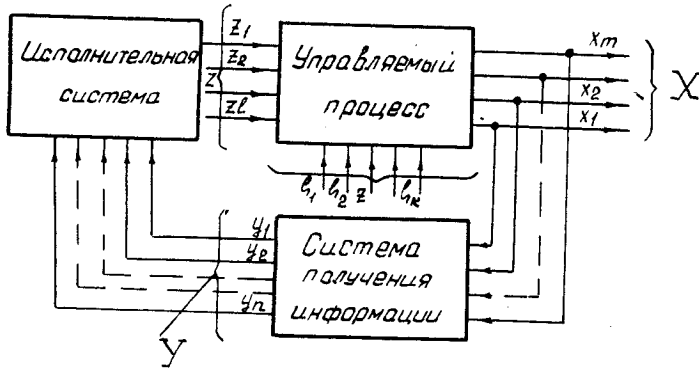


Рис. 2.5.1. Структурная схема процесса подстройки и регулирования.

Процесс, протекающий в таких системах, является источником информации. Параметры процесса X_1, \dots, X_m измеряются системой получения информации. Система контроля с этой точки зрения является системой передачи и обработки информации, предназначенной для преобразования, накопления и обработки информации с целью выработки сигналов управления Y_1, \dots, Y_m . Сигналы управления преобразуются исполнительной системой в управляющие воздействия

Z_1, \dots, Z_m , которые воздействуют на управляемый процесс, изменяя его энтропию и, следовательно, сам процесс в нужном направлении.

Контур циркуляции информации в АСКУ может быть представлен в общем случае для произвольных законов распределения в векторной форме [2.2]:

$$X(t, \tau) \rightarrow Y(t, \tau) \rightarrow Z(t, \tau) \rightarrow X(t, \tau) \quad (2.5.1)$$

или для одномерной системы

$$x(t, \tau) \rightarrow y(t, \tau) \rightarrow z(t, \tau) \rightarrow x(t, \tau) \quad (2.5.2)$$

Предположим, что информация в течение времени τ_3 накопи-

вается, преобразуется, и лишь после этого за интервал τ_z один раз вырабатывается сигнал управления. Это предположение не противоречит физическим процессам в реальных системах переработки информации, так как в реальных системах все процессы квантованы.

Для получения общих количественных соотношений при произвольных законах распределения разрывается замкнутый контур в месте соединения управляемого процесса с системой получения информации и подается на вход последней некоторое вполне определенное значение X от постоянного источника.

Тогда в разомкнутой системе будет реализована передача

$$X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow X'$$

Количество информации при передаче $X \rightarrow X'$

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X', t, \tau) - m_x [H_x(X', t, \tau)], \quad (2.5.3)$$

где $H(X', t, \tau)$ - энтропия вектора X' до поступления вектора X ;

$m_x [H_x(X', t, \tau)]$ - усредненное по X значение энтропии после получения сигнала X' .

Равенство (2.5.3) представляется в виде

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X, t, \tau) - H_x(X', t, \tau) + S, \quad (2.5.4)$$

где

$$S = H_x(X', t, \tau) - m_x [H_x(X')] \quad (2.5.5)$$

- приращение энтропии шумов, приведенных к выходу управляемого процесса.

Замкнем контур прерывистого контроля и управления. Тогда на вход системы получения информации будут воздействовать координаты управляемого процесса в некоторый ($\nu - 1$) - й момент времени; а величиной X' будут координаты того же управляемого процесса в $\nu - \bar{u}$ момент времени, т.е.

$$X = X_{\nu-1}; \quad X' = X_{\nu}.$$

Уравнение (2.5.4) для определения среднего количества информации в ν - й момент времени в замкнутом контуре переписывается

виде

$$I_{\nu}(X, t, \tau) = H_{\nu-1}(X, t, \tau) + H_{\nu}(X, t, \tau) + S_{\nu}(t, \tau), \quad (2.5.6)$$

где $H_{\nu-1}(X, t, \tau), H_{\nu}(X, t, \tau)$ - значение энтропии управляемого процесса соответственно в ν - й и $\nu - 1$ - й моменты времени.

Таким образом, приращение энтропии управляемого дискретным образом во времени процесса за интервал дискретности равно разности приращения энтропии приведенных шумов и количества информации, переданной в замкнутом контуре за тот же интервал времени.

С учетом энтропии для начального момента времени можно записать на основе равенства (2.5.6)

$$H_{\nu}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - \sum_{l=0}^{\nu} I(X, t, \tau) + \sum_{l=0}^{\nu} S_l(X, t, \tau), \quad (2.5.7)$$

т.е. энтропия управляемого процесса равна начальной энтропии этого процесса плюс суммарное приращение энтропии приведенных шумов и минус суммарное количество информации, переданной через контур ($X_{\nu-1} \rightarrow X_{\nu}$).

Для стационарного процесса

$$H_{\nu}(X, t, \tau) = H_{\nu-1}(X, t, \tau); \quad I_{\nu}(X, t, \tau) = S(X, t, \tau). \quad (2.5.8)$$

В замкнутой системе протекает стационарный процесс управления, если количество информации, передаваемое за дискрет при управлении, равно соответствующему приращению энтропии приведенных шумов.

Действительно, при стационарном процессе $H_{\nu}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau)$. Следовательно, (2.5.6) $I_{\nu}(X, t, \tau) = S(X, t, \tau)$.

В замкнутой системе отсутствует управление, если приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии процесса контроля и управления.

Для **неуправляемого** процесса количество информации $= 0$, поэтому согласно (2.5.6)

$$H_{\nu}(X, t, \tau) - H_{\nu-1}(X) = S_{\nu}(X, t, \tau), \quad (2.5.9)$$

т.е. приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии неуправляемого процесса.

Два процесса идентичны, если их текущие координаты равны: $X' = X''$. Очевидно, что энтропии идентичных процессов также равны. Кроме того, необходимым (но недостаточным) условием идентичности процессов является равенство

$$I_{\nu}(X', t, \tau) - S_{\nu}(X') = I_{\nu}(X'', t, \tau) - S_{\nu}(X'', t, \tau).$$

(2.5.10)

Все приведенные соотношения для многомерных процессов контроля и управления справедливы для одномерных.

§ 2.6. ЭНТРОПИЯ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Каждый параметр процесса контроля и управления, не зависящий от других параметров, представляет одну степень свободы процесса. Число степеней свободы процесса равно числу независимых выходных параметров.

При оптимизации процесса контроля и управления все степени свободы можно условно разделить на три вида: особо важные, основные и вспомогательные. К особо важным следует отнести степени свободы, определяющие устойчивый ход процесса. Отклонения параметров особо важных степеней свободы за допустимые пределы приводит к тяжелым авариям и катастрофам.

Неопределенность параметров особо важных степеней свободы процесса контроля и управления назовем опасной неопределенностью, количественной мерой которой является опасная энтропия, определяемая для одной степени свободы по формуле*/

$$H(x_i, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x_i, t, \tau) \log_2 f(x_i, t, \tau) dx, \quad (2.6.1)$$

где $f(x_i, t, \tau)$ - закон распределения выходного параметра процесса x_i , который может вызвать катастрофу или тяжелую аварию.

В процессе контроля и управления сложным объектом необходимо прежде всего следить за тем, чтобы опасная энтропия не превышала определенного уровня.

Для оценки степени опасности процесса контроля и управления введем коэффициент опасности

*/ Без учета внезапных отказов.

$$K_0(x_i, t, \tau) = \frac{H(x_i, t, \tau)}{H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (2.6.2)$$

где $H(x_i, t, \tau)$ - опасная энтропия, определяемая по формуле (2.6.1);

$H_0(x_i, t, \tau)$ - уровень энтропии, при которой имеется вполне определенная вероятность катастрофы или тяжелой аварии.

В практических случаях

$$0 \leq K_0(x_i, t, \tau) \leq 1.$$

К основным ^{*}/ относятся степени свободы, состояние качества которых определяет состояние качества всего процесса. К этим степеням свободы относятся также и особо важные степени свободы. Неопределенность параметров основных степеней свободы оценивается как энтропией параметров каждой степени свободы в отдельности, определяемой по формуле, аналогичной с формулой (2.6.1), так и энтропией суммарной:

$$H(X, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(x_i, t, \tau). \quad (2.6.3)$$

Степень готовности объекта с учетом формул (2.6.1), (2.6.4) можно оценить коэффициентом готовности

$$K_r(x_i, t, \tau) = \frac{H(x_i, t, \tau)}{H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (2.6.4)$$

$$K_r(X, t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m H(x_i, t, \tau)}{\sum_{i=1}^m H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (2.6.5)$$

^{*}/ В частных случаях число степеней свободы может совпадать с числом выходных параметров процесса, что и предполагается при изложении материала в этом параграфе.

где $H_0(x_i, t, \tau)$ - максимально возможная энтропия i -го параметра до начала процесса контроля и управления.

К вспомогательным относятся степени свободы, характеризующие вспомогательные операции процесса контроля и управления.

Для количественной оценки неопределенности параметров вспомогательных степеней свободы применим энтропию параметров вспомогательных степеней свободы $H_B(x_i, t, \tau), H_B(X, t, \tau)$. Степень свободы вспомогательных операций можно оценить коэффициентами $K_{rB}(x_i, t, \tau), K_{rB}(X, t, \tau)$.

Энтропия параметров вспомогательных степеней свободы и соответствующие коэффициенты вычисляются по формулам, аналогичным формулам (2.6.1) + (2.6.5).

В некоторых случаях при оптимизации процесса контроля и управления не интересуются неопределенностью параметров каждой степени свободы в отдельности, а интересуются средней энтропией, приходящейся на один параметр:

$$H_m(X, t, \tau) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \int \dots \int f(X, t, \tau) \times \log_2 f(X, t, \tau) dX. \quad (2.6.6)$$

Выбор степеней свободы процесса контроля и управления представляет собой достаточно трудную задачу, решаемую как на стадии эскизного, так и на стадии технического проектирования с учетом опыта эксплуатации.

§ 2.7. ДИНАМИЧЕСКИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В предыдущих параграфах рассматривались в основном статические характеристики процесса контроля и управления, хотя и учитывалось изменение этих характеристик в текущем времени t и относительно какого-то момента времени τ в будущем.

С практической точки зрения более интересными являются динамические статистические характеристики процесса. К динамическим статистическим характеристикам процесса контроля и управления следует отнести прирост энтропии и количества информации, проходящихся на

единицу времени, а также "пропускную способность" процесса контроля.

Прирост энтропии процесса в единицу времени характеризуется скоростью изменения неопределенности процесса контроля и управления и оценивается по формуле

$$U_H(t, \tau) = \frac{\Delta H_T(X, t, \tau)}{T}, \quad (2.7.1)$$

где $\Delta H_T(X, t, \tau)$ - прирост энтропии процесса за интервал времени T .

Если неопределенность процесса возрастает, то прирост энтропии имеет отрицательный знак, в случае убывания неопределенности процесса - положительный.

Количество информации, получаемое в единицу времени, характеризует быстрдействие процесса контроля и управления и определяется по формуле

$$U_I(t, \tau) = \frac{I_T(t, \tau)}{T}, \quad (2.7.2)$$

где $I_T(t, \tau)$ - среднее количество информации, получаемое за время T .

Максимальное среднее количество информации, получаемое в единицу времени, назовем пропускной способностью процесса контроля и управления:

$$C_{пк}(t, \tau) = \frac{I_T \max(t, \tau)}{T}. \quad (2.7.3)$$

Для нормального распределения вероятностей значений выходных параметров

$$C_{пк}(t, \tau) = F_S \log_2 \frac{\sigma_X^2 + \sigma_U^2}{\sigma_U^2}, \quad (2.7.4)$$

F_S - полоса "пропускания процесса" контроля и управления или половина дискретных значений выходных параметров процесса, которые могут быть измерены в 1 сек;

σ_X^2 - дисперсия выходных параметров процесса;

σ_U^2 - дисперсия шумов процесса.

Таким образом, динамические статистические характеристики процесса контроля и управления характеризуют его не только с точки зрения состояния контролируемого объекта, точности ведения контроля и

управления, но и с точки зрения быстродействия процесса.

К динамическим характеристикам процесса контроля и управления также можно отнести время, затрачиваемое на выполнение операций. Более подробно временные характеристики будут рассмотрены ниже.

Л и т е р а т у р а

2.1. И.М. С и н д е е в , О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле, ВВИА им. Н.Е. Жуковского, вып. 1020, 1963.

2.2. А.А. К р а с о в с к и й , Г.С. П о с п е л о в , Основы автоматики и технической кибернетики, ГЭ, М.-Л., 1962.

2.3. Т. А н д е р с о н , Введение в многомерный статический анализ, Физматгиз, М., 1963.

Г Л А В А И

ОБОБЩЕННЫЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ

Синтез любой системы и, в частности, синтез системы контроля и управления сложным объектом, включающий синтез процесса контроля и управления АСКУ, необходимо начинать с выбора и обоснования критерия оценки эффективности. При этом необходимо выбрать такой критерий, который бы позволил синтезировать оптимальный процесс и АСКУ с учетом наиболее важных показателей эффективности. К этим показателям в первую очередь следует отнести:

- вероятность выполнения задачи объектом - АСКУ;
- информационную способность алгоритма контроля и управления и реализующих его устройств;
- быстродействие АСКУ;
- объем, сложность и стоимость АСКУ;
- контролеспособность собственно АСКУ.

Кроме этих требований, критерий должен обладать определенной конструктивностью, позволяющей легко оценивать его численное значение, которое позволило бы вычислить эффективность не только процесса или прибора самого по себе с точки зрения близости его к потенциальному совершенству, но и сравнительно, по совокупности однотипных приборов или процессов.

Положения и следствия, сформулированные в этой главе, позволяют вывести обобщенный функционально-статистический критерий оценки эффективности, удовлетворяющий всем вышеперечисленным требованиям. В этой главе также описываются основные свойства обобщенного критерия и частных критериев, получающихся из общего, а также некоторые аспекты методики их применения.

§ 3.1. ПРОЦЕСС КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАК ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ

В предыдущих главах показано, что интегральной оценкой состояния объекта и АСКУ является энтропия. Энтропия является также основной статистической характеристикой процесса контроля и управления.

Из теории информации известно, что всякое явление, обладающее неопределенностью, численной мерой которого является энтропия, может рассматриваться как источник информации. Следовательно, процесс контроля и управления можно также рассматривать как источник информации.

В потенциальном смысле процесс контроля и управления обладает бесконечным объемом информации, так как системы объекта и системы АСКУ содержат миллионы частиц, обладающих энтропией. Однако численное значение этой энтропии определить невозможно.

На практике мы обычно интересуемся не состоянием всех частиц, а состоянием укрупненных комплексов, статистические характеристики которых являются необходимыми для достижения определенных целей и которые представляется возможность определить с какой-то точностью. Все это накладывает некоторую субъективную окраску на характеристики процесса контроля и управления без потери реальности.

Реальный объем информации, содержащийся в процессе, равен энтропии объекта и АСКУ:

$$V_n(t, \tau) = H_0(t, \tau). \quad (3.1.1)$$

Процесс контроля и управления может дать максимальный объем информации $V_n(t, \tau) = V_a \max(t, \tau)$ при наибольшей неопределенности состояния объекта ^{*}/ . Иначе говоря, если состояние объекта при контроле i -й системы объекта рассматривать как одно событие, то наибольшая неопределенность этого события будет при $P_{oi}(t, \tau) = \frac{1}{2}$.

Энтропию состояния объекта при контроле и управлении можно определить по формуле

$$H_0(t, \tau) = - \left\{ P_{oi}(t, \tau) \log_2 P_{oi}(t, \tau) + [1 - P_{oi}(t, \tau)] \log_2 [1 - P_{oi}(t, \tau)] \right\}, \quad (3.1.2)$$

^{*}/Здесь и в дальнейшем, если не будет специальной оговорки, под объектом будем понимать комплекс объект - АСКУ.

где $P_{oi}(t, \tau)$ - вероятность выполнения задачи i -й системой объекта.

Из этой формулы следует, что действительно,

$$V_{oi}(t, \tau) = H_{oi}(t, \tau) = \max \quad \text{при } P_{oi} = \frac{1}{2}.$$

Подставляя $P_{oi}(t, \tau) = \frac{1}{2}$ в формулу (3.1.2), находим

$$H_{oi}(t, \tau)_{\max} = 1 \text{ дб. ед.}$$

В случае, если объект содержит m систем, тогда

$$H_0(t, \tau)_{\max} = \sum_{i=1}^m H_{oi}(t, \tau) = m. \quad (3.1.3)$$

Естественно, что АСКУ тем лучше, чем больший объем информации о состоянии объекта она может воспринять и передать.

Идеальной АСКУ назовем такую систему, которая работает без потери информации, воспринимая и передавая $V_{аску}(t, \tau) = m$.
При этом

$$V_0(t, \tau) - V_{аску}(t, \tau) = \Delta V(t, \tau) = 0. \quad (3.1.4)$$

На практике идеальная система не может быть построена, так как АСКУ осуществляет реальные условия (обычно $P_0(t, \tau) > 0,5$) реальной аппаратурой, имеющей конечную точность работы.

Реальная аппаратура реализует, в свою очередь, реальные алгоритмы контроля и управления и реальные точности работы.

§ 3.2. АЛГОРИТМ РАБОТЫ АСКУ

Алгоритм работы АСКУ есть совокупность правил и указаний, определяющих поведение АСКУ в процессе контроля и управления объектом.

Обычно при контроле и управлении объектом правила и указания строго определены, т.е. процесс ведется по детерминированному алгоритму.

При оптимизации АСКУ по методу Монте-Карло или другим вероятностным методам правила и указания задаются статистически, т.е. контроль и управление ведутся по недетерминированному алгоритму.

Сложная АСКУ, как правило, включает в себя следующие основные функционально-связанные устройства:

- устройства для получения информации непосредственно от объекта и преобразование ее в удобную для дальнейшего использования форму, они названы устройствами первичной обработки информации (УПОИ);
- устройства, регламентирующие весь процесс подготовки, устройства вторичной обработки информации (УВСОИ);
- устройства, использующие информацию для изменения состояния объекта и АСКУ в процессе контроля и управления, а также устройства индикации и регистрации информации названы устройствами конечной обработки информации (УКОИ).

Каждая группа указанных устройств работает по своим алгоритмам, синтез которых необходимо осуществлять с учетом состояния объекта, описываемого математической моделью, целей отдельных этапов контроля и управления, достижение которых оценивается соответствующими критериями, количественных характеристик внешних и внутренних воздействий, а также технической реализуемости алгоритмов.

Следовательно, алгоритм работы АСКУ состоит из системы алгоритмов, своевременную и надежную реализацию которых должна осуществить АСКУ.

Систему алгоритмов назовем идеальной, если она в состоянии перевести максимальный объем информации процесса контроля и управления в объем информации, получаемой АСКУ.

Для перевода максимального объема информации процесса в объем информации, получаемой АСКУ, идеальность алгоритма является условием только необходимым. Достаточным условием, как это будет показано далее, является идеальность приборов контроля и управления.

При достижении необходимых и достаточных условий получается идеальная система, реализующая равенство (3.1.4).

Идеальная система алгоритмов контроля и управления дает максимум количества информации, равное m дв.ед.

Количество информации, даваемое АСКУ,

$$I_{пп}(t, \tau) = H_0(t, \tau)_{max} - \Delta H_{алг}(t, \tau), \quad (3.2.1)$$

где $\Delta H_{алг}(t, \tau)$ - энтропия, обусловленная несовершенством алгоритма.

Из равенства (3.2.1) следует, что количество получаемой инфор-

маши будет максимальным, если $\Delta H_{\text{алг}}(t, \tau) = 0$, что выполняется при идеальном алгоритме, следовательно, с учетом максимальной неопределенности состояния объекта, оцениваемой равенством (3.1.3), можно написать

$$I_{\text{max max}}(t, \tau) = H_{0 \text{ max}}(t, \tau) = m. \quad (3.2.2)$$

На практике из-за трудности, а иногда и невозможности разработки и реализации идеальных алгоритмов используются приближенные реальные алгоритмы.

Систему алгоритмов назовем реальной, если она выбрана с учетом реальных возможностей создания структуры алгоритмов, а также реальных возможностей их реализации.

Реальная система алгоритмов дает возможность получить среднее количество информации:

$$I_p(t, \tau) = I_{\text{max}}(t, \tau) < I_{\text{max max}}(t, \tau). \quad (3.2.3)$$

Так как на практике всегда справедливо неравенство $P(t, \tau) = \frac{1}{2}$, то

$$H_{\text{ор}}(t, \tau) < H_0(t, \tau)_{\text{max}},$$

следовательно, среднее количество информации может достигать уровня $I_{\text{max}}(t, \tau)$, т.е.

$$I_p(t, \tau) = I_{\text{max}}(t, \tau). \quad (3.2.4)$$

Выбор реальной системы алгоритмов приводит к некоторой потере информации, которая при идеальных приборах контроля и управления равна

$$\Delta V_{\text{алг}}(t, \tau) = V_0(t, \tau) - V_{\text{аску ар}}(t, \tau), \quad (3.2.5)$$

где $V_{\text{аску ар}}(t, \tau)$ - объем информации, получаемой АСКУ при реальных алгоритмах и идеальных приборах.

Естественно, чем меньше величина $\Delta V_{\text{алг}}(t, \tau)$, тем совершеннее система алгоритмов.

Процесс алгоритмизации является весьма сложным процессом и требует высокой квалификации инженера с большим практическим опытом работы, а иногда работы целой научной организации, так как при составлении реальной системы алгоритмов приходится со знанием дела часть идеаль-

ных алгоритмов не рассматривать, исключая их из процесса контроля и управления, часть упрощать, а часть исключать из процесса после предварительного анализа.

На основании изложенного выше можно вполне обоснованно ввести понятие точность алгоритма. Под точностью алгоритма будем понимать такую точность, с которой удастся разработать реальный алгоритм относительно идеального.

Конечная точность реального алгоритма обуславливает потерю информации в процессе контроля и управления, определяемую формулой (3.2.1).

Теория точности реальных алгоритмов, а также и теория потенциальной точности алгоритмов в настоящее время не только не разработана, но даже отсутствует четкая формулировка проблем в этом направлении.

§ 3.3. ТОЧНОСТЬ РАБОТЫ АППАРАТУРЫ АСКУ

Рассмотрим точность аппаратуры, реализующей систему алгоритмов, для чего введем понятие идеальной аппаратуры контроля и управления, которое уже использовалось в предыдущем параграфе.

Точность работы АСКУ обуславливается точностью системы алгоритмов, упомянутой в предыдущем параграфе, и точностью аппаратуры, реализующей выбранную систему алгоритмов.

Идеальной аппаратурой контроля и управления назовем такую аппаратуру, которая реализует систему алгоритмов и работает без ошибок в процессе контроля и управления.

При теоретических исследованиях понятием идеальной аппаратуры часто пользуются с целью упрощения анализа и получения качественных показателей различных процессов.

Реальной аппаратурой назовем такую аппаратуру, которая работает с конечной точностью.

Под точностью АСКУ будем понимать такую точность, с которой реальная система воспроизводит физическую величину или процесс.

Реальная аппаратура точно так же, как и реальный алгоритм, дает некоторую потерю информации в процессе контроля и управления.

Суммарные потери информации составляют

$$\Delta V(t, \tau) = \Delta V_{\text{алг}}(t, \tau) + \Delta V_{\text{ап}}(t, \tau). \quad (3.3.1)$$

Суммарные потери информации (3.3.1) обуславливают два вида ошибок, к первому из которых относятся необнаруженные отказы, ко второму - "ложные отказы" [3.1], [3.2], [3.3].

Под необнаруженными отказами понимаются существующие в действительности отказы объекта, которые не обнаруживаются в процессе контроля и управления вследствие конечной точности алгоритма и аппаратуры контроля и управления.

Под ложными отказами понимаются отсутствующие на самом деле отказы, которые ложно обнаруживаются в процессе контроля и управления вследствие конечной точности алгоритма и аппаратуры контроля и управления.

Если ложные отказы имеют место только при измерении параметров вследствие некоторой конечной точности аппаратуры контроля и управления, то необнаруженные отказы имеют место как при проводимых измерениях, так и тогда, когда параметр не измеряется.

Вероятность существования не обнаруженных отказов и параметров, измерение, которых не проводится, зависит от собственной безотказности систем управления, а также от момента измерения координат в прошлом и определяется известными методами теории надежности. Полную вероятность необнаруженных отказов необходимо определять с учетом проводимых измерений и без них.

Вероятность необнаруженных отказов и вероятность ложных отказов при измерении одного параметра можно определить соответственно формулами [3.2]:

$$P_{HO}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_K(x, t, \tau) \left[\int_{a-x}^{b-x} f_n(z, t, \tau) dz \right] dx + \int_{\beta}^{\beta} f_K(x, t, \tau) \left[\int_{a-x}^{a-x} f_n(z, t, \tau) dz \right] dx \quad (3.3.2)$$

$$P_{HO}(t, \tau) = \int_a^a f_K(x, t, \tau) \left[\int_{-\infty}^{a-x} f_n(z) dz + \int_{-b-x}^{\infty} f_n(z, t, \tau) dz \right] dx. \quad (3.3.3)$$

При нормальных законах распределения контролируемых параметров и погрешностей приборов соответственно

$$f_K(x, t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-(x-m_x)^2/2\sigma_x^2\right]; \quad (3.3.4)$$

$$f_{\Pi}(x, t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z} \exp[-z^2/2\sigma_z^2]; \quad (3.3.5)$$

$$P_{HO}(t, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \sigma_x} \int_{-\infty}^a \left[\Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) \right] \exp - \\ - \left\{ \frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\} dx + \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \sigma_x} \int_b^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) \right] \exp - \\ - \left\{ \frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\} dx; \quad (3.3.6)$$

$$P_{LO}(t, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \sigma_x} \int_a^{\hat{b}} \exp - \left\{ \frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\} \left[2 + \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2} \sigma_z}\right) \right] dx; \quad (3.3.7)$$

где x - контролируемый параметр;
 z - ошибка прибора;
 m_x - математическое ожидание контролируемого параметра;
 σ_x, σ_z - среднеквадратическое отклонение контролируемого параметра и ошибки прибора соответственно;
 a, b - предельно допустимые значения параметра;
 $\Phi(a, b, x, \sigma_z)$ - функция Лапласа.

Из выражений (3.3.6) и (3.3.7) численным интегрированием находятся вероятности P_{LO} и P_{HO} .

При контроле и управлении сложными объектами измерению подвергаются множество параметров.

Вероятность существования, по крайней мере, одного необнаруженного отказа в серии m измерений можно определить по формуле

$$P_{HO}(t, \tau) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_{HO_i}(t, \tau)]^m. \quad (3.3.8)$$

При равных вероятностях необнаруженных отказов

$$P_{HO}(t, \tau) = 1 - [1 - P_{HO_i}(t, \tau)]^m. \quad (3.3.9)$$

Вероятность существования, по крайней мере, одного ложного отказа при серии m измерений

$$P_{л0}(t, \tau) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_{л0_i}(t, \tau)] \quad (3.3.10)$$

При равных вероятностях ложных отказов

$$P_{л0}(t, \tau) = 1 - [1 - P_{л0_i}(t, \tau)]^m \quad (3.3.11)$$

Обычно на практике задается вероятность выполнения комплексом поставленной задачи с определенным качеством. Определим эту вероятность с учетом ошибок системы подготовки.

Вероятность выполнения задачи объектом определяется по теореме о полной вероятности [3.4]:

$$R(t, \tau) = \frac{P_{SR}(t, \tau)^*}{P_S(t, \tau)}, \quad (3.3.12)$$

где

$$P_{S,R}(t, \tau) = [1 - P_{л0}(t, \tau)] P_0(t, \tau)$$

вероятность того, что объект в результате контроля допущен к выполнению задачи (событие R) и является в то же время исправным (событие S);

$P_{S,R}(t, \tau)$ - вероятность допуска объекта к выполнению задачи можно вычислить с использованием логической таблицы 3.3.1.

Т а б л и ц а 3.3.1

Состояние АСКУ	Объект годный X	Ложный отказу	Необнаруженный отказ Z	Объект допущен к выполнению задачи S
Аппаратура контроля не работает	I	-	-	I
	0	-	-	0
Аппаратура контроля работает	I	0	-	I
	I	I	-	0
	0	-	0	0
	0	-	I	I

Из таблицы следует, что при работающей аппаратуре контроля логическая функция допуска объекта к выполнению задачи складывается из двух несовместных событий, т.е.

$$F(S) = x\bar{y} + \bar{x}z.$$

На основании теоремы сложения вероятностей получим вероятность суммы двух несовместных событий :

$$P_S(t, \tau) = P_{x\bar{y}}(t, \tau) + P_{\bar{x}z}(t, \tau).$$

Переходя от логических функций к вероятностям, имеем

$$P_S(t, \tau) = P_o(t, \tau)[1 - P_{ло}(t, \tau)] + P_{но}(t, \tau)[1 - P_o(t, \tau)]. \quad (3.3.14)$$

Подставляя выражения (3.3.13), (3.3.14) в формулу (3.3.12), окончательно получим

$$P(t, \tau) = \frac{[1 - P_{ло}(t, \tau)] P_o(t, \tau)}{[1 - P_{ло}(t, \tau)] P_o(t, \tau) + [1 - P_o(t, \tau)] P_{но}(t, \tau)}. \quad (3.3.15)$$

Зная эту вероятность, не трудно определить оставшуюся энтропию после контроля i -го параметра

$$H_{i_0}(t, \tau) = - \left\{ P_i(t, \tau) \log_2(t, \tau) + [1 - P_i(t, \tau)] \log_2 [1 - P_i(t, \tau)] \right\} \quad (3.3.16)$$

и общую энтропию при контроле m параметров

$$H_0(t, \tau) = \sum_{i=1}^m H_{i_0}(t, \tau). \quad (3.3.17)$$

Таким образом, на вероятность выполнения задачи объектом существенное влияние оказывают вероятности $P_{ло}(t, \tau)$ и $P_{по}(t, \tau)$, определяемые заданными допущениями и точностью аппаратуры контроля и управления.

§ 3.4. ВРЕМЯ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ

Время, необходимое для выполнения контроля и управления отдельной системой сложного объекта АСКУ с учетом частоты отказов, в первом приближении можно определить по формуле

$$T_{F_i}(t, \tau) = \alpha_{F_i} T_{P_{F_i}}(t, \tau) [1 - P_i(t, \tau)]^{\mu_{TF_i}}, \quad (3.4.1)$$

- где α_{F_i} - некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы (в частных простейших случаях его можно полагать равным либо 0, либо 1);
- $T_{P_{F_i}}(t, \tau)$ - время контроля системы, в которой не принимались специальные меры по повышению вероятности безотказной работы;
- $P_i(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы системы;
- μ_{TF_i} - некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

На рис. 3.4.1 приведено семейство кривых, построенных по формуле (3.4.1) и показывающих, что с увеличением вероятности безотказной работы время контроля и управления уменьшается, например при $\mu_{TF_i} = 1$, по линейному закону, стремясь к $T_{0F_i}(t, \tau)$ при $P_i(t, \tau) = 1$.

Характер изменения времени T_{F_i} в зависимости от изменения вероятности безотказной работы согласуется со здравым смыслом. Однако на практике, как правило, эта закономерность носит более сложный характер, например при $0 < \mu_{TF_i} \neq 1$.

Время, необходимое для контроля и управления в зависимости от сложности объекта и вероятности безотказной работы, в первом прибли-

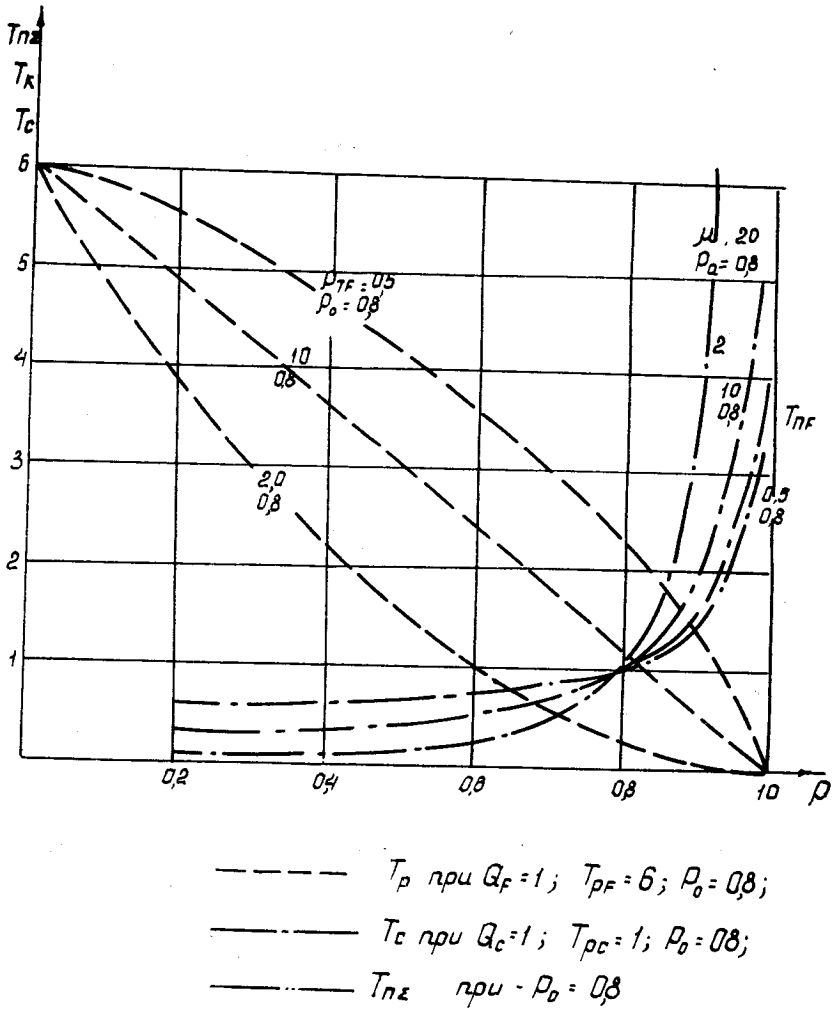


Рис. 3.4.1. График изменения времени контроля и управления.

нении можно определить по формуле

$$T_c(t, \tau) = \alpha_{c_i} T_{p c_i}(t, \tau) \left[\frac{1 - P_{oi}(t, \tau)}{1 - P_i(t, \tau)} \right]^{\mu_{T c_i}}, \quad (3.4.2)$$

- где α_{c_i} - некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы (в частных простейших случаях его можно полагать либо равным 0, либо 1);
- $T_{p c_i}(t, \tau)$ - время, затрачиваемое на контроль и управление простейшей неусложненной с целью повышения вероятности безотказной работы системы;
- $P_{oi}(t, \tau)$ - вероятность безотказной работы простейших систем;
- $\mu_{T c_i}$ - некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

Например, при простейшем резервировании время, затрачиваемое на контроль системы,

$$T_{K\Sigma}(t, \tau) = n T_{K_i}(t, \tau), \quad (3.4.3)$$

- где $T_{K_i}(t, \tau)$ - время, затрачиваемое на контроль одной системы объекта;
- n - кратность резервирования.

Отказ резервированной системы

$$[1 - P(t, \tau)] = [1 - P_o(t, \tau)]^n. \quad (3.4.4)$$

Определяя n из равенств (3.4.3) и (3.4.4) и приравняв правые части, получим

$$T_K(t, \tau) = T_{K_i} \left[\frac{\log[1 - P(t, \tau)]}{\log[1 - P_{oi}(t, \tau)]} \right]. \quad (3.4.5)$$

На рис. 3.4.1 приведено семейство кривых, построенных по формуле (3.4.2) и (3.4.5) при различных $P_{oi}(t, \tau)$ и $\mu_{T c_i}$, из которых видно, что характер изменения кривой Z , построенной

по формуле (3.4.5), совпадает с характером изменения кривых, построенных по формуле (3.4.2). Кроме того, с возрастанием $P_{ai}(t, \tau)$ время $T_{ci}(t, \tau)$ уменьшается, а с увеличением μ_{TC} время $T_{ci}(t, \tau)$ увеличивается.

Ярко выраженный минимум времени контроля и управления позволяет при проектировании строить оптимальные системы с точки зрения минимальности времени и оптимальной при этом вероятности безотказной работы.

Иногда при практических расчетах время, затрачиваемое на контроль и поиск неисправности, необходимо перевести в стоимость в рублях. В этих случаях коэффициенты Q_F и Q_C означают стоимость единицы времени и имеют размерность рубль/ед.времени. Один из методов подобного перевода изложен в параграфе 3.8.

§ 3.5. СТОИМОСТЬ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ

При оценке эффективности и оптимизации процесса контроля и управления необходимо учитывать затраты на процесс, включающие в основном стоимость АСКУ и обслуживания с учетом ЗИП.

Средняя стоимость АСКУ определяется суммарными затратами на разработку и эксплуатацию системы [4.6] :

$$W(t, \tau) = W_p(t, \tau) + W_3(t, \tau), \quad (3.5.1)$$

где $W_p(t, \tau)$ - стоимость разработки и изготовления АСКУ;
 $W_3(t, \tau)$ - стоимость эксплуатации АСКУ.

В свою очередь стоимость АСКУ

$$W_p(t, \tau) = b_p W_{op} \left[\frac{1 - P_0(t, \tau)}{1 - P(t, \tau)} \right]^{\mu_w}, \quad (3.5.2)$$

где b_p - некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе производства (в простейшем случае коэффициент b_p может принимать значение 0 или 1);

$W_{op}(t, \tau)$ - стоимость простейшей АСКУ при первоначальной вероятности безотказной работы $P_0(t, \tau)$;

$W_{ap}(t, \tau) \frac{[1 - P_0(t, \tau)]}{[1 - P(t, \tau)]}$ - стоимость усложненной АСКУ с учетом дополнительных затрат после достижения заданной вероятности безотказной работы $P(t, \tau)$;

$\mu \bar{w}_p$ - постоянная величина, определяемая в процессе контроля и управления.

На рис. 3.5.1 приведен график изменения средней стоимости в зависимости от вероятности безотказной работы. Из графика следует, что при стремлении вероятности безотказной работы к единице стоимость системы увеличивается до бесконечности.

Стоимость эксплуатации АСКУ

$$W_3(t, \tau) = b_3 W_{o3} [1 - P(t, \tau)]^{\mu_{w3}} \quad (3.5.3)$$

где b_3 - некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе подготовки (в простейшем случае коэффициент b_3 может принимать значение 0 или 1);

W_{o3} - стоимость эксплуатации простейших АСКУ;
 $W_{o3} [(1 - P(t, \tau))^{\mu_{w3}}]$ - стоимость контроля и управления при заданной вероятности безотказной работы $P(t, \tau)$.

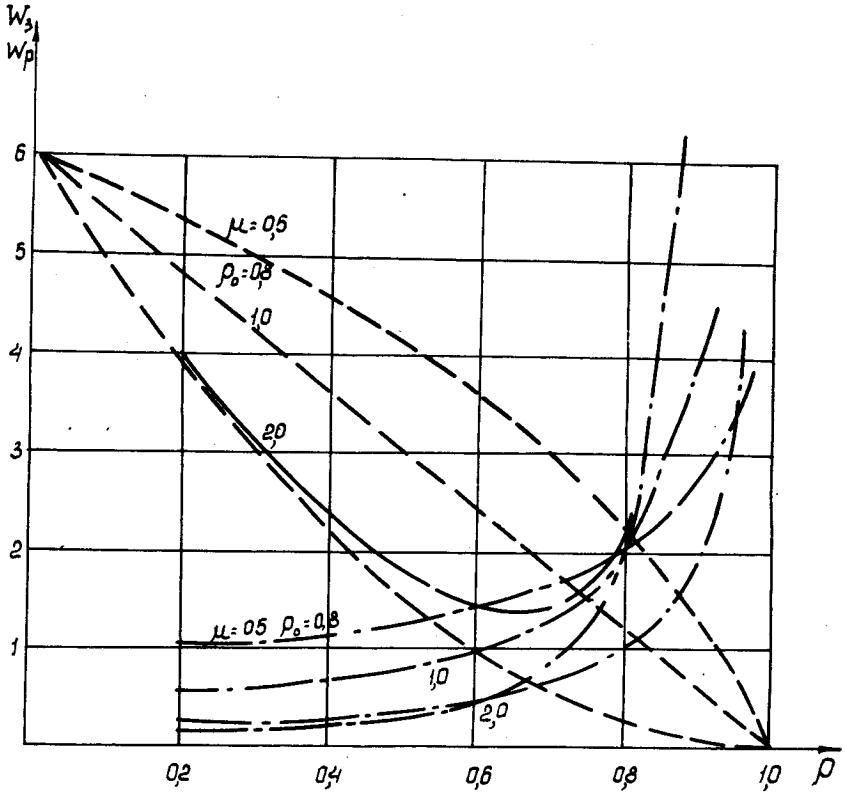
На рис. 3.5.1 приведен график средней стоимости эксплуатации в зависимости от вероятности безотказной работы. На графике показано, что стоимость эксплуатации АСКУ падает с увеличением вероятности безотказной работы. На этом же рисунке представлены графики суммарной стоимости контроля и управления в зависимости от вероятности безотказной работы.

Характер изменения стоимости процесса контроля и управления в зависимости от вероятности безотказной работы на возможность оптимизации разработки АСКУ.

§ 3.6. ВЕС И ОБЪЕМ ОБОРУДОВАНИЯ

Вес и объем аппаратуры АСКУ не имеет существенного значения для стационарной системы контроля и управления.

В случае передвижной системы характер изменения веса и объема в зависимости от вероятности безотказной работы можно в первом приближении считать таким же, как характер изменения стоимости в зависимости от надежности, и при оптимизации процесса и оценки эффективности системы контроля и управления пользоваться формулами:



- W_0 при $\beta_3=1; W_{g3}=6 \rho_0=0,8$
- W_p при $\beta_p=1; W_{gp}=2; \rho_0=0,8$
- W_p при $\beta_p=1; W_{gp}=2 \rho_0=0,9 \mu_p=1,0$
- W $\mu=20 \rho_0=0,8$

Рис. 3.5.1. График изменения стоимости контроля и управления.

- для веса оборудования

$$G(t, \tau) = G_A(t, \tau) + G_3(t, \tau), \quad (3.6.1)$$

где

$$G_A(t, \tau) = g_A g_{g_A} \left[\frac{1 - P_0(t, \tau)}{1 - P(t, \tau)} \right]^{\mu_{g_A}} \quad (3.6.2)$$

- вес собственного АСКУ;

$$G_3(t, \tau) = g_3 g_{g_3} [1 - P(t, \tau)]^{\mu_{g_3}} \quad (3.6.3)$$

- вес оборудования для эксплуатации АСКУ;

- для объема оборудования

$$V(t, \tau) = V_A(t, \tau) + V_3(t, \tau), \quad (3.6.4)$$

где

$$V_A(t, \tau) = e_A v_{g_p}(t, \tau) \left[\frac{1 - P_0(t, \tau)}{1 - P(t, \tau)} \right]^{\mu_{V_A}}; \quad (3.6.5)$$

- объем АСКУ;

$$V_3(t, \tau) = e_3 v_{g_3}(t, \tau) [1 - P(t, \tau)]^{\mu_{V_3}} \quad (3.6.6)$$

- объем оборудования для эксплуатации АСКУ.

Коэффициенты g_A, g_3, e_A, e_3 являются некоторыми постоянными, значение которых определяется в процессе производства и эксплуатации. В простейших случаях эти коэффициенты могут принять значения 0 или 1. В таком случае, когда затраты на снижение веса и объема включаются в общую стоимость, коэффициенты g_A, g_3, e_p, e_3 представляют затраты на единицу веса или объема соответственно.

При оценке эффективности и оптимизации процесса контроля и управления могут учитываться также и другие показатели.

Общая стоимость процесса контроля и управления определяется формулой

$$W_{\Sigma}(t, \tau) = W_W(t, \tau) + \Delta W_T(t, \tau) + \Delta W_G(t, \tau) + \Delta W_V(t, \tau) + \dots, \quad (3.6.7)$$

- где $\Delta W_W(t, \tau)$ - стоимость АСКУ;
 $\Delta W_T(t, \tau)$ - стоимость затрат на получение заданного быстрогодействия АСКУ;
 $\Delta W_G(t, \tau)$ - стоимость затрат на получение заданного веса АСКУ;
 $\Delta W_V(t, \tau)$ - стоимость затрат на получение заданного объема системы.

При оптимизации разработки в $\ell + 1$ - мерном пространстве можно перейти к логическому сложению составляющих стоимости, заменяя индексы слагаемых числами от 1 до ℓ и опуская знак Δ .

Общая стоимость при этом

$$G(t, \tau) = W_{\Sigma}(t, \tau) = \sum_{i=1}^{\ell} W_i(t, \tau), \quad (3.6.8)$$

где $W_i(t, \tau)$ - члены дизъюнкции, определяемые с учетом формул (3.4.1), (3.4.2), (3.6.1), (3.6.4).

§ 3.7. ВЫВОД ОБОБЩЕННОГО ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО КРИТЕРИЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА И АСКУ

При выводе критерия оценки эффективности процесса контроля и управления прежде всего необходимо потребовать от него, чтобы он действительно характеризовал эффективность: критерий удовлетворит этим требованиям, если он охарактеризует информационную способность процесса и АСКУ.

Количество информации, получаемое АСКУ при контроле и управлении за интервал времени $\tau - t$

$$I_p(t, \tau) = H_0(t, \tau) - H(t, \tau), \quad (3.7.1)$$

где $H_0(t, \tau)$ - энтропия объекта и АСКУ, определяемая по формуле (2.2.1) и характеризующая неопределенность до начала процесса контроля и управления;

$H(t, \tau)$ - оставшаяся энтропия объекта и АСКУ, определяемая по формулам (2.3.3) или (2.3.4).

Из равенства (3.7.1) видно, что оно характеризует реальную информационную возможность АСКУ; потенциальная возможность АСКУ определяется равенством

$$I_n(t, \tau) = H_0(t, \tau). \quad (3.7.2)$$

Эффективность АСКУ с информационной точки зрения можно оценить критерием

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{I_p(t, \tau)}{I_n(t, \tau)}, \quad (3.7.3)$$

или с учетом равенств (3.7.1), (3.7.2)

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{H_0(t, \tau) - H(t, \tau)}{H_0(t, \tau)}. \quad (3.7.4)$$

Этот критерий обладает следующими достоинствами. Критерий имеет физический смысл и действительно характеризует эффективность АСКУ однозначно некоторым числом, изменяющимся от 0 до 1; при этом идеальная АСКУ имеет эффективность, равную 1; реальная $\mathcal{E}_I(t, \tau) < 1$; при $\mathcal{E}_I(t, \tau) \leq 0$ применять АСКУ не имеет никакого смысла, так как она при $\mathcal{E}_I(t, \tau) = 0$ не дает информации, а при $\mathcal{E}_I(t, \tau) < 0$ дает дезинформацию; критерий достаточно полно учитывает отношение АСКУ к самой главной характеристике состояния объекта - к его вероятности безотказной работы; учитывая точность работы и неконструктивность алгоритма АСКУ.

Однако, наряду с указанными достоинствами, критерий (3.7.4) имеет существенные недостатки:

- критерий является статической оценкой эффективности, не учитывающей динамики процесса контроля и управления;

- критерий не учитывает сложности и стоимости процесса АСКУ, а также некоторых других показателей (вес и объем АСКУ и т.п.), которые в зависимости от условий применения могут оказаться весьма важными.

Критерием, не обладающим указанными недостатками, можно считать обобщенный статистический критерий оценки эффективности:

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{K_I(t, \tau)}{K_{I_0}(t, \tau)}. \quad (3.7.5)$$

В этой формуле

$$K_I(t, \tau) = \frac{I_{max}(t, \tau)}{C(t, \tau)} \quad (3.7.6)$$

- обобщенная абсолютная статистическая характеристика процесса контроля и управления, где

$$I_{max}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{i, max}(t, \tau) \quad (3.7.7)$$

- максимальное среднее количество информации, получаемое за опытов, выполняемых наилучшей АСКУ с точки зрения получения $I_{max}(t, \tau)$;

$$C(t, \tau) = W_{\Sigma}(t, \tau)$$

- математическое ожидание стоимости реального процесса и АСКУ, определяемое, например, по формуле (3.6.7).

Знаменатель формулы (3.7.5)

$$K_{I_0}(t, \tau) = \frac{I_{max, max}(t, \tau)}{G_{min}(t, \tau)} \quad (3.7.8)$$

- обобщенная абсолютная "потенциальная" статистическая характеристика идеального процесса контроля и управления и АСКУ, где

$$I_{\max \max}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{i \max \max}(t, \tau) = m(t, \tau) \quad (3.7.9)$$

- максимальное среднее количество информации, получаемое за m опытов, выполняемых наилучшей в указанном ранее смысле АСКУ при максимальной неопределенности объекта; $C_{\min}(t, \tau)$ - стоимость идеализированной АСКУ.

С учетом равенств (3.7.2), (3.7.1), (3.7.6), (3.7.9) можно записать окончательно

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m \{H_{i0}(t, \tau) - H_i(t, \tau)\} C_{i \min}(t, \tau)}{m \sum_{i=1}^m C_i(t, \tau)} \quad (3.7.10)$$

Таким образом, для оценки эффективности процесса контроля и управления АСКУ необходимо:

- определить энтропию каждой системы объекта и АСКУ до контроля;
- определить энтропию объекта и АСКУ с учетом энтропии, обусловленной ошибками АСКУ при контроле и управлении каждой системы;
- определить среднее количество информации, получаемое за каждый опыт;
- подсчитать первоначальную стоимость C_{\min} и окончательную реальную стоимость C ;
- произвести расчеты по формуле (3.7.10).

Достоинством обобщенного статистического критерия оценки эффективности является полнота, наглядность, сравнительная простота и общность, позволяющая одним числом характеризовать как весь процесс контроля и управления, так и по частям, включающим сложные и простые опыты.

При этом диапазон изменения обобщенного статистического критерия

$$0 \leq \mathcal{E}(t, \tau) \leq 1$$

Несовершенные АСКУ имеют $\mathcal{E}(t, \tau) \leq 0$. Совершенные системы подготовки имеют $\mathcal{E}(t, \tau)$ близкий к единице.

§ 3.8. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА И АСКУ

На практике часто нет необходимости производить оценку эффективности и оптимизацию по полному обобщенно-статистическому критерию оценки эффективности, а отказывается достаточно выполнить оценку эффективности и оптимизацию с учетом ограниченного числа наиболее интересных параметров критерия, упрощая тем самым критерий. Рассмотрим частные случаи критерия.

Абсолютный обобщенно-статистический критерий

Абсолютный обобщенно-статистический критерий определяется формулой

$$\mathcal{E}_{\kappa_I}(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau)}{C(t, \tau)}. \quad (3.7.6)$$

Наиболее интересным для практики является критерий, получающийся из формулы (3.7.6) при $g_A = g_{\mathcal{E}} = e_A = e_{\mathcal{E}} = 0$ и $a_F, a_C, b_p, b_{\mathcal{E}} > 0$ т.е.

$$\mathcal{E}_{\kappa_I}(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau)}{\Delta W_T(t, \tau) + W_W(t, \tau)}. \quad (3.8.1)$$

Изменение этого критерия можно представить в некотором пространстве (рис. 3.8.1), где по оси Z откладывается значение $\mathcal{E}_{\kappa_I}(t, \tau)$, по оси $X - \Delta W_T$, по оси $y - W_W$. Тогда значение критерия $\mathcal{E}_{\kappa_I}(t, \tau)$ будет изменяться в пределах некоторой поверхности \mathcal{E} .

Пропускная способность (быстродействие) процесса
и АСКУ

При $b_p = b_g = q_A = q_g = e_A = e_g = 0$ и $\Omega_F, \Omega_C > 0$ абсолютный обобщенный статистический критерий вырождается в пропускную способность АСКУ:

$$\mathcal{J}_T(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau)}{T(t, \tau)}, \quad (3.8.2)$$

где $T(t, \tau)$ - время контроля и управления, определяемое по формулам (3.4.1), (3.4.2);

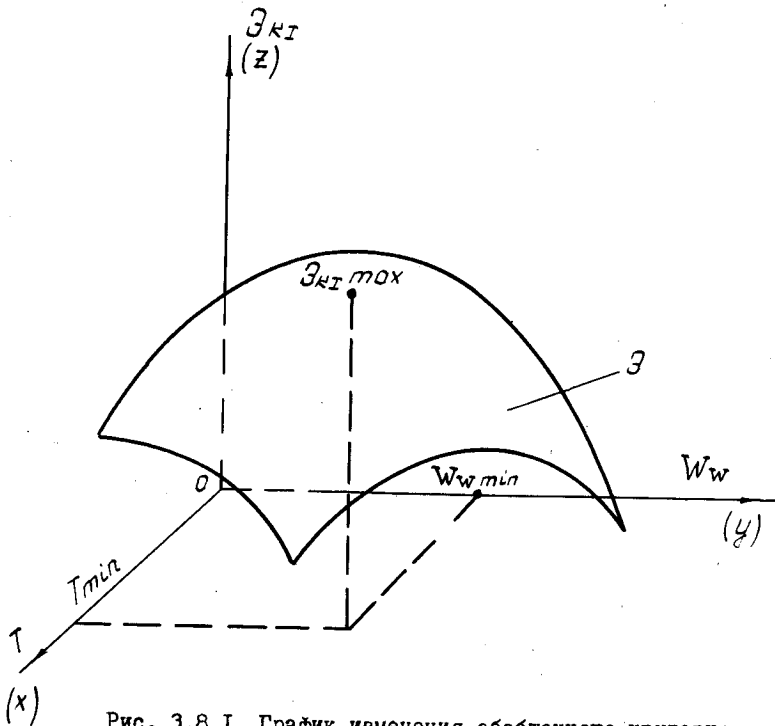


Рис. 3.8.1. График изменения обобщенного критерия.

Пропускная способность широко используется для оценки динамической эффективности систем связи. Получение пропускной способности, в частности, из обобщенного статистического критерия подтверждает лишний раз его общность.

Относительный упрощенный критерий оценки эффективности

Оценка эффективности АСКУ по формуле (3.7.5) с учетом максимальной неопределенности объекта и АСКУ дает степень приближения к потенциальным возможностям. Эта оценка является необходимой и интересной. Однако с практической точки зрения может оказаться достаточной оценка эффективности АСКУ по критерию

$$Э_I(t, \tau) = \frac{K_I^*(t, \tau)}{K_{I_D}^*(t, \tau)}, \quad (3.8.3)$$

где $K_I^*(t, \tau) = \frac{I_{рлп}(t, \tau)}{C_D(t, \tau) + C_3(t, \tau)}$ - абсолютный реальный показатель эффективности;

$I_{рлп}(t, \tau)$ - реальное количество информации, получаемое в процессе и определяемое по формуле (4.8.1);

$K_{I_D}^*(t, \tau) = \frac{C_D(t, \tau)}{I_{и}(t, \tau)}$ - абсолютный идеальный показатель эффективности;

$I_{и}(t, \tau)$ - количество информации, даваемое идеальной (без ошибок) АСКУ, определяется формулой (3.8.2);

$C_3(t, \tau) = \alpha_3 \frac{T_{пн}}{T}$ - эксплуатационная стоимость процесса;

T - время контроля и управления;

$\alpha_3 = \frac{C_{зип} + C_{абсл} [\text{руб}]}{T_{рес} [\text{ед. в.}]}$ - постоянный коэффициент;

- $C_{зип}$ - стоимость ЗИПа;
 $C_{обсл}$ - стоимость содержания обслуживающего персонала;
 T - средний ресурс АСКУ.

В этом параграфе рассмотрены наиболее интересные для практики частные случаи критерия (3.8.5).

В теоретическом отношении могут оказаться интересными также оценки эффективности только алгоритма процесса без учета аппаратурных ошибок или только эффективности аппаратуры, реализующей выбранный алгоритм. Эти критерии можно получить из формулы (3.8.5) путем исключения в первом случае аппаратурных ошибок (идеальная АСКУ), во втором случае - путем исключения ошибок алгоритма (идеальный алгоритм).

Л и т е р а т у р а

3.1. *Moan Wazzen D., Predicting System checkout error Electro-Technol, 73 N1, 1964.*

3.2. И.М. С и н д е е в , О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле, вып. 1020, Труды ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1963.

3.3. *Robert Willstadter, Dormant missile system Checkout Effectiveness, Proceedings 10 National Symposium on Reliability and Quality Control, 1964.*

3.4. Е.С. В е н т ц е л ь , Теория вероятностей, ГИФМЛ, 1958.

3.5. И.А. У ш а к о в , Контроль как средство повышения эффективности использования технических средств, имеющих резервные элементы, Вопросы радиоэлектроники, серия XII, вып. 8, 1963.

3.6. В.К. Б у р ц е в , Д.В. С в е ч а р н и к , О надежности и эффективности систем автоматического контроля и регулирования, "Приборостроение", № 6, 1963.

Г Л А В А IV

ОПТИМИЗАЦИЯ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА И АСКУ ПО ОБОБЩЕННОМУ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОМУ КРИТЕРИЮ

При оптимизации процесса контроля и управления, а также АСКУ по обобщенному статистическому критерию можно воспользоваться методом академика Л.С. Понтрягина [4.1], методом динамического программирования Беллмана [4.2] с использованием метода линейного программирования [4.4], [4.5], когда в первом приближении можно принять, что критерий линейно зависит от существенных параметров.

Однако практически оптимизацию процесса контроля и управления по обобщенному статистическому критерию необходимо выполнять методом нелинейного программирования профессора Н.И. Андреева [4.6]. Необходимость применения этого метода обусловлена тем, что обобщенный статистический критерий, как это было раньше показано, является сложным нелинейным функционалом большого числа параметров, область изменения которых определяется нелинейными соотношениями.

§ 4.1. АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА И АСКУ ПО ОБОБЩЕННОМУ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОМУ КРИТЕРИЮ

Составим алгоритм оптимизации процесса подготовки по обобщенному статистическому критерию методом нелинейного программирования.

1. Представим обобщенный статистический критерий $\mathcal{J}(t, \tau)$ (3.7.5), являющийся функцией априорной вероятности выполнения объектом задачи $P_0(t, \tau)$, апостериорной вероятности выполнения объектом задачи $P(t, \tau)$, а также различных составляющих стоимости $W(t, \tau)$ (3.6.7) в виде функционала Φ некоторых функций φ_i линейных форм L_i .

В качестве линейных форм выберем линейные участки вероятности, т.е. примем

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= P_0(t, \tau); \\ L_2 &= P_{\text{лo}}(t, \tau); \\ L_3 &= P_{\text{нo}}(t, \tau); \\ L_4 &= P(t, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (4.1.1)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y}_1(L_1) &= \sum_{i=1}^m H_{0i}(t, \tau); \\ \mathcal{Y}_2(L_2, L_3, L_4) &= \sum_{i=1}^m H_i(t, \tau); \\ \mathcal{Y}_3(L_1, \dots, L_4) &= \sum_{i=1}^m C_i(t, \tau). \end{aligned} \right\} \quad (4.1.2)$$

Окончательно, получим

$$\mathcal{Z}(t, \tau) = \Phi(\mathcal{Y}_1, \dots, \mathcal{Y}_3) = \frac{\mathcal{Y}_1(L_1) - \mathcal{Y}_2(L_2, L_3, L_4)}{\mathcal{Y}_3(L_1, \dots, L_4)}. \quad (4.1.3)$$

2. Определяем области изменения переменных из условия проектирования АСКУ; они, например, могут иметь пределы:

$$\left. \begin{aligned} 0,5 &\leq L_1 \leq 1; \\ 0,001 &\leq L_2 \leq 0,01; \\ 0,001 &\leq L_3 \leq 0,01; \\ 0,8 &\leq L_4 \leq 0,1. \end{aligned} \right\} \quad (4.1.4)$$

Наибольшее значение критерия $\mathcal{Z}(t, \tau)$ в области \mathcal{Z} изменения переменных $P_0(t, \tau)$, $P_{\text{лo}}(t, \tau)$, $P_{\text{нo}}(t, \tau)$, $P(t, \tau)$ совпадает с наибольшим значением функционала Φ в области Q изменения

переменных $L_i (i=1, \dots, 4)$.

3. Определение максимума критерия. При нахождении максимума функционала $\Phi(L_1, \dots, L_6)$ необходимо различать два случая.

С л у ч а й 1. Функционал Φ достигает максимума внутри области Q . Необходимым условием достижения функции Φ максимального значения является равенство нулю частных производных

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} = 0, \quad i=1, \dots, 6 \quad (4.1.5)$$

в некоторой точке области Q пространства (L_i) .

Когда функция в некоторой части области Q не имеет производной, тогда некоторые из условий (3.1.9) могут быть заменены условием:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} \text{ не существует, } i=1, 2, \dots, \mu \leq 6.$$

В общем случае система уравнений (4.1.9) может иметь несколько решений, из которых выбирается L_i ; при котором функция Φ имеет наибольшее значение. Подставляя найденное решение в (4.1.1) — (4.1.6), находим, в конечном счете, значения $P_{\sigma}, P_{\lambda a}, P_{\mu b}, P_i$; при которых критерий $\mathcal{E}(t, \tau)$ достигает максимума. Этот случай, по-видимому, наиболее часто встречается на практике. Однако более общим является случай второй.

С л у ч а й 2. Функция Φ не имеет максимума внутри области Q и достигает наибольшего значения на границе S . В этом случае вначале определяется граница S методом линейного программирования [4.6], затем определяется максимум Φ на границе S с использованием, например, метода наискорейшего спуска или метода градиента. Когда функция Φ имеет несколько максимумов, тогда находится максимум максимумов.

Таким образом, оптимизация процесса контроля и управления, а также АСКУ сводится к решению максимальной задачи методом нелинейного программирования.

Для сложных АСКУ эту задачу целесообразно решать методом статистического моделирования на ЭЦВМ, теория и практические приложения которого разработаны в фундаментальных работах профессора Н.П. Бусленко [4.7], [4.8], [4.9], а также в работах профессора Б.М. Когана [4.10], [4.11] и профессора А.А. Фельдбаума [4.12].

§ 4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ
НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ АСКУ

Для определения оптимального значения вероятности выполнения задачи и составляющих стоимости необходимо решить систему уравнений относительно этих параметров:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial P(t, \tau)} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial W(t, \tau)} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial_{\Delta} W_T(t, \tau)} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial_{\Delta} W_G(t, \tau)} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial_{\Delta} W_V(t, \tau)} &= 0. \end{aligned} \right\} (4.2.1)$$

Для определения максимального значения вероятности выполнения задачи при минимальном значении времени необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial T(t, \tau)}{\partial P(t, \tau)} = 0. \quad (4.2.2)$$

Для определения максимального значения вероятности выполнения задачи процесса контроля и управления при минимальной стоимости необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial W(t, \tau)}{\partial P(t, \tau)} = 0.$$

При оптимизации процесса контроля и управления, а также проектирования АСКУ по приведенным статистическим критериям выбирается один из вариантов процесса и системы, а затем постепенно доводятся их параметры до оптимальных или близких к оптимальным.

§ 4.3. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ

При оценке эффективности по обобщенному статистическому критерию всякая система контроля и управления рассматривается как информационная система "снятия" неопределенности контролируемого объекта.

Эффективность системы контроля и управления оценивается критерием

$$\mathcal{E}_I(t_K, \tau) = \frac{I_P(t_K, \tau)}{I_H(t_K, \tau)}, \quad (4.3.1)$$

где

$$I_P(t_K, \tau) = \sum_{i=1}^m H_{Pi}(t_K, \tau) - \sum_{i=1}^m H_i(t_K, \tau) \quad (4.3.2)$$

- реальное среднее количество информации, получаемое реальной системой контроля и управления при контроле m параметров;

$$H_{Pi}(t_K, \tau) = - \left\{ P_{Pi} \log_2 P_{Pi} + (1 - P_{Pi}) \log_2 (1 - P_{Pi}) \right\} \quad (4.3.3)$$

- энтропия объекта в момент начала контроля t_K по i -му параметру;

$P_{Pi}(t_K, \tau)$ - априорная вероятность работоспособности объекта по i -му параметру к моменту начала контроля t_K (априорная вероятность выполнения задачи объектом по i -му параметру);

$$H_i(t_K, \tau) = - \left\{ P_i \log_2 P_i + (1 - P_i) \log_2 (1 - P_i) \right\} \quad (4.3.4)$$

- энтропия объекта по i -му параметру к моменту окончания

контроля τ ;

$P_i(t_k, \tau)$ - априорная вероятность работоспособности объекта с учетом восстановления отказавшего оборудования по i -му параметру (апостериорная вероятность выполнения задачи объекта по i -му параметру);

$$I_{\text{и}}(t_k, \tau) = \sum_{i=1}^m H_{0i}(t_k, \tau) \quad (4.3.5)$$

- среднее количество информации, получаемое идеальной АСКУ при контроле m параметров.

§ 4.4. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ ПРИ КОНТРОЛЕ m ИЗ m ПАРАМЕТРОВ БЕЗ УЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СОБСТВЕННО СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ

При контроле m из m параметров апостериорная вероятность определяется по формуле

$$P_i(t_k, \tau) = \frac{P_{0i}(1 - P_{\text{л}0i})}{P_{0i}(1 - P_{\text{л}0i}) + (1 - P_{0i})P_{\text{н}0i}}, \quad (4.4.1)$$

где $P_{\text{л}0i}(t_k, \tau) = 2f_{\text{л}0}(t_k, \tau, z_i, z_i, \frac{\delta_i}{\sigma_i})$ - вероятность ложного отказа по i -му параметру;

$$P_{\text{н}0i}(t_k, \tau) = 2f_{\text{н}0}(t_k, \tau, z_i, z_i, \frac{\delta_i}{\sigma_i})$$

- вероятность необнаруженного отказа по i -му параметру;

$$z_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i} \quad (4.4.2)$$

- относительное значение допуска на i -й параметр:

σ_i - СКО i -го параметра;

$$Z_i = \frac{\tilde{\delta}_i}{\Delta_i} \quad (4.4.3)$$

- относительное значение предельной погрешности, соответствующей доверительной вероятности 99,73 %;

$$\tilde{\delta}_i = 3 \sigma_{Z_i} \quad (4.4.4)$$

- предельная погрешность АСКУ при измерении i -го параметра;

σ_{Z_i} - СКО АСКУ по i -му параметру.

Алгоритм оценки эффективности системы контроля

I. Оценить известными методами из теории надежности априорную вероятность работоспособности объекта, например, по формуле

$$P_{oi} = \exp\{-\lambda_{ki} t_{ki} + \lambda'_{ki} (\tau_i - t_{ki})\}, \quad (4.4.5)$$

где λ_{ki} - интенсивность отказа объекта по i -му параметру до момента контроля;

λ'_{ki} - интенсивность отказа по i -му параметру при контроле.

2. По таблице I определить $H_{oi}^{*})$. Многозначность значений H_{oi} при различных значениях P_{oi} исключается тем, что на практике $P_{oi} \geq 0,5$, поэтому таблица I при $0 \leq P_{oi} \leq 0,5$ не имеет физического смысла.

3. Определить сумму $\sum_{i=1}^m H_{oi}$.

4. По известным σ_{Z_i} , Δ_i и G_i определить $\tilde{\delta}_i$, $Z_{iц}$, $P_{ло}$ и $P_{но}$.

5. По номограмме I и 2^{*)} (рис. 4.4.1 и 4.4.2) определить $P_{ло}$ и $P_{но}$ соответственно.

6. По таблице 2 определить P_i .

7. По таблице I определить энтропию.

8. Определить сумму H_i .

9. По формуле (4.3.1) рассчитать значение обобщенного статистического критерия.

В случае, если $\mathcal{E}_I(t_k, \tau) \leq 0$, то АСКУ не имеет смысла применять.

При $\mathcal{E}_I(t_k, \tau) \cong 1$ эффективность АСКУ максимальная.

*) Эти номограммы взяты из [4.3].

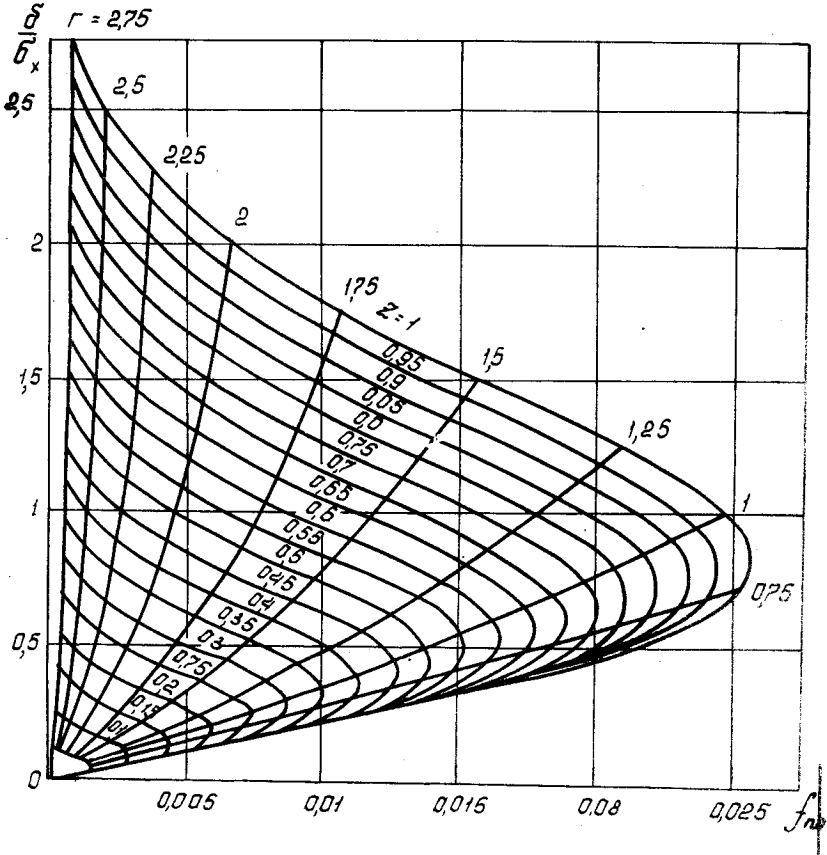


Рис. 4.4.1. Номограмма I.

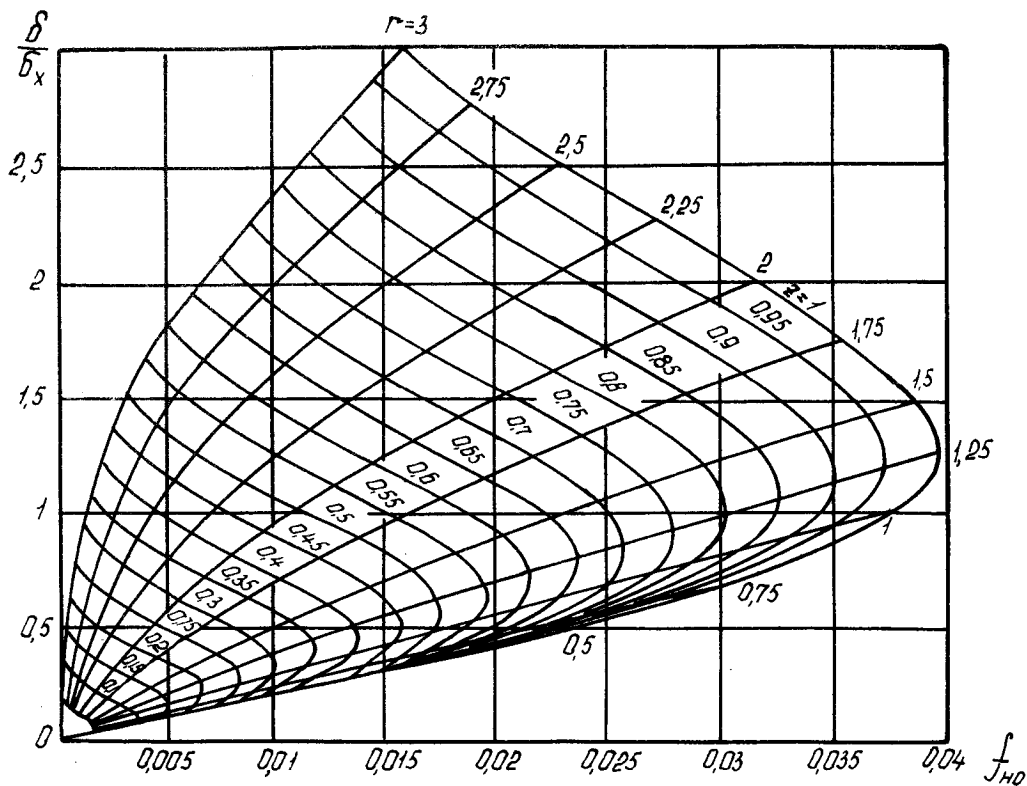


Рис. 4.4.2. Номограмма 2.

Пример. Дано $\sigma_i = 0,1$; $\Delta_i = 0,25$; $\sigma_{ски} = 0,025$.
 Надо определить $\mathcal{E}_I(t_k, \tau)$ при равноточном контроле пяти параметров ($m = 5$), имеющих одинаковые среднеквадратические отклонения и одинаковые допустимые значения, а также одинаковые надежности объектов $P_{oi} = 0,8$.

1. $P_{oi} = 0,8$ - известна.
2. $H_{oi} = 0,7219$ (берется из таблиц I).
3. $H_o = \sum_{i=1}^m H_{oi} = 5 \cdot 0,7219 = 3,6095$.

$$\delta_i = 3\sigma_i = 3 \cdot 0,025 = 0,075; \quad z_i = \frac{\delta_i}{\Delta_i} = \frac{0,075}{0,25} = 0,3;$$

$$z_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i} = \frac{0,25}{0,1} = 2,5; \quad \frac{\delta_i}{\sigma_i} = \frac{0,075}{0,1} = 0,75.$$

5. Из монограмм I и 2 определяем

$$P_{noi} \cong 0,0015; \quad P_{loi} = 0,003.$$

6. По таблице 2 определяем $P_i = 0,9997$.
7. По таблице I определяем $H_i = 0,009$.
8. $H = \sum_{i=1}^m H_i = 5 \cdot 0,009 = 0,045$.
9. Определяем по формуле (4.3.1)

$$\mathcal{E}_I = \frac{H_o - H_i}{H_o} = \frac{3,6095 - 0,045}{3,6095} = 0,987.$$

Таким образом, АСКУ оказывается весьма эффективной.

§ 4.5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ ПРИ КОНТРОЛЕ K ИЗ m ПАРАМЕТРОВ БЕЗ УЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СОБСТВЕННО СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

1. Расчет сумм $\sum_{i=1}^m H_{oi}$, $\sum_{i=1}^{K-m} H_{oi}$ выполняется по методике, изложенной в пунктах 1 и 2 предыдущего параграфа.
2. Расчет суммы $\sum_{i=1}^K H_i$ выполняется по методике, изложенной в пунктах 4, 5, 6, 7 и 8 предыдущего параграфа.

3. Оценка эффективности АСКУ выполняется по формуле

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m H_{oi}(t, \tau) - \sum_{i=1}^{m-k} H_{oi}(t, \tau) - \sum_{i=1}^k H_i(t, \tau)}{\sum_{i=1}^m H_{oi}(t, \tau)}, \quad (4.5.1)$$

так как в этом случае апостериорная вероятность состояния объекта

$$P'(t_k, \tau) = \prod_{i=1}^k P_i(t_k, \tau) \prod_{i=1}^{m-k} P_{oi}, \quad (4.5.2)$$

где P_{oi} - вероятность работоспособности объекта по i -му неконтролируемому параметру.

Пример. Предположим, что системой контроля и управления, имеющей характеристики, указанные в примере § 4.4, из пяти параметров объекта контролируется всего только 3 (надежность объекта по параметрам $P_{oi} = 0,8$).

Необходимо оценить эффективность АСКУ:

$$1. H_0 = \sum_{i=1}^m H_{oi} = 5 \cdot 0,7215 = 3,6095.$$

$$2. H = \sum_{i=1}^k H_i = 3 \cdot 0,009 = 0,027.$$

$$3. H_{0, m-k} = \sum_{i=1}^{m-k} H_{oi} = 2 \cdot 0,7215 = 1,443.$$

Оценку эффективности системы контроля выполним по формуле (4.5.1):

$$\mathcal{E}_I = \frac{H_0 - H - H_{0, m-k}}{H_0} = \frac{3,6095 - 0,027 - 1,443}{3,6095} = 0,59.$$

Решенные примеры показывают, что эффективность АСКУ снижается при уменьшении числа контролируемых параметров из общего числа параметров, определяющих работоспособность объекта.

В рассмотренных случаях предполагалось, что система контроля и управления работоспособна с вероятностью $P_{СК} \approx 1$. Однако такое предположение не всегда оправдывается на практике, обычно

$$P_0 < P_{СК} \leq 1.$$

Если предположить, что при отказе АСКУ объект не сможет выпол-

нить поставленной перед ним задачи, то оценку эффективности следует выполнить по методике, изложенной в § 4.6.

§ 4.6. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ С УЧЕТОМ ЕЕ НАДЕЖНОСТИ

Особенность оценки эффективности АСКУ состоит в следующем. В формулу (4.4.1) подставляется вместо P_0 вероятность

$$P'_{0i} = P_{0i} P_{СКi}, \quad (4.6.1)$$

где $P_{СКi}$ - надежность работы аппаратуры контроля i - го параметра.

Тогда оценка эффективности АСКУ выполняется по формуле

$$\mathcal{E}_I(t_k, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m H'_{0i} - \sum_{i=1}^m H'_i}{\sum_{i=1}^m H'_{0i}}. \quad (4.6.2)$$

Пример. Предположим, что система контроля и управления, рассмотренная в примере § 4.4, контролирует 5 параметров объекта с $P_{0i} = 0,8$ и имеет $P_{СКi} = 0,90$. В этом случае из таблицы I находим

$$H' = \sum_{i=1}^m H'_i = 5 \cdot 0,08 = 0,40;$$

$$\mathcal{E}_I(t_k, \tau) = \frac{3,6095 - 0,400}{3,6095} = 0,89.$$

На практике может оказаться, что не все устройства контроля отдельных параметров АСКУ определяют вероятность выполнения задачи объектом. В этом случае при определении энтропии H' их не следует учитывать.

Приближенная оценка эффективности АСКУ производится по таблицам

I и 2; по номограммам I, 2, а также по приведенным формулам. Более точную оценку эффективности АСКУ следует выполнять путем вычислений по формулам. Иногда оценку эффективности АСКУ можно выполнять в целом, без учета оценок по каждому контролируруемому параметру, используя при этом следующие данные:

P_0 - общую априорную вероятность безотказной работы объекта;

P - общую апостериорную вероятность безотказной работы объекта.

σ_i, σ_{zi} - общие среднеквадратические значения соответственно обобщенной координаты объекта и ошибки АСКУ.

§ 4.7. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ С УЧЕТОМ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ СТОИМОСТИ

Оценку эффективности АСКУ с учетом эксплуатационной стоимости необходимо выполнять по формуле

$$\mathfrak{Z}_{I,\mathfrak{Z}}(t_K, \tau) = \mathfrak{Z}_I(t_K, \tau) \cdot K_{\mathfrak{Z}}(t_K, \tau), \quad (4.7.1)$$

где $\mathfrak{Z}_I(t_K, \tau)$ - информационная эффективность АСКУ, оцениваемая по ранее изложенной методике;

$$K_{\mathfrak{Z}} = \frac{C_{СК}}{C_{СК} + C_{\mathfrak{Z}}}; \quad (4.7.2)$$

- коэффициент, учитывающий стоимость эксплуатации в рублях;

$C_{СК}$ - стоимость АСКУ;

$C_{\mathfrak{Z}} = \alpha_{\mathfrak{Z}} T_K$ - стоимость эксплуатации АСКУ;

$$\alpha_{\mathfrak{Z}} = \frac{C_{обсл} + C_{зип}}{t_{рес}} \quad (4.7.3)$$

- коэффициент;

T_K - время контроля;

$C_{обсл}$ - стоимость содержания обслуживающего персонала;
 $C_{зип}$ - стоимость ЗИПа.

Пример. Система контроля и управления, описанная в примере § 4.4, имеет следующие экономические показатели:

$$\alpha_3 = 10 \text{ руб/мин};$$

$$C_{СК} = 1000 \text{ руб.}$$

Необходимо оценить эффективность АСКУ с учетом экономических показателей, если система осуществляет полный контроль объекта за $T_K = 20$ мин.

$$1. \quad K_3 = \frac{C_{СК}}{C_{СК} + C_3} = \frac{1000}{1000 + 200} = 0,833.$$

$$2. \quad \mathcal{E}_{I,3}(t_K, \tau) = \mathcal{E}_I(t_K, \tau) K_3(t_K, \tau) = 0,987 \cdot 0,833 = 0,82.$$

Оценка эффективности с учетом экономических показателей, предлагаемая в § 5.5, позволяет также, как это видно из методики, учитывать быстродействие АСКУ и является в связи с этим более полной.

Т а б л и ц а I

P_i	H_i	P_i	H_i
0,01	0,0808	0,55	0,9927
0,02	0,1415	0,60	0,9709
0,03	0,1949	0,65	0,9341
0,04	0,2422	0,70	0,8814
0,05	0,2864	0,75	0,8113
0,06	0,3274	0,80	0,7219
0,07	0,3659	0,85	0,6099
0,08	0,4021	0,90	0,4691
0,09	0,4366	0,91	0,4366
0,10	0,4691	0,92	0,4021

Окончание таблицы I

P_i	H_i	P_i	H_i
0,15	0,6099	0,93	0,3659
0,20	0,7219	0,94	0,3274
0,25	0,8113	0,95	0,2864
0,30	0,8814	0,96	0,2422
0,35	0,9341	0,97	0,1949
0,40	0,9709	0,98	0,1415
0,45	0,9927	0,99	0,0808
0,50	1,0000	1,00	0,0000

При $P_0 = 0,5$

Таблица 2

$\frac{P_{\text{до}}}{P_{\text{но}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,2	0,3
0,001	0,9990	0,9989	0,9990	0,9808	0,9625	0,9442	0,9257	0,9165	0,9988	0,9985
0,005	0,9950	0,9950	0,9950	0,9768	0,9586	0,9403	0,9220	0,9128	0,9938	0,9929
0,01	0,9900	0,9900	0,9900	0,9799	0,9538	0,9356	0,9173	0,9082	0,9876	0,9859
0,02	0,9804	0,9803	0,9802	0,9623	0,9443	0,9263	0,9082	0,8991	0,9756	0,9922
0,03	0,9708	0,9707	0,9706	0,9528	0,9350	0,9172	0,8992	0,8902	0,9638	0,9589
0,04	0,9615	0,9614	0,9612	0,9436	0,9259	0,9082	0,8904	0,8875	0,9524	0,9459
0,05	0,9523	0,9522	0,9519	0,9345	0,9170	0,8994	0,8818	0,8729	0,9412	0,9333
0,06	0,9433	0,9431	0,9428	0,9256	0,9082	0,8908	0,8733	0,8646	0,9302	0,9210
0,07	0,9345	0,9343	0,9340	0,9168	0,8996	0,8824	0,8650	0,8563	0,9195	0,9091
0,08	0,9258	0,9256	0,9252	0,9082	0,8912	0,8741	0,8569	0,8482	0,9091	0,8974
0,09	0,9173	0,9170	0,9167	0,8998	0,8829	0,8659	0,8489	0,8403	0,8989	0,8861
0,10	0,9090	0,9087	0,9082	0,8915	0,8748	0,8579	0,8410	0,8326	0,8889	0,8750
0,15	0,8694	0,8690	0,8684	0,8523	0,8363	0,8201	0,8039	0,7958	0,8421	0,8235
0,20	0,8331	0,8326	0,8319	0,8165	0,8010	0,7855	0,7699	0,7621	0,8000	0,7778
0,25	0,7998	0,7992	0,7984	0,7835	0,7686	0,7536	0,7386	0,7311	0,7619	0,7368
0,30	0,7690	0,7683	0,7674	0,7531	0,7387	0,7243	0,7098	0,7026	0,7273	0,7000

- 119 -

При $P_0 = 0,6$

$\frac{P_{\text{лп}}}{P_{\text{но}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9992	0,9992	0,9990
0,005	0,9967	0,9967	0,9966	0,9966	0,9965	0,9964	0,9964	0,9963	0,9958	0,9953
0,01	0,9934	0,9933	0,9933	0,9932	0,9930	0,9929	0,9927	0,9926	0,9917	0,9906
0,02	0,9868	0,9867	0,9867	0,9864	0,9862	0,9859	0,9856	0,9884	0,9836	0,9813
0,03	0,9804	0,9803	0,9802	0,9798	0,9794	0,9789	0,9785	0,9783	0,9756	0,9722
0,04	0,9740	0,9739	0,9738	0,9732	0,9727	0,9721	0,9715	0,9712	0,9677	0,9633
0,05	0,9677	0,9676	0,9674	0,9668	0,9661	0,9654	0,9647	0,9643	0,9600	0,9545
0,06	0,9615	0,9614	0,9612	0,9604	0,9596	0,9588	0,9579	0,9574	0,9524	0,9459
0,07	0,9554	0,9552	0,9550	0,9541	0,9532	0,9522	0,9512	0,9507	0,9449	0,9375
0,08	0,9493	0,9491	0,9489	0,9479	0,9468	0,9458	0,9446	0,9440	0,9375	0,9292
0,09	0,9433	0,9431	0,9428	0,9417	0,9406	0,9394	0,9381	0,9375	0,9302	0,9210
0,10	0,9374	0,9372	0,9369	0,9357	0,9344	0,9331	0,9317	0,9310	0,9231	0,9130
0,20	0,8822	0,8818	0,8813	0,8739	0,8769	0,8746	0,8722	0,8710	0,8571	0,8400
0,30	0,8332	0,8326	0,8319	0,8290	0,8261	0,8230	0,8198	0,8182	0,8000	0,7778

При $P_0 = 0,7$

$\frac{P_{до}}{P_{на}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
0,005	0,9978	0,9978	0,9978	0,9978	0,9977	0,9977	0,9976	0,9975	0,9971	0,9969
0,01	0,9957	0,9957	0,9957	0,9956	0,9955	0,9954	0,9953	0,9952	0,9947	0,9939
0,02	0,9915	0,9914	0,9914	0,9912	0,9910	0,9909	0,9907	0,9906	0,9894	0,9879
0,03	0,9873	0,9872	0,9872	0,9869	0,9866	0,9864	0,9861	0,9859	0,9842	0,9820
0,04	0,9831	0,9830	0,9830	0,9826	0,9823	0,9819	0,9815	0,9813	0,9790	0,9761
0,05	0,9790	0,9789	0,9788	0,9784	0,9779	0,9775	0,9770	0,9767	0,9739	0,9703
0,06	0,9749	0,9748	0,9747	0,9742	0,9736	0,9731	0,9725	0,9722	0,9688	0,9646
0,07	0,9708	0,9707	0,9708	0,9700	0,9694	0,9688	0,9681	0,9677	0,9638	0,9589
0,08	0,9668	0,9667	0,9666	0,9659	0,9652	0,9644	0,9637	0,9633	0,9589	0,9533
0,09	0,9628	0,9627	0,9625	0,9618	0,9610	0,9602	0,9593	0,9589	0,9540	0,9478
0,10	0,9589	0,9587	0,9585	0,9577	0,9568	0,9559	0,9550	0,9545	0,9492	0,9423
0,15	0,9395	0,9393	0,9340	0,9378	0,9366	0,9353	0,9340	0,9333	0,9256	0,9159
0,20	0,9210	0,9207	0,9203	0,9188	0,9172	0,9156	0,9139	0,9130	0,9032	0,8909
0,25	0,9031	0,9028	0,9023	0,9005	0,8986	0,8967	0,8947	0,8936	0,8819	0,8672
0,30	0,8860	0,8856	0,8850	0,8830	0,8808	0,8785	0,8700	0,8750	0,8615	0,8448

При $P_a = 0,8$

$\frac{P_{до}}{P_{на}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9996
0,005	0,9988	0,9988	0,9988	0,9988	0,9988	0,9988	0,9988	0,9986	0,9984	0,9982
0,01	0,9975	0,9975	0,9975	0,9975	0,9974	0,9973	0,9973	0,9972	0,9969	0,9964
0,02	0,9950	0,9950	0,9949	0,9949	0,9948	0,9946	0,9944	0,9945	0,9938	0,9923
0,03	0,9925	0,9925	0,9924	0,9923	0,9922	0,9921	0,9918	0,9917	0,9907	0,9894
0,04	0,9901	0,9901	0,9900	0,9898	0,9895	0,9894	0,9891	0,9890	0,9876	0,9859
0,05	0,9876	0,9876	0,9876	0,9873	0,9870	0,9867	0,9864	0,9863	0,9846	0,9825
0,06	0,9852	0,9852	0,9851	0,9848	0,9844	0,9841	0,9837	0,9836	0,9816	0,9790
0,07	0,9828	0,9827	0,9826	0,9823	0,9819	0,9815	0,9811	0,9809	0,9786	0,9756
0,08	0,9804	0,9803	0,9802	0,9798	0,9794	0,9789	0,9784	0,9783	0,9756	0,9722
0,09	0,9780	0,9779	0,9778	0,9773	0,9769	0,9764	0,9754	0,9756	0,9726	0,9688
0,10	0,9756	0,9755	0,9753	0,9749	0,9744	0,9738	0,9733	0,9730	0,9697	0,9655
0,20	0,9523	0,9522	0,9520	0,9510	0,9500	0,9490	0,9479	0,9474	0,9412	0,9333
0,30	0,9302	0,9293	0,9296	0,9282	0,9268	0,9254	0,9238	0,9231	0,9143	0,9032

При $P_0 = 0,9$

$\frac{P_{HO}}{P_{HO}}$	0,001	0,005	0,001	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
0,005	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9993	0,9992
0,01	0,9999	0,9989	0,9989	0,9989	0,9989	0,9988	0,9988	0,9988	0,9986	0,9984
0,02	0,9978	0,9978	0,9978	0,9977	0,9976	0,9975	0,9974	0,9974	0,9972	0,9970
0,03	0,9967	0,9967	0,9967	0,9966	0,9965	0,9964	0,9963	0,9963	0,9958	0,9953
0,04	0,9956	0,9956	0,9956	0,9954	0,9953	0,9952	0,9951	0,9950	0,9945	0,9937
0,05	0,9945	0,9945	0,9945	0,9944	0,9942	0,9941	0,9940	0,9939	0,9931	0,9921
0,06	0,9934	0,9933	0,9933	0,9932	0,9930	0,9929	0,9927	0,9926	0,9917	0,9906
0,07	0,9923	0,9922	0,9922	0,9920	0,9919	0,9917	0,9915	0,9914	0,9904	0,9890
0,08	0,9912	0,9911	0,9910	0,9908	0,9907	0,9905	0,9903	0,9902	0,9890	0,9875
0,09	0,9901	0,9901	0,9900	0,9898	0,9896	0,9894	0,9891	0,9890	0,9876	0,9859
0,10	0,9890	0,9890	0,9889	0,9886	0,9884	0,9882	0,9879	0,9876	0,9863	0,9844
0,20	0,9782	0,9782	0,9780	0,9776	0,9771	0,9767	0,9762	0,9759	0,9730	0,9692
0,30	0,9677	0,9676	0,9674	0,9668	0,9661	0,9654	0,9646	0,9643	0,9600	0,9545

При $P_0 = 0,91$

$P_{\text{нв}} \backslash P_{\text{лв}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
0,005	0,9995	0,9995	0,9995	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9994
0,01	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9985
0,02	0,9980	0,9980	0,9980	0,9980	0,9979	0,9979	0,9979	0,9978	0,9975	0,9972
0,03	0,9970	0,9970	0,9970	0,9970	0,9969	0,9968	0,9967	0,9966	0,9963	0,9958
0,04	0,9960	0,9960	0,9960	0,9959	0,9958	0,9957	0,9957	0,9956	0,9937	0,9944
0,05	0,9951	0,9950	0,9950	0,9949	0,9948	0,9947	0,9945	0,9944	0,9925	0,9930
0,06	0,9940	0,9940	0,9939	0,9939	0,9938	0,9937	0,9935	0,9934	0,9913	0,9916
0,07	0,9931	0,9931	0,9930	0,9929	0,9927	0,9926	0,9924	0,9923	0,9901	0,9902
0,08	0,9921	0,9921	0,9920	0,9919	0,9917	0,9916	0,9914	0,9913	0,9889	0,9888
0,09	0,9912	0,9912	0,9911	0,9910	0,9908	0,9906	0,9903	0,9902	0,9876	0,9874
0,10	0,9902	0,9902	0,9901	0,9899	0,9897	0,9895	0,9892	0,9891	0,9864	0,9861
0,20	0,9806	0,9805	0,9804	0,9800	0,9796	0,9792	0,9787	0,9785	0,9746	0,9725
0,30	0,9711	0,9710	0,9703	0,9703	0,9697	0,9691	0,9684	0,9681	0,9630	0,9593

При $P_0 = 0,93$

$\frac{P_{\text{на}}}{P_{\text{по}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
0,005	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9995	0,9995	0,9994
0,01	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9991	0,9989
0,02	0,9985	0,9985	0,9985	0,9984	0,9984	0,9984	0,9984	0,9983	0,9981	0,9978
0,03	0,9977	0,9977	0,9977	0,9976	0,9976	0,9976	0,9976	0,9975	0,9972	0,9968
0,04	0,9970	0,9970	0,9970	0,9969	0,9968	0,9968	0,9968	0,9967	0,9962	0,9957
0,05	0,9962	0,9962	0,9962	0,9961	0,9960	0,9959	0,9959	0,9958	0,9963	0,9946
0,06	0,9955	0,9955	0,9955	0,9954	0,9955	0,9952	0,9951	0,9950	0,9944	0,9936
0,07	0,9947	0,9947	0,9947	0,9946	0,9947	0,9944	0,9942	0,9942	0,9934	0,9925
0,08	0,9939	0,9939	0,9939	0,9938	0,9939	0,9936	0,9935	0,9934	0,9925	0,9917
0,09	0,9932	0,9932	0,9932	0,9931	0,9931	0,9928	0,9926	0,9925	0,9917	0,9904
0,10	0,9925	0,9924	0,9924	0,9923	0,9924	0,9920	0,9918	0,9917	0,9907	0,9894
0,20	0,9851	0,9850	0,9850	0,9847	0,9946	0,9947	0,9837	0,9835	0,9875	0,9789
0,30	0,9779	0,9775	0,9777	0,9772	0,9770	0,9763	0,9758	0,9755	0,9725	0,9688

125 -

При $P_0 = 0,95$

$\frac{P_{\text{до}}}{P_{\text{но}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
0,005	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
0,01	0,9195	0,9995	0,9995	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9993	0,9992
0,02	0,9990	0,9990	0,9989	0,9989	0,9989	0,9989	0,9988	0,9987	0,9985	0,9982
0,03	0,9985	0,9985	0,9984	0,9984	0,9984	0,9984	0,9983	0,9982	0,9980	0,9977
0,04	0,9979	0,9979	0,9978	0,9978	0,9977	0,9978	0,9977	0,9976	0,9973	0,9970
0,05	0,9974	0,9974	0,9973	0,9973	0,9972	0,9972	0,9971	0,9971	0,9967	0,9963
0,06	0,9969	0,9969	0,9968	0,9968	0,9967	0,9967	0,9966	0,9966	0,9962	0,9955
0,07	0,9964	0,9964	0,9963	0,9963	0,9961	0,9960	0,9959	0,9959	0,9954	0,9948
0,08	0,9958	0,9958	0,9957	0,9956	0,9955	0,9955	0,9954	0,9955	0,9948	0,9940
0,09	0,9953	0,9953	0,9952	0,9957	0,9950	0,9949	0,9947	0,9948	0,9941	0,9933
0,10	0,9948	0,9948	0,9947	0,9946	0,9945	0,9944	0,9942	0,9942	0,9935	0,9925
0,20	0,9896	0,9896	0,9895	0,9893	0,9890	0,9888	0,9886	0,9884	0,9870	0,9852
0,30	0,9845	0,9844	0,9843	0,9840	0,9836	0,9833	0,9829	0,9828	0,9806	0,9779

121

При $P_0 = 0,97$

$\frac{P_{\text{лв}}}{P_{\text{нв}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,005	0,9999	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
0,01	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9996	0,9995	0,9994
0,02	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9993	0,9992	0,9991
0,03	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9990	0,9988	0,9987
0,04	0,9988	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9986	0,9986	0,9986	0,9984	0,9982
0,05	0,9985	0,9984	0,9984	0,9984	0,9984	0,9983	0,9983	0,9983	0,9984	0,9978
0,06	0,9982	0,9981	0,9981	0,9981	0,9981	0,9980	0,9980	0,9979	0,9977	0,9974
0,07	0,9979	0,9978	0,9978	0,9977	0,9977	0,9975	0,9975	0,9976	0,9974	0,9970
0,08	0,9976	0,9975	0,9975	0,9975	0,9975	0,9973	0,9973	0,9972	0,9969	0,9965
0,09	0,9972	0,9971	0,9972	0,9971	0,9971	0,9970	0,9969	0,9969	0,9966	0,9960
0,10	0,9969	0,9968	0,9969	0,9968	0,9968	0,9967	0,9966	0,9966	0,9961	0,9956
0,20	0,9939	0,9938	0,9938	0,9937	0,9935	0,9934	0,9932	0,9932	0,9923	0,9912
0,30	0,9908	0,9907	0,9907	0,9905	0,9903	0,9901	0,9899	0,9898	0,9885	0,9859

При $P_0 = 0,99$

$\frac{P_{\text{лб}}}{P_{\text{нб}}}$	0,001	0,005	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	0,30
0,001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,005	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
0,01	0,9999	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
0,02	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9997	0,9997
0,03	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9996	0,9996
0,04	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9995	0,9995
0,05	0,9996	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9994	0,9995	0,9995	0,9994	0,9993
0,06	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9993	0,9993	0,9994	0,9993	0,9992
0,07	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9992	0,9992	0,9992	0,9990
0,08	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9991	0,9991	0,9990	0,9989
0,09	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9990	0,9990	0,9990	0,9990	0,9988	0,9987
0,10	0,9990	0,9990	0,9990	0,9990	0,9989	0,9989	0,9989	0,9989	0,9987	0,9986
0,20	0,9980	0,9980	0,9979	0,9979	0,9979	0,9978	0,9978	0,9978	0,9975	0,9971
0,30	0,9970	0,9970	0,9969	0,9969	0,9969	0,9968	0,9968	0,9966	0,9962	0,9957

Л и т е р а т у р а

- 1 4.1. Л.С. П о н т р я г и н и д р., Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1963.
- 2 4.2. Р. Б е л м а н , Динамическое программирование, ИЛ, 1960.
- 4.3. Б.А. Б и г м а н , Б.Б. Д у н а е в , "Измерительная техника", № I, 1963.
- 3 4.4. С. Г а с с , Линейное программирование, Физматгиз, 1961.
- 4 4.5. А.С. Ш а т а л о в , Инженерные методы исследования регулируемых систем, т. I, т. 2, ВИА им. Ф.Э. Дзержинского, 1958.
- 5 4.6. Н.И. А н д р е е в , Нелинейное программирование в задачах исследования оптимальных систем автоматического управления, ИФАК, 1963.
- 6 4.7. Н.П. Б у с л е н к о , Д.А. Ш р е й д е р , Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на ЦВМ, Физматгиз, 1961.
- 7 4.8. Н.П. Б у с л е н к о , Д.П. Г о л е н к о , И.М. С о б о л ь , В.Г. С р а г о в и ч , Д.А. Ш р е й д е р , Метод статистических испытаний (Монте-Карло), Физматгиз, 1962.
- 8 4.9. Н.П. Б у с л е н к о , Решение задачи теории массового обслуживания методом моделирования на ЭЦВМ. Проблемы передачи информации, № 9, 1961.
- 9 4.10. Б.М. К о г а н , Т.М. Т е р - М и к а э л я н , Решение инженерных задач на ЦВМ, Энергоиздат, 1964.
- 10 4.11. Б.М. К о г а н , Общие вопросы построения систем автоматизации с управляющими вычислительными машинами, "Электричество", № II, 1962.
- 11 4.12. А.А. Ф е л ь д б а у м , Вычислительные устройства в автоматических системах, Физматгиз, 1959.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Предисловие.....	3
Г л а в а I. <u>Математические функционально-статистические модели объектов контроля</u>	12
§ I.1. Определение математической модели объекта контроля	14
§ I.2. Определение законов распределения параметров объекта контроля методом интегрирования дифференциальных уравнений.....	19
§ I.3. Определение законов распределения параметров объекта контроля с использованием метода статистической линеаризации.....	24
§ I.4. Определение законов распределения параметров объекта контроля с использованием метода гармонической линеаризации.....	28
§ I.5. Оценка влияния законов распределения параметров элементов на статистические характеристики параметров объекта.....	31
§ I.6. Оценка вероятностных характеристик параметров объекта при малых интенсивностях внешних воздействий и отклонениях параметров элементов объекта	34
§ I.7. Оценка вероятностных характеристик дискретных систем объекта	37
§ I.8. Оценка степени неопределенности состояния объекта контроля	46
Г л а в а II. <u>Функционально-статистическая модель процесса и системы контроля и управления</u> ...	51
§ 2.1. Основные понятия и определения	52
§ 2.2. Энтропия объекта в процессе контроля и управления	56

	Стр.
§ 2.3. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления	59
§ 2.4. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления при нормальном совместном законе распределения входных и выходных параметров	62
§ 2.5. Энтропия и информация в системах подстройки регулирования и управления	70
§ 2.6. Энтропия степени свободы процесса контроля и управления	74
§ 2.7. Динамические статистические характеристики процесса контроля и управления	76
Г л а в а III . <u>Обобщенный функционально-статистический критерий оценки эффективности АСКУ</u>	79
§ 3.1. Процесс контроля и управления как источник информации	80
§ 3.2. Алгоритм работы АСКУ	81
§ 3.3. Точность работы аппаратуры АСКУ	84
§ 3.4. Время контроля и управления объектом	89
§ 3.5. Стоимость контроля и управления объектом ...	92
§ 3.6. Вес и объем оборудования	93
§ 3.7. Вывод обобщенного функционально-статистического критерия оценки эффективности процесса и АСКУ	96
§ 3.8. Некоторые частотные статистические критерии оценки эффективности процесса и АСКУ	100
Г л а в а IV . <u>Оптимизация и оценка эффективности процесса и АСКУ по обобщенному функционально-статистическому критерию</u>	104
§ 4.1. Алгоритм оптимизации процесса и АСКУ по обобщенному функционально-статистическому критерию	104
§ 4.2. Определение оптимальных значений некоторых параметров АСКУ	107

	Стр.
§ 4.3. Оценка эффективности	108
§ 4.4. Оценка эффективности АСКУ при контроле m из m параметров без учета надежности соб- ственно системы контроля	109
§ 4.5. Оценка эффективности АСКУ при контроле k ✓ из m параметров без учета надежности соб- ственно АСКУ	113
§ 4.6. Оценка эффективности АСКУ с учетом ее надеж- ности	115
§ 4.7. Оценка эффективности АСКУ с учетом эксплуата- ционной стоимости	116

Корректор Б.Б. Пдкевич