

681.51(045.8)

М54

А.П. Ладанюк
Н.М. Луцька
В.Д. Кишенько
Л.О. Власенко
В.В. Іващук

МЕТОДИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ УПРАВЛІННЯ



681.51(075.8)
М54

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

А.П. Ладанюк, Н.М. Луцька,
В.Д. Кишенько, Л.О. Власенко, В.В. Івашук

МЕТОДИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ УПРАВЛІННЯ

Підручник

Київ
Видавництво Ліра-К
2019

УДК 681.51.01(075.8)

M54

*Затверджено Вченою радою
Національного університету харчових технологій як підручник для
студентів закладів вищої освіти
(протокол № 9 від 29 березня 2018 р.)*

Рецензенти:

Осадчий С.І. – д-р техн. наук., проф., завідувач кафедри автоматизації виробничих процесів Центрального українського національного технічного університету;

Лисенко В.П. – д-р техн. наук., проф., завідувач кафедри автоматики та робототехнічних систем ім. академ. І.І. Мартиненка Національного університету біоресурсів і природокористування;

Беляєв Ю.Б. – д-р техн. наук., проф., професор кафедри інтегрованих автоматизованих систем управління Національного університету харчових технологій.

M54 **Методи сучасної теорії управління: підручник /**
А.П. Ладанюк, Н.М. Луцька, В.Д. Кишенько, Л.О. Власенко,
В.В. Івашук – Київ : Видавництво Ліра-К, 2019. – 368 с.

ISBN 978-617-7605-36-1

У посібнику викладено окремі розділи сучасної теорії управління та їх застосування для автоматизації складних об'єктів.

З єдиних методичних позицій розглядаються застосування методу координат стану, аналізу та синтезу систем при випадкових діяннях, багатовимірні та робастні регулятори, основи синергетики, управління хаосом, багатокритеріальні задачі.

Рекомендовано для студентів освітнього ступеня «магістр» за спеціальністю «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Може бути корисним аспірантам та інженерно-технічним працівникам.

482 116

УДК 681.5

ISBN 978-617-7605-36-1

© Ладанюк А.П., Луцька Н.М.,
Кишенько В.Д., Власенко Л.О.,
Івашук В.В., 2018
© Видавництво Ліра-К, 2018

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	6
ВСТУП	7
Розділ 1. Загальна характеристика методів, об'єктів та систем сучасної теорії управління (СТУ)	
1.1. Методи СТУ	10
1.2. Технічні системи. Технологічні об'єкти	21
1.3. Організаційні системи	36
1.4. Організаційно-технічні (технологічні) системи (ОТС)	41
1.4.1. Загальні принципи управління ОТС	48
1.4.2. Завдання та атоми управління ОТС	58
<i>Контрольні запитання</i>	65
Розділ 2. Методи простору станів для аналізу та синтезу лінійних багатовимірних систем	
2.1. Математичні моделі та структурні схеми систем у просторі змінних стану	66
2.2. Матричні передаточні функції	70
2.3. Керованість та спостережність багатовимірних систем	75
<i>Контрольні запитання</i>	80
Розділ 3. Аналіз та синтез систем при випадкових діях	
3.1. Статистичний підхід. Характеристики випадкових процесів	81
3.2. Перетворення випадкових процесів автоматичною системою	94
3.3. Мінімізація дисперсії вихідного сигналу	97
3.4. Оптимальна фільтрація випадкових сигналів	102
3.5. Оптимальне оцінювання стану багатовимірних об'єктів	106
3.6. Статистичний аналіз сигналів технологічних об'єктів	112
<i>Контрольні запитання</i>	124
Розділ 4. Статистичне керування, діагностування та прогнозування	
4.1. Вимоги до експериментальних даних	125
4.2. Методи статистичної діагностики	128
4.3. Методи статистичного прогнозування	144
4.4. Випереджувальне керування енергоефективністю технологічних процесів	148
<i>Контрольні запитання</i>	157

Розділ 5. Загальна задача синтезу регуляторів	
5.1. Основні етапи синтезу регуляторів в класі лінійних стаціонарних систем.....	158
5.2. Стабілізація та забезпечення заданої якості системи при використанні зворотнього зв'язку за похідними, диференціальних та інтегральних ланок у прямому ланцюзі.....	161
5.3. Вплив місцевих зворотніх зв'язків	165
5.4. Загальні принципи синтезу регуляторів (параметричний синтез).....	168
5.5. Чутливість систем керування.....	171
5.6. Гібридні моделі в задачах аналізу та синтезу складних систем керування.....	178
<i>Контрольні запитання</i>	191
 Розділ 6. Методи синтезу регуляторів в класі багатовимірних стаціонарних систем	
6.1. Постановка задачі та математичні моделі багатовимірних систем	192
6.2. Динамічне та статичне розв'язування каналів	199
6.3. Задача аналітичного конструювання оптимальних регуляторів.....	204
<i>Контрольні запитання</i>	212
 Розділ 7. Основи теорії робастних систем	
7.1. Загальні положення	213
7.2. Види невизначеності в автоматичних системах.....	215
7.3. Робастна стійкість систем з різними видами невизначеностей	219
7.4. Робастна стабілізація систем.....	231
7.5. Робастні H_2 та H_∞ -регулятори (в просторі станів).....	236
7.6. Комбінування робастного та адаптивного керування в інтелектуальних системах.....	243
7.7. Приклади.....	246
<i>Контрольні запитання</i>	253
 Розділ 8. Синергетичні методи управління складними системами	
8.1. Загальні положення.....	254
8.2. Синергетичні системи управління і самоорганізації	271
8.3. Управління автоматизованими технологічними комплексами харчових виробництв на основі сценарного підходу та принципів синергетики.....	280
8.4. Задачі аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР).....	297
<i>Контрольні запитання</i>	324

Розділ 9. Керування хаосом	
9.1. Загальні положення та особливості хаотичних систем	325
9.2. Задачі керування хаотичними процесами	328
9.3. Методи керування хаотичними процесами	331
9.4. Теорія катастроф та керування ризиками. Загальні положення	336
<i>Контрольні запитання</i>	343
Розділ 10. Оптимізація багатооб'єктних багатокритеріальних систем на основі стабільно-ефективних компромісів	
10.1. Постановка задачі проектування і управління ББС в умовах конфлікту та невизначеності	344
10.2. Математична модель конфліктної ситуації в ББС	346
10.3. Системний аналіз функціонування ББС в умовах багатофакторних ризиків	352
10.4. Приклади	355
<i>Контрольні запитання</i>	365
Література	366

ПЕРЕДМОВА

При підготовці магістрів за спеціальністю «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» викладається ряд дисциплін, метою яких є підсилення теоретичної підготовки майбутніх фахівців. Дисципліна «Методи сучасної теорії управління» є однією з кількох інших, які доповнюють та розширюють коло питань з проблем автоматизації виробництва, які вивчались на III–IV курсах.

Теорія управління в кінці XX ст. та на початку XXI ст. отримала потужні ресурси для подальшого розвитку. Це стосується того, що вперше виникла та інтенсивно розвивається можливість активного поєднання теоретичних методів та їх використання для синтезу та дослідження систем автоматизації різного рівня та призначення на основі сучасних комп'ютерних технологій, застосування мікропроцесорних засобів та ПК, об'єднаних у мережі з відповідним програмним забезпеченням.

У технічній літературі термін «сучасна теорія управління» об'єднує ряд напрямів створення сучасних ефективних систем автоматизації, що доповнюють класичну теорію управління. Приймається, що класична теорія управління об'єктується лінійними системами, яким відповідають математичні моделі у вигляді систем диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами. В рамках класичної теорії управління отримано також ряд результатів для нелінійних та нестационарних систем, оптимального керування тощо.

Сучасна теорія управління (останнім часом використовується також термін «новітня теорія управління») характеризується спрямуванням на оптимізацію складних об'єктів у широкому сенсі з урахуванням багатокритеріальних задач, поєднанням традиційних показників стійкості та якості систем з вимогами енергозбереження, економії ресурсів, особливостями керування в нештатних ситуаціях, прийняття рішень в умовах невизначеності тощо.

У цьому навчальному посібнику розглядаються деякі розділи сучасної теорії управління, які безпосередньо стосуються проблеми створення систем автоматизації технологічних об'єктів, комплексів і виробництв. Це такі питання: використання методу простору станів; оцінювання стану багатовимірних об'єктів; оптимальна фільтрація випадкових сигналів; синтез багатовимірних регуляторів і систем; основи робастного керування (у тому числі H_2 - та H_∞ -регулятори); основи синергетичної теорії керування; хаотичні системи тощо.

ВСТУП

У промисловості постійно зростає складність процесів управління виробничо-економічними системами, розвивається їх взаємна інтеграція. Виникла об'єктивна необхідність автоматизованого керування новими типами (класами) систем: організаційно-технічними (технологічними) або техніко-організаційними.

У таких системах значну роль відіграє людина як активний елемент, що не дає можливість використовувати традиційні методи формування керувальних дій.

Методи класичної теорії автоматичного керування (70-і роки XIX ст. – середина XX ст.) дали змогу автоматизувати широкий клас технічних систем (технологічних систем) на основі низки припущень щодо: певної детермінованості; лінійності (лінеаризованості у малому); реалізованості; стаціонарності; відносної простоти; зосередженості координат; достатності вивчених характеристик; можливості побудови регулярних математичних моделей.

Класична теорія автоматичного керування використовує структурне моделювання, формалізовані методи, що розроблені на основі диференціальних рівнянь, оптимального керування, операційного числення, гармонічного аналізу.

Керування широким класом об'єктів потребує врахування таких їх властивостей: нелінійності; розподіленості координат; недетермінованості; нестаціонарності та ін.

Сучасна теорія управління використовує власні методи: формалізовані регулярні методи синтезу на основі уявлень простору станів; векторно-матричне уявлення; створення адаптивних і робастних систем; методи оптимізації у широкому плані (структурної, параметричної, економії енергоносіїв) тощо.

Це дає можливість синтезувати класи систем: багатовимірні; нелінійні; з розподіленими координатами; із змінюваною структурою; дискретні та ін.

Подальший розвиток теорії та практики автоматизації пов'язаний з використанням ідей штучного інтелекту (інтелектуалізації систем), що характерно для новітньої теорії управління, яка використовує відповідні методи:

- створення штучних нейронних мереж;
- використання нечіткої (fuzzy) логіки;
- розробку еволюційних (генетичних) алгоритмів;
- керування хаосом, урахування синергетичних ефектів тощо.

Підтримка прийняття рішень на основі методів штучного інтелекту дає змогу зменшити наслідки таких негативних явищ, пов'язаних з «людським фактором», як зниження надійності; зменшення показників якості управління в реальному часі, точності прогнозу; неповнота знань для управління.

При цьому треба враховувати, що новітні методи та алгоритми лише доповнюють існуючі системи, а не замінюють їх, розширюють функціональні можливості сучасних систем.

У середині ХХ ст. сформувались методи теорії управління іншим класом об'єктів – організаційними системами:

- класифікація на базі системного підходу;
- принципи побудови, реконструкції та функціонування.

Водночас для класу організаційних систем мало використовувалися формалізовані методи, оскільки вони мали такі особливості: складність; активність; відкритість; самоорганізація; нестаціонарність; нелінійність; багатовимірність та ін.

Для організаційних систем в основному використовуються евристичні методи, засновані на досвіді використання таких систем. На першому місці тут важливу роль відіграють суб'єктивні рішення при управлінні. Наявність людини приводить до необхідності врахування «людського фактора». В організаційних системах застосування інтелектуальних підсистем практикується на верхніх рівнях. Вони засновані на формалізації знань для отримання управлінських рішень при типових ситуаціях функціонування системи. В цьому напрямі відомі роботи із створення активних систем (В.М. Бурков), використання теорії ігор (А.В. Щепкін, Д.А. Новіков), теорії математичного моделювання та оптимального планування (Л. Канторович, В. Новожилов).

Виділений у новітній теорії управління клас організаційно-технічних процесів (систем) має риси як технічних, так і організаційних систем: багатовимірність; складність і змінюваність структури; наявність і змінювання багатьох цілей; недетермінованість; активність та ін.

У системах керування організаційно-технічними процесами (ОТП) рішення приймаються людиною – особою, яка приймає рішення (ОПР). Наявність у системі ОПР має позитивні наслідки: адаптивність; толерантність до змінювання структури, властивостей системи тощо.

Разом з тим ОПР має обмежені можливості щодо сприйняття та обробки великих масивів інформації, низьку надійність (пов'язану зі

втомлюваністю), невідповідність кваліфікації, запізнювання у прийнятті рішень.

Організаційно-технічні процеси мають гібридний характер, тому застосування лише формалізованих регулярних методів синтезу керування, які зазвичай застосовуються до технічних систем, або лише евристичних способів, характерних для організаційних об'єктів, не дає бажаного результату, тому для створення ефективно функціонуючих систем управління ОТП використовуються комбіновані підходи – оптимальне поєднання формалізованих регулярних методів та інтелектуальних методів та евристик (сукупність логічних прийомів і методичних правил теоретичного дослідження для пошуку істини). Крім того, використання цих методів засновано на застосуванні системного підходу, пов'язаного з накопиченням, аналізом і систематизацією та використанням задач, які виникають у процесі управління та потребують оперативного розв'язання.

Слід враховувати, що межа між формалізованими регулярними методами та евристичними способами досить умовна. Це пов'язано передовсім з тими припущеннями, які приймаються при застосуванні формалізованого методу, що може призвести до некоректних рішень. Використання ж додаткових евристик й апріорної інформації може сприяти регуляризації задачі та її розв'язанню новим інтелектуальним методом. При накопиченні достатніх даних і необхідного досвіду та теоретичному обґрунтуванні ці методи переходять у клас регулярних.

Наприклад, у задачах оптимального керування градієнтний метод пошуку мінімуму успішно знаходить глобальний екстремум опуклої функції, але при багатоекстремальній функції (гребінчастій) цей метод неприйнятний. Тоді доводиться вводити додаткову функцію (стабілізатор) для зміни функції (функціоналу), тобто забезпечується штучна «опуклість» і градієнтний метод стає коректним.

Для використання комбінованого підходу існують об'єктивні умови:

- зросла потужність комп'ютерів, особливо об'єднаних у мережі;
- розширились можливості комп'ютерних технологій;
- реальністю стало застосування методів штучного інтелекту (частина комп'ютерної науки, яка досліджує та розробляє методи розумної поведінки). Отже, існують формалізовані методи, за допомогою яких з використанням комп'ютера задачі розв'язуються не гірше, ніж природнім інтелектом.

РОЗДІЛ 1.

Загальна характеристика методів, об'єктів та систем сучасної теорії управління (СТУ)

1.1. Методи сучасної теорії керування

В кінці ХХ на початку ХХІ століть перед наукою керування виникли і розвиваються нові проблеми та задачі керування насамперед складними об'єктами, які функціонують в умовах суттєвих збурень, невизначеностей та ризиків. Сучасна (новітня) теорія керування сформулировала такі основні напрямки досліджень:

- використання математичних моделей в координатах стану для визначення показників спостережуваності та керованості складних об'єктів та систем;

- розробка теоретичних основ побудови робастних систем керування, які функціонують в умовах невизначеності;

- сучасні методи статистичного керування для забезпечення високих показників ресурсо- та енергосективності;

- методи H_2 - та H_∞ -оптимізації для багатовимірних систем;

- методи випереджувального керування з прогнозом;

- методи адаптивного, ситуаційного та прецедентного керування;

- класифікація та кластеризація об'єктів керування за основними показниками їхніх структур, множини станів функціонування, забезпечення ефективності використання матеріальних та енергетичних ресурсів, наприклад виділення класу організаційно-технічних (технологічних) систем;

- геометричні методи теорії нелінійних систем, застосовані на розвитку понять простору станів на нелінійних топологічних просторах;

- синергетичні підходи в теорії керування (основоположник І. Пригожин, задачі синтезу систем керування – А.А. Колесніков). Цей метод дає можливість подолати «прокляття розмірності» для складних нелінійних багатовимірних систем з використанням параметрів порядку (узагальнених змінних), які однозначно характеризують стан системи та її можливу поведінку;

- теорія катастроф, яка досліджує якісну поведінку нелінійних систем, можливі зміни (біфуркації) та зв'язок з параметрами

системи. Цей підхід запропонував французький математик Р. Тома у другій половині ХХ ст. Теорія катастроф, зокрема, вивчає структурну стійкість та структурно-стійкі (грубі) системи, поняття про які ввів ще в кінці ХІХ ст. А. Пуанкаре, а пізніше цією проблемою уже в ХХ ст. займався А.А. Андронов, Л.С. Понтрягін;

- теорія хаосу як нового типу рухів, які можуть виникати в нелінійних системах в результаті біфуркацій та появи «дивного атратора». Ці властивості відносяться до детермінованих систем (детермінований хаос), а траєкторії рухів сильно залежать від початкових умов, тому незначні зміни початкового стану можуть приводити до як завгодно великих змін кінцевого стану. Для систем третього порядку можуть виникати різні перехідні процеси (збіжні, розбіжні, автоколивання), чим займається нелінійна динаміка;

- теорія фрактальних процесів і структур. Вперше термін «фрактал» ввів французький математик Б. Мандельброт для хаотичних систем, які мають самоподібні структури (фрактальні): сніжинки Х. Коха нескінченної протяжності при кінцевих розмірах самої фігури, килим Серпінського, множини Кантора. Математичний опис фракталів має дробову розмірність, яка перевищує (на цей дріб) розмірність самого об'єкта (Хаусдорф Ф.).

Окремою проблемою сучасної теорії керування є вдосконалення структури та процесів функціонування великих систем на рівні підприємств, корпорацій, галузей промисловості, організаційних об'єднань. В системах будь-якого призначення для складних об'єктів завжди використовують ієрархічні структури, на верхніх рівнях яких формують задачі, цілі критерії як техніко-економічні показники, а на нижніх забезпечується реалізація ресурсо- та енергоефективних методів формування керувальних дій на об'єкт в різних станах його функціонування. В таких системах завжди є особа, яка приймає рішення на основі ретельно підготовленої інформації у вигляді баз даних, баз правил (знань), рекомендацій щодо подальшого керування тощо. Все більшого значення набуває також «людський фактор (чинник) в умовах керування з невизначеностями та ризиками».

В загальну науку про керування входить також дисципліна «Дослідження операцій», яка виникла під час Другої світової війни стосовно воєнних операцій. Процедури дослідження операцій на основі системного підходу не виключають людини з процесу керування, а передбачають оптимізацію сумісної роботи людини та техніки для:

- визначення мети системи;

- дослідження її структури;
- визначення (вибір) критеріїв ефективності;
- побудови моделей;
- синтезу плану дій на основі математичного програмування, математичної статистики, теорії ігор та ін.

Математичний апарат дослідження операцій – сіткове планування, теорія розкладів (визначення порядку слідування операцій), керування ресурсами (матеріальними та людськими), керування запасами (невикористаними ресурсами), теорія масового обслуговування, теорія ігор (дослідження операцій в конфліктних ситуаціях).

Нарешті, варто визначити деякі поняття та терміни, які є найбільш уживаними як в теорії автоматичного керування, так і в системному аналізі. Пов'язано це з тим, що процес керування будь-яким об'єктом реалізується в системі автоматизації (системі керування, системі регулювання), а ключовий термін «система» може об'єднувати різні пристрої, структури мережі, призначені для об'єктів різної складності і розмірності. В початкових планах бакалаврів є дисципліна «Системний аналіз складних систем керування», а магістрів – «Спеціальні задачі системного аналізу», тому в даному посібнику розглядаються лише окремі аспекти системного аналізу, який мають безпосередній зв'язок з проблемами керування технологічними об'єктами та комплексами. Наприклад, складні системи є відкритими, тобто обмін із зовнішнім середовищем завжди здійснюється за рахунок інформаційних, матеріальних та енергетичних потоків.

Необхідно враховувати такі особливості об'єктів автоматизації, які використовуються в системному аналізі:

- наявність особи, яка приймає рішення (ОПР);
- ієрархічна структура, а окремі частини загальної системи (підсистеми) в окремих задачах можуть розглядатись як складні системи;
- для математичних моделей використовуються як формалізовані (чіткі), так і якісні (нечіткі, лінгвістичні) методи;
- наявність ефекту емерджентності: властивості системи можуть мати характеристики, яких не має жоден окремий елемент (підсистема). Це означає, що властивості системи не зводяться до простої суми властивостей елементів (підсистем), що проявляється, зокрема, в нелінійних ефектах взаємодії елементів (підсистем);
- необхідність розробки та використання окремих видів забезпечення – інформаційного, програмного, технічного,

організаційного (часто виділяються окремо також математичне, алгоритмічне, методичне та інші забезпечення);

- використання комплексного підходу в задачах аналізу та синтезу процедур декомпозиції та агрегування, які за призначенням поділяються на цільові, ситуаційні, інформаційні, структурно-функціональні, організаційно-процедурні, техніко-економічні.

Особливого значення набувають, як уже відзначалось раніше, різні методи коректного комплексування механізмів формування керувальних дій, а загальна теорія керування продовжує активно розвиватись, охоплюючи широкий клас об'єктів та різні сфери діяльності людини.

Сучасна теорія керування використовує ряд методів для підвищення ефективності керування складними об'єктами, серед яких важливе місце займають технологічні процеси, агрегати та комплекси з урахуванням їх суттєвих особливостей. Кожен із методів автоматизації має своє призначення та галузь застосування, а однією з важливих тенденцій, особливо в останні два-три десятиліття, стало об'єднання цих методів – комплексування – для забезпечення високих техніко-економічних показників функціонування складних об'єктів, яке повинно відповідати поставленим цілям та мати науково-технічне обґрунтування, насамперед щодо використання коректних математичних засобів і можливостей програмного й технічного забезпечення в системах автоматизації. Комплексування базується на перевагах у досягненні цілей на основі системного підходу та ефекту емерджентності, який полягає в тому, що система має нові (емерджентні) властивості, яких не має жоден з її елементів (підсистем), але це не визначається простою сумою властивостей окремих частин, у тому числі використовуваних методів. Таким чином, коли мова йде про методи автоматизації, то їх відбір визначається системоутворювальним ефектом щодо сприяння досягненню мети при функціонуванні системи. Для визначення системоутворювальних факторів необхідно на основі аналізу функцій і цілей системи враховувати насамперед ряд характеристик та властивостей, які є інваріантними для будь-якої системи: цілісність, взаємозалежність, когерентність, стохастичність, цілеспрямованість, еволюціонізм, відкритість, тривалість неперервного функціонування.

Для систем автоматизації емерджентність проявляється за рахунок взаємодії підсистем (елементів) або використання нових методів, їх комплексування. Крім того, емерджентність забезпечує:

- значне нелінійне підсилення малопомітної раніше властивості;
- непередбачений поділ (біфуркації) будь-якої підсистеми;
- рекомбінацію зв'язків між елементами.

Використання ієрархічних систем керування призводить до виражених системних ефектів, у тому числі емерджентності, але додавання до існуючої системи нових, більш високих рівнів ієрархії уповільнює зростання системних ефектів порівняно з нижніми рівнями. Разом з тим, чим вищий ступінь ієрархічності системи керування, тим вона менше змінює рівень системності і тим більша живучість системи, що пояснюється наявністю системоутворювальних факторів на різних рівнях організації системи.

Аналіз існуючих методів керування складними технологічними об'єктами з урахуванням їх переваг, що можуть бути комплексовані, для одержання систем керування з новими якісними властивостями.

Викладення основних результатів дослідження. Комплексування методів автоматизації збігається за часом з розробкою та впровадженням інтегрованих систем керування різного призначення, що в 90-х роках минулого століття за рахунок розвитку комп'ютерних технологій і нових видів ЕОМ призвело до створення нових структур у рамках концепції комп'ютерно-інтегрованого виробництва – CIM (Computer-integrated manufacturing).

Виробництва та технологічні комплекси неперервного типу характеризуються значними матеріальними та енергетичними потоками, що породжує значні інформаційні масиви, які використовуються в системах автоматизації.

При цьому виробничий процес та основне технологічне обладнання є інтегрованими, тобто однозначно взаємозв'язаними й узгодженими на значних інтервалах часу, але функціонують в умовах суттєвих збурень, що приводить до задач стабілізації з урахуванням вимог до якості готової продукції й необхідності використання ресурсо- та енергоефективних методів і алгоритмів керування. Водночас у системах керування є можливості для оптимізації технологічних режимів та координації функціонування підсистем.

Подальший розвиток автоматизації як визначального напрямку науково-технічного прогресу безпосередньо пов'язаний з появою та розвитком MES-систем (Manufacturing Execution System), в яких реалізуються функції оптимізації виробництва з використанням задач аналізу інформації та координації підсистем на основі

спеціалізованих програмних комплексів. Використання MES-систем як спеціального промислового софту дає змогу значно підвищити фондовіддачу технологічного обладнання та досягти високих техніко-економічних показників виробництва. Для конкретних умов завжди виникає науково-технічна задача розробки необхідного математичного забезпечення та надаються унікальні можливості комплексування сучасних методів автоматизації в рамках MES-систем для конкретного виробництва, особливо за умов інтеграції з ERP (Enterprise Resource Planning System) – системою планування ресурсів підприємства.

Про необхідність комплексування методів автоматизації на основі системного підходу як використання нових можливостей при обґрунтованому поєднанні кращих сторін різних методів у 2000 р. писав відомий фахівець у галузі теорії автоматичного керування А.А. Красовський: «Криза ... полягає в тому, що адаптивність, оптимальність, точність, робастність, модульність, надійність, безпека розглядаються окремо один від одного, автономно ...

Разом з тим адаптивність і робастність практично не можуть існувати без

прогнозування, екстраполяції на обмеженому ковзному інтервалі. Адаптивність і робастність без точності й енергозбереження не потрібні, тому що сучасна техніка вимагає граничного використання ресурсів, якщо не в штатних, то в аварійних ситуаціях.

Оптимальне адаптивне та робастне регулювання багатовимірних багатозв'язних об'єктів можливе лише при використанні функціоналів узагальненої роботи».

Починаючи з 40-х та 50-х років минулого століття і до цього часу, науковців цікавить можливість ефективної компенсації збурень у рамках положень теорії інваріантності. Нескінченні дискусії щодо можливості створення абсолютно інваріантних систем з нульовою похибкою $\Delta X \equiv 0, \forall t \in t_{pez}$ (t_{pez} – час регулювання) приводять до різних висновків щодо фізичної реанімації таких систем. Наприклад, В.М. Кунцевич показав можливості комплексування методів робастності, адаптивності та інваріантності, але за реальних умов при параметричній невизначеності моделі об'єкта мова може йти лише про квазіінваріантність і лише для лінійних систем.

Водночас у ряді наукових праць в останні 10–15 років продовжуються публікуватись нові результати, у яких можна отримати умови досяжності інваріантності системи керування для енергетичних

об'єктів, а можливості синтезу інваріантних систем на основі моделей у координатах стану використовують методи технології вкладення. Такий підхід одночасно забезпечує стійкість, інваріантність та оптимальність систем керування. Для задач керування різними об'єктами, насамперед багатовимірними та багатозв'язними, в ряді праць отримано результати умов вибіркової інваріантності, у тому числі інваріантності однієї координати об'єкта від $(n-2)$ збурень або $(n-2)$ координат від одного збурення (n -порядок системи).

Достатньо відома постановка задачі щодо параметричної інваріантності, коли забезпечується незалежність вихідних змінних системи не лише від зовнішніх збурень, а й від зміни її параметрів (двократна інваріантність). Це дало змогу на одній основі розглядати питання керованості, інваріантності та чутливості. На відміну від основоположних понять щодо керованості (Р. Калмана), коли розглядається лише вектор керувальних дій для переведення системи у потрібний стан, у розгляд вводиться також вектор зовнішніх збурень, вектор зміни параметрів, а також початкові умови стану системи.

Часто виникала задача об'єднання можливостей інваріантного та оптимального керування, але це потребує використання спеціальних підходів. Аналізуючи цю проблему, автор статті пише: «... Це була втрачена можливість створення нового типу регулятора та систем керування. ... Цьому сприяла теорія оптимального керування, яка успішно розвивалась і, начебто, повинна була вказати кращі системи керування, але інваріантного керування вона виявити не змогла, оскільки таких, які пропонував Г.В. Щіпанов (автор теорії інваріантності – авт.) немає, а є квазіінваріантні. Це практично одне і теж, але серед квазіінваріантних немає оптимальних, і тому теорією оптимального керування вони не могли бути виявлені. ... Постановка задачі оптимізації повинна бути суттєво зміненою.

Особливістю квазіінваріантних систем керування є також наявність великого коефіцієнта підсилення, оскільки малі значення похибки повинні привести до компенсації порівняно значного зовнішнього збурення». Нові можливості для комплексування методів автоматизації надають інтелектуальні системи, які стрімко розвиваються, розширюючи сфери застосування, про що може свідчити також використання квантових обчислень. У цьому підході розглядаються задачі проектування робастних інтелектуальних систем керування в умовах непередбачуваних ситуацій функціонування системи. Комплексування у цьому разі полягає в

тому, що використовується квантовий алгоритм керування самоорганізацією, зокрема для робастних баз знань. Якісні характеристики керування (стійкість, керованість, робастність) оцінюються за термодинамічним критерієм у вигляді мінімуму узагальненої ентропії. Квантовий алгоритм керування самоорганізацією використовується для суттєво нелінійного та глобально нестійкого об'єкта для розв'язання задачі векторної оптимізації на основі принципу декомпозиції баз знань. Ефективність застосування інтелектуальних систем керування визначається гарантованим досягненням мети керування на верхньому рівні та мінімальною витратою корисного ресурсу системи «об'єкт керування–регулятор» на нижньому (виконавчому) рівні ієрархічної системи автоматичного керування.

482186

Поєднання робастних систем з іншими методами керування на сьогодні проявляється в двох аспектах: на основі теорії чутливості та використання H_∞ -норми однієї з характеристик системи як критерію керування. Перший підхід базується на існуючих методах синтезу (нечіткі регулятори, нейрон-мережеві регулятори або алгоритми, адаптивні системи тощо), а для доведення їх робастності використовується теорія чутливості. Другий підхід має два напрямки – це робастний регулятор в системі з переключенням та в структурі системи керування, де поряд з робастним регулятором існують адаптивні або інтелектуальні блоки.

Одним із підходів збільшення ефективності функціонування складних ТК є синтез методів координації та методів ситуаційного керування. Необхідність вирішення задачі координації пояснюється тим, що при оцінці ефективності функціонування ТК саме взаємні зв'язки між підсистемами мають найбільш суттєве значення. Даний підхід може бути застосований до будь-яких складних об'єктів, які мають складні нелінійні зв'язки. Для вирішення задачі координації необхідно провести аналіз досліджуваного об'єкта, виділити підсистеми та критерій оцінки ефективності, сформувані алгоритми координації та комплекс системи керування на основі виділених підсистем. При декомпозиції ТК на підсистеми виникає ієрархічна структура і, як результат, формується глобальна мета системи та частинні цілі підсистем. Розв'язанням задачі координації є визначення взаємодії підсистем, при яких керування, оптимальні за критеріями ефективності кожної з підсистем, є також оптимальними за загальним критерієм для ТК в цілому. Проте виробничі процеси відбуваються в умовах, що характеризуються певним діапазоном

зміни параметрів процесів, вихід за які означає появу нештатної (аварійної) ситуації, пов'язаної з порушенням виробничого регламенту (всілякі порушення в ході технологічних процесів, вихід з ладу технологічного обладнання, збій електроживлення тощо). Поставлена задача розв'язується за рахунок того, що система автоматизації процесів координації підсистем ТК з використанням ситуаційного керування містить у своєму складі координатор, класифікатор, базу знань, розв'язувач, аналізатор. У режимі реального часу координатор розв'язує задачу координації за принципом прогнозування взаємодій, координатор в явному вигляді визначає момент часу та дії координації, що мінімізує ймовірність виникнення нештатних ситуацій, а якщо вже така ситуація виникла, то шукає ідентичні ситуації в базі знань, а за їх відсутності – переглядає вплив обраного ним рішення на кілька кроків вперед на основі описів об'єкта керування і процесів, що відбуваються в ньому. При вдалому прогнозі координатор приймає відповідне рішення з подальшим занесенням ситуації та виробленого керування до бази знань.

Для оцінки ефективності функціонування ТК використовується ряд економічних і техніко-економічних показників (собівартість продукції, прибуток, рентабельність, об'єм продукції, що випускається). Автоматизація процесу координації безпосередньо пов'язана зі зміною матеріальних потоків, технологічних режимів, зміною структури системи керування й об'єкта.

Загальна оцінка функціонування технологічного комплексу із системою керування виконується на основі узагальненого економічного показника типу прибутку:

$$\Pi = \int_0^{T_{зв}} \sum_{k=1}^K (B_k C_k - \sum_{i=1}^I Z_i) d(t) \quad (1.1)$$

де $T_{зв}$ – звітний період часу; B_k , C_k – відповідно, випуск та ціна k -го продукту; Z_i – затрати на випуск продукції, включаючи витрати на систему керування.

Випереджувальне керування. В технічній літературі останніх років багато уваги приділяється питанням розробки та впровадження інтелектуальних систем різного призначення, у тому числі для керування технологічними об'єктами та комплексами. До сучасної парадигми керування відноситься метафора інтелектуального актогенеза, яка розглядає принципи

функціонування технічних об'єктів з позицій механізмів організації ціленаправленого поведінкового акта живого організму. В інтелектуальній системі керування повинні закладатись механізми корекції з ефектом випередження («зазирання в майбутнє»), порівняння поточної дії зі «свіжими слідами» цієї ж дії, визначення відхилення від заданих параметрів, що і є сигналом для коригування (фактично це – екстраполяція (рух з випередженням) з аналізом попередніх, поточних та майбутніх ситуацій та знаходженням прецедентів – аналогів. Таке керування базується на положеннях теорії функціональних систем:

- весь процес функціонування інтелектуальної системи розбивається на дискретні «кванти», кожен з яких закінчується різними показниками забезпечення проміжного та кінцевого результатів з їх постійною оцінкою;

- за своєю природою процес керування є прогностичним з екстраполяцією кінцевого результату («модель потрібного майбутнього»).

Фактично система повинна мати можливість отримати оцінки своїх дій з аналізом варіантів результатів, їх екстраполяції на часовому «кванті», тобто дискретність керування та прогноз – ознаки інтелектуальних систем керування.

Таким чином, керування з прогнозом передбачає майбутню поведінку об'єкта на основі необхідної інформації. Випереджувальне керування (упреждающее – рос.) називають також «методом керування з прогнозом» або «прогнозної моделі», а в зарубіжній літературі – «Predictive control» або «Model-Based Predictive control».

Цей напрям в теорії керування складними об'єктами розвивався в різних аспектах (50–70-і роки минулого століття):

- формування керувальної дії на основі передбачення майбутньої поведінки об'єкта з використанням прогнозувального пристрою у вигляді аналогової моделі, яка працює у прискореному масштабі часу;

- використання прогнозувальної моделі в задачах АКОР (алгоритми з чисельними диференціюванням, з матрицею чутливості, з аналітичним розв'язком, синхронним детектуванням та ін.);

- методи випереджувального керування з прогнозувальними моделями для отримання «майбутнього» за фіксованих керувальних дій та збурень. При цьому необхідно враховувати, що керувальна дія формується з урахуванням прогнозованих та поточних станів

об'єкта, але будь-який прогноз достовірний на обмеженому інтервалі часу, тому для формування керування використовуються оцінки на кожному інтервалі. Фактично на кожному такті функціонування об'єкта знаходяться оптимальні рішення з наступною корекцією та збереженням тривалості часу прогнозу, тобто інтервал оптимізації співпадає з інтервалом часу прогнозу, «ковзає» по часовій осі. Одна з проблем такого керування – неможливість врахування обмежень на керувальні дії (оптимізація критерію якості процесів керування проводиться в кінці інтервалу прогнозу).

Стратегія випереджувального керування для лінійних дискретних нестационарних об'єктів формується на моделі:

$$X(t+1) = A(t)X(t) + B(t)U(t), \quad (1.2)$$

$$X(0) = X_0, \quad (1.3)$$

де: $t \in Z : x \in X = R^n$ – стан; $U \in R^r$ – керування

$$U = \left\{ u = (u_1, u_2, \dots, u_r) \mid \underline{u}_i \leq u_i \leq \overline{u}_i, i = \overline{1, r} \right\}, \quad (1.4)$$

де: $\underline{u}_i, \overline{u}_i = \text{const}$ – нижні та верхні граничні значення, які визначають ресурси керування.

При дискретному керуванні на основі поточної інформації в дискретні моменти часу формуються кусково-постійні керувальні дії. При стабілізації цільового стану об'єкта $X^* = 0$ приймається, що існує область стабілізованості об'єкта $G \subset X$, включаючи початок координат. В стратегії керування дискретним об'єктом з урахуванням ресурсних обмежень використовується об'єднання методу функцій Ляпунова та методології математичного програмування. При цьому функція Ляпунова інтерпретується в термінах математичного програмування як цільова унімодальна функція з точкою мінімуму X^* , а вибір керувальної дії – як реалізація відповідного одно крокового методу спуску для мінімізації цієї функції та багатокрокової екстраполяції динаміки об'єкта. Прогноз динаміки об'єкта здійснюється на кінцевий період часу $T \in Z, T > 0$ – **горизонт прогнозу** для формування керувальної дії. Фактично ця стратегія реалізує чисельний метод оптимізації – найшвидшого спуску, що співпадає з класом систем, оптимальних за

швидкодією. Особливого значення при такій стратегії керування набуває вибір горизонту прогнозу T , тому що для кожного об'єкта існує свій «достатній горизонт прогнозу» і при подальшому його збільшенні знайдено випереджувальне керування змінюється мало. Крім того, алгоритми та методи визначення керувального випереджувального керування, базуючись на апостеріорних даних, повинні розв'язувати задачу оптимізації для всіх можливих станів об'єкта. Якщо задачу керування складним об'єктом можна звести до дискретної, то на кожному такті керування необхідно визначити екстремальні в межах горизонту прогнозу фазових траєкторій об'єкта, а прогноз повторюється на кожному такті зі збереженням довжини інтервалу прогнозу, тобто реалізується керування з ковзним інтервалом прогнозу.

1.2. Технічні системи. Технологічні об'єкти

Технічна система – матеріальний об'єкт штучного походження, який складається з елементів (складових частин), які відрізняються властивостями взаємодії: складові частин об'єднані зв'язками (лініями передачі), за допомогою яких реалізується обмін речовиною, енергією та інформацією в системі та із зовнішнім середовищем. В технічній системі реалізується процес як послідовність дій для підтримки або зміни стану з метою виконання певних функцій. Технічна система (ТС) характеризується структурою (побудова, пристрої, розташування елементів і зв'язків), що забезпечує стійкість та виконання функцій. Кожна складова частина має індивідуальне функціональне призначення. В кожній ТС є функціональна частина – об'єкт управління (/ОУ), який сприймає керування дії та змінює свій стан функціонування. В той же час ОУ не формує та не обирає альтернативи поведінки, а лише реагує на керувальні дії та збурення для забезпечення передбаченої множини станів функціонування.

Таким чином, ТС – цілісна сукупність кінцевого числа взаємозв'язаних матеріальних об'єктів, яка забезпечує задану ОУ в просторі стійких станів для забезпечення перетворення вхідних потоків у готовий продукт (напівпродукт). Крім того, об'єктом визначається призначена система в цілому. В даному підручнику об'єктами технічних систем є технологічні процеси, агрегати або комплекси, для яких існують штатні умови експлуатації

(технологічні регламенти), які забезпечують отримання готового продукту (напівпродукту) з різних видів сировини.

Класична теорія автоматичного управління, що активно почала розвиватись в період з 70-х років XIX ст. до середини XX ст., розглядає автоматизацію широкого класу технічних (технологічних) систем в промисловості, транспорті, сільському господарстві, комерційній та фінансовій діяльності. Дана теорія підкреслює особливості технічних (технологічних) систем, як об'єктів управління, такі як визначена детермінованість, лінійність, реалізованість, стаціонарність, відносна простота, зосередженість координат, достатнє розуміння характеристик, можливість побудови регулярних математичних моделей.

Для синтезу систем управління технологічними об'єктами класична теорія автоматичного управління використовує структурне математичне моделювання та формалізовані методи, розроблені на основі теорії диференційних рівнянь та оптимального управління, операційного числення, гармонічного аналізу.

Якісні зміни техніки та технологій пов'язані з такими етапами її прогресивного розвитку, коли техніка стає здатна виконувати такі функції, які до цих змін виконувалися людиною. Сучасна техніка після функцій безпосереднього впливу на об'єкт діяльності та енергетичної функції стає здатною виконувати управлінські функції, що не завжди в повному обсязі використовується на підприємствах.

Реалізація функцій управління пов'язана з обробкою інформації. Для того, щоб виконувати управлінські функції (навіть найпростіші), в сучасному виробництві необхідно швидко обробляти величезні масиви інформації, а це стало можливо тільки при створенні інформаційних систем на базі апаратно-програмних засобів ПК і систем телекомунікацій.

До основних ознак технологічних систем відносять наступні:

- системи складаються з частин, елементів, тобто мають структуру,
- системи створені для певних конкретних цілей, тобто виконують корисні функції;
- елементи (частини) системи мають зв'язки один з одним, з'єднані певним чином, організовані в просторі і часі;
- кожна система в цілому володіє деякою особливістю, так що сума властивостей складових її елементів рівна цілі, інакше не існує сенсу у створенні системи (цільової, функціонуючої, організованої).

Для складних технологічних об'єктів характерні такі властивості, як нелінійність, розподіленість координат, недетермінованість, не стаціонарність. Дослідження створення автоматичних систем управління такими об'єктами сприяли формуванню сучасної теорії управління. При цьому були створені формалізовані регулярні методи синтезу систем управління цим розширеним класом технічних об'єктів на основі розширення уявлень простору станів ?векторно-матричного числення, теорії оптимального управління та систем. За допомогою даних методів синтезовані різні типи систем управління: багатомірні, нелінійні, з розподіленими координатами, зі змінними параметрами, дискретні, адаптивні, оптимальні та ін. Однак ці методи не є достатніми для застосування в системах управління організаційно-технологічними об'єктами, зокрема технологічними комплексами в різних галузях промисловості (харчової, хімічної та ін.).

Спроби створення систем управління об'єктами з невизначеностями, які неможливо описати статистично, а також складними нелінійними технічними об'єктами, якими досить успішно керує людина-оператор, або особа, що приймає рішення (ОПР), привели до ідеї використання методів штучного інтелекту. Праці в даному напрямі складають основу новітньої теорії управління. Найбільших успіхів при синтезі управління подібними технічними об'єктами було досягнуто за рахунок використання штучних нейронних мереж, нечіткої (fuzzy) логіки, еволюційних (генетичних) алгоритмів. Робота ОПР в сучасних технічних системах характеризується істотним зростанням масштабів виробництва та відповідно складності задач контролю та управління. Тому підтримка прийняття рішень на основі методів штучного інтелекту дозволяє зменшити наслідки таких негативних явищ, пов'язаних з «людським фактором», як зниження надійності, якості управління в реальному часі, точності по причині неякісного прогнозу, а також повільне освоєння керуючих функцій та ін. Однак ці методи майже неможливо використати в автоматизованих системах управління (АСУ) реального часу, крім того вимагають безперервного або періодичного надання знань ОПР для управління технічними системами неперервного типу, а саме на підприємствах сезонного типу виробництва в різних галузях промисловості (харчової, зокрема цукрової, хімічної та ін.).

В різних галузях промисловості відомі вдалі приклади створення та використання нечітких регуляторів. Однак досягнуті результати в цьому напрямі поки не досить масштабні в порівнянні з

формалізованими регулярними методами. Це пояснюється слабкою вивченістю проблеми автоматизації таких об'єктів, їх специфікою, відсутністю обґрунтованого єдиного системного підходу. Спроби використання fuzzy-регуляторів для управління технічними системами, в яких використано традиційні методи автоматичного управління, показали, що вони суттєво поступаються традиційним методам автоматичного управління по точності та швидкодії.

В управлінні технологічними системами вказані методи штучного інтелекту в основному використовуються як додаткові та підпорядковані основній схемі синтезу системи управління технічними об'єктами. При цьому створенні пристроїв та алгоритми (програми) часто виступають в ролі своєрідного компенсатора таких особливостей технологічних систем, як невимірність координат, якісний характер змінних та ін. Однак, на сьогоднішній день відсутні такі технології, які б дали змогу вирішити задачі управління складними технологічними об'єктами з активною участю людини в процесі управління в умовах невизначеності та ризиків.

В різних галузях харчової промисловості використовуються складні технологічні об'єкти, які характеризуються нестаціонарністю, нелінійністю, високим рівнем завад, інтенсивними та непрогнозованими різнохарактерними збуреннями і т. д. Крім того, в процесі експлуатації необхідно оперативно змінювати режими їх функціонування, в зв'язку з цим застосовують різні структури систем регулювання та відповідно спеціальні регулятори.

Особливістю ТО харчової промисловості є одночасне протікання різних процесів (тепло- та масообміну, гідродинаміки, дифузії, хімічних перетворень і т. д.), які забезпечують виробництво готової або напівготової продукції. Кожен з елементарних технологічних операторів характеризується своїми змінними та параметрами, а в сукупності вони утворюють вектори значної розмірності.

Важливим питанням, що визначає складність вибору опису ТП, є стохастичність поведінки. Ця характеристика обумовлена рядом випадкових факторів, таких як завади і неминуча присутність всякого роду другорядних (з точки зору керування) процесів. Непередбачуваність поведінки (невизначеність) буде визначати проблеми, пов'язані з неповнотою апріорної й поточної інформації про впливи збурень у моделі ТП:

$$\frac{dx}{dt} = f[x(t), u(t), \zeta(t)], \quad (1.5)$$

де $\zeta(t)$ – вектор випадкових збурень, $x(t)$ – вектор стану, $u(t)$ – вектор управлінських діянь.

Крім того, як відомо, при експлуатації системи параметри керування та змінні середовища функціонування можуть певним чином змінюватися і тоді необхідно враховувати нестационарність динаміки ТП:

$$\frac{dx}{dt} = f[x(t), u(t), \zeta(t), t], \quad (1.6)$$

До числа факторів невизначеності в СУ відноситься також зміна СФ ТП через нестабільність характеристик сировини й палива, забруднення й спрацювання устаткування і т.д. Одним зі шляхів вирішення проблеми керування ТП в умовах зміни СФ є застосування методів теорії динамічних систем зі змінною структурою і теорії систем множини СФ. Модель ТП у цьому випадку може бути представлена в наступному вигляді:

$$\frac{dx^{(s)}}{dt} = f^{(s)}[x(t), u(t), \zeta(t)], \quad (1.7)$$

де s – індекс структури системи або скалярний умовний марківський ланцюг.

Крім названих проблем, істотний вплив на вибір моделі ТП може справити нелінійність рівнянь його опису. Необхідність урахування нелінійності обумовлюється ростом точності опису процесів, що у свою чергу, обумовлено підвищеними вимогами до точності СУ. Використання нелінійних моделей ТП доцільно в умовах підвищеної чутливості СУ, коли середній час зміни режиму роботи стає близьким до часу перехідних процесів. Способом «оминання» нелінійностей у моделях ТП, наприклад, може бути їх подання у вигляді з'єднань лінійних й елементарних нелінійних безінерційних ланок.

Практика показує, що одночасне врахування всіх перерахованих вище проблем, що виникають при виборі й обґрунтуванні моделі ТП, являє значну складність при побудові САР. Встановлено, що розробка моделей ТП займає від 80% до 90% зусиль, необхідних для побудови СУ. Тому актуальним завданням є розробка методу вибору оптимальної структури моделі ТП для СУ, що працюватиме в умовах зміни СФ і при дії випадкових збурень.

Зараз теорія керування продовжує розвиватися та удосконалюватися шляхом освоєння нових складних об'єктів і

процесів. Серед таких об'єктів важливого значення набувають системи з випадковими змінами змінних і структури в процесі функціонування, пов'язаними з впливом внутрішніх факторів, властивих системі, або зовнішніх, обумовлених впливом середовища, а також дією збурень. Таким чином, є об'єктивна необхідність розгляду завдань параметричної й структурної нестабільності системи, а також відсутності інформації про статистичні характеристики збурювальних впливів.

Причини виникнення невизначеності в СУ ТП :

- вплив зовнішніх факторів, обумовлених впливом середовища;
- вплив внутрішніх факторів (внутрішні зміни й перетворення);
- вплив збурень.

Прийнято розрізняти стаціонарну й нестаціонарну, параметричну й структурну невизначеності ТП і систем у цілому.

Стаціонарна невизначеність не змінюється в процесі функціонування— система має невизначені постійні параметри й структуру. Стаціонарна невизначеність практично зустрічається у всіх динамічних системах, тому що їх розробник не має точної інформації про реальні параметри ТП, а іноді і про структуру. Система функціонує та виконує своє завдання, але її динаміка та кінцевий результат залежать від конкретних значень випадкових параметрів і структури, яку вони мають у конкретних ситуаціях. Такі випадкові параметри й структура можуть проявляти статистичні закономірності або приймати мінімальні або максимальні значення. До моменту початку функціонування системи ці параметри та структура можуть прийняти певні значення і вид на дискретній або аналоговій множині та надалі не змінюватися. Особливістю таких динамічних систем є параметрична й структурна невизначеності: у початковий момент і стохастичність самого процесу при дії випадкових сигналів і завад.

Нестаціонарна параметрична й структурна невизначеності проявляються в змінах у процесі функціонування системи. Найбільш вивченим тут представляється клас систем і завдань, у яких параметрична й структурна невизначеності виникають дискретно внаслідок раптової зміни умов, зовнішніх впливів у процесі функціонування. Системи та завдання з нестаціонарними невизначеностями є більш загальними, ніж зі стаціонарними невизначеностями, тому що поряд з випадковою невизначеністю

параметрів і структур в останніх має місце стрибкоподібна зміна структури в процесі функціонування.

До дослідження таких динамічних систем приводить велике коло практичних завдань з різних галузей науки й техніки. Завдання зі стаціонарною параметричною й структурною невизначеностями стали вивчатися порівняно давно при ідентифікації параметрів і структур, тобто при оцінці конкретних їх реалізацій у заданій динамічній системі. Пізніше стали вивчатися завдання, для яких невідомі параметри в системі мають статистичний характер, що підпорядковуються деякому стаціонарному розподілу.

Якщо стаціонарна параметрична невизначеність така, що відомо тільки діапазон зміни та невідомий розподіл, то такі завдання ефективно вирішуються шляхом використання мінімаксного підходу, при якому невизначені фактори задаються граничними значеннями на деякій довірчій множині.

Крім дії внутрішніх і зовнішніх факторів функціонування всіх реальних ТП та їх СУ, вони супроводжується впливом природних, промислових або інших збурень. Природа окремих збурень як правило, різна, проте поєднує їх те, що всі вони являють собою некеровані вхідні сигнали, які здатні викликати невизначені ефекти, що приведуть до небажаних проявів у поведженні систем автоматизації. Збурення, які зустрічаються в реальних СУ, можна розділити на дві категорії: збурення типу шуму й збурення хвильової структури. Записи збурень типу шуму звичайно мають хаотичний характер і різкі злами, їм не властиве згладжування або регулярність. Типовими прикладами шумових збурень є шум щіток в електродвигунах, турбулентність рідини та ін. З іншого боку, збурення, що мають хвильову структуру, демонструють добре помітні хвилеподібні форми, принаймні, на коротких інтервалах часу. Деяким типовим прикладом хвилеподібних збурень є варіації теплофізичних властивостей матеріалів у нагрівальних процесах.

Шумові збурення найкраще можуть бути охарактеризовані в термінах їх статистичних властивостей, таких як середнє значення, дисперсія, спектральна щільність і т.д. Таким чином, шумові збурення можна описувати математично за допомогою класичної теорії випадкових процесів, що використовує поняття «білого шуму», «кольорового шуму». Хвильовий же опис можна розглядати як засіб заповнення «інформаційного пробілу», залишеного традиційним статистичним підходом. Важливість хвильового подання полягає в тому, що якщо можна впевнено представити

невідомі вхідні збурення системи за допомогою хвильових характеристик, то можливо обійтися без статистичних розглядів, теорій випадкових процесів і перейти безпосередньо до вирішення завдань у детермінованій формі.

Спостереження, виконані за допомогою датчиків та індикаторів, найчастіше є лише непрямими ознаками стану системи та її структури. Вони, як правило, спотворені шумами та завадами, містять інструментальні й методичні помилки. У такого роду системах без спеціальної, досить тонкої й складної обробки інформації не можна впевнено стверджувати про об'єктивність стану системи та її структури в той чи інший момент часу. Так, часто виникає питання, пов'язане з визначенням недоступних для безпосереднього вимірювання компонентів вектору стану, інформація про які повинна бути отримана з результатів спостереження за вимірюваними вихідними координатами ТП за наявності різного роду шумів і похибок вимірів. Крім того, потрібно враховувати прояви нестабільності динамічних властивостей датчиків під дією внутрішніх шумів, дрейфом нулів підсилювачів, коливанням напруг і т. д.

Подібного роду питання становлять предмет теорії оцінювання. Суть більшості завдань цієї теорії складається в отриманні найбільш правдоподібної оцінки (фільтрації) корисного сигналу на фоні випадкових збурень.

Проблеми синтезу алгоритмів фільтрації для лінійних систем з лінійними вимірювачами при гаусівських шумах досить добре вивчені та існують їх точні оптимальні рішення. Отримання корисної інформації в цьому випадку найчастіше відбувається за допомогою фільтра Калмана.

Якщо корисний сигнал і завада – негаусівські, або вимірюваний сигнал нелінійно пов'язаний з гаусівським або детермінованим корисним сигналом, то оптимальний алгоритм фільтрації буде більш складним та нелінійним.

Майже всі опубліковані роботи з нелінійної фільтрації засновані або на методі фільтрації за мінімумом дисперсії, або (у випадку дискретних вимірів) на методі найменших квадратів. Метод фільтрації по мінімуму дисперсії заснований на визначенні функції умовної щільності ймовірності стану при заданих вимірах. Умовне середнє значення щільності ймовірності являє собою оцінку за мінімумом дисперсії. Як показано Стратоновичем Р.Л., задача нелінійного оцінювання полягає у визначенні тимчасової еволюції умовної щільності ймовірності.

Рівняння, що описують еволюцію умовної щільності, отримані Б'юсі та Язвинським. Однак, хоча рівняння, що описують рішення задачі фільтрації, отримані, вимоги обчислювального характеру для оцінки умовного середнього значення нездійсненні для більшості практичних задач. Звичайно ці рівняння настільки складні, що їх не завжди можна розв'язати для одержання оптимального рішення, з яким можна було б порівнювати субоптимальне.

Ці труднощі призвели до численних спроб побудувати реалізовані нелінійні фільтри. У деяких методах лінеаризуються рівняння оптимального фільтра або опускаються члени, які занадто ускладнюють обчислення. В інших методах випадки вище другого порядку замінюють функціями умовного середнього значення та дисперсією, намагаються використати розкладання в ряд або навіть інтегрувати формулу Баєса. Знайти найкраще чи оптимальне рішення при виборі алгоритму фільтрації неможливо, тому що скільки існує задач нелінійної фільтрації, стільки можливо нелінійних диференціальних рівнянь, отже, стільки ж наближених результатів.

Тему побудови фільтрів у жодному разі не можна вважати вичерпаною. За останні роки з'явилося багато додаткових задач, методів і варіантів застосування, тому пропозиція нових ідей у рішенні задач синтезу фільтрів, що працюють в умовах змін функціонування ТП, являє собою величезну область дослідження.

Невизначеність завжди присутня практично в будь-якому завданні керування. Невизначеність може бути викликана стохастичним поведінням об'єкта (дією неконтрольованих внутрішніх і зовнішніх збурень), погіршенням роботи датчиків, виконавчих механізмів, інформаційних каналів, неточністю математичної моделі об'єкта, випадковою зміною режимів функціонування і т.д.

Для роботи в умовах невизначеності відомі три основні методології: стохастичний підхід, теорія нечітких множин та інтервальний аналіз.

Здійснення керування в системах зі структурною невизначеністю ускладнено. Проте, вирішення завдань оптимізації керування такими системами можливе. Очевидно, розробка системи керування для динамічних систем з невизначеностями, що забезпечуватиме високу ефективність і при цьому матиме прості принципи, є складною в реалізації. Однак в сучасних системах керування мають забезпечуватися аспекти інваріантності, робастності та адаптивності, високої надійності та живучості, простоти структури й здатності до включення нових елементів. Це дасть змогу створити якісне керування

в умовах зашумленості сигналів, обмежень на швидкість зміни сигналів, і врахування особливостей датчиків, регулюючих органів та виконавчих механізмів. Таким чином для ТО необхідні системи автоматизації, які б враховували їх особливості, наведені вище.

Для таких складних об'єктів у харчовій промисловості продовжують використовувати найбільш прості системи, що не забезпечують необхідних показників якості. Не існує закінчених робіт щодо системного аналізу об'єктів виділеного класу з точки зору автоматизації.

Перед створенням системи автоматизації доцільно ідентифікувати належність об'єкту, що автоматизується, до класу об'єктів. Для систематизації характеристик об'єктів створено певну класифікацію, наведену в табл. 1.1.

Таблиця 1.1.

Класифікація технологічних об'єктів управління

Ознака об'єктів управління	Вид	Коротка характеристика об'єкта управління
За характером протікання технологічного процесу	<ul style="list-style-type: none"> • Циклічні, періодичні • Безперервно-циклічні • Безперервні 	В залежності від технології або особливостей об'єкта чи можливості застосування автоматизації.
За характером сталого значення вихідної величини об'єкта	<ul style="list-style-type: none"> • Об'єкти з самовирівнюванням • Об'єкти без самовирівнювання 	Самовирівнюванням процесу регулювання називається властивість об'єкта після порушення рівноваги між притоком і витратою повернутися до цього стану самостійно, без участі людини або регулятора. Самовирівнювання сприяє швидкій стабілізації регульованої величини.
За наявністю запізнення	<ul style="list-style-type: none"> • Без запізнювання • Із запізнюванням. 	Наявність значних запізнювань – це характерна особливість більшості ТО. Наявність запізнювання пояснюється обмеженою швидкістю розповсюдження потоків в технологічних об'єктах. При $\tau_{зп} / T \geq 1$ запізнювання вважається суттєвим.

За кількістю вхідних і вихідних величин і їх взаємозв'язку	<ul style="list-style-type: none"> • Одновимірні • Багатовимірні багатозв'язні • Багатовимірні незв'язні 	Один вхід і один вихід Спостерігається взаємний вплив технологічних параметрів один на одного Взаємозв'язок між каналами яких малий
За виглядом статичних характеристик і характеру математичних співвідношень	<ul style="list-style-type: none"> • Лінійні • Нелінійні 	Найчастіше об'єкти, що мають нелінійності, для спрощення керування лінеаризують, за винятком тих випадків, коли похибка лінеаризації є недопустимою з точки зору якості протікання технологічного процесу.
За поведінкою в статичному режимі	<ul style="list-style-type: none"> • Статичні • Астатичні 	Є однозначна залежність між вхідною і вихідною діями (стан статички). Залежність відсутня або з часом змінна.
За структурою об'єкта управління	<ul style="list-style-type: none"> • Локальні об'єкти управління • Розподілені (багаторівневі) об'єкти управління 	Виходячи з специфіки об'єкта та технології можливе як локальне управління так і певного роду координація віддалених діляниць.
За типом стаціонарності об'єкта	<ul style="list-style-type: none"> • Стаціонарні • Нестаціонарні. 	Параметри нестаціонарного об'єкта з часом змінюються.
За залежністю від інтенсивності випадкових збурень, що діють на об'єкт	<ul style="list-style-type: none"> • Стохастичні • Детерміновані 	В залежності від встановленої функціональної залежності з часом.
За напрямом дії	<ul style="list-style-type: none"> • Об'єкти прямої дії • Об'єкти зворотної (реверсивної) дії 	Більшість ТП є одно напрямленими, проте для підвищення гнучкості виробництва можливе використання мультифункціональних об'єктів.
За здатністю запасати робоче середовище	<ul style="list-style-type: none"> • Не місткі (не смкі) об'єкти • Місткі (смкі) об'єкти. 	ТО володіють здатністю акумулювати робоче середовище всередині об'єму. Запас накопиченої об'єктом енергії (речовини) називається місткістю (смністю) об'єкта.

		Фізично вона виявляється у вигляді теплосмності, геометричної місткості(ємності) резервуару, інерційності рухомих мас і т.п. Особливість більшості ТО є їх багатосмність (наявність каскадів або ланцюжків технологічних об'єктів).
За можливість вимірювання збурень	<ul style="list-style-type: none"> • Прямовимірювані • Опосередково вимірювані • Невимірювані 	Часто в харчовій промисловості трапляються ТО, в яких неможливо за допомогою фізичної реалізації датчиків виміряти величину збурень. Часом величина збурення кореляційно тісно пов'язана з іншою вимірюваною фізично чи аналітично обчисленою змінною. В такому випадку вимірювання є опосередкованим. В інших випадках збурення невимірювальне.
За розподіленістю параметрів	<ul style="list-style-type: none"> • з зосередженими • з розподіленими 	З місцем розповсюдження фізичної величини в об'єкті. Об'єкти з зосередженими параметрами є певною ідеалізацією процесів.

Кожен типовий процес, що становить окрему одиницю першого рівня ієрархічної структури технологічного виробництва в загальному випадку формалізується як фізико-хімічна система-багатофазне багатокомпонентне суцільне середовище, розподілене в просторі та часі, у кожній точці гомогенності якої, і на границі розподілу фаз відбуваються перенос речовини та(або) енергії. Кожний процес можна перевести в формалізований математичний опис, тобто ідентифікувати, щоб в подальшому розробити оптимальну систему автоматизації для конкретного об'єкта.

До вибору методу ідентифікації ТО не можна підійти однозначно, оскільки в самій постановці завдання заздалегідь передбачається невизначеність: неповнота знань про об'єкт, обмеження в спостереженнях об'єкта в часі, неточність виміру сигналів на вході й на виході об'єкта.

Зображення істотних аспектів поведження реального ТП, що визначає найбільш повну інформацію про нього, повинне бути відображено в моделі цього процесу. Зокрема, при складанні рівнянь математичних моделей технологічних апаратів необхідно враховувати: гідродинамічні режими переміщення речовин; швидкості фізико-хімічних перетворень, дифузії, передачі тепла й т.д.; рівняння матеріального й енергетичного (теплового) балансу; рівняння фазових перетворень та ін. Разом з тим головною характеристикою моделі є її відносна простота. Знаходження компромісу між точною передачею властивостей ТП і простотою опису є одним з питань проблеми вибору й обґрунтування моделі.

Аналіз статичних і динамічних характеристик технологічних систем з використанням розвинених методів й алгоритмів імітаційного моделювання функціонування об'єктів в різних режимах становить одну із ключових завдань проектування – вибору оптимальних варіантів організації системи управління, що відповідає заданим вимогам й обмеженням. Повне дослідження динамічних характеристик складних технологічних об'єктів можливе тільки на математичних моделях, що адекватно описують зв'язки параметрів, закони руху й поведження моделі об'єкта в умовах дії збурень. Для розрахунку перехідних процесів об'єктів, навіть невеликої розмірності, виникають значні організаційні й обчислювальні труднощі.

В теорії для аналітичного розуміння процесу, який протікає в об'єкті, або ж для ідентифікації певних технологічних зв'язків використовують, як правило, диференціальні рівняння, проте на практиці доцільно використовувати опис об'єктів за допомогою передаточних функцій. Це значно спрощує процес моделювання та регулювання.

Поширеними об'єктами харчової промисловості є теплообмінники. Специфіка функціонування теплообмінників залежить від їх конструкції і визначається коефіцієнтом теплопередачі, величиною поверхні нагріву, характеристиками продукту. Існує багато варіантів конструкцій теплообмінників, проте вони є одними з найпростіших об'єктів автоматизації, оскільки не передбачають у функціонуванні зміни складу речовини, а враховують лише теплопередачу.

Розрахункові температури визначаються зі статичних або динамічних математичних моделей теплообмінника, що складаються з рівнянь теплового балансу з врахуванням кінетики теплопередачі та

структури потоків. Найбільш простою з моделей теплообмінників є модель ідеального змішування трубчастого теплообмінника, при якій визначається усереднення всіх його параметрів. Динамічна модель цього теплообмінника має такий вигляд:

$$V_c c_p \rho \frac{dT}{dt} = \mathcal{Q} \cdot c_p \rho (T^0 - T) - K_T F (T - T_X), \quad (1.8)$$

$$V_X c_{pX} \rho_X \frac{dT_X}{dt} = \mathcal{Q}_X \cdot c_{pX} \rho_X (T_X^0 - T_X) + K_T F (T - T_X), \quad (1.9)$$

де $c_p, c_{pX}, \rho, \rho_X$ – теплоємність і густина гарячого й холодного потоків; T^0, T, T_X^0, T_X – температури гарячого й холодного потоків на вході й виході теплообмінника; F – поверхня теплопередачі; K_T – коефіцієнт теплопередачі; V, V_X – об'єми гарячої й холодної зон апарата; $\mathcal{Q}, \mathcal{Q}_X$ – величини потоків теплоносіїв.

З точки зору системного аналізу необхідно цілісно підходити до побудови системи автоматизації і враховувати можливі неполадки, пов'язані з особливістю функціонування (накип, засмічення). Для умов харчової промисловості повністю не враховано ці фактори, тому питання не є закритим, а сучасні системи автоматизації, реалізовані в промисловості, не є оптимальними.

Значно складнішими з точки зору перебігу процесів під час функціонування є випарні установки, адже поєднуються процеси тепло- та масообміну, гідродинаміки та перетворення речовини. Так рівняння теплового балансу для першого елемента теплообмінної частини матиме вигляд:

$$D_0(i_0 - C_{kl}t_{kl}) - K_1 F_1(t_{nl} - t_1) - D_{Г1}i' = \frac{d(V_{nl}\rho_{nl}U_{nl})}{dt} + \frac{d(G_{kl}C_{kl}t_{kl})}{dt} + \Psi_M G_M C_M \frac{d(t_M)}{dt} + \Psi_U G_U C_U \frac{d(t_U)}{dt}, \quad (1.10)$$

де D_0, i_0 – витрата грійочої пари та тепломісткість; G_{kl}, C_{kl}, t_{kl} – відповідно витрата, питома теплоємність та температура конденсату; $V_{nl}, \rho_{nl}, U_{nl}$ – об'єм, густина та внутрішня енергія грійочої пари; $D_{Г1}i'$ – витрата та тепломісткість неконденсованих газів; K_1, F_1 – коефіцієнт теплопередачі та поверхня теплообміну; G_M, C_M, t_M –

загальна маса металу корпусу, питома теплоємність та температура металу; Ψ_M – коефіцієнт, що враховує, яка частина металу змінює свою температуру з такою ж швидкістю, як і пара t_{nl} ; G_U, C_U, t_U – загальна маса ізоляції, питома теплоємність та температура; Ψ_M – коефіцієнт, що враховує яка частина ізоляції змінює свою температуру з такою ж швидкістю, як і пара t_{nl} .

Дифузійні установки являють собою клас складних технологічних об'єктів, що поєднують процеси теплообміну та екстрагування. Загальний процес дифузії описує рівняння Фіка:

$$\frac{dC}{dt} = D \left(\frac{d^2C}{dx^2} + \frac{d^2C}{dy^2} + \frac{d^2C}{dz^2} \right), \quad (1.11)$$

де C – об'ємна концентрація, x, y, z – координати в напрямку дифузії, D – коефіцієнт дифузії, t – час.

Ректифікаційні установки, що найчастіше зустрічаються в спиртовій галузі харчової промисловості, також є складними технологічними об'єктами, оскільки поєднують процеси тепло- та масообміну, гідродинаміки та перетворення речовини, фазовий розподіл і т.д. В загальному випадку рівняння матеріального балансу процесів ректифікаційної колони запишемо:

$$M + f = F, \quad (1.12)$$

$$M = R + D, \quad (1.13)$$

$$F - R = G, \quad (1.14)$$

де F – загальна кількість рідкої фази, збігаючої в колоні, в молях; M – кількість живлення, що надходить, в молях; R – залишок від перегонки, в молях; f – кількість флегми, в молях; D – кількість дистилату, в молях; G – кількість пари, що підіймається по колоні, в молях.

Також важким, як з точки зору протікання процесів, так і з точки зору автоматизації є вакуум-апарати, де проходить процес кристалізації сахарози. Процес утворення кристалів цукру складається з взаємодіючих процесів тепло- та масообміну, що мають місце в рухомій кристалоутворюючій речовині – утфелі. За рахунок значної складності процесів математичний опис базується в основному на макрокінетичних підходах до процесу в цілому.

1.3. Організаційні системи

Організаційна система – сукупність взаємозв’язаних частин, які реалізують її функції і є об’єктами управління, це:

- виробництво;
- маркетинг і збут;
- фінанси;
- інформація;
- персонал, людські ресурси, які мають системоутворювальні якості і від них залежить ефективність використання всіх ресурсів.

Задача менеджера – координація та інтеграція діяльності персоналу для реалізації організаційної мети як ідеального проєкту організації (її стану).

Організаційні системи мають певну структуру, спеціалізацію та розподіл праці, організаційну владу та культуру, матеріальні та цінності обмеження.

На відміну від технічних систем організаційні системи мають фінансові потоки, використовують штатні перестановки, підбір керівників різних рівнів, що є своєрідними клерувальними діями та збуреннями.

Процеси прийняття рішень складають основу управлінської діяльності. Вони необхідні при створенні виробничих і господарських організацій, забезпечують їхнє належне функціонування і взаємодію. У соціальній сфері забезпечують розвиток і функціонування соціальних процесів, їхню координацію з економічними процесами. Оптимальні рішення дозволяють досягати мети при мінімальних витратах трудових, матеріальних і сировинних ресурсів.

В теорії управління організаційними системами під організаційною системою (ОС) розуміють об’єднання людей, що спільно реалізують деяку програму або мету і діють на основі певних процедур і правил, які трактують як механізми функціонування.

З точки зору системного аналізу будь-яка система характеризується складом, структурою та функціями. Як вказано в, модель організаційної системи задається наступним:

- складом ОС (учасники ОС, тобто її елементи);
- структурою ОС (сукупністю взаємопов’язаних елементів, тобто учасників ОС);
- множиною можливих стратегій розвитку ОС;
- взаємовідносин між учасниками ОС;

- наявністю інформації про існуючі параметри, якою володіють учасники ОС на момент прийняття рішень про стратегії, що вибираються;
- послідовності отримання інформації та вибору стратегій учасниками ОС.

Склад визначає елементи системи, а структура їх взаємодію, допустимі множини – можливість елементів, цільові функції – прагнення елементів, інформованість – наявність інформації.

З точки зору управління ОС в багатьох роботах, виділяють:

- управління складом;
- управління структурою;
- інституційне управління (управління обмеженнями та нормами діяльності);
- інформаційне управління (управління інформацією, якою володіють учасники ОС на момент прийняття рішень);
- управління порядком функціонування (управління послідовністю отримання інформації та вибір стратегій учасниками ОС).

Також управління організаційними системами може здійснюватися на основі базової моделі, в якій виділяють одного суб'єкта – агента, що управляє, та одного управляючого органа – центру, який приймає рішення однократно в умовах повної інформованості. Базова модель організаційної системи наведена на рис. 1.1.

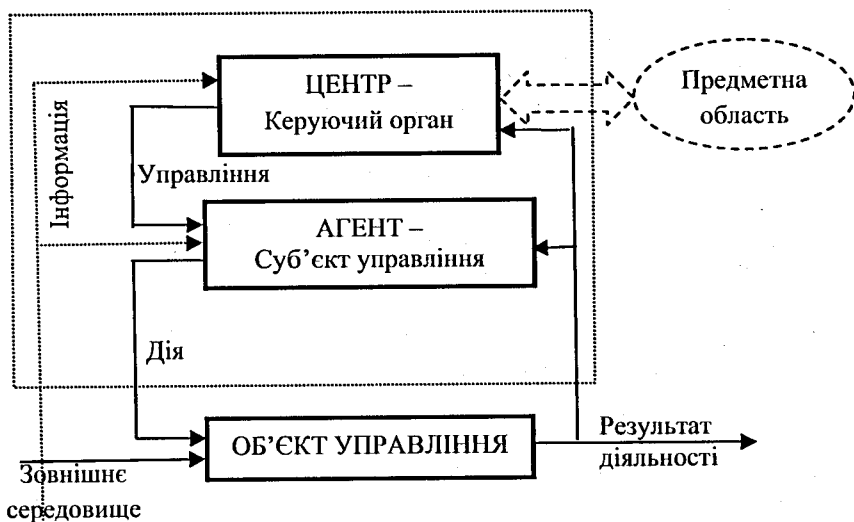


Рис. 1.1. Базова модель організаційної системи

Найпростішою моделлю прийняття рішення в організаційних системах є модель відносин між центром та агентом, що базується на теорії ієрархічних ігор і теорії активних систем . У моделях управління соціально-економічними системами центр відіграє роль керуючого органу, агент – роль керованого суб'єкта. Моделі прийняття рішення в організаційних системах розглянуто в , згідно яких впливає, що єдина роль центру полягає в здійсненні управління, тобто в нього відсутній власний (не опосередкований агентом) результат діяльності, тому результатом діяльності центру зазвичай вважають результат діяльності агента.

Організаційні системи належать до складних систем, що доводиться наступними характерними ознаками, які розглянуто в :

- складна внутрішня організація;
- наявність підсистем з функціональним характером діяльності;
- складні організаційні відносини і форми зв'язків;
- внутрішня і зовнішня взаємодія елементів системи;
- ієрархічна структура, або багатоступінчаста побудова;
- переміщення значних потоків товарів, коштів, інформації всередині системи.

Отже, складність структур пояснюється не тільки складом елементів, а й у значною мірою зв'язками, функціями та різноманіттям цілей.

Для організаційної системи властиві особливості :

- наявність множини елементів, тобто таких об'єктів, які в межах системи спроможні виконувати функції підпорядкованих загальній меті;
- взаємозв'язки і відносини між елементами, причому стійкі та цілеспрямовані;
- цілісний характер організації завдяки об'єднанню і взаємодії внутрішніх різнорідних елементів, але сумісних в системі.
- інтегрованість якостей, тобто наявність в системі властивостей, яких не мають окремі елементи;
- еволюційний розвиток, який поєднує циклічні і хаотичні форми розвитку;
- активність елементів, тобто здатність до цілеспрямованої поведінки у відповідності з власними уподобаннями і здатністю самостійно вживати деякі дії;
- синергізм.

Згідно, задається множина A допустимих дій (стратегій, станів і т. д.) у ($y \in A$) агента, серед яких агент має вибрати найбільш оптимальні з врахуванням впливу зовнішніх обставин. В результаті вибору дії $y \in A$ під впливом зовнішніх обставин реалізується результат діяльності $z \in B$, де B – множина допустимих результатів діяльності. Можлива розбіжність дії агента і результату його діяльності може бути обумовлена впливом зовнішніх обставин, дій інших учасників ОС і т. д. Зв'язок між дією агента $y \in A$ і результатом $z \in B$ його діяльності може мати складну природу і описуватися за допомогою теорії ймовірності, нечіткими множинами та ін.

Агент має можливість порівнювати різні результати діяльності. Тоді задається множина RA переваг агента. Елементи множини RA відповідають типу агента, що інтерпретується як ефективність його діяльності або як оптимальна для даного агента кількість ресурсів, що визначається центром.

При виборі дії $y \in A$ агент керується своїм типом, а також тим, як обрана дія впливає на результат діяльності $z \in B$, тобто задається деякий закон $W(i)$ зміни результату діяльності в залежності від дії та зовнішніх обставин, інформація про які відображена змінною i . Вибір дії агентом визначається правилом індивідуального раціонального вибору $PW(i)$ (RA, A, i) $\subseteq A$, який виділяє множину найбільш бажаних, з точки зору агента, дій.

В правило індивідуального раціонального вибору пропонується визначити наступним чином. Приймаються дві гіпотези:

1) гіпотезу раціональної поведінки, яка полягає в тому, що агент з врахуванням усієї наявної в нього інформації вибирає дії, результати діяльності яких є найкращими;

2) гіпотезу детермінізму, яка полягає в тому, що агент прагне усунути (з врахуванням усієї наявної в нього інформації) існуючу невизначеність і приймає рішення в умовах повної інформованості (іншими словами, остаточний критерій, яким керується особа, яка приймає рішення (ОПР), не повинен містити невизначених параметрів).

Індивідуальна перевага агента може задаватись через відношення переваг або функцію корисності. Існують і інші способи, однак дані способи є найбільш поширеними. Для пари альтернатив визначається бінарне відношення, яке з них є «кращим»; функція корисності ставить у відповідність кожній альтернативі дійсне число – корисність цієї альтернативи. У

відповідності з гіпотезою раціональної поведінки агент вибирає альтернативу з множини «кращих» альтернатив. У разі функцій корисності ця множина є множиною альтернатив, на яких досягається максимум функції корисності.

Як зазначено в , при розгляді математичних моделей прийняття рішень розрізняють об'єктивну невизначеність (неповна інформованість щодо параметрів обстановки) і суб'єктивну невизначеність (неповну інформованість про принципи поведінки інших суб'єктів). Невизначеність щодо параметрів, що описують учасників ОС, називається внутрішньою невизначеністю, щодо зовнішніх параметрів – зовнішньої невизначеністю. Зовнішня об'єктивна невизначеність називається невизначеністю природи (або невизначеністю стану природи), внутрішня суб'єктивна невизначеність називається ігровою невизначеністю.

В організаційну систему (ОС) розглядають як об'єднання людей, оснащених знаряддями праці, що спільно реалізують поставлені цілі на основі певних процедур і правил. Інтегральною динамічною характеристикою ОС служить її конфігурація, що визначимо як сукупність наступних компонентів:

- ієрархічна структура цілей, на досягнення яких спрямована ОС;
- операції реалізованого ОС процесу як цілеспрямовані дії, що мають ненульову довжина в часі, при виконанні яких споживаються ресурси різного виду (фінансові, інформаційні, матеріальні, кадрові й ін.) і формуються значення оціночні показники функціонування ОС;
- порядок проходження операцій у процесі, що виражається каузальним (причинно-наслідковим) відношенням на множині операцій.

Взагалі, в теорії організаційних систем, формування якої завершилося в середині ХХ ст., досягнуто певних успіхів, зокрема розробка класифікації організаційних систем на базі системного підходу, принципи побудови, реконструкції та функціонування цих систем. Однак, такі особливості організаційних систем, як складність, активність, відкритість, самоорганізація, не стаціонарність, нелінійність, багатомірність та інші обґрунтували слабе використання в цій сфері формалізованих регулярних методів синтезу управління. В основному тут використано евристичні способи, в яких відображено багаторічний досвід людства в створенні, модернізації та експлуатації організаційних систем. Присутність людини, як в об'єкті, так і в системі управління, обумовили істотне зростання ролі «людського фактора» як при проектуванні організаційних систем, так

і при формуванні специфічних в порівнянні з технічними системами керуючих впливів на етапі функціонування. Однак, не дивлячись на спроби формалізації в цій області все ж переважає суб'єктивність рішень, що приймаються.

1.4. Організаційно-технологічні об'єкти

В умовах складності та невизначеності виникає необхідність використання сучасних методів управління складними організаційно-технологічними об'єктами, серед яких особливе місце належить технологічним комплексам неперервного типу в різних галузях промисловості (цукровій, харчовій, хімічній). Тому управління такими об'єктами доцільно розглянути в класі організаційно-технічних (технологічних) систем (ОТС).

Клас організаційно-технологічних процесів (ОТП), згідно, має властивості як технологічних, так і організаційних систем. Найбільш важливими характеристиками, які враховуються, є багатовимірність, складність та змінність структури, наявність та зміна багатьох цілей, недетермінованість, активність та ряд інших. Наявність ОПР в системах управління ОТП має як позитивний аспект, що пов'язаний з властивостями адаптивності, толерантності до зміни структури, властивостей системи та інших факторів, з суб'єктивною оптимізацією рішень, що приймаються, має і негативні сторони. До них необхідно віднести нездатність до переробки великого обсягу інформації, зниження надійності по причині стомлення, можливо недостатньо кваліфікації, запізнення в прийнятті управлінських рішень і т.д. Однак, в визначення ОТС не даються.

В ОТС розглядається як певна сукупність програмних, апаратних та організаційних (інформаційних, математичних, лінгвістичних та інших) засобів, що включають інформаційні ресурси, засоби та системи інформатизації, технічні засоби та системи, персонал, систему нормативно-технічних документів. Однак дане визначення не враховує те, що ОТС складається з підсистем різного роду та характеру, і тому вона не може аналізуватися й описуватися так як аналізується та описується технічна система. ОТС має особливу внутрішню будову та особливу організацію, що несхожа на будову й організацію виробничої системи. Тому головною особливістю організаційно-технологічних систем можна виділити наявність певного числа підсистем як

організаційних, так і технологічних, що знаходяться у взаємовідношенні та взаємообумовлені між собою, та на їх основі ОТС могла будуватися ієрархічно.

Для ОТС, враховуючи принципи системного аналізу, характерні наступні властивості:

1) цілісність, єдність, що означає наявність взаємозв'язків і взаємодій елементів системи, які забезпечують реалізацію цільової функції системи;

2) емерджентність, тобто властивість систем, яка обумовлює появу нових властивостей і якостей, не властивих будь-яким елементам, що входять до складу системи;

3) організованість – складна властивість систем, яка полягає у наявності структури та функціонування (поведінки);

4) функціональність – це прояв певних властивостей (функцій) при взаємодії із зовнішнім середовищем. Також визначається мета (призначення системи) як бажаний кінцевий результат;

5) структурність – це впорядкованість системи, певний набір і розташування елементів зі зв'язками між ними;

6) наявність поведінки – дії, змін, функціонування і т.д. Вважається, що саме поведінка системи пов'язана з навколишнім середовищем, тобто з іншими системами, з якими система вступає в певні взаємовідносини;

7) фундаментальною властивістю систем є стійкість, тобто здатність системи протистояти зовнішнім збуренням та впливам. Від неї залежить тривалість життя системи;

8) надійність – властивість збереження структури системи;

9) адаптованість – властивість змінювати поведінку або структуру з метою збереження, поліпшення або придбання нових якостей в умовах зміни зовнішнього середовища. Обов'язковою умовою можливості адаптації є наявність зворотних зв'язків.

Цілісність і емерджентність – інтегровані властивості системи. Наявність інтегрованих властивостей є однією з найважливіших рис організаційно-технологічної системи. Цілісність виявляється в тому, що система має закономірності функціонування та мету. Емерджентність вказує на наявність в ОТС властивостей, які відсутні в ТС та ОС, як в окремих системах.

Таким чином, ОТС – це складна полісистема, що об'єднує в собі властивості як технологічних, так і організаційних систем, а також характеризується наявністю людини в системі управління тобто, особи, що приймає рішення.

Виходячи з того, що ОТС складається з двох підсистем: організаційної та технічної, для ОТС характерні склад, структура та функції, що і для ТС та ОС. Тому модель організаційно-технологічної системи можна задати наступним чином:

- склад ОТС (тобто організаційна та технічна (технологічна) підсистеми, які в свою чергу розкладаються на елементи);
- структура ОТС (сукупністю інформаційних, управляючих, технологічних та інших зв'язків між учасниками та елементами ОТС);
- множина допустимих стратегій (обмежень та норм діяльності) учасників ОТС, що відображають в тому числі організаційні, технологічні та інші обмеження та норми їх сумісної діяльності;
- взаємозв'язок учасників та елементів ОТС;
- інформатизація – наявність інформації про існуючі параметри, якою володіють учасники ОТС на момент прийняття рішень про стратегії, що вибираються;
- порядок функціонування (послідовності отримання інформації та вибору стратегій учасниками ОТС).

Згідно системного аналізу та теорії управління, процесам управління складними організаційно-технологічними системами властиві наступні закономірності.

1. Управління здійснюється шляхом збору, обробки та аналізу інформації. Основна функція будь-якої системи управління – отримання інформації і визначення на її основі поведінки керованої системи. У теорії управління поведінка керованої системи в стані $z(t)$ на множині моментів часу t при вхідному впливі V і відсутності збурень визначається наступним рівнянням:

$$y(t) = f(t, x(t), z'(t)), \quad (1.15)$$

де $y(t)$ – деяка реалізація вихідного процесу, що має єдине рішення $z'(t) = z(t) \cdot V$.

Якщо це твердження справедливе для будь-якого рішення $z'(t)$, то об'єкт вважається повністю контрольованим. Цей вираз означає, що поведінка керованої системи реалізується тільки в тому випадку, якщо за результатами вимірювання вихідних змінних $y(t)$ при відомих значеннях вхідних змінних $x(t)$ може бути отримана оцінка $z'(t)$ будь-якої змінної стану $z(t)$. В організаційно-технічних системах управління це завдання реалізується функцією контролю поточного стану об'єкта управління (ОУ) і впливів факторів

зовнішнього середовища. Без цієї інформації управління або неможливе, або неефективне.

2. Наявність керованості, тобто здатності ОУ переходити в просторі станів Z з поточного стану в необхідне під впливами керуючої системи. Під цим можна розуміти переміщення у фізичному просторі, зміна швидкості і напрямку руху в просторі станів, зміна структури або властивостей ОУ. Якщо стан ОУ не змінюється, то поняття управління втрачає сенс.

3. Управління реалізується з використанням принципу зворотного зв'язку: управляючі дії формуються на основі інформації про реакцію об'єкта на попередні управляючі дії. Таке управління дозволяє досягати мети не вимірюючи безпосередньо зовнішні перешкоди, а аналізуючи зміну станів керованої системи в часі.

4. Наявність посередників при реалізації прямого і зворотного зв'язків (X і Y). Цим обумовлені багато специфічних вимог до організації складних систем і якості їх управління.

5. Управління, що розглядається як комплекс цілеспрямованих дій, може бути реалізовано тільки тоді, коли система має в своєму розпорядженні мету управління та правила прийняття рішень в різних ситуаціях. Під метою управління розуміють набір значень кількісних або якісних характеристик, що визначають необхідний стан ОУ. Мета відображається точкою, в яку необхідно перевести систему з існуючого стану в потрібний стан у вигляді, наприклад, адитивної згортки:

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i x_i, \text{ з обмеженнями типу } \sum_{i=1}^n b_i x_i \leq c \quad (1.16)$$

де x_i – i -та характеристика (кількісна або якісна), a_i – важливість (вага) i -ї характеристики, b_i – витрата ресурсів на підтримку i -ї характеристики в необхідному стані, c – загальна кількість ресурсів.

Поведінка системи, як правило, визначається не однією метою, а їх сукупністю. Якщо множина цілей частково впорядкована згідно їх важливості, то при функціонуванні системи враховуються спочатку найбільш важливі (термінальні) цілі, потім менш важливі і т.д. Досягненню цілі системою управління можуть заважати такі внутрішні причини, як неузгодженість цілей окремих її підсистем.

6. Керуючий вплив передбачає зменшення різноманітності керованої системи, необхідне для ефективного управління. У цьому полягає завдання управління складною системою. Закон необхідної

різноманітності Ешбі , який заснований на математичній теорії зв'язку Шеннона, стверджує, що зведення множини станів керованої системи до підмножини, що включає тільки раціональні стосовно мети стани, визначається виборчою здатністю керуючої системи, що зумовлена величиною того зменшення різноманітності об'єкта управління, яка має бути досягнута.

7. Наявність можливості вибору керуючих впливів (рішень) з деякої множини допустимих альтернатив. Чим менша ця множина, тим менш ефективне управління, так як в умовах обмежень оптимальні рішення часто залишаються за межами області адекватності. Якщо є єдина альтернатива, то управління не потрібно. Якщо рішення не впливають на зміну стану системи управління, то управління не існує.

8. Наявність критерію ефективності управління. Узагальненим критерієм ефективності управління вважається ступінь досягнення цілі функціонування системи. Крім ступеня досягнення цілі якість управління можна оцінювати згідно частинних критеріїв: ступеня відповідності керуючих впливів необхідним станам ОУ, якості прийнятих рішень, точності управління.

9. Наявність ресурсів (матеріальних, фінансових, трудових і т.д.), що забезпечують реалізацію прийнятих рішень. Відсутність ресурсів рівносильне відсутності можливості вибору рішень. Управління без ресурсів неможливо.

Для досягнення можливості повного управління системою керуюча система повинна мати наступні якості :

- необхідна наявність такої кількості різних можливих дій, як у керованій системі;
- необхідна наявність абсолютно точного набору прийнятих можливих дій, що є підмножиною множини всіх можливих відповідей на дії системи (найкращий набір відповідей);
- необхідна наявність можливості виробляти відповідні дії зі швидкістю не нижче швидкості роботи керованої системи.

Виходячи з проведеного аналізу, можна зробити наступні висновки:

1. Взаємозв'язок елементів ОТС є складним та неоднорідним. З одного боку спостерігається залежність елементів однієї підсистеми від іншої, а з іншого спостерігається можливість автономного функціонування окремих підсистем. Тобто можемо спостерігати наявність керуючих впливів організаційної підсистеми на технологічну. З іншого боку, реальний характер впливу

організаційної складової системи на технологічну цілком визначається можливостями (глибиною, шириною, адекватністю, реалістичністю й т.п.) організаційної підсистеми відносно технологічної складової ОТС.

2. Згідно принципів системного аналізу та синтезу слід зауважити, що в ОТС відбувається як мінімум два процеси:

1) процес перетворення однієї підсистеми в іншу;

2) процес впливу організаційної підсистеми на технічну, що приводить до перетворення останньої.

Якщо припустити, що ці дві підсистеми мають системну організацію, то звідси випливає, що ОТС реалізує організаційно-технологічну або організаційно-практичну ціль, тобто зазначені процеси відповідають один одному. Таким чином, для ОТС наявна деяка функціональна структура $f_{st} \in F_{st}$, де F_{st} – деяка множина функціональних структур управління.

3. Виходячи з того, що ОТС визначається як складна полісистема, що складається з більш простих підсистем, то для ОТС характерні процедури декомпозиції її на підсистеми й зворотні їм процедури композиції з більш простих підсистем. Тому множина функціональних структур управління F_{st} ОТС складається з підмножини F_{st_O} , що характеризує організаційну складову ОТС, та підмножини F_{st_T} , що характеризує технологічну складову ОТС. Для підсистем, що складають ОТС, характерним є «принцип вкладеності», суть якого полягає в наступному. Організаційна підсистема не приєднується до технічної, а охоплює її, тобто $F_{st} = F_{st_O} \cup F_{st_T}$. Технологічна підсистема, що існує всередині організаційної підсистеми, зберігає свої властивості, характеристики та життєвий цикл, а також є автономною системою, що реагує на зовнішні впливи, які трансформують її.

4. Взаємодію технологічної та організаційної підсистем представлено на рис. 1.2.

5. Таким чином, ОТС складається з двох принципово різнорідних підсистем, кожна з яких виконує свої функції управління. Якщо f – функції управління ОТС, причому $f \in F$, де F – множина всіх функцій управління, що реалізуються системою, то f_0 – функції управління, що реалізуються організаційною підсистемою, f_1 – функції управління, що реалізуються

технологічною підсистемою. Введені функції належать відповідно множинам: $f_0 \in F_0$ та $f_i \in F_i$. Тоді, згідно пункту 3, $F = F_i \cup F_0$.

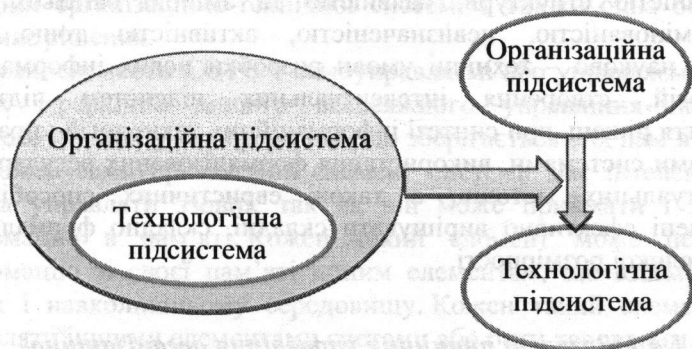


Рис. 1.2. Взаємодія технологічної та організаційної підсистем

Прийняття управлінських рішень направлено на підвищення ефективності функціонування організаційно-технологічної системи, тому для визначення очікуваного ефекту вводимо критерій ефективності ef , який визначається наступним чином:

$$E : F_{st} \times F \rightarrow ef \quad (1.17)$$

Показниками ефективності можуть бути час прийняття рішення, його надійність, економічна оцінка наслідків прийнятого рішення. Тому необхідно отримати таке значення критерію ефективності, щоб:

$$ef(F_{st}, F) \rightarrow \max. \quad (1.18)$$

Для дослідження організаційно-технологічних систем використовують різні методи моделювання: аналітичне, системна динаміка, агентне моделювання. О.А. Большаков в своїх працях пропонує застосування комбінованих методів, які при синтезі системи управління для досягнення відомої мети застосовують як формалізовані, так і інтелектуальні методи і евристичні способи. В роботах С.А. Юдіцкого розглянуті питання стратегічного управління складними організаційними системами. В наукових працях Е.А. Трахтенгерца висвітлено питання вибору та здійснення стратегій в системах управління. В.В. Борисов використовує мультиагентний підхід в моделюванні ОТС в умовах протиріччя.

Результати наведеного аналізу показують, що організаційно-технологічні системи є нелінійними, дисипативними, динамічними. Крім того ОТС характеризуються багатовимірністю, складністю та змінюваністю структури, наявністю та зміною багатьох цілей, недетермінованістю, невизначеністю, активністю тощо. Тому існують науково – технічні умови розробки нових інформаційних технологій, створення інтелектуальних підсистем підтримки прийняття рішень при синтезі інформаційних технологій управління складними системами, використання формалізованих регулярних та інтелектуальних методів, а також евристичних способів, що призначені ефективно вирішувати складні, складно формалізовані задачі великої розмірності.

1.4.1. Загальні принципи управління організаційно-технічною системою

При управлінні із різноманіття систем виділяють складні організаційно-технічні системи. Важливість цих систем полягає в тому, що інформаційні системи входять в них як компоненти і власне будь-яке підприємство, фірма, корпорація являє собою таку систему. Іншими словами реальне управління – це управління складними організаційно-технічними системами.

Під складною організаційно-технічною системою (СОТС) розуміють штучну, самоорганізаційну, динамічну, організаційно-технічну сукупність взаємопов'язаних елементів, призначених для виробництва товарної продукції, надання послуг чи іншої діяльності, що виконується людиною. Системи такого типу характеризуються такими ознаками:

мінливістю в часі власної структури і виконуваних функцій;
неповною відповідністю своєї структури цілям системи, що змінюється в часі;

мінливістю цілей функціонування, обумовленої зміною середовища або діями конкурентів;

неповною інформацією про умови функціонування системи;
неповнотою формальних критеріїв для прийняття рішень з підтримки цілісності і розвитку системи;

непослідовністю рішень ОПР, дії якої можуть не відповідати задалегідь визначеним цілям, а прийняті нею рішення – можуть справляти негативний вплив на систему;

інтелектуальністю – означає, що в міру накопичення досвіду функціонування СОТС, з'являється можливість поліпшення її дій;

принципом (єдиного керівництва), який означає, що в кожній складній організаційно-технічній системі є тільки одна особа, яка приймає рішення.

Деякі елементи СОТС є самоуправляемі або управляемі ззовні в межах ієрархічно вищого всеосяжного управління на основі власного інтелекту та інформації, що зберігається в їх пам'яті.

Кожен самоуправляемий елемент системи має інтелект, і ним можна управляти ззовні, так як він може приймати і зберігати інформацію в пам'яті. Кожен такий елемент може передавати інформацію зі своєї пам'яті іншим елементам, що взаємодіють, а також і навколишньому середовищу. Кожен такий елемент може управляти іншими елементами системи або бути керованим.

Інформаційний обмін між елементами в межах системи і системи з середовищем носить неоднозначний характер в межах, обмежених ймовірними значеннями. Внаслідок цього елементи системи з інтелектом і пам'яттю з часом накопичують інформаційні відмінності один від одного і можуть володіти декількома спеціалізаціями, тобто бути придатними для використання за різними цільовими функціями управління. Завдяки цьому миттєво незамінні елементи можуть бути замінені іншими елементами протягом деякого часу, так як в їх пам'ять може бути введена інформація, що забезпечує їх нову спеціалізацію при заміні.

Це забезпечує гнучкість поведінки розглянутих систем, тобто реакція системи (її фрагментів, елементів) на один і той же вплив середовища однозначно не визначена, хоча і зумовлена в ймовірностатистичному сенсі та змінюється під впливом середовища інформаційного стану системи. Це створює певну ситуацію і вимагає для обліку цієї ситуації створювати і застосовувати в управлінні інформаційну модель ситуації.

Функціонування системи проходить під «тиском» середовища. У зв'язку з цим, система має дві групи частинних завдань: по-перше, деяким чином витримати «тиск» середовища; по-друге, вільні від стримування «тиску» ресурси вжити на реалізацію призначення системи і потенціалу її розвитку.

Ці дві групи завдань породжують в часі два напрямки цілей управління. По відношенню до середовища породжуються зовнішні цілі; по відношенню до системи – внутрішні цілі. Реалізація

внутрішніх цілей сприяє розвитку системи, реалізація зовнішніх цілей спрямована на виживання системи.

Якщо всі ресурси системи витрачаються на підтримку стабільного перебування в середовищі, то ступінь реалізації призначення системи, заради якої вона створена, буде дорівнює нулю. Одночасно, якщо система пригнічується (витісняється) середовищем, то реалізація її призначення також неможлива.

Однією з обов'язкових завдань управління такими системами є розподіл ресурсів для забезпечення перебування системи в середовищі з деяким запасом стійкості як з точки зору зростання «тиску» середовища, так і реалізації призначення системи.

Система може містити в собі безліч вкладених систем, що є по відношенню до них осяжною системою. Глибина вкладення систем, тобто число рівнів ієрархії, принципово обмежена можливостями загальної системи з транспортування та обробки інформації. Для людини це називається інформаційним бар'єром. Для системи це бар'єр складності управління.

Взаємна вкладеність систем передбачає існування елементів, що одночасно належать кільком системам. Це означає, що такі елементи можуть одночасно брати участь у виконанні кількох частинних цілей управління, що реалізуються різними системами, в тому числі суперечливих і взаємовиключних (антагоністичних). Для роботи та управління в таких ситуаціях застосовують опозиційні зміни.

При неузгодженості частинних цілей власне загальна і вкладена система є потенційно конфліктними. На практиці це часто відображається в галузевому управлінні, коли інтереси підприємств суперечать один одному і тим самим суперечать інтересам галузі.

СОТС відносяться до еволюціонуючих систем, так як з моменту своєї появи вони самі і їх елементи мають, по-перше, деякі запаси стійкості по відношенню до впливів навколишнього середовища, по-друге, внаслідок наявності інтелекту деяким потенціалом розвитку своїх якостей за рахунок зміни організації як всередині системи, так і всередині елементів. Склад елементів таких систем є поновлюваним, що забезпечує їм стійке існування протягом життя багатьох поколінь елементів в деякому балансувальному режимі.

Освоєння потенціалу розвитку системи або її елементів змінює як характер взаємодії системи із середовищем, так і внутрішню організацію процесів в системі, що супроводжується зростанням запасу стійкості системи по відношенню до тиску середовища і (або)

зростанням потужності впливу системи на середовище в сенсі свого основного призначення.

«Тиск», який відчуває на собі система в плані частоти впливу середовища, має меншу частоту по відношенню до характеристик «швидкодії» елементів системи. Це забезпечує їх стійку взаємодію з середовищем, а система може стійко перебувати в середовищі.

Здатність системи стійко витримувати вплив середовища визначається трьома факторами: «швидкодією» елементів по відношенню до частоти впливу середовища; часом життєвого циклу елементів і структур, з них утворених, і організацією взаємодії інтелектів елементів (перш за все інформаційного) всередині системи. При неправильній організації інформаційної взаємодії система може втратити принципову можливість стійкого перебування в середовищі або реалізації ієрархічно вищої взаємодії з нею.

У розподіленій системі одночасно реалізується структурне і безструктурне управління. Структурний спосіб управління передбачає адресне розповсюдження функціонально орієнтованої інформації за елементами структури, що формується завчасно і залишається незмінною в процесі управління, а також забезпечує вирішення завдань відповідно до вектора цілей управління.

Безструктурний спосіб управління передбачає безадресне циркулярне поширення інформації за елементами системи для зміни інформаційного стану їх пам'яті з розрахунком, що на основі самоуправління елементи самі утворюють певну короточасну структуру і розв'язують завдання, що відповідають вектору цілей управління.

Різниця між цими способами управління полягає в різних системах підтримки. У структурному управлінні підтримка здійснюється на основі застосування інформаційних моделей. У безструктурному управлінні необхідно створити єдиний інформаційний простір.

У всьому різноманітті процесів, що відбуваються в складних організаційно-технічних системах, і при їх розгляді з позиції процесів управління або самоврядування можна виявити загальні властивості цих систем і відповідно до цього побудувати понятійний і термінологічний апарат теорії управління СОТС.

Цей понятійний і термінологічний апарат забезпечує, по-перше, однаковий опис різноманітних процесів, що протікають в складних організаційно-технічних системах, по-друге, передачу управлінсь-

ських знань (культури) в освітньому процесі. Розглянемо коротко основні принципи управління СОТС.

Основні принципи управління СОТС відображають найбільш істотні властивості, відносини явищ дійсності і пізнання в галузі управління системами такого класу, специфічну управлінську мову, термінологію, якими викладається сутність і зміст процесу управління СОТС в цілому і зокрема його елементів.

Наука оперує великою кількістю специфічних, тільки їй властивих понять, кожне з яких характеризується змістом і певним рівнем узагальнення. По мірі збільшення рівня узагальнення розуміння цього поняття зростає. Узагальнення однорідних понять може досягати такої межі, коли в результаті утворюється поняття з максимальним змістом, зване концепцією і принципом. З урахуванням рівня сучасних знань про управління до основних принципів управління СОТС можна віднести дві групи.

Перша група – *принципи опису систем*, в яких протікають процеси управління: складна організаційно-технічна система, система управління, особа яка приймає рішення, орган управління, система зв'язку, система опису обстановки, автоматизовані системи управління, інформаційна інфраструктура системи СОТС, стійкість СОТС, інтелект СОТС, потенціал розвитку СОТС.

Друга група – *принципи опису процесів*: процес управління, функція управління, вектор мети управління, вектор стану (поточного) контрольних параметрів, вектор помилок управління, якість управління, оптимальний процес управління, загальносистемна міра, структурний спосіб управління, безструктурний спосіб управління, режим управління, рішення, контур управління, цикл управління, інформаційний ресурс, спеціальне математичне забезпечення управління, спостереження, інформування, інформаційна відповідність, синхронізація, співпраця, інформаційні потреби, інформаційний вплив.

Загальним для обох груп є взаємозв'язок категорій «інформація», «інформаційні ресурси», «знання» і формування на цій основі управлінських рішень.

Принципи теорії управління постійно змінюються разом із самою теорією. Виділимо ряд принципів, обумовлених сучасною практикою управління.

Вектор цілей (мети) управління – упорядкований перелік сімейства множин частинних цілей управління, що описують

об'єктивний ідеальний (в сенсі безпомилкового управління) режим функціонування (поведінки) об'єкта (системи).

Вектор цілей (мети) управління будується (ідентифікується ОПР) відповідно до суб'єктивної думки особи, що приймає рішення і включає в себе ієрархічно впорядковані множини частинних цілей.

У загальному вигляді вектор цілей (мети) управління можна записати:

$$\mathcal{C} = \{\mathcal{C}_i \mid \mathcal{C}_i = \{c_{ij} \mid c_{ij} - \text{частинна мета}\}, i \in I, j \in J\},$$

де \mathcal{C} – множина частинних цілей управління (вектор цілей (мети) управління); \mathcal{C}_i – i -а множина частинних цілей управління: c_{ij} – j -а частинна мета i -ої множини частинних цілей.

Кожна частинна ціль (мета) c_{ij} описується одним або декількома контрольними параметрами. Для кожного контрольного параметра встановлюється контрольне (порогове) значення, до якого має прагнути об'єкт (система), а також допустимі відхилення від цього значення.

Порядок проходження як множин, так і власне частинних цілей всередині вектора управління визначається їх пріоритетом (важливістю). Частинна мета управління, від якої ми ні в якому разі не можемо відмовитися, набуває перший пріоритет і є найважливішою.

Частинні цілі можуть формуватися у вербальній формі, наприклад, «максимально послабити (зірвати) дії конкурентів» або «завоювати (утримати) лідерство в районі» або «створити сприятливі умови для ...», або із зазначенням контрольних параметрів, наприклад, $c_{ij} = \{x_f = x(t_f)\}$, що означає протягом часу t_f необхідно досягти стану x_f .

Частинні цілі управління в множині частинних цілей можуть групуватися за різними ознаками. Найбільш часто виділяють множину зовнішніх (при призначенні системи) і внутрішніх (при підтримці готовності і всебічному забезпеченні) цілей управління або виділяють множину об'єктивних і потенційних цілей управління. У множину об'єктивних частинних цілей включають цілі, які тривалий час залишаються незмінними і практично реалізуються системою. У множину потенційних цілей включають такі, які об'єктивно необхідні для системи, але реалізуються через суб'єктивні причини, які виходять від ОПР.

Два будь-яких вектори цілей (мети) управління для однієї системи можна співвіднести один з одним ідентично до частинних

цілей, які до них входять, і порядку їх слідування. Різні вектори цілей, як за набором частинних цілей, так і за пріоритетністю частинних цілей ведуть до різних процесів і структур управління.

В цілому помилки, що призводять до таких дефектів вектора цілей управління, такі:

- повторення однієї і тієї ж частинної цілі кілька разів на різних рівнях ієрархії множини частинних цілей з різним пріоритетом (інверсія пріоритетів);

- відсутність у векторі цілей об'єктивно необхідних системі частинних цілей управління;

- наявність у векторі управління помилкових частинних цілей;

- наявність у векторі управління однієї або декількох антагоністичних частинних цілей управління можуть привести до внутрішньосистемних криз або втрати управління.

Вектор стану системи – це вектор, пов'язаний з вектором цілей управління і описує реальне функціонування (поведінку) об'єкта (системи) за контрольними параметрами, що визначаються вектором цілей управління.

Впорядкованість інформаційних модулів у векторі стану повторює ієрархію вектора цілей. Іншими словами, вектор стану – це список того, що сприймається як реальний стан об'єкта управління з точки зору виконання мети.

При реалізації системою вектора цілей (мети) управління шляхом виконання управліннями конкретних функцій управління число елементів вектора стану, яке визначається числом контрольних параметрів вектора цілей управління, може збільшуватися. Ці додаткові параметри необхідні для уточнення контрольних параметрів і пов'язані з ними інформаційно-алгоритмічно.

У векторі стану виділяють два типи додаткових параметрів. Перший – це керовані параметри, другий – вільні.

Керовані параметри вектора стану – це параметри, що змінюються під впливом з боку суб'єкта (керівника, ОПР) і, внаслідок, своєї зміни, змінюють контрольні параметри. Тобто це список параметрів, через які управлінець впливає на об'єкт (систему) для досягнення мети управління.

Перелік керованих параметрів вектора стану може бути ієрархічно впорядкований. У ньому, як правило, виділяють параметри повсякденного управління, параметри управління в потенційно небезпечних обставинах і параметри управління в

надзвичайних умовах (катастрофах, аваріях). Слід зазначити, що управляємі параметри не завжди явно виражені. Для їх виявлення і застосування в управлінні застосовують кореляційний аналіз.

Вільні параметри вектора стану – це параметри, що змінюються при зміні управляємих параметрів, але не входять до переліку контрольних параметрів вектора цілі (мети) управління.

Під вектором стану зазвичай розуміють сімейство множин виду:

$$C = \{\{c_k\}, \{c_y\}, \{c_c\}\},$$

де C – сімейство множин, що описує (поточний) стан об'єкта (системи); c_k – множина параметрів станів, відповідно до контрольних параметрів вектора мети управління; c_y – множина параметрів станів, відповідно до управляємих параметрів; c_c – множина параметрів станів, відповідно до вільних параметрів.

Управляємі параметри вектора станів є основою для формування вторинного по відношенню до нього вектора управляючих впливів, що забезпечує реалізацію прямих зв'язків в контурі управління.

Вектор стану завжди містить в собі деяку помилку у визначенні істинного стану об'єкта (системи), що породжує для управлінця (ОПР) об'єктивну невизначеність, яка не усунена його зусиллями.

Вектор помилки управління – це вектор, що описує відхилення реального процесу, що відображається вектором стану контрольних параметрів від вектора мети управління. Вектор помилок будується на множині частинних помилок, кожна з яких є оцінкою відхилення поточного значення частинного контрольного параметра вектора стану від контрольного значення цього частинного параметра у векторі мети управління. Для оцінки допустимих векторів помилок при формуванні вектора цілей встановлюються допустимі відхилення для значень контрольних параметрів.

Вектор помилки, в якому жодна з приватних помилок управління не перевищує суб'єктивно запропонованих допустимих відхилень від контрольних параметрів вектора цілей, є допустимим вектором помилки. Впорядкованість приватних помилок у векторі помилки управління відповідає ієрархії контрольних параметрів у векторі мети управління.

Треба мати на увазі, що будь-яка приватна помилка управління, що трактується нами як оцінка відхилення значень поточного контрольного параметра від яке пропонується, з точки зору об'єкта (системи), завжди шкодить матеріальним, людським, енергетичним і інформаційним ресурсам цього об'єкта (системи). Тому вектору

помилку управління може бути зіставлений з вектором шкоди, що наноситься об'єкту (системі) в результаті помилки управління. Величина шкоди залежить від часу реакції об'єкта (системи) на усунення приватної помилки управління. Чим більше запізнювання – тим більше шкоди. Якщо немає запізнювання – шкода зводиться до мінімуму.

Втрата управління – це вихід поточного вектора помилки з множини допустимих векторів помилки.

Вектор помилки – основа для формування оцінки якості управління суб'єктом-управлінцем.

Для реальних систем розмірність векторів цілей (мети), стану, помилки велика. Внаслідок цього, стверджують, що через ефект «прокляття розмірності», суть якого полягає в тому, що розмірність простору параметрів рівна N породжує обсяг обчислень рівний N^k , де $k > 1$, такі принципи погано застосовуються на практиці. З цього приводу слід зауважити, що ці принципи, перш за все, носять методологічний характер для позірною моделювання процесів управління. Разом з тим, із зростанням продуктивності комп'ютерних систем вони знаходять все більш широке застосування і на практиці.

Якість управління – це величина вектора помилки управління, тобто загальна оцінка всієї сукупності приватних помилок управління, що входять в вектор помилки управління.

Потреба в оцінці якості управління з'явилася тому, що, як правило, в реальній дійсності розмірність вектора помилки може бути велика. В цьому випадку зіставлення векторів помилки різних процесів по одному вектору мети не завжди зручно, а іноді й неможливо. Тому, коли немає питання про перегляд ієрархії пріоритетів у векторі цілей (мети), коли приватні помилки не виходять за допустимі межі, краще мати одну оцінку, яка дозволяє дати відповідь на питання: стало краще чи гірше? Таку оцінку дозволяє отримати категорія якості управління.

Оцінка якості управління носить суб'єктивний характер, по-перше, через суб'єктивність вибору приватних цілей, по-друге, через суб'єктивно встановленій значущості приватних цілей, по-третє, оскільки на основі одного і того ж вектора помилки можливо побудувати безліч оцінок якості управління, які далеко не завжди взаємозамінні. Ці три чинники слід враховувати при зіставленні оцінок якості управління одним і тим же процесом, але керованим різними суб'єктами.

Іноді для більш детального аналізу процесів управління використовують сукупність частинних оцінок якості управління, отриманих шляхом логічного аналізу контрольних параметрів вектора цілей управління. За умови наявності однозначно сформульованого правила формування оцінки якості управління (наприклад, на основі згортки) перетворення вектора помилки в оцінку якості управління є однозначним.

Оптимальним процесом управління називають процес з екстремальною (найвищою або найнижчою) оцінкою якості управління. Це визначення лежить в основі всієї теорії оптимального управління, побудованої на принципі екстремуму в оцінці якості управління.

Крім того, часто зустрічаються, по-перше, розуміння оптимальності управління в сенсі мінімізації збитку ресурсів системи, засноване на зв'язаному з вектором помилки векторі шкоди, а, по-друге, розумінні оптимальності в сенсі мінімізації часу переходу з одного стану (режиму) в інший. У більшості випадків кожен із перерахованих підходів до оптимальності заперечує інший.

Так як категорія оптимальності будується на суб'єктивно обумовлених векторах цілей (мети) і помилки управління, то категорія оптимальності теж суб'єктивна. Для оптимізації процесів управління найбільш широко використовуються «метод мережевого планування» і «метод динамічного програмування».

Загальносистемна міра – це багатовимірна ймовірна матриця можливих станів системи. Загальносистемна міра формується одночасно з векторами цілей (мети) і стану. Вона дозволяє суб'єкту зіставляти ймовірні зумовленості різних варіантів майбутнього на основі ймовірно зумовлених різних станів системи. При цьому ймовірна зумовленість відповідно до визначається як добуток ймовірності самоздійснення події на міру потенціалу особистості управління.

Режим управління – визначається мінливістю в часі контрольних параметрів вектора цілей (мети) управління. Виділяють балансувальний режим управління, коли контрольні параметри вектора цілей управління залишаються незмінними в часі, і режим маневру, коли контрольні параметри змінюються в часі.

Всі розглянуті нами принципи управління знаходяться у взаємозв'язку. Одним з підходів до розгляду таких зв'язків є категоріальний аналіз. Цей аналіз заснований на тому, що будь-яка цілісність (об'єкт, явище, процес) включає для свого розвитку

єдність протилежностей. Категоріальна пара, яка використовується для аналізу, ділить цілісність на дві частини. Часто такі пари називають дихотомічними, рідше опозиційними.

Такі категоріальні пари змушують аналітиків на кожному кроці виявляти і з'ясовувати існуючі протиріччя. Додаток до цілісності, тобто до об'єкта, системи, явищам, процесу, кількох категоріальних пар дозволяє досліджувати її з різних сторін. У цьому сенсі категоріальний підхід до аналізу цілого робить цей аналіз спрямованим і більш глибоким.

Принципи управління складними організаційно-технічними системами застосовуються для управління багатьма іншими системами. Вони дають теоретичну основу управління, засновану на інформаційних моделях і інформаційних технологіях.

1.4.2. Завдання та аксіоми управління ОТС

В теорії управління прийнято вважати, що системи з управлінням створюються для досягнення конкретних цілей, які визначаються в рамках інших наук, осіб, які займаються дослідженням конкретних систем.

Розглянемо основні положення управління в організаційно-технічних системах, опираючись на базові поняття.

1. Завдання організаційно-технічного управління. Приймається, що є N – інформація про стан зовнішнього середовища (зовнішні впливи на об'єкт управління), $N\zeta$ – інформація про стан зовнішнього середовища, наявна в управляючій системі, X – командна інформація, Y – інформація про стан об'єкта управління, $Y\zeta$ – інформація про стан об'єкта управління, наявна в управляючій системі.

Управляюча система реалізує завдання визначення мети, стабілізації, виконання програми, стеження або оптимізації і тим самим забезпечує або утримування вихідних характеристик системи при змінах зовнішнього середовища в необхідних межах, або виконання системою дій зі зміни значень її характеристик або характеристик зовнішнього середовища.

Об'єкт управління є виконавчим інструментом, який реалізує основну функцію системи.

Система зв'язку, що є частиною системи управління, забезпечує обмін управляючою інформацією між керуючою системою і об'єктом управління.

Задачами теорії управління при цьому є:

– синтез структури і параметрів об'єкта управління, що відповідають меті (закону функціонування) створюваної системи з управлінням;

– синтез структури і параметрів управляючої системи, тобто побудова структури управління з урахуванням обмежень за витратами різного виду (чисельність управлінського персоналу та ін.); визначення місць розміщення центрів обробки інформації; визначення масивів інформації, які підлягають передачі, зберіганню і обробці;

– синтез структури і параметрів системи зв'язку.

Єдиних методів вирішення перерахованих задач для всіх типів систем на даний час не існує. Однак для всіх типів систем з управлінням існує ряд аксіом і принципів управління, знання яких дозволяє кваліфіковано вирішувати задачі управління.

1. Аксіоми теорії управління.

Аксіома 1. *Наявність спостережності об'єкта управління.* В теорії управління ОУ вважається спостережуваним в стані $z(t)$ на множині моментів часу T при вхідній дії $x(t)$ і відсутності збурень, якщо рівняння спостереження динамічної системи, представлене у вигляді

$$y^*(t) = g[t, x(t), z^*(t)], \quad (1.19)$$

де $y^*(t)$ – деяка реалізація вихідного процесу, доступна для реєстрації, яка має єдине рішення

$$z^*(t) = z(t) \in Z \quad (1.20)$$

Якщо це твердження справедливе для будь-якого $z(t) \in Z$, то об'єкт вважається повністю контрольованим.

Це означає, що визначення будь-якого зі станів ОУ (тобто його спостережність) реалізується тільки в тому випадку, якщо за результатами вимірювання вихідних змінних $y^*(t)$ при відомих значеннях вхідних змінних $x(t)$ може бути отримана оцінка $z^*(t)$ всіх змінних стану $z(t)$.

Така задача в теорії систем відома як *задача спостереження*. В організаційно-технічних системах управління це завдання реалізується функцією контролю поточного стану ОУ і впливів зовнішнього середовища. Без цієї інформації управління або неможливо, або неефективно.

Аксіома 2. *Наявність керованості* – здатності ОУ переходити в просторі станів Z з поточного стану в необхідний під впливами

керуючої системи. Зрозуміло, що це переміщення у фізичному просторі, зміна швидкості і напряму руху в просторі станів, зміна структури або властивостей ОУ. Якщо стан ОУ не змінюється, то поняття управління втрачає сенс.

Аксіома 3. *Наявність мети управління.* Під метою управління розуміють набір значень кількісних або якісних характеристик, що визначають необхідний стан ОУ.

Якщо мета невідома, управління не має сенсу, а зміна станів перетворюється в безцільне блукання. Мета відображається точкою, в яку треба перевести систему з існуючого стану, або траєкторією переходу ОУ в необхідний стан у вигляді, наприклад, адитивної згортки

$$\max F = \sum_{i=1}^n a_i b_i \quad (1.21)$$

з обмеженнями типу

$$\sum_{i=1}^n a_i b_i \leq c, \quad (1.22)$$

де y_i – i -а характеристика; a_i – важливість (вага) i -ї характеристики; b_i – витрата ресурсів на підтримку i -ої характеристики в необхідному стані; c – загальна кількість ресурсів.

Аксіома 4. *Свобода вибору – можливість вибору управляючих впливів (рішень) з деякої множини допустимих альтернатив.* Чим менша множина, тим менш ефективне управління, так як в умовах обмежень оптимальні рішення часто залишаються за межами області адекватності. Якщо є єдина альтернатива, то управління не потрібно. Якщо рішення не впливають на зміну стану ОУ, то управління не існує.

Аксіома 5. *Наявність критерію ефективності управління.* Узагальненим критерієм ефективності управління вважається ступінь досягнення мети функціонування системи.

Крім ступеня досягнення мети якості управління можна оцінювати за деякими критеріям: ступеня відповідності управляючих впливів необхідним станам ОУ, якості прийнятих рішень, точності управління. Для оцінки систем управління військового призначення запроваджуються вимоги до управління за показниками стійкості, неперервності (тривалості циклу управління), оперативності і скритності.

Аксиома 6. Наявність *ресурсів* (матеріальних, фінансових, трудових і т.д.), що забезпечують реалізацію прийнятих рішень. Відсутність ресурсів рівносильне відсутності свободи вибору. Управління без ресурсів неможливе.

2. Принцип необхідної різноманітності Ешбі.

З аксіом управління витікає, що управління полягає в обмеженні різноманітності станів керованого об'єкта. Це означає, що ентропія об'єкта управління повинна дорівнювати нулю $H(Y)=0$. Іншими словами, невизначеність щодо станів об'єкта управління в керуючій системі повністю відсутня і об'єкт управління повинен знаходитися в строго визначеному стані з ймовірністю, яка дорівнює одиниці.

Якщо керований об'єкт характеризується одним показником якості y' і може знаходитися в n станах y'_1, y'_2, \dots, y'_n з ймовірністю $p(y'_1), p(y'_2), \dots, p(y'_n)$, то повідомлення Y про те, в якому з станів знаходиться об'єкт в системі з повною інформацією, буде містити кількість інформації, рівній його ентропії

$$H(Y) = - \sum_{i=1}^n p(y'_i) \log_2 p(y'_i), \quad (1.23)$$

Для оцінки станів об'єкта, що характеризується m показниками якості y' , потрібно підсумувати i по $j, j=1, 2, \dots, m$.

Ентропія $H(Y)$ є мірою первісної невизначеності стану об'єкта управління. Чим більше число різних станів об'єкта і чим менше відрізняються один від одного їх ймовірності, тим більша ентропія об'єкта управління. При n рівноможливих станах $p_i=1/n$ значення ентропії максимальне: $H(Y)_{\max} = \log_2 n$.

З отриманням відомостей про об'єкт управління невизначеність його стану для керуючої системи зменшується. Кількість взаємної інформації в повідомленнях, призначених для уточнення стану (зменшення ентропії) об'єкта управління, визначають як різницю:

$$I(Y, Y') = H(Y) - H(Y|Y'), \quad (1.24)$$

де $H(Y|Y')$ – умовна ентропія об'єкта після отримання повідомлення Y' .

Якщо отримане повідомлення повністю характеризує стан об'єкта, то воно повністю знімає невизначеність ($H(Y|Y')=0$) і несе кількість інформації, що рівне $H(Y)$.

З теорії інформації також відомо, що кількість інформації має дві важливі властивості: позитивність і симетричність. Перша властивість свідчить про те, що кількість інформації завжди більша або дорівнює нулю ($I \geq 0$). Згідно другої властивості кількість взаємної інформації $I(A, B)$, яка містить прийняте повідомлення про надіслане, дорівнює кількості взаємної інформації $I(B, A)$, яка містить надіслане повідомлення про прийняте

$$I(A, B) = I(B, A) \quad (1.25)$$

Зазначені характеристики інформації дозволяють провести аналіз управляючих впливів відносно станів керованого об'єкта. Інакше, визначити межі управління.

Нехай існує система з управлінням, в якій вирішується задача стабілізації – підтримання заданого стану при випадкових впливах зовнішнього середовища. Система описується множиною можливих станів об'єкта управління $Y = \{y_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, з безліччю можливих керуючих впливів $i = 1, 2, \dots, m$.

Для визначення меж управління розглянемо три можливих варіанти:

1. Відсутність управління.
2. Ідеальне управління (управління з повною інформацією).
3. Реальне управління (управління з неповною інформацією).

1. *Відсутність управління.* Якщо управління відсутнє, то управляємий об'єкт може приймати будь-яке з станів Y і характеризується максимальною ентропією

$$H(Y) = - \sum_{i=1}^n p(y_i) \log_2 p(y_i) = H(Y)_{\max} \quad (1.26)$$

2. *Ідеальне управління.* Якщо управління ідеальне, управляємий об'єкт буде весь час перебувати в заданому стані з ймовірністю, яка дорівнює одиниці, і тому ентропія керованого об'єкта дорівнює нулю.

Проілюструємо це твердження. Нехай для заданої системи за умови впливів X ймовірність першого стану $p(y_1)$, а ймовірності

інших станів $\sum_{i=1}^n p(y_i) = 0$. Тому,

$$\begin{aligned}
 H(Y/X) &= -\{p(y_1) \cdot \log_2 p(y_1)\} + \left\{ \sum_{i=2}^n (y_i) \cdot \log_2 p(y_i) \right\} = \\
 &= -\left\{ 1 \cdot \log_2 1 \right\} + \left\{ 0 \cdot \sum_{i=2}^n \log_2 p(y_i) \right\} = -\{1 \cdot 0\} + \{0\} = 0
 \end{aligned}
 \tag{1.27}$$

3. *Реальне управління.* При управлінні в реальних умовах мають місце відхилення стану керованого об'єкта щодо заданого. Це визначається тим, що управляюча система в загальному випадку підлягає зовнішнім впливам, не володіє повною інформацією про стан середовища N і об'єкта управління $Y(N|N$ і $Y|Y)$. Це призводить до того, що керуючі впливи не повністю відповідають необхідним впливам. В цьому випадку можна зробити висновок, що ентропія об'єкта управління в реальних умовах може змінюватися в межах

$$0 < H(Y/X) < H(Y)_{\max} \tag{1.28}$$

Якість управління може визначатися кількістю взаємної інформації $I(X, Y)$ в керуючих впливах X щодо станів керованого об'єкта Y , що обчислюється як різниця між безумовною та умовною ентропією

$$H(Y)_{\max} - H(Y/X) = I(X, Y) \tag{1.29}$$

що відповідає зменшенню ентропії керованого об'єкта на величину, рівну отриманій інформації.

З іншого боку, кількість взаємної інформації $I(X, Y)$ в керуючих впливах X щодо станів керованого об'єкта Y може бути виражена як різниця ентропії керуючої системи $H(X)$ і умовної ентропії керуючої системи після отримання повідомлення про стан керованого об'єкта $H(X/Y)$:

$$I(X, Y) = H(X) - H(X/Y) \tag{1.30}$$

Підставивши вираз в праву частину виразу, отримаємо

$$H(Y)_{\max} - H(Y/X) = H(X) - H(X/Y) \tag{1.31}$$

Після перенесення $H(Y)_{\max}$ з лівої частини виразу в праву частину і заміни знаків отримаємо

$$H(X/Y) = H(Y)_{\max} - H(X) + H(X/Y) \tag{1.32}$$

Вираз, що визначає граничні можливості управління, показує, що для підвищення якості управління, тобто зменшення ентропії $H(Y/X)$, необхідно:

- зменшувати різноманітність станів керованого об'єкта $H(Y)$;
- збільшувати різноманітність керуючих впливів $H(X)$, наближаючи його до різноманітності станів керованого об'єкта $H(Y)$;
- зменшувати неоднозначність керуючих впливів щодо станів об'єкта управління $H(X/Y)$, що можливо при наявності повної інформації про керований об'єкт і зовнішнє середовищі.

Іншими словами, *потрібно прагнути до того, щоб кожний можливий стан керованого об'єкта мав свій керуючий вплив*, щоб існувала можливість використання керуючих впливів в залежності від стану, і щоб усякий раз забезпечувався вибір того впливу, який відповідає стану об'єкта управління. Вираз відображає фундаментальний принцип кібернетики, відомий як принцип необхідної різноманітності (принцип У. Росса Ешбі) і формулюється коротко так: «Різноманітність управляючої системи має бути не менше різноманітності об'єкта управління».

Згідно з цим принципом із збільшенням складності об'єкта управління складність керуючої системи повинна збільшуватися. При управлінні потрібно мати максимально точну і повну інформацією про керований об'єкт і зовнішнє середовище.

З цього принципу випливає, що ентропію об'єкта управління (різноманіття станів регульованих змінних) можна знизити до бажаного рівня (що і є метою регулювання), тільки збільшивши ентропію керуючої системи (різноманіття регулюючих змінних) щонайменше до відповідного мінімуму.

Принцип стверджує, що продуктивність будь-якого фізичного пристрою як регулятора не перевищує його продуктивності як каналу зв'язку.

Контрольні запитання

1. Загальні методи сучасної теорії управління, їх призначення.
2. В чому полягає основа комплексування механізмів у складних системах?
3. Характеристика випереджувальних методів керування, поняття прогнозу.
4. За якими ознаками виділяються технічні, організаційні та організаційно-технічні системи?
5. В чому особливості технологічних об'єктів з точки зору їх автоматизації?
6. Назвіть склад та характеристики організаційних систем.
7. Основні особливості та характеристики організаційно-технічних систем.
8. Загальні принципи управління ОТС.
9. Аксиоми процесу управління в ОТС. Принцип необхідної різноманітності.
10. Ентропійний підхід до оцінки ефективності процесу управління в ОТС.

РОЗДІЛ 2.

Метод простору станів для аналізу та синтезу лінійних багатовимірних систем

2.1. Математичні моделі та структурні схеми систем у просторі змінних станів

Багатовимірними називаються такі системи автоматичного керування, в яких є кілька регульованих змінних (координат станів).

Метод простору станів передбачає первинну математичну модель системи у вигляді диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язану відносно похідних. Таку систему називають нормальною системою або системою у формі Коші.

У загальному випадку нелінійна система описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{X}_1(t) = f_1(X_1, X_2, \dots, X_n, U_1, U_2, \dots, U_m, t); \\ \dot{X}_2(t) = f_2(X_1, X_2, \dots, X_n, U_1, U_2, \dots, U_m, t); \\ \dots \\ \dot{X}_n(t) = f_n(X_1, X_2, \dots, X_n, U_1, U_2, \dots, U_m, t), \end{cases} \quad (2.1)$$

де: X_i – координати станів, які характеризують станів системи в n -вимірному просторі R^n , U_i – дії керування, f_i – у загальному, нелінійні функції.

Якщо взяти, що функції f_1, f_2, \dots, f_n є лінійними відносно координат X та дій U , то можна записати :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = a_{11}(t)X_1 + a_{12}(t)X_2 + \dots + a_{1n}(t)X_n + b_{11}(t)U_1 + \dots + b_{1m}(t)U_m, \\ \dot{X}_2 = a_{21}(t)X_1 + a_{22}(t)X_2 + \dots + a_{2n}(t)X_n + b_{21}(t)U_1 + \dots + b_{2m}(t)U_m, \\ \dots \\ \dot{X}_n = a_{n1}(t)X_1 + a_{n2}(t)X_2 + \dots + a_{nn}(t)X_n + b_{n1}(t)U_1 + \dots + b_{nm}(t)U_m, \end{cases} \quad (2.2)$$

або в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dots \\ \dot{X}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \dots & b_{1m}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \dots & b_{2m}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & \dots & b_{nm}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_m \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

У компактній векторно-матричній формі рівняння (2.3) можна записати так:

$$\dot{X} = A(t)X + B(t)U, \quad (2.4)$$

де $A(t)$, $B(t)$ – матриці, складені з відповідних коефіцієнтів, причому матриця $A(t)$ є завжди квадратною $[n \times n]$, а матриця $B(t)$ – прямокутна $[n \times m]$.

Система, в якій матриці $A(t)$ та $B(t)$ залежать від часу (t), називається багатовимірною нестационарною системою.

Якщо $A(t)=\text{const}$ та $B(t)=\text{const}$, то така система називається стаціонарною.

Повний опис системи доповнюється залежностями, які зв'язують вихідні змінні Y та X :

$$\begin{aligned} Y_1 &= C_{11}(t)X_1 + C_{12}(t)X_2 + \dots + C_{1n}(t)X_n \\ Y_2 &= C_{21}(t)X_1 + C_{22}(t)X_2 + \dots + C_{2n}(t)X_n \\ &\dots \\ Y_p &= C_{p1}(t)X_1 + C_{p2}(t)X_2 + \dots + C_{pn}(t)X_n \end{aligned} \quad (2.5)$$

причому $p \leq n$, або в матричній формі

$$Y = C(t)X. \quad (2.6)$$

Вектор X – фазовий вектор, або вектор змінних (координат) станів. Координати X_1, X_2, \dots, X_n називають фазовими координатами, або координатами станів (рис. 2.1).

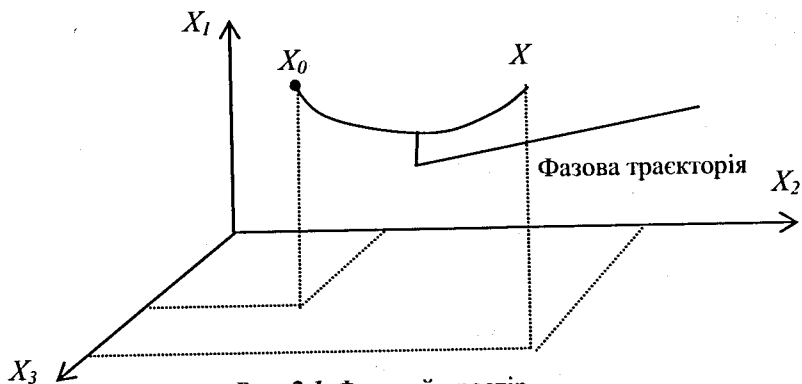


Рис. 2.1. Фазовий простір

Множина векторів X – простір станів. Координатами X_i вектора станів є регульовані змінні або абстрактні величини, які вводяться штучно. Вектор стану X утворюється за допомогою компонентів X_i , які обираються так, щоб при відомому значенні $X(t_\phi)$ при $t=t_\phi$ (t_ϕ – фіксований момент часу) і заданому векторів входу $U(t)$ для $t \in [t_\phi, T]$ можна було однозначно визначити вектор виходу $Y(t)$. Перехід системи з початкового стану X_0 в кінцевий X_k визначається фазовою траєкторією.

За рівняннями (2.2) можна побудувати структурну схему системи (рис.2.2), що дає можливість зробити такі висновки :

- за допомогою вектора $U(t)$ здійснюється керування об'єктом;
- вектор $X(t)$ характеризує стан об'єкта у фазових координатах X_1, X_2, \dots, X_n ;
- поведінка системи та її властивості повністю характеризуються поняттям стану, якому відповідає точка в просторі R^n ;
- якщо система описується векторно-матричним рівнянням у нормальній формі Коші, то розмірність простору станів дорівнює порядку цієї системи;
- поведінка системи (її рух) характеризується фазовою траєкторією (див. рис. 2.1), яка визначає змінювання координат системи з часом. Кожна конкретна (фіксована) точка на фазовій траєкторії характеризує стан системи при $t=t_\phi$. Таким чином, фазова траєкторія повністю визначає стан системи в просторі R^n і за часом;
- траєкторія станів системи в часі $t \in [t_\phi, T]$ – геометричне місце точок кінця вектора стану $X(t)$ у просторі станів R^n , що параметрично визначається часом $t \in [t_\phi, T]$. Траєкторія станів однозначна на інтервалі $[t_\phi, T]$ для заданого на цьому інтервалі вхідного сигналу $U(t)$;
- фазовий простір системи n -го порядку – n -вимірний простір станів, координатами якого є похідні за часом $X^{(k)}(t)$, $k = \overline{0, n-1}$. Число координат простору станів дорівнює порядку системи рівнянь у формі Коші.

Координати X_1, X_2, \dots, X_n відповідають не реальній, а математичній моделі САУ. Функції Y_1, Y_2, \dots, Y_n доступні спостереженню (вимірюванню) – це реальні вихідні сигнали, які можна спостерігати (вимірювати). Тому рівняння (2.4) називають рівнянням стану, а рівняння (2.6) – рівнянням виходу.

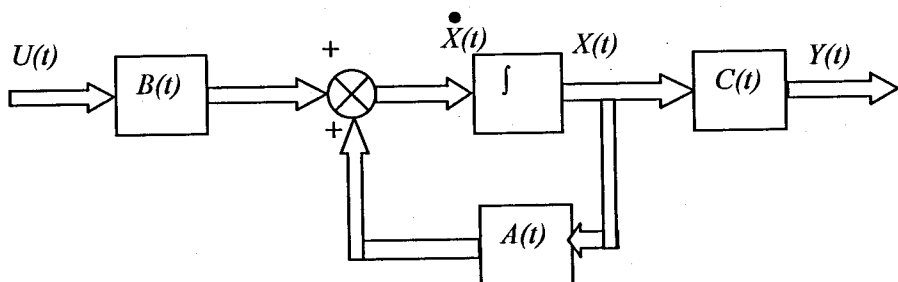


Рис. 2.2. Структурна схема системи

Для опису лінійної стаціонарної неперервної системи іноді в модель (2.4) вводять вектор зовнішніх збурень:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU + D_1W, \\ Y = CX + D_2W, \end{cases} \quad (2.7)$$

де $X(t) \in R^n$ – вектор станів системи; $U(t) \in R^m$ – управління (керування); $Y(t) \in R^p$ – вихід системи; $W(t) \in R^{n_1}$ – вхідні сигнали (зовнішні збурення) або сигнали завдання. Матриці: $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $D_1 \in R^{n \times n_1}$, $C \in R^{p \times n}$, $D_2 \in R^{p \times n_1}$ також можуть залежати та не залежати від часу t .

Система називається повністю визначеною, якщо матриці A, B, C, D_1, D_2 задані. У системах з невизначеностями ці матриці відомі не повністю (для робастних систем).

Зовнішні діяння $W(t)$ можуть бути відсутніми; детермінованими або випадковими; обмеженими у деякій нормі.

Системи, моделі яких мають вигляді:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + D_1W, \\ Y = CX + D_2W, \end{cases} \quad (2.8)$$

називають відкритими (керування відсутнє). При програмному керуванні обрано $U = U(t)$, а у формі зворотного зв'язку за станом $U = KX$.

Розв'язок відкритої системи можна записати в явному вигляді:

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} D_1 W(\tau) d\tau, \quad (2.9)$$

де $X(0)$ – значення $X(t)$ – у початковий момент $t = 0$, e^{At} - матрична експонента.

Отже, фізичну постановку задачі необхідно визначити наперед. Дискретні системи описуються різницевими рівняннями:

$$\begin{cases} X_k = AX_{k-1} + BU_{k-1} + D_1W_{k-1}, \\ Y_k = CX_k + D_2W_k, \end{cases} \quad (2.10)$$

де k – дискретний час або номер ітерації в ітераційному процесі.

2.2. Матричні передавальні функції

Для перетворень рівнянь у просторі станів вводиться оператор диференціювання $s = \frac{d}{dt}$ на гладкі функції $x(t)$ він діє за правилом:

$$sX(t) = \dot{X}(t). \quad (2.11)$$

Якщо розглядати S як комплексну змінну та функції від неї, то тоді можна отримати певний зміст, наприклад якщо

$$R(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_k s^k, \quad (2.12)$$

то

$$R(s)x(t) = a_0x(t) + a_1\dot{x}(t) + \dots = a_kx^{(k)}(t); \quad (2.13)$$

коли підставити у рівняння (2.7) $s = \frac{d}{dt}$ при $X(0) = 0$ і формально розв'язати перше рівняння відносно x , отримаємо:

$$X = (sI - A)^{-1}(BU + D_1W), \quad (2.14)$$

а для виходу буде:

$$Y = C(sI - A)^{-1}BU + (C(sI - A)^{-1}D_1 + D_2)W. \quad (2.15)$$

Матрична функція комплексної змінної s

$$H_{yn}(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (2.16)$$

Формально можна отримати:

$$P(s)H(s) = W(s)U. \quad (2.22)$$

Тоді, якщо розглядати s як оператор диференціювання, отримуємо систему диференціальних рівнянь високого порядку відносно $Y(t) \in R^e, U(t) \in R^m$. Для реалізованості матриці $H(s)$ формуються умови: степінь полінома чисельника не перевищує степені полінома знаменника. Такі передавальні функції називають правильними (реалізованими). Вводячи штучні змінні станів, останнє рівняння приводять до вигляду, аналогічного стандартній формі. Це називається реалізацією передавальної функції в просторі станів. Тоді використовується запис

$$H(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right], \quad (2.23)$$

або $H(s) = (A, B, C, D)$, тобто система $Y = H(s)U$ еквівалентна системі:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU, X(0) = 0, \\ Y = CX + DU. \end{cases} \quad (2.24)$$

При цьому

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D. \quad (2.25)$$

Перехід від $H(s)$ до (A, B, C, D) -реалізації можна здійснити порізному. Приміром, можна забезпечити мінімальну розмірність A (тобто вектора стану X) – мінімальну реалізацію. Відповідна розмірність A називається ступенем Мак-Мілана для передавальної функції.

Якщо (A, B, C, D) – мінімальна реалізація $H(s)$, то

$$P(s) = \det(sI - A) \quad (2.26)$$

є характеристичним поліномом системи, а його корені – власні значення A – полюси матричної передаточної функції (полюси системи).

Використання передаточних функцій є зручним також у такому випадку для системи:

називається передаточною функцією від збурення W до виходу Y .

Елементами матриць $A(s)$ є дробово-раціональні функції від змінної s , які мають спільний знаменник

$$P(s) = \det(sI - A), \quad (2.17)$$

що є характеристичним поліномом матриці A (характеристичним поліномом системи), від розташування коренів якого залежить стійкість та інші властивості системи.

Тоді можна записати:

$$H_{yu}(s) = H(s) = \frac{1}{P(s)} W(s), \quad (2.18)$$

де $W(s)$ – матриця, елементи якої є поліномами від s .

Полюси $H(s)$ збігаються із власними числами матриці A , для решти матриця $H(s)$ визначена. Зокрема, якщо $P(s)$ стійкий, тобто всі його корені лежать у відкритій лівій напівплощині, то $H(s)$ – матрична функція, аналітична у правій напівплощині (такі передаточні функції є стійкими).

Можна записати таку зручну залежність:

$$Y = H_{yu}(s)U + H_{yw}(s)W. \quad (2.19)$$

Зручність використання передаточних функцій можна показати на такому прикладі.

Для системи відсутні зовнішні збурення та похибки вимірювань виходу:

$$Y = H(s)U, U \in R^m, Y \in R^e. \quad (2.20)$$

Тут $H(s)$ – передаточна функція (матриця $e \times m$, елементи якої – дробово-раціональні функції s , тобто:

$$H(s) = \frac{1}{P(s)} W(s), \quad (2.21)$$

де елементи $e \times m$ матриці $W(s)$ – поліноми від s ; поліном $P(s)$ – загальний знаменник елементів матриці $H(s)$ – характеристичний поліном системи, а його корені – полюси передаточної функції.

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU, \\ Y = CX, \end{cases} \quad (2.27)$$

коли вхідний сигнал $U(t)$ – комплексний гармонійний сигнал

$$U(t) = ae^{j\omega t}, \quad (2.28)$$

де a – постійний вектор, ω – частота.

Тоді

$$\begin{aligned} X(t) &= R^{At} X(0) + e^{At} \int_0^t e^{(j\omega I - A)^{-1}} B a d\tau = \\ &= e^{At} X(0) + (j\omega I - A)^{-1} B a e^{j\omega t} - (j\omega I - A)^{-1} B a, \end{aligned} \quad (2.29)$$

усталене значення вектора станів буде

$$\overline{X(t)} = (j\omega I - A)^{-1} B U(t). \quad (2.30)$$

Якщо матриця A стійка, то всі її власні значення λ_i лежать у лівій напівплощині: $\text{Re } \lambda_i < 0, i = 1, \dots, n$. Тоді для стійких матриць $e^{At} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Тоді $|X(t) - \overline{X(t)}| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Для усталеного значення виходу маємо:

$$\overline{Y(t)} = C \overline{X(t)} = C(j\omega I - A)^{-1} B U(t), \quad (2.31)$$

$$|Y(t) - \overline{Y(t)}| \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty,$$

або

$$\overline{Y(t)} = H(j\omega)U(t), \quad (2.32)$$

де матрична передавальна функція $H(j\omega)$ є частотною характеристикою системи. Це рівняння можна пояснити так. Припустимо, що всі компоненти вхідного вектора $U(t)$ дорівнюють нулю, крім i -тої, яку подамо у вигляді: $U_i(t) = a \cos \omega t + j a \sin \omega t$ (a – число). Тоді k -та компонента усталеного значення вихідного сигналу буде:

$$\overline{Y_k(t)} = |h_{ki}(j\omega)| a \cos(\omega t + \varphi) + j |h_{ki}(j\omega)| a \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.33)$$

де $h_{ki}(j\omega) - (k_0 i)$ -й елемент матриці $H(j\omega)$, а $\varphi = \arg h_{ki}(i\omega)$. З урахуванням лінійності $H(\cdot)$ відклик системи на суму дійсної та уявної складових $U(t)$ дорівнює сумі відкликів на кожен з них, тобто якщо $U_i(t)$ взяти дійсну гармоніку $a \cos \omega t$, то усталене значення на k -му виході буде:

$$\bar{Y}_k(t) = |h_{ki}(j\omega)| a \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.34)$$

Отже, якщо на i -й вхід системи зі стійкою матрицею A подавати гармонійний сигнал з частотою ω , то на k -му виході буде також гармонійний сигнал з тією самою частотою, а його амплітуда в $|h_{ki}(j\omega)|$ разів відрізнятиметься від амплітуди вхідного сигналу, тобто $|h_{ki}(i\omega)|$ – коефіцієнт підсилення вхідного гармонійного сигналу, а фаза змінюватиме на $\arg h_{ki}(j\omega)$. Це використовується для експериментального визначення частотної характеристики системи.

Для дискретних систем вводиться оператор зсуву назад z , який розглядається як формальна змінна:

$$ZX_k = X_{k-1}. \quad (2.35)$$

Тоді при $X_0 = 0$ можна записати:

$$X_k = ZAX_k + ZBUX_k + ZD_1W_k, \quad (2.36)$$

тобто

$$\begin{aligned} X_k &= Z(I - ZA)^{-1} BU_k + Z(I - ZA)^{-1} D_1 W_k, \\ Y_k &= ZC(I - ZA)^{-1} BU_k + (ZC(I - ZA)^{-1} D_1 + D_2) W_k \end{aligned} \quad (2.37)$$

Передавальні функції виражаються через змінну Z :

$$\begin{aligned} H_{yn}(Z) &= ZC(I - ZA)^{-1} B, \\ H_{yw}(Z) &= ZC(I - ZA)^{-1} D_1 + D_2, \end{aligned} \quad (2.38)$$

а характеристичний поліном набуває значення:

$$P(Z) = \det(I - ZA), \quad (2.39)$$

Тоді передавальні функції мають вигляд:

$$H(Z) = \frac{1}{P(Z)}W(Z), \quad (2.40)$$

де $W(Z)$ – матриця, елементи якої є поліномами від Z .

Якщо $P(Z)$ не має нулів всередині одиничного кола, то він є стійким ($H(Z)$ аналітична в цьому колі).

Якщо для відкритої системи без похибок у спостереженні ($D_2 = 0$) матриця A дискретно стійка, а на вхід подається гармонійний сигнал

$$U_k = ae^{j\omega k}, \quad (2.41)$$

то вихід прямує до усталеного значення

$$Y_k = H(e^{j\omega})U_k; \quad H(e^{j\omega}) = e^{j\omega}C(I - e^{j\omega}A)^{-1}B \quad (2.42)$$

Тобто і у цьому випадку гармонічний сигнал перетворюється (гранично) до гармонійного з амплітудою, яка змінилася в $|H(e^{j\omega})|$ разів і зсувалася за фазою $-\arg H(e^{j\omega})$ (знак « \leftarrow » відповідає оператору зсуву назад).

2.3. Керованість та спостережність багатовимірних систем

При синтезі систем, у тому числі розрахунку регуляторів, інформацію про стани системи можна отримати за допомогою *спостерігачів*, які аналізують вектор $Y(t)$ (вектор вимірювань) і дають можливість отримати наближене значення (оцінку) вектор-функції $X(t)$. При цьому деякі координати стану можна виміряти, а деякі є комбінацією вихідних сигналів і їх можна розрахувати.

Математичні моделі в координатах стану (2.7) дають змогу отримати оцінку таких важливих показників, як *спостережність* і *керованість* системи. Якщо керувати станами системи $X(t)$ можна зміною вектора $U(t)$, а спостерігати за її станами вимірюванням вихідного сигналу $Y(t)$, то необхідно дати відповідь на два запитання:

– чи можна обрати $U(t)$ так, щоб перевести систему (або об'єкт) з деякого довільного стану $X_0(t)$ в інший $X_k(t)$?

– чи можна, спостерігаючи вектор виходу $Y(t)$ на протязі тривалого часу, визначити стани системи $X(t)$?

Система, яка описується математичною моделлю (2.7), є повністю *керованою*, якщо для будь-якого початкового стану $X_0(t)$ існує такий сигнал керування $U(t)$, який переводить систему в кінцевий стан $X_k(t)$ за кінцевий проміжок часу $t_0 \leq t \leq t_k$. Існує математична умова керованості (умова Р. Калмана): лінійна n -вимірна система (1.7) є повністю керованою, коли матриця

$$N_k = [B; AB; A^2 B; \dots A^{n-1} B] \quad (2.43)$$

має ранг, який дорівнює порядку системи n :

$$\text{rank } N_k = n. \quad (2.44)$$

На рис. 2.3 показана структурна схема системи, з якої видно, що вона не повністю керована (сигнал X_1 не з'єднаний із сигналом керування U). Для здійснення процесу керування потрібна інформація про стани системи (об'єкта).

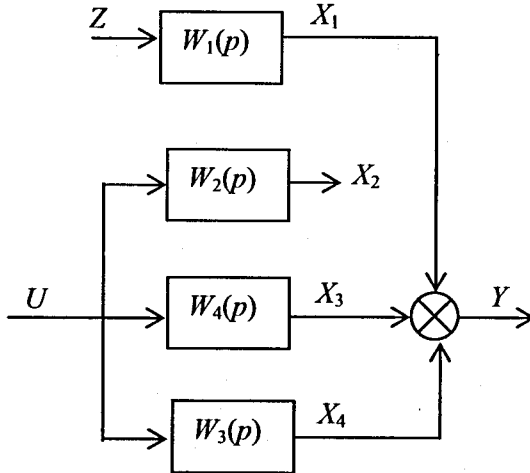


Рис. 2.3. Структурна схема системи

Кількість вимірюваних координат, як правило, менше кількості координат станів. Система називається повністю *спостережною*, якщо можливо визначити стани $X(t)$ за даними вимірювань $Y(t)$ та

$U(t)$ за кінцевий інтервал часу $t_0 \leq t \leq t_k$. Математична умова повної спостережності (умова Р. Калмана) формулюється так: лінійна стаціонарна система (2.7) є повністю спостережною, коли матриця

$$N_c = \left[C^T; A^T C^T; (A^T)^2 C^T; \dots; (A^{T^{n-1}} C^T) \right] \quad (2.45)$$

має ранг n :

$$\text{rank } N_c = n. \quad (2.46)$$

Система, структурна схема якої показана на рис. 2.3, є не повністю спостережною (координата X_2 не зв'язана з виходом Y).

Також більш сильною формою керованості є нормалізованість. Система є нормалізованою, якщо кожна координата вектора управління $U(t)$ окремо забезпечує керованість. Необхідною та достатньою умовою при цьому є така:

$$\text{rank } N_{c_i} = \text{rank} [b_i; Ab_i; \dots; A^{n-1}b_i] = n \quad (2.47)$$

для всіх $i=1, 2, \dots, m$, де $b_i, i=1, 2, \dots, m$ – стовбці матриці B .

Приклад. Дано математичну модель трисекційної пластинчастої пастеризаційно-охолоджувальної установки ОПУ-10 у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dt_{zg}}{dt} = -0,0136t_{zg} + 0,676G_n + 0,0136t_{xg}; \\ \frac{dt_{mn}}{dt} = -0,0123t_{mn} + 0,0066t_{mp} - 0,0414G_m + 0,0056t_{zg}; \\ \frac{dt_{xg}}{dt} = -0,0055t_{xg} - 0,0092t_{zg} + 0,0027t_{mp} - 0,00355G_m; \\ \frac{dt_{mp}}{dt} = -0,0068t_{zg} + 0,0054t_{mn} - 0,0169G_m + 0,0013t_{mx}; \end{cases} \quad (2.48)$$

де t_{zg} – температура гарячої води, t_{mn} – температура пастеризації, t_{xg} – температура холодної води, t_{mp} – температура молока рекуперації, G_n – витрата пари, G_m – витрата молока, t_{mx} – температура сирого молока.

Необхідно перевести об'єкт у простір змінних станів:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= Ax + Bu + Gw, \\ y &= Cx + Du + Hw;\end{aligned}\tag{2.49}$$

та оцінити спостережність та керованість системи.

Розв'язання. За (2.49) складаємо вектор координат станів, вектор управління та вектор зовнішніх збурень:

$$x = \begin{bmatrix} t_{zg} \\ t_{mn} \\ t_{xb} \\ t_{mp} \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} G_n \\ G_m \end{bmatrix}; \quad w = [t_{mt}].\tag{2.50}$$

Відповідно до виразів (2.50) і згідно з моделлю (2.48) складаємо матриці першого рівняння (2.49):

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} -0.0136 & 0 & 0.0136 & 0 \\ 0.0056 & -0.0123 & 0 & 0.0066 \\ -0.0092 & 0 & -0.0055 & 0.0027 \\ -0.0068 & 0.0054 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ B &= \begin{bmatrix} 0.676 & 0 \\ 0 & -0.0414 \\ 0 & -0.00355 \\ 0 & -0.0169 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0013 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.51}$$

Нехай вимірюють лише t_{zg} – температура гарячої води, t_{mn} – температура пастеризації, t_{xb} – температура холодної води, то

$$y = \begin{bmatrix} t_{zg} \\ t_{mn} \\ t_{xb} \end{bmatrix},\tag{2.52}$$

тоді матриці другого рівняння (2.49) мають вигляд:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.\tag{2.53}$$

Визначаємо матрицю керованості об'єкта за виразом (2.43):

$$N_k = \begin{bmatrix} 0.6760 & 0 & -0.0092 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0414 & 0.0038 & 0.0004 & -0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0036 & -0.0062 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0169 & -0.0046 & -0.0002 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Відповідно ранг цієї матриці становить

$$\text{rank } N_k = 4 = n, \quad (2.55)$$

тобто об'єкт повністю керований.

Визначаємо матрицю спостережності об'єкта за формулою (2.45):

$$N_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.0136 & 0 & 0.0136 & 0 \\ 0.0056 & -0.0123 & 0 & 0.0066 \\ -0.0092 & 0 & -0.0055 & 0.0027 \\ 0.0001 & 0 & -0.0003 & 0 \\ -0.0002 & 0.0002 & 0.0001 & -0.0001 \\ 0.0002 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Відповідно ранг цієї матриці становить

$$\text{rank } N_c = 4 = n, \quad (2.57)$$

тобто об'єкт повністю спостережний.

Контрольні запитання

1. Які види зображення об'єкта та системи Ви знаєте?
2. Що таке модель у просторі змінних станів, які змінні до неї входять?
3. Що таке матричні передавальні функції, де їх використовують?
4. Яким чином можна перейти від моделі в матричних передавальних функціях до моделі в просторі змінних стану?
5. Що таке керованість об'єкта?
6. Що таке спостережність об'єкта?

РОЗДІЛ 3.

Аналіз і синтез систем при випадкових діях

3.1. Статистичний підхід.

Характеристики випадкових процесів

Для реальних систем зовнішні сигнали є випадковими, значення їх мають імовірнісний характер, наприклад, змінювання витрат матеріальних потоків, їх концентрацій і температур та ін. Непередбачувано змінюються властивості об'єкта, приміром коефіцієнти тепло- та масообміну, а також перешкоди, які діють в каналах вимірювання.

Випадкова величина характеризується тим, що її значення не можна точно передбачити, воно визначається неконтрольованими причинами.

Випадковий сигнал (процес) – функція часу, значення якої в кожний момент є випадковою величиною. У теорії ймовірностей користуються також рівнозначними термінами – «стохастичний процес» і «ймовірнісний процес». Випадкові сигнали (процеси) на відміну від детермінованих не можна описати однією функцією часу, тому використовується множина характеристик, які в комплексі оцінюють імовірнісні властивості сигналу.

Функція $x(t)$, яку отримують за результатами експериментальних спостережень, називають **реалізацією** випадкового сигналу на довжині реалізації $0 \leq t \leq T$.

Часто використовують такі характеристик випадкових сигналів: математичне сподівання; дисперсія; середньоквадратичне відхилення; кореляційні функції; спектральні щільності та ін. Беруть також низку припущень та гіпотез. Передовсім визначають стаціонарність випадкового сигналу. **Стаціонарним** випадковим сигналом називають такий, статистичні характеристики якого не змінюються з часом. Для нестаціонарного випадкового сигналу ці характеристики з часом змінюються.

Сутність статистичного підходу до аналізу та синтезу систем керування полягає в тому, що оцінювання якості орієнтовано не на крайні, найбільш «важкі» умови роботи, які зустрічаються рідко, а на середні, найбільш імовірні. При цьому слід урахувати, що при дії випадкових збурень у системі практично не настає усталений

режим, вона постійно переходить з одного режиму в інший. За такими ж законами змінюється регульована координата $X(t)$ і сигнал похибки $\Delta X(t)$ (у цьому разі похибку позначають $\varepsilon(t)$).

Математичний апарат аналізу стаціонарних випадкових процесів засновано на гіпотезі ергодичності. Це означає, що статистичні характеристики великої кількості довільно обраних реалізацій стаціонарного випадкового сигналу збігаються зі статистичними характеристиками однієї реалізації достатньо великої довжини T . Отже, усереднення за множиною реалізацій стаціонарного випадкового сигналу можна замінити усередненням за часом однієї, достатньо довгої реалізації. Це значно полегшує експериментальні дослідження статистичних характеристик стаціонарних сигналів і спрощує розрахунок систем.

Середнє значення випадкового сигналу на кінцевому інтервалі часу T оцінюється так:

$$\overline{X_T} = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (3.1)$$

При $T \rightarrow \infty$ з урахуванням гіпотези ергодичності середнє значення випадкового сигналу буде дорівнювати математичному сподіванню:

$$m_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt. \quad (3.2)$$

У практичних розрахунках знак \lim опускається, а під характеристиками випадкового процесу розуміють їх оцінки.

При експериментальних дослідженнях реалізація випадкового сигналу задається N -дискретними значеннями з інтервалом Δt . Тоді середнє значення наближено оцінюється так:

$$\overline{X} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad (3.3)$$

при цьому, стаціонарний випадковий сигнал можна розглядати як суму:

$$X(t) = m_x + \dot{X}(t), \quad (3.4)$$

де m_x – математичне сподівання, $\dot{X}(t)$ – змінна складова.

Тоді

$$\dot{X}(t) = X(t) - m_x. \quad (3.5)$$

Таку функцію називають центрованим випадковим процесом, його середнє значення дорівнює нулю. Спектри сигналів $X(t)$ і $\dot{X}(t)$ збігаються, тому часто в задачах аналізу та синтезу АСР замість $X(t)$ можна використовувати $\dot{X}(t)$, крім випадків, коли розглядаються ці стани окремо.

Дисперсія стаціонарного випадкового сигналу D_x дорівнює середньому значенню квадрата відхилень сигналу від математичного сподівання:

$$D_x = \frac{1}{T} \int_0^T (X(t) - m_x)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T (\dot{X}(t))^2 dt. \quad (3.6)$$

Дисперсія характеризує розкид миттєвих значень сигналу навкол m_x . Що більші пульсації випадкового сигналу, то більше дисперсія, яка має розмірність величини X в квадраті. Дисперсію можна розглядати також як середнє значення потужності змінної складової сигналу. Для оцінки міри розкиду випадкового сигналу можна використовувати середньоквадратичне відхилення

$$\delta_x = \sqrt{D_x}. \quad (3.7)$$

При розрахунку автоматичних систем важливим є така властивість: дисперсія суми або різниці незалежних випадкових сигналів $X(t) = X_1(t) \pm X_2(t)$ дорівнює сумі дисперсій цих сигналів:

$$D_x = D_{x_1} + D_{x_2}. \quad (3.8)$$

У теорії статистики існує поняття розподіл імовірності, що визначає математичну функцію, яка достатньо добре відповідає відносній частоті появи статистичних даних. Кожний розподіл імовірності має низку характеристик.

Найбільш розповсюдженим є нормальний розподіл імовірності, оскільки саме він досить добре описує похибки вимірювань. Якщо взяти, що для випадкової величини X ймовірність її значення має оцінку x , то функція розподілу буде:

$$F(x) = p(X < x). \quad (3.9)$$

Для неперервного випадкового процесу ймовірність того, що його значення потрапить у деякий проміжок $x_1 < X < x_2$, визначається різницею функцій розподілу:

$$p(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1). \quad (3.10)$$

Похідна від функції розподілу

$$W(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.11)$$

називається щільністю розподілу, або диференціальною функцією розподілу. Щільність розподілу ймовірностей нормального (гаусівського) закону розподілу подана на рис. 3.1.

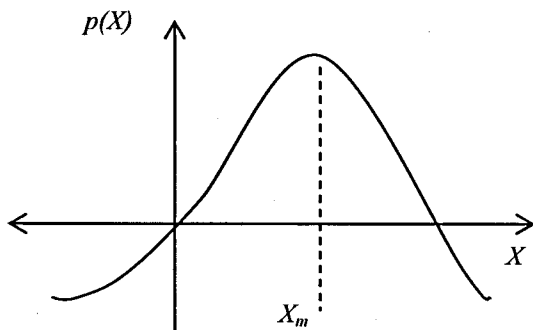


Рис. 3.1. Щільність розподілу випадкової величини X

Крива щільності розподілу ймовірностей для випадкової величини симетрична відносно значення X_m (центру розподілу).

Математичне сподівання та дисперсія є важливими числовими оцінками випадкового сигналу, але вони не характеризують його повністю, приміром, за цими оцінками не можна отримати інформацію про швидкість змінювання сигналів з часом.

Так два випадкових процеси (рис. 3.2) можуть мати однакові математичні сподівання та дисперсії, але вони відрізняються в часі: $X_1(t)$ (рис. 3.2, а) змінюється повільніше, ніж $X_2(t)$ (рис. 3.2, б). Крім того, потрібно оцінити зв'язок між значеннями випадкового сигналу, які оцінюються різними значеннями проміжку часу τ . Для цього існують кореляційні функції та спектральні щільності.

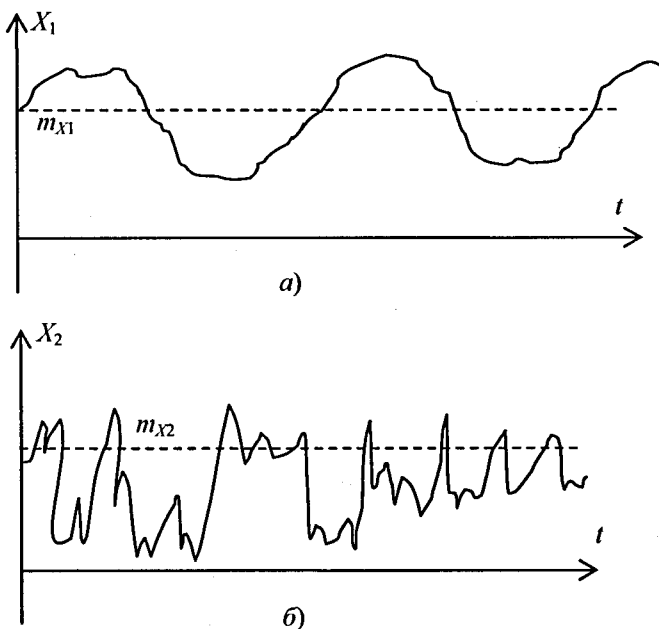


Рис. 3.2. Реалізації випадкових процесів

Кореляційна функція випадкового процесу $X(t)$ – математичне сподівання добутку миттєвих значень центрованого сигналу $\dot{X}(t)$, розділених проміжком часу τ :

$$R_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{X}(t) \dot{X}(t+\tau) dt. \quad (3.12)$$

Значення τ змінюється від нуля до максимального $\tau_{\text{макс}}$. Кожному фіксованому значенню τ відповідає числове значення функції $R_x(\tau)$.

Для конкретного випадкового сигналу кореляційна функція (її називають також автокореляційною) характеризує ступінь тісноти зв'язку (кореляції) між попередніми та наступними значеннями сигналу. При збільшенні τ зв'язок між значеннями ($\dot{X}(t)$ і $\dot{X}(t+\tau)$) зменшується, тому $R_x(\tau)$ також зменшується. При значних $\tau \rightarrow \infty$ значення $\dot{X}(t)$ і $\dot{X}(t+\tau)$ практично незалежні.

До основних властивостей кореляційної функції належать такі:

- при $\tau \rightarrow \infty$ $R_x(\tau) \rightarrow 0$;
- $R_x(\tau)$ змінюється тим швидше, чим швидше змінюється випадковий сигнал з часом;
- $R_x(\tau)$ - парна функція від аргументу τ

$$R_x(\tau) = R_x(-\tau); \quad (3.13)$$

- значення $R_x(0)$ для центрованого випадкового сигналу дорівнює дисперсії

$$R_x(0) = D_x. \quad (3.14)$$

За експериментальними даними кореляційну функцію у разі безперервного запису випадкового сигналу можна отримати за допомогою спеціального приладу – корелятора. Якщо ж реалізація є сукупністю дискретних значень сигналу, отриманих через однакові проміжки часу Δt , то інтеграл (3.12) можна наближено замінити сумою:

$$R_x(\tau) = R(k\Delta t) \approx \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} \overset{\circ}{X}(i\Delta t) \overset{\circ}{X}(i\Delta t + k\Delta t). \quad (3.15)$$

Для отримання достовірної інформації про властивості випадкового сигналу довжину реалізації T та інтервал дискретності Δt отримують з умов:

$$T \geq (10 \div 20) T_{н.у.}; \quad \Delta t \leq 0,5 T_{в.ч.}, \quad (3.16)$$

де $T_{н.у.}$, $T_{в.ч.}$ – відповідно періоди найбільш низькочастотної та найбільш високочастотної складових сигналу.

Спектральна щільність стаціонарного випадкового сигналу $\overset{\circ}{X}(t)$ характеризує розподіл енергії серед його гармонік. Це впливає з того, що на кінцевому інтервалі часу T для функції $X_T(t)$ існує пряме перетворення Фур'є:

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{X}_T(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (3.17)$$

Зображення Фур'є $X(j\omega)$ неперіодичного сигналу $X(t)$ характеризує розподіл відносних амплітуд сигналу вздовж осі частот (спектральна щільність амплітуд), а функція $|X(j\omega)|^2$ характеризує розподіл енергії сигналу серед його гармонік. Якщо поділити функцію $|X_T(j\omega)|^2$ на довжину T випадкового сигналу, то можна визначити розподіл потужності кінцевого сигналу $\dot{X}_T(t)$ серед його гармонік. Якщо $T \rightarrow \infty$, то функція $|X_T(j\omega)|^2$ має межу:

$$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} |X_T(j\omega)|^2 / T. \quad (3.18)$$

Це і є спектральна щільність потужності випадкового сигналу (в подальшому спектральна щільність). Можна стверджувати також, що спектральна щільність випадкового сигналу $X(t)$ характеризує розподіл квадратів відносних амплітуд гармонік сигналу вздовж осі ω .

Головними властивостями функції $S_x(\omega)$ є:

$S_x(\omega)$ – парна функція частоти;

– при $\omega \rightarrow \infty$ функція $S_x(\omega) \rightarrow 0$ (крім сигналу, який називають «білим шумом»);

– що швидше змінюється сигнал з часом, то ширший графік функції $S_x(\omega)$;

– окремі піки на графіку функції $S_x(\omega)$ свідчать про наявність періодичних складових у випадковому процесі $X(t)$.

Методи аналізу та синтезу систем при випадкових сигналах об'єднуються в окремі розділ загальної теорії управління – статистичну динаміку, яка розглядає три взаємозв'язані проблеми:

– визначення статистичних характеристик випадкових сигналів при заданій структурі системи та параметрах об'єкта й регулятора;

– визначення оптимальних параметрів регулятора (в загальному вигляді – пристрою керування);

– визначення оптимальної структури системи або пристрою керування при відомих характеристиках зовнішніх сигналів.

Між функціональними характеристиками випадкового сигналу існують однозначні взаємозв'язки, що дає можливість переходити від одних характеристик до інших та використовувати їх в

найзручнішому вигляді. Зв'язок між спектральною щільністю та дисперсією випадкового сигналу можна отримати з рівняння Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (X(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega, \quad (3.19)$$

де $X(j\omega)$ – перетворення Фур'є випадкового сигналу $X(t)$. Рівняння (3.19) для кінцевої реалізації $X_T(t)$ з урахуванням ділення на T набуде вигляду:

$$\frac{1}{T} \int_{-\infty}^T (\dot{X}_T(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left| \frac{X_T(j\omega)}{T} \right|^2 d\omega \quad (3.20)$$

При $T \rightarrow \infty$ ліва частина рівняння (3.20) прямує до дисперсії сигналу D_x (3.6), а підінтегральний вираз у правій частині – до спектральної щільності $S_x(\omega)$. З урахуванням цього отримують одну з головних залежностей статистичної динаміки:

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (3.21)$$

Ліва частина виразу (3.21) визначає повну дисперсію сигналу, тому кожен елементарну складову $S_x(\omega)$ під знаком інтегралу можна розглядати як дисперсію або квадрат амплітуди гармоніки з частотою ω . Практичне значення залежності (3.21) полягає в тому, що за відомою спектральною щільністю сигналу можна визначити дисперсію D_x , яка в багатьох задачах характеризує кількісну характеристику якості системи. Спектральну щільність $S_x(\omega)$ можна знайти за експериментальними даними.

Перетворення Фур'є є основою для визначення зв'язку між кореляційною функцією $R_x(\tau)$ і спектральною щільністю $S_x(\omega)$. Було визначено, що спектральна щільність є зображенням Фур'є кореляційної функції:

$$S_x(\omega) = F(R_x(\tau)) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3.22)$$

Після перетворень вираз (3.22) приводять до вигляду:

$$R_x(\tau) = F^{-1}(S_x(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (3.23)$$

З виразів (3.22) і (3.23) отримують зручні для практичних розрахунків формули:

$$S_x(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (3.24)$$

$$R_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega \quad (3.25)$$

При $\tau = 0$ вираз (3.25) перетворюється у формулу для обчислення дисперсії.

Взаємний зв'язок між $R_x(\tau)$ і $S_x(\omega)$ відображено в табл. 3.1.

З графіків видно, що функції $R_x(\tau)$ і $S_x(\omega)$ відображаються кривими різної форми, а так званий ідеальний «білий шум» характеризується рівномірним розподіленням амплітуди гармонік за частотами (за аналогією з білим світлом, в якому інтенсивність усіх компонент однакова). Разом з тим слід врахувати, що поняття «білий шум» є математичною абстракцією, фізично таких сигналів не існує, тому що нескінченно широкому спектру відповідає нескінченно велика дисперсія (див. (3.21)), тобто нескінченно велика потужність, що неможливо. Реальні сигнали можна розглядати наближено у вигляді «білого шуму» тоді, коли спектр сигналу значно ширший за смугу пропускання сигналу.

У практичних задачах виникає також необхідність оцінити зв'язок двох випадкових сигналів. Для цього використовуються:

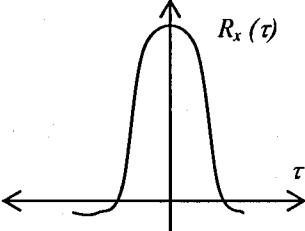
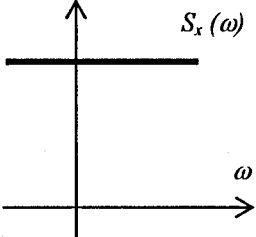
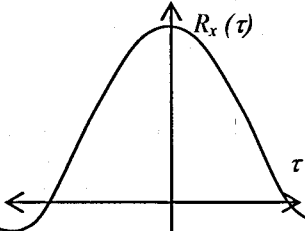
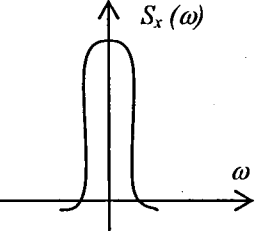
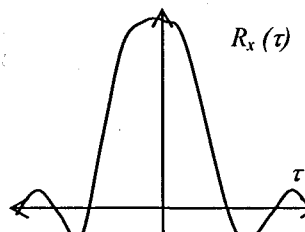
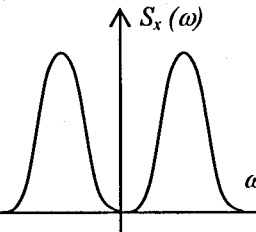
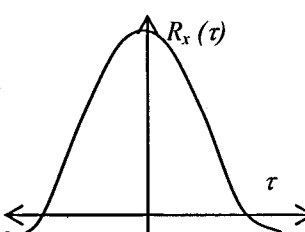
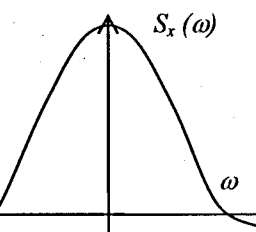
1) взаємна кореляційна функція стаціонарних випадкових процесів $X_1(t)$ і $X_2(t)$:

$$R_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T X_1(t) X_2(t + \tau) dt \quad (3.26)$$

Ця функція характеризує ступінь зв'язку (кореляції) між миттєвими значеннями сигналів $X_1(t)$ і $X_2(t)$ на проміжку часу τ . Якщо сигнали статистично не зв'язані (не корельовані) між собою, то при всіх значеннях τ функція $R_{x_1x_2}(\tau) = 0$. При використанні функції $R_{x_1x_2}(\tau)$ необхідно врахувати, що:

$$R_{x_1x_2}(\tau) = R_{x_1x_2}(-\tau) \quad (3.27)$$

Зв'язок між кореляційними функціями і спектральними щільностями

№ п.	Випадковий сигнал	Кореляційна функція $R_x(\tau)$	Спектральна функція $S_x(\omega)$
1	«Білий шум»		
2	Сигнал з постійною складовою		
3	Сигнал з періодичною складовою		
4	Сигнал без періодичної та постійної складової		

Кореляційна функція суми (різниці) двох корельованих між собою сигналів $X(t) = X_1(t) \pm X_2(t)$ визначаються виразом:

$$R_X(\tau) = R_{X_1}(\tau) + R_{X_2}(\tau) \pm R_{X_1 X_2}(\tau) \pm R_{X_2 X_1}(\tau); \quad (3.28)$$

2) взаємна спектральна щільність випадкових сигналів $X_1(t)$ і $X_2(t)$ визначається як перетворення Фур'є взаємної кореляційної функції:

$$S_{X_1 X_2}(j\omega) = F(R_{X_1 X_2}(\tau)) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{X_1 X_2}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (3.29)$$

крім того, з урахуванням рівності (3.27)

$$S_{X_1 X_2}(j\omega) = S_{X_2 X_1}(-j\omega) \quad (3.30)$$

спектральна щільність суми (різниці) випадкових сигналів $X_1(t)$ і $X_2(t)$ буде:

$$S_X(\omega) = S_{X_1}(\omega) + S_{X_2}(\omega) \pm S_{X_1 X_2}(j\omega) \pm S_{X_2 X_1}(j\omega). \quad (3.31)$$

Якщо сигнали $X_1(t)$ і $X_2(t)$ не корельовано між собою, то вирази (3.28) і (3.31) спрощуються:

$$\left. \begin{aligned} R_X(\tau) &= R_{X_1}(\tau) + R_{X_2}(\tau) \\ S_X(\omega) &= S_{X_1}(\omega) + S_{X_2}(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

Аналіз виразів (3.8) і (3.32) показує, що статистичні характеристики $R_x(\tau)$, $S_x(\omega)$ і D_x сукупності кількох не корельованих між собою випадкових сигналів завжди дорівнюють сумі відповідних характеристик цих сигналів, незалежно від того, з яким знаком визначається ця сукупність.

Реальні випадкові процеси, які діють на об'єкти керування, мають різні властивості та характеристики. У задачах аналізу та синтезу АСР зручно використовувати типові випадкові сигнали, які мають відомі характеристики. Така ідеалізація часто використовується в теорії автоматичного керування: раніше розглядалися типові детерміновані сигнали, типові елементарні ланки. Кореляційні функції та спектральні щільності типових

сигналів – достатньо прості функції аргументів τ і ω , а параметри цих функцій можна визначити за експериментальними даними. До типових випадкових сигналів належать:

– «білий шум» з обмеженою шириною спектра. Спектральна щільність цього сигналу (рис. 3.3, а) описується функцією:

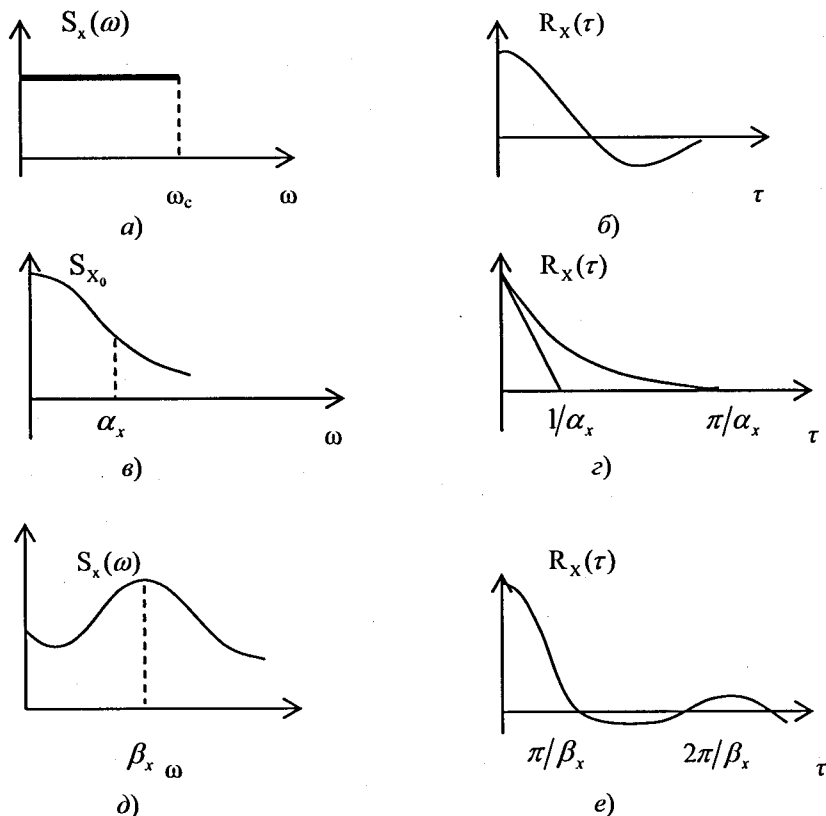


Рис. 3.3. Спектральні щільності та кореляційні функції типових випадкових сигналів

$$S_x(\omega) = \begin{cases} S_{x_0}, & \text{при } |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{при } |\omega| > \omega_c, \end{cases} \quad (3.33)$$

де S_{x_0} – інтенсивність білого шуму, ω_c – смуга частот зрізу.

Дисперсія цього сигналу

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} S_{x_0} d\omega = S_{x_0} \omega_c / \pi \quad (3.34)$$

кореляційна функція (рис. 3.3, б)

$$R_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} S_{x_0} \cos \omega \tau d\omega = \frac{S_{x_0}}{\pi\tau} \sin \omega_c \tau \quad (3.35)$$

або

$$R_x(\tau) = D_x (\sin \omega_c \tau / \omega_c \tau); \quad (3.36)$$

– сигнал з експоненціальною кореляційною функцією (рис. 3.3, г):

$$R_x(\tau) = D_x e^{-\alpha_x |\tau|} \quad (3.37)$$

$$S_x(\omega) = \int_0^{\infty} D_x e^{-\alpha_x |\tau|} \cos \omega \tau d\tau = \frac{2D_x \alpha_x}{\alpha_x^2 + \omega^2} \quad (3.38)$$

де α_x – параметр функції. Що більше α_x , то швидше зменшується кореляційна функція і ширший графік спектральної щільності. При $\alpha_x \rightarrow \infty$ цей сигнал наближається до ідеального «білого шуму». Орієнтовно параметр α_x можна визначити безпосередньо за реалізацією сигналу – середньому числу n_0 перетинів центрованим

сигналом осі часу: $\alpha_x = \pi n_0$;

– сигнал з експоненціально-косинусоїдною кореляційною функцією (рис. 3.3, е):

$$R_x(\tau) = D_x e^{-\alpha_x |\tau|} \cos \beta_x \tau. \quad (3.39)$$

Цей сигнал має «приховану» періодичну складову, параметр β_x відповідає середньому значенню цієї складової, а параметр α_x характеризує відносну інтенсивність решти випадкових складових, які накладені на періодичну складову. Якщо показник $\alpha_x \cong \beta / 2\pi$, то відносний рівень цих складових незначний, а змішаний сигнал наближається до гармонійного. Якщо показник $\alpha_x \approx (5 \div 10) \beta_x / \pi$, то рівень випадкових складових сумарний з «амплітудою» періодичної складової. При $\alpha_x \geq 20 \beta_x / \pi$ кореляційна функція (3.39) практично

збігається (з точністю 5 %) з експонентою (3.37). Спектральна щільність, яка відповідає кореляційній функції (3.39), має вигляд (рис. 3.3, д):

$$S_x(\omega) = \frac{D_x \alpha_x}{\alpha_x^2 + (\beta_x - \omega)^2} + \frac{D_x \alpha_x}{\alpha_x^2 + (\beta_x + \omega)^2} \quad (3.40)$$

при частоті $\omega = \beta_x$ $S_x(\omega)$ має чітко виражений пік.

3.2. Перетворення випадкових процесів автоматичною системою

Якщо на вході лінійної стійкої ланки або системи діє стаціонарний випадковий сигнал, то на виході теж буде стаціонарний випадковий сигнал, але з іншими статистичними характеристиками – математичним сподіванням, дисперсією, кореляційною функцією та спектральною щільністю.

Вхідний та вихідний сигнали запишемо у такому вигляді

$$X(t) = m_x + \dot{X}(t), \quad (3.41)$$

$$Y(t) = m_y + \dot{Y}(t). \quad (3.42)$$

З урахуванням принципу суперпозиції для лінійних систем можна прийняти, що кожна складова $Y(t)$ визначається окремо:

m_y – за результатом перетворення m_x , $\dot{Y}(t)$ – за результатом перетворення $\dot{X}(t)$. Тоді для оцінки m_y можна використати рівняння статистики:

$$m_y = m_x W(0) = m_x k. \quad (3.43)$$

Для оцінки змінної складової $\dot{Y}(t)$ можна скористатись інтегралом згортки для моменту часу $t = v$:

$$\dot{Y}(t) = \int_0^{\infty} X(t-v)w(v)dv \quad (3.44)$$

де $w(v)$ – вагова функція.

Далі будуть розглядатись лише центровані сигнали, тому значок « \circ » опускається.

Фур'є-перетворення вагової функції $w(t)$ матиме вигляд:

$$W(j\omega) = \int_0^{\infty} w(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (3.45)$$

Взаємна кореляційна функція сигналів $x(t)$ і $y(t)$ з урахуванням (3.44) набуде вигляду:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} R_x(\tau - \vartheta)W(\vartheta)d\vartheta. \quad (3.46)$$

Інтегральне співвідношення (3.46) відоме як рівняння Вінера-Хопфа і збігається за формою з інтегралом згортки (3.44), тому взаємну кореляційну функцію $R_{xy}(\tau)$ можна розглядати як реакцію системи на сигнал, який має кореляційну функцію $R_x(\tau)$.

Якщо на вхід ланки або системи надходить випадковий сигнал у вигляді «білого шуму», то вираз для $R_y(\tau)$ набуває вигляду

$$R_y(\tau) = \int_0^{\infty} W(\vartheta_1)W(\tau + \vartheta_1)d\vartheta_1, \quad (3.47)$$

а дисперсія вихідного сигналу

$$D_y = R_y(0) = \int_0^{\infty} (W(t))^2 dt \quad (3.48)$$

визначається інтегралом від квадрату вагової функції. Якщо сигнал відрізняється від білого шуму, то в рівняння (3.48) потрібно підставити вагову функцію еквівалентної ланки, яка включає формувальний фільтр, тобто елемент, що задає (формує) потрібні характеристики випадкового процесу.

При розв'язанні задач аналізу та синтезу зручно користуватись співвідношеннями між спектральними характеристиками вхідного й вихідного сигналів. Взаємна спектральна щільність сигналів $X(t)$ і $Y(t)$ зв'язані однозначно, що випливає з виразу (3.29):

$$S_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3.49)$$

Підставляючи замість $R_{xy}(\tau)$ інтеграл Вінера-Хопфа (3.46), після перетворень отримують зручну залежність:

$$S_{xy}(j\omega) = S_x(\omega)W(j\omega) \quad (3.50)$$

Це рівняння можна розв'язати відносно АФХ (амплітудно-фазової характеристики) $W(j\omega)$ і отримати характеристики об'єкта за експериментальними реалізаціями сигналів $X(t)$ і $Y(t)$. Для цього спочатку обчислюють кореляційні функції $R_x(\tau)$ і $R_{xy}(\tau)$, а потім переходять до спектральних щільностей $S_x(\omega)$ і $S_{xy}(j\omega)$, які підставляють у вираз (3.50).

Спектральна щільність вихідного сигналу у відповідності з формулою (3.22) буде:

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-j\omega\tau} c / \tau \quad (3.51)$$

Після перетворень отримують одну з найбільш важливих залежностей:

$$S_y(\omega) = S_x(\omega) |W(j\omega)|^2, \quad (3.52)$$

яка має чіткий фізичний зміст: спектральна щільність вихідного сигналу дорівнює спектральній щільності вхідного, помноженому на квадрат амплітудно-частотної характеристики ланки (системи). Вираз (3.52) можна отримати і з таких фізичних уявлень: АЧХ $|W(j\omega)|$ при кожному значенні аргументу визначає відношення амплітуд гармонік вхідного та вихідного сигналів, а спектральні щільності $S_x(\omega)$ і $S_y(\omega)$ при фіксованих значеннях ω дорівнюють квадратам відносних амплітуд гармонік.

З урахуванням (3.51) можна записати ще один важливий вираз:

$$D_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) |W(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.53)$$

Співвідношення (3.52) є основою для введення поняття *формульовального* фільтра – динамічної ланки, яка перетворює вхідний сигнал у вигляді «білого шуму» на вихідний із заданими статистичними характеристиками. Якщо взяти інтенсивність «білого

шуму» $S_0 = 1$ при всіх значеннях частоти ω , спектральна щільність сигналу $X(t)$ на виході формувального фільтра становитиме:

$$S_x(\omega) = |W_\phi|^2, \quad (3.54)$$

тобто для отримання на виході фільтра випадкового сигналу з бажаною функцією $S_x(\omega)$ необхідно, щоб квадрат АЧХ фільтра дорівнював спектральній щільності сигналу, який формується з «білого шуму». Послідовне з'єднання формувального фільтра та досліджуваної ланки – еквівалентна ланка:

$$W_e(j\omega) = W_\phi(j\omega)W(j\omega). \quad (3.55)$$

Метод формувального фільтра полягає в тому, що при статистичному аналізі систем керування перед досліджуваною ланкою або системою включають формувальний фільтр з амплітудно-фазовою характеристикою, яка відповідає спектральним властивостям реального вхідного сигналу $X(t)$, а характеристики вихідного сигналу $Y(t)$ визначають при подачі на вхід еквівалентної ланки чи системи «білого шуму». Такий перехід від дослідження реальної ланки до дослідження еквівалентної спрощує задачу аналізу. Наприклад, для визначення дисперсії вихідного сигналу досліджуваної ланки достатньо отримати вагову функцію $W_e(t)$ еквівалентної ланки, тоді з урахуванням виразу (3.48):

$$D_y = \int_0^{\infty} |W_e(t)|^2 dt, \quad (3.56)$$

або на основі формули (3.53):

$$D_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_e(j\omega)|^2 d\omega. \quad (3.57)$$

3.3. Мінімізація дисперсії вихідного сигналу

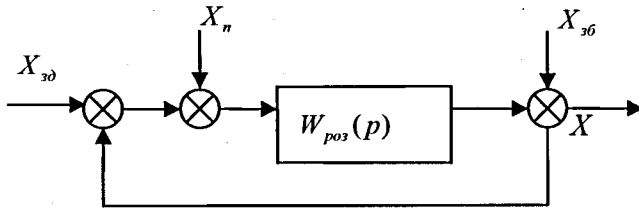
Для алгоритмічної структури замкненої системи (рис. 3.4, а) береться, що на систему діють випадкові сигнали перешкоди X_n і збурення $X_{\text{зб}}$ з відомими спектральними щільностями $S_n(\omega)$ і

$S_{\varepsilon_{36}}(\omega)$. Сигнал задання X_{3d} також є випадковим із спектральною щільністю $S_{3d}(\omega)$. Береться, що всі три сигнали центровані, тому сигнал похибки ε також центрований.

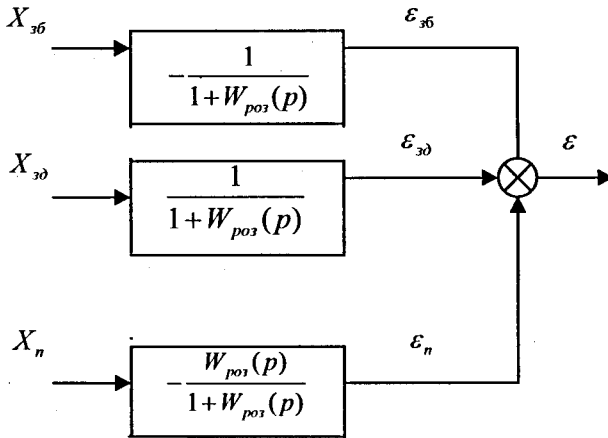
Якщо зовнішні сигнали не корельовані між собою, то можна застосувати розрахункову схему (рис. 3.4, б) і тоді:

$$\varepsilon = \varepsilon_{3d} + \varepsilon_n + \varepsilon_{36}, \quad (3.58)$$

де ε_{36} обумовлена неточним відтворенням сигналу задання X_{36} , а складові ε_n і ε_{3d} – неповним подоланням перешкоди X_n і збурення X_{36} .



а)



б)

Рис. 3.4. Алгоритмічні схеми замкненої системи:
а – початкова; б – розрахункова.

Відповідно дисперсія сигналу похибки має три складові:

$$D_{\varepsilon} = D_{\varepsilon_{\omega}} + D_{\varepsilon_n} + D_{\varepsilon_{\omega}} \quad (3.59)$$

Кожну з цих дисперсій можна визначити незалежно одну від іншої:

$$D_{\varepsilon_{\omega}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\omega}(\omega) \left| \frac{-1}{1+W_{\text{роз}}(j\omega)} \right|^2 d\omega, \quad (3.60)$$

$$D_{\varepsilon_{\omega}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\omega}(\omega) \left| \frac{1}{1+W_{\text{роз}}(j\omega)} \right|^2 d\omega, \quad (3.61)$$

$$D_{\varepsilon_n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) \left| \frac{W_{\text{роз}}(j\omega)}{1+W_{\text{роз}}(j\omega)} \right|^2 d\omega. \quad (3.62)$$

Якщо зовнішні сигнали корельовані між собою, то складові похибки (3.58) також будуть корельованими, а повну дисперсію можна знайти інтегруванням загальної спектральної щільності з урахуванням (3.31). При урахуванні конкретних значень $W_{\text{роз}}(j\omega)$ і $S(\omega)$ вирази (3.60–3.62) інтегрувати складно, тому використовуються наближені обчислення квадратичних інтегрованих оцінок. Для систем із запізнюванням застосовують заміну e^{-pt_m} дробно-раціональними функціями.

Як видно з рис. 3.5, існує оптимальне значення коефіцієнта передачі системи K , при якому дисперсія похибки D_{ε} мінімальна. При цьому залежність складових $D_{\varepsilon_{\omega}}$ і D_{ε_n} від K різна.

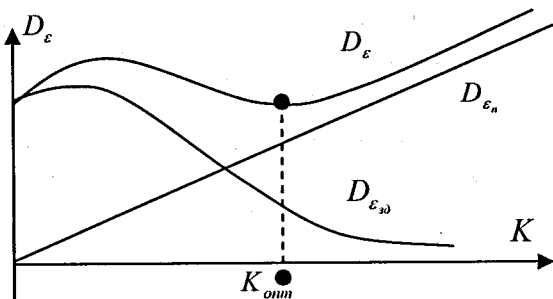


Рис. 3.5. Залежність дисперсії сигналів похибки від коефіцієнта передачі розімкненої системи

Синтез АСР при дії випадкових сигналів зводиться до виконання загальної вимоги: максимально точно відтворювати X_{zd} та компенсувати чи зменшувати вплив збурення. Виконання умов точності можна звести до вимоги мінімізації дисперсії

$$D_x \rightarrow \min, \text{ або } D_x \leq D_{дон} \quad (3.63)$$

В задачі синтезу АСР при випадкових сигналах передбачається, що система повинна відтворювати не сам сигнал завдання $X_{zd}(t)$, а деякий ідеальний сигнал $X_{id}(t)$:

$$X_{id}(t) = X_{zd}(t)\Phi_{id}(p), \quad (3.64)$$

де: $\Phi_{id}(p)$ – заданий оператор (передаточна функція ідеального перетворення вхідного сигналу).

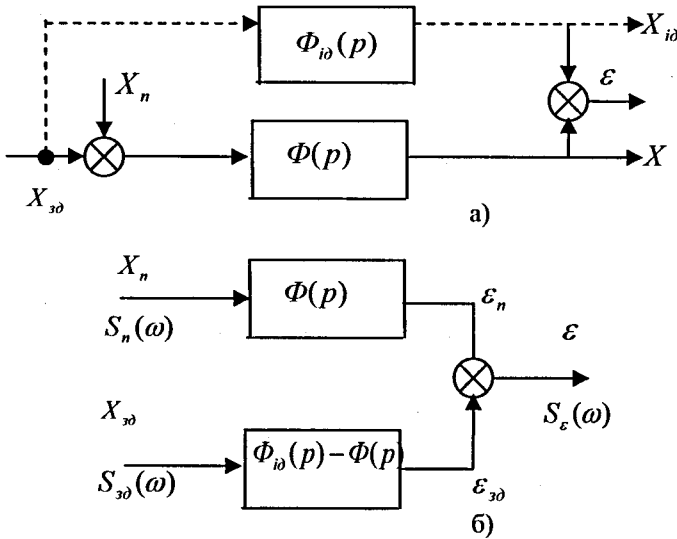


Рис. 3.6. Розрахункові схеми до задачі синтезу АСР

Вид оператора $\Phi_{id}(p)$ залежить від призначення системи: в системах стабілізації та слідкуючих $\Phi_{id}(p)=1$. Якщо в системі діє зворотній зв'язок з коефіцієнтом $K_{зз}$, то оператор $\Phi_{id}(p)=1/K_{зз}$.

Перетворення сигналу $X_{30}(t)$ спотворюється дією перешкоди X_n , тому сигнал на виході системи $X(t)$ відрізняється від ідеального на величину похибки ε (рис. 3.6.) ($\varepsilon = X_{i0}(t) - X(t)$). Таким чином, ставиться задача синтезу такої структури системи, яка забезпечує наближення до ідеального перетворення сигналу оператором $\Phi_{i0}(p)$. Ця задача з умовою (3.64) була розв'язана Н. Вінером. На рис. 3.6 показані початкова схема (а) і розрахункова (б) для задачі оптимізації структури системи, оптимальної за критерієм (3.64) при дії стаціонарних випадкових сигналів. Передбачається, що вхідний сигнал X_{30} і перешкода X_n некорельовані між собою, тоді складові похибки ε_{30} і ε_n будуть незалежними, а спектральну щільність сигналу ε можна визначити так:

$$S_\varepsilon(\omega) = S_{\varepsilon_{30}}(\omega) + S_{\varepsilon_n}(\omega) = S_{30}(\omega) |\Phi_{i0}(j\omega) - \Phi(j\omega)|^2 + S_n(\omega) |\Phi(j\omega)|^2, \quad (3.65)$$

де: $\Phi_{i0}(j\omega), \Phi(j\omega)$ – відповідно амплітудно-фазові характеристики ідеального оператора і реальної системи.

Дисперсія сигналу похибки буде:

$$D_\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (S_{30}(\omega) |\Phi_{i0}(j\omega) - \Phi(j\omega)|^2 + S_n(\omega) |\Phi(j\omega)|^2) d\omega. \quad (3.66)$$

Рівняння (3.66) приведено до виду, коли функція $\Phi(j\omega)$ входить в один доданок підінтегрального виразу:

$$D_\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{S_{30}(\omega) S_n(\omega)}{S_{30}(\omega) + S_n(\omega)} |\Phi_{i0}(j\omega)|^2 + (S_{30}(\omega) + S_n(\omega)) \left| \Phi(j\omega) - \frac{\Phi_{i0}(j\omega) S_{30}(\omega)}{S_{30}(\omega) + S_n(\omega)} \right|^2 \right) d\omega. \quad (3.67)$$

Умовою мінімуму D_ε буде:

$$\Phi(j\omega) - \frac{\Phi_{i0}(j\omega) S_{30}(\omega)}{S_{30}(\omega) + S_n(\omega)} = 0, \quad (3.68)$$

Звідки оптимальна передаточна функція замкненої системи:

$$\Phi_{opt}(j\omega) = \frac{\Phi_{id}(j\omega)S_{zd}(\omega)}{S_{zd}(\omega) + S_n(\omega)} \quad (3.69)$$

Якщо перешкода відсутня, то:

$$\Phi_{opt}(j\omega) = \Phi_{id}(j\omega) \quad (3.70)$$

Якщо інтенсивність перешкоди набагато більша за рівень корисного сигналу, тобто вона є білим шумом і $S_{no}(\omega) \gg S_{zd}(\omega)$, то $\Phi_{id}(j\omega) = 1$, а

$$\Phi_{id}(j\omega) \approx \frac{S_{zd}(\omega)}{S_{no}(\omega)}, \quad (3.71)$$

тобто повторює форму кривої спектральної щільності завдання.

Оцінка мінімальної дисперсії D_ε визначається першим доданком підінтегрального виразу (3.67), що приводить до висновку: гранично досяжна точність системи тим вища, чим менше перекриваються спектри сигналів завдання і перешкоди.

В більшості практичних задач залежність (3.69) фізично не може реалізуватись повністю. Таким чином, отримані результати є теоретичною межею, до якої необхідно наблизити систему. Крім того, синтезована система повинна мати відповідні показники точності і при детермінованих сигналах. На точність системи впливають також запізнення та рівень перешкоди $S_{no}(\omega)$.

3.4. Оптимальна фільтрація випадкових сигналів

При визначенні оптимальної передаточної функції замкнена система (або окремий елемент) розглядається як фільтр, який пропускає корисний сигнал і придушує перешкоду. Випадковий сигнал приймався одномірним (скалярним). В загальному випадку розглядається задача синтезу оптимального фільтра для багатовимірних (векторних) випадкових сигналів. В цьому випадку використовуються математичні моделі в координатах стану:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ X_c = CX \end{cases} \quad (3.72)$$

Приймається, що вектор X складається із сукупності стаціонарних незалежних один від одного сигналів $X_1(t), X_2(t) \dots X_n(t)$ з нульовими математичними сподіваннями та відомими кореляційними функціями $R_{x1}(t), R_{x2}(t) \dots R_{xn}(t)$. Таким чином цю сукупність випадкових сигналів можна розглядати як випадковий n -вимірний вектор $X(t)$ з відомою матрицею-стовпцем кореляційних функцій $R_x(t)$. Векторний випадковий сигнал $X(t)$ безпосередньо виміряти неможливо, а замість нього за допомогою без інерційного перетворювача спостерігається (вимірюється та обчислюється) l -вимірний випадковий вектор $X_c(t)$, кожна складова якого $X_{c1}(t), X_{c2}(t) \dots X_{cn}(t)$ є сумою лінійної комбінації складових вектора $X(t)$ і незалежної перешкоди (похибки вимірювання) у вигляді ідеального білого шуму з відомою інтенсивністю, тобто:

$$X_c(t) = X_n(t) + g(t) = C_x(t) + g(t), \quad (3.73)$$

де: C – відома постійна матриця розміром $l \times n$ ($l \geq n$); $g(t)$ – l -вимірний вектор білого шуму, який складається з l незалежних центрованих компонентів $g_1(t), g_2(t) \dots g_l(t)$ та характеризується матрицею-стовпцем інтенсивності перешкод

$$S_{go} = [S_{go1}, S_{go2} \dots S_{gol}]^T.$$

Задача оптимальної фільтрації полягає в тому, що із сигналу спостереження $X_c(t)$ виділити n -вимірний векторний сигнал $\hat{X}(t)$, який найбільш точно відповідає вихідному (корисному) сигналу $X(t)$. Таким чином сигнал $\hat{X}(t)$ є оцінкою сигналу $X(t)$, а процес фільтрації – оцінюванням.

Критерієм оптимальності часто обирають суму середніх значень квадратів відхилень $\varepsilon_i = X_i - \hat{X}_i(t)$:

$$Q = \sum_{i=1}^n \overline{(\varepsilon_i(t))^2} = \sum_{i=1}^n M \{ (\varepsilon_i(t))^2 \} = \sum_{i=1}^n D_{\varepsilon_i}, \quad (3.74)$$

або у векторно-матричній формі:

$$Q = \text{tr}(M \{ \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) \}) = \text{tr}(D_{\varepsilon}), \quad (3.75)$$

де: $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t) \dots \varepsilon_n(t)$ – n -вимірний вектор похибок оцінювання; $M \{ \dots \}$ – знак математичного сподівання (усереднення за часом);

T – знак транспонування матриці; $tr(\dots)$ – позначення сліду матриці (сума діагональних елементів матриці, записаної в дужках).

Матриця D_ε , яка рівна середньому значенню скалярного добутку, називається коваріаційною (або дисперсійною). Діагональні елементи D_{ii} матриці D_ε , яка має розмірність $n \times n$, дорівнюють дисперсіям D_{σ} сигналів похибок, а не діагональні – взаємним кореляціям (коваріаціям) $R_{\sigma ij}(0)$.

Оптимальна оцінка $\hat{X}^*(t)$ забезпечує $Q \rightarrow \min$.

Для розв'язання задачі синтезу оптимального фільтра в просторі станів подають оцінюваний випадковий вектор $X(t)$ як вектор стану деякої динамічної системи n -го порядку:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BZ(t). \quad (3.76)$$

Матриця A визначає однорідну частину рівняння; B – неоднорідну, тобто вплив вхідного сигналу на систему; $Z(t)$ – m -вимірний вектор білого шуму з нульовим математичним сподіванням та відомою матрицею-стовпцем інтенсивності S_{z0} . Системі (3.76) відповідає алгоритмічна структура, зображена на рис. 3.7.

При такій постановці задачі фільтрації (оцінювання) оптимальний фільтр ОФ є слідкуючою системою з від'ємним зворотнім зв'язком, яка складається з моделі однорідної частини формуючого фільтра ФФ, ідеального вимірювача ВМ та матричного коефіцієнта K_ϕ . Цей фільтр називають фільтром Калмана (американський вчений, який запропонував цей фільтр). Коефіцієнт K_ϕ в усталеному режимі фільтрації стаціонарних сигналів – постійна $(n \times l)$ -матриця:

$$K_\phi = D_\varepsilon C^T S_{go}^{-1}. \quad (3.77)$$

Коваріаційна матриця D_ε – розв'язок нелінійного матричного алгебраїчного рівняння:

$$AD_\varepsilon + D_\varepsilon A^T + BS_{z0} * B^T - D_\varepsilon C^T S_{go}^{-1} CD_\varepsilon = 0. \quad (3.78)$$

В частинному випадку, коли $X(t)$ є одновимірним ($n=1$) у вираз (3.77) для K_ϕ входить співмножником D_ε^* , яка відповідає мінімуму критерію $Q \rightarrow \min$.

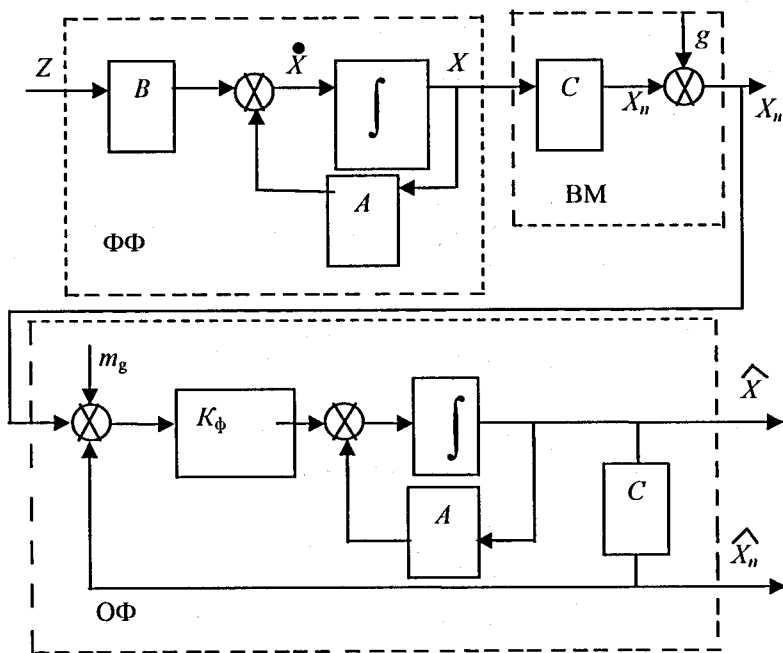


Рис. 3.7. Оптимальний фільтр Калмана
(ФФ – формуючий фільтр; ВМ – ідеальний вимірювач;
ОФ – оптимальний фільтр)

Вирази (3.77) і (3.78) справедливі тоді, коли всі елементи матриці-стовпця S_{g_0} відрізняються від нуля, тобто коли всі l складових сигнала $X_H(t)$ включають перешкоду. Рівняння (3.78) має єдиний позитивно визначений розв'язок, коли система (3.73) та (3.76) керована та спостережна.

Параметри фільтра Калмана, як і в задачі Вінера, зумовлені характеристиками корисного сигналу (через матриці S_{z_0} , B , A), вимірювального пристрою (матриця C) та перешкоди (матриця S_{g_0}). Чим більша інтенсивність корисного сигналу S_{z_0} і менша інтенсивність перешкоди S_{g_0} , тим більший коефіцієнт K_ϕ та швидкодія слідкуючої системи фільтра, тим краще вона відтворює зміни корисного сигналу $X(t)$. Коли $S_{z_0} \ll S_{g_0}$, фільтр буде еквівалентним без інерційному перетворювачу з одиничним

коефіцієнтом передачі. В протилежному випадку, коли $S_{z_0} \ll S_{g_0}$, фільтр еквівалентний моделі корисного сигналу.

Одночасно з оптимальною оцінкою $\hat{X}(t)$ фільтр Калмана видає оцінку $\hat{X}_n(t)$ для лінійної комбінації $X_n(t) = C_x(t)$, яка утворюється з початкового сигналу у вимірювальному пристрої.

Якщо будь-який із вхідних сигналів $Z(t)$ або $g(t)$ не є центрованим, то для отримання незміщених оцінок в схему фільтра згідно з принципом суперпозиції необхідно ввести із знаком (-) відповідне математичне сподівання (на рис. 3.7 показано m_g). Аналогічно можна врахувати $m_z \neq 0$, яке подається на вхід інтегратора.

Матрична передаточна функція фільтра між спостережуваним (вимірюваним) вектором $X_c(t)$ і вектором-оцінкою $\hat{X}(t)$ буде:

$$W_\phi(p) = \frac{\hat{X}(p)}{X_c(p)} = (pI - A + K_\phi C)^{-1} K_\phi \quad (3.79)$$

Наведена схема буде слугувати фільтром і тоді, коли коефіцієнт K_ϕ визначено не за формулами (3.78) і (3.79). Необхідно лише, щоб слідкуюча система була асимптотично стійкою. Тоді помилка оцінювання $\varepsilon(t)$ в усталеному режимі, як і в оптимальному фільтрі, буде $\varepsilon(t) \rightarrow 0$, але дисперсія похибки буде більшою.

3.5. Оптимальне оцінювання стану багатовимірних об'єктів

В задачах аналізу і синтезу систем автоматизації часто виникає необхідність оцінювання стану системи на основі даних, які мають лише статистичний зв'язок з цим станом, а фазові координати не всі можна виміряти (частина цих координат взагалі не має фізичного змісту). Вимірюються же, як правило, вихідні змінні, які є компонентами вектора стану або їх комбінацією, що породжує труднощі в реалізації задач керування. Розроблено спеціальні методи для посередньої оцінки координат стану за вимірюваними вихідними змінними. При цьому виникає проблема оптимальності (найкращої точності) отримання оцінок. Для лінійних систем при оцінюванні стану об'єкта (системи) критерієм оптимальності

виступає мінімальна середньоквадратична похибка оцінювання (відновлення) вектора стану. В залежності від розв'язуваних задач можливі такі варіанти:

– оцінювання вектора стану X в момент часу $t_1 > t_0$ на основі вимірювань вектора вихідних змінних Y на інтервалі $t_0 < \tau < t_1$. Якщо $t_1 > t$, задачі називається прогнозуванням;

– при $t_1 = t$ формується задача фільтрації (отримання поточних оцінок);

– при $t_1 < t$ розглядається задача згладжування (інтерполяції).

Таким чином, при синтезі автоматичної системи за неповною та неточною інформацією про вихідні змінні необхідно оцінити вектор стану X . Ця допоміжна задача розв'язується спеціальними пристроями-спостерігачами або ідентифікаторами стану (рис. 3.8). Розмірність l спостерігаемого вектора $X_c(t)$ менша розмірності n вектора стану $X(t)$ і не можна визначити всі змінні стану за рівнянням $X(t) = C^{-1} X_c(t)$. Задача синтезу системи є задачею з неповною інформацією про стан об'єкта. Крім того, результати вимірювань включають випадкові похибки і задача синтезу стає задачею з неповною і неточною інформацією.

В основу розробки структури пристрою для оптимальної оцінки стану об'єкта покладено методику синтезу фільтра Калмана (рис. 3.8). При цьому об'єкт, на вході якого діє сигнал керування U і збурення Z (випадковий сигнал) розглядається як формуючий фільтр, а сигнал спостереження подається на вхід пристрою оцінювання, який є моделлю об'єкта, охопленою від'ємним зворотнім зв'язком за сигналом

$$\varepsilon_c(t) = X_c(t) - \hat{X}_c(t) \quad (3.80)$$

Для отримання оптимальної за середньоквадратичним критерієм оцінки стану стаціонарного об'єкта матричний коефіцієнт K_ϕ визначається так, як і для фільтра Калмана. Обов'язковою умовою є повна спостережність та керованість об'єкта.

Сигнал керування $U(t)$ розглядається як додатковий зовнішній сигнал. Подаються також оцінки математичних сподівань m_z і m_g .

Оптимальний пристрій оцінювання забезпечує компроміс між швидкістю відтворення змінних стану і темпом згладжування перешкоди спостереження. Баланс між цими властивостями визначається співвідношенням інтенсивності збурення Z і перешкоди g .

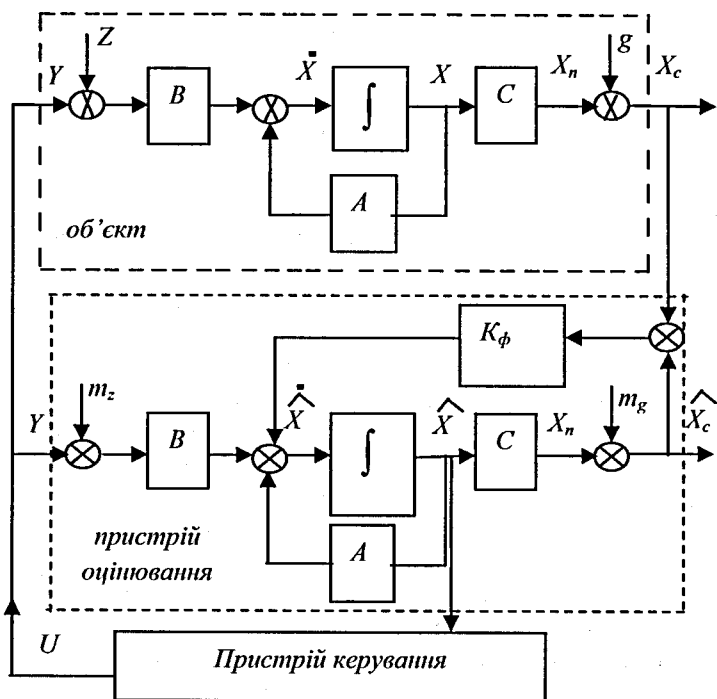


Рис. 3.8. Пристрій оцінювання стану багатовимірної об'єкта

Пристрій оцінювання за наведеною схемою може задовільно працювати і при будь-якому значенні K_ϕ , але при цьому повинна виконуватись умова стійкості замкнутого контуру оцінювання. Матричний коефіцієнт K_ϕ обирають таким, щоб перехідні процеси в контурі оцінювання протікали в 2–3 рази швидше, ніж в контурі управління. Але при збільшенні швидкодії контур оцінювання набуває небажаних властивостей диференціатора.

Пристрій оцінювання, виконаний за схемою фільтра Калмана, має певну надлишковість, тому що оцінює весь вектор стану $X(t)$, хоча l його компонентів можна обчислити і за результатами безпосереднього вимірювання. Можна застосовувати спрощені пристрої оцінювання порядку $(n-l)$.

Приклад. Побудувати оптимальний фільтр Калмана пластинчатої пастеризаційно-охолоджувальної установки ОПУ-10

(математична модель див. в прикладі другого розділу) за наступним алгоритмом.

Об'єкт задано у вигляді

$$\dot{x} = Ax + Bu + G\omega$$

$$y_v = Cx + Du + H\omega + v$$

Зовнішні збурення та збурення за каналами вимірювання мають наступні статистичні характеристики:

$$E(\omega) = E(v) = 0, \quad E(\omega\omega^T) = Q, \quad E(vv^T) = R, \quad E(\omega v^T) = N,$$

де $E(\dots)$ – знак математичного сподівання.

Знайти оптимальні параметри фільтра Калмана-Бюсі за критерієм

$$P = \lim_{t \rightarrow \infty} E(\{x - \hat{x}\} \{x - \hat{x}\}^T),$$

зі структурою

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y_v - C\hat{x} - Du)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ I \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Структура системи (об'єкт та фільтр) представлена на рис. 3.9.

Якщо:

- спостерігаються тільки $t_{2\omega}$, $t_{3\omega}$, $t_{x\omega}$.
- Коваріаційна матриця вхідного збурення складає 15 од.
- Коваріаційна матриця збурення за вимірюваннями складає 0.1 од. та некорельовані між собою.

Оцінити ступінь зменшення дисперсії вихідного сигналу з фільтром Калмана-Бюсі та без нього.

Розв'язання. Згідно з приведеним алгоритмом оптимальний параметр фільтру Калмана-Бюсі це матриця

$$L = (PC^T + GN)R^{-1},$$

де матриця P знаходиться з алгоритмічного рівняння типу Ріккати:

$$AP + PA^T - (PC^T + GN)R^{-1}(CP + N^T G^T) + GQG^T = 0.$$

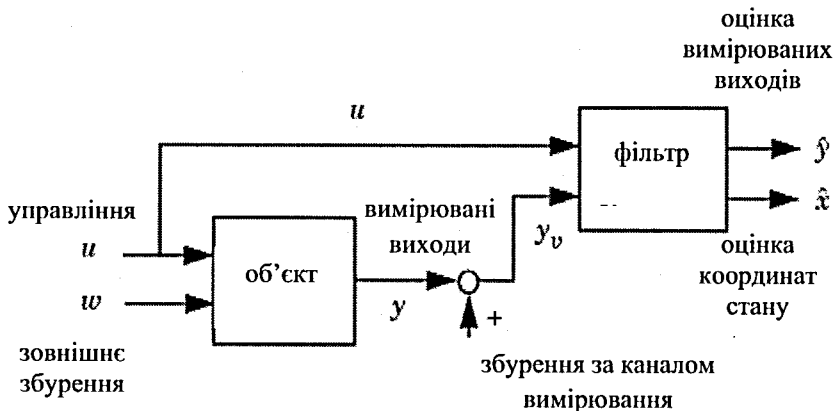


Рис. 3.9. Структура системи з оптимальним фільтром Калмана-Бюсі

Складаємо коваріаційні матриці:

$$Q = [15]; \quad R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}; \quad N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далі знаходимо P та L :

$$P = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0.0002 & 0.0001 & 0.0004 \\ 0.0002 & 0.0008 & 0.0003 & 0.0018 \\ 0.0001 & 0.0003 & 0.0001 & 0.0007 \\ 0.0004 & 0.0018 & 0.0007 & 0.0050 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.0006 & 0.0021 & 0.0008 \\ 0.0021 & 0.0076 & 0.0030 \\ 0.0008 & 0.0030 & 0.0012 \\ 0.0044 & 0.0177 & 0.0072 \end{bmatrix}.$$

На рис. 3.10 представлені процеси, що подаються на вхід системи w ; вихід системи $y_v(t)$; вихід системи з фільтром Калмана-Бюсі $\hat{x}(t)$ (для спрощення на рис. знак оцінки опущено).

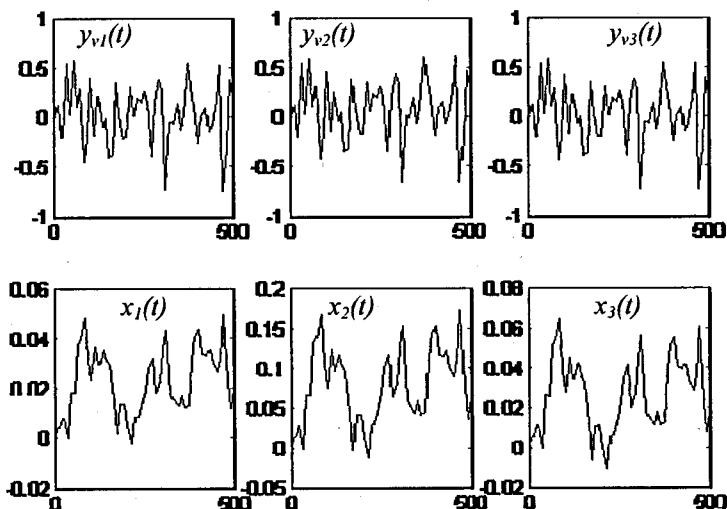


Рис. 3.10. Вихід системи з фільтром Калмана-Бюсі та без

На рис. 3.11 представлений процес $\hat{x}_4(t)$, який за допомогою алгоритму Калмана-Бюсі оцінюється.

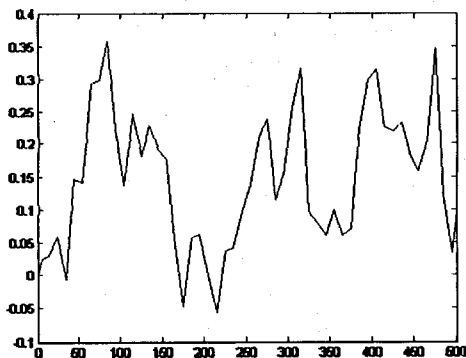


Рис. 3.11. Процес $\hat{x}_4(t)$

Дисперсії вихідного сигналу складають:

$$D(\hat{x}(t)) = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0.0023 \\ 0.0004 \\ 0.0112 \end{bmatrix}; \quad D(y_v) = \begin{bmatrix} 0.0906 \\ 0.0877 \\ 0.0897 \end{bmatrix},$$

тобто дисперсія зменшилась приблизно в 500, 40, 250 відповідно раз. Відмітимо, що так як система розімкнена, то математичне сподівання вихідного сигналу змінюється та з часом наближається до безкінечності.

3.6. Статистичний аналіз сигналів технологічних об'єктів

Аналіз експериментальної інформації показує, що кожний сигнал складної технологічної системи попередньо розглядається як стохастичний, що також обов'язково містить випадковий сигнал спотворень. Для проведення імітаційного моделювання, відтворення дійсної частини сигналу та встановлення емпіричних залежностей між отриманими оцінками параметрів стану об'єкта використовують статистичний аналіз, насамперед для визначення статистичних характеристик вимірних величин та оцінки стану об'єкта необхідно визначити закон розподілення цих параметрів. Зазвичай в системах технологічних вимірювань приймають припущення про нормальний закон розподілу. Для перевірки зазначеної гіпотези при врахуванні значного розміру вибірки використовується тест Жака-Бера, який базується на перевірці асиметрії та ексцесу нормального розподілу за даного відхилення та середнього математичного по досліджуваній вибірці існуючого розподілу оцінки. Якщо розмір вибірки є обмеженим (об'єм вибірки менше ніж 35 значень), то для підтвердження гіпотези про нормальність користуються тестом Колмогорова-Смірнова, де використовується оцінка максимальної різниці D_i між існуючим та нормальним інтегральним розподілом відповідно кожному значенню оцінки:

$$D_i = |F_i - Z_i|. \quad (3.81)$$

Кумулятивні функції розподілення експериментальної оцінки F_i та нормального розподілу Z_i можна знайти, як:

$$F_i[Z_i] = \sum_{i=1}^k p_i, \quad (3.82)$$

де k – кількість оцінок розподілу p_i у виборці (експериментальної оцінки чи нормального розподілу, відповідно).

Для оцінок, які дозволяють зробити висновок про інформативні властивості експериментальних даних, визначимо статистичні характеристики змінних:

- середнє математичне

$$m_x = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i, \quad (3.83)$$

де x_i - оцінка випадкової величини, N - розмір вибірки;

- стандартне відхилення

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2}{N(N-1)}}; \quad (3.84)$$

– середнє значення функції нормального інтегрального розподілу

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\left(\frac{x-m_x}{2\sigma_x^2}\right)}; \quad (3.85)$$

- середнє абсолютне відхилення

$$\delta_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i - m_x; \quad (3.86)$$

- ексцес

$$E_x = \frac{N(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - m_x}{\sigma_x}\right)^4 - \frac{3(N-1)^2}{(N-2)(N-3)} \quad (3.87)$$

- варіація

$$V_x = \frac{\sigma_x}{m_x} \cdot 100\%; \quad (3.88)$$

– асиметрія розподілення

$$A_x = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - m_x}{\sigma_x} \right)^3; \quad (3.89)$$

– нормалізована дисперсія

$$D_x = \sigma^2. \quad (3.90)$$

Так, наприклад, отримані характеристики технологічного об'єкта (табл. 3.2) свідчать про значну стохастичність всіх досліджуваних параметрів.

Таблиця 3.2.

Статистичні характеристики основних змінних технологічного об'єкта

Характеристика	Витрата води, $\frac{\text{л}^3}{\text{год.}}$	Витрата пари, $\frac{\text{л}^3}{\text{год.}}$
Середнє математичне	30,38	12,1
Стандартне відхилення	10,91	2,995
Середнє значення нормального інтегр. розподілу	0,263	5E-05
Середньо-квадратичне Абсолютне відхилення	7,961	2,171
Експес	1,122	3,637
Варіація, %	26,2	17,94
Асиметрія	0,654	-1,76
Нормал. дисперсія	119,02	8,97
Мінімальне значення	5,31	0,05
Максимальне значення	68,79	17,62
Вирогідність нормального розподілу в межах розмаху значень змінної	0,99	0,97
Запізнення по автокор.Тоб.,хв.	3,89	6,81

Статистичний аналіз даних використовують для попереднього визначення характеру експериментальних залежностей. Автокореляційні функції $R_{xx}(i)$ (рис. 3.12) дають оцінку швидкості сходження спостережної змінної:

$$R_{xx}(i) = \frac{1}{N-k+1} \cdot \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - m_x)(x_{i+k} - m_x). \quad (3.91)$$

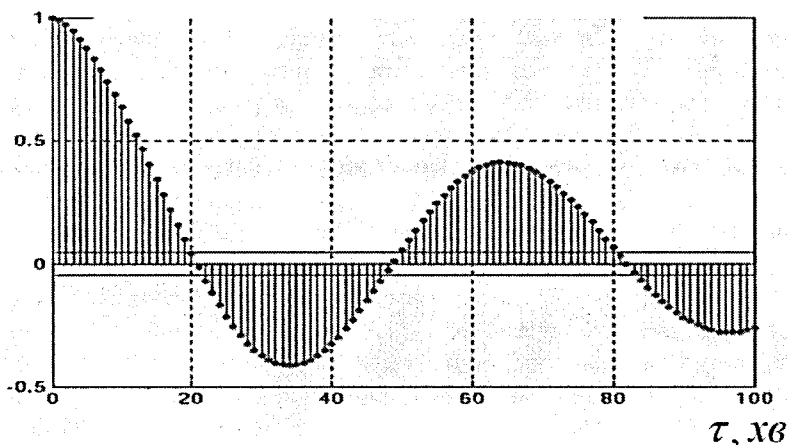


Рис. 3.12. Автокореляційна функція температури теплового об'єкта

Взаємкореляційні функції $R_{xy}(i)$ (рис. 3.13) дозволяють судити про взаємний вплив між вхідною x та вихідною y змінною об'єкта дослідження:

$$R_{xy}(i) = \frac{1}{N-k+1} \cdot \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - m_x)(y_{i+k} - m_y), \quad (3.92)$$

де k - потрібне число значень кореляційної функції.

Зміщення максимуму взаємкореляційної функції дозволяє судити про наявність транспортного запізнення між досліджуваними координатами стану.

Максимальна швидкість сходження взаємкореляційних функцій вказує на суттєву інерційність процесів масо- та теплообміну. У разі оберненої залежності двох досліджуваних координат взаємкореляційна функція має від'ємний характер (рис. 3.14).

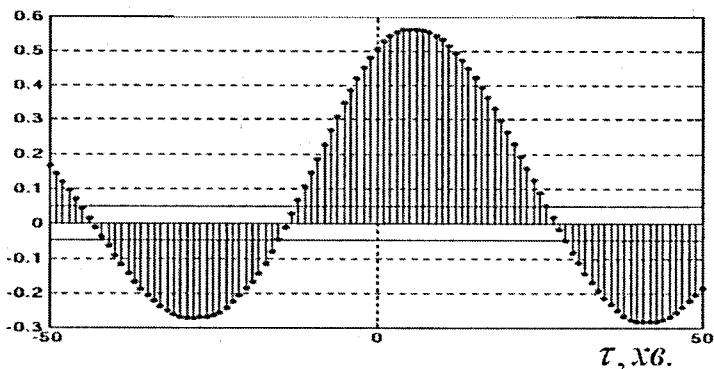


Рис. 3.13. Взаємнокореляційна функція витрати пари – температура об'єкта

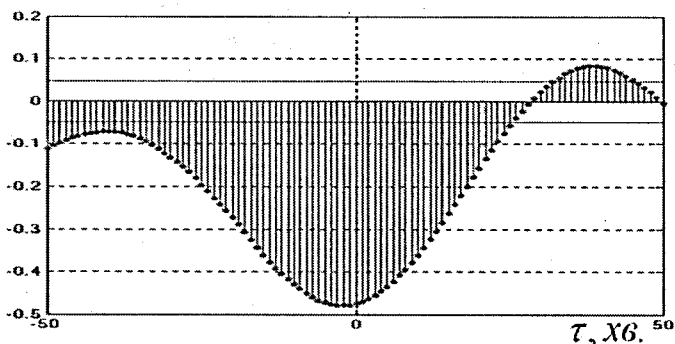


Рис. 3.14. Взаємнокореляційна функція витрата живильної води – температура в об'єкті

Ступінь стаціонарності об'єкта цілком можливо визначити за критерієм Рамачандрана і Ш. Ранганатана, де використовується сума квадратів довжин серій, що складаються з неперервних послідовностей оцінок $\text{sign}(x_i - m_x)$ однакового знаку та зведеної статистики:

$$I_{pp} = \sum j^2 n_j, \quad (3.93)$$

де: j – довжина серії, n_j – число серій довжини j .

Всі відгуки технологічного обладнання на активне втручання в процесі керування, мають різну природу, яка пов'язується з різницею

інерційності в каналах спостереження, різницею фізичних властивостей спостерігачів (датчиків), методами впливу виконавчих органів.

При розробці алгоритмів управління технологічними об'єктами винятковим джерелом інформації про зміну стану технологічного процесу є сигнали метрологічної системи. Оскільки реальні сигнали технологічної системи виявляються більш складними, ніж їх представлення в теорії автоматичного керування, то більшість алгоритмів прогнозування та підтримки прийняття рішень отримують висновки саме на підставі статистичних оцінок. Для підвищення інформативності статистичних оцінок, оперативного оцінювання інформативних змін користуються спрощенням інформаційної вибірки у вигляді пов'язаних просторових складових.

Так, при використанні спектральних методів аналізу інформативних сигналів технологічної системи, актуальну проблему становить спектральна точність. Останнє особливо визначається для короткочасних вибірок даних. З точки зору відображення повного спектру кращі результати дозволяє отримати фільтрована оцінка, де відсутні випадкові викиди і динаміка розкиду значень сигналу зведена до найбільш ймовірної. В той же час при використанні фільтрів в інформаційних каналах погіршується їх просторово-часова орієнтація, що зменшує вірогідність оцінки перетворень в досліджуваному об'єкті. В результаті розкладання інформативної послідовності на спектр визначають наскільки вона узгоджується із спектром вхідного сигналу. Зазвичай дослідження спектру сигналу починають з найбільш повільної складової сигналу, компенсуючи накопичення похибки для оцінки швидкої складової.

Поширене застосування перетворення Фур'є передбачає представлення обмеженого за тривалістю сигналу неперервними синусоїдальними та косинусоїдальними залежностями. Таке подання одразу додає проблем, пов'язаних із представленням крайових моментів досліджуваних сигналів. Оскільки процес перетворення Фур'є має в основі використання періодичного поліному, то при дослідженні обмеженої вибірки даних це неодмінно приведе до зміщеної оцінки. Природа таких спотворень пов'язана з помилкою крайового ефекту, коли якість оцінки спектру низьких частот вже на початок дослідження потребує результатів інформативного накопичення вибірки. Цей дефект призводить до виникнення амплітудних помилок спектру, знижує вірогідність визначення слабких відхилень. Для зменшення похибок процедури Фур'є-перетворення використовують корегування розміру «вікна» дослідження або об'єму вибірки.

Для нестационарних сигналів виявляється важливим визначення моменту часу, коли та або інша частотна характеристика раптово змінилася. Отже базисні функції в таких обставинах повинні мати кінцеву область визначення, а тому перетворення Фур'є, з його нескінченно протяжним тригонометричним базисом, більш пристосоване для аналізу стаціонарних або повільно дрейфуючих сигналів.

Практичне застосування ортогональних функцій часто обмежувалося примітивністю систем швидкого оперування досліджуваною інформацією.

Застосування властивостей ортогональних функцій мало поширення в системах зв'язку, де кодований сигнал вдало проходить крізь систему інформаційних каналів із великою кількістю шумів. Використання системи ортогональних коливань для представлення сигналів $U_i(x)$ можна вважати найкращим за поєднанням «точність наближення – простота обчислень», де останнє зводиться лише до обчислення коефіцієнтів розкладання.

Ортогональних функцій використовують в тих випадках, коли результат аналізу досліджуваного сигналу повинен містити не тільки просте перерахування його характерних частот (масштабів), але й зведення про певні локальні координати, при яких ці частоти виявляють себе. Свою назву ортогональні функції вейвлет (від англійської назви «хвилююче утворення») отримали за специфічну конструкцію(форму), яка дозволяє представляти досліджувану інформацію у найбільш зручному неспотвореному вигляді. Таким чином, аналіз і обробка нестационарних (у часі) або неоднорідних (у просторі) сигналів різних типів являють собою основне поле застосувань вейвлет-аналізу.

Чітка локалізація варіацій сигналів у розкладі за ортогональним базисом є наслідком витриманих умов ортогоналізації, тобто в загальному випадку система функцій $f(j, x)$ та $f(k, x)$ вважається ортогональною на деякому інтервалі $x_1 < x < x_2$, якщо:

$$\int_{x_1}^{x_2} \varphi(j, x) \psi(k, x) dx = \delta_{jk} X_j, \quad (3.94)$$

де

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } j = k \\ 0, & \text{якщо } j \neq k \end{cases}, \quad (3.95)$$

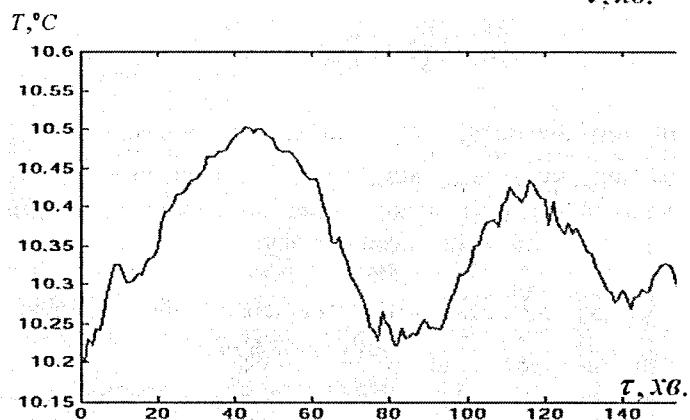
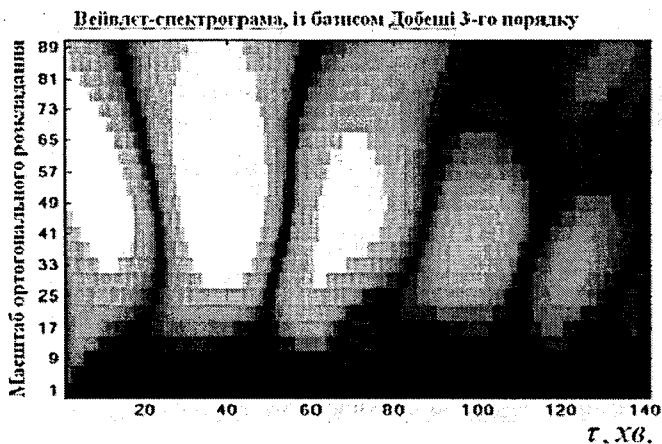


Рис. 3.15. Дослідження спектрального наповнення перехідного процесу встановлення температури

тобто ортогональна функція приймає своє максимальне значення у визначеній локальній області і швидко сходиться в околі цієї локалізації. Для того, щоб ортогональні функції не спричиняли спотворень досліджуваного сигналу, вони мають бути ортонормованими, а саме:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(k, x) dx = 0 \quad (3.96)$$

та

$$\|\psi(k, x)\| = 1. \quad (3.97)$$

Так, на разі процедура дослідження полягає у представленні кожної інформаційної вибірки входної технологічної змінної $U_i(x)$, розкладеної в ортонормованому базисі функції $\psi(k, x)$:

$$U_x = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \psi(k, x). \quad (3.98)$$

При цьому коефіцієнти a_k можна знайти інтегруванням на інтервалі $x \in (x_0; x_i)$ ортогональності добутку кожного елемента інформаційної вибірки $U_i(x)$ та іншої функції базису $\phi(j, x)$

$$d_j = \int_{x_i}^{x_0} U_i(x) \phi(j, x) dx, \quad (3.99)$$

та за умови ортонормованості базисних функцій: $c_k = d_j$. На практиці, оскільки сигнал з'являється у вигляді дискретних відліків (z-перетворення), процедура являє собою множення відповідних у часовій локалізації моментів базисної функції та інформаційної послідовності.

Функція $\psi(k, x)$ має назву «материнського» або утворюючого вейвлету, а функція $\phi(j, x)$ – масштабуючої функції.

В загальному випадку ортогональною системою можна представляти складні нелінійні співвідношення зміни одного показника процесу відносно зміни іншого. Частотний розподіл складових сигналу тут приймає відносний характер. При використанні представлення інформації через ортогональні функції від частотно-часового простору представлення спектра сигналу переходять до функціонально-часового, де поведінка сигналу має бути узгодженою із формою базису розкладання.

Вводиться поняття нормованої частоти або половини числа змін знаку похідної сигналу за одиницю часу.

Принцип побудови базису вейвлет-перетворення складається у використанні масштабного перетворення і зміщень, тобто за допомогою єдиної сплеск-функцій (вейвлета) можна покрити весь простір, використовуючи зміщення по-різному стислих варіантів єдиної функції.

Процедура подібно-масштабного аналізу полягає у зменшенні часових інтервалів між дискретними відліками та циклічною згорткою досліджуваної інформаційної вибірки із перетвореною базисною функцією. Відповідно до вказаного алгоритму відбувається поступове прорідження вибірки і визначається незміщена оцінка складових спектру.

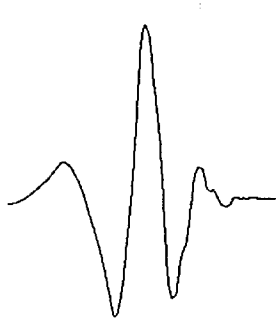


Рис. 3.16. Вейвлет-функція Добеші 4-го порядку

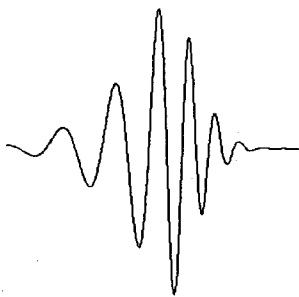


Рис. 3.17. Вейвлет-функція Добеші 12-го порядку

Відомий бельгійський математик Інгрід Добеші у 1988 році запропонувала використовувати у якості базисних тригонометричні поліноми, характеристики яких змінюються у відповідності до порядку функції. В радянській літературі такі поліноми отримали назву функцій із компактним носієм, через гнучкість, а відповідно їй можливість представлення сигналів різного роду.

Завдяки своїм властивостям ортогональності функції розподілу здатні до відновлення та виявляють робастність до похибок при часовому квантуванні.

Дана функція в процесі перевірки підтверджує свою компактність ортогонального представлення, регулярність, асиметрію відповідно до вигляду сигналів замкненої системи управління, значну кількість моментів, що сходяться, явне представлення базису, завдяки чому – існування швидкого алгоритму. Компактність базису запобігає виникненню так званого ефекту «просачування», що здатний до маскування слабких сигналів досліджуваної послідовності.

Для базису Добеші коефіцієнти масштабуючого рівняння мають вираз:

$$h_n = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \cdot \bar{\varphi}(2x - n) dx, \quad (3.100)$$

де n -зсув. Враховуючи, що носій в базисі Добеші скінчений, для прискорення розрахунку замість $\varphi(x)$ можна користуватися кінцевим набором коефіцієнтів h_n , а функція $\varphi(x)$ цілком визначається 2π -періодичним тригонометричним поліномом:

$$m_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_N h_n e^{-in\omega}. \quad (3.101)$$

Значення біноміальних коефіцієнтів C_k^{n-1+k} досліджуваної функції f можна обчислити, користуючись поліномом:

$$P(f) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{n-1+k} \cdot f^k, \quad (3.102)$$

де для $P(f)$ обов'язкове виконання умови:

$$|m_0(\omega)|^2 = \left(\cos^2 \left(\frac{\omega}{2} \right) \right)^N \cdot P \left(\sin^2 \left(\frac{\omega}{2} \right) \right), \quad (3.103)$$

де N – порядок полінома розкладання.

Будемо розглядати спектральний аналіз множини сигналів $U_i(x)$, що належать простору L функцій таких, що квадратично інтегруються. Внаслідок такого аналізу ми розбиваємо (розділяємо) сигнал на окремі компоненти, такі що

$$U(t) = u_{j_0}(t) + \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \quad (3.104)$$

де: u_{j_0} – низькочастотна компонента, u_k – високочастотні компоненти сигналу.

Представлення продуктивно розглядати як розподіл L на підпростори W_k , що не перекриваються.

$$u_{j_0}(t) = \sum_k c_{j_0}(k) \varphi_{j_0,k}(t) \quad (3.105)$$

$$u_j(t) = \sum_k d_j(k) \psi_{j,k}(t) \quad (3.106)$$

Перетворення сигналу за формулою (3.100) називається аналізом, а відновлення за формулами (3.105), (3.106) – синтезом, який приводить до обчислення спектральних компонент у вигляді (3.104). Коефіцієнти $c(k)$ і $d(k)$ називаються спектром сигналу $U_i(x)$, відповідно, в базисах масштабних функцій і вейвлетів.

Підставляючи вирази для отримання коефіцієнтів розкладання в (3.105) та (3.106), отримуємо:

$$u_{j_0}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \varphi_{j_0}(t - \tau) d\tau \quad (3.107)$$

$$u_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \psi_j(t - \tau) d\tau \quad (3.108)$$

Останні співвідношення показують, що форма частотної характеристики фільтрів повністю визначається спектральними властивостями базисних функцій. Як відомо, в спектральному аналізі для оцінки інтенсивності спектральних компонент важливо, щоб сусідні частотні смуги не перекривалися. У найбільшій мірі для цієї мети підходять базисні функції, задані на обмеженій множині точок (базиси з компактним носієм). При цьому компактність базисів мінімізує число обчислювальних операцій, а k -кратне, наприклад, диференціювання гарантує загасання частотної характеристики як $\frac{1}{\omega^k}$.

Ефективним виявляється застосування вейвлет-аналізу для оцінки сигналів відклику технологічної системи під час оперативної ідентифікації. Висновок про перетворення в об'єкті є результатом аналізу змін його технологічних координат.

В умовах оцінювання рекурсії вхідного сигналу у вихідному, при дослідженні спектру обох сигналів за одним базисом, можна скористатися відповідністю коефіцієнтів розкладання без відновлення дійсного значення вхідного сигналу $\hat{x}(t)$. Приведене твердження є наслідком відповідності математичних сподівань та кореляційних залежностей досліджуваного сигналу та отриманих коефіцієнтів розкладання.

Контрольні запитання

1. В чому особливості задач аналізу і синтезу АСР при випадкових діяннях?
2. Які числові характеристики використовуються для опису статистичних властивостей випадкових сигналів?
3. Наведіть визначення та властивості кореляційної функції.
4. Як зв'язані оцінки дисперсії та значення кореляційної функції?
5. Що характеризує спектральна щільність випадкового сигналу?
6. Як зв'язані між собою числові характеристики випадкового процесу?
7. Як оцінюються числові характеристики сукупності випадкових сигналів?
8. Що називається формуючим фільтром?
9. Наведіть розрахункову схему для розв'язання задачі оптимізації структури системи при випадкових сигналах.
10. Від чого залежить оптимальна структура системи при випадкових сигналах?
11. Як впливає інтенсивність перешкоди на точність системи при випадкових сигналах?
12. Що перешкоджає точній реалізації оптимальної структури і передаточної функції системи при випадкових діяннях?
13. Що таке оптимальна фільтрація та оптимальне оцінювання системи?

РОЗДІЛ 4.

Статистичне керування, діагностування та прогнозування

4.1. Вимоги до експериментальних даних

Одним з найпопулярніших видів математичних моделей, на яких проводять експерименти, є побудовані на основі статистичних даних. Даний тип моделей будують часто на основі аналізу часового ряду. Часові ряди використовуються для аналізу поведінки технічних, технологічних та інших видів об'єктів та систем.

Часовий ряд – це множина рівновіддалених у часі спостережень (вимірів), які характеризують поведінку процесу чи об'єкта на вибраному часовому інтервалі.

Проміжок часу між вимірами називається **періодом дискретизації вимірів** T_s і має бути незмінним, тому що напряму впливає на характеристики ряду. Чим більший час дискретизації, тим неточним буде ряд експериментальних даних з точки зору частотного наповнення. Дуже малий час дискретизації створює з одного боку проблему великого об'єму даних, які необхідно аналізувати, а інколи і надлишковість інформації, а з іншого – ймовірність появи лінійної залежності між вимірами, що унеможливує адекватне оцінювання параметрів моделей, виведених на основі цих даних. Час дискретизації обирають, як правило, за формулою:

$$T_s \leq \frac{1}{2f_{\max}}, \quad (4.1)$$

де f_{\max} – максимальна частота гармонійної складової сигналу, яку обирає дослідник, згідно особливостей досліджуваного процесу.

При **вибірковому спостереженні** досліджується лише частина сукупності, що відібрана спеціальними методами, які:

- забезпечують однакові шанси кожній одиниці сукупності потрапити до вибірки;
- визначають достатню кількість відібраних одиниць.

Виконання зазначених умов робить вибірку *репрезентативною*, тобто *представницькою*.

Це дає змогу поширити характеристики вибірковою сукупності на всю генеральну сукупність.

Генеральна сукупність даних – всі елементи об'єкта дослідження (вся продукція, що випускається, всі значення технологічної змінної, яка аналізується);

Вибірка або вибіркова сукупність даних – частина генеральної сукупності. Після проведення аналізу вибірки висновки поширюються на весь об'єкт.

Репрезентативність вибірки – вибіркові дані зі структурою, як в генеральній сукупності. Однією з першорядних завдань вибіркового спостереження є отримання репрезентативної вибірки.

Обсяг вибірки – кількість одиниць у вибірковій сукупності даних, які піддаються спостереженню.

Показник або параметр (генеральної сукупності) – неявний показник, який характеризує генеральну сукупність і який можна отримати, провівши суцільне спостереження.

Для проведення якісної діагностики і прогнозування окрім часу дискретизації важливим є кількість спостережень, внутрішня структура вибірки та метод обробки. Визначення величини вибірки залежить в першу чергу від того, чи відповідає вона наступним вимогам:

- *незміцуваності*

$$M = \{\hat{b}\} = b, \quad (4.2)$$

де \hat{b} – вибіркова або статистична оцінка параметра b .

Вимога незміцуваності особливо важлива при малій кількості спостережень і означає відсутність деякої системної, постійної помилки, яка б завищувала або занижувала оцінку M .

- *спроможності*

$$\lim_{p \rightarrow \infty} P\left\{\left|\hat{b} - b\right| < \delta\right\} = 1. \quad (4.3)$$

Вимога спроможності означає, що при збільшенні обсягу вибірки відбувається все більше наближення до істинного значення параметра. Таке наближення називається збіжністю за ймовірністю – ймовірність великих відмінностей \hat{b} і b прямує до нуля.

- *ефективності*

$$M\{(b - \hat{b})^2\} = \min. \quad (4.4)$$

Оцінка \hat{b} параметра b називається *ефективною*, якщо її дисперсія $D(\hat{b})$ є найменшою з усіх можливих оцінок параметра b за вибірками обсягу n . Вимога ефективності означає найменший розкид навколо свого середнього. Ця вимога важлива для незміщених оцінок, коли їх середнє (тобто математичне сподівання) збігається з істинним значенням параметра. Тоді і найменший розкид є по відношенню до істинного значення параметра.

– *достаттності*.

Кількість спостережень n визначається на основі граничної помилки вибірки Δ_x :

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\delta_x^2}{n}}, \quad (4.5)$$

де δ_x – середня похибка вибірки; $t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\delta_{mb}}$ – коефіцієнт довіри, що характеризує ймовірність того, що гранична похибка малої вибірки не перевищить t -кратну середню похибку, \bar{x} – середнє генеральної сукупності, δ_{mb} – гранична похибка малої вибірки.

Звідки:

$$n = \frac{t^2 \delta_x^2}{\Delta_x^2}, \quad (4.6)$$

Часовий ряд включає наступні компоненти: тренд $x_m(t)$, сезонної компоненти $x_c(t)$, циклічної компоненти $x_y(t)$, інтервенції $x_{in}(t)$, залишків або випадкового несистематичного ефекту $\varepsilon(t)$. Загальна модель часового ряду:

$$y(t) = x_m(t) + x_c(t) + x_y(t) + x_{in}(t) + \varepsilon(t). \quad (4.7)$$

Трендом часового ряду $x_m(t)$ при $t=1, \dots, n$ є нециклічна компонента, яка повільно змінюється та описує чистий вплив довготривалих факторів. Вплив від цієї складової відбувається поступово.

Сезонна компонента $x_c(t)$ відображає повторюваність процесу в часі, описує поведінку досліджуваної змінної, протягом заданого періоду (рік, місяць, сезон, день та ін.). Дана компонента складається з послідовності майже однакових циклів, що повторюються.

Циклічна складова $x_{\eta}(t)$ описує довготривалі періоди оптимального підйому та спаду (циклів), що можуть змінюватись і за амплітудою, і за довжиною.

Інтервенція $x_{\omega}(t)$ суттєва короткочасна дія на часовий ряд.

Випадковий несистематичний ефект $\varepsilon(t)$ викликає вплив неконтрольованих збурень на досліджуваний процес.

При проведенні статистичної діагностики додатковою вимогою до часового ряду є його відповідність нормальному закону розподілу, а статистичне прогнозування, як правило, накладає відповідність умові стаціонарності.

4.2. Методи статистичної діагностики

Всі процеси, що протікають при функціонуванні технологічних об'єктів, піддаються варіабельності, причиною якої є як внутрішні, так і особливо зовнішні впливи. Переваги доповнення традиційних систем керування для покращення їх роботи методами обробки статистичних даних визначив У. Шухарт. Всі технологічні процеси є варіабельними, на деякі з них впливає керована варіабельність, а на деякі – некерована. Причому керована варіабельність характеризується стабільною структурою і стійкістю в часі, некерована – навпаки.

Статистична керованість технологічними процесами зводиться до забезпечення і підтримки процесів на прийнятному та стабільному рівні, гарантує відповідність готового продукту / напівпродукту якісним вимогам.

Е. Демінг і Д. Хіммельблау підтримали розвиток методики визначення статистичної керованості технологічного процесу на основі виявлення причин варіабельності: випадкових або спеціальних, за допомогою побудови та аналізу контрольних карт (КК).

КК дозволяють визначити два види мінливості: *мінливість, викликана загальними (випадковими) причинами*, яких багато і їх важко або неможливо визначити, при цьому, вплив кожної окремої причини на загальний результат несуттєва, але сумарний вплив всіх причин викликає власну мінливість (варіабельність) результатів процесу; *мінливість, викликана невідповідними (спеціальними, особливими) причинами*, вони суттєво впливають на процес, а на КК їх визначає наявність трендів та особливих незвичайних структур із

групи точок всередині контрольних меж, а також викидів за контрольні межі,

Метою використання КК є визначення на фоні власної мінливості процесу мінливість, викликану особливими впливами.

Найчастіше в багатопараметричному процесі існує декілька якісних показників, які необхідно контролювати і регулювати. Знаходження їх в заданих межах свідчить про правильний перебіг технологічного процесу, роботу ТК в штатному режимі, а також про знаходження процесу під контролем, тобто що протягом всього перебігу процесу керована змінна буде відповідати одному і тому ж закону розподілу. Відхилення показників якості бувають двох видів: такі, що зумовлені випадковими факторами, і невідповідності сировини номінальним значенням, зсув шкали датчика та ін. В останньому випадку доцільно використовувати контрольні карти. Контрольні карти можуть застосовуватись для різних оцінок діагностування складних систем, в тому числі тоді, коли моделі ТП чи об'єктів невідомі або є наближеними. За допомогою контрольних карт і методів статистичного керування процесами можна виявити невідповідності відхилення.

Існує велика різновидність КК, за допомогою яких можна оцінити та передбачити можливий перебіг технологічного процесу або розвиток технологічної ситуації, виявити причини неполадок, які виникають в процесі функціонування технологічного об'єкта та вчасно ввести відповідні коригувальні впливи. Крім того, в залежності від розв'язуваних задач можуть бути використані одновимірні КК для аналізу зміни однієї технологічної змінної та багатовимірні – для аналізу декількох взаємокорельованих змінних. Останнім часом активно розвиваються обидва напрями використання КК для одно- та багатопараметричних процесів для вчасної оцінки стану об'єкта керування, визначення статистичної керованості досліджуваних процесів, виявлення причин розлагодження технологічних процесів через появу особливих причин змінюваності та введення на ранніх стадіях вчасних коригувальних дій з метою запобігання виникнення нештатних ситуацій.

Метою застосування КК є забезпечення візуального спостереження вимірюваної змінної і виявлення невідповідностей відхилень на ранніх стадіях.

Аналіз контрольних карт може бути інтерпретовано:

– як сигнал про те, що в процесі відбулися деякі зміни;

- в якості оцінки величини зміни, для усунення якої необхідна коригувальна дія;
- для визначення оцінок числа подібних випадків в минулому і визначення на їх основі причин, що викликали ці зміни;
- як міра якості продукції для класифікації по періодам.

Основним видом одновимірних контрольних карт – є карти Шухарта.

Контрольні карти застосовуються для кількісної (вимірюється чисельно) та альтернативної (так/ні) ознаки.

Контрольні карти для кількісної ознаки застосовують у випадках, коли при реєстрації даних фіксують виміряні значення характеристик процесу. Найпопулярнішими КК в цьому випадку є карти середніх арифметичних або середніх (\bar{X} -карта) та розмахів (R -карта), які аналізують попарно.

Для побудови КК спочатку необхідно вирішити наступні питання: вибір об'єму, частоти відбору, числа підгруп оцінюваних даних. Підгрупа – одне чи більше значень ознаки, що використовуються для аналізу процесу.

Слід пам'ятати, що встановлені на КК межі не співпадають з межами, які передбачені технічними умовами, а встановлюються за допомогою простих статистичних розрахунків на основі спостережень на виході процесу. За допомогою контрольних меж можна отримати інформацію, яка допоможе уникнути:

- регулювання контрольованих витрат потоку, температур та ін., коли воно не потрібне;
- збою в регулюванні, коли останнє необхідне.

Контрольні карти середніх арифметичних і розмахів (\bar{X} - та R -карти). Традиційно \bar{X} - та R -карти будуються одна під іншою. В обох контрольних картах по горизонтальній вісі відкладається час, по вертикальній в \bar{X} -карті – значення досліджуваних змінних, а в R -карті – відхилення вибірок, яка показує змінюваність процесу – чим більша змінюваність, тим більше відхилення від стандарту. Центральна лінія на карті для середнього \bar{X} відповідає номінальному значенню досліджуваної змінної, а на R -карті – прийнятний розмах для неї. Розмах являється грубою мірою швидкості зміни параметра.

На карту наносяться – середні вибірок \bar{X} (4.8) та розмахи вибірок R (4.9) для кожної підгрупи і показують поведінку середнього для всього процесу і його розкид.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}, \quad (4.8)$$

де X_1, X_2, \dots, X_n – індивідуальні значення в підгрупі, n – об'єм підгрупи.

$$R = X_{\text{найб}} - X_{\text{найм}}. \quad (4.9)$$

Для роботи з КК знаходять центральні лінії:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k}, \quad (4.10)$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}, \quad (4.11)$$

де k – число підгруп, R_1 та \bar{X}_1 – розмах і середнє першої підгрупи, R_2 та \bar{X}_2 – розмах і середнє другої підгрупи та ін.

Крім центральної лінії на карті встановлюють дві додаткові лінії – нижньої і верхньої контрольних меж (НКМ та ВКМ відповідно). Контрольні межі (межі дій) на контрольних картах Шухарта знаходяться на відстані 3σ від центральної лінії, де σ – стандартне відхилення (дисперсія) і для даного типу карти оцінюється середнім арифметичним ковзних розмахів, використовуючи спеціальні формули, виведені статистично:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \quad (4.12)$$

$$НКМ = \bar{\bar{X}} - 3\sigma, \quad (4.13)$$

$$ВКМ = \bar{\bar{X}} + 3\sigma. \quad (4.14)$$

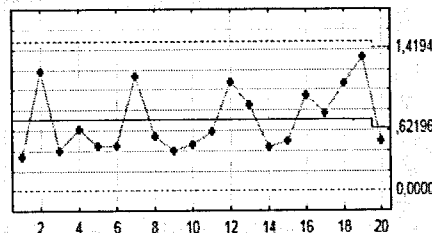
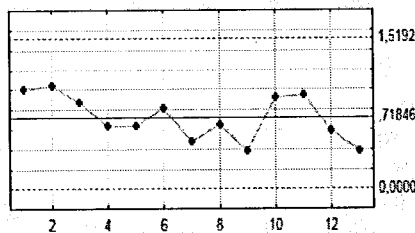
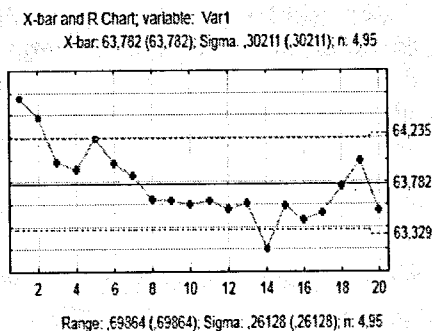
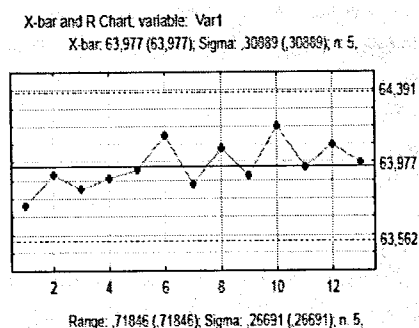
При нормальному законі розподілу в межах між НКМ і ВКМ розташовується 99,73% можливих значень X_i . Процес вважається статистично керованим, якщо 99,97% значень потрапляють в межі 3σ . Значення, що виходить за контрольні межі, є сигналом про необхідність введення коригувальних впливів, оскільки ймовірність, що це є випадковою подією, а не реальним сигналом про невідповідність дуже мала. Для підвищення ефективності керування ТП виділяють додатково контрольні межі (попереджувальні межі) на

відстані 2σ від центральної лінії \bar{X} . Значення, що потрапляють за ці межі, можуть попереджати про можливість виходу ТП із стану статистичної керованості. У випадках, коли процес стає статистично некерованим, необхідно знайти невинні причини і ввести коригувальні дії.

Для аналізу контрольних карт Шухарта для ТП в стандарті передбачено 8 критеріїв особливих причин. Якщо хоча б один з них виявлено, то необхідно вводити коригуючі дії в процес виробництва.

Аналіз КК проводять для визначення статистичної керованості процесу та виявлення спеціальних впливів на ранніх стадіях. Процес вважається статистично керованим, коли відсутні викиди на \bar{X} - та R-картах (рис. 4.1 а).

Якщо одна або декілька точок на \bar{X} -карті виходять за контрольні межі (рис. 4.1 б), то це сигналізує про появу негативних невинних впливів, що свідчить про високу ймовірність скорого розлагодження процесу.



а)

б)

Рис. 4.1. Контрольні карти Шухарта: а) статистично керованого процесу; б) з викидами на \bar{X} -карті

Наявність на \bar{X} -карті трендів (навіть якщо тренд розташовується всередині контрольних меж) свідчить про появу особливих причин, які мають бути скореговані. Про розлагодження процесу свідчить також наявність на \bar{X} -карті не випадкового розташування точок – серій, зокрема 7 точок підряд, що розташовані з однієї сторони відносно центральної лінії, або 7 точок підряд, що зростають (рис. 4.2) або спадають, або якщо точки знаходяться дуже близько до центральної лінії. В цьому випадку проводять додаткові дослідження для визначення причин появи подібних серій.

Інколи бувають випадки, коли \bar{X} -карта показує статистично керований процес, а на R -карті виникають сигнали про появу сигналу тривоги. Зокрема, точка, яка знаходиться поза контролем на R -карті, коли середнє \bar{X} на \bar{X} -карті знаходиться ще в контрольних межах, свідчить про розлагодження процесу набагато раніше, ніж якщо аналізувати лише \bar{X} -карту (рис. 4.2).

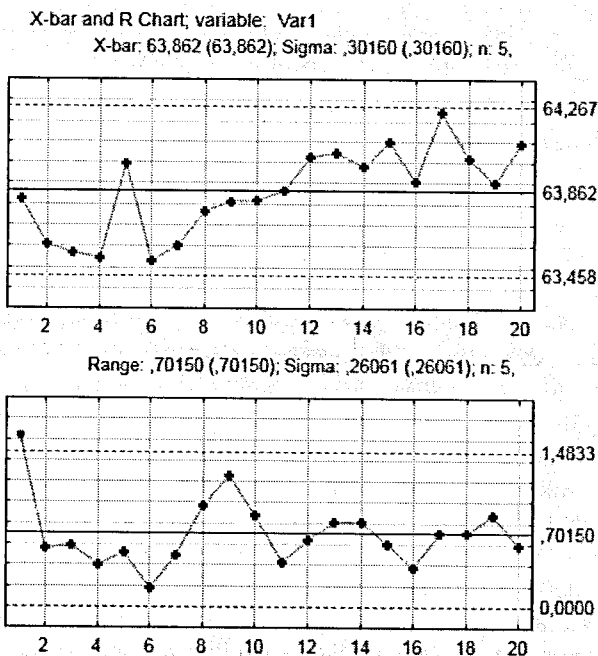


Рис. 4.2. Контрольні карти Шухарта з 8-ма точками, що зростають на \bar{X} -карті та викидом на R -карті

Контрольні карти середніх арифметичних і стандартних відхилень (\bar{X} - та s -карти). \bar{X} - та s -карти завжди аналізують попарно і будують на основі даних, отриманих на виході, процесу. R -карти ефективні для аналізу підгруп з малим об'ємом (до 9), а s -карти – ефективний показник внутрішньої мінливості (розкиду) процесу при великих об'ємах вибірки ($n \geq 12$). До недоліків карти стандартних відхилень відносяться менша чутливість при виявленні особливих впливів причин мінливості в одній точці і складність розрахунку. s -карти використовують у випадку оперативної обробки даних вибірок великих обсягів.

Центральна лінія розраховується за формулою:

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}, \quad (4.15)$$

або

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}. \quad (4.16)$$

Верхня та нижня контрольні межі розраховуються за формулами 4.17 та 4.18 відповідно:

$$HKM = B_3 \bar{s}_1, \quad (4.17)$$

$$VKM = B_4 \bar{s}_1, \quad (4.18)$$

де $\bar{s}_1 = \frac{\sum s_1}{k}$ – середнє вибіркве стандартних відхилень для всіх k

вибірок; $B_3 = \frac{c_4 - 3c_5}{c_4}$, $B_4 = \frac{c_4 + 3c_5}{c_4}$, параметри c_4 і c_5 – залежать від

об'єму вибірок, їх значення знаходяться в спеціальних таблицях.

Контрольні карти вибіркових медіан і розмахів (Me- та R-карти). КК вибіркових медіан (Me-карта) використовується замість \bar{X} -карти в парі з R-картою. Використовують для вибірок об'ємом $n \leq 10$ з бажано непарною кількістю елементів. Хоча медіани статистично не настільки ефективні, як середні, але вони мають наступні переваги:

– Me-карта проста в застосуванні і не вимагає великої кількості обчислень, що полегшує їх застосування у виробництві;

– *Me*-карта показує розкид результатів процесу та ілюструє поточний стан мінливості процесу, оскільки на карту наносяться значення медіан та індивідуальні;

– *Me*-карту використовують для порівняння результатів декількох або одного процесу на послідовних стадіях, оскільки одна карта відображає медіану і розкид.

Вибіркову медіану розраховують без обчислень: індивідуальні значення розташовують за заростанням, значення, що знаходиться в центрі ряду – вибіркова медіана (рис. 4.3). Через те зручніше використовувати непарне число вимірів у вибірці. Побудова *Me*-карти по вертикалі (рис. 4.3) наносять індивідуальні значення *X*. Значення *X*, що буде посередині – вибіркова медіана, на рис. 4.3 обведена кружочком. При парній кількості елементів у вибірці, вибіркова медіана розраховується як середнє двох значень *X*, розташованих в центрі.

Центральна лінія, верхня та нижня контрольні межі розраховуються за формулами 4.19–4.21 відповідно:

$$\overline{Me} = \frac{\sum_{i=1}^k Me}{k}, \quad (4.19)$$

$$HKM = \overline{Me} - A_4 \overline{R}, \quad (4.20)$$

$$VKM = \overline{Me} + A_4 \overline{R}, \quad (4.21)$$

де коефіцієнт A_4 – табличне значення.

Викид за контрольні межі свідчить про розлагодження процесу.

Контрольні карти індивідуальних значень та ковзних розмахів (*X*- та *MR*-карти). У випадках, коли проведення вимірювань занадто дороге для підприємства або коли результат процесу у будь-якій точці часу однаковий (наприклад, аналіз хімічного розчину). В цьому випадку розмах всередині підгрупи фактично дорівнює нулю, тому будують КК для індивідуальних значень.

Особливістю КК індивідуальних значень є:

– *X*-карти менш чутливі при визначенні змін процесу ніж та *R*-карти;

– при несиметричному розподілі слід ретельніше та обережніше проводити інтерпретацію результатів;

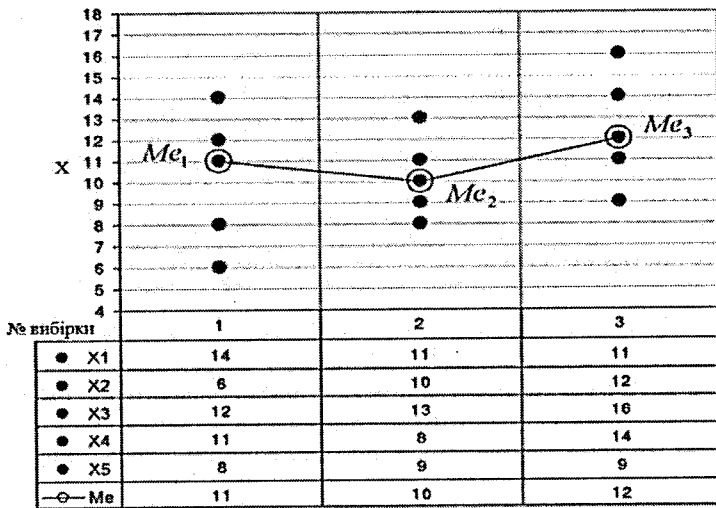


Рис. 4.3. Приклад побудови Me-карти

• X-карти не відтворюють повторюваність процесів від одиниці до одиниці, тому рекомендують використовувати \bar{X} - та R-карти навіть з малими об'ємами підгруп (2 – 4 значення) і великими інтервалами між ними;

Особливістю побудови є розрахунок ковзного розмаху (MR) між індивідуальними значеннями та нанесення індивідуальних значень на X-карті зліва направо.

При використанні карт індивідуальних значень оцінку внутрішньої мінливості визначають на основі міри варіації, що отримана за ковзними розмахами двох послідовних спостережень.

Ковзний розмах R_C – це абсолютне значення різниці двох послідовних вимірів, тобто модуля різниці першого та другого вимірів $|X_1 - X_2|$, другого та третього вимірів $|X_2 - X_3|$ і т.д. Число ковзних розмахів R_C на 1 менше загального числа вимірів N , при об'ємі вибірки n .

Центральна лінія, верхня та нижня контрольні межі для X-карти розраховуються за формулами 4.22-4.24, а для MR-карти – 4.25-4.27 відповідно:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}, \quad (4.22)$$

$$HKM = \bar{X} - 3\bar{R}/d_2, \quad (4.23)$$

$$BKM = \bar{X} + 3\bar{R}/d_2, \quad (4.24)$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R_c}{N-1}, \quad (4.25)$$

$$HKM = D_3 \bar{R}, \quad (4.26)$$

$$BKM = D_4 \bar{R}, \quad (4.27)$$

де d_2, D_3, D_4 – таблично розраховані коефіцієнти.

Про наявність особливих причин і необхідність введення коригуючих впливів сигналізує поява викидів на MR -карті або наявність викидів, трендів чи невідповідної поведінки точок на X -карті.

Контрольні карти за альтернативною ознакою використовують для аналізу даних, які отримують в результаті ділення продукції, що перевіряється, на 2 групи: відповідає чи ні вимогам (фактично відсутні числові виміри). Застосовують чотири види КК: p -карти частки невідповідних одиниць продукції, np -карти числа невідповідних одиниць продукції, c -карти сумарного числа невідповідностей, u -карти числа невідповідностей на одиницю продукції.

Для статистично керованих процесів поява результатів, що не відповідають вимогам, є подією, яка відбувається нечасто, і описується законом біноміального розподілу або законом Пуасона (закон рідкісних подій).

Закон біноміального розподілу характеризує ймовірність появи випадкової події A x разів в n дослідах. Ймовірність розраховується наступним чином:

$$P(n, x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}, \quad (4.28)$$

де p – частка невідповідних одиниць (продукції, результатів), визначається як відношення числа виявлених невідповідних одиниць np до загального числа перевірених одиниць продукції у вибірці об'ємом n . Величина p може виражатись в частках або відсотках, визначається формулами:

$$p = np / n \text{ або } p\% = 100np / n, \quad (4.29)$$

де np – число невідповідних одиниць (продукції, результатів), виявлених у вибірці об'ємом n .

Основні характеристики біноміального розподілу:

– математичне сподівання $\mu_x = np$ – середнє число появи події A в n дослідах;

– стандартне відхилення $\sigma_x = \sqrt{np(1-p)}$.

Закон рідкісних подій або закон Пуасона описує ймовірність появи випадкової події A x разів в n дослідах і визначається:

$$P(n, x) = \frac{(np)^x}{x!} e^{-np}. \quad (4.30)$$

Математичне сподівання μ_x і дисперсія D_x для закону Пуасона рівні $\mu_x = D_x = np$, тому $\sigma_x = \sqrt{np}$.

Розрахунок параметрів КК за альтернативною ознакою проводиться згідно з використанням наступних моделей розподілу:

- карти p та np використовують біноміальний розподіл;
- карти c та u – розподіл Пуасона.

Контрольна карта часток невідповідних одиниць (р-карта). p -карта вимірює частку невідповідних одиниць у досліджуваній групі. Об'єм вибірки – n , може змінюватись. Для альтернативних ознак беруть вибірки з великими підгрупами 50–200 елементів, що забезпечує можливість виявлення помірних зсувів процесу і наявності декількох невідповідних одиниць на підгрупу (наприклад $np > 5$).

Частка невідповідних одиниць p розраховують за формулою:

$$p = \frac{np}{n}, \quad (4.31)$$

Центральна лінія та контрольні межі знаходяться за формулами 4.32–4.34 відповідно:

$$\bar{p} = \frac{\sum_1^k n_k p_k}{\sum_1^k n_k}, \quad (4.32)$$

де $n_k p_k$ – число невідповідних одиниць в кожній з k підгруп; n_k – число проконтрольованих одиниць в кожній з k підгруп; k – число підгруп.

$$HKM = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \quad (4.33)$$

$$VKM = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \quad (4.34)$$

де n – постійний об'єм підгрупи.

За допомогою p -карт проводять аналіз даних на наявність нестабільності: один або декілька викидів за контрольні межі, серії точок або не випадкова поведінка точок на карті (наприклад, 2/3 точок лежать близько до центральної лінії, що свідчить про разладження процесу. Для виявлення не випадкових впливів застосовують додатково діаграму Паретто або причинно-наслідкову діаграму.

Контрольна карта числа невідповідних одиниць (np -карта). Ці карти використовують альтернативні дані, що характеризують число невідповідних одиниць в досліджуваній партії. З однієї сторони цей тип карт ідентичний p -картам, з іншої – на np -карту наносять дійсне число невідповідних одиниць, а не їх частку в підгрупі. p - та np -карти використовують у подібних випадках, але останній вид обирають при постійному об'ємі вибірки та при умові, що дійсне число невідповідностей простіше отримати або воно більш важливе, ніж частку невідповідностей.

Центральна лінія та контрольні межі знаходяться за формулами 4.35–4.37 відповідно:

$$\bar{np} = \frac{\sum_k np_k}{k}, \quad (4.35)$$

де np_k – число невідповідних одиниць в кожній з k підгруп; k – число підгруп.

$$HKM = \bar{np} - 3\sqrt{\bar{np}(1-\bar{p})}, \quad (4.36)$$

$$VKM = \bar{np} + 3\sqrt{\bar{np}(1-\bar{p})}, \quad (4.37)$$

де n – об'єм підгрупи.

Оцінку np -карти проводять аналогічно оцінці за p -картою.

Контрольна карта числа невідповідностей (c -карта). Даний вид карт використовують альтернативні дані, такі як число невідповідностей в досліджуваній партії (а не число невідповідних

одиниць, як в *р*-карті). *с*-карти використовують у випадках: невідповідності можуть бути визначені для однієї одиниці або невідповідності можуть бути розкидані по об'єму продукції і можна розрахувати середню частку невідповідностей).

Процедури побудови і аналізу *с*-карт подібні до побудови і аналізу *р*-карт, але з деякими відмінностями. Зокрема, об'єм досліджуваних підгруп сталий $n = \text{const}$, оскільки дані відображають зміни за якістю, а не зміни в об'ємі підгруп *n*.

Центральна лінія та контрольні межі знаходяться за формулами 4.38–4.40 відповідно. Центральна лінія відповідає середньому числу невідповідностей \bar{c} для процесу.

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k}, \quad (4.38)$$

де c_1, c_2, \dots, c_k – числа невідповідностей в кожній з підгруп; k – число підгруп.

$$НКМ = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}, \quad (4.39)$$

$$ВКМ = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}. \quad (4.40)$$

Оцінка можливостей процесу дорівнює \bar{c} , тобто середньому числу невідповідностей у вибірці фіксованого об'єму *n*.

Контрольна карта числа невідповідностей на одиницю продукції (*и*-карта). *и*-карта будується на основі альтернативних даних, таких як число невідповідностей на облікову досліджувану одиницю в підгрупах з різними об'ємами. *и*-карта подібна до *с*-карти, але число невідповідностей розраховують на одиницю продукції. *и*-карту застосовують, якщо підгрупа містить більше однієї одиниці продукції, а також якщо об'єм вибірки вар'юється. Процедура побудови та оцінки даних карт подібні до *р*-карт. На *и*-карту наносять число невідповідностей на одиницю в кожній групі:

$$u = \frac{c}{n}, \quad (4.41)$$

де c – число невідповідностей; n – об'єм підгруп.

Центральна лінія та контрольні межі знаходяться за формулами 4.42–4.44 відповідно. Центральна лінія відповідає середньому числу невідповідностей на одиницю \bar{u} .

$$\bar{u} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}, \quad (4.42)$$

де c_1, c_2, \dots, c_k – числа невідповідностей; n_1, n_2, \dots, n_k – об'єм кожної підгрупи; k – число підгруп.

$$HKM = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}, \quad (4.43)$$

$$VKM = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}, \quad (4.44)$$

де n – середній об'єм підгруп.

Вибір типу контрольних карт (p -, np -, c - або u -карта) залежить від даних, які аналізуються. Якщо визначається число невідповідностей одиниць продукції, то слід брати p - або np -карту. Якщо ж підраховують число виявлених невідповідностей, то використовують c - або u -карту.

Після аналізу стабільності процесу на основі КК проводять оцінку можливостей процесу за допомогою індексів відтворюваності.

Основними індексами є наступні:

- індекси, що відображають мінливість процесу по відношенню до технічних вимог C_p та P_p ;
- індекси, що відображають мінливість і налагодженість процесу на центр поля допуску по відношенню до технічних вимог C_{pk} та P_{pk} ;
- коефіцієнти відтворюваності та придатності (коефіцієнти точності процесу) CR та PR .

C_p – індекс відтворюваності процесу без урахування налаштованість процесу на центр поля допуску:

$$C_p = \frac{VKM - HKM}{6\hat{\sigma}_1}. \quad (4.45)$$

P_p – індекс придатності процесу без урахування налаштованість процесу на центр поля допуску:

$$P_p = \frac{VKM - HKM}{6\hat{\sigma}_T}. \quad (4.46)$$

де $\hat{\sigma}_T$ – оцінка стандартного відхилення (повної мінливості) процесу на основі вибіркового стандартного відхилення об'єднаної вибірки індивідуальних значень відносно середнього значення об'єднаної вибірки.

C_{pk} – індекс відтворюваності, що враховує налаштованість процесу на центр поля допуску і визначається як мінімальне значення з $\frac{BKM - \bar{X}}{6\hat{\sigma}_1}$ або $\frac{\bar{X} - НКМ}{6\hat{\sigma}_1}$. Він відображає залежність між

середнім процесу і найближчою границею поля допуску з половиною власної мінливості процесу.

P_{pk} – індекс придатності процесу, який враховує налаштованість процесу на центр поля допуску і визначається як мінімальне значення з $\frac{BKM - \bar{X}}{6\hat{\sigma}_T}$ або $\frac{\bar{X} - НКМ}{6\hat{\sigma}_T}$.

Мінливість та налаштованість процесу на центр поля допуску – дві окремі характеристики процесу. В цілях зменшення термінів проведення аналізу зручно об'єднати дві характеристики в одну C_{pk} або P_{pk} для оцінки можливостей: вимірювання неперервного вдосконалення процесу з використанням часових трендів та для вибору пріоритетного напрямку, у відповідності з яким треба проводити вдосконалення процесу.

Коефіцієнти можливостей процесу наступні:

CR – коефіцієнт відтворюваності процесу, який використовують для стабільних процесів, і являє собою величину, обернену до C_p :

$$CR = \frac{1}{c_p} = \frac{6\hat{\sigma}_1}{BKM - НКМ}. \quad (4.47)$$

PR – коефіцієнт придатності процесу, стабільність якого не підтверджена, являє собою величину, обернену індексу P_p :

$$PR = \frac{6\hat{\sigma}_T}{BKM - НКМ}. \quad (4.48)$$

Багатопараметричні карти. Якщо роботу ТП можна оцінити за допомогою декількох корельованих між собою технологічних показників, то використовують контрольні карти Хотеллінга, які призначені для перевірки гіпотези про те, що середній рівень

процесу відповідає заданим специфікаціям, тобто перевіряється стабільність процесу по його середньому рівню (рис. 4.4).

Статистика T^2 (4.49) являє собою просто геометричне місце точок еліпсоїда довірчої області для двох випадкових змінних X і Y з нормальним розподілом і виражається через об'єм вибірки n , вибіркові середні і вибіркові дисперсії:

$$T^2 = \frac{ns_x^2s_y^2}{s_x^2s_y^2 - s_{xy}^2} \left[\frac{(X_i - \bar{X})^2}{s_x^2} + \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{s_y^2} - \frac{2s_{xy}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{s_x^2s_y^2} \right]. \quad (4.49)$$

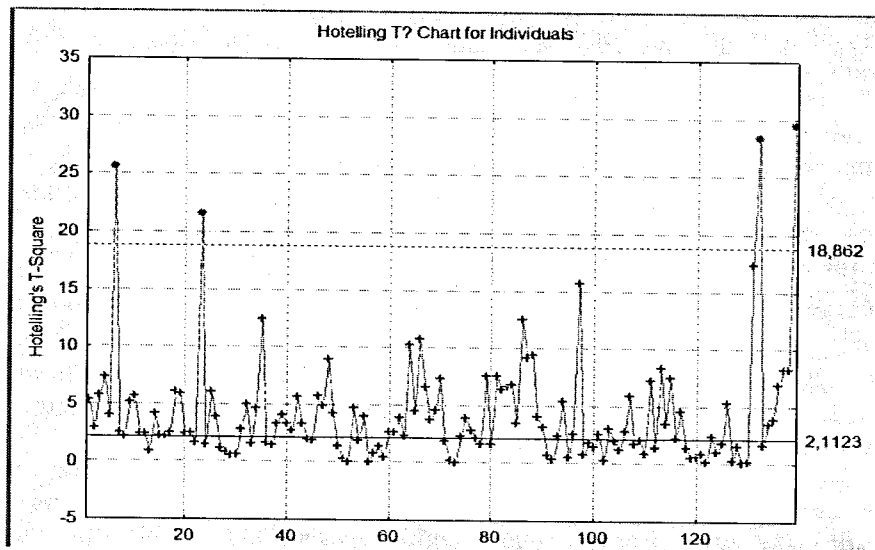


Рис. 4.4. Контрольна карта Хотеллінга

Всі значення T^2 які перевищують розраховані – характеризують порушення контрольних умов. Оскільки дана КК об'єднує багатомірні характеристики якості на одній карті, тому складно визначити, яка зі складових процесу розладналась, що є недоліком. Крім того, якщо відхилення від норми присутнє лише у одній з двох змінних, в той час як інша змінюється в допустимих межах відносно планових специфікацій, то загальне значення T^2 може і не вийти за контрольну межу карти.

4.3. Методи статистичного прогнозування

В літературі зустрічається наступна класифікація методів статистичного прогнозування на основі: суджень, суб'єктивних оцінок тощо; часового ряду однієї змінної (методи авторегресії, авторегресії з ковзним середнім (АРКС), АРКС із трендом, авторегресія з інтегрованим ковзним середнім (АРИКС) і т.д.); часових рядів декількох змінних (прогнозована ендогенна змінна залежить від декількох регресорів або екзогенних змінних).

На сьогодні існує чотири основні підходи щодо проведення аналізу часових рядів. Вони залежать від способу представлення досліджуваного випадкового процесу, методу обробки, зашумленості тощо.

Перший підхід: зводиться до представлення випадкового процесу у вигляді детермінованої складової, на яку накладають адитивну чи мультиплікативні випадкові величини $\varepsilon(t)$, що розподілені за однаковим законом, характеризуються постійною дисперсією та нульовим математичним сподіванням. В результаті отримують адитивну модель $Y(y) = F_d(t) + \varepsilon(t)$ або мультиплікативну модель $Y(y) = F_d(t) \cdot \varepsilon(t)$, де $F_d(t)$ – детермінована складова, що являє собою декілька компонент.

Другий підхід: часовий ряд розглядається як послідовність незалежних імпульсів $\varepsilon(t)$. Цей підхід використовують для рядів, в яких послідовні значення сильно залежні між собою.

Третій підхід: часовий ряд представляються у вигляді зваженої суми попередніх елементів, що дозволяє реалізувати стохастичну модель у вигляді авторегресії. Тобто поточне відхилення значення процесу – лінійна сукупність попередніх відхилень значень процесу та імпульсу ε_t :

$$\tilde{y}_t = \phi_1 \tilde{y}_{t-1} + \phi_2 \tilde{y}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{y}_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (4.50)$$

де, $\tilde{y}_t, \tilde{y}_{t-1}, \tilde{y}_{t-2}, \dots, \tilde{y}_{t-p}$ – відхилення від середнього \bar{y} значення процесу, тобто $\tilde{y}_t = y_t - \bar{y}$, $\tilde{y}_{t-1} = y_{t-1} - \bar{y}$ тощо; $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$ – значення процесу у рівновіддалені моменти часу $t, t-1, t-2, \dots, t-p$; $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ – константи.

Рівняння (4.50) реалізує процесі авторегресії з порядком P , тобто змінна \tilde{y}_t регресує на своїх попередніх значеннях, тому

(4.50) – модель авторегресії. З урахуванням оператора авторегресії порядку P (4.50) запишемо

$$\Phi(B)\tilde{y}_t = \varepsilon_t, \quad (4.51)$$

де $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$.

Модель (4.51) містить $p+2$ параметра: $\bar{y}, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma_\varepsilon^2$, які необхідно оцінити за спостереженнями. Причому σ_ε^2 – дисперсія білого шуму.

Часові ряди можуть бути стаціонарні і нестаціонарні. Перед побудовою моделі часового ряду його перевіряють на стаціонарність.

Для часового ряду Y позначимо його рівень як y_t . Тоді стаціонарний процес буде характеризуватись наступними чотирма властивостями:

1. Математичне сподівання часового ряду $E(y_t)$ є постійним тобто середнє значення часового ряду, навколо якого змінюються рівні, є величиною постійною:

$$E(y_t) = \bar{y} = const. \quad (4.52)$$

2. Дисперсія стаціонарного ряду є постійною. Вона характеризує варіацію рівнів часового ряду відносно його середнього значення \bar{y} :

$$D(y) = E(y_t - \bar{y})^2 = G^2(y) = const. \quad (4.53)$$

3. Автоковаріація стаціонарного ряду з лагом l постійна, тобто коваріація між значеннями y_t і y_{t+l} , окремими інтервалами в 1 одиницю часу, визначається за формулою:

$$R_l(y_t) = cov(y_t, y_{t+l}) = E(y_t - \bar{y})(y_{t+l} - \bar{y}). \quad (4.54)$$

Для стаціонарних рядів автоковаріація залежить тільки від величини лагу l , тому справедлива рівність виду:

$$R_{j=0}(y_t) = G^2(y). \quad (4.55)$$

4. Коефіцієнти автокореляції стаціонарного ряду з лагом l постійні. Звідси, автокореляція є нормованою автоковаріацією, так як для стаціонарного процесу

$G^2(y) = \text{const} :$

$$\rho_l = \frac{E[(y_l - \bar{y})(y_{l+1} - \bar{y})]}{\sqrt{E(y_l - \bar{y})^2 E(y_{l+1} - \bar{y})^2}} = \frac{E[(y_l - \bar{y})(y_{l+1} - \bar{y})]}{G^2(y)}. \quad (4.56)$$

Таким чином, коефіцієнт автокореляції порядку l розраховується за формулою:

$$\rho_l = \frac{R_j(y_l)}{R_{j=0}(y_l)}. \quad (4.57)$$

Інший тип моделей часових рядів представляє процес ковзного середнього. В цьому випадку \tilde{y}_l залежить від кінцевого числа q попередніх значень випадкової складової ε_t , тоді

$$\tilde{y}_l = \varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (4.58)$$

Рівняння (4.58) описує процес ковзного середнього порядку q . Тоді оператор ковзного середнього, який визначається за спостереженнями, записується:

$$\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_q B^q. \quad (4.59)$$

Звідси (4.58) можна записати

$$\tilde{y}_l = \Theta(B) \varepsilon_t. \quad (4.60)$$

Модель (4.60) включає $q+2$ невідомих параметрів \bar{y} ; $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_q$ – константи; σ_ε^2 .

Для підвищення адекватності моделей прогнозування часових рядів іноді об'єднують модель авторегресії (4.50) та модель ковзного середнього (4.59):

$$\tilde{y}_l = \phi_1 \tilde{y}_{l-1} + \phi_2 \tilde{y}_{l-2} + \dots + \phi_p \tilde{y}_{l-p} + \varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (4.61)$$

Комбінована модель авторегресії та ковзного середнього представляється у вигляді

$$\Phi(B) \tilde{y}_l = \Theta(B) \varepsilon_t, \quad (4.62)$$

в якій $p+q+2$ невідомих параметра: $\bar{y}, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_q, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p, \sigma_\varepsilon^2$, які оцінюються за спостереженнями. Адекватну модель часових рядів можна побудувати порядку не більше двох, тобто $p \leq 2, q \leq 2$.

Ряд, представлений за допомогою узагальненого оператору авторегресії $\Phi(B)$, в якому один або декілька коренів рівняння $\Phi(B)=0$ дорівнюють одиниці.

$$\varphi(B)=\Phi(B)(1-B)^d, \quad (4.63)$$

де $\varphi(B)$ – стаціонарний оператор. Узагальнена модель, яка описує нестаціонарний однорідний процес:

$$\varphi(B)=\Phi(B)(1-B)^d; \varphi(B)y_t=\Phi(B)(1-B)^d y_t = \Theta(B)\varepsilon_t. \quad (4.64)$$

$$\omega_t = \nabla^d y_t; (1-B)^d = \nabla^d; (1-B)^d y_t = \nabla^d y_t. \quad (4.65)$$

З формул (4.64) та (4.65), що описують моделі стаціонарних і нестаціонарних рядів (причому, нестаціонарний однорідний ряд може бути описаний моделлю, яка вимагає, щоб d -та різниця процесу була стаціонарною), називаються процесом авторегресії та проінтегрованого ковзного середнього АРІКС (ARIMA) порядку (p, d, q) .

Модель АРІКС в загальному вигляді описується рівнянням:

$$\Phi_p(B)\nabla^d y_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (4.66)$$

де $\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p)$ – поліном авторегресії порядку p .

Четвертий підхід: часовий ряд аналізують з позицій спектрального аналізу, розкладанням тренду у вигляді тригонометричних функцій (ряд Фур'є) з великими періодами (низькі частоти), періодичною та сезонною складовими (середні частоти) і випадковою компонентою (високочастотна складова). Найкраще використовувати даний підхід для виявлення зав'язків між різними процесами.

При проведенні прогнозування одним із зазначених підходів слід пам'ятати, що на їх якість впливає відповідність математичної моделі прогнозування поставленим вимогам, глибина прогнозу, горизонт прогнозу, початкові дані, об'єм досліджуваної вибірки, обраний метод прогнозування.

4.4. Випереджувальне керування енергетичної ефективності технологічних процесів

Зниження енергетичних втрат на виробництві особливо актуальна задача сьогодення, яку вирішують різними способами.

Як варіант на підприємстві розробляється та впроваджується багаторівнева система зниження енерговитрат на основі алгоритмів координації (рис. 4.8). Дана система окрім традиційних систем автоматичного регулювання САР має спеціальний блок координації, на який приходять дані про заплановані об'єми виробництва та збурення. На основі отриманих даних подається оптимальний координуючий вплив на локальні підсистеми з метою зменшення часу та енергетичних затрат на виготовлення кінцевого продукту без втрати його якості. За рахунок цього підвищується енергоефективність виробництва.

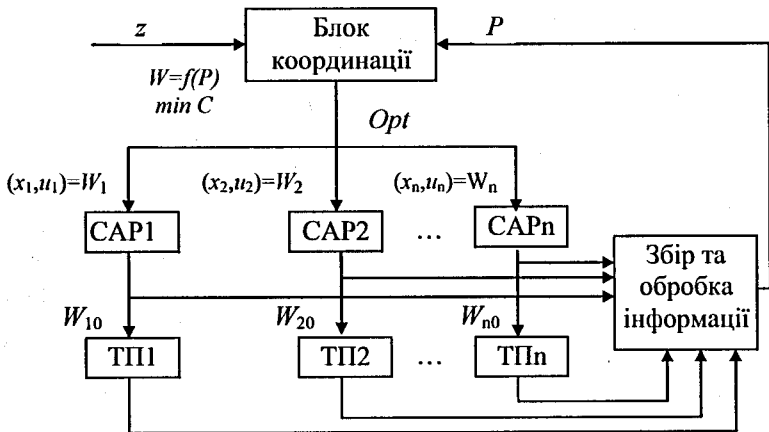


Рис. 4.8. Багаторівнева система зниження енерговитрат на основі алгоритмів координації

Енергетичні характеристики технологічного обладнання дозволяють визначити нижню границю споживання енергетичних ресурсів, при цьому верхня границя майже відсутня через те, що нерациональне використання ресурсів може бути практично необмеженим. Для введення обмежень на нерациональне використання енергоресурсів можна скористатись методикою

побудови оптимальної моделі прогнозування споживання ресурсів, яка заснована на різних оцінках похибки прогнозування (додатної або від'ємної).

Вигляд прогностичної моделі:

$$y = f[\mathbf{a}](\mathbf{x}), \quad (4.67)$$

де y – вектор технологічних факторів; \mathbf{a} – вектор структурних параметрів прогностичних моделей; \mathbf{x} – вектор технологічних факторів.

Похибка прогнозування буде:

$$e_k = y_k - f[\mathbf{a}](\mathbf{x}_k), \quad k \in I_n, \quad (4.68)$$

де k – індекс статистичного спостереження, що приймає значення з індексної множини I_n .

В залежності від ціни похибки прогнозування використання ресурсів, накладається штраф:

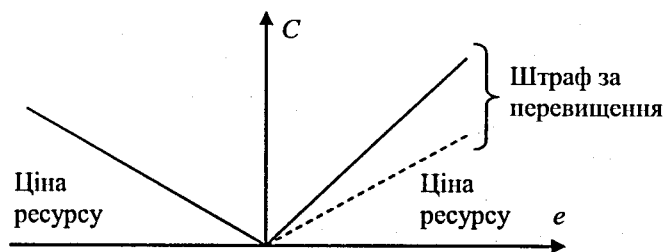


Рис. 4.9. Графік ціни похибки

З рис. 4.9 видно, що у випадку завищення прогнозу, постачання ресурсу буде надлишковою, відповідно підприємству треба буде платити.

Сумарний штраф за неточний прогноз:

$$C = \sum_k c_1 |e_k^-| + \sum_k c_2 |e_k^+|, \quad (4.69)$$

де c_1 , c_2 – ціна ресурсу і величина штрафу відповідно; e_k^- , e_k^+ – від'ємна і додатна похибка, що визначається виразом (4.68).

Задача зводиться до того, що необхідно визначити оптимальне значення вектора невідомих коефіцієнтів \mathbf{a} залежності (4.67) за

критерієм мінімуму сумарного штрафу (4.69) за неточний прогноз. З загальному випадку дана задача відноситься до класу задач нелінійного програмування загального виду з недиференційованим критерієм багатоекстремального виду.

Іншим варіантом є керування технологічними процесами на основі обліку енергетичної ефективності випуску продукції, зокрема, аналізується енергоємність випуску продукції, що визначає затрати паливно-енергетичних ресурсів (ПЕР) на одиницю готової продукції або прямий показник енергетичної ефективності:

$$a = \frac{P}{W}, \quad (4.70)$$

де P – об'єм готової продукції, W – відповідний об'єм використаних ПЕР.

Традиційну САР необхідно доповнити контуром керування за поточним значенням показника енергетичної ефективності. Створена система є основою для вироблення та впровадження випереджувального керування за критеріями енергетичної ефективності.

Випереджувальне керування – це ефективний інтелектуальний комплекс з використанням можливостей інтелектуальних інформаційних технологій.

Основа:

- сучасні засоби та методи прогнозування;
- моніторинг;
- планування;
- аналіз (у тому числі ретроспективний);
- моделювання складних динамічних систем;
- оптимізація процесів функціонування об'єкта як складної ОТС;
- оптимізація процесів формування, прийняття та реалізації ефективних керувальних дій;
- оцінка стану об'єкта, матеріальних та енергетичних ресурсів;
- ситуаційний (прецедентний) аналіз з моделюванням процесу прийняття рішень в умовах невизначеності та розвитку ситуацій;
- приведення у відповідність технологічних вимог до процесу функціонування об'єкта та можливостей процесів керування (регулювання).

Крім того, **випереджувальне керування** – це комплекс інтелектуальних методів для отримання необхідної інформації та

формування керувальних дій, що передбачає виконання підготовчих етапів:

- ретроспективний аналіз показників виробництва;
- оцінок енергетичного моніторингу;
- аналізу множини станів функціонування;
- аналізу функціональних структур, наприклад, розподілення вторинних парів, тощо.

Визначення оперативної оцінки енергетичної ефективності проводять за формулою (4.71), але для отримання точних оцінок вона не зовсім коректна.

$$a(t) = \frac{P(t)}{W(t)}, \quad (4.71)$$

де $P(t)$ – поточний об'єм готової продукції, $W(t)$ – відповідний поточний об'єм використаних ПЕР.

Для отримання коректної оцінки слід врахувати те, що в поточний час відповідний поточний об'єм ПЕР $W(t)$ витрачається не на випуск поточного об'єму продукції $P(t)$, а на майбутній випуск $P(t+\tau_{зп})$, через існуючий певний час технологічного запізнення $\tau_{зп}$.

Коректною поточною оцінкою енергетичної ефективності буде:

$$a(t) = \frac{P(t)}{W(t - \tau_{зп})}, \quad (4.72)$$

Але оцінка (4.72) є ретроспективною і неефективною для керування, оскільки об'єм $W(t - \tau_{зп})$ вже використаний і його неможливо скоригувати. Для підвищення ефективності керування слід скористатись прогнозною оцінкою:

$$a'(t) = \frac{P(t + \tau_{зп})}{W(t)}. \quad (4.73)$$

Можна було б скористатись статистичною оцінкою (4.74), проте, вона хоча і коректна, але не відображає динаміку процесу, тобто не являється оперативною.

$$a_{сер} = \frac{P_{сер}}{W_{сер}}, \quad (4.74)$$

Також може використовуватись оцінка енергетичної ефективності на основі прогнозного значення об'єму готової

продукції $P_{np}(t)$ (4.75). Прогноз проводиться на основі методу, який забезпечує задані горизонт, точність та якість прогнозування.

$$a(t) = \frac{P_{np}(t)}{W(t)}. \quad (4.75)$$

На рис 4.10. представлена структура інтелектуальної підсистеми з урахуванням енергетичної ефективності випуску продукції, в якій АСР формує керувальний вплив $U(t)$ на об'єкт керування на основі його поточного стану $X(t)$, заданої виробничої програми випуску готової продукції P_0 , заданих показників якості продукції Q_0 та заданої енергетичної ефективності випуску продукції a_0 , з урахуванням критеріїв керування (4.76) та (4.77) з обмеженнями (4.78).

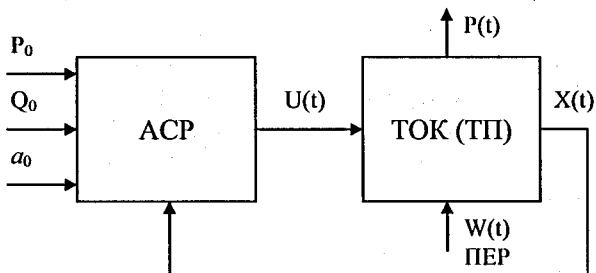


Рис. 4.10. Структура інтелектуальної підсистеми з урахуванням енергетичної ефективності випуску продукції (ТОК – технологічний об'єкт керування)

Критерії керування:

$$\min[P(t) - P_0]. \quad (4.76)$$

$$\max[a(t)], \quad (4.77)$$

при обмеженнях:

$$Q(t) \geq Q_0, a(t) \geq a_0. \quad (4.78)$$

Задачу (4.73), (4.76) – (4.78) вирішують за допомогою використання для керування динамічної моделі об'єкта, зокрема методом модельного прогностичного керування, яке забезпечує розв'язок задачі оптимального керування ТОК на кожному кроці роботи АСР на основі прогнозу поведінки ОК, розрахованого на моделі.

Передатна функція виробничого каналу ОК (вхід: ПЕР, вихід: продукція) складається з енергетичної характеристики ТП $F(A)$, $A=A(t)$ – множина параметрів ТП, що змінюються в часі, залежать від лінійного динамічного оператора $L\{\}$, найпростіший варіант його реалізації – ланка чистого запізнення (рис. 4.11).

Тоді випереджувальна оцінка (4.73) буде:

$$a'(t) = \frac{L_n^{-1}\{P(t)\}}{W(t)} = \frac{e^{+sr} P(t)}{W(t)} = \frac{P'(t)}{W(t)} = F'(A(t)), \quad (4.79)$$

де $P'(t) = e^{+sr} P(t)$ – випереджувальна оцінка $P(t)$, отримана шляхом зворотного динамічного зведення виходу ТОК до входу; L_n – динамічний оператор; τ – час запізнення.

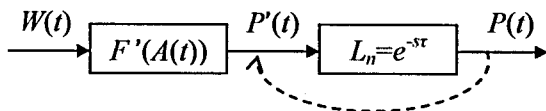


Рис. 4.11. Операція динамічного зведення

Для розподілених ТОК із суттєвим запізненням використовується операція часткового динамічного зведення (рис 4.12), тоді (4.73) отримують шляхом часткового динамічного зведення виходу і входу ТОК:

$$a''(t) = \frac{L_{2n}^{-1}\{P(t)\}}{L_{1n}\{W(t)\}} = \frac{e^{+sr_2} P(t)}{e^{-sr_1} W(t)} = \frac{P''(t)}{W''(t)} = F''(A(t)), \quad (4.80)$$

де L_{1n} , L_{2n} – динамічні оператори; τ_1 , τ_2 – інтервали часу запізнення; $P''(t) = e^{+sr_2} P(t)$ – випереджувальна оцінка $P(t)$, отримана шляхом часткового зворотного динамічного зведення виходу ТОК; $W''(t) = e^{-sr_1} W(t)$ – випереджувальна оцінка $W(t)$, отримана шляхом часткового прямого динамічного приведення входу ТОК до певної проміжної точки в структурі динамічної моделі ТОК.

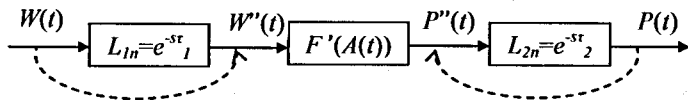


Рис. 4.12. Операція часткового динамічного зведення

Згідно (4.79), (4.80) випереджувальні оцінки $a'(t)$ та $a''(t)$ відповідають поточним значенням функціональних залежностей $F'(A(t))$ та $F''(A(t))$ - енергетичних характеристик ОК. *Суть операції динамічного зведення*: відновлення поточного значення фактичної енергетичної характеристики ОК згідно поточного споживання ПЕР, випуску продукції без безпосередньої зміни технологічних параметрів $A(t)$ і побудови повної математичної моделі ТОК. Крім того, отримання випереджувальних оцінок потребує обернення динамічних операторів. Складність такого підходу заключається в тому, що в отриманих передаточних функціях степінь полінома чисельника більша ніж в знаменнику.

Отримати обернені динамічні оператори на основі методу експоненційної фільтрації базується на представленні інформаційної складової сигналу, що фільтрується, у вигляді ряду:

$$x_0(t-\lambda) = \sum_i \beta_i(t) a_i(\lambda), \quad (4.81)$$

де $a_i(\lambda)$ – координати функції ряду (гармонійні, степеневі тощо); $\beta_i(t)$ – проекції сигналу; λ – інтервал ретроспективи.

У випадку використання координат степеневих функцій, інформаційна складова буде:

$$x_0(t-\lambda) = \sum_i \beta_i(t) \lambda^i. \quad (4.82)$$

Ряд (4.82) можна співставити з розкладанням функції $x_0(t-\lambda)$ в ряд Тейлора в поточний момент часу t :

$$x_0(t-\lambda) = \sum_i \frac{(-1)^i x_0^{(i)}(t)}{i!} \lambda^i, \quad (4.83)$$

де $x_0^{(i)}(t)$ – похідна i -го порядку сигналу $x_0(t)$.

Після порівняння (4.82) та (4.83) отримують:

$$x_0^{(i)}(t) = (-1)^i i! \beta_i(t), \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (4.84)$$

Співвідношення (4.84) відображає зв'язок між проекціями інформаційного сигналу та його похідними. Отримані таким чином похідні використовуються для побудови обернених динамічних операторів.

Випереджувальне керування дозволяє суттєво підвищити ефективність роботи технологічних комплексів.

Приклад: Досліджується робота випарної станції (ВС) цукрового заводу. Дано вибірку зі 109 дослідів, найбільш опосередкованого технологічного параметру, що характеризує керувальну дію – температура в I корпусі ВС.

Провести аналіз технологічного процесу на статистичну керуваність на основі контрольних карт Шухарта (ККШ).

Розв'язання. Проведено аналіз часового ряду температури в I корпусі ВС на основі побудови ККШ за допомогою програмного засобу STATISTICA, результати представлені на рис. 4.13.

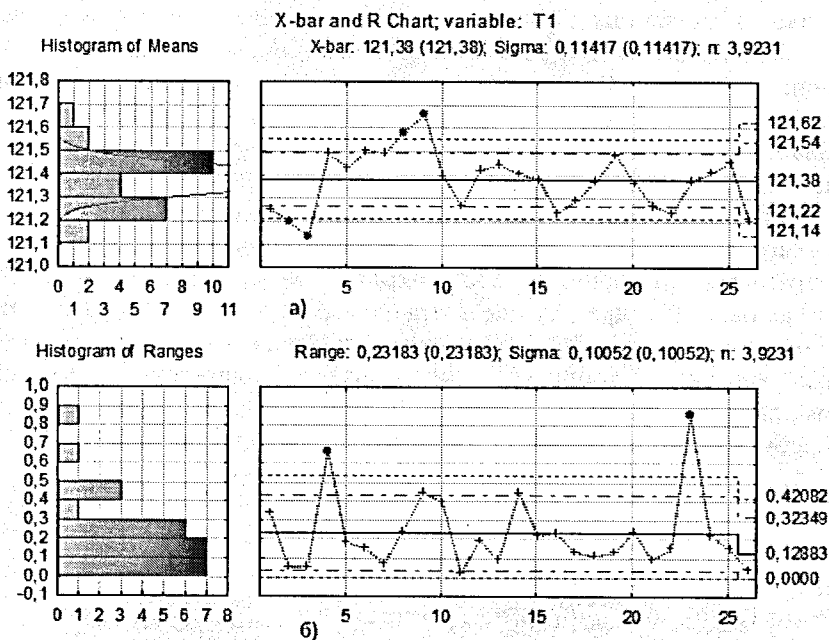


Рис. 4.13. Контрольні карти Шухарта за температурою в I корпусі ВС: а) X-карта; б) R-карта

Після аналізу ККШ (рис. 4.13) виявлено, що не зважаючи на те, що технологічний процес є стабільним, тобто якість регулювання є задовільною, традиційна система регулювання забезпечує задані

показники, і оператор оцінює ситуацію, як штатну, але на X- (рис. 4.13 а) та R-картах (рис. 4.13 б) є викиди за контрольні межі, що свідчить про появу збурень та перешкод, які в подальшому можуть стати причиною погіршення якості проходження технологічного процесу. Крім того, видно, що за межами регулювання спостерігаються точки на R-карті, а також відповідні і не відповідні їм точки на X-карті. Це свідчить про наявність як звичайних, так і особливих причин, що погіршують процес.

Окрім візуальної ідентифікації появи тревог для оператора про погіршення якості керування, проведено автоматизований аналіз контрольних карт в пакеті STATISTICA. З метою проведення інтерпретації ходу процесу за картами Шухарта використано стандартний набір з восьми додаткових критеріїв на пошук серій для вчасного виявлення появи трендів, а для виявлення серій область між центральною лінією і контрольними межами діляться на три зони: зона А – область від 2σ до 3σ (σ – середньо-квадратичне відхилення) по обидві сторони від центральної лінії, зона В – область від 1σ до 2σ сигма, а зона С – область між центральною лінією, обмежена відстанню 1σ по обидві її сторони.

В результаті тесту (рис. 4.14) виявлено виконання двох критеріїв розлагодження процесу: 2 з 3-х розташованих підряд точок потрапляють в зону А або виходять за її межі та 4 з 5-ти розташованих підряд точок потрапляють в зону В або за її межі. Обидва ці критерії є «раннім попередженням» про початок розлагодження процесу, при цьому ймовірність отримання помилкового рішення (критерій виконується, однак процес перебуває в нормальному режимі) для X-карт складає біля 2 %.

		T1 ; Runs Tests (T1_300)	
		X-bar Chart	
		Center line: 121,385100 Sigma: 0,058482	
Zones A/B/C: 3,000/2,000/1,000 * Sigma	from	to	
Tests for special causes (runs rules)	sample	sample	
9 samples on same side of center	OK	OK	
6 samples in row in/decreasing	OK	OK	
14 samples alternating up & down	OK	OK	
2 of 3 samples in Zone A or beyond	1	3	
	6	8	
4 of 5 samples in Zone B or beyond	4	8	
15 samples in Zone C	OK	OK	
8 samples beyond Zone C	OK	OK	

Рис. 4.14. Результати проведення автоматичного аналізу ККШ по температурі в I корпусі ВС (для X-карти)

Для полегшення виявлення причин розлагодження процесу можна переглянути дані індивідуальних статистик, що вийшли за контрольні межі (рис. 4.15)

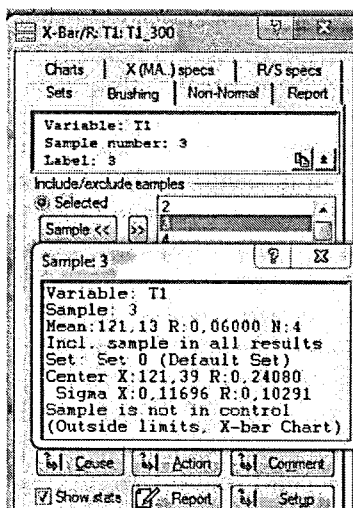


Рис. 4.15. Дані індивідуальної статистики №3 на X-карті

Контрольні запитання

1. Що таке статистична керуваність?
2. Що таке часовий ряд?
3. Які є складові часового ряду? Назвіть їх.
4. Яка мета використання контрольних карт?
5. Які існують критерії аналізу статистичної керуваності технологічного процесу за допомогою контрольних карт?
6. Чим однопараметричні карти відрізняються від багатопараметричних карт?
7. Які особливості побудови контрольних карт Шухарта?
8. Які існують карти за кількісною та альтернативною ознаками?
9. Дайте визначення процесу авторегресії з ковзним середнім.
10. Назвіть декілька методів прогнозування, які слід використовувати для прогнозування стаціонарних рядів.
11. За якими критеріями визначається стаціонарним чи нестаціонарним являється процес?

РОЗДІЛ 5.

Загальна задача синтезу регуляторів

Синтез регуляторів (корегуючих пристроїв) – одна з центральних задач теорії автоматичного управління. Ця задача є складною, неоднозначною, потребує творчого підходу. Крім того, ця задача вивчається лише в теорії автоматичного управління. При розв'язанні цієї задачі залучаються фахівці різних спеціальностей: для вивчення об'єкта та показників його функціонування, побудови його математичних моделей математики; програмісти.

Проблема синтезу регулятора точно, як правило, не розв'язується. Навіть тоді, коли можна знайти точний алгоритм, доводиться долати ряд додаткових труднощів. Загальна задача синтезу регулятора складається з частинних:

- стабілізація об'єкта та підвищення запасу стійкості;
- забезпечення точного відтворення змінюваного завдання в усталеному режимі;
- забезпечення заданої якості у перехідному режимі.

5.1. Основні етапи синтезу регуляторів в класі лінійних стаціонарних систем

1. Постановка технічної задачі. Визначаються показники функціонування об'єкта, можливі режими роботи, ресурси та обмеження, формується функціональна структура системи, здійснюється вибір технічних засобів.

2. Математичний опис технічної задачі та її постановка: вибір або розробка математичних моделей всіх елементів системи, вибір регулятора та місця його включення. Задається еталонна система або еталонний вихідний сигнал та критерій наближення до еталону. Для перехідного процесу еталонний вихідний сигнал може задаватись у вигляді перехідної характеристики: час регулювання t_{per} , перерегулювання δ , %, частота коливань $\omega=2\pi/T$, число коливань n та інш. (рис. 5.1.).

Еталонна перехідна характеристика часто задається у вигляді аперіодичного процесу (рис. 5.2), де $x_p(t)$ – реальний перехідний процес:

$$h_{ET}(t) = K(1 - e^{-\alpha_{ET}t}) = x_{ET}(t). \quad (5.1)$$

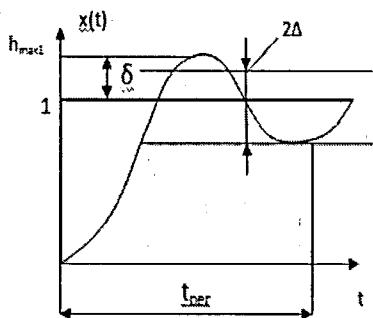


Рис. 5.1. Перехідна характеристика системи процес системи

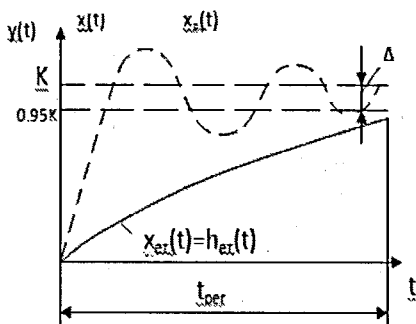


Рис. 5.2. Еталонний перехідний

Параметр α_{ET} визначається часом t_{per} :

$$h_{ET}(t_{pec}) = 0.95K = K(1 - e^{-\alpha_{ET} t_{pec}}). \quad (5.2)$$

Приймається, що t_{per} – момент входження перехідного процесу в 5%-ву зону відносно усталеного значення. З виразу (5.2) отримуємо:

$$\alpha_{ET} = \frac{\ln 0.05}{t_{pec}} \approx \frac{3}{t_{pec}} \quad (5.3)$$

Еталонна перехідна характеристика може задаватись коливальною:

$$h_{ET}(t) = [H_0 + (H_1 - H_0)e^{-\alpha_{ET} t} \cos \beta_{ET} t] \cdot 1(t) \quad (5.4)$$

де H_1 – амплітуда бажаного процесу при $t=t_0$; H_0 – значення $h_{em}(t)$ при $t=\infty$ (астатизм системи).

Якщо $H_1=0$, $H_0=1$ (астатизм першого порядку), то

$$h_{ET}(t) = (1 - e^{-\alpha_{ET} t} \cos \beta_{ET} t) \cdot 1(t). \quad (5.5)$$

Приймаючи різні значення α_{em} , β_{em} , можна отримати перехідні процеси різної тривалості, коливальності, перерегулювання. Можна враховувати також обмеження на швидкість та прискорення вихідних процесів, а також на управління $U(t)$.

В загальному вигляді, коли об'єкт задано описом у просторі станів

$$X = A_0(X) + B_0 U \quad (5.6)$$

то $X(t) \in X^n$, де X^n – допустима область можливих значень вектор-функції $X(t) \forall t \in [0, T]$, а $U(t) \in U'$ – допустимій області значень управління $U(t) \forall t \in [0, T]$.

Вимоги до системи можуть визначатись також заданням еталонного оператора (еталонної системи), який однозначно формує показники якості системи в перехідному та усталеному режимах. Це можуть бути допустимі значення для усталеного режиму.

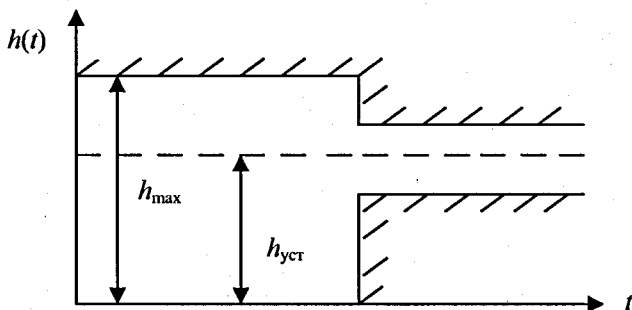


Рис. 5.3. Область допустимих значень перехідної функції («коробочка» В.В. Солодовнікова)

Для перехідної характеристики системи ставиться вимога її знаходження в «коробочці» В.В. Солодовнікова (рис. 5.3).

Цей етап є найбільш важливим, найменше піддається формалізації, тобто при невдало обраній структурі системи ніяким набором параметрів не можна отримати заданих показників якості.

В системі можуть бути корегуючі зв'язки та пристрої, які включаються послідовно або паралельно (у тому числі місцеві зворотні зв'язки), а також головний зворотній зв'язок.

Послідовні корегуючі пристрої, наприклад RC-ланцюги, просто реалізуються, але мають суттєві недоліки:

- не допускаються значні зміни параметрів об'єкта щодо їх номінальних значень;
- диференціальні RC-ланцюги зменшують коливальність перехідних процесів, але «підкреслюють» (підсилюють) шуми (перешкоди) у системі.

Паралельні корегуючі пристрої та зв'язки мають ряд переваг:

- степінь грубості системи більша в порівнянні з послідовними пристроями;

– паралельні корегуючі пристрої більше захищені від перешкод за рахунок їх відповідного включення після низькочастотних елементів.

3. Параметричний синтез регулятора. Методи синтезу можна умовно розбити на дві групи:

– еталоном є вихідний сигнал (за перехідною характеристикою $h(t)$);

– використання еталонного оператора.

4. Аналіз отриманого рішення (аналіз стійкості, якості). За незадовільних результатів необхідно повернутись на етапи 2, 3.

5. Технічна реалізація регулятора.

6. Випробування системи.

При проектуванні регуляторів необхідно враховувати деякі загальні положення, на основі яких забезпечується задана якість роботи системи в усталеному та перехідному режимах за рахунок введення:

– у прямий та зворотній ланцюги диференційних ланок для забезпечення заданої якості роботи у перехідному режимі;

– у прямий ланцюг підсилювача з таким коефіцієнтом підсилення, який покращує якість регулювання як у перехідному, так і в усталеному режимах.

5.2. Стабілізація та забезпечення заданої якості системи при використанні зворотного зв'язку за похідними, диференціальних та інтегральних ланок у прямому ланцюзі

Часто необхідні динамічні властивості системи визначаються парою комплексно спряжених полюсів, які є найближчими до уявної осі. Для системи другого порядку полюси $s_{1,2} = -\alpha_0 \pm j\beta_0$. Тоді час перехідного процесу t_p визначається з виразу:

$$\alpha_0 \approx \frac{3}{t_p}, \text{ а перерегулювання } \sigma \text{ оцінюється так: } \sigma = e^{-\frac{\alpha_0}{\beta_0}}.$$

Задаючи t_p та σ , можна знайти розташування визначальної пари полюсів системи.

Наприклад, задані полюси $-s_1, -s_2, \dots, -s_n$, тоді сталонне характеристичне рівняння замкнутої системи буде

$$D_l(s) = (s + s_1)(s + s_2) \dots (s + s_n) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0. \quad (5.7)$$

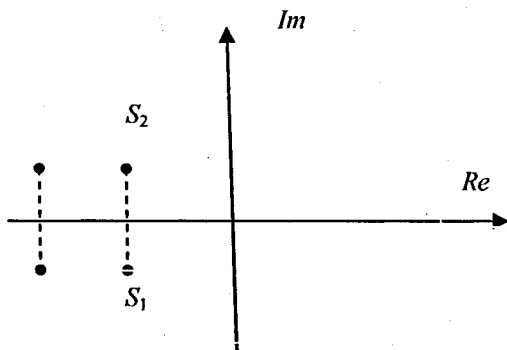


Рис. 5.4. Розташування полюсів на комплексній площині

Об'єкт має передаточну функцію:

$$W_0(s) = \frac{K}{s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_0} \quad (5.8)$$

Замкнемо об'єкт зворотнім зв'язком:

$$W_{33}(s) = K_0 + K_1s + K_2s^2 + \dots + K_{n-1}s^{n-1} \quad (5.9)$$

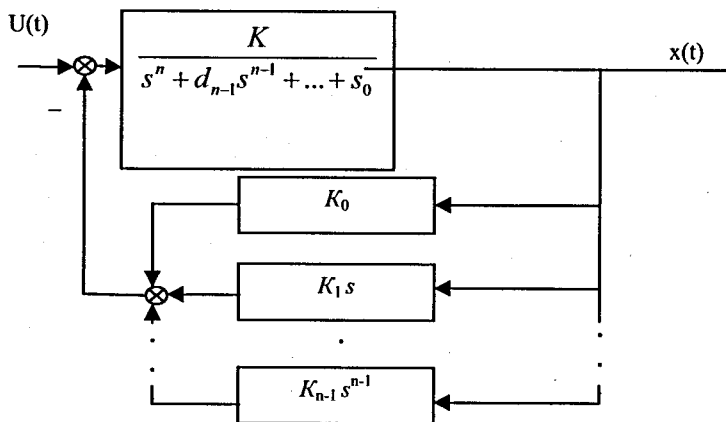


Рис. 5.5. Структурна схема зкорегованої системи

Передаточна функція системи буде:

$$W(s) = \frac{K}{s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_0} = \frac{K(K_0 + K_1s + K_2s^2 + \dots + K_{n-1}s^{n-1})}{1 + \frac{K(K_0 + K_1s + K_2s^2 + \dots + K_{n-1}s^{n-1})}{s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_0}} = \frac{K}{s^n + (d_{n-1} + KK_{n-1})s^{n-1} + \dots + (d_1 + KK_1)s + (d_0 + KK_0)} \quad (5.10)$$

Для системи (рис. 5.5) характеристичне рівняння буде:

$$D(S) = s^n + (d_{n-1} + K_{n-1}K)s^{n-1} + \dots + (d_1 + K_1K)s + (d_0 + K_0K) \quad (5.11)$$

Тоді, порівнюючи еталонне рівняння і останнє, отримуємо:

$$d_i + KK_i = \alpha_i; \quad KK_i = \alpha_i - d_i; \quad i = \overline{0, n-1};$$

$$K_i = \frac{\alpha_i - d_i}{K}, \quad i = \overline{0, n-1}.$$

Висновок: за допомогою зворотного зв'язку за виходом та його похідними до $(n-1)$ порядку можна забезпечити задане розташування полюсів на комплексній площині, змінюючи коефіцієнти $K_0, K_1 \dots K_{n-1}$. Можна зменшити коливальність перехідного процесу, наприклад охопленням коливальної ланки зворотнім зв'язком $W_{33}(s) = K_0s$.

Цілеспрямоване змінювання динамічних властивостей системи введенням диференційної ланки в прямий ланцюг. Наявність диференційної ланки (рис. 5.6) формує сигнал управління $U(t)$ з прогнозом: якщо амплітуда $\varepsilon(t)$ збільшується, то похідна $\dot{\varepsilon}(t)$ додатна і сигнал $U(t)$ підсилюється. З моменту зменшення $\varepsilon(t)$ сигнал $\dot{\varepsilon}(t)$ зменшується ($\dot{\varepsilon}(t) \rightarrow 0$) і тоді сигнал $U(t)$ інтенсивно ослаблюється. Для наведеної структури об'єкт є сильно коливальною ланкою. Передаточна функція системи має вигляд

$$W(s) = \frac{(K_c + K_n s)K}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_c + K_n s}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1}} \quad (5.12)$$

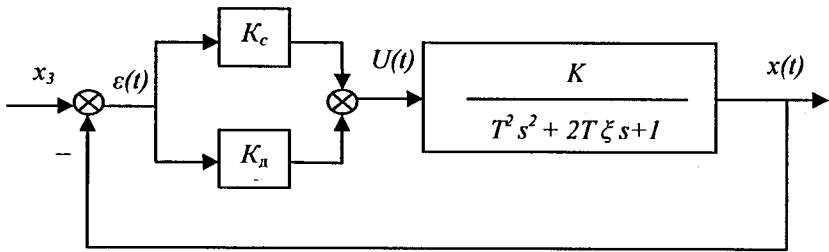


Рис. 5.6. Структурна схема системи

Змінювані параметри – K_d і K_c для досягнення заданої якості.

Вплив інтеграторів у прямому ланцюзі та коефіцієнтів підсилення розімкненої системи на якість роботи в усталеному режимі. Усталена помилка АСР обчислюється за виразом:

$$\varepsilon(t) = C_0 X_{\text{вх}}(t) + C_1 \dot{X}_{\text{вх}}(t) + \frac{1}{2!} C_2 \ddot{X}_{\text{вх}}(t) + \dots + \frac{1}{m!} C_m X_{\text{вх}}^{(m)}(t) \quad (5.13)$$

де: $X_{\text{вх}}(t)$ – вхідний сигнал; C_0, C_1, C_2, \dots – коефіцієнти помилок.

Для замкненої системи з передаточною функцією $W(s)$ маємо

$$C_n = \frac{d^k}{ds^k} (1 - W(s)) \Big|_{s=0}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.14)$$

Тоді

$$C_0 = \frac{1}{1 + K} \quad (5.15)$$

де: C_0 – коефіцієнт статичної похибки; C_1 – коефіцієнт швидкісної; C_2 – коефіцієнт похибка за прискоренням; K – коефіцієнт підсилення розімкненої системи. Його значення обмежене вимогою стійкості.

Існують, однак, такі структури систем, які допускають необмежене зростання K . Наприклад, для досягнення необхідного запасу стійкості можна в прямий ланцюг ввести аперіодичну ланку, постійна часу якої значно більша постійних часу існуючих аперіодичних ланок.

При наявності у прямому ланцюзі одного інтегратора $C_0 = 0$. Наприклад, передаточна функція розімкненої системи

$$W_{\text{роз.}}(s) = \frac{1}{s} W_0(s), \quad (5.16)$$

тоді для замкненої системи

$$W(s) = \frac{\frac{W_0(s)}{s}}{1 + \frac{W_0(s)}{s}} = \frac{W_0(s)}{s + W_0(s)} \quad (5.17)$$

тоді

$$C_0 = (1 - W(s)) \Big|_{s=0} = 1 - \frac{W_0(s)}{W_0(s)} = 1 - 1 = 0 \quad (5.18)$$

Для двох та трьох інтеграторів відповідно буде: $C_0 = 0$, $C_1 = 0$, та $C_0 = 0$, $C_1 = 0$, $C_2 = 0$.

Змінюючи структуру системи за рахунок введення інтегральних та диференціальних ланок, можна добитись високої якості системи в перехідному та усталеному режимах.

5.3. Вплив місцевих зворотних зв'язків

Передаточні функції основних видів зворотних зв'язків:

– жорсткий зворотній зв'язок (33) – діє як в перехідному, так і в усталеному режимах

$$W_{33}(p) = K_{33} \quad (5.19)$$

– інерційний жорсткий ЗЗ

$$W_{33}(p) = \frac{K_{33}}{T_{33}p + 1} \quad (5.20)$$

– гнучкий ЗЗ (діє лише в перехідному режимі)

$$W_{33}(p) = K_{33}p \quad (5.21)$$

– інерційний гнучкий ЗЗ

$$W_{33}(p) = \frac{K_{33}p}{T_{33}p + 1} \quad (5.22)$$

Для зворотних зв'язків оцінюється так:

1) жорсткий від'ємний ЗЗ не змінює структуру аперіодичної ланки, але зменшує інерційність (зменшує постійну часу). Це стабілізує систему, тобто можна нестійку систему перетворити у стійку;

для випадку

$$W_0(p) = \frac{K}{Tp + 1}; \quad W_{33}(p) = K_{33}; \quad (5.23)$$

2) гнучкий зворотній зв'язок (від'ємний) $W_{33}(p) = K_{33}p$ не змінює структуру і не впливає на передаточний коефіцієнт аперіодичної ланки, але збільшує інерційність (збільшує постійну часу);

3) для випадку:

$$W_0(p) = \frac{K}{p}; \quad W_{33}(p) = K_{33} \quad (5.24)$$

інтегральна ланка перетворюється в аперіодичну з коефіцієнтом підсилення $K = \frac{1}{K_{33}}$ та постійною часу $T = \frac{1}{KK_{33}}$ (при жорсткому від'ємному зворотному зв'язку);

4) прийемо:

$$W_0(p) = \frac{K}{p}; \quad W_{33}(p) = \frac{K_{33}}{T_{33}p + 1} \quad (5.25)$$

тоді

$$W(p) = \frac{K_{екв}(T_{33}p + 1)}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}; \quad (5.26)$$

де:

$$K_{екв} = \frac{1}{K_{33}}; \quad T_1^2 = \frac{T_{33}}{KK_{33}}; \quad T_2 = \frac{1}{KK_{33}} \quad (5.27)$$

інтегральна ланка перетворюється у ланку другого порядку, а при великому K перетворюється (є еквівалентом) підсилювальної ланки з введенням похідної;

5) задано:

$$W_0(p) = \frac{1}{p}; \quad W_{33}(p) = K_{33}p \quad (5.28)$$

тоді

$$W(p) = \frac{K_{екв}}{p} = T_{екв} p \quad (5.29)$$

де:

$$K_{екв} = \frac{K}{1 + KK_{33}} \quad (5.30)$$

гнучкий зворотній зв'язок не змінює структуру інтегральної ланки, але зменшує передаточний коефіцієнт K (збільшує постійну часу

$$T_{екв} = \frac{1}{K_{екв}});$$

б) практично важливим є випадок:

$$W_0(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}; \quad W_{33}(p) = K_{33} \quad (5.31)$$

тоді

$$W(p) = \frac{K_{екв}}{T_{екв}^2 p^2 + 2T_{екв}\xi_{екв} p + 1}; \quad (5.32)$$

де:

$$K_{екв} = \frac{K}{1 + KK_{33}}; \quad T_{екв} = \frac{T}{\sqrt{1 + KK_{33}}}; \quad \xi_{екв} = \frac{\xi}{\sqrt{1 + KK_{33}}}.$$

Жорсткий зворотній зв'язок не змінює структуру коливальної ланки, але зменшує постійну часу та коефіцієнт демпфування, при цьому зменшується коефіцієнт передачі K .

Якщо коливальна ланка охоплена від'ємним 33 з передаточною функцією $W_{33}(s) = K_{33}s$, то при $K_{33} > \frac{2T(1-\xi)}{K}$,

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad (5.33)$$

де:

$$T_1 = 0.5(r + \sqrt{r^2 - 4T^2}); T_2 = 0.5(r - \sqrt{r^2 - 4T^2});$$
$$r = 2\xi T + KK_{33}; \quad (5.34)$$

Сильний від'ємний 33 перетворює коливальну ланку в послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок.

5.4. Загальні принципи синтезу регуляторів (параметричний синтез)

1) Принцип динамічної компенсації.

Знаходиться еталонна динамічна характеристика, а потім забезпечується рівність або максимальне наближення до неї реальної динамічної характеристики.

2) Наближення реального вихідного сигналу до сталонного $X_p(t, p_i) \rightarrow X_{ст}(t)$ (p_i – параметри регулятора). В цій задачі використовується апарат нелінійного програмування.

3) Наближення правої та лівої частин операторного рівняння, яке описує динаміку скорегованої системи.

4) Методи засновані на понятті моментів.

Принцип динамічної компенсації передбачає визначення як структури, так і параметрів регуляторів $p_1, p_2 \dots p_r$.

Задача синтезу регуляторів розділяється на два етапи:

– забезпечення еталонної динамічної характеристики $A_{ст}$, наприклад передаточної функції;

– забезпечення рівності еталонної та реальної динамічних характеристик, тобто визначення оператора і параметрів регулятора $A_{пер}$ (рис. 5.7.).

Для системи (рис. 5.7) справедлива залежність:

$$e(t) = X_{зд}(t) - X(t); X(t) = A_0 U(t); U(t) = A_{пер} e(t). \quad (5.35)$$

Тоді:

$$X(t) = A_{пер} A_0 e(t) \quad (5.36)$$

або:

$$X(t) = A_{роз} e(t) \quad (5.37)$$

де: $A_{роз}$ – оператор розімкненої системи.

Можна записати також:

$$\begin{aligned} e(t) &= X_{зд}(t) - A_0 A_{пер} e(t), \\ e(t) + A_0 A_{пер} e(t) &= (I + A_0 A_{пер}) e(t) = X_{зд}(t). \end{aligned} \quad (5.38)$$

Тоді:

$$e(t) = (I + A_0 A_{пер})^{-1} X_{зд}(t) \quad (5.39)$$

$$X(t) = A_0 A_{пер} e(t) = A_0 A_{пер} (I + A_0 A_{пер})^{-1} X_{зд}(t). \quad (5.40)$$

Оператор замкненої системи буде визначатись виразом:

$$A = A_0 A_{пер} (I + A_0 A_{пер})^{-1} \quad (5.41)$$

Для знаходження оператора регулятора виконаємо перетворення:

$$A (I + A_0 A_{пер}) = A + A A_0 A_{пер} = A_0 A_{пер} \quad (5.42)$$

$$A = A_0 A_{пер} - A A_0 A_{пер} = (I - A) A_0 A_{пер} \quad (5.43)$$

$$A_{пер} = [(I - A) A_0]^{-1} = A_0^{-1} (I - A)^{-1} A \quad (5.44)$$

Оператор замкненої системи повинен рівнятись еталонному оператору, тобто $A = A_{ет}$, тоді:

$$A_{пер} = A_0^{-1} (I - A_{ет})^{-1} A_{ет}. \quad (5.45)$$

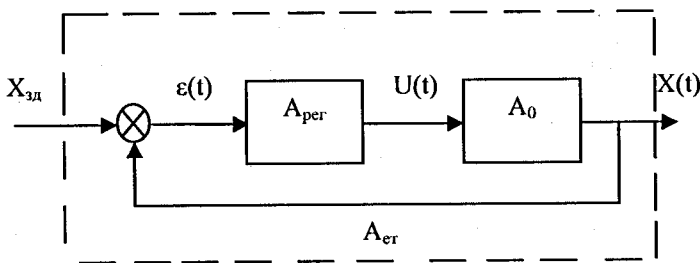


Рис. 5.7. Розрахункова структурна схема системи.
(A_0 , $A_{ет}$ – оператори об'єкта та еталонний замкненої системи)

Оператори A_0 та $A_{ет}$ відомі, тому принципово можливо визначити $A_{пер}$ та параметри p_1, p_2, \dots, p_r .

Синтез регулятора у відповідності з цим принципом передбачає компенсацію динаміки об'єкта. Для визначеного оператора $A_{\text{рег}}$ можна записати:

$$U(t)=[A_0^{-1}(I-A_{\text{ст}})^{-1}A_{\text{ст}}]c(t), \quad (5.46)$$

$$X(t)=A_0U(t)= [A_0 A_0^{-1}(I-A_{\text{ст}})^{-1}]c(t)=(I-A_{\text{ст}})^{-1}A_{\text{ст}} \quad (5.47)$$

Таким чином, компенсується динаміка об'єкта та її можна не враховувати, що забезпечується наявністю в операторі регулятора співмножника A_0^{-1} . Однак у більшості випадків фізично елемент з оператором $A_{\text{рег}}$ реалізувати неможливо. В зв'язку з цим точний вираз для $A_{\text{рег}}$ апроксимується реальним, фізично реалізуємим з урахуванням спрощення структури регулятора, забезпечення стійкості та грубості замкненої системи. Наприклад, наближеними рівностями обирають:

$$A_{\text{ст}}^P \approx A^P \quad \text{або} \quad A_{\text{ст}} \approx A \quad (5.48)$$

де: A^P , A – реальні оператори відповідно розімкненої та замкненої системи.

Нагадаємо, що поняття «ідеальної» системи передбачає наявність у структурі елемента з оператором A_0^{-1} .

Для забезпечення рівності або певного наближення реального процесу $X_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ та еталонного $X_{\text{ст}}(t)$ використовуються оптимізаційні методи, наприклад апарат нелінійного програмування. Мірою близькості може обиратись метрика простору $C[0, T]$, тоді задача формується так:

$$I(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = \max_{p_i} |x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r) - x_{\text{ст}}(t)| \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, r}.$$

Використовується також симплекс-методи та інші для пошуку екстремуму функції багатьох змінних, наприклад метод Нелдера-Міда.

Окрему групу методів складають підходи до визначення параметрів типових регуляторів (П-, ПІ-, ПІД-), а також спеціальних з можливістю автоматичної адаптації до змінюваних умов роботи, але теоретичні основи, викладені вище, залишаються спільними.

Для синтезу регуляторів у класі одновимірних систем з урахуванням лінійності та стаціонарності об'єктів розроблено велику кількість методів, у першу чергу інженерних. В багатьох

методах використовується апарат математичного програмування з урахуванням значної кількості обмежень.

Тут наводиться лише перелік методів які в різній степені описані в технічній літературі:

- побудова еталонних передаточних функцій замкнених систем;
- використання низькочастотних фільтрів Баттерворта;
- метод стандартних коефіцієнтів побудови еталонної передаточної функції;
- принцип динамічної компенсації;
- оптимізаційні методи синтезу у часовій та частотній області;
- спектральний метод синтезу з використанням функцій Ляггера;
- метод матричних операторів.

Окрему групу складають методи для нелінійних та нестационарних систем.

5.5. Чутливість системи керування

Параметри технологічних об'єктів у процесі експлуатації постійно змінюються, що викликається змінюваними умовами тепло- та масообміну, гідродинаміки, протікання хімічних реакцій тощо. Наприклад, зміна коефіцієнтів теплопередачі приводить до зміни коефіцієнтів передачі та постійних часу в математичних моделях об'єктів, що приводить до відхилення показників якості перехідних процесів від розрахункових. За певних умов система може втратити також стійкість.

Зміни параметрів об'єктів приводять до нестационарних систем, які описуються, наприклад, у формі диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами. У практичних розрахунках приймається, що зміни операторів перетворень системи у часі набагато повільніші, ніж власні та вимушені процеси, тобто система приймається квазістационарною. В цьому випадку на різних відрізках часу можна розглядати множину стаціонарних моделей, які відрізняються значеннями параметрів або структурою операторів. Вплив варіацій параметрів системи на її статичні та динамічні властивості називають параметричними збуреннями, а відхилення при цьому характеристик системи від розрахункових параметричними похибками.

Технічна система керування повинна бути інваріантною до збурень, зберігати свої властивості при різних значеннях параметричних збурень. Такі системи називають грубими, або робастними. Для загальної оцінки системи керування використовується показник чутливості – оцінка властивості системи змінювати вихідні координати та показники якості при відхиленні певного параметра від початкового або розрахункового значення.

Кількісними оцінками чутливості є функції та коефіцієнти чутливості. Функція чутливості – це частинна похідна від перехідної $h(t)$ або передаточної $W(s)$ характеристик по змінюваному параметру K_i . Це може бути також частинна похідна від певного показника якості. Наприклад, для передаточної функції, яка залежить від параметра K_i , функція чутливості буде:

$$S_{K_i}^W(s) = \left(\frac{\partial W(s, K_i)}{\partial K_i} \right)_{K_i=K_{i0}} \quad (5.49)$$

де: K_{i0} – розрахункове (початкове) значення параметра K_i .

Використовується також відносна функція чутливості:

$$S_{K_i}^W(s) = \left(\frac{\partial W(s, K_i)}{\partial K_i} \right)_{K_i=K_{i0}} \frac{K_i}{W(s, K_i)} \quad (5.50)$$

Аналогічно визначається функція чутливості для частотних характеристик, а для числових показників якості використовуються коефіцієнти чутливості.

Функція чутливості (5.49) наближено визначає додаткову передаточну функцію:

$$\Delta_{K_i} W(s, K_i) \approx S_{K_i}^W(s) \Delta K_i \quad (5.51)$$

Додаткова передаточна функція при ступінчастому координатному діянні відображає додаткову змінну вихідної координати:

$$\Delta K_i X(t) \approx S_{K_i}^h(t) \Delta K_i, \quad (5.52)$$

де:

$$S_{K_i}^h(t) = \left(\frac{\partial h(t, K_i)}{\partial K_i} \right)_{K_i=K_{i0}} \quad (5.53)$$

функція чутливості перехідної характеристики по відношенню до перехідного параметра K_i .

Таким чином, чим менше значення функції чутливості, тобто чим грубіша система, тим менші додаткові відхилення вихідної координати, тим вища якість системи. Функція S_{K_i} може бути комплексною величиною, тоді чутливість визначається за її модулем.

Чутливість системи залежить від її структури. Для послідовного з'єднання елементів з передаточною функцією:

$$W(s) = W_1(s)W_2(s) \quad (5.54)$$

чутливість структури залежить від того, яка передаточна функція змінюється. Наприклад, коли змінюються властивості лише першої ланки

$$W_1(s) = W_{10}(s) + \delta W_1(s), \quad (5.55)$$

то передаточна функція буде:

$$W(s) = (W_{10}(s) + \delta W_1(s))W_2(s) = W_{10}(s)W_2(s) + W_2(s)\delta W_1(s). \quad (5.56)$$

Тоді абсолютна чутливість буде:

$$S_W(s) = \frac{\partial W(s)}{\partial W_1(s)} = W_2(s), \quad (5.57)$$

а відносна чутливість:

$$S_W^W(s) = 1. \quad (5.58)$$

Це означає, що зміна модуля передаточної функції або амплітудно-частотної характеристики будь-якого з елементів приведе до однакової за величиною зміни модуля передаточної функції та її частотної характеристики, тобто чутливість системи при послідовному з'єднанні елементів не можна змінити включенням нових елементів або їх видаленням.

Для паралельного з'єднання елементів при зміні параметрів одного елемента $W_1(s)$ відносна функція чутливості буде:

$$S_W^W(s) = \frac{W_1(s)}{W_1(s) + W_2(s)}. \quad (5.59)$$

Тобто чим більший модуль передаточної функції змінюваного елемента, тим більша відносна чутливість.

Якщо

$$|W_1(s)| \gg |W_2(s)|, \quad (5.60)$$

то

$$S_W^W(s) \approx 1; \quad (5.61)$$

а при

$$|W_1(s)| \ll |W_2(s)| \quad (5.62)$$

$$S_W^W(s) \rightarrow 0 \quad (5.63)$$

Зменшити чутливість системи до зміни параметрів ланки можна шляхом збільшення коефіцієнта підсилення ланки з постійними параметрами (при паралельному з'єднанні).

Для одноконтурної системи, яка складається з регулятора $W_{\text{per}}(s)$ та об'єкта $W_0(s) = W_0(s, K_0)$, відносна функція чутливості буде:

$$S_{K_0}^W(s) = \left(\frac{\partial W(s, K_0)}{\partial K_0} \right) \frac{K_0}{W(s, K_0)}. \quad (5.64)$$

Підставимо в (5.64) передаточну функцію замкненої системи відносно зміни завдання:

$$W_{\text{зо}}(s) = \frac{W_0(s)W_{\text{pez}}(s)}{1 + W_0(s)W_{\text{pez}}(s)}, \quad (5.65)$$

отримаємо:

$$S_{K_0}^W(s) = \frac{1}{1 + W_0(s)W_{\text{pez}}(s)}. \quad (5.66)$$

Тобто чутливість одноконтурної системи відносно коефіцієнта передачі об'єкта визначається лише передаточною функцією розімкненого контуру $W_{\text{роз}}(s) = W_0(s)W_{\text{pez}}(s)$.

Для додаткових приростів, зумовлених чутливістю системи до параметричних збурень, справедливий принцип суперпозиції. Якщо передаточна функція залежить від кількох змінюваних параметрів, то додаткова параметрична функція буде:

$$\Delta W(s, K_1, K_2, \dots, K_m) \approx \sum_{i=1}^m S_{K_i}^W(s) \Delta K_i, \quad (5.67)$$

а додаткові зміни координати:

$$\Delta X(t) \approx \sum_{i=1}^m S_{K_i}^W(t) \Delta K_i. \quad (5.68)$$

Використання зворотного зв'язку суттєво зменшує відносну чутливість системи, але це стосується лише тих частот на яких значення коефіцієнта підсилення значне, а для частот з малим коефіцієнтом підсилення відносна чутливість характеристики замкненої системи наближається до одиниці. В інваріантних системах одночасно зменшується вплив параметричних впливів середовища.

Приклад. Визначити чутливість систем з ПД- та ПІД-регуляторами, якщо початковий об'єкт має передаточну функцію:

$$W_{o1}(p) = \frac{2}{2,5p^2 + p}.$$

Також дослідити перехідні характеристики систем при зміненому об'єкті:

$$W_{o2}(p) = \frac{2}{3p^2 + 1,5p}.$$

Передаточні функції регуляторів:

$$W_{рез}^{пд}(p) = 1,5 + 5p, \quad W_{рез}^{під}(p) = \frac{3p^2 + 2p + 0,5}{p}.$$

Розв'язання. Відповідно до (5.65) та (5.66) визначасмо передаточні функції замкнених систем з ПД- та ПІД-регуляторами та їх функції чутливості:

$$W_{sys1}^{пд}(p) = \frac{3p + 10}{2,5p^2 + 4p + 10}; \quad S^{пд}(p) = \frac{2,5p^2 + p}{2,5p^2 + 4p + 10};$$

$$W_{sys1}^{під}(p) = \frac{6p^2 + 4p + 1}{2,5p^3 + 7p^2 + 4p + 1}; \quad S^{під}(p) = \frac{2,5p^3 + p^2}{2,5p^3 + 7p^2 + 4p + 1}.$$

Перехідні процеси відносно зміни завдання (одиничний стрибок) для початкової та зміненої систем наведені на рис. 4.8 а) , а

логарифмічна АЧХ функцій чутливості та замкнених систем – на рис. 5.8 б). з останньої видно, що система з ПД-регулятором має значну чутливість в діапазоні частот [1,8; 5] рад/с.

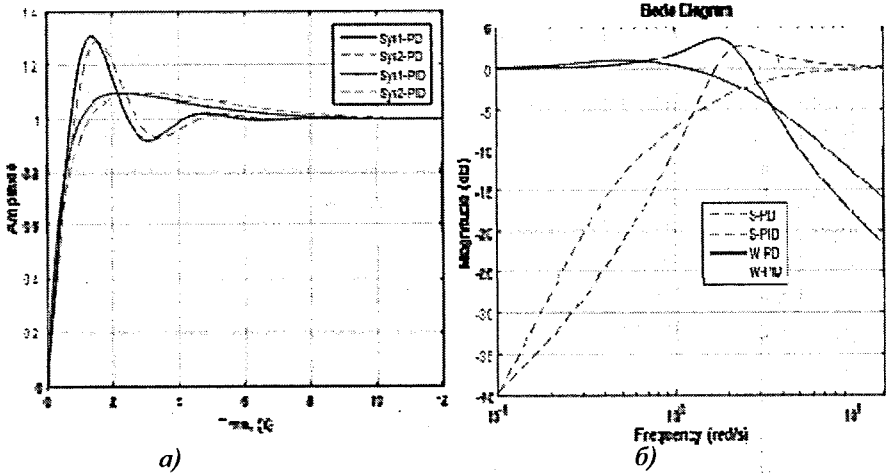


Рис. 5.8. Перехідні процеси та логарифмічна АЧХ систем з різними регуляторами

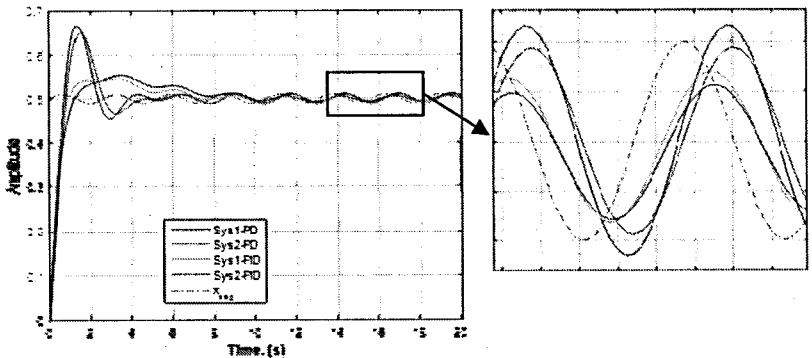


Рис. 5.9. Перехідні процеси при заданні $x_{зад} = 0.5 + 0.01 \cdot \sin(2.4 \cdot t)$;

Визначимо чутливість систем на частоті 2,4 рад/с, що відповідає піковому значенню амплітуди функції чутливості для системи з

ПД-регулятором. Для чого підставимо значення частоти у функцію чутливості:

$$S^{III}(j\omega)\Big|_{\omega=2,4} = 1,38; \quad S^{III}(j\omega)\Big|_{\omega=2,4} = 0,75.$$

5.6. Гібридні моделі та системи

Для складної динамічної системи в задачах аналізу та синтезу процесів керування необхідно враховувати такі її властивості:

- система включає множину елементів, склад яких може змінюватись в процесі функціонування;
- компоненти мають різну фізичну природу;
- між компонентами існують як фізичні, так і інформаційні зв'язки (потоки);
- у загальному випадку система має ієрархічну структуру;
- елементарні компоненти можуть бути неперервними, дискретними або неперервно-дискретними;
- система функціонує в умовах дії детермінованих або випадкових сигналів.

При дослідженні моделі складної динамічної системи вона компонується з моделей окремих елементів; враховуються можливі зміни структури моделі; модель орієнтується на можливість використання комп'ютерних технологій; враховуються моменти часу, коли виникають дискретні події, які приводять до зміни поведінки, коректно узгоджувати розв'язки до і після певних подій.

Нелінійні системи (2-го порядку). Блочно-орієнтовані моделі – це опис нелінійних систем у вигляді різних комбінацій інерційних ланок і нелінійних безінерційних елементів. Такий опис моделей дозволяє зв'язати в явному вигляді вхідні та вихідні змінні об'єктів з різною структурою і ступенем нелінійності. До таких систем відносяться системи типу Гаммерштейна, Вінера, Вінера-Гаммерштейна, узагальненої моделі Вінера.

Для опису нелінійних систем блочно-орієнтованими моделями основні результати структурної ідентифікації отримують при ідентифікації дискретних і неперервних характеристик на певних множинах блочно-орієнтованих моделей, що складаються з різних модифікацій моделей Гаммерштейна і Вінера.

Властивості нелінійності і динамічності таких об'єктів в ряді випадків неможливо чітко розділити. Для спрощення завдання досліджуваній нелінійний динамічний об'єкт описують у вигляді деякої комбінації лінійних динамічних блоків і безінерційних нелінійних блоків. Також обумовлюється, що лінійні динамічні ланки, які входять до складу класу блочно-орієнтованих моделей, мають бути стійкими, тобто корені їх характеристичних рівнянь розташовані в лівій півплощині фазового простору.

При поданні нелінійних систем блочно-орієнтованими моделями основні результати в сфері структурної ідентифікації, отримані при ідентифікації дискретними і неперервними моделями на певних множинах блочно-орієнтованих моделей, що складаються з різних модифікацій моделей Гаммерштейна і Вінера, де нелінійні статичні елементи, що входять до складу моделей, описуються поліноміальними функціями другого ступеня:

$$f_1[x(t)] = c_0 + c_1 x(t) + c_2 x^2(t), \quad (5.59)$$

$$f_2[x(t)] = d_0 + d_1 x(t) + d_2 x^2(t). \quad (5.60)$$

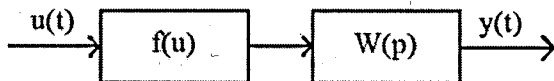


Рис. 5.10. Звичайна модель Гаммерштейна

Тоді, звичайна модель Гаммерштейна (рис. 5.10) описується рівнянням:

$$y(t) = c_0 W(0) + c_1 W(p)u(t) + c_2 W(p)u^2(t), \quad (5.61)$$

а узагальнена модель Гаммерштейна:

$$y(t) = c_0 + W_1(p)u(t) + W_2(p)u^2(t). \quad (5.62)$$

Звичайна модель Вінера (рис. 5.11) описується виразом:

$$y(t) = c_0 + c_1 W(p)u(t) + c_2 [W(p)u(t)]^2, \quad (5.63)$$

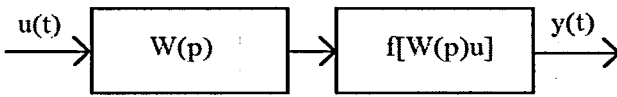


Рис. 5.11. Узагальнена модель Вінера

а узагальнена модель Вінера (рис. 5.12):

$$y(t) = c_0 + c_1 W_1(p)u(t) + c_2 [W_2(p)u(t)]^2, \quad (5.64)$$

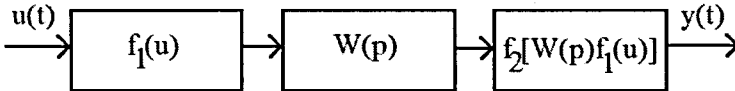


Рис. 5.12. Розширена модель Вінера

а розширена модель Вінера:

$$y(t) = c_0 + c_1 W_1(p)u(t) + [W_2(p)u(t)][W_3(p)u(t)]. \quad (5.65)$$

Звичайна каскадна модель Вінера-Гаммерштейна має вигляд:

$$y(t) = c_0 W(0) + c_1 W_1(p)W_2(p)u(t) + c_2 W_2(p)[W_1(p)u(t)]^2, \quad (5.66)$$

а узагальнена каскадна модель Вінера-Гаммерштейна:

$$y(t) = c_0 + W_1(p)u(t) + W_3(p)[W_2(p)u(t)]^2, \quad (5.67)$$

та розширена каскадна модель Вінера-Гаммерштейна:

$$y(t) = d_0 + c_0 d_1 W_1(p)u(t) + W_4(p)[W_2(p)u(t)][W_3(p)u(t)]. \quad (5.68)$$

Аналіз виразів моделей в усталеному режимі дозволяє визначити критерії вибору структури моделі на множині: моделі типу Гаммерштейна (звичайна, узагальнена) – стала складова вихідного періодичного сигналу не залежить від зміни періоду вхідного керувального; застосовується, коли постійна складова вихідного періодичного сигналу не залежить від зміни частоти вхідного сигналу ідентифікації; моделі типу Вінера (звичайна, узагальнена) і Вінера-Гаммерштейна (звичайна каскадна, узагальнена каскадна) – стала складова вихідного періодичного сигналу залежить від зміни

періоду вхідного тестового сигналу; застосовується, коли різниця між сталою складової і амплітудою другої гармоніки залежить від частоти тестового сигналу.

Розширені моделі Вінера і Вінера-Гаммерштейна – залежність сталої складової вихідного періодичного сигналу від періоду вхідного сигналу ідентифікації, що є тригонометричними функціями.

Звичайна модель Вінера застосовується, коли стала складова вихідного періодичного сигналу залежить від зміни частоти вхідного впливу. Співвідношення амплітуди першої гармоніки до амплітуди другої гармоніки і різниця між сталою складовою і амплітудою другої гармоніки не залежить від частоти тестового сигналу ідентифікації. Вибір структури залежить від того, наскільки доступними є можливості ідентифікації моделі на об'єкті та від характеристик об'єкта, що мають бути відтворені.

Нелінійні моделі високих порядків (більше 3-го). У практиці керування досить часто застосовуються каскадні множини регуляторів, де здійснюється перемикання між ними за допомогою логічного пристрою. Таким прикладом може виступати зміна керування з контролем обмежень за часом. Зазвичай такі схеми використовуються для контролю асортиментних процесів, керуванням із змінюваним навантаженням та літальними апаратами. Інші приклади систем зі зміною режиму знаходять своє застосування в робототехніці. У цьому випадку використовуються різні регулятори для множини задач координації. Регулятори можуть знаходитися у системі керування з ієрархічною структурою та змінювати налаштування залученням експертної системи.

Останнім часом докладено значних зусиль для об'єднання в узагальнену теорію гібридних систем. Основною проблемою з гібридних систем є їх складне поєднання з дискретними і неперервними змінними.

Загалом важко отримати аналітичні рішення для змішаної множини явищ, які отримують опис через диференціальні рівняння. Для деяких задач варто зробити якісний аналіз із агрегацією моделей. Через відсутність належних методів аналізу, багато досліджень гібридних систем здійснюються шляхом стимуляційного моделювання. На жаль, сучасні інструменти для моделювання загального призначення не дуже добре підходять для гібридних систем.

Дослідження гібридних систем можна характеризувати багатьма способами. У широкому розумінні підходи відрізняються по

відношенню до характеристик неперервної та дискретної динаміки та визначають методи симуляції, перевірки, аналізу або синтезу.

Залежно від мети дослідника і актуальної проблеми вони можуть використовувати автомати, що орієнтовані за часом, теорію динамічних систем, теорію кінцевих автоматів, дискретні системи подій, методи програмного керування, логічне програмування, тощо. Незалежно від основного методу шляхи розв'язання часто збігаються. Відкритими тематиками для наукового розв'язання є: умови поєднання неперервних і дискретних властивостей для опису властивостей систем, що моделюються; перевірка на адекватність вимоги до продуктивності та стійкості гібридної моделі; розробка регулятора, що відповідає дискретним і неперервним характеристикам.

Гібридна система керування – це система керування, де визначені параметри або регулятори, що містять дискретні режими, які разом з алгоритмами неперервної функції керують поведінкою системи. Дискретна частина, залучена до регулятора реалізується у формі програмної мережі. Також може бути задіяний у якості дискретної частини регулятора обмежувач характеристик стану або селектор. Сам процес також може вміщати дискретні режими. Багато механічних систем мають фізичні обмеження, наприклад, зупинки та обмеження. Сьогодні більш складні системи керування зазвичай містять дискретні частини як у регуляторі, так і на підприємстві, що виконують наглядові функції у вигляді дискретних режимів на вищих ієрархічних рівнях.

Оскільки системи з перемикачами режиму з'являються у багатьох контекстах, то єдиний підхід відсутній. Зокрема системи з'являються під багатьма різними назвами: гетерогенні системи, мультимодальні системи, системи з множиною регуляторів на логічній основі, комутаційні системи керування, системи дискретних подій – є частиною назв, що з'являються в літературі. Назва гібридних систем була використана як показчик для множини інженерних завдань. У цьому сенсі назва використовується для позначення систем керування, що складаються з неперервної та дискретної частини керування.

Простим прикладом гібридної системи керування є контроль температури з двома виконавчими пристроями, один для опалення, а інший для охолодження. Таким чином, система має два дискретних режими. Передбачається, що неперервна поведінка системи може

бути визначена величиною температури T , тоді модель гібридної системи визначена у вигляді:

$$\dot{T} = \begin{cases} f_{cold}(T, t, u) \\ f_{hot}(T, t, u) \end{cases} \quad (5.69)$$

де: $f_{cold}(T, t, u)$ – динаміка використання охолоджувача; $f_{hot}(T, t, u)$ – динаміка використання нагрівача.

При цьому тільки один пристрій керування станом середовища, нагрівач або охолоджувач може бути активовано одночасно. Для збереження заданої температури необхідно перемикання між ними. Відносний час регулятора, що використовується, визначає температуру об'єкта. Контрольна проблема вимірювання полягає в тому, щоб визначити стратегію перемикача.

Гібридна модель (5.69), занадто спрощена для опису всіх особливостей гібридної системи. Іноді є потреба в більш детальному описі з додатковими властивостями, зокрема визначення умов зміни стану, структури простору станів, нескінченно швидкі зміни режиму, більше ніж два регулятора і т.д.

Теорія гібридних систем є відносно новим напрямком в теорії керування. Багато існуючих парадигм керування добре вписуються в рамки гібридних систем. Приклади таких видів: вибір на основі реалізації керування, планування ресурсів, нечітке керування та логічне керування. Також керування гвинтокрилом природно здійснюється за гібридним алгоритмом декількома режимами, зокрема утримання висоти та формування горизонтальної траєкторії.

У вітчизняних дослідників системи більш відомі як системи із змінними структурами, що досліджувалися Ємельяновим, В.І. Уткіним і добре зарекомендували себе в практичному використанні. Однею з важливих проблем розробки моделей з так званним ковзним режимом є обумовленість її поведінки, з множиною перемикачів режимів за скінченний інтервал часу. Результати моделювання таких систем є погано формалізованими. На сьогоднішній день застосовані системи керування мають більш-менш гібридний характер, наприклад, лінійний регулятор з «уставками» в якості множини регуляторів. Одним із прикладів є включення і виключення інтегральної складової в ПІ-регуляторі. Можливо найпоширеніший гібридний регулятор є той, який оператор реалізує разом зі звичайним регулятором процесу. Для запуску регулятор перемикається в ручний режим. При достатній

близькості до робочої точки регулятор має переключитися на автоматичний. Одним з методів проектування в цьому випадку є визначення умов автоматизації як особливого випадку.

Умови використання гібридних систем керування. Багато фізичних систем є гібридом в тому сенсі, що мають обумовлені характеристики зміни стану або обмеження. В околі обмежень вони досить точно моделюються диференціальними рівняннями. Природним способом моделювання цих систем є використання поєднання диференціального рівняння та нелінійної структури. Інші системи мають перемикачі і релейні елементи, які можуть бути природно представлені гібридними системами. Типовими прикладами є керування польотом, керування рухом повітря, програмне керування процесом, робототехніка і т.д. Навіть якщо режим, не визначений як дискретний, то модель може бути вигідно подана такою системою. Прикладом цього є моделювання нелінійної системи з множиною лінійних моделей, кожна з яких покриває частину простору станів.

Гарним прикладом складної гібридної системи є автоматизовані системи керування автомобіля. Дискретні сигнали – передача, навантаження та характеристики доріг, вхід драйверів, сигнал керування антиблокувальної системи та попередження. Неперервні частини часто нелінійні, наприклад характеристики двигуна та сигнали датчиків. Для створення адекватної моделі, придатної для моделювання та будови регулятора, важливо використовувати гібридне моделювання системи. Основною причиною використання систем гібридного керування є те, що вони можуть розв'язувати задачі, які недосяжні для звичайних систем. Інша причина полягає в тому, що вони дозволяють легше отримати користь від структур гібридної моделі об'єкта, якщо залучена гібридна система керування, адаптована до моделі об'єкта. Гібридні регулятори є окремим класом нелінійних регуляторів.

Так, під час проектування ПД-систем існує вибір між параметрами швидкого регулятора, що дає значні перевитрати та динамічну похибку та повільним регулятором без перерегулювання.

Для деяких процесів динамічна похибка може бути зменшена на задану величину ваги. Для процесу на рис. 5.13, система першого порядку із затримкою часу дає можливість досить просто із залученням оператора, керувати системою під час зміни встановленого завдання, з виключенням жодного перевищення. Прикладний сигнал керування імітує сигнал керування, оптимальний за швидкодією.

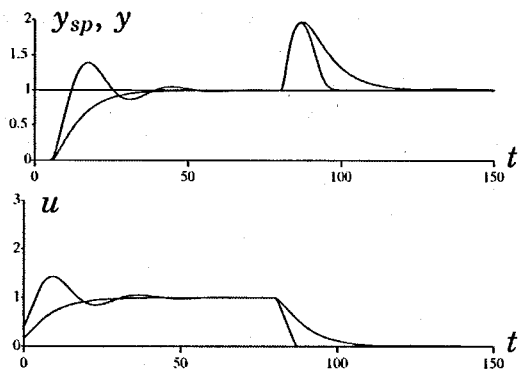


Рис. 5.13. ПІД-регулятор з перерегулюванням та недостатнім регулюванням: y, y_{sp}, u – цільова змінна, завдання за цільовою змінною та сигнал керування відповідно

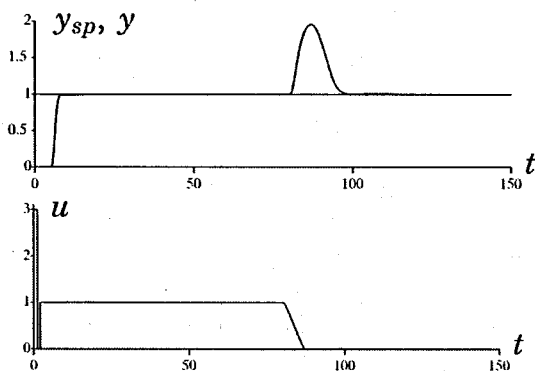


Рис. 5.14. Комбінований ручний режим та ПІД-регулятор

Сигнал керування u буде формуватись в ПІД-регулятор та селектор на регуляторі, оптимального за часом. Результати цього прикладу є перспективними. Дуже швидкий крок відгуку міг би бути поєднаний з гарним стаціонарним регулюванням. Наведений вище приклад ілюструє переваги поєднання стратегії для швидкої зміни заданої величини відповіді з адекватною дією регулятора. Розширення цієї ідеї дає розуміння того, що є багато проблем керування, які можуть розв'язуватись проектуванням гібридного методу. Насправді, є кілька підцілей, які не може реалізувати один

регулятор, а переваги можна здобути використанням їх множини. Зразок можливих цілей проектування може бути наступним: стійкість системи замкнених кіл керування, відмова від стримування навантажень, точна задана величина відгуку, повільна чутливість до вимірюваного шуму, повільна чутливість до варіантів процесу. Разом з тим, основними недоліками гібридних систем керування є:

- вища складність, у повному розумінні системи;
- недолік методів аналізу;
- відсутність відповідних методів проектування.

Концептуальна модель являє собою графічний опис різних частин гібридної системи керування. Рис. 5.15 показує загальну модель гібридної системи керування. У реальному виконанні кілька блоків можуть, звичайно, будуватися разом. Вибір, наприклад, може залежати від вимог до повідомлення, що проходить між блоками. Сигнали і повідомлення між блоками є сумішшю дискретних і неперервних сигналів.

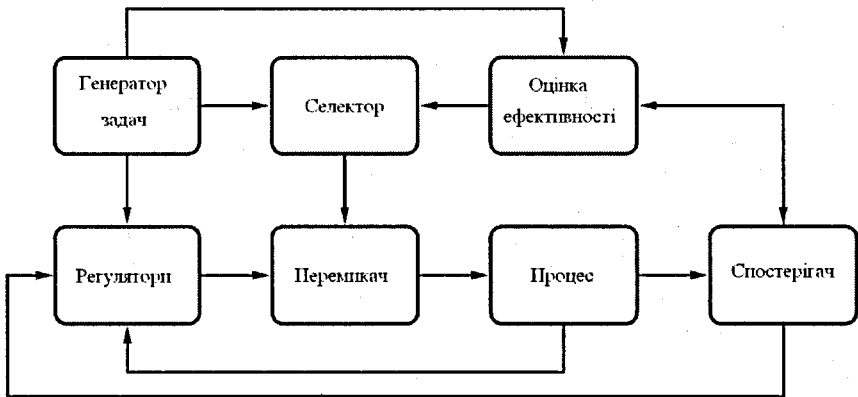


Рис. 5.15. Блокова загальна модель гібридної системи керування.

Блок генератора задач. Основним завданням цього блоку є створення контрольного сигналу для регуляторів. У багатьох випадках інші частини гібридної системи керування налаштовуються завдяки цьому інформаційному сигналу. Сигнал може містити інформацію поточного завдання системи керування. Приклади такого сигналу режиму інформації є рівень h ; змінити робочу точку; виконувати автоматичне налаштування.

Інформація про мету керування використовується як селектором, так і блоком оцінки ефективності. Вектор сигналу керування таким чином складається з безперервних контрольних значень і дискретного режиму інформативних сигналів відгуку $y_{ref,q}$.

Блок регуляторів. У гібридній системі керування є множина регуляторів на вибір, яка може містити від двох до нескінченного числа регуляторів. Не обов'язково, що регулятори належать до одного класу або вони поділяють ту саму інформацію відносно простору станів. Однак, щоб мати можливість виконувати вибір керувального впливу і неперервної передачі задач, значення керованого сигналу активного регулятора має бути доступним для всіх інших. У плановій системі виграшу регулятори мають однакову структуру, але різні параметри. Конструктивні методи не обов'язково повинні використовувати регулятори одного типу. Для швидкого завдання величини проблема отримання відгуку була б корисною, наприклад, для об'єднання оптимального за швидкістю регулятора з ПІД-регулятором.

Блок процесу. Процес може бути орієнтованим за часом. Різниця може бути пов'язана з порушенням режимів навантаження у різні моменти виконання завдання. Перевищення визначених рівнів, наприклад переповнення рідини, також може призвести до різкої зміни динаміки процесу. Це тип дискретних змін режиму є корисною інформацією для оцінки стану і селекторного блоку.

Блок оцінки стану (спостерігач). Блок оцінювання має в основному два завдання. Перша – постійно оновлювати змінювані параметри процесу. По-друге, якщо не всі стани вимірюються, то невимірні стани потрібно оцінити з деяким до визначенням, за кореляцією з іншими або прогнозом. Зміна дискретного режиму може спричинити скидання стану в оцінках або змінам у розрахунковій структурі моделі. Додатковим завданням може бути оцінка режиму інформації сигналів виходу.

Блок оцінки ефективності. Завдання полягає в оцінці якості контролю та отриманих оцінок. Сигнал оцінювання, який надсилається на селекторний блок, є дискретним. Надійний регулятор може використовувати більш жорстке, більш агресивне керування, якщо передача інформації між моделлю та системою є надійною. Задача полягає у тому, щоб за оцінкою ефективності оцінювати точність моделі. Виходячи з цього, буде вибраний регулятор із відповідними властивостями.

Блок селектора. На підставі інформації від генератора еталонного сигналу та блоку оцінки ефективності, цей блок вибирає, який регулятор використовувати. Так, якщо інформація з блоку оцінки продуктивності полягає в тому, що знання моделі відмінне і блок еталонного генератора задач вимагає у заданий час змінити значення, то може бути обраний оптимальний за швидкодією регулятор. Селектор в практичних реалізаціях часто є статичною логічною функцією. Більш досконалі варіанти передбачають наявність пам'яті на селекторному пристрої. Простий варіант є функцією гістерезису. Більш складні структури можуть бути реалізовані зі скінченими автоматами стану.

Блок-перемикач. Цей блок перемикає сигнал, що реалізується регулятором від u_1 до нового регулятора, де u_2 вибраний селектором. Існує кілька методів реалізації перемикавання.

– Свійкий перехід. Керований сигнал розраховується як зважений усередненням:

$$u^* = (1 - \lambda)u_1 + \lambda u_2, \quad (5.70)$$

де λ обирається від 0 до 1.

– Різкий перехід від u_1 до u_2 , а потім до низькочастотного фільтрування керувального сигналу, що надходить до процесу.

Якщо безперервний сигнал може бути реалізованим через «м'яке» перемикавання, то це є перевагою для багатьох задач керування. Однак у деяких випадках плавний перехід з u_1 і u_2 навіть для регуляторів, що розраховані на стабілізацію, може призводити до втрати стійкості систем. Механізм перемикавання має значний вплив на властивості замкнутого кола. Незважаючи на це, його часто ігнорують під час аналізу

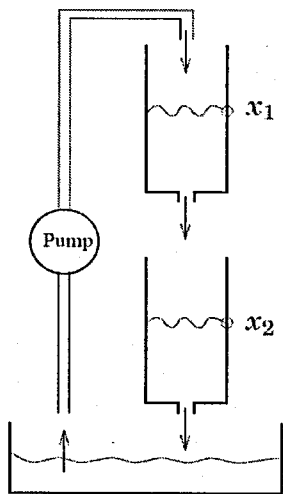


Рис. 5.16. Об'єкт з подвійним сховищем

гібридних системи керування.

Реконфігуровані регулятори. У керуванні літаком часто буває більше контрольних поверхонь, ніж насправді потрібно стабілізувати літак. У деяких випадках можна літати з одним

двигуном як виключення, з частково зламанним крилом і т. д. Таким чином, можливо побудувати гібридний регулятор на основі декількох конфігурацій літака. Наприклад, регулятор P1 використовується, коли всі системи в порядку, регулятор P2 використовується, коли лівий двигун вийшов з ладу, регулятор P3 використовується коли немає можливості використовувати закрилки літака, тощо. Стан відмови частин системи та порядок залучення нового регулятора буде визначати блок оцінки ефективності.

Проблема моделювання. Проблема моделювання полягає у створенні моделей з достатньою складністю для адекватного відтворення поведінки гібридною системою керування. Але вона повинна бути достатньо простою, для аналізу та відтворення через симуляцію.

Інструменти аналізу, доступні для гібридних систем, досі погано формалізовані, а тому дослідники повинні спиратися на симуляцію для оцінки ефективності гібридної системи. Сьогоднішні інструменти моделювання не є достатніми для визначення характеристик гібридних системи.

Приклад. Залучення динамічної системи до релейної поведінки у вигляді гібридної системи прийматиме вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx, \\ u &= -\text{sign}(y),\end{aligned}$$

де $x \in R^n$, $u, y \in R$. Тоді ковзання станів може бути обумовленим якщо $CB = 0$ та $CAB > 0$.

Гібридний регулятор подвійного сховища. У процесі керування звичайною практикою є використання ПІ-регулювання для стаціонарного стану та використання ручного керування для великих значень зміни завдання. У цьому експерименті намагатимемось поєднати стійкий стан регулювання з мінімумом часу для заданого значення зміни. Спочатку запроваджено процес та модель процесу. Потім гібридний регулятор буде обумовлений, а також буде представлена конструкція для ПІД-регуляторів. Показано, що використання цього гібридного регулятора покращує ефективність у порівнянні з чистим ПІД-регулятором.

А саме: процес, що керується, складається з двох цистерн води (рис. 5.16), де мета полягає в тому, щоб керувати рівнем x_2 нижньої ємності та опосередковано рівнем x_1 верхньої.

Обидва рівня смності є спостережними. Вибір рівня резервуару і як простору x_i наступного стану опису представимо як

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \sqrt{x_1} + \beta u \\ \alpha_1 \sqrt{x_1} - \alpha_2 \sqrt{x_2} \end{bmatrix}, \quad (5.71)$$

де витрата u є керованою змінною. Витрата ніколи не може бути негативною і максимальний потік $u = 27 \times 10^{-6} \text{ м}^3 / \text{с}$. Крім того, експериментальне встановлення областей резервуарів та витрат є однаковим для обох цистерн, що відповідає $\alpha_1 = \alpha_2$. Квадратний корінь у рівнянні походить від рівняння Бернуллі.

Регулятор. Варіант оптимального регулятора використовується, коли стан до якого необхідно потрапити знаходиться далеко від умов початкового стану. За наближення до стану ПІД-регулятор буде автоматично включений, щоб замінити регулятор оптимальний за часом. При черговій зміні завдання регулятор буде перетворюватися, зі збереженням такої ж самої структури, але з використанням параметрів, що залежать від значення цільової змінної. На рис. 5.17. описаний алгоритм з діаграмою мови графсет. Діаграма для регулятора сховищами складається з чотирьох станів:

- початковий, де регулятор не використовується;
- стан, де активний регулятор із максимальною швидкістю;
- ПІД – це стан для ПІД-регулятора;
- оцінка ефективності – це проміжний стан, який використовується для обчислення нових параметрів регулятора перед переходом на новий час, оптимального регулятора.

Керування засноване на лінеаризованій версії рівняння:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ a & -a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (5.72)$$

де параметр b масштабований так, щоб нове значення змінної керування u знаходилося у $[0;1]$.

Параметри a, b є функціями α, β і відповідають за значення навколо якого виконується лінеаризація. При цьому, невраховані нелінійності впливають на ефективність. Зміна стану ПІД-регулятора, вимагає визначення параметрів. Будова стандартного ПІД-регулятора має вигляд:

$$G_{PID} = k(1 + 1/T_i p + T_d p). \quad (5.73)$$

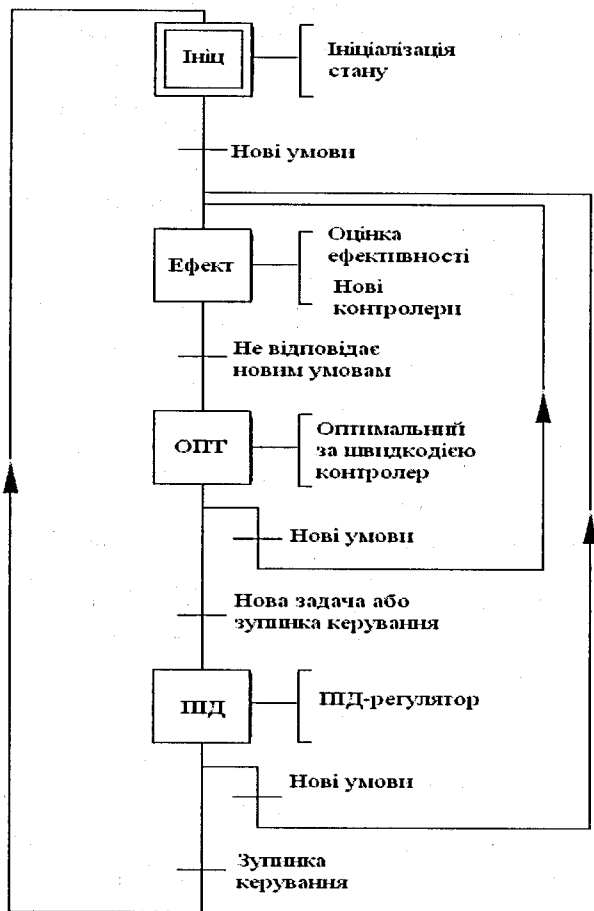


Рис. 5.17. Модель логічного керування на мові функціональних блоків.

Розрахунок параметрів ПД-регулятора k, T_i, T_d базується на лінійній передаточній функції другого порядку:

$$G(p) = \frac{ab}{(p+a)^2}. \quad (5.74)$$

1. Назвіть складові загальної задачі синтезу регуляторів.
2. Як формуються етапи синтезу регуляторів у класі лінійних стаціонарних систем?
3. Як задаються бажані показники функціонування системи?
4. Для чого вводяться додаткові зв'язки з диференціальними та інтегральними ланками?
5. Як впливає розташування коренів характеристичного рівняння на якість системи?
6. Охарактеризуйте вплив місцевих зворотних зв'язків на властивості системи?
7. Для чого використовується принцип динамічної компенсації?

Об'єкт описується рівняннями стану з матричними коефіцієнтами і зв'язки у вигляді $Y = G(p)U$, де Y – вектор виходу, U – вектор керування, $G(p)$ – матриця передаточних функцій об'єкта. В розгорнутому вигляді рівняння (3.2) має вигляд:

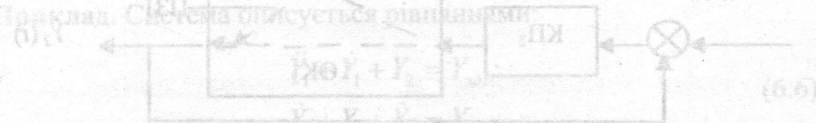
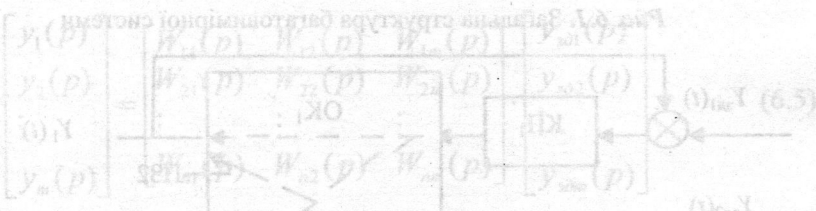
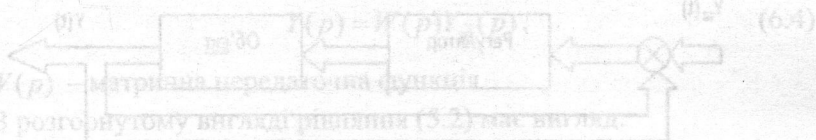


Рис. 6.2. Структурна схема зв'язаної системи

РОЗДІЛ 6.

Методи синтезу регуляторів в класі багатовимірних стаціонарних систем

6.1. Постановка задачі та математичні моделі багатовимірних систем

Приймається, що об'єкт має m входів і m виходів (m каналів). Через об'єкт ці канали зв'язані між собою та є неавтономними.

Центральна проблема при синтезі регуляторів в класі багатовимірних систем – «розв'язка» каналів, що на наступних етапах дає можливість використовувати методи синтезу регуляторів у класі одновимірних систем.

Багатовимірними називаються системи, в яких вхід і вихід – вектор-функції. Для керування кожною змінною конструюється свій канал (рис. 6.1). Для цієї структури:

$$Y_{зд}(t) = (Y_{зд1}(t), Y_{зд2}(t) \dots), \quad (6.1)$$

$$Y(t) = (Y_1(t), Y_2(t) \dots), \quad (6.2)$$

де: $Y(t)$, $Y_{зд}(t)$ – відповідно векторний вихідний сигнал та сигнал завдання.

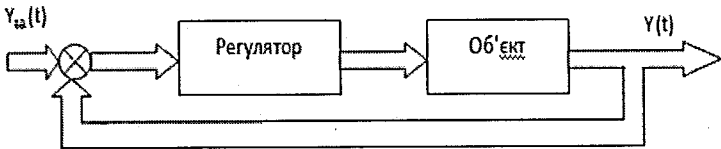


Рис. 6.1. Загальна структура багатовимірної системи

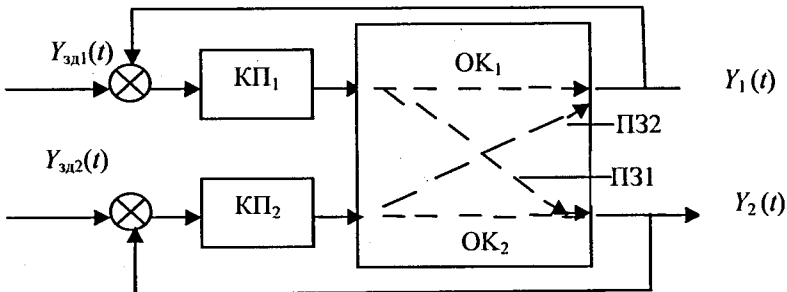


Рис. 6.2. Структурна схема двохвимірної системи

На рис. 6.2 показані основні канали ОК₁ і ОК₂ (відповідно: $Y_{3д1}(t) \rightarrow Y_1(t)$ та $Y_{3д2}(t) \rightarrow Y_2(t)$) і перехресні зв'язки ПЗ₁ та ПЗ₂, КП₁ і КП₂ – корегуючі пристрої (регулятори).

При синтезі таких систем необхідно виключити взаємний зв'язок між каналами.

В добре спроектованій системі канали $Y_{3д1}(t) \rightarrow Y_1(t)$ та $Y_{3д2}(t) \rightarrow Y_2(t)$ незалежні, тобто вихід $Y_1(t)$ керується лише сигналом $Y_{3д1}(t)$, а $Y_2(t)$ – сигналом $Y_{3д2}(t)$, тобто сигнал $Y_{3д1}(t)$ не впливає на $Y_2(t)$, а $Y_{3д2}(t)$ не впливає на $Y_1(t)$. В реальних системах ці канали зв'язані. Задача полягає в тому, щоб за рахунок додаткових зв'язків усунути взаємний вплив каналів (ПЗ₁ та ПЗ₂ – відсутні).

Передбачається, що об'єкт керування об'єднує незмінну частину системи: технологічний об'єкт, виконавчий механізм, пристрій вимірювання.

Об'єкт описується рівняннями стану та виходу:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU; \\ Y = CX; \end{cases} \quad (6.3)$$

де: $X \in R^n$ – координати стану об'єкта, U – сигнал керування, Y – вектор виходу, A, B, C – матриці коефіцієнтів диференціальних рівнянь об'єкта.

Зв'язок між виходом та входом системи можна записати в матричній формі так:

$$Y(p) = W(p)Y_{3д}(p), \quad (6.4)$$

де: $W(p)$ – матрична передаточна функція.

В розгорнутому вигляді рівняння (5.2) має вигляд:

$$\begin{bmatrix} y_1(p) \\ y_2(p) \\ \vdots \\ y_m(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{1m}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{2m}(p) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{n1}(p) & W_{n2}(p) & W_{nm}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{3д1}(p) \\ y_{3д2}(p) \\ \vdots \\ y_{3дm}(p) \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Приклад. Система описується рівняннями:

$$\begin{cases} \ddot{Y}_1 + \dot{Y}_1 + Y_2 = Y_{3д1}; \\ \dot{Y}_1 + Y_1 + \dot{Y}_2 = Y_{3д2}. \end{cases} \quad (6.6)$$

Після перетворень система (6.5) буде мати вигляд:

$$y_1(s) = \frac{s}{(s+1)(s^2-1)} Y_{zd1}(s) - \frac{1}{(s+1)(s^2-1)} Y_{zd2}(s), \quad (6.7)$$

$$y_2(s) = \frac{1}{(s^2-1)} Y_{zd1}(s) - \frac{s^2+s}{(s+1)(s^2-1)} Y_{zd2}(s)$$

або:

$$y_1(s) = W_{11}(s)Y_{zd1}(s) - W_{12}(s)Y_{zd2}(s), \quad (6.8)$$

$$y_2(s) = W_{21}(s)Y_{zd1}(s) - W_{22}(s)Y_{zd2}(s).$$

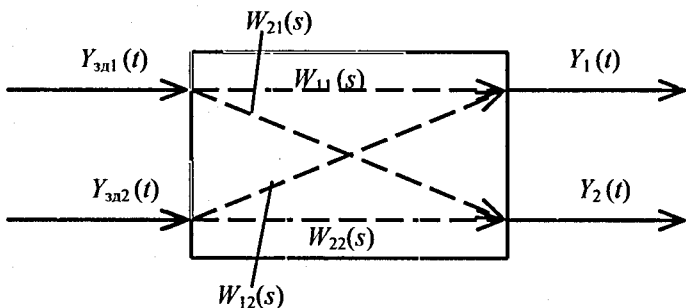


Рис. 6.3. Структура двовимірної системи

Залежності (6.6), (6.7) описують прямі (основні) та перехресні зв'язки (канали) (рис. 6.3). Загальна структура багатовимірної системи з регулятором показана на рис. 6.4. На рисунку виділено: $X \in R^n$ – стан об'єкта; $U(t)$ – сигнал управління; $Y_{zd}(t)$ – завдання;

$$e(t) = (e_1(t), \dots, e_m(t)) -$$

похибка управління, компоненти якої:

$$e_k(t) = Y_{zdk}(t) - Y_k(t), \quad k = \overline{1, m}.$$

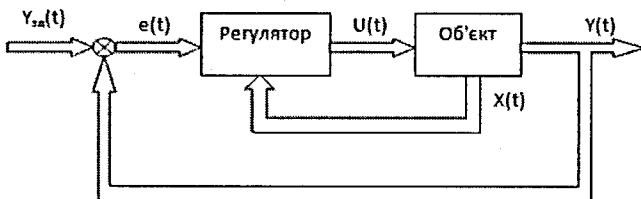


Рис. 6.4. Структура багатовимірної системи з регулятором

В задачах синтезу приймається, що об'єкт об'єднує всю незмінювану частину: сам об'єкт, виконавчий механізм з регулювальним органом, вимірювальну частину.

Для об'єкта приймемо математичну модель в координатах стану та виходу:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t); \\ Y(t) = CX(t), \end{cases} \quad (6.9)$$

або:

$$Y(s) = W(s)Y_{zd}(s), \quad (6.10)$$

де:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & W_{1m}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & W_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{m1}(s) & W_{m2}(s) & W_{mm}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{zd1}(s) \\ Y_{zd1}(s) \\ \vdots \\ Y_{zd1}(s) \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

На відміну від одноконтурних систем у багатовимірних системах не існує єдиного критерію, який би повно та однозначно характеризував якість системи (на зразок часу регулювання, динамічної похибки і т. д.). В ідеальній багатовимірній системі контури розв'язані і існує m входів та m виходів, тобто розмірності $Y_{zd}(s)$ та $Y(s)$ однакові. В цьому випадку багатовимірну систему можна розглядати як квадратну (рис. 6.5).

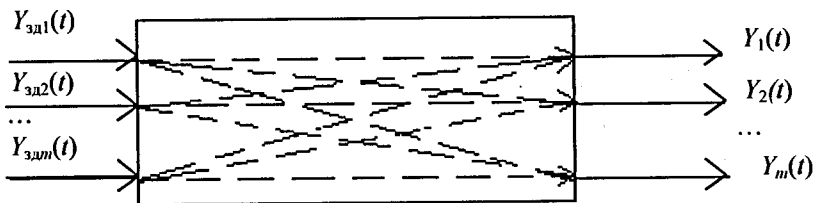


Рис. 6.5. Квадратна система

В квадратній системі існує m^2 одновимірних каналів, які відповідають можливим парам $Y_{zdi} \rightarrow Y_j; i, j = \overline{1, m}$. При такому

підході m паралельних каналів $Y_{зл1}(t) \rightarrow Y_1(t), \dots, Y_{злm}(t) \rightarrow Y_m(t)$ є власне каналами керування, а перехресні канали – збурення.

В цьому випадку динамічна точність і якість багатовимірної системи буде оцінюватись так:

необхідно, щоб за кожною вихідною змінною $Y_i(t), i = \overline{1, m}$ якомога точніше відпрацьовувався свій сигнал завдання $Y_{злi}(t)$ і по можливості не впливали інші входи (перехресні зв'язки були мінімальними).

Доцільно використовувати для оцінки якості (або поведінки) багатовимірних систем такий критерій:

динамічна якість багатовимірної системи тим вища, чим точніше вона відпрацьовує сигнал $Y_{злi}(t)$ для кожної вихідної змінної $Y_i(t), i = \overline{1, m}$ і чим менше при цьому вплив на інші вихідні змінні $Y_j, j \neq i$. Для оцінки показників якості використовується матриця перехідних характеристик $H = (h_{ij}(t))_{i,j=1}^m$ шляхом завдання областей допустимих значень вихідних змінних (рис. 6.6) *а* – для прямого, *б* – перехресного каналу.

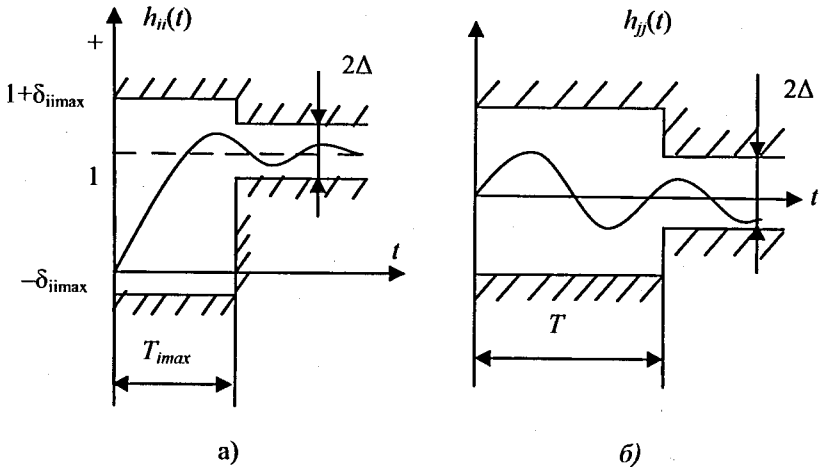


Рис. 6.6. До визначення критерію якості багатовимірних систем

Математично це виражається так:

$$\begin{aligned}
 & -\sigma_{ii}^- \leq h_{ij}(t) \leq 1 + \sigma_{ii}^+; 0 \leq t \leq T_{i \max} \\
 & |h_{ij}(t) - 1| \leq \Delta; t > T_{i \max} \\
 & |h_{ij}(t)| \leq \sigma_{ij \max}; i \neq j; 0 \leq t \leq T \\
 & |h_{ij}(t)| \leq \Delta; i \neq j; t > T \\
 & h_{ij}(\infty) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j; \end{cases}
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

де: Δ – мала постійна величина; σ, T – задані максимальні значення прямих показників якості керування: σ_{ii}^+ – додатне перерегулювання; σ_{ii}^- – від’ємне перерегулювання; $\sigma_{ij \max}, (i \neq j)$ – максимально допустима величина впливу i -го входу на j -й вихід (перехресні зв’язки).

Може накладатись також обмеження на похідні відповідного порядку, наприклад типу модульних обмежень:

$$|h_{ij}^{(K)}(t)| \leq \tilde{h}_{ij}(K); i = \overline{1, m}; K = \overline{1, n_i - 1}. \tag{6.13}$$

Коли об’єкт задається в координатах стану, то обмеження можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 Y(t) & \in Y^m \forall t \in [0, T]; \\
 U(t) & \in U^m \forall t \in [0, T];
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

де: Y^m, U^m – допустимі області.

Можуть бути обмеження і на вектор X .

Загальна постановка задачі синтезу з використанням математичних моделей об’єкта і регулятора в просторі станів використовує:

– рівняння об’єкта:

$$\begin{aligned}
 \dot{X}(t) & = A_0 X(t) + B_0 U(t); \\
 Y(t) & = C_0 X(t);
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

– рівняння регулятора:

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_{кн}(t) & = A_{кн} X_{кн}(t) + B_{кн} \Delta X(t) \\
 U(t) & = C_{кн} X_{кн}(t) \\
 e(t) & = Y_{зд} - Y(t)
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

Структурна схема багатовимірної системи показана на рис. 6.7. автоматичного керування.

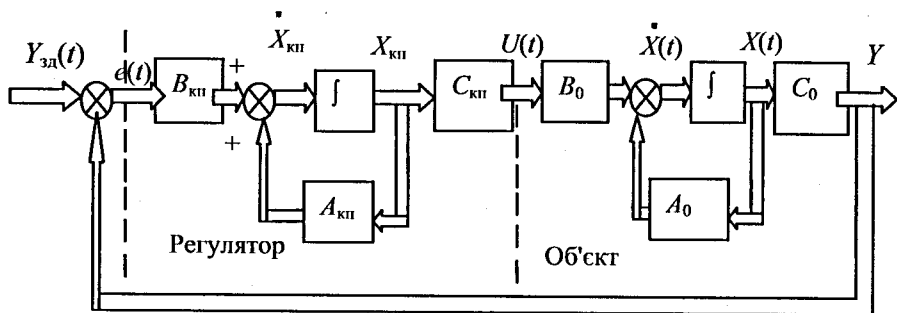


Рис. 6.7. Структурна схема багатовимірної системи

Синтезована система повинна бути стійкою та забезпечувати вимоги (5.6).

В такій постановці задача може бути вирішена за умов:

- об'єкт повинен бути керованим за виходом;
- розмірність виходу не перевищує розмірності входу;
- передаточна матриця об'єкта має повний ранг;
- модель об'єкта не має правих нулів.

Структурна схема системи (рис. 6.7) доповнюється пристроєм стабілізації ПС, компенсатором (або пристроєм розв'язки каналів) K (рис. 6.8), спостерігачем C . В такій схемі стабілізується об'єкт, забезпечується динамічна розв'язка контурів керування, а регулятор підтримує функціонування об'єкта з виконанням корекції динамічної якості контурів регулювання.

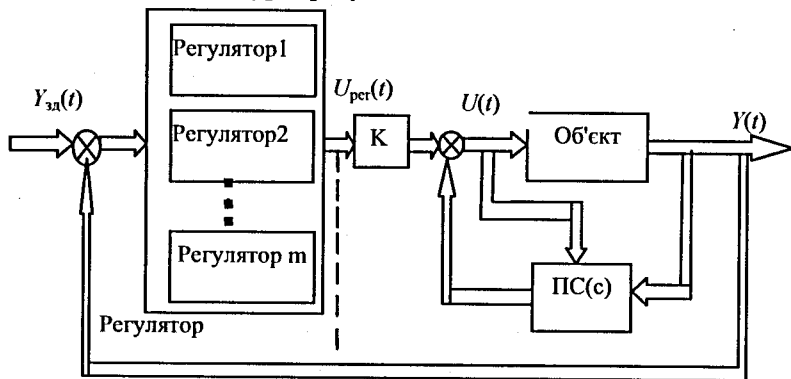


Рис. 6.8. Структурна схема багатовимірної системи з компенсатором

6.2. Динамічне та статичне розв'язування каналів

Для асимптотичної стійкості системи, яка описується диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами необхідно і достатньо, щоб дійсні частини коренів характеристичного рівняння були від'ємними, або власні значення матриці A повинні розташовуватись в лівій півплощині комплексної площини.

Це положення впливає з рівності, яка визначає вільні коливання системи. Якщо система нестійка, то її необхідно стабілізувати.

Якщо об'єкт описується рівнянням (6.15), то стаціонарний зворотній зв'язок буде:

$$U(t) = -KX(t), \quad (6.17)$$

де K – матриця розміром $m \times n$.

Рівняння об'єкта можна переписати так:

$$\dot{X}(t) = AX(t) - BKX(t) = [A - BK]X(t) \quad (5.18)$$

Одновимірний стаціонарний об'єкт можна стабілізувати за допомогою від'ємного зворотного зв'язку за похідними $(n-1)$ порядку.

Для багатовимірного стаціонарного об'єкта введення зворотного зв'язку за станом і вибір матриці K може забезпечити будь-яке наперед задане розташування власних значень матриці $[A - BK]$ на комплексній площині (для практичного застосування корені характеристичного полінома розташовані в лівій напівплощині, система асимптотично стійка).

Таким чином для характеристичного полінома

$$\Delta(\lambda) = \lambda^n + C_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + C_0 \quad (6.19)$$

вибором лінійного зворотного зв'язку можна забезпечити рівність многочлена $A - BK$ і многочлена (6.19).

Необхідною і достатньою умовою розв'язності розташування власних значень матриці за допомогою лінійного зворотного зв'язку є виконання умови:

$$\text{rank}[B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B] = n \quad (6.20)$$

Таким чином, вибір матриці K забезпечує не лише стійкість, а й якість вільних коливань системи.

В той же час можуть проявлятися небажані фактори:

- поява високого рівня сигналів керування;
- значні «викиди» значень деяких змінних при значному зміщенні власних значень в ліву напівплощину.

Рівняння стабілізованого об'єкта можна прийняти у вигляді:

$$\dot{X}(t) = [A - BK]X(t) + U(t). \quad (6.21)$$

Виразу (6.21) відповідає структурна схема (рис. 6.9).

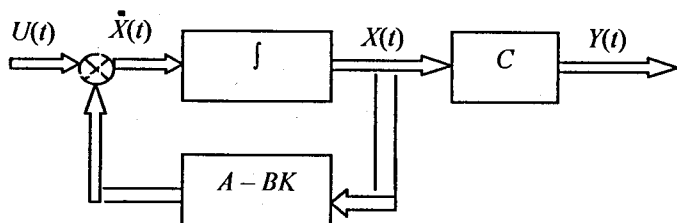


Рис. 6.9. Структурна схема стабілізованого об'єкта

Можуть бути інші схеми, але в будь-якому випадку для здійснення зворотного зв'язку необхідно знати вектор стану $X(t)$. Це потребує використання пристроїв спостереження на основі критеріїв ідентифікованості, асимптотичних пристроїв спостереження, ідентифікаторів Люенбергера і інші.

Рівняння асимптотичного пристрою спостереження (векторно-матричне диференціальне рівняння):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= A\hat{X}(t) + BU(t) + L(Y(t) - C\hat{Y}(t)), \\ \hat{Y}(0) &= Y^0. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Вхідними сигналами тут є вимірюваний вихід $\hat{Y}(t) = CX(t)$ та $U(t)$.

Якщо матриці A^T і C^T невинроджені, то матрицю L можна обирати так, щоб виконувалась умова:

$$\Delta\hat{X}(t) = \left| X(t) - \hat{X}(t) \right|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (6.23)$$

за будь-якою обмеженою початковою похибкою. У виразі (6.22) складова $L(Y(t) - C\hat{Y}(t))$ необхідна для забезпечення

працездатності ідентифікатора при невідомому початковому стані X^0 .

Розв'язування каналів об'єкта можна показати так:

– зв'язок між входом і виходом:

$$\begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \\ \vdots \\ Y_m(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & \dots & W_{1m}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & \dots & W_{2m}(p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m1}(p) & W_{m2}(p) & \dots & W_{mm}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \\ \vdots \\ U_m(p) \end{bmatrix}; \quad (6.24)$$

– перший вихід об'єкта:

$$Y_1(p) = W_{11}(p)U_1(p) + \dots + W_{1m}(p)U_m(p), \quad (6.25)$$

тобто на $Y_1(p)$ діє «свій» вхід, а також 2-й ... m-й входи, що потребує уникнення перехресних зв'язків;

– необхідною і достатньою умовою автономності каналів є діагональність передаточної функції об'єкта:

$$\begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \\ \vdots \\ Y_m(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{22}(p) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W_{mm}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \\ \vdots \\ U_m(p) \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Способи розв'язування каналів обираються, виходячи з особливостей об'єкта і системи в цілому. Один з найбільш використовуваних – застосування компенсаторів на вході об'єкта. Передаточні функції компенсаторів обираються так, щоб отримати діагональні матриці або матриці з домінуючою діагоналлю, наприклад:

$$|W_{ii}(p)| > \sum_{i=1, j \neq i}^m |W_{ij}(p)|, i = \overline{1, m} \quad (6.27)$$

Для $i=1$ діагонально домінуюча матриця забезпечує умову:

$$|W_{11}(p)| > |W_{12}(p)| + |W_{13}(p)| + \dots + |W_{1m}(p)|. \quad (6.28)$$

Степінь зв'язності в багатовимірних об'єктах може характеризуватись, наприклад, матрицею Брістоля:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{1m} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{2m} \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \lambda_{nm} \end{bmatrix}, \quad (6.29)$$

де:

$$\lambda_{ij} = \frac{(\partial X_i / \partial U_j), \text{ контури розімкнені}}{(\partial X_i / \partial U_j), \text{ контури замкнені, крім } U_j} \quad (6.30)$$

При відсутності взаємних зв'язків між каналами матричні передаточні функції розімкненої та замкненої системи будуть діагональними, тоді можна використовувати методи розрахунку одновимірних систем.

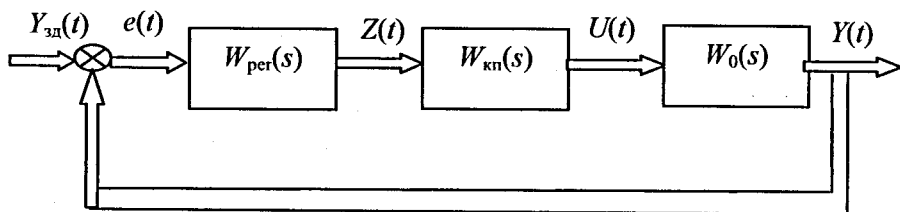


Рис. 6.10. Структурна схема системи

Для структурної схеми системи (рис. 6.10) можна записати залежності:

$$\begin{aligned} e(t) &= Y_{зд}(t) - Y(t); \quad Z(s) = W_{пер}(s)e(s), \\ U(s) &= W_{кп}(s)Z(s); \quad Y(s) = W_0(s)U(s). \end{aligned} \quad (6.31)$$

На рис. 6.10 позначено: $W_{пер}(s)$, $W_{кп}(s)$, $W_0(s)$ – відповідно передаточні функції регулятора, компенсуючого пристрою, об'єкта.

З виразу (6.31) можна визначити:

$$Y(s) = W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)e(s) \quad (6.32)$$

або:

$$\begin{aligned} Y(s) &= W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)(Y_{зд}(s) - Y(s)) = \\ &= W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)Y_{зд}(s) - W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)Y(s), \end{aligned} \quad (6.33)$$

звідки:

$$Y(s) + W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)Y(s) = W_0(s)W_{пер}(s)W_{кп}(s)Y_{зд}(s), \quad (6.34)$$

або:

$$(1 + W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s))Y(s) = W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s)Y_{зд}(s). \quad (6.35)$$

З виразу (6.32) знаходимо основну залежність:

$$Y(t) = (I + W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s))^{-1} W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s)Y_{зд}(s). \quad (6.36)$$

Для точного відтворення сигналу $Y_{зд}(t)$ без похибки (ідеальна система) необхідно:

$$(I + W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s))^{-1} W_0(s)W_{pez}(s)W_{кп}(s) = I, \quad (6.37)$$

де I – одинична матриця.

Для вибору передаточної матриці компенсатора використовують залежність:

$$W_0(s)W_{кп}(s) = \text{diag} W_0(s) = W_0^{poz}(s), \quad (6.38)$$

де $W_0^{poz}(s)$ – передаточна функція об'єкта з «розв'язаними» каналами.

Тоді:

$$W_{кп}(s) = W_0(s)^{-1} \text{diag} W_0(s), \quad (6.39)$$

Викладена методика розрахунку багатомірних систем має свої особливості:

- коли не точно визначена передаточна матриця об'єкта, то відбувається не повна компенсація динаміки, в тому числі перехресних зв'язків, якість регулювання знижується, система може стати нестійкою;

- для реалізації передаточної функції компенсатора необхідні диференціальні ланки, що не реалізуються;

- якщо об'єкт має запізнювання, то для його компенсації теж необхідні диференціальні ланки;

- в умовах функціонування об'єкта при перешкодах диференціальні ланки посилюють їх вплив;

- якщо передаточна функція об'єкта має нулі в правій напівплощині комплексної площини, то в компенсаторі ці нулі стають нестійкими полюсами і їх неточна компенсація приводить до того, що в передаточній матриці замкненої системи з'являються нестійкі полюси, що порушує стійкість системи. Часто для

спрощення компенсатора використовують компенсацію лише в статичному режимі, тоді в компенсаторі будуть лише без інерційні ланки:

$$W_{кп}(0) = W_0^{-1}(0) \text{diag} W_0(0) \quad (6.40)$$

Розроблено метод і відповідний алгоритм діагоналізації матриці, коли на вході об'єкта включається ланка динамічного розв'язування (при $t \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ це може бути розв'язування в статичному режимі). Ця ланка складається з двох блоків: стабілізації і діагоналізації передаточної матриці стабілізованого об'єкта, що формує нові розв'язані канали регулювання.

6.3. Задача аналітичного конструювання оптимальних регуляторів

Дано клас об'єктів управління, збурений рух яких описується диференціальним матричним рівнянням

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t); \quad x(t_0) = x_0; \quad t_0 = 0, \quad (6.41)$$

де A , B – задані матриці коефіцієнтів математичних моделей розмірності $n \times n$, $n \times m$ відповідно, в загальному випадку можуть залежати від часу; $x(t)$ – вектор координат стану системи розмірності n ; $u(t)$ – вектор управління розмірності m .

Необхідно знайти матрицю R (розмірність $m \times n$) рівняння регулятора

$$u(t) = Rx(t), \quad (6.42)$$

таку, щоб на асимптотичних стійких рухах системи (6.41), що збурені випадковими початковими відхиленнями x_0 , мінімізувався функціонал:

$$I(u) = \int_{t_0}^{t_k} (x(t)^T Px(t) + u(t)^T Du(t)) dt. \quad (6.43)$$

Перша складова мінімізує відхилення реальної траєкторії від заданої (нульової), а друга – енергетичні витрати. Матриці P , D –

задані додатньо-визначені матриці розмірності $n \times n$ та $m \times m$ відповідно ($P > 0, D \geq 0$). В загальному випадку ці матриці залежать від часу, а їх значення визначають вплив кожної складової векторів координат стану та управління на критерій. Матриці P, D можуть задаватися самостійно розробником оптимальної системи управління, на основі апріорної інформації від експертів або їх визначення може відповідати цілі окремої оптимізаційної підзадачі. Для даних підсистем ВУ та ДУ ці матриці будуть змінюватися при моделюванні оптимальних регуляторів та визначені найкращі їх значення з точки зору якості перехідних процесів.

Матрицю R закону управління (5.42) іноді називають матрицею коефіцієнтів підсилення регулятора.

Для розв'язання даної задачі можна використати принцип максимуму Понтрягіна або метод динамічного програмування Белмана.

Розв'язок на нескінченному інтервалі часу. При $t_k \rightarrow \infty$ коефіцієнт підсилення регулятора для системи (5.41) з критерієм (5.43) має вигляд

$$R = -D^{-1}B^T S, \quad (6.44)$$

причому матриця R не залежить від часу. Матриця S – симетрична матриця чисел розмірності $n \times n$, яка визначається з алгебраїчного рівняння Ріккати виду

$$SA + A^T S - SBD^{-1}B^T S + P = 0. \quad (6.45)$$

Дане рівняння розв'язується за допомогою методів матричної алгебри.

Розв'язок на скінченному інтервалі часу. Ця задача виникає, коли необхідно перевести систему зі стану $x(t_0) = 0$ в $x(t_k)$ за визначений час, тобто при $t > T$ незакінчений перехідний процес веде до значних втрат якості одержуваного напівпродукту або значних енергетичних втрат. А коли енергетичні витрати під час перехідного процесу при $(t_k - t_0) \rightarrow T$ не перевищують витрат при $(t_k - t_0) \rightarrow \infty$ або їх перевищення виправдане (задача зводиться до нескінченного інтервалу часу) При $(t_k - t_0) = T$ функціонал якості (5.43) доповнюється так званою термінальною складовою і має вигляд

$$I(u) = 0.5x^T(T)Gx(T) + 0.5 \int_{t_0}^{t_k} (x(t)^T Px(t) + u(t)^T Du(t)) dt, \quad (6.46)$$

де G – задана симетрична матриця чисел розмірності $n \times n$ ($G \geq 0$), що визначає середньо-квадратичне відхилення координат стану або їх комбінації від нульових значень в кінцевий момент часу.

Матриця підсилення регулятора $R(t)$ (в даному випадку залежна від часу, див. (6.42)) набуде вигляду:

$$R(t) = -D^{-1}B^T S(t), \quad (6.47)$$

де $S(t)$ – симетрична додатньовизначена матриця розмірності $n \times n$ визначається з диференціального рівняння типу Ріккати виду

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -S(t)A + S(t)BD^{-1}B^T S(t) - A^T S(t) - P, \\ S(T) = G; \end{cases} \quad (6.48)$$

Відмітимо, що всі складові вектора стану повинні бути досяжними.

На рис. 6.11 показана структурна схема пристрою, що реалізує отримане рішення даної задачі.

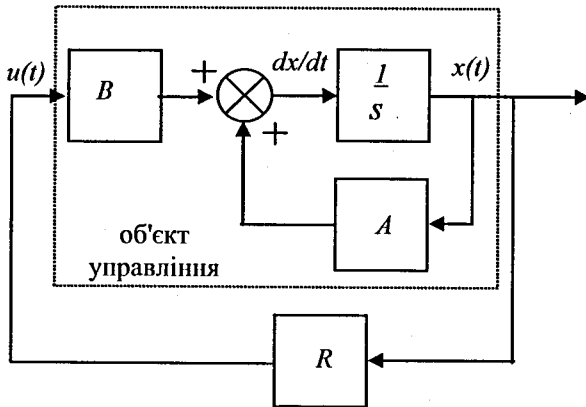


Рис. 6.11. Оптимальна система управління з лінійним регулятором (s – комплексна змінна)

Відмітимо, що суттєвим є виконання умови керованості (див. розділ 3.3).

Задача оптимального сумісного оцінювання та управління. Іншим підходом до синтезу оптимального регулятора є лінійно-квадратична задача з гаусівськими збуреннями (LQG). В цьому

випадку об'єкт розглядають як систему, на яку діють випадкові збурення, що за природою є стохастичними, спостереженням доступні лише спотворені шумами деякі змінні стану об'єкта. Тут побудова оптимального управління складається з двох етапів: на першому – оцінюється стан системи, на другому – розробляється регулятор зі зворотним зв'язком від оцінки стану. В цьому випадку обидві операції – оцінка стану та управління можуть бути ввімкнені в єдиний процес прийняття рішення.

Об'єкт описується рівняннями виду

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t); \\ y_v &= Cx(t) + Du(t) + Hw(t) + v(t),\end{aligned}\quad (6.49)$$

де $y_v(t)$ – вектор вимірювань; $w(t)$, $v(t)$ – випадкові процеси відповідно в каналах управління та вимірювання, що є білими гаусівськими шумами з математичними сподіваннями $M(w) = M(v) = 0$, $M(wv^T) = Q_1$, $M(vv^T) = R_1$, $M(wv^T) = N_1$; C , D , H , G – постійні матриці відповідних розмірностей (стаціонарний випадок). Для побудови оптимального управління мінімізуємо інтегрально-квадратичний критерій

$$I(u) = \int_0^{\infty} (y^T Q_2 y + u^T R_2 u + 2 y^T N_2 u) dt \rightarrow \min_u, \quad (6.50)$$

де матриці Q_2 , R_2 , N_2 – вагові матриці відповідних розмірностей ($Q_2 \geq 0$, $R_2 > 0$, $N_2 \geq 0$). Оцінку вектора $\hat{x}(t)$ визначають з мінімізації похибки оцінки ($\lim_{t \rightarrow \infty} M((x - \hat{x})(x - \hat{x})^T)$).

Використовуючи принцип максимуму Понтрягіна, а також фільтр Калмана, лінійно-квадратичний регулятор набуває вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= [A - LC - (B - LD)K] \hat{x}(t) + Ly_v, \\ u(t) &= -K \hat{x}(t),\end{aligned}\quad (6.51)$$

де K , L – матриці підсилення відповідно регулятора та фільтра, що визначаються шляхом розв'язання алгебраїчних рівнянь типу Ріккати.

Структура системи управління показана на рис. 6.12.

Задача оптимального сумісного оцінювання та управління для нестационарного випадку. Розглянемо систему, що описується лінійними диференціальними рівняннями виду

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + G(t)w(t); \\ y_v &= C(t)x(t) + v(t), \end{aligned} \quad (6.52)$$

де $y_v(t)$ – r -вимірний вектор спостережень, $w(t)$ – q -вимірний вектор зовнішніх збурень, що є гаусівським випадковим процесом типу «білий шум» з нульовим математичним сподіванням та заданою коваріаційною матрицею $Q_1(t) \geq 0$; $v(t)$ – r -вимірний вектор завод (шумів), який також є процесом типу «білий шум» з нульовим математичним сподіванням та коваріаційною матрицею $R_1(t) > 0$; випадковий вектор початкових значень $x(t_0)$ вважаємо гаусівським з відомими середнім значенням $\bar{x}(t_0)$ та кореляційною матрицею $R_0 \geq 0$ (початкові умови, зовнішні збурення та завади вимірювань незалежні (не корельовані)); $A(t)$, $B(t)$, $G(t)$, $C(t)$ – задані нестационарні матриці відповідних розмірностей.

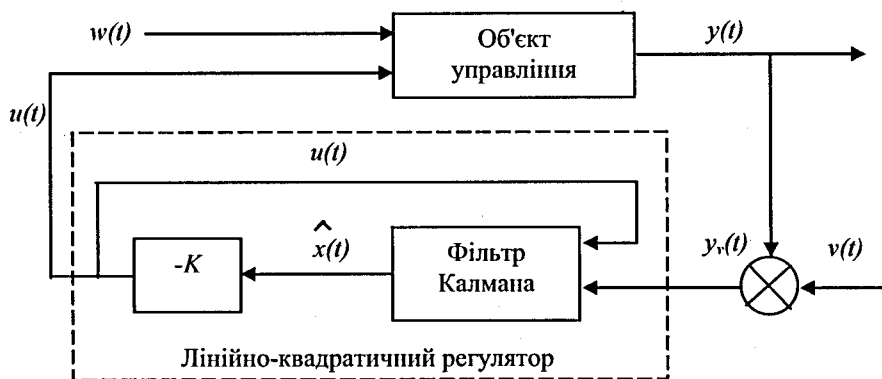


Рис. 6.12. Структура системи управління

Необхідно знайти управління $u(t)$, що залежить від вектора спостережень $y(t)$ таке, щоб критерій

$$I(u) = M \left\{ x^T(T)Gx(T) + \int_{t_0}^T (y^T(t)Q_2(t)y(t) + u^T(t)R_2(t)u(t)) dt \right\}, \quad (6.53)$$

де $Q_2(t) \geq 0$ та $R_2(t) > 0$ вагові матриці відповідних розмірностей, приймав найменше значення.

При такій постановці задачі спостерігач описується рівнянням

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + K(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)], \quad (6.54)$$

при початковій умові

$$\hat{x}(t_0) = \bar{x}(t_0), \quad (6.55)$$

де

$$K(t) = P_1(t)C^T(t)R_1^{-1}(t), \quad (6.56)$$

що визначається з умови мінімізації функціоналу

$$I_1 = M\{(x(t) - \hat{x}(t))^T \Lambda(t)(x(t) - \hat{x}(t))\}, \quad (6.57)$$

де $\Lambda(t)$ – задана додатньовизначена матриця, а $P_1(t)$ – $n \times n$ матриця визначається з диференціального рівняння типу рікатті

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = A(t)P_1(t) + P_1(t)A^T(t) - P_1(t)C^T(t)R_1^{-1}(t)C(t)P_1(t) + G(t)Q_1(t)G^{-1}(t), \quad (6.58)$$

з початковою умовою

$$P_1(t_0) = R_0. \quad (6.59)$$

Відмітимо, що коваріаційна матриця вектора похибок оцінювання $P_1(t)$ не залежить від реалізації результату спостереження та прийнятого закону управління та є детермінованою функцією.

Структура системи регулювання приведена на рис. 6.13.

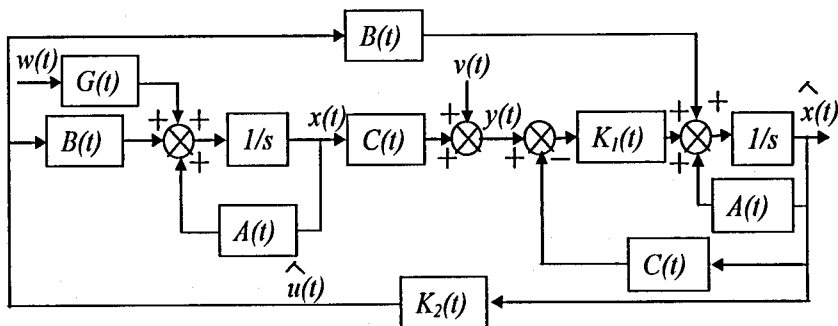


Рис. 6.13. Структурна схема системи управління для нестационарного об'єкта

Оптимальне управління визначається за формулою

$$u(t) = -R_2^{-1}(t)B^T(t)P_2(t)\hat{x}(t) = K_2(t)\hat{x}(t), \quad (6.60)$$

де

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -P_2(t)A(t) - A^T(t)P_2(t) + P_2(t)B(t)R_2^{-1}(t)B^T(t)P_2(t) - Q_1(t), \quad (6.61)$$

з кінцевою умовою

$$P_1(T) = G. \quad (6.62)$$

Відмітимо, що необхідно забезпечення умови керованості за виходами.

Приклад. Порівняти оптимальний багатовимірний та локальні П-регулятори для рівнів випарної установки, математична модель якої представлена рівняннями (6.41) з матрицями:

$$A = \begin{bmatrix} -3.591 & 3.591 & 0 & 0 & 0 \\ 2.825 & -5.46 & 2.63 & 0 & 0 \\ 0 & 4.389 & -12.5 & 8.111 & 0 \\ 0 & 0 & 14.6 & -21.5 & 7.15 \\ 0 & 0 & 0 & 11.9 & -14.3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -183.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 144.3 & -134.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 224.3 & -206.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 372.0 & -365.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 608.9 & -605.4 \end{bmatrix}$$

Об'єкт збурений відносно початкових відхилень.

Розв'язання. Одна зі схем регулювання рівнів випарної установки цукрового заводу передбачає п'ять пропорційних (П-) регуляторів відповідних контурів (схема «після себе»). За цією схемою також можна скласти лінійний матричний регулятор, по

діагоналі якого містяться коефіцієнти підсилення локальних регуляторів. Останні були розраховані при оптимізації інтегрально-квадратичного критерію числовим методом. За алгоритмом АКОР також розрахований матричний коефіцієнт підсилення, критерій керування для обох систем та власні значення замкненої системи. Всі дані зведені в табл. 6.1, а перехідні процеси показані на рис. 6.14.

Як видно з результатів при використанні алгоритму АКОР критерій оптимізації зменшується на 4%, а запас стійкості збільшується на 5,5%, крім того зменшується ресурс на керування.

Таблиця 6.1.

Результати синтезу

Характеристика	Значення
Локальні регулятори	
Налаштування регулятора	$K = \begin{bmatrix} -0.24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.91 \end{bmatrix}$
Критерій	0.0407
Власні значення	-[42.7 72.3 203.4 737.2 1785.9]
Матричний регулятор	
Налаштування регулятора	$R = \begin{bmatrix} -0.86 & 0.46 & 0.09 & 0.03 & 0.01 \\ -0.29 & -0.65 & 0.65 & 0.14 & 0.04 \\ -0.23 & -0.34 & -0.56 & 0.64 & 0.12 \\ -0.22 & -0.32 & -0.32 & -0.61 & 0.58 \\ -0.22 & -0.32 & -0.30 & -0.36 & -0.79 \end{bmatrix}$
Критерій	0.0391
Власні значення	-[910.1 472.8 281.6 207.2 45.1]

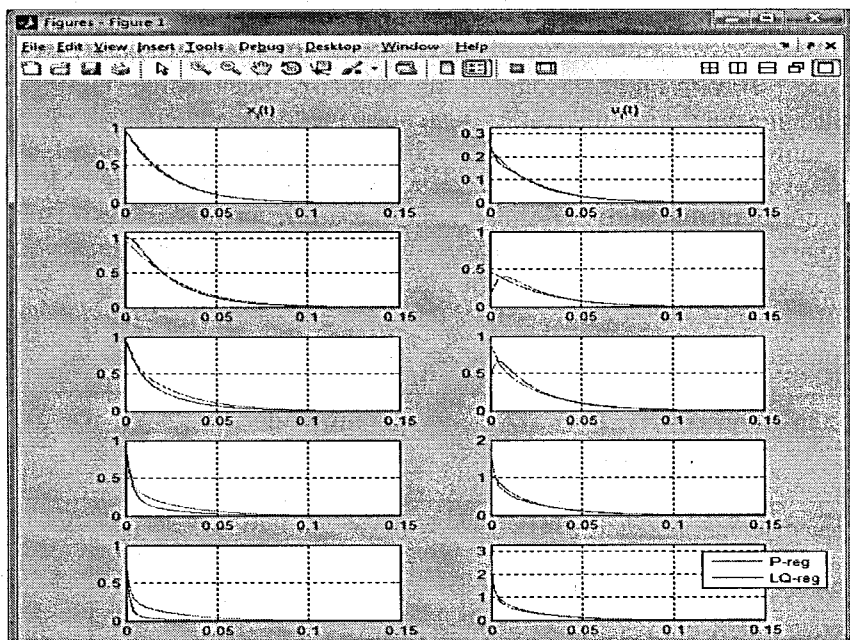


Рис. 6.14. Перехідні процеси систем з локальними (P-reg) та матричним регуляторами (LQ-reg)

Контрольні запитання

1. В чому полягає основна проблема синтезу регуляторів у класі багатовимірних систем?
2. Яке призначення компенсаторів у багатовимірних системах?
3. Яка система називається квадратною?
4. Як формулюється критерій оцінки якості багатовимірної системи?
5. Як описується регулятор в координатах стану?
6. Які вимоги до властивостей об'єкта повинні використовуватись в задачі синтезу багатовимірної системи?
7. Наведіть приклад для діагональної матриці квадратної системи.
8. Як оцінюється зв'язність каналів у багатовимірних системах?
9. Як оцінюється чутливість систем керування?
10. Наведіть вирази для оцінки чутливості систем різної структури.

РОЗДІЛ 7. Основи теорії робастних систем

7.1. Загальні положення

Теорія автоматичного управління (ТАУ) – відносно молода наука, тому в ній постійно змінюються методи, особливо математичні, проблеми, розширюються класи досліджуваних об'єктів та систем. Все це свідчить про інтенсивний розвиток ТАУ.

В XIX ст. головними об'єктами досліджень були автоматичні регулятори виробничих процесів, наприклад регулятор Уатта для парової машини. Головними результатами досліджень були: поняття стійкості, критерії стійкості лінійних систем на основі характеристичних поліномів (Максвелл, Раус, Вишнеградський, Стодола). Перші результати щодо стійкості нелінійних систем були отримані А.М. Ляпуновим на основі фундаментальної ідеї введення спеціальної функції, яка отримала назву функції Ляпунова.

В 30-і роки XX ст. основними методами ТАУ стали частотні, що було зумовлено бурхливим розвитком радіо та телефонного зв'язку. Були сформульовані частотні методи стійкості (Найквіст, Михайлов). Ці методи поширились на імпульсні та інші види дискретних систем (Ципкін, Джури), що знайшли особливо широке застосування в зв'язку з розвитком цифрової обчислювальної техніки. Розглядались також спеціальні проблеми нелінійних систем, зокрема теорія абсолютної стійкості (Лур'є, Айзерман, Попов).

В кінці 50-х років XX ст. відбулось чергове оновлення методів ТАУ. В першу чергу виник принципово новий опис, новий його апарат – опис у просторі станів, що було потребами ракетної та космічної техніки. В цьому випадку рух системи описується звичайним диференціальним рівнянням (у загальному випадку нелінійним), у правій частині якого стоїть функція, яка може обиратись проєктувальником – управління. Більше того, виникла фундаментальна ідея оптимальності з оптимізацією обраного показника якості. В такій постановці задача має спільні риси з класичними задачами варіаційного числення. Вирішальну роль тут відіграли математики, в результаті їх роботи виникли:

– принцип максимуму Понтрягіна як умова оптимальності керованої системи;

– метод динамічного програмування (Р. Белман) для багатостадійних процесів;

– методи оцінки стану об'єкта та синтезу багатовимірних оптимальних регуляторів (Калман, Б'юсі, Летов). Водночас виявилось, що названі методи адекватно описують лише порівняно вузьке коло практичних задач, в першу чергу управління космічними об'єктами та наведенням ракет. В інших випадках є маса факторів, які перешкоджають застосуванню красивої математичної теорії оптимального управління. Насамперед це стосується таких обставин:

– в кожній задачі є певна невизначеність, що пов'язано з наявністю зовнішніх збурень або неточністю моделі (її структури та параметрів);

– часто оптимальне рішення знаходиться як функція часу (програмне управління), але для більшості практичних задач більш важливим є вибір зворотного зв'язку (регулятора), а саме стратегії управління, тобто необхідно мати функцію від виходу системи в поточний момент.

Паралельно всі роки розвивались методи поліпшення якості систем за рахунок адаптивних регуляторів, вибору настройок, які забезпечують заданий запас стійкості системи тощо. В 1980-х роках відбулась дійсна революція в ТАУ: виникла так звана H_∞ -теорія (Зеймс, Френсис, Дойл, Гловер), яка дозволила об'єднати частотні методи та методи простору станів та по новому ставити оптимізаційні задачі. Цей метод дозволив також розглядати задачі з невизначеностями (робастне управління), тобто задачі, у яких частотна характеристика об'єкта має невизначеність, обмежену в H_∞ -нормі. Появились також інші постановки робастного управління, коли невизначеність задається по-іншому: як параметрична, так і обмежена у матричній нормі при описі у просторі станів. При цьому були знайдені красиві розв'язки окремих задач:

– про робастні стійкість інтервального поліному. У цьому випадку застосовується теорема Харитонова;

– був створений математичний апарат, який дозволяв єдинообразно досліджувати різні методи невизначеностей – μ -аналіз (Дойл).

Крім H_∞ -теорії та робастності отримали розвиток інші розділи теорії управління. Так задача про придушення збурень привела до l_1 -оптимізації (Барабанов – Граничин, Пірсон – Далех). Новий зручний

математичний апарат базується на лінійних матричних нерівностях (виникли у 1960-х роках (Якубович, Вілемс), які стали досить загальним методом аналізу та синтезу лінійних систем. Для розв'язання лінійних матричних нерівностей існують ефективні програми (Нестеров – Немировський).

7.2. Види невизначеності в автоматичних системах

Системи управління, для яких забезпечується точний математичний опис, є ідеалізованими, тому для реальних систем необхідно завжди враховувати невизначеності. При цьому система повинна зберігати працездатність в різних умовах, які визначаються саме невизначеностями. Такі системи називають **робастними**.

Параметрична невизначеність. Моделі реальних об'єктів є завжди наближеними, параметри цих моделей точно невідомі та, як правило, змінюються у процесі експлуатації. При цьому рівняння моделі відомі точно, що приводить до параметричної невизначеності. Тоді лінійна система:

$$\dot{x} = Ax + Bu + D_1 w, \quad (7.1)$$

$$y = Cx + D_2 w,$$

де: $x(t) \in R^n$ – вектор стану системи; $u(t) \in R^m$ – управління; $y(t) \in R^l$ – вихід системи; $w(t) \in R^{m_1}$ – зовнішні збурення (або сигнали завдання). Матриці $A \in R^{n \times n}$; $B \in R^{n \times m}$; $C \in R^{l \times n}$; $D_1 \in R^{n \times m_1}$; $D_2 \in R^{l \times m_1}$ змінюються (невизначена система):

$$\dot{x} = A(q)x + B(q)u + D_1(q)w, \quad q \in Q, \quad (7.2)$$

$$y = C(q)x + D_2(q)w,$$

де: матриці A , B , C , D_1 , D_2 залежать від параметрів $q \in R^l$ ($Q \in R^l$ – допустима множина, множина невизначеності).

Приймається, що система залишається стаціонарною, тобто параметри q не змінюються з часом, але апіорі відомо, що вони лежать у множині Q .

Аналогічно параметрична невизначеність задається для передаточної функції:

$$W(s, q) = \frac{A(s, q)}{B(s, q)}, \quad q \in Q, \quad (7.3)$$

де: $A(s, q)$, $B(s, q)$ – невизначені поліноми, коефіцієнти $a_i(q)$, $b_i(q)$ яких залежать від $q \in Q$. Таким чином, задається невизначений об'єкт $W(s, q)$.

Наприклад, при послідовному з'єднанні l ланок з передаточними функціями $\frac{K_i}{T_i s + 1}$ з невизначеними постійними часу T_i та коефіцієнтів передачі K_i , отримують сімейство передаточних функцій:

$$W(s, T_i, K_i) = \frac{K_1 \dots K_l}{(T_1 s + 1) \dots (T_l s + 1)}, \quad (7.4)$$

де: K_i , T_i – параметри передаточної функції.

Необхідно враховувати, що в $W(s, T_i, K_i)$ чисельник і знаменник залежать кожний від свого вектора параметрів, тоді можна об'єднати T_i та K_i в один вектор $q = [T_1, \dots, T_l, K_1, \dots, K_l] \in R^{2l}$.

В робастному управлінні розглядаються різні види обмежень на невизначені параметри, тобто на форму множини Q . В принципі допустима множина може мати довільний вид і навіть співпадати з R^l , але частіше всього з урахуванням допусків на фізичні параметри мають справу з паралелепіпедом, коли кожен з параметрів змінюється незалежно у своєму діапазоні (інтервал невизначеності):

$$Q = \{q \in R^l : \underline{q}_i \leq q_i \leq \bar{q}_i\}, \quad (7.5)$$

зокрема з одиничним кубом в ∞ – нормі:

$$Q = \{q \in R^l : |q|_{\infty} \leq 1\} \quad (7.6)$$

При цьому вершинним елементом (вершиною) є елемент (матриця, поліном, передаточна функція), який визначається допустимими значеннями: $q_i = \underline{q}_i$ або $q_i = \bar{q}_i$, тобто є 2^l вершинних елементи за числом вершин l -вимірного паралелепіпеда (куба) Q .

Можуть бути також сферичні (шар) або еліптичні обмеження на параметри, що враховує взаємну залежність параметрів.

Структура невизначеності, тобто тип функціональної залежності від параметра q_i приймається, як правило, лінійною. Виділяються інтервальна та афінна невизначеності.

Інтервальна невизначеність, тобто інтервальний поліном задається так:

$$P(s) = \{P(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n, \underline{a}_i \leq a_i \leq \overline{a}_i, a_i > 0, i = 0, \dots, n\}, \quad (7.7)$$

де a_i – коефіцієнти невизначеності.

Афінна невизначеність поліномів задається так:

$$P(s, Q) = \{P(s, q) = P_0(s) + q_1 P_1(s) + \dots + q_l P_l(s), q \in Q\},$$

де поліноми $P_i(s)$, $i = 0, \dots, l$ фіксовані та відомі. Тоді коефіцієнти $a_i(q)$ поліному $P(s, q)$ афінними чином залежать від параметрів q :

$$a_i(q) = a_i^0 + \sum_{j=1}^l q_j a_i^j, \quad (7.8)$$

де: a_i^j – коефіцієнт $P_j(s)$ при s^i , тобто коефіцієнти $a_i(q)$ не можуть змінюватись незалежно один від одного при зміні q .

При описі у просторі станів використовують модель матричної невизначеності, коли самі матриці допускають невизначеність, наприклад:

$$\dot{x} = Ax, \quad A = A_0 + \Delta, \quad (7.9)$$

де: A_0 – відома матриця, Δ – збурення, яке задовольняє умові:

$$\|\Delta\| \leq \gamma, \quad (7.10)$$

де: $\|\cdot\|$ – норма матриці, γ – діапазон можливих збурень.

Частотна невизначеність. Для передаточної функції одновимірної системи

$$H(s) = H_0(s) + \Delta H(s) \quad (7.11)$$

частотну невизначеність відносять до певного класу, наприклад:

$$|\Delta H(j\omega)| \leq |W(j\omega)| \quad (7.12)$$

для всіх ω заданої функції $W(s)$, $W^{-1}(s) \in RH_\infty$, тобто:

$$\|W^{-1} \Delta H\|_\infty \leq 1. \quad (7.13)$$

Для матричної передаточної функції може бути значно більше форм невизначеності, наприклад:

$$H(s) = H_0(s) + W_1(s) \Delta(s) \cdot W_2(s), \quad (7.14)$$

де: $W_1(s), W_2(s) \in RH_\infty$ – задані матричні функції (вагові), $\Delta(s) \in RH_\infty$, $\|\Delta(s)\|_\infty \leq 1$ – адитивна модель помилок.

Може бути мультиплікативна модель невизначеності:

$$H(s) = H_0(s)(I + W_1(s)\Delta(s)W_2(s)), \quad (7.15)$$

де: I – одинична матриця.

Нестационарні та нелінійні збурення. В розглянутій моделі:

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta(t))x \quad (7.16)$$

передбачалося, що матриця Δ постійна. Однак, при зміні збурень за часом (нестационарні збурення) $\Delta = \Delta(t)$, але для всіх t матриці $\Delta(t)$ належать певному сімейству, наприклад:

$$\|\Delta(t)\| \leq \gamma \quad (7.17)$$

для деякої матричної норми $\|\cdot\|$, або до інтервального сімейства:

$$\underline{\Delta}_{ij} \leq \Delta_{ij}(t) \leq \overline{\Delta}_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (7.18)$$

В ряді випадків збурення залежать від стану системи, тоді можна розглядати систему типу:

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta(t, x(t)))x. \quad (7.19)$$

Для визначених вище моделей невизначеності використовується мінімаксний підхід. Головним питанням є: чи можна гарантувати будь-яку властивість системи для всіх допустимих значень невизначеності? Наприклад:

- чи будуть всі збурені системи стійкими (робастна стійкість)?;
- чи забезпечить система усі задані значення обраного показника якості (робастна якість)?;
- чи можна обрати такий регулятор, який для всього сімейства систем гарантує стійкість (робастна стабілізація)?

Для отримання розв'язків названих задач можна використовувати і ймовірнісний підхід. При параметричній невизначеності параметр q обирається з допустимої множини Q випадковим чином у відповідності до деякого заданого на Q ймовірнісного розподілом (наприклад, рівномірним). Тоді можна оцінити ймовірність того, що обрана випадково система буде мати задану властивість. Якщо ця властивість наближається до одиниці, то з практичної точки зору поведінка системи буде задовільною (малоймовірні події не враховуються).

7.3. Робастна стійкість систем з різними видами невизначеностей

Повне висвітлення положень робастної теорії необхідно шукати у спеціальній літературі. Тут будуть викладені основні результати робастної теорії без залучень доведень та складних і громіздких математичних співвідношень.

Робастна стійкість поліномів. Задано сімейство поліномів:

$$P(s, Q) \doteq \{P(s, q) = a_0(q) + a_1(q)s + \dots + a_n(q)s^n, q \in Q\}, \quad (7.20)$$

коефіцієнти $a_i(q)$ залежать від параметрів $q \in R^l$, які змінюються у допустимій множині $Q \in R^l$. Це сімейство називають робастно стійким, якщо $P(s, q)$ стійкі при всіх $q \in Q$, тобто

$$\operatorname{Re} s_i(q) < 0, \quad i=1, \dots, n, \quad q \in Q, \quad (7.21)$$

де: $s_i(q)$ – корені $P(s, q)$. Це умова неперервної робастності поліномів.

Множина Q має, у загальному випадку, нескінченно багато елементів, тому звичайними критеріями стійкості користуватися не можна, і використовуються їх робастні аналоги.

Загальний підхід до отримання алгоритмів робастної стійкості – принцип виключення нуля.

Якщо $P(s, q^0)$ стійкий для деякого $q^0 \in Q$, множина Q зв'язна, і $a_n(q) \neq 0$ для усіх $q \in Q$, то необхідною і достатньою умовою робастної стійкості сімейства поліномів є:

$$0 \neq S(\omega) \doteq \{P(j\omega, q) : q \in Q\}, \quad \forall 0 \leq \omega < \infty. \quad (7.22)$$

Множина $S(\omega)$ називається областю значень поліноміального сімейства (6.20), це двохвимірний образ множини Q при перетворенні $P(j\omega, \cdot)$.

Суть доведення умови полягає у тому, що при переході від стійкості до нестійкості хоча б один корінь повинен перетнути уявну вісь, отже умова порушується.

Для користування наведеною умовою необхідно:

- формувати множину $S(\omega)$;
- ефективно перевіряти умову робастної стійкості.

Також доведена теорема (у технічній літературі вона відома як теорема Харитонова): для робастної стійкості інтервального поліноміального сімейства

$$P(s) = \{P(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n, \underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i, i = 0, \dots, n, \underline{a}_0, \underline{a}_n > 0\} \quad (7.23)$$

необхідно і достатньо, щоб чотири поліноми, складені з крайніх значень коефіцієнтів, які чергуються парами (два нижніх, два верхніх) – поліноми Харитонова – були стійкими:

$$\begin{aligned} P_1(s) &= \underline{a}_0 + \underline{a}_1s + \bar{a}_2s^2 + \bar{a}_3s^3 + \dots \\ P_2(s) &= \bar{a}_0 + \bar{a}_1s + \underline{a}_2s^2 + \underline{a}_3s^3 + \dots \\ P_3(s) &= \bar{a}_0 + \bar{a}_1s + \underline{a}_2s^2 + \bar{a}_3s^3 + \dots \\ P_4(s) &= \underline{a}_0 + \underline{a}_1s + \bar{a}_2s^2 + \underline{a}_3s^3 + \dots \end{aligned} \quad (7.24)$$

Сформовано критерій Ципкіна-Поляка: для робастної стійкості інтервального сімейства:

$$P(s) = \{P(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n, |a_i - a_i^0| \leq \gamma \alpha_i, \alpha_0, \alpha_1 > 0, i = 0, 1, \dots, n\} \quad (7.25)$$

необхідно і достатньо, щоб

$$a_0^0 > \gamma \alpha_0, \quad a_n^0 > \gamma \alpha_n,$$

а годограф $Z(\omega)$ при зміні ω від 0 до ∞ проходив послідовно через n квадрантів проти годинникової стрілки та не перетинав квадрата з вершинами $(\pm\gamma, \pm\gamma)$ (рис. 7.1.).

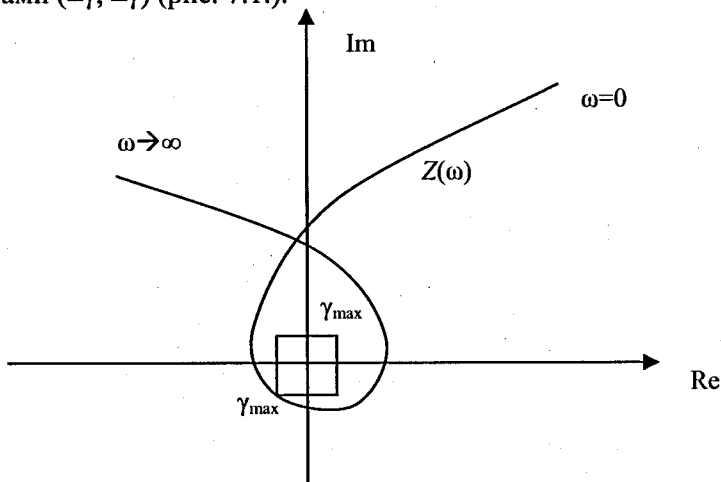


Рис. 7.1. Годограф Ципкіна-Поляка

Робастна стійкість матриць. До параметричних сімейств матриць відносяться:

- інтервальне сімейство

$$A = ((a_{ij})), \quad \underline{a}_{ij} \leq a_{ij} \leq \bar{a}_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (7.26)$$

або

$$A = A_0 + \Delta, \quad \Delta = ((\Delta_{ij})), \quad |\Delta_{ij}| \leq \gamma, \quad i, j = 1, \dots, n; \quad (7.27)$$

- афінне сімейство

$$A(q) = A_0 + \sum_{i=1}^l q_i A_i, \quad |q_i| \leq \gamma, \quad i = 1, \dots, l \quad (7.28)$$

Таке сімейство є робастно стійким, якщо стійкі всі його елементи, тобто $Re \lambda_i < 0, i=1, \dots, n$ для всіх q (Δ для відповідного сімейства), λ_i – власні значення A_i . Значення $\gamma = \gamma_{max}$, при якому зберігається стійкість (робастна) – радіус стійкості матричного сімейства.

Для матричних сімейств аналіз робастної стійкості більш складний, не існує аналога теореми Харитонова (вершинні матриці можуть бути стійкими, але робастна стійкість відсутня).

Для цього випадку розроблені інші підходи. Перший з них базується на теорії збурень. Оцінюються зміни власних чисел $\lambda_i(0)$ та власні вектори матриці $A(0)$ при малому збуренні $A(q)$ цієї матриці, де $q \in R^l$ – векторний параметр. Фактично оцінюється чутливість власних чисел матриці $A(q)$ до зміни параметра q , тобто у даному випадку можлива лише наближена оцінка.

Другий підхід пов'язаний із достатніми умовами робастної стійкості. Ставиться умова, щоб у всього сімейства матриць $A(q)$, $q \in Q$ була спільна функція Ляпунова $V(x) = x^T P x, P > 0$. Існування матричної нерівності $A^T P + P A < 0, P > 0$ гарантує стійкість матриці A , тоді існування розв'язку системи матричних нерівностей

$$A^T(q)P + P A(q) < 0, P > 0, q \in Q \quad (7.29)$$

гарантує робастну стійкість матричного сімейства $A(q)$. Для інтервальних матриць або афінного сімейства достатньо розв'язати нерівності (6.29) лише для вершин множини Q . В той же час при відсутності розв'язку нерівності робастна стійкість може не порушуватись, тобто можуть існувати робастно стійкі сімейства, для яких немає спільної квадратичної функції Ляпунова.

Робастна стійкість при невизначених передаточних функціях. Для одновимірної системи передаточні функції залежать від параметрів. Для об'єкта:

$$W(s, q) = \frac{a(s, q)}{b(s, q)}, \quad q \in Q, \quad (7.30)$$

де: $a(s, q)$, $b(s, q)$ – поліноми. Регулятор у зворотному зв'язку має передаточну функцію:

$$W_{\text{pez}}(s) = \frac{f(s)}{g(s)} \quad (7.31)$$

де: $f(s)$, $g(s)$ – задані поліноми.

Чи буде забезпечуватись робастна стійкість (тобто стійкість при всіх $q \in Q$)? Характеристичний поліном буде:

$$p(s, q) = a(s, q)f(s) + b(s, q)g(s), \quad (7.32)$$

тобто задача зводиться до проблеми параметричної стійкості сімейства поліномів. В той же час необхідно врахувати деякі особливості:

– якщо $a(s, q)$, $b(s, q)$ – інтервальні поліноми, то $p(s, q)$ не є таким, тому в загальному випадку аналога теореми Харитонова не існує. Лише в деяких спеціальних випадках можна визначити 16 харитонівських передаточних функцій $G_i(s)$, $i=1, \dots, 16$, коли в чисельнику та знаменнику беруться харитонівські поліноми (це – харитонівські об'єкти);

– якщо $a(s, q)$ та $b(s, q)$ – афінні сімейства, то тоді можна застосувати реберну теорему.

Варто звернути увагу на те, що сума $f(j\omega)a(j\omega, q) + g(j\omega)b(j\omega, q)$ буде восьмикутником, що дає можливість сформувати ефективний критерій робастної стійкості.

Коли одновимірна передаточна функція має непараметричну невизначеність, то для відкритої системи сімейство скалярних передаточних функцій буде:

$$W(s) = W_0(s) + \Delta(s), \quad (7.33)$$

де частотна невизначеність $\Delta(S)$ задовольняє умові:

$$|\Delta(j\omega)| \leq v|W'(j\omega)| \quad (7.34)$$

при всіх ω для деякої функції $W'(S)$, $(W')^{-1}(s) \in RH_{\infty}$, що еквівалентно умові:

$$\|(W'(s))^{-1} \Delta(s)\|_{\infty} \leq \nu. \quad (7.35)$$

Тоді для замкненої системи з одиничним зворотнім зв'язком можна використати робастну модифікацію критерію Найквіста:

– якщо сімейство передаточних функцій має однакове число N нестійких полюсів при всіх допустимих $\Delta(s)$, то формується годограф:

$$\tilde{H}(j\omega) = \frac{W_0(j\omega)+1}{|W'(j\omega)|} - 1, \quad 0 \leq \omega < \infty \quad (7.36)$$

і замкнута система буде стійкою лише тоді, годограф $\tilde{H}(j\omega)$ охоплює коло C_{ν} (рис. 7.2) з центром у точці -1 і радіуса $\nu N/2$ разів проти годинникової стрілки і не перетинає це коло.

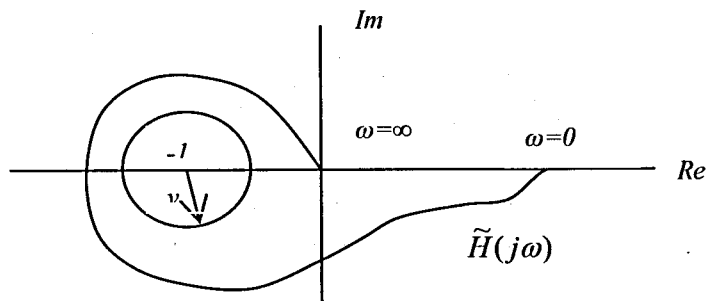


Рис. 7.2. Робастний критерій Найквіста

Робастна стійкість багатовимірних систем при частотній невизначеності. Розглядається система, в якій $G(s)$ – матрична передаточна функція об'єкта; $G_0(s)$ – її номінальне значення; $C(s)$ – матрична передаточна функція регулятора; $\Delta(s)$ – матрична невизначеність, приймається:

$$\Delta(s) \in RH_{\infty}, \|\Delta\|_{\infty} \leq 1, \quad (7.37)$$

де W_1, W_2 – задані матричні вагові функції.

На рис.7.3 показано:

- номінальна система (приймається стійкою);
- система з адитивною невизначеністю:

$$G = G_0 + W_1 \Delta W_2, \quad (7.38)$$

тоді умова робастної стійкості

$$\|W_2 C S W_1\|_\infty < 1, \quad (7.39)$$

де $S = (I + G_0 C)^{-1}$, $T = I - S = G_0 C (I + G_0 C)^{-1}$ – чутливість та додаткова чутливість номінальної системи;

в) система з мультиплікативною невизначеністю:

$$G = (I + W_1 \Delta W_2) G_0, \quad (7.40)$$

тоді умова робастної стійкості буде:

$$\|W_2 T W_1\|_\infty < 1. \quad (7.41)$$

В простій ситуації при $W_1 = W_2 = I$ умови робастної стійкості при всіх збуреннях, які відповідають умові:

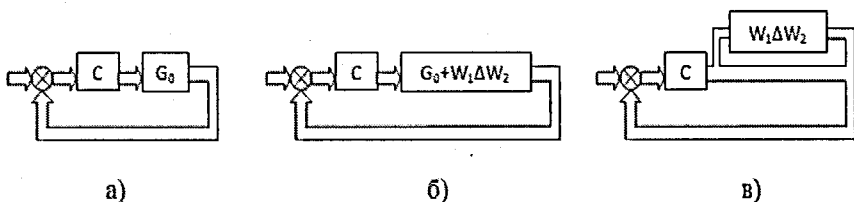


Рис. 7.3. Типи невизначеності та структури об'єкта

$$\Delta(s) \in RH_\infty, \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (7.42)$$

будуть:

- для адитивного випадку:

$$\|CS\|_\infty < 1, \quad (7.43)$$

- для мультиплікативного випадку:

$$\|T\|_\infty < 1. \quad (7.44)$$

Загальна методологія робастної стабілізації систем. На сьогодні існує три формалізовані підходи в сучасній теорії робастності:

- поняття багатовимірної межі стійкості (MSM) – М. Safonov, М. Athans;
- структуроване сингулярне число μ (J. Doyle);

– використання лінійних матричних нерівностей.

Ці підходи мають суттєві особливості, але засновані на загальних положеннях. Для лінійних систем розглядається така розрахункова структура (рис. 7.4), де $T(s, \Delta)$, $K(s)$, $H(s, K, \Delta)$ – передаточна функція об'єкта, регулятора та замкнутої системи:

$$e = H(s, K, \Delta)d.$$

Символом Δ позначена передаточна функція тієї частини об'єкта, яка відповідає невизначеності математичної моделі, і матриця $\Delta(s)$ належить певній заданій множині: $\Delta(s) \in D$.

В розгляд вводиться характеристичний поліном $\delta(s, K, \Delta)$ замкнутої системи, який залежить від вибору регулятора та конкретної реалізації невизначеності. n_3 – степінь полінома, а $\delta_i = \delta_i(K, \Delta)$, $i = 1, 2, \dots, n_3$ – корені, які для працездатної системи знаходяться у відкритій лівій на півплощині S .

Визначення 1. Замкнена система $e = H(s, K, \Delta)d$ є робастно стійкою по відношенню до невизначеності $\Delta(s)$, якщо для будь-якої $\Delta(s) \in D$ виконується умова $\delta_i(K, \Delta) \in C$, $i=1, 2, 3, \dots, n_3$. Тоді регулятор $U=K(s)Y$ забезпечує робастну стійкість системи.

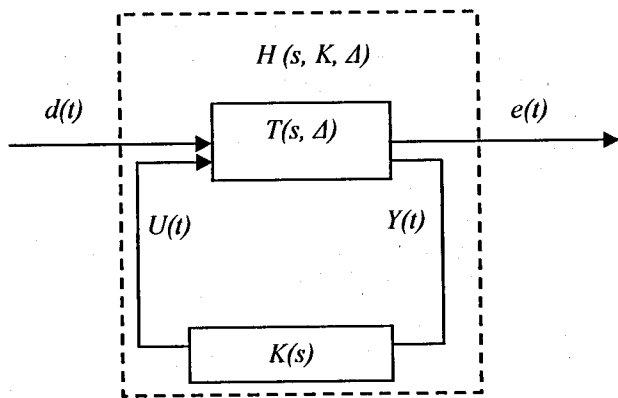


Рис. 7.4. Загальна структура робастної системи стабілізації

Вводиться функціонал $J = J(H(s, K, \Delta))$, який характеризує якість функціонування системи.

При фіксованому регуляторі цей функціонал відображає множину D невизначеностей на множину $I = J(H(S, K, D)) \in E^1$ числової осі.

Визначення 2. Замкнена система $e=H(S,K,\Delta)d$ має робастну якість, якщо вона робастно стійка по відношенню до невизначеності $\Delta(s)$ і якщо справедливе включення $I \subset R \subset R'$ (R – допустима множина функціонала, а регулятор $U = K(s)Y$ забезпечує певну робастну якість замкненої системи.

Приклад. Робастна стійкість системи з неструктурованими невизначеностями (не модельованою динамікою). Розглядаються SISO – об'єкт зі скалярним входом $U \in E^1$ і виходом $Y \in E^1$, тоді

$$(1) \quad Y = P_n(s)U, \quad P_n(s) - \text{номінальна передаточна функція.}$$

Об'єкт стабілізується регулятором

$$(2) \quad U = -K(s)Y,$$

що забезпечує гурвіцевість характеристичного поліному замкненої системи (1), (2).

Передаточна функція регулятора $K(s)$ не змінюється в процесі функціонування, а передаточна функція об'єкта $P_n(s)$ залежить від неструктурованих збурень (непараметричного типу), тобто регулятор замикає об'єкт з передаточною функцією $P(s)$, яка відрізняється від номінальної. При цьому як структура (степені поліномів в чисельнику та знаменнику), так і коефіцієнти $P(s)$ не визначені. Це типова ситуація для робастної теорії керування.

При такій невизначеності неструктурованого типу необхідно оцінити якість регулятора (2) щодо допустимості неконтрольованих варіацій математичної моделі об'єкта:

- чи збережеться стійкість замкненої системи за умови, що збурення передаточної функції об'єкта знаходяться в заданих межах;
- які гранично допустимі межі зміни збурень, які не приводять до втрати стійкості.

В задачах аналізу робастної стійкості лінійних динамічних систем вводиться поняття, які кількісно характеризують збурення математичних моделей:

- абсолютне збурення математичної моделі (1) / (абсолютне збурення номінальної передаточної функції $P_n(s)$) – раціональний дріб виду:

$$\Delta_A(s) = P(s) - P_n(s);$$

- відносне збурення – раціональний дріб:

$$\Delta_0(s) = [P(s) - P_n(s)]P_n^{-1};$$

– зважене відносне збурення (невизначеність) – раціональний дріб:

$$\Delta_p(s) = [P(s) - P_n(s)][P_n(s)W_d(s)]^{-1},$$

де $W_d(s)$ – задана вагова дробово-раціональна функція.

Введення $W_d(s)$ у визначення збурення моделі обумовлено тим, що АЧХ: $A_n(\omega) = |P_n(j\omega)|$ та $A(\omega) = |P(j\omega)|$ для номінального та збуреного об'єктів ввести в розгляд допустиму межу збурення номінальної математичної моделі як обмеження зверху (для кожної частоти) величина модуля відносної зміни АЧХ додатнім числом $|W_d(j\omega)|$ (наприклад у %). Таким чином, функція $W_d(s)$ визнає умову:

$$\frac{|P(j\omega)| - |P_n(j\omega)|}{|P_n(j\omega)|} \leq W_d(j\omega), \forall \omega \in R^1, \text{ тобто задається «коридор»}$$

для варіантів АЧХ фактичного (збуреного) об'єкта – рис. 7.5.

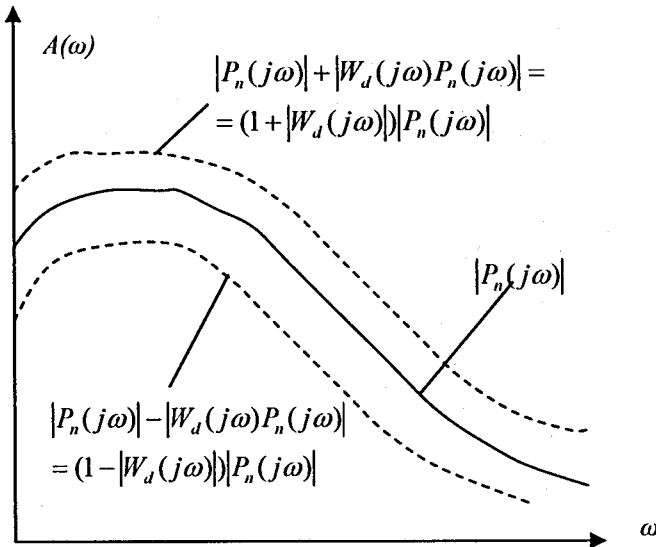


Рис. 7.5. АЧХ системи з невизначеностями

Таким чином, функція частоти $|W_d(j\omega)|$ – відносна ширина допустимого коридору для АЧХ збуреного об'єкта.

Якщо задано дробово-раціональний вираз $W_d(s)$ і для всіх передаточних функцій об'єкта $P_n(s)$ виконується умова:

$$\left| \frac{P(j\omega) - P_n(j\omega)}{P_n(j\omega)} \right| \leq |W_d(j\omega)|, \quad \forall \omega \in R^1,$$

то при відносному збуренні моделі або номінальної передаточної матриці (раціональний дріб)

$$\Delta_p(s) = [P(s) - P_n(s)][P_n(s)W_d(s)]^{-1}$$

буде виконуватись нерівність

$$|\Delta_0(j\omega)| \leq |W_d(j\omega)| \quad \forall \omega \in R^1,$$

Тобто АЧХ відносно збурення моделі не вийде за межі (рис. 7.6).

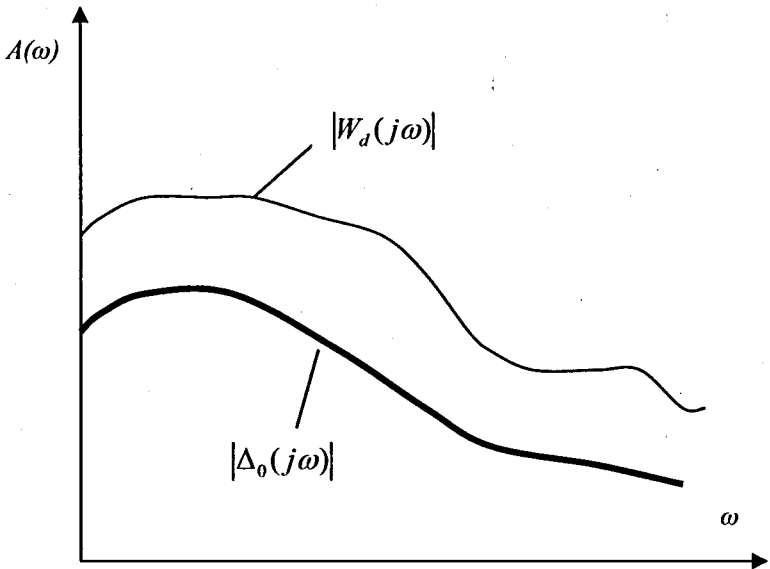


Рис. 7.6. АЧХ системи відносно збурення

Крім того, для АЧХ зваженого відносного збурення Δ_p моделі об'єкта буде виконуватись нерівність $|\Delta_p(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \in R^1$ – нормоване обмеження на допустимі варіації моделі, а абсолютне збурення Δ_A відповідає умові

$$|\Delta_A(j\omega)| \leq |W_d(j\omega)| |P_n(j\omega)|,$$

Тобто АЧХ $|P(j\omega)|$ будь-якої збуреної моделі знаходиться в межах допустимого коридору (рис. 7.5).

Формалізація задачі. Задається вагова функція $W_d(s)$ та регулятор $K(s)$, який стабілізує об'єкт з номінальною передаточною функцією $P_n(s)$, математична модель об'єкта збурюється сигналом з відносною зваженою характеристикою $\Delta_p(s)$. Тоді будь-який об'єкт зі збуреною моделлю:

$$P(s) = P_n(s) + \Delta_A(s) = P_n(s) + P_n(s)\Delta_0(s) = P_n(s)(1 + \Delta_p(s)W_d(s))$$

Множина передаточних функцій збурених моделей

$$M = \left\{ P : P = P_n(1 + \Delta_p W_d), |\Delta_p(j\omega)| \leq 1 \forall \omega \in R^1 \right\}.$$

Задача: за яких умов регулятор $U = -K(s)Y$ буде стабілізувати будь-який об'єкт зі збуреною моделлю $Y = P(s)U$, якщо $P(s) \in M$ (рис. 7.7), а $\Delta_p(s)$ – зважена відносна характеристика.

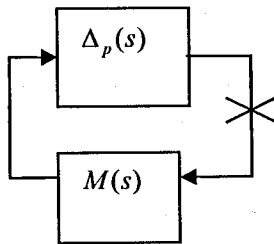


Рис. 7.7. Структура замкненої системи зі збуреним об'єктом

Використовуючи годограф Найквіста справедлива рівність:

$$1 + \Delta_p^*(j\omega^*)M(j\omega^*) = 0.$$

Тобто: якщо об'єкт стійкий і для будь-якого збурення $\Delta_p(s) \in D = \{ \Delta_p(s) : |\Delta_p(j\omega)| \leq 1 \forall \omega \in R^{-1} \}$ та частоти $\omega \in R^1$ рівність не виконується, то система не витрачає стійкості ні за яких збурень $\Delta_p(s) \in D$. Це відповідає умові:

$$\alpha = \max_{\omega \in R^1} m(\omega) = \|M(s)\|_{\infty} < 1.$$

Передаточна функція $M(s)$ допоміжного об'єкта, в додатковий зворотній зв'язок включено збурення моделі (за допомогою функції $\Delta_p(s)$).

$$Z = W_d U; v = U + w; Y = P_n \cdot v; U = -KY; w = \Delta_p Z.$$

Тоді:

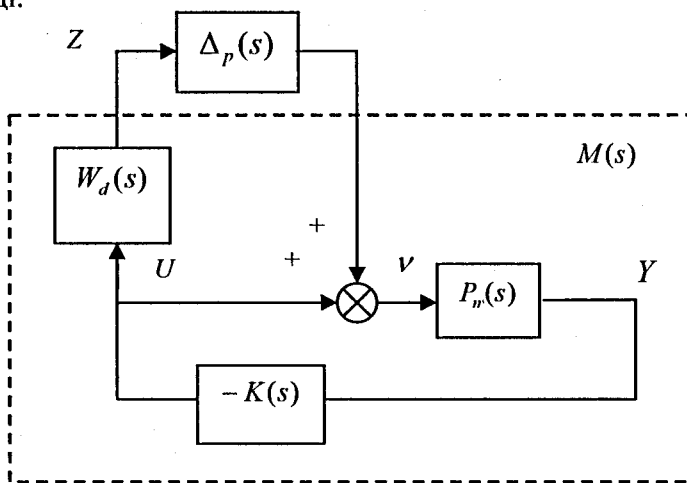


Рис. 7.8. Структурна схема мультиплікативно збуреної моделі об'єкта на вході

$$Y = P_n v = P_n(U + w) = P_n(U + \Delta_p W_d U) = P_n(1 + \Delta_p W_d)U,$$

але: $P_n(1 + \Delta_p W_d) = P$, тобто система включає збурений об'єкт.

Після перетворень

$$Z = -W_d KY, Y = (1 + P_n K)^{-1} P_n w, \text{ тоді}$$

$$M(s) = -W_d(s)K(s)[1 + P_n(s)K(s)]^{-1} P_n(s).$$

Ця залежність дозволяє отримати основне твердження.

1. Якщо має місце нерівність

$$\alpha = \max_{\omega \in R^1} m(\omega) = \|M(s)\|_{\infty} < 1, \quad \omega \in R^1,$$

де: $M(s) = -W_d(s)K(s)[1 + P_n(s)K(s)]^{-1}P_n(s)$ – додаткова передаточна функція номінальної замкненої системи з урахуванням вагової функції збурення, то збурена замкнена система

$$Y = P(s)U, \quad U = -K(s)Y$$

з передаточного функцією об'єкта

$$P(s) = P_n(s)(1 + \Delta_p(s)W_d(s))$$

буде зберігати стійкість для будь-яких збурень Δ_p таких, що:

$$\|\Delta_p(s)\|_{\infty} < 1$$

2. Для умов п. 1 з будь-яким збуреним об'єктом, який має передаточну функцію $P(s)$, яка задовольняє умові

$$\frac{|P(j\omega)| - |P_n(j\omega)|}{|P_n(j\omega)|} \leq |W_d(j\omega)|, \quad \forall \omega \in R^1,$$

замкнена збурена система буде стійкою.

Це твердження – достатня умова робастної стійкості за умови неструктурованої невизначеності в поданій формі.

Існує також поняття **гранично допустимих гарантованих меж зміни збурень моделі об'єкта**, які не приводять до втрати стійкості.

7.4. Робастна стабілізація систем

Робастна стабілізація регуляторами низького порядку.

Одновимірний об'єкт заданий передаточною функцією $W(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$,

K – коефіцієнт підсилення в ланцюзі зворотного зв'язку.

Передаточна функція об'єкта має невизначеність. Прийmemo, що A і B – інтервальні поліноми:

$$A(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_m s^m, \quad \underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i, \quad i = 0, \dots, m, \quad (7.45)$$

$$B(s) = b_0 + b_1s + \dots + b_n s^n, \quad \underline{b}_i \leq b_i \leq \bar{b}_i, \quad i = 0, \dots, n.$$

Характеристичний поліном замкненої системи

$$P(s) = B(s) + KA(s). \quad (7.46)$$

Приймається, що $n \geq m$, $a_i = 0$ для $m < i \leq n$. Тоді за теоремою Харитонова $P(s)$ стійкий, коли стійкі чотири харитонівських поліноми:

$$P_i(s) = B_i(s) + KA_i(s), \quad i = 1, \dots, 4. \quad (7.47)$$

З урахуванням теорем про стабілізацію стійких та мінімально-фазових об'єктів отримуємо такі положення:

– при стійких поліномах $B_i(s)$, $i = 1, \dots, 4$ система (рис. 7.3) робастно стабілізується при $0 \leq K \leq K_{\text{крит}} = \min K_i$, де $K_i = -\frac{1}{\bar{K}_i}$,

а \bar{K}_i – точка самого лівого перетину i -го годографа Найквіста $W_i(j\omega) = \frac{A_i(j\omega)}{B_i(j\omega)}$ з від'ємною дійсною віссю;

– при стійких поліномах $A_i(s)$, $i = 1, \dots, 4$, $\underline{a}_m > 0$ за виконання будь-якої з умов:

$$\begin{aligned} \text{а) } n &= m, \\ \text{б) } n &= m + 1, \quad \underline{b}_n > 0, \\ \text{в) } n &= m + 2, \quad \underline{b}_n > 0, \quad b_{n-1} > 0, \quad \underline{a}_m b_{n-1} > \bar{a}_{m-1} \bar{b}_n \end{aligned} \quad (7.48)$$

система робастно стабілізується при $K > K_{\text{крит}} = \max K_i$, $1 \leq i \leq 4$, де $K_i = -\frac{1}{v_i}$, а v_i – точка самого лівого перетину i -го зворотного

годографа Найквіста $H_i(j\omega) = \frac{B_i(j\omega)}{A_i(j\omega)}$ із від'ємною дійсною напіввіссю.

Висновок: робастно стійкі та робастно мінімально-фазові об'єкти можна робастно стабілізувати за допомогою постійного

зворотного зв'язку (у першому випадку при малому, а в другому – великому коефіцієнті підсилення). Для знаходження критичного значення $K_{\text{крит}}$ достатньо побудувати чотири харитонівських годографи, які відповідають прямим або зворотнім годографам Найквіста.

Для робастного узагальнення використовується також D -розбиття за двома параметрами. Для регулятора з двома настройками K_1, K_2 характеристичний поліном приймає вид:

$$P(s, K) = P_0(s) + K_1 P_1(s) + K_2 P_2(s), \quad K = (K_1, K_2), \quad (7.49)$$

де поліноми $P_0(s), P_1(s), P_2(s)$ лінійно залежать від $A(s), B(s)$, наприклад для III-регулятора:

$$C(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} \quad (7.50)$$

отримаємо:

$$P(s, K) = B(s)s + K_1 A(s)s + K_2 A(s). \quad (7.51)$$

Для простого випадку приймемо, що поліноми P_1 та P_2 фіксовані, а P_0 – інтервальний поліном. Це може бути випадок, коли чисельник об'єкта $A(s)$ фіксований, а знаменник $B(s)$ – інтервальний поліном. Тоді $P_0(j\omega)$ змінюється в деякому прямокутнику на комплексній площині (його вершини визначаються харитонівськими поліномами), тому для фіксованої ω розв'язки системи

$$K_1 P_1(j\omega) + K_2 P_2(j\omega) = -P_0(j\omega) \quad (7.52)$$

відносно K_1, K_2 змінюються в паралелограмі, вершини яких визначаються розв'язками чотирьох харитонівських систем. Таким чином, кожна точка границі D -розбиття розмивається в паралелограм, а точки всередині області стійкості, які не накриваються жодним паралелограмом, визначають значення K_1, K_2 , які гарантують робастну стійкість.

Приклад. Об'єкт з інтервальним знаменником має передаточну функцію:

$$W(s) = \frac{s-1}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}$$

$$0,8 \leq a_0 \leq 1,2; -0,1 \leq a_1 \leq 0,1; 0,8 \leq a_2 \leq 1,2. \quad (7.53)$$

Для ПІ-регулятора з передаточною функцією:

$$C(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} \quad (7.54)$$

необхідно знайти умови гарантування робастної стійкості.

Характеристичний поліном замкнутої системи має вид:

$$P(s, K) = a_0s + a_1s^2 + a_2s^3 + K_1s(s-1) + K_2(s-1), \quad (7.55)$$

а рівняння границі D -розбиття $P(j\omega) = 0$ запишуться так:

$$\begin{aligned} -K_1\omega^2 - K_2 &= a_1\omega^2; \\ -K_1 + K_2 &= -a_0 + a_2\omega^2, \end{aligned} \quad (7.56)$$

звідки:

$$K_1 = \frac{a_0 - (a_1 + a_2)\omega^2}{1 + \omega^2}; \quad K_2 = \frac{\omega^2(-a_0 - a_1 + a_2\omega^2)}{1 + \omega^2}. \quad (7.57)$$

Приймаючи значення $a = (a_0 \ a_1 \ a_2)$, які відповідають чотирьом харитонівським поліномам:

$$a^1 = (0,8 \ -0,1 \ 1,2), \quad a^2 = (1,2 \ -0,1 \ 0,8)$$

$$a^3 = (1,2 \ 0,1 \ 0,8), \quad a^4 = (0,8 \ 0,1 \ 1,2)$$

при фіксованій частоті ω отримуємо чотири точки на вершинах паралелограма. При зміні ω розмивається границя D -розбиття для незбуреного об'єкта $a^0 = (1 \ 0 \ 1)$. Область робастно стійкості D_{rob} менша, ніж область для незбуреного об'єкта.

Робастний лінійно-квадратичний регулятор. Модель системи в координатах стану:

$$\dot{x} = A(q)x + Bu, \quad q \in Q, \quad x(0) = x_0. \quad (7.58)$$

Ставиться задача: за допомогою зворотного зв'язку

$$u = Kx \quad (7.59)$$

гарантувати деякий рівень μ критерію оптимальності:

$$I = \int_0^{\infty} (x^T R x + u^T S u) dt, \quad I \leq \mu, \quad (7.60)$$

при всіх значеннях параметрів $q \in Q$. Приймається, що матриці B , $R > 0$, $S > 0$ відомі точно, а невизначеність присутня лише в матриці A . Для синтезу лінійно-квадратичного регулятора застосовуються різні

методи, один з яких (заснований на розв'язанні лінійних матричних нерівностей) допускає робастне узагальнення. Тоді зворотній зв'язок

$$u = -S^{-1}B^T(X(\gamma^*))^{-1}x \quad (7.61)$$

гарантує оцінку критерію оптимальності:

$$I \leq \varphi(\gamma^*) \quad (7.62)$$

для всіх значень параметра $q \in Q$. У цих виразах

$$\gamma^* = \arg \min_{\gamma} \varphi(\gamma); \quad \varphi(\gamma) = \gamma^{-1}x_0^T X(\gamma)x_0, \quad \gamma > 0, \quad (7.63)$$

де $X(\gamma)$ – є розв'язком систем лінійних матричних нерівностей.

Робастна стабілізація за допомогою H_∞ -оптимізації (в частотній області). В цій задачі оцінюється робастність при обмеженнях передаточних функцій в H_∞ -нормі.

Якщо передаточна функція об'єкта має вигляд:

$$W(s) = W_0(s) + W_1(s)\Delta(s)W_2(s), \quad (7.64)$$

то робастна стійкість при всіх $\|\Delta(s)\|_\infty \leq \gamma$ має місце за умови:

$$\|W_2CSW_1\|_\infty < \frac{1}{\gamma}, \quad (7.65)$$

де: $S = (I + W_0C)^{-1}$ – чутливість. Для стабілізуючих регуляторів

$$C = (X + VQ)(Y - UQ)^{-1}, \quad (7.66)$$

$$S = (Y - UQ)(Y + UV^{-1}X),$$

де: Q – параметр Юли (довільна матрична функція з RH_∞), а матриці $X, Y, U, V \in RH_\infty$ визначаються з умов

$$W_0 = UV^{-1}, \quad UX + VY = I. \quad (7.67)$$

Тоді умова робастної стійкості в термінах параметра Юли записується так:

$$\|T_1 + T_2QT_3\|_\infty < \frac{1}{\gamma}, \quad (7.68)$$

$$T_1 = W_2X(Y + UV^{-1}X)W_1, \quad T_2 = W_2V, \quad T_3 = (Y + UV^{-1}X)W_1.$$

Зокрема, задача про максимальну робастність (знаходження максимального рівня невизначеності γ , який допускає робастну стабілізацію) зводиться до задачі H_∞ -оптимізації:

$$\min_{Q \in RH_\infty} \|T_1 + T_2 Q T_3\|_\infty. \quad (7.69)$$

У загальному випадку задача про максимальну робастність розв'язується так:

– для номінального об'єкта $W_0(s)$ знаходять його представлення у вигляді:

$$W_0 = UV^T, \quad UV \in RH_\infty; \quad (7.70)$$

– розв'язують рівняння $UX + VY = I$, знаходять X, Y та на їх основі T_1, T_2, T_3 ;

– розв'язується задача H_∞ -оптимізації (6.69), коли $Q \in RH_\infty$ – її розв'язок, а $\|T_1 + T_2 Q T_3\|_\infty = \gamma^*$;

– формується регулятор

$$C \doteq (X + VQ)(Y - UQ)^{-1}, \quad (7.71)$$

який є робастно стабілізуючим при всіх $0 \leq \gamma \leq \gamma^*$.

Невизначеність може задаватись також не в частотній, а в параметричній формі.

7.5. Робастні H_2 - та H_∞ -регулятори (в просторі станів)

Практика використання теорії оптимальних систем при вирішенні конкретних технічних задач показала, що оптимальні системи, що синтезовані за квадратичним критерієм якості, чутливі до параметрів моделі реального об'єкта та характеристик вхідних дій, тобто є негрубими, та іноді втрачають не тільки оптимальність, а й працездатність в тих випадках, коли апріорна інформація про об'єкт та зовнішнє середовище відома не повністю, а лише з деякою ймовірністю, що задається інтервалами належності (класами невизначеності).

Основна та суттєво нова ідея синтезу робастного управління (поч. 80-х рр XX століття) складалася в тому, щоб єдиним регулятором забезпечити стійкість замкненої системи не тільки для номінального (без врахування помилки моделі) об'єкта, але і для

будь-якого об'єкта, що належить множині «збурених» об'єктів, які визначаються класом невизначеності.

Історично проблема H_∞ -оптимального управління складалася з двох етапів – класичного (підхід 1984 року) та «2-Ріккаті підхід» (1988р.). «2-Ріккаті підхід» не тільки призводить до більш простого алгоритму пошуку оптимального розв'язку в порівнянні з підходом 1984 року, але й дає регулятор, порядок якого дорівнює порядку об'єкта, в той час коли порядок «класичного» регулятора звичайно набагато вищий. Далі буде розглядатися лише другий підхід – «2-Ріккаті підхід», який схожий з лінійно-квадратичною гаусівською проблемою (LQG). В LQG -задачі оптимізація виконується за квадратичним критерієм, тобто ця задача близька до мінімізації H_2 -норми, та при деяких умовах точність алгоритмів управління однакова. Однак в реальних умовах H_2 -алгоритм виявиться більш працездатним, так як для роботи системи, що відповідає передбаченій його теорії, достатньо кінцевості H_2 -норми реальної системи, а для LQG – необхідна відповідність реального сигналу збурення умові $Q_1=I$ (де I – одинична матриця), що більш важко виконати. В останньому випадку також вирішується два рівняння Ріккаті, хоча більш простого виду, чим в H_∞ -варіанті.

Використання H_∞ -норми передаточної функції в якості критерію оптимальності засновано на тому, що ця норма – верхня межа коефіцієнта підсилення системи між 2-нормою входу та 2-нормою виходу. Тому H_∞ -норма є коренем квадратним з енергії виходу при дії на вхід збурення з одиничною енергією. Таким чином, мінімізація H_∞ означає мінімізацію енергії похибки для найгіршого випадку (з розглянутого класу $\|w(t)\|_2 \leq 1$) вхідного збурення.

Показано, що H_∞ -оптимальні системи управління є робастними в зв'язку з тим, що:

- в них виключена одна з можливих причин негрубості: досягнення бажаних особливостей за рахунок компенсації нулів та полюсів багатовимірної передаточної функції, тобто забезпечена параметрична грубість, хоча ступінь гарантованості її апіорно оцінити важко;

- вони зберігають працездатність при будь-яких сигналах з вказаного класу. Це проявлення грубості простіше гарантувати в зв'язку з тим, що умови приналежності до класу настільки прості, що їм відповідає майже будь-який конкретний сигнал. Але такого роду грубість (по відношенню до сигналів) є практично різновидом інваріантності, тому задачі деяких авторів до робастних не відносяться.

Структурна схема системи управління представлена на рис. 7.5, де K та G – передаточні функції регулятора та об'єкта управління (дробоворациональні та правильні).

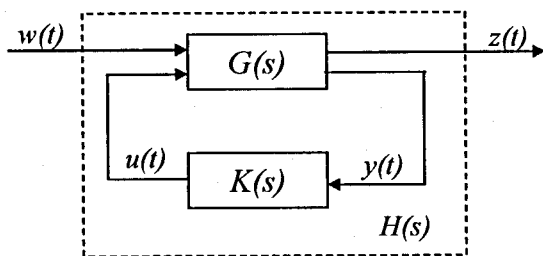


Рис. 7.9. Структурна схема синтезованої системи

Стандартний об'єкт $G(s)$ задається у вигляді

$$G(s) \xrightarrow{s} \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.72)$$

а в просторах параметрів стану описується наступною системою рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t); \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t); \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t); \\ u(t) = Ky(t), \end{cases} \quad (7.73)$$

де $x(t)$ – вектор стану, $y(t)$ – вектор вимірювань, $z(t)$ – вектор контрольованих виходів, $u(t)$ – вектор управління, $w(t)$ – зовнішній вхід системи.

Об'єкт (7.73) має наступні властивості:

1. (A, B_1, C_1) можна стабілізувати та детектувати;
2. (A, B_2, C_2) можна стабілізувати та детектувати;
3. $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ 1]$;
4. $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Відмітимо, що властивість 1, 2 значно спрощує викладки та гарантує еквівалентність внутрішній стійкості – стійкість за початковими умовами та стійкість за входом-виходом. Властивість 3 визначає ортогональність сигналів $C_1x(t)$ та $D_{12}u(t)$, що значно спрощує викладки. В умовах H_2 -проблеми це означає, що вагова матриця управління в нормі вектора $z(t)$ – одинична, та на неї не впливають компоненти $z(t)$ від вектора стану $x(t)$ та вектора управліннь $u(t)$. Якщо ця властивість не виконується, то можна зміною координат $u(t)$ та $z(t)$ привести $G(s)$ до еквівалентної форми, де ця умова виконується. Властивість 4 визначає ортогональність сигналів $B_1w(t)$ та $D_{21}w(t)$, тобто ортогональність компоненти завад, що збурена в стані $x(t)$, та компоненти завад, що збурена в спостереженні $y(t)$. В LQG -теорії умова $B_1D_{21}^T=0$ означає некорельованість шуму спостереження та шуму, що збурений станом, а $D_{21}^TD_{21}=I$ – невинродженість задачі фільтрації.

Таким чином, умови 3, 4 є звичайними для H_2 -проблеми та по аналогії розповсюджуються на H_∞ -випадак. Для $G(s)$ також пропонується виконання умов $D_{11}=0$ та $D_{22}=0$. Виконання цих умов в значній мірі спрощує формули регуляторів та рівнянь Ріккаті. Існують методи зведення задачі з ненульовими D_{11} та D_{22} до задачі з об'єктом (7.73) шляхом досить складних перетворень.

Постановка задачі для H_2 та H_∞ – оптимальних регуляторів: для лінійної моделі (6.73) в класі лінійних управліннь

$$u(s)=K(s)y(s), \quad (7.74)$$

знайти управління u^* , яке мінімізує критерій:

$$\|H\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} [H^T(-j\omega)H(j\omega)] d\omega}$$

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega \in [0, \infty)} \bar{\sigma}(\omega),$$

де H – матриця передаточних функцій від вектора збурень $w(t)$ до контрольованого виходу $z(t)$ в замкненій системі (рис. 6.4); $\bar{\sigma}(\omega)$ – максимальне сингулярне число матриці $H(j\omega)$ (корінь квадратний з максимального власного значення ермітової матриці $H(j\omega)^TH(j\omega)$).

В реальних задачах оптимальні задачі, що сформульовані вище, замінюються субоптимальними.

Постановка задачі для H_2 та H_∞ – субоптимальних регуляторів.
 Для лінійної моделі (6.73) в класі лінійних управлінь (6.74), знайти управління u^* , яке гарантує оцінку:

$$\|H\|_2 < \gamma, \|H\|_\infty < \gamma. \quad (7.75)$$

Єдиний H_2 -оптимальний регулятор визначається формулою

$$K_2(s) \rightarrow \begin{bmatrix} A_2 & -L_2 \\ F_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.76)$$

де

$$\begin{cases} F_2 = -B_2^T X_2, \\ L_2 = -Y_2 C_2^T, \\ A_2 = A + B_2 F_2 + L_2 C_2, \end{cases} \quad (7.77)$$

де $X_2 \geq 0$ та $Y_2 \geq 0$ отримують шляхом розв'язку алгебраїчних рівнянь Ріккаті:

$$\begin{aligned} A^T X_2 + X_2 A - X_2 B_2 B_2^T X_2 + C_1^T C_1 &= 0, \\ A Y_2 + Y_2 A^T - Y_2 C_2^T C_2 Y_2 + B_1 B_1^T &= 0. \end{aligned} \quad (7.78)$$

Структурна схема системи з H_2 – оптимальним регулятором наведена на рис. 7.10.

Справедлива теорема для H_∞ -субоптимального регулятора: регулятор для системи (7.73), який гарантує виконання нерівності

$$\|H\|_\infty < \gamma, \quad (7.79)$$

існує тоді і тільки тоді, коли

1. для всіх $X_\infty \geq 0$ – розв'язок загального рівняння Ріккаті для управління (з англійської Generalized Control Algebraic Equation – GCARE)

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty (B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T) X_\infty + C_1^T C_1 = 0; \quad (7.80)$$

2. для всіх $Y_\infty \geq 0$ – розв'язок загального рівняння Ріккаті для фільтрації (з англійської Generalized Filtering Algebraic Equation – GFARE)

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty (C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0; \quad (7.81)$$

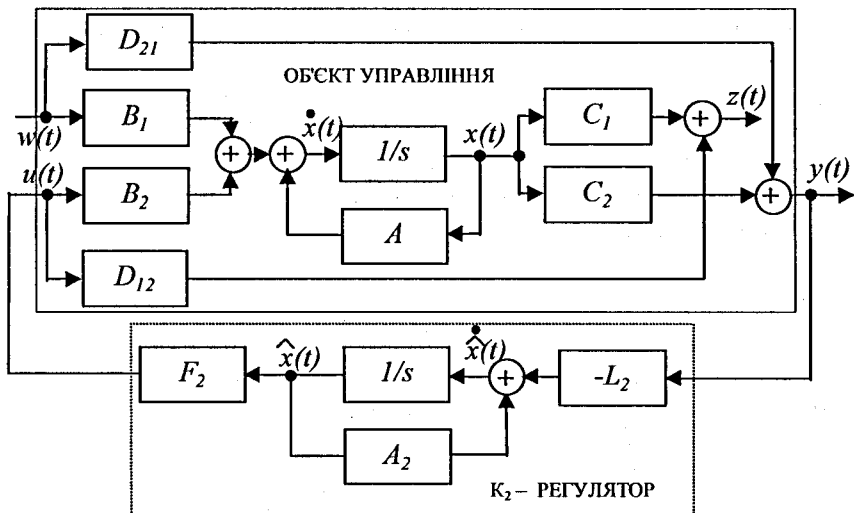


Рис. 7.10. Структурна схема H_2 -оптимального регулятора

3. для всіх $Y_\infty \geq 0$ – розв’язок загального рівняння Ріккати для фільтрації (з англійської Generalized Filtering Algebraic Equation – GFARE)

$$AY_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty (C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0; \quad (7.81)$$

4. спектральний радіус $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$.

При цьому регулятор отримуємо у формі спостерігача

$$K_\infty(s) \rightarrow \begin{bmatrix} A_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.82)$$

де

$$\begin{cases} A_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2, \\ Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}, \\ L_\infty = -Y_\infty C_2^T, \\ F_\infty = -B_2^T X_\infty. \end{cases} \quad (7.83)$$

Для побудови субоптимального регулятора використовується ітераційна процедура за γ . На кожному кроці вирішується субоптимальна задача, тобто визначається регулятор $K_i(s)$, для якої

виконується (6.79), де i – номер кроку. Потім величина γ зменшується, субоптимальна задача вирішується доти, поки існує невід’ємний визначений розв’язок алгебраїчного рівняння Ріккати GCARE, GFARE і виконується умова на обмеження спектрального радіусу. Якщо отримане в результаті ітераційної процедури мінімальне значення γ , близьке до γ_{min} з заданим ступенем точності, то розв’язки X_∞ і Y_∞ використовуються для синтезу H_∞ -субоптимального регулятора у відповідності з формулюванням в теоремі.

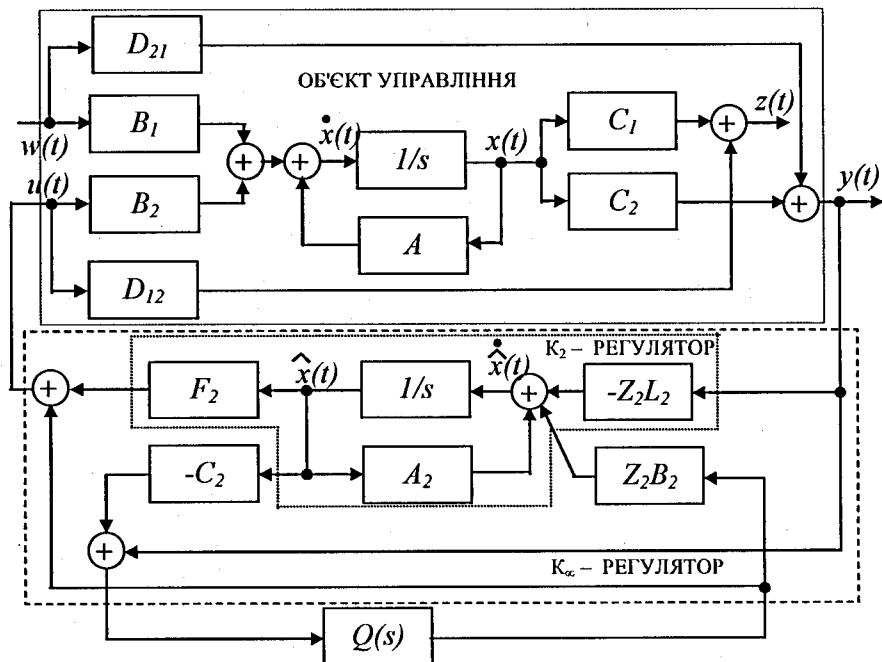


Рис. 7.11. Структурна схема системи з H_∞ -субоптимальним регулятором

Таким чином, сімейство субоптимальних регуляторів представлено передаточною функцією замкненої системи з вільним параметром Q ($\|Q\|_\infty < \gamma$). При $Q=0$ отримуємо центральний регулятор K_∞ (рис. 7.11).

Відмітимо, що існують також оптимальні регулятори, побудовані за анізотропною нормою, коли в якості вхідного збурення виступає кольоровий сигнал з визначеним рівнем

анізотропії, а також проблема змішаної H_2/H_∞ -оптимізації як синтез системи оптимальної квадратичної якості при умові її готовності до роботи з найгіршими збуреннями.

7.6. Комбінування робастного та адаптивного керування в інтелектуальних системах

Теорія робастного керування (H^∞ – теорія керування, H^∞ – керування) є однією з найбільш важливих в сучасній теорії керування. Ця теорія започаткована в 80-х роках минулого століття, і виникла вона для потреб синтезу багатовимірних лінійних систем керування, які функціонують в умовах дії збурень та змінювання параметрів. Розвиваються також нові напрями: нелінійна та нестационарна H^∞ – теорія керування, задачі якої розглядаються як задачі теорії ігор.

Раніше почала розвиватись і продовжує вдосконалюватись теорія адаптивного керування в детермінованій або ймовірнісній постановці задачі. Останнім часом все більше уваги звертається на складність теорії адаптивного керування та відповідних алгоритмів, які виявились не грубими щодо неврахованих зовнішніх і параметричних збурень, особливо без пошукового самонастроювання ляпуновського типу.

При створенні систем керування складним об'єктом, який функціонує в умовах невизначеності, можна використати комбінований підхід, тобто поєднання адаптивного і робастного керування. Це визначається об'ємом наявної інформації щодо характеристик об'єкта та зовнішнього середовища і можливостями її поповнення в процесі функціонування системи.

Вибір алгоритму керування може здійснюватись на основі методів штучного інтелекту. При використанні робастних систем завжди виникає необхідність врахування невизначеності, що проявляється в неточності моделі (параметричній і структурній). В H^∞ - теорії керування невизначеність зручно задавати в частотній області. Наприклад, для збуреного об'єкта задається передаточна функція у вигляді: $\tilde{W}(p) = (1 + \Delta W_0(p))W(p)$, де $W(p)$ – передаточна функція нормального об'єкта, $W_0(p)$ – фіксована передаточна функція (або вагова функція), Δ – довільна стійка передаточна функція, яка задовольняє нерівності $\|\Delta\|_\infty \leq 1$. Таке

збурення називають допустимим. Моделі невизначеності також можуть задаватись так: $W(p) + \Delta W_0(p)$; $W(p)/(1+W_0(p))W(p)$; $W(p)/(1+W_0(p))$.

Таким чином, з урахуванням невизначеності вхідних сигналів, для робастного керування розглядається множина об'єктів. Обирається одна з характеристик системи, наприклад стійкість. Тоді регулятор буде робастним відносно цієї характеристики, якщо вона зберігається для системи з множиною об'єктів, які задаються цією невизначеністю. В робастних системах в процесі їх функціонування додаткова інформація щодо невизначеності не використовується, а задається наперед у вигляді $\|A\|_\infty \leq I$, $\|d\|_2 \leq c_j$. Це приводить до того, що робастні системи є консервативними, і якість перехідних процесів може не задовольняти поставленим вимогам.

В адаптивних системах інформація про об'єкт або зовнішні сигнали на початку функціонування невідома або неповна. При побудові адаптивних систем завжди передбачається можливість отримання додаткової інформації, а також використання різних математичних моделей. Блок адаптації на основі вихідного сигналу об'єкта та вхідних сигналів системи з урахуванням показників якості формує сигнал, який використовується для настройки регулятора або змінювання його структури. В той же час адаптивні системи можуть функціонувати лише у вузьких діапазонах вхідних сигналів (завдання та збурення), а за межами цих діапазонів адаптивна система має низьку якість і навіть може втратити стійкість.

При розробці комбінованого керування головне питання полягає у тому, щоб обґрунтовано обрати необхідний тип цього керування, для чого найбільш придатними є методи штучного інтелекту. Ці методи не лише забезпечують прості перемикання алгоритмів, а й формують необхідні умови для цього в залежності від змінювання умов роботи об'єкта.

Для інтелектуального блока системи в першу чергу використовуються частотні характеристики. Робастне керування відповідає найгіршому сполученню параметрів в області невизначеності, що є однією межею керування. Друга межа визначається можливостями системи щодо її швидкодії, наявності енергетичних ресурсів і т.д., де доцільно використовувати адаптивне керування.

Адаптивні алгоритми доцільно використовувати після того, як робастний регулятор забезпечить потрібну якість керування на початковому етапі функціонування системи (при незначній поточній

інформації). При робастному керуванні можливі значні тривалості перехідних процесів, а також відхилення регульованої координати від заданих значень при дії перешкод. Адаптивне керування дає можливість більш точно виділити корисний сигнал, але при повільних змінюваннях сигналів процеси адаптації можуть зриватись, що викликає необхідність переходу знову на робастне керування.

Для функціонування комбінованої системи необхідна інформація про частотний спектр корисного сигналу та перешкоди і співвідношення сигнал/шум. Крім того, потрібна інформація про частотний спектр роботи адаптивної системи та об'єкта на границях невизначеності. Ця інформація є основою для формування бази даних, яка повинна поповнюватись в процесі функціонування системи.

На рис. 7.12 показана структура системи з інтелектуальним блоком *ІБ*, який складається з блока попередньої обробки інформації *БПОІ*, бази даних *БД*, бази знань *БЗ*, блока прийняття рішень *БПР*. На рисунку також позначено: P_r – робастний регулятор, P_a – адаптивний регулятор, A – блок адаптації, X, X_{zd} – регульована координата та її задане значення, d – збурення, O – об'єкт.

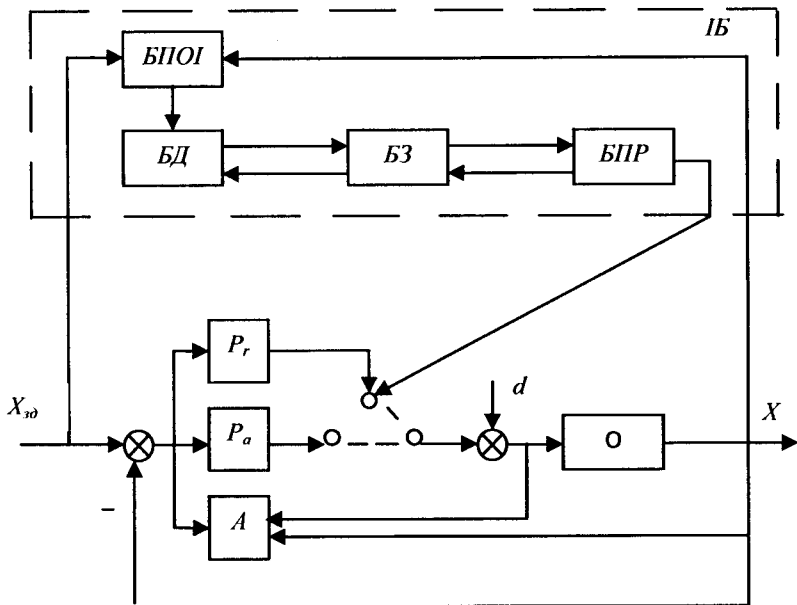


Рис. 7.12. Структура системи з інтелектуальним блоком

База знань формує правила переключення, тобто механізм прийняття рішень для вибору робастного або адаптивного регулятора. Інтелектуальна частина системи працює дискретно на заданих інтервалах часу. Блок попередньої обробки інформації з часових характеристик сигналів $X_{zd}(t)$ і $X(t)$ формуються частотні характеристики сигналів $X_{zd}(\omega)$ і $d(\omega)$, а також відношення $X_{zd}(\omega)/d(\omega)$.

7.7. Приклади

Приклад 1. Робастні багатопараметричні регулятори для об'єктів із транспортним запізнюванням.

Лінійні стійкі об'єкти часто подаються у вигляді:

$$W(p) = W_0(p)e^{-p}, \quad (7.84)$$

де:

$$W_0(p) = \frac{K_0}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) \dots (T_n p + 1)} \quad (7.85)$$

В системах із значним запізнюванням погіршуються стійкість (зменшується запас стійкості) та якість перехідних процесів. Використання регуляторів Сміта та Ресвіка дає певний ефект, однак часто значно ускладнює систему.

Використовуються також багато параметричні регулятори, наприклад ПІДД²Д³:

$$W_{pez}(p) = K_{pez} \left(1 + \frac{1}{T_2 p} + Tg_1 p + Tg_2^2 p^2 + Tg_3^3 p^3 \right) \quad (7.86)$$

Застосування таких регуляторів дає:

- підвищення чутливості при збільшенні порядку похідної;
- зниження запасу стійкості (часом значному) при можливих варіаціях динамічних властивостей об'єкта, наприклад транспортного запізнювання з τ до τ_{var} .

Компенсація транспортного запізнення можлива також за допомогою компенсатора з передаточною функцією $W_K(p) = e^{\tau_m p}$, який включається перед регулятором. Фізична реалізація цього

регулятора подається у вигляді розкладення в ряд Лорана (степеневий) з використанням різної кількості членів ряду:

$$W_K(p) = 1 + \frac{p}{1!} + \frac{\tau^2 p^2}{2!} + \frac{\tau^3 p^3}{3!} + \dots \quad (7.87)$$

Передаточна функція пристрою управління (компенсатор (7.87) з трьома членами ряду та послідовно включеним ПД регулятором) буде відповідати ПДД²Д³ регулятора:

$$W(p) = (K_{pez} + \frac{K_i}{p} + K_g p)(1 + K_1 p + K_2 p^2); \quad (7.88)$$

Після перетворень можна отримати вирази, які зв'язують параметри настройок ПДД²Д³-регулятора та пристрою управління (ПД-регулятор і компенсатор):

$$\begin{aligned} K_{pez}^M &= K_{pez} + K_1 K_i; & K_i^M &= K_i; \\ K_{g1}^M &= K_g + K_1 K_{pez} + K_2 K_i; \\ K_{g2}^M &= K_1 K_g + K_2 K_{pez}; & K_{g3} &= K_2 K_g; \end{aligned} \quad (7.89)$$

Можливі різні варіанти, наприклад:

- ПД-регулятор з компенсатором (три члена ряду (7.87)) відповідає ПДД² закону;
- ПД-регулятор з компенсатором (два члена ряду (7.87)) еквівалентний ПД-алгоритму.

Для цих варіантів справедливі формули (7.89) для перерахунку параметрів настройки.

На рис. 7.13. показано: а) – структура системи з багатопараметричним регулятором; б) – з компенсатором та регулятором.

Для забезпечення робастності системи необхідно проводити сумісну оптимізацію всіх параметрів настройки для забезпечення підвищення якості регулювання. Наприклад, розроблено еволюційний алгоритм «Optim – MGA» для MathCad. Застосовуються генетичні алгоритми з використанням методу Нелдера – Міда (деформованого багатогранника).

Для дослідження системи використовувалась цифрова імітаційна модель, в якій диференціальні рівняння замінювались різницеви

за методом Рунге-Кутта другого порядку, що дало змогу понизити чутливість моделі до інтервалу дискретності.

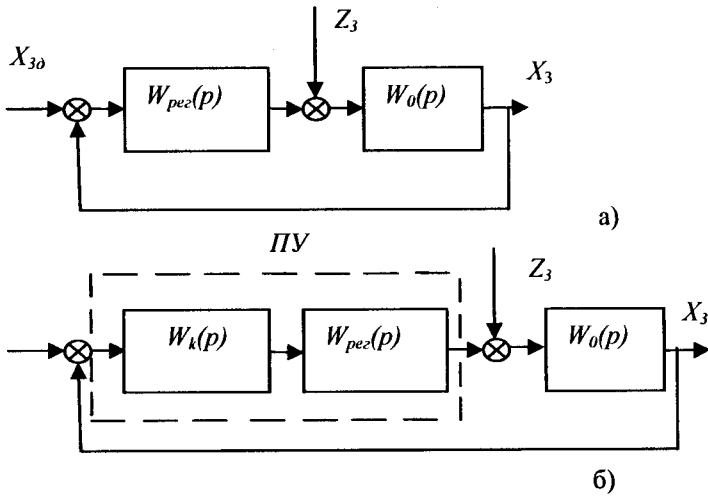


Рис. 7.12. Структурна схема до прикладу 1

Цільова функція обиралась у вигляді інтеграла $I = \int_0^{t_{pec}} |\Delta x| dt$ при

$Z=I$ по каналу регульовального органа.

Для забезпечення заданого запасу стійкості доцільно використовувати частотний показник коливальності M – максимальне значення АЧХ замкнутої системи на резонансній частоті $A(\omega_{pec})$:

$$A(\omega) = \left| \frac{W_{pos}(j\omega)}{1 + W_{pos}(j\omega)} \right| \quad (7.90)$$

Запас стійкості вводиться як функція штрафу на допустиму величину показника коливальності.

Якщо не враховувати змінювання параметрів об'єкта, то критерій оптимальності можна записати у вигляді:

$$F_{opt} = \begin{cases} I \{1 + |M_{don} - A(\omega_p)|\}; & A(\omega_p) > M_{don}, \\ I; & A(\omega_p) \leq M_{don} \end{cases}$$

Для компромісної робастної настройки необхідно врахувати обмеження на допустимий показник коливальності для АСР із змінюваною передаточною функцією об'єкта:

$$F_{opt}^{роб} = \begin{cases} I\{1 + |M_{дон} - A(\omega_p)| + |M_{дон}^{3M} - A^{3M}(\omega_3)\} \text{ при } A(\omega_p) > M_{дон}, \\ A^{3M}(\omega_p) > M_{дон}; I, \text{ при } A(\omega_p) \leq M_{дон}, A^{3M}(\omega_p) \leq M_{дон}^{3M}, \end{cases}$$

де верхній індекс «3M» означає змінювання параметрів.

Приклад 2. Задана передаточна функція об'єкта

$$W_0(p) = K_0 \frac{e^{-p\tau_m}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)^2};$$

$$K_0 = 3,32; \tau_{zn} = 30c \ (\tau_{zn}^+ = 42c); T_1 = 55c; T_2 = 22c.$$

Приймається $M_{дон} \leq 1,618$.

Оцінка чутливості проводилась для $\tau_{zn} = 30c$ до $\tau_{дон} = 42c$. При цьому M розширилось до $M_{дон}^+ = 2,38$.

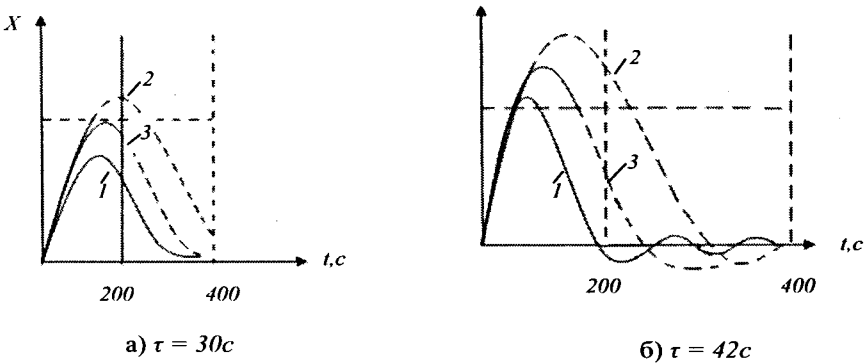


Рис. 7.14. Перехідні процеси до прикладу 2.

На рис. 7.14: 1 – ПІД²Д³; 2 – ПІД; 3 – ПІД².

Якість АСР з ПІД²Д³ при $M \leq 1,618$ за інтегральним показником покращується в 1,6 рази в порівнянні з ПІД² – та в 3 рази – з ПІД-регулятором.

Аналогічні результати (за якістю) отримані для систем з компенсатором та ПІД-регулятором.

Можна отримати також робастні оптимальні настройки при змінюванні окремих параметрів об'єкта (запізнювання, коефіцієнт передачі, постійні часу), так і змінюванні передаточної функції об'єкта.

Приклад 3. Робастна енергозбережна система повинна забезпечувати високу ефективність в номінальних умовах функціонування та прийнятну ефективність за умови відхилення від номінальних умов в допустимих межах. На відхилення від номінальних умов функціонування впливають зовнішні збурення, похибки у вимірювальних каналах, змінювання параметрів об'єктів (параметричні збурення).

При нагріванні об'єкт необхідно перевести з початкового стану в кінцевий

$$X(t_0) = X_0 \rightarrow X(t_k) = X_k \in X \quad (7.91)$$

за фіксований часовий інтервал

$$t \in [t_0, t_k] \quad (7.92)$$

при обмеженні на сигнал управління

$$\forall t \in [t_0, t_k]: U(t) \in \{U_{\min}, U_{\max}\} \quad (7.93)$$

та ресурсу енергії

$$\int_{t_0}^{t_k} U^2(t) dt < I_p \quad (7.94)$$

з мінімумом функціоналу:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} F(U^2(t)) dt \rightarrow \min_{U(t)} \quad (7.95)$$

Залежності (7.91) – (7.95) доповнюються математичною моделлю об'єкта у вигляді:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU; \\ Y = CU. \end{cases} \quad (7.96)$$

В результаті розв'язання задачі (7.91) – (7.96) визначається оптимальна програма $U^*(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ та траєкторія змінювання координат $X^*(t)$, $t \in [t_0, t_k] | U^*(t)$.

При робастному управлінні виділяють дві групи обмежень:

- строгі, які не можна порушувати (наприклад (7.91) та (7.93);
- нестрогі, наприклад час виведення на заданий режим – (7.92).

Тоді при робастному управлінні обов'язково повинні виконуватись строгі обмеження за рахунок відхилення від нестрогих в залежності від мети та інтенсивності параметричних збурень. Наприклад, може розширюватись часовий інтервал $t \in [t_0, t_k + \Delta t]$ при всіх можливих значеннях параметрів моделі об'єкта.

Показники робастності можна обирати на декількох робочих точках, які знаходяться в межах області існування розв'язку задачі оптимального управління:

$$p = \frac{s - m}{s},$$

де s – загальна кількість точок; m – кількість точок, які виходять за межі області існування розв'язків задачі оптимального управління.

Допустиме значення $p = 0,8 - 0,95$.

Приклад 4. Побудувати статичний матричний регулятор стабілізації за виходами для прикладу, що наведений в кінці другого розділу, так, щоб власні значення замкненої системи склали $[-0.016; -0.01; -0.01; -0.01]$. Дослідити як зміняться перехідні процеси в системі, що синтезована в прикладі при введенні в об'єкт структурної мультиплікативної невизначеності.

Якщо будувати регулятор стабілізації за виходами:

$$u(t) = -Ky(t), \quad (7.97)$$

де K – матриця розмірності $m \times l$, то рівняння об'єкта перепишеться:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKy(t) = Ax(t) - BKCx(t) = [A - BKC]x(t). \quad (7.98)$$

Тоді якість замкненої системи можна забезпечити шляхом вибору власних значень матриці $[A - BKC]$. Враховуючи задані власні значення, можна побудувати задачу багатокритеріальної оптимізації виду:

$$\min_{K, \gamma} \gamma : \begin{cases} (A - BKC) - \text{weight} \cdot \gamma \leq [-0.016; -0.01; -0.01; -0.01] \\ K_{\min} \leq K \leq K_{\max} \end{cases}$$

де *weight* – вектор вагових коефіцієнтів, за допомогою якого можна задати сильніше досягнення цілі за одним або більше компонентом векторного критерію; γ – оновлений критерій досягнення цілі; K_{\min}, K_{\max} – мінімальні та максимальні значення матричного параметру.

Використовуючи числові методи пошуку, отримано матричний регулятор за виходами:

$$K = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.03 \\ -0.51 & -0.82 \end{bmatrix},$$

а власні значення замкненої системи складають $[-0.026; -0.02; -0.02; -0.004]$.

На рис. 7.15 а) зображений вихід об'єкта та системи, що замкнена матричним регулятором, при зміні початкових значень. При введенні в об'єкт мультиплікативної невизначеності, оцінити стійкість системи та її запас також можна шляхом імітаційного моделювання. Зокрема на рис. 7.15 б) зображено сімейство перехідних процесів відносно ступінчастих входів, з яких можна зробити висновок, що системи з невизначеностями залишається стійкою, а запас стійкості замкненої системи не виходить за 15% інтервал.

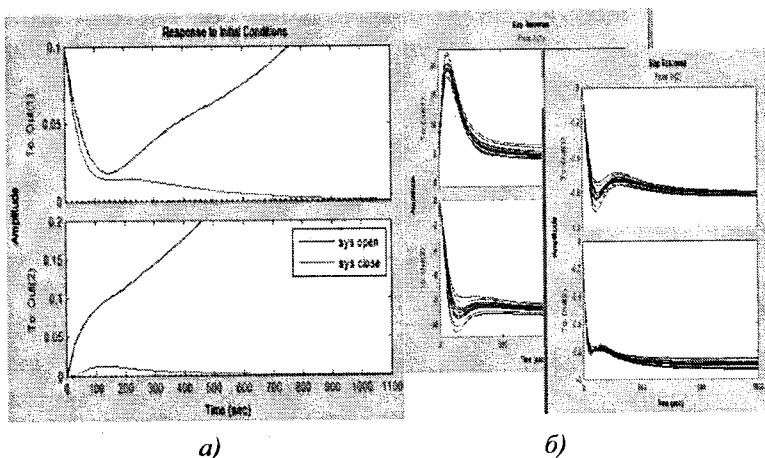


Рис. 7.15. Перехідні процеси до прикладу 4

Контрольні запитання

1. Дайте визначення «робастне управління», «робастна система».
2. Наведіть приклади параметричної невизначеності.
3. Що таке інтервальна афінна та частотна невизначеність?
4. Як формулюється теорема Харитонова?
5. Сформулюйте вимоги щодо робастно стійкості матриць.
6. Наведіть приклади робастно стабілізації з використанням різних регуляторів.
7. Наведіть приклади робастних систем управління для технологічних об'єктів.
8. Чому H_∞ – оптимальні системи є робастним?
9. Наведіть постановку задачі для H_2 – та H_∞ – субоптимальних регуляторів.
10. У чому полягає відмінність представлення об'єкта для синтезу робастних систем?

РОЗДІЛ 8.

Синергетичні методи управління складними системами

8.1. Загальні положення

Існує два шляхи розвитку теорії автоматичного управління (ТАУ):

- кібернетичний на основі формалізованого абстрактно-математичного підходу з використанням теорій оптимального, адаптивного і стабілізаційного управління. Основні структури мови опису системи: «вхід-вихід», передавальні функції, частотні характеристики;

- синергетичний на основі вивчення фізичних основ формування структур з

- використанням теорій інваріантів (синергій), самоорганізації, нелінійної динаміки, атракторів, теорії відкритих нерівноважних систем, теорії порядку з хаосу.

Синергетика (грец. «Сінергетікос» – спільний, узгоджено діючий) – наука, метою якої є виявлення, дослідження загальних закономірностей в процесах утворення, стійкості і руйнування впорядкованих часових і просторових структур в складних нерівноважних системах різної природи (фізичних, хімічних, біологічних, екологічних та ін.). Термін «синергетика» буквально означає «теорія спільної дії». Синергетика являє собою новий етап вивчення складних систем, що продовжує і доповнює кібернетику і загальну теорію систем. Якщо кібернетика займається проблемою підтримки стійкості шляхом використання негативного зворотного зв'язку, а загальна теорія систем – принципами їх організації (дискретністю, ієрархічністю і т. п.), то синергетика фіксує свою увагу на нерівноважності, нестабільності як природному стані відкритих нелінійних систем, на множинності і неоднозначності шляхів їх еволюції. Синергетика досліджує типи поведінки таких систем, тобто нестационарні структури, які виникають в них під дією зовнішніх впливів або через внутрішні чинники (флуктуації). Синергетика досліджує організаційний момент, ефект взаємодії великих систем. Виникнення організаційної поведінки може бути обумовлено зовнішніми впливами (вимушена організація) або може

бути результатом розвитку власної (внутрішньої) нестійкості системи в системі (самоорганізація).

Синергетика виникла на початку 70-х рр. ХХ століття. До цього часу вважалося, що існує непереборний бар'єр між неорганічною та органічною, живою природою. Лише живій природі властиві ефекти саморегуляції і самоврядування. Синергетика перекинула міст між неорганічною та живою природою. Вона намагається відповісти на питання, як виникли ті макросистеми, в яких ми живемо. У багатьох випадках процес упорядкування та самоорганізації пов'язаний з колективною поведінкою підсистем, що утворюють систему. Поряд з процесами самоорганізації синергетика розглядає і питання самодезорганізації – виникнення хаосу в динамічних системах. Як правило, досліджувані системи є диссипативними, відкритими системами. Основою синергетики служить єдність явищ, методів і моделей, з якими доводиться стикатися при дослідженні виникнення порядку з безладу або хаосу – в хімії (реакція Белоусова - Жаботінського), космології (спіральні галактики), екології (організація спільнот) і т.д. Прикладом самоорганізації в гідродинаміці служить утворення в рідині, що підігрівається, (починаючи з деякої температури) шестикутних осередків Бенара, виникнення тороїдальних вихорів (вихорів Тейлора) між обертовими циліндрами. Приклад вимушеної організації – синхронізація мод в багатомодовому лазері за допомогою зовнішніх періодичних впливів.

Основи синергетики було закладено німецьким ученим Г. Хакеном (автором книги «Синергетика» (М, 1980)), роботами бельгійського вченого І. Пригожина та його групи. Роботи Пригожина з теорії незворотних процесів у відкритих нерівноважних системах були удостоєні Нобелівської премії (1977).

Моделі синергетики – це моделі нелінійних, нерівноважних систем, що піддаються дії флуктуації. У момент переходу впорядкована і неупорядкована фази відрізняються один від одного настільки мало, що саме флуктуації переводять одну фазу в іншу. Якщо в системі можливо кілька стійких станів, то флуктуації відбирають одну з них. При аналізі складних систем, наприклад, в біології чи екології, синергетика досліджує найпростіші основні моделі, що дозволяють зрозуміти і виділяти найбільш суттєві механізми «організації порядку» виборчу нестійкість, імовірнісний відбір, конкуренцію або синхронізацію підсистем. Поняття і образи синергетики пов'язані, в першу чергу, з оцінкою впорядкованості і

безладу – інформація, ентропія, кореляція, точка біфуркації та ін. Методи синергетики в значній мірі перетинаються з методами теорії коливань і хвиль, термодинаміки нерівноважних процесів, теорії катастроф, теорії фазових переходів, статистичної механіки, теорії самоорганізації, системного аналізу та ін.

Класична термодинаміка у своєму аналізі систем відволікалася від їх складності та проблем взаємозв'язку з зовнішнім середовищем. По суті, вона розглядала ізольовані, закриті системи. Але в світі є і відкриті системи, які обмінюються речовиною, енергією інформацією з середовищем. У відкритих системах теж виникає ентропія, відбуваються незворотні процеси, але за рахунок отримання матеріальних ресурсів, енергії та інформації система зберігається, а ентропію виводить у навколишнє середовище. Відкриті системи характеризуються нерівноважною структурою. Нерівноважність пов'язана з адаптацією до зовнішнього середовища (система змушена змінювати свою структуру), система може зазнавати багато різних станів невизначеності і т.д. Перехід від термодинаміки рівноважних процесів, до аналізу відкритих систем ознаменував великий поворот в науці, багатьох галузях наукових знань. У відкритих системах виявлений ефект самоорганізації, ефект руху від хаосу до порядку.

Німецький фізик Герман Хакен терміном «синергетика» запропонував позначити сукупний, колективний ефект взаємодії великого числа підсистем, що призводять до утворення стійких структур і самоорганізації в складних системах.

Звичайно, феномен переходу від безладу до порядку, упорядкування вчені знали і до цього. Як приклади самоорганізації в неживій природі можна привести авторегуляції, принцип найменшої дії і принцип Ле-Шательє. Було відкрито мимовільне утворення на Землі мінералів з більш складною кристалічною решіткою. У хімії відомі процеси, що призводять до утворення стійких структур у часі. Прикладом є реакція Белоусова-Жаботинського, де розчин періодично змінює свій колір від червоного до синього в залежності від концентрації відповідних іонів. У фізиці явища самоорганізації зустрічаються від атомних об'єктів і закінчуючи галактичних системами. Особисто Г. Хакен вважає символом синергетики лазер. Атоми, впроваджені в лазер, можуть порушуватися дією енергії ззовні, наприклад, шляхом висвітлення. Якщо зовнішня енергія недостатня, лазер працює як радіолампа. Коли ж вона досягає потужності лазерного генератора, атоми, що раніше випускали

хвилі хаотично і незалежно, починають випромінювати один величезний потік хвиль довжиною близько 300 000 км. Атомна антена починає осцилювати в фазі, і хвилі здійснюють як би одний колективне рух. Біологічні і соціальні системи підтримують впорядковані стани, незважаючи на те, хто підбурює впливу навколишнього середовища. Синергетика досліджує особливі стани систем в області їх нестійкого стану, здатність до самоорганізації, точки біфуркації (перехідні моменти, переломні точки). синергетичні закономірності.

Як же синергетика пояснює процес руху від хаосу до порядку, процес самоорганізації, виникнення нового «?

1. Для цього система повинна бути відкритою, і від точки термодинамічної рівноваги. На думку Стенгерс, більшість систем відкриті – вони обмінюються енергією, речовиною інформацією з навколишнім середовищем. Чільну роль у навколишньому світі грає не порядок, стабільність і рівновага, а нестійкість і неравноважність.

2. Фундаментальною умовою самоорганізації служить виникнення і посилення порядку через флуктуації.

3. В особливій точці біфуркації флуктуація досягає такої сили, що організації системи не витримує і руйнується, і принципово неможливо передбачити: чи стане стан системи хаотичним або вона перейде на новий, більш диференційований і високий рівень впорядкованості. У точці біфуркації система може почати розвиток в новому напрямку, змінити свою поведінку. Під точкою біфуркації розуміється стан даної системи, після якого можливе деяка безліч варіантів її подальшого розвитку.

4. Нові структури, що виникають в результаті ефекту взаємодії багатьох систем, називаються дисипативними, тому що для їх підтримки потрібно більше енергії, ніж для підтримки більш простих, на зміну яким вони приходять. У точці біфуркації система стає на новий шлях розвитку. Ті траєкторії або напрямки, за якими можливий розвиток системи після точки біфуркації і які відрізняються від інших відносно стійкістю, ведуть в новий стан – атрактор. *Атрактор*- це відносно стійкий стан системи, яке притягує до себе безліч «ліній» розвитку, можливих після точки біфуркації. Випадковість і необхідність взаємно доповнюють одне одного в процесі виникнення нового.

5. Дисипативні структури існують лише остільки, оскільки система дисипує (розсіює) енергію, а, отже виробляє ентропію. З ентропії виникає порядок із збільшенням загальної ентропії. Таким

чином, ентропія є не просто зісковзуванням системи до дезорганізації, вона стає прародителькою нового порядку. Так з хаосу (нестійкості) відповідно до певної інформаційної матриці народжується Космос.

Головні відмінності між синергетикою та кібернетикою разом із системними дослідженнями наведено в табл.8.1.

Таблиця 8.1.

Співвідношення системних досліджень і синергетики

Кібернетика та системні дослідження	Синергетика
1. Акцент робиться на статистиці систем, на морфологічному та функціональному опису	1. Акцентується увага на процесах еволюції, розвитку та руйнування систем
2. Велике значення надається впорядкованості, рівновазі, процесам гомеостазису	2. Вважається, що нерівноважні стани, хаос відіграють важливу роль у процесах розвитку та руху систем
3. Вивчаються процеси організації та управління	3. Досліджуються процеси самоорганізації, самоускладнення систем, виникнення «порядку із хаосу»
4. Найчастіше намагаються звести опис систем до лінійних моделей	4. Підкреслюється принципова нелінійність складних систем та неадекватність їх опису лінійними моделями

З погляду синергетики процеси у відкритих нерівноважних системах характеризуються принциповою нелінійністю, присутністю зворотних зв'язків, що зумовлює появу якісно нових можливостей здійснення керуючого впливу на систему. Синергетика дала змогу по-новому зрозуміти відмінність між випадковими та детермінованими процесами. Довгий час вважалось, що існують лише два класи об'єктів. Перший становлять детерміновані процеси. Якщо відомий аналітичний вигляд закону, за яким вони функціонують, то спрогнозувати їхнє поведження можна практично на довільний часовий інтервал. До другого класу належать стохастичні об'єкти, поведження яких описується деяким випадковим процесом (є його реалізацією). Для цього класу процесів неможливо зробити детермінований прогноз, але якщо ми достатньо довго спостерігатимемо за їхнім поведженням, то зможемо знайти відповідні розподіли ймовірності та обчислити статистичні

характеристики (середні, дисперсії, інтервали довіри тощо) і спрогнозувати їхнє поведіння в «середньому» з певною ймовірністю. Але дослідження кількох останніх десятиріч показали, що існує ще один важливий клас об'єктів. Формально вони є детермінованими, тобто якщо ми точно знаємо їхній поточний стан, то можемо спрогнозувати подальше їхнє поведіння, але тільки на доволі обмежений проміжок часу. Навіть як завгодно мала неточність у визначенні поточного стану таких систем призводить з часом до розбігання їхніх можливих траєкторій розвитку. Система починає поводитися хаотично, початкові відхилення з часом наростають і незначні причини призводять до вельми відчутних наслідків. Такі системи, що дуже чутливі до початкових умов, дістали назву хаотичних.

У найпростішому варіанті можна запропонувати 7 основних принципів синергетики: два принципи буття, і п'ять становлення.

Два структурних принципи буття: 1-гомеостатичність, 2-ієрархічність. Вони характеризують фазу «порядку», стабільного функціонування системи, її жорстку онтологію, прозорість і простоту опису.

П'ять принципів становлення: 3-нелінійність, 4-нестійкість, 5-незамкнутість, 6-динамічна ієрархічність, 7- спостережність. Вони характеризують фазу трансформації, оновлення системи, проходження нею послідовних етапів: шляхом загибелі старого порядку, хаосу випробувань альтернатив і, нарешті, народження нового порядку. При цьому ми розрізняємо породжуючі принципи становлення (3,4,5), які є необхідною і достатньою умовою його реалізації, і конструктивні принципи становлення (6,7), які описують збірку, деталі і конструкцію процесу становлення, а також його розуміння спостерігачами і сполучення із середовищем.

1.Гомеостатичність. Гомеостаз – це явище підтримки програми функціонування системи в деяких рамках, що дозволяють їй слідувати до своєї мети. Згідно Н. Вінеру, будь-яка система телеологічна, тобто має мету існування. При цьому від мети-еталона-ідеалу (реальної чи уявної) система отримує коригувальні сигнали, що дозволяють їй не збитися зі шляху. Це коректування здійснюється за рахунок негативних зворотних зв'язків (частка сигналу з виходу системи подається на вхід зі зворотним знаком), що пригнічують будь-яке відхилення в програмі поведінки, що виникло під дією зовнішніх впливів середовища. Мета-програму поведінки системи в стані гомеостазу в синергетиці називають

аттрактор (притягувач). Підкреслимо, що аттрактори існують тільки у відкритих дисипативних системах, тобто розсіюють енергію, речовину, інформацію, і описують фінальне поведінку системи, яке зазвичай набагато простіше перехідного процесу. Цей принцип об'єднує багато ідей кібернетики, системного аналізу та синергетики.

2. Ієрархічність. Наш світ ієрархізований за багатьма ознаками. Наприклад, за масштабами довжин, часів, енергій. Основним змістом структурної ієрархії є складова природа вищих рівнів по відношенню до нижчестоячих. Те, що для нижчого рівня є структура-порядок, для вищого є неструктурний елемент хаосу, будівельний матеріал. Всякий раз елементи, зв'язуючись в структуру, передають їй частину своїх функцій, ступенів свободи, які тепер виражаються від імені колективу всієї системи, причому на рівні елементів цих понять могло і не бути. Ці колективні змінні «живуть» на більш високому ієрархічному рівні, ніж елементи системи, і в синергетики, згідно з Г. Хакеном, їх прийнято називати параметрами порядку – саме вони описують в стислій формі сенс поведінки і цілі-аттрактори системи. Описана природа параметрів порядку називається принципом підпорядкування, коли зміна параметра порядку як би диригує синхронною поведінкою безлічі елементів нижчого рівня, що утворюють систему, причому феномен їх когерентного, тобто взаємоузгодженого, співіснування називають явищем самоорганізації. Підкреслимо принцип кругової причинності в явищах самоорганізації, взаємну обумовленість поведінки елементів будь-яких двох сусідніх рівнів, свосідний суспільний договір: одні керують, організовуючи узгоджену поведінку і порядок, інші підкоряються, передаючи першим частину своїх ступенів свободи, і тим самим, беручи участь у створенні порядку. Важливою властивістю ієрархічних систем є неможливість повної редуції. При розгляді двох сусідніх рівнів в фазі буття принцип підпорядкування говорить: довгоживучі змінні управляють короткоживучими, вищерозміщений рівень – нижчим. Підкреслимо, що принцип підпорядкування справедливий не завжди, його не варто абсолютизувати. Все це свідчення того, що ієрархічність не може бути раз і назавжди встановлена, тобто не покривається тільки принципом буття, порядку. Необхідні принципи становлення – провідники еволюції.

3. Нелінійність. Лінійність – один з ідеалів простоти багатьох поколінь математиків і фізиків, які намагалися звести реальні

завдання до лінійної поведінки. Чудово, що це завжди вдається поблизу положення рівноваги системи (так званий метод нормальних коливань). Гомеостаз системи часто здійснюється саме на рівні лінійних коливань близько оптимальних параметрів, тому такий важливий простий лінійний випадок. Він економить наші інтелектуальні зусилля. Визначальним властивістю лінійних систем є принцип суперпозиції: сума рішень є рішення, чи інакше, результат сумарного впливу на систему є сума результатів, так званий лінійний відгук системи, прямо пропорційний впливу. Отже, нелінійність є порушення принципу суперпозиції в деякому явищі: результат суми впливів на систему НЕ дорівнює сумі результатів цих впливів. Результати діючих причин не можна складати. Будь-яка межа цілісності об'єкта, його руйнування, поділу, поглинання, передбачає нелінійні ефекти. Можна сказати, що нелінійність «жива», яскраво проявляється поблизу кордонів існування системи. Лінійні стратегії мислення економні і ефективні, але лише в обмежених рамках гомеостазу, поза якими вони оманливі, а часом і небезпечні.

4. Принцип нестійкості системи довгий час не застосовувався до її аналізу: нестійкість вважалася недоліком системи. У синергетиці нестійкість трактується як одна з умов і передумов стабільності і динамічності розвитку, а створюючий потенціал хаосу стає найважливішим фактором для конструювання нових організаційних форм системи. Стан нестійкості, вибору поведінки називають точками біфуркацій: тут пролягає межа між новою і старою якістю.

Специфіка системи, що саморозвивається не дозволяє відшукати ту достатню причинну умову (або нерозкладений найпростіший «елемент», «категорію», «ставлення»), яке певним чином детермінує її поведінку і знання якої дозволяє однозначно передбачити динаміку її розвитку. В результаті нестійкості (відхилення від норми, флуктуації) здійснюються інноваційні процеси і конституюються нові організовані форми і структури. Завдяки флуктуації виникають процеси відображення інформації, принципово новий тип енергії і зворотний зв'язок як спосіб обміну енергією і речовиною, необхідним для самоорганізації.

5. Незамкнутість (відкритість). Неможливість зневаги взаємодією системи зі своїм оточенням. Властивість, яке довгий час лякало дослідників, розмивало поняття системи, обіцяло важкі проблеми. У замкнутих системах з дуже великим числом частинок справедливий другий закон (другий початок) термодинаміки, який

говорить, що ентропія (міра хаосу) з часом зростає або залишається постійною, тобто хаос в замкнутій системі не убуває, він може лише зростати, порядок приречений зникнути. Саме відкритість дозволяє еволюціонувати системам від простого до складного, розгорнути програму росту організму з клітки-зародка. Це означає, що ієрархічний рівень може розвиватися, ускладнюватися тільки при обміні речовиною, енергією, інформацією з іншими рівнями. Більш того, найцікавіші гомеостатичні структури – це структури, які не перебувають в рівновазі з середовищем, тобто не володіють максимально можливою ентропією. Вони можуть існувати лише у відкритих, дисипативних системах, і в великих системах їх називають стійкими нерівноважними структурами, що підтримують себе за рахунок зовнішніх потоків речовини, енергії, інформації. Мовою ієрархічних рівнів принцип відкритості підкреслює дві важливі обставини. По-перше, це можливість явищ самоорганізації буття у формі існування стабільних нерівноважних структур макрорівня (відкритість макрорівня до мікрорівня при фіксованих керуючих параметрах). По-друге, можливість самоорганізації становлення, тобто можливість зміни типу нерівноважної структури, типу атрактора (відкритість макрорівня до мегарівня мінливих керуючих параметрів системи).

Ці принципи організують попередні п'ять принципів в самоузгоджене кільце принципів, пред'являючи механізми їх складання і розуміння, а так само сполучення з середовищем.

6. Динамічна ієрархічність (смерджентність). Це узагальнення принципу підпорядкування на процеси становлення – народження параметрів порядку, коли доводиться розглядати взаємодію більш ніж двох рівнів. Сам процес становлення є процес зникнення, а потім народження одного з них в процесі взаємодії мінімум трьох ієрархічних рівнів системи, тут, на відміну від фази буття, змінні параметра порядку, навпаки, є найшвидшими, нестійкими змінними, серед конкуруючих макрофлуктуацій. Це основний принцип проходження системою точок біфуркацій, її становлення, народження і загибелі ієрархічних рівнів. Цей принцип описує виникнення нової якості системи по горизонталі, тобто на одному рівні, коли повільна зміна керуючих параметрів мегарівня призводить до біфуркації, нестійкості системи на макрорівні і перебудові його структури.

Іноді використовують мову флуктуацій (випадкових відхилень характеристик системи від середніх значень), кажучи, що

флуктуації, майбутні альтернативи, конкурують і перемагає найбільш швидкозростаюча з них – порядок через флуктуації по Пригожину. У точці біфуркації макрорівень зникає і виникає прямий контакт мікро- і мега- рівнів, що породжує макрорівень з іншими якостями. Згідно Г.Хакену, принцип підпорядкування в ситуації «становлення» інвертується в порівнянні з формулюванням для ситуації «буття». Параметр порядку тепер не самий повільний, але, навпаки, самий нестійкий, найшвидший. Найбільш повно і ефективно ці процеси розглянуті в роботах школи С.П. Курдюмова: так звані режими із загостренням. Описаний нами процес є самоорганізація в режимі становлення, і її слід відрізнити, як ми бачили, від самоорганізації в режимі буття, тобто від процесів підтримки гомеостазу стабільної дисипативної структури. Таким чином, феномен самоорганізації принципово по-різному проявляється в фазах буття і становлення.

7. Спостережність. Саме останні два принципи включають принципи додатковості та відповідності, кільцевої комунікативності і відносності до засобів спостереження, запускаючи процес діалогу внутрішнього спостерігача і мета спостерігача. Принцип спостережності підкреслює обмеженість і відносність наших уявлень про систему в кінцевому експерименті. Зокрема, це принцип відносності до засобів спостереження, яскраво заявив свої права в теорії відносності і квантовій механіці. У теорії відносності метри і секунди свої для кожного рухомого спостерігача, і те, що одночасно для одного не одночасно для іншого. У синергетиці це відносність інтерпретацій до масштабу спостережень і споконвічного очікуваного результату. З одного боку, те, що було хаосом з позицій макрорівня, перетворюється в структуру при переході до масштабів мікрорівня. Самі поняття порядку і хаосу, буття і становлення відносні до масштабу-вікна спостережень. І цілісний опис ієрархічної системи складається з комунікації між спостерігачами різних рівнів, подібно до того, як комунікують спостерігачі різних інерційних систем відліку в теорії відносності, або створюється загальна наукова картина світу з мозаїки дисциплінарних картин.

Синергетику називають також наукою про складності, оскільки існування таких універсальних механізмів служить запорукою пізнаваності складних систем. Щоб бути реалізованим, складне має бути влаштовано просто, а прості схеми нечисленні і тому універсальні. Під складністю системи зазвичай розуміють її принципову незвідність до простої суми своїх частин. Як впливає з

цього визначення, складність нерозривно пов'язана з нелінійністю. Справді, до лінійної системи застосуємо принцип суперпозиції і її можна розкласти на незалежні складові, з опису яких легко збирається вихідна система. Цією обставиною зумовлено ще одне ім'я синергетики – нелінійна динаміка, або – ширше – нелінійна наука. Віхами розвитку будь-якої наукової дисципліни є її парадигми – вихідні концептуальні схеми, моделі постановки проблем і їх вирішення. До теперішнього моменту в синергетики сформувалося три парадигми.

Перша з них – парадигма самоорганізації. У системах, що знаходяться далеко від положення рівноваги, відбуваються процеси самоорганізації, що призводять до виділення з множини величин, що описують систему невеликого числа параметрів порядку – провідних змінних, до яких підлаштовуються всі інші. Найбільшу увагу при побудові цієї парадигми було приділено структурам – станам, що виникають внаслідок узгодженої поведінки великого числа частинок. У просторово-розподілених системах при наявності дисипації самоорганізація може призводити до втрати стійкості однорідного рівноважного стану. В результаті утворюються стаціонарні структури, які І.Р. Пригожин запропонував іменувати диссипативними, або розвиваються періодичні або неперіодичні коливання, які, називають автохвильовими процесами. Окремий клас структур, що виникають в системах з сильними позитивними зворотними зв'язками, складають процеси, що розвиваються в режимі з загостренням.

Друга парадигма синергетики – парадигма динамічного хаосу. Це явище являє собою складну неперіодичну поведінку, що спостерігається в детермінованих системах (тобто в таких, де майбутнє однозначно визначається минулим і сьогоденням і немає випадкових факторів). Основним результатом на цьому етапі стало встановлення факту існування меж передбачуваності, пов'язаних з наявністю горизонту прогнозу – кінцевого часу, через який динамічний прогноз поведінки системи стає неможливий. Були також введені такі фундаментальні поняття як дивний аттрактор і розбігання траєкторій, описані універсальні сценарії переходу від регулярного руху до хаотичного при зміні зовнішнього параметра.

Третя парадигма синергетики – парадигма складності, – лежить на стику двох попередніх – в якомусь сенсі вони взяли уявлення про складність «в вилку». Якщо перша і друга парадигми пов'язані, відповідно, з порядком і хаосом, то третю зазвичай позначають словосполученням «життя на кромці хаосу».

Отже, підсумовуючи сказане, доходимо висновку, що правила, які визначають поведінку складних систем, істотно відрізняються від тих, за якими функціонують рівноважні системи і які є основою традиційних класичних методів аналізу систем. Тому саме синергетика, яка акцентує увагу на явищах еволюції у відкритих нерівноважних системах, на виникненні порядку із хаосу, явищах самоорганізації, зі своїм міждисциплінарним арсеналом методів та алгоритмів може стати адекватним інструментом для аналізу складних динамічних процесів, що відбуваються в сучасному суспільстві та економіці.

В попередніх розділах вже відмічалось, що сучасні технологічні комплекси, організаційно-технічні (технологічні) системи складаються з комплексу підсистем, які виконують конкретні функції та зв'язані між собою складними процесами інтенсивної динамічної взаємодії та обміну енергією, речовиною та інформацією. В таких складних нелінійних, багатовимірних та багатозв'язних системах протікають перехідні процеси, виникають критичні та хаотичні режими. В даний час найбільш передовий фундаментальний напрямок в теорії і техніці управління включає фізичну теорію управління, синергетичний підхід до проблем управління, теорію систем, що само організуються, регуляторів з екстраполяцією, теорію нечітких і нейромережових систем управління та ін. Доречно привести висловлювання видатного вченого, академіка РАН А. Красовського: «В останні три десятиліття в розвитку ТАУ спостерігаються диспропорції і перекоси, що болісно позначаються на практиці автоматизації. З одного боку в наявності бурхливий розвиток нових математичних напрямів з проблем управління, з іншого боку в наявності відрив ряду напрямків і закономірностей, замикання і внутрішні потреби власного розвитку, відмова від пошуку загальних об'єктивних законів процесів управління, відсутність великих досягнень в якісних показниках багатьох автоматичних систем». В даний час необхідно враховувати енергетичні, інформаційні та інші фізичні обмеження в моделях і критерії.

1. Відсутність гарантії високого ступеня відповідності об'єкта управління і його математичної моделі.

2. Неврахування динаміки переходу від режиму наближеної оптимізації до режиму стабілізації.

3. Неврахування особливостей «паразитної» динаміки складних об'єктів і систем.

4. Відсутність практично реалізованих конструктивних обчислювальних алгоритмів.

5. Неврахування динамічних режимів стану (рівноважний перехідний і періодичний).

6. Оцінка і стикування динамічних процесів з кінцевої тривалістю (теорія оптимальних процесів) і необмеженої тривалістю (теорія стабілізації).

Для підвищення ефективності управління складними системами сучасна теорія управління використовує методи синергетики, заснованої на ідеї самоорганізації. Крім сформованих зовнішніх цілеспрямованих дій на систему відшукуються також шляхи впливу на процеси самоорганізації в складних динамічних системах, формування та резонансного збурення внутрішніх сил взаємодії, які можуть породжувати у фазовому просторі синтезованих систем бажані структури – атрактори, адекватні фізичній (хімічній, біологічній) суті процесів. Сучасні складні системи багатовимірні, багатозв'язні, нелінійні, невизначені і мають критичні та хаотичні режими руху. Це вимагає врахування спільної дії декількох чинників. Спільна дія – це мимовільне ускладнення форми і структури системи при повільній і плавній зміні її параметрів. Самоорганізація – це несподівані явища, наприклад, автоколивання, що виникають при повільному і плавному змінюванні параметрів в режимі нестійкості.

Настав час перегляду силових підходів в задачах управління і переходу на ідеї самоорганізації і синергетики, виникла необхідність створення способів формування і резонансного збудження внутрішніх сил взаємодії, які могли б породити в фазовому просторі синтезованих систем бажані структури, атрактори, адекватні фізичній (хімічній, біологічній) сутності відповідної системи. В теорії управління з'явилися нові поняття: параметр порядку атрактор, когерентність, каскадний синтез і біфуркація.

Синергетика показала, що аналогічні інформаційні процеси протікають не тільки в штучно створених системах управління, але вони можуть виникати і в природних фізичних системах, що знаходяться на межі стійкості. Малопотужні сигнали, що діють на такі системи в точках біфуркації, можуть привести до значних і навіть катастрофічних наслідків. Це так звані складні відкриті системи, які, потрапивши в область нерівноважності, виявляють складну динамічну поведінку, в тому числі і хаотичну. Особливістю таких систем є «забування» початкових умов і формування

нерівноважних структур, які і обумовлюють впорядкованість, тобто самоорганізацію, нелінійної або сингулярної лінійної динамічної системи.

В сучасній теорії управління математичні методи часто є настільки формалізованими, що фізична природа системи відходить на другий план, тому об'єктивно існує фундаментальна проблема пошуку спільних об'єктивних законів єдності процесів самоорганізації та управління (реалізації зворотних зв'язків). При цьому максимально враховується природа об'єкта.

Синергетика – інтегральна наука, яка вивчає процеси самоорганізації та охоплює практично всі сучасні знання про явища різної природи. Основою синергетики є нелінійна динаміка та термодинаміка необоротних процесів. Сенса та зміст синергетики полягає у тому, що у відкритих системах, які обмінюються із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією, виникають процеси стихійної самоорганізації, тобто виникнення з хаосу деяких впорядкованих структур з новими властивостями. Синергетичні системи мають фундаментальні властивості:

- обов'язковий обмін із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією;
- обов'язкова взаємодія, тобто когерентність поведінки між компонентами системи.

Для синергетичних систем характерним є причинний спосіб самоорганізації, а кооперативні процеси викликаються внутрішніми причинами. Новизна синергетичного підходу до управління полягає у переході від непередбачуваної поведінки системи за алгоритмом дисипативної до направленої руху вздовж бажаних інваріантних різноманітностей – атракторів, до яких підлаштовуються інші змінні динамічної системи, тобто це – спосіб направленої самоорганізації синтезованих систем. При такому підході мета – атрактор – визначає сутність процесу. З інформаційної точки зору цей спосіб відображає процес рецепції інформації, що для динамічних систем означає переведення їх у визначений кінцевий стан незалежно від попереднього.

Принципова новизна синергетичного підходу проявляється у таких положеннях:

- метою функціонування синтезованих систем є досягнення цільових атракторів – асимптотичних границь в їх просторі станів, які відображають бажані технологічні режими систем;

– цільові атрактори та інваріантні різноманітності відображають фізичну сутність природніх процесів у системі, вони формуються на основі бажаних технологічних інваріантів;

– введення у процедуру синтезу інваріантних різноманітностей дозволяє будувати регулярний механізм аналітичної генерації природної чутливості додатніх та від'ємних нелінійних зворотніх зв'язків, які формують процеси направленої самоорганізації у синтезованих системах.

Головною вимогою до синтезованої нелінійної системи є не стійкість та якість перехідних процесів, а забезпечення бажаної асимптотичної поведінки системи на атракторі. Поведінка будь-якої дисипативної нелінійної системи розбивається на етапи:

- перехідного руху, коли траєкторія прямує до атрактора;
- асимптотичного руху на бажаному атракторі, який є метою системи.

Таким чином, метою синтезованої системи є досягнення відповідного бажаного атрактора, тобто асимптотична стійкість кінцевого стану. Розмірність атрактора зазвичай суттєво менше розмірності фазового простору системи. В цьому полягає ідеологія процесів обробки інформації та управління у складних нелінійних динамічних системах, ці процеси включають дві фази:

- фазу розширення;
- фазу стиснення. Ці фази реалізуються за допомогою сукупності нелінійних додатніх та від'ємних зв'язків. У фазі розширення формується підмножина альтернатив поведінки системи для взаємодії із зовнішнім середовищем та іншими системами. У фазі стиснення система звужує область притягіння атракторів, які були визначені раніше, в один з бажаних атракторів – мету системи.

Синергетичні методи до синтезу системи управління складними об'єктами значною мірою здатні подолати труднощі, пов'язані із знаменитою тріадою «нелінійність – багато вимірність – багатозв'язність».

Значення нової інтегральної науки – синергетики–теорії нерівноважних процесів для проблем управління складними об'єктами полягає тому, що у відкритих системах, які обмінюються із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією, процеси самоорганізації є внутрішніми, що створює умови для виникнення з хаосу (фізичного, хімічного, біологічного та ін.) деяких стійких упорядкованих структур із суттєво новими

властивостями. Це справедливо для відкритих систем будь-якої природи. Синергетика як наука претендує сьогодні на нові концептуальні підходи, які використовують системні методи, процедури системного аналізу та теорії систем. На відміну від багатовисхідних задач синергетика виділяє клас природних технічних систем, в яких відбуваються процеси та механізми самоструктурування. Таким чином, синергетика зосереджується на кооперативних, когерентних і самоузгоджених процесах, які виникають у складних нелінійних системах, вирішальну роль в яких відіграє природа явищ (фізичних, хімічних, біологічних). Синергетичний підхід зосереджується на виявленні макроскопічних властивостей процесу (наприклад, утворення популяцій), не виявляючи при цьому поведінки окремої частинки або особи. Важливим є кількість окремих компонент, які входять у систему і утворюють параметри порядку, які керують поведінкою кожної компоненти. Основою процесів самоорганізації є подання початкової системи у вигляді ієрархічної структури, сукупності динамічних підсистем.

Синергетика та теорія управління мають ряд суттєвих спільних рис, тому використовується часом термін «синергетична теорія управління». Водночас на відміну від загальноновизнаного метода теорії управління, який для переведення системи з одного стану в інший використовує інтенсивні зовнішні дії, синергетичний підхід відшукує як завгодно малі дії на систему, що можуть спонукати її до самоорганізації, виникнення потрібних внутрішніх процесів.

В синергетичних процесах присутні причини цілепокладання, в них відбувається стихійна зміна керувальних параметрів, що дає можливість вивчати властивість самоорганізації на дисипативних структурах практично некерованої нелінійної системи. Стає можливим визначити причини спонтанної самоорганізації як властивості самостійного руху. Виникає важливий методологічний висновок: необхідно здійснити перехід від непередбачуваного руху системи (її поведінки) за алгоритмом дисипативної структури до керованого руху вздовж бажаних синергій – інваріантних різноманітностей, до яких будуть підлаштовуватись інші змінні динамічної системи.

Тут уже мета виступає як визначальна сутність процесу, а його дійсне розуміння полягає у самоуправлінні та самоорганізації у відповідності до поставленої мети. Таким чином в нелінійних динамічних системах розрізняють причинний та цільовий (направляємий) способи їх самоорганізації.

Ще одна особливість нелінійних систем полягає у «природному русі», під яким у класичній механіці розуміють рух тіла у відповідності з об'єктивними законами, тобто без наперед поставленої теми. Рівняння класичної (гамільтонівської) механіки оборотні, тому в них немає місця дисипативним структурам далеко від положення рівноваги. Відкриття синергетичного явища самоорганізації на дисипативних структурах суттєво змінює поняття «природного руху», надаючи йому зміст природного самоуправління.

Дисипативний – пов'язаний із втратами механічної енергії, частина якої з часом перетворюється на інші види енергії.

Таке самоуправління має свою мету: попадання на бажану структуру – атрактор, що і відображає внутрішній зміст та призначення системи. За рахунок самодобудови структури, саморуху природні системи навіть в результаті випадкового попадання в область притягання атрактора самоорганізуються.

Вище вже відмічалось, що в класичній теорії управління основним методом є вибір жорсткої дії для переведення системи в потрібний стан. Ідеї самоорганізації в нелінійних динамічних системах пов'язані з пошуком шляхів цільового впливу, тобто способів формування та збудження внутрішніх сил взаємодії, які можуть породжувати у фазовому просторі систем стійкі дисипативні структури, адекватні сутності системи.

Іншими словами, існують об'єктивні закони єдності принципів самоорганізації та управління складними системами. Синергетику можна розглядати як суттєвий розвиток системно-кібернетичного підходу, але для кібернетики головним є поняття інформації, а для синергетики – механізм самоорганізації системи певної природи. В синергетиці нелінійні залежності не лінеаризуються, а знаходяться умови виникнення хаотичних явищ, бифуркацій, несдності шляху тощо.

Основоположниками сучасної синергетики є І.Пригожин та Г. Хакен та їх наукові школи. Для можливості поєднання класичних та синергетичних методів управління необхідно враховувати принципові методологічні положення:

- рух системи відбувається, як правило, в нелінійній області її простору;
- система повинна бути відкритою, тобто обмінюватись із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією;
- процеси, які протікають у системі, є когерентними;

– система функціонує в умовах нерівноважної термодинаміки, коли приплив енергії в систему достатній не лише для гасіння росту ентропії, а й для її зменшення, що забезпечує зростання порядку в системі;

– в системі є кілька шляхів еволюції на фінальних етапах її руху, які описуються типовими рівняннями відносно параметрів порядку, тобто кількох головних степенів свободи, до яких через деякий час «підлаштовується» решта степенів свободи системи.

8.2. Синергетичні системи управління і самоорганізації

Складні об'єкти управління є нелінійними, динамічними, множинними, складаються з великої кількості елементів, які взаємодіють між собою та зовнішнім середовищем. Нелінійні динамічні рівняння не мають аналітичних розв'язків, тому управління складними об'єктами передбачає застосування числових методів, а також не лише формального, а й змістовного опису внутрішніх процесів, його структури та зовнішніх процесів обміну енергією та речовиною. При цьому використовуються також принципи фізичного (енергетичного) та хіміко-біологічного (структурного) підходів.

Теорія динамічних систем розвивалась в різних областях науки за трьома основними напрямками підходу до математичного опису об'єктів:

- детермінованому;
- стохастичному;
- множинному.

Ці підходи мають концептуальні та аксіометричні відмінності, але тісно зв'язані між собою і відображають єдність різних властивостей об'єкта.

Детерміновані закони механіки з позицій формалізму І. Ньютона, Ж.Л. Лагранжа, У.Р. Гамільтона знайшли відображення в рівняннях руху, які описують поведінку динамічних систем у вигляді рівнянь математичної фізики при наявності різних зовнішніх енергетичних діянь.

Роботи А. Пуанкаре, А.М. Ляпунова, Дж.Д. Біркгофа в області нелінійної динаміки та динамічних систем ознаменували початок теорії управління, в якій розвивались методи А.А. Андропова, Н.М. Крилова, Н.Н. Боголюбова, Л.С. Понтрягіна.

Принципово нові якісно процеси були виявлені в роботах з нерівноважної термодинаміки, що пов'язано з явищами самоорганізації та структуроутворення не лише в біологічних організмах, але й в хімічних та фізичних системах. Роботи І. Пригожина, Ю.Л. Клімонтовича, Г. Хакена визначили новий науковий напрям в теорії нелінійних процесів, взаємодії між компонентами нелінійними динамічної системи при формуванні просторово-часових дисипативних структур в нерівноважних умовах. Х. Хакен підкреслив значущість механізмів узгоджених дій в колективних рівноважних нелінійних системах. Ключовими поняттями нелінійної динаміки є:

- нелінійність;
- нерівноважність;
- нестійкість;
- хаотичність;
- взаємодія;
- стохастичність;
- самоорганізація;
- різноманітність.

Найбільш важливі результати, отримані з позицій синергетики: динамічні процеси описуються у вигляді стохастичних диференціальних рівнянь, які відображають єдність і взаємодію детермінованих та випадкових складових;

- хаотичні процеси можуть виникати в нелінійних динамічних системах як часові впорядковані структури за умови біфуркаційної нестійкості і за відсутності зовнішніх випадкових діянь;

- нестійкі компоненти (моди) використовуються як параметри порядку при нерівноважних фазових переходах в нові структурні стани динамічної системи;

- дисипативні структури виникають в нерівноважних процесах в результаті взаємодії між компонентами системи, наприклад при просторово-часових кореляціях;

- залежність між компонентами системи відіграє важливу роль в різних процесах обміну, взаємодії і самоорганізації.

Синергетика – не лише загальна наукова платформа при вивченні складних процесів нелінійної динаміки, але й дозволяє конструювати такі технічні системи, в яких динамічні процеси протікають у повній відповідності і узгодженні з природними, тому що в них використані принципи і механізми організації та самоорганізації, які близькі до природних.

Приклад постановки задачі синергетичного управління і самоорганізації.

- Рівняння об'єкта

$$\dot{X} = F(X, U, T, r, t), \quad (8.1)$$

де: X – вектор стану; U – керування; E – вектор випадкових збурень; $F(\dots)$ – нелінійна функція; r – просторова змінна.

- Рівняння керування

$$\dot{U} = G(X, U, Z, S), \quad (8.2)$$

де: Z – необхідний стан системи; $G(\dots)$ – нелінійна функція; C – управляючий параметр; S – параметр порядку.

- Ймовірнісні характеристики випадкового збурення E ;
- Критерії точності, швидкодії та втрат у вигляді функціоналів $\Phi_r(U, X, Z, t)$, $\Phi_{ш}(U, X, Z, t)$, $\Phi_{вт}(U, X, Z, t)$ на інтервалі управління $[t_0, t_k]$.

Задача управління: знайти таку структуру рівнянь управління, за якої управління U переводить систему в новий стан Z за умови мінімізації втрат на інтервалі $[t_0, t_k]$.

Задача самоорганізації: знайти таку структуру взаємодії між компонентами системи, за якої система в процесі біфуркаційної нестійкості переходить в новий, стійкий стан з мінімальним рівнем вільної енергії.

Основна ідея синергетичного підходу до розв'язання поставленої задачі полягає у виборі такої структури управління та процедур самоорганізації, щоб необхідний стан системи був одним із стійких станів, і в організації потім руху (фазового переходу) в цю точку фазового простору. Такий підхід до застосування самоорганізації і взаємодії в системах управління аналогічний адаптивному підходу до параметричного і структурного синтезу (Я.З. Ципкін, В.С. Смелянов), але додатково передбачає використання процесів самоорганізації при рухові у фазовому просторі в умовах сильної нелінійності.

В основі процесів самоорганізації лежать різні процедури взаємодії між детермінованими та стохастичними складовими в умовах нерівно важності, нестійкості, розузгодження та зовнішніх потокових впливів.

До механізмів самоорганізації та взаємодії в фізиці, хімії, біології можна віднести:

- цілеспрямоване узгодження та координація дій елементів у колективній системі відповідно до загальної задачі;

– використання параметрів порядку, загальних правил, полів та середовищ для впорядкування колективної поведінки;

– явище вибіркової нестійкості в нерівноважних фазових переходах за схемою «біфуркація – нестійкість – хаос – упорядкована структура»;

– конкуренція, конфлікти, конфронтація та компроміси, консолідація;

– просторова та часова кореляція, синхронність та когерентність;

– флюктуація, мутація, відбір;

– семантичний зв'язок та асоціативна дія;

– самозбирання, самовідтворення і генерація структур.

Сучасна теорія керування, побудована на кібернетичних засадах успішно засвоїла методи досить грубої зовнішньої дії примусового характеру на різні технічні об'єкти, що приводить до значних витрат ресурсів для потреб керування. Синергетичний підхід дозволяє розробити нові методи досягнення цільових станів об'єкта керування. Побудований на процесах самоорганізації в нелінійних динамічних системах і універсальних об'єктивних законах телеономного керування на основі врахування фізико-хімічних властивостей явищ, які відбуваються в об'єктах керування. При цьому основна увага зосереджується на кооперативних, когерентних і самоузгоджувальних процесах, що виникають в складних нелінійних системах керування. Важливим аспектом побудови синергетичних алгоритмів керування є необхідність створення способів аналізу причин виникнення, формування та дії внутрішніх сил резонансного характеру, що приводять до виникнення у фазовому просторі систем керування стійких дисипативних структур, які відображують природні властивості об'єкта керування. Ця принципово нова проблема теорії керування породжує необхідність розв'язання самостійних специфічних задач у конкретній предметній галузі – відповідній технології харчових виробництв. Отже, для можливості використання синергетичного підходу необхідно зробити перехід від вихідної задачі керування до більш розширеної, що зробить вхідні параметри системи та зовнішні сили вхідної системи, внутрішніми силами вихідної замкнутої системи керування із самоорганізацією. Враховуючи вищесказане, можна зробити висновок, що незвичні властивості синергетичних систем керування із ефектом самоорганізації в дисипативних системах дозволяють відкрити нові особливі

можливості системи у вирішенні проблем керування складними технологічними комплексами. Синергетичні методи, засновані на нелінійній динаміці і нерівноважній термодинаміці, дозволяють успішно як досліджувати різноманітні хіміко-технологічні процеси, так і ефективно керувати ними. Справа в тому, що більшість таких процесів є нерівноважними і характеризуються кооперативними нелінійними ефектами. Для успішного застосування методів нелінійної динаміки для задач керування технологічними процесами приготування пивного сусла необхідно провести комплексний системний аналіз методів синергетики та нерівноважної термодинаміки при дослідженні технологічних процесів як нелінійних динамічних систем з точки зору можливості їх застосування в даній проблематиці, адаптувати їх з урахуванням особливостей, властивих для технологічних процесів пивоварного виробництва та доповнити новими підходами і моделями, створеними спеціально для цієї предметної галузі.

Так як в нелінійній динаміці накопичена достатньо значна кількість методів аналізу та моделей, то необхідно провести їх класифікацію.

За методами дослідження виділяють теоретичні та експериментальні підходи до аналізу складних нелінійних систем.

Теоретичний підхід базується на підставі того, що будь-яка складна технологічна система під час свого функціонування підкоряється фізичним, хімічним та біологічним законам. Тому однією із основних задач при аналізі та моделюванні таких систем є перевірка гіпотез про наявність і особливості проявів таких механізмів в явищах, що відбуваються в технологічних процесах. Теоретичний підхід полягає в таких способах аналізу:

– побудові специфікацій моделей на основі теорій біохімічних, гідродинамічних, тепло- і масообмінних процесів з наступним аналізом інтервалів значень параметрів порядку моделей. Результатом аналізу є висновок про те, чи існує інтервал значень параметрів, при яких поведінка системи, що досліджується, є хаотичною, і якщо так, то наскільки є близьким цей інтервал до тих значень параметрів, які можуть бути реалізовані в реальних умовах;

– на основі базових моделей теорії хаосу побудувати узагальнену модель, яка б враховувала б особливості функціонування процесів приготування пивного сусла як складної біотехнологічної системи, і досліджувати, як змінюються її властивості в порівнянні з базовою моделлю;

– розробку і теоретичне обґрунтування нових моделей, орієнтованих на керування процесами приготування пивного суслу в реальному масштабі часу.

Основною метою теоретичного аналізу є створення передумов для підтримки прийняття рішень в інтервалах значень параметрів порядку та керувальних параметрів, при яких система проявляє хаотичну поведінку, а також при необхідності забезпечення асимптотичної стійкої поведінки системи встановити, як слід вибирати значення керувальних параметрів, щоб не потрапити в «хаотичний» інтервал.

Метою експериментального підходу є ідентифікація моделей для отримання прогнозу на основі даних спостережень за системою. При цьому часто для прогнозу є важливою відповідь: чи дані породжуються хаотичним, чи випадковим процесом. Експериментальний підхід може бути реалізованим двома різними способами: шляхом проведення активного чи пасивного експерименту. Активний експеримент в свою чергу проводиться при участі суб'єкта (той що приймає рішення (ОПР)) чи без нього. В останньому випадку експеримент носить назву імітаційного комп'ютерного моделювання. Так, наприклад, в системах розмірності більше одиниці, коли рівняння системи відомі, але неможливо застосувати теорему Шарковського. При імітаційному моделюванні задаються значення параметрів рівнянь та початкові значення змінних, будуються траєкторії і визначається, при яких значеннях параметрів ці траєкторії утворюють дивний атрактор. При активному експерименті з участю ОПР, як правило, створюється модель системи, що досліджується, на базі якої розроблюється інтерактивна програма. В процесі експерименту ОПР визначає ситуації, при яких він повинен прийняти рішення, які приводять до змінювання стану модельної системи, при багатократному проведенні таких експериментів з'являється можливість збору даних, які дозволяють побудову системи знань. Пасивний експеримент полягає в спостереженні системи в часі чи просторі. Результатом спостереження є значення показників, які представлені у вигляді часових рядів. При аналізі даних рядів вирішують задачі:

– чи є система хаотичною, тобто її поведінка породжується детермінованим нелінійним законом чи вона повністю є випадковою;

– відновлення за спостереженнями системи рівнянь, які аналізують поведінку системи (так звана «реконструкція атрактора»);

– отримання прогнозу поведінки системи на максимально можливий термін і обґрунтування «горизонту прогнозу».

Для відповіді на перше питання розроблений ряд інструментів, які враховують здобутки як теорії хаосу окремо, так і об'єднуючих досягнення теорії хаосу і статистики. Найявність хаосу визначається за допомогою методів двох груп: метричних та топологічних. Метричні тести включають:

– обчислення кореляційної розмірності, яка є нижнього оцінкою фрактальної розмірності (розмірності Хаусдорфа-Безиковича);

– обчислення максимального показника Ляпунова;

– оцінка К-ентропії Колмогорова;

– обчислення показника Херста;

– тест залишків Брока;

– BDS – тест (Брока, Дезерта і Шейкмана).

Топологічні тести хаосу дозволяють діагностувати наявність детермінованого хаосу на відносно коротких рядках даних (тести Гілмора, рекурентних діаграм, вейвлет-діаграм, тощо).

Загальна задача синергетичного керування технологічними процесами формалізується так: об'єкт описується рівнянням

$$\dot{X} = F(X, U, E, t), \quad (8.3)$$

і для нього необхідно знайти керування

$$\dot{U} = G(U, X, Z, C, S), \quad (8.4)$$

де X – вектор станів об'єкта; $F(\dots), G(\dots)$ – нелінійні функції; C – параметр керування; S – параметр порядку; E – вектор випадкових збурень.

Для опису нелінійних динамічних систем, які функціонують в умовах випадкових збурень, можна використати дисипативне рівняння Ланжевена виду:

$$\dot{X}(t) = f(x, t) + g(x, t)E(t), \quad (8.5)$$

де $f(\dots), g(\dots)$ – векторні детерміновані функції, причому $f(x, t)$ описує топологію фазового простору і визначає динамічні властивості системи. Друга складова характеризує характер

взаємодії між детермінованою та стохастичною компонентами системи і відіграє важливу роль в нерівноважних та нестійких процесах, коли флуктуації допомагають системі знаходити стійкий стан рівноваги в нових умовах.

Флуктуючі сили характеризуються наступними властивостями:

$$\langle E(t) \rangle = 0; \quad (8.6)$$

$$\langle E(t)E(t') \rangle = Y\delta(t - t'), \quad (8.7)$$

де середнє береться за стохастичним процесом. Найпростіша модель дисипативних структур

$$\frac{\partial x}{\partial t} = P(x, y) + D_x \frac{\partial^2 x}{\partial x^2}; \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = Q(x, y) + D_y \frac{\partial^2 y}{\partial y^2}, \quad (8.9)$$

де D_x і D_y - коефіцієнти розподілу технологічних факторів, а $P(x, y)$ і $Q(x, y)$ відбивають відповідно приріст і зменшення цих факторів. У випадку моделювання такого нестационарного процесу як приготування пивного суслу, що описується нелінійними рівняннями зручно перейти до рівняння Фокера – Планка, записаного для функції розподілу $f(y, t)$. Вона описує ймовірність знаходження змінної y в інтервалі $y \rightarrow y + dy$ в момент часу t . Рівняння Фокера – Планка, що відповідає рівнянню Ланжевена і має вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y}(k_y(y)f) + \frac{Y}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} f, \quad (8.10)$$

де перший член правої частини називається дрейфовим, а другий дифузійним.

Синергетичні системи виділяються двома основними властивостями, які є рівнозначними, бо відображають всю суть подібних систем. Перша властивість – внутрішня взаємодія між елементами системи на всіх рівнях. Іншою важливою властивістю є взаємообмін з навколишнім середовищем, який може бути різним: інформаційним, енергетичним, фізичним і т.п. У зв'язку з цим є

досить перспективним напрямком перенесення даних властивостей синергетичних систем на нелінійні системи керування динамічними об'єктами та виникає проблема перенесення природних принципів синергетики на принципи кількісних співвідношень. Даний підхід до такої проблеми дозволив свого часу створити принципово нову синергетичну теорію управління, яка завдяки застосуванню принципів самоорганізації в задачах керування системами має наукове обґрунтування і є принципово новим напрямком в сучасній теорії управління, що базуються на принципах самоорганізації, стисненні і розширенні синтезованих нелінійних динамічних систем на інваріантних множинах. Розроблена теорія управління об'єднує в собі принципи кібернетики і синергетики, використовує єдність процесів, що протікають як всередині системи, так і поза нею. Головним завданням функціонування синергетичних систем є зближення цільових атракторів – граничних множин, що відображають технологічні інваріанти розроблюваних систем. Детальне врахування всіх властивостей об'єктів управління дозволяє виділити необхідні технічні та технологічні інваріанти. Введення в систему атракторів і різноманіть дозволяє створити єдиний механізм додатних і від'ємних зворотних зв'язків, який повністю регулює процеси самоорганізації, що протікають в даній системі. Головною метою створеної в процесі синергетичного синтезу системи є досягнення бажаної гіперповерхні і наявного на ній бажаного атрактора. У цьому місці спостерігається стійка поведінка системи, яке є кінцевим станом. Розмірність бажаного атрактора практично завжди набагато менша розмірності базового простору системи, що формує ідеологію регулювання складних динамічних об'єктів, в яких протікають нелінійні процеси.

На даний час існує лише «жорстка» методика зовнішнього впливу на об'єкт керування, що відповідно вимагає великих енергетичних затрат. Такі методики в умовах тотальної економії енергетичних ресурсів стають неактуальними. Отже, виникає необхідність створення методів і способів керування, які зможуть порушувати внутрішні сили системи таким чином, щоб отримати необхідний результат. Зрозуміло, що такі методики будуть набагато економічно вигідніші ніж вплив на систему ззовні.

Розвиток систем автоматизації та технічних засобів дає змогу впроваджувати нові системи у галузі і вдосконалювати старі, що реалізується через створення нових алгоритмів керування, створення новітнього програмного забезпечення із використанням

мікропроцесорних контролерів та комп'ютерних технологій. Останні дослідження показали можливість застосування таких методик, які проявили себе як достатньо перспективні у сучасній теорії автоматизації складних технологічних комплексів, в тому числі для керування нелінійними об'єктами. Для цього необхідно знати основні властивості синергетичних систем:

1. Процес повинен відбуватись у нелінійній області простору.
2. Система повинна відповідати вимогам корпоративності та когерентності.
3. Система повинна мати змогу обмінюватись інформацією, матерією та енергією із зовнішнім середовищем (відкритість систем).

Більшість технологічних процесів відповідає вказаним ознакам, що дає можливість застосовувати методи синергетичної теорії керування.

8.3. Управління автоматизованими технологічними комплексами харчових виробництв на основі сценарного підходу та принципів синергетики

Технологічні комплекси (ТК) харчової промисловості (цукрових заводів, спиртових, хлібопекарських та ін.), за показниками функціонування, структурою, методами управління та оцінками техніко-економічних показників відносяться до складних організаційно-технічних (технологічних) систем.

Організаційно-технологічні процеси (ОТП) мають риси як технічних, так і організаційних систем:

- багатовимірність;
- складність та змінюваність структури;
- наявність та зміна багатьох цілей;
- недетермінованість;
- активність та інш.

Наявність особи, що приймає рішення (ОПР) у системах управління ОТП має позитивні аспекти:

- адаптивність, толерантність до зміни структури;
- суб'єктивна оптимізація рішень, які приймаються.

Але не можна не враховувати суттєві недоліки:

- нездатність до переробки значних масивів інформації;

- зниження надійності в зв'язку із втомлюваністю ОНР;
- недостатня кваліфікація персоналу;
- запізнювання у прийнятті рішень.

Серед багатьох проблем, пов'язаних з управлінням ТК, головними є формування ефективних управлінь (прийняття рішень) в умовах високого рівня невизначеностей, ідентифікація ситуацій та прогнозування їх розвитку з урахуванням множини цілей та існуючих ресурсів.

Для ефективного функціонування ТК необхідна оперативна достовірна інформація як технологічного, так і техніко-економічного характеру, що реалізується в рамках ієрархічних систем управління з розподілом функцій та задач між рівнями та підсистемами.

В технічній літературі останніх років виділяються різні підходи до управління організаційно-технічними (технологічними) системами:

- структурний;
- системний;
- директивний;
- процесний;
- ситуаційний.

Структурний підхід орієнтований на створення ієрархічних систем, які відповідають ієрархії об'єкта (ТК, підприємства) та задач управління, але існує множина структур, в рамках кожної з яких можна забезпечити виконання певних функцій. Віддати перевагу будь-якій структурі або визначити оптимальну структуру практично неможливо.

Процесний підхід орієнтований безпосередньо на кінцевий результат, тому можна оперативно оцінювати показники техніко-економічних ефектів. При цьому в загальному випадку процеси відображають шляхи досягнення результатів, і до стандартних процесів відносяться:

- процес управління;
- процес закупок (сировини, матеріалів, послуг інших організацій);
- процес збуту, тобто реалізації продукції і отримання прибутку;
- процес виробництва, тобто створення продукції (товарів і послуг).

Названі процеси є стратегічними і поділяються на ключові процеси, наприклад, управління ТК або підприємством включає:

- управління технологічними процесами;
- управління ресурсами;
- фінансовий менеджмент;
- облік (бухгалтерський, податковий);
- юридичну експертизу і супроводження.

Процесний підхід в управлінні дає можливість досягти таких результатів:

- всі процеси можна оцінювати за їх ефективністю, визначаючи «вузькі місця»;
- структура систем управління стає більш простою, скорочуються зайві потоки інформації на верхні рівні, підвищується відповідальність виконавців, скорочується кількість проміжних ланок керування;
- спрощується взаємодія між підрозділами, а часом стираються межі між ними;
- стає можливим оцінювати діяльність підрозділів та окремих співробітників за збалансованою системою показників, передавати їх на верхні рівні та отримувати безпосередньо відомості про стратегію системи в цілому.

В рамках сучасних структур комп'ютерно-інтегрованих систем управління створюються можливості поєднання позитивних сторін структурного та процесного підходів на основі сценарно-ситуаційного управління. При цьому управління ТК в основних експлуатаційних режимах передбачає використання систем прийняття рішень в класі «ситуація – дія» або «ситуація – стратегія – дія», у тому числі на основі нечітких моделей з використанням нечітких когнітивних карт.

Найбільшою практичною проблемою в сучасних умовах є управління складноорганізованими системами в умовах невизначеності, які в різних проявах характерні для харчових виробництв (не можна достовірно передбачити реакцію об'єкта управління на зовнішні дії; різноманітні конфлікти, що виникають в процесі управління, не можуть бути розв'язані однозначно на користь тих чи інших складових систем (необхідні компромісні варіанти організацій стратегій управління; досягнення цільового стану повинно здійснюватись по ефективній траскторії). Виходячи із принципу еквіфінальності, розв'язання задач управління в умовах

невизначеності теоретично повинно дозволити здійснити опис всієї допустимої множини станів об'єкта, що, звісно, приводить до недопустимого рівня багатомірності варіантів стратегій управління. Тому, доцільно застосувати сучасні підходи до організації ефективних управлінь: синергетичне управління і сценарний підхід. Загальна постановка задачі управління складними організаційно-технічними об'єктами при таких підходах полягає в наступному. Визначаються описи структур системи управління у вигляді початкового атрактора, який визначається як певна стабільна просторово-часова структура. Далі задається на основі досліджень деяка послідовність кроків (дій) переходу від попередніх структур – атракторів до цільових атракторів (історія переходу), а також опис умов цих переходів та їх часових параметрів. Експертним опитуванням встановлюються відносно стійкі структури – атрактори у фазовому просторі середовища, а також області їх притягування. Необхідно визначити: як виконати послідовність дій, щоб здійснити перехід від початкової до спланованої структури – атрактора; які умови і часові параметри такого переходу; яким чином можна оцінити достовірність кожного послідовного кроку такого переходу; яка ймовірність та можливість попадання із початкової структури в область притягування запланованої структури – атрактора; яка ймовірність стійкості системи при її атрактивній поведінці і за допомогою яких параметрів порядку можна описати області притягування системи в фазовому просторі середовища; яким чином можна оцінити ефективність, послідовність та подолання конфліктності при міжатрактивних переходах з урахуванням встановлених обмежень (часові, ресурсні, критеріальні, інформаційні); який кінцевий ефект всіх дій при варіанті переходу в цільовий стан системи. Подібні визначення задач управління потребують відповідного функціонального забезпечення (моніторинг, діагностика, планування, реконструкція, прогнозування, прийняття рішень) у вигляді спеціальних схем – алгоритмів.

Загальна задача прийняття рішень по управлінню в умовах невизначеності $Z(S, R)$ полягає в тому, що для будь-якої ситуації S необхідно знайти таке рішення $r \in R$, яке є найкращим в деякому розумінні. Вся допустима множина ситуацій і безпосередньо зв'язаною з нею множиною рішень, що приймаються, можна визначити через $S=(I, L, P)$, де I – множина інформації, L – множина об'єктів, P – множина предикатів. Конкретні ситуаційні стани

об'єктів представляються із множини варіацій вище наведених базових елементів.

Особливість формування сценаріїв управління біотехнологічними процесами вимагає усестороннього розгляду можливих підходів формування самоорганізаційних структур з урахуванням ризику та невизначеності. Важливим чинником формування стратегії управління з урахуванням ситуаційної невизначеності є включення механізмів синтезу управляючих сценаріїв поведінки параметрів біотехнологічних процесів. Врахування такого роду характеру поведінки біотехнологічних процесів дозволяє побудувати множину стратегічних сценаріїв управління.

При цьому розглядаються система моделей, що описує процеси зміни параметрів та умов функціонування біотехнологічних процесів, дискретно фіксуючи принципові з точки зору розробника системи управління біотехнологічними процесами моменти переходу на новий якісний рівень функціонування та режимів роботи. При розробці інтелектуальної підсистеми слід розрізняти сценарії управління і сценарії поведінки об'єкта. Перший формується в залежності від цілі управління і правил вибору управляючих дій, в той час коли інший орієнтується на дескриптивне дослідження об'єкта управління. Основна різниця між ними полягає в тому, що в сценарії управління присутня ОПР, приймаючи активну участь в досягненні поставленої цілі управління.

Формування сценарію управління біотехнологічними процесами будується за суб'єктивно-об'єктивною схемою, яка застосовується в процесі аналізу та прийняття рішень, тобто спочатку із множини входів X та множині виходів Y формуємо розширений фазовий простір, в якому здійснюється дослідження поведінки параметрів біотехнологічного процесу. На наступному етапі розбиваємо простір Z на підмножини, які характеризують якісно експертно значущі властивості біотехнологічних процесів.. При цьому експертним шляхом визначаємо робочу область, в якій розглядається функціонування об'єкта.

В основі експертного опису поведінки біотехнологічних процесів лежить поняття експертно значущої розбивки (ЕЗР) простору Z та експертно значущих подій (ЕЗП) Q_p , що проходять в послідовності, вказаній в системі впорядкування S_{pp} , яка

визначається об'єктивними законами природи (фізикою проходження самого процесу).

Представивши ЕЗР заданим набором показників (характеристик S_p), встановлюється центр елементарної розбивки, який задає нормальний стан виділених показників об'єкта, формуємо як стандартний стан деякої векторної згортки розширених фазових координат (наприклад, фазовий простір зміни координат системи).

Наступним кроком генерування сценарію є визначення зв'язків між елементами ЕЗР. Процедура розвитку ЕЗП може бути оцінена з різних точок зору. Виділяють дві крайні можливості:

- слідування екзогенним шляхом (синергетичний підхід);
- слідування ендегенним шляхом, що ґрунтується на детальному описі перехідних процесів (в окремому випадку це можуть бути процеси управління з бажаною ціллю), які лежать в основі атрактивного підходу.

Між цими точками зору лежить цілий спектр можливих варіантів моделей. Для побудови сценарію формально пропонується використання двох часових шкал:

- шкала Z_t , за допомогою якої описуються динамічні траєкторії ОУ розширеного фазового простору Z (як правило, це шкала безперервного часу);
- шкала R_t дискретного часу, у відповідності з якою проходять всі події сценарію, що формується.

При формуванні сценарію послідовно виділяються фактори невизначені $a \in N_0$ і випадкові $b \in B_0$. Далі визначаються умовне рішення

$$R = (a, b) \in \Gamma_0 = N_0 \times B_0, \text{ очікувана подія}$$

$$J' = (x'(t_i), y'(t_i), t_i) \quad (8.11)$$

в момент часу $t_i \in Z_t$, образ ситуації $S(t)$, образ обстановки $I(t_i)$ в момент часу $t_i \in Z_t$.

Ефективним методологічним прийомом при визначенні елементів сценарію поведінки біотехнологічних процесів (БТП) може слугувати магістральний підхід до аналізу проблеми, зміст якого полягає в тому, що визначаються окремі спеціальні багатобрази (зони стійкості фазових портретів) фазового простору, які описують ефективні з точки зору заданих цільових функцій

траєкторії розвитку системи. Визначення таких елементів дозволяє здійснити синтез оптимального управління і вказати відповідні оптимальні траєкторії проходження біотехнологічних процесів.

На прикладі фазових портретів процесів брагоректифікації, як кінцевої стадії біотехнологічних процесів спиртового виробництва були виявлені характерні ситуаційно значущі зони (рис. 8.1).

Технологічна ситуація $S(t)$ як образ описується вектором ознак, що характеризують відповідний об'єкт, та визначається деяким відношенням на множині параметрів $\{Y\}$, яка характеризується множиною класів ситуацій $\{K_S\}$, що відображені в сценарії управління, множиною алгоритмів класифікації $\{K_A\}$, а також правилами вибору алгоритмів класифікації $\{P_K\}$.

$$\{Y\} = \{K_S, K_A, P_K\}, \quad (8.12)$$

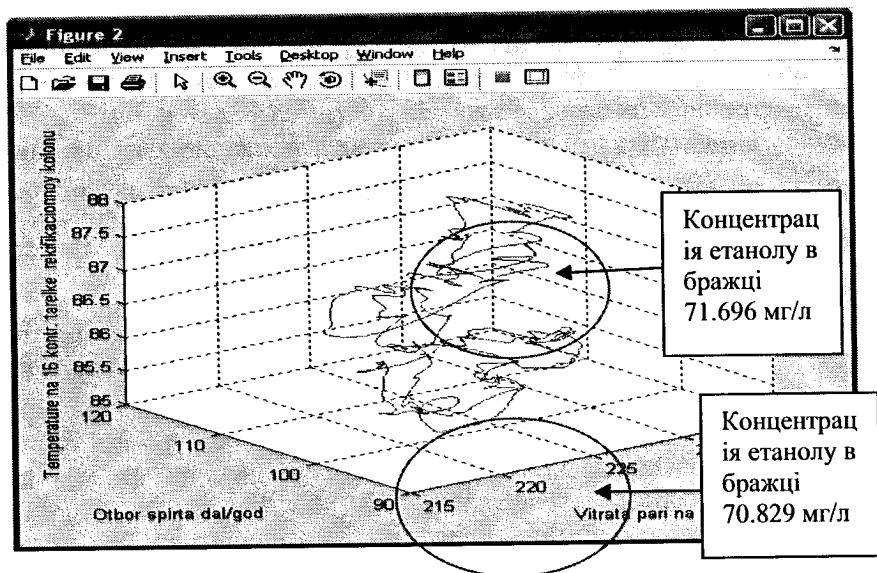


Рис. 8.1. Зміна температури на контрольній тарілці ректифікаційної колони (період спостереження 24 години)

В даній предметній області в якості образу приймається множина станів роботи брагоректифікаційної установки, що дозволяє однозначно ідентифікувати ситуацію і віднести її до певного класу.

Для представлення даного підходу введемо поняття сценарію, як основної структурної одиниці бази знань. Сценарієм називається формалізований опис стандартної (прийнятної в даному контексті) послідовності взаємопов'язаних фактів, що визначають типову ситуацію предметної області. Це можуть бути послідовності дій або процедур, що описують способи досягнення цілей діючих осіб.

Характерними їх особливостями є врахування семантичних закономірностей та самоорганізаційних особливостей біотехнологічних процесів.

Виходячи з особливостей біотехнологічних процесів та їх дослідження, системи такого типу можна характеризувати наявністю русел та джокерів, які є властивими для хаотичних систем. Тому доцільним методом побудови сценаріїв є сценарний аналіз, що базується на концепції сценарного обчислення: визначення пучків сценаріїв (сценарних просторів) і відповідних їм обраним пакетам невизначеностей та стратегій. В свою чергу над кожним з сценаріїв здійснюються певні операції.

Стратегії сценаріїв управління біотехнологічними процесами будуються на основі стратегії ОНР, в рамках повного циклу прийняття рішення та характерних властивостей біотехнологічного процесу визначених шляхом комп'ютерної обробки результатів експерименту.

При класифікації цілей управління біотехнологічними процесами можна виділити такі аспекти:

- сценарії за масштабом охоплення подіями;
- локальні сценарії, які складаються виключно для окремо взятої підсистеми управління біотехнологічними процесами і є основою для прийняття рішення локальною системою управління;
- міжоб'єктні, що складаються для опису взаємодії та управління режимами їх взаємодії і є основою при управлінні розподіленою системою управління біотехнологічними процесами.

Побудова сценаріїв управління невід'ємно пов'язана з теоретичними та практичними основами управління хаосом, і оскільки запропоновані сценарії управління будуються шляхом їх синтезу на основі мережевого підходу, такий підхід дозволить оптимізувати конструктивний синтез сценаріїв управління шляхом структурування отриманих результатів моделювання біотехнологічних процесів, та вирішення задач багатоцільового управління в умовах невизначеності та ризику.

Побудова сценарію управління біотехнологічними процесами ґрунтується на концепціях самозародження хаосу в просторі

режимних станів біотехнологічного процесу. Процеси виникнення та розвитку хаосу в нелінійних середовищах, до яких можна віднести біотехнологічні процеси, класифікуються в залежності від характеру росту розмірності атрактора в просторі. Якщо динаміка поля ускладнюється вздовж одного або декількох напрямків і, наприклад, розмірність реалізації збільшується вздовж координат, то такий сценарій розвитку доцільно назвати конвективним. Очевидно, що такий характер проходження процесів доцільно розглядати з точки зору вивчення «зсувної» турбулентності гідродинамічних потоків в біотехнологічних процесах, а також врахування особливостей масообміну. Такий характер поведінки доцільно врахувати при формуванні сценаріїв управління біотехнологічними процесами.

У випадку, коли при проходженні біотехнологічних процесів виникає хаотична поведінка нелінійного поля в локалізованих областях, і поступово підпорядковує сусідні ділянки, в кінцевому випадку в середовищі встановлюється просторово – часовий хаос з однорідними, в середньому, в просторі характеристиками, що в свою чергу приводить до встановлення стаціонарного режиму перебігу біотехнологічних процесів. Змістовну теорію просторово-часового хаосу вдається використати в першу чергу в тих ситуаціях, коли динаміку нелінійного поля можна розглядати як динаміку ансамблю взаємодіючих стабільних та метастабільних структур, які виникають в результаті проходження складних процесів масообміну. В результаті розвитку первинної нестійкості в потоці формується ансамбль динамічних елементів – вихорів пов'язаних один з одним за рахунок збурень, які розповсюджуються вниз по потоку. Індивідуальна динаміка таких вихорів може бути досить різноманітною. Зокрема, на вихорах можуть виникати періодичні та квазіперіодичні коливання, це характерно видно з результатів моделювання біотехнологічних процесів. Якщо вихори взаємодіють між собою, то коливання можуть ускладнюватися, поки на одному з них не стануть хаотичними – утворюється дивний атрактор. При деяких спрощеннях вдається показати, що розвиток хаосу вздовж потоку здійснюється шляхом кінцевого числа біфуркацій (перебудов потоків), які розвертаються не при зміні керуючої змінної, а в просторі – вздовж ланцюга структур.

Виходячи з комп'ютерних експериментів поблизу критичної точки (точки виникнення хаосу) конкретні особливості нерівноважного середовища не відображаються на деталях того або

іншого реалізованого в середовищі сценарію переходу. Кожному управляючому сценарію переходу до турбулентності відповідає деякий універсальний оператор, який не залежить від конкретного середовища, а визначається лише типом критичної поведінки. Цей універсальний оператор повинен бути нерухомою точкою, який відповідає рівнянням ренормгрупи, що є математичним виразом гіпотези про просторово – часову інваріантність в критичній точці і яка враховує інформацію про тип переходу.

Один з основних механізмів, які закладаються при розробці сценаріїв, є динамічна стратегія управління об'єктом, тобто організація послідовності управляючих діянь на біотехнологічних процесах, представлених у вигляді сценарію.

Послідовність певних дій в сценарії має властивість причинності(каузальності), що передбачає зв'язок попередньої дії з наступною. Така послідовність дій має чітко виражену направленість, що підпорядкована стратегії управління біотехнологічними процесами. Каузальний сценарій (КСЦ) управління має чітко структуровану (фреймову) будову. В КСЦ можуть бути реалізовані різні типи агрегативних відношень між елементами сценарію, що визначаються механізмами формування причинно – наслідкових зв'язків між елементами сценарію.

Реалізація КСЦ системи управління біотехнологічними процесами здійснюється на основі нечіткої моделі представлення знань. Такий спосіб є достатньо гнучким та зручним для представлення логічних відношень між елементами сценаріїв.

Формування управляючої послідовності інструкцій для системи управління біотехнологічними процесами проходить при допомозі процедури логічного висновку на етапі роботи інтелектуальної системи управління БТП. Основою для запуску машини висновку є виникнення ситуації і її повне розпізнання. При цьому проходить будова деякої послідовності вигляду:

$$S_w = \sum_{i=1}^n S_i + \sum_{j=1}^m S_j + \sum_{k=1}^p S_k, \quad (8.13)$$

де i – номер блоку сценаріїв, виходячи з пріоритетної стратегії вибору, j – номер сценарію, виходячи із ознак образу ситуації; k -тий крок виконання обраного фрагмента сценарію. У основі методу будови послідовності S_w , є принцип деталізації, який полягає у

виборі альтернатив при побудові розширеного сценарію на основі укрупненої послідовності дій у відповідності з послідовністю:

$$S_{ii} \rightarrow \Omega S_i \rightarrow \text{деталізація процедур}$$

В основі даного підходу лежить методика побудови А та С сценарію. В основі А – сценарію лежить макропредставлення послідовності управлінь для досягнення поставлених цілей, а в основі С сценарію лежить представлення деталізації цих послідовностей, які впливають на виконання простих цілей управління БТП і визначають режими роботи та можливість оптимізації біотехнологічних процесів.

Разом з тим, кількість простих цілей та факторів впливу, навіть при невеликій кількості вихідних цілей може бути дуже великою. Виникає задача кількісної оцінки та ранжування для вибору найбільш значущих цілей та найбільш ефективніших факторів.

Сценарій управління БТП характеризується такими складовими:

- цілями управління БТП;
- факторами впливу на біотехнологічні процеси;
- операціями;
- міжопераційними зв'язками.

На наступному етапі розробки сценаріїв формується графічне представлення. Для формування А – сценарію біотехнологічного процесу слід виділити об'єктні потоки.

Основні елементи, з яких складається сценарій мають такі характеристики:

1) окремі фактори, які входять в сценарій, виражені лінгвістичною змінною, що характеризує його нечітку належність до певного лінгвістичного поняття («низько», «нижче норми», «норма», «вище норми», «високо») або в більш розширеному варіанті;

2) на основі експертного опитування вводяться бальні оцінки пріоритету цілей та експертні імовірності оцінки досягнення цілей при різних значеннях факторів впливу на протікання біотехнологічного процесу.

В ході управління БТП може виникнути множина ситуацій, які в свою чергу викликають необхідність розгляду та розробки алгоритмів для поточного аналізу ситуацій в реальному масштабі часу.

Процеси сценарного управління, що протікають в автоматизованій системі управління БТП, слабо формалізуються через свою

недетермінованість(динаміку зміни можливих стратегій). Ця обставина приводить до складності апарата, що моделює логічну структуру управління цим процесом. Як інструмент для моделювання й дослідження якісних характеристик динамічних дискретних систем і процесів широко використовується апарат мереж Петрі, який доцільно було закласти в реалізацію сценаріїв по управлінню БТП. Разом з тим, класичний апарат мереж Петрі не вільний від недоліків, що обмежують можливості рішення практичних завдань. Проблема може бути вирішена шляхом накладення деяких обмежень на клас розв'язуваних завдань, що дозволяє виділити із всієї множини мереж Петрі певний підклас із додатковими властивостями.

Систему A назовемо керованою системою із двійковою логікою, якщо система A має множину компонентів $P = \{p_i\}, i = \overline{1, n}$ з різними характеристиками; кожний з компонентів перебуває в одному із двох станів: активний або не активний; на множині компонентів $P = \{p_i\}, i = \overline{1, n}$ визначена множина функцій переходу від одного стану до іншому, кожна з яких залежить від деякої системної події (стану життєвого циклу сценарію управління БТП). Якщо серед функцій переходу є залежні від інтерактивного впливу, систему A назовемо інтерактивно керованою системою з двійковою логікою.

При формуванні сценаріїв управління БТП станом або *сценарієм* S_i системи A назовемо набір активних компонентів

$$S_i = \{p_i^{k1}, p_i^{k2}, \dots, p_i^{kr}\} \subseteq P, \quad (8.14)$$

де, для $\forall p_i^k \in P, p_i^k \in S_i$, якщо стан p_i^k : активний перехід від стану до стану здійснюється стрибком, за допомогою активізації іншого набору життєвих станів БТП.

Процес функціонування подібної системи є недетермінованим, оскільки заздалегідь неможливо з повною достовірністю прогнозувати який з наборів може бути активізований в i -й момент часу. Цей процес може бути формалізований у вигляді концептуальної моделі, побудованої на базі теорії мереж Петрі. В основі цієї моделі лежить ствердження про те, що логічна структура певної системи є обмежена мережа Петрі $N = \{P, T, F, H, M_o\}$, де $P = \{p_i\}, i = \overline{1, n}$ – множина позицій; $T = \{t_j\}, j = \overline{1, m}$ – множина переходів, причому $P \cap T = \emptyset$; F_i і H – відображення

$F: P \longrightarrow T; H: T \longrightarrow P$, що задають матрицями інцидентності $F: P \times T \longrightarrow \{0,1\}$ і $H: P \times T \longrightarrow \{0,1\}$, причому $F(p,t)=1$, якщо перехід t інцидентний позиції p , $H(t,p)=1$, якщо позиція P інцидентна переходу t ; M_o де $: P \longrightarrow \{0,1\}$ – початкове маркування або розмітка.

У рамках даної моделі представлення сценаріїв множина компонентів системи є множина позицій P ; стан системи визначається множиною активних компонентів; активному компоненту відповідає позначена позиція; активній множині компонентів – деяка розмітка M_o ; початковій множині активних компонентів – початкова розмітка M_o ;

T -множина всіх можливих переходів від одного стану системи до іншого; зміст відображень F_i і H очевидний.

Для того, щоб будь-який перехід $\forall t_\epsilon \in T$ був досяжний з розмітки M_o і розмітка будь-якої позиції P_i була обмежена при функціонуванні мережі ($\forall p_i \in P_m(p_i) \leq 1$) – досить виконання умови:

$$\bigcap_{i=1}^m \bigcup_{j=1, j \neq i}^{m+1} \bigcap_{k=1}^n (f_{kj} \longrightarrow h_{ik}^*) = true,$$

де $\bigcap, \bigcup, \longrightarrow$ – логічні функції кон'юнкції, диз'юнкції й імплікації відповідно, $f_{kj} \in F, h_{ik}^* \in H^*$ – елементи матриць інцидентності, причому розширена матриця H^* отримана з матриці H шляхом доповнення рядком $h_{m+1,1} \dots h_{m+1,n}$, де $h_{m+1,j} = m_o(p_i)$. Всі переходи мережі, які досяжні з розмітки M_o , можна представити позиційно еквівалентної з розмітки M_o мережею, у якої дерево досяжності збігається з деревом досяжності вихідної мережі, а топологія задовольняє умові досяжності будь-якого переходу.

Сказане дозволяє виділити із класу обмежених мереж Петрі підклас, названий TS-мережею Петрі, яка має такі особливості.

Для формального визначення виділеного класу введемо наступні поняття:

целарієм S_i назвемо позначену підмножину вершин з множини P :

$$S_i = \{p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^k\}; \quad (8.15)$$

$$S_i \subset P, m_i^f(p_i^f) = 1, \quad (8.16)$$

де, $p_i^f \in P$.

Це означає, що в рамках запропонованої моделі сценарій S_i однозначно визначається розміткою $M_i = \{m_i^1(p_1), m_i^2(p_2), \dots, m_i^n(p_n)\}$, що є двійковий n -розрядний набір, де вершина $p_j \in S_i$, якщо розмітка $m_i^j(p_j) = 1$; вершина $p_j \notin S_i$, якщо розмітка вершини $m_i^j(p_j) = 0$.

Сценарії зв'язані між собою символами-переходами. Система, функціонуючи, переходить від сценарію до сценарію, причому можливість вибору чергового сценарію залежить від набору вершин поточного сценарію. Інакше кажучи, сценарій S_i , що описує стан системи в якийсь момент часу, має на увазі можливість за допомогою символу-переходу t переходу системи в інший стан, описуваний сценарієм S_j . Переходів по сценарії S_i може бути небагато, вибір кожного з них залежить від дій користувача та підсистеми автоматичної оцінки вектору змінних стану. Кожний з переходів однозначно переводить систему в стан, що відповідає обраному переходу.

В процесі синтезу та аналізу сценаріїв необхідним є виділення поняття зв'язування сценаріїв. Сценарій S_i називається зв'язаним через перехід t_k з сценарієм S_j ($S_j \xrightarrow{t_k} S_i$), якщо деяка підмножина s_i^k складається з вершин, які входять у сценарій,

$$S_i : s_i^k = \{p_i^{k1}, p_i^{k2}, \dots, p_i^{kr}\} \subseteq S_i, \quad (8.17)$$

активізує деяку підмножину вершин, що входять у сценарій $S_j : \{p_j^{m1}, p_j^{m2}, \dots, p_j^{m5}\} \subseteq S_j$.

Виділений клас обмежених *TS-мереж* має ряд властивостей, які полягають в тому, що в обмеженій *TS-мережі* Петрі для $\forall t_j$, дозволеного в рамках сценарію S_i , виконані дві умови:

– всі вершини p_{i1}, \dots, p_{ik} , що становлять сценарій S_i і визначають спрацьовування переходу t_j або існує хоча б один

інший перехід t_i такий, що вершини p_{i_1}, \dots, p_{i_k} здобувають розмітку одночасно в результаті спрацювання цього переходу t_i ;

– розмітка M_i , що визначає сценарій S_i , який збігається з вектором-стовпцем матриці F , що відповідає переходу t_j , $\forall p_i \in PM_i(p_i) = F(p_i, t_j)$. Причому можливо існування іншого, відмінного від t_j , переходу t_k

$$\forall p_i \in PF(p_i, t_k) = F(p_i, t_j), \quad (8.18)$$

де $t \neq k$.

Це означає, що обмежена *TS-мережа* в процесі функціонування переходить від стану до стану в результаті послідовного спрацювання ланцюжка переходів. Зміна станів системи спричиняє зміну сценаріїв: всі фішки, що позначили вершини сценарію S_i в результаті спрацювання переходу t_i , перайдуть до вершин сценарію S_j в результаті спрацювання дозволеного в рамках сценарію S_i переходу.

Множина переходів в обмеженій *TS-мережі* Петрі є множиною, що динамічно сформована в процесі конструювання або в процесі формування структури мережі.

Розглянутий апарат обмежених *TS-мереж* Петрі дозволяє побудувати алгебру для адекватного логічного моделювання динамічних недетермінованих структур і процесів. У даному дослідженні обґрунтовано виділення класу мереж, що володіють деякими спеціальними властивостями, істотними для класу розглянутих завдань. Ці властивості дозволяють визначити набір операцій для конструювання коректних мереж і мереж для реалізації сценаріїв управління.

На рис. 8.2 наведений *C-сценарій* забезпечення максимальної продуктивності роботи брагоректифікаційної установки, коли провідною є витрата сировини – бражки.

В таблицях 8.2–8.4 показані компоненти наведеного *C-сценарію*.

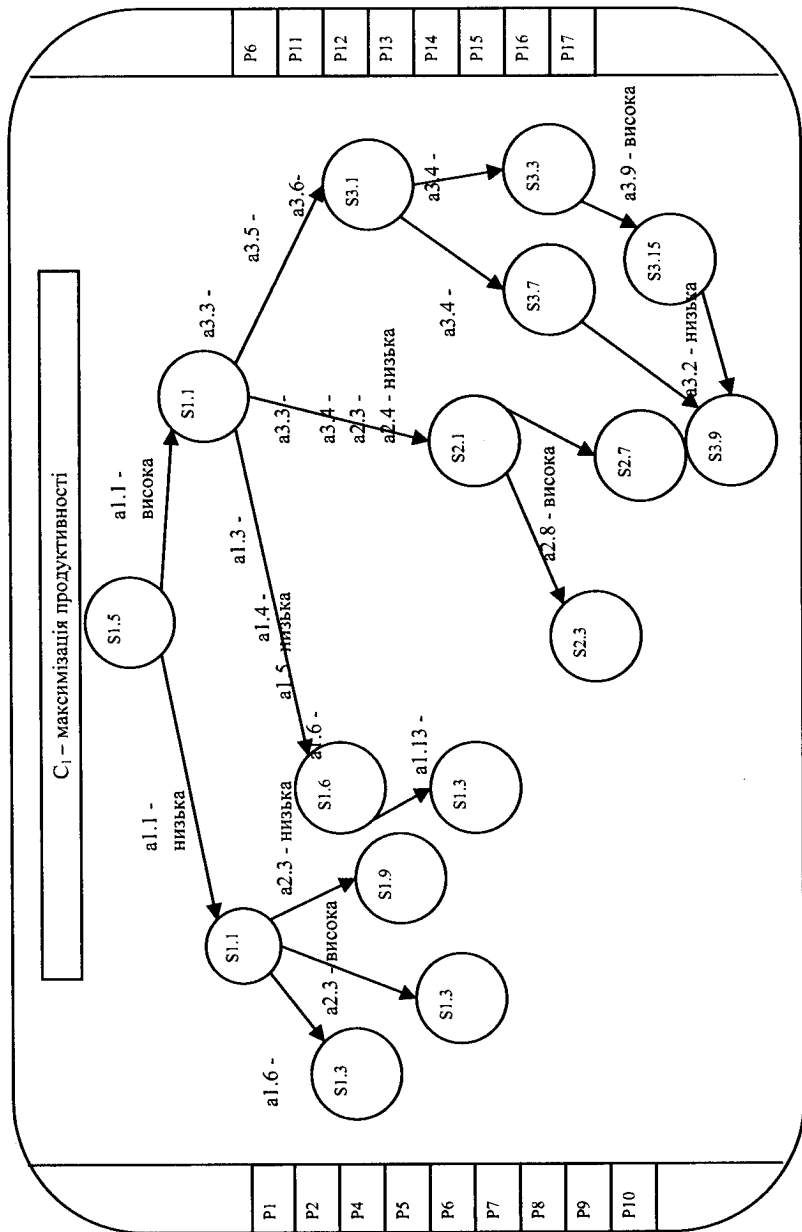


Рис. 8.2. Узагальнений С – сценарій максимізації продуктивності брагоректфікації

Основні об'єктні потоки брагоректифікаційної установки

<i>Помік</i>	<i>Зміст</i>
P1	Витрата бражки
P2	Витрата пари на брагоректифікаційну установку
P3	Витрата пари на бражну колону
P4	Витрата пари на епюраційну колону
P5	Витрата ефіро-альдегідної фракції
P6	Витрата пари на ректифікаційну колону
P7	Витрата охолодної води на брагоректифікаційну установку
P8	Витрата охолодної води на дефлегматор бражної колони
P9	Витрата охолодної води на дефлегматор епюраційної колони
P10	Витрата охолодної води на дефлегматор ректифікаційної колони
P11	Відбір спирту-ректифікату
P12	Відбір непастеризованого спирту
P13	Витрата бражного дистилляту
P14	Витрата епюрату
P15	Витрата барди із бражної колони
P16	Витрата лютерної води із ректифікаційної колони
P17	Витрата сивушних масел із ректифікаційної колони

Таблиця 8.3.

Стани функціонування брагоректифікаційної установки.

<i>Позначення стану</i>	<i>Зміст стану</i>
S1.1	Збільшення подачі пари на бражну колону
S1.3	Збільшення подачі охолодної води на дефлегматор бражної колони
S1.5	Збільшення подачі бражки
S1.6	Зменшення подачі бражки
S1.9	Збільшення відбору бражного дистилляту
S2.1	Збільшення температури низу бражної колони
S2.3	Збільшення подачі охолодної води на дефлегматор епюраційної колони
S2.7	Збільшення відбору ефіро-альдегідної фракції
S3.1	Збільшення подачі пари на ректифікаційну колону
S3.3	Збільшення подачі охолодої води на дефлегматор ректифікаційної колони
S3.7	Збільшення відбору сивушних масел
S3.9	Збільшення відбору спирту
S3.15	Збільшення відбору непастеризованого спирту

Атрибути об'єктів

<i>Позначення атрибута</i>	<i>Зміст атрибута</i>
a1.1	Концентрація спирту в бражці, %об
a1.3	Тиск низу бражної колони, м.в.ст.
a1.4	Тиск верху бражної колони, м.в.ст.
a1.5	Температура низу бражної колони, °С
a1.6	Температура верху бражної колони, °С
a1.13	Міцність барди, %об
a2.3	Температура низу бражної колони, °С
a2.4	Температура верху бражної колони, °С
a2.8	Кількість домішок, моль
a3.2	Температура в кубі ректифікаційної колони, °С
a3.3	Тиск низу ректифікаційної колони, м.в.ст.
a3.4	Тиск верху ректифікаційної колони, м.в.ст.
a3.5	Температура низу ректифікаційної колони, °С
a3.6	Температура верху ректифікаційної колони, °С
a3.9	Домішки в дистилляті, моль

Отже, сценарний підхід дозволяє організувати ефективні стратегії управління складними технологічними комплексами харчових виробництв в умовах ситуаційної невизначеності.

8.4. Задачі аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР)

Концепція єдності процесів самоорганізації та управління.
 Проблема системного синтезу здавна стоїть перед наукою, пройшовши до теперішнього часу в своєму розвитку етапи як зльоту, так і відносного затишшя: «дні синтезу коротше століть аналізу». Зазначена проблема була пов'язана, в першу чергу, з пошуком так званих «Законів збереження», які з часів Лейбніца і Ньютона часто називають «законами природи». Виникає ідея про свого роду синергетичну генерацію такого роду законів, тобто пошуку об'єктивних закономірностей єдності процесів самоорганізації та управління – нелінійної взаємодії. Зрозуміло, що така постановка наукової задачі в певній мірі не є традиційною, проте навіть перші успішні кроки в цьому напрямку дозволили б

вказати перспективний шлях виявлення загальносистемних природних закономірностей різної природи. Вирішення цієї проблеми дозволить також перейти до створення принципово нового класу штучних систем, що самоорганізуються з раніше недосяжними динамічними властивостями. У зв'язку з цим і виникає фундаментальна проблема нелінійного системного синтезу, а саме: на основі відомих природних або штучних (бажаних) закономірностей – інваріантів, що відображають відповідні нелінійні взаємодії, синтезувати нові, системні закони, що дозволяють істотно розширити знання про відповідну предметну область. Системні закони мають динамічну природу, що принципово відрізняє їх від відомих «законів збереження» фізики, які є, як правило, статичними, тобто описують лише стаціонарні рухи. Це означає, що системні закони включають в себе додаткові, динамічні компоненти, які «зникають» при стаціонарному русі, тобто не спостерігаються. У цій властивості і проявляється латентний (прихований) характер системних законів, що веде до виникнення несподіваних фізичних явищ. Звідси випливає можливість передбачення нових явищ і властивостей відповідних систем і, отже, виявлення перспектив перенесення природних закономірностей на штучні керовані системи, що володіють принципово новими динамічними властивостями. В даний час формується нова інтегральна наука – синергетика, що вивчає процеси самоорганізації і охоплює практично всі сучасні галузі знань живої природи, технічні та економічні науки. Ця узагальнена наука заснована на нелінійній динаміці та термодинаміці необоротних процесів. Протягом короткого часу синергетика – теорія нерівноважних процесів перетворюється в загальну теорію розвитку, що має досить широкі світоглядні наслідки. Сенс і зміст цієї нової інтегральної науки полягає в тому, що у відкритих системах, що обмінюються із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією, виникають процеси стихійної самоорганізації, тобто процеси народження з фізичного хаосу деяких стійких упорядкованих структур з новими властивостями систем. Це загальне визначення справедливо для систем будь-якої природи.

Синергетичний підхід в науці багато в чому нагадує класичний системний підхід, а сама синергетика має важливі точки дотику із загальною теорією систем. Для синергетики, як і для теорії систем, важливі не поверхневі аналогії між явищами різної природи, а досить строга відповідність між усіма елементами порівнюваних

систем. Така вимога означає пошук математично ізоморфних законів різної фізичної (хімічної, біологічної та ін.) природи. Загальна теорія систем вивчає системи самого різного характеру – концептуальні, матеріальні, слабо і сильно структуровані і т.д., в той час як для синергетики основним предметом дослідження є самостійна міждисциплінарна область систем, що самоорганізуються. У синергетичному підході, на відміну від загальносистемного, вивчаються конкретні принципи і механізми самоструктуризації природних і технічних систем. Інакше кажучи, на відміну від загальної теорії систем, синергетика зосереджує свою увагу на кооперативних, когерентних і самоузгоджених процесах, що виникають в складних нелінійних системах. Необхідно також відзначити, що як для загальної теорії систем і кібернетики, так і для синергетики об'єднуючим поняттям є поняття системи. У синергетичному ж підході, крім формування загальної системної концепції – самоорганізації, обов'язково враховується конкретна фізична сутність аналізованих явищ і процесів. Підкреслимо два фундаментальних властивості синергетичних систем – це, по-перше, обов'язковий обмін із зовнішнім середовищем енергією, речовиною та інформацією і, по-друге, неодмінна взаємодія, тобто когерентність поведінки між компонентами системи. Однак, незважаючи на видатні досягнення сучасної синергетики, концепція управління і самоврядування не отримала в ній належного розвитку і узагальнення і, отже, не посіла належного місця, хоча багато в чому і визначає саму сутність процесів самоорганізації. Відповідно до базових положень синергетики її відмінною рисою є стихійна самоорганізація, а істинний сенс виникаючих при цьому кооперативних процесів укладений у внутрішніх причинах багато в чому непередбачуваною самоорганізації систем. Це – причинний спосіб самоорганізації, відкриття якого дозволило синергетики домогтися видатних результатів в дослідженні кооперативних явищ в системах різної природи. Нас оточує світ різноманітних структур природного і штучного походження, взаємодія між окремими елементами яких наповнена глибоким змістом, багато в чому ще непізнаним людиною. Які закономірності, що упорядковують ці структури, – саме в цьому і полягає ключове питання сучасної науки, відповідь на який і є основним завданням синергетики – науки про самоорганізацію складних систем. Ще зовсім недавно ідея самоорганізації, тобто самонародження структур з навколишнього хаоса, представлялася суперечливою відомим фізичним принципам.

Але виявилось, що навіть в світі неживої природи в результаті припливу зовнішньої енергії можуть виникати нові впорядковані структури, причому, процеси утворення цих структур підкоряються загальним закономірностям. Такого роду твердження, зовні суперечать відомим канонам фізики, зрозуміло, викликають протест адептів класичного природознавства. Але така суть речей – у світі протікають інтенсивні процеси самоорганізації систем різної природи. На відміну від класичної фізики, яка в основному займалася вивченням поведінки окремих елементів у складі загальної системи, синергетика – наука про взаємодію основну увагу приділяє загальним законам, на основі яких формуються структури систем. Класична ж наука, як пише Г. Хакен, «довгий час була зайнята лише питаннями будови – але не виникнення! – структур, що існують навколо нас. ... Наука повинна пояснити природу самозародження і розвитку структур – іншими словами, суть процесів самоорганізації». Класична наука при вивченні структур систем і що протікають в них процесів застосовувала в основному спосіб редукції – «розкладання» на елементарні складові. Синергетика ж, в першу чергу, займається проблемою взаємодії один з одним окремих елементів, що формують відповідну структуру системи. Ключове завдання синергетики полягає в виявленні єдиних законів самоорганізації, що дозволяють зрозуміти механізми виникнення структур в світі різноманітності. Це – надскладне завдання сучасної науки. У біологічній науці здавна ставилося ключове питання: чи суперечать біологічні структури базовим законам фізики, що є основою природознавства? В даний час наука показала, що біологічні процеси в принципі можуть бути описані фізичними законами. Однак це зовсім не означає, що біологія зводиться лише до фізики і це, в першу чергу, відноситься до фундаментальної проблеми самозародження життя. Справа в тому, що основні закони фізики, зокрема термодинаміки, стверджують, що наш світ неминуче скочується до хаосу, тобто всі впорядковані структури в кінцевому підсумку повинні розпастися. Життя з точки зору термодинаміки є, як іронічно говорив І. Пригожин, «свого роду ілюзією», інакше кажучи, в цьому кардинальному питанні фізика зайшла в глухий кут! Зазначена складна проблема про виникнення життя завжди хвилювала і хвилює не тільки біологів, а і науку, в цілому.

Для ефективного застосування ідей синергетики в проблемах системного синтезу причинного способу самоорганізації було явно

недостатньо і був потрібний новий, важливий етап в розумінні суті процесів управління і самоврядування в синергетиці. Новизна полягала в переході від непередбачуваної поведінки системи за алгоритмом дисипативної структури до направленої руху вздовж бажаних інваріантних різноманіть – аттракторів, до яких підлаштовуються всі інші змінні динамічної системи. Це вже спосіб спрямованої самоорганізації синтезованих систем. При такому підході мета – аттрактор – визначає сутність процесу, а його справжнє розуміння полягає у самоврядуванні і спрямованої самоорганізації відповідно до поставленої мети. З інформаційної точки зору цей спосіб відображає процес рецесії інформації, що на мові теорії динамічних систем означає переклад відповідної системи в певний кінцевий стан незалежно від її колишнього стану. У властивості самоврядності і спрямованої самоорганізації нелінійних систем проявляється новий погляд на проблему системного синтезу, помітна тенденція переходу від класичних методів кібернетики до сучасних ідей синергетики. Такий підхід дозволив створити нову синергетичну теорію управління (СТУ), що має глибоке природно-наукове обґрунтування як додаток принципів самоорганізації в проблемах управління. Основні особливості СТУ стосовно до проблеми системного синтезу складаються, по-перше, в кардинальній зміні цілей поведінки синтезованих систем; по-друге, в безпосередньому врахуванні природних властивостей нелінійних об'єктів; і, по-третє, у формуванні нового механізму генерації зворотних зв'язків, тобто законів управління. Саме суть цих нововведень полягає в наступному:

– метою функціонування синтезованих систем є досягнення цільових аттракторів – асимптотичних меж в їх просторі станів, що відбивають бажані технологічні режими систем;

– цільові аттрактори і інваріантні різноманіття відображають фізичну сутність процесів, що протікають у відповідному об'єкті. Ці різноманіття формуються на основі бажаних технологічних інваріантів;

– введення в процедуру синтезу інваріантних різноманіть дозволяє побудувати регулярний механізм аналітичної генерації природної сукупності негативних і позитивних зворотних зв'язків, які формують процеси спрямованої самоорганізації в синтезованих системах.

При синергетичному підході до синтезу систем метою функціонування замкнутої нелінійної системи, на відміну від

класичної теорії управління, є, в першу чергу, забезпечення бажаної асимптотичної поведінки системи на цільовому атракторі. Це пов'язано з тією обставиною, що поведінка будь-якої нелінійної дисипативної системи може бути розділена на два основних етапи – етап перехідного руху, коли її траєкторії спрямовуються до атрактору, і етап асимптотичного руху на бажаному атракторі – цілі системи. Такий підхід дозволяє принципово вирішити проблему аналітичного синтезу загальних об'єктивних законів процесів управління нелійними багатовимірними і багатозв'язними системами. Це – закони зворотних зв'язків, синтезованих на основі найбільш повних нелінійних моделей систем з безпосереднім урахуванням їх природних закономірностей, фізичних (хімічних та ін.) критеріїв і обмежень.

Таким чином, в СТУ метою синтезу системи є досягнення відповідного бажаного атрактора, тобто асимптотично стійкого кінцевого стану. Розмірність атрактора – цілі вихідної системи – зазвичай істотно менше розмірності її фазового простору. Звідси впливає ідеологія процесів обробки інформації та управління в складних нелінійних динамічних системах: для цього необхідно, щоб зазначені процеси включали, щонайменше, дві фази: по-перше, фазу розширення і, по-друге, фазу стиснення простору станів. Ці фази реалізуються за допомогою відповідної сукупності нелінійних позитивних і негативних зворотних зв'язків. При цьому в фазі розширення в системі формується підмножина різних альтернатив поведінки для її взаємодії із зовнішнім середовищем або іншими системами. У фазі стиснення система стискає область тяжіння атракторів, раніше побудованих, в один з бажаних атракторів – мети системи.

Підкреслимо одну важливу обставину, пов'язане з введенням бажаних атракторів в структуру синтезованих систем. Справа в тому, що при створенні тих чи інших об'єктів і систем, їх конструктор на етапі проектування прагне використовувати всі наявні в його розпорядженні технологічні можливості для досягнення найкращих характеристик, наприклад, найменших витрат енергоресурсів, максимального ККД і т.д. Це – статичний спосіб підвищення якості систем. Однак, крім технологічних, в розпорядженні сучасного конструктора систем є ще й системно-синергетичний спосіб підвищення якості об'єктів і систем. Суть цього способу полягає в доданні сконструюваній системі властивості емерджентності, тобто формування нових властивостей,

що не зводяться до суми властивостей окремих елементів, що не входять до складу відповідного об'єкта або системи. А досягти властивості емерджентності системи можна шляхом формування в її динаміці відповідних цільових структур – атракторів шляхом введення нових зворотних зв'язків, тобто шляхом формування об'єктивних законів управління. Це – динамічний спосіб підвищення якісних властивостей проєктованих об'єктів і систем різної природи.

Важливо також підкреслити, що основні принципи синергетики і СТУ в повній мірі узгоджуються з фундаментальними ідеями сучасної фізики, в якій кардинальне значення надається не силовим зовнішнім впливам, на чому заснована класична механіка, а взаємодії між компонентами системи. Причому ці взаємодії реалізуються через динамічні патерни – деякі енергетичні «згустки» (атрактори) в навколишньому полі, що пронизує весь простір системи. Саме патерни відображають динамічну, скороминушу природу розглянутих явищ. І чим більше енергія, яка перерозподіляється в результаті утворення нових патернів, тим швидше йдуть процеси обміну між компонентами і, отже, тим сильніше взаємодія у відповідній системі.

З точки зору теорії системного синтезу слід підкреслити відмінні риси СТУ: якщо класична синергетика Г. Хакена – це вчення про взаємодію в аналізованих системах, то СТУ – це теорія про процеси взаємосприймання в синтезованих нелінійних динамічних системах. У роботах Г. Хакена та І. Пригожина були розвинені фізичні основи синергетики – теорії самоорганізації складних систем, а також введений базовий лексикон цієї теорії: «параметри порядку», «керуючі параметри», «атрактори», «дисипативні структури», «динамічний хаос» і ін. Ці видатні роботи знаменували собою разючий прорив науки до нового розуміння таємниць природи. У той же час загальний напрямок зазначених робіт багато в чому все ж вкладається в світоглядне русло класичної науки: спостереження і узагальнення емпіричних даних, їх аналіз та можливе виявлення деяких закономірностей загального характеру, тобто те, що пов'язано з відомим поняттям «системний аналіз». Зрозуміло, що це величезний успіх, проте основоположники науки про самоорганізацію складних систем все ж не запропонували досить строгих законів самоорганізації типу, наприклад, «законів збереження» класичної фізики, на основі яких можна було б синтезувати штучні системи, що самоорганізуються і, тим більше, виявляти природні закономірності взаємодії у природних системах.

Можливо, що такого роду вимога до рівня наукових результатів, мабуть, є надмірною, тому що в історії науки нічого подібного, по суті, не спостерігалось. Отже, в роботах І. Пригожина і Г. Хакена були закладені первинні основи для переходу від етапу аналізу до етапу системного синтезу в новій науці про самоорганізацію складних систем.

В цілому, синергетику можна розглядати як суттєвий розвиток системно-кібернетичного підходу. Однак між кібернетикою і синергетикою є важлива методологічна відмінність. Справа в тому, що кібернетика в більшій мірі спирається на формалізований абстрактно-математичний підхід, в той час як синергетика вивчає «фізичні основи формування структур». Якщо для кібернетики головним є поняття інформації, то для синергетики – це механізми самоорганізації систем відповідної природи. Як відомо, кібернетика вивчає гомеостатичні процеси, спираючись в основному на негативні зворотні зв'язки. Більш того, вона прагне все всюди лінеаризувати, коли, за висловом Вінера, «нелінійна система може досліджуватися так, як якщо б це була лінійна система з повільно змінними параметрами». На відміну від класичної кібернетики, в синергетиці вивчаються істотно нелінійні процеси, коли можуть виникнути хаотичні явища, біфуркації, неединий шляху руху і т.д. Зрозуміло, що гомеостатичні процеси, що призводять до простих атракторів, розглядаються в синергетиці як окремий випадок з її великої області дослідження.

Слід також зазначити, що в синергетиці робиться новий якісний крок для розуміння цінності інформаційних процесів, що лежать в основі кібернетики. Справа в тому, що в синергетиці метою еволюції систем є атрактори. Звідси виникає питання про цінності інформації, так як без мети не може бути і її цінності. Оскільки в синергетиці як об'єктивні цілі систем виступають ті чи інші атрактори, то це означає не що інше, як істотне просування в розумінні і вирішенні проблеми об'єктивності і цінності інформації. В цілому, синергетичний підхід – це новий метод постнекласичної науки в розвитку системно-кібернетичного мислення.

Академіком А.А. Красовським близько 20 років тому була поставлена велика проблема створення фізичної теорії управління, яка «базується на фундаменті фізичних законів, врахуванні ресурсів і пріоритетів реального світу ... Відмінність фізичної теорії управління від абстрактно-математичної починається з математичних моделей і критеріїв систем і процесів управління. У

фізичної теорії моделі і критерії створюються в фізичних величинах і термінах. Ці моделі повинні враховувати закони збереження, інші закони природи і технології ... Фізична теорія будується так, щоб закладені в математичних моделях і критеріях реальні фактори і обмеження фігурували і в кінцевих результатах, визначаючи межі можливого і неможливого в управлінні». З точки зору проблеми нелінійного системного синтезу суть фізичної теорії управління зводиться до відкриття або формулюванні загальних об'єктивних законів процесів управління. Ця теорія набула довшеної форми у вигляді синергетичної теорії управління (СТУ), побудованої за схемою: «інваріанти – самоорганізація – синтез», тобто повністю в руслі ідеології синергетики. СТУ потім отримала подальший розвиток стосовно, в першу чергу, до вирішення складних прикладних нелінійних проблем управління в різних областях техніки. На основі СТУ були вирішені нелінійні проблеми синтезу систем скалярного, векторного, розривного, дискретного, селективно-інваріантного, багатокритеріального, термінального і адаптивного управлінь багатовимірними і багатозв'язними об'єктами. Так, СТУ була вельми успішно застосований для синтезу базових законів векторного керування нелійними технічними об'єктами – літальними апаратами, роботами, турбогенераторами, теплоенергетичними агрегатами, електромеханічними системами постійного і змінного струму та ін. Синергетичний підхід дозволив істотно просунути у вирішенні проблеми енергозберігаючого управління, побудувати єдину концепцію задач теорії оптимального управління. В рамках міжнародного проекту «Електричний корабель», що виконується ряд університетів США, Англії на основі синергетичного підходу розроблено нові стратегії ієрархічного і групового управління нелійними багатозв'язними об'єктами потужних автономних енергосистем нового класу, що практично недоступно відомим методам теорії управління. СТУ дозволила розробити нові методи синтезу адаптивних нейромережних самонавчаючих систем і антихаотичних регуляторів, методи побудови енергозберігаючих регуляторів та ін.

У вітчизняній і зарубіжній літературі, присвяченій перспективам розвитку сучасної теорії управління, важлива увага приділяється порівнянню методів СТУ і теорії «integrator backstepping» – «обхід інтегратора», застосовуваних для синтезу нелінійних систем. У пленарній доповіді на XIV конгресі ІФАК (м Пекін) відомий американський вчений П. Кокотович відніс «бекстепінг» навіть до

числа «епохальних нововведень теорії управління 90-х років ХХ ст.». Порівняння методів СТУ і «бекстепінга» показало безсумнівні переваги СТУ перед «бекстепінгом» як з фізичної ясності постановки завдання системного синтезу, так і по відношенню до аналітичності і простоти процедур синтезу законів управління. Метод «бекстепінг» відображає, як правило, лише найпростішу версію СТУ в задачах скалярного керування нелінійними об'єктами. На відміну від «бекстепінга» СТУ (і в цьому одна з її головних переваг) вперше дозволяє ефективно вирішити складну проблему аналітичного синтезу систем векторного керування багатозв'язними нелінійними системами високої розмірності, що протягом багатьох років стояла перед теорією управління.

Розвинені синергетичні методи системного синтезу показали особливу ефективність у вирішенні важливих прикладних задач управління, в більшості випадків недоступних відомим методам. Однак перешкодою на шляху освоєння цих методів і, отже, впровадження їх в практику можуть стати такі світоглядні і психологічні бар'єри:

по-перше, це бар'єри, пов'язані зі знаменитою тріадою «нелінійність – багатовимірність – багатозв'язність», вселяє містичний жах навіть досвідченим конструкторам систем і викладачам університетів, вихованим на редукціоністській лінійній доктрині, яка покладена в основу класичної науки, в тому числі і теорії управління. Однак застосування лінійного підходу для управління складними системами є глибокою світоглядною помилкою – «... справжні закони не можуть бути лійними», – вказував А. Ейнштейн. З приводу теорії лінійних систем, заснованих на перетворенні Лапласа, відомий вчений Р. Калман іронічно написав наступне: «Не можна не сказати про те, що перетворення Лапласа методично було найкраще пристосоване для того, щоб викладати лінійні системи людьми, які не знали систем, і викладати людям, які взагалі нічого не чули про системи»;

по-друге, очевидно, що зазначена тріада перешкод вимагає переходу в науковому світогляді на нові цілісні концепції. Однак такий перехід здійснити вельми непросто, тому що переважна більшість методів сучасної науки все ще продовжує спиратися на традиційну аналітику класичного природознавства, яка показала свою принципову обмеженість при вивченні складних систем. В теорії системного синтезу досить перспективною фундаментальною концепцією є синергетична концепція єдності процесів спрямованої

самоорганізації та самоврядування в нелінійних системах різної природи. На основі цієї концепції була побудована СТУ, яка дозволяє докорінно подолати «прокляття високої розмірності» складних систем, сформульоване Р. Беллманом. Виявилось, що можливість збільшення числа ступенів свободи системи, що синтезується, для необхідного вдосконалення її якості дозволяє висунути тезу щодо «добročинності високої розмірності» керованих систем. Це як раз і буде свідчити про успішне подолання однієї з найбільш стримуючих перешкод у розвитку теорії системного синтезу;

по-третє, відомо, що основною психологічною перешкодою на шляху визнання нового підходу є стереотипи мислення, що встановилися у відповідній науковій або прикладній області. Суть їх полягає в погляді на ту чи іншу проблему із застиглих позицій або, кажучи мовою теорії систем, в перебуванні дослідника в незмінній системі координат. Найбільш радикальним засобом подолання таких стереотипів є введення нової мови науки і побудова на її основі узагальнених моделей, що описують розширену область поведінки з безліччю «позицій спостереження», з яких можна «розглядати» досліджувану проблему. Прикладом може служити ситуація з аксіоматичної базою СТУ, що включає в себе нові поняття: притягаючі різноманіття, атрактори і інваріанти, введення яких в науку управління можна вважати цілком очевидним і природним. Однак для цього вкрай необхідно подолати ті багаторічні стереотипи, які встановилися в теорії управління, незважаючи на її колишні досягнення і успіхи. Ефективним способом кардинального подолання цих стереотипів є опора на фундаментальний принцип «розширення – стиснення» фазового простору синтезованих систем, покладений в основу СТУ. Введення інваріантів в СТУ, як її ключових елементів, дозволяє надати їй природничо-математичну єдність і концептуально-методологічну цілісність. Мова інваріантів тут грає роль базової мови науки, що визначає системну сторону СТУ і встановлює безпосередній зв'язок її з фундаментальними принципами відбору дійсних рухів з безлічі можливих на основі співвідношень, що відображають закони збереження у відповідній предметній області. Інакше кажучи, виникає можливість створення прикладної теорії системного синтезу, що в якомога більшій мірі враховує природні властивості систем відповідної природи.

Проблема синтезу системних законів єдності процесів самоорганізації та управління лежить в руслі сучасного вельми

перспективного наукового напрямку, яке в широкому сенсі слова можна назвати системною фізикою. Проблема побудови системних закономірностей здавна була і залишається однією з найактуальніших проблем науки. Тому будь-яке просування в напрямку її вирішення має важливе загальнонаукове значення. Примітно, що концепція єдності процесів самоорганізації та управління все в більшій мірі проникає в науку. Експансія синергетики і концепції єдності процесів самоорганізації та управління в усі сфери сучасного знання неминуча. Як стверджують Е.Н. Князева і С.П. Курдюмов, «Синергетика стає не тільки модною ... вона поширюється у вигляді якоїсь ментальної інфекції. Заразившись синергетикою, відчувши конструктивність і евристичність синергетичного способу мислення, стає важко вилікуватися від цієї «синергетичної хвороби». Вся справа в тому, що синергетика дозволяє виявити деякі універсальні принципи самоорганізації і еволюції складних систем – свого роду аналоги законів збереження. Ще В.І. Вернадський вказував, що майбутня наука буде формуватися не за вузькими дисциплінами і спеціальностями, як це мало місце до сих пір, а по кардинальним загальнонауковим проблемам. У нашому випадку – це неklasична ключова проблема єдності процесів самоорганізації та управління, що пронизує всі сучасні знання про природу, техніку та суспільство.

Точний (навіть із заданою точністю) оптимальний перехід об'єкта в околицю нового стану рівноваги при обмеженнях на керування з урахуванням вимог забезпечення заданого критерію оптимізації за кінцевий фіксований час є не природним завданням, практично не здійсненним для реальних складних динамічних систем. Рух цих систем не припиняється і після досягнення наміченої мети, причому в умовах постійно діючих збурень. У свою чергу для забезпечення режиму стабілізації необхідно не фіксований час, а час з необмеженою тривалістю. Однак режим стабілізації часто досягається без врахування обмежень на управління і без особливих вимог до якості перехідних процесів.

Для систем з неповною інформацією існують два способи стабілізації динамічних систем: організація зворотного зв'язку з великими коефіцієнтами підсилення і управління за принципом адаптації. При цьому ефективність управління за заданою програмою і за принципом зворотного зв'язку нерівнозначна. Малі помилки, що виникають в програмній системі, призводять до великих відхилень від заданої траєкторії, тоді як при виконання

принципу зворотного зв'язку малі помилки призводять до малих відхилень від необхідної траєкторії руху керованої системи.

Для управління реальними динамічними системами необхідно відмовитися від оптимального «точного» переведення системи в новий стан рівноваги за кінцевий час.

Для вирішення практичних завдань управління необхідно гарантувати асимптотичну стійкість нового стану рівноваги, що забезпечує стійку і стабільну поведінку при постійно діючих збуреннях. В цьому випадку задача оптимального управління стає не основною, а допоміжною. Тому розробка регуляторів для динамічних систем повинна розглядатися як завдання стабілізації з використанням методів теорії оптимального управління, до того ж залишається невідомим час переходу від завдання оптимального управління до задачі стабілізації.

Такий підхід особливо важливий для складних (великих, багатозв'язних) динамічних систем, які виникають при управлінні електроенергетичними, механічними системами, а також при управлінні технологічними процесами. Методи забезпечення режиму стабільності, а отже, і аналізу стійкості складних систем досить добре розроблені тільки для лінійно взаємодіючих підсистем, тобто для систем, що мають експоненціально стійкі нульові рішення. Однак навіть для лінійних систем традиційне поняття стійкості не є конструктивним, оскільки, незважаючи на те, що стійкість являє собою асимптотичну властивість, в початкові моменти часу може з'являтися «сплеск» (різке зростання траєкторії). До того ж стійкість лінійних стаціонарних систем може порушуватися при наявності нестаціонарних і нелінійних збурень.

Відзначимо ще один парадокс. Теорія оптимальних управлінь має справу з обмеженими програмними управліннями. Однак такий підхід характерний ні для теорії стабілізації, ні для класичної теорії автоматичного регулювання, в яких завдання вирішуються з використанням зворотних зв'язків без врахування обмежень на значення управління. Для забезпечення стабільного режиму лінійної системи досить її повної керованості, а в разі стаціонарних або періодичних систем необхідною і достатньою є керованість їх координат, відповідних кореням характеристичного рівняння з невід'ємною дійсною частиною.

У ТОУ протиріччя виникають при використанні як прямих методів вирішення оптимальних завдань (точних і градієнтних), так і непрямих (принцип максимуму (ПМ), динамічне програмування (ДП)). Проблема

«прокляття розмірності» і наявність невизначеності параметрів практично не дозволяють здійснити синтез за допомогою ПМ і ДП. До того ж в ТОУ рішення шукається у вигляді функції часу, а для інженерів кращим є вибір управління у вигляді зворотного зв'язку, що забезпечує асимптотичну стійкість систем. Для нелінійних нестационарних систем існують наступні види режимів стійкості:

- стійкість точки рівноваги;
- стійкість руху;
- стійкість за Ляпуновим;
- асимптотична стійкість;
- стійкість «в малому» і «у великому»;
- стійкість за початковими умовами і за збуренням.

Як для кібернетичних, так і для синергетичних систем важливою є гарантія асимптотичної стійкості з урахуванням збурень.

Як правило, будуються математичні моделі, що містять тільки лінійні рівняння. Такий підхід призводить до необґрунтованих спрощень і неврахування «малоістотних» чинників. Однак невраховані «другорядні» фактори відіграють важливу, а часто навіть домінуючу роль в порушенні принципу суперпозиції, що призводить до виникнення режимів нестійкості і бифуркації. До числа «другорядних» факторів, що визначають «паразитні» динаміки об'єктів і систем, відносяться малі параметри (малі нелінійності, малі постійні часу, малі маси і моменти інерції), а також проблеми систем з великими коефіцієнтами підсилення. Слід зазначити, що мова йде практично про всі САУ рухом, парціальні рухи яких відбуваються в часі з різною інтенсивністю. наприклад, незначна нелінійність майже не залежить від одних значень вхідного сигналу і суттєво залежить від інших значень. При дослідженні різномішурних систем з повільними і швидкими змінними руху нехтування малими параметрами призводить до виникнення принципових кількісних і якісних помилок. Тому в САУ необхідно врахування різного роду взаємодій, зворотних зв'язків, тонких і малих ефектів і т. п.

Зауважимо, що навіть при наявності повної інформації про стан системи внаслідок сильної нестійкості певної моделі до малих збурень багато САУ відносяться до числа некоректних або сингулярних задач.

До числа динамічних систем, що містять малі параметри, відносяться різномішурні системи управління, які використовуються в різних областях техніки, природознавства і економіки.

Збурення враховуються шляхом введення параметрів штрафу, регуляризації, аппроксімації імпульсів і т. п. При використанні реальних систем виникає необхідність аналізувати контур з «паразитного» динамікою, нехтування якою призводить до побудови спрощених моделей, які не враховують фактичне управління з боку швидких фазових змінних. Врахування дії цього «паразитного» контуру ідеалізує вид математичної моделі і дозволяє підвищити точність рішення і організувати нові алгоритми управління. Однак при чисельному рішенні виникають значні обчислювальні труднощі (великий час рахунку) і відбувається накопичення обчислювальних помилок, тобто з'являються проблеми «жорстких» систем.

Для синтезу регуляторів одномірних об'єктів застосовується відомий підхід – вибір структури і параметрів коригувальних пристроїв на основі частотних і кореневих методів і інтегральних оцінок. При такому підході, орієнтованому в основному на лінійні об'єкти, використовуються первинні інженерні показники якості систем (час і характер згасання перехідного процесу, перерегулювання, точність в сталому стані і т. п.).

Математична модель об'єкта управління описується системою звичайних диференціальних рівнянь

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (8.19)$$

де $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$ – вектор стану системи, $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_m]^T$ – вектор управління, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, $m \leq n$, U – обмежена множина.

Заданий початковий стан об'єкта управління

$$\mathbf{x}(0) = [x_1^0 \dots x_n^0]^T. \quad (8.20)$$

Задані функціонали, що визначають критерії якості управління

$$J_i = G_i(\mathbf{x}(t_f)) + \int_0^{t_f} F_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt, \quad i = \overline{1, M}, \quad (8.21)$$

де t_f – тривалість процесу управління.

Необхідно синтезувати систему управління у вигляді

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{q}), \quad (8.22)$$

де $g(\dots)$ – шукана структура управління, $q = [q_1 \dots q_R]^T$ – вектор параметрів системи управління, $q \in Q \subseteq \mathbb{R}^R$, Q – обмежена множина.

Рішенням даної задачі (8.19)– (8.22) є множина Парето в просторі функціоналів (8.21). Кожна точка множини Парето представляє собою математичний вираз зі значенням вектора параметрів. Конкретна система управління визначається як одне з рішень на множині Парето, обране за додатковими критеріями.

Завдання синтезу оптимального управління протягом багатьох років є однією з ключових проблем теорії управління. Виділившись в окрему галузь науки ще в середині 50-х років 20-го сторіччя, математична теорія оптимального управління акумулювала в собі основні досягнення класичного варіаційного числення, принципу максимуму Л.С. Понтрягіна, чисельних методів оптимізації. Більшість відомих підходів до вирішення проблем управління пов'язані з побудовою програмних управлінь, оптимальних за різними критеріями, але не вирішують проблему синтезу в загальній постановці. Аналіз цих підходів стосовно до проблеми управління зумовив необхідність побудови загального методу синтезу оптимальних систем управління, які використовують інформацію про поведінку об'єкта. Крім того, останнім часом все більшу важливість набуває питання про створення так званої «фізичної теорії управління», яка визначається А.А. Красовським як «теорію управління, яка базується на фундаменті фізичних законів, врахуванні ресурсів і пріоритетів реального світу». Такий принципово новий підхід до проблеми пошуку загальних об'єктивних законів управління зумовив необхідність побудови загального методу синтезу оптимальних систем управління, які використовують інформацію про поведінку об'єкта.

Першим кроком у вирішенні поставленого завдання синтезу управління, як функції координат простору стану об'єкта, стало створення Р. Беллманом методу динамічного програмування. Відповідно до даного методу структура оптимального управління визначається шляхом рішення рівняння Беллмана для безперервних детермінованих систем, яке є достатньою умовою мінімуму функціоналу (8.21). Рівняння Беллмана представляє собою диференціальне рівняння в часткових похідних, рішення якого в загальному випадку веде до значних і часто непересборних труднощів обчислювального характеру.

На відміну від відомих методів проектування регуляторів за заданими первинними показниками якості, які здійснюють оптимізацію параметрів коригувальних ланок, запропонованих В. В. Солодовникова, аналітичний метод АКОР, запропонований А. М. Летовим, поєднує методи варіаційного числення, теорії стійкості Ляпунова і динамічного програмування. Закон зміни керованої координати і керуючого впливу задається аналітично у вигляді певного функціоналу, який мінімізується шляхом підбору керуючого впливу.

Найбільш відомим і дослідженим випадком вирішення задачі синтезу оптимального управління є завдання, вирішена для лінійних систем з квадратичним функціоналом. Метод називається аналітичним конструюванням оптимальних регуляторів (АКОР), заснований А.М. Летовим і Р. Калманом, а потім отримав свій розвиток в роботах А.А. Красовського, М.М. Атанс і П. Фалбі, В.Н. Афанасьєва та інших вчених. Методи теорії АКОР добре формалізовані. Своєю практичною завершеністю даний підхід досяг тільки для лінійних стаціонарних об'єктів і квадратичних оптимізуючих функціоналів, шляхом зведення задачі до вирішення нелінійних алгебраїчних рівнянь Рікатті. Істотне просування в рішенні нелінійної теорії АКОР було досягнуто в роботах А.А. Красовського і його учнів по неklasичних функціоналах узагальненої роботи. Суть даного підходу полягає в приведенні рівняння Беллмана до лінійного вигляду в часткових похідних, що дозволяє розробити ряд наближених методів його вирішення. У літературі є інші окремі результати з нелінійної теорії АКОР, однак, в цілому, проблема синтезу оптимальних регуляторів в своєму практичному застосуванні ще далека від вирішення.

Сьогодні досить велика увага приділяється розвитку методів синтезу адаптивних систем управління (Дж. Траксел, В.А. Якубович та ін.). Загальноприйнятий підхід до синтезу адаптивних систем полягає в тому, що в процесі синтезу спочатку знаходять рівняння регулятора об'єкта з використанням будь-якого методу теорії управління, а потім алгоритм настройки його параметрів. Застосовувані сьогодні методи адаптивного управління можна розділити на два основних напрямки – заміна вихідної нелінійної моделі на наближену лінійну і використання нелінійних канонічних форм.

Перший підхід, заміна вихідної нелінійної моделі спрощеною лінійною або виділення в моделі об'єкта лінійної і нелінійної частин,

широко застосовується на практиці. Підхід дозволяє використовувати традиційні формалізовані методи управління лінійними об'єктами, засновані на використанні сталонної моделі (Ортега Р., Дата А.), або застосування методів теорії абсолютної стійкості (Кристин М., Каннелакопулос І., Котокович П.). Обмеження щодо застосування даного підходу полягає в необхідності оцінювати ступінь погіршення якості системи управління при заміні спрощеною лінійною моделлю об'єкта вихідної нелінійної, а це завдання рідко обґрунтовується аналітично, так як в загальному випадку можна порівняти за складністю з побудовою самого регулятора.

Суть другого підходу полягає в тому, що шляхом нелінійного перетворення в просторі станів деякі нелінійні об'єкти можна привести до канонічної форми зі скалярним виходом (output-feedback canonical form), в якій всі функції залежать тільки від вимірюваних величин. Методи на основі канонічних форм застосовні для обмеженого класу нелінійних об'єктів. Для канонічних форм були розроблені ітеративні процедури синтезу стабілізуючого управління із застосуванням методу функцій Ляпунова, що отримали назву «обхід інтегратора» (І. Канеллакопулос, П. Кокотович, А. Ісидор, Р.Маріно, П. Томеї). Крім складності рішення задачі синтезу на основі канонічних форм, залишається невирішеною проблема чутливості синтезованих алгоритмів до неминучої відмінності вихідних нелінійних моделей об'єктів від використовуваних для побудови регуляторів даного типу спрощених моделей. Самі умови існування нелінійного перетворення реальних моделей в канонічні форми є непротими і їх перевірку здійснити так само непросто. З причини відсутності загальних методів синтезу керування нелійними динамічними об'єктами на практиці сьогодні застосовують підхід, який складається з двох етапів. На першому етапі будь-яким з відомих методів оптимального управління знаходиться оптимальне управління в вигляді функції часу. По знайденому оптимальному управлінню будується оптимальна траєкторія. На другому етапі будується система управління, яка забезпечує стабілізацію поведінки системи поблизу оптимальної траєкторії. При побудові системи стабілізації, як правило, математична модель об'єкта лінеаризується в околиці оптимальної траєкторії, тому використовують стандартні методи синтезу регуляторів для лінійних систем. Однак такі системи формально не є оптимальними.

Зараз велика увага вчених і розробників займає новий метод – аналітичне конструювання агрегованих регуляторів (АКАР), сформульованому А.А. Колесніковим в контексті синергетичної теорії управління. Метод базується на принципі інваріантних різноманіть, що описують стан вихідної динамічної системи, яка задовольняє технічній меті управління. Завдання синтезу регулятора в методі АКАР вирішується в два етапи. Спочатку в залежності від фізичної суті завдання будують інваріантне різноманіття $\phi(\mathbf{x}) = 0$, розмірність якого менше розмірності вихідної системи. Потім з системи диференціальних рівнянь $T\dot{\phi} + \phi = 0$ для агрегованих змінних знаходять управління $\mathbf{u}(\phi(\mathbf{x}))$, яке переводить систему з початкового стану $\mathbf{x}(0)$ в околицю заданого інваріантного різноманіття $\phi(\mathbf{x}) = 0$. В результаті керуючого впливу система переходить з початкового простору розмірності n в підпростір розмірності $n - 1$, потім $n - 2$, $n - 3$ і т. п. аж до одновимірного різноманіття $\dim(\psi S) = 1$, рухаючись вздовж якого потрапляє в початок координат. Іншими словами, відбувається поступове стиснення фазового потоку, в якому рухається об'єкт. Отже, синергетичний метод АКАР є новим напрямком в теорії управління, який розширює розуміння складних процесів управління, так як враховує загальні об'єктивно-енергетичні та ентропійно-інформаційні субстанції в просторі і часі.

Таблиця 8.5.

Порівняльні характеристики АКОР і АКАР

АКОР	АКАР
<ul style="list-style-type: none"> – надмірна абстрактно-математична формалізація; – ігнорування фізичної сутності явищ і процесів; – прагнення всюди лінеаризувати процеси; – довільний вибір функціоналу оптимізації, труднощі визначення вагових коефіцієнтів 	<ul style="list-style-type: none"> – інваріантне різноманіття, фізичні основи формування структур; – цінність інформації; – оптимізація на основі природньо-математичних співвідношень; – інваріантність, когерентність, нелінійність, каскадний синтез; – редукція ступенів свободи, самохідність, параметр порядку, аттрактор, внутрішня генерація

З даних, наведених у таблиці 8.5, слідує те, що АКОР і АКАР мають різні цілі і протиставляються один одному. Головними відмінностями є методологія, підходи, використовувані парадигми, а також методи пізнання об'єктів.

Синергетичний підхід – це керована взаємодія енергії, речовини та інформації в процесах різної природи. Відповідно до цього підходу обґрунтований принцип розширення-стиснення фазового простору, на якому базується метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР).

Для технологічних об'єктів на множині станів функціонування необхідно забезпечити вимоги стійкості, надійності, розширення функціональних можливостей з урахуванням нелінійностей, багатовимірності, багатозв'язності. Методи синергетичної теорії управління дають можливість в аналітичному вигляді отримати вираз для керувальних дій в системах автоматизації складних об'єктів. Вимоги до системи реалізуються у вигляді технологічних інваріантів, які входять до структури формуемого різноманіття у вигляді мети керування. Диференціальні рівняння математичної моделі об'єкта замінюються на диференціальне рівняння для агрегованих змінних.

В синергетичному підході процес керування трактується як подолання надлишкових степеней свободи, тобто необхідно створити такі надлишкові степені свободи, які визначають додаткові можливості майбутньої свободи, а потім подолати (редувувати) їх в процесі керування. Цей процес відображає явище самоорганізації нелінійних дисипативних систем. Зменшення числа степенів свободи відбувається за рахунок сил взаємодії накладених зв'язків в напрямку від початкового стану до кінцевого бажаного різноманіття. При цьому рух вздовж кожного різноманіття реалізується за рахунок внутрішніх керувань системи, тобто в процесі самостійного руху до відповідного атрактора.

Приклад застосування методу АКАР. В рамках синергетичного керування для технологічних комплексів раціонально використати метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР), який дозволяє забезпечити оптимальний міжатрактивний перехід в об'єкті шляхом реалізації аналітично розрахованих слабкопотужних керуючих дій резонансного характеру.

Метою досліджень є визначення ієрархічних моделей поведінки технологічного комплексу цукрового заводу на прикладі відділення очистки дифузійного соку, які задають систему атракторів як

інваріантних багатообразів в області параметрів порядку, і реалізації на їх основі керуючих стратегій, що організують направлений рух фазових траєкторій об'єкта в оптимальному руслі між атракторами, забезпечуючи при цьому завдяки самоорганізації значну економію ресурсів виробництва.

Ефективність виробництва цукру значною мірою залежить від якості цукрових буряків та ефективності станції сокоочищення.

Цукрові буряки, які надходять в переробку на вітчизняні цукрові заводи, як правило, відповідають рівню середньої або погіршеної якості. Незбалансоване внесення добрив, несприятливі умови під час вирощування та зберігання цукрових буряків призводять до збільшення вмісту в них інвертного цукру та азотистих сполук, що негативно впливає на термостійкість напівпродуктів цукрового виробництва та сприяє збільшенню втрат цукрози та собівартості готової продукції.

Технологічний комплекс дефекосатурації складається з процесів фізико-хімічної обробки дифузійного соку активними речовинами, фізичної очистки сумішей.

Тому визначення раціональних режимів керування складними технологічними процесами вапнування (основної defeкації та defeкації перед II сатурацією) та процесами сатуравання дифузійного соку є важливим завданням для сучасних систем управління складними технологічними комплексами.

Станція сокоочистки цукрового заводу представляє собою комплекс неперервного типу, що характеризується наявністю процесів різної природи, які протікають в складних системах (рідина→тверда маса, газ→рідина). Дрейф режимних параметрів відносно зміни якісного складу середовища (газовміст сатураційного газу, густина вапняного молока) та технологічної якості дифузійного соку призводить до суттєвих змін в якості та кількості кінцевого продукту.

Однією з головних технологічних змінних є рН середовища, яка визначає оптимальну витрату потоків речовини та теплоносіїв для отримання максимального ефекту очистки дифузійного соку.

З точки зору теорії керування, станція сокоочистки є складним технологічним об'єктом, питання синтезу систем керування яким розглядалися в основному в лінійній постановці задачі.

Для різноманітних збурюючих факторів призводить до необхідності стабілізації величини рН при одночасному впливі на інші параметри окремого технологічного процесу, тобто необхідно

розв'язання задачі векторного керування на кожному етапі виробництва.

Ієрархічна структура технологічного комплексу сокоочистки цукрового заводу наведена на рис. 8.3.

Завдання векторного керування розглянемо на прикладі технологічного процесу попередньої defeкації, структурна схема якого зображена на рис. 8.4.

F_{CaO_BM} – витрата вапняного молока на попередню defeкацію;
 $F_{д.с.}$ – витрата дифузійного соку на попередню defeкацію; $T_{д.с.}$ – температура дифузійного соку; $F_{зв.}$ – витрата соку «повернення» на попередню defeкацію; pH_{BM} – рН на попередній defeкації;
 $F_{с.осн.деф.}$ – витрата соку попередньої defeкації на основну defeкацію; $F_{пари}$ – витрата грійучої пари; $T_{пари}$ – температура грійучої пари.

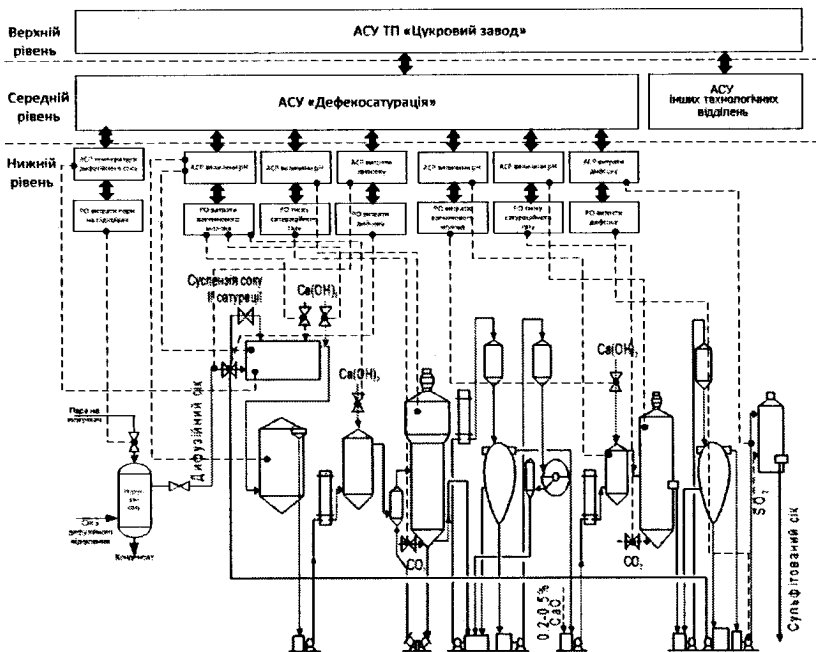


Рис. 8.3. Ієрархічна структура технологічного комплексу сокоочистки

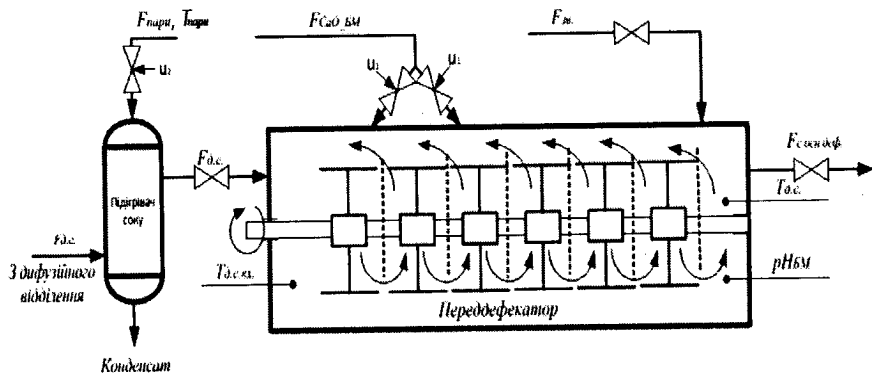


Рис. 8.4. Структурна схема технологічного процесу попередньої дефекації

Математична модель процесу попередньої дефекації має вигляд:

$$\begin{aligned}
 \frac{dC_{CaO_БМ}}{d\tau} &= \frac{F_{CaO_БМ} \cdot C_{CaO}^{вх.}}{V} - k_1 \cdot C_{CaO} \cdot C_{с.р.} - \frac{F_{д.с.} + F_{зв.}}{V} \cdot C_{CaO}, \\
 \frac{dC_{с.р.}}{d\tau} &= \frac{F_{д.с.} \cdot C_{с.р.}^{вх.} + F_{зв.} \cdot C_{с.р.}^{зв.}}{V} - k_2 \cdot C_{с.р.} \cdot C_{CaO} - \frac{F_{д.с.} + F_{зв.} + F_{CaO_БМ}}{V} \cdot C_{с.р.}, \\
 \frac{dT_{д.с.}}{d\tau} &= \frac{F_{CaO_БМ} \cdot T_{CaO}^{вх.} + F_{д.с.} \cdot T_{д.с.}^{вх.} + F_{зв.} \cdot T_{зв.}}{V} + [k_1 \cdot F_{CaO_БМ} - k_2(F_{д.с.} + F_{зв.})] \cdot Q - \\
 &\quad - \frac{k_T \cdot F}{\rho \cdot C_p \cdot V} \cdot (T_{д.с.} - T_p) - \frac{F_{CaO} + F_{д.с.} + F_{зв.}}{V} \cdot T_{д.с.} + \frac{T_{д.с.}^{вх.} - T_{д.с.}}{V} \cdot F_{CaO_БМ}, \\
 \frac{dT_p}{d\tau} &= \frac{(T_{парн} - T_p) \cdot F_{парн}}{V_p} - \frac{k_T \cdot F}{\rho_{парн} \cdot C_{p,парн} \cdot V_p} \cdot (T_p - T_{д.с.}),
 \end{aligned} \tag{8.23}$$

де: $F_{CaO_БМ}$ – витрата вапнякового молока, м³/год.; $F_{д.с.}$ – витрата дифузійного соку, м³/год.; $F_{зв.}$ – витрата соку повернення, м³/год.; $T_{д.с.}$ – температура дифузійного соку, °С; $T_{д.с.}^{вх.}$ – температура дифузійного соку на вході, °С; $T_{CaO}^{вх.}$ – температура вапняного молока на вході, °С; $T_{зв.}$ – температура соку повернення, °С; T_p – температура в паровій рубашці, °С; C_{CaO} – концентрація вапняного молока, %; $C_{с.р.}^{вх.}$ – концентрація сухих речовин в дифузійному соку на вході, %; $C_{с.р.}$ – концентрація сухих речовин в дифузійному соку,

%; $C_{c.p.}^{in}$ – концентрація сухих речовин соку повернення, %; C_{CaO}^{max} – концентрація вапняного молока на вході, %; $C_{p,пару}$ – теплоємність пари в рубашці, кал/г; k_T – коефіцієнт теплопередачі; F – поверхня теплопередачі, м²; $k_i = k_{i0} \cdot e^{-(E_i/(R(T_{d.c.}+273.15)))}$ – константи швидкості реакцій; k_{i0} – передекспоненціальний коефіцієнт; E_i – енергія активації реакцій; R – універсальна газова стала; $Q = \Delta H / (\rho \cdot C_p)$, ΔH – тепловий ефект реакції (віднесений до швидкості по компоненті вапняного молока); C_p – теплоємність речовин в апараті та вихідних потоках, кал/г; V_p – об'єм парової рубашки теплообмінника, м³; V – об'єм переддефекатора, м³; $\rho_{пару}$ – густина пари, г/м³; ρ – густина дифузійного соку, г/м³.

Проаналізувавши рівняння (8.23) можна зробити висновок, що система нелінійна та взаємозв'язана. Виходячи з цього, для розв'язання задачі оптимального керування, застосуємо методологію синергетичного керування, а саме метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР).

Згідно із методом АКАР необхідно синтезувати закони керування $u_1(C_{CaO_БМ}, C_{c.p.}, T_{d.c.})$, та $u_2(C_{CaO_БМ}, T_{d.c.}, T_p)$, які забезпечують, при стабілізації температури дефекованого соку, $T_{d.c.}$, оптимальне значення величини рН, $pH_{БМ}$, дефекованого соку, тобто $T_{d.c.} = T_{d.c.}^0$, $C_{c.p.} = C_{c.p.}^0$. В якості u_1 вибираємо витрату вапняного молока $F_{CaO_БМ}$, u_2 – витрату пари $F_{пару}$.

Згідно із теорією аналітичного конструювання агрегованих регуляторів, враховуючи те, що система має два керуючі впливи, застосуємо паралельно-послідовну процедуру розгляду інваріантних багатообразів:

$$\begin{aligned} \psi_1(C_{CaO_БМ}, C_{c.p.}, T_{d.c.}) &= 0, \\ \psi_2(C_{CaO_БМ}, T_{d.c.}, T_p) &= 0 \end{aligned} \quad (8.24)$$

Паралельно введені багатообрази відіграють роль атракторів притягнення зображаючої точки замкненої системи при синтезованому законі керування $u_1(C_{CaO_БМ}, C_{c.p.}, T_{d.c.})$, та

$u_2(C_{CaO_BM}, T_{д.с.}, T_p)$. При цьому зображаюча точка переміщується у фазовому просторі на перетин багатообразів $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$. Керування u_1 входить в керування u_2 підсистеми і безпосередньо впливає на величину рН дефекованого соку. Виходячи з цього, задаємо макрозмінну ψ_1 у вигляді $\psi_1 = C_{c.p.} - C_{c.p.}^0$. Оскільки витрата пари u_2 безпосередньо не впливає на температуру $T_{д.с.}$, то необхідно сконструювати функцію $\psi_2(C_{CaO_BM}, T_{д.с.}, T_p) = 0$, яка б зв'язувала $T_{д.с.}$ з фазовими координатами C_{CaO_BM} та T_p .

Сконструюємо функцію зв'язку макрозмінних C_{CaO_BM} та $T_{д.с.}$:

$$\psi_2 = T_p + v(C_{CaO_BM}, T_{д.с.})$$

де $v(C_{CaO_BM}, T_{д.с.})$ – деяка функція залежності величини рН від температури в дефекаторі.

У випадку синтезу законів керування $u_1(C_{CaO_BM}, C_{c.p.}, T_{д.с.})$, та $u_2(C_{CaO_BM}, T_{д.с.}, T_p)$, які переводять зображаючу точку в околицю перетину багатообразів:

$$C_{c.p.} - C_{c.p.}^0 = 0, T_p + v(C_{CaO_BM}, (T_{д.с.}^{ак.} - T_{д.с.})) = 0 \quad (8.25)$$

Зміна макрозмінних ψ_1 та ψ_2 підпорядковуються виразу:

$$T_i \cdot \dot{\psi}_i(\tau) + \psi_i(\tau) = 0 \quad (8.26)$$

З урахуванням (8.25) рівняння (8.26) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} T_1 \cdot \frac{dC_{c.p.}}{d\tau} + (C_{c.p.} - C_{c.p.}^0) &= 0, \\ T_2 \cdot \left[\frac{dT_p}{d\tau} + \frac{\partial v}{\partial C_{CaO_BM}} \cdot \frac{dC_{CaO_BM}}{d\tau} + \frac{\partial v}{\partial T_{д.с.}} \cdot \frac{dT_{д.с.}}{d\tau} \right] + T_p + \\ + v(C_{CaO_BM}, (T_{д.с.}^{ак.} - T_{д.с.})) &= 0 \end{aligned} \quad (8.27)$$

На основі рівняння моделі (8.23) і з урахуванням (8.27) сформулюємо закони взаємозв'язаного управління технологічним процесом дефекації:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{(F_{\partial.c.} \cdot C_{c.p.}^{ex} + F_{\text{ж.}} \cdot C_{c.p.}^{ex} - k_2) \cdot C_{c.p.} \cdot V - (F_{\partial.c.} + F_{\text{ж.}} + F_{C_{\partial O} \text{ БМ}}) \cdot C_{c.p.} + V \cdot (C_{c.p.} - C_{c.p.}^0)}{C_{c.p.}} + \frac{V \cdot (C_{c.p.} - C_{c.p.}^0)}{C_{c.p.} \cdot T_1}, \\
 u_2 &= \frac{(T_p + v) \cdot V_p}{(T_{\text{парн}} - T_p) \cdot T_2} - \frac{\rho_{\text{парн}} \cdot C_{p,\text{парн}} \cdot V_p}{T_{\text{парн}} - T_p} \cdot (T_p - T_{\partial.c.}^{ex}) \\
 &\quad \frac{\partial v}{\partial C_{C_{\partial O} \text{ БМ}}} \cdot \left(\frac{F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} \cdot C_{C_{\partial O}}^{ex}}{V} - k_1 \cdot C_{C_{\partial O}} - \frac{F_{\partial.c.} + F_{\text{ж.}}}{V} \cdot C_{C_{\partial O}} \right) \cdot F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} \cdot C_{C_{\partial O} \text{ БМ}} - \frac{\partial v}{\partial T_{\partial.c.}} \times \\
 &\quad \times \left(\frac{F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} \cdot T_{C_{\partial O}}^{ex} + F_{\partial.c.} \cdot T_{\partial.c.}^{ex} + F_{\text{ж.}} \cdot T_{\text{ж.}}}{V} + [k_1 \cdot F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} - k_2 (F_{\partial.c.} + F_{\text{ж.}})] \cdot Q - \frac{k_T \cdot F}{\rho \cdot C_p \cdot V} \cdot T_{\partial.c.} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} + F_{\partial.c.} + F_{\text{ж.}}}{V} \cdot T_{\partial.c.} + \frac{T_{\partial.c.} - T_{C_{\partial O}}^{ex}}{V} \cdot F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} + T_p + T_{\partial.c.} \cdot F_{C_{\partial O} \text{ БМ}} \right) \cdot V_p / (T_{\text{парн}} - T_p).
 \end{aligned} \tag{8.28}$$

Використовуючи отримані співвідношення можна синтезувати регулюючі впливи для технологічних операцій I-ї та II-ї сатурації, а також для проміжної дефекації.

Параметри настройки законів керування регламентують час регулювання T_1 , T_2 . Умовою стійкості системи являються значення: $T_1 > 0$, $T_2 > 0$.

На рисунках 8.5–8.7 представлено результати моделювання динамічної системи з синтезованими регуляторами. При моделюванні використовувались усереднені технологічні показники параметрів процесу дефекації на обладнанні з продуктивністю 3000 т/добу. Якість керування оцінювався за інтегральним квадратичним критерієм.

В результаті проведених досліджень було виявлено, що система стійка до збурень, а час регулювання залежить лише від величин T_1 , T_2 . При чому, характер перехідних процесів не змінюється при зміні часу регулювання, відповідно і не залежить від нього.

Похідні $\frac{\partial v}{\partial T_{\partial.c.}}$ не дали істотного впливу на процеси регулювання, відповідно, їх значенням можна знехтувати.

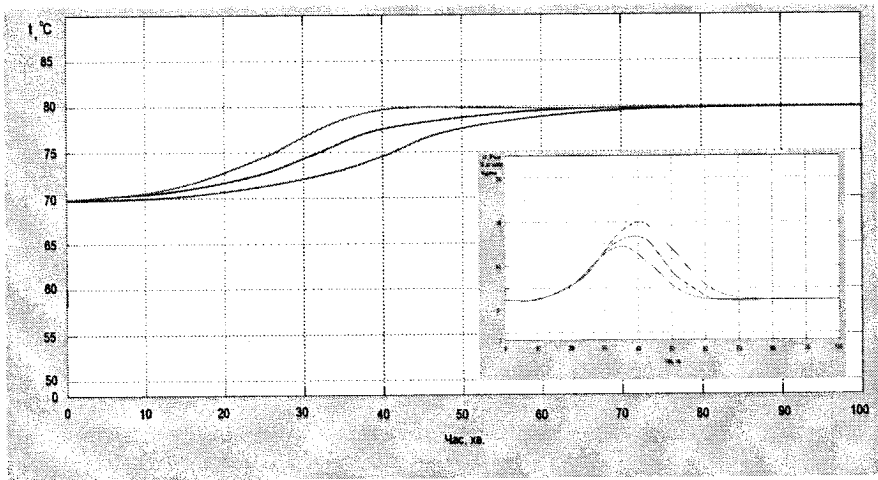


Рис. 8.5. Процес регулювання температури дифузійного соку з урахуванням збурення по величині рН ($\Delta pH_{EM}=+2$): а) при $T_1=T_2=200$; б) при $T_1=T_2=100$; в) при $T_1=T_2=10$

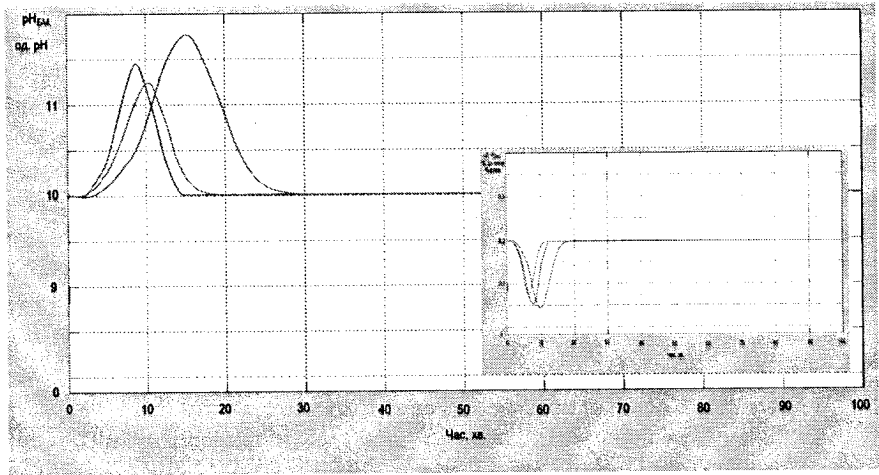


Рис. 8.6. Процес регулювання величини рН дифузійного соку з урахуванням збурення по температурі ($\Delta T_{d.c}=12^{\circ}C$): а) при $T_1=T_2=200$; б) при $T_1=T_2=100$; в) при $T_1=T_2=10$

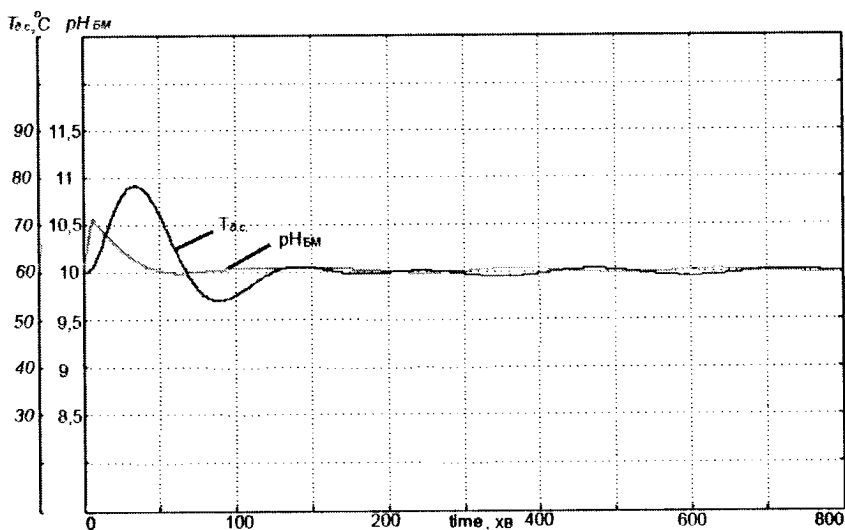


Рис. 8.7. Процес регулювання величини $pH_{БМ}$ та температури $T_{d.c.}$ дифузійного соку при взаємозв'язаному керуванні за умови $T_1=T_2=12$

Синтезована синергетична система керування показала свою працездатність, стійкість та ефективність.

Контрольні запитання

1. Синергетика – наука про самоорганізацію.
2. Дайте визначення атрактора.
3. Наведіть основні властивості синергетичних систем.
4. В чому полягають основні результати синергетичної теорії управління?
5. Наведіть приклад постановки задачі синергетичного управління та самоорганізації.
6. Як проявляються механізми самоорганізації в системах різної природи?

РОЗДІЛ 9. Управління хаосом

9.1. Загальні положення та особливості хаотичних систем

Це область на межі теорії управління і теорії динамічних систем. Тут вивчаються методи управління детермінованими системами з нерегулярною, хаотичною поведінкою.

«Управління хаосом» – має парадоксальний зміст і викликає додатковий інтерес.

Задачі управління хаосом викликали значний інтерес, починаючи з 90-х років. За останні 10 років в цій області опубліковано кілька тисяч робіт (біля 400 статей в рік, а з адаптивного управління – 300 статей).

Термін «хаос» вперше використано в 1975 р., а різні математичні визначення зводяться до таких властивостей динамічних систем: вони «надчутливі» до початкових умов – як завгодно близькі траєкторії з часом розходяться на кінцеву відстань, тобто прогноз на тривалий час неможливий (щодо траєкторії). При цьому кожна траєкторія залишається обмеженою (на відміну від лінійних систем).

Таким чином, нелінійні детерміновані динамічні системи з такими властивостями існують, це – не винятковий («патологічний») випадок). Моделі, які описують хаотичну поведінку, часто більше підходять для опису нерегулярних коливань і невизначеності, ніж стохастичні, ймовірнісні моделі. Наприклад, генератори псевдовипадкових чисел – клас хаотичних систем (хоча раніше їх так не називали).

В 1990 р. виявлена можливість суттєвого змінювання властивостей хаотичної системи за допомогою малого змінювання її параметрів, тобто достатньо малим змінюванням параметра системи хаотичну траєкторію можна перетворити в періодичну і навпаки (частинний випадок – за рахунок зворотнього зв'язку).

Парадоксальність висновку – хаос не можна прогнозувати, але ним можна керувати! Комп'ютерне моделювання показало наявність можливості змінювання властивостей хаотичних систем в природі і техніці за допомогою відносно незначних змін параметрів і зовнішніх діянь.

Хаотичні системи. Це клас моделей невизначеності, які відрізняються від стохастичних моделей. В детермінованій моделі: майбутню траєкторія можна прогнозувати на будь-який майбутній час за початковим станом системи.

В стохастичній моделі: точний прогноз, в цілому, неможливий навіть на малий час.

В хаотичній моделі похибка прогнозу росте експоненційно, прогноз можливий на обмежений час, який визначається допустимою похибкою системи. Процеси в хаотичних моделях мають вигляд нерегулярних коливань (змінюються, «плавають» як частота, так і амплітуда).

До середини ХХ ст. вважалось, що в неперервних системах другого порядку можливі два усталених режими: рівноваги або граничного циклу.

В середині ХХ ст. математики виявили, що вже для систем третього порядку це не так: в системі можливі досить складні рухи – обмежені неперіодичні коливання. Переворот почався з роботи фізика С. Лоренца (1963 р.), який показав, що якісний характер явищ атмосферної турбулентності (описуються складними рівняннями в частинних похідних Нав'є – Стокса) може передаватись простою нелінійною моделлю 3-го порядку (рівняння Лоренца):

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x), \\ \dot{y} = rx - y - xz, \\ \dot{z} = -bz + xy \end{cases} \quad (9.1)$$

Розв'язок системи (9.1) при деяких значеннях коефіцієнтів (наприклад, $\sigma = 10$; $r = 97$; $b = 8/3$) – нерегулярні коливання. Траєкторії у фазовому просторі можуть наближатись до граничної множини (атрактора), яка має причудливу форму. В 1971 р. був введений термін «хаос», а атрактори назвали «дивними».

При цьому: хаос – не винятковий вид поведінки нелінійної системи (механіка, лазерна і радіофізика, хімія, біологія, медицина, електричні ланцюги і т.д.). В першому наближенні: хаотичні рухи виникають, коли траєкторії системи глобально обмежені і локально нестійкі. В хаотичній системі як завгодно малі розходження траєкторій не остаються малими, а з часом ростуть експоненційно. Часто нерегулярні, неперіодичні коливання краще відображають процеси в реальних системах. В той же час відрізнити хаотичний

процес від періодичного чи квазіперіодичного практично неможливо.

Визначення хаотичних систем. Розглядається динамічна система в неперервному часі

$$\dot{X} = F(x), \quad (9.2)$$

$X = x(t) \in R^n$ – вектор стану системи, $0 \leq t < \infty$.

Є декілька математичних визначень, наприклад самі прості:

- атрактор називається хаотичним, якщо він обмежений і будь-яка траєкторія, що починається на ньому, нестійка за Ляпуновим;
- система називається хаотичною, якщо в ній існує хоча б один хаотичний атрактор.

Нестійкість за Ляпуновим характеризує основну властивість хаотичних коливань («надчутливість» або «чутлива залежність» від початкових умов: дві як завгодно близькі траєкторії обов'язково віддаляються одна від одної на кінцеву відстань.

Для задач управління суттєве значення має властивість хаотичних процесів – рекурентність: з часом ці траєкторії попадають в як завгодно малий окіл свого положення в минулому.

Строго довести хаотичність системи непросто, хоча чисельних та експериментальних підтверджень накопичено достатньо. Тому основний метод вивчення хаотичних систем – чисельне дослідження, імітаційне моделювання і оцінка характеристик.

Приклади. 1. Система (ланцюг) Чуа. В цьому ланцюзі з одним нелінійним елементом генеруються різні, в тому числі хаотичні коливання.

Математична модель ланцюга r_{yu} :

$$\begin{cases} \dot{X} = \rho(y - f(x)), \\ \dot{Y} = x - y + z, \\ \dot{Z} = -qy \end{cases} \quad (9.3)$$

x, y, z – безрозмірні змінні;

$$f(x) = M_1 x + 0,5(M_1 - M_0)(|x+1| - |x-1|).$$

При $\rho = 9$; $q = 14,3$; $M_1 = -6/7$; $M_0 = 5/7$ траєкторії системи демонструють хаотичну поведінку.

2. Система Енона задається різницеvim рівнянням:

$$\begin{cases} x_{k+1} = 1 - \alpha X_k^2 + Y_k \\ Y_{k+1} = \beta X_k \end{cases} \quad (9.4)$$

Хаотичний рух спостерігається, наприклад, при $\alpha = 1,4$; $\beta = 0,3$.

Хаотичні моделі можна використовувати для опису неперіодичних коливань із змінюваними характеристиками (наприклад, частотою і фазою). Ці характеристики можна оцінити за результатами вимірювань. При цьому частота коливань стає «нечіткою» і поступається місцем неперервному спектру.

Основний критерій хаотичності – локальна нестійкість, тобто розбігання близьких спочатку траєкторій. Швидкість розбігання визначається за старшим показником Ляпунова.

9.2. Задачі управління хаотичними процесами

Математичні моделі – системи диференціальних рівнянь (рівнянь стану):

$$\dot{X}(t) = F(X, U). \quad (9.5)$$

При наявності збурень використовується модель:

$$\dot{X}(t) = F(X, U, t). \quad (9.6)$$

Можна використовувати афінну за збуренням систему:

$$\dot{X} = f(x) + g(x)U. \quad (9.7)$$

Вихід системи:

$$y(t) = h(x(t)). \quad (9.8)$$

Часто приймають $y(t) = x(t)$.

Дискретні моделі:

$$X_{k+1} = F_d(X_k, U_k), \quad (9.9)$$

де $X_k \in R^n$, $U_k \in R^m$, $y_k \in R^e$, F_d – відображення.

Для всіх моделей приймається існування розв'язків при заданих початкових умовах для всіх $t > t_0$, а $t_0 = 0$.

Задачі стабілізації нестійкого періодичного розв'язку (орбіти) виникають при подавленні шумів, вібрацій конструкцій, усуненні небажаних гармонік в системах зв'язку, електроніці і інш. Особливість цих задач: об'єкт сильно коливальний, а шкідливі вібрації можуть мати як регулярний (квазіперіодичний), так і хаотичний характер.

Тоді: подавлення хаотичних коливань може бути шляхом приведення їх до регулярних або повним подавленням формалізується задача так: вільний рух ($U(t)=0$) з початковою умовою $x_*(0) = x_{*0}$. Цей рух є T-періодичним, тобто для всіх $t \geq 0$ $x_*(t + T) = x_*$. Задача стабілізації ставиться так:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_*(t)) = 0, \quad (9.10)$$

або приведенням виходу до заданої функції:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - x_*(t)) = 0. \quad (9.11)$$

Тоді необхідно знайти функцію управління або в розімкненому виді (програмне управління)

$$U(t) = U(t, x_0), \quad (9.12)$$

або у вигляді зворотнього зв'язку за станом:

$$U(t) = U(x(t)), \quad (9.13)$$

або зворотнього зв'язку за виходом:

$$U(t) = U(y(t)). \quad (9.14)$$

Особливість: при управлінні хаотичним процесом необхідно досягти мети при достатньо малому (в ідеалі – довільно малому) рівні керуючої дії. Розв'язок такої задачі неочевидний внаслідок нестійкості хаотичних траєкторій.

Частинним випадком є стабілізація нестійкого стану рівноваги. Коли права частина моделі відповідає умові $F(x_{*0}, 0) = 0$, то при $U(t)=0$ стан рівноваги x_{*0} потрібно стабілізувати, але додатковою умовою є «малість» управління.

Задачі збудження, або генерації хаотичних коливань (це хаотизація, або антиуправління). В цьому випадку хаотичний рух є бажаним для поведінки системи, наприклад генератор псевдовипадкових чисел, сигнали в системах зв'язку, біотехнології, обробка сипучих матеріалів. В цих задачах траєкторія фазового вектора системи не задана, не відома або не має значення для досягнення мети. Може задаватись формальний критерій хаотичності, наприклад:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(x(t)) = G_*, \quad (9.15)$$

або для нижньої межі:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(x(t)) \geq G_*. \quad (9.16)$$

Часто $G = \alpha_1$ - старший ляпуновський показник і задається $G_* > 0$. В якості $G(x)$ може бути повна енергія механічних або електричних коливань.

Задачі синхронізації (керованої синхронізації) – вібраційна техніка, зв'язок, біотехнології. Це – узгоджене змінювання станів двох чи більше систем, або узгоджене змінювання деяких їх характеристик, наприклад частот коливань. Може бути асимптотична синхронізація. Якщо синхронізація в системі не може виникнути без управління (при $U \equiv 0$), то ставиться задача знаходження закона управління для її виникнення. Формально синхронний рух двох підсистем з векторами стану $X_1 \in R^n$ і $X_2 \in R^n$ означає повне або часткове співпадіння:

$$X_1 = X_2,$$

що відповідає в об'єднаному просторі станів взаємодіючих підсистем новому підпростору (діагоналі).

Асимптотична синхронізація станів X_1 і X_2 виражається так:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1(t) - x_2(t)) = 0. \quad (9.17)$$

Сукупний вектор стану $x = \{x_1, x_2\}$ системи означає збіжність $x(t)$ до діагональної множини $\{x: x_1 = x_2\}$.

Загальна особливість задач управління збудженням і синхронізацією коливань – бажана поведінка однозначно не

фіксована, а її характеристики задаються лише частково, наприклад вимоги щодо амплітуди, а частота і форма можуть змінюватись в певних межах. В задачі синхронізації часто основна вимога – співпадіння або узгодженість коливань всіх підсистем, а характеристики руху кожної з них можуть змінюватись в широких межах.

Важливим типом задач є модифікація атракторів, наприклад перетворення хаотичних коливань в періодичні і навпаки.

Часто збільшення хаотичності є корисним, наприклад для покращення перемішування в хімічних реакторах.

9.3. Методи управління хаотичними процесами

Розімкнене (програмне) управління. Сигнал управління $U(t)$ може бути певним фізичним діянням на систему – зовнішнє поле або сила, або виражати змінювання («модуляцію») деякого параметра керованої системи. Це часто єдина можливість управління над швидкими процесами (наприклад на молекулярному чи атомному рівні) тому, що не виникає потреби у вимірюванні стану об'єкта.

Можливість значних змінювань динаміки системи періодичними сигналами відома давно.

Приклади: – вібраційна механіка;

- вплив коливань, частота яких знаходиться в діапазоні частот власних коливань системи;
- підвищення якості подавлення хаоса при зниженні рівня зовнішнього діяння, забезпечення збіжностей траєкторій системи до бажаної періодичної орбіти (граничний цикл).

Лінійне та нелінійне управління. В комбінованих системах закон управління має вид:

$$U(t) = B^{-1}(\dot{X}_*(t) - K(X - X_*) - f(X_*(t))), \quad (9.18)$$

де K – квадратична матриця коефіцієнтів підсилення.

При неповних керуваннях та інформації в теорії нелінійного управління розвинений метод лінеаризації зворотнім зв'язком. Можливості динамічних зворотніх зв'язків повніше реалізуються застосуванням спостерігачів.

Ряд методів засновано на змінюванні поточного значення деякої цільової функції $Q(x(t),t)$, наприклад:

$$Q(x,t) = \|x - x_*(t)\|^2, \quad (9.19)$$

де $\|x\|$ – евклідова норма вектора x .

Загальний недолік: часто не враховується специфіка хаотичних процесів, не виконується вимога малості управління. Часто розглядаються приклади систем невисокого порядку або робляться нереалістичні припущення, наприклад приймається $\dim U = \dim X$.

Адаптивне управління. Доцільність застосування методів адаптивного управління викликається тим, що параметри об'єктів невідомі, відсутні дані про структуру моделі (наприклад про розмірність рівнянь або вид нелінійних характеристик).

Застосовують метод прямого або непрямого (заснованого на ідентифікації) адаптивного параметричного управління. Модель системи параметризується, тобто приводиться до виду:

$$\dot{X} = F(X, Q, U), y = h(x). \quad (9.20)$$

Q – вектор невідомих параметрів.

Закон управління в параметричній формі:

$$U = U(X, \xi), \quad (9.21)$$

$\xi = \Phi(Q)$, тобто вектор параметрів регулятора визначається через вектор параметрів системи.

Для розробки алгоритмів адаптивного управління та параметричної ідентифікації використовують методи: градієнта, швидкісного градієнта, найменших квадратів, максимальної правдоподібності і т.д.

Для побудови регулятора використовуються еталонна модель або методи лінеарізації зворотнім зв'язком.

Лінеарізація відображення Пуанкаре. Зворотній зв'язок із запізнюванням (метод Пірагаса).

В 1992 р. литовський фізик К. Пірагас запропонував цей метод для стабілізації нестійкої τ – періодичної орбіти нелінійної системи

$$\dot{X} = F(X, U). \quad (9.22)$$

За допомогою простого закону зворотнього зв'язку:

$$U(t) = K(x(t) - x(t-\tau)), \quad (9.23)$$

де τ – час запізнювання. Якщо τ дорівнює періоду існуючого періодичного розв'язку \bar{X} при $U=0$ і розв'язок $x(t)$ рівняння замкненої системи починається на орбіті $\Gamma = \{\bar{X}(t)\}$, то він залишається в Γ для всіх $t \geq 0$. Саме цікаве, що $x(t)$ може збігатись до Γ , навіть якщо $x(0) \notin \Gamma$.

Дискретні системи.

Використовуються методи градієнта, систем із змінюваною структурою, узагальненого прогнозуючого управління.

Нейромережеве управління.

Є кілька підходів до використання нейронних мереж для управління хаотичними процесами:

- використання універсальної можливості нейронних мереж з управління та прогнозування (передбачення) поведінки нелінійних систем, зокрема використовуються генетичні алгоритми;

- використання нейронних мереж для ідентифікації об'єктів управління в поєднанні із одним з стандартних методів управління хаотичними системами, наприклад з OGY –методом. Ідентифікація в замкненому контурі в процесі нормального функціонування об'єкта приводить до адаптивних регуляторів.

Хаотичний характер процесів в системі прискорює процеси ідентифікації та навчання, тому що він підвищує різноманітність навчаючої вибірки. Наприклад, для змінювання структури нейронної мережі використовується контролер, хаотичний нейронний фільтр та асоціативна пам'ять;

- вивчення нейронної мережі як джерела хаосу. (Це, в основному, психологічні та філософські проблеми. Наприклад, мозок розглядається як суттєво нестійка структура із самозбудженням).

Основна проблема – виявлення яким чином сукупність нейронів, кожен з яких поводить ся хаотично і незв'язно, може формувати функціональний ланцюг з стійкою і правильною поведінкою.

Нечіткі системи.

Тут опис невизначеності системи нечіткими моделями приводить до специфічних версій алгоритмів управління.

Зручним способом є опис у вигляді нечітких систем Такагі – Сугено (Т – S – нечітких систем), які описуються наборами нечітких правил:

$$IF Z_1(t) \in F_{1i} \text{ AND...AND } Z_p(t) \in F_{1p} \text{ THEN} \quad (9.24)$$

$$\dot{x}_2 = A_i x + B_i U, y = C_i x + D_i U, i = 1, 2, \dots, r,$$

$Z_j(t)$ – змінні посилань, які є функціями стану системи, $U(t)$ і, можливо, часу. F_{ij} – нечіткі множини (або їх функції належності). Матриці A_i, B_i можуть залежати від змінних $Z_j(t)$.

Вихід системи визначається шляхом дефазифікації за методом центра ваги:

$$y = \sum_{i=1}^r h_i(Z) C_i X_i, \quad (9.25)$$

де:

$$h_i(Z) = \frac{\omega_i(Z_i)}{\sum_{i=1}^r \omega_i(r_i)}, \omega_i(Z) = \prod_{j=1}^n F_{ij}(Z_j), Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n). \quad (9.26)$$

Тоді нелінійність «ховається» в правило дефазифікації, що дозволяє будувати нечіткі моделі широкого класу динамічних, в тому числі хаотичних систем.

Приклад. Система Лоренца

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = \beta x_3 + x_1 x_2. \end{cases} \quad (9.27)$$

Її можна подати в стандартному вигляді за умови: $Z_1=Z_2=x_1$; $F_1(x_1) = 0,5(1 + \frac{x_1}{d})$, $F_2(x_1) = 0,5(1 - \frac{x_1}{d})$, $d > 0$ – оцінка розміру граничної множини системи:

$$|x_1| \leq d; A_1 = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \rho & -1 & -d \\ 0 & -d & -\beta \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ \rho & -1 & -d \\ 0 & d & -\beta \end{bmatrix}, \quad (9.28)$$

$b_1 = b_2 = 0$.

Тоді алгоритми управління для $T - S$ – нечітких систем також подаються у вигляді системи нечітких правил:

$$IF Z_1(t) \in F_{1i} \text{ AND...AND } Z_p(t) \in F_{1p} \text{ THEN} \quad (9.29)$$

де: $U = -K_i y$, $i = 1, 2, \dots, r$; K_i – матриці коефіцієнтів нечіткого регулятора.

Використання правила дефазифікації приводить до представлення замкненої нечіткої системи у вигляді:

$$\dot{X} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r h_i(Z)h_j(Z)h_k(Z)(A_i - B_iK_jC_k)x. \quad (9.30)$$

За допомогою квадратичної функції Ляпунова $V(x) = X^T P x$ для цієї системи ряд задач синтезу можна поставити як задачі одночасної робастної стабілізації і звести до лінійних матричних нерівностей (LMI). Один з підходів – сполучення нечітких моделей нелінійних систем із мережевою негроподібною структурою регуляторів.

В той же час вимога малості управління, як правило, не виконується.

Інші задачі та методи.

Сюди необхідно віднести в першу чергу синхронізацію хаотичних систем і управління хаосом в розподілених системах.

Керованість. Є лише невелика кількість робіт, в яких розглядається досяжність мети управління за допомогою малих керуючих діянь. В літературі є ілюстрація загального уявлення: чим більш «нестійка» (хаотична, турбулентна) система, тим «простіше» або «дешевше» отримати її точну або наближену керованість.

Хаотизація. Задача хаотизації за рахунок зворотніх зв'язків (задачі «синтеза хаосу», «генерації хаосу», «анти-управління хаосом») полягає в побудові алгоритма управління, який забезпечує хаотичність поведінки траєкторій системи. При цьому можливо задавати додаткові вимоги до деяких характеристик. Це – фактично генерація псевдовипадкових чисел та процесів. Вивчення способів генерації хаотичних сигналів може сприяти вивченню механізмів біологічних систем, серцевої діяльності та функціонування мозку.

Приклад. Система з монотонною нечіткою нелінійністю в зворотньому зв'язку. Тоді: обираються полюси S_1, \dots, S_n та нулі Z_1, \dots, Z_{n-1} передаточної функції лінійної частини обираються так, що лінійна система із зворотнім зв'язком $U=KY$ мала при всіх K , $0 < K < \infty$ такі властивості: часткова нестійкість (наявність полюсів з додатною і від'ємною дійсною частиною); гіперболічність (відсутність полюсів на уявній осі); дисипацією (сума дійсних частин полюсів від'ємна) і не потенціальністю (є полюси з ненульовою уявною частиною). Наявність хаосу встановлюється за

теореомою Шилоникова, або за наближеним критерієм хаотичності, який заснований на методі гармонічного балансу.

Ідентифікація. При використанні традиційних методів наявність хаосу сприяє оцінюванню параметрів та покращує його збіжність.

Хаос в системах управління. Задачі управління та дослідження хаосу суттєво відрізняються одна від другої. В традиційних системах управління із зворотнім зв'язком досліджуються умови виникнення хаотичної поведінки: в лінійних, нелінійних, адаптивних, в імпульсних з ШІМ, системах високого порядку з гістерезисом.

В ряді випадків наявність хаосу сприяє підвищенню якості управління.

Висновок.

- управління хаосом – область інтенсивних досліджень;
- розвиваються три напрямки:
- програмне (вібраційне) управління;
- метод лінеаризації відображення Пуанкаре;
- метод зворотнього зв'язку із запізнюванням;
- застосування методів нелінійного та адаптивного управлінн^я потребує «малого управління».

9.4. Теорія катастроф та керування ризиками.

Загальні положення

Теорія катастроф сформулювалась на положеннях двох дисциплін – топології та математичного аналізу, а основними джерелами є теорія особливостей гладких відображень У. Уїтні та теорія стійкості та біфуркацій динамічних систем А. Пуанкаре, А.Ляпунова, А. Андронова. Ці два напрями з часом були об'єднані в єдину *теорію катастроф*.

З математичної точки зору катастрофи, нестійкості та самоорганізація в складних системах пов'язані з нелінійністю математичних моделей об'єктів, а процес самоорганізації – перехід системи з одного стійкого стану, різноманіття або області притяжіння в другий стійкий стан. В теорії керування технічними системами втрата стійкості асоціюється з аварією. Теорія катастроф аналізує поведінку нелінійних моделей динамічних систем при *неперервній зміні їхніх параметрів*, теорія особливостей гладких

диференційованих відображень та узагальнює задачу дослідження функцій і відображень на екстремум в математичному аналізі. В теорії особливостей диференційованих відображень катастрофою називають особливе різноманіття (різноманіття особливостей) при трансверсальному (у просторі варійованих параметрів) проходженні якого змінюється кількість структурно-стійких особливих точок, різноманіття (багатообразність) особливостей притягання складної системи.

Для задач керування складними об'єктами *катастрофа* – стрибкоподібна зміна поведінки динамічної системи при неперервній зміні параметрів (внутрішніх або зовнішніх умов функціонування). В такому розумінні розглядається застосування теоретичних та прикладних результатів теорії катастроф та хаотичної динаміки до можливості керування ризиками.

Елементарна теорія катастроф базується на тому, що вона зводить різноманіття ситуацій до обмеженої кількості стандартних схем (канонічних форм). Сімейство динамічних систем потенціального типу характеризується лише сімома елементарними катастрофами канонічної форми, які включають всі структурно-стійкі особливості, що спостерігаються при зміні від одного до чотирьох варійованих параметрів потенціальної динамічної системи, наприклад функції з однією змінною типу:

- складка: $V = x^3 + ax$;
- збірка: $V = x^4 + ax^2 + bx$;
- «хвіст ластівки»: $V = x^5 + ax^3 + bx + cx$;
- «метелик»: $V = x^6 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$;

та функції з двома змінними:

- гіперболічна омбіліка: $V = x^3 + y^3 + axy + bx + cy$;
- еліптична омбіліка: $V = \frac{x^3}{3} - xy^2 + a(x^2 + y^2) + bx + cy$;
- параболічна омбіліка: $V = yx^2 + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$.

Теорія катастроф аналізує критичні точки (репетиції) потенціальної функції, тобто точки, де не тільки перша похідна функції дорівнює нулю, але рівні нулю і похідні більш високого порядку. Динаміка розвитку таких точок може бути вивчена за допомогою розкладання потенціальної функції в ряд Тейлора за малих змін вхідних параметрів. Якщо ці точки не є випадковими, а

структурно-стабільними, то вони є центрами організації особливих геометричних структур з низьким рівнем вродженості, з критичними параметрами (високим рівнем катастрофічності) в оточуючих їх областях фазового простору. Вище наведено сім потенціальних функцій потенціальних функцій з однією та двома змінними.

Теорія катастроф досліджує динамічні системи як клас нелінійних, які описуються рівняннями:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_i, c_m), i = \overline{1, n}, \quad (9.31)$$

де x_i – координати стану; c_m – варійовані параметри.

В елементарній теорії катастроф розглядається частинний вид моделей динамічних систем та існує потенціальна функція $P(x_i, c_m)$ – аналог, наприклад, потенціальної енергії механічних систем:

$$f_i(x_i, c_m) = \frac{d}{dx_i}(x_i, c_m) \forall i = \overline{1, n}, \quad (9.32)$$

а різноманіття положень рівноваги такої динамічної системи визначається рівняннями:

$$f_i(x_i, c_m) = 0, i = \overline{1, n}, \quad (9.33)$$

Задача полягає у визначенні змін числа станів рівноваги $x_i(c_m)$ потенціальної функції $P(x_i, c_m)$ при зміні значень сімейства варійованих параметрів m , що відповідає узагальненню задач досліджень на екстремумі функцій та відображень у математичному аналізі.

Методи теорії катастроф застосовувались в міждисциплінарних дослідженнях: теорія морфогенеза (формування) в біології, стрибкоподібні процеси в фізиці (механіці, оптиці), біофізиці, психології, соціальних науках.

Для теорії керування складними об'єктами важливо, що стрибкоподібні процеси часто пов'язані з катастрофічними явищами, а поява нового положення рівноваги є не лише не бажаним, а й може супроводжуватись руйнуванням структури системи, втратою функціональності.

Таким чином, положення теорії катастроф можуть застосовуватись при керуванні складними об'єктами для визначення

ризиків при їхніх станах функціонування. Для достатньо простих моделей нелінійних динамічних систем існує *горизонт прогнозу* для визначення нового фактора ризику – «локальної» хаотизації поведінки динамічної системи в обмеженій області. Необхідною умовою наявності ризику є можливість нелокальної поведінки системи – більш ніж одного стійкого положення рівноваги, розманіття та областей притягіння.

Основні передумови та положення. Катастрофічна поведінка визначається внутрішніми особливостями складних систем, які розглядаються на основі нелінійної динаміки та системного аналізу. Для складних систем з множиною станів функціонування *стійкість* розглядається не лише в одному робочому режимі, а й для послідовності станів.

Біфуркація – зміна кількості рішень та (або) втрата їх стійкості для рівнянь певного виду, а в прикладному плані – поворотні пункти розвитку, втрата стійкості попереднім станом, можливість вибору кількох варіантів подальшого ходу розвитку. **Головна ознака біфуркації** – чутливість системи до малих діянь поблизу точки біфуркації, втрата неперервності, можливість реалізації в неперервній системі дискретних змін як кінцевий відгук на як завгодно малі діяння.

Для складних систем **ризик** розглядається як наявність потенціально небезпечних чинників, наприклад чутливих змінюваних параметрів, які можуть привести до незворотних наслідків. Об'єктивно існування ризиків пов'язують з ймовірнісним характером (природою) багатьох процесів, багатоваріантністю матеріальних та психологічних відносин, у які вступають суб'єкти матеріального і соціального життя, що приводить до неоднозначності прогнозованих результатів.

Для оцінки ризиків природних та техногенних катастроф все більшого значення набуває *нелінійна динаміка*, використовуючи положення про те, що ймовірність виникає часто не в результаті дії багатьох різних чинників або складності системи, її чутливістю до початкових умов, а нестійкість може проявлятися і в простих системах.

Нелінійна динаміка потребує розгорнутого вивчення її можливостей, а тут розглядаються коротко лише основні положення. **Чутливість до початкових умов** означає, що в середньому близькі траєкторії експотенційно розбігаються зі швидкістю, яка визначається показником Ляпунова.

Для регулярних рухів цей показник від'ємний в хаотичних режимах – додатний. В широкому плані це означає, що у відповідності до концепції усталеного розвитку складних систем необхідно змінювати властивості об'єкта так, щоб показник Ляпунова став від'ємним і тоді будь-які діяння будуть мати передбачувані наслідки.

В цьому підручнику вже згадувалось про так званий «дивний» атрактор Лоренца, який поклав початок дослідженню хаоса в детермінованих системах (таких, у яких майбутній стан однозначно визначається існуючою та попередньою поведінкою). Лоренц Е. розглядав просту модель динаміки атмосфери – систему трьох звичайних диференціальних рівнянь. Дивний атрактор характеризує математичний образ детермінованих неперіодичних процесів, для яких неможливий довгостроковий прогноз, і необхідно звертатись до ймовірнісних характеристик. Точка у фазовому просторі, яка визначає стан системи, рухається по атрактору, а починаючи з певного моменту часу – горизонту прогноза (межі передбачення) переходить на іншу траєкторію, про яку за горизонтом прогнозу нічого не відомо, хоча певний час ці траєкторії були близькими.

Наявність горизонту прогноза для складних систем змінює погляди на Всесвіт, це суттєвий фактор ризику, фундаментальне обмеження на можливості прогнозування, моделювання, співставлення теорії та експеримента. Для проблем керування виникає необхідність реалізувати ефективні процедури моніторингу стану об'єкта і системи, розв'язання принципового питання щодо можливостей і наслідків рішень, які знаходяться за межами прогнозних можливостей. З урахуванням принципів положень світогляду, до яких приводять положення нелінійної динаміки, змінюються підходи до забезпечення безпеки та ризику (одну зі своїх книг лауреат Нобелівської премії І. Пригожин назвав «Філософія нестабільності»).

При керуванні складними об'єктами основні положення теорії катастроф можна використати в таких напрямках:

- дослідження якості перехідних процесів для сімейства динамічних об'єктів на основі моделей «стан-вихід» з обмеженою областю початкових станів;

- дослідження типів коренів характеристичних рівнянь динамічних систем третього порядку (приклад – діаграма Вишнеградського) та області однотипних коренів динамічних систем більш високого порядку;

– дослідження різноманіття втрат керованості та спостережуваності (парасолька Уїтні – особливе різноманіття втрат керованості та спостережуваності до корозмірності два) – ризик втрат;

– підвищення надійності систем критичного призначення, які функціонують в умовах невизначеності (енергетичні об'єкти, складні технологічні комплекси);

– особливості та ризики в транспортних системах, атомна енергетика, космос;

– ризики та біфуркації у соціальній сфері;

– ризики при збільшенні кількості каналів передачі інформації в складних системах керування об'єктами різного призначення.

Ризики та провісники (прапорці) катастроф. В попередньому матеріалі показано, що навіть незначні рухи системи можуть наближати настання біфуркаційного стану (точки біфуркації), тому корисно визначити як далеко від такого стану знаходиться унімодальна система. Особливості поведінки системи, за якими можна визначити наближення критичної точки (зародження ризику), так звані «прапорці» катастроф, проявляються у такому виді:

– наявність кількох різних стійких станів та областей притягання «рівноваги» (наявність ризику);

– існування «нестійких – локально стійких» станів, з яких система виводиться за допомогою як завгодно малих діянь (синергетичний ефект);

– можливість оперативної зміни стану системи за малих змін зовнішніх умов;

– незворотність системи (неможливість повернення до попередніх станів без додаткових витрат та втрати цілісності) – реалізація ризику;

– гістерезис (принцип затримання).

Ризик та горизонт прогнозу. Модель Лоренца має кінцевий горизонт прогнозу, а швидкість розходження траєкторії руху системи визначається показником Ляпунова, що дає можливість визначити інтервал часу, на який може бути даний прогноз необхідної точності (надійності). Багато уваги сьогодні приділяється прогнозам погоди, стану океана, сонячної активності тощо, але, наприклад, прогноз погоди космічного рівня на 1 годину має 95% надійності, а на 2 доби – лише 30–50%.

Нелінійна динаміка складає основу для можливості достовірного прогнозування розвитку та поведінки складних систем, а загальна

теорія систем включає ряд напрямів дослідження з розробки філософських, методологічних, фундаментальних, загальних і конкретно-наукових, а також прикладних проблем аналізу та синтезу складних систем довільної природи. Базою для таких узагальнень теоретичного плану є нові розділи математики – теорія подібності (аналогій) – теорія ізоморфізмів та гомоморфізмів (алгебраїчний підхід) і гомеоморфізмів (з позицій топології). **Ізоморфізм** для систем різної природи дає можливість переносити знання та результати досліджень з однієї області наукових знань в іншу з необхідним математичним забезпеченням (теорія керування, адаптація, самоорганізація, розвиток тощо).

Нелінійна динаміка сприяла появі порівняно нового напрямку – **системного синтезу**, який дозволяє з множини змінних добувати саме те, що потрібно для прийняття рішень.

Розвиток науки в історичному плані характеризувався як диференціацією, так і інтеграцією знань, пошуком єдиного алгоритму розвитку, загальних принципів еволюції, особливо при постановці та розв'язанні глобальних проблем. В цьому випадку особливого значення набуває проблема коректного визначення та обґрунтування величини прогнозу при моделюванні, коли доводиться розглядати різноманітні моделі як єдине ціле з урахуванням взаємодії і структури зв'язків між ними та середовищем.

Наведений матеріал дає можливість узагальнити поняття теорії катастроф:

- горизонт прогнозу пов'язаний з проблемами керування складними системами різної природи з урахуванням ризиків, які характеризують їх поведінку;

- стрибкоподібні процеси, які розглядаються в теорії катастроф, пов'язані з новими положеннями рівноваги, які можуть характеризувати руйнування структури або втрату функціональності;

- наявність горизонтів прогнозу визначає новий фактор ризику – «локальна» хаотизація поведінки динамічної системи в обмеженій області, тобто наявність кількох стійких положень рівноваги граничних циклів або області притягіння – також умова ризику;

- нелінійна динаміка показала, що випадковість виникає не лише у зв'язку зі складністю чи не достатньої вивченості системи, а її чутливість до початкових умов, параметрів, наявності областей хаотичної поведінки, і все це – фактори ризику;

– наявність горизонту прогнозу змінює загальний світогляд та ставить нові задачі в проблемі керування ризиками, запобіганню катастроф, побудові систем ефективного моніторинга;

– наявність різноманітностей біфуркацій, чутливість системи – ризик, тому що система стає структурно нестійкою. В цьому випадку розробляються робастні системи керування, які забезпечують стійкість та якість процесів в умовах невизначеностей різної природи;

– нелінійна динаміка дозволила не лише виявити принципові труднощі достовірного прогнозу, а й механізми формування керувальних дій з оцінками, наприклад, для технологічних об'єктів, ресурсо- та енергоефективних технологій.

Контрольні запитання

1. В чому особливості хаотичних систем?
2. Наведіть приклади хаотичних систем.
3. Які особливості мають задачі управління хаотичними системами?
4. Наведіть приклади задач генерації та синхронізації хаотичних коливань.
5. Якими методами здійснюється управління хаотичними процесами?
6. Наведіть приклад застосування нечітких моделей для управління хаотичними процесами.
7. Що таке катастрофа? Наведіть основні елементи теорії катастроф.

РОЗДІЛ 10.

Оптимізація багатооб'єктних багатокритеріальних систем (ББС) на основі стабільно-ефективних компромісів

10.1. Постановка задачі проектування і управління ББС в умовах конфлікту та невизначеності

Ігрові підходи управління в умовах конфлікту є основними в одному з класів задач теорії оптимального управління. Проблема взаємодії об'єктів (коаліцій) виникає при:

- прямому формуванні багатооб'єктної моделі конфліктної ситуації;
- структуризації класичної однооб'єктної і однокритеріальної задачі управління з формуванням ББС;
- представленні складної задачі і системи багаторівневою структурою (рис. 10.1).

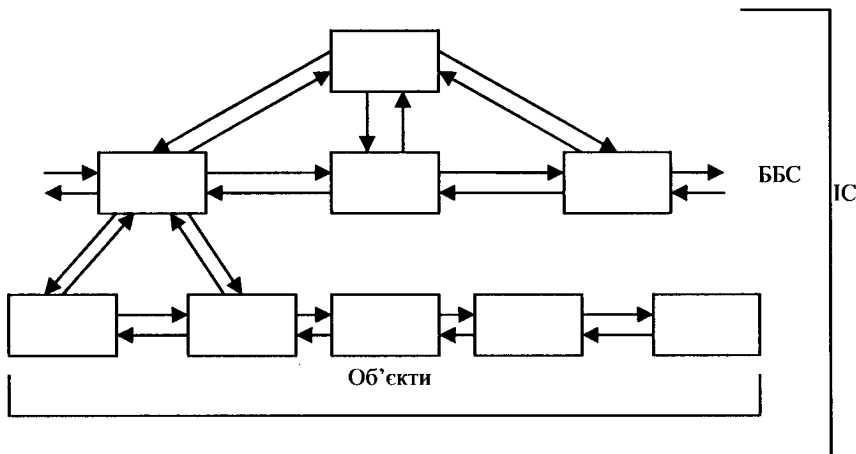


Рис. 10.1. Структура багаторівневої системи

В структурі багаторівневих систем виділяють:

- об'єкт;
- ББС;

– повну ієрархічну систему.

В рамках ББС формується клас задач оптимізації, коли відомі методи доповнюються ігровими підходами з власними принципами, які враховують багатооб'єктність структури, багатокритеріальність задач та властивості конфліктної взаємодії об'єктів антагоністичного, безкоаліційного, коаліційного, кооперативного та комбінованого характеру.

Способи управління ББС повинні мати властивості стійкості та ефективності в конфлікті, забезпечувати компроміси на тактичній та інформаційній основі з елементами інтелектуалізації.

При проектуванні та управлінні ББС враховуються такі невизначеності:

– недостатні відомості щодо функціонування об'єкта (збурення, поточний стан, оцінки випадкових сигналів), що можна віднести до *невизначеності середовища*;

– невизначені фактори щодо взаємної інформації взаємодіючих об'єктів (*невизначеність «активного партнера»*);

– *неточні знання мети* в складній системі, зокрема перехід від мети, яка сформульована природною мовою, до векторних показників, які мають незалежність властивостей, обмежених розмірністю та повнотою опису початкової мети, параметрична невизначеність, тобто невизначеність мети.

Визначення гри, класифікація ігор. Грою називається набір

$$\Gamma = \left[N, P\{X_k\}, S, \{S(X^k)\}, \{\tilde{K}\} \right], \quad (10.1)$$

де: N – довільна множина гравців; P – коаліційна структура, $P \in P$; K – коаліція-група гравців, яким приписані дії та інтереси; X_k – довільна множина стратегій коаліції, $K \in P \in P$ (за будь-якого $P: K \subset N$); S – довільна множина всіх виходів («исходов») гри на $P \in P$; $S(X^k)$ – множина можливих виходів на $P \in P$, якщо коаліція застосовує стратегію X_k ; \tilde{K} – транзитивне відношення переваги коаліції $K \in P \in P$.

Транзитивність – відношення еквівалентності, порівняльності чисел, логічне відношення елементів множини.

Коаліційна структура (розбиття множини N) – сімейство коаліцій $P \in P$

$$X_k \neq \emptyset, \text{ для всіх } K \in P (X_i \neq \emptyset \text{ та } i \in K) \quad (10.2)$$

$$K \cap K' = \emptyset, \text{ для всіх } K, K' \in P, K \neq K'$$

$$\bigcup_{K \in P} K \cap K' = \emptyset, \text{ для будь-якого } K'.$$

Ситуація в грі – для будь-якої коаліційної структури P – набір стратегій $X(P) = \bigcup X^k, K \in P$. При реалізації ситуації $X(P)$ множина виходів звужується до $\bigcap S(X^k), K \in P$, а далі приймається, що остання множина складається з єдиного елемента.

Динамічна гра – довільні множини гравців N , коаліційних структур P , неостаточних станів гри S та множини остаточних виходів гри W , $S \cap W \neq \emptyset$. Реалізація динамічної гри складається з послідовності станів після застосування коаліцією стратегій $X^k \in X_k(S), \check{K}$ – перевага коаліції на множині кінцевих виходів W .

Реалізація динамічної гри – послідовність станів $S_1, S_2, \dots, S_m \in S$, коаліційних структур $P_1, P_2, \dots, P_m \in P$ в даних станах та вибраних ситуацій $x(P_j, S_j) = (X^k)_{k \in P_j}, X^k \in X(S), j = \overline{1..m}$, а в ситуаціях $x(P_j, S_j), j < m$ можливі виходи з S , у тому числі S_{j+1} . В ситуаціях $x(P_m, S_m)$ – лише з W , тобто з $S(x(P, S)) = \bigcap_{K \in P} S(X^k)$ визначається $S_{j+1} \in S(x(P_j, S_j)), j = \overline{1..m-1}, S(x(P_m, S_m)) \subset W$.

10.2. Математична модель конфліктної ситуації в ББС

Основний опис складає система динаміко-алгебраїчних зв'язків:

$$\dot{x}^o = f(x, u_1, u_2, \dots, u_N, q, t), x(t_0) = x_0, \quad (10.3)$$

$$x^a = f(t, x, q, u_1, u_2, \dots, u_N), x \in X, \quad (10.4)$$

$$y = y(x, q, t), q \in Q, \quad (10.5)$$

$$u = u(t, x, u, q), u \in U \quad (10.6)$$

де N – кількість об'єктів у ББС; $x = (x^o, x^a)$ – вектор станів ББС (∂ – динамічний, a – алгебраїчний); y – вектор виходу ББС; $u \in U$ – вектор управління; $q \in Q$ – вектор параметрів, які характеризують параметричну невизначеність.

Використовуються такі способи завдання сил управління:

- вектор параметрів $q \in Q$;
- програмне управління $u \in u(t)$;
- закон управління $u = u(t, x)$, $u \in U$;
- параметризоване програмне управління $u_i = \{u_s\}$ з виділенням параметрів на відрізках часу $[t_0, T], [t_{j-1}, T], \dots$;
- параметризований закон управління (стратегія) $u_i = \{u_s(q^s \dots x, t)\}$;
- програмно-корегуємий закон управління (стратегія на відрізьку $[t_0, T]$ з малим $\Delta t = t_j - t_{j-1}$);

В загальному випадку є такі принципи конфліктної взаємодії:

- антагонізм $\{M_k = \{1, 2\}, J^1 = -J^2\}$;
- безкоаліційна взаємодія;
- коаліційна взаємодія;
- кооперативна взаємодія;
- ієрархічна взаємодія (з правом першого ходу).

В цих принципах закладені фундаментальні поняття теорії ігор:

- стабільність;
- ефективність;
- стабільно-ефективний компроміс.

Стабільність ББС – це забезпечення стійких (рівноважних) процесів функціонування та проектування багатооб'єктних структур в умовах конфліктності (неузгодженості) та/або невизначеності.

Ефективність ББС – це досягнення максимальної цільової якості об'єктів, коаліцій та ББС на основі стійкого та раціонального коаліціонування.

Стабільно-ефективний компроміс (СТЕК) – це об'єднання стабільності та ефективності в рамках множини рішень: від повного співпадіння даних властивостей до забезпечення певного ступеня зближення в умовах інформаційно-тактичних розширень угод.

Інтелектуальні стабільно-ефективні компроміси у формі граничної якості з динамічною експертною системою. Використання інтелектуальних підходів для механізму формування стабільно-ефективних компромісів на основі експертних систем є важливим технологічним фактором. Використання структур інформаційно-тактичних компромісів з урахуванням багатооб'єктності та багатокритеріальності складних систем і задач дозволяє сформувати оцінки граничної якості системи, для якої суттєвими питаннями є взаємодія із зовнішнім і внутрішнім середовищем. Такий підхід об'єднує технічні та біологічні аспекти управління.

В технічній літературі є дослідження, направлені на узагальнення властивостей формального представлення гомеостазу на основі урахування цільових ознак та стабільно-ефективних компромісів при компенсаторній взаємодії інтелектуальної системи з активним середовищем. Ігрові підходи збагачують методи аналізу захисних властивостей біологічних систем в умовах невизначеності середовища та конфліктів, а врахування цільових ознак дозволяє сформувати цільову якість інтелектуальної системи як узагальнену самозбережність.

З урахуванням синергетичних властивостей самозбереження біологічних (біотехнологічних) систем означає підтримання ефективної роботоздатності та забезпечення системи енергетичними, матеріальними та інформаційними потоками, необхідними для виробничих процесів реального часу. Для самозбереження живих, технічних і особливо біотехнічних систем суттєвим елементом забезпечення самозбережності є *ресурсна та алгебраїчна надлишковість*, яка у живих систем утворилась в ході природної еволюції, а у технічних – в процесі епігенетичного розвитку з формуванням в складі інтелектуальної системи експертної підсистеми реального часу з розвиненою базою знань. Саме надлишковість дозволяє системі забезпечувати високі показники якості (оптимізаційні, адаптаційні, інтелектуальні).

Інтелектуальна система для біотехнологічного процесу за своєю функціональною гнучкістю, яка гарантується вбудованою динамічною експертною системою та біофізично подібними механізмами саморегуляції з використанням аферентного синтезу мети, аферентної програми дій, оберненої аферентації, є технічним середовищем, яке здатне сприймати та реалізувати граничну якість на основі самозбереження, в першу чергу у формі узагальненого гомеостазу.

При такому підході загальний характер цілей управління, пов'язаних із самозбереженням інтелектуальної системи, формується в такій послідовності:

- забезпечення власне функціонування інтелектуальної системи;
- підтримання та забезпечення стабільного протікання основних процесів, зокрема гомеостазу;
- забезпечення граничної цільової якості, зокрема узагальненого гомеостазу.

Відповідно до загальної структури, яка об'єднує функціональну та інтелектуальну системи, аферентація в конкретній обстановці з урахуванням пам'яті, прогнозу та мотивації породжує на етапі аферентного синтезу мети дві структурні узагальнені категорії власного стану та зовнішнього середовища. Кожна з цих категорій може бути достатньо повно описана системою компонентів об'єкта і середовища:

- ресурсні процеси;
- вектори станів динамічних об'єктів;
- інформаційні процеси прийому та витоку інформації;
- енергетичні процеси;
- цільові процеси (оновлення та реалізація цільових ознак в реальному часі).

Система рівнянь на просторі компартментних станів (Компартмент – реакційні процеси, на які еукаріотична клітина розділена внутрішніми мембранами, де еукаріотична клітина має ядро, обмежене ядерною оболонкою) описує сукупність процесів виникнення, переміщення, накопичення, перетворення та елімінації (Елімінація – виключення, видалення, усунення) деякого набору речовини (матеріалів, продуктів і т. і.), енергії та інформації має вигляд:

$$\frac{dX_k}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n y_{kj}(x, v) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n y_{jk}(x, v) + y_{kv}(x, v) - y_{vk}(x, v) + W_k, \quad (10.7)$$

де $k = \overline{1..n}$; $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – вектор компартментного стану системи; y_{kj} – темп транспортного потоку речовини, енергії, інформації з k -го компонента в j -тий; $v = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ – вектор

збурень; $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ – вектор режимів протікання речовинно-енергетичних процесів в компартментах, який може доповнюватися вектором управління $u(t)$.

В наведений моделі є n -компонентів, кожному з яких відповідає одна змінна стану X_k . Компартменти підрозділяються на виробничі $w_i(t) \neq 0$ та накопичувальні $w_i(t) = 0$.

У загальному випадку для врахування функціональних властивостей та конкретизації оцінок в інтелектуальній системі необхідно сформулювати загальну мету ефективного самозбереження природною мовою (явний вид), а якщо це неможливо, то сформулювати *набір цільових ознак* самозбереження (неявний вид). Явний або неявний види самозбереження необхідно формалізувати вектором показників, які мають мінімальну розмірність, незалежні властивості та повноту опису (відображення) загальної мети ефективного самозбереження. Векторний цільовий критерій мети системи компартментів формує повний набір ознак мети в даний момент часу, значущість кожного з яких в наступний момент часу змінюється або враховується можливість часткового оновлення ознак мети в реальному часі.

Властивостями повноти володіє такий набір ознак мети:

- ефективність (точність, швидкодія, степінь чутливості скалярних компонентів до збурень середовища, якість виконання управління, надійність);
- стабільність функціонування в умовах невизначеності середовища взаємодії і мети;
- матеріальні затрати;
- енергетичні витрати;
- інформаційні витрати.

Якісні показники, введені відповідно до цільових ознак, дозволяють отримати динамічний опис векторного компартменту цільових процесів.

Загальний вектор компартментного стану приймає вигляд:

$$x = (x_1, \dots, x_{n_1}, x_{n_1+1}, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+r}, x_{n+r+1}, \dots, x_{n+r+p}), \quad (10.8)$$

де x_1, \dots, x_{n_1} – виробничі компартменти; x_{n_1+1}, \dots, x_n – накопичувальні компартменти; x_{n+1}, \dots, x_{n+r} – цільові компартменти інтелектуальної системи; $x_{n+r+1}, \dots, x_{n+r+p}$ – цільові компартменти середовища.

Стабільно-ефективний гомеостатичний режим визначається так:

– в просторі (v, w) збурень та управлінь відповідно існує така область $\Omega_S(v, w)$, що для всіх точок $(v^*, w^*) \in \Omega_S$ існує стаціонарний режим вектора X :

$$x^*(v^*, w^*) = const; \quad (10.9)$$

– існує область $\Omega_n(v, w) \in \Omega_S(v, w)$ така, що в точці $(v^* + \Delta v, w^* + \Delta w) \in \Omega_S(v, w)$ встановлюється новий стаціонарний режим $x^* + \Delta x$ з малою чутливістю та малими градієнтами:

$$\left. \frac{\Delta x_i}{\Delta v_j} \right|_{x \in \Omega_S} \ll \left. \frac{\Delta x_i}{\Delta v_j} \right|_{x \in \Omega_h}, \quad i \in (1, \dots, n, n+1, \dots, n+r), j \in \overline{1..l}, l \leq m, \quad (10.10)$$

$$\left. \frac{\Delta x_i}{\Delta w_k} \right|_{x \in \Omega_k} \ll \left. \frac{\Delta x_i}{\Delta w_k} \right|_{x \in \Omega_h}, \quad i \in (n+1, \dots, n+r), k \in \overline{1..n}, \quad (10.11)$$

$$\left. \frac{\Delta x_i}{\Delta v_k} \right|_{x \in \Omega_h} \ll \left. \frac{\Delta x_i}{\Delta v_k} \right|_{x \in \Omega_h}, \quad i \in (n+r+1, \dots, n+r+p), k \in \overline{1..l}, l \leq m \quad (10.12)$$

Дві останні умови за змістом є умовами коаліційної рівноваги взаємодіючих систем та середовища. Всі співвідношення складають визначення стабільно-ефективного узагальненого гомеостазу. Узагальнення полягає в розвитку моделі компенсаторних динамічних властивостей гомеостазу у відповідності з функціональними властивостями організму на основі ігрових стабільно-ефективних компромісів, що збагачує самозбереження інтелектуальних систем у підсистемі граничної цільової якості.

Таким чином, в умовах невизначеності та активно діючого середовища в інтелектуальній системі доцільно формувати кількісні методи з урахуванням явно взаємодіючих параметрів системи і середовища функціонування при різних ступенях їх невизначеності і на основі стабільно-ефективних компромісів. Відповідні алгоритми включаються в базу знань експертної системи і застосовуються для забезпечення умов робастності в умовах невизначеності та активної протидії середовища.

10.3. Системний аналіз функціонування ББС в умовах багатфакторних ризиків

З розвитком технічних систем постійно зростає їх складність, що безпосередньо пов'язано із зростанням ризиків та ймовірності виникнення нештатних ситуацій (приклад – катастрофа на Чорнобильській АЕС). Для таких систем створюється ешелонований захист, в основі якого лежить імовірнісний підхід. В цьому випадку першочергового значення набуває підсистема діагностування, коли необхідна інформація повинна надаватись в певний час, тому що навіть найбільш точна на достовірну інформація стає непотрібною, коли вона надходить після аварії або катастрофи. Виникає практична необхідність системної узгодженості темпів діагностування в різних режимах функціонування складної системи.

Сучасний підхід до забезпечення безпеки складних систем базується на концептуальних основах системного аналізу, багатокритеріальних оцінках та прогнозуванні ситуацій ризику. Суть методу полягає у своєчасному виявленні та усуненні причин можливого переходу працездатного об'єкта в непрацездатний стан на основі системного аналізу багатфакторних ризиків нештатних ситуацій, достовірного оцінювання ресурсів допустимого ризику різних режимів функціонування складної системи, прогнозування основних показників живучості протягом заданого інтервалу експлуатації.

В різних режимах функціонування властивості складної системи характеризують такі поняття:

– режим функціонування R – послідовність станів системи E_1, E_2, \dots, E_k , кожен з яких оцінюється певними показниками y_k, x_k, u_k системи та зовнішнього середовища Θ_k ;

– штатний режим R_{sd} – такий режим функціонування, для якого всі показники y_k, x_k, u_k, Θ_k знаходяться в апріорно заданих інтервалах;

– нештатний режим R_{os} – такий режим функціонування, для якого окремі показники або певні сполучення показників виходять за межі заданих інтервалів;

– перехідні режими R_{tr}^-, R_{tr}^+ – відповідно некерований режим функціонування, зумовлений дією множини M_{tr} факторів ризику, який призводить до нештатного режиму:

$$R_{tr}^- : R_{sd} \xrightarrow{M_{tr}} R_{os}, \quad (10.13)$$

та керований режим під впливом дії керування u_{tr} :

$$R_{tr}^+ : R_{os} \xrightarrow{u_{tr}} R_{sd}, \quad (10.14)$$

де R_{sd} та R_{os} відповідно штатний та нештатний режими);

– нештатна ситуація – нештатний режим функціонування в момент часу T_{os} , коли показники якості системи та зовнішнього середовища знаходяться за межами інтервалів штатного режиму, але не існує загрози аварії або катастрофи;

– критична ситуація – те ж саме, але з'являється реальна загроза аварії або катастрофи;

– надзвичайна ситуація, коли неминуче відбувається аварія або катастрофа;

– аварійна ситуація – нештатний режим функціонування, протягом якого система переходить з працездатного стану в непрацездатний, аварійний, коли для відновлення початкового стану потрібен ремонт;

– аварія – кінцевий результат аварійної ситуації;

– катастрофічна ситуація S_{ds} – нештатний режим функціонування, протягом якого система переходить з працездатного стану в такий непрацездатний, катастрофічний стан, з якого перехід в працездатний стан неможливий;

– катастрофа – кінцевий результат катастрофічної ситуації;

показники:

– керування безпекою – спеціальний вид керування складною системою, який реалізується у вигляді комплексу рішень та дій з метою забезпечення живучості системи та запобігання критичних і надзвичайних ситуацій, аварій та катастроф;

– живучість – властивість складної системи зберігати штатний режим функціонування, уникати аварій або катастроф в прогнозованих та не прогнозованих умовах дії дестабілізуючих, руйнівних факторів ризику;

– працездатність – властивість системи виконувати у штатному режимі задані функції з необхідними показниками якості та ефективності;

– ступінь ризику η_i – ймовірність появи небажаних наслідків дії будь-яких факторів ризику в момент часу $T_i \in T^\pm$ в процесі функціонування складної системи;

– рівень ризику W_i – величина шкоди небажаних наслідків будь-яких факторів ризику в момент часу $T_i \in T^\pm$;

– ресурс допустимого ризику T_0 – тривалість періоду функціонування системи у певному режимі, протягом якого ступінь та рівень ризику в результаті дії факторів ризику не перевищать апріорно заданих допустимих значень;

ресурси:

– допустимого ризику нештатної ситуації $T_{ос}$ – тривалість періоду функціонування системи у штатному режимі, протягом якого ступінь ризику та рівень ризику нештатної ситуації не перевищать апріорно заданих значень;

– допустимого ризику критичної ситуації;

– допустимого ризику надзвичайної ситуації, а також аварійної та катастрофічної ситуації і нештатного режиму.

Будь-яка аварія або катастрофа – кінцевий результат послідовного переходу штатного режиму функціонування системи в аварійну або катастрофічну систему за схемою: перехідний процес із штатного стану в нештатну ситуацію \rightarrow в критичну \rightarrow в надзвичайну \rightarrow в аварійну або катастрофічну.

Необхідними умовами забезпечення гарантованої безпеки складної системи є виконання системою керування безпекою таких основоположних вимог та функцій:

– виявлення, розпізнавання та прогнозування ризиків нештатних, критичних, надзвичайних, аварійних та катастрофічних ситуацій з необхідним рівнем достовірності в реальному часі;

– прогнозування та реалізація необхідного ресурсу допустимого ризику нештатного режиму при заданих допустимих значеннях ступеню та рівня ризику нештатних, критичних, надзвичайних, аварійних і катастрофічних ситуацій;

– обґрунтування та реалізація таких необхідних показників перехідного режиму, які забезпечують перетворення нештатного

режиму в штатний в межах ресурсу допустимого ризику нештатних, критичних або надзвичайних ситуацій.

10.4. Приклади

Приклад 1. Розв'язання ситуаційних, ресурсних та критеріальних конфліктів при багатоцільовому управлінні хлібопекарським виробництвом.

Визначення багатокритеріального рішення по своїй природі є компромісним і засновано на суб'єктивній інформації. Процес знаходження рішення складається з двох етапів. На першому етапі відбувається розпізнавання образу ситуації. На наступному етапі – за допомогою закладених сценаріїв здійснюється формування оптимального управління у відповідності до поставлених критеріїв управління технологічним процесом.

В цілому управління процесами виготовлення хліба являє собою багатокроковий процес прийняття рішень. Кожний крок в процедурі вибору рішення пов'язаний з певною цільовою функцією управління технологічним процесом і являє собою набір керувальних дій. Загальна цільова функція є адитивною, що складається з суми цільових функцій управління кожним окремим процесом хлібопекарського виробництва.

При вирішенні задач оптимального управління були виділені такі множини критеріїв:

$$F = \left\{ \begin{array}{l} K_i \\ P_i \\ W_i \end{array} \right\}_i \quad \begin{array}{l} - \text{якість;} \\ - \text{продуктивність;} \\ - \text{витрати.} \end{array} \quad (10.15)$$

В результаті обробки експериментальних даних, відповідно до поставлених цілей, були розроблені сценарії управління технологічними процесами хлібопекарського виробництва, при яких досягається вихід продукції вищої якості, більша продуктивність лінії, та найменші втрати сухих речовин борошна.

Найбільш загальною математичною моделлю прийняття оптимального рішення є задача багатокритеріальної оптимізації. Озвучимо кілька причин, що призводять до багатокритеріальних задач.

1. Однією з причин багатокритеріальності є необхідність забезпечення оптимальності технологічних параметрів об'єкта при різних умовах його функціонування, тобто забезпечення екстремальних значень критерію оптимальності при невизначеності умов, в яких доводиться працювати. При цьому невизначеність може мати або кількісний характер, виражений за допомогою параметра v , що приводить до задачі оптимізації

$$\min_{\bar{x} \in D_x} Q(\bar{x}, v) \text{ для всіх } v \in [v^-, v^+], \quad (10.16)$$

або якісний характер, пов'язаний із вказанням конкретних умов функціонування. В останньому випадку ефективність і якість роботи для кожного режиму можуть визначатися різними критеріями оптимальності. Наприклад, залежно від вихідного стану логічної схеми для нього становить небезпеку або заваду $Q_1(\bar{x})$, що викликає запирання схеми, або завада $Q_2(\bar{x})$, що приводить до відмикання схеми. Тоді, якщо під завододостійкістю логічної схеми розуміти мінімальний поріг спрацювання максимально чутливої схеми, задача оптимального проектування логічного елемента може бути сформульована як задача векторної оптимізації:

$$\max_{\bar{x} \in D_x} Q_1(\bar{x}), \max_{\bar{x} \in D_x} Q_2(\bar{x}), \quad (10.17)$$

де D_x – припустима область працездатності логічного елемента; Q_1, \dots, Q_n – критерії оптимальності; \bar{x} – вектор шуканих показників системи.

Якщо невизначеність функціонування має кількісний характер, то задача оптимізації зводиться до задачі векторної оптимізації шляхом дискретизації критерію оптимальності $Q(\bar{x}, v)$ за параметром v і розглядає частинні критерії оптимальності функцій.

$$Q_i(\bar{x}) = Q(\bar{x}, v_i), v_i \in [v^-, v^+]. \quad (10.18)$$

Такий підхід до задачі оптимального функціонування дозволяє враховувати вплив зовнішніх факторів (температури, вологості і т.п.) на критерій оптимальності та обмеження управління.

2. Наступною причиною багатокритеріальності є множинність вимог, які пред'являються до характеристик функціонуючої системи або її ділянки. Їх можна звести до системи нерівностей.

$$q_i(\bar{x}) \leq q_i^+, i = 1, 2, \dots, n, \quad (10.19)$$

де q_i^+ – граничне значення i -ї технічної вимоги.

У цьому випадку частинні критерії оптимальності звичайно в явному вигляді відсутні і їх доводиться вводити штучно за допомогою виразів:

$$Q_i(\bar{x}) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } q_i(\bar{x}) \leq q_i^+; \\ w_i(q_i(\bar{x}) - q_i^+), & \text{якщо } q_i(\bar{x}) > q_i^+. \end{cases} \quad (10.20)$$

Тут w_i – ваговий коефіцієнт, що враховує важливість i -го обмеження ($\sum_{i=1}^n w_i = 1$).

3. Необхідність забезпечення функціональної повноти показників, що конкретизують оптимальні властивості об'єкта управління, при одночасній їхній фізичній наочності приводить до багатокритеріальності, що впливає прямо з постановки задачі оптимального проектування. Наприклад, при проектуванні оптимального управління хлібопекарською піччю необхідно розглядати одночасно кілька частинних критеріїв оптимальності, які відображують різні властивості об'єкта, що приводить до наступної задачі векторної оптимізації:

$$\max_{\bar{x} \in D_x} Q_1(\bar{x}), \max_{\bar{x} \in D_x} Q_2(\bar{x}), \min_{\bar{x} \in D_x} Q_3(\bar{x}), \max_{\bar{x} \in D_x} Q_4(\bar{x}), \min_{\bar{x} \in D_x} Q_5(\bar{x}), \quad (10.21)$$

де D_x – припустима область працездатності, $Q_1(\bar{x})$ – навантажувальна здатність; $Q_2(\bar{x})$, $Q_3(\bar{x})$ – статична завадостійкість, $Q_4(\bar{x})$ – продуктивність, $Q_5(\bar{x})$ – виробнича потужність.

Оптимальний варіант повинен мати екстремальні значення по кожному з частинних критеріїв (Q_1, \dots, Q_n).

4. У тих випадках, коли об'єкт управління складається з декількох взаємозалежних вузлів і блоків, оптимальність усього комплексу визначається ефективністю і якістю його окремих частин, кожна з яких може бути охарактеризована, принаймні, хоча б одним частинним критерієм оптимальності $Q_i(\bar{x})$.

У цьому випадку функціонування всього об'єкта можна вважати найкращим, якщо за рахунок вибору керованих параметрів \bar{x} забезпечуються екстремальні значення всіх частинних критеріїв оптимальності як основних підцілей однієї загальної мети функціонування.

5. Іншою ситуацією, що приводить до багатокритеріальності, є випадок, коли функціонально-логічна модель досліджуваного об'єкта управління відсутня і потрібно її побудувати таким чином, щоб зовнішні чинники щонайкраще відповідали експериментальним даним.

У зв'язку з цим, параметри моделі \bar{x} , побудованої за допомогою еквівалентних схем заміщення компонент, можуть не мати безпосереднього відношення до внутрішніх процесів в об'єкті, а повинні підбиратися таким чином, щоб щонайкраще (у деякому змісті) апроксимувати експериментально отримані зовнішні параметри об'єкта управління.

Таким чином, розв'язок зводиться до розв'язання задачі векторної оптимізації:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1(\bar{x}) \rightarrow \min(\max), \\ Q_2(\bar{x}) \rightarrow \min(\max), \\ \dots\dots\dots, \\ Q_s(\bar{x}) \rightarrow \min(\max), \\ g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1, \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2, \\ \dots\dots\dots, \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m, \\ d_j \leq x_j \leq D_j, j=1, 2, \dots, n. \end{array} \right. \quad (10.22)$$

Існує багато методів розв'язку подібних задач, представлених в літературі.

Відповідно до (10.15) для оптимізації відділення приготування опари, виділено та розраховано наступні критерії:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{бр.он.}}(t_{\text{он.}}, W_{\text{он.}}) &= P(x_1, x_2), \\ I_{\text{бр.он.}}(t_{\text{он.}}, W_{\text{он.}}) &= K(x_1, x_2), \\ \text{Вмр}_{\text{бр.он.}}(t_{\text{он.}}, W_{\text{он.}}) &= W(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (10.23)$$

де $\tau_{бр.он.}$ – тривалість бродіння опари, год.; $t_{он.}$ – температура опари, $^{\circ}\text{C}$;
 $W_{он.}$ – вологість опари, %; $I_{бр.он.}$ – інтенсивність бродіння опари,
 $\text{млCO}_2/(\text{кг хв})$; $Вмп_{бр.он.}$ – втрати сухих речовин борошна при бродінні
опари, %; x_1, x_2 – відповідно температура та вологість опари.

Отримані математичні моделі для (10.23):

$$\tau_{бр.он.}(t_{он.}, W_{он.}) = 0.103t_{он.}^2 + 0.052W_{он.}^2 - 0.070t_{он.}W_{он.} - 1.253t_{он.} - 5.053W_{он.} + 193.210,$$

$$I_{бр.он.}(t_{он.}, W_{он.}) = -0.090t_{он.}^2 - 0.284W_{он.}^2 + 0.810t_{он.}W_{он.} - 49.826t_{он.} + 12.543W_{он.} - 416.910, \quad (10.24)$$

$$Вмп_{бр.он.}(t_{он.}, W_{он.}) = -0.447t_{он.}^2 - 1.855W_{он.}^2 + 4.175t_{он.}W_{он.} - 259.210t_{он.} + 120.120W_{он.} + 83.755.$$

Згідно з методом досяжних цілей оптимального результату можна досягти при умові знаходження мінімального значення γ , для якого вірна наступна система нерівностей:

$$\begin{cases} P(x_1, x_2) - K_p\gamma \leq P_0, \\ K(x_1, x_2) - K_k\gamma \leq K_0, \\ W(x_1, x_2) - K_w\gamma \leq W_0, \\ x_1^{\text{менше норми}} \leq x_1 \leq x_1^{\text{вище норми}}, \\ x_2^{\text{менше норми}} \leq x_2 \leq x_2^{\text{вище норми}}, \end{cases} \quad (10.25)$$

де P_0, K_0, W_0 – сподівання при пошуку оптимального значення. Фактично дані значення визначають точку в просторі критеріїв до якої повинно прямувати оптимальне рішення; K_p, K_k, K_w – вагові коефіцієнти, які визначають наскільки близько повинно бути рішення до оптимального результату. Чим ближче значення вагового коефіцієнта до нуля, тим більш важливим є критерій для пошуку оптимального рішення.

Далі необхідно перетворити нерівність (10.25) до вигляду:

$$\begin{cases} (P(x_1, x_2) - P_0) / K_p \leq \gamma, \\ (K(x_1, x_2) - K_0) / K_k \leq \gamma, \\ (W(x_1, x_2) - W_0) / K_w \leq \gamma, \end{cases} \quad (10.26)$$

Отже, дана задача може бути вирішена методом $\min \max$, а оптимальні значення x_1 та x_2 знайдені при:

$$\gamma = \min \max \frac{F_i(x_1, x_2) - F_{i0}}{K_i}, \quad (10.27)$$

де $F_i(x_1, x_2)$ – значення цільової функції в поточний момент часу; F_{i0} – очікуване значення цільової функції; K_i – ваговий коефіцієнт.

Вирішення даної задачі здійснювалось за допомогою програми, створеною мовою C++, результати наведені на рис. 10.2.

В результаті реалізації методу досяжних цілей отримали оптимальні значення режимних параметрів при яких буде здійснюватись багаточільове управління: $t_{on.} = 29.37$ °C, $W_{on.} = 69.18$ % та такі значення цільових функцій: $\tau_{\text{оп.он.}}(t_{on.}, W_{on.}) = 3.36$ год, $I_{\text{оп.он.}}(t_{on.}, W_{on.}) = 28.05$ млCO₂/(кг хв), $Vmp_{\text{оп.он.}}(t_{on.}, W_{on.}) = 3.32$ % та $\gamma = 0.39$.

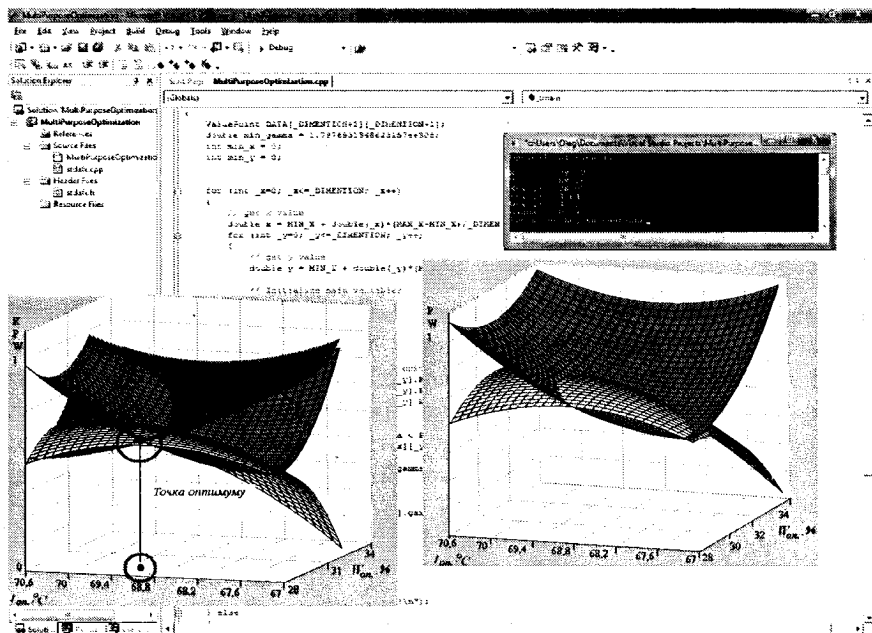


Рис. 10.2. Реалізація алгоритму досяжних цілей та виведення результатів

З рис. 10.2 видно, що при різних критеріях управління оптимальні значення режимних параметрів будуть змінюватись. Аналогічно проведена оптимізація і для інших ділянок технологічного процесу хлібопекарського виробництва. Пошук оптимальних значень здійснюється в області Парето (області компромісу).

В 1904 році економіст Парето запропонував цей компроміс. Ця схема використовується в першу чергу тоді, коли є критерії, які змінюються з різними знаками, тоді точка справедливого компромісу буде відповідати умові:

$$\sum_{i=1}^m \frac{\Delta I_i}{I_{i0}} = 0 \quad (10.28)$$

В формулюванні справедливого компромісу підкреслюють, що існують ефективні рішення, коли покращення одного критерію приводить до погіршення іншого не більше, ніж на задану величину.

За допомогою інструментального середовища Matlab було досліджено взаємозв'язок критеріїв управління та показано, що в багатокритеріальному просторі (якість, продуктивність, втрати) існують зони, в яких можна знайти оптимальне рішення і навпаки, яскраво видно, що покращення одного з критеріїв призводить до різкого погіршення іншого (рис. 10.3). Так, на етапі бродіння опари при підвищенні тривалості бродіння $\tau_{бр.он}$ та зниженні інтенсивності бродіння опари $I_{бр.он}$ втрати сухих речовин $V_{тр_{бр.он}}$ зростають.

Приклад 2. Багатокритеріальна задача оптимального управління солодового відділення.

Управління технологічними процесами пивзаводу являє собою багатокроковий процес прийняття рішень. Кожен крок в процедурі вибору рішення пов'язаний з певною цільовою функцією управління і являє собою набір керуючих дій для i -ї ділянки приготування пива.

При використанні декількох критеріїв в задачах оптимізації :

- знімається проблема невизначеності вибору оптимального технічного рішення;
- відпадає необхідність в декомпозиції комплексної оптимізації режимів;
- забезпечується поліпшення режиму в цілому по вектору критеріїв, що характеризують надійність (стійкість), якість, економічність.

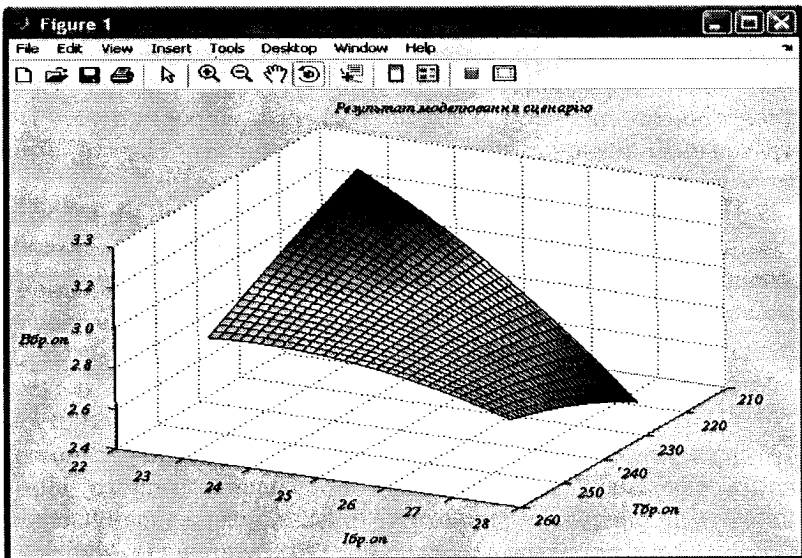


Рис. 10.3. Зміна критеріїв в багатокритеріальному просторі

При розв'язанні задач оптимального керування технологічними процесами виробництва пива були виділені такі множини критеріїв: K_i^S – якість, P_i^S – продуктивність; W_i^S – втрати, а ситуаційна згортка за компромісною схемою Парето при врахуванні ситуаційної пріоритетності критеріїв матиме вигляд:

$$F = \bigcup_i \lambda_i^j \left(\bigcup_{j=1}^k A_i^j \right) \{Q_i^j(A_i^j)\} \quad (10.29)$$

де i – номер ситуаційно-значущої зони, $i=1, \dots, n$; j – номер критерію, $j=1, \dots, m$; k – кількість критеріїв керування; Q_i^j – j -ий критерій управління для ситуаційно-значущої зони i ; A_i^j – набір параметрів для критерію Q_i^j ; λ_i^j – пріоритет критерію управління для i -ї ситуаційно-значущої зони.

Задачу багатокритеріальної оптимізації розглянемо на прикладі оптимізації солодового відділення, для якого використані такі моделі:

$$E(K, C_{ред}, \tau_{оч}, t_{суш}, W_{сол}) = 0,629K + 0,040083C_{ред} + 0,2004417\tau_{оч} + 0,675639t_{суш} + \\ + 0,04086W_{сол} - 0,01366K^2 - 0,00174KC_{ред} - 0,0087K\tau_{оч} - 0,00055C_{ред}\tau_{оч} - \\ - 0,00138\tau_{оч}^2 - 0,000055C_{ред}^2 + 0,4249Kt_{суш} + 0,0257KW_{сол} + 0,02708C_{ред}t_{суш} + \\ + 0,00163C_{ред}W_{сол} + 0,1354t_{суш}W_{сол} + 0,00819\tau_{оч}W_{сол} - 0,00156t_{суш}^2 - 0,000005W_{сол}^2 - \\ - 0,00019t_{суш}W_{сол} - 5,383$$

$$Вих_{екстр}(ВМ_{екстр}, t_{суш}, K_{заг}, C_{ред}) = 0,355638ВМ_{екстр} + 1,942362t_{суш} - 0,12312K_{заг} - \\ - 4,75976C_{ред} - 0,01066ВМ_{екстр}^2 - 0,05824t_{суш}^2 - 0,01803ВМ_{екстр}t_{суш} + \\ + 0,000508ВМ_{екстр}K_{заг} + 0,019646ВМ_{екстр}C_{ред} + 0,002776t_{суш}K_{заг} + 0,1073t_{суш}C_{ред} - \\ - 0,00099K_{заг}^2 - 0,03825C_{ред}^2 - 0,00193K_{заг}C_{ред} + 63,24$$

$$Втр_{е.р.}(Втр_{ред}, t_{суш}, K) = 4,304Втр_{ред} + 0,6902t_{суш} + 0,389K - 2,89Втр_{ред}^2 + \\ + 0,12709Втр_{ред}t_{суш} + 0,0716Втр_{ред}K - 0,0175t_{суш}^2 - 0,0098K - 0,0056t_{суш}^2 - (10.30) \\ - 0,0128K^2 - 21,33$$

де E – екстрактивність, %; K – число Кольбаха, %; $C_{ред}$ – вміст редукуючих цукрів, г/100г сухої речовини; $\tau_{оч}$ – час оцукрення, хв; $t_{суш}$ – температура сушіння, °С; $W_{сол}$ – вологовміст солоду, %; $Вих_{екстр}$ – вихід екстракту, %; $ВМ_{екстр}$ – вміст екстракту, %; $K_{заг}$ – загальна кислотність, см³ розчину NaOH конц. 1 моль/дм³ в 100см³ сула; $Втр_{е.р.}$ – втрати екстрактивних речовин під виробництва солоду, %; $Втр_{ред}$ – втрати редукуючих цукрів, %.

Згідно з методом досяжних цілей оптимального результату можна досягти при умові знаходження мінімального значення коефіцієнта γ , для якого вірна наступна система нерівностей (аналогічно (10.25)):

$$\begin{cases} P(x_1, x_2, x_3) - K_p\gamma \leq P_0, \\ K(x_1, x_2, x_3, x_4) - K_k\gamma \leq K_0, \\ W(x_1, x_2) - K_w\gamma \leq W_0, \end{cases} \quad (10.31)$$

$$x_i^{\text{менше норми}} \leq x_i \leq x_i^{\text{вище норми}},$$

Аналогічно попередньому прикладу оптимізацію здійснено за критерієм (10.27) методом *minmax*.

Вирішення даної задачі здійснювалось за допомогою алгоритму, створеного в середовищі Matlab. В результаті реалізації методу досяжних цілей оптимальні отримали наступні результати:

$$E(K, C_{ред}, \tau_{оц}, t_{суш}, W_{сол}) = 77,12\% ;$$

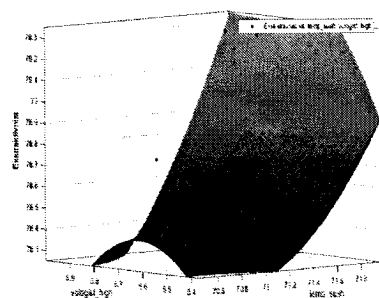
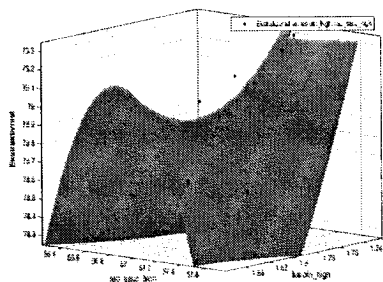
$$Вих_{екстр}(Вм_{екстр}, t_{суш}, K_{заг}, C_{ред}) = 71,3\% ;$$

$$Втр_{е.р.}(Втр_{ред}, t_{суш}, K) = 15,8\% ;$$

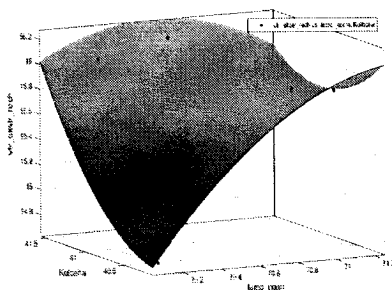
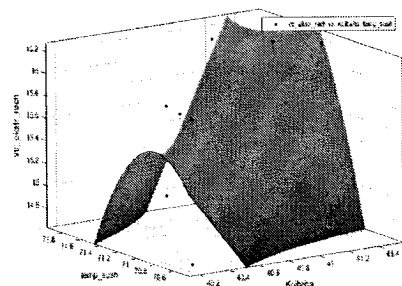
$$\gamma = 0,32,$$

час оцукрення 14,3 хв., вологість солоду 4,38%, температура затирання 71,3 °С, загальна кислотність суслу 1,21, кількість редуруючих цукрів 53 г/дм³, втрати редукуючих цукрів 2,7%, число Кольбаха 40,8%, ; масова частка екстрактивних речовин 13,7%.

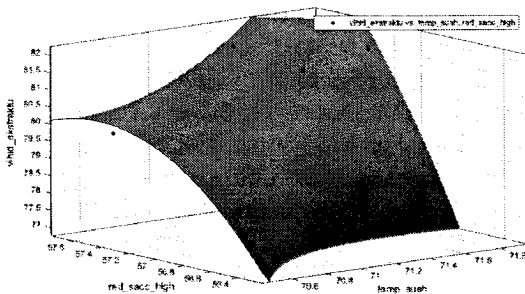
При різних критеріях управління оптимальні значення режимних параметрів будуть змінюватись (див. рис. 10. 4).



a)



б)



в)

Рис. 10.4. Критерії оптимізації до прикладу 2:
a – якісний показник; *b* – втрати; *в* – продуктивність

Контрольні запитання

1. Які невизначеності необхідно враховувати при проектуванні та управлінні ББС?
2. Назвіть складові гри для ігрового підходу до управління в умовах конфлікту.
3. Що називається динамічною грою?
4. Як описується конфліктна ситуація в ББС?
5. Що таке стабільно-ефективний компроміс?
6. Як визначається стабільно-ефективний гомеостатичний режим?
7. Назвіть режими функціонування складних систем управління.
8. В чому полягає важливість підсистеми діагностики та прогнозування?

ЛІТЕРАТУРА

1. Методы классической и современной теории автоматического управления. Учебник в 3-х т. / Под ред. Н.Д. Егунова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
2. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.: ил.
3. Колесников А.Н. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза/ А.Н. Колесников. – М.: Комкнига, 2006. – 240 с.
4. Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика и хаос. Основные понятия: Учебное пособие / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: Комкнига, 2006. – 240 с.
5. Поляк Б.Г. Робастная устойчивость и управление / Б.Г. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002 – 303 с.
6. Луцька Н.М. Дослідження та синтез оптимальних регуляторів для систем автоматизації технологічних комплексів неперервного типу: дис. канд. техн. наук / Н.М. Луцька. – К., 2006. – 225 с.
7. Івашук В.В. Автоматизоване управління складними технологічними об'єктами та комплексами харчової промисловості з використанням методів оперативної ідентифікації: дис. канд. техн. наук / В.В. Івашук. – К., 2006. – 206 с.
8. Бідюк П.І. Аналіз часових рядів [Текст]: навч. посіб./ П.І. Бідюк, В.Д. Романенко, О.Л. Тимошук. – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 600 с. – 400 пр.
9. Математическое обеспечение информационно-управляющих систем. Прогнозирование [Текст]: учеб.пособ. / А.Н. Гуржий, В.М. Левыкин, Б.В. Шамша, Т.Б. Шатовская. – Х.: ООО «Компания СМІТ», 2013. – 372 с.
10. Солонин С.И. Метод контрольных карт [Текст]: учеб. пособ. / С.И. Солонин. – М.-Берлин: Директ_медиа, 2015. – 215 с.
11. Уиллер Д. Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта [Текст] / Д. Уилер, Д. Чамберс. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. – 409 с.
12. Нив Генри Р. Пространство доктора Деминга: Принципы построения устойчивого бизнеса [Текст]/ Г. Р. Нив. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 370 с.

13. Деминг Э. Выход из кризиса: Новая парадигма управления людьми, системами и процессами: Пер. с англ. [Текст] / Э. Деминг. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. – 370 с.

14. Химмельблау Д. Обнаружение и диагностика неполадок в химических и нефтехимических процессах [Текст] / Химмельблау Д. – Л.: Химия, 1983. – 352 с.

15. Шнайдер Д.А. Упреждающее управление по критерию энергетической эффективности в теплоэнергетических системах металлургического производства [Текст] / Д.А. Шнайдер. // Управление большими системами. Выпуск 25. – М.: ИПУ РАН, 2009. – С. 215–230.

16. Шнайдер Д.А. Метод упреждающего управления сложными технологическими комплексами по критериям энергетической эффективности [Текст] / Д.А. Шнайдер., Л.С. Казаринов // Управление большими системами. Выпуск 31. – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 221–239.

17. Казаринов Л.С. Упреждающее управление энергетической эффективностью предприятий [Текст] / Л.С. Казаринов, Т.А. Барбасова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2012. – Вып. 17. – №35. – С. 85–97.

18. Томпсон Дж.М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике [Текст] / Дж.М.Т. Томпсон. – М.: Мир, 1985. – 254 с.

19. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Книга 1 [Текст] / Р. Гилмор. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 350 с.

Навчальне видання

А.П. Ладанок, Н.М. Луцька,
В.Д. Кишенько, Л.О. Власенко, В.В. Іващук

МЕТОДИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ УПРАВЛІННЯ

Підручник

Керівник видавничого проекту *Зарицький В.І.*
Комп'ютерний дизайн *Щербина О.П.*
Авторська редакція

Підписано до друку 30.05.2018. Формат 60x84 ¹/₁₆.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Умовн. друк. аркушів –21,39. Обл.-вид. аркушів – 18,73.
Тираж 300.

«Видавництво Ліра-К»
Свідоцтво № 3981, серія ДК.
03115, м. Київ, вул. Ф. Пушиної, 27, оф. 20-22
тел./факс (044) 247-93-37; 228-81-12
Сайт: lira-k.com.ua, редакція: zv_lira@ukr.net