

621.8(075)

Д 70

Мирон Чернець  
Юрій Скварок  
Марек Опеляк  
Богдан Кіндрацький

# ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ ТА ТРИБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

$$\begin{cases} t_k = \frac{C_k}{v} \left( \frac{\tau_s}{\tau} \right)^{m_k} h_k \\ h_k = \frac{vt_k}{C_k} \left( \frac{\tau}{\tau_s} \right)^{m_k} \end{cases}$$

Дрогобицький державний педагогічний університет  
імені Івана Франка  
Люблінський політехнічний інститут  
Національний університет "Львівська політехніка"



Мирон ЧЕРНЕЦЬ  
Юрій СКВАРОК  
Марек ОПЕЛЯК  
Богдан КІНДРАЦЬКИЙ

# **ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ ТА ТРИБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

Дрогобич  
КОЛО  
2003

**Навчальний посібник**

**ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ  
ТА ТРИБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**  
(видання 3-є доповнене)

**Уклали**

- Професор, д. т. н., доктор габліт. **Чернець М.** – Розділи 1; 2; 3; 6; 7  
Доцент, к. т. н. **Скварок Ю.** – Розділи 1; 4; 5  
Професор, доктор габлітований **Опеляк М.** – Розділи 1; 2  
Доцент, к. т. н. **Кіндрацький Б.** – Розділи 1; 5

Розглянуто методи дослідження основних видів механізмів: важільних, зубчастих, кулачкових. Для зубчастих передач подано застосовувані в сучасному машинобудуванні види зачеплень. Також представлено аналіз і дослідження сучасних поколіннь маніпуляторів і роботехнічних пристроїв. Наведено опис явищ тертя та зношування, їх закономірності та способи зниження, основи математичного моделювання зношування. Грунтовно розглянуто методи дослідження тертя і зношування поширених трибологічних систем різного виду.

Посібник призначено для студентів механічних спеціальностей вищих навчальних технічних закладів різних рівнів акредитації та інженерно – педагогічних факультетів педагогічних університетів.

**Рецензенти:**

- Професор, докт. техн. наук **Калда Г. С.**  
Професор, докт. техн. наук **Пашечко М. І.**

*Під загальною редакцією*

доктора техн. наук, професора **М.В.Чернеця**

Рекомендовано до друку Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів.  
Лист Міністерства освіти і науки України від 9.01.2002 року

**ББК 34.44**

**ISBN 966-7996-33-6**

**Ч-49**

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	7
<b>РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ВИДИ МЕХАНІЗМІВ</b> .....	<b>9</b>
1.1. Основні поняття і визначення .....	9
1.1.1. Елементи структури механізмів .....	9
1.1.2. Класифікація кінематичних пар .....	10
1.1.3. Конструктивне зображення кінематичних пар .....	15
1.1.3.1. Кінематичні пари п'ятого класу .....	15
1.1.3.2. Кінематичні пари четвертого класу .....	20
1.1.3.3. Кінематичні пари третього класу .....	22
1.1.4. Кінематичні ланцюги, їх класифікація .....	23
1.1.5. Ступінь рухомості механізму .....	23
1.1.6. Структурна класифікація плоских механізмів .....	24
1.2. Важільні механізми .....	26
1.3. Кулачкові механізми .....	44
1.4. Зубчасті механізми .....	59
1.5. Механізми з гнучкими ланками .....	67
1.6. Фрикційні механізми .....	70
1.7. Гвинтові механізми .....	75
1.8. Затискні механізми .....	82
1.9. Ексцентрикові механізми .....	85
1.10. Клинові механізми .....	87
1.11. Захоплюючі механізми (пристрої) .....	91
1.12. Види рухомих з'єднань .....	95
1.12.1. З'єднання з двома можливими рухами елементів .....	95
1.12.2. З'єднання з трьома можливими рухами елементів .....	96
1.12.3. З'єднання з чотирма можливими рухами елементів .....	102
1.12.4. З'єднання з п'ятьма можливими рухами елементів .....	106
1.13. Маніпулятори і роботи .....	109
1.13.1. Маніпуляційні системи промислових роботів .....	114
1.13.2. Технічні показники маніпуляторів .....	131
1.13.3. Принципи побудови промислових роботів .....	133
1.13.4. Елементи і вузли роботів .....	139
1.13.5. Типові механізми маніпуляційних систем .....	140
1.13.5.1. Кульковий передавальний механізм .....	141
1.13.5.2. Передача гвинт – гайка .....	143
1.13.5.3. Механічні підсилювачі моменту .....	145
1.13.5.4. Гальмові (демпферні механізми) .....	148
1.13.5.5. Зрівноважувальні механізми .....	158
1.13.5.6. Напрямні поступального руху .....	162
1.13.5.7. Робочі органи промислових роботів .....	163
1.13.6. Характеристики промислових роботів .....	169
1.13.7. Класифікація промислових роботів .....	170
1.13.8. Галузі застосування роботів .....	171
<b>РОЗДІЛ 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ВАЖЛИВИХ МЕХАНІЗМІВ</b> .....	<b>174</b>
2.1. Шарнірний чотириланковий механізм .....	175
2.1.1. Структурний аналіз механізму .....	176
2.1.2. Побудова плану положень механізму .....	179
2.1.3. Побудова діаграми переміщень т. В механізму .....	180

2.1.4. Кінематичне дослідження методом діаграм швидкостей і прискорень .....	182
2.1.5. Кінематичне дослідження методом планів швидкостей і прискорень .....	185
2.1.5.1. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2,3 .....	186
2.1.5.2. Побудова плану прискорень групи Ассура 2,3 .....	189
2.1.5.3. Розходження між швидкостями та прискореннями точки В .....	193
2.1.6. Силове дослідження механізму .....	194
2.1.6.1. Визначення сил ваги, сил інерції та моментів сил інерції механізму .....	195
2.1.6.2. Силевий розрахунок групи Ассура 2,3 .....	196
2.1.6.3. Силевий розрахунок початкового механізму .....	201
2.1.7. Визначення зрівноважуючої сили методом важеля М. Жуковського .....	202
2.2. Кривошипно-повзунний механізм .....	206
2.2.1. Структурний аналіз механізму .....	206
2.2.2. Побудова плану положень механізму .....	208
2.2.3. Побудова діаграми переміщень т. В механізму .....	210
2.2.4. Кінематичне дослідження методом діаграм швидкостей і прискорень .....	211
2.2.5. Кінематичне дослідження методом планів швидкостей і прискорень .....	214
2.2.5.1. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2,3 .....	214
2.2.5.2. Побудова плану прискорень групи Ассура 2,3 .....	217
2.2.5.3. Розходження між швидкостями та прискореннями точки В .....	221
2.2.6. Силове дослідження механізму .....	222
2.2.6.1. Визначення сил ваги, сил інерції та моментів сил інерції механізму .....	222
2.2.6.2. Силевий розрахунок групи Ассура 2,3 .....	224
2.2.6.3. Силевий розрахунок початкового механізму .....	228
2.2.7. Визначення зрівноважуючої сили методом важеля М. Жуковського .....	230
2.3. Аналітичні методи кінематичного дослідження механізмів .....	232
2.3.1. Метод аналогів .....	233
2.3.1.1. Кривошипно-повзунні механізми .....	233
2.3.1.2. Кулісний механізм .....	236
2.3.2. Метод перетворення координат .....	239
<b>РОДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ ПЕРЕДАЧ</b>	
<b>ОБЕРТОВОГО РУХУ</b> .....	245
3.1. Класифікація механізмів передач обертového руху .....	245
3.2. Кінематичне дослідження механізмів передач обертového руху .....	247
3.2.1. Кінематичне дослідження простих зубчастих механізмів .....	248
3.2.2. Кінематичне дослідження складних зубчастих механізмів .....	250
3.2.3. Кінематичне дослідження зубчастих механізмів з рухомими осями .....	252
3.2.4. Кінематичне дослідження хвильових передач .....	254
3.3. Співпраця зубів та види їх профілів .....	256
3.3.1. Евольвентне зачеплення .....	257

3.3.2. Несвольвентні зачеплення .....	259
3.3.2.1. Передачі із зачепленням Новікова .....	259
3.3.2.2. Передачі з подвійно випукло-вгнутими зубами .....	262
3.3.2.3. Нові види черв'ячних передач .....	262
<b>РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ</b> .....	266
4.1. Дослідження методом кінематичних діаграм .....	268
4.2. Дослідження методом планів швидкостей і прискорень .....	269
4.3. Кінематичний аналіз кулачкових механізмів .....	272
4.3.1. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів методом діаграм .....	273
4.3.2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів методом планів швидкостей і прискорень .....	275
<b>РОЗДІЛ 5. ДОСЛІДЖЕННЯ МАНІПУЛЯТОРІВ</b> .....	281
5.1. Кінематичний аналіз маніпуляторів .....	281
5.1.1. Опис кінематичних параметрів виробництва методом матриць .....	282
5.1.2. Особливості побудови кінематичних моделей модульних промислових роботів .....	289
5.1.3. Обернені задачі кінематики маніпуляторів промислових роботів .....	295
5.1.4. Пряма задача кінематичного аналізу маніпуляторів промислових роботів .....	302
5.1.4.1. Кінематичний аналіз методом матриць .....	302
5.1.4.2. Кінематичний аналіз методом перетворення координат .....	305
5.2. Кінетостатичний розрахунок маніпуляторів промислових роботів .....	305
5.2.1. Кінетостатика маніпулятора, який працює в циліндричній системі координат .....	309
5.2.1.1. Визначення сил та моментів сил інерції ланок .....	313
5.2.1.2. Визначення реакцій в кінематичних парах, моментів і сил приводу .....	317
<b>РОЗДІЛ 6. ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИБОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ</b> .....	322
6.1. Класифікація тертя і зношування .....	323
6.1.1. Класифікація тертя .....	323
6.1.2. Класифікація зношування .....	325
6.1.3. Способи зменшення тертя і зношування .....	326
6.1.3.1. Раціональний вибір матеріалів трибосистеми .....	326
6.1.3.2. Конструкційні методи .....	327
6.1.3.3. Експлуатаційні методи .....	328
6.2. Основні триботехнічні характеристики .....	328
6.3. Закономірності тертя і зношування .....	330
6.4. Математичне моделювання зношування .....	333
6.5. Дослідження процесів тертя і зношування .....	334
6.5.1. Дослідження тертя .....	334
6.5.1.1. Плоска кінематична горизонтальна пара ковзання .....	334
6.5.1.2. Плоска похила кінематична пара ковзання .....	341
6.5.1.3. Горизонтальна обертальна кінематична пара ковзання .....	345
6.5.1.4. Вертикальна обертальна кінематична пара ковзання .....	346
6.5.1.5. Тертя тягового елемента із шківом (диском) .....	348
6.5.1.6. Тертя в пасовій передачі .....	352
6.5.1.7. Тертя у фрикційній передачі .....	355
6.5.1.8. Тертя клина .....	356

6.5.1.9. Тертя у гальмі .....	358
6.5.1.10. Тертя кочення .....	364
6.5.1.11. Переміщення вантажів на котках і колесах .....	367
а) Переміщення на котках .....	367
б) Переміщення на колесах .....	372
6.5.2. Дослідження процесу зношування при терті ковзання .....	377
6.5.2.1. Трибосистеми ковзання обертового руху .....	377
а) Підшипник ковзання .....	377
б) Під'ятник ковзання .....	384
6.5.5.2. Трибосистеми ковзання поступального руху (напрявні) .....	386
а) Циліндрична напрямна .....	386
б) Плоска напрямна .....	387
в) Клинчаста напрямна .....	388
<b>РОЗДІЛ 7. ЗНОШУВАННЯ ТА ДОВГОВІЧНІСТЬ</b>	
<b>ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ</b> .....	390
7.1. Метод оцінки зношування зубчастих передач .....	390
7.1.1. Модель кінетики зношування зубів .....	390
7.1.2. Параметри контакту зубів .....	393
7.1.3. Контактні тиски в крайніх точках дотику зубів .....	394
7.1.4. Кривизни профілю зубів .....	397
7.1.5. Лінійне зношування зубів .....	401
7.1.6. Дво-одно-двопарне зачеплення .....	403
7.2. Прогнозування довговічності зубів .....	406
7.2.1. Розрахунок геометричних параметрів зачеплення .....	406
7.2.1.1. Основні параметри зачеплення .....	406
7.2.1.2. Параметри першої точки зачеплення (вхід у зачеплення) .....	408
7.2.1.3. Параметри останньої точки зачеплення .....	410
7.2.1.4. Геометричні параметри для проміжних точок .....	411
7.2.1.5. Геометричні параметри для обчислення проміжних точок зачеплення .....	412
7.2.1.6. Координати точок зачеплення у системі координат, зв'язаної з ведучим колесом .....	413
7.2.1.7. Координати точок зачеплення у нерухомій системі координат .....	413
7.2.1.8. Відрізки лінії зачеплення .....	413
7.2.1.9. Геометричні параметри двопарного зачеплення .....	414
7.3. Визначення функції зносостійкості матеріалів .....	419
7.4. Оцінка довговічності зубів .....	423
7.4.1. Однопарне зачеплення зубів .....	423
7.4.2. Дво-одно-двопарне зачеплення зубів .....	426
7.4.3. Особливі точки зачеплення .....	426
Література .....	430

## ПЕРЕДМОВА

Невід'ємною складовою частиною більшості машин різноманітного призначення є механізми, що служать для перетворення одного виду руху робочих органів чи окремих елементів в інші види рухів. З огляду на широку гаму виконуваних машинами функцій, конструкторами створено багаточисельну групу найрізноманітніших механізмів як простих за своєю структурою та функціональними можливостями, так і складних. В опрацьованому навчальному посібнику ставилось завдання ширше ознайомити читача із основними видами механізмів, щоб, в подальшому, представити особливості та методи їх дослідження.

У цьому виданні методи досліджень основних видів механізмів подано дещо детальніше ніж в попередньому виданні.

Як відомо все ширше розповсюдження не тільки в промисловій сфері діяльності людини, а далеко за її межами, знаходять роботи і маніпулятори. Особливо це стосується сучасних поколінь роботехнічних пристроїв, оснащених крім комп'ютера, ще й найсучаснішими системами зору, слуху чи адаптивними пристроями штучного інтелекту. Тому, поряд з оглядовим представленням цих "розумних" машин, також певну увагу присвячено їх дослідженню, оскільки це поки що недостатньо відображено в навчальній літературі з теорії механізмів і машин.

Значну увагу в посібнику присвячено різним аспектам дослідження систем тертя, тобто триботехнічних систем чи кінематичних пар різного виду. В ТММ, звичайно, певна увага завжди приділялась явищу тертя та його простому опису і аналізу. Однак, з практики відомо, що проблема тертя та зношування в



останні десятиріччя перетворилась на потужну науково-технічну проблему сучасності, яка, не зважаючи на значні зусилля науковців та інженерів, ще далека від успішного розв'язання. В наявній навчальній літературі, на наш погляд, дуже мало уваги приділяється належному представленню і опису вкрай важливої проблеми тертя і зношування, способам та методам їх зниження, методам їх експериментальних і аналітичних досліджень та методам прогнозування довговічності типових трибосистем. Авторами на доступному рівні подано сукупність різнопланових відомостей, що стосуються сучасних трибологічних проблем і методів їх вирішення.

# РОЗДІЛ 1

## ОСНОВНІ ВИДИ МЕХАНІЗМІВ

За конструктивними ознаками механізми поділяються на важільні, кулачкові, зубчасті, фрикційні, клинові, гвинтові і комбіновані (зубчасто – важільні, зубчасто – кулачкові), гідравлічні, пневматичні, механізми з гнучкими ланками, механізми з пружними ланками, електромеханізми, маніпулятори і т.д. Крім того, всі механізми можна поділити на плоскі і просторові. До плоских відносяться механізми, точки рухомих ланок яких здійснюють переміщення в паралельних площинах. Механізми, що не мають цієї властивості, є просторовими.

### 1.1. Основні поняття та визначення

#### 1.1.1. Елементи структури механізмів

*Механізмом* називається сукупність з'єднаних між собою тіл, в яких заданий рух одного або декількох з них перетворюється на потрібний рух інших тіл.

*Ланкою* називається жорстке з'єднання твердих тіл, що входять до складу механізму і рухаються як одне ціле (рис. 1.1).

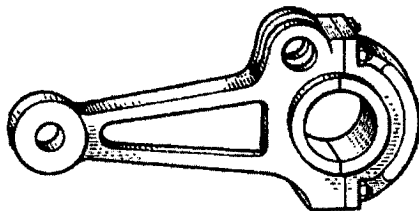


Рис. 1.1. Ланка механізму (шатун)

Тверді тіла, що входять до складу ланки, називаються деталями.

*Ведучою ланкою* називається ланка, закон руху якої є заданим і перетворюється у потрібний рух інших ланок.

*Веденою ланкою* називається ланка, що здійснює рух, для виконання якого призначений механізм. Всі інші ланки механізму називаються проміжними. Розрізняються також прості і складні ланки. Якщо ланка входить у рухоме з'єднання з іншими ланками не більше як у двох точках, то вона називається простою, в інших випадках ланки називаються складними.

Нерухома ланка, яка входить до складу механізму, називається стояком (рис.1.2). Ланка, яка здійснює повний оберт, називається кривошипом. Ланки, які здійснюють коливний, плоско-паралельний і зворотньо-поступальний рухи, називаються відповідно коромислом, шатуном і повзуном. Рухома ланка, яка є напрямною для повзуна, називається кулісою.

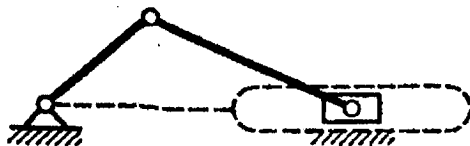
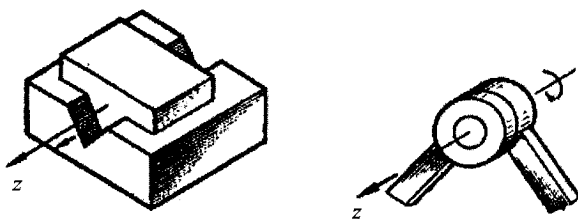


Рис.1.2. Кривошипно-повзунний механізм

### 1.1.2. Класифікація кінематичних пар

Кінематичною парою називається з'єднання двох або більше ланок, які можуть рухатися одна відносно одної (рис.1.3).



a)

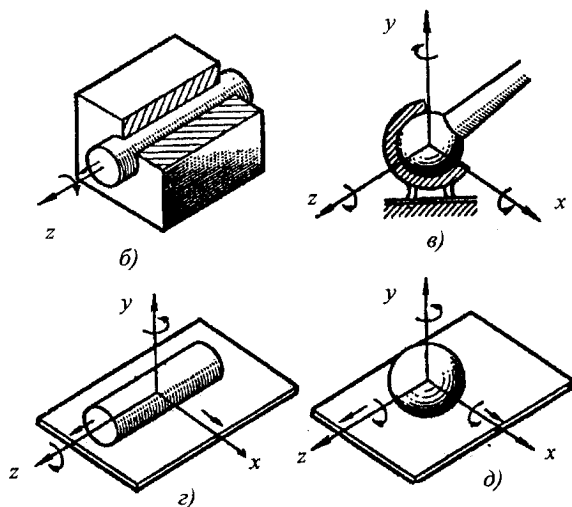


Рис.1.3. Кінематичні пари різних видів

Поверхні, лінії і точки, якими одна ланка торкається іншої, називаються елементами кінематичних пар.

Кінематичні пари класифікуються за трьома ознаками.

1. За кількістю обмежень, які кінематична пара накладає на відносний рух ланок.
2. За характером елементів контакту: нижчі – реалізується контакт по площині і вищі – по лінії або в точці.
3. За характером відносного руху ланок: плоскі і просторові.

За першою ознакою виділяються п'ять класів кінематичних пар. Клас кінематичної пари визначається числом обмежень, які вона накладає на рух ланок

$$S = 6 - H, \quad (1.1)$$

де  $H$  – кількість ступеней вільності ланок, яка визначається за кількістю відносних рухів ланок, що утворюють кінематичну пару.

Відповідно на рис.1.4 – 1.8 наведено кінематичні пари різних класів.

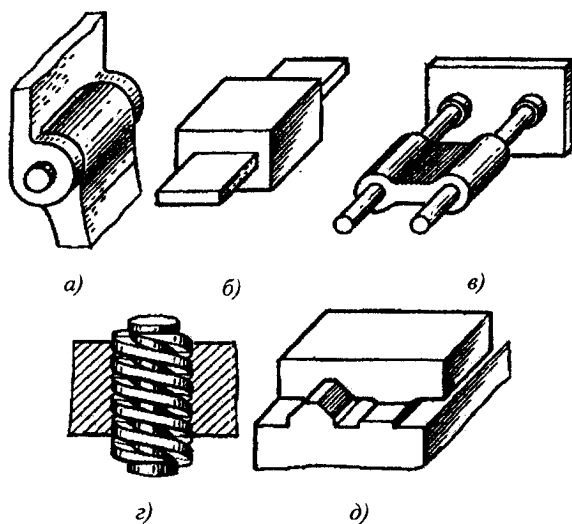
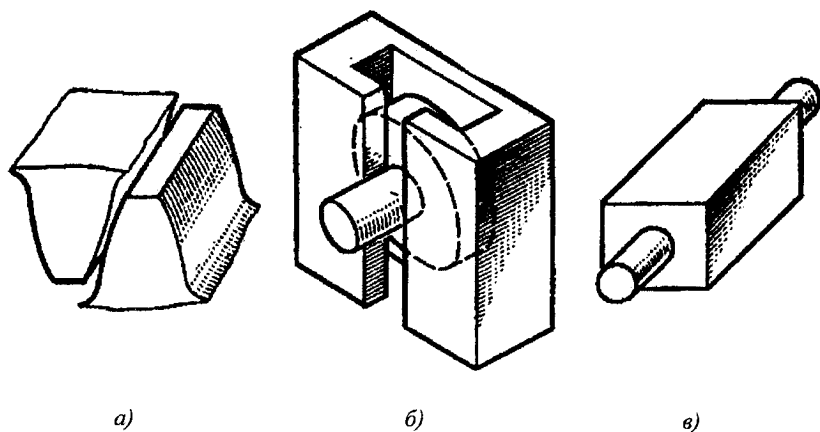


Рис.1.4. Кінематичні пари п'ятого класу :  
 а) циліндричний шарнір; б) поступальна пара з призматичною напрямною; в) спарена напрямна; г) гвинтова пара; д) поступальна пара з комбінованою напрямною



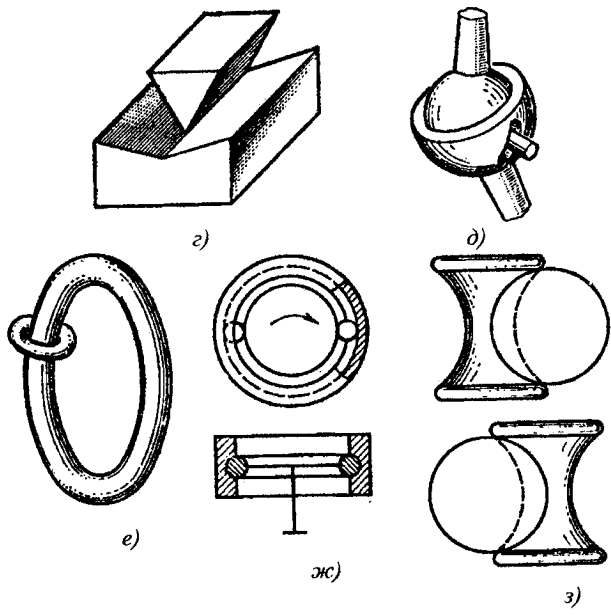
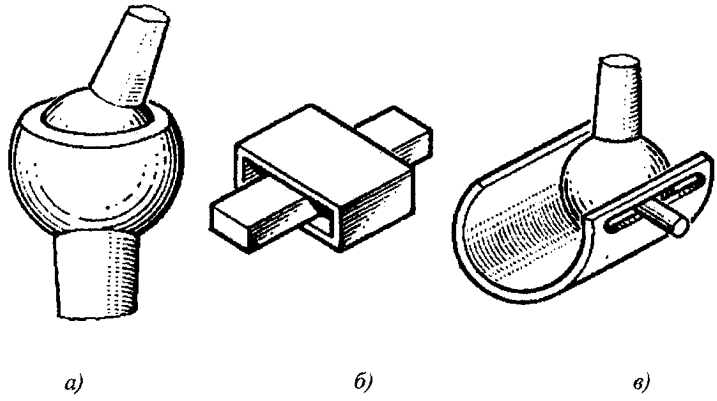


Рис.1.5. Кінематичні пари четвертого класу :

а) зуби циліндричних зубчастих коліс; б) циліндричний фланець у пазі; в) стержень, який може ковзати і обертатися; г) призма, яка може ковзати по ребру і повертатися; д) сфера з пальцем в пазі, яка може здійснювати два обертання; е), ж), з) пари, які допускають обертання навколо двох взаємоперпендикулярних осей



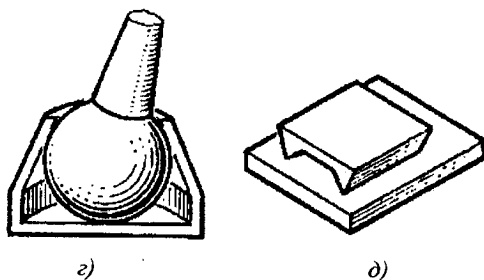


Рис.1.6. Кінематичні пари третього класу:  
 а) куля в оправі (пара допускає три оберти); б) призма в пазі (пара допускає два поступальних і один обертовий рухи) в) пара, яка допускає два обертових і один поступальний рухи; г) куля в спеціальній оправі; д) призма на площині

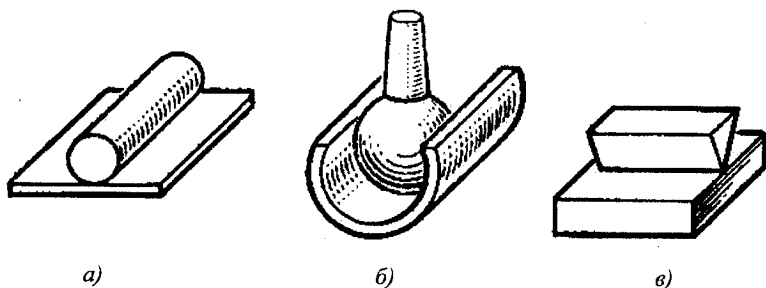


Рис.1.7. Кінематичні пари другого класу:  
 а) циліндр на площині має два обертових і два поступальних рухи відносно площини; б) куля в трубі має три обертових і один поступальний рух відносно труби; в) призма відносно площини має два поступальних і два обертових рухи

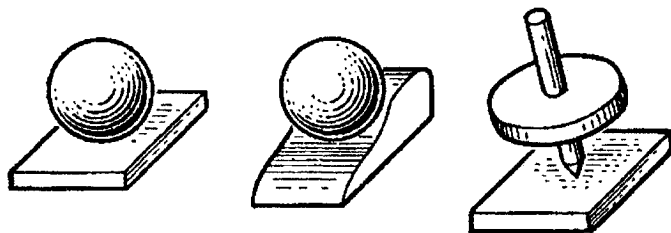


Рис.1.8. Кінематичні пари п'ятого класу

### 1.1.3. Конструктивне зображення кінематичних пар

#### 1.1.3.1. Кінематичні пари п'ятого класу

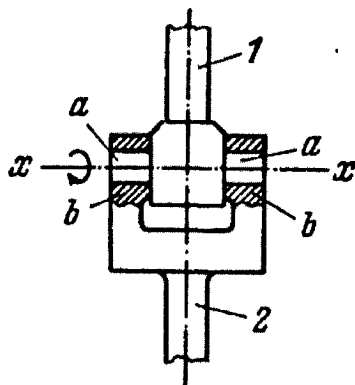


Рис.1.9. Обертальна пара з циліндричними цапфами:  
1,2 – ланки, а – циліндричні цапфи, б – отвори

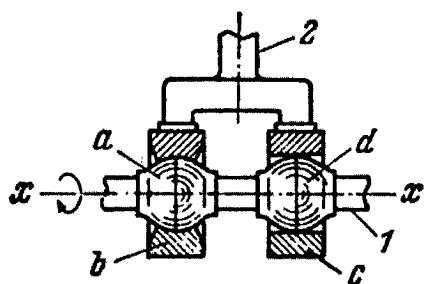


Рис. 1.10. Обертальна пара  
зі сферичними цапфами:  
1, 2 – ланки,  
а і d – сферичні цапфи,  
b – сферична поверхня ланки 2,  
с – циліндрична поверхня

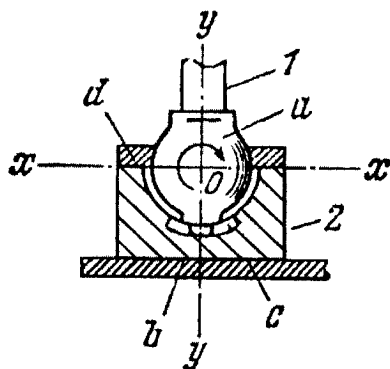


Рис. 1.11. Обертальна пара зі  
сферичною цапфою  
і хвостовиком: 1, 2 – ланки,  
а – сферична цапфа, б – хвостовик,  
с – проріз, d – сферична поверхня



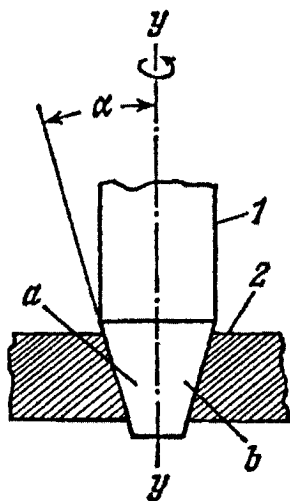


Рис. 1.12.: Обертальна пара з конічною цапфою: 1, 2 – ланки, а – конічна цапфа, б – конічний отвір, б – кут конусності

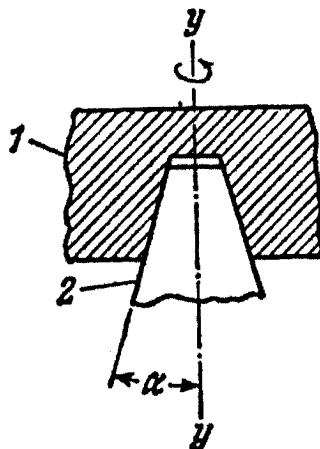


Рис. 1.13. Обертальна пара з конічною п'ятою: 1, 2 – ланки, б – кут конусності

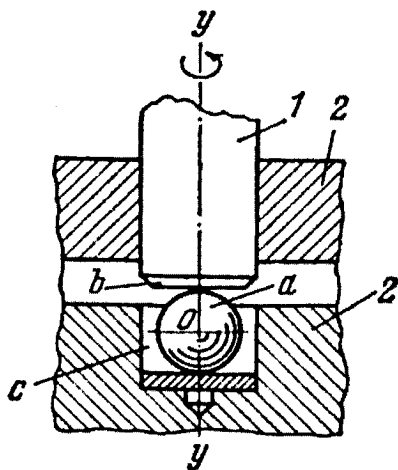


Рис. 1.14. Обертальна пара з кульковою опорою: 1, 2 – ланки, а – кулька, б – опорна поверхня, с – порожнина

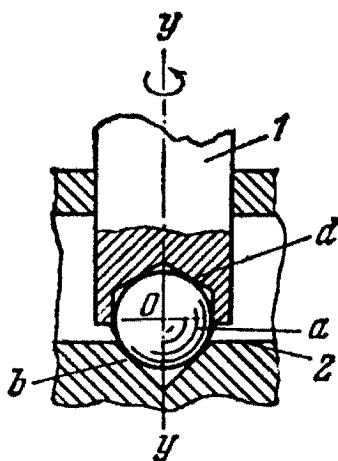


Рис. 1.15. Обертальна пара з кульковою опорою: 1, 2 – ланки, а – кулька, б – конічна поверхня, д – грані

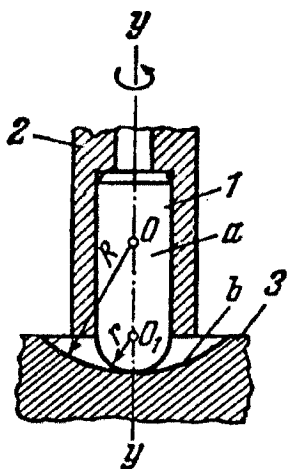


Рис. 1.16. Обертальна пара зі сферичною опорою:  
1, 2, 3 – ланки, а – палець,  
b – сферична поверхня ланки 3,  
r – радіус сферичної поверхні пальця а,  
R – радіус сферичної поверхні ланки 3

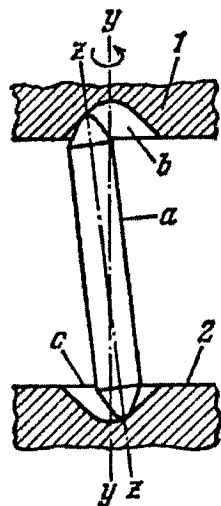


Рис. 1.17. Обертальна пара з опорою, що самовстановлюється:  
1, 2 – ланки, а – деталь, що самовстановлюється, b і c – заглибини ланок 1 і 2

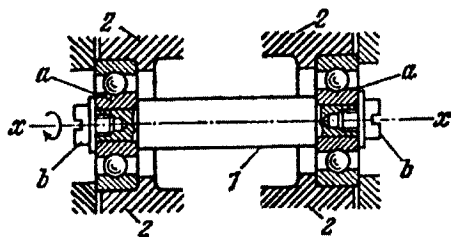


Рис. 1.18. Обертальна пара з двома кульковими підшипниками:  
1, 2 – ланки, а – кулькові підшипники,  
b – фіксуючі гвинти

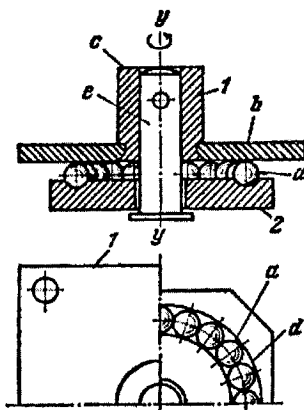


Рис. 1.19. Обертальна пара з кульковою опорою: 1, 2 – ланки, а – кульки, b – диск, c – стакан, d – кругова канавка, e – стержень.

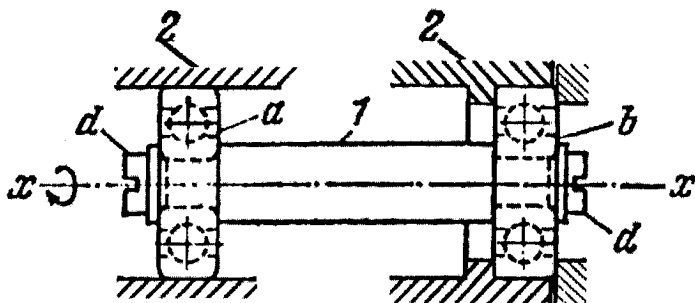


Рис. 1.20. Обертальна пара з регульованими опорами :1,2 – ланки, а – гвинтові пристрої, b – кінчні поверхні, d – кульки

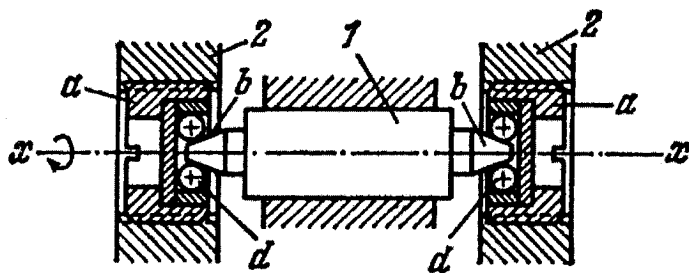


Рис. 1.21. Обертальна пара з регульованими опорами :1,2 – ланки, а – гвинтові пристрої, b – кінчні поверхні, d – кульки

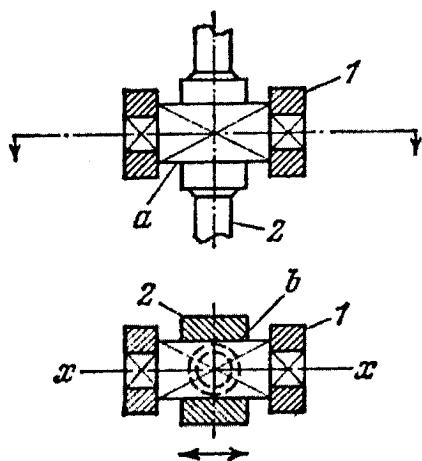


Рис 1.22. Поступальна пара з прямокутним повзуном :  
1, 2 – ланки, а – прямокутний повзун,  
б – прямокутний отвір ланки 2

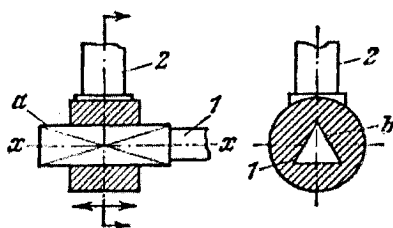


Рис 1.23. Поступальна пара з трикутним повзуном:  
1, 2 – ланки, а – трикутний повзун,  
б – трикутний отвір

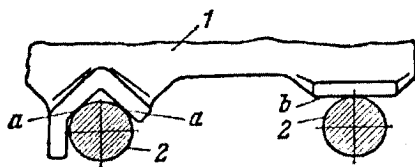


Рис. 1.24. Поступальна пара з циліндричними напрямними:  
1 – ланка, 2 – циліндричні напрямні, а і б – опорні поверхні

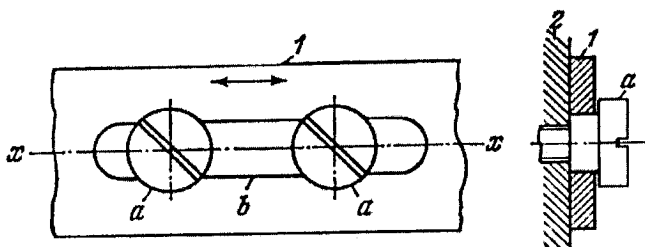


Рис. 1.25. Поступальна пара з напрямними гвинтами :  
1, 2 – ланки, а – гвинти, б – проріз ланки 1

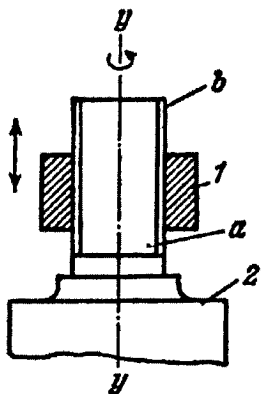


Рис. 1.26. Гвинтова пара:  
1, 2 – ланки, а і б – гвинтові різьби  
зі сталим кроком

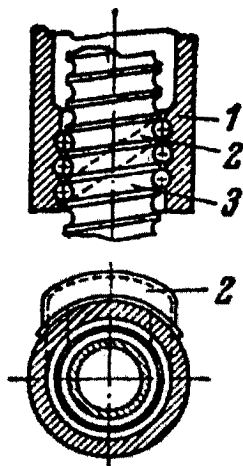


Рис. 1.27. Гвинтова пара з кульками:  
1 – гайка, 2 – вивідна трубка  
з кульками, 3 – гвинт

### 1.1.3.2. Кінематичні пари четвертого класу

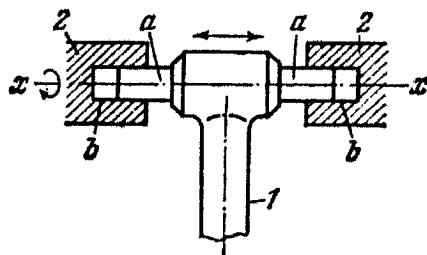


Рис. 1.28. Циліндрична пара  
з циліндричними цапфами:  
1, 2 – ланки, а – циліндричні цапфи,  
б – циліндричні виточки

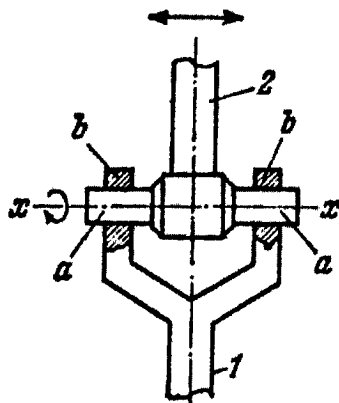


Рис. 1.29. Циліндрична пара  
з круглими вушками: 1, 2 – ланки,  
а – циліндричні цапфи,  
б – круглі циліндричні вушка

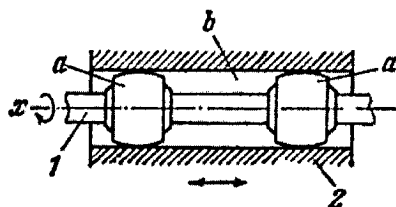


Рис. 1.30. Циліндрична пара з бочкоподібними елементами: 1, 2 – ланки, а – бочкоподібні елементи, b – циліндричний канал

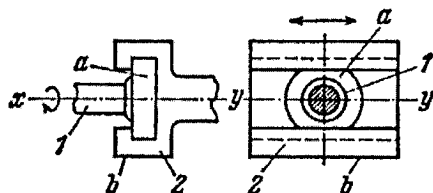


Рис. 1.31. Плоска пара з коробкоподібною напрямною: 1, 2 – ланки пари, а – круглий циліндричний диск, b – коробчата напрямна

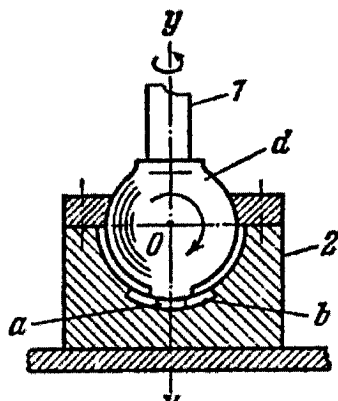


Рис. 1.32. Сферична пара з пальцем і пазом: 1, 2 – ланки, а – циліндричний палець, b – круглий проріз, d – сферична поверхня

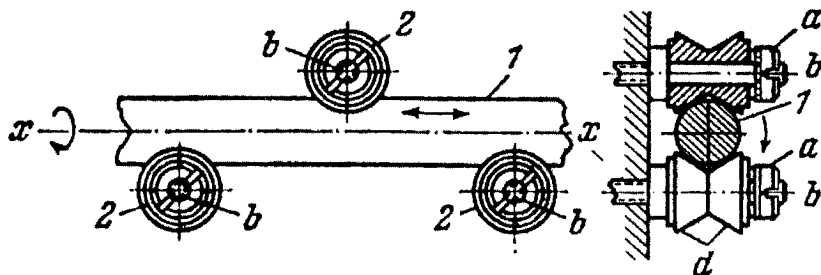


Рис. 1.33. Циліндрична пара з напрямними роликми : 1 – ланка, 2 – ролики, а – регулювальні гвинти, b – осі роликів 2, d – скошені поверхні роликів 2.

### 1.1.3.2. Кінематичні пари третього класу

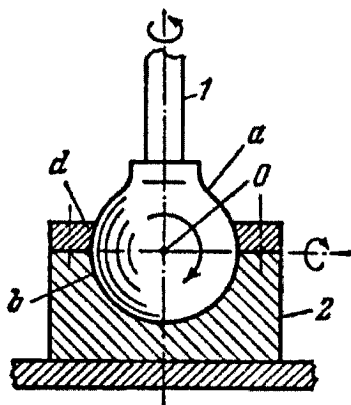


Рис.1.34. Сферична пара з кульовою головкою :1,2 – ланки, а – кульова головка, б – кульова поверхня, д – притискна кришка

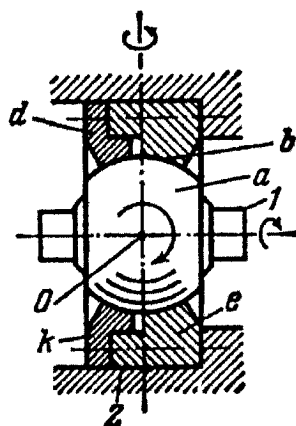


Рис. 1.35. Сферична пара з бочкоподібною головкою: 1, 2 – ланки, а – бочкоподібна головка, б – кульовий пояс, д, е – притискні деталі, к – кульовий пояс деталі d

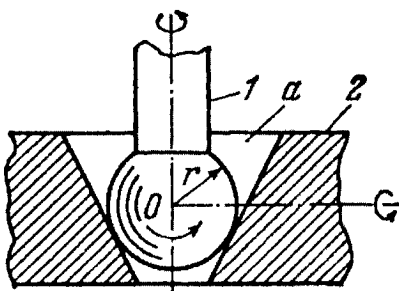


Рис. 1.36. Сферична пара з конічною опорою: 1, 2 – ланки, а – конічний отвір, г – радіус кульової поверхні

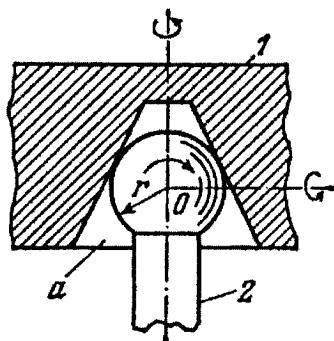


Рис. 1.37. Сферична пара з кульовою опорою: 1, 2 – ланки, а – внутрішня конічна поверхня, г – радіус кульової поверхні

### 1.1.4. Кінематичні ланцюги, їх класифікація

Система ланок, які утворюють кінематичні пари, називається кінематичним ланцюгом (рис.1.38).

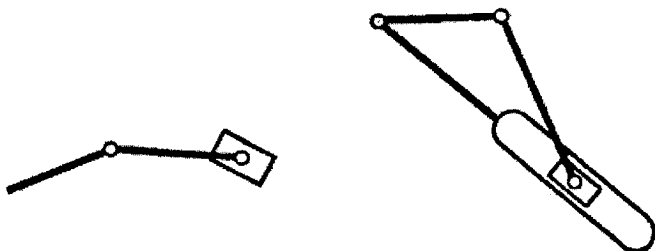


Рис.1.38. Кінематичний ланцюг: а) відкритий; б) замкнутий

Кінематичні ланцюги поділяються на: прості і складні; плоскі і просторові; відкриті і замкнуті; визначені і невизначені. Простий кінематичний ланцюг – це ланцюг в якого кожна ланка входить найбільше у дві кінематичні пари. Складний кінематичний ланцюг – це ланцюг у якому є хоча б одна ланка, що входить більше ніж у дві кінематичні пари. Незамкнутим називають ланцюг, у якому є ланки, що входять лише в одну кінематичну пару; замкнутим – ланцюг, кожна ланка якого входить не менше як у дві кінематичні пари.

### 1.1.5. Ступінь рухомості механізму

Кінематичний ланцюг з нерухомою ланкою (стояком), в якому при заданому русі певних ланок (ведучих) всі інші здійснюють цілком визначені рухи, називається механізмом.

Число ступенів вільності механізму відносно стояка називається ступенем рухомості механізму, який для просторових механізмів визначається за формулою Сомова-Малишева

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1.2)$$



а для плоских механізмів – за формулою Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1.3)$$

де  $n$  – число рухомих ланок;  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  – число кінематичних пар відповідних класів.

### 1.1.6. Структурна класифікація плоских механізмів

Ведуча ланка, яка входить у кінематичну пару п'ятого класу із стояком, утворюють механізм 1 класу, який називається початковим. В основу структурної класифікації плоских механізмів покладено принцип утворення механізмів шляхом приєднання до ведучої ланки (ланок) структурних груп (груп Ассура). Структурною групою (групою Ассура) називається найпростіший кінематичний ланцюг, ступінь рухомості якого після приєднання вільними елементами ланок до стояка рівний нулю, та до складу якого входять лише пари п'ятого класу, а число ланок є парним (рис. 1.39).

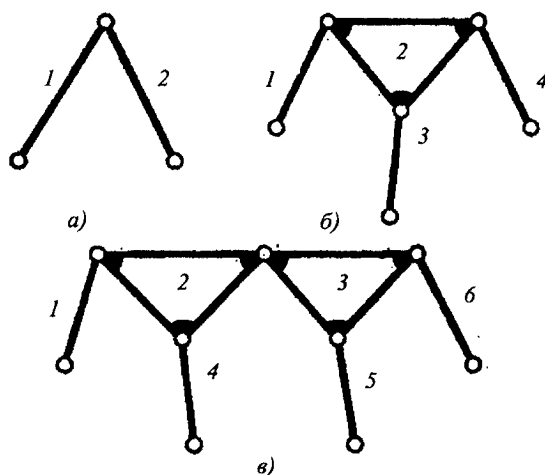


Рис. 1.39. Плоскі статично визначені групи (групи Ассура): а) двовідвіцева або діада; б) тривідвіцева; в) чотиривідвіцева

Умова існування структурної групи має вигляд

$$3n - 2p_5 = 0, \quad (1.4)$$

звідки

$$p_5 = \frac{3}{2} n.$$

З рівняння (1.4) видно, що кількість ланок у структурній групі повинна бути парною, а кількість пар п'ятого класу — кратна трьом. Тобто можливі такі співвідношення кількості ланок і кінематичних пар у структурній групі:

n	2	4	6	8	...
p <sub>5</sub>	3	6	9	12	...

Структурні групи поділяються на класи. Клас структурної групи, вищий за другий, визначається числом внутрішніх кінематичних пар, які утворюють вихідний замкнутий контур.

Порядок структурної групи визначається кількістю вільних елементів кінематичних пар, якими вона приєднується до механізму.

Вид структурної групи Ассура визначається співвідношенням і розміщенням поступальних і обертових кінематичних пар у групі. Структурні групи II класу поділяються на 5 видів. Строгого поділу структурних груп III та вищих класів на види не існує.

Клас і порядок механізму визначається за групою Ассура найвищого класу, яка входить до його складу.

## 1.2. Важільні механізми

Для важільних механізмів характерним є те, що вони можуть мати різні обертові або поступальні кінематичні пари. Найпростіший важільний механізм має дві ланки, одна з яких (стояк) нерухома, а друга може здійснювати повний оберт і називається кривошипом. У більшості випадків важільні механізми мають парне число ланок (переважно два, чотири, шість).

На рис. 1.40 показано чотириланковий важільний механізм. У даному випадку ланку 1, яка здійснює повний оберт, називають кривошипом; ланку 2 із складним плоским рухом називають шатуном, а ланку 3 із зворотньо-обертовим рухом – коромислом. Ланка 4 – стояк. Ведучі ланки тут і на наступних рисунках позначені круговими стрілками.

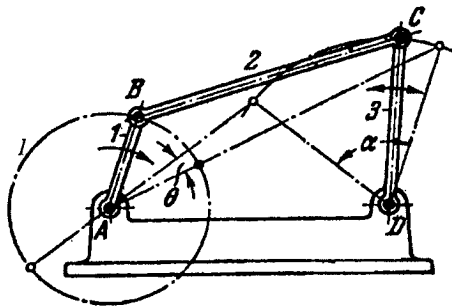


Рис. 1.40. Чотириланковий важільний механізм

Кулісами у важільних механізмах називають такі рухомі ланки, які, в свою чергу, є напрямними для інших ланок. Куліси, в основному, виконують поступальний або обертовий рух. У цих механізмах також часто зустрічаються ланки, що виконують зворотньо-поступальний рух відносно стояка і називаються повзунами.

Залежно від характеру абсолютного або відносного руху ланок важільні механізми можуть бути шарнірними (мають тільки обертальні пари), кулісними, кривошипно-повзунними, кривошипно-коромисловими і т.д.

Нижче на рис. 1.41 – 1.88 зображено різні види важільних механізмів.

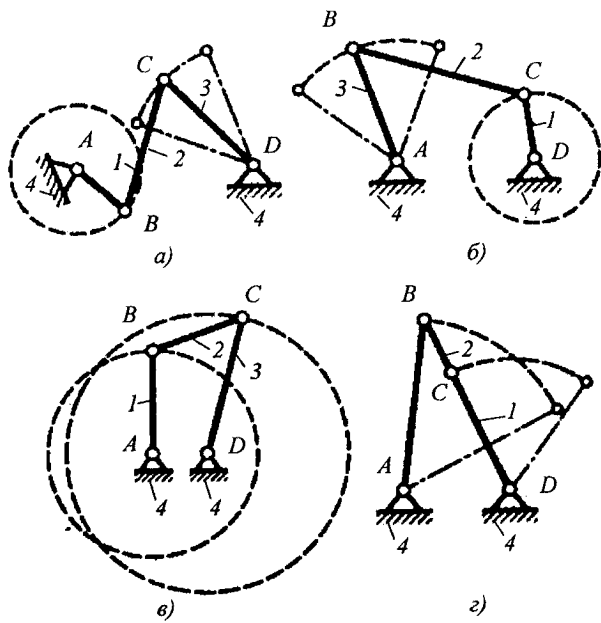


Рис.1.41. Чотириохланкові механізми з різними довжинами ланок: кривошипно-коромисловий механізм (рис.1.41 а,б); двокривошинний чотириланковий механізм (рис.1.41 в); двокоромисловий чотириланковий механізм (рис.1.41 г)

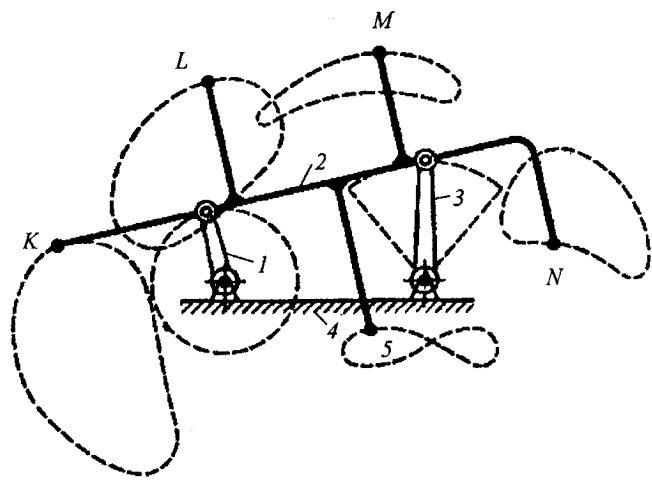


Рис.1.42. Шарнірний чотириланковик

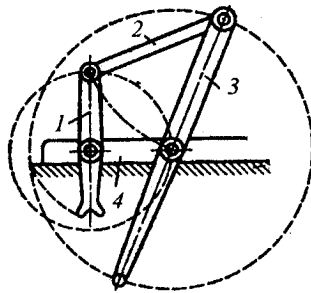


Рис.1.43. Механізм нерівномірного руху (шарнірний чотириланковик) з приспособленням для переходу через мертву точку

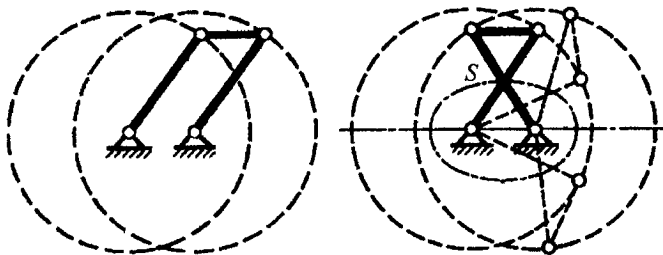


Рис.1.44. Чотиришарнірний паралелограм (а) і антипаралелограм (б), точка S (перетин двох кривошипів) якого рухається по еліпсу

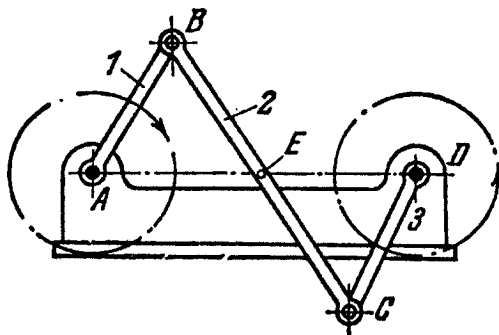


Рис.1.45. Чотиришарнірний антипаралелограм з кривошипами, що обертаються в протилежних напрямках

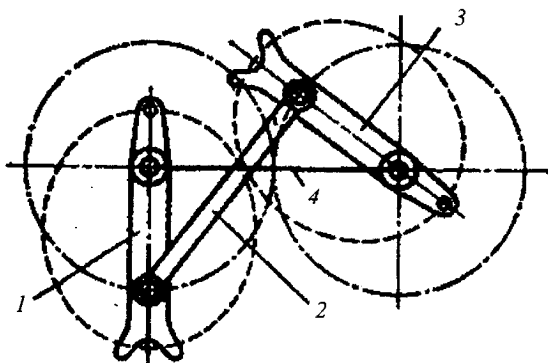


Рис. 1.46. Чотиришарнірний антипаралелограм з кривошипами, що обертаються в протилежних напрямках

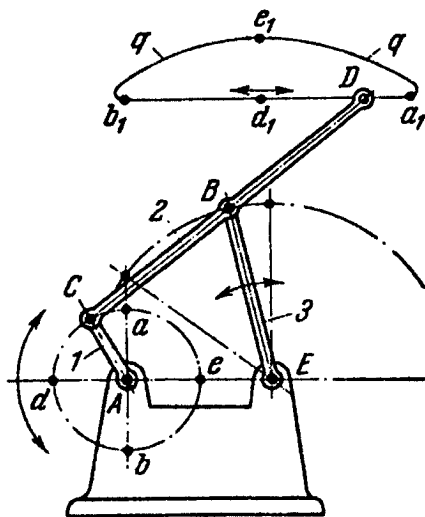


Рис. 1.47. Шарнірно-важільний прямолінійнонапрямляючий механізм Чебишева: 1,2,3 – ланки, А,Е – нерухомі осі, В,С – обертальні кінематичні пари, q-q – траєкторія руху т.Д при обертанні ланки 1 навколо т.А, – траєкторія руху т.Д при русі т.С ланки 1 по дузі a-d-b

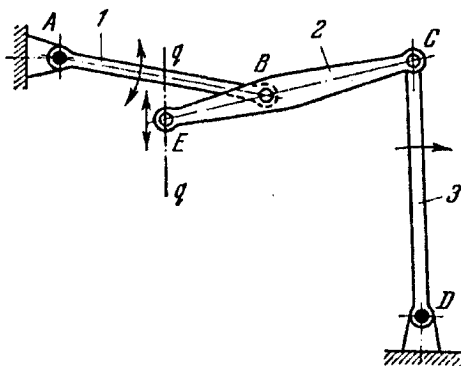


Рис.1.48. Шарнірно-важільний прямолінійнонапрямляючий механізм Еванса: 1, 2, 3 – ланки, А, D – нерухомі осі, В, С – обертальні кінематичні пари, q-q – траєкторія руху т.Е

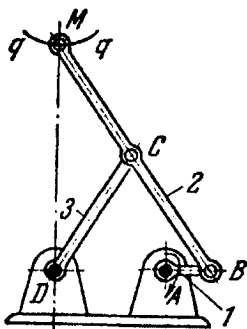


Рис. 1.49. Шарнірно-важільний круговий напрямляючий механізм Чебишева: 1,2,3 – ланки, А, D – нерухомі осі, В, С – обертальні кінематичні пари, q-q – траєкторія руху т. М

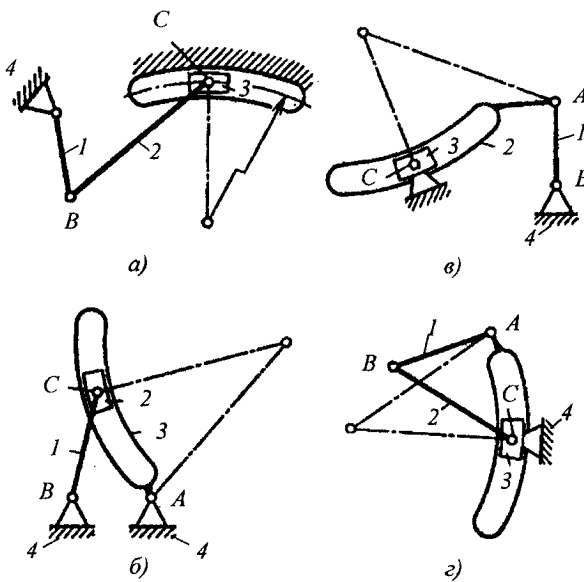


Рис.1.50. Шарнірні чотириланкові:

а – кривошипно-повзунний з криволінійною напрямною; б – кулісний з криволінійною обертовою кулісою; в – кулісний з криволінійною кочливною кулісою; г – балансирно-шатунний з криволінійною напрямною

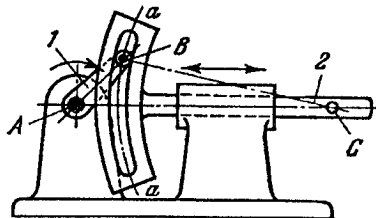


Рис.1.51. Кривошипно-повзунний механізм з круговою кулісою: 1 – кривошип, 2 – куліса, А – нерухома вісь, В – ролик ланки 1, С – центр кругової напрямної а-а, а-а – кругова напрямна



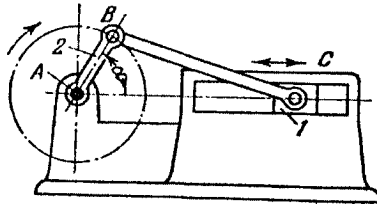


Рис.1.52. Кривошипно-повзунний аксіальний механізм:  
 1 – повзун, 2– кривошип, А – нерухома вісь, В – обертальна пара,  
 б – кут повороту кривошипа

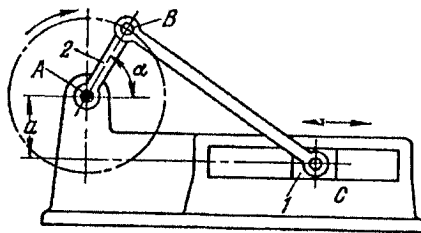


Рис.1.53. Кривошипно-повзунний дезаксіальний механізм:  
 1 – повзун, 2– кривошип, А – нерухома вісь, В – обертальна пара,  
 а – відстань між віссю і віссю повзуна, б – кут повороту кривошипа

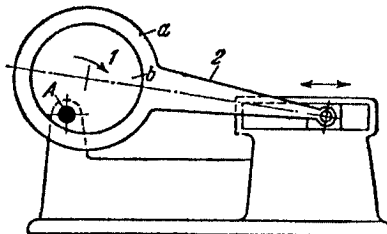


Рис.1.54. Ексцентриковий кривошипно-повзунний механізм:  
 1 – кривошип, 2 – шатун, а – розширена втулка,  
 б – круглий ексцентрик, А – нерухома вісь

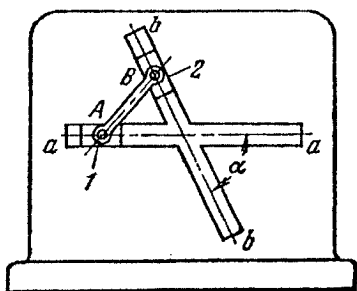


Рис. 1.55. Шатунно-повзунний механізм з двома повзунами:  
1, 2 – повзуни, А, В – кінематичні пари, АВ – шатун, а-а,  
b-b – нерухомі напрямні,  $\alpha$  – кут між осями напрямних

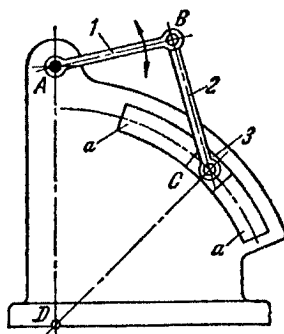


Рис. 1.56. Коромисло-повзунний механізм з круговою напрямною:  
1, 2 – коромисла, 3 – круговий повзун, А – нерухома вісь, В, С – обертальні  
пари, D – центр нерухої напрямної а-а, а-а – кругова напрямна

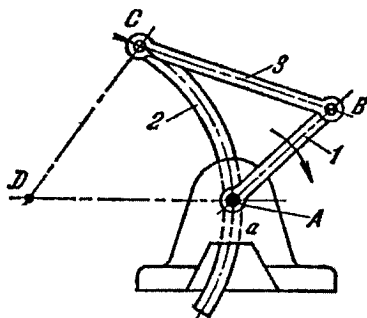


Рис. 1.57. Кривошипно-повзунний механізм з круговим повзуном:  
1 – кривошип, 2 – круговий повзун, 3 – шатун, А – нерухома вісь,  
В, С – обертальні пари, D – центр нерухої дугової напрямної а, а –  
нерухома напрямна

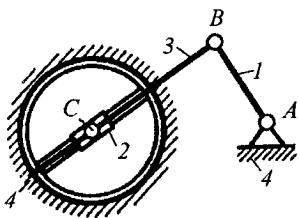


Рис. 1.58. Кулісний механізм з  
коливною кулісою

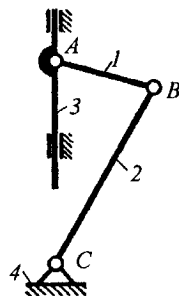


Рис. 1.59. Балансирно-повзунний  
механізм, в якому ланка не може  
здійснювати повного оберту

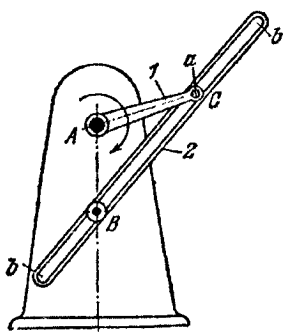


Рис. 1.60. Кулісний механізм з  
обертвою кулісою:  
1 – кривошип, 2 – куліса,  
А, В – нерухомі осі,  
а – палець кривошипа,  
б – проріз куліси

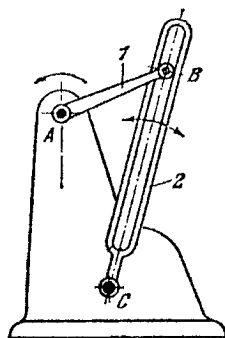


Рис. 1.61. Кулісний механізм з  
хитною кулісою:  
1 – кривошип, 2 – куліса,  
А, С – нерухомі осі, В – рухома вісь

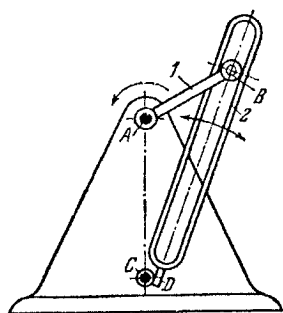


Рис. 1.62. Кулісний механізм з підвешеною кулією:

1 – кривошип, 2 – куліса,  
 А, С – нерухомі осі,  
 В – рухома вісь,  
 D – точка на осі куліси

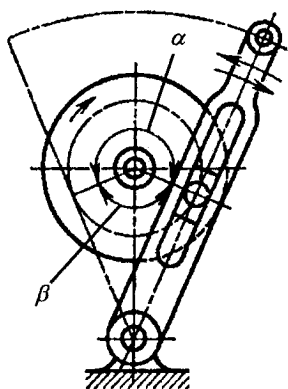


Рис.1.63. Коливна куліса

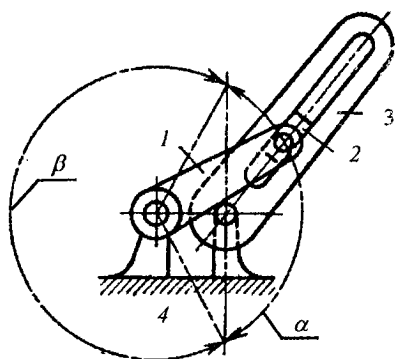


Рис.1.64. Обертюва куліса

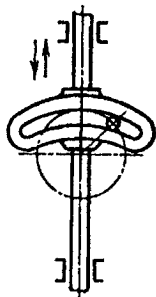


Рис.1.65. Дугова куліса

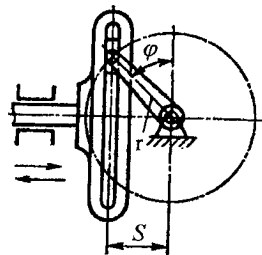


Рис.1.66. Синусний механізм

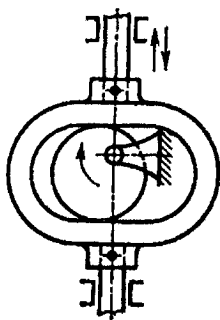


Рис.1.67. Кулісно-ексцентриковий механізм

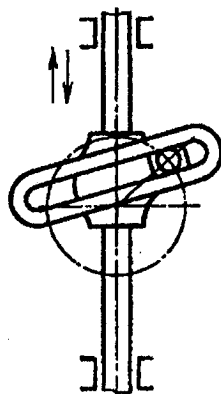


Рис.1.68. Похила куліса, що переміщається за несиметричним законом

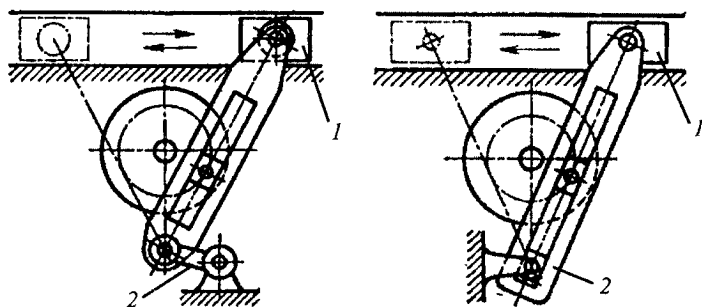


Рис.1.69. Кулісні механізми поперечно-стругальних верстатів з кулісою, що здійснює складний рух:  
1-повзун, 2-кулісний камінь

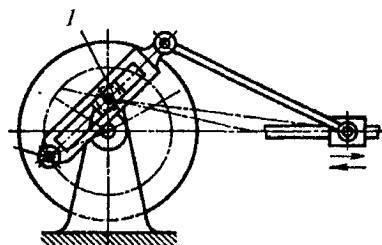


Рис.1.70. Обертова куліса: 1- камінь куліси

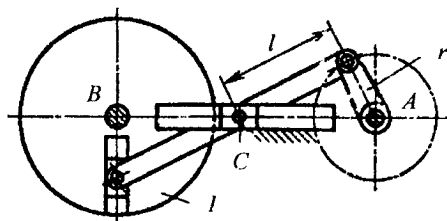


Рис.1.71. Подвійний кулісний механізм: 1- куліса

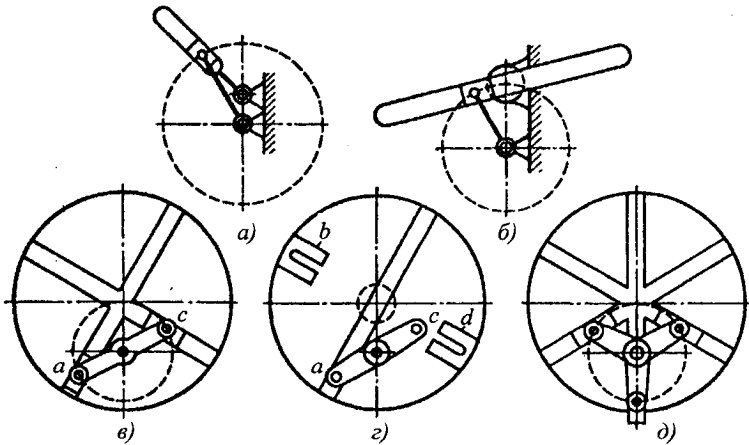


Рис. 1.72. Граничний кулісний механізм :

а – куліса здійснює нерівномірний обертовий рух; б – куліса обертається рівномірно із швидкістю, вдвічі меншою, ніж швидкість кривошипа; в – куліса, виготовлена у вигляді диска з двома перпендикулярними пазами, по яких ковзають цапфи або ролики, що знаходяться на кінцях двоплечового кривошипа ас; г – диск з діаметральним прорізом, у якому ковзає цапфа двоплечового кривошипа ас; д – диск з трьома прорізами, що приводиться в рух триплечовим кривошипом

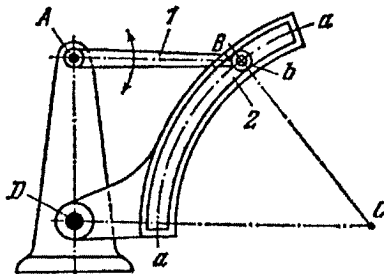


Рис. 1.73. Кулісний механізм з круговою кулісою :

1 – кривошип, 2 – куліса,  
 А, D – нерухомі осі, В – рухома вісь,  
 С – центр кругової напрямної а-а,  
 а-а – кругова напрямна,  
 б-б – палець кривошипа

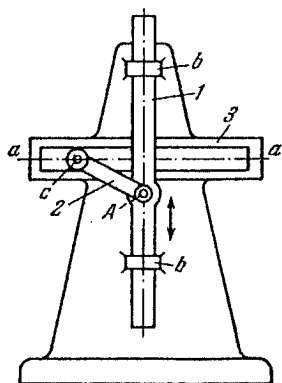


Рис. 1.74. Кулісний механізм з двома напрямними :  
1, 2, 3 – ланки, А – обертальна пара,  
а-а, b-b – нерухомі напрямні,  
с – палець ланки 2

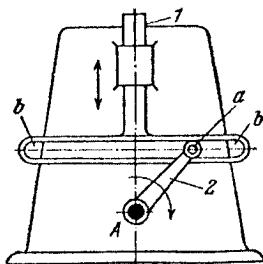


Рис. 1.75. Кулісний механізм з  
прямолинійною кулісою:  
1, 2 – ланки, А – нерухома вісь,  
а – палець ланки 2,  
b – проріз ланки 1

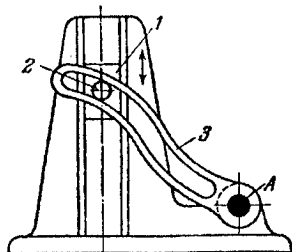


Рис. 1.76. Кулісний механізм з  
криволінійною кулісою:  
1 – повзун,  
2 – циліндричний палець повзуна,  
3 – криволінійна куліса,  
А – нерухома вісь

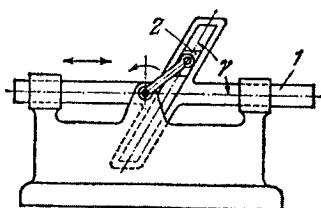


Рис. 1.77. Кулісний механізм з кулісою,  
що поступально рухається:  
1 – ланка, 2 – повзун,  
 $\gamma$  – кут між віссю куліси  
і напрямком руху ланки 1



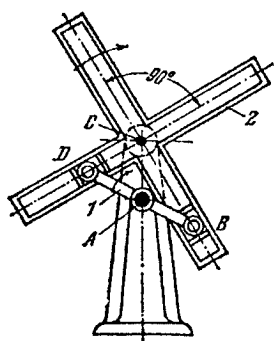


Рис. 1.78. Кулісний механізм з обертовою кулісою:  
1, 2 – ланки механізму,  
A, C – нерухомі осі,  
B, D – рухомі осі

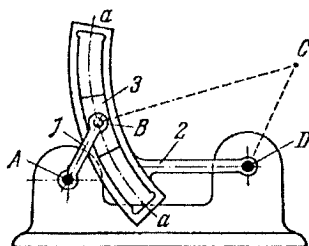


Рис. 1.79. Кулісний механізм з круговою кулісою:  
1 – кривошип, 2 – куліса,  
3 – кільцевий повзун,  
A, D – нерухомі осі, B – рухома вісь,  
C – центр кругової напрямної a-a,  
a-a – рухома кругова напрямна

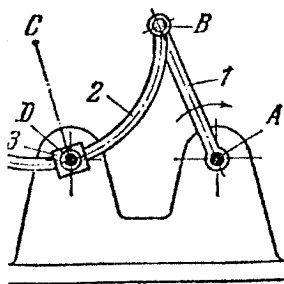


Рис. 1.80. Кулісний механізм з обертовим круговим повзуном:  
1 – кривошип, 2 – куліса,  
3 – круговий повзун,  
A, D – нерухомі осі,  
B – оберտальна пара,  
C – центр кругової куліси

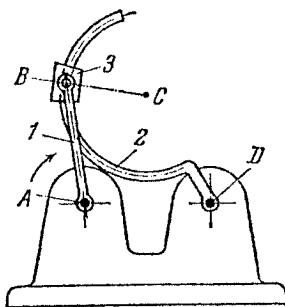


Рис. 1.81. Кулісний механізм з круговою кулісою:  
1 – кривошип, 2 – кругова куліса,  
3 – повзун, A, D – нерухомі осі,  
B – обертальна пара,  
C – центр кругової куліси

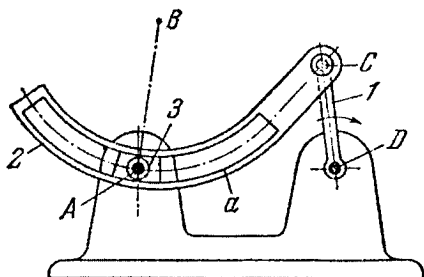


Рис. 1.82. Кулісний механізм з круговою кулісою:  
 1 – кривошип, 2 – куліса, 3 – повзун, А, D – нерухомі осі,  
 В – центр куліси, С – обертальна пара, а – круговий паз куліси

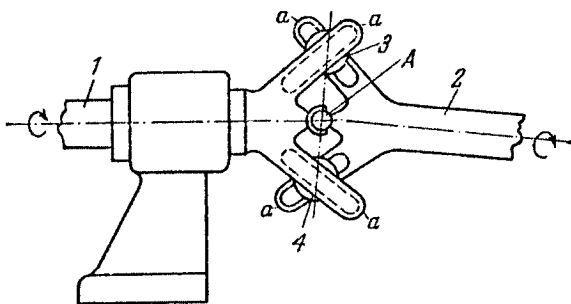


Рис. 1.83. Кулісно-важільний просторовий симетричний механізм  
 1, 2 – ланки, 3, 4 – кульки, А – сферична пара, а – радіальні напрямні

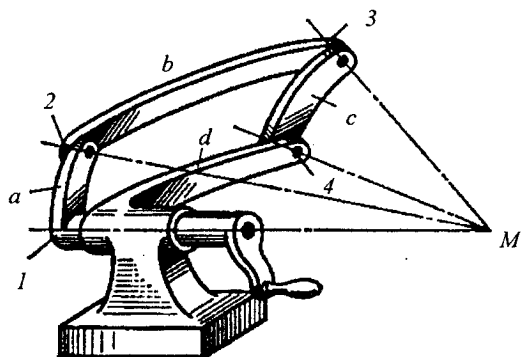


Рис.1.84. Сферичний чотириланковий шарнірний механізм

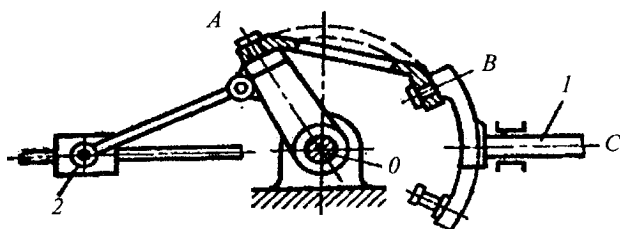


Рис.1.85. Сферичний механізм з плоскою діадою

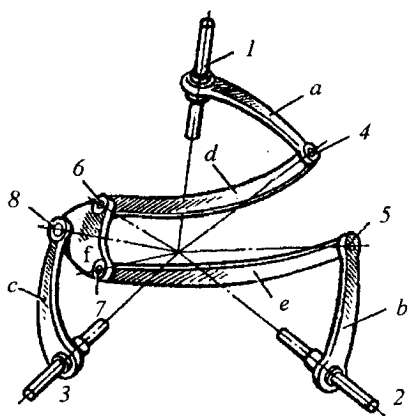


Рис.1.86. Сферичний механізм з триповідцевою групою f,e,c,d

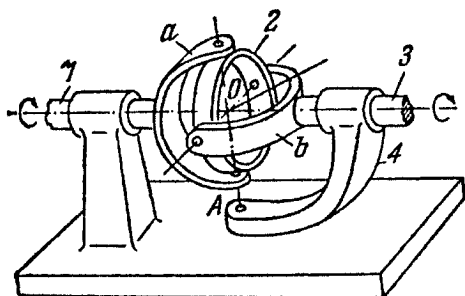


Рис. 1.87. Шарнірний сферичний механізм:  
 1, 2, 3 – ланки, 4 – стійка, А – вісь,  
 а, б – дугові вилки ланок 1 і 3,  
 О – точка перетину всіх осей шарнірів

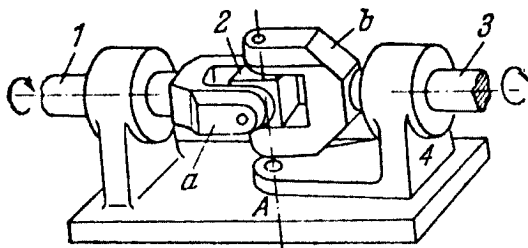


Рис. 1.88. Шарнірний сферичний механізм:  
 1, 3 – ланки, 2 – призматичний сухар, 4 – стійка,  
 а, б – призматичні вилки ланок 1 і 3,  
 А – вісь

### 1.3. Кулачкові механізми

Найпростіший кулачковий механізм (рис.1.89) складається з кулачка 1 (ведуча ланка), штовхача 2 (ведена ланка) і стояка 3. Для кулачкових механізмів характерними є наявність вищої кінематичної пари і зворотній рух веденої ланки.

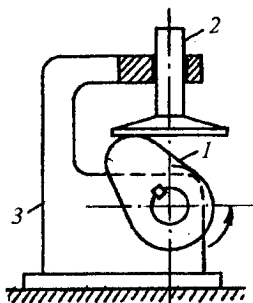


Рис.1.89. Кулачковий механізм з плоским штовхачем

До переваг кулачкових механізмів відносяться : можливість здійснити різні закони руху веденої ланки, в тому числі із одною або двома зупинками; простота методів синтезу (необхідний закон руху забезпечується відповідним профілем кулачка); можливість узгодити в часі виконувани різними кулачковими механізмами операції; компактність. Ці переваги сприяють широкому застосуванню кулачкових механізмів в різноманітних машинах і приладах, а особливо в машинах – автоматах.

Найбільш часто застосовують кулачкові механізми з обертовими кулачками. Штовхач (найближча до кулачка ведена ланка) може входити в дотик з кулачком безпосередньо або через проміжну ланку – ролик.

В найбільш розповсюджених кулачкових механізмах штовхач виконує поступальний або обертовий рух. Крім гострокінцевих штовхачів та штовхачів, забезпечених роликом, в кулачкових механізмах використовується також плоский штовхач, який показано на (рис.1.89).

Поширені види плоских і просторових кулачкових механізмів зображено на рис.1.90 – 1.134.

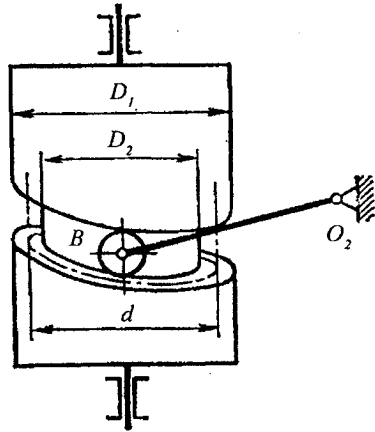


Рис.1.90. Кулачковий механізм з кулачком барабанного типу і коливним коромислом

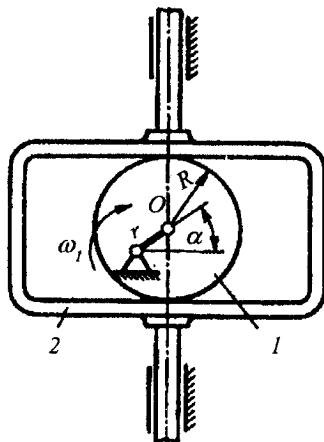


Рис.1.91. Кулачковий механізм, в якому ексцентрик 1 замкнено в рамці 2 з двома паралельними сторонами

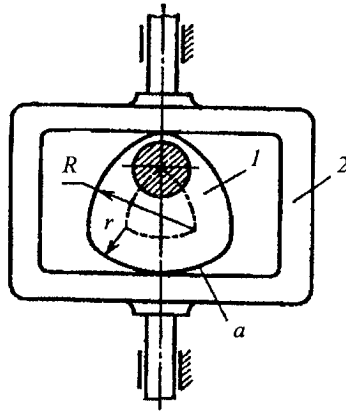


Рис.1.92. Трикутний кулачок 1, окреслений дугами радіуса  $R$  (рамці 2 передається рух із зупинками)

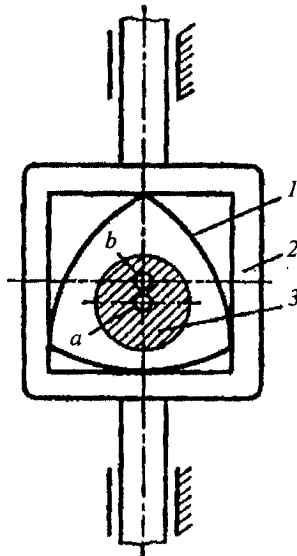


Рис.1.93. Рівносторонній криволінійний трикутний кулачок 1, спряжений з квадратною рамкою 2:

3 – ексцентриковий вал, а – центр кулачка, б – центр рамки

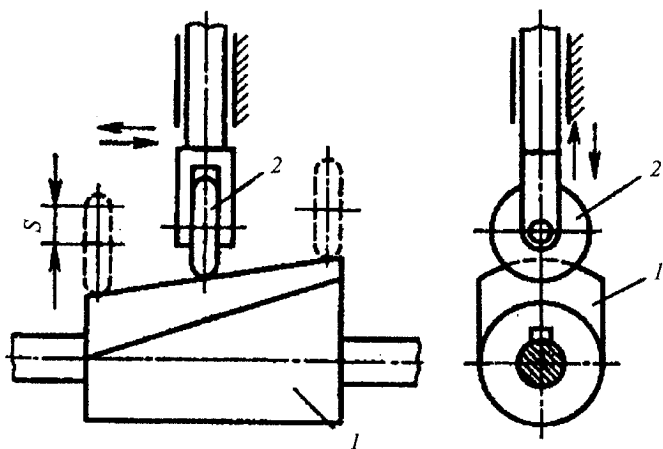


Рис.1.94. Циліндричний кулачковий механізм із змінною висотою кулачка 1:  
 $S$  – висота робочого ходу, 2 – ведена ланка з роликом

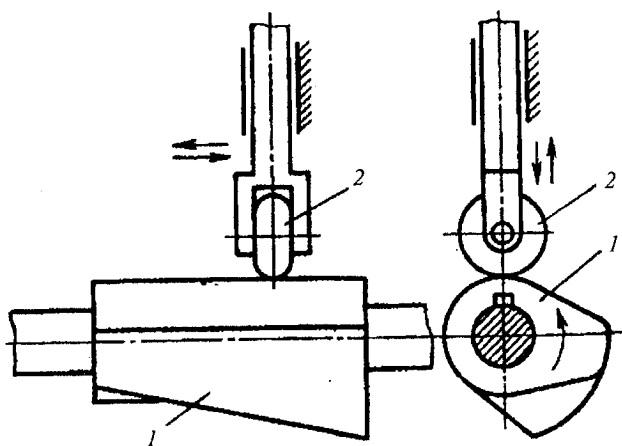


Рис.1.95. Циліндричний кулачковий механізм із змінним робочим профілем кулачка 1



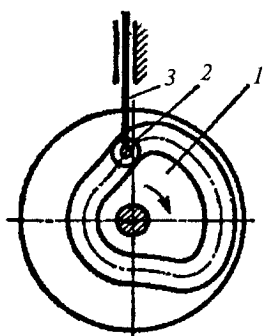


Рис.1.96. Пазовий кулачок з постійним контактом елементів кінематичної пари:  
1 – кулачок, 2 – ролик, 3 – штовхач

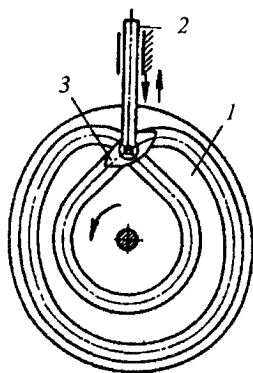


Рис.1.97. Пазовий кулачок 1 з пазом, контур якого є кривою, що перетинається;  
3-човник

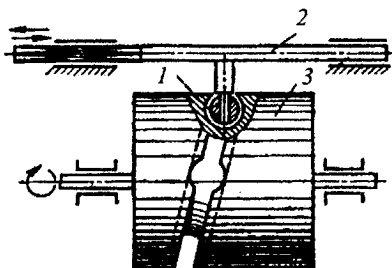


Рис.1.98. Кулачковий механізм з канавкою тороподібної форми

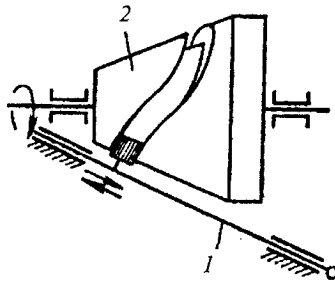


Рис.1.99. Просторовий кулачковий механізм з конічним барабаном 2, в якому штовхач 1 переміщається в напрямку твірної конуса

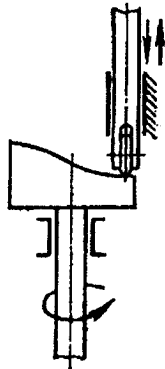


Рис.1.100. Кулачковий механізм барабанного типу з робочою поверхнею на торці кулачка

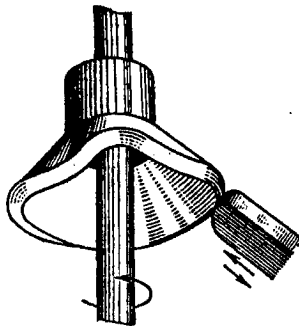


Рис.1.101. Кулачковий механізм з робочою поверхнею на торці конусного диску

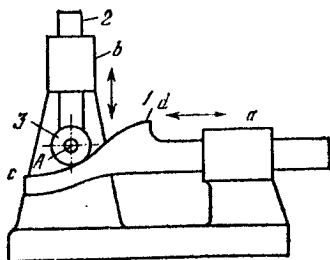


Рис. 1.102. Кулачковий механізм з кулачком і штовхачем, що рухається поступально: 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – ролик, А – рухома вісь, а, б – нерухомі напрямні, с – профіль кулачка 1

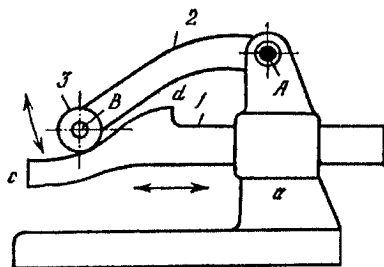


Рис. 1.103. Кулачковий механізм з кулачком, що рухається поступально, і хитним коромислом: 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – ролик, А – нерухома вісь, В – рухома вісь, а – нерухома напрямна

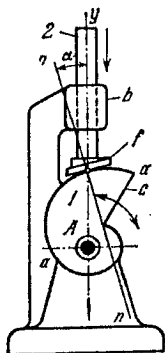


Рис. 1.104. Кулачковий механізм із спіральним кулачком і штовхачем з площиною: 1 – кулачок, 2 – штовхач, А – нерухома вісь, а-а – профіль кулачка 1, б – нерухома напрямна, с – площина кулачка 1, η-η – площина штовхача 2, n – нормаль, α – кут тиску

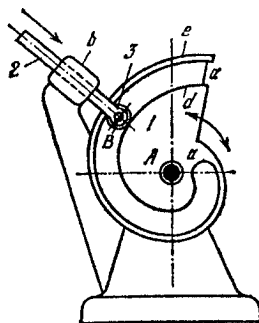


Рис. 1.105. Пазовий механізм із спіральним кулачком і штовхачем з роликом: 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – ролик, А – нерухома вісь, В – рухома вісь, а-а – профільований паз кулачка 1, б – нерухома напрямна, d – стінки пазу а

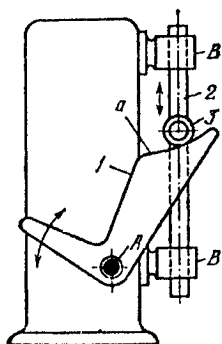


Рис. 1.106. Кулачковий механізм з хитним кулачком: 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – ролик, А – нерухома вісь, В – нерухомі напрямні, а – профіль кулачка 1

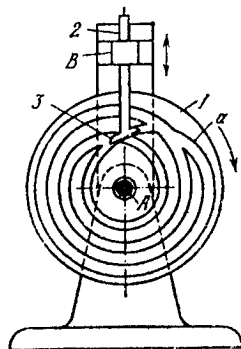


Рис. 1.107. Кулачковий механізм з профілем, що двічі самопересікається: 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – фасолеподібний ролик, А – нерухома вісь, В – нерухома напрямна, а – профіль кулачка 1

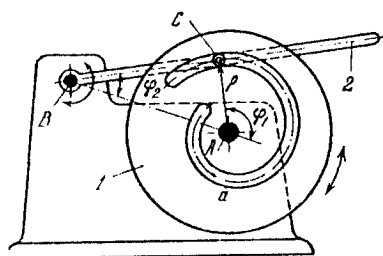


Рис. 1.108. Кулачковий механізм із спіральним профілем кулачка: 1 – кулачок, 2 – коромисло, А, В – нерухомі осі, С – палець коромисла 2, а – паз кулачка 1,  $\varphi_1$  – кут повороту кулачка 1,  $\varphi_2$  – кут повороту коромисла 2

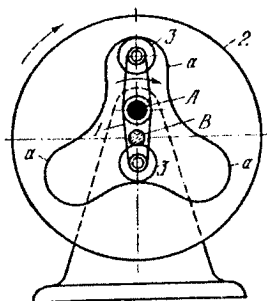


Рис. 1.109. Кулачковий механізм подвійного кривошипа: 1 – подвійний кривошип, 2 – диск, 3 – ролики, А, В – нерухомі осі, а – внутрішній профіль диска 2

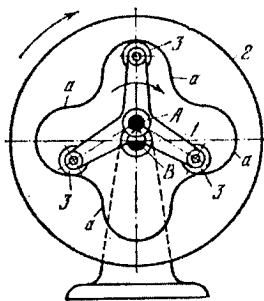


Рис. 1.110. Кулачковий механізм  
потрійного кривошипа:

1 – потрійний кривошип, 2 – диск,  
3 – ролики, А, В – нерухомі осі,  
а – внутрішній профіль диска 2

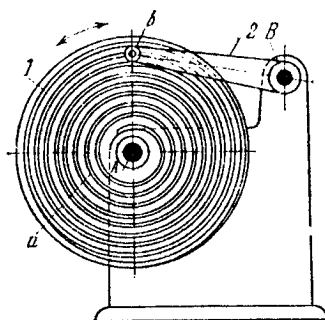


Рис. 1.111. Кулачковий механізм з  
багатовитковим спіральним пазом:

1 – кулачок, 2 – коромисло, А, В –  
нерухомі осі, а – паз, профільований за  
Архімедовою спіраллю, б – ролик

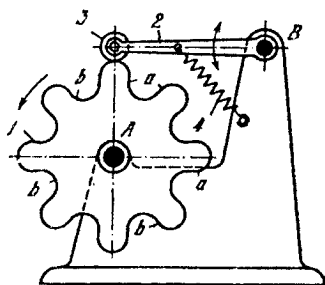


Рис. 1.112. Кулачковий механізм з  
багатопрофільним кулачком:

1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – ролик,  
4 – пружина, А, В – нерухомі осі,  
а – профільовані ділянки кулачка 1,  
б – западини кулачка 1

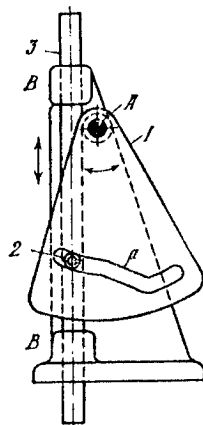


Рис. 1.113. Кулачковий механізм з  
хитним кулачком:

1 – кулачок, 2 – ролик, 3 – штовхач,  
А – нерухома вісь,  
В – нерухомі напрямні,  
а – профільований паз кулачка 1

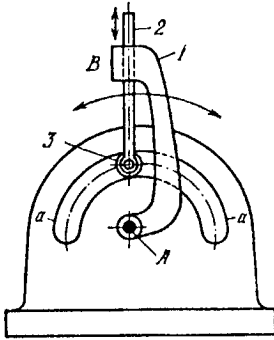


Рис. 1.114. Кулачковий механізм з нерухомим кулачком у вигляді пазу:

- 1 – ведуча ланка механізму,
- 2 – штовхач, 3 – ролик,
- A – нерухома вісь,
- B – поступальна пара,
- a – профільований паз кулачка 1

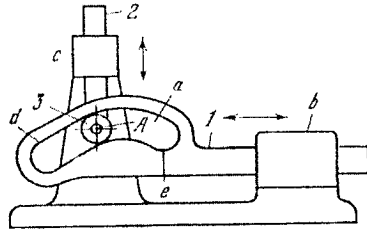


Рис. 1.115. Пазовий механізм з кулачком і штовхачем, що рухаються поступально:

- 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – ролик,
- A – вісь, a – профільований паз, b, c – нерухомі напрямні, d, e – стінки паза a

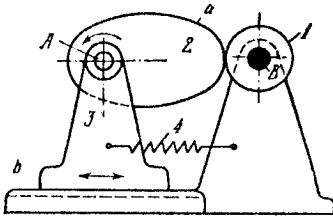


Рис. 1.116. Кулачковий механізм Артоблевського

- із складним рухом кулачка:
- 1 – круглий ролик, 2 – кулачок,
- 3 – повзун, 4 – пружина,
- A – обертальна пара,
- B – нерухома вісь,
- a – профіль кулачка 1,
- b – нерухома напрямна

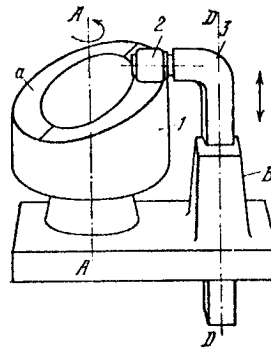


Рис. 1.117. Кулачковий просторовий механізм

- із плоским профілем кулачка:
- 1 – циліндричний кулачок,
- 2 – бочкоподібний ролик,
- 3 – штовхач, A-A – нерухома вісь,
- B – нерухома напрямна, D-D – вісь

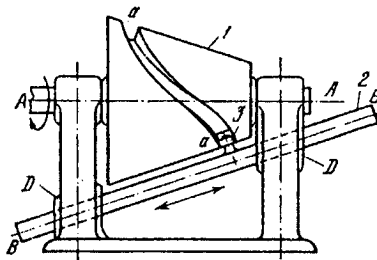


Рис. 1.118. Кулачковий просторовий механізм з конічним кулачком:  
1— конічний кулачок, 2— штовхач,  
3— ролик штовхача 2,  
А-А— нерухома вісь, В-В— вісь  
нерухомих напрямних D-D,  
а-а— профільований паз кулачка 1

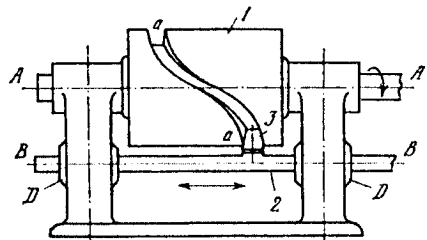


Рис. 1.119. Кулачковий просторовий механізм з циліндричним кулачком:  
1— циліндричний кулачок, 2— штовхач,  
3— ролик штовхача,  
А-А— нерухома вісь,  
В-В— вісь нерухомих напрямних D-D,  
а-а— профільований паз кулачка 1

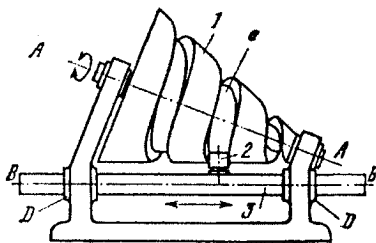


Рис. 1.120. Кулачковий просторовий механізм з конічним кулачком, що має гвинтовий профіль:  
1— циліндричний кулачок,  
2— ролик штовхача 3, 3— штовхач, А-А— нерухома вісь, В-В— вісь нерухомих напрямних D-D, D-D— нерухомі напрямні, а-а— гвинтовий паз кулачка 1

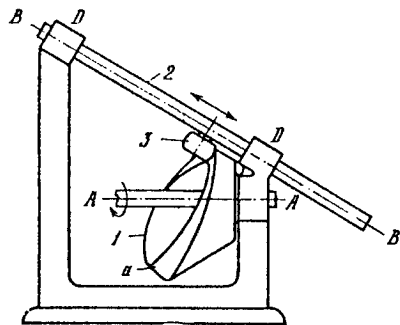


Рис. 1.121. Кулачковий просторовий механізм з конічним кулачком і бочкоподібним роликом:  
1— конічний кулачок, 2— штовхач,  
3— бочкоподібний ролик штовхача 2,  
А-А— нерухома вісь, В-В— вісь нерухомих напрямних D-D,  
D-D— нерухомі напрямні, а— профіль кулачка 1

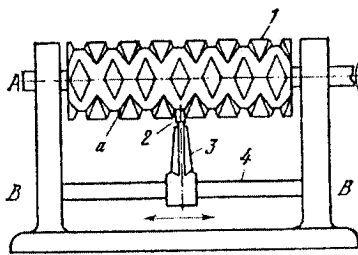


Рис. 1.122. Кулачковий просторовий механізм з гвинтовим профілем паза, що самопересікається:  
 1 – циліндричний кулачок,  
 2 – ролик штовхача 3, 3 – штовхач,  
 4 – нерухома напрямна,  
 А-А – нерухома вісь,  
 В-В – вісь руху штовхача 3,  
 а – паз кулачка 1

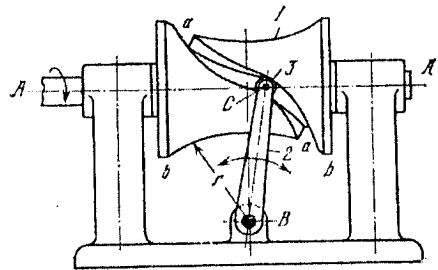


Рис. 1.123. Кулачковий просторовий механізм з глободальним кулачком:  
 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – ролик коромисла 2, А-А,  
 В – нерухомі осі, С – вісь обертання ролика 3, а-а – паз кулачка 1,  
 b-b – твірна дуга глободіа,  
 r – радіус дуги b-b

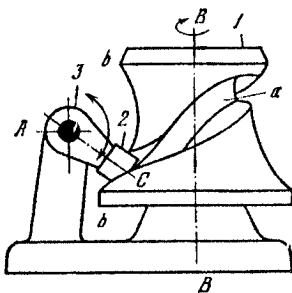


Рис. 1.124. Кулачковий просторовий механізм з гіперболоїдальним кулачком: 1 – кулачок,  
 2 – ролик коромисла 3,  
 3 – коромисло, А, В-В – нерухомі осі,  
 С – вісь обертання ролика 2,  
 а – паз кулачка 1,  
 b-b – твірна дуга гіперболоїда

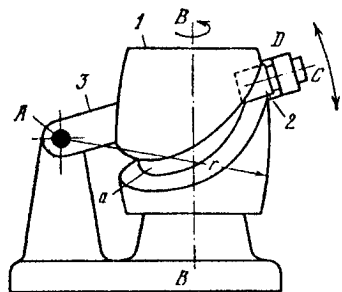


Рис. 1.125. Кулачковий механізм із опуклим глободальним кулачком:  
 1 – кулачок, 2 – ролик коромисла 3,  
 3 – коромисло, А, В-В – нерухомі осі,  
 С – вісь обертання ролика 2, –  
 підшипник, а – паз кулачка 1,  
 r – радіус твірної дуги глоболоїда



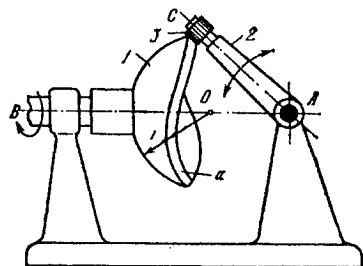


Рис. 1.126. Кулачковий просторовий механізм зі сферичним кулачком:  
 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – ролик коромисла 2,  
 А, В – нерухомі осі, С – вісь обертання ролика 2, а – профіль кулачка 1,  
 $\theta$  – центр сферичної поверхні,  $r$  – радіус сферичної поверхні

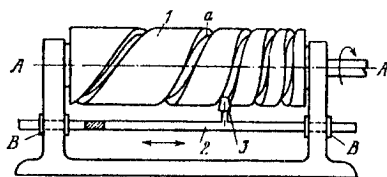


Рис. 1.127. Кулачковий просторовий механізм з нерівномірним рухом штовхача: 1 – циліндричний кулачок, 2 – штовхач, 3 – конічний ролик, А-А – нерухома єісь, В-В – нерухомі напрямні, а – гвинтовий паз зі змінним кроком гвинтової лінії

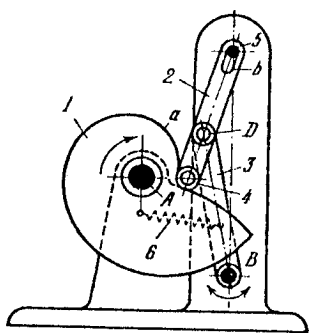


Рис. 1.128. Кулачковий механізм із проміжним шатуном: 1 – кулачок, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – ролик шатуна 2, 5 – нерухомий палець, 6 – пружина, А, В – нерухомі осі, D – оберտальна пара, а – профіль кулачка 1, b – проріз шатуна 2

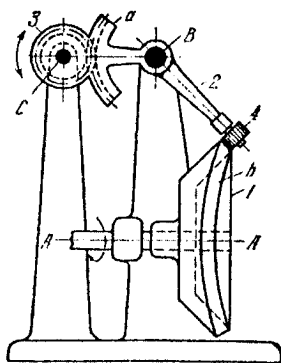


Рис. 1.129. Кулачковий просторовий механізм із зубчастим сектором і колесом: 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – зубчасте колесо, 4 – ролик коромисла 2, А-А, В, С – нерухомі осі, а – круглий зубчастий сектор, b – профіль кулачка 1

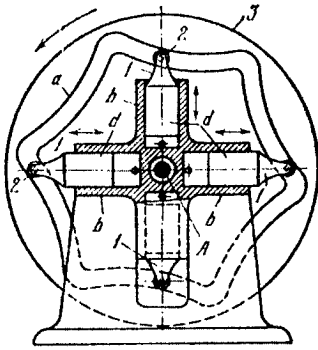


Рис. 1.130. Кулачковий механізм із чотирма ведучими штовхачами: 1 – штовхачі, 2 – ролики штовхачів, 3 – диск, А – нерухома вісь, а – паз диска 3, b – циліндри, d – поршні штовхачів 1

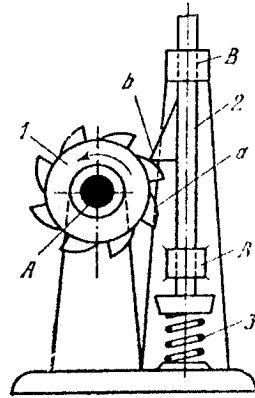


Рис. 1.131. Кулачковий механізм вібратора: 1 – кулачок, 2 – штовхач, 3 – пружина, А – нерухома вісь, В – нерухоми напрямні, а – профільовані виступи кулачка 1, b – виступ штовхача 1

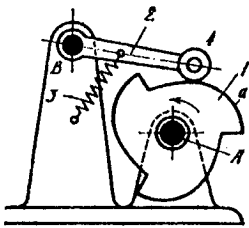


Рис. 1.132. Кулачковий механізм із вібруючим коромислом: 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – пружина, 4 – ролик коромисла 2, А, В – нерухомі осі, а – профільовані виступи кулачка 1

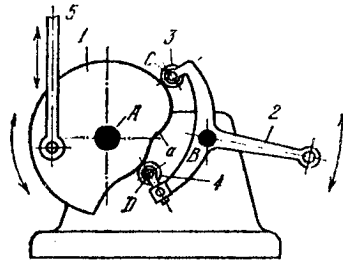


Рис. 1.133. Кулачковий механізм із дворічковим коромислом: 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3, 4 – ролики коромисла 2, 5 – тяга, А, В – нерухомі осі, С, D – центри роликів, а – профіль кулачка 1

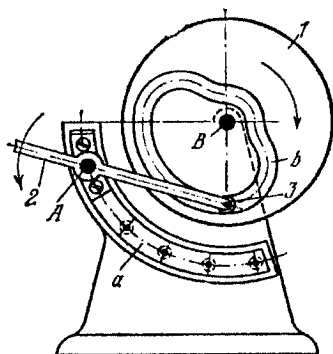


Рис. 1.134. Кулачковий механізм зі змінною віссю обертання коромисла:  
 1 – кулачок, 2 – коромисло, 3 – ролик коромисла 2,  
 А, В – нерухомі осі, а – дугова напрямна, б – паз кулачка 1

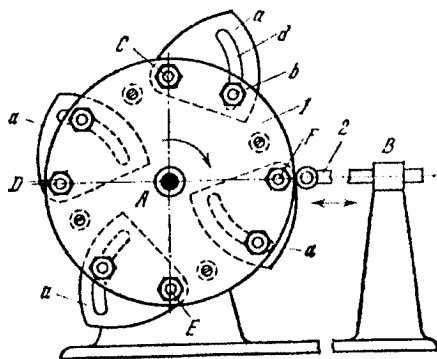


Рис. 1.135. Кулачковий механізм зі змінним профілем кулачка:  
 1 – кулачок, 2 – штовхач, А – нерухома вісь, В – нерухома напрямна,  
 С, D, E, F – центри дугових прорізів, а – пелюстки кулачка 1, б – гайка,  
 d – дугові прорізи пелюсток а кулачка 1

## 1.4. Зубчасті механізми

Зубчасті механізми служать для зміни параметрів обертового руху. Найчастіше необхідний рух отримується перетворенням обертового руху з деякою кутовою швидкістю в обертовий рух з іншою кутовою швидкістю.

Механізми, що передають обертовий рух, називаються передавальними. Тому зубчасті механізми, поряд з пасовими, фрикційними, ланцюговими і іншими, відносяться до передач.

Частковим випадком зубчастої передачі є рейкова зубчаста передача. Широко розповсюджені не тільки прості, але і складні зубчасті механізми. Осі ведучого і веденого валів зубчастих механізмів можуть бути паралельними, перетинатися чи перехрещуватися в просторі.

На рис.1.136 показана зубчаста передача з зовнішнім зачепленням.

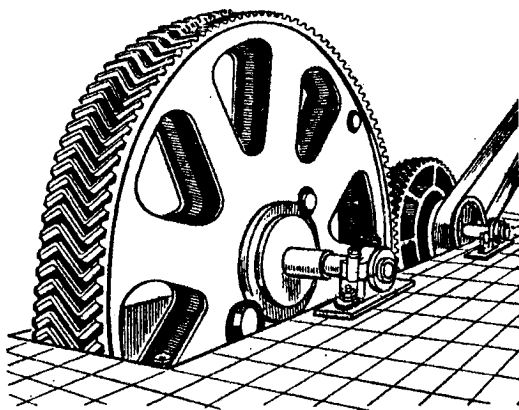


Рис.1.136. Зубчаста передача із зовнішнім зачепленням

Два циліндричні зубчасті колеса, що передають рух від одного вала на паралельний йому другий вал, можуть утворювати зовнішнє і внутрішнє зачеплення (рис.1.137а). Основні види плоских зубчастих передач зображено на рис.1.137 – 1.139.

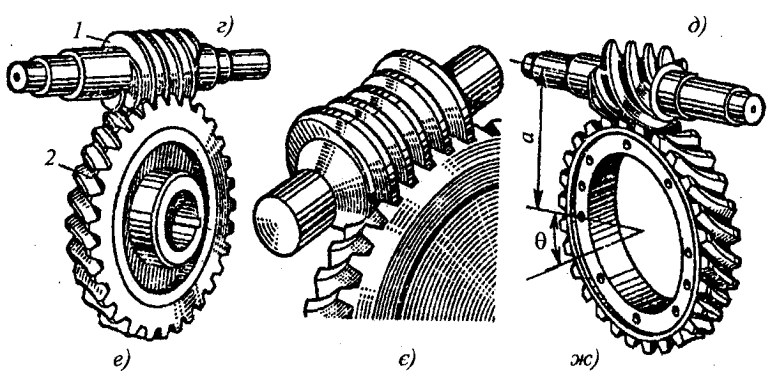
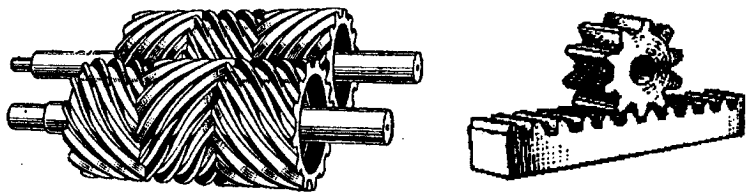
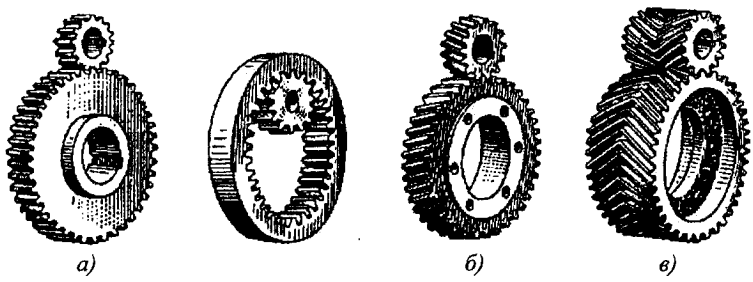
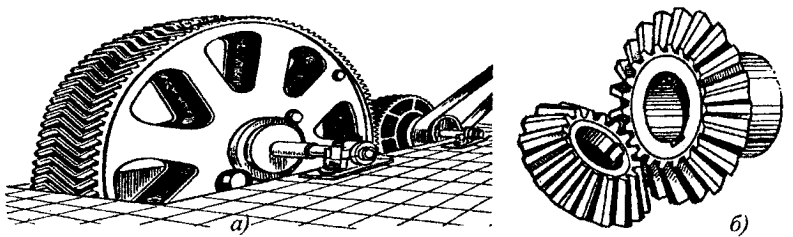


Рис. 1.137. Циліндричні передачі з прямими (а), косими (б), шевронними (в), ялинковими (г) зубами; рейкова передача (д); черв'ячні передачі: з циліндричним черв'яком (е, ж), з глободальним черв'яком (з)



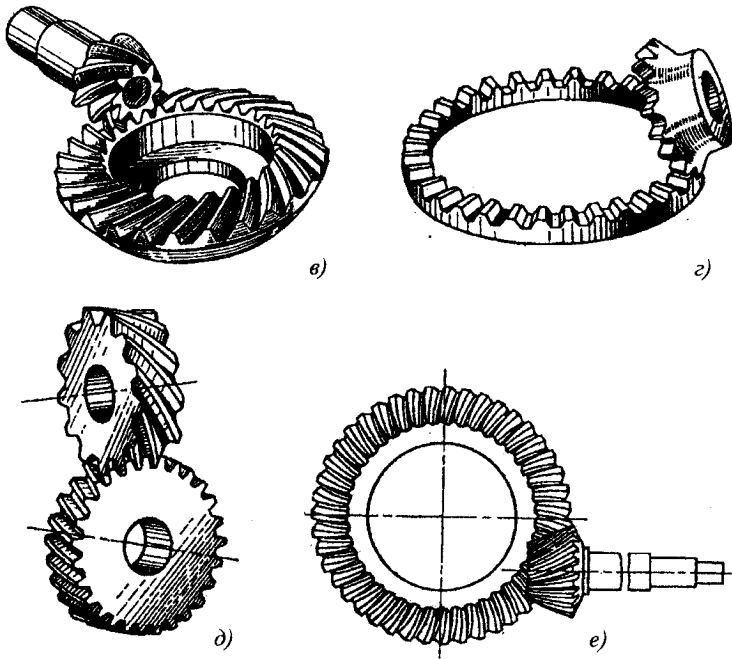
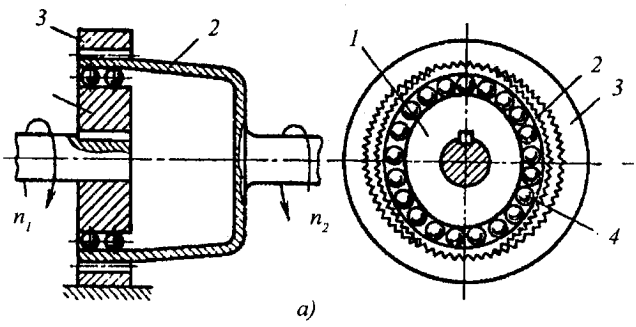


Рис.1.138. Гіперболоїдальні колеса (окремі випадки):  
 а – конічні із спіральним і прямим зубом; б – зачеплення пари конічних прямозубих коліс; в – зачеплення пари конічних коліс із спіральним зубом; г – зачеплення з плоским колесом; д – гвинтова передача; е – гіпоїдна передача



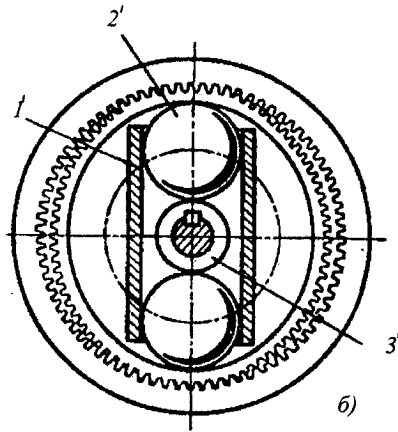


Рис.1.139. Двохвильові зубчасті передачі:

- а) з еліптичним кулачком: 1 – генератор коливань у вигляді еліптичного кулачка, 2 – гнучке кільце із зовнішніми зубами, 3 – нерухоме жорстке кільце із зубами на внутрішньому вінці, 4 – кульки або ролики;  
 б) з кулями-сателітами: 1' – повідець, 2' – кулі, 3' – фрикційне колесо

Крім зубчастих механізмів, колеса яких обертаються навколо нерухомих осей, широко використовуються механізми з валами, встановленими на рухомій рамі, що називається повідцем. При цьому зубчасті колеса приймають участь в складному русі, обертаючись не тільки відносно повідця, але і разом з ним. Залежно від числа ведучих ланок такі механізми називають епіциклічними, які бувають диференціальними або планетарними. Для диференціальних механізмів характерним є наявність двох або більше ведучих ланок, тоді як для планетарних – наявність лише однієї ведучої ланки, а також нерухомого зубчастого колеса, що називається сонячним. Диференціальні механізми (диференціали) дозволяють здійснювати алгебраїчні додавання кутових швидкостей. Кінематичні схеми епіциклічних передач зображено на рис.1.140 – 1.151. На рис.1.152 представлено модель біпланетарного механізму.

До зубчастих також можна віднести зірчасті механізми, мальтійські хрести, храпові механізми і т.д.

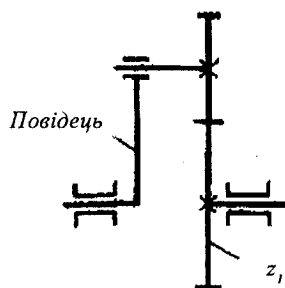


Рис.1.140. Найпростіша епіциклічна передача з двома ступенями вільності

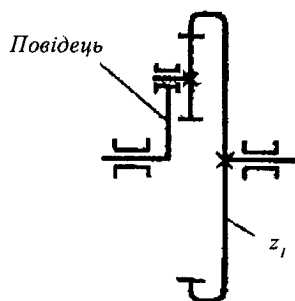


Рис.1.141. Найпростіша епіциклічна передача із внутрішнім зачепленням з двома ступенями вільності

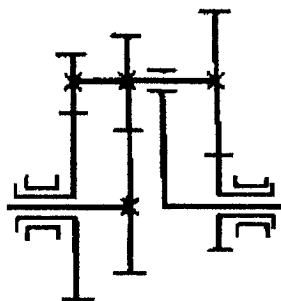


Рис.1.142. Складна диференціальна передача з двома ведучими і двома веденими ланками



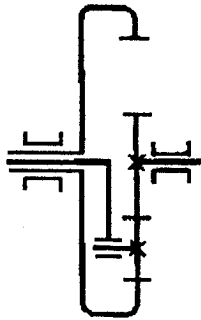


Рис.1.143. Диференціальна передача, отримана з механізму з рис.1.141  
присаднанням одного колеса з зовнішнім вінцем

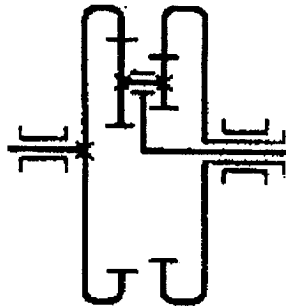


Рис.1.144. Диференціальна передача з двома внутрішніми зачепленнями

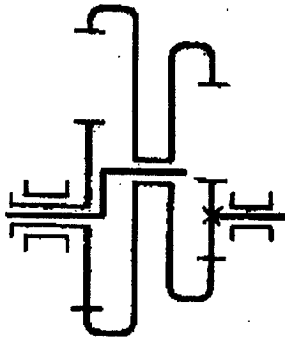


Рис.1.145. Диференціальна передача з двома зубчастими колесами  
з внутрішнім вінцем в сателіті

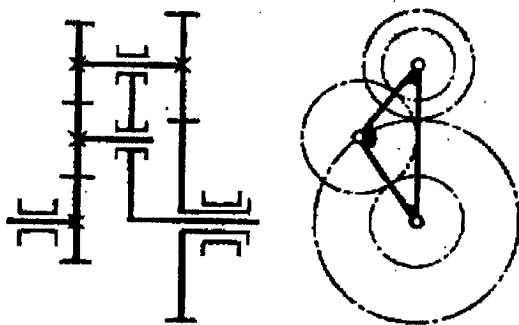


Рис.1.146. Диференціальна передача з блоком сателітів

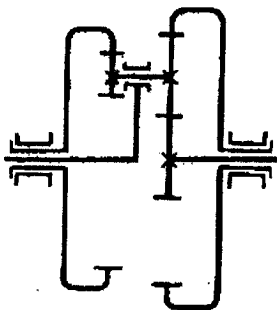


Рис.1.147. Диференціальна передача з двома ведучими і двома веденими ланками

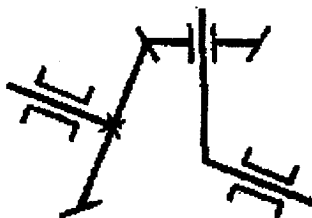


Рис.1.148. Найпростіший епіциклічний механізм з двома ступенями вільності з двома конічними колесами

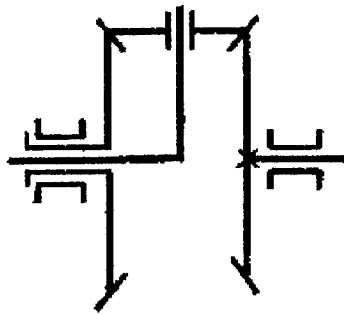


Рис.1.149. Диференціальна передача, складена з конічних коліс

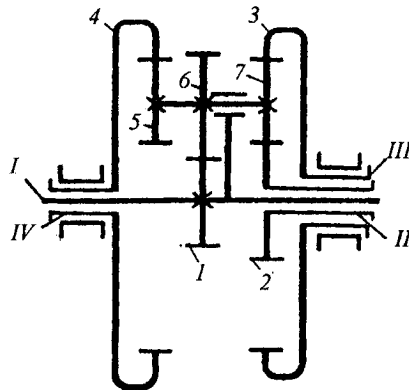


Рис.1.150. Диференціальна передача з двома ведучими і трьома веденими ланками

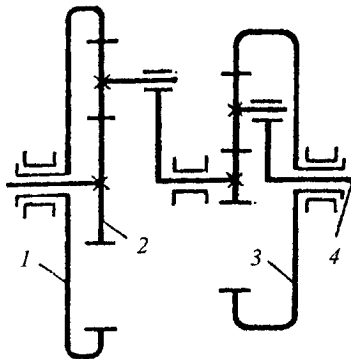


Рис.1.151. Диференціальна передача з трьома ведучими ланками 1,2,3;  
4 – ведена ланка

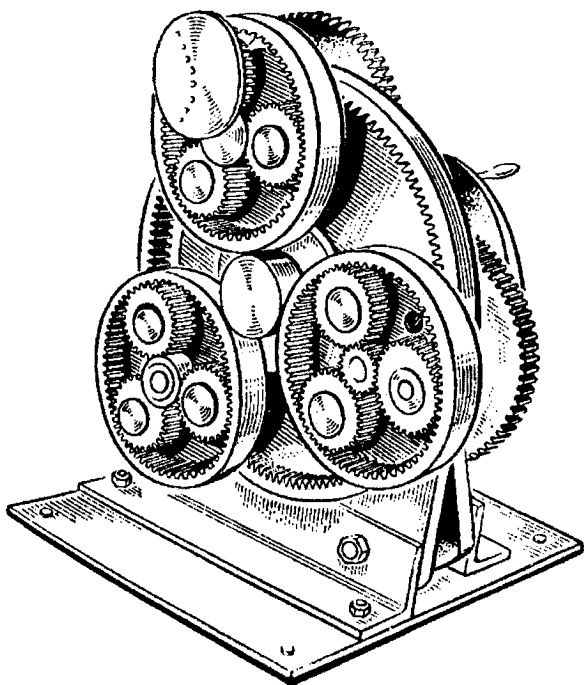


Рис.1.152. Модель біпланетарного механізму

### 1.5. Механізми з гнучкими ланками

Широке використання знаходять механізми з гнучкими ланками для передачі обертового руху з постійним передаточним відношенням між двома валами, по-різному розташованими в просторі. До механізмів з гнучкими ланками відносяться пасові, ланцюгові і канатні. Проміжними гнучкими ланками, за допомогою яких можна передавати рух від ведучої ланки до веденої, використовуються відповідно, паси, ланцюги і канати. Відкриту плоскопасову передачу, в якій натяг паса здійснюється за допомогою електродвигуна, показано на (рис.1.153).

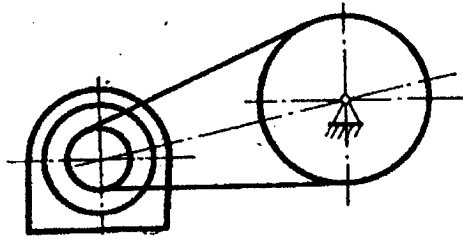
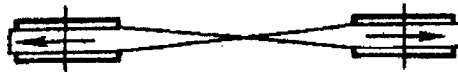
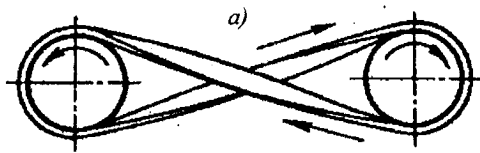
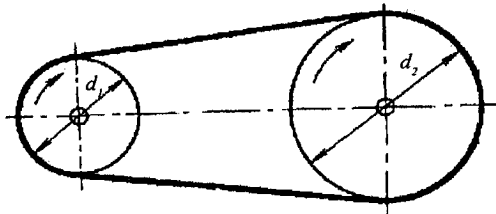


Рис. 1.153. Відкрита плоскопасова передача

Найбільш розповсюдженими є відкриті плоскопасові і клинопасові передачі (рис. 1.153а). Рідше використовуються перехресні і напівперехресні плоскопасові передачі (рис. 1.153 б,в).

При значних міжосьових відстанях доцільно використовувати клинопасові передачі, важливою особливістю яких є здатність передавати значні потужності.



б)

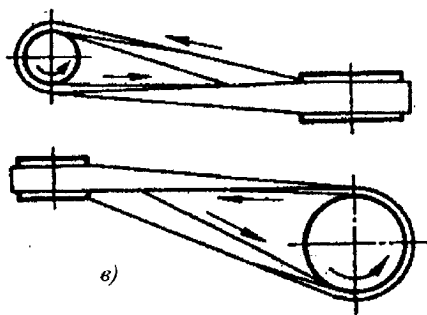


Рис.1.154. Плоскопасові передачі: а) відкрита, б) перехресна, в) напівперехресна

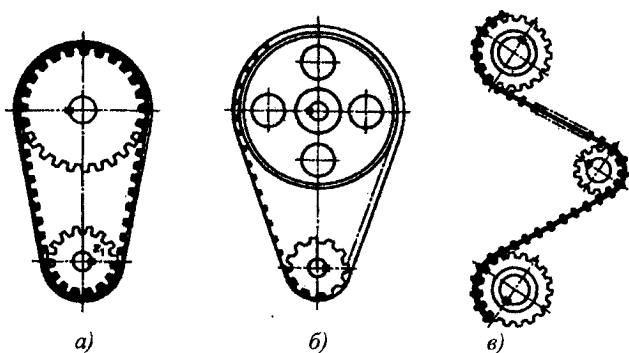


Рис.1.155. Пасові передачі із зубчастими пасами

На рис.1.156 зображено ланцюгову передачу.

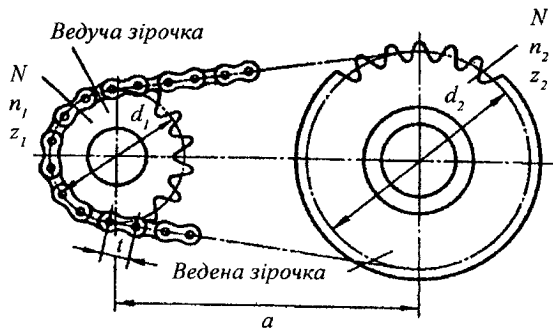
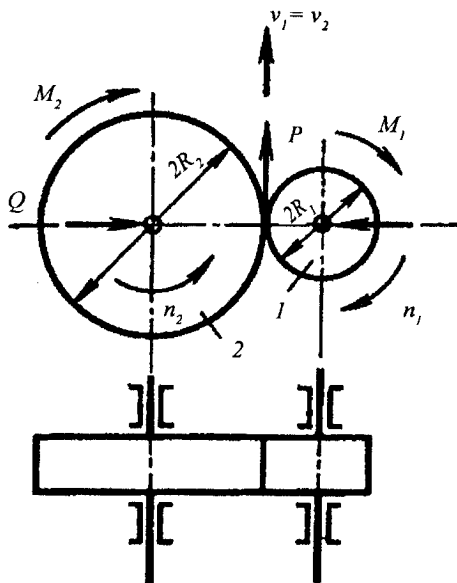


Рис.1.156. Ланцюгова передача

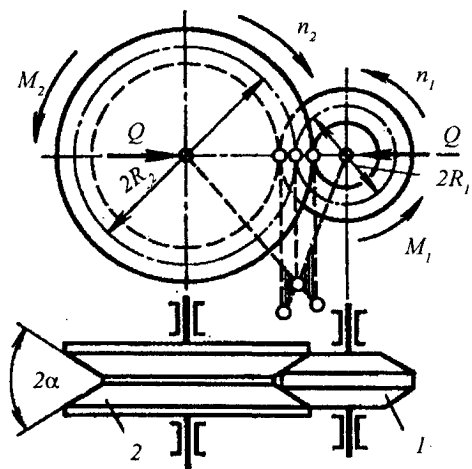
## 1.6. Фрикційні механізми

В фрикційних механізмах рух від ведучої ланки до веденої передається за допомогою сил тертя. Фрикційні механізми можуть передавати менші потужності, ніж зубчасті. Крім того, в фрикційних механізмах передача руху супроводжується деяким проковзуванням, тому їх передаточні відношення не є постійними. Фрикційні механізми (передачі) поділяють на циліндричні, конічні і лобові. Фрикційні механізми часто використовують у варіаторах, де вони забезпечують безступінчасту (плавну) зміну передаточного відношення.

Види фрикційних передач наведено на рис. 1.157 – 1. 159.



a)



б)

Рис.1.157. Фрикційна передача циліндричними котками:

а) гладкими; б) клинчастими

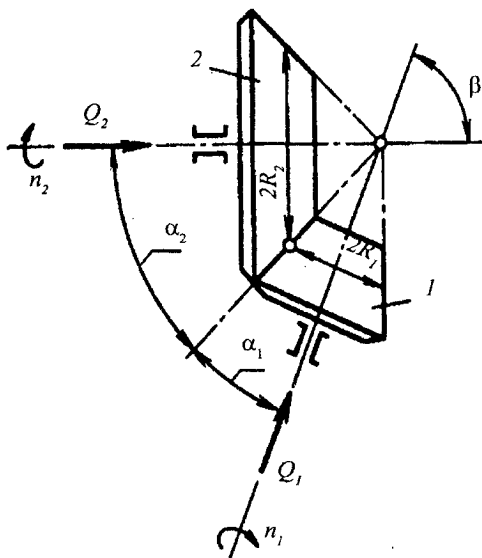


Рис.1.158. Фрикційна передача конічними котками



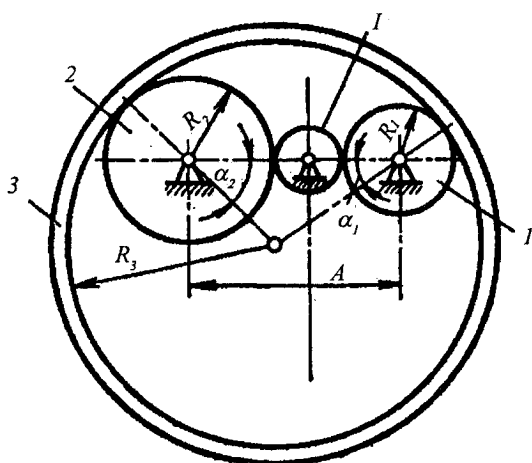
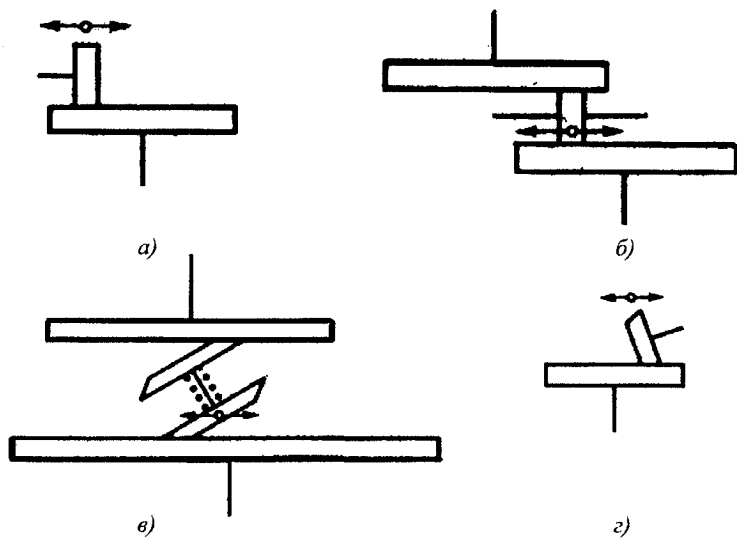
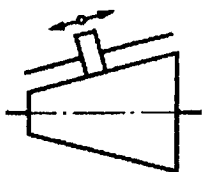


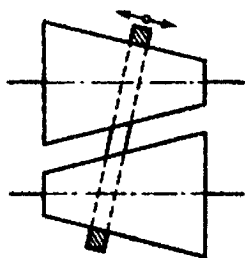
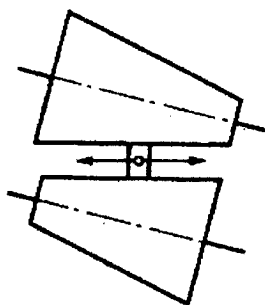
Рис.1.159. Фрикційна передача з пружним кільцем:  
 1 – ведучий коток, 2 – ведений коток, 3 – пружне кільце,  
 I – розвантажувальний ролик

Основні схеми варіаторів наведено на рис. 1.160.

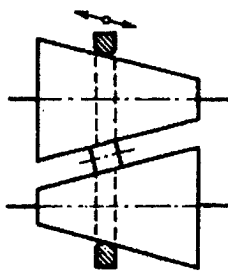




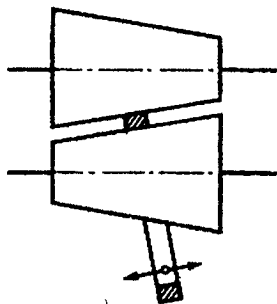
d)



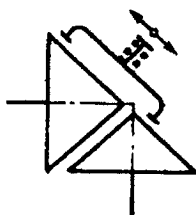
e)



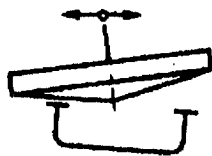
ж)



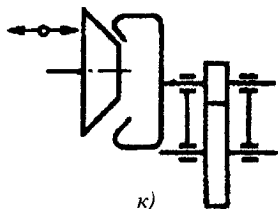
з)



и)



й)



к)

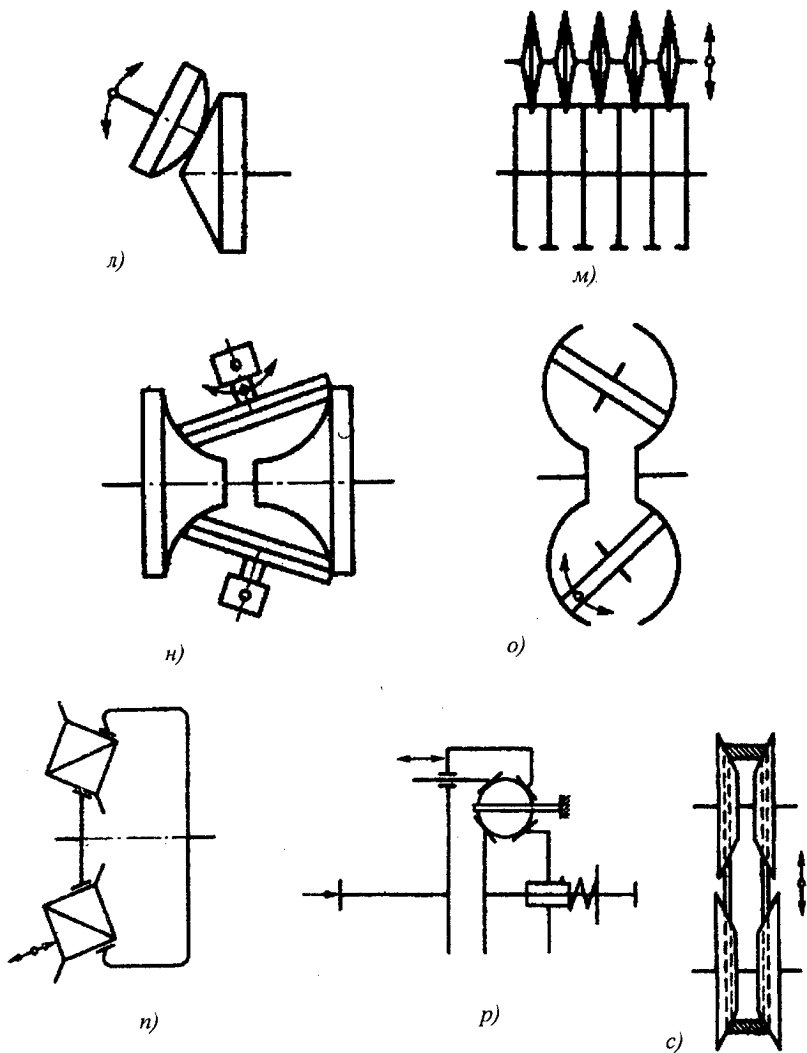


Рис.1.160. Види варіаторів:

- а, б, в, г ) лобові варіатори; д, е) з кінчними барабанами та проміжним диском; є ) з жорстким кільцем; ж ) з жорстким кільцем та диском;  
 з) із внутрішнім проміжним кільцем; і, і') кінчні з непаралельними осями;  
 к) кінчні з зубчастою передачею; л) кінчні зі сферичним елементом;  
 м) багатодискові; н, о) тороїдальні; п) з кінчними дисками; р) сферичні;  
 с) з розсувними кінчними дисками

## 1.7. Гвинтові механізми

Гвинтові механізми служать для перетворення обертового руху гвинта в поступальний рух гайки (повзуна). До складу гвинтових механізмів входять гвинтові кінематичні пари. На рис.1.160 показаний найпростіший гвинтовий механізм, в якому обертовий рух гвинта 1 перетворюється в поступальний рух гайки 2.

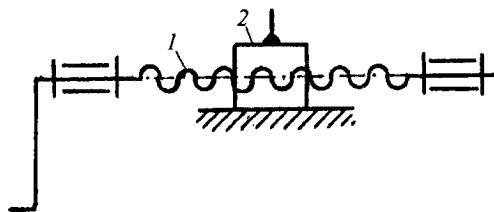


Рис.1.161. Схема гвинтового механізму

Гвинтові механізми використовують в гвинтових домкратах, пресах, затискних лебідках, вагонних стяжках і т.д. Механізми з ходовими гвинтами використовуються в металорізальних верстатах. Різні види гвинтових механізмів зображено на рис.1.162 – 1.79.

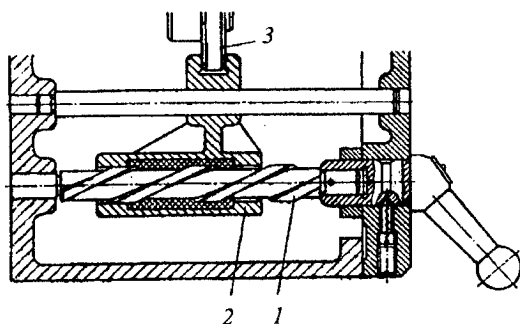


Рис.1.162. Гвинтовий механізм переключення:  
1 – гвинт, 2 – гайка, 3 – обертова деталь

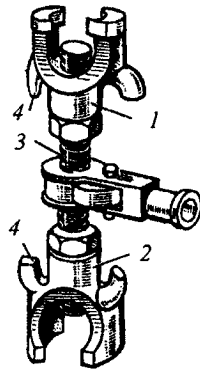


Рис.1.163. Універсальний вантажний гвинт 1; 2 – гайки, 3 – гвинт з правою та лівою різьбою, 4 – гачки для закріплення вантажного канату

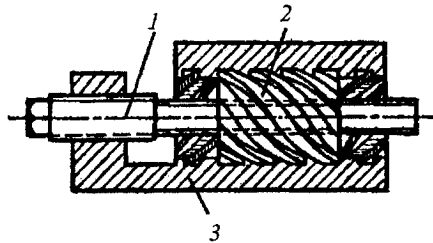


Рис.1.164. Триланковий гвинтовий механізм: 1,2 – гвинти, 3 – гайка

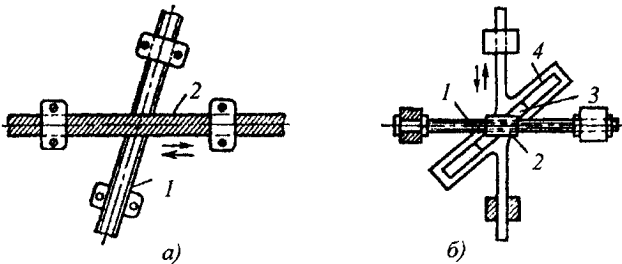


Рис.1.165. Гвинтові механізми для перетворення обертового руху в поступальний: а) з допомогою гвинта 1 і рейки 2; б) за допомогою гвинта 1 і гайки 2 із повзуном 3, який передає рух рамці 4

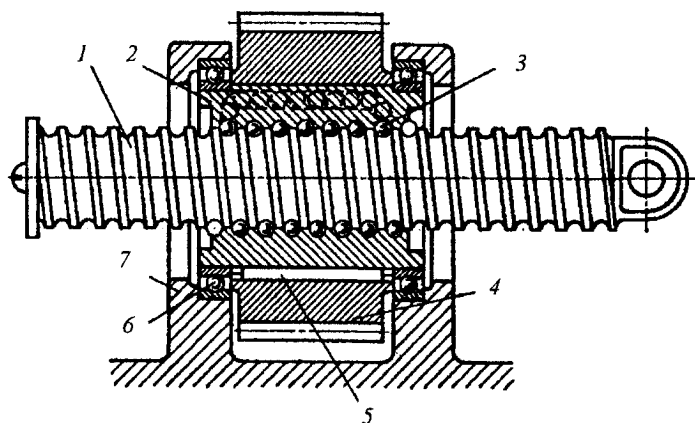


Рис. 1.166. Кульково-гвинтовий механізм:  
 1 – гвинт, 2 – гайка, 3 – кульки, 4 – зубчасте колесо, 5 – шпонка,  
 6 – підшипники, 7 – корпус

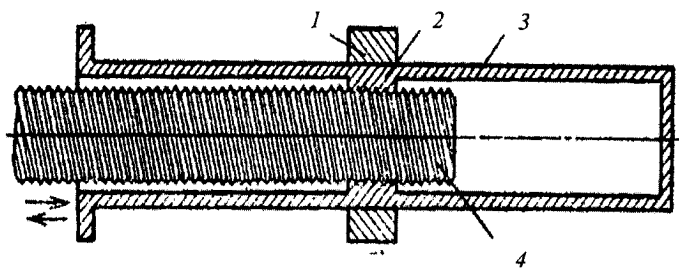


Рис. 1.167. Хвильова гвинтова передача з генератором, розміщеним ззовні гайки: 1 – еліптичний генератор, 2 – гайка, 3 – труба, 4 – гвинт

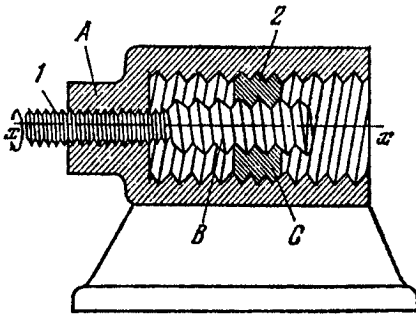


Рис. 1.168. Гвинтовий механізм:  
1, 2 – ланки, А, В, С – гвинтові пари

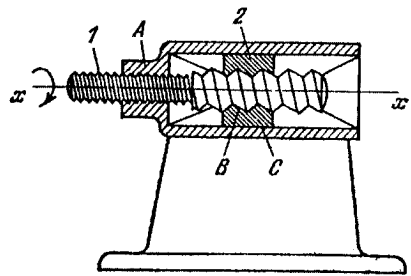


Рис. 1.169. Гвинтовий механізм з  
поступальною парою:  
1, 2 – ланки, А, В – гвинтові пари,  
С – поступальна пара

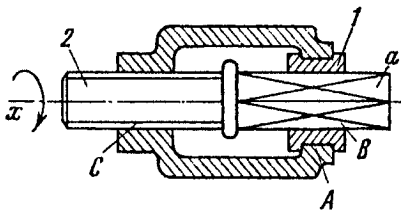


Рис. 1.170. Гвинтовий механізм з  
обертальною і поступальною парами:  
1, 2 – ланки, А, С – гвинтові пари,  
В – поступальна пара,  
а – хвостовик ланки 2

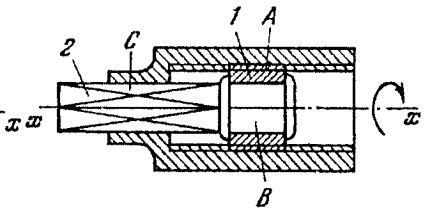


Рис. 1.171. Гвинтовий механізм з  
обертальною і поступальною парами:  
1, 2 – ланки, А – гвинтова пара,  
В – обертальна пара,  
С – поступальна пара

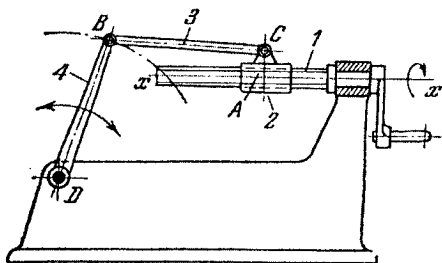


Рис.1.172. Гвинтово-важільний механізм:  
 1 – гвинт, 2-4 – ланки, А – гвинтова пара,  
 В,С – обертальні пари, D – нерухома вісь

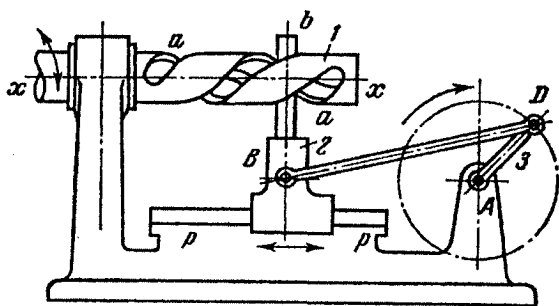


Рис.1.173. Гвинтово-важільний механізм  
 з кривошипно-повзунним приводом:  
 1 – ланка з прорізами, 2 – повзун, 3 – кривошип,  
 В, D – обертальні пари, б – палець повзуна, р-р – нерухомі напрямні



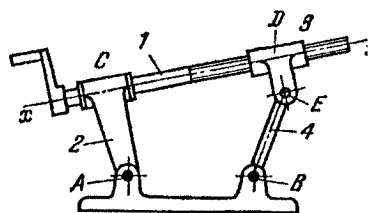


Рис.1.174. Гвинтово-важільний просторовий механізм з ведучим шатуном:  
1-4 – ланки, А, В – нерухомі осі,  
С – поступальна пара,  
D – гвинтова пара,  
Е – обергальна пара

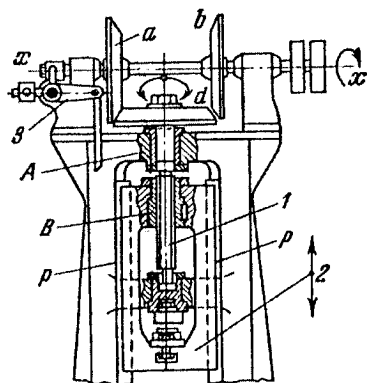


Рис.1.175. Гвинтовий механізм преса :  
1, 3 – ланки, 2 – повзун,  
А – обергальна пара,  
В – гвинтова пара,  
а, б – змінно фрикційні конічні колеса,  
d – фрикційне конічне колесо ланки 1,  
р-р – нерухомі напрямні

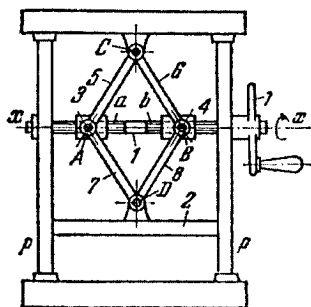


Рис.1.176. Гвинтово-важільний механізм преса:  
1 – гвинт, 2 – повзун, 3-8 – ланки,  
А, В, D – обергальні пари,  
С – нерухома вісь,  
а і b – ліва і права різьба,  
р-р – напрямні

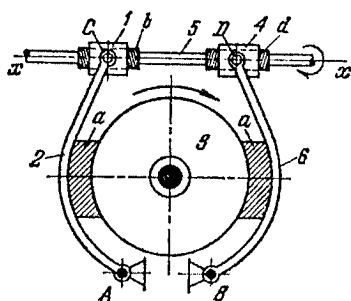


Рис. 1.177. Гвинтово-важільне колодкове гальмо :  
1, 4, 5 – ланки, 2, 6 – важелі,  
3 – шків, А, В – нерухомі осі,  
С, D – гвинтові і обергальні пари,  
а – колодки важелів 2 і 6,  
b, d – гвинти ланки 5

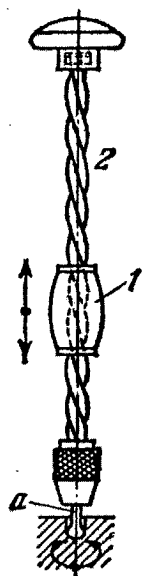


Рис.1.178. Гвинтовой ручной дрель:  
1, 2 – ланки, а – сверло

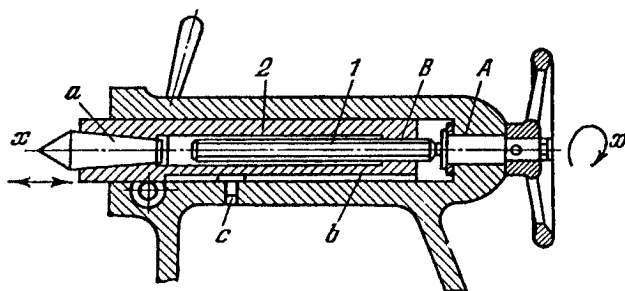


Рис.1.179. Гвинтовой механизм задней бабки токарного верстака:  
1, 2 – ланки, А – обертальная пара, В – гвинтовая пара,  
а – шпindelь ланки 2, b – прорез ланки 2, с – недвижная деталь

## 1.8. Затискні механізми

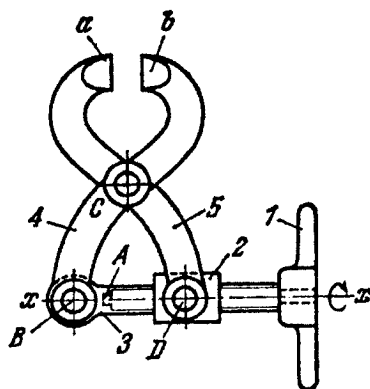


Рис. 1.180. Гвинтово-важільні лещата: 1+2 – гвинтова пара, 1 – 5 – ланки, А, В, С, D – обергальні пари, а, b – губки

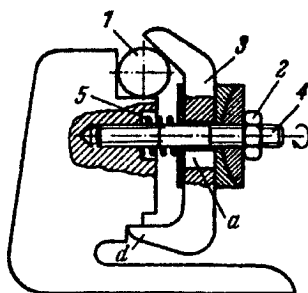


Рис. 1.181. Гвинтово-важільний затискач: 1 – циліндрична деталь, 2 – гайка, 3 – важіль, 4 – болт, 5 – пружина, а – проріз важеля, d – ланка важеля 3

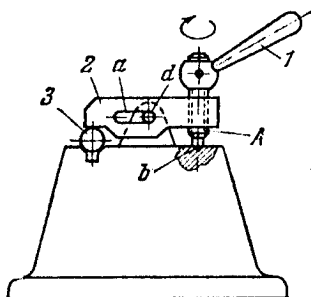


Рис. 1.182. Гвинтово-важільний затискач:

1+2 – гвинтова пара А, 2 – важіль,  
3 – виріб, а – проріз важеля 2,  
b – кінець ланки 1

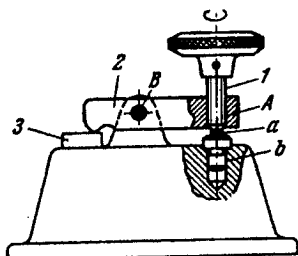


Рис. 1.183. Гвинтово-важільний затискач:

1+2 – гвинтова пара А, 2 – важіль,  
3 – виріб, В – нерухома вісь,  
а – кінець ланки 1, b – опора ланки 1

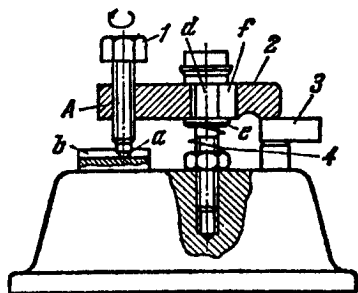


Рис. 1.184. Гвинтово-важільний затискач: 1 – болт, 2 – важіль,

3 – виріб, 4 – пружина,  
А – гвинтова пара, а – кінець болта 1,  
b – нерухома площина стійки,  
e – шайба, f – проріз важеля 2

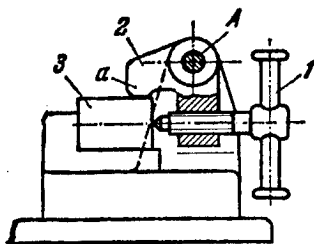


Рис. 1.185. Гвинтово-важільний затискач: 1+2 – гвинтова пара,

2 – важіль, 3 – виріб,  
А – нерухома вісь,  
а – кінець важеля 2

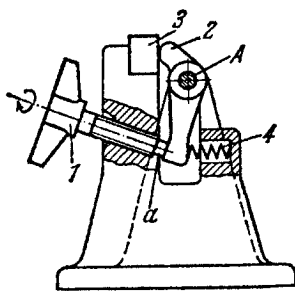


Рис. 1.186. Гвинтово-важільний затискач: 1+стійка – гвинтова пара, 2 – двоплечевий важіль, 3 – виріб, 4 – пружина, А – нерухома вісь, а – кінець ланки 1

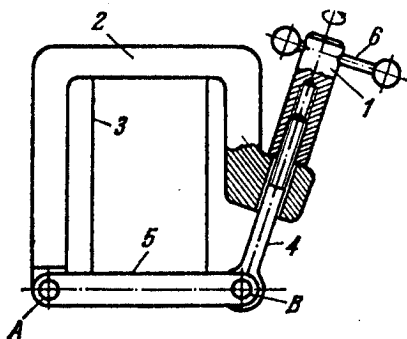


Рис. 1.187. Гвинтово-важільний затискач: 1+4 – гвинтова пара, 1, 2, 4, 5, 6 – ланки механізму, 3 – виріб, А, В – обертальні пари

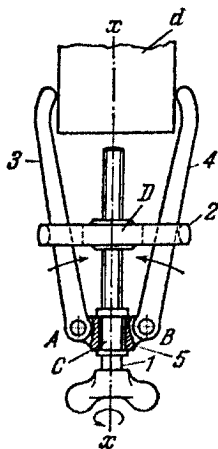


Рис. 1.188. Гвинтово-важільний центруючий затискач: 1+5 – гвинтова пара D, 1 – 5 – ланки механізму, А, В, С – обертальні пари, d – виріб,

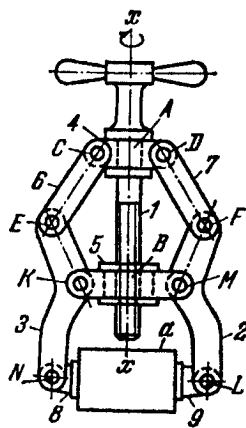


Рис. 1.189. Гвинтово-важільний затискач: 1 – 7 – ланки, 8, 9 – губки, А, С, D, Е, F, К, М, N, L – обертальні пари, 1+5 – гвинтова пара В, а – виріб,

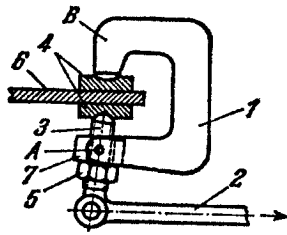


Рис. 1.190. Важільно-гвинтовий затискач: 1 – скоба, 2 – тяга, 3 – гвинт, 4 – подушки, 5 – гайка, 6 – лист, 7 – деталь, що може вільно обертатись, А – вісь

### 1.9. Ексцентрикові механізми

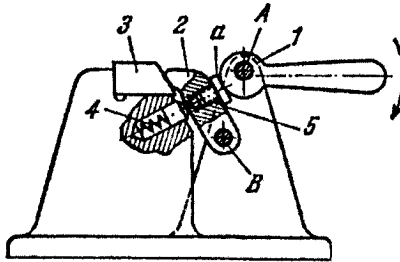


Рис. 1.191. Ексцентриково-важільний затискач: 1 – ручка з круглим ексцентриком, 2 – важіль, 3 – виріб, 4 – пружина, 5 – гвинт, А, В – нерухомі осі, а – головка гвинта 5

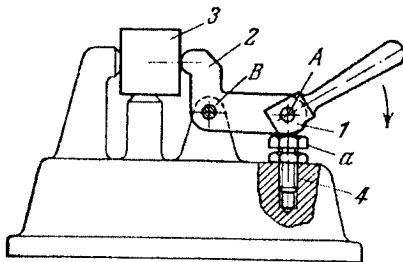


Рис. 1.192. Ексцентриково-важільний затискач: 1 – ручка з ексцентриком, 2 – важіль, 3 – виріб, 4 – гвинт, А – рухома вісь, В – нерухома вісь, а – головка гвинта 4

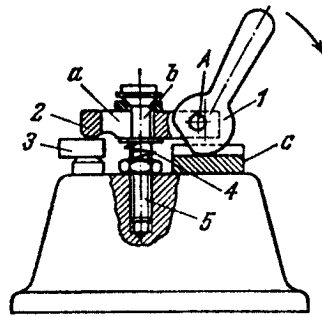


Рис. 1.193. Екцентрово-важільний затискач: 1 – ручка з ексцентром, 2 – важіль, 3 – виріб, 4 – пружина, 5 – гвинт, А – рухома вісь, а – паз важеля 2, б – верхня частина гвинта 5, с – нерухома напрямна

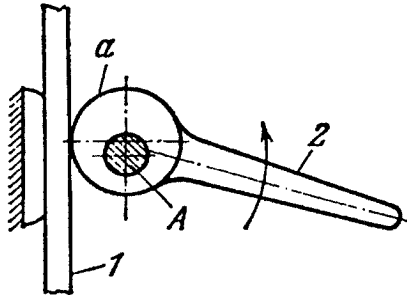


Рис. 1.194. Екцентрово-важільний затискач: 1 – виріб, 2 – важіль, А – нерухома вісь, а – круговий ексцентрик важеля 2

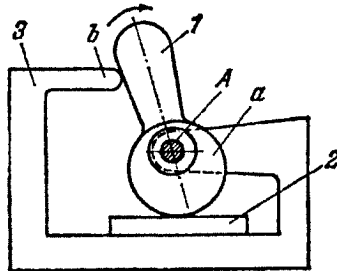


Рис. 1.195. Екцентрово-важільний затискач: 1 – важіль, 2 – виріб, 3 – стійка, А – нерухома вісь, а – ексцентрик, б – виступ стійки 3

## 1.10. Клинові механізми

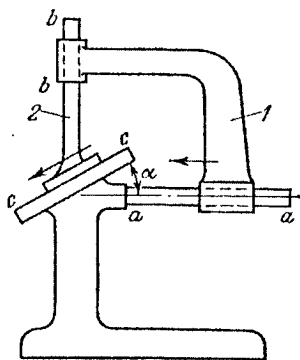


Рис. 1.196. Клиновий механізм:  
1, 2 – ланки, а-а – нерухома напрямна, б-б – поступальна пара,  
с-с – напрямна, б – кут між осями напрямних а-а і с-с

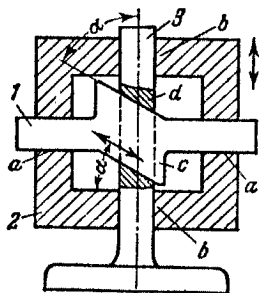


Рис. 1.197. Клиновий механізм :  
1,2,3 – ланки, а-а – рухомі напрямні,  
б, d – нерухомі напрямні,  
с – сухар,  
α – кут між рухом ланок 1 і 2

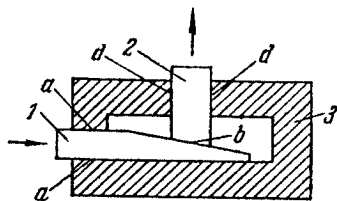


Рис. 1.198. Клиновий механізм :  
1, 2, 3 – ланки,  
а-а, d-d – нерухомі напрямні,  
б – поступальна пара



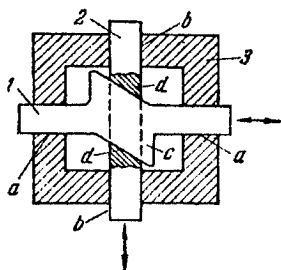


Рис. 1.199. Клиновий механізм:  
1, 2, 3 – ланки, а-а, b-b – нерухомі  
напрявні, с-сухар, d-d – напрямні

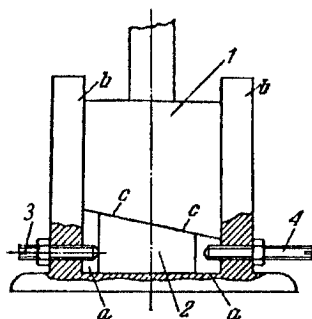


Рис. 1.200. Клиновий механізм з  
обмежувачами ходу ведучої ланки:  
1, 2 – ланки, 3, 4 – обмежуючі болти,  
а-а, b-b – нерухомі напрямні,  
с-с – поступальна пара

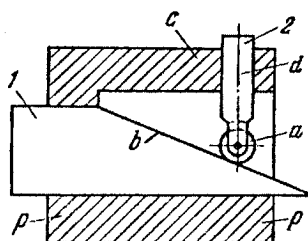


Рис. 1.201. Клиновий механізм  
з роликом:  
1, 2 – ланки, а – ролик,  
b – скіс ланки 1,  
с, p-p – нерухомі напрямні

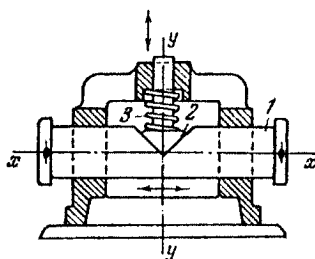


Рис. 1.202. Клиновий центруючий  
механізм:  
1 – повзун, 2 – клинова ланка,  
3 – пружина

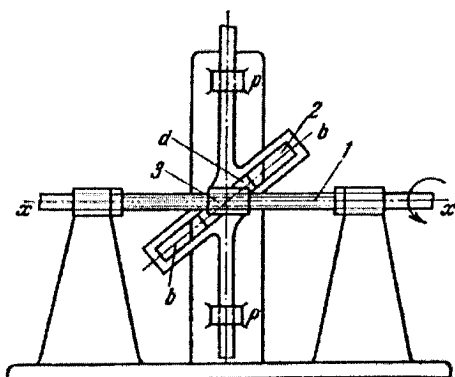


Рис. 1.203. Гвинтово-клиновий механізм куліси, що рухається поступально:  
 1, 3 – ланки, 2 – куліса, *b* – проріз куліси 2, *d* – повзун,  
*p-p* – нерухомі напрямні

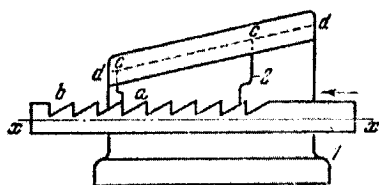


Рис. 1.204. Клиновий стопорний механізм:  
 1 – рейка, 2 – ланка зі скосом,  
*a* – зуби ланки 2, *b* – клинове гнізда ланки 1, *c-c*, *d-d* – скоси ланок 1 і 2

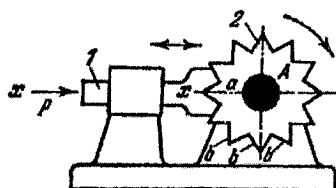


Рис. 1.205. Клиновий стопорний механізм із силовим замиканням:  
 1, 2 – ланки, *A* – нерухома вісь,  
*a* – клинове гніздо ланки 1, *b* – клинові зуби ланки 2, *p* – сила

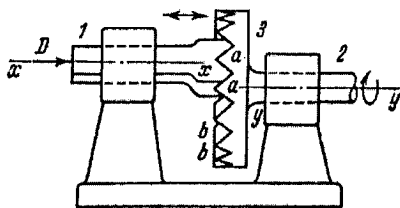


Рис. 1.206. Клиновий просторовий стопорний механізм із силовим замиканням:  
1, 2 – ланки, 3 – диск,  
а – клинові зуби ланки 1,  
б – клинові гнізда ланки 2, D – сила

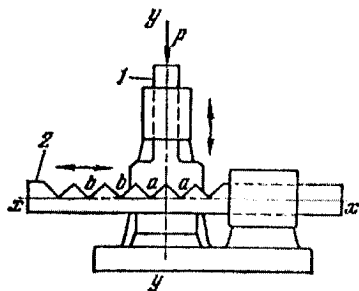


Рис. 1.207. Клиновий стопорний механізм із силовим замиканням:  
1 – поступальна ланка, 2 – рейка,  
а – клинові зуби ланки 1,  
б – клинові гнізда рейки 2, p – сила

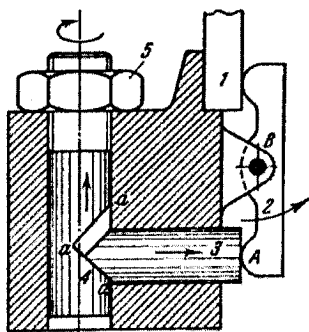


Рис. 1.208. Важільно-клиновий механізм затискача з гайкою:  
1 – деталь, 2 – важіль,  
3, 4 – ланки механізму, 5 – гайка,  
B – нерухома вісь, а-а – скіс ланки 4

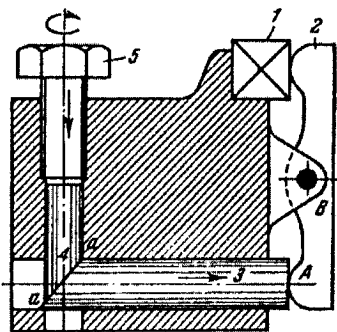


Рис. 1.209. Важільно-клиновий механізм затискача з гвинтом:  
1 – деталь, 2 – важіль,  
3, 4 – ланки механізму, 5 – гвинт,  
B – нерухома вісь, а-а – скіс ланки 4

### 1.11. Захоплюючі механізми (присторої)

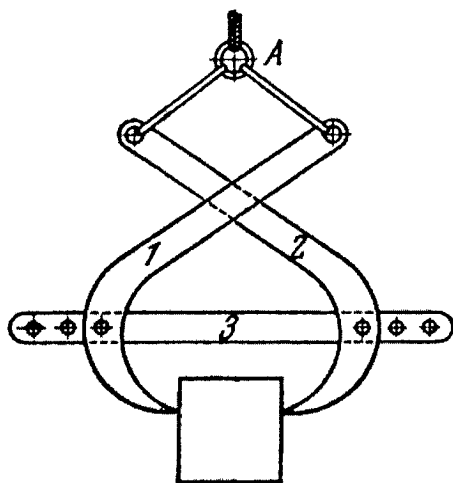


Рис. 1.210. Важільний захват: 1, 2 – важелі, 3 – ланка захвату, А – кільце

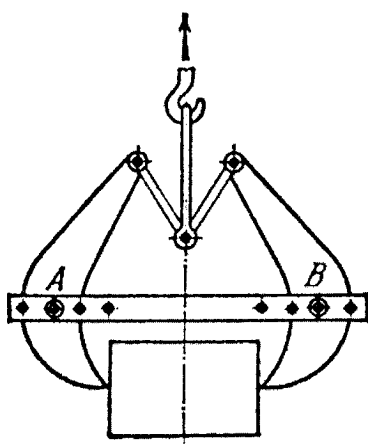


Рис. 1.211. Важільний захват: А і В – шарніри

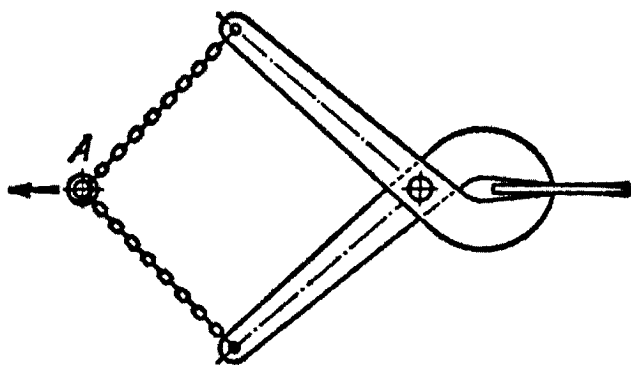


Рис. 1.212. Важільні захоплюючі щипці

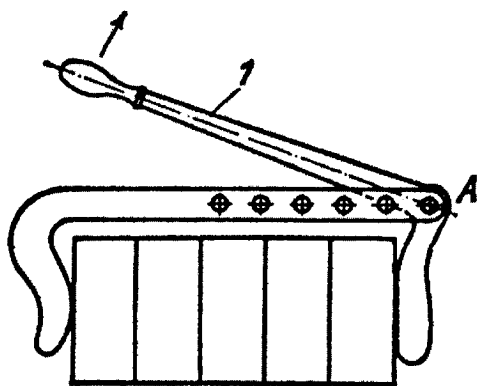


Рис. 1.213. Важільний захват для брикетів: 1 – важіль, А – вісь

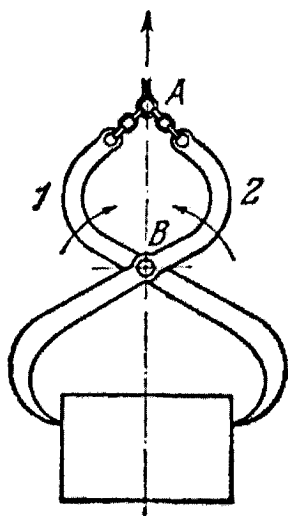


Рис. 1.214. Важільний захват

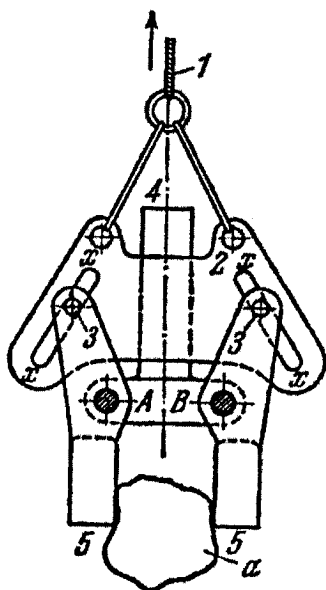


Рис. 1.215. Кулісно-важільний механізм захвату з напрямними:  
 1 – трос, 2 – ланка з прорізами, 3 – пальці важелів 5,  
 4 – нерухома ланка, 5 – важелі, А і В – нерухомі осі, а – об'єкт

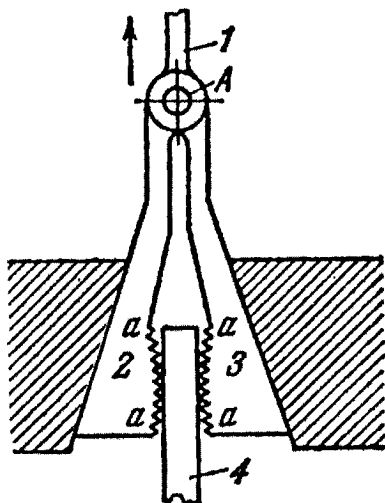


Рис. 1.216. Важільно-клиновий захват: 1, 2, 3 – ланки, 4 – об'єкт, А – вісь

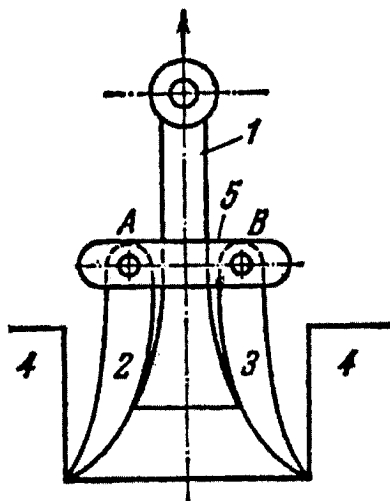


Рис. 1.217. Важільно-клиновий захват: 1 – клин, 2, 3, 5 – ланки, 4 – об'єкт, А і В – осі ланки 5

## 1.12. Види рухомих з'єднань

### 1.12.1. З'єднання з двома можливими рухами елементів

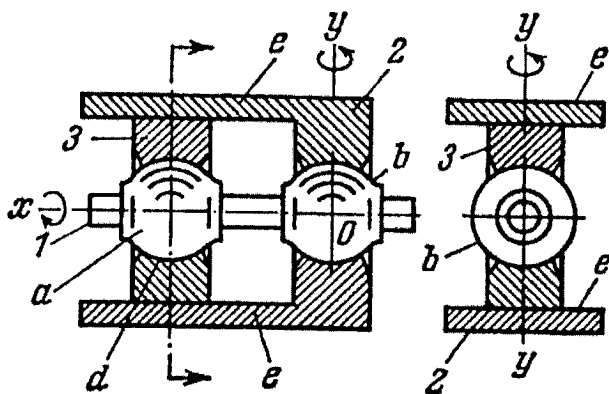


Рис. 1.218. З'єднання із проміжним сухарем : 1, 2 – ланки, 3 – сухар, а і b – кульові головки ланки 1, d – кульовий пояс сухаря 3, e – паралельні площини ланки 2

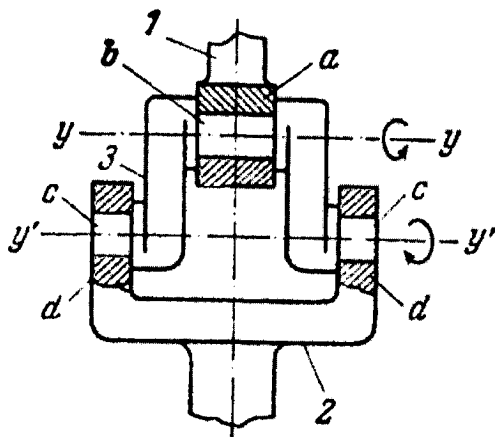


Рис. 1.219. З'єднання подвійного м'ятника: 1, 2, 3 – ланки, а – головка ланки 1, b – палець ланки 3, d – отвори ланки 2, c – шийки ланки 3



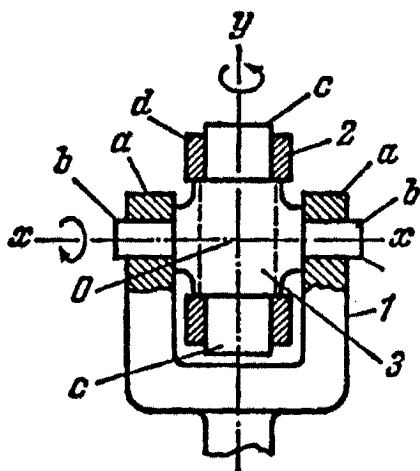


Рис. 1.220. З'єднання із проміжною хрестоподібною ланкою:  
1, 2, 3 – ланки, а – отвори ланки 1, b і с – шийки ланки 3,  
d – отвори ланки 2

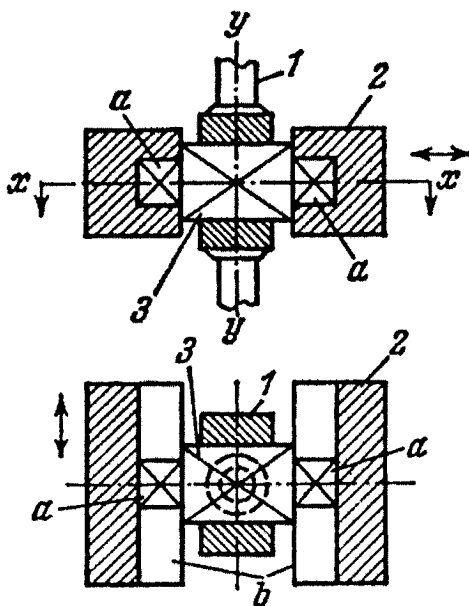


Рис. 1.221. З'єднання із проміжним призматичним повзуну:  
1, 2 – ланки, 3 – призматичний повзун,  
а – прямокутні сухарі повзуна 3, b – напрямні ланки 2

### 1.12.2. З'єднання з трьома можливими рухами елементів

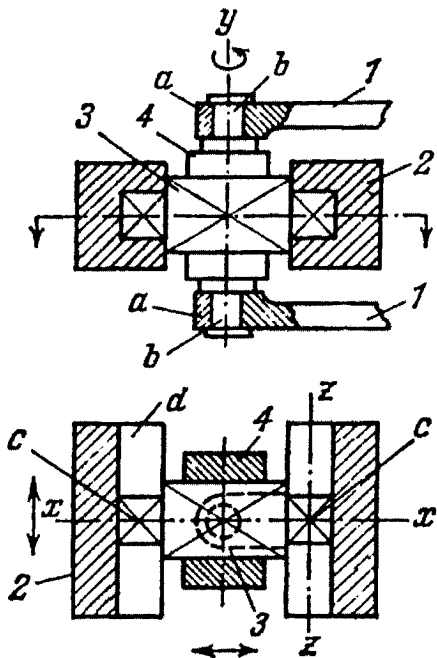


Рис. 1.222. З'єднання з двома проміжними повзунами: 1, 2 – ланки, 3, 4 – повзуни, а – отвори ланки 1, б – шийки повзуна 4, с – сухарі повзуна 3, d – напрямні ланки 2

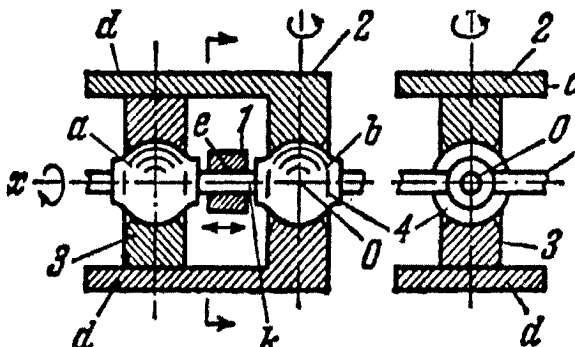


Рис. 1.223. З'єднання з проміжним сухарем: 1, 2, 4 – ланки, 3 – сухар, а, б – кулькові головки ланки 4, d – паралельні площини ланки 2, e – проточка ланки 1, k – циліндрична частина ланки 4

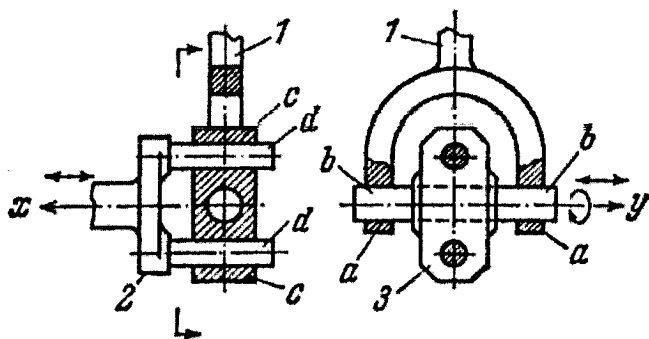


Рис. 1.224. З'єднання з пальцевим повзуном: 1, 2 – ланки, 3 – повзун, а – отвори ланки 1, б – пальці повзуна 3, с – отвори повзуна 3, d – пальці ланки 2

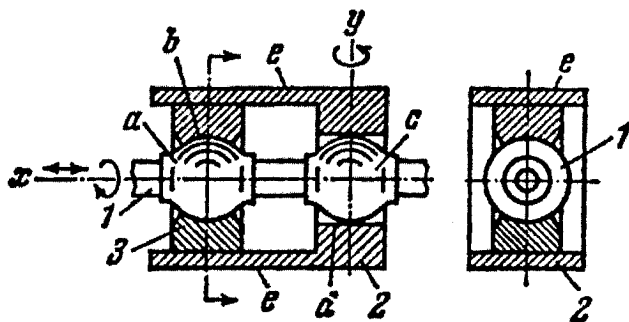


Рис. 1.225. З'єднання з кульовими головками: 1, 2, 3 – ланки, а, с – кульові головки ланки 1, б – внутрішня тороїдна поверхня ланки 3, d – циліндрична поверхня ланки 2, e – паралельні площини ланки 2

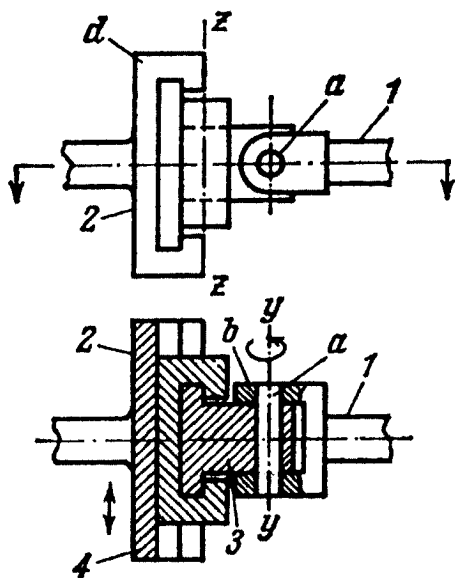


Рис. 1.226. З'єднання з коритоподібним повзуном:  
 1, 2 – ланки, 3 – повзун, 4 – коритоподібний повзун, а – валик ланки 1,  
 б – отвір повзуна 3, d – коритоподібні напрямні ланки 2

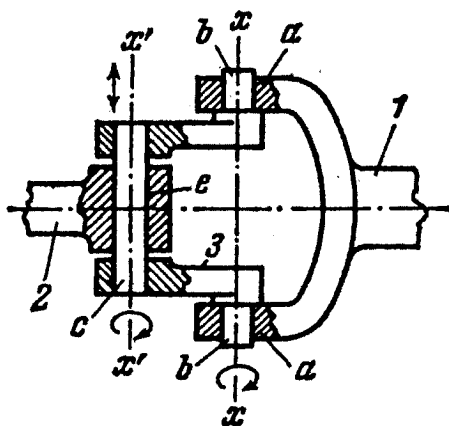


Рис. 1.227. З'єднання з проміжним кривошипом: 1, 2, 3 – ланки,  
 а – отвори ланки 1, б – пальці ланки 3, е – отвір ланки 2

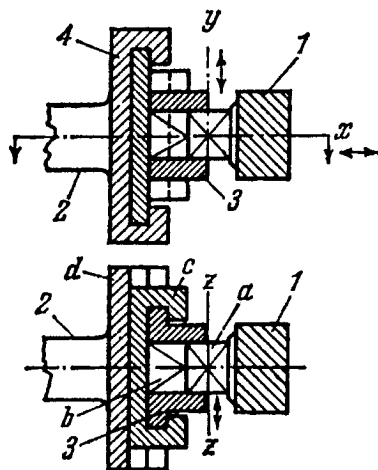


Рис. 1.228. З'єднання з трьома повзунами:  
 1, 2 – ланки, 3, 4 – повзуни, а – повзун ланки 1,  
 б – напрямні повзуна 3, d – коритоподібні напрямні ланки 2

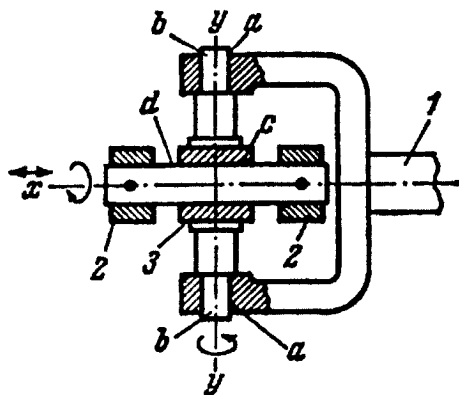


Рис. 1.229. З'єднання з проміжною хрестовиною: 1, 2 – ланки,  
 3 – хрестовина, а – отвори ланки 1, б – шийки хрестовини 3,  
 с – отвір хрестовини 3, d – валик ланки 2

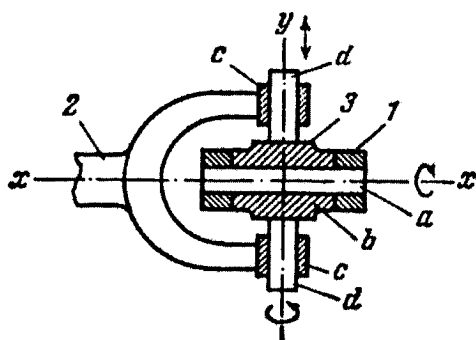


Рис. 1.230. З'єднання з проміжним роликом: 1, 2, 3 – ланки, а – ролик, б – цапфа ланки 3, с – отвори ланки 2, d – пальці ланки 3

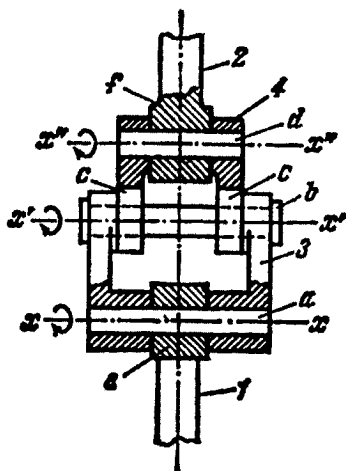


Рис. 1.231. З'єднання потрійного маятника: 1, 2, 3, 4 – ланки, а, б – ролики ланки 3, с – вушка ланки 4, d – ролик ланки 4, e – втулка ланки 1

### 1.12.3. З'єднання з чотирьохма можливими рухами елементів

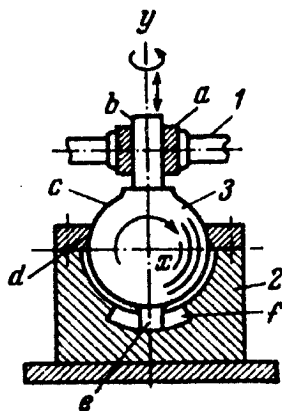


Рис.1.232. З'єднання з пальцем в радіальному пазі: 1, 2, 3 – ланки, а – втулка, б – стержень ланки 3, с – сферична поверхня, d – сферичний пояс, е – палець, f – паз

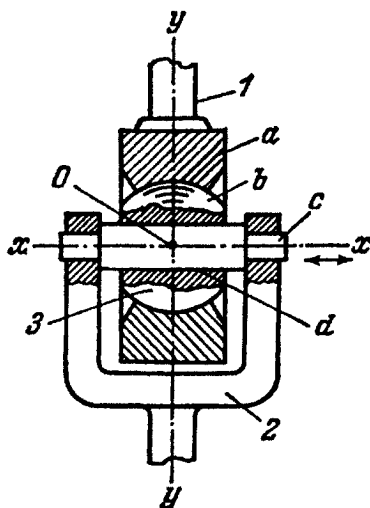


Рис. 1.233. З'єднання із кульовою ланкою: 1, 2, 3 – ланки, а – кульовий пояс ланки 1, б – кульова поверхня ланки 3, с – валик ланки 2, d – отвір ланки 3

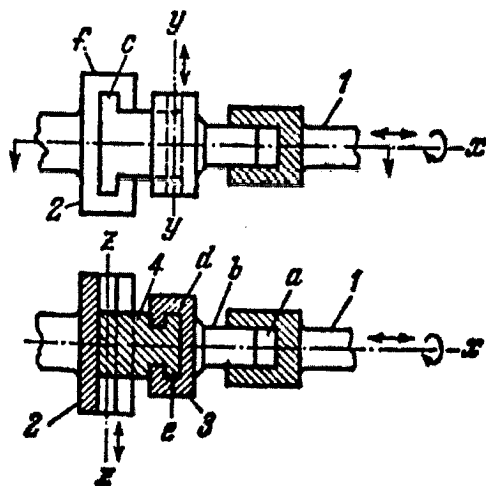


Рис. 1.234. З'єднання з коробчастими напрямними: 1, 2, 3, 4 – ланки, а – кругла виточка ланки 1, б – палець ланки 3, с, е – т-подібні повзуни ланки 4, д – коробчата напрямна ланки 3, ф – коробчата напрямна ланки 2

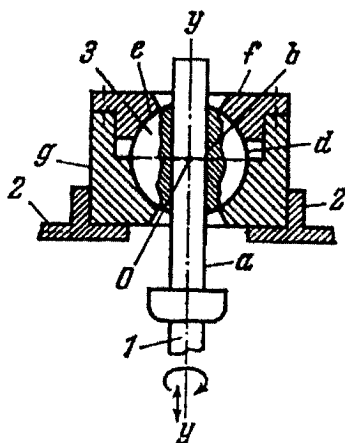


Рис. 1.235. З'єднання з кульовою ланкою: 1, 2, 3 – ланки, а – стержень ланки 1, б – проточка ланки 3, д – сферична поверхня ланки 3, е – сферичний пояс кришки, ф – підтягуюча кришка, г – підшипник



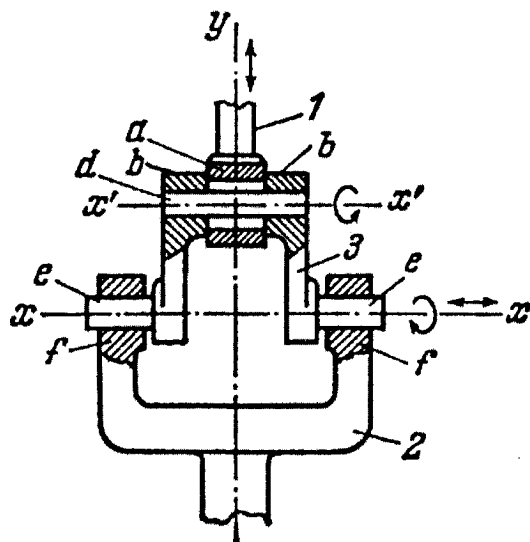


Рис. 1.236. З'єднання з втулкою з великим зазором: 1, 2, 3 – ланки, а – втулка ланки 1, б – щічки ланки 3, d – валик ланки 3, е – пальці ланки 3, f – вушка ланки 2

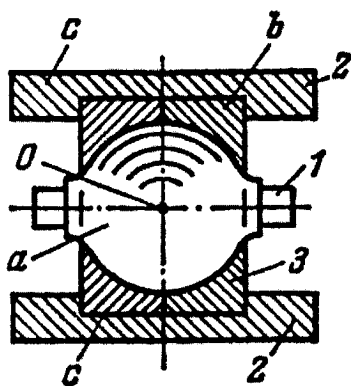


Рис. 1.237. З'єднання з кульовою головкою: 1, 2, 3 – ланки, а – кульова головка ланки 1, б – кульовий пояс ланки 3, с – напрямні ланки 2

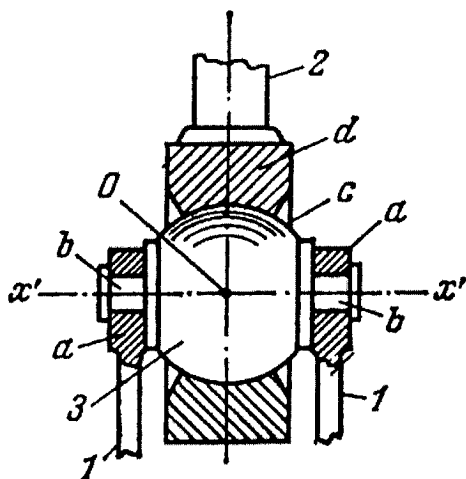


Рис. 1.238. З'єднання з бочкоподібною головою: 1, 2 – ланки, 3 – бочкоподібна головка, а – круглі вушка ланки 1, б – пальці головки 3, с – кульова поверхня головки 3, d – кульовий пояс ланки 2

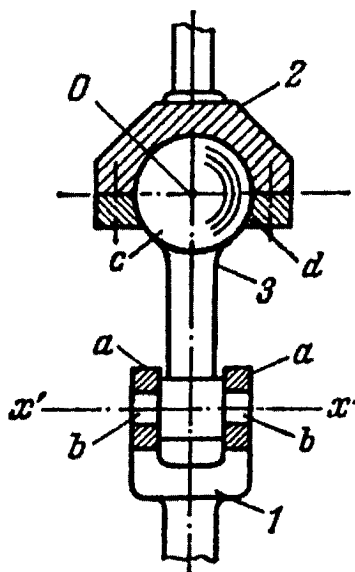


Рис. 1.239. З'єднання з кульовою головою: 1, 2, 3 – ланки, а – круглі вушка ланки 1, б – пальці ланки 3, с – кульова головка ланки 3, d – кульова порожнина ланки 2.

### 1.12.4. З'єднання з п'ятьма можливими рухами елементів

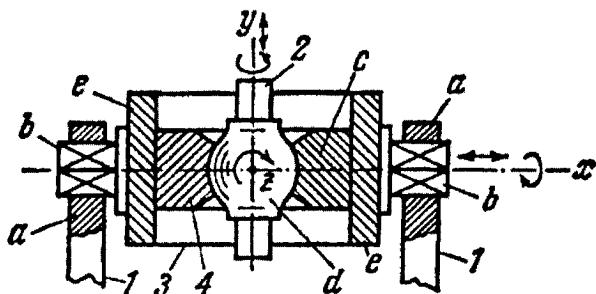


Рис.1.240. З'єднання з двома повзунами: 1, 4 – повзуни, 2, 3 – ланки,  
 а – вушка повзуна 1,  
 б, е – напрямні ланки 3,  
 с – кульовий пояс повзуна 4,  
 d – кульова головка ланки 2

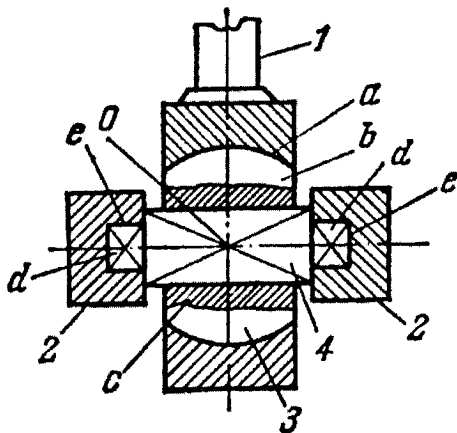


Рис. 1.241. З'єднання з бочкоподібним повзуном: 1, 2, 4 – ланки,  
 3 – бочкоподібний повзун, а – кульовий пояс ланки 1, б – кульова поверхня  
 повзуна 3, с – напрямна ланки 4, d – повзуни ланки 4, е – напрямні ланки 2

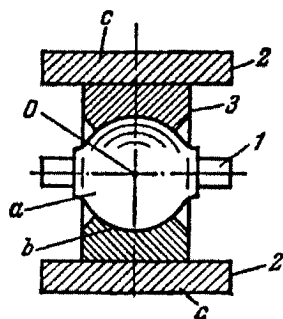


Рис. 1.242. З'єднання з площинними напрямними: 1, 2 – ланки, 3 – повзун, а – бочкоподібна головка ланки 1, б – кульовий пояс повзуна 3, с – площинні напрямні ланки 2

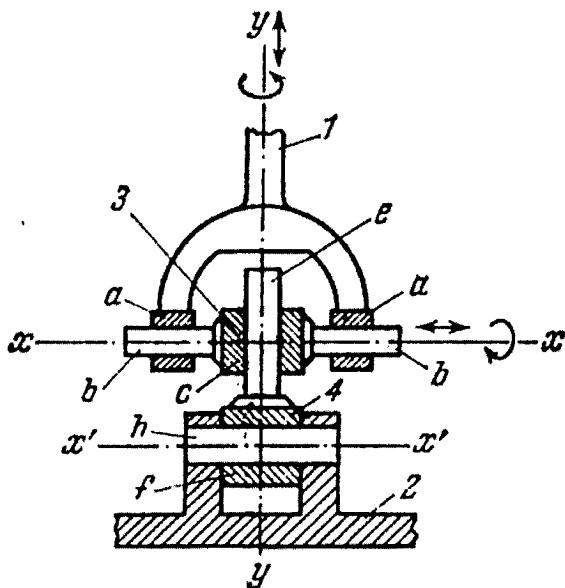


Рис.1.243. З'єднання з двома циліндричними напрямними: 1, 2, 3, 4 – ланки, а – вушка ланки 1, б – циліндричні напрямні ланки 3, с – повзун ланки 3, е – циліндрична напрямна ланки 4, f – втулка ланки 4, h – валик ланки 2.

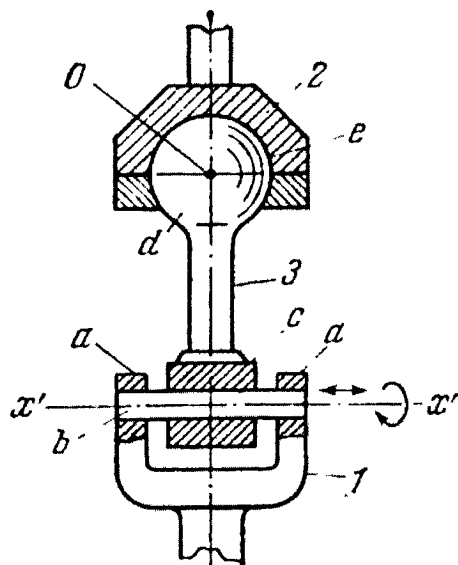


Рис.1.244. З'єднання з циліндричною напрямною: 1, 2, 3 – ланки, а – вушка ланки 1, б – циліндрична напрямна, с – втулка ланки 3, d – кульова головка ланки 3, e – кульова порожнина ланки 2

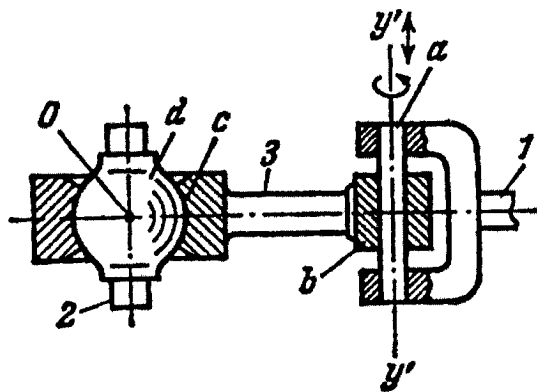


Рис.1.245. З'єднання з циліндричним повзунком: 1, 2, 3 – ланки, а – циліндричний повзун ланки 1, б – напрямні ланки 3, с – кульовий пояс ланки 3, d – бочкоподібна головка ланки 2.

### 1.13. Маніпулятори і роботи

У процесі розвитку машинобудування перш за все автоматизувались найскладніші та найтрудомісткіші операції, пов'язані зі зміною форми і розмірів виробів. Завантаження й розвантаження технологічного обладнання здійснювалось зазвичай вручну або найпростішими засобами механізації. У зв'язку із завданнями комплексної автоматизації виробництва і освоєнням нових областей діяльності людини (в небезпечних середовищах, під водою, в космосі) значна увага приділяється автоматизації операцій маніпулювання-переміщення й орієнтації виробів та інструмента. При цьому використовують пристрої, які називають маніпуляторами.

Маніпулятором називають технічний пристрій, призначений для відтворення робочих функцій рук людини. Основний механізм маніпулятора — просторовий важільний механізм з незамкнутим кінематичним ланцюгом. Його ланки зв'язані кінематичними парами п'ятого класу (обертовими чи поступальними), оснащеними приводами. Кожна така кінематична пара з приводом забезпечує один ступінь вільності маніпулятора. Кількість, вид і взаємне розміщення ступенів вільності визначають маніпуляційні можливості пристрою.

Маніпулятори оснащують захоплюючими пристроями, призначеними для захоплення й утримання об'єкта маніпулювання (ОМ). Захоплюючий пристрій (ЗП) називають робочим органом маніпулятора. ЗП, в якому захоплення й утримування здійснюється відносним переміщенням його частин, називається захватом.

Перші маніпулятори з'явилися в 40-х роках ХХ століття і їхній виконуючий орган — “механічна рука”, копіював рухи руки людини-оператора. На рис.1.246 показано кінематичну схему маніпулятора для копіювання. За аналогією з рукою людини ланки механічної руки мають назви: 0 — корпус, 1 — плече, 2 — передпліччя, 3 — кисть, 4 — палець. При структурному, кінематичному і динамічному аналізі маніпулятора палець 4 і кисть 3 розглядають як одну ланку.

Для виконання виробничих операцій у маніпуляторі потрібно

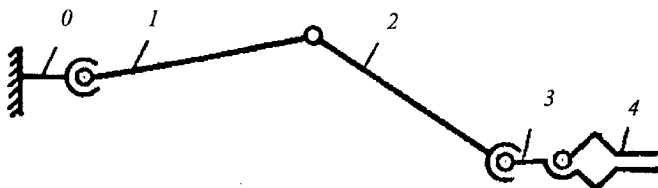


Рис. 1.246. Антропоморфний маніпулятор

мати: три ступені вільності для переміщення предмету в задану точку робочої зони, два ступені для орієнтації захвата, два – для виконання робочих операцій. Отже маніпулятор повинен мати мінімум сім ступенів вільності. Збільшення числа ступенів вільності маніпулятора збільшує його маневреність, але зменшує жорсткість і ускладнює конструкцію та керування.

Залежно від способу керування маніпулятори, що застосовуються на практиці, поділяються на дві групи: 1) маніпулятори з ручним керуванням (керуються безпосередньо людиною-оператором); 2) маніпулятори з автоматичним керуванням.

У маніпуляторах з ручним керуванням здійснюється копіювання рухів і сили руки оператора (копіювальний маніпулятор), в деяких випадках зі збільшенням переміщень і сил на виконуючому механізмі.

Маніпулятори з ручним керуванням складаються з двох симетрично розміщених механізмів – керуючого і виконуючого, зв'язок між якими здійснюється різними механічними передачами. В багатьох випадках роботою копіювального маніпулятора треба керувати на значній віддалі від оператора. В таких дистанційнокерованих маніпуляторах застосовують стежачі системи, що забезпечують передачу рухів і сил.

У маніпуляторах з автоматичним керуванням ланки виконуючого механізму приводяться в рух від приводів за певною програмою. Приводи в маніпуляторах можуть бути механічні,

електричні, гідравлічні, пневматичні і комбіновані.

Маніпулятори з автоматичним керуванням, які працюють за жорсткою (незмінною) програмою, називають автооператорами.

Маніпулятори з автоматичним керуванням і змінюваною програмою, що використовуються на виробництві для багаторазового виконання певних технологічних і транспортних операцій, називають промисловими роботами (ПР). ПР відрізняються від звичайних машин-автоматів тим, що завдяки наявності незамкнутого кінематичного ланцюга основного механізму з декількома ступенями вільності, володіють широким діапазоном різних просторових рухів робочих органів і, як наслідок, можливістю швидкого переналагоджування на виконання іншої програми.

Термін *робот* перший раз з'явився ще у 1917 році в повісті чеського письменника Карела Чапека "Розумні універсальні робітники". Він означав штучного робітника, завданням якого було працювати.

Сьогодні *роботом* називають універсальну технічну систему, призначену для реалізації деяких маніпуляційних, рухових, інформаційних та інтелектуальних функцій людини. Виконуючими органами сучасних роботів є маніпулятори (виконують роль верхніх кінцівок людини) та педіпулятори чи поіншому крокуючі машини (виконують роль нижніх кінцівок).

Характеристичними рисами роботів є:

а) універсальність, яка полягає у легкому пристосуванні до реалізації різних функцій;

б) можливість виконання певних інтелектуальних дій, наприклад відтворення запрограмованих рухів, прийняття рішень про вид роботи в залежності від інформації про середовище, що оточує робота.

Проблемами теорії, будови та експлуатації промислових роботів займається робототехніка. Її найголовнішими галузями є:

- кінематика маніпуляторів;
- динаміка маніпуляторів;
- планування рухів;
- управління роботами;



- сенсорні системи роботів;
- будова роботів;
- спеціальна роботика;
- експлуатація роботів;
- гнучкі виробничі системи;
- економічні і соціологічні аспекти роботизації.

Головною областю застосування автоматичних маніпуляторів є великосерійне і масове виробництво, при якому вигідним є проектування та виготовлення спеціалізованих маніпуляторів. Промислові роботи застосовують в дрібно- та середньосерійних процесах, при важких чи небезпечних для людини технологічних операціях і в гнучких виробничих системах, оснащених машинами й технологічним обладнанням з числовим керуванням, які забезпечують виробництво продукції малими серіями чи кількох виробів одночасно.

Попередником сучасних автоматичних маніпуляторів були телеоператори, застосовувані під час другої світової війни при перенесенні радіоактивних речовин. Ера роботизації розпочалась у 1954 році, коли Георг Деволь запатентував у США перший маніпулятор з пам'яттю. В подальшому його патенти прислужились при створенні у 1962 році промислового робота Unimate у фірмі Дженерал Моторс для обслуговування лінії литва під тиском.

Колискою промислових роботів стали США, однак їх динамічний розвиток наступив у Японії. Європа також зробила свій значний вклад у розвиток перших роботехнічних пристроїв. У 60-тих роках в Японії та Європі було по дев'ять виробників роботів, а у США — тільки чотири.

Сьогодні Японія є беззаперечним лідером в кількості застосовуваних роботів (близько 55% всієї популяції на світі), на наступній позиції є країни Євросоюзу (близько 35%), далі – США (близько 12%). Серед європейських країн найбільше роботів є у Німеччині, Італії, Франції та Англії.

Важливим показником роботизації промисловості є кількість роботів на 10 тис. працюючих. Тут Японія теж займає чільну позицію (близько 300), на наступних місцях знаходяться: Швеція

(55), Італія (50), Німеччина (48), США (20), потім Фінляндія, Бельгія, Швейцарія, Австрія, Норвегія з таким же показником. Ще меншим є він для Данії, Австралії, Голандії, Англії та Іспанії.

Робототехнічні пристрої зазнають бурхливого розвитку і для їх оснащення використовуються різні управляючо-контролюючі пристрої, давачі та системи розпізнавання образів. Покоління роботів можна подати так:

I. Маніпулятор + пам'ять

II. Маніпулятор + пам'ять + дотик

III. Маніпулятор + пам'ять + дотик + зір (слух)

IV. Маніпулятор з елементами штучного "інтелекту"

V. Маніпулятор з розвинутим штучним "інтелектом"

За призначенням маніпулятори поділяються на три класи:

1) Технологічні маніпулятори (промислові роботи).

Такого виду системи оснащено щонайменше одним програматором і вони призначені для виконання чітко визначених дій, пов'язаних із певною частиною технологічного (виробничого) процесу.

2) Транспортувальні маніпулятори.

Застосовуються для виконання спеціальних операцій з транспортування вантажів, що перебувають у розігрітому чи охолодженому стані, хімічноактивних, вибухонебезпечних, отруйних та радіоактивних матеріалів, тощо. Часто є керованими оператором.

3) Інформаційно-маніпуляційні маніпулятори.

Застосовують, в основному, для збору інформації про оточуюче середовище чи вибрані об'єкти з подальшою реалізацією відповідних дій, спрямованих на виконання поставленого завдання. Типовими прикладами таких маніпуляторів є системи, що використовують у космічних дослідженнях небесних тіл, для праці у відкритому космосі, під водою. Вони мають системи керування копіювального, телекопіювального або комп'ютерного типу.

### 1.13.1. Маніпуляційні системи промислових роботів

**Характеристика і параметри МС.** Виробниче призначення ПР – автоматичне відтворення рушійних функцій людини, яка виконує технологічні операції або обслуговує технологічне обладнання. Тому доцільно всі рухи ПР розглядати в аналогії з рухами людини.

Для переміщення тіла у просторі та його довільної орієнтації механізм переміщення повинен мати не менш як шість ступенів рухомості: три – для виконання транспортних (переносних) рухів і три – для орієнтувальних рухів. Так, рука людини має від передпліччя до фалангів пальців 22 ступені рухомості, що й визначає універсальні можливості людини при виконанні нею виробничих функцій, причому як орієнтуючі, так і переносні рухи можуть виконуватися з високою точністю одночасною участю всіх елементів руки. Тому при створенні механізму, який копіює фізичні функції руки, треба враховувати не тільки наявність елементів, які забезпечують сукупність рухів, а й вид та послідовність розташування цих елементів у структурі такого механізму.

Уся сукупність рухів кінематичних ланок руки людини (рис. 1.247 а) зводиться до транспортних (переносних) рухів  $x$ ,  $y$ ,  $z$  у декартовій системі координат, а також до орієнтувальних рухів  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  у сферичній системі координат. Тому еквівалентом людської руки є механізм, зображений на рис. 1.247 б, що має ту ж сукупність рухів, до якої в загальному випадку зводяться рухи руки людини. Цей механізм є МС робота з шістьма ступенями рухомості –  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  (сьомий ступінь рухомості забезпечується рухом губок ЗП).

Кінематична структура ПР і його рушійні можливості визначаються видом та послідовністю розташування кінематичних пар. В свою чергу, потрібний характер рухів робочих органів МС при виконанні допоміжних і технологічних операцій та переходів визначається виробничими умовами. З цього погляду рухи поділяють на глобальні, регіональні та локальні.

*Глобальні рухи* – переміщення на віддаль, яка перевищує

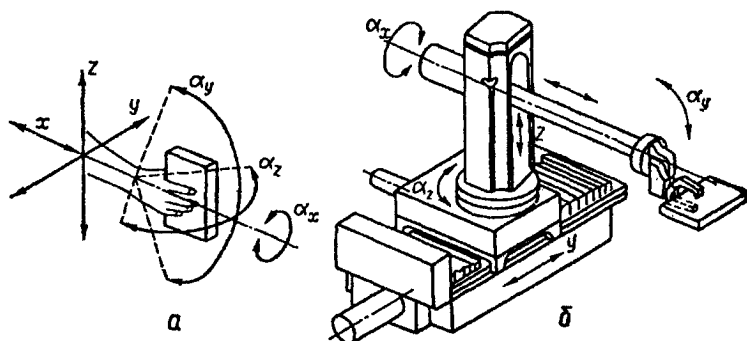


Рис. 1.247. Транспортні та орієнтувальні рухи руки людини (а) і ПР (б)

розміри самого робота. Можливість виконувати глобальні рухи визначає мобільність робота, і для їх реалізації ПР обладнують рухомою основою; в іншому випадку робот є стаціонарним.

*Регіональні рухи* – переміщення робочих органів ПР у різні точки робочої зони, яка визначається розмірами кінематичних ланок стаціонарних роботів, причому форма й розміри робочої зони робота і його маневреність значною мірою залежать від кінематики ланок руки. Регіональні рухи належать до внутрішньоопераційних рухів.

До *локальних рухів* робочих органів відносять переміщення, сумірні з їхніми розмірами; це, головним чином, орієнтувальні та транспортні можливості кисті, завдяки яким забезпечується орієнтація об'єктів.

Виходячи з виробничої оцінки наведеної класифікації рухів, можна сказати, що кінематика основи ПР визначає його мобільність, кінематика руки – маневреність, а кінематика кисті – технологічну універсальність.

Оскільки характер рухів робочого органа ПР визначається як складом, так і послідовністю розташування в структурі МС кінематичних пар, важливим елементом проектування ПР є кінематичний синтез, який ґрунтується на аналізі фрагментів

рухів, що реалізуються групами кінематичних ланок.

Залежно від видів кінематичних пар, які використовуються в структурі ПР, можуть бути забезпечені поступальні, обертальні та комбіновані групи рухів, до того ж кількість комбінацій пар забезпечує 60 сукупностей індексів рухомості, а отже, і 60 типів структур ПР. Разом з тим кількість їхніх кінематичних структур є набагато більшою, бо вона визначається не тільки кількістю та поєднанням типів кінематичних пар, а й послідовністю їх розташування. В цьому випадку індекс рухомості має спрямований граф; наприклад, запис ООП означає конкретну структуру ПР. Для останньої конструктивна реалізація передбачає обертаний стояк  $O_z$ , на якому встановлено обертальний модуль  $O_y$ . До нього, в свою чергу, прикріплено модуль поступальних переміщень  $\Pi_x$ .

Таким чином, використання поєднання кінематичних пар п'ятого класу – поступальних  $\Pi$  (рис.1.248 а) та обертальних  $O_z$  – з віссю обертання, паралельною осі ланок кінематичної пари  $O_n$  (рис.1.248 б, д), а також з віссю обертання, перпендикулярною до осі однієї з ланок пари  $O_k$  (рис.1.248в,г) з тими або іншими групами рухів, дають можливість створювати ПР з потрібними робочими

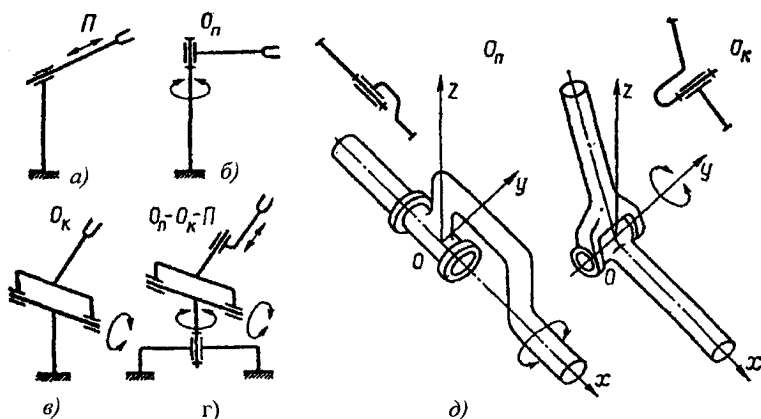


Рис. 1.248. Кінематичні ланцюги, утворені кінематичними парами п'ятого класу: а – поступальною; б, в, д – обертальною; г – поступальною та обертальними

зонами функціонування і заданою системою координат: декартовою, полярною сферичною і циліндричною та складною полярною.

Вибір варіанта кінематичної схеми МС робота визначається конкретними умовами і вимогами. По-перше, вона має забезпечити достатній ступінь універсальності функціонування робота з урахуванням операцій, які йому належить виконувати в НС. По-друге, повинні бути забезпечені найбільша простота конструкції МС, зручність обслуговування й найменші витрати на виготовлення та експлуатацію. Однак перш за все МС робота має виводити його робочі органи у будь-яку точку заданої робочої зони з потрібною точністю і забезпечувати при цьому потрібну кутову орієнтацію робочого органа в цих точках. У загальному випадку, як це показано вище, виконання транспортних (переносних) та орієнтувальних рухів потребує, як мінімум, шести ступенів рухомості, тобто  $M \geq 6$ , а з врахуванням рухомості губок ЗП загальна кількість  $L$  ступенів рухомості  $L \leq M + N$ .

Іноді для надання МС більшої маневреності, зумовленої вимогами обходу перешкод у робочій зоні, обслуговування

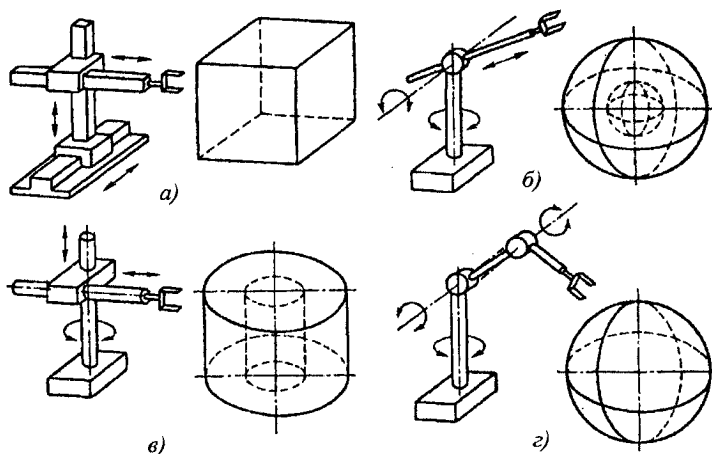


Рис. 1.249. Робочі поєднання кінематичних пар у ПР в різних системах координат: а – декартовій; б – полярній сферичній; в – полярній циліндричній; г – складній полярній сферичній

важкодоступних (тіньових) ділянок зони, застосовують надлишкову структуру з кількістю ступенів рухомості  $L > M + N$ . Як правило, при цьому вдаються до компоновок ПР, що працюють в складних сферичній або полярній системах координат. Таким чином, практична потреба диктує необхідність створення МС роботів з надмірними ступенями рухомості, хоча ця вимога суперечить умовам забезпечення максимальної точності й простоти конструкції.

У цілому кінематика МС робота характеризується кількістю ступенів рухомості, видом кінематичних пар у структурі, їхнім взаємним розташуванням і визначає маневреність та коефіцієнт сервісу робота.

Важливо підкреслити, що не всяка структура розімкненого ланцюга, яка містить три чи більше кінематичних пар п'ятого класу, забезпечується механізмом, схема якого задовольняє, наприклад, одній з таких умов: є три поступальні пари, осі яких непаралельні (взаємно перпендикулярні) (рис.1.249а); є дві обертальні пари, осі яких непаралельні (перпендикулярні), та одна поступальна пара (рис.1.249б); є дві поступальні пари з непаралельними (перпендикулярними) осями і обертальна пара, вісь якої неперпендикулярна до площини, утвореної напрямками осей поступальних пар (рис.1.249в); є дві обертальні пари з паралельними осями і одна з віссю, непаралельною до осей двох інших пар (рис. 1.249г). Таким чином можна реалізувати чотири різні схеми ПР, що працюють відповідно в декартовій, полярній та складній полярній системах координат.

Якщо припустити, що ПР за цими трьома схемами мають сумірні параметри, наприклад однакову вантажопідйомність, кут повороту колони  $0 \dots 360^\circ$  та відносне лінійне переміщення  $0 \dots 1$ , то з них ПР, який має схему з трьома обертальними парами, забезпечує найбільшу робочу зону. Разом з тим, ПР, що мають компоувальну схему з обертальними парами, характеризуються найменшою точністю позиціювання робочих органів, яка становить  $0,6 \dots 0,7$  точності ПР, що працюють у декартовій системі координат і містять тільки поступальні пари (для порівняння роботи з компоновкою, яка забезпечує роботу в циліндричній

системі координат, мають точність 0,8...0,85 точності ПР, що працюють в декартовій системі координат). Це зумовлено тими обставинами, що при обертанні умови дотримання передавального відношення є найнесприятливішими і змінюються з вильотом руки. Ці обставини треба враховувати при виборі МС робота, реалізованої в тій чи іншій системі координат.

При складанні механізмів маніпулятора через неточності в розмірах деталей у кінематичних парах виникають зазори, які спричиняють відхилення між потрібними і наявними переміщеннями. Такі зазори поділяють на *основні (початкові)*, характерні для нового механізму, та *зазори спрацювання*, що виникають у процесі експлуатації маніпулятора. Отже, навіть перед початком руху кожна кінематична пара зумовлює деяке відхилення або похибку між прогнозованим і дійсним положеннями вихідної ланки. За наявності кількох кінематичних пар загальна похибка визначатиметься геометричною сумою похибок переміщень по окремих координатах.

З названих причин прямокутній системі в пристроях позиціонування слід віддавати перевагу, коли до ПР ставляться підвищені вимоги до точності.

Найпоширенішою серед ПР для цілей транспортування, пе-реадресування і обслуговування технологічного обладнання є компоновка у полярних циліндричних координатах.

Застосування полярної сферичної системи позиціонування дає змогу поєднувати компактність і підвищену жорсткість з високими динамічними навантаженнями.

**Характеристика робочої зони ПР.** Кожен варіант кінематичної структури у відповідній системі координат можна проілюструвати конфігурацією робочої зони, яка обслуговується ПР. У межах цього простору рука робота може вивести ЗП в будь-яку точку. Виникаючі при цьому обмеження кутових і лінійних переміщень у кінематичних парах, спричинені особливостями конструктивного виконання ПР, зумовлюють заборонені зони, в які ЗП не може бути введений.

На рис.1.250 зображено геометрію робочих зон ПР, які працюють у різних системах координат. Геометричні



характеристики, кількість ступенів рухомості та спосіб встановлення на робочому місці є початковими даними при розробленні компоувальних схем і планування РТК. Загалом робоча зона ПР характеризується такими параметрами її геометрії:  $L, G$  – крайні нижнє та верхнє положення осі руки відповідно;  $A$  – положення максимально витягнутої руки;  $B$  – початкове положення руки;  $C$  – хід (вильот) руки;  $K$  – висота підйому руки;  $E, Q$  – крайні верхнє та нижнє положення ЗП відповідно;  $r$  – радіус коливання захвату;  $\alpha$  – максимальний кут повороту руки колони;  $D$  – хід поперечного переміщення колони (руки).

Можливі конфігурації робочих зон ПР відрізняються великою різноманітністю і визначаються як поєднанням пар п'ятого класу, так і послідовністю їхнього розташування, не обмежуючись поданими на рис. 1.249 варіантами. Наприклад, у табл. 1.1 наведено кінематичні структури МС роботів, які складаються з різних поєднань та послідовностей з'єднання пар п'ятого класу, а для

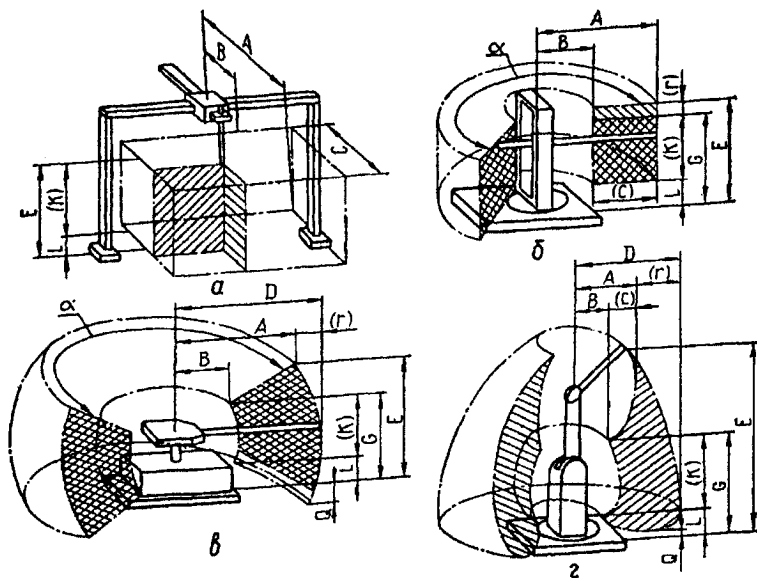
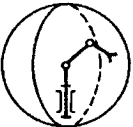
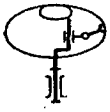
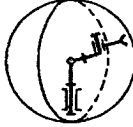
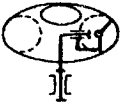
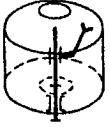
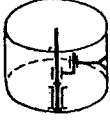
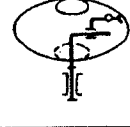
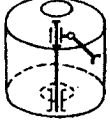
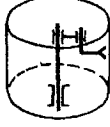
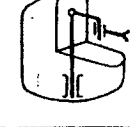
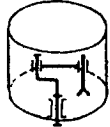

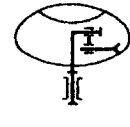
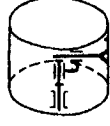
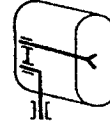
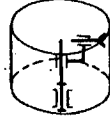
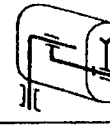
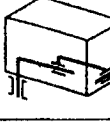


Рис. 1.250. Геометрія робочих зон ПР у різних системах координат: а – декартовій; б – циліндричній; в, г – складній полярній

Таблиця 1.1. Кінематичні структури МС роботів

Поєднання пар	Позначення	Кінематична структура			
Три обертальні	ooo				
Дві обертальні і одна поступальна	опо				—
	поо				—
	ооп				—
одна обертальна і дві поступальні	поп			—	—
	опп		—	—	—
	пто		—	—	—
Три поступальні	ппп		—	—	—

можливого їхнього порівняння кінематичні структури поділено, виходячи з умов наявності обертальних О та поступальних П пар.

У межах робочих зон, які забезпечуються відповідною реалізацією кінематичної структури, робочі органи ПР можуть бути виведені у будь-яку точку, причому об'єм робочих зон може змінюватись залежно від розмірів ланок і кутів між осями кінематичних пар. Цю обставину слід враховувати при виборі кінематичної структури МС робота за наявності обмежень, що впливають з умов його експлуатації.

Аналіз можливих варіантів кінематичних структур МС дає змогу зробити такі три важливих висновки: кількість можливих варіантів структур зменшується зі зменшенням кількості обертальних пар; в окремих структурах наявна двозначність, тобто можливість роботи у важкодоступних (тіньових) зонах, що має важливе значення при виборі компоновки МС, яка забезпечує обхід перешкод (цю властивість мають структури з двома обертальними парами і паралельними осями, а також структури з поступальною та обертальною парами з взаємно перпендикулярними осями, коли обертальна пара розташована перед поступальною); довільна орієнтація об'єкта забезпечується структурами, які мають три обертальні пари, осі яких послідовно розвернуті на  $90^\circ$ .

Усі параметри, які впливають на об'єм і конфігурацію робочої зони, встановлюють, виходячи з особливостей узгодження ПР з конкретним технологічним обладнанням і ступенем підготовленості робочого середовища. З цієї позиції певні переваги мають агрегатні конструкції, бо їх використання дає змогу скорочувати терміни проектування, знижувати витрати на розроблення й впровадження ПР, які комплектуються з уніфікованих модулів, а також полегшити обслуговування агрегатних ПР у процесі експлуатації. Крім цього, скорочуються терміни переходу на виготовлення нової продукції у випадку створення РТС з використанням ПР, що мають уніфіковані модулі, оскільки в таких випадках збільшується гнучкість системи в цілому, а необхідність у встановленні нового ПР замінюється перекомпоновкою останнього.

Різні варіанти кінематичної структури маніпуляторів

наведено в таблиці 1.2. Кожен варіант кінематичної структури у відповідній системі координат ілюструється конфігурацією зони обслуговування. В межах цієї зони рука робота може вивести робочий орган в будь-яку точку.

Поряд з системою координат, характерною ознакою маніпуляторів є їхня компоновка. Серед різноманіття компоновок маніпуляторів промислових роботів найчастіше застосовують такі: сферична, циліндрична, важільна (антропоморфна), прямокутна, горизонтально-плечова (Scara), портална (маятникова).

**Робот з циліндричною компоновкою.** Робот такого типу (рис.1.251) є горизонтально розміщеним маніпулятором, закріпленим на вертикальній стійці, яка жорстко зв'язана з нерухомою основою. Маніпулятор може висуватися і втягуватися, а також переміщатися вгору і вниз вздовж стійки. Крім цього, весь вузол маніпулятора може повертатись навколо осі основи, але не на повний оберт. Зоною дії робота є частина циліндра.

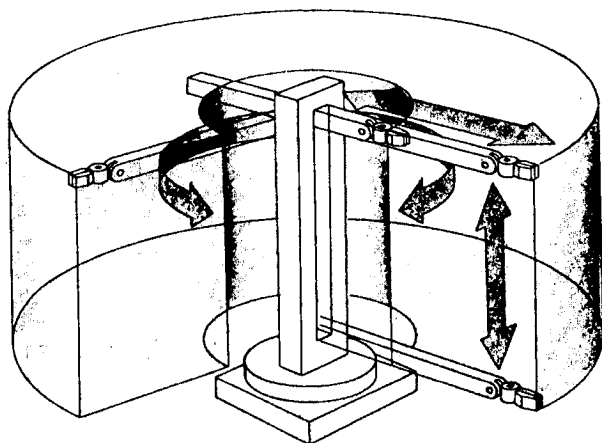


Рис. 1.251. Робот з циліндричною компоновкою

Таблиця 1.2. Кінематика маніпуляторів промислових роботів

	Поступальні рухи (П)			Обертотві рухи (О)		
Індекс рухомості	$P_x, P_y, P_z$	$P_x - P_y, P_x - P_z, P_y - P_z$	$P_x - P_y - P_z$	$O_x, O_y, O_z$	$O_x - O_y, O_x - O_z, O_y - O_z$	$O_x - O_y - O_z$
Номер рухомості	1 - 3	4 - 6	7	8 - 10	11 - 13	14
Приклад руху						
Кінематична структура прикладу						
Робоча область прикладу						

	Комбіновані рухи (П,О)					
Індекс рухомості	$(P_x - P_y - P_z) - (O_x - O_y - O_z)$	$(P_x - P_y, P_x - P_z, P_y - P_z) - (O_x, O_y, O_z)$	$(P_x - P_y - P_z) - (O_x, O_y, O_z)$	$(P_x, P_y, P_z) - (O_x - O_y, O_x - O_z, O_y - O_z)$	$(P_x - P_y, P_x - P_z, P_y - P_z) - (O_x - O_y, O_x - O_z, O_y - O_z)$	$(P_x - P_y - P_z) - (O_x - O_y - O_z)$
Номер рухомості	15 - 23	24 - 32	33 - 35	36 - 44	45 - 53	60
Приклад руху						
Кінематична структура прикладу						
Робоча область прикладу						

**Робот зі сферичною компоновкою.** Цей робот (рис. 1.252) багато в чому нагадує робот з циліндричною компоновкою але вертикальне переміщення вздовж осі  $z$  в цьому випадку досягається шляхом його повороту у вертикальній площині, а не переміщенням вгору чи вниз. Зона дії такого робота є зрізаною сферою. Перші моделі промислових роботів були сконструйовані саме за такою схемою. Вони особливо ефективні при виконанні таких операцій, як підняття і переміщення вантажів, оскільки маніпулятор піднімає вантаж за рахунок повороту в “плечовому” шарнірі, витрачаючи незначну енергію.

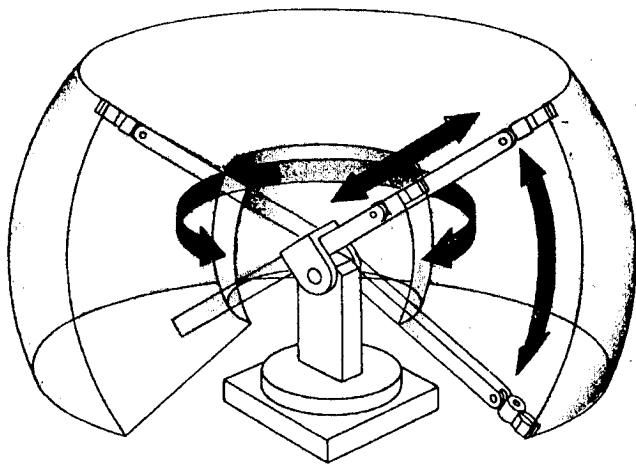


Рис. 1.252. Робот зі сферичною компоновкою

**Робот з прямокутною компоновкою.** Зона дії робота (рис. 1.253) має форму прямокутного паралелепіпеда: горизонтально розміщений маніпулятор робота може переміщатись вздовж осі  $x$  (бокові рухи),  $y$  (рухи всередину і назовні) і  $z$  (вертикальні переміщення). Такі роботи прості в керуванні і відрізняються високою точністю дії.

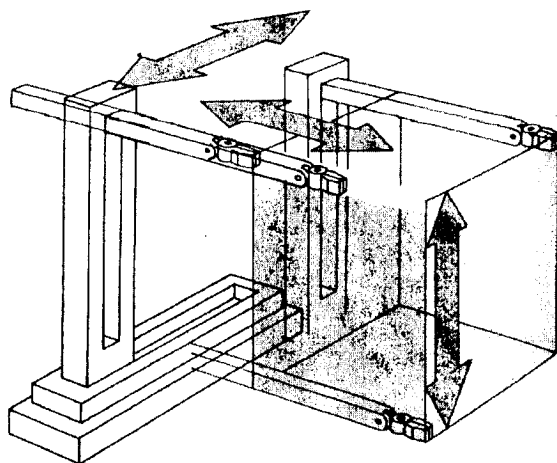


Рис. 1.253. Робот з прямокутною компоновкою

**Робот з важільною компоновкою.** Зона дії таких роботів (рис. 1.254) значно більша, ніж у роботів інших типів. Маніпулятор такого робота може обходити перешкоди більш різноманітними шляхами. Він є найуніверсальнішим серед сучасних роботів-маніпуляторів, однак є найскладнішим у керуванні.

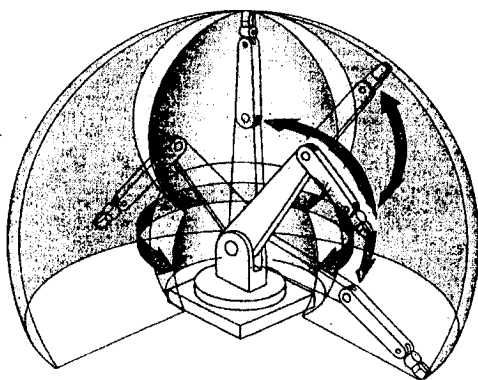


Рис. 1.254. Робот з важільною (антропоморфною) компоновкою



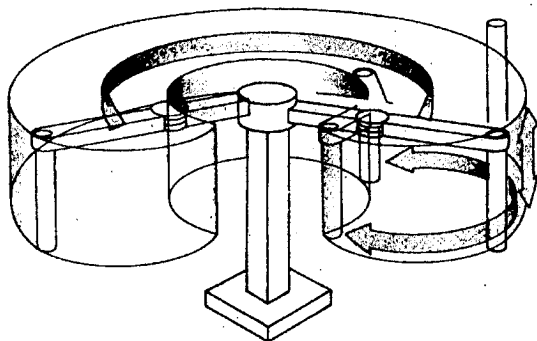


Рис. 1.255. Робот типу SCARA

**Роботи типу SCARA.** У цього типу роботів (рис.1.255) усі з'єднання і ланки розміщені в горизонтальній площині. Маніпулятор такого робота може обертатися навколо вертикальної стійки і складатись подібно до складної ширми. Зона їхньої дії має циліндричну форму. Роботи такого типу відрізняються високою швидкістю і точністю. Вони особливо корисні при монтажі мініатюрних електронних компонентів.

**Роботи маятникового типу.** Маніпулятор у цих роботів (рис.1.256) підвішений подібно до маятника з карданним шарніром, тому може переміщатись відносно поперечної і повздовжньої осей. Зона дії такого робота має складну форму. Маніпулятори цього типу переміщуються в 1,5 раза швидше, ніж традиційні, що забезпечує високу продуктивність.

Заслугує на увагу **робот Spine** (рис.1.257). У ньому використано довгий хоботоподібний маніпулятор, що складається з великої кількості дисків з нержавіючої сталі, з'єднаних між собою двома парами тросів, які забезпечують натяг. Троси з'єднані з поршнями гідроциліндрів, які, створюючи натяг, викликають переміщення маніпулятора. Володіючи значним радіусом дії і високою маневреністю, подібний робот здатен добиратись до таких точок об'єкта, які недоступні звичайним установкам; зокрема їх застосовують для фарбування внутрішніх частин автомобільного кузова.

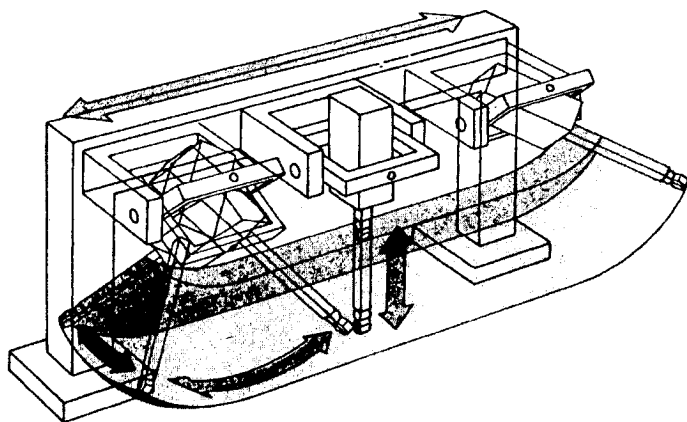


Рис. 1.256. Робот маятникового типу

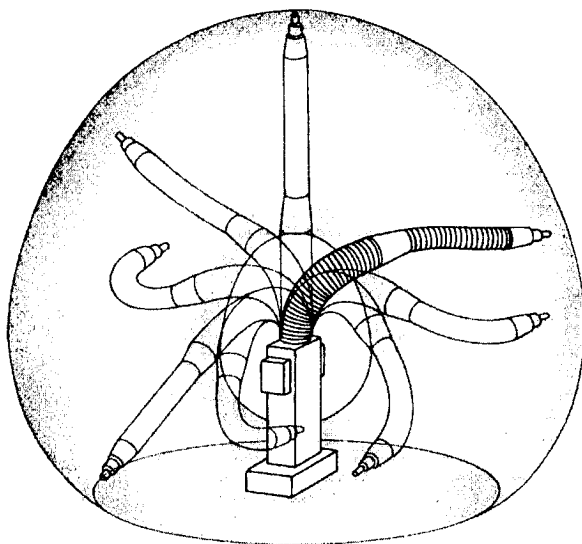


Рис. 1.257. Робот Spine

Окрім типових схем маніпуляторів створено чимало спеціальних (рис.1.258).

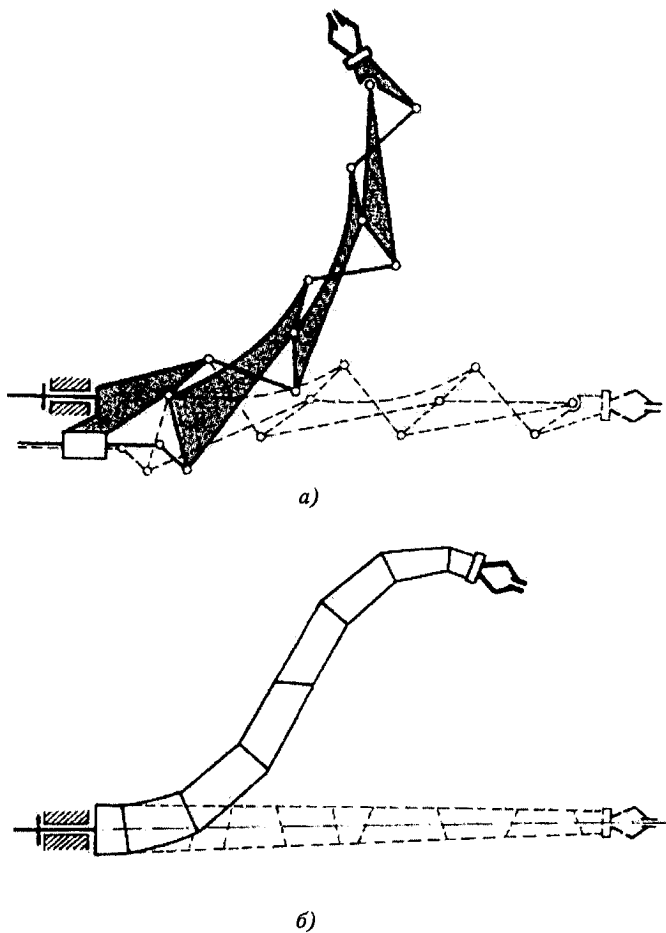


Рис. 1.258. Спеціальні конструкції маніпуляторів: а) сегментно-важільний, б) сегментно-обертовий

### 1.13.2. Технічні показники маніпуляторів

Роботоздатність маніпуляторів і промислових роботів характеризується низкою технічних показників, до яких перш за все відносять форму і розміри робочої зони, маневреність, кут і коефіцієнт сервісу, кількість ступенів вільності основного механізму.

Наявність багатьох ступенів вільності у маніпуляторі дозволяє його захвату в процесі руху послідовно займати незчисленну кількість положень в якійсь обмеженій частині простору, в межах якого він може вільно маніпулювати об'єктом.

Простір, обмежений поверхнею, що огинає усі можливі положення захвата, прийнято називати **робочим об'ємом** маніпулятора. При виконанні заданих рухів захвату з ОМ не обов'язково реалізувати весь об'єм. При цьому не всі частини об'єму однаково зручні для виконання заданих рухів захвата. В багатьох випадках на рух маніпулятора суттєві обмеження накладають наявні сторонні об'єкти в зоні обслуговування і вимога руху робочого органа по заданій траєкторії. В зв'язку з цим рухи захвата прийнято поділяти на чотири класи (таблиця 1.3).

Таблиця 1.3. Класи рухів захвата

Клас руху	Обмеження, що накладаються на рух захвата в зоні його обслуговування
I	Обмеження відсутності (рис. 1.259 а)
II	Наявний нерухомий сторонній об'єкт, який потрібно обійти довільним чином (рис. 1.259 б)
III	Захват повинен рухатись за заданою плоскою чи просторовою кривою (рис. 1.259 в)
IV	Наявний сторонній об'єкт, а рух необхідно здійснювати за заданою траєкторією (рис. 1.259 г)

Під **маневреністю** маніпулятора розуміють його кількість ступенів вільності при нерухомому захваті. Маневреність є однією з найважливіших характеристик маніпулятора. Збільшення кількості ступенів вільності розширює можливості для виконання складніших

рухів, збільшує робочий об'єм, зменшує мертві зони і розширює свободу дій оператора при виконанні складних рухів з ОМ в обмеженому об'ємі.

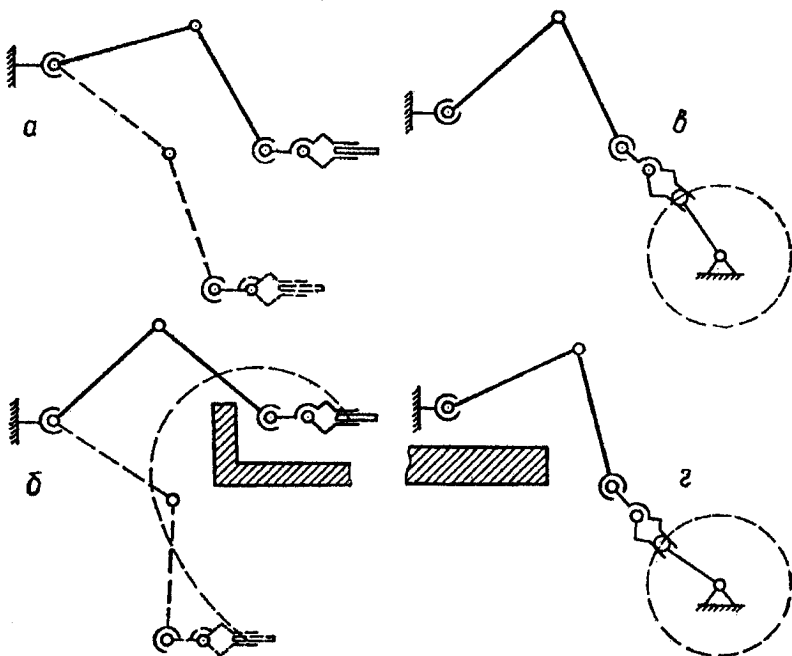


Рис. 1.259. Класи рухів захвата

**Зоною обслуговування** називають частину робочого об'єму (або весь об'єм), в якому робочий орган виконує свої функції у відповідності з призначенням робота і встановленими значеннями його характеристик. Ідеальна форма зони обслуговування - сфера. Але фактично в зоні обслуговування рухові робочого органу перешкоджають деякі структурні і конструктивні обмеження в кінематичних парах, габаритні розміри, характеристики приводів тощо. Кожній точці робочої зони маніпулятора відповідає деякий тілесний кут  $\psi$ , всередині якого робочий орган можна підвести до цієї точки. Цей кут називають **кутом сервісу**. Величина тілесного

кута визначається відношенням площі сфери, вирізаної тілесним кутом, до квадрату радіуса сфери. Максимальне значення тілесного кута  $\psi_{\max} = 4\pi r^2/r^2 = 4\pi$  стерадіан. Відношення кута  $\psi$  до його максимального значення називають **коефіцієнтом сервісу в даній точці** —  $\Theta = \psi/4\pi$ . Значення цього коефіцієнта може змінюватися в межах від 0 для точок на межі робочої зони до 1 для точок так званої зони повного (100%) сервісу, в яких робочий орган здійснює повний сферичний рух.

**Повним коефіцієнтом сервісу** маніпулятора називають середнє значення коефіцієнта сервісу в робочому об'ємі V:

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{V} \int_V \Theta dV. \quad (1.5)$$

### 1.13.3. Принципи побудови промислових роботів

**Модульний принцип.** Кожний варіант кінематичної структури ПР у відповідній системі координат може бути проілюстрований конфігурацією робочого простору, який обслуговується роботом. У межах цього простору рука робота може вивести ЗП у будь-яку точку. Виникаючі там обмеження кутових і лінійних переміщень у парах, зумовлені особливостями конструктивного оформлення МС, спричинюють заборонені зони, в які робочі органи не можуть бути введені.

Параметри МС, які впливають на об'єм і конфігурацію робочого простору, встановлюють залежно від особливостей узгодження кінематики робота із задачами технологічного обладнання й організацією підготовки НС. Оскільки робот — сукупність конструктивних або функціональних модулів, характеристика простору, що обслуговується роботом, визначається складом і характеристиками модулів, які входять у структуру ПР.

Під *конструктивним модулем* розуміють функціонально і конструктивно незалежну одиницю, яку можна використовувати індивідуально і в різноманітних комбінаціях з іншими модулями. Кожний модуль є закінченим машинним агрегатом, який містить

як звичайні привідні пристрої та механізми, так і енергетичні та інформаційні комунікації. Модуль може забезпечити одну або кілька ступенів рухомості робота. Залежно від типів модулів МС можуть відрізнятися за такими конструктивними ознаками: мобільністю (стаціонарні, пересувні), типом і конструкцією опорної системи (портальні, підлогові, рейкові), кількістю рук (одно-, дво-, багаторукі), кількістю ступенів рухомості кисті руки, кількістю ЗП тощо.

Аналіз можливих компоновок ПР дає змогу обґрунтувати *узагальнену структуру* МС робота, яка складається з таких основних елементів (модулів): основи; колони (стояка), що закріплюється до основи; руки (рук), яка кріпиться до колони; кисті, що кріпиться до руки; технологічних механізмів (модулів), які закріплюються до кисті; ЗП (робочого органа технологічних ПР), який прикріплюється до технологічного механізму. Для пересувних ПР додають такі модулі: напрямні та візок (в обох випадках для підлогового чи портального виконання). При цьому вимога швидкого переналагодження (перекомпонування) зумовлює потребу в уніфікованих елементах спряження у з'єднанні “рука - кисть - технологічний механізм - ЗП (робочий орган)” для зміни як модуля, так і структури виключенням з цього ланцюга проміжних елементів, яких не потребує конкретна виробнича ситуація.

Особливості модульного принципу побудови ПР проілюстровані на рис.1.260. Нарощування структури робота типовими кінематичними ланками, що реалізують поступальні П та обертальні О рухи, може забезпечити будь-яку компоновку ПР, який працює в заданій (потрібній) системі координат.

Оскільки технологічна універсальність ПР багато в чому визначається, кінематикою кисті й характеристикою рухомості з'єднання “кисть - технологічний механізм - ЗП”, практичний інтерес має розгляд можливих компоновок цього кінематичного ланцюга, який за суттю є *технологічною системою* ПР. Найпоширеніші варіанти поєднання ступенів рухомості технологічної системи ПР зображені на рис.1.261. Зокрема, додаткові поступальні та обертальні рухи, а також використання

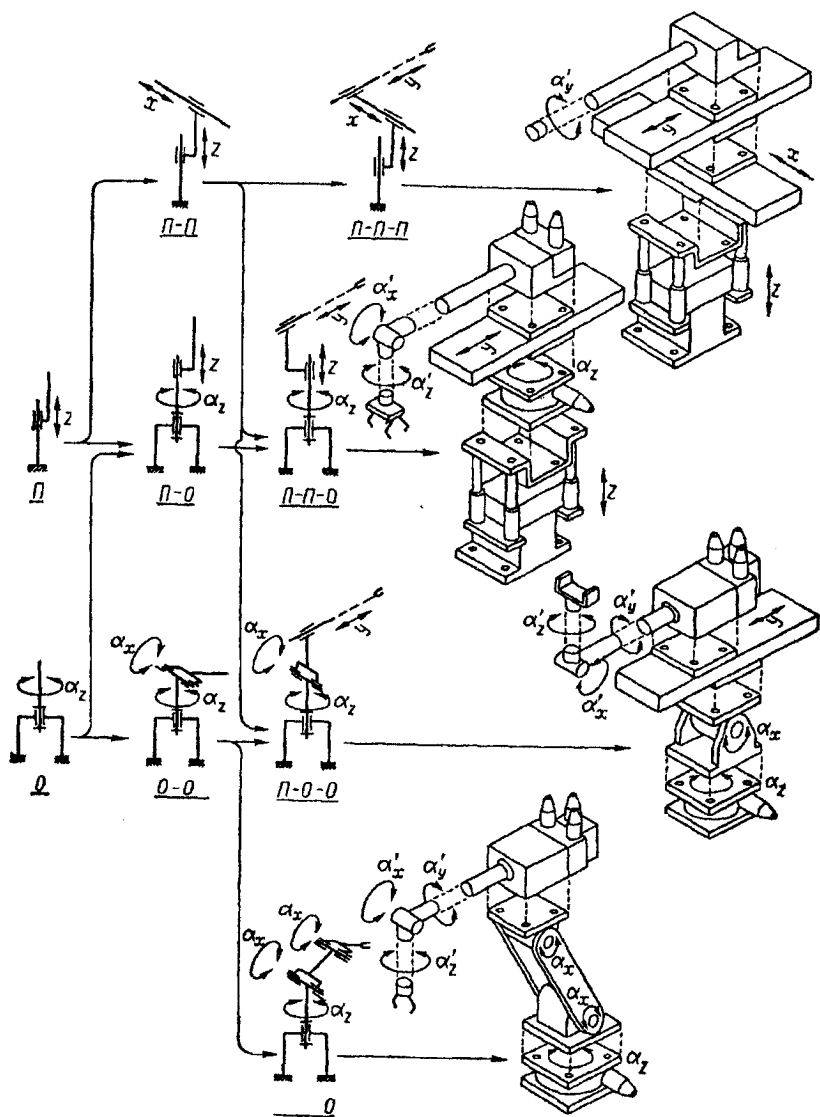


Рис. 1.260. Модульна компоновка промислового робота



подвійного ЗП підвищують маневреність та універсальність ПР при виконанні й обслуговуванні технологічних операцій і дають змогу зменшити об'єм забороненої зони.

**Принцип агрегування.** Одним з прогресивних напрямів розвитку ПР є використання принципу агрегування, коли МС, ІВС і СК комплектують з уніфікованих модулів. Принцип агрегування в роботобудуванні набуває все більшого поширення, бо завдяки його застосуванню можна значно зменшити терміни проектування, знизити витрати на розроблення та впровадження ПР, які комплектуються з уніфікованих модулів, а також полегшити їхнє обслуговування в процесі експлуатації. Крім цього, РТК, створені на основі ПР з уніфікованими модулями, є гнучкішими при переналагоджуванні виробництва на випуск нової продукції.

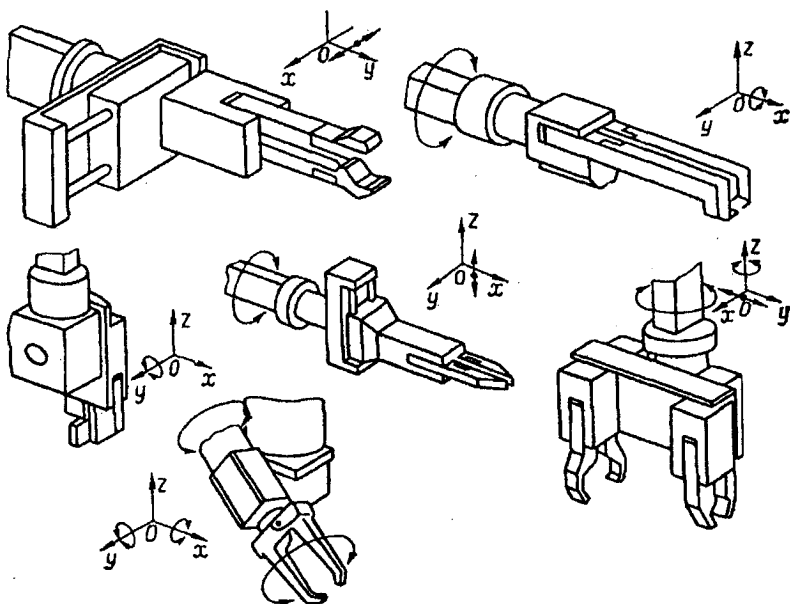


Рис. 1.261. Кінематика кисти та робочих органів промислового робота

Агрегатно-модульні конструкції ПР класифікують за компоновкою і можливістю зміни технічних характеристик ПР у межах одної агрегатної гами.

За *компоновкою* системи побудови ПР умовно поділяються на групи: ПР на основі одної принципової конструвальної схеми (однотипні роботи), коли конкретні виконання ПР відрізняються характером комплектації (СК; додатковими кінематичними модулями, що збільшують рухомість базової моделі; різними типами приводів, які змінюють енергетичні показники конструкції тощо); ПР, що дають можливість отримувати кілька принципово різних конструвальних схем, які забезпечують різноманітність розмірів і форм зони обслуговування.

За *можливістю зміни технічних характеристик* ПР агрегатної гами поділяються на три групи: ПР зі сталими значеннями основних технічних показників (наприклад, вантажопідйомність, швидкість, кількість ступенів рухомості тощо); ПР з обмеженою різноманітністю основних технічних показників; ПР широкого призначення, що забезпечують створення їхніх модифікацій з великою різноманітністю основних характеристик.

Прикладом реалізації агрегатної гами ПР широкого призначення є гама електромеханічних роботів модульного типу РПМ-25, уніфіковані модулі якої зображені на рис.1.262. Ця система дає змогу отримати будь-яку із структур ПР і містить: два транспортних модулі глобальних (міжпозиційних) переміщень - підлогового Тпд та підвісного Тп виконань; шість модулів регіональних переносних рухів - поперечного зсуву З, піднімання П, коливання К, обертальних переміщень О, подвійного коливання ПК та радіального ходу РХ; три модулі локальних орієнтувальних рухів - з одним Р1, двома Р2 та трьома Р3 ступенями рухомості. Крім цього, до системи входять модуль нерухої основи Н, а також операційні модулі із ЗП одинарним ЗП1, подвійним ЗП2 та з поперечним зсувом ЗП3. Можливі комбінації стикування модулів зображені на рис.1.262 зв'язками. Зокрема, комбінація з трьох модулів прямолінійних переміщень дозволяє отримати компоновку робота РПМ-25, який працює в декартовій системі координат;

використання модуля обертання  $O$  - компоновку ПР з обслуговуванням робочої зони у циліндричній системі координат; застосування модулів коливання  $K$  та подвійного коливання ПК - відповідно компоновки ПР у сферичній і антропоморфній системі координат.

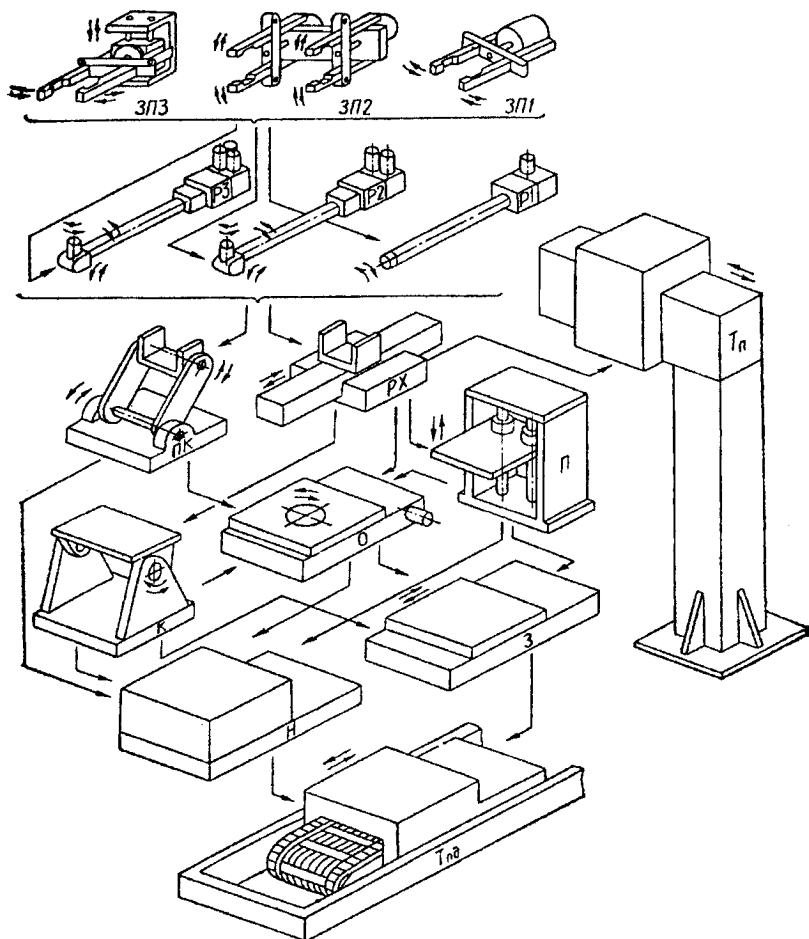


Рис. 1.262. Уніфіковані модулі МС роботів типу РПМ-25

Комбінаторика можливих поєднань модулів, які мають практичний інтерес, містить 50 варіантів компоновок з одним елементом орієнтувальних рухів Р. Якщо ж врахувати можливості використання всіх поданих на рис.1.263 модулів рух, кількість варіантів зростає до 150.

#### 1.13.4. Елементи і вузли роботів

Не зважаючи на те, що механічна, електрична структура роботів чи їхні системи керування можуть значно відрізнятись, однак усі вони мають чотири спільні підсистеми.

1. *Маніпулятор (маніпуляційна система)*. Він утворений низкою ланок, з'єднаних шарнірами, які разом утворюють кінематичний ланцюг. Окремі шарніри приводяться в рух відповідними приводами, що забезпечують рухи маніпулятора в різних напрямках.

2. *Система приводу (живлення)*. Призначена для перетворення енергії, підведеної до робота (наприклад, електричної), у відповідний вид енергії, в залежності від виду приводів маніпулятора. Це будуть або вузли передачі потужності від електродвигунів, або компресор з фільтрами і клапанами у випадку пневмо- чи гідроприводів.

3. *Сенсорна система*. Ця система подає органу керування роботом інформацію про стан маніпулятора і його оточення. Вона може передаватись неперервно шляхом встановлення положення окремих осей або отриманням інформації з давачів положення. Сенсори сучасних промислових роботів поділяються на дві основні групи. Перша - це внутрішні сенсори, пов'язані з кінематичним ланцюгом маніпулятора і вони призначені для замірювання взаємопереміщень і швидкостей окремих з'єднань (шарнірів). Друга група - це зовнішні сенсори, які служать для замірів положення маніпулятора робота і зовнішніх елементів.

4. *Система керування*. Призначена для реалізації таких чотирьох функцій:

- зберігає у пам'яті фрагменти даних, що стосуються потрібних рухів маніпулятора;
- збирає і перетворює інформацію, отриману із сенсорної

системи робота;

- ініціює та координує рухи окремих груп приводів маніпулятора;

- зв'язується з іншими системами роботизованого комплексу.

### 1.13.5. Типові механізми маніпуляційних систем

До типових механізмів МС належать тягові (передавальні), перетворювальні демпфувальні (гальмові), з'єднувальні, напрямні, зрівноважувальні та захоплювальні пристрої.

*Тягові (передавальні) пристрої* здійснюють передавання на віддаль заданого руху з передавальним відношенням  $K \cong 1$ . До таких пристроїв належать: тяги; важільні, гнучкі передавальні механізми - тросові, стрічкові, кулькові, ланцюгові; шківни.

*Перетворювальні пристрої* призначені для перетворення одного виду руху в інший — поступального в обертальний і навпаки (наприклад, зубчато-рейкові, кулькові, гвинтові) або для перетворення кінематичної характеристики руху ( $K \neq 1$ ) без зміни його виду (наприклад, зубчасті, черв'ячні, хвильові передачі тощо).

*З'єднувальні пристрої* забезпечують приєднання джерела руху до рухомих елементів (як правило, з'єднувальні муфти різного типу, байонетні механізми тощо). Для стаціонарного приєднання елементів МС застосовують фланці, роз'ємні з'єднувачі.

*Демпфувальні пристрої* забезпечують зміну кінематичних характеристик руху (наприклад, швидкості) при підході рухомої ланки (робочого органа ПР) до точки позиціонування. За виконанням вони можуть бути механічними (пружини), електромагнітними, пневматичними, гідравлічними та комбінованими.

*Зрівноважувальні пристрої* забезпечують рівномірне навантаження елементів МС при змінах режимів роботи ПР або розвантажують МС з метою підвищення точності відпрацювання програмних переміщень і чутливості до них. Зрівноважування

окремих вузлів МС може здійснюватись пружинами або симетричним навантаженням, розташуванням рушійних систем з приводами на основі, а також використанням додаткових приводних систем, які зрівноважують рухомий вузол МС.

*Напрямні пристрої та опори кочення* призначені для забезпечення рівномірності руху і точності переміщень елементів МС. Як напрямні для ПР найчастіше застосовують циліндричні, призматичні та плоскі кулькові напрямні з поверненням тіл кочення, а також із сепаруванням роликів тіл обертання. Як опори для обертального руху виконувальних пристроїв застосовують радіальні, радіально-упорні та упорно-радіальні кулькові й роликові підшипники спеціального виконання.

*Захоплюючі пристрої* разом з модулями локальних рухів (поворот, коливання кисті, технологічні переміщення ЗП та інструмента) утворюють технологічну систему ПР. ЗП можуть виконувати функції захвата, утримування, центрування, орієнтування, а в багатьох випадках (при оснащенні відповідними сенсорними засобами) і контролю параметрів, положення та класу об'єктів виробництва.

#### **1.13.5.1. Кульковий передавальний механізм**

*Кулькові передавальні механізми* (КПМ) належать до тягових типових механізмів МС і є особливо ефективними при створенні розвантажених конструкцій МС, коли джерела руху (привідні механізми) віддалено від рухомої ланки. До найпоширеніших належить КПМ із системою послідовно розташованих у сталій або латунній каліброваній трубці каліброваних кульок 5, відокремлених втулками 6 (рис.1.262а). Передавальна система має пару штовхачів 2 і 8, розташованих відповідно з боку ланки 3 МС і привідного механізму 9 (наприклад, штока пневмоциліндра, гвинта кулькової гвинтової передачі, соленоїда тощо). Зворотний хід ланки 3 здійснюється за допомогою пружини 4, яка працює на стиск. Може також використовуватись додатковий КПМ, зв'язаний одним штовхачем з рухомою ланкою 3, а другим - з працюючим у протифазі привідним механізмом.

До переваг КПМ слід віднести простоту конструкції, незначну інерційність і здатність передавати значні переміщення й сили з високою точністю, можливість розпаралелювання руху і створення компактних компоновок МС завдяки практично незалежному розташуванню розподільного та виконавального механізмів, а також можливість уніфікації та стандартизації таких механізмів і

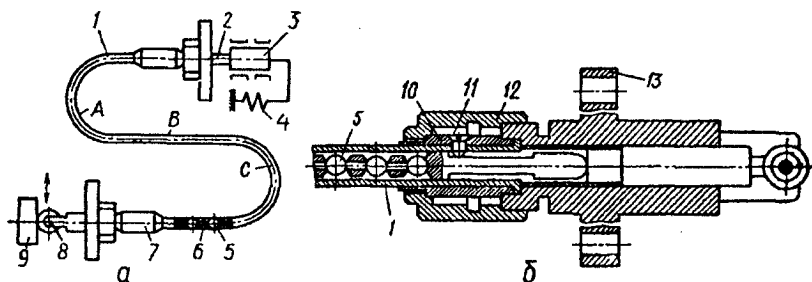


Рис. 1.263. Схема КПМ (а) і конструкція місця його приєднання (б)

До основних вимог, які ставляться до КПМ, належать працездатність і ремонтпридатність (остання досягається використанням розбірної конструкції з надійним запобіганням від випадання з трубопроводу кульок і втулок-вкладок). З цією метою штовхачі, які передають рух від привідного механізму на КПМ і від КПМ на рухому ланку МС, виконують у вигляді складеної конструкції 7, що виключає випадання кульок і втулок з трубопроводу при демонтажі КПМ з МС робота. Так, штовхачі, які знаходяться безпосередньо у КПМ (рис.1.263б), фіксуються гвинтами 11, вкрученими у штуцер 10, і при демонтажі КПМ знімаються разом з останнім, не даючи змоги кулькам 5 і втулкам випадати з трубопроводу 1. Кріплення КПМ до ланок МС здійснюється уніфікованими з'єднувальними елементами, що складаються з фланця 13, накидної гайки 12 і штуцера 10, який надягається на кінцеві елементи трубопроводу 1 передавального механізму.

### 1.13.5.2. Передача гвинт — гайка кочення

Ця передача належить до перетворювальних типових механізмів МС і забезпечує, як правило, перетворення обертального руху у поступальний. Однією з важливих вимог до приводів ланок МС є забезпечення рівномірності руху ланок і точності їхніх переміщень. Основні напрями розв'язання цієї задачі: зниження тертя в елементах приводу; зменшення залежності коефіцієнта, тертя від швидкості; усунення зазорів у кінематичному ланцюгу; підвищення жорсткості приводу.

У загальному балансі втрат на тертя у приводах ланок МС найбільшу роль відіграють напрямні, а потім — остання ланка в кінематичному ланцюзі, зокрема в механізмі, який перетворює один вид руху на інший. Найпоширенішими перетворювальними механізмами у МС роботів є передачі гвинт — гайка кочення.

Передача складається з гвинта 1 (рис.1.264а), гайки 6, стакана 3, комплекту кульок 8 і пристрою 2 для повернення тіл кочення. При обертанні гвинта чи гайки розташовані під дією осьової сили тіла кочення починають переміщуватись, обертаючись навколо своїх осей і одночасно рухаючись вздовж западини (канавки) нарізки. Канал, який з'єднує перший і проміжний (перший та останній) витки гайки, забезпечує можливість безперервної циркуляції тіл кочення. Пружина 7 призначена для створення потрібного натягу в передачі, який регулюють поворотом вкладки на півгайки 11, що забезпечується спеціальним накидним ключем крізь монтажні отвори 12. Після встановлення потрібного натягу вкладку-напівгайку 11 фіксують гвинтом 10 з шайбою 9. Для можливості кріплення гайки 6 до корпусу привідного механізму використовують фланець 4 з штифтом 5. Для монтування передачі (встановлення стакана з гайкою 6, вкладки-напівгайкою 11, пружиною 7 між ними і комплектом кульок 8) використовують оправку 18 (позицію встановлення стакана з оправкою 13 на гвинт 1 показано на рис. 1.263а штриховою лінією).

На рис.1.264б зображено розріз гайки 3, в якому видно канал 2 циркуляції кульок 4, що переміщаються по витках гвинта.

Основні варіанти профілів нарізок гвинта та гайки:



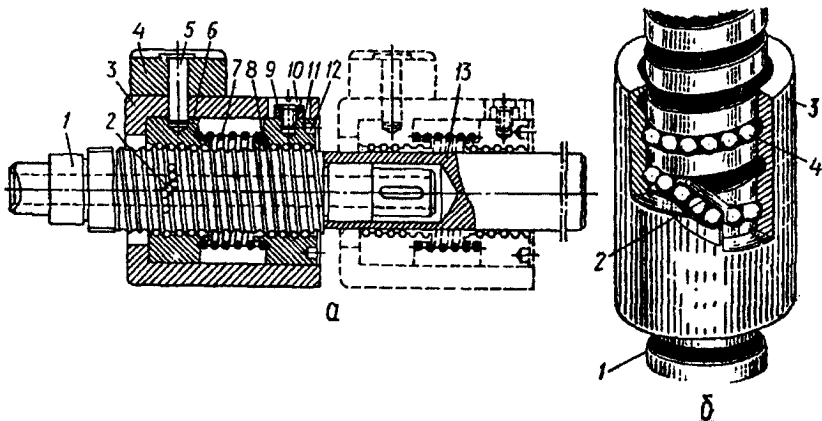


Рис. 1.264. Схема (а) і конструкція (б) передачі “гвинт-гайка кочення”

прямокутний і трапецевидний (ці профілі найпростіші у виготовленні, однак передачі з такими нарізками мають дуже низьку навантажувальну здатність через високі контактні напруження), а також півкруглий (найпоширеніший завдяки можливості забезпечення кута контакту до  $45 \dots 60^\circ$ , що, в свою чергу, сприяє підвищенню навантажувальної здатності та жорсткості передачі) та типу стрілкової арки (найтехнологічніший у виготовленні, має всі переваги півкруглого профілю).

Для півкруглого профілю усі методи усунення зазору й створення натягу зводяться до зміни взаєморозташування двох гайок: регулюванням відносного розташування гайок в осьовому напрямі при незмінному їх кутовому розташуванні; регулюванням відносного розташування гайок у кутовому напрямі при незмінному їх осьовому розташуванні. При цьому сила натягу може створюватись тільки завдяки деформації робочих тіл, або через деформацію пружин. Для точних передач перший спосіб має переваги, бо дає змогу здійснювати більший натяг і, таким чином, забезпечує більшу жорсткість. При другому способі досягається зменшення залежності моменту на гвинті від неточності виготовлення передачі.

### 1.13.5.3. Механічні підсилювачі моменту

На основі черв'ячної передачі можна створити найпростіший механічний підсилювач моменту, який використовується у розвантажених конструкціях МС роботів. У таких передачах вхідним валом, зв'язаним з приводом, є вал черв'яка, а вихідним, зв'язаним з навантаженням — вал черв'ячного колеса. Наближено підсилення такого пристрою можна виразити передавальним відношенням черв'ячної передачі за умови, що впливом моменту сил тертя в опорах кочення і кутом зачеплення передачі (через те, що вони малі) можна знехтувати.

Якщо через  $\varphi$  позначити кут підйому витків черв'яка, а через  $\rho$  - кут тертя передачі (рис.1.265а), то для сил  $P$  і  $Q$ , які діють відповідно на ділільних колах колеса та черв'яка, вираш у моменті можна виразити співвідношенням:

$$\mu = \frac{1}{\operatorname{tg}(\rho - \alpha)}, \quad (1.6)$$

причому ступінь підсилення  $\omega = \mu \operatorname{tg} \varphi$  для самогальмівних передач набуває значення  $\omega = \mu \operatorname{tg}^2 \varphi$ , а для несамогальмівних екстремум  $\omega$  відповідає значенню  $\omega = -\operatorname{tg} \varphi$ . Зазвичай вибирають таку робочу ділянку характеристики передачі, на якій зміна кута тертя  $\rho$  супроводжується незначними змінами  $\omega$ .

На рис.1.265б зображена схема механічного підсилювача паралельного типу, утвореного черв'ячною самогальмівною передачею, який має значно більший коефіцієнт підсилення завдяки моменту  $M_{\text{дв}}$  привідного двигуна, прикладеному до вала черв'ячного колеса, пов'язаного з навантаженням  $M_{\text{н}}$ . Таким чином, якщо черв'як, включений до керуючого серводвигуна з моментом  $M_{\text{к}}$ , є нерухомим, то привідний двигун не зможе прокрутити черв'ячне колесо з навантаженням  $M_{\text{н}}$ . При надходженні на вхід (черв'як) сигналу керування черв'ячне колесо звільняється й прокручується приводним двигуном на кут, зумовлений цим сигналом.

Коефіцієнт корисної дії механічного підсилювача моменту

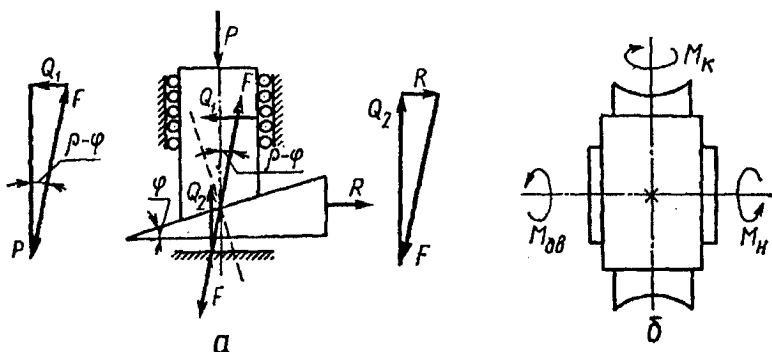


Рис. 1.265. Механічні підсилювачі моменту

визначається відношенням потужності  $N_n$ , отриманої на вході підсилювача при рівномірному обертанні вала черв'ячного колеса, до сумарної потужності  $N_{дв} + N_k$ , підведеної до передачі, тобто

$$\eta = \frac{N_n}{N_{дв} + N_k} \quad (1.7)$$

Рівняння енергобалансу підсилювача має вигляд:

$$N_{дв} + N_k = N_n + \sum N_{втр},$$

або

$$M_{дв} \beta_{дв} i + M_k \beta_k = M_n \beta_n i + \sum M_t \beta_k i, \quad (1.8)$$

де  $\sum N_{втр}$  — сумарні втрати потужності у підсилювачі;  $i$  — передавальне відношення підсилювача;  $\sum M_t$  — сумарний момент сил тертя, зведений до привідного вала;  $\beta_k$  — кут повороту вала двигуна.

Як впливає з рівняння енергобалансу, в процесі керування підсилювачем перерозподілу потужності не відбувається, а отже, при зміні кутового передавального коефіцієнта в передачі

при зміні кутового передавального коефіцієнта в передачі відповідно у стільки ж разів змінюються потужність, яка віддається в навантаження, а також потужності втрат і споживання приводного двигуна. Оскільки сила на переміщення навантаження діє безперервно, при русі в одному напрямі швидкодія визначається приводним двигуном.

Загальним недоліком механічних підсилювачів моменту є нестабільність коефіцієнта тертя, який визначає коефіцієнт їхнього підсилення. Щоб виключити перегрівання приводного двигуна у періоди, коли він не працює, між ним та черв'ячною передачею (черв'ячним колесом) встановлюють електромагнітні муфти, що дещо ускладнює конструкцію та погіршує динамічні характеристики передачі.

Муфту в двигуні можна замінити фрикційним механічним підсилювачем моменту (рис. 1.266). При цьому від двигуна через вали 1, 3 приводять у рух шестерні 4, 12. Поворот вала двигуна, з'єднаного з валом 2 фрикційного підсилювача, приводить (через шестерні 5, 11) до затягування стрічки 6 або 10 одного з барабанів муфт 7, 9. Останні охоплено внутрішнім жорстким від'ємним зв'язком у залежності від положення вихідного вала 8. Оскільки один з барабанів (залежно від напрямку обертання приводного вала 3) загальмовано стрічкою, напрям руху передається другому барабану, а отже, вихідному валу 8. При зміні напрямку обертання вала 3 здійснюється реверс вихідного вала 8. Коефіцієнт

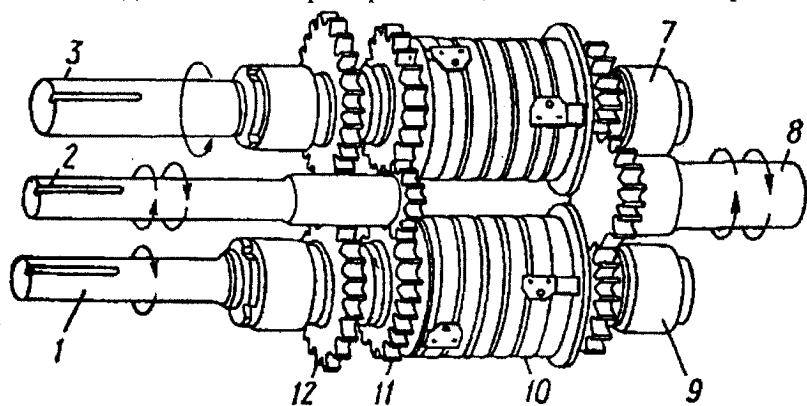


Рис. 1.266. Фрикційний механічний підсилювач моментів

підсилення за моментом досягає 50.

#### 1.13.5.4. Гальмові (демпферні) механізми

Для зменшення швидкості руху і точного позиціонування у момент підходу робочого органа ПР до точки позиціонування найчастіше застосовують гальмові пристрої (демпфери). В залежності від природи гальмівних сил розрізняють механічні, гідравлічні, пневматичні, електричні та комбіновані пристрої. Найрозповсюдженішими є автономні гальмові пристрої, оформлені у вигляді самостійного вузла чи механізму; вмонтовані або внутрішні гальмові пристрої зазвичай об'єднують в один конструктивний вузол разом з силовим циліндром. Експлуатаційна гнучкість приводів з вмонтованими пристроями значною мірою визначається типом останніх. Так, наприклад, більшість фрикційних гальмових пристроїв, вмонтованих у силовий циліндр, здійснюють не тільки гальмування, а й позиціонування поршня пневмоприводу ПР у проміжних точках.

**Механічні гальмові пристрої.** В механічних гальмових пристроях сила опору переміщенню штока створюється деформацією робочих елементів (пружин) або тертям (фрикційні). За пружні елементи найчастіше беруть звичайні пружини стиску, рідше розтягу.

Основним робочим елементом фрикційних гальмових пристроїв є пари тертя обертового або поступального типу.

*Гальмові пристрої з пружними характеристиками.*

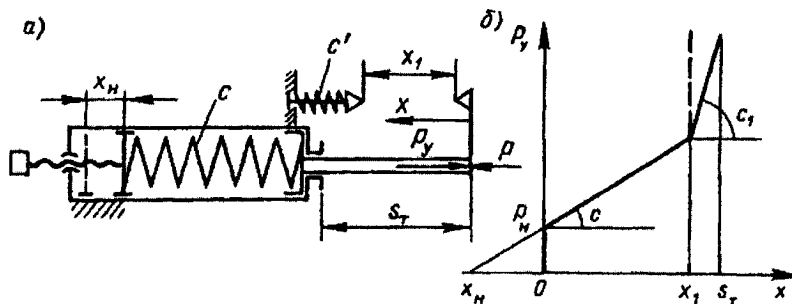


Рис. 1.267. Пружинний гальмовий пристрій (а)  
і його пружна характеристика (б)

Найпростішими гальмовими пристроями такого типу є одна або дві пружини (рис. 1.266 — рис. 1.268), встановлені безпосередньо між робочими органами й упорами паралельно або під певним кутом до осі переміщення, зокрема перпендикулярно, і оформлені

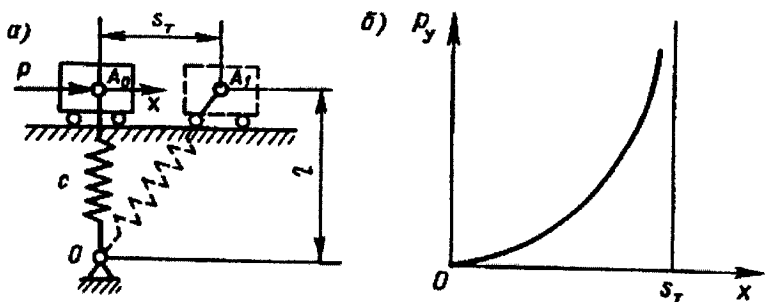


Рис. 1.268. Схема гальмування пружиною, розташованою під кутом (а) і її пружна характеристика (б)

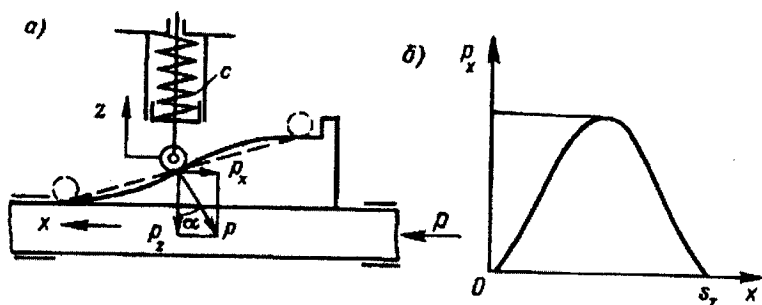


Рис. 1.269. Пружинний гальмовий пристрій (а) і графік створеної ним гальмівної сили

у вигляді окремого конструктивного вузла.

Пружинні амортизатори застосовують, здебільшого, разом з обмежувачами ходу (упорами). У таких випадках характеристика

амортизатора буде кусково-лінійною, а удар рухомої маси в упор супроводжуватиметься різкою зміною швидкості поршня.

До недоліків таких гальмових пристроїв відносять незначне розсіювання енергії в пружинах і силу віддачі. Початкове підтискання пружин призводить до скачка навантаження на рухомі маси приводу, що може викликати їх коливання. Накопичення відновлювальної сили у кінці ходу утруднює фіксацію робочих органів на упорах. При гальмуванні великих рухомих мас габарити пружинних амортизаторів зростають, що збільшує матеріалоемність приводу. Все це обмежує сферу застосування пружин без елементів розсіювання енергії як гальмових пристроїв.

Ширшого розповсюдження на практиці набули умово-металеві гальмові пристрої стиску (рис.1.270) і зсуву (рис.1.271). Перевагами таких пристроїв є висока надійність, простота конструкції, виготовлення й обслуговування, велика енергоємність і порівняно високе механічне розсіювання енергії. Недоліками -

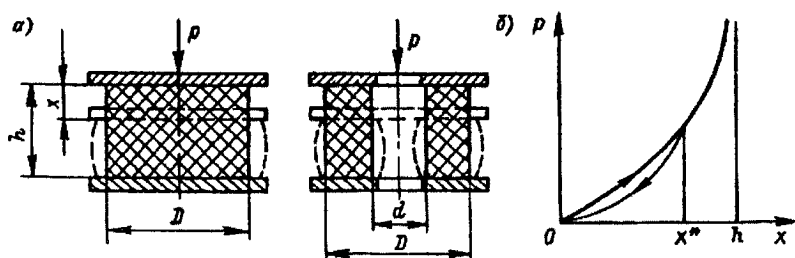


Рис. 1.270. Гумово-металеві гальмові пристрої стиску (а)  
та їхні сили характеристики (б)

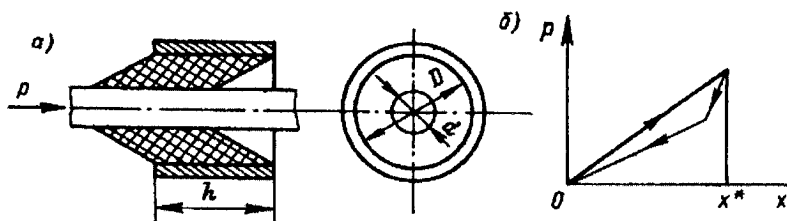


Рис. 1.271. Гумово-металевий гальмовий пристрій зсуву (а)  
та його силова характеристика (б)

**Фрикційні гальмові пристрої.** Фрикційні гальмові пристрої бувають двох видів: зворотно-поступального (рис. 1.272, рис. 1.273) і обертального рухів (рис. 1.274).

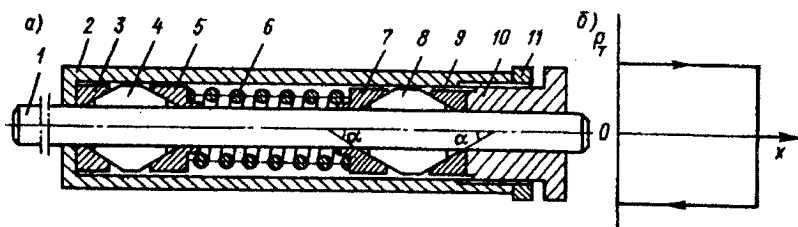


Рис. 1.272. Фрикційний гальмовий пристрій двосторонньої дії (а) і його характеристика (б)

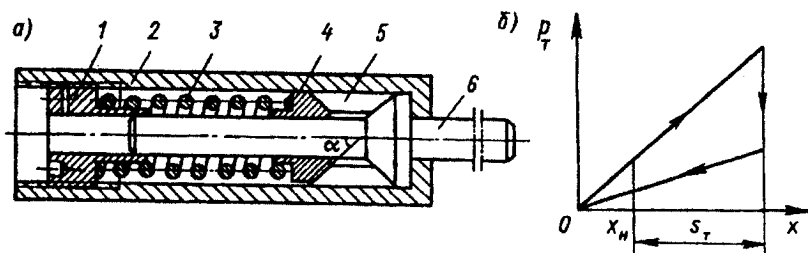


Рис. 1.273. Пружно-фрикційний гальмовий пристрій з гумовою конічною втулкою (а) і його характеристика (б)

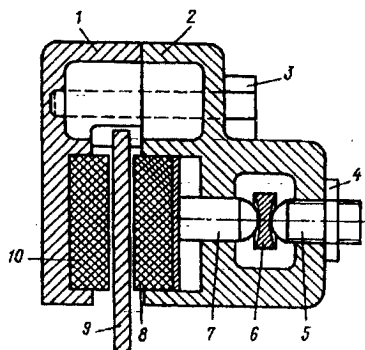


Рис. 1.274. Дисково-колодковий гальмовий пристрій з механічним керуванням



Фрикційні гальмові пристрої застосовують як для гальмування поршня ПЦ за певною програмою, так і для його позиціонування (стопоріння) в проміжних точках робочого ходу. Переважна більшість пневмопозиціонерів, які застосовуються у різних галузях техніки, містять фрикційні пристрої.

Головною особливістю ФГП є те, що вони через роботу сил тертя перетворюють значну частку кінетичної енергії рухомих ланок приводу в теплову, яка потім розсіюється у довкілля. Пружно-фрикційні ГП нагромаджують меншу величину потенціальної енергії, що зменшує силу віддачі, а ФГП без пружних елементів у конструкції взагалі не створюють сили віддачі, а повністю поглинають кінетичну енергію рухомих мас приводу.

До суттєвих недоліків ГП цього типу слід віднести нестабільність гальмівного моменту сухого тертя при потраплянні мастила чи вологи на елементи пар тертя; залежність гальмівного моменту ФГП, що працюють у мастильній ванні, від температурного режиму; можливість виникнення автоколивань при терті фрикційних накладок і гальмового диска, вібрації та шуму.

**Гідравлічні гальмові пристрої.** Найширшого застосування для зменшення швидкості руху і гальмування пневмоприводів

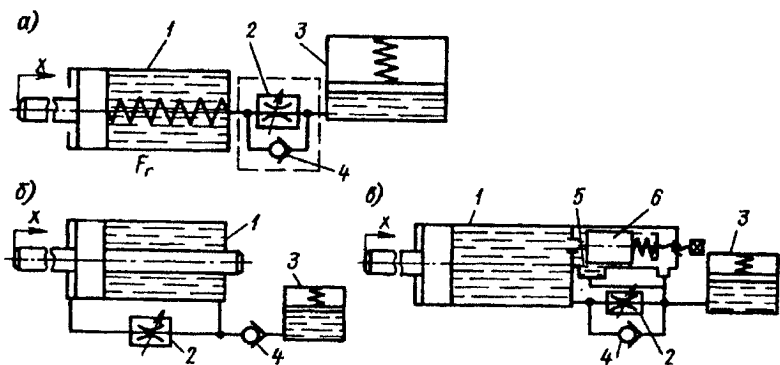


Рис. 1.275. Принципові схеми гідравлічних гальмових пристроїв: а - одностороннього типу; б - двостороннього типу; в - з клапаном тиску

промислових роботів з позиціонуванням на упорах набули автономні гідравлічні гальмові пристрої (ГГП). Ці пристрої (рис.1.275) звичайно складаються з гідроциліндра 1 (з поршнем і одно- або двосторонім штоком), заповненого мастилом. При переміщенні штока вздовж осі  $x$  поршень витісняє рідину з робочої порожнини гідроциліндра через дросельну систему 2 у допоміжну камеру компенсатора 3 (рис.1.275а) або в порожнину гідроциліндра з поршнем (рис.1.275б). Компенсатор 3 і зворотний клапан 4 призначені для поповнення мастилом витікань з гідроциліндра.

Дросельна система складається з каналів, площа перерізів яких набагато менша від площі поршня. При переміщенні поршня внаслідок дроселювання мастила з'являється сила гальмування поршня. Для обмеження тиску в робочій порожнині іноді застосовують автоматичні клапани безпосередньої дії (рис.1.275в).

Головною відмінністю, і одночасно перевагою, гідравлічних пристроїв від пружних є явно виражена дисипативна характеристика їхньої сили гальмування завдяки незворотному перетворенню кінетичної енергії рухомих мас приводу у теплову і розсіювання її у довкіллі. Завдяки такій характеристиці можна забезпечити достатньо велику силу опору рухові поршня на робочому ході.

До недоліків гідравлічних гальмових пристроїв треба віднести високі вимоги до ущільнень рухомих елементів, наявність витікань робочої рідини, нестабільність характеристик зі зміною температури робочої рідини, складність конструкції, високі вимоги до чистоти і точності виготовлення елементів дросельних пар.

Конструктивно гідравлічні гальмові пристрої дуже різноманітні. Вони дозволяють регулювати силу опору переміщенню штока шляхом неперервного або дискретного дроселювання робочої рідини в каналах пристрою; зміною структури пристрою за певним алгоритмом тощо.

Залежно від конструктивного виконання, характеристики робочої рідини (її в'язкості), координати та швидкості руху ГДП поділяють на три групи.

До демпферів першої групи (рис. 1.276а) належать ГДП, в яких сила демпфування залежить від швидкості штока демпфера. При цьому рідина, що витискається крізь кільцеву щілину 8 між корпусом 2 та голкою 7, перекачується у розширювальний бачок 5. Одночасно клапаном 4 перекривається можливість перетікання рідини між гільзою 3 демпфера та бачком 5. Зворотний рух штока 1 демпфера під дією пружини 9 можливий при значно більших швидкостях, бо, крім каналу 8, рідина прямує крізь зворотний клапан 4.

Зі зменшенням швидкості переміщення штока демпфера його ефективність падає, що пов'язано з несталістю сили демпфування через зміну температури (а отже, й в'язкості) мастила та лінійним її падінням при зменшенні швидкості переміщення ланки.

До ГДП другої групи, які не мають цього недоліку, відносять демпфери зі змінним прохідним перерізом (рис. 1.276б), коефіцієнт демпфування яких збільшується при підході штока демпфера до точки позиціонування завдяки зменшенню зазору між голкою 2 та стінкою спрофільованого під голку паза корпусу 3 при робочому ході штоку 1 зліва направо. У таких ГДП з переміщенням штока зазор постійно зменшується, що приводить до зростання коефіцієнта демпфування при підході ланки до точки

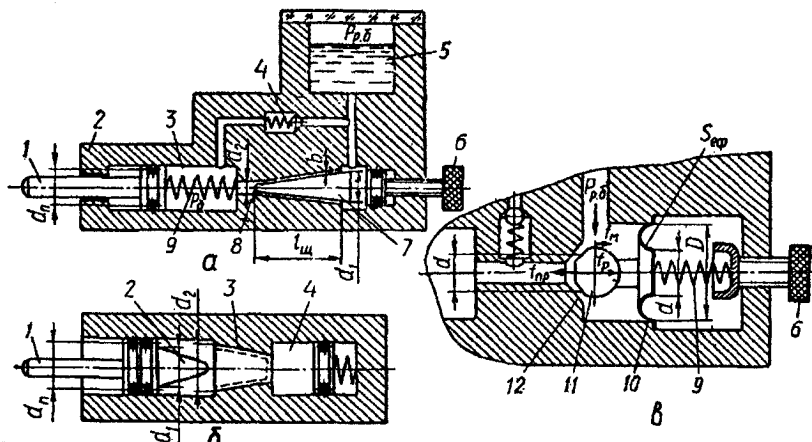


Рис. 1.276. Гідравлічні демпфери

позиціонування, тобто відбувається саморегулювання демпфера.

Найкращий режим роботи забезпечують демпферами третьої групи, які створюють сталу силу демпфування (рис.1.276в).

Як і в конструкції на рис.1.276а, демпфер складається зі штока з поршнем, що переміщується у гільзі корпуса, переганяючи рідину, яка знаходиться в гільзі, крізь дросель у розширювальний бачок. При зворотному ході штока демпфера рідина з бачка крізь зворотний клапан надходить у гільзу корпуса демпфера. Проте механізм дроселювання відрізняється. Він виконаний у вигляді кульки *11*, яка зв'язана з мембраною *10* й утворює з сідлом *12* корпуса демпфера перепускний канал складного профілю. Ця конструкція забезпечує сталу силу демпфування.

**Пневматичні гальмові пристрої.** Найпростіші автономні пневматичні гальмові пристрої (ПГП) - це односторонній пневмоциліндр, у робочій порожнині якого при русі поршня

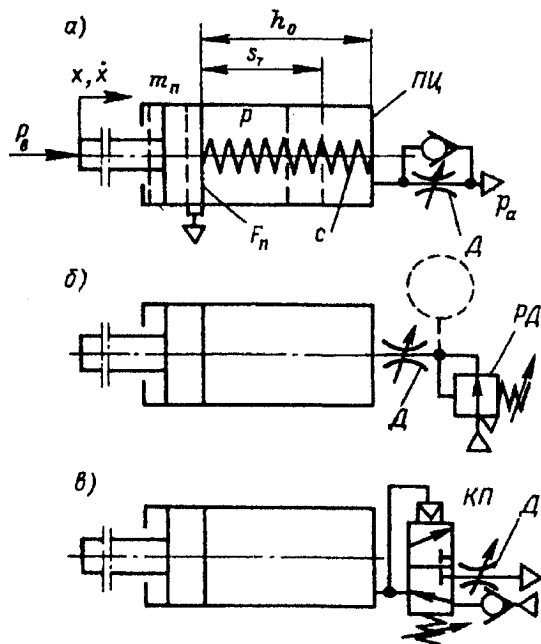


Рис. 1.277. Принципові схеми пневматичних гальмових пристроїв: а, б — без підживлення; в — з підживленням

створюється тиск повітря, що визначає силу гальмування. За принципом роботи ПГП бувають двох видів: зі сталою і змінною масою повітря у гальмовому пневмоциліндрі (рис.1.277, рис. 1.278).

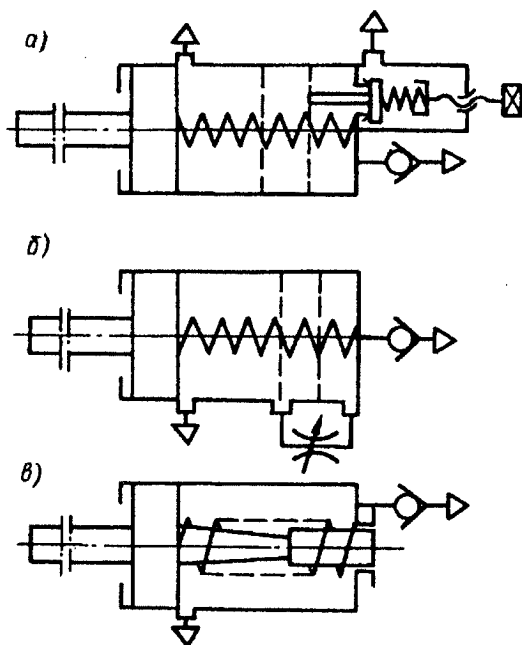


Рис. 1.278. Принципові схеми пневматичних гальмових пристроїв з випусканням повітря у кінці ходу через клапан (а), обвідний канал (б) і дросель (в)

За характером дії ФГП першого виду нагадують пружинні ГП з явно вираженою пружною характеристикою і відповідними недоліками. У ФГП другого виду потенціальна енергія, нагромаджена при стисненні повітря, частково або повністю розсіюється у процесі витікання через дросель. Такі ПГП мають пружно-дисипативну характеристику.

У залежності від способу регулювання ПГП бувають пасивними і активними. У пасивних (некерованих) пристроях

витікання повітря відбувається через налаштований заздалегіть вручну дросел; в активних - сила гальмування регулюється автоматично.

Залежно від того, пов'язана чи ні робоча порожнина циліндра ПГП з джерелом стисненого повітря, ПГП бувають без підживлення (рис. 1.277 а) і з підживленням (рис. 1.277 б, в) робочої порожнини стисненим повітрям.

Через велику податливість повітря і, як наслідок, можливість відкидання назад органа, який позиціюється, пневматичні демпфери як самостійні пристрої застосовуються рідко, сфера їхнього використання обмежується незначними робочими швидкостями переміщення виконувальних пристроїв ПР.

**Електромагнітні гальмові пристрої.** Електромагнітні гальмові пристрої (ЕГП) здебільшого виконують у вигляді електромагнітних муфт, з'єднаних з гальмами. Гальмування в таких пристроях (рис. 1.279) здійснюється завдяки силам тертя, які виникають при зчепленні дисків 1 по торцевих поверхнях під дією сили пружини 2, а роз'єднання ланцюга – при вмиканні

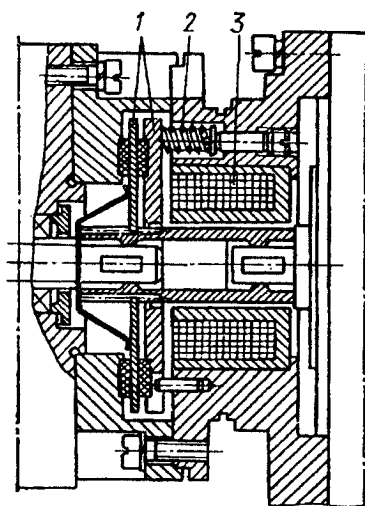


Рис. 1.279. Електромагнітний гальмовий пристрій

котушки електромагніту 3 за сигналом пристрою керування.

Останнім часом намітилась тенденція використання для гальмування пневмопривода керованих електромагнітних гальмових пристроїв, у яких джерелом гальмівного моменту є електромагнітне поле, що діє безпосередньо на рухомі об'єкти (електромагнітні, індукційні та гістерезисні) або опосередковано через порошковий наповнювач (електромагнітні порошкові гальма та гальма з феромагнітними рідинами).

Перевагами індукційних і гістерезисних гальмових пристроїв є висока надійність і довговічність, що забезпечується відсутністю фрикційних пар; можливість регулювання швидкості руху струмами збудження в широких межах; стабільність регульованих характеристик; простота конструкції та керування.

Недоліками таких гальмових пристроїв є велика інерційність обертальних мас; мала енергоємність; великий нагрів при відносному ковзанні; малий коефіцієнт підсилення сигналу керування за потужністю.

Слід зазначити, що ні один з видів гальмових пристроїв не володіє універсальними характеристиками і має свої недоліки. Головними з них є те, що описані конструкції ГП не можуть самостійно забезпечити потрібної стабільності гальмування поршня, а відповідно – і точності позиціонування в потрібних точках робочого ходу.

#### **1.13.5.5. Зрівноважувальні механізми**

Розвантаження МС зменшує потрібну потужність двигунів і, як наслідок, споживання енергії ПР. Однак разом з тим введення в конструкцію ПР додаткових механізмів зрівноважування веде до її ускладнення, в багатьох випадках збільшує металоємність та інерційність, призводить до додаткових навантажень окремих елементів конструкції. Тому в більшості існуючих конструкцій МС використовують неповне зрівноважування рухомих частин, хоча теоретично можливе й ідеальне зрівноважування.

Розрізняють статичне та динамічне зрівноважування. Під *статичним зрівноважуванням* МС розуміють розвантаження, приводів від статичних моментів, зумовлених силами ваги ланок

МС і вантажу, що переноситься. Зрівноважування статичних навантажень у МС роботів може здійснюватись як завдяки раціональному компоунуванню елементів і всієї МС у цілому, так і за допомогою спеціальних технічних рішень. Зокрема, раціональне компоунування передбачає, наприклад, винесення приводів (привідних двигунів) на базовий модуль ПР або використання таких конструкцій, у яких зміщення ланок у процесі роботи МС відносно стійкого положення рівноваги супроводжується аналогічним за дією, але протилежним за напрямом переміщенням компенсуючих елементів конструкції МС.

До спеціальних технічних рішень можна віднести використання зрівноважувальних пружин, противаг, які додатково вмонтовуються в систему й зрівноважують масу вузла приводів тощо. Найпоширенішими є пружинні елементи. До технічних рішень можна віднести також використання напрямних та опор кочення, що дає змогу зменшувати енергетичні витрати на подолання сил тертя, а отже, й полегшувати несучі конструкції МС, потужність і масу привідних двигунів.

Якщо задача статичного зрівноважування полягає у розвантаженні приводів МС від сил ваги ланок і переміщуваного об'єкта без врахування характеру інерційних сил, які виникають при русі механізмів, то *динамічне зрівноважування* перш за все спрямоване на реалізацію динамічної розв'язки рухів МС з довільним розташуванням осей, бо у таких МС інерційні сили ланок, моменти приводів і реакції у кожній кінематичній парі залежать від рухів у інших кінематичних парах. Ця властивість МС є динамічною зв'язаністю рухів або їх динамічним взаємовпливом. Для усунення останнього й виконують динамічну розв'язку рухів.

Системи зрівноважування можна поділити також на активні та пасивні. В *активних системах* використовують основний або додаткові приводи та інформацію про стан (положення) системи. Як правило, такі системи складні в реалізації і застосовуються рідко (наприклад, МС робота «ПРАГМА», в якій для розвантаження використано пневмопривід, а основним є



електропривід). У пасивних системах для зрівноважування використовують некеровані джерела енергії: гравітаційні поля, сили пружності, стиснуті гази. Газ, і рідина через свої в'язкі властивості можуть відігравати роль пружних елементів, зокрема пружин.

Слід також зазначити, що одним з технічних рішень, які сприяють створенню зрівноважених (розвантажених) МС (як статично, так і динамічно), є введення акумуляторів енергії у МС, завдяки чому вдається значною мірою знизити потужність приводних двигунів і збільшити швидкодію ПР.

**Статичне зрівноважування МС.** Розглянемо основні принципи зрівноважування МС на прикладах конструкцій ПР.

Універсальний ПР моделі ТУР-10, призначений для автоматизації основних і допоміжних операцій технологічних процесів, має пружинний механізм, який зрівноважує статичні моменти від маси ланок МС. На рис. 1.280 а зображено схему МС цього робота, де ланку 8 зрівноважено пружиною 3, встановленою на поворотній платформі колони 2, що, в свою чергу, спирається на основу 1 робота. Пружину 3, силу, якої можна регулювати, через передавальний механізм ланцюгами 4 з'єднано з плечем Г-подібного коромисла 5, встановленого на валу привода б коливання

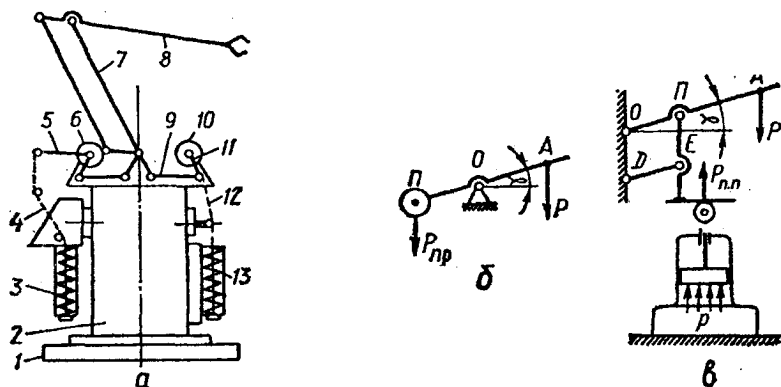


Рис. 1.280. Схеми статичного зрівноважування МС робота

цієї ланки. Друге плече коромисла 5 через шатун та ланки паралелограмного механізму з'єднано з ланкою 8 (рука робота). У свою чергу, ланка 7 паралелограмного механізму зрівноважена пружиною 13, яка своїм штоком за допомогою ланцюга 12 з'єднана з кривошипом 11, встановленим на валу привода 10 коливання ланки. Кривошип 11 через шатунгу з'єднано з ланкою 7. Як і для пружини 3, сила пружини 13 також регулюється, що забезпечує виключення довільного руху МС в будь-якому положенні останньої.

Другим прикладом МС, який ілюструє можливість забезпечення принципу зрівноважування ланок, є МС зрівноважування кривошипа. В останньому, що обертається у вертикальній площині (рис. 1.280б), сила ваги  $P = mg$  (де  $m$  - маса кривошипа) створює відносно осі обертання  $O$  момент  $Pl\cos\alpha$  (де  $l = OA$ ). Для точного зрівноважування кривошипа до нього треба прикласти такий самий, але протилежно спрямований момент. Цю задачу можна розв'язати або за допомогою противаги  $\Pi$  (див. рис. 1.280б), встановленої на продовженні кривошипа, або пневматичного пристрою (рис. 1.280в), який забезпечує сталість тиску на поршень циліндра при його переміщенні. Найбільший ефект досягається при використанні замкненого пневмоциліндра пневматичного пристрою з таким співвідношенням площі та ходу поршня до об'єму камери, яке забезпечує практично сталий тиск газу на поршень.

Статичне зрівноважування сил ваги ланок та  $OM$  за допомогою противаги збільшує масу й інерційність системи в цілому, що не завжди дозволяється. Тому частіше використовують принцип раціонального розподілу мас ланок, редукторів і двигунів з тим, щоб виконувалась умова статичного зрівноважування.

**Динамічне зрівноважування МС.** Це зрівноважування пов'язане з розв'язуванням рухів МС. При цьому добиваються, щоб інерційні коефіцієнти в рівняннях руху МС не залежали від узагальнених координат, тобто повинна виконуватись умова незалежності коефіцієнтів при квадратах і добутках узагальнених швидкостей у виразах кінетичної енергії від узагальнених координат.

### 1.13.5.6. Напрявні поступального руху

Напрявні поступального руху забезпечують прямолінійний рух конструктивних елементів. Їх широко застосовують у маніпуляторах ПР будь-якої вантажопідйомності. Прямолінійні напрявні складаються з веденої ланки і напрявної доріжки. Розрізняють напрявні ковзання з тертям ковзання між конструктивними елементами і напрявні кочення, які забезпечують рух за допомогою кульок чи роликів.

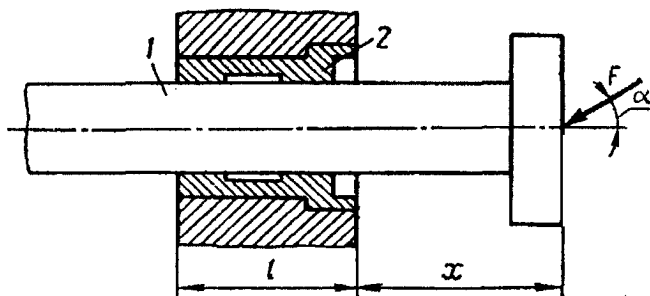


Рис. 1.281. Прямолінійна напрявна ковзання

У сучасних ПР ведена ланка є циліндричною, наприклад, маніпулятор міні-робота ПР5-2-5.4.3 з напрявною ковзання чи маніпулятор робота М20П.40.01 вантажопідйомністю до 20 кг з напрявною кочення.

**Напрявні ковзання.** Конструкція прямолінійної напрявної ковзання 2, виконаної у формі втулки з мастильною канавкою, для веденої ланки 1 зображена на рис.1.281. Розрахунок мінімальної довжини  $l_{\min}$  напрявної здійснюють за силою навантаження  $F$  з урахуванням напрямку її дії, виходячи з умови відсутності заклинювання:

$$l \geq 2fx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha},$$

де  $f$  — коефіцієнт тертя ковзання;  $x$  — виліт точки прикладання сили до веденої ланки 1;  $\alpha$  — кут між віссю переміщення веденої ланки 1 та лінією прикладання сили  $F$ .

**Напрямні кочення** застосовують у тих випадках, коли треба забезпечити вимогу легкості ходу рухомих елементів маніпулятора. У промислових роботах застосовують роликіві напрямні кочення 2 (рис.1.282), виконані в двох варіантах (а, б). На рис.1.282 ведена ланка 1 рухається перпендикулярно до площини малюнка.

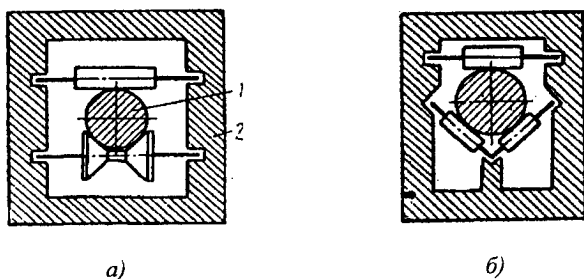


Рис. 1.282. Прямолінійні напрямні кочення

Мінімальна довжина напрямних кочення розраховується за аналогічною формулою, як і довжина напрямних ковзання, підставивши в неї замість коефіцієнта тертя ковзання значення коефіцієнта тертя кочення  $f \approx 10^{-3}$ . Для зменшення коефіцієнта тертя ковзання в опорних шийках роликів застосовують підшипники кочення.

### 1.13.5.7. Робочі органи промислових роботів

На даний час створено і знаходиться в експлуатації велика кількість різних робочих органів промислових роботів. Різноманіття їх моделей і конструкцій зумовлено двома основними обставинами: 1) великою кількістю типорозмірів об'єктів, заготовок і виробів, якими повинен маніпулювати робот; 2) різними фізичними принципами дії робочих органів. Типовою є класифікація робочих органів промислових роботів, наведена на рис.1.283.

Захоплюючі пристрої (ЗП) роботів призначені для захоплення

й утримування об'єктів маніпулювання. До них ставлять такі вимоги: збереження положення об'єкта при всіх режимах роботи робота; пристосованість до зміни форми і розмірів об'єкта; компенсація похибки взаємного розміщення об'єктів, ЗП і обладнання; швидкодія, довговічність, надійність, компактність, невелика маса тощо.

**Затискні ЗП.** Такі пристрої утримують деталь завдяки кінематичній дії робочих елементів (губок, пальців, кліщів та ін.) за допомогою сил тертя чи запираючих сил. На рис. 1.284 наведено схеми найпоширеніших затискних ЗП (захватів). Їхні основні

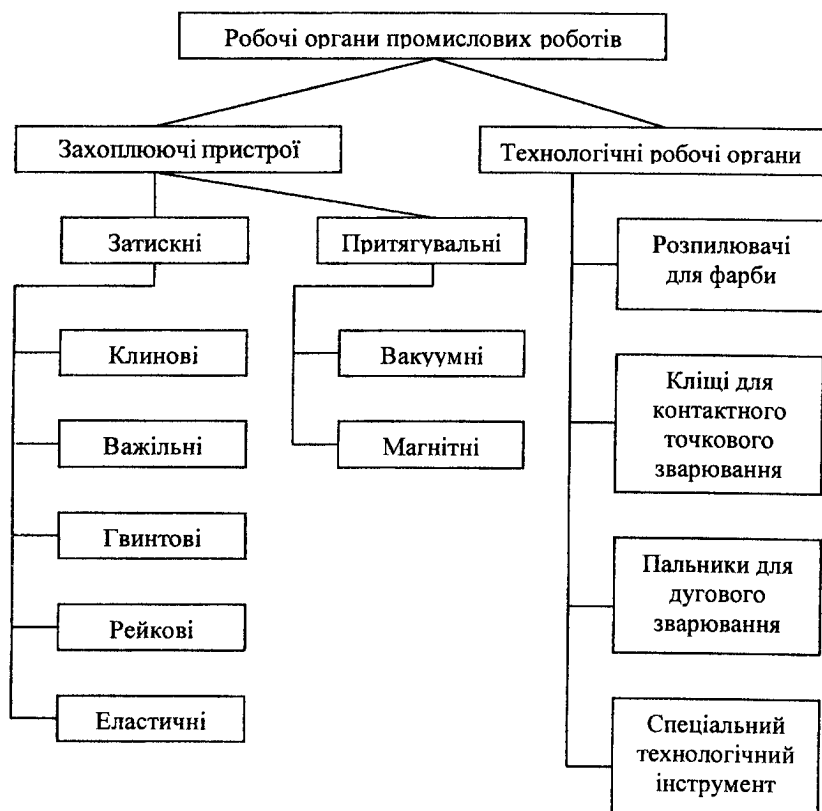


Рис. 1.283. Класифікація робочих органів ПР

функціональні елементи: губки, пальці, двигуни, передачі, корпусні несучі конструкції.

Легкозмінні губки з поверхнями базування призначені для пристосування робота до специфіки об'єктів маніпулювання. Їх закріплюють на пальцях жорстко чи на шарнірах з фіксуючими пружинами. В промислових роботах пальці, як правило, односуглобні. Вони можуть бути нерухожими (рис. 1.284а), коливатися (рис. 1.284б, ж), рухатися поступально прямолінійно (рис. 1.284з, и) чи по дузі (рис. 1.284к), здійснювати складні просторові рухи (рис. 1.283 л).

Завдяки легкості регулювання сил захвату найчастіше

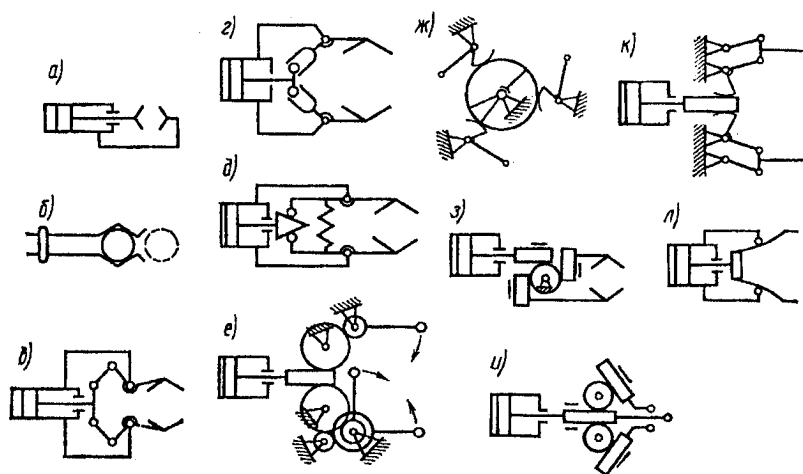


Рис. 1.284. Схеми захватів

оснащуються пневматичними циліндрами, рідше — гідро- чи електроприводами. Захвати без власного привода спрацьовують під дією об'єкту маніпулювання (рис.1.284б) або зовнішнього обладнання. Двигуни з'єднуються з пальцями безпосередньо (рис.1.284а) або через передачі, що призначені для перетворення виду руху, збільшення сили затискання чи переміщення губок, координації переміщення пальців. Вибір передачі значною мірою визначається потрібною залежністю сили затискання від розкриття

захвата й розмірів об'єкта маніпулювання.

**Притягувальні ЗП** забезпечують силову дію на об'єкт завдяки використанню різних фізичних принципів. Найпоширенішими є електромагнітні та вакуумні пристрої.

*Електромагнітні ЗП* застосовують для захоплення об'єктів з магнітних матеріалів. Ці ЗП володіють низкою переваг: нескладні при конструюванні й в експлуатації, не вимагають спеціальних приводів, можуть захоплювати аркушевий матеріал у стопці. Найбільшого розповсюдження набули круглі електромагнітні ЗП (рис.1.285), які складаються з корпусу 1 і сердечника 3 з електротехнічної сталі, що утворюють кільцеву порожнину, в яку вставлена котушка 2.

*Вакуумні ЗП.* Для утримання скляних предметів, як,

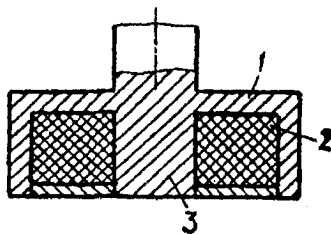


Рис. 1.285. Конструкція електромагнітного ЗП

наприклад, кінескоп телевізора, застосовують вакуумні ЗП (рис. 1.286). Гумовий розтруб у них закріплений на кульовому з'єднанні, що забезпечує самовстановлення й щільне прилягання по всьому контуру. Останнім часом з'явилися й отримали значне поширення струминні ЗП, які застосовують в електронній і приладобудівній промисловості для переміщення легких виробів.

**Кліщі для контактної точкового зварювання.** Точкове контактне зварювання здійснюють двома електродами, в яких затискають листи, що зварюють, і потім пропускають зварювальний струм. Час зварювання коливається залежно від низки параметрів від 0,01 до 0,5 с. По закінченні циклу зварювання кліщі переносять на іншу позицію, і процес повторюють знову.

В умовах масового і великосерійного виробництва

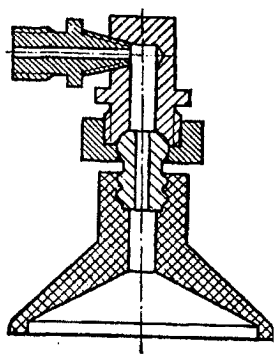


Рис. 1.286. Конструкція вакуумного ЗП

застосовують так звані багатоточкові (багатоелектродні) зварювальні машини. Однак в умовах дрібносерійного чи серійного виробництва такі установки нерентабельні і тому їх не використовують. У цих випадках економічно ефективно застосовувати промислові роботи.

Щоб забезпечити середню продуктивність, робот повинен зварити від 20 до 50 точок за 1 хв. Зварювання здійснюється спеціальними кліщами, що кріпляться на кисті робота (рис. 1.287).

До кліщів підводять зварювальний струм і охолоджувальну

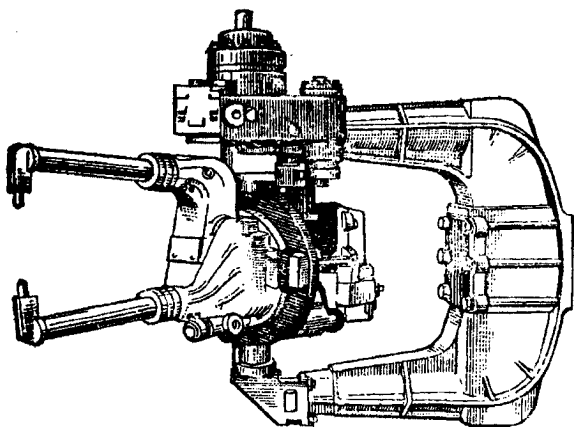


Рис. 1.287. Кліщі для контактного точкового зварювання



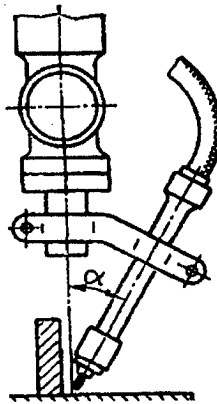


Рис. 1.288. Пальник для електродугового зварювання

воду. Кліщі виготовляють з алюмінієвих сплавів з метою максимально зменшити масу й оснащують пневмогідравлічним приводом. У залежності від конкретних швів і форми виробу кліщі можуть мати різну форму і конструкцію.

**Пальник для електродугового зварювання.** Один з основних елементів зварювальної апаратури — зварювальний пальник (рис.1.288). Через нього подають електродний дріт, відповідний струм, захисний газ і охолоджувальна вода. При усій відносній зовнішній простоті конструкції пальник є дуже відповідальним і складним пристроєм.

Особливість встановлення зварювального пальника на руці робота — наявність кронштейна, що дозволяє нахилити пальник під кутом  $\alpha$  до осі руки (кисті) робота. Це потрібно для того, щоб забезпечити поворот пальника навколо осі без зміни кута її нахилу до площини деталей, що зварюються. Ця операція здійснюється автоматично за допомогою спеціальних прийомів і пристроїв.

**Розпилювач для фарбування,** що встановлюється на руці промислового робота, нічим принципово не відрізняється від звичайних розпилювачів для ручного фарбування. Фарба подається по шлангу під невеликим тиском, повітря — по спеціальному шлангу під тиском 0,4...0,6 МПа. Керування подачею фарби

здійснює спеціальний золотник з електромагнітним приводом.

**Спеціальний інструмент.** Для виконання деяких технологічних операцій, у першу чергу при складанні, на промисловий робот можуть бути встановлені інструменти для виконання свердління, зенкування, розвірчування, полірування і т.д. Усі ці операції і відповідні інструменти добре відпрацьовані в машинобудуванні. При створенні робочих органів такого типу для роботів треба враховувати деякі особливості, зокрема передбачати можливість центрування й самоустановлення для виключення перекосів і заклинювання. У кожному окремому випадку потрібно враховувати специфіку технологічного процесу й особливості виробу чи групи виробів.

За характером кріплення до руки промислового робота всі ЗП можна поділити на такі групи: незмінні - є невід'ємною частиною конструкції робота, заміна яких не передбачена; замінні - самостійні вузли з базовими поверхнями для кріплення до руки робота (кріплення не передбачає швидкої заміни); швидкозамінні - робочі органи кріпляться з допомогою спеціальних механізмів, які забезпечують швидку заміну; автоматично замінні - обладнуються механізмами, що дозволяють здійснювати автоматичну заміну ЗП.

### **1.13.6. Характеристики промислових роботів**

Щоб вирішити питання про можливості та способи використання промислових роботів для автоматизації конкретного технологічного процесу, треба знати такі характеристики робота:

- функціональні — кількість, вид і взаємне розміщення ступенів рухомості; кількість і діапазон точок позиціонування за кожним ступенем рухомості; форма, розміри та розміщення зони обслуговування; кількість, вид програм і команд у програмі; кількість, вид і характеристики каналів зв'язку системи керування із зовнішнім обладнанням; вантажопідйомність; можливі технологічні сили на робочих органах; діапазони швидкостей і пришвидшень робочих органів і точність їх задання; адаптація

робота чи його захватів до похибок розміщення, форми й маси об'єктів маніпулювання;

- конструктивні — спосіб встановлення; форма, розміри та розміщення робочого простору; вид і діапазон регулювання взаємного розміщення ступенів рухомості; систематичні похибки позиціонування; випадкові статичні й динамічні похибки; максимальні пришвидшення при розгоні та гальмуванні; податливість маніпулятора; власні частоти й коефіцієнти затухання; габаритні розміри; маса тощо;

- експлуатаційні — показники надійності та ремонтпридатності; час переналагоджування на нові об'єкти маніпулювання чи режим роботи; споживана потужність і джерела живлення; вибухо- і пожежобезпечність; вартість та ін.

### **1.13.7. Класифікація промислових робіт**

Промислові роботи класифікуються за такими ознаками:

1) спеціалізація

- спеціальні,
- спеціалізовані,
- універсальні;

2) вантажопідйомність

- надлегкі (вантажопідйомність до 1 кг),
- легкі (вантажопідйомність понад 1 до 10 кг),
- середні (вантажопідйомність понад 10 до 200 кг),
- важкі (вантажопідйомність понад 200 до 1000 кг),
- надважкі (вантажопідйомність понад 1000 кг);

3) кількість ступенів вільності

- з двома ступенями вільності,
- з трьома ступенями вільності,
- з чотирма ступенями вільності,
- понад чотири ступені вільності;

4) можливість переміщення

- стаціонарні,
- рухомі;

5) спосіб встановлення на робочому місці

- стаціонарні,
- рухомі;
- 5) спосіб встановлення на робочому місці
  - наземні,
  - підвісні,
  - вмонтовані;
- 6) вид системи координат, в якій працюють роботи
  - прямокутна декартова система координат,
  - циліндрична система координат,
  - сферична система координат,
  - антропоморфна система координат,
  - інші системи координат;
- 7) вид приводу
  - пневматичний,
  - гідравлічний,
  - механічний,
  - електричний,
  - комбінований;
- 8) вид керування
  - програмне керування,
  - адаптивне керування,
- 9) спосіб програмування
  - програмовані навчанням,
  - програмовані аналітично.

### **1.13.8. Галузі застосування роботів**

Промислові роботи застосовують для роботизації таких процесів: монтаж, лиття, зварювання, фарбування, обслуговування пресів і багато інших процесів, що вимагають значних фізичних зусиль, а також є шкідливими і небезпечними для людей, які їх обслуговують. Роботи також застосовують у гірничій справі, авіації, сільському господарстві, на транспорті, у зв'язку, хімічній промисловості чи лісовому господарстві.

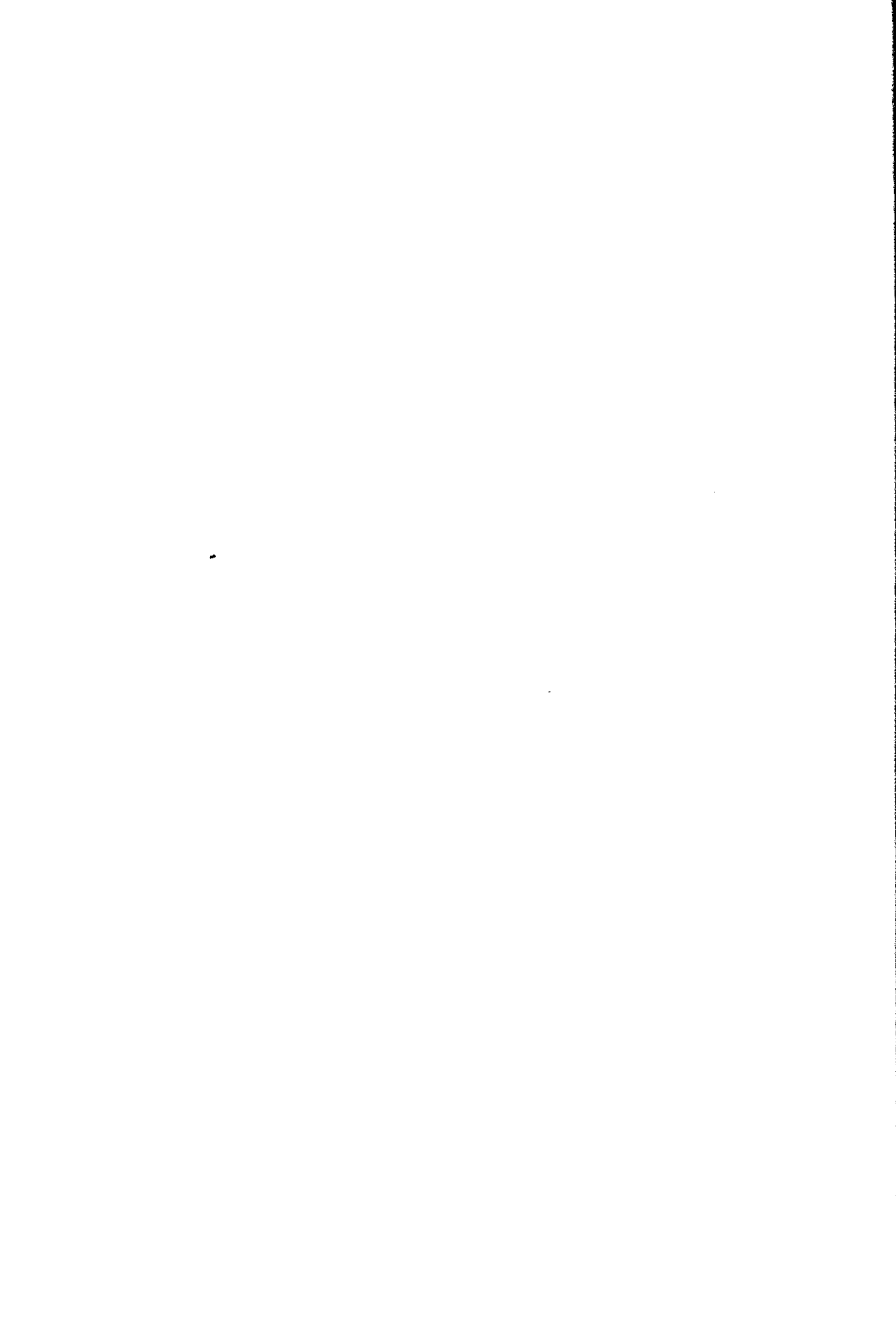
Нижче подано галузі промисловості, в яких застосовують промислові роботи згідно з ISIC (англ. International Standart

A+B	Сільське господарство, полювання, рибальство, лісництво
C	Гірнична справа та переробка скальних порід
15+16	Виробництво харчових продуктів та напоїв + виробництво тютюнових виробів
17	Виробництво текстильних виробів
25	Виробництво виробів з гуми та пластмас
26	Виробництво іншої продукції з неметалевих мінеральних матеріалів
27	Виробництво основних металів
28	Виробництво металевих виробів за винятком машин і обладнання
29	Виробництво машин і обладнання ніде більш не класифікованого
30	Виробництво офісної, комп'ютерної техніки
31	Виробництво електричного оснащення і обладнання
32	Виробництво оснащення й обладнання для радіо, телебачення та зв'язку
33	Виробництво медичного, точного й оптичного інструменту, годинників
341	Виробництво автомобілів
342	Виробництво шасі для автомобілів і причепів
343	Виробництво запасних частин для автомобілів і автодвигунів
34	Виробництво іншого транспортного оснащення
35	Виробництво меблів
E	Електро-, газо- і водопостачання
73	Дослідження і розвиток
M	Освіта

В оглядах IFR (англ. International Federation of Robotics) також подано поділ ПР на класи відповідно до основних виробничих процесів.

## Класи IFR

00	Невизначений
110	Литво
130	Пластична обробка
140	Термообробка
150	Кування
160	Зварювання
161	Дугове зварювання
162	Точкове зварювання
163	Газове зварювання
164	Лазерне зварювання
170	Дозування
171	Фарбування
172	Клеєння
173	Інше
180	Обробка різанням
181	Механізоване навантажування / розвантажування
182	Механічне різання /заточування / полірування
183	Інше
190	Спеціальні процеси
191	Різання лазером
192	Різання струменем води
193	Інше
191	Монтаж
201	Механічний монтаж, складання
202	Складання, обрізання
203	З'єднання, сплавлення
204	Паяння
205	Перенесення при монтажі
209	Інше
210	Палетизація і пакування
220	Вимірювання / перевірка / тестування
230	Маніпуляція предметами
240	Навчання / освіта / дослідження
900	Інше



## РОЗДІЛ 2

# ДОСЛІДЖЕННЯ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Важільні механізми (механізми з стержневими ланками) можуть бути одно- чи двокривошипними з різною кількістю ведених ланок. Нижче представлено приклад дослідження різновидностей таких механізмів: графоаналітичним методом - кривошипно-шатунного механізму (однокривошипного шарнірного чотириланковика) і дезаксіального кривошипно – повзунного механізму та аналітичним методом – дезаксіального кривошипно – повзунного механізму і кулісного механізму.

Для заданого механізму:

1. Провести структурний аналіз механізму та визначити його клас.
2. Побудувати 12 планів положень механізму за повний оберт ведучої ланки, виділити його задане положення, побудувати траєкторію точки E.
3. Побудувати діаграму переміщень  $s = s(t)$  точки B. Побудувати шляхом графічного диференціювання (методом хорд) діаграми швидкостей  $v = v(t)$  та прискорень  $a = a(t)$  точки B.
4. Провести для заданого положення механізму його кінематичне дослідження методом планів швидкостей та прискорень, визначивши при цьому величини і напрямки швидкостей та прискорень точок і ланок механізму. Визначити розходження між величинами швидкостей і прискорень точки B,



встановленими в пунктах 3 і 4.

5. Провести силові дослідження групи Ассура, яка входить в склад механізму, в результаті чого визначити реакції в кінематичних парах. Прийняти, що маса ланок - стержнів  $m = qgl$ , де  $q = 100$  кг/м,  $l$  - довжина стержня. Маса ланки-повзуна  $m_n = 4m_1$ . Моменти інерції ланок-стержнів визначати за формулою  $I_s = 0.1ml^2$ . Силами тертя в кінематичних парах знехтувати. Провести силові дослідження початкового механізму, визначивши реакцію в опорі та зрівноважуючу силу.

6. Визначити зрівноважуючу силу за допомогою важеля Жуковського і порівняти її за величиною із зрівноважуючою силою, знайденою в попередньому пункті; визначити розходження між ними.

## 2.1. Шарнірний чотириланковий механізм

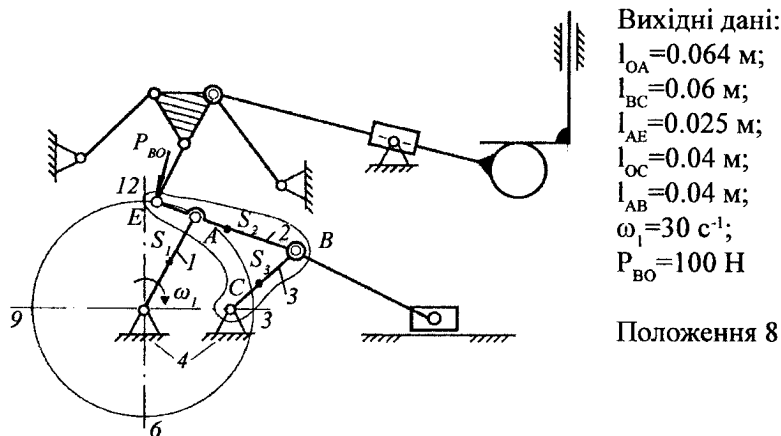


Рис.2.1. Кінематична схема механізму

### 2.1.1. Структурний аналіз механізму

Завданням структурного аналізу є встановлення класу механізму, зображеного на рис.2.1.

1. Знаходимо кількість рухомих ланок і кінематичних пар. Кількість рухомих ланок  $n = 12$ ; кількість кінематичних пар 5-го класу  $p_5 = 17$ ; кількість кінематичних пар 4-го класу  $p_4 = 1$ .

Визначаємо ступінь рухомості механізму за формулою Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 12 - 2 \cdot 17 - 1 = 1. \quad (2.1)$$

Отже, механізм має одну ведучу ланку 1.

2. Для визначення класу механізму зображимо заміняючий механізм з нижчими кінематичними парами, еквівалентний заданому (рис.2.2). Для цього проводимо заміну елементів ланок 11 і 13, що утворюють вищу кінематичну пару 4-го класу, трьома ланками 11, 11\*, 13, зв'язаними між собою двома нижчими кінематичними парами  $T, T^*$  5-го класу.

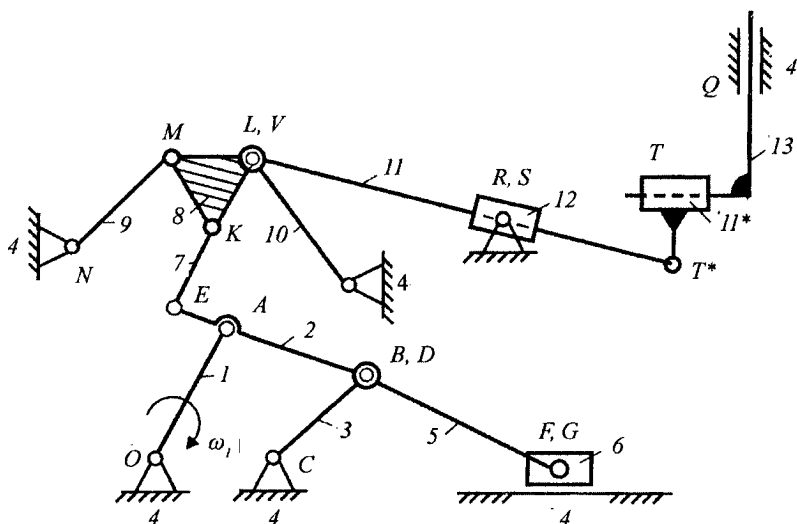


Рис.2.2. Заміняючий механізм з нижчими кінематичними парами

3. Розчленимо новоутворений механізм на групи Ассурта та визначимо клас і порядок кожної з них. Вичленення структурних груп із складу механізму необхідно проводити послідовно, розпочинаючи з приєднаних до механізму останніми. Намагаємось виділити спочатку групи Ассурта II-го класу. Якщо це можливо, то виділяємо групи вищих класів.

Група Ассурта II-го класу є простим відкритим кінематичним ланцюгом, до складу якого входять дві ланки та три нижчі кінематичні пари. Клас групи Ассурта вище II-го визначається кількістю внутрішніх кінематичних пар, які утворюють найскладніший замкнутий контур, що входить в склад групи.

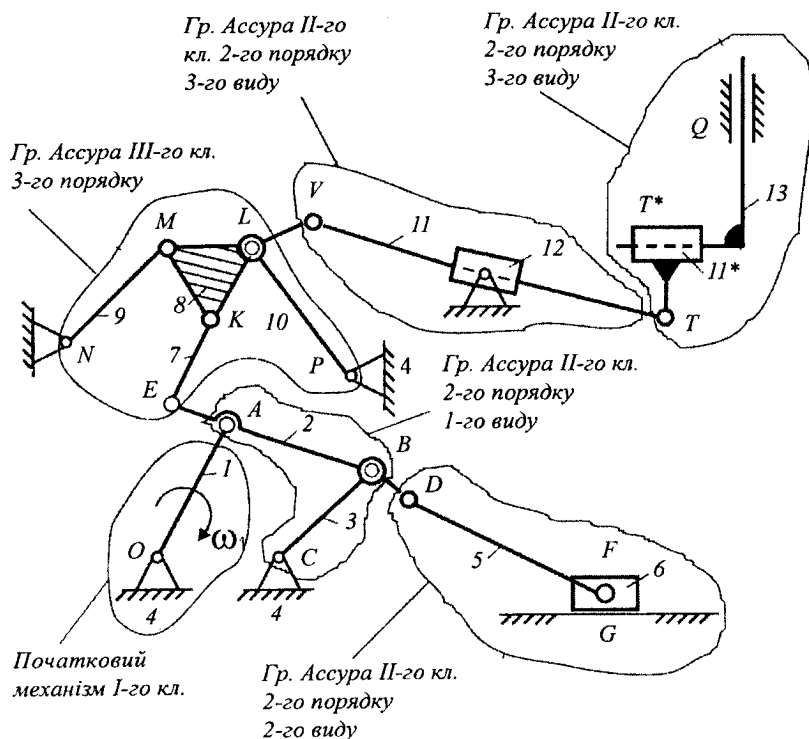


Рис.2.3. Розчленування механізму на групи Ассурта

Порядок групи визначається числом зовнішніх кінематичних пар, якими вона приєднується до початкового механізму I-го класу і до стійки або до інших структурних груп. Групи Ассура II-го класу є групами 2-го порядку. Групи класифікуються також за видами. Клас механізму визначається, відповідно, найвищим класом груп Ассура, що входять до його складу.

Отже, заданий механізм є механізмом III-го класу.

4. Записуємо структурну формулу побудови механізму, яка вказує послідовність його утворення

$$\begin{aligned}
 & \text{II}(5, 6) \\
 \text{I}(4, 1) \rightarrow & \text{II}(2, 3) \rightarrow \\
 & \text{III}(7, 8, 9, 10) \rightarrow \text{II}(11, 12) \rightarrow \text{II}(11^*, 13)
 \end{aligned}$$

5. Із заданого механізму виділяємо чотириланковий механізм, що складається із початкового механізму та однієї приєднаної групи Ассура (рис.2.4).

6. Проводимо структурний аналіз цього чотириланковика. Визначаємо ступінь його рухомості

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1. \quad (2.2)$$

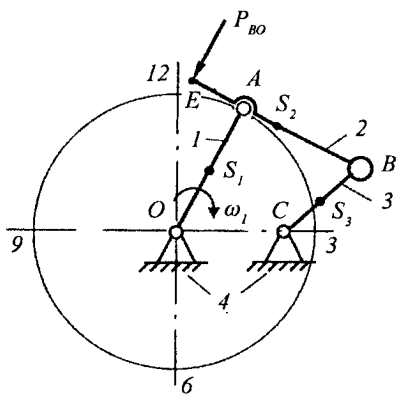


Рис.2.4. Кінематична схема чотириланкового механізму

В склад механізму входить група Ассура II-го класу 2-го порядку 1-го виду, тобто він є механізмом II-го класу. Структурна формула побудови механізму

$$I(4,1) \rightarrow II(2,3) \quad (2.3)$$

Подальший кінематичний і силовий аналіз проводиться для виділеного механізму шарнірного чотириланковика (кривошипно-шатунного механізму).

### 2.1.2. Побудова плану положень механізму

#### 1. Вибираємо масштаб побудови плану положень

$$\mu_1 = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0.064}{64} = 0.001 \frac{м}{мм}, \quad (2.4)$$

де  $OA$  - довжина ведучої ланки механізму на плані положень; приймаємо  $OA = 64$  мм.

Знаходимо довжини відрізків, що відповідають довжинам всіх інших ланок механізму на плані положень

$$OC = \frac{l_{OC}}{\mu_1} = \frac{0.04}{0.001} = 40 \text{ мм}, \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_1} = 60 \text{ мм}, \quad (2.5)$$

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_1} = 40 \text{ мм}, \quad AE = \frac{l_{AE}}{\mu_1} = 25 \text{ мм}.$$

2. Будуємо 12 положень ведучої ланки 1, яка здійснює обертовий рух (рис.2.5). Спочатку відкладаємо відстань  $OC = 40$  мм. Будуємо траєкторію точки  $3$ , на якій методом засічок розхилом циркуля, рівним віддалі  $AB$ , знаходимо 12 положень точки  $B$ . Сполучивши одноіменні положення точок  $A$  і  $B$ , одержимо 12 положень шатуна 2. З'єднавши положення точки  $A$  та точки  $B$  відповідно з точками  $O$  і  $C$ , отримаємо 12 положень механізму. Продовживши ланку 2 з точки  $A$  на величину  $AE = 25$  мм, для її

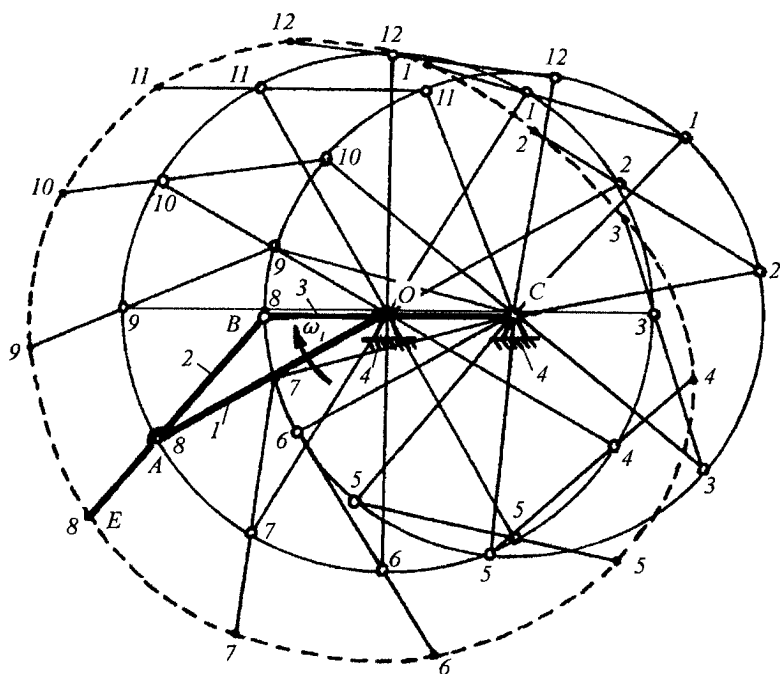


Рис.2.5. План положень кривошипно-шатунного механізму

кожного положення отримаємо положення точки E. Траєкторія руху точки E будувється шляхом сполучення положень точки E за повний оберт ланки 1.

3. На плані положень виділимо задане 8-ме положення механізму.

### 2.1.3. Побудова діаграми переміщень т. В механізму

Кінематичне дослідження механізму методом діаграм переміщень, швидкостей і прискорень дозволяє прослідкувати зміну кінематичних параметрів вибраної точки за повний цикл руху ведучої ланки.

Діаграмою переміщень називається графічна залежність переміщення заданої точки механізму в функції кута повороту

або часу обертання ведучої ланки за її повний оберт.

Побудова діаграми переміщень виду  $s_B = s_B(t)$  проводитиметься в наступній послідовності.

1. Будемо систему координат діаграми: вертикально - вісь переміщень  $s_B$ , горизонтально - вісь часу  $t$ .

2. Визначаємо час  $T$  одного повного оберту ведучої ланки

$$T = \frac{60}{n_1} = \frac{60}{30\omega_1} = \frac{6.282}{\omega_1} = \frac{6.282}{30} \approx 0,21 \text{ с}, \quad (2.6)$$

де  $n_1 = 30\omega_1/\pi$  - частота обертання ведучої ланки.

3. Визначаємо масштаб часу

$$\mu_t = \frac{T}{l} = \frac{0.21}{120} = 0.00175 \frac{\text{с}}{\text{мм}}, \quad (2.7)$$

де  $l = 120 \dots 240$  мм - відрізок на осі абсцис, який визначає в масштабі  $\mu_t$  час  $T$ ; приймаємо  $l = 120$  мм.

4. Вибираємо початково масштаб переміщення  $\mu_s = \mu_t = 0.001$  (м/мм). Якщо при побудові діаграми  $s_B = s_B(t)$  переміщення точки В у заданому масштабі буде занадто значним або, навпаки, малим, то потрібно змінити  $\mu_s$ . При цьому слід врахувати, що зв'язок між вказаними масштабами в загальному можна виразити так:

$$\mu_s = \frac{l}{k} \mu_t, \quad (2.8)$$

де  $k$  - коефіцієнт пропорційності.

При  $k < 1$  величина переміщення  $s_B$  на діаграмі стане меншою в  $k$  разів, при  $k > 1$  більшою в  $k$  разів. Приймаємо  $k = 0.25$ , тоді  $\mu_s = 4\mu_t = 0.004$  (м/мм).

У випадку, коли точка В рухається по дузі, її переміщення з одного положення в інше, наприклад з 1 в 2, знаходиться так:

$$s_{12} = \frac{BC\theta_{12}\pi}{180}, \quad (2.9)$$

де  $BC = 60$  мм - довжина ланки 3 на плані положень механізму (рис.2.5);  $\theta_{12}$  - кут між 1-им і 2-им положеннями ланки 3.

Визначені таким чином із рис.2.5 величини переміщень домножуємо на  $k$  і отримані відрізки надалі відкладаємо на діаграмі  $s_B = s_B(t)$ .

5. Розбиваємо відрізок  $l$  на 12 рівних частин у відповідності до числа положень, які займає точка  $B$  на плані положень механізму.

6. В точках 1, 2, 3,... відкладаємо паралельно осі ординат відстані, пройдені точкою  $B$  від її початкового положення  $B_1$ . Отримаємо відповідно точки 1', 2', 3'....

7. Сполучивши ці точки плавною кривою, дістанемо діаграму переміщень  $s_B = s_B(t)$  (рис.2.6).

#### 2.1.4. Кінематичне дослідження методом діаграм швидкостей та прискорень

Для побудови графіків  $v_B = v_B(t)$  та  $a_B = a_B(t)$  необхідно виконати графічне диференціювання функції  $s_B = s_B(t)$ . Це слідує з того, що, як відомо,  $v = ds/dt$  та  $a = dv/dt$ . Операцію графічного диференціювання виконуємо, використовуючи метод хорд.

Побудову діаграми  $v_B = v_B(t)$  (рис.2.7) проводимо в наступній послідовності.

1. На діаграмі  $s_B = s_B(t)$  проводимо хорди  $01', 1'2', 2'3', \dots$

2. Будуємо систему координат  $v_B \sim t$ . Масштаб часу  $\mu_t$  буде таким же, як на діаграмі переміщень, а масштаб швидкості встановимо наступним чином:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1}, \quad (2.10)$$

де  $H_1 = 30 \dots 60$  мм - полюсна відстань діаграми швидкостей; прийнято  $H_1 = P_1 O_1$  (рис.2.7).

3. Вибираємо полюс  $P_1$  на відстані  $H_1 = 30$  мм. Величина полюсної відстані  $P_1 O_1$  впливає на розмір ординати діаграми  $v_B$ .



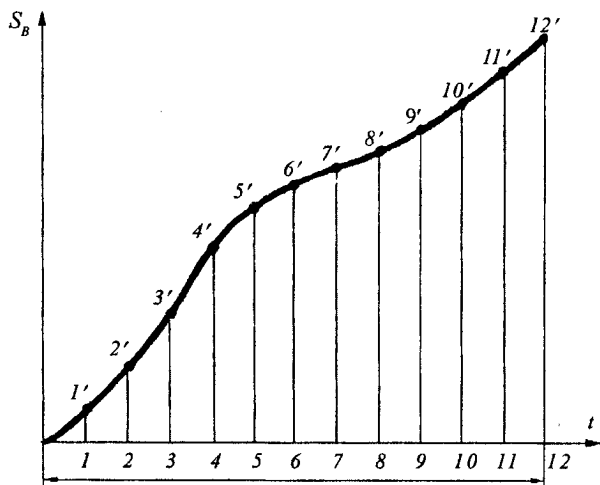


Рис. 2.6. Діаграма переміщень т. В

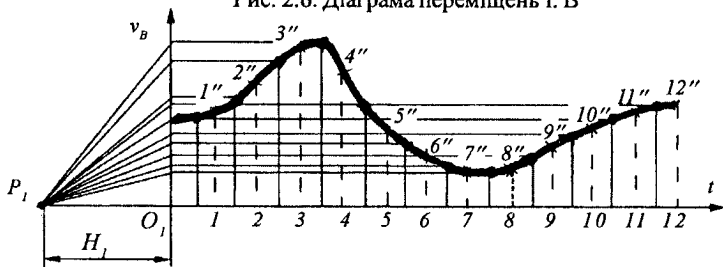


Рис. 2.7. Діаграма швидкостей т. В



Рис. 2.8. Діаграма прискорень т. В

При її зростанні відбувається збільшення координати  $v_B$  і навпаки.

4. З полюса  $P_1$  (рис.2.7) проводимо промені 1,2,3..., паралельні хордам  $01', 1'2', 2'3', \dots$ , до перетину з віссю ординат.

5. З отриманих точок, паралельно осі абсцис, проводимо прямі до перетину з лініями, проведеними перпендикулярно до цієї ж осі із середини відрізків  $01, 12, 23, \dots$ .

6. Отримаємо точки  $1'', 2'', 3'' \dots$ , сполучивши які плавною кривою, дістанемо діаграму швидкості  $v_B = v_B(t)$  (рис.2.7).

7. Обчислюємо масштаб швидкості

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_s H_1} = \frac{0.004}{0.000175 \cdot 30} = 0.0762 \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}} . \quad (2.11)$$

8. Побудова діаграми  $a_B = a_B(t)$  здійснюється шляхом графічного диференціювання діаграми  $v_B = v_B(t)$ . Послідовність операцій буде такою ж як і для розглянутої вище побудови діаграми  $v_B = v_B(t)$ . При цьому необхідно пам'ятати що, оскільки при криволінійному русі діаграма  $v_B = v_B(t)$  відображає зміну швидкості тільки за величиною, то, диференціюючи графік  $v_B = v_B(t)$ , одержується діаграма тангенціальних прискорень  $a_B^t = a_B^t(t)$ ; діаграма повних прискорень  $a_B = a_B(t)$  отримується при диференціюванні залежності  $v_B = v_B(t)$  для прямолінійного руху точки.

Побудована діаграма прискорень  $a_B^t = a_B^t(t)$  зображена на рис.2.8.

Масштаб прискорень встановлюється так:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2} = \frac{0.0762}{0.00175 \cdot 30} = 1.45 \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}} , \quad (2.12)$$

де  $H_2 = 30 \dots 60$  мм - полюсна відстань діграми прискорень; прийнято  $H_2 = 30$  мм.

9. На підставі проведених графічних побудов визначаємо переміщення  $s$ , швидкість  $v$  і прискорення  $a^t$ . В кожному із заданих 12 положень механізму як добуток відповідного масштабу на величину ординати шуканого кінематичного параметру розглядуваної діаграми.

Результати обчислень зведено в таблицю 2.1

Таблиця 2.1. Кінематичні параметри

Кінематичні параметри	Положення механізму					
	1	2	3	4	5	6
Переміщення $s$ , м	0,035	0,073	0,126	0,183	0,220	0,242
Швидкість $v$ , мс <sup>-1</sup>	1,98	2,56	3,05	2,59	1,60	0,99
Прискорення $a^t$ , мс <sup>-2</sup>	11,60	39,87	17,40	68,15	43,40	23,20
Кінематичні параметри	Положення механізму					
	7	8	9	10	11	12
Переміщення $s$ , м	0,257	0,272	0,290	0,315	0,345	0,377
Швидкість $v$ , мс <sup>-1</sup>	0,76	0,85	1,14	1,52	1,75	1,91
Прискорення $a^t$ , мс <sup>-2</sup>	4,35	11,02	18,85	18,12	11,60	0

### 2.1.5. Кінематичне дослідження методом планів швидкостей і прискорень

В результаті кінематичного дослідження механізму необхідно визначити для заданого положення ведучої ланки лінійні швидкості та прискорення всіх характерних точок механізму та кутові

швидкості і прискорення всіх його ланок. Це завдання розв'язується шляхом побудови планів швидкостей та прискорень.

### 2.1.5.1. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2,3

1. Визначаємо швидкість точки А

$$v_A = \omega l_{OA} = 30 \cdot 0.064 = 1.92 \text{ мс}^{-1}. \quad (2.13)$$

Вона напрямлена перпендикулярно ланці 1 в сторону її обертання.

2. Визначаємо масштаб побудови плану швидкостей

$$\mu_v = \frac{v_A}{\rho_A} = \frac{1.92}{96} = 0.02 \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}, \quad (2.14)$$

де  $\rho_A$  - відрізок, що визначає величину вектора  $\bar{v}_A$  на плані швидкостей; приймаємо  $\rho_A = 96$  мм.

3. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2,3 проводиться згідно таких векторних рівнянь:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + {}_B\bar{v}_A, \bar{v}_B = \bar{v}_C + {}_C\bar{v}_B, \quad (2.15)$$

де  $v_B$  - лінійна швидкість точки В;

${}_B\bar{v}_A$  - відносна швидкість точки В при її обертанні навколо точки А, перпендикулярна до ланки 2;

${}_C\bar{v}_B$  - відносна швидкість точки В при її обертанні навколо точки С, перпендикулярна до ланки 3;

$\bar{v}_C = 0$  - швидкість точки С, яка є нерухомою, оскільки належить стійці.

4. Будуємо план швидкостей (рис.2.9).

Розв'язуємо графічно 1-е векторне рівняння. Для цього з полюса  $p$  відкладаємо перпендикулярно до лінії  $OA$  вектор  $pa = 96$  мм, який зображає швидкість точки  $A$ . З точки  $a$  проводимо напрям швидкості  ${}_B \bar{v}_A$  - промінь, перпендикулярний до лінії  $AB$ .

Розв'язуємо графічно 2-е векторне рівняння. З точки  $p$  необхідно було б відкласти величину швидкості  $\bar{v}_C$ . Однак  $\bar{v}_C = 0$ , тому і величина цього вектора буде рівною нулю, тобто точку  $C$  суміщаємо з точкою  $p$ . З точки  $c$  проводимо напрям швидкості  ${}_C \bar{v}_B$  - промінь, перпендикулярний до лінії  $BC$ , до перетину з променем, перпендикулярним до лінії  $AB$ . В результаті отримуємо точку  $b$  - кінець векторів швидкостей  ${}_B \bar{v}_A$  та  ${}_C \bar{v}_B$ .

5. Встановлюємо модулі швидкостей точок механізму

$${}_B v_A = \mu_v ab = 0.02 \cdot 61 = 1.22 \text{ мс}^{-1}, \quad (2.16)$$

$${}_C v_B = \mu_v cb = 0.02 \cdot 44 = 0.88 \text{ мс}^{-1}.$$

6. Положення т.Е на плані швидкостей знаходимо за правилом подібності із пропорції

$$\frac{l_{AB}}{l_{BE}} = \frac{ba}{be}, \quad be = ba \frac{l_{BE}}{l_{AB}} = 1.625 ba = 1.625 \cdot 61 = 99 \text{ мм}. \quad (2.17)$$

Відклавши на плані швидкостей відрізок  $be = 99$  мм, отримаємо точку  $e$ . З'єднуючи полюс  $p$  із точкою  $e$ , отримується вектор швидкості  $\bar{v}_C$ , модуль якого  $v_E = \mu_v pe = 0.02 \cdot 133 = 2.66 \text{ мс}^{-1}$ .

7. Знаходимо швидкості центрів мас ланок 1, 2, 3. Приймаючи, що центри мас ланок - точки  $s_1, s_2, s_3$ , розташовані посередині ланок, знаходимо середини відрізків  $pa, es, cb$  на плані

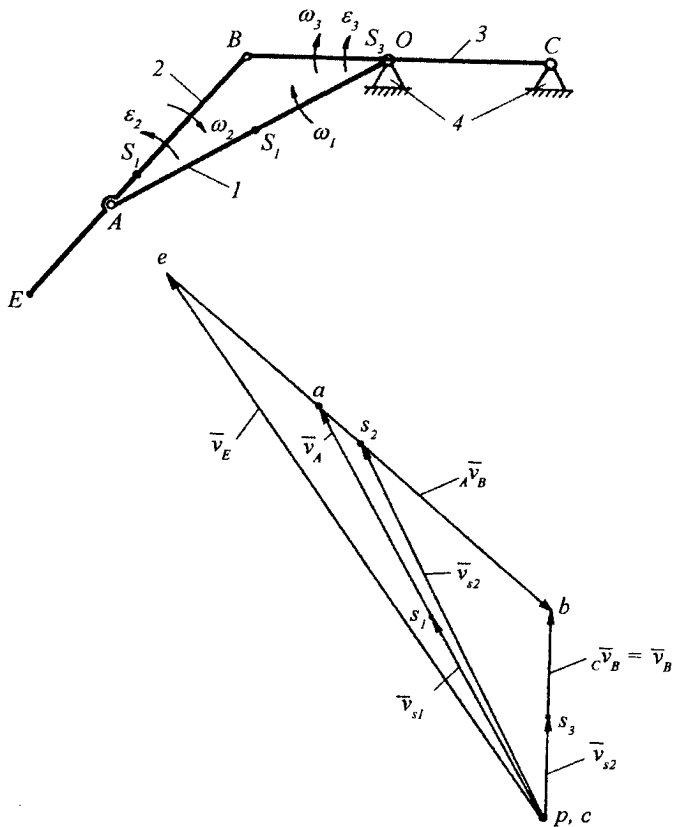


Рис.2.9. План швидкостей точок механізму

швидкостей. З'єднуємо отримані точки  $s_1, s_2, s_3$  з полюсом  $p$ , одержимо, відповідно, вектори  $\bar{v}_{s1}, \bar{v}_{s2}, \bar{v}_{s3}$ . Їх модулі знаходимо аналогічно попередньому і вони будуть рівні  $v_{s1} = 0.96 \text{ мс}^{-1}, v_{s2} = 1.72 \text{ мс}^{-1}, v_{s3} = 0.44 \text{ мс}^{-1}$ .

8. Визначаємо величини кутових швидкостей ланок

$$\omega_1 = 30 \text{ с}^{-1} = \text{const},$$

$$\omega_2 = \frac{A v_B}{l_{AB}} = \frac{1.22}{0.04} = 30.5 \text{ с}^{-1}, \quad (2.18)$$

$$\omega_3 = \frac{c v_B}{l_{CB}} = \frac{0.88}{0.06} = 14.67 \text{ с}^{-1}.$$

9. Визначаємо напрямки кутових швидкостей ланок. Напрямок кутової швидкості ланки 2 відповідає напрямку вектора швидкості  ${}_B \bar{v}_A$ , уявно прикладеного в точці В. Тобто співпадає з напрямком годинникової стрілки. Кутова швидкість ланки 3 знаходиться аналогічно за швидкістю  ${}_C \bar{v}_B$  і теж буде скерована за годинниковою стрілкою.

Зображаємо напрямки кутових швидкостей  $\omega_1$  та  $\omega_2$  на схемі механізму.

### 2.1.5.2. Побудова плану прискорень групи Ассура 2,3

1. Визначаємо прискорення т.А

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 30^2 \cdot 0.064 = 57,6 \text{ мс}^{-2}. \quad (2.19)$$

У зв'язку з тим, що  $\omega_1 = \text{const}$ , то точка А має лише нормальне прискорення  $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ , напрямлене паралельно ланці ОА до центру О;  $\bar{a}_A^t = 0$ .

2. Визначаємо масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{\rho_a} = \frac{57.6}{115.2} = 0.5 \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}, \quad (2.20)$$

де  $\rho_a$  - відрізок, що визначає величину вектора  $\bar{a}_A$  на плані прискорень; приймається  $\rho_a = 115.2 \text{ мм}$ .

3. Побудова плану прискорень проводиться згідно таких векторних рівнянь :

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + {}_A \bar{a}_B^n + {}_A \bar{a}_B^t, \quad (2.21)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + {}_C\bar{a}_B^n + {}_C\bar{a}_B^{\tau}, \quad (2.22)$$

де  $\bar{a}_B$  – повне прискорення точки В;

${}_A\bar{a}_B^n$  – нормальне прискорення точки В в обертвовому русі ланки АВ навколо точки А, напрямлене паралельно АВ від точки

В до точки А; його модуль рівний  ${}_A a_B^n = v_B^2 / l_{AB}$ ;

${}_A\bar{a}_B^{\tau}$  – тангенціальне прискорення точки В в тому ж русі ланки АВ, напрямлене перпендикулярно лінії АВ; його модуль

рівний  ${}_A a_B^{\tau} = \epsilon_2 l_{AB}$ , де  $\epsilon_2$  – невідоме кутове прискорення ланки 2;

${}_C\bar{a}_B^n$  – нормальне прискорення точки В в обертвовому русі ланки ВС навколо точки В, напрямлене паралельно ВС від точки

В до точки С; його модуль рівний  ${}_C a_B^n = v_B^2 / l_{BC}$ ;

${}_C\bar{a}_B^{\tau}$  – тангенціальне прискорення точки В в тому ж русі ланки ВС, напрямлене перпендикулярно ВС; його модуль рівний

${}_C a_B^{\tau} = \epsilon_3 l_{BC}$ , де  $\epsilon_3$  – невідоме кутове прискорення ланки 3;

$a_C = 0$  – прискорення точки С, яка є нерухомою.

Знаходимо величини прискорень  ${}_A\bar{a}_B^n$  та  ${}_C\bar{a}_B^n$

$${}_A a_B^n = \omega_2^2 l_{AB} = 30.5^2 \cdot 0.04 = 37.2 \text{ мс}^{-2}, \quad (2.23)$$

$${}_C a_B^n = \omega_3^2 l_{BC} = 14.67^2 \cdot 0.06 = 12.9 \text{ мс}^{-2}.$$

Визначимо величини відрізків, які відповідають цим прискоренням на плані прискорень

$$ap = {}_A a_B^n / \mu_a = 37.2 / 0.5 = 74 \text{ мм}, \quad (2.24)$$

$$ck = {}_C a_B^n / \mu_a = 12.9 / 0.5 = 26 \text{ мм}.$$

4. Будуємо план прискорень (рис.2.10).

Розв'язуємо графічно 1-е векторне рівняння. З полюса прискорень  $\pi$  відкладаємо паралельно ОА вектор  $\pi a = 115,2$



мм, який зображає прискорення  $\bar{a}_A$  т. А. З точки а, паралельно АВ, відкладаємо вектор  $a_n = 74$  мм. Він зображає прискорення  $\bar{a}_B^n$ . Через точку n проводимо напрям прискорення  $\bar{a}_B^t$  - лінію, перпендикулярну ланці 2.

Розв'язуємо графічно 2-е векторне рівняння. Для цього з полюса  $\pi$  відкладаємо вектор прискорення  $\bar{a}_c = 0$ . Тому точка с співпадає з точкою  $\pi$ . Відкладаємо з точки с вектор прискорення  $\bar{a}_B^n$  - відрізок  $sk = 26$  мм, паралельний лінії ВС. Через точку k проводимо напрямок прискорення  $\bar{a}_B^t$  - лінію, перпендикулярну ланці 3.

Точкою перетину цих двох напрямків прискорень буде точка b. З'єднавши на плані прискорень точки с і b та а і b, отримаємо, відповідно, вектори повних прискорень  $\bar{a}_B$  та  $\bar{a}_A$ .

5. Визначаємо модулі прискорень точок механізму

$$\begin{aligned} a_A^t &= \mu_a b_n = 0.5 \cdot 35 = 17.5 \text{ мс}^{-2}, \\ a_C^t &= \mu_a b_k = 0.5 \cdot 23 = 11.5 \text{ мс}^{-2}, \\ a_A^a &= \mu_a a_b = 0.5 \cdot 82.5 = 41.25 \text{ мс}^{-2}, \\ a_C^a &= \mu_a c_b = 0.5 \cdot 34.5 = 17.25 \text{ мс}^{-2}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

6. Положення точки e на плані прискорень знаходимо за теоремою подібності аналогічно як і раніше

$$\frac{l_{AB}}{l_{BE}} = \frac{ab}{be}, \quad (2.26)$$

Звідси

$$be = ab \frac{l_{BE}}{l_{AB}} = 1.625ab = 134 \text{ мм}. \quad (2.27)$$

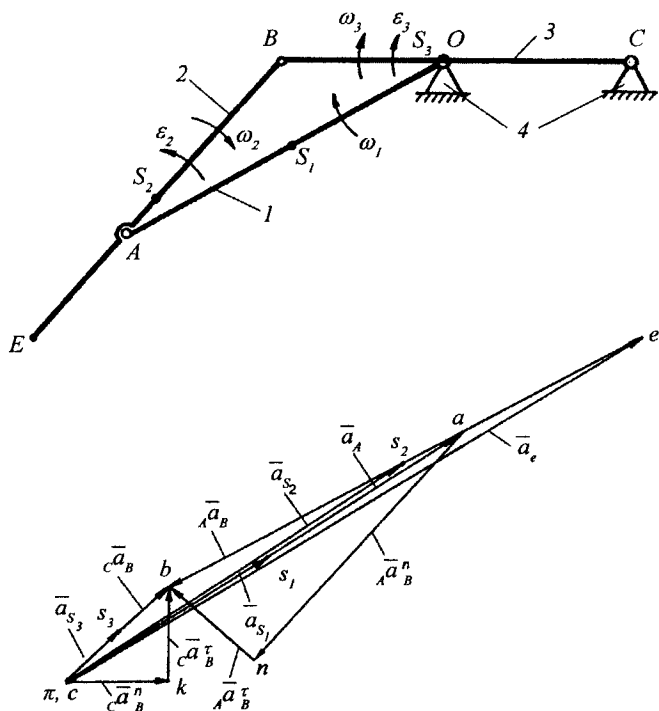


Рис.2.10. План прискорень точок механізму

Побудувавши точку  $e$ , з'єднуємо її з полюсом  $\pi$  і отримуємо вектор прискорення  $\bar{a}_E$ . Знаходимо його модуль

$$a_E = \mu_a \pi_e = 0.5 \cdot 166 = 83 \text{ мс}^{-2}. \quad (2.28)$$

7. Знаходимо прискорення центрів мас ланок механізму.

На плані прискорень відмічаємо на серединах відрізків  $\pi a$ ,  $\pi b$ ,  $\pi c$ , відповідно точки  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ . З'єднуємо їх з полюсом плану прискорень  $\pi$  і отримуємо відповідно вектори прискорень  $\bar{a}_{s_1}$ ,  $\bar{a}_{s_2}$ ,  $\bar{a}_{s_3}$  центрів мас ланок в масштабі  $\mu_a$ .

Модулі прискорень обчислюються таким чином:

$$\begin{aligned}a_{s1} &= \mu_a \pi s_1 = 0.5 \cdot 57.6 = 28.8 \text{ мс}^{-2}, \\a_{s2} &= \mu_a \pi s_2 = 0.5 \cdot 100 = 50 \text{ мс}^{-2}, \\a_{s3} &= \mu_a \pi s_3 = 0.5 \cdot 17.25 = 8.63 \text{ мс}^{-2}.\end{aligned}\tag{2.29}$$

8. Визначаємо величини кутових прискорень ланок

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= 0, \text{ бо } \omega_1 = \text{const}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{A a_B^\tau}{l_{AB}} = \frac{17.5}{0.04} = 437.5 \text{ с}^{-2}, \\ \varepsilon_3 &= \frac{C a_B^\tau}{l_{BC}} = \frac{11.5}{0.06} = 191.67 \text{ с}^{-2}.\end{aligned}\tag{2.30}$$

9. Визначаємо напрямки кутових прискорень ланок. Напрямок кутового прискорення  $\varepsilon_2$  ланки 2 визначаємо так. Уявно переносимо вектор дотичного прискорення  ${}_A \vec{a}_B^\tau$  в точку b. Ланка 2 тоді буде здійснювати обертання проти годинникової стрілки. Отже, таким же буде і напрямок  $\varepsilon_2$ . Аналогічно знаходимо напрямок кутового прискорення  $\varepsilon_3$  ланки 3, уявно перенісши вектор дотичного прискорення  ${}_C \vec{a}_B^\tau$  в точку b. Відповідно ланка 3 обертатиметься за годинниковою стрілкою.

Зобразимо напрямки кутових прискорень  $\varepsilon_2$  та  $\varepsilon_3$  на розрахунковій схемі.

### 2.1.5.3. Розходження між швидкостями та прискореннями точки B

Вище методом діаграм швидкостей і прискорень та методом планів швидкостей і планів прискорень було встановлено їх

значення для положення 8 кривошипно-шатунного механізму.

Із діаграми швидкостей:  $v_{B8} = 0,85 \text{ мс}^{-1}$ .

Із плану швидкостей:  $v_B = 0,88 \text{ мс}^{-1}$ .

Розходження швидкостей становить

$$\delta_v = \frac{|v_B - v_{B8}|}{v_B} 100\% = \frac{|0,88 - 0,85|}{0,88} 100\% = 3,4\% \quad (2.31)$$

Із діаграми прискорень:  ${}_A a_{B8}^\tau = 11,02 \text{ мс}^{-2}$ ,

Із плану прискорень:  ${}_A a_B^\tau = 11,5 \text{ мс}^{-2}$ .

Розходження прискорень становить

$$\delta_a = \frac{|a_B^\tau - a_{B8}^\tau|}{a_B^\tau} 100\% = 4,2\% . \quad (2.32)$$

Величини швидкостей і прискорень, визначених двома різними графічними методами кінематичного дослідження, є достатньо близькими. Розходження не повинно перевищувати 10%.

### 2.1.6. Силове дослідження механізму

В задачу силового розрахунку механізму входить визначення сил реакцій в кінематичних парах та зрівноважуючої сили (моменту). Силове дослідження механізму проводиться в такій послідовності:

а) Визначаються всі зовнішні сили, прикладені до ланок механізму, від дії яких необхідно знайти реакції в його кінематичних парах (сили ваги, сили інерції, моменти сил інерції).

б) Проводиться силове дослідження кожної групи Ассура, які входять в склад механізму.

в) Проводиться силове дослідження початкового механізму.

### 2.1.6.1. Визначення сил ваги, сил інерції та моментів сил інерції ланок механізму

1. Сили ваги  $P$  ланок механізму визначаються за формулою

$$P = m_j g = q l_j g, \quad (2.33)$$

де  $q = 100$  кг/м,  $g = 9.81$  мс<sup>-2</sup>,  $l_j$  – довжина  $j$ -ої ланки.

$$P_1 = q l_{OA} g = m_1 g = 100 \cdot 0.064 \cdot 9.81 = 63 \text{ Н},$$

$$P_2 = q l_{BE} g = m_2 g = 100 \cdot 0.065 \cdot 9.81 = 63 \text{ Н}, \quad (2.34)$$

$$P_3 = q l_{BC} g = m_3 g = 100 \cdot 0.06 \cdot 9.81 = 59 \text{ Н}.$$

2. Сили інерції  $P_i$  ланок механізму визначаються так:

$$P_i = -m_j a_{sj}, \quad (2.35)$$

де  $m_j$  – маса  $j$ -ої ланки;  $a_{sj}$  – прискорення центра мас  $j$ -ої ланки; знак “мінус” вказує, що напрямок сили інерції ланки є протилежним напрямку прискорення її центра мас.

$$P_{i1} = m_1 a_{s1} = 0.64 \cdot 28.8 = 184 \text{ Н},$$

$$P_{i2} = m_2 a_{s2} = 6.5 \cdot 50 = 325 \text{ Н}, \quad (2.36)$$

$$P_{i3} = m_3 a_{s3} = 6 \cdot 8.63 = 52 \text{ Н}.$$

3. Моменти сил інерції ланок механізму визначаються за формулою

$$M_i = -\varepsilon_j I_{sj}, \quad (2.37)$$

$$M_{i1} = \varepsilon_1 I_{s1} = 0, \text{ бо } \varepsilon_1 = 0,$$

$$M_{i2} = \varepsilon_2 I_{s2} = 437,5 \cdot 0.1 \cdot 100 \cdot 0.025 \cdot (0.025)^2 = 1.2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{i_3} = \epsilon_3 I_{S_3} = 191,67 \cdot 0,1 \cdot 100 \cdot 0,06 \cdot (0,06)^2 = 0,414 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

де  $\epsilon_j$  – кутові прискорення  $j$ -ої ланки;  $I_{S_j}$  – момент інерції  $j$ -ої ланки, знак “мінус” вказує на те, що напрямок моменту сили інерції є протилежним прискоренню ланки.

### 2.1.6.2. Силовий розрахунок групи Ассура 2,3

Зображаємо групу Ассура 2,3 і прикладаємо до неї всі зовнішні сили та сили реакції в кінематичних парах (рис.2.11). При цьому розкладаємо сили реакції в кінематичних парах А і С на нормальну і дотичну складові, тобто

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau, \quad \bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^\tau. \quad (2.38)$$

1. Визначення дотичних складових сил реакцій проведемо, розглянувши окремо рівновагу ланок 2 і 3 під дією заданої системи зовнішніх сил (рис.2.12, 2.13).

Запишемо умову рівноваги ланки 2 під дією прикладених сил та моментів сил

$$\sum M_B = 0, \quad R_{12}^\tau l_{AB} + P_{i2} h_2 - P_2 h_1 + M_{i2} - P_{BO} l_{BE} = 0, \quad (2.39)$$

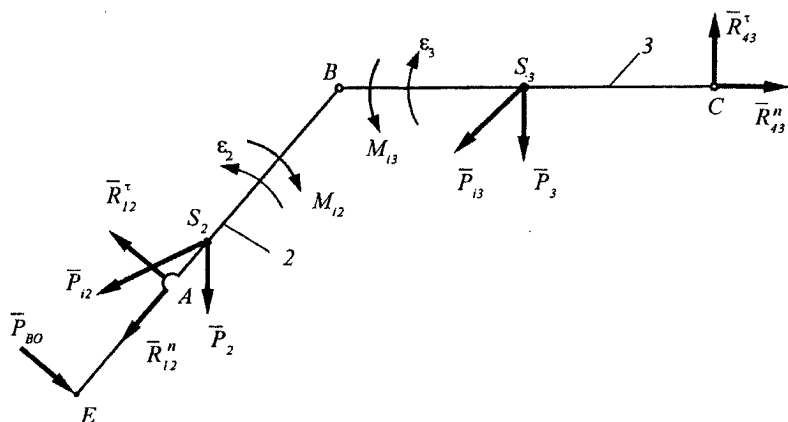


Рис.2.11. Група Ассура під дією системи сил

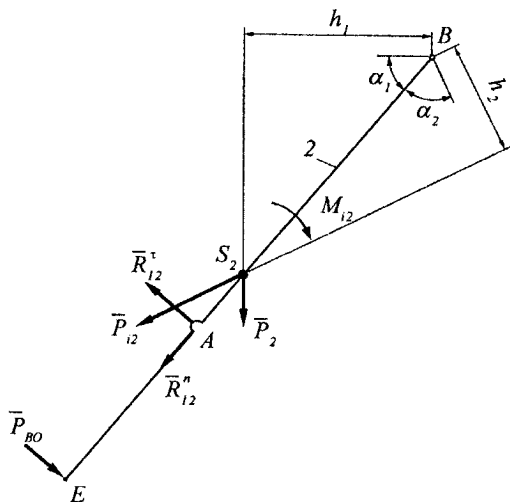


Рис.2.12. Ланка 2 під дією системи сил

$$R_{12}^{\tau} = \frac{1}{l_{AB}} (P_2 h_1 - P_{i2} h_2 - M_{i2} + P_{BO} l_{BE}) = \quad (2.40)$$

$$= \frac{1}{0.04} (63 \cdot 0.0213 - 325 \cdot 0.01 - 1.2 + 100 \cdot 0.065) = 85 \text{ Н},$$

де  $h_1 = 0.5 l_{BE} \cos \alpha_1 = 0.0325 \cos 49^\circ = 0.0213 \text{ м}$ ;  $h_2 = 0.5 l_{BE} \cos \alpha_2 = 0.0325 \cos 72^\circ = 0.01 \text{ м}$ ; кути  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  визначаються із рис.2.12.

Запишемо умову рівноваги ланки 3

$$\sum M_B = 0, \quad -R_{43}^{\tau} l_{BC} + P_{i3} h_3 + P_3 h_4 - M_{i3} = 0, \quad (2.41)$$

$$R_{43}^{\tau} = \frac{1}{l_{BC}} (P_3 h_4 + P_{i3} h_3 - M_{i3}) =$$

$$= \frac{1}{0.06} (59 \cdot 0.03 - 52 \cdot 0.02 - 0.414) = 40 \text{ Н}, \quad (2.42)$$

де  $h_3 = 0.5 l_{BC} \cos \alpha_3 = 0.03 \cos 49^\circ = 0.02 \text{ м}$ ;  $h_4 = 0.5 l_{BC} \cos \alpha_4 = 0.03 \cos 2.5^\circ = 0.03 \text{ м}$ ; кути  $\alpha_3$  і  $\alpha_4$  визначаються із рис.2.13.

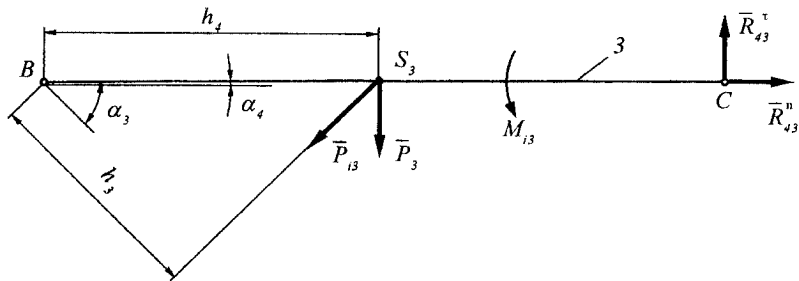


Рис.2.13. Ланка 3 під дією системи сил

2. Для знаходження нормальних складових сил реакцій запишемо геометричну суму сил, прикладених до групи 2, 3 (рис.2.11). Так як задана система сил знаходиться в динамічній рівновазі, то векторне рівняння рівноваги матиме такий вид:

$$\Sigma \bar{P}_{2,3} = 0, \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{P}_2 + \bar{P}_{i2} + \bar{P}_{B0} + \bar{P}_3 + \bar{P}_{i3} + \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^\tau = 0 \quad (2.43)$$

В цьому рівнянні відомими за величиною і напрямком є зусилля  $\bar{R}_{12}^\tau$ ,  $\bar{P}_2$ ,  $\bar{P}_{i2}$ ,  $\bar{P}_{B0}$ ,  $\bar{P}_3$ ,  $\bar{P}_{i3}$ ,  $\bar{R}_{43}^\tau$ , відомими тільки за напрямком –  $\bar{R}_{12}^n$ ,  $\bar{R}_{43}^n$ .

3. Вибираємо масштаб побудови плану сил

$$\mu_p = \frac{R_{12}^\tau}{AB} = \frac{85}{42.5} = 2 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (2.44)$$

Приймаємо  $AB = 42,5$  мм вектор, що визначає величину сили  $\bar{R}_{12}^\tau$  на плані сил. Відповідно до прийнятого масштабу обчислюємо довжини відрізків, які відповідають іншим відомим силам на плані сил



$$\begin{aligned}
 BC &= \frac{P_2}{\mu_p} = \frac{63}{2} = 31.5 \text{ мм}; & CD &= \frac{P_{i2}}{\mu_p} = \frac{325}{2} = 162.5 \text{ мм}; \\
 DE &= \frac{P_{\text{во}}}{\mu_p} = \frac{100}{2} = 50 \text{ мм}; & EF &= \frac{P_3}{\mu_p} = \frac{59}{2} = 29.5 \text{ мм}; \\
 FK &= \frac{P_{i3}}{\mu_p} = \frac{52}{2} = 26 \text{ мм}; & KL &= \frac{R_{43}^r}{\mu_p} = \frac{40}{2} = 20 \text{ мм}.
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

4. Визначення нормальних складових сил реакцій в кінематичних парах А і С проведемо шляхом графічного розв'язку векторного рівняння сил (2.43), тобто побудовою плану сил. Сили будемо відкладати в тому ж порядку, в якому їх прикладено до групи Ассура 2,3 при її обході за годинниковою стрілкою.

Побудову плану сил (рис.2.14) проводимо в такій послідовності. З точки А відкладаємо перпендикулярно ланці 2 силу  $\bar{R}_{12}^r$  (відрізок АВ), з точки В вертикально вниз – силу  $\bar{P}_2$  (відрізок ВС), з точки С в напрямку, протилежному прискоренню  $\bar{a}_{s2}$ , – силу  $\bar{P}_{i2}$  (відрізок CD), потім з точки D, перпендикулярно ланці 2, – силу виробничого опору  $\bar{P}_{\text{во}}$  (відрізок DE), далі вертикально вниз – силу  $\bar{P}_3$  (відрізок EF), потім з точки F в напрямку, протилежному прискоренню  $\bar{a}_{s3}$ , – силу  $\bar{P}_{i3}$  (відрізок FK), і з точки К, перпендикулярно ланці 3, – силу  $\bar{R}_{43}^r$  (відрізок KL). Тепер через точку А, паралельно ланці 2, проводимо напрямок дії сили  $\bar{R}_{12}^n$ , а через точку L, паралельно ланці 3, – напрямок дії сили  $\bar{R}_{43}^n$ . Знаходимо точку перетину М цих двох променів. Відрізки АМ та LM в масштабі  $\mu_p$  визначають шукані сили реакцій  $\bar{R}_{12}^n$  і  $\bar{R}_{43}^n$ . З плану сил можна також визначити і повні реакції  $\bar{R}_{12}$  і  $\bar{R}_{43}$ , як геометричну суму відповідних складових. Цим реакціям відповідають на плані сил відрізки MB і MK.

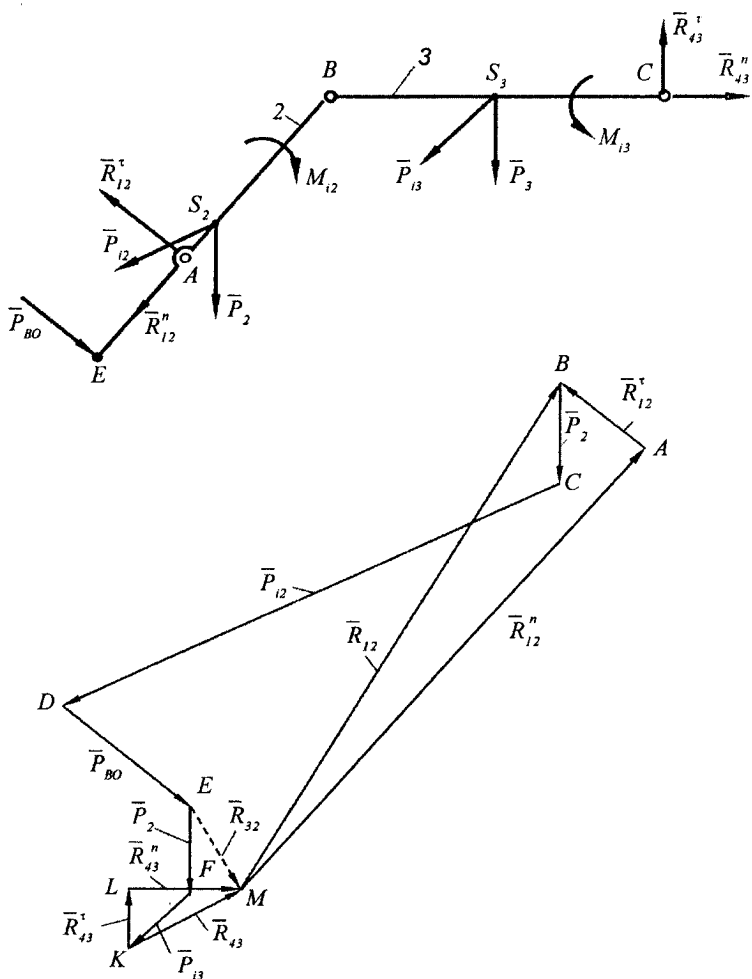


Рис.2.14. План сил для групи Ассур 2, 3

5. Встановлюємо модулі невідомих сил реакцій

$$R_{12}^n = \mu_p AM = 2 \cdot 190 = 380 \text{ Н,}$$

$$R_{43}^n = \mu_p LM = 2 \cdot 30 = 60 \text{ Н}, \quad (2.46)$$

$$R_{12} = \mu_p MD = 2 \cdot 196 = 392 \text{ Н},$$

$$R_{43} = \mu_p MK = 2 \cdot 36 = 72 \text{ Н}.$$

6. Визначаємо реакцію в кінематичній парі В. Для цього запишемо умову рівноваги у вигляді векторної суми сил, прикладених до ланки 2

$$\bar{R}_{32} + \bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{P}_{12} + \bar{P}_{B0} = 0. \quad (2.47)$$

Розв'язуємо його графічно, використавши побудований раніше план сил групи Ассура 2,3. Отримаємо відрізок ЕМ, що визначає силу реакції  $\bar{R}_{32}$  в масштабі  $\mu_p$ . Її модуль  $R_{32} = \mu_p EM = 60 \text{ Н}$ .

### 2.1.6.3. Силовий розрахунок початкового механізму

1. Знаходимо зрівноважуючу силу  $\bar{P}_{zp}$  із умови рівності кулю моментів всіх сил, прикладених до ланки 1, відносно точки О (рис.2.15)

$$\Sigma M_O = 0, \quad -P_{zp} l_{OA} + R_{21} h_5 + P_1 h_6 = 0, \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} P_{zp} &= \frac{1}{l_{OA}} (P_{13} h_6 + R_{21} h_5) = \\ &= \frac{1}{0.064} (63 \cdot 0.028 - 392 \cdot 0.034) = 236 \text{ Н}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

де  $h_5 = l_{OA} \cos \beta_1 = 0.064 \cos 58^\circ = 0.034 \text{ м}$ ;  $h_4 = 0.5 l_{OA} \cos \beta_2 = 0.032 \cos 30^\circ = 0.028 \text{ м}$ ; кути  $\beta_1$  і  $\beta_2$  визначаються із рис.2.15.

2. Визначаємо реакцію  $\bar{R}_{41}$  в кінематичній парі О. Для цього

запишемо умову рівності нулю векторної суми сил, прикладених до ланки 1

$$\bar{P}_1 + \bar{P}_{11} + \bar{R}_{21} + \bar{P}_{зр} + \bar{R}_{41} = 0, \quad \bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}. \quad (2.50)$$

В цьому рівнянні сили  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_{11}$ ,  $\bar{R}_{21}$ ,  $\bar{P}_{зр}$  є відомі за величиною і напрямком, а сила  $\bar{R}_{41}$  є невідомою.

3. Приймаємо масштаб побудови плану сил

$$\mu_p = 4 \frac{H}{MM}. \quad (2.51)$$

Тоді, відповідно, відрізки, що визначають сили  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_{11}$ ,  $\bar{R}_{21}$  на плані сил, будуть

$$BL = \frac{R_{21}}{\mu_p} = \frac{392}{4} = 98 \text{ мм}; \quad ST = \frac{P_1}{\mu_p} = \frac{63}{4} = 16 \text{ мм}; \quad (2.52)$$

$$TB = \frac{P_{11}}{\mu_p} = \frac{184}{4} = 46 \text{ мм}; \quad LK = \frac{P_{зр}}{\mu_p} = \frac{236}{4} = 59 \text{ мм}.$$

4. Розв'язуємо векторне рівняння побудовою плану сил, відкладаючи сили в тому порядку, в якому вони прикладені до ведучої ланки при її обході за годинниковою стрілкою (рис.2.15). З точки S відкладаємо вниз силу  $\bar{P}_1$  (відрізок ST). З її кінця в напрямку, протилежному прискоренню  $\bar{a}_{s1}$ , – силу  $\bar{P}_{11}$  (відрізок TB), потім з точки B відкладаємо силу реакції  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$  (відрізок BL), далі з точки L, перпендикулярно ланці 1, – зрівноважуючу силу  $\bar{P}_{зр}$  (відрізок LK). З'єднуємо точки K і S вектором KS, який в масштабі  $\mu_p$  визначає шукану силу реакції  $\bar{R}_{41}$ . Її модуль  $R_{41} = \mu_p KS = 4 \cdot 136 = 544 \text{ Н}$ .

### 2.1.7. Визначення зрівноважуючої сили методом важеля М. Жуковського

Допоміжним важелем М.Жуковського називається матеріалізований план швидкостей, який приймається як тверде тіло з нерухомою точкою в полюсі р. Якщо план швидкостей,

побудований для заданого положення механізму, повернути на  $90^\circ$  в напрямку, протилежному обертанню кривошипа, і прикласти у відповідних точках сили, що діють на механізм, зберігаючи їх напрямки, то зрівноважуюча сила  $\bar{P}_{3p}^*$  знаходиться із умови рівності нулю суми моментів сил відносно полюса р.

Послідовність визначення  $\bar{P}_{3p}^*$  методом важеля М.Жуковського.

1. Будуємо план швидкостей, повернутий на кут  $90^\circ$  в напрямку, протилежному обертанню кривошипа (рис.2.16).

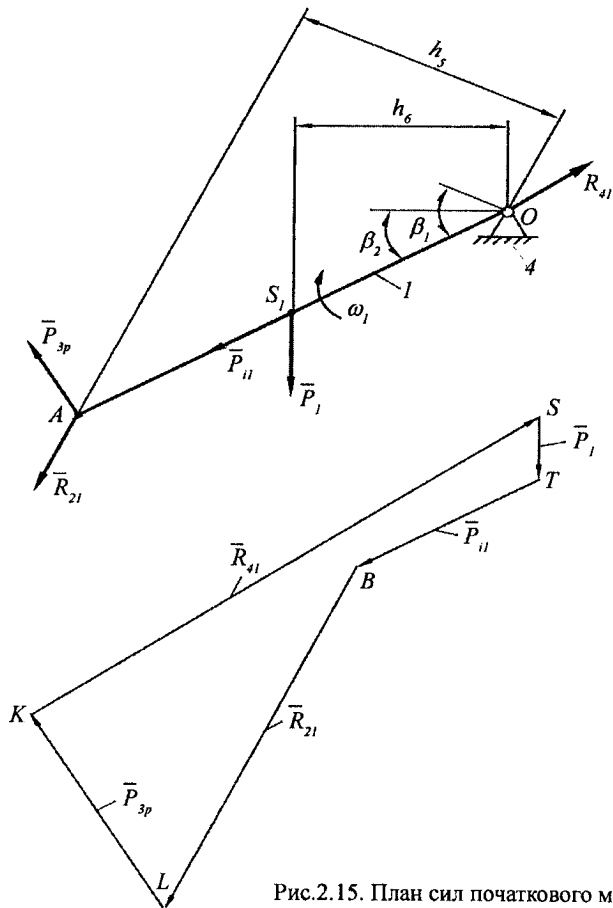


Рис.2.15. План сил початкового механізму

2. Прикладаємо у відповідних точках повернутого плану швидкостей всі активні сили (сили ваги –  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ ; силу виробничого опору –  $\bar{P}_{BO}$ ), що діють на ланки механізму, в т.ч. сили  $\bar{P}_{11}, \bar{P}_{12}, \bar{P}_{13}$  та моменти  $M'_{12}, M'_{13}$  сил інерції, а також зрівноважуючу силу  $\bar{P}^*_{зр}$ .

3. Складаємо рівняння рівноваги системи сил, прикладених до повернутого плану швидкостей

$$\Sigma M_p = 0, P_{BO} p e \cos \gamma_1 - P^*_{зр} p a + P_{12} p s_2 \cos \gamma_2 + P_2 p s_2 \cos \gamma_3 + P_1 p s_1 \cos \gamma_4 + P_3 p s_3 \cos \gamma_5 + P_{13} p s_3 \cos \gamma_6 - M'_{12} + M'_{13} = 0, \quad (2.53)$$

де  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_6$  – кути між напрямком дії кожної з сил і нормаллю в точці їх прикладання (рис.2.16).

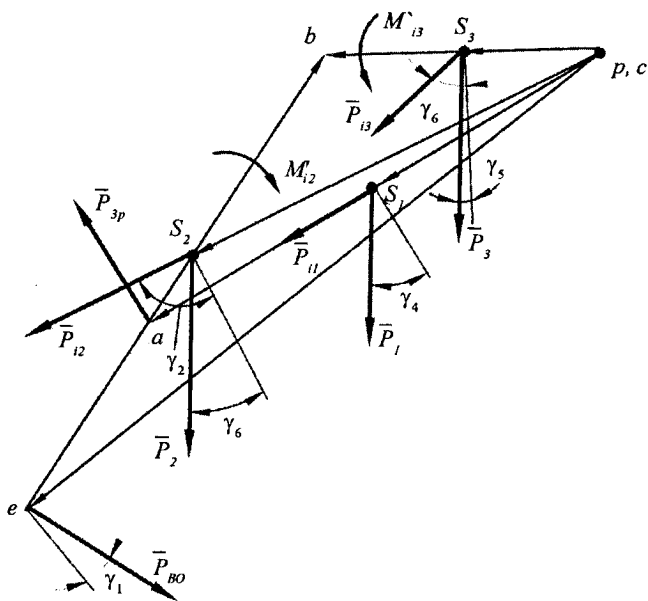


Рис.2.16. Допоміжний важіль М.Жуковського для визначення  $\bar{P}^*_{зр}$

З рівняння (2.53)

$$P_{\text{сп}}^* = \frac{1}{r_a} ( P_{\text{во}} p_e \cos\gamma_1 + P_{i_2} p_{s_2} \cos\gamma_2 + P_2 p_{s_2} \cos\gamma_3 + \\ + P_1 p_{s_1} \cos\gamma_4 + P_3 p_{s_3} \cos\gamma_5 + P_{i_3} p_{s_3} \cos\gamma_6 - M'_{i_2} + M'_{i_3} ). \quad (2.54)$$

Вимірюваннями на допоміжному важелі М.Жуковського одержуємо  $\gamma_1 = 15^\circ, \gamma_2 = 87^\circ, \gamma_3 = 27^\circ, \gamma_4 = 31^\circ, \gamma_5 = 2^\circ, \gamma_6 = 45^\circ$ .

Приведені моменти  $M'_{i_2}$  та  $M'_{i_3}$  сил інерції визначаються таким чином:

$$M'_{i_2} = M_{i_2} \frac{be}{l_{\text{BE}}}, \quad M'_{i_3} = M_{i_3} \frac{bc}{l_{\text{BC}}}. \quad (2.55)$$

Відрізок  $be = 0,059$  м, до якого прикладено момент сили інерції  $M_{i_2}$ , відповідає на плані швидкостей ланці 2 механізму. Аналогічно  $bc = 0,044$  м для ланки 3 з моментом сили інерції  $M_{i_3}$ . Довжини данок 2 і 3 позначено  $l_{\text{BE}}$  та  $l_{\text{BC}}$ , тоді

$$M'_{i_2} = 1.2 \frac{0.099}{0.25 + 0.04} = 1.83 \text{ Нм}, \quad (2.56)$$

$$M'_{i_3} = 0.414 \frac{0.044}{0.06} = 0.304 \text{ Нм}.$$

Слід зауважити, що напрямки моментів  $M'_{i_2}$  та  $M'_{i_3}$  будуть такими ж як і моментів сил інерції  $M_{i_2}, M_{i_3}$  в тому випадку, якщо послідовність позначень відрізків  $be$  та  $bc$  на повернутому плані швидкостей співпадає з позначенням ланок 2 і 3 в заданому положенні механізму. Якщо цього немає, то знак моменту  $M'$  буде протилежним знаку відповідного моменту  $M_i$  сили інерції. У розглядуваному випадку послідовність позначень відрізків плану швидкостей і ланок є однаковою.

Обчислюємо зрівноважуючу силу

$$P_{\text{сп}}^* = \frac{1}{0.096} ( 100 \cdot 0.133 \cos 15^\circ + 325 \cdot 0.086 \cos 87^\circ + 63 \cdot 0.08 \cos 27^\circ + \\ + 63 \cdot 0.048 \cos 31^\circ + 59 \cdot 0.022 \cos 2^\circ + 52 \cdot 0.022 \cos 45^\circ - 1.83 + 0.304 ) = 232 \text{ Н}. \quad (2.57)$$

4. Встановлюємо розходження між зрівноважуючими силами, визначеними з силового розрахунку початкового механізму та за допомогою важеля М. Жуковського

$$\delta_{P_{зр}} = \frac{|P_{зр} - P_{зр}^*|}{P_{зр}} 100\% = \frac{236 - 232}{236} 100\% = 1.7\%. \quad (2.58)$$

## 2.2. Кривошипно – повзунний чотириланковий механізм

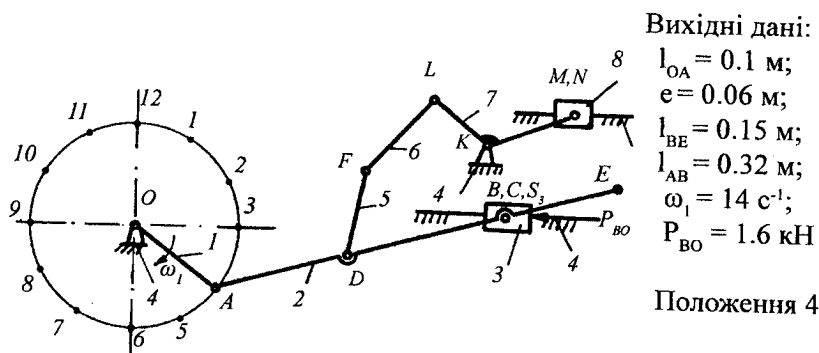


Рис.2.17. Кінематична схема механізму

### 2.2.1. Структурний аналіз механізму

Встановлюємо клас механізму, зображеного на рис.2.17.

1. Знаходимо кількість рухомих ланок і кінематичних пар. Кількість рухомих ланок  $n = 7$ ; кількість кінематичних пар 5-го класу  $p_5 = 10$ ; кількість кінематичних пар 4-го класу  $p_4 = 0$ .

Визначаємо ступінь рухомості механізму за формулою Чебишева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1. \quad (2.59)$$

Отже, механізм має одну ведучу ланку – кривошип 1.



2. Розчленимо новоутворений механізм на групи Ассура та визначимо клас і порядок кожної з них. Спочатку виділяємо групи Ассура II-го класу. Якщо це можливо, то виділяємо групи вищих класів.

Цей механізм містить тільки групи Ассура II-го класу 2-го порядку. Отже, заданий механізм є механізмом II-го класу.

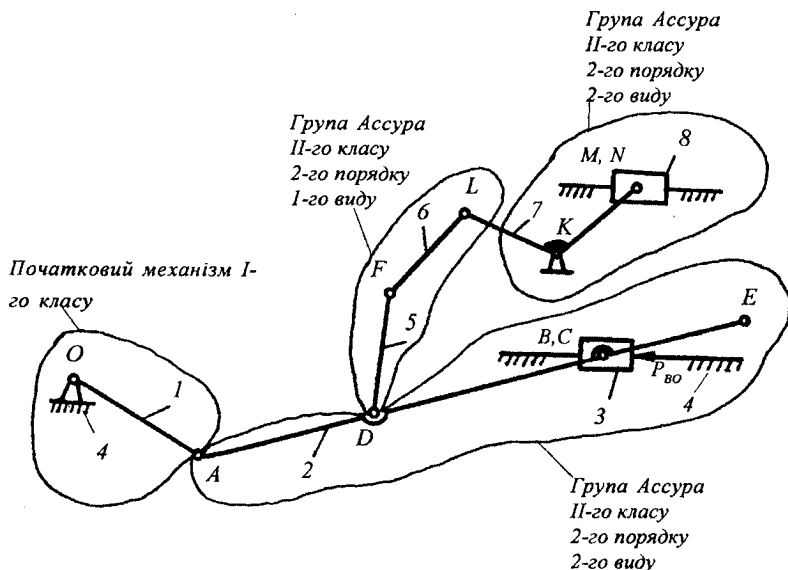


Рис.2.18. Розчленування механізму на групи Ассура

3. Записуємо структурну формулу побудови механізму, яка вказує послідовність його утворення.

$$I(4, 1) \rightarrow II(2, 3) \rightarrow II(5, 6) \rightarrow II(7, 18). \quad (2.60)$$

4. Із заданого механізму виділяємо чотириланковий механізм, що складається із початкового механізму та однієї приєднаної групи Ассура (рис.2.19).

5. Проводимо структурний аналіз цього чотириланковика.

Визначаємо ступінь його рухомості

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1. \quad (2.61)$$

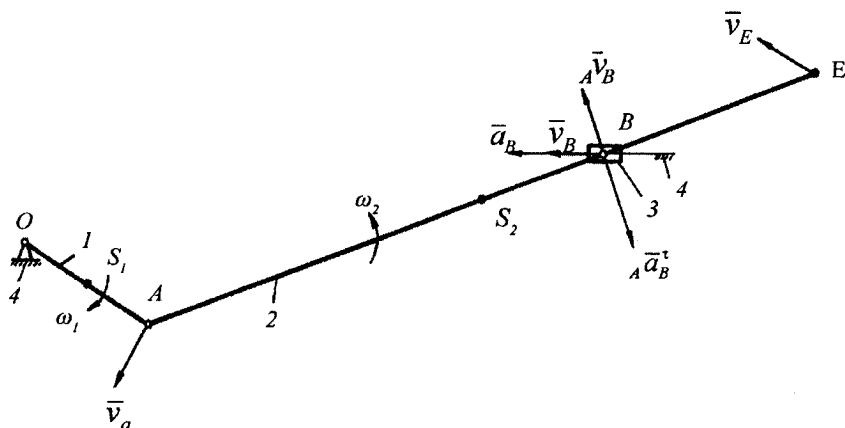


Рис.2.19. Кінематична схема кривошипно – повзунного чотириланкового механізму

В склад механізму входить група Ассур II-го класу 2-го порядку 1-го виду, тобто він є механізмом II-го класу. Структурна формула його побудови

$$I(4,1) \rightarrow II(2,3) \quad (2.62)$$

Подальший кінематичний і силовий аналіз проводиться для виділеного кривошипно-повзунного механізму.

### 2.2.2. Побудова плану положень механізму

1. Вибираємо масштаб побудови плану положень

$$\mu_1 = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0.1}{20} = 0.005 \frac{\text{м}}{\text{мм}}, \quad (2.63)$$

де  $OA$  – довжина ведучої ланки механізму на плані положень;  
приймаємо  $OA = 20$  мм.

Знаходимо довжини відрізків, що відповідають довжинам  
всіх інших ланок механізму на плані положень

$$E = \frac{e}{\mu_1} = \frac{0.06}{0.005} = 12,5 \text{ мм}, \quad (2.64)$$

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_1} = 64 \text{ мм}, \quad BE = \frac{l_{BE}}{\mu_1} = 30 \text{ мм}.$$

Будуємо 12 положень ведучої ланки 1, яка здійснює  
обертний рух (рис.2.20). Будуємо траєкторію точки  $B$ , на якій  
методом засічок розхилом циркуля, рівним віддалі  $AB$ , знаходимо  
12 положень точки  $B$ . Сполучивши однойменні положення точок  
 $A$  і  $B$ , одержимо 12 положень повзуна 3. З'єднавши точки  $A$  та  $B$   
відповідно з точками  $O$  і  $C$ , отримаємо 12 положень механізму.

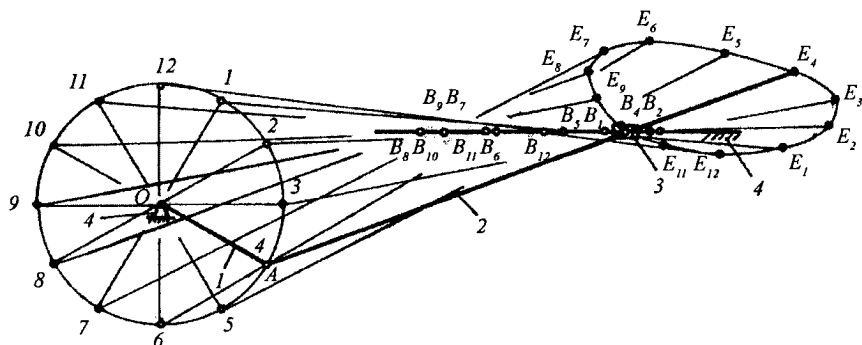


Рис.2.20. План положень кривошипно-повзунного механізму

Продовживши ланку 2 з точки В на величину  $BE = 30$  мм, для її кожного положення отримаємо положення точки Е. Сполучивши положення точки Е за повний оберт ланки 1, будуємо траєкторію її руху.

3. На плані положень виділимо задане 4-те положення механізму.

### 2.2.3. Побудова діаграми переміщень т. В механізму

Діаграму переміщень виду  $s = s_B(t)$  будуємо в наступній послідовності.

1. Будуємо систему координат діаграми:

- вертикально – вісь переміщень  $s_B$ ,
- горизонтально – вісь часу  $t$ .

2. Визначаємо час  $T$  одного повного оберту ведучої ланки

$$T = \frac{60}{n_1} = \frac{60}{30\omega_1} = \frac{6.282}{\omega_1} = \frac{6.282}{14} \approx 0,45 \text{ с}, \quad (2.65)$$

де  $n_1 = 30\omega_1/p$  – частота обертання ведучої ланки.

3. Визначаємо масштаб часу

$$\mu_t = \frac{T}{l} = \frac{0.45}{120} = 0.00375 \frac{\text{с}}{\text{мм}}, \quad (2.66)$$

де  $l = 120 \dots 240$  мм – відрізок по осі абсцис, який визначає в масштабі  $\mu_t$  час  $T$ ; приймаємо  $l = 120$  мм.

4. Вибираємо початково масштаб переміщення  $\mu_s = \mu_1 = 0.005$  (м/мм).

Визначені із рис.2.20 величини переміщень т.В відкладаємо на діаграмі  $s = s_B(t)$ .

5. Розбиваємо відрізок  $l$  на 12 рівних частин у відповідності до числа положень, які займає точка В на плані положень механізму.

6. В точках 1, 2, 3,... відкладаємо паралельно осі ординат відстані, пройдені точкою В від її початкового положення  $B_1$ . Отримаємо відповідно точки 1', 2', 3'....

7. Сполучивши ці точки плавною кривою, дістанемо діаграму переміщень  $s = s_B(t)$  (рис.2.21).

#### 2.2.4. Кінематичне дослідження методом діаграм швидкостей та прискорень

Побудову діаграми  $v_B = v_B(t)$  (рис.2.22) проводимо в наступній послідовності.

1. На діаграмі  $s = s_B(t)$  проводимо хорди  $01', 1'2', 2'3', \dots$
2. Будуємо систему координат  $v_B \sim t$ . Масштаб часу  $m_t$  буде таким же, як на діаграмі переміщень, а масштаб швидкості встановимо наступним чином:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1}, \quad (2.67)$$

де  $H_1 = 30 \dots 60$  мм – полюсна відстань діаграми швидкостей; прийнято  $H_1 = P_1 O_1$  (рис.2.22).

3. Вибираємо полюс  $P_1$  на відстані  $H_1 = 30$  мм.
4. З полюса  $P_1$  (рис.2.22) проводимо промені  $1, 2, 3, \dots$ , паралельні хордам  $01', 1'2', 2'3', \dots$ , до перетину з віссю ординат.
5. З отриманих точок, паралельно осі абсцис, проводимо прямі до перетину з лініями, проведеними перпендикулярно до цієї ж осі із середини відрізків  $01, 12, 23, \dots$
6. Отримаємо точки  $1'', 2'', 3'' \dots$ , сполучивши які плавною кривою, дістанемо діаграму швидкості  $v_B = v_B(t)$  (рис.2.22).
7. Обчислюємо масштаб швидкості

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1} = \frac{0.005}{0.00375 \cdot 30} = 0.0444 \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}. \quad (2.68)$$

8. Побудова діаграми  $a_B = a_B(t)$  здійснюється шляхом графічного диференціювання діаграми  $v_B = v_B(t)$ . Послідовність операцій буде такою ж як і для розглянутої вище побудови діаграми  $v_B = v_B(t)$ . При цьому необхідно пам'ятати що, тут отримується діаграма повних прискорень  $a_B = a_B(t)$  т.В, яка перебуває у прямолінійному русі. Побудована діаграма прискорень  $a_B = a_B(t)$

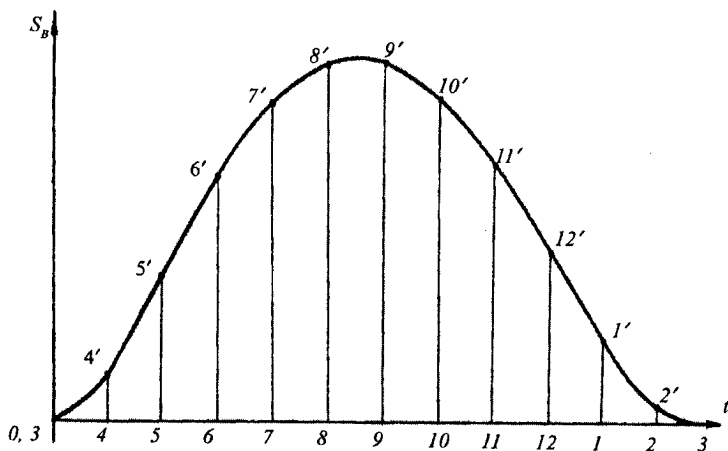


Рис. 2.21. Діаграма переміщень т. В

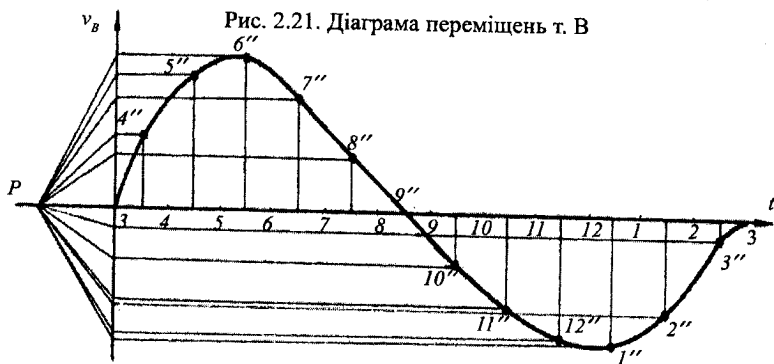


Рис. 2.22. Діаграма швидкостей т. В

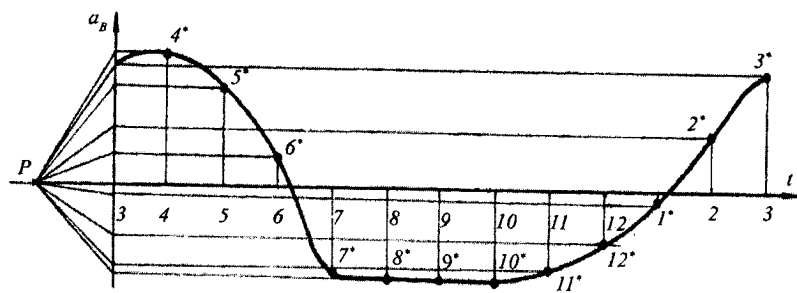


Рис. 2.23. Діаграма прискорень т. В

зображена на рис.2.23.

Масштаб прискорень встановлюється так:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2} = \frac{0.0444}{0.00375 \cdot 30} = 0.395 \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}, \quad (2.69)$$

де  $H_2 = 30 \dots 60$  мм – полюсна відстань діаграми прискорень; прийнято  $H_2 = 30$  мм.

9. На підставі проведених графічних побудов визначаємо переміщення  $s$ , швидкості  $v$  і прискорення  $a$  т.В в кожному із заданих 12 положень механізму як добуток відповідного масштабу на величину ординати шуканого кінематичного параметру розглядуваної діаграми.

Результати обчислень зведено в таблицю 2.2

Таблиця 2.2. Кінематичні параметри

Кінематичні параметри	Положення механізму					
	1	2	3	4	5	6
Переміщення $s$ , м	0.046	0.008	0.0	0.026	0.08	0.136
Швидкість $v$ , мс <sup>-1</sup>	1,24	0.67	0.0	1.13	1.53	1.42
Прискорення $a$ , мс <sup>-2</sup>	1.6	8.56	17.67	19.8	14.45	4.55
Кінематичні параметри	Положення механізму					
	7	8	9	10	11	12
Переміщення $s$ , м	0.18	0.2	0.202	0.184	0.146	0.096
Швидкість $v$ , мс <sup>-1</sup>	0.85	0.32	0.211	0.75	1.139	1.35
Прискорення $a$ , мс <sup>-2</sup>	13.0	13.38	13.38	13.38	10.71	7.49

## 2.2.5. Кінематичне дослідження методом планів швидкостей і прискорень

### 2.2.5.1. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2, 3

1. Визначаємо швидкість точки А

$$v_A = \omega l_{OA} = 14 \cdot 0.1 = 1.4 \text{ мс}^{-1}. \quad (2.70)$$

Вона напрямлена перпендикулярно ланці 1 в сторону її обертання.

2. Визначаємо масштаб побудови плану швидкостей

$$\mu_v = \frac{v_A}{\rho_a} = \frac{1.4}{70} = 0.02 \frac{\text{мс}^{-1}}{\text{мм}}, \quad (2.71)$$

де  $\rho_a$  – відрізок, що визначає величину вектора  $\bar{v}_A$  на плані швидкостей; приймаємо  $\rho_a = 70$  мм.

3. Побудова плану швидкостей групи Ассура 2,3 проводиться згідно таких векторних рівнянь:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + {}_B\bar{v}_A, \bar{v}_B = \bar{v}_C + {}_C\bar{v}_B, \quad (2.72)$$

де  $\bar{v}_B$  – лінійна швидкість точки В;

${}_B\bar{v}_A$  – відносна швидкість точки В при її обертанні навколо точки А, перпендикулярна ланці 2;

${}_C\bar{v}_B$  – відносна швидкість точки В при її обертанні навколо точки С, перпендикулярна ланці 3; тут це буде лінійна швидкість точки В;

$\bar{v}_C = 0$  – швидкість точки С, яка є нерухомою, оскільки належить стійці.



4. Будуємо план швидкостей (рис.2.24).

Розв'язуємо графічно 1-е векторне рівняння. З полюса  $p$  відкладаємо перпендикулярно до лінії  $OA$  вектор  $pa = 70$  мм, який зображає швидкість точки  $A$ . З  $a$  проводимо напрям швидкості  $v_A$  – промінь, перпендикулярний до лінії  $AB$ .

Розв'язуємо графічно 2-е векторне рівняння. З точки  $p$  необхідно було б відкласти величину швидкості  $v_C$ . Однак  $v_C = 0$ , тобто точку  $c$  суміщаємо з точкою  $p$ . З точки  $p$  проводимо лінію, паралельну руху повзуна. Отримуємо точку  $b$  – кінець векторів швидкостей  $v_A$  та  $v_B$ .

5. Встановлюємо модулі швидкостей точок механізму

$$\begin{aligned} v_A &= \mu_v ab = 0.02 \cdot 65 = 1.3 \text{ мс}^{-1}, \\ v_B &= \mu_v cb = 0.02 \cdot 57 = 1.14 \text{ мс}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

6. Положення т.Е на плані швидкостей знаходимо за правилом подібності із пропорції

$$\frac{l_{AB}}{l_{BE}} = \frac{ba}{be}, \quad be = ba \frac{l_{BE}}{l_{AB}} = 0.469 ba = 0.469 \cdot 65 = 30.5 \text{ мм}. \quad (2.74)$$

Відклавши на плані швидкостей відрізок  $be = 30.5$  мм, отримуємо точку  $e$ . З'єднуючи полюс  $p$  із точкою  $e$ , отримується вектор швидкості  $v_E$ , модуль якого  $v_E = \mu_v pe = 0.02 \cdot 73 = 1.46 \text{ мс}^{-1}$ .

7. Знаходимо швидкості центрів мас ланок 1, 2, 3. Приймаючи, що центри мас ланок – точки  $s_1, s_2, s_3$ , розташовані посередині ланок, знаходимо середини відрізків  $pa, ea$  на плані швидкостей. Швидкість центру мас ланки 3  $v_{s_3}$  збігається з швидкістю  $v_B$ . З'єднуємо отримані точки  $s_1, s_2$  з полюсом  $p$ , одержимо, відповідно, вектори  $v_{s_1}, v_{s_2}$ . Їх модулі знаходимо аналогічно попередньому і вони будуть рівні  $v_{s_1} = 0.7 \text{ мс}^{-1}, v_{s_2} = 1.06 \text{ мс}^{-1}$ .

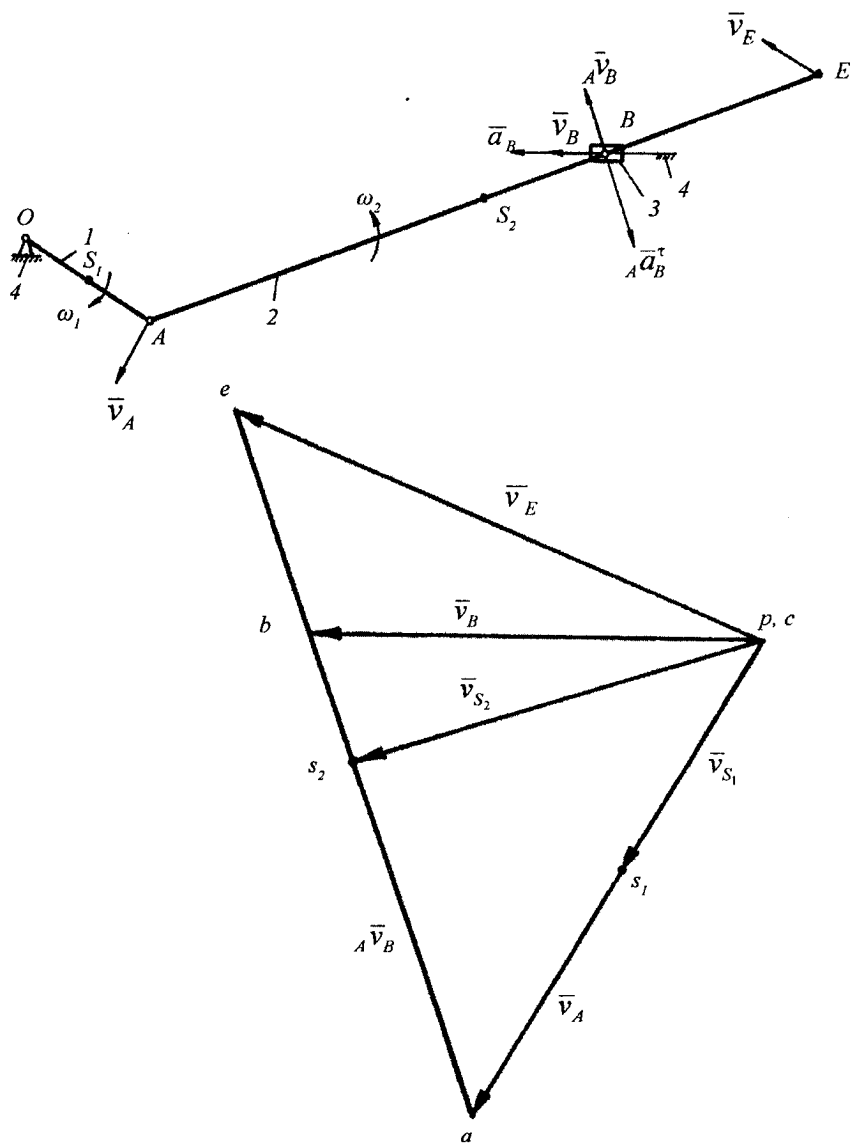


Рис.2.24. План швидкостей точок механізму

## 8. Визначаємо кутові швидкості ланок

$$\omega_1 = 14 \text{ c}^{-1} = \text{const},$$

$$\omega_2 = \frac{A V_B}{l_{AB}} = \frac{1.3}{0.32} = 4.06 \text{ c}^{-1}, \quad (2.75)$$

$$\omega_3 = 0.$$

## 9. Визначаємо напрямки кутових швидкостей ланок.

Напрямок кутової швидкості ланки 2 відповідає напрямку вектора швидкості  ${}_B \bar{v}_A$ , уявно прикладеного в точці В. Тобто співпадає з напрямком годинникової стрілки. Зображаємо напрямки кутових швидкостей  $\omega_1$  та  $\omega_2$  на схемі механізму.

### 2.2.5.2. Побудова плану прискорень групи Ассура 2,3

#### 1. Визначаємо прискорення т.А

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 14^2 \cdot 0.1 = 19,6 \text{ мс}^{-2}. \quad (2.76)$$

Точка А має лише нормальне прискорення  $\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ , напрямлене паралельно ланці ОА до центру О, оскільки  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $\bar{a}_A^t = 0$ .

#### 2. Визначаємо масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{\rho_a} = \frac{19.6}{98} = 0.2 \frac{\text{мс}^{-2}}{\text{мм}}, \quad (2.77)$$

де  $\rho_a$  – відрізок, що визначає величину вектора  $\bar{a}_A$  на плані прискорень; приймається  $\rho_a = 98 \text{ мм}$ .

3. Побудова плану прискорень проводиться згідно таких векторних рівнянь:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + {}_A \bar{a}_B^n + {}_A \bar{a}_B^t, \quad (2.78)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + {}_B\bar{a}_C^n + {}_C\bar{a}_B^t \quad (2.79)$$

де  $\bar{a}_B$  – повне прискорення точки В, напрямлене вздовж руху повзуна 3;

${}_A\bar{a}_B^n$  – нормальне прискорення точки В в обертвовому русі ланки АВ навколо точки А, напрямлене паралельно АВ від точки В до точки А; його модуль рівний  ${}_A a_B^n = {}_A v_B^2 / l_{AB}$ ;

${}_A\bar{a}_B^t$  – тангенціальне прискорення точки В в тому ж русі ланки АВ, напрямлене перпендикулярно лінії АВ; його модуль рівний  ${}_A a_B^t = \varepsilon_2 l_{AB}$ , де  $\varepsilon_2$  – невідоме кутове прискорення ланки 2;

${}_C\bar{a}_B^n$  – нормальне прискорення точки В в обертвовому русі ланки ВС навколо точки В, напрямлене паралельно ВС від точки В до точки С; тут  ${}_C\bar{a}_B^n = \bar{a}_B$  – лінійне прискорення точки В;  $\bar{a}_C = 0$ .

Знаходимо величини прискорень  ${}_A\bar{a}_B^n$  та  $\bar{a}_B$

$${}_A a_B^n = \omega_2^2 l_{AB} = 4.06^2 \cdot 0.32 = 5.27 \text{ мс}^{-2}. \quad (2.80)$$

Знаходимо величини відрізків, які відповідають прискоренню

${}_A\bar{a}_B^n$  на плані прискорень

$$ap = {}_A a_B^n / \mu_a = 5.27 / 0.2 = 26.35 \text{ мм} \quad (2.81)$$

4. Будуємо план прискорень (рис.2.25).

Розв'язуємо графічно 1-е векторне рівняння. З полюса прискорень  $\pi$  відкладаємо паралельно ОА вектор  $\pi a = 98$  мм, який зображає прискорення  $\bar{a}_A$  т. А. З точки а, паралельно АВ,

відкладаємо вектор  $a_n = 26.35$  мм. Він зображає прискорення  ${}_A \bar{a}_B^n$ . Через точку  $n$  проводимо напрям прискорення  ${}_A \bar{a}_B^\tau$  – лінію, перпендикулярну ланці 2.

Згідно з другим рівнянням, враховуючи, що  $\bar{a}_C = 0$  і точка  $c$  співпадає з точкою  $p$ , відкладаємо напрямок прискорення  $\bar{a}_B$ . На перетині цих променів отримується точка  $b$ . Відповідно відрізок  $nb$  у прийнятому масштабі визначає модуль прискорення  ${}_A \bar{a}_B^\tau$ , а відрізок  $cb$  – прискорення  $a_B$ .

5. Визначаємо модулі прискорень точок механізму

$${}_A a_B^\tau = \mu_a nb = 0.2 \cdot 42 = 8.4 \text{ мс}^{-2}, \quad (2.82)$$

$$a_B = \mu_a cb = 0.2 \cdot 96 = 19.2 \text{ мс}^{-2}.$$

6. Положення точки  $e$  на плані прискорень знаходимо за теоремою подібності аналогічно як і раніше

$$\frac{l_{AB}}{l_{BE}} = \frac{ab}{be}, \quad (2.83)$$

Звідси

$$be = ab \frac{l_{BE}}{l_{AB}} = 0.469ab = 23.45 \text{ мм}. \quad (2.84)$$

Побудувавши точку  $e$ , з'єднаємо її з полюсом  $p$  і отримуємо вектор прискорення  $\bar{a}_E$ . Знаходимо його модуль

$$a_E = \mu_a pe = 0.2 \cdot 104 = 20.8 \text{ мс}^{-2}. \quad (2.85)$$

7. Знаходимо прискорення центрів мас ланок механізму. На плані прискорень відмічаємо на серединах відрізків  $pa$ ,  $ae$  відповідно, точки  $s_1$ ,  $s_2$ . З'єднаємо їх з полюсом плану прискорень

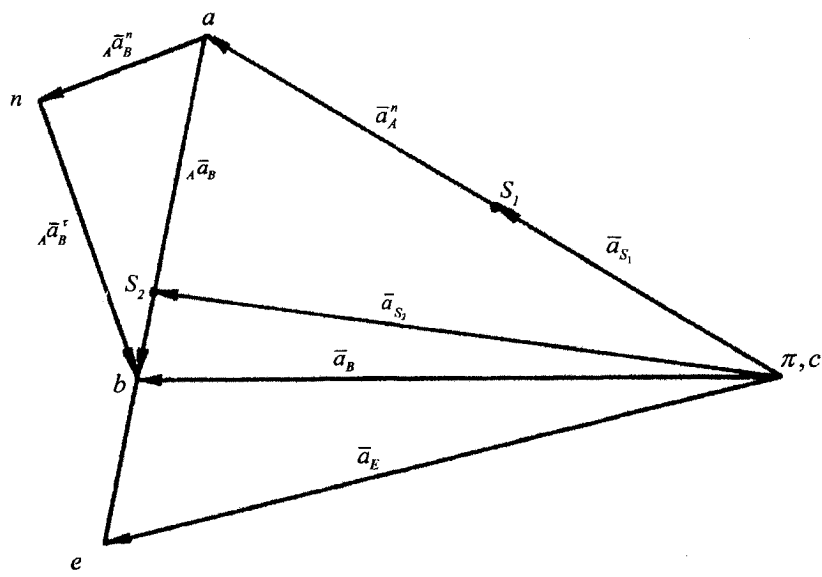
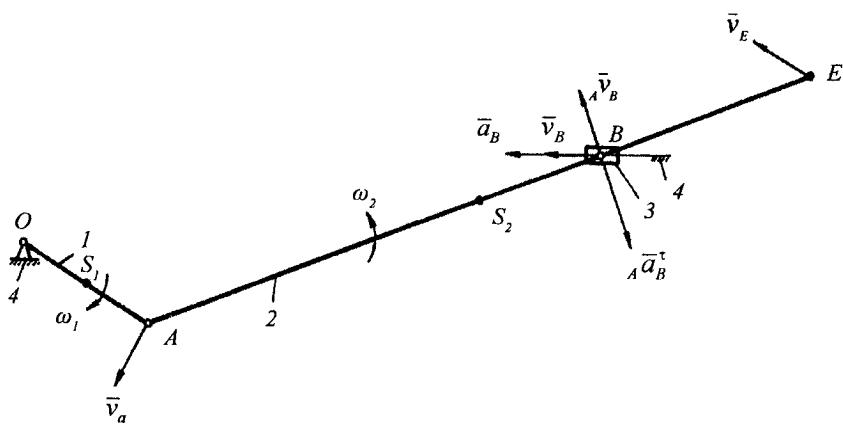


Рис.2.25. План прискорень точок механізму

$\pi$  і отримаємо відповідно вектори прискорень  $\bar{a}_{s1}$ ,  $\bar{a}_{s2}$ ,  $\bar{a}_{s3} = \bar{a}_B$  центрів мас ланок в масштабі  $\mu_a$ .

Модулі прискорень обчислюються таким чином:

$$\begin{aligned} a_{s1} &= \mu_a p s_1 = 0.2 \cdot 49 = 9.8 \text{ мс}^{-2}, \\ a_{s2} &= \mu_a p s_2 = 0.2 \cdot 94 = 18.8 \text{ мс}^{-2}, \\ a_{s3} &= \mu_a p b = 0.2 \cdot 96 = 19.2 \text{ мс}^{-2}. \end{aligned} \quad (2.86)$$

8. Визначаємо величини кутових прискорень ланок

$$\varepsilon_1 = 0, \text{ бо } \omega_1 = \text{const},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{A a_B^t}{l_{AB}} = \frac{8.4}{0.32} = 26.25 \text{ с}^{-2}, \quad (2.87)$$

9. Визначаємо напрямки кутових прискорень ланок. Напрямок кутового прискорення  $\varepsilon_2$  ланки 2 визначаємо уявно перенісши вектор дотичного прискорення  ${}_A \bar{a}_B^t$  в точку b. Ланка 2 тоді буде здійснювати обертання проти годинникової стрілки і таким же буде напрямком  $\varepsilon_2$ . Зобразимо його напрямком на розрахунковій схемі.

### 2.2.5.3. Розходження між швидкостями та прискореннями точки В

Вище методом діаграм швидкостей і прискорень та методом планів швидкостей і планів прискорень було встановлено їх значення для положення 4 кривошипно-повзунного механізму.

Із діаграми швидкостей:  $v_{B4} = 0,85 \text{ мс}^{-1}$ .

Із плану швидкостей:  $v_B = 0.88 \text{ мс}^{-1}$ .

Розходження швидкостей становить

$$\delta_v = \frac{|v_B - v_{B4}|}{v_B} 100\% = \frac{|1.14 - 1.13|}{1.14} 100\% = 0.9\% . \quad (2.88)$$

Із діаграми прискорень:  ${}_A a_{B4} = 19.8 \text{ мс}^{-2}$ ,

Із плану прискорень:  ${}_A a_B = 19.2 \text{ мс}^{-2}$ .

Розходження становить

$$\delta_a = \frac{|a_B - a_{B4}|}{a_B} 100\% = \frac{|19.2 - 19.8|}{19.2} 100\% = 4.2\% . \quad (2.89)$$

Величини швидкостей і прискорень, визначених двома різними графічними методами кінематичного дослідження, є достатньо близькими.

## 2.2.6. Силове дослідження механізму

При цьому проводиться визначення сил реакцій в кінематичних парах та зрівноважуючої сили (моменту). Послідовність дослідження цього механізму є такою ж, як і в попередній задачі:

а) Визначаються всі зовнішні сили, прикладені до ланок механізму, від дії яких необхідно знайти реакції в його кінематичних парах (сили ваги, сили інерції, моменти сил інерції).

б) Проводиться силове дослідження кожної групи Ассура, які входять в склад механізму.

в) Проводиться силове дослідження початкового механізму.

### 2.2.6.1. Визначення сил ваги, сил інерції та моментів сил інерції ланок механізму

1. Сили ваги  $P$  ланок механізму визначаються за формулою

$$P = m_j g = q l_j g , \quad (2.90)$$



де  $q = 100 \text{ кг/м}$ ,  $g = 9.81 \text{ мс}^{-2}$ ,  $l_j$  – довжина  $j$ -ої ланки.

$$P_1 = q l_{OA} g = m_1 g = 100 \cdot 0.1 \cdot 9.81 = 98 \text{ Н},$$

$$P_2 = q l_{AE} g = m_2 g = 100 \cdot 0.47 \cdot 9.81 = 460 \text{ Н}, \quad (2.91)$$

$$P_3 = 4P_1 = 4 \cdot 98 = 392 \text{ Н}.$$

2. Сили інерції  $P_i$  ланок механізму

$$P_i = -m_j a_{sj}, \quad (2.92)$$

де  $m_j$  – маса  $j$ -ої ланки;  $a_{sj}$  – прискорення центра мас  $j$ -ої ланки; знак “мінус” вказує, що напрямок сили інерції ланки є протилежним напрямку прискорення її центра мас.

$$P_{i1} = m_1 a_{s1} = 10 \cdot 9.8 = 98 \text{ Н},$$

$$P_{i2} = m_2 a_{s2} = 47 \cdot 18.8 = 883.6 \text{ Н}, \quad (2.93)$$

$$P_{i3} = m_3 a_{s3} = 39.2 \cdot 19.2 = 752.6 \text{ Н}.$$

3. Моменти сил інерції ланок механізму визначаються за формулою

$$M_i = -\varepsilon_j I_{sj}, \quad (2.94)$$

$$M_{i1} = \varepsilon_1 I_{s1} = 0, \text{ бо } \varepsilon_1 = 0,$$

$$M_{i2} = \varepsilon_2 I_{s2} = 26.25 \cdot 0.1 \cdot 100 \cdot 0.47 \cdot 0.47^2 = 27.25 \text{ Нм},$$

$$M_{i3} = \varepsilon_3 I_{s3} = 0, \text{ бо } \varepsilon_3 = 0.$$

де  $\varepsilon_j$  – кутове прискорення  $j$ -ої ланки;  $I_{sj}$  – момент інерції  $j$ -ої ланки, знак “мінус” вказує на те, що напрямок моменту сили інерції є протилежним прискоренню ланки.

### 2.2.6.2. Силовий розрахунок групи Ассура 2, 3

Зображаємо групу Ассура 2,3 і прикладаємо до неї всі зовнішні сили та сили реакції в кінематичних парах (рис.2.26). Сили реакції в кінематичних парах А і С розкладемо на нормальну і дотичну складові, тобто

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t, \quad \bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t. \quad (2.95)$$

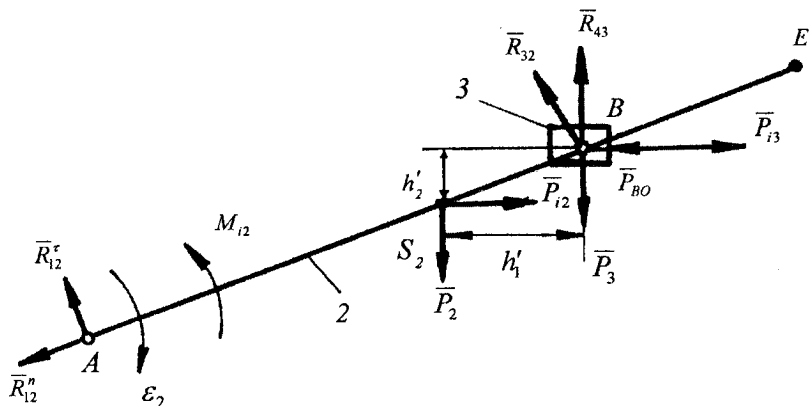


Рис.2.26. Група Ассура під дією системи сил

1. Визначення дотичних складових сил реакції проведемо, розглянувши окремо рівновагу ланки 2 під дією заданої системи зовнішніх сил (рис.2.27).

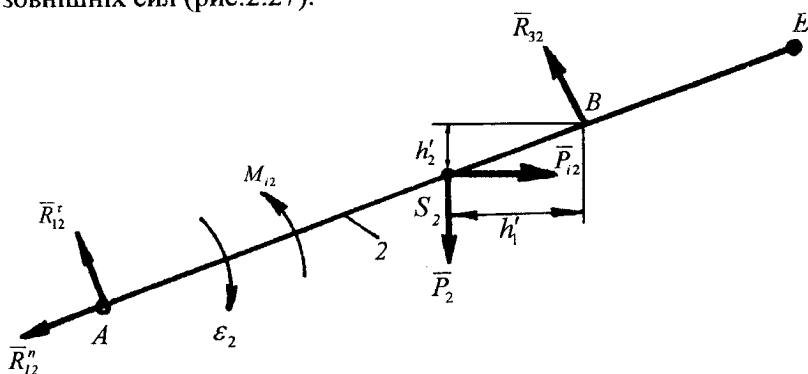


Рис.2.27. Ланка 2 під дією системи сил

Запишемо умову рівноваги ланки 2 під дією прикладених сил та моментів сил

$$\Sigma M_B = 0, \quad -R_{12}^r l_{AB} + P_{i2} h_2 + P_2 h_1 - M_{i2} = 0, \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} R_{12}^r &= \frac{1}{l_{AB}} (P_2 h_1 + P_{i2} h_2 - M_{i2}) = \\ &= \frac{1}{0.32} (460 \cdot 0.088 + 883.6 \cdot 0.044 + 27.25) = 272,3 \text{ Н}, \end{aligned} \quad (2.97)$$

де  $h_1 = \mu_1 h'_1 = 0.005 \cdot 17.6 = 0.088 \text{ м}$ ;  $h_2 = \mu_1 h'_2 = 0.005 \cdot 8.8 = 0.044 \text{ м}$ ;

де плечі сил  $h'_1, h'_2$  визначаються із рис.2.27.

2. Для знаходження нормальних складових сил реакцій запишемо геометричну суму сил, прикладених до групи 2,3 (рис.2.26). Так як задана система сил знаходиться в динамічній рівновазі, то векторне рівняння рівноваги матиме такий вид:

$$\Sigma \bar{P}_{2,3} = 0, \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r + \bar{P}_2 + \bar{P}_{i2} + \bar{P}_{BO} + \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^r = 0 \quad (2.98)$$

У цьому рівнянні відомими за величиною і напрямком є зусилля  $\bar{R}_{12}^r, \bar{P}_2, \bar{P}_{i2}, \bar{P}_{BO}, \bar{P}_3, \bar{P}_{i3}$  відомими тільки за напрямком  $\bar{R}_{43}^n, \bar{R}_{43}^r$

3. Вибираємо масштаб побудови плану сил

$$\mu_P = \frac{R_{12}^r}{AB} = \frac{272,3}{20} = 13.6 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (2.99)$$

Приймаємо  $AB = 20 \text{ мм}$  вектор, що визначає величину сили на плані сил. Відповідно обчислюємо довжини відрізків, які відповідають іншим відомим силам на плані сил

$$BC = \frac{P_2}{\mu_p} = \frac{460}{13.6} = 33.8 \text{ мм}; \quad CK = \frac{P_{i2}}{\mu_p} = \frac{883.6}{13.6} = 64 \text{ мм};$$

$$KD = \frac{P_{BO}}{\mu_p} = \frac{1600}{13.6} = 117.6 \text{ мм}; \quad DN = \frac{P_3}{\mu_p} = \frac{392}{13.6} = 28.8 \text{ мм};$$

$$NM = \frac{P_{i3}}{\mu_p} = \frac{752.6}{13.6} = 55,3 \text{ мм}. \quad (2.100)$$

4. Визначення нормальних складових сил реакцій в кінематичних парах А і В проведемо шляхом графічного розв'язку векторного рівняння (2.98) сил, тобто побудовою плану сил. Сили будемо відкладати в тому ж порядку, в якому їх прикладено до групи Ассура 2,3 при її обході за годинниковою стрілкою.

Побудову плану сил (рис. 2.28) проводимо в такій послідовності. З точки А відкладаємо перпендикулярно ланці 2 силу  $\bar{R}_{12}^r$  (відрізок АВ), з точки В вертикально вниз - силу  $\bar{P}_2$  (відрізок ВС), з точки С в напрямку, протилежному прискоренню  $\bar{a}_{s2}$ , - силу  $\bar{P}_{i2}$  (відрізок СК), потім з точки К - силу виробничого опору  $\bar{P}_{BO}$  (відрізок KD), далі вертикально вниз - силу  $\bar{P}_3$  (відрізок DN), потім з точки N, в напрямку, протилежному прискоренню - силу  $\bar{P}_{i3}$  (відрізок NM), і з точки М, перпендикулярно до переміщення ланки 3, - напрямком сили реакції  $\bar{R}_{43}$ . Тепер з точки А, паралельно ланці 2, проводимо напрямок дії сили  $\bar{R}_{12}^n$ . Знаходимо точку перетину L цих двох променів. Відрізки LA та ML в масштабі  $\mu_p$  визначають шукані сили реакцій  $\bar{R}_{12}^n$  і  $\bar{R}_{43}$ . З плану сил можна також визначити повну реакцію  $\bar{R}_{12}$ , як геометричну суму відповідних складових. Цій реакції відповідає на плані сил відрізок LB.

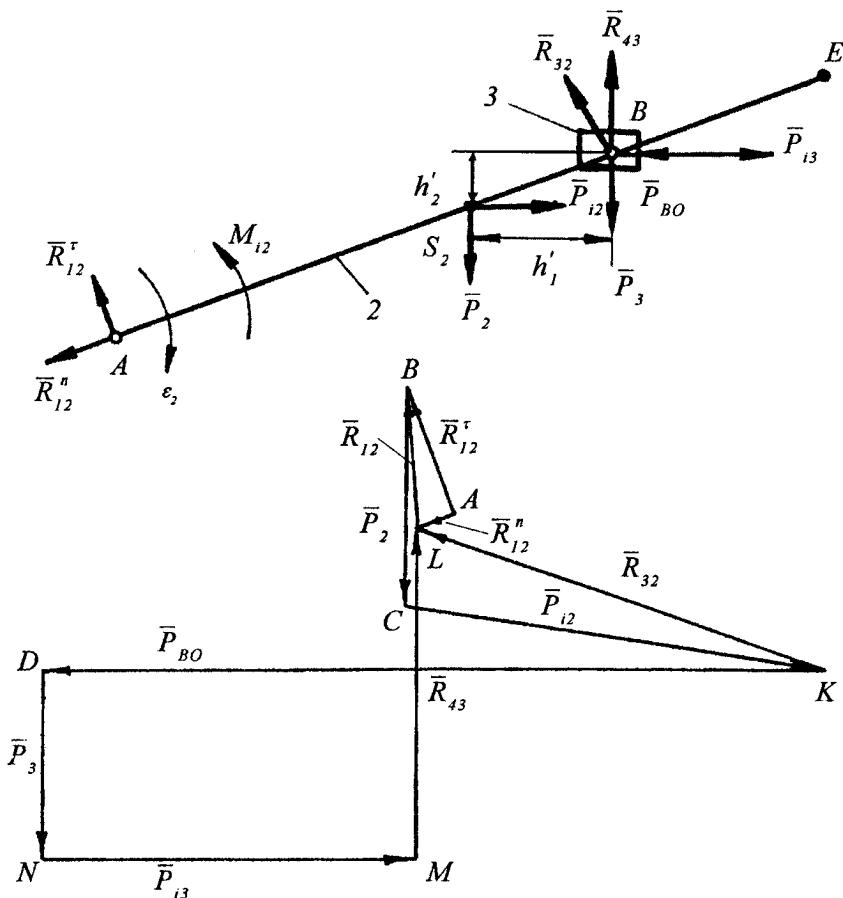


Рис.2.28. План сил групи Ассур 2, 3

5. Встановлюємо модулі невідомих сил реакцій

$$R_{12}^n = \mu_p LA = 13.6 \cdot 6 = 81.6 \text{ Н,}$$

$$R_{43} = \mu_p LM = 13.6 \cdot 50 = 680 \text{ Н,} \quad (2.101)$$

$$R_{12} = \mu_p LB = 13.6 \cdot 20 = 272 \text{ Н.}$$

6. Визначаємо реакцію в кінематичній парі В. Для цього запишемо умову рівноваги у вигляді векторної суми сил, прикладених до ланки 2

$$\bar{R}_{32} + \bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{P}_{12} = 0. \quad (2.102)$$

Розв'язуємо його графічно, використавши побудований раніше план сил групи Ассура 2,3. Отримаємо відрізок KL, що визначає силу реакції  $\bar{R}_{32}$ . Її модуль  $\bar{R}_{32} = \mu_p \cdot KL = 13.6 \cdot 63 = 865.8 \text{ Н}$ .

### 2.2.6.3. Силевий розрахунок початкового механізму

1. Знаходимо зрівноважуючу силу  $\bar{P}_{зр}$  із умови рівності кулю моментів всіх сил, прикладених до ланки 1, відносно точки О (рис.2.29)

$$\Sigma M_o = 0, \quad -P_{зр} l_{oA} + R_{21} h_3 + P_1 h_4 = 0, \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} P_{зр} &= \frac{1}{l_{oA}} (P_1 h_4 + R_{21} h_3) = \\ &= \frac{1}{0.1} (98 \cdot 0.04 + 272 \cdot 0.08) = 256.8 \text{ Н}, \end{aligned} \quad (2.104)$$

де  $h_3 = \mu_1 h'_3 = 0.005 \cdot 16 = 0.08 \text{ м}$ ;  $h_4 = \mu_1 h'_4 = 0.005 \cdot 8 = 0.04 \text{ м}$ .

2. Визначаємо реакцію  $\bar{R}_{41}$  в кінематичній парі О. Для цього запишемо умову рівності нулю векторної суми сил, прикладених до ланки 1

$$\bar{P}_{зр} + \bar{P}_1 + \bar{P}_{i1} + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{41} = 0, \quad \bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12} \quad (2.105)$$

У цьому рівнянні сили  $\bar{P}_{зр}$ ,  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_{i1}$ ,  $\bar{R}_{21}$  є відомі за величиною і напрямком, а сила  $\bar{R}_{41}$  є невідомою.

3. Приймаємо масштаб побудови плану сил

$$\mu_p = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (2.106)$$

Тоді, відповідно, відрізки, що визначають сили  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_{11}$ ,  $\bar{R}_{21}$  на плані сил, будуть

$$AB = \frac{P_{зр}}{\mu_p} = \frac{281.06}{4} = 70.3 \text{ мм}, \quad BC = \frac{R_{21}}{\mu_p} = \frac{256.8}{4} = 64.2 \text{ мм};$$

$$CD = \frac{P_{i1}}{\mu_p} = \frac{98}{4} = 24.5 \text{ мм}; \quad DK = \frac{P_1}{\mu_p} = \frac{98}{4} = 24.5 \text{ мм}. \quad (2.107)$$

4. Розв'язуємо векторне рівняння побудовою плану сил, відкладаючи сили в тому порядку, в якому вони прикладені до ведучої ланки при її обході за годинниковою стрілкою (рис.2.29). З точки А, перпендикулярно ланці І, відкладаємо зрівноважуючу силу  $\bar{P}_{зр}$  (відрізок АВ); з точки В відкладаємо силу реакції  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$  (відрізок ВС); далі з точки С відкладаємо силу  $\bar{P}_{i1}$ , в напрямку, протилежному прискоренню  $\bar{a}_{s1}$ , (відрізок CD), а потім вниз силу  $\bar{P}_1$  (відрізок DK). З'єднуємо точки К і А вектором КА, який в масштабі  $\mu_p$  визначає шукану силу реакції  $\bar{R}_{41}$ . Її модуль  $R_{41} = \mu_p \cdot KA = 4 \cdot 83 = 332 \text{ Н}$ .

### 2.2.7. Визначення зрівноважуючої сили методом важеля М. Жуковського

1. Будуємо план швидкостей, повернутий на кут  $90^\circ$  в напрямку, протилежному обертанню кривошипа (рис.2.40).

2. Прикладаємо у відповідних точках повернутого плану швидкостей всі активні сили (сили ваги –  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ ; силу виробничого

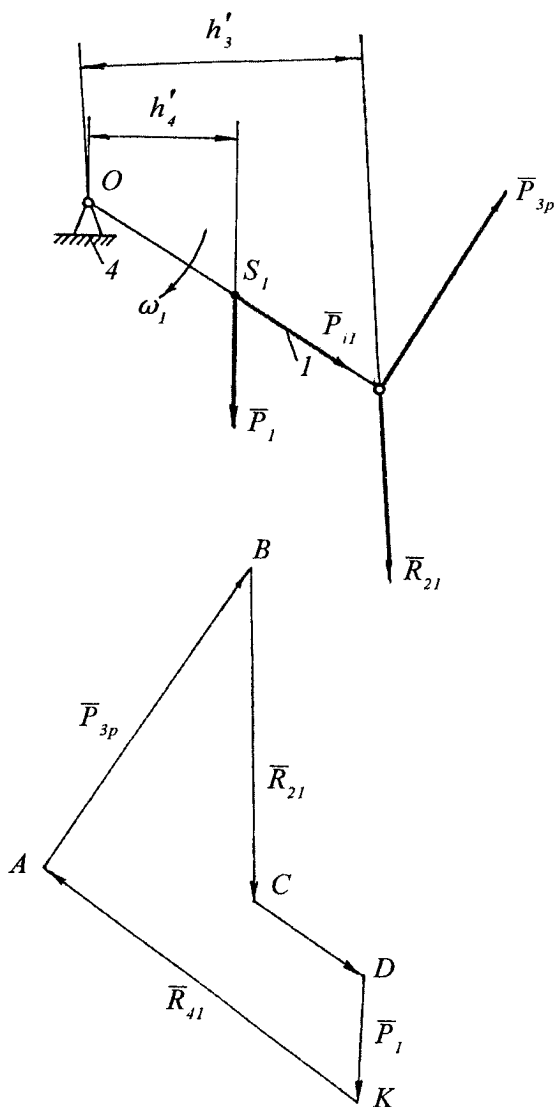


Рис.2.29. План сил початкового механізму

опору –  $\bar{P}_{B0}$ ), що діють на ланки механізму, в т.ч. сили  $\bar{P}_{11}$ ,  $\bar{P}_{12}$ ,  $\bar{P}_{13}$  та моменти  $M'_{i2}$ ,  $M'_{i3}$  сил інерції, а також зрівноважуючу силу  $P^*_{3p}$ .



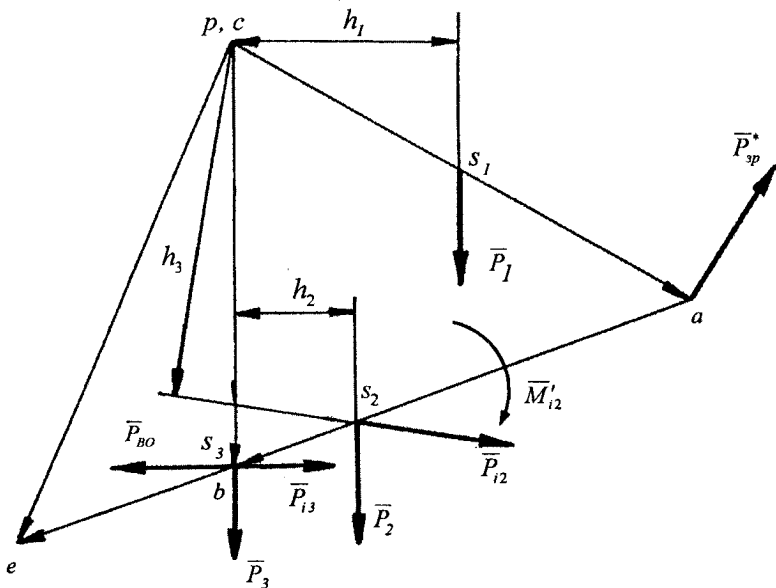


Рис.2.30. Допоміжний важіль М.Жуковського для визначення  $\bar{P}_{зр}^*$

3. Складаємо рівняння рівноваги системи сил, прикладених до повернутого плану швидкостей

$$\begin{aligned} \Sigma M_p = 0, P_1 h_1 - P_{зр}^* pa - P_{i2} h_3 + P_2 h_2 + P_{BO} pb + \\ + P_3 0 - P_{i3} pb + M'_{i2} = 0, \end{aligned} \quad (2.108)$$

$$P_{зр}^* = \frac{1}{pa} (P_1 h_1 - P_{i2} h_3 + P_2 h_2 + P_{BO} pb - P_{i3} pb + M'_{i2}), \quad (2.109)$$

де плечі  $h_1 = 32$  мм,  $h_2 = 17$  мм,  $h_3 = 47$  мм беруться з повернутого плану швидкостей.

Приведений момент  $M'_{i2}$  сили інерції ланки 2 визначається таким чином:

$$M'_{i2} = M_{i2} \frac{ae}{l_{AE}} = \frac{0.096}{0.47} 27.25 = 5.56 \text{ Нм}. \quad (2.110)$$

Знак моменту  $M'_{12}$  буде протилежним знаку відповідного моменту  $M_{12}$  сили інерції. В розглядуваному випадку послідовність позначень відрізків плану швидкостей і ланок є протилежною.

Обчислюємо зрівноважуючу силу

$$P_{зр}^* = \frac{1}{0,07} (98 \cdot 0,032 - 883,6 \cdot 0,047 + 460 \cdot 0,017 - \\ - 752,6 \cdot 0,057 + 1600 \cdot 0,056 + 5,56) = 252,3 \text{ Н.} \quad (2.111)$$

4. Встановлюємо розходження між зрівноважуючими силами, визначеними з силового розрахунку початкового механізму та за допомогою важеля М. Жуковського

$$\delta_{P_{зр}} = \frac{|P_{зр} - P_{зр}^*|}{P_{зр}} 100\% = \frac{256,8 - 252,3}{256,8} 100\% = 1,08\% \quad (2.112)$$

### 2. 3. Аналітичні методи кінематичного дослідження механізмів

Графічні методи дослідження механізмів відзначаються наочністю і простотою, проте не забезпечують достатньої точності. Якщо за умовами задачі виникає потреба в результатах із наперед заданою точністю, то при дослідженнях застосовують аналітичні методи. Крім того, аналітичні залежності дозволяють виявити взаємозв'язок кінематичних параметрів механізму з його метричними параметрами, тобто з розмірами ланок.

Суть аналітичних методів полягає в тому, що лінійні і кутові координати, швидкості і прискорення ланок і передаточні функції визначаються у вигляді аналітичних виразів, які містять кінцеве число алгебраїчних або тригонометричних операцій. Аналітичні вирази можуть визначати функцію явно, неявно чи параметрично.

Вихідними даними для дослідження є кінематична схема механізму, яка визначає його структуру, розміри ланок і залежності узагальнених координат механізму від часу.

Аналітичні вирази визначають для координат, швидкостей і прискорень характерних точок механізму, для яких необхідно кількісно описати рух при проектуванні.

Аналітичні методи кінематичного аналізу механізмів дозволяють використати можливості електронної обчислювальної техніки. Маючи аналітичні вирази, що пов'язують між собою основні кінематичні і структурні параметри механізму, можна завжди скласти програму обчислень для персонального комп'ютера і з допомогою нього отримати усі необхідні результати.

В залежності від використаного математичного апарату методи аналітичної кінематики можна поділити на метод аналогів, методи векторної алгебри, координатні методи та метод комплексних чисел. Нижче наведено приклади визначення аналітичних виразів для кінематичних характеристик деяких механізмів.

### 2.3.1. Метод аналогів

#### 2.3.1.1. Кривошипно-повзунні механізми

Застосування даного методу розглянемо на прикладі дослідження кривошипно-повзунного механізму.

На практиці застосовуються аксіальні (центральної) та дезаксіальні (зміщені) кривошипно-повзунні механізми, у яких вісь циліндра не перетинає осі обертання кривошипа. У дезаксіальних механізмах вісь циліндра зміщується найчастіше в напрямі обертання вала, а величина зміщення  $e$  в середньому становить 4-10% радіуса кривошипа:  $e=(0,04-0,1)R$ .

Визначимо залежність між положенням точки В повзуна і кутом  $\varphi$  повороту кривошипа для дезаксіального механізму.

Величина переміщення повзуна

$$x_B = R \cos \varphi + L \cos \psi, \quad (2.113)$$

де  $\varphi$  - кут між миттєвим напрямом шатуну АВ та віссю х.

Визначимо величину  $x$  як функцію лише одного кута  $\varphi$ ,



Розкладемо вираз в ряд за формулою бінома Ньютона

$$\cos\psi = 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{k^2} \left( \sin\varphi + \frac{1}{q} \right)^2 - \frac{1}{8} \frac{1}{k^4} \left( \sin\varphi + \frac{1}{q} \right)^4 - \dots \quad (2.120)$$

В цій формулі значення членів, які включають величину  $k$  в степені вище другої, швидко зменшуються. Це дозволяє з достатньою для практики точністю обмежитися першими двома членами розкладу. Тоді для переміщення повзуна отримаємо вираз

$$x_B = R \cos\varphi + L - \frac{1}{2} L \frac{1}{k^2} \left( \sin\varphi + \frac{1}{q} \right)^2 \quad (2.121)$$

або

$$x_B = R \left( \cos\varphi + k - \frac{1}{2} \frac{1}{k} \sin^2\varphi - \frac{1}{kq} \sin\varphi - \frac{1}{2} \frac{1}{q^2 k} \right) \quad (2.122)$$

Вираз для швидкості повзуна  $v_B$  отримаємо шляхом диференціювання залежності (2.122)

$$v_B = \frac{dx_B}{dt} = \frac{dx_B}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dx_B}{d\varphi} = \quad (2.123)$$

$$= -R\omega \left( \sin\varphi + \frac{1}{2} \frac{1}{k} \sin 2\varphi + \frac{1}{kq} \cos\varphi \right)$$

де  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$  — задана кутова швидкість кривошипа.

Вираз для прискорення повзуна  $a_B$  отримаємо шляхом диференціювання залежності (2.123)

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_B}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dx_B}{d\varphi} = -R\omega^2 \left( \cos\varphi + \frac{1}{k} \cos 2\varphi - \frac{1}{kq} \sin\varphi \right). \quad (2.124)$$

Для центрального кривошипно-повзунного механізму ( $e=0$ ) відповідні залежності отримуємо з формул (2.122), (2.123) і (2.124),

підставивши в них значення  $\frac{1}{q} = \frac{e}{R} = 0$ :

$$x_B = R \left( k + \cos\varphi - \frac{1}{2k} \sin^2\varphi \right), \quad (2.125)$$

$$v_B = \frac{dx_B}{dt} = -R\omega \left( \sin\varphi + \frac{1}{2k} \sin 2\varphi \right), \quad (2.126)$$

$$a_B = \frac{d^2x_B}{dt^2} = -R\omega^2 \left( \cos\varphi + \frac{1}{k} \cos 2\varphi \right). \quad (2.127)$$

### 2.3.1.2. Кулісний механізм

Для заданого механізму (рис.2.32) визначити функцію шляху  $S_D(\varphi_1)$  та аналоги швидкості  $v_\varphi$  і прискорення  $a_\varphi$ .

Встановимо функцію переміщення т.Д в залежності від кута повороту  $\varphi_1$  ланки 1. З цією метою зобразимо векторні замкнуті трикутники положення ланок механізму (рис.2.33 , 2.34).

З умови замкнутості  $\triangle ABC$  і  $\triangle CED$  складемо такі векторні рівняння:

$$\vec{a} + \vec{r} = \vec{l}_{CB}, \quad (2.128)$$

$$\vec{b} + \vec{s} = \vec{l}_{CD}. \quad (2.129)$$

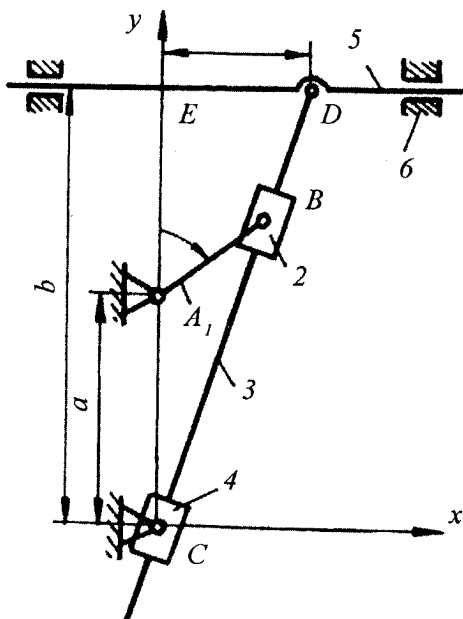


Рис. 2.32. Кулісний механізм III – го класу

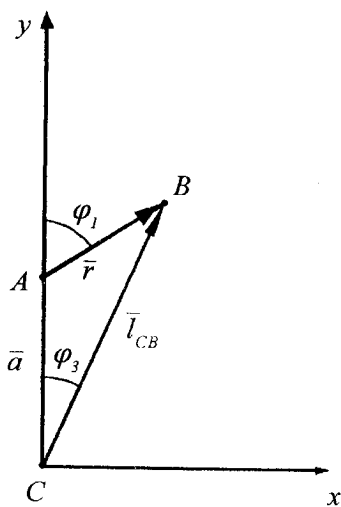


Рис.2.33. Ланки а, АВ, СВ

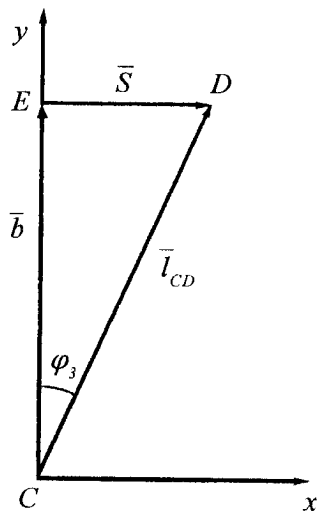


Рис.2.34 . Ланки б, ED, CD

Проектуючи перше векторне рівняння на осі  $S_x$  і  $S_y$ , отримаємо систему рівнянь

$$r_1 \sin \varphi_1 = l_{CB} \sin \varphi_3, \quad (2.130)$$

$$a + r \cos \varphi_1 = l_{CB} \cos \varphi_3. \quad (2.131)$$

Виключаємо  $l_{CB}$ , поділивши сторонами перше рівняння на друге

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{r \sin \varphi_1}{a + r \cos \varphi_1}. \quad (2.132)$$

З  $\triangle CED$  слідує, що

$$S_D(\varphi_1) = b \operatorname{tg} \varphi_3. \quad (2.133)$$

З врахуванням попереднього рівняння шляху матиме вигляд

$$S_D(\varphi_1) = b \frac{r \sin \varphi_1}{a + r \cos \varphi_1}. \quad (2.134)$$

Поклавши тут  $\lambda = a/r$ , отримаємо

$$S_D(\varphi_1) = b \frac{\sin \varphi_1}{\lambda + \cos \varphi_1}. \quad (2.135)$$

Диференціюючи рівняння (2.135) по часу, отримаємо рівняння функції швидкості та аналогу швидкості т.Д

$$v_D(\varphi_1) = \frac{dS}{dt} = \omega_1 b \frac{1 + \lambda \cos \varphi_1}{(\lambda + \cos \varphi_1)^2}. \quad (2.136)$$



Аналог швидкості ланки 5 з т. D буде

$$v_{\varphi} = \frac{v_D(\varphi_1)}{\omega_1} = b \frac{1 + \lambda \cos \varphi_1}{(\lambda + \cos \varphi_1)^2} \quad (2.137)$$

Диференціюючи рівняння швидкості (2.136) по часу, отримуємо функцію прискорення

$$a_D(\varphi_1) = \frac{dv_D(\varphi_1)}{dt} = -\omega_1^2 b \sin \varphi_1 \frac{\lambda(\lambda - \cos \varphi_1) - 2}{(\lambda + \cos \varphi_1)^3} + \varepsilon_1 b \frac{1 + \lambda \cos \varphi_1}{(\lambda + \cos \varphi_1)^2} \quad (2.138)$$

Аналог прискорення ланки 5 буде

$$a_{\varphi} = -b \sin \varphi_1 \frac{\lambda(\lambda - \cos \varphi_1) - 2}{(\lambda + \cos \varphi_1)^3} \quad (2.139)$$

оскільки  $a_D(\varphi_1) = a_{\varphi} \omega_1^2 + v_{\varphi} \varepsilon_1$ , де  $\omega_1, \varepsilon_1$  – відповідно кутова швидкість та кутове прискорення ланки 1.

### 2.3.2. Метод перетворення координат

У порівнянні з методом аналогів метод перетворення координат більш складний при аналітичному дослідженні плоских механізмів, але дуже спрощує розв'язування задач аналітичного дослідження просторових механізмів. Застосування матричної форми запису формул перетворення координат дозволяє упорядкувати виконання розрахунків, спростити їх контроль, скоротити математичні обчислення і полегшити використання електронної обчислювальної техніки.

При цьому методі вибирається деяке число систем координат, достатнє для математичного опису геометричної форми ланок і відносного руху ланок в кожній кінематичній парі. Число систем координат визначається числом елементів ланок, що утворюють кінематичні пари. Нерухома система координат  $x^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$  пов'язується зі стійкою. Кожній кінематичній парі відповідає прямокутна система координат, одна з осей якої зв'язана з

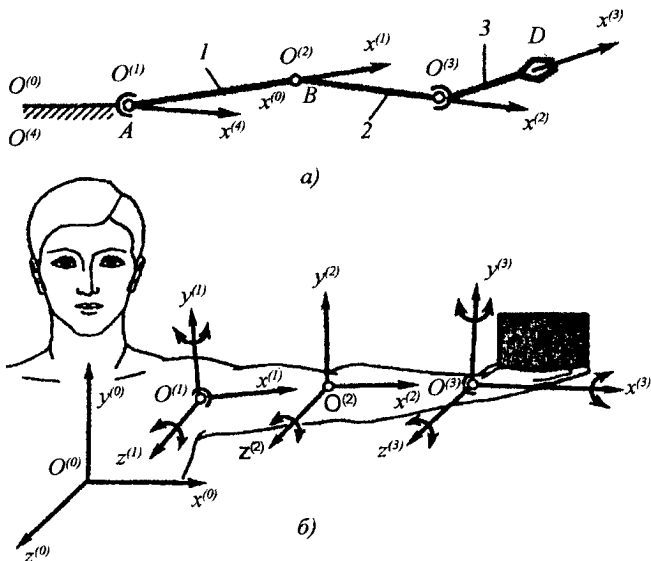


Рис. 2.36. Системи координат, що описують чотириланковий відкритий кінематичний ланцюг

характерними ознаками ланки, наприклад осью лінійкою. На рис.2.36 а показані координатні осі  $O_1x^{(1)}$ ,  $O_2x^{(2)}$ ,  $O_3x^{(3)}$ ,  $O_0x^{(0)}$  чотириланкового відкритого кінематичного ланцюга з ланок 1, 2, 3, 4, що моделюють структуру руки людини (рис.2.36).

Початок координат кожної  $i$ -тої локальної координатної системи суміщується з тією кінематичною парою, якою дана ланка з'єднана з попередньою ланкою. Для плоских механізмів осі  $z^{(1)}$ ,  $z^{(2)}$ , ...,  $z^{(k)}$  паралельні між собою, так як вони перпендикулярні базовій площині, в якій розглядається рух ланок плоского механізму.

Перехід від  $i$ -тої локальної координатної системи до другої ( $i+1$ ) системи визначається рівняннями перетворення декартових прямокутних координат, в загальному випадку – переносу і повороту координатних осей, в частковому – тільки повороту осей, якщо початки локальних систем координат співпадають.

При паралельному переносі осей декартових координат (рис.2.37) проекції вектора  $\bar{l}_i$ , який зв'язує точки  $B$  і  $C$  на якій-небудь ланці, залишаються постійними:

$$I_{ix}^{(1)} = I_{ix}^{(2)} = I_{ix}^{(0)} ; I_{iy}^{(1)} = I_{iy}^{(2)} = I_{iy}^{(0)} . \quad (2.140)$$

Радіуси-вектори будь-якої точки  $B$  на ланці пов'язані певними співвідношеннями:

$$\bar{\rho}_B^{(0)} = \bar{\rho}_B^{(1)} + \bar{l}_{10} = \bar{\rho}_B^{(2)} + \bar{l}_{20} ; \bar{\rho}_B^{(1)} = \bar{\rho}_B^{(2)} + \bar{l}_{21} , \quad (2.141)$$

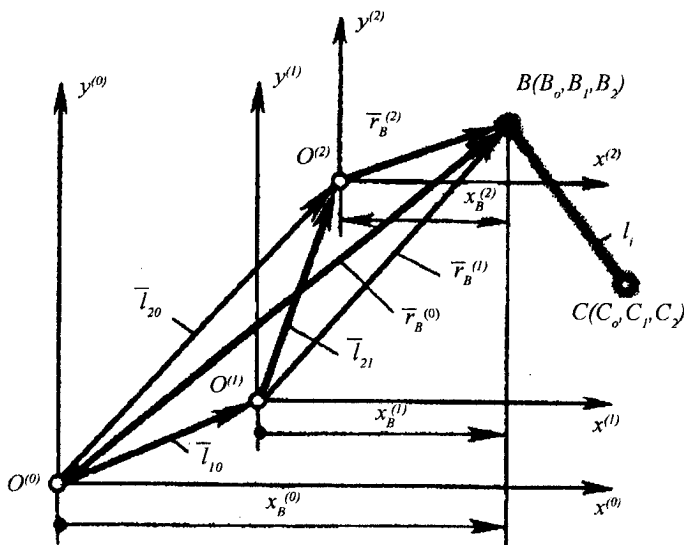


Рис.2.37. Паралельне переміщення координатних осей

де  $\bar{l}_{10}, \bar{l}_{20}, \bar{l}_{21}, \bar{\rho}_B^{(0)}, \bar{\rho}_B^{(1)}, \bar{\rho}_B^{(2)}$  - вектори, що зв'язують відповідні початки координат ( $O^{(0)}, O^{(1)}, O^{(2)}$ ) між собою і з точкою В.

Зв'язок між координатами точки В в тривимірному просторі при паралельному переміщенні осей координат визначається наступними співвідношеннями:

$$x_B^{(0)} = x_B^{(1)} + l_{10x}; y_B^{(0)} = y_B^{(1)} + l_{10y}; z_B^{(0)} = z_B^{(1)} + l_{10z}. \quad (2.142)$$

При повороті координатних осей (рис.2.38) потрібно враховувати напрямні косинуси кутів повороту осей. Загальні формули перетворення координат при паралельному переносі і повороті осей мають такий вигляд:

$$x_B^1 = a_{11}x_B^{(2)} + a_{12}y_B^{(2)} + a_{13}z_B^{(2)} + l_{21x},$$

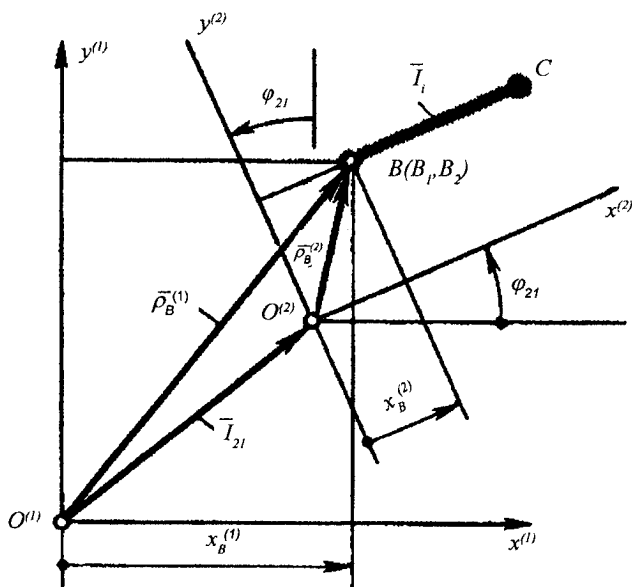


Рис.2.38. Поворот координатних осей

$$y_B^1 = a_{21}x_B^{(2)} + a_{22}y_B^{(2)} + a_{23}z_B^{(2)} + l_{21y}, \quad (2.143)$$

$$z_B^1 = a_{31}x_B^{(2)} + a_{32}y_B^{(2)} + a_{33}z_B^{(2)} + l_{21z},$$

де  $l_{21x}$ ,  $l_{21y}$ ,  $l_{21z}$  - координати початку  $O^{(2)}$  системи  $x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  в системі координат  $x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ ;  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{21}$ , ... - коефіцієнти при координатах, які є напрямними косинусами, при чому індекси відповідають порядковому номеру осі: 1 - x, 2 - y, 3 - z; на першому місці в індексі приведено позначення осі (i+1) - її локальної системи координат, на другому місці - i-ї локальної системи координат:

$$a_{11} = \cos(x^{(2)}, x^{(1)}), a_{12} = \cos(x^{(2)}, y^{(1)}), a_{13} = \cos(x^{(2)}, z^{(1)});$$

$$a_{21} = \cos(y^{(2)}, x^{(1)}), a_{22} = \cos(y^{(2)}, y^{(1)}), a_{23} = \cos(y^{(2)}, z^{(1)});$$

$$a_{31} = \cos(z^{(2)}, x^{(1)}), a_{32} = \cos(z^{(2)}, y^{(1)}), a_{33} = \cos(z^{(2)}, z^{(1)}).$$

(2.144)

Для скорочення запису використовують матриці, складені з параметрів перетворення координат, які є системою чисел (елементів) у вигляді прямокутної таблиці з m рядків і n стовпчиків: матриця  $M_{21}$  напрямних косинусів називається матрицею повороту осей

$$M_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}. \quad (2.145)$$

Матриці-стовпчики проєкцій точок на координатні осі: початку координат  $O^{(2)}$  системи  $O^{(2)}x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  відносно системи  $O^{(1)}x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  :

$$L_{21} = \begin{vmatrix} l_{21x} \\ l_{21y} \\ l_{21z} \end{vmatrix}; \quad (2.146)$$

радіусів-векторів  $\rho_B^{(1)}, \rho_B^{(2)}$  точки В відносно початку координат  $O^{(1)}$  і  $O^{(2)}$ :

$$\bar{\rho}_B^{(1)} = \begin{vmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \\ z_B^{(1)} \end{vmatrix}; \quad \bar{\rho}_B^{(2)} = \begin{vmatrix} x_B^{(2)} \\ y_B^{(2)} \\ z_B^{(2)} \end{vmatrix}. \quad (2.147)$$

Квадратна матриця  $T_{21}$  перетворення координат (з доданою тотожністю  $1 \equiv 1$ ) в загальному випадку має вигляд:

$$T_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & l_{21x} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & l_{21y} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & l_{21z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.148)$$

Для прийнятих позначень формули перетворення координат записуються в такому вигляді:

при паралельному переносі осей координат

$$\bar{\rho}_B^{(1)} = M_{21} \bar{\rho}_B^{(2)} + l_{21}, \quad (2.149)$$

що рівнозначно запису

$$\begin{pmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \\ z_B^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B^{(2)} \\ y_B^{(2)} \\ z_B^{(2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1_{21x} \\ 1_{21y} \\ 1_{21x} \end{pmatrix}; \quad (2.150)$$

при повороті осей координат

$$\bar{\rho}_B^{(1)} = M_{21} \bar{\rho}_B^{(2)}. \quad (2.151)$$

## **РОЗДІЛ 3**

### **ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ ПЕРЕДАЧ ОБЕРТОВОГО РУХУ**

Для передавання руху від двигуна до виконавчого органу використовуються різноманітні механізми, які називаються передачами. Механізми, в яких передавання руху здійснюється за допомогою зубчастих коліс, називаються зубчастими передачами.

#### **3.1. Класифікація механізмів передач обертового руху**

Зубчасті передачі поділяють на прості та складні. Кожна з них може бути плоскою і просторовою. Простою зубчастою передачею (рис.3.1) називається триланковий механізм, до складу якого входять дві рухомі зубчасті ланки, що утворюють між собою вищу кінематичну пару, а з нерухомою ланкою – нижчі (обертальні або обертальну і поступальну) кінематичні пари.

Механізми, до складу яких входять більше ніж три ланки (рис.3.2), називаються складними зубчастими механізмами (передачами). В простій зубчастій передачі зубчасте колесо з меншою кількістю зубів називається шестернею, а з більшою – колесом. При однаковій кількості зубів коліс шестернею називається ведуче колесо, а колесом – ведене.



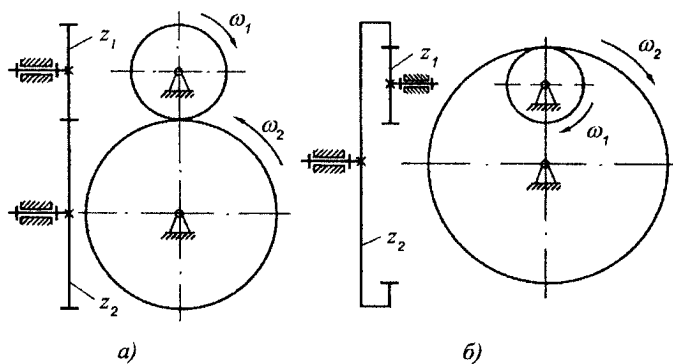


Рис.3.1. Одноступеневі (прості) зубчасті передачі

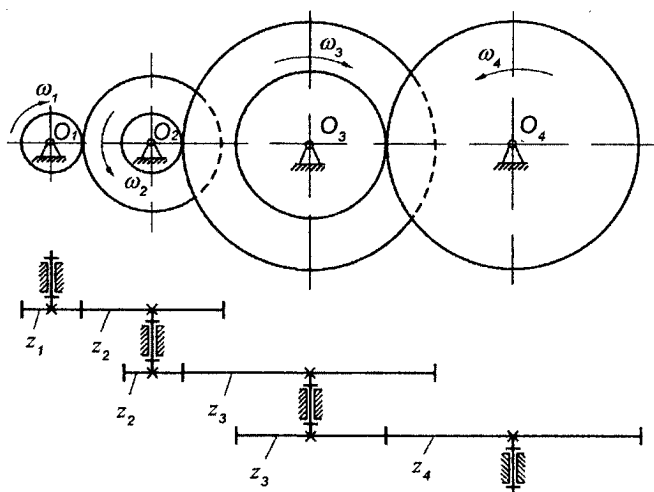


Рис.3.2. Багатоступенева (складна) зубчаста передача

Відомо два основних види складних механізмів:

1) механізми, в яких осі обертання всіх коліс є нерухомими;

2) механізми, в яких осі обертання деяких коліс є рухомими.

Механізми першого виду називаються рядами зубчастих коліс з нерухомими осями, а механізми другого виду – епіциклічними рядами зубчастих коліс. Ряди зубчастих коліс з нерухомими осями бувають ступінчастими (рис.3.2) та з паразитними колесами (рис.3.3). Епіциклічні ряди зубчастих коліс, у яких  $W = 1$ , називаються планетарними, а механізми, в яких  $W = 2$  – диференціальними.

### 3.2. Кінематичне дослідження механізмів передач обертового руху

Кінематичний аналіз зубчастих механізмів полягає у визначенні кутових швидкостей (або лінійної швидкості) веденої і проміжних ланок за заданою кутовою швидкістю веденої ланки.

Основною кінематичною характеристикою зубчастої передачі є її передавальне відношення.

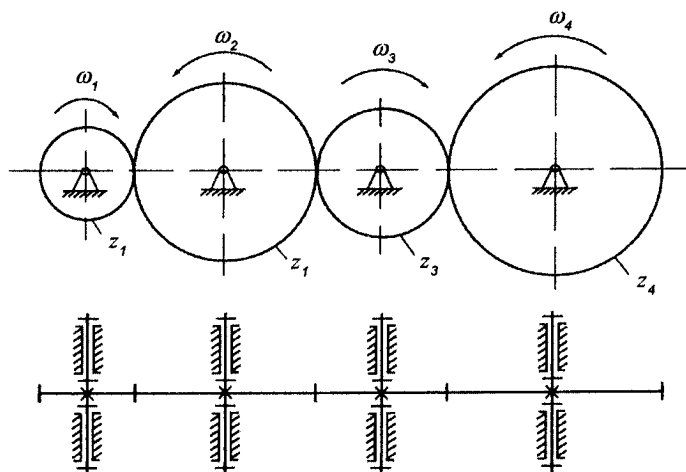


Рис.3.3. Передача з паразитними колесами

Передавальним відношенням  $i_{12}$  називається відношення кутової швидкості  $\omega_1$  ведучого зубчатого колеса 1 до кутової швидкості  $\omega_2$  веденого зубчатого колеса

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 . \quad (3.1)$$

В плоских механізмах передавальному відношенню присвоюється знак “+” або “-“. Якщо зубчасті колеса обертаються в одному напрямку, то  $i_{12} > 0$  і йому присвоюється знак “+”, а якщо в протилежних напрямках, то  $i_{12} < 0$  і йому присвоюється знак “-“.

Відношення кількості зубів більшого колеса  $z_2$  до кількості зубів меншого колеса  $z_1$  називається передаточним числом

$$u_{12} = z_2 / z_1 \quad (3.2)$$

і йому знак не присвоюється.

### 3.2.1. Кінематичне дослідження простих зубчастих механізмів

Кутові швидкості зубчастих коліс, які перебувають в зачепленні, обернено пропорційні радіусам  $r_w$  їх початкових кіл та кількості зубів  $z$ . Тому передавальне відношення для пари зубчастих коліс з зовнішнім зачепленням (рис.3.1а)

$$i_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{n_1}{n_2} = -\frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = -\frac{z_2}{z_1} , \quad (3.3)$$

де  $n_1$  і  $n_2$  – кількість обертів, відповідно, коліс 1 і 2.

Для пари зубчастих коліс із внутрішнім зачепленням (рис. 3.1б)

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = \frac{z_2}{z_1} , \quad (3.4)$$

Конічні зубчасті колеса (рис.3.4) використовуються для передавання обертального руху між осями, які перетинаються. Передавальне відношення таких механізмів обчислюється так:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \delta_{w_2}}{\sin \delta_{w_1}} = \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (3.5)$$

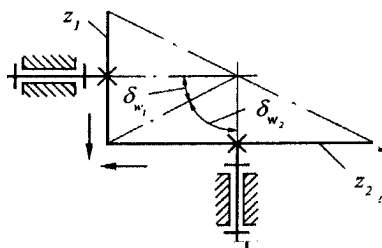


Рис.3.4. Передача конічними зубчастими колесами

На кінематичній схемі механізму напрямки обертання зубчатих коліс вказуються стрілками.

Для передавання обертального руху між мимобіжними осями використовуються гіперболоїдні зубчасті механізми. Якщо початкові поверхні коліс такої передачі є коловими циліндрами, то передача називається гвинтовою (рис.3.5). Передавальне відношення гвинтової передачі

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{w_2} \sin \beta_{w_2}}{r_{w_1} \sin \beta_{w_1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (3.6)$$

де  $\beta_{w_1}$  і  $\beta_{w_2}$  – кути нахилу гвинтової лінії по початкових циліндрах.

Частковим випадком гіперболоїдної передачі є черв'ячна зубчаста передача (рис.3.6). Черв'яком називається косозубе зубчасте колесо 1, лінія зубів якого робить один або більше обертів навколо його осі. Кількість зубів черв'яка називається кількістю заходів гвинтової лінії. Передавальне відношення черв'ячної передачі

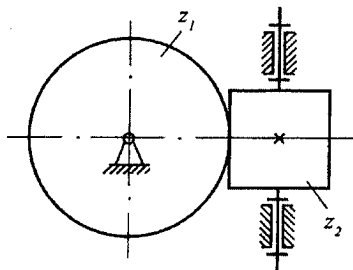


Рис.3.5. Гвинтова зубчаста передача

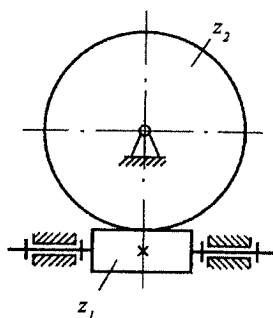


Рис.3.6. Черв'ячна передача

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (3.7)$$

Напрямок обертання черв'ячного колеса 2 залежить від напрямку обертання черв'яка і гвинтової лінії.

### 3.2.2. Кінематичне дослідження складних зубчастих механізмів

Загальне передавальне відношення складної зубчастої передачі дорівнює добутку передавальних відношень окремих складових механізму (ступеней)

$$i_{1n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{(n-1)n}. \quad (3.8)$$

Згідно з формулою (3.1) передавальне відношення ступінчатого зубчастого рядового механізму (рис.3.2) визначається через кількість зубів коліс так :

$$i_{14} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z'_2 z'_3}, \quad (3.9)$$

де  $m = 3$  – кількість зовнішніх зачеплень в механізмі.

У загальному випадку при  $n$  зубчастих колесах і  $m$  зовнішніх зачепленнях передавальне відношення ступінчастого зубчастого ряду коліс

$$i_{14} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_n}{z_1 z'_2 \dots z'_{n-1}}. \quad (3.10)$$

Рядовий зубчастий механізм з паразитними колесами (рис.3.3) є частковим випадком ступінчастого, в якому колеса, що встановлені на одному валі, співпадають.

Тому, згідно з формулою (3.10), передавальне відношення механізму, зображеного на рис.3.3, буде

$$i_{14} = (-1)^3 \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z'_2 z'_3} = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (3.11)$$

Тобто, загальне передавальне відношення рядового механізму з паразитними колесами не залежить від кількості зубів проміжних (паразитних) коліс. Ці зубчасті колеса використовують для зміни напрямку обертання веденої при заданому напрямку обертання ведучої ланки, або для передавання руху між валами, розташованими на значній відстані одне від одного.

В загальному випадку при  $n$  зубчастих колесах і  $m$  зовнішніх зачепленнях передавальне відношення рядового зубчастого механізму з паразитними колесами

$$i_{1n} = (-1)^m \frac{z_n}{z_1}. \quad (3.12)$$

### 3.2.3. Кінематичне дослідження зубчастих механізмів з рухомими осями

До таких механізмів відносяться планетарні і диференціальні зубчасті передачі.

Головною особливістю планетарних передач (рис.3.7) є наявність у їх складі зубчастого колеса 2 з рухомою геометричною віссю Н. Колеса 2 називають сателітами, рухому вісь Н – повідцем, а зубчасті колеса 1 і 3 центральними або “сонячними”.

Передавальне відношення від зубчастого колеса 1 до повідця Н планетарного механізму визначається за такою формулою :

$$i_{in}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(3)}, \quad (3.13)$$

де  $i_{13}^{(3)}$  – передавальне відношення від колеса 1 до колеса 3 – при умовно нерухомому повідці і вільному колесі 3.

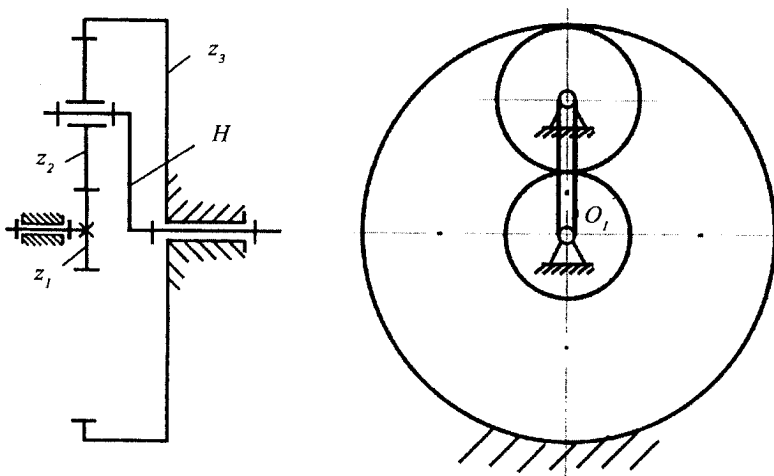


Рис.3.7. Планетарний механізм

При рухомому зубчастому колесі 3 (рис.3.8) планетарний механізм перетворюється у диференціальний з  $W=2$ . Передавальне відношення такого механізму залежить від закону руху ведучих ланок.

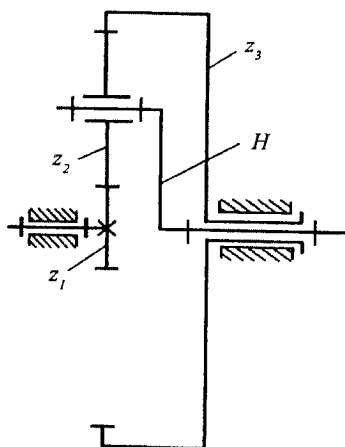


Рис.3.8. Диференціальний механізм

Співвідношення між кутовими швидкостями зубчастих коліс 1 та 3 і повідцем Н диференціального механізму (рис.3.8) визначається за формулою Вілліса

$$i_{13}^{(3)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\varphi_1 - \varphi_H}{\varphi_3 - \varphi_H} \quad (3.14)$$

де  $i_{13}^{(3)} = -\frac{z_3}{z_1}$  — передавальне відношення зубчастого механізму

від колеса 1 до колеса 3 при умовно зупиненому повідці Н;  $\varphi_1, \varphi_3, \varphi_H$  — відповідно кути повороту коліс 1 і 3 та повідця Н.



Очевидно, (рис.3.7), що передавальне відношення

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 . \quad (3.15)$$

Розділивши чисельник та знаменник правої частини (3.15) на  $\omega_H$ , після перетворень отримаємо, що

$$i_{12} = \frac{\omega_1 / \omega_H}{\omega_2 / \omega_H} = \frac{1 + z_3 / z_1}{1 + z_3 / z_2} . \quad (3.16)$$

Обчисливши  $i_{12}$ , із схеми механізму визначається

$$\omega_2 = \omega_1 / i_{12} . \quad (3.17)$$

Передавальне відношення від повідця Н до сателіта 2 (рис.3.7)

$$i_{H2} = 1 / i_{2H} = \frac{1}{1 - z_3 / z_2} . \quad (3.18)$$

При підрахунку кінетичної енергії механізму, підборі підшипників, для планетарних механізмів необхідно знати кутову швидкість сателітів.

#### 3.2.4. Кінематичне дослідження хвильових передач

Хвильова передача аналогічна звичайній планетарній передачі з внутрішнім зачепленням і малою різницею чисел зубів. Основна відмінність між ними полягає в тому, що одне із

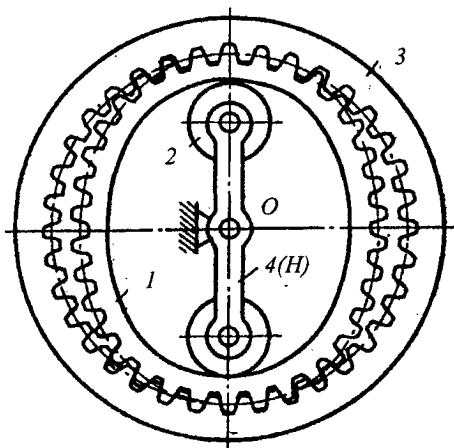


Рис. 3.9. Схема двохвильової зубчастої передачі

зубчастих коліс хвильової передачі є гнучким, тобто може деформуватися. Передача обертового руху відбувається за рахунок біжучої хвилі деформації такого зубчастого колеса.

На рис.3.9 зображено двохвильову передачу. Вона складається з жорсткого колеса 3, гнучкого колеса 1 і повідця 4 з двома роликками 2. Розміри коліс підібрані так, що в зоні роликів зуби гнучкого колеса 1 входять в зачеплення з зубами жорсткого колеса 3 по всій висоті, а в зоні, найбільш віддаленій від роликів, зуби не торкаються один одного.

Шляхом закріплення першої, третьої або четвертої ланок можна дістати просту і планетарні передачі.

Так, якщо закріпити повідець 4 і обертати жорстке колесо 3, то гнучке колесо 1 буде обертатися і одночасно деформуватися. Передаточне число такої передачі буде

$$u_{13} = \frac{z_3}{z_1}. \quad (3.19)$$

При закріпленні жорсткого колеса 3 дістанемо планетарний варіант хвильової передачі. Тоді передаточне число знайдеться за формулою

$$u_{14} = 1 - u_{13} = 1 - \frac{z_3}{z_1} = -\left(\frac{z_3 - z_1}{z_1}\right). \quad (3.20)$$

Якщо гнучке колесо 1 не обертається, а тільки деформується, то передаточне число хвильової передачі буде

$$u_{34} = \frac{z_3 - z_1}{z_3}. \quad (3.21)$$

Різниця чисел зубів повинна бути кратною числу хвиль  $U$

$$z_3 - z_1 = U. \quad (3.22)$$

Для двоххвильової передачі

$$u_{14} = -\frac{2}{z_1}, \quad u_{34} = -\frac{2}{z_3}. \quad (3.23)$$

У хвильовій передачі в зачепленні приймають участь значне число зубів, тому вона дозволяє передавати великі навантаження при малих габаритних розмірах.

### 3.3. Взаємодія зубів та види їх профілів

Щоб зуби зубчастих передач могли взаємодіяти (зачіплятися) при обертанні коліс, тобто могли плавно входити в безпосередній контакт своїми бічними (робочими

поверхнями), взаємно переміщатись, передаючи при цьому прикладений крутний момент, та плавно виходити із зачеплення, вони повинні мати відповідний профіль поверхонь стику.

З теорії зубчастого зачеплення відомо, що правильна взаємодія зубів коліс забезпечується у випадку коли:

1) Рух з ведучого на ведене колесо передається рівномірно, тобто якщо протягом всього часу циклу взаємодії пари зубів має місце неперервний стик (зачеплення) зубів.

2) Перед виходом із зачеплення однієї пари зубів наступна пара ввійде в зачеплення.

3) Передавальне число буде постійним протягом періоду взаємодії пари зубів в зачепленні, що має місце у випадку постійності відношення кутових швидкостей обертання зубчастих коліс.

Звідси слідує наступна вимога до профілів зубів:

*профілі зубів обох зубчастих коліс повинні бути такими, щоб спільна нормаль до них в довільній точці співдотику проходила через полюс зачеплення, який поділяє міжцентрову відстань на відрізки  $r_1$  та  $r_2$ , обернено пропорційні кутовим швидкостям.*

Тоді  $u = \omega_1 / \omega_2 = r_2 / r_1 = \text{const}$ .

Можливо утворити різні профілі зубів, які відповідають вказаним умовам. До найбільш застосовуваних відноситься евольвентний профіль. Нижче представлено крім евольвентного профілю також низку відомих в сучасному машинобудуванні інших видів зачеплень.

### **3.3.1. Евольвентне зачеплення**

Евольвентою називається крива, яка утворюється при переміщенні кінця гнучкої струни, що розташована на обводі диску, внаслідок її розвивання з нього (рис.3.10). Як можна зауважити евольвента в кожній точці має іншу кривизну, однак дві спряжені евольвенти забезпечують взаємний контакт. Тому, хоча для утворення бічних поверхонь зубів (рис.3.11) у зубчастому зачепленні використовуються різні частини евольвенти в

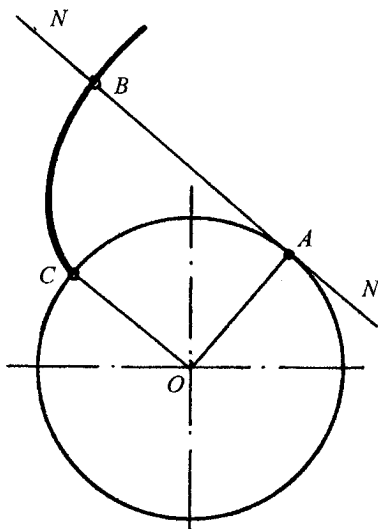


Рис.3.10. Утворення евольвенти

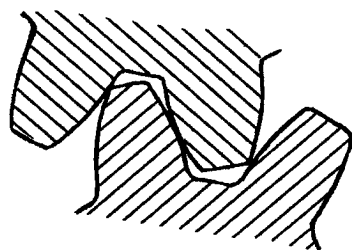


Рис.3.11. Евольвентне зачеплення

залежності від числа зубів та їх модуля, однак зубчаста передача може вірно працювати, бо забезпечуються вищевказані умови. При взаємному переміщенні бічних поверхонь зубів кочення без проковзування реалізується лише для точок евольвенти з однаковою кривизною. Для всіх інших точок робочих поверхонь пари зубів з неоднаковою кривизною виникає проковзування, яке не призводить до зміни умов їх співпраці.

Для особливо точних механізмів, наприклад годинників, знаходить застосування циклоїдальний профіль зубів (рис.3.12).

Його особливістю є те, що головка зуба, яка знаходиться вище ділильного діаметру, є випуклою, а ніжка зуба (нижче ділильного діаметру) – є вгнутою. Тобто бічна поверхня верхньої частини зуба утворена епіциклоїдою, а нижньої його частини – гіпоциклоїдою.

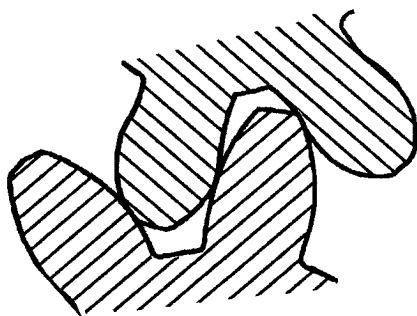


Рис.3.12. Циклоїдальне зачеплення

### 3.3.2. Неевольвентні зачеплення

Окрім евольвентного зачеплення зубів, яке є широко поширеним в сучасному машинобудуванні, знаходять застосування і інші види зачеплень. Їх використання зумовлене покращенням умов роботи передач, підвищенням їх навантажувальної здатності, зменшенням контактних напружень, підвищенням експлуатаційних властивостей.

#### 3.3.2.1. Передачі із зачепленням Новікова

В цьому виді зчеплення робочі поверхні зубів є коловими (рис.3.13).

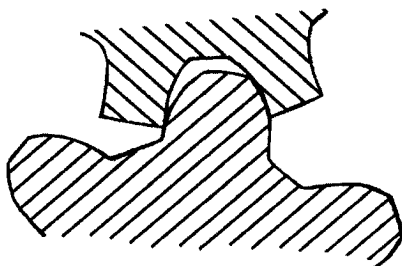


Рис.3.13. Зачеплення круговими зубами

Відомо три основні варіанти зачепленням Новікова в зубчастих передачах (рис.3.14).

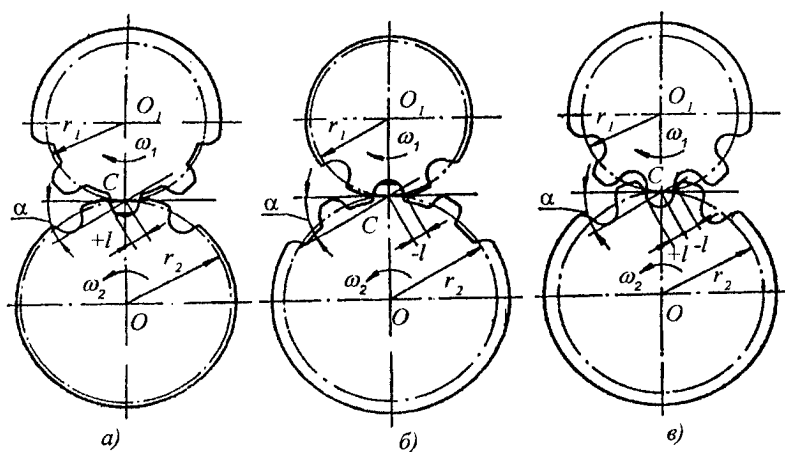


Рис.3.14. Основні види передач із зачепленням Новікова

В першому варіанті зуби з випуклим (круговим) профілем розташовані на шестерні, а із вгнутих профілем – на колесі (рис. 3.14а). Така передача носить назву запольосної оскільки тут лінія зачеплення розташовується за полюсом зачеплення в напрямку обертання шестерні на відстані  $+l$ .

В другому варіанті зачеплення на шестерні знаходяться зуби з вгнутих профілем, а на колесі – з випуклим (рис.3.14б). Лінія зачеплення розташована перед полюсом і передача називається допольосною.

Обидва види зачеплень називаються передачами Новікова ОЛЗ, тобто з однією лінією зачеплення. Вихідний контур такого зачеплення показано на рис.3.15.

Останній варіант зачеплення виконується зубами, головки яких мають випуклий, а ніжки – вгнутий профіль (рис.3.14в). Це є так звана дозапольосна передача Новікова ДЛЗ, тобто передача з двома лініями зачеплення, вихідний контур якої наведено на рис. 3.146. Її особливістю є те, що контактування зубів одночасно здійснюється на головці і ніжці. Одна з ліній

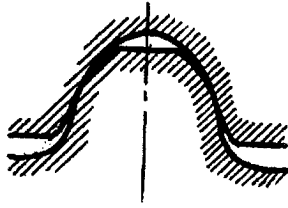


Рис.3.15. Стандартний вихідний контур для передач Новікова ОЛЗ

зачеплення розташована перед полюсом, а друга – за ним.

Кожен з цих варіантів зачеплення Новікова володіє певними перевагами над евольвентним зачепленням. В першому випадку є можливим деяке збільшення діаметру шестерні порівняно із другим варіантом, що дозволяє збільшити діаметр валу-шестерні. В обох варіантах зачеплення умови утворення шару оливи на поверхні зубів є більш благоприємними, ніж в евольвентному зачепленні.

Перевагою третього варіанту зачеплення є його

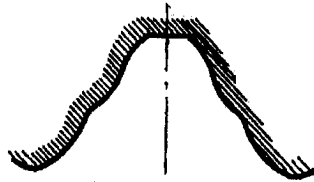


Рис.3.16. Контур дозаполюсної передачі Новікова ДЛЗ

підвищена навантажувальна здатність, що зумовлено двоточковим контактом пари зубів. Також нарізання зубів в цьому випадку можна провести одним інструментом, що неможливо здійснити в двох попередніх випадках.

Слід зазначити, що колеса з круговими зубами виконуються не тільки прямозубими, а і косозубими.



### 3.3.2.2. Передачі з подвійно випукло-вгнутими зубами

Такого типу зуби конічної передачі зображено на рис.3.17. Тут висота зубів є меншою, ніж зубів конічних передач із стандартним контуром при збереженні їх торцевих розмірів, що призводить до підвищення їх згинної міцності.

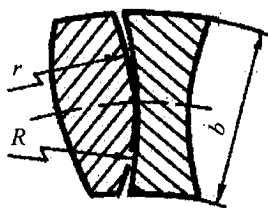


Рис.3.17. Подвійно випукло-вгнуті зуби в поперечному перерізі

### 3.3.2.3. Нові види черв'ячних передач

Окрім відомих і широко роповсюджених черв'ячних передач з архімедовим (трикутним) профілем витків циліндричного черв'яка протягом останніх десятиріч розроблено і інші види черв'ячних передач. Нова геометрія зачеплення, все частіше використовувана в черв'ячних передачах з циліндричним черв'яком, створює можливість зниження величини контактних напружень та покращення умов мащення. Особливістю нових видів черв'ячних передач є застосування черв'яків з вгнутою (опуклою) формою робочої поверхні витків. Криві, що описують бічні поверхні витків черв'яка чи зубів черв'ячного колеса, можуть бути різними: дуга кола, евольвента, конволюта, епіциклоїда, еліпс, парабола, гіпербола і ін.

#### *а) Черв'ячна передача з архімедс, им черв'яком*

Цього типу черв'ячна передача має черв'як з прямобічними витками, а зуби черв'ячного колеса мають евольвентний профіль (рис.3.18).

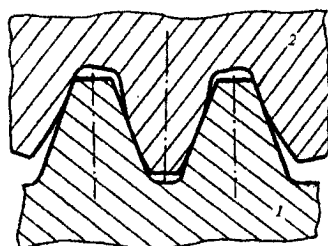


Рис.3.18. Архімедів профіль витків черв'яка:  
1 – черв'як, 2 - черв'ячне колесо

*б) Черв'ячна передача з АДК- черв'яком*

Цей тип черв'ячної передачі характеризується тим, що бічні поверхні витків черв'яка є вгнутими і утвореними дугою кола, а бічні поверхні зубів черв'ячного колеса є опуклими (рис.3.19). Скорочене позначення АДК-черв'яка розшифровується так: *архімедів черв'як з твірною профілю витка по дузі кола*.

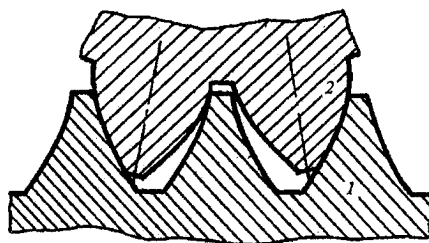


Рис.3.19. Зачеплення АДК- черв'яка з колесом

*в) Черв'ячна передача з коловим профілем витка черв'яка*

Можливі схеми зачеплення показано на рис.3.20. В першому випадку опуклими є витки черв'яка, а вгнутими - зуби черв'ячного колеса; в другому випадку – навпаки.

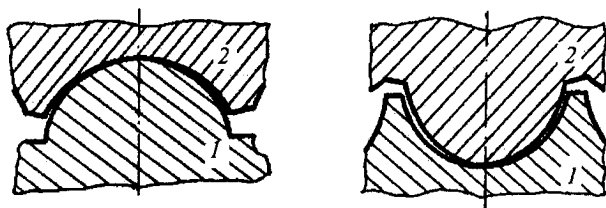


Рис.3.20. Коловий профіль витків черв'яка і зубів черв'ячного колеса

г) *Епіциклоїдальні черв'ячні передачі*

Їх схеми зображено на рис.3.21.

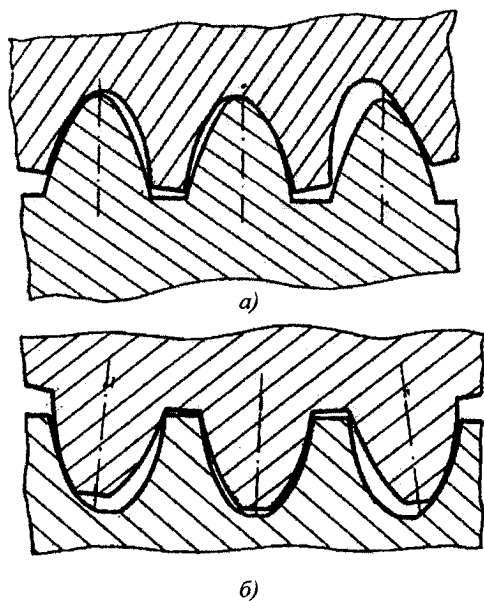


Рис.3.21. Епіциклоїдальний профіль витків черв'яка

д) *Параболічна черв'ячна передача*

Такого типу передачу показано на рис.3.22.

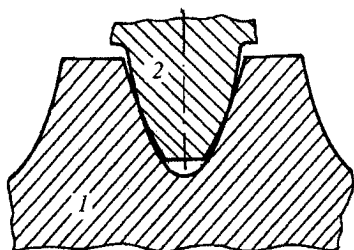


Рис.3.22. Параболічний профіль витків черв'яка

е) *Конволютна черв'ячна передача*

На рис.3.23 подано переріз конволютного черв'яка.

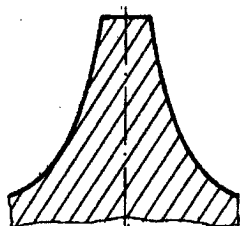


Рис.3.23. Конволютний профіль витків черв'яка

є) *Черв'ячна передача з замкнутими лініями контакту*

Схему такого виду черв'ячної передачі зображено на рис. 3.24, де черв'як має овальний профіль витків. При взаємодії зубів колеса і витків черв'яка в замкнутому об'ємі, що знаходиться між їх активними поверхнями, виникає надлишковий тиск оливи.

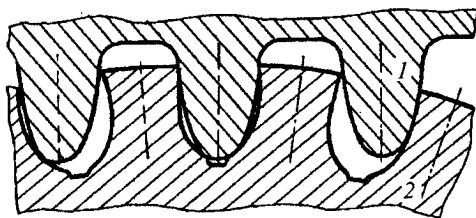
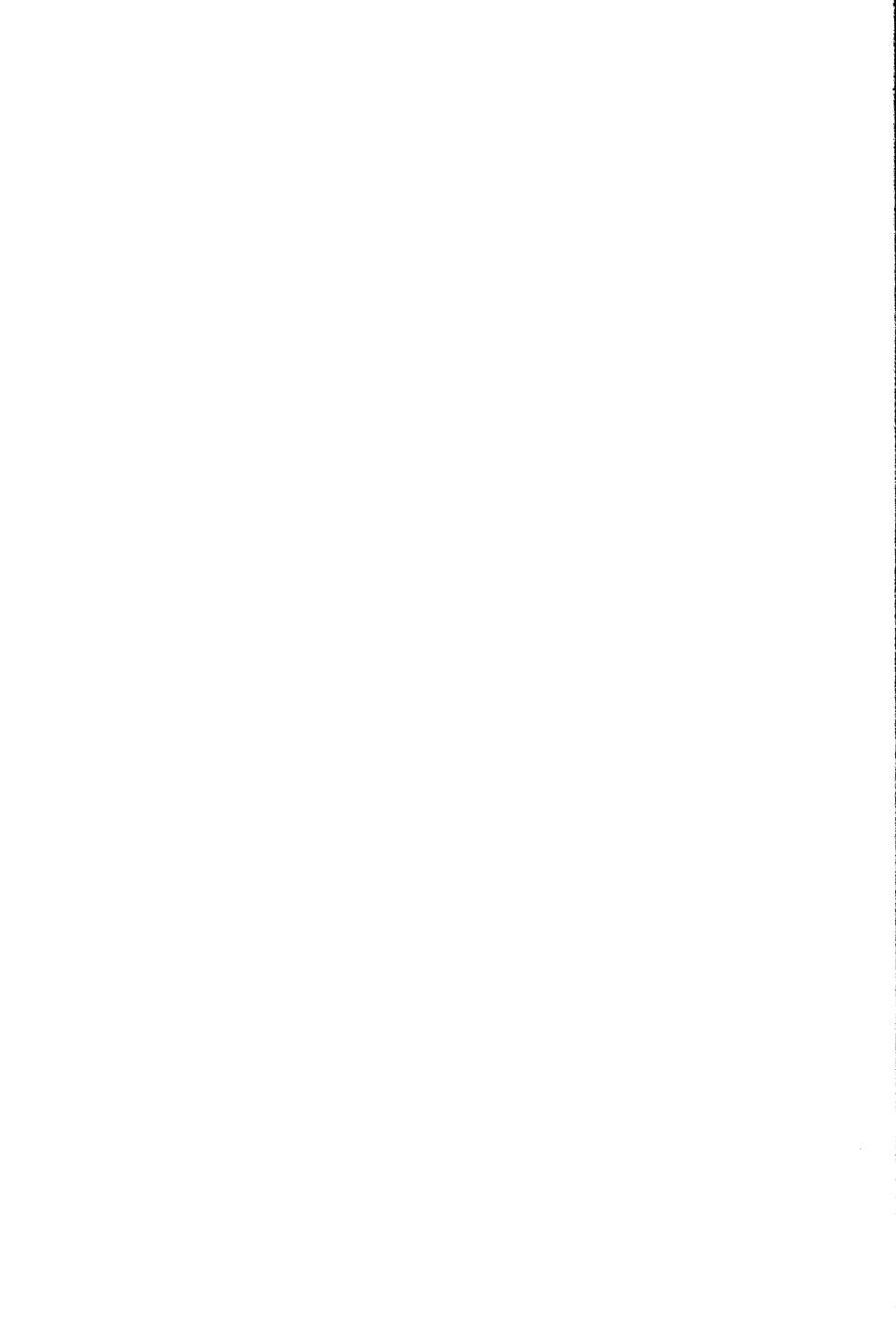


Рис.3.24. Еліптичний профіль витків черв'яка



## **РОЗДІЛ 4**

# **ДОСЛІДЖЕННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ**

### **4.1. Особливості кулачкових механізмів**

Кулачковим механізмом називається (у більшості випадків) триланковий механізм, до складу якого входять кулачок 1, штовхач 2 і стояк 0. Кулачок 1 і штовхач 2 утворюють між собою вищу кінематичну пару, а з стояком 0 – нижчі кінематичні пари. Для зменшення втрат на подолання сил тертя, штовхач обладнують роликом 3.

Кулачком називається ведуча ланка, яка надає веденій ланці заданий рух, закон якого визначається профілем кулачка.

Профілем кулачка називається лінія перетину циліндричної поверхні кулачка з площиною, перпендикулярною до його осі.

Штовхачем називається ведена ланка, яка утворює з кулачком вищу кінематичну пару. За формою контактуючої з кулачком поверхні штовхачі бувають загострені, плоскі, криволінійні і роликові (рис.4.1).

Залежно від форми кулачка кулачкові механізми бувають плоскими і просторовими.

Плоскі кулачкові механізми (рис. 4.1) залежно від взаємного розташування ведучої і веденої ланок та характеру їх руху поділяють на позацентрові ( $e \neq 0$ ), центральні ( $e=0$ ).

Особливістю кулачкових механізмів є наявність вищої кінематичної пари. Контакт елементів в вищій кінематичній парі

може забезпечуватися геометричним замиканням (за рахунок пазів, охоплюючих роликів і т. п.) або силовим замиканням пари шляхом дії сили (тяжіння, пружності пружини, тиску рідини чи повітря і т.п.).

Робоча поверхня штовхачів, яка сприймає навантаження від кулачка, зношується. Щоб зменшити зношування, розподілити його рівномірно по контактній поверхні штовхача та збільшити надійність і довговічність механізму, застосовують різної конструкції башмаки. Найбільше поширення отримали башмаки роликіві, тарілчасті з плоскою, циліндричною і сферичною контактними поверхнями та гостроконечні зі сферою малого радіуса.

Кулачок характеризують такими основними параметрами (рис.4.2):  $R_0$  – мінімальний радіус кулачка, який з'єднує центр обертання кулачка з найближчою точкою на його профілі;  $R_{\max}$  – максимальний радіус кулачка, який з'єднує центр обертання кулачка з найбільш віддаленою точкою його профілю;  $h$  – хід штовхача, який обчислюється як різниця довжин максимального і мінімального радіусів кулачка.

До основних параметрів кулачка належать також профільні кути. За величиною вони рівні фазовим кутам повороту кулачка, які в свою чергу відповідають фазам руху штовхача, а саме: піднімання, верхньої паузи, опускання і нижньої паузи. Кут піднімання  $\varphi_n$  - центральний кут, який спирається на дугу  $bc$ , з'єднуючи крайні точки дуг мінімального та максимального радіусів кулачка. Кут верхньої паузи  $\varphi_{\text{вн}}$  – центральний кут кулачка, який спирається на дугу  $dc$  максимального радіуса (штовхач при повороті кулачка на кут  $\varphi_{\text{вн}}$  не рухається і перебуває на максимальній віддалі від центра  $O$ ). Кут опускання  $\varphi_{\text{он}}$  – центральний кут кулачка, який спирається на дугу  $da$ , яка з'єднує крайні точки дуг максимального і мінімального радіусів кулачка. Кут нижньої паузи  $\varphi_{\text{нн}}$  – центральний кут, який спирається на дугу мінімального радіуса (при повороті кулачка на кут  $\varphi_{\text{нн}}$  штовхач не рухається і перебуває в нижньому положенні).

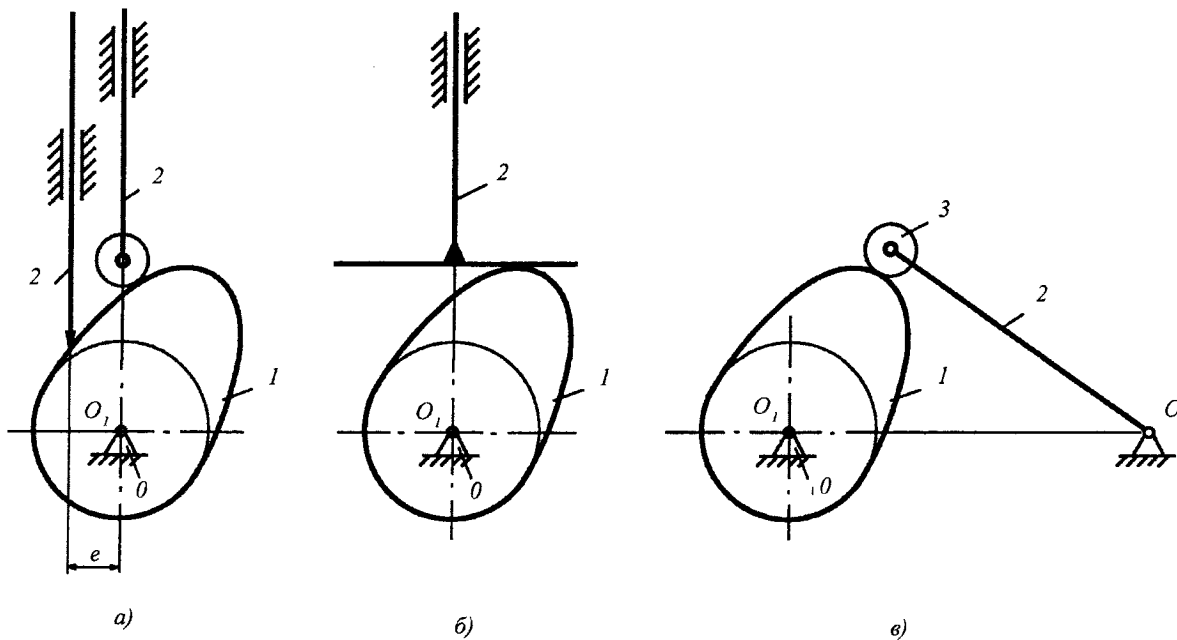


Рис. 4.1. Плоскі кулачкові механізми



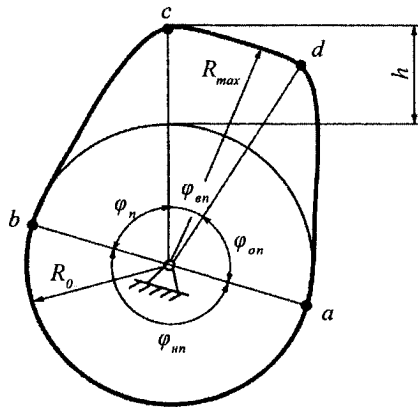


Рис. 4.2. Геометричні параметри кулачка

Робочим кутом кулачка  $\varphi_p$  – називається центральний кут, який рівний сумі кутів піднімання, верхньої паузи і опускання, тобто:  $\varphi_p = \varphi_n + \varphi_{nn} + \varphi_o$ .

У плоскому кулачку сума профільних кутів дорівнює  $360^\circ$ .

Радіус-вектор  $\rho$ , який з'єднує довільну точку на профілі кулачка з центром  $O$ , називають радіус-вектором профілю кулачка.

#### 4.2. Закон переміщення штовхача

Рух ведучої і веденої ланок кулачкового механізму може бути заданий аналітично у вигляді рівнянь руху або графічно у вигляді діаграми переміщень, швидкостей чи прискорень.

Найбільш типовим графіком залежності переміщення штовхача від кута повороту кулачка є крива, представлена на рис.4.3 для кулачкового механізму зі штовхачем, що рухається поступально.

У практиці проектування найбільше поширення отримали відносно прості закони руху штовхача, показані на рис.4.4 для фази піднімання штовхача: а – лінійний; б – параболічний; в – косинусоїдальний; г – синусоїдальний.

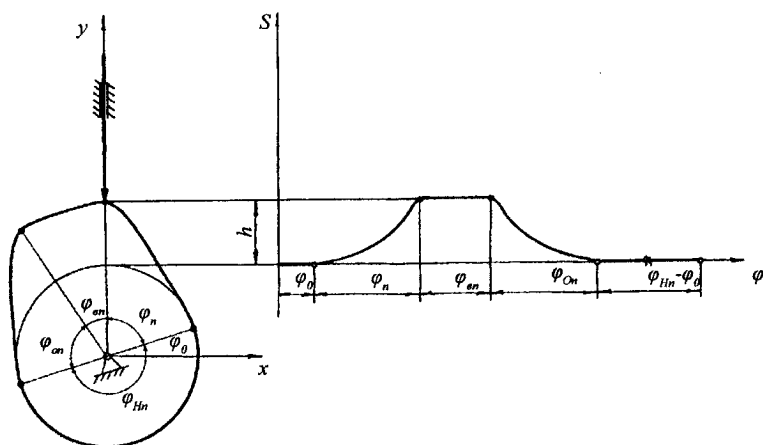


Рис. 4.3. Графік залежності переміщення штовхача від кута повороту кулачка

При лінійному законі швидкість руху штовхача постійна, прискорення рівне нулю, але на початку і в кінці фази прискорення рівне нескінченності, що проявляється у вигляді “жорсткого” удару. Такий закон руху допускається при малих масах штовхача і малих швидкостях руху.

При косинусоїдальному і параболічному законах руху на початку і в кінці ходу веденої ланки прискорення миттєво змінює своє значення, що викликає миттєву зміну інерційних навантажень. Таке явище називають “м’яким” ударом. “М’які” удари менш небезпечні для роботи кулачкових механізмів.

При синусоїдальному законі руху штовхача діаграми швидкостей і прискорень не мають точок розриву, тому рух відбувається без ударів.

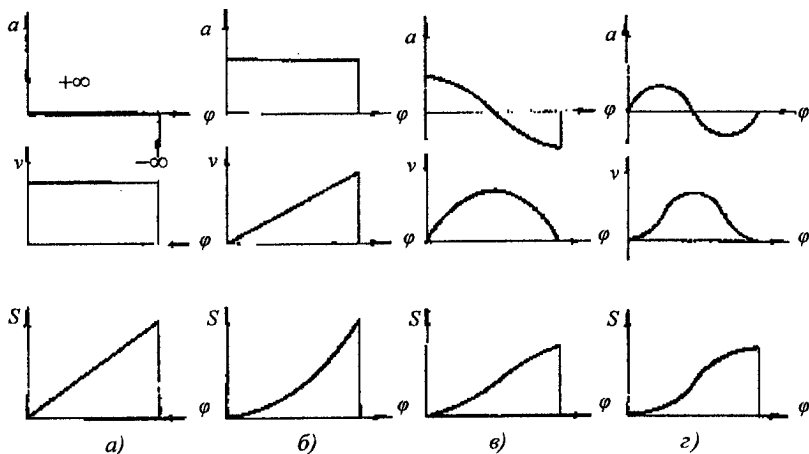


Рис. 4.4. Закони руху штовхача

### 4.3. Кінематичний аналіз кулачкових механізмів

Основним завданням кінематичного аналізу кулачкових механізмів є визначення закону руху веденої ланки за заданими розмірами ланок механізму, профілем і законом руху кулачка. Тобто встановлюють залежності  $S=S(t)$ ;  $v=v(t)$ ;  $a=a(t)$ , де  $S$  – переміщення штовхача;  $v$  – швидкість руху;  $t$  – час;  $a$  – прискорення штовхача.

Якщо механізм має один ступінь вільності, то переміщення, швидкості і прискорення ланок і точок механізму є функціями переміщень, швидкостей і прискорень однієї з ланок, що приймається за початкову. Якщо механізм володіє кількома ступенями вільності, то переміщення, швидкості і прискорення ланок і точок механізму є функцією відповідних переміщень, швидкостей і прискорень ланок механізму, прийнятих за початкові. Причому число початкових ланок повинно бути рівним числу ступенів вільності механізму.

Закон руху початкових ланок (функції переміщення, швидкостей і прискорень) можуть задаватися в аналітичній формі (у вигляді відповідної функції, що пов'язує переміщення

початкової ланки з часом), або графічно (у вигляді кривих, де по осі ординат відкладені переміщення чи кут повороту в деякому вибраному масштабі, а по осі абсцис – час в вибраному масштабі).

У деяких інженерних задачах закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функції швидкості  $v=v(t)$  чи  $\omega=\omega(t)$ .

Тоді перехід від функції швидкості до функції переміщення може бути здійснений шляхом обчислення інтегралів

$$\varphi_i - \varphi_0 = \int_{t_0}^{t_i} \omega(t) dt, \quad S_i - S_0 = \int_{t_0}^{t_i} v(t) dt, \quad (4.1)$$

де –  $\varphi_0, S_0, t_0$  - кут, переміщення і час, що відповідають початковому положенню початкової ланки.

Якщо ж закон руху початкової ланки заданий у вигляді функції прискорення, то аналогічним чином здійснюється перехід до функції швидкості, а потім до функції переміщення.

При кінематичному дослідженні механізмів швидкості і прискорення ланок і точок, що їм належать, зручно виражати як функцію переміщення  $S$  чи повороту  $\varphi$  початкової ланки. Якщо кут повороту  $\varphi_k$  деякої ланки  $k$  задається у вигляді функції  $\varphi_k = \varphi_k(\varphi)$  то кутова швидкість цієї ланки може бути представлена так:

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\varphi_k}{d\varphi} = \omega \varphi'_k, \quad (4.2)$$

де –  $\omega$  кутова швидкість початкової ланки,  $\varphi_k$  - безрозмірна кутова швидкість ланки  $k$ , яку називають аналогом кутової швидкості ланки  $k$ . Тобто дійсна кутова швидкість ланки  $k$  рівна добутку кутової швидкості  $\omega$  початкової ланки на аналог кутової швидкості ланки  $k$ .

Аналогічно вводиться поняття аналога кутового прискорення.

### 4.3.1. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів методом діаграм

Кінематичний аналіз кулачкового механізму методом діаграм ведуть у такій послідовності. Спочатку будують за заданим профілем кулачка діаграму  $S=S(\varphi)$ . Цю діаграму графічно диференціюють. Отримані в результаті диференціювання діаграми  $S'=S'(\varphi)$  та  $S''=S''(\varphi)$  характеризують зміну аналогів швидкості і прискорення штовхача в залежності від кута повороту кулачка  $\varphi$ .

Діаграму  $S=S(\varphi)$  будують на підставі таких міркувань. Спочатку (рис.4.5) визначають переміщення точки С штовхача 3 відносно крайнього її положення (точка 1). Для цього через центр А обертання кулачка 1 проводять промені:  $A_1, A_2, A_3, \dots$  під однаковими кутами  $\varphi$ . Якщо з центра А зробити засічку радіусом  $A_2$  на осі руху ланки 2, то відрізок (1-2') буде дорівнювати переміщенню ланки 2 при повороті кулачка 1 на кут  $\varphi$  з першого в друге положення. Аналогічно відрізок (1-3') буде дорівнювати переміщенню ланки 2 при повороті кулачка 1 на кут  $2\varphi$  з першого в третє положення і т.д. Визначивши переміщення (1-2'), (1-3'), (1-4'), ... будують в довільно вибраних масштабах  $\mu_\varphi$  і  $\mu_s$  діаграму  $S_C=S_C(\varphi)$  (рис. 4.6 а).

Масштаб  $\mu_s$  переміщення вибирають з врахуванням рекомендацій, вказаних в розділі 2.1.3.

Масштаб кута повороту кулачка  $\mu_\varphi$  визначають за формулою

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l}, \quad (4.3)$$

де  $l$  - довжина відрізка на діаграмах, який зображає один оберт кулачка (здебільшого вибирають  $l=120$  мм);  $H_1$  і  $H_2$  - полюсні віддалі на діаграмах, мм.

Для побудови діаграми аналога швидкості  $S_C'=S_C'(\varphi)$  діаграму  $S_C=S_C(\varphi)$  диференціюють, використовуючи метод дотичних або метод хорд.

Для цього продовжують вісь абсцис (рис.4,6 б) вліво і відкладають відрізок  $P_V = H$ . З точки  $P_V$  проводять промені паралельно до хорд кривої  $S_C = \varphi$  на ділянках 1-2, 2-3, 3-4. Ці промені відітнуть на осі  $S_C'$  відрізки 1-1", 1-2", 1-3" пропорційно аналогу середньої швидкості  $S_C'(\varphi)$  на відповідній ділянці

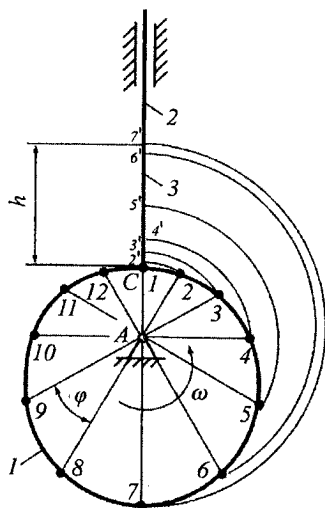


Рис. 4.5. Визначення переміщення точки С штовхача

діаграми. Відкладають ці відрізки на середніх ординатах відповідних ділянок. З'єднавши отримані точки I, II, III, . . . , плавною кривою, отримують діаграму зміни аналога швидкості точки С від кута повороту кулачка  $\varphi$ .

Діаграму зміни прискорення точки С від кута повороту  $\varphi$  будують шляхом графічного диференціювання діаграми  $S_C' = S_C'(\varphi)$ .

Масштаби побудованих діаграм визначають за формулами:

$$\mu_{S'} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi H_1}; \quad (4.4)$$

$$\mu_{s''} = \frac{\mu'_s}{\mu_\varphi H_2}; \quad (4.5)$$

Якщо відома кутова швидкість обертання кулачка  $\omega_1$ , то діаграми зображені на (рис.4.6) будуть відображати характер зміни переміщення  $S_c$ , швидкості  $v_c$  і прискорення  $a_c$  штовхача з від часу  $t$ .

Масштаби діаграм  $S_c=S(t)$ ,  $v_c=v_c(t)$  і  $a_c=a_c(t)$  будуть визначатися за формулами:

$$\mu_t = \mu_\varphi / \omega_1; \quad (4.6)$$

$$\mu_v = \mu'_s / \omega_1; \quad (4.7)$$

$$\mu_a = \mu'_s / \omega_1^2. \quad (4.8)$$

Діаграми  $\beta = \beta(\varphi)$ ,  $\beta' = \beta'(\varphi)$  і  $\beta'' = \beta''(\varphi)$  для кулачкового механізму з коромислом (рис. 4.1в) будуть аналогічно. Масштаби діаграм визначають за формулами (4.3) – (4.8), підставляючи в них замість параметра  $h$  параметр  $\beta$ .

#### 4.3.2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів методом планів швидкостей і прискорень

Для визначення швидкостей і прискорень методом планів швидкостей і прискорень необхідно знати радіуси кривизни різних ділянок профілю кулачка.

У кулачках, профілі яких виконані по дугах кіл, парабол, еліпсів, відрізках прямих і т.п., знаходження радіусів кривизни не викликає труднощів. Якщо ж радіуси кривизни не відомі, то методом заміни вищих пар ланками з нижчими парами кулачковий механізм приводиться до механізму тільки з нижчими

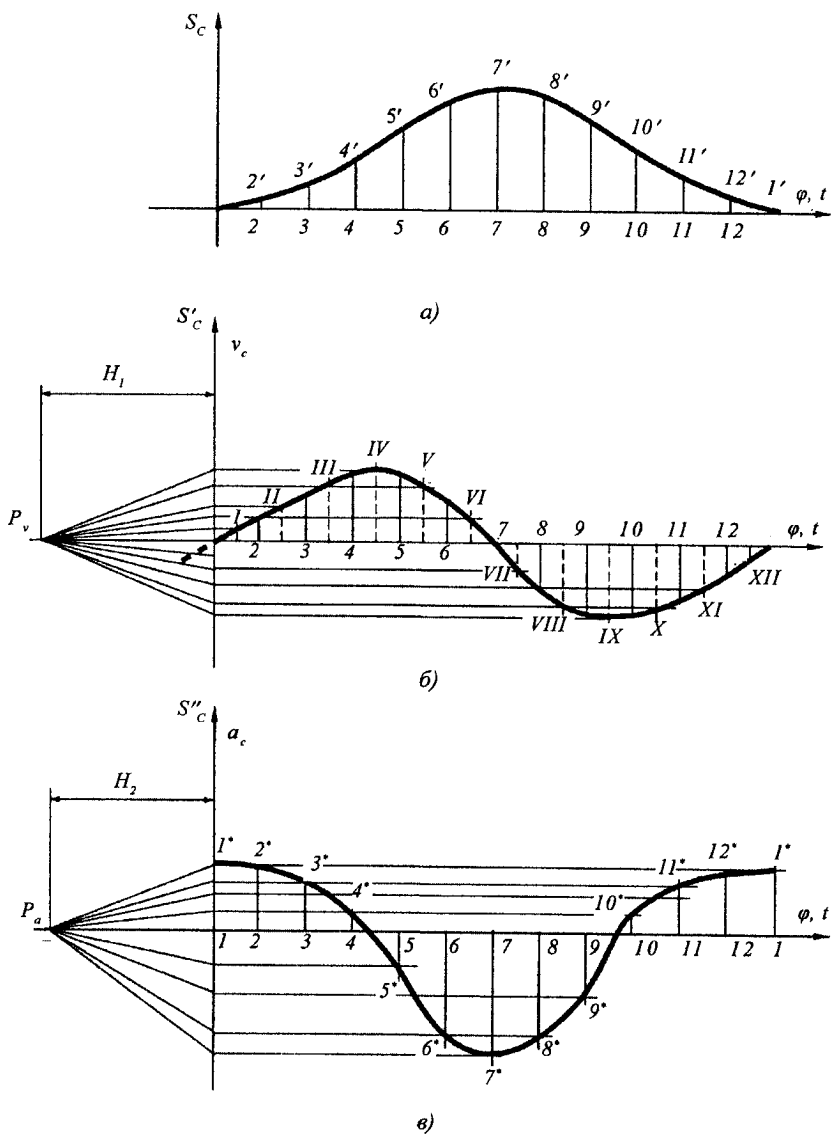


Рис. 4.6. Діаграма переміщення, швидкості і прискорення т. С штовхача



парами. Далі задача розв'язується методами, викладеними в розділі 2.1.5.

На рис.4.7 – 4.9 представлені схеми кулачкових механізмів. Ведучими ланками в цих механізмах є кулачки 1, які обертаються з деякою кутовою швидкістю  $\omega_1$ .

Нехай  $\omega_1 = \text{const}$ ; необхідно побудувати плани швидкостей і прискорень для цих механізмів.

Ця задача значно спроститься, якщо замінити вищі кінематичні пари ланками, що входять тільки в нижчі пари.

Позначимо додаткову ланку цифрою 3. На рис.4.7 а заміняючим механізмом буде кривошипно-повзунний механізм ОАВ з кривошипом ОА, де точка А є центром кривизни кривої теоретичного профілю кулачка в точці В. Швидкість і прискорення точки В штовхача визначимо, побудувавши плани швидкостей та прискорень (рис. 4.7 б, в) за векторними рівняннями:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \quad \vec{v}_A \perp \text{уу}; \quad (4.9)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^t \quad \vec{a}_B \parallel \text{уу}. \quad (4.10)$$

Для кулачкового механізму з коливним штовхачем ВС (рис.4.8а) заміняючим механізмом буде чотириланковик ОАВС, швидкість  $v_B$  і прискорення  $\omega_B$  точки В якого визначимо з наступних рівнянь:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}; \quad \vec{v}_B \perp BC; \quad (4.11)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^t \quad \vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t. \quad (4.12)$$

Побудова планів швидкостей і прискорень (рис.4.8б,в) виконується аналогічно за вказаним вище методом.

Для механізмів з плоским штовхачем (рис.4.9а) заміняючий механізм ОАВС буде складатися з кривошипа ОА і двоповідцевої групи АВС.

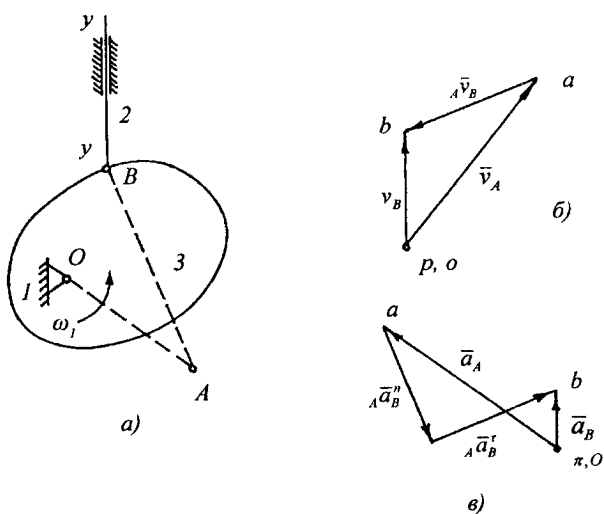


Рис. 4.7. Плани швидкостей і прискорень для кулачкового механізму із загостреним штовхачем

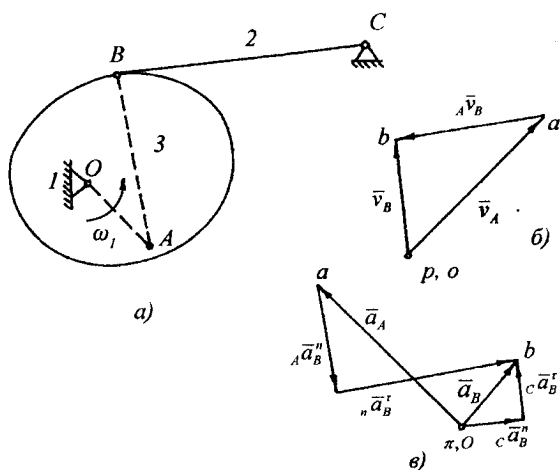


Рис. 4.8. Плани швидкостей і прискорень для кулачкового механізму з коливним штовхачем

Оскільки ланки 2 і 3 здійснюють поступальний рух, то їх кутові швидкості є рівними:  $\omega_2 = \omega_3 = 0$ .

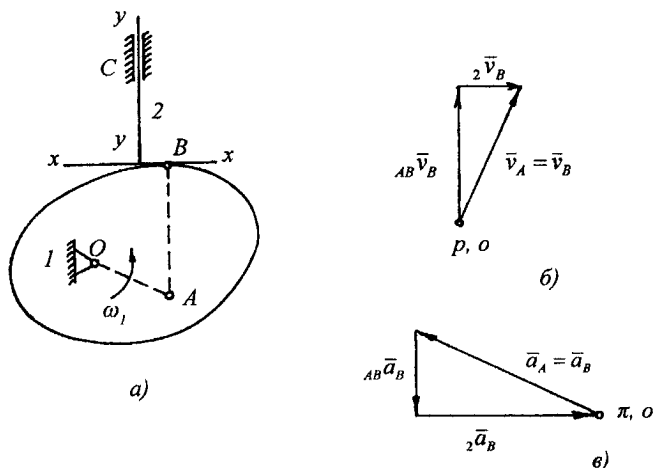


Рис. 4.9. Плани швидкостей і прискорень для кулачкового механізму з плоским штовхачем.

Швидкість центру шарніра А, що з'єднує ланки 1 і 3,  $v_{A_1} = v_{A_3} = \omega_1 l_{OA}$ , а прискорення  $a_{A_1} = a_{A_3} = \omega_1^2 l_{OA}$  (оскільки кривошип обертається рівномірно), причому  $v_{A_3}$  перпендикулярна  $OA$ , а  $a_{A_3}$  паралельне  $OA$  і направлене до центру  $O$ . Розкладаючи абсолютний рух ланки 3 на переносний поступальний разом з ланкою 2 і на відносний поступальний по відношенню до ланки 2, отримуємо рівняння:

$$\vec{v}_B = {}_{AB}\vec{v}_B + {}_2\vec{v}_B; \quad (4.13)$$

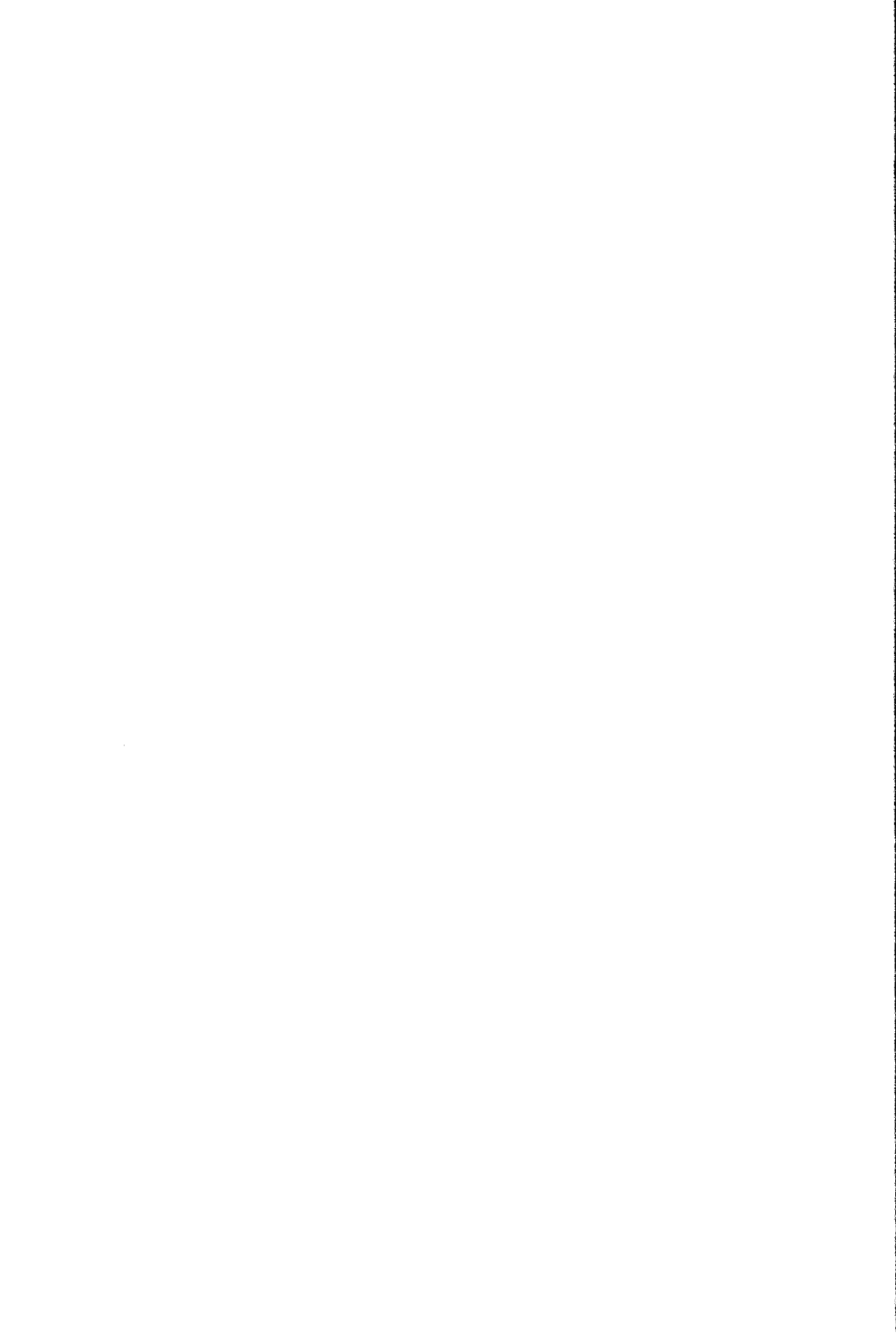
$$\vec{a}_B = {}_{AB}\vec{a}_B + {}_2\vec{a}_B. \quad (4.14)$$

Тут

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A ; \quad {}_{AB}\bar{v}_B \parallel \text{уу}; \quad {}_2\bar{v}_B \parallel \text{хх}; \quad (4.15)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A ; \quad {}_{AB}\bar{a}_B \parallel \text{уу}; \quad {}_2\bar{a}_B \parallel \text{хх} . \quad (4.16)$$

Відповідно до цих рівнянь на (рис.4.9 б, в), побудовані плани швидкостей і прискорень механізму. Точність побудови планів залежить від точності визначення центра А кривизни кривої профілю кулачка. Тому у випадках, коли центр кривизни профілю кулачка не задається, його положення необхідно визначити з особливою ретельністю.



## **РОЗДІЛ 5**

### **ДОСЛІДЖЕННЯ МАНІПУЛЯТОРІВ**

#### **5.1. Кінематичний аналіз маніпуляторів промислових роботів**

Кінематичний аналіз маніпуляторів – початкова стадія проектування робототехнічних комплексів (РТК), яка дає можливість у подальшому перейти до дослідження динаміки та синтезу систем керування рухом маніпулятора. Кінематичний аналіз передбачає розв’язання двох задач – прямої та оберненої.

Пряма задача кінематики полягає у визначенні положення та орієнтації захвата у вибраній системі координат за заданими значеннями узагальнених координат маніпулятора, які однозначно визначають його положення. Розв’язок прямої задачі завжди однозначний і його можна знайти для будь-якої кількості ланок, що його утворюють.

Обернена задача кінематики полягає у визначенні значень узагальнених координат за заданим положенням захвата. У загальному випадку така задача не є однозначною. Для маніпуляторів з кількістю ступенів рухомості більше, наприклад, шести, отримують множину розв’язків оберненої задачі, які відповідають вибраним значенням надлишкових узагальнених координат.

### 5.1.1. Опис кінематичних параметрів виробництва методом матриць

Вибираючи компоновку ПР, потрібно в першу чергу вирішити, чи за її допомогою можна здійснити весь комплекс рухів об'єкта манулювання (ОМ) у процесі його оброблення та які переміщення за ступенями вільності треба при цьому здійснити. Кінематика ОМ безпосередньо впливає на вибір кількості ступенів вільності, величини переміщень маніпулятора і структуру ПР. Для розв'язання цих задач потрібно вміти описувати кінематику руху ОМ. Ефективним і зручним для цього є метод матриць, який широко застосовують при кінематичному розрахунку просторових механізмів і маніпуляторів.

Виберемо такі початкові дані:

введемо єдину для робототехнічного комплексу (РТК) систему координат  $O_p X_p Y_p Z_p$ , пов'язану з роботом;

з кожним видом устаткування РТК зв'яжемо систему координат  $O_c^i X_c^i Y_c^i Z_c^i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), де  $n$  — кількість одиниць устаткування;

з ОМ — деталлю пов'яжемо систему координат  $O_d X_d Y_d Z_d$ .

У такому випадку положення одиниць устаткування РТК

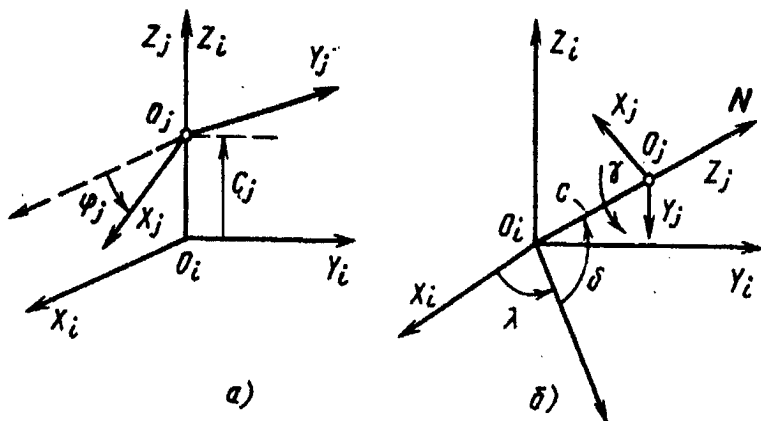


Рис. 5.1. Кінцеві переміщення об'єкта

відносно нерухомої системи координат визначатиметься матрицями переходу  $M_{pc}^i$ , що характеризують відносне положення системи координат  $O_c^i X_c^i Y_c^i Z_c^i$  та  $O_p X_p Y_p Z_p$ , а положення деталей визначатиметься матрицею переходу  $M_{cd}^i$ , яка характеризує положення системи координат  $O_d X_d Y_d Z_d$  в системі  $O_c^i X_c^i Y_c^i Z_c^i$ .

Нижче записані вирази для матриць за різного розташування ОМ відносно устаткування й застосування методу матриць для опису його переміщень у технологічному процесі.

**Матриця переміщення і повороту відносно осі  $O_i Z_i$ .**  
Розглянемо нерухому систему координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  (рис.5.1а).

Нехай ОМ зміщений вздовж осі  $O_i Z_i$  на величину  $c_j$  і повернутий навколо цієї ж осі на кут  $\varphi_j$ . Пов'яжемо з ОМ нерухому систему координат  $O_j X_j Y_j Z_j$ . Візьмемо довільну точку, яка в системі координат  $O_j X_j Y_j Z_j$  має координати  $X_j Y_j Z_j$ . Запишемо координати цієї точки в системі координат  $O_i X_i Y_i Z_i$ :

$$x_i = x_j \cos \varphi_j - y_j \sin \varphi_j;$$

$$y_i = x_j \sin \varphi_j + y_j \cos \varphi_j;$$

$$z_i = z_j + c_j.$$

Цю систему рівнянь можна подати в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_j & -\sin \varphi_j & 0 & 0 \\ \sin \varphi_j & \cos \varphi_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}$$



або  $[x_i] = M_{ij} [x_j]$ , де  $M_{ij}$  – матриця переходу від системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  до системи  $O_i X_i Y_i Z_i$ ,

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_j & -\sin \varphi_j & 0 & 0 \\ \sin \varphi_j & \cos \varphi_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицю  $M_{ij}$  можна також розглядати як деякий оператор, що перетворює простір “j” у простір “i”, або оператор, який здійснює рух повороту і перенесення вздовж осі  $O_i Z_i$  деякої системи координат  $O_i X_i Y_i Z_i$ . Елементи цієї матриці в перших трьох верхніх рядках трьох лівих стовпців є косинусами кутів, які утворюють осі системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  з осями системи  $O_i X_i Y_i Z_i$ . У верхніх трьох рядках четвертого правого стовпця стоять координати початку системи  $O_j$  в системі  $i$ . У нашому випадку  $c_j$  є віддаллю, на яку зміщено початок координат  $O_j$  вздовж осі  $O_i Z_i$ .

Цю матрицю в подальшому називатимемо “матрицею переносу й повороту вздовж осі OZ”.

**Матриця переміщення й повороту відносно осей OX та OY.** Аналогічно наведеному вище можна побудувати матриці переміщень та поворотів OM відносно осей координат OY та OX.

Якщо система  $O_j X_j Y_j Z_j$  зміщена вздовж осі  $O_i X_i$  системи  $O_i X_i Y_i Z_i$  на відрізок  $a_j$  та повернута навколо цієї осі на кут  $\alpha_j$ , то матриця переходу від системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  в систему  $O_i X_i Y_i Z_i$  буде такою:

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_j \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j & 0 \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таку матрицю називатимемо “матрицею переносу і повороту вздовж осі  $OX$ ”.

Якщо система координат  $O_j X_j Y_j Z_j$  зміщена вздовж осі  $O_i Y_i$  на відрізок  $b_j$  та повернута навколо цієї ж осі на кут  $\beta_j$ , то матриці переходу матиме такий вигляд :

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & 0 & \sin \beta_j & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_j \\ -\sin \beta_j & 0 & \cos \beta_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таку матрицю називатимемо “матрицею переносу і повороту вздовж осі  $OY$ ”.

**Матриці складних переміщень ОМ.** Об’єкт маніпулювання за маршрутом може здійснювати складні поступальні й обертальні рухи відносно різних осей координат. Опишемо такі рухи за допомогою матриць.

Розглянемо як приклад складний рух ОМ: ОМ здійснює поворот на кут  $\alpha_1$  і переміщається на відрізок  $a_1$  відносно осі  $OX$  нерухомої системи координат, потім вона здійснює переміщення на  $s_2$  і поворот на кут  $\varphi_2$  відносно осі  $O_1 Z_1$ . Визначимо матрицю цього складного руху.

Для першого руху матричне перетворення координат матиме вигляд

$$[x_0] = M_{01} [x_1],$$

де  $[x_0]$  – стовпець координат деякої точки в нерухомій системі координат  $O_i X_i Y_i Z_i$ ;  $[x_1]$  – стовпець координат цієї точки в системі, пов’язаній з ОМ в першому положенні;  $M_{01}$  – матриця повороту і переносу відносно осі  $OX$  нерухомої системи координат.

Для другого руху

$$[x_1] = M_{12} [x_2],$$

де  $[x_2]$  – стовпець координат вказаної вище точки в системі координат  $O_2X_2Y_2Z_2$ , пов'язаної з ОМ у другому положенні;  $M_{12}$  – матриця повороту на кут  $\varphi_2$  і переносу на  $c_2$  по осі  $O_1Z_1$ .

Підставляючи  $[x_1]$  у вираз для  $[x_0]$ , отримуємо:

$$[x_0] = M_{01} M_{12} [x_2]$$

або

$$[x_0] = M_{02} [x_2],$$

де  $M_{02}$  – матриця переходу від системи  $O_2X_2Y_2Z_2$  до системи  $OXYZ$  або матриця складного руху:

$$M_{02} = M_{01} M_{12}.$$

Отже, матриця складного руху ОМ дорівнює добутку матриць простих рухів. Остання формула дозволяє визначати матриці будь-якого складного руху ОМ як добуток матриць простих рухів.

Як приклад розглянемо матриці переміщення і повороту деталі вздовж довільного вектора в просторі  $N$ . Нехай ОМ зі свого початкового положення, заданого матрицею  $M_{01}$ , переміщається поступально вздовж вектора  $N$  на відрізок  $c$  і повертається відносно цього вектора на кут  $\gamma$  (рис.5.16).

Положення вектора  $N$  задамо двома кутами: кутом  $\delta$ , який утворює вектор зі своєю проекцією на площину  $X_1O_1Y_1$ , і кутом  $\lambda$ , який проекція вектора на площину  $X_1O_1Y_1$  складає з віссю  $O_1X_1$ .

Поворот  $OM$  навколо вектора  $N$  задає кут  $\gamma$  між віссю  $O_i X_i$  та площиною  $Y_i O_i Z_i$ .

Кут  $\gamma$  відраховують у площині  $O_j Z_j Y_j$  в додатному напрямі.

Зміщення системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  вздовж вектора  $N$  задамо відрізком  $c$ .

Систему  $O_i X_i Y_i Z_i$  можна сумістити з системою такими послідовними переміщеннями:

поворотом навколо осі  $O_i Z_i$  на кут  $\lambda$  до суміщення осі  $OX$  із проекцією вектора  $N$  на горизонтальну площину;

поворотом навколо нового положення осі  $OY$  на кут  $\delta_1 = 90^\circ - \delta$  до суміщення осей  $OZ$  з напрямом  $N$ ;

зміщенням вздовж осі на відрізок  $c$  до суміщення початку координат з точкою  $O_j$  та поворотом навколо осі  $O_i Z_i$  на кут  $\gamma$  до суміщення осі  $OX$  з віссю  $O_j X_j$ . При цьому системи координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  та  $O_j X_j Y_j Z_j$  повністю сумістяться. Цим простим рухам відповідають такі матриці:

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & 0 & \sin \delta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \delta_1 & 0 & \cos \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

де  $\delta_1 = 90^\circ - \delta$ .

Матриця вислідного переміщення дорівнює добутку матриць простих рухів:

$$M = M_1 M_2 M_3 .$$

Перемноживши матриці  $M_1$ ,  $M_2$  та  $M_3$ , отримаємо:

$$M = \begin{bmatrix} \cos \lambda \cos \delta \cos \gamma - & -\sin \lambda \sin \gamma - & \cos \lambda \cos \gamma \cos \delta - & c \sin \delta \cos \lambda \\ -\sin \lambda \sin \delta \sin \gamma & \sin \lambda \cos \gamma & -\sin \lambda \sin \delta \sin \gamma & \\ \sin \lambda \cos \delta \sin \gamma + & -\sin \lambda \sin \gamma + & \sin \lambda \cos \gamma \sin \delta + & c \sin \delta \sin \lambda \\ + \cos \lambda \cos \delta \sin \gamma & + \cos \lambda \cos \gamma & + \cos \lambda \sin \delta \sin \lambda & \\ & -\sin \delta & 0 & c \cos \delta \\ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Елементи лівих трьох стовпців отриманої матриці є косинусами кутів між осями системи координат, пов'язаної з  $OM$  і нерухомою системою. Елементами четвертого стовпця цієї матриці є координати початку  $O_j$  системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  в системі  $O_i X_i Y_i Z_i$ .

**Матриці переміщення  $OM$  у площинах  $OXY$  та  $OXZ$ .** Аналогічно можна отримати матриці, які характеризують переміщення  $OM$  у площинах  $OXY$  та  $OXZ$ .

Перша матриці має такий вигляд:

$$M_{xy} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & a \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ;$$

друга матриця

$$M_{xz} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

де  $\gamma$  – кут повороту системи  $O_j X_j Y_j Z_j$ , пов'язаною з ОМ навколо осі  $O_i Z_i$  нерухомої системи координат  $O_i X_i Y_i Z_i$ ;  $a, b, c$  – координати початку координат  $O_j$  в нерухомій системі  $O_i X_i Y_i Z_i$ ;  $\beta$  – кут повороту системи, пов'язаної з ОМ, відносно осі  $O_i Y_i$  нерухомої системи координат.

Отримані рівняння можна застосовувати для опису кінематики ОМ в РТК.

### 5.1.2. Особливості побудови кінематичних моделей модульних промислових роботів

**Матриці модулів і формування кінематичної моделі маніпулятора промислового робота.** Для кінематичного аналізу ПР матричним методом застосовують матриці третього та четвертого порядків у комбінації з векторним численням.

При кінематичному розрахунку ПР модульного типу треба враховувати особливості, пов'язані з наявністю в усіх компоновках стандартних вузлів і модулів. Це дозволяє для кожного модуля ввести й задалегідь визначити матриці переходу між системами координат, пов'язаних з вхідною та вихідною ланками модуля. Тоді систему рівнянь зв'язку для кожної компоновки не потрібно будувати кожен раз спочатку, вводячи й перемножуючи матриці переходу між окремими ланками, а достатньо безпосередньо застосовувати матриці модулів.

Для формування кінематичної моделі компоновки треба також вказати, як вихідна ланка попереднього модуля з'єднана з вхідною ланкою наступного модуля. Цю задачу розв'язують, задавши "матрицю стикування" модулів.

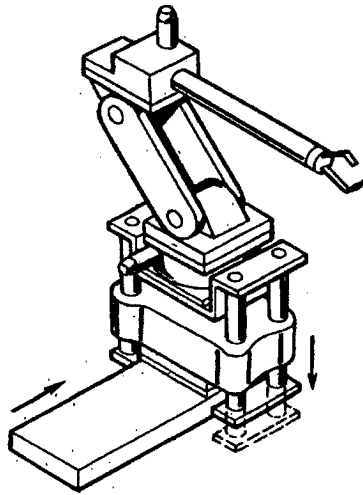


Рис. 5.2. Компонівка робота РІМ-25 з модулем подвійного гойдання

Розглянемо застосування згаданого вище принципу на прикладі аналізу ПР модульної структури РІМ-25 (рис.5.2). Особливістю цього робота є те, що модулі можна утворювати з одним, двома й трьома ступенями рухомості. Продемонструємо спосіб введення систем координат і визначимо матриці переходу для окремих модулів.

Модульна система РІМ-25 має три модулі поступального руху: поперечного зсуву – З; підйому – П і радіального переміщення Рп.

Якщо для цих модулів системи координат  $O_j X_j Y_j Z_j$  та  $O_i X_i Y_i Z_i$  пов'язати з вихідними і вхідними елементами модуля, то при поступальному зміщенні в модулі на  $s_i$  матриці переходу від системи  $O_j X_j Y_j Z_j$  до системи  $O_i X_i Y_i Z_i$  матимуть такий вигляд:

для модуля поперечного зсуву

$$\mathbf{M}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & s_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

для модуля підйому

$$\mathbf{M}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

для модуля радіального переміщення

$$\mathbf{M}_{rp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & s_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

У цьому випадку прийнято, що напрям поступального руху збігається з напрямом осі  $O_j X_j$  в модулі зсуву, осі  $O_j Z_j$  – в модулі підйому та осі  $O_j Y_j$  – в модулі радіального переміщення.

Для однокоординатних модулів повороту (По) й гойдання (Г) з вхідним і вихідним елементами також зв'яжемо відповідно системи координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  та  $O_j X_j Y_j Z_j$ , спрямувавши у першому випадку осі  $O_i Z_i$  та  $O_j Z_j$  вздовж осі обертання, а в другому випадку – осі  $O_j X_j$  вздовж осі гойдання модуля. Тоді матриці переходу матимуть такий вигляд:



для модуля повороту

$$\mathbf{M}_{\text{По}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_j & -\sin \varphi_j & 0 & 0 \\ \sin \varphi_j & \cos \varphi_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

для модуля гойдання

$$\mathbf{M}_{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j & 0 \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Двокоординатний модуль подвійного гойдання (Д) дозволяє гойдати навколо двох паралельних осей. Систему координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  цього модуля зв'яжемо з його основою, а систему координат  $O_j X_j Y_j Z_j$  – з його вихідною ланкою. Осі  $X$  та  $Y$  спрямуємо вздовж осей обертання в один бік.

Систему координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  можна сумістити із системою координат  $O_j X_j Y_j Z_j$  за допомогою таких переміщень: поворотом на кут  $\alpha_{1i}$  навколо осі  $X_i$  до суміщення осі  $O_i Y_i$  з віссю вихідної ланки, перенесенням вздовж осі  $O_i Y_i$  на відрізок  $b_i$  та поворотом навколо осі  $X_i$  на кут  $\alpha_{2i}$ .

Матрицю переходу для такого модуля можна визначити перемноженням матриць цих переміщень:

$$\begin{aligned}
 M_{\Pi} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{1i} & -\sin \alpha_{1i} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{1i} & \cos \alpha_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{2i} & -\sin \alpha_{2i} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{2i} & \cos \alpha_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{1i} + \alpha_{2i}) & -\sin(\alpha_{1i} + \alpha_{2i}) & -b_i \sin \alpha_{1i} \\ 0 & \sin(\alpha_{1i} + \alpha_{2i}) & \cos(\alpha_{1i} + \alpha_{2i}) & b_i \cos \alpha_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

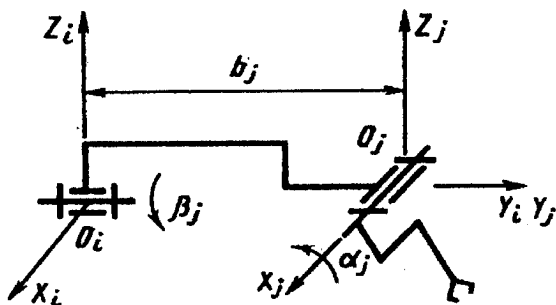


Рис. 5.3. Кінематична схема модуля з двома ступенями рухомості

Орієнтувальні рухи для системи РПМ-25 здійснюють модулі з одним, двома й трьома ступенями рухомості. Орієнтувальний модуль – рука з одним ступенем рухомості – здійснює поворот захоплювального пристрою навколо поздовжньої осі. Крім цього, вихідна ланка зміщена відносно вхідної на відрізок  $b_j$  вздовж осі  $Y_j$ .

Матриця переходу для цього модуля матиме вигляд:

$$M_{p1} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & 0 & \sin \beta_j & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_i \\ -\sin \beta_j & 0 & \cos \beta_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Орієнтувальний модуль з двома ступенями вільності (рис.5.3) дозволяє здійснювати поворот вихідної ланки навколо поздовжньої осі руки та гойдання відносно осі, перпендикулярної до першої. Система координат  $O_i X_i Y_i Z_i$  може бути суміщена із системою  $O_j X_j Y_j Z_j$  за допомогою таких переміщень: поворотом навколо осі  $O_i Y_i$  на кут  $\beta_j$  та зміщенням вздовж цієї ж осі на  $b_i$ , поворотом навколо осі  $O_j Y_j$  на кут  $\alpha_j$ .

Матрицю переходу для цього модуля можна отримати шляхом перемножування матриць простих переміщень:

$$M_{p2} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \sin \alpha_j & \sin \beta_j \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j & b_i \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \sin \alpha_j & \cos \beta_j \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 5.1.3. Обернені задачі кінематики маніпуляторів промислових роботів

При кінематичному розрахунку компоновки агрегатно-модульного ПР розв'язують задачі з визначення різноманітних кінематичних параметрів, що характеризують ефективність виконання роботом технологічних функцій. Найскладнішою задачею, на розв'язок якої спираються при аналізі всієї кінематики робота, є задача визначення змінних параметрів, які характеризують відносне положення його ланок за заданим положенням захоплювального пристрою.

Для розв'язування обернених задач про положення маніпулятора на сьогодні ще не розроблені загальні ефективні алгоритми, тому розглянемо аналітичний розв'язок цієї задачі для однієї з типових компоновок ПР агрегатно-модульного типу.

Обернена задача про положення маніпулятора типу  $O \parallel P \perp P \parallel O \perp O \perp O$  (рис.5.4). Таку структуру має одна з компоновок модульного робота РПМ-25, що містить модулі

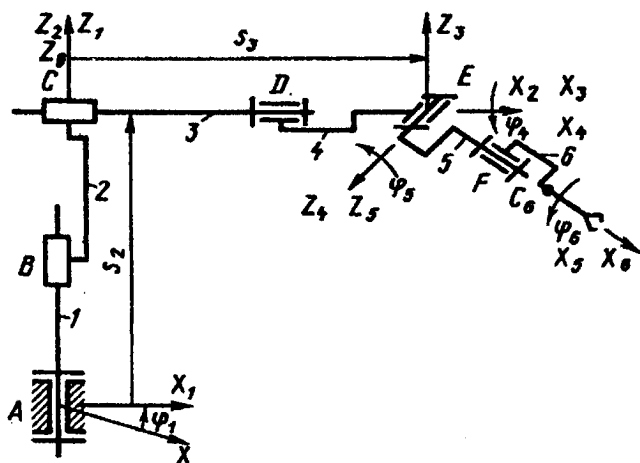


Рис. 5.4. Схема компоновки маніпулятора

обертання (O), підйому (П), радіального переміщення (Рп) та триступеневий модуль для орієнтування об'єкта маніпулювання (РЗ). Отже, маніпулятор ПР у цьому випадку містить дві поступальні та чотири обертальні кінематичні пари. Загальна кількість ступенів рухомості дорівнює шести. Вважатимемо, що при захопленні ОМ він жорстко з'єднується із захоплювальним пристроєм та утворює одну ланку.

З ланками виконувального пристрою зв'яжемо декартові системи координат. Систему  $AXYZ$  зв'яжемо з основою маніпулятора, спрямувавши вісь  $Z$  вздовж осі обертальної пари  $A$ . Систему координат  $AX_1Y_1Z_1$  зв'яжемо з ланкою 1, спрямувавши вісь  $Z_1$  так само, як вісь  $Z$ , а вісь  $X_1$  – паралельно осі обертальної пари  $D$ . Систему координат  $CX_2Y_2Z_2$  зв'яжемо з ланкою 2, її осі паралельні відповідним осям системи  $AX_1Y_1Z_1$ . Систему координат  $EX_3Y_3Z_3$  зв'яжемо з ланкою 3, спрямувавши вісь  $X_3$  по осі пари  $D$ , а вісь  $Z_3$  – паралельно осі  $Z_2$ . Систему координат  $EX_4Y_4Z_4$  зв'яжемо з ланкою 4, спрямувавши вісь  $X_4$  так само, як вісь  $X_3$ , а вісь  $Z_4$  – по осі пари  $E$ . Систему координат  $EX_5Y_5Z_5$  зв'яжемо з ланкою 5, спрямувавши вісь  $X_5$  по осі пари  $F$ , а вісь  $Z_5$  – по осі пари  $E$ . Систему координат  $FX_6Y_6Z_6$  зв'яжемо з ланкою 6, спрямувавши вісь  $X_6$  так само, як вісь  $X_5$ , а вісь  $Z_6$  – перпендикулярно до осі площини руху губки захоплюючого пристрою.

Відносне положення ланок визначається відносним положенням, пов'язаних з ними систем координат. Система  $AX_1Y_1Z_1$  повернута навколо осі  $AX$  системи  $AXYZ$  на кут  $\varphi_1$ ; система координат  $CX_2Y_2Z_2$  зміщена вздовж осі  $CZ_1$  на  $s_2$ ; система  $EX_3Y_3Z_3$  зміщена вздовж осі  $CX_2$  на  $s_3$ ; система  $EX_4Y_4Z_4$  повернута навколо осі  $X_3$  на кут  $\varphi_4$ ; система  $EX_5Y_5Z_5$  повернута навколо осі  $EZ_4$  на кут  $\varphi_5$ ; система  $FX_6Y_6Z_6$  повернута навколо осі  $EX_5$  на кут  $\varphi_6$  та зміщена вздовж цієї осі на  $s_6$ .

Застосовуючи метод матриць четвертого порядку, запишемо матриці переходу між системами координат, зв'язаними із суміжними ланками маніпулятора:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & s_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_4 & \cos \varphi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_5 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_5 & \cos \varphi_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_6 \\ 0 & \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тут  $\mathbf{M}_i$  – матриці перетворення однорідних координат точки від системи  $i$  до системи  $i-1$ . Ці ж матриці можна розглядати як деякі оператори руху системи координат від системи  $i-1$  до системи  $i$ . Як відомо, останній стовпець матриці  $\mathbf{M}_i$  визначає координати початку системи  $i$  в системі  $i-1$ , а елементи перших трьох стовпців та рядків є напрямними косинусами осей системи  $i-1$  в системі  $i$ .

Положення захоплювального пристрою вважатимемо заданим та означимо його також матрицею четвертого порядку якого вигляду:

$$\mathbf{M}_{06} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & a_1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & a_2 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вона визначає положення системи координат  $FX_6Y_6Z_6$  відносно нерухомої системи координат.

Матрицю  $\mathbf{M}_{06}$  можна отримати як добуток матриць  $\mathbf{M}_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), тобто

$$\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3\mathbf{M}_4\mathbf{M}_5\mathbf{M}_6 = \mathbf{M}_{06}.$$

Останнє матричне рівняння зручно подати у вигляді

$$\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3\mathbf{M}_4\mathbf{M}_5 = \mathbf{M}_{06}\mathbf{M}_6^{-1}, \quad (5.1)$$

де матриця  $\mathbf{M}_6^{-1}$  – матриця, обернена до матриці  $\mathbf{M}_6$ . Ця матриця має вигляд:

$$\mathbf{M}_6^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -c_6 \\ 0 & \cos \varphi_6 & \sin \varphi_6 & 0 \\ 0 & -\sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Перемножуючи матриці в лівій частині рівняння (5.1), отримаємо:

$$\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3\mathbf{M}_4\mathbf{M}_5 =$$

$$= \begin{bmatrix} c\varphi_1 c\varphi_5 - s\varphi_1 c\varphi_4 s\varphi_5 & -c\varphi_1 s\varphi_5 - s\varphi_1 c\varphi_4 c\varphi_5 & s\varphi_1 s\varphi_4 & c\varphi_1 s_3 \\ s\varphi_1 c\varphi_5 + c\varphi_1 c\varphi_4 s\varphi_5 & -s\varphi_1 s\varphi_5 + c\varphi_1 c\varphi_4 c\varphi_5 & -c\varphi_1 s\varphi_4 & s\varphi_1 s_3 \\ s\varphi_4 s\varphi_5 & s\varphi_4 c\varphi_5 & c\varphi_4 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

$$\mathbf{M}_{06} \mathbf{M}_6^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} c\varphi_6 - \alpha_{13} s\varphi_6 & \alpha_{12} s\varphi_6 + \alpha_{13} c\varphi_6 & -c_6 \alpha_{11} + a_1 \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} c\varphi_6 - \alpha_{23} s\varphi_6 & \alpha_{22} s\varphi_6 + \alpha_{23} c\varphi_6 & -c_6 \alpha_{21} + a_2 \\ \alpha_{13} & \alpha_{33} c\varphi_6 - \alpha_{33} s\varphi_6 & \alpha_{32} s\varphi_6 + \alpha_{33} c\varphi_6 & -c_6 \alpha_{31} + a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Тут позначено скорочено  $\cos \varphi_i = c\varphi_i$ ;  $\sin \varphi_i = s\varphi_i$ .

Прирівнявши відповідні елементи матриць (5.2) та (5.3), отримаємо систему дванадцяти тригонометричних рівнянь, які містять шість незалежних невідомих:  $\varphi_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $\varphi_4$ ,  $\varphi_5$  та  $\varphi_6$ . При розв'язуванні оберненої задачі про положення треба визначити ці невідомі.

Прирівнявши відповідні елементи третього стовпця матриць (5.2) і (5.3), отримаємо:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 s_3 &= -c_6 \alpha_{11} + a_1; \\ \sin \varphi_1 s_3 &= -c_6 \alpha_{21} + a_2; \\ s_2 &= -c_6 \alpha_{31} + a_3. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Останнє рівняння визначає переміщення  $s_2$  через задані величини.

З перших двох рівнянь системи (5.4) отримаємо:



$$s_3 = \pm \sqrt{(a_1 - c_6 \alpha_{11})^2 + (a_2 - c_6 \alpha_{21})^2}.$$

З конструктивних міркувань тут вибирається знак плюс.

З перших двох рівнянь системи (5.4) також випливає:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{a_1 - c_6 \alpha_{11}}{a_2 - c_6 \alpha_{21}}.$$

Привівнявши елементи першого стовпця матриць (5.2) і (5.3), отримаємо:

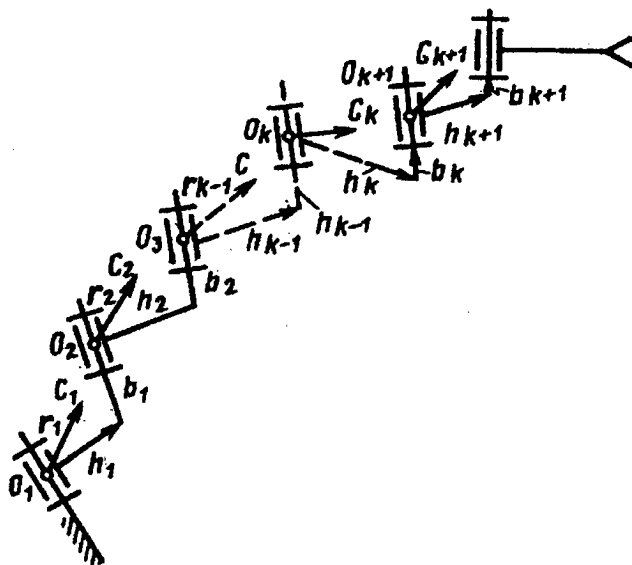


Рис. 5.5. Узагальнена схема маніпулятора

$$\cos \varphi_1 \cos \varphi_6 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_4 \sin \varphi_5 = \alpha_{11};$$

$$\sin \varphi_1 \cos \varphi_5 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_4 \sin \varphi_5 = \alpha_{12}; \quad (5.5)$$

$$\sin \varphi_4 \sin \varphi_5 = \alpha_{13}.$$

З перших двох рівнянь системи (5.5) визначимо:

$$\cos \varphi_5 = \alpha_{11} \cos \varphi_1 + \alpha_{12} \sin \varphi_1, \quad (5.6)$$

а з останнього рівняння системи (5.5)

$$\sin \varphi_4 = \frac{\alpha_{13}}{\sin \varphi_5}.$$

Для визначення орта осі  $Z_5$  запишемо таке співвідношення:

$$k_5 = \frac{i_4 \times i_5}{\sin \varphi_5},$$

з якого визначимо функцію  $\sin \varphi_5$ .

При визначеному раніше куті  $\varphi_1$  орт  $i_4$  можна вважати відомим. Визначивши кут  $\varphi_5$  з рівнянь (5.5) та (5.6), обчислимо  $\sin \varphi_4$  та  $\cos \varphi_4$ .

Підставляючи елементи другого та третього стовпців третього рядка матриць (5.2) і (5.3), запишемо два рівняння:

$$\alpha_{32} \cos \varphi_6 - \alpha_{33} \sin \varphi_6 = \sin \varphi_4 \cos \varphi_5;$$

$$\alpha_{32} \sin \varphi_6 - \alpha_{33} \cos \varphi_6 = \cos \varphi_4,$$

з яких визначимо кут  $\varphi_6$ .

#### 5.1.4. Пряма задача кінематичного аналізу маніпуляторів промислових роботів

Пряма задача кінематичного аналізу маніпуляторів ПР полягає у визначенні положень ланок у нерухомій системі координат, абсолютних кутових та лінійних швидкостей і прискорень при заданих законах зміни узагальнених координат. Для розв'язання прямої задачі про положення, швидкості та прискорення маніпулятора достатньо у будь-який момент часу визначити узагальнені координати механізму, його узагальнені швидкості та прискорення.

##### 5.1.4.1. Кінематичний аналіз методом матриць

Визначення абсолютних положень ланок маніпулятора. Вважатимемо, що структура маніпулятора задана. Нехай маніпулятор ПР має простий незамкнений кінематичний ланцюг з поступальними та обертальними кінематичними парами (рис.5.5). За узагальнені координати приймемо відносні переміщення суміжних ланок. Орієнтацію осей кінематичних пар визначатимемо одиничними векторами  $e_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), спрямованими вздовж цих осей.

З кожною ланкою  $i$  зв'яжемо систему координат  $X_i Y_i Z_i$ , спрямувавши вісь  $Z_i$  по осі пари, утвореної ланкою  $i-1$  та ланкою  $i$ , а вісь  $X_i$  – по осі найкоротшої віддалі між осями суміжних кінематичних пар. Тоді орієнтацію та положення ланки  $i$  в нерухомій системі координат, як було сказано вище, можна визначити матрицею переходу:

$$M_{0i} = M_1 M_2 \dots M_i = \prod_{k=1}^i M_k,$$

де  $M_k$  ( $k = 1, 2, \dots, i$ ) — матриці переходу між системами координат суміжних ланок  $O_{k-1} X_{k-1} Y_{k-1} Z_{k-1}$  та  $O_k X_k Y_k Z_k$ .

Матрицю  $M_k$  для кожної ланки можна подати у вигляді добутку двох матриць: гвинтового руху відносно осі  $O_k Z_k$  (поворот на кут  $\varphi_k$  і переміщення вздовж осі  $b_k$ ) та гвинтового руху вздовж осі  $O X_k$  (поворот на кут  $\alpha_k$  та переміщення на  $h_k$ ). Ці матриці для ланки  $k$  мають вигляд:

$$M_{\varphi_k} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & -\sin \varphi_k & 0 & 0 \\ \sin \varphi_k & \cos \varphi_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_{\alpha_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & h_k \\ 0 & \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k & 0 \\ 0 & \sin \alpha_k & \cos \alpha_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Елементи перших трьох стовпців та рядків матриці  $M_{0i}$  дають напрямні косинуси осей системи  $i$ , а елементи четвертого стовпця – координати початку системи  $i$  в нерухомій системі координат, тобто повністю визначають орієнтацію та положення ланки  $k$ .

**Кутові швидкості ланок механізму.** Абсолютні кутові швидкості ланок механізму дорівнюють сумі векторів відносних кутових швидкостей:

$$\Omega_i = \sum_{k=1}^i \omega_k = \sum_{k=1}^i \mathbf{e}_k \dot{q}_k,$$

де  $\Omega_i$  – вектор абсолютної кутової швидкості ланки  $i$ ;  $\omega_k$  ( $k=1, 2, \dots, i$ ) – вектор відносної кутової швидкості ланки  $k$  відносно ланки

$k-1$ ;  $e_k$  – орт осі обертання ланки  $k$ ;  $\dot{q}_k$  – узагальнена швидкість по координаті  $q_k$ .

**Лінійні швидкості точок ланок.** Лінійні швидкості точок ланок можна подати в такому вигляді:

$$v_{Ci} = v_{O_i} + \Omega_i \times \rho_i,$$

де  $v_{O_i}$  – швидкість полюса;  $v_{C_i}$  – швидкість точки  $C$  ланки  $i$ ;  $\rho_i$  – радіус-вектор цієї ж точки ланки  $i$  відносно полюса  $O_i$ .

У розгорнутому вигляді швидкість точки  $C$  ланки  $i$  можна записати так:

$$v_{C_i} = v_{O_i} + \sum_{k=1}^{i-1} \dot{q}_k e_k \times r_i,$$

де  $r_i$  – радіус-вектор точки ланки  $i$  відносно центра пари  $i$ .

Швидкість полюса  $O_i$

$$v_{O_i} = v_{O_{i-1}} + \sum_{k=1}^{i-1} \dot{q}_k e_k \times R_{i-1},$$

де  $R_{i-1} = h_{i-1} + b_{i-1}$ ;  $v_{O_{i-1}}$  – швидкість полюса ланки  $i-1$ .

**Кутові прискорення ланок.** Абсолютні кутові прискорення ланок визначають шляхом диференціювання  $\Omega_i$  за часом:

$$E_i = \sum_{j=1}^i e_j \ddot{q}_j + \sum_{s=2}^i \sum_{j=1}^{s-1} (e_j \times e_s) \dot{q}_s \dot{q}_j,$$

де  $E_i$  – кутове прискорення ланки  $i$ .

Лінійні прискорення точок ланок визначають за такими рекурентними формулами:

$$a_{C_i} = a_{O_i} + E_i \times r_i + \Omega_i \times (\Omega_i \times r_i);$$

$$a_{O_i} = a_{O_{i-1}} + E_{i-1} \times R_{i-1} + \Omega_{i-1} \times (\Omega_{i-1} \times R_{i-1}),$$

де  $a_{O_i}$  – швидкість полюса і точки  $O_i$ ;  $a_{O_{i-1}}$  – швидкість полюса ланки  $i-1$  точки  $O_{i-1}$ .

#### 5.1.4.2. Кінематичний аналіз маніпулятора методом перетворення координат

Для визначення розмірів ланок маніпулятора за заданою робочою зоною при вибраній структурній схемі треба дослідити його функцію положення. Для цього скористаємось описаним у розділі 2.3. методом перетворення координат.

Для маніпулятора з трьома ступенями вільності, зображеного на рис.5.6, функцією положення точки D захвата буде залежність її радіус-вектора  $\bar{r}_D$  від узагальнених координат і сталої довжини ланок  $l_{BC}$  і  $l_{CD}$ . У цьому механізмі три пари: дві обертові (A, C) і одна поступальна (B). Уза-галь-нених координат три:  $\varphi_{10}$  – кут повороту ланки 1 відносно стояка 4;  $z_{21}$  – лінійне переміщення ланки 2 відносно ланки 1;  $\varphi_{32}$  – кут повороту ланки 3 відносно ланки 2.

Система координат  $O_1x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$  зв'язана з ланкою 1, яка обертається навколо осі  $z^{(1)}$ , система  $O_2x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$  зв'язана з ланкою 2, що рухається прямолінійно відносно ланки 1, система  $O_3x^{(3)}y^{(3)}z^{(3)}$  зв'язана з ланкою 3, що обертається навколо осі  $x^{(3)}$ . Осі  $z^{(0)}$ ,  $z^{(1)}$ ,  $z^{(2)}$  – збігаються, осі  $x^{(1)}$ ,  $x^{(2)}$ ,  $x^{(3)}$  – паралельні.

Функція положення  $\bar{r}_D^{(0)} = \bar{r}_D^{(0)}(\varphi_{10}, z_{21}, \varphi_{32})$  в матричній формі має такий вигляд:

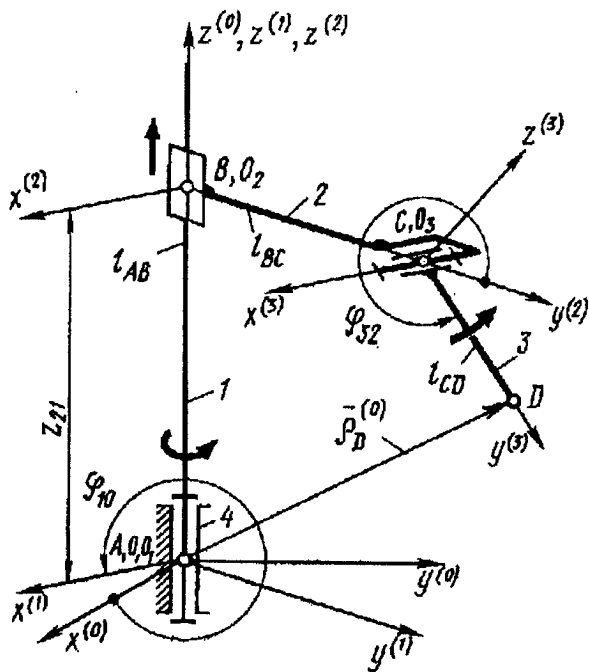


Рис. 5.6. Розрахункова схема маніпулятора

$$\rho_D^{(0)} = T_{10} T_{21} T_{32} \rho_D^{(3)}, \quad (5.7)$$

де

$$\rho_D^{(0)} = \begin{vmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \\ 1 \end{vmatrix}; \quad T_{10} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$T_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad T_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{32} & -\sin \varphi_{32} & l_{BC} \\ 0 & \sin \varphi_{32} & \cos \varphi_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$p_D^{(3)} = \begin{vmatrix} 0 \\ l_{CD} \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (5.8)$$

Четвертий рядок (0001) в матрицях  $T_{10}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{32}$  і одиниця в стовпчикових матрицях приводять до тотожного перетворення  $1 \equiv 1$  і додані для того, щоб матриці стали квадратними та їх можна було б перемножувати. Послідовне множення матриць в (5.7) приводить до рівності

$$\begin{vmatrix} x_D^{(0)} \\ y_D^{(0)} \\ z_D^{(0)} \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32} \\ z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32} \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (5.9)$$

і, відповідно, шукані координати точки D в нерухомій системі  $Ox^{(0)}y^{(0)}z^{(0)}$ :

$$\begin{aligned} x_D^{(0)} &= -l_{BC} \sin \varphi_{10} - l_{CD} \sin \varphi_{10} \cos \varphi_{32}; \\ y_D^{(0)} &= l_{BC} \cos \varphi_{10} + l_{CD} \cos \varphi_{10} \cos \varphi_{32}; \\ z_D^{(0)} &= z_{21} + l_{CD} \sin \varphi_{32}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

За допомогою залежностей (5.10), маючи заданий діапазон зміни координат точки D, можна підібрати потрібні значення



довжин ланок  $l_{BC}$  та  $l_{CD}$  і діапазони зміни узагальнених координат  $\varphi_{10}$ ,  $z_{21}$  і  $\varphi_{32}$ .

Важливим є визначення швидкості руху захвата й окремих ланок маніпулятора. При цьому максимальна швидкість руху визначається не тільки характером робочого процесу маніпулятора й потужністю приводів, але й умовами безпеки для обслуговуючого персоналу.

При відомих залежностях узагальнених координат від часу, швидкість визначають диференціюванням за часом функції положення. Для розглянутого маніпулятора при заданих залежностях  $\varphi_{01}(t)$ ,  $z_{21}(t)$  і  $\varphi_{32}(t)$  проекції вектора швидкості точки D захвата на осі координат будуть такими:

$$\begin{aligned} v_{Dx} &= \frac{dx_D^{(0)}}{dt} = -\omega_1 \cos \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) + \omega_{32} l_{CD} \sin \varphi_{10} \sin \varphi_{32}; \\ v_{Dy} &= \frac{dy_D^{(0)}}{dt} = -\omega_1 \sin \varphi_{10} (l_{BC} + l_{CD} \cos \varphi_{32}) - \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{10} \sin \varphi_{32}; \\ v_{Dz} &= \frac{dz_D^{(0)}}{dt} = v_{21} + \omega_{32} l_{CD} \cos \varphi_{32}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Величину й напрям вектора швидкості точки D визначають за формулами:

$$v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2 + v_{Dz}^2}, \quad \cos \alpha = \frac{v_{Dx}}{v_D}, \quad \cos \beta = \frac{v_{Dy}}{v_D}, \quad \cos \gamma = \frac{v_{Dz}}{v_D}, \quad (5.13)$$

де  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – напрямні кути вектора швидкості. Розрахунок за формулами (5.11) і (5.12) для конкретних числових значень дає можливість оцінити характер зміни і максимальну швидкість точки D захвата.

## 5.2. Кінетостатичний розрахунок маніпуляторів промислових робіт

Кінетостатичний розрахунок маніпуляторів пов'язаний з використанням принципу Даламбера для визначення силових характеристик приводів і реакцій у кінематичних парах при виконанні заданих рухів маніпулятора.

Розрахунок силових характеристик приводів, потрібних для реалізації заданого руху ОМ за допомогою маніпулятора, дозволяє обґрунтовано вибирати потужність приводів, а визначення сил і моментів сил інерції ланок, потрібне для подальших розрахунків механічної системи на міцність і жорсткість.

Розглянемо загальний підхід до розв'язання задач кінетостатичного розрахунку маніпуляторів ПР. Орієнтувальні ступені вільності в процесі розрахунків не враховуватимемо, оскільки їхній вплив на динаміку маніпулятора незначний.

Сили інерції кожної ланки і зведемо до її центра мас  $S_i$  і замінимо головним вектором сил інерції та головним моментом сил інерції ланки відносно центра мас.

Головний вектор сил інерції  $i$ -тої ланки

$$F_{ii} = -m_i a_{si}$$

де  $m_i$  – маса ланки;  $a_{si}$  – прискорення центра мас ланки;  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Моменти сил інерції ланок відносно їхніх центрів мас визначимо так: на основі теореми про зміну моменту кількості руху твердого тіла відносно центра мас запишемо

$$\frac{dK_{si}}{dt} = M_{si},$$

де  $K_{si}$  – кінетичний момент ланки  $i$  відносно її центра мас;  $M_{si}$  – момент зовнішніх сил і реакцій в'язей відносно центра мас  $i$ -тої ланки.

З іншого боку, на основі принципу Даламбера для цього ж тіла можна записати:

$$M_{isi} + M_{si} = 0.$$

Порівнюючи дві останні формули, запишемо:

$$M_{isi} = -\frac{dK_{si}}{dt}. \quad (5.14)$$

Застосовуючи поняття відносної похідної, запишемо останній вираз так:

$$M_{isi} = -\frac{d'K_{si}}{dt} + \Omega_i \times K_{si},$$

де  $d'K_{si}/dt$  – відносна похідна вектора кінетичного моменту, що визначається як вектор, проекції якого на рухомі осі, пов'язані з тілом, дорівнюють похідним від проекцій  $K_{si}$  на ці осі;  $\Omega_i$  – вектор абсолютної кутової швидкості  $i$ -тої ланки.

Проекції  $M_{isi}^X$ ,  $M_{isi}^Y$ ,  $M_{isi}^Z$  моменту сил інерції  $i$ -тої ланки на головні центральні осі, пов'язані з ним, запишемо так:

$$\left. \begin{aligned} M_{isi}^X &= -\left( \frac{dK_{si}^X}{dt} + \Omega_i^Y K_{si}^Z - \Omega_i^Z K_{si}^Y \right); \\ M_{isi}^Y &= -\left( \frac{dK_{si}^Y}{dt} + \Omega_i^Z K_{si}^X - \Omega_i^X K_{si}^Z \right); \\ M_{isi}^Z &= -\left( \frac{dK_{si}^Z}{dt} + \Omega_i^X K_{si}^Y - \Omega_i^Y K_{si}^X \right); \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

де  $K_{si}^X, K_{si}^Y, K_{si}^Z, \Omega_i^X, \Omega_i^Y, \Omega_i^Z$  – відповідно проекції кінетичного моменту і вектора абсолютної кутової швидкості  $i$ -тої ланки на нерухомі осі, пов'язані з ланкою.

Проекції вектора кінетичного моменту на головні центральні осі, пов'язані з ланкою, відповідно рівні:

$$K_{si}^X = J_{Xi} \Omega_i^X; K_{si}^Y = J_{Yi} \Omega_i^Y; K_{si}^Z = J_{Zi} \Omega_i^Z, \quad (5.16)$$

де  $J_{Xi}, J_{Yi}, J_{Zi}$  – головні осьові моменти інерції  $i$ -тої ланки.

Підставивши вирази (5.16) у формули (5.15), отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} M_{isi}^X &= -\left( J_{Xi} \Omega_i^X + (J_{Zi} - J_{Yi}) \Omega_i^Y \Omega_i^Z \right) \\ M_{isi}^Y &= -\left( J_{Yi} \Omega_i^Y + (J_{Xi} - J_{Zi}) \Omega_i^Z \Omega_i^X \right) \\ M_{isi}^Z &= -\left( J_{Zi} \Omega_i^Z + (J_{Yi} - J_{Xi}) \Omega_i^X \Omega_i^Y \right) \end{aligned} \right\}$$

Тут  $\Omega_i^X, \Omega_i^Y, \Omega_i^Z$  – похідні за часом від проекцій абсолютної кутової швидкості ланки на рухомі осі.

Для визначення реакцій у кінематичних парах прикладемо до ланок маніпулятора разом з активними силами сили інерції, звівши їх до центрів мас ланок і замінивши головним вектором сил інерції

$F_{ii}$  та головним моментом сил інерції  $M_{isi}$ .

Розмикаючи по чергово кінематичний ланцюг маніпулятора в кожній кінематичній парі, складемо рівняння проекцій усіх активних сил і сил інерції ланок вільної частини ланцюга на осі прямокутної системи координат, зв'язаної з останньою ланкою кінематичного ланцюга, що залишився після від'єднання вільної частини, а також складемо рівняння проекцій моментів усіх сил на ці осі координат.

Отримані рівняння дають можливість визначити п'ять невідомих складових реакцій обертальної кінематичної пари – три проекції сили  $R_k^X$ ,  $R_k^Y$ ,  $R_k^Z$  і дві проекції моменту на осі, перпендикулярні до осі обертання, а також момент приводу обертальної пари.

У поступальній кінематичній парі за допомогою рівнянь проекцій сил та моментів визначаємо дві проекції сил на осі, перпендикулярні до осі поступальної пари, три проекції моментів  $M_k^X$ ,  $M_k^Y$ ,  $M_k^Z$  і силу приводу поступальної пари.

При розгляді поступальної кінематичної пари одне з рівнянь проекцій сил можна використати для визначення сили приводу. У цьому випадку замість  $R_k^X$ ,  $R_k^Y$  чи  $R_k^Z$  треба записувати  $Q_k$  – силу приводу.

При розгляді обертальної кінематичної пари одне з рівнянь проекцій моментів у залежності від осі обертання кінематичної пари можна використати для визначення моменту приводу. В цьому випадку замість  $M_k^X$ ,  $M_k^Y$  чи  $M_k^Z$  треба записувати  $M_k$  – момент приводу.

### 5.2.1. Кінестатика маніпулятора, який працює в циліндричній системі координат

Кінестатичний аналіз маніпуляторів ПР передбачає визначення сил і моментів сил інерції ланок маніпулятора та реакцій у кінематичних парах, моментів і сил, які повинні розвивати приводи для забезпечення потрібних рухів ланок маніпулятора та ОМ.

#### 5.2.1.1. Визначення сил та моментів сил інерції ланок

Розглянемо схему маніпулятора, який містить одну обертальну і дві поступальні кінематичні пари (рис.5.7). Така компоновка є одною з найрозповсюдженіших. Спочатку визначимо лінійні прискорення центрів мас ланок геометричним методом.

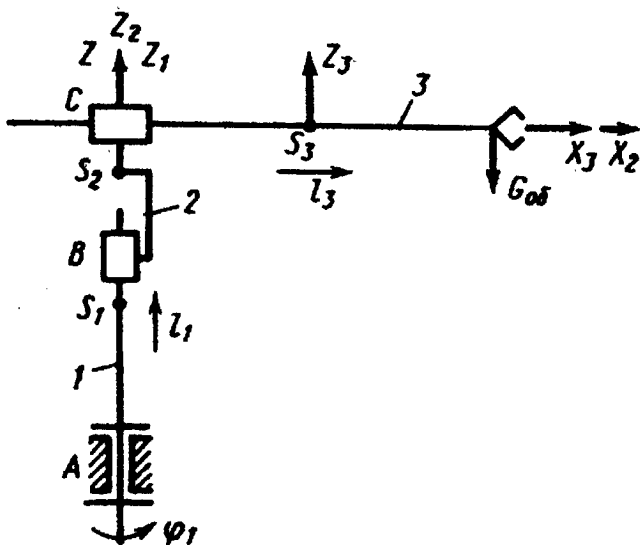


Рис. 5.7. Кінематична схема ПР, який працює в циліндричній системі координат

Відомо, що в складному русі абсолютне прискорення дорівнює сумі трьох прискорень: переносного, відносного та коріолісового. Оскільки ланки маніпулятора здійснюють складні рухи, то при визначенні абсолютних прискорень центрів мас ланок за переносний рух ланки і прийматимемо рух ланки  $i-1$ , рахуючи від нерухомої. Причому цей переносний рух, як правило, також є складним, тому переносне прискорення точок ланки  $i-1$  також визначається як прискорення точок у складному русі. За узагальнені координати приймемо відносні переміщення ланок у кінематичних парах  $A, B, C$  – відповідно кут  $\varphi_1$  і лінійні переміщення  $l_1$  та  $l_3$ .

Зв'яжемо з ланками маніпулятора системи координат, як показано на рис.5.7 Центри мас ланок 1 і 2 розташуємо на осі обертальної пари  $A$ , а центр мас ланки 3 – на осі  $X$  ланки 3. Прискорення центра мас ланки 1 (точки  $S_1$ ) дорівнює нулю.

Лінійне прискорення точки  $S_2$  (центра мас ланки 2) можна подати як прискорення точки у складному русі:

$$a_{s2} = a_{s2}^e + a_{s2}^r + a_{s2}^k,$$

де  $a_{s2}^e$  – переносне прискорення;  $a_{s2}^r$  – відносне прискорення;  $a_{s2}^k$  – коріолісове прискорення.

Для точки  $S_2$  маємо  $a_{s2}^k = 0$ ,  $a_{s2}^e = 0$ ,  $a_{s1} = 0$ ,  $a_{s2}^r = \ddot{l}_1 k$ , де  $k$  – орт осі  $Z$  поступальної пари  $B$ ;  $\ddot{l}_1$  – прискорення точки в поступальному русі.

Прискорення точки центра мас ланки 3 можна подати у вигляді суми трьох прискорень:

$$a_{s3} = a_{s3}^e + a_{s3}^r + a_{s3}^k.$$

Для визначення складових прискорення точки  $S_3$  зв'яжемо

точку з ланкою 2 і позначимо цю точку  $S_{32}$ . Тоді переносне прискорення  $a_{S3}^e$  дорівнюватиме прискоренню точки  $S_{32}$ , тобто  $a_{S3}^e = a_{S32}$ .

У свою чергу прискорення  $a_{S32}$  визначається як сума трьох прискорень:

$$a_{S32} = a_{S32}^e + a_{S32}^r + a_{S32}^k, \quad (5.17)$$

де  $a_{S32}^e = a_{S31}$  — прискорення точки  $S_3$  ланки 2 у переносному русі, рівне прискоренню точки, зв'язаної з ланкою 1, яка здійснює обертовий рух;  $a_{S32}^r$  — відносне прискорення точки  $S_3$  ланки 2 (при русі відносно ланки 1);  $a_{S32}^k$  — коріолісове прискорення точки  $S_3$  ланки 2 (при русі відносно ланки 1).

Визначимо кожне з цих прискорень:

$$\left. \begin{aligned} a_{S32}^e &= a_{S31} = -\dot{\phi}_1^2 l_3 i_1 + \ddot{\phi}_1 l_3 j_1; \\ a_{S32}^e &= \ddot{l}_1 K_1; \\ a_{S32}^e &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

де  $\dot{\phi}_1$  — кутова швидкість ланки 1;  $\ddot{\phi}_1$  — кутове прискорення ланки 1;  $i_1$  — орт осі  $X_1$ ;  $j_1$  — орт осі  $Y_1$ .

Підставивши (5.18) у рівняння (5.17), отримаємо:

$$a_{S32} = -\dot{\phi}_1^2 l_3 i_1 + \ddot{\phi}_1 l_3 j_1 + \ddot{l}_1 k_1.$$



Враховуючи, що  $a_{S_3}^e = a_{S_32}$ , запишемо

$$a_{S_3}^e = -\dot{\phi}_1^2 l_3 i_1 + \ddot{\phi}_1 l_3 j_1 + \ddot{l}_1 k_1.$$

Прискорення точки  $S_3$  ланки 3 в її русі відносно точки ланки 2 (поступальний рух)  $a_{S_3}^r = \ddot{l}_3 i_1$ .

Коріолісове прискорення точки  $S_3$  ланки 3 в її русі відносно точки ланки 2

$$a_{S_3}^k = 2\dot{\phi}_1 k_1 \times \dot{l}_3 i_1 = 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3 j_1,$$

де  $\dot{l}_3$  – швидкість точки  $S_3$  ланки 3 в русі відносно точки ланки 2.

Отже, прискорення центра мас ланки 3

$$a_{S_3} = (-\dot{\phi}_1^2 l_3 + \ddot{l}_3) i_1 + (\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) j_1 + \ddot{l}_1 k_1.$$

Запишемо тепер формули для визначення сил і моментів сил інерції ланок. Усі сили інерції ланки зведемо до двох векторів  $F_{ii}$  та  $M_{ii}$ .

Для маніпуляторів, які працюють у циліндричній системі координат, головні вектори сил інерції ланок

$$F_{i1} = 0; F_{i2} = -m_2 \ddot{l}_1 k_1;$$

$$F_{i3} = -m_3 [(-\dot{\phi}_1^2 l_3 + \ddot{l}_3) i_1 + (\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) j_1 + \ddot{l}_1 k_1],$$

головні моменти сил інерції ланок

$$M_{iS1} = -J_{z1} \ddot{\phi}_1 k_1;$$

$$M_{iS2} = -J_{Z2} \ddot{\phi}_1 k_1;$$

$$M_{iS3} = -J_{Z3} \ddot{\phi}_1 k_1,$$

де  $J_{Z1}, J_{Z2}, J_{Z3}$  – моменти інерції ланок 1 – 3 відносно центральних осей ланок 1 – 3, паралельних осі обертання  $Z_1$ .

За наявності в захоплюючому пристрої ОМ масою  $m_o$  та моментом інерції  $J_{Zo}$  відносно центральної осі об'єкта, паралельної осі  $Z_1$ , головний вектор сил інерції цього ОМ

$$F_{i.o} = -m_o \left[ \left( -\dot{\phi}_1^2 l_4 + \ddot{l}_4 \right) i_1 + \left( \ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4 \right) j_1 + \ddot{l}_1 k_1 \right],$$

а головний вектор моменту сил інерції  $M_{i.o} = -J_{Zo} \ddot{\phi}_1 k_1$ .

### 5.2.1.2. Визначення реакцій у кінематичних парах, моментів і сил приводу

Прикладемо до ланок маніпулятора разом з активними силами головні вектори сил інерції та моментів сил інерції. Почергово розімкнемо кінематичний ланцюг мані-пулятора в кожній кінематичній парі, починаючи з останньої, і складемо рівняння всіх сил, що діють на вільну частину ланцюга. Тоді для ланки 3 рівняння сил запишеться так:

$$G_3 + G_o + F_{i3} + F_{i.o} + R_c = 0,$$

де  $G_3$  і  $G_o$  – відповідно вага ланки 3 та вага ОМ;  $R_c$  – реакція в кінематичній парі С.

Рівняння моментів відносно точки  $S_3$  – центра мас ланки 3:

$$M_{iS3} + M_{i.o} - F_{i3} \times l_3 - F_{i.o} \times l_4 - G_3 \times l_3 - G_o \times l_4 + M_C = 0,$$

де  $M_{iS3} = -J_{Z3} \ddot{\phi}_1 k_1$ ;  $M_{i.o} = -J_{Zo} \phi_1 k_1$ ;  $l_4$  – переміщення вантажу відносно точки В;  $M_C$  – момент, який сприймає кінематична пара С.

Для визначення реакцій у кінематичній парі С подамо рівняння сил і моментів у вигляді проекцій на відповідні осі системи координат  $X_3 Y_3 Z_3$ . Оскільки поступальна кінематична пара С накладає п'ять обмежень на відносний рух ланок 2 і 3, то потрібно записати п'ять рівнянь статички для визначення реакцій у цій парі.

Рівняння проекцій сил на вісь  $Y_3$ :

$$-m_3(\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 l_3) - m_o(\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 l_4) + R_C^Y = 0;$$

рівняння проекцій сил на вісь  $Z_3$

$$-(m_3 + m_o)\ddot{l}_1 - G_3 - G_o + R_C^Z = 0.$$

Тут  $R_C^Y$  і  $R_C^Z$  – проекції реакції в кінематичній парі С на осі  $Y_3$  та  $Z_3$ .

Рівняння проекцій моментів на вісь  $X_3$ :

$$M_{iS3}^X + M_{i.o}^X + M_C^X = 0,$$

де  $M_{iS3}^X$  та  $M_{i.o}^X$  – моменти сил інерції мас  $m_3$  та  $m_o$  відносно осі  $X_3$ , дорівнюють нулю;  $M_C^X$  – проекція моменту пари С на вісь  $X_3$ .

Рівняння проєкцій моментів на вісь  $Y_3$  :

$$M_{iS_3}^Y + M_{i.o}^Y - m_3 \ddot{l}_1 l_3 - m_o \ddot{l}_1 l_4 - G_3 l_3 - G_o l_4 + M_C^Y = 0.$$

Тут  $M_{iS_3}^Y = 0$  і  $M_{i.o}^Y = 0$ .

Рівняння проєкцій моментів на вісь  $Z_3$  :

$$(J_{Z_3} + J_{Z_o}) \ddot{\phi}_1 + m_3 (\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) l_3 + m_o (\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4) l_4 + M_C^Z = 0$$

Для визначення сили приводу поступальної пари  $C$  спроєкуємо всі сили на вісь  $X_3$  ланки 3. Тоді

$$-m_3 (\ddot{l}_3 - \dot{\phi}_1^2 l_3) - m_o (\ddot{l}_4 - 2\dot{\phi}_1^2 l_4) = Q_C,$$

де  $Q_C$  – сила приводу поступальної пари  $C$ .

Для кінематичного ланцюга, який складають ланки 2 і 3, рівняння проєкцій сил матимуть такий вигляд:

$$-m_3 (\ddot{l}_3 - \dot{\phi}_1^2 l_3) - m_o (\ddot{l}_4 + 2\dot{\phi}_1^2 l_4) + R_B^X = 0;$$

на вісь  $Y_2$

$$-m_3 (\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) - m_o (\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4) + R_B^Y = 0.$$

Для цього ж кінематичного ланцюга рівняння проєкцій моментів сил матимуть вигляд:

на вісь  $X_2$

$$- [m_3(\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) + m_o(\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3)](l_2 - l_1) + M_B^X = 0;$$

на вісь  $Y_2$

$$[m_3(\ddot{i}_3 - \dot{\phi}_1^2 l_3) + m_o(\ddot{i}_4 + \dot{\phi}_1^2 l_4)](l_2 - l_1) - G_3 l_3 - G_o l_4 + M_B^Y = 0;$$

на вісь  $Z_2$

$$m_3(\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) l_3 + m_o(\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4) l_4 + M_B^Z = 0.$$

Для визначення сил приводу поступальної пари В спроектуємо всі сили на вісь  $Z_2$ . Тоді отримаємо

$$-(m_2 + m_3 + m_o)\ddot{l}_1 - G_2 - G_3 - G_o = Q_B,$$

де  $Q_B$  – сила приводу в поступальній кінематичній парі В.

Розглянемо кінематичний ланцюг, який складають ланки 1 – 3, розімкнувши його в шарнірі А. Для визначення реакцій у цій кінематичній парі запишемо рівняння проекцій сил на осі прямокутної системи координат.

Рівняння проекцій сил матимуть вигляд:

на вісь  $X_1$

$$- m_3(\ddot{i}_3 - \dot{\phi}_1^2 l_3) - m_o(\ddot{i}_4 + 2\dot{\phi}_1^2 l_4) + R_A^X = 0;$$

на вісь  $Y_1$

$$-m_3(\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) - m_o(\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4) + R_A^Y = 0$$

на вісь  $Z_1$

$$-(m_1 + m_2 + m_3 + m_o)\ddot{l}_1 - G_2 - G_3 - G_o + R_A^Z = 0.$$

Рівняння проекцій моментів сил:

на вісь  $X_1$

$$-m_3(\ddot{\phi}_1 l_3 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_3) - m_o(\ddot{\phi}_1 l_4 + 2\dot{\phi}_1 \dot{l}_4) l_2 + M_A^X = 0;$$

на вісь  $Y_1$

$$m_3(\ddot{l}_3 - \dot{\phi}_1^2 l_3) l_2 + m_o(\ddot{l}_4 - \dot{\phi}_1^2 l_4) l_2 - G_3 l_3 - G_o l_4 + M_A^Y = 0.$$

Для визначення моменту  $M_1$  приводу шарніра А треба скласти рівняння моментів відносно осі  $Z$  шарніра.



## РОЗДІЛ 6 ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИБОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ

Статистичні дані аналізу причин втрати роботоздатності та здатності до функціонування мобільних машин, вузлів, механізмів та механічних систем вказують на те, що у 86. . . 95% випадків це спричинене явищами, які виникають при взаємному переміщенні їх контактуючих елементів, тобто під час тертя.

Дослідження процесів тертя на зношування здійснюється трибологією (грецьке “tribos” – тертя, “logos” – наука, вчення).

Вузли тертя, тобто механічні системи, де в результаті співдотику елементів та їх взаємного руху виникає тертя і зношування, називають триботехнічними системами (більш загально трибологічними системами).

Найпростіша триботехнічна (трибомеханічна) система складається: з двох елементів (деталей), що контактують між собою у взаємному русі; мастильного матеріалу, що знаходиться в області тертя (на зношуваних поверхнях); зовнішнього середовища, яке оточує елементи трибосистеми.

З попереднього відомо, що в кінематичних парах (трибомеханічних системах) під дією навантаження виникають реакції в'язей. В загальному їх можна розкласти на нормальну та дотичну складові. Власне дотичні складові реакцій у



кінематичних парах називають силами тертя.

Отже, при переміщенні двох співдотичних тіл (елементів кінематичної пари) в місцях їх контакту виникатиме опір цьому переміщенню, який називається силою тертя руху (кінетичного тертя).

Встановлено, що кінетичне тертя спричинено двома факторами: а) механічним зачепленням мікронерівностей на поверхнях контакту; б) взаємним притягуванням молекул поверхневих шарів елементів трибосистеми. На сучасному етапі беззаперечним і науково доведеним є твердження, що тертя має механічно-молекулярну природу, бо водночас виступають обидва вищевказані механізми його перебігу. Вони, в залежності від зовнішніх умов процесу тертя, впливають по-різному на результуючу силу тертя. Власне з огляду на це розрізняють декілька видів тертя, де вирішальну роль відіграють перший чи другий механізми тертя. В наступному цьому аспектові проблеми буде приділено детальнішу увагу.

Окрім тертя руху в кінематичних парах виступає також тертя спокою, яке зумовлене тими ж факторами, що і кінетичне тертя.

## **6.1. Класифікація тертя і зношування**

### **6.1.1. Класифікація тертя**

Тертя класифікується за наступними ознаками:

- 1) За видом взаємного руху тіл:
  - ковзання (як правило виступає в нижчих кінематичних парах);
  - кочення (як правило виступає у вищих кінематичних парах);
  - обертання (вертіння).
- 2) За наявністю (відсутністю) різноманітних мастильних

речовин в зоні стику поверхонь:

- сухе тертя (мастильні матеріали відсутні);
- напівсухе (незначна кількість мастила);
- граничне (шар оливи має товщину декількох молекул);
- напіврідинне або змішане (сухе + граничне);
- рідинне (поверхні не стикаються і тертя відбувається між шарами оливи).

3) При наявності сторонніх частинок (пісок, пил, зміцнені продукти зношування) в зоні стику виникає:

- сухе абразивне тертя;
- оливно-абразивне;
- газоабразивне.

4) За місцем локалізації процесу тертя:

- зовнішнє тертя, що виникає в зоні стику зовнішніх поверхонь;
- внутрішнє тертя, що виникає між шарами оливи, рідини, рідкого металу чи в металі під час деформації.

З практичного досвіду відомо, що явище тертя спричиняє такі наслідки:

а) виникає опір взаємному переміщенню (руху) співдотичних тіл, який називається силою тертя;

б) виникає неперервна зміна розмірів елементів кінематичної пари (трибосистеми) внаслідок стирання (зношування) їх поверхонь контакту.

Тертя в кінематичних парах є шкідливим, оскільки призводить до некорисних втрат потужності, до зношування їх елементів та до нагрівання. Тому силу тертя намагаються зменшити різними способами, які буде охарактеризовано нижче.

З іншої сторони, саме завдяки наявності сил тертя є можливим передавання руху пасовими та фрикційними передачами, гальмування транспортних засобів, прокатування металів, зварювання тертям, рух транспортних засобів по шляхах та рейках, пересування людини, відтворення звуку чи добування вогню.

### 6.1.2. Класифікація зношування

Під впливом сил тертя поверхневий шар матеріалів співдотичних тіл поступово руйнується. Процес цей називається зношуванням і призводить до зміни початкових розмірів зношуваних деталей. В залежності від зовнішніх умов (навантаження та його виду, швидкості, температури, оточуючого середовища) можуть реалізуватись різні види зношування. Основними з них вважають:

- 1) Адгезійне, при якому руйнуються адгезійні зв'язки.
- 2) Окисне, при якому виникають і руйнуються окисні плівки.
- 3) Втомне, при якому поверхневі шари матеріалів пари тертя руйнуються внаслідок змінних поверхневих навантажень.
- 4) Абразивне, при якому руйнування поверхневого шару відбувається шляхом мікрорізання твердими частинками різного походження, що попадають в зону тертя.
- 5) Гідро- чи газоабразивне, зумовлене наявністю абразиву в потоці рідини або газу.
- 6) Корозійно-механічне, яке виникає у випадку впливу агресивних середовищ на вузол тертя .
- 7) Ерозійне та кавітаційне, що виникає в специфічних умовах витікання струменю рідини чи твердих частинок із значною кінетичною енергією або внаслідок кавітації.

Слід зазначити, що згідно сучасних уявлень про процеси вказаних видів зношування, всі вони, в загальному, можуть вважатися процесами фрикційної (спричиненої тертям) втоми матеріалів із різною кількістю руйнівних циклів напружень. Зокрема адгезійне, окисне, оливно-, гідро- чи газоабразивне зношування слід вважати процесом багатоциклового втомного поверхневого руйнування матеріалів, а сухе, сухе абразивне, різні види корозійно-механічного зношування є процесами малоциклового фрикційного втомного руйнування.

### **6.1.3. Способи зменшення тертя і зношування**

#### **6.1.3.1. Раціональний вибір матеріалів трибосистеми**

В сучасному машинобудуванні при виготовленні різноманітних машин, обладнання чи їх вузлів, що містять триботехнічні системи, знаходить застосування широка гама так званих триботехнічних (антифрикційних та зносостійких) матеріалів. Вони дозволяють зменшити тертя та підвищити зносостійкість трибосистеми та, тим самим, забезпечити підвищення довговічності та надійності.

Основні вимоги до антифрикційних та зносостійких матеріалів при проектуванні мобільних систем формуються з урахуванням умов навантаження і впливу середовища, необхідних експлуатаційних умов, конструкції трибосистеми, економічності та технологічності процесів виготовлення елементів системи.

Спочатку слід вибрати орієнтовно групу матеріалів, а в наступному, орієнтуючись на конкретні особливості матеріалів, і конкретні матеріали для проектного вузла тертя.

Наступним етапом виступає конструктивно-розрахункова оцінка трибосистеми ковзання, де перш за все вибирається її вид (схема) та здійснюється підбір її габаритних розмірів. У подальшому проводиться відомими методами оцінка параметрів контакту, температури, міцнісних та деформаційних характеристик, а також зносостійкості матеріалів та довговічності елементів трибосистеми.

Правильність вибору матеріалів трибосистеми перевіряється експериментально в лабораторних випробуваннях на зношування, в наступному при стендових випробуваннях вузлів трибосистеми, а остаточно при дослідно-промисловій перевірці обладнання.

### 6.1.3.2. Конструкційні методи

Конструкційні можливості покращення умов роботи трибосистем ковзання і підвищення їх довговічності є дуже різноманітними. До найбільш застосовуваних відносяться:

1) Зменшення контактних напружень.

Досягається шляхом зміни криволінійної чи точкової області контакту на контакт плоских поверхонь.

2) Заміна сухого чи змішаного тертя ковзання на граничне тертя.

Досягається застосуванням мастильних матеріалів з різними змащувальними властивостями та в різному агрегатному стані (газоподібні, рідкі, мазеподібні, тверді).

3) Зменшення сил тертя та нагрівання.

З цією метою використовуються різні види і способи охолодження (повітряного, рідинного і змащуванням). Величина сили тертя суттєво залежить також від виду і складу застосовуваного мастильного матеріалу.

4) Захист трибосистем від корозії, забруднення, абразивних частинок.

Для цього використовуються герметичні пристрої та різні види фільтрів.

5) Забезпечення рівновеликого зношування елементів.

Цього можна досягти вибором відповідних матеріалів, вибором відповідних методів зміцнення поверхонь тертя, вибором форми поверхонь зношування.

6) Компенсація зношування.

Компенсація зношування здійснюється вручну, шляхом самокомпенсації та автокомпенсації. При ручній компенсації переміщення зношеного елемента трибосистеми в нове положення здійснюється за допомогою клинів, прокладок, переміщенням в пазах чи напрямних, шляхом повороту та ін. Самокомпенсація зношування відбувається під впливом сили ваги, пружин, гідравлічного тиску. Автокомпенсація реалізується зміною положення елемента (елементів) трибосистеми управляючою системою.

7) Заміна тертя ковзання на тертя кочення.

Як відомо втрати на тертя кочення є суттєво меншими втрат на тертя ковзання і тому такий конструкційний прийом призводить до виключно позитивних наслідків.

8) Використання плаваючих (не фіксованих) елементів у трибосистемі.

Досягається при цьому ефективно припрацювання і самовстановлення елементів у трибосистемі за рахунок шайб, пальців, втулок тощо.

### 6.1.3.3. Експлуатаційні методи

Сюди відносяться:

- 1) Обкатування машини згідно рекомендованих режимів.
- 2) Вірний вибір мастил та палива для періоду обкатування.
- 3) Забезпечення якісного мащення трибосистем рекомендованими для цієї мети мастилами.
- 4) Періодична заміна змащуючих матеріалів чи їх обгородження.
- 5) Надійне функціонування системи мащення.
- 6) Проведення технічного обслуговування.
- 7) Дотримання рекомендованих умов експлуатації.
- 8) Проведення необхідних регулювань і заміни зношених деталей.

## 6.2. Основні триботехнічні характеристики

Кількісно процес тертя ковзання характеризується силою тертя  $F$  та коефіцієнтом тертя ковзання  $f$ . Вони взаємопов'язані законом Амонта-Кулона

$$F = fN, \quad (6.1)$$

де  $N$  – нормальна реакція (навантаження).

В процесі лабораторних досліджень величину  $f$  встановлюють

для різних матеріалів пар тертя і зовнішніх умов.

У випадку тертя кочення характеристикою процесу є коефіцієнт тертя кочення  $k$ . Також використовується ще коефіцієнт опору коченню

$$f_k = \frac{k}{R}, \quad (6.2)$$

де  $R$  радіус тіла кочення.

Величина зношування матеріалу встановлюється в результаті трибологічних експериментальних досліджень. При цьому визначаються абсолютні чи відносні характеристики. До абсолютних відносяться: лінійне зношування  $h$  (мм, мкм), масове зношування  $M$  (г, мг), об'ємне зношування  $V$  (мм<sup>3</sup>, мкм<sup>3</sup>). Наведені характеристики зносостійкості матеріалу можна застосувати лише у випадку однакового часу зношування чи шляху тертя. Якщо вони будуть різними, то слід обчислювати відносні характеристики зносостійкості, якими є швидкість зношування  $\gamma$  та інтенсивність зношування  $I$ .

Відповідно

$$\gamma_h = \frac{h}{t}, \quad I_h = \frac{h}{L}, \quad (6.3)$$

де  $t$  - час зношування,  $L$  - шлях тертя.

Параметри  $\gamma$  та  $I$  можуть бути обчислені також через  $M$  та  $V$ .

У випадку рівномірного зношування поверхонь дослідних зразків чи реальних деталей абсолютні характеристики зношування взаємопов'язані між собою такими залежностями:

$$h = \frac{M}{S\rho}, \quad h = \frac{V}{S}, \quad M = hS\rho, \quad (6.4)$$

$$M = \rho V, \quad V = hS, \quad V = M\rho,$$

де  $\rho$  - густина зношуваного матеріалу,  $S$  - поле зношування.

Між характеристиками  $\gamma_h$  і  $I_h$  існує проста залежність

$$I_h = \frac{\gamma_h}{v}, \quad \gamma_h = I_h v, \quad (6.5)$$

де  $v = L/t$  - швидкість ковзання.

### 6.3. Закономірності тертя і зношування

Результати обширних трибологічних експериментальних досліджень свідчать, що у випадку сухого тертя ковзання основні закономірності зміни коефіцієнта тертя ковзання  $f$  є такими :

- а) із зростанням навантаження він зменшується;
- б) із зростанням швидкості ковзання він зростає, а по досягненні певного максимуму - спадає;
- в) із зростанням площі контакту він швидко зростає до певної величини, залишаючись у подальшому практично незмінним;
- г) зростання шорсткості поверхонь контакту призводить до його переходу через мінімум;
- д) із зростанням температури він змінюється подібно як при зростанні швидкості ковзання;
- е) основною закономірністю є зміна його величини залежно від пари матеріалів вузла тертя при всіх інших сталих зовнішніх умовах.

Процес зношування є процесом багатофакторним. Тому величина зношування залежить від сукупності зовнішніх умов, що визначають характер протікання процесу на поверхнях трибологічного контакту (поверхнях зношування).

Найважливішими чинниками впливу на зносостійкість матеріалу є :

- 1) вид і характер тертя;
- 2) швидкість ковзання, зміна її величини;
- 3) вид навантаження пари тертя (нормальне, дотичне);



- 4) характер дії навантаження (статичний, динамічний, циклічний);
- 5) температурні фактори (об'ємна і контактна температура);
- 6) конфігурація поверхонь зношування, яка впливає на їх рівномірне чи нерівномірне охолодження;
- 7) розміри і форма поверхонь тертя, які визначають інтенсивність охолодження;
- 8) початковий і усталений мікрорельєф поверхонь тертя, наявність мікровідхилень профілю;
- 9) властивості наявних на поверхнях тертя плівок і інші фактори.

Зношування також залежить від спряжених матеріалів тертя, їх фізико-механічних, фізичних, хімічних, фрикційних властивостей. При чому внаслідок складних механічних, фізичних, хімічних, термічних процесів, які виникають в зоні тертя, ці властивості в процесі тертя можуть суттєво відрізнятись від початкових.

Вид тертя виявляє значний вплив на зношування і на механізми кінетики зношування матеріалів. Зношування при сухому терті є видом, при якому найбільш повно вивчено вплив зовнішніх умов. Великою кількістю досліджень підтверджена втомна концепція зношування. Втомні пошкодження, які приводять до зношування матеріалу, виникають при різному числі циклів напружень в залежності від характеру силової взаємодії поверхонь тертя. Для однієї і тієї ж пари матеріалів в залежності від зовнішніх умов швидкість зношування може змінюватись на 12 порядків.

Суттєвий вплив на зносостійкість матеріалів виявляє наявність в зоні тертя різноманітних мастил, абразивних чи зміцнених частинок різноманітного походження. В першому випадку можливе значне зменшення зношування внаслідок збільшення числа циклів до відділення частинок зношування або навіть його припинення (ефект відсутності зношування). В другому випадку спостерігається різке збільшення зношування внаслідок інтенсивного передеформування (проорювання, мікрорізання) матеріалу абразивними частинками і, тим самим, зменшення числа циклів руйнівної дії.

Певний вплив на рівень зношування має характер тертя. Переміщення елементів у трибосистемі може бути поступальним (прямолінійним, обертальним) або зворотньо-поступальним. Картина силової взаємодії мікрровиступів в обох випадках є неодинаковою. В першому випадку мікронерівності зазнають дії пульсуючого циклу напружень, в другому – знакозмінних напружень, які більш негативно впливають на втомну міцність матеріалу.

Характер прикладання навантаження також впливає на зносостійкість матеріалів пари тертя. При інших рівних умовах найбільш стабільний процес зношування спостерігається при статичному навантаженні. Динамічне навантаження призводить до підвищення термічних напружень та проявляються інші небажані ефекти імпульсного навантаження. При циклічному навантаженні зростає роль втомних процесів.

Збільшення швидкості ковзання призводить спочатку до різкого збільшення зношування, а при подальшому її зростанні швидкість зношування суттєво знижується.

Вплив шорсткості поверхні на зношування є неоднозначним. Для поверхонь елементів трибосистеми характерна наявність усталеної (врівноваженої) шорсткості, яка не залежить від зовнішніх умов тертя. Результати досліджень вказують, що зношування зменшується із зменшенням висоти мікронерівностей. При наявності хвилястості або інших макровідхилень поверхні, зростають контактні тиски, температура, що приводить до збільшення зношування.

При дослідженні впливу температури на зношування встановлено, що вирішальну роль відіграє тут не об'ємна, а контактна температура. Вплив температури на зношування фактично такий самий, як і швидкості ковзання. При певних температурах спостерігається мінімальне зношування, яке буде зростати з подальшим зростанням температури. Якщо має місце надлишковий нагрів, то може виникнути розм'якшення деформованих об'ємів матеріалу і їх пластична деформація. Зношування при цьому різко збільшується і стає катастрофічним.

#### 6.4. Математичне моделювання зношування

На сучасному етапі розвитку трибології відомо кілька-надцять математичних моделей дослідження процесу зношування. В моделях цього типу встановлюється вид рівняння зношування, тобто вказується функціональна залежність двох основних характеристик трибопроцесу – зношування чи часу з його зовнішніми параметрами.

Відомо такі види найпростіших рівнянь зношування:

$$\gamma = \frac{dh}{dt} = vCp^m(\alpha, t, h), \quad 1 \leq m \leq 3, \quad (6.6)$$

де  $C, m$  – характеристики зносостійкості матеріалів;  $p$  – контактні напруження;  $\alpha$  – координата області контакту;

$$\gamma = vCp(\alpha, t, h), \quad (6.7)$$

$$\gamma = Cp^m(\alpha, t, h), \quad (6.8)$$

$$\gamma = Cp(\alpha, t, h). \quad (6.9)$$

Представлені рівняння є окремими випадками загального рівняння процесу зношування

$$\gamma = v^n Cp^m(\alpha, t, h), \quad n \geq 1. \quad (6.10)$$

Оскільки контактні тиски  $p(\alpha, t, h)$  не відображають дійсних умов взаємодії співдотичних поверхонь при терті і зношуванні, де їх навантажують сили тертя, то в останній час знаходять при дослідженні кінетики зношування рівняння такого виду:

$$\gamma = vCfp(\alpha, t, h), \quad (6.11)$$

$$\gamma = vC[fp(\alpha, t, h)]^m. \quad (6.12)$$

## 6.5. Дослідження процесів тертя і зношування

Оскільки, як вже вказувалось, процеси тертя і зношування виявляють визначальний вплив на довговічність і надійність триботехнічних систем, тому значна увага приділяється аналітичній оцінці їх характеристик.

Нижче представлено розрахункові моделі оцінки параметрів тертя і зношування типових триботехнічних систем ковзання, які широко використовуються в сучасних технічних механічних системах.

### 6.5.1. Дослідження тертя

#### 6.5.1.1. Плоска горизонтальна кінематична пара ковзання

Розглянемо тіло  $A$  вагою  $G$ , що знаходиться на основі  $B$  (рис.6.1), до якого прикладено зсуваючу силу  $P$ . На поверхні контакту виникає сила тертя  $T$ , величина якої залежить від шорсткості обох поверхонь тертя та нормальної реакції  $N$ , викликаній вагою  $G$  тіла  $A$ .

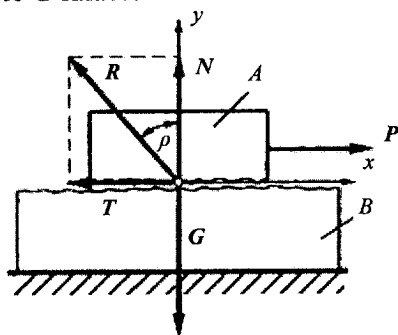


Рис.6.1. Плоска кінематична пара ковзання

У випадку, коли тіло  $A$  ще перебуває в рівновазі, рівняння рівноваги приймають вид

$$\sum P_{ix} = P - T = 0, \quad \sum P_{iy} = N - G = 0. \quad (6.13)$$

Звідси

$$T = P, \quad N = G. \quad (6.14)$$

Якщо ж сила  $P$  зростає, то виникне стан, при якому рівновага тіла вже не буде можливою і воно почне ковзати по горизонтальній основі  $B$ . Збільшення сили  $P$  призводить до збільшення сили тертя  $T$  (рис.6.2) до певного граничного значення  $T_0$ , при якому розпочинається рух тіла  $A$  по основі  $B$ . У результаті величина сили тертя руху буде меншою, ніж величина граничної сили тертя.

Відповідно розрізняють тертя спокою і тертя руху (рис.6.2).

У результаті досліджень встановлено наступні закономірності тертя :

1) Сила тертя не залежить від величини поверхні контакту, а залежить тільки від виду поверхонь тіл.

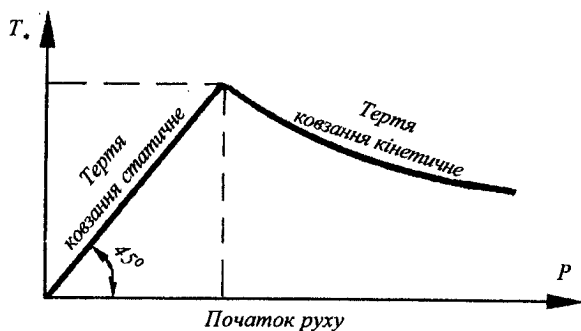


Рис.6.2. Тертя спокою і руху

2) Величина сили тертя спокою змінюється від нуля до граничного значення, пропорційного величині зовнішнього навантаження.

3) Сила тертя руху є завжди спрямована в протилежному напрямку до руху і є меншою граничного значення.

4) Сила тертя залежить від виду матеріалів пари тертя та стану поверхонь контакту.

Найпростішим чином сила тертя ковзання  $T$  та нормальна реакція  $N$  пов'язуються формулою Кулона (6.1), тобто  $T = \tilde{f} N$ . Ця залежність є справедливою для опису тертя спокою і тертя руху. В першому випадку під  $\tilde{f}$  розуміється коефіцієнт тертя спокою  $f_0$ , а в другому випадку – коефіцієнт тертя ковзання  $f$ .

Якщо сила тертя досягає граничного значення  $T^*$ , то реакція  $R$  (рис.6.1) відхиляється на максимальний кут  $\rho$  від вертикалі, тобто тоді

$$T^* = N \operatorname{tgr} \rho. \quad (6.15)$$

Цей кут називається кутом тертя. Порівнюючи праві сторони формул для визначення  $T$  і  $T^*$ , отримуємо, що

$$f = \operatorname{tgr} \rho. \quad (6.16)$$

Цей кут відповідає границі між тертям спокою і тертям руху, коли ще забезпечується рівновага тіла  $A$  вагою  $G$  під дією певної сили  $P$ .

Для прикладу в таблиці 6.1 подано орієнтовні значення коефіцієнтів тертя спокою та тертя ковзання.

Приклад 1. Тіло 1 вагою  $G_1 = 200$  Н, що знаходиться на плиті 2 вагою  $G_2 = 500$  Н, прикріплено до стіни шнуром  $AB$ , нахиленим під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до вертикалі (рис.6.3а). Визначити, якої величини горизонтальну силу  $P$  слід прикладати до плити, щоб змістити її вправо. Коефіцієнт тертя спокою тіла вагою  $G_1$  із плитою складає  $f_0^{(1)} = 0,2$ , а плити із основою  $f_0^{(2)} = 0,3$ .

Розв'язок. Об'єктом розгляду є система, яка

складається із двох тіл. Розглянемо умови рівноваги кожного з них зокрема.

На плиту 2 діє сила  $P$ , вага плити  $G_2$ , нормальна реакція основи  $N_2$ , сила тиску  $N_1$  верхнього тіла 1 та, окрім того, сили тертя  $T_1$  і  $T_2$  (рис. 6.3б). На верхнє тіло 1 діє сила вагою  $G_1$ , натяг шнура  $S$  та сили  $N_1$  і  $T_1$  реакції плити 2 (рис.6.3б). Слід зазначити, що сила тертя  $T_1$ , яка діє на верхнє тіло, намагається зсунути його вправо, чому протидіє натяг  $S$  шнура.

В досліджуваній механічній системі маємо шість невідомих сил:  $P, S, N_1, T_1$  і  $T_2$ . Тому слід для їх знаходження скласти шість рівнянь. Розглядаючи окремо кожне з тіл (рис.6.3в), записуємо для кожного з них по два рівняння рівноваги.

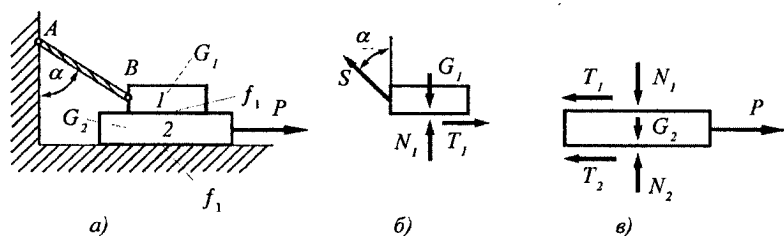


Рис.6.3. Розрахункова схема механічної системи

Для тіла 1 (бруска)

$$\sum P_{ix} = T_1 - S \sin \alpha = 0, \quad (6.17)$$

$$\sum P_{iy} = N_1 + S \cos \alpha - G_1 = 0. \quad (6.18)$$

Для тіла 2 (плити)

$$\sum P_{ix} = P - T_1 - T_2 = 0, \quad (6.19)$$

Таблиця 6.1. Коефіцієнти тертя спокою та тертя ковзання

Матеріали пари тертя	Коефіцієнти тертя	
	спокою $f_0$	руху $f$
Шкіра по деревині	0,5...0,6	0,3...0,5
Шкіра по металу	0,3...0,5	0,3
Цегла по сухій глині	0,5	—
Метал по деревині	0,4...0,6	0,3...0,5
Канат по деревині	0,5...0,8	0,5
Природний камінь по каменю	0,6...0,7	—
Природний камінь по деревині	0,4	—
Деревина по деревині	0,4...0,7	0,3
Сталь по льоду	0,03	0,015
Чавун по чавуну (грубооброблені поверхні без мащення)	0,30	0,18
Сталь по чавуну (без мащення)	0,25	0,15
Сталь по чавуну (чистова обробка, мащення)	0,1	0,04-0,06
Сталь по чавуну (шліфування, рідинне мащення)	0,05	0,015-0,02
Сталь по сталі	0,17	0,1
Сталь по латуні	0,19	0,15
Сталь по міді	0,22	0,1
Сталь по графіту	0,12	0,08
Сталь по міднографітовому композиту	0,26	0,15
Сталь по поліестеру	0,20	0,11
Сталь по поліаміду	0,1	0,05
Сталь по тефлону	0,09	0,04
Сталь по склу	0,19	0,08
Сталь по фібрі	0,14	0,1



$$\sum P_{iy} = N_2 - N_1 - G_1 = 0. \quad (6.20)$$

Останні два рівняння складаємо, враховуючи те, що максимальна величина сили  $P$ , при якій плита ще буде перебувати в стані спокою, відповідатиме максимальним силам тертя спокою, тобто

$$T_1 = f_0^{(1)} N_1, \quad (6.21)$$

$$T_2 = f_0^{(2)} N_2. \quad (6.22)$$

В результаті розв'язку цих рівнянь при прийнятих вихідних даних отримано, що

$$N_1 = \frac{G_1 \sin \alpha}{\sin \alpha + f_0^{(1)} \cos \alpha} = \frac{200 \cdot 0,866}{0,866 + 0,1} = 179,3 \text{ Н},$$

$$N_2 = N_1 + G_1 = 179,3 + 500 = 679,3 \text{ Н},$$

$$P = f_0^{(1)} N_1 + f_0^{(2)} N_2 = 0,2 \cdot 179,3 + 0,3 \cdot 679,3 = 239,65 \text{ Н}.$$

Отже плита 2 почне рухатись вправо при  $P > 239,65 \text{ Н}$ .

Приклад 2. Стержень довжиною  $2l$  і вагою  $G$  опирається нижнім кінцем  $A$  на шорстку горизонтальну площину, а в т.С – на гладкий виступ (рис.6.4). В положенні рівноваги стержень утворює із горизонтальною площиною кут  $\varphi$ , а відрізок  $AC = 1,5l$ . Обчислити коефіцієнт тертя ковзання  $f$  в т.А.

Розв'язок. В положенні рівноваги стержня його кінець  $A$  намагається зсунутись вліво. Сила тертя  $T_1$  напрямлена обернено до можливого руху, тобто вправо. Вибираємо прямокутну систему координат і складаємо рівняння рівноваги цієї плоскої системи сил.

$$\sum P_{ix} = T_1 - N_2 \sin \varphi = 0, \quad (6.23)$$

$$\sum P_{iy} = N_1 - G + N_2 \cos \varphi = 0, \quad (6.24)$$

$$\sum M_{iA} = -G l \cos \varphi + N_2 1,5 l = 0. \quad (6.25)$$

З умови граничної рівноваги стержня при наявності сили тертя  $T_1$  отримується четверте рівняння

$$T_1 = f N_1. \quad (6.26)$$

Внаслідок розв'язку чотирьох поданих рівнянь отримуємо формулу для визначення коефіцієнта тертя ковзання

$$f = \frac{\frac{2}{3} \sin \varphi \cos \varphi}{1 - \frac{2}{3} \cos^2 \varphi}. \quad (6.27)$$

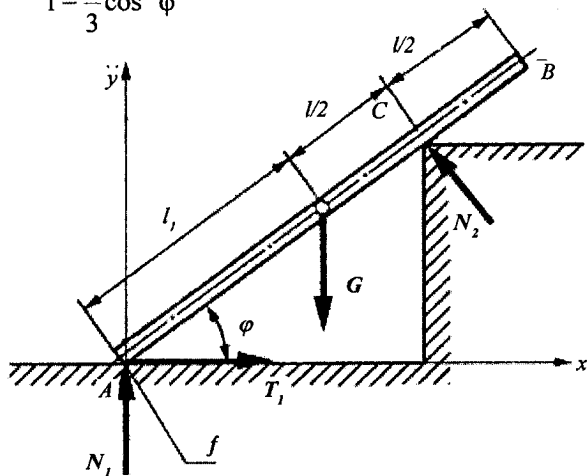


Рис. 6.4. Схема опертого стержня

### 6.6.1.2. Плошка похила кінематична пара ковзання

Розглянемо випадок статичної рівноваги елементу 1, що знаходиться на похилій площині 2 (рис.6.5а). Якщо кут її нахилу

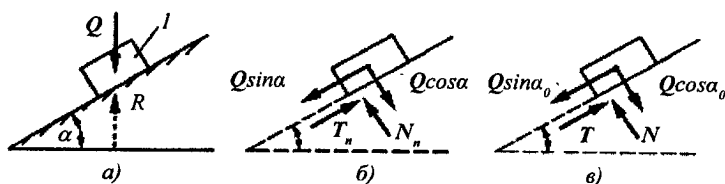


Рис. 6.6. Тертя на похилій площині

У цьому випадку настає рівновага сили ваги  $Q$  елементу та сили реакції  $R$  (рис.6.5а), а при розкладі цих сил на складові  $Q \sin \alpha$ ,  $Q \cos \alpha$  та  $T_n$ ,  $N_n$  матимемо таку систему зрівноважених сил (рис. 6.5б).

При зростанні кута  $\alpha$ , зростає також сила тертя  $T_n = Q \sin \alpha$ , збільшуючись до граничної величини  $T = T_{n \max} = Q \sin \alpha_0$ , коли розпочнеться ковзання елементу 1 (рис.6.5в).

Враховуючи, що  $\operatorname{tg} \alpha_0 = f$ , тоді отримується

$$T = f N = Q \cos \alpha_0. \quad (6.28)$$

Отже гранична рівновага тіла на похилій площині є можливою, коли сила тертя досягає величини, що визначається формулою (6.28). Якщо  $\alpha$  буде більшим  $\alpha_0$ , то відбудеться ковзання тіла 1 по похилій площині під дією його сили ваги.

Окрім розглянутого тривіального випадку практичне значення мають випадки дослідження стану статичної рівноваги чи руху з постійною лінійною швидкістю елементу

1 по похилій площині 2 (рис.6.6).

а) Елемент 1 вагою  $Q$  піднімається по похилій площині 2 із  $v = \text{const}$  під дією рушійної сили  $P$ .

В цьому випадку система сил, прикладених до цієї механічної системи, має вид, зображений на рис.6.6. Задача полягає у визначенні величини рушійної сили  $P$ , що спричинить рух елементу 1 з  $v = \text{const}$  вгору по похилій площині, та результуючої сили реакції  $R$  при заданій силі ваги  $Q$ , коефіцієнті тертя ковзання  $f$  та куті нахилу площини  $\alpha$ .

Вказані невідомі визначаються графічно шляхом побудови трикутника сил (рис.6.7) з геометричної умови рівноваги

$$Q + P + R = 0. \quad (6.29)$$

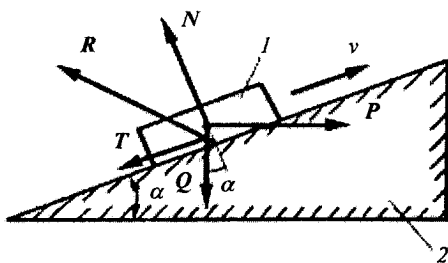


Рис.6.6. Визначення рушійної сили

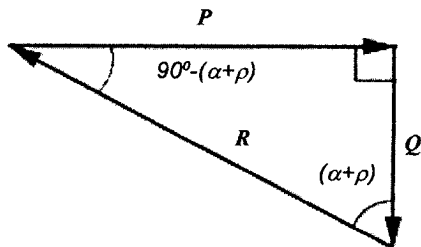


Рис.6.7. Трикутник сил

З врахуванням, що  $\operatorname{tg} \rho = f$ , після побудови замкнутого трикутника сил відомим методом можна для розглянутої схеми записати, що

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tg}(\alpha + \rho), \text{ звідки } P = Q \operatorname{tg}(\alpha + \rho), \quad (6.30)$$

$$\frac{Q}{R} = \cos(\alpha + \rho), \text{ звідки } R = \frac{Q}{\cos(\alpha + \rho)}. \quad (6.31)$$

Або ж, застосовуючи до цього трикутника теорему синусів, отримується

$$\frac{Q}{\sin[90 - (\alpha + \rho)]} = \frac{P}{\sin(\alpha + \rho)} = \frac{R}{\sin 90^\circ}. \quad (6.32)$$

Звідси, відповідно,

$$Q \sin(\alpha + \rho) = P \cos(\alpha + \rho), \quad (6.33)$$

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \rho)}{\cos(\alpha + \rho)} = Q \operatorname{tg}(\alpha + \rho), \quad (6.34)$$

$$Q \sin 90^\circ = R \cos(\alpha + \rho), \quad (6.35)$$

$$R = \frac{Q}{\cos(\alpha + \rho)}. \quad (6.36)$$

Якщо силу  $P$  напрямлено під кутом  $\beta > 0$ , то співвідношення (6.34) і (6.36) матимуть вид

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\beta - \rho)}, \quad R = Q \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\beta - \rho)}. \quad (6.37)$$

Якщо  $v = 0$ , тобто сила  $P$  втримує елемент 1, то

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\beta + \rho)}, \quad R = Q \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\beta + \rho)}. \quad (6.38)$$

**Приклад 3.** Тіло 1 вагою  $G_1 = 200$  Н, розташоване на похилій площині 3 з кутом її нахилу  $\alpha = 30^\circ$ . До тіла в т. А прив'язано тонку і гнучку нитку АВ, перекинута через блок С (рис.6.8а). На кінці нитки підвішено тіло 2 масою  $G_2$ . Стверджено, що, коли його вага незначно перевищить величину  $G_2 = 120$  Н, рівновага системи порушується і тіло 2 починає опускатися вниз, підтягуючи тіло 1 вверх по похилій площині 3. Визначити коефіцієнт тертя  $f$  між тілом 1 та похилою площиною 3. Тертя в блоку не враховувати.

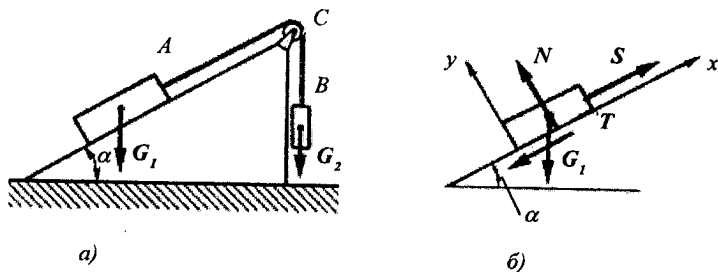


Рис. 6.8. Розрахункова схема механічної системи

**Розв'язок.** Розглянемо граничну рівновагу сил, які діють на тіло 1, що знаходиться на похилій площині 1. На рис.6.8б показано рівновагу тіла 1 під дією системи сил  $G$ ,  $S$ ,  $N$  та  $T$ .

Запишемо рівняння рівноваги цієї системи сил у вибраній системі прямокутних координат

$$\sum P_{ix} = -T - G_1 \sin \alpha + S = 0, \quad (6.39)$$

$$\sum P_{iy} = N - G_1 \cos \alpha = 0. \quad (6.40)$$

Враховуючи, що  $S = G_2$ , знаходимо невідомі сили  $T$  і  $N$

$$T = G_2 - G_1 \sin \alpha, \quad N = G_1 \cos \alpha. \quad (6.41)$$

У випадку граничної рівноваги при наявності тертя

$$f = \frac{T}{N} = \frac{(G_2 - G_1 \sin \alpha)}{G_1 \cos \alpha}. \quad (6.42)$$

Підставивши вихідні дані, отримано, що  $f = 0,116$ .

### 6.5.1.3. Горизонтальна оберտальна кінематична пара ковзання

Вказана трибосистема ковзання утворює радіальний підшипник ковзання.

Циліндричні елементи – вал 2 та обойма 1 складають підшипник ковзання у випадку, коли вал 2 обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega_2$  у обоймі 1 (рис.6.9). Вал навантажено радіальною силою  $Q$  та сталим крутним моментом  $M$ . В такому спряженні є наявним початковий радіальний зазор  $\varepsilon = R_1 - R_2 > 0$ .

Під впливом моменту  $M$  вал підніметься по контуру обойми в напрямку обертання і займе положення, як на рисунку. Сила реакції  $R$ , що діє в т. А, розкладається на дві складові –  $N$ , що є нормальною до контуру і проходить через центр цапфи валу т.  $O_2$ , та  $T$ , дотичну до контуру в т. А.

З умови рівноваги сил, що діють вертикально,

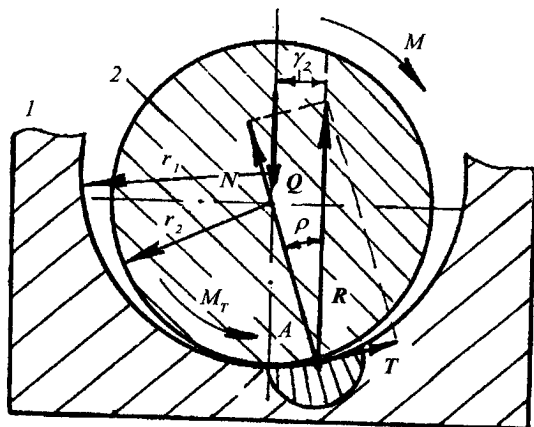


Рис.6.9. Обертальна кінематична пара

$R = Q$ , а  $N = R \cos \rho$ . Тоді

$$T = f N = f R \cos \rho = Q \cos \rho . \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned} M = M_T = T R_2 &= f Q R_2 \cos \rho = \\ &= \operatorname{tg} \rho Q R_2 \cos \rho = Q R_2 \sin \rho = Q \gamma_2 . \end{aligned} \quad (6.44)$$

Оскільки кут тертя  $\rho$  є малим, то  $\sin \rho \approx \operatorname{tg} \rho = f$ , а  $\gamma_2 = R_2 f$  і тоді

$$M_T = Q R_2 f . \quad (6.45)$$

#### 6.5.1.4. Вертикальна обертальна кінематична пара ковзання

Такого типу трибосистема ковзання називається осьовим підшипником ковзання. Конструктивно такого виду опори виконуються у вигляді п'яти та підп'ятника із суцільною опорною поверхнею (рис.6.10а), кільцевою поверхнею (рис.6.10б) та



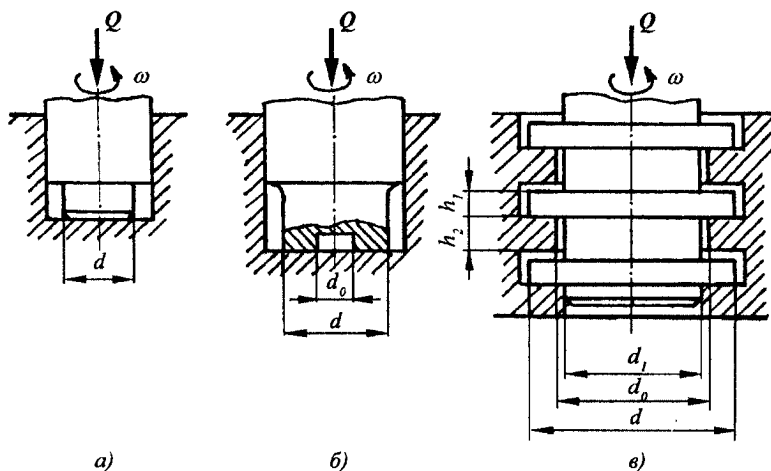


Рис.6.10. Схеми упорних підшипників ковзання

При розрахунку підшипника з кільцевою п'ятою на тертя приймається, що тиск на поверхні її контакту з підп'ятником є рівномірно розподіленим (рис.6.10б), тобто

$$p = \frac{4Q}{\pi(d^2 - d_0^2)} ; \quad (6.46)$$

де приймається  $d_0 = (0,6 \dots 0,8)d$ .

При обертанні п'яти з кутовою швидкістю  $\omega = \text{const}$  в опорі виникає момент тертя  $M_T$ , який обчислюється так:

$$M_T = f Q R_{зв} , \quad (6.47)$$

де зведений радіус  $R_{зв} = 0,333 \left[ \frac{(d^3 - d_0^3)}{(d^2 - d_0^2)} \right]$ ,  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання.

Після припрацювання момент тертя слід обчислювати за наступною формулою:

$$M'_T = 0,25 f Q (d - d_0) . \quad (6.48)$$

У випадку суцільної п'яти (рис. 6.10б) при  $d_0 = 0$ , відповідно,

$$p = \frac{4 Q}{\pi d^2} , \quad (6.49)$$

$$M_T = 0,333 f Q d , \quad M'_T = 0,25 f Q d . \quad (6.50)$$

Для гребінчатої п'яти (рис.6.10в) кількість гребенів визначається за такою умовою :

$$n \geq \frac{4 Q}{\pi (d^2 - d_0^2) [p]} . \quad (6.51)$$

Оскільки навантаження  $Q$  розподіляється між гребенями п'яти нерівномірно, то величину допустимого середнього тиску  $[p]$  слід прийняти на 20–40% меншою в порівнянні із  $[p]$  для кільцевої п'яти.

Середній тиск та моменти тертя визначаються для кільцевої п'яти як вказано вище з врахуванням числа гребенів, що відповідає кількості поверхонь тертя.

#### 6.5.1.6. Тертя тягового елемента із шківом (диском)

Тертя цього типу виникає між циліндричними поверхнями і гнучкими тяговими елементами (пасами, шнурами, стрічками, тросами), які їх охоплюють чи є на них навитими.

Розрахункову схему такого типу з'єднання із гнучкою ланкою подано на рис.6.11а. На зовнішній поверхні диску знаходиться гнучкий елемент, який його охоплює на дузі  $\alpha$ .

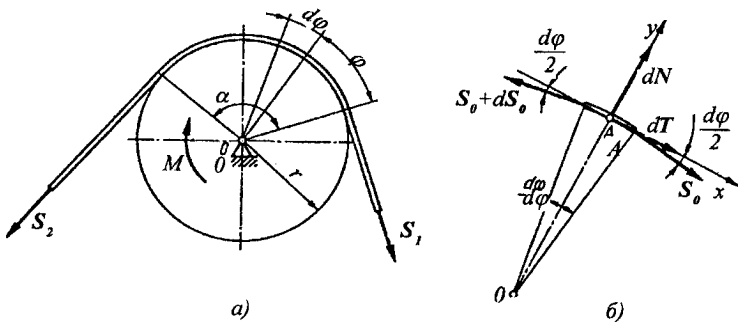


Рис.6.11. З'єднання гнучкою ланкою

Гнучкий елемент є попередньо натягнутим силами  $S_0$  на кожній вітці. При прикладанні крутного моменту  $M$  до диску ці сили матимуть різні величини  $S_1$  і  $S_2$  ( $S_2 > S_1$ ), як показано на рисунку.

На поверхні стику виникають сили тертя, які мають різну величину, оскільки неперервно змінюється напрямок натиску гнучкого елемента на диск та величина напруження в елементі. Це не дозволяє досліджувати рівновагу елемента в цілому в області контакту. Тому розглянемо елементарний відрізок елемента, який відповідає центральному куту  $d\varphi$  (рис.6.11б).

На розглядуваний відрізок тягового елемента діють: тиск диску  $dN$ , сила тертя  $dT$ , натяг відрізнаних частин елемента  $S_0 + S_0 + dS_0$  ( $dS_0$  - приріст натягу, що відповідає приростові кута  $\varphi$  на  $d\varphi$ ).

Рівняння рівноваги відрізаного елемента, що знаходиться під дією вказаних сил, мають вигляд

$$\sum P_{ix} = S_0 \cos \frac{d\varphi}{2} + dT - (S_0 + dS_0) \cos \frac{d\varphi}{2} = 0, \quad (6.52)$$

$$\sum P_{iy} = dN - S_0 \sin \frac{d\varphi}{2} - (S_0 + dS_0) \sin \frac{d\varphi}{2} = 0 .$$

Оскільки кут  $d\varphi$  є елементарним, тому

$$\sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2} , \quad \cos \frac{d\varphi}{2} = 1 .$$

Окрім того нехтуємо малими величинами  $dS_0 \left(\frac{d\varphi}{2}\right)$ .

Тоді рівняння рівноваги (6.52) приймуть вид

$$\begin{aligned} dT - dS_0 &= 0 , \\ dN - S_0 d\varphi &= 0 . \end{aligned} \tag{6.53}$$

Приймається, що

$$dT = f dN . \tag{6.54}$$

З врахуванням цього з рівнянь рівноваги отримується, що

$$dS_0 = f S_0 d\varphi . \tag{6.55}$$

Звідси

$$\frac{dS_0}{S_0} = f d\varphi . \tag{6.56}$$

Оскільки натяг в елементі змінюється від  $S_1$  до  $S_2$ , а кут  $0 \leq \varphi \leq \alpha$ , то після інтегрування рівняння

$$\int_{S_1}^{S_2} \frac{dS_0}{S} = \int_0^\alpha f d\varphi, \quad (6.57)$$

отримуємо, що

$$\ln \frac{S_2}{S_1} = f \alpha. \quad (6.58)$$

Звідси

$$S_2 = S_1 e^{f\alpha}. \quad (6.59)$$

Ця формула була вперше одержана Леонардом Ейлером.

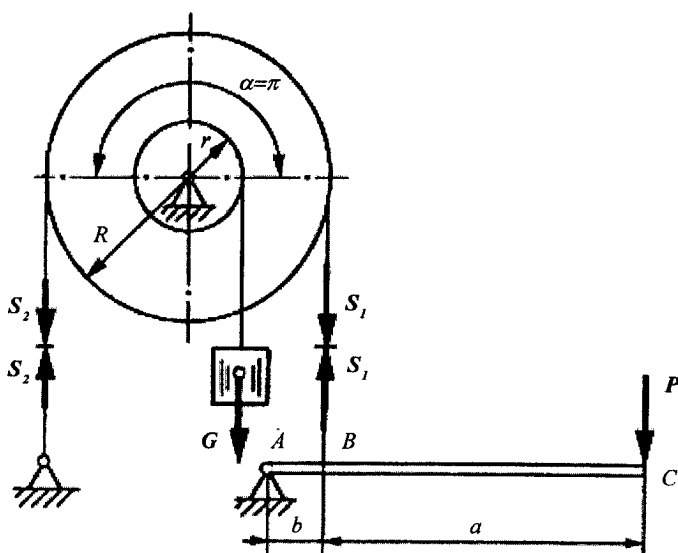


Рис.6.12. Стрічкове гальмо

**Приклад 4.** До барабана стрічкового гальма підвішено на диску радіуса  $r$  вантаж  $G$ . Визначити величину сили  $P$ , прикладеної на кінці важеля (рис.6.12), щоб втримати в рівновазі гальмівний барабан.

**Розв'язок.** На гальмівному барабані діє момент величиною  $M = Gr$ , який намагається його повернути вправо, та натяги  $S_1$  і  $S_2$  гальмівної стрічки (рис.6.12). Згідно формули Ейлера між цими натягами існує відомий зв'язок

$$S_2 = S_1 e^{f\pi} . \quad (6.60)$$

Рівняння рівноваги моментів сил, що діють на гальмівний барабан відносно точки  $O$ , матимуть вид

$$\sum M_{io} = S_2 R - Gr - S_1 R = 0 . \quad (6.61)$$

Окрім того рівняння рівноваги моментів сил, що діють на важіль  $ABC$  відносно точки  $A$ , буде

$$\sum M_{iA} = S_1 b - P(a + b) . \quad (6.62)$$

Розв'язуючи систему трьох поданих рівнянь, отримуємо вираз для обчислення сили  $P$

$$P = \frac{G \frac{r}{R} \frac{b}{a + b}}{(e^{f\pi} - 1)} . \quad (6.63)$$

#### 6.5.1.6. Тертя в пасовій передачі

На (рис. 6.13) зображено найпростішу пасову передачу. Шків закріплений на валі 1, передає крутний момент  $M_1$  з валу 1

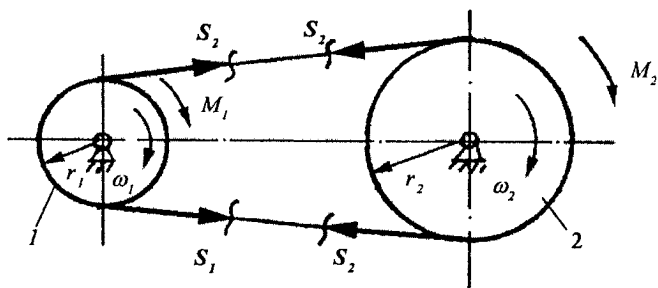


Рис.6.13. Пасова передача

на вал 2 за допомогою паса. Шків 1 є ведучим, а шків 2 – веденим. В нижній вітці паса виникає натяг  $S_1$ , а у верхній вітці – натяг  $S_2$ .

Якщо до ведучого шківа прикладено крутний момент  $M_1$ , то для його передавання між пасом і шківом повинен виникати момент тертя  $M_T = Tr_1$  (рис.6.14).

Тобто матиме місце така залежність:

$$Tr_1 = M_1. \tag{6.64}$$

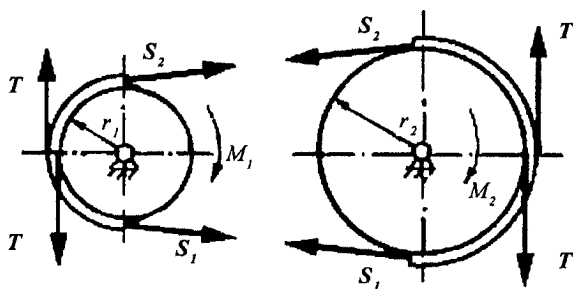


Рис.6.14. Схема сил тертя

Сила тертя, прикладена до паса, і зумовлена шківом, має напрямок протилежний силі тертя, прикладеній до шківа. Власне ця сила тертя тягне пас в напрямку, наданому йому ведучим шківом. Внаслідок цього натяг  $S_2$  у нижній вітці паса буде більшим натягу  $S_1$  у його верхній вітці, тобто:

$$S_2 = S_1 + T. \quad (6.65)$$

Звідси:

$$T = S_2 - S_1. \quad (6.66)$$

З врахуванням цього:

$$M_1 = (S_2 - S_1) r_1. \quad (6.67)$$

В попередньому розділі було представлено пов'язання натягів віток паса при передаванні крутного моменту  $M_1$ , а саме:

$$S_2 = S_1 e^{f\alpha}. \quad (6.68)$$

Тоді

$$M_1 = S_1 (e^{f\alpha} - 1) r_1, \quad (6.69)$$

$$S_1 = \frac{M_1}{(e^{f\alpha} - 1) r_1}, \quad S_2 = \frac{M_1 e^{f\alpha}}{(e^{f\alpha} - 1) r_1}. \quad (6.70)$$

Якщо через  $F_t$  позначити колову силу на ведучому валі, то, оскільки  $M_1 = F_t r_1$ , сили натягів віток, необхідні для передавання моменту  $M_1$  на ведений вал обчислюються за формулами:



$$S_2 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}, \quad S_1 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}. \quad (6.71)$$

Щоб такі натяги виникли під час роботи передачі необхідно створити силу попереднього натягу  $S_0$ . Відомо, що  $S_2 \neq S_1$  і тоді:

$$S_0 = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{1}{2} \left( F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} + F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \right) = \frac{F_t}{2} \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}. \quad (6.72)$$

Отже при коловій силі  $F_t$  на ведучому шківі, для забезпечення роботи передачі без проковзування слід виконати таку умову:

$$S_0 \geq \frac{F_t}{2} \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}. \quad (6.73)$$

### 6.5.1.7. Тертя у фрикційній передачі

Приймається, що до одного з валів фрикційної циліндричної

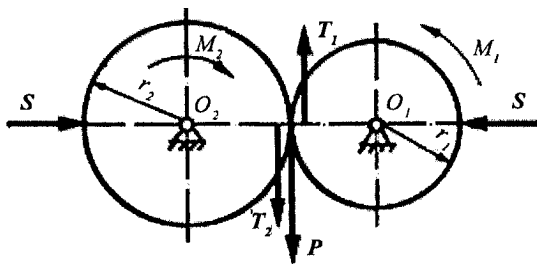


Рис.6.15. Фрикційна передача

передачі прикладено пару сил з моментом  $M_1$  (рис.6.15). Для забезпечення передавання обертового руху диски повинні притискатись певною дотискаючою силою  $S$ .

При передаванні фрикційною передачею силового потоку виникає колова сила, що обчислюється відомим чином:

$$F_t = \frac{M_1}{r_1} . \quad (6.74)$$

В області контакту дисків внаслідок дії сили  $S$  та обертового моменту  $M_1$  виникають сили тертя  $T_1$  (на 1-му диску) та  $T_2$  (на 2-ому диску). Вони є рівними за величиною та протилежними за напрямком

$$T_1 = T_2 = T . \quad (6.75)$$

Умова перекочування дисків один по другому без проковзування полягає в тому, щоб колові сили на обох дисках були однаковими. Коловою силою на другому диску є сила тертя  $T_2$ .

Тоді

$$T_2 = F_t . \quad (6.76)$$

Оскільки відомо, що  $T = f S$ , то

$$F_t \leq f S . \quad (6.77)$$

Для практичних умов роботи фрикційних передач приймається коефіцієнт надійності роботи рівний 1,6...2. Тому умова роботи передачі має вид

$$(1.5...2)F_t = f S . \quad (6.78)$$

Звідси

$$S = \frac{(1.5...2)F_t}{f} . \quad (6.79)$$

### 6.5.1.8. Тертя клина

На (рис.6.16а) зображено клин з кутом загострення  $2\alpha$ , що втискується в площину силою  $Q$ . Слід визначити сили, що виникають на його бічних поверхнях та в матеріалі, які є нормальними реакціями  $N$ . З огляду на симетрію вістря клина реакції та сили тертя на обох поверхнях будуть однаковими.

У випадку втискування (забивання) клина у матеріал площини сили тертя  $T$  матимуть напрямки, протилежні до напрямків векторів швидкостей точок, що знаходяться на бічних поверхнях клина (рис.6.16а).

Для знаходження невідомих сил реакцій запишемо рівняння рівноваги всіх сил, що діють на клин, на вертикальну вісь

$$2T \cos \gamma_k + 2N \sin 2\alpha - Q = 0 . \quad (6.80)$$

Відомо, що  $T = f N$ , отже

$$2fN \cos 2\alpha + 2N \sin 2\alpha = Q . \quad (6.81)$$

Звідси

$$N = \frac{Q}{2(f \cos 2\alpha + \sin 2\alpha)} . \quad (6.82)$$

Розглянемо також випадок, коли слід витягнути клин, попередньо втиснутий силою  $Q$  в площину (рис.6.16б). Слід обчислити величину витягуючої сили  $P$ . В цьому випадку сила тертя матиме напрямок, протилежний зображеному на рис.6.16а.

З рівняння суми проекцій сил на вертикальну вісь:

$$P + 2N \sin 2\alpha - 2T \cos 2\alpha = 0 , \quad (6.83)$$

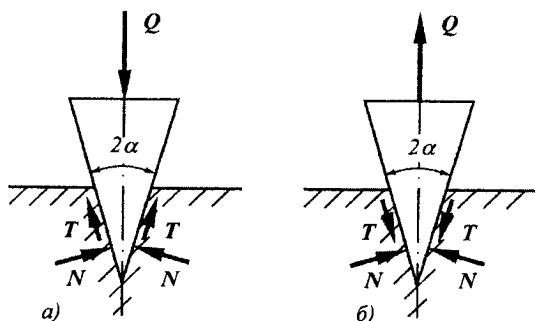


Рис.6.16. Розклинювання матеріалу

отримуємо, враховуючи, що  $T = f N$ ,

$$P = 2N(f \cos 2\alpha - \sin 2\alpha) , \quad (6.84)$$

$$P = Q \frac{f \cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{f \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} . \quad (6.85)$$

Можливим є також випадок, що клин, після зняття втискувочої сили  $Q$ , буде самостійно висуватись з матеріалу. Тоді  $P = 0$ . Якщо сили тертя і сили реакції будуть зрівноважуватись, то клин буде висуватись безперервно і тому:

$$f \cos 2\alpha - \sin 2\alpha = 0 , \quad (6.86)$$

$$f = \operatorname{tg} 2\alpha , \quad 2\alpha = \rho . \quad (6.87)$$

При  $2\alpha > \rho$  клин рухатиметься прискорено, а при  $2\alpha < \rho$  для його витягання з матеріалу слід прикласти силу  $P$ , бо тоді він самогальмується.

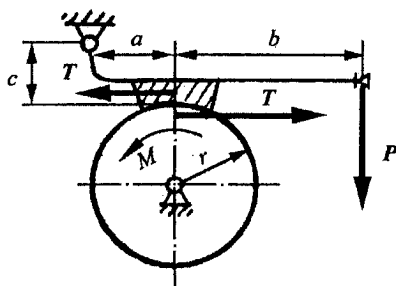


Рис.6.17. Колодкове гальмо

### 6.5.1.9. Тертя у гальмі

Широко розповсюдженим пристроєм, де використовуються сили тертя для виконання важливої функції – затримки (гальмування), є гальмо.

На рис. 6.17 зображено колодкове гальмо, що складається з валу, на якому закріплено гальмівний барабан, та важеля, на якому закріплено гальмівну колодку.

Якщо до барабану, що обертається під дією пари сил з моментом  $M$ , притиснути через важіль силою  $P$  гальмівну колодку, то в області її стиків із барабаном виникають сили тертя

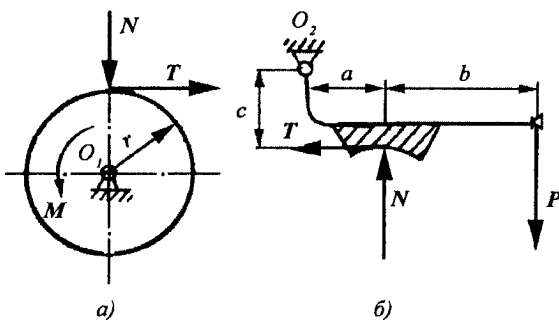


Рис.6.18. Сили, що діють на елементи колодкового гальма

і розпочинається гальмування. Сили тертя на барабані і колодці мають протилежні напрямки та однакову величину (рис.6.17).

Щоб відбувся процес гальмування необхідним є деяке перевищення моменту сил  $M_T$  тертя над крутним моментом  $M$ .

Визначимо величину сили  $P$ , прикладену до кінця важеля, необхідну для виникнення сил тертя. Розкладемо систему на дві підсистеми (рис.6.18 а,б) і розглянемо рівновагу кожної з них.

З рівняння суми моментів (рис 6.18а) буде

$$M = T r, \quad T = \frac{M}{r} . \quad (6.88)$$

Оскільки барабан рухається відносно колодки, то  $T = f N$  і тоді

$$\frac{M}{r} = f N . \quad (6.89)$$

Сила натискання  $N$ , необхідна для утворення сили тертя необхідної (заданої) величини, повинна бути такою:

$$N = \frac{M}{r f} . \quad (6.90)$$

В наступному, з рівноваги важеля (рис.6.18б), одержимо

$$- T c - P(a + b) + N a = 0 . \quad (6.91)$$

Звідси

$$P = \frac{N a + T c}{a + b} , \quad (6.92)$$

або з врахуванням попереднього

$$P = \frac{M(a + cf)}{rf(a + b)} \quad (6.93)$$

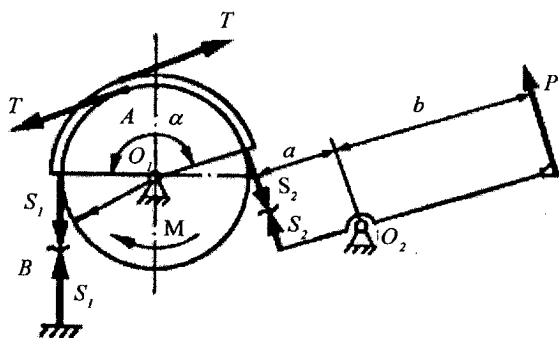


Рис. 6.19. Стрічкове гальмо

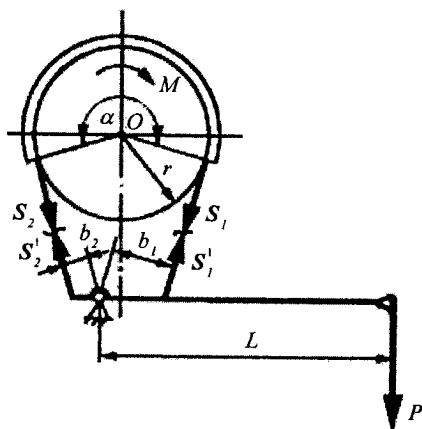


Рис. 6.20. Натяги у гальмівній стрічці

Широко розповсюдженим видом гальм є стрічкове гальмо (рис.6.19). Принцип його дії полягає в тому, що при натисканні на важіль силою  $\mathbf{P}$  буде натягуватись гальмівна стрічка, що спричинить її притискання до гальмівного барабану і розпочнеться гальмування валу силами тертя.

На обох кінцях стрічки виникають натяги  $S_1$  і  $S_2$  (рис.6.20).

З рівноваги сил, прикладених до стрічки, отримується, що

$$S_2 = S_1 + T, \quad S_2 > S_1. \quad (6.94)$$

Відомо з попереднього, що

$$S_2 = S_1 e^{f\alpha}. \quad (6.95)$$

З рівноваги моментів сил, прикладених до диску

$$M = T r. \quad (6.96)$$

Оскільки

$$T = S_2 - S_1, \quad (6.97)$$

то

$$M = (S_2 - S_1) r, \quad (6.98)$$

$$M = (S_1 e^{f\alpha} - S_1) r. \quad (6.99)$$

Звідси

$$S_1 = \frac{M}{r(e^{f\alpha} - 1)}. \quad (6.100)$$



З рівноваги важеля буде

$$Pb - S_1a = 0 , \quad (6.101)$$

$$P = S_1 \frac{a}{b} . \quad (6.102)$$

Величина сили, необхідна для загальмування, тоді складає

$$P = \frac{Ma}{rb(e^{f\alpha} - 1)} . \quad (6.103)$$

При зміні напрямку дії моменту  $M$ , зміниться також і величина сили  $P$ . Тоді  $S_1 > S_2$ , тобто

$$S_1 = S_2 e^{f\alpha} . \quad (6.104)$$

Умова рівноваги моментів сил, що діють на барабан, буде мати вид

$$M = (S_1 - S_2)r , \quad (6.105)$$

$$S_2 = \frac{S_1}{e^{f\alpha}} , \quad (6.106)$$

$$M = \left( S_1 - \frac{S_1}{e^{f\alpha}} \right) r . \quad (6.107)$$

Звідси

$$S_1 = \frac{M e^{f\alpha}}{r(e^{f\alpha} - 1)} . \quad (6.108)$$

Оскільки

$$P = S_1 \frac{a}{b}, \quad (6.109)$$

то остаточно буде

$$P = \frac{Ma}{rb} \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}. \quad (6.110)$$

У цьому випадку гальмуюча сила  $P$  буде більшою, ніж попередньо.

#### 6.5.1.10. Тертя кочення

Тертя кочення виникає при перекочуванні циліндра вагою  $G$  по горизонтальній основі під впливом горизонтальної сили  $P$ . Якщо б циліндр та основа були ідеально жорсткими, то схема їх силової взаємодії була б простішою (рис.6.21а).

В цьому випадку нормальна реакція  $N$  співпадає з вертикальною віссю симетрії перерізу циліндра, а епюра нормальних тисків є симетричною. В стику обох елементів з'являється сила тертя  $T$ , що протидіє перекочуванню.

Рівняння рівноваги циліндра мають вид

$$\sum P_{ix} = P - T = 0, \quad \sum P_{iy} = N - G = 0. \quad (6.111)$$

Звідси  $T = P, N = G$ .

Для того, щоб не виникло проковзування циліндра по основі, необхідне дотримання такої умови:

$$T = P \leq f_0 N = f_0 G. \quad (6.112)$$

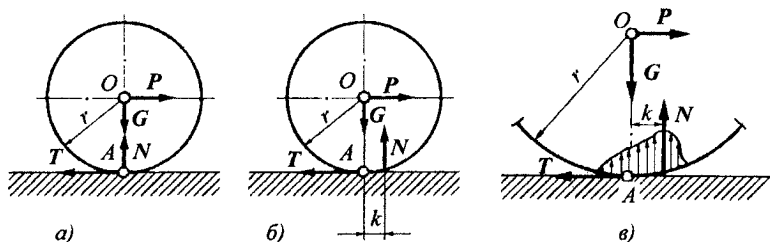


Рис.6.21. Схема тертя кочення

Слід зазначити, що рівняння рівноваги моментів відносно т. А не забезпечується, тобто

$$\sum M_{iA} = P r \neq 0 . \quad (6.113)$$

Це означає, що найменша сила  $P$  спричинить перекочування циліндра. Якщо виконуватиметься умова (6.112), то циліндр не буде ковзати по основі, а виникне рух, що називається коченням.

Для циліндра, виконаного з реальних (деформівних) матеріалів, однак не спостерігається кочення при малому значенні сили  $P$ . В цьому випадку схема взаємодії обох елементів під впливом сил  $G$  і  $P$  є дещо іншою (рис.6.21б), ніж в першому (ідеалізованому) випадку. Особливістю є те, що перекочування циліндра по основі буде можливе після виникнення певної мінімальної величини перекочуючого моменту, спричиненого силою  $P$  на плечі  $r$ . Тобто виникає опір перекочуванню циліндра по площині, який є різним в залежності від виду матеріалів циліндра і основи. Цей опір називається тертям кочення.

Гранична величина моменту  $P r$ , при якому циліндр ще знаходиться в рівновазі, називається моментом опору перекочуванню. Він є кількісним параметром тертя кочення.

Явище виникнення опору перекочуванню пояснюється тим, що обидва елементи є деформівними. Це призводить до того,

що розклад тиску на поверхні контакту буде несиметричним відносно лінії дії сили  $G$  і, відповідно, нормальна сила реакції  $N$ , як результуюча тиску, зміститься в напрямку перекочування на малу відстань  $k$  (рис.6.21в). Вона називається коефіцієнтом тертя кочення і має розмірність довжини.

Рівновага циліндра зберігається тоді, коли величина сили  $P$  не перевищить певного граничного значення. Це є можливе у випадку, коли момент сили  $P$  відносно т. А зрівноважуватиметься моментом від нормальної сили реакції  $N$ , тобто

$$\sum M_{iA} = Pr - Nk \leq 0 . \quad (6.114)$$

З врахуванням того, що  $N = G$  та  $P = T$ , отримуємо

$$T = P \leq \frac{k}{r} N = \frac{k}{r} G . \quad (6.115)$$

Циліндр буде в рівновазі, якщо величина сили  $P$  не перевищить меншого із її значень, обчислених із виразів (6.112) і (6.115).

Циліндр буде перекочуватись у випадку, якщо величина сили тертя кочення буде меншою величини сили тертя ковзання  $f_0 N$

$$T = \frac{k}{r} G < f_0 N = f_0 G . \quad (6.116)$$

Тобто з цієї умови виникає, що кочення буде, якщо  $k/r < f_0$ . З метою порівняння втрат при терті кочення і ковзання використовуються коефіцієнти опору коченню  $f_k = k/r$ .

Для прикладу в таблиці 6.2 вказано значення коефіцієнта тертя ковзання для деяких матеріалів.

Приклад 6. Платформа вагою  $Q$  підперта до жорсткої балки в т.А, а в т.С знаходиться на диску радіуса  $r$  (рис.6.22а).

Визначити максимальну величину сили  $P$ , яку слід прикласти до платформи в т. D, щоб перекотити її вправо при умові кочення по ній диску без проковзування. В т. A виникатиме ковзання із коефіцієнтом тертя ковзання  $f$ , а в т. C – кочення із коефіцієнтом тертя кочення  $k$ .

Розв'язок. Запишемо рівняння рівноваги двох елементів механічної системи, показаних окремо на рис. 6.22б, які перебувають під дією зображеної системи сил.

а) платформа

$$\begin{aligned}\sum P_{ix} &= P - T_1 - T_2 = 0, \\ \sum P_{iy} &= N_2 - N_1 - Q = 0, \\ \sum M_{iA} &= Ph - 2Qa - T_2h + N_2(a - k) = 0.\end{aligned}\tag{6.117}$$

б) циліндр

$$\begin{aligned}\sum P_{ix} &= R_{Bx} - T_2 = 0, \\ \sum P_{iy} &= R_{By} - N_2 = 0, \\ \sum M_{iB} &= N_2k - T_2r = 0.\end{aligned}\tag{6.118}$$

Згідно закону тертя Кулона

$$T_1 = f N_1, \tag{6.119}$$

шляхом розв'язку поданих систем рівнянь одержано, що

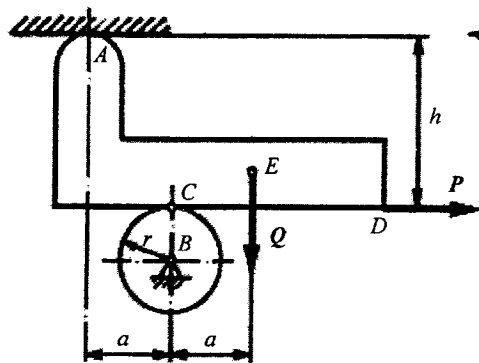
$$P_{\max} = Q \frac{r(fhk - 2ak - afr - frk)}{rk - ar - hk}.\tag{6.120}$$

### 6.5.1.11. Переміщення вантажів на котках і колесах

а) Переміщення на котках

В практиці важкі конструкції чи вантажі переміщують по

a)



б)

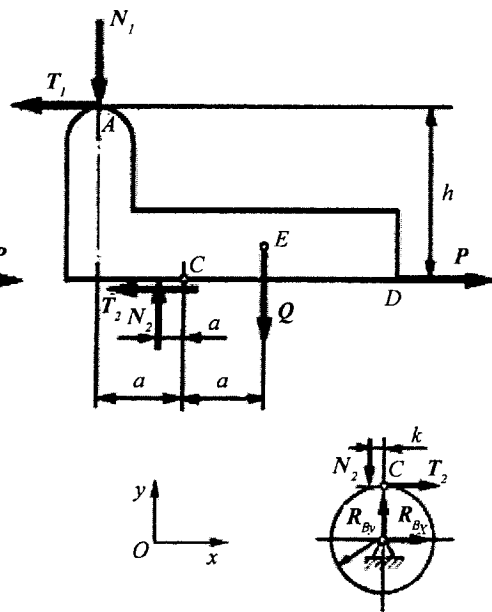


Рис.6.22. Розрахункова схема платформи

Таблиця 6.2. Коефіцієнти тертя кочення

Колесо	Основа	$k$ , мм
Деревина	Деревина	0,5 ... 0,6
Сталь	Сталь	0,05
Чавун	Чавун	0,05
Деревина	Сталь	0,3 ... 0,4
Гартована сталь (кулька)	Сталь	0,01

котках. Приклад переміщення крупногабаритного вантажу 1 наведено на (рис.6.23а), а схема зусиль, що виникають на поверхнях контакту котків 2 з нижньою площиною блоку 1 та

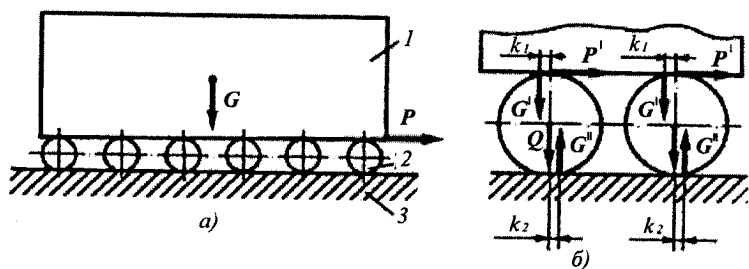


Рис.6.23. Переміщення на котках

основою 3, показана на (рис.6.23б).

Зокрема на (рис.6.23а) і (рис.6.23б) позначено через  $P$  – рушійну силу,  $G$  – вагу вантажу,  $Q$  – вагу котка,

$G' = \frac{G}{n}$ ,  $G'' = G' + Q$ ,  $n$  – кількість котків,  $k_1$  і  $k_2$  – коефіцієнти тертя кочення.

Вантаж знаходитиметься в рівновазі, якщо сумарний момент

$M_p$  рушійних сил буде рівним сумарному моменту  $M_o$  сил опору.  
Відповідно

$$M_p = \frac{2P}{Rn}, \quad M_o = G'k_1 + G''k_2, \quad (6.121)$$

де  $R$  – радіус котка.

Прирівнюємо їх

$$\frac{2P}{Rn} = \frac{G}{n}k_1 + \frac{G + Qn}{n}k_2. \quad (6.122)$$

Звідси

$$P = \frac{Gk_1 + (G + Qn)k_2}{2R}. \quad (6.123)$$

Якщо  $Q \ll G$ , то

$$P = f_k G, \quad (6.124)$$

де  $f_k = \frac{(k_1 + k_2)}{2R}$  – опір перекочуванню.

**Приклад 6.** Пливу вагою  $Q = 300\text{Н}$  встановлено з метою переміщення на двох котках радіусом  $r = 50\text{мм}$  (рис.6.24а). Обчислити величину горизонтальної сили  $P$ , яку слід прикласти до плити, що її перемістити. Коефіцієнт опору коченню котків по плиті  $k_1 = 0,5\text{ мм}$ , а котків по підлозі  $k_2 = 1\text{ мм}$ .

**Розв'язок.** Сили, що діють на лівий коток зображено на (рис.6.24б). Запишемо рівняння моментів всіх сил, що діють на коток, відносно довільної точки



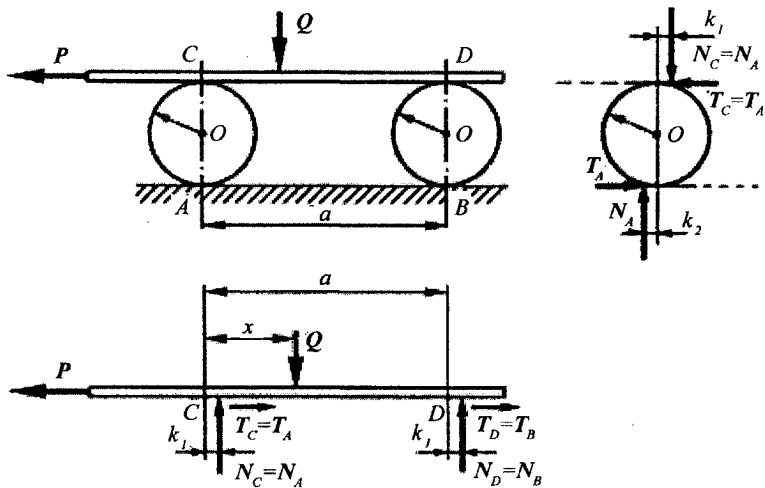


Рис.6.24. Схема дії сил при переміщенні на котках

$$N_A f_1 + N_A f_2 = T_A 2r . \quad (6.125)$$

Для правого котка буде подібно

$$N_B f_1 + N_B f_2 = T_B 2r . \quad (6.126)$$

Із рівняння суми проекцій на горизонтальну площину отримується, що

$$T_A = T_C \text{ та } T_B = T_D . \quad (6.127)$$

З рівноваги сил, що діють на плиту, слідує, що

$$N_C = N_D = N_A + N_B = Q , \quad P = T_C + T_D = T_A + T_B . \quad (6.128)$$

Враховуючи попередні співвідношення, отримується

$$P = \frac{k_1 + k_2}{2r} (N_A + N_B) = \frac{f_1 + f_2}{2r} Q = \frac{0,5 + 1}{2 \cdot 50} 300 = 4,5 \text{ Н.}$$

### б) Переміщення на колесах

Величезна кількість транспортних засобів (автотранспорт – легковий і вантажний; залізничний рухомий склад – локомотиви, вагони, дрезини; трамвайні вагони; різні технологічні візки; мотоцикли, велосипеди і ін.) пересувається по земній поверхні чи по рейках завдяки застосуванню коліс.

З точки зору механіки контактної-фрикційної взаємодії (англ. "friction" – тертя) опір переміщенню виникає внаслідок тертя в опорах (ковзання чи кочення) та тертя обводу коліс з поверхнею.

Розглянемо, зокрема, рух залізничного вагону по рейках

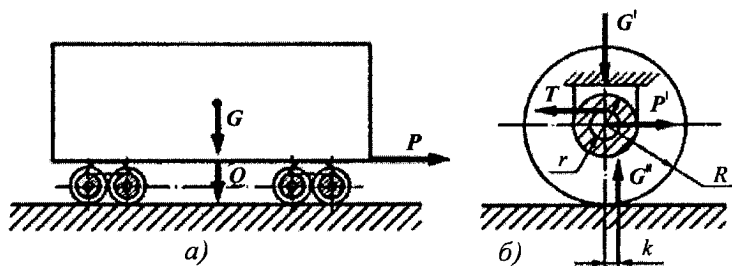


Рис. 6.25. Схема дії сил при переміщенні вагону на колесах (рис.6.25а).

На рис.6.25 позначено:  $G$  – вага вагону з вантажем;  $G' = G/8$  – вага, що припадає на одне колесо;  $Q$  – вага коліс з осями;  $T = fG$  – сила тертя в одній буксі;  $G' = (G+Q)/8$ ;  $P'$  – рушійна сила;  $P' = P / 8$ .

З умови рівноваги моменту рушійної сили і моментів сил опору ковзання і коченню можливо обчислити величину сили  $P$ .  
Величини моментів

$$M_P = P'R, M_{\text{ковз}} = fG'r, M_{\text{коч.}} = G''k, \quad (6.129)$$

$$P'R = fG'r + G''k. \quad (6.130)$$

Звідси

$$P = (fG'r + (G + Q)k)R. \quad (6.131)$$

Оскільки вага коліс є суттєво меншою ваги вагону, а тим більше завантаженого вантажем, то тоді

$$P = f_k G, \quad (6.132)$$

де  $f_k = \frac{(fr + k)}{R}$  – зведений коефіцієнт тертя.

**Приклад 7.** Залізничний вагон вагою  $Q = 200$  кН та відстанню між осями  $2a = 5000$  мм встановлено на гірці (похилих рейках) із змінним кутом нахилу  $\alpha$  (рис.6.26а). Визначити кут  $\alpha$ , на який може бути похилена гірка, щоб вагон утримався на ній в таких випадках:

- 1) Колеса не загальмовано,
- 2) Загальмовано тільки праві колеса,
- 3) Загальмовано тільки ліві колеса,
- 4) Загальмовано всі колеса.

Дані для обчислень:  $r = 300$  мм,  $a = 2500$  мм,  $h = 2000$  мм,  $k = 0,1$  мм,  $f = 0,2$ .

Розв'язок.

**Випадок 1.** На вісь кожного колеса діє вертикальна сила  $P$  та реакція рейки з двома складовими  $N$  і  $T$  (рис.6.26б). Записуємо рівняння моментів сил відносно точки прикладання сил  $N$  і  $T$

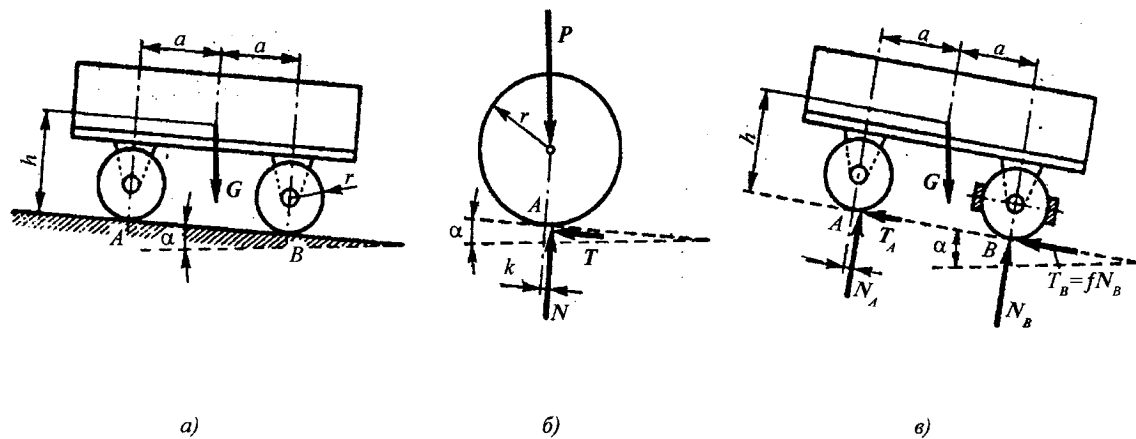


Рис.6.26. Схема дії сил на вагон, встановлений на гірці

$$\sum M_{iA} = P \cos \alpha \cdot k - P \sin \alpha \cdot r = 0 . \quad (6.133)$$

Звідси

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{r} = \frac{0,1}{300} = 0,00033 , \quad \alpha = 1' 10'' . \quad (6.134)$$

Тобто при  $\alpha > 1' 10''$  вагон почне скочуватись з гірки (при відсутності тертя в підшипниках).

Випадок 2. Між колесами і рейками виникає тертя ковзання, тобто в т.В (праві колеса), а ліві колеса можуть вільно котитися по рейках.

$$T_B = fN_B . \quad (6.135)$$

Систему сил, що виникають в цьому випадку, представлено на (рис.6.26в). Укладемо рівняння рівноваги ваги моментів всіх сил відносно т.В

$$\sum M_{iB} = 0 , \quad -N_A \cdot 2a - Gh \sin \alpha + Ga \cos \alpha = 0 . \quad (6.136)$$

Звідси

$$N_A = \frac{G}{2} \cos \alpha - \frac{Gh}{2a} \sin \alpha , \quad (6.137)$$

отже

$$T_A = \frac{k}{r} N_A = \frac{kG}{2r} \cos \alpha - \frac{khG}{2ra} \sin \alpha . \quad (6.138)$$

З рівняння проєкцій сил на вісь, перпендикулярну до рейок, отримується

$$N_B = G \cos \alpha - N_A = \frac{G \cos \alpha}{2} + \frac{Gh}{2a} \sin \alpha . \quad (6.139)$$

В граничному випадку рівноваги

$$T_B = N_B f = \frac{G}{2} \left( \cos \alpha + \frac{h}{a} \sin \alpha \right) f , \quad (6.140)$$

а з рівняння проєкцій сил на перпендикулярну до рейок вісь

$$T_A + T_B = G \sin \alpha . \quad (6.141)$$

Після підстановки попередніх результатів отримується

$$\frac{kG}{2r} \cos \alpha - \frac{khG}{2ra} \sin \alpha + \frac{G}{2} f \cos \alpha + \frac{hfG}{2a} \sin \alpha = G \sin \alpha . \quad (6.142)$$

Звідси

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ka + raf}{2ar - kh + rhf} = 0,109, \text{ тоді } \alpha = 6^\circ 13' . \quad (6.143)$$

Випадок 3. В цьому випадку система сил буде аналогічною як на рис.6.26в. З рівнянь рівноваги отримаємо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ka + raf}{2ar + kh - rhf} = 0,093, \text{ тоді } \alpha = 5^{\circ} 20' . \quad (6.144)$$

**Випадок 4.** Якщо всі колеса загальмовано, то гранична величина кута  $\alpha$  визначається з умови

$$\operatorname{tg} \alpha = f = 0,2, \text{ а звідси } \alpha = 11^{\circ} 20' . \quad (6.145)$$

## 6.6.2. Дослідження процесу зношування при терті ковзання

### 6.6.2.1. Трибосистеми ковзання обертового руху а) Підшипник ковзання

Підшипники ковзання знаходять достатньо широке застосування в техніці. Нижче наведено метод дослідження зношування триботехнічної системи такого виду, розрахункова схема якої зображена на (рис.6.27).

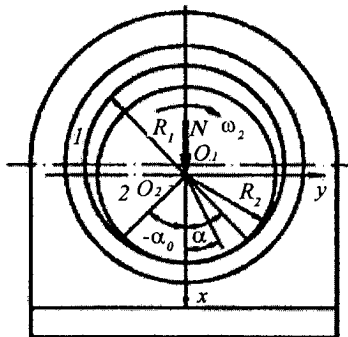


Рис.6.27.Схема підшипника ковзання

Вал 2 радіуса  $R_2$ , що обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega_2 = \text{const}$ , знаходиться у втулці 1, радіуса  $R_1 > R_2$ . Підшипник сприймає радіальне навантаження  $N$ . Між валом і втулкою є гарантований радіальний зазор  $\epsilon = R_1 - R_2 > 0$ .

Матеріали елементів підшипника мають неоднакові пружні властивості та неоднаковий опір зношуванню.

Попередньо в підрозділі 6.4 розглянуто рівняння зношування, які застосовуються в науковій літературі для дослідження процесу зношування при терті ковзання. В подальших дослідженнях використаємо рівняння типу (6.12)

$$\gamma_k = \frac{dh_k}{dt} = v C_k [fp(\alpha, t, h)]^{m_k}, \quad (6.146)$$

де характеристики зносостійкості  $C$ ,  $m$  матеріалів пари тертя визначаються на основі експериментальних досліджень зношування;  $v = \omega R_2$  – швидкість ковзання;  $t$  – час зношування;  $k$  – нумерація елементів трибосистеми.

Після розділення змінних та інтегрування, отримаємо рівняння довговічності (ресурсу) елементів трибосистеми (підшипника)

$$t_k = C_k^{-1} v^{-1} \int_0^{h_{k*}} [fp(\alpha, t, h)]^{-m_k} dh_k, \quad (6.147)$$

де  $h_{k*}$  – допустиме (граничне) радіальне зношування елементів.

В загальному вид функції змінних контактних тисків  $p(\alpha, t, h)$  під час зношування є невідомим. Його можна представити так:

$$p(\alpha, t, h) = p(\alpha) \pm p(\alpha, h), \quad (6.148)$$

де  $p(\alpha)$  – початкові контактні тиски;  $p(\alpha, h)$  – приріст (зниження) початкових тисків внаслідок зношування елементів (втулки 1 і валу 2) підшипника.

Відомо чимало представлень функції початкових тисків



$p(\alpha)$ . Використаємо такого виду функцію:

$$p(\alpha) \approx E \varepsilon \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_0}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \quad (6.149)$$

де  $2\alpha_0$  – початковий кут контакту,

$$E = \frac{e \cos^2(\alpha_0/4)}{R_2}, \quad e = \frac{4E_1E_2}{Z}, \quad (6.150)$$

$$Z = (1 + \kappa_1)(1 + \mu_1)E_2 + (1 + \kappa_2)(1 + \mu_2)E_1, \quad \kappa = 3 - 4\mu,$$

$E_k, \mu_k$  – відповідно модулі Юнга та коефіцієнти Пуасона матеріалів елементів підшипника.

Невідомий півкут контакту  $\alpha_0$  при заданому навантаженні  $N$  визначається шляхом пошуку розв'язку такого рівняння:

$$N = 4\pi R_2 E \varepsilon \sin^2 \frac{\alpha_0}{4}. \quad (6.151)$$

Приймається, що зміна  $p(\alpha, h)$  початкових тисків залежатиме від двох змінних – лінійних зношень  $h_k$  елементів підшипника та півкута контакту  $\alpha_{oh}$  при зношуванні.

$$p(\alpha, h) \approx EC_h \varepsilon_h \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{oh}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}. \quad (6.152)$$

Параметр  $\varepsilon_h = \pm h_1 \pm h_2$  враховує умови контакту, які реалізуються при зношуванні елементів підшипника. Від нього залежить, чи в рівнянні (6.148) перед  $p(\alpha, h)$  буде знак “плюс”

чи “мінус”. Знаки при  $h_1$  і  $h_2$  вибираються, виходячи з того як зношування впливає на контактні тиски. Якщо тиск при зношуванні елемента збільшується, то знак при відповідному  $h$  повинен бути “плюс”, якщо ж він зменшуватиметься, то слід прийняти знак “мінус”.

В досліджуваному підшипнику при зношуванні втулки і валом тиск зменшуватиметься і тому матимемо  $-h_1$ , а при зношуванні валу у втулці – він зростатиме, тобто буде  $+h_2$ . Отже тоді  $\epsilon_h = -h_1 + h_2$ .

В підшипнику кожен з елементів зношується по неоднаковій поверхні – вал по контуру, тобто по колу  $2\pi R_2$ , а втулка по дузі  $2\alpha_0 R_1$ . З метою врахування цих умов зношування елементів вводиться коефіцієнт взаємного перекриття  $K_b = A / A_T$ , де  $A_T$  – поверхня зношування,  $A$  – поверхня (область) контакту. Для втулки  $A_{T1} = A_1 \approx 2\alpha_0 R_1 b$  ( $b$  – ширина втулки), а для валу  $A_{T2} = 2\pi R_2 b$ ,  $A_2 = 2\alpha_0 R_1$ . Тоді  $K_b^{(1)} = 1$ ,  $K_b^{(2)} = \alpha_0 / \pi$ .

З врахуванням вищеподаного при  $h_1 = h_2$

$$\epsilon_h = \pm h_1 K_b^{(1)} \pm h_2 K_b^{(2)} = h(\pm K_b^{(1)} \pm K_b^{(2)}) . \quad (6.153)$$

У випадку, коли матеріали елементів підшипника мають неоднакову зносостійкість, тобто тоді  $h_1 \neq h_2$ , попередній вираз прийме вид

$$\epsilon_h = h_1(\pm K_b^{(1)} \pm h'_1) = h_2(\pm K_b^{(2)} \pm h'_2) = h_k(\pm K_b^{(k)} \pm h'_k) , \quad (6.154)$$

$$\text{де } h'_1 = \frac{h_2}{h_1} , h'_2 = \frac{h_1}{h_2} .$$

Згідно (6.146) максимальні лінійні зношування обчислюються так:

$$h_1 = v t C_1 \tau^{m_1}, \quad h_2 = v t C_2 \tau^{m_2}, \quad (6.155)$$

де  $\tau = f p(0, t, h)$  – максимальна питома сила тертя,  $p = (0, t, h)$  – максимальний тиск, змінний в процесі зношування.

Тоді вирази для  $h_1$  і  $h_2$  матимуть вид

$$h_1' = \frac{h_2}{h_1} = \frac{C_2 \tau_0^{m_2}}{C_1 \tau_0^{m_1}} K_b^{(2)}, \quad h_2' = \frac{h_1}{h_2} = \frac{C_1 \tau_0^{m_1}}{C_2 \tau_0^{m_2}} K_b^{(1)}, \quad (6.156)$$

де  $\tau_0 = f p(0, 0, 0)$  – максимальна питома сила тертя (при  $\alpha = 0$ ), що діє в початковий момент процесу зношування, тобто при  $t = 0$ ,  $h = 0$ ;  $\tau_0 = f E \varepsilon \operatorname{tg}(\alpha_0 / 2)$  – за (6.149).

Для визначення невідомих півкутів  $\alpha_{oh}$  трибоконтакту, які змінюються при зношуванні елементів підшипника, використовується рівняння виду (6.150), де враховується зміна умов контакту внаслідок зношування, тобто

$$N = 4\pi R_2 E (\varepsilon + C_h \varepsilon_h) \sin^2 \frac{\alpha_{oh}}{4}. \quad (6.157)$$

З врахуванням функцій (6.149) і (6.152) рівняння ресурсу після інтегрування матиме вид

$$t_k = \frac{B_k}{v C_h S_h K_b^{(k)} (1 \pm h_k' / K_b^{(k)}) (1 - m_k)} \left\{ (S\varepsilon)^{1-m_k} - (S\varepsilon + C_h S_h \varepsilon_h)^{1-m_k} \right\}, \quad (6.158)$$

де

$$B_k = C_k^{-1}, \quad S = f E \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_0}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{f p(\alpha)}{\varepsilon},$$

$$S_h = f E \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{oh}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{f p(\alpha, h)}{\varepsilon_{h*}},$$

$\varepsilon_{h*} = h_{k*} K_b^{(k)} (\pm 1 \pm h'_k / K_b^{(k)})$ ,  $h_{k*}$  – допустиме зношування елемента.

Рівняння виду (6.158) при  $C_h = 1$  достатньо коректно описує кінетику зношування при малих зношуваннях  $h_k$ , які будуть одного порядку з величинами пружних деформацій, тобто порядку сотих міліметра. Поскілки в підшипниках ковзання допустиме зношування  $[h_k] \leq 0.2$  мм, то з метою обчислення їх довговічності в рівняння (6.158) вводиться коригуючий коефіцієнт  $C_h < 1$ , який має таку структуру:

$$C_h = K_h \frac{\alpha_{oh}}{D_2 \alpha_0},$$

де  $K_h$  – трансформанта зношування, яка вибирається емпірично в залежності від умов зношування, конструкції трибосистеми ковзання, матеріалів; тут  $K_h = 2.6$ .

Як правило при обчисленні довговічності підшипника приймаються максимальні контактні тиски, які виникають в перерізі при  $\alpha = 0$ , тобто

$$p(0) = E \varepsilon \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_0}{2} \right), \quad p(0, h) = E \varepsilon_h C_h \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{oh}}{2} \right). \quad (6.159)$$

Максимальні лінійні (радіальні) зношування елементів підшипника пов'язані наступними залежностями:

— задано  $h_1$ , тоді  $h_2 = \frac{h_1 h'_1}{K_b^{(1)}}$ , (6.160)

— задано  $h_2$ , тоді  $h_1 = \frac{h_2 h'_2}{K_b^{(2)}}$ .

Із рівняння довговічності при заданому граничному ресурсі  $t_*$  підшипника легко обчислюються величини лінійних зношувальних елементів за такою формулою:

$$h_k = \left| \frac{1}{C_h S_h K_b^{(k)} (1 \pm h'_k / K_b^{(k)})} \left[ 1 - m_k \sqrt{\frac{M_k (S\varepsilon)^{1-m_k} - t_*}{M_k}} - (S\varepsilon) \right] \right|, \quad (6.161)$$

де  $M_k = \frac{B_k}{v C_h S_h (1 - m_k) K_b^{(k)} (1 \pm h'_k / K_b^{(k)})}$ .

**Приклад 8:** Обчислити довговічність  $t_1$  втулки підшипника ковзання та зношування  $h_2$  вала для таких вихідних даних: (тертя із змазкою);  $h_1 K_b^{(1)} = 0,2$  мм,  $\mu = 0,1$  МН,  $v = \omega R_2$ ;  $\omega = 100$  с<sup>-1</sup>;  $f = 0,05$ ;  $R_2 = 25$  мм;  $E_1 = 1,2 \cdot 10^5$  МПа,  $E_2 = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu_1 = 0,34$ ,  $\mu_2 = 0,3$ ;  $K_b^{(1)} = 1$ ;  $K_b^{(2)} = \alpha_0 / \pi$ ;  $\varepsilon_h = -h_1(1 - h'_1)$ ,  $1 - h'_1 = 1 - h'_2$ ,  $\varepsilon = 0,2$  мм; матеріалом втулки вибрано олов'янисту бронзу, для якої  $B_1 = 6,5 \cdot 10^9$  (МПа)<sup>m<sub>1</sub></sup>, матеріалом валу – гартовану сталь, для якої  $B_2 = 10,3 \cdot 10^9$  (МПа)<sup>m<sub>2</sub></sup>;  $m_1 = 0,85$ ;  $m_2 = 0,6$

Розв'язування.

1) За рівнянням (6.151) півкут початкового контакту  $\alpha_0$  шукається методом його підбору вручну чи з використанням комп'ютера при заданому значенні  $N$ .

2) Визначаються значення чинників  $h'_1$  чи  $h'_2$  згідно (6.156).

3) За рівнянням (6.157) півкут трибоконтакту  $\alpha_{oh}$  шукається таким самим методом, як півкут контакту  $\alpha_0$ .

4) Згідно виразу (6.158) для  $\alpha = 0$ , покладаючи в  $\epsilon_h$ ,  $h_1 K_b^{(1)} = 0.2$  мм, обчислюється ресурс  $t_1$  роботи підшипника.

5) За формулою (6.161) визначається зношування  $h_2$  вала, яке відбувалось по всьому його контуру протягом часу  $t_1$ .

В результаті чисельного розв'язку задачі встановлено, що  $t_1 = 101,7$  год, а  $h_2 = 0.055$  мм.

### 6) Під'ятник ковзання

Раніше було подано, що під'ятники можуть бути із суцільною, кільцевою та гребінчатою опорними плоскими поверхнями. Це означає, що в процесі їх зношування при роботі підшипника не відбувається зміни вихідної площі зношування. З практики відомо, що після певного часу припрацювання, контактні тиски можна вважати приблизно рівномірно розподіленими по всій поверхні, зокрема це спостерігається в під'ятниках з кільцевою та гребінчатою опорними поверхнями. В під'ятниках із суцільною поверхнею контакту внаслідок суттєво різних швидкостей ковзання  $0 \leq v \leq v_{\max}$  по діаметру п'яти швидкість зношування  $\gamma$  кожного із елементів, як слідує із рівняння (6.146), навіть при  $p = \text{const}$ , теж буде суттєво різною. Практично центральна частина п'яти не зазнаватиме зношування, тоді як її периферійна частина, де  $v = v_{\max}$ , буде зношуватись з максимальною швидкістю.

З огляду на цей факт конструктивно є доцільним в під'ятниках використовувати кільцеві та гребінчаті опорні поверхні. Проведемо дослідження зношування цих під'ятників поклавши, що контактні тиски після припрацювання залишаються постійними, тобто

$$p = \frac{N}{A} = \text{const} \quad , \quad p = \frac{N}{nA} = \text{const} \quad , \quad (6.162)$$

де  $A = \frac{\pi(d_1^2 - d^2)}{4}$  – опорна площа поверхні кільцевої п'яти,  $n$  – кількість гребенів у гребінчатій п'яті.

Приймається також, що у гребінчатій п'яті тиски на окремих гребенях після припрацювання вирівнюються, а їх зношування буде відбуватись з однією швидкістю по всій поверхні (поверхнях) контакту.

Враховуючи прийняті припущення, отримаємо з (6.146), що

$$\gamma_k = \frac{v C_k N}{n A} , \quad (6.163)$$

де  $v = \omega_2 R_{зв}$ ,  $R_{зв} = 0,333 \left[ (d^3 - d_0^3) / (d^2 - d_0^2) \right]$  – зведений радіус тертя.

Згідно (6.159) отримується простий вираз для довговічності

$$t_k = \frac{h_{k*} n A}{v f N C_k} . \quad (6.164)$$

З огляду на те, що коефіцієнти взаємного перекриття елементів підп'ятника  $K_b^{(1)} = K_b^{(2)}$ , у випадку різних матеріалів лінійні зношування згідно (6.160) пов'язуються взаємно так:

$$h_1 = h_2 h_2' , \quad h_2 = h_1 h_1' , \quad (6.165)$$

де

$$h_1' = \frac{C_2 (f N)^{m_2} (n A)^{m_1}}{C_1 (f N)^{m_1} (n A)^{m_2}} = \frac{C_2 \tau_o^{m_2}}{C_2 \tau_o^{m_1}} , \quad (6.166)$$

$$h_2' = \frac{C_1 (f N)^{m_1} (n A)^{m_2}}{C_2 (f N)^{m_2} (n A)^{m_1}} = \frac{C_2 \tau_o^{m_1}}{C_2 \tau_o^{m_2}} .$$

Із формули (6.164) легко отримати вираз для обчислення лінійного зношування елементів підп'ятника при заданому ресурсі  $t_*$  його роботи

$$h_k = \frac{v f N C_k t_*}{n A} . \quad (6.167)$$

### 6.5.6.2. Трибосистеми ковзання поступального руху (напрявні)

#### а) Циліндрична напрямна

У випадку, коли елементи циліндричної системи (рис.6.28) знаходяться у відносному зворотньо-поступальному русі, то вона називається напрямною.

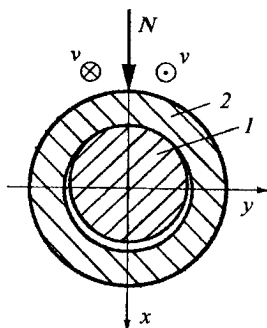


Рис.6.28. Циліндрична напрямна

Дослідження зношування такої трибосистеми проводиться як розглянуто вище. Тиск в процесі зношування обчислюється за рівнянням (6.148), яке в даному випадку є таким:

$$p(\alpha, t, h) = p(\alpha) - (\alpha, h) . \quad (6.168)$$

Всі викладки, що стосуються методів визначення функцій  $p(\alpha)$  та  $p(\alpha, h)$ , є такими ж як і попередньо. В напрямній обидва елементи (основа 1 і повзун 2) зношуються теж по різних площах,



тобто  $K_b^{(2)} = 1$ ;  $K_b^{(1)} = (0,01 \dots 0,1) K_b^{(2)}$ .

Тому у формулах для розрахунку довговічності  $t_k$  та лінійних зношувань  $h_k$  це слід враховувати.

**Приклад 9.** При вихідних даних, вказаних в попередньому прикладі, обчислити ресурс  $t_1$  повзуна та зношування  $h_2$  основи. Врахувати, що  $v = 0,05$  м/с;  $f = 0,1$  (пластична змазка);  $K_b^{(1)} = 1$ ;  $K_b^{(2)} = 0,1$ ;  $\epsilon_n = -h_1(1 + h'_1)$ ;  $(1 \pm h'_1 / K_b^{(1)}) \cong 1 + h'_1$ ; матеріал циліндричної основи – сталь (гартування + відпуск), для якої  $C_1 = 1,09 \cdot 10^{-10}$  (МПа) $^{-m_1}$ ;  $m_1 = 0,76$ ;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu = 0,3$ ; матеріал для кільця (повзуна) – сірий чавун, для якого  $C_2 = 2,2 \cdot 10^{-10}$  (МПа) $^{-m_2}$ ,  $m_2 = 0,65$ ;  $E_2 = 10^5$  МПа;  $\mu_2 = 0,3$ .

**Розв'язування.** Послідовність розв'язку цієї задачі є ідентичною до вищезгаданої. В результаті обчислень отримано, що  $t_1 = 1020$  год,  $h_2 = 0,0097$  мм.

### б) Плоска напрямна

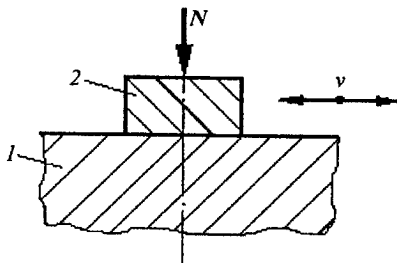


Рис. 6.29. Схема плоскої напрямної

В цьому випадку контактні тиски  $p = \frac{N}{A} = \text{const}$  протягом всього періоду зношування. Тому задача суттєво спрощується.

Однак, як і попередньо,  $K_b^{(1)} \neq K_b^{(2)}$ . Тоді матимемо, що

$$\gamma_k = \frac{d h_k}{d t_k} = v C_k f p , \quad (6.169)$$

$$t_k = \frac{h_{k*}}{v f p C_k} , \quad (6.170)$$

$$h_1 = \frac{h_2 h_2'}{K_b^{(2)}} , h_2 = \frac{h_1 h_1'}{K_b^{(1)}} , \quad (6.171)$$

де

$$h_1' = \frac{C_2 (f p)^{m_2}}{C_1 (f p)^{m_1}} K_b^{(2)} , h_2' = \frac{C_1 (f p)^{m_1}}{C_2 (f p)^{m_2}} K_b^{(1)} . \quad (6.172)$$

Із (6.170) отримується формула для розрахунку лінійних зношувань

$$h_k = v f p C_k t_* . \quad (6.173)$$

### в) Клинчата напрямна

Приймається, що контактні тиски на обох поверхнях є сталими в процесі зношування, тобто

$$p = \frac{N}{2 \bar{A} \sin 2\alpha} , \quad (6.174)$$

де  $\bar{A}$  – площа бічної поверхні контакту.

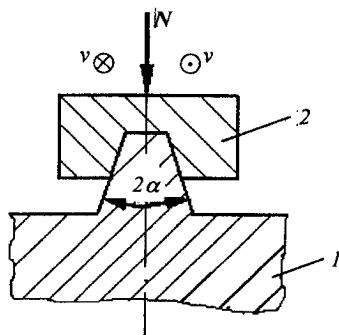


Рис.6.30. Схема клинчастої напрямної

В цій напрямній, як і в попередніх,  $K_b^{(1)} \neq K_b^{(2)}$ , де  $K_b^{(2)} = 1$ .

Дослідження зношування, тобто визначення довговічності  $t_k$  елементів напрямної при заданих допустимих зношуваннях  $h_{k*}$ , проводиться згідно (6.170), а встановлення величин лінійних зношувань  $h_k$  елементів при прийнятому ресурсі роботи напрямної  $t_*$ , – за формулою (6.173).

## **РОЗДІЛ 7**

# **ЗНОШУВАННЯ ТА ДОВГОВІЧНІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ**

У зубчастих передачах спостерігаються такі визначальні види поверхневого руйнування робочих профілів зубів як втомне викришування та зношування. Поряд із процесом втомного викришуванням зубів в різній мірі завжди виступає їх зношування, інтенсивність якого залежить від низки робочих чинників та умов експлуатації передач. Зношування зубів веде до зміни їх вихідного профілю, внаслідок чого знижується їх згинна міцність, зростає динамічність роботи передачі та збільшується шум. У кінцевому результаті воно є причиною того, що після досягнення певного граничного зношування зубів доводиться відмовлятися від подальшої експлуатації передачі.

### **7.1. Метод оцінки зношування зубчастих передач**

Зношування зубів зумовлено силами тертя ковзання, що виникають на їх робочих поверхнях у процесі взаємного контакту в умовах тертя кочення з проковзуванням.

#### **7.1.1. Модель кінетики зношування зубів**

Для описання зношування використовується система лінійних диференціальних трибокінетичних рівнянь

$$\frac{1}{v} \frac{dh_k}{dt} \Phi_k(\tau) = 1, \quad k = 1; 2 \quad (7.1)$$

де  $\Phi(\tau)$  – інтегральна функція зносостійкості матеріалів у прийнятій парі тертя при заданих умовах тертя, побудова якої здійснюється за апроксимаційним співвідношенням певного виду згідно результатів експериментальних трибологічних досліджень.

З метою одержання співвідношення для обчислення лінійного зношування  $h$  чи довговічності  $t$  слід, врахувавши вигляд функції  $\Phi(\tau)$ , провести розділення змінних та інтегрування системи (7.1).

Питома сила тертя  $\tau$  визначається, застосовуюючи відомий закон Кулона,

$$\tau = fp, \quad (7.2)$$

де контактні тиски  $p$  можуть залишатись незмінними в процесі зношування елементів трибосистеми чи змінюватись у результаті їх зношування (наприклад, як у зубчастих передачах).

Для виготовлення зубчастих передач використовуються, як правило, матеріали із високою міцністю та зносостійкістю. У зв'язку з цим для апроксимації дослідних значень функції зносостійкості  $\Phi_k(\tau_k)$  матеріалів слід застосувати наступне співвідношення:

$$\Phi_k(\tau) = C_k \left( \frac{\tau_s}{\tau} \right)^{m_k}, \quad (7.3)$$

де  $C_k, m_k$  – характеристики зносостійкості матеріалів трибопари для прийнятих трибологічних умов;  $\tau_s$  – границя міцності матеріалів на зріз.

Згідно з гіпотезою Треска-Сен-Венана

$$\tau_s = \sigma_{0,2}/2, \quad (7.4)$$

де  $\sigma_{0,2} = 0,7\sigma_b$  – умовна границя пластичності досліджуваного матеріалу при розтягу;  $\sigma_b$  – границя його міцності на розтяг.

Дослідні значення функції зносостійкості  $\Phi_i(\tau_i)$  матеріалів зубів обчислюються так:

$$\Phi_i(\tau_i) = L / h_i, \quad (7.5)$$

де  $h_i$  – дослідні значення лінійного зношування матеріалів,  $i$  – ступені навантаження.

З врахуванням (7.2), (7.3) та після розділення змінних і інтегрування системи (7.1) отримується, що

$$t_k = \frac{C_k \tau_s^{m_k}}{v} \int_0^{h_k} \tau^{-m_k} dh_k, \quad m_k > 0. \quad (7.6)$$

Якщо контактний тиск  $p$ , а відповідно, і питомі сили тертя  $\tau$  не змінюються у трибопроцесі, то розв'язок рівняння (7.6) є простим

$$t_k = \frac{C_k}{v} \left( \frac{\tau_s}{\tau} \right)^{m_k} h_k. \quad (7.7)$$

Звідси отримується співвідношення для оцінки зношування елементів трибосистеми

$$h_k = \frac{vt_k}{C_k} \left( \frac{\tau}{\tau_s} \right)^{m_k}. \quad (7.8)$$

Якщо ж тиск  $p \neq \text{const}$  в трибопроцесі, то спочатку слід встановити його функціональну залежність від лінійного зношування  $h_k$  елементів системи, а в наступному провести необхідні математичні операції, щоб із рівняння (7.6) отримати співвідношення для довговічності  $t$ .

### 7.1.2. Параметри контакту зубів

Для їх оцінки застосовуються відомі формули Герца

$$2b = 2,256\sqrt{\theta N' \rho_z}, \quad (7.9)$$

$$p_{\max}^{(H)} = 0,564\sqrt{\frac{N'}{\theta \rho_z}}, \quad (7.10)$$

де  $2b$  – ширина площадки контакту;  $p_{\max}^{(H)}$  – максимальний

контактний тиск;  $0 \leq p^{(H)} \leq p_{\max}^{(H)}$ ;  $\theta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}$ ;

$\mu_1, \mu_2$  – коефіцієнти Пуасона матеріалів;  $E_1, E_2$  – модулі Юнга;  $N' = N/l$  – зведена сила, що діє в зачепленні;  $l$  – довжина лінії

контакту;  $\rho_z = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$  – зведений радіус кривизни;  $\rho_1, \rho_2$  –

змінні вздовж контурів зубів радіуси кривизни.

Для однакових матеріалів зубчастих коліс формули (7.9), (7.10) матимуть вигляд

$$2b = 3,044\sqrt{\frac{N'}{E} \rho_z}, \quad (7.11)$$

$$p_{\max} = p_{\max}^{(H)} = 0,418\sqrt{\frac{N'E}{\rho_z}}. \quad (7.12)$$

Слід зазначити, що, оскільки радіуси кривизни профілів зубів змінюються вздовж їх бічної поверхні, то також і параметри контакту  $2b$  та будуть змінними в кожній  $j$ -ій точці контакту.

### 7.1.3. Контактні тиски в крайніх точках дотику зубів

Оскільки вершини зубів мають заокруглення радіуса  $r = (0,2 \dots 0,3)m$ , то схема взаємного контакту вершини з основою принципово відрізняється від схеми контакту робочих поверхонь зубів в точках, що віддалені від їх вершин (див. рис. 7.1).

У зв'язку з цим формули Герца (7.9)–(7.12) в крайніх точках контакту формально не можуть бути застосовані, оскільки кривизни поверхні зуба з правої і лівої сторони від крайньої точки контакту ( $r$  і  $\rho_{10}$ ) суттєво відрізняються. З метою оцінки

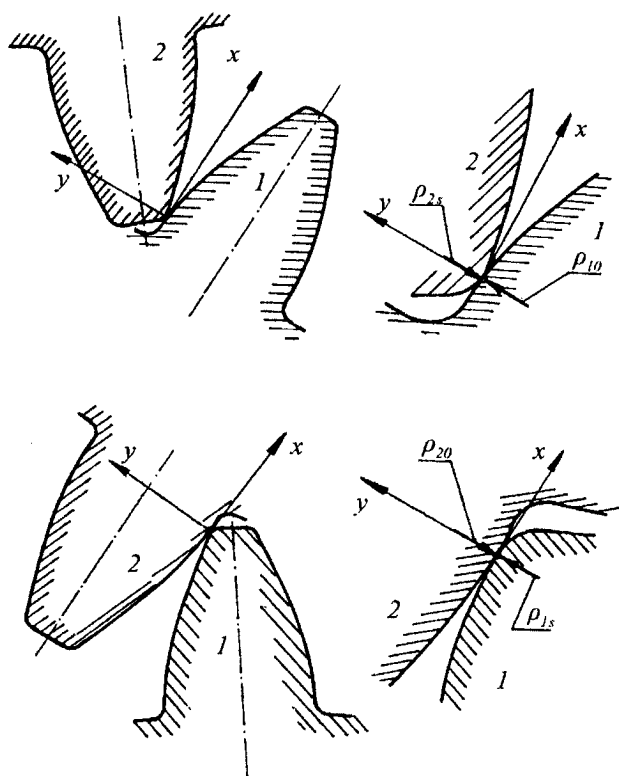


Рис. 7.1. Схема контакту зубів на вході (виході)



параметрів такого типу контакту криволінійних елементів (зубів) застосовується метод, поданий у літературі.

Нижче наведено необхідні відомості та залежності, за якими можна обчислити характеристики контакту, зокрема контактні тиски  $p_{\max}^{(A)}$ .

Для їх обчислення пропонується наступна формула:

$$p_{\max}^{(A)} = 0,334 \tilde{k}_{\max} (\sin \varphi_0)^{-1} \sqrt{N'A^{-1}E \left[ \left( \frac{A^+}{A^-} - 1 \right) \operatorname{tg} \varphi_0 \right]^{-1}}, \quad (7.13)$$

де  $E = 2E_1E_2/(E_1+E_2)$  – зведений модуль Юнга;

$$A^+ = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_{a_1} + \rho_{f_2}}{\rho_{a_1} \rho_{f_2}} \right), \quad A^- = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho + \rho_{f_2}}{\rho \rho_{f_2}} \right),$$

$$A^+ = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_{a_2} + \rho_{f_2}}{\rho_{a_2} \rho_{f_2}} \right), \quad A^- = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho + \rho_{f_1}}{\rho \rho_{f_1}} \right), \quad (7.14)$$

$\rho = r$  – радіус кривизни вершини зуба;  $\rho_{a_1} = \rho_{10}$  – радіус кривизни профілю зуба шестерні в першій точці контакту;  $\rho_{f_2} = \rho_{2s}$  – радіус кривизни профілю зуба колеса в останній точці контакту;  $\rho_{a_2} = \rho_{20}$  – радіус кривизни профілю зуба колеса в першій точці контакту;  $\rho_{f_1} = \rho_{1s}$  – радіус кривизни профілю зуба шестерні в останній точці контакту;

$$\tilde{k} = \sin \varphi \left( \frac{A^+}{A^-} \varphi_0 - \varphi_0 + \pi \right) + (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \left( \frac{A^+}{A^-} - 1 \right) \times$$

$$\times \ln \left| \sin \frac{\varphi + \varphi_0}{2} \left( \sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2} \right)^{-1} \right|, \quad 0 < \varphi_0 < \pi. \quad (7.15)$$

Кут  $\varphi_0$  визначається за рівнянням

$$\operatorname{tg} \varphi_0 - \varphi_0 = \pi \left[ \left( \frac{A^+}{A^-} \right) - 1 \right]^{-1}. \quad (7.16)$$

Кут  $\varphi$  визначається з умови

$$\varphi = \arccos \frac{x - b \cos \varphi_0}{b}, \quad (7.17)$$

де  $-b \leq x \leq b$  – координата області контакту (рис.7.1); ширина області контакту тут обчислюється за формулою

$$2b = \frac{2}{\sin \varphi_0} \sqrt{\frac{N'}{E \left[ \left( \frac{A^+}{A^-} \right) \operatorname{tg} \varphi_0 \right]^{-1}}}. \quad (7.18)$$

Для дискретних значень  $x$  обчислюються кути  $\varphi$ , а в наступному згідно із (7.15) – значення  $\tilde{k}$ . Ця процедура продовжується до того часу, поки не буде знайдено послідовним наближенням  $\tilde{k}_{\max}$ . Потім, згідно з (7.13), враховуючи всі параметри, обчислюються величини  $p_{\max}^{(A)}$  у крайніх точках контакту зубів. Крім того, можна знайти  $\tilde{k}_{\max}$  згідно із графіком, поданим на рис.7.2, залежно від відношення  $A^+/A^-$ .

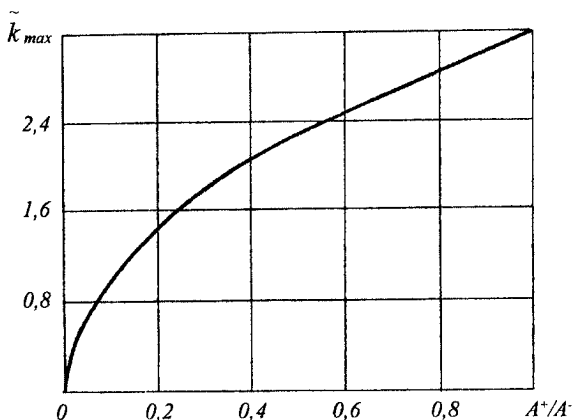


Рис. 7.2. Залежність  $\tilde{k}_{\max}$  від  $A^+/A$ .

#### 7.1.4. Кривизни профілю зубів

З метою визначення величин  $\rho_{j_{\max}}$  слід обчислити кривизни  $\rho_{1j}, \rho_{2j}$  кожного із профілів зубів у вибраних точках контакту для евольвентного зачеплення (рис. 7.3, 7.4).

Кривизни профілю зубів шестерні

$$\rho_{1j} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{1j}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, s, \quad (7.19)$$

де  $j = 0$  – точка входу зубів у зачеплення (перша точка лінії зачеплення),  $j = s$  – точка виходу зубів із зачеплення (остання точка лінії зачеплення);  $r_{b1}$  – радіус ділильного кола шестерні,

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha, \quad (7.20)$$

$$r_1 = \frac{mz_1}{2},$$

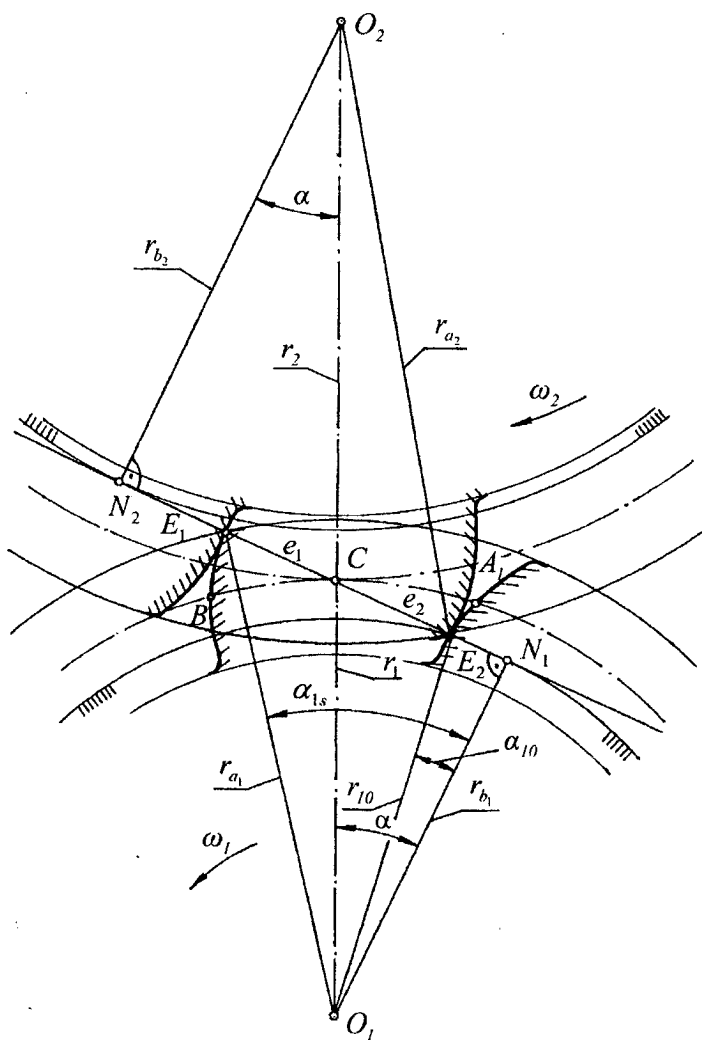


Рис.7.3. Параметры эвольвентного зацепления

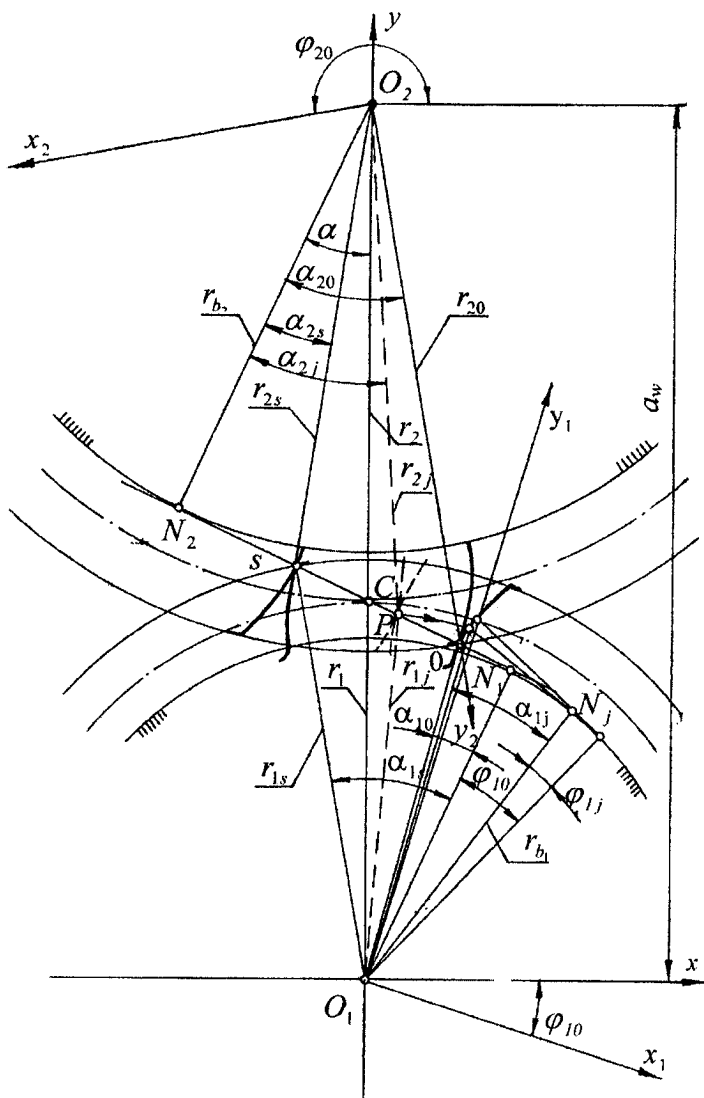


Рис.7.4. Параметри кінематики евольвентного зачеплення

$$\operatorname{tg} \alpha_{ij} = \operatorname{tg} \alpha + \widehat{\varphi}_{ij}, \quad (7.21)$$

$$\widehat{\varphi}_{ij} = \widehat{\varphi}_{i0} + j \Delta \varphi_i, \quad (7.22)$$

$$\widehat{\varphi}_{i0} = \operatorname{tg} \alpha_{i0} - \operatorname{tg} \alpha, \quad (7.23)$$

де  $\Delta \varphi_i$  – крок кута повороту рухомої системи координат  $x_1 0_1 y_1$ , що пов'язана із шестернею;  $j = 0, 1, 2, \dots$  – прирости кута  $\Delta \varphi_i$ ;  $m$  – модуль зачеплення;  $\alpha = 20^\circ$  – кут зачеплення

$$\operatorname{tg} \alpha_{i0} = (1 + u) \operatorname{tg} \alpha - \frac{u}{\cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{20}}{r_2}\right)^2 - \cos^2 \alpha}, \quad (7.24)$$

$$r_{20} = r_{a_2} - 0,2m, \quad r_2 = \frac{mz_2}{2}, \quad r_{a_2} = r_2 + m.$$

Кривизни профілю зубів зубчастого колеса

$$\rho_{2j} = r_2 \sqrt{\left(\frac{r_{2j}}{r_2}\right)^2 - \cos^2 \alpha}, \quad (7.25)$$

$$r_{2j} = \sqrt{a_w^2 - 2a_w r_{ij} \cos(\alpha - \alpha_{ij}) + r_{ij}^2}, \quad (7.26)$$

$$r_{ij} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{ij}}, \quad a_w = r_1 + r_2. \quad (7.27)$$

Кут, що вказує положення останньої точки на лінії зачеплення шестерні ( $j = s$ ), обчислюється за формулою

$$\operatorname{tg} \alpha_{1s} = \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1 \cos \alpha}\right)^2} - 1, \quad (7.28)$$

де  $r_{1s} = r_{a_1} - 0.2m$ ,  $r_{a_1} = r_1 + m$ .

Для веденого колеса ці кути знаходяться так:

$$\cos \alpha_{20} = \frac{r_2}{r_{20}} \cos \alpha, \quad (7.29)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{2s} \left(1 + \frac{1}{u}\right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{u \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1}\right)^2} - \cos^2 \alpha. \quad (7.30)$$

#### 4.1.5. Лінійне зношування зубів

На основі (7.8) формула для обчислення лінійного зношування зубів протягом їх одного оберту матиме вигляд:

$$h'_{lj} = \frac{v_j t'_k (fp_{j \max})^{m_1}}{C_1 (0.35 \sigma_b)^{m_1}}, \quad (7.31)$$

$$v_j = e_j (\omega_1 - \omega_2), \quad (7.32)$$

$$e_j = e_{2j} = r_2 \left[ \sqrt{\left(\frac{r_{2j}}{r_2}\right)^2 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha \right], \quad j = 0, 1, \dots, \text{т.С}, \quad (7.33)$$

$$e_j = e_{1j} = r_1 \left[ \sqrt{\left(\frac{r_{1j}}{r_1}\right)^2 - \cos^2 \alpha} - \sin \alpha \right], \quad j = \text{т.С}, \dots, s, \quad (7.34)$$

$$t'_k = \frac{t_k^* 2b}{z_k S_k} = \frac{60 \cdot 2b}{n_k z_k S_k}, \quad (7.35)$$

де  $0 \leq e_{kj} \leq e_k$  – відстань точок від полюса зачеплення (т.С);  $e'_1, e'_2$  – кориговані довжини лінії зачеплення (рис.7.3);  $e'_1 = e_1 - \Delta e_1$ ,  $e'_2 = e_2 - \Delta e_2$ ;  $e_1 \equiv e_{10}$ ,  $e_2 \equiv e_{2s}$ ;  $e_1, e_2$  – теоретичні довжини відрізків лінії зачеплення без врахування заокруглень вершин зубів радіуса  $r = (0,2 \dots 0,3)m$ ;  $t'$  – час контакту пари зубів на прийнятому відрізьку  $2b = \text{const}$  (наприклад  $2b = 100 \text{ мкм}$ );  $t_k^* = 60/n$  (сек) – час одного оберту відповідного зубчастого колеса;

$$\Delta e_1 = \frac{r}{\cos \beta} = \frac{0.2m}{\cos \beta}, \quad \beta = 90^\circ - \alpha_{1s}, \quad (7.36)$$

$$\Delta e_2 = \frac{r}{\cos \psi} = \frac{0.2m}{\cos \psi}, \quad \psi = 90^\circ - \alpha_{20}. \quad (7.37)$$

Довжина евольвенти робочої поверхні зубів обчислюється за формулою



$$S_k = \pm r_{b_k} \left[ \left( 1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_2}{2} \right) \ln |\cos \alpha_2| - \left( 1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_1}{2} \right) \ln |\cos \alpha_1| \right], \quad (7.38)$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – кути, що визначають положення крайніх точок контакту зубів; для зуба шестерні  $\alpha_1 = \alpha_{10}$ ,  $\alpha_2 = \alpha_{13}$ ; для зуба зубчастого колеса  $\alpha_1 = \alpha_{20}$ ,  $\alpha_2 = \alpha_{23}$ ; якщо  $k = 1$ , то у (7.38) вибирається знак “мінус”, якщо  $k = 2$  – “плюс”;  $S_1 \neq S_2$ ,  $S_1 < S_2$ .

Якщо слід провести оцінку довговічності  $t^*$  зубів передачі при заданому допустимому зношуванні  $h_{k*}$ , то для цього використовується формула

$$t^* = h_{k*} / \bar{h}_{kj}, \quad (7.39)$$

де  $\bar{h}_{kj} = 60 n_k h_{kj}$  – зношування зубів у вибраних точках протягом однієї години роботи передачі.

### 7.1.6. Дво-одно-двопарне зачеплення

Для цього випадку перехід від двопарного зачеплення зубів в однопарне визначається т. $F_2$ , а потім від однопарного у двопарне – т. $F_1$  (рис.7.5).

Кути  $\hat{\varphi}_{1(F_1)}$ ,  $\hat{\varphi}_{1(F_2)}$ , що відповідають положенню точок  $F_1$  і  $F_2$  на лінії зачеплення, визначаються за формулами

$$\hat{\varphi}_{1(F_1)} = \operatorname{tg}_{1(F_1)} - \operatorname{tg} \alpha, \quad \hat{\varphi}_{1(F_2)} = \operatorname{tg}_{1(F_2)} - \operatorname{tg} \alpha, \quad (7.40)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} = \frac{r_1 \sin \alpha + (p_b - e_2)}{r_1 \cos \alpha}, \quad (7.41)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} = \frac{r_1 \sin \alpha + (p_b - e_1)}{r_1 \cos \alpha} \quad (7.42)$$

Значення кутів  $\Delta \varphi_1$ , що відповідають точкам  $F_2$  і  $F_1$  переходу двопарного зачеплення в однопарне і навпаки для ведучого колеса, обчислюються за формулами

$$\Delta \varphi_{1(F_2)} = \varphi_{1(F_2)} - \varphi_{10}, \quad \Delta \varphi_{1(F_1)} = \varphi_{1(F_1)} - \varphi_{10}. \quad (7.43)$$

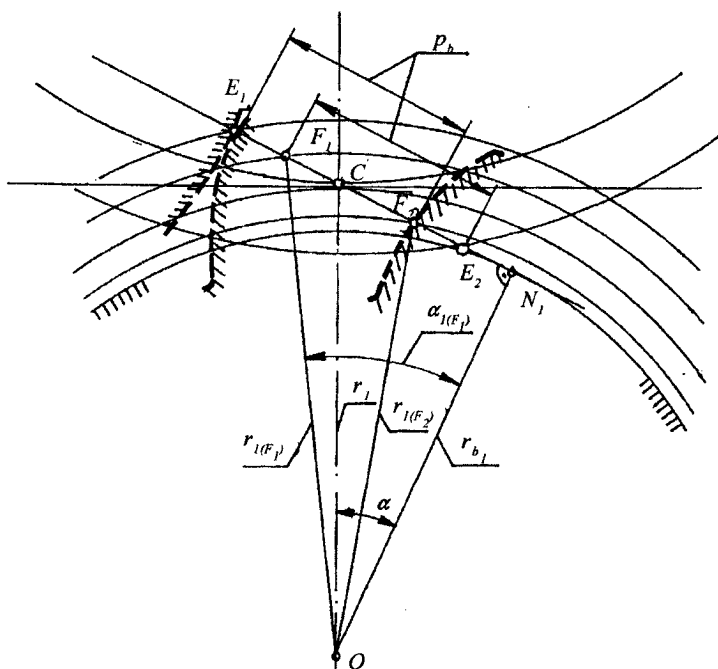


Рис. 7.5. Области одно- та двопарного зачеплення

Для веденого колеса співвідношення для визначення  $\varphi_{2(F_2)}$ ,

$\varphi_{2(F_1)}$ ,  $\varphi_{2(F_2)}$ ,  $\varphi_{2(F_1)}$  подано формулами:

$$\widehat{\varphi}_{2(F_1)} = 180^\circ + (\alpha_{2(F_1)} - \alpha), \widehat{\varphi}_{2(F_2)} = 180^\circ + (\alpha_{2(F_2)} - \alpha). \quad (7.44)$$

Згідно з рис.7.5 буде, що

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} = \frac{N_1 C + C F_1}{r_{b_1}}, \quad (7.45)$$

де  $N_1 C = r_1 \sin \alpha$ ,  $r_{b_1} = r_1 \cos \alpha$ .

З врахуванням цих залежностей:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} = \frac{r_1 \sin \alpha + (p_b - e_2)}{r_1 \cos \alpha}. \quad (7.46)$$

Відповідно

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} = \frac{N_1 C + C F_2}{r_{b_1}}, \quad (7.47)$$

де  $N_1 C = r_1 \sin \alpha$ .

Тоді

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} = \frac{r_1 \sin \alpha + (p_b - e_1)}{r_1 \cos \alpha}, \quad (7.48)$$

$$\cos \alpha_{2(F_1)} = \frac{r_2}{r_{2(F_1)}} \cos \alpha, \quad \cos \alpha_{2(F_2)} = \frac{r_2}{r_{2(F_2)}} \cos \alpha, \quad (7.49)$$

$$\text{де } r_{1(F_1)} = \sqrt{a_w^2 - 2a_w r_{1(F_1)} \cos(\alpha - \alpha_{1(F_1)}) + r_{1(F_1)}^2},$$

$$r_{1(F_2)} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha_{1(F_2)}},$$

$$r_{2(F_2)} = \sqrt{a_w^2 - 2a_w r_{1(F_2)} \cos(\alpha - \alpha_{1(F_2)}) + r_{1(F_2)}^2},$$

$$r_{2(F_2)} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha_{1(F_2)}}.$$

Покладаючи, що обертовий момент переноситься однаковою мірою двома парами зубів, сила у зачепленні буде вдвічі меншою, ніж у випадку однопарного зачеплення.

$$\text{Тоді } p_{j\max}^{(2)} = p_{j\max}^{(1)} / \sqrt{2}.$$

## 7.2. Прогнозування довговічності зубів

Для проведення прогностичної оцінки зубів у зубчастих передачах використано вищеподаний метод. Аналіз зношування зубів проводиться для двох випадків їх контакту у циліндричній прямозубій передачі:

- а) контакт однієї пари зубів;
- б) контакт дво-одно-двопарний.

Розрахунковою моделлю є модель, у якій приймається, що контактні тиски залишаються незмінними в процесі зношування зубів. При цьому робочі поверхні зубів поділяються на відрізки прийнятої ширини  $2b$  (наприклад  $2b = 100$  мкм). В кожній  $j$ -ій точці на площадці  $2b = \text{const}$  діятиме тиск  $p_{j\max} = \text{const}$ . Тобто вздовж робочого профілю зуба покладається ступенева зміна контактних тисків.

### 7.2.1. Розрахунок геометричних параметрів зачеплення

Для обчислення геометричних параметрів зачеплення та профілів зубів прийнято наступні вихідні дані:

- передаточне число  $u = 4$ ,
- модуль зачеплення  $m = 3$  мм,
- кількість зубів шестерні  $z_1 = 20$ ,

- кількість зубів колеса  $z_2 = uz_1 = 80$ ,
- нормальний кут зачеплення  $\alpha = 20^\circ$ ,
- зачеплення некориговане.

### 7.2.1.1. Основні параметри зачеплення Діаметри ділительних кіл

$$d_1 = mz_1,$$

$$d_1 = 3 \cdot 20 = 60 \text{ мм};$$

$$d_2 = mz_2,$$

$$d_2 = 3 \cdot 80 = 240 \text{ мм}.$$

#### Висота головок зубів

$$h_{a_1} = m = 3 \text{ мм},$$

$$h_{a_2} = h_{a_1} = 3 \text{ мм}.$$

#### Висота ніжок зубів

$$h_{f_1} = h_{f_2} = 1,2m = 3,6 \text{ мм}.$$

#### Діаметри виступів зубів

$$d_{a_1} = d_1 + 2m,$$

$$d_{a_1} = 60 + 6 = 66 \text{ мм},$$

$$d_{a_2} = d_2 + 2m,$$

$$d_{a_2} = 240 + 6 = 246 \text{ мм}.$$

#### Діаметри впадин зубів

$$d_{f_1} = d_1 - 2m,$$

$$d_{f_1} = 60 - 7,2 = 52,8 \text{ мм};$$

$$d_{f_2} = d_2 - 2m,$$

$$d_{f_2} = 240 - 7,2 = 232,8 \text{ мм}.$$

Радіуси основних кіл

$$r_{b_1} = 0,5 d_1 \cos \alpha,$$

$$r_{b_1} = 0,5 \cdot 60 \cdot \cos 20^\circ = 28,19 \text{ мм};$$

$$r_{b_2} = 0,5 d_2 \cos \alpha,$$

$$r_{b_2} = 0,5 \cdot 240 \cdot \cos 20^\circ = 112,76 \text{ мм}.$$

Міжосьова відстань

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2),$$

$$a_w = 0,5(60 + 240) = 150 \text{ мм}.$$

### 7.2.1.2. Параметри першої точки зачеплення (вхід у зачеплення)

Радіус (ведуче колесо), на якому розташована перша точка зачеплення при врахуванні заокруглення вершини зуба  $r = 0,2m$ ,

$$r_{20} = r_{a_2} - 0,2m,$$

$$r_{20} = 123 - 0,2 \cdot 3 = 122,4 \text{ мм}.$$

Кут зачеплення, який відповідає першій точці зачеплення,

$$\operatorname{tg} \alpha_{10} = (1 + u) \operatorname{tg} \alpha - \frac{u}{\cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{20}}{r_2}\right)^2 - \cos^2 \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{10} = (1 + 4) \operatorname{tg} 20^\circ - \frac{4}{\cos 20^\circ} \sqrt{\left(\frac{122,4}{120}\right)^2 - \cos^2 20^\circ} = 7,47^\circ.$$

Радіус (ведене колесо), на якому розташована перша точка зачеплення,

$$r_{10} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{10}},$$

$$r_{10} = 30 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 7,47^\circ} = 28,43 \text{ мм.}$$

Перевірка радіуса кола, на якому розташована перша точка зачеплення (ведене колесо),

$$r_{20} = \sqrt{a_w^2 + r_{10}^2 - 2a_w r_{10} \cos(\alpha - \alpha_{10})},$$

$$r_{20} = \sqrt{150^2 + 28,43^2 - 2 \cdot 150 \cdot 28,43 \cdot \cos(20^\circ - 7,43^\circ)} = 122,408 \text{ мм.}$$

Кут зачеплення веденого колеса, який відповідає першій точці зачеплення,

$$\cos \alpha_{20} = \frac{r_2}{r_{20}} \cos \alpha,$$

$$\cos \alpha_{20} = \frac{120}{122,41} \cos 20^\circ = 22,90^\circ.$$

Кут розташування ведучого колеса, який відповідає першій точці зачеплення,

$$\widehat{\varphi}_{10} = \operatorname{tg} \alpha_{10} - \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\widehat{\varphi}_{10} = \operatorname{tg} 7,47^\circ - \operatorname{tg} 20^\circ = -0,23288 \text{ рад} = -13,35^\circ.$$

Кут розташування веденого колеса, який відповідає першій точці зачеплення,

$$\varphi_{20} = 180^\circ + (\alpha_{20} - \alpha),$$

$$\varphi_{20} = 180^\circ + (22,90^\circ - 20^\circ) = 182,90^\circ.$$

Радіус кривизни профілю зуба ведучого колеса у першій точці зачеплення

$$\rho_{10} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{10},$$

$$\rho_{10} = 28,19 \operatorname{tg} 7,47^\circ = 3,696 \text{ мм}.$$

$$\rho_{20} = r_2 \sqrt{\left(\frac{r_{20}}{r_2}\right)^2 - \cos^2 \alpha},$$

Радіус кривизни профілю зуба веденого колеса в першій точці зачеплення

$$\rho_{20} = 120 \sqrt{\left(\frac{122,408}{120}\right)^2 - \cos^2 20^\circ} = 47,63 \text{ мм}.$$



### 7.2.1.3. Параметри останньої точки зачеплення

Радіус кола, на якому розташовано останню точку зачеплення (враховано заокруглення вершини зуба ведучого колеса),

$$r_{1s} = r_a - 0,2 \text{ м},$$

$$r_{1s} = 33 - 0,6 = 32,4 \text{ мм}.$$

Кут профілю, що відповідає останній точці зачеплення (шестерня),

$$\operatorname{tg} \alpha_{1s} = \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1 \cos \alpha}\right)^2 - 1},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1s} = \sqrt{\left(\frac{32,4}{30 \cos 20^\circ}\right)^2 - 1} = 29,53^\circ.$$

Кут зачеплення, що відповідає останній точці зачеплення (ведене колесо),

$$\operatorname{tg} \alpha_{2s} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{u \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1}\right)^2 - \cos^2 \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{2s} = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \operatorname{tg} 20^\circ - \frac{1}{4 \cos 20^\circ} \sqrt{\left(\frac{32,4}{30}\right)^2 - \cos^2 20^\circ} = 12,41^\circ.$$

Таблиця 7.1. Параметри зачеплення

j	$\Delta\varphi^0$	$\varphi_{kj}^0$	$\alpha_{kj}^0$	$r_{kj}$ , мм	$\rho_{kj}$ , мм	$\rho_{rj}$ , мм	$x_{ij}$ , мм	$y_{ij}$ , мм	$x_j$ , мм	$y_j$ , мм
0	0	-13,35	7,47	28,43	3,70	3,43	-0,41	28,43	6,16	27,76
		182,89	22,89	122,40	47,63					
1	4	-9,35	11,35	28,75	5,66	5,04	-0,36	28,75	4,31	28,43
		182,04	22,04	121,65	45,64					
1'	6,97	-6,98	14,18	29,08	7,12	6,13	-0,29	29,08	2,94	28,93
		181,4	21,40	121,11	44,19					
2	8	-5,35	15,14	29,20	7,63	6,50	-0,26	29,21	2,46	29,10
		181,78	21,18	120,93	43,67					
3	13,35	0	20,0	30,0	10,26	8,22	0	30,00	0	30,00
		180	20,0	120,0	41,04					
4	16	2,65	22,30	30,47	11,56	8,96	0,18	30,47	-1,23	30,45
		178,52	19,41	119,56	39,74					
4'	17,98	4,63	23,98	30,85	12,54	9,47	0,35	30,85	-2,15	30,78
		178,97	18,97	119,24	38,76					
5	20	6,65	25,63	31,27	13,52	9,95	0,55	31,27	-3,08	31,12
		178,52	18,52	118,92	37,77					
6	24,95	11,60	29,53	32,40	15,97	11,0	1,17	32,38	-5,37	31,95
		177,40	17,40	118,17	35,34					

#### 7.2.1.4. Геометричні параметри для проміжних точок

Спочатку слід прийняти крок приросту кута повороту шестерні  $\Delta\varphi_1$  (вибрано  $\Delta\varphi_1 = 4^\circ$ ).

Кут зачеплення для довільної точки j (шестерня)

$$\operatorname{tg}\alpha_{ij} = \operatorname{tg}\alpha + \widehat{\varphi}_{1j},$$

$$\varphi_{ij} = \varphi_{i0} + j\Delta\varphi_1.$$

Кут зачеплення для довільної точки j (ведене колесо)

$$\cos\alpha_{2j} = \frac{r_2 \cos\alpha}{r_{2j}}.$$

Кут розташування веденого колеса

$$\varphi_{2j} = 180^\circ + (\alpha_{2j} - \alpha)$$

Радіуси кіл, на яких розташовані проміжні точки  $j$  зачеплення,

$$r_{1j} = \frac{r_{b1}}{\cos\alpha_{1j}},$$

$$r_{2j} = \sqrt{a_w^2 + r_{1j}^2 - 2a_w r_{1j} \cos(\alpha - \alpha_{1j})}.$$

Радіуси кривизни профілів зачеплення зубів у точках  $j$

$$\rho_{1j} = r_{b1} \operatorname{tg}\alpha_{1j},$$

$$\rho_{2j} = r_2 \sqrt{\left(\frac{r_{2j}}{r_2}\right)^2 - \cos^2\alpha}.$$

Результати обчислень наведено у таблиці 7.1.

### 7.2.1.5. Геометричні параметри для обчислення проміжних точок зачеплення

Інволюта номінального кута зачеплення

$$\delta = \operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha} ,$$

$$\delta = \operatorname{tg} 20^\circ - 20^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = 0,865^\circ .$$

Інволюта кута зачеплення в першій точці зачеплення

$$\delta_{10} = \operatorname{tg} \alpha_{10} - \hat{\alpha}_{10} ,$$

$$\delta_{10} = \operatorname{tg} 7,47^\circ - 7,47^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = 0,0464^\circ .$$

Інволюта кута зачеплення в останній точці зачеплення

$$\delta_{1s} = \operatorname{tg} \alpha_{10} - \hat{\alpha}_{10} ,$$

$$\delta_{1s} = \operatorname{tg} 29,53^\circ - 29,53^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = 2,942^\circ .$$

Інволюта кута зачеплення для довільної точки j

$$\delta_{1j} = \operatorname{tg} \alpha_{1j} - \hat{\alpha}_{1j} .$$

### 7.2.1.6. Координати точок зачеплення у системі координат, зв'язаній з ведучим колесом

Для першої точки зачеплення

$$x_{10} = r_{10} \sin(\delta_{10} - \delta) ,$$

$$x_{10} = 28,43 \cdot \sin(0,0464 - 0,865) = -0,4064 \text{ мм} ;$$

$$y_{10} = r_{10} \cos(\delta_{10} - \delta) ,$$

$$y_{10} = 28,43 \cos(0,0464 - 0,865) = 28,430 \text{ мм} .$$

Координати наступних точок зачеплення

$$x_{1j} = r_{1j} \sin(\delta_{1j} - \delta)$$

$$y_{1j} = r_{1j} \cos(\delta_{1j} - \delta)$$

Результати обчислень подано у таблиці 7.1.

### 7.2.1.7. Координати точок зачеплення у нерухомій системі координат

$$x_j = x_{1j} \cos \varphi_{1j} - y_{1j} \sin \varphi_{1j} \quad (\text{табл. 4.1}),$$

$$y_j = x_{1j} \sin \varphi_{1j} + y_{1j} \cos \varphi_{1j} \quad (\text{табл. 4.1}).$$

### 7.2.1.8. Відрізки лінії зачеплення

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_1 \sin \alpha,$$

$$e_1 = \sqrt{32,4^2 - 28,19^2} - 30 \sin 20^\circ = 5,71 \text{ мм};$$

$$e_2 = \sqrt{r_{2s}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \sin \alpha,$$

$$e_2 = \sqrt{122,4^2 - 112,76^2} - 120 \sin 20^\circ = 6,57 \text{ мм};$$

$$e = e_1 + e_2,$$

$$e = 5,71 + 6,57 = 12,28 \text{ мм}.$$

### 7.2.1.9. Геометричні параметри двопарного зачеплення

Як правило, зачеплення зубів є комбінованим, тобто спостерігається їх дво-одно-двопарне зачеплення. Тому на лінії зачеплення розташовані дві точки, які розмежовують області двопарного і однопарного зачеплення: т.  $F_2$  – зі сторони входу в зачеплення, т.  $F_1$  – зі сторони виходу з зачеплення. Область однопарного зачеплення визначає відрізок  $F_1F_2 = e_{e_1} + e_{e_2}$  (рис.7.5).

а) Крок

$$p_b = \pi m \cos \alpha,$$

$$p_b = 3,14 \cdot 3 \cdot \cos 20^\circ = 8,85 \text{ мм.}$$

б) Відрізки лінії зачеплення, що відповідають однопарному зачепленню

$$e_{e_1} = p_b - e_2,$$

$$e_{e_1} = 8,85 - 6,57 = 2,28 \text{ мм;}$$

$$e_{e_2} = p_b - e_1,$$

$$e_{e_2} = 8,85 - 5,71 = 3,14 \text{ мм.}$$

в) Координати граничних точок

– вхід у зачеплення (т.  $F_2$ )

$$x_{e_2} = e_{e_2} \cos \alpha,$$

$$x_{e_2} = 3,14 \cdot \cos 20^\circ = 2,951 \text{ мм;}$$

$$y_{e_2} = r_1 - e_{e_2} \sin \alpha,$$

$$y_{e_2} = 30 - 3,14 \cdot \sin 20^\circ = 28,926 \text{ мм.}$$

– вихід із зачеплення (т.  $F_1$ )

$$x_{e_1} = -e_{e_1} \cos \alpha,$$

$$x_{e_1} = -2,28 \cdot \cos 20^\circ = -2,142 \text{ мм};$$

$$y_{e_1} = r_1 + e_{e_1} \sin \alpha,$$

$$y_{e_1} = 30 + 2,28 \sin 20^\circ = 30,780 \text{ мм}.$$

г) Кути профілю, що визначають положення точок  $F_1$  і  $F_2$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} = \operatorname{tg} \alpha + \frac{e_{e_1}}{r_1 \cos \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} = \operatorname{tg} 20^\circ + \frac{2,28}{30 \cos 20^\circ} = 23,98^\circ;$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{e_{e_2}}{r_1 \cos \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} = \operatorname{tg} 20^\circ - \frac{3,14}{30 \cos 20^\circ} = 14,18^\circ.$$

д) Кут повороту ведучого колеса від першої точки зачеплення двопарного зачеплення до переходу в однопарне зачеплення:

– зона входу в зачеплення

$$\widehat{\Phi}_{1(F_2)} = \operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)} - \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\widehat{\Phi}_{1(F_2)} = \operatorname{tg} 14,18^\circ - \operatorname{tg} 20^\circ = -0,1113 \text{ рад} = -6,38^\circ;$$

– зона виходу із зачеплення

$$\widehat{\Phi}_{1(F_1)} = \operatorname{tg} \alpha_{1(F_1)} - \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\widehat{\Phi}_{1(F_1)} = \operatorname{tg} 23,98^\circ - \operatorname{tg} 20^\circ = 0,808 \text{ рад} = 4,63^\circ.$$

е) Радіуси кіл, що відповідають граничним точкам:

– ведуче колесо

$$r_{1(F_2)} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha_{1(F_2)}},$$

$$r_{1(F_2)} = \frac{30 \cos 20^\circ}{\cos 14,18^\circ} = 29,077 \text{ мм};$$

$$r_{1(F_1)} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha_{1(F_1)}},$$

$$r_{1(F_1)} = \frac{30 \cos 20^\circ}{\cos 23,98^\circ} = 30,854 \text{ мм};$$

– ведене колесо

$$r_{2(F_2)} = \sqrt{a_w^2 + r_{1(F_2)}^2 - 2 a_w r_{1(F_2)} \cos(\alpha - \alpha_{1(F_2)})},$$

$$r_{2(F_2)} = \sqrt{150^2 + 29,077^2 - 2 \cdot 150 \cdot 29,077 \cdot \cos(20^\circ - 14,18^\circ)} = 121,109 \text{ мм};$$

$$r_{2(F_1)} = \sqrt{a_w^2 + r_{1(F_1)}^2 - 2 a_w r_{1(F_1)} \cos(\alpha - \alpha_{1(F_1)})},$$

$$r_{2(F_1)} = \sqrt{150^2 + 30,854^2 - 2 \cdot 150 \cdot 30,854 \cdot \cos(20^\circ - 23,98^\circ)} = 119,240 \text{ мм}.$$



є) Кути профілю, що відповідають граничним точкам, в системі координат, зв'язаній з веденим колом

$$\cos\alpha_{2(F_1)} = \frac{r_2}{r_{1(F_1)}} \cos\alpha,$$

$$\cos\alpha_{2(F_1)} = \frac{120}{119,240} \cos 20^\circ,$$

$$\alpha_{2(F_1)} = 18,97^\circ;$$

$$\cos\alpha_{2(F_2)} = \frac{r_2}{r_{2(F_2)}} \cos\alpha,$$

$$\cos\alpha_{2(F_2)} = \frac{120}{121,108} \cos 20^\circ,$$

$$\alpha_{2(F_2)} = 21,40^\circ.$$

і) Кути повороту веденого колеса, що відповідають граничним точкам

$$\varphi_{2(F_1)} = 180^\circ + (\alpha_{2(F_1)} - \alpha),$$

$$\varphi_{2(F_1)} = 180^\circ + (18,97^\circ - 20^\circ) = 178,97^\circ;$$

$$\varphi_{2(F_2)} = 180^\circ + (\alpha_{2(F_2)} - \alpha),$$

$$\varphi_{2(F_2)} = 180^\circ + (21,40^\circ - 20^\circ) = 181,40^\circ.$$

к) Радіуси кривизни в граничних точках

$$\rho_{1(F_1)} = r_b \operatorname{tg}\alpha_{1(F_1)},$$

$$\rho_{1(F_1)} = 28,19 \cdot \operatorname{tg} 23,98 = 12,540 \text{ мм};$$

$$\rho_{1(F_2)} = r_{b_1} \operatorname{tg} \alpha_{1(F_2)},$$

$$\rho_{1(F_2)} = 28,19 \cdot \operatorname{tg} 14,18^\circ = 7,123 \text{ мм};$$

$$\rho_{2(F_1)} = r_{b_2} \operatorname{tg} \alpha_{2(F_1)},$$

$$\rho_{2(F_1)} = 112,76 \cdot \operatorname{tg} 18,97^\circ = 38,761 \text{ мм};$$

$$\rho_{2(F_2)} = r_{b_2} \operatorname{tg} \alpha_{2(F_2)},$$

$$\rho_{2(F_2)} = 112,76 \cdot \operatorname{tg} 21,40^\circ = 44,191 \text{ мм}.$$

л) Швидкості ковзання:

$$v_{sF_1} = e_{F_1} \omega_1 \left(1 - \frac{1}{u}\right),$$

$$v_{sF_1} = 2,28 \cdot 73,27 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 125,29 \frac{\text{мм}}{\text{с}};$$

$$v_{sF_2} = e_{F_2} \omega_1 \left(1 - \frac{1}{u}\right),$$

$$v_{sF_2} = 3,14 \cdot 73,27 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 172,6 \frac{\text{мм}}{\text{с}}.$$

м) Зведені радіуси кривизни в граничних точках

$$\rho_{2(F_1)} = \frac{\rho_{1(F_1)} \rho_{2(F_1)}}{\rho_{1(F_1)} + \rho_{2(F_1)}},$$

$$\rho_{2(F_1)} = \frac{12,540 \cdot 38,761}{12,540 + 38,761} = 9,47 \text{ мм};$$

$$\rho_{z(F_2)} = \frac{\rho_{1(F_2)} \rho_{2(F_2)}}{\rho_{1(F_2)} + \rho_{2(F_2)}},$$

$$\rho_{z(F_2)} = \frac{7,123 \cdot 44,191}{7,123 + 44,191} = 6,13 \text{ мм.}$$

### 7.3. Визначення функції зносостійкості матеріалів

Для знаходження експериментальних значень функцій зносостійкості  $\Phi_i(\tau)$  матеріалів трибопари за співвідношенням (7.5) використано результати експериментальних досліджень зношування зубів коліс чотириступеневого редуктора. Шестерні виготовлено із сталі 38ХМЮА, яку піддано азотуванню на глибину 0,4 – 0,8 мм з твердістю азотованого шару НВ 600. Ведучі колеса виготовлено із сталі 40Х та піддано об'ємному гартуванню до твердості НВ 341.

Для мащення зубчастих зачеплень у редукторі використано два види оливи:

- 1) нафтова олива СТ-20, що містить антифрикційні, антизношувальні та антиокислювальні присадки;
- 2) олива для осей, яка містить 3% антизношувальної присадки трикрезилфосфат.

Кінематична в'язкість обох оливи була майже однаковою і складала  $\nu_{+50^\circ} \approx 15$  сСт.

Основна тривалість дослідження складала 5200 годин, а період припрацювання – 60 годин. Всі інші розрахункові та дослідні параметри подано у таблиці 7.2. Результати експериментальних досліджень інтенсивності зношування зубів всіх ступеней наведено на рис.7.6.

Для знаходження значень функції  $\Phi_i(\tau)$  слід врахувати, що

$$\Phi = I_h^{-1}, \quad (7.50)$$

де дослідні значення  $I_h$  вказано у табл. 7.2.

Оскільки  $I_h = I_h(p_{\max})$ , а  $\Phi = \Phi(\tau)$ , то слід врахувати зв'язок між  $p_{\max}$  і  $\tau_{\max}$  у вигляді закону Кулона –  $\tau_{\max} = fp_{\max}$ . З літератури

Таблиця 7.2. Результати дослідження чотириступеневого редуктора

Ступінь	Параметри коліс			Силкові і кінематичні параметри				Олива СТ-20			Олива для осей	
	п, мм	z, шт	i, мм	N, кН	$P_{max}$ , Н/мм	2b, мм	v, м/с	п, об/хв	h, мкм	$I_h \cdot 10^{-9}$	h, мкм	$I_h \cdot 10^{-9}$
I	1,5	30	20	0,180	277	41	6,06	2500	15	0,51	78	2,6
		108						710	46	5,6	142	12
II	2	22	20	0,625	543	71	1,63	710	17	1,7	75	5,3
		99						155	48	1,6	150	49
III	3	17	30	2,43	800	130	0,41	155	23	4,1	83	14,8
		85						31	68	61	179	160
IV	4	15	40	10,30	1500	210	0,1	31	26	1,4	80	44
		90						5,3	93	300	220	700

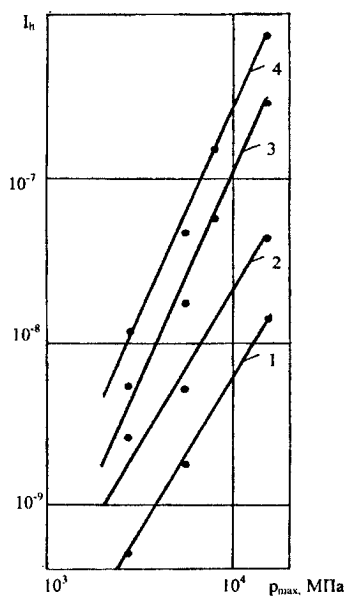


Рис. 7.6. Залежність лінійної інтенсивності зношування зубів від максимальних контактних тисків:

1— сталь 38ХМЮА — олива СТ-20, 2 — сталь 30ХМЮА — олива для осей,  
3— сталь 40Х — олива СТ-20, 4 — сталь 40Х — олива для осей

Примітки:  $p_{max}$  — максимальні контактні тиски в полюсі зачеплення,  
h — експериментальні значення лінійного зношування зубів.

Таблиця 7.3. Значення функцій зносостійкості матеріалів зубів

Матеріал елемент	Олива	$\rho_{\max} / \tau$ (МПа)			
		277/27,7	543/54,3	800/80	1500/150
38ХМЮА шестерня	СТ-20	$\frac{19,6}{20,8}$	$\frac{5,9}{5,5}$	$\frac{2,44}{2,5}$	$\frac{0,77}{0,72}$
		$\frac{3,8}{6,0}$	$\frac{1,9}{1,59}$	$\frac{0,68}{0,72}$	$\frac{0,23}{0,21}$
40Х колесо	СТ-20	$\frac{1,78}{2,41}$	$\frac{0,63}{0,45}$	$\frac{0,164}{0,17}$	$\frac{0,034}{0,036}$
		$\frac{0,83}{0,9}$	$\frac{0,21}{0,175}$	$\frac{0,066}{0,066}$	$\frac{0,0143}{0,014}$

Примітки:  $\Phi_i(\tau_i) \cdot 10^8$ , в знаменнику – дослідні значення, в чисельнику – обчислені значення; для сталі 38ХМЮА –  $m = 2$ , для сталі 40Х –  $m = 2.5$

Таблиця 7.4. Значення коефіцієнта С зносостійкості сталей

Сталь 38ХМЮА	СТ-20 $12,2 \cdot 10^6$	Сталь 40Х	СТ-20 $0,45 \cdot 10^6$
	олива для осей $3,5 \cdot 10^6$		олива для осей $0,17 \cdot 10^6$

На рис. 7.7 наведено отримані в результаті апроксимації діаграми зносостійкості цих сталей залежно від використовуваних олив.

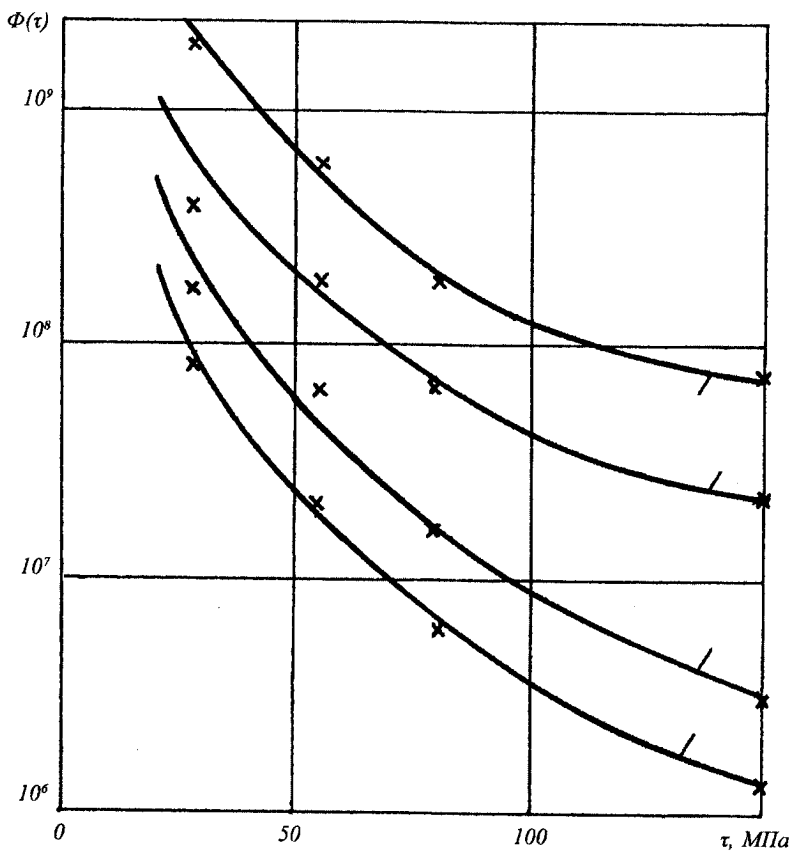


Рис.7.7. Діаграми фрикційної стійкості сталей 38ХМЮА і 40Х (позначення згідно з рис.7.6)

#### 7.4. Оцінка довговічності зубів

Довговічність зубчастої передачі  $t^*$  обчислюється, виходячи з допустимого зношування  $h_{k^*}$  зубів, згідно з формулою

$$t^* = \frac{h_{k^*}}{h_{kj}}$$

Прийнято, що  $h_{k^*} = 100$  мкм та  $p_{j\max} = \text{const}$  при зношуванні зубів. Чисельний розв'язок проводиться за такими даними:  $z_1 = 20$ ,  $u = 4$ ,  $m = 3$  мм,  $l = 20$  мм,  $n_1 = 700$  об/хв,  $a_k = a$ ,  $T = 28,2$  Нм, мастильний матеріал – олива для осей.

Сила, що діє в зачепленні, обчислюється так:

$$N = \frac{T}{r \cos \alpha} = 1000 \text{ Н} \quad (7.51)$$

##### 7.4.1. Однопарне зачеплення зубів

Лінійне зношування зубів кожного із зубчастих коліс обчислено в декількох точках, які вказуються кутами повороту  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ;  $4^\circ$ ;  $8^\circ$ ;  $13,35^\circ$ ;  $16^\circ$ ;  $20^\circ$ ;  $24,95^\circ$ . Результати обчислень всіх інших проміжних параметрів, необхідних для оцінки довговічності зубчастої передачі, наведено в таблиці 7.5.

Оскільки в точках входу зубів в зачеплення та їх виходу із зачеплення має місце найбільша швидкість ковзання, то тут зношування зубів досягає максимальних значень. У зв'язку з цим довговічність  $t^*$  передачі для прийнятого допустимого зношування зубів  $h_{k^*}$  обчислювались для цих точок, тобто:

— шестерня:

а) основа зуба  $t_{f_1}^* = 5794$  год;

б) вершина зуба  $t_{a_1}^* = 22460$  год;

Таблиця 7.5. Геометричні, кінематичні та контактні параметри

j	$\Delta\varphi^0$	$\varphi_{kj}^0$	$\alpha_{kj}^0$	$r_{kj}$ , мм	$\rho_{kj}$ , мм	$\rho_{zj}$ , мм	$\epsilon_j$ , мм	$v_{jz}$ , ммс <sup>-1</sup>	$\frac{p_{j\max}^{(1)}}{p_{j\max}^{(2)}}$ ,	$\frac{2b_j^{(1)}}{2b_j^{(2)}}$ ,
									МПа	мкм
0	0	-13,35	7,47	28,43	3,70	3,43	6,56	360,7	731,3	87
		182,89	22,89	122,40	47,63				517,1	61,5
1	4	-9,35	11,35	28,75	5,66	5,035	4,70	258,3	603,6	105
		182,04	22,04	121,65	45,64				426,1	74
1'	6,97	-6,98	14,18	29,08	7,12	6,13	3,14	172,6	547,1	116
		181,4	21,40	121,11	44,19				368,8	82
2	8	-5,35	15,14	29,20	7,63	6,495	2,63	144,6	531,5	120
		181,78	21,18	120,93	43,67					
3	13,35	0	20,0	30,0	10,26	8,220	0	0	472,4	135
		180	20,0	120,0	41,04					
4	16	2,65	22,30	30,47	11,56	8,955	1,30	71,4	452,6	141
		178,52	19,41	119,56	39,74					
4'	17,98	4,63	23,98	30,85	12,54	9,47	2,28	125,3	440,1	145
		178,97	18,97	119,24	38,76				311,2	102
5	20	6,65	25,63	31,27	13,52	9,95	3,27	179,6	429,4	148
		178,52	18,52	118,92	37,77				303,6	105
6	24,95	11,60	29,53	32,40	15,97	11,0	5,70	313,5	408,2	156
		177,40	17,40	118,17	35,34				288,6	110

— зубчасте колесо:

а) основа зуба  $t_{a_2}^* = 11006$  год;

б) вершина зуба  $t_{a_2}^* = 2173$  год.

Отже, тривалість досліджуваної зубчастої передачі складає  $t^* = t_{a_2}^* = 2173$  год при прийнятому допустимому зношуванні  $h_{2a} = 100$  мкм.

У всіх інших точках профілю зубів їх зношування обчислюється наступним чином:



$$h_{kj} = h_{kj}^{(1)} = \bar{h}_{kj}^{(1)} t_{a_2}^* \quad (7.52)$$

де індекс (1) відповідає однопарному зачепленню зубів.  
Результати обчислень подано в таблиці 7.6.

Таблиця 7.6. Зношування зубів передачі

j	$\Delta\varphi^0$	$\varphi_{kj}^0$	$h_{kj}^{(1)}$ , МКМ		$h_{kj}^{(2)}$ , МКМ		$h_{kj\max}^{(1)}$ , МКМ	$h_{kj\max}^{(2)}$ , МКМ
			$h_{kj}^{\times} \times 10^{-7}$	$\bar{h}_{kj}^{\times} \times 10^{-3}$	$h_{kj}^{\times} \times 10^{-7}$	$\bar{h}_{kj}^{\times} \times 10^{-3}$		
0	0	-13,35	4,109	17,258	2,056	8,363	37,5	45
		182,89	43,96	46,16	18,34	19,26	100	100
1	4	-9,35	2,024	8,501	1,003	4,213	18,4	22
		182,04	19,334	20,301	8,129	8,536	44	44
1'	6,97	-6,98	1,101	4,626	0,501	2,102	10	24/10,9
		181,4	10,106	10,668	3,770	3,959	18,5	55/20,6
2	8	-5,35	0,871	3,658	-	-	8	19
		181,78	7,961	8,270	-	-	18	43
3	13,35	0	0	0	0	0	0	0
		180						
4	16	2,65	0,311	1,308	-	-	2,8	6,8
		178,52	2,602	2,732	-	-	6	14,2
4'	17,98	4,63	0,522	0,772	0,267	1,120	4,8	11,4/6
		178,97	4,258	1,572	1,969	1,880	9,7	23/9,8
5	20	6,65	0,706	2,965	0,353	1,482	6,4	7,7
		178,52	5,740	6,027	2,412	2,523	13,1	13,2
6	24,95	11,60	1,061	4,452	0,557	2,338	9,6	12,2
		177,40	8,563	9,086	3,710	3,895	19,6	20,2

### 7.4.2. Дво-одно-двопарне зачеплення зубів

Попередній вид контакту, коли в зачепленні перебуває весь час лише одна пара зубів, в реальних передачах зустрічається рідко.

У випадку комбінованого контакту зубів коліс прямозубої циліндричної передачі слід встановити кути, що визначають положення точок  $F_1$  і  $F_2$  переходу двопарного контакту зубів в однопарний і обернено. В подальшому проводились обчислення всіх параметрів, необхідних для оцінки довговічності  $t^*$  передачі. Покладається, що у випадку контакту двох пар зубів, обертовий момент  $T$  порівну передається кожною парою зубів.

Результати обчислень подано в табл.7.5 для значень  $\Delta\varphi = 6,97^\circ$  та  $17,98^\circ$ . Отримано, що довговічність при  $h_a = 100$  мкм складас:

- шестерня: а) основа зуба  $t_{f_1}^* = 11580$  год;  
б) вершина зуба  $t_{a_1}^* = 42772$  год;
- зубчасте колесо: а) основа зуба  $t_{f_2}^* = 26995$  год;  
б) вершина зуба  $t_{a_2}^* = 5192$  год.

Отже, довговічність передачі  $t^* = 5192$  год., що у 2,4 рази більше, ніж у випадку однопарного контакту зубів. Зношування зубів у вибраних точках подано у таблиці 7.6.

В граничних точках переходу одного виду зачеплення в інший зношування по правій і лівій стороні будуть різними (табл.7.6).

Зношування зубів в обох випадках зачеплення показано на рис.7.8.

### 7.4.3. Особливі точки зачеплення

У попередньому підпункті було вказано на особливості, що виникають при контактуванні зубів на вході і виході їх із

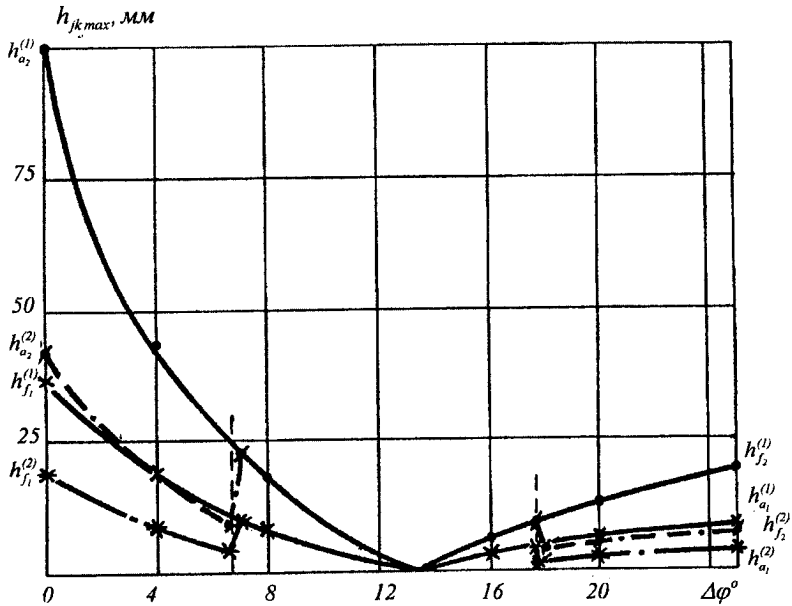


Рис.7.8. Зношування зубів при однопарному та двопарному зачепленні

зачеплення. Враховуючи цю методику та попередньо подані вихідні дані (таблиці 7.4, 7.5), проведено обчислення  $p_{0\max}^{(1)(A)}$ ,  $p_{0\max}^{(2)(A)}$  та зношуваль  $\bar{h}_{a_1}$ ,  $\bar{h}_{a_2}$ ,  $\bar{h}_{f_1}$ ,  $\bar{h}_{f_2}$ , а також  $h_{a_1}^{(1)}$ ,  $h_{f_1}^{(1)}$ ,  $h_{a_2}^{(1)}$ ,  $h_{f_2}^{(1)}$  протягом  $t^* = 2173$  годин і  $h_{a_1}^{(2)}$ ,  $h_{f_1}^{(2)}$ ,  $h_{a_2}^{(2)}$ ,  $h_{f_2}^{(2)}$  протягом  $t^* = 5172$  годин.

Результати обчислень виділено насиченим косим шрифтом у таблиці 7.7. Крім цього, тут також подано результати обчислень всіх параметрів як у табл. 7.6 в точках, розташованих на відстані 50 мкм від крайніх точок контакту.

Аналіз результатів свідчить про значний вплив заокруглення вершин зубів на величину тисків  $p_{\max}^{(A)}$ , що призводить до дуже

значної різниці зношування зубів в граничних точках контакту ( $a_1 - f_2, a_2 - f_1$ ). У випадку контакту основи зуба шестерні з вершиною зуба колеса зношування вершини зуба протягом  $t^* = 2173$  годин перевищить допустиме зношування  $h_* = 100$  мкм у 4,43 рази при однопарному зачепленні та у 1,82 рази при двопарному зачепленні.

Таблиця 7.7. Зношування зубів в особливих точках зачеплення

j	$\Delta\varphi^0$	$\varphi_{ij}^0$	$\rho_{ij}'$ мм	$\rho_{j\text{м.}}$ мм	$V_j$ ммс <sup>-1</sup>	$\frac{p_{j\text{м.}}^{(1)}}{p_{j\text{м.}}^{(2)}}$ МПа	<sup>(1)</sup> h <sub>ij</sub> . мкм		<sup>(2)</sup> h <sub>ij</sub> . мкм		H <sub>ijmax</sub> <sup>(1)</sup> мкм	H <sub>ijmax</sub> <sup>(2)</sup> мкм
							h' <sub>ij</sub> · 10 <sup>-7</sup>	$\bar{h}_{ij}$ · 10 <sup>-3</sup>	h' <sub>ij</sub> · 10 <sup>-7</sup>	$\bar{h}_{ij}$ · 10 <sup>-3</sup>		
0	0	$\frac{-13,35}{182,9}$	$\frac{3,70}{47,63}$	3,43	360,7	$\frac{1329}{940}$	$\frac{13,52}{194,2}$	$\frac{56,8}{204,0}$	$\frac{6,048}{79,71}$	$\frac{25,4}{83,7}$	$\frac{123}{443}$	$\frac{132}{435}$
0	0	$\frac{-13,35}{182,89}$	$\frac{3,70}{47,63}$	3,43	360,7	$\frac{731,3}{517,1}$	$\frac{4,109}{43,959}$	$\frac{17,258}{46,156}$	$\frac{2,056}{18,342}$	$\frac{8,636}{19,259}$	$\frac{37,5}{100}$	$\frac{45}{100}$
0'	0,775	$\frac{-12,57}{182,72}$	$\frac{4,08}{47,23}$	3,75	339,5	$\frac{699,2}{494,4}$	$\frac{3,5}{36,7}$	$\frac{14,86}{38,54}$	$\frac{1,75}{15,42}$	$\frac{7,5}{16,2}$	$\frac{32,3}{83,7}$	$\frac{38,9}{84,1}$
5'	24,77	$\frac{11,42}{177,4}$	$\frac{15,88}{35,42}$	10,95	306,5	$\frac{409,0}{289,2}$	$\frac{1,09}{8,67}$	$\frac{4,6}{9,1}$	$\frac{0,49}{3,65}$	$\frac{2,0}{3,8}$	$\frac{10,0}{19,8}$	$\frac{10,4}{19,7}$
6	24,95	$\frac{11,60}{177,40}$	$\frac{15,97}{35,34}$	11,0	313,5	$\frac{408,2}{288,6}$	$\frac{1,061}{8,563}$	$\frac{4,452}{9,086}$	$\frac{0,557}{3,710}$	$\frac{2,338}{3,895}$	$\frac{9,6}{19,6}$	$\frac{12,2}{20,2}$
6	24,95	$\frac{11,60}{177,4}$	$\frac{15,97}{35,34}$	11,0	313,5	$\frac{1173}{794}$	$\frac{8,42}{110}$	$\frac{35,5}{116}$	$\frac{4,24}{46,7}$	$\frac{17,8}{49,0}$	$\frac{77,1}{252}$	$\frac{92,4}{254}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Craig I. Wprowadzenie do robotyki: mechanika i sterowanie. Tl. z ang. WNT, Warszawa, 1993.
2. Heinemann H. Einfuhrung in die Industrieroboter-Technik. Essen, Vulkan-Verlag, 1986.
3. Honczarenko I. Roboty przemyslowe. WNT, Warszawa, 1996.
4. Minler S. Teoria mechanizmov i maszyn. Wroclaw: Wyd. Polit. Wroclawskiej, 1996.
5. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. В 4-х томах. – М.: Наука, 1971-1975.
6. Детали и механизмы роботов: Основы расчета, конструирования и технология производства: Учебное пособие / Р.С.Веселков, Т.Н.Гончаровская, В.П.Гончаровская и др.: Под ред. Б.Б.Самотокина. – К.: Вища школа, 1990. – 343 с.
7. Кожевников С.Н., Есипенко Я.Н., Раскин Я.М. Механизмы. Справочник. Изд. 4-е. Под ред. С.Н.Кожевникова. – М.: Машиностроение, 1976.
8. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. — 376 с.
9. Макаров У., Жиганов В. Управляющие системы промышленных роботов. – М.: Машиностроение, 1984. – 274 с.
10. Не счесть у робота профессий / Под ред. П.Марша: Пер. с англ. / Под ред. В.С.Гурфинкеля. – М.: Мир, 1987. – 182 с.
11. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизованных комплексов: Учеб. пособие / С.Ф.Бурдаков, В.А.Дьяченко, А.Н.Тимофеев – М.: Высш. шк., 1986. – 264 с.
12. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа / Под общ. Ред. Е.П.Попова. – Машиностроение, 1988. – 240 с.

14. Современные промышленные роботы: Каталог / Под общ. Ред. Ю.Г.Козырева, Я.А.Шифрина. – М.: Машиностроение, 1984. – 152 с.
15. Спыну Г.А. Промышленные роботы. Конструирование и применение: Учебное пособие. – К.: Выща школа, 1991. – 311 с.
16. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов / К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Муратов и др.; Под. ред. К.В.Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
17. Теорія механізмів і машин / А.С.Кореняко; Під. ред. М.К.Афанасьєва. – К.: Вища шк., 1987. – 206 с.
18. Филиппов И.Б. Тормозные устройства пневмоприводов. – Л.: Машиностроение, 1987. – 143 с.
19. Чернець М., Пашечко М., Невчас А. Методи прогнозування і підвищення зносостійкості триботехнічних систем ковзання. В 3-х томах. – Дрогобич: “КОЛО”, 2001.
20. Чернець М.В., Невчас А., Скварок Ю.Ю. Дослідження і підвищення зносостійкості матеріалів та оцінка довговічності і надійності триботехнічних систем. – Дрогобич: “КОЛО”, 2000.
21. Чернець М., Келбінські Ю., Скварок Ю. Оцінка довговічності, зношування та контактної міцності зубчастих передач. – Дрогобич: Вимір, 2002.
22. Ямпольський Л.С., Поліщук М.М., Ткач М.М. Елементи робототехнічних пристроїв і модулі ГВС: Підручник / За ред. Л.С.Ямпольського. – К.: Вища шк., 1992. – 431 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**ЧЕРНЕЦЬ Мирон Васильович**  
**СКВАРОК Юрій Юліанович**  
**ОПЕЛЯК Марек**  
**КІНДРАЦЬКИЙ Богдан Ілліч**

**ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ  
ТА ТРИБОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

видання третє,  
доповнене

Редакція авторська

Технічний редактор  
Святослав Сурма

Комп'ютерна підготовка  
Максим Стяжкін

Художнє оформлення обкладинки  
Михайло Хейна

Підписано до друку 11.06.2003 р. Формат 60x84/16  
Гарнітура "Times". Умов. друк. арк. 25,5

**Видавництво та друк "Коло"**  
Адреса: вул. Бориславська, 8, м. Дрогобич, 82100 Україна  
тел.: (03244) 3-87-32



**Чернець Мирон Васильович та інші**

Дослідження механізмів та триботехнічних систем / Під загальною редакцією М.В.Чернеця. – Дрогобич: Коло, 2003. – 440 с.

Ч 49      ISBN 966-7996-33-6

Подано огляд основних видів механізмів. Розглянуто методи дослідження важільних, кулачкових та зубчастих механізмів. Для зубчастих передач подано застосовувані в сучасному машинобудуванні види зачеплень. Також представлено аналіз і дослідження сучасних поколінь маніпуляторів і роботехнічних пристроїв. Наведено опис явищ тертя та зношування, їх закономірності та способи зниження, основи математичного моделювання зношування. Ґрунтовно розглянуто методи дослідження тертя і зношування поширених трибологічних систем різного виду.

Посібник призначено для студентів механічних спеціальностей вищих навчальних технічних закладів різних рівнів акредитації та інженерно – педагогічних факультетів педагогічних університетів.

ББК 34.44

### **ЧЕРНЕЦЬ Мирон Васильович**



Професор, доктор технічних наук, доктор габілітований  
Професор Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, професор Львівського політехнічного інституту.

У 1974 році закінчив Львівську політехніку (Дрогобицький загальнотехнічний факультет); у 1975 році Дрогобицький державний педагогічний інститут (фізичний факультет).

Науковою діяльністю займається з 1974 року. Основні напрямки досліджень пов'язані із проблемами трибології та механіки деформівного твердого тіла: методологія оцінки зносостійкості матеріалів та довговічності і зношування триботехнічних систем ковзання, методи оцінки контактної взаємодії циліндричних спряжень з малою некруглістю їх елементів, методи оцінки зносостійкості бурових інструментів та оптимізації їх конструкцій, розрахункова оцінка зношування і довговічності зубчастих передач.

Педагогічну діяльність розпочав у 1974 році на кафедрі загальнотехнічних дисциплін у Дрогобицькому державному педагогічному інституті імені Івана Франка.

Автор понад 130 публікацій, в т. ч. 8 монографій та 5 навчальних і навчально-методичних посібників.

### **СКВАРОК Юрій Юліанович**



Кандидат технічних наук, доцент кафедри основ виробництва Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

У 1981 році закінчив з відзнакою Львівський політехнічний інститут.

Науковою діяльністю займається з 1981 року. Наукові дослідження пов'язані з проблемами міцності та довговічності породоруйнуючого інструменту.

Педагогічну діяльність розпочав у 1985 році на кафедрі загальнотехнічних дисциплін у Дрогобицькому державному педагогічному інституті імені Івана Франка. Викладає будову автомобілів і тракторів, основи експлуатації і ремонту машинотракторного парку, основи взаємозамінності.

Автор 30 публікацій, в т. ч. 6 навчальних і навчально-методичних посібників.

### **ОПЕЛЯК Марек**



Професор, доктор габілітований

Проректор Львівського політехнічного інституту.

У 1974 році закінчив Львівський політехнічний інститут.

Науковою діяльністю займається з 1974 року. Наукові дослідження пов'язані з проблемами експлуатації машин та транспортних засобів, оптимізацією конструкцій машин та обладнання, дослідженням процесу подрібнення та енергозатрат механічних процесів з врахуванням подрібнення.

Педагогічну діяльність розпочав у 1976 році на кафедрі машин харчової промисловості Львівської політехніки.

Автор близько 100 публікацій та 12 патентів.

### **КІНДРАЦЬКИЙ Богдан Ілліч**



Доцент, кандидат технічних наук.

Доцент кафедри деталей машин, заступник директора, декан Інституту інженерної механіки та транспорту Національного університету "Львівська політехніка".

У 1978 році закінчив Львівський політехнічний інститут (Тернопільський філіал). Науковий напрям: динаміка, синтез і оптимізація машинобудівних конструкцій. Педагогічну діяльність розпочав у 1982 році на кафедрі теорії механізмів і машин та підйомально-транспортних машин Львівського політехнічного інституту.

Автор 85 наукових праць і 19 авторських свідоцтв на винаходи.