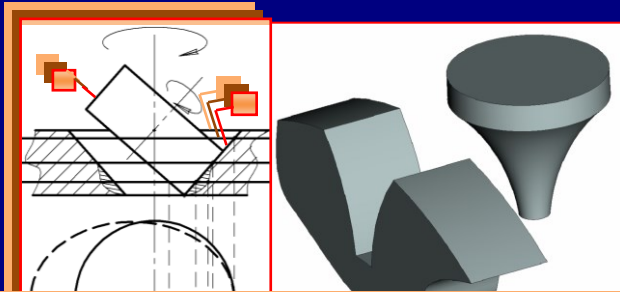
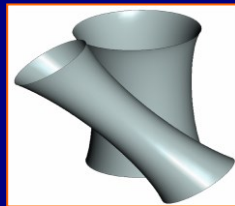
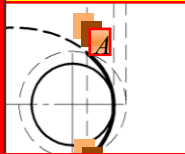


С.В.Швецъ



**ОСНОВИ  
ФОРМОУТВОРЕННЯ  
ПОВЕРХОНЬ  
РІЗАННЯМ**



**С.В.Швецъ**

# **ОСНОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ РІЗАННЯМ**

Навчальний посібник

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету

Суми  
Сумський державний університет  
2011

УДК 621.9.02  
ББК 34.63  
Ш 35

### Рецензенти:

*С.А.Клименко* - лауреат державної премії України в галузі науки і техніки, доктор технічних наук, професор (Київ, Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М.Бакуля НАН України);

*В.Д.Ковальов* - доктор технічних наук, професор (Краматорськ, Донбаська державна машинобудівна академія);

*О.Ф.Саленко* - доктор технічних наук, професор (Кременчук, Кременчуцький державний політехнічний університет ім. М.Остроградського)

*Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету  
як навчальний посібник  
(протокол № 10 від 14.05.2009 р.)*

### **Швець С.В.**

Ш 35 Основи формоутворення поверхонь різанням: навч. посіб. /  
С.В.Швець. – Суми: Сумський державний університет, 2011. –127 с.  
ISBN 978-966-657-341-7

Розглянуті способи утворення та визначення вихідних інструментальних поверхонь і загальні принципи проектування на їх основі різальних інструментів. Виявлені умови формоутворення, за яких можлива обробка заданої поверхні деталі. Проаналізовані методи розв'язання задач, які виникають під час обробки деталі заданим інструментом.

Книга рекомендована як навчальний посібник для студентів механічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Буде корисна також для широкого кола інженерно-технічних працівників, які проектують і використовують різальні інструменти.

**УДК 621.9.02**  
**ББК 34.63**

© Швець С.В., 2011  
ISBN 978-966-657-341-7 © Сумський державний університет, 2011

## ЗМІСТ

Передмова.....	С.	5
Розділ 1 ПОНЯТТЯ ВИХІДНОЇ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ТА УМОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ.....		8
1.1 Вихідна інструментальна поверхня .....		8
1.2 Наявність вихідної інструментальної поверхні.....		10
1.3 Умови контакту поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні .....		16
1.4 Утворення перехідних поверхонь.....		18
Розділ 2 СТВОРЕННЯ НОВИХ РІЗАЛЬНИХ ІНСТРУМЕНТІВ.....		24
2.1 Етапи створення типів інструментів.....		24
2.2 Внутрішні та зовнішні взаємодії інструментальної системи.....		25
2.3 Визначення обвідної.....		30
Розділ 3 РУХИ ПІД ЧАС ФОРМОУТВОРЕННЯ.....		37
3.1 Кінематична схема різання.....		37
3.2 Кінематична схема формоутворення.....		38
3.3 Визначення вихідної інструментальної поверхні при схемі формоутворення першого класу.....		40
3.4 Вихідна інструментальна поверхня при схемі формоутворення другого класу.....		46
3.5 Вихідна інструментальна поверхня при схемах формоутворення третього класу.....		50
Розділ 4 ФОРМОУТВОРЕННЯ ЗАДАНОЇ ПОВЕРХНІ ДЕТАЛІ ВІДОМИМ ІНСТРУМЕНТОМ.....		52
4.1 Дослідження схеми формоутворення при шліфуванні штанової шийки.....		52
4.2 Використання механізмів.....		55
4.3 Програмування траєкторії руху вихідної інструментальної поверхні.....		57
Розділ 5 МОДЕЛІ ФОРМОУТВОРЕННЯ.....		60
5.1 Геометрична теорія формоутворення поверхонь різанням .....		60

5.2	Геометрична модель формування поверхонь різальними інструментами.....	68
5.3	Оцінювання різальних інструментів.....	88
5.4	Математичне моделювання формоутворення поверхонь...	96
Додаток А.....		106
Додаток Б.....		119
Список літератури.....		126

## ПЕРЕДМОВА

Відомі різні способи формоутворення. Серед них литво, обробка тиском, різання, порошкова металургія, електроерозія та електрохімія. Кожний з них має свої переваги і недоліки. Перевага одному з цих методів віддається, наприклад, з економічних міркувань або за показниками якості. Безвідхідність і точність свідчать на користь порошкової металургії. Для обробки твердих і міцних матеріалів використовується електроерозія. Проте найбільш універсальним є процес різання. При цьому процес формоутворення відбувається внаслідок заглиблення різальної частини інструмента в матеріал заготовки і зрізування його у вигляді стружки.

Для вивчення конструкцій металорізального інструменту на початку 30-х років минулого століття у вищих технічних навчальних закладах була запроваджена дисципліна «Проектування металорізальних інструментів». Великий внесок у розвиток курсу про різальні інструменти зробили І.І.Семенченко, С.С.Четвериков, В.М.Матюшин, Г.М.Сахаров, М.М.Палей, П.Р.Родін та інші.

Дедалі актуальнішою ставала проблема розроблення загальних теоретичних основ конструювання різальних інструментів, визначення загальних законів їх проектування і розрахунку.

Основоположником розвитку цього напрямку вважається Г.І.Грановский, зокрема кінематики різання металів (класифікація кінематичних схем різання). Ряд положень із загальної теорії проектування різальних інструментів досліджені в роботах П.Р.Родіна «Основи формоутворення поверхонь різанням» (1977р.), С.І.Лашнева, М.І.Юлікова «Проектування різальної частини інструмента з застосуванням ЕОМ» (1980р.), Б.О.Перепелиці «Відображення афінного простору в теорії формоутворення поверхонь різанням» (1981р.), М.І.Юлікова, В.І.Горбунова, М.В.Колесова «Проектування та виробництво різального інструмен-

та» (1987р.), Ф.С.Юнусова «Формоутворення складнопрофільних поверхонь шліфуванням» (1987р.).

У цих роботах розглянуті загальні методи визначення профілю інструмента, призначеного для обробки заданої деталі, умови формоутворення оброблених поверхонь, методи створення різальної частини, вибір схем обробки, забезпечення на різальній частині оптимальних геометричних параметрів та ін.

Накопичений науковий та практичний матеріал у сфері розроблення загальних принципів і основ проектування різальних інструментів дозволив створити, в першу чергу в Київському національному технічному університеті, спеціальну дисципліну «Основи формоутворення поверхонь різанням», яка викладається для студентів вищих технічних навчальних закладів.

Одним із основних завдань формоутворення є проектування такого різального інструменту, який може забезпечити обробку заданої поверхні деталі. Проте процес формування поверхні ускладнюється деформаціями деталі, інструмента і верстата при обробці. Величина деформації залежить від величини зусиль різання, від жорсткості технологічної системи, від теплових явищ. На форму деталі впливають точність виготовлення і встановлення інструмента, точність вимірювань та інші чинники. Тому під час формування обробленої поверхні деталі основний процес супроводжується різними побічними явищами, і лише у результаті їх взаємодії визначається реальна форма деталі. Враховувати усі чинники складно, тому вважається, що деталь, інструмент і верстат є абсолютно жорсткими, відхилень від заданої траєкторії рухів інструмента і заготовки у процесі обробки немає, інструмент і верстат у процесі роботи не зношуються, немає теплових деформацій технологічної системи. Різальний інструмент можна вважати тілом, обмеженим деякою поверхнею, яка має здатність зрізувати контактуючий з нею у процесі обробки метал. Звідси випливає, що проектування різних інструментів проходить у два етапи: визначення поверхні інструмента, яка контактує з поверхнею деталі при заданій або вибраній схемі обробки, та перетворення тіла, обмеженого цією поверхнею, у працездатний

різальний інструмент. Необхідно зазначити, що завдання з визначення такої поверхні на інструменті неоднозначне.

Практичне значення має і розв'язання зворотної задачі - визначення можливих форм поверхонь деталей, які можуть бути створені заданим інструментом при відомій схемі формоутворення.

Дослідження можливих схем формоутворення заданих деталей відомими інструментами дозволяє знаходити нові способи обробки складних фасонних поверхонь деталей.



*Розділ 1***ПОНЯТТЯ ВИХІДНОЇ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ  
ПОВЕРХНІ ТА УМОВИ ФОРМОУТВОРЕННЯ****1.1 Вихідна інструментальна поверхня**

При обробці різанням форма деталі зумовлюватиметься формою і розмірами різальних кромки, якими інструмент зрізує матеріал заготовки, а також рухами його щодо заготовки.

Щоб різальні кромки формували оброблену поверхню, вони повинні розміщуватися на деякій поверхні  $I$ , яка контактує у процесі обробки з поверхнею деталі. Поверхню  $I$  назвемо вихідною інструментальною поверхнею.

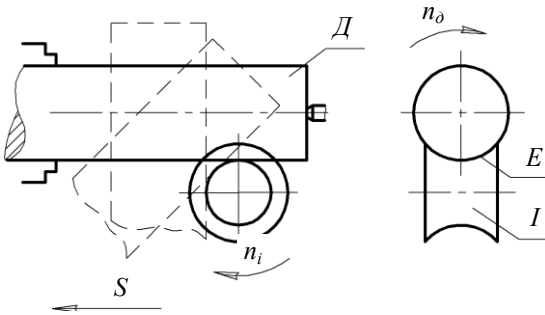
Так, фреза - це тіло обертання, яке обмежене поверхнею обертання і у процесі обробки контактує з деталлю. Прорізавши стружкові канавки й утворивши задню поверхню, це тіло трансформували у різальний інструмент. Мітчик можна уявити як гвинт, зв'язаний з оброблюваною гайкою. Він перетворюється на інструмент при утворенні стружкових канавок і створенні задніх поверхонь зубів.

Деталь та інструмент можна уявити як своєрідний механізм, що складається з двох ланок, які контактують одна з одною у процесі обробки. Траєкторія руху точок різальної кромки інструмента щодо заготовки є результатом поєднання рухів, які здійснюють на верстаті інструмент і оброблювана деталь.

*Отже, різальний інструмент можна розглядати як тіло, обмежене вихідною інструментальною поверхнею  $I$ , на якій розміщуються профільючі ділянки різальних кромки, що безпосередньо формують поверхню деталі.*

У процесі обробки поверхня деталі  $D$  здійснює певний рух щодо інструмента і займає ряд послідовних положень. Обвідну поверхню до цих послідовних положень поверхні  $D$  і можна прийняти за вихідну інструментальну поверхню  $I$ . При визначенні  $I$  як обвідної  $D$ , як правило, відбувається їх взаємний контакт уздовж лінії  $E$ , яка називається характеристикою.

*Приклад 1.* Обробляється кругла циліндрична поверхня. Заготовка обертається навколо осі і поволі переміщується уздовж осі. Інструмент обертається навколо своєї осі, перпендикулярної до осі заготовки (рис.1.1).

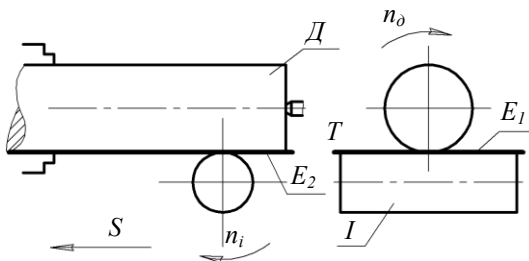


*Рисунок 1.1- Лінійний контакт поверхнь Д та I*

*Інструментальну поверхню I можна прийняти обвідну поверхню до послідовних положень поверхні Д.*

Сукупність точок контакту у системі, пов'язаній з деталлю, є поверхнею деталі. Сукупність точок контакту у системі, пов'язаній з інструментом, буде вихідною інструментальною поверхнею.

*Приклад 2.* Циліндрична поверхня деталі обробляється циліндричною поверхнею інструмента (рис. 1.2). Заготовка



*Рисунок 1.2- Точковий контакт поверхнь Д та I*

*І* - буде поверхнею тора, утвориться обертанням характеристичної *E* навколо осі. Якщо інструмент - шліфувальний круг, або на *I* нарізати зуби, то відбуватиметься обробка циліндричної деталі.

*Отже, з іншого боку, за вихідну*

обертається навколо осі, відомий напрям її переміщення. Інструмент обертається навколо осі, перпендикулярної до осі заготовки.

У цьому випадку вводимо допоміжну поверхню *T*. Ця поверхня повинна

торкатися деталі по лінії *E<sub>2</sub>* та інструмента по лінії *E<sub>1</sub>*.

$$E_1 = T \cap I = \{x : x_i \in T, x_i \in I\}, i = 1, 2, \dots, n,$$

$$E_2 = T \cap D = \{x : x_i \in T, x_i \in D\}, i = 1, 2, \dots, m.$$

Оскільки лінії  $E_1$  і  $E_2$  знаходяться в одній площині, то повинні перетинатися у деякій точці  $E$ . У цій точці і відбувається контакт поверхонь  $I$  та  $D$ .

$$E = E_1 \cap E_2 = \{x : x_i \in E_1, x_i \in E_2\}, i = 1.$$

Тоді, для отримання лінії-характеристики, вводять допоміжний рух – подачу. Кінематична характеристика визначається як  $E_{кин} = E \cdot S$ .

Можна зробити три визначення вихідної інструментальної поверхні:

- поверхня, яка обмежує робочу частину інструмента і на якій знаходяться профілюючі ділянки різальних кромки;
- множина точок контакту поверхонь  $I$  та  $D$  у системі, пов'язаній з інструментом;
- обвідна поверхня послідовного положення у просторі поверхні деталі.

## 1.2 Наявність вихідної інструментальної поверхні

Під час обробки деталей іноді бувають такі випадки, коли виявляється, що точно виготовити задану поверхню на існуючому обладнанні неможливо. Або навіть взагалі не можна створити таку форму поверхні. Тому визначення умов, за яких утворюється задана поверхня деталі, є першочерговим завданням.

*Перша необхідна умова формоутворення поверхні при обробці різанням - це існування вихідної інструментальної поверхні.*

Для формоутворення деталі  $D$  необхідно, щоб у процесі обробки усі точки її поверхні хоча б один раз стикалися з точками вихідної інструментальної поверхні. Тобто повинні

існувати відповідні точки на інструменті, а отже, і їх сукупність - поверхня  $I$ .

Відомо, що у точках контакту двох поверхонь спільна нормаль до них повинна бути перпендикулярна до швидкості відносного руху, тобто повинна виконуватися умова

$$\vec{N} \cdot \vec{V} = 0.$$

Це кінематична умова контакту. При заданій поверхні деталі  $D$  і відомому положенні нормалі  $\vec{N}$  у різних точках можна впливати на умови контакту ( $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$ ), змінюючи вектор швидкості  $\vec{V}$  руху точок поверхні  $D$  щодо інструмента.

Нехай площина  $P$  обертається навколо осі, розміщеної у цій площині. Інструмент нерухомий (рис.1.3). Тоді, у будь-якій точці площини, нормалі до площини і швидкості їх обертання будуть паралельні. Умова  $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$  не дотримується. Отже,  $I$  не існує і обробка площини при даній схемі неможлива.

Ще один випадок. Пряма, розміщена під деяким кутом до осі  $X$ , рухається поступально уздовж осі  $Y$  (рис.1.4). Швидкість точок  $\vec{V}$  ніколи не буде перпендикулярна до нормалі  $\vec{N}$ . Тобто знову ж таки не виконується кінематична умова контакту.

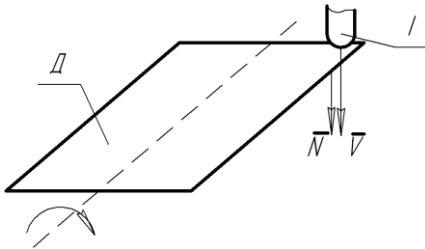


Рисунок 1.3 – Вектори нормалі та швидкості паралельні

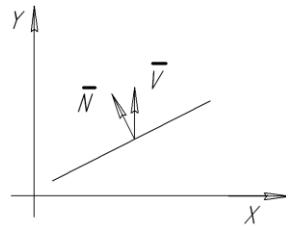


Рисунок 1.4 – Вектори нормалі та швидкості перетинаються

Якщо ж вісь обертання встановити перпендикулярно до площини, то одночасно в усіх точках площини нормалі будуть перпендикулярні до швидкості обертання. Це означатиме, що вихідна поверхня  $I$  існує і формоутворення можливе (рис.1.5). Така схема відповідає фрезеруванню площин торцевими фрезами.

Порівнюючи рис.1.3 і рис.1.5, можна сказати, що досить часто, обертаючи деталь у просторі, можна знайти таке положення оброблюваної поверхні щодо інструмента, коли нормаль у кожній її точці перпендикулярна до вектора швидкості різання. Якщо поверхня реальної деталі обмежена площиною загального положення, то для її обробки необхідно так розмістити деталь, щоб оброблювана поверхня була паралельною деякій координатній площині.

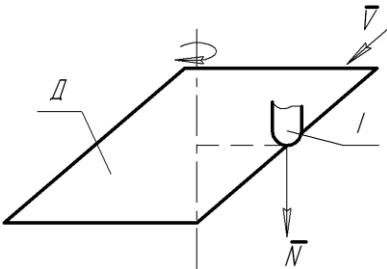


Рисунок 1.5 – Вектори нормалі та швидкості перпендикулярні

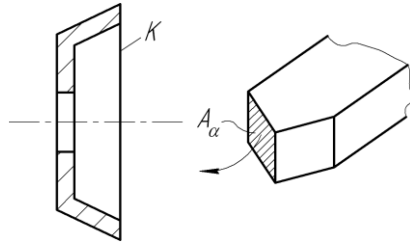


Рисунок 1.6 –  $A_\alpha$  різця займає положення, паралельне торцю шліфувального круга

Наприклад, коли обробляється задня поверхня різця  $A_\alpha$ , то її необхідно сумістити з торцем фрези або шліфувального круга  $K$  (рис.1.6). Шліфування робочих поверхонь різця, як площин загального положення, можливе при установленні його у спеціальних обертальних лещатах (рис.1.7). Завдяки обертанню

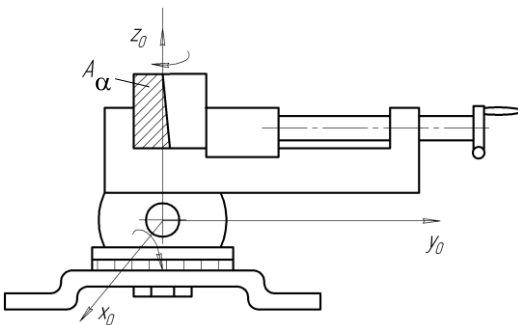


Рисунок 1.7 – Вихідне положення різця в обертальних лещатах

навколо двох осей вдається нормаль до оброблюваної поверхні  $\bar{N}$  встановити у положення, перпендикулярне до вектора швидкості різання. Тобто задовольнити кінематичну умову контакту.

Перший оберт навколо осі  $x_0$  на кут  $\theta_1$ . Друга вісь обертання

вертикальна, - навколо осі  $z_0$  на кут  $\theta_2$ . Завдання полягає у визначенні кутів  $\theta_1$  і  $\theta_2$ .

Розглянемо дві системи координат ( $x_1y_1z_1$  та  $x_2y_2z_2$ ), які будуть обертаються щодо глобальної системи  $x_0y_0z_0$  (рис.8). Нехай ці системи координат у початковий момент суміщені з нерухомою системою  $x_0y_0z_0$ . Починаємо з повороту навколо осі  $x_0$  усієї системи  $x_1y_1z_1$  на кут  $\theta_1$ .

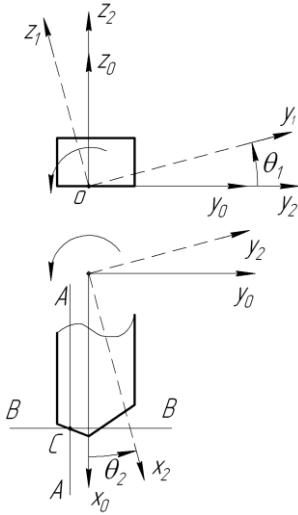


Рисунок 1.8 – Рухомі системи координат

Друга система,  $x_2y_2z_2$ , буде повернута навколо осі  $z_0$  на кут  $\theta_2$ . Під час першого повороту друга система залишається нерухомою і збігається з глобальною системою. Тому осі  $x_0$  та  $x_2$  збігаються і поворот навколо  $x_0$  означає і поворот навколо  $x_2$ .

Переходячи із першої системи, що повертається, в другу, а потім з другої в нерухому, знаходимо значення кутів повороту. При повороті першої системи координати точок у другій системі визначаються за виразами

$$\begin{cases} y_2 = y_1 \cos \theta_1 - z_1 \sin \theta_1, \\ x_2 = x_1, \\ z_2 = z_1 \cos \theta_1 + y_1 \sin \theta_1. \end{cases} \quad (1.1)$$

При повороті другої системи координати точки в нерухомій системі визначаються за виразами

$$\begin{cases} x_0 = x_2 \cos \theta_2 - y_2 \sin \theta_2, \\ y_0 = y_2 \cos \theta_2 + x_2 \sin \theta_2, \\ z_0 = z_2. \end{cases} \quad (1.2)$$

Підставимо систему (1.1) в (1.2):

$$\begin{cases} y_o = \cos \theta_2 (y_1 \cos \theta_1 - z_1 \sin \theta_1) + x_1 \sin \theta_2, \\ x_o = x_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 (y_1 \cos \theta_1 - z_1 \sin \theta_1), \\ z_o = z_1 \cos \theta_1 + y_1 \sin \theta_1. \end{cases} \quad (1.3)$$

Через точку  $C$  різальної кромки проведемо площину  $A-A$ , паралельну координатній площині  $x_o z_o$ . Лінія перетину площини  $A-A$  із задньою поверхнею різця складає з віссю  $z_o$  кут  $\eta$  (рис.1.9). З точки  $C$  по лінії перетину задньої поверхні проведемо одиничний вектор  $\vec{r}$  і визначимо його через орти як

$$\vec{r} = \vec{k} \cos \eta + \vec{i} \sin \eta.$$

Через точку  $C$  різальної кромки проведемо площину  $B-B$ , паралельну координатній площині  $y_o z_o$ . Лінія перетину площини  $B-B$  із задньою поверхнею різця складає з віссю  $z_o$  кут  $\delta$  (рис.1.10). З точки  $C$  по лінії перетину задньої поверхні

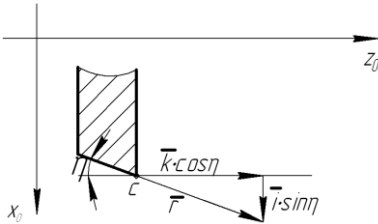


Рисунок 1.9 – Перетин різця  
площиною  $A-A$

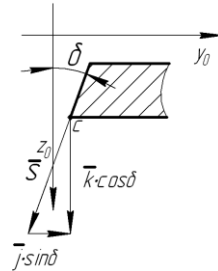


Рисунок 1.10 –  
Перетин  $B-B$

проведемо одиничний вектор  $\vec{s}$  і також запишемо його через орти

$$\vec{s} = \vec{k} \cos \delta - \vec{j} \sin \delta.$$

Кути  $\eta$  та  $\delta$  можна визначити за відомою геометрією леза [12]

$$\cot \eta = \cot \alpha \cos \varphi - \tan \lambda \sin \varphi, \quad \cot \delta = \cot \alpha \sin \varphi + \tan \lambda \cos \varphi.$$

Нормаль до площини (до задньої поверхні) визначиться як векторний добуток векторів  $\vec{r}$  і  $\vec{s}$

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin \eta & 0 & \cos \eta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{vmatrix}.$$

Розкриваючи визначника, отримаємо:

$$\vec{N} = \vec{i} \sin \delta \cos \eta - \vec{j} \cos \delta \sin \eta - \vec{k} \sin \eta \sin \delta. \quad (1.4)$$

Коли задня поверхня, після двох обертань, буде паралельна координатній площині  $y_0 z_0$ , то це означає, що нормаль до задньої поверхні перпендикулярна до  $y_0 z_0$ . Тоді проєкції вектора  $\vec{N}$  на осі  $y_0$  та  $z_0$  дорівнюють 0:  $np\vec{N}_{y_0} = 0$ ,  $np\vec{N}_{z_0} = 0$ .

Підставляємо координати вектора  $\vec{N}$  (1.4) у відповідні рівняння виразу (1.3) і отримуємо проєкції вектора  $\vec{N}$  на ці осі координат

$$\begin{aligned} np\vec{N}_{y_0} &= \cos \theta_2 (-\sin \eta \cos \delta \cos \theta_1 + \sin \eta \sin \delta \sin \theta_1) + \cos \eta \sin \delta \sin \theta_2, \\ np\vec{N}_{z_0} &= -\sin \eta \sin \delta \cos \theta_1 - \sin \eta \cos \delta \sin \theta_1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Тоді} \quad \sin \eta \sin \delta \cos \theta_1 + \sin \eta \cos \delta \sin \theta_1 &= 0, \\ \sin \delta \cos \theta_1 &= -\cos \delta \sin \theta_1, \quad \tan \theta_1 = -\tan \delta. \quad \text{Отже } \theta_1 = -\delta. \end{aligned}$$

Якщо

$$\cos \theta_2 (\sin \eta \cos \delta \cos \theta_1 - \sin \eta \sin \delta \sin \theta_1) - \cos \eta \sin \delta \sin \theta_2 = 0,$$

то, спростивши вираз, маємо

$$\sin \eta (\cos \delta \cos \theta_1 - \sin \delta \sin \theta_1) = \tan \theta_2 \cos \eta \sin \delta. \quad \text{Враховуючи, що}$$

$$\theta_1 = -\delta, \quad \text{запишемо} \quad \cos \delta \cos \delta + \sin \delta \sin \delta = \tan \theta_2 \frac{\cos \eta}{\sin \eta} \sin \delta.$$

Звідки  $\theta_2 = \arctan\left(\frac{\tan \eta}{\sin \delta}\right)$ . Отже, значення кутів, на які

необхідно обернути лещата для досягнення умови  $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$ , визначені.



### 1.3 Умови контакту поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні

Друга умова - це правильний контакт вихідної інструментальної поверхні  $I$  і поверхні деталі  $D$  без їх взаємного проникнення.

Контакт поверхні  $D$  і вихідної поверхні  $I$  може бути зовнішнім і внутрішнім. При зовнішньому контакті поверхня  $I$  інструмента знаходиться поза тілом деталі (рис.1.11 а). Тому проникнення поверхні  $I$  у матеріал деталі і вирізування частини його не відбудеться. При внутрішньому дотику інструмента до деталі,  $I$ , маючи радіус кривизни більший, ніж радіус кривизни поверхні деталі, проходить у тіло деталі і при обробці вирізує на деталі частини, не передбачені кресленням. У результаті обробка деталі виявиться неможливою (рис.1.11 б).

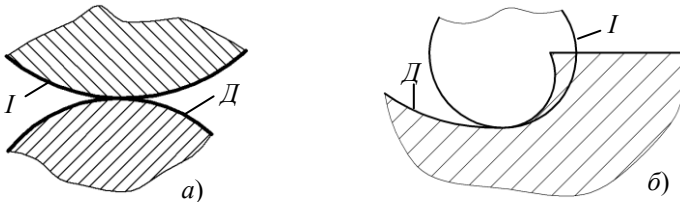


Рисунок 1.11 – Зовнішній а) і внутрішній б) контакт поверхонь  $I$  та  $D$

Розглянемо процес шліфування конічного отвору циліндричним кругом (рис.1.12). Контакт вихідної циліндричної поверхні  $I$  шліфувального круга і поверхні конічного отвору  $D$  відбувається уздовж їх твірних. Характер контакту цих поверхонь проаналізуємо у якомусь перетині  $З$ , перпендикулярному до осі деталі. У цьому перетині і вище радіус кривизни циліндричного круга (маємо еліпс)  $\rho_i$  менший від радіуса кривизни конічної поверхні деталі  $\rho_o$ . Рухаючись уздовж осі конуса вниз, будемо отримувати перетини, де радіуси кривизни деталі поступово зменшуються. Радіус

кривизни у будь-якому перетині поверхні  $I$  площинами, перпендикулярними до осі деталі, залишається незмінним. Нарешті з'явиться такий перетин 2, коли  $\rho_i = \rho_0$ . А далі перетин 1,  $\rho_i > \rho_0$ . Це означає, що тоді з'явиться інтерференція вихідної інструментальної поверхні і поверхні деталі, що призведе до спотворення останньої.

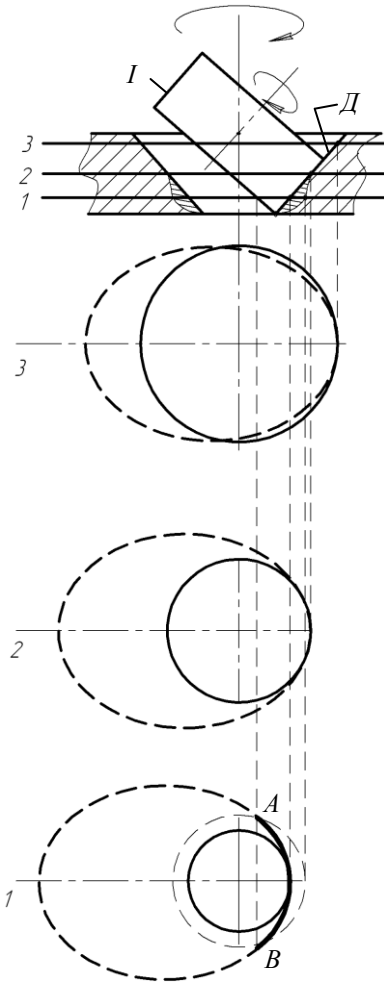


Рисунок 1.12 – Контакт внутрішнього конуса  $D$  з циліндром  $I$

Чим далі вниз, тим меншим стає  $\rho_0$  і тим більше проникнення поверхні  $I$  в поверхню  $D$  і більше спотворення (від перетину площиною 2 до перетину площиною 1). Але поверхня  $I$  не безкінечна, а обмежена торцем. Тому довжина дуги  $AB$  поступово зменшується. Саме через це, у точці поверхні інструмента, яка належить одночасно і поверхні  $I$ , і торцю, спотворення поверхні  $D$  нульове. З цього випливає, що при досягненні максимального спотворення поверхні у якомусь перетині (нехай це буде перетин 1) розмір його поступово зменшується до нуля.

Виходить, що від більшого діаметра конуса до перетину 2 радіус кривизни циліндра менший від радіуса кривизни конічної поверхні і обробка цієї ділянки конуса даним циліндричним кругом можлива.

Від перетину 2 у бік вершини конуса радіус кривизни циліндричного шліфувального круга більший від радіуса

кривизни конічної поверхні (див. дугу  $AB$  на перетині 1) і обробка цієї ділянки поверхні деталі неможлива.

Для обробки поверхні деталі у точній відповідності до креслення необхідно, щоб вихідна інструментальна поверхня  $I$  не заглиблювалася у матеріал деталі.

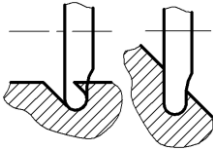


Рисунок 1.13 – Вплив відносного положення  $I$  та  $D$  на інтерференцію їх профілів

Умова відсутності перетинів  $I$  та  $D$  залежить інколи і від їх взаємного положення (рис.1.13).

#### 1.4 Утворення перехідних поверхонь

Умова відсутності перехідних поверхонь на деталях є третьою умовою формоутворення. Поверхні реальних деталей обмежені ділянками різних простих поверхонь. Наприклад, шліцьовий вал має дві циліндричні поверхні (зовнішню і поверхню западин), а також площини (бічні сторони шліців). Вихідна інструментальна поверхня  $I$  також повинна складатися з ряду ділянок, пов'язаних з відповідними ділянками поверхні деталі. Суміжні ділянки  $I$  можуть перетинати одна одну, стикатися між собою або розміщуватись одна від одної на певній відстані.

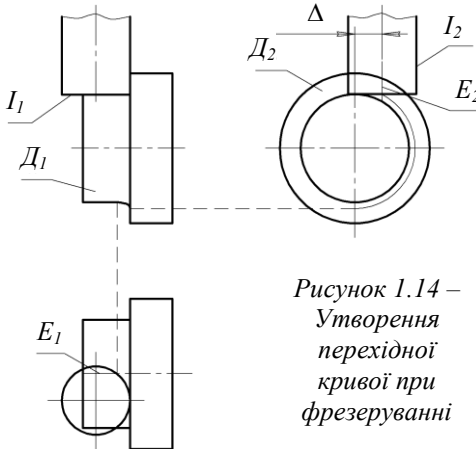


Рисунок 1.14 – Утворення перехідної кривої при фрезеруванні

При перетині різних ділянок  $I$  відтворити їх повністю у металі неможливо. Тому ті частини поверхні деталі, які повинні формуватися втраченими ділянками  $I$ , не будуть оброблені і буде утворена перехідна поверхня, вона з'єднає суміжні ділянки поверхонь деталі. Перехідна поверхня створюється лінією

перетину суміжних ділянок  $I$  під час її руху щодо деталі.

Розглянемо обробку кінцевою фрезою поверхні обертання, яка складається з циліндричної ділянки  $D_1$  і торцевої поверхні  $D_2$  (рис.1.14). При обробці фреза обертається навколо своєї осі і її різальні кромки описують поверхню  $I$ . Деталь обертається навколо своєї осі. Осі інструмента і деталі взаємно перпендикулярні. Тоді ділянка  $I$ , яка контактує з циліндром  $D_1$ , - це площина  $I_1$ . Характеристика тут  $E_1$ . Частина вихідної інструментальної поверхні, яка контактує з площиною  $D_2$ , - це циліндр  $I_2$ , характеристика  $E_2$ . Суміжні ділянки  $I_1$  та  $I_2$  перетинаються по колу.

Через те, що вісь інструмента і вертикальна вісь деталі ніколи не збігаються, завжди є більша, або менша похибка їх суміщення  $\Delta$ , характеристика  $E_1$  не торкається поверхні деталі  $D_2$ , а характеристика  $E_2$  не досягає поверхні  $D_1$ . Між поверхнями  $D_1$  та  $D_2$  утворюється проміжок, окреслений перехідною поверхнею. Перехідна поверхня формується лінією перетину відповідних ділянок вихідної інструментальної поверхні (у даному випадку колом).

Двокутова фреза обмежена вихідною інструментальною поверхнею, яка складається із двох конусів. Вони з'єднані (або перетинаються) по колу. Коли вектор руху подачі лежить у одній площині з цим колом, то профіль поверхні деталі формується твірними згаданих конусів (рис. 1.15 а). Лінія перетину контактує з профілем деталі в одній точці, на вершині кута профілю.

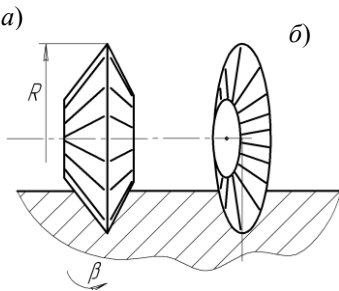


Рисунок 1.15 – Формування профілю деталі лінією перетину конічних поверхонь

Якщо повертати інструмент таким чином, що між вектором руху подачі і площиною, в якій знаходиться лінія перетину ко-

нусів вихідної інструментальної поверхні, утворюється деякий кут  $\beta$  (рис. 1.15 б), то тоді кількість точок, що належать лінії перетину і формують профіль деталі збільшується. При  $\beta=90^\circ$  профіль повністю буде сформований дугою кола.

За відомими радіусом кола  $R$  та кутом повороту  $\beta$  можна розрахувати профіль деталі. Нехай коло знаходиться в одній із координатних площин, наприклад  $x_0y_0$ , системи  $x_0y_0z_0$  і його центр збігається з початком координат (рис.1.16). Це можна записати як

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = R^2, \\ z_0 = 0. \end{cases}$$

У такому положенні, при поступальному русі кола уздовж

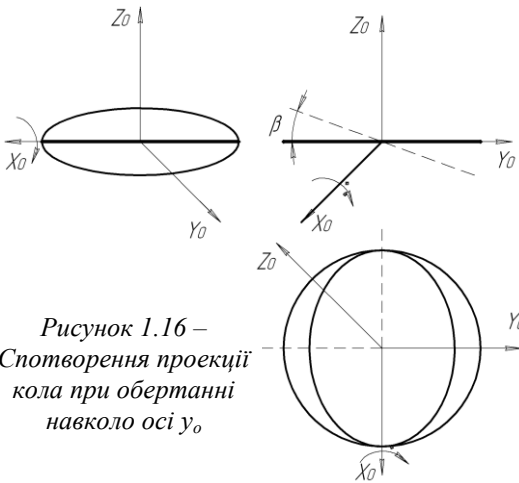


Рисунок 1.16 –  
Спостереження проєкції  
кола при обертанні  
навколо осі  $y_0$

осі  $x_0$  чи  $y_0$ , утворюється площина шириною  $2R$ . Рух уздовж осі  $z_0$  створить поверхню з радіусом кривизни  $R$ .

Повернемо коло навколо осі  $x_0$  на кут  $\beta$ . Координати точок кола після такого повороту зміняться і при поступальній ході його уздовж осей  $y_0$  та  $z_0$  утворюються поверхні,

окреслені еліпсами. Координати точок цих еліпсів можна визначити таким чином.

Обертання у площині  $y_0z_0$  описується рівнянням

$$\begin{cases} z = z_0 \cos \beta + y_0 \sin \beta, \\ y = y_0 \cos \beta - z_0 \sin \beta. \end{cases} \quad (1.5)$$

Координати точок кола, при такому обертанні, на осі  $x_o$  не змінюються. Визначимо їх через коефіцієнт  $k_i$ , як частки від радіуса

$$x_o = k_i \cdot R.$$

Наприклад, для десяти точок

$$\begin{cases} x_{01} = 0,1R, & x_{02} = 0,2R, & x_{03} = 0,3R, & x_{04} = 0,4R, & x_{05} = 0,5R, \\ x_{06} = 0,6R, & x_{07} = 0,7R, & x_{08} = 0,8R, & x_{09} = 0,9R, & x_{10} = R. \end{cases}$$

Якщо відомі координати точок кола на осі  $x_o$ , то до обертання на кут  $\beta$  їх координати на осі  $y_o$  були

$$y_o = \pm \sqrt{R^2 - x_o^2} = \pm R \sqrt{1 - k_i^2}. \quad (1.6)$$

Координати після обертання визначаємо за виразами (1.5) та (1.6), при  $z_o=0$ ,

$$z = \pm R \sqrt{1 - k_i^2} \sin \beta; \quad y = \pm R \sqrt{1 - k_i^2} \cos \beta.$$

При цьому  $x = x_o$ .

Якщо поверхні простих форм, з яких складається вихідна інструментальна поверхня, перетинаються, то під час виготовлення інструмента це може призвести до втрати деяких їх частин. І тоді на деталі утворюються перехідні поверхні, профіль щодо креслення спотворюється. Розглянемо таку можливість на прикладі графічного профілювання зуба черв'ячної фрези для обробки шліцьового валу. При цьому імітується процес обкочування (рис.1.17), а тому є початкове коло і початкова пряма. Деталь обертається, а інструмент рухається поступально. Поліус зачеплення  $P$ . Шліцьовий вал має дві циліндричні поверхні (зовнішню і поверхню западин), а також площини (бічні сторони шліців). Відповідна вихідна інструментальна поверхня також повинна складатися із сукупності різних поверхонь. Фрезою обробляються на деталі тільки профілі  $D_1$  та  $D_2$ . Тому необхідно визначити профіль зуба інструмента  $I_1$  і  $I_2$ .

Скористаємося методом спільних нормалей: «Лінія, що проходить через точку контакту двох профілів та поліус зачеплення при обкочуванні, є нормаллю обох цих профілів».

У вихідному положенні пряма  $D_1$  (профіль деталі) проходить через полюс зачеплення  $P$  на відстані  $h = b/2$  від осі. При обертанні деталі пряма  $D_1$  займатиме послідовно положення, які збігаються з точками 1, 2, 3... і т.д. Початкова пряма інструмента рухатиметься поступально і займатиме положення 2', 3', ... При цьому довжина дуги  $\cup 23$  дорівнює довжині відрізка  $2'3'$ ,  $\cup 34 = 3'4'$  і т.д.

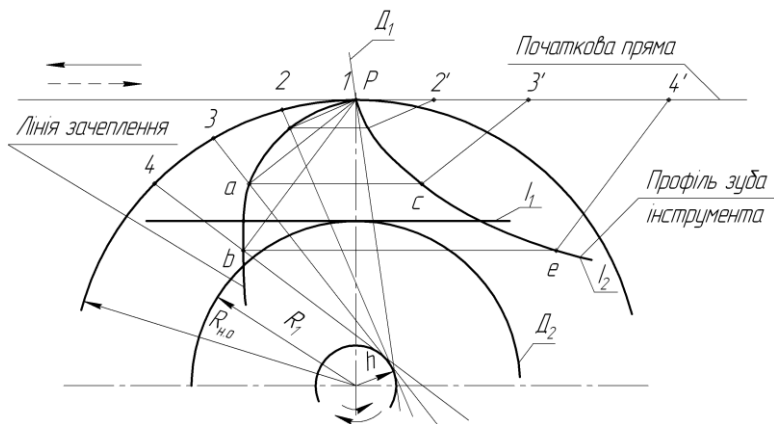


Рисунок 1.17 – Графічне профілювання зуба черв'ячної фрези для обробки шліцьового валу

Проведемо до прямих профілю нормалі з точки  $P$ . Наприклад, точка  $a$  одночасно належить і деталі та інструменту. Так само і точка  $b$ . Сукупність подібних точок контакту (їх траєкторія) дає лінію зачеплення. Вона визначається у нерухомій системі координат  $хоу$ . У системі координат деталі точки контакту лежать на поверхні  $D_1$ . У системі координат, пов'язаній з інструментом, усі ці точки належать профілю інструмента  $I_1$ . Щоб знайти профіль  $I_1$ , необхідно початкову пряму разом із точками, що належать інструменту, перемістити у зворотному напрямі послідовно на відстані, які дорівнюють довжинам відповідних дуг. Наприклад, точку  $a$  перемістити у точку  $c$ . Довжина  $\cup 13$  дорівнює довжині відрізка  $ac=P3'$ .

Профіль  $I_2$  – пряма лінія. Як видно із рисунка, профілі  $I_1$  та  $I_2$  перетинаються. Виготовити такий інструмент неможливо (рис.1.18).

Приберемо відрізки  $ca$  та  $bd$ . Отримаємо профіль валу з заглибленнями на поверхні циліндра западини (рис. 1.19 а). Приберемо відрізки  $ca$ ,  $ae$ ,  $bd$ ,  $bf$ . Отримаємо профіль валу з

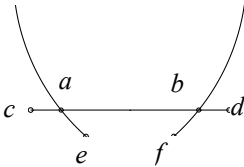


Рисунок 1.18 – Повний профіль зуба

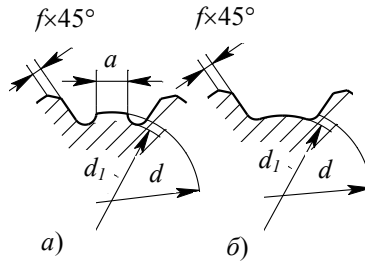


Рисунок 1.19 – Форми западини шліцьового валу

перехідною поверхнею між циліндром у западині і бічною поверхнею шліца (рис. 1.19 б).

### Контрольні запитання

1. Які три визначення вихідної інструментальної поверхні?
2. Що таке характеристика?
3. Як визначити характеристику при точковому контакті вихідної інструментальної поверхні та поверхні деталі?
4. Умова існування вихідної інструментальної поверхні?
5. Який може бути контакт між вихідною інструментальною поверхнею і поверхнею деталі?
6. Які особливості шліфування внутрішнього конуса циліндричним кругом?
7. Як утворюються перехідні поверхні на деталі?
8. Який елемент інструмента обробляє перехідну поверхню?
9. Що таке черв'ячна фреза з «вусиками»?



## СТВОРЕННЯ НОВИХ РІЗАЛЬНИХ ІНСТРУМЕНТІВ

### 2.1 Етапи створення типів інструментів

Якщо різальний інструмент - це тіло, обмежене вихідною інструментальною поверхнею, то процес утворення різних типів інструментів складається з двох етапів: визначення вихідної інструментальної поверхні; перетворення тіла, обмеженого вихідною інструментальною поверхнею, у працездатний різальний інструмент.

Визначення вихідної інструментальної поверхні зводиться до такого. Якщо відомі усі рухи і поверхня  $D$ , контакт  $I$  та  $D$  лінійний, то визначається обвідна послідовних положень поверхні деталі  $D$  під час руху її щодо інструменту. Коли ж контакт  $I$  та  $D$  точковий і також відомі  $D$  й усі рухи, то знаходиться допоміжна поверхня  $T$ , а потім і  $I$ . При цьому задається додатковий допоміжний рух  $\bar{S}$ . Якщо вектор  $\bar{S}$  паралельний осі - утворюється циліндр, перетинає вісь - конус.

Після того як визначена вихідна інструментальна поверхня, яка контактує з поверхнею деталі, то наступний крок полягає у проектуванні працездатного інструмента. Для перетворення тіла, обмеженого  $I$ , у різальний інструмент, можна застосувати декілька способів:

- $I$  використовується повністю, якщо вона має різальні властивості (шліфувальний круг);
- $I$  відтворюється як сукупність великого числа різальних кромок (шевер);
- $I$  використовується повністю, а різальні властивості створюються за допомогою абразивної стрічки, яка ковзає по профільному кулачку;
- $I$  описується різальною кромкою, коли їй надати відповідну траєкторію (фреза, при обертанні зуб фрези описує  $I$ ).

При *точковому* контакті  $I$  та  $D$  не можна утворити теоретично точну поверхню  $D$ . Практично в оформленні поверхні  $D$  бере участь деяка область  $I$ , яка знаходиться поблизу точки контакту. Тому на поверхні  $D$  спостерігаються відповідні нерівності (гребінці після точіння).

При *лінійному* контакті  $I$  та  $D$  можна утворити теоретично точно поверхню  $D$  внаслідок руху характеристики (фасонне точіння). Проте у більшості випадків, коли створюється неповна інструментальна поверхня  $I$  (сукупність різальних кромки, наприклад фрези), то на  $D$  знову ж таки утворюються нерівності.

Інструменти, у яких різальні кромки усіх зубів лежать на  $I$ , працюють за профільним методом утворення поверхні.

Якщо  $I$  відтворюється як сукупність окремих точок різальних кромки, то такі інструменти працюють за послідовним методом утворення поверхні (різці, мітчики, плашки, торцеві фрези, свердла). У цьому випадку форма оброблюваної поверхні не залежить від форми різальної кромки.

Вибір контакту  $I$  та  $D$  (точковий або лінійний) не завжди впливає на точність. При точковому контакті (шліфуванні) і при лінійному (протягуванні) можна добитися високої точності.

## **2.2 Внутрішні та зовнішні взаємодії інструментальної системи**

Кількість оброблених деталей, продуктивність і економічна ефективність процесу залежать від якості, надійності і працездатності різальних інструментів. З іншого боку, конструктивні елементи інструментів визначаються умовами обробки, умовами експлуатації. Загальні вимоги до різальних інструментів такі:

$$I = \{I_1, I_2, I_3\},$$

де  $I_1$  - можливість здійснювати різання;

$I_2$  - досягнення необхідної якості виробу;

$I_3$  - економічна ефективність обробки.

Вимоги до інструмента сильно залежать від процесу різання. Аналіз чинників, які забезпечують виконання вимог до різального інструмента, показує, що їх множина  $I$  перетинається з множиною чинників  $S$ , які забезпечують існування системи різання:

$$I \cap S = \{y : y \in I, y \in S\}.$$

Спільними елементами, які входять до множини  $Y$ , є, наприклад, матеріал леза, оброблюваний матеріал, режим різання, геометрія леза, якість робочих поверхонь леза. Конструктивні особливості кожного виду інструмента також пов'язані з умовами існування системи різання. На процес різання впливають деформації заготовки, інструмента та деталей верстата, теплові розширення у технологічній системі, точність виготовлення і встановлення інструмента.

Вивчати процес формоутворення з урахуванням усіх цих чинників складно. Тому іноді припускають, що інструмент і верстат абсолютно жорсткі, відхилень траєкторій руху і теплових деформацій немає, деталі верстата та інструмент не зношуються. Процес із такими припущеннями називається *ідеальним процесом формоутворення*. На практиці такого не буває, але на цій основі можливе створення нових методів обробки, розроблення нових інструментів і верстатів.

Взагалі можливість різання залежить як від самого інструмента, так і від умов його використання

$$I_1 = f(y_1, y_2, y_3),$$

де  $y_1$  - властивості матеріалу леза;

$y_2$  - геометрія леза;

$y_3$  - режими різання.

Конструкція та якість інструмента визначають якість обробленої деталі:

$$I_2 = f(y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}),$$

де  $y_4$  - конструкція інструмента (жорсткість калібрувальної частини);

$y_5$  - форма профілю різальних кромок;

- $y_6$  - способи кріплення і базування;
- $y_7$  - регулювання і настроювання виконавчих розмірів;
- $y_8$  - якість робочих поверхонь лез, точність;
- $y_9$  - кількість лез;
- $y_{10}$  - властивості оброблюваного матеріалу;
- $y_{11}$  - форма деталі;
- $y_{12}$  - відведення стружки.

Економічна ефективність того чи іншого інструмента залежить від багатьох чинників:

$$I_3 = f(y_1, y_3, y_4, y_5, y_9, y_{13}, y_{14}, y_{15}, y_{16}, y_{17}),$$

- де  $y_{13}$  - стійкість леза;
- $y_{14}$  - вартість інструменту;
- $y_{15}$  - витрати на відновлення;
- $y_{16}$  - продуктивність;
- $y_{17}$  - надійність, простота настроювання і заміни.

Незважаючи на велику різноманітність різальних інструментів, усі вони повинні мати робочу та приєднувальну частини. Робоча частина формує поверхню деталі, а приєднувальна призначена для базування і закріплення інструмента у робочому положенні.

Робоча частина складається з одного або декількох лез. Тому, якщо застосовується багатолезовий інструмент, то утворюється декілька систем різання відповідно до кількості наявних лез.

Здебільшого робоча частина проектується як різальна, яка видаляє основну частину металу, і калібрувальна, яка забезпечує необхідну якість поверхні і деталі в цілому. Безліч видів інструментів дозволяє вибрати інструмент відповідно до наявного устаткування, необхідної продуктивності обробки, форми і якості обробленої поверхні:

$$W = \{W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6, W_7, W_8, W_9\},$$

- де  $W_1$  - різці;
- $W_2$  - протяжки;
- $W_3$  - фрези;

$W_4$  - свердла;

$W_5$  - зенкери;

$W_6$  - розвертки;

$W_7$  - інструмент для нарізування різі;

$W_8$  - інструмент для нарізування зубів коліс;

$W_9$  - абразивний інструмент.

Елементи множини  $W$  можна розглядати як різновиди жорсткої програми. Різноманітність видів інструментів обумовлена диференціюванням виробництва. Кожен інструмент набирає такої форми, яка найбільш підходить для виконання конкретної операції. Наявність того або іншого виду інструмента - це втілення досвіду, отриманого при численних актах обробки. Практикою визначені просторове положення, взаємне розміщення, кількість і геометрія різальних лез, а також конструкція корпусу, на якому вони встановлені. Це дозволяє оптимізувати обробку і найкраще задовольнити усі вимоги до поверхонь, які найчастіше застосовуються у машинобудуванні.

Отже, металорізальний інструмент, у першу чергу, необхідний для передавання механічної енергії на леза, для програмування положення лез і їх взаємодій, для забезпечення заданої точності рухів лез щодо поверхні деталі. Використовується інструмент і для вирішення інших завдань: підведення ЗОС, подрібнення і відведення стружки.

Остаточна форма і назва різця визначається багатьма чинниками:

$$W_1 = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7),$$

де  $x_1$  - якість обробленої поверхні;

$x_2$  - положення та рух щодо деталі (радіальні або тангенціальні, праві або ліві);

$x_3$  - конструкція робочої частини (прямі, відігнуті);

$x_4$  - конструкція приєднувальної частини;

$x_5$  - механічні властивості матеріалу леза і спосіб його кріплення;

$x_6$  - механічні властивості оброблюваного матеріалу;

$x_7$  - вид обробки (прохідні, підрізні, розточувальні, відрізні, різенарізувальні, фасонні).

Конструкція протяжки також залежить від різних чинників

$$W_2 = f(x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}),$$

де  $x_8$  - вид головного руху різання (поступальний, обертальний);

$x_9$  - вид оброблюваної поверхні (внутрішня, зовнішня);

$x_{10}$  - схема дії сил (стиснення, розтягування);

$x_{11}$  - схема різання;

$x_{12}$  - метод утворення поверхні;

$x_{13}$  - форма обробленої поверхні;

$x_{14}$  - форма оброблюваної поверхні.

Конкретний вид фрези визначається як

$$W_3 = f(x_5, x_6, x_{13}, x_{15}, x_{16}, x_{17}),$$

де  $x_{15}$  - форма вихідної інструментальної поверхні (циліндричні, кутові, торцеві, фасонні);

$x_{16}$  - напрям зубів (прямі, гвинтові);

$x_{17}$  - конструкція зубів (гостро заточені, затиловані).

Конструкція свердла формується як

$$W_4 = f(x_5, x_6, x_{14}, x_{18}, x_{19}, x_{20}, x_{21}, x_{22}),$$

де  $x_{18}$  - співвідношення діаметра і довжини отвору;

$x_{19}$  - опір силовим навантаженням;

$x_{20}$  - вимоги до форми відходів (суцільне і кільцеве свердлення);

$x_{21}$  - роль ЗОР у процесі різання та умови її підведення;

$x_{22}$  - розмір діаметра оброблюваного отвору.

Зв'язок конструкції зенкера з умовами його застосування:

$$W_5 = f(x_1, x_5, x_6, x_{13}, x_{23}),$$

де  $x_{23}$  - об'єм видаленого металу.

Конструктивні параметри розвертки залежать від

$$W_6 = f(x_1, x_5, x_6, x_{13}, x_{24}, x_{25}),$$

де  $x_{24}$  - спосіб настроювання розміру калібрувальної частини;

$x_{25}$  - джерело енергії (ручна, машинна).

І так далі.

Залежність конструкції абразивного інструмент така:

$$W_9 = f(x_1, x_5, x_6, x_{13}, x_{21}, x_{25}, x_{26}),$$

де  $x_{26}$  - кінематичні параметри устаткування.

Складні інструменти (або програми кількості і просторового розміщення лез) необхідні для підвищення продуктивності і якості обробки, зниження вимог до професіоналізму робітника. Цьому також сприяє механізація встановлення, настроювання на розмір, переналагодження, що і необхідно передбачити у конструкції інструмента.

### 2.3 Визначення обвідної

Вихідна інструментальна поверхня може бути подана як обвідна послідовних розміщень поверхні деталі у відносному русі. Обвідною сім'ї поверхонь називається поверхня, кожна точка якої контактує хоча б з однією поверхнею із цієї сім'ї.

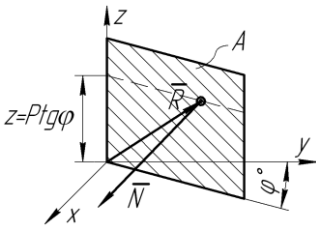


Рисунок 2.1 – Довільна площина у системі координат  $xuz$

Обвідну можна визначити графічно, аналітично та графоаналітично. Аналітичний метод визначення обвідної найбільш точний. Графоаналітичний метод - це коли використовуються і графіка, і розрахунки.

Визначимо обвідну послідовних положень площини, яка рухається по гвинтовій траєкторії. Нехай довільна площина  $A$  розміщена у системі координат  $xuz$  так, що проходить через вісь  $z$  і складає з віссю  $u$  кут  $\varphi$  (рис.2.1). Рівняння такої площини  $A$  має вигляд:

$$x = y \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (2.1)$$

Розглянемо деяку точку  $M$  на площині  $A$ . Нормаль до площини у цій точці (рис.2.2) така:

$$\bar{N} = \bar{i} - \bar{j} \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Умова  $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$  означає, що у точках контакту  $I$  та  $D$  їх загальна нормаль перпендикулярна до швидкості відносного руху. Тому характеристику  $E$  можна визначити як лінію, у кожній точці якої вектор швидкості  $\bar{V}$  направлений по дотичній до певної поверхні. Сукупність характеристик  $E$  у системі координат, пов'язаній з інструментом, дає поверхню  $I$ :

$$I = \{E_j\}, j = 1, 2, \dots, n.$$

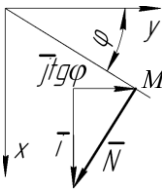


Рисунок 2.2 –  
Визначення  
нормалі до  
площини  $A$

Це дуже добре видно і на прикладі круглого фасонного різця. Лінія контакту його з деталлю – різальна кромка. Це і буде характеристика  $E$ . Починаємо обертати різальну кромку навколо осі різця і утворюємо поверхню, що обмежує тіло різця. Це і задня поверхня, і вихідна інструментальна поверхня.

З іншого боку, множина характеристик у системі координат пов'язаній з деталлю, буде поверхнею  $D$ .

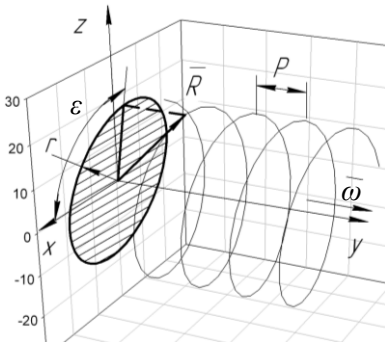


Рисунок 2.3 – Гвинтовий рух  
у системі хуз

Характеристику на площині  $A$  знайдемо, враховуючи вираз  $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ .

Площина  $A$  здійснює гвинтовий рух у системі координат хуз навколо осі  $y$  з кроком  $P$  (рис.2.3). Якщо площина  $A$  є вихідною інструментальною поверхнею  $I$ , то, визначивши обвідну до її послідовного положення у гвинтовому русі, знайдемо поверхню деталі  $D$ . І навпаки,

якщо це поверхня  $D$ , то обвідна різних її положень під час руху буде поверхнею  $I$ .



Вектор швидкості довільної точки  $M$ , що лежить у площині  $A$ , при гвинтовому русі дорівнює:

$$\vec{V} = \vec{V}_n + \vec{V}_o,$$

де  $\vec{V}_n$  - вектор швидкості поступального руху;

$\vec{V}_o$  - вектор швидкості обертального руху.

Модуль швидкості поступального руху визначається як:

$$|\vec{V}_n| = P \cdot \omega,$$

де  $\omega$  - кутова швидкість.

Тоді  $\vec{V}_n = P \cdot \omega \cdot \vec{j}$ .

Радіус-вектор будь-якої точки контакту на площині  $A$  (рис.2.1) дорівнює:

$$\vec{R} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}.$$

Вектор кутової швидкості  $\vec{\omega}$ , направлений уздовж осі  $y$ , такий:

$$\vec{\omega} = 0\vec{i} + \omega\vec{j} + 0\vec{k}.$$

Векторний добуток цих векторів - це вектор швидкості обертального руху:

$$\vec{V}_o = \vec{\omega} \times \vec{R},$$

$$\vec{V}_o = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \omega & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \omega \cdot z + 0 \cdot y \cdot \vec{k} + \vec{j} \cdot 0 \cdot x - x \cdot \omega \cdot \vec{k} - 0 \cdot \vec{j} \cdot z - y \cdot 0 \cdot \vec{i}.$$

Отже,  $\vec{V}_o = \omega \cdot z \cdot \vec{i} - \omega \cdot x \cdot \vec{k}$ . Сума векторів  $\vec{V}_n$  і  $\vec{V}_o$  дорівнює швидкості точки  $M$  у гвинтовому русі

$$\vec{V} = \omega \cdot z \cdot \vec{i} + P \cdot \omega \cdot \vec{j} - x \cdot \omega \cdot \vec{k}.$$

Скалярний добуток векторів  $\vec{V}$  та  $\vec{N}$  повинен дорівнювати 0:

$$\vec{V} \cdot \vec{N} = -P \cdot \omega \cdot \text{tg}\varphi - \omega \cdot x \cdot 0 + \omega \cdot z = 0,$$

$$z = P \cdot \text{tg}\varphi. \quad (2.2)$$

Це координати множини точок на площині  $A$ , де  $\vec{V} \cdot \vec{N} = 0$  рівняння лінії контакту поверхонь  $I$  та  $D$  (характеристика, див. рис.2.1).

При змінюванні кута  $\varepsilon$  кінець вектора  $\bar{R}$  на площині  $xz$  окреслює коло радіусом  $r$  (рис 2.3)

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

В той же час ця точка (кінець вектора  $\bar{R}$ ) належить до площини  $A$  і рухається по характеристиці  $E$ . Тому координати її на площині  $xz$  відомі – (2.1) і (2.2). Тоді рівняння кола на площині  $xz$

$$(y \operatorname{tg} \varphi)^2 + (P \operatorname{tg} \varphi)^2 = r^2.$$

Звідки 
$$r = \operatorname{tg} \varphi \sqrt{y^2 + P^2}. \quad (2.3)$$

Координата кінця вектора  $\bar{R}$  на осі  $y$

$$y = \frac{P\varepsilon}{2\pi}, \quad (2.4)$$

отже за один його повний оберт навколо осі  $y$  вона збільшується на величину  $P$ . Якщо радіус кола (проекції гвинтової лінії) на площині  $xz$  від кількості повних обертів не залежить, то у формулі (2.3) може змінюватися тільки від  $0$  до  $P$ .

Позначимо у формулі (2.3)  $y = b$  ( $b$  - приріст проекції вектора  $\bar{R}$  на вісь  $y$  за один повний оберт при гвинтовому русі) і запишемо радіус як

$$r = \operatorname{tg} \varphi \sqrt{b^2 + P^2}. \quad (2.5)$$

З іншого боку, координати точок проекції гвинтової лінії (кола з радіусом  $r$ ) на площині  $xz$  залежать від кута  $\varepsilon$

$$x = r \cos \varepsilon, \quad z = r \sin \varepsilon.$$

Враховуючи (2.5) та (2.4) запишемо координати гвинтової лінії, яку окреслює кінець вектора  $\bar{R}$

$$\begin{cases} x = \operatorname{tg} \varphi \cos \varepsilon \sqrt{b^2 + P^2}, \\ y = \frac{P\varepsilon}{2\pi}, \\ z = \operatorname{tg} \varphi \sin \varepsilon \sqrt{b^2 + P^2}. \end{cases}$$

При різних значеннях  $b$  ( $b = n, \dots, m$ ) утворюється гвинтова поверхня.

Аналізувати тривимірну поверхню буває досить складно. Тому намагаються перейти до двовимірної моделі. Для цього використовують метод перетинів. Так само під час проектування і виготовлення фасонного різця визначають і контролюють профіль задньої поверхні (перетин нормальною площиною).

Крива називається обвідною сім'ї ліній, якщо вона торкається у кожній своїй точці хоч би однієї лінії цієї сім'ї. У багатьох випадках її можна визначити способом плоских перетинів, що приводить до розв'язання задач на площині.

Як приклад (рис.2.4) графічного методу визначення обвідної сім'ї кіл радіуса  $R$ , є обертання кола радіуса  $R$  навколо точки  $O$ .

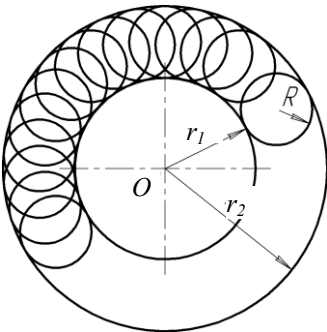


Рисунок 2.4 – Дотичні до сім'ї кіл, що обертаються навколо точки  $O$

Дотична крива до усіх цих положень сім'ї і є їх обвідною, коло радіуса  $r_1$  або  $r_2$ . Якби коло радіуса  $R$  рухалося прямолінійно, обвідна була б прямою лінією.

Сім'ю кривих на площині, залежних від параметра  $C$ , записують у вигляді рівняння

$$F(x, y, C) = 0.$$

Обвідна дорівнює

$$\begin{cases} F(x, y, C) = 0, \\ \frac{\partial F(x, y, C)}{\partial C} = 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Розглянемо сім'ю кривих, задану параметрично:

$$\begin{cases} x = f_1(t, C), \\ y = f_2(t, C). \end{cases} \quad (2.7)$$

Якщо це кола, тоді

$$\begin{cases} x = \cos t + C, \\ y = \sin t, \end{cases} \quad (2.8)$$

де  $t$  - визначає положення точки;

$C$  - визначає положення центра кола.

Часткова похідна залежностей (2.7) відповідно до виразу (2.6) дорівнює 0:

$$\frac{\partial F}{\partial C} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial t} & \frac{\partial f_2}{\partial t} \\ \frac{\partial f_1}{\partial C} & \frac{\partial f_2}{\partial C} \end{vmatrix} = 0. \quad (2.9)$$

Для кола, згідно з (2.8),

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\sin t, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \cos t, \quad \frac{\partial x}{\partial C} = 1, \quad \frac{\partial y}{\partial C} = 0.$$

Тоді визначник (2.9) дорівнює

$$\begin{vmatrix} -\sin t & \cos t \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Розкривши визначника, отримаємо

$$-\sin t \cdot 0 + 1 \cdot \cos t = 0, \quad \cos t = 0. \quad \text{Отже, } t = \pm \pi/2.$$

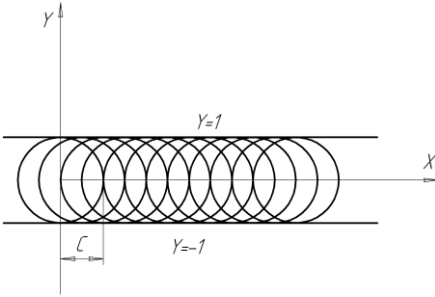


Рисунок 2.5 – Аналітичне визначення обвідної

Відповідно до (2.6) обвідна дорівнює

$$\begin{cases} x = \cos t + C, \\ y = \sin t, \\ t = \pm \pi/2. \end{cases}$$

Звідки  $x = C$ ,  $y = \pm 1$ . Це прямі лінії, паралельні осі  $x$  на відстані  $+1$  або  $-1$  (рис.2.5).

Не у всіх випадках до заданої сім'ї кривих можна провести обвідну. Нехай сім'я кривих задана рівнянням

$$y - x - C = 0.$$

Часткова похідна  $\frac{\partial F}{\partial C} = -1$ . Але для того, щоб існувала обвідна, повинно бути  $\frac{\partial F}{\partial C} = 0$ . Отже, це означає, що  $I$  не існує.

### Контрольні запитання

1. Як можна повністю використати вихідну інструментальну поверхню?
2. Чи залежить точність обробки від характеру контакту деталі та інструмента (точковий чи лінійний)?
3. Що таке ідеальний процес формоутворення?
4. Основні вимоги до різального інструмента?
5. Що таке множина видів інструментів?
6. Що таке обвідна сім'я поверхонь?
7. Як визначається радіус-вектор точки контакту?
8. Як використовується метод перетинів під час аналізу складної поверхні?
9. Математична модель обвідної сім'ї кривих, залежних від параметра  $C$ ?

## РУХИ ПІД ЧАС ФОРМОУТВОРЕННЯ

### 3.1 Кінематична схема різання

Щоб описати різні методи обробки деталей, необхідно їх класифікувати відповідно до рухів, які здійснюють інструмент і заготовка. Параметри рухів (швидкість, напрям) впливають на процес різання і на формування поверхні. Схема, що відображає рухи під час різання, називається *кінематичною схемою різання*. Холостих ходів, допоміжних подач і швидких рухів вона не враховує. Залежно від рухів, що поєднуються у кінематичній схемі, вирізняються декілька її груп (Г.І.Грановський). Відмінність між групами полягає у поєднанні різних прямолінійно-поступальних і обертальних рухів.

*I група* - один поступальний рух (стругання). Він може бути вертикальним, горизонтальним або похилим. Рухається або інструмент, або заготовка. Тому навіть при реалізації такої простої схеми використовується різне устаткування і інструмент.

*II група* - два поступальні рухи (пилки).

*III група* - один обертальний рух (протягування сегментів на столі, що обертається). Не має широкого застосування.

*IV група* - поступальний і обертальний рухи (точіння, свердлення, фрезерування, нарізування різі).

*V група* - два обертальні рухи (зовнішнє протягування, фрезерування тіл обертання, фрезерування черв'ячними фрезами черв'ячних коліс).

*VI група* - два поступальні та один обертальний рухи (затилювання).

*VII група* - два обертальних і один поступальний рухи (фрезерування гвинтових канавок).

*VIII група* - три обертальні рухи (нарізування конічних зубчастих коліс різцевими головками).

Поєднання чотирьох і більше рухів вимагає ускладнення устаткування і такі групи використовуються рідко.

### 3.2 Кінематична схема формоутворення

Сукупність рухів поверхні деталі  $D$  щодо вихідної інструментальної поверхні  $I$  вважається кінематичною схемою формоутворення (П.Р.Родін).

Схеми формоутворення, залежно від наявності прямолінійно-поступальних і обертальних рухів, об'єднуються у класи. Їх чотири: 0, 1, 2, 3.

До нульового класу належать ті схеми формоутворення, при яких  $I$  збігається з  $D$  (наприклад, протягування). Рух  $D$  щодо  $I$  зводиться до переміщення «сама по собі» (рис. 3.1).

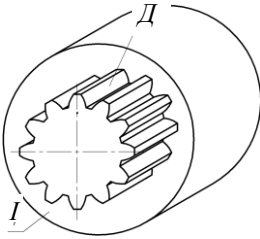


Рисунок 3.1 – Схема формоутворення 0 класу

Перший клас містить такі типи кінематичних схем формоутворення:

1 Прямолінійно-поступальний рух поверхні деталі або вихідної інструментальної поверхні (точіння тангенціальним фасонним різцем, нарізування зубчастих коліс пальцевою (рис.3.2 а) чи дисковою (рис. 3.2 б) фрезою).

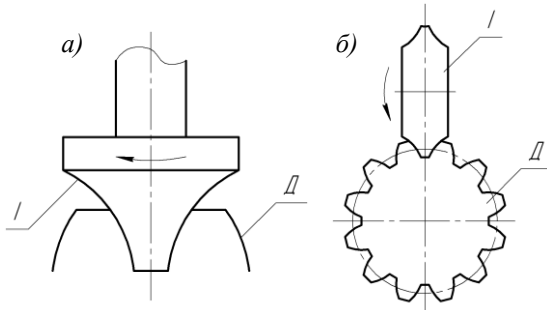


Рисунок 3.2 – Приклади схем формоутворення 1 класу

2 Обертальний рух поверхні деталі або вихідної інструментальної поверхні (фрезерування поверхні обертання).

3 Гвинтовий рух поверхні деталі або вихідної інструментальної поверхні (фрезерування черв'ячною фрезою прямиозубої

зубчастої рейки.

До *другого класу* належать ті кінематичні схеми формоутворення, у яких відносний рух поверхні деталі і вихідної інструментальної поверхні буде миттєвим обертальним. Другий клас містить такі типи кінематичних схем

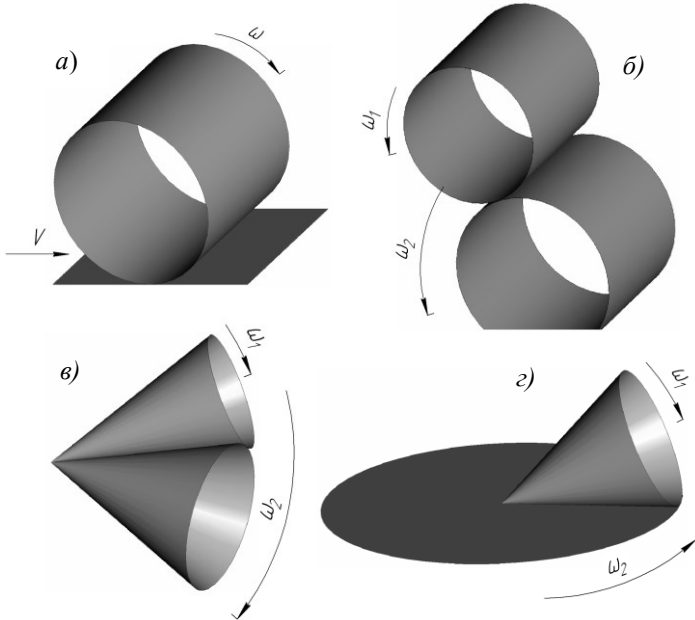


Рисунок 3. 3 – Схеми формоутворення 2 класу

формоутворення: аксоїди циліндр і площина (рис.3.3 а); аксоїди циліндр і циліндр (рис.3.3 б); аксоїди конус і площина (рис.3.3 г); аксоїди конус і конус (рис. 3.3 в).

*Третій клас* характеризується тим, що відносний рух поверхні деталі і вихідної інструментальної поверхні складається з миттєвого обертального і поступального рухів. Він містить три типи кінематичних схем: аксоїди циліндр і площина, кочення з ковзанням (рис. 3.4 а); аксоїди конус і площина, кочення з ковзанням (рис. 3.4 б); аксоїди гіперболоїд і гіперболоїд, кочення з ковзанням (рис. 3.4 в).



Змінюючи значення кутів схрещування осей, швидкостей рухів, радіусів кривизни поверхонь гіперболоїдів (рис. 3.4 в), можна створити будь-який тип схеми формоутворення. Отже, всі розглянуті схеми є окремими випадками кочення гіперболоїда по гіперболоїду з ковзанням. Наприклад: нехай

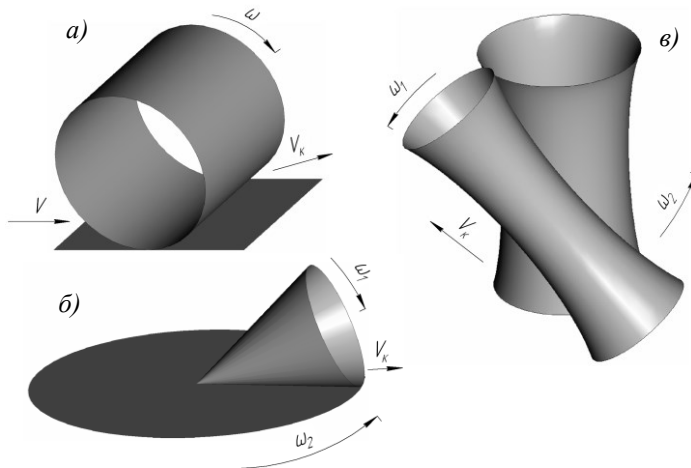


Рисунок 3.4 – Схеми формоутворення 3 класу

швидкість ковзання нульова, осі паралельні, радіуси поверхонь гіперболоїдів такі, що дорівнюють  $\infty$ , - маємо схему формоутворення 2 класу (циліндр котиться по циліндру).

### 3.3 Визначення вихідної інструментальної поверхні при схемі формоутворення першого класу

При створенні стружкової канавки свердла дискова фреза рухається по гвинтовій траєкторії. При цьому профіль інструмента не збігається з профілем канавки. Вихідними даними для графічного проектування такої фрези є діаметр свердла  $D$ , крок стружкової канавки  $P$  та її профіль у перетині, нормальному до осі свердла.

Розтинаємо фрезу разом із заготовкою площинами 1, 2, 3, ...,  $n$ , перпендикулярними до осі заготовки і розміщеними одна від одної на відстані  $l$  (рис. 3.5). Тоді в кожному такому перетині буде однаковий профіль канавки, але повернений по відношенню до попереднього перетину на кут  $\varepsilon = 360 \cdot \frac{l}{P}$ .

Потім через середину гвинтової западини на осі заготовки (точка  $M$ ) проведемо під кутом  $\delta=90-\omega$  до останньої вісь фрези і «розріжемо» поверхню канавки площинами  $A, B, C, D, E$ , які перпендикулярні до осі фрези. Кут  $\omega$  - це кут підйому гвинтової лінії  $\omega = \arctg\left(\frac{P}{\pi D}\right)$ .

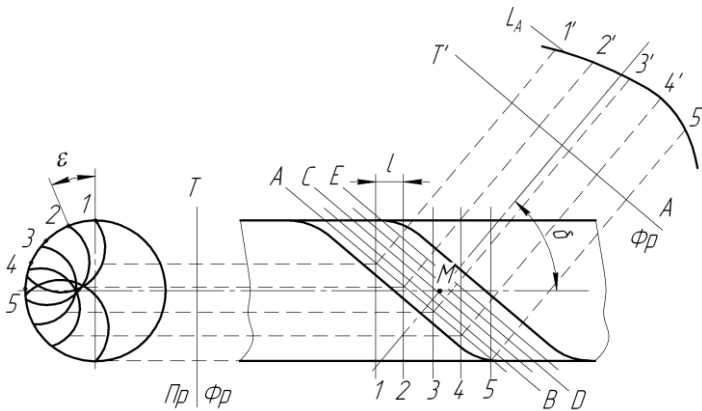


Рисунок 3.5 – Графічне будівництво лінії перетину поверхні стружкової канавки з площиною, перпендикулярною до осі фрези

Побудуємо ці перетини, використовуючи правило змінювання площин проєкцій. Наприклад, площина  $A$  на фронтальній проєкції  $\Phi_r$  зустрічається з гвинтовою поверхнею у положеннях 1, 2, 3, 4, 5. Відстані від осі  $T$  до гвинтової поверхні у цих положеннях на профільній проєкції  $\text{Пр}$  і від осі  $T'$  у площині  $A$  однакові. Тому отримуємо точки  $1', 2', 3', 4', 5'$ , які належать лінії перетину гвинтової поверхні  $\Gamma_{\text{в}}$  з площиною

$A$ ,  $L_A = \Gamma \cap A$ . Таким же чином отримуємо  $L_B = \Gamma \cap B$ ,  $L_C = \Gamma \cap C$ ,  $L_D = \Gamma \cap D$ ,  $L_E = \Gamma \cap E$ .

Далі із вибраного центра проведемо кола, дотичні до ліній перетину канавки з площинами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  (рис. 3.6) і отримуємо радіуси фрези у цих перетинах.

Проводимо вісь фрези і перпендикулярно до неї лінії на таких самих відстанях між собою, що і площини  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ . Відповідно на кожній із цих ліній від осі відміряємо відрізки, що дорівнюють радіусам  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$ ,  $R_D$ ,  $R_E$ . З'єднавши кінці відрізків, отримуємо профіль фрези (рис. 3.7).

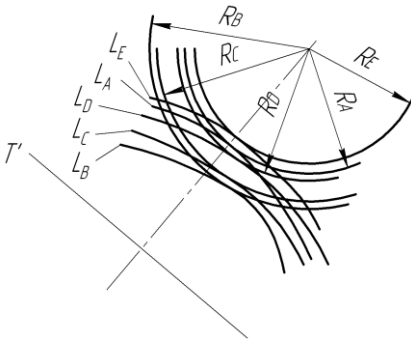


Рисунок 3.6 –  
Визначення радіусів  
фрези

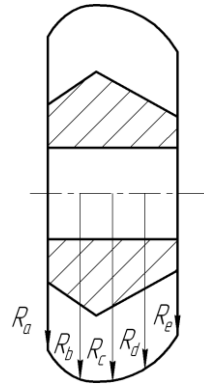


Рисунок 3.7 –  
Профіль фрези

Аналітичне визначення вихідної інструментальної поверхні для обробки Архімедової гвинтової поверхні відбувається таким чином.

Початок системи координат  $xyz$  збігається з точкою перетину осі  $z$  і твірної різі (рис. 3.8). Вісь  $y$  направлена вздовж осі гвинтової поверхні, а вісь  $z$  лежить в осьовому перетині різі. У вихідному положенні твірна гвинтової поверхні лежить у площині  $yz$  і складає з віссю  $z$  кут  $\rho$ . При гвинтовому русі твірної з кроком  $P$  створюється Архімедова гвинтова поверхня.

Координати будь-якої точки  $M$  на цій поверхні такі:

$$z, y = z \cdot \operatorname{tg} \rho.$$

Точка  $M$  обертається навколо осі  $y_0$  і рухається поступально вздовж тієї самої осі. Після повороту на деякий кут  $\theta$  координати її у нерухомій системі  $x_0y_0z_0$  такі:  $x_0 = z \sin \theta$ ,  $y_0 = z \cdot \operatorname{tg} p + \frac{P\theta}{2\pi}$ ,  $z_0 = z \cos \theta$ . Вираз  $p = \frac{P}{2\pi}$  називають гвинтовим параметром.

Радіус-вектор точки  $M$  у глобальній системі координат дорівнює  $\vec{r} = \vec{i}x_0 + \vec{j}y_0 + \vec{k}z_0$ .

Тоді

$$\vec{r} = \vec{i}z \sin \theta + \vec{j}(z \cdot \operatorname{tg} p + p\theta) + \vec{k}z \cos \theta. \quad (3.1)$$

Вектори, дотичні до гвинтової поверхні, мають вигляд

$$\vec{A} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial z} = \vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cdot \operatorname{tg} p + \vec{k} \cos \theta,$$

$$\vec{B} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \vec{i}z \cos \theta + \vec{j}p - \vec{k}z \sin \theta.$$

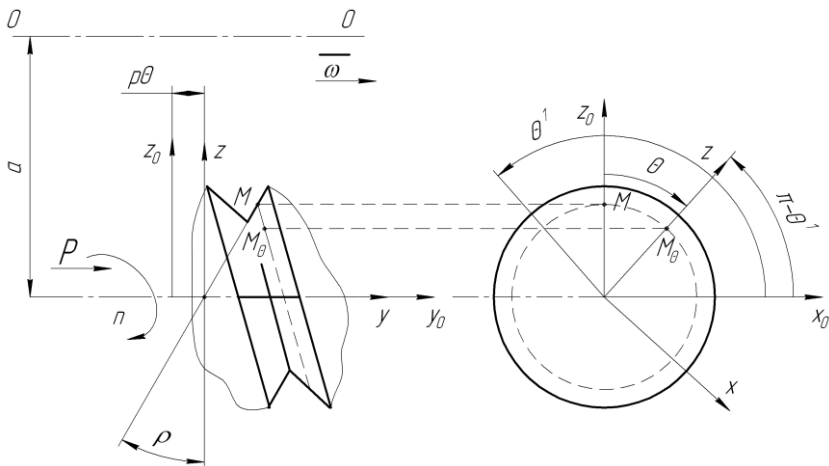


Рисунок 3.8 – Архімедова гвинтова поверхня

Кути відраховуються від осі  $x_0$  проти руху годинникової стрілки. Тому відхилення від осі  $z_0$  насправді є відхиленням від осі  $x_0$ . Використане у формулах значення  $\theta$  - це кут  $\theta^1$  від осі  $x_0$ .

Тому положення осі  $z$  щодо осі  $x_0$  визначається кутом  $\pi - \theta^1$ . Вихідна інструментальна поверхня - це обвідна послідовних положень поверхні деталі. Тому обертатимемо гвинтову поверхню навколо деякої осі  $O-O$ , яка паралельна  $y_0$  і знаходиться на відстані  $a$  (див. рис. 3.8). Радіус-вектор  $\bar{R}$ , що сполучає вісь  $O-O$  з деякою точкою  $M$  на гвинтовій поверхні, дорівнює (рис. 3.9):

$$\bar{R} = \bar{r} - \bar{k}a. \quad (3.2)$$

Підставляємо (3.1) у (3.2):

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \bar{i}z \sin \theta + \bar{j}(z \cdot \operatorname{tg} \rho + p\theta) + \bar{k}z \cos \theta - \bar{k}a = \\ &= \bar{i}z \sin \theta + \bar{j}(z \cdot \operatorname{tg} \rho + p\theta) + \bar{k}(z \cos \theta - a). \end{aligned}$$

Кінетична умова контакту -  $\bar{N} \cdot \bar{V} = 0$ .

Вектор швидкості обертання довільної точки гвинтової поверхні навколо осі  $O-O$  дорівнює

$$\bar{V} = \bar{\omega} \times \bar{R}.$$

Призначимо кутову швидкість  $\bar{\omega} = 1$ . Тоді

$$\bar{V} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ z \sin \theta & z \cdot \operatorname{tg} \rho + p\theta & z \cos \theta - a \end{vmatrix}$$

Розкриваючи визначника, отримаємо

$$\bar{V} = \bar{i}(z \cos \theta - a) - \bar{k}z \sin \theta.$$

Оскільки  $\bar{N} = \bar{A} \times \bar{B}$ , то тоді

$$(\bar{A} \times \bar{B}) \cdot \bar{V} = 0.$$

У координатній формі

$$\begin{vmatrix} \sin \theta & \operatorname{tg} \rho & \cos \theta \\ z \cos \theta & p & -z \sin \theta \\ z \cos \theta - a & 0 & -z \sin \theta \end{vmatrix} = 0$$

Розкриваючи визначника, отримуємо

$$-pz + pa \cos \theta + za \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \rho = 0. \quad (3.3)$$

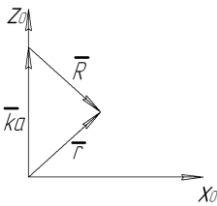


Рисунок 3. 9  
- Додавання  
векторів

Це рівняння контакту - характеристика.

Обертаючи лінію, що відповідає виразові (3.3), навколо осі  $O-O$ , отримаємо вихідну інструментальну поверхню  $I$ . Але з іншого боку, поверхню  $I$  можна уявити та аналізувати, використовуючи лінії перетину з нею деякої множини площин, перпендикулярних до осі фрези. Перетинаючи ці лінії осьовою площиною, отримаємо точки, які належать профілю фрези.

Значення  $a$  відоме. Положення осі  $z$  щодо осі  $x_0$  визначається (див.рис.3.8) кутом  $\theta_z = \pi - \theta^1 = \pi - (\eta + \tau)$ , де

$$\eta = \arctan\left(\frac{z \tan \rho}{p}\right) \text{ і } \tau = \arccos\left(\frac{z \cos \eta}{a}\right) \text{ [11]}. \text{ Для розрахованого}$$

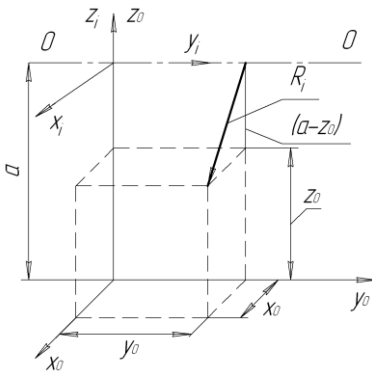


Рисунок 3.10 – Визначення профілю вихідної інструментальної поверхні

$\theta_z$  за (3.3) знаходимо  $z$  ( $\rho$  та  $p$  – це конструктивні параметри гвинтової поверхні). Після чого знаходимо координати точок на поверхні деталі в глобальній системі координат:

$$x_0 = z \sin \theta_z, \quad y_0 = z \cdot \operatorname{tg} \rho + p \theta_z, \\ z_0 = z \cos \theta_z.$$

Тепер потрібно перейти в систему координат інструмента. В інструментальній системі координат  $x_i y_i z_i$   $x_i = x_0$ ,  $y_i = y_0$ ,  $z_i = a - z_0$  (рис.3.10). Тоді радіус кола, що є лінією перетину поверхні  $I$  з будь-

якою площиною, перпендикулярною до осі інструмента, дорівнює

$$R_i = \sqrt{x_0^2 + (a - z_0)^2} = \sqrt{z^2 + a^2 - 2az \cos \theta_z}.$$

### 3.4 Вихідна інструментальна поверхня при схемі формоутворення другого класу

Схеми формоутворення другого класу поширені при обробці зубчастих коліс. При цьому відносний рух інструмента і заготовки є миттєвим обертанням.

Якщо аксоїд деталі - циліндр, вісь якого збігається з віссю деталі, то вихідна інструментальна поверхня може бути циліндричною поверхнею рейки (рис. 3.11). Для створення руху різання потрібний додатковий рух уздовж твірної.

У разі коли профіль зуборізної рейки обертати навколо осі, то отримаємо вихідну інструментальну поверхню як поверхню обертання (рис. 3.12).

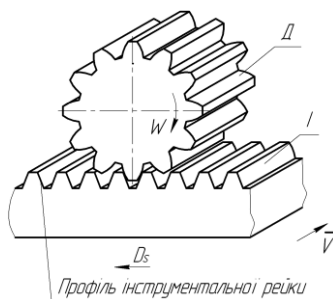


Рисунок 3.11 – Плоска гребінка

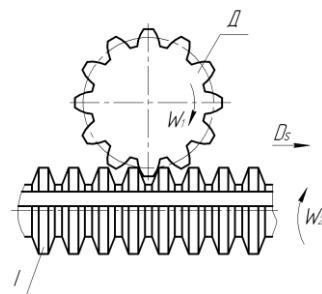


Рисунок 3.12 – Гребінчаста фреза

Вийде гребінчаста зуборізна фреза з кільцевими проточками. При цьому кількість проточок повинна дорівнювати або бути більшою від числа зубів нарізованого колеса. Різальні кромки утворюються стружковими канавками, що розтинають кільцеву поверхню вздовж осі. Колесо обертається і рухається уздовж осі інструмента. Повна обробка - за один оберт. Швидкість різання створюється за рахунок обертання інструмента навколо своєї осі.

Схема формоутворення, у якої рухи інструмента і заготовки відтворюють кочення циліндрів, реалізується під час роботи зуборізних довбачів. Швидкість різання створюється додатковим рухом інструмента уздовж осі. Вихідна інструментальна поверхня має точковий контакт із поверхнею деталі.

Профільувати інструмент, що працює за методом обкочування, можна графічно, графоаналітично й аналітично.

*Графоаналітичне профілювання* полягає у викреслюванні послідовних положень профілю деталі в системі координат, пов'язаній з інструментом,  $xu$ , і проведенні їх обвідної. Аналітична частина методу полягає у визначенні координат точки  $D$ .

Викреслюються початкова пряма і початкове коло. Виготовляється шаблон профілю деталі. Це прозорий зуб із точкою  $A$  на перетині ділильного кола з віссю симетрії  $L$ . Точку  $A$  накладають на точку  $D$ , а лінію  $L$  на радіус, який проходить через цю точку  $D$ , і олівцем обводять шаблон. При коченні без

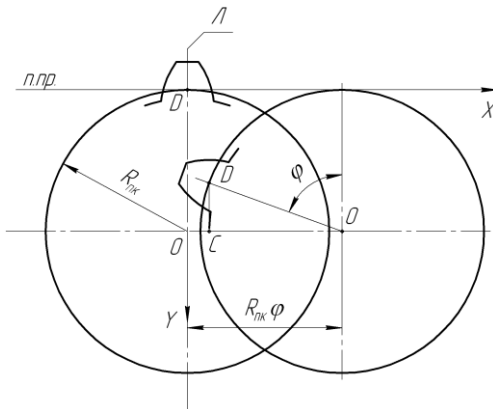


Рисунок 3.13 – Визначення координат миттєвого центра обертання

ковзання початкового кола по осі  $u$  точка миттєвого центра обертання змінює положення у просторі. Координати її в системі  $xu$  і потрібно визначити. Для цього знайдемо сторони прямокутного трикутника  $DOC$  (рис. 3.13):

$$CD = R_{нк} \cos \varphi,$$

$$OC = R_{нк} \sin \varphi.$$

Кут  $\varphi$  - кут повороту деталі.



Шлях, пройдений початковим колом уздовж осі  $x$ , дорівнює  $R_{нк}\varphi$  ( $\varphi$  - в радіанах). Отже, задаючи значення кута  $\varphi$ , можна визначати координати центра миттєвого обертання:

$$x = R_{нк}\varphi - OC, \quad y = R_{нк} - CD.$$

Підставляючи значення відрізків  $CD$  і  $OC$ , отримаємо

$$x = R_{нк}(\varphi - \sin \varphi), \quad y = R_{нк}(1 - \cos \varphi).$$

Окреслюємо профіль зуба при всіх значеннях кута повороту  $\varphi$ , а обвідна створеної сім'ї і є профілем інструмента.

*Аналітичний розрахунок* ґрунтується на переході з системи координат, пов'язаної з деталлю, у систему координат, пов'язану з інструментом (рис. 3.14). За заданим профілем деталі (відомі координати всіх точок у системі  $x_0y_0$ ) визначається профіль інструмента (тобто координати профілю в системі  $x_iy_i$ ).

Перехід із системи  $x_0y_0$  в систему  $x_0y_0$  проходить за допомогою формул

$$x_0 = x_\delta \cos \varphi - y_\delta \sin \varphi, \quad y_0 = y_\delta \cos \varphi + x_\delta \sin \varphi - R_{нк}. \quad (3.5)$$

Поступальне переміщення інструмента дорівнює  $R_{нк}\varphi$ . Тоді перехід із системи нерухомих координат  $x_0y_0$  в систему  $x_iy_i$  набуває вигляду:

$$x_i = x_0 + R_{нк}\varphi, \quad y_i = y_0. \quad (3.6)$$

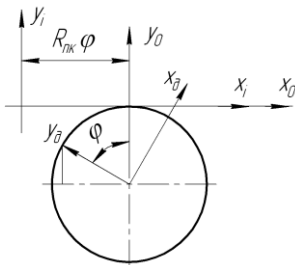


Рисунок 3.14 –  
Системи координат

Підставивши значення (3.5) у вирази (3.6), отримуємо перехід із системи координат деталі в систему координат інструмента:

$$x_i = x_\delta \cos \varphi - y_\delta \sin \varphi + R_{нк}\varphi,$$

$$y_i = y_\delta \cos \varphi + x_\delta \sin \varphi - R_{нк}.$$

Це загальний принцип аналітичного профілювання. Проте, залежно від форми деталі, алгоритм розрахунку може змінюватися з метою спрощення. Розглянемо аналітичний розрахунок профілю фрези для обробки шліцьового валу.

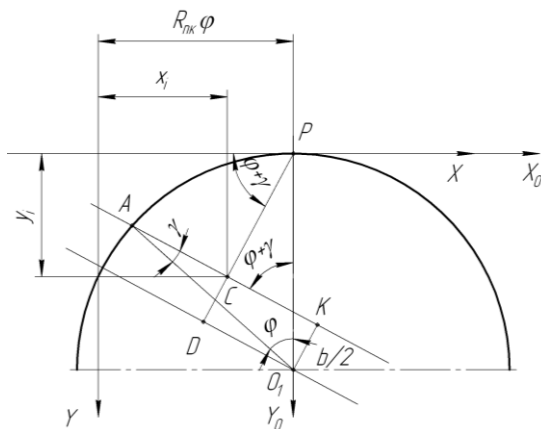


Рисунок 3.15 – Аналітичне профілювання фрези для обробки шліцевого вала

Проведемо початкове коло радіусом  $R_{нк}$  (рис. 3.15). Вісь  $x$  збігається з початковою прямою, а початок координат (після обкочувального руху) опиниться на відстані  $R_{нк}\varphi$  від полюса зачеплення (миттєвого центра обертання аксоїди)  $P$ . Вісь  $y$  направимо вниз.

Після повороту деталі на кут  $\varphi$ , точка початкового кола з положення  $P$  переміститься в положення  $A$ . Проведемо через точку  $A$  пряму на відстані  $b/2$  від центра деталі. Це бічна поверхня шліца. Кут між цією прямою і відрізком  $AO_1$  позначимо  $\gamma$ :

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{b}{2R_{нк}}\right).$$

Кут між  $AO_1$  і діаметром, що проходить через полюс зачеплення, дорівнює  $\varphi$ . Тоді кут між прямою, що проходить через точку  $A$  на відстані  $b/2$  від центра деталі і віссю  $y$ , дорівнює  $\varphi + \gamma$ . Проведемо з полюса  $P$  нормаль до бічної поверхні шліца. Вона пройде через деяку точку  $C$ , де здійснюється контакт бічної поверхні шліца і зуба інструмента (правило загальних нормалей). Потрібно визначити координати цієї точки  $(x_i, y_i)$ .

Кут між віссю  $x$  і відрізком  $PC$  теж дорівнює  $\varphi + \gamma$  як кут між взаємно перпендикулярними прямими. Тоді:

$$x_i = R_{нк}\varphi - PC \cos(\varphi + \gamma), \quad y_i = PC \sin(\varphi + \gamma).$$

Цей алгоритм відповідає змінюванню систем координат. Насправді  $x_i = R_{нк} \varphi + x_0$ ,  $y_i = y_0$ . А координати профілю деталі в нерухомій системі координат вдається отримати відразу за розмірами валу ( $PC$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$ ). І в цьому полягає спрощення розрахунку. Тобто не потрібно визначати  $x_0$  і  $y_0$ , а відразу можна записати

$$x_0 = -PC \cos(\varphi + \gamma), \quad y_0 = PC \sin(\varphi + \gamma).$$

Тому дійсно після підстановки виходить

$$x_i = R_{нк} \varphi - PC \cos(\varphi + \gamma), \quad y_i = PC \sin(\varphi + \gamma).$$

Тепер потрібно визначити (виразити через  $R_{нк}$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$ ) відрізок  $PC$ . Для цього з точки  $O_1$  проведемо лінію, паралельну бічній поверхні шліца. Ця лінія перетинається з нормаллю, яка проведена через точку  $C$ , у точці  $D$ .

$PC = PD - CD$ . З трикутника  $PDO_1$  знаходимо

$$PD = R_{нк} \sin(\varphi + \gamma).$$

А із трикутника  $AKO_1$

$$KO_1 = R_{нк} \sin \gamma.$$

$KO_1 = CD$ , тому

$$PC = R_{нк} [\sin(\varphi + \gamma) - \sin \gamma].$$

Остаточо

$$x_i = R_{нк} \varphi - R_{нк} [\sin(\varphi + \gamma) - \sin \gamma] \cos(\varphi + \gamma),$$

$$y_i = R_{нк} [\sin(\varphi + \gamma) - \sin \gamma] \sin(\varphi + \gamma).$$

### **3.5 Вихідна інструментальна поверхня при схемах формоутворення третього класу**

Зі схем формоутворення третього класу при обробці зубчастих коліс використовуються схеми, за якими циліндр котиться з ковзанням по площині або по циліндру.

Якщо котиться аксоїд деталі у вигляді циліндра по площині (яка є аксоїдом інструмента), то утворюється поверхня  $I$ , яка

обгинає послідовні положення поверхні деталі  $D$ . Поверхня  $I$  - рейка. Під час руху зуби рейки ковзають уздовж зубів оброблюваного колеса. Це швидкість різання, а такий інструмент називається шевером.

За загальною схемою формоутворення відносний рух поверхні деталі  $D$  та інструмента буде гвинтовим. Інструмент і деталь обертаються навколо своїх осей. А для обробки зуба по всій довжині необхідне відносне ковзання аксоїдів.

### **Контрольні запитання**

1. *Що таке кінематична схема різання?*
2. *Що таке кінематична схема формоутворення?*
3. *Визначення класів схем формоутворення?*
4. *Як використовується правило змінювання площин проєкцій під час профілювання фрези для обробки гвинтової поверхні?*
5. *Як визначити вектори, дотичні до архімедової гвинтової поверхні?*
6. *Де використовуються схеми формоутворення другого класу?*
7. *Що таке графоаналітичне профілювання?*
8. *Який загальний принцип аналітичного профілювання?*
9. *Які особливості аналітичного профілювання фрези для обробки шліцьового вала?*

## ФОРМОУТВОРЕННЯ ЗАДАНОЇ ПОВЕРХНІ ДЕТАЛІ ВІДОМИМ ІНСТРУМЕНТОМ

### 4.1 Дослідження схеми формоутворення при шліфуванні шатунної шийки

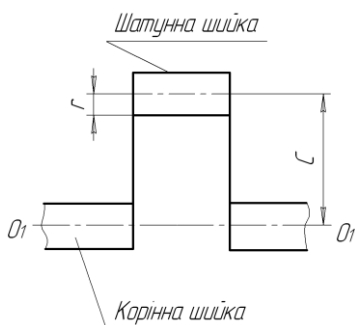


Рисунок 4.1 – Схема  
кінематичного зв'язування

Використовується звичайний шліфувальний круг. Радіус шатунної шийки –  $r$ , відстань між осями корінної і шатунної шийок –  $C$  (рис.4.1). Кінематична схема різання при обробці шатунної шийки складається з трьох обертальних рухів (обертання колінчастого валу навколо осі корінних шийок  $O_1$ , одночасне обертання цієї осі навколо деякої осі  $O_2$ , паралельної осі  $O_1$ , та обертання шліфувального

круга). Відстань між  $O_1$  та  $O_2$  дорівнює  $a$ . Вважаємо, що у вихідному положенні центр шатунної шийки  $A_1$  лежить на прямій, яка проходить через точки  $O_1$  і  $O_2$  (рис. 4.2). Відносний рух колінчастого валу складатиметься з обертання навколо осі  $O_2$  з кутовою швидкістю  $\omega$  і обертання навколо осі  $O_1$  з кутовою швидкістю  $-\omega$ .

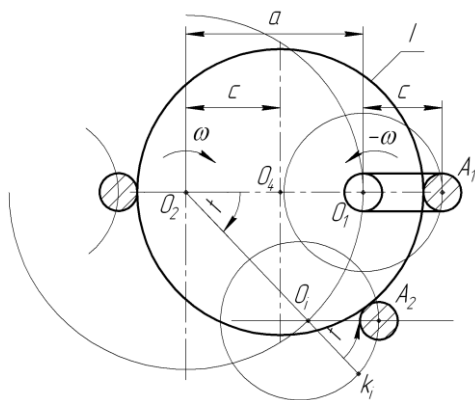


Рисунок 4. 2 – Рух центра шатунної шийки  $A_1$  під час обробки її поверхні

Розглянемо довільний момент часу обертання колінчастого валу навколо осі  $O_2$ . При повороті на кут  $t$  вісь  $O_1$  займе положення

$O_i$ , а точка  $A_1$  (якби колінчастий вал не обертався навколо осі  $O_1$ ) – була б у положенні  $k_i$ . Через те, що такий рух є і модулі кутових швидкостей при обертанні навколо осей  $O_1$  і  $O_2$  однакові, одночасно здійснюється поворот шатунної шийки колінчастого вала навколо осі  $O_1$  на такий самий кут  $t$ , але у зворотний бік. Точка  $k_i$  займе положення  $A_i$ , а відрізок  $O_i A_i$  завжди буде паралельний відрізку  $O_1 A_1$ . Таким чином, утворюється послідовність положень центра шатунної шийки  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$ .

Якщо з кожного нового положення центру шатунної шийки провести коло радіусом  $r$ , то отримаємо сім'ю кіл. Проводимо обвідну до цієї сім'ї (послідовних положень шатунної шийки) і отримуємо вихідну інструментальну поверхню  $I$ .

Аналітично обвідну послідовних положень шатунної шийки можна визначити як еквідистантну криву до траєкторії центра  $A_1$ . Еквідистантна крива - це геометричне місце точок  $E$  кінців однакових відрізків, нормальних до заданої кривої (рис. 4.3а). Тому від точок кривої відкладаємо нормальні відрізки  $r$  і через їх кінці проводимо еквідистантну криву.

Координати будь-якої точки  $E$  на еквідистантній кривій дорівнюють

$$x_E = x \pm \Delta x, \quad y_E = y \pm \Delta y.$$

Знаки ( $\pm$ ) залежать від положення відрізка  $r$  у системі координат.

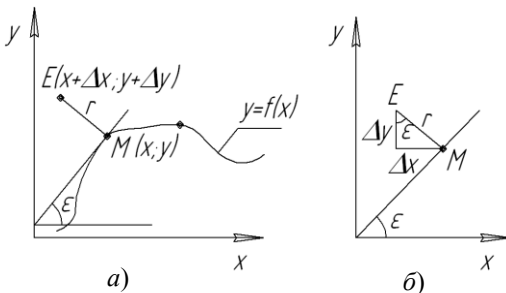


Рисунок 4.3 – Визначення еквідистантної кривої до заданої

Відповідно до рис. 4.3б

$$|\Delta x| = r \sin \varepsilon,$$

$$|\Delta y| = r \cos \varepsilon.$$

Остаточно

$$x_E = x \pm r \sin \varepsilon$$

$$y_E = y \pm r \cos \varepsilon.$$

Якщо у системі  $xu$  задана крива  $y = f(x)$ , то тангенс кута нахилу

дотичної  $\varepsilon$  до неї у будь-якій точці  $M$  дорівнює першій похідній

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{dy}{dx}.$$

Нехай початок системи координат  $x_1y_1$  у точці  $O_1$ , а системи координат  $x_2y_2$  - у точці  $O_2$  (рис.4.4 а). Після поворотів колінчастого валу навколо осей  $O_2$  і  $O_1$  на кути  $t$  системи  $x_1y_1$  і  $x_2y_2$  займуть нове положення (рис. 4.4 б), і зв'язок між ними такий:

$$x_2 = x_1 + a \cos t, \quad y_2 = y_1 + a \sin t.$$

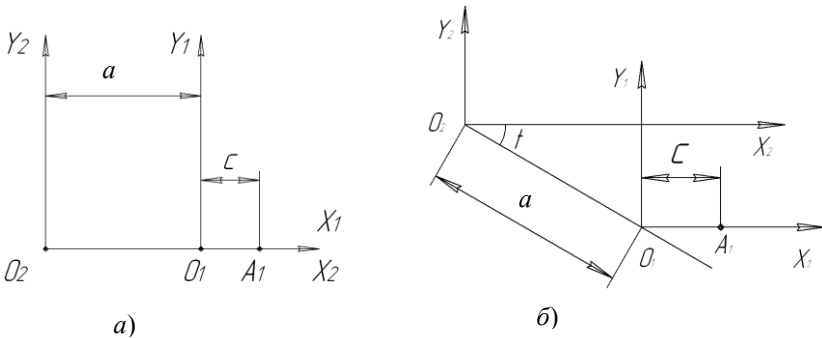


Рисунок 4.4 – Рухома і нерухома системи координат

У системі  $x_1y_1$  координати центра шатунної шийки визначаються за розмірами колінчастого валу,  $x_1 = C$ ,  $y_1 = 0$  ( $C$  - відстань між осями корінної і шатунної шийок). Тоді траєкторія центра шатунної шийки  $A$  в системі координат  $x_2y_2$  дорівнює

$$x_2 = C + a \cos t, \quad y_2 = a \sin t. \quad (4.1)$$

Звідси точки еквідистантної кривої мають такі координати:

$$\begin{cases} x_{2E} = C + a \cos t \pm r \sin \varepsilon, \\ y_{2E} = a \sin t \pm r \cos \varepsilon, \\ \tan \varepsilon = \frac{dy_2}{dx_2}. \end{cases}$$

Знайдемо першу похідну рівнянь (4.1)

$$\frac{dy_2}{dt} = a \cos t, \quad \frac{dx_2}{dt} = -a \sin t.$$

Розділимо перший вираз на другий:

$$\frac{dy_2}{dx_2} = \frac{a \cos t}{-a \sin t} = -\frac{1}{\tan t}.$$

Виходить, що  $tg\varepsilon \cdot t g t = -1$ , а це можливо при  $\varepsilon = 90^\circ + t$ .

Справді, якщо переписати цей вираз як  $\frac{\sin \varepsilon \sin t}{\cos \varepsilon \cos t} = -1$ , то,

враховуючи, що  $\cos(90+t) = -\sin t$  і  $\sin(90+t) = \cos t$ , переко-  
нуємось у справедливості такого співвідношення між  $\varepsilon$  і  $t$ . Тому

$$\begin{cases} x_{2E} = C + a \cos t \pm r \cos t = C + (a \pm r) \cos t, \\ y_{2E} = a \sin t \pm r \sin t = (a \pm r) \sin t. \end{cases} \quad (4.2)$$

Запишемо рівняння (4.2) як

$$\begin{cases} (x_{2E} - C)^2 = (a \pm r)^2 \cos^2 t, \\ (y_{2E})^2 = (a \pm r)^2 \sin^2 t \end{cases}$$

і складемо ліві і праві частини цих рівнянь

$$(x_{2E} - C)^2 + (y_{2E})^2 = (a \pm r)^2.$$

Отримуємо вираз еквідистантної кривої у вигляді рівняння кола.

Отже, вихідна інструментальна поверхня, яка контактує з шатунною шийкою колінчастого валу - це поверхня циліндра радіусом  $(a \pm r)$ . Центр такого циліндра знаходиться на лінії  $O_1O_2$ , точка  $O_4(C; 0)$  (див.рис.4.2). Тобто для шліфування шатунної шийки колінчастого валу використовується круг звичайної форми з радіусом  $R_k = a - r$ . Вісь його обертання знаходиться між точками  $O_1$  і  $O_2$  на відстані  $C$  від  $O_2$ .

## 4.2 Використання механізмів

Для утворення складної поверхні інструментами простої форми використовуються спеціальні механізми (верстати,



пристосування), жорстке (кулачки) та гнучке (ЧПК) програмування.

При обробці складних фасонних поверхонь інструментом простої форми (різці, фрези, шліфувальні круги) необхідно визначити його рухи щодо заготовки, які допоможуть сформувати поверхню деталі. Формування поверхні деталі різцями відповідає утворенню поверхні точкою. Фрезерування і шліфування зводяться до формування поверхні колом.

Рухи різального інструмента і деталі визначаються умовами контакту  $I$  та  $D$ . Однак ці умови неоднозначно визначають схему формоутворення. Рухи інструмента можуть бути різноманітними. Наприклад, при струганні деталі різець може здійснювати як подовжні, так і поперечні переміщення. Для того щоб не ускладнювати механізми, які створюють рух, ці рухи повинні бути простими і нечисленними.

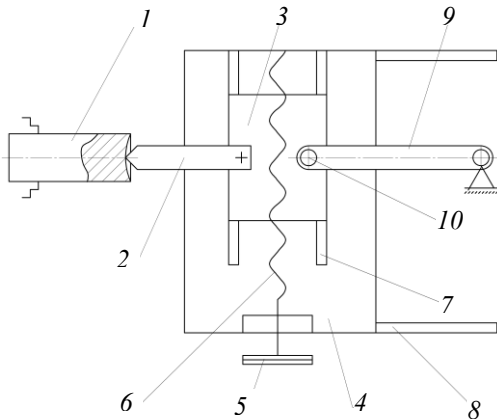


Рисунок 4.5 – Механізм для формування сферичної поверхні

Формоутворювальні механізми - це спеціальні верстати або пристосування до верстатів загального призначення. Наприклад, пристосування, яке використовується на токарному верстаті для створення сферичної поверхні, працює за такою схемою (рис.4.5). За допомогою гвинта 6 переміщують поперечний супорт 3. Він сполучений стрижнем 10

із шатуном 9. Вісь шатуна 9 закріплена на станині. Під час руху супорта 3 подовжній супорт 4 рухатиметься по напрямних 8 уздовж осі заготовки. У результаті чого вершина різця 2, закріпленого на поперечному супорті 3, переміщатиметься по радіусу, який дорівнює довжині шатуна 9. При нерухомій

заготовці траєкторія руху вершини різця - дуга. А при обертанні заготовки утворюється увігнута сферична поверхня.

### 4.3 Програмування траєкторії руху вихідної інструментальної поверхні

При жорсткому програмуванні (метод копіювання) використовується один або декілька плоских чи об'ємних кулачків.

Кулачок 1 і заготовка 2 обертаються синхронно (рис.4.6).

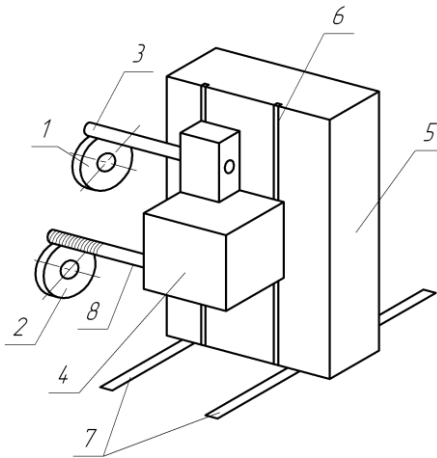


Рисунок 4.6 - Копіювання

Бабка шпинделя 4 з фрезою 8 і щупом 3 рухаються вертикально по стійці 5 і вся стійка може рухатися горизонтально по напрямних 7. У результаті фреза рухається по траєкторії, яка відтворює контур кулачка. Замикання між пальцем 3 і кулачком 1 створюється за допомогою вантажу або пружини. Це дозволяє забезпечувати постійний контакт між ними.

При числовому програмному керуванні замість жорсткого програмного носія (кулачка) використовуються електронні носії інформації, схеми і механізми. Розроблення програм і робота таких верстатів вивчаються в спеціальному курсі. При цьому траєкторію відносного руху  $I$  та  $D$  необхідно подати у вигляді математичного виразу.

Розглянемо схему обробки (рис.4.7) при двох прямолінійно-поступальних рухах (фрезерування профілю). Це схема формоутворення 1 класу,  $I$  – циліндр.

З інструментом пов'язана система координат  $x_i y_i$ , а з деталлю -  $x y$ . Необхідно визначити положення центра інструмента  $O_i$  щодо деталі при обробці довільної точки  $M$  профілю.

Профіль деталі вважається відомим, якщо  $y = f(x)$ . Тангенс кута нахилу дотичних у будь-якій точці  $M_D$  (рис.4.7) дорівнює:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx}.$$

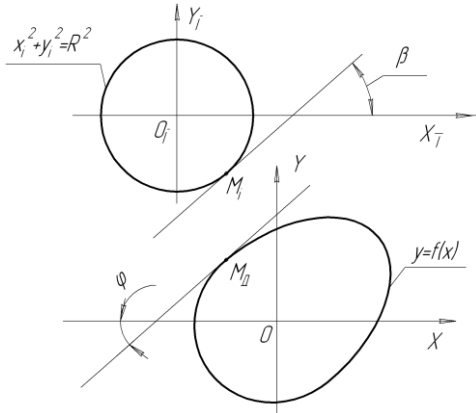


Рисунок 4.7 – Профілі деталі та інструмента

Рівняння кола у системі  $x_i y_i$  має вигляд:

$$x_i^2 + y_i^2 = R^2.$$

Тангенс кута нахилу дотичної до профілюючого кола визначається як

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_i}{x_i}.$$

Перехід із системи  $x_i y_i$  в систему  $x y$  обчислюється за формулами

$$x = S_1 + x_i, \quad (4.3)$$

$$y = y_i + S_2. \quad (4.4)$$

За умови контакту поверхонь  $I$  та  $D$  у точці  $M$  (рис. 4.8) дотичні до них збігаються, а це означає, що  $\beta = \varphi$ . Звідси випливає, що

$$\frac{y_i}{x_i} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Отже,

$$y_i = x_i \operatorname{tg} \varphi, \quad (4.5)$$

$$\text{або } x_i = \frac{y_i}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (4.6)$$

Підставляючи послідовно вирази (4.5), (4.6) в рівняння кола, отримуємо координати центра фрези  $S_1$  та  $S_2$ :

$x_i^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + x_i^2 = R^2$ ,  $x_i^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) = R^2$ ,  $x_i = \pm R \cos \varphi$ , значення  $x_i$  записуємо в (4.3) і отримуємо

$$S_1 = \pm R \cos \varphi + x;$$

$$y_i^2 + \frac{y_i^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi} = R^2, \quad y_i^2 \left( 1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi} \right) = R^2, \quad y_i = \pm R \sin \varphi, \quad \text{значення } y_i$$

записуємо в (4.4) і отримуємо

$$S_2 = \pm R \sin \varphi + y.$$

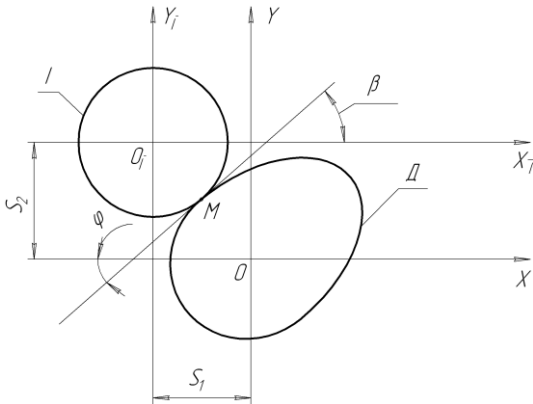


Рисунок 4. 8 – Визначення координат центра інструмента

### Контрольні запитання

1. Які конструктивні елементи колінчастого вала?
2. Що являє собою схема рухів під час обробки шатунної шийки колінчастого вала?
3. Як визначити точки еквідистантної кривої?
4. Яка форма вихідної інструментальної поверхні під час обробки шатунної шийки колінчастого вала?
5. Який механізм використовується для утворення сферичної поверхні?
6. Що таке жорстке програмування?
7. Завдяки чому відбувається формоутворення при числовому програмному керуванні?

## Розділ 5

### МОДЕЛІ ФОРМОУТВОРЕННЯ

Великого значення набувають удосконалення способів різання і формоутворення, досягнення нового якісного рівня проектування різальних інструментів на базі сучасної обчислювальної техніки. Особливо актуальна ця проблема у наш час, коли перед галузями економіки постають завдання, пов'язані з необхідністю значного підвищення технічного рівня і конкурентоспроможності металообробного устаткування та інструменту.

Формоутворення - це мета технологічного процесу обробки різанням. Формоутворення складних фасонних виробів, як правило, є важким технічним завданням. Виникає потреба у подальшому розвитку теорії формоутворення із залученням сучасного математичного апарата. Знайшов застосування апарат афінних перетворень. Це розширює можливості автоматизації, оскільки деталь, інструмент і їх складні рухи описуються одним рівнянням.

#### **5.1 Геометрична теорія формоутворення поверхонь різанням**

Незважаючи на наявність різнопланової літератури з різальних інструментів, до цього часу немає загальної системи управління їх видами, типами і конструкціями, тобто немає загальної теорії, яка дозволяє на стадії проектування інструментів управляти властивими їм кінематичними і геометричними параметрами і, врешті-решт, у кожному конкретному випадку формуванням поверхонь. Створенню такої системи перешкоджає відсутність єдності у визначенні параметрів різальних інструментів і сформованих ними поверхонь, строгої формалізації зв'язків між ними. Тому удосконалення і створення нових конструкцій різальних

інструментів відбувається на рівні винаходів і практичних рекомендацій.

Є спроби [4] створити таку теорію формування поверхонь різальними інструментами, в якій загальними для всіх різальних інструментів параметрами можна було описати всі їх види, типи і конструкції, а також всі можливі способи формування поверхонь. Кожен такий спосіб передбачає контакт інструмента з поверхнею деталі, рівняння якого завжди містить відомі, залежні і незалежні один від одного параметри. Система управління видами, типами і конструкціями різальних інструментів передбачає у кожному конкретному випадку формування поверхні можливість призначати статус параметрів у рівнянні контакту інструмента з поверхнею деталі; виконання кожного незалежного параметра; числові значення незалежних параметрів рівняння контакту. Це дає змогу генерувати конструкцію інструмента на основі розробленої в рамках цієї теорії класифікації і наближати її до оптимального варіанта, використовуючи аналітичний апарат як базу для автоматизованого проектування.

Різальний інструмент при формоутворенні поверхні зрізує деякий шар металу. Формоутворення пояснюється через контакт інструмента з поверхнею деталі, а зрізування металу – через контакт із припуском.

У геометричній теорії формоутворення у межах виконання інструментом обох цих функцій визначений та формалізований логічний і аналітичний зв'язок між параметрами інструмента, який охоплює усі способи формоутворення поверхонь, усі можливі види, типи і конструкції різальних інструментів, тобто запропонована загальна модель формоутворення поверхонь різальними інструментами. Модель вважається геометричною, тому що відображає тільки геометричні параметри, і не заглиблюється у фізику процесу різання матеріалів. Вона дає можливість вирішувати як пряме, так і зворотне завдання формоутворення поверхні, коли заданими є параметри поверхні деталі, вихідної інструментальної поверхні, параметри рухів.

Модель складається з п'яти параметрів рухів інструмента, п'ятнадцяти геометричних параметрів і десяти оцінок їх числових значень.

Кожен параметр моделі - це символ, який позначає цільове призначення руху, лінії або сталої величини.

У кожному випадку формоутворення поверхні він визначає і свій статус у моделі, вид рівняння, яким будуть описані траєкторія і швидкість руху інструмента або форма лінії в заданій системі координат і числові обмеження на параметри руху та координат. За статусом параметр може бути пропущений, залежний від умов розв'язуваної задачі, залежний або незалежний від інших параметрів моделі. Статус кожного параметра моделі визначає конструктор інструмента. Якщо метою є формоутворення, то параметри поверхні деталі вважають незалежними. При визначенні виду інструмента, геометричних параметрів різальної частини інструмента незалежними призначають параметрами рухів інструмента. Рівняння руху з незалежними параметрами визначає вихідну інструментальну поверхню, а числові значення незалежних параметрів - конструкцію різальної частини інструмента.

Така модель створює компактність викладення теорії формоутворення поверхонь різанням і є основою для розроблення систем автоматизованого проектування. Це дає змогу оптимізувати способи формоутворення поверхонь різанням і формалізувати класифікацію різальних інструментів.

Аналітичний апарат передбачає три етапи проектування різальних інструментів.

*Перший етап* пов'язаний з формоутворенням поверхні деталі. Тут встановлюється зв'язок параметрів деталі і вихідної інструментальної поверхні через систему їх відносних рухів. Зв'язок встановлюється за допомогою розв'язання прямих, зворотних і кінематичних задач контакту поверхонь. На цьому етапі фіксуються схема формоутворення поверхні і вид інструмента.

*Другий етап* пов'язаний з формуванням різальної частини інструмента. Тут встановлюється зв'язок параметрів вихідної

інструментальної поверхні і різальних кромок через форму і положення характеристики. Зв'язок встановлюється за допомогою розв'язання ряду задач, внаслідок чого на вихідній інструментальній поверхні визначається положення чистових і чорнових різальних кромок, змінних багатогранних пластин або різцевих вставок (у складених інструментах). Формуються поверхні лез із урахуванням їх переточувань, формується конструкція інструмента і налагодження верстатів та пристосувань для його виготовлення. На цьому етапі фіксуються тип і конструкція інструмента.

*Третій етап* пов'язаний з оцінюванням інструмента шляхом числового моделювання його роботи і розрахунку схеми зрізування припуску, параметрів зрізаного шару та обробленої поверхні, геометрії лез, основного технологічного часу.

*Перший етап характеризується* багатоваріантністю, яка обумовлена різноманітністю існуючих інструментів, з їх математичною роз'єднаністю. Однозначність може створюватися завдяки таким двом моментам. Перший пов'язаний із спільністю постановки і вирішення завдання.

Постановка завдання зводиться до такого. Вихідна поверхня, змінюючи свою форму під час руху, послідовно в часі формує спочатку однопараметричну сім'ю поверхонь, ця сім'я в результаті іншого руху формує двопараметричну сім'ю поверхонь, яка, у свою чергу, в результаті третього руху формує трипараметричну і далі багатопараметричну сім'ю поверхонь. Потрібно розрахувати лінію перетину обвідної поверхні такої багатопараметричної сім'ї з обвідною поверхнею іншої також багатопараметричної сім'ї вихідних поверхонь. Така постановка завдання дозволяє:

а) враховуючи геометрію вихідної поверхні, що змінюється, розглядати загальне скульптурне формоутворення поверхонь;

б) у розвиток одно-, максимум двопараметричного обведення, розглядати багатоетапне обведення, яке відразу приводить до визначення кінцевої сформованої поверхні, минувши проміжні допоміжні обвідні поверхні окремих етапів, або до визначення будь-якої з цих допоміжних поверхонь. Різна



послідовність виконання рухів дає різні комбінації допоміжних поверхонь, тобто різні варіанти поділення припуску;

в) використовувати будь-яку кінематику з урахуванням шести можливих напрямків рухів завдяки змінності параметрів відносного положення систем координат.

Спільність розв'язання задачі підтримується:

а) методами переходу від окремих способів подання поверхонь і їх твірних до загальних способів дискретного визначення, а у разі потреби - безперервного визначення на основі кубічної сплайн-інтерполяції дискретного визначення;

б) методом моделювання матриць, який дозволяє за матрицею переходу між системами координат розраховувати значення теоретичних параметрів вихідного положення і їх похідних під час рухів. У тих випадках, коли матриця визначена за допомогою окремих параметрів вихідного положення, метод забезпечує перехід до загальних параметрів;

в) структурою задачі, що використовує диференціальний і недиференціальний підходи до визначення обвідних поверхонь.

Диференціальний підхід полягає у розрахунку контакту поверхонь на основі методів багатоетапного огинання, у перевірці локальної інтерференції з урахуванням розміщення матеріалу щодо вихідної і обвідної поверхонь при багатоетапному огинанні, у перевірці глобальної інтерференції. Диференціальний підхід зручний при розв'язанні прямих задач, хоча він передбачає і визначення спотворення обвідної поверхні у вигляді перехідних ділянок і підрізів, що характерне для оберненої задачі.

Замість перевірки названих умов контакту поверхонь при диференціальному підході недиференціальний підхід зводиться до одноетапної процедури визначення обвідної поверхні. Для його універсалізації введена спеціальна функція, що визначає вихідну поверхню, і це дозволяє відмовитися від існуючих способів індивідуальної побудови визначальних функцій вихідних поверхонь. Метод, що реалізовує цей підхід, зручний

при розв'язанні зворотних задач, коли заданий інструмент при заданих рухах сформує деяку поверхню.

Замість традиційного визначення обвідної поверхні, в результаті розв'язання єдиної задачі, знаходиться лінія перетину обвідної поверхні однієї сім'ї поверхонь з обвідною поверхнею іншої сім'ї або січною поверхнею, заданою в явному або параметричному вигляді. Обвідною сім'ї може бути передня поверхня як така, що огинає сім'ю поверхонь інструмента другого порядку, що визначають вихідну інструментальну поверхню. Розраховані в результаті розв'язання відповідних систем рівнянь лінії можуть виконувати роль характеристики, різальних, профілів, перетинів, проекцій і т.д.

Для розв'язання систем нелінійних рівнянь використовується метод лінійної апроксимації. У переважній більшості практичних випадків розв'язання задачі зводиться до перерахунку параметрів однієї кривої (наприклад, профілю деталі) у параметри іншої кривої (наприклад, різальної кромки або профілю вихідної інструментальної поверхні). Причому перерахунок виконується без зміни порядку похідних для вихідної кривої, що розраховується. Це забезпечує ідентичність вхідної і вихідної інформації задачі, а отже можливість передачі вихідної інформації на її вхід, що дозволяє будувати процедуру проектування одного або декількох взаємозв'язаних інструментів або виконання якого-небудь багатоетапного дослідження у вигляді ланцюжка послідовних рішень однієї і тієї самої задачі. З цим і пов'язаний *другий момент*, що забезпечує єдність завдання.

Окрім єдиної задачі, на першому етапі проектування розв'язуються кінематичні задачі для фасонної обробки поверхонь інструментами з лінійною характеристикою, а також для обробки рядками поверхонь інструментами з відомими характеристикою і вихідною інструментальною поверхнею. Разом із розрахунком траєкторії руху останні два завдання забезпечують мінімізацію шорсткості оброблюваної поверхні під час руху інструмента уздовж рядків призначених проходів, а у разі проектування інструменту на підставі відомої

характеристики необхідні значення геометрії леза в точках різальної кромки.

*На другому етапі* проектування різальних інструментів:

- а) формуються поверхні лез із урахуванням їх переточувань;
- б) формуються чорнові різальні кромки інструментів;
- в) укомплектовуються змінними багатограними пластинами або різцевими вставками складені інструменти;
- г) формується конструкція інструмента на основі графів інструментів, які відбивають етапи проектування, виготовлення і експлуатації інструментів.

Укомплектування інструмента змінними багатограними пластинами зводиться до такого розміщення пластин щодо вихідної інструментальної поверхні, при якому забезпечуються раціональна геометрія уздовж різальних кромки пластин, раціональна схема зрізування припуску і необхідна шорсткість обробленої поверхні. Проектування зводиться до вибору пластини за допомогою інформаційно-пошукової системи та механізму її кріплення. Якщо характеристика лінійна, то різальна кромка повинна з нею збігатися. Такий розрахунок є окремим випадком кінематичної задачі для інструментів з лінійною характеристикою;

Під час використання графів вузлам графа відповідають системи координат елементів конструкції інструмента, оброблюваної деталі, верстатів і пристосувань для обробки деталі та інструмента, інструментів другого порядку і т. ін. Чим детальніше опрацьована конструкція інструмента, тим розвинутіший граф. Дугам графа відповідають матриці переходу між системами координат. Матриці можуть розраховуватися на підставі наявних технологічних параметрів або виходячи з необхідності забезпечення яких-небудь умов, а також як добуток прямих і обернених матриць на шляху графа від однієї системи координат до іншої. В результаті моделювання цих матриць розраховуються значення теоретичних параметрів відносного положення систем координат. Розраховується налагодження верстатів для обробки інструментів. Завдяки цьому граф стає

моделлю проектування, виготовлення та експлуатації інструмента.

На третьому етапі проектування виконується оцінка інструмента шляхом числового моделювання його роботи з розрахунками: схеми зрізування припуску; параметрів видалених шарів, а також площі контакту леза з припуском; параметрів шорсткості обробленої поверхні; кінематичних кутів леза; основного технологічного часу.

Аналітичний апарат геометричної моделі формоутворення поверхонь дозволяє змінювати формальні параметри, якщо необхідно змінити результати проектування.

Геометрична теорія формоутворення поверхонь різальними інструментами визначає основні контури системи автоматизованого проектування і виготовлення будь-яких видів, типів і конструкцій різальних інструментів. Структурно вона передбачає три проектні етапи.

#### **Формоутворення поверхонь:**

- точкою, що перетворюється на кінематичну характеристику;
- характеристикою;
- вихідною інструментальною поверхнею.

#### **Формування різальної частини інструментів:**

- формування поверхонь лез різальних інструментів;
- формування чорнових різальних кромок;
- оснащення збірних інструментів змінними багатограними пластинами і різцевими вставками;
- формування конструкцій інструментів.

#### **Оцінювання різальних інструментів:**

▪ *Чисельне моделювання наслідків використання різальних інструментів.* Визначаються макро- та мікроформи поверхні деталі та вихідної інструментальної поверхні, траєкторії рухів, Розв'язання цих задач підтримується такими методами: дискретного подання поверхонь та їх твірних; безперервного подання поверхонь та їх твірних на основі методу кубічної сплайн-інтерполяції; моделювання матриць; диференціального визначення обвідних поверхонь; недиференціального

визначення обвідних поверхонь; багатоетапного обведення; перевірки локальної інтерференції; перевірки глобальної інтерференції; розрахунку спотворень обвідної поверхні за відсутності торкання, наявності локальної або глобальної інтерференції; розрахунку ліній перетину обвідних поверхонь або їх перетину явно або параметрично заданими поверхнями; розв'язання систем нелінійних рівнянь; вибору коренів при розв'язанні нелінійних рівнянь або систем нелінійних рівнянь; аналітичного розрахунку траєкторії руху інструмента шляхом вирішення системи нелінійних рівнянь; структурного розрахунку матриць положення інструмента уздовж траєкторії його руху; аналітичного розрахунку методом структурного аналізу.

- *Моделювання різальних кромок.* Формування затилованих поверхонь лез на основі задач першого етапу проектування інструментів; формування заточених поверхонь лез; структурного розрахунку положення чорнових різальних кромок; вибору змінних багатогранних пластин, опорних пластин, стружколомів і механізмів кріплення; розрахунку положення та орієнтації пластин щодо вихідної інструментальної поверхні; графового опису конструкції інструмента, етапів його проектування, виготовлення та експлуатації.

- *Розрахунки* налагоджень верстатів і пристосувань для обробки інструмента; схеми зрізування припуску; параметрів зрізаних та залишкових шарів; геометрії лез у кінематичній системі координат; основного технологічного часу.

Програмно реалізована блок-схема [4] дозволяє скласти процедури для розв'язання конкретних прикладних задач із проектування і дослідження різальних інструментів.

## **5.2 Геометрична модель формування поверхонь різальними інструментами**

Поверхні, які використовуються в моделі, визначаються двома параметрами - криволінійними координатами. Позначимо

їх через  $T$  і  $H$  (рис.5.1). Одну з координатних ліній ( $T$ ) називають твірною, а іншу ( $H$ ) – напрямною. Рух твірної по напрямній створює поверхню. Різниця між твірною і напрямною лініями умовна, оскільки геометрично вони взаємозамінні. Проте в конкретному варіанті формоутворення поверхні вони повинні строго визначатися.

У параметричному вигляді рівняння поверхні запишемо так:

$$\bar{R} = \bar{R}(T, H),$$

де  $\bar{R}$  - радіус-вектор з початком у точці  $O$  прямокутної системи координат хуz.

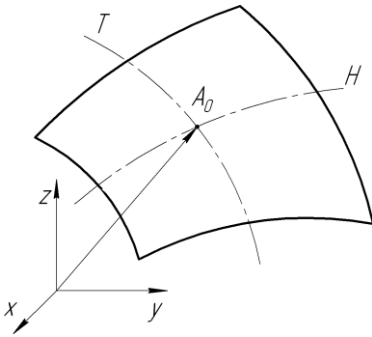


Рисунок 5.1- Твірна та напрямна поверхні

Поверхня має дві сторони, вона завжди обмежує якийсь предмет і одна з її сторін примикає до матеріалу цього предмета. Таку сторону називають закритою, а другу, вільну для контакту з іншими предметами, – відкритою.

З технологічної точки зору поверхні поділяють на чотири види:

- такі, що допускають рух "самих по собі" по напрямній і твірній (сфера, круглий циліндр, площина (рис. 5.2));
- такі, що допускають рух "самих по собі" по напрямній (гвинтова поверхня, поверхня обертання, циліндрична поверхня (рис.5.3));
- такі, що мають "жорстку" твірну або напрямну, тобто коли під час руху по одній із координатних ліній інша зберігає свою форму;
- такі, що мають твірну і напрямну, які при переміщенні одна по одній безперервно змінюють свою форму.

Координатну лінію поверхні, що допускає рух "сама по собі", позначимо зірочкою, "жорстку" координатну лінію – залишимо без позначки, а інші лінії - нулем. Якщо це пряма лінія, то будемо до позначення додавати 1, цифру 2 для дуги

кола, цифру 3 для гвинтової лінії. Тоді формула першого виду поверхні буде  $T^*H^*$ , другого –  $TH^*$ , третього –  $TH^0$  або  $T^0H$ , четвертого –  $T^0H^0$ .

Поверхні видів  $T^*H^*$  і  $TH^*$  у порівнянні з поверхнями інших видів мають великі технологічні та експлуатаційні переваги. Вирізняють їх серед інших такі властивості:

- під час руху поверхні "самої по собі" умови її контакту із зв'язаними поверхнями зберігаються;
- будь-яка лінія на такій поверхні, під час руху останньої "самої по собі" формує цю поверхню;
- кожна з поверхонь, що допускають рух "самих по собі", є окремим випадком гвинтової поверхні  $TH^{*3}$ .

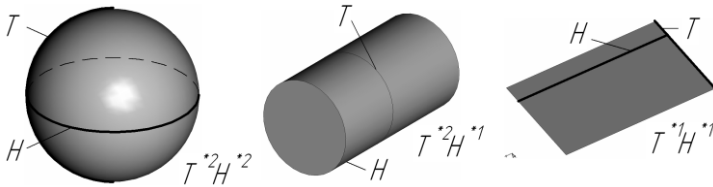


Рисунок 5.2 – Поверхні, що допускають рух "самих по собі"

Причому поверхня обертання  $TH^{*2}$  є окремим випадком гвинтової поверхні, коли крок дорівнює нулю; циліндрична поверхня  $TH^{*1}$  є окремим випадком гвинтової поверхні з кроком, що прагне до нескінченності; круглий циліндр  $T^*H^{*2}$  є

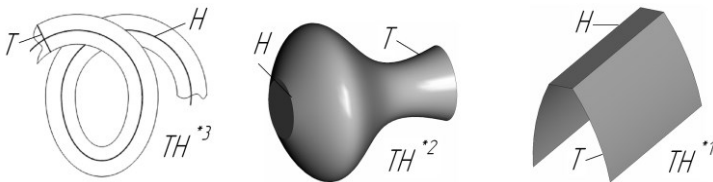


Рисунок 5.3 – Поверхні, що допускають рух "самих по собі" по напрямній

окремим випадком поверхні обертання прямої, паралельної осі циліндра (круглий циліндр  $T^{*2}H^{*1}$  є окремим випадком циліндричної поверхні з профілем торця у вигляді кола); сфера

$T^{*2}H^{*2}$  є окремим випадком поверхні обертання, коли її твірна є дугою кола, центр якого знаходиться на осі обертання; площа  $T^{*1}H^{*1}$  є окремим випадком циліндричної поверхні, коли її профілем у площині торця є пряма лінія (площа  $T^{*1}H^{*2}$  є окремим випадком поверхні обертання із твірною у вигляді прямої лінії, перпендикулярної до осі обертання).

При формоутворенні поверхні різальним інструментом неминучі похибки технологічної системи і тому номінальні значення параметрів  $T$  і  $H$  цієї поверхні виконують з допусками, що робить їх неоднозначними. Для забезпечення однозначності при розрахунку інструмента вводять так звану розрахункову поверхню ( $T_p, H_p$ ), яка лежить у полі допуску на поверхню ( $T, H$ ).

Якщо поверхня деталі складається з ділянок, що повторюються (зубчасті деталі), їх розміщують одну щодо одної по поверхні, яку називають ділильною, і визначають це положення лінійною або кутовою величиною - ділильним кроком. Ділильний крок по твірній позначається як  $\Omega_T$ , по напрямній -  $\Omega_H$ .

*Кінематика різальних інструментів.* Перед початком процесу формоутворення поверхні різального інструмента встановлюють щодо деталі в початкове положення, яке, як відомо, визначається шістьма параметрами, що зв'язують у просторі дві системи координат. У даному випадку систему координат  $x_1y_1z_1$  заготовки із системою координат  $x_2y_2z_2$  інструмента. Цими параметрами є відстані паралельного перенесення початку системи координат  $x_2y_2z_2$  уздовж осей  $x_1, y_1, z_1$  і кути повороту системи координат  $x_2y_2z_2$  навколо своїх осей  $x_2, y_2, z_2$ . Вказані параметри встановлення інструмента можуть бути використані і як параметри його рухів щодо заготовки, якщо їх вважати незалежними змінними, проте, зберігаючи геометричний сенс кожного з них, нижче для аналізу способів формоутворення поверхні замінимо їх такими, які відображали б умови руху інструмента по поверхні деталі.

Умовою виконання інструментом першої своєї функції - надати поверхні деталі необхідну форму - є одночасний або



послідовний контакт інструмента зі всіма її точками. Умовою виконання другої функції - пошарово зрізати припуск із поверхні заготовки - є забезпечення ковзання зони контакту по матеріалу заготовки. Для виконання першої функції інструмента надають рухи, які називають рухами подач, для виконання другої функції - рух, який називають головним рухом різання. У загальному випадку інструмент може мати головний рух різання  $D_r$  і чотири рухи подач  $D_{S_t}$ ,  $D_{S_H}$ ,  $D_{S_m}$ ,  $D_{S_o}$ .

$S_t$  - подача зближення інструмента з поверхнею деталі (рис.5.4 а), тобто встановлення глибини різання  $t$  (після досягнення їх контакту  $S_t$ , вимикається);

$S_H$  - подача інструмента по напрямній поверхні деталі (рис. 5.4 б);

$S_T$  - подача інструмента по твірній поверхні деталі (рис.5.4в);

$S_o$  - подача інструмента по діляльній поверхні деталі для переміщення його з однієї ділянки поверхні на іншу (рис. 5.5).

При використанні прямолінійного руху у вигляді показника

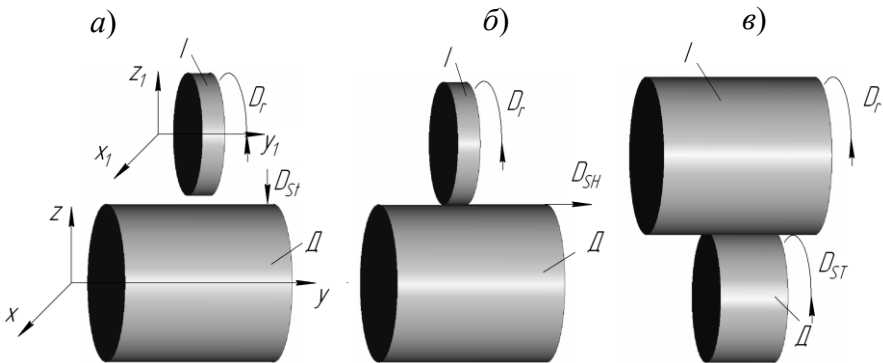


Рисунок 5.4 – Рухи подач

степені додається цифра 1, оберального - цифра 2, гвинтового - цифра 3 із зірочкою (наприклад:  $S^{*1}$ ,  $S^{*2}$ ,  $S^{*3}$ ).

Кожний із перелічених рухів інструмента може бути виконаний двома способами. Перший - параметр руху залежний від одного з параметрів поверхні деталі  $D(T, H)$ , другий -

незалежний. Залежні параметри рухів позначаються індексом 1, а незалежні - індексом 2 (наприклад:  $S_1, S_2$ ).

Геометричне місце точок контакту інструмента з поверхнею деталі  $D(T, H)$  на інструменті може бути поверхнею (вихідна інструментальна поверхня  $I(m_0, n_0)$ ), лінією (характеристика  $E$ ) і точкою  $A_0$ . Це формоутворюючі елементи.

Припускаємо, що  $H$  контактує з  $n_0$ , а  $T$  контактує з  $m_0$ .

Кожен рух інструмента здійснюється циклічно: після завершення циклу інструмент повертається у початкове положення. Цикл руху може здійснюватися безперервно або

дискретно, без реверса (холостий хід відсутній) або з реверсом (холостий хід присутній), по черзі з іншими рухами або одночасно з одним або декількома з них. Дискретність циклу руху характеризується моментами переривання руху. Реверс - моментами зміни знака швидкості руху, черговість рухів - числом циклів головного руху різання за час

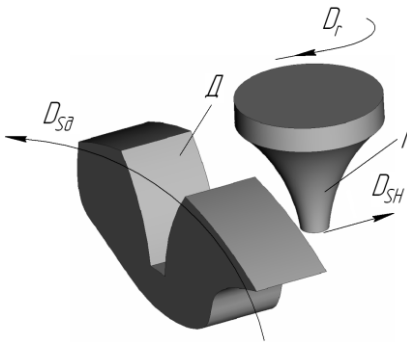


Рисунок 5.5 – Подачі по напрямній і по ділильному колу

одного циклу даного руху, поєднання рухів у часі - способами їх поєднання.

Можливі два способи поєднання у часі рухів інструмента. Рух інструмента можна здійснювати одночасно з одним або декількома іншими рухами при збереженні за кожним з них свого циклу (рис. 5.6 а) або при їх суміщенні й утворенні одного сумарного руху (рис. 5.6 б).

Перший спосіб можливий, якщо вплив принаймні одного з двох рухів, що поєднуються, не впливає на умови контакту інструмента з поверхнею деталі (прямолінійний, обертальний або гвинтовий). Другий спосіб можливий при будь-яких варіантах виконання рухів, що суміщаються.

Сумарний рух інструмента при поєднанні за першим способом позначається підкреслюванням знизу параметрів суміщених рухів  $D_{r_2 S_{u1}}$ , при поєднанні за другим способом - рисою зверху  $D_{r_2 S_{o1}}^*$ ,  $D_{r_2 r_1}$ .

Спосіб формоутворення поверхні  $(T, H)$  різальним інструментом визначають поєднанням способу формування її напрямної  $H$  із способом формування її твірної  $T$ . Формування напрямної  $H$  поверхні  $(T, H)$  здійснюється під час реалізації інструментом головного руху різання  $D_r$  з урахуванням способів його виконання і поєднання з іншими рухами інструмента. Наприклад  $D_{r_1}$  - під час точіння,  $D_{r_2}^{*2}$  - під час фрезерування.

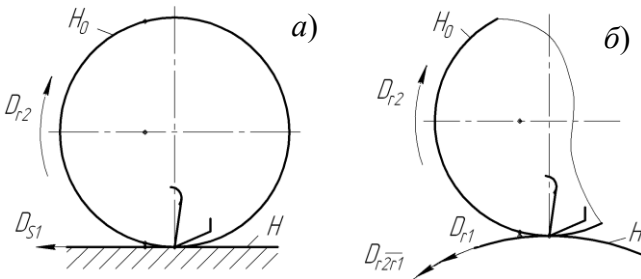


Рисунок 5.6 – Поєднання рухів у часі

Формула руху інструмента по напрямній  $H$  поверхні деталі визначає кінематику зрізування шару припуску, тобто *вид різання*. Головний рух різання може бути залежним чи незалежним від якогось параметра поверхні деталі, поєднується одним із двох способів з рухами подач або ні. Тому може бути 5 видів різання.

Формування твірної  $T$  поверхні  $(T, H)$  здійснюється при використанні руху подачі  $D_{Sm}$ . Він може бути відсутнім, бути рухом  $D_{Sm1}$  або рухом  $D_{Sm2}$ . Прийнятий варіант (а їх три) характеризує механіку формування твірної  $T$  на поверхні, тобто *вид її профілювання*.

Отже, можливі 5 видів різання і 3 види профілізації. Таким чином, формоутворення поверхні різальним інструментом можна здійснити 15 способами. Послідовність формул виду різання та виду профілювання (розділених точкою) дає формулу і назву способу формування поверхні різальним інструментом.

Наприклад, формула формоутворення при точінні  $[Dr_1 \cdot D_{Sm1}]$ . Це означає, що використовується головний рух різання, який залежить від твірної ( $Dr_1$ ) і формування твірної також здійснюється подачею, залежною від одного із параметрів поверхні деталі ( $D_{Sm1}$ ).

*Вид різального інструмента* - це варіант геометричного місця точок його контакту з поверхнею деталі, тобто варіант вихідної інструментальної поверхні, матеріалізованої характеристики або точки контакту при формоутворенні.

Вихідна інструментальна поверхня може збігатися з поверхнею деталі, якщо незалежні параметри рухів у формулі способу формування поверхні інструментом відсутні; бути обвідною сім'ї поверхонь деталі при відносному русі; бути незалежною від поверхні деталі.

Характеристика може бути твірною  $T$  поверхні деталі; фіксованою лінією, яка огинає сім'ю поверхонь деталі при відносному русі; будь-якою лінією на поверхні інструмента; лінією, призначеною на розсуд конструктора.

У перших двох випадках характеристика залежить від параметрів поверхні деталі  $E_1$ , у третьому – залежить від вихідної інструментальної поверхні  $E_1^1$ , в четвертому – незалежна від параметрів поверхні деталі або від параметрів вихідної інструментальної поверхні  $E_2, E_2^1$ .

Формоутворювальна точка на інструменті  $A_0$  - це точка на незалежній характеристиці.

*Формула виду інструмента* - це сукупність формул способу формоутворення поверхні, виду вихідної інструментальної поверхні і характеристики. Якщо вихідна інструментальна поверхня реально відсутня, то її формула у формулі виду

інструмента також відсутня. Аналогічно це стосується і характеристики. Нехай є формула  $[Dr_1^{*1} \cdot 0][m_0^{*2} n_0^{*1}][E_1^1]$ . Це означає (рис. 5.7 а), що спосіб формування поверхні  $[Dr_1^{*1} \cdot 0]$  (вид різання такий, що напрямна формується прямолінійним і залежним від неї рухом,  $Dr_1^{*1}$ , вид профілювання позначається 0, тому що рух подачі при створенні твірної відсутній); вид вихідної інструментальної поверхні  $[m_0^{*2} n_0^{*1}]$  (твірна – дуга кола,  $m_0^{*2}$ , а напрямна – пряма лінія,  $n_0^{*1}$ ); вид характеристики  $[E_1^1]$  (тобто залежить від вихідної інструментальної поверхні).

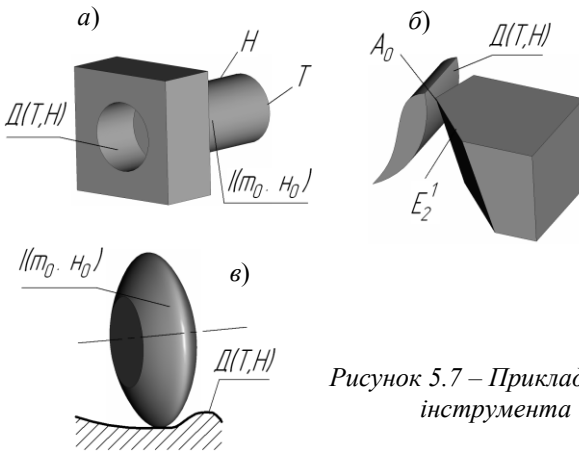


Рисунок 5.7 – Приклади видів інструмента

Якщо формула має вигляд  $[Dr_1 \cdot S_{m1}][E_2^1]$ , то тоді (рис.5.7 б) спосіб формування поверхні  $[Dr_1 \cdot S_{m1}]$  (вид різання визначається тим, що напрямна поверхні деталі формується залежним від неї рухом,  $Dr_1$ , вид профілювання такий, що при створенні твірної використовується залежна від неї подача); вид вихідної інструментальної поверхні не враховується; вид характеристики  $[E_2^1]$  (лінія контакту поверхонь  $D$  та  $I$  не залежить від форми  $I$ , призначається конструктором).

Формулу виду інструмента  $[Dr_2^{*2}S_{H1} \cdot S_{T1}] [m_0 n_0^{*2}] [E_1^1]$  показує (рис. 5.7 в), що спосіб формування поверхні  $[Dr_2^{*2}S_{H1} \cdot S_{T1}]$  (вид різання,  $Dr_2^{*2}S_{H1}$ , означає, що напрямна формується незалежним від неї головним рухом різання по колу, причому головний рух різання і залежна від напрямної подача відбуваються одночасно зі збереженням своїх циклів, вид профілювання твірної,  $S_{T1}$ , тобто використовується залежна від неї подача); вид вихідної інструментальної поверхні  $[m_0 n_0^{*2}]$  (жорстка твірна  $m_0$  і напрямна  $n_0^{*2}$  - коло); вид характеристики  $[E_1^1]$  (залежить від вихідної інструментальної поверхні).

Вихідну інструментальну поверхню  $I(m_0, n_0)$  оцінюють по тому, наскільки вона складна геометрично, скільки параметрів потрібно для координації її положення щодо поверхні деталі.

Вихідна інструментальна поверхня, якщо вона допускає рух "самої по собі", геометрично проста. Вона може бути площиною, сферою, круглим циліндром, циліндричною поверхнею, поверхнею обертання, гвинтовою поверхнею. Інструменти з циліндричною поверхнею називають рейковими, з поверхнею обертання - дисковими, з гвинтовою поверхнею - черв'ячними. Вихідні інструментальні поверхні, які не допускають рух "самої по собі", геометрично є складними. Такі поверхні обмежують фасонну фрезу, фрезу-протяжку для формування западини між зубами конічного колеса.

Кожний рух інструмента, якщо його параметр незалежний, проектують таким, щоб на верстаті його можна було здійснити найпростіше.

Головний рух різання  $Dr$  і дільний рух  $D_s$ , як правило, приймають прямолінійними, обертальними або комбінують з перших двох. Рухи подач, якщо їх параметри незалежні, звичайно здійснюють коченням однієї поверхні по іншій (ці поверхні називають початковими, центроїдами): циліндра по

площині, циліндра по циліндру, конуса по площині, конуса по конусу і т.д.

В інструментів, що обмежені вихідною інструментальною поверхнею, яка не дозволяє руху "самої по собі", ускладнені конструкція та рух щодо поверхні деталі. Проте, використовуючи такі інструменти, вдається сумістити декілька їх цільових рухів в один, а також ліквідувати холості ходи, що дозволяє скоротити основний технологічний час обробки поверхні деталі.

*Варіанти задач, що розв'язуються при формоутворенні* поверхонь різальними інструментами, можуть бути різними. Контакт інструмента з поверхнею деталі визначають сім параметрів –  $T, H, m_0, n_0, S_H, S_T, Dr$ . Замість параметрів  $m_0, n_0$  може бути присутнім параметр характеристики  $E$  чи точки контакту  $A_0$ . Перші чотири з цих семи параметрів - геометричні, інші три - кінематичні. Всі вони між собою пов'язані рівнянням контакту. В цьому рівнянні одна частина з перелічених параметрів - це відомі параметри, друга - незалежні, які призначаються конструктором інструмента на свій розсуд, третя - залежні, які розраховуються як функції відомих і незалежних, четверта - зумовлені відовими і незалежними параметрами, тобто які збігаються, або залежні тільки від них. Деякі з перелічених семи параметрів у окремих випадках формоутворення можуть бути пропущені. Статус кожного параметра у кожному конкретному випадку формоутворення поверхні призначає конструктор інструмента, зумовлюючи цим самим варіант задачі формоутворення поверхні різальним інструментом.

Задача формоутворення поверхні *називається прямою*, якщо відомі параметри поверхні деталі  $D(T, H)$ , а залежними є один або обидва параметри  $m_0, n_0$  вихідної інструментальної поверхні  $I$ .

При *оберненій задачі* відомі параметри вихідної інструментальної поверхні  $I(m_0, n_0)$ , а залежні - один або обидва параметри  $T, H$  поверхні деталі  $D$  (при використанні рухів  $D_{S_{H1}}$

або  $Dr_1$  параметр  $H$  повинен бути відомим, незалежним або зумовленим, а при  $D_{S_{T1}}$  - відповідно параметр  $T$ ).

*Кінематичною* вважається задача, якщо відомі параметри  $T$ ,  $H$ , незалежні параметри  $m_0$ ,  $n_0$ , залежні - параметри руху.

Варіант задачі формоутворення поверхні можна позначати формулою у вигляді дроби, що містить параметри  $T$ ,  $H$ ,  $m_0$ ,  $n_0$ ,  $S_H$ ,  $S_T$ ,  $Dr$ . Перед дробом записують відомі параметри, у чисельнику – незалежні, у знаменнику - залежні, в круглих дужках - зумовлені попереднім параметром (які збігаються з попереднім параметром). Параметри, що не беруть участі у формоутворенні, у формулі задачі пропускаються. Для фрезерування це може мати такий вигляд:

$$\text{Пряма задача: } TH^*(S_{H1}^*) \frac{Dr_2 S_o^{*2}(n_0)}{m_0}.$$

$$\text{Обернена задача: } m_0 n_0 \frac{H^*(S_{H1}^*) Dr_2 S_{H1}^{*2}}{T}.$$

$$\text{Кінематична задача: } m^0 n^0 \frac{T_0^{*2} H_0^{*2} (Dr_2^{*2})}{S_{H1} S_{T1}}.$$

Для розв'язання прямої, зворотної і кінематичної задач формоутворення використовують дев'ять варіантів вихідної інструментальної поверхні ( $m_0^0 n_0^0$ ,  $m_0^{*1} n_0^{*1}$ ,  $m_0^{*1} n_0^{*2}$ ,  $m_0^{*2} n_0^{*2}$ ,  $m_0^{*1} n_0^{*2}$ ,  $m_0^{*2} n_0^{*1}$ ,  $m_0^{*1} n_0^{*1}$ ,  $m_0^{*2} n_0^{*2}$ ,  $m_0^{*3} n_0^{*3}$ ), а також чотири варіанти характеристик -  $E_1$ ,  $E_1^1$ ,  $E_2$ ,  $E_2^1$ .

*Тип інструмента* даного виду - це система різальних кромок, призначена для виконання інструментом другої своєї функції – зрізування припуску. Один вид інструмента може мати декілька типів.

Кожна різальна кромка утворена перетином двох робочих поверхонь леза – передньою і задньою.

Існують два способи конструювання поверхонь лез інструмента. При одному способі різальна кромка використовується як твірна передньої  $T_\gamma$  чи задньої  $T_\alpha$  поверхні.



(таку задню поверхню називають затилованою), при іншому - як напрямна передньої  $H_\gamma$  чи задньої поверхні  $H_\alpha$  (таку задню поверхню називають заточеною).

Можливі чотири конструкції леза, тобто варіанти поєднання незалежних геометричних параметрів поверхонь леза, -  $T_\gamma T_\alpha$ ,  $T_\alpha H_\gamma$ ,  $H_\gamma T_\alpha$ ,  $H_\gamma H_\alpha$ .

Система різальних кромок формується поетапно з урахуванням того, що на інструменті може бути одна або декілька вихідних інструментальних поверхонь (при обробці зубчастих деталей), на кожній із вихідних інструментальних поверхонь є характеристика; кожна характеристика створюється або суцільною різальною кромкою  $E=K$ , або окремими частинами кромки, або масивом точок контакту.

Різальні кромки поділяють на чистові і чорнові. Перші лежать на вихідній інструментальній поверхні, другі розміщуються поза нею. Чорнові різальні кромки лежать на поверхні, яка зміщена від поверхні деталі у бік поверхні заготовки. Відносне зміщення різальних кромок у межах припуску і є конструктивною подачею  $S_k$ . Назви типів різальних інструментів кожного виду сформувались історично на підставі практичного досвіду.

Відновлення інструмента після затуплення лез здійснюють їх переточуванням, тобто шліфуванням задньої і передньої поверхонь. Після кожного переточування леза його різальна кромка зміщується з вихідної інструментальної поверхні і тим самим порушується теоретичний контакт інструменту з поверхнею деталі. Похибки формоутворення поверхні, викликані переточуванням інструмента, компенсують різними прийомами, залежно від виду.

Якщо вихідна інструментальна поверхня відсутня (різці для стругання і точіння), то для поверхонь леза використовують поверхні виду  $TH^*$ . Переточування таких інструментів по передній, задній або обох поверхнях забезпечує збереження форми різальної кромки, а встановлюється інструмент після переточування так само, як і новий.

Коли вихідна інструментальна поверхня збігається з

поверхнею деталі (протяжки, мітчики, плашки), створюють так звану калібрувальну частину з декількох лез, задня поверхня яких, завдяки фасці, усіма своїми точками контактує з поверхнею деталі (задній кут  $\alpha_{\phi}$  дорівнює нулю). Тоді при переточуваннях інструмента по передній поверхні лез різальна кромка завжди зберігає своє положення у просторі.

Якщо вихідна інструментальна поверхня є обвідною послідовних положень поверхні деталі, то тоді різальну частину виконують або зі вставними регульованими щодо корпусу інструмента зубами, поверхні яких виконують як поверхні виду  $TN^*$ , або проектують задню поверхню як поверхню виду  $T^0H^0$ . У першому випадку після кожного переточування різальні кромки зближують до контакту з поверхнею деталі. У другому випадку після кожного переточування по передній поверхні, розраховується вихідна інструментальна поверхня, а задня поверхня лева буде геометричним місцем точок поновлених різальних кромок.

*Тип лева різального інструмента* визначають статусом різальної кромки щодо характеристики ( $K_1$  - залежна,  $K_2$  - незалежна) і статусом параметрів передньої ( $T_{\gamma}, H_{\gamma}$ ) і задньої ( $T_{\alpha}, H_{\alpha}$ ) поверхонь щодо різальної кромки  $K$ . Один із параметрів передньої поверхні і один із параметрів задньої поверхні є залежними від різальної кромки, другий є незалежним і призначається конструктором.

Формула типу лева - це поєднанням варіанта параметра різальної кромки  $K_1, K_2$  з незалежними параметрами передньої і задньої поверхонь лева  $T_{\alpha}H_{\gamma}, T_{\alpha}H_{\gamma}, H_{\gamma}H_{\alpha}, T_{\gamma}T_{\alpha}$ . Таких поєднань, а отже типів лез, буде вісім.

*Схема зрізування припуску* показує послідовність його розподілення на шари, що зрізуються і залишаються відповідно уздовж твірної  $T$  і напрямної  $H$  обробленої поверхні. Для цього створюють головний рух різання  $Dr$ . Різальна кромка описує поверхню головного руху ( $K, Dr$ ). Здійснюючи рухи подач  $D_{St}, D_{SH}, D_{ST}$ , різальна кромка також описує відповідні поверхні ( $K, D_{St}$ ), ( $K, D_{SH}$ ), ( $K, D_{ST}$ ).

Поверхню, якою інструмент розділяє припуск на окремі шари, називають поверхнею різання. Якщо головний рух інструмент здійснюється по черзі з рухами подач, то поверхня різання збігається з поверхнею головного руху,  $R=Rr(K, Dr)$ . Якщо ж головний рух здійснюється одночасно з одним або декількома рухами подач, то поверхня різання і поверхня головного руху не збігаються, оскільки при тій самій твірній (різальна кромка  $K$ ) напрямна  $D_e$  у другому випадку відрізняється від напрямної  $Dr$ ,  $R=R(K, D_e)$ . Відстань між поверхнями різання визначає товщину шару, що зрізується.

Рухи подач, якщо вони не суміщені з головним рухом різання, здійснюються по черзі, після кожного циклу головного руху різання. Послідовність рухів інструмента встановлює конструктор.

Схему зрізування припуску будують за три етапи. Перший етап зумовлюється системою різальних кромок, подальші - системою рухів інструменту. Якщо інструмент має конструктивні подачі, то перший етап такий:

а) остаточно твірна лінія вихідної інструментальної поверхні, що контактує з твірною поверхні деталі, окреслить шар металу (припуск), який підлягає видаленню за один цикл головного руху;

б)  $z$  ліній (з кроком конструктивної подачі, яка дискретно змінює форму твірної вихідної інструментальної поверхні) поділять його на  $z$  шарів;

в)  $k_b$  різальних кромок із кроком конструктивної подачі по твірній кожен такий шар розрізатимуть на  $n$  частин, перетворюючи його на стружку.

На цьому етапі можна управляти схемою зрізування припуску, змінюючи кількість чи крок конструктивних подач, застосовуючи конструктивні подачі з нерівномірним кроком чи зміщуючи їх початок. Наприклад, якщо при конструюванні круглої протяжки припустити, що у пункті б)  $z$  ліній дорівнює кількості зубів чорнової секції, а у пункті в)  $k_b$  - це кількість різальних кромок між стружкоподільними канавками на кожному зубі, то отримаємо одинарну схему різання. Якщо ж  $z$  у

пункті б) - це кількість груп зубів чорнової секції, а  $k_b$  у пункті в) - кількість зубів у групі, то тоді вийде групова схема різання.

Якщо інструмент не має конструктивних подач, то скасовуються другий і третій пункти етапу.

Другий етап - побудова схеми зрізування припуску за один прохід, тобто за  $i$  циклів головного руху різання. Тут схема зрізування припуску, створена на першому етапі, буде повторена  $i$  раз на оброблюваній поверхні.

Третій етап - побудова схеми зрізування припуску за  $n$  проходів. Тут схема з другого етапу буде повторена  $n$  разів.

*Формула різального інструмента* визначається сумою формул його виду, типу, типу його лез і виду схеми зрізування припуску. Вона утворюється за шаблоном (рис.5.8)

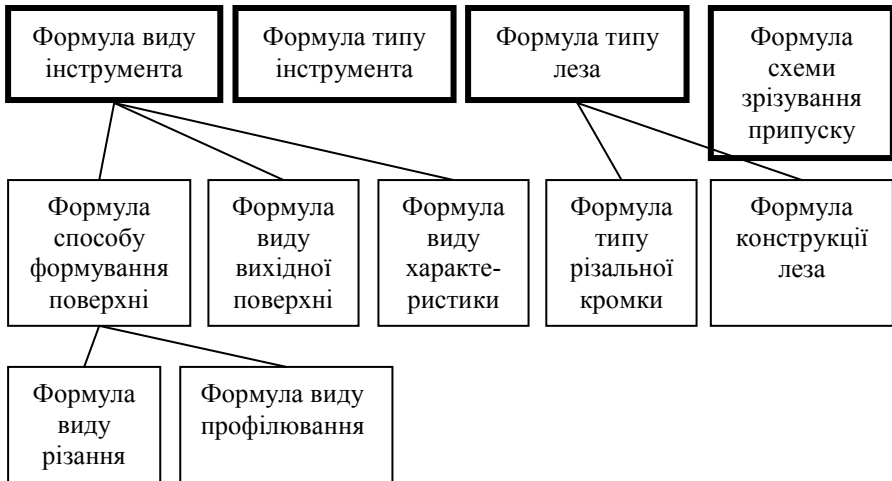


Рисунок 5.8 – Шаблон формули різального інструмента

Формула різального інструмента записується відповідно до конкретного способу формування поверхні. Тому один і той самий інструмент може мати різні формули.

Сукупність кінематичних і геометричних параметрів, якими в межах виконання інструментом обох своїх функцій можна

описати всі способи формування поверхонь різальним інструментами, всі види, типи і конструкції різальної частини інструмента, являє собою *загальну модель різального інструмента*. До цієї групи належать десять параметрів, які використовуються під час виконання інструментом першої його функції, десять параметрів, які використовуються під час виконання ним другої його функції, і десять параметрів оцінки чисельних значень незалежних параметрів моделі.

Створення конкретного інструмента і способів формування поверхні на підставі цієї моделі полягає в тому, що конструктор інструмента має можливість на свій розсуд призначити:

- статус кожного параметра в моделі;
- варіанти рівнянь, які описують закони рухів, параметри яких прийняті незалежними, зумовлюючи тим самим форму вихідної інструментальної поверхні чи характеристики (вид інструмента);
- варіанти рівнянь, що описують закони утворення ліній різальної частини інструмента, параметри яких прийняті незалежними (тип інструмента і тип леза);
- послідовність рухів подач (схема зрізування припуску).

У таблиці 5.1 подана послідовність генерування різальних інструментів. У ній показані можливі варіанти реалізації геометричних і кінематичних параметрів моделі формування поверхонь і послідовність їх реалізації. Перед розв'язанням задачі формування поверхні на заготовці конструктор інструмента повинен вибрати варіант виконання кожного елемента моделі формування поверхні. Але ця послідовність має ітераційний характер. Значення параметрів припуску, шорсткості поверхні та машинний час (12, 13 та 14 пункти) порівнюють з допустимими. Якщо вони не задовольняють, то змінюють пункти 10 та 11. Коли це не дає бажаних результатів, змінюють формулу інструмента і т.д.

Таблиця 5.1 - Схема генерування інструмента

Вид поверхні			
1	1	$T^*H^*$	допускає рух «сама по собі» по твірній і по напрямній (сфера, круглий циліндр, площина)
	2	$TH^*$	допускає рух «сама по собі» по напрямній (гвинтова, обертання, циліндрична)
	3	$TH^0$	напрямна змінюється
	4	$T^0H$	твірна змінюється
	5	$T^0H^0$	змінюються твірна і прямна
Вид різання (формула руху інструмента по напрямній оброблюваної поверхні)			
2	1	$D_{r1}$	залежний від параметрів $I$ головний рух різання (точіння)
	2	$D_{r1}S_{\delta}$	залежний від параметрів $I$ головний рух різання у сполученні з ділильною подачею
	3	$D_{r2}S_{n1}$	незалежний від параметрів $I$ головний рух різання у сполученні із залежною від напрямної подачею
	4	$D_{r2}S_{n1}S_{\delta}$	незалежний від параметрів $I$ головний рух різання у сполученні із залежною від напрямної подачею і ділильною подачею
	5	$D_{r2}D_{r1}$	незалежний і залежний від параметрів $I$ головні рухи різання
	6	$S_{n1}$	залежна від напрямної подача
Вид профілювання (формула руху інструмента по твірній оброблюваної поверхні)			
3	1	$S_{m2}S_{\delta}$	незалежна від твірної подача у сполученні з ділильною подачею
	2	$S_{m1}$	залежна від твірної подача
	3	$S_{m2}$	незалежна від твірної подача
Варіанти поєднання рухів			
4	1	дужка знизу	одночасні рухи при збереженні своїх циклів
	2	дужка зверху	одночасні рухи при рівних циклах, утворюють сумарний рух
Види вихідної інструментальної поверхні ( $I$ )			
5	1	$m^0n^0$	змінюються твірна і прямна
	2	$mn^1$	напрямна - пряма лінія, допускає рух «сама по собі»
	3	$mn^2$	напрямна - дуга, допускає рух «сама по собі»
	4	$mn^3$	напрямна – гвинтова лінія, допускає рух «сама по собі»

## Продовження таблиці 5.1

5	5	$m^{*1}_H^{*2}$	допускає рух «сама по собі» по твірній і по напрямній , твірна – пряма лінія, напрямна - дуга
	6	$m^{*2}_H^{*2}$	допускає рух «сама по собі» по твірній і по напрямній , твірна і напрямна - дуги
	7	$m^{*1}_H^{*1}$	допускає рух «сама по собі» по твірній і по напрямній, твірна і напрямна – прямі лінії
6	Види матеріалізованої характеристики ( $E_0$ )		
	1	$E_{01}$	залежить від параметрів і форми поверхні деталі
	2	$E_{01}^1$	залежить від параметрів і форми вихідної інструментальної поверхні
	3	$E_{02}$	не залежить від параметрів і форми поверхні деталі
	4	$E_{02}^1$	не залежить від параметрів і форми вихідної інструментальної поверхні (призначається конструктором)
7	Типи інструментів		
	1	$S_o^k S_n^k S_t^k S_m^k$	використовуються чотири конструктивні подачі, ділильна, по напрямній, зближення і по твірній
	2	$S_n^k S_t^k S_m^k$	використовуються три конструктивні подачі, по напрямній, зближення і по твірній
	3	$S_o^k S_n^k S_m^k$	використовуються три конструктивні подачі, ділильна, по напрямній і по твірній
	4	$S_o^k S_n^k S_t^k$	використовуються три конструктивні подачі, ділильна, по напрямній і зближення
	5	$S_n^k S_m^k$	використовуються дві конструктивні подачі, по напрямній і по твірній
	6	$S_n^k S_t^k$	використовуються дві конструктивні подачі, по напрямній і зближення
	7	$S_o^k S_m^k$	використовуються дві конструктивні подачі, ділильна і по твірній
	8	$S_o^k S_n^k$	використовуються дві конструктивні подачі, ділильна і по напрямній
	9	$S_m^k$	використовується одна конструктивна подача, по твірній
	10	$S_t^k$	використовується одна конструктивна подача, зближення
11	$S_n^k$	використовується одна конструктивна подача, по напрямній	

## Продовження таблиці 5.1

7	12	$S_o^k$	використовується одна конструктивна подача, ділильна
	13	$0_k$	конструктивна подача відсутня
8	Варіанти різальних кромок		
	1	$K_1$	форма різальної кромки залежить від форми характеристики
	2	$K_2$	форма різальної кромки не залежить від форми характеристики
	3	$K_1^1$	точка на різальній кромці, форма якої залежить від форми характеристики
	4	$K_2^1$	точка на різальній кромці, форма якої не залежить від форми характеристики
9	Варіанти лез		
	1	$n_\gamma n_\alpha$	різальна кромка напрямна для передньої і задньої поверхонь
	2	$n_\gamma m_\alpha$	різальна кромка напрямна для передньої поверхні і твірна для задньої поверхні
	3	$m_\gamma n_\alpha$	різальна кромка твірна для передньої поверхні і напрямна для задньої поверхні
	4	$m_\gamma m_\alpha$	різальна кромка твірна для передньої і задньої поверхонь
10	Параметри рухів інструмента		
	1	$S_o$	ділильна подача
	2	$S_m$	подача по твірній
	3	$S_n$	подача по напрямній
	4	$S_f$	подача зближення (визначає глибину різання)
	5	$D_r$	головний рух різання
11	Черговість рухів інструмента		
	1	5	п'ятий
	2	4	четвертий
	3	3	третій
	4	2	другий
	5	1	перший
12	Параметри зрізуваного шару та шорсткості обробленої поверхні		
	1	$a$	товщина зрізуваного шару
	2	$b$	ширина зрізуваного шару
	3	$Ra$	середнє арифметичне відхилення профілю
	4	$Rz$	висота нерівностей профілю по десяти точках



## Продовження таблиці 5.1

		Геометрія леза	
13	1	$\gamma$	передній кут
	2	$\alpha$	задній кут
	3	$\lambda$	кут нахилу леза
	4	$\varphi$	кут у плані
	5	$\varphi^1$	кут у плані у точці допоміжної різальної кромки
		Машинний час	
14	1	$t_m$	час роботи верстата при контакті поверхонь $I$ та $D$ в період формування останньої

## 5.3 Оцінювання різальних інструментів

Оцінити модель різального інструмента можна порівнюючи параметри шорсткості, яку він створить на поверхні деталі, із заданими на кресленні значеннями. Формалізація розрахунку параметрів шорсткості  $Rz$  та  $Ra$  відбувається таким чином. Враховуючи тільки геометричні та кінематичні чинники, прирівняємо параметр  $Rz$  до теоретичної висоти залишкового

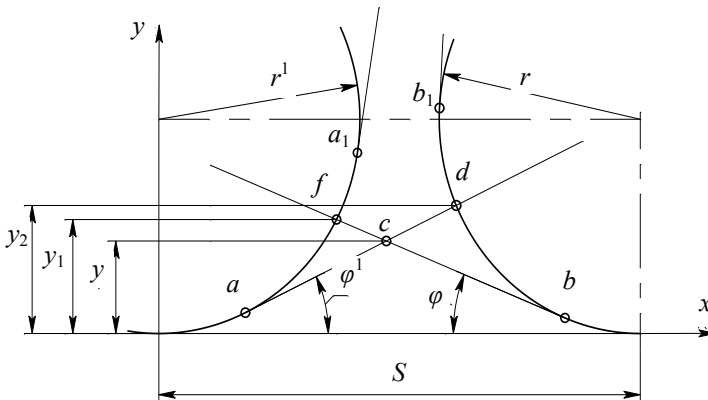


Рис. 5.9 - Схема для розрахунку геометричної складової шорсткості поверхні

гребеня  $h_1$ . Величиною  $h_1$  може бути ордината точки  $c$ ,

перетину прямих (рис. 5.9), одна з яких, дотична до кола радіусом  $r^1$  у точці  $a$ , а друга дотична до кола радіусом  $r$  у точці  $b$ . Причому  $r = r^1$ , тому що це одне і те саме лезо, показане на суміжних витках траєкторії з кроком, що дорівнює подачі  $S$ . Залишковий гребінь формується головною різальною кромкою (частина дуги радіусом  $r$  і відрізок  $bc$ ) та допоміжною різальною кромкою (частина дуги радіусом  $r^1$  та відрізок  $ac$ ).

Рівняння прямої, що проходить через точку  $a(x_a, y_a)$  під кутом  $\varphi^1$  до осі абсцис, набирає такого вигляду:

$$y_a = A + k \cdot x. \quad (5.1)$$

Якщо  $x_a = r \sin \varphi^1$ ,  $y_a = r(1 - \cos \varphi^1)$  і  $k = \operatorname{tg} \varphi^1$ , то тоді

$A = r \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi^1} \right)$ , і вираз (5.1) буде мати вигляд

$$y_a = r \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi^1} \right) + x \cdot \operatorname{tg} \varphi^1. \quad (5.2)$$

Рівняння дотичної до кола в точці  $b(x_b, y_b)$

$$y_b = B + q \cdot x. \quad (5.3)$$

Координати цієї точки  $x_b = S - r \sin \varphi$ ,  $y_b = r(1 - \cos \varphi)$  і  $q = \operatorname{tg} \varphi$ .

Отже,  $B = r \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi} \right) + S \cdot \operatorname{tg} \varphi$ , і вираз (5.3) можна записати як

$$y_b = r \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi} \right) + S \cdot \operatorname{tg} \varphi - x \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (5.4)$$

Розв'язуючи систему рівнянь з (5.2) і (5.4), отримуємо ординату точки  $c$ :

$$y = S \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi^1 \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi^1 + \operatorname{tg} \varphi} + \frac{r}{\operatorname{tg} \varphi^1 + \operatorname{tg} \varphi} \times \left[ \operatorname{tg} \varphi^1 \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi} \right) + \operatorname{tg} \varphi \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi^1} \right) \right]. \quad (5.5)$$

Ця формула ( $h_1 = y$ ) може бути використана при  $S > 2r$  за умови  $y_a < y$  і  $y_b < y$ .

Якщо ж  $S \leq 2r$ , то кола радіусів  $r$  та  $r^1$  перетинаються і координати точки їх перетину визначаються при сумісному розв'язанні рівнянь

$$(y-r)^2 + x^2 = r^2, \quad (5.6)$$

$$(y-r)^2 + (x-S)^2 = r^2. \quad (5.7)$$

Знаходимо, що ордината перетину цих кіл

$$y_k = r - \frac{\sqrt{4r^2 - S}}{2}. \quad (5.8)$$

Якщо  $y_a > y_k$  і  $y_b > y_k$  (тобто точка  $a$  знаходиться у положенні  $a_1$ , а точка  $b$  у положенні  $b_1$  (рис. 5.9)), то  $h_1 = y_k$ . За умови  $y_a < y_k$  і  $y_b < y_k - h_1$  визначається за формулою (5.5) при будь-якій подачі.

Залишковий гребінь, коли точка  $a$  знаходиться в положенні  $a_1$ , може обмежуватися частиною дуги радіусом  $r$ , відрізком  $bf$  та дугою радіусом  $r^1$  (при  $y_{a1} > y$  і  $y_b < y$ ). Розв'язуючи систему рівнянь із (5.4) та (5.6), знаходимо ординату точки  $f$ :

$$y_1 = r(1 - \cos \varphi) + S \cdot \sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi \sqrt{S \cdot \sin \varphi (2r - S \cdot \sin \varphi)}. \quad (5.9)$$

Висота залишкового гребеня  $h_1 = y_1$ .

У разі коли точка  $b$  знаходиться в положенні  $b_1$ , залишковий гребінь обмежується частиною дуги радіусом  $r^1$ , відрізком  $ad$  та дугою радіусом  $r$  (при  $y_a < y$  і  $y_{b1} > y$ ). Висота  $h_1 = y_2$  розраховується за формулою, яка отримана з сумісного розв'язання рівнянь кола (5.7) і прямолінійної ділянки допоміжної різальної кромки (5.2). За своєю структурою вона відповідає формулі (5.9), але кут  $\varphi$  замінений на кут  $\varphi^1$ :

$$y_2 = r(1 - \cos \varphi^1) + S \sin \varphi^1 \cos \varphi^1 - \sin \varphi^1 \sqrt{S \sin \varphi^1 (2r - S \sin \varphi^1)}. \quad (5.10)$$

Алгоритм розрахунку параметра шорсткості  $Rz = h_1$  на ЕОМ поданий на рис. 5.10.

Якщо вісь  $x$  перенести на середню лінію профілю поверхні, то середнє арифметичне відхилення профілю можна визначити за формулою

$$Ra = \frac{1}{l} \left( \int_0^{x_a} |y(x)| dx + \int_{x_a}^{x_b} |y(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^l |y(x)| dx \right),$$

де  $l$  – довжина базової лінії;

$x_a, x_b, \dots, x_n$  – координати, що обмежують функцію  $y(x)$  на осі  $x$ .

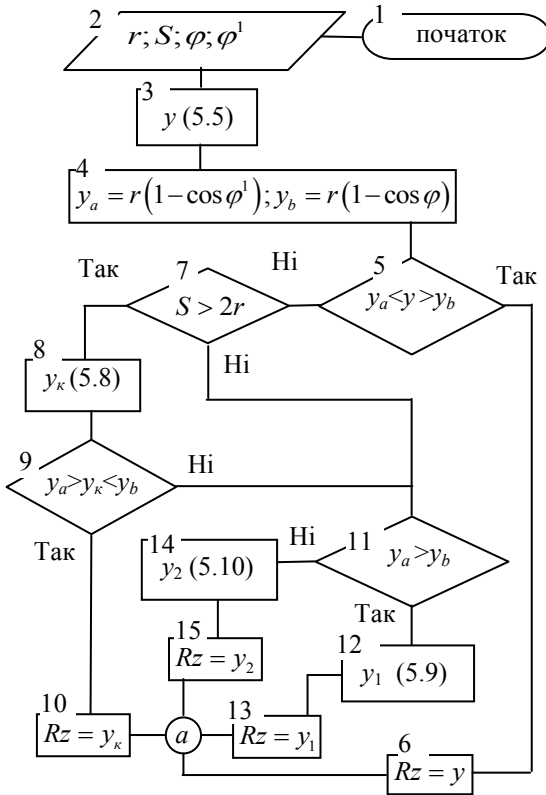


Рисунок 5.10 – Алгоритм розрахунку висоти залишкового гребеня (нерівностей профілю)

Рівняння кола радіусом  $r$  при такому перенесенні осі  $x$  набере вигляду

$$\left(y - r + \frac{Rz}{2}\right)^2 + x^2 = r^2.$$

Тоді  $y = r - \frac{Rz}{2} \pm \sqrt{r^2 - x^2}$ , а площа під дугою, що обмежує відповідну ділянку шорсткості, дорівнює

$$F_{\kappa} = \int_{x_1}^{x_2} \left( r - \frac{Rz}{2} - \sqrt{r^2 - x^2} \right) dx.$$

Після перетворень

$$\begin{aligned} F_{\kappa} &= \left( r - \frac{Rz}{2} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} - \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{x}{r} \Big|_{x_1}^{x_2} - \frac{x}{2} \sqrt{r^2 - x^2} \Big|_{x_1}^{x_2}, \\ F_{\kappa} &= \left( r - \frac{Rz}{2} \right) (x_2 - x_1) - \frac{r^2}{2} \left( \arcsin \frac{x_2}{r} - \arcsin \frac{x_1}{r} \right) - \\ &\quad - \frac{x_2}{2} \sqrt{r^2 - x_2^2} + \frac{x_1}{2} \sqrt{r^2 - x_1^2}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Цей вираз дозволяє визначити площі  $F_1 - F_4, F_9 - F_{11}, F_{13}$ , обмежені дугою радіуса  $r$ .

Площі  $F_5 - F_8, F_{12}, F_{14} - F_{16}$  визначаються за формулами

$$y_a^1 = \left| y_a - \frac{Rz}{2} \right|; \quad y_c = \frac{Rz}{2};$$

$$F_5 = 0,5(y_c - y_a^1)(x_c - x_a) + y_a^1(x_c - x_a); \quad (5.12)$$

$$F_6 = 0,5y_c(x_c - x_a); \quad F_7 = 0,5y_a^1(x_d - x_a); \quad F_8 = 0,5y_c(x_c - x_d);$$

$$y_b^1 = \left| y_b - \frac{Rz}{2} \right|; \quad y_e = \frac{Rz}{2};$$

$$F_{14} = 0,5(y_e - y_b^1)(x_b - x_e) + y_b^1(x_b - x_e); \quad (5.13)$$

$$F_{12} = 0,5y_e(x_b - x_e); \quad F_{15} = 0,5y_e(x_f - x_e); \quad F_{16} = 0,5y_b^1(x_b - x_f)$$

Координати початку і кінця ліній, що обмежують характерні ділянки площі на схемі для визначення  $Ra$ , дорівнюють

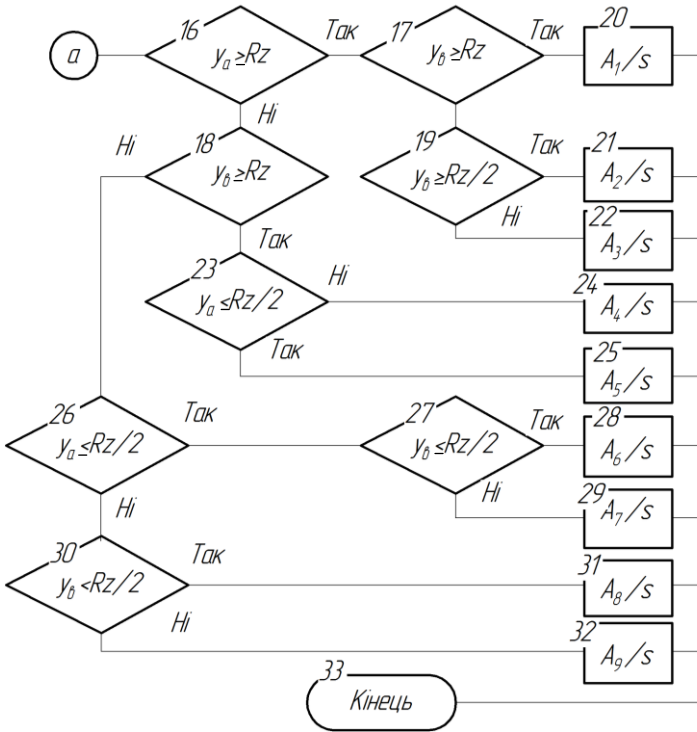


Рисунок 5.11 – Алгоритм визначення середнього арифметичного відхилення профілю

$$x_a = r - \sin \varphi^1; \quad x_d = \frac{\frac{Rz}{2} - r \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi^1}\right)}{\operatorname{tg} \varphi^1};$$

$$x_c = \frac{Rz - r \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi^1}\right)}{\operatorname{tg} \varphi^1}; \quad x_e = \frac{-Rz + r \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi}\right) + Stg \varphi}{\operatorname{tg} \varphi};$$

$$x_b = s - r \sin \varphi; \quad x_k = \sqrt{r^2 - (Rz - r)^2}; \quad x_m = S - \sqrt{r^2 - \left(\frac{Rz}{2} - r\right)^2};$$

$$x_p = s - \sqrt{r^2 - (Rz - r)^2}; \quad x_n = \sqrt{r^2 - \left(\frac{Rz}{2} - r\right)^2};$$

$$x_f = \frac{-\frac{Rz}{2} + r \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi}\right) + Stg \varphi}{tg \varphi};$$

$$z_m = x_m - s; \quad z_s = 0; \quad z_b = x_b - s; \quad z_p = x_p - s.$$

Враховуючи ці координати, за формулами (5.11), (5.12) та (5.13) визначаємо усі доданки будь-якої загальної площі  $A_i$  відповідно до однієї із схем розрахунку  $Ra$  (табл. 5.2):

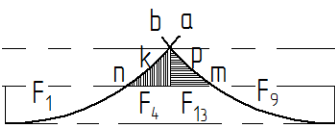
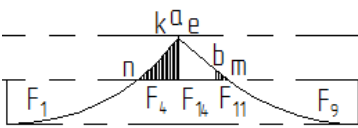
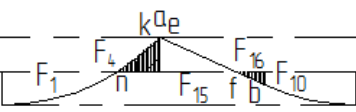
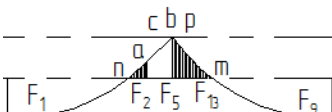
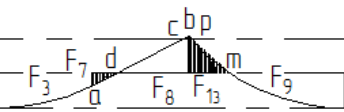
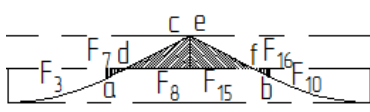
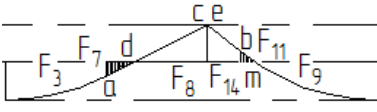
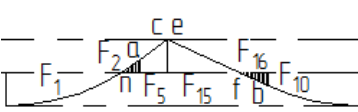
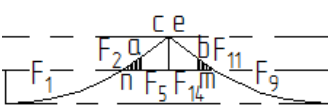
$$F_1 = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = x_n \end{array} \right.; \quad F_2 = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = x_n \\ x_2 = x_a \end{array} \right.; \quad F_3 = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = x_a \end{array} \right.;$$

$$F_4 = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = x_n \\ x_2 = x_k \end{array} \right.; \quad F_9 = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = z_m \\ x_2 = z_s \end{array} \right.;$$

$$F_{10} = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = z_b \\ x_2 = z_s \end{array} \right.; \quad F_{11} = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = z_b \\ x_2 = z_m \end{array} \right.; \quad F_{13} = F_\kappa \left| \begin{array}{l} x_1 = z_p \\ x_2 = z_m \end{array} \right.;$$

Площа  $A_i$  змінюється в межах подачі  $S$  і періодично повторюється при будь-якому значенні  $l$ . Тому для визначення середнього арифметичного відхилення профілю достатньо розділити  $A_i$  на  $S$  (рис. 5.11).

Таблиця 5.2 – Схеми формування середнього відхилення профілю поверхні

 $A_1 = F_1 + F_4 + F_{13} + F_9$	 $A_2 = F_1 + F_4 + F_{14} + F_{11} + F_9$
 $A_3 = F_1 + F_4 + F_{15} + F_{16} + F_{10}$	 $A_4 = F_1 + F_2 + F_5 + F_{13} + F_9$
 $A_5 = F_3 + F_7 + F_8 + F_{13} + F_9$	 $A_6 = F_3 + F_7 + F_8 + F_{15} + F_{16} + F_{10}$
 $A_7 = F_3 + F_7 + F_8 + F_{14} + F_{11} + F_9$	 $A_8 = F_1 + F_2 + F_5 + F_{15} + F_{16} + F_{10}$
 $A_9 = F_1 + F_2 + F_5 + F_{14} + F_{11} + F_9$	

Геометрично шорсткість формується при поєднанні геометрії леза і подачі. Проте це не остаточна форма мікрорельєфу, оскільки відбувається спотворення за рахунок пластичних деформацій.



## 5.4 Математичне моделювання формоутворення поверхонь

Аналітичним зображенням точкового перетворення є введення нових перемінних  $x^l, y^l, z^l$ , заданих як функції старих  $x, y, z$ :

$$x^l = \varphi(x, y, z), \quad y^l = \chi(x, y, z), \quad z^l = \psi(x, y, z).$$

Таку систему рівнянь можна уявити як заміну систем координат (паралельне перенесення, обертання, дзеркальне відображення, змінення масштабу прямокутної системи координат), тобто нерухомій точці з координатами  $x, y, z$  приписуються нові координати  $x^l, y^l, z^l$  і отримуємо простір  $R$ .

Інший підхід полягає у тому, що система координат фіксована, а перетворюють сам простір і усі перелічені вище перетворення розглядаються як окремі випадки. Це афінні перетворення.

Афінне перетворення визначається тим, що  $x^l, y^l, z^l$  є довільними цілими лінійними функціями від  $x, y, z$  [2]:

$$\begin{aligned} x^l &= a_1x + b_1y + c_1z + d_1, \\ y^l &= a_2x + b_2y + c_2z + d_2, \\ z^l &= a_3x + b_3y + c_3z + d_3. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Перетворення (5.1) можна уявити як перенесення простору на  $d_1, d_2, d_3$  паралельно до трьох осей і перетворень  $(a_1x + b_1y + c_1z)$ ,  $(a_2x + b_2y + c_2z)$ ,  $(a_3x + b_3y + c_3z)$ , які не змінюють положення встановленого початку, такий простір позначається *Aff*.

При афінному перетворенні паралельні прямі та площини перетворюються у паралельні прямі та площини.

Якщо у звичайному тривимірному просторі вибрана система координат  $xuz$  з початком у точці  $O$ , то кожна точка  $A$  цього простору ототожнюється з трійкою чисел - координатами якогось вектора  $\overline{OA}$ . Аналогічно можна вважати, що множина  $n$  чисел є точкою  $n$ -вимірного простору і розглядати цю множину

як координати радіус-вектора цієї точки. Такий  $n$  - вимірний простір на відміну від векторного називається *афінним  $n$  - вимірним простором*. За початок координат береться точка  $(0, 0, \dots, 0)$ . За одиничні вектори на осях координат у цьому випадку беруться радіус-вектори точок

$$(1, 0, \dots, 0), (0, 1, \dots, 0), \dots, (0, 0, \dots, 1).$$

Через будь-які дві точки  $A$  і  $B$  афінного простору можна провести вектор  $n$ - вимірного лінійного простору. Для отримання координат цього вектора потрібно від координат його кінця відняти координати початку. Нехай  $A=(2,1,-3,4)$  і  $B=(3,0,-5,6)$  – точки чотиривимірного простору. Тоді вектор  $\overline{AB}$  має такий координатний стовпець:

$$\begin{pmatrix} 3-2 \\ 0-1 \\ -5-(-3) \\ 6-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Паралельне перенесення осей координат здійснюється за формулами, аналогічними до тих, що застосовуються у тривимірній системі. Якщо точка  $O(x_1, x_2, \dots, x_n)$  є початком нової системи координат, а точка  $M$  - деяка точка простору з координатами  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  у старій системі координат і  $(\overline{y}_1, \overline{y}_2, \dots, \overline{y}_n)$  у новій системі координат, то зв'язок між старими і новими координатами визначається за формулами

$$\overline{y}_1 = y_1 - x_1, \overline{y}_2 = y_2 - x_2, \dots, \overline{y}_n = y_n - x_n.$$

Відстань між точками  $E(x_1, x_2, \dots, x_n)$  та  $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$  в афінному просторі визначається як

$$EF = |\overline{EF}| = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + \dots + (y_n - x_n)^2}.$$

У тривимірному просторі рівняння  $Ax + By + Cz = D$  задає площину. Аналогічно в  $n$ - вимірному просторі рівняння  $A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n = B$  задає площину розмірності  $n-1$ , яку називають *гіперплощиною*.

Можна розглядати множину точок, що визначається рівнянням  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ . При деяких обмеженнях на функцію це рівняння визначатиме  $n$ -вимірну поверхню (гіперповерхню), а нерівність  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$  - область в  $n$ -вимірному афінному просторі. Рівняння  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = R^2$  задає в  $n$ -вимірному просторі  $n$ -вимірну сферу, а нерівність  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq R^2$  -  $n$ -вимірну кулю радіуса  $R$ , центр якої збігається з початком координат.

Вперше багатопараметричне відображення афінного простору як загальну модель формоутворення запропонував Б.О.Перепелиця [8]. Нехай є тривимірний афінний простір і відповідний йому евклідовий лінійний простір радіусів-векторів. У афінному просторі є  $n+1$  систем координат.

Положення кожної попередньої системи щодо наступної задано радіус-вектором і лінійним перетворенням координатних базисів. У системі координат  $x_1 y_1 z_1$  задана точка  $P_1$  з радіус-вектором  $\bar{r}_1$  (рис.5.12). Ця точка переходить у

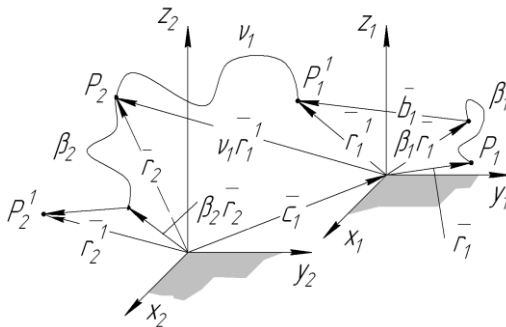


Рисунок 5.12 – Вплив операторів на радіус-вектори

точку  $P_1^1$  за допомогою оператора  $\beta_1$  і вектора  $\bar{b}_1$ :

$$\bar{r}_1^1 = \bar{r}_1 \beta_1 + \bar{b}_1 \quad (5.2)$$

Здійснивши перехід із системи координат  $x_1 y_1 z_1$  у систему координат  $x_2 y_2 z_2$ , використовуючи додатково оператор  $\nu_1$ ,

отримаємо точку  $P_2$  з радіус- вектором  $\bar{r}_2 = \bar{r}_1^1 v_1 + \bar{c}_1$  або, підставивши вираз (5.2),

$$\bar{r}_2 = (\bar{r}_1 \beta_1 + \bar{b}_1) v_1 + \bar{c}_1. \quad (5.3)$$

Перетворення, подібні до (5.2), можуть відбуватися і у системі координат  $x_2 y_2 z_2$ . Точка  $P_2$  з радіусом-вектором  $\bar{r}_2 = (\bar{r}_1 \beta_1 + \bar{b}_1) v_1 + \bar{c}_1$  за допомогою оператора  $\beta_2$  та вектора  $b_2$

перетвориться у точку  $P_2^1$  з радіус-вектором  $\bar{r}_2^1 = \bar{r}_2 \beta_2 + \bar{b}_2$ .

Із системи координат  $x_2 y_2 z_2$ , за допомогою оператора  $v_2$  та вектора  $c_2$ , можна так само перейти в систему  $x_3 y_3 z_3$ . Послідовність таких перетворень записуємо як

$$\bar{r}_3 = (\bar{r}_2 \beta_2 + \bar{b}_2) v_2 + \bar{c}_2. \quad (5.4)$$

Підставляючи (5.3) в (5.4), отримаємо

$$\begin{aligned} \bar{r}_3 &= \left( \left( \left( \bar{r}_1 \beta_1 + \bar{b}_1 \right) v_1 + \bar{c}_1 \right) \beta_2 + \bar{b}_2 \right) v_2 + \bar{c}_2 = \\ &= \bar{r}_1 v_1 \beta_2 v_2 + \bar{b}_1 v_1 \beta_2 v_2 + \bar{c}_1 \beta_2 v_2 + \bar{b}_2 v_2 + \bar{c}_2. \end{aligned}$$

Якщо і далі послідовно переходити із однієї системи координат в іншу, то отримаємо  $n$  перетворень афінного простору і  $n$  перетворень афінних координат, де  $n$  - будь-яке натуральне число. Загальний векторний запис такого перетворення:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{n+1} &= \beta_{n-1} v_{n-1} \beta_n v_n \dots \bar{r}_1 \beta_1 v_1 \beta_2 v_2 \beta_3 v_3 + \\ &+ \beta_{n-1} v_{n-1} \beta_n v_n \dots \beta_2 v_2 \beta_3 v_3 (\bar{b}_1 v_1 + c_1) + \\ &+ \beta_{n-1} v_{n-1} \beta_n v_n \dots \beta_3 v_3 (\bar{b}_2 v_2 + c_2) + \dots + \\ &+ \dots + \beta_{n-1} v_{n-1} \beta_n v_n (\bar{b}_{n-2} v_{n-2} + c_{n-2}) + \\ &+ \beta_n v_n (\bar{b}_{n-1} v_{n-1} + c_{n-1}) + (\bar{b}_n v_n + c_n). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Радіус-вектори  $\bar{r}_1$  та  $\bar{r}_{n+1}$ , що входять до рівняння (5.5), належать відповідно початковій  $x_1 y_1 z_1$  та кінцевій  $x_{n+1} y_{n+1} z_{n+1}$  системам координат. Їх можна записати матрицями

$$m_{r_1} = \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}, \quad m_{r_{n+1}} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}.$$

Кожне лінійне перетворення в координат базисів у рівнянні (5.5) задаємо матрицею напрямних косинусів

$$m_{v_i} = \begin{vmatrix} \cos \alpha_x^1 & \cos \alpha_x^{11} & \cos \alpha_x^{111} \\ \cos \alpha_y^1 & \cos \alpha_y^{11} & \cos \alpha_y^{111} \\ \cos \alpha_z^1 & \cos \alpha_z^{11} & \cos \alpha_z^{111} \end{vmatrix},$$

а кожен перехід до нового початку - матрицею вектора

$$m_{c_i} = \begin{vmatrix} c_{x_i} \\ c_{y_i} \\ c_{z_i} \end{vmatrix}.$$

Оператори  $v_i$ ,  $\bar{c}_i$  називатимемо координатними.

Кожне перетворення афінного простору в рівнянні (5.5) виконуємо двома операторами  $\bar{\beta}_i$ ,  $\bar{b}_i$  з відповідними їм афінними параметрами  $\beta_i$ ,  $b_i$ . Оператор  $\bar{\beta}_i$  записуємо матрицею

$$m_{\beta_i} = \begin{vmatrix} f_{11}(\beta_i) & f_{12}(\beta_i) & f_{13}(\beta_i) \\ f_{21}(\beta_i) & f_{22}(\beta_i) & f_{23}(\beta_i) \\ f_{31}(\beta_i) & f_{32}(\beta_i) & f_{33}(\beta_i) \end{vmatrix},$$

де  $\beta_i$  - змінна з безлічі дійсних чисел, функціями якої служать елементи матриці. При фіксованому значенні параметра  $\beta_i$  оператор  $\bar{\beta}_i$  є лінійним.

Оператором  $\bar{b}_i$  є вектор, що задається матрицею

$$m_{b_i} = \begin{vmatrix} b_i \cos \alpha_x \\ b_i \cos \alpha_y \\ b_i \cos \alpha_z \end{vmatrix},$$

де  $b_i$  - модуль вектора  $\overline{b_i}$ ;

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  - кути між цим вектором і осями координат.

Таким чином, загальне відображення (5.5) складається з  $n$  композицій перетворень афінного простору та афінних координат. Радіуси-вектори, перетворення, що входять у загальне рівняння (5.5), і саме рівняння можна записати за допомогою матриць. Матричне рівняння за формою і змістом не відрізняється від векторного

$$\begin{aligned} m_{\overline{r_{n+1}}} &= m_{\beta_{n-1}} m_{\nu_{n-1}} m_{\beta_n} m_{\nu_n} \dots m_{\overline{r_1}} m_{\beta_1} m_{\nu_1} m_{\beta_2} m_{\nu_2} m_{\beta_3} m_{\nu_3} + \\ &+ m_{\beta_{n-1}} m_{\nu_{n-1}} m_{\beta_n} m_{\nu_n} \dots m_{\beta_2} m_{\nu_2} m_{\beta_3} m_{\nu_3} \left( m_{\overline{r_1}} m_{\nu_1} + m_{c_1} \right) + \\ &+ m_{\beta_{n-1}} m_{\nu_{n-1}} m_{\beta_n} m_{\nu_n} \dots m_{\beta_3} m_{\nu_3} \left( m_{\overline{r_2}} m_{\nu_2} + m_{c_2} \right) + \dots + \quad (5.6) \\ &+ m_{\beta_{n-1}} m_{\nu_{n-1}} m_{\beta_n} m_{\nu_n} \left( m_{\overline{r_{n-2}}} m_{\nu_{n-2}} + m_{c_{n-2}} \right) + \\ &+ m_{\beta_n} m_{\nu_n} \left( m_{\overline{r_{n-1}}} m_{\nu_{n-1}} + m_{c_{n-1}} \right) + \left( m_{\overline{r_n}} m_{\nu_n} + m_{c_n} \right). \end{aligned}$$

Відображення (5.5), яке кожній точці  $P_i \in Aff$  з радіусом-вектором  $\overline{r_i}$  у системі координат  $x_i y_i z_i$  і кожному значенню одного параметра  $t \in R^1$  ставить у відповідність певну точку  $P$  з радіусом-вектором  $\overline{r_{n+1}}$  у системі  $x_{n+1} y_{n+1} z_{n+1}$ , назовемо однопараметричним відображенням афінного простору.

У загальному випадку, коли афінні параметри є функціями багатьох незалежних параметрів,  $t_i \in R^N, i=1, 2, \dots, N$ , рівняння (5.5) є багатопараметричним відображенням афінного простору.

Отже, основою даних відображень є зовнішній закон перемножування множин  $Aff, R^1, R^N$ .

Перенесення афінного простору із однієї системи координат в іншу порушує колінеарність і тому не є афінним перетворенням у загальноприйнятому сенсі.

Рівняння (5.5) та (5.6) вичерпно описують однопараметричні і багатопараметричні відображення поверхні деталі в поверхню інструмента і їх можна вважати загальними рівняннями відображення афінного простору. Загальне рівняння (5.5) здійснює зв'язок між власною системою параметрів  $\beta_i$ ,  $b_i$  і системою афінних координат  $x_i y_i z_i$ . Функціональні зв'язки між незалежними та афінними параметрами можуть бути різними, що також знаходить віддзеркалення в класифікації образів. Тоді рекомендується структурний метод визначення, дослідження і застосування відображень і геометричних фігур. Метод полягає в тому, що під час конструювання геометричних фігур і схем формоутворення спираються на знання із практичного досвіду.

Загальний характер розробленої моделі полягає в тому, що і оброблювані деталі, і різальні інструменти з їх кромками та робочими поверхнями є образами, а формоутворювальні рухи будь-якої складності - ті або інші відображення.

У процесі обробки матеріалів різанням заготовка та інструмент здійснюють рухи, призначені для зняття шарів оброблюваного матеріалу (різальні) і для отримання поверхні виробу заданої форми і розмірів (формоутворювальні). Різальні рухи об'єднують поняттям кінематики різання, формоутворювальні - поняттям кінематики формоутворення.

Різальні і формоутворювальні рухи можуть йти один за одним, чергуватися або збігатися. Один і той же рух може використовуватися і для різання, і для формоутворення.

Номінальну поверхню виробу створюють формоутворювальні елементи, що належать інструменту і контактують з поверхнею деталі в процесі обробки. Формоутворення здійснюють лінії або поверхні.

При обробці різанням формоутворювальними елементами переважно є лінії - різальні кромки, а при обробці тиском - поверхні інструмента. Формоутворювальна поверхня використовується і під час різання, але лише умовно, як вихідна

інструментальна поверхня або поверхня абразивного інструмента. Безпосередній контакт із номінальною поверхнею виробу здійснюють контактні елементи, які розміщені на формоутворювальних. Контактними елементами бувають точки, лінії або поверхні.

Отже, загальне завдання моделювання формоутворення полягає в створенні такого відображення інструмента з формоутворювальними і контактними елементами, яке забезпечило б регламентований перетин отриманого образу з виробом і тим самим гарантувало б його формоутворення.

Створити модель інструмента - означає повністю призначити або розрахувати всі її компоненти і параметри. Робочі поверхні і кромки інструмента описуються загальним рівнянням відображення, а їх взаємне розміщення обумовлене координатними операторами. Конструктивні розміри і статичні геометричні параметри інструмента, використовувані під час конструювання і дослідження, є структурними параметрами відображень або визначаються характером перетину образів.

Профілювання інструмента - це одне із окремих завдань його моделювання, а саме знаходження профілю задньої чи передньої поверхні в перетині, зручному для контролю при обробці. Алгоритм моделювання інструмента, яке полягає у визначенні необхідного профілю, є і алгоритмом профілювання інструмента.

Моделювання інструмента через формоутворювальний елемент тісно пов'язане як з моделлю формоутворення, так і з геометричними і фізичними моделями видалення припуску, оскільки компоненти моделі інструмента сильно впливають на процес різання.

Загальною математичною моделлю формоутворення під час різання є багатопараметричне відображення афінного простору. Метод багатопараметричних відображень рекомендується як теоретична основа конструювання складних поверхонь в органічному зв'язку з їх формоутворенням. Встановлено, що конструювання інструментів, виробів і моделювання їх



формоутворення – це, по суті, один і той самий процес конструювання відображень.

Загальне рівняння відображення описує кінематику формоутворення і різання.

Розроблена система моделювання повною мірою визначає всі необхідні компоненти моделі: формоутворювальний і контактний елементи, формоутворювальні рухи, функціональні зв'язки між параметрами.

Модель формоутворення реалізується інструментом. Конструювання інструмента складається з створення його моделі (моделювання) і конкретизації цієї моделі. Моделями інструментів є геометричні фігури, що є образами, їх перетинами або об'єднаннями.

Кожній типовій і конкретній моделі формоутворення і інструмента відповідають типові і конкретні алгоритми моделювання і профілізації з різним ступенем узагальнення. Канонізація операторів і їх матричний запис спрощують обчислення на ЕОМ, багато в чому зводячи їх до стандартної процедури перемножування матриць.

Для вирішення завдань конструювання і формоутворення поверхонь складної структури пропонується структурний метод моделювання та алгоритмізації, що використовує тільки структуру відображень і канонізованих операторів без виведення конкретних рівнянь і формул, яке в ускладнених випадках утруднене або навіть неможливе.

### **Контрольні запитання**

- 1. Що таке геометрична теорія формоутворення?*
- 2. Які три етапи передбачає аналітичний апарат проектування інструментів?*
- 3. Чому перший етап характеризується багатоваріантністю?*
- 4. Які роботи виконуються на другому етапі проектування?*

5. *Що означає оцінювання інструмента шляхом моделювання його роботи?*
6. *Як записати рівняння поверхні у параметричному вигляді?*
7. *Які бувають види поверхонь?*
8. *Які рухи може виконувати інструмент?*
9. *Що визначає спосіб формоутворення поверхні?*
10. *Що таке формула виду інструмента?*
11. *Що таке пряма і обернена задача при формоутворенні?*

Додаток А  
(обов'язковий)

**Тестові завдання для перевірки знань**

1. Електроерозійний метод формоутворення переважно використовується під час обробки:
  - a. міді;
  - b. твердих сплавів;
  - c. мармуру.
2. Метод формоутворення без залишкового матеріалу – це:
  - a. процес різання;
  - b. порошкова металургія;
  - c. виливання.
3. Найгнучкіший метод формоутворення – це:
  - a. різання;
  - b. штампування;
  - c. ливарний;
  - d. зварювання.
4. Вихідна інструментальна поверхня, - це така поверхня, яка...
  - a. обмежує різальний інструмент;
  - b. дозволяє визначити похибку форми різальної кромки;
  - c. визначає точність базування інструмента.
5. Характеристика, - це лінія...
  - a. контакту поверхонь  $I$  та  $D$  ;
  - b. перетину поверхонь  $I$  та  $D$  ;
  - c. контакту зуба інструмента з деталлю;
  - d. перетину суміжних ділянок поверхні  $I$ .
6. Вихідна інструментальна поверхня – це:
  - a. обвідна поверхня послідовних положень  $D$  ;
  - b. обвідна послідовних положень різальних кромок інструмента;

- c. обвідна поверхня послідовних положень інструмента.
7. Вихідна інструментальна поверхня – це:
    - a. множина точок контакту у системі координат, пов'язаний з деталлю;
    - b. множина точок контакту у системі координат, пов'язаний з інструментом;
    - c. множина точок контакту у глобальній системі координат.
  8. Допоміжна поверхня використовується при...
    - a. аналізі точкового контакту  $I$  та  $D$  ;
    - b. аналізі лінійного контакту  $I$  та  $D$  ;
    - c. аналізі форми поверхні деталі.
  9. Існування вихідної інструментальної поверхні визначається
    - a. нормаллю до поверхні деталі;
    - b. кінематичною умовою контакту;
    - c. вектором швидкості різання.
  10. Кінематична умова контакту – це:
    - a. вектори  $V$  та  $N$  паралельні;
    - b. вектори  $V$  та  $N$  перпендикулярні;
    - c. вектори  $V$  та  $N$  перетинаються під гострим кутом;
    - d. вектори  $V$  та  $N$  перетинаються під тупим кутом.
  11. Правильний контакт поверхонь  $I$  та  $D$  при...
    - a. їх взаємному перетині;
    - b. знаходженні  $I$  зовні деталі;
    - c. знаходженні  $I$  всередині деталі;
    - d. відсутності їх контакту.
  12. При внутрішньому контакті  $I$  та  $D$  правильним вважається контакт, коли...
    - a. радіус кривизни деталі більший від радіуса кривизни  $I$  ;
    - b. розмір деталі менший від розміру  $I$  ;

- c. радіус кривизни деталі менший від радіуса кривизни  $I$ ;
  - d. розмір деталі більший від розміру  $I$ .
13. У системі координат  $XOY$  пряма під кутом  $30^\circ$  до осі  $X$  рухається вздовж осі  $Y$ . Чи виконується кінематична умова контакту?
- a. так ;
  - b. ні ;
  - c. залежно від обставин.
14. Чи можна циліндричною поверхнею круга шліфувати конічну поверхню деталі?
- a. так;
  - b. ні.
15. Як уникнути порушення форми при шліфуванні циліндричним кругом внутрішнього конуса на заданій деталі?
- a. зменшити діаметр круга;
  - b. зменшити ширину круга;
  - c. збільшити швидкість різання;
  - d. збільшити силу кріплення деталі.
16. Перехідні криві утворюються...
- a. лінією перетину суміжних ділянок на поверхні  $I$  ;
  - b. додатковою ділянкою на поверхні  $I$  ;
  - c. останнім зубом інструмента;
  - d. при вібраціях деталі.
17. Чи можливе на практиці фрезерування ступінчастого вала без перехідних кривих?
- a. можливе ;
  - b. неможливе .
18. Коло при  $z=0$  рухається вздовж осі  $x$ . Який слід воно залишить на площині  $zox$ ?
- a. у вигляді дуги;
  - b. у вигляді прямої лінії;
  - c. у вигляді кривої лінії.

19. Координати точки зовнішнього діаметра 2 кутової фрези  $x=34$ ;  $z=0$ . Після повороту шпинделя вертикально фрезерного верстата на  $45^\circ$  координати її у глобальній системі координат будуть мати такі співвідношення:
- $x=z$  ;
  - $x>z$  ;
  - $x<z<y$ .
20. Нормаль до поверхні деталі і нормаль до поверхні інструмента у точці їх контакту збігаються...
- завжди;
  - ніколи;
  - за певних умов.
21. Профіль ділянки зуба фрези, що обробляє дно западини шліцьового вала, - це:
- пряма лінія;
  - крива лінія;
  - дуга кола;
  - еліпс.
22. «Вусики» у фрези для обробки шліцьового вала необхідні...
- для повної обробки внутрішньої циліндричної поверхні;
  - для повної обробки бічної поверхні шліця;
  - для повної обробки зовнішньої поверхні вала.
23. При нарізуванні шліцьового вала черв'ячною фрезою інструмент відтворює...
- обертний рух зчеплення;
  - поступальний рух зчеплення;
  - обертний і поступальний рухи зчеплення.
24. Обвідна сім'я кривих - це така лінія, яка...
- Дотикається до кожної лінії сім'ї в усіх своїх точках;

- b. у кожній своїй точці дотикається хоча б до однієї лінії сім'ї;
  - c. дотикається до кожної лінії сім'ї в одній точці.
- 25. У рівнянні сім'ї кривих  $F(x, y, C)=0$  параметр  $C$  визначає...
  - a. кількість кривих;
  - b. положення кривих;
  - c. форму кривих.
- 26. Часткова похідна рівняння сім'ї кривих при відносному русі поверхні деталі дорівнює одиниці. Чи можна виготовити інструмент для обробки такої деталі на обраному верстаті?
  - a. можна;
  - b. не можна;
  - c. при мінімальній кількості зубів.
- 27. Загальні вимоги до різального інструмента такі:
  - a. можливість різати, формувати якість виробу, економічно ефективна обробка;
  - b. стійкість леза, низька собівартість інструмента, продуктивність;
  - c. твердість леза, правильна геометрія, жорсткість.
- 28. Ідеальний процес формоутворення - це такий процес, коли...
  - a. досягаються необхідні значення точності і шорсткості;
  - b. не враховуються деформації деталей і зношення інструмента;
  - c. потужність різання найменша.
- 29. Кінематична схема різання – це...
  - a. сукупність усіх рухів, які виконує верстат;
  - b. сукупність робочих рухів верстата;
  - c. сукупність ланцюгів передавання рухів.
- 30. Кінематична схема формоутворення – це...

- a. сукупність рухів, які дозволяють зрізувати метал;
  - b. сукупність рухів поверхні  $D$  щодо  $I$ ;
  - c. креслення деталі та інструмента.
31. Схема формоутворення нульового класу:
- a. поверхні  $I$  та  $D$  збігаються;
  - b. поверхня  $I$  відсутня ;
  - c. поверхня  $D$  – площина;
  - d. поверхня  $I$  - поверхня обертання.
32. Схема формоутворення першого класу:
- a. рух  $I$  щодо  $D$  прямолінійний, обертовий, гвинтовий;
  - b. поверхня  $D$  рухається «сама по собі»;
  - c. поверхня  $D$  перетинається з поверхнею  $I$  .
33. Схеми формоутворення усіх класів можна відобразити коченням...
- a. 2 гіперболоїдів один по одному;
  - b. циліндра по площині;
  - c. конуса по конусу;
  - d. 2 циліндрів один по одному.
34. Схема формоутворення другого класу спостерігається при...
- a. нарізуванні різі машинним мітчиком;
  - b. нарізуванні колеса довбачем;
  - c. шліфуванні;
  - d. точінні.
35. При нарізуванні косозубого колеса дисковою фрезою реалізується схема формоутворення...
- a. третього класу;
  - b. першого класу;
  - c. другого класу;
  - d. нульового класу.
36. Під час роботи протяжки застосовується схема формоутворення...



- a. нульового класу;
  - b. першого класу;
  - c. другого класу.
37. Відносний поворот профілів гвинтової канавки з кроком 18 мм на циліндрі у перпендикулярних до осі перетинах, проведених на відстані 17 мм один від одного, дорівнює...
- a.  $35^\circ$ ;
  - b.  $140^\circ$ ;
  - c.  $340^\circ$ .
38. Формули, які використовуються у графоаналітичному методі профілювання обкатного інструмента, такі:
- a.  $z = R(1 - \cos \varphi)$ ,  $y = R(\varphi - \sin \varphi)$ ;
  - b.  $z = z_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi$ ,  $y = y_0 \cos \varphi - z_0 \sin \varphi$ .
39. Основа аналітичного методу профілювання інструмента – це:
- a. вирішення трикутників;
  - b. перехід до іншої системи координат;
  - c. векторний добуток;
  - d. матрична алгебра.
40. Кут профілю шліцьового вала - це кут між...
- a. бічною поверхнею шліца та діаметром;
  - b. бічними поверхнями сусідніх шліців;
  - c. бічною поверхнею і зовнішнім циліндром.
41. Гвинтовий параметр – це:
- a. крок гвинтової лінії ;
  - b. крок, поділений на  $2\pi$ ;
  - c. кут профілю;
  - d. кут профілю, поділений на 2.
42. Заготовка обертається навколо осі  $x$ . Вектор кутової швидкості - це модуль, помножений на...
- a. одиничний вектор  $i$  ;
  - b. одиничний вектор  $j$  ;

- с. одиничний вектор  $k$ .
43. Радіус-вектор точки, що лежить на гвинтовій поверхні, - це:
- $r = y(z \tan W + pt)$ ;
  - $r = ix + jy + kz$ .
44. Вектор, дотичний до поверхні деталі – це:
- часткова похідна радіуса-вектора точки на поверхні;
  - векторний добуток радіуса-вектора точки і вектора швидкості ;
  - скалярний добуток радіуса-вектора точки і вектора швидкості.
45. Замінюючи теоретичний профіль дугою кола, використовують координати...
- 2 точок;
  - 3 точок;
  - 4 точок.
46. Заміщення теоретичного профілю дугою кола...
- підвищує точність інструмента;
  - полегшує виготовлення інструмента;
  - зменшує кількість розрахунків.
47. При шліфуванні шатунної шийки використовується схема різання...
- 7-ї групи;
  - 5-ї групи;
  - 2-ї групи;
  - 1-ї групи.
48. Центри усіх кіл схеми для визначення вихідної інструментальної поверхні для шліфування шатунної шийки у початковому положенні знаходяться...
- на паралельних осях;
  - на одній осі ;
  - на поверхні шатунної шийки.

49. Колінчастий вал при шліфуванні обертається навколо осі корінних шийок і навколо додаткової осі...
- a. з однаковою кутовою швидкістю;
  - b. з різною кутовою швидкістю;
  - c. зі змінною швидкістю;
  - d. в одному напрямі.
50. Радіус шліфувального круга під час обробки шатунної шийки дорівнює...
- a. відстані між осями корінної та шатунної шийок плюс радіус обертання системи шліфування;
  - b. відстані між осями корінної шийки та обертання системи шліфування мінус радіус шатунної шийки;
  - c. діаметру шатунної плюс діаметр корінної шийок.
51. Центр обертання шліфувального круга під час обробки шатунної шийки...
- a. збігається з центром обертання корінної шийки;
  - b. не збігається з центром обертання корінної шийки;
  - c. знаходиться на осі корінної шийки.
52. Діаметр шліфувального круга для обробки шатунної шийки...
- a. залежить від розмірів колінчастого вала;
  - b. не залежить від розмірів колінчастого вала.
53. Вісь обертання шліфувального круга під час обробки шатунної шийки знаходиться...
- a. між осями обертання корінної шийки і системи шліфування;
  - b. поза проміжком між осями обертання корінної шийки і системи шліфування.
54. Формоутворювальні механізми - це
- a. спеціальні верстати та пристосування;
  - b. послідовність і фізика процесу формоутворення;
  - c. динамічна модель формоутворення.

55. Система ЧПК використовується для утворення складних форм простими інструментами. Так чи ні?
- так;
  - ні.
56. Чи завжди під час використання для формоутворення копирів палець дотикається до поверхні копіра?
- дотикається постійно;
  - інколи відходить від копіра;
  - не дотикається зовсім.
57. Під час точіння сфери на торці заготовки її радіус визначається...
- вильотом різця;
  - довжиною тяги;
  - розміром деталі;
  - кроком ходового гвинта.
58. Для фрезерування на верстаті з ЧПК профілю кулачка необхідно визначити...
- координати центра фрези;
  - координати точки контакту поверхонь  $I$  та  $D$  ;
  - координати центра деталі.
59. Формоутворення простим інструментом відбувається...
- без вихідної інструментальної поверхні;
  - при використанні формоутворювальних механізмів;
  - під час слюсарних робіт.
60. При використанні копирів кулачок - це програма рухів вихідної інструментальної поверхні...
- програма рухів;
  - не програма;
  - програма режиму різання.
61. Визначити кут першого повороту при заточуванні різця по задній поверхні при задньому куті у поздовжній площині  $17^\circ$ , у поперечній площині –  $7^\circ$ .

- a.  $10^\circ$ ;  
 b.  $7^\circ$ ;  
 c.  $17^\circ$ ;  
 d.  $21^\circ$ .
62. Визначити тангенс кута між нерухомою віссю  $x$  та прямою, що проходить через початок координат і точку  $M(8; 3)$  після повороту системи разом з цією точкою на  $45^\circ$ .
- a. 2,2 ;  
 b. 0,24;  
 c. 1,3;  
 d. 3,7.
63. Одиначний вектор лежить у площині  $XOY$ , направлений у бік позитивних значень осі  $X$ , і складає з нею кут  $\varphi$ . Визначити його через проєкції на осі:
- a.  $r = i \cos \varphi - j \sin \varphi$ ;  
 b.  $r = j \sin \varphi - k \cos \varphi$ .
64. Відомі дотичні до поверхні вектори  $r$  та  $s$ . Нормаль до зазначеної поверхні дорівнює...
- a.  $N=r s$  ;  
 b.  $N=r + s$ ;  
 c.  $N=r \times s$  .
65. Під час шліфування робочих поверхонь різця вихідна інструментальна поверхня являє собою...
- a. циліндр ;  
 b. площину ;  
 c. сферу;  
 d. конус.
66. Робочу поверхню різця можна заточити після повороту у спеціальних лещатах...
- a. навколо двох осей;  
 b. навколо однієї осі;  
 c. навколо трьох осей.
67. Нормаль до площини, що обробляється, щодо площини обертання шліфувального круга...
- a. перпендикулярна;

- b. паралельна;
  - c. похила.
68. При повороті декартової системи координат на кут  $\varphi$  навколо осі  $z_0$  нова координата  $z_1$  довільної точки дорівнює...
- a.  $z_1 = z_0$  ;
  - b.  $z_1 = z_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi$  .
69. Характеристика під час обробки фасонними різцями – це:
- a. лінія контакту поверхонь  $D$  та  $I$  ;
  - b. точка контакту поверхонь  $D$  та  $I$  ;
  - c. перетин задньої поверхні нормальною площиною.
70. При зовнішньому контакті поверхонь  $I$  та  $D$  можливий неправильний контакт?
- a. можливий за певних умов;
  - b. неможливий;
  - c. завжди контакт неправильний.
71. Черв'ячною фрезою обробляються бічна поверхня шліца та циліндрична зовнішня поверхня вала. Так чи ні?
- a. так;
  - b. ні .
72. Під час роботи протяжки контакт  $I$  та  $D$ :
- a. лінійний;
  - b. точковий;
  - c. поверхневий.
73. Сім'я кривих задається параметрично:  $x = \cos t + C$  ;  
 $y = \sin t$  . Визначити параметр  $t$  при проведенні обвідної.
- a.  $+90, -90$ ;
  - b.  $+1, -1$ ;
  - c.  $+45, -45$  .
74. Який контакт поверхонь  $I$  та  $D$  відбувається під час точіння?
- a. точковий;
  - b. лінійний;
  - c. поверхневий.
75. Знайти радіус обертання точки  $M(6; 4; 8)$  навколо осі  $y$ .

- a. 12;
- b. 10;
- c. 27;
- d. 5.

**Правильні відповіді: 1 - b; 2 - b; 3 - a; 4 - a; 5 - a; 6 - a; 7 - b; 8 - a; 9 - b; 10 - b; 11 - b; 12 - a; 13 - b; 14 - a; 15 - a; 16 - a; 17 - b; 18 - b; 19 - a; 20 - a; 21 - a; 22 - b; 23 - c; 24 - b; 25 - b; 26 - b; 27 - a; 28 - b; 29 - b; 30 - b; 31 - a; 32 - a; 33 - a; 34 - b; 35 - b; 36 - a; 37 - c; 38 - a; 39 - b; 40 - a; 41 - b; 42 - a; 43 - b; 44 - a; 45 - b; 46 - b; 47 - b; 48 - b; 49 - a; 50 - b; 51 - b; 52 - a; 53 - a; 54 - a; 55 - a; 56 - a; 57 - b; 58 - a; 59 - b; 60 - a; 61 - b; 62 - a; 63 - a; 64 - b; 65 - b; 66 - a; 67 - a; 68 - a; 69 - a; 70 - b; 71 - b; 72 - a; 73 - a; 74 - a; 75 - b.**

Додаток Б  
(обов'язковий)

**Визначення геометрії різців з БНП**

Б.1 Перехід із інструментальної у статичну систему координат

При оснащенні різального інструмента БНП її орієнтують обертанням у гнізді корпусу на кути  $\theta_1$  та  $\theta_2$  відносно глобальної системи координат. При цьому вирішується одна із двох задач. Або аналізується існуюча конструкція інструмента, або створюється нова. Якщо створюється новий інструмент, то вихідними є форма БНП та необхідна геометрія. За цими даними визначаються кути орієнтації БНП у гнізді корпусу. Інколи за геометрією та формою БНП розраховуються кути  $\theta_1$  та  $\theta_2$ , а потім за цими значеннями аналізується геометрія на радіусній та допоміжній різальних кромках (наприклад, щоб  $\alpha' \geq 0$ ). При цьому використовуються три системи координат:  $x_c y_c z_c$  – статична (глобальна), нерухома система координат;  $x_i y_i z_i$  – інструментальна система координат (ІСК);  $x_n y_n z_n$  – перехідна рухома система координат. У системі  $x_i y_i z_i$  задаються вихідні параметри БНП, а перехід із цієї системи через  $x_n y_n z_n$  в систему  $x_c y_c z_c$  дозволяє визначити положення БНП після повороту на такі кути  $\theta_1$  та  $\theta_2$ , коли забезпечується необхідна геометрія інструмента в статичній системі координат (ССК) з площинами  $P_{vc}$ ,  $P_{nc}$ ,  $P_{tc}$ .

Після повороту на кут  $\theta_1$  (рис.Б.1) обертається система  $x_i y_i z_i$ , а системи  $x_n y_n z_n$  та  $x_c y_c z_c$  нерухомі (до обертання усі системи збігаються).

Після повороту на кут  $\theta_1$  у фронтальній площині координати у перехідній системі такі:



$$\begin{cases} x_n = x_i \\ y_n = y_i \cos \theta_1 - z_i \sin \theta_1 \\ z_n = z_i \cos \theta_1 + y_i \sin \theta_1. \end{cases} \quad (\text{Б.1})$$

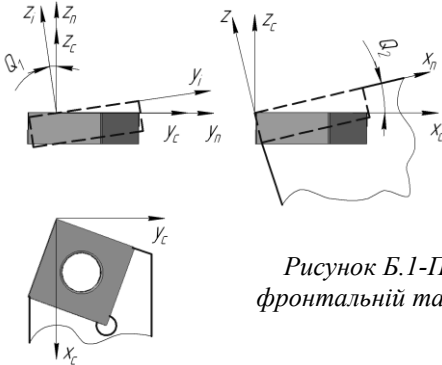


Рисунок Б.1-Поворот пластини у фронтальній та профільній площинах

Після повороту на кут  $\theta_2$  у профільній площині, перехід із системи  $x_n y_n z_n$  у систему  $x_c y_c z_c$  відображається рівняннями

$$\begin{cases} x_c = x_n \cos \theta_2 - z_n \sin \theta_2 \\ y_c = y_n \\ z_c = z_n \cos \theta_2 + x_n \sin \theta_2. \end{cases} \quad (\text{Б.2})$$

Остаточно після обох поворотів координати точок БНП у статичній системі координат визначаються підстановкою (Б.1) в (Б.2)

$$\begin{cases} x_c = x_i \cos \theta_2 - \sin \theta_2 (z_i \cos \theta_1 + y_i \sin \theta_1) \\ y_c = y_i \cos \theta_1 - z_i \sin \theta_1 \\ z_c = \cos \theta_2 (z_i \cos \theta_1 + y_i \sin \theta_1) + x_i \sin \theta_2. \end{cases} \quad (\text{Б.3})$$

Ця система рівнянь дозволяє визначити координати точок після повороту на кути  $\theta_1$  та  $\theta_2$  БНП будь-якої форми: з прямолінійною чи криволінійною різальною кромкою, яка лежить на площині чи має просторову форму.

## Б.2 Визначення статичного кута $\lambda_c$

Проведемо в інструментальній системі координат (рис.Б.2) одиничний вектор  $\bar{a}$ , який виходить із деякої точки  $A$  різальної кромки і дотичний до різальної кромки. У площині  $P_{ni}$  кут між цим вектором і основою площини це кут  $\lambda_i$ . Тоді проекція вектора  $\bar{a}$  на вісь  $z_i$  дорівнює  $\bar{c} = \bar{k} \sin \lambda_i$ , а проекція його на площину  $P_{vi}$  дорівнює  $\bar{f} = \bar{a} \cos \lambda_i$ . Цей вектор у площині  $P_{vi}$  проектується на осі  $x_i$  та  $y_i$  як  $\bar{p} = \bar{i} \cos \lambda_i \sin \varphi_i$  та  $\bar{r} = \bar{j} \cos \lambda_i \cos \varphi_i$  відповідно (бо кут між ним і віссю  $y_i$  це кут  $\varphi_i$ ). Тоді  $\bar{a} \cos \lambda_i + \bar{k} \sin \lambda_i = \bar{a}$  і  $\bar{j} \cos \lambda_i \cos \varphi_i + \bar{a} \cos \lambda_i = \bar{i} \cos \lambda_i \sin \varphi_i$ .

Звідки  $\bar{a} = \bar{i} \cos \lambda_i \sin \varphi_i - \bar{j} \cos \lambda_i \cos \varphi_i + \bar{k} \sin \lambda_i$ .

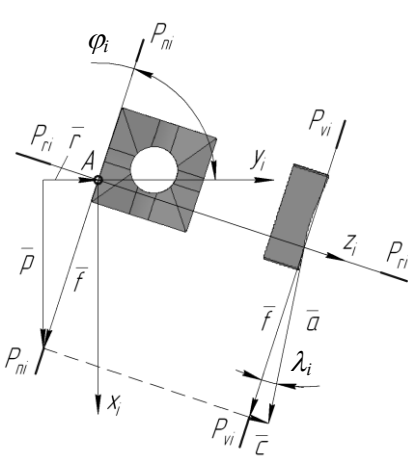


Рисунок Б.2- Визначення координат вектора  $\bar{a}$

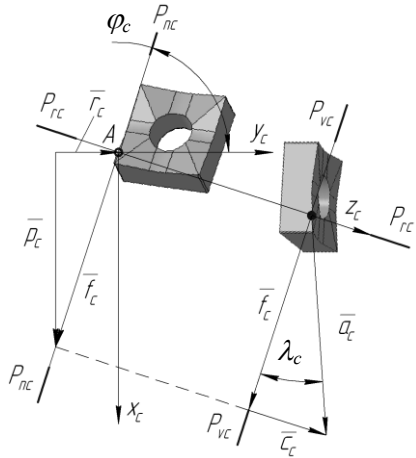


Рисунок Б.3- Визначення координат вектора  $\bar{a}_c$

Позначимо координати цього вектора в ІСК як  $\cos \gamma_x = \cos \lambda_i \sin \varphi_i$ ,  $\cos \gamma_y = -\cos \lambda_i \cos \varphi_i$ ,  $\cos \gamma_z = \sin \lambda_i$ .

Підставляємо координати вектора  $\bar{a}$  в систему (Б.3) і отримуємо його координати у статичній системі координат (рис.Б.3):

$$\cos \mu_x = \cos \lambda_i \sin \varphi_i \cos \theta_i - \sin \theta_2 (\sin \lambda_i \cos \theta_1 - \cos \lambda_i \cos \varphi_i \sin \theta_1)$$

$$\cos \mu_y = -\cos \lambda_i \cos \varphi_i \cos \theta_1 - \sin \lambda_i \sin \theta_1$$

$$\cos \mu_z = \cos \theta_2 (\sin \lambda_i \cos \theta_1 - \cos \lambda_i \cos \varphi_i \sin \theta_1) + \cos \lambda_i \sin \varphi_i \sin \theta_2$$

$$\bar{a}_c = \bar{i} \cos \mu_x + \bar{j} \cos \mu_y + \bar{k} \cos \mu_z .$$

$$\operatorname{tg} \lambda_c = \frac{\cos \mu_z}{\sqrt{\cos^2 \mu_x + \cos^2 \mu_y}} \quad (\text{Б.4})$$

### Б.3 Визначення статичного заднього кута

Для визначення заднього кута у статичній системі координат різця з БНП проведемо у ІСК вектор  $\bar{e}$ , одиничний вектор вздовж лінії перетину задньої поверхні та головної січної площини  $P_{\alpha i}$  (рис.Б.4). На рисунку видно, що  $\bar{q} = \bar{k} \cos \alpha_i$ ,

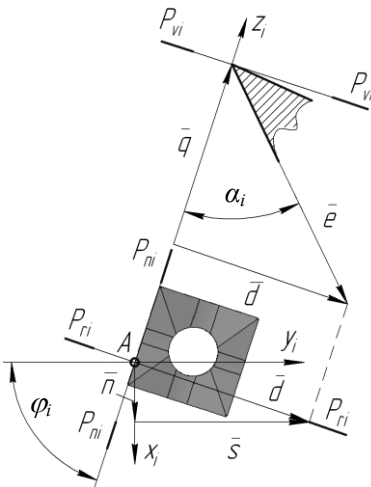


Рисунок Б.4-Визначення координат вектора  $\bar{e}$

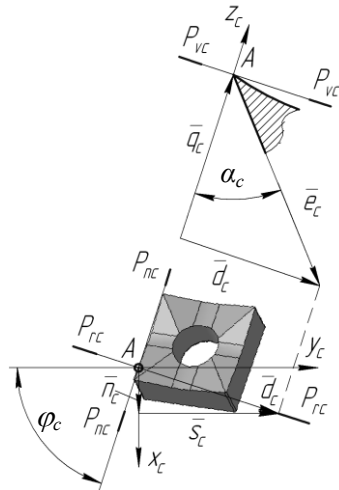


Рисунок Б.5- Визначення координат вектора  $\bar{e}_c$

$\bar{q} + \bar{e} = \bar{d}$ . На площині  $x_i, y_i$  вектор  $\bar{d} = \bar{l} \sin \alpha_i$  має проєкції  
 $\bar{n} = \bar{i} \sin \alpha_i \cos \varphi_i$  та  $\bar{s} = \bar{j} \sin \alpha_i \sin \varphi_i$ . Тому  
 $\bar{d} = \bar{i} \sin \alpha_i \cos \varphi_i + \bar{j} \sin \alpha_i \sin \varphi_i$ .

Отже  $\bar{k} \cos \alpha_i + \bar{e} = \bar{i} \sin \alpha_i \cos \varphi_i + \bar{j} \sin \alpha_i \sin \varphi_i$ , або

$$\bar{e} = \bar{i} \sin \alpha_i \cos \varphi_i + \bar{j} \sin \alpha_i \sin \varphi_i - \bar{k} \cos \alpha_i.$$

Позначимо координати вектора  $\bar{e}$  у інструментальній системі координат як  $\cos \alpha_x, \cos \alpha_y, \cos \alpha_z$ :

$$\cos \alpha_x = \sin \alpha_i \cos \varphi_i,$$

$$\cos \alpha_y = \sin \alpha_i \sin \varphi_i,$$

$$\cos \alpha_z = -\cos \alpha_i, \quad \text{отже}$$

$$\bar{e} = \bar{i} \cos \alpha_x + \bar{j} \cos \alpha_y + \bar{k} \cos \alpha_z. \quad (\text{Б.5})$$

У статичній системі координат (ССК) цей же вектор має інші координати (рис.Б.5):

$$\bar{e}_c = \bar{i} \cos \beta_x + \bar{j} \cos \beta_y + \bar{k} \cos \beta_z.$$

Враховуючи систему (Б.3) виконаємо перехід із ІСК у ССК

$$\begin{cases} \cos \beta_x = \cos \alpha_x \cos \theta_2 - \sin \theta_2 (\cos \alpha_z \cos \theta_1 + \cos \alpha_y \sin \theta_1) \\ \cos \beta_y = \cos \alpha_y \cos \theta_1 - \cos \alpha_z \sin \theta_1 \\ \cos \beta_z = \cos \theta_2 (\cos \alpha_z \cos \theta_1 + \cos \alpha_y \sin \theta_1) + \cos \alpha_x \sin \theta_2. \end{cases}$$

Задній кут у ССК, це кут між вектором  $\bar{e}_c$ , направленим вздовж лінії перетину задньої поверхні та головної січної площини у ССК і віссю  $z_c$

Тоді

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{\sqrt{\cos^2 \beta_x + \cos^2 \beta_y}}{\cos \beta_z}.$$

#### Б.4 Визначення статичного переднього кута

Для визначення переднього кута у ССК проведемо у ІСК одиничний вектор  $\bar{g}$ , дотичний до передньої поверхні у даній точці різальної кромки (рис.Б.6). Тоді  $\bar{u} = \bar{k} \sin \gamma_i$ ,  $\bar{u} + \bar{g} = \bar{h}$ .

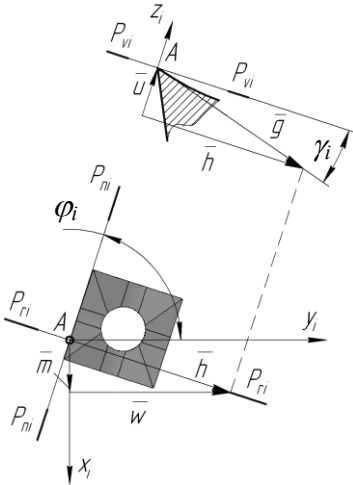


Рисунок Б.6- Визначення координат вектора  $\bar{g}$

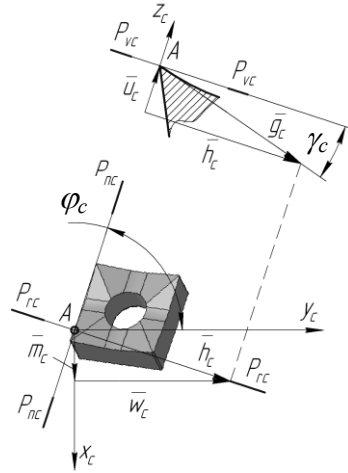


Рисунок Б.7- Визначення координат вектора  $\bar{g}_c$

Проекції  $\bar{h}$  на осі  $x_i$  та  $y_i$ :  $\bar{m} = \bar{i} \cos \gamma_i \cos \varphi_i$ ,  $\bar{w} = \bar{j} \cos \gamma_i \sin \varphi_i$ .

Отже  $\bar{h} = \bar{m} + \bar{w}$ , тому  $\bar{g} = \bar{i} \cos \gamma_i \cos \varphi_i + \bar{j} \cos \gamma_i \sin \varphi_i - \bar{k} \sin \gamma_i$ .

Позначимо  $\cos \delta_x = \cos \gamma_i \cos \varphi_i$ ,  $\cos \delta_y = \cos \gamma_i \sin \varphi_i$ ,

$\cos \delta_z = -\sin \gamma_i$ , тоді

$$\bar{g} = \bar{i} \cos \delta_x + \bar{j} \cos \delta_y + \bar{k} \cos \delta_z.$$

У статичній системі координат (ССК) цей же вектор має інші координати (рис.Б.7):

$$\bar{g}_c = \bar{i} \cos \eta_x + \bar{j} \cos \eta_y + \bar{k} \cos \eta_z.$$

Враховуючи систему (Б.3) виконаємо перехід із ІСК у ССК

$$\begin{cases} \cos \eta_x = \cos \delta_x \cos \theta_2 - \sin \theta_2 (\cos \delta_z \cos \theta_1 + \cos \delta_y \sin \theta_1) \\ \cos \eta_y = \cos \delta_y \cos \theta_1 - \cos \delta_z \sin \theta_1 \\ \cos \eta_z = \cos \theta_2 (\cos \delta_z \cos \theta_1 + \cos \delta_y \sin \theta_1) + \cos \delta_x \sin \theta_2. \end{cases}$$

Кут  $\gamma_c$ , це кут між вектором  $\overline{g_c}$  та площиною  $P_{vc}$ , тому він визначається наступним чином.

$$\operatorname{tg} \gamma_c = \frac{\cos \eta_z}{\sqrt{\cos^2 \eta_x + \cos^2 \eta_y}}.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Грановский Г.И. Металлорежущий инструмент. Конструкция и эксплуатация: Справочное пособие. – М.: Машгиз, 1954 – 315 с.
2. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Геометрия: Пер. с нем. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 416 с.
3. Лашнев С. И. Профилирование инструментов для обработки винтовых поверхностей. -М.: Машиностроение, 1965 .-152 с.
4. Лашнев С. И., Борисов А.Н., Емельянов С.Г. Геометрическая теория формирования поверхностей режущими инструментами: Монография. - Курск:Курск. гос. техн. ун-т,1997 .-391 с.
5. Лашнев С. И., Юликов М.И. Проектирование режущей части инструмента с применением ЭВМ.-М.: Машиностроение, 1980 .-208 с.
6. Лашнев С. И., Юликов М.И. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ.-М.: Машиностроение, 1975 .-392 с.
7. Литвин Ф.Л.Теория зубчатых зацеплений.- М.: Наука, 1968.-584 с.
8. Перепелица Б.А. Отображение аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием .-Х.:Выш. шк.,1981 .-152 с.
9. Родин П.Р. Металлорежущие инструменты. -К.: Вища школа, 1974. – 400 с.
10. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. К.: Вища школа, 1977. – 192 с.
11. Родин П.Р., Равская Н.С., Радзевич С.П., Солодкий В.И. Основы формообразования поверхностей: Лабораторный практикум. - К.: КНТУ «КПИ», 1998. – 194 с.
12. Семенченко И.И., Матюшин В.М., Сахаров Г.Н. Проектирование металлорежущих инструментов. – М.: Машгиз, 1963.- 952 с.
13. Юликов М.И., Горбунов В.И., Колесов Н.В. Проектирование и производство режущего инструмента. - М.:Машиностроение,1987.- 296 с.
14. Юнусов Ф.С. Формообразование сложнопрофильных поверхностей шлифованием. -М.: Машиностроение, 1987 .-248 с.

Навчальне видання

**Швець** Станіслав Володимирович

# **Основи формоутворення поверхонь різнанням**

Навчальний посібник

Художнє оформлення обкладинки С.В.Швеця

Редактор Н.А.Гавриленко

Комп'ютерне верстання С.В.Швеця

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 7,44. Обл.-вид. арк. 6,48. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач  
Сумський державний університет,  
вул. Римського - Корсакова, 2, м. Суми, 40007  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3062 від 17.12.2007.



Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет

До друку та в світ  
дозволю на підставі  
"Єдиних правил",  
п.2.6.14

Заступник першого проректора  
-начальник організаційно-  
методичного управління

В.Б.Юскаєв

## **Основи формоутворення поверхонь різанням**

Навчальний посібник

Всі цитати, цифровий та  
фактичний матеріал,  
бібліографічні відомості  
перевірені, запис одиниць  
відповідає стандартам

Автор

С.В.Швець

Відповідальний за випуск

В.О.Залога

Декан факультету

О.Г.Гусак

Суми  
«Видавництво СумДУ»  
2011