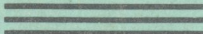


621.01 (075)

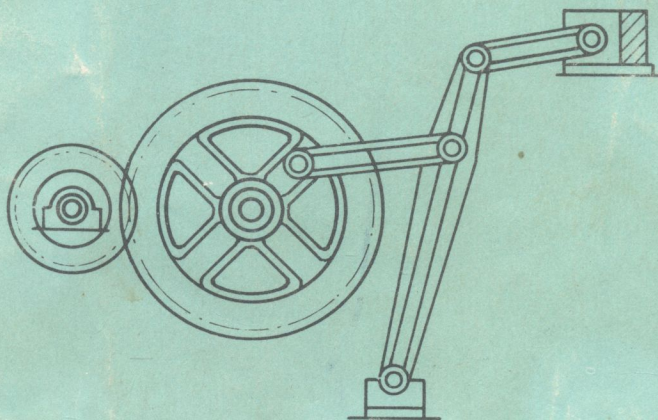
Ч 19

Д. В. Чернілевський,
Я. Т. Кіницький,
С. Л. Панов

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

Книга 3 

ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАШИН ТА МЕХАНІЗМІВ



2716-33

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КАБІНЕТ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Д.В.Чернілевський, Я.Т.Кіницький, С.Л.Панов

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

Книга 3

ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАШИН ТА МЕХАНІЗМІВ

За редакцією Д.В.Чернілевського

Затверджено Міністерством освіти України
як підручник для студентів технологічних
спеціальностей вищих навчальних закладів
та механічних спеціальностей коледжів

НТБ ВНТУ



2716-33

621.01(075) 4-49 1992

Чернілевський ДВ Технічна механіка



Київ НМК ВО 1992

Технічна механіка. Книга 3. Основи теорії машин та механізмів: Підручник / Д.В.Чернілевський, Я.Т.Кіницький, С.Л.Панов; За ред. Д.В.Чернілевського. - К.: НМК ВО, 1992. - 168 с.

У підручнику викладено основи загальних методів аналізу властивостей механізмів і машин та синтезу їх схем. Подано відомості про структуру й класифікацію механізмів, їх кінематичне і динамічне дослідження. Значну увагу приділено синтезу плоских важільних механізмів, а також властивостям кулачкових і зубчастих механізмів.

Теоретичні положення ілюструються прикладами розрахунків.

Призначений для студентів технологічних спеціальностей вищих навчальних закладів та механічних спеціальностей коледжів.

Іл. 97. Табл.4. Бібліогр.: 12 назв.

Робота авторів над текстом розподілялася так: підрозд. 1.1, 6.1 та загальне редагування виконав проф. Д.В.Чернілевський, розд. 1-3 написав проф. Я.Т.Кіницький, розд. 4-6 - доц. С.Л.Панов.

Рецензент А.А.Цимбалюк, д-р техн. наук, проф. / КіЩа/

ISBN 5-7763-1357-2



Д.В.Чернілевський, Я.Т.Кіницький,
С.Л.Панов, 1992

І. СТРУКТУРА ТА КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ

І.І. Основні поняття та визначення ТММ

Закони та методи теоретичної механіки найширше застосовуються в теорії механізмів і машин.

Теорія механізмів і машин /ТММ/ є наука про загальні методи дослідження /аналіз/ властивостей механізмів і машин та проектування /синтез/ їх схем. У ТММ обґрунтовується вибір оптимальних параметрів механізмів і машин, визначаються методи їх раціонального проектування. Результати, одержані при дослідженні механізмів, машин і приладів, використовуються в подальших розрахунках їх деталей на міцність, жорсткість, довговічність тощо. Якість машин, приладів значною мірою залежить від повноти врахування під час їх проектування кінематичних та динамічних властивостей окремих механізмів.

Кожний механізм або машина складається з окремих деталей. Деталлю називають ту частину механізму або машини, яка виготовлена без складальних операцій. У стаціонарних машинах одні деталі нерухомі,

інші рухаються відносно перших. У рухомих машинах, наприклад у двигуні автомобіля, нерухомими деталями умовно вважаються ті, що постійно зв'язані з корпусом автомобіля. Відповідно до цього у кривошипно-поршневому двигуні /рис. І.І,а/ рухомі деталі - колінчастий вал 1, шатун 2, поршень 3, клапани 6 тощо; нерухомі - корпус двигуна 4, підшипник колінчастого вала 0 циліндри 5 тощо.

Досліджуючи механізм, зручно замість конструктивного зображення /рис.І.І,а/

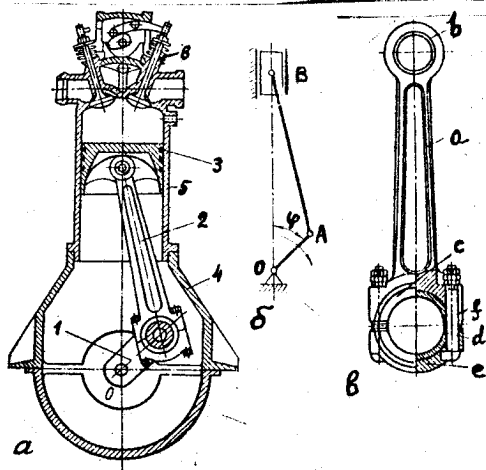


Рис. І.І. Кривошипно-поршневий двигун

використовувати їх кінематичні схеми /див. рис. 1,1,б/. Під кінематичною схемою розуміють умовне зображення механізму в масштабі. Будуючи такі схеми, використовують умовні позначення відповідно до ГОСТ 2.770-68.

У ТМД замість терміна "тіло", який використовується у теоретичній механіці, прийнято термін "ланка". Ланки, так само як і деталі, бувають рухомі та нерухомі. Кожна рухома деталь або група деталей, яка утворює одну рухома систему тіл, має назву рухомої ланки механізму або машини. Наприклад, шатун двигуна /рис. 1.1,в/ буде однією рухомою ланкою, хоч він може складатися із ряду деталей /тіла шатуна *a*, запресованої в нього втулки *b*, вкладишів *c* і *d*, головки *e* болтів *f* із шайбами та шплінтами/. Деталі, які утворюють одну ланку іноді не мають жорсткого зв'язку між собою /наприклад, стрічка конвейера з деталями, які вона переносить/; тоді ознакою того, що вони належать до однієї ланки, буде відсутність відносного руху деталей.

Усі нерухомі деталі утворюють одну нерухома систему тіл, яка називається нерухомою ланкою, або стояком. Наприклад, корпус двигуна, підшипники корінного вала і т.ін. утворюють разом одну нерухома ланку, або стояк.

Таким чином, у будь-якому механізмі або машині маємо одну нерухома ланку і одну або кілька рухомих ланок.

У механізмах або машинах ланки з'єднуються одна з одною так, що завжди забезпечується можливість їхнього відносного руху. Рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються, називається кінематичною парою.

Відносний рух ланок визначається формою елементів ланок, якими вони стикаються. Сукупність поверхонь, ліній або точок, які належать ланкам і які стикаються при відносному русі ланок, називають елементами кінематичних пар.

Зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари, утворює кінематичний ланцюг. Таким чином, колінчастий вал кривошипно-поршневого двигуна разом з нерухомих підшипником утворює одну кінематичну пару, шатун з колінчастим валом - другу, шатун з поршнем - третю, поршень з циліндром - четверту, а всі ці ланки і кінематичні пари разом утворюють кінематичний ланцюг.

Механізмом називають систему тіл, що призначена для перетворення руху одного або кількох тіл у потрібні рухи інших тіл. В основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи, які необхідні для виконання конкретних виробничих або інших задач.

Із рухомих ланок механізму виділяють вхідні та вихідні ланки. Вхідною /входом/ називають ланку, якій надається рух, що перетворюється механізмом у потрібний рух інших ланок. Вихідною /виходом/ називають ланку, яка здійснює рух, для виконання якого призначений механізм. Решту рухомих ланок механізму називають з'єднуваними, або проміжними.

Як правило, у механізмі є один вхід та один вихід. Вхідна ланка отримує рух від двигуна, а вихідна зв'язана з робочим /виконавчим/ органом машини. Але є механізми, в яких є декілька вхідних і вихідних ланок. Наприклад, у автомобільному диференціалі один вхід - рух від двигуна та два виходи - два колеса.

У динаміці механізмів і машин рухомі ланки ще ділять на ведучі та ведені. Ведучою називають таку ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладаються до неї, додатна. Веденою називають ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладені до неї, від'ємна. Тому вхідна ланка у деяких механізмах може бути як ведучою, так і веденою. Наприклад, у механізмі кривошипно-поршневого двигуна колінчастий вал і п'єшень можуть бути або ведучими або веденими.

Машина є пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної чи розумової праці людини.

Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається машиною-автоматом. Сукупність машин-автоматів, з'єднаних між собою автоматичними транспортними пристроями та призначених для виконання певного технологічного процесу, називається автоматичною лінією. Автоматичні лінії лежать в основі цехів-автоматів і заводів-автоматів.

Сучасні розвинуті системи машин є комплекси, до яких належать такі машини: енергетичні, тобто машини, які перетворюють один вид енергії в інший; транспортувальні для переміщення деталей, або конвейери; технологічні машини, які змінюють форму, склад або структуру об'єктів, що обробляються; контрольно-керувачі машини, які контролюють якість і розміри виробу та регулюють режими руху двигунів і робочих органів; логічні /математичні/ машини, які підраховують кількість виробів.

В останні роки широкого розповсюдження набули кібернетичні машини, які здатні замінити деякі функції людини /розпізнавати букви, образи, відображати людську мову, виконувати відповідні рухи за

успов командов людини, замінювати окремі органи людини - серце, нирки, кінцівки тощо/.

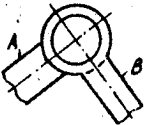

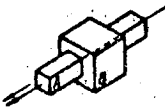

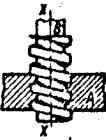
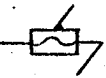
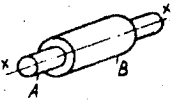

Машини, особливо машини-автомати та автоматичні лінії, за вмілого їх використання полегшують працю людини, сприяють підвищенню продуктивності праці, забезпечують високу якість робочого процесу.

1.2. Класифікація кінематичних пар

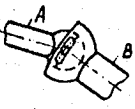

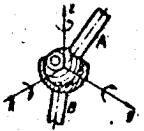

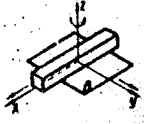

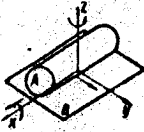

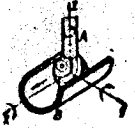

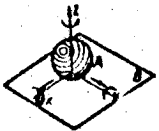

Способи з'єднання між собою двох ланок можуть бути різноманітні. У табл. 1.1 наведені приклади кінематичних пар та їх умовні зображення за ГОСТ 2.770-68.

Таблиця 1.1

Приклади кінематичних пар

№ п/п	Рисунок	Умовні позначення	Назва пари	H	S	Клас пари
1	2	3	4	5	6	7
1			Обертальна	I	5	У
2			Поступальна	I	5	У
3			Гвинтова	I	5	У
4			Циліндрична	2	4	IV

Закінчення табл. I. I

2	3	4	5	6	7
		Сферична з пальцем	2	4	IV
		Сферична	3	3	III
		Площинна	3	3	III
		Циліндр - площина	4	2	II
		Куля - циліндр	4	2	II
		Куля - площина	5	1	I

Класифікація кінематичних пар здійснюється за такими ознаками:
 а/ число умов зв'язку, які накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок;
 б/ форма елементів ланок, що утворюють кінематичну пару;

в/ характер відносного руху ланок;

г/ спосіб замикання ланок.

За класифікацією І.І.Артоболевського /1905-1977/ [2] залежно від числа умов зв'язку, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, пари діляться на п'ять класів: I, II, III, IV, V.

Як відомо з теоретичної механіки, вільне абсолютне тверде тіло ABC /рис. 1.2/, що рухається у просторі, має шість ступенів

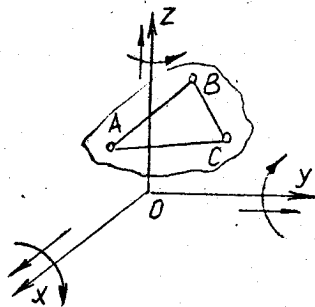


Рис. 1.2. Ступені вільності вільного тіла у просторі

вільності H . Рух такого тіла можна розглядати як обертання навколо осей x, y, z та ковзання вздовж цих самих осей /три обертальні та три поступальні рухи/. Входження ланок у кінематичну пару накладає на їх відносний рух певні умови зв'язку /в'язі/. Число таких умов зв'язку S змінюється у межах від 1 до 5 і визначається за формулою

$$S = 6 - H, \quad /1.1/$$

де H - число ступенів вільності, які має ланка, що входить у кінематичну пару.

Можливі рухи, які залишилися, можуть бути або незалежними один від одного або зв'язаними один з одним будь-якими додатковими геометричними умовами. Наприклад, у гвинтовій парі /див. табл. 1.1/ поворот ланки A відносно ланки B або, навпаки, ланки B відносно ланки A на певний кут викликає поступальне переміщення цієї самої ланки вздовж осі Z на певну відстань. Решту незалежних можливих рухів називають числом ступенів вільності ланок кінематичної пари в їх відносному русі. Зрозуміло, що з /1.1/

$$H = 6 - S. \quad /1.2/$$

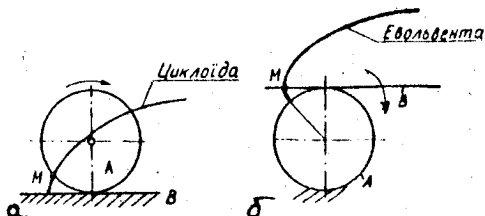
У табл. 1.1 для наведених кінематичних пар стрілками вказані можливі рухи ланки A відносно B , значення H і S та клас кінематичної пари. У сучасних механізмах найпоширеніші кінематичні пари II, IV та III класів.

Залежно від форми елементів кінематичних пар розрізняють: нижчі кінематичні пари, у яких ланки стикаються між собою поверхнями /обертальна, поступальна, гвинтова, циліндрична, сферична тощо/,

і вищі, в яких ланки стикаються по лінії /циліндр - площина, куля - циліндр/ або в точці /куля - площина/.

Нижчі кінематичні пари можуть передавати більші зусилля, ніж вищі, завдяки більшій площі контакту між ланками. Проте втрати на тертя у таких парах більші, ніж у вищих /наприклад, у підшипниках кочення/.

Нижчі пари мають властивість інверсії /оборотності руху/. Властивість інверсії полягає у тому, що характер відносного руху ланок не змінюється від того, яка ланка рухається /наприклад, у оберտальній парі A відносно B або B відносно A , див. табл. I.1/. Вищі пари такої властивості не мають. Так, при перекочуванні без ковзання циліндра по нерухомій площині /рис. I.3,а/ траєкторія точки M , яка лежить на поверхні циліндра A , буде циклоїда і, навпаки, при обкочуванні без ковзання площини B навколо нерухомого циліндра A /рис. I.3,б/ точка M площини B описуватиме евольвенту.



Якщо елементи ланок, Рис. I.3. Ілюстрація інверсії руху що утворюють кінематичну пару, рухаються паралельно одній нерухомій площині, то такі кінематичні пари називають плоскими /обертальна, поступальна/. Кінематичні пари називають просторовими, якщо точки ланок, що утворюють цю пару, рухаються у різних непаралельних площинах. За цими самими ознаками поділяють і механізми: на плоскі та просторові. У даному курсі розглядаються в основному плоскі механізми.

До складу плоских механізмів входять кінематичні пари тільки IV і V класів. Це пояснюється тим, що вільне тверде тіло ABC у плоскому русі має тільки три ступені вільності /рис. I.4/, воно може рухатися поступально вздовж осей x і y та обертатися у площині xOy . Якщо ж тіло /ланка/ входить у кінематичну пару, то його число ступенів вільності H може бути 1 або 2 і відповідно число умов зв'язку S також буде тільки 1 або 2. Формули /I.1/ і /I.2/ для плоских кінематичних пар будуть

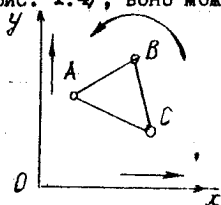


Рис. I.4. Ступені вільності вільного тіла в плоскому русі

$$H = 3 - S, \quad S = 3 - H. \quad /I.3/$$

Таке число можливих рухів можуть забезпечити тільки пари \bar{U} / $H = 1, S = 2 / i / H = 2, S = 1 /$. \bar{U} класів причому пари \bar{U} класу нижчі /обертальна, поступальна/, \bar{U} - вищі /циліндр - площина, куля - площина тощо/.

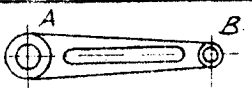

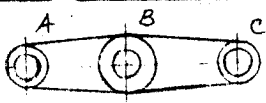
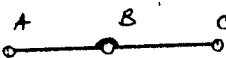
Для того щоб елементи кінематичних пар перебували у постійному контакті, пари повинні бути замкнутими. Замикання може бути геометричним або силовим. Геометричне замикання здійснюється відповідно геометричною формою елементів ланок, тобто самою конструкцією кінематичної пари. Наприклад, обертальна, поступальна, гвинтова пари геометрично замкнуті, тому що стикання елементів цих пар забезпечується їхніми геометричними формами. Для того щоб площина пара, пара циліндр - площина, куля - площина були замкнуті, необхідно тіло A притиснути до площини B /або, навпаки, площину B притиснути до тіла A /. Силове замикання найчастіше забезпечується силою пружності пружини, що створює додаткові навантаження на ланки механізму.

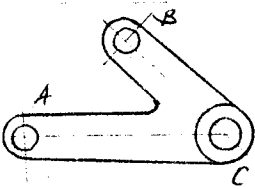
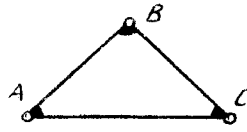
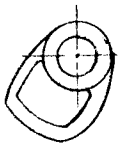
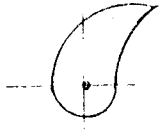
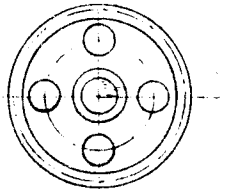
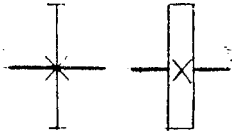
1.3. Структурні формули кінематичних ланцюгів

Вивчаючи будову механізмів, користуються структурними схемами кінематичних ланцюгів або механізмів. Структурною схемою механізму /ланцюга/ називається графічне зображення механізму, яке дозволяє встановити кількість його ланок, кінематичних пар, їх вид і взаємне розміщення. Кінематична схема механізму відрізняється від структурної тим, що розміри ланок, необхідні для кінематичного дослідження механізмів, наведено у масштабі. На структурних і кінематичних схемах ланки, так само як і кінематичні пари, зображаються умовно, згідно з ГОСТ 2.770-68 /приклади таких умовних зображень див. у табл. 1.2/.

Таблиця 1.2

Приклади умовних позначень ланок

Конструктивне зображення	Умовне зображення	Назва ланки
1	2	3
		Важіль з двома елементами обертальних пар \bar{U} класу
		Важіль з трьома елементами обертальних пар, що лежать на одній прямій

1	2	3
		<p>Важіль з трьома елементами обертальних пар, що не лежать на одній прямій</p>
		<p>Кулачок дисковий</p>
		<p>Колесо зубчасте</p>

Кінематичні ланцюги поділяються на прості та складні. Простим кінематичним називають такий ланцюг, у якого кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар /рис. 1.5,а/; складним - у якому хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар /рис. 1.5,б/.

У свою чергу прості та складні кінематичні ланцюги поділяються на замкнуті й незамкнуті. У незамкнутому кінематичному ланцюгу є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару /рис. 1.5,а,б/, у замкнутому - кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари /рис. 1.5,в,г/. Отже, на рис. 1.5 зображено кінематичні ланцюги: а - простий незамкнутий, б - складний незамкнутий, в - простий замкнутий, г - складний замкнутий.

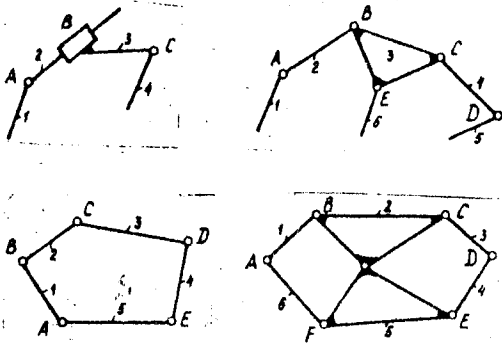


Рис. 1.5. До класифікації кінематичних ланцюгів

Крім цього, кінематичні ланцюги за аналогією з кінематичними парами поділяють ще на плоскі та просторові. Незамкнуті просторові кінематичні ланцюги використовуються при проектуванні механізмів маніпуляторів і роботів. Приклад такого механізму показано на рис. 1.6. У машинобудуванні використовуються переважно замкнуті кінематичні ланцюги.

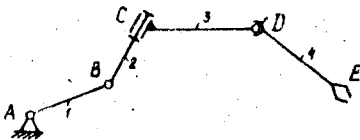


Рис. 1.6. Механізм маніпулятора

Кожний механізм являє собою деякий кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою. Основними властивостями механізму є число ступенів вільності його рухомих ланок відносно стояка та визначеність /узгодженість/ їх руху.

Для визначення числа ступенів вільності будь-якого кінематичного ланцюга необхідно підрахувати число ступенів вільності всіх рухомих ланок, вважаючи їх вільними незв'язаними кінематичними парами тіл, а потім від цього числа слід відняти число умов зв'язку, які накладаються на ланки кінематичними парами.

Нехай механізм складається з k ланок. Кожна вільна ланка, про що вже йшлося раніше, має у загальному випадку шість ступенів вільності. Одна із ланок механізму є нерухомою. Тому кількість рухомих ланок механізму складає $n = k - 1$. Якщо б ланки механізму не були зв'язані між собою, то загальна кількість простих рухів усіх рухомих ланок механізму складала б $H = 6n$. Але ж ланки механізму не є вільними тілами, вони зв'язані між собою кінематичними парами.

Нехай механізм складається з k ланок. Кожна вільна ланка, про що вже йшлося раніше, має у загальному випадку шість ступенів вільності. Одна із ланок механізму є нерухомою. Тому кількість рухомих ланок механізму складає $n = k - 1$. Якщо б ланки механізму не були зв'язані між собою, то загальна кількість простих рухів усіх рухомих ланок механізму складала б $H = 6n$. Але ж ланки механізму не є вільними тілами, вони зв'язані між собою кінематичними парами.

Одна кінематична пара I - 5 класів зменшує загальну кількість можливих рухів на число $\rho_1, 2\rho_2, 3\rho_3, 4\rho_4, 5\rho_5$, де ρ_i - пари відповідних класів / $i = 1...5$ /. Віднявши ці зв'язки від $H = 6n$, одержимо число ступенів вільності, які мають ланки механізму,

$$W = 6n - 5\rho_5 - 4\rho_4 - 3\rho_3 - 2\rho_2 - \rho_1 \quad /1.4/$$

Рівність /1.4/ носить назву структурної формули просторового кінематичного ланцюга загального вигляду /формула Сомова - Малишева/.

Зв'язки, які накладаються на відносний рух ланок кінематичними парами, можуть бути індивідуальними /характерні тільки для даної ланки ланцюга/ і загальними, які накладають однакові обмеження на рух усіх ланок. Наприклад, ланки кінематичного ланцюга, зображеного на рис. 1.7, з'єднані між собою тільки парами V класу з паралельними осями. Такий кінематичний ланцюг є плоским, тому що всі його ланки рухаються паралельно деякій одній площині $xyOz$, яка перпендикулярна до осей обертальних пар. Ланки механізму не можуть рухатися вздовж осі x і обертатися навколо осей y і z , тобто з шести можливих рухів три не можуть бути здійснені. Отже, на ланки цього механізму накладено три загальні умови зв'язку. Структурну формулу /1.4/ у цьому випадку не можна застосувати. Число ступенів вільності окремо взятої ланки такого ланцюга із врахуванням загальних зв'язків дорівнює трьом, а загальне число ступенів вільності n ланок дорівнює $3n$. Отже, ланки, які входять у кінематичні пари плоского механізму, можуть мати число ступенів вільності $H = 1$ або $H = 2$, тобто кінематичні пари I / $H = 5$ /, II / $H = 4$ /, III / $H = 3$ / класів у таких механізмах не бувають. До складу плоских механізмів можуть входити тільки пари IV і V класів, які накладають відповідно одну або дві умови зв'язку /з врахуванням загальних зв'язків відповідно $S = 4$ або $S = 5$ /. Отже, для плоского механізму структурна формула набирає вигляду

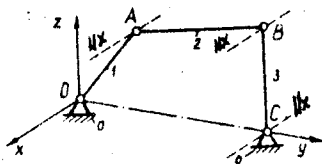


Рис. 1.7. Плоский шарнірний чотириланковий механізм

$$W = 3n - 2\rho_5 - \rho_4 \quad /1.5/$$

Рівність /1.5/ називається формулою Чебишова.

Аналогічно можна одержати структурні формули при інших числах загальних зв'язків, накладених на рух усіх ланок механізму, віднявши ці числа від усіх коефіцієнтів формули /1.4/. На практиці ступені вільності кінематичного ланцюга відносно стояка визначають кількість початкових ланок механізму. Ланка, якій, досліджуючи механізм, задають закон руху, називається початковою. Цей термін пов'язаний з тим, що знаходження положень усіх ланок починають із знаходження положень початкових ланок. Для кінематичного ланцюга, який показано на рис. 1.8, число ступенів вільності

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 0 = 1.$$

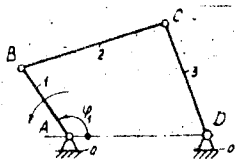


Рис. 1.8. Визначення ступенів вільності шарнірного чотириланкового механізму

У цьому випадку для визначення руху всіх ланок досить задати закон руху одній ланці, наприклад ланці AB надати обертального руху, тоді всі інші ланки BC і CD будуть мати також цілком визначений рух. Положення ланки AB можна задати кутом повороту φ_1 , який визначає положення не тільки кривошипа AB , а й усіх інших ланок, а тому його називають узагальненою координатою.

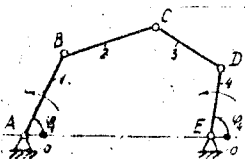


Рис. 1.9. Визначення ступенів вільності шарнірного п'ятиланкового механізму

Для кінематичного ланцюга, схему якого зображено на рис. 1.9 $n = 4$, $p_5 = 5$, $p_4 = 0$, число ступенів вільності $W = 2$. Очевидно, якщо у цьому ланцюгу задати положення ланки AB , то положення решти рухомих ланок буде невизначеним. Коли ж задати ще положення іншої ланки, наприклад ланки 4 кутом φ_4 , то всі ланки механізму будуть мати цілком визначений рух. Отже, у механізмі, зображеному на рис. 1.9, повинно бути дві початкові ланки.

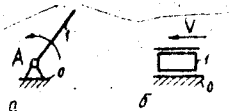
Початкові ланки можуть збігатися із вхідними ланками механізму, а можуть і не збігатися. Добір початкової ланки зумовлюється зручністю визначення положень ланок механізму і зручністю аналізу його руху. Початкові ланки надалі будемо показувати круговими /або прямими/ стрілками.

На основі зазначеного можна показати, як із кінематичного ланцюга одержати механізм. Для цього необхідно одну з ланок ланцюга зробити нерухомою /стояком/, підрахувати ступені вільності та залежно від їх кількості одній або кільком ланкам задати закон руху /див. рис. 1.8, 1.9/.

1.4. Структурна класифікація плоских механізмів

В основу структурної класифікації механізмів покладено основний принцип утворення механізмів, сформульований російським вченим Д.В.Ассуром /1878-1920/. Згідно з цим принципом будь-який механізм можна одержати шляхом приєднання до стояка та початкової ланки /або початкових ланок/ кінематичного ланцюга з нульовим ступенем вільності.

Початкову ланку та стояк, які утворюють кінематичну пару \bar{V} класу, називають механізмом \bar{I} класу. На рис. 1.10 зображено механізми \bar{I} класу, початкові ланки яких утворюють із стояком



обертальну /рис.1.1,а/ або поступальну

/рис. 1.10,б/ пари. Ступінь вільності ланок

таких механізмів $W = 1 / R = 1$, $\rho_5 = 1/$.

Щоб одержати механізм потрібного ступеня

вільності, необхідно до механізму /меха-

нізмів/ \bar{I} класу приєднати систему ланок,

яка становить один або кілька кінематичних

ланцюгів з нульовим ступенем вільності. Отже, ступені вільності меха-

нізму визначаються кількістю механізмів \bar{I} класу.

Рис.1.10. Механізми \bar{I} класу

Кінематичний ланцюг, який після приєднання його вільними елементами до стояка має нульовий ступінь вільності і який не можна розбити на простіші кінематичні ланцюги, ступінь вільності яких дорівнює нулю, називається структурною групою, або групою Ассура.

Приєднуючи структурну групу до ланок будь-якого механізму, ми не змінюємо його

ступеня вільності.

В групах Ассура маємо певну залежність між кількістю ланок і

кінематичних пар, яка впливає із основної умови існування групи

$$W = 3n - 2\rho_5 - \rho_4 = 0. \quad /1.6/$$

Якщо врахувати, що пари \bar{IV} класу можна замінити парами \bar{V} класу [2], то з рівняння /1.6/ можна записати

$$\rho_5 = \frac{3}{2} n. \quad /1.7/$$



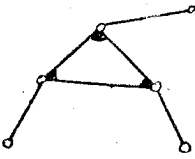

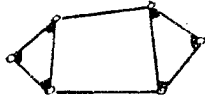
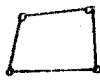
Оскільки число ланок і пар може бути тільки цілим, то умову /I.7/ задовольняють такі сполучення чисел ланок і кінематичних пар, що входять у групу:

n	2	4	6	8	...
p_5	3	6	9	12	...

Характерно, що до складу структурної групи може входити тільки парне число ланок. Вибираючи різні сполучення цих чисел / n і p_5 можна дістати групи різних класів. Групи одного класу мають однакові методи кінематичного та силового аналізу. В табл. I.3 наведено приклади деяких плоских структурних груп.

Таблиця I.3

Приклади плоских структурних груп

Схема	n	p_5	Клас групи	Найвищий клас контура групи і його схема
	2	3	<u>II</u>	<u>II</u>  $W=-1$
	4	6	<u>III</u>	<u>III</u>  $W=0$
	4	6	<u>IV</u>	<u>IV</u>  $W=1$

Номер класу структурної групи визначається найвищим класом контура, що входить до її складу. Клас контура визначається кількістю кінематичних пар, які утворюють ланки контура. Клас механізму визначається найвищим класом груп, що входять до його складу. В техніці найбільшого розповсюдження набули групи, а відповідно, і механізми II класу.

Групи II класу бувають п'яти видів залежно від кількості обертових і поступальних пар та їхнього взаємного розташування. Назвемо групу, яка має дві ланки та три обертальні пари, видом I групи II класу /рис. I.11, а/. Усі інші види груп II класу можна одержати заміною окремих обертальних пар поступальними /рис. I.11, б-д/.

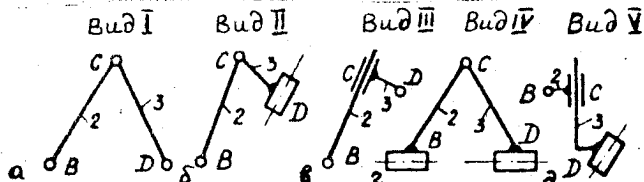


Рис. I.11. Види структурних груп II класу

У структурних групах розрізняють внутрішні та зовнішні кінематичні пари. Внутрішніми називають такі пари, за допомогою яких ланки групи з'єднані між собою /на рис. I.11 це пари C /. Кінематичні пари, якими група приєднується до інших ланок механізму, називають зовнішніми кінематичними парами /на рис. I.11 це пари B і D /. У даній структурній групі зовнішні кінематичні пари є умовними, тому що відсутні ланки, до яких приєднуються ланки групи. Кількість зовнішніх кінематичних пар визначає, за класифікацією І.І.Артоболевського, порядок груп, а тому групи, показані на рис. I.11, є групами II класу II порядку, група III класу, що наведена в табл. I.3, - III порядку, група IV класу - II порядку.

Структурний аналіз є базою кінематичного та силового аналізу механізмів. У результаті структурного аналізу визначається число ступенів вільності ланок механізму, кількість і клас структурних груп, що входять до його складу, порядок їх приєднання, клас механізму в цілому. Для прикладу розглянемо структурний аналіз механізму поперечно-стругального верстата /рис. I.12/. У цьому механізмі $n = 5$, $\rho_5 = 7$, тоді число ступенів вільності:

$$W = 3n - 2\rho_5 - \rho_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

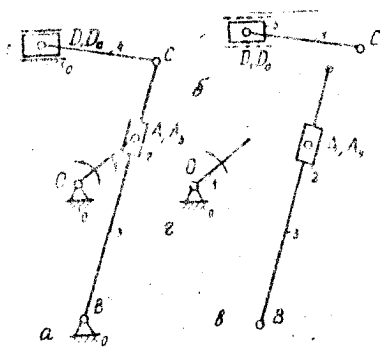


Рис. 1.12. Структурний аналіз механізму поперечно-стругального верстата

ти групу $\bar{\text{II}}$ класу, яка складається із ланок 2 і 3 і трьох кінематичних пар: A (1, 2), A_3 (2, 3), B (3, 0). І, нарешті, після від'єднання структурних груп залишається один механізм $\bar{\text{I}}$ класу, який складається із стояка 0 і кривошипа 1.

Отже, механізм, зображений на рис. 1.12, є механізмом $\bar{\text{II}}$ класу.

Склад і послідовність приєднання структурних груп механізму можна виразити формулою будови механізму. Наприклад, формула будови механізму, який зображено на рис. 1.12, має вигляд

$$I(1) \longrightarrow \bar{\text{II}}(2, 3) \longrightarrow \bar{\text{II}}(4, 5),$$

де 1 - механізм $\bar{\text{I}}$ класу; $\bar{\text{II}}$ - структурна група $\bar{\text{II}}$ класу. Номери ланок що утворюють механізм $\bar{\text{I}}$ класу /ланка 1/ або структурні групи /ланки 2, 3, 4, 5/, указані у дужках.

1.5. Основні види механізмів

У сучасній техніці застосовується багато різних видів механізмів [1; 5], які виконують у машинах, приладах різні функції, мають різне конструктивне оформлення. Раніше ми розглянули структурну класифікацію плоских механізмів, яка поділяє механізми на класи залежно від їх будови /кількості ланок і кінематичних пар/. З точки зору використання механізмів для різних завдань практики в деяких

Отже, в цьому механізмі повинна бути одна початкова ланка /наприклад, кривошип OA_1 .

Поділ механізму на групи Ассурє треба починати з найідеальнішої від початкової ланки групи. Розпочинають із спроби від'єднати від механізму групи $\bar{\text{II}}$ класу / $n = 2$, $p_5 = 3$ / у нашому випадку це будуть ланки 4 і 5 і кінематичні пари: C (3, 4) D (4, 5), D_c (5, 0). В дужках вказані номери ланок, які утворюють одну пару. Частина механізму, яка залишилась, має також ступінь вільності $W = 1 / n = 3$, $p_5 = 4$, і з неї можна знову виділити

випадках зручно класифікувати механізми за функціональним призначенням. За цією класифікацією розрізняють механізми [2]: а/ двигунів і еретворювачів; б/ передавальні; в/ виконавчі; г/ керування, контролю та регулювання; д/ транспортування, живлення й сортування сировини та об'єктів, які обробляються.

У практиці конструювання машин і приладів застосовується структурно-конструктивна класифікація механізмів, з основу якої покладено ознаки конструктивного оформлення механізмів. Згідно з цією класифікацією механізми можна поділити на п'ять основних видів: важільні, кулачкові, фрикційні, зачеплення /зубчасті, гвинтові/ і з гнучкими ланками. Крім цього, існує велика кількість комбінованих механізмів, які складаються із указаних раніше видів: зубчато-важільні, кулачково-важільні, кулачково-зубчасті тощо. У цьому підрозділі розглядатимемо в основному важільні механізми, частково - кулачкові. Всі інші види механізмів будуть розглянуті в розділі "Деталі машин".

Важільні механізми. Одним із найпростіших важільних механізмів є шарнірний чотириланковий механізм, структурну схему якого зображено на рис. 1.13,а. У цьому механізмі чотири ланки: 1 - кривошип, 2 - шатун, 3 - коромисло, 4 - стояк. При обертанні кривошипа 1 коромисло 3 здійснює коливальний рух на кут β_{max} /кут розмаху/. У крайніх положеннях коромисла BC кривошип 1 і шатун 2 витягуються в одну пряму лінію OA_1B_1 , або накладаються - OA_2B_2 . Такий механізм є однокривошипним і називається кривошипно-коромисловим. Кривошипом може бути найменша ланка механізму за умови, що сума довжин найменшої та найбільшої ланок менша від суми довжин двох інших ланок /правило Грасгофа/. При цьому байдуже, де розмішена найбільша ланка, вона може бути стояком OC /рис. 1.13,а/, шатуном AB або коромислом BC .

Важливою характеристикою кривошипно-коромислового механізму є так званий коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки. Неймає рух коромисла BC проти годинникової стрілки є прямим /як правило, робочим/ ходом, за годинниковою стрілкою - зворотним /холостим/. Відношення середньої швидкості руху веденої ланки /коромисла/ під час зворотного ходу $\omega_{ср.зв}$ до її середньої швидкості під час прямого ходу $\omega_{ср.пр}$ називається коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки:

$$K = \frac{\omega_{ср.зв}}{\omega_{ср.пр}} = \frac{\beta_{max}}{t_{зв}} \cdot \frac{t_{пр}}{\beta_{min}} = \frac{t_{пр}}{t_{зв}}, \quad /1.8/$$

де t_{np} , $t_{зв}$ - час відповідно прямого і зворотного ходу коромисла.

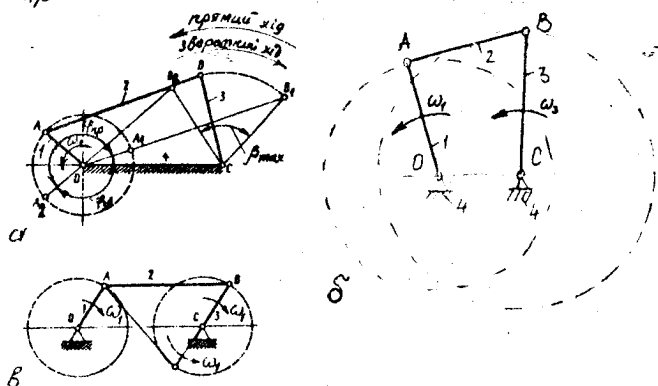


Рис. 1.13. Модифікації шарнірного чотириланкового механізму

Якщо кривошип I обертається рівномірно, то залежність /1.8/ можна записати через відношення кутів повороту кривошипа:

$$K = \varphi_{np} / \varphi_{зв}. \quad /1.9/$$

Кривошипно-коромисловий механізм зустрічається у металорізальних верстатах, пресах, ковальських, поліграфічних, текстильних, сільськогосподарських та інших машинах, у багатьох приладах.

Якщо стояком шарнірного чотириланкового механізму зробити найкоротшу ланку /рис. 1.13, б/ або якщо ланки I і 3 однакової довжини /рис. 1.13, в/, то механізм буде двокривошипним, оскільки ланка 3 так, як і кривошип I, має можливість обертатися на повний оберт. Двокривошипний механізм, зображений на рис. 1.13, в, називається шарнірним паралелограмом; у такому механізмі обидва кривошипи /I і 3/ обертаються в одному напрямі з однаковими кутовими швидкостями, а шатун 2 рухається поступально. Такі механізми використовуються, наприклад, в локомотивах /механізм спарника/ для передачі обертального руху веденим колесом або в приладах для креслення. На рис. 1.13, в тонкими лініями показано шарнірний антипаралелограм, кривошипи якого обертаються у протилежних напрямках.

Якщо стояком шарнірного чотириланкового механізму вибрати ланку BC, яка лежить напроти найкоротшої ланки OC /рис. 1.13, б/, то одержимо двокоромисловий механізм /у такому механізмі немає кривошипа/.

Шарнірний чотириланковий механізм використовують і для випадків, коли одна з точок шатуна повинна рухатися за заданою траєкторією. На рис. 1.14,а наведено приклади таких механізмів: а/ тістомісильна машина; б/ машина для ворошіння сіна; в/ порталний кран /двокоремисловий механізм/.

Якщо в шарнірному чотириланковому механізмі /див. рис. 1.13,а/ перетворити обер- тальну пару C в поступальну, то одержимо широко розповсюд- жений кривошипно-повзунний механізм /рис. 1.15,а/. Якщо вісь повзуна проходить через центр обертання кривошипа, то маємо центральный /аксі- альний/ кривошипно-повзунний механізм, і, навпаки, якщо вісь повзуна зміщена відносно

вісі обертання кривошипа на ексцентриситет e /рис. 1.15,б/, то маємо нецентральный /дезаксіальний/ механізм. При обертанні кривошипа I повзун 3 здійснює зворотно-поступальний рух, причому в центральному механізмі кут повороту кривошипа при прямому ході дорівнює його куту повороту при зворотному русі, а максимальний хід повзуна $S_{max} = 2r$, де r - довжина кривошипа; в нецентральному кривошипно-повзунному ме- ханізмі /рис. 1.15,б/ така рівність не зберігається, тобто кут пово- роту кривошипа I за час прямого ходу більший, ніж при зворотному русі.

Отже, в нецентральному механізмі холостий хід здійснюється з більшою швидкістю, ніж робочий, тобто коефіцієнт $K \neq 1$ [1.8/, 1.9/]. Приєднуючи до механізму I класу /стояк і кривошип/ групу II класу III виду, одержимо кулісний механізм /рис. 1.16/, IV виду - танген- ціальний механізм /рис. 1.17,а/, V виду - синусний механізм /рис. 1.17,б/. У кулісному механізмі залежно від довжини кривошипа OA та міжосьової відстані OB при обертанні кривошипа OA куліса BC може здійснювати або зворотно-коливальний рух на кут β_{max} - кут розмаху /рис. 1.16,а/, або оберտальний /рис. 1.16,б/.

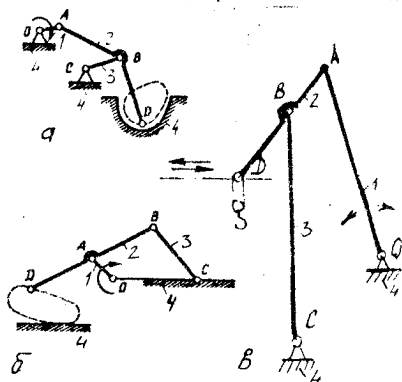


Рис. 1.14. Приклади використання шатунних кривих у техніці

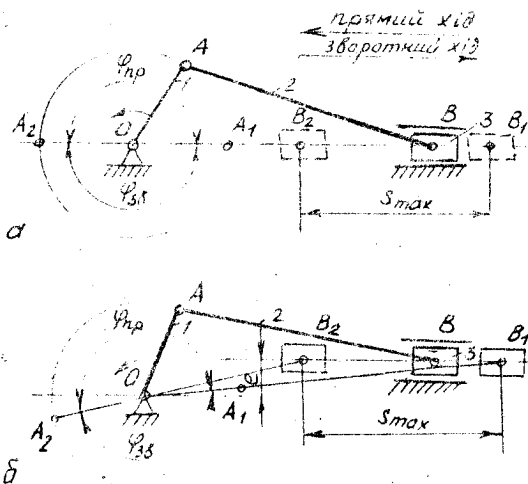


Рис. 1.15. Кривошипно-повзунний механізм

Однокривошипні кулісні механізми /рис. 1.16,а/ широко використовуються у різних машинах як виконавчі завдяки великим значенням коефіцієнта зміни середньої швидкості вихідної ланки, що дозволяє значно скоротити час холостого ходу /металорізальні верстати, конвейери/.

Двокривошипні кулісні механізми використовують у тих випадках, коли необхідно перетворити рівномірний обертальний рух /кривошипа/ в нерівномірний обертальний /куліси 3/.

У синусному механізмі /рис. 1.17,б/ повзун 3 рахується пропорційно синусу кута повороту кривошипа 1, в тангенціальному /рис.1.17,а/ - пропорційно тангенсу кута повороту куліси 1.

На рис. 1.17,б показано різновид кривошипно-кулісного механізму, який одержано шляхом приєднання до кривошипа АВ ланки ВС, а до стояка - повзуна 2 /обертальною парю С/. Такий механізм використовується, наприклад, в снігосприбиральних машинах, зубошліфувальних верстатах.

$OA < OB$

$OA > OB$

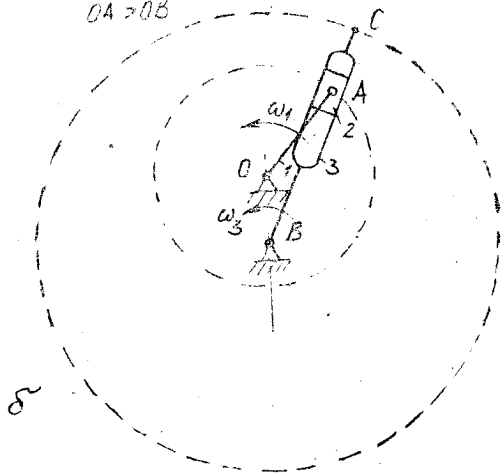
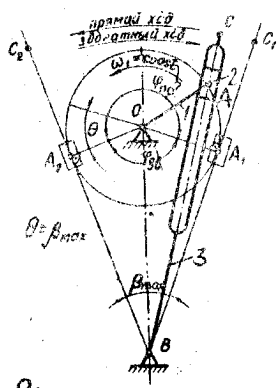


Рис. I.16. Кулісні механізми

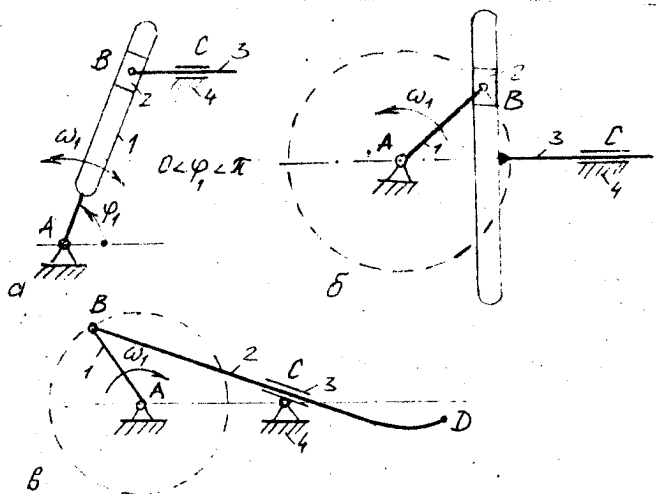


Рис. I.17. Приклади чотириланкових важільних механізмів

Механізми переривчастого руху. В машинах-автоматах широко використовуються механізми, які дозволяють у межах робочого циклу мати зупинку вихідної ланки заданої тривалості при безперервному русі вхідної ланки. Такі механізми дістали назву механізмів переривчастого руху, або механізмів із зупинкою /вистоем/. Для забезпечення переривчастого руху вихідної ланки використовуються різні механізми: кулачкові, мальтійські, храпові, зубчасті з неповнозубими колесами, важільні, комбіновані /зубчато-важільні, кулачково-важільні тощо/.

На рис. 1.18,а зображено мальтійський механізм, який перетворює безперервний обертальний рух вхідної ланки - кривошипа 1 з пальцем або роликом А на кінці в переривчастий рух вихідної ланки - мальтійського хреста 2. Назва механізму виникла від подібності вихідної ланки 2 до емблеми духовно-рицарського Мальтійського ордена.

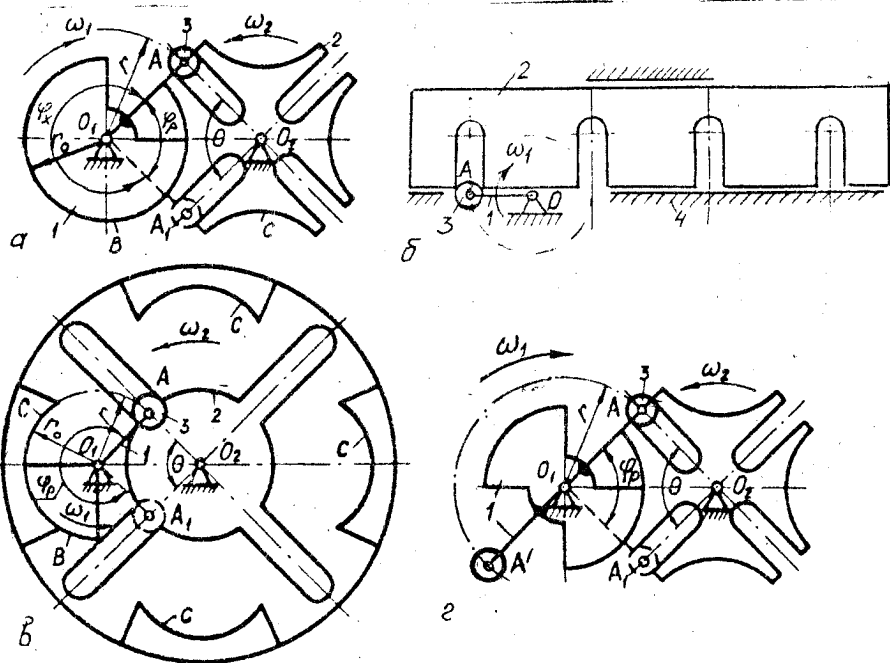


Рис. 1.18. Мальтійські механізми

Мальтійський хрест обертається при повороті кривошипа на кут φ_x . Решта оберту кривошипа на кут φ_x відповідає зупинці вихідної ланки 2. Нерухоме положення мальтійського хреста під час зупинки фіксується його сегментними вирізами C , по яких ковзає диск B , жорстко зв'язаний з кривошипом 1. Кількість пазів мальтійського хреста складає 3...12. При нескінченно великій кількості пазів і радіусі мальтійський хрест перетворюється в рейку /рис. 1.18,б/, яка здійснюватиме поступальний рух.

На рис. 1.18,в зображено мальтійський механізм, у якому кривошип 1 і мальтійський хрест 2 обертаються в одному напрямі. Такі механізми називаються мальтійськими механізмами з внутрішнім зачепленням.

Для збільшення часу руху можна збільшити кількість роликів /рис. 1.18,г/. При цьому кут φ_p не залежить від кількості роликів m , а змінюється тільки час φ_x , оскільки час зупинки відповідає тепер не повному оберту кривошипа, а куту $\varphi_u = 2\pi/m$. Максимальна кількість роликів при $\lambda = 3$ дорівнює 5, при $\lambda = 4$ і $\lambda = 5$ дорівнює 3 і при $\lambda \geq 6$ завжди дорівнює 2.

Мальтійські механізми використовують в металообробних верстатах, друкарських і поліграфічних машинах, кінопроекційній апаратурі, приладах точної механіки.

На рис. 1.19 показано один із видів храпового механізму. Такий механізм перетворює зворотньо-коливальний рух коромисла 3 з робочою собачкою 5 в переривчастий односторонній обертальний рух вихідної ланки 4, яка називається храповим колесом.

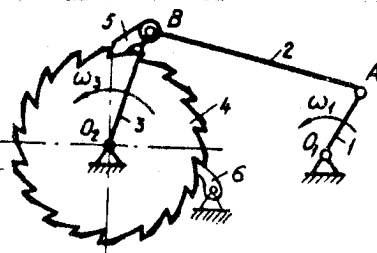


Рис. 1.19. Храповий механізм

Якщо повертати коромисло та робочу собачку у вихідне положення, храпове колесо залишається нерухомих. Для запобігання повороту в зворотному напрямі передбачено стопорну собачку 6.

Храпові механізми використовують у вантажопідіймальних машинах, механізмах подачі в автоматичних лініях, поліграфічних машинах /механізм подачі фарби/, в механізмах заведення пружин, друкарських машинках тощо.

Кулачкові механізми. Механізми, до складу яких входить кулачок, називають кулачковими механізмами. Кулачок – це ланка, якій належить елемент вищої кінематичної пари, виконаний у вигляді поверхні

змінної кривизни. На рис. 1.20,а показано схему найпростішого триланкового механізму, який складається із кулачка 1, штовхача 2 і стояка 3. Як правило, вхідною ланкою кулачкового механізму є кулачок 1, вихідною – штовхач 2. При обертанні кулачка штовхач здійснює зворотно-поступальний рух, приклад переміщення $S = S(\varphi)$ якого зображено на рис. 1.20,б, де φ – кут повороту кулачка. Закон руху штовхача визначається профілем кулачка. Оскільки цей профіль може бути різним, то за допомогою кулачкових механізмів можна забезпечити майже будь-який закон руху вихідної ланки. Ця основна перевага кулачкових механізмів пояснює широке використання цих механізмів у техніці, особливо у складних машинах-автоматах, де треба забезпечити узгоджений рух багатьох виконавчих органів.

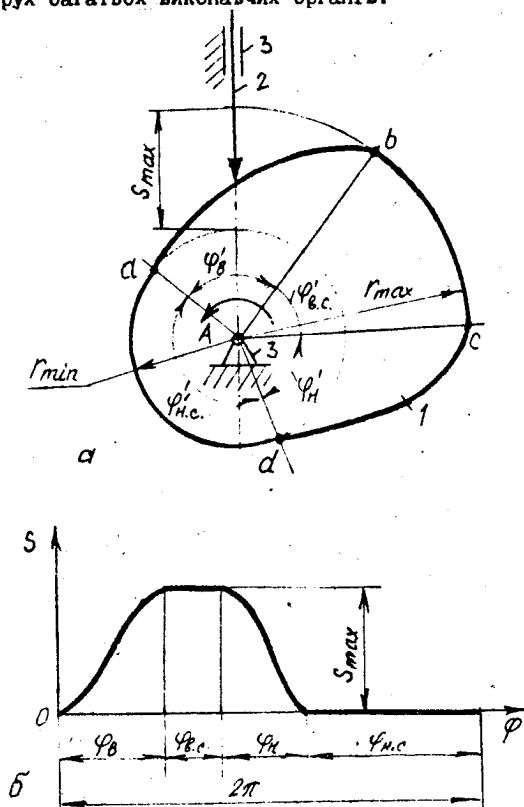


Рис. 1.20. Найпростіший кулачковий механізм

Незважаючи на те, що профіль кулачка може бути окреслений по-різному, в більшості випадків на профілі кулачка можна визначити чотири характерні ділянки /рис. I.20,а/, які викреслені: ab - зростаючим радіусом-вектором; bc - дугою максимального радіуса r_{max} ; cd - спадним радіусом-вектором; da - дугою мінімального радіуса r_{min} . Кожній із цих ділянок відповідає центральний кут профілю кулачка $\varphi_B, \varphi_{B,c}, \varphi_H, \varphi_{H,c}$, а при обертанні кулачка I - певний період руху штовхача 2: ділянці ab відповідає період віддалення t_B ; bc - період верхнього стояння $t_{B,c}$; cd - період наближення t_H ; da - період нижнього стояння $t_{H,c}$. Кут повороту кулачка, що визначають відповідні періоди руху штовхача, називаються фазовими кутами. На рис. I.20,б вони позначені так: φ_B - кут віддалення, $\varphi_{B,c}$ - кут верхнього стояння, φ_H - кут наближення, $\varphi_{H,c}$ - кут нижнього стояння. У центральних кулачкових механізмах /рис. I.20,а/ фазові кути та кути профілю кулачка відповідно рівні між собою $\varphi_B = \varphi_{B,c}, \varphi_{B,c} = \varphi_{H,c}$ тощо/. Тривалість періодів руху штовхача, яка визначається технологічними умовами роботи кулачкового механізму, а відповідно і значення фазових кутів, можуть бути різними, причому періоди стояння можуть бути відсутні, проте в будь-якому кулачковому механізмі обов'язково повинні бути періоди віддалення та наближення. У техніці використовуються і складні кулачки, які можуть забезпечувати за один оберт кулачка декілька подвійних ходів вихідної ланки однакової або різної величини. Для ілюстрації цього на рис. I.21,а показано кулачковий механізм дворазової дії, у якому за час одного оберт кулачка штовхач здійснює два повні ходи, на рис. I.22,б - кулачковий механізм, у якому повний хід S_{max} здійснюється у два прийоми.

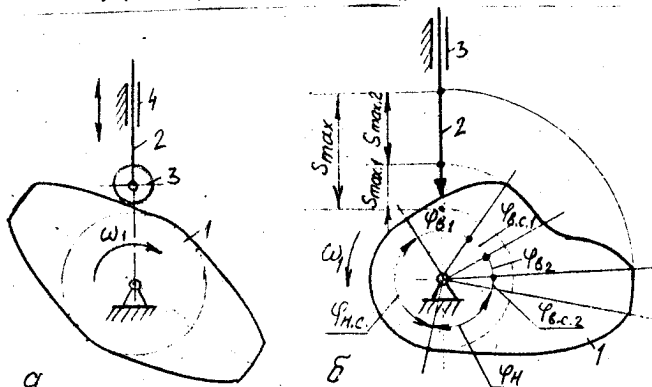


Рис. I.21. Приклади кулачкових механізмів

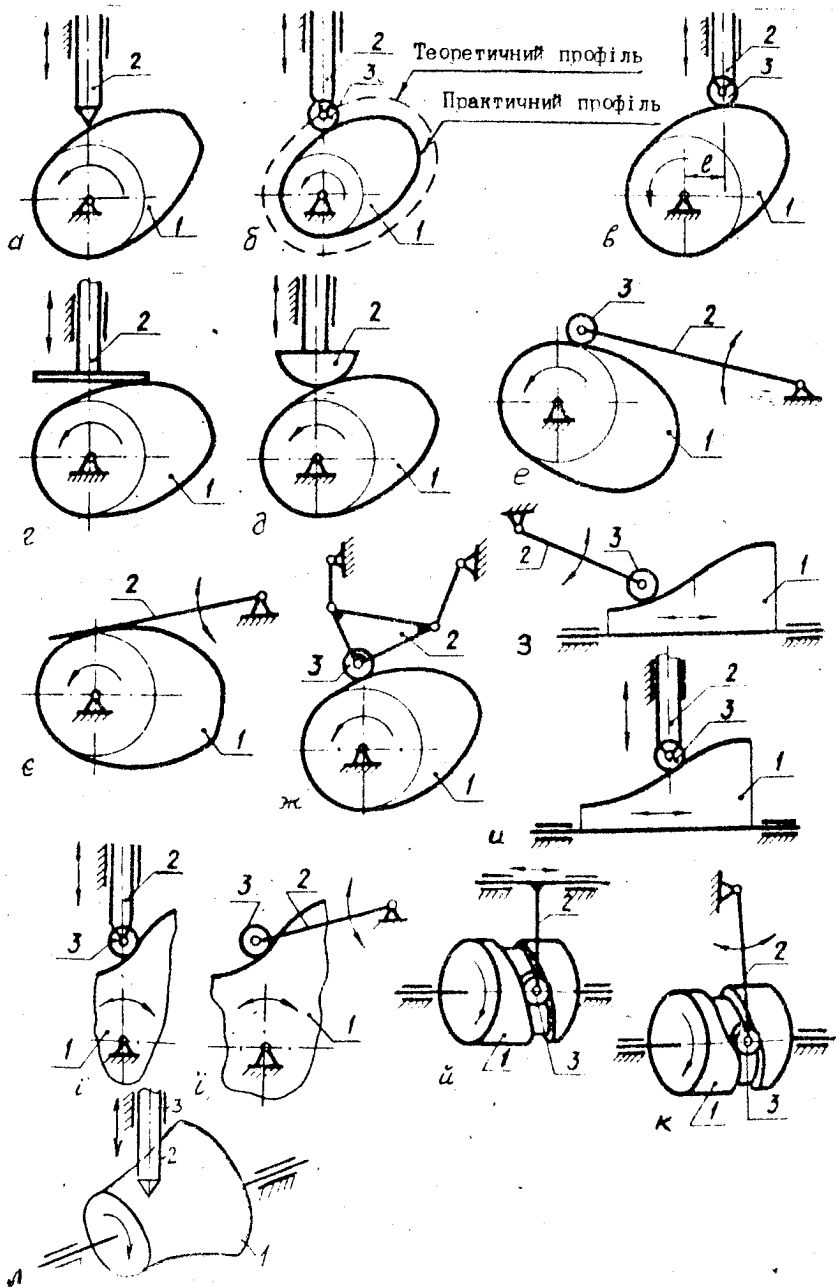


Рис. 1.22. Основні види кулачкових механізмів

На рис. 1.22 показано схеми основних видів кулачкових механізмів. Залежно від виду відносного руху ланок кулачкові механізми бувають плоскі /рис. 1.22,а-ї/ та просторові /рис. 1.22,й-л/. Вхідна ланка кулачкового механізму /кулачок 1/ може здійснювати обертальний /рис. 1.22,а-ж,й-л/, зворотно-поступальний /рис. 1.22,з,и/ або зворотно-коливальний /рис. 1.22,і,ї/ рухи. Вихідна ланка 2 може здійснювати: а/ зворотно-поступальний рух /рис. 1.22,а-д, и, і, й, л/, тоді вона називається штовхачем; б/ зворотно-коливальний рух /рис.1.22,е, з, ї, к/, тоді вона називається коромислом; в/ складний рух /рис. 1.22,ж/. За своєю конструкцією вихідна ланка /штовхач або коромисло/ може бути загостреною /рис. 1.22,а, л/, плоскою /рис. 1.22,г, е/, сферичною /рис. 1.22,д/ і з роликом /рис. 1.22,б, в, е, ж-к/.

Якщо вісь руху штовхача /рис. 1.22,а,б/ проходить через центр обертання кулачка, то такий кулачковий механізм називається центральною, в іншому випадку - позацентровим /зміщеним/ /рис.1.22,в/. Введення ексцентриситету e дозволяє за інших рівних умов зменшити розміри кулачка та боковий тиск штовхача на напрямну.

Профіль, описаний центром ролика 3 /рис. 1.22,б/ при обкочуванні його навколо кулачка 1, називається теоретичним, або центровим.

Під час роботи кулачкового механізму в результаті дії на вихідну ланку знакозмінних динамічних сил /сил інерції/ може відбуватися її відрив від кулачка. Для забезпечення постійного контакту між кулачком і штовхачем /коромислом/ треба забезпечити замикання ланок - силове або геометричне. Силове замикання ланок найчастіше забезпечується за допомогою пружини /рис. 1.23,а,б/. Геометричне замикання може здійснюватися за допомогою: а/ кулачка з пазом, у якому розташований ролик 3 /рис. 1.23,в/; б/ штовхача із двома роликами, які розташовані з двох боків кулачка /рис. 1.23,г/; в/ коромисла, виконаного у вигляді рамки, яка охоплює кулачок /у нашому випадку ексцентрик, рис. 1.23,д/; г/ штовхача з двома роликами, які відповідно контактують з двома кулачками, що розміщені у паралельних площинах.

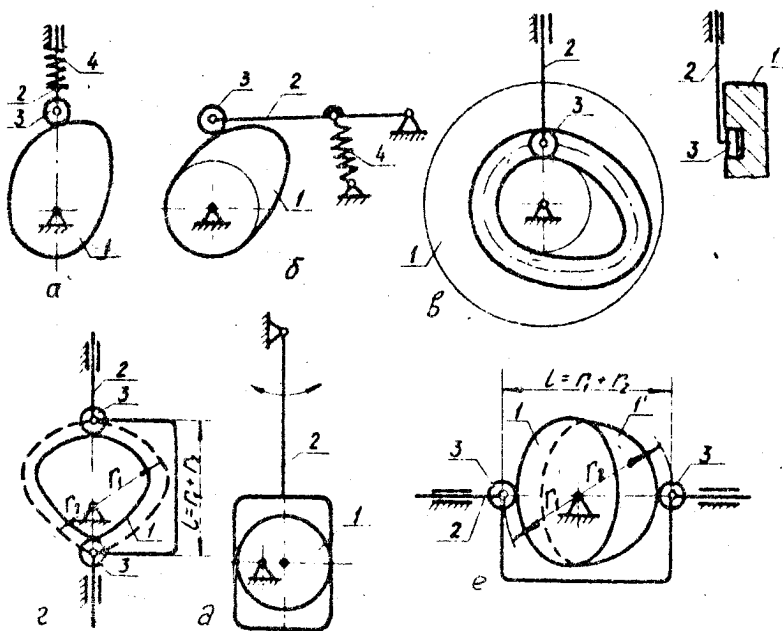


Рис. 1.23. Замикання ланок кулачкових механізмів

Сучасні машини, як правило, мають досить складні розгалужені кінематичні ланцюги. Проте в більшості випадків вони утворені шляхом паралельного або послідовного з'єднання простих механізмів чи ланцюгів. Так, наприклад, на рис. 1.24 зображено структурну схему складного розгалуженого кінематичного ланцюга одноциліндрового двигуна внутрішнього згоряння. До складу такого ланцюга входять кривошипно-повзунний механізм /кривошип 1, шатун 2, повзун 3/ і два кулачкові механізми /кулачки 4 і 4', клапани 5 і 5'/ клапанного газорозподілу. Колінчастий вал /кривошип 1/ і розподільчий вал з кулачками 4 і 4' зв'язані між собою зубчастими колесами.

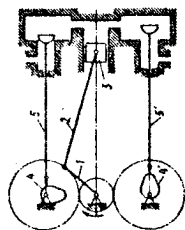


Рис. 1.24. Кінематична схема одноциліндрового двигуна внутрішнього згоряння

І.6. Поняття про маніпулятори та промислові роботи

Принципово новим елементом сучасних технологічних систем є промислові роботи – клас машин-автоматів, які мають універсальні виконавчі органи у вигляді механічних "рук", рух яких здійснюється за допомогою універсальних пристроїв. Головний механічний пристрій промислових роботів – маніпулятор. Маніпулятором називається технічний пристрій, призначений для відтворення робочих функцій руки людини. Перші конструкції маніпуляторів не тільки за призначенням, але і за зовнішнім виглядом нагадували руку людини. На рис. І.25 показано схему копіючого маніпулятора, який складається з керуючого /К/ і виконавчого /В/ механізмів. Обидва механізми цілком однакові, причому завдяки механічному, електричному, магнітному або якому-небудь іншому зв'язку рухи ланок виконавчого механізму повторюють /копіюють/ рухи ланок керуючого механізму.

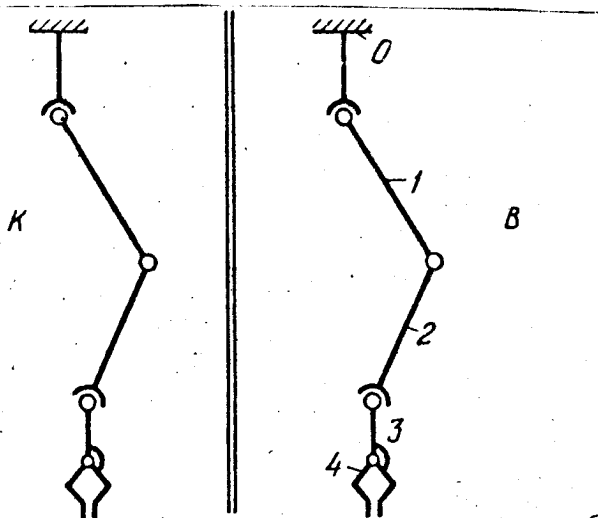


Рис. І.25. Схема копіючого маніпулятора

Як видно зі схеми, механізм маніпулятора утворений з просторового незамкнутого кінематичного ланцюга. Ланки цього ланцюга за аналогією з рукою людини мають назву: 0 – корпус, 1 – плече, 2 – передпліччя, 3 – кисть або захват, 4 – палець. Ланки 4 при розгляді структури, кінематики та динаміки маніпулятора об'єднуються з ланкою

3. Тому вважаємо, що маніпулятор, зображений на рис. 1.25, складається із стояка /корпусу/ і трьох рухомих ланок, які з'єднані між собою двома сферичними парами III класу і однією обертальною парою V класу. Отже, такий механізм має сім ступенів вільності / $W = 6 \cdot 2 - 5 \rho_3 - 3 \rho_3 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 7$ /. Захват у такому маніпуляторі може зайняти будь-яке положення у просторі в межах, які допускають розміри ланок.

Копіюючі маніпулятори широко використовуються у різних галузях техніки для виконання операцій в умовах, які виключають або роблять небажаним перебування людини біля виробу /радіоактивність, вакуум, висока температура, підвищений тиск, шкідливе хімічне виробництво тощо/.

Залежно від виду системи керування розрізняють маніпулятори з ручним і автоматичним керуванням. У маніпуляторах з ручним керуванням оператор, діючи на ланку керуючого механізму, приводить у рух ланки виконавчого механізму. В найпростіших випадках передача руху може бути виконана за допомогою механічного зв'язку, тобто через зубчасті колеса, троси та важелі. Проте у цьому випадку граничні сили та переміщення виконавчого механізму обмежені можливостями оператора. Від цього недоліку вільні маніпулятори, у яких окремі ланки виконавчого механізму приводяться в рух серводвигунами за сигналами, що виробляються при русі ланок керуючого механізму. Крім цього, у маніпуляторах із серводвигунами легко виконується дистанційне керування.

У маніпуляторах з автоматичним керуванням ланки виконавчого механізму одержують рух від серводвигунів, які працюють за даною програмою подібно верстатам із програмним керуванням. Керуючий механізм служить у цьому випадку тільки для вироблення програми роботи виконавчого механізму. Всі дії оператора, зв'язані з переміщенням ланок керуючого механізму, перетворюються за допомогою датчиків переміщень в електричні або механічні сигнали та записуються на магнітну стрічку або перфострічку. Сержану програму можна багаторазово використовувати для керування маніпулятором. Маніпулятори з автоматичним керуванням можуть використовуватися не тільки для роботи в шкідливих умовах, але і для механізації одноманітних і втомлюючих операцій при обробці та складанні виробів. У цих випадках маніпулятори з автоматичним керуванням називають промисловими роботами. Згідно з ГОСТ 25086-85, промисловий робот - це автоматична машина, стаціонарна або пересувна, що складається з маніпулятора та перепрограмовуемого пристрою програмного керування, для виконання у виробничому

процесі робочих операцій, які властиві руці людини. Промислові роботи відрізняються від звичайних машин-автоматів тим, що завдяки наявності незамкнутого кінематичного ланцюга основного механізму з кількома ступенями вільності вони мають широкий діапазон різних просторових рухів робочих органів і, як наслідок, можливість швидкого перенастроювання на виконання іншої програми. Промислові роботи створюють передумови для переходу до якісно нового рівня автоматизації - уведення автоматичних виробничих систем, які працюють з мінімальною участю людини, в тому числі створення цехів і заводів-автоматів.

Промислові роботи залежно від спеціалізації поділяють на універсальні, спеціалізовані та спеціальні. Залежно від вантажопідйомності роботи бувають: надлегкі /до 1 кг/, легкі, середні, важкі та надважкі /більші від 1000 кг/. За способом установалення роботи бувають наземні, підвісні та вбудовані; за можливістю пересуватися - стаціонарні та рухомі.

Приводи промислових роботів можуть бути електромеханічні, гідравлічні, пневматичні та комбіновані. Електромеханічний привод тепер використовується рідше за інших, але в майбутньому з появою досконаліших електродвигунів його роль зростатиме. До переваг електропривода порівняно з пневмо- та гідроприводом можна віднести відсутність трубопроводів, легкість монтажу та налагодження, простоту в експлуатації.

Пневматичний привод використовують у роботах невеликої вантажопідйомності. Основні його переваги - простота в керуванні, низька вартість і порівняно великий строк служби.

Гідравлічний привод використовується для промислових роботів великої вантажопідйомності, а також тоді, коли треба мати плавне гальмування ланок і регулювання їх швидкості руху.

Крім цього, промислові роботи класифікуються за числом ступенів вільності /рухомості/, за видом системи координат, що використовується, за способом програмування та видом керування. Особливо важливим є вид керування промисловими роботами - програмне або адаптивне. Роботи з програмним керуванням мають жорстку керуючу програму з наперед встановленим завданням. Роботи з адаптивним керуванням мають пристрої для сприйняття зовнішнього середовища /наприклад, телекамеру, мікрофон, щупи/ та керуючу програму, яка здатна пристосовуватися до зміни умов технологічного процесу або зміни зовнішнього середовища. Для реалізації адаптивного керування необхідно, щоб у системі керування була спеціалізована ЕОМ, яка за даними вимірювання руху ланок і навколишнього середовища обчислювала б поправки до програми керування.

Залежно від ступеня досконалості системи керування промислові роботи можна поділити на три покоління. Промислові роботи першого покоління мають програмне управління. Вони можуть бути як стаціонарні, так і рухомі, широко використовуються для виконання основних і допоміжних операцій технологічних процесів, у складських роботах тощо.

Промислові роботи другого покоління мають адаптивне керування. Їх вже можна використовувати для виконання операцій, які не можуть бути реалізовані роботами першого покоління /наприклад, захоплення до вільно розташованих предметів/. Роботи другого покоління дозволяють супервізорне керування, тобто керування позмінно оператором і автоматичною системою, яка діє за вказівками оператора.

Промислові роботи третього покоління, які ще називаються роботами з елементами штучного інтелекту, мають розвинуту систему чутливих /інакше, сенсорних/ пристроїв, включаючи технічний зір, яка дозволяє після обробки одержаної інформації розпізнавати образи, давати аналіз стану зовнішнього середовища і навіть приймати деякі рішення щодо складання програми.

Запитання для самоконтролю

1. Що називається ланкою; кінематичною парою; ланцюгом?
2. Чим відрізняється механізм від кінематичного ланцюга, механізм від машини?
3. Наведіть приклади вищих і нижчих кінематичних пар. Як визначити клас кінематичної пари?
4. Запишіть формули Сомова - Малишева та Чебишова.
5. Як одержати з кінематичного ланцюга механізм?
6. Основний принцип утворення механізмів за Ассуром.
7. Дайте визначення структурної групи. Як визначаються клас і порядок структурної групи, клас механізму?
8. Наведіть приклади основних механізмів, які використовуються у техніці.
9. Переваги та недоліки кулачкових механізмів.
10. Дайте визначення маніпуляторів і промислових роботів. Яка між ними різниця?
11. Які бувають системи керування промисловими роботами?

2. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

2.1. Задачі та методи кінематичного дослідження

При кінематичному дослідженні механізму розглядається рух його ланок без врахування сил, які діють на них, тобто розглядається рух ланок з чисто геометричної точки зору, з урахуванням тільки фактора часу.

Як відомо з теоретичної механіки, будь-який рух тіла характеризується переміщенням його у просторі, швидкістю та прискоренням руху його точок. Звідси і випливають основні задачі кінематичного дослідження механізмів:

- 1/ визначення положень ланок механізму, побудова траєкторій окремих його рухомих точок і знаходження переміщень окремих ланок;
- 2/ визначення швидкостей окремих точок і ланок механізму;
- 3/ визначення прискорень окремих точок і ланок механізму.

У результаті такого дослідження встановлюють відповідність кінематичних параметрів /переміщень, швидкостей і прискорень/ заданим умовам роботи механізму, а також одержують вихідні дані для виконання подальших розрахунків. Знання кінематичних параметрів потрібне для визначення динамічних сил /сил інерції, моментів сил інерції/, кінематичної енергії та потужності механізму. Траєкторії окремих точок допомагають встановити картину взаємного положення ланок під час руху, усунути можливість їх співударів. Дані кінематичного дослідження дуже часто використовуються для розв'язання оберненої задачі - синтезу механізмів.

Існують чотири методи кінематичного дослідження механізмів: графічний, графоаналітичний, аналітичний та експериментальний.

Особливо значного поширення аналітичні методи набули останнім часом, коли з'явилися сучасні ЕОМ, які дозволяють здійснювати багатотоваріантні дослідження механізмів і тим самим вибирати такі схеми механізмів і розміри їхніх ланок, що забезпечують найкращі умови роботи, тобто вдається здійснити оптимальний синтез механізмів.

При розв'язанні задач кінематики повинні бути задані кінематична схема механізму /розміри всіх ланок/ та закон руху початкової ланки /ланок/. Закон руху початкової ланки задається у вигляді функції $\varphi = \varphi(t)$, яка виражає залежність кута повороту /узагальненої координати/ початкової ланки від часу. Якщо початкова ланка здійснює поступальний рух, то задають переміщення S у вигляді функції $S = S(t)$. У практиці інженерних розрахунків при кінематичному

дослідженні механізмів, як правило, вважають рух початкової ланки лінійним, тобто рівномірним обертальним ($\omega_1 = const$) або рівномірним поступальним ($s_1 = const$). Такого руху звичайно вимагають умови роботи механізму, і такий він приблизно здійснюється на практиці. Це допущення не порушує загальності методів дослідження, тому що при нерівномірному русі вони залишаються у силі.

Крім цього, при кінематичному дослідженні механізмів роблять ще ряд інших допущень, а саме: а/ всі ланки механізму умовно вважають абсолютно твердими тілами, тобто розміри ланок під час руху залишаються незмінними; б/ зв'язки між ланками ідеальні /в кінематичних парах відсутні зазори/; в/ всі ланки виготовлені абсолютно точно. Такі допущення дозволяють значно спростити методи дослідження механізмів, а одержані при цьому результати у багатьох випадках мало відрізняються від дійсних.

Більшість механізмів і машин мають періодичний рух. Під періодом T /циклом/ руху розуміють проміжок часу, після закінчення якого механізм повертається у початкове положення, а його кінематичні параметри набувають початкового значення; після цього рух повторюється за тим самим законом. Звідси випливає, що для кінематичного дослідження достатньо одного періоду роботи механізму.

Побудова положень ланок механізму. Побудову положень ланок /планів/ механізмів II класу можна здійснювати методом засічок. Розглянемо це питання на прикладі кривошипно-повзунного механізму, кінематична схема та закон руху кривошипа OA_1 / $\omega_1 = const$ / якого задані /рис. 2.1/.

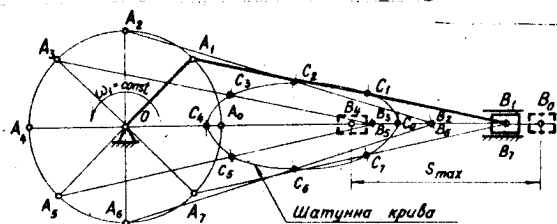


Рис. 2.1. Побудова положень ланок кривошипно-повзунного механізму

Побудову здійснюють у певному масштабі. Для цього використовують масштабний коефіцієнт, який у загальному вигляді є відношенням фізичної величини /шляху, швидкості тощо/ до довжини відрізка, який цю величину зображає на рисунку. Масштабний коефіцієнт, який у подальшому будемо називати "масштабом", позначимо літерою M з індексом тієї величини, яку зображено графічно. Масштаб M має розмірність, у чисельнику якої - розмірність величини, яка зображується, у знаменнику - розмірність довжини /мм/. Наприклад, коли зображати лінійні розміри механізму, масштаб (м/мм) визначатиметься за формулою

$$M = \frac{L_{OA}}{OA}, \quad (2.1)$$

де L_{OA} - дійсна довжина кривошипа OA , м; OA - довжина відрізка OA , мм, який зображає його на рис. 2.1.

Щоб знайти методом дугових засічок положення всіх точок і ланок механізму, необхідно послідовно розглянути рух кожної ланки, від початкової до вихідної, у такому порядку, у якому вони приєднуються до механізму. Кривошип OA здійснює рівномірний обертальний рух ($\omega_1 = const$) навколо нерухомого центра O . Шатун AB здійснює складний рух: центр шарніра A рухається по колу радіуса OA , центр шарніра B - по прямій разом із повзуном B , який шарнірно зв'язаний із шатуном AB і рухається вздовж нерухомої напрямної.

За початкове положення механізму, як правило, вибирають одне з його крайніх положень. Нехай таким положенням буде випадок, коли кривошип і шатун витягуються в одну лінію $OA_0 B_0$. У центральному кривошипно-повзунному механізмі ця лінія збігається з напрямом руху центра шарніра B . Далі поділимо траєкторію точки A на довільне вибране число рівних частин, наприклад 8, як це показано на рис. 2.1. Точки поділу позначимо $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ у напрямі обертання кривошипа. Тобто перехід з одного положення в інше здійснюється за час $T/8$, де T - період обертання кривошипа / $T = 60/n$, с; n - частота обертання кривошипа, xv^{-1} .

Положення точки B знайдемо методом дугових засічок, враховуючи, що довжина шатуна AB протягом руху залишається незмінною. Для цього з одержаних точок $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ радіусом AB зробимо дугові засічки на траєкторії точки B , у результаті чого знайдемо положення центрів шарніра $B-B_0, B_1, B_2, \dots, B_7$. З'єднавши точки A_i і B_i відрізками $A_i B_i$, одержимо положення шатуна AB і повзуна B / $i = 0, 1, 2, \dots, 7$.

Таким самим способом побудуємо траєкторію точки C , яка лежить на шатуні AB /див. рис. 2.1/. Для цього з точок A_i зробимо на відповідних положеннях $A_i B_i$ дугові засічки радіусом AC , які визначають точки C_i . Послідовно з'єднавши точки C_i плавною кривою, одержимо траєкторію точки C . Через те, що точка C лежить на шатуні, її траєкторію називають шатунною кривою. На рис. 2.2 показано приклади шатунних кривих, які описують різні точки (B, C, E, F, G, K, L) шатунна шарнірного чотириланкового механізму. Шатунні криві широко використовуються у сучасній техніці для виконання відповідних рухів виконавчими органами різних механізмів і машин, при проектуванні механізмів з вистопами, заданими передаточними функціями тощо.

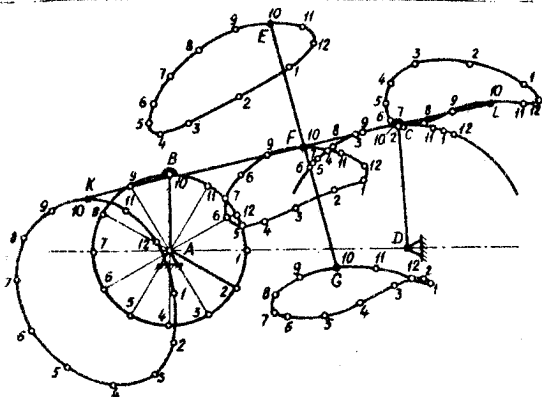


Рис. 2.2. Приклади шатунних кривих шарнірного чотириланкового механізму

Якщо до складу механізму входить декілька груп, то побудова їхніх планів здійснюється аналогічно /рис. 2.3/. Спочатку будують ряд положень кривошипа DA , потім – ланок першої приєднаної групи /шатунна AB і повзуна $B1$. Знаходять положення точки під'єднання C другої групи /шатунна CD і коромисла DE /, а тоді дуговими засічками радіусом CD – положення точки D , яка лежить на дузі кола, що побудована радіусом DE з центром у точці E . Довжини ланок CD і DE під час руху також не змінюються. Побудову планів механізму закінчують побудовою положень ланок останньої групи. Початковим положенням кривошипа DA вибирають таке положення, за

якого одна з вихідних ланок /у нашому випадку повзун B або коромисло DE / займатиме одне з крайніх положень.

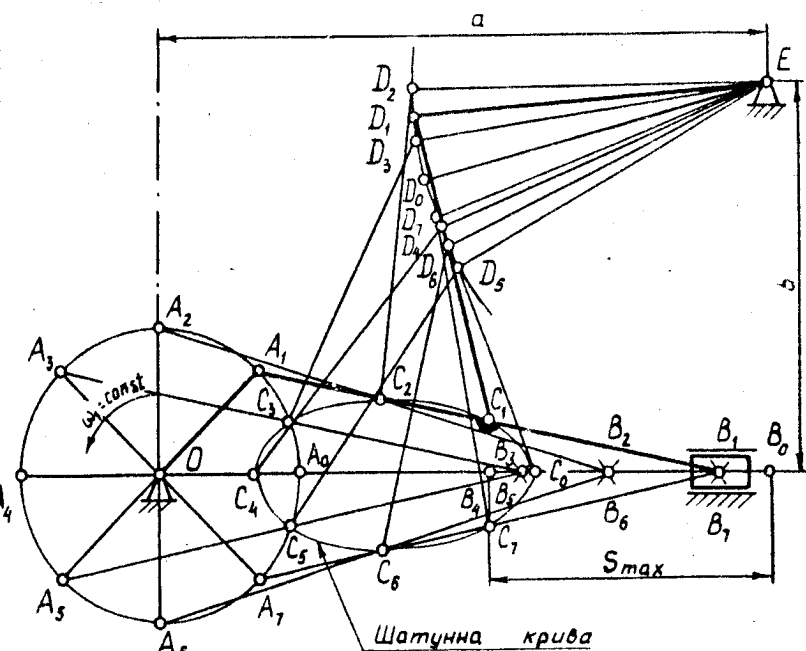


Рис. 2.3. Побудова положень ланок шестиланкового механізму

2.2. Побудова діаграм переміщень.

Під час дослідження різних механізмів часто недостатньо знайти тільки форму шляху – траєкторію руху точки; треба ще знати характер зміни величини пройденого шляху залежно від часу або кута повороту кривошипа. Для цього будують діаграми лінійних переміщень $s = s(t)$. Якщо ланка здійснює обертальний рух, то можна будувати діаграми кутових переміщень $\beta = \beta(t)$.

Розглянемо побудову діаграми переміщень повзуна B /рис. 2.1/. Якщо рух початкової ланки прийнято рівномірним, то це означає, що за рівні проміжки часу кривошип повертатиметься на однакові кути; переміщення повзуна від його початкового /крайнього/ положення будуть вимірюватися відрізками $B_0 B_i$.

Будуть прямокутну систему координат /рис. 2.4/, на осі абсцис відкладають відрізок $\ell = 0-0$, який зображує у масштабі $\mu_t = T/\ell$ (с/мм) період (час) одного обертву кривошипа OA або кут повороту кривошипа $\varphi_1 = 2\pi k$ уздовж осі ординат - лінійні переміщення повзуна B у масштабі $\mu_s = S_{max}/[S_{max}]$ де S_{max} - максимальний хід повзуна B /м/; $[S_{max}]$ - відрізок /мм/ на діаграмі, який зображує цей хід.

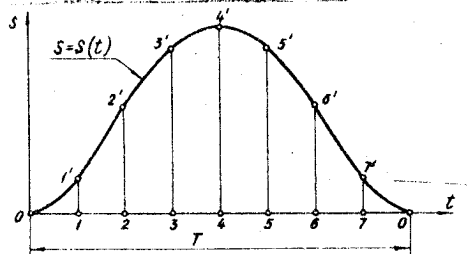


Рис. 2.4. Діаграма переміщень повзуна кривошипно-повзунного механізму

/у даному випадку на вісім/. Точки 0, 1, 2, ... відповідають моментам часу, коли механізм займатиме відповідно положенням кривошипа 0, 1, 2,Тоді на ординатах відкладають переміщення точки B від крайнього положення B_0 за певні проміжки часу. Якщо масштаби довжини μ_ℓ на рис. 2.1 і переміщень μ_s на рис. 2.4 рівні, то відрізки 1-1', 2-2', ... на діаграмі будуть відповідно рівні відріzkам B_0B_1, B_0B_2, \dots на плані механізму. Одержані точки 0, 1', 2', ... з'єднують плавною кривою, яка і буде діаграмою переміщень повзуна $B - s = s(t)$.

Маючи діаграму /графік/ переміщень будь-якої точки або ланки механізму як функцію $s = s(t)$, можна методом графічного диференціювання визначити швидкості та прискорення даної точки /ланки/ у будь-якому положенні механізму, тобто побудувати діаграми швидкостей та прискорень у функції часу [2; 3; 6; 11].

2.3. Побудова планів швидкостей і прискорень

На практиці для визначення швидкостей та прискорень широкого застосування набув графоаналітичний метод - метод планів швидкостей та прискорень. Перевагою цього методу є те, що він досить точний і наочний, порівняно простий у виконанні, дозволяє одержати не тільки величини /модулі/, але і напрями швидкостей та прискорень заданих точок тіл /ланок/, які утворюють механізми. Знання цього методу потрібні навіть тоді, коли в основному використовують аналітичні методи

дослідження, оскільки він дозволяє досить широко одержати контрольні значення кінематичних параметрів.

Плани швидкостей. Візьмемо будь-яке тіло K , яке здійснює плоскопаралельний рух. Положення твердого тіла у загальному випадку визначається трьома точками: A, B, C /рис. 2.5, а/, які незмінно зв'язані з тілом і утворюють жорсткий трикутник ABC /на рисунку заштрихований/. Нехай нам будуть відомі швидкості $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C$ відповідно точок A, B, C і положення миттєвого центра швидкостей P тіла K . Вектор швидкості будь-якої точки направлений перпендикулярно до радіуса-вектора, який з'єднує цю точку з точкою P , тобто $\vec{V}_A \perp PA, \vec{V}_B \perp PB, \vec{V}_C \perp PC$. Крім цього, швидкості точок пропорційні відповідним радіусам-векторам:

$$\frac{V_A}{PA} = \frac{V_B}{PB} = \frac{V_C}{PC},$$

оскільки $V_A = \omega \cdot PA, V_B = \omega \cdot PB, V_C = \omega \cdot PC$, де ω - миттєва кутова швидкість тіла K .

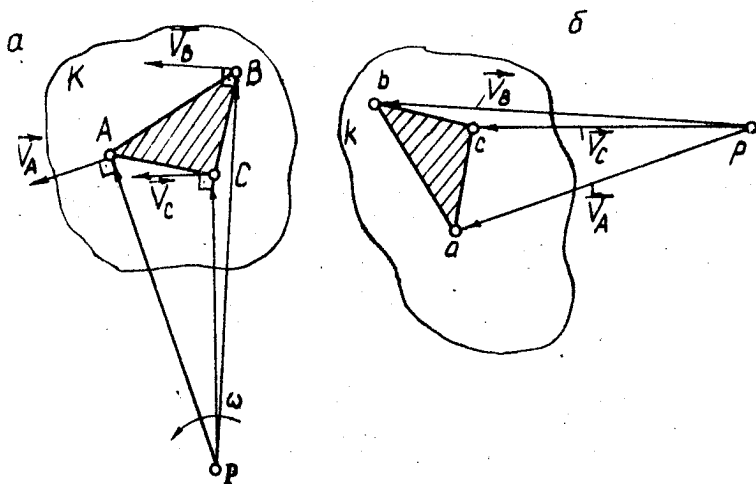


Рис. 2.5. Побудова плану швидкостей тіла

Візьмемо тепер будь-яку довільну точку P на площині /рис. 2.5,б/ і побудуємо з цієї точки у вибраному масштабі μ вектори швидкостей точок A, B, C . З'єднавши прямими точки a, b і c — кінці векторів швидкостей $\vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C$, одержимо план швидкостей тіла ABC . Якщо таким самим способом побудувати вектори швидкостей усіх крайніх точок тіла K і з'єднати їх між собою, то на плані швидкостей одержимо фігуру k , яка буде подібна до тіла K . Таким чином, планом швидкостей будь-якого тіла /ланки/ є геометричне місце кінців векторів швидкостей крайніх точок тіла, що відкладені з однієї довільної точки, яку називають полюсом плану швидкостей.

У зв'язку з тим, що відрізки pa, pb, pc відповідно перпендикулярні до радіусів PA, PB, PC і пропорційні їм, то вся фігура $pa b c$ подібна фігурі $PABC$ і повернута відносно неї на 90° в бік миттєвого обертання. Це саме відноситься і до трикутника $a b c$, подібного трикутнику ABC . Звідси одержимо теорему подібності для планів швидкостей.

План швидкостей твердого тіла /ланки/ подібний тілу і повернутий відносно нього на 90° у бік миттєвого обертання тіла.

Теорема подібності справедлива тільки для незмінної системи — твердого тіла /ланки/ — і в ніякому випадку для механізму в цілому, який є змінною системою. Для механізму, який складається із системи тіл /ланок/ і при русі постійно міняє свою форму, можна лише мати сукупність планів швидкостей окремих ланок, побудованих з одного полюса, спільного для всіх ланок. Такий рисунок називають планом швидкостей механізму.

План швидкостей abc тіла ABC /див. рис. 2.5/, розташований однаково з цим тілом, тобто якщо обходити план швидкостей і тіло в одному напрямі, наприклад від точок a і A за годинниковою стрілкою, то порядок літер буде однаковий: abc і ABC . Крім цього, якщо вибрати $ab = AB$ і накласти план швидкостей abc на тіло ABC , то відповідні точки плану збігаються з точками тіла, а полюс p плану швидкостей збігається з точкою P — миттєвим центром швидкостей тіла K . Тому план швидкостей називають зображенням тіла.

Надалі домовимося позначати точки ланок великими літерами A, B, C тощо/, а їх зображення на плані швидкостей — малими a, b, c тощо/.

Плани швидкостей механізму можна будувати методом подібності, використовуючи теорему подібності, і методом векторних рівнянь. Але через те, що плани прискорень зручніше будувати методом векторних рівнянь, далі розглянемо детальніше останній.

В основі методу векторних рівнянь лежить теорема про додавання швидкостей точки при складному русі тіла.

Для прикладу розглянемо побудову плану швидкостей кривошипно-повзунного механізму /рис. 2.6,а/, для якого задані розміри ланок і закон руху кривошипа $OA(\omega_1 = const)$.

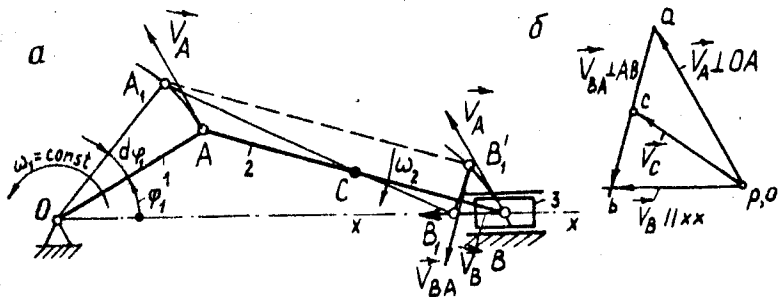


Рис. 2.6. Побудова плану швидкостей кривошипно-повзунного механізму

Цей механізм складається з трьох рухомих ланок, які здійснюють: 1 - кривошип OA - обертальний рух навколо центра нерухомого шарніра O ; 2 - шатун AB - складний рух; 3 - повзун B зворотно-поступальний рух відносно нерухомих напрямних. Четверта ланка цього механізму нерухома і називається стояком.

Щоб побудувати план швидкостей механізму, будемо в деякому вибраному масштабі довжини і заданому куті φ_1 положенні кривошипа OA схему механізму. Масштаб або масштабний коефіцієнт довжини μ_l визначається за формулою /2.1/.

Знаючи кутову швидкість ω_1 кривошипа OA і його дійсну довжину $l_{OA} = \mu_l \cdot OA$, знаходимо модуль швидкості точки A за формулою $v_A = \omega_1 l_{OA}$. Вектор \vec{v}_A напрямлений перпендикулярно до кривошипа OA в бік його руху. Вибираємо відрізок pa , який у масштабі швидкостей, м/(с·мм):

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \quad (2.2)$$

зображає на плані швидкість точки A .

Для визначення швидкості точки B , яка є спільною для шатуна AB і повзуна B_2 , розглянемо рух шатуна AB . Шатун AB здійснює складний рух. Справді, якщо надати кривошипу елементарного переміщення $d\varphi_1$, то центр шарніра A переміститься у точку A_1 , шарніра B - точку B_1 . При такому русі шатун AB здійснює складний рух: точка A рухається по дузі кола, точка B - по прямій лінії. Нехай спочатку всі точки шатуна AB рухаються так, як рухається точка A із швидкістю \vec{V}_A , при цьому вісь шатуна займе положення A_1B_1 . Потім, прийнявши точку A_1 нерухомим центром /полюсом/, повернемо шатун AB так, щоб точка B_1 попала на свою дійсну траєкторію $X-X$, тобто у точку B_2 .

Отже, при заміні дійсного руху шатуна AB двома умовними простими рухами, які дають цей самий кінцевий результат переміщення, центр шарніра B одержить послідовно дві швидкості: при поступальному русі - \vec{V}_A , при обертальному - відносну швидкість \vec{V}_{BA} точки B відносно A , яка невідома нам за величиною, але відома за напрямом ($\vec{V}_{BA} \perp AB$). Виходячи з цього, можна записати векторне рівняння для знаходження швидкості точки B

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Для визначення векторів швидкостей \vec{V}_B і \vec{V}_{BA} проводимо через точку α /див. рис. 2.6,б/ лінію, яка показує напрям вектора відносної швидкості ($\perp AB$), а з полюса p - лінію, яка паралельна напрямку руху повзуна $B // X-X$. Точка перетину цих ліній визначає точку β - кінець векторів \vec{V}_B і \vec{V}_{BA} . Відрізок $\alpha\beta$ не тільки визначає у масштабі модуль відносної швидкості $v_{AB} = \alpha\beta \cdot \mu_v$, але одночасно він є планом швидкостей шатуна AB . А тому точка C , яка лежить на ньому, на плані буде, згідно з теоремою подібності, лежати на відрізку $\alpha\beta$. Склавши пропорцію

$$\frac{\alpha c}{\alpha\beta} = \frac{AC}{AB}, \quad 12.3/$$

знаходимо довжину відрізка

$$\alpha c = \alpha\beta \frac{AC}{AB}.$$

Відкладаємо відрізок αc на плані швидкостей і з'єднавши точку C з полюсом p , знаходимо швидкість точки C - $v_C = pc \cdot \mu_v$.

Планом швидкостей кривошипа OA буде відрізок pa /точка O як нерухома попала в полюс p /, повзуна B - точка B /усі точки повзуна мають однакову швидкість \vec{v}_B /.

Знайшовши лінійні швидкості всіх ланок механізму, можна знайти їх кутові швидкості. У нашому випадку кутова швидкість шатуна AB

$$\omega_2 = v_{BA} / \ell_{AB} \quad (2.4)$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 переносимо вектор швидкості \vec{v}_{BA} у точку B і розглядаємо рух точки B відносно точки A у напрямі швидкості \vec{v}_{BA} . У нашому випадку /див. рис. 2.6,а/ кутова швидкість ω_2 напрямлена за годинниковою стрілкою.

Плани прискорень. Плани прискорень будуються аналогічно планам швидкостей.

Планом прискорень будь-якого твердого тіла /ланки/ називають геометричне місце кінців векторів прискорень крайніх його точок, відкладених з однієї довільної точки, яка називається полюсом плану прискорень. Теорема подібності для планів прискорень читається так.

План прискорень будь-якого тіла /ланки/ подібний тілу і повернутий відносно нього на деякий невизначений кут.

Розглянемо методику побудови планів прискорень на прикладі кривошипно-повзунного механізму /див. рис. 2.6/. Вихідними даними для побудови плану прискорень є положення ланок механізму і план швидкостей. Рівняння, які використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються тільки тим, що повні прискорення точки розкладають на окремі складові. У нашому випадку /рис. 2.7,а/ повним прискоренням точки A є геометрична сума нормального /доцентрового/ і дотичного /тангенціального/ прискорення:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AO} = \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t \quad (2.5)$$

де \vec{a}_{AO} - прискорення точки A при обертанні кривошипа OA навколо точки O .

Нормальне прискорення \vec{a}_{AO}^n напрямлене по лінії AO до центра обертання кривошипа O , дотичне \vec{a}_{AO}^t - перпендикулярно до AO у бік, який відповідає напрямку кутового прискорення ϵ , кривошипа OA . Модулі цих прискорень знаходять із співвідношень

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \ell_{OA} = \frac{v_A^2}{\ell_{OA}}, \quad a_{AO}^t = \frac{dv_A}{dt} = \epsilon \ell_{OA} \quad (2.6)$$

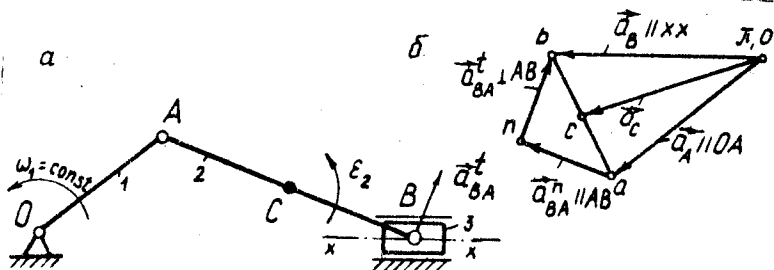


Рис. 2.7. Побудова плану прискорень кривошипно-повзунного механізму

Якщо кривошип OA обертається рівномірно ($\omega_1 = \text{const}$), то $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt = 0$, а отже, у нашому випадку $a_{AO}^t = 0$, тобто прискорення точки $\vec{a}_A = a_{AO}''$.

Узявши деяку точку π за полюс плану прискорень /див. рис. 2.7, б/, відкладаємо вектор який зображує нормальне прискорення точки A у вигляді відрізка πa . Тоді масштаб /масштабний коефіцієнт/, $m/(c^2 \cdot \text{мм})$,

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} \quad (2.7)$$

Прискорення точки B знаходимо з рівняння,

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} \quad (2.8)$$

У цьому рівнянні вектор прискорення \vec{a}_B напрямлений вздовж прямої $X-X$; прискорення \vec{a}_{BA} розкладаємо на дві складові:

$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}'' + \vec{a}_{BA}^t$. Тоді /2.8/ можна записати так:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}'' + \vec{a}_{BA}^t \quad (2.9)$$

Вектор нормального прискорення \vec{a}_{BA}'' напрямлений вздовж лінії AB від точки B до точки A , а його модуль $a_{BA}'' = \omega_2^2 \rho_{AB} = v_{BA}^2 / \rho_{AB}$.

На плані прискорень \vec{a}_{BA}'' зображено відрізком $an = a_{BA}'' / \mu_a$, який прикладено своїм початком у точці a /згідно з правилом додавання векторів/. Через його кінець /точку n / проводимо напрям дотичного прискорення \vec{a}_{BA}^t . Він перпендикулярний до лінії AB .

$(\vec{a}_{BA}^t \perp \vec{a}_{BA}^n)$, і, нарешті, через полюс π проводимо напрям прискорення точки B ($\parallel X-X$), тоді точка перетину напрямів прискорень \vec{a}_B і \vec{a}_{BA}^t визначає точку B' - кінець векторів \vec{a}_B і \vec{a}_{BA}^t . Знаючи точки a і b , знайдемо вектор повного відносного прискорення $\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$ і цим самим побудуємо план прискорень шатуну AB .

Положення точки C на плані прискорень можна визначити методом подібності, склавши пропорцію /2.3/, з якої визначаємо відрізок ac .

Модуль кутового прискорення ланки 2 $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = a_{BA}^t / l_{AB}$. Для визначення напрямку ε_2 переносимо вектор дотичного прискорення \vec{a}_{BA}^t у точку B /рис. 2.7,а/ і спостерігаємо, в який бік цей вектор обертає шатун AB відносно вибраного полюса /точки A /.

Задача 2.1. Побудувати плани швидкостей і прискорень шарнірного чотириланкового механізму, кривошип OA якого обертається рівномірно ($\omega_1 = const$). Розміри ланок задано /рис. 2.8,а/.

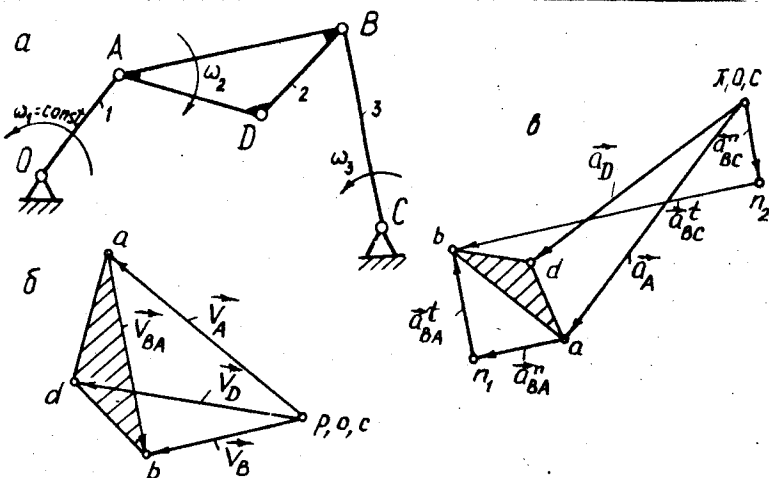


Рис. 2.8. Побудова планів швидкостей і прискорень шарнірного чотириланкового механізму

Розв'язання. Визначаємо модуль швидкості точки A $v_A = \omega_1 \rho_{OA}$ і відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі $(\vec{v}_A \perp OA)$, попередньо вибравши відрізок ρa /рис. 2.8,б/. Масштаб плану швидкостей μ_v визначаємо аналогічно, за формулою /2.2/.

Для визначення швидкості точки B , яка одночасно належить ланкам 2 і 3, складаємо векторні рівняння

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} ; \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_{BC} . \end{aligned} \right\} \quad /2.10/$$

За першим рівнянням /2.10/ через кінець вектора \vec{v}_A /точку a / проводимо напрям відносної швидкості \vec{v}_{BA} точки B відносно точки A ($\vec{v}_{BA} \perp AB$), а через точку ρ - напрям відносної швидкості \vec{v}_{BC} точки B відносно точки C ($\vec{v}_{BC} \perp BC$). Точка C як нерухома / $\vec{v}_C = 0$ / попадає у полюс плану швидкостей, там же знаходиться і точка o / $\vec{v}_o = 0$ /. Точка перетину швидкостей \vec{v}_{BA} і $\vec{v}_{BC} = \vec{v}_B$ визначає точку B , а отже, і величину цих векторів у масштабі μ_v .

Швидкість точки D , яка належить ланці 2, можна визначити, використавши теорему подібності для плану швидкостей, згідно з якою можна записати такі пропорції:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{ad}{AD} = \frac{bd}{BD} , \quad /2.11/$$

звідки знаходимо відрізки

$$ad = ab \frac{AD}{AB} ; \quad bd = ad \frac{BD}{AD} ,$$

за допомогою яких будемо $\triangle abd$, подібний $\triangle ABD$. З'єднавши точку d з полюсом ρ , знаходимо швидкість точки D - $v_D = \rho d \mu_v$. Швидкість точки D можна також визначити методом векторних рівнянь, подавши швидкість точки D через швидкості точок A і B , тобто записавши рівняння

$$\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{DA} ; \quad \vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{DB} , \quad /2.12/$$

де $\vec{v}_{DA} \perp DA$, $\vec{v}_{DB} \perp DB$.

Кутові швидкості ланок 2 і 3 знайдемо, використавши відносні швидкості \vec{V}_{BA} і \vec{V}_{BC} :

$$\omega_2 = V_{BA} / l_{AB}; \quad \omega_3 = V_{BC} / l_{BC} = V_B / l_{BC}. \quad /2.13/$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 переносимо вектор \vec{V}_{BA} в точку B і розглядаємо рух ланки 2 відносно точки A ; для визначення напрямку кутової швидкості ω_3 переносимо вектор \vec{V}_{BC} також у точку B і розглядаємо рух ланки 3 відносно точки C . У нашому випадку ω_2 напрямлена за годинниковою стрілкою, ω_3 - проти.

Побудову плану прискорень цього механізму також починаємо з кривошипа OA . Прискорення точки A при $\omega_1 = \text{const}$ визначається за формулою нормального прискорення: $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$.

Вибравши полюс плану прискорень π (рис. 2.8, в/), відкладаємо від нього відрізок πA , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a /2.7/. Прискорення точки A спрямоване по лінії AO від точки A до точки O .

Для знаходження прискорення точки B складаємо два векторних рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t; \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^t. \end{aligned} \right\} /2.14/$$

Згідно з першим рівнянням системи /2.14/ до кінця вектора \vec{a}_A потрібно прикласти початок вектора \vec{a}_{BA}^n нормального прискорення точки B відносно A , величина якого знаходиться за формулою $a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}$ або $a_{BA}^n = V_{BA}^2 / l_{AB}$. У вибраному масштабі цей вектор буде зображено відрізком $a_{n1} = a_{BA}^n / \mu_a$ /мм/. Прискорення \vec{a}_{BA}^n напрямлене по осі ланки AB від точки B до точки A . Через точку n_1 , згідно з тим самим рівнянням, необхідно провести напрям дотичного прискорення \vec{a}_{BA}^t , величина якого нам невідома, ми знаємо лише його напрям - перпендикулярно до лінії AB .

Розглянемо друге рівняння /2.14/. Прискорення точки C дорівнює нулю, тому точка C збігається з полюсом плану. Прискорення $a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC}$ і напрямлене від точки B до точки C . Відрізок

$\Gamma \Pi_2 = c \Pi_2 = a_{BC}^n / \mu_a$, який відповідає прискоренню \vec{a}_{BC}^n , на плані відкладаємо від точки Π . Через точку Π_2 проводимо напрям дотичного прискорення $\vec{a}_{BC}^t \perp BC$ до перетину з напрямом прискорення \vec{a}_{BA}^t . Точка перетину B цих ліній визначить величину і напрям прискорення точки B і величини дотичних прискорень у масштабі μ_a .

Прискорення точки D знаходимо методом подібності, побудувавши подібний ланці ABD трикутник abd . Відрізки ad і bd визначаємо з пропорції /2.11/. Для визначення прискорення точки D можна також записати векторні рівняння, виразивши прискорення точки D через прискорення точок A і B , тобто

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_D &= \vec{a}_A + \vec{a}_{DA}^n + \vec{a}_{DA}^t; \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_B + \vec{a}_{DB}^n + \vec{a}_{DB}^t. \end{aligned} \right\} /2.15/$$

Плани прискорень на основі рівнянь /2.15/ будуватимуться так само, як і для точки B /2.14/.

Модуль кутових прискорень ланок 2 і 3 знаходимо за формулами

$\epsilon_2 = a_{BA}^t / \rho_{AB}$; $\epsilon_3 = a_{BC}^t / \rho_{BC}$. Для визначення напрямів ϵ_2 і ϵ_3 переносимо вектори \vec{a}_{BA}^t і \vec{a}_{BC}^t у точку B і розглядаємо, в який бік ці вектори повертають відповідно ланки AB і BC .

Задача 2.2. Побудувати плани швидкостей і прискорень кулісного механізму, схема і розміри ланок якого задані /рис. 2.9/. Швидкість обертання кривошипа $\omega_1 = const$.

Розв'язання. Швидкість точки A , яка належить кривошипу 1 і повзуну 2, визначається за формулою $v_A = \omega_1 \rho_{OA}$ і напрямлена перпендикулярно до лінії OA . Відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі μ_v /2.2/, попередньо вибравши відрізок ρa /рис. 2.9, б/.

Для визначення швидкості точки A_3 , яка належить кулісі 3 і в даний момент збігається з точкою A , можна розкласти складний рух повзуна 2 на два прості - переносний /обертальний/ разом із кулісою 3 і відносний /поступальний/ рух повзуна 2 вздовж куліси 3. У переносному /обертальному/ русі швидкість точки A буде рівна швидкості точки A_3 , у відносному русі - швидкості поступального руху повзуна

вдвох осі кулісми - \vec{V}_{AA_3} . На підставі цього можна записати векторне рівняння

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{A_3} + \vec{V}_{AA_3} \quad /2.16/$$

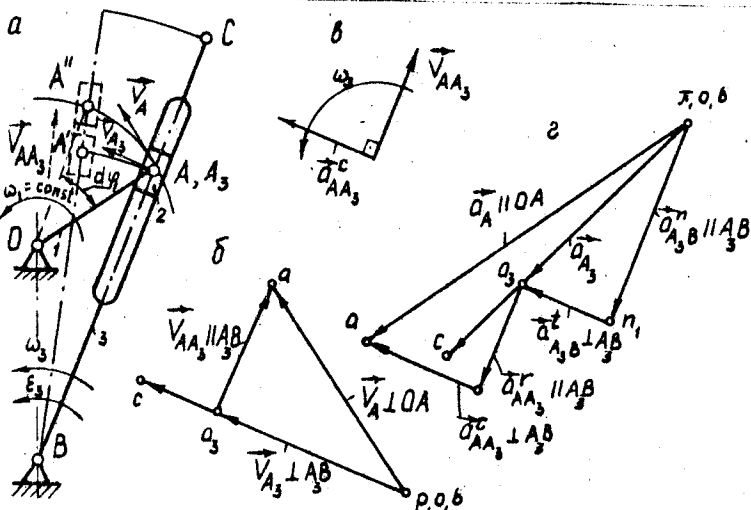


Рис. 2.9. Побудова планів швидкостей і прискорень кулісного механізму

Провівши через полюс P напрям вектора $\vec{V}_{A_3} \perp AB$, а через точку A напрям вектора \vec{V}_{AA_3} , знайдемо точку A_3 перетину цих векторів. Тоді $v_{A_3} = PA_3 \cdot \mu_v$, $v_{AA_3} = AA_3 \cdot \mu_v$. Напрями швидкостей \vec{V}_{A_3} і \vec{V}_{AA_3} визначають за рівнянням /2.16/.

Швидкість точки C , яка належить кулісі 3, можна визначити методом подібності, склавши пропорцію

$$\frac{PC}{PA_3} = \frac{BC}{BA_3} \quad /2.17/$$

звідки маємо, що

$$PC = PA_3 \frac{BC}{BA_3} \quad /2.18/$$

Тоді швидкість точки $C - v_c = PC \cdot \mu_v$.

Визначаємо кутові швидкості ланок. Очевидно, що $\omega_3 = v_{A_3} / \rho_{BA_3}$, а $\omega_2 = \omega_3$. Напрямок кутової швидкості можна визначити, якщо вектор швидкості v_{A_3} точки A_3 /рис. 2.9,а/ прикласти у точці A_3 і розглянути обертання ланки 3 навколо точки B . У нашому випадку ω_3 напрямлена проти годинникової стрілки.

Плани прискорень механізму будуються у тому самому порядку. Визначаємо прискорення точки A за формулою $a_A = \omega_1^2 \rho_{OA}$.

Вибравши полюс плану прискорень π /рис. 2.9,г/, відкладаємо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a /2.7/. Прискорення точки A спрямоване по лінії OA від точки A до точки O .

Для визначення прискорення точки A_3 використаємо теорему Коріоліса, згідно з якою якщо переносний рух тіла обертальний /отже, відносний рух - поступальний/, то абсолютне прискорення точки дорівнює векторній сумі трьох прискорень: переносного, відносного і коріолісового /поворотного/. У нашому випадку переносний рух /рух куліси 3/ обертальний, а тому можна записати

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A_3} + \vec{a}_{AA_3}^r + \vec{a}_{AA_3}^c \quad (2.19)$$

Прискорення \vec{a}_{A_3} є прискоренням у переносному русі повзуну 2 разом із точкою A_3 , повна його величина

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_3B} = \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t \quad (2.20)$$

де $\vec{a}_{A_3B}^n = \omega_3^2 \rho_{A_3B}$ - нормальне прискорення точки A_3 при обертанні навколо точки B , вектор якого напрямлений уздовж лінії A_3B від точки A_3 до точки B ; $\vec{a}_{A_3B}^t$ - дотичне прискорення точки A_3 при обертанні куліси 3 навколо точки B .

Відносне /релятивне/ прискорення $\vec{a}_{AA_3}^r$ напрямлене вздовж осі куліси A_3B . Модуль його нам невідомий. Модуль прискорення Коріоліса визначається за формулою /для плоского руху/

$$a_{AA_3}^c = 2\omega_3 v_{AA_3} \quad (2.21)$$

Для визначення його напрямку необхідно вектор відносної швидкості v_{AA_3} /рис. 2.9,в/ повернути на 90° в бік переносної кутової швидкості ω_3 .

Підставивши /2.20/ у рівняння /2.19/, одержимо

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t + \vec{a}_{AA_3}^r + \vec{a}_{AA_3}^c \quad /2.22/$$

На підставі рівняння /2.22/ будемо план прискорень механізму. точки \mathcal{L} відкладаємо відрізок $\mathcal{L}\pi_1 = a_{A_3B}^n / \mu_a$, який у масштабі μ_a визначає вектор прискорення $\vec{a}_{A_3B}^n$, а через точку π_1 проводимо напрям дотичного прискорення $\vec{a}_{A_3B}^t \perp A_3B$. Оскільки модулі прискорень $\vec{a}_{A_3B}^t$ і $\vec{a}_{AA_3}^r$ невідомі, то побудову планів продовжимо з кінця векторного рівняння, приклавши вектор $\vec{a}_{AA_3}^c$ своїм кінцем у точці a (відрізок $ka = a_{AA_3}^c / \mu_a$), а через початок цього вектора проводимо напрям вектора $\vec{a}_{AA_3}^r$ до перетину з напрямом вектора $\vec{a}_{A_3B}^t$, точка a_3 перетину яких визначить повне прискорення \vec{a}_{A_3} , а також невідомі складові $\vec{a}_{A_3B}^t$ і $\vec{a}_{AA_3}^r$. Напрями прискорень знаходимо, керуючись /2.22/. Положення точки c на плані прискорень знайдемо методом подібності, використавши рівняння /2.18/, у яке замість точки p підставляємо \mathcal{L} , тоді $lc = \mathcal{L}c \cdot \mu_a$.

Модуль кутового прискорення ланки 3 $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ знаходимо за формулою $\varepsilon_3 = a_{A_3B}^t / \rho_{A_3B}$. Для знаходження його напрямку вектор $\vec{a}_{A_3B}^t$ переносимо у точку A_3 і будемо спостерігати, як при цьому обертається ланка 3 навколо точки B . У нашому випадку кутове прискорення ε_3 буде напрямлене проти годинникової стрілки.

Будуючи плани швидкостей і прискорень кулісних механізмів, можна обрати за переносне середовище не тільки кулісу 3, але і повзун 2. У такому випадку рівняння /2.16/ і /2.22/ набирають вигляду

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_{A_3} &= \vec{V}_A + \vec{V}_{A_3A}; & \vec{V}_{A_3} &= \vec{V}_B + \vec{V}_{A_3B}; & \vec{V}_B &= 0 \\ \vec{a}_{A_3} &= \vec{a}_A + \vec{a}_{A_3A}^c + \vec{a}_{A_3A}^r; \\ \vec{a}_{A_3} &= \vec{a}_B + \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t; & \vec{a}_B &= 0. \end{aligned} \right\} /2.23/$$

Зрозуміло, що $\vec{V}_{A_3A} = -\vec{V}_{AA_3}$, $\vec{\alpha}_{A_3A}^c = -\vec{\alpha}_{AA_3}^c$, $\vec{\alpha}_{A_3A}^r = -\vec{\alpha}_{AA_3}^r$.

Аналізуючи наведені приклади, можна зробити висновок, що при побудові планів швидкостей і прискорень плоских механізмів використовуються два види рівнянь:

1/ швидкість або прискорення однієї точки тіла /ланки/ виражають через швидкості або прискорення іншої точки цього тіла /ланки/, наприклад /див. рис. 2.7,а, 2.8,а/

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} ; \vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{BA}^n + \vec{\alpha}_{BA}^t ; \quad 12.24/$$

2/ швидкість або прискорення точки одного тіла /ланки/ виражають через швидкість або прискорення точки іншого тіла /ланки/. Точки цих тіл у даний момент збігаються, наприклад точки A_3 і A /див. рис. 2.9,а/

$$\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_A + \vec{V}_{A_3A} ; \vec{\alpha}_{A_3} = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{A_3A}^r + \vec{\alpha}_{A_3A}^c . \quad 12.25/$$

Перший вид рівнянь використовується, коли переносний рух тіла поступальний, а відносний - обертальний, другий вид - коли переносний рух обертальний, а відносний - поступальний.

2.4. Аналітичне дослідження кінематики плоских важільних механізмів II класу

Для дослідження таких механізмів найширше використовується метод замкнутих векторних контурів, згідно з яким механізм умовно вважають замкнутим векторним контуром, утвореним ланками цього механізму. Методику одержання розрахункових залежностей розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму /рис. 2.10/, для якого задані кінематична схема та закон руху початкової ланки (кривошипа OA) $\varphi_1 = \varphi_1(t)$.

Цей механізм можна зобразити у вигляді замкнутого векторного контура $OABV_0O$, для якого можна записати таке векторне рівняння:

$$\vec{r} + \vec{\ell} = \vec{\alpha} + \vec{X}_B , \quad 12.26/$$

де $r = \ell_{OA}$, $\ell = \ell_{AB}$, $\alpha = \omega \ell_{OB}$ - відстань від центра обертання O кривошипа до найближчого положення центра повзуна B ; X_B - лінійне переміщення повзуна B .

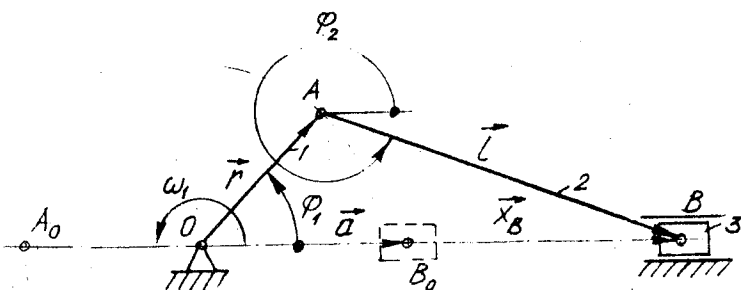


Рис. 2.10. Аналітичне дослідження кінематики кривошипно-повзунного механізму методом замкнутих векторних контурів

Спроектуємо одержаний векторний контур на координатні осі x і y та запишемо рівняння проєкцій на ці осі

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 &= \alpha + x_B ; \\ r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 &= 0, \end{aligned} \right\} 12.27/$$

де φ_1 - узагальнена координата /кут повороту кривошипа OA /.

Всі кути φ_i /у нашому випадку φ_1 і φ_2 /, які визначають положення векторів, відраховують проти годинникової стрілки від лінії, що паралельна осі абсцис і проведена через початок відповідного вектора; початок відрахунку позначають точкою, напрям - стрілкою. Можна відраховувати кути від іншої лінії. Кути, які відраховують проти годинникової стрілки, вважатимемо додатними, за годинниковою стрілкою - від'ємними.

Положення ланок механізму визначаються: кривошипа OA - кутом φ_1 /який задано /; шатуна AB - кутом φ_2 ; повзуна B - відрізком x_B . Таким чином, у рівняннях 12.27/ маємо дві невідомі величини - φ_2 і x_B , які знаходимо з цих рівнянь:

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{r \sin \varphi_1}{l}; \quad x_B = r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 - \alpha. \quad 12.28/$$

Для визначення швидкостей ланок механізму необхідно продиференціювати рівняння /2.29/ за часом t

$$\left. \begin{aligned} -r \sin \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt} - l \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} &= 0 + \frac{dx_B}{dt}; \\ r \cos \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + l \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} &= 0. \end{aligned} \right\} /2.29/$$

Якщо врахувати, що $d\varphi_1/dt = \omega_1$, $d\varphi_2/dt = \omega_2$ - відповідно кутові швидкості ланок I і 2; $dx_B/dt = v_B$ - лінійна швидкість повзуна B, то залежності /2.29/ можна записати як

$$\left. \begin{aligned} -r \omega_1 \sin \varphi_1 - l \omega_2 \sin \varphi_2 &= v_B; \\ r \omega_1 \cos \varphi_1 + l \omega_2 \cos \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \right\} /2.30/$$

Звідси знаходимо

$$\omega_2 = - \frac{\omega_1 r \cos \varphi_1}{l \cos \varphi_2}; \quad v_B = -(\omega_1 r \sin \varphi_1 + l \omega_2 \sin \varphi_2). /2.31/$$

Аналогічно одержують залежності для визначення прискорень, продиференціювавши рівняння /2.30/ за часом t :

$$\left. \begin{aligned} -r \omega_1 \cos \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt} - r \sin \varphi_1 \frac{d\omega_1}{dt} - l \omega_2 \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} - l \sin \varphi_2 \frac{d\omega_2}{dt} &= \frac{dv_B}{dt}; \\ -r \omega_1 \sin \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + r \cos \varphi_1 \frac{d\omega_1}{dt} - l \omega_2 \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} + l \cos \varphi_2 \frac{d\omega_2}{dt} &= 0, \end{aligned} \right\} /2.32/$$

де $d\omega_1/dt = \varepsilon_1$, $d\omega_2/dt = \varepsilon_2$ - кутові прискорення ланок I і 2; $dv_B/dt = a_B$ - лінійне прискорення повзуна B. Кутове прискорення ланки I має бути задане. Тоді з рівнянь /2.32/ знаходимо

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{r \omega_1^2 \sin \varphi_1 - r \varepsilon_1 \cos \varphi_1 + l \omega_2^2 \sin \varphi_2}{l \cos \varphi_2}; \\ a_B &= -r(\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) - l(\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2). \end{aligned} \right\} /2.33/$$

Цей метод може бути використаний і для складніших механізмів, до складу яких входить декілька структурних груп II класу. При цьому треба розглянути таку саму кількість замкнених векторних контурів, які включають відповідну структурну групу.

Для аналітичного дослідження просторових важільних механізмів використовують інші методи [2; 3; 9].

Запитання для самоконтролю

1. Задачі та методи кінематичного дослідження механізмів.
2. Які вихідні дані необхідні для кінематичного дослідження механізмів?
3. Які допущення роблять при кінематичному дослідженні механізмів?
4. Що розуміють під планами швидкостей і прискорень?
5. Чим відрізняються між собою формулювання теореми подібності планів швидкостей і прискорень плоских механізмів?
6. Які два види векторних рівнянь використовуються при побудові планів швидкостей і прискорень плоских механізмів?
7. Порядок побудови планів швидкостей і прискорень.
8. Порядок аналітичного дослідження кінематики плоских важільних механізмів.

3. ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

3.1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів

При динамічному дослідженні механізмів розглядається рух ланок з врахуванням сил, що на них діють. Своєю дією прикладені сили надають ланкам механізму того чи іншого закону руху.

Розрізняють дві основні задачі динаміки механізмів і машин:

1/ заданий закон руху початкової ланки механізму - треба визначити зовнішні сили, які забезпечують цей рух;

2/ задані зовнішні сили, що діють на ланки механізму, - треба визначити закон руху початкової ланки.

Перша задача носить назву силового аналізу механізмів, а друга - динаміки механізмів /машин/. Крім цього, як і в інших розділах теорії механізмів і машин, у динаміці можна виділити два класи задач - аналіз і синтез механізмів за даними динамічними умовами. З цієї причини у розділ динаміки включають ряд інших задач, які мають важливе

технічне значення, а саме: розрахунок маховика, регуляторів швидкості, зрівноваження мас у механізмі, визначення його ККД, дослідження коливань у машинах, їх віброзахист.

Але перш ніж приступити до розв'язування задач динаміки, необхідно ознайомитися з силами, що діють на ланки механізмів і машин.

3.2. Сили, що діють у машинах

Усі діючі у машинах сили поділяють на дві основні групи:

1/ рушійні сили \vec{F}_p , які діють у бік руху тіла, тобто намагаються прискорити його рух;

2/ сили опору \vec{F}_o , які діють проти руху тіла, тобто намагаються сповільнити рух тіла.

У свою чергу сили опору діляться на сили корисного /або виробничого/ опору $\vec{F}_{ко}$ та сили шкідливого /або невиробничого/ опору $\vec{F}_{ш}$.

Рушійні сили - це такі сили, які приводять механізм або машину в рух. Рушійними силами можуть бути тиск пари або газу, тиск води, повітря, електромагнітні сили, сили пружності пружини, сили тяжіння тощо.

Напрями рушійної сили та швидкості точки, у якій прикладена ця сила, або збігаються, або складають гострий кут. Тому проекція вектора сили на напрям руху тіла завжди додатна, що і визначає додатну роботу рушійних сил.

До сил корисного опору відносяться технологічні опори руху, на подолання яких при виконанні технологічного процесу витрачається робота, тобто для здійснення якого і служить машина або механізм. Прикладом може служити опір різанню металів або вага вантажу, який ми піднімаємо. Тут доречно зазначити, що при опусканні вантажу його вага буде вже рушійною силою. Звідси випливає, що у деяких машинах одну і ту саму силу не можна завжди відносити до якої-небудь однієї категорії.

Сила корисного опору напрямлена у протилежний бік руху або складає з напрямом швидкості тупий кут. Тому ця робота завжди від'ємна.

До сил шкідливого опору відносяться сили тертя у кінематичних парах, а також опір середовища. Правда, є випадки, коли силу тертя можна віднести до шкідливого опору. В гальмах, наприклад, або у місцях стику ведучих коліс локомотива з рельсами, автомобіля з поверхнею дороги тертя корисне.

Розрізняють також сили тяжіння /ваги/ ланок G , сили інерції R та сили реакцій R у кінематичних парах. Проте ці сили не утворюють який-небудь новий клас. Залежно від їх напрямку дії ці сили треба віднести до рушійних сил або сил опору.

Сили тяжіння є результат взаємодії ланок із землею. У результаті того, що ця сила постійно напрямлена в один бік, а у машинах секторії точок ланок, як правило, замкнуті, то робота сил тяжіння за період руху механізму дорівнює нулю. У середині періоду руху ця робота відрізняється від нуля:

Сили інерції з'являються при зміні швидкості за величиною або напрямком. При періодичному русі робота сил інерції за період руху механізму дорівнює нулю /без урахування затрат енергії на тертя/. Це пояснюється тим, що швидкості та прискорення точок рухомих ланок по закінченні кожного періоду набувають початкових значень.

Розрізняють іще сили реакцій, які виникають при взаємодії ланок у місцях їх стикання, тобто у кінематичних парах. Такі сили є внутрішніми силами для всього механізму в цілому, хоча для кожної окремо взятої ланки вони будуть зовнішніми. Робота сил реакцій ніколи не дорівнює нулю, оскільки не рівні нулю сили тертя у кінематичних парах.

Все раніше викладене про сили відноситься і до моментів пар сил M , тому що вони характеризують дію сил при обертанні / $M = Fr$, де F - сила; r - плече цієї сили відносно осі обертання/.

Рушійні сили та сили корисного опору залежно від їх механічних, технологічних і технологічних характеристик можуть бути сталими або функціями різних кінематичних параметрів - переміщень, швидкостей, прискорень і часу. Наприклад, у вантажопідіймальних машинах, прокатних станах сили виробничих опорів залишаються сталими. У машинному агрегаті з двигуном внутрішнього згоряння та поршневим насосом рушійні сили та сили виробничих опорів залежать від положення ведучих ланок. Для машинного агрегату з поршневим двигуном-генератором електричного струму рушійна сила є функцією положення ведучої ланки, а сила корисного опору - функцією швидкості вала генератора. У каменедробарках, тістопресильних машинах сили виробничого опору є функцією часу тощо.

Рушійні сили та сили опору, як правило, визначають експериментальним шляхом, використовуючи відповідні прилади. Результати надають як аналітичні залежності або діаграми сил, робіт або потужностей. Ці функціональні залежності називаються механічними характеристиками. У курсі теорії механізмів і машин питання теорії робочих

процесів у машинах не розглядаються, а тому при розв'язанні задач механічні характеристики двигунів і робочих машин вважаються відомими.

3.3. Визначення сил інерції

Як відомо з теоретичної механіки, у загальному випадку всі сили інерції будь-якої ланки AB /рис. 3.1/, яка здійснює плоскопаралельний рух і має площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до сили інерції \vec{F}_{iH} , яку прикладаємо в центрі мас /ваги/ S , і до пари сил інерції, момент яких дорівнює M_{iH} .

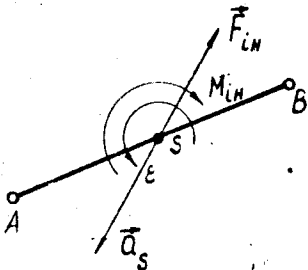


Рис. 3.1. До визначення сил інерції

Сила інерції

$$\vec{F}_{iH} = -m\vec{a}_s, \quad /3.1/$$

де \vec{F}_{iH} - вектор сили інерції ланки AB ; m - маса ланки, кг; \vec{a}_s - вектор повного прискорення центра мас S , м/с².

Сила інерції ланки \vec{F}_{iH} напрямлена протилежно вектору прискорення центра мас \vec{a}_s .

Таким чином, для визначення сили інерції \vec{F}_{iH} ланки треба знати її масу та вектор повного прискорення \vec{a}_s центра мас. Як видно із формули /3.1/, сила інерції має розмірність [кг·м/с²], тобто вимірюється у ньютонях /Н/.

Момент M_{iH} пари сил інерції напрямлений протилежно кутовому прискоренню ϵ і може бути визначений як

$$M_{iH} = -J_S \epsilon, \quad /3.2/$$

У формулі /3.2/ J_S - момент інерції ланки відносно осі, яка проходить через центр мас і перпендикулярна до площини руху ланки, а ϵ - кутове прискорення ланки.

Момент інерції J_S має розмірність [кг·м²], кутове прискорення ϵ - [рад/с²], тому момент M_{iH} пари сил інерції має розмірність [кг·м²/с²] = Н·м.

Силу інерції \vec{F}_{iH} і момент пари сил інерції M_{iH} можна замінити однією рівнодіючою силою \vec{F}'_{iH} , що дорівнює силі інерції \vec{F}_{iH} /рис. 3.2/, лінія дії якої зміщена відносно центра мас S на відстань $h = M_{iH} / F_{iH}$, тобто момент пар сил інерції ($M_{iH} = F_{iH} h$) замінюємо парю сил ($\vec{F}'_{iH}, \vec{F}_{iH}$).

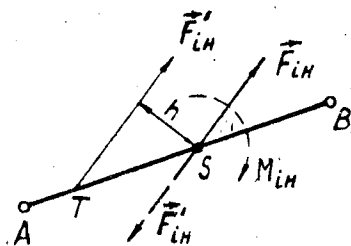


Рис. 3.2. Зведення сил інерції ланки до однієї рівнодіючої

3.4. Силевий розрахунок плоских механізмів без врахування сил тертя

Основні задачі силового розрахунку. Визначення сил, що діють на ланки механізмів, має велике практичне значення для розрахунків ланок на міцність, жорсткість, вібростійкість, зносостійкість, довговічність, для визначення втрат енергії на тертя, а також для підрахунку енергетичного балансу машини на виконання інших подібних розрахунків.

Основними задачами силового розрахунку механізмів є: по-перше, визначення зовнішніх невідомих сил, що діють на ланки механізмів; по-друге, визначення сил взаємодії ланок у місцях їх стикання, тобто реакцій у кінематичних парах; по-третє, визначення зрівноважуючої сили або зрівноважуючого моменту сил.

Розв'язуючи задачі силового розрахунку механізмів, припускають, що закон руху початкової ланки задано, а також, що маси і моменти інерції ланок відомі. Отже, завжди можна визначити ті сили інерції, які необхідні для розв'язання задач силового розрахунку. В першому наближенні силевий розрахунок проводять без врахування сил тертя у кінематичних парах.

Найпростішим випадком силового розрахунку механізмів є рівновага, тобто коли ланки механізму знаходяться у стані спокою або поступальному рівномірному прямолінійному русі. У цих випадках не виникають динамічні сили /сили інерції/. Тому для розв'язання такої задачі досить звичайних рівнянь статички. У загальному випадку, якщо є прискорення, виникають сили інерції, і рівнянь статички тут замало. Щоб розв'язати таку задачу про знаходження сил, використовують принцип Даламбера,

згідно з яким рухома система тіл перебуває у кожний момент часу в рівновазі під дією зовнішніх сил, включаючи і сили інерції.

Таким чином, користуючись принципом Даламбера, можна задачу динаміки розв'язати методами статички, якщо умовно віднести до зовнішніх сил і сили /моменти сил/ інерції, які виникають при русі ланок з прискоренням і діють на елементи кінематичних пар як додаткові сили. Проте треба твердо пам'ятати, що сили інерції, які прикладаємо до ланки, умовні. Вони діють на іншу ланку, яка спричинює прискорення рух даної ланки. У такому контексті і розуміють характер сил інерції.

Розв'язання задачі динаміки методами статички називають кінетостатичним розрахунком.

Статична визначеність структурної групи. Як відомо з курсів теоретичної механіки, задача про знаходження сил легко розв'язується для статично визначених систем. Нагадаємо, що статично визначеною системою називають таку систему, в якій кількість невідомих сил дорівнює числу рівнянь рівноваги, які можна скласти для їх знаходження.

Тому, перш ніж приступати до розв'язування задачі знаходження невідомих сил, треба вяснити, для яких кінематичних ланцюгів дотримується умова статичної визначеності. Як приклад розглянемо плоский механізм, до складу якого входить n рухомих ланок, P_3 пар IV класу і P_4 пар IV класу. Хай будуть відомі всі зовнішні сили /включаючи сили інерції/, які діють на ланки механізму, треба визначити реакції у кінематичних парах. Для кожної ланки плоского механізму можна скласти три рівняння, тому для n ланок маємо $3n$ рівнянь. Будь-яка сила характеризується трьома параметрами: значенням /модулем/, напрямом і точкою прикладання. Розглянемо, які з цих параметрів відомі, а які невідомі для сил реакцій у різних кінематичних парах плоских механізмів.

Сили реакцій /сили взаємодії/ між двома тілами /ланками/, які стикаються, при відсутності тертя завжди напрямлені нормально до стичних поверхонь. Тому в обертальній кінематичній парі /рис. 3.3,а/ реакція \vec{R}_{21} , яка прикладена до ланки 2 з боку ланки 1, буде завжди проходити через центр шарніра O . Значення і напрям дії цієї сили \vec{R}_{21} невідомі, тому що вони залежать від сил, які прикладені до ланок 1 і 2.

Викладене повністю стосується й реакції \vec{R}_{12} , яка прикладена до ланки 1 з боку ланки 2, тому що сили взаємодії зв'язані між собою третім законом Ньютона: $\vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}$.

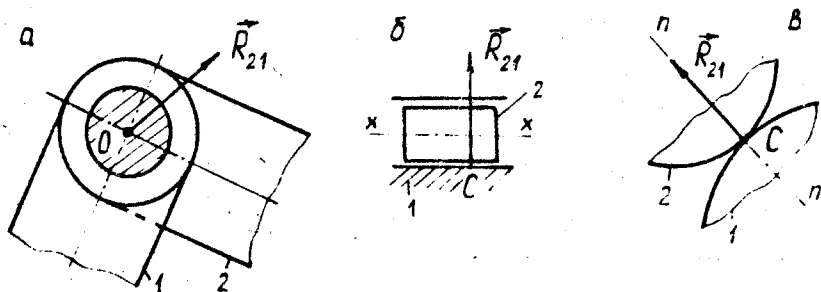


Рис. 3.3. Реакції в кінематичних парах У і ІУ класів

У поступальній парі /рис. 3.3,б/ результуюча реакція \vec{R}_{21} буде напрямлена перпендикулярно до осі руху $X-X$ ланок цієї пари, при цьому невідомими лишаються її значення та точка прикладання C .

У вищій парі ІУ класу /рис. 3.3,в/ реакція \vec{R}_{21} напрямлена вздовж спільної нормалі $n-n$ /без врахування тертя/ і прикладена у точці дотику C . Тому в такій кінематичній парі відомі точка прикладання та напрям сили реакції. Невідомим є її значення /два відомі, одне - невідоме/.

Тоді для плоского кінематичного ланцюга кількість невідомих параметрів дорівнюватиме $2\rho_5 + \rho_4$.

Кінематичний ланцюг буде статично визначеним, коли кількість невідомих параметрів дорівнює числу рівнянь, тобто у нашому випадку повинна виконуватися рівність

$$2\rho_5 + \rho_4 = 3n \quad \text{або}$$

$$3n - 2\rho_5 - \rho_4 = 0. \quad /3.3/$$

Вираз, який знаходиться ліворуч у рівності /3.3/, показує число ступенів вільності плоского кінематичного ланцюга /див. формулу Чебишова /3.5//.

Значить, статично визначеними є кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності. А таким кінематичним ланцюгом є структурні групи /3.6/. Звідси випливає, що структурні групи є статично визначеними, а тому при силовому розрахунку доцільно розглядати рівновагу окремих груп.

Методика та порядок силового розрахунку механізмів. На підставі раніше викладеного маємо методику силового розрахунку механізмів. При силовому розрахунку механізм розбивають на структурні групи, тобто на статично визначені ланцюги, до яких прикладають усі зовнішні сили, включаючи сили /моменти сил/ інерції, дію основного механізму на ланки групи замінують реакціями. Під дією всіх цих сил група знаходиться у рівновазі, а тому можна скласти відповідну кількість рівнянь рівноваги, розв'язуючи які відносно невідомих складових реакцій, знаходимо ці реакції. Причому, на відміну від кінематичного дослідження механізмів, силовий розрахунок треба починати з останньої від початкової ланки приєднаної структурної групи і закінчувати силовим розрахунком початкової ланки /ланок/.

Таким чином, силовий розрахунок механізмів зводиться до розрахунку окремих структурних груп. Це ще раз підтверджує значимість структурної класифікації Л.В.Ассура.

Методику силового розрахунку механізмів II класу розглянемо на прикладі шарнірного чотириланкового механізму, кінематичну схему якого зображено на рис. 3.4. При цьому будемо вважати, що всі зовнішні сили /сили опору, ваги, інерції тощо/, які діють на ланки групи, відомі і для кожної ланки зведені до однієї рівнодійної сили F_L та одного рівнодійного моменту M_L , де $L = 1, 2, 3, \dots, n$ - номер ланки. Таке спрощення не впливає на методику силового розрахунку струк-

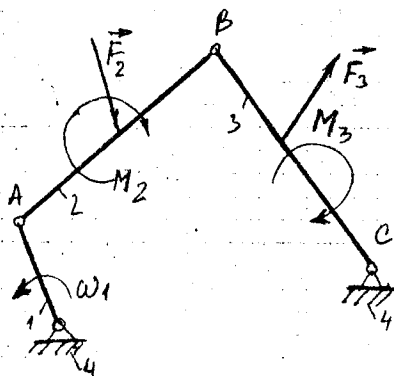


Рис. 3.4. Схема силового навантаження шарнірного чотириланкового механізму

турної групи, яка не залежить від кількості сил, що діють на ланки групи, їх значення, механізму, до складу якого ця група входить. При силовому розрахунку необхідно визначити реакції у кінематичних парах та зрівноважуючу силу або зрівноважуючий момент, який прикладають до початкової ланки.

До складу механізму входить механізм I класу, утворений кривошипом 1 і стояком 4, та одна структурна група II класу II порядку I виду /шатун 2 та коромисло 3/. Силовий розрахунок починаємо з групи 2-3.

Для цього групу від'єднуємо від інших ланок /кривошипа I і стояка 4/ і замість них прикладаємо до елементів кінематичних пар A і C реакції \vec{R}_{21} та \vec{R}_{34} /рис. 3.5/, значення та напрям яких невідомі. Крім цього, до ланок групи прикладаємо всі зовнішні сили (\vec{F}_2, \vec{F}_3) та моменти (M_2, M_3).

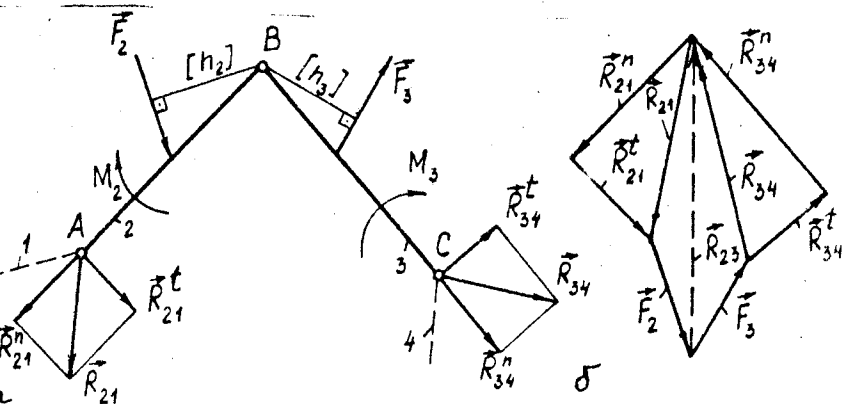


Рис. 3.5. Побудова планів сил групи II класу I виду

Запишемо рівняння рівноваги ланок групи під дією прикладених сил

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}_{21} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{R}_{34} = 0, \quad /3.4/$$

У рівнянні /3.4/ відомими є сили \vec{F}_2 і \vec{F}_3 /вони підкреслені двома рисками/; невідомими - реакції \vec{R}_{21} і \vec{R}_{34} , тобто чотири невідомі /невідомими вважаються і значення, і напрям сили/. Моменти M_2 і M_3 в це рівняння не входять, оскільки моменти сил є пари сил, які напрямлені у протилежні боки. Реакція у кінематичній парі B у рівняння /3.4/ також не входить, тому що вона для групи в цілому є внутрішня сила: з якою силою ланка 2 діє на ланку 3, з такою самою силою ланка 3 діє на ланку 2 ($\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}$)

Задача про знаходження сил може розв'язуватися аналітично та графічно. У першому випадку рівняння /3.4/ записують у вигляді проєкцій на координатні осі. Якщо є необхідність, складають додаткові рівняння з таким розрахунком, щоб кількість усіх рівнянь дорівнювала числу невідомих /у нашому випадку чотирьом/.

На практиці досить широко використовується графічний спосіб визначення сил шляхом побудови планів сил. Це пояснюється тим, що графічний метод не тільки наочний, але й дає достатню для практики точність досліджень, тому що зовнішні сили, які діють на ланки, як правило, відомі досить наближено.

Для побудови плану сил у рівнянні рівноваги /3.4/ може бути не більш як два невідомих. У нашому випадку необхідно зменшити кількість невідомих із 4 до 2. Розкладаємо реакції R_{21} і R_{34} на дві складові, які напрямлені вздовж відповідних ланок AB і BC та перпендикулярно до них, тобто

$$\vec{R}_{21} = \vec{R}_{21}^n + \vec{R}_{21}^t, \quad \vec{R}_{34} = \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^t \quad /3.5/$$

Визначаємо дотичні складові реакцій. Для цього складаємо для кожної ланки рівняння рівноваги у вигляді моментів відносно точки B :

для ланки 2
$$\sum_{i=1}^n M_B^{(2)}(\vec{F}_i) = R_{21}^t \ell_{AB} + F_2 h_2 - M_2 = 0,$$

звідки

$$R_{21}^t = (M_2 - F_2 h_2) / \ell_{AB}; \quad /3.6/$$

для ланки 3
$$\sum_{i=1}^n M_B^{(3)}(\vec{F}_i) = R_{34}^t \ell_{BC} + F_3 h_3 - M_3 = 0,$$

звідки

$$R_{34}^t = (M_3 - F_3 h_3) / \ell_{BC}. \quad /3.7/$$

Дійсні величини плечей

$h_2 = [h_2] \mu_c, \quad h_3 = [h_3] \mu_c,$
де $[h_2], [h_3]$ - відрізки на рисунку, які зображують плечі, мм;
 μ_c - масштаб довжини, м/мм.

У залежностях /3.6/, /3.7/ і далі вказані в дужках цифри 2, 3 тощо показують номери ланок, рівновага яких розглядається.

Якщо при обчисленні дотичні складові одержимо від'ємними, то на плані сил треба їх напрямити у протилежний бік.

Підставивши залежності /3.5/ у рівняння рівноваги /3.4/, одержимо

$$\vec{R}_{21}^n + \vec{R}_{21}^t + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{R}_{34}^t + \vec{R}_{34}^n = 0. \quad /3.8/$$

У цьому рівнянні невідомі тільки нормальні складові реакцій /во-ни підкреслені однією рискою/, значення яких можна визначити, побудувавши план сил за рівнянням /3.8/. Для цього проводимо пряму, паралельну лінії дії \bar{R}_{21}^n , на якій вибираємо довільну точку, з якої у вибраному масштабі μ_F послідовно відкладаємо вектори дотичної складової \bar{R}_{21}^t /рис. 3.5,6/, \bar{F}_2 , \bar{F}_3 , \bar{R}_{34}^t /див. рівняння/. Через кінець вектора \bar{R}_{34}^t проводимо напрям вектора \bar{R}_{34}^n до перетину з напрямом вектора \bar{R}_{21}^n . Точка перетину напрямів \bar{R}_{21}^n і \bar{R}_{34}^n визначає величини відрізків, які зображують у вибраному масштабі вектори \bar{R}_{21}^n і \bar{R}_{34}^n . Напрями цих векторів повинні бути такими, щоб при обході контура плану всі сили були напрямлені у напрямі обходу. Додаючи на плані сил вектори \bar{R}_{21}^n і \bar{R}_{21}^t , одержимо повну реакцію \bar{R}_{21} , аналогічно знаходимо повну реакцію \bar{R}_{34} /3.5/.

Щоб визначити реакцію \bar{R}_{23} ланки 3 на ланку 2, напишемо рівняння рівноваги сил, що діють на ланку 2:

$$\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = \bar{R}_{21} + \bar{F}_2 + \bar{R}_{23} = 0, \quad /3.9/$$

У цьому рівнянні маємо два невідомі: значення та напрями реакції \bar{R}_{23} . Їх можна визначити, побудувавши план сил для ланки 2 згідно з рівнянням /3.9/. Для цього на плані сил /рис. 3.5,6/ досить сподручити початок вектора \bar{R}_{21} з кінцем вектора \bar{F}_2 , дістанемо реакцію \bar{R}_{23} /показана штриховою лінією/. Очевидно, що реакція $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$, і її можна визначити так само, як і \bar{R}_{23} , розглянувши рівновагу ланки 3.

Слід відмітити, що для того щоб реакцію \bar{R}_{23} у внутрішній кінематичній парі B одержати безпосередньо на основному плані сил /рис. 3.5,6/, треба на плані відкладати спочатку сили, які діють на одну ланку, а потім на іншу. Інакше для знаходження реакції \bar{R}_{23} треба буде будувати додатковий план сил. Сили реакцій після побудови планів сил визначаються звичайним способом - множенням величин відповідних відрізків на масштаб сил μ_F . У нашому випадку маємо

$R_{21} = [R_{21}] \mu_F$, $R_{34} = [R_{34}] \mu_F$, $R_{23} = [R_{23}] \mu_F$,
де $[R_{21}]$, $[R_{34}]$, $[R_{23}]$ - довжини /мм/ відрізків на плані сил, які зображують відповідні сили \bar{R}_{21} , \bar{R}_{34} , \bar{R}_{23} Н/.

Аналогічно здійснюється силовий розрахунок груп інших видів. У табл. 3.1 наведено послідовність силового розрахунку структурних груп II класу всіх п'яти видів.

Силовий розрахунок механізму I класу. Після силового розрахунку всіх груп Ассур, які входять до складу механізму, переходимо до силового розрахунку початкової ланки. Ця ланка входить зі стояком в обертальну або поступальну пару V класу. Розглянемо перший випадок. Нехай на початкову ланку /рис. 3.6/ діють задані сила \vec{F}_1 і момент \vec{M}_1 /включаючи і сили інерції/. Крім цього, на кривошип I у точці A діє реакція \vec{R}_{12} з боку ланки II групи Ассур, приєднаної до нього. Ця реакція дорівнює реакції \vec{R}_{21} , але напрямлена у протилежний бік. Реакція \vec{R}_{21} вже визначена при силовому розрахунку приєднаної структурної групи, тобто $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$. Крім цього, у кінематичній парі O на кривошип діє сила реакції \vec{R}_{10} з боку стояка. Цю реакцію треба визначити. Проте, як випливає з формули /3.3/, кривошип I під дією прикладених до нього сил, у тому числі і сил інерції, не знаходиться у рівновазі, тому що при одній рухомій ланці і одній парі V класу число рівнянь рівноваги, яке можна скласти, буде на одиницю більше за невідомі, що треба визначити, тобто $3n - 2p_5 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$.

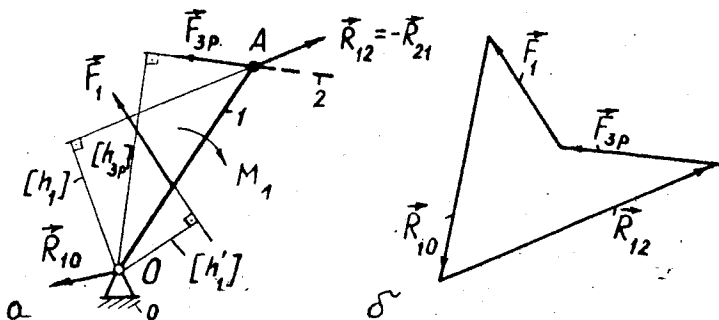


Рис. 3.6. Побудова планів сил для механізму I класу

Для того щоб була рівновага, необхідно додатково ввести силу або пару сил, які зрівноважують усі сили, прикладені до початкової ланки. Цю силу називають зрівноважуючою, а момент пари сил - зрівноважуючим моментом. Умовимося зрівноважуючу силу позначати через \vec{F}_{3p} , а зрівноважуючий момент - \vec{M}_{3p} . Точка прикладання і напрям

Последовательность силового расчета структурных групп II класса Таблица 3.1

Вид групп	Розрахункова схема	Ланка (група) для якої складаємо рівняння рівноваги	Рівняння рівноваги	Реакція, яку визначаємо
I		2	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	R_{21}^t
		3	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	R_{34}^t
		2-3	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	R_{21}^n, R_{34}^n
		2	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	\vec{R}_{23}
2		2	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	R_{21}^t
		2-3	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	R_{21}^n, R_{34}
		2	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	\vec{R}_{23}
		3	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	h_3
3		2-3	$\sum_{i=1}^n M_C(\vec{F}_i) = 0$	R_{21}^t
		2	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	R_{21}^n, R_{23}
		3	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	\vec{R}_{34}
		3	$\sum_{i=1}^n M_C(\vec{F}_i) = 0$	h_{32}
4		2-3	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	R_{21}, R_{34}
		2	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	\vec{R}_{23}
		2	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	h_{21}
		3	$\sum_{i=1}^n M_B(\vec{F}_i) = 0$	h_{34}
5		3	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	R_{34}, R_{32}
		2	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	\vec{R}_{21}
		2	$\sum_{i=1}^n M_A(\vec{F}_i) = 0$	h_{23}
		2-3	$\sum_{i=1}^n M_A(\vec{F}_i) = 0$	h_{34}

зрівноважуючої сили /момента/ або задані, або визначаються в конст-
рукції приводу початкової ланки. Наприклад, якщо вал кривошипа I
зв'язаний з двигуном за допомогою муфти, то треба прикласти до кри-
вошипа I зрівноважуючий момент \vec{M}_{3p} , якщо цей вал з'єднаний з дви-
гуном за допомогою зубчастої передачі, то до кривошипа треба приклас-
ти зрівноважуючу силу, яка діятиме вздовж нормалі до профілю зубців.
Залежно від того, що діє - сила \vec{F}_{3p} /і як вона прикладена/ або мо-
мент \vec{M}_{3p} , реакція \vec{R}_{10} у кінематичній парі O буде різна.

Зрівноважуюча сила або зрівноважуючий момент є такою силою
або моментом, які необхідно прикласти до початкової ланки, щоб вона
рухалась за заданим законом /як правило, рух початкової ланки прий-
мають рівномірним/. У робочих машинах зрівноважуючу силу /момент/
можна собі уявити як якусь ідеальну /умовну/ рушійну силу, яку тре-
ба прикласти до початкової ланки, щоб витримати заданий закон руху;
у машинах-двигунах, навпаки, як якусь ідеальну силу опору. Проте ре-
альні сили, прикладені до початкової ланки, як правило, відрізняються
від зрівноважуючої сили /момента/, а тому дійсний рух початкової
ланки відрізнятиметься від заданого, тобто $\omega_1 \neq const$. Про це
йтиметься далі.

Нехай зрівноважуюча сила \vec{F}_{3p} буде прикладена у точці A, як
це показано на рис. 3.6, а. Її можна знайти з рівноваги кривошипа I
відносно точки O, записавши рівняння моментів усіх сил, що діють
на нього:

$$\sum_{i=1}^n M_o^{(i)}(\vec{F}_i) = F_{3p} h_{3p} - R_{12} h_1 + F_1 h_1' - M_1 = 0, \quad /3.10/$$

звідки

$$F_{3p} = (R_{12} h_1 - F_1 h_1' + M_1) / h_{3p},$$

де $h_{3p} = [h_{3p}] \mu_e$, $h_1 = [h_1] \mu_e$, $h_1' = [h_1'] \mu_e$.

Якщо зрівноважуюча сила, одержана із рівнянь /3.10/, буде від'єм-
на, то на плані сил треба змінити її напрям на протилежний.

Реакцію \vec{R}_{10} знаходимо з умови рівноваги кривошипа I, записаної
у вигляді векторного рівняння

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{(i)} = \vec{R}_{12} + \vec{F}_{3p} + \vec{F}_1 + \vec{R}_{10} = 0. \quad /3.11/$$

У /3.11/ невідома тільки реакція \vec{R}_{10} /за значенням і напрям-
ом/, яку знаходимо побудовою плану сил /рис. 3.6, б/.

Якщо до початкової ланки прикласти зрівноважуючий момент, то методика силового розрахунку не змінюється.

Визначення зрівноважуючої сили методом М.Є. Жуковського. У тих випадках, коли нема потреби робити повний силовий розрахунок механізму, в результаті якого визначаються реакції у кінематичних парах /наприклад, розрахунок потужності двигуна/, задача зводиться тільки до визначення зрівноважуючої сили або зрівноважуючого моменту, який прикладають до початкової ланки. Реакції у кінематичних парах можуть залишатися невідомими як внутрішні сили для всього механізму в цілому. В таких випадках для знаходження зрівноважуючої сили користуються так званим методом /правилом/ "жорсткого" важеля М.Є. Жуковського. Правило М.Є. Жуковського ґрунтується на використанні принципу можливих переміщень, згідно з яким, якщо на будь-яку зрівноважену механічну систему діє ряд сил, то сума елементарних робіт усіх діючих на дану систему сил на будь-яких можливих для даного її положення переміщеннях, дорівнює нулю.

М.Є. Жуковський показав, що рівновазі механізму з одним ступенем вільності відповідає рівновага деякого важеля, і запропонував спосіб побудови та навантаження такого важеля, який сформульований у наступній теоремі.

Якщо вектори всіх сил, що прикладені у різних точках ланок і зрівноважених на механізмі, перенести паралельно самим собі в одноріменні точки повернутого на 90° проти миттєвого обертання плану швидкостей, узявши фігуру плану за жорсткий важіль, то сума моментів усіх указаних сил відносно полюса плану буде дорівнювати нулю. У математичній формі це записується так:

$$\sum_{i=1}^n M_P(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n F_i h_i = 0, \quad /3.12/$$

де h_i - плече сили \vec{F}_i відносно полюса повернутого плану швидкостей.

Така геометрична інтерпретація принципу можливих переміщень дуже зручна для розв'язування задач динаміки.

Метод Жуковського можна застосувати для знаходження якої-небудь сили, якщо точку прикладання і напрям цієї сили задано, а також задано величини, напрями і точку прикладання всіх інших сил. Справді, у цьому випадку в рівнянні /3.12/ буде тільки одна невідома шукана сила, яка з нього визначається.

Якщо на ланки механізму, крім сил \vec{F}_i , діють ще пари сил, моменти яких є M_i , то при використанні правила важеля Жуковського кожний момент M_i /рис. 3.7/ розкладають на пару сил F'_i , які прикладають у дві точки, наприклад A і B . Величина і напрям кожної сили F'_i визначаються з умови, що $M_i = F'_i l_i$, де $F'_i = M_i / l_i$, l_i - плече сил F'_i , що дорівнює у нашому випадку /див. рис. 3.7/ довжині ланки AB ($l_i = l_{AB}$).

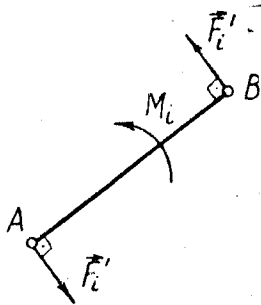


Рис. 3.7. Заміна момента пари сил на дві сили

При цьому напрям момента пари сил повинен збігатися з напрямом момента M_i . Треба мати на увазі, що напрям цього самого момента сил F'_i на важелі Жуковського може не збігатися з напрямом момента M_i на схемі механізму. Це буває тоді, коли положення букв A і B на ланці та на плані швидкостей a і b не збігаються.

Розглянемо приклад визначення зрівноважуючої сили F_{3p} за допомогою правила важеля Жуковського. Нехай нам буде задана кінематична схема кривошипно-позв'язного механізму /рис. 3.8/, на ланки якого діють сили F_1, F_2, F_3 , момент сил M_2 , швидкість обертання кривошипа ω_1 . Зрівноважуючу силу прикласти до кривошипа OA у точці A і спрямувати перпендикулярно до лінії OA . Будемо для заданого положення механізму повернути проти миттєвого обертання на 90° план швидкостей /рис. 3.8,б/, у відповідних точках якого прикладаємо сили F_1, F_2, F_3, F_{3p} , момент M_2 розкладаємо на пару сил $F'_2 = M_2 / l_{AB}$ /на рис. 3.8 сили F'_2 показано штриховою лінією/, які прикладаємо відповідно у точках a і b перпендикулярно до AB ($ab \parallel AB$).

Враховуючи, що під дією цих сил, включаючи зрівноважуючу силу, механізм знаходиться у рівновазі, то можна записати таке рівняння моментів усіх сил, що прикладені до повернутого плану швидкостей, який умовно вважаємо жорстким важелем:

$$\sum_{i=1}^n M_p(\vec{F}_i) = F_{3p} \cdot pa - F_1 h_1 + F'_2 h_2 - F_2 h_3 + F'_2 h_4 - F_3 \cdot ab = 0,$$

звідки маємо

$$F_{3p} = (F_1 h_1 - F'_2 h_2 + F_2 h_3 - F'_2 h_4 + F_3 \cdot ab) / pa, \quad \text{із. 13/}$$

де h_i - плечі відповідних сил відносно полюса повернутого плану швидкостей, мм. Зауважимо, що модуль F_{3P} не залежить від того, в який бік повернути на 90° план швидкостей.

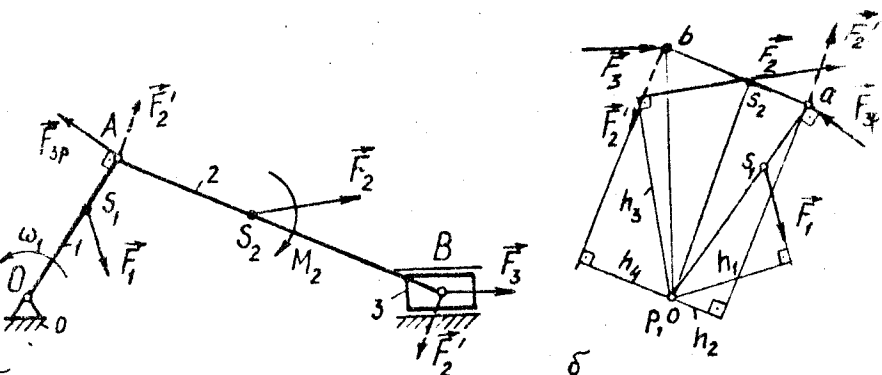


Рис. 3.8. Визначення зрівноважуючої сили за допомогою важеля М. С. Жуковського

3.5. Зрівноваження механізмів

Однією з найважливіших задач сучасного машинобудування є зрівноваження додаткових динамічних сил, які виникають при русі механізмів і машин. Це викликано тим, що при русі різні точки ланок механізмів рухаються з прискореннями, в результаті чого виникають сили інерції, які викликають додаткові, часом дуже великі, навантаження у кінематичних парах. Особливо це стосується швидкохідних машин. Ці сили, змінні як за величиною, так і за напрямом, передаються станині /корпусу/ машини, фундаменту, викликають їх вібрацію, коливання та розхитування. Надто небезпечні вібрації у зоні, близькій до резонансу, що може викликати руйнування деталей машин, приміщень і споруд. Тому в процесі проектування та виготовлення машин ставиться завдання про повне або часткове погашення динамічних сил. Необхідно добитися, щоб на корпус і фундамент передавались тиски, постійні за величиною та напрямом. Ця задача називається задачею про зрівноваження рухомих мас механізмів машин або задачею про зрівноваження сил інерції. Розв'язати її можна шляхом раціонального розміщення та підбору мас ланок механізму.

Задачу про зрівноваження сил інерції в машинах можна поділити на дві: про зрівноваження тисків машин або механізмів на фундамент і про зрівноваження тисків у кінематичних парах механізму.

Зрівноваження тисків машин або механізмів на фундамент. З теоретичної механіки відомо, що будь-яка система сил, прикладених до твердого тіла, зводиться до головного вектора та головного момента даної системи сил відносно вибраного центра зведення. Користуючись цим методом, можна і сили інерції звести до головного вектора сили інерції \vec{F}_{iH} і головного момента сил інерції \vec{M}_{iH} . Тоді умови зрівноваження сил інерції рухомих ланок механізму

$$\vec{F}_{iH} = \sum_{l=1}^n \vec{F}_{iH.l} = 0, \quad \vec{M}_{iH} = \sum_{l=1}^n \vec{M}_{iH.l} = 0, \quad /3.15/$$

де $\vec{F}_{iH.l} = -m_l \vec{a}_{Si}$ - головний вектор сил інерції l -ї ланки механізму, яка має масу m_l ; \vec{a}_{Si} - прискорення центра ваги /мас/ цієї самої ланки; $\vec{M}_{iH.l} = -J_{Si} \cdot \varepsilon_l$ - головний момент інерції l -ї ланки, момент інерції якої відносно центра ваги J_{Si} і яка рухається з кутовим прискоренням ε_l .

Якщо буде виконано ці обидві умови, то матимемо повне зрівноваження сил інерції. У практиці машинобудування зазначені умови звичайно виконуються частково, залежно від типу механізмів і поставленої задачі.

Обидві умови виконуються для механізмів із постійними передаточними відношеннями /зубчасті, фрикційні, пасові та ін./ Для інших механізмів /важільних, кулачкових тощо/ звичайно виконується лише перша умова, яка може бути записана у такому вигляді:

$$\vec{F}_{iH} = -m \vec{a}_S = 0, \quad /3.16/$$

де $m = \sum_{l=1}^n m_l$ - загальна маса механізму; \vec{a}_S - прискорення загального центра мас механізму.

Умова /3.16/ виконується тоді, коли прискорення \vec{a}_S загального центра мас механізму дорівнює нулю, оскільки маса ланок механізму ніколи не дорівнює нулю. Це можливо в двох випадках: коли загальний центр мас механізму рухається рівномірно та прямолінійно і коли загальний центр ваги механізму нерухомий. Очевидно, що перша умова, як правило, не може бути виконана, оскільки центр мас ланки механізму рухається по замкнутій кривій. Отже, для повного зрівноваження головного вектора сил інерції ланок механізму необхідно і достатньо

так підібрати маси ланок, щоб спільний центр мас усіх ланок механізму залишався нерухомим. Це досягається установленням на ланках додаткових мас-противаг, положення та величину яких вибирають так, щоб зробити спільний центр мас механізму нерухомим.

Розглянемо методику зрівноваження головного вектора сил інерції на прикладі кривошипно-повзунного механізму /рис. 3.9/. Вихідними даними є розміри, маси (m_1, m_2, m_3) та положення центрів ваги (S_1, S_2, S_3) ланок механізму.

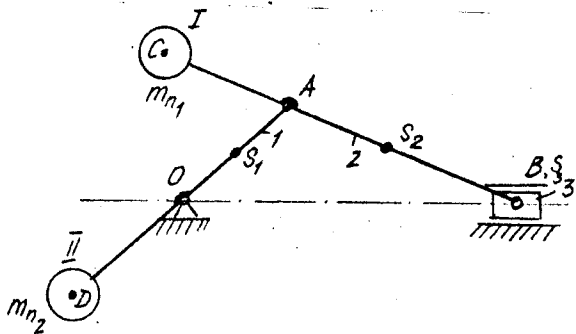


Рис. 3.9. Зрівноваження сил інерції кривошипно-повзунного механізму за допомогою противаг

Для повного зрівноваження сил інерції цього механізму необхідно встановити дві противаги, які розмістимо в точках C і D . Масу m_{n1} противаги I виберемо із умови, що спільний центр мас противаги I , шатуна 2 і повзуна 3 знаходитиметься у точці A . Тоді можна записати рівняння статичних моментів мас відносно точки A

$$m_{n1} \cdot AC = m_2 \cdot AS_2 + m_3 \cdot AB,$$

звідки

$$m_{n1} = (m_2 \cdot AS_2 + m_3 \cdot AB) / AC. \quad 13.171$$

Встановивши противагу в точці C , ми змістили центр мас системи шатун - повзун у точку A , і надалі можна масу противаги I , шатуна 2, повзуна 3 замінити однією еквівалентною масою $m_A = m_{n1} + m_2 + m_3$ та розмістити II у точці A .

Масу протизваги m_{n_2} виберемо з умови, що центр мас всього механізму буде знаходитися у точці O , тобто протизвага \bar{II} зрівноважить масу кривошипа I і масу m_A . Рівняння рівноваги статичних моментів мас

$$m_{n_2} \cdot OD = m \cdot OS_1 + m_A \cdot OA, \quad /3.18/$$

Тоді

$$m_{n_2} = (m \cdot OS_1 + m_A \cdot OA) / OD, \quad /3.19/$$

Отже, спільний центр мас ланок механізму буде у будь-якому положенні нерухожим і збігатиметься з нерухомою точкою O .

На практиці рідко виконують повне зрівноваження кривошипно-повзунних механізмів, а замість двох протизваг обмежуються лише однією, розміщеною у точці D . За допомогою однієї протизваги зрівноважують тільки обертові маси /кривошип I і частину мас шатуна/, поступальні маси залишаються незрівноваженими.

В техніці використовуються й інші методи зрівноваження механізмів [I - II].

Зрівноваження обертових мас. Розв'язання задачі про зрівноваження тисків у кінематичних парах механізмів у загальному випадку становить значні труднощі, а тому цю задачу розглянемо на деталях, які здійснюють тільки обертальний рух. Нехай маховик масою m /рис. 3.10, обертається зі сталою швидкістю ω .

Припустимо, що центр ваги S маховика не лежить на осі обертання, а зміщений на величину e , яку називають ексцентриситетом маси. При обертанні маховика на нього буде діяти крім сил ваги G ще сила інерції, яка за модулем визначається формулою

$$F_{iH} = m a_s = m \omega^2 e, \quad /3.20/$$

напрявлена по радіусу OS і обертається разом з маховиком. Ця сила може досягати значних розмірів і в декілька разів перевищувати вагу самої деталі. Так, наприклад, при незрівноваженій масі

$m = 1$ кг, яка обертається з швидкістю $\omega = 10000 \text{ с}^{-1}$ при $e = 0,1 \text{ м}$ виникає відцентрова сила $F_{iH} = 1 \cdot 10000 \cdot 0,1 = 1000 \text{ Н}$. Таку незрівно-

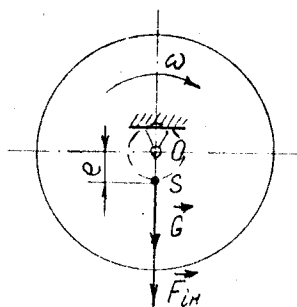


Рис. 3.10. Статична незрівноваженість обертових мас

важеність маховика можна визначити у стані спокою, а тому її називають статичною. Статична незрівноваженість характеризується статичним дисбалансом $D_{ст} = me$.

Для усунення статичної незрівноваженості треба так підібрати обертові маси, щоб виконувалася умова

$$F_{iH} = m\omega^2 e = 0. \quad /3.21/$$

А це можливо лише, коли центр ваги обертової маси збігатиметься з віссю обертання / $e = 0$ /, оскільки в механізмах $m = 0$ і $\omega = 0$.

На практиці статична незрівноваженість обертових мас усувається статичним балансуванням, яке здійснюється на спеціальних балансувальних верстатах. У найпростішому виконанні це дві горизонтальні призми 1 /рис. 3.11/, на які встановлюються обертові маси 2. Якщо центр ваги S зміщений відносно осі обертання, то

за рахунок момента від сили ваги деталь повернеться так, що центр ваги займе найнижче положення S' . Для того щоб звести центр ваги до осі обертання, необхідно на нижній /важчій/ частині обертової деталі зняти /висвердлити/ частину металу або на верхній /легшій/ частині поставити додатковий тягар.

У сучасній техніці використовуються досконаліші верстати, які дозволяють визначити не тільки положення центра ваги обертових деталей, але й незрівноважену масу.

Статичному балансуванню необхідно піддавати порівняно тихохідні на короткі деталі, тобто такі, у яких довжина значно менша їх діаметра. В інших випадках /деталі типу роторів, барабанів тощо/ статичне балансування не усуває незрівноваженості обертових мас, хоч центр ваги може збігатися з віссю обертання. Для пояснення цього питання розглянемо вертикальний вал з двома однаковими масами m , які знаходяться на однакові відстані y від осі обертання вала AB /рис. 3.12/.

Очевидно, що центр ваги S такої системи знаходиться на осі обертання, і вона статично зрівноважена; у стані спокою вал буде займати так зване байдуже положення. Проте при обертанні на кожну масу діятимуть відцентрові сили інерції $\vec{F}_{iH} = -m\omega^2 y$, які створюють момент

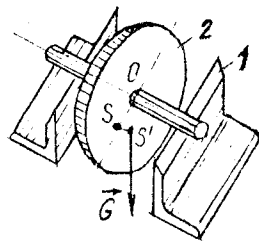


Рис. 3.11. Схема статичного балансування обертових мас

пари сил інерції

$$M(\vec{F}_{iH}) = F_{iH} z = m\omega^2 yz; \quad /3.22/$$

який намагається повернути систему так, щоб лінія $S'S''$, що проходить через центри мас, стала перпендикулярною до осі обертання. Така незрівноваженість називається моментною, і її можна виявити тільки при швидкому обертанні, але не в стані спокою. Моментна незрівноваженість характеризується динамічним дисбалансом $D_D = myz$. Якщо статична і моментна незрівноваженість існують одночасно, то загальну незрівноваженість називають динамічною.

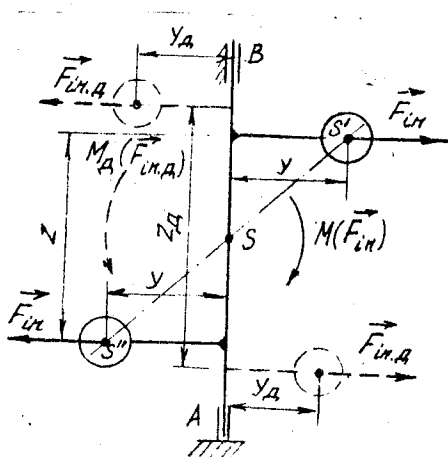


Рис. 3.12. Моментна незрівноваженість обертових мас

Для усунення моментної незрівноваженості треба, щоб одна з головних центральних осей інерції обертового тіла збігалася з віссю обертання, тоді $M(F_i) = 0$. Практично це досягається установленням двох вантажів у двох різних площинах /на рис. 3.12 показані штриховими лініями/. Положення та маси цих вантажів вибираються так, щоб додатковий момент пари сил інерції $M_D(\vec{F}_{Di})$ був рівний, але напрямлений у протилежний бік відносно незрівноваженому момента, тобто

$$M_D(\vec{F}_{Di}) = M(F_i), \quad /3.23/$$

$$m_a y_a \ddot{x}_a = m y \ddot{x}. \quad /3.24/$$

Динамічне балансування також здійснюється на спеціальних балансувальних верстатах [I - II].

3.6. Зведення сил і моментів сил

При динамічному дослідженні руху механізмів зручно всі сили, що діють на різні ланки механізму, замінити однією силою або одним моментом сил, які прикладають до однієї з ланок механізму. Таку замінюючу силу називають зведеною силою, а момент - зведеним моментом. Така заміна буде еквівалентною за умови, що робота зведеної сили /момента/ на деякому можливому переміщенні її точок прикладання або потужність, яку вона розвиває, має дорівнювати відповідно сумі робіт прикладених до механізму сил на тому самому переміщенні їх точок прикладання або сумі потужностей, що розвиваються цими силами.

Ланку механізму, до якої прикладають зведені сили, називають ланкою зведення, а точку їх прикладання - точкою зведення. Якщо механізм має один ступінь вільності, то для вивчення його руху досить знати закон руху однієї із його ланок, тобто знати закон зміни узагальненої координати.

Як правило, ланкою зведення вибирають початкову ланку механізму. У робочих машинах ланкою зведення вибирають головний вал, у машинах-двигунах - вихідний вал. Тоді замість того, щоб розглядати всі ланки механізму або машини, можна розглянути тільки одну ланку, наприклад кривошип OA /рис. 3.13/, узагальнена координата якого є кут φ_1 .

Для визначення зведених сил зручно використовувати рівність потужностей

$$P_{3B} = \sum_{i=1}^n P_i. \quad /3.25/$$

Дут P_{3B} - потужність, яку розвиває зведена сила F_{3B} або зведений момент M_{3B} ;

P_i - потужність, яку розвивають сили та моменти пар сил, які прикладені до ланки i та мають бути зведені / $i = 1, 2, 3, \dots, n$ /.

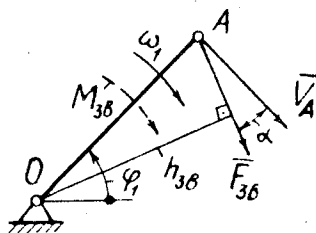


Рис. 3.13. До питання про зведення сил і моментів пар сил

Ці потужності можна записати як

$$\left. \begin{aligned} P_{3B} &= F_{3B} V_A \cos \alpha = M_{3B} \omega_1; \\ \sum_{i=1}^n P_i &= \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i, \end{aligned} \right\} /3.26/$$

де V_A - швидкість точки зведення A ; α - кут між напрямом зведеної сили і швидкістю точки зведення; ω_1 - кутова швидкість ланки зведення; F_i, M_i - сила або момент сили, прикладені до ланки i ; v_i - швидкість точки прикладання сили F_i ; α_i - кут між напрямом векторів F_i і v_i ; ω_i - кутова швидкість цієї самої ланки.

Підставляючи вирази /3.27/ у рівняння /3.26/, одержимо

$$\left. \begin{aligned} F_{3B} &= \frac{1}{\cos \alpha} \left[\sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i}{V_A} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{V_A} \right]; \\ M_{3B} &= \sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i}{\omega_1} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{\omega_1}. \end{aligned} \right\} /3.27/$$

Із /3.28/ видно, що при заданих силах F_i і моментах M_i визначення зведеної сили F_{3B} або зведеного момента M_{3B} не становить значних труднощів і може бути зроблене, якщо для всіх положень, які досліджуються, відомі сили та швидкості відповідних точок і ланок механізму.

Між зведеною силою та зведеним моментом сил існує такий зв'язок:

$$M_{3B} = F_{3B} h_{3B}, \quad /3.28/$$

де h_{3B} - плече вектора F_{3B} відносно центра обертання кривошипа OA .

Зведену силу можна визначити також за допомогою правила важеля Жуковського, враховуючи, що $F_{3P} = F_{3B}$. Це пояснюється тим, що зведена сила замінює дію всіх сил, що діють на ланки механізму, а зрівноважуюча сила забезпечує рівновагу механізму під дією цих сил. Тому, згідно з третім законом Ньютона, існує ця рівність.

Задача 3.1. На ланки кривошипно-повзучого механізму /рис. 3.14,а/ діють сили F_1, F_2, F_3 і момент сил M_2 , визначити зведений момент сил, який прикладено до кривошипа I. План швидкостей механізму показано на рис. 3.14,б.

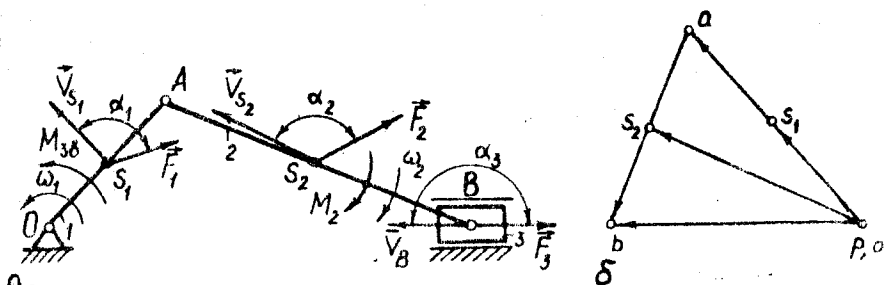


Рис. 3.14. Визначення зведеного момента сил кривошипно-повзунного механізму

Розв'язання. Для розв'язування цієї задачі будемо використовувати рівність потужностей /3.25/. У нашому випадку

$$P_{3B} = M_{3B} \omega_1, \quad \sum_{i=1}^n P_i = P_1 + P_2 + P_3, \quad /3.29/$$

де P_1, P_2, P_3 - потужності, які розвивають сили, що прикладені відповідно до ланок 1, 2, 3:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= F_1 v_{S_1} \cos \alpha_1; \\ P_2 &= F_2 v_{S_2} \cos \alpha_2 + M_2 \omega_2; \\ P_3 &= F_3 v_B \cos \alpha_3, \end{aligned} \right\} /3.30/$$

де v_{S_i} - швидкості точок прикладання S_i сили \vec{F}_i ; α_i - кути між векторами \vec{v}_{S_i} і \vec{F}_i ; /див. рис. 3.14, а/.

Підставляючи /3.29/ і /3.30/ у рівняння /3.25/ після відповідних перетворень знаходимо

$$M_{3B} = F_1 \frac{v_{S_1}}{\omega_1} \cos \alpha_1 + F_2 \frac{v_{S_2}}{\omega_1} \cos \alpha_2 + M_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} - F_3 \frac{v_B}{\omega_1}$$

Тут $\alpha_3 = \pi$, а тому $\cos \alpha_3 = -1$.

3.7. Зведення мас і моментів інерції

При динамічному дослідженні руху механізмів маси і моменти інерції всіх ланок, так само як і сили, зручно замінити однією зведеною масою m_{3B} або одним зведеним моментом інерції J_{3B} . При цьому необхідно, щоб кінетична енергія зведеної маси /момента інерції/ у відповідних положеннях механізму дорівнювала сумі кінетичних енергій всіх ланок цього механізму, тобто

$$F_{3B} = \sum_{i=1}^n E_i, \quad /3.31/$$

де F_{3B} - кінетична енергія ланки зведення; E_i - кінетична енергія ланки i / $i = 1, 2, 3, \dots, n$ /.

Якщо, наприклад, вибрати за ланку зведення кривошип OA /рис. 3.13/, а за точку зведення - центр шарніра A , то кінетична енергія ланки зведення визначається за формулами

$$F_{3B} = \frac{m_{3B} V_A^2}{2}, \quad /3.32/$$

або

$$E_{3B} = \frac{J_{3B} \omega_1^2}{2}, \quad /3.33/$$

де m_{3B}, J_{3B} - зведена маса або зведений момент інерції механізму; V_A - швидкість точки зведення A ; ω_1 - кутова швидкість ланки зведення /у нашому випадку кривошипа OA /.

Кінетична енергія всіх ланок механізму може бути виражена як сума кінетичних енергій мас, які здійснюють поступальний і обертальний рух, тобто

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2}. \quad /3.34/$$

Підставляючи /3.32/ - /3.34/ у загальну рівність /3.31/, знаходимо

$$\left. \begin{aligned} m_{3B} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n E_i}{V_A^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{V_{Si}}{V_A} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{V_A} \right)^2, \\ J_{3B} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n E_i}{\omega_1^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{V_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2. \end{aligned} \right\} /3.35/$$

Звичайно, буде зберігатися залежність $\gamma_{3B} = m_{3B} l_{OA}^2$.
 У формулах /3.34/ і /3.35/ m_i і γ_{Si} - це відповідно маса ланки i та її момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас;
 V_{Si} - швидкість центра мас ланки i ; ω_i - її кутова швидкість.

Якщо врахувати, що в більшості механізмів маса ланок і їх моменти інерції під час руху не змінюються, то, як видно з формул /3.35/, зведені маси і моменти інерції залежать тільки від співвідношень швидкостей, які, в свою чергу, залежать від положень ланок механізму, тобто від положення ланки зведення, і є завжди величинами додатними.

Зведені маси та моменти інерції можуть бути сталими або змінними. У більшості шарнірно-важільних, храпових, мальтійських, кулачкових механізмів зведені маси або зведені моменти інерції змінні та залежать від кута φ_i повороту початкової ланки /узагальненої координати/. У механізмі з постійними співвідношеннями швидкостей /зубчасті, фрикційні, ласові, гвинтові, шарнірний паралелограм тощо/ зведені маси /моменти інерції/ сталі.

Задача 3.2. Для механізму, кінематичну схему якого зображено на рис. 3.15,а, визначити зведений момент інерції, якщо відомі маси m_i та моменти інерції ланок γ_{Si} відносно осей, що проходять через їх центри мас. Швидкості центрів мас і кутові швидкості визначаються планом швидкостей /рис. 3.15,б/. Ланкою зведення вибрати кривошип DA .

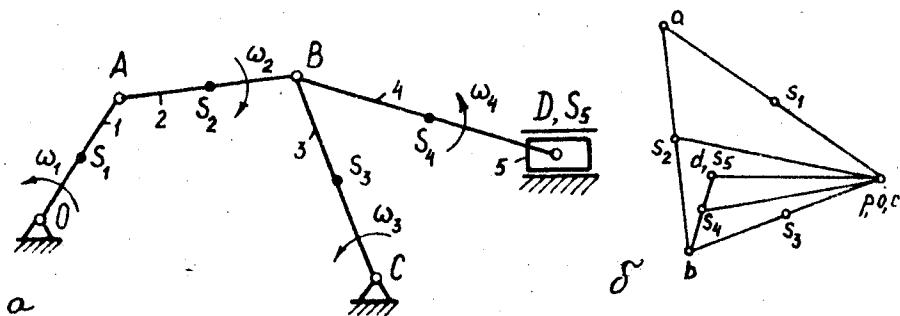


Рис. 3.15. Визначення зведеного момента інерції шести-ланкового механізму

Розв'язання. Для розв'язування цієї задачі будемо використовувати умову зведення мас /3.31/. У нашому випадку кінетична енергія ланки зведення визначається залежністю /3.33/, тобто $E_{зв} = J_{зв} \omega_1^2 / 2$, кінетична енергія механізму складатиметься з кінетичної енергії п'яти ланок:

$$\sum_{i=1}^n E_i = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5,$$

де

$$E_1 = \frac{J_0 \omega_1^2}{2} = (J_{s_1} + m_1 \ell_{os_1}^2) \frac{\omega_1^2}{2};$$

$$E_2 = \frac{m_2 v_{s_2}^2}{2} + \frac{J_{s_2} \omega_2^2}{2};$$

$$E_3 = \frac{J_c \omega_3^2}{2} = (J_{s_3} + m_3 \ell_{cs_3}^2) \frac{\omega_3^2}{2};$$

$$E_4 = \frac{m_4 v_{s_4}^2}{2} + \frac{J_{s_4} \omega_4^2}{2}; \quad E_5 = \frac{m_5 v_D^2}{2}.$$

Підставивши значення кінетичної енергії ланок у залежність /3.31/, після відповідних перетворень одержимо залежність для знаходження зведеного момента інерції механізму:

$$J_{зв} = J_{s_1} + m_1 \ell_{os_1}^2 + m_2 \left(\frac{v_{s_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{s_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + (J_{s_3} + m_3 \ell_{cs_3}^2) \times \\ \times \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + m_4 \left(\frac{v_{s_4}}{\omega_1} \right)^2 + J_{s_4} \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + m_5 \left(\frac{v_D}{\omega_1} \right)^2.$$

3.8. Рівняння руху механізму

Бивчаючи рух механізму, ми звичайно припускали, що початкова ланка /головний вал машини/ обертається із сталою кутовою швидкістю ($\omega_1 = const$). Цей закон руху можна одержати тільки в тих випадках,

коли структура механізму проста, наприклад у механізмах, що складаються тільки з обертових ланок. Для здійснення такого руху потрібні ділком певні співвідношення між силами, що діють на механізм, і масами його ланок. Але закон зміни сил залежить від їх фізичної природи і до структури механізму відношення не має. Тому, взагалі кажучи, не можна встановити між силами, що діють на механізм, таке співвідношення, яке б забезпечило заданий закон його руху.

Закон руху будь-якої ланки механізму може бути визначений лише тоді, коли відомі всі зовнішні сили або залежність цих сил від різних параметрів. Як було показано раніше /підрозд. 3.2/, рушійні сили та сили виробничих опорів можуть залежати одночасно або окремо від положення ланки, яка прийнята за початкову, або від її кутової швидкості. Зведені моменти інерції $J_{зб}$ механізму чи машини можуть бути або постійними, або залежати від положень початкової ланки.

Визначення закону руху механізму, що перебуває під дією прикладених до його ланок сил, і є задачею динамічного аналізу. Для механізму, що має один ступінь вільності, цю задачу можна вважати розв'язаною, коли буде встановлено закон руху однієї ланки. Звичайно за таку ланку вибирають вхідний вал робочої машини або вихідний вал двигуна. До цієї ланки, що приймається за ланку зведення, доцільно звести всі сили й моменти пар сил, прикладені до механізму, та маси і моменти інерції його ланок. Тоді замість розглядання всього комплексу сил, що діють на ланки механізму, можна розглянути сили, що діють лише на одну ланку - ланку зведення, наприклад кривошип OA /рис. 3.13/, що перебуватиме під дією зведеної сили $F_{зб}$ або зведеного момента $M_{зб}$ /у загальному випадку змінних/ і матиме зведену масу $m_{зб}$, зосереджену ніби в точці A зведення, або зведений момент інерції $J_{зб}$, який наданий ланці зведення OA . Закон руху всіх інших ланок механізму можна визначити, знаючи закон руху початкової ланки.

Для розв'язання цієї задачі динаміки /знаходження закону руху початкової ланки механізму/ використовують рівняння руху, яке може бути записане в енергетичній або в диференціальній формі. Основою для складання рівняння руху механізму служить теорема про зміну кінетичної енергії, згідно з якою зміна кінетичної енергії механічної системи за будь-який проміжок часу дорівнює сумі робіт усіх прикладених сил, що діють на цю систему протягом цього самого проміжку часу, тобто

$$\Delta E = E - E_0 = \sum_{i=1}^n A_i, \quad /3.15/$$

де $E = m_{3B} v_{3B}^2 / 2$, $E_0 = m_{3B.0} v_{3B.0}^2 / 2$ - кінетична енергія механічної системи відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який розглядаємо; m_{3B} , $m_{3B.0}$ - зведені маси механізму відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який розглядаємо; v_{3B} і $v_{3B.0}$ - швидкості точки зведення, які відповідають цим положенням механізму; $\sum_{i=1}^n A_i$ - сума робіт усіх прикладених до системи сил.

Розглядаючи механізм або машину як змінну систему, праву частину цього рівняння можна виразити через суму робіт рушійних сил A_p , корисних A_{KO} і шкідливих $A_{ШO}$ опорів:

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_p - A_{KO} - A_{ШO}. \quad /3.37/$$

Крім цього, якщо звести всі сили та маси до вибраної ланки зведення, то рівняння /3.36/ з врахуванням /3.37/ можна записати так:

$$\frac{m_{3B} v_{3B}^2}{2} - \frac{m_{3B.0} v_{3B.0}^2}{2} = A_p - A_{KO} - A_{ШO}. \quad /3.38/$$

При обертovому русі ланки зведення рівняння /3.38/ можна записати у такому вигляді:

$$\frac{J_{3B} \omega^2}{2} - \frac{J_{3B.0} \omega_0^2}{2} = A_p - A_{KO} - A_{ШO}, \quad /3.39/$$

де J_{3B} , $J_{3B.0}$ - зведені моменти інерції механізму; ω і ω_0 - кутові швидкості відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який розглядаємо.

Теорема про зміну кінетичної енергії, записана у вигляді рівняння /3.38/ або /3.39/, носить назву рівняння руху механізму в енергетичній формі /у формі інтеграла енергії/.

Враховуючи, що роботу зведених рушійних сил та сил опору можна виразити через зведений момент $M_{3B} = M_p - M_0$ рушійних сил і сил опору, який прикладаємо до ланки зведення,

$$\sum_{i=1}^n A_i = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{3B} d\varphi, \quad /3.40/$$

рівняння /3.39/ набуває вигляду

$$\frac{J_{3B} \omega^2}{2} - \frac{J_{3B.0} \omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{3B} d\varphi, \quad /3.41/$$

де φ - узагальнена координата /кут повороту ланки зведення/; φ_0 - значення кута φ на початку руху.

Рівняння руху механізму може бути також записане у диференціальній формі, яку можна одержати із рівняння кінетичної енергії у диференціальній формі:

$$dE = dA, \quad /3.42/$$

При обертальному русі початкової ланки після зведення сил і мас

$$dE = d\left(\frac{J_{3B} \omega^2}{2}\right); dA = M_{3B} d\varphi. \quad /3.43/$$

Підставляючи /3.43/ у рівняння /3.42/, можна записати

$$M_{3B} = \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{J_{3B} \omega^2}{2} \right) = J_{3B} \frac{2\omega}{2} \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\omega^2 J_{3B}}{2} \frac{dJ_{3B}}{d\varphi},$$

або

$$M_{3B} = J_{3B} \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{3B}}{d\varphi}, \quad /3.44/$$

де $\varepsilon = d\omega/dt$ - кутове прискорення ланки зведення; $\omega = d\varphi/dt$ - кутова швидкість ланки зведення.

Такий самий вигляд має диференціальне рівняння руху механізму при прямолінійному русі початкової ланки:

$$F_{3B} = m_{3B} a + \frac{v^2}{2} \frac{dm_{3B}}{ds}, \quad /3.45/$$

де s, v, a - відповідно переміщення, швидкості та прискорення ланки зведення; F_{3B}, m_{3B} - зведені сили та маси механізму.

3.9. Режими руху механізму

У роботі механізму /або машини/ розрізняють три характерні періоди /режими/ руху: а/ розбігу; б/ усталеного руху; в/ вибігу.

У період розбігу /пуску машини/ швидкість руху початкової ланки зростає від нуля $V_0 = 0$ до деякої середньої /робочої/ швидкості $V = V_p$. Рівняння руху механізму /3.38/ набирає вигляду

$$\frac{m_{3B} V_p^2}{2} = A_p - A_{KO} + A_{ш0}.$$

Враховуючи, що $m_{38} v_p^2 > 0$, для періоду пуску механізму вважаємо справедливою таку нерівність:

$$A_p > A_{ko} + A_{шo} \quad /3.46/$$

З цього випливає, що у період пуску механізму робота рушійних сил повинна бути більша за суму робіт сил опору /корисних і шкідливих/. Надлишок роботи A_p затрачується на збільшення кінетичної енергії механізму, тобто збільшення швидкості рухомих мас.

Часто для скорочення часу пуску машини знімають з неї корисне навантаження / $A_{ko} = 0$ /. Рух машини без корисного навантаження називають холостим ходом машини.

При усталеному русі машини швидкість початкової ланки /головного вала/ механізму або машини коливається навколо середнього значення, яке відповідає робочій швидкості цієї ланки. Проміжок часу, по закінченні якого положення, швидкості та прискорення початкової ланки механізму набувають початкового значення, називають періодом зміни кінетичної енергії механізму, або циклом T_4 усталеного руху.

Швидкості початкової ланки на початку та в кінці циклу усталеного руху рівні між собою ($v_0 = v = v_p$). Тоді рівняння руху /3.38/ набуває вигляду

$$A_p = A_{ko} + A_{шo} \quad /3.47/$$

Отже, при усталеному русі механізму /машини/ робота рушійних сил за один цикл дорівнює сумі робіт сил корисного та шкідливого опору. У середині циклу ця рівність може не зберігатися, а тому маємо коливання швидкості початкових ланок механізму. Очевидно, коли $A_p > A_o$, рух механізму буде прискорений і, навпаки, коли $A_p < A_o$, - сповільнений ($A_o = A_{ko} + A_{шo}$), тому в обох випадках умова $v_p = const$ буде порушена.

При вибігу /зупинці/ машини перш за все треба зупинити подавання рушійної енергії машини, тобто $A_p = 0$ /відключити двигун/. Кінцевим станом машини буде спокій, при якому швидкість початкової ланки $v = 0$, а початкова швидкість $v_0 = v_p$. Для цього випадку рівняння руху машини набуває вигляду

$$\frac{m_{38} v_p^2}{2} = A_{ko} + A_{шo} \quad /3.48/$$

З рівняння /3.48/ видно, що зупинка машини буде досягнута лише тоді, коли вся нагромаджена машиною кінетична енергія рухомих мас буде поглинута роботом сил корисного та шкідливого опору. На практиці для скорочення часу зупинки машини дуже часто штучно збільшують роботу сил шкідливого опору за допомогою установа гальм.

Таким чином, у період розбігу кінетична енергія машини збільшується за рахунок надлишку роботи рушійних сил над роботом сил опору ($A_p > A_o$); у період усталеного руху кінетична енергія на початку та в кінці кожного циклу /періоду/ однакова; нарешті, у період вибігу кінетична енергія машини повністю поглинається роботою всіх сил опору.

На рис. 3.16 показано приклад залежності швидкості руху початкової ланки механізму від часу t . Час усталеного руху $t_{y.p}$ залежить від часу одного циклу t_u і кількості циклів K ($t_{y.p} = K t_u$). Кількість циклів визначається технологічним процесом, який виконує машина. Слід зауважити, що цикл роботи механізму /машини/ не завжди відповідає одному оберту початкової ланки. Так, наприклад, у чотиритактному двигуні внутрішнього згоряння протягом циклу корінний вал двигуна робить два оберти.

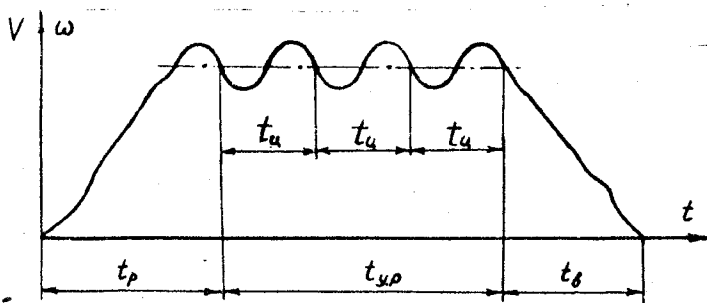


Рис. 3.16. Приклад діаграми швидкості руху початкової ланки механізму за час роботи машини

Багато машин, механізмів і приладів /вантажопідійомні машини, екскаватори, реле, контактори тощо/ не працюють у режимі усталеного руху, їх рух, як правило, складається з розбігу та вибігу.

3.10. Механічний коефіцієнт корисної дії

З рівняння руху механізму для періоду усталеного руху видно, що $A_p = A_{ко} + A_{ш0}$. Тобто вся енергія рушійних сил, яка витрачається у машині, поділяється на дві частини: одна частина йде на переміщення сил виробничих /корисних/ опорів, а друга - на переміщення шкідливих опорів /сил тертя, опору середовища/. Машини /механізм/ вважається тим досконалішою, чим більша частина енергії /за рівних інших умов/, що підводиться до неї, йде на переміщення корисних опорів. Ефективність використання енергії в машині характеризується так званим механічним ККД.

Механічним ККД η називають відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл усталеного руху, тобто

$$\eta = \frac{A_{ко}}{A_p} < 1. \quad /3.49/$$

У реальних машинах механічний ККД завжди менший за одиницю. Це пояснюється тим, що робота сил корисного опору завжди менша, ніж робота рушійних сил. Дійсно, з рівняння руху /3.47/ видно, що $A_{ко} = A_p - A_{ш0}$, а оскільки робота сил шкідливого опору $A_{ш0} \neq 0$, то $A_{ко} < A_p$ і $\eta < 1$.

Механічний ККД може дорівнювати нулю, якщо робота рушійних сил дорівнює роботі всіх невиробничих опорів, які є у механізмі. За такої умови рух механізмів можливий, але без виконання будь-якої корисної роботи. Такий рух механізму звичайно називають рухом вхолосту. ККД не може бути меншим від нуля, оскільки для цього треба, щоб відношення робіт $A_{ш0}/A_p > 1$ або $A_{ш0} > A_p$. У таких випадках настає явище самогальмування машини або механізму.

Отже, ККД машини або механізму може змінюватись у межах

$$0 \leq \eta < 1. \quad /3.50/$$

Слід зауважити, що механічний ККД не дає повної характеристики машини, він нічого не говорить про її продуктивність, надійність, безпеку праці, вартість, якість продукції, яку вона випускає. ККД характеризує тільки ефективність використання енергії та годиться тільки для порівняння машин і пристроїв однакового призначення. У деяких машинах корисне навантаження дуже мале /наприклад, у поліграфічних і текстильних машинах, машинах швейної промисловості тощо/, тому ККД невеликий.

ККД можна виразити і через відношення відповідних потужностей.

Під час руху машини ККД не залишається постійним, оскільки під час руху машини змінюються сили, які діють на її ланки, а значить, змінюються сили тертя та робота сил шкідливого опору /робота сил корисного опору також може змінюватися/. На практиці, як правило, обмежуються визначенням середнього ККД для якого-небудь проміжку часу, частіше всього для одного циклу періоду усталеного руху. Такий ККД називають цикловим. При обчисленні ККД для даного положення механізму одержуємо миттєвий ККД.

Для кожної машини існує деяка найвигідніша швидкість, при якій її ККД досягає максимального значення. Найбільш високий ККД мають механізми і машини з чисто обертальним рухом ланок - ротаційні машини. Машини зі зворотно-поступальним рухом ланок - поршневі машини, механізми періодичної дії - мають частіше всього низькі ККД через несприятливу дію динамічних сил /сил інерції/.

Як правило, сучасні машини складаються з багатьох механізмів, ККД яких відомі або їх можна порівняно легко знайти. Проте загальний ККД машини залежить не тільки від ККД окремих механізмів, що входять до її складу, але від способу з'єднання цих механізмів у машині. Розрізняють три способи з'єднання механізмів у машині: послідовне, паралельне та змішане.

Послідовне з'єднання механізмів. Нехай маємо машину, яка складається з n послідовно з'єднаних механізмів /рис. 3.17/, кожний із яких має відповідно ККД $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$.

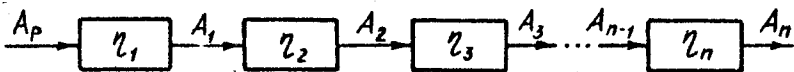


Рис. 3.17. Схема послідовного з'єднання механізмів у машині

Загальний ККД машини

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{A_{\text{ко}}}{A_p} = \frac{A_n}{A_p} \quad /3.51/$$

Перший механізм приводиться у рух рушійними силами, що виконують роботу A_p . Оскільки корисна робота A_1 першого механізму буде роботою рушійних сил для другого механізму і відповідно у всьому ланцюгу механізмів корисна робота кожного попереднього механізму буде роботою рушійних сил для кожного наступного механізму, то ККД

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}; \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \dots; \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}} \quad /3.52/$$

Якщо перемножити між собою ліві та праві частини рівнянь /3.52/, то одержимо

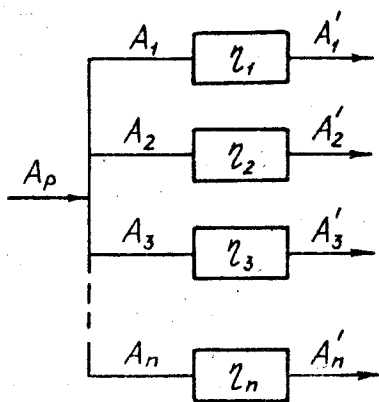
$$\eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \frac{A_2}{A_1} \frac{A_3}{A_2} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p} = \eta_{заг}.$$

Отже, загальний механічний ККД послідовно сполучених механізмів /машин/ дорівнює добуткові механічних ККД окремих механізмів /машин/, що утворюють одну машину /або машинний агрегат/, тобто

$$\eta_{заг} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n \quad /3.53/$$

З формули /3.53/ видно, що чим складніша машина, тим більші втрати енергії і тим нижчий ККД. Причому загальний ККД машини при послідовному з'єднанні механізмів завжди менший від найменшого ККД механізмів, які входять до його складу ($\eta_{заг} < \eta_{min}$). Це свідчить про те, що при послідовному з'єднанні механізмів необхідно дуже старанно виконувати кожний механізм, кожний вузол машини, інакше не можна добитися високого ККД машини.

Паралельне з'єднання механізмів. На рис. 3.18 показано схему машини з паралельним з'єднанням механізмів. Робота рушійних сил A_p , яка підводиться до машини, розподіляється між окремими механізмами



відповідно $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, які є для кожного механізму рушійними роботами, а значить,

$$A_p = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i \quad /3.54/$$

Кожний механізм відповідно виконує корисну роботу

$$A'_1 = A_1 \eta_1; A'_2 = A_2 \eta_2; A'_3 = A_3 \eta_3; \dots; A'_n = A_n \eta_n \quad /3.55/$$

Рис. 3.18. Схема паралельного з'єднання механізмів у машині

де η_i - ККД i -го механізму.

Загальна корисна робота всієї машини рівна сумі корисних робіт усіх механізмів, тобто

$$A_{k0} = A_1' + A_2' + A_3' + \dots + A_n' = A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n = \sum_{i=1}^n A_i \eta_i. \quad /3.56/$$

Тоді на основі /3.49/ загальний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів має вигляд

$$\eta_{заг} = \frac{A_{k0}}{A_p} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}. \quad /3.57/$$

З формули /3.57/ випливає, що механічний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів залежить не тільки від ККД окремих механізмів, а й від характеру розподілу роботи рушійних сил між механізмами. Очевидно, чим більша частина всієї затраченої роботи надходить в механізм із найбільшим ККД, тим ККД усієї машини буде більшим, і, навпаки, ККД машини буде тим меншим, чим більша частина A_p буде надходити в механізм із найменшим ККД.

Якщо механізми з'єднані паралельно, $\eta_{заг}$ не може бути меншим від найменшого і більшим від найбільшого ККД складових механізмів ($\eta_{min} \leq \eta_{заг} \leq \eta_{max}$) і, отже, низький ККД одного механізму виявляє менший вплив на ККД машини, ніж при послідовному з'єднанні механізмів.

При складному /змішаному/ з'єднанні механізмів для визначення загального ККД машини користуються загальною формулою /3.49/. Остаточні формули ККД залежать від схеми сполучення механізмів, у якій завжди можна виділити послідовні та паралельні ланцюги з'єднаних між собою механізмів.

3.11. Загальні методи дослідження руху механізмів

Для визначення закону руху початкової ланки механізму, яка визначає рух усіх інших ланок, використовують рівняння руху /3.38/, /3.39/ або /3.44/, /3.45/. Розв'язуючи їх відносно швидкості руху початкової ланки, встановлюємо характер зміни її руху залежно від часу. Для цієї мети найчастіше використовують диференціальне рівняння /3.44/, у ліву частину якого входить зведений момент сил $M_{зв}$.

що є сумою зведених моментів рушійних сил M_p і сил опору M_o , тобто $M_{зв} = M_p - M_o$. Як було показано /див. підрозд. 3.2/, ці моменти можуть бути функціями узагальненої координати φ , або її першої похідної $\dot{\varphi} = \omega$, або, нарешті, часу t .

Якщо розглянути можливі комбінації цих функцій, то можна встановити такі види рівнянь, у яких моменти M_p і M_o є функціями однієї й тієї самої змінної.

Перший вид рівнянь

$$M_p(\varphi) - M_o(\varphi) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.58/$$

$$M_p(\omega) - M_o(\omega) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.59/$$

$$M_p(t) - M_o(t) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.60/$$

У рівняннях /3.58/, /3.60/ моменти M_p рушійних сил і моменти M_o сил опору у кожному з рівнянь є функціями або φ , або ω або t . Проте часто маємо випадки, коли M_p і M_o є функціями різних змінних. Тоді одержуємо рівняння іншого виду:

$$M_p(\varphi) - M_o(t) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.61/$$

$$M_p(\omega) - M_o(\varphi) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.62/$$

$$M_p(t) - M_o(\omega) = J_{зв} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{зв}}{d\varphi}; \quad /3.63/$$

Рівняння /3.58/ - /3.63/ у загальному випадку є нелінійними диференціальними, розв'язати які можна тільки наближеними методами.

Таким, зокрема, може бути метод, запропонований Г.Г. Барановим, який полягає у тому, що кут повороту φ ланки зведення розбивається на досить малі інтервали $\Delta\varphi$, що беруться за крок інтегруван-

ня. У кожному інтервалі $\Delta\varphi$ задані функції зведених моментів рушійних сил M_p і сил опору M_0 вважаються сталими, а зведений момент інерції J_{3B} змінюється лінійно.

Позначимо ліві частини рівнянь /3.58/ - /3.63/ узагальнено у вигляді $M(\varphi, \omega, t)$, оскільки моменти M_p і M_0 можуть бути функціями кута повороту φ , кутової швидкості ω і часу t . Тоді ці рівняння можна записати у загальному вигляді так:

$$M(\varphi, \omega, t) = J_{3B} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{3B}}{d\varphi}. \quad /3.64/$$

Оскільки

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi},$$

то рівняння /3.64/ можна записати у такому вигляді:

$$M(\varphi, \omega, t) = J_{3B}(\omega) \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{3B}}{d\varphi},$$

або

$$\frac{2M(\varphi, \omega, t)}{\omega} d\varphi = 2J_{3B} d\omega + \omega dJ_{3B}. \quad /3.65/$$

Змінюємо в рівнянні /3.65/ $d\varphi$ кроком інтегрування $\Delta\varphi$. Тоді величина $d\omega$ приросту швидкості може бути замінена різницею $(\omega_{i+1} - \omega_i)$, а величина dJ_{3B} приросту зведеного момента інерції - різницею $J_{3B}(i+1) - J_{3B}i$, де i та $i+1$ - два положення ланки зведення, що відповідають початку і кінцю інтервалу $\Delta\varphi = \varphi_{i+1} - \varphi_i$.

З врахуванням викладеного рівняння /3.65/ набирає вигляду

$$\frac{2M(\varphi_i, \omega_i, t_i)}{\omega_i} \Delta\varphi = 2J_{3B}i(\omega_{i+1} - \omega_i) + \omega_i(J_{3B}(i+1) - J_{3B}i). \quad /3.66/$$

Розв'язуючи /3.66/ відносно кутової швидкості ω_{i+1} , одержуємо

$$\omega_{i+1} = \frac{M(\varphi_i, \omega_i, t_i) \Delta\varphi}{J_{3B}i \omega_i} + \frac{3J_{3B}i - J_{3B}(i+1)}{2J_{3B}i}. \quad /3.67/$$

Знаючи значення для $M(\varphi_i, \omega_i, t_i)$, $J_{3B}i$ та $J_{3B}(i+1)$ і ω_i , з формули /3.67/ при вибраному кроці інтегрування $\Delta\varphi$ можна визначити кутову швидкість ω_{i+1} . Виконуючи крок за кроком обчислення кутової швидкості ω_i , одержимо функцію $\omega = \omega(\varphi)$.

Для визначення часу t руху ланки зведення можна використати умову

$$dt = d\varphi/\omega. \quad /3.68/$$

Замінімо в цьому рівнянні dt на різницю $t_{i+1} - t_i$, $d\varphi$ - на крок інтервалу $\Delta\varphi$ і кутову швидкість ω - на її середнє значення $(\omega_i + \omega_{i+1})/2$. У такому випадку можна записати

$$t_{i+1} - t_i = \frac{2\Delta\varphi}{\omega_i + \omega_{i+1}} \quad /3.69/$$

звідки визначаємо час у положенні $i+1$:

$$t_{i+1} = t_i + \frac{2\Delta\varphi}{\omega_i + \omega_{i+1}} \quad /3.70/$$

Такий метод наближеного інтегрування можна використовувати як при аналітичному, так і при графічному зображенні всіх функцій, що входять у рівняння /3.58/-/3.63/.

3.12. Регулювання руху механізмів

Нерівномірність руху ланок механізму є істотно важливою умовою найвигіднішого його використання. Розрізняють два типи коливання швидкостей механізму - періодичне і неперіодичне, що зумовлено переважно зміною навантаження механізму. У ротаційних двигунах, де органи, що сприймають підведену до двигуна енергію, роблять обертальний рух /електродвигуни, парові, водяні і газові турбіни/, робочий процес відбувається не циклічно, а безперервно і при усталеному русі характеризується сталістю рушійного моменту; отже, у цих двигунах періодичних коливань швидкості не буде і головний вал при усталеному русі обератиметься рівномірно.

У поршневих двигунах, в основі яких лежить кривошипно-повзунний механізм, орган, що сприймає роботу рушійних сил /поршень/, робить зворотно-поступальні рухи. Це ускладнює регулювання кутової швидкості обертання головного вала двигуна.

Робочий процес цих двигунів характеризується замкнутими циклами, які при усталеному русі безперервно йдуть один за одним і створюють рушійну силу, що змінюється періодично. Корисний опір в основному залежить від характеру технологічного процесу. Таким чином, рушійна сила і корисний опір становлять змінні величини, які змінюються незалежно

одна від одної. За цих умов усталений рух механізму супроводитиметься періодичними змінами швидкості обертання головного вала. Така нерівномірність називається періодичною.

Великі періодичні коливання швидкості недопустимі, бо вони спричинюють у кінематичних парах додаткові /динамічні/ тиски, які знижують загальний ККД механізму та надійність його роботи. Крім того, великі коливання швидкостей можуть спричинити небажані явища в технологічному процесі /руйнування різця у верстатах, розрив матеріалу в текстильних машинах, вібрації, коливання сили світла в електричних лампочках, що шкідливо впливає на очі людини, тощо/. Через те задача про сталість швидкості обертання в даному разі полягає в тому, щоб неминучі періодичні коливання швидкості усталеного руху довести до такого мінімуму, за яким зазначені явища були б мало відчутні.

Нерівномірність руху механізму характеризується відношенням абсолютної нерівномірності руху механізму, яка визначається різницею $(\omega_{max} - \omega_{min})$, до його середньої швидкості ω_c :

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_c}, \quad /3.71/$$

де ω_{max} , ω_{min} - відповідно найбільша та найменша швидкості обертання.

Величина δ називається коефіцієнтом нерівномірності руху механізму і являє собою відношення різниці між найбільшою і найменшою швидкостями за цикл до середньої швидкості. Найсуворіші вимоги щодо рівномірності руху повинні задовольняти двигуни, які надають руху електричним генераторам змінного струму; у таких двигунів значення коефіцієнта нерівномірності береться $\delta = 1/200 \dots 1/300$; двигуни, що надають руху насосам, мають $\delta = 1/5 \dots 1/30$, бо подавання води не вимагає великої рівномірності. Допустимі значення коефіцієнта нерівномірності δ для механізмів подаються в технічних довідниках. Звичайно при проектуванні механізму задаються наперед бажаними для механізму значеннями коефіцієнта δ нерівномірності руху і середньої швидкості ω_c обертання головного вала.

Визначаючи середню кутову швидкість на практиці, часто користуються наближеною формулою

$$\omega_c = (\omega_{max} + \omega_{min}) / 2. \quad /3.72/$$

Якщо немає різких коливань кутової швидкості, наближене значення ω_c , що визначається з рівняння /3.72/, з допустимим для технічних

розрахунків точністю можна приймати за справжню середню швидкість. Середня швидкість ω_c береться рівною номінальній кутовій швидкості, тобто кутовій швидкості, яка проставляється у паспорті двигуна або робочої машини. Регулюючи рух механізму, треба знати наперед, в яких межах допускається робочим процесом механізму зміна кутової швидкості ω_c головної ланки.

Задача регулювання руху механізмів або машин у період їх усталеного руху зводиться до відбору такого співвідношення між масами ланок механізмів і діючими на них силами, за якого коефіцієнт нерівномірності руху δ_s не перевищував би наперед заданого значення. На практиці значення δ_s коливається в дуже значних межах і залежить від типу машин.

Регулювання руху здійснюється за допомогою додаткової маси — маховика, який встановлюють на одному з валів механізму. Маховик /рис. 3.19/ звичайно роблять у вигляді колеса, що має масивний обід 1, сполучений із втулкою 2 спицями 3 /або тонким диском/.

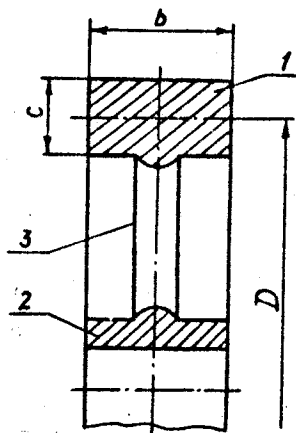


Рис. 3.19. Маховик

Для маховика полягає в тому, що при перевищенні роботи рушійних сил над роботою сил опорів маховик сприймає на себе надлишок кінетичної енергії механізму і, завдяки своєму великому моменту інерції, не дає швидкості надмірно зростати; коли ж робота сил опорів перевищує роботу рушійних сил, маховик віддає нагромаджену кінетичну енергію, протидіючи зменшенню швидкості.

Крім періодичних коливань, при яких швидкості всіх ланок механізму в усіх його положеннях мають певні цикли, у механізмі можливі коливання швидкості, що не мають певного циклу, так звані неперіодичні коливання швидкостей. Вони можуть виникати з різних причин, як-от: раптова зміна навантаження механізму, включення в механізм додаткових мас тощо. При раптовому збільшенні або зменшенні навантаження на механізм станеться раптове зменшення або збільшення швидкості ведучого вала механізму, і він вийде із сталого режиму. Задача полягає в тому, щоб автоматично привести потужність двигуна у відповідність із новим навантаженням і відновити усталений рух механізму при новому навантаженні з попередньою або близькою до

попередньої швидкості. Ця задача відома під назвою задачі про регулювання швидкості, коли механізм від усталеного руху при одному сталому навантаженні переходить до усталеного руху при іншому також сталому навантаженні. Спеціальні механізми, що їх застосовують для вирівнювання різниці між рушійними силами і силами опору за допомогою автоматичної дії на відповідні органи механізму, мають назву регуляторів швидкості.

Конструкції регуляторів і схеми регулювання бувають різні. Розглянемо найпростішу схему автоматичного регулювання кутової швидкості початкової ланки машинного агрегату. На рис. 3.20 зображено машинний агрегат, що складається з теплового двигуна 1, робочої машини 2 та відцентрового регулятора 3. Регулятор складається із двох важких куль K , що сидять на ланках AC і BD . Ці ланки шарнірно зв'язані з ланками CE і DF , які в свою чергу шарнірно зв'язані з муфтою N , що може вільно ковзати вздовж напрямної $Z-Z$. Ланки AC і BD зв'язані пружиною L , яка намагається зблизити кулі K . Регулятор приводиться в рух від початкової ланки машини паром конічних коліс H і G . При обертанні початкової ланки двигуна з кутовою швидкістю ω_1 , регулятор обертається з швидкістю ω_p , причому $\omega_1 / \omega_p = \text{const.}$

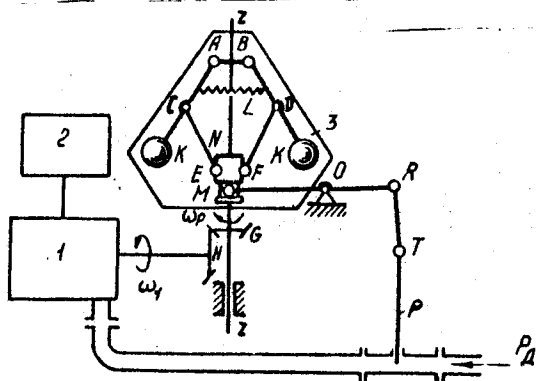


Рис. 3.20. Схема автоматичного регулювання кутової швидкості машинного агрегату за допомогою відцентрового регулятора швидкості

За різних кутових швидкостей ω , початкової ланки муфта N має різні положення, які визначаються відцентровою силою інерції, що діє на кулі K . Чим більша швидкість обертання вала регулятора, тим більші сили інерції діють на кулі і тим вище піднімається муфта N ; навпаки, чим менша швидкість ω_p , тим менші сили інерції діють на кулі, а значить, нижче знаходиться муфта N . З муфтою з'єднано механізм, що збільшує або зменшує подачу рушійної енергії в машину. Цей механізм складається з важелів QR і RT і заслінки P . Палець M , що належить важелю QR , ковзає у напрямних, що належать муфті N . Припустимо, що внаслідок зменшення сил опору кутова швидкість ω_p регулятора збільшилась. Тоді тягарі K під дією відцентрових сил віддалятимуться від осі обертання $Z-Z$ регулятора, і муфта N пересуватиметься вгору. При цьому важіль RT діятиме на заслінку P , яка, спускаючись униз, зменшить переріз каналу, по якому надходить у двигун робоча речовина /пара, вода, газ тощо/. Тоді рушійні сили зменшаться, кутова швидкість також зменшиться, і муфта N почне переміщуватися вниз і, отже, заслінка P переміщуватиметься вгору, збільшуючи переріз каналу. Після збільшення подачі рушійної енергії процес може знову повторитись. Отже, робота регулятора є деякий коливальний процес. Регулятор реагує автоматично на зміну кутової швидкості початкової ланки двигуна і забезпечує подачу необхідної енергії для пересування регулюючого органу.

Запитання для самоконтролю

1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів.
2. Наведіть приклади рушійних сил, сил корисного та шкідливого опору.
3. Як визначається модуль і напрям сили інерції та момента сил інерції ланки?
4. Основні задачі силового розрахунку механізмів.
5. Який кінематичний ланцюг статично визначений?
6. З яких етапів складається силовий розрахунок?
7. З якою метою визначають зрівноважуючу силу або зрівноважуючий момент?
8. Як визначається зрівноважуюча сила за допомогою теореми М.С. Жуковського про жорсткий важіль?
9. Що є причиною нерівномірності руху механізмів?
10. Умови зрівноваження сил інерції механізму відносно фундаменту, обертових мас відносно опор.

11. Задачі статичного та динамічного балансування.
12. Чи можна за допомогою одного додаткового вантажу виконати динамічне /моментне/ зрівноваження обертових мас?
13. Що є мірою статичного і динамічного дисбалансу?
14. Які деталі слід піддавати статичному та динамічному балансуванню?
15. З якою метою виконують зведення сил і мас у механізмі?
16. Які умови покладено в основу зведення сил і мас?
17. В яких випадках зведена маса /зведений момент інерції/ механізму стала?
18. У скільки разів збільшиться зведений момент інерції ланки зведення, якщо її швидкість обертання збільшиться утричі?
19. Запишіть рівняння кінетичної енергії для ланок, що здійснюють: а/ обертальний рух; б/ поступальний прямолінійний; в/ складний рух.
20. Які є форми рівняння руху механізму?
21. Назвіть періоди руху механізму /машини/.
22. Як визначити дійсну швидкість ланки зведення?
23. Призначення та загальні принципи роботи маховика і регулятора швидкості. Наведіть приклади, де використовуються маховик або регулятор швидкості.

4. СИНТЕЗ ПЛОСКИХ ВАЖЛИВИХ МЕХАНІЗМІВ

4.1. Основні задачі синтезу та методи їх розв'язання

Під синтезом у теорії механізмів та машин звичайно розуміють проектування схеми механізму за його заданими властивостями. При цьому розрізняють структурний, кінематичний та динамічний синтези.

Структурний синтез полягає у виборі структурної схеми механізму, що має потрібне число ступенів вільності, кількість та вид ланок, які здійснюють необхідні рухи, число кінематичних пар того чи іншого класу, та їх взаємне розташування.

Під кінематичним синтезом розуміють визначення геометричних розмірів ланок, що забезпечують реалізацію заданих положень, траєкторій, часових співвідношень, кутів тиску і т.ін.

Динамічний синтез містить у собі два попередніх вида синтезу, з визначенням параметрів, які характеризують величину і розподіл мас ланок.

Таким чином, синтез механізмів здійснюється в декілька етапів, у кожному з яких визначаються деякі постійні параметри механізму.

До параметрів, між іншим, відносяться довжини ланок, положення точок їх траєкторій, значення швидкостей і прискорень, маси і моменти інерції ланок. Незалежні один від одного постійні параметри схеми механізму називаються параметрами синтезу механізму.

Параметри синтезу бувають вхідними та вихідними.

Вхідні параметри задані або відомі до проведення синтезу, а вихідні визначаються по ходу синтезу. Прикладами вхідних параметрів можуть бути наперед задана /необхідна/ траєкторія руху точки механізму або необхідна продуктивність машин, а вихідними параметрами при цьому є геометричні розміри ланок /у першому випадку/, а також маси ланок, закони їх розподілення, моменти інерції ланок, жорсткість пружних ланок, потужність двигуна і швидкість обертання ланок.

Серед задач, які повинен вирішувати синтезований механізм, можна виділити одну або декілька найбільш важливих - основних /наприклад, одержання необхідної траєкторії руху, досягнення заданої швидкості на певній ділянці траєкторії/, інші вважаються другорядними - додатковими /мінімальна вага, мінімальні габаритні розміри/.

Основна задача синтезу визначає також і вид синтезу, за допомогою якого може бути вирішена ця задача /кінематичний або динамічний синтез/. Основну умову синтезу можна подати у вигляді деякої функції вихідних параметрів, яку прийнято називати цільовою функцією.

Таким чином, розв'язання основної задачі синтезу є у більшості випадків багатопараметричним, що визначає існування багатьох розв'язків. Природно, що в такому випадку з'являється прагнення одержати найкращий /оптимальний розв'язок або розв'язок, максимально наближений до оптимального, з урахуванням існуючих у реальності обмежень на додаткові параметри/.

Розв'язання задачі синтезу механізмів може бути здійснене чотирма основними методами:

графічним, який засновано на використанні кінематичних схем механізмів, зображених на рисунку в певному масштабі довжин. При цьому кутові величини подаються в натуральну величину. Цей метод досить часто застосовується на попередніх стадіях проектування завдяки своїй простоті та наочності і переважно для плоских механізмів;

аналітичним, заснованим на різних математичних методах, які широко використовуються в наш час у зв'язку з повсюдною комп'ютеризацією інженерної та наукової праці. Аналітичні методи, які можуть бути застосовані в будь-яких механізмах, мають високу точність розв'язків, дозволяють одержувати оптимальні /за заданими цільовими функціями/

значення додаткових параметрів. До їх недоліків слід віднести труднощі та не завжди достатню наочність;

графоаналітичним, що поєднує два вищезгадані методи;

експериментальним, що використовує натурні зразки або моделі механізмів, які проектується. Цей метод дає результати, найбільш наближені до реальності, але потребує великих матеріальних витрат і погано піддається оптимізації.

У подальшому в даній главі ми зупинимося лише на графічних та графоаналітичних методах кінематичного синтезу плоских важільних механізмів, розглянутих на конкретних прикладах.

4.2. Умова існування кривошипу шарнірного чотириланкового

За правильно вибраних розмірів ланки механізму повинні вільно прокручуватися, не заважаючи одна одній. Розглянемо це на прикладі шарнірного чотириланкового /рис. 4.1/.

Теорема Грасгофа формулює умови існування кривошипу так:

Найменша ланка є кривошип, якщо сума довжин найменшої та будь-якої іншої ланки буде меншою, ніж сума довжин двох інших, або дорівнює їй.

Кривошипом називається ланка, яка виконує обертальний рух та здійснює в процесі роботи один або декілька повних обертів навколо своєї осі.

Згідно з теоремою Грасгофа і рис. 4.1 $l_4 > l_2 > l_3 > l_1$.

Якщо вважати, що ланка I - кри-

вшип, то її повний оберт змусить ланку 3 двічі зайняти крайнє положення, для якої характерно, що ланки I та 2 знаходяться на одній прямій лінії. З трикутника ACD можна одержати, що $l_3 < (l_2 - l_1) + l_4$;
 $l_4 < (l_2 - l_1) + l_3$. Отже,

$$l_1 + l_4 < l_2 + l_3; \quad 14.1/$$

$$l_1 + l_3 < l_2 + l_4; \quad 14.2/$$

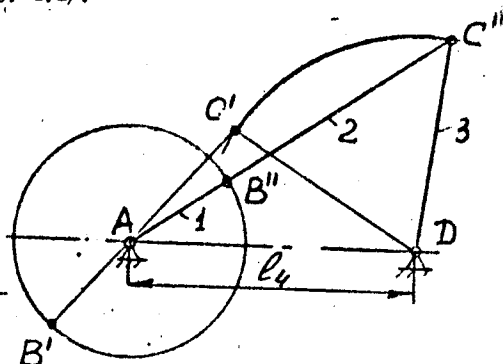


Рис. 4.1. Коловий чотириланковий механізм

З трикутника ACD випливає, що

$$l_1 + l_2 < l_3 + l_4. \quad /4.3/$$

Додавши /4.1/ та /4.2/, /4.1/ та /4.3/, /4.2/ та /4.3/ почленно, одержимо: $l_1 < l_2$; $l_2 < l_4$; $l_1 < l_3$, тобто кривошип є найменшим із ланок. Коли $l_1 + l_2 = l_3 + l_4$ або $l_1 + l_4 = l_2 + l_3$, то одержимо двокривошипний механізм, що дозволяє записати нерівність /4.1/ у вигляді

$$l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3. \quad /4.4/$$

4.3. Синтез чотириланкового кривошипно-коромислового механізму за коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки

Раніше в підрозд. 1.5 було введено поняття коефіцієнта зміни середньої швидкості вихідної ланки $K = \frac{t_{np}}{t_{зв}}$, де t_{np} , $t_{зв}$ - час відповідно прямого і зворотного ходу коромисла.

З рис. 4.2 випливає, що якщо $\omega_1 = const$, то $t_{np} = \frac{\varphi_{зв}}{\omega_1}$, а

$$t_{зв} = \frac{\varphi_{зв}}{\omega_1}. \text{ Оскільки } \varphi_{np} + \varphi_{зв} =$$

$= 360^\circ$ і на рис. 4.2 показано крайнє положення ланок механізму, при яких ланки 1 і 2 утворюють пряму лінію, то можна записати, що $\varphi_{np} = 180^\circ + \theta$, а $\varphi_{зв} = 180^\circ - \theta$. Підставляючи ці значення замість φ_{np} і $\varphi_{зв}$, одержимо

$$K = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}. \quad /4.5/$$

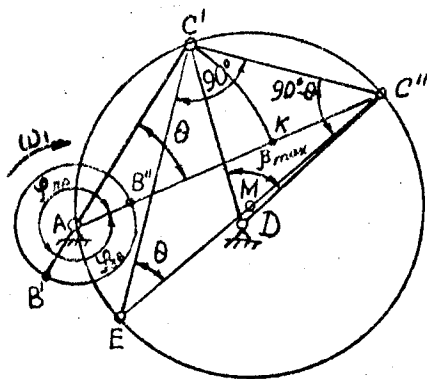


Рис. 4.2. Схема синтезу колового чотириланкового кривошипно-коромислового механізму

Звідси можна одержати кут θ в крайніх положеннях механізму:

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad 14.6/$$

Задача. Спроекувати кривошипно-коромисловий механізм /див. рис. 4.2/, тобто знайти довжини l_1 і l_2 за заданими K , r і l_3 .

Розв'язання. 1. Визначаємо кут θ за формулою 14.6/.

2. З точки C' проводимо перпендикуляр до прямої $C'C''$.

3. На лінії $C'C''$ будемо прямокутний трикутник з прямим кутом при вершині C' та кутом θ у точці E .

4. З точки M_1 , яка ділить сторону EC'' навпіл, проводимо описане коло через точки A, C', C'' , на якому знаходяться точки центрів обертання кривошипа. Таким чином, якщо відстань AD не задана, то задача має нескінченну множину розв'язків.

5. Якщо задати відстань AD , то можна знайти положення точки A .

З одержаної точки A проводимо промені до точок C' та C'' . В одержаному трикутнику $AC'C''$ сторона $AC' = l_2 - l_1$, а $AC'' = l_1 + l_2$. Тепер, якщо ми віднімемо від сторони AC'' довжину сторони AC' , то одержимо $AC'' - AC' = 2l_1$. Таким чином, провівши дугу з точки A радіусом AC' до перетину з прямою AC'' , матимемо відрізок KC'' , який дорівнює подвійній довжині кривошипа

$$l_1 = \frac{KC''}{2}$$

6. Описавши з точки A коло радіуса l_1 , одержимо точки перетину його з лінією AC'' , точку B'' і з продовженням лінії AC' — точку B' . Тепер довжина шатуна l_2 знайдеться як $l_2 = AC'' - AB'' = B'C''$.

4.4. Синтез кривошипно-повзунного механізму

Задача. Спроекувати кривошипно-повзунний механізм, тобто знайти довжину шатуна l_2 , радіус кривошипа l_1 та ексцентриситет e .

/рис. 4.3/ за заданими значеннями руху повзуна S_{\max} , коефіцієнтом K та відношенням l_1/l_2 .

Розв'язання. 1. Позначимо відношення $\frac{l_1}{l_2} = \lambda$, звідки, що

$$K = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \text{ знайдемо } \theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$$

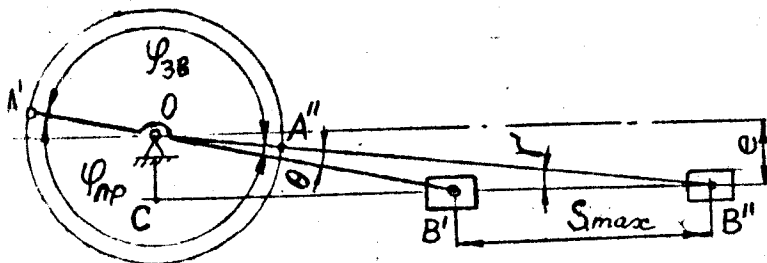


Рис. 4.3. Схема синтезу кривошипно-повзунного механізму

2. Повзун в точках B' та B'' займає відповідно крайнє ліве та крайнє праве положення. Тому кут $B'O B'' = \theta$. Використовуючи для трикутника $B'O B''$ теорему косинусів, можна записати

$$S_{\max}^2 = (l_2 + l_1)^2 + (l_2 - l_1)^2 - 2(l_2 + l_1)(l_2 - l_1)\cos\theta,$$

Знайдемо $l_2 = \frac{H}{\sqrt{2[(1 - \cos\theta) + \lambda^2(1 + \cos\theta)]}}$ і $l_1 = \lambda l_2$.

3. Записавши теорему синусів для трикутника $B'O B''$, одержимо

$$\frac{S_{\max}}{\sin\theta} = \frac{l_2 - l_1}{\sin\gamma}, \text{ звідки } \sin\gamma = \sin\theta \left(\frac{l_2 - l_1}{S_{\max}} \right).$$

4. Продовживши вісь переміщення повзуна ліворуч до перетину з вертикаллю, яка проходить через вісь обертання кривошипа O , одержимо точку C та прямокутний трикутник OCB'' , в якому катет

$$OC = e,$$

$$e = (l_2 + l_1)\sin\gamma, \quad e = \frac{l_2^2 - l_1^2}{S_{\max}} \sin\theta. \quad 14.71$$

4.5. Синтез механізму з хиткою кулісою

Задача. Спроекувати механізм з хиткою кулісою, тобто визначити радіус кривошипа l_1 та довжину куліси l_3 , якщо заданий хід повзуна S_{\max} , коефіцієнт зміни середньої швидкості $K = \frac{\varphi_{1P}}{\varphi_{3B}}$, міжосьова

відстань L /рис. 4.4/.

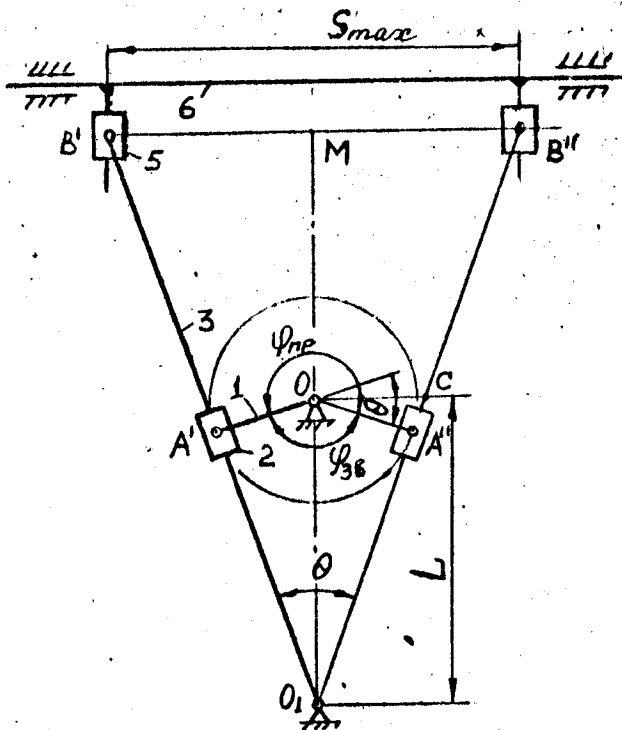


Рис. 4.4. Схема синтезу механізму з хиткою кулісом

Розв'язання. 1. За заданим $K = \frac{\psi_{пр}}{\psi_{зв}}$ визначимо $\psi_{пр}$ і $\psi_{зв}$, враховувачи $\psi_{пр} + \psi_{зв} = 360^\circ$; $\psi_{зв} = 360^\circ \frac{1}{K+1}$, $\psi_{пр} = 360^\circ - \psi_{зв}$.

2. Визначимо кут $\theta = \psi_{пр} - 180^\circ$. Одночасно встановлюємо, що кут $\angle A_1 O_1 A'' = \theta$, тому що кут $\angle O O_1 A''$ дорівнює куту $\angle C O A'' = \frac{\theta}{2}$.

3. З трикутника OA, A'' знаходимо радіус кривошипа ℓ_1

$$\ell_1 = L \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad /4.8/$$

4. З трикутника MO, B'' визначимо довжину куліси ℓ_3

$$\ell_3 = \frac{S_{max}}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad /4.9/$$

4.6. Синтез механізму з обертовою кулісою

Задача. Спроекувати механізм з обертовою кулісою /рис. 4.5/, тобто визначити довжину куліси ℓ_3 , довжину шатуна ℓ_4 та відстань h між осями обертання кривошипа та куліси. Заданими можна вважати хід повзуна S_{max} , коефіцієнт зміни середньої швидкості K , радіус кривошипа ℓ_1 та відношення

$$\frac{\ell_3}{\ell_4} = \lambda.$$

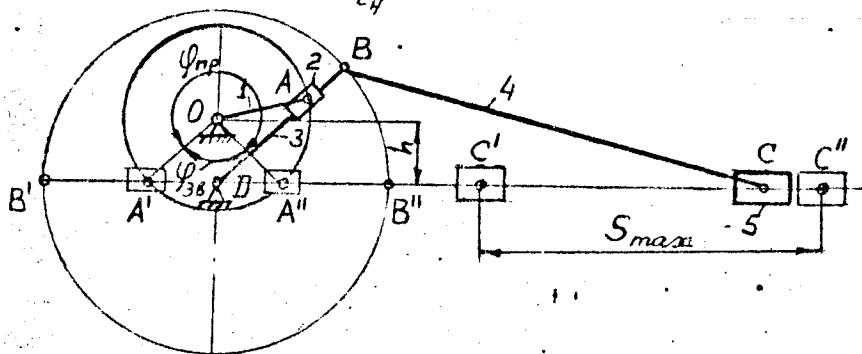


Рис. 4.5. Схема синтезу механізму з обертовою кулісою

Розв'язання. І. Враховуючи, що куліса DB , шатун BC та повзун утворюють аксіальний кривошипно-повзунний механізм, довжина куліси визначаємо із співвідношення

$$\ell_3 = \frac{S_{max}}{2} \quad /4.10/$$

2. У цьому випадку довжина кривошипа

$$e_4 = \frac{e_3}{J} = \frac{S_{max}}{2\lambda} \quad /4.11/$$

3. Відстань OD визначається із співвідношення

$$h = e_1 \cos \frac{\varphi_{36}}{2} \quad /4.12/$$

Запитання для самоконтролю

1. Які основні напрямки синтезу механізмів вам відомі?
2. Що входить у задачу кінематичного синтезу?
3. Яка ланка механізму називається кривошипом?
4. Умова існування кривошипа.
5. Які положення механізму називаються крайніми?
6. Як визначається коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки?
7. Які методи розв'язування задач синтезу вам відомі?

5. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

5.1. Загальні дані. Основні типи. Термінологія

Кулачкові механізми знайшли широке застосування в багатьох машинах та приладах /двигунах внутрішнього згоряння, турбінах, текстильних та поліграфічних машинах, в машинах-автоматах/.

Кулачковим механізмом називається механізм, до складу якого входить кулачок.

Кулачком називається ланка, якій належить елемент вищої пари, виконаний у вигляді поверхні змінної кривизни.

Ведучою ланкою кулачкового механізму /рис. 5.1/ є, як правило, кулачок 1, який ведеться штовхачем 2. Останній здійснює зворотний рух /в даному випадку - зворотно-поступальний/. Штовхач 2 і кулачок 1 рухомо зв'язані із стояком 3. Щоб зменшити знос профілю кулачка, на кінці штовхача встановлюють ролик 4, шарнірно з'єднаний із штовхачем.

Для забезпечення постійного контакту між ланками кулачкового механізму /для замикання елементів вищої кінематичної пари/ встановлюють пружину 5 /силове замикання/. При структурному аналізі пружину

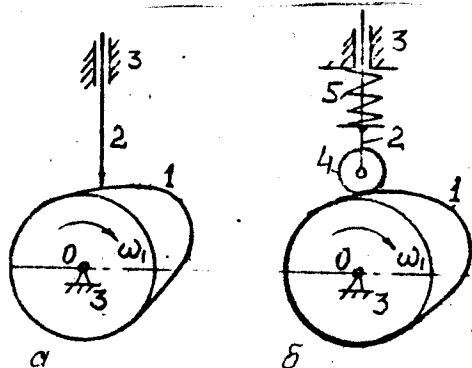


Рис. 5.1. Кулачкові механізми з гострокінцевим і роликвим штовхачем

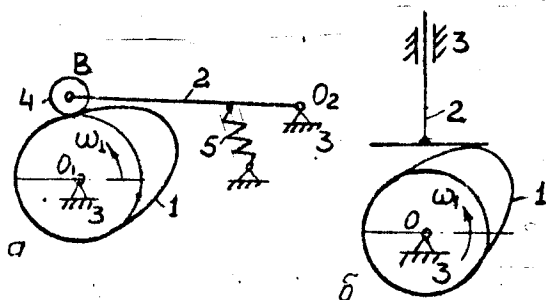


Рис. 5.2. Кулачкові механізми з коромисловим і тарілчастим штовхачем

не вважають за ланку. Використовують і геометричне замикання /див. рис. 1.22, й, к та 1.23, в, г, д, е/. Штовхач, який здійснює обертовий рух, називається коромислом /рис. 5.2, а/. Якщо кінець штовхача, що контактує з кулачком, виконаний у вигляді плоского диска або пластини, то він називається тарілчастим /рис. 5.2, б/.

Класифікація кулачкових механізмів детально розглядається в [1-3; 6; 9; 11] і базується в основному на виді руху кулачка і штовхача, формі штовхача, виді замикання тощо. Кулачкові механізми, як і всі інші, поділяються на плоскі і просторові. Схеми різних типів кулачкових механізмів були розглянуті в розд. I і показані на рис. 1.22, 1.23.

На рис. 1.20, а зображено схему центрального кулачкового механізму з гострокінцевим штовхачем. На профілі кулачка позначені

центрльні кути, які називаються профільними ($\varphi_B, \varphi_{B,C}, \varphi_H, \varphi_{H,C}$) і ділять кулачок на ділянки постійної та змінної кривизни, при контактї з якими, коли кулачок обертається, штовхач здійснює потрібний рух або залишається нерухожим. На рис. 1.20, б показано діаграму переміщень штовхача S у функції кута повороту кулачка φ . Кути повороту кулачка, відповідні певним фазам руху штовхача, називаються фазовими. Сума фазових кутів дорівнює $\sum \varphi_i = 2\pi$ і відповідає одному циклу руху механізму. Профільні кути рівні відповідним фазовим лише для центральних механізмів. Якщо на рис. 1.20, б фазові кути замінити відповідними відрізками часу, то така діаграма називатиметься циклограмою, а час $T = t_B + t_{B,C} + t_H + t_{H,C}$ - буде періодом руху механізму.

Профіль кулачка, що дотикається до штовхача, називається робочим, або практичним, профілем. Для роликового штовхача робочим є профіль, контактуючий з роликом. У цьому випадку теоретичним /центровим/ профілем буде називатися уявний профіль, з яким контактував би центр ролика /див. рис. 1.22, в/.

Як зазначалося, вище, профіль кулачка поділяється профільними кутами на ділянки постійної та змінної кривизни відносно осі обертання кулачка /див. рис. 1.20, а/. Частина профілю, відповідна фазі нижнього стояння штовхача, окреслена дугою кола радіуса r_{min} , який називається мінімальним радіусом кулачка. Інша частина профілю постійної кривизни також окреслена по дузі кола і відповідає фазі верхнього стояння. Рухаючись від фази нижнього стояння до фази верхнього стояння, штовхач переміщується на відстань S_{max} . Таким чином, радіус дуги ділянки профіля, відповідний верхньому стоянню, дорівнює $r_{max} = r_{min} + S$ /у випадку центрального кулачкового механізму/. Поміж двома фазами стояння профіль кулачка окреслений кривою змінного радіуса відповідно до діаграми переміщення штовхача.

Зауважимо, що діаграма переміщень штовхача $S = f(\varphi)$ за цикл руху - це розгортка профілю кулачка, яка охоплює коло радіуса r_{min} .

Щоб побудувати профіль кулачка, необхідно:

вибрати схему кулачкового механізму;

визначити значення r_{min} ;

побудувати діаграму переміщень штовхача /закон руху штовхача/;

виконати геометричну побудову профіля.

5.2. Синтез кулачкових механізмів

Отже, синтез кулачкового механізму полягає у виборі його схеми, визначенні мінімального радіуса профілю кулачка та закону руху штовхача. Далі виконують геометричні побудови, що визначають форми і розміри ланок механізмів. Синтез кулачкових механізмів, як видно, є багатопараметричною задачею з багатьма розв'язками.

Вибір закону руху штовхача. Закон руху кулачка звичайно беруть у вигляді $\omega_1 = const$ і далі узагальненою координатою вважають кут повороту кулачка $\varphi_1 = \omega_1 t$.

Закон руху веденої ланки /штовхача або коромисла/ необхідно вибирати, враховуючи конкретні особливості роботи механізму.

Розглянемо три типові закони руху штовхача, показані на рис. 5.3. Зауважимо, що переміщення задані у функції кута повороту кулачка /узагальненої координати/ φ_1 .

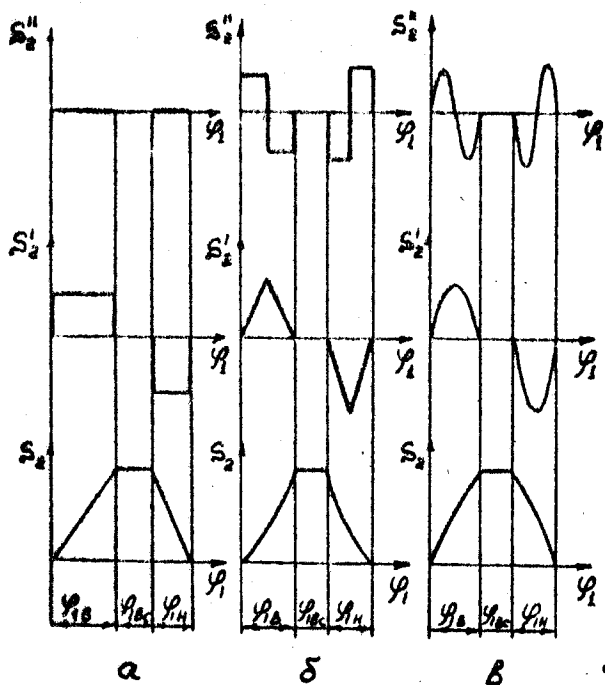


Рис. 5.3. Основний закон руху штовхача

В такому разі $S_2' = \frac{dS_2}{d\psi_1}$ і $S_2'' = \frac{d^2S_2}{d\psi_1^2}$ прийнято вважати

аналогом швидкості та прискорення відповідно. Зв'язок між аналогом швидкості і швидкістю та аналогом прискорення і прискоренням легко

встановити. Наприклад, якщо $S_2' = \frac{dS_2}{d\psi_2}$ - аналог швидкості, а

$V_2 \frac{dS_2}{dt}$ - швидкість, то, помноживши і розділивши вираз аналог

швидкості на dt , одержимо

$$S_2' = \frac{dS_2 dt}{d\psi_1 dt} = \frac{dS_2}{dt} \cdot \frac{dt}{d\psi_1} = \frac{V_2}{\omega_1},$$

тобто

$$V_2 = \omega_1 S_2',$$

/Б.І/

де ω_1 - кутова швидкість кулачка $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$.

Отже, розглянемо закон руху /рис. 5.3,а/, На ділянках віддалення та наближення переміщення штовхача змінюється рівномірно, тому аналог швидкості /і швидкість/ постійний в рамках φ_{15} та φ_{1H} . На межах фаз віддалення та наближення є стрибки швидкостей, що відповідає нескінченно великим прискоренням штовхача $S_2'' = \frac{dS_2'}{d\varphi_1} = \infty$

при $d\varphi_1 = 0$. Сили інерції штовхача теж стануть нескінченно великими. Робота механізму супроводжуватиметься "жорсткими" ударами. Вибір такого закону можливий лише при малих кутових швидкостях обертання кулачка.

Закон руху, показаний на рис. 5.3,б зі ступінчастою діаграмою прискорень, дозволяє механізму працювати з "м'якими" ударами. На ділянках фаз віддалення та наближення прискорення постійні і мають скінченні значення. Цей режим роботи менш небезпечний, але для швидкохідних машин його слід уникати.

Синусоїдний закон зміни прискорень дозволяє механізму функціонувати без жорстких та м'яких ударів. Але зростання переміщень при цьому дещо уповільнене. Можливі й інші закони руху штовхачів.

Кут тиску в кулачкових механізмах. Кутом тиску на ведений штовхач називається кут між напрямом швидкості штовхача і нормаллю до центрального профілю в точці дотику до нього штовхача /рис.5.4,а/.

Кут передачі руху γ доповнює кут тиску β до 90° .

Встановимо зв'язок між кутом передачі руху і мінімальним радіусом центрального профілю кулачка. Для цього побудуємо план швидкостей /рис. 5.4,б/. Швидкість точки B_1 , кулачка в місці контакту з центром ролика дорівнює добутку $V_{B_1} = \omega_1 (OB) \mu_v$, де OB - довжина радіуса-вектора точки контакту центрального профілю з штовхачем, що відповідає повороту кулачка на кут φ_1 , μ_v - масштабний коефіцієнт побудови схеми механізму на рис. 5.4,а.

Вектор швидкості V_{B_1} , напрямлений перпендикулярно до OB в напрямі обертання кулачка. На плані швидкостей цей вектор зображений відрізком $|PB_1|$ в масштабі плану швидкостей з коефіцієнтом μ_v .

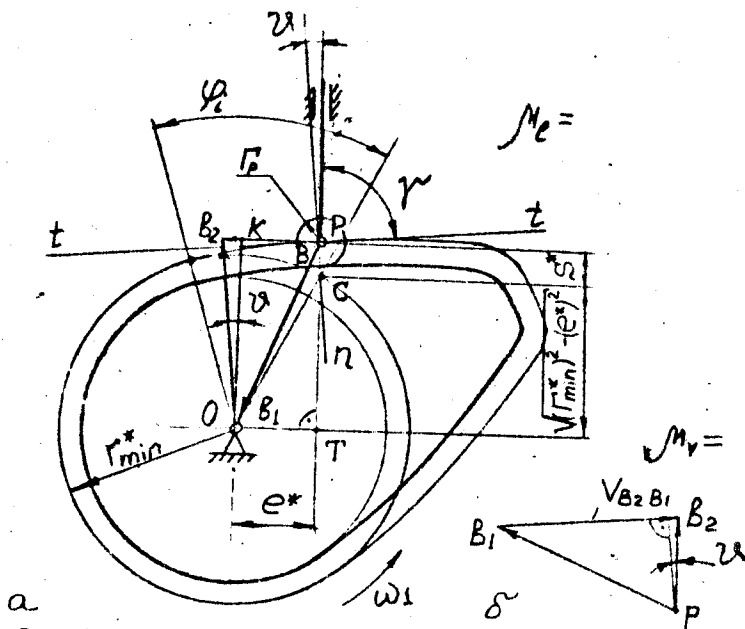


Рис. 5.4. Визначення мінімального радіуса центрального профілю кулачка за даним кутом тиску

Швидкість точки B_2 штовхача напрямлена вертикально вздовж напрямних, а його вектор V_{B_2} на плані швидкостей зображений відрізком PB_2 , довжина якого визначена вектором відносної швидкості V_{B_2/B_1} , напрямленої паралельно дотичній у точці контакту центрального профілю і штовхача ($t-t$).

На плані швидкостей показано кут тиску ν . Згідно з визначенням - це кут між швидкістю штовхача і нормаллю ($n-n$).

Якщо план швидкостей повернути на 90° і перенести на схему механізму так, щоб полюс збігався з точкою B ролика, а кінець вектора швидкості V_{B_1} , знаходився в точці O кулачка, то масштабний коефіцієнт μ_v такого трансформованого плану швидкостей дорівнював би

$$\mu_v^* = \frac{\omega_1(OB)\mu_1}{(OB)} = \omega_1 \mu_e. \quad (5.2)$$

У цьому випадку швидкість точки B штовхача /напрямлена після повороту на 90° горизонтально/

$$V_{B_2} = |BB_2| \mu_v^* = |BB_2| \omega_1 \mu_e.$$

Враховуючи, що $V_{B_2} = S'_{B_2} \omega_1$, де $S'_{B_2} = \frac{dS_2}{d\varphi}$ - аналог швидкості точки B_2 , одержимо

$$|BB_2| = \frac{S'_{B_2}}{\mu_2}, \quad /5.3/$$

тобто відрізок $|BB_2|$ в масштабі схеми відображає аналог швидкості штовхача.

Розглянувши трикутник OKB_2 , можна встановити зв'язок між кутом тиску ϑ і параметрами кулачка.

Кут B_2OK дорівнює ϑ оскільки відрізок OB_2 зображує повернуту на 90° відносну швидкість $V_{B_2B_1}$, тобто OB_2 - паралельний нормалі nn_1 :

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{b_2 K}{OK} = \frac{|BB_2| - e^*}{S^* \sqrt{r_{\min}^{*2} - e^{*2}}} = \frac{S' - e}{S + \sqrt{r_{\min}^2 - e^2}}, \quad /5.4/$$

де $e^* = \frac{e}{\mu_1}$; $S^* = \frac{S}{\mu_1}$; $r_{\min}^* = \frac{r_{\min}}{\mu_1}$ - розміри на схемі в масштабі

μ_2 , значення ексцентриситету, переміщення і мінімального радіуса кулачка.

Для кулачкового механізму з центральним штовхачем

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{S'}{S + r_{\min}}. \quad /5.5/$$

Для кулачкового механізму з коромислом /див. рис. 5.2, а/ кут тиску наближено можна визначити за формулою /5.4/, якщо траєкторія руху центра ролика близька до прямої лінії, що проходить на віддалі e від центра кулачка.

Зауважимо, що в разі геометричного замикання коромисло під час всього циклу руху є веденою ланкою при ведучому кулачку.

У випадку силового замикання коромисло є веденим лише на фазі віддалення, а на фазі наближення штовхач приводиться рухом замикаючої сили.

Якщо проаналізувати роботу кулачкового механізму, можна зробити висновок, що при досить великих значеннях кутів тиску з'являється ризик заклинювання штовхача. Розрахунками встановлено, що допустимими значеннями кутів тиску є: $\vartheta \leq 30^\circ$ - для механізмів з поступально-рухомими штовхачами; $\vartheta \leq 45^\circ$ - для коромислових механізмів.

Установлено також, що із збільшенням кута тиску зменшується ККД механізму, але зменшуються і його габаритні розміри.

На практиці синтез кулачкових механізмів ведуть у двох напрямках:

синтез за максимальним ККД;

синтез за обмеженим кутом тиску /за мінімальними розмірами/.

В іншому випадку намагаються забезпечити досить високий ККД механізму /до 85%/.

Синтез кулачкових механізмів за умови обмеження кута тиску. Такий синтез призначений забезпечити мінімально можливі габарити механізму за умови, що кут тиску за весь цикл руху не перевищить наперед заданого максимального значення.

Вихідні дані

схема механізму;

геометричні параметри / e і S_{max} або β_{max} і ℓ_2 - кут хитання і довжина коромисла/;

закон руху штовхача;

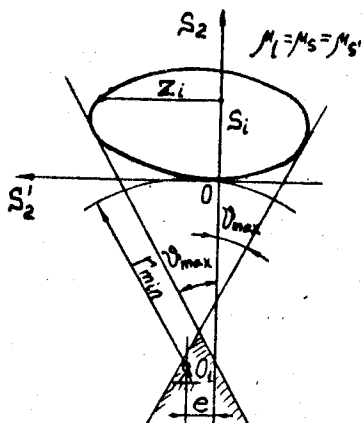
ϑ_{max} - гранично допустимий кут тиску.

Для проведення синтезу використаємо графоаналітичний метод.

Визначимо r_{min} для механізму, схему якого показано на

рис. 5.4,а.

Закон руху заданий діаграмами переміщення, аналога швидкості і аналога прискорення (наприклад, рис. 5.3,б).



Якщо виключити координату φ_1 і взяти за основу масштабний коефіцієнт μ_s , то можна побудувати залежність $S = f(S_2')$ /рис. 5.5/.

Осі S і S' розмістимо аналогічно рис. 5.4,а, як у повернутого плану швидкостей. Оскільки побудову виконано в масштабі μ_s , то значення переміщень перенесені з діаграм $S_2 = f(\varphi_1)$ без змін, а відповідні аналоги швидкості виражаються відрізками $\tilde{x}_i = \frac{S_{2i}'}{\mu_s}$,

Рис. 5.5. Побудова мінімального радіуса за діаграмою руху штовхача

де S'_{2i} - значення аналога швидкості при куті повороту кулачка φ_{i2} , яке відповідає переміщенню штовхача S_{2i} .

У цьому випадку ліворуч відкладається відрізок z_i , що відповідає фазі віддалення, а праворуч - фазі наближення. Після цього проводимо дотичні до замкнутої кривої під кутами ϑ_{max} по відношенню до осі S_2 . Вони обмежують область допустимих місцезнаходжень осі обертання кулачка /заштрихована область/. Для виконання таким чином побудови справедлива залежність

$$\operatorname{tg} \vartheta_{max} = \frac{S' - e}{S + \sqrt{r_{min}^2 - e^2}}$$

Якщо вибрати місце розташування осі кулачка O_1 всередині заштрихованої області, то в будь-який момент руху дійсне значення кута тиску буде менше ніж задане.

В масштабі побудови μ_S мінімальний радіус дорівнює радіусу дотичної кола, проведеного з точки O_1 до побудованого овалу. Якщо $e = 0$, то вісь обертання кулачка лежить на осі S_2 .

У випадку силового замикання штовхач є веденим тільки на фазі підйому, тому можна обмежитися побудовами лише для цієї фази руху.

Для коромислового механізму /рис. 5.2,а/ побудову проводять таким чином:

Якщо β - кут повороту коромисла, то аналог кутової швидкості коромисла $\beta' = \frac{d\beta}{d\varphi_1}$. Помножимо та розділимо праву частину на l_2 - довжину коромисла

$$\beta' = \frac{d\beta l_2}{d\varphi l_2} = \frac{dS_2}{l_2 d\varphi_1}$$

тобто

$$l_2 \beta' = \frac{dS_2}{d\varphi_1} = S'_2 \quad (5.6)$$

Побудувавши заздалегідь діаграми переміщень і аналогів швидкостей коромисла, визначаємо масштабні коефіцієнти μ_S і $\mu_{S'}$. Побудову "овалу" проводимо в деякому масштабі довжин, який і є базовим /відповідний масштабний коефіцієнт дорівнює μ_e /. Проводимо з центра O_2 кілька проміжних положень коромисла /рис. 5.6/, включаючи крайні,

відповідні куту β_{max} . Точка B опише дугу радіусом, що дорівнює довжині коромисла l_2^* . Траєкторія руху точки B буде віссю переміщень S_2 , а відрізки z_i , пропорційні аналогам швидкості S_2^i , відкладемо від осі S_2 вздовж відповідних променів ліворуч на фазі підйому і праворуч - на фазі опускання /якщо кулачок і коромисло обертаються в різні боки/. При цьому

$$z_i = \frac{S_2^i}{\mu_e}$$

$$\mu_e = \mu_s = \mu_{s'}$$

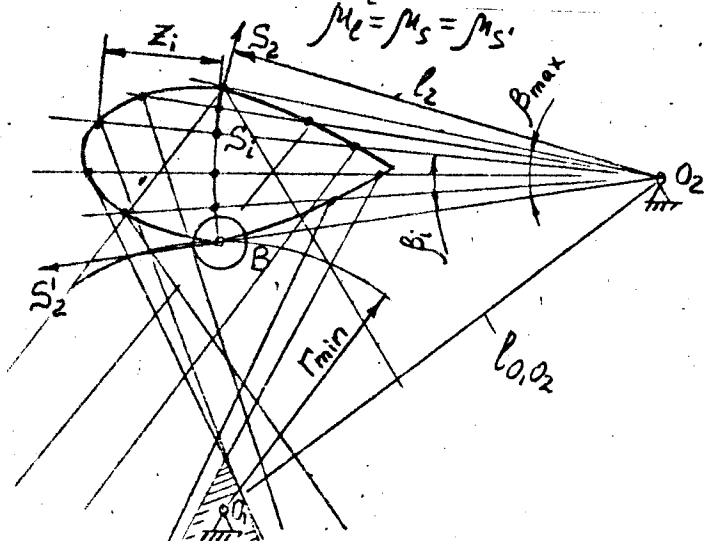


Рис. 5.6. Побудова мінімального радіуса для коромислового механізму

З кінців відрізків z_i під кутом $\gamma = 90^\circ - \vartheta_{max}$ проведемо похилі відносно відповідних положень коромисла лінії, які позначають область допустимих положень осей обертання кулачка O_1 /заштриховано/. Помістивши вісь обертання всередині цієї області, доб'ємося того, що в жодному положенні кулачка кут тиску не досягне значення ϑ_{max} .

Мінімальний радіус кулачка визначається як радіус дотичної до "овалу" кола, проведеної з точки O_1 , а відстань від осі обертання кулачка до осі обертання коромисла дорівнюватиме $O_1 O_2$ в масштабі побудови μ_e .

Синтез кулачкових механізмів з плоским тарілчастим штовхачем за умови опуклості профілю. В таких механізмах з метою спрощення конструкції і зменшення розмірів штовхач контактує з профілем кулачка через плоску тарілку. З метою вирівнювання зносу тарілки вона разом з штовхачем може обертатися навколо поздовжньої осі останнього.

Тарілчастий штовхач не може "відпрацювати" закони руху, задані профілем кулачка, що має вгнуті ділянки, тобто профіль кулачка повинен бути завжди опуклим. Умови опуклості полягають у тому, що величина радіуса кривизни профіля ρ має бути завжди доданою ($\rho > 0$).

На рис. 5.7, а, б зображено відповідно кулачковий механізм з тарілчастим штовхачем і його заміний механізм. План швидкостей /рис. 5.7, в/ та план прискорень /рис. 5.7, г/ побудовані поруч так, щоб вектори швидкості та прискорення точки A відносно центра обертання кулачка O були рівні за довжиною відрізка AO . Кулачок обертається з кутовою швидкістю $\omega_1 = const$. Точка A - центр кривизни профілю в точці контакту C з тарілкою. Радіус кривизни профілю в точці C дорівнює ρ . Схему механізму побудовано з масштабним коефіцієнтом μ_e ; R_0 і S_T - масштабні величини мінімального радіуса r_{min} профілю та переміщення штовхача S_2 . Масштабні коефіцієнти плану швидкостей та прискорень будуть у даному випадку $1/v = \omega_1 \mu_e$; $\mu_a = \omega_1^2 \mu_e$ відповідно. План швидкостей побудовано з рівняння

$$\overline{V}_{A_3} = \overline{V}_{A_1,2} + \overline{V}_{A_3 A_2}, \quad /5.7/$$

а план прискорень -

$$\overline{a}_{A_3} = \overline{a}_{A_1,2} + \overline{a}_{A_3 A_2}, \quad /5.8/$$

З рис. 5.7 видно, що відрізок, який виражає радіус кривизни,

$$\overline{\rho} = R_0 + S_T + \tau a_3,$$

де

$$\begin{aligned} \tau a_3 &= \frac{a_{A_3}}{\mu_a} = \frac{d^2 S_T}{dt^2 \mu_e \omega_1^2} = \frac{d^2 S_T d\varphi_1^2}{dt^2 d\varphi_1^2 \mu_e \omega_1^2} = \\ &= \frac{d^2 S_T \omega_1^2}{d\varphi_1^2 \mu_e \omega_1^2} = \frac{d^2 S_T}{d\varphi_1^2 \mu_e} \end{aligned} \quad /5.9/$$

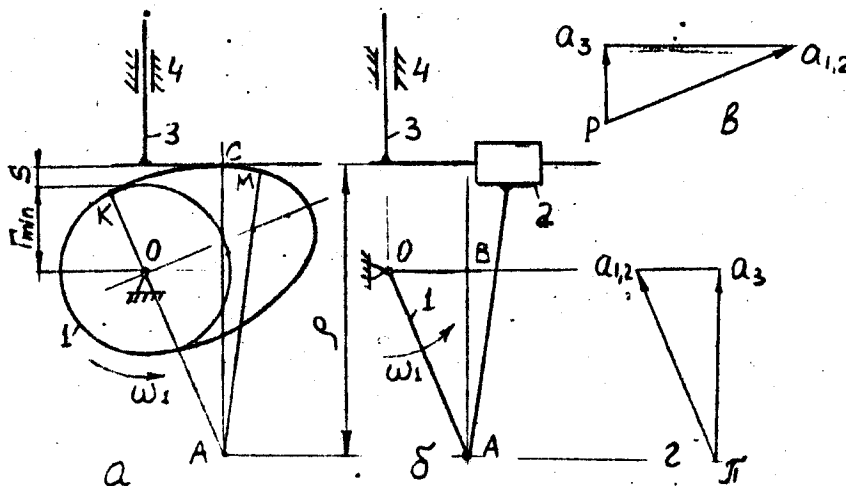


Рис. 5.7. Визначення мінімального радіуса механізму з тарілчастим штовхачем за допомогою замінного механізму

Тут $\frac{d^2 S_T}{d\varphi_1^2} = S_T''$ - аналог прискорення штовхача.

Таким чином,

$$\rho = r_{min} + S_e + S_e'' \quad /5.10/$$

Умова опуклості була раніше записана як $\rho > 0$, тобто $r_{min} + S_e + S_e'' > 0$, або $r_{min} + S_e > S_e''$. Якщо поділити обидві частини на $r_{min} + S_e$, то одержимо

$$\frac{S_e''}{r_{min} + S_e} < 1, \quad \text{або} \quad \frac{S_e''}{r_{min} + S_e} < \operatorname{tg} 45^\circ \quad /5.11/$$

За залежністю /5.11/ проведемо графічну побудову для визначення мінімального радіуса кулачка, який забезпечує виконання умови опуклості профілю. Для цього будемо графік залежності $S_e = f(S_e'')$ з масштабним коефіцієнтом $\mu_e = \mu_{S_e} / \text{рис. 5.8/}$. До від'ємної за значеннями S_e'' вітки діаграми проводимо дотичну під кутом 45° до осі координат, яка перетинає вісь S_e у точці C.

Положення центра кола мінімального радіуса O_1 слід вибрати нижче точки C, а його величина r_{min}^* у масштабі μ_{S_e} визначиться, якщо проведемо дотичне до графіка коло із вибраного центра O_1 .

$r_{min} = r_{min}^* \mu e$ - кулач
на величина мінімального радіуса кулачка.

Викладений метод розроблений Я.Д.Героніусом.

Побудова профілю кулачка. Побудова профілю кулачка здійснюється за такими вихідними даними:

1. Схема кулачкового механізму.
2. Діаграма $S_2 = S_2(\varphi_1)$
3. Мінімальний радіус центрального профілю кулачка r_{min} .
4. Радіус ролика r_{rol} .
5. Ексцентриситет e .
6. Довжина коромисла l_2 /для коромислових механізмів/.

Побудову проводять методом інверсії руху. Для цього кулачку і коромислу /разом з напрямними або опором/ надають додаткового обертання із швидкістю $\omega_{дог} = -\omega_1$. В результаті цього кулачок зупиниться, а коромисло почне обертатися навколо кулачка, огинаючи його. Штовхач при цьому здійснюватиме два рухи - обертання з швидкістю $-\omega_1$, та поступальний рух відносно своїх напрямних згідно із законом руху.

Розглянемо на прикладах побудову профілів кулачків. Механізм з роликівим штовхачем, який рухається поступально, показано на рис. 5.9.

Розглянемо загальний випадок, коли $e \neq 0$. Побудову проводимо в такій послідовності:

- 1/ з вибраного центра O_1 проводимо коло радіусом r_{min} центрального профілю;
- 2/ з того самого центра опишемо коло радіусом ексцентриситету e , вибравши на ньому початкову точку, проведемо до нього дотичну і радіус;
- 3/ у точці перетину дотичної з колом r_{min} буде знаходитися точка дотику центра ролика з центровим профілем кулачка у вихідному положенні, причому поздовжня вісь штовхача збігається з проведеною дотичною;

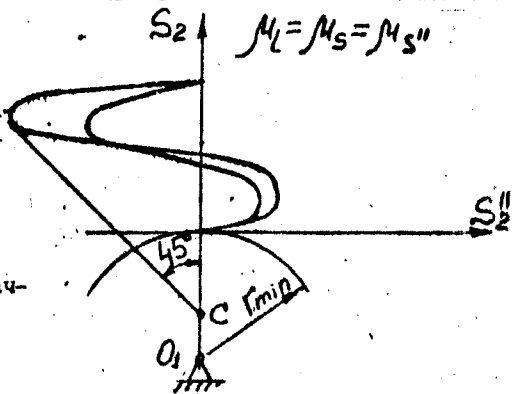


Рис. 5.8. Побудова мінімального радіуса механізму з тарічастим штовхачем за кінематичними діаграмами

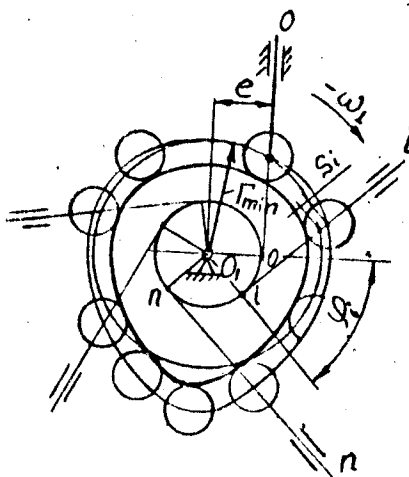


Рис. 5.9. Профілювання кулачка механізму з роликівим штовхачем

прийнятого питомого тиску в місці контакту ролика з профілем кулачка радіус ролика рекомендують вибирати $r_p \leq 0,7r_{min}$, де r_{min} - мінімальний радіус кривизни профілю. У випадку довільної кривої λ радіус її кривизни на ділянці ΔS може бути легко знайдено графічним

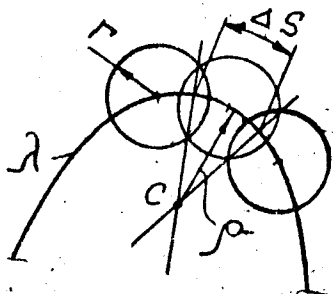


Рис. 5.10. Визначення радіуса кривизни профілю

позначаємо точку O_2 - вихідне положення від підвісу коромисла, з якої проводимо дотичну до кола r_{min} . Дотична $O_2 B$ дотикається до

4/ використовуючи діаграму переміщень та обернений рух штовхача, визначаємо точку центрального профілю, яка знаходиться після повороту вихідної дотичної на кут φ_i , при якому штовхач переміститься на відстань S_{ei} , відкладену від кола радіусом r_{min} уздовж повернутої на кут φ_i дотичної;

5/ здійснивши таким чином повний обхід коромисла навколо кулачка, побудуємо центровий /теоретичний/ профіль кулачка;

6/ практичний профіль знаходиться як еквідистанта до теоретичного, віддалена від нього на відстань, що дорівнює радіусу ролика r_p .

З умов правильності здійснення закону руху штовхача та забезпечення прийнятого питомого тиску в місці контакту ролика з профілем кулачка радіус ролика рекомендують вибирати $r_p \leq 0,7r_{min}$, де r_{min} - мінімальний радіус кривизни профілю. У випадку довільної кривої λ радіус її кривизни на ділянці ΔS може бути легко знайдено графічним способом /рис. 5.10/. Для цього достатньо розмістити на вибраній ділянці кривої три кола, що перетинаються, з довільним радіусом r і через точку їх перетину провести дві прями. Точка перетину C цих прямих буде центром кривизни вибраної ділянки, а ρ - радіусом кривизни.

Механізм із коромисловим штовхачем показано на рис. 5.11.

Побудову профілю проводимо в такій послідовності:

1. З довільно вибраного центра O_1 описуємо два кола - одне радіусом r_{min} , інше радіусом $O_1 O_2$. На останньому колі

кола r_{min} у точці B_2
і відстань $O_2 B$ дорівнює
 l_2 в масштабі побудови.

2. Використовуючи метод
інверсії, надаємо кулачку,
коромислу і стойку додаткової
кутової швидкості $\omega_{гог} = -\omega_1$.

3. На колі радіусом O_1, O_2
позначаємо положення точок,
які відповідають кутам поворо-
ту кулачка в напрямі $|- \omega_1|$.

Центр ролика - точка B
при цьому буде віддалена від
кола r_{min} на відстань, що ви-
значається з діаграми переміщень
/довжина коромисла $l_2 = const$ /.

З'єднавши таким чином точки
плавною кривою, одержимо те-
оретичний /центровий/ профіль
кулачка. Практичний профіль
будується аналогічно описаному вище прикладу.

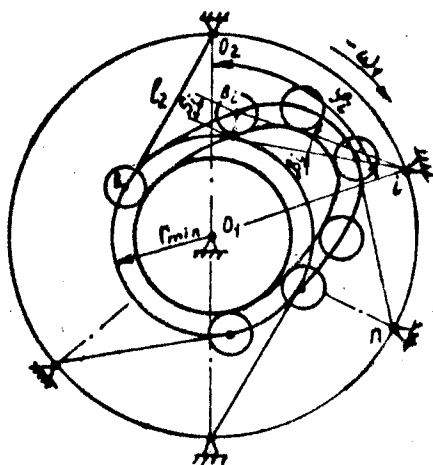


Рис. 5.11. Профілювання кулачка ко-
ромислового механізму

Механізмами з тарілчастим штовхачем показано на рис. 5.12.

Побудову профілю проводимо, як
і в попередніх випадках, методом
оберненого руху - кулачок загально-
вукється, а штовхачу і стойку надає-
мо обертання з кутовою швидкістю
 $-\omega_1$ кулачка.

Вибираємо точку O_1 - вісь
обертання кулачка і проводимо з неї
коло мінімального радіуса r_{min}
/див. рис. 5.12/.

Відмічаємо на ній точку B_0
дотику тарілки з профілем у вихід-
ному положенні. Оскільки кулачок
центральный / $e = 0$ /, то вісь што-
ка штовхача напрямлена до радіуса
кола. Далі в напрямі швидкості $-\omega_1$
відкладаємо кут повороту кулачка φ_i .

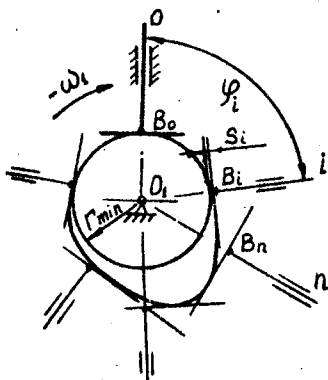


Рис. 5.12. Профілювання кулачка
механізму з та-
рілчастим штовхачем

Відповідне йому переміщення штовхача S_i необхідно відкласти вздовж відповідного радіуса від кола радіусом r_{min} .

Через одержану точку B_i проводимо перпендикуляр до радіуса - положення тарілки, відповідне куту повороту кулачка φ_i . Аналогічно визначаємо й інші положення тарілки, використовуючи діаграму переміщень штовхача. В результаті цього одержимо замкнуту ламану лінію. Якщо тепер провести внутрішню дотичну криву до неї, то одержимо профіль кулачка.

На закінчення необхідно підкреслити, що закон руху часто задають або вибирають у вигляді графіка або аналітичної залежності прискорення

штовхача $S_2'' = f(\varphi_1)$ або $\frac{d^2 S_2}{dt^2} = f(t)$. Тому, щоб одержати залеж-

ність швидкості і переміщення штовхача від кута повороту кулачка або від часу, необхідно провести дворазове інтегрування за φ_1 або за t .

Ця процедура може бути виконана за допомогою широко відомих методів графічного або чисельного інтегрування [2; II].

Запитання для самоконтролю

1. Назвіть основні типи кулачкових механізмів.
2. Яка відмінність фазових кутів від профільних?
3. Що таке теоретичний профіль кулачка?
4. Які типи замикання в кулачкових механізмах ви знаєте?
5. Який зв'язок існує між величиною кута тиску і розмірами кулачка?
6. Що означає кут передачі руху?
7. Які обмеження при синтезі кулачкового механізму з плоским штовхачем?
8. Чому дорівнюють максимальні допустимі кути тиску для механізмів з коромисловим штовхачем?

6. ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

6.1. Зубчасті передачі. Основні поняття і терміни

Механізми, як відомо, призначені для перетворення заданого руху в потрібний, при цьому часто буває необхідно розв'язати задачу про передачу руху з одночасною зміною його параметрів /швидкість, напрям тощо/.

В разі передачі обертального руху від однієї ланки до другої можна використати фрикційну передачу, яка складається з двох циліндричних коліс з гладкими поверхнями, притиснутими одна до одної, внаслідок чого і передається рух за рахунок сили зчеплення /тертя/, як це показано на рис.6.1.

При передачі значних потужностей фрикційні механізми малоприматні. В цьому випадку використовують передачі зачеплення - зубчасті передачі. Зубчасті передачі /механізми/ можуть як передавати обертання між двома або кількома валами, так і перетворювати обертальний рух у поступальний з постійним або змінним відношенням швидкостей, незалежно від передавочого навантаження /рис. 6.2/.

Робочі /контактні/ поверхні ланок, які входять в зубчастий механізм з выступами /зуб'ями/, розміщені з певним інтервалом між собою. Передача руху виникає за рахунок тиску в місцях дотику бічних поверхонь контактуючих зуб'їв. Частіше всього ланки із зуб'ями використовують у вигляді зубчастих коліс /циліндричних, конічних тощо/ і зубчастих рейок. Зачеплення двох зубчастих коліс створює зубчасту передачу /див. рис. 6.2/.

В нормальному перерізі зуб обмежений колом вершин і кслом западин /з боку основи зуба/ і бічними кривими, які називаються профілями зуба. Профілі зуб'їв, які торкаються одне одного і входять у передачу, називаються спряженими. Основні елементи зубчастого колеса показано на рис. 6.3.

Залежно від розміщення твірної бічної поверхні зуба по відношенню до осі обертання колеса розрізняють зуб'я: прямі /твірне паралельна осі обертання/, косі /твірна нахилена відносно до

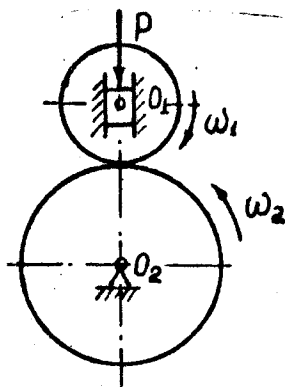


Рис. 6.1. Фрикційна передача

осі обертання/, шевронні /можна розглядати як здвоєні косі з нахилом у різні боки/ та ін. /рис. 6.4/. Необхідно відзначити, що в перерізі з будь-яким співвісним відносно осі обертання колеса циліндром бічна поверхня косоного зуба дає гвинтову лінію, яка називається лінією косоного зуба. Для прямого ж зуба така лінія перетину є прямою. На кінематичних схемах зубчастих передач /рис. 6.3,а/ колеса показують у вигляді кіл, які дотикаються одне до одного, названих початковими. Ці колеса є центроїдами, в процесі обертання перекочуються одне по одному без ковзання /подібно обертанню коліс фрикційної передачі/. Точка дотику двох початкових кіл називається полум'ям зачеплення P ; він знаходиться на лінії центрів зубчастих коліс.

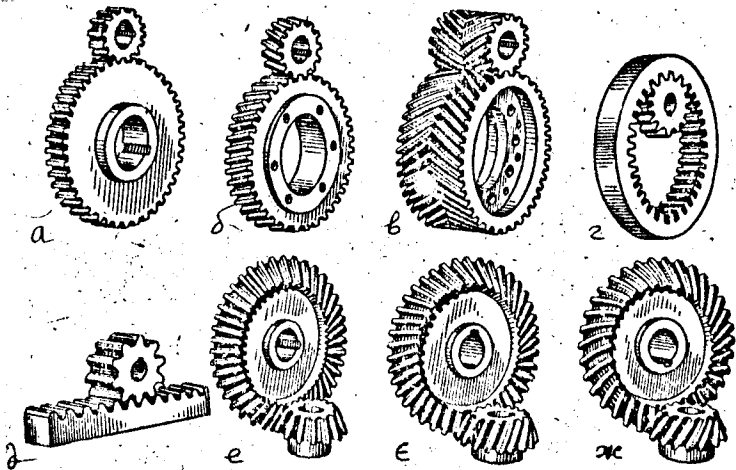


Рис: 6.2. Основні типи зубчастих передач: а - циліндрична прямозуба; б - циліндрична косозуба; в - шевронна; г - з внутрішнім зачепленням; д - рейкова; е - конусна прямозуба; е - конусна косозуба; ж - конусна з коловими зуб'ями

Відстань між двома однойменними точками профілів двох сусідніх зуб'їв, виміряна по дузі кола, називається кроком колеса P .

Крок дорівнює сумі товщини зуба S і ширини западини e по одному й тому самому колу:

$$P = S + e \quad /6.1/$$

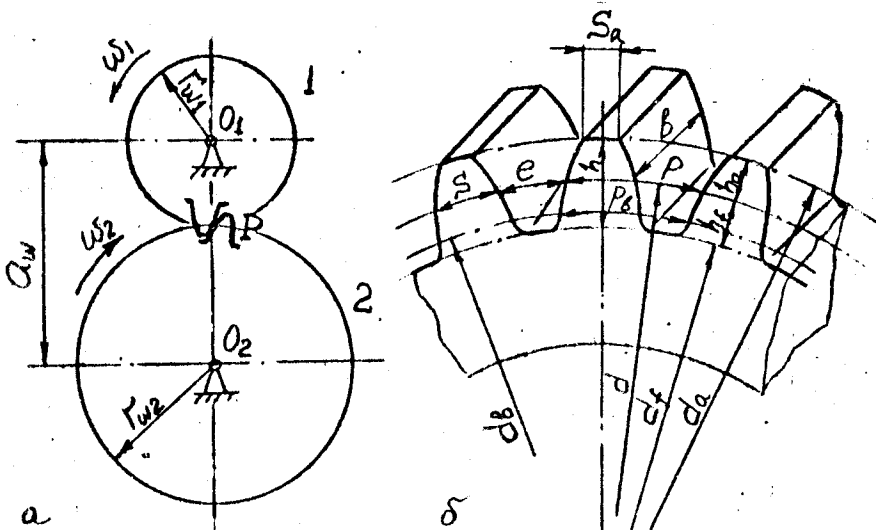


Рис. 6.3. Основні елементи. Зубчасті колеса: а - зовнішньо-зубчасте зачеплення; б - основні елементи зубчастого колеса (d_a - діаметр кола вершин; d_b - діаметр основного кола; d - діаметр діляльного кола; d_f - діаметр кола западини; S - товщина зуба по діляльному колу; e - ширина западини по діляльному колу; p - крок по діляльному колу; p_o - крок по основному колу; h - висота зуба; h_a - висота головки зуба; h_f - висота ніжки зуба; b - ширина зубчастого вінця)

Позначивши через z число зубів колеса, довжину будь-якого кола радіуса r можна визначити як

$$2\pi r = z p, \quad /6.2/$$

звідки крок

$$p = \frac{\pi d}{z}. \quad /6.3/$$

Оскільки початкові кола коліс 1 і 2 перекочуються одне по одному без проковзування, то кроки по початкових колах мають бути однаковими:

$$p_1 = p_2 = \frac{2\pi r_1}{z_1} = \frac{2\pi r_2}{z_2} \quad /6.4/$$

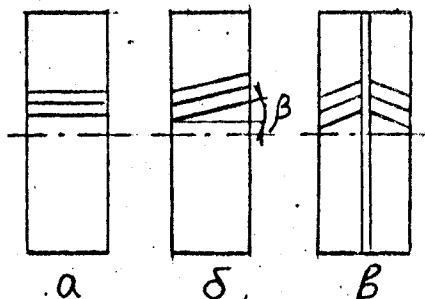


Рис. 6.4. Основні типи зубів: а - прями; б - косі; в - шевронні

Звідси можна записати вираз для передаточного відношення двох зубчастих коліс

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad /6.5/$$

Відношення $u_{1,2} = \frac{z_2}{z_1} = \text{const}$ і називається передаточним

числом. Звідси можна зробити висновок, що для зубчастих передач передаточне відношення дорівнює передаточному числу $i_{1,2} = u_{1,2}$.

Використання такого параметра зубчастого колеса, як крок $p = \frac{2\pi r}{z}$,

не завжди зручне, оскільки π - число ірраціональне, тому в практиці ввели поняття модуля зубчастого колеса:

$$m = \frac{p}{\pi} \quad /6.6/$$

Модуль вимірюється в міліметрах і його значення залежить від того, в якому колі він вимірюється. В разі рейкового зачеплення бічне поверхні зубів рейки прямолінійні, і тому як крок, так і модуль рейки постійні. Значення модуля для зручності виготовлення і експлуатації зубчастих передач стандартизовані.

Вважають, що зубчасте колесо має стандартний модуль, вимірний по колу, яке перекочується без проковзування по прямій зубчастої рейки, паралельній її середній лінії. Коло колеса, по якому модуль має стандартне значення, що дорівнює модулю зубчастої рейки, називається ділильним. Його діаметр

$$d = m z \quad /6.7/$$

Стандарт передбачає достатньо великий ряд значень модуля, наприклад: 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; ... За допомогою модуля визначається не тільки діаметр ділильного кола колеса, але й усі інші розміри передачі.

Початкове коло колеса умовно ділить зуб на дві частини: ніжку висотою h_f і головку h_a .

Висота головки зуба $h_a = h_a^* m$, де h_a^* - коефіцієнт висоти головки зуба. Частіше всього $h_a^* = 1$, але інколи використовують і зменшені коефіцієнти висоти $h_a^* = 0,8$, які дають короткий зуб.

Висота ніжки зуба $h_f = 1,25 m$. Звідси виходить, що ніжка зуба більша ніж головка, і тому між колом вершин одного колеса і колом западин іншого існує радіальний зазор $C = 0,25 m$, який забезпечує нормальну роботу передачі.

Для зубчастих коліс, у яких основне коло збігається в ділянці /нульові колеса/, діаметри кіл вершин

$$d_a = d + 2h_a = mz + 2m, \quad /6.8/$$

а діаметри кіл западин -

$$d_f = d - 2h_f = mz - 2,5m. \quad /6.9/$$

Тут прийнято коефіцієнт висоти зуба $h_a^* = 1$, верхні знаки - для передачі з зовнішнім зачепленням, коли початкові кола дотикаються зовні, а нижні знаки - для передачі з внутрішнім зачепленням, коли початкові кола дотикаються всередині /рис. 6.5/.

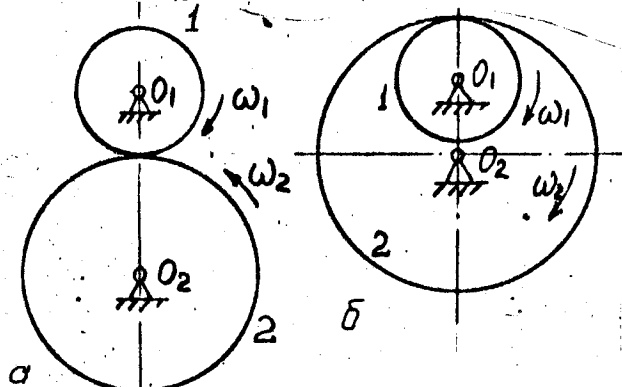


Рис. 6.5. Зубчасті передачі: а - із зовнішнім зачепленням; б - з внутрішнім зачепленням

6.2. Основна теорема зачеплення

Для того щоб зубчастий механізм працював задовільно, необхідно так спрофілювати бічні поверхні зубів, щоб виконувався необхідний закон руху коліс - тобто розв'язати задачу синтезу спряжених поверхонь за заданим законом їх відносного руху.

В разі плоского зубчастого механізму задача зводиться до синтезу спряжених профілів зубів.

При русі одного профілю по іншому відносна швидкість точки контакту профілів напрямлена вздовж торкання в точці дотику профілів, тобто перпендикулярно до їх спільної нормалі.

З курсу теоретичної механіки відомо, що будь-який плоский рух може бути поданий як обертання відносно деякої точки, яка називається миттєвим центром обертання. Цей центр у разі відносного руху зубів коліс плоского зчеплення називають полосом зачеплення. Таким чином, відносна швидкість точки контакту профілів перпендикулярна до радіуса-вектора, який з'єднує полюс зачеплення з цією точкою.

Основна теорема зачеплення в цьому разі формулюється так: спряжені профілі повинні бути вибрані так, щоб у будь-якій точці їх контакту спільна нормаль до них проходила через заданий полюс зачеплення.

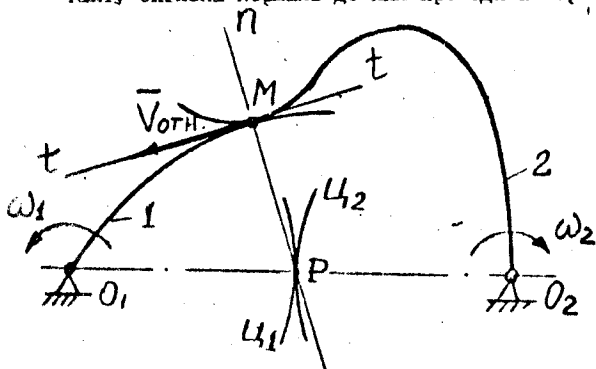


Рис. 6.6. Основна теорема зачеплення співнаправлених профілів

Розглянемо рис.6.6, де ланки 1 і 2 обертаються з кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 навколо осей O_1 і O_2 . Можна записати векторне рівняння, яке зв'язує кутові швидкості ланок 1 і 2:

$$\vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{2,1} \quad /6.II/$$
 Вектори $\vec{\omega}_1$ і $\vec{\omega}_2$ прикладені в точках O_1 і O_2 і напрямлені перпендикулярно до площини рисунка. Вектор $\vec{\omega}_{2,1}$ - в полюсі зачеплення P.

Із правила додавання паралельних векторів випливає, що

$$\frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = U_{1,2}, \quad /6.II/$$

де $U_{1,2}$ - передаточне число зубчастого зачеплення.

Якщо $U_{1,2} = const$, то кола U_1 і U_2 , проведені з центрів O_1 і O_2 через полюс P, є центроїдами у відносному русі ланок і являють собою геометричні місця точок на ланцюгах 1 і 2, які при їх обертанні послідовно збігаються з полюсом зачеплення.

Із основної теореми зачеплення можна зробити висновок, що при заданому передаточному числі, яке визначає полюси зачеплення,

будь-якій парі центроїдів відповідає нескінченна кількість пар спряжених профілів, за якими реалізується потрібний закон зміни швидкостей обертання.

Таким чином, будь-якому вибраному профілю за заданим передаточним числом можна побудувати відповідний спряжений профіль.

Звідси очевидно, що розв'язання проблеми вибору пари спряжених профілів повинно впливати із міркувань технологічності виготовлення, довговічності, експлуатаційних характеристик тощо.

6.3. Евольвента кола. Евольвентне зачеплення

В наш час переважна більшість зубчастих передач мають зуб'я, спряжені профілі яких окреслені кривими, що називаються евольвентами.

Використання евольвенти при профілюванні зубів запропоновано Ейлером /1767/, який показав перевагу цієї кривої над іншими.

Передачі з евольвентними зуб'я дозволяють змінити в деяких межах міжосьову відстань при незмінному передаточному числі /на відміну від інших передач/. Евольвентні зубчасті колеса мають добрі експлуатаційні якості, а технологія виготовлення коліс і різального інструменту виявилась порівняно простою і недорогою. Все це зумовило значне поширення евольвентних зубчастих передач.

Евольвентою кола називають криву, яку описує будь-яка точка прямої, що перекочується без ковзання по цьому колу. Коло, по якому перекочується пряма, називається основним, а пряма - твірною.

Твірна пряма MM /рис. 6.7/ перекочується по основному колу радіусом r_b без ковзання в напрямі проти годинникової стрілки. Відрізок NM прямої дорівнює дузі NA кола. Отже,

$$r_b \cdot \text{tg} \alpha = r_b (d + \beta), \quad 16.12/$$

звідки

$$\beta = \text{tg} \alpha \cdot d - d = d (\text{tg} \alpha - 1), \quad 16.13/$$

де α - кут профілю /визначає положення точки на евольвенті/; β - евольвентний кут, або інволюта.

Значення інволюти, яке необхідне

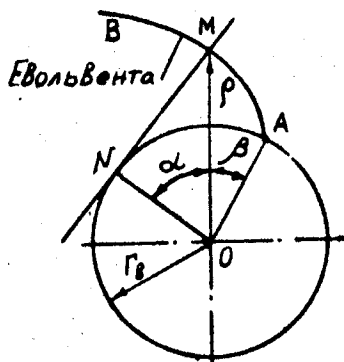


Рис. 6.7. Евольвента кола

при розрахунках, обчислене з досить малим кроком i є у відповідних довідниках. Зв'язок між ρ і α встановлюється із трикутника QNM :

$$\rho = \frac{r_B}{\cos \alpha} \quad /6.14/$$

Формули /6.13/ і /6.14/ виражають рівняння евольвенти в полярних координатах.

Із визначення евольвенти випливає спосіб її побудови. Нехай потрібно побудувати спряжені евольвентні пари зубчастих коліс з осями обертання в точках O_1 і O_2 /рис. 6.8/. Для цього через полюс зачеплення P проводимо перпендикуляр tt до лінії центрів O_1O_2 . Під кутом α_w , який називається кутом зачеплення, проводиться пряма nn , що проходить через полюс P

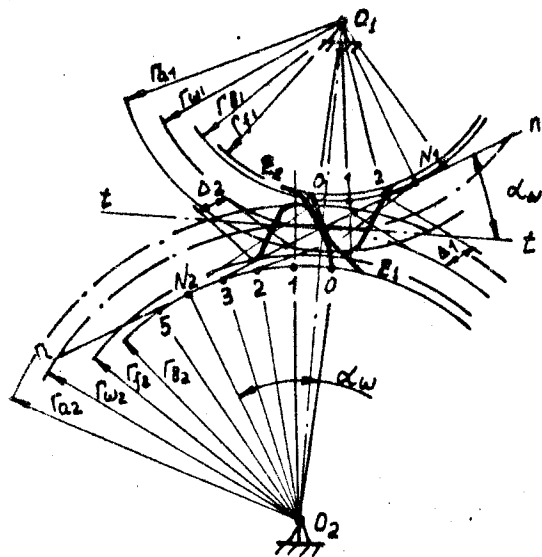


Рис. 6.8. Побудова співнапрямлених профілів зубів

з нахилом по відношенню до лінії tt . Із точок O_1 і O_2 опускаємо перпендикуляри на лінію nn , які перетинають її в точках N_1 і N_2 . Кола, побудовані з центрів O_1 і O_2 радіусами $r_{B1} = O_1N_1$ і $r_{B2} = O_2N_2$ є основними, а лінія nn буде спільною дотичною до цих кіл.

Щоб одержати

спряжені евольвенти, які дотикаються одна до одної в полюсі, необхідно обкатати пряму nn послідовно через обидва основних кола без ковзання. При цьому зауважимо що розташування однієї точки або двох евольвент уже визначене - це полюс зачеплення P .

Сполучимо точку N_2 з полюсом P прямою N_2P і поділимо її на чотири рівні відрізки /на довільне число рівних відрізків/. Сдержані відрізки в тій самій кількості відкладемо праворуч і ліворуч по

основному колу колеса 2, починаючи з точки N_2 , позначивши відповідні точки цифрами 5, 4, 3, 2, 1, 0. З центра O_2 проведемо радіуси до точок основного кола 0, 1, 2, 3, 4, 5, а потім дотичні до основного кола в цих самих точках /які будуть перпендикулярні до відповідних радіусів/. Потім з точок 5, 3, 2 і 1 уздовж дотичних відкладемо відповідне число відрізків, визначивши тим самим точки, які належать евольвенті другого колеса. Якщо через одержані таким чином точки провести плавну криву, то остання і буде евольвентою другого основного кола \mathcal{E}_2 , яка проходить через полюс P . Аналогічно, можна побудувати евольвенту першого основного кола \mathcal{E}_1 .

Якщо потрібно одержати повний профіль зуба, то необхідно виконати розрахунок радіусів кіл вершин, западин, ділильного, визначити товщину зуба по ділильному колу. Проведене коло вершин обмежить зуб з боку головки, коло западин - з боку ніжки. Відклавши по відповідному колу половину товщини зуба $S/2$, визначимо точку, яка лежить на осі симетрії зуба. Далі проводимо вісь симетрії зуба, відповідно до якої можна побудувати профіль другої профільної поверхні зуба. Необхідно відзначити, що кут профілю і кут зачеплення α_w для зубчастих коліс, у яких початкові кола збігаються з ділильними /нульові колеса/, стандартизовані і дорівнюють 20° .

Будуючи профілі зубів, маємо два випадки співвідношення радіусів кіл западині основного: $r_{f_2} > r_{b_2}$ і $r_{f_2} < r_{b_2}$. У першому випадку весь профіль зуба окреслений евольвентою, а в другому - лише до основного кола. Частина зуба, яка лежить всередині основного кола, можна окреслити будь-якою кривою, аби тільки вершина зуба спряженого колеса при обертанні не впиралася в ніжку зуба.

6.4. Кінематика зовнішнього евольвентного зачеплення

Побудовані евольвентні профілі зубів двох коліс у процесі передачі руху будуть дотикатися одне одного в точках, які називаються спряженими.

Профілі зубів окреслені взаємно обгорненими кривими, оскільки вони одержані перекоцуванням однієї і тій самій твірної прямої. В точках дотику профілі мають одну і ту саму нормаль, яка є дотичною і належить основним колам одночасно. В той самий час очевидно, що через одну точку можна провести лише дві дотичні до кіл, які не проходять через цю точку. Звідси випливає, що профілі можуть дотикатися один до одного тільки тоді, коли їх спряжені точки лежать на

лінії $N_1 N_2$, яка дотична до обох основних кіл. У цьому разі нормалі до двох профілів $N_1 K$ і $N_2 K$ збігаються з лінією $N_1 N_2$ і утворюють спільну нормаль, що проходить через полюс зачеплення P /рис. 6.9/.

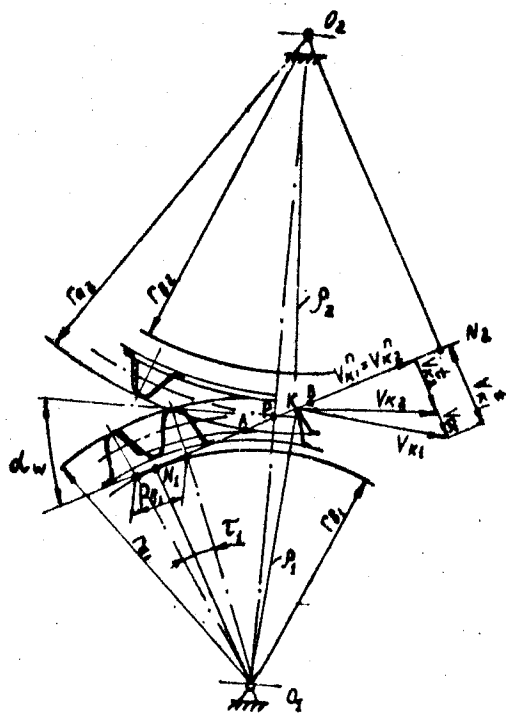


Рис. 6.9. Умови передачі руху в евольвентній передачі

Таким чином, основна теорема зачеплення виконана, і зубчаста пара коліс 1 і 2 передає обертання з потрібним

$$\omega_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const}$$

Лінія $N_1 N_2$ є траєкторією точки контакту пари зубів за час її зачеплення і називається лінією зачеплення.

Ділянка лінії зачеплення, обмежена точками її перетину з колами вершин зубів, називається активною лінією зачеплення, оскільки в точці A зуб колеса 1 входить у зачеплення, а в точці B - виходить із нього. Синтез зубчастої передачі повинен бути зроблений так, щоб активна частина лінії зачеплення знаходилась у межах лінії зачеплення $N_1 N_2$ в протилежному разі передачу може заклинити.

Якщо передача нереверсивна, то робочою стороною зуба буде тільки один його бік. Причому брати участь у передачі сили і руху буде лише деяка активна частина профілю, яка відповідає активній лінії зачеплення. Межа активної частини профілю лежить між колом вершин і точкою перетину профілю з дугою, яка проведена радіусом $O_1 A$ або $O_2 B$ із точок A або B активної лінії зачеплення /активні частини профілів заштриховані/.

6.5. Якісні показники зачеплення

У разі повороту ведучого колеса 1 за годинниковою стрілкою його зуб входить у контакт із зубом введеного колеса 2 в точці А лінії зачеплення, а виходить із контакту в точці В. Кут повороту колеса від моменту входу зуба в зачеплення до виходу його із зачеплення називається кутом перекривання - φ_{α} .

Для забезпечення гарантованої передачі обертання друга пара зубів повинна увійти в зачеплення до того, як перша виїде з нього.

Відношення кута перекриття до кутового кроку називається коефіцієнтом перекриття:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha}}{\tau}, \quad /6.15/$$

де

$$\tau = \frac{2\pi}{z} \quad /6.16/$$

кутовий крок.

Якщо повернутися до методики побудови евольвенти кола, то можна зробити висновок, що коли повертати евольвентний профіль на кут перекриття φ_{α} , початкова точка евольвенти, яка лежить на основному колі, опише дугу, що рівна за довжиною активній лінії зачеплення. Звідси кут перекриття колеса 1 $\varphi_{\alpha_1} = AB/r_{B_1}$. Підставивши цей вираз у /6.15/, маємо:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{AB}{r_{B_1} \tau} = \frac{AB}{P_{B_1}} = \frac{AB}{P_{B_2}},$$

де P_B - крок зубів по основному колу.

Для того щоб зачеплення було неперервним, коефіцієнт перекриття повинен бути більшим за одиницю. Мінімально допустиме значення $\varepsilon_{\alpha} = 1,05$. Коефіцієнт перекриття можна також підрахувати так:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\sqrt{r_{a_1}^2 - r_{B_1}^2} + \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{B_2}^2} - a_w \sin d_w}{\pi m \cos d_w}, \quad /6.17/$$

де a_w - міжосьова відстань передачі.

Із формули /6.17/ випливає, що:

1/ коефіцієнт перекриття не залежить від модуля;

2/ з ростом кута зачеплення α_w коефіцієнт перекриття зменшується;

3/ із збільшенням передаточного числа ξ_α коефіцієнт перекриття збільшується. /Значення коефіцієнта перекриття визначає середню кількість пар зубів, які знаходяться в зачепленні одночасно./

Наприклад, якщо коефіцієнт перекриття $\xi_\alpha = 1,6$, то 60% часу в зачепленні знаходяться дві пари зубів, а 40% - одна.

Доведено, що граничне значення коефіцієнта перекриття для зовнішнього прямозубого евольвентного зачеплення з нормальною висотою зубів дорівнює 1,982. У косозубих передачах коефіцієнт перекриття може мати значно більше значення за рахунок нахилу зубів. Зачеплення двох спряжених евольвентних профілів здійснюється за рахунок їх перекочування разом з ковзанням.

Розглянемо план швидкостей точки контакту K двох спряжених профілів /рис. 6.9/. Точка K не збігається з полюсом зачеплення. Вектори абсолютних швидкостей V_{K_1} і V_{K_2} перпендикулярні до радіусів-векторів точки контакту O_1K і O_2K . Значення швидкостей для точки K відповідно першого і другого колеса

$$V_{K_1} = r\omega_1; \quad V_{K_2} = r_2\omega_2.$$

Розкладемо вектори швидкостей на нормальні й тангенціальні складові /тобто вздовж спільної нормалі N_1N_2 і перпендикулярно до неї/. Відповідно до основної теореми зачеплення нормальні складові швидкостей $V_{K_1}^n$ і $V_{K_2}^n$ рівні між собою, інакше був би порушений контакт профілів або відбулося б проникнення одного зуба в тіло іншого /руйнування зубів/. Дотичні ж складові не рівні між собою, що і спричиняє відносне ковзання профілів. Кількісно ковзання визначають через коефіцієнт ковзання λ :

$$\lambda_1 = \frac{V_{CK}}{V_{K_1}^t}; \quad /6.18/$$

$$\lambda_2 = \frac{V_{CK}}{V_{K_2}^t}, \quad /6.19/$$

де $V_{CK} = V_{K_1}^t - V_{K_2}^t$ - швидкість ковзання.

Із рис. 6.10 видно, що в точці N_1 швидкість $V_{K_1}^t = 0$ і тому $\lambda_1 = -\infty$, $\lambda_2 = 1$. У точці N_2 $V_{K_2}^t = 0$ і $\lambda_2 = -\infty$, а $\lambda_1 = 1$. У полюсі P швидкість обох коліс однакова як і їх нормальні й

тангенціальні складові. Тому в полюсі зачеплення ковзання профілів відсутнє, і коефіцієнт ковзання дорівнює нулю.

Графічно залежність коефіцієнтів ковзання від положення точки контакту на лінії зачеплення показано на рис. 6.10.

Ковзання профілів зубів викликає їх зношення. Якщо повернутися до побудови активної частини профілів зубів, то виявляється, що спряжені ділянки головок завжди більші за спряжені ділянки ніжок, тому ніжки зубів зношуються швидше від головок.

Необхідно відмітити, що коефіцієнти ковзання обмежені величинами, відповідними межі активної лінії зачеплення. Досвід експлуатації підказує, що коефіцієнт ковзання не повинен перевищувати значення $\lambda = 1/3$.

Ще одним важливим показником правильності зачеплення є відсутність інтерференції зубів. Інтерференція зубів полягає в тому, що при розгляді теоретичної картини зачеплення виявляється, що профіль одного зуба перекриває профіль іншого. При зовнішньому зачепленні коліс профілі повинні взаємодіяти тільки на ділянці AB лінії зачеплення - це умова відсутності інтерференції.

6.6. Методи виготовлення зубчастих коліс

Виготовлені зубчасті колеса відрізняються різноманітністю розмірів, призначенням, матеріалами що використовуються, умовами праці. Незважаючи на це, методи виготовлення можуть бути поділені на дві групи:

- 1/ копіювання /репродуктивні/;
- 2/ обкочування /генеративні/.

Якщо виготовляти колеса за методом копіювання, колесо або його елементи/западини коліс/ повністю повторюють /копіюють/ форму інструмента.

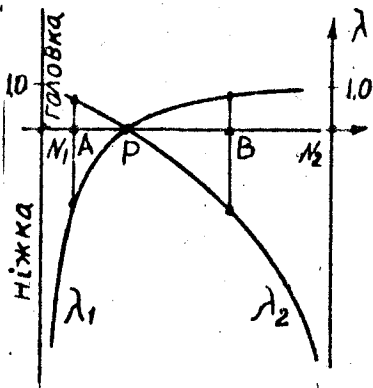


Рис. 6.10. Діаграма коефіцієнтів ковзання λ двох співнаправлених профілів зубів

Наприклад, маленькі колеса механізмів, приладів або годинників можуть бути відштамповані із залізної стрічки, відтворюючи форму штампа. В разі виготовлення коліс із пластмаси або з металу методом лиття колесо також точно відтворює конфігурацію ливарної форми або прес-форми. При зубофрезеруванні з допомогою фасонної модульної фрези конфігурація ріжучої частини фрези збігається з формою западин, нарізаних зуб"ями /рис.6.II/. Нарізання зубчастих коліс модульними фрезами застосовують у штучному і малосерійному виробництві і на ремонтних роботах. Це викликано рядом недоліків, а саме: низькою точністю за кутовим кроком, неточним відтворенням евольвенти при нарізуванні однією фрезою заданого модуля коліс з різною кількістю зуб"ів, можливістю нарізання лише нульових коліс, низькою продуктивністю.

Більшість нарізних зубчастих коліс, які використовуються в передачах середнього і важкого машинобудування, виготовлені на зуборізних верстатах методом обкоцування. При цьому заготовка колеса і різальний інструмент виконують рух, який імітує зачеплення двох зубчастих коліс або колеса з рейкою, і одночасно інструмент /довбач, виготовлювальна рейка або черв"ячна фреза/ виконують технологічний /ріжучий/ рух /рис. 6.II,б,в/. Таке зачеплення називають верстатним. Спинимося докладніше на нарізанні зуб"ів за допомогою рейки /гребінки/.

У відносному русі початкова пряма рейки повинна котитися без ковзання по початковому колу нарізаного колеса, і навпаки.

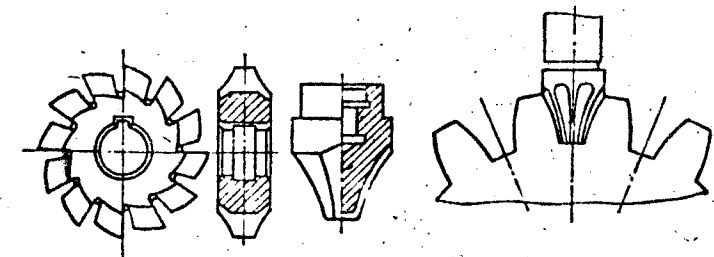
Обвідна послідовних проміжних положень бічних граней зуб"ів рейки буде при цьому евольвентною. Виготовлювальна рейка має гострі ріжучі грані зуб"ів і, створюючи зворотно-поступальний рух уздовж осі нарізаного колеса, стругає заготовку, формуючи западини і профіль зуб"ів.

Схема процесу зубостругання така. Рейка, рухаючись уздовж осі заготовки, знімає стружку; заготовка переміщується поступально паралельно рейці і одночасно обертається навколо своєї осі. При цьому нарізається кілька зуб"ів, потім заготовку відводять від рейки і переміщують у нове початкове положення, і процес нарізування повторюється.

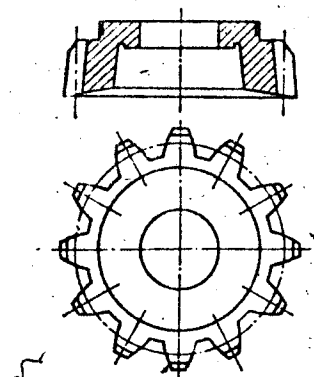
Рух заготовки задовольняє співвідношення

$$\Delta y = r \Delta \varphi = \frac{mz}{2} \Delta \varphi,$$

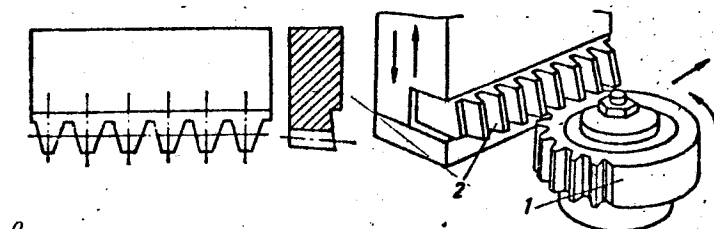
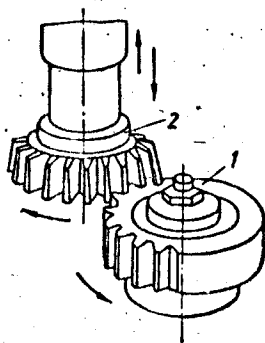
де Δy - елементарне переміщення заготовки вздовж рейки; $r = \frac{mz}{2}$ - радіус діляльного кола нарізаного колеса; $\Delta \varphi$ - елементарний кут



a



б



в

Рис. 6.11. Методи нарізання зубів: а - копіюванням; б - прокатом за допомогою довбача; в - прокатом за допомогою інструментальної рейки

повороту заготовки навколо своєї осі; m - модуль рейки; Z - число зуб"ів нарізаного колеса.

Робочі профілі рейки прямолінійні, тому їх виготовлення і подальше заточування значно простіші, ніж у довбача або черв"ячної фрези, а точність вища. Крім того, одним і тим самим інструментом можна нарізати колеса одного модуля, але з будь-яким числом зуб"ів.

В наш час зубостругання майже повністю витіснилося зубофрезеруванням за допомогою черв"ячних фрез, які набагато продуктивніші. Черв"ячна фреза являє собою гвинт, витки якого в перерізі, що проходить через вісь черв"яка, мають конфігурацію рейки. Витки мають прорізи, створюючи ріжучі кромки. Якщо нарізати прямозубі колеса, фреза встановлюється відносно заготовки під кутом δ , рівним куту підйому витків.

При нарізуванні зуб"ів черв"ячними фрезами заготовка і фреза імітують черв"ячне зачеплення, тобто обертання фрези узгоджене з поворотом заготовки навколо своєї осі. Заготовці також надають поступального руху подачі вздовж її осі обертання, щоб профрезувати зуб"я на всю глибину /рис. 6.12/.

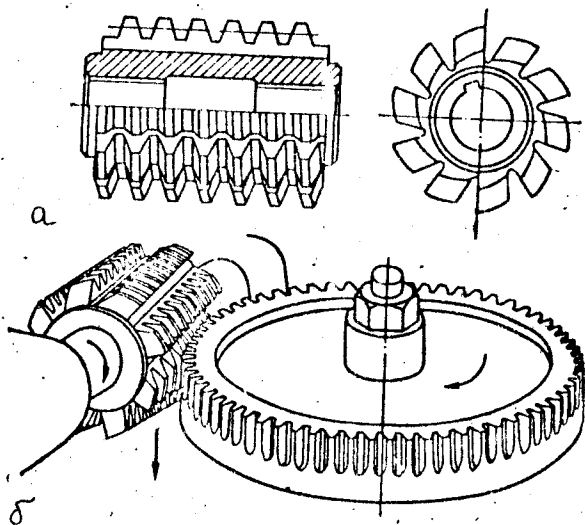


Рис. 6.12. Нарізування зуб"ів черв"ячною фрезою

6.7. Початковий контур

Для забезпечення взаємозамінюваності зубчастих коліс в основу профілювання зубів коліс і різального інструменту для їх виготовлення покладено стандартний початковий контур так званої основної рейки /рис. 6.13/.

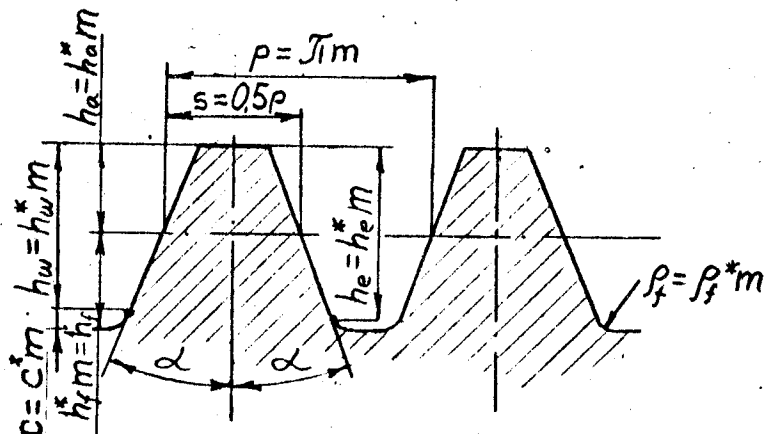


Рис. 6.13. Вихідний контур основної рейки

Контршаблон до контура основної рейки відповідає початковому контуру інструментальної рейки, який відрізняється від основного контура довгастою головкою зубів для створення радіального зазора $C = C^*m$. Параметри початкового контура виражаються в частках модуля і регламентовані для циліндричних коліс ГОСТ 13755-81. Стандартом встановлені такі параметри і коефіцієнти:

кут головного профілю $\alpha = 20^\circ$;

коефіцієнти:

висоти головки $h_a^* = 1$;

висоти ніжки $h_f^* = 1,25$;

граничної висоти $h_e^* = 2$;

радіуса кривизни перехідної кривої, яка є дугою кола $\rho_f^* = 0,38$;

глибини заходу в парі початкових контурів $h_w^* = 2$;

радіального зазора в парі початкових контурів $C^* = 0,25$;

товщина зуба по середній лінії $S = \frac{\pi m}{2}$.

На відміну від зуб"ів колеса профіль зуб"ів рейки прямолінійний, тому крок рейки і модуль однакові по будь-якій прямій, паралельній середній лінії рейки. Середньою лінією рейки називається пряма, для якої товщина зуба і ширина западини рівні. Якщо потрібно нарізати зубчасте колесо з числом зуб"ів z рейкою даного модуля m , необхідно, щоб одна із прямих, паралельних лінії рейки, котилася без ковзання по колу колеса, яке нарізується, діаметром d :

$$d = mz.$$

/6.20/

Це коло називається ділильним.

Таким чином, ділильним називається коло колеса, по якому його крок дорівнює кроку рейки, оскільки $\pi d = pz$, де $p = \pi m$ - крок рейки.

Якщо при нарізуванні рейку встановлено так, що її середня лінія торкається ділильного колеса, то нарізуються зуб"я "нульового" колеса /нормального/. У таких колесах товщина зуба дорівнює ширині западини по ділильному колу, а ділильне коло збігається з початковим. Якщо рейку перемістити з центра заготовки так, щоб між середньою прямою рейки і ділильним колом був зазор, то наріжеться "додатне" колесо, а якщо середня лінія рейки перетне ділильне коло /коли рейка зміщена до центра/ - то від"емне.

Може так статися /рис. 6.14/, що лінія вершини рейки перетне лінію за точкою N , яка обмежує лінію зачеплення. В цьому випадку вершина зуба рейки накладесться на ніжку нарізного колеса - відбудеться інтерференція зуб"ів /часто це називається подрізом зуб"ів/. Тоді ділянка ніжки нарізованого зуба буде обмежена не за евольвентою, внаслідок чого правильне зачеплення стане неможливим. Крім цього, зуб виявиться послабленим у кореновому перерізі /рис. 6.14/.

Якщо перед тим як надрізати рейку, змістити її на b_{min} , щоб лінія вершин зуб"ів рейки перетинала лінію зачеплення в точці N , то подрізу можна запобігти.

Зміщення вимірюється в частках модуля $|xm|$ через так званий коефіцієнт зміщення X .

Залежно від виду зміщення коефіцієнт зміщення може бути додатним, від"емним або нульовим:

$$b = xm.$$

/6.21/

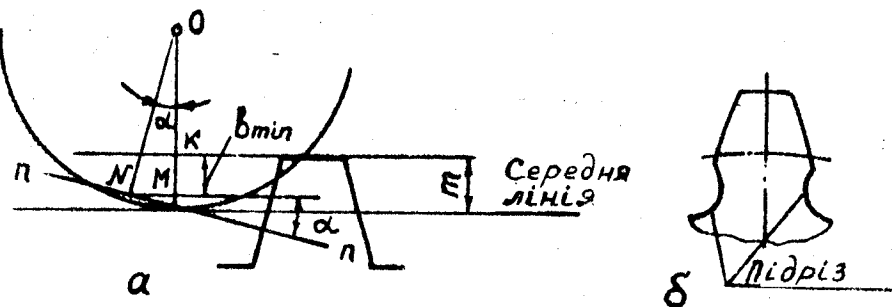


Рис. 6.14. Інтерференція зубів при нарізанні: а - визначення мінімального зміщення рейки; б - підріз ніжки зуба

Якщо рейку зміщувати, змінюються розміри нарізаних зубів, виміряних по дільному колу. При додатному зміщенні порівняно з "нульовим" колесом товщина зуба збільшується, а ширина западини зменшується; при від'ємному - розміри зміняться в протилежному напрямі.

Поява підрізів зубів тим імовірніша, чим менша кількість зубів нарізаного колеса. До речі, підріз зуба характерний тільки тоді, коли зуби нарізаються методом обкачування. Встановлено, що мінімальна кількість зубів, які можуть бути одержані без підрізу для нульового колеса, подається залежністю

$$z_{min} = \frac{2 h_a^*}{\sin^2 \alpha} \quad (6.22)$$

де h_a^* - коефіцієнт висоти головки; α - кут головного профілю рейки /для $\alpha = 20^\circ$ і $h_a^* = 1$ $z_{min} = 17$ /.

Для визначення коефіцієнта зміщення, щоб позбутися підрізу, використовують формулу

$$x_{min} = \frac{17 - z}{17} \quad (6.23)$$

де z - число зубів нарізаного колеса.

Необхідно відмітити, що зміщення рейки впливає також на такі показники передачі, як коефіцієнт ковзання, коефіцієнт перекриття, товщина вершини зуба.

З ростом коефіцієнта додатного зміщення товщина вершини зуба зменшується /особливо небезпечно для коліс з кількістю зубів, меншою за 15/.

Щоб запобігти перелому вершини зуба, коефіцієнт зміщення обмежують так, щоб товщина вершини зуба S_a була не меншою, ніж $0,2m$. Таким чином, на вибір коефіцієнтів зміщення впливають такі основні фактори:

відсутність підрізування;

неперервність зачеплення / $\varepsilon_a \geq 1,05$;

відсутність загострення / $S_a \geq 0,2m$ /.

6.8. Вибір коефіцієнтів зміщення та визначення геометричних розмірів зубчастих зачеплень

Вище було визначено, що зубя коліс, які входять у зачеплення, можуть бути виготовлені без зміщення ріжучого інструмента або з деяким зміщенням.

Виготовлення зубчастих коліс передач зі зміщенням набуло значного поширення, бо дозволяє усунути деякі недоліки зубчастих передач та полішити їх якість.

Основні задачі, які вирішуються при нарізуванні коліс зі зміщенням:

1/ попередження підрізування зубів при виготовленні коліс з числом зубів, меншим, за мінімальне;

2/ отримання заданої міжосьової відстані шляхом призначення необхідного сумарного коефіцієнта зміщення $X_\Sigma = X_1 + X_2$;

3/ збільшення згинальної і контактної міцності зубів і, як наслідок, збільшення навантажувальної здатності передачі;

4/ зменшення максимальних значень та вирівнювання коефіцієнтів ковзання профілів, що дозволяє знизити знос зубів.

На вибір коефіцієнтів зміщення X_1 і X_2 коліс передачі впливають умови її роботи. Якщо передача замкнена /зубчасті редуктори/, то коефіцієнти доцільно вибирати за системою В.М.Кудрявцева, яка заснована на умові високої контактної міцності зубів. У випадку відкритої передачі, де суттєвим є фактор абразивного зносу зубів, рекомендується система Центрального конструкторського бюро редукторобудування. За нею вдається одержати вирівняні знижені коефіцієнти ковзання на ніжках зубів обох коліс.

Коефіцієнти зміщення можна вибирати з відповідних таблиць або розраховувати за номограмами, а також за так званими блокуючими контурами. Блокуючий контур /рис. 6.15/ являє собою сукупність кривих, побудованих у координатах X_1 та X_2 . Ці криві обмежують вибір розрахункових коефіцієнтів зміщення X_1 і X_2 та визначають зону їхніх допустимих значень виходячи з відсутності подрізу, заклинювання, зрізу та загострення зубів і забезпечення допустимого коефіцієнта перекриття. Блокуючі контури для передач з прямозубими колесами, виготовленими стандартним рейковим інструментом, наведені, наприклад, у [12].

Залежно від виду нарізаних коліс /нульові, додатні, від'ємні/, з яких складена передача, розрізняють зачеплення трьох видів:

1/ нульові, коли в зачепленні обидва колеса нульові $X_1 = X_2 = 0$, $X = X_1 + X_2 = 0$ та кут зачеплення α_w дорівнює куту головного профілю рейки α ;

2/ рівнозміщене, коли одне колесо додатне, друге - від'ємне, але коефіцієнти зміщення рівні; за абсолютним значенням $X_1 = -X_2$; $X = X_1 + X_2 = 0$ і $\alpha_w = \alpha$;

3/ нерівнозміщене, коли в зачепленні беруть участь двоє будь-яких коліс $X_1 \neq X_2$, $X = X_1 + X_2 \neq 0$, а $\alpha_w \neq \alpha$.

В табл. 6.1 наведені формули для визначення основних розмірів циліндричних евольвентних коліс.

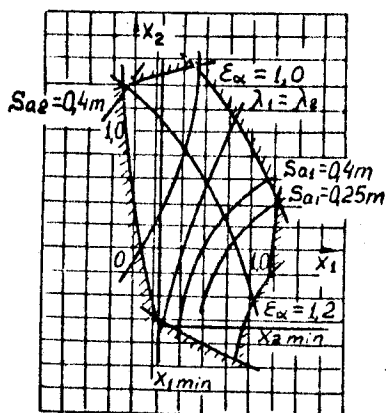


Рис. 6.15. Блокуючий контур $X_1 = 14$, $X_2 = 28$. Позначення кривих: $\lambda_1 = \lambda_2$ - рівняння коефіцієнтів ковзання на ніжках зубів у крайніх точках зачеплення; X_{1min} і X_{2min} - межі невідризання зубів шестерні і колеса; E_α - криві рівних значень коефіцієнтів перекриття; S_a - криві рівних значень товщини голівок зубів

Таблиця 6.1

Параметр	Колеса	
	нульові	зовнішнього зачеплення зі зміщенням
Крок зачеплення по ділильному колу	$p = \pi m$	$p = \pi m$
Радіус ділильного кола	$r = 0,5 m z$	$r = 0,5 m z$
Те саме початкового	$r_w = 0,5 m z$	$r_{w1} = \frac{a_w}{(1+u_{12})}$; $r_{w2} = \frac{a_w u_{12}}{(1+u_{12})}$
" основного	$r_g = 0,5 m z \cos \alpha$	$r_g = 0,5 m z \cos \alpha$
" кола вершин	$r_a = 0,5 m (z \mp 2)$	$r_{a1} = r_g + (1+x_1 - \Delta y) m$; $r_{a2} = r_g + (1+x_2 - \Delta y) m$;
Коефіцієнт зрівнювального зміщення	—	$\Delta y = x_1 + x_2 - y$
Те саме сприймачого	—	$y = \frac{0,5(z_1 + z_2)(\cos \alpha_w)}{\cos \alpha_w}$
Радіус кола западин	$r_f = 0,5 m (z \mp 2,5)$	$r_{f1} = 0,5 m (z_1 - 2,5 + 2x_1)$; $r_{f2} = 0,5 m (z_2 - 2,5 + 2x_2)$
Товщина зуба по ділильному колу	$S = 0,5 \pi m$	$S = 0,5 \pi m + 2x m \operatorname{tg} \alpha$
Те саме по колу вершин	$S_a = 2r_a \left[\frac{S}{2r} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \left(\arccos \frac{r_g}{r_a} \right) \right]$	
Інволюта кута зачеплення	—	$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha$
Кут зачеплення	$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$	За таблицею інволют α_w
Міжосьова відстань	$a_w = 0,5 m (z_1 + z_2)$	$a_w = 0,5 m (z_1 + z_2) \cos \alpha / \cos \alpha_w$

Примітки. Верхні знаки застосовують для коліс зовнішнього зачеплення; нижні - для коліс внутрішнього зачеплення. Коефіцієнти зачеплення входять зі знаками: "+" - при додатному зміщенні; "-" - при від'ємному. Всі розміри, пов'язані з початковими колами, мають нижній індекс w , а пов'язані з ділильними - без буквенного індекса.

Приклади.

1. Ведуче колесо має $z_1 = 13$ і нарізане рейкою з модулем $m = 6$ мм і з додатним зміщенням $x_1 = +0,24$. Визначити, з яким зміщенням необхідно нарізати спряжене колесо, якщо передаточне число пари коліс $U_{12} = 2$, а міжосьова відстань $a_w = 100$ мм.

Розв'язання. Визначимо z_2 : $z_2 = z_1 U_{12} = 13 \cdot 2 = 26$.

Визначаємо кут зачеплення α_w . Використовуємо для цього формулу для міжосьової відстані:

$$a_w = \frac{0,5m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{\cos^2 \alpha_w}$$

з чого випливає, що

$$\cos \alpha_w = \frac{0,5m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{a_w} = \frac{0,55(13 + 26) \cos 20^\circ}{100} = 0,9165, \alpha_w = 23^\circ 35'$$

Визначаємо сумарний коефіцієнт зміщення за формулою

$$\text{inv} \alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2) \text{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha,$$

з якої

$$x_1 + x_2 = \frac{(\text{inv} \alpha_w - \text{inv} \alpha)(z_1 + z_2)}{2 \text{tg} \alpha} = \frac{(\text{inv} 23^\circ 35' - \text{inv} 20^\circ)(13 + 26)}{2 \text{tg} 20^\circ} = 0,5357$$

Звідси знаходимо коефіцієнт зміщення другого колеса

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 0,5357 - 0,24 = 0,296.$$

2. Визначити кут зачеплення α_w і міжосьову відстань двох додатних коліс зубчастого механізму, у якого $z_1 = 12$, $z_2 = 24$, кут профілю рейки $\alpha = 20^\circ$, коефіцієнт висоти головки зубів $h_a^* = 1$, модуль рейки $m = 6$ мм і коефіцієнт зміщення $x_1 = 0,4$ і $x_2 = 0,1$.

Розв'язання. Визначаємо кут зачеплення

$$\begin{aligned} \text{inv} \alpha_w &= \frac{2(x_1 + x_2) \text{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha = \frac{2(0,4 + 0,1) \text{tg} 20^\circ}{12 + 24} + \text{inv} 20^\circ \\ &= \frac{2(0,4 + 0,1) 0,36397}{36} + 0,014904 = 0,025014, \end{aligned}$$

$\text{inv } 20^\circ = 0,014304$ /значення $\text{inv } 20^\circ$ і кута α_w визначасмо за таблицею евольвентних функцій/. Одержуємо $\alpha_w = 23^\circ 36' 15''$. Міжосьова відстань

$$a_w = 0,5m(z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 0,5 \cdot 6(12 + 24) \frac{0,93963}{0,9163} \approx 110,75 \text{ мм.}$$

Раніше нами розглянуті передачі, у яких колеса мали зуб"я, паралельні осі обертання коліс, - такі передачі називають прямозубими.

Якщо почати циліндричну поверхню обкочувати без ковзання площиною, то лінія, нахилена під кутом β до осі обертання колеса і яка належить цій площині, утворює гвинтову евольвентну поверхню. Якщо зуб"я коліс обмежити такими гвинтовими поверхнями, то отримаємо косозубі евольвентні колеса. В передачі, яка складається з косозубих коліс із зуб"ями, розташованими по гвинтовій лінії, зуб"я входять у зачеплення плавно: починається контакт пари зуб"ів у точці на торці колеса, потім зі зростанням кута повороту коліс контакт з точкою стає лінійним, а надалі, в міру повертання коліс, знову його довжина скорочується до точки на протилежному торці коліс.

Зі збільшенням кута нахилу зуб"ів зростає кількість їх пар, які одночасно беруть участь у зачепленні і відповідно передають окружне зусилля. Разом з тим, зростання кута нахилу зуб"ів веде до збільшення осьової складової навантаження, яка здорожчує передачу, тому що вимагає застосування більш дорогих підшипників, здатних сприймати значні осьові зусилля.

Для урівноваження осьової складової сили застосовують шевронні зуб"я, причому косі зуб"я спарені і нахилені в різні боки під одним і тим самим кутом. Умови роботи косозубих коліс кращі, ніж прямозубих: пом'якшуються удари, викликані неточністю виготовлення коліс, менший вплив неточностей їх виготовлення і монтажу, значно більший коефіцієнт перекриття порівняно з прямозубими передачами. Тому косозубі передачі застосовують при середніх і великих окружних швидкостях в дуже значному діапазоні зміни потужності.

6.9. Багатоланкові зубчасті механізми.

Основні типи і коротка характеристика

У сучасному машинобудуванні окреслились дві тенденції в розвитку електроприводів - створення тихохідних високомоментних /безредукторних/ електродвигунів і виробництво високошвидкісних потужних малогабаритних моторів.

В другому випадку, різниця у швидкостях обертання вала електродвигуна і вала виконавчого механізму виявляється досить істотною. Ця обставина примушує застосовувати понижуючу передачу з великим передаточним числом. У зв'язку з обмеженням габаритних розмірів одна пара зубчастих коліс може реалізовувати передаточне число $U_{12} = 5..7$. Ця обставина примушує використовувати зубчасті механізми, до складу яких входять ряд зубчастих коліс.

Зубчасті механізми, до складу яких входить більш, ніж два зубчастих колеса, називаються складними зубчастими передачами.

Механізми, що знижують швидкість обертання вихідного вала порівняно з вхідним, називаються редукторами, а ті, що підвищують швидкість обертання вихідного вала, - мультиплікаторами.

Багатоланкові зубчасті механізми, як і всі механізми, можуть бути плоскими і просторовими.

Просторові багатоланкові зубчасті механізми бувають, як правило, комбінованими і охоплюють конічну, черв'ячну чи гвинтову передачу в поєднанні з циліндричною зубчастою передачею /рис. 6.16/.

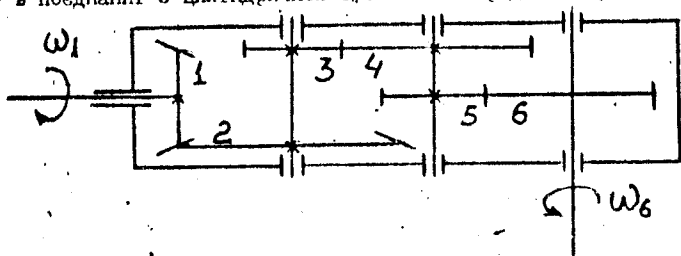


Рис. 6.16. Схема конусно-циліндричного триступінчастого редуктора

Просторові передачі дозволяють передавати обертання як між валами, що перетинаються /конічна передача/, так і між валами, що перехрещуються /наприклад, черв'ячна передача/.

Конічна зубчаста передача складається з двох коліс, осі обертання яких перетинаються в точці O /рис. 6.17/ і розміщені під деяким кутом Σ один відносно одного. В окремому випадку кут $\Sigma = 90^\circ$, тоді передача називається ортогональною.

Кут Σ називається міжосьовим кутом.

Конуси, які дотикаються один одного і які перекочуються один по одному без ковзання, називаються початковими /саме вони зображаються на кінематичних схемах/.

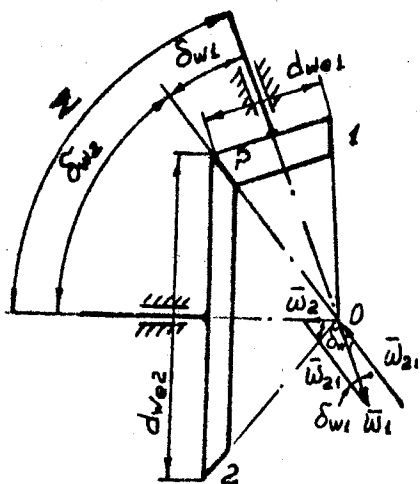


Рис. 6.17. Конусна передача

Кути δ_{w_1} та δ_{w_2} називаються кутами початкових конусів $\delta_{w_1} + \delta_{w_2} = \Sigma$. Передаточне число /рівне передаточному відношенню/

$$U_{12} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} = \frac{\sin \delta_{w_2}}{\sin \delta_{w_1}} = \frac{z_2}{z_1} \quad /6.24/$$

Для ортогональної передачі $\Sigma = 90^\circ$

$$U_{12} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} =$$

$$= \frac{z_2}{z_1} = \operatorname{tg} \delta_{w_2} \quad /6.25/$$

Як правило, для конічної передачі $U_{12} \leq 5$.

Зуб'я конічних коліс нарізані на конусах і мають замінний переріз, що значно ускладнює їх нарізання.

Черв'ячна передача, схему якої показано на рис. 6.18, складається з ведучого черв'яка 1 і веденого колеса 2, осі яких перетинаються. Черв'як являє собою гвинт, витки якого нахилені під кутом γ і перебувають у зачепленні з нахиленими під тим самим кутом зубами колеса.

Передаточне число

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad /6.26/$$

де z_1 - число заходів витків черв'яка; z_2 - число зубів колеса. /Як правило, $z_1 = 1, 2, 4$. Число зубів колеса коливається від 32 до 80, іноді до 300./ Таким чином, передаточне число черв'ячної передачі міститься, як правило, між 8 і 80 /іноді до 1000/.

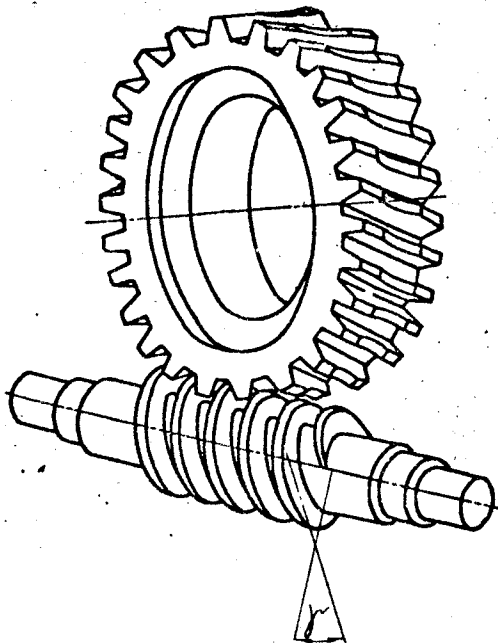


Рис. 6.18. Черв'ячна передача

Якщо зубчастий механізм містить n зубчастих механізмів різних типів, з'єднаних послідовно, то загальне передаточне число визначається як добуток окремих передаточних чисел передач, які містить механізм:

$$U_{заг} = U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = U_{12} U_{23} \dots U_{(n-1)n} \quad /6.27/$$

Аналогічно підраховують загальний ККД:

$$\eta_{заг} = \eta_{12} \eta_{23} \dots \eta_{(n-1)n} \quad /6.28/$$

6.10. Кінематика багатоланкових зубчастих механізмів з нерухомими осями

Розрізняють два основних типи зубчастих механізмів: з нерухомими і рухомими відносно стояка осями.

До першого типу відносяться рядові та ступінчасті механізми, всі осі колес яких нерухомі.

Згідно з формулою /6.27/ для рядового зубчастого механізму з зовнішнім зачепленням /рис. 6.19/, який складається з трьох коліс, загальне передаточне число

$$U_{312} = U_{13} = U_{12} \cdot U_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_3}.$$

В загальному випадку при n колесах

$$U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^P \frac{z_n}{z_1} \quad /6.29/$$

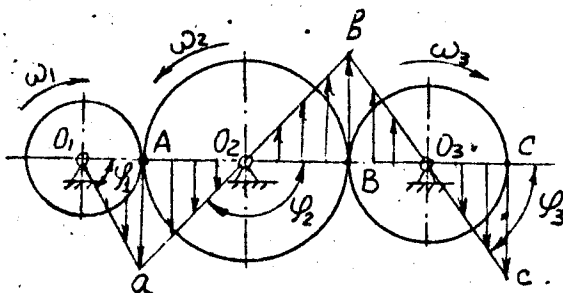


Рис. 6.19. Розподіл швидкостей у рядовому зубчастому механізмі

Загальне передаточне число рядового механізму дорівнює оберненому відношенню чисел зубів крайніх коліс. Знак передаточного числа визначається числом пар зубчастих коліс зовнішнього зачеплення P - при парному числі - "плюс", при непарному - "мінус".

Проміжні колеса називаються паразитними.

Не впливаючи на абсолютну величину передаточного числа, вони змінюють його знак і дозволяють передавати обертання між віддаленими один від одного валами.

Передаточне число можна визначити і графічно. Для цього побудуємо плани швидкостей коліс. Коли відома кутова швидкість одного з коліс і розміри коліс, то трикутники швидкостей виходять такими, як це показано на рис. 6.19. Трикутники дають наочне уявлення про характер зміни лінійних швидкостей точок коліс від одного вала до іншого. Похилі лінії, проведені через кінці векторів абсолютних швидкостей, називаються лініями розподілу швидкостей.

З трикутника O_1A , а $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Aa}{O_1A}$, але $Aa = \frac{V_a}{\mu_V}$,

а $O_1A = \frac{r_{w_1}}{\mu_c}$, звідки $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{V_a \mu_c}{\mu_V r_{w_1}}$. Оскільки $\frac{V_a}{r_{w_1}} = \omega_1$, то

$\operatorname{tg} \varphi_n = \omega_n \frac{\mu_c}{\mu_V}$ за аналогії можна стверджувати, що $\operatorname{tg} \varphi_2 = \omega_2 \frac{\mu_c}{\mu_V}$

і $\operatorname{tg} \varphi_3 = \omega_3 \frac{\mu_c}{\mu_V}$, де μ_c і μ_V - масштабні коефіцієнти плану механізму і плану швидкостей.

З викладеного випливає, що тангенси кутів нахилу ліній розподілу швидкостей пропорційні відповідним кутовим швидкостям зубчастих коліс. Тоді передаточне число

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2};$$

$$u_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_3}, \quad u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_3} \quad /6.30/$$

і т.ін.

Ступінчасті зубчасті механізми відрізняються тим, що на вхідному і вихідному валах міститься по одному зубчастому колесу, а на проміжних валах - по два. На рис. 6.20 показано двоступінчастий циліндричний редуктор, у якого колеса закріплені на трьох валах.

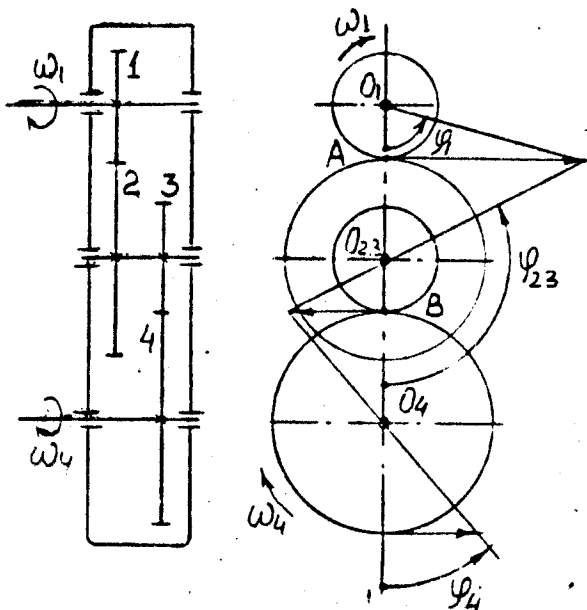


Рис. 6.20. Розподіл швидкостей в двоступінчастому редукторі

Загальне передаточне число редуктора визначається як добуток передаточних чисел ступенів /пар коліс/:

$$U_{заг} = U_{14} = U_{12} \cdot U_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_4}{z_3}\right), \text{ оскільки } \omega_2 = \omega_3.$$

Передаточне число, визначене за допомогою побудованих планів швидкостей,

$$U_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_4}$$

6.II. Планетарні зубчасті механізми. Структура і кінематика

Планетарні зубчасті механізми - це багатоланкові зубчасті механізми, які мають колеса з рухомими і нерухомими осями.

Колеса з нерухомими осями називаються центральноними, або сонячними. Колеса з рухомими осями називаються сателітами, вони встановлені на ланці, яка обертається /називається водилом/. Сателіти обертаються навколо своїх власних осей і разом з водилом обертається навколо осей центральних коліс, імітуючи рух планет.

Планетарні механізми бувають з одним і більше ступенями вільності.

Механізми з одним ступенем вільності називають планетарними редукторами, або мультиплікаторами /залежно від того, уповільнюють чи прискорюють вони обертання/.

Механізми з одним ступенем вільності завжди мають одне нерухоме колесо, яке називається опорним.

Планетарні механізми з двома і більше ступенями вільності називаються диференціальними механізмами. У диференціальних механізмів усі ланки рухомі і опорне колесо відсутнє.

Як приклад, на рис. 6.2I,а показано схему планетарного редуктора, а на рис. 6.2I,б - диференціального механізму з двома ступенями рухомості. Механізми складаються з центральних зубчастих коліс I і 3, сателітів 2, число яких звичайно більше ніж два, і водила *H* /від німецького слова "Hebel" - важіль/. У механізмі планетарного редуктора колесо 3 нерухоме і є опорним. Його передаточне число постійне. В диференціальному механізмі всі ланки рухомі, число ступенів вільності дорівнює двом; тому він може використовуватись або для розкладу обертання колеса I на два обертання - колеса 3 і водила *H*, або для складення обертання водила *H* і колеса 3.

Ведучим валом /колесом/ вважається такий, в якого напрями обертального момента і швидкості збігаються.

Слід зазначити, що планетарні механізми взаємообернені, тобто будь-який диференціал можна перетворити в планетарний редуктор, загальмувавши одне /при двох ступенях вільності/ з центральних коліс і навпаки - будь-який планетарний редуктор перетворюється в диференціал після вивільнення опорного колеса.

Розглянемо кінематику планетарного редуктора. Для визначення передаточного числа скористаємося графічним методом Кутцбаха - Смирнова.

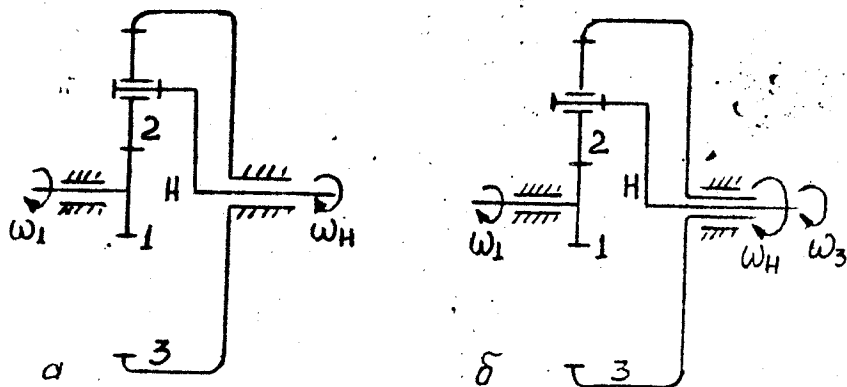


Рис. 6.21. Планетарні механізми: а - редуктор; б - диференціал

Схему редуктора зображено на рис. 6.22,а. Редуктор складається з рухомого /ведучого/ колеса 1, блока сателітів 2 і 2', опорного колеса 3, водила H і стойки.

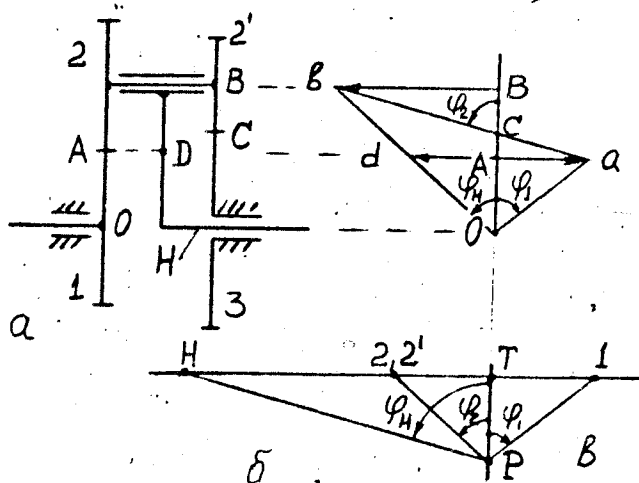


Рис.6.22. Схема редуктора:

а - планетарний редуктор; б - план швидкостей;
в - план кутових швидкостей

На рис. 6.22,б зображено план швидкостей редуктора. Для його побудови спочатку позначимо великими літерами латинського алфавіту кінематичні пари п'ятого і четвертого класів /точки A, B, C і O /.

Поряд зі схемою редуктора проведемо вертикальну лінію - геометричне місце початкових точок векторів абсолютних швидкостей ланок. На цій лінії відмічаємо положення тих самих точок, позначивши їх A', B', C' і O' . Далі з точки A' проведемо вектор швидкості точки A першого колеса \vec{V}_{A_1} - відрізок $A'a$ перпендикулярно до вертикальної лінії.

Оскільки в точці A початкові кола дотикаються до коліс 1 і 2, то точка A є їх полюсом зачеплення, тому $\vec{V}_{A_1} = \vec{V}_{A_2}$. Для блока сателітів - коліс 2 і 2' відомі швидкості двох точок - \vec{V}_{A_2} і $\vec{V}_{A_3} = 0$, тому що в точці C колесо 2' дотикається по початкових колах до опорного колеса 3, швидкість якого дорівнює нулю. Проведемо через точки a і C' похилу пряму - лінію розподілу швидкостей блока сателітів. На цій лінії містяться кінці векторів швидкостей усіх точок коліс 2 і 2', у тому числі і точки B . Щоб побудувати вектор швидкості точки B , достатньо продовжити лінію розподілу до перетину з горизонталлю $B'b$, яка і є вектором швидкості \vec{V}_B .

Швидкість водила в точці B таким чином стає відомою. Швидкість же водила в точці, яка збігається з віссю O , дорівнює нулю. Отже, ліній розподілу швидкостей точок водила H є похила пряма BO' .

План швидкостей планетарного редуктора побудований. Відзначимо його основні елементи: вектори абсолютних швидкостей точок A і B - $\vec{A'a}$ і $\vec{B'b}$.

Лінії розподілу швидкостей: колеса 1 - $O'a$; блока сателітів 2 і 2' - $ac'b$, водила H - BO' . Ці лінії похилені до вертикалі /паралельної лінії центрів коліс/ під кутами φ_1, φ_2 і φ_H відповідно.

Як уже зазначалося, тангенси кутів нахилу ліній розподілу швидкостей коліс пропорційні відповідним кутовим швидкостям, тому можна записати

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}; \quad u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_H}$$

Якщо на водилі позначити точку D так, що $OA = OD$, і визначити швидкість точки D водила - вектор $A'd$, то можна записати

$$\frac{\vec{V}_A}{\vec{V}_D} = \frac{A'a}{A'd} = - \frac{\omega_1 \cdot OA}{\omega_H \cdot OD} = - \frac{\omega_1}{\omega_H} = u_{1H}, \quad OA = OD,$$

що підтверджує вираз, отриманий для передаточного числа U_{1H} через тангенси кутів нахилу до лінії розподілу швидкостей. Для полегшення знаходження передаточних чисел між різними ланками планетарного редуктора побудуємо план кутових швидкостей. Для цього відкладемо відрізок PT довільної довжини /рис. 6.22, в/ паралельно лінії $O'B'$ плану швидкостей. Через точку T проведемо лінію, паралельну векторам абсолютних швидкостей точок коліс /горизонтальну лінію/. З точки P під кутами ψ_1, ψ_2 і ψ_H проведемо похилі лінії до перетину з горизонталлю з точки T . Довжини відрізків T_1, T_2 і T_H будуть пропорційними кутовим швидкостям $\omega_1, \omega_2, \omega_H$, що легко довести:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \omega_1 \frac{\mu_e}{\mu_v} = \frac{(T_1)}{(TP)}; \quad \operatorname{tg} \psi_2 = \omega_2 \frac{\mu_e}{\mu_v} = \frac{(T_2)}{(TP)},$$

Дійсно, $U_{12} = \frac{\operatorname{tg} \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Визначаючи передаточне число за допомогою кутових швидкостей, необхідно враховувати знак.

Передаточне число має знак "+", якщо обидва відрізки лежать по один бік від точки T і знак "-" - якщо по різні. Зв'язок між кутовими швидкостями ланок планетарного механізму може бути одержаний і в аналітичній формі. Розглянемо схему диференціала /рис. 6.23/.

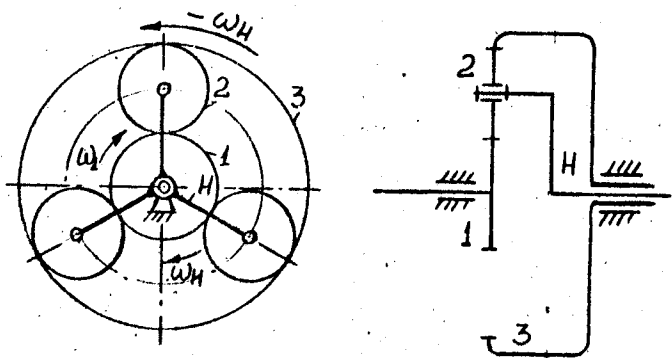


Рис. 6.23. Диференціальний механізм

В цьому механізмі оберти першого центрального колеса зі швидкістю ω_1 розкладаються на оберти водила з швидкістю ω_H і третього центрального колеса з швидкістю ω_3 . Якщо тепер надати всім ланкам механізму додаткових обертів з швидкістю $-\omega_H$, то нові швидкості набудуть значень

$$\omega_1' = \omega_1 - \omega_H, \quad \omega_3' = \omega_3 - \omega_H, \quad \omega_H' = \omega_H - \omega_H = 0.$$

Запишемо вираз для передаточного числа від першого колеса до третього в зворотному русі /при зупиненому водилі/:

$$U_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad /6.31/$$

Формула /6.31/ називається формулою Віллїса для диференціального механізму.

З формули Віллїса можна вивести залежність, що зв'язує кутові швидкості ω_1 і ω_H :

$$\omega_3 = U_{31}^H \cdot \omega_1 + (1 - U_{31}^H) \omega_H, \quad /6.32/$$

де $(1 - U_{31}^H) = U_{3H}^1$ - передаточне число від третього колеса до водила при зупиненому першому колесі.

Тепер /6.32/ можна записати як

$$\omega_3 = \omega_1 U_{31}^H + \omega_H U_{3H}^1. \quad /6.33/$$

Ця формула встановлює зв'язок між кутовою швидкістю будь-якої ланки диференціала і кутовими швидкостями двох його початкових швидкостей /закон руху яких заданий/.

Якщо в формулі Віллїса прийняти, що $\omega_3 = 0$ /випадає планетарного редуктора з третім опорним колесом/, то матимемо формулу для визначення передаточного числа планетарного редуктора

$$U_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1H}^3,$$

тобто

$$U_{1H}^3 = 1 - U_{13}^H. \quad /6.34/$$

Передаточне число від першого колеса до водила при загальмованому третьому колесі дорівнює одиниці мінус передаточне число від першого колеса до третього при загальмованому водилі.

Формула для визначення кутових швидкостей окремих коліс має вигляд

$$U_{1H}^3 = 1 - U_{13}^H \quad /6.35/$$

Передаточне число від i -го колеса до водила дорівнює одиниці мінус передаточне число від того самого колеса до загальмованого при зупиненому водилі.

Для схеми планетарного редуктора, показаного на рис. 6.22, а, передаточне число $U_{1H}^3 = U_{1H}^3 = 1 - U_{13}^H$, де $U_{13}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right)$, тобто $U_{1H}^3 = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$.

Передаточне число планетарного механізму залежить від вибору числа зубів коліс. Але одне і те саме передаточне число може бути реалізоване в зовсім різних схемах механізмів.

Схема механізму і передаточне число мають також вирішальний вплив на ККД планетарного механізму. Аналіз існуючих схем показує, що планетарні механізми можуть бути використані як силові редуктори тільки при ведучому центральному колесі; при ведучому водилі їх можна використовувати тільки як несилові редуктори, тому що їх ККД низький.

6.12. Синтез планетарних механізмів

Синтез планетарних механізмів може бути поданий у три етапи.

На першому етапі визначають потрібне передаточне число $U_{пм}$. На другому - підбирають схему планетарного механізму з урахуванням призначення передач ККД потужності, що передається, і передаточного числа. На третьому - проводять підбір чисел зубів коліс планетарного механізму і числа сателітів. Ця задача розв'язується таким чином, щоб задовольнялись умови співвісності, сусідства, збирання і забезпечення потрібного передаточного числа проєктованого планетарного механізму.

Умова співвісності полягає в тому, щоб осі вхідної і вихідної ланки збігалися. Наприклад, для механізму з одним зовнішнім /колеса 1 і 2/ і одним внутрішнім /колеса 3 і 4/ зачепленням /рис. 6.24/

умова співвісності в разі нульових коліс має вигляд

$$a_{12} = a_{34} = a;$$

$$a = m_{12} \frac{z_1 + z_2}{2} = m_{34} \frac{z_4 - z_3}{2}$$

Якщо позначити $m_{12}/m_{34} = \nu$, то умова співвісності записується як

$$\nu(z_1 + z_2) = z_4 - z_3 \quad /6.36/$$

Для схеми механізму, зображеному на рис. 6.25, умови співвісності мають вигляд

$$z_1 + 2z_2 = z_3 \quad /6.37/$$

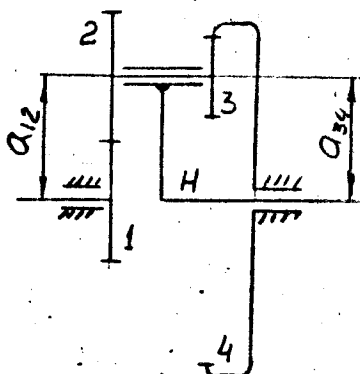


Рис. 6.24. Умова співвісності для планетарного механізму із зворотним сателітом

Умови сусідства полягають в тому, щоб кола вершин сусідніх сателітів, які лежать в одній площині, не дотикалися один одного і не перетиналися.

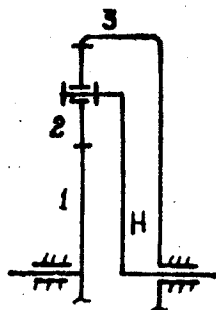
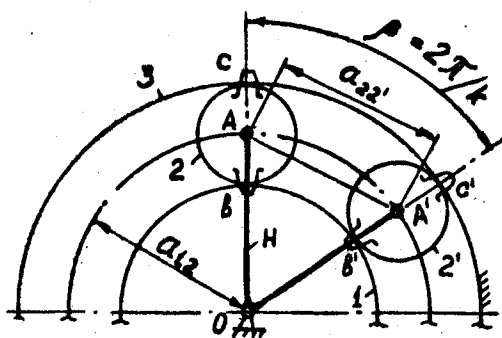


Рис. 6.25. Умова співвісності, сусідства і складу для планетарного механізму

Для зображеної схеми /рис. 6.25/ умова сусідства набирає вигляду

$$a_{22'} > 2r_{a2} \quad /6.37/$$

де $r_{a2} = 0,5m(z_2 + 2)$ - радіус кола верхин сателітів 2.
 Міжосьова відстань між двома сусідніми сателітами

$$a_{22'} = 2a_{12} \sin \frac{\beta}{2}, \quad /6.38/$$

де $\beta = \frac{2\pi}{K}$; K - число сателітів /сателіти розміщені симетрично/.

Міжосьова відстань коліс I і 2

$$a_{12} = m \frac{z_1 + z_2}{2}. \quad /6.39/$$

Після підстановки виразу /6.39/ у формулу /6.38/ отримаємо

$$a_{22'} = (z_1 + z_2) m \sin \frac{\beta}{2} = (z_1 + z_2) m \sin \frac{\pi}{K};$$

Звідси умову сусідства можна записати як

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{K} > (z_2 + 2). \quad /6.40/$$

Умова складання. За цієї умовою необхідно, щоб сателіти ввійшли в правильне зачеплення з центральними колесами. На рис. 6.25 сателіт 2 входить у зачеплення з колесами I і 3 так, що його вісь симетрії CB збігається з радіусом коліс I і 3. Поставимо вимогу, щоб

після повертання водила на кут $\beta = \frac{2\pi}{K}$ вісь симетрії сателіта

знову збігається з радіусом коліс I і 3. Тоді в куті β по дузі CC' повинно вміщуватися ціле число кутських кроків колеса 3:

$$\beta = \frac{2\pi}{K} = C \tau_3, \text{ де } \tau_3 = \frac{2\pi}{z_3}, \text{ а в тому самому куті } \beta \text{ по дузі}$$

$\widetilde{BB'}$ повинно вміститися ціле число кутських кроків колеса I:

$$\beta = \frac{2\pi}{K} = M \tau_1, \text{ де } \tau_1 = \frac{2\pi}{z_1}. \text{ Тут } C \text{ і } M - \text{ ціле число.}$$

Після підстановки матимемо

$$\frac{2\pi}{K} = C \frac{2\pi}{z_3} \quad \text{або} \quad z_3 = CK; \quad \frac{2\pi}{K} = M \frac{2\pi}{z_1} \quad \text{або} \quad z_1 = MK.$$

Якщо додати одержані вирази для z_3 і z_1 , то отримаємо умови складання:

$$z_1 + z_3 = LK, \quad /6.41/$$

де $L = C + M$ - ціле число.

Умова складання /6.41/ задовольняється в тому випадку, коли сума чисел зуб"ів центральних коліс кратна числу сателітів.

Таким чином, визначаючи числа зуб"ів коліс і числа сателітів планетарного механізму для вибраної схеми, необхідно сукупно розв'язати три рівняння і одну нерівність:

рівняння заданого передаточного числа;

рівняння співвісності;

рівняння складання;

обмеження за умови сусідства /нерівність/.

Окрім того, необхідно забезпечити виконання всіх якісних показників зачеплення /коефіцієнта перекриття, відсутність інтерференції, загострення тощо/. Підібрані числа зуб"ів необхідно брати в розумних, з погляду практичного здійснення, межах /звичайно 10...100/.

Розрахунок чисел зуб"ів і вибір числа сателітів може бути здійснений у такій послідовності:

задаються числом зуб"ів z_1 , першого колеса /для нульових коліс $z_{1min} = 17/$, з умови збирання визначають z_3 , вибравши за табл.6.2 число сателітів K , $z_3 = B_K - z_1$, де B - ціле число.

Таблиця 6.2

K	3	4	5	6	7	8
$(U_{1H})_{max}$	13,92	5,82	3,85	3	2,53	2,28

З умови співвісності визначають число зуб"ів сателітів /див. рис. 6.25/:

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}.$$

Якщо при вибраному z_1 , обидві вказані умови не виконуються, то число зубів колеса I збільшують на одиницю і повторюють розрахунок. Закінчують розрахунок перевіркою умов сусідства і складання. Як правило, в наш час синтез планетарних механізмів проводиться за допомогою ЕОМ.

Запитання для самоконтролю

1. Які кола коліс зубчастих механізмів є центроїдами?
2. По якому колу нормального /нульового/ колеса товщина зуба і ширина западини рівні між собою?
3. Що таке модуль зачеплення?
4. Що називається евольвентою кола?
5. Які методи нарізання зубчастих коліс вам відомі?
6. Яка частина профілю зуба зношується скоріше і чому?
7. В якій точці лінії зачеплення ковзання профілів дорівнює нулю і чому?
8. Що таке лінія зачеплення?
9. Яке мінімальне число зубів може бути нарізане зубчастов рейков без виникнення підрізу?
10. В яких випадках застосовують просторові зубчасті передачі?
11. Переваги косозубих передач перед прямозубими.
12. Навіщо застосовують паразитні колеса в рядових зубчастих механізмах?
13. Які планетарні механізми вам відомі?
14. Для чого призначені диференціальні механізми?
15. Назвіть умови синтезу планетарних механізмів.

Література

1. Артоболовский И.И. Механизмы. Т.7: Справочник. - М.: Наука, 1979-1981.
2. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1988. - 640 с.
3. Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин. - К.: Выща шк., 1989. - 376 с.
4. Иосилевич Г.Б., Строганов Г.Б., Маслов Г.С. Прикладная механика. - М.: Высп.шк., 1989. - 351 с.

5. Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М. Механизмы: Справочник. - М.: Машиностроение, 1976. - 784 с.
6. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин. - К.: Вища шк., 1987. - 206 с.
7. Красковский Е.Я., Дружинин Ю.А., Филатова Е.М. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем. - М.: Высш.шк., 1991. - 480 с.
8. Куркин Б.И., Козинцов В.С. Детали механизмов радиоустройств. - М.: Высш.шк., 1988. - 256 с.
9. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1990. - 592 с.
10. Машнев М.М., Красковский Е.Я., Лебедев П.А. Теория механизмов и машин и детали машин. - М.: Машиностроение, 1980. - 512 с.
11. Теория механизмов и машин / Под ред. К.В.Фролова. - М.: Высш.шк., 1987. - 496 с.
12. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии / И.А.Болотовский, Б.И.Гурьев, В.Д.Омиров, Б.И.Шендерей. - М.: Машиностроение, 1974. - 160 с.

Зміст

I. Структура та класифікація механізмів	3
I.1. Основні поняття та визначення ТММ	3
I.2. Класифікація кінематичних пар	6
I.3. Структурні формули кінематичних ланцюгів	10
I.4. Структурна класифікація плоских механізмів	15
I.5. Основні види механізмів	18
I.6. Поняття про маніпулятори та промислові роботи	31
2. Кінематичне дослідження механізмів	35
2.1. Задачі та методи кінематичного дослідження	35
2.2. Побудова діаграм переміщень	39
2.3. Побудова планів швидкостей і прискорень	40
2.4. Аналітичне дослідження кінематики плоских важільних механізмів II класу	54
3. Динаміка механізмів і машин	57
3.1. Основні задачі динамічного дослідження механізмів	57
3.2. Сили, що діють у машинах	58
3.3. Визначення сил інерції	60
3.4. Силовий розрахунок плоских механізмів без врахування сил тертя	61
3.5. Зрівноваження механізмів	73
3.6. Зведення сил і моментів сил	79
3.7. Зведення мас і моментів інерції	82
3.8. Рівняння руху механізму	84
3.9. Режими руху механізму	87
3.10. Механічний коефіцієнт корисної дії	90
3.11. Загальні методи дослідження руху механізмів	93
3.12. Регулювання руху механізмів	96
4. Синтез плоских важільних механізмів	101
4.1. Основні задачі синтезу та методи їх розв'язання	101
4.2. Умова існування кривошипа шарнірного чотириланковика ...	103
4.3. Синтез чотириланкового кривошипно-коромислового механізму за коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки	104
4.4. Синтез кривошипно-повзунного механізму	105
4.5. Синтез механізму з хиткою кулісою	106
4.6. Синтез механізму з обертовою кулісою	108

5. Кулачкові механізми	109
5.1. Загальні дані. Основні типи. Термінологія	109
5.2. Синтез кулачкових механізмів	111
6. Зубчасті механізми	125
6.1. Зубчасті передачі. Основні поняття і терміни	125
6.2. Основна теорема зачеплення	129
6.3. Евольвента кола. Евольвентне зчеплення	131
6.4. Кінематика зовнішнього евольвентного зачеплення	133
6.5. Якісні показники зачеплення	135
6.6. Методи виготовлення зубчастих коліс	137
6.7. Початковий контур	141
6.8. Вибір коефіцієнтів зміщення і визначення геометричних розмірів зубчастих зачеплень	144
6.9. Багатоланкові зубчасті механізми. Основні типи і коротка характеристика	148
6.10. Кінематика багатоланкових зубчастих механізмів з нерухомими осями	152
6.11. Планетарні зубчасті механізми. Структура і кінематика ..	155
6.12. Синтез планетарних механізмів	160
Література	164

Навчальне видання

Чернілевський Дмитро Володимирович
Кіницький Ярослав Тимофійович
Панов Сергій Львович

Технічна механіка

Книга 3

Основи теорії машин та механізмів

Підручник

Відповідальний редактор Чернілевський Дмитро Володимирович

Темплан 1992, поз. 596

Редактор А.Д.Пантелієнко

Коректори: Є.Д.Кіба

Н.М.Савченко

І.В.Медведєва

Н.Ф.Слоніна

Підп. до друку 23.10.92. Формат 60×84^{1/16}. Папір
друку № . Друк офсетний. Ум. др. арк. 376. Ум. фарбо-відб. 487
Облік.-вид. арк. 77,98. Тираж 2000
Зам. № 2-1331. Ціна 80 коп.

НМК ВО Міністерства освіти України
252070, Київ-70, вул. П. Сагайдачного, 37.

РОВО «Укрузполіграф»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.