МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КАБІНЕТ ВИЩОЇ ОСВІТИ
ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

О. А. Грунауер, І. Д. Долгих

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН
(системний підхід)

Київ НМК ВО 1992

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КАБІНЕТ ВИЩОЇ ОСВІТИ
ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

О.А.Грунауер, І.Д.Долгих

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН
/СИСТЕМНИЙ ПІДХІД/

Затверджено Міністерством освіти України
як навчальний посібник
для студентів машинобудівних спеціальностей

Київ НМК ВО 1992

УДК 621.01

Теорія механізмів і машин /системний підхід/: Навч. посібник / О.А.Грунауер, І.Д.Долгих. - К.: НМК ВО, 1992. - 376 с.

У даному навчальному посібнику викладено розв'язання завдань курсового проектування з теорії механізмів і машин в оптимізаційній постановці із залученням відомостей із суміжних дисциплін, що наближає розв'язання завдань до сучасних інженерних методів проектування на основі системного підходу. Усі завдання проекту орієнтовані на використання аналітичних або чисельних методів, які грунтуються на застосуванні ЕОМ. У більшості розділів проекту наведено оригінальні розв'язування. Поряд із цим викладено також традиційні методи, що дають можливість проконтролювати отримані результати. Деякі розділи проекту виконані стосовно організації ділової гри, яка дає змогу активізувати мислення студентів.

Призначений для студентів машинобудівних спеціальностей та інженерно-технічних працівників, які проектують складні машинні агрегати.

Іл. 134. Табл. 44. Бібліогр.: 43 назви.

ISBN-5-7763-0911-5

ВВЕДЕННЯ

Курсовий проект з теорії механізмів і машин - перший проект у ході підготовки інженера-механіка, що потребує від студента значної самостійності. Цей проект має особливості, які необхідно враховувати в процесі його виконання.

Розділи проекту пов'язані між собою, тому на наступних етапах використовуються дані, отримані на попередніх етапах. Студент самостійно вибирає частину необхідних величин із довідкової літератури. Цим проект суттєво відрізняється від різних розрахункових завдань, де всі необхідні дані внесені до умови.

Проектування можна організувати так, щоб у ньому використовувались відомості, отримані під час вивчення курсів вищої математики, теоретичної механіки, опору матеріалів, обчислювальної техніки та програмування, деталей машин і загальної електротехніки. Така постановка робить можливим розв'язання комплексних завдань проектування, що наближаються до сучасної інженерної постановки, яка суттєво розширює традиційну "навчальну" постановку курсового проекту.

Завдання проектування механізмів, як і більшість інших інженерних завдань, є оптимізаційними. У курсовому проекті на найпростіших прикладах можна показати використання методів оптимізації, проаналізувавши вибір критеріїв оптимальності, та пояснити необхідність компромісних розв'язувань, оформулювати типові функціональні, міцнісні та технологічні обмеження. Найбільш яскравий приклад такої постановки - завдання синтезу кулачка, описане в підрозд. 5.7 і [1].

У разі такого переходу до завдання проектування розв"язання не може грунтуватись лише на традиційних графоаналітичних методах. Необхідно широко застосовувати аналітичні методи, проте це різко збільшує обсяг обчислень, які можна буде виконати лише за допомогою ЕОМ. Останнім часом найбільшого поширення набули персональні ЕОМ, техніка роботи з якими досить проста і доступна для студентів, які мають ще мало практичного досвіду роботи на ЕОМ.

Розв'язання завдань курсового проекту на ЕОМ дає змогу закріпити відомості, отримані в курсі "Обчислювальна техніка і програмування", розвинути навички практичної роботи з машиною.

Завдання проектування можна розв'язувати на ЕОМ будь-яких типів аж до програмованих мікрокалькуляторів, можливості яких часто дають змогу отримати розв'язок навіть швидше, ніж на персональній ЕОМ завдяки простоті програмування [14; 25; 40] .

Тому основну увагу приділено формулюванню завдяння, описанню алгоритму його розв'язування /у додатках наводяться приклади програм як для ПМК, так і для персональних ЕОМ, написаних мовою БЕЙСІК*/.

Завдання проектування описані в даному посібнику у найбільш повному обсягу. У кожному конкретному випадку керівник проекту може скоротити їх до обсягу, який він вважає необхідним для підготовки студента з певної спеціальності.

Усі описані методи і програми пройшли багаторічну практичну перевірку в процесі навчання студентів машинобудівних спеціальностей.

І. ЕТАПИ ПРОЕКТУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ ТА ЇХ ОСОБЛИВОСТІ

І.І. Системний підхід до розв'язання завдань проектування

Проектування - це процес виконання комплексу робіт дослідницького, розрахункового, конструкторського характеру, мета якого - описати технічний об'єкт для його реалізації згідно з вимогами технології та умовами експлуатації.

Системний підхід до завдання проектування складається з такого планування виконання завдань, за якого окремі етапи проектування /підзавдання/ здійснювались би у взаємному погодженні за часом і результатами.

Системний підхід характеризується більш повним урахуванням технологічних, функціональних та експлуатаційних вимог до об'єкта проектування і мінімальними затратами засобів на їх реалізацію.

---

* У процесі роботи на ПЕОМ рекомендується користуватись довідниками [15; 42] ; студентам, які працюють на ПМК, - [14; 25] .

Системний підхід різною мірою завжди зумовлює проектування технічних об'єктів. Наприклад, синтез кулачкового механізму можна виконати згідно з умовами обмеження кута тиску, радіусів кривизни його випуклих ділянок. Проте у цьому разі умови роботи механізму будуть ураховані лише приблизно, а деякі фактори /як, наприклад, можливість проковзування ролика/ не будуть ураховані зовсім.

У курсі "Теорія механізмів і машин" вивчаються три основні типи механізмів, що входять до складу машинного агрегату: плоскі шарнірно-важільні та кулачкові механізми, зубчасті передачі.

У процесі курсового проектування розглядаються задачі аналізу чи синтезу механізмів, що входять до складу машинного агрегату. Зв'язки між розділами та етапами проекту показані на його структурно-логічній схемі /рис. І.І/. З рис. І.І випливає, що розрахунки шарнірно-важільного механізму та зубчастої передачі взаємопов'язані, оскільки навантаження на передачу обчислюються з розрахунку приведеного моменту технологічних сил і на цій основі визначаються модулі зубчастих пар. Після цього можна знайти приведений момент інерції редуктора, який, у свою чергу, використовується під час розрахунку нерівномірності обертання головного вала машинного агрегату.

Розділ "Міцнісний розрахунок коліс редуктора" зображений на рис. І.І пунктиром, оскільки звичайно виконується в курсі "Деталі машин", а модуль зубчастих пар задається у завданні на проектування. Проте така постановка призводить до того, що студент не отримує повного уявлення про хід реального інженерного проектування. Тому вважається логічним як домашнє завдання з курсу "Деталі машин" розрахувати зубчасті пари редуктора, що проектується в курсовому проекті з ТММ. У цьому разі розміри передачі стають обгрунтованими.

Проектування кулачкового механізму також можна значно наблизити до реального, якщо після визначення зусиль, що навантажують кінематичні пари механізму, розрахувати вал на міцність, визначити контактні напруження у вищій парі, перевірити умову відсутності ковзання ролика.

Проектування шарнірно-важільного механізму виконується звичайно як завдання аналізу схеми із заданими геометричними параметрами.

У більшості випадків розглядається усталений рух машинного агрегату. У разі використання електродвигуна умовою отримання вірогідних результатів служить обов'язкове урахування його характеристики. Це питання докладніше розглянуто в пп. 3.4.4 і 3.4.5.

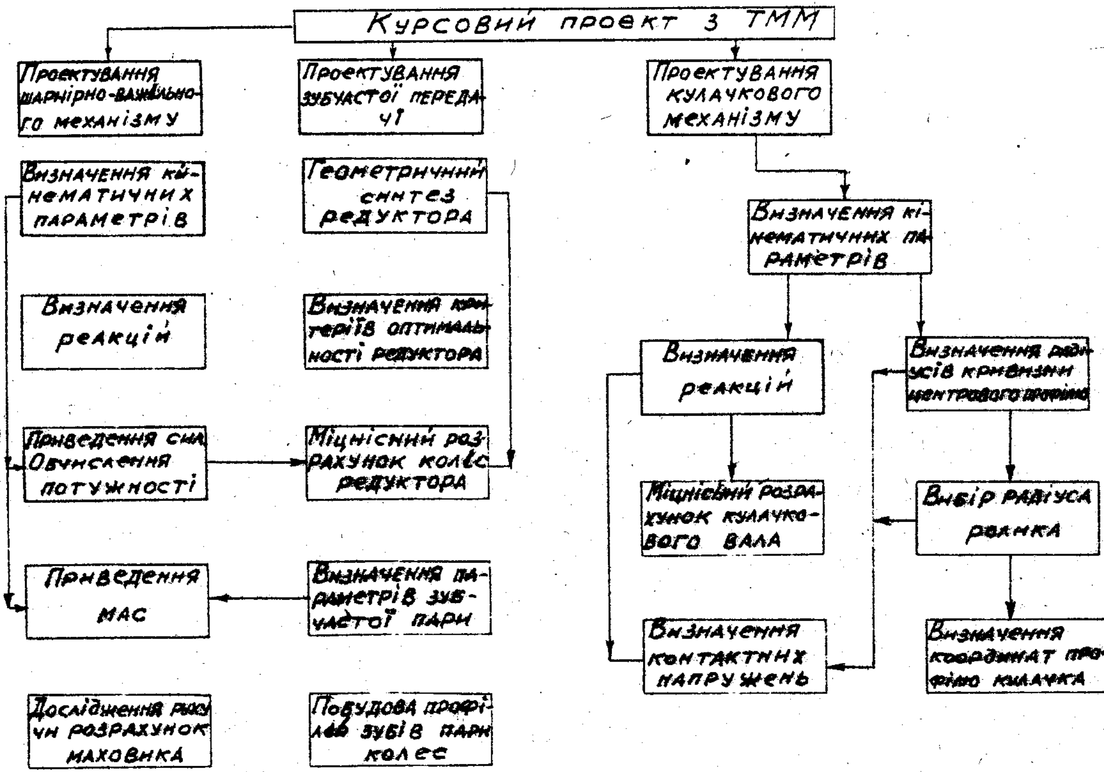

Курсовий проект з ТММ
Проектування шарнірно-важільного механізму
Проектування зубчастої передачі
Проектування кулачкового механізму
Визначення кінематичних параметрів
Визначення реакцій
Приведення сил. Обчислення потужності
Приведення мас
Дослідження руху і розрахунок маховика
Геометричний синтез редуктора
Визначення критеріїв оптимальності редуктора
Міцнісний розрахунок колес редуктора
Визначення параметрів зубчастої пари
Побудова профілів зубів пари колес
Визначення кінематичних параметрів
Визначення реакцій
Визначення радіусів кривизни центрового профілю
Міцнісний розрахунок кулачкового вала
Вибір радіуса ролика
Визначення контактних напружень
Визначення координат профілю кулачка

Рис. I.I

Проте для ряду механізмів характерним є неусталений рух. Як приклад у підрозд. 2.10 розглянуто рух механізму крана та маніпуляційної системи з оптимальним за швидкодією законом руху.

Реакції в кінематичних парах шарнірно-важільного механізму визначають методом кінетостатики. Розрахунок виконують для кількох положень /за вказівкою керівника/ з числа тих, що розглянуті в розділі кінематики. У цьому разі треба врахувати сили тертя та виконати необхідну кількість уточнюючих розрахунків.

У процесі розв'язування завдання силового розрахунку на ЕОМ може бути розглянута досить велика кількість положень, щоб знайти приведений момент тертя і визначити ККД шарнірного механізму як одного з найважливіших технічних показників.

Отримані в результаті силового розрахунку значення реакцій в кінематичних парах є вихідними для розрахунку на міцність зубчастих пар, валів і вибору підшипників /ці розрахунки виконують звичайно в курсовому проекті за деталями машин/.

У процесі роботи шарнірно-важільних механізмів виникають шкідливі динамічні явища - нерівномірність обертання головного вала та вібрація корпуса машини через незрівноваженість її мас. У ході курсового проектування студент має дослідити нерівномірності обертання чи розрахувати маховик, що знижує цю нерівномірність до припустимих значень.

1.2. Особливості проектування в разі використання ЕОМ

1.2.1. Використання ЕОМ дає змогу розв'язувати в процесі курсового проектування принципово нові завдання, розширити коло факторів, що враховуються, та скоротити час на обчислення.

Проте розв'язання будь-якого завдання з використанням ЕОМ потребує чіткого формулювання всіх дій, які має виконати машина.

Набір правил, що дають змогу отримати з вихідних даних шуканий результат, називається алгоритмом розв'язання завдання.

Для більшої наочності алгоритм можна описати за допомогою схеми, яка служить його компактним графічним уявленням.

Групи схожих операторів на схемі об"єднуються в блоки, що зображуються різними геометричними фігурами.

Умовні зображення на схемі алгоритму регламентовані ГОСТ 19.002-80 і ГОСТ 19.003-80. Найчастіше в програмах використовуються блоки, зображені на рис.1.2.

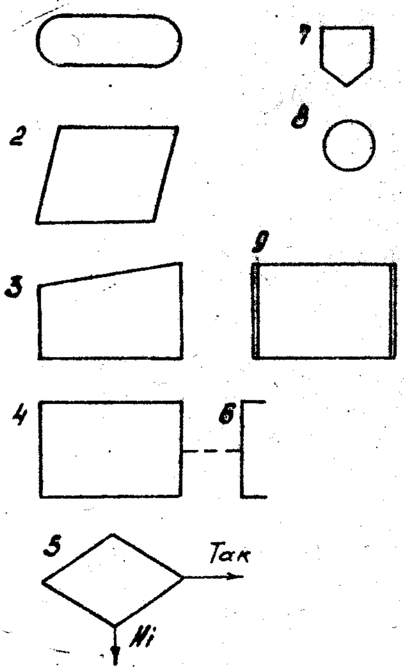


Рис. I.2

Позначення блоків: 1 - пуск або зупинка програми; 2 - виведення результатів; 3 - введення вихідних даних вручну; 4 - арифметичний блок; 5 - логічний блок; 6 - коментар; 7 - з'єднувач; 8 - міжсторінковий з'єднувач; 9 - підпрограма.

У блоку 4 використовуються головним чином оператори присвоювання. Блок 5 перевіряє записану в ньому умову і передає керування за зазначеною адресою залежно від виконання чи невиконання умови, що перевірялась.

Схема алгоритму встановлює послідовність і умови виконання машиною окремих операцій, тому природно, що схема алгоритму не залежить від типу машини, що використовується.

Для практичного виконання обчислень на основі схеми алгоритму складається програма на тій версії алгоритмічної мови, яку введено до операційної системи даної машини.

Потужні сучасні ЕОМ дають змогу працювати з кількома алгоритмічними мовами за вибором оператора.

Оскільки різні користувачі можуть працювати на різних алгоритмічних мовах, подальше викладення буде здійснено описанням схем алгоритмів.

1.2.2. Із структурно-логічної схеми проекту випливає, що його розділи пов'язані між собою і можуть бути розбиті на ряд послідовних етапів, причому вихідні дані наступних етапів - результати попередніх.

Складання окремих програм для кожного етапу недоцільне, оскільки потребує введення численних вихідних даних. Програму треба будувати так, щоб результати попереднього етапу зберігались у пам'яті ЕОМ та автоматично використовувались нею на наступних етапах. Проте практика показує, що складання й особливо налагодження* складної програми, що складається з ряду етапів, викликає суттєві утруднення, а ефективним виявляється метод поступового ускладнювання чи "нашаровування" програм.

Початково до пам'яті машини вводять лише оператори, необхідні для першого етапу /рис. I.3,а/. На друк надходять отримані результати. Їх аналізують /звичайно побудовою графіків/ і в разі позитивної оцінки програму доповнюють групою операторів, що використовуються на другому етапі. Оператори виводу замінюють. Цю ускладнену програму /рис. I.3,б/ вводять до пам'яті ЕОМ, яка виконує тепер перший і другий етапи розв'язуваного завдання. Знову аналізують результати й оператори доповнюють операторами третього етапу. Потім обчислюють перший - третій етапи /рис. I.3,в/. Програма ускладнюється доти, поки не буде розв'язано все завдання.

Згідно з наведеним описанням можуть бути, наприклад, виконані три етапи кінематичного дослідження шарнірно-важільного механізму.

Переваги методу "нашаровування": дає можливість аналізувати проміжні результати, використовувати значення величин, отриманих на попередніх етапах і які зберігаються в пам'яті машини, що звільняє від необхідності введення цих величин вручну та від помилок, що супроводжують такий процес; обмежує область пошуку помилок у програмі останнім введеним етапом.

Зміни в тексті програми легко реалізуються на сучасних ЕОМ, що працюють у режимі діалогу. Недолік описаного методу - повторення попередніх етапів у процесі виконання наступних. Проте затрати часу на повторний рахунок компенсуються скороченням затрат часу на пошуки помилок.

Якщо використана ЕОМ допускає двосторонній обмін числовою інформацією із зовнішніми носіями /магнітними дисками чи магнітною стрічкою/, обчислювальний процес можна побудувати інакше. Результати виконаного етапу після їх перевірки та аналізу виводяться на зовнішній носій і зчитуються з нього програмою наступного розділу, яка тепер є самостійною. У разі такого розв'язання попередні етапи не повторюються, що скорочує затрати машинного часу. Проте така організація обчислень потребує більшого обсягу оперативної пам'яті ЕОМ. Тому

---

* Налагодженням програми називається усунення синтаксичних і логічних помилок програми, технічних помилок, допущених при введенні програми та вихідних даних.

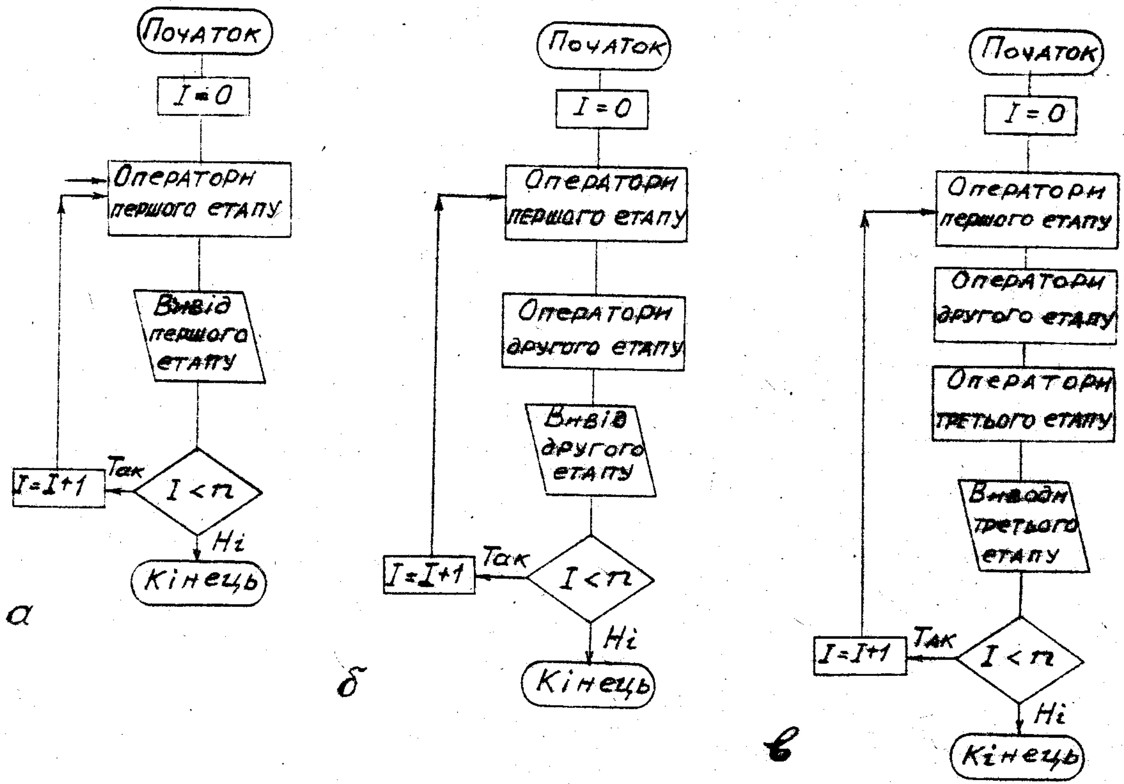

Початок
I = 0
Оператори першого етапу
Вивід першого етапу
I < n
Так
I = I+1
Ні
Кінець
а
Початок
I = 0
Оператори першого етапу
Оператори другого етапу
Вивід другого етапу
I < n
Так
I = I+1
Ні
Кінець
б
Початок
I = 0
Оператори першого етапу
Оператори другого етапу
Оператори третього етапу
Виводи третього етапу
I < n
Так
I = I+1
Ні
Кінець
в

Рис. 1.3

незалежні обчислення треба комбінувати з методом "нашаровування", тобто виводити на зовнішній носій результати кількох послідовних етапів, відлагоджених за методом "нашаровування". Наприклад, у процесі дослідження шарнірно-важільного механізму доцільно методом "нашаровування" отримати масиви значень приведеного моменту сили опору та приведеного моменту інерції і вивести їх у вигляді файла даних на зовнішній носій. Тоді, досліджуючи рух і розрахунок маховика, немає необхідності повторювати всі попередні розрахунки, що для складних механізмів займають суттєво багато часу.

У разі використання ПМК виведення інформації на зовнішній носій виключене, тому треба застосовувати метод "нашаровування" в межах, що допускає обсяг оперативної та програмної пам'яті.

І.2.3. Використовуваний алгоритм має суворо відповідати завданню, що розв'язується, та працювати за всіх можливих значень величин, які входять до використовуваних операторів. Тому, вибираючи розрахункові формули, треба користуватись тими, що дають можливість уникати аварійних зупинок ЕОМ /авостів/, або так змінювати процес обчислень, щоб уникати некоректних операцій.

Прикладом може служити визначення кута φ за значеннями його тригонометричних функцій $\sin\varphi$ і $\cos\varphi$:

$$\varphi = 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\sin\varphi}{1+\cos\varphi}\right), \qquad /1.1/$$

що є коректним при $\cos\varphi \neq -1$. Якщо $\cos\varphi \neq -1$, що відповідає $\varphi = \pi$, обчислення за /І.І/ призводять до зупинки. Тому алгоритм обчислення φ повинен мати вигляд, зображений на рис. І.4.

Деякі з використовуваних рівнянь мають кілька корнів, і алгоритм має передбачити вибір того з них, який відповідає фізичному смислу завдання, що розв'язується. Така ситуація виникає у разі визначення координат робочого профілю кулачка чи перехідної кривої зубчастого колеса. Вибір корня в цих випадках описаний в пп.4.7.2 і 5.3.2.

Ще одним прикладом може служити визначення кутів повороту ланок у разі кінематичного дослідження. Тригонометричні рівняння, що при цьому використовуються, звичайно мають на відрізку $0-2\pi$ два корені,але лише один із них - розв'язок для розглядуваного варіанта складання механізму. Це питання розглянуте в підрозд. 2.5.

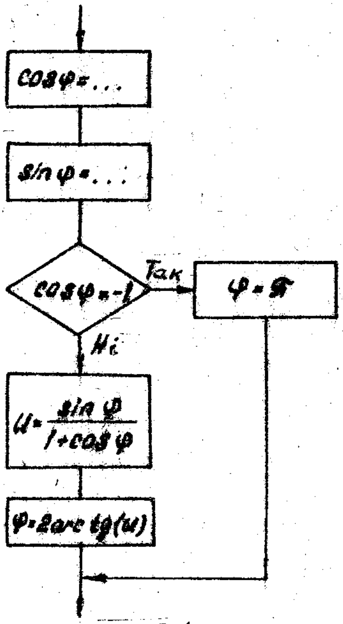


Рис. I.4

I.3. Основні типи алгоритмів, що використовуються

I.3.I. У більшості задач з теорії механізмів і машин обчислюються різні кінематичні та динамічні параметри у разі зміни положення початкової ланки.

Найпростіше розбити повний оберт на n однакових частин і всі обчислення виконати для отриманих $n+1$ положень. Алгоритм розв'язування такої задачі є циклічним із наперед заданим числом повторень. Як параметр циклу найзручніше використовувати номер відповідного положення механізму. Нумерацію положень у більшості випадків зручно починати з нуля*. Початок відліку краще помістити в одне з крайніх положень шарнірно-важільного механізму або на початок віддалення веденої ланки в кулачковому механізмі.

Найпростіший циклічний алгоритм із заданим числом повторень найкраще реалізується в програмі за допомогою оператора циклу.

У деяких випадках зручніше виконати обчислення з двома різними значеннями кроку, наприклад, розглядаючи кінематику кулісного механізму /див. рис. 2.8/, доцільно, щоб обидва крайніх положення потрапили до числа досліджуваних. Тоді

$$\Delta \varphi_n = \frac{\varphi_1}{n_1} ; \quad \Delta \varphi_2 = \frac{\varphi_2}{n_2} ,$$

де φ_1, φ_2 - кут відповідно робочого та холостого /х.х/ ходу; n_1, n_2 - число ділянок, на які розбито зазначені кути. На рис.I.5,а

---

* Від цього правила доводиться відступати, якщо програмування ведеться алгоритмічною мовою ФОРТРАН, оскільки нумерація елементів масивів у цьому разі починається з одиниці.

зображено нумерацію положень при $n_1 = 6$ і $n_2 = 4$. У цьому разі схема алгоритму має вигляд, показаний на рис. І.5,б. Її зручніше реалізувати за допомогою двох операторів умовного переходу, що перевіряють умови блоків 4 і 5.

Аналогічною постановка задачі буде при розгляданні ділянок віддалення та зближення веденої ланки кулачкового механізму /див. п.5.2.3/.

У разі використання методу чисельного диференціювання в задачах кінематики виникає необхідність чергування розрахунку з "дрібними" та "крупними" кроками /див. підрозд. 2.9/. У цьому разі цикл зміни φ з "дрібним" кроком утворює внутрішній цикл, а зміна φ з "крупним" кроком виконується у зовнішньому циклі. Таким чином, алгоритм цієї задачі складається з двох вкладених циклів.

І.3.2. Серед завдань курсового проектування окрім описаних циклічних алгоритмів із заданим числом повторень є такі, в яких число повторних обчислень наперед невідоме та припинити їх треба за досягнення заданої точності.

Алгоритм, в якому вихід із циклу відбувається за досягнення заданої точності обчислень, називається ітераційним.

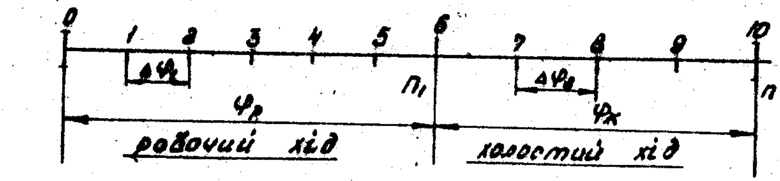
Прикладами ітераційних алгоритмів, що зустрічаються в курсовому проектуванні, можуть служити силовий розрахунок з урахуванням сил тертя, описаний у п. 3.2.7, та дослідження нерівномірності обертання машинного агрегату з урахуванням характеристики електродвигуна /див. п. 3.4.3/. Найпростішим прикладом ітераційного алгоритму є алгоритм розв'язання нелінійного рівняння за методом Ньютона /використаний у п. 4.6.3/ для визначення кута α_w зачеплення передачі із зміщенням. У загальному вигляді задача формулюється так.

Необхідно знайти корінь нелінійного рівняння $F(x) = 0$ з такою точністю, щоб різниця між двома послідовними наближеннями /з номерами i та $i+1$ / не перевищувала заданого значення ε .

Якщо використовується метод Ньютона [20] , то розрахункова формула має вигляд

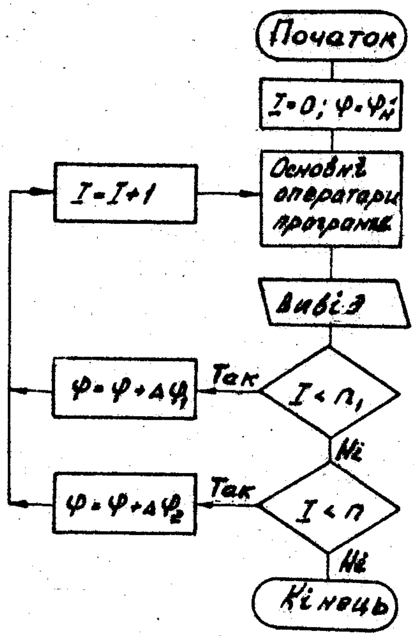
$$X_{i+1} = X_i - \frac{F(X_i)}{F'(X_i)}, \qquad /І.2/$$

де $F(X_i)$, $F'(X_i)$ - значення лівої частини вихідного рівняння та її похідної в точці X_i; X_i, X_{i+1} - значення кореня під час ітерації з номером відповідно i та $i+1$.



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Δφ₁
n₁
Δφ₂
n
φр
φх
робочий хід
холостий хід

а



Початок
I=0; φ=φн
I=I+1
Основні оператори програми
Вивід
Так
I < n₁
Ні
φ=φ+Δφ₁
Так
I < n
Ні
φ=φ+Δφ₂
Кінець

б

Рис. I.5

Схему алгоритму розв'язання нелінійного рівняння за методом Ньютона зображено на рис. І.6.

І.3.3. Ефективний засіб отримання компактних програм – використання підпрограм [25].

Якщо в ході розв'язання задачі необхідно виконати кілька обчислень за одними й тими самими формулами, але з різними наборами вихідних даних, ці обчислення можна винести до підпрограми.

Наприклад, у п. 3.2.9 другий і третій етапи кінематичного дослідження групи Ассура зводяться до розв'язання системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь. Тоді, обчисливши всі вихідні дані для розв'язання системи на другому етапі, треба звернутись до підпрограми й отримати шукані значення швидкості /або кутової швидкості/. Потім підготувати аналогічні коефіцієнти для обчислення прискорень і вдруге звернутись до підпрограми для отримання шуканих /кутових/ прискорень.

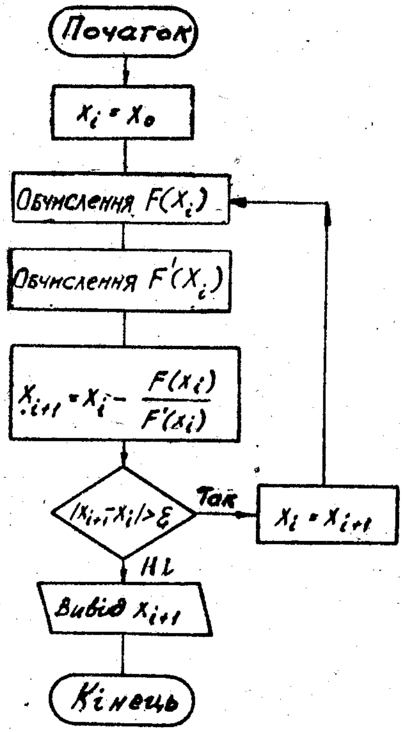


Рис. І.6

Програмне забезпечення сучасних ЕОМ містить у собі стандартні підпрограми для реалізації основних чисельних методів /наприклад, підпрограми розкриття визначників, перемноження матриць, обчислення певних інтегралів, інтегрування диференціальних рівнянь і т.д./, які можна застосовувати в різних завданнях курсового проекту.

У процесі обчислень на ПМК "Электроника МК-52" можна використовувати типові програми, що зберігаються в блоку розширення пам'яті БРП-3.

Відзначимо ще одну можливість застосування підпрограм [12], які зручно використовувати тоді, коли в програмі можна виділити дві групи операторів: загальні для певного типу механізмів і характерні для даного конкретного механізму. Тоді першу групу операторів оформлюють у вигляді основної програми, а другу виносять до підпрограми. У цьому разі розрахунки для різних механізмів вимагатимуть лише внести зміни до змісту підпрограми. Основна програма буде універсальною, придатною для дослідження всіх механізмів даного типу.

Таке розв'язання можливе, наприклад, у разі використання чисельного диференціювання для кінематичного дослідження шарнірно-важільних механізмів.

2. КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ШАРНІРНО-ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ ІЗ ДВОЛАНКОВИМИ ГРУПАМИ АССУРА

2.1. Постановка задачі кінематичного дослідження

Мета кінематичного дослідження - визначити координати, швидкості та прискорення осей шарнірів, кути повороту, кутові швидкості та прискорення ланок для ряду положень початкової ланки.

Для розв'язання задачі кінематичного аналізу необхідно, щоб були задані постійні геометричні параметри, які визначають його кінематичну схему. Цей набір параметрів будемо називати метрикою механізму. Метрику складають довжини ланок, координати нерухомих точок і параметри, що визначають положення напрямних.

Наприклад, кінематичну схему стругального верстата зображено на рис. 2.1. Його метрику складають довжини ланок ℓ_1, ℓ_c, ℓ_y й ординати y_o, y_D. Усі параметри, що входять до метрики, геометричні, тобто від закону руху не залежать.

Крім метрики механізму для виконання кінематичного аналізу має бути задано закон руху початкової ланки, тобто його кут повороту φ, кутова швидкість ω та кутове прискорення ε. Для більшості механізмів найважливішим є дослідження усталеного руху механізму, за якого $\omega = const$. У цьому разі розглядається ряд положень механізму, що відповідають зміні φ з постійним кроком.

Іноді, наприклад, у процесі вивчення кінематики маніпуляційних систем, треба розглянути рух механізму між його зупинками у заданих положеннях. При цьому розглядаються положення механізму через однакові проміжки часу. Неусталений рух механізму буде розглянуто окремо в підрозд.2.10.

Більшість плоских механізмів, що використовуються в техніці, складаються з кількох дволанкових груп Ассура. У подальшому розглядаються механізми цього класу. Кінематичне дослідження механізму будь-якої складності можна виконувати у разі послідовного розглядання груп Ассура, що входять до нього. Попередньо в складі механізму треба виділити групи Ассура, тобто здійснити його структурний аналіз.

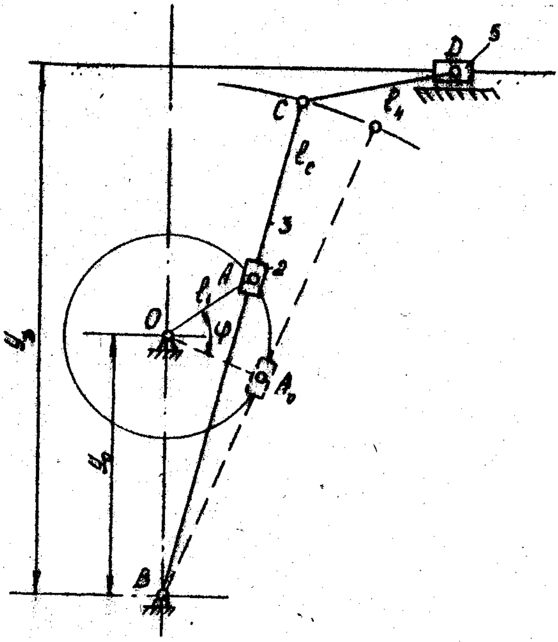


Рис. 2.I

2.2. Структурний аналіз плоских механізмів

Щоб розв'язати завдання структурного аналізу, використовуємо структурну схему механізму [3].

Структурна схема механізму – це його спрощене зображення, яке відбиває лише зв'язки між ланками. Поступальні та обертальні кінематичні пари зображуються на структурній схемі однаково – у вигляді шарнірів.

Ланка на структурній схемі зображується у вигляді многокутника з довільно розташованими сторонами. Число вершин многокутника дорівнює числу пар, до яких входить ця ланка.

Покажемо на прикладі механізму двигуна з компресором побудову структурної схеми та виділення на ній груп Ассура. Кінематичну схему механізму зображено на рис. 2.2,а, з якого видно, що ланки 2 і 5 входять до трьох груп, тому на структурній схемі /рис. 2.2,б/ вони зображені у вигляді трикутників. Решта ланок входять до двох пар і тому зображені у вигляді відрізків.

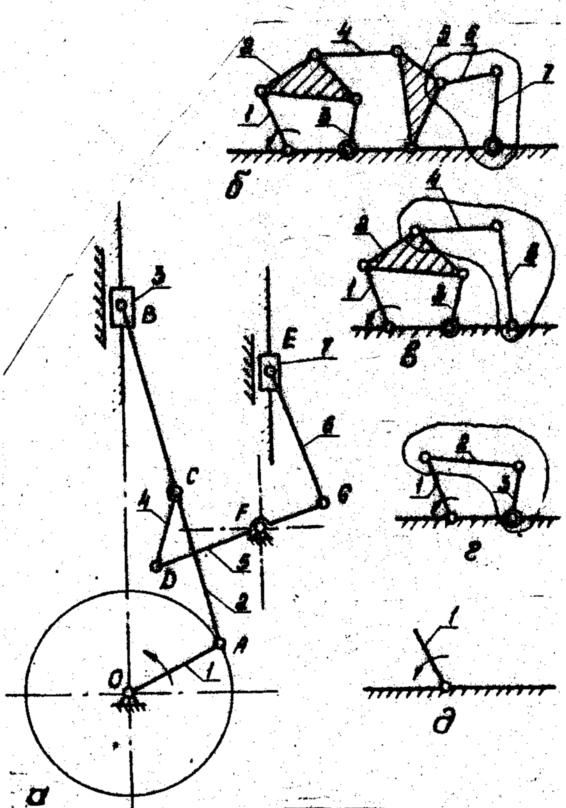


Рис.2.2

На структурній схемі показано десять кінематичних пар, утворених тими самими ланками, що й на кінематичній схемі.

У процесі визначення груп Ассура на структурній схемі необхідно мати на увазі, що стояк і початкову ланку не треба включати до груп.

Крім того, після виділення групи частина, що залишилась, має зберігати властивості механізму.

Першою виділимо групу /6, 7/. Тоді кінематичний ланцюг, що залишився, задовольняє зазначеній вимозі /рис. 2.2,в/. Після цього можна виділити групу /4, 5/ і, нарешті, групу /2, 3/. Таким чином, встановлено, що механізм було утворено послідовним під'єднанням до стояка та початкової ланки трьох дволанкових груп Ассура.

Дволанкові групи Ассура містять три кінематичні пари. За розташуванням у групі будемо розподіляти їх на середні та крайні. Наприклад, у групі /6, 7/ розглянутого механізму пари 5, 6 і 0, 7 є крайніми, а пара 6, 7 – середньою.

Залежно від числа та розташування поступальних пар дволанкові групи Ассура можна розподілити на п'ять видів [3].

У розглядуваному прикладі в групах /6, 7/ і /2, 3/ крайня пара є поступальною. Група /4, 5/ складається з трьох обертальних пар /див. рис. 2.2,б/.

Введемо поняття вихідного кінематичного ланцюга для кожної з груп, що утворюють механізм. На рис. 2.2,б для групи /2, 3/ вихідний ланцюг – це стояк та початкова ланка, для групи /4, 5/ – механізм, що складається з ланок 0, 1, 2, 3, а для групи /6, 7/ – механізм із ланок 0, 1, 2, 3, 4, 5. З цього прикладу випливає, що вихідний ланцюг для групи утворює механізм, що складається із стояка, початкової ланки та груп, приєднаних раніше /табл. 2.1/.

Таблиця 2.1

Група Ассура	Вихідний ланцюг	Точки приєднання
/2, 3/	0, 1	A_1, B_0
/4, 5/	0, 1, 2, 3	C_2, F_0
/6, 7/	0, 1, 2, 3, 4, 5	G_5, E_0

Виділимо на кінематичній схемі точки приєднання груп до вихідного ланцюга /див. табл. 2.1/. Якщо група приєднується до вихідного ланцюга поступальною парою, то точкою приєднання беремо точку вихідного ланцюга, що збігається в даний момент з віссю обертальної пари. У розглядуваному прикладі точкою приєднання ланки 3 до стояка вважаємо точку B_0, а в групі /6, 7/ точкою приєднання ланки 7 до стояка - точку E_0.

2.3. Етапи кінематичного дослідження груп Ассура

Задачу кінематичного дослідження розв"язують послідовним розгляданням груп Ассура, що утворюють механізм. Першою розглядають групу, приєднану до початкової ланки. Потім вивчають групи в порядку їх приєднання при утворенні механізму. Отже, дослідження кожного механізму можна поділити на стільки частин, скільки груп входить до його складу. У свою чергу, дослідження кожної групи складається з ряду послідовних етапів.

На підготовчому етапі визначають координати, швидкості та прискорення точок приєднання групи. Для цього використовують заданий закон руху початкової ланки, якщо розглядають першу приєднану групу, чи кути повороту, кутові швидкості та кутові прискорення ланок, знайдені у процесі дослідження попередньої групи. В окремому випадку, якщо точка приєднання групи є нерухомою, її координати входять до числа вихідних даних, а швидкість та прискорення дорівнюють нулю.

У розглядуваному прикладі /див. рис. 2.2/ на підготовчому етапі дослідження групи /4, 5/ визначають координати, швидкість і прискорення точки C.

Друга точка приєднання цієї групи - точка F_0 - є нерухомою, її координати задані, а швидкість і прискорення дорівнюють нулю.

На першому етапі визначають координати осей шарнірів і кути повороту ланок, що утворюють групу, на другому етапі - швидкості осей шарнірів і кутові швидкості ланок, на третьому - прискорення осей шарнірів і кутові прискорення ланок.

Виконуючи підготовчий етап, використовують залежності для ланок вихідного ланцюга, на першому та наступних етапах - для ланок розглядуваної групи.

Наприклад, досліджуючи групу /4, 5/ механізму, схему якого зображено на рис. 2.2, на підготовчому етапі знаходять координати, проекції швидкості та прискорення точки приєднання C_2; при цьому користуються знайденими раніше значеннями φ_2, ω_2, ε_2, що характеризують рух вихідного ланцюга. На першому - третьому етапах записують рівняння кінематики для ланок 4 і 5, що утворюють досліджувану групу Ассура.

Якщо одна чи обидві крайні групи є поступальними, то координати точки приєднання визначають на першому етапі дослідження групи. У розглядуваному прикладі координати точки B_e приєднання групи /2, 3/ визначають на першому етапі її дослідження. Для цього треба записати рівняння для ланок 2 і 3, що утворюють групу.

2.4. Методи кінематичного дослідження механізмів

Найпростіше перший етап дослідження виконувати графічними побудовами та після цього графічним диференціюванням отриманої функції визначати швидкість потрібної точки, а потім повторним графічним диференціюванням – її прискорення.

Такий метод не характеризується достатньою точністю. Похибка у визначенні прискорення може досягати 50-60 %. Тому в подальшому воно не розглядається.

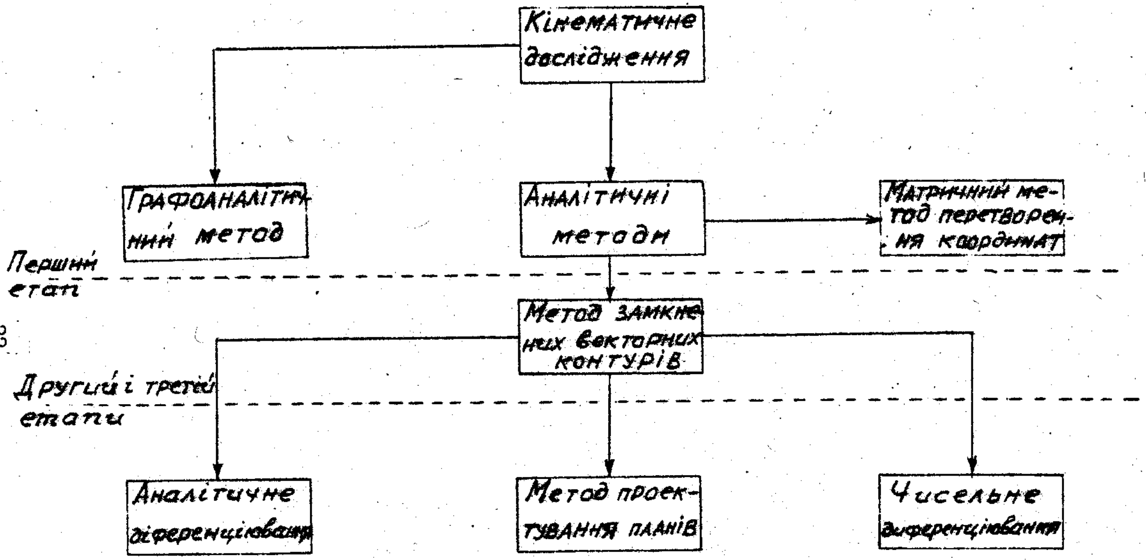
Графоаналітичний метод планів має помірну трудомісткість, яка є прямо пропорційною числу розглядуваних положень механізму. Точність методу обмежена 2-3 % і значною мірою залежить від акуратності виконання графічних побудов і вдалого вибору масштабів.

Аналітичне розв'язання передбачає використання ЕОМ будь-яких типів, починаючи з ПМК. Основні затрати часу йдуть на складання та відлагодження програми і від кількості розглядуваних положень не залежать. Затрати часу безпосередньо на обчислення є незначними. Точність отримуваного розв'язку навіть перевищує необхідну в процесі технічних розрахунків.

Якщо використовується аналітичний метод, то на першому етапі можна застосувати або метод замкненого векторного контуру, запропонований Зиновєвим [17], або метод перетворення координат з використанням апарату матриць [26]. Останній метод розроблявся для просторових кінематичних ланцюгів маніпуляторів, а використання його для плоских механізмів може бути громіздким.

Використовуючи на першому етапі метод Зинов'єва, другий і третій етапи можна використовувати по-різному /рис. 2.3/.

Оскільки мова йде про визначення похідних, а аналітичний вираз функції положення $S(\varphi)$ знайдено на першому етапі, цю формулу можна продиференціювати та знайти S' і S'' [37; 38]. Принципово такий розв'язок можна знайти завжди, але отримувані формули дуже громіздкі і їх перевірка можлива лише в разі повторного виведення.



Кінематичне дослідження
Графоаналітичний метод
Аналітичні методи
Матричний метод перетворення координат
Перший етап
Метод замкнених векторних контурів
Другий і третій етапи
Аналітичне диференціювання
Метод проектування планів
Чисельне диференціювання

Рис. 2.3

Другим є метод проектування планів швидкостей і прискорень на координатні осі [12]. У цьому разі кожний доданок отриманих рівнянь має явно виражений фізичний смисл, тому їх легко контролювати. Проте для кожного виду групи Ассура треба скласти свій алгоритм розв'язання.

Найпростіше розв'язати завдання другого та третього етапів методом чисельного диференціювання $S(\varphi)$, знайденого на першому етапі [19]. Щоб отримати допустиму похибку, необхідно дотримуватись таких умов.

1. Значення $S(\varphi)$ треба визначити з точністю до шести знаків після коми.

2. Крок між сусідніми положеннями механізму має бути досить малим.

Практика показує, що його оптимальне значення становить 1,5... ...2,0^0 кута повороту початкової ланки.

Головні переваги методу - універсальність і простота використовуваних формул. Це дає змогу застосовувати основні блоки програми для будь-яких механізмів, замінюючи лише зміст блоку обчислення $S(\varphi)$.

Недолік розглядуваного методу - необхідність обчислення трьох значень $S(\varphi)$ для того, щоб отримати одне значення швидкості та прискорення. Це подовжує час рахунку. Проте це подовження є суттєвим лише в разі використання ПМК.

Розглянемо аналітичні методи, в основі яких лежить метод замкненого векторного контуру.

2.5. Перший етап кінематичного дослідження. Варіанти складання

2.5.1. Розглянемо спочатку графічне розв'язання цього етапу задачі на прикладі кривошипно-повзунного механізму. Нехай треба знайти положення механізму, що відповідає заданому значенню кута φ повороту кривошипа. Цей кут будемо відліковувати проти годинникової стрілки від одного з крайніх положень механізму. Метрика механізму /рис. 2.4/ складається з трьох лінійних розмірів: ℓ_1 - довжини кривошипа; ℓ_2 - довжини шатуна; e - відстані від осі повзуна до осі кривошипа /ексцентриситет/.

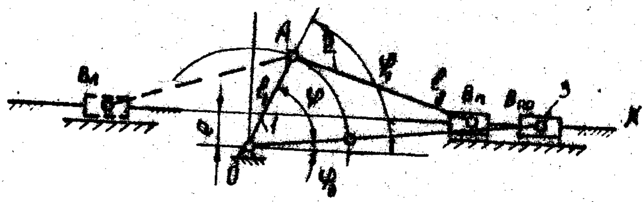


Рис. 2.4

Для графічного розв'язання вибираємо довільну точку O як вісь обертання кривошипа, відкладаємо по вертикалі відстань e і проводимо горизонтальну пряму XX – напрямну повзуна 3. Методом засічок визначаємо спочатку крайнє положення механізму, а потім решту його положень, що відповідають заданим значенням кута φ.

Для кожного значення φ задача має два розв'язки. Точки $B_п$ і $B_л$ відповідають двом варіантам складання механізму. В умові на проектування має бути обумовлено, який із варіантів необхідно розглянути.

Задача може зовсім не мати розв'язків. Наприклад, якщо $\ell_1 - \ell_2 > e$, то за деяких значень φ розв'язків немає, тобто механізм не прокручується. Якщо $\ell_1 + \ell_2 < e$, то механізм зовсім існувати не може.

2.5.2. У разі аналітичного розв'язання задачі [17] введемо нерухому систему координат /рис. 2.5/, початок якої сумістимо з віссю кривошипа O, а вісь X опрямуємо паралельно осі поступальної пари.

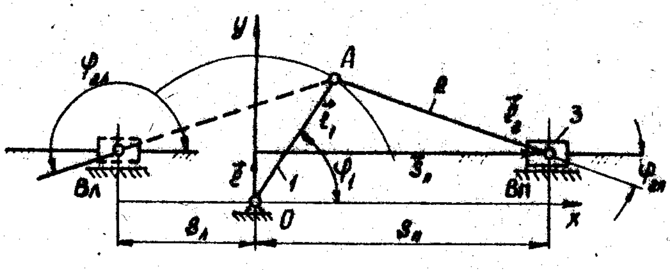


Рис. 2.5

Введемо напрямні вектори ℓ_1 і ℓ_2 ланок 1 і 2, що збігаються з їх осями. Крім того, введемо вектори $\vec{e}$ і $\vec{S}$. Останній задає положення точки B на осі повзуна. Кутом повороту ланки будемо вважати кут між віссю OX і напрямним вектором, що відліковується проти годинникової стрілки. Тому кут $\varphi_{2п}$, показаний на рис. 2.5, треба вважати негативним. У разі правого варіанта складання $\pi/2 < \varphi_2 < \pi/2$, у разі лівого $\pi/2 < \varphi_2 < 3\pi/2$.

Складемо рівняння замкненого векторного контуру:

$$\ell_1 + \ell_2 = \vec{e} + \vec{S}. \qquad /2.1/$$

Вектори, що входять до цього рівняння, складають з віссю OX кути $\varphi_1, \varphi_2, \pi/2, D$. Тому, проектуючи їх на осі OX і OY, дістаємо

$$\ell_1 \cos\varphi_1 + \ell_2 \cos\varphi_2 = S; \qquad /2.2/$$

$$\ell_1 \sin\varphi_1 + \ell_2 \sin\varphi_2 = e. \qquad /2.3/$$

У ці рівняння входять два невідомих - кут φ_2 і відрізок S. Із /2.3/ визначаємо

$$\sin\varphi_2 = \frac{e - \ell_1 \sin\varphi_1}{\ell_2} = U_2. \qquad /2.4/$$

Якщо механізм прокручується, то $|U_2| < 1$ і формула /2.4/ є коректною. Побудуємо графік залежності $\sin\varphi_2$ від φ_2 /рис. 2.6/.

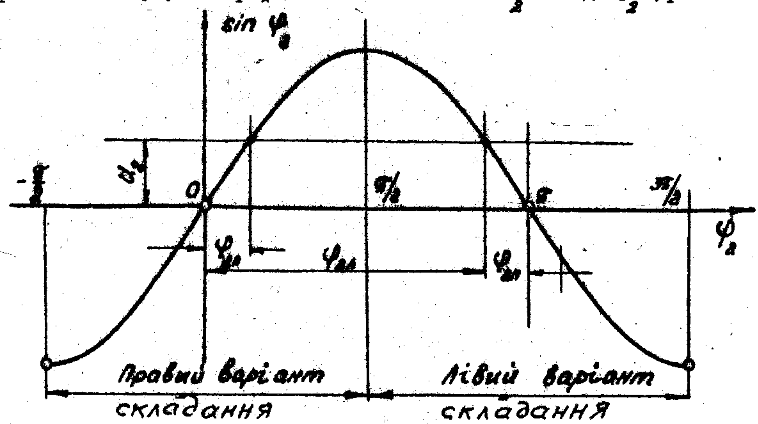


Рис. 2.6

Відзначимо області значень φ_2, що відповідають правому та лівому варіантам складання. Проводячи лінію $\sin\varphi_2 = U_2$, дістаємо дві точки її перетину із синусоїдою. З рис. 2.6 випливає, що коли умови прокручування виконуються, то рівняння /2.4/ має два розв'язки:

першийй

$$\varphi_{2п} = \arcsin(U_2) \qquad /2.5/$$

відповідає правому варіанту складання;

другий

$$\varphi_{2Л} = \pi - \arcsin(U_2) \qquad /2.6/$$

відповідає лівому.

Після визначення φ_2 знаходимо S за /2.2/.

Якщо за аргумент доцільно використовувати кут φ /див.рис.2.4/ повороту кривошипа, що відліковується від крайнього положення механізму, треба використовувати формулу

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_0,$$

де φ_0 - кут, який складає кривошип з віссю OX у крайньому положенні механізму,

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{e}{\ell_1+\ell_2}\right). \qquad /2.7/$$

2.5.3. Значно складніше розв'язання першого етапу для групи Ассура з трьома обертальними парами. Прикладом механізму, що містить таку групу, служить шарнірний чотириланковик /рис. 2.7/.

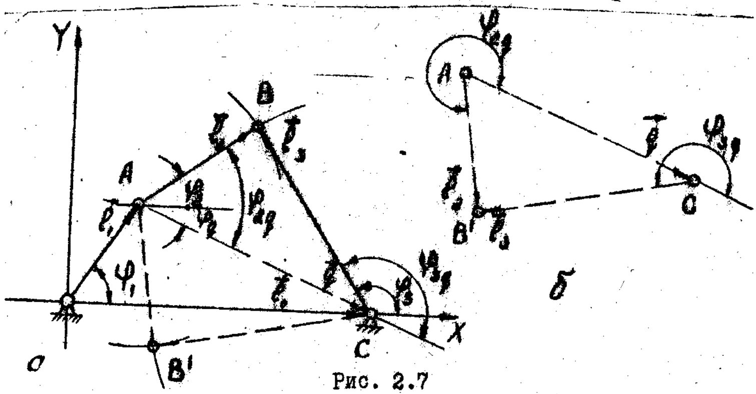


Рис. 2.7

Якщо задано довжини ланок l_0, l_1, l_2, l_3 і кут φ_1 повороту ланки I, то можна знайти положення точки A. Положення шарніра B визначається як точка перетину окружностей з радіусами l_2 і l_3, центри яких лежать у точках A і C. Зазначені окружності або перетинаються в двох точках B і B', або не перетинаються, що відповідає непрокручуваності механізму.

Розглянемо випадок, коли є два розв'язки, що відповідають двом варіантам складання. Введемо допоміжний вектор $\vec{q}$, що з'єднує точки A і C, і відзначимо кут φ_{2q} між векторами $\vec{q}$ і $\vec{l}_2$. Один із варіантів складання характеризується тим, що в нього $\varphi_{2q} > 0$ /шарнір у точці B /. Цей варіант складання будемо називати позитивним. Інший варіант /точка B' /, в якого $\varphi_{2q} < 0$, будемо називати негативним.

Проекції вектора $\vec{q}$ на координатні осі

$$q_x = X_C - X_A; \qquad q_y = y_C - y_A .$$

Тоді модуль вектора

$$q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}, \qquad /2.8/$$

а кут φ_q, який цей вектор складає з віссю OX, визначається його тригонометричними функціями

$$\cos\varphi_q = \frac{q_x}{q}; \qquad \sin\varphi_q = \frac{q_y}{q} .$$

Із залежності

$$tg\left(\frac{\varphi_q}{2}\right) = \frac{\sin\varphi_q}{1+\cos\varphi_q} = \frac{q_y}{q+q_x}$$

визначимо кут

$$\varphi_q = 2arctg\left(\frac{q_y}{q+q_x}\right) . \qquad /2.9/$$

Остання формула є некоретною при $q + q_x = 0$. Тому перед тим, як її використовувати, треба перевірити, чи не перетворюється на нуль $q + q_x$, і якщо так, то присвоїти φ_q значення π. Подальше розв'язання залежить від варіанта складання.

Розглянемо спочатку позитивний варіант, коли ланки 2 і 3 утворюють $\triangle ABC$ /рис. 2.7,а/. У цьому разі

$$0 < \varphi_{2q} < \pi; \quad 0 < \varphi_{3q} < \pi.$$

Застосуємо двічі теорему косинусів до $\triangle ABC$:

$$\ell_3^2 = q^2 + \ell_2^2 - 2\ell_2 q \cos\varphi_{2q}; \qquad /2.10/$$

$$\ell_2^2 = q^2 + \ell_3^2 - 2\ell_3 q \cos(\pi - \varphi_{3q}). \qquad /2.11/$$

Звідси

$$\cos\varphi_{2q} = (\ell_2^2 - \ell_3^2 + q^2)/2\ell_2 q = Z_2; \qquad /2.12/$$

$$\cos\varphi_{3q} = (\ell_2^2 - \ell_3^2 - q^2)/2\ell_3 q = Z_3. \qquad /2.13/$$

У разі негативного варіанта складання /рис. 2.7,б/ можливі межі зміни значень φ_{2q} і φ_{3q} визначаються нерівностями

$$\pi < \varphi_{2q} < 2\pi; \quad \pi < \varphi_{3q} < 2\pi.$$

Кути $\triangle AB'C$, що є протилежними сторонам AB' і $B'C$, відповідно дорівнюють $2\pi - \varphi_{2q}$ і $\varphi_{3q} - \pi$. Тому до рівнянь, які є аналогічними /2.13/ і /2.14/, увійдуть тригонометричні функції

$$\cos(2\pi - \varphi_{2q}) = \cos\varphi_{2q}; \quad \cos(\varphi_{3q} - \pi) = \cos\varphi_{3q}.$$

Отже, ці рівняння збігаються з рівняннями /2.10/ і /2.11/, а вирази /2.12/ і /2.13/ можна використовувати для обчислення $\cos\varphi_{2q}$ і $\cos\varphi_{3q}$ за обох варіантів складання.

Відомо, що рівняння

$$\cos\varphi = Z \qquad /2.14/$$

на відрізку $[0, 2\pi]$ має два корені, один з яких дорівнює $\arccos(Z)$ і відповідає позитивному варіанту складання, а інший дорівнює $2\pi - \arccos(Z)$ і відповідає негативному варіанту. Тому в першому випадку

$$\varphi_{2q} = \arccos(Z_2), \quad \varphi_{3q} = \arccos(Z_3), \qquad /2.15/$$

у другому

$$\varphi_{2q} = 2\pi - \arccos(Z_2), \quad \varphi_{3q} = 2\pi - \arccos(Z_3). \qquad /2.16/$$

Із рис. 2.7 випливає, що в обох випадках

$$\varphi_2 = \varphi_q + \varphi_{2q} ; \qquad \varphi_3 = \varphi_q + \varphi_{3q} .$$

Ураховуючи /2.15/, /2.16/ та відкидаючи у другому випадку 2π, дістаємо

$$\varphi_2 = \varphi_q \pm \arccos(Z_2); \quad \varphi_3 = \varphi_q \pm \arccos(Z_3), \qquad /2.17/$$

де верхні знаки відповідають позитивному варіанту, а нижні - негативному.

Розглянемо тепер умову прокручуваності механізму. Відомо [24, с. 24] , що цю умову вперше сформулював Ф.Грасгоф. Щоб ланка 1 була кривошипом /тобто могла здійснити повний оберт/, мають виконуватись умови

$$\begin{aligned} & \ell_0 + \ell_1 < \ell_2 + \ell_3 ; \\ & |\ell_0 - \ell_1| < |\ell_2 - \ell_3| , \end{aligned} \qquad /2.18/$$

які необхідно перевірити до початку обчислень у циклі. Якщо ці умови не виконуються, треба змінити геометричні параметри механізму.

2.5.4. Розглянемо розв'язання для кулісного механізму, схему якого зображено на рис. 2.8,а.

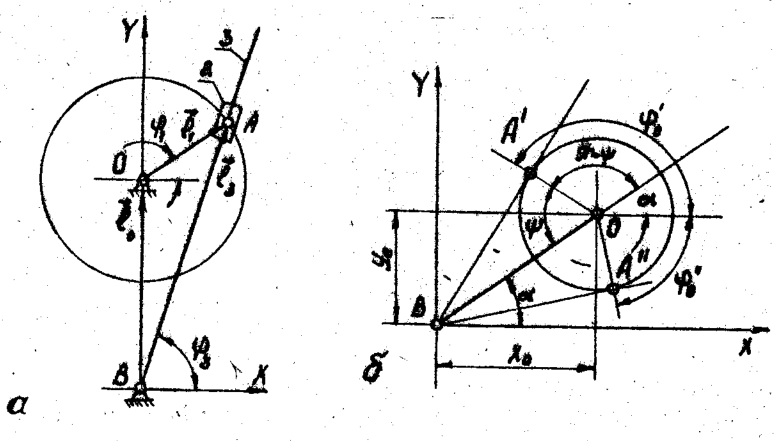


Рис. 2.8

Рівняння замкненого контуру OAB має вигляд

$$\vec{l}_0 + \vec{l}_1 = \vec{l}_3 .$$

Вектори l_0, l_1, l_3 складають з віссю X кути $\pi/2, \varphi_1, \varphi_3$. Тому, проектуючи на осі OX і OY, дістаємо

$$\begin{cases} l_1 \cos\varphi_1 = l_3 \cos\varphi_3 ; & /2.19/ \\ l_0 + l_1 \sin\varphi_1 = l_3 \sin\varphi_3 . & /2.20/ \end{cases}$$

Підносячі праві та ліві частини рівнянь /2.19/ і /2.20/ до квадрату і склавши їх, отримуємо

$$l_3 = \sqrt{(l_1\cos\varphi_1)^2 + (l_0 + l_1\sin\varphi_1)^2} .$$

Тоді

$$\cos\varphi_3 = l_1\cos\varphi_1 / l_3 ; \quad \sin\varphi_3 = (l_0 + l_1\sin\varphi_1)/l_3 .$$

Щоб визначити кут φ_3, необхідно використати формулу /2.19/. Розглядуваний кулісний механізм має лише один варіант складання і завжди прокручується. Співвідношення $l_0 > l_1$ або $l_0 < l_1$ визначає, що буде робити куліса 3: коливатись або обертатись. Визначимо кут φ_0 для кулісного механізму у разі довільного положення точки O на площині /рис. 2.8,б/. Нехай її декартовими координатами будуть x_0 і y_0. Тоді полярні координати цієї точки

$$l_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} ;$$

$$\alpha = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{y_0}{l_0 + x_0}\right) .$$

Покажемо два крайніх положення кулісного механізму, яким відповідають точки A' і A''. Із $\triangle BOA$ дістаємо

$$\psi = \arccos\left(\frac{l_1}{l_0}\right) .$$

Тоді кут $\varphi_0 = \alpha \pm (\pi - \psi)$ визначає два крайніх положення розглядуваного механізму.

2.5.5. У наведених прикладах досліджувану групу безпосередньо приєднано до кривошипа. Тому координати точки приєднання A визначались його кутом повороту.

Якщо розглядається механізм, який складається з кількох груп Ассура, то в першій частині необхідно розв'язати задачу про положення першої приєднаної групи, після чого переходити до розглядання другої та наступних груп.

Як приклад розглянемо перший етап для механізму довбального верстата /рис. 2.9/, що містить групи Ассура /2, 3/ і /4, 5/.

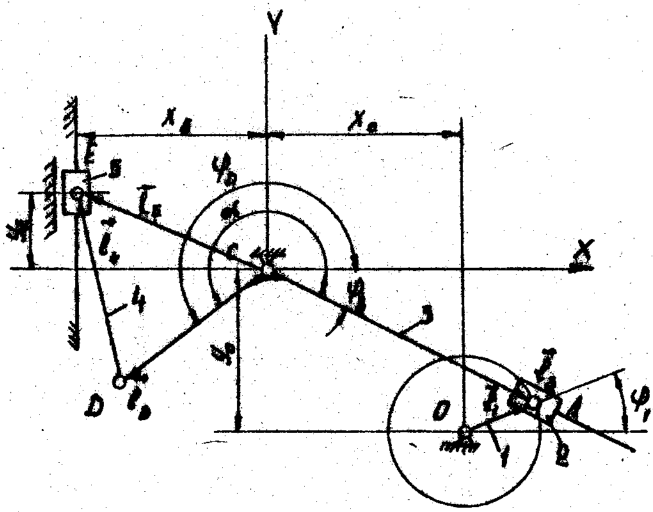


Рис. 2.9

Розв'язання задачі для групи /2, 3/ аналогічне розглянутому. У результаті буде знайдено кут φ_3. На підготовчому етапі дослідження групи /4, 5/ скористаємось знайденим значенням φ_3 для визначення кута φ_D, що задає положення вектора ℓ_D:

$$\varphi_D = \varphi_3 + \alpha . \qquad /2.21/$$

Координати точки D приєднання групи /4, 5/

$$x_D = \ell_D \cos\varphi_D ; \quad y_D = \ell_D \sin\varphi_D . \qquad /2.22/$$

Якщо на кресленні виділити контур CDE, то умова замкненості має вигляд

$$\vec{\ell}_D + \vec{\ell}_4 = \vec{\ell}_E ;$$

проекції складових векторів контуру на осі X і Y

$$\begin{cases} x_D + \ell_4 \cos\varphi_4 = x_E ; & /2.23/ \\ y_D + \ell_4 \sin\varphi_4 = y_E . & /2.24/ \end{cases}$$

У цій системі шуканими є φ_4 і y_E. Із /2.23/ випливає, що

$$\cos\varphi_4 = \frac{x_E - x_D}{\ell_4} = \mathcal{Z}_4 . \qquad /2.25/$$

У розглядуваному механізмі $0 < \varphi_4 < \pi$, тобто лежить в області визначення функції $arccos\,\varphi_4$. Тому

$$\varphi_4 = arccos(\mathcal{Z}_4) . \qquad /2.26/$$

Із рівняння /2.24/ визначаємо y_E. Якщо $|x_E - x_D| > \ell_4$, механізм не прокручується і використання формули /2.26/ приводить до збою.

2.5.6. Якщо осі поступальних пар у розглядуваному механізмі не утворюють кут 90° або є непаралельними, необхідно ввести дві системи координат і використовувати формули переходу в разі повороту осей. Як приклад розглянемо перший етап дослідження V-подібного двигуна з причепним шатуном*.

Кінематичну схему механізму зображено на рис. 2.10. Кут повороту кривошипа φ відраховуємо від нижньої мертвої точки правого циліндра. Тоді $\varphi_0 = \pi$.

Робочий процес двигуна висуває такі вимоги до метрики групи /4, 5/. По-перше, поршень 5 має приходити до свого крайнього верхнього положення при $\varphi_1 = \beta$. У цей момент відрізки ℓ_1, ℓ_c, ℓ_4 мають розташовуватись уздовж осі X_5 /рис. 2.10,б/. Для цього кут α має задовольняти умові

$$\alpha = -\varphi_{23}(\beta) ,$$

де $\varphi_{23}(\beta)$ – кут між віссю X_3 і віссю шатуна 2 при $\varphi = \beta$.

По-друге, при $\varphi_1 = \beta$ відстань між точками O і D має дорівнювати відстані між O і B при $\varphi_1 = 0$, тобто $\ell_1 + \ell_2$. Отже, має виконуватись умова $\ell_c + \ell_4 = \ell_2$.

---

* Таку схему мав двигун В-2 танка Т-34.

Б - 3084

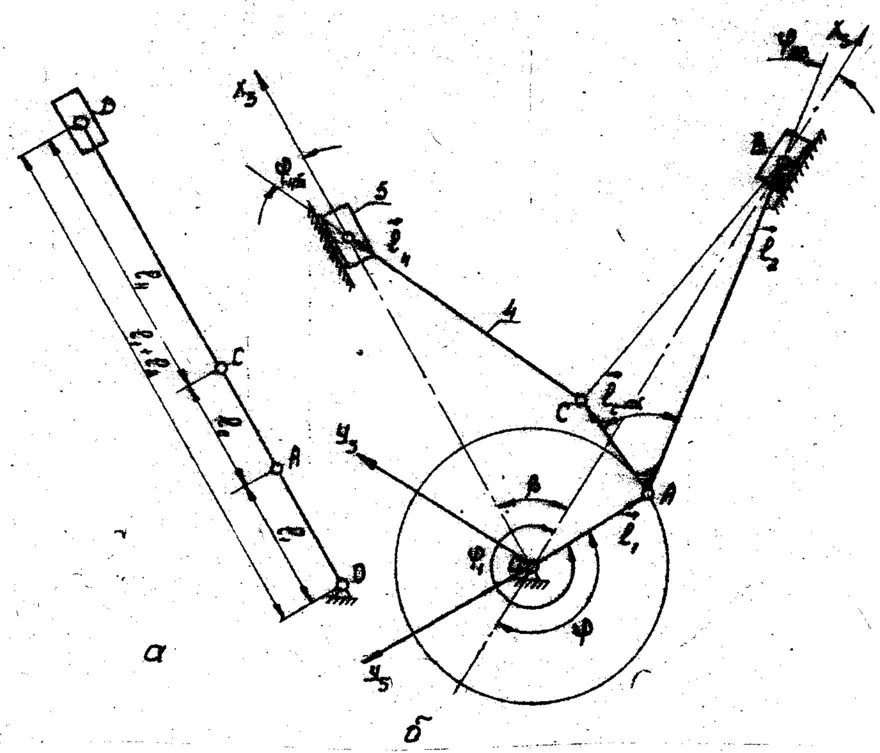


Рис. 2.10

Переміщення поршня 3 було визначене в п. 2.5.2. Тому розглянемо лише встановлення положення групи /4, 5/. Координати точки C приєднання цієї групи

$$x_C = x_A + \ell_C \cos(\varphi_{23} + \alpha) = \ell_1 \cos\varphi_1 + \ell_C \cos(\varphi_{23} + \alpha);$$
$$y_C = y_A + \ell_C \sin(\varphi_{23} + \alpha) = \ell_1 \sin\varphi_1 + \ell_C \sin(\varphi_{23} + \alpha). \qquad /2.27/$$

Введемо систему координат $X_5 O Y_5$, вісь OX_5 якої збігається з віссю лівого циліндра і складає кут β з віссю OX_5. Тому координати точки C у системі $X_5 O Y_5$

$$x'_C = x_C \cos\beta + y_C \sin\beta; \qquad /2.28/$$
$$y'_C = -x_C \sin\beta + y_C \cos\beta.$$

Проектуючи контур OCD на осі OX_5 і OY_5, дістаємо

$$\varphi_{45} = \arcsin\left(-\frac{y'_C}{\ell_4}\right); \qquad /2.29/$$

$$x'_D = x'_C + \ell_4 \cos\varphi_{45}. \qquad /2.30/$$

Щоб визначити переміщення поршня 5 від його крайнього нижнього положення, необхідно знайти x'_{DO} – найменшу відстань між точками O і D. Цю величину встановлюємо зміною кута φ_1 з малим кроком поблизу точки $\varphi_1 = \pi + \beta$, оскільки крайнє нижнє положення лівого поршня не відповідає розташуванню кривошипа на осі лівого циліндра.

2.6. Векторні рівняння, що використовуються на другому та третьому етапах кінематичного дослідження

2.6.1. Якщо другий і третій етапи кінематичного дослідження виконуються графоаналітичним методом або методом проектування планів, для кожної ланки розглядуваної групи треба записати векторне рівняння, що грунтується на відомих з теоретичної механіки рівняннях, а саме на теоремі про розподіл швидкостей /прискорень/ точок плоскої фігури чи на теоремі про складання швидкостей /прискорень/ у разі відносного руху [43, гл. 11, с. 218-273; гл. 14, с. 293-310].

Перша теорема використовується тоді, коли ланка не є повзуном; друга застосовується для повзунів.

Перша теорема дає змогу пов'язати швидкості /прискорення/ двох точок на одній і тій самій ланці, а друга пов'язує швидкості /прискорення/ двох збіжних у даний момент точок на різних ланках.

Якщо точки A і B /рис. 2.11,а/ лежать на ланці K /ця ланка не служить повзуном/ і точка A – точка приєднання групи Ассура, то, вибравши її як полюс, дістанемо залежність між $\vec{V}_A$ і $\vec{V}_B$:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \qquad /2.31/$$

де $\vec{V}_{BA}$ – швидкість точки B в обертальному русі навколо точки A.

Вектор $\vec{V}_{BA}$ є перпендикулярним до напрямного вектора $\vec{\ell}_K$ розглядуваної ланки та

$$V_{BA} = \ell_K \omega_K,$$

де ω_K – кутова швидкість ланки K.

Якщо $\omega_K > 0$, вектор $\vec{V}_{BA}$ спрямовано так, як показано на рис. 2.11,а, і тому становить з віссю X кут $\varphi_K + \pi/2$.

На третьому етапі дослідження використовуємо теорему про розподіл прискорень. У цьому разі

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^N_{BA} + \vec{a}^T_{BA}, \qquad /2.32/$$

де $\vec{a}^N_{BA}$, $\vec{a}^T_{BA}$ – вектор відповідно нормального і тангенціального прискорень в обертальному русі точки B навколо полюса A. Нормальне прискорення спрямоване до полюса A, а тангенціальне /при $\varepsilon_K > 0$/ збігається з напрямом швидкості $\vec{V}_{BA}$ /див. рис. 2.10,а/.

Отже, вектор $\vec{a}^N_{BA}$ складає з віссю OX кут $\varphi_K + \pi$, а вектор $\vec{a}^T_{BA}$ – кут $\varphi_K + \pi/2$.

Модулі цих векторів

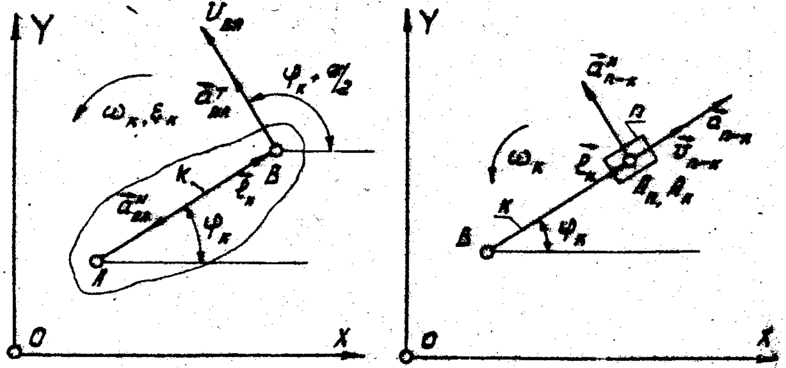
$$a^N_{BA} = \ell_K \omega^2_K; \quad a^T_{BA} = \ell_K \varepsilon_K. \qquad /2.33/$$

Якщо ланки K і n утворюють поступальну пару /рис. 2.11,б/, то швидкості двох збіжних точок A_n і A_K на повзуні n і напрямній K пов'язані рівнянням

$$\vec{V}_{A_n} = \vec{v}_{A_K} + \vec{v}_{n-K},$$

де $\vec{V}_{A_n}$ – швидкість точки A на повзуні n; $\vec{v}_{A_K}$ – швидкість точки A на напрямній K; $\vec{v}_{n-K}$ – відносна швидкість ланок n і K.

5*



а б

Рис. 2.11

У цьому рівнянні $\vec{V}_{A_n}$ відіграє роль абсолютної, а $\vec{V}_{A_\kappa}$ – переносної швидкості. Відносна швидкість $\vec{V}_{n-\kappa}$ складає з віссю OX кут φ_κ.

Аналогічно на основі теореми про складання прискорень

$$\vec{a}_{A_n} = \vec{a}_{A_\kappa} + \vec{a}^{\,\kappa}_{n-\kappa} + \vec{a}_{n-\kappa}, \qquad /2.34/$$

де $\vec{a}_{A_n}$, $\vec{a}_{A_\kappa}$ – абсолютне та переносне прискорення точки відповідно A_n і A_κ; $a_{n-\kappa}$ – відносне прискорення ланки n відносно ланки κ, спрямоване вздовж лінії AB; $\vec{a}^{\,\kappa}_{n-\kappa}$ – прискорення Коріоліса,

$$a^{\kappa}_{n-\kappa} = 2\omega_\kappa v_{n-\kappa}. \qquad /2.35/$$

У плоских механізмах $\vec{a}^{\,\kappa}_{n-\kappa}$ лежить у площині креслення. Щоб визначити його напрям, необхідно скористатись правилом Жуковського: щоб визначити напрям вектора прискорення Коріоліса, треба повернути вектор відносної швидкості на кут 90° за напрямом переносного обертання.

Тому при $\omega_\kappa > 0$ вектор прискорення Коріоліса треба спрямувати так, як показано на рис. 2.11,б, з якого випливає, що цей вектор складає з віссю OX кут $\varphi_\kappa + \pi/2$.

2.6.2. Запис векторних рівнянь стосовно конкретного механізму розглянемо на прикладі стругального верстата, схему якого зображено на рис. 2.12,а.

Цей механізм складається з двох груп Ассура: /2, 3/ і /4, 5/. Першою розглянемо групу /2, 3/. Точками її приєднання є A_1 і B_0. Швидкість і прискорення першої точки відомі, оскільки вони належать до початкової ланки. Швидкість і прискорення другої точки дорівнюють нулю, оскільки вони належать стояку. У групі /2, 3/ ланка 2 служить повзуном, а ланка 3 – напрямною. Згідно з наведеним правилом для ланки 2 записуємо теорему про складання швидкостей /прискорень/; для ланки 3 – теорему про розподіл швидкостей /прискорень/ точок цієї ланки. При цьому полюсом вважаємо точку приєднання B_0. Вихідні відомості та векторні рівняння для групи /2, 3/ наведені в перших двох рядках табл. 2.2.

Точками приєднання групи /4, 5/ є C_3 і D_0. Швидкість і прискорення другої з них дорівнюють нулю, оскільки ця точка лежить на стояку. Визначення швидкості та прискорення точки C_3 залежить від прийнятого методу дослідження та описане далі.

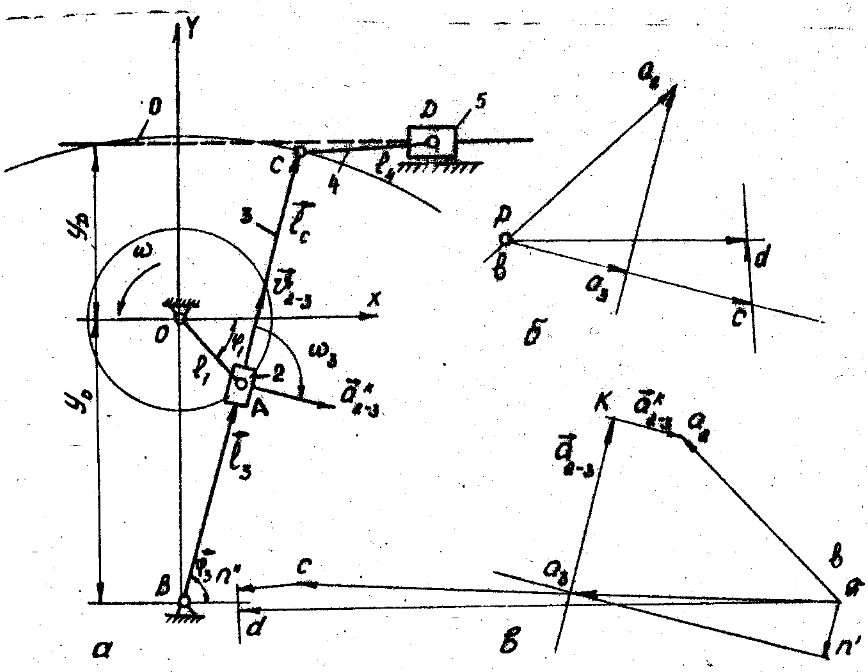


Рис. 2.12

Таблиця 2.2

Векторні рівняння для другого та третього етапів

Група	Ланка	Повзун 7	Точка приєднання	Рівняння для етапу: другого	Рівняння для етапу: третього
2,3	2	+	A_1	$\vec{V}_{A_2}=\vec{V}_{A_3}+V_{2-3}$ (2.36)	$\vec{a}_{A_2}=\vec{a}_{A_3}+\vec{a}_{2-3}+\vec{a}^{k}_{2-3}$ (2.38)
	3	−	B_0	$\vec{V}_{A3}=\vec{V}_B+\vec{V}_{AB}$ (2.37)	$\vec{a}_{A_3}=\vec{a}_B+\vec{a}^{N}_{AB}+\vec{a}^{T}_{AB}$ (2.39)
4,5	4	−	C_3	$\vec{V}_D=\vec{V}_C+\vec{v}_{DC}$ (2.40)	$\vec{a}_D=\vec{a}_C+\vec{a}^{N}_{DC}+\vec{a}^{T}_{DC}$ (2.42)
	5	+	D_0	$\vec{V}_{D5}=\vec{v}_{D0}+\vec{v}_{5-0}$ (2.41)	$\vec{a}_{D5}=\vec{a}_{D0}+\vec{a}_{5-0}$ (2.43)

Рівняння для дослідження групи /4, 5/ записані в рядках 3 і 4 табл. 2.2. Для ланки 4, що не є повзуном, на основі теореми 1 записані рівняння /2.40/ і /2.42/, в яких точка приєднання C використана як полюс.

Для ланки 5 використано теорему 2 стосовно швидкостей і прискорень точок D_5 і D_0. У даному конкретному випадку напрямною служить стояк, який є нерухомим, тому його швидкість V_{D0_K} і прискорення a_{D0} дорівнюють нулю. Прискорення Коріоліса a^K_{5-0} також дорівнює нулю, оскільки співмножник у формулі, аналогічній /2.35/, дорівнює нулю. За суттю рівняння /2.41/ і /2.42/ відбивають те, що в даному механізмі напрями швидкості та прискорення точки D_5 відомі.

2.7. Другий і третій етапи дослідження механізму графоаналітичним методом

2.7.1. Вибір масштабів. Оскільки графоаналітичне розв'язання вимагає побудови планів швидкостей і прискорень, необхідно вибрати їх масштаби.

У багатьох випадках зручно будувати плани "в масштабі кривошипа". У цьому разі швидкість і прискорення пальця кривошипа зображуються на кресленні відрізком, що дорівнює кривошипу. Тоді масштаб плану швидкостей

$$\mu_v = \mu_\ell \omega \qquad /2.44/$$

і масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \mu_\ell \omega^2 , \qquad /2.45/$$

де μ_ℓ – масштаб довжин, м/мм; ω – кутова швидкість кривошипа, рад/с.

У процесі будування планів "у масштабі кривошипа" відрізки, що зображують прискорення нормальні та Коріоліса, можуть визначатись безпосередньо через відрізки, які зняті з плану швидкостей і схеми механізму.

Покажемо це на прикладі нормального прискорення $[м/с^2]$:

$$a^N_{AB} = \frac{v^2_{AB}}{\ell_{AB}} .$$

Але швидкість $v_{AB} = \overline{a_3 b}\,\mu_v$, де $\overline{a_3 b}$ - відрізок на плані швидкостей /див. рис. 2.12,б/, що зображує швидкість v_{AB}. Довжина ланки, м,

$$l_{AB} = AB \cdot \mu_l ,$$

де AB - відрізок на кінематичній схемі, який зображує ланку 3, мм.

Тому

$$a^N_{AB} = \frac{(\overline{a_3 b})^2 \mu_v^2}{AB \cdot \mu_l} .$$

Відрізок, що на плані прискорень зображує нормальне прискорення,

$$\pi n' = \frac{a^N_{AB}}{\mu_a} = \frac{(\overline{a_3 b})^2 \mu_v^2}{AB \mu_l \mu_a} . \qquad /2.46/$$

Якщо виконано умови /2.44/ і /2.45/, то

$$\frac{\mu_v^2}{\mu_l \mu_a} = \frac{\mu_l^2 \omega^2}{\mu_l \mu_l \omega^2} = 1 .$$

Таким чином, наведене твердження доведене.

2.7.2. Опишемо побудову плану швидкостей групи /2, 3/ стругального верстата на основі рівнянь /2.36/ і /2.37/, наведених у табл. 2.2.

Побудову плану швидкостей починаємо з вибору довільної точки p як полюса плану швидкостей /рис. 2.12,б/. Від точки p відкладаємо відрізок pa_2, перпендикулярний до ланки OA на схемі механізму.

Із рівняння /2.36/ випливає, що кінець вектора $\vec{v}_{2-3}$ має знаходитись у точці a_2. Тому крізь точку a_2 проводимо напрям відносної швидкості $\vec{v}_{2-3}$ паралельно лінії AB на схемі механізму. Щоб скористатися рівнянням /2.37/, відзначимо положення точки b на плані. Оскільки ця точка є нерухомою, вона збігається з полюсом p. Другий доданок рівняння /2.37/ є перпендикулярним до лінії AB. Тому крізь точку b проводимо лінію такого самого напряму. Перетин прямих, проведених крізь точки a_2 і b, визначає точку a_3 плану швидкостей. Рівнянню /2.36/ відповідає напрям векторів $\vec{v}_{a_3}$ і $\vec{v}_{2-3}$, показаний на рис. 2.12,б.

Напрям вектора v_{a_3} визначає напрям обертання ланки 3. У розглядуваному положенні $\omega_3 < 0$, тобто спрямовано за годинниковою стрілкою. Відносну швидкість $\vec{v}_{2-3}$ спрямовано в бік зростання довжини ℓ_3. Тому вектор прискорення Коріоліса, що визначається за правилом Жуковського, спрямовуємо так, як показано на схемі механізму, зображеній на рис. 2.12,а.

Щоб точно визначити напрям $\vec{a}^{\,k}_{2-3}$ на схемі механізму, необхідно показати напрям відносної та переносної кутової швидкостей.

Третій етап дослідження групи /2, 3/ починаємо виконувати з того, що вибираємо полюс π плану прискорень /рис. 2.12,в/ і відкладаємо від нього вектор прискорення $\vec{a}_{A_2}$. Унаслідок прийнятого припущення про рівномірне обертання ланки 1 прискорення a_{A_2} містить лише нормальну складову, що спрямована до центра обертання O і дорівнює $\ell\omega^2$. Цей вектор зображується на плані відрізком πa_2, який проведено паралельно OA.

Згідно з рівнянням /2.38/ кінець вектора $\vec{a}^{\,k}_{2-3}$ має прийти до точки a_2. Розрахувавши за /2.35/ довжину відрізка ka_2, що зображує цей вектор, відкладаємо цей відрізок так, щоб його напрям відповідав знайденому раніше і кінець вектора лежав у точці a_2 /див. рис. 2.12,в/. Крізь початок вектора /точку k / проводимо пряму паралельно AB, яка зображує на плані відносне прискорення $\vec{a}_{2-3}$.

Позначимо на плані точку b, яка збігається з полюсом π. Користуючись рівнянням /2.39/, відкладаємо від точки b відрізок $\pi n'$, що зображує вектор нормального прискорення a^N_{AB}. Цей відрізок є паралельним AB і визначається за /2.33/. Із точки n' проводимо лінію перпендикулярно до AB, що відповідає тангенціальному прискоренню $\vec{a}^{\,T}_{AB}$. Точка a_3 перетину проведених прямих визначає вектори a_{A_3} і a_{2-3}. З'єднавши полюс π з точкою a_3, дістаємо вектор повного прискорення $\vec{a}_{A_3}$. Кожний із відрізків плану швидкостей і прискорень є пропорційним відповідному лінійному кінематичному параметру. Щоб отримати їх дійсні значення, треба зняті з планів відрізки помножити на масштаб швидкості μ_v або масштаб прискорення μ_a.

Значення величин ω_3 і ε_3, що характеризують обертальний рух ланки 3,

$$\omega_3 = \frac{v_{AB}}{\ell_{AB}}; \qquad \varepsilon_3 = \frac{a^T_{AB}}{\ell_{AB}}.$$

Напрям величин ω_3 і ε_3 визначається напрямом відповідних векторів на планах з урахуванням розташування точки B, що взято за полюс.

2.7.3. Для кінематичного дослідження групи /4, 5/ необхідно знайти швидкість і прискорення точки C, точки приєднання до групи /2, 3/. Найпростіше скористатися для цього правилом подібності фігур на планах і кінематичній схемі.

У розглядуваному окремому випадку точки B, A, C на схемі механізму, яку зображено на рис. 2.12,а, лежать на одній прямій. Отже, точки b, a, c на планах також мають лежати на одній прямій і відрізки cb і a_3b мають задовольняти пропорції

$$\frac{cb}{a_3b} = \frac{CB}{AB},$$

з якої треба знайти відрізки cb на обох планах.

Лише після цього можна використовувати рівняння /2.40/ – /2.43/ для побудови планів групи /4, 5/.

Спочатку розглянемо побудову плану швидкостей цієї групи. Згідно з /2.40/ крізь точку c проводимо напрям вектора $\vec{v}_{DC}$ перпендикулярно до відрізка DC на схемі механізму. Швидкість другої точки приєднання $v_{D0} = 0$. Тому крізь полюс проводимо горизонтальну в даному разі пряму, що має, як це випливає з /2.39/, напрям $\vec{v}_{5-0}$. Точка перетину її з проведеною раніше прямою v_{DC} визначить точку d плану та відрізок pd буде пропорційним v_D.

У процесі побудови плану прискорень /див. рис. 2.12,в/ від точки c відкладаємо відрізок cn, що зображує прискорення $a_{DC} = v^2_{DC}/\ell_{DC}$ і спрямований від точки D до точки C /на схемі механізму/. Крізь точку n'' проводимо пряму перпендикулярно до DC, на якій буде лежати кінець вектора $\vec{a}^{\tau}_{DC}$.

Оскільки прискорення $\vec{a}_{D0} = 0$, крізь полюс π проводимо напрям відносного прискорення $\vec{a}^{r}_{5-0}$ /у даному разі горизонтальний/. Точка перетину прямих, що відповідають $\vec{a}_{5-0}$ і $\vec{a}^{\tau}_{DC}$, знаходить точку d плану прискорень. Відрізок πd пропорційний прискоренню $a_D = \pi d \cdot \mu_a$. Значення ω_4 і ε_4, що характеризують обертальний рух ланки 4, обчислюємо за допомогою відрізка dc на плані швидкостей і відрізка $n''d$ на плані прискорень:

$$\omega_4 = \frac{dc \cdot \mu_v}{\ell_4}; \quad \varepsilon_4 = \frac{n''d \cdot \mu_a}{\ell_4}.$$

Напрями $\vec{v}_{DC}$ і $\vec{a}^{\tau}_{DC}$, що випливають з /2.40/ і /2.42/, показані на планах. Ці напрями визначають також ω_4 і ε_4.

2.8. Другий і третій етапи кінематичного дослідження. Метод проектування планів

2.8.1. Розглянемо, як визначаються проекції векторів, що входять до рівняння, які використовуються на другому та третьому етапах, на нерухомі осі координат X і Y. У підрозд. 2.6 показано, що усі вектори, які входять до рівняння кінематики, можуть складати кути φ_k, $\varphi_k + \pi/2$ і $\varphi_k + \pi$ /див. рис. 2.11/. Ці кути і визначають проекції векторів на осі X і Y. Наприклад, проекції швидкості $\vec{v}_{BA}$ будуть виражені так:

$$(\vec{v}_{BA})_X = v_{BA}\cos(\varphi_k + \pi/2) = -\ell_k\omega_k\sin\varphi_k ; \qquad /2.47/$$
$$(\vec{v}_{BA})_Y = v_{BA}\sin(\varphi_k + \pi/2) = \ell_k\omega_k\cos\varphi_k .$$

Множники $-\sin\varphi_k$ і $\cos\varphi_k$ назвемо проектуючими множниками вектора $\vec{v}_{BA}$. Такі самі проектуючі множники мають вектори $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ і $\vec{a}^{K}_{n-k}$, оскільки і вони випереджають напрямний вектор ℓ_k на $\pi/2$. Вектор нормального прискорення $\vec{a}^{N}_{BA}$ складає з напрямним вектором ℓ_k кут π. Тому проекції нормального прискорення

$$(a^N_{BA})_X = -\ell_k\omega_k^2\cos\varphi_k ; \quad (a^N_{BA})_Y = -\ell_k\omega_k^2\sin\varphi_k .$$

Напрями відносної швидкості та відносного прискорення вважаємо позитивним, якщо вони збігаються з напрямним вектором ℓ_k, тобто складає з віссю X кут φ_k. Їх проектуючі множники дорівнюють відповідно $\cos\varphi_k$ і $\sin\varphi_k$. До виразів для проекції векторів $\vec{v}_{BA}$, $\vec{a}^{N}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ величини ω_k, v_{n-k}, ε_k входять зі своїми знаками. Тому якщо деякі з цих величин негативні, то відбудеться зміна знаку шуканих проекцій.

Значення проектуючих множників для різних кінематичних величин наведені в табл. 2.3.

2.8.2. Аналітичне розв'язання задачі покажемо на прикладі того самого механізму, для якого було виконано графоаналітичне дослідження /див. рис. 2.12,а/.

Розглядаючи групу /2, 3/ на другому етапі [12], підставимо $\vec{v}_{A_3}$ з /2.37/ до /2.36/, і, враховуючи, що $v_B = 0$, дістаємо

$$\vec{v}_{A_2} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{2-3} . \qquad /2.48/$$

Таблиця 2.3

Значення проектуючих множників

Вектор	Кут з віссю OX	Проектуючий множник на вісь	
		OX	OY
$\vec{\ell}_K, \vec{v}_{0-K}, \vec{a}_{0-K}$	φ_K	$\cos\varphi_K$	$\sin\varphi_K$
$\vec{V}_{BA}, \vec{a}_{BA}, \vec{a}^K_{0-K}$	$\varphi_K + \pi/2$	$-\sin\varphi_K$	$\cos\varphi_K$
$\vec{a}^n_{BA}$	$\varphi_K + \pi$	$-\cos\varphi_K$	$-\sin\varphi_K$

Щоб спроектувати це рівняння на осі OX і OY, необхідно встановити, які кути складають вектори, що входять до нього, з віссю X.

Із рис. 2.12 випливає, що ці кути дорівнюють відповідно $\varphi_1 + \pi/2$; $\varphi_3 + \pi/2$; φ_3. Проектуючі множники для перелічених векторів визначаються згідно з табл. 2.3.

Наприклад, проекції вектора $\vec{v}_{AB}$

$$(\vec{v}_{AB})_X = \ell_3\,\omega_3 \sin\varphi_3\,;$$

$$(\vec{v}_{AB})_Y = \ell_3\,\omega_3 \cos\varphi_3\,.$$

Значення модулей векторів, кути з віссю X і проектуючі множники для всіх величин, що використовуються на другому та третьому етапах, для дослідження групи /2, 3/, наведені в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Значення величин на другому та третьому етапах

Вектор	Модуль	Кут з віссю X	Проектуючий множник на вісь	
			X	Y
$\vec{V}_{A_2}$	$\ell_1\omega$	$\varphi_1 + \pi/2$	$-\sin\varphi$	$\cos\varphi_1$
$\vec{V}_{2-3}$	v_{2-3}	φ_3	$\cos\varphi_3$	$\sin\varphi_3$
$\vec{V}_{AB}$	$\ell_3\omega_3$	$\varphi_3 + \pi/2$	$-\sin\varphi_3$	$\cos\varphi_3$
$\vec{a}_{A_2}$	$\ell_1\omega^2$	$\varphi_1 + \pi$	$-\cos\varphi_1$	$-\sin\varphi_1$
$\vec{a}^N_{AB}$	$\ell_3\omega_3^2$	$\varphi_3 + \pi$	$-\cos\varphi_3$	$-\sin\varphi_3$
$\vec{a}^\tau_{AB}$	$\ell_3\varepsilon_3$	$\varphi_3 + \pi/2$	$-\sin\varphi_3$	$\cos\varphi_3$
$\vec{a}_{2-3}$	a_{2-3}	φ_3	$\cos\varphi_3$	$\sin\varphi_3$
$\vec{a}^K_{2-3}$	$2\omega_3 v_{2-3}$	$\varphi_3 + \pi/2$	$-\sin\varphi_3$	$\cos\varphi_3$

Якщо врахувати ці значення, то вектори, що входять до /2.38/, набудуть вигляду

$$(\vec{v}_{A_2})_x = -l_3 \omega_3 \sin\varphi_3 + v_{2-3} \cos\varphi_3 ; \qquad /2.49/$$

$$(\vec{v}_{A_2})_y = l_3 \omega_3 \cos\varphi_3 + v_{2-3} \sin\varphi_3 .$$

Невідомими в цій системі є величини ω_3 і v_{2-3}, відносно яких система /2.48/ лінійна. Приведемо її до стандартного вигляду [29] :

$$\begin{cases} -l_3 \sin\varphi_3 \omega_3 + \cos\varphi_3 v_{2-3} = (\vec{v}_{A_2})_x ; \\ l_3 \cos\varphi_3 \omega_3 + \sin\varphi_3 v_{2-3} = (\vec{v}_{A_2})_y . \end{cases} \qquad /2.50/$$

За правилом Крамера,

$$\omega_3 = \frac{\Delta_1}{\Delta} ; \quad v_{2-3} = \frac{\Delta_2}{\Delta} ,$$

де Δ - визначник системи,

$$\Delta = \begin{vmatrix} -l_3 \sin\varphi_3 & \cos\varphi_3 \\ l_3 \cos\varphi_3 & \sin\varphi_3 \end{vmatrix} ; \qquad /2.51/$$

Δ_1, Δ_2 - визначники, що отримуються заміною відповідних стовпців у визначнику Δ елементами вектора-стовпця правої частини системи,

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} (\vec{v}_{A_2})_x & \cos\varphi_3 \\ (\vec{v}_{A_2})_y & \sin\varphi_3 \end{vmatrix} ; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -l_3 \sin\varphi_3 & (v_{A_2})_x \\ l_3 \cos\varphi_3 & (v_{A_2})_y \end{vmatrix} . \qquad /2.52/$$

Оскільки розглядувана група першою приєднана до кривошипа, то

$$(\vec{v}_{A_2})_x = -l_1 \sin\varphi_1 ; \quad (\vec{v}_{A_2})_y = l_1 \omega \cos\varphi_1 .$$

У загальному випадку проекції швидкості точки приєднання мають бути знайдені в процесі дослідження попередньої групи.

Щоб виконати третій етап дослідження, значення a_{A_3} з /2.39/ підставимо у /2.38/. У результаті отримаємо

$$\vec{a}_{A_2} = \vec{a}^{\,N}_{AB} + \vec{a}^{\,T}_{AB} + \vec{a}_{2-3} + \vec{a}^{\,K}_{2-3} . \qquad /2.53/$$

Модулі векторів, що входять до цього рівняння, кути, які складають з віссю X , і проектуючі множники наведені в табл. 2.4.

Проектування векторів, що входять до /2.53/, на осі X і Y приводить до системи

$$\begin{cases} (\bar{a}_{A_2})_X = \ell_3\omega_3^2\cos\varphi_3 - \ell_3\varepsilon_3\sin\varphi_3 + a_{2-3}\cos\varphi_3 - a^{K}_{2-3}\sin\varphi_3, \\ (a_{A_2})_Y = -\ell_3\omega_3^2\sin\varphi_3 + \ell_3\varepsilon_3\cos\varphi_3 + a_{2-3}\sin\varphi_3 + a^{K}_{2-3}\cos\varphi_3, \end{cases}$$

яка містить шукані величини ε_3 та a_{2-3} і може бути приведена до стандартного вигляду:

$$\begin{cases} -\ell_3\sin\varphi_3\varepsilon_3 + \cos\varphi_3 a_{2-3} = C_X; \\ -\ell_3\cos\varphi_3\varepsilon_3 + \sin\varphi_3 a_{2-3} = C_Y, \end{cases} \qquad /2.54/$$

де

$$\begin{aligned} C_X &= \ell_3\omega_3^2\cos\varphi_3 + a^{K}_{2-3}\sin\varphi_3 + (\bar{a}_{A_2})_X; \\ C_Y &= \ell_3\omega_3^2\sin\varphi_3 - a^{K}_{2-3}\cos\varphi_3 + (\bar{a}_{A_2})_Y . \end{aligned} \qquad /2.55/$$

Оскільки матриці лівих частин систем /2.50/ і /2.54/ однакові, то однаковими є також і визначники цих систем, наведені у вигляді рівняння /2.51/.

Розв'язок системи /2.54/ має вигляд

$$\varepsilon_3 = \frac{\Delta_1'}{\Delta}; \quad a_{2-3} = \frac{\Delta_2'}{\Delta}, \qquad /2.56/$$

де

$$\Delta_1' = \begin{vmatrix} C_X & \cos\varphi_3 \\ C_Y & \sin\varphi_3 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2' = \begin{vmatrix} -\ell_3\sin\varphi_3 & C_X \\ \ell_3\cos\varphi_3 & C_Y \end{vmatrix}. \qquad /2.57/$$

2.8.3. Для аналітичного дослідження групи /4, 5/ необхідно попередньо знайти проекції швидкості та прискорення точки приєднання C цієї групи до вихідного для неї ланцюга /0, 1, 2, 3/. Швидкість і прискорення другої точки приєднання D_0 шукати немає необхідності, оскільки швидкості та прискорення всіх точок стояка дорівнюють нулю.

Швидкість $v_c = \ell_c \omega_3$ складає з віссю X кут $\varphi_3 + \pi/2$. Тому її проекції на осі X і Y

$$(\vec{v}_c)_X = -\ell_c \omega_3 \sin\varphi_3; \quad (\vec{v}_c)_y = \ell_c \omega_3 \cos\varphi_3. \qquad /2.58/$$

Прискорення точки C містить дві складові:

$$a_c^T = \ell_c \varepsilon_3; \quad a_c^N = \ell_c \omega_3^2,$$

перша з яких складає з віссю X кут $\varphi_3 + \pi/2$, а друга – кут $\varphi_3 + \pi$.

Тому проекції повного прискорення

$$\begin{aligned} (\vec{a}_c)_X &= (-\varepsilon_3 \sin\varphi_3 - \omega_3^2 \omega_3 \varphi_3)\ell_c, \\ (\vec{a}_c)_y &= (\varepsilon_3 \cos\varphi_3 - \omega_3^2 \sin\varphi_3)\ell_c. \end{aligned} \qquad /2.59/$$

Значення $(v_c)_X, (v_c)_y, (a_c)_X, (a_c)_y$, що визначаються за формулами /2.58/ і /2.59/, увійдуть як відомі величини до рівнянь, що отримуються від проектування залежностей /2.40/ – /2.43/ на осі X і Y.

Аналогічно можна визначити швидкість і прискорення будь-якої точки на ланці, заданої полярними координатами відносно напрямного вектора ланки. Зокрема, така задача виникає тоді, коли необхідно визначити кінематичні параметри центрів ваги ланок.

Складання рівнянь проекцій для групи /4, 5/ виконується аналогічно описаному для групи /2, 3/.

2.8.4. Описаний метод розв'язання систем лінійних рівнянь за правилом Крамера є загальним і може застосовуватися для будь-якої групи Ассура, що входить до механізму.

Якщо розглядається перша приєднана група й одна з точок приєднання є нерухомою, доцільніше застосувати метод повороту системи координат, запропонований І.І.Артоболевським [3, § 23]. Сутність цього методу полягає в тому, що систему координат повертають на кут φ_3. Тоді аргументи всіх тригонометричних функцій у /2.50/ і /2.54/ необхідно зменшити на кут φ_3. Застосовуючи цей прийом до /2.50/ і підставляючи значення $(\vec{v}_{A_2})_X$ і $(\vec{v}_{A_2})_y$, дістаємо

$$\begin{aligned} v_{2-3} &= -\ell_1 \omega \sin(\varphi_1 - \varphi_3); \\ \omega_3 &= \frac{\ell_1}{\ell_3} \omega \cos(\varphi_1 - \varphi_3). \end{aligned} \qquad /2.60/$$

Застосувавши цей самий прийом до системи /2.54/ і підставивши значення $(\bar{a}_{A_2})_x$ і $(\bar{a}_{A_2})_y$, дістанемо

$$a_{2-3} = l_3\omega_3^2 - l_1\omega_1^2\cos(\varphi_1-\varphi_3);$$
$$\varepsilon_3 = -\frac{1}{l_3}\left(a_{2-3}^{k} + l_1\omega_1^2\sin(\varphi_1-\varphi_3)\right). \qquad /2.61/$$

Використання формул /2.60/ і /2.61/ у процесі дослідження групи /2, 3/ значно опрощує програмування цієї частини задачі. Якщо до системи рівнянь, що піддаються розв'язанню, входять тригонометричні функції для двох кутів, наприклад φ_1 і φ_3, як це має місце в разі дослідження шарнірного чотириланковика, систему координат треба повернути спочатку на кут φ_2, а потім на кут φ_3. У результаті система рівнянь розпадається і в кожне з її рівнянь увійде лише одна невідома.

2.8.5. Програмувати задачу кінематичного дослідження методом проектування планів нескладно, оскільки алгоритм у цьому разі є циклічним із заданим числом повторень /див. п. 1.1.2/. Оскільки результати попереднього етапу є вихідними даними для наступного, природно, що перший - третій етапи можуть бути виконані в одній програмі.

У процесі розв'язання задачі на ПМК можуть виникнути ускладнення через обмеженість обсягу пам'яті. У цьому разі можливі два варіанти розв'язання. Розглянемо їх на прикладі шарнірного чотириланковика.

Окремо програмується перший етап, і кути φ_2 та φ_3 використовуються як вихідні дані в програмі другого та третього етапів. Проте в цьому разі необхідно ввести до пам'яті $2n$ чисел, що може викликати помилки і стомити оператора. Тому краще використовувати другий варіант, коли складається програма обчислення φ_2, φ_3, ω_2, ω_3, ε_2. Визначивши значення цих величин для заданого числа положень механізму, замінюємо блок обчислення ε_2 блоком, в якому визначається ε_3. Команди виводу всіх попередніх величин можуть бути витертими. Незважаючи на повторні обчислення величин φ_2, φ_3, ω_2, ω_3, загальний час роботи двох програм менший, ніж у першому варіанті, і, що найголовніше, виключені помилки вводу кутів. Програму 1.1, що реалізує другий варіант, наведено в дод. 1.

Якщо розглядається більш складний (шестиланковий) механізм, уникнути проміжного вводу неможливо. Прикладами можуть бути механізми інерційного транспортера /рис. 2.13/ і стругального верстата /див. рис. 2.12/.

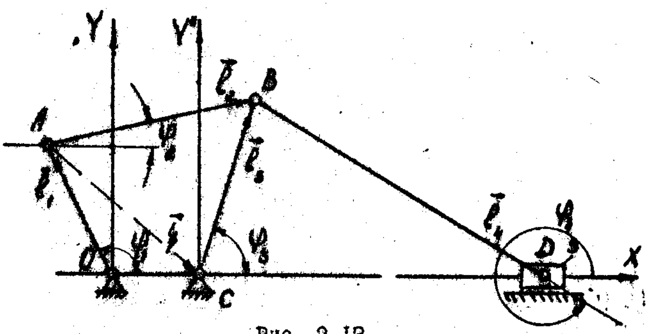


Рис. 2.13

У разі проектування інерційного транспортера перша приєднана група містить три обертальні пари. Тому на першому етапі її кінематичного дослідження використовується програма 1.1, другий і третій етапи виконуються за допомогою програми 1.2.

Кінематичне дослідження стругального верстата на ПМК не дає можливості обійтися без проміжного вводу чисел; тому його краще виконати на ЕОМ з більшим обсягом пам'яті. Як приклад у дод. 1 наводиться програма 2.1 мовою БЕЙСІК, що дає змогу виконати не лише кінематичне дослідження, а й наступні розділи. Щоб виконати кінематичне дослідження, треба ввести ρ = 1. Результати розрахунку наведені в дод. 2.

2.9. Метод чисельного диференціювання в разі виконання другого та третього етапів кінематичного дослідження

2.9.1. Функції положення шарнірно-важільних механізмів у разі рівномірного обертання початкової ланки – неперервні періодичні залежності від кута φ його повороту. Вони не містять особливих точок і використання чисельного диференціювання за дотримання умов, сформульованих у підрозд. 2.4, забезпечує точність, необхідну для технічних розрахунків. Якщо перший етап дослідження виконано аналітичним методом на ЕОМ, то розв'язання задач другого та третього етапів можна значно спростити за рахунок використання формул чисельного диференціювання [19].

У цьому разі зручно користуватися не похідними за часом, а похідними за кутом повороту кривошипа, які називаються аналогами швидкості та прискорення.

У разі рівномірного обертання кривошипа зв'язок між похідними за часом і за кутом повороту такий: $v = S'\omega$; $a = S''\omega^2$. Значення S' і S'' визначають за формулами чисельного диференціювання:

$$S'(\varphi) = \frac{S(\varphi+\theta) - S(\varphi-\theta)}{2\theta}; \qquad /2.62/$$

$$S'' = \frac{S(\varphi+\theta) + S(\varphi-\theta) - 2S(\theta)}{\theta^2}, \qquad /2.63/$$

де $S(\varphi)$ - значення функції положення точки /або ланки/; φ - задане значення кута повороту початкової ланки, що визначає положення механізму, для якого обчислюються похідні; θ - малий приріст кута повороту початкової ланки.

Формули /2.62/ і /2.63/ залишаються незмінними незалежно від того, для якої групи Ассура вони використовуються та для яких величин /лінійних чи кутових/ застосовуються. Щоб отримати найбільшу точність приросту аргументу, θ має становити $\pi/90 \ldots \pi/120$ [19].

Умовимось називати основним положенням механізму положення, що відповідає аргументу φ, для якого обчислюються похідні /точки B, E, G на рис. 2.14/. Допоміжні положення відповідають точкам $\varphi-\theta$ і $\varphi+\theta$, розташованим поблизу основного положення /точки A і C, D і F на рис. 2.14/. Відстань $\Delta\varphi$ між сусідніми основними положеннями дістаємо діленням кута 2π на n однакових частин. Звичайно n знаходиться в межах 12...20.

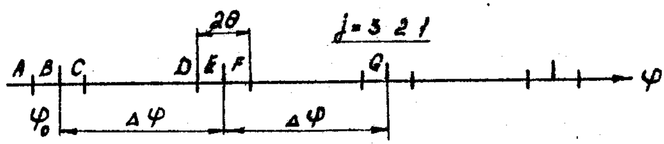


Рис. 2.14

2.9.2. Програмування задачі чисельного диференціювання.

2.9.2.1. Алгоритм розв'язання задачі є циклічним із заданим числом повторень і містить два вкладених цикли /рис. 2.15/. У внутрішньому циклі φ змінюється на величину θ. Обчислення виконуються тричі, і, таким чином, визначаються три значення функції положення /наприклад, у точках A, B, C на рис. 2.14/.

Після виходу з внутрішнього циклу обчислюються значення похідних $S'(\varphi)$ і $S''(\varphi)$, після чого функція положення та знайдені похідні виводяться на друк /блок 8/. Логічний блок 9 перевіряє закінчення зовнішнього циклу. Якщо воно не досягло значення n, параметр зовнішнього циклу збільшується на одиницю, а значення φ - на $\Delta\varphi - 2\theta$. Такий приріст аргументу у зовнішньому циклі зумовлений тим, що в цьому циклі треба перейти, наприклад, від точки C до точки D /див. рис. 2.14/.

Алгоритм обчислень за формулами /2.62/ і /2.63/ є універсальним, придатним для будь-якого механізму, оскільки від виду механізму залежить лише блок 3. Тому процедуру організації зовнішнього та внутрішнього циклів можна включити до головного модуля, а блок 3 оформити у вигляді підпрограми, яку треба буде вводити до пам'яті залежно від конкретного механізму.

Найбільший ефект дає застосування чисельного диференціювання у разі використання ПМК для дослідження шестиланкових механізмів.

2.9.2.2. У дод. I наведено програму I.3, що реалізує організацію циклів, яка необхідна в разі використання чисельного диференціювання.

Застосування цієї програми розглянемо на прикладі довбального верстата, перший етап кінематичного дослідження якого описано в п. 2.5.5. Підпрограму I.4 обчислення функції положення для цього механізму наведено в дод. I.

Порівняння точних результатів, отриманих методом проектування планів, і наближених результатів, знайдених чисельним диференціюванням, показує, що найбільша похибка визначення швидкості становить $8{,}96\cdot10^{-4}$, прискорення дорівнює $1{,}73\cdot10^{-3}$, середні похибки - $2\cdot10^{-4}$ і $4\cdot10^{-4}$. І середні, і найбільші похибки допустимі для технічних розрахунків. Як приклад результатів, отриманих методом чисельного диференціювання, на рис. 2.16 зображені графіки безрозмірних кінематичних параметрів для поршня 5 V-подібного двигуна /див. рис. 2.10/, перший етап дослідження якого було описано в

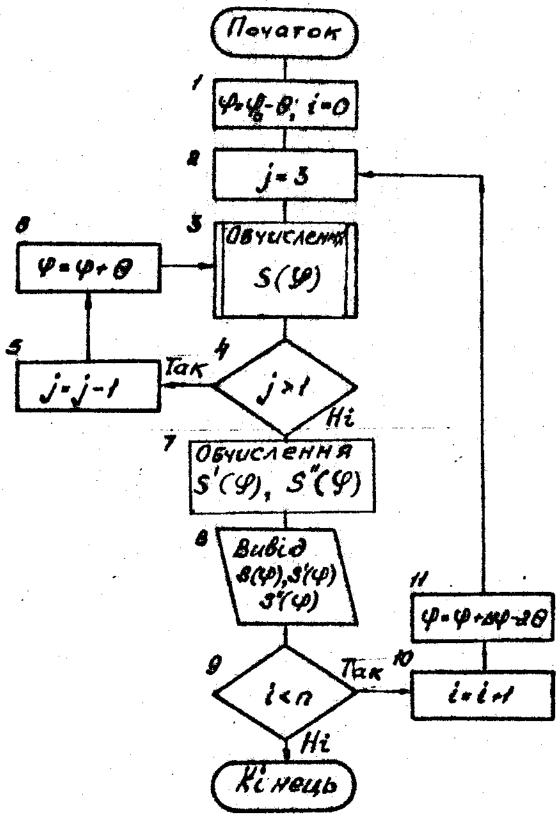

Початок
φ=φ₀-θ; i=0
j=3
Обчислення S(φ)
φ=φ+θ
j>1
Так
Ні
j=j-1
Обчислення S'(φ), S''(φ)
Вивід S(φ), S'(φ) S''(φ)
i<n
Так
Ні
i=i+1
φ=φ+Δφ-2θ
Кінець

Рис. 2.15

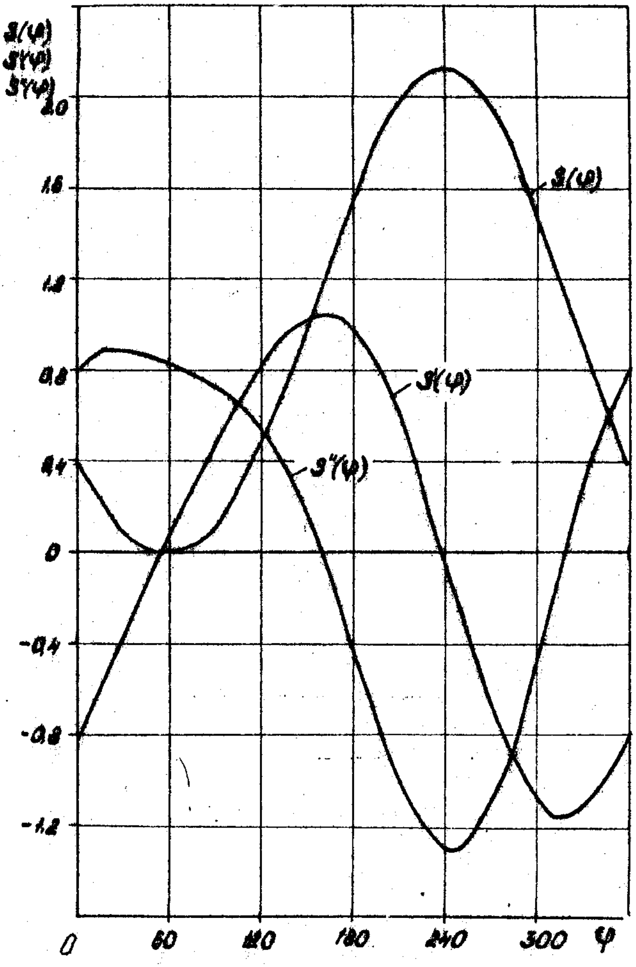


Рис. 2.16

8 - 3084

п. 2.5.6. Розрахунок виконувався за допомогою наведеної в дод. 1 програми 1.5 за таких значень метричних параметрів: ℓ_1 = 90 мм; ℓ_2 = 320 мм; ℓ_4 = 238 мм; ℓ_c = 82 мм; β = 60°; α = 74,01°. Значення α і ℓ_4 знайдені за умов, описаних у п. 2.5.6.

Безрозмірні кінематичні параметри, наведені на рис. 2.16, отримані діленням S_5, v_5, a_5 відповідно на ℓ_1, $\ell_1\omega$, $\ell_1\omega^2$.

З рис. 2.16 випливає, що НМТ лівого циліндра відповідає φ = 54°, безрозмірний хід лівого поршня дорівнює 2,12, а правого – 2,0.

2.10. Кінематичне дослідження неусталеного руху механізмів. Дослідження маніпуляційних систем роботів

2.10.1. Оптимальний закон руху. Для ряду механізмів періоди усталеного режиму сумірні з періодами розгону та гальмування чи зовсім відсутні. Прикладами можуть бути механізми маніпуляторів, підйомників, бульдозерів та інших машин.

У цих випадках на швидкість і прискорення початкової ланки звичайно накладаються такі обмеження:

$$|v| < v_M; \quad |a| < a_M, \qquad /2.64/$$

де v_M, a_M – гранично допустиме значення відповідно швидкості та прискорення виконавчої ланки, що несе робочий орган.

Щоб переміщення системи з початкового положення в кінцеве було виконане за мінімальний час T, розгін має відбуватися з найбільшим допустимим прискоренням доти, поки в точці t_1 швидкість не досягне значення v_M /рис. 2.17,а/. За час розгону початкова ланка пройде шлях S_1. Після цього вона має рухатись рівномірно зі швидкістю v_M. Гальмування з найбільшим допустимим уповільненням – a_M має починатися тоді, коли до кінцевого положення залишиться відстань S_1. Тоді

$$t_1 = \frac{v_M}{a_M}; \qquad S_1 = \frac{a_M t_1^2}{2}. \qquad /2.65/$$

Якщо повне переміщення початкової ланки дорівнює S_M, то переміщення на ділянці рівномірного руху

$$S_2 = S_M - 2S_1, \qquad /2.66/$$

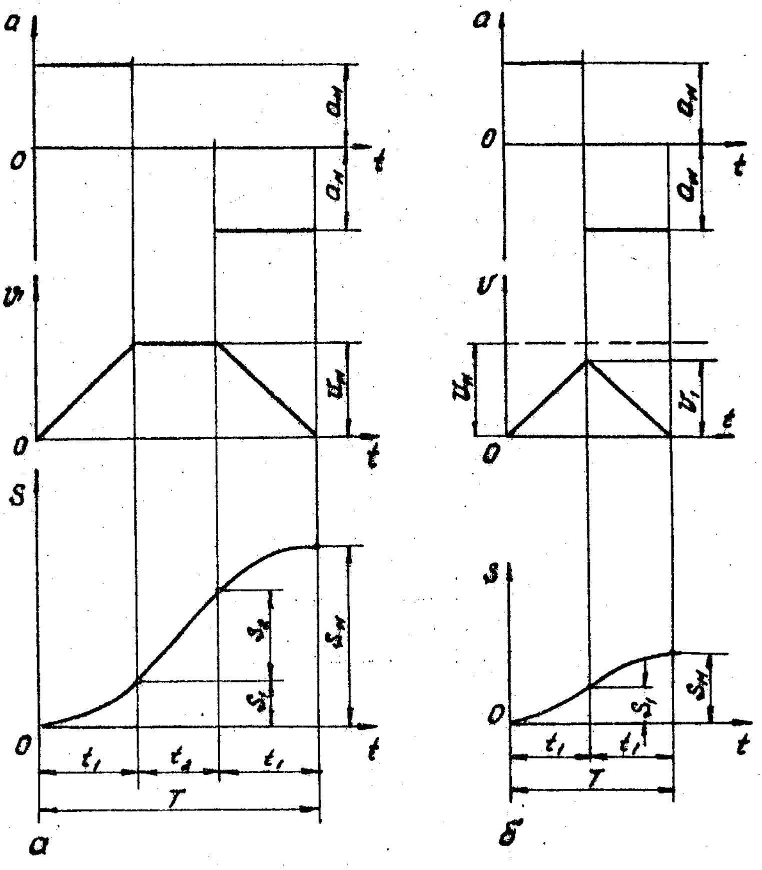


Рис. 2.17

час рівномірного руху

$$t_2 = \frac{S_2}{v_м} \,. \qquad /2.67/$$

Повний час руху

$$T = 2t_1 + t_2 \,. \qquad /2.68/$$

За малих значень $S_м$ система не встигає розігнатися до швидкості $v_м$. У цих випадках рух містить лише ділянки розгону та гальмування /рис. 2.17,б/. Протяжність кожної з цих ділянок становить $S_м/2$. У цьому випадку час розгону та гальмування

$$t_1 = \sqrt{\frac{S_м}{a_м}} \,. \qquad /2.69/$$

Повний час руху

$$T = 2t_1 \,. \qquad /2.70/$$

Таким чином, залежно від заданого значення $S_м$ переміщення містить дві чи три ділянки. При

$$S_м \leq 2S_1 \qquad /2.71/$$

є лише ділянки розгону та гальмування, за "великих" значень $S_м$, коли нерівність /2.71/ не виконується, - ділянки розгону, усталеного руху та гальмування.

На межах між ділянками прискорення розривається. Тому метод чисельного диференціювання в даному разі не застосовується.

2.10.2. Неусталений рух механізму із заданим відносним поступальним рухом ланок.

2.10.2.1. До таких механізмів належать чотириланкові механізми зміни вильоту стріли портального крану чи механізм підйому кузова автомобіля-самоскида. Розглянемо розв'язання задачі стосовно механізму зміни вильоту стріли.

Кінематичну схему механізму зображено на рис. 2.18,а, де 1 - стріла, 2 - тяга, на якій нарізано зубчасту рейку, що входить у зчеплення з шестернею /рис. 2.18,б/, пов'язаною редуктором з електродвигуном зміни вильоту стріли. У процесі обертання цього двигуна змінюється довжина ℓ_2, що визначає відстань між точками A і B, а отже, і виліт стріли X_c. Відстанню ℓ_3 будемо нехтувати.

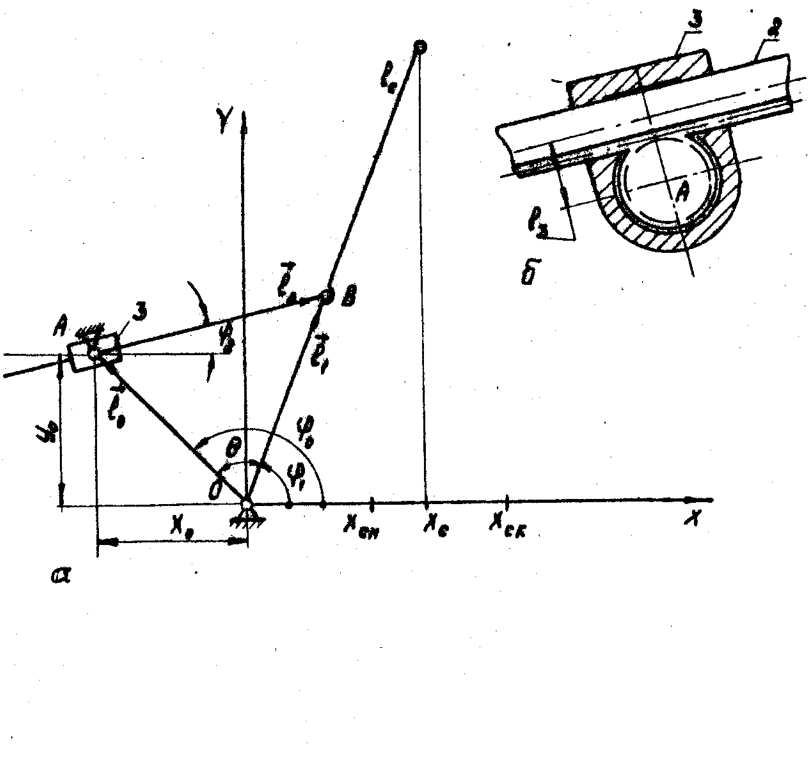


Рис. 2.18

За початкову беремо ланку 2. Для розв'язання задачі мають бути задані найбільша допустима швидкість $v_{2-3} = v_м$; найбільше допустиме прискорення $a_{2-3} = a_м$; початкове x_{co} та кінцеве $x_{cк}$ значення абсциси точки C або початкове значення x_{co} та час руху T.

Розглянемо випадок, коли задано x_{co} і $x_{cк}$. Розбиття задачі на етапи показане на структурно-логічній схемі /рис. 2.19/. Другий – четвертий етапи виконуються в циклі для n рівновіддалених за часом положень.

2.10.2.2. На першому етапі треба знайти граничні значення кута:

$$\varphi_{10} = \arccos(x_{co}/\ell_c); \qquad /2.72/$$
$$\varphi_{1к} = \arccos(x_{cк}/\ell_c).$$

З рис. 2.18 випливає, що

$$\theta = \varphi_0 - \varphi_1 . \qquad /2.73/$$

Тому, підставивши в /2.73/ граничні значення φ_1, дістанемо два граничних значення: θ_0 і $\theta_к$.

Із ΔOAB випливає, що

$$\ell_2 = \sqrt{\ell_1^2 + \ell_0^2 - 2\ell_0\ell_1\cos\theta} . \qquad /2.74/$$

Виконавши обчислення при θ_0 і $\theta_к$, дістанемо граничні значення ℓ_2 та зміну довжини ланки 2 /хід рейки/:

$$S_м = \ell_{2к} - \ell_{2o} .$$

За формулою /2.66/ визначаємо S_2^{2o} і перевіряємо його знак. При $S_2 \leq 0$ період усталеного руху відсутній, і значення t_1 необхідно перерахувати за /2.69/. Залежно від розглядуваного випадку час руху визначають за /2.38/ або /2.70/.

Кінематичні параметри на різних ділянках обчислюють за такими формулами:

Розгін	Усталений рух	Гальмування
$a_{2-3} = a_м$;	$a_{2-3} = 0$;	$a_{2-3} = -a_м$;
$V_{2-3} = a_м t$; (2.75)	$V_{2-3} = V_м$; (2.76)	$V_{2-3} = a_м (T-t)$; (2.77)
$\Delta S_2 = \dfrac{a_м t^2}{2}$;	$\Delta S_2 = S_1 + V_м(t-t_1)$;	$\Delta S_2 = S_м \dfrac{a_м(T-t)^2}{2}$.

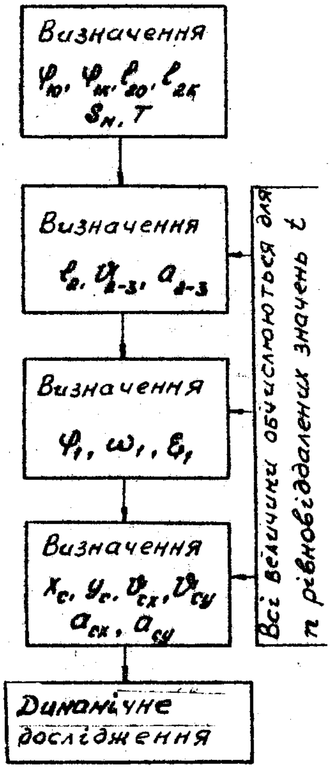

Визначення
$\varphi_{10}, \varphi_{1K}, l_{20}, l_{2K}$
S_H, T
Визначення
l_2, v_{2-3}, a_{2-3}
Визначення
$\varphi_1, \omega_1, \varepsilon_1$
Визначення
x_c, y_c, v_{cx}, v_{cy}
a_{cx}, a_{cy}
Динамічне дослідження
Всі величини обчислюються для n рівновіддалених значень t

Рис. 2.19

Якщо $S_4 < 0$, ділянка усталеного руху відсутня, але для ділянок розгону та гальмування зберігаються формули /2.75/ і /2.77/.

2.10.2.3. На третьому етапі необхідно скористатись векторними рівняннями

$$\vec{l}_0 + \vec{l}_2 = \vec{l}_1 ; \qquad /2.78/$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{2-3} + \vec{v}_{BA} ; \qquad /2.79/$$

$$\vec{a}^N_{BC} + \vec{a}^T_{BC} = \vec{a}_{2-3} + \vec{a}^K_{2-3} + \vec{a}^N_{BA} + \vec{a}^T_{BA} . \qquad /2.80/$$

Проектуючи перше рівняння на осі X і Y, дістаємо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_0^2 + l_2^2}{2 l_1 l_2}\right). \qquad /2.81/$$

Із $\triangle OAB$ /див. рис. 2.18/ можна визначити кут θ :

$$\theta = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_0^2 - l_2^2}{2 l_0 l_1}\right). \qquad /2.82/$$

Тоді

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \theta ;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_0^2 + l_2^2}{2 l_1 l_2}\right). \qquad /2.83/$$

Проектуючи на осі X і Y вектори, що входять до /2.79/, дістаємо

$$\begin{cases} -\omega_1 l_1 \sin\varphi_1 = v_{2-3} \cos\varphi_2 - \omega_2 l_2 \sin\varphi_2 ; \\ \omega_1 l_1 \cos\varphi_1 = v_{2-3} \sin\varphi_2 + \omega_2 l_2 \cos\varphi_2 . \end{cases}$$

Застосовуючи метод повороту системи на кути $-\varphi_1$ і $-\varphi_2$, знаходимо

$$\begin{aligned} \omega_2 &= v_{2-3} / l_2 \, tg(\varphi_2 - \varphi_1) ; \\ \omega_1 &= v_{2-3} / l_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) . \end{aligned} \qquad /2.84/$$

Застосувавши аналогічну методику до рівняння /2.80/, дістанемо

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{2-3} + \ell_3 \omega_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \ell_2 \omega_2^2}{\ell_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(a_{2-3} - \ell_2 \omega_2^2)\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - a^{к}_{2-3} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + \ell_1 \omega_1^2}{\ell_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}. \qquad /2.85/$$

Отримані рівняння дають можливість знайти кінематичні параметри механізму за знайденими на другому етапі значеннями ℓ_2, v_{2-3}, a_{2-3}. У свою чергу, за значеннями $\varphi_1, \omega_1, \varepsilon_1$ визначають відповідно переміщення, проекції швидкості та прискорення точки C :

$$x_c = \ell_c \cos\varphi_1, \quad y_c = \ell_c \sin\varphi_1; \qquad /2.86/$$

$$v_{cx} = -\ell_c \omega \sin\varphi_1, \quad v_{cy} = \omega_1 \ell_c \cos\varphi_1; \qquad /2.87/$$

$$a_{cx} = -\ell_c(\varepsilon_1 \sin\varphi_1 + \omega_1^2 \cos\varphi_1); \qquad /2.88/$$

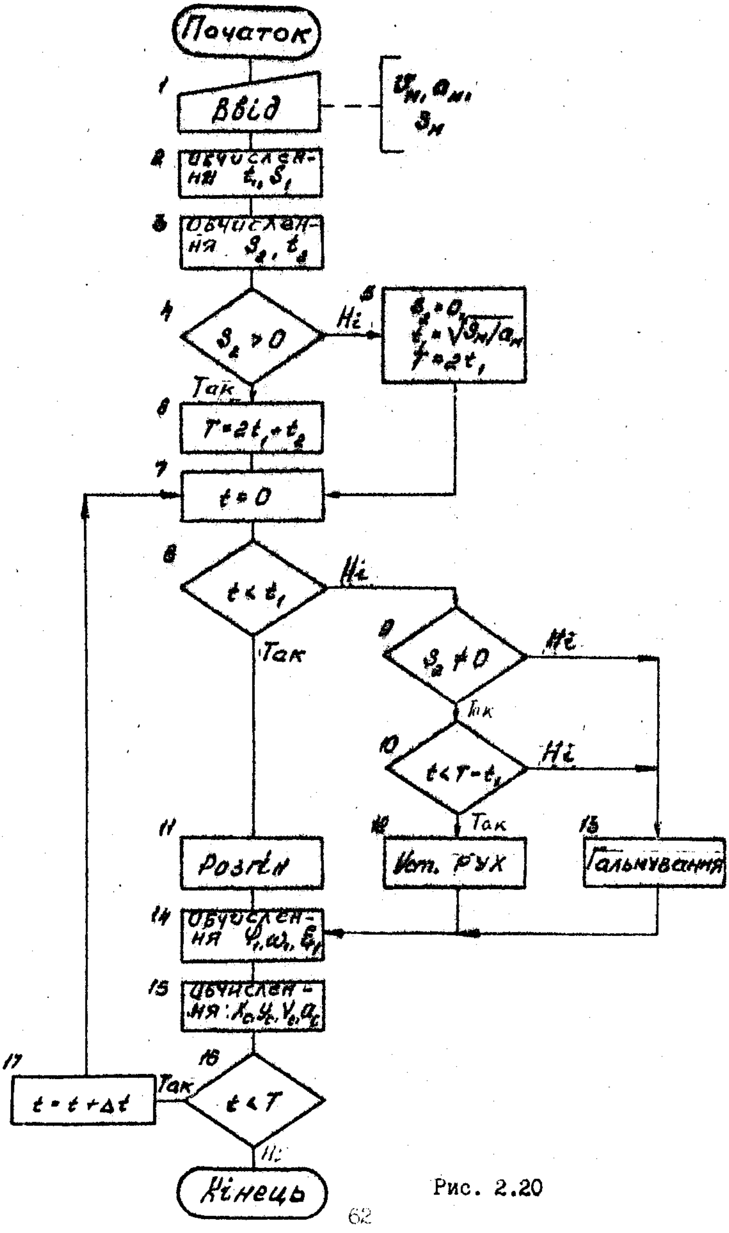
$$a_{cy} = -\ell_c(\varepsilon_1 \cos\varphi_1 + \omega_1^2 \sin\varphi_1). \qquad /2.89/$$

2.10.2.4. Розглянемо схему алгоритму /рис. 2.20/ розв'язання поставленої задачі. У блоках 2-6 обчислюються значення S_1, t_1, S_2 і перевіряється умова /2.71/. Якщо її не виконано, тобто ділянка усталеного руху відсутня, то S_2 надається значення 0, t_1 переобчислюється за /2.69/ і час руху T визначається за /2.70/. Якщо умову /2.71/ виконано, час руху встановлюється за /2.68/.

Блоки 7-17 утворюють цикл, який повторюється доти, поки $t < T$. Час змінюється в цьому разі на значення Δt, яке підраховується виходячи з необхідного числа положень механізму, що треба розглянути за час руху.

Усередині циклу передбачено три розгалуження, на кожному з яких обчислюються кінематичні параметри за /2.75/, /2.76/ або /2.77/.

Якщо $t < t_1$, то незалежно від наявності чи відсутності ділянки усталеного руху обчислення виконують для ділянки розгону. Блок 9 перевіряє умову $S_2 \neq 0$. Якщо її не виконано, тобто ділянка усталеного руху відсутня, треба зразу перейти до обчислень для ділянки гальмування /блок 13/. Якщо $S_2 \neq 0$, необхідно перевірити умову $t < T - t_1$, яка визначає, чи закінчилась ділянка усталеного руху. Якщо умову блоку 10 виконано, треба користуватись формулами для усталеного руху.



Початок
Ввід
Обчислення t_1, S_1
Обчислення S_2, t_2
$S_2 > 0$
Ні
Так
$T = 2t_1 + t_2$
$t = 0$
$t < t_1$
Ні
Так
$S_2 \neq 0$
Ні
Так
$t < T - t_1$
Ні
Так
Розгін
Уст. рух
Гальмування
Обчислення $\varphi_1, \omega_1, \varepsilon_1$
$t < T$
Так
$t = t + \Delta t$
Кінець

Рис. 2.20

У блоках 14 і 15 виконуються обчислення, що відповідають третьому та четвертому етапам задачі, яка розв'язується. Заключні блоки організації циклу – 16 і 17.

Якщо задачу розв'язують на ПМК, кожний з етапів виконується за допомогою окремої програми, і на третьому та четвертому етапах доводиться в кожному положенні вводити значення ℓ_2, v_{2-3}, a_{2-3}, знайдені на другому етапі.

Якщо час руху T задано, на першому етапі змінюється послідовність виконання обчислень, оскільки тепер S_M необхідно визначити, а T – величина, яку задано. Решта етапів не відрізняються від описаних.

Як приклад на рис. 2.21 показано значення φ_1, ω_1, ε_1, отримані в результаті виконання першого – третього етапів за заданих значень X_{CO} = 3,3 м і T = 12 с. Решта параметрів механізму мають такі значення: ℓ_o = 6,103 м; φ_o = 125°; ℓ_1 = 7,0 м; ℓ_c = 17 м. Гранично допустимі значення v_M = 0,2 м/с; a_M = 0,005 м/с^2.

Із рис. 2.21 випливає, що рух механізму містить три характерні ділянки, на межі між якими функція $\varepsilon_1(t)$ зазнає розрив 1-го роду. З графіка видно, що за 12 с стріла встигає повернутися на кут 16°.

2.10.3. Задачі кінематики маніпуляційних систем.

2.10.3.1. Розглядаючи кінематику маніпуляційних систем роботів [26], розрізняють пряму та обернену задачі.

Пряма задача: відомі узагальнені координати системи та їх перші й другі похідні. Визначити координати, швидкість і прискорення схвату.

Обернена задача: відомі координати, швидкість і прискорення схвату. Знайти узагальнені координати, їх перші та другі похідні.

Закон зміни узагальнених координат у прямій задачі чи закон руху схвату в оберненій задачі треба вибирати оптимальним /див. п. 2.10.1/.

Проектуючи роботи та розробляючи для них керуючі програми, перш за все необхідно розв'язати обернену задачу. Якщо робот працює у сферичній, циліндричній чи кутовій системі координат, рух його маніпуляційної системи складається з обертального руху основи робота навколо вертикальної осі та руху "руки" у вертикальній площині.

Якщо основа не обертається і "рука" рухається у вертикальній площині, рух можна досліджувати описаними методами. Наприклад, нехай схват робота має переміститися з точки A_1 до точки A_2

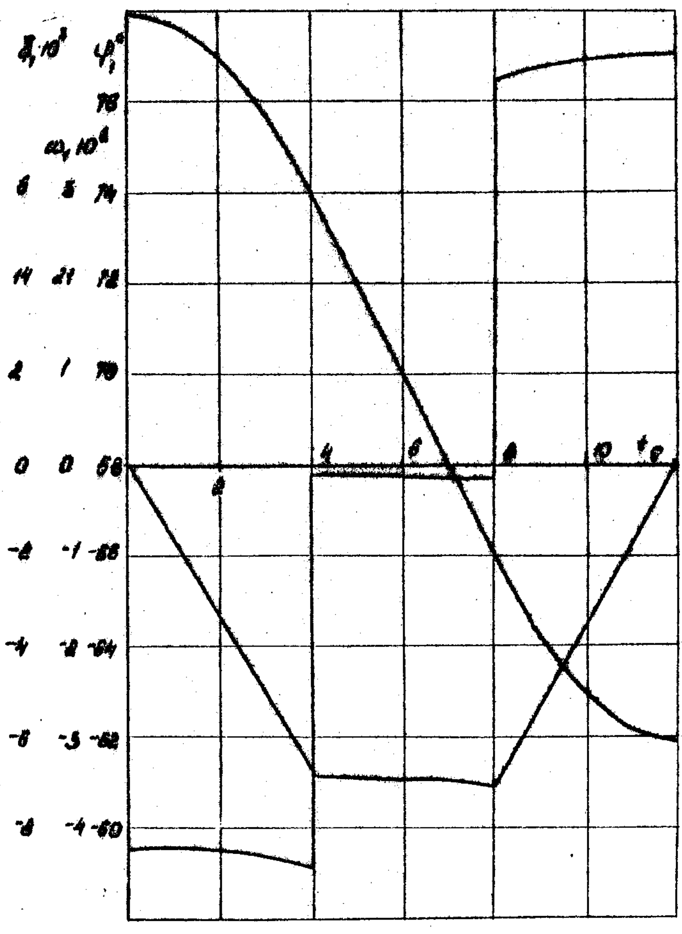


Рис. 2.2I

/рис. 2.22,а/, причому на найкоротшому шляху розташовується заборонена зона /на рис. 2.22,а її заштриховано/. Тоді траєкторію схвату доцільно задати у вигляді окружності радіуса R, що визначається з умови обходу забороненої зони, а закон руху по цій траєкторії вибрати оптимальним, щоб отримати мінімальний час T переміщення схвату між точками A_1 і A_2. У цьому разі накладемо обмеження на значення тангенціальної складової прискорення: $|a_A| < a_M$. Оскільки схват рухається по окружності, його нормальне прискорення

$$a_A^N = v_a^2 / R .$$

Якщо задано координат x_1, y_1 і x_2, y_2 точок A_1 і A_2, то, якщо відомо значення R, можна визначити положення центра C окружності та полярні кути θ_1 і θ_2, що відповідають точкам A_1 і A_2.

Відстань по прямій між точками A_1 і A_2 /рис. 2.22,б/

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} .$$

Кут φ_0, що складає вектор $\overrightarrow{A_1A_2}$ з віссю OX, визначаємо за формулою

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\varphi_0}{1+\cos\varphi_0}\right) .$$

У свою чергу,

$$\sin\varphi_0 = \frac{y_2 - y_1}{d}; \quad \cos\varphi_0 = \frac{x_2 - x_1}{d} . \qquad /2.90/$$

Кут при основі ΔA_1CA_2

$$\beta = \arccos(d/2R) . \qquad /2.91/$$

Тоді кут, що складає вектор $\overrightarrow{A_1C}$ з віссю OX дорівнює $\varphi_0 \pm \beta$. Два знаки відповідають двом можливим розв'язкам. Випадку, показаному на рис. 2.22, відповідає знак "+", який визначає, що перешкоду буде обійдено "зверху".

Координати точки C

$$x_c = x_1 + R\cos(\varphi_0 \pm \beta);$$
$$y_c = y_1 + R\sin(\varphi_0 \pm \beta) . \qquad /2.92/$$

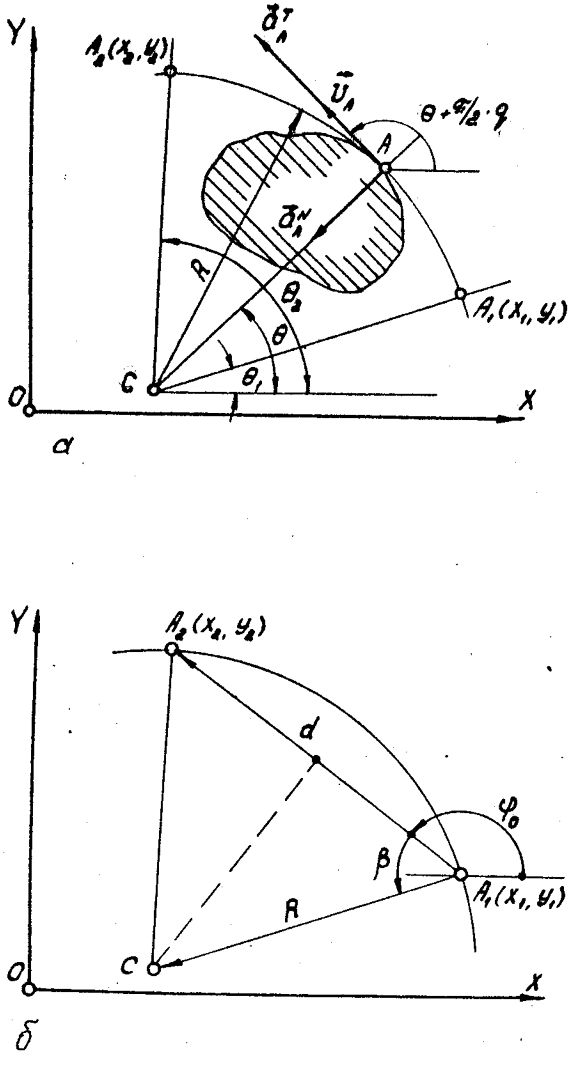

Y
$A_2(x_2, y_2)$
$\vec{\sigma}_A^T$
$\vec{U}_A$
$\theta+\pi/2\cdot q$
A
$\vec{\sigma}_A^N$
R
θ_2
θ
θ_1
$A_1(x_1, y_1)$
C
O
X
а
Y
$A_2(x_2, y_2)$
d
φ_0
β
R
$A_1(x_1, y_1)$
C
O
X
б

Рис. 2.22

Кути /див. рис. 2.22,а/, які складають радіуси-вектори $\overrightarrow{CA_1}$ і $\overrightarrow{CA_2}$ з віссю OX, відповідно будуть

$$\theta_1 = 2arctg\left(\frac{\sin\theta_1}{1+\cos\theta_1}\right); \quad \theta_2 = 2arctg\left(\frac{\sin\theta_2}{1+\cos\theta_2}\right), \qquad /2.93/$$

де

$$\sin\theta_1 = \frac{y_1 - y_c}{R}; \quad \sin\theta_2 = \frac{y_2 - y_c}{R};$$

$$\cos\theta_1 = \frac{X_1 - X_c}{R}; \quad \cos\theta_2 = \frac{X_2 - X_c}{R}.$$

Шлях, який пройде схват між точками A_1 і A_2,

$$S_M = R\,|\theta_2 - \theta_1|. \qquad /2.94/$$

Розглянемо довільне положення точки A на її траєкторії. Якщо від точки A_1 пройдено шлях S, то радіус-вектор $\overrightarrow{CA}$ повернеться відносно початкового положення $\overrightarrow{CA_1}$ на кут $\Delta\theta = \frac{S}{R}$. Щоб визначити напрям руху схвату по траєкторії, введемо змінну

$$q = \begin{cases} +1 & \text{при } \theta_2 - \theta_1 > 0; \\ -1 & \text{при } \theta_2 - \theta_1 < 0. \end{cases} \qquad /2.95/$$

Тоді

$$\theta = \theta_1 + q\Delta\theta. \qquad /2.96/$$

Якщо кут θ зростає і $q = 1$, то швидкість точки A складає з радіусом-вектором $\overrightarrow{CA}$ кут $\pi/2$. У разі зворотного напряму руху цей кут дорівнюватиме $-\pi/2$. Тому кут між віссю X і напрямом швидкості дорівнює $\theta + q\pi/2$.

Проекції швидкості на осі координат

$$v_{A_x} = -q v_A \sin\theta; \quad v_{A_y} = q v_A \cos\theta. \qquad /2.97/$$

Напрям вектора тангенціального прискорення збігається з напрямом швидкості /див. рис. 2.22,а/. Тому він має ті самі проектуючі множники на осі OX і OY, тобто

$$a^{\tau}_{A_x} = -q a^{\tau} \sin\theta; \quad a^{\tau}_{A_y} = q a^{\tau} \cos\theta. \qquad /2.98/$$

Нормальне прискорення складає з віссю OX кут $\theta + \pi$ незалежно від напряму руху. Тому його проекції

$$a^{N}_{A_x} = -v^2 \cos\theta / R; \quad a^{N}_{A_y} = -v^2 \sin\theta / R. \qquad /2.99/$$

9*

Проекції повного прискорення точки A визначаємо як суму проекції нормальної та тангенціальної складових.

2.10.3.2. Покажемо розв'язання оберненої задачі кінематики маніпуляційної системи на прикладі робота, що працює у сферичній системі координат /роботи "Универсал-15" і "Юнимейт"/. У разі зафіксованого кута φ_1 повороту основи узагальненими координатами будуть φ_2 і ℓ_3 /рис. 2.23/. Тоді

$$X_A = \ell_3 \cos\varphi_2; \quad y_A = \ell_3 \sin\varphi_2,$$

звідки

$$\ell_3 = \sqrt{X_A^2 + y_A^2}; \qquad /2.100/$$

$$\varphi_2 = \arcsin(y_A / \ell_3). \qquad /2.101/$$

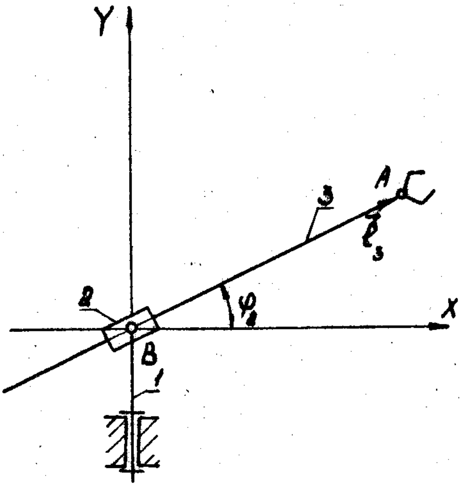


Рис. 2.23

На другому етапі задачі використовуємо векторне рівняння

$$v_A = v_{3-2} + v_{AB},$$

проекції якого на осі X і Y

$$v_{A_x} = v_{3-2} \cos\varphi_2 - \ell_3 \omega_2 \sin\varphi_2;$$
$$v_{A_y} = v_{3-2} \sin\varphi_2 + \ell_3 \omega_2 \cos\varphi_2. \qquad /2.102/$$

На третьому етапі складаємо векторне рівняння

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{3-2} + \vec{a}^{\,K}_{3-2} + \vec{a}^{\,N}_{AB} + \vec{a}^{\,T}_{AB},$$

проекції якого на координатні осі

$$a_{A_x} = a_{3-2}\cos\varphi_2 - a^K_{3-2}\sin\varphi_2 - \ell_3\omega_2^2\cos\varphi_2 - \ell_3\varepsilon_3\sin\varphi_2;$$

$$a_{A_y} = a_{3-2}\sin\varphi_2 + a^K_{3-2}\cos\varphi_2 - \ell_3\omega_2^2\sin\varphi_2 + \ell_3\varepsilon_3\cos\varphi_2. \quad /2.103/$$

Отримані системи /2.102/ і /2.103/ є лінійними відносно невідомих V_{3-2}, ω_2, a_{3-2}, ε_2. Розв'язання аналогічних систем наведене в п. 2.8.2.

Описане розв'язання можна узагальнити на випадок просторового руху маніпуляційної системи. Для цього рух "руки" у вертикальній площині треба розглядати як відносний, а обертальний рух площини навколо вертикальної осі – як переносний.

Програму 2.2 для розв'язання описаної задачі наведено в дод. I. У цій програмі передбачено, що схват має рухатись по окружності заданого радіуса між початковою та кінцевою точками траєкторії.

3. ДИНАМІЧНІ РОЗРАХУНКИ МАШИН ІЗ ШАРНІРНО-ВАЖІЛЬНИМИ МЕХАНІЗМАМИ

3.I. Задачі динамічного розрахунку машинних агрегатів

Основним режимом більшості машинних агрегатів служить усталений рух, за якого кутова швидкість початкової ланки або залишається постійною, або здійснює невеликі коливання навколо середнього значення.

Для міцнісного розрахунку деталей проектованої машини необхідно визначити динамічні реакції в кінематичних парах механізмів, що входять до неї, врахувати сили тертя, які виникають у цьому разі. Щоб підібрати двигун /або навантажувальний пристрій для машин двигунів/, необхідно підрахувати роботу технологічних сил і сил тертя за цикл, що дасть змогу визначити потужність проектованого агрегату та його ККД.

Періодичні зміни технологічних сил, швидкостей точок їх прикладання та кінематичної енергії механізму приводять до періодичних коливань кутової швидкості його початкової ланки. Оскільки ці коливання шкідливо впливають на технологічний процес, що виконується машиною, треба визначити коефіцієнт нерівномірності обертання головного вала і, якщо він виходить за допустимі межі, розрахувати додаткову махову масу, яка дасть можливість звести нерівномірність обертання до допустимого рівня.

Цю задачу можна розв'язати також за допомогою спеціальних розвантажувальних пристроїв, які зумовлюють більш ефективне усунення причин виникнення коливань кутової швидкості на усталеному русі [30; 33].

Описані задачі пов'язані з вивченням режимів розбігу та вибігу для визначення їх тривалості.

Окрема задача - вивчити дію проектованої машини на фундамент і визначити шкідливі вібрації її корпуса в просторі. Ці вібрації небезпечні для самої машини, обслуговуючого персоналу та будівлі, де встановлюється машина. Для боротьби з вібрацією використовуються різні схеми зрівноважування мас [41].

У процесі курсового проектування студентові необхідно визначити реакції в кінематичних парах шарнірно-важільного механізму, виконати приведення сил тертя та технологічних сил за усталеного руху, встановити потужність агрегату і підібрати електродвигун /для робочих машин/. Після цього залежно від завдання визначається нерівномірність усталеного руху чи маховик, який забезпечує її зниження до допустимого рівня.

Задача зрівноважування в курсовому проекті - визначити статичний момент і кут закріплення противаги, що знижує шкідливу дію машини на фундамент.

3.2. Силовий розрахунок механізму

3.2.1. Метод кінетостатики. Задача силового розрахунку шарнірно-важільного механізму - визначити реакції в кінематичних парах спочатку без урахування тертя, а потім уточнити їх, і методом послідовних наближень обчислити сили тертя.

Звичайно силовий розрахунок виконується методом кінетостатики, для чого на основі принципу Даламбера [36, § 166, с. 425-426] до сил, що діють на ланки механізму, треба додати сили інерції. Отримана система сил задовольняє вимогам рівноваги, незважаючи на те що механізм знаходиться у русі. Такий прийом полегшує розв'язання задачі, оскільки дає змогу записувати для ланок механізму або для груп Ассура умови рівноваги, куди як шукані входять динамічні реакції, визначення яких є метою силового розрахунку.

Система елементарних сил інерції кожної ланки може бути приведена до головного вектора та головного моменту. У разі силового розрахунку звичайно робиться припущення, що механізм і його ланки мають площину симетрії, в якій розташовуються всі сили, що задаються. Будемо називати його основною площиною механізму. Тоді вектор головного моменту утворений парою сил, що лежать в основній площині, тобто є перпендикулярним до неї.

Щоб визначити головний вектор і головний момент сил інерції ланки, що здійснює плоский рух, треба скористатись формулами, виведеними в курсі "Теоретична механіка" [36, § 167]. Для ланки з номером i

$$\vec{P}_i = -m_i \vec{a}_{si}, \quad \vec{M}_i = -J_{si} \vec{\mathcal{E}}_i, \qquad /3.1/$$

де P_i, M_i - головний вектор і головний момент сил інерції ланки i; $\vec{a}_{si}$, $\vec{\mathcal{E}}_i$ - прискорення центра мас ланки та його кутове прискорення; m_i, J_{si} - маса ланки та її момент інерції відносно осі, що проходить крізь центр ваги ланки і перпендикулярна до основної площини.

3.2.2. Шукані величини в задачі силового розрахунку.

3.2.2.1. Силовий розрахунок виконується для тих самих n положень механізму, які розглядаються в процесі його кінематичного дослідження. Тому a_{si} і $\mathcal{E}_i$ знайдені в розд. 2; J_{si} та m_i входять до числа вихідних даних. Технологічні сили також задані. Умовимось позначати реакції буквою R, технологічні сили Q, сили тертя F. Розглянемо детальніше, що відомо про шукані реакції та що треба визначити, припускаючи спочатку, що сили тертя відсутні.

Якщо пара обертальна, то реакція проходить крізь її центр, але напрям реакції наперед невідомий /рис. 3.1,а/. Тому реакцію треба розкласти на дві складові. Раціональний вибір напрямів, за якими будемо розкладати реакцію в обертальній парі, описано в п. 3.2.4.1. Кожну реакцію будемо забезпечувати індексом, що складається з двох цифр, перша з яких вказує, до якої ланки прикладено реакцію, а друга - з боку якої ланки вона діє.

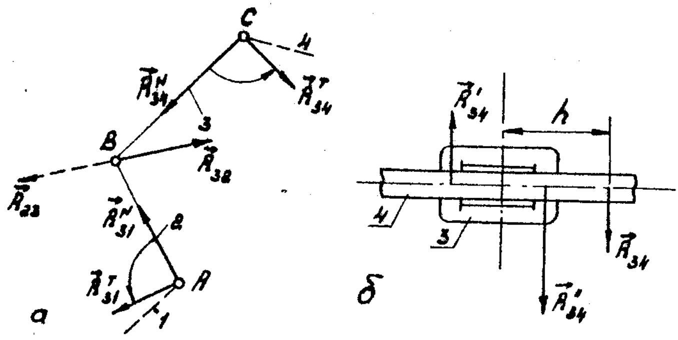


Рис. 3.І

Тому якщо відкинуто ланку 4 /див. рис. 3.І,а/ і розглядається її дія на ланку 3, то реакцію треба позначити $\vec{R}_{34}$. Природно, що в разі розглядання рівноваги ланки 4 до неї має прикладатись реакція $\vec{R}_{43}$.

Реакція між ланками, що утворюють поступальну пару /рис.3.І,б/, містить дві паралельні сили R'_{34} і R''_{34}. /За зробленого припущення про відсутність сил тертя вони перпендикулярні до осі напрямної 3./ Ці дві сили можна замінити однією рівнодіючою, паралельною їм і прикладеною на відстані h від середньої точки повзуна 2.

Таким чином, і в поступальній парі є дві невідомі величини - модуль реакції R_{34} і відстань до точки її прикладання h.

3.2.2.2. У розглядуваних дволанкових групах Ассура дві пари утворені ланками групи та ланками вихідного ланцюга. Наприклад, на рис. 3.І,а показано групу, що складається з ланок 2 і 3. У точках A і C вона приєднана до ланок І і 4 вихідного ланцюга.

Кінематична пара в точці B утворена ланками групи. У підрозд. 2.2 ми умовились пари /І, 2/ і /3, 4/ називати крайніми парами групи, пару /2, 3/ - середньою. Реакції в крайніх парах служать для групи зовнішніми реакціями. Реакція в середній парі групи - внутрішня для групи сила.

3.2.3. Послідовність виконання силового розрахунку.

3.2.3.І. Силовий розрахунок виконують у разі послідовного розглядання рівноваги груп Ассура починаючи з останньої приєднаної групи [38, гл. 5, с. І80-І90; 23, гл. І7, с. 376-393].

Таким чином, у більшості випадків послідовність розглядання груп у процесі силового розрахунку протилежна послідовності їх розглядання в процесі кінематичного дослідження.

У разі такої послідовності визначення реакцій кожна група статично визначена. Доведемо це положення.

Дійсно, для групи Ассура виконується умова

$$3n' = 2p_5', \tag{3.2}$$

де n' - число ланок у групі; p_5' - число кінематичних пар 5-го класу. Але для n' ланок у площині можна скласти $3n'$ рівнянь рівноваги. У кожній парі 5-го класу є два шуканих параметри /дві проекції на осі координат або модуль і відстань до центра шарніра/. Тому число невідомих величин у процесі силового розрахунку групи $2p_5'$. Отже, рівняння /3.2/ - умова статичної визначеності групи Ассура.

Після розглядання всіх груп, що входять до механізму, виконується силовий розрахунок початкової ланки та визначається зрівноважуюча сила, яка має бути до неї прикладена для того, щоб забезпечити потрібне рівномірне обертання.

3.2.3.2. Силовий розрахунок можна виконувати графоаналітичним або аналітичним методом. У першому випадку використовуються рівняння рівноваги трьох видів: перше - рівняння моментів сил; друге - рівняння проекцій на вибрані осі; третє - векторні рівняння суми сил.

У процесі аналітичного розв'язання задачі кожне векторне рівняння має замінюватись двома рівняннями проекцій.

У розглядуваних дволанкових групах число шуканих величин дорівнює шести. Щоб визначити ці величини, необхідно скласти шість рівнянь. Для спрощення розв'язання отриманої системи рівняння треба складати так, щоб до кожного з них входила лише одна невідома величина.

3.2.4. Схема навантажування групи Ассура.

3.2.4.1. Якщо крайні кінематичні пари групи обертальні, то реакції в них треба розкласти на нормальну та тангенціальну складові. Вибір напряму цих складових довільний, але доцільніше користуватись таким правилом: нормальні складові зовнішніх реакцій необхідно спрямовувати до центра середнього шарніра групи. Напрям тангенціальних реакцій дістаємо поворотом на 90^0 проти годинникової стрілки.

Приклад розкладання реакції $\vec{R}_{34}$ на складові показаний на рис. 3.I,а. Аналогічно має розкладатись реакція $\vec{R}_{21}$. Складові реакцій – величини алгебраїчні. Якщо в результаті розв'язання вони виявляться негативними, це означає, що їх напрям протилежний вказаному на кресленні.

Поступальна пара – окремий випадок обертальної пари, центр якої віддалений у нескінченність /рис. 3.2/. Тому нормальні складові перпендикулярні до осі поступальної пари /на рис. 3.2 – до осі ланки 2/, а тангенціальні складові збігаються з її віссю.

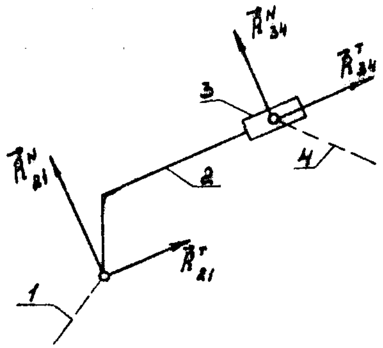


Рис. 3.2

Беремо напрям у бік зростання довжини напрямної* позитивним для тангенціальних складових реакцій; позитивний напрям нормальних складових дістанемо поворотом на 90^0 проти годинникової стрілки.

Внутрішню реакцію в обертальній парі / $\vec{R}_{32}$ на рис. 3.I,а/ розкладати на складові в процесі графоаналітичного розв'язання немає необхідності, оскільки вона повністю визначається із силового многокутника.

3.2.4.2. Щоб виконати силовий розрахунок групи, треба виділити її з механізму та замінити дію відкинутої частини реакціями. Одночасно на кресленні необхідно вказати сили, що задаються. Оскільки задача розв'язується методом кінетостатики, до них треба додати головні вектори та головні моменти сил інерції.

Викреслена окремо кінематична схема групи, на якій вказані сили та моменти, що задаються, а також реакції відкинутої частини механізму, називається схемою навантаження групи.

Як приклад розглянемо схеми навантаження груп Ассура, що входять до складу стругального верстата, кінематичну схему якого зображено на рис. 3.3,а. Механізм утворений приєднанням до початкової ланки I та стояка O двох груп Ассура /2, 3/ і /4, 5/. Для подальшого дослідження найважливішим є вигляд середньої пари. У групі

---

* У цьому разі збільшується відстань між осями шарнірів /рис. 3.2/.

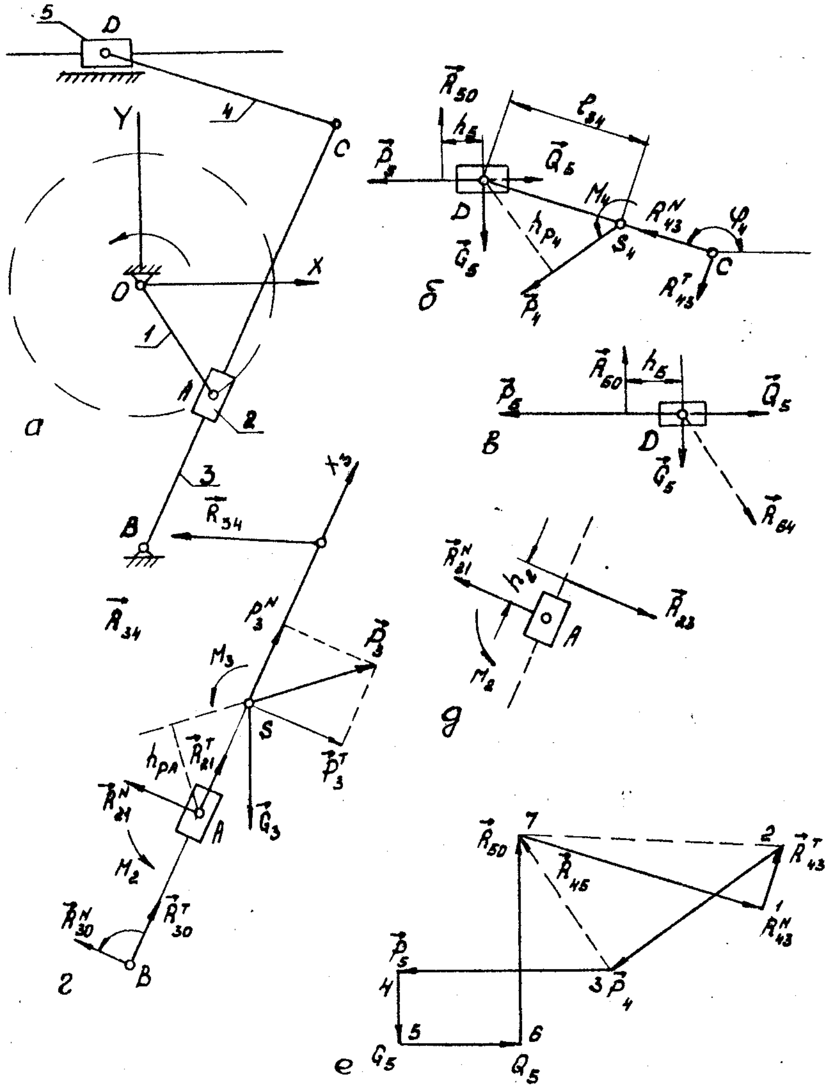


Рис. 3.3

/4, 5/ середня пара обертальна, у групі /2, 3/ - поступальна. Виділимо групу /4, 5/, яка має розглядатись першою /рис. 3.3,б/. Задано технологічну силу $\vec{Q}_5$, силу ваги $\vec{G}_5$, головні вектори сил інерції $\vec{P}_5$ і $\vec{P}_4$, головний момент інерції ланки 4 M_4. Силою ваги четвертої ланки нехтуємо.

Замінимо дію відкинутої частини механізму реакціями $\vec{R}_{50}$ і $\vec{R}_{45}$. Реакція $\vec{R}_{50}$ перпендикулярна до напрямної і в загальному випадку прикладена на відстані h_5 від точки D. Реакція $\vec{R}_{45}$ - реакція в обертальній парі, тому її треба розкласти на дві складові. Нормальну складову спрямуємо до центра середнього шарніра D. Тангенціальна складова R^{τ}_{43} перпендикулярна до складової. Її позитивний напрям дістанемо, повернувши нормальну складову проти годинникової стрілки.

Щоб показати внутрішню реакцію, виділимо ланку 5 /рис. 3.3,в/ і замінимо дію відкинутої ланки 4 реакцією $\vec{R}_{54}$. Напрям цієї реакції наперед невідомий. Його буде знайдено з умови рівноваги ланки 5.

Схему навантаження групи /2, 3/ зображено на рис. 3.3,г. Обидві зовнішні реакції $\vec{R}_{30}$ і $\vec{R}_{21}$ - реакції в обертальних парах. Тому їх треба розкласти на складові. Тангенціальні складові спрямуємо вздовж осі X_3 середньої поступальної пари в бік збільшення відстані AB, а нормальні - перпендикулярно до них, причому напрями нормальних складових вважаємо повернутими на кут 90^0 проти годинникової стрілки відносно тангенціальних.

Щоб показати внутрішню реакцію, розглянемо окремо ланку 2, замінивши дію відкинутої ланки 3 реакцією $\vec{R}_{23}$ /рис. 3.3,д/. Ця реакція перпендикулярна до напрямної і в загальному випадку прикладена на відстані h_2 від точки A.

3.2.5. Послідовність виконання розрахунку групи.

3.2.5.1. Силовий розрахунок групи Ассура можна поділити на такі етапи /рис. 3.4/, до яких входить визначення: 1/ тангенціальних складових зовнішніх реакцій; 2/ нормальних складових зовнішніх реакцій або повних реакцій, якщо крайня пара поступальна; 3/ внутрішньої реакції; 4/ відстаней, що задають точки прикладання реакцій у поступальних парах.

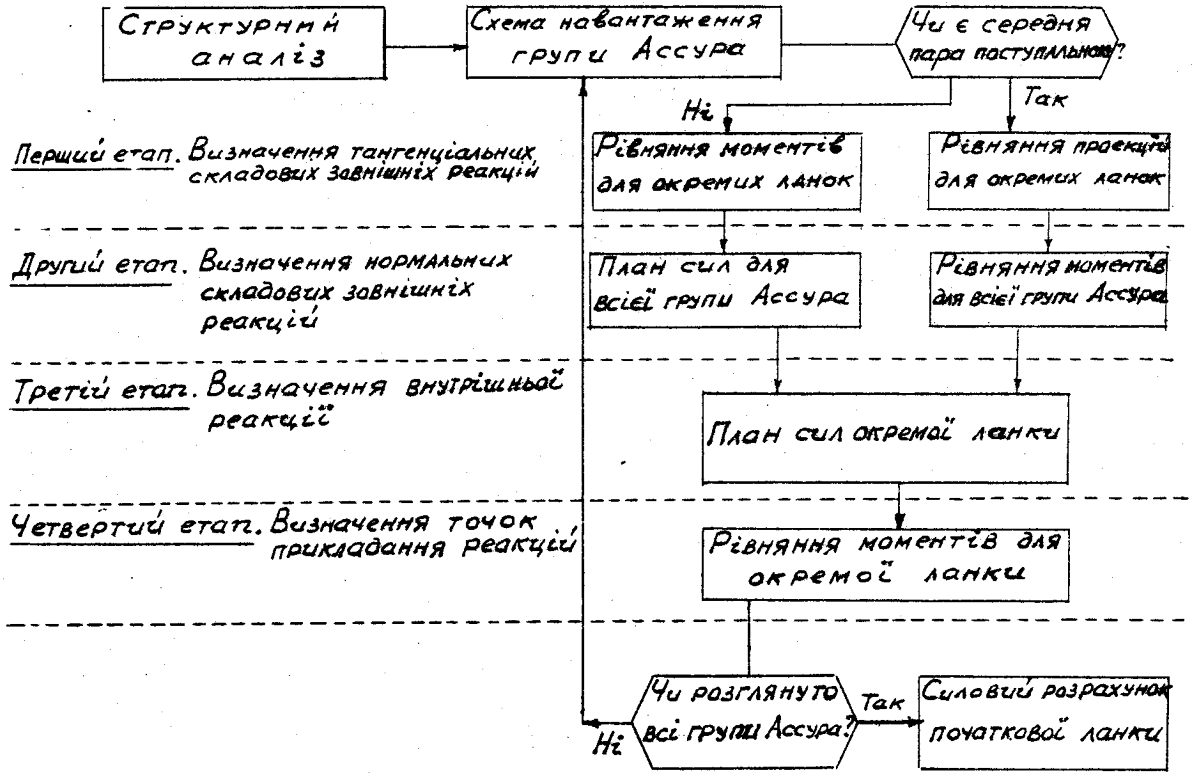

Структурний аналіз
Схема навантаження групи Ассура
Чи є середня пара поступальною?
Ні
Так
Перший етап. Визначення тангенціальних складових зовнішніх реакцій
Рівняння моментів для окремих ланок
Рівняння проекцій для окремих ланок
Другий етап. Визначення нормальних складових зовнішніх реакцій
План сил для всієї групи Ассура
Рівняння моментів для всієї групи Ассура
Третій етап. Визначення внутрішньої реакції
План сил окремої ланки
Четвертий етап. Визначення точок прикладання реакцій
Рівняння моментів для окремої ланки
Чи розглянуто всі групи Ассура?
Так
Ні
Силовий розрахунок початкової ланки

Рис. 3.4

Щоб визначити зовнішні реакції /пп. I і 2/, у різних випадках можна користуватись рівняннями рівноваги групи чи окремих ланок. На відміну від цього внутрішню реакцію можна визначити лише з рівняння рівноваги однієї ланки.

Рівняння рівноваги, що використовуються на першому та другому етапах, залежать від того, якою є середня пара групи – обертальною чи поступальною.

3.2.5.2. Розглянемо послідовність силового розрахунку групи із середньою обертальною парою.

Тангенціальні складові зовнішніх реакцій визначаються з рівнянь моментів відносно центра середнього шарніра, складених для кожної ланки окремо.

Якщо розглядається група /4, 5/, схему навантаження якої зображено на рис. 3.3,б, необхідно скласти рівняння моментів сил, прикладених до ланки 4 відносно точки D:

$$\sum M_D = 0 \quad \text{/ланка 4/,} \qquad /3.3/$$

яке в розгорнутому вигляді записується так:

$$-R^T_{43}\,\ell_4 + M_4 - P_4 h_{p4} = 0, \qquad /3.4/$$

де h_{p4} – плече сили $\vec{P}_4$ відносно точки D.

Вибір точки D як центра моментів дає змогу виключити з /3.4/ нормальну складову $\vec{R}^N_{43}$ і внутрішню реакцію R_{45}, оскільки обидві вони проходять крізь точку D.

Друга зовнішня реакція $\vec{R}_{50}$ тангенціальної складової не має, тому описаний етап для ланки 5 не виконується. Другий етап у даному випадку містить визначення нормальної складової R^N_{43} і реакції R_{50}. Оскільки лінії дії цих двох сил відомі, їх можна знайти побудовою силового многокутника для всієї групи:

$$\vec{R}^N_{43} + \vec{R}^T_{43} + \vec{P}_4 + \vec{P}_5 + \vec{G}_5 + \vec{Q}_5 + \vec{R}_{50} = 0 . \qquad /3.5/$$

У процесі графоаналітичного розв'язання будуємо в масштабі замкнений силовий многокутник, що відповідає записаному рівнянню. Для цього у вибраному масштабі треба відкласти відомі вектори $\vec{R}^T_{43}$, $\vec{P}_4$, $\vec{P}_5$, G_5, Q_5 /рис. 3.3,е/, через початкову /I/ та кінцеву /6/ точки цієї побудови провести відомі лінії дії реакцій R_{50} і $\vec{R}^N_{43}$. Точка 7 перетину цих прямих визначить шукані значення $\vec{R}_{43}$ і $\vec{R}_{50}$.

Обчислення внутрішньої реакції має починатись із розглядання рівнянь рівноваги однієї з ланок, наприклад ланки 4. У цьому разі векторна сума сил становитиме

$$\vec{R}_{43}^{N}+\vec{R}_{43}^{T}+\vec{R}_{4}+\vec{R}_{45}. \qquad /3.6/$$

Перші три вектори вже відкладені на плані сил. Вони подані у вигляді ламаної лінії 7, I, 2, 3. Отже, з'єднавши точки 3 і 7, дістанемо реакцію R_{45}.

На четвертому етапі необхідно визначити плече h_5 реакції $\vec{R}_{50}$. Для цього складемо рівняння моментів сил, що діють на ланку 5 /див. рис. 3.3,в/, відносно точки D. Це рівняння має вигляд

$$\vec{R}_{50}\cdot h_{5}=0, \qquad /3.7/$$

оскільки момент решти сил, прикладених до ланки 5 $\vec{P}_5$, $\vec{Q}_5$ відносно точки D, дорівнює нулю.

Із рівняння /3.7/ випливає, що $h_5 = 0$.

3.2.5.3. Послідовність силового розрахунку групи із середньою поступальною парою розглянемо на прикладі групи /2, 3/, схему навантаження якої зображено на рис. 3.3,г.

Щоб визначити тангенціальні складові R_{21}^{T} і R_{30}^{T}, треба скласти рівняння проекцій на вісь X_3 поступальної пари /2, 3/ сил, що діють на ланки відповідно 2 і 3. У цьому разі з рівнянь буде виключено внутрішню реакцію $\vec{R}_{23}$, оскільки вона перпендикулярна до осі X_3.

Рівняння проекцій:

для ланки 2

$$R_{21}^{T}=0; \qquad /3.8/$$

для ланки 3

$$R_{30}^{T}+(P_3)_{X3}+(G_3)_{X3}+(R_{34})_{X3}=0. \qquad /3.9/$$

Тут $(P_3)_{X3}$, $(G_3)_{X3}$, $(R_{34})_{X3}$ – проекції сил $\vec{P}_3$, $\vec{G}_3$, $\vec{R}_{34}$ на вісь X_3; $\vec{R}_{34}$ – реакція на ланку 3 з боку ланки 4; вона дорівнює за модулем і протилежна за напрямом реакції $\vec{R}_{43}$, знайденій у результаті розрахунку групи /4, 5/.

Із /3.8/ випливає, що тангенціальна складова R_{21}^{T} відсутня.

Щоб визначити нормальні складові R_{30}^{N} і R_{21}^{N}, запишемо рівняння моментів для групи відносно точок A і B. Рівняння моментів відносно точки A має вигляд

$$-R^N_{30}\ell_3+M_3+M_2+R_{34}h_{RA}-P_3h_{PA}-G_3h_{GA}=0,\qquad /3.10/$$

де h_{RA}, h_{PA}, h_{GA} – плечі сил $\vec{R}_{34}$, $\vec{P}_3$, $\vec{G}_3$ відносно точки A /на рис. 3.3,г показано лише відрізок h_{PA} /. Ці величини визначаємо вимірюванням відповідних відрізків на кресленні та помноженням на масштаб довжин.

Рівняння моментів відносно точки B має вигляд

$$-R_{21}\ell_3-M_3-M_2-R_{34}h_{RB}+P_3h_{PB}+G_3h_{GB}=0,\qquad /3.11/$$

де h_{RB}, h_{PB}, h_{GB} – плечі сил $\vec{R}_{34}$, $\vec{P}_3$, $\vec{G}_3$ відносно точки B.

Із рівнянь /3.10/ і /3.11/ визначаємо R^N_{30} та R^N_{21}.

Щоб обчислити внутрішню реакцію $\vec{R}_{23}$, побудуємо силовий многокутник ланки 2

$$\vec{R}^N_{21}+\vec{R}_{23}=0,\qquad /3.12/$$

звідки випливає, що $\vec{R}_{23}=-\vec{R}^N_{21}$.

Плече сили $\vec{R}_{23}$ визначаємо з рівняння моментів для ланки 2 /див. рис. 3.3,д/ відносно точки A :

$$-R_{23}h_2+M_2=0.\qquad /3.13/$$

У даному разі $h_2=M_2/R_{23}$.

Силовий розрахунок для одного з положень розглянутого механізму за конкретних числових значень вихідних величин наведений у дод. 2.

3.2.5.4. У результаті силового розрахунку першої приєднаної групи /її буде розраховано останньою/ знайдено реакцію $\vec{R}_{12}$. Окрім цієї реакції на початкову ланку діють реакція в корінному підшипнику $\vec{R}_{10}$ та зрівноважуюча сила $R_{зр}$ /рис. 3.5,а/ або зрівноважуючий момент $M_{зр}$ /рис. 3.5,б/.

Перший випадок відповідає передачі енергії для привода шарнірно-важільного механізму через пару зубчастих коліс 1 і 2, одне з яких закріплене на валу початкової ланки. Реакція $\vec{R}_{зр}$ спрямована по лінії зачеплення /тобто складає кут $90^0-\alpha_w$ з лінією центрів OC/ так, щоб її момент зрівноважував момент реакції R_{12} відносно точки O, тобто має виконуватись умова

$$M_o(R_{12})+M_o(R_{зр})=0.\qquad /3.14/$$

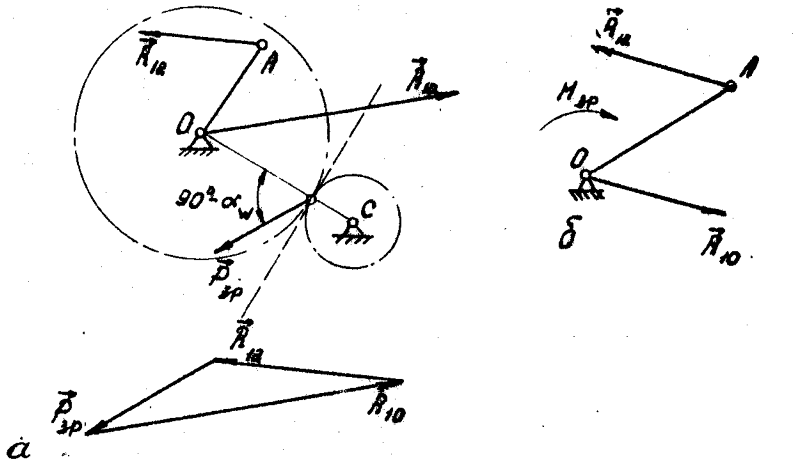


Рис. 3.5

Реакцію $\vec{R}_{10}$ обчислюємо побудовою плану сил для кривошипа за рівнянням

$$\vec{R}_{зр}+\vec{R}_{12}+\vec{R}_{10}=0. \qquad /3.15/$$

Другий випадок відповідає передачі руху через муфту. Тоді

$$\vec{R}_{10}=-\vec{R}_{12}; \quad M_{зр}=-M_o(R_{12}). \qquad /3.16/$$

Знайдені значення $R_{зр}$ або $M_{зр}$ необхідні для рівномірного обертання початкової ланки.

3.2.6. Аналітичне визначення реакцій без урахування тертя.

3.2.6.1. Застосовувати аналітичний метод розв'язання треба тоді, коли раніше кінематичне дослідження було виконане аналітично [12, гл. 3].

Виберемо нерухому систему координат так, щоб вісь OX була паралельна осі однієї з поступальних пар, а початок координат збігався з центром кривошипа /див. рис. 3.3,а/.

Складові реакцій в обертальних парах розглядаються як алгебраїчні величини. Їх позитивні напрями встановлені в п. 3.2.4.1. Головні вектори сил інерції можуть бути задані своїми проекціями на осі X і Y або на вісь поступальної пари.

II - 3084

У розглядуваному випадку /див. рис. 3.3,г/ сила R_3 – це геометрична сума тангенціальної та нормальної складових, кожна з яких визначається за допомогою кінематичних параметрів ланки 3:

$$P^T_3 = -m_3 \ell_{S3} \varepsilon_3, \quad P^N_3 = m_3 \ell_{S3} \omega^2_3, \qquad /3.17/$$

де $\ell_{S3} = BS_3$.

Для P^T_3 і P^N_3 використано те саме правило знаків, що і для складових реакцій. Таке подання складових головного вектора зручно використовувати для ланок, що здійснюють обертальний рух.

3.2.6.2. Покажемо аналітичне розв'язування на прикладі такого самого механізму, який було розглянуто на рис. 3.3.

Групи /4, 5/. Перший етап. Використовуємо рівняння моментів /3.4/, яке тепер набуває вигляду /див. рис. 3.3/

$$-R_{34}\ell_4 + M_4 + P_{4x}\ell_{S4}\sin\varphi_4 + P_{4y}\ell_{S4}\cos\varphi_4 = 0, \qquad /3.18/$$

де $\ell_{S4} = S_4D$ – відрізок, що задає положення центра мас S_4 ланки 4; P_{4x}, P_{4y} – проекції головного вектора сил інерції ланки 4 на осі X і Y. Це алгебраїчні величини, які треба підставляти в /3.18/ зі своїми знаками.

Другий етап. Векторне рівняння /3.5/ необхідно замінити двома рівняннями проекцій на осі X і Y. Оскільки R^N_{43} і R^T_{43} складають з віссю X кути φ_4 і $\varphi_4 + \pi/2$, ці рівняння набувають вигляду

$$R^N_{43}\cos\varphi_4 - R^T_{43}\sin\varphi_4 + P_{4x} - P_5 + Q_5 = 0; \qquad /3.19/$$

$$R^N_{43}\sin\varphi_4 + R^T_{43}\cos\varphi_4 + P_{29} - G_4 - G_5 + R_{50} = 0. \qquad /3.20/$$

У даному разі вибір системи координат забезпечив отримання системи, що розпадається: реакція R_{50} до /3.19/ не входить. Тому спочатку з цього рівняння визначається R^N_{43}, а потім R_{50} з рівняння /3.20/.

У загальному випадку буде отримано систему двох лінійних рівнянь, які розв'язуються сумісно.

Третій етап. Щоб визначити внутрішню реакцію, спроектуємо рівняння рівноваги ланки 5 на осі X і Y:

$$-P_5 + Q_5 + (R_{54})_x = 0;$$
$$R_{50} - G_5 + (R_{54})_y = 0. \qquad /3.21/$$

Із цих рівнянь визначаються проекції реакції R_{54}.

Четвертий етап. Не відрізняється від графоаналітичного розв'язання. Із рівняння /3.7/ визначаємо, що $h_5 = 0$.

3.2.6.3. Розглянемо розв'язання для групи /2, 3/. Знайдемо перш за все проекції сили R_{43} на осі X_3, Y_3. Із рис. 3.6, а* випливає, що кут, який складає сила R^N_{43} з віссю X_3, дорівнює $\varphi_4 - \varphi_3$. Кут між силою R^T_{43} та віссю X_3 дорівнює $\pi/2+(\varphi_4-\varphi_3)$. Тому проекції R_{43} на осі X_3 і Y_3 відповідно

$$(R_{43})_{x3} = R^N_{43}\cos(\varphi_4-\varphi_3) - R^T_{43}\sin(\varphi_4-\varphi_3);$$
$$(R_{43})_{y3} = R^N_{43}\sin(\varphi_4-\varphi_3) + R^T_{43}\cos(\varphi_4-\varphi_3). \qquad /3.22/$$

Складові реакції R_{34} проектуються на осі X_3 і Y_3 із зворотними знаками.

Перший етап. Рівняння проекцій на вісь X_3 сил, що діють на ланку 2, має вигляд

$$R^T_{21} = 0. \qquad /3.23/$$

Рівняння проекцій на ту саму вісь сил, що діють на ланку 3 /рис. 3.6,б/, мають вигляд

$$R^T_{30} + P^N_3 - G_3\sin\varphi_3 + (R_{34})_{x3} = 0. \qquad /3.24/$$

Другий етап. Рівняння /3.11/ моментів відносно точки B сил, що діють на групу /2, 3/, набуває вигляду

$$P^T_3\ell_S + G_3\ell_S\cos(\pi-\varphi_3) + R^N_{21}\ell_3 + (R_{34})_{y3}\ell_C + M_2 + M_3 = 0$$

або після спрощення

$$(P^T_3 - G_3\cos\varphi_3)\ell_S + R^N_{21}\ell_3 + (R_{34})_{y3}\ell_C + M_2 + M_3 = 0. \qquad /3.25/$$

Другим рівнянням на другому етапі використовуємо рівняння проекцій на вісь Y_3 сил, що діють на групу /2, 3/:

$$R^N_{30} - G_3\cos\varphi_3 + R^N_{21} + P_3 + (R_{34})_{y3} = 0. \qquad /3.26/$$

Із /3.25/ і /3.26/ визначаємо відповідно R^N_{21} і R^N_{30}.

---
* На рис. 3.6 показано позитивні значення.

II*

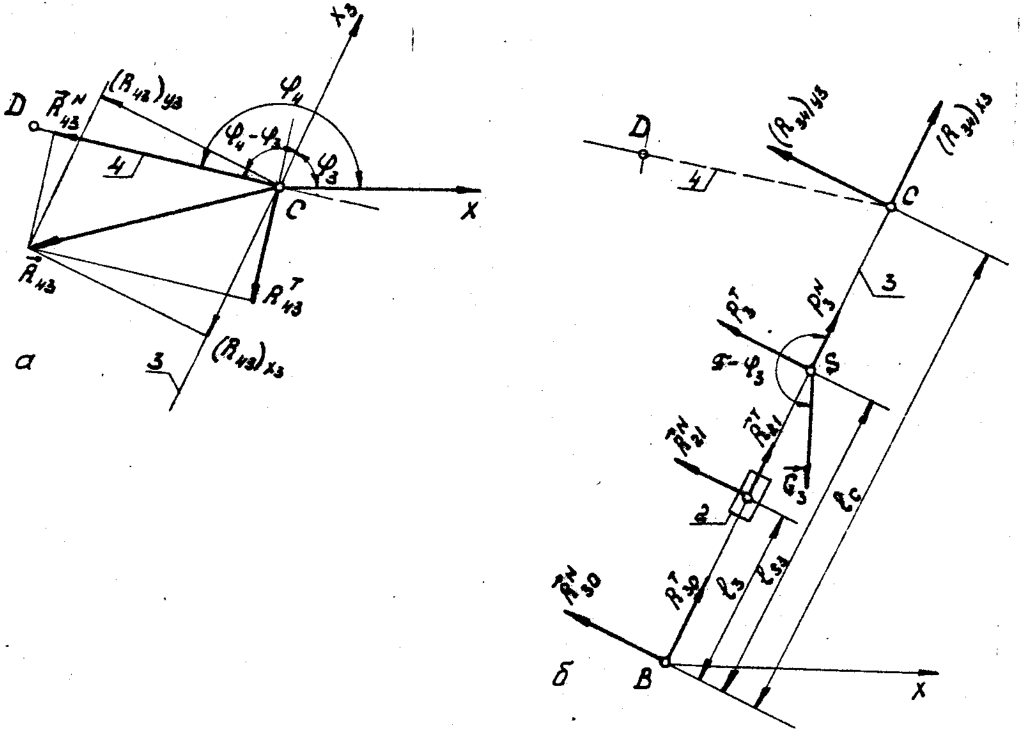

D
C
X
x_3
φ_4
$\varphi_4 - \varphi_3$
φ_3
$\vec{R}_{43}^{N}$
$(R_{43})_{y3}$
$\vec{R}_{43}$
R_{43}^{T}
$(R_{43})_{x3}$
4
3
а
D
C
$(R_{34})_{y3}$
$(R_{34})_{x3}$
4
3
P_3^T
P_3^N
S
$\pi - \varphi_3$
$\vec{R}_{21}^{N}$
$\vec{R}_{21}^{T}$
$\vec{G}_3$
2
$\vec{R}_{30}^{N}$
R_{30}^{T}
ℓ_3
ℓ_{S3}
ℓ_C
б
B
X

Рис. 3.6

Третій і четвертий етапи не відрізняються від графоаналітичного розв'язання, де використовуються рівняння /3.12/ і /3.13/.

У загальному випадку проекції R_{23} можна знайти проектуванням рівняння /3.12/ на осі X_3 і Y_3.

3.2.7. Урахування сил тертя в процесі силового розрахунку.

3.2.7.1. Визначення реакцій у разі врахування сил тертя виконується методом послідовних наближень, оскільки сили тертя залежать від шуканих реакцій [12].

Напрями сили тертя в поступальній парі та моменту тертя в обертальній парі визначаються напрямом відносної швидкості чи відносної кутової швидкості, тобто залежить від їх знаку. Тому в подальшому будемо використовувати функцію $sign(x)$, яка записується так:

$$sign(x) = \begin{cases} +1 \text{ при } x > 0; \\ 0 \text{ при } x = 0; \\ -1 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Графік цієї функції показано на рис. 3.7.

Якщо до поступальної пари входять ланки n і q, то сила тертя, яку прикладено до ланки n з боку ланки q /рис. 3.8,а/,

$$F_{nq} = -R_{nq} f sign(v_{n-q}),\quad /3.27/$$

де f - коефіцієнт тертя в розглядуваній парі.

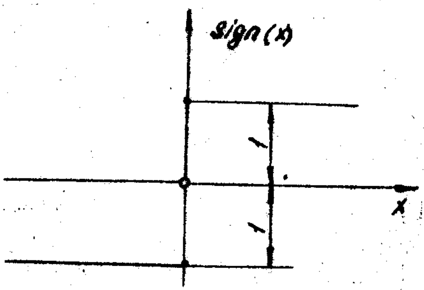


Рис. 3.7

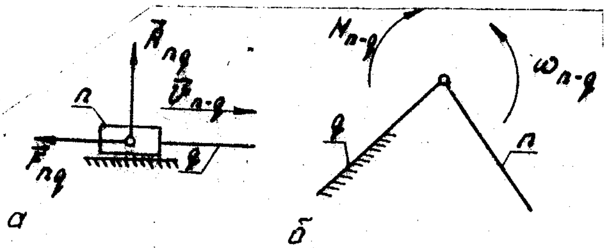


Рис. 3.8

Якщо ланки n і q утворюють обертальну пару /рис. 3.8,б/, то момент тертя, прикладений до ланки n з боку ланки q,

$$M_{nq} = -R_{nq} f r \, sign(\omega_{n-q}), \qquad /3.28/$$

де r – радіус пальця шарніра; ω_{n-q} – відносна кутова швидкість ланки n відносно ланки q,

$$\omega_{n-q} = \omega_n - \omega_q ; \qquad /3.29/$$

ω_n, ω_q – кутові швидкості ланок n і q у нерухомій системі координат, що розглядаються як алгебраїчні величини.

3.2.7.2. Послідовність визначення реакцій і сил тертя показана на рис. 3.9. Розрахунок починаємо з останньої приєднаної групи. Спочатку вважатимемо, що сили тертя відсутні, і виконаємо силовий розрахунок так, як було описано раніше. У результаті визначимо наближені значення реакцій R' – сукупність шести шуканих реакцій. Тому в процесі програмування для збереження цих значень буде використано масив із шести елементів. Користуючись значеннями R', знаходимо відповідні значення сил і момент тертя. Після цього виконуємо уточнений силовий розрахунок, в якому до числа сил, що задаються, включаємо знайдені сили та моменти тертя. У результаті знаходимо масив R'' /із шести елементів/ уточнених значень реакцій. Природно, що кожний елемент цього масиву відрізняється від відповідного елемента масиву R'. Чим меншою є ця різниця, тим ближче ми підійшли до визначення дійсних значень реакцій; тому обчислимо значення

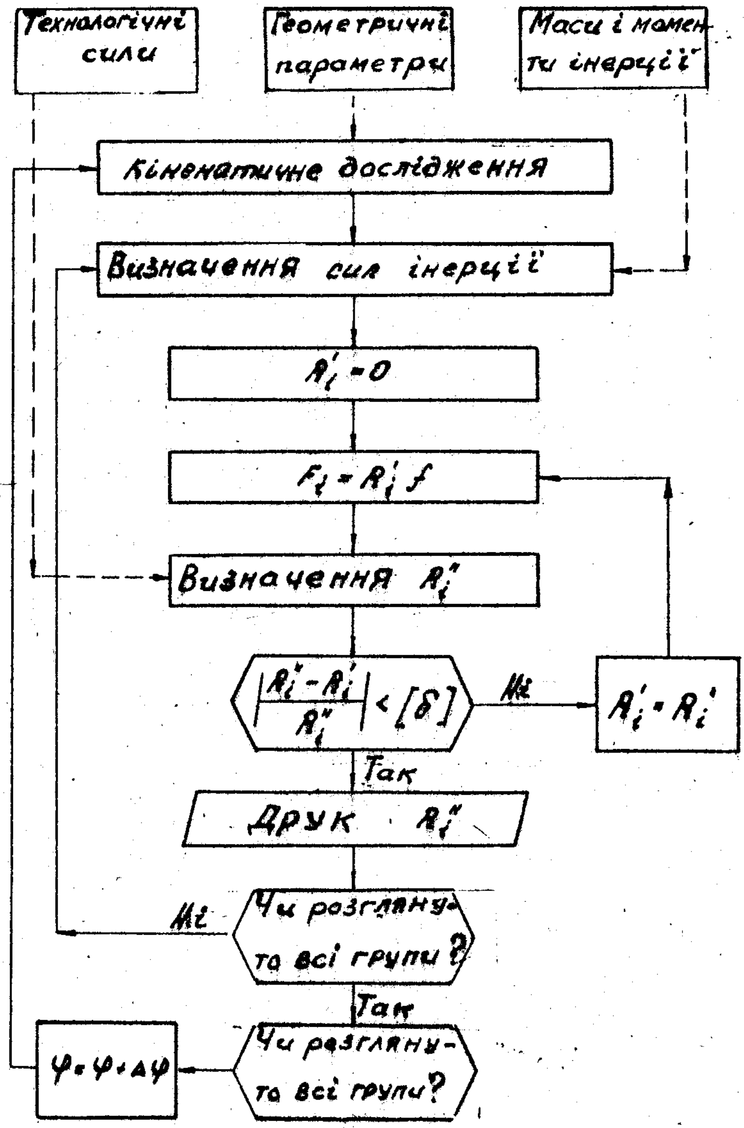
$$\delta_i = \left| \frac{R_i'' - R_i'}{R_i'} \right| \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, 6) \qquad /3.30/$$

і порівняємо його з припустимим значенням похибки $[\delta]$.

Якщо $\delta_i < [\delta]$, то процес уточнення реакцій можна припинити. Якщо хоча б одна з цих умов не виконується, беремо як вихідні значення знайдені значення R'' і повторюємо обчислення доти, поки не буде досягнуто необхідної точності.

Таким чином, обчислення реакцій з урахуванням тертя є ітераційним процесом.

Коли закінчиться ітераційний процес для аналізованої групи Ассура, необхідно вивести на екран або на друк обчислені значення реакцій /елементи масиву R''/ і перейти до розрахунку чергової групи. Після визначення реакцій в усіх кінематичних парах розглядаємо на-



Технологічні сили
Геометричні параметри
Маси і моменти інерції
Кінематичне дослідження
Визначення сил інерції
$R_i' = 0$
$F_i = R_i' f$
Визначення R_i''
$\left|\frac{R_i'' - R_i'}{R_i''}\right| < [\delta]$
Ні
$R_i' = R_i'$
Так
Друк R_i''
Чи розглянуто всі групи?
Ні
Так
Чи розглянуто всі групи?
$\varphi = \varphi + \Delta\varphi$

Рис. 3.9

12*

ступне положення механізму та повторюємо описані операції доти, поки не буде розглянуто всі положення їх до механізму.

Таким чином, алгоритм розглядуваної задачі містить два вкладених цикли - зовнішній, у разі виконання якого змінюється номер положення механізму /і відповідно кут повороту початкової ланки/, та внутрішній ітераційний цикл, у процесі якого уточнюються значення реакцій.

За наявності достатнього обсягу пам'яті у використовуваній ЕОМ у зовнішньому циклі треба обчислювати такі кінематичні параметри механізму, як вихідні дані для обчислення головних векторів і головних моментів сил інерції ланок.

Докладне описання особливостей програмування наведене в дод. 3.

3.2.8. Перевірка правильності силового розрахунку. Зрівноважуючий момент можна знайти також, використовуючи принцип можливих переміщень [36, § 171]. Якщо силовий розрахунок виконано правильно, то два значення зрівноважуючого моменту, які обчислені двома незалежними методами, мають дорівнювати одне другому.

Згідно з принципом можливих переміщень система знаходиться в рівновазі, якщо сума елементарних робіт усіх прикладених до системи сил на будь-якому можливому переміщенні дорівнює нулю. Стосовно механізму

$$M_{зр}\,\delta\varphi_1 + \sum_i P_i\,\delta S_i \cos\alpha_i + \sum_k M_k\,\delta\varphi_k = 0, \qquad /3.31/$$

де P_i - одна з прикладених до механізму сил, що задаються; δS_i - можливе переміщення точки її прикладання, що відповідає повороту початкової ланки на кут $\delta\varphi_1$; α_i - кут між напрямами сили P_i і швидкості точки її прикладання /рис. 3.10/; M_k - момент, що прикладено до ланки k ; $\delta\varphi_k$ - кут повороту цієї ланки, що відповідає повороту початкової ланки на $\delta\varphi_1$.

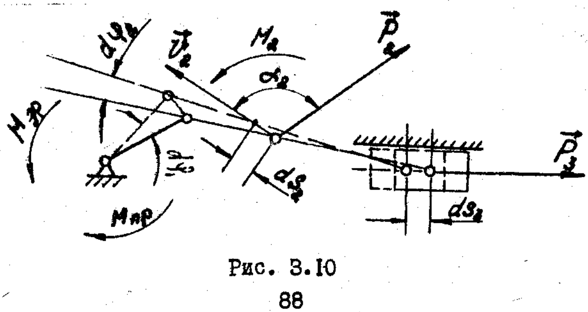


Рис. 3.10

До числа сил P_i і моментів M_k належать сили, що задаються та враховуються в разі силового розрахунку незалежно від їх фізичної природи /сили інерції, технологічні сили, сили ваги та сили тертя/.

У механізмах з одним ступенем вільності можливі переміщення збігаються з дійсними, тому варіації δS_i та $\delta \varphi_k$ можна замінити їх диференціалами dS_i та $d\varphi_k$. Тоді, розділивши рівняння /3.31/ на $d\varphi_1$, дістанемо

$$M_{зр} + \sum_i P_i \frac{dS_i}{d\varphi_1} + \sum_k M_k \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} = 0, \qquad /3.32/$$

де $dS_i/d\varphi_1 = S'_i$ – аналог швидкості точки прикладання сили P_i; $d\varphi_k/d\varphi_1 = \bar{\omega}_k$ – аналог кутової швидкості ланки k. Ці величини було знайдено в результаті кінематичного дослідження.

Перевіривши виконання рівняння /3.32/, можна переконатися в правильності силового розрахунку.

3.3. Визначення параметрів одномасової динамічної моделі машинного агрегату

3.3.1. Приведення сил.

3.3.1.1. Якщо механізм має один ступінь рухомості, його динамічне дослідження можна значно спростити, виконавши приведення сил і мас, тобто замінивши реальний механізм його одномасовою динамічною моделлю /рис. 3.11/, яку можна подати у вигляді диска, пов'язаного із ланкою приведення, якою звичайно вибирають початкову ланку механізму. Динамічна модель повинна мати деякий еквівалентний момент інерції, який у подальшому будемо називати приведеним моментом інерції механізму. Щоб зберегти закон руху моделі тотожним закону руху механізму, до ланки приведення має бути прикладено момент, дія якого є еквівалентною дії системи сил, прикладе-

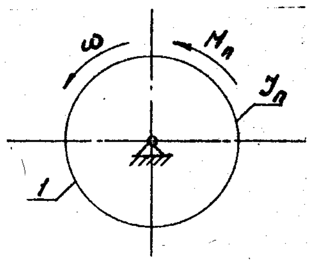


Рис. 3.11

них до механізму. Цей момент будемо називати приведеним моментом системи прикладених сил, або приведеним моментом.

Застосування одномасової динамічної моделі допускається тоді, коли жорсткість усіх ланок є достатньо великою. З'єднуючи різні вузли машинного агрегату за допомогою пружних муфт, необхідно користуватись двомасовою чи більш складними моделями. Ці випадки виходять за межі курсового проекту.

3.3.І.2. Розглянемо умови еквівалентної заміни мас механізму та діючих на нього сил. Застосувавши теорему про зміну кінетичної енергії до механізму на відрізку зміни кута повороту початкової ланки від φ_1 до φ_2, дістанемо

$$T_2 - T_1 = A_{1-2}, \qquad /3.33/$$

де T_1, T_2 – кінетична енергія механізму в положенні відповідно І і 2; A_{1-2} – робота сил, що задаються, на цьому самому відрізку.

Оскільки в процесі динамічного дослідження машинних агрегатів використовуються рівняння руху, у правій частині рівняння /3.33/ розраховується робота реальних сил, що діють на ланки механізму. Тому до їх числа сили інерції не включаються.

Щоб зберегти закон руху початкової ланки при заміні механізму його моделлю, необхідно зберегти незмінними праву та ліву частини рівняння /3.33/. Тому, використовуючи поняття про приведений момент системи сил, приходимо до такого висновку.

Робота приведеного моменту на будь-якому нескінченно малому переміщенні механізму має дорівнювати сумі елементарних робіт діючих на нього сил.

3.3.І.3. Розглянемо визначення приведеного моменту для кривошипно-повзунного механізму, зображеного на рис. 3.10. Якщо при повороті початкової ланки на кут $d\varphi_1$ повзун 3 перемістився на dS_3, шатун повернувся на кут $d\varphi_2$ і точка прикладання сили P_2 перемістилась на dS_2, то умова рівності робіт приведеного моменту та звідної системи виразиться так:

$$M_n d\varphi_1 = P_3 dS_3 + P_2 dS_2 \cos\alpha_2 + M_2 d\varphi_2,$$

де α_2 – кут між силою P_2 і напрямом переміщення точки її прикладання.

Розділивши на $d\varphi_1$, дістанемо

$$M_n = P_3\frac{dS_3}{d\varphi_1} + P_2\frac{dS_2}{d\varphi_1}\cos\alpha_2 + M_2\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}, \qquad /3.34/$$

де $dS_3/d\varphi_1$, $dS_2/d\varphi_1$ – аналоги швидкості точок прикладання сил; $d\varphi_2/d\varphi_1$ – аналог кутової швидкості ланки, до якої прикладено момент M_2.

3.3.1.4. Для практичного використання формули /3.34/ необхідно виконати перший та другий етапи кінетичного дослідження та знайти необхідні значення аналогів швидкостей. За наявності достатнього обсягу пам'яті до неї мають бути занесені значення звідних сил в усіх розглядуваних положеннях. Виконуючи послідовно обчислення для заданих положень механізму, знаходимо аналоги швидкостей і потім обчислюємо приведений момент за /3.34/. Якщо обчислення виконуємо за допомогою ПМК, то в програмі необхідно передбачити обчислення аналога швидкості точки прикладання сили і введення відповідного значення звідної сили, після чого за /3.34/ знаходимо M_n.

Для складних механізмів доцільно користуватись методом чисельного диференціювання. Для чотириланкових механізмів можна використовувати метод проектування планів. Як приклад у дод. I наводиться програма I.6 для обчислення приведеного моменту V-подібного кривошипно-повзунного механізму /використовується в компресорах і двигунах внутрішнього згоряння/, яка дає можливість обчислити також потужність двигуна та його приведений момент інерції.

3.3.1.5. Формулу /3.34/ можна застосовувати до будь-яких сил незалежно від їх фізичної природи. Приведення сил можна виконати окремо для кожної групи сил, що діють на механізм.

У курсовому проекті треба побудувати окремо графіки приведеного моменту сил ваги, технологічних сил і сил тертя. Якщо на ланки механізму діє кілька технологічних сил, іноді доцільно побудувати приведений момент кожної з цих сил. Так, у процесі проектування V-подібного двигуна /рис. 3.12/ треба знайти окремо приведені моменти M_2 і M_5 від сил тиску газів на правий і лівий поршні та побудувати їх графіки. Це дає змогу виразніше уявити собі вплив кожної із сил на динаміку механізму та проконтролювати правильність розв'язання задачі.

У табл. 3.1 наведені вихідні дані та результати розрахунку приведених моментів M_2, M_5, $M_n = M_2 + M_5$ для двигуна, в якого $\ell_1 = 0{,}05$ м; $\ell_2 = \ell_3 = 0{,}16$ м і кут між осями циліндрів $\alpha = 90^\circ$. Графік сили тиску на поршень задано у вигляді розгорнутої індикаторної діаграми $Q = f(\varphi)$, зображеної на рис. 3.13,а.

На основі табл. 3.1 побудовано графіки $M_2(\varphi_1)$, $M_5(\varphi_1)$ і $M_n(\varphi_1)$, що зображені на рис. 3.13,б. За початок відліку кута φ_1 взято положення механізму, що відповідає нижній мертвій точці /НМТ/ правого циліндра. Із рис. 3.13,б видно, що графік $M_n(\varphi_1)$ зовсім не схожий на графіки приведених моментів кожного із циліндрів і побудувати його за даними табл. 3.1 без даних про зміну M_2 і M_5 важко.

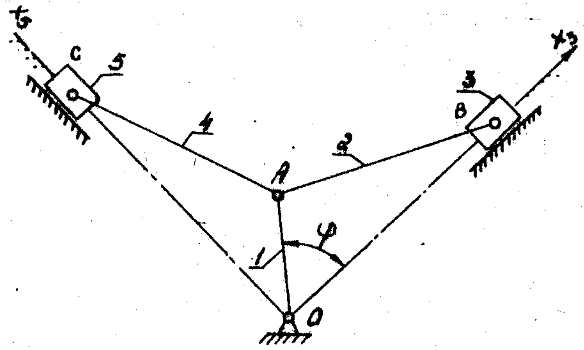


Рис. 3.12

Таблиця 3.1

i	Q_2, кН	Q_5, кН	M_2, кН·м	M_5, кН·м	$M_п$, кН·м	$J_V \cdot 10^3$, кг·м²
0	0	-40	0	2,000	2,000	7,5
I	-2,5	-2I	-0,004	0,76I	0,7I6	4,93
2	-6,0	-8	-0,2I7	0,I45	-0,072	4,93
3	-I2,0	0	-0,600	0	-0,600	7,6
4	-20,0	-2,5	-I,006	-0,004	-I,052	8,58
5	-33,0	-6,0	-I,050	-0,2I7	-I,269	6,99
6	-50,0	-I2,0	0	-0,600	-0,600	7,5
7	-76,0	-20,0	2,420	-I,006	I,4I4	I0,6
8	-62,0	-33,0	3,I20	-I,05I	2,069	I0,6
9	-40,0	-50,0	2,000	0	2,000	7,5
I0	-2I,0	-76,0	0,76I	2,420	3,I82	6,99
II	-8,0	-62,0	0,I45	3,I20	3,226	8,58
I2	0	-40,0	0	2,000	2,000	7,5

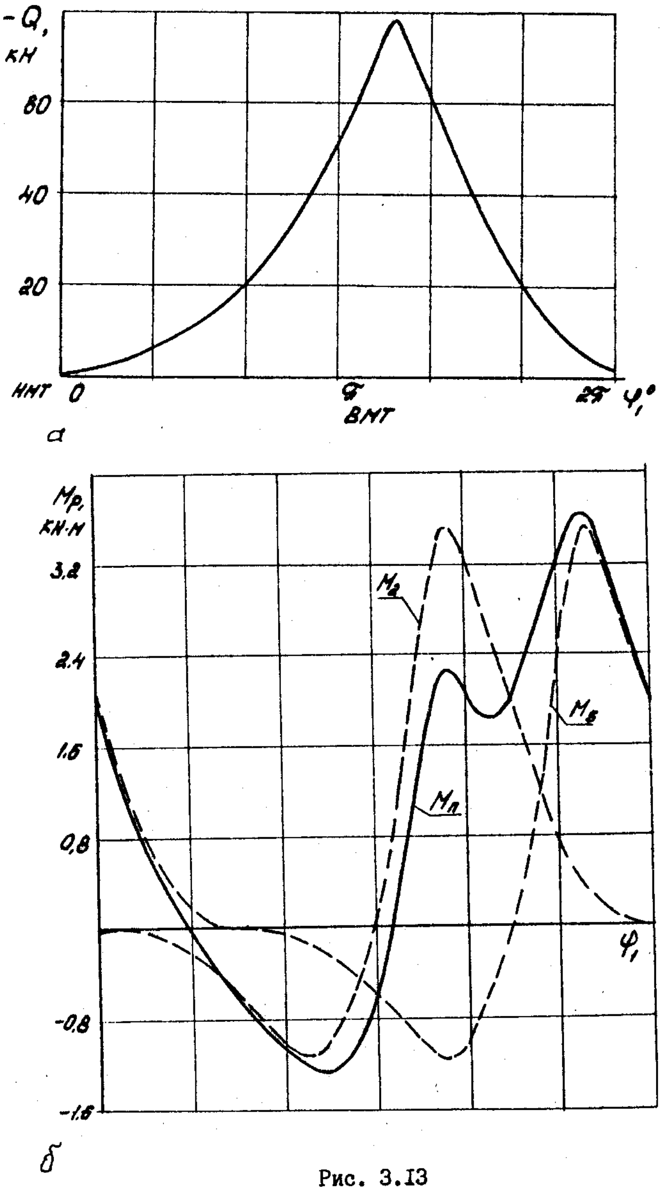


Рис. 3.13

3.3.1.6. Відзначимо особливість при обчисленні приведеної сили тертя. Унаслідок фізичної природи сил тертя робота сили в кожній кінематичній парі завжди є негативною. Тому можна не брати до уваги знаки сили тертя та відносної швидкості, а обчислювати відповідний доданок приведеного моменту:

$$-\left|F_{nq} S'_{n-q}\right|,$$

де F_{nq} – сила тертя; S'_{n-q} – аналог відносної швидкості в поступальній парі.

Аналогічний вираз можна записати також для обертальної пари.

3.3.2. Визначення потужності та коефіцієнта корисної дії машини.

3.3.2.1. Потужність і ККД – найважливіші техніко-економічні показники машини, що характеризують її технічну досконалість. Щоб визначити ці параметри, необхідно обчислити роботу за цикл технологічних сил і сил тертя в кінематичних парах. Оскільки елементарна робота сил, що діють на механізм, дорівнює роботі приведеного моменту, то роботу за цикл можна визначити за формулами

$$A_g=\int_0^{2\pi} M_g d\varphi;\quad A_c=\int_0^{2\pi} M_c d\varphi;\quad A_F=\int_0^{2\pi} M_F d\varphi, \qquad /3.35/$$

де A_g, A_c, A_F – робота за цикл відповідно сил рушійних, сил корисного опору, сил тертя; M_g, M_c, M_F – приведені моменти цих самих сил.

За фізичним смислом величин, що обчислюються,
$A_g>0;\ A_c<0;\ A_F<0.$

ККД і потужність робочої машини

$$\eta=A_c/(A_c+A_F);\quad P=-(A_c+A_F)/T, \qquad /3.36/$$

де T – час циклу.

Для машини-двигуна

$$\eta=(A_g+A_F)/A_g;\quad P=(A_g+A_F)/T. \qquad /3.37/$$

3.3.2.2. Розглянемо обчислення робіт згідно з формулами /3.35/. У даному разі виникає необхідність чисельного інтегрування функції, заданої таблично. Доцільніше скористатися для цього формулою Сімпсона, яка дає високу точність обчислення інтеграла за порівняно невеликої кількості вузлових точок. Як відомо [29, с. 371-373],

$$\int_a^b y\,dx=\frac{h}{3}(y_0+4y_1+2y_2+\ldots+4y_{2n-1}+y_{2n}),\qquad /3.38/$$

де $2n$ – парне число ділянок, на які розбито відрізок інтегрування $[a,b]$; h – відстань між сусідніми вузловими точками,

$$h=(b-a)/2n;$$

$y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{2n-1}, y_{2n}$ – значення підінтегральної функції у вузлових точках.

Програма інтегрування за методом Сімпсона функції, заданої таблично, наводиться в [14, програма 5.5]. На її основі було складено програму 1.6 /дод. 1/, в якій для V-подібного кривошипно-повзунного механізму одночасно визначаються приведений момент технологічних сил, приведений момент інерції та потужність технологічних сил.

Програма складається з головного модуля та підпрограм двох рівнів. Підпрограма першого рівня містить обчислення $M_т$ і $J_п$, підпрограма другого рівня – обчислення аналога швидкості поршня. Підпрограма другого рівня викликається з підпрограми першого.

У разі використання персональної ЕОМ блока визначення $M_т$ і $J_п$ включаються всередину основного циклу обчислень, а процедуру інтегрування зручніше оформити у вигляді окремого циклу, як це зроблено в програмі 2.2 /дод. 1/.

Як приклад було обчислено роботу рушійних сил у правому та лівому циліндрах V-подібного двигуна, приведені моменти для якого було знайдено в п. 3.3.1.5. Частоту обертання колінчастого вала було взято такою, що дорівнює 2500 хв$^{-1}$.

Оскільки розглядається чотиритактний двигун, час циклу T дорівнює часу двох обертів колінчастого вала; отже, для даного механізму

$$T=\frac{120}{n}=\frac{120}{2500}=0{,}048 \text{ с.}$$

Оскільки точність інтегрування залежить від числа розглядуваних положень, розрахунок було виконано за числа вузлових точок n = 6; 12; 24. У результаті обчислень було отримано такі значення потужності рушійних сил /індикаторної потужності/: P = 124,3 кВт; P = 120,58 кВт; P = 120,08 кВт.

Якщо результати розрахунку взяти по 24 точках за 100%, то похибка при 12 точках становить $\simeq$ 0,5% і навіть при 6 точках – 3,5%, що свідчить про високу ефективність методу Сімпсона.

Аналогічні розрахунки для поперечно-стругального верстата наведені в дод. 2.

3.3.2.3. Після визначення потужності агрегату за довідковою літературою треба визначити марку двигуна, який буде встановлено для привода. У більшості робочих машин використовуються короткозамкнені асинхронні двигуни загального призначення. Дані про них наводяться в [18], дані про двигуни постійного струму, а також про спеціальні краново-металургійні асинхронні двигуни - в [5].

Для подальшого динамічного розрахунку з таблиць, що наводяться в довідковій літературі, треба виписати момент інерції ротора двигуна. У деяких працях, наприклад у [18], вказано не момент інерції ротора, а пропорційну йому величину GD^2, одиниця якої - кгс·м^2.

Залежність між J та GD^2

$$J = GD^2/4,$$

де J виражається в кілограм-метрах у квадраті /кг·м/^{2}, G - у кілограм-силах /кгс/, а D - у метрах /м/.

3.3.3. Приведення мас

3.3.3.1. Щоб забезпечити еквівалентність лівих частин рівняння /3.33/ для механізму та його динамічної моделі, має виконуватись така умова: кінематична енергія приведеного моменту інерції моделі має в кожний момент часу дорівнювати кінетичній енергії механізму.

Із курсу теоретичної механіки [36, § 147, 148] відомо, що для ланки i, яка здійснює плоско-паралельний рух, кінетична енергія

$$T_i = \frac{m_i v_{si}^2}{2} + \frac{J_{si}\,\omega_i^2}{2}, \qquad /3.39/$$

де m_i - маса ланки; J_{si} - момент інерції відносно осі, що проходить крізь центр мас S_i і перпендикулярна до основної площини механізму; ω_i, v_{si} - швидкість відповідно кутова ланки та центра мас ланки.

Якщо ланка здійснює поступальний рух, другий доданок у /3.39/ дорівнює нулю; якщо вона здійснює обертальний рух, то два доданки в /3.39/ можна замінити одним:

$$T_i = \frac{J_{oi}\,\omega_i^2}{2},$$

де J_{oi} - момент інерції ланки відносно осі обертання.

Сформульовану умову рівності кінетичної енергії можна запи-сати так:

$$\frac{J_n \omega^2}{2} = \sum_{i=1}^{i=n} T_i . \qquad /3.40/$$

Пояснимо властивості приведеного моменту інерції на прикладі механізму стругального верстата /див. рис. 2.1/. У цьому разі рівняння /3.40/ набуває вигляду

$$\frac{J_n \omega^2}{2} = \frac{J_{01}\omega^2}{2} + \frac{m_2 V_{a2}^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{J_{03}\omega_3^2}{2} + \frac{m_4 V_{S4}^2}{2} + \frac{m_5 V_S^2}{2} .$$

Розв'язавши це рівняння відносно J_n, дістанемо

$$J_n = J_{01} + m_2 \ell_1^2 + J_2\left(\frac{\omega_2}{\omega}\right)^2 + J_{03}\left(\frac{\omega_3}{\omega}\right)^2 + m_4\left(\frac{v_{S4}}{\omega}\right)^2 + m_5\left(\frac{v_5}{\omega}\right)^2$$

Співмножники в дужках є аналогами або швидкостей або кутових швидкостей, що визначаються в результаті кінематичного дослідження. Графік J_n для розглянутого механізму наведений у дод. 2.

Із формули /3.41/ випливає, що приведений момент інерції 1/ величина позитивна; 2/ величина змінна; 3/ функція кута повороту, але від значення ω не залежить.

Дійсно, зі зміною φ змінюються чисельники співмножників, що стоять у дужках. Зі зміною ω однаково змінюються і чисельник, і знаменник, а сам дріб залишається без змін.

Висновок про зміну приведеного моменту інерції справедливий для шарнірно-важільних механізмів. Якщо розглядати найпоширеніші зубчасті механізми з круглими колесами, то в них відношення кутової швидкості будь-якої ланки до кутової швидкості ланки приведення залишається постійним навіть коли кожна з цих величин змінюється /наприклад, при розгоні механізму/.

Приведемо момент інерції триступінчастого редуктора /див. рис. 4.1/ до валу 4:

$$J_{n4} = J_1\left(\frac{\omega_1}{\omega_4}\right)^2 + J_2\left(\frac{\omega_2}{\omega_4}\right)^2 + J_3\left(\frac{\omega_3}{\omega_4}\right)^2 + J_4 ,$$

де $\omega_1/\omega_4 = U$, $\omega_2/\omega_4 = U_2 U_3$, $\omega_3/\omega_4 = U_3$ – передаточні числа редуктора та його ступенів, які виражаються через числа зубів коліс і є сталими величинами.

Якщо приводяться всі маси машинного агрегату, то мають урахо-вуватись маси шарнірного механізму, що дають змінний доданок. Постійний доданок дає також маса маховика, якщо його використано для згладжування періодичних коливань кутової швидкості головного вала.

3.3.3.2. Обчислення приведеного моменту інерції шарнірно-важільних механізмів можна спростити, якщо застосувати метод статичного розносу мас. Даний метод є наближеним, але похибка, що виникає в цьому разі, цілком допустима для технічних розрахунків.

У разі використання методу розносу мас реальна ланка AB /рис. 3.14/ масою m і з моментом інерції J_S відносно центральної осі замінюється двома заміщуючими масами m_A і m_B, зосередженими в точках A і B, якщо виконати умови $m_a + m_e = m$; $m_A x_A + m_B x_B = 0$, де x_A, x_B – координати точок A і B в системі, пов'язаній із ланкою AB і початком координат у точці S. Якщо записані рівняння задовольняються, то центр мас m_A і m_B зберігає своє положення в точці S, тому перший доданок у /3.39/ зберігається незмінним.

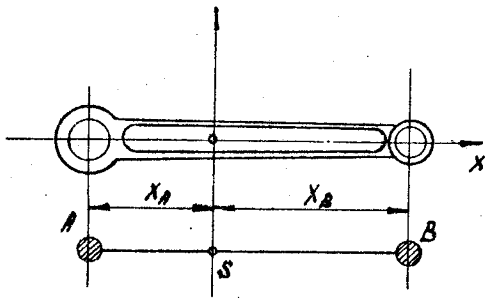


Рис. 3.14

Момент інерції заміщуючих мас відрізняється від моменту інерції реальної ланки, але цією похибкою будемо нехтувати.

Якщо, наприклад, виконати статичний рознос мас ланки 4 для механізму стругального верстата, то

$$J_n = J'_{01} + J'_{03} \bar{\omega}_3^2 + m'_5 (S'_5)^2, \qquad /3.41/$$

де $J'_{01} = J_{01} + m_2 \ell_1^2$; $J'_{03} = J_{03} + m_{c4} \ell_c^2$; $m'_5 = m_5 + m_{D4}$; $\bar{\omega}_3$ – аналог кутової швидкості ланки 3; S'_5 – аналог швидкості точки D; m_{c4}, m_{D4} – частини маси ланки 4, рознесені в точки C і D.

Використання методу розносу мас дає змогу отримати таку формулу для приведеного моменту інерції V -подібного кривошипно-повзунного механізму /див. рис. 3.12/:

$$\mathcal{J}_n = \mathcal{J}'_{01} + m'_B (S'_B)^2 + m'_C (S'_C)^2 , \qquad /3.42/$$

де $\mathcal{J}'_{01} = \mathcal{J}_{01} + 2m_A$; $m'_B = m_3 + m_B$; $m'_c = m_5 + m_c$; m_3, m_5 - маса поршня відповідно 3 і 5; m_A, m_B, m_C - заміщуючі маси, отримані від статичного розносу мас шатунів у точки A, B, C; S'_B, S'_c - аналоги швидкості точок B і C.

Обчислення приведеного моменту інерції для цього механізму можна виконувати за допомогою програми 1.6, яка містить обчислення приведеного моменту технологічних сил і приведеного моменту інерції.

В останньому стовпці табл. 3.1 записано значення змінної частини приведеного моменту інерції

$$\mathcal{J}_V = m'_B (S'_B)^2 + m'_{C_1} (S'_C)^2 , \qquad /3.43/$$

розрахованого за припущення, що $m'_B = m'_C$ = 3 кг.

Графік величини $\mathcal{J}_0 (\varphi)$ зображений на рис. 3.15.

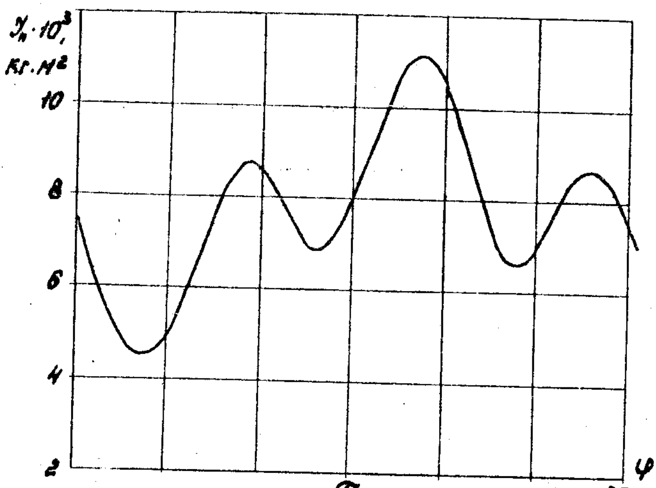


Рис. 3.15

3.4. Дослідження усталеного руху машинного агрегату та розрахунок маховика

3.4.І. Усталений рух машинного агрегату.

3.4.І.І. Основний робочий режим більшості машинних агрегатів - усталений рух.

У разі усталеного руху кутова швидкість початкової ланки або постійна, або періодично коливається близько деякого середнього значення.

Кут, на який повертається початкова ланка за один період усталеного руху, називається цикловим. Для більшості механізмів цикловий кут дорівнює 2π. Виняток становлять двигуни внутрішнього згоряння, в яких

$$\varphi_ч = \pi\tau / z ,$$

де τ - тактність двигуна /2 або 4/; z - число циліндрів у ряду.

Запишемо теорему про зміну кінетичної енергії машини для двох довільних моментів часу І і 2, користуючись виконаним раніше приведенням сил і мас:

$$\frac{J_{n2}\omega_2^2}{2} - \frac{J_{n1}\omega_n^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_n \, d\varphi , \qquad /3.44/$$

де J_{n1}, J_{n2} - приведений момент інерції машини в положеннях відповідно І і 2; ω_1, ω_2 - кутова швидкість головного вала машини в положеннях відповідно І і 2.

Із рівняння /3.44/ випливає, що коли φ_1 і φ_2 відповідають початку та закінченню циклу усталеного руху, ліва частина записаного рівняння дорівнює нулю. Отже, за усталеного руху

$$\int_0^{\varphi_ч} M_n \, d\varphi = 0 . \qquad /3.45/$$

Таким чином, робота зовнішніх сил, прикладених до механізму за цикл усталеного руху, дорівнює нулю.

3.4.І.2. Динаміка машинних агрегатів значною мірою залежить від того, постійною чи змінною є величина M_n та від яких аргументів вона залежить, якщо є змінною.

Із п. 3.3.2 випливає, що у машинного агрегату, що містить шарнірно-важільний механізм, M_n залежить від кута повороту початкової ланки цього механізму.

Крім того, технологічні сили, прикладені до ланок механізму, можуть залежати від кута повороту початкової ланки. Прикладом можуть служити сили тиску повітря на поршні компресора чи робочої суміші на поршень ДВС.

Якщо сила залежить лише від кута повороту початкової ланки, вона називається позиційною.

У багатьох сучасних машинах технологічні сили залежать від швидкості обертання початкової ланки. До числа таких сил належать електромагнітні сили, що діють в електричних машинах і апаратах, сили тиску газів і рідин у пневмо- та гідромашинах. Якщо машинний агрегат знаходиться під дією системи керування, то діючі на його ланки сили служать функціями часу. Останній випадок вивчається в курсі автоматичного керування виробничими процесами, тому в даному посібнику не розглядається.

3.4.1.3. Якщо на ланки машини діють лише позиційні сили, для виходу на усталений режим необхідно застосовувати систему керування, яка приведе до відповідності роботу рушійних сил і сил опору так, щоб виконувалась умова /3.45/. У цьому разі розрахувати інтеграл у правій частині рівняння /3.44/ порівняно просто, якщо приведений момент опору зберігає стале значення.

Якщо рушійні сили та сили опору залежать від кутової швидкості ланки приведення, машинний агрегат може виходити на усталений режим без будь-яких зовнішніх дій. Характерним прикладом такого агрегату є відцентровий насос з електроприводом. У цьому разі залежності $M_{пд}$ і $M_{пс}$ від кутової швидкості початкової ланки показані на рис.3.16, де помічено кутову швидкість усталеного режиму $\omega_к$, за якої $M_{пд} + M_{пс} = 0$. Для стійкості усталеного режиму таких агрегатів при $\omega = \omega_к$ має виконуватись умова

$$\frac{\partial M_{пд}}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{пс}}{\partial \omega} < 0, \qquad /3.46/$$

оскільки в цьому разі при $\omega < \omega_к$ маємо $\Delta M > 0$, і навпаки /рис. 3.16/. Якщо для агрегату виконується умова /3.46/, для нього характерна властивість саморегулювання.

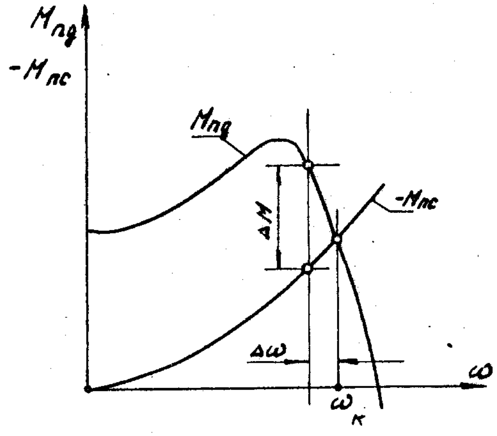


Рис. 3.16

3.4.2. Дослідження руху під дією позиційних сил.

3.4.2.1. Динамічне дослідження машинного агрегату суттєво залежить від того, чи є діючі сили позиційними. Розглянемо спочатку найпростіший випадок дослідження руху під дією позиційних сил.

У цьому разі інтеграл у правій частині рівняння /3.44/ можна обчислити попередньо, оскільки підінтегральна функція в /3.43/ не залежить від шуканої величини ω. Якщо застосувати /3.43/ до ділянки від $\varphi_1 = 0$ до деякого поточного значення φ, дістанемо

$$\frac{J_n \omega^2}{2} = T_o + \int_0^{\varphi} M_n \, d\varphi = T_o + A(\varphi), \qquad /3.47/$$

де T_o - кінетична енергія механізму в початковому положенні.

Візьмемо наближено, що кутова швидкість початкової ланки при $\varphi = 0$ дорівнює заданому середньому значенню ω_o. Тоді

$$T_o = \frac{J_{no}\,\omega^2_{cp}}{2}.$$

Розв'язавши рівняння /3.47/ відносно ω^2, дістанемо

$$\omega^2 = \frac{2(T_o + A(\varphi))}{J_n}. \qquad /3.48/$$

Інтеграл $A(\varphi)$ у /3.47/ можна обчислити чисельним інтегруванням за методом трапецій:

$$A(\varphi)=\int_0^{\varphi} M_п\, d\varphi \simeq \sum_{k=1}^{k=i} \frac{M_{п,k}+M_{п,k-1}}{2}\Delta\varphi, \qquad /3.49/$$

де $\Delta\varphi$ - відстань між положеннями механізму, що відповідають кутам φ_k і φ_{k-1}.

3.4.2.2. Для наочного уявлення про зміну кутової швидкості за цикл усталеного руху скористаємось графічною інтерпретацією рівняння /3.48/. Для цього побудуємо графіки $T_0 + A(\varphi)$ /рис. 3.17/ і $\mathcal{J}_п(\varphi)$. Другий графік будуємо повернутим на кут 90° так, щоб вісь $O_2\varphi$ було спрямовано вертикально догори.

У точці O_3 перетину осей $O_1\varphi$ і $O_2\varphi$ першого та другого графіків виберемо початок координат O_3 системи $\mathcal{J}_п O_3 T$. У цій системі координат побудуємо криву зміни кінетичної енергії залежно від приведеного моменту інерції. Розглянемо побудову однієї точки цієї кривої, що відповідає довільному /наприклад, другому/ значенню кута φ. Позначимо значення $T(\varphi)$ та $\mathcal{J}_п(\varphi)$ і крізь знайдені точки B і C проведемо горизонтальну та вертикальну прямі. Точка D їх перетину належить шуканій кривій. Повторивши побудову для восьми - десяти точок на відрізку $[0, 2\pi]$, дістанемо замкнену криву Віттенбауера.

З'єднаємо точку D з початком координат і позначимо кут θ, який складає відрізок O_3D з віссю $O_3\mathcal{J}_п$. Із креслення випливає, що

$$tg\,\theta=\frac{DE}{O_3E}=\frac{T_0+A(\varphi)}{\mu_T}\frac{\mu_J}{\mathcal{J}_п}.$$

Повертаючись до формули /3.48/, бачимо, що

$$tg\,\theta=\frac{\omega^2}{2}\frac{\mu_J}{\mu_T}, \qquad /3.50/$$

де μ_J, μ_T - масштаби графіків $\mathcal{J}_п(\varphi)$ та $T(\varphi)$, що використані на рис. 3.17.

Таким чином, кути θ пропорційні квадрату миттєвого значення кутової швидкості початкової ланки. Переходячи від точки до точки на кривій Віттенбауера, можна прослідкувати за зміною кутової швидкості за усталеного руху агрегату. Зокрема, можна знайти її макси-

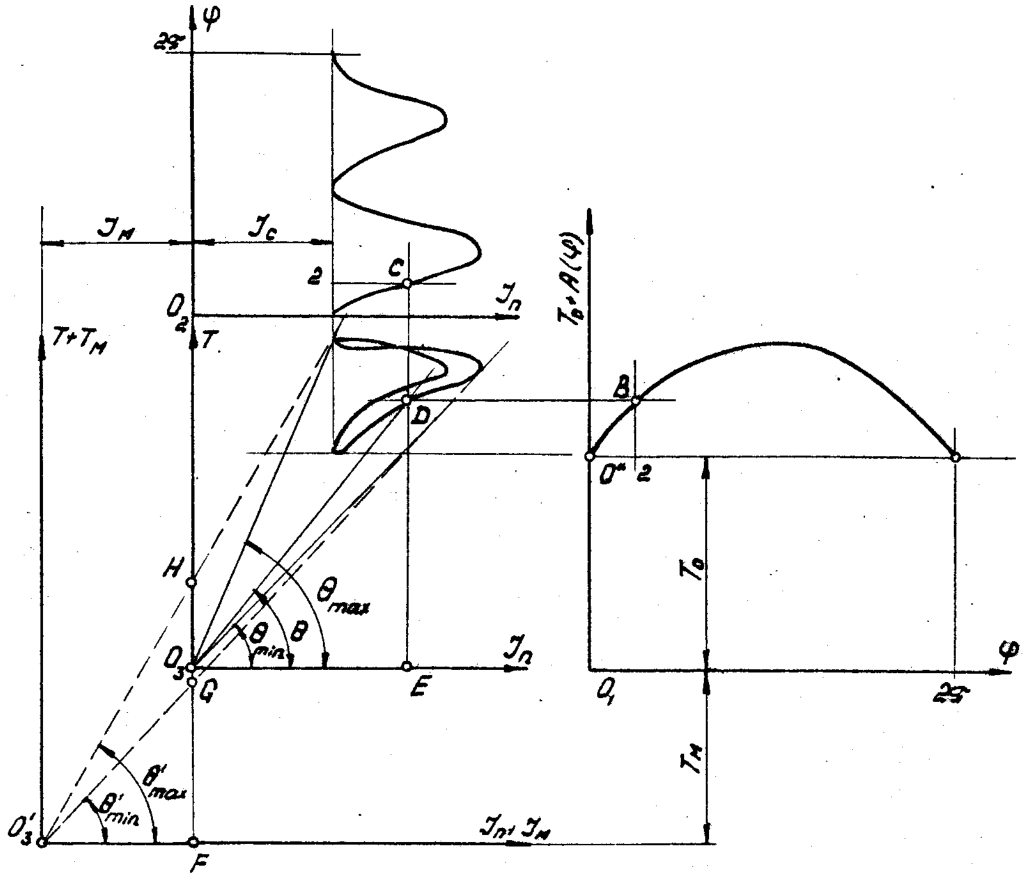

φ
2π
J_м
J_c
C
2
O_2
J_п
T+T_м
T
B
D
T_0+A(φ)
O''
2
H
θ_max
θ
θ_min
O_3
G
E
J_п
φ
O_1
2π
T_0
T_м
θ'_max
θ'_min
O'_3
F
J_п+J_м

Рис. 3.17

мальне та мінімальне значення. Для цього достатньо провести дві зовнішні дотичні до кривої Віттенбауера та позначити кути θ_{max} і θ_{min}. Тоді

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_J} tg\theta_{max}} \; ; \quad \omega_{min} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_J} tg\theta_{min}} \, . \qquad /3.51/$$

Тепер можна обчислити коефіцієнт нерівномірності усталеного руху:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}} \, . \qquad /3.52/$$

Із рис. 3.17 видно, що $\delta = 0$ /тобто $\omega = const$ / у тих агрегатів, де виконуються умови

$$\mathcal{J}_n = const \; ; \qquad A(\varphi) = 0 \, .$$

Для цього агрегат повинен містити лише обертові деталі, а приведені моменти рушійних сил і сил опору не повинні залежати від φ. Прикладами таких агрегатів є турбо- та гідрогенератори, відцентрові насоси, вентилятори та повітродувки з електроприводом, деякі механізми вантажопідйомних машин.

3.4.2.3. Нерівномірність обертання головного вала машини звичайно шкідливо відбивається на виконуваних технологічних процесах. Тому на основі досвіду експлуатації для кожного типу машин встановлено гранично допустимі значення δ. Виконавши описані побудови чи обчисливши аналітично ряд значень кутової швидкості за /3.48/, можна знайти коефіцієнт нерівномірності δ та порівняти його з допустимим для даного типу машин значенням. Якщо δ перевищує допустимі межі, на валу початкової ланки треба закріпити додаткову махову масу з моментом інерції $\mathcal{J}_M$, яка дасть змогу зменшити коливання кутової швидкості головного вала машини до допустимих значень.

Таким чином, проектуючи машину, необхідно розв'язати задачу визначення $\mathcal{J}_M$, якщо задано графіки $\mathcal{J}_n(\varphi)$; $A(\varphi)$, середнє значення кутової швидкості ω_{cp} і допустимий коефіцієнт нерівномірності $[\delta]$.

Виконаємо побудову кривої Віттенбауера для машини з маховиком. Для цього постійна складова $\mathcal{J}_n$ має бути збільшена на $\mathcal{J}_M$, а початкове значення кінетичної енергії - на T_M /кінетичну енергію маховика/. Таким чином, початок координат /див. рис. 3.17/ має переміститись у точку O_3'. Крива Віттенбауера залишається в цьому разі незмінною. Положення точки O'_3 має бути таким, щоб значення кутів θ_{max} і θ_{min} відповідали кутовим швидкостям, допустимим за заданого значення коефіцієнта нерівномірності $[\delta]$. Знайдемо це значення.

Із визначення коефіцієнта нерівномірності випливає, що

$$\omega'_{max} = \omega_{cp}\left(1 + \frac{[\delta]}{2}\right); \quad \omega'_{min} = \omega_{cp}\left(1 - \frac{[\delta]}{2}\right).$$

Підносячи до квадрату і відкидаючи члени другого порядку малості, дістаємо

$$(\omega'_{max})^2 \approx \omega^2_{cp}(1 + [\delta]); \quad (\omega'_{min})^2 \approx \omega^2_{cp}(1 - [\delta]).$$

І, як це випливає з /3.50/,

$$tg\,\theta'_{max} = \frac{\omega^2_{cp}(1+[\delta])}{2}\frac{\mu_J}{\mu_T}; \quad tg\,\theta'_{min} = \frac{\omega^2_{cp}(1-[\delta])}{2}\frac{\mu_J}{\mu_T}. \quad /3.53/$$

Отже, побудувавши криву Віттенбауера для машини без маховика, до неї треба провести дотичні під кутами θ'_{max} і θ'_{min} та знайти точку O_3 їх перетину. У цьому разі навіть необов'язково знати T_0, а треба відкладати величину $A(\varphi)$ у системі координат $AO^*\varphi$.

Вимірюванням відрізка O'_3F визначаємо необхідний момент інерції маховика.

3.4.2.4. Практична реалізація описаного методу викликає технічні труднощі, викликані тим, що в разі реальних значень $[\delta]$ кути θ'_{max} і θ'_{min} мало розрізняються й точка O_3 може вийти далеко за межі креслення. Щоб обійти необхідність визначення точки O_3, позначимо точки H і G перетину променів, проведених під кутами θ_{max} і θ_{min} з віссю O'_3T.

Із креслення випливає, що

$$tg\,\theta'_{max} = \frac{FH}{O'_3F}; \quad tg\,\theta'_{min} = \frac{FG}{O'_3F};$$

$$tg\,\theta'_{max} - tg\,\theta'_{min} = \frac{FH - FG}{O'_3F} = \frac{GH}{O'_3F}.$$

Але відрізок O'_3F зображує в масштабі μ_J момент інерції махової маси J_M, отже,

$$tg\,\theta'_{max} - tg\,\theta'_{min} = \frac{GH}{J_M}\mu_J.$$

Проте з рівнянь /3.53/ випливає, що

$$tg\theta'_{max} - tg\theta'_{min} = \frac{\omega_{cp}^2 [\delta] \mu_J}{\mu_T} .$$

Прирівнюючи праві частини двох останніх рівнянь, дістаємо

$$J_M = \frac{GH}{[\delta]\omega_{cp}^2} .$$

Із цього виразу випливає, що момент інерції маховика є зворотно пропорційний допустимому значенню $[\delta]$ та квадрату середньої кутової швидкості, тому маховики швидкохідних машин матимуть менший момент інерції, а отже, менші вагу та розміри.

Задаючи допустиме значення $[\delta]$, необхідно пам'ятати, що збільшення його жорсткості приведе до збільшення ваги маховика та подовжить час розгону та гальмування машинного агрегату. Ці обставини необхідно враховувати, наприклад, проектуючи автомобільні двигуни, особливо двигуни легкових автомобілів, для яких час розгону та гальмівний шлях - найважливіші техніко-економічні показники.

3.4.2.5. Крім описаного точного методу розрахунку маховика, запропонованого Віттенбауером для машин, на ланки яких діють позиційні сили, були розроблені наближені методи М.І.Мерцалова [27] та І.І.Артаболевського [2]. Розвитком методу Мерцалова став запропонований точний метод Є.М.Гутьяра [13]. Усі перелічені методи мають приблизно однакову трудомісткість і грунтуються на графічних побудовах. Переводити їх на розв'язання за допомогою ЕОМ немає сенсу, оскільки маховик розраховують лише раз. Уточнювати результати графічних побудов немає необхідності, оскільки вихідне допустиме значення $[\delta]$ для кожного типу машин задається тільки орієнтовно.

3.4.3. Дослідження руху та розрахунок маховика агрегатів з приводом від асинхронного двигуна.

3.4.3.І. Перелічені методи розрахунку незастосовні для випадків, коли приведений момент системи зовнішніх сил - це функція кутової швидкості ланки приведення, зокрема, для машин з електроприводом. Широко використовуються машини з приводом від асинхронного двигуна внаслідок переваг останнього перед іншими типами електричних машин [39]. Тому в даному посібнику розглянемо цей вид приводу, що має найбільше практичне значення.

Скурідін [35] запропонував метод дослідження усталеного руху з електроприводом, де використано лінійну апроксимацію характеристики двигуна. Розв'язання цієї задачі викладене на основі параболічної апроксимації [16], що дає можливість значно опростити розрахункову формулу.

3.4.3.2. Розглянемо спочатку задачу визначення миттєвих значень кутової швидкості початкової ланки машинного агрегату за усталеного руху. Механічну характеристику асинхронного електродвигуна, що найчастіше використовується в загальному машинобудуванні, показано на рис. 3.18. Вона пов'язує момент M_p, що розвиває двигун, і частоту обертання його ротора ω_p. Позначимо на ній робочу ділянку (H, C), обмежену точкою H номінального режиму, та точкою C, що відповідає холостому ходу. Номінальний режим відповідає паспортним даним двигуна. Тому номінальний момент електродвигуна, Н·м,

$$M_{pH} = 9549\, P_H / n_{pH},$$

де P_H – номінальна /паспортна/ потужність двигуна, кВт; n_{pH} – номінальна частота обертання ротора двигуна, хв$^{-1}$.

На холостому ходу двигуна його момент $M_p = 0$, а частота обертання n_{pc} /синхронна частота обертання/ дорівнює частоті обертання магнітного поля. Значення P_H, n_{pc}, n_{pH} необхідно обчислити за [5; 18].

Механічна характеристика в інших масштабах зображує залежність приведеного до початкової ланки моменту двигуна M_g від кутової швидкості останнього. У цьому разі зв'язок між величинами, що відкладають по осях координат, має такий вигляд:

$$M_{gH} = M_{pH} U_p, \quad \omega_H = \frac{\pi n_{pH}}{30 U_p}, \quad \omega_c = \frac{\pi n_{pc}}{30 U_p}, \qquad /3.54/$$

де U_p – передаточне число редуктора між двигуном і початковою ланкою.

На ділянці (H, C) наближено можна взяти

$$M_g \approx A - B\omega^2, \qquad /3.55/$$

де A, B – коефіцієнти, які визначаються з умови, що апроксимуюча парабола проходить крізь точки H і C з координатами (ω_H, M_H); $(\omega_c, 0)$.

Тоді щоб визначити A і B, необхідно записати рівняння

$$M_H = A - B\omega_H^2;$$

$$0 = A - B\omega_c^2.$$

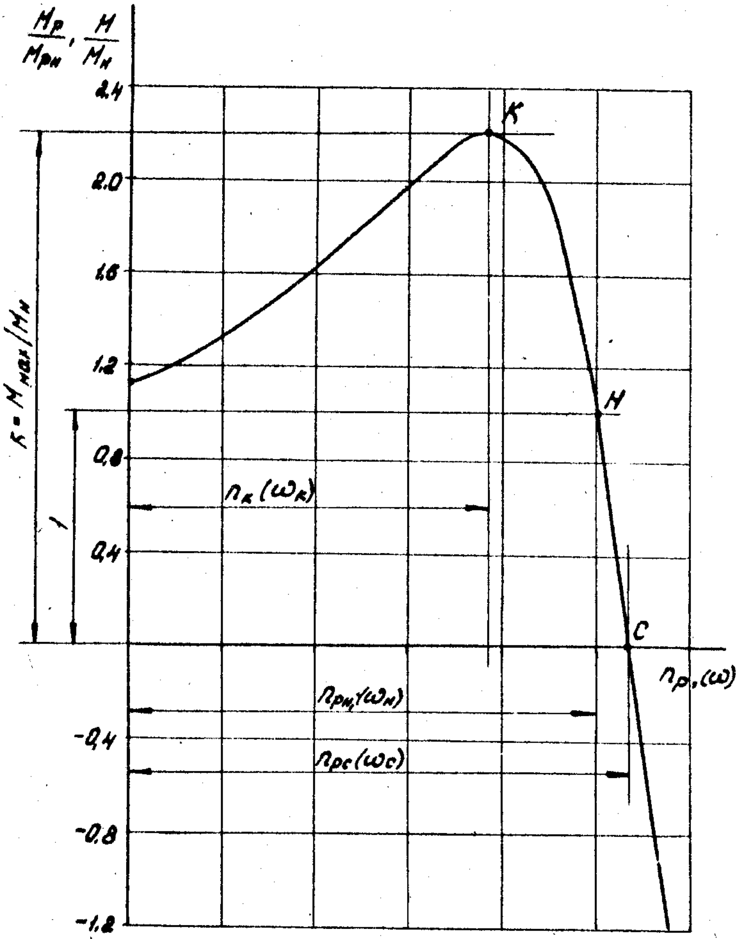

Mp/Mpн, M/Mн
2.4
2.0
1.6
1.2
0.8
0.4
-0.4
-0.8
-1.2
K
H
C
k = Mmax/Mн
1
nк (ωк)
nрн (ωн)
nрс (ωс)
np, (ω)

Рис. 3.18

Звідси

$$A=\frac{M_н\,\omega_c^2}{\omega_c^2-\omega_н^2}\;;\qquad B=\frac{M_н}{\omega_c^2-\omega_н^2}\;. \qquad /3.56/$$

3.4.3.3. Розіб'ємо цикловий кут /у більшості випадків 2π / на n однакових частин і позначимо відповідні вузлові точки на кривій приведеного моменту сил опорів $M_c(\varphi)$ та на кривій приведеного моменту інерції агрегату $J_n(\varphi)$. Остання функція містить змінну та постійну складові. Перша зумовлена наявністю виконавчого шарнірно-важільного механізму, друга – приведений момент інерції ротора двигуна та редуктора.

Приведений момент інерції ротора двигуна дорівнює $J_p u_p^2$. Обчислення приведених моментів інерції редукторів різних типів докладніше викладено в п. 4.5.2.

Розглянемо два положення механізму з номерами $i-1$ та i /рис. 3.19/, що відповідають повороту початкової ланки від φ_{i-1} до φ_i.

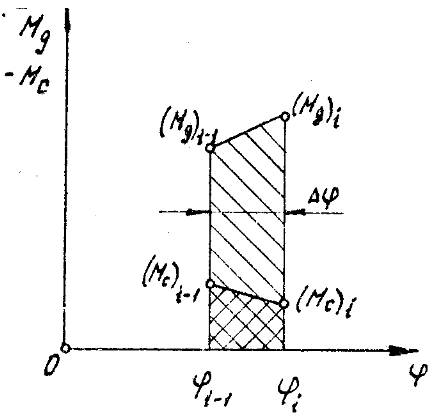


Рис. 3.19

Робота рушійних сил на цьому відрізку

$$A_g=\frac{(M_g)_{i-1}+(M_g)_i}{2}\Delta\varphi.$$

Використовуючи залежність /3.54/, дістаємо

$$A_g=\frac{2A-B\omega_{i-1}^2-B\omega_i^2}{2}\Delta\varphi.$$

З таким самим ступенем наближення визначається робота сил опору:

$$A_c=\frac{(M_c)_{i-1}+(M_c)_i}{2}\Delta\varphi.$$

Тому, застосовуючи теорему про зміну кінетичної енергії для відрізка $[\varphi_{i-1},\varphi_i]$, дістаємо

$$\frac{(J_n)_i\,\omega_i^2}{2}-\frac{(J_n)_{i-1}\,\omega_{i-1}^2}{2}=\frac{(2A-B\omega_{i-1}^2-B\omega_i^2+(M_c)_{i-1}+(M_c)_i)\Delta\varphi}{2}.$$

Це рівняння пов'язує значення кутової швидкості ω_i^2 у кінці відрізка та кутової швидкості ω_{i-1}^2 на його початку. Розв'язавши його відносно ω_i^2, знайдемо

$$\omega_i^2 = \frac{[(\mathcal{J}_n)_{i-1} - B\Delta\varphi]\omega_{i-1}^2 + [(M_c)_{i-1} + (M_c)_i + 2A]\Delta\varphi}{(\mathcal{J}_n)_i + B\Delta\varphi} . \qquad /3.57/$$

Змінюючи значення i від одиниці до n, можна крок за кроком отримати значення ω_i протягом циклового кута 2π. Проте поки залишається відкритим питання про початкове значення ω_o.

3.4.3.4. Задамо орієнтовно значення ω_o /у межах робочої ділянки характеристики/ та обчислимо значення $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$. Внаслідок наближеного задання ω_o може статись, що $\omega_o^2 \neq \omega_n^2$, тобто умова періодичності не виконується.

Задання довільного початкового значення ω_o можна розглядати як кінематичне збурення, у результаті якого головному валу надано додаткову кутову швидкість. У п. 3.4.І.3 показано, що система з електроприводом стійка, тобто прагне після збурення повернутись до режиму усталеного руху. Тому виконаємо розрахунок для наступного циклу, але тепер як ω_o візьмемо значення ω_n, знайдене в кінці розрахунку першого оберту. Цей процес будемо продовжувати доти, поки не стане

$$|\omega_n - \omega_o| < \Delta , \qquad /3.58/$$

де Δ - допустима похибка у визначенні періодичного руху.

Обсяг обчислень, які необхідно виконати, щоб отримати періодичний розв'язок, залежить від властивостей системи та від того, наскільки взяте початкове значення ω_o відрізняється від дійсного. Агрегати з асинхронними двигунами характеризуються властивістю саморегулювання, тому звичайно буває достатньо виконати розрахунки для двох обертів початкової ланки або для частини другого оберту.

3.4.3.5. Після того як усталений рух знайдено, можна визначити коефіцієнт нерівномірності δ та порівняти його з допустимим значенням. Якщо

$$\delta > [\delta] , \qquad /3.59/$$

то необхідно визначити момент інерції маховика, який забезпечить зниження δ до допустимої норми.

Беручи наближено, що значення δ обернено пропорційне постійній складовій $\mathcal{J}_c$ приведеного моменту машинного агрегату, дістаємо, що необхідна добавка до моменту інерції

$$\Delta \mathcal{J} = \mathcal{J}_c \frac{\delta - [\delta]}{[\delta]} \,. \qquad /3.60/$$

Оскільки ця формула є наближеною, може знадобитись кілька пробних розрахунків, поки не виявиться, що в результаті знайдено момент інерції маховика, який забезпечує нерівномірність обертання менше допустимої.

Після визначення моменту інерції маховика, що забезпечує цю умову, необхідно також перевірити, чи не виходить значення ω_{min} за межі відрізка $[\omega_H, \omega_C]$, на якому агрегат працює без перевантаження та справедливою є взята параболічна апроксимація.

Якщо в разі усталеного руху агрегату є ділянка, коли двигун перевантажений і $\omega < \omega_H$, треба або збільшити потужність електродвигуна, або, змінивши метод розрахунку*, переконатись у допустимості перевантаження, або, зберігши електродвигун, збільшити момент інерції маховика так, щоб виконувалась умова $\omega_{min} > \omega_H$.

3.4.3.6. Схему алгоритму розглянутої задачі зображено на рис. 3.20. Значення приведеного моменту опору та приведеного моменту інерції заносяться до пам'яті ЕОМ у вигляді масивів із $n+1$ елементів. Доцільніше обчислювати їх попередньо, використовуючи вихідні дані, результати кінематичного аналізу та формули /3.34/, /3.31/. У блоку 2 початковому значенню ω_o надається одне із значень відрізка $[\omega_H, \omega_C]$. На рис. 3.20 показане надання значення ω_H. Блок 3 надає початкового значення параметру циклу i. Блок 4 обчислює значення ω_i, використовуючи як відоме значення ω_{i-1}. Для цього використовується формула /3.57/. Блоки 4 – 6 організують цикл за параметром i, який повторюється доти, поки i не набуде значення n. Після цього блок 7 перевіряє, чи виконується із заданою точністю умова періодичності /3.58/. Якщо умову виконано, у блоці 8 обчислюються значення ω_{max} і ω_{min}, а потім δ. Якщо значення δ перевищує допустиме, за формулою /3.60/ обчислюється добавка до постійної складової моменту інерції /блоки 11 і 12/; кожний із елементів масиву $\mathcal{J}_n(n)$ збільшується на знайдене значення /блок 13/. Потім ω_o надається значення ω_n, обчислене в попередньому розрахунку, і відбувається повернення до блоку 3.

---

* Якщо кутова швидкість падає нижче ω_H, можна застосувати описаний метод дослідження руху, що грунтується на використанні рівняння Лагранжа /див. п. 3.4.4/.

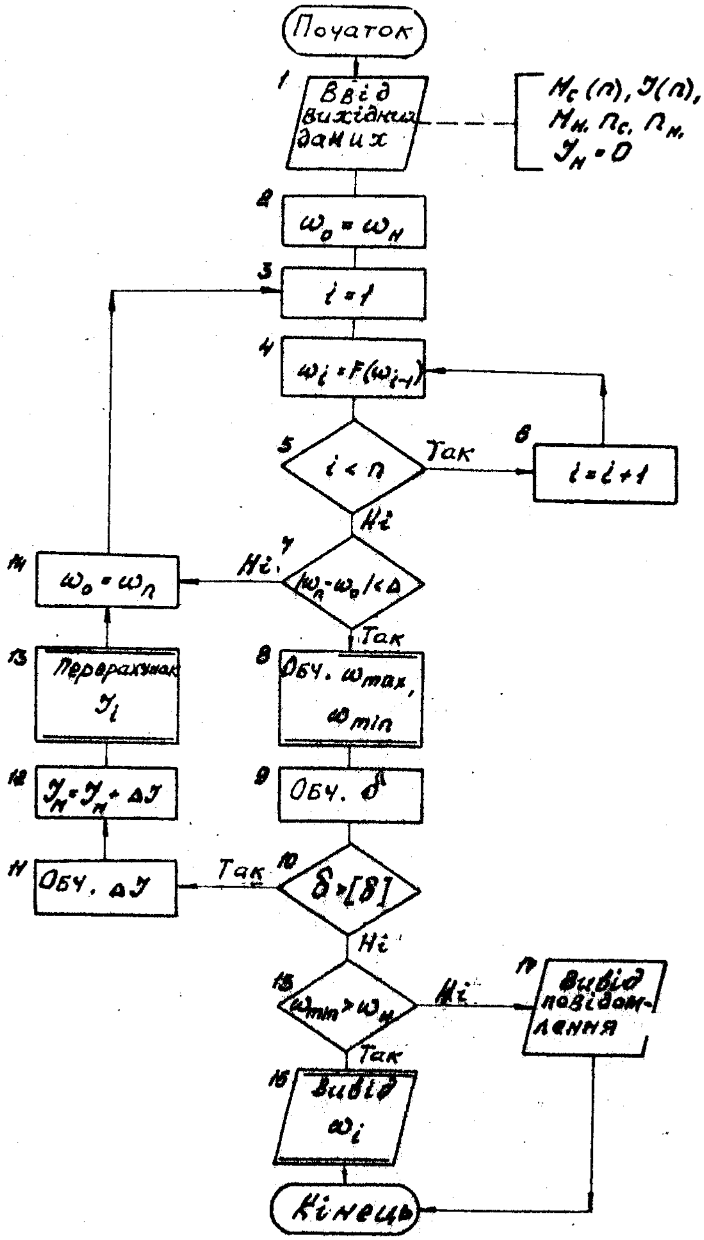

Початок
1
Ввід вихідних даних
$M_c(n), J(n), M_н, n_c, n_н, J_н = 0$
2
$\omega_0 = \omega_н$
3
$i = 1$
4
$\omega_i = F(\omega_{i-1})$
5
$i < n$
Так
6
$i = i + 1$
Ні
7
$|\omega_n - \omega_0| < \Delta$
Ні
14
$\omega_0 = \omega_n$
Так
8
Обч. ω_{max}, ω_{min}
13
Перерахунок J_i
9
Обч. δ
12
$J_н = J_н + \Delta J$
10
$\delta > [\delta]$
Так
11
Обч. ΔJ
Ні
15
$\omega_{min} > \omega_н$
Ні
17
Вивід повідомлення
Так
16
Вивід ω_i
Кінець

Рис. 3.20

Коли в результаті збільшення постійної складової приведеного моменту інерції буде отримано значення $\delta<[\delta]$, блок I5 перевірить виконання умови $\omega_{min} > \omega_{н}$. Якщо ії не виконано, блок I7 виведе про це повідомлення для внесення змін до розрахунку. Якщо всі умови задачі виконано, блок I6 роздрукує остаточні значення масиву елементів кутової швидкості.

Схему, яку зображено на рис. 3.20, є укрупненою. Блоки 8, I3, I6, у свою чергу, містять цикли за параметром i, який змінюється від нуля до n.

3.4.3.7. В описаному вигляді задачу можна запрограмувати за наявності достатньо великого обсягу пам'яті ЕОМ /близько 3 К/. Наприклад, програма 2.I, яку наведено в дод. I, містить блок /починається з рядка 245/ обчислення нерівномірності обертання головного вала стругального верстата. У разі використання ПМК програма може містити обчислення коефіцієнтів A і B апроксимуючої параболи та визначення ω_i за відомим значенням ω_{i-1} /див. програму I.7, яку наведено в дод. I/. У цьому разі для кожної конфігурації механізму доводиться вручну вводити значення $(M_c)_i$ і $(J_п)_i$.

Виконання умов періодичності можна контролювати для будь-якого положення механізму, порівнюючи результати рахунку для першого та другого обертів початкової ланки. Наприклад, у табл. Д.2.4 /дод. 2/ значення кутової швидкості для шостого положення на другому оберті збігається з відповідним значенням на першому оберті. Отримавши цей результат, обчислення треба припинити. Значення ω, що відповідають усталеному режиму, обведені рамкою в табл. Д.2.4, де також помічені максимальна та мінімальна кутові швидкості.

Щоб виявити, яка з причин, зазначених у п. 3.4.2.2, має найбільший вплив на нерівномірність обертання розглядуваного агрегату, було виконано розрахунок при $Q_5 = 0$, тобто на холостому ходу агрегату. Значення кутової швидкості наведені в останньому стовпці табл. Д.2.4 і показані на рис. Д.2.3, з якого випливає, що в даному разі обидві причини суттєво впливають на нерівномірність обертання, але за різних кутів повороту. Вплив змінного приведеного моменту інерції помітно виявляється тільки в разі зворотного руху різця.

3.4.4. Використання рівняння Лагранжа для дослідження руху машинного агрегату.

3.4.4.I. Хоча викладене розв'язання охоплює широке коло задач, галузь його використання обмежується можливістю застосування параболічної апроксимації. Якщо розглядається рух машинного агрегату з асинхронним двигуном у разі пуску чи за наявності перевантажень, а також агрегату, обладнаного двигуном постійного струму з послідовним збудженням /приводи транспортних установок/, така апроксимація є неприпустимою. У таких випадках необхідно використовувати рівняння Лагранжа другого роду [36, § 177] та інтегрувати його одним із відомих чисельних методів [20].

Для розглядуваних одномасових моделей

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\mathcal{J}_n}\left[M_g + M_c - \frac{1}{2}\omega^2\frac{d\mathcal{J}_n}{d\varphi}\right], \qquad /3.61/$$

де M_c, $\mathcal{J}_n$, $\frac{d\mathcal{J}_n}{d\varphi}$ - функції кута φ.

Отже, одночасно треба записати рівняння

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega \qquad /3.62/$$

та інтегрувати сумісно два останніх рівняння /див. п. 3.4.4.3/.

Наведені рівняння застосовуються для вивчення режимів розгону та гальмування. Якщо відшукується усталений рух, доцільніше від похідних за часом t перейти до похідних за кутом φ повороту початкової ланки. Виконавши цю заміну, дістанемо

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{1}{\mathcal{J}_n\omega}\left[M_g + M_c - \frac{1}{2}\omega^2\frac{d\mathcal{J}_n}{d\varphi}\right]; \qquad /3.63/$$

$$\frac{dt}{d\varphi} = \frac{1}{\omega}. \qquad /3.64/$$

Якщо немає потреби визначати точний час циклу, можна обмежитись розгляданням рівняння /3.63/.

Вивчаючи складніші системи, рівняння /3.61/ і /3.62/ або /3.63/ і /3.64/ можна доповнити рівняннями, що описують електромагнітні процеси у двигуні, властивості пружних елементів між двигуном і виконавчою ланкою, дію на машинний агрегат системи керування.

3.4.4.2. Для практичного використання формул /3.61/ і /3.63/ необхідно мати вирази для $d\mathcal{J}_n/d\varphi$ і M_g на всьому можливому інтервалі роботи двигуна.

Визначення $dJ_n/d\varphi$ розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму. Формули суттєво спрощуються, якщо використовувати метод статичного розносу мас. На основі /3.42/ запишемо

$$J_n = J_{01}^* + m_B^*(S_B')^2 .$$

Узявши похідну за φ, дістанемо

$$dJ_n/d\varphi = 2m_B^* S_B' S_B'' , \qquad /3.65/$$

де S_B'' – аналог прискорення повзуна.

Графіки J_n і $dJ_n/d\varphi$ для кривошипно-повзунного механізму холодно-висаджувального автомата зображені на рис. 3.21.

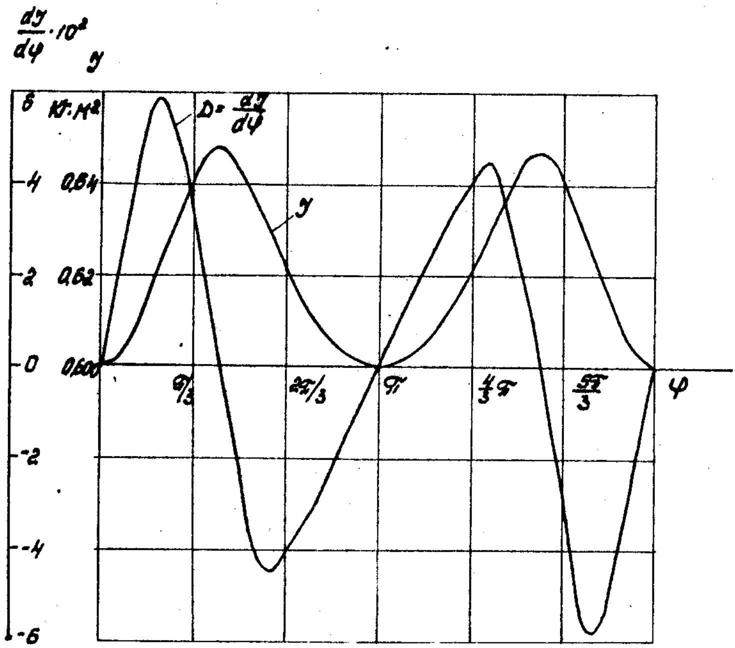


Рис. 3.21

Для аналітичного описання залежності /див. рис. 3.18/ як у межах робочої ділянки, так і поза нею /у тому числі при переході двигуна до режиму генератора, тобто при обертанні його вала з частотою, що перевищує синхронну/, можна використовувати наближену формулу Класса [39]

$$M = \frac{2M_к}{\frac{S_к}{S} + \frac{S}{S_к}}, \qquad /3.66/$$

де S, $S_к$ – поточне та критичне значення ковзання ротора відносно обертового магнітного поля, $S = 1 - \omega/\omega_c$ (індексом $к$ помічено режим роботи двигуна, що відповідає точці $к$ з максимальним моментом /див. рис. 3.18/). Тому

$$S_к = 1 - \omega_к/\omega_c .$$

У каталогах електродвигунів звичайно наводяться значення таких величин: номінальної частоти обертання $\omega_{рн}$; відношення максимального моменту до номінального $к = M_к/M_н$.

На основі цих даних можна обчислити $S_н$ [39] і

$$S_к = S_н\left(к + \sqrt{к^2 - 1}\right). \qquad /3.67/$$

Використання формули /3.66/ призводить до зупинки при $S = 0$. Тому її треба перетворити:

$$M = 2M_к \frac{S_к S}{S_к^2 + S^2}. \qquad /3.68/$$

Для прикладу на рис. 3.18 показано характеристику двигуна АО-2-21-4, що використовується для привода холодно-висаджувального автомата, з номінальною потужністю P = 1,1 кВт, номінальною частотою обертання $n_{рн}$ = 1400 хв$^{-1}$ /$n_{рс}$ = 1500 хв$^{-1}$/ і перевантажувальним коефіцієнтом $к = M_к/M_н$ = 2,2. Для цього двигуна

$$S_н = 1 - n_{рн}/n_{рс} = 1 - 1400/1500 = 6,666 \cdot 10^{-2}$$

і згідно з /3.67/

$$S_к = 6,666 \cdot 10^{-2}\left(2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1}\right) = 0,2773.$$

3.4.4.3. Задача інтегрування системи N нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку за відомих початкових умов називається в математиці задачею Коші [32]. Для її розв'язання розроблені чисельні методи, а для їх реалізації на ЕОМ - відповідні програми [15, програма 3.18].

У загальному вигляді задача формулюється так: задано N рівнянь вигляду

$$y_1' = F_j(x, y_1, y_2, \ldots, y_j, \ldots, y_N) \quad (j=1,2,3,\ldots,N),$$

де y_j - шукані функції аргументу x / j = 1, 2, 3, ..., N /.

Початкові умови задаються рівностями при

$$x = x_0, \quad y_1 = y_{10}, \quad y_2 = y_{20} \ldots y_N = y_{N0}.$$

Виміремо крок інтегрування h і поставимо задачу виразити шукані значення функцій $y_{j,i+1}$ на правій границі відрізка інтегрування $[x_i, x_i+h]$ через відомі значення цих функцій $y_{j,i}$ на лівій границі.

Одним із найпоширеніших методів чисельного інтегрування є метод Рунге - Кутта 4-го порядку. У разі його використання формули для визначення шуканих величин $y_{j,i+1}$ на правій границі відрізка i, $i+1$ записуються у вигляді

$$y_{j,i+1} = y_{j,i} + (K_{j,1} + 2(K_{j,2} + K_{j,3}) + K_{j,4})/3. \qquad /3.69/$$

Для кожної шуканої функції коефіцієнти

$$K_{j,1} = F_j(x_i, y_{j,i})\frac{h}{2}; \quad K_{j,2} = F_j(x_i + \frac{h}{2}, y_{j,i} + K_{j,1})\frac{h}{2};$$

$$K_{j,3} = F_j(x_i + \frac{h}{2}, y_{j,i} + K_{j,2})\frac{h}{2}; \quad K_{j,4} = F_j(x_i + h, y_{j,i} + 2K_{j,3})\frac{h}{2}. \qquad /3.70/$$

Це означає, що для кожної шуканої величини треба обчислити чотири значення похідної, причому для кожного наступного значення використовується попереднє. Потім за /3.69/ обчислюються значення шуканих функцій на правій границі кроку інтегрування.

Окрім методу Рунге - Кутта існують простіші методи, які потребують обчислення двох або трьох коефіцієнтів $K_{j,1}$, $K_{j,2}$, $K_{j,3}$. Точність цих методів значно нижча, тому необхідно дуже дрібнити крок, щоб все-таки досягти необхідної точності [15].

Відомий і більш точний варіант методу Рунге - Кутта - це модифікація Мерсона [40]. Цей метод потребує обчислення п'яти значень похідних на кожному кроці. Тестова задача, для якої відомим є точний розв'язок, показує, що коли похибку, отриману в разі використання модифікації Мерсона, взяти за одиницю, то за однакового кроку похибки інших модифікацій методу Рунге - Кутта матимуть такі значення:

метод	похибка
модифікація Мерсона	I,0
4-й порядок	5,I
3-й "	I29,5
2-й "	423,7

Відомі програми /наприклад, наведена в [40] програма 4.5I/, де вибір кроку виконується автоматично, так щоб забезпечити задану точність розрахунків. Проте необхідно відзначити, що така організація обчислень є зручною тоді, коли нас цікавлять лише остаточні значення шуканих функцій. Досліджуючи динамічні процеси машинних агрегатів, доцільніше виконувати розрахунок з постійним, але достатньо малим кроком.

У процесі дослідження розгону чи гальмування за допомогою рівнянь /3.6I/ і /3.62/ крок треба вибирати таким, щоб він дорівнював 0,0I - 0,04 с, а в разі використання формул /3.63/ і /3.64/ для усталеного руху - у межах $\pi/100 - \pi/25$. Вказані значення є орієнтовними, оскільки точність інтегрування залежить не лише від кроку, а й від вигляду заданих підінтегральних функцій.

Звичайно програма для розв'язання задачі Коші оформлюється у вигляді головного модуля та підпрограми, в якій обчислюються похідні.

Як приклад у дод. I записано універсальну програму 2.3 інтегрування системи диференційних рівнянь методом Рунге - Кутта в модифікації Мерсона. Ця програма працює сумісно з підпрограмою, в якій обчислюються шукані значення похідних. У розглядуваному випадку підпрограма містить обчислення необхідних кінематичних параметрів, приведеного моменту опору, приведеного моменту інерції та похідної $dJ_n/d\varphi$ холодно-висаджувального автомата. Момент електродвигуна розраховують за /3.68/.

У процесі інтегрування систем /3.6I/ і /3.62/ вхідними параметрами підпрограми служать час t, кут повороту φ та кутова швидкість ω, вихідними - похідні $d\varphi/dt$ і $d\omega/dt$.

3.4.4.4. Як ілюстрацію використання описаних методів на рис. 3.22 зображено криву зміни кутової швидкості кривошипа холодно-висаджувального автомата з постійною складовою приведеного моменту інерції J_c = 30,6 кг·м^2 /технологічна сила відсутня/. Із рис. 3.22 видно, що розгін закінчується за 2,3 с, після чого починаються

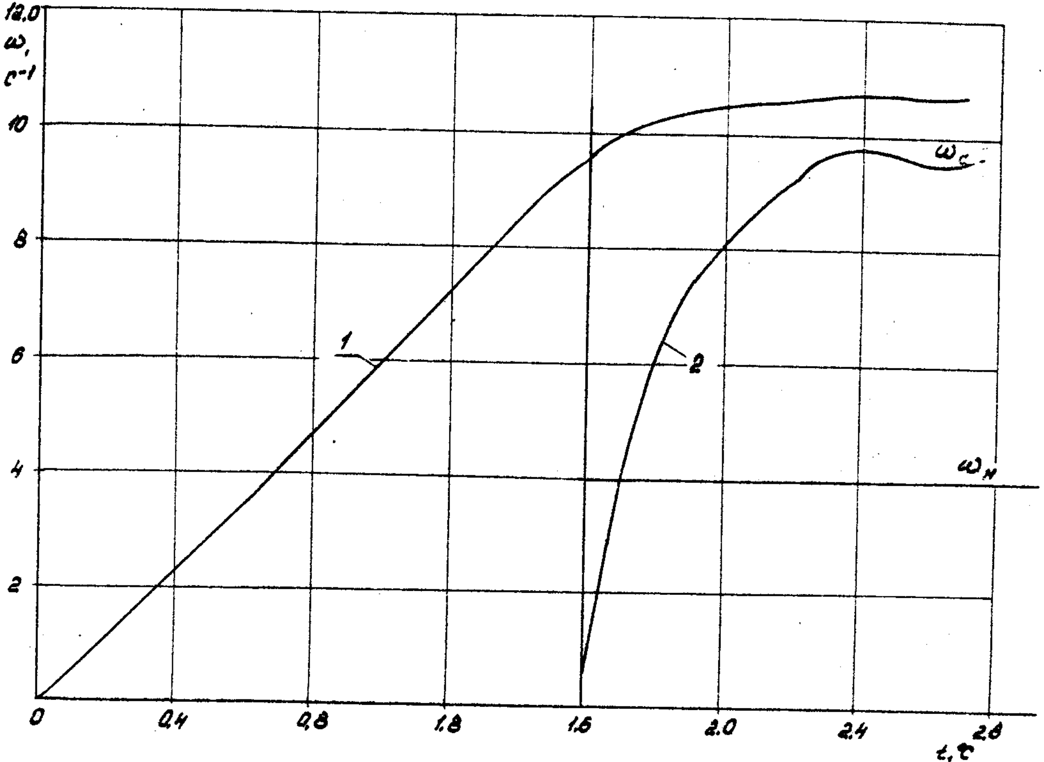


Рис. 3.22

коливання кутової швидкості навколо значення ω_c, що викликані силами ваги ланок /вісь поступальної пари є вертикальною/. Ці коливання добре видимі на кривій 2, яку побудовано у більш крупному масштабі починаючи з t = 1,6 с.

Інтегрування систем /3.63/ і /3.64/ на ділянці усталеного руху за дії технологічної сили опору дає результати, що практично збігаються з результатами, отриманими методом параболічної апроксимації, оскільки значення не знижуються нижче $\omega_к$. А якщо виконати розрахунки цими самими двома методами при J_c = 10,6 кг$\cdot$м^2, то параболічна апроксимація призведе до неприпустимо великої похибки, оскільки дійсне значення ω падає нижче $\omega_к$.

Оскільки обсяг обчислень у разі використання різних чисельних методів інтегрування рівнянь Лагранжа значно перебільшують обсяг параболічної апроксимації, завжди за можливості необхідно використовувати останній метод.

3.5. Зрівноваження мас машини на фундаменті

При розв'язанні задачі визначення динамічних реакцій було використано принцип Даламбера. Цей самий принцип можна використовувати для зниження динамічної дії рухомих ланок машини на фундамент. Для цього треба визначити головний вектор і головний момент сил і інерції всіх рухомих ланок:

$$\vec{R}=\sum\vec{R}_i; \quad \vec{M}=\sum\vec{M}_i. \tag{3.71}$$

У подальшому розглянемо задачу зрівноваження головного вектора сил інерції за допомогою однієї противаги на кривошипі.

Існують також інші схеми зрівноваження [41], які широко не застосовуються в техніці через складність, хоча результат зрівноваження може бути покращено.

3.5.1. Зрівноваження за допомогою однієї противаги.

3.5.1.1. Із /3.71/ випливає, що для визначення головного вектора $\vec{R}$ необхідно геометрично скласти головні вектори його ланок у кожному з розглядуваних положень.

Ця операція дуже просто виконується графічно, після чого може бути побудовано годограф головного вектора, тобто жмуток векторів $\vec{R}$, відкладених від однієї довільної точки /рис. 3.23,а/.

Сила інерції шуканої противаги $\vec{R}_0$ - вектор постійної довжини, що обертається разом із кривошипом. Його годограф у нерухомій

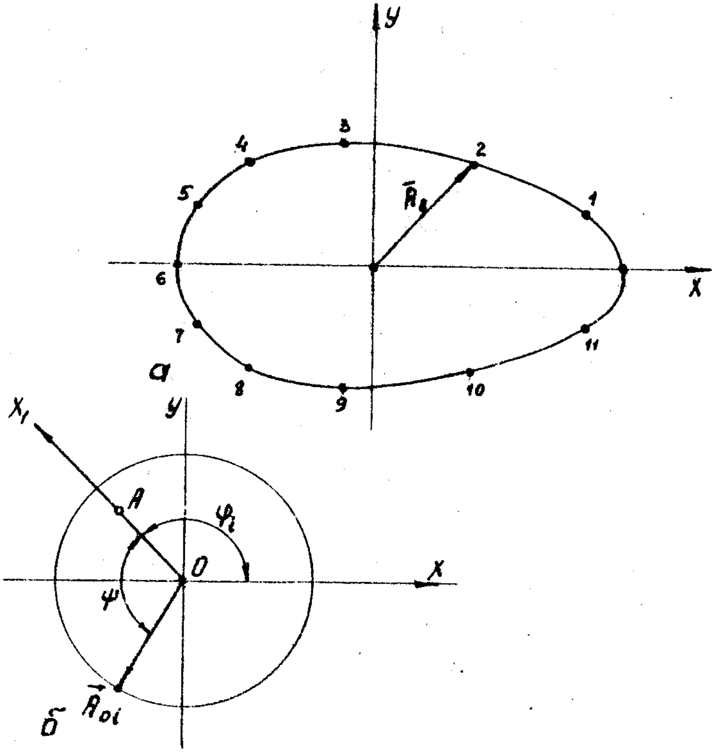


Рис. 3.23

системі координат /рис. 3.23,б/ – окружності. У системі координат, пов"язаній із кривошипом, годографом сили інерції противаги є точка, оскільки в цій системі вектор її сили інерції зберігає своє значення і напрям.

Після закріплення на кривошипі противаги незрівноважений залишок $\vec{D} = \vec{R} + \vec{R}_o$.

Щоб отримати цей вектор, зручно перебудувати годограф вектора $\vec{R}$ у систему, пов'язану з кривошипом. Для цього покажемо вектор $\vec{R}_i$, що відповідає повороту кривошипа на кут φ_i /рис. 3.24/. Якщо вектор $\vec{R}_i$ складає з нерухомою віссю X кут α_i , то з віссю X_1 , пов'язаною з кривошипом, він складає кут $\alpha_i - \varphi_i$. При переході від однієї системи до іншої довжина вектора не змінюється. Отже, щоб побудувати годограф вектора в рухомій системі координат, необхідно кожний із векторів годографа повернути на кут φ_i .

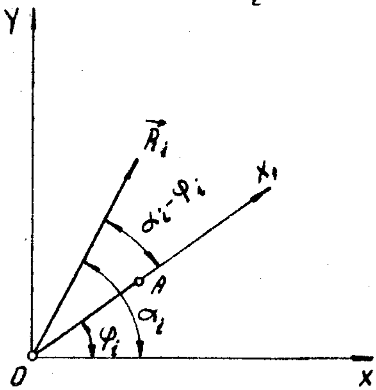


Рис. 3.24

Для прикладу на рис.3.25 зображено перебудований у рухому систему годограф вектора $\vec{R}$, що відповідає рис.3.23,а /масштаб змінено/.

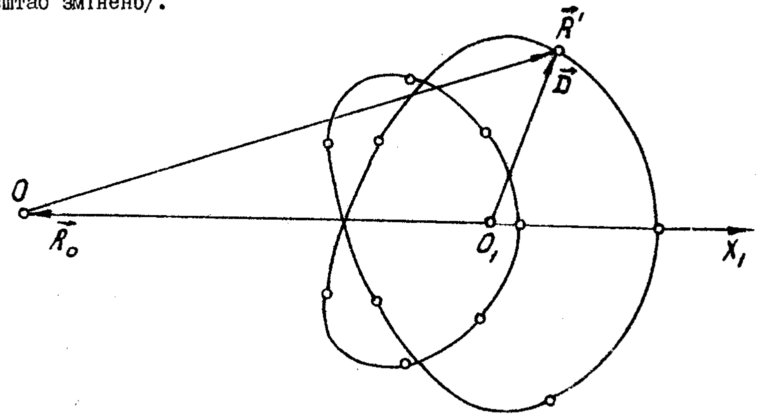


Рис. 3.25

Якщо силу інерції противаги $\vec{R}$ зображено вектором $\overrightarrow{O_1 O}$, то годограф незрівноваженого залишку $\vec{D}^{\circ}$ зображено тією самою кривою, але відрахованою від центра O_1. Отже, точка O_1, що визначає величину та кут закріплення противаги, має бути вибрана так, щоб вектор $\vec{D}$ в усіх конфігураціях був якомога меншим.

3.5.1.2. Наведене формулювання задачі не є суворим.

Щоб отримати розв'язок, необхідно встановити критерій оцінювання результатів. Скористаємось критерієм найкращого середнього наближення [32, гл. 7, § 7] і будемо домагатись, щоб середнє квадратичне значення функції $|\vec{D}|$ було мінімальним.

Із визначення середнього квадратичного випливає, що

$$|\vec{D}|_{ср.кв} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\vec{D}| d\varphi} \longrightarrow \min_{\varphi} . \qquad /3.72/$$

Для виконання цієї умови необхідно, щоб у свою чергу прямувала до мінімуму величина

$$\int_0^{2\pi} |\vec{D}|^2 d\varphi . \qquad /3.73/$$

Щоб отримати розв'язок найпростішим шляхом, розглянемо таку механічну аналогію.

Нехай у кожній точці годографа $\vec{D}$ зосереджено одиничну масу. Тоді момент інерції системи цих точок відносно центра O_1 буде

$$\sum_{i=1}^{i=n} 1\,|\vec{D}|^2 .$$

Якщо $n \to \infty$, то записана сума прямує до границі, вираженій формулою /3.73/.

Таким чином, вимога мінімуму функції /3.72/ виконується тоді, коли годограф вектора $\vec{D}$, поданий у вигляді неперервного ланцюга одиничних мас, має найменше значення.

Із курсу теоретичної механіки відомо, що момент інерції тіла має найменше значення тоді, коли він визначається відносно осі, що проходить крізь центр мас системи.

Отже, щоб виконати основну умову зрівноваження, параметри противаги необхідно вибрати так, щоб точка O_1 була центром одиничних мас, зосереджених по довжині годографа.

Якщо годограф було побудовано за n точками, то наближено можна вважати, що координати його центра ваги

$$X_{01} = \frac{\sum X_i}{n}, \qquad y_{01} = \frac{\sum y_i}{n} \tag{3.74}$$

/у знаменнику стоїть сума n одиничних мас/.

Якщо виміряти вектори $\bar{D}$, відраховані від знайденого центра O_1, можна побудувати графік незрівноваженого залишку.

3.5.I.3. Як приклад на рис. 3.26 зображено графік модуля головного вектора $|\bar{R}|$ кривошипно-повзунного механізму холодновисаджувального автомата /крива I/, де також показано графік незрівноваженого залишку після закріплення на кривошипі противаги, параметри якої було визначено за /3.74/.

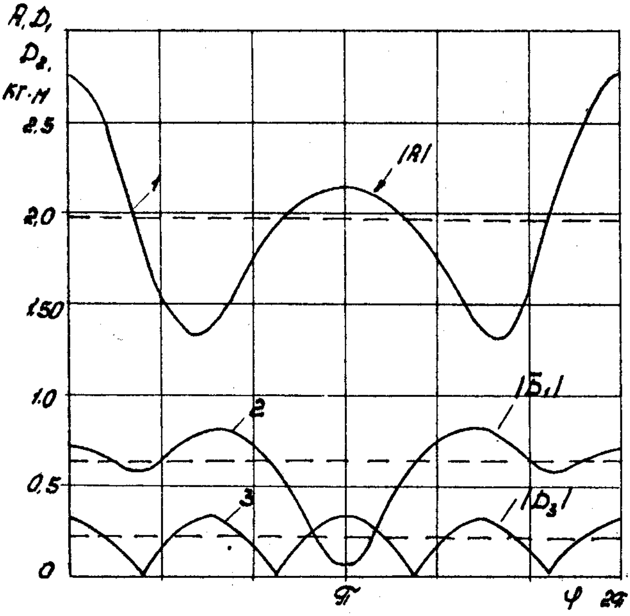


Рис. 3.26

Для порівняння на рис. 3.26 нанесено криву 3, що зображує графік незрівноваженого залишку в разі використання для зрівноваження схеми Ланчестера [38, с. 206-207]. Пунктиром показано середні квадратичні значення для кожного з трьох випадків. У розглянутому прикладі постановка однієї противаги дає змогу знизити середнє значення дії машини на фундамент у 3,12 рази, а значно складнішої схеми - у 8,5 рази.

4. ПРОЕКТУВАННЯ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

4.1. Призначення зубчастих передач та етапи їх проектування

Зубчаста передача - найпоширеніший вид привода, призначеного для передачі обертання від одного вала до іншого із заданим відношенням кутових швидкостей. У загальному машинобудуванні використовуються силові передачі /потужність, що передається, - понад 1 кВт/ головним чином як знижувальні передачі, тобто такі, в яких вихідний вал обертається з меншою кутовою швидкістю, ніж вхідний.

Необхідність зниження кутової швидкості вихідного вала зумовлена тим, що первинні двигуни /електродвигуни, двигуни внутрішнього згоряння, турбіни/ мають високі техніко-економічні показники /ККД, вага на одиницю потужності/ за значних кутових швидкостей. У той самий час виконавчі органи робочих машин за умовами якісного виконання технологічних процесів мають обертатись значно повільніше. Наприклад, асинхронні електродвигуни металорізальних верстатів звичайно мають частоту обертання 1440 1/хв, а нижня границя частоти обертання шпинделя може досягати 20 1/хв.

Основний показник передачі - її передаточне відношення

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}, \qquad /4.1/$$

де ω_1, ω_n - кутова швидкість вала відповідно вхідного та вихідного.

Знижувальна передача, що не дає можливості змінювати значення i_{1n}, називається редуктором. Якщо конструкція передачі дає змогу вводити до зачеплення різні пари зубчастих коліс і таким чином ступінчасто змінювати значення i_{1n}, передачу називають коробкою швидкостей.

Прикладом редуктора може служити передача від електродвигуна до барабана механізму підйому крана, прикладом коробки швидкостей - зубчасті передачі привода шпинделя токарного верстата чи трансмісії автомобіля.

Передача, що використовується для підвищення кутової швидкості веденого вала, називається мультиплікатором.

У техніці використовуються зубчасті передачі з нерухомими осями коліс або планетарні редуктори, тобто передачі, що містять хоча б одне колесо з рухомою віссю. Передачі з нерухомими осями виконуються за розгорнутою схемою або співвісними /рис. 4.1/: перші - дво- та триступінчасті, другі - у більшості випадків двоступінчасті.

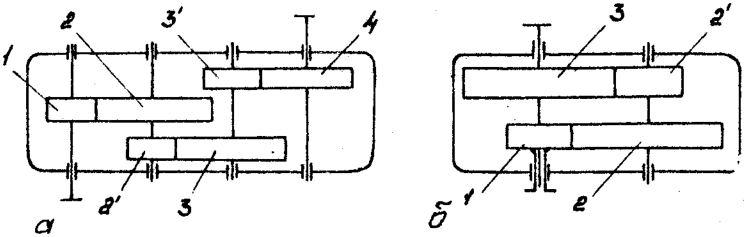


Рис. 4.1

Вихідними даними при проектуванні є потужність P, що передається, та кутові швидкості ω_1, ω_n.

Перший етап проектування передачі - її геометричний синтез - полягає у визначенні чисел зубів коліс, що забезпечують отримання заданого передаточного відношення з похибкою, яка не перевищує припустиму. Для співвісних і планетарних передач числа зубів мають задовольнити також ряд додаткових вимог /див. п. 4.4.3/.

Цей етап звичайно має не один, а кілька розв'язків. Користуючись термінами математики, будемо говорити, що на першому етапі знайдено безліч розв'язків.

На другому етапі треба вибрати коефіцієнти зміщення різального інструмента в разі нарізання зубчастих коліс проектованого редуктора.

У процесі курсового проектування обчислюють коефіцієнти зміщення однієї із зубчастих пар редуктора, що забезпечують вимоги, сформульовані у завданні. Наприклад, отримати найбільшу контактну витривалість за заданого значення коефіцієнта торцевого перекриття ε_α.

Третій етап - міцнісний розрахунок. У ході цього етапу визначаються модулі зубчастих коліс для знайденої раніше безлічі розв'язків.

На четвертому етапі серед цієї безлічі треба вибрати оптимальний варіант. За критерій оптимальності можна взяти, наприклад, габаритний розмір передачі, суму мас рухомих коліс або її приведений момент інерції.

У процесі курсового проектування для однієї із зубчастих пар знайденого оптимального варіанта необхідно визначити геометричні параметри зубчастих коліс і побудувати їх профіль, знайти якісні показники зачеплення.

Структурно-логічну схему розрахунку передачі зображено на рис. 4.2.

4.2. Визначення чисел зубів коліс редукторів, виконаних за розгорнутою схемою

4.2.1. Розв'язуючи задачу синтезу чисел зубів шестерінок редуктора, зручно користуватись передаточним числом зубчастої пари:

$$u = z_2 / z_1 ,$$

де z_2, z_1 - число зубів відповідно колеса та шестерні.

Із цієї формули випливає, що $u > 1$ і є позитивним числом незалежно від вигляду зачеплення.

Узагальнюючи поняття передаточного числа на редуктор у цілому, дістаємо

$$u = \left| \frac{\omega_{вч}}{\omega_{вд}} \right| , \qquad /4.2/$$

де $\omega_{вч}$, $\omega_{вд}$ - кутова швидкість вала відповідно ведучого та веденого.

Для дво- та триступінчастих редукторів відповідно

$$u = u_1 \cdot u_2 ; \quad u = u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 ,$$

де u_1, u_2, u_3 - передаточне число ступенів відповідно першого, другого та третього.

Задача визначення чисел зубів шестерінок редуктора має скінченну множину розв'язків. Розглянемо обмеження, які необхідно враховувати при цьому.

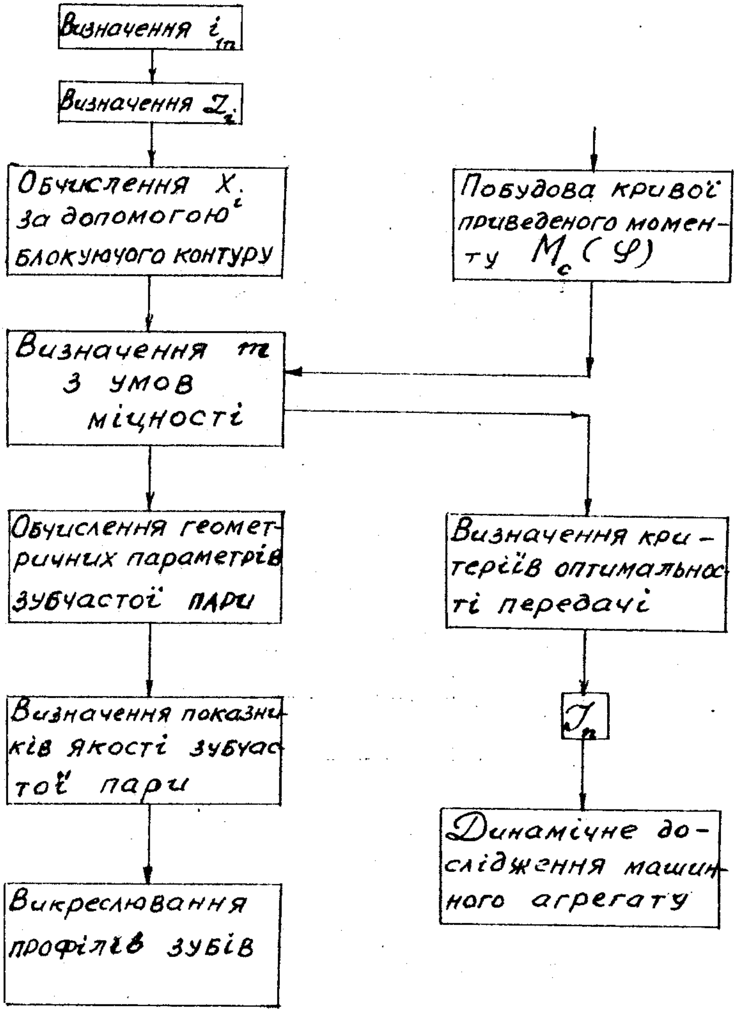

Визначення i_{1n}
Визначення z_i
Обчислення x_i за допомогою блокуючого контуру
Побудова кривої приведеного моменту $M_c(\varphi)$
Визначення m з умов міцності
Обчислення геометричних параметрів зубчастої пари
Визначення критеріїв оптимальності передачі
J_n
Визначення показників якості зубчастої пари
Динамічне дослідження машинного агрегату
Викреслювання профілів зубів

Рис. 4.2

Число зубів кожного колеса має задовольняти умові

$$Z_{min} < Z_i < Z_{max}, \qquad /4.3/$$

Z_{min} = 16–17 з умови відсутності підрізання; Z_{max} = 150–200 з умови виготовлення на звичайних зуборізних верстатах.

Передаточне число кожного ступеня має не перевищувати $u_{max} \approx$ 5,5–6,0. Крім того, доцільно, щоб радіальні розміри коліс мало розрізнялись. Ця умова висувається для забезпечення умов змащення всіх ступенів редуктора. Співвідношення між модулями коліс першого та другого ступенів має забезпечувати їх рівноміцність.

Щоб покращити зносні та вібраційні характеристики редуктора, числа зубів спряжених коліс не повинні мати загальних множників, тобто мають бути взаємно простими числами.

4.2.2. Розглянемо методику визначення чисел зубів двоступінчастих редукторів, виконаних за розгорнутою схемою, що враховує зазначені обмеження.

Для редукторів такого компонування можна наближено взяти, що за інших однакових умов модуль зубчастої пари, який визначається умовами міцності [21], є пропорційним $\sqrt[3]{T}$, де T – крутний момент на шестерні. Нехай у результаті міцнісних розрахунків знайдемо модуль зачеплення першого ступеня m_1 [мм]. Оскільки /якщо знехтувати втратами в зачепленні/ момент на ведучій шестерні другої пари дорівнюватиме Tu_1, то за інших однакових умов модуль другої пари

$$m_2 = m_1 \sqrt[3]{u_1} . \qquad /4.4/$$

Тоді діаметри ділильних окружностей коліс першої та другої пар

$$d_2 = m_1 Z_1 u_1 ; \quad d_3 = m_2 Z_2' u_2 .$$

Беручи для спрощення задачі $Z_2 = Z_2'$ і прирівнюючи d_2 до d_3, дістаємо

$$u_1 = \sqrt[3]{u_1} \cdot u_2 \quad \text{або} \quad u_2 = u_1^{2/3} .$$

Ураховуючи, що $u = u_1 u_2$, знаходимо $u_1^{2/3} u_1 = u$. Звідси

$$u_1 = u^{3/5} ; \quad u_2 = u / u_1 . \qquad /4.5/$$

Якщо задати значення Z_1 і скористатися знайденими величинами u_1 і u_2, то $Z_2 = Z_1 u_1$; $Z_3 = Z_2 u_2$.

Природно, що Z_2 і Z_3 виявляться дробовими, тому округлимо їх до найближчих цілих чисел.

Якщо ввести позначення $[x]$ - цілої частини числа x, то округлене значення

$$\bar{z}_i = [z_i + 0,5] \quad (i=2,3).$$

Виконавши округлення для коліс першого та другого ступенів, можна обчислити фактично реалізоване значення передаточного числа

$$\bar{u} = \frac{\bar{z}_2 \bar{z}_3}{z_1^2},$$

яке відрізнятиметься від вихідного значення внаслідок похибок округлення. Якщо

$$u - \Delta \leq \bar{u} \leq u + \Delta, \qquad /4.6/$$

то умова отримання передаточного числа із заданою похибкою Δ виконується.

Змінюючи значення z_1, обчислюємо відповідні йому значення z_2, z_3 та перевіряємо виконання описаних обмежень.

Доцільніше починати обчислення при $z_1 = z_{min}$ та збільшувати його на одиницю. Таким чином буде отримано кілька розв'язків, що розташовуються у нижнього граничного числа зубів. Перевіривши отримані числа на наявність у них загальних множників за допомогою табл. 4.1, можна відбракувати розв'язки, що не задовольняють цій умові.

Таблиця 4.1

Число	Множники	Число	Множники	Число	Множники	Число	Множники	Число	Множники
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	$3\cdot5$	42	$2\cdot3\cdot7$	69	$3\cdot23$	36	$2^5\cdot3$	123	$3\cdot41$
16	2^4	43	43	70	$2\cdot5\cdot7$	97	97	124	$2^2\cdot31$
17	17	44	$2^2\cdot11$	71	71	98	$2\cdot7^2$	125	5^3
18	$2\cdot3\cdot3$	45	$3^2\cdot5$	72	$2^3\cdot3^2$	99	$3^2\cdot11$	126	$2\cdot3^2\cdot7$
19	19	46	$2\cdot23$	73	73	100	$2^2\cdot5^2$	127	127
20	$2\cdot2\cdot5$	47	47	74	$2\cdot37$	101	101	128	2^7
21	$3\cdot7$	48	$2^4\cdot3$	75	$3\cdot5^2$	102	$2\cdot3\cdot17$	129	$3\cdot43$
22	$2\cdot11$	49	$7\cdot7$	76	$2^2\cdot13$	103	103	130	$2\cdot5\cdot13$
23	23	50	$2\cdot5\cdot5$	77	$7\cdot11$	104	$2^3\cdot13$	131	131
24	$2^3\cdot3$	51	$3\cdot17$	78	$2\cdot3\cdot13$	105	$3\cdot5\cdot7$	132	$2^2\cdot3\cdot11$
25	$5\cdot5$	52	$2\cdot2\cdot13$	79	79	106	$2\cdot53$	133	$7\cdot19$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
26	$2\cdot13$	53	53	80	$2^4\cdot5$	107	107	134	$2\cdot67$
27	3^3	54	$2\cdot3^3$	81	3^4	108	$2^2\cdot3^3$	135	$3^3\cdot5$
28	$2\cdot2\cdot7$	55	$5\cdot11$	82	$2\cdot41$	109	109	136	$2^3\cdot17$
29	29	56	$2^3\cdot7$	83	83	110	$2\cdot5\cdot11$	137	137
30	$2\cdot3\cdot5$	57	$3\cdot19$	84	$2^2\cdot3\cdot7$	111	$3\cdot37$	138	$2\cdot3\cdot23$
31	31	58	$2\cdot29$	85	$5\cdot17$	112	$2^4\cdot7$	139	139
32	2^5	59	59	86	$2\cdot43$	113	113	140	$2^2\cdot5\cdot7$
33	$3\cdot11$	60	$2^2\cdot3\cdot5$	87	$3\cdot29$	114	$2\cdot3\cdot19$	141	$3\cdot47$
34	$2\cdot17$	61	61	88	$2^3\cdot11$	115	$5\cdot23$	142	$2\cdot71$
35	$5\cdot7$	62	$2\cdot31$	89	89	116	$2^2\cdot29$	143	$11\cdot13$
36	$2\ 2\ 3\ 3$	63	$3^2\ 7$	90	$2\ 3^2\ 5$	117	$3^2\cdot13$	144	$2^4\cdot3^2$
37	37	64	2^6	91	$7\cdot13$	118	$2\cdot59$	145	$5\cdot29$
38	$2\cdot19$	65	$5\cdot13$	92	$2^2\cdot23$	119	$7\cdot17$	146	$2\cdot73$
39	$3\cdot13$	66	$2\cdot3\cdot11$	93	$3\cdot31$	120	$2^3\cdot3\cdot5$	147	$3\cdot7^2$
40	$2^3\cdot5$	67	67	94	$2\cdot47$	121	$11\cdot11$	148	$2^2\cdot37$
41	41	68	$2^2\cdot17$	95	$5\cdot19$	122	$2\cdot61$	149	149

У разі використання описаного алгоритму u_1 не вийде за припустимі межі, якщо $u \leq 20$. За великих значень u треба застосовувати триступінчастий редуктор.

Як приклад визначення чисел зубів двоступінчастого редуктора в табл. 4.2 наведено результати розв'язання при u = [illegible],15 і відносній похибці $\Delta_0 = +1\%$.

Таблиця 4.2

Колесо	Число зубів					
z_1	16	17	18	19	21	22
z_2	56	60	63	67	74	77
z_3	37	39	42	44	49	51

У варіантах $z_1 = 17$ і $z_1 = 19$ числа зубів не містять загальних множників. Природно, що варіант, коли $z_1 = 17$, матиме менші габаритні розміри зубчастих коліс. Проте в процесі розрахунків на міцність треба перевірити, чи буде забезпечена міцність вала під шестернею $z_1 = 17$.

У розглянутому прикладі розбивка передаточних відношень буде такою: $u_1 = 3{,}52$; $u_2 = 2{,}31$. Тому якщо в результаті міцнісного розрахунку першого ступеня буде отримано значення $m_1 = 2$ мм, то модуль другого ступеня

$$m_2 = m_1 \sqrt[3]{u_1} = 2\sqrt[3]{3{,}52} = 3{,}04 \text{ мм}.$$

Округливши це значення до стандартного, яке дорівнює 3 мм, дістанемо ділильні діаметри коліс /при $Z_1 = Z_2 = 17$/:

$$d_2 = m_1 Z_2 = 2 \cdot 60 = 120 \text{ мм};$$
$$d_3 = m_2 Z_3 = 3 \cdot 39 = 117 \text{ мм}.$$

Несуттєва різниця в діаметрах виявилась унаслідок зроблених округлень.

4.2.3. Узагальнимо викладену методику на триступінчастий редуктор. У цьому разі однаковість ділильних діаметрів коліс 2 і 3 приводить до рівняння /4.4/. Вимога однаковості діаметрів ділильних окружностей коліс 3 і 4 /рис.4.1,а/ приводить до аналогічної залежності

$$u_2 = u_3^{4/3}. \qquad /4.7/$$

Підставивши значення u_1 з /4.4/ у друге рівняння /4.5/, дістанемо $u_2^{2/3} u_2 u_3 = u$. Підставивши сюди значення u_2 з /4.7/, дістанемо

$$u_2^{19/4} = u,$$

звідки

$$u_3 = u^{4/19}. \qquad /4.8/$$

Рівняння /4.8/ разом із /4.7/ і /4.4/ дають змогу визначити u_1, u_2, u_3 для всіх трьох ступенів редуктора.

Щоб визначити z_2, z_3, z_4, можна скористатись програмою 1.8, наведеною в дод. 1. Як приклад покажемо визначення чисел зубів для редуктора з $u = 25{,}36$ при $\Delta_0 = 2 \cdot 10^{-2}$.

Результати розрахунку наведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Колесо	Число зубів						
Z_1	I5	I6	I7	I8	I9	2I	22
Z_2	69	74	79	83	88	97	I02
Z_3	42	44	47	50	53	58	6I
Z_4	30	32	34	36	38	4I	43
$\Delta\cdot 10^2$	I,57·I	0,305	I,32	I,0I	I,89	I,78	0,92I

Користуючись табл. 4.3, можна встановити, що лише варіант $Z_1 = 2I$ не містить загальних множників у числах зубів коліс. Треба відзначити, що значення похибки у визначенні u для триступінчастого редуктора перевищує значення для двоступінчастого. Тому припустиме значення Δ_p триступінчастого редуктора також має перевищувати аналогічне значення двоступінчастого. Так, у розглядуваному прикладі лише варіанти $Z_1 = I6$ і $Z_1 = 22$ мають відносну похибку менш за $I\cdot I0^{-2}$. За запропонованою методикою триступінчастий редуктор можна спроектувати при $u \leq 45$. За більших значень u передаточне відношення першого ступеня вийде за вказані межі.

4.3. Проектування співвісних редукторів

4.3.I. У цьому разі умова однаковості діаметрів ведених коліс звичайно не висувається. Проте компонування редуктора потребує однаковості міжосьових відстаней першого та другого ступенів. При використанні прямозубих коліс без зміщення ця умова має вигляд

$$\frac{m_1(Z_1+Z_2)}{2} = \frac{m_2(Z_3+Z_2')}{2}. \qquad /4.9/$$

Значення m_1 і m_2 модулів першого та другого ступенів мають відповідати ГОСТ 9563-60. Перепишемо /4.9/ у вигляді

$$\mu_1(Z_2+Z_1) = \mu_2(Z_3+Z_2'), \qquad /4.10/$$

де μ_1, μ_2 – взаємно прості цілі числа, пропорційні значенням модулів, тобто для яких виконується умова

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \qquad /4.11/$$

Із рівняння /4.10/ випливає, що $z_2 + z_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1}(z_3 + z_2')$. Оскільки $z_2 + z_1$ – ціле число, то $z_3 + z_2'$ має ділитись без залишку на μ_1. Позначимо

$$\frac{z_3 + z_2'}{\mu_1} = e,$$

де e – ціле число.

Тоді умови співвісності можна переписати у вигляді

$$\Sigma_2 = z_3 + z_2' = e\mu_1 \, ; \qquad /4.12/$$

$$\Sigma_1 = z_2 + z_1 = e\mu_2 \, . \qquad /4.13/$$

Обмеження на значення передаточного числа визначається, як і в попередньому випадку, нерівностями /4.6/. Причому

$$u = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \, . \qquad /4.14/$$

4.3.2. Розв'язуючи задачу синтезу, необхідно визначити числа зубів коліс і модулі першого та другого ступенів. Відношення μ_2/μ_1 визначає навантаженість коліс першого та другого ступенів. Доцільніше знайти це співвідношення з умови рівноміцності. Для розглядуваного компонування редуктора необхідно врахувати не лише зміну моменту на другому ступені, а й відмінність у значеннях u_1 і u_2. Одночасно врахуємо можливість застосування багатопотокової схеми редуктора. У цьому разі використовується K проміжних валів, розміщених на однакових відстанях один від одного. Як приклад на рис. 4.3 показано вид з торця на редуктор з трьома проміжними валами. Використання багатопотокової передачі дає змогу знизити навантаженість зубчастих пар редуктора та розвантажити опори центральних коліс. У разі використання

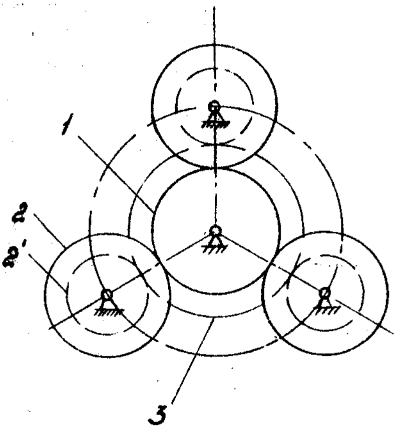


Рис. 4.3

багатопотокової передачі розрахункові моменти першого та другого ступенів дорівнюють відповідно T_1/K і $T_1 u_1/K$.

Звичайно для розглядуваних передач обмежувальною служить умова **міцності за контактними напруженнями** [21]. Тому модулі першого та другого ступенів /за інших однакових умов/

$$m_1 = \rho\sqrt[3]{\frac{T_1}{K}\,\frac{u_1+1}{u_1}}; \quad m_2 = \rho\sqrt[3]{\frac{T_1 u_1}{K}\,\frac{u_2+1}{u_1}},$$

де ρ – коефіцієнт пропорційності, що враховує властивості матеріалу та спосіб закріплення шестерінок на валах.

Вважаючи наближено, що цей коефіцієнт є однаковим для першого та другого ступенів, дістаємо, що відношення модулів у рівноміцній передачі

$$\mu^* = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \sqrt{u_1\,\frac{u_2+1}{u_1}\,\frac{u_1}{u_1+1}} \; . \qquad /4.15/$$

Наближено μ^* поблизу найменших допустимих значень e можна знайти за допомогою графіка, зображеного на рис. 4.4, де нанесено криву $\mu^* = f(u)$. Якщо модуль першого ступеня обчислений за умов міцності, то вище зазначеної кривої розташовуються передачі, в яких другий ступінь недовантажено, а нижче – перевантажено. У процесі проектування модуль першого ступеня визначається з міцнісного розрахунку, як це описано в підрозд. 4.5, або задається керівником проекту. Модуль другого ступеня орієнтовно встановлюється за кривою рис. 4.4 й округлюється до стандартного значення /див. табл. Д...8/. Після цього обчислюємо значення μ_1 і μ_2 за /4.11/.

Обчислюючи числа зубів коліс редуктора, зручніше вибирати за параметри, що варіюються, значення e і z_2 [22]. Справді, задавши деяке ціле значення e, із рівнянь /4.12/ і /4.13/ можна визначити Σ_1 і Σ_2. Задавши z_2', визначимо z_3. Підставимо тепер $z_1 = \Sigma_1 - z_2$ у рівняння /4.14/ та розв'яжемо його відносно z_2:

$$z_2 = \frac{\Sigma_1}{1 + z_3/\bar{u}\, z_2'} \; . \qquad /4.16/$$

Введемо у цей вираз замість $\bar{u}$ його граничні значення $u+\Delta$ та $u-\Delta$ і дістанемо числа $z_{2в}$, $z_{2н}$ – границі зміни z_2, за яких виконуються умови /4.6/.

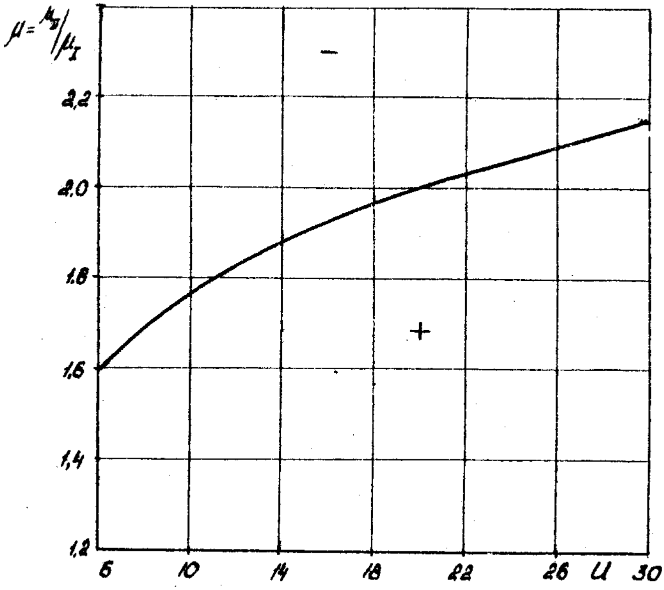


Рис. 4.4

Існують такі випадки:

1. Між $Z_{2в}$ і $Z_{2н}$ не міститься цілих чисел. Тоді за вибраних e і Z' розв'язок відсутній /рис. 4.5,а/.

2. Між $Z_{2в}$ і $Z_{2н}$ міститься одне ціле число n /рис.4.5,б/. Тоді $Z_2 = n$ – єдиний розв'язок за вибраних e і Z'_2.

3. За великих Δ може виявитись, що між $Z_{2в}$ і $Z_{2н}$ лежить кілька цілих чисел /рис. 4.5,в/, наприклад n і $n-1$. Тоді всі вони є розв'язками. Оскільки цей випадок зустрічається порівняно нечасто, розглядати його не будемо.

Щоб встановити, який із випадків має місце в дійсності, виділимо цілу частину числа $Z_{2в}$ і позначимо її $[Z_{2в}]$. Якщо

$$[Z_{2в}] \geq Z_{2н}, \qquad /4.17/$$

число $Z_2 = [Z_{2в}]$ задовольняє поставленій умові, тобто забезпечує передаточне число U із заданим допуском.

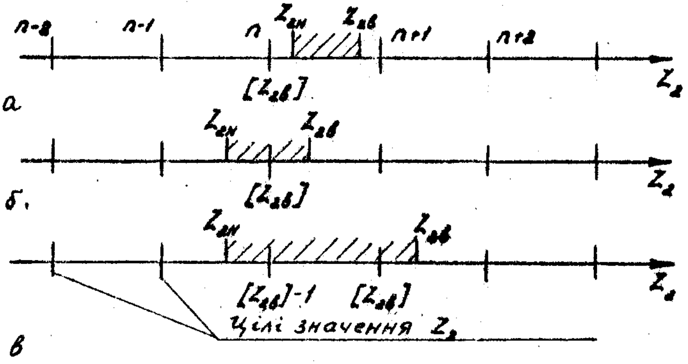


Рис. 4.5

Після визначення Z_2 з /4.13/ можна обчислити Z_1 і перевірити виконання умови $Z_1 \geq Z_{min}$. У міру зростання значення e збільшуються числа зубів усіх коліс, тому нас будуть цікавити головним чином розв'язки за значень e, що є близькими до мінімально можливих.

4.3.3. Обчислимо граничне значення e_{min}. Для цього підставимо в /4.14/ $Z_1 = Z_3 = Z_{min}$, а також значення Z_2 і Z_3 з /4.12/ і /4.13/. У результаті дістанемо

$$U = \frac{(\Sigma_1 - Z_{min})(\Sigma_2 - Z_{min})}{Z_{min}^2}.$$

Звідси

$$U Z_{min}^2 = (e_{min}\mu_2 - Z_{min})(e_{min}\mu_1 - Z_{min}).$$

Перетворюючи останній вираз, знаходимо

$$e_{min}^2 \mu_1\mu_2 - Z_{min}(\mu_1+\mu_2)e_{min} - Z_{min}^2(U-1) = 0.$$

Остаточно

$$e_{min}^2 + p e_{min} + q = 0, \qquad /4.18/$$

де

$$p = -\frac{Z_{min}(\mu_1+\mu_2)}{\mu_1\mu_2}; \quad q = -\frac{Z_{min}^2(U-1)}{\mu_1\mu_2}.$$

Оскільки вільний член рівняння /4.18/ є негативним, воно має два дійсних корені, один з яких є позитивним, а інший - негативним. Умові задачі задовольняє лише позитивний корінь. Отримане значення треба округлити до найближчого більшого цілого числа.

Щоб отримати розв'язки, які задовольнятимуть поставленим умовам, треба організувати два цикли, в яких e і z_2 будуть збільшуватись від мінімальних допустимих значень. Якщо збільшувати z_2 за фіксованого e, значення z_2 буде збільшуватись, а z_1 - зменшуватись. Отже, верхнім граничним значенням z_2 буде те значення, за якого порушується умова $z_1 \geq z_{min}$.

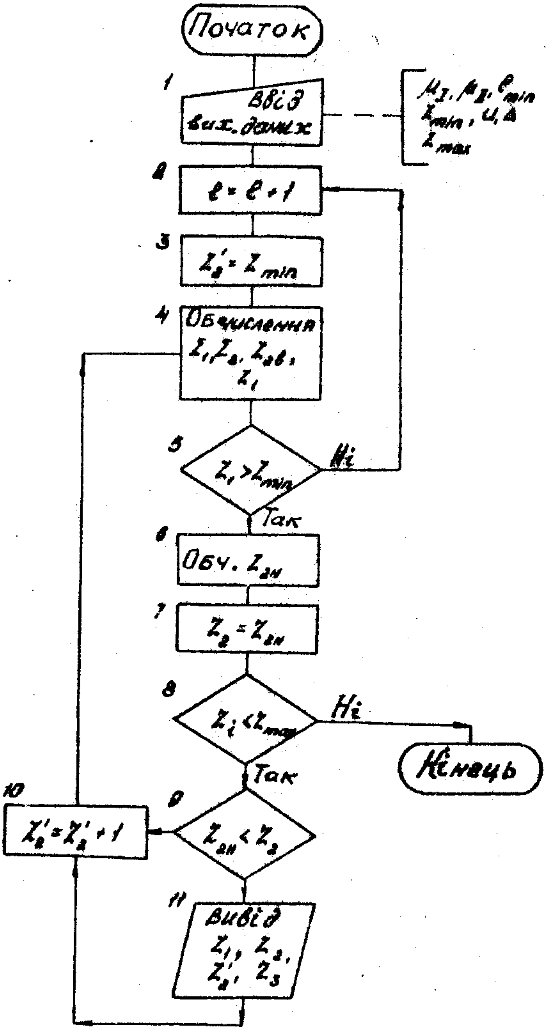
У міру збільшення e всі числа зубів зростають і межею зміни e буде те значення, за якого будь-яке з чисел зубів досягло верхнього допустимого значення. Проте звичайно достатньо отримати чотири - п'ять розв'язків поблизу значення e_{min}, знайденого з /4.18/.

Для співвісного редуктора доцільно також, щоб числа зубів не мали загальних множників. Цю умову необхідно перевірити за допомогою табл. 4.1 та відбракувати варіанти, для яких воно не виконується.

Якщо співвісний редуктор виконано за багатопотоковою схемою, описані умови мають доповнюватись умовами сусідства та складання, які використовуються в процесі проектування планетарних редукторів. Тому синтез багатопотокових співвісних редукторів треба здійснювати так, як описано в п. 4.4.5.

4.3.4. Схему алгоритму синтезу співвісного редуктора зображено на рис. 4.6. Автоматичний вихід із зовнішнього циклу при цьому не передбачений. Обчислення необхідно припинити після отримання достатнього числа розв'язків. Програму 1.9, що реалізує цей алгоритм, наведено в дод. 1.

Для прикладу було виконано розрахунки при $u = 8{,}15 \pm 0{,}08$; $K = 1{,}0$. За графіком на рис. 4.4 знаходимо, що заданому значенню u відповідає $\mu^* = 1{,}7$. Якщо в результаті міцнісного розрахунку першого ступеня буде отримано значення $m_1 = 2$ мм, то $m_2 = \mu^* m_1 = 2 \cdot 1{,}7 = 3{,}4$. Найближчими стандартними значеннями модуля є 3,0 і 3,5 мм. Тому геометричний синтез треба виконати при $\mu_1 = 2{,}0$; $\mu_2 = 3{,}0$, а також при $\mu_1 = 4{,}0$; $\mu_2 = 7{,}0$. Результати розрахунку наведені відповідно в табл. 4.4 і 4.5, з яких випливає, що умові відсутності загальних множників задовольняють варіанти 1, 2, 8, 9, 11, 13.



Початок
Ввід вих. даних
Обчислення
Ні
Так
Обч.
Ні
Так
Кінець
Вивід

Рис. 4.6

Таблиця 4.4

Варі-ант	z_1	z_2	z_2'	z_3
1	17	64	17	37
2	20	67	17	41
3	20	70	18	42
4	19	74	20	42
5	18	75	21	41
6	17	76	22	40
7	23	73	18	46
8	26	73	17	49
9	23	76	19	47

Таблиця 4.5

Варі-ант	z_1	z_2	z_2'	z_3
10	17	74	[illegible]	34
11	19	79	19	37
12	25	80	17	43
13	22	83	19	41
14	20	92	23	41
15	19	93	24	40
16	18	94	25	39
17	17	95	26	38

Критерії оптимальності різних варіантів можна обчислити після міцнісного розрахунку зубчастих пар /див. підрозд. 4.5 і 4.6/, що містяться в них.

4.4. Синтез планетарних передач

4.4.1. Постановка задачі синтезу. Планетарні передачі мають особливості, що визначають раціональні галузі їх застосування. Планетарна передача забезпечує значні передаточні числа за малих габаритних розмірів редуктора, причому виграш тим більший, чим більше значення u_n.

Додаткову перевагу можна отримати, застосовуючи редуктори з кількома блоками сателітів, в яких потужність передається паралельними потоками, а симетричне розташування сателітів дає змогу завантажити опори передачі й не порушити умову зрівноваженості редуктора.

Раціональний вибір схеми редуктора забезпечує його високий ККД, що найважливіше в процесі проектування силових передач, розрахованих на передачу значної потужності.

У кінематичних передачах, що зустрічаються в механізмах приладів і системах керування, планетарний редуктор за рахунок малого числа опор,коліс і валів забезпечує високу точність передачі сигналів. У цьому разі ККД вирішального значення не має.

Технологія виготовлення планетарних передач є складнішою, ніж рядових, вартість їх вища, тому застосовувати їх треба тільки тоді, коли перелічені переваги виправдовують більш високі затрати.

Синтез планетарного редуктора треба починати з вибору схеми, що відповідає заданим умовам роботи. У деяких випадках схему редуктора в курсовому проекті задано. Тоді студент має обгрунтувати її відповідність заданим умовам роботи.

Потім необхідно обчислити числа зубів шестерінок і число блоків сателітів, за яких передаточне відношення редуктора відхиляється від заданого на значення, що не перевищує допустиме, і виконати умови співвісності, складання та сусідства. Цю частину задачі будемо називати геометричним синтезом редуктора.

У силових передачах модулі зубчастих коліс необхідно знайти з розрахунку на міцність згідно з ГОСТ 21354-75 [10], для чого використовуються відомості, отримані з курсу "Деталі машин" [21; 34].

Отриманий розв'язок можна оцінити за радіальними габаритними розмірами редуктора, його приведеним моментом інерції, сумою мас рухомих деталей та іншими показниками. Отже, задачу синтезу планетарного редуктора можна сформулювати як оптимізаційну, в якій обмеженнями служать умови складання, сусідства, співвісності та задане передаточне число, а критерієм оптимальності - один із перелічених показників.

Для кінематичних передач розрахунок на міцність звичайно не виконують, а за критерій оптимальності беруть радіальні габаритні розміри редуктора.

4.4.2. Вибір схеми планетарного редуктора.

4.4.2.1. Найпростіші планетарні механізми виконують за схемами, зображеними на рис. 4.7. Позначатимемо їх згідно з рис. 4.7, відбиваючи види зачеплень, що використовуються в редукторі /A - зовнішнє зачеплення, I - внутрішне/. В усіх випадках водило позначаємо H.

У перших двох типів механізмів AA і II передаточне відношення оберненого редуктора $i^H_{13} > 0$. У редукторів типів AI і AI маємо $i^H_{13} < 0$, останній - окремий випадок редуктора типу AI при $z_2 = z_2'$.

Складніші планетарні передачі можуть складатись послідовним поєднанням редукторів, побудованих за описаними схемами. Найбільше поширені також механізми з трьома центральними колесами /тип AII на рис. 4.7,д/. Такий редуктор дає змогу отримати значення i_{1H} до 500 за відносно високого ККД, який дорівнює 0,8-0,9. Водило в цьому разі не бере участі в передачі енергії та служить лише опорою для сателітів.

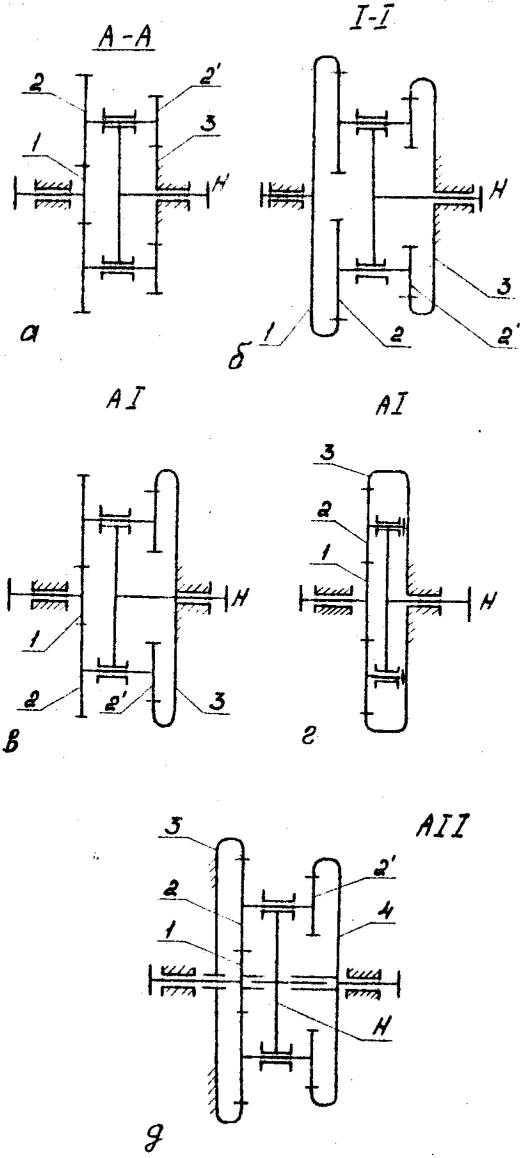


Рис. 4.7

4.4.2.2. Передаточні відношення i_{1H} та i_{13}^{H} планетарної передачі й оберненої передачі, що отримується в результаті зупинки водила, пов'язані залежністю

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^{H}, \qquad /4.19/$$

яка може бути подана у вигляді графіка, зображеного на рис. 4.8, де по осі абсцис відкладено i_{13}^{H}, а по осі ординат – i_{1H}. Якщо в планетарному механізмі ведучим виступає центральне колесо I, то при $u_n = |i_{1H}| - 1$ такий механізм служить редуктором, у противному разі – мультиплікатором. Із рис. 4.8,а видно, що область $i_{1H} > 1$ відповідає передачам типу AI і $\bar{AI}$. У цій області передаточне число планетарного редуктора перевищує передаточне число відповідного оберненого редуктора. Область $i_{1H} < -1$ відповідає редукторам типу AA, де передаточне число планетарної передачі менше, ніж оберненої. Тому для редукторів із центральним ведучим колесом 1 доцільно використовувати передачі типів AI і $\bar{AI}$.

За ведучого водила H редукторам відповідає зона $-1 < i_{1H} < 1$.

Такі передаточні відношення можна реалізувати механізмами типів AA і II /рис. 4.8,б/. Ефективність редукторів у цій зоні наочніша, якщо на тому самому рисунку показати графік передаточного числа редуктора

$$u = |1/i_{1H}|,$$

яке при $i_{1H} = 0$ необмежено зростає.

4.4.2.3. Найважливішим показником будь-якої передачі, в тому числі планетарної, є її ККД. У планетарних передач цей показник залежить від матеріалу та виду механічної та термічної обробки зубчастих коліс, а також від i_{1H} і напряму передачі енергії. Як відомо [23, § 23.5, с. 473–479], ККД п'ятиланкової планетарної передачі без урахування втрат на тертя в підшипниках можна визначити за формулами, наведеними в табл. 4.6, де η – ККД оберненого редуктора, що характеризує матеріал і якість обробки зубчастих колес.

Для редукторів із ведучим колесом I залежність η від i_{1H} при $\eta_0 = 0,9$ зображено на рис. 4.9 суцільною лінією. Як зазначалось, область $i_{1H} > 1$ відповідає редукторам типів AI і $\bar{AI}$, де ККД планетарної передачі перевищує ККД відповідної оберненої передачі. В області $i_{1H} < -1$ має місце обернене співвідношення. Тому редуктори типу AA уступають рядовим передачам не лише за габаритними розмірами, а й за втратами енергії. Отже, як силові пере-

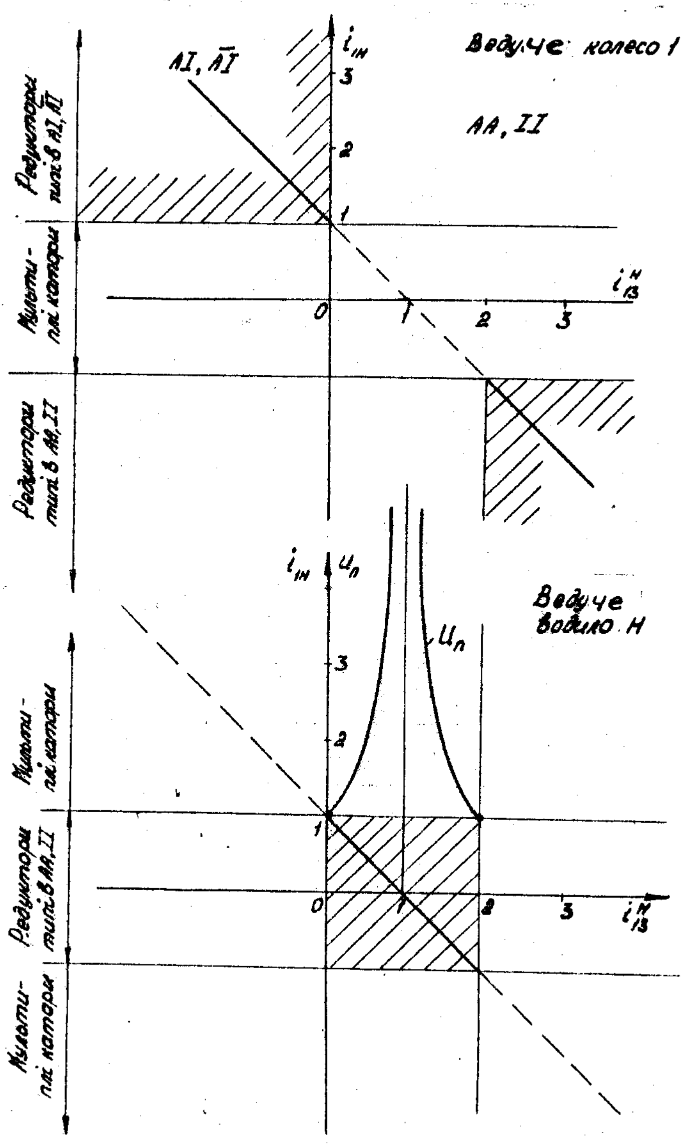

Ведуче колесо 1
AA, II
AI, $\bar{A}\bar{I}$
i_{1H}
i_{13}^{H}
Редуктори типів AI, $\bar{A}\bar{I}$
Мульти-плікатори
Редуктори типів AA, II
Ведуче водило H
U_n
Мульти-плікатори
Редуктори типів AA, II
Мульти-плікатори

Рис. 4.8

Таблиця 4.6

Ведуче	$0 < i_{1H} < 1$	Решта значень
Колесо I	$\frac{1}{i_{1H}}\left[1-\frac{1}{\eta_0}(1-i_{1H})\right]$	$\frac{1}{i_{1H}}\left[1-\eta_0(1-i_{1H})\right]$
Водило 4	$\frac{i_{1H}}{1-\eta_0(1-i_{1H})}$	$\frac{i_{1H}}{1-1/\eta_0(1-i_{1H})}$

дачі раціонально використовувати редуктори типів AI і $\overline{AI}$. Застосовувати для цього редуктори типу AA необхідно тоді, коли не маємо в своєму розпорядженні зуборізні верстати, на яких можна виготовляти колеса внутрішнього зачеплення з необхідним числом зубів і потрібною точністю.

При $-1 < i_{1H} < 1$ і ведучому водилі аналізувати втрати енергії зручніше, користуючись графіком залежності η від i_{1H}. Із рис. 4.10 випливає, що таке використання планетарних передач пов'язане з порівняно низькими ККД і може рекомендуватись лише для кінематичних передач.

4.4.3. Обмеження в задачі геометричного синтезу планетарного редуктора.

4.4.3.1. У більшості технічних задач передаточне число планетарного редуктора має відрізнятись від заданого на значення, що не перевищує допустиме. Для спрощення розв'язання будемо вважати заданим граничне відхилення $\pm\Delta$ передаточного числа $\overline{u}$ оберненої передачі від його номінального значення u. Тоді мають виконуватись нерівності /4.6/. Передаточне число оберненої передачі обчислюють за /4.14/ для редукторів типів AA, AI, $\overline{AI}$. Для редукторів типу AI маємо $z_2 = z_2'$, тому $\overline{u} = z_3 / z_1$. Оскільки обернений механізм - це співвісний редуктор, забезпечити умову співвісності та витримати задане передаточне відношення можна, використавши методику синтезу, описану в пп. 4.3.1 і 4.3.2. У разі використання кількох блоків сателітів алгоритм синтезу має доповнюватись перевіркою умов складання та сусідства. У переважній більшості випадків блоки сателітів закріплені на водилі під однаковими кутами $2\pi/K$, де K - число блоків. Розв'язуючи задачу синтезу, число блоків вважаємо заданим. Як і при синтезі співвісного редуктора з нерухомими осями, співвідношення між модулями зубчастих коліс першого та другого ступенів доцільно вибрати так, щоб забезпечити умови рівноміцності /див. п. 4.3.2/.

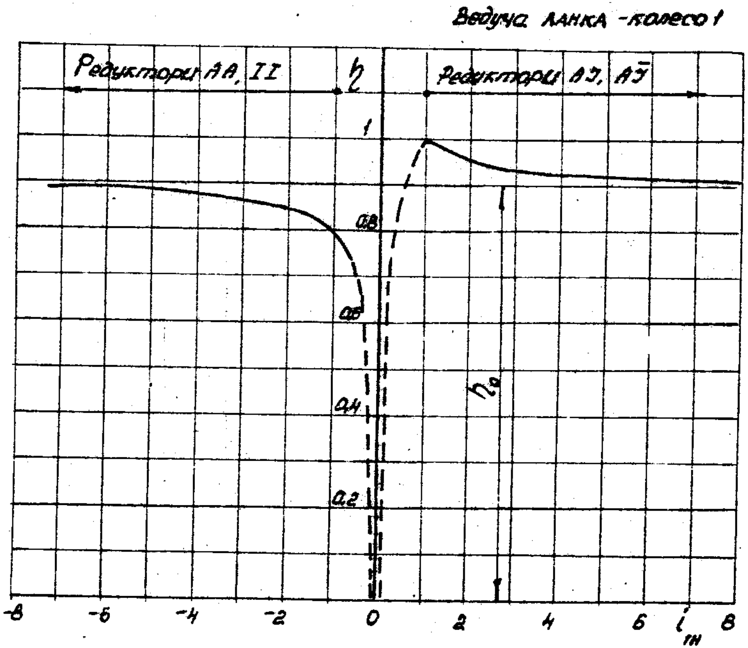

Ведуча ланка -колесо 1
Редуктори АА, II
Редуктори АЭ, АЭ̄
η
1
0.8
0.6
0.4
0.2
η₀
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
i₁н

Рис. 4.9

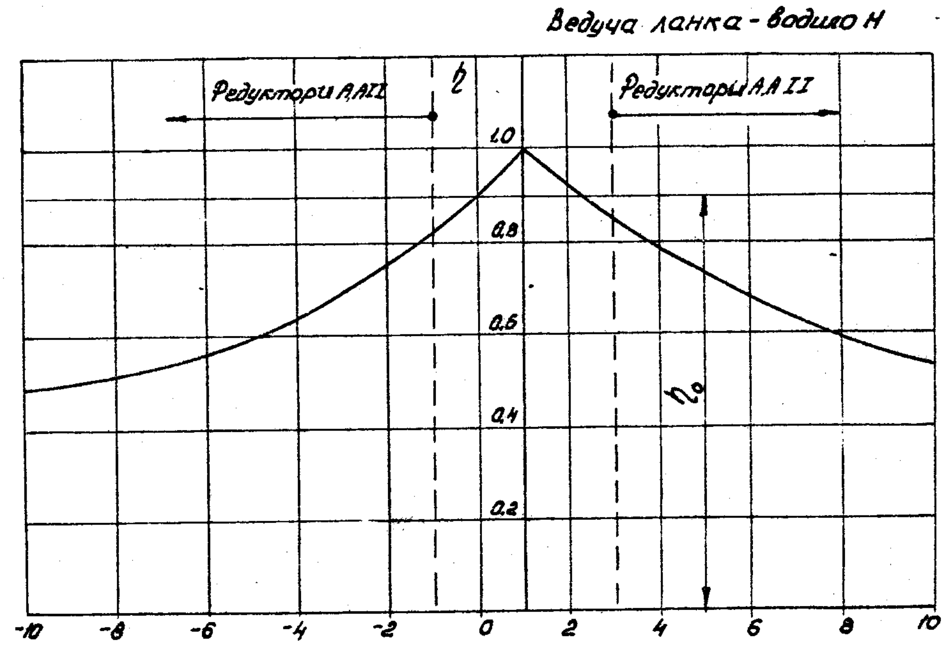

Ведуча ланка - водило Н
Редуктори А,АІІ
Редуктори А,А ІІ
η
η₀
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

Рис. 4.10

Щоб орієнтовно визначити значення μ^* редукторів типу AA, можна використовувати рис. 4.4. Для редукторів типу AA формула /4.I5/ набуває вигляду

$$\mu^* = \sqrt{U_1 \frac{U_2 - 1}{U_2} \frac{U_1}{U_1 - 1}} . \qquad /4:20/$$

За цією формулою можна знайти залежність $\mu^* = f(U)$, яка визначає границю рівноміцності редукторів розглядуваного типу. Цю залежність зображено на рис. 4.II, де для порівняння пунктиром нанесено криву для редуктора типу AA. Із рис. 4.4 випливає, що в разі використання редуктора типу AI модуль другого ступеня можна вибрати значно меншим унаслідок зниження контактних напружень у зубчастій парі із внутрішнім зачепленням.

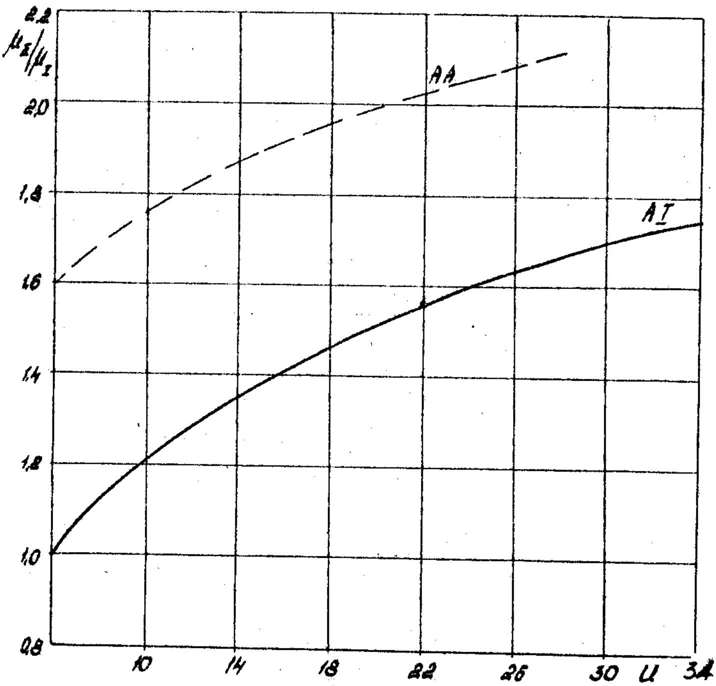


Рис. 4.II

У редукторах типу AI можна використовувати лише колеса одного модуля, тому задачі отримання рівноміцних передач тут не ставиться.

Числа зубів коліс вважатимемо обмеженими в інтервалі (Z_{min}... ...Z_{max}). Ці значення для коліс із зовнішнім вінцем обумовлені в п. 4.2.1. Для коліс із внутрішнім вінцем ці межі дорівнюють 40 - **350 зубів. Крім того, не треба допускати** зменшення різниці між числом **зубів колеса із внутрішнім вінцем і** парної шестерні нижче 7 для **запобігання інтерференції зубів.**

4.4.3.2. Умова співвісності для редуктора типу AA збігається **з рівнянням /4.10/** для співвісних редукторів з нерухомими осями. **Узагальнивши його** на редуктори типу AI, дістанемо

$$\mu_1(Z_1+Z_2)=\mu_2(Z_3\mp Z_2'). \qquad /4.21/$$

Тут і в подальшому верхній знак відповідає типу AI а нижній - **типу** AA.

Увівши /як і в п. 4.3.1/ цілий параметр e, знайдемо рівняння

$$\sum_2 = Z_3 \mp Z_2' = e\mu_1; \qquad /4.22/$$

$$\sum_1 = Z_1 + Z_2 = e\mu_2. \qquad /4.23/$$

Рівняння /4.23/ збігається з /4.13/.

Для редукторів типу AI умова співвісності спрощується, набуваючи вигляду

$$Z_1 + 2Z_2 = Z_3. \qquad /4.24/$$

4.4.3.3. Розглянемо тепер умову складання*. Щоб ввести в зачеплення з центральними колесами перший блок сателітів, можна окремо повертати водило та колесо I так, щоб їх взаємне розташування забезпечило можливість постановки блока. У процесі постановки наступних блоків рухи ланки H і колеса I пов'язані; ввести сателіти в зачеплення можна тільки тоді, коли виконується умова

$$\frac{Z_2Z_3 \pm Z_1Z_2'}{kL} = R, \qquad /4.25/$$

де L - найбільший загальний подільник чисел Z_2 і Z_2' (НЗП Z_2, Z_2'); R - довільне ціле число.

---

* **Докладніше** з виведенням умови складання можна ознайомитись у [11; 22].

Умову складання у вигляді рівняння /4.25/ уперше запропонував Мерріт. Ю.Я.Ковилін [22] показав, що ця форма умови складання є найбільш загальною, тобто виконання рівняння /4.25/ є необхідним і достатнім для складання співвісної передачі при $K > 1$.

В окремому випадку у редуктора AI маємо $Z_2 = Z_2' = \alpha$ і рівняння /4.25/ набуває вигляду

$$\frac{Z_1 + Z_3}{K} = R. \qquad /4.26/$$

4.4.3.4. Умова сусідства має забезпечити зазор між окружностями вершин сателітів тоді, коли $K > 2$. Перевіряти цю умову треба до того ступеня, де діаметр сателіта найбільший. Звичайно $Z_2 > Z_2'$, тому обмежуючим є перший ступінь, для якого має виконуватись умова

$$(Z_1 + Z_2)\sin(\pi/K) > Z_2 + 3. \qquad /4.27/$$

Якщо обмежуючим є другий ступінь, умова сусідства має вигляд

$$(Z_3 \mp Z_2')\sin(\pi/K) > Z_2' + 3. \qquad /4.28/$$

Число 3 у правій частині цих нерівностей забезпечує зазор між окружностями вершин сателітів не менше за модуль.

4.4.4. Геометричний синтез редукторів типу AI.

4.4.4.1. Якщо допуск на значення передаточного відношення оберненого редуктора дорівнює $\pm\Delta$, то з /4.20/ випливає, що верхнє та нижнє допустимі значення Z_3 відповідно однакові, тобто

$$Z_{3B} = (U + \Delta)Z_1; \quad Z_{3H} = (U - \Delta)Z_1. \qquad /4.29/$$

Як і в разі синтезу співвісного редуктора, можуть існувати три випадки, описані в п. 4.3.2. Проте випадок декількох розв'язків не треба виключати з розглядання, оскільки у редуктора типу AI він може бути і за малих Δ.

Тоді умові синтезу задовольняють усі цілі числа, для яких виконуються нерівності

$$[Z_{3B}] - j > Z_{3H} \quad (j = 0, 1, 2, 3, \ldots). \qquad /4.30/$$

Умову співвісності для розглядуваного редуктора було записано у вигляді /4.24/. Розв'яжемо її відносно Z_2:

$$Z_2 = (Z_1 + Z_3)/2. \qquad /4.31/$$

Якщо виявиться, що z_2 – ціле, умову співвісності виконано. Умову складання /4.26/ також необхідно перевірити: чи є результат ділення цілим числом.

Розглянемо, як виконати цю операцію на прикладі умови складання. Виділимо цілу частину числа R і позначимо її $[R]$. Якщо

$$[R]-R=0, \qquad /4.32/$$

то R – ціле число, і умову складання виконано.

4.4.4.2. Умова сусідства для редукторів типу $\overline{AI}$ виражається нерівністю /4.27/. Підставивши в неї z_3 і z_2 з /4.24/ і /4.31/, дістанемо

$$z_1\left[\sin(\pi/k)+1-u(1-\sin(\pi/k))\right]>6. \qquad /4.33/$$

Із цієї умови випливає, що коли за деяких значень u і k вираз, що стоїть у квадратних дужках, є позитивним, то збільшенням z_1 умову сусідства можна виконати. Цьому випадку відповідає область допустимих значень u і k. Проте якщо $z_1 > 17$, це означає, що ми змушені збільшувати розміри редуктора, щоб забезпечити виконання умови сусідства. Тому областю раціональних значень u і k будемо називати таку область, де умова /4.33/ виконується при $z_1 \le 17$. Тоді, призначивши за умови відсутності підрізання колеса І $z_1 = 17$, забезпечимо виконання умови сусідства /4.33/.

Користуючись рівнянням /4.33/, можна визначити область допустимих і раціональних значень u за різних значень k /табл. 4.7/.

Таблиця 4.7

Значення i_{1H}	Число сателітів k					
	3	4	5	6	7	8
Раціональне	11,29	4,62	2,99	2,29	1,91	1,66
Допустиме	13,92	5,82	3,85	3	2,53	2,23

Із табл. 4.7 випливає, що число сателітів для редукторів типу $\overline{AI}$ має не перевищувати трьох, а передаточне число – 11.

4.4.4.3. Схему алгоритму синтезу редуктора типу $\overline{AI}$ зображено на рис. 4.12. До пам'яті необхідно ввести такі вихідні дані: z_1, k, u, Δ. Якщо u і k лежать в області раціональних значень, необхідно взяти $z_1 = z_{min}$; якщо вказані параметри знаходяться в області допустимих значень, необхідно за /4.33/ обчислити z_1.

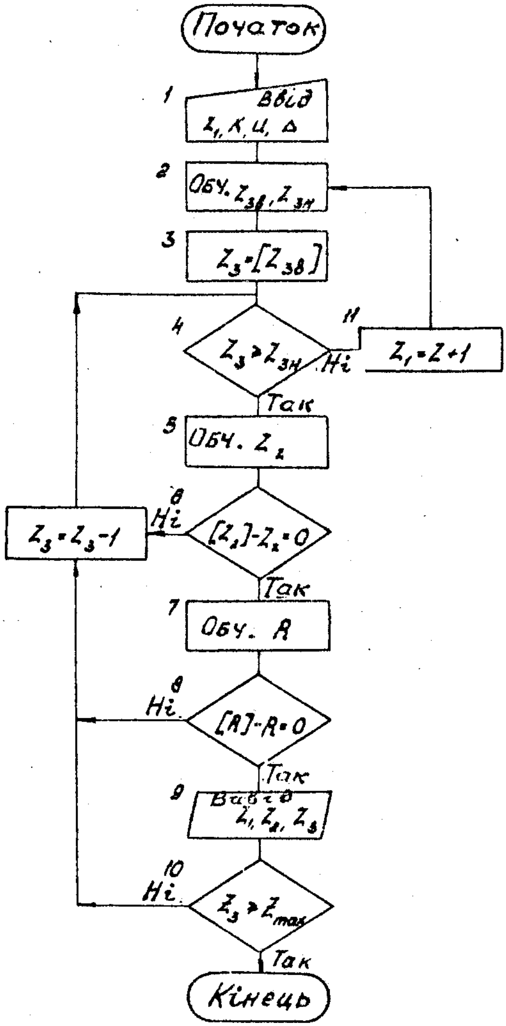

Початок
1
Ввід
Z1, K, Ц, Δ
2
Обч. Z3в, Z3н
3
Z3=[Z3в]
4
Z3>Z3н
Ні
11
Z1=Z+1
Так
5
Обч. Z2
6
[Z2]-Z2=0
Ні
12
Z3=Z3-1
Так
7
Обч. R
8
[R]-R=0
Ні
Так
9
Вивід
Z1, Z2, Z3
10
Z3>Zmax
Ні
Так
Кінець

Рис. 4.I2

Алгоритм розв'язуваної задачі є ітераційним, оскільки число повторень у цьому разі не задано й обчислювальний процес змінюється залежно від того, чи виконуються умови /4.30/ і $Z_3 < Z_{max}$.

У процесі розв'язання в блоках 3, 6, 8 необхідно визначати цілу частину чисел Z_{36}, Z_2, R. Якщо задача розв'язується на ПМК, ця операція виконується за допомогою стандартної команди $K[\ ]$, що забезпечує виділення цілої частини числа, яке знаходиться в регістрі X.

Розглянемо організацію обчислень у блоку 6, де перевіряється умова співвісності. Знайдене за /4.31/ значення Z_2 записується до ячейки 7 нульової модифікації [25]. Потім виконується команда КИП7. Вміст ячейки 7 модифікується, тобто виділяється його ціла частина. Одночасно вміст регістру X передається до регістру Y. Виконавши команду обміну $\rightleftarrows$, повертаємо вихідне значення Z_2 до регістру X. Після цього викликаємо отримане в результаті модифікації значення $[Z_2]$ і знаходимо різницю $Z_2 - [Z_2]$. Перевіряємо, чи дорівнює отримана різниця нулю; якщо ні – відбувається перехід до блока 12 зміни Z_3.

Аналогічні операції виконуються в блоку 8, що перевіряє умову складання. Вивід результатів відбувається лише тоді, коли всі обмежуючі умови виконані.

У дод. І наводиться програма І.10, яка реалізує цей алгоритм.

Для прикладу було виконано розрахунки за таких вихідних даних: K = 3,0; U = 6,29; Δ = ±0,1.

Оскільки U лежить в області раціональних значень, задаємо початкове значення Z_1 = 17. Результати розв'язання наведені в табл. 4.8, де також помічені варіанти, в яких числа зубів коліс не мають загальних множників.

Таблиця 4.8

Колеса	Число зубів							
Z_1	18	19	20	22	23	24	25	26
Z_2	48	50	52	59	61	63	65	70
Z_3	114	119	124	140	145	150	155	166

4.4.5. Геометричний синтез редукторів типів AA і AI.

4.4.5.1. Геометричний синтез редукторів цих типів схожий із задачею синтезу співвісного багатопотокового редуктора. Як і в підрозд. 4.3, за незалежні параметри беремо e і z_2'. Задавши їх значення та визначивши за допомогою графіків, зображених на рис. 4.4 або 4.11, значення μ_1 і μ_2, обчислюємо Σ_1 і Σ_2 за /4.22/ і /4.23/. Із /4.22/ знаходимо, що

$$z_3 = e\mu_1 \pm z_2' . \qquad /4.34/$$

За прийнятим у п. 4.4.2.2 правилом верхній знак відповідає редукторам типу AI, нижній – редукторам типу AA. Користуючись формулою /4.16/, обчислюємо z_{2e} і $z_{2н}$, для чого підставляємо в неї $u+\Delta$ і $u-\Delta$. Перевіривши виконання умови /4.17/, дістанемо відповідь, чи укладається за вибраних e і z_2 передаточне число у заданий допуск /нерівності /4.6//. Якщо умова /4.17/ виконується, беремо $z_2 = [\,z_{2e}\,]$. Потім треба знайти z_1 з /4.23/. У разі збільшення z_2' значення z_2, обчислене за /4.16/, також зростає, а отже, z_1 спадає. Таким чином, за кожного значення e можна збільшувати z_2' від z_{min} до того значення, за якого виконується умова $z_1 > z_{min}$.

4.4.5.2. Збільшення e призводить до монотонного збільшення всіх чисел зубів. Тому його верхня межа визначається обмеженням за z_{max}.

Числові розрахунки показують, що зростання e приводить до збільшення зазора між окружностями вершин сусідніх сателітів, тобто покращує умову сусідства. І, навпаки, зростання z_2' може призвести до його порушення.

Із викладеного випливає, що в разі порушення умови сусідства немає сенсу продовжувати змінювати значення z_2' в бік збільшення, а потрібно одразу перейти до більшого e. Крім того, нижнє граничне значення e обмежується не лише z_{min}, а й виконанням умови сусідства.

Визначимо спочатку e_{min} за обмеженням на мінімальне число зубів, а потім за умови сусідства, після чого знайдемо більше з цих чисел. Якщо виявиться, що це значення перевищує e_{max}, знайдене за умови обмеження найбільшого числа зубів, обмеження в задачі интезу не сумісні й треба зменшити число блоків сателітів.

Рівняння для визначення e_{min} за обмеженням на мінімальне число зубів збігається з рівнянням /4.18/ для співвісного редуктора, але його коефіцієнти

$$p=-\frac{Z_{min}(\mu_1 \mp \mu_2)}{\mu_1\mu_2}; \qquad q=-\frac{Z^2_{min}(U+1)}{\mu_1\mu_2}, \quad /4.35/$$

де верхні знаки відповідають редукторам типу AI.

Для редукторів типу AA коефіцієнти p і q збігаються з відповідними коефіцієнтами рівняння /4.18/.

Рівняння для визначення e_{min} за умови сусідства збігається з рівнянням /4.18/, але його коефіцієнти

$$p'=\frac{\mu_2 \sin(\pi/k) Z_{min}-3\mu_1}{\mu_1\mu_2 \sin(\pi/k)}; \quad q'=-\frac{Z_{min}(UZ_{min}+3)}{\mu_1\mu_2 \sin(\pi/k)}. \quad /4.36/$$

Найбільше допустиме значення e_{max} дістаємо підстановкою в /4.22/ значень $Z_3=Z_{max}$ і $Z'_2=Z_{min}$. Тоді

$$e_{max}=\frac{Z_{max}\mp Z_{min}}{\mu_1}. \quad /4.37/$$

Для прикладу визначимо перелічені величини для редуктора типу AI при $K=8,0$; $U=22$.

У цьому разі за графіком, зображеним на рис. 4.11, визначаємо, що $\mu^*=1,55$. Якщо модуль першого ступеня $m_1=2,0$ мм, то найближче стандартне значення модуля другого ступеня $m_2=3,0$.

Знайдемо e_{min} за обмеженням на число зубів /4.35/:

$$p=-\frac{Z_{min}(\mu_1-\mu_2)}{\mu_1\mu_2}=-\frac{17(2-3)}{2\cdot 3}=2,833;$$

$$q=-\frac{Z^2_{min}(U+1)}{\mu_1\mu_2}=-\frac{17^2\cdot 23}{2\cdot 3}=-1107,83.$$

Значення e_{min} обчислюється з рівняння

$$e^2+2,833e-1107,83=0,$$

розв'язком якого є

$$e_{1,2}=-1,416\pm\sqrt{2,006+1107,83}=-1,416\pm 33,31.$$

Умові задачі задовольняє корінь $e = 31,89 \simeq 32$. Тепер визначимо e' з умови сусідства. У цьому разі

$$p' = \frac{\mu_2 Z_{min} \sin(\pi/k) - 3\mu_1}{\mu_1 \mu_2 \sin(\pi/k)} = \frac{3\cdot 17\cdot 0,866 - 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 0,866} = 7,345;$$

$$q' = -\frac{Z_{min}(UZ_{min}+3)}{\mu_1 \mu_2 \sin(\pi/k)} = -\frac{17(22\cdot 17+3)}{3\cdot 2\cdot 0,866} = -1233,48;$$

$$e'_{min} = -\frac{p'}{2} + \sqrt{\frac{(p')^2}{4} - q'} = -3,672 + \sqrt{13,487+1233,48} = 31,64.$$

Найбільше допустиме значення e_{max} при $Z_{max} = 350$

$$e_{max} = \frac{350 - 17}{2} = 165,5.$$

На основі отриманих результатів можна зробити такі висновки:

1. Нижні граничні значення e, що визначаються за двома обмеженнями, практично збігаються.

2. Знайдене значення $e \ll e_{max}$, тобто за вибраного k обмеження сумісні.

4.4.5.3. Алгоритм синтезу має передбачати перевірку всіх обмежень, зміну параметрів Z_2 і e збільшенням їх значень на одиницю та вивід результатів у разі виконання всіх умов синтезу. Оскільки число повторень обчислювального процесу наперед невідоме, алгоритм є ітераційним. Його схему зображено на рис. 4.13.

Блок 2 надає початкове значення $Z'_2 = Z_{min}$. Потім обчислюємо $\Sigma_1, \Sigma_2, Z_{2б}, Z_1$. Перевіряємо, чи виконується умова $Z_1 > Z_{min}$. Якщо вона не виконується, подальше збільшення Z_2 не має сенсу і треба перейти до блока 13 збільшення e. Оскільки збільшення Z'_2 може призвести до порушення умови сусідства, блок 5 перевіряє її виконання. Якщо її не виконано, переходимо до блока 13. Виконуючи умову сусідства, обчислюємо $Z_{2н}$ і перевіряємо умову $[Z_{2б}] \geqslant Z_{2н}$ /блок 7/. Якщо умову блока 7 виконано, продовжуємо перевіряти подальші обмеження, якщо ні, - переходимо до блока 12 збільшення Z_2.

Блоки 8 і 9 служать для перевірки умови складання. У блоку 8 визначається найбільший загальний подільник α чисел Z_2 і Z'_2. Потім обчислюється R згідно з /4.25/, а блок 9 перевіряє, чи є

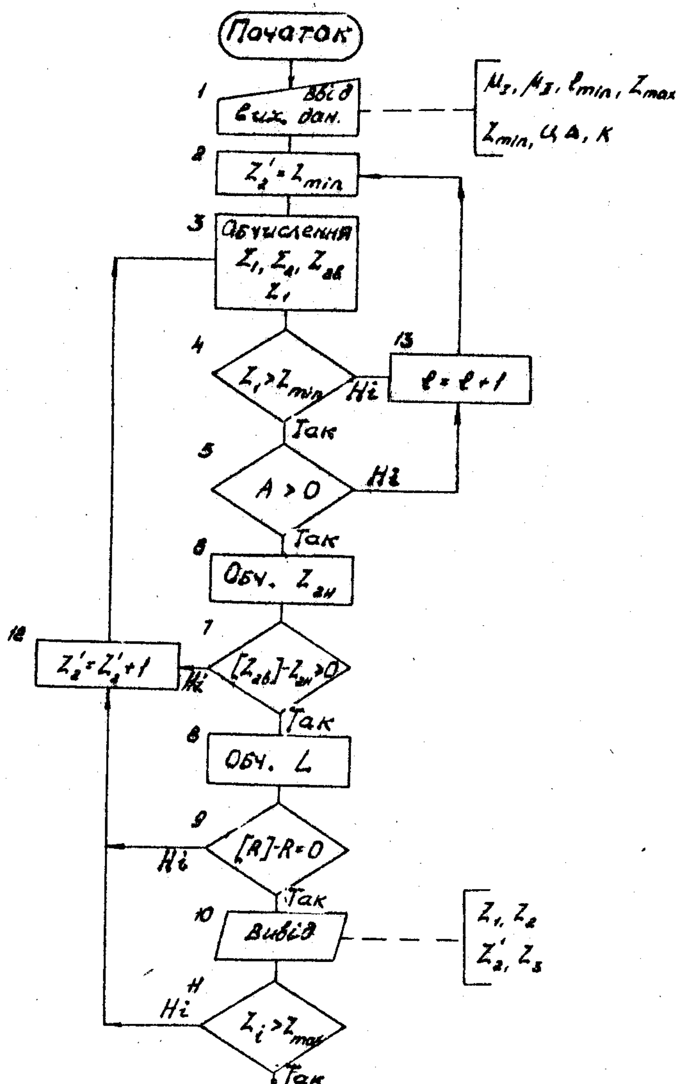


Рис. 4.13

отриманий результат цілим. Якщо умову складання виконано, відбувається вивід знайдених значень Z_1, Z_2, Z'_2, Z_3. Якщо $Z_i < Z_{max}$, переходимо до блоку 12 збільшення Z_2.

Після отримання достатнього числа розв'язків або за досягнення обмежень за Z_{max}, обчислення треба припинити. Оскільки зростання e призводить до збільшення ваги та розмірів редуктора, достатньо отримати кілька розв'язків поблизу нижньої границі значень e.

Під час виконання описаного алгоритму доводиться виділяти цілу частину числа Z_{2b} і перевіряти, чи є число R цілим. Ці операції описані в п. 4.4.4.3.

Оригінальним є блок 8, де обчислюється найбільший загальний подільник чисел Z_2 і Z'_2 /НЗП $Z_2, Z'_2 = \alpha$ /. Для цього використано алгоритм Евкліда відшукання неповних часток [7] і складену на його основі програму 3.2, яку наведено в [15].

Розглянемо алгоритм визначення НЗП (b, a), де $b > a$. Нехай після ділення b на a отримаємо неповну частку q і залишок r. Це означає, що $b = aq + r$, де $q = [b/a]$ – ціла частина числа b/a.

Якщо $r \neq 0$, величині b необхідно надати значення a, величині a – значення r і повторювати обчислення доти, поки на деякому кроці процесу не виявиться $r_i = 0$. Тоді обчислення необхідно закінчити, надавши НЗП (b, a) значення r_{i-1}. Схему алгоритму розв'язання цієї частини задачі зображено на рис. 4.14.

Проілюструємо дію цього алгоритму на такому прикладі. Нехай $b = 1254$; $a = 42$. Тоді

$$q_1 = \left[\frac{1254}{42}\right] = 29;$$

$$r_1 = b - q_1 a = 1254 - 29 \cdot 42 = 36.$$

Переобчислимо значення:

$$b_2 = a = 42; \quad a_2 = r_1 = 36;$$

$$q_2 = \left[\frac{42}{36}\right] = 1; \quad r_2 = 42 - 36 = 6.$$

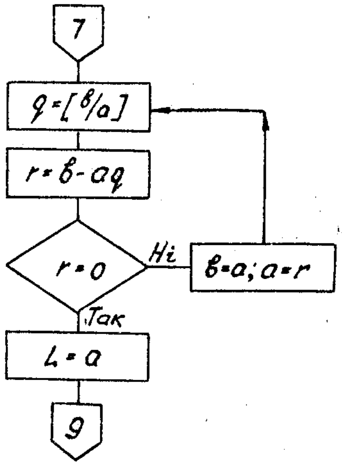


Рис. 4.14

Знову переобчислимо значення b і a:

$$b_3 = a_2 = 36; \quad a_3 = r_2 = 6;$$

$$q_3 = \left[\frac{36}{6}\right] = 6; \quad r_3 = 36 - 6{,}6 = 0.$$

Отже, НЗП /1254,42/ = 6.

Щоб розв'язати задачу синтезу редукторів типів AI та AA, згідно з описаним алгоритмом складено програму 2.4 /дод. I/, в якій передбачено вивід значень e і z_2' після їх змін. Це дає можливість орієнтуватись у процесі обчислень.

Для прикладу було виконано синтез редуктора типу AI при K = 3,0; u = 30,29 ± 0,5. Із рис. 4.11 знаходимо, що за умови рівноміцності μ^* = 17. Якщо m_1 = 2,0 мм, то m_2 = 3,4, або, округлюючи, дістанемо m_2 = 3,5. Тому в подальшому було виконано геометричний синтез редукторів при μ_1 = 4,0 і μ_2 = 7,0, а також при μ_1 = 1,0 і μ_2 = 2,0 /чому відповідають m_1 = 2,0 і m_2 = 4,0 мм/.

Результати обчислень наведені в табл. 4.9. Серед отриманих розв'язків лише варіанти 1 і 4 задовольняють умові відсутності загальних множників у числах зубів парних коліс.

Таблиця 4.9

$\mu_1 = 4;\ \mu_2 = 7$					$\mu_1 = 1;\ \mu_2 = 2$				
Варіант	z_1	z_2	z_2'	z_3	Варіант	z_1	z_2	z_2'	z_3
1	22	118	17	97	11	24	132	17	95
2	24	123	17	101	12	26	136	17	98
3	23	124	18	102	13	25	137	18	99
4	28	133	17	109	14	29	143	17	103
5	25	136	20	112	15	29	145	17	104
6	30	138	17	113	16	28	146	18	105
7	29	139	18	114	17	27	147	19	106
8	28	140	19	115					
9	27	141	20	116					
10	26	142	21	117					

Великі розміри сателіта 2 призводять до збільшення радіального габариту та приведеного моменту інерції. Тому необхідно розглянути можливість заміни редуктора типу AI двома послідовними редукторами типу $\overline{AI}$. У цьому разі на кожному ступені треба реалізувати передаточне відношення u = 4,59 ± 0,I /припускається, що обидва редуктори мають однакове передаточне відношення/. Наведемо результати синтезу:

z_1	<u>I7</u>	I8	<u>I9</u>	24	<u>25</u>	26	27	28
z_2	3I	33	35	42	44	46	48	50
z_3	79	84	89	I08	II3	II8	I23	I28

У цьому разі варіанти z_1 = I7; z_1 = I9; z_1 = 25 не мають загальних множників. Порівняння параметрів редуктора типу AI і двох послідовно з'єднаних редукторів типу $\overline{AI}$ наведене в п. 4.6.3.

4.5. Розрахунок зубчастих пар двоступінчастого редуктора на контактну та згинальну витривалість

4.5.I. Постановка задачі. Щоб визначити маси та моменти інерції рухомих ланок редуктора, необхідно визначити модулі зубчастих коліс першого та другого ступенів з розрахунку на витривалість.

Розглянемо розв'язання цих задач стосовно двоступінчастих редукторів, як планетарних, так і тих, що мають нерухомі осі.

Розрахунок виконаємо за таких припущень:

колеса прямозубі без зміщення;

нерівномірністю розподілу навантаження між блоками сателітів /або проміжними валами співвісного редуктора/ можна знехтувати;

задана довговічність передачі настільки є великою, що коефіцієнти довговічності K_{HL} і K_{FL} для першого та другого ступенів дорівнюють одиниці.

Міцнісні розрахунки циліндричних зубчастих передач регламентовані ГОСТ 2I354-75 [I0]. Подальше викладення виконується згідно із [I0] та деякими спрощеннями, що не змінюють фізичного смислу і практично не впливають на остаточні результати розрахунку. У процесі побудови алгоритму розв'язання задачі стосовно окремої зубчастої пари використано методику розв'язання, описану в [34], звідки використано також довідкові таблиці, наведені в дод. 4.

Із розрахунків на контактну та згинальну витривалість визначаються два значення модуля зачеплення коліс розрахункового ступеня. З обох значень необхідно вибрати більше й округлити до найближчого більшого стандартного значення /ГОСТ 9563-60/. У результаті зубчаста пара буде працювати з деяким недовантаженням, тому коефіцієнт ширини зуба ψ_{bd} можна переобчислити так, щоб зберегти напруження на рівні допустимих.

4.5.2. Основні розрахункові залежності.

Як відомо [21], за умов контактної витривалості

$$d_{w1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} K_{H\beta}}{K \psi_{bd} \sigma_{HP}^2} \frac{u \pm 1}{u}}, \qquad /4.38/$$

де K_d - допоміжний коефіцієнт, для прямозубих коліс K_d = 770 /ГОСТ 21354-75/; T_{1H} - розрахунковий крутний момент на шестерні, Н·м; $K_{H\beta}$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по довжині зуба; u - передаточне число; $\psi_{bd} = b/d_w$ - коефіцієнт ширини зуба; σ_{HP} - допустиме контактне напруження при розрахунку на витривалість, МПа.

Оскільки в разі геометричного синтезу редуктора авторами було отримано варіанти, що відрізняються числами зубів, у подальшому передбачатимемо можливість зміни z_1 і u та приведемо /4.38/ до вигляду

$$m' = \frac{A_H}{z_1} \sqrt[3]{\frac{u \pm 1}{u}}, \qquad /4.39/$$

де

$$A_H = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} K_{H\beta}}{K \sigma_{HP}^2 \psi_{bd}}}. \qquad /4.40/$$

Розрахунок на витривалість при згині виконуємо за формулою

$$m'' = K_m \sqrt[3]{\frac{T_{1F} K_{F\beta}}{K \sigma_{FP} \psi_{bd}} \frac{Y_F}{z_1^2}},$$

де K_m - допоміжний коефіцієнт, для прямозубих коліс K_m = 14; T_{1H}, T_{1F} - розрахунковий крутний момент на шестерні, Н·м; $K_{F\beta}$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по довжині зуба; σ_{FP} - допустиме напруження при згині; Y_F - коефіцієнт форми зуба.

Виділивши величини, що безпосередньо залежать від числа зубів, дістанемо

$$m' = A_F \sqrt[3]{\frac{Y_F}{z_1^2}}, \qquad /4.41/$$

де

$$A_F = K_m \sqrt{\frac{T_{1F} K_{F\beta}}{K \sigma_{FP} \psi_{Bd}}}.$$

Коефіцієнт форми зуба Y_F залежить у загальному випадку від коефіцієнта зміщення та числа зубів. У розглядуваному випадку при $X = 0$ значення Y_F залежить лише від z_1 і може визначатись за апроксимаційною залежністю

$$Y_F = B + \frac{C}{z^2},$$

де $B = 3{,}568$; $C = 201{,}95$ були знайдені за графіком, наведеним у додатку до ГОСТ 21354-75.

Послідовність і методика визначення решти коефіцієнтів, що входять до виразів для обчислення A_H і A_F, наведені в табл. 4.10.

4.5.3. Особливості розрахунку двоступінчастого редуктора. Перейдемо до розгляду особливостей розрахунку двоступінчастого редуктора. Якщо проектується планетарний редуктор, то його треба привести до передачі з нерухомими осями методом обернення руху. У цьому разі моменти на його валах не змінюються.

Після обернення руху відношення кутових швидкостей першого та другого валів визначається передаточним числом $u_1 = z_2 / z_1$, а другого та третього валів - передаточним числом $u_2' = z_3' / z_2'$. Ці величини і необхідно використовувати в /4.39/ і /4.41/ для обчислення необхідних коефіцієнтів. При розрахунку передачі з нерухомими осями величини u_1 і u_2 є передаточними числами відповідно першого та другого ступенів редуктора. Якщо знехтувати втратами в зубчастій парі першого ступеня, то розрахунковий момент на ведучій шестерні другого ступеня $T_2 = T_1 u_1$.

Умови праці першого та другого ступенів і відповідні розрахункові формули наведені в табл. 4.10.

Ступінь	Ведуча ланка	Передаточне число	Розрахунковий момент	Розрахунок на контактне напруження	на вигин
Перший	1	$u_1 = \dfrac{z_2}{z_1}$	T_1	$m' = \dfrac{A_{H1}}{z_1}\sqrt[3]{\dfrac{u_1+1}{u_1}}$	$m'' = A_{F1}\sqrt[3]{\dfrac{Y_{F1}}{z_1^2}}$
Другий	$2'$	$u_2 = \dfrac{z_3}{z_2}$	$T_1 U_1$	$m' = \dfrac{A_{H2}}{z_2'}\sqrt[3]{\dfrac{u_2 \pm 1}{u_2}u_1}$	$m'' = A_{F2}\sqrt[3]{\dfrac{Y_{F2}}{(z_2')^2}}$

З даних табл. 4.10 випливає, що формули можна привести до однакової структури, якщо ввести під коренем множник q /для першого ступеня $q = 1{,}0$, а для другого $q = u_1$ /. Тоді значення розрахункового крутного моменту для першого та другого ступенів при обчисленні коефіцієнтів A_H і A_F треба брати таким, що дорівнює T_1. Зміну моменту буде враховано множником q.

Після визначення більшого з двох значень модуля для ступеня, що розраховується, округлення його до стандартного значення /у бік збільшення/ можна перерахувати коефіцієнт ширини зуба ψ_{ed} так, щоб зберегти допустимий рівень напружень за лімітуючим виглядом деформації. З цієї умови

$$\psi^*_{Bd} = \psi_{Bd}\left(\frac{m}{m_{ст}}\right)^3 . \qquad /4.42/$$

4.5.4. Програмування задачі. Для виконання кількох варіантів розрахунку, що розрізняються числами зубів коліс, знайдених у результаті геометричного синтезу редуктора, використовуємо програму 2.5 /дод. 1/, яка дає змогу виконати міцнісний розрахунок і визначити критерії оптимальності за формулами, наведеними в п. 4.6.2.

Значення коефіцієнтів A_{H1}, A_{H2}, A_{F1}, A_{F2} обчислюємо за допомогою калькулятора без використання програми та вводимо їх до пам'яті ЕОМ за допомогою операторів присвоювання. У процесі розв'язання для кожного варіанта треба ввести відповідні числа зубів.

Безпосередні розрахунки на контактні напруження та вигин винесені до програми, яка викликається двічі – для розрахунку першого та другого ступенів. Після розрахунку кожного ступеня порівнюються значення отриманих модулів і найбільше з них виводиться на екран. Потім користувач вводить найближче більше стандартне значення модуля, яке і застосовується в подальших розрахунках.

Якщо модуль, який отримано з розрахунку за контактними напруженнями, більший, виводиться повідомлення $CONT$, у противному разі – повідомлення $WIND$, що дають змогу орієнтуватися в тому, який вид навантаження визначає розміри передачі.

Для прикладу розрахуємо на міцність зубчасті колеса редукторів, виконаних за розгорнутою схемою при $U = 8{,}15 \pm 0{,}05$ /п.4.2.2/.

Коефіцієнти визначаємо в такій послідовності:

1. Нехай за діаграмою приведеного моменту знайдено, що $T_1 = 22$ Н·м.

2. За табл. Д.4.2 вибираємо матеріал коліс – сталь 40Х. Цей сорт сталі піддається нормалізації та покращенню. Можна отримати твердість робочої поверхні $HB = 180\text{–}350$.

3. Твердість після термообробки беремо $HB = 300$. За табл. Д.2.5 встановлюємо залежність

$$\sigma_{Hlimb} = 2HB + 70 = 2{,}300 + 70 = 670 \text{ МПа}.$$

За табл. Д.2.3 знаходимо

$$\sigma_{Flimb} = 1{,}8 \cdot 300 = 540 \text{ МПа}.$$

4. За табл. Д.4.5 визначаємо, що для однорідної структури за звичайних наслідків руйнування $S_H = 1{,}1$. За табл. Д.4.3 знаходимо, що для прийнятої термообробки $S'_F = 1{,}75$. За табл. Д.4.6 для поковки за відсутності абразивного зносу $S''_F = 1{,}0$. Згідно з табл. Д.4.7 у разі двостороннього прикладання навантаження та прийнятої термообробки $R_{FC} = 0{,}65$.

5. Допустиме контактне напруження при $K_{HL} = 1{,}0$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlimb}}{S_H} \cdot 1 = \frac{670}{1{,}1} = 609 \text{ МПа}.$$

Допустиме напруження на згин при $K_{FL} = 1{,}0$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flimb}\, K_{FC}}{S'_F\, S''_F} 1 = \frac{540 \cdot 0{,}65}{1{,}75 \cdot 1{,}0} = 200{,}6 \text{ МПа}.$$

6. Згідно з табл. Д.4.2 для несиметричного розташування опор і твердості $HB < 350$ знаходимо $\psi_{bd} = 0{,}9$.

7. За табл. Д.4.1 визначаємо:

для першого ступеня $B_H = 0{,}16$, $B_F = 0{,}31$;

для другого ступеня $B_H \doteq 0{,}07$, $B_F \doteq 0{,}16$.

Звідси випливає, що для першого ступеня

$$K_{H\beta} = 1 + B_H \psi_{Bd} = 1 + 0{,}16 \cdot 0{,}9 = 1{,}44;$$

$$K_{F\beta} = 1 + B_F \psi_{Bd} = 1 + 0{,}31 \cdot 0{,}9 = 1{,}28;$$

для другого ступеня

$$K_{H\beta} = 1{,}0 + 0{,}07 \cdot 0{,}9 = 1{,}063;$$

$$K_{F\beta} = 1{,}0 + 0{,}16 \cdot 0{,}9 = 1{,}144.$$

8. Розрахунок коефіцієнтів A_H і A_F:

для першого ступеня

$$A_{H1} = 770\sqrt[3]{\frac{22 \cdot 1{,}44}{0{,}9 \cdot 609^2}} = 35{,}12; \quad A_{F1} = 14\sqrt[3]{\frac{22 \cdot 1{,}28}{0{,}9 \cdot 200{,}6}} = 7{,}53,$$

для другого

$$A_{H2} = 31{,}74; \quad A_{F2} = 7{,}26.$$

Результати розрахунку на міцність наведені в табл. 4.11

Таблиця 4.11

Номер	z_1	z_2	z_2'	z_3	m_1	$m_{ст}$	b_1	m_2	$m_{ст}$	b_2	d_2	d_3
1	16	56	16	37	2,15	2,5	23	3,44	3,5	49	140	129,5
2	17	60	17	39	2,02	2,5	21	3,25	3,5	44	150	136,5
3	18	63	18	42	1,91	2,0	29	3,05	3,0	52	126	126
4	19	67	19	44	1,81	2,0	26	2,90	3,0	47	234	132
5	21	74	21	49	1,63	2,0	21	2,62	3,0	39	148	147
6	22	77	22	51	1,56	2,0	19	2,50	2,5	50	144	127,5

У табл. 4.11 наведені значення модулей, отримані за розрахунком, і результати округлення до стандартних значень. В усіх розглянутих варіантах обмежуючими для першого та другого ступенів є контактні напруження. Тому із зростанням чисел зубів значення модуля обох ступенів знижуються.

В основу визначення числа зубів було покладено умову рівності діаметрів ведених коліс першого та другого ступенів. Щоб перевірити точність виконання цієї умови після округлення модулів, було обчислено значення d_2 і d_3 /табл. 4.II/. З даних табл. 4.II випливає, що відмінності між діаметрами коліс 2 і 3 досить малі.

У подальшому на основі матеріалу, викладеного в підрозд. 4.6, для розглянутих варіантів редукторів можна визначити приведений момент інерції та суму мас зубчастих коліс. Для цього в підрозд. 2.5 необхідно записати в рядках 70 і 75 оператори, що відповідають розглядуваному типу редуктора.

4.6. Визначення критеріїв оптимальності

4.6.I. Критерії, що використовуються, та взяті припущення. Критеріями, що оцінюють досконалість конструкції редуктора, можна взяти приведений момент інерції, суму мас рухомих коліс і габаритні розміри.

Порівнюючи складність конструкції планетарних редукторів різних типів, можна зробити висновок, що виготовлення редуктора типу AI простіше, ніж решти, і треба перевірити можливість використання двох послідовно з'єднаних механізмів типу AI замість редуктора типу AJ або передачі з нерухомими осями.

Розглянемо обчислення перелічених критеріїв оптимальності. Визначаючи їх, можна зробити такі припущення.

I. Масу та момент інерції шестерні беремо такими, що дорівнюють відповідним значенням суцільного стального циліндра. Масу та момент інерції зубчастих коліс обчислюємо, беручи типові конструктивні співвідношення між розмірами зубчастого вінця, діаметром маточини, товщиною обода і т.д.

2. Маси валів і водила вважаємо однаковими в усіх варіантах, тому, обчислюючи критерії оптимальні, нехтуємо ними.

3. Габаритні розміри редуктора визначаємо за відстанню між найвіддаленішими точками на початкових окружностях.

4. Колеса нарізані без зміщення інструменту.

Перше та друге припущення призводять до похибки в абсолютних значеннях обчислюваних критеріїв, але отримані результати можна використовувати для порівняльного оцінювання у разі зміни параметрів, що варіюються /число зубів, число блоків сателітів тощо/.

4.6.3. За зроблених припущень маси шестерні та зубчастого колеса відповідно

$$M=\pi r^2 B\gamma; \quad M=\alpha_1 \pi r^2 B\gamma, \qquad /4.43/$$

де $\gamma = 7{,}82\cdot10^{-6}$ кг/мм^3 – питома маса сталі; α_1 – коефіцієнт, що враховує вплив конструктивного виконання колеса на його масу.

Моменти інерції шестерні та колеса, кг·м^2,

$$J=M\frac{r^2}{2}\cdot10^{-6}; \quad J=\alpha_2 M\frac{r^2}{2}\cdot10^{-6}, \qquad /4.44/$$

де α_2 – коефіцієнт, що враховує вплив конструкції зубчастого колеса на його момент інерції; множник 10^{-6} використовують тоді, коли радіус r виражається в міліметрах /мм/.

Розрахунки, виконані для ряду коліс, показують, що можна взяти $\alpha_1 = 0{,}434$; $\alpha_2 = 1{,}21$.

Приведений до вала водила момент інерції планетарного редуктора

$$J_n = J_1 i_{1H}^2 + K\left[(J_2+J_2')i_{2H}^2 + (M_2+M_2')a_w^2\right], \qquad /4.45/$$

де i_{1H}, i_{2H} – відношення кутових швидкостей відповідно колеса I і блока сателітів до кутової швидкості водила ω_H,

$$i_{1H} = 1 \pm \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'}; \qquad /4.46/$$

$$i_{2H} = 1 \mp \frac{Z_3}{Z_2} \qquad /4.47/$$

/верхні знаки відповідають редукторам типу нижніх, тобто типу AA /.

Розглядаючи редуктори типу AI, необхідно покласти $Z_2 = Z_2'$; $J_2' = 0$; $M_2' = 0$.

Радіальний габарит D планетарного редуктора визначаємо як відстань між діаметрально протилежними точками на початкових окружностях сателітів 2.

За зроблених припущень

$$D = d_1 + 2d_2. \qquad /4.48/$$

Сума рухомих мас редуктора $M_\Sigma = M_1 + K(M_2 + M_2')$.

Приведений момент інерції двоступінчастого редуктора, виконаного за співвісною багатопотоковою схемою,

$$J_n = J_1 U_1^2 + K(J_1 + J_2')U_2^2 + J_3. \qquad /4.49/$$

Формулу /4.49/ можна застосовувати також до редукторів, виконаних за розгорнутою схемою, якщо взяти K = 1,0.

Габаритний розмір співвісного редуктора з кількома проміжними валами розраховують за /4.48/. Якщо проміжний вал один, то

$$D=\frac{1}{2}\left(m_1\left(Z_1+2Z_2\right)+m_2Z_3\right). \qquad /4.50/$$

Якщо редуктор виконано за розгорнутою схемою, його габаритний розмір

$$D=\frac{1}{2}\left(m_1\left(2Z_1+Z_2\right)+m_2\left(Z_2'+2Z_3'\right)\right). \qquad /4.51/$$

Приведений момент інерції та габаритний розмір триступінчастого редуктора визначають відповідно за /4.49/ і /4.51/.

4.6.3. Програмування задачі та приклади розрахунків.

4.6.3.1. Програма 2.5 /дод. 1/, дає змогу виконати міцнісний розрахунок першого та другого ступенів планетарного редуктора та визначити масу його рухомих деталей і приведений момент інерції згідно з описаним алгоритмом.

Для кожного розглядуваного варіанта треба ввести числа зубів коліс редуктора. Усі постійні коефіцієнти вводяться до пам'яті операторами присвоювання.

4.6.3.2. Щоб проаналізувати вплив числа блоків сателітів на критерії оптимальності, було виконано міцнісні розрахунки редукторів типу AI при K = 2 і K = 3. Основні параметри цих результатів і значення коефіцієнтів, що використовувались у процесі міцнісних розрахунків, наведені в табл. 4.13.

Таблиця 4.13

Тип редуктора		i_{1H}	K	T_1, Н·м	σ_{HP}, МПа	σ_{FP}, МПа	A_H	A_F
$\overline{AI}$		7,3	3	66	609	200,6	38,85	9,83
$\overline{AI}$		7,3	2	66	609	200,6	44,48	10,74
$\overline{AI}$		31,29	3	75	609	308,6	40,55	8,48
Послідовне приєднання AI	1	5,59	3	75	609	308,6	40,55	8,48
	2	5,59	3	419	609	308,6	71,96	15,05

ψ_{bd} = 0,6, b_H = 0,5, b_F = 1,08, $K_{H\beta}$ = 1,3, $K_{F\beta}$ = 1,65.

Значення модуля та ширина зубчастого вінця, отримані з розрахунків на міцність, для двох значень K за незмінних решти параметрів наведені в табл. 4.14, де також указані значення критеріїв оптимальності.

Проаналізувавши дані табл. 4.14, можна зробити висновок, що із збільшенням числа блоків сателітів критерії оптимальності покращуються. Тому K треба вибрати якомога більшим за умов сусідства. Оптимальні варіанти в табл. 4.14 підкреслені.

Перевіримо тепер доцільність заміни редуктора типу AI двома послідовно з'єднаними редукторами $A\overline{I}$. Числа зубів редукторів обох типів знаходимо в п. 4.4.5.

Коефіцієнти, необхідні для розрахунку на міцність редукторів цього типу за припущення, що вони передають однобічне навантаження, наведені в табл. 4.13. Результати міцнісних розрахунків і критерії оптимальності редукторів типу $A\mathcal{J}$ наведені в табл. 4.15.

Із даних табл. 4.15 випливає, що варіанти I – 3, 6 мають виключатись із подальшого розгляду як ті, що не задовольняють умовами міцності другого ступеня.

При $\mu_1 = 4{,}0$ і $\mu_2 = 7{,}0$ найменше значення $\mathcal{J}_n$ має варіант 7. При $\mu_1 = 1{,}0$ і $\mu_2 = 2{,}0$ найкращий у цьому розумінні варіант 16. Отримане для нього значення $\mathcal{J}_n = 2{,}727$ найменше з усієї табл. 4.15. Цей самий варіант має також найменший радіальний габарит. Найменшу масу рухомих деталей має варіант 7.

Результати міцнісних розрахунків двох послідовно з'єднаних редукторів типу AI за однакових чисел зубів наведені в табл. 4.16, де також указані результати обчислення $\mathcal{J}_n$, M_Σ, D.

У табл. 4.16 момент інерції першого редуктора приводився до його веденого вала, тому загальний момент інерції, приведений до веденого вала другого редуктора, обчислюють за формулою $\mathcal{J}_n = \mathcal{J}_1 i^2_{1H} + \mathcal{J}_2$. Якщо вибрати оптимальні за моментом інерції варіанти $/\mathcal{Z}_1 = 24/$, то загальний приведений момент інерції

$$\mathcal{J}_n = 0{,}0155\cdot5{,}59^2 + 0{,}2622 = 0{,}7465 \text{ кг}\cdot\text{м}^2,$$

а сума рухомих мас

$$M_\Sigma = M_1 + M_2 = 2{,}11 + 11{,}67 = 13{,}78 \text{ кг}.$$

Порівняємо ці результати з аналогічними показниками редуктора типу AI /варіант 16 у табл. 4.15/. У цьому разі

$$\mathcal{J}_n = 2{,}727 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; \quad M_\Sigma = 13{,}85 \text{ кг}.$$

Таблица 4.I4

z_1	z_2	z_3	$K = 3$					$K = 2$				
			m	b	M_Σ	D	$J_n \cdot 10^2$	m	b	M_Σ	D	$J_n \cdot 10^2$
I8	48	II4	2,5	25	3,I8	285	3,56	3,0	25	3,2I	342	5,22
I9	50	II9	2,5	22	3,05	297	3,73	3,0	22	3,07	357	5,47
20	52	I24	2,25	26	3,I6	279	3,42	2,5	32	3,37	3I2	4,54
22	59	I40	2,0	28	3,45	280	3,7I	2,5	24	3,82	350	5,49
23	6I	I45	2,0	26	3,43	290	3,98	2,25	29	3,38	326	5,02
24	63	I50	2,0	24	3,38	300	4,2I	2,25	25	3,I2	337	4,97
25	65	I55	2,0	22	3,3I	3I0	4,4I	2,00	32	3,37	3I0	4,54
26	70	I66	I,75	3I	4,II	290	7,76	2,00	29	3,5I	332	5,36

Таблиця 4.I5

N	z_1	z_2	z_2'	z_3	m_1	b_1	m_2	b_2	M_Σ	D	$J_п$
$\mu_1 = 4$ $\mu_2 = 7$ ($m_1 = 2$, $m_2 = 3{,}5$)											
I	22	I18	I7	97	2,0	26	4,5	38	Не задовольняються умови міцності другого ступеня		
2	24	I23	I7	I0I	2,0	2I	4,0	37			
3	23	I24	I8	I02	2,0	23	4,0	35			
4	28	I33	I7	I09	2,0	I3	4,0	54			
5	25	I36	20	II2	2,0	I8	3,5	38	I4,35	594	3,0I6
6	30	I38	I7	II3	2,0	II	4,0	35	Не задовольняються умови міцності		
7	29	I39	I8	II4	2,0	I2	3,5	46	II.02	6I4	2,920
8	28	I40	I9	II5	2,0	I3	3,5	4I	II,74	6I6	2,934
9	27	I4I	20	II6	2,0	I5	3,5	37	I3,I4	6I8	3,I49
I0	26	I42	2I	II7	2,0	I6	365	33	I3,87	620	3,I53
$\mu_1 = $ I, $\mu_2 = 2$ ($m_1 = 2{,}0$, $m_2 = 4{,}0$)											
II	24	I32	I7	95	2,0	20	4,0	42	I5	576	2,957
I2	26	I36	I7	98	2,0	I6	4,0	40	I3,30	596	2,874
I3	25	I37	I8	99	2,0	I8	4,0	35	I4,42	598	2,983
I4	29	I43	I7	I03	2,0	I2	4,0	37	II,24	630	2,956
I5	29	I45	I7	I04	2,0	I2	4,0	38	II,55	638	3,I8I
I6	28	I46	I8	I05	I,75	I3	3,5	50	I3,85	560	2,727
I7	27	I47	I9	I06	I,75	2I	3,5	44	I4,38	56I	2,793

Таблиця 4.I6

z_1	z_2	z_3	Редуктор ступеня: першого, m_1	b_1	M_Σ	D	$J_n \cdot 10^2$	другого, m_2	b_2	M_Σ	D	J_n
I7	3I	79	3,0	24	2,04	237	I,70	5,00	5I	I2,06	395	0,29I6
I8	33	84	3,0	20	I,92	253	I,80	5,00	43	II,50	420	0,3I38
I9	35	89	2,5	30	2,25	222	I,72	4,50	50	I2,60	400	0,30I2
24	42	I08	2,0	30	2,II	2I6	I,55	3,50	54	II,67	378	0,2622
25	44	II3	2,0	26	2,00	226	I,6I	3,50	48	II,36	395	0,2788
26	46	II8	2,0	23	I,93	236	I,69	3,50	43	II,II	4I3	0,2965
27	48	I23	I,75	3I	2,I7	2I5	I,57	3,50	38	I0,66	430	0,3089
28	50	I28	I,75	28	2,I2	224	I,66	3,00	54	I2,05	384	0,2775

Наведені числа показують, що в даному разі заміна редуктора типу AI дає змогу різко знизити приведений момент інерції та незначно зменшити масу рухомих коліс. Габаритний розмір також суттєво зменшується. Тому розглядувану заміну необхідно вважати доцільною.

4.7. Геометричний синтез пари евольвентних зубчастих коліс зовнішнього зачеплення

4.7.I. Верстатне зачеплення заготовки та різального інструменту.

4.7.I.I. Більшість зубчастих коліс, що використовуються у сучасних машинних агрегатах /як прямозубих, так і косозубих/, виготовляються за методом обгинання, коли профіль зуба формується у верстатному зачепленні різального інструменту та заготовки. У разі використання методів обгинання заготовці та інструменту надають на верстаті такі рухи, які відтворюють процес зачеплення. Крім руху обгинання інструменту надається технологічний рух, що забезпечує зрізання матеріалу заготовки. У цьому русі різальні кромки інструменту описують поверхню, що називається твірною. У більшості випадків технологічний рух інструменту є поступальним, отже, твірна поверхня є циліндричною.

Твірна та бічна поверхні заготовки, що нарізається, є взаємно обвідненими. Якщо твірну поверхню розтяти площиною, що є перпендикулярною до її твірних, у перетині дістанемо нормальний вихідний твірний контур /ВТК/ інструменту. Таким чином, у верстатному зачепленні відбувається взаємне обкочування ВТК і колеса, що нарізається. У подальшому розглянемо більш загальний випадок нарізання косозубих коліс.

4.7.I.2. Різальним інструментом частіше використовується інструментальна рейка /зубофрезерні, зубостругальні та зубошліфувальні верстати/.

ГОСТ I3755-8I регламентує форму та розміри нормального ВТК різального інструменту, який характеризує модуль m, кут профілю α, коефіцієнти висоти головки зуба h_a^* та скругленої ділянки ℓ_c профілю C^* /рис.4.I5/. Зазначений стандарт встановлює значення $\alpha = 20^0$; $h_a^* = 1,0$; $C^* = 0,25$. Звідси випливає, що $\rho \simeq 0,38\, m$.

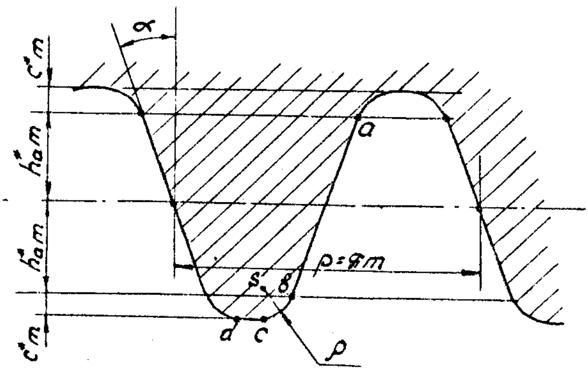


Рис. 4.15

У разі нарізання косозубих коліс торцевий та нормальний перетини ВТК становлять кут β, що приводить до зміни кроку та кута профілю рейки в торцевому перетині:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos\beta}; \quad tg\alpha_t = \frac{tg\alpha}{\cos\beta}. \qquad /4.52/$$

Заокруглена ділянка $вс$ в торцевому перетині є дугою еліпса. Її вертикальна піввісь дорівнює ρ, а горизонтальна – $\rho/\cos\beta$ /рис. 4.16,б/; через малу різницю між величиною півосей* частину еліпса можна наближено замінити окружністю, радіус ρ_t якої визначимо за умови збереження за висотою точки $в$ спряження заокругленої та прямолінійної ділянок /рис. 4.16/. У цьому разі, як випливає з рис. 4.16,

$$\rho_t = \frac{c^* m}{1-\sin\alpha_t}.$$

У табл. 4.17 наведено значення $\rho_t^* = c^*/1-\sin\alpha$ за різних кутів нахилу зуба. З даних табл. 4.17 випливає, що поправка в значенні радіуса кривизни еквівалентної окружності досягає 3%, якщо $\beta = 20^0$.

---

* Для наочності на рис. 4.16 відмінність між полюсами еліпса показано значно більшою, ніж є у дійсності.

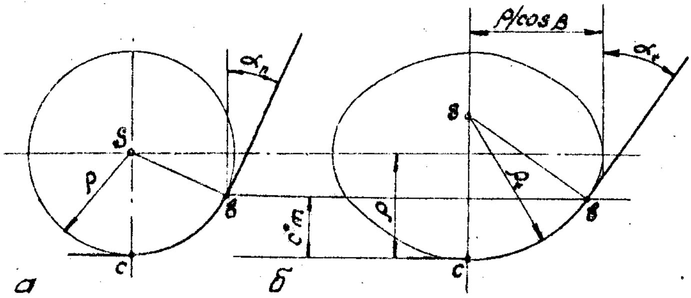


Рис. 4.16

Таблиця 4.17

β^o	ρ_t^*	β^o	ρ_t^*	β^o	ρ_t^*	β^o	ρ_t^*
0	0,37995	6	0,38091	12	0,383871	18	0,389051
2	0,38005	8	0,381669	14	0,385330	20	0,391348
4	0,38004	10	0,38265	16	0,387100	22	0,393954

Форма зубів колеса, що нарізається, визначається параметрами інструменту, а також числом зубів заготовки та зміщенням xm середньої лінії ВТК відносно ділильної окружності заготовки /рис.4.17,а/.

У верстатному зачепленні залежно від величини та знаку зміщення центроїдою інструментальної рейки є одна з прямих kk', що паралельні середній лінії ВТК, а центроїдою заготовки – ділильна окружність*.

Зокрема при $X = 0$ центроїдою рейки є її середня лінія. Згідно з ГОСТ 16531-81 залежно від знаку зміщення розрізняють колеса з позитивним або негативним зміщенням чи колеса без зміщення. Коефіцієнти зміщення рейки в разі нарізання обох колес зубчастої пари вибирають за конкретних умов роботи передачі, які мають зазначатись у завданні на курсовий проект.

* У разі нарізання шестерінок довбачем центроїди заготовки та інструменту можуть не збігатись із відповідними ділильними окружностями. Проте цей випадок у даному посібнику не розглядається.

23 - 3084

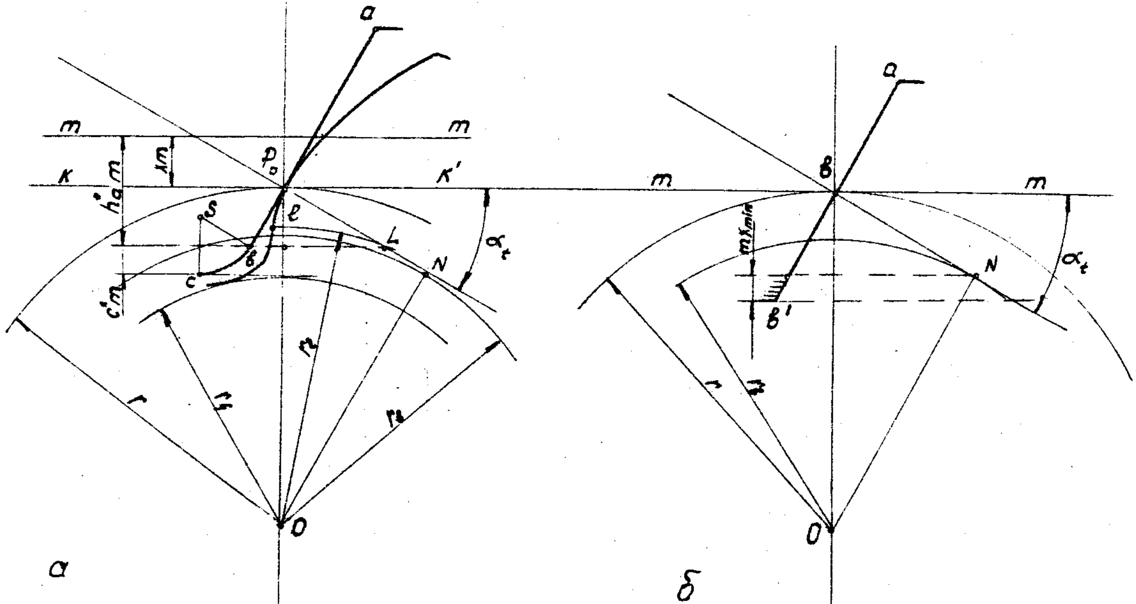


Рис. 4.17

4.7.1.3. Лінія зачеплення у розглядуваному випадку складає з центроїдою рейки кут верстатного зачеплення, який дорівнює куту α_t профілю рейки в торцевому перетині. Оскільки лінія зачеплення торкається основної окружності /рис. 4.17,а/ радіус останньої

$$r_в = r\cos\alpha_t , \qquad /4.53/$$

де $r = mZ/2\cos\beta$ - радіус ділильної окружності.

У верстатному зачепленні радіус окружності западин заготовки

$$r_f = r - m(h_a^* + c^* - x) = r + m(x - (h_a^* + c^*)) . \qquad /4.54/$$

До /4.54/ входять величини m, h_a^*, c^* для нормального перерізу ВТК рейки, оскільки його розміри в напрямі, що є перпендикулярним до ділильної прямої при повороті рейки, для нарізання косозубих коліс не змінюються.

Радіус окружності вершин заготовки необхідно визначати з урахуванням розмірів парної шестерні /див. п. 4.6.3/. Головний /евольвентний/ профіль зуба є обвідною до прямолінійної частини ab ВТК рейки /див. рис. 4.15/, перехідна крива - обвідною заокругленої ділянки bc , окружність западин - обвідною прямолінійної ділянки bc на прямій вершин рейки. Точки прямолінійної ділянки ab профілю рейки входять у зачеплення із спряженими точками евольвенти на лінії верстатного зачеплення /див. рис. 4.17,а/. Якщо траєкторія до крайньої точки b цієї ділянки лежить у межах відрізка P_oN лінії верстатного зачеплення, то вона визначає на цій ділянці точку L контакту граничної точки l на профілі зуба заготовки з точкою b на профілі рейки. У цьому разі евольвента та перехідна крива плавно з'єднуються в граничній точці l .

Якщо рейку розташовано відносно заготовки так, що траєкторія крайньої точки b' перетинає лінію зачеплення за межами відрізка P_oN /рис. 4.17,б/, виникає неприпустиме явище підрізу. Для його усунення рейка має бути зміщена від центра колеса, що нарізається, на значення не менше mx_{min}, де x_{min} - коефіцієнт зміщення, необхідний для усунення підрізу.

У граничному випадку траєкторія точки b проходить крізь точку N . Тоді гранична точка розташовується на основній окружності. Знайдемо відстань LN від границі лінії зачеплення до точки контакту граничної точки профілю у верстатному зачепленні. З рис.4.17,а випливає, що

$$LN = P_oN - P_oL = r\sin\alpha_t - \frac{(h_a^* - x)m}{\sin\alpha_t} . \qquad /4.55/$$

Відрізок LN визначає радіус граничних точок колеса:

$$r_l = \sqrt{r_в^2 + (LN)^2}.$$

Знак відрізка LN дає змогу перевірити правильність вибору коефіцієнта зміщення за умови відсутності підрізання /$LN < 0$ відповідає підрізу заготовки/. Якщо $LN > 0$, то його величина дає можливість встановити, чи має місце інтерференція в експлуатаційному зачепленні /див. п. 4.7.4/.

4.7.2. Вибір коефіцієнтів зміщення рейки.

4.7.2.1. Коефіцієнти зміщення рейки впливають на геометричні розміри пари зубчастих коліс, а отже, і на їх якісні показники /ступінь перекриття, коефіцієнт питомого ковзання, коефіцієнт форми зуба та ін./. Зміна коефіцієнтів X_1 і X_2, що сприяє покращанню одного з показників, може погіршити інші показники. Прикладом може служити зміна форми зуба в разі позитивного зміщення рейки. Вона призводить до збільшення дугової ширини зуба у його основи і зменшення ширини зуба по окружності вершин /рис. 4.18/. У крайньому разі це може призвести до загострення зуба $(S_a = 0)$ і поломки його вершини. У той самий час потовщення основи зуба підвищує його згинальну міцність. Найзручніше враховувати позитивний і негативний вплив коефіцієнтів зміщення на якість зубчастої пари за допомогою блокуючого контуру.

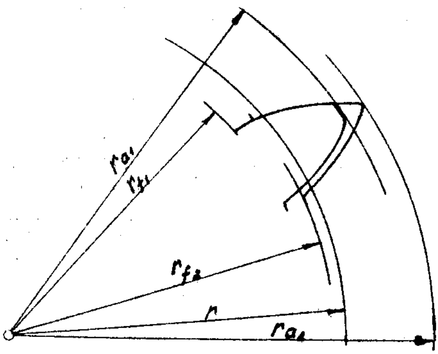


Рис. 4.18

4.7.2.2. Блокуючий контур – це замкнена крива на площині параметрів $X_1 X_2$ /рис. 4.19/, всередині якої виконуються основні вимоги до пари зубчастих коліс. Кожній парі значень X_1 і X_2 відповідає точка на площині блокуючого контуру, і навпаки. Блокуючий контур будується для певного сполучення чисел зубів Z_1 і Z_2. Блокуючі контури для деяких сполучень Z_1 і Z_2 наведені в дод. 3 до ГОСТ 16532-70. Більш повний набір блокуючих контурів можна знайти в [4]. Розглянемо основні умови, яким мають задовольняти коефіцієнти зміщення і які визначають граничні криві блокуючого контуру.

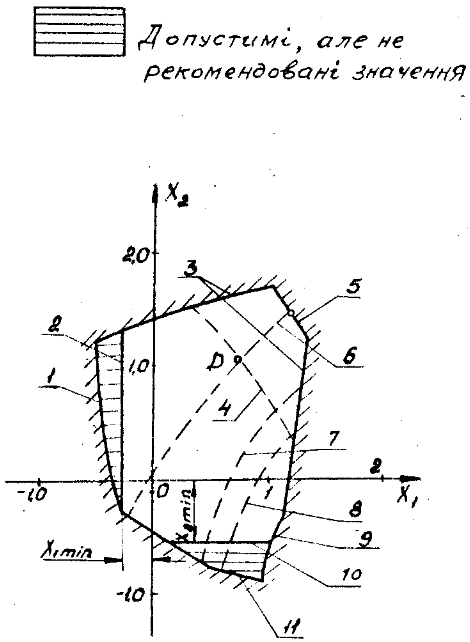


Рис. 4.19

1. Відсутність підрізання зубів виражається нерівностями

$$X_1 \geq X_{1min} \ ; \qquad X_2 \geq X_{2min},$$

де

$$X_{1min} = \frac{17 - Z_1}{17}; \qquad X_{2min} = \frac{17 - Z_2}{17} .$$

Цим умовам відповідає вертикальна 2 і горизонтальна 10 прямі на рис. 4.19. ГОСТ 16532-70 допускає, але не рекомендує [9] незначний підріз, який не зменшує довжини активної ділянки лінії зачеплення. У цьому разі граничними кривими будуть криві I і II.

2. Коефіцієнт торцевого перекриття залежить від обох коефіцієнтів зміщення. Його граничне значення ε_α = 1,0 /лінія 5/. Якщо

за умов роботи передачі доцільно збільшувати значення ε_α, необхідно користуватись кривими, що відповідають ε_α = I,I або ε_α = = I,2 /крива 4/.

3. Загостренню зуба відповідає умова S_a = 0. На рис. 4.I9 нанесено лінію S_{a1} = 0·/9/ /лінія S_{a2} = 0 на ньому відсутня/. Це свідчить про те, що загострення зуба колеса служить у даному разі пасивним обмеженням.

На блокуючий контур можуть бути нанесені лінії $S_a = const$, наприклад на рис. 4.I9 лінія 8 відповідає S_{a1} = 0,25 m , а лінія 7 - S_{a1} = 0,4 m. Вони дають змогу всередині блокуючого контуру вибрати зону, далеку від загострення.

4. За великих коефіцієнтів зміщення гранична точка між евольвентою та перехідною кривою може розташовуватись настільки далеко від центра колеса, що точка L /див. рис. 4.I7/ попадає всередину активної частини лінії зачеплення. У цьому разі зуб парного колеса перетинає перехідну криву та виникає інтерференція зубів. Границю інтерференції зображено на рис. 4.I9 кривими 3.

На блокуючий контур можуть бути також нанесені лінії однакових значень якісних показників. Прикладом може служити лінія 6 однакових значень θ_1 і θ_2 питомих ковзань на ніжках зубів шестерні та колеса. На цій лінії лежить точка, що відповідає вибору коефіцієнтів зміщення за системою ЦКБР.

На блокуючий контур можуть бути також нанесені лінії однакової міцності зубів на вигин у разі ведучої шестерні I3 і ведучого колеса I2 /рис. 4.20/.

4.7.2.3. Лінія I4, що відповідає $X_1 + X_2 = const$, тобто заданій зміні міжосьової відстані, нахилена до осі X_1 під кутом I35° і відтинає на цій осі відрізок $X_1 + X_2$ /рис. 4.20/.

Під таким самим кутом проходить крізь початок координат лінія I5 рівнозміщених передач $X_1 + X_2 = 0$. Вона поділяє площину $X_1 O X_2$ на зони позитивних і негативних передач.

У процесі проектування передачі із заданою міжосьовою відстанню a_w треба визначити відповідний цій міжосьовій відстані кут зачеплення та суму коефіцієнтів зміщення /див. п. 4.7.3/. Наносячи лінію $X_1 + X_2 = const$ на блокуючий контур /лінія I4 на рис. 4.20/, дістанемо зону допустимих значень X_1 і X_2 за заданого значення a_w .

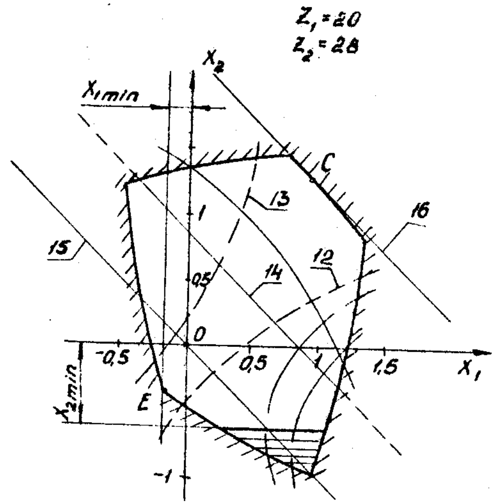


Рис. 4.20

Контактні напруження в зубчастій парі залежать від приведеного радіуса кривизни в точці стикання. Збільшуючи суму коефіцієнтів зсуву, збільшуємо приведений радіус кривизни і підвищуємо контактну міцність передачі. Тому щоб отримати найбільшу контактну міцність, необхідно провести дотичну до блокуючого контуру /пряма 16 на рис. 4.20/. Точка дотику C визначить шукані коефіцієнти зміщення.

Користуючись блокуючим контуром, можна легко задовольнити такі вимоги, як вирівнювання коефіцієнтів питомого ковзання та задане значення коефіцієнта торцевого перекриття. Наприклад, при $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$ умова $\theta_1 = \theta_2$ виконується в точці D /див. рис. 4.19/.

Коефіцієнт торцевого перекриття зростає із зменшенням $X_1 + X_2$. Тому найбільше значення ε_α можна отримати, якщо вибрати X_1 і X_2 такими, що відповідають точці E на рис. 4.20.

4.7.3. Визначення основних геометричних параметрів зубчастої пари.

4.7.3.1. ГОСТ 16532-70 [9] передбачає визначення основних геометричних параметрів зубчастої пари за двох варіантів задання вихідних даних: за заданих X_1 і X_2 і шуканій міжосьовій відстані a_w або за заданим a_w визначення $X_1 + X_2$.

Запишемо послідовність використання формул за таких постановок задачі:

Дано x_1 і x_2

1. $\alpha_t = arctg(tg\alpha/\cos\beta)$;
2. $inv\alpha_{tw} = inv\alpha_t + 2(x_1+x_2)tg\alpha/(z_1+z_2)$.
3. $\eta = \cos\alpha_t / \cos\alpha_{tw}$.
4. $a = (z_1+z_2)m/2\cos\beta$.
5. $a_w = a\eta$.
6. $y = (a_w - a)/m$.
7. $\Delta y = (x_1+x_2) - y$.

Дано a_w

1. $a = \frac{z_1+z_2}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos\beta}$.
2. $\eta = a_w/a$.
3. $y = (a_w - a)/m$.
4. $\alpha_t = arctg(tg\alpha/\cos\beta)$.
5. $\alpha_{tw} = \arccos(\cos\alpha_t/\eta)$.
6. $x_1+x_2 = (z_1+z_2)(inv\alpha_{tw} - inv\alpha_t)/2tg\alpha$.
7. $\Delta y = (x_1+x_2) - y$.

Потім незалежно від розв'язуваної задачі обчислюють радіуси окружностей шестерні та колеса:

8. $r_i = mz_i / 2\cos\beta$.
9. $r_{wi} = r_i\,\eta$. для
10. $r_{ai} = r_i + m(h_a^* + x_i - \Delta y)$. $i = 1,2$
11. $r_{fi} = r_i + m(x_i - (h_a^* + c^*)$

Задання r_a згідно з формулою п. 10 забезпечить стандартні радіальні зазори $c^* m$ між окружностями вершин і западин парних коліс.

Наведені формули можна використовувати під час проектування косо- та прямозубих коліс. В останньому випадку в усіх формулах необхідно покласти $\cos\beta$ = 1,0.

4.7.3.2. У разі першої постановки задачі формула /Д.29/ визначає $inv\alpha_{tw}$. Щоб визначити кут зачеплення, необхідно розв'язати трансцендентне рівняння

$$f(\alpha_{tw}) = tg\alpha_{tw} - \alpha_{tw} - Q = 0, \qquad /4.56/$$

де Q – значення $inv\alpha_{tw}$, знайдене за умови 2.

Щоб розв'язати рівняння /4.56/ чисельними методами, необхідно встановити границю відрізка $[a, b]$, усередині якого лежить шуканий корінь. За фізичним смислом задачі α_{tw} - позитивна величина, що є близькою до $\pi/9$, але наперед менша за один радіан. Тому як вихідний відрізок для пошуку кореня можна взяти відрізок $[0,\ 1]$. Серед чисельних методів розв'язання нелінійних рівнянь дуже швидкою збіжністю характеризується метод Ньютона [15; 20]. Проте в цьому разі необхідно проаналізувати, на якій із меж відрізка $[0,\ 1]$ виконується умова збіжності методу $f(\alpha_{tw})f''(\alpha_{tw}) > 0$.

Характер протікання графіка $f(\alpha_{tw})$ /рис. 4.21*/ показує, що на всьому відрізку пошуку кореня кривизна графіка $f(\alpha_{tw})$ є позитивною, отже, $f''(\alpha_{tw}) > 0$. Із рис. 4.21 видно також, що ліворуч шуканого кореня $f(\alpha_{tw}) < 0$, а праворуч $f(\alpha_{tw}) > 0$. Тому як вихідне значення необхідно взяти праву границю, де $\alpha_{tw} = 1{,}0$.

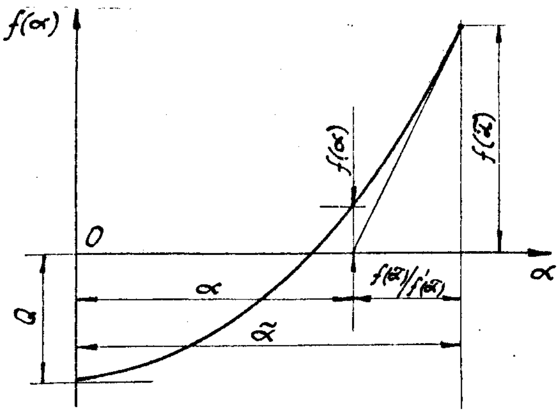


Рис. 4.21

Ітераційна формула методу Ньютона має вигляд

$$\alpha_{tw} = \tilde{\alpha}_{tw} - f(\tilde{\alpha}_{tw})/f'(\tilde{\alpha}_{tw}) = \tilde{\alpha}_{tw} - \psi, \qquad /4.57/$$

де $\tilde{\alpha}_{tw}$, α_{tw} - значення кута зачеплення на кожному кроці ітерації відповідно вихідне та уточнене.

* Щоб не перевантажувати рис. 4.21, індекси при α_{tw} опущено.

Узявши похідну функції /4.56/, дістанемо

$$f'(\tilde{\alpha}_{tw}) = 1/\cos^2 \tilde{\alpha}_{tw} - 1 = tg^2 \tilde{\alpha}_{tw} .$$

За допомогою цього виразу можна обчислити другий доданок Ψ у /4.57/. Величина Ψ дає змогу оцінити досягнуту точність, оскільки $\Psi = \alpha_{tw} - \tilde{\alpha}_{tw}$, тобто є уточненням на кожному кроці ітераційного процесу. Останній крок можна перервати, якщо $|\Psi| < \mathcal{E}$, де $\mathcal{E}$ - допустима похибка визначення кореня.

У дод. І наведено програму І.ІІ, яка дає змогу розв'язати задачу за заданих X_1 і X_2, і програму І.І2, в якій $X_1 + X_2$ визначається за заданого a_w. Друга задача значно простіша, оскільки не містить ітераційного процесу. Обидві програми складені стосовно ПМК третього покоління. Тому α_{tw} можна перевести в градуси, хвилини, секунди та їх десяті частки.

Описані обчислення можна виконати також за допомогою програми 2.6, для чого достатньо виконати першу її частину*.

4.7.3.3. Розміри зубчастого колеса контролюються за довжиною W загальної нормалі кількох зубів. Для цього вимірювальним інструментом /наприклад, штангенциркулем/ охоплюють z_w зубів, так щоб його вимірювальні кромки торкалися головних профілів зубів /рис. 4.22/.

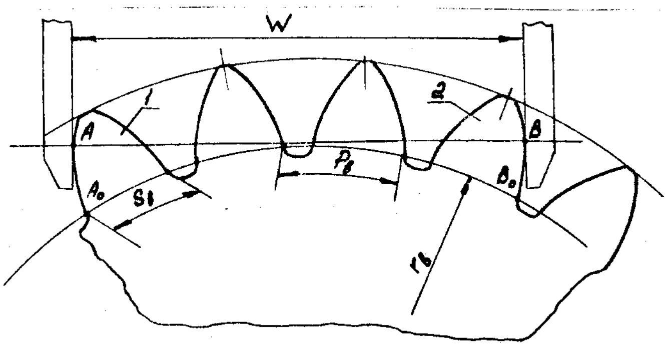


Рис. 4.22

* Докладніше програму 2.6 описано в п. 4.8.2.І0.

Лінія AB, що з'єднує точки дотику, є загальною нормаллю до евольвент зубів 1 і 2 й тому торкається основної окружності. Із властивостей евольвенти випливає, що відрізок AB дорівнює дузі $A_o B_o$ основної окружності. Із рис. 4.22 випливає, що ця дуга вміщує $Z_w - 1$ кроків $P_в$ і товщину зуба $S_в$ по основній окружності. Тому

$$W = S_в + (Z_w - 1) P_в , \qquad (4.58)$$

де

$$S_в = r_в \left(\frac{S}{r} + 2 inv \alpha \right); \qquad (4.59)$$

$$P_в = \pi m \cos\alpha . \qquad (4.60)$$

До /4.59/ входить товщина S зуба по ділильній окружності:

$$S = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x\, tg\alpha\right) . \qquad /4.61/$$

Щоб кромки вимірювального інструменту торкалися евольвент усередині окружностей вершин, має виконуватись умова

$$W < W^* , \qquad /4.62/$$

де $W^* = 2\sqrt{r_a^2 - r_в^2}$ – довжина загальної нормалі у разі дотику обох кромок мірльника на окружності вершин*.

Вимірюючи косозубі колеса, необхідно пам'ятати, що вимірювальний інструмент розташовується в нормальному перерізі, тому в /4.58/, /4.60/ і /4.61/ використовуються значення α і m ; лише в /4.59/ треба підставити значення α_t , тоді воно набуває вигляду

$$S_{nв} = r_{nв} \left(\frac{S_n}{r_n} + 2 inv \alpha_t \right) . \qquad /4.63/$$

4.7.3.4. Іншою особливістю вимірювання косозубих коліс є необхідність виконання окрім умови /4.63/ нерівності [9]

$$W \leqslant W^{**} , \qquad /4.64/$$

де $W^{**} = b/\sin\beta$; b – ширина зубчастого вінця.

---

* Якщо вимірюване колесо модифіковане у вершині зуба, у наведеному виразі замість r_a необхідно використовувати радіус r_g окружності модифікації головок зубів.

Ця умова випливає з необхідності розмістити обидві точки дотику інструменту в межах ширини зубчастого вінця.

Вибравши з двох значень величин W^* і W^{**} менше, дістанемо, що охоплюване при вимірюванні число зубів

$$z_w = \left[(W_{min} - S_b)/P_b + 1 \right], \qquad /4.65/$$

де $[\ \ ]$ – символ, що означає цілу частину числа.

У дод. I наведено програму I.I3, що дає змогу знайти z_w і W у разі вимірювання прямо- та косозубих коліс. У програмі I.I3 перевіряється умова $\cos\beta$ = I,0. Якщо вона виконується, обчислення W^{**} пропускається і в /4.65/ використовується лише W^*.

Описані обчислення можна виконати також за допомогою програми 2.6, якщо на запит ЕОМ "$W = ?$" ввести цифру I.

Для прикладу наведемо результати розрахунків для колеса з такими параметрами: z = 27; m = 5 мм; b = 40 мм; x = 0,32; r_a = 76,0I4 мм; β = I5°.

За таких вихідних даних дістаємо z_w = 5; W_5 = 69,604 мм. Якщо взяти b = I0 мм, обмежуючою буде умова /4.64/ і тоді дістанемо z_w = 2; W_2 = 25,322 мм.

Довжина загальної нормалі та число охоплюваних при вимірюванні зубів наносяться на робоче креслення зубчастого колеса.

4.7.4. Визначення основних якісних показників зубчастої пари. Оцінювання спроектованої пари коліс дається за значенням коефіцієнта перекриття, найбільшим значенням коефіцієнта питомого ковзання та питомого тиску; за відсутності підрізання шестерні інтерференції профілів в експлуатаційному зачепленні [38, § I3.6, с. 377-383].

4.7.4.I. Покажемо на кресленні /рис. 4.23/ лінію центрів коліс O_1O_2, основні окружності, радіус яких визначається за /4.53/, і дотичну до них лінію зачеплення. Точки дотику позначимо N_1 і N_2. Відрізок

$$N_1N_2 = g = a_w \sin\alpha_{tw}. \qquad /4.66/$$

Нанесемо на креслення окружності вершин обох коліс. Їх радіуси визначені в п. 4.7.3 /формули I0/. Окружності вершин відтинають на лінії зачеплення її активну ділянку $A_1A_2 = g_\alpha$. Із креслення випливає, що

$$N_1A_2 = N_1N_2 - N_2A_2 = g - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2};$$

$$N_2A_1 = N_1N_2 - N_1A_1 = g - \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2};$$

$$g_\alpha = g - (N_1A_2 + N_2A_1).$$

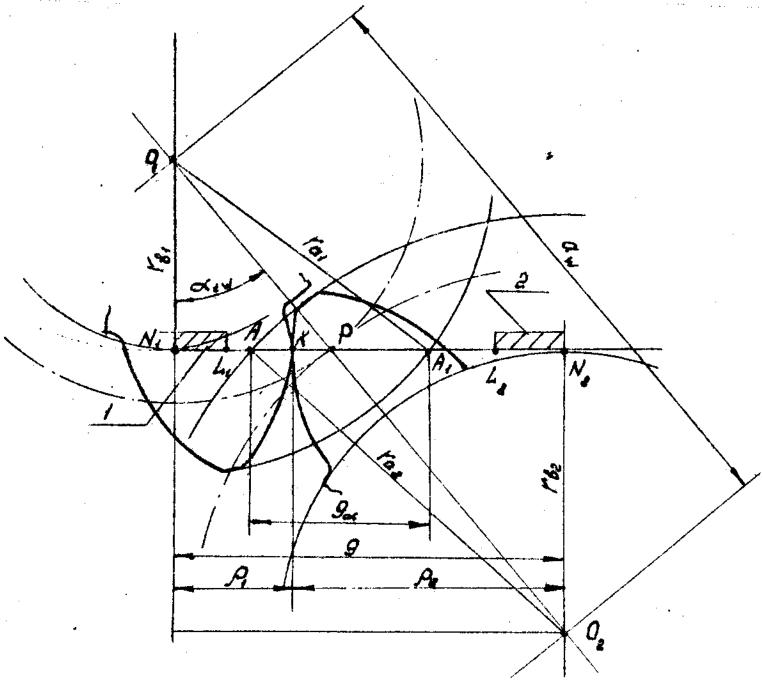


Рис. 4.23

Тоді коефіцієнт торцевого перекриття

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{P_t \cos\alpha_t}, \tag{4.67}$$

де P_t – коловий крок зубчастої пари по ділильній окружності; α_t – кут верстатного зачеплення в торцевому перерізі, що визначається за /4.52/.

Коефіцієнт осьового перекриття

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \, tg\beta}{P_t}, \tag{4.68}$$

де b – робоча ширина зубчастого вінця.

У прямозубих коліс $\varepsilon_\beta = 0$.

Повний коефіцієнт перекриття

$$\mathcal{E}_\gamma = \mathcal{E}_\alpha + \mathcal{E}_\beta . \qquad /4.69/$$

4.7.4.2. Якщо за /4.55/ знайти відрізки N_1L_1 і N_2L_2, які визначають положення на лінії зачеплення місця контакту граничних точок профілів зубів, можна перевірити умови відсутності інтерференції в проектованій парі коліс:

$$N_1L_1 \leq N_1A_2 ; \quad N_2L_2 \leq N_2A_1 . \qquad /4.70/$$

Якщо хоча б одна з нерівностей не виконується, відбувається інтерференція профілів і зубчаста пара є непридатною для експлуатації.

Програма I.I4 /дод. I/ дає змогу знайти відрізки N_1L_1, N_2L_2, N_1A_2, N_2A_1, а також значення $\mathcal{E}_\alpha$, $\mathcal{E}_\beta$, $\mathcal{E}_\gamma$. Ці обчислення можна виконати за допомогою програми 2.6, якщо на запит ЕОМ „*MODE ?*" ввести цифру I.

4.7.4.3. Як приклад практичного використання програм I.I2 і I.I4 розглянемо задачу проектування зубчастої пари з такими вихідними даними: m = 5 мм; α = 20°; β = 15°; z_1 = I4; z_2 = I7. Необхідно забезпечити роботу передачі з a_w = 85 мм. Після початку роботи програми I.I2 дістаємо a = 80,233 і $X_1 + X_2$ = I,I222.

Отримані результати показують, що реалізувати задану міжосьову відстань можна. Користуючись ГОСТ 16532-70 за розбивкою суми коефіцієнтів зміщення, беремо X_1 = 0,6. У результаті виконання другої частини програми дістаємо

r_1 = 36,235 мм; $\qquad r_2$ = 43,999 мм;
r_{w1} = 38,387 мм; $\qquad r_{w2}$ = 46,6I3 мм;
r_{a1} = 43,390 мм; $\qquad r_{a2}$ = 50,765 мм;
r_{f1} = 32,985 мм; $\qquad r_{f2}$ = 40,360 мм.

Набравши текст програми I.I4 і ввівши необхідні вихідні дані, дістанемо

L_1N_1 = 7,I04 мм; $\qquad N_1A_2$ = I0,I52;
L_2N_2 = 8,736 мм; $\qquad N_2A_1$ = I2,774;
$\mathcal{E}_\alpha$ = I,II2; $\mathcal{E}_\beta$ = 0,659; $\mathcal{E}_\gamma$ = I,77I.

Порівняння відрізків L_1N_1 і N_1A_2, L_2N_2 і N_2A_1 показує, що умови /4.70/ виконуються й інтерференція в проектованій парі відсутня. Значення ступеня перекриття задовольняє вимогам плавної роботи передачі.

4.7.4.4. Обчислимо коефіцієнти питомого ковзання проектованої зубчастої пари [42] :

$$\theta_1 = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot\frac{1}{u} = 1 + A; \qquad /4.71/$$

$$\theta_2 = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}u = 1 + \frac{1}{A},$$

де $A = -\rho_2/\rho_1 u$; ρ_1, ρ_2 – радіуси кривизни евольвент у точці дотику.

У міру повороту коліс і переміщення точки контакту K /рис. 4.24/ по лінії зачеплення змінюються ρ_1 і ρ_2, тому коефіцієнти θ_1 і θ_2 – функції положення точки контакту на лінії зачеплення.

Контактні напруження на бічних поверхнях і зубах також залежать від ρ_1 і ρ_2, а їх зміну при повороті коліс у межах кута зачеплення можна оцінити за коефіцієнтом питомого тиску:

$$\lambda = m\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right). \qquad /4.72/$$

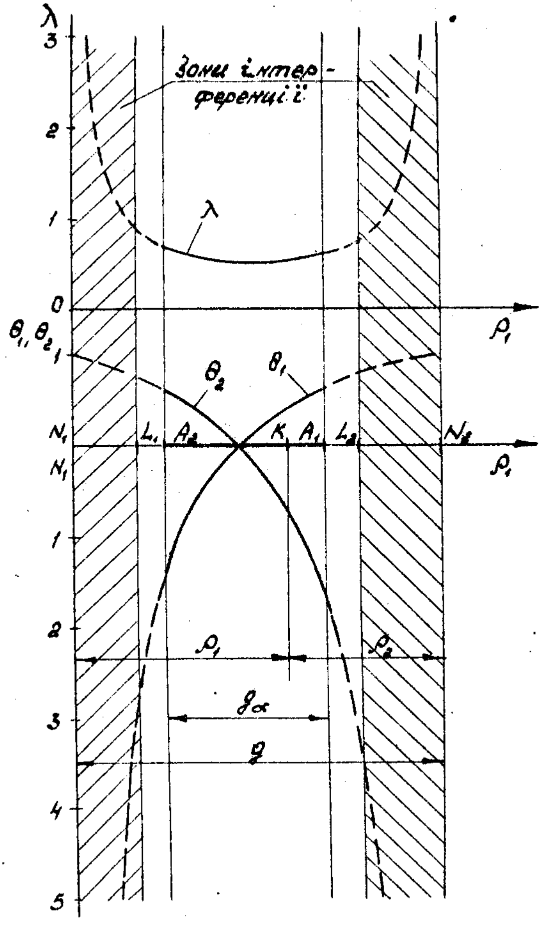
Для обчислення коефіцієнтів θ_1, θ_2, λ складено програму І.15 /дод.І/, за якою обчислюємо показники якості зачеплення для розглянутого прикладу. Результати обчислень Q_1, Q_2, λ наведені на рис.4.24.

Із рис. 4.24 випливає, що доцільне з точки зору збільшення ε_α розширення активної ділянки лінії зачеплення може призвести до інтерференції, збільшення ковзання на ніжках зубів і контактних напружень у вищій парі. Границі активної ділянки, що показані на рис. 4.24, забезпечують задовільні значення коефіцієнтів θ і λ за допустимого значення ε_α.

4.8. Побудова профілів зубів

4.8.І. Графічний метод.

4.8.І.І. Побудова картини зачеплення і профілів зубів у курсовому проекті виконується в крупному масштабі /креслення має розміщуватись на 0,5 листа формату 24/. Починаємо з того, що позначаємо



λ
3
2
1
0
Зони інтер-
ференції
λ
ρ_1
θ_1, θ_2
1
θ_2
θ_1
N_1
L_1
A_2
K
A_1
L_2
N_2
N_1
ρ_1
1
2
ρ_1
ρ_2
3
g_α
g
4
5

Рис. 4.24

на кресленні лінії центрів коліс $O_1 O_2$ /рис. 4.25/. Проводимо на кресленні дугу початкових і ділильних окружностей. Початкові окружності мають стикнутись у точці P – полюсі зачеплення. У разі побудови позитивної передачі відстань між ділильними окружностями $D_1 D_2 = ym$.

У разі побудови нульових і рівнозміщених передач $y = 0$, тому початкова та ділильна окружності кожного колеса збігаються.

Зуб'я двох спряжених коліс викреслюють звичайно в тому положенні, коли вони стикаються в полюсі зачеплення /див. рис. 4.25/. Проте щоб побудувати профілі, треба визначити положення полюсів P_{01} і P_{02} верстатного зачеплення при нарізанні обох коліс. Із креслення випливає, що

$$\angle P_{01} O_1 D_1 = \angle P_{02} O_2 D_2 = \gamma = inv\alpha_{tw} - inv\alpha_t . \qquad /4.73/$$

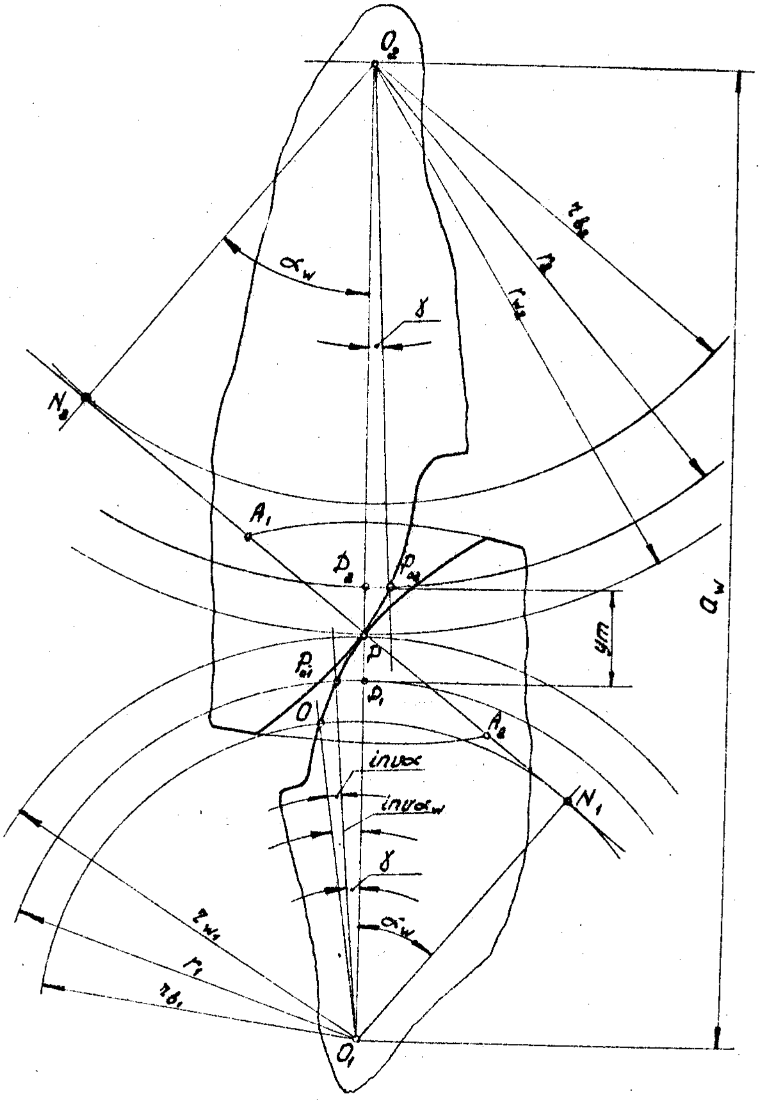
Щоб визначити положення точок D_1 і D_2 на ділильних окружностях, доцільніше обчислити відрізки

$$P_{01} D_1 = r_1 \gamma ; \quad P_{02} D_2 = r_2 \gamma . \qquad /4.74/$$

4.8.1.2. Для графічної побудови профілю зуба скористаємося методом, запропонованим Гавриленко [6]. Розглянемо відносний рух інструментальної рейки та заготовки. У цьому русі пряма KK' котиться без ковзання по ділильній окружності заготовки. Точки рейки, що лежать ближче до центра колеса, ніж пряма KK', описують видовжені евольвенти, а точки, що лежать по інший бік від прямої KK', – укорочені евольвенти.

Як приклад на рис. 4.26 показано видовжену евольвенту, яку описує точка S. Розглянемо спосіб побудови видовжених і укорочених евольвент, що утворюють при перекочуванні центроїди рейки по центроїді заготовки.

Уявимо жорстку прямокутну рамку $KK'C'C$, сполучену з рейкою; сторона KK' котиться без ковзання по ділильній окружності, а сторона CC' проходить крізь центр O. З рамкою жорстко сполучено точку S. На рис. 4.26 показано її початкове положення S_0, коли рамка стикається з ділильною окружністю в точці P_0. Знайдемо положення точки S_i, що відповідає тому моменту, коли точка i на прямій KK' поєднається з відповідною точкою i' на ділильній окружності. У цей момент точка E поєднається з точкою O. Виділимо в початковому положенні рамки $\Delta S_0 i E$. Після перекочування рамки вершина i цього трикутника переміститься в точку i', а вершина E –



O2
αw
γ
rb2
r2
rw2
aw
N2
A1
P2
Pw2
ym
P
Pe1
P1
O
A2
N1
invα
invαw
γ
αw
rw1
r1
rb1
O1

Рис. 4.25

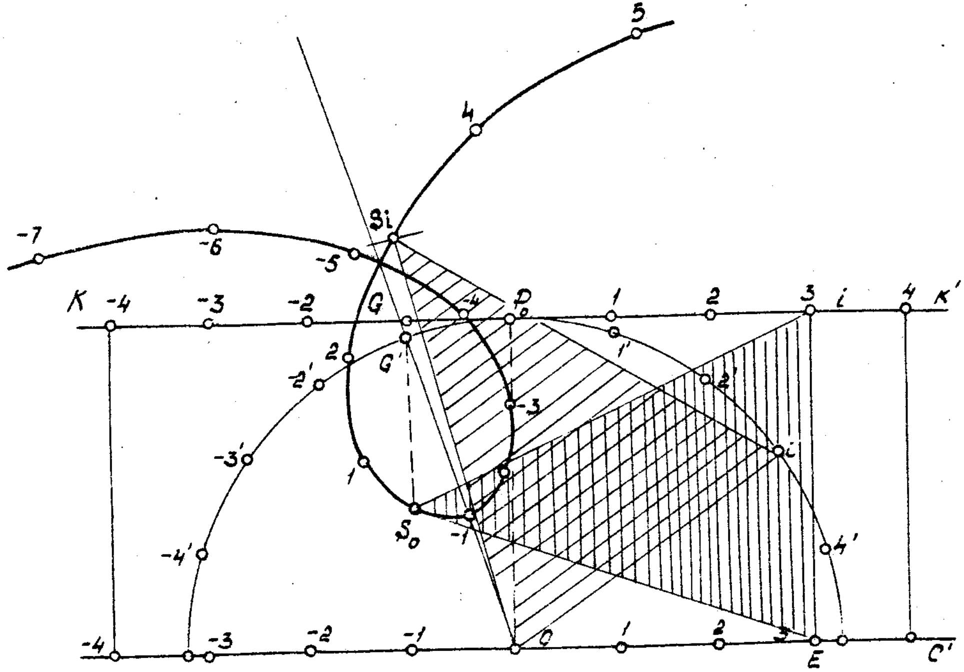


Рис. 4.26

у точку O . Положення третьої вершини визначить шукану точку S_i . Тому, зробивши з точок O та i' засічки радіусами $S_i O = S_o E$ і $S_i' i' = S_o i$, визначимо положення шуканої точки. Аналогічно можна знайти її положення, що відповідає іншим кутам обкату рамки. Для цього на сторонах KK' і CC' рамки необхідно відкласти ряд однакових відрізків /починаючи від точок P_o і O /, пронумерувати їх і відкласти однакові з цими відрізками дуги на ділильних окружностях. Після цього треба виконати ряд побудов, аналогічних описаним. Траєкторія точки S має вісь симетрії. Якщо з точки S_o опустити перпендикуляр на лінію KK' і позначити точку їх перетину G , то, сполучивши точку G із відповідною точкою G' на ділильній окружності, дістанемо лінію $G'O$ - вісь симетрії побудованої нами видовженої евольвенти.

4.8.1.3. Скористаємось описаним методом для побудови профілю зуба. Для цього треба побудувати траєкторії точок S і a на профілі рейки /рис. 4.27/. Перша траєкторія описує видовжену евольвенту, друга - укорочену.

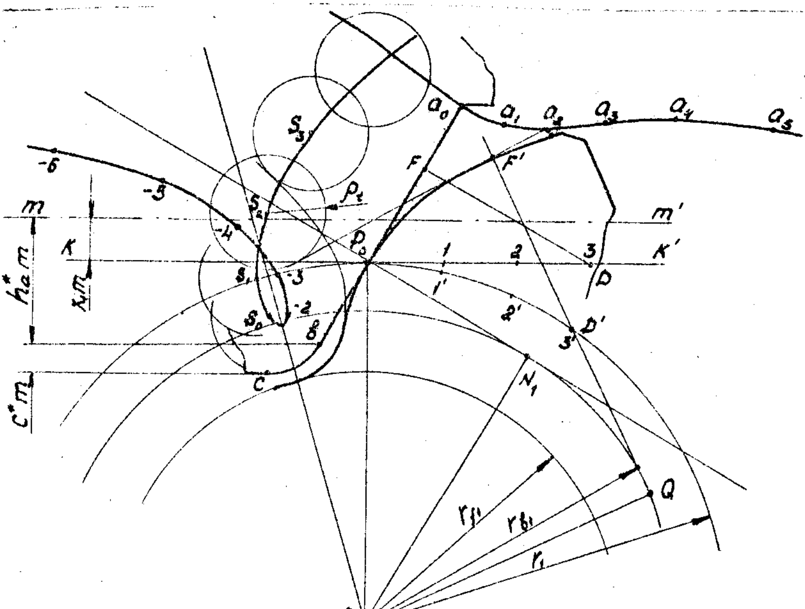


Рис. 4.27

Нехай рейка перекотилась по ділильній окружності та точка 2 сполучилась із точкою $2'$. Точка S зайняла положення S_2, а точка a – положення a_2. Із точки S_2 як із центра проведемо окружність радіуса ρ_t. Для його визначення можна скористатись табл. 4.17 /див. п. 4.7.1.1/. Потім крізь точку a_2 проведемо дотичну до окружності ρ_t. Таким чином, побудовано одне з положень ВТК рейки, яке він займає в процесі обкочування. Евольвентна частина профілю – обвідна до сімейства прямих, які можна побудувати, якщо описані побудови виконати для кількох точок S і a з однаковими номерами.

Перехідна крива – обвідна сімейства окружностей із центром S. Для побудови цього сімейства використовується ліва вітка видовженої евольвенти, яка утворюється, якщо перекочувати рейку проти годинникової стрілки.

4.8.1.4. Побудову евольвенти можна спростити. Будуючи евольвенту, використовуємо такі положення:

нормаль до евольвенти завжди торкається основної окружності;

загальна нормаль проходить крізь миттєвий центр відносного руху, тобто точку дотику центроїд заготовки та рейки.

Нехай точка F на рейці торкається точки F' на евольвенті. У цей момент загальна нормаль торкається основної окружності в точці Q, а миттєвим центром служить точка D на ділильній окружності. При цьому відрізок $FD = F'D'$ і дуга $P_0D' = P_0D$.

Отже, щоб визначити положення точки F, необхідно:

поставити перпендикуляр до бічного профілю рейки в точці F;

знайти точку D перетину перпендикуляра з центроїдою рейки;

відкласти по ділильній окружності дугу $P_0D' = P_0D$;

провести дотичну $D'Q$ до основної окружності;

відкласти на продовженні дотичної $D'Q$ відрізок $D'F' = DF$.

Знайдена точка F' – це точка на евольвенті, що стикається з точкою F на рейці. Якщо використовувати такий спосіб побудови евольвенти, немає необхідності будувати траєкторію точки a і викреслювати прямолінійну частину профілю рейки в різних положеннях. Щоб побудувати перехідну криву, траєкторію точки S будуємо так, як описано раніше.

4.8.1.5. Графічний метод побудови видовжених і укорочених евольвент зручно застосовувати лише за малих розмірів проектованих коліс. У разі крупного масштабу креслення перенесення відрізків довжиною 300...500 мм потребує спеціальних креслярських інструментів. Тому задачу можна розв'язувати графоаналітичним методом, за якого координати точок S і a у відносному русі визначають аналітично. Потім за двома точками з однаковим номером будуємо контур рейки та до ряду його положень проводимо обвідну. Щоб визначити координати точок, використовуємо рівняння /4.75/, наведені в п. 4.8.2.I, і програму 2.6, що використовується в разі аналітичного розв'язання задачі.

4.8.2. Аналітичний метод.

4.8.2.I. Сполучену із заготовкою основну систему координат $X\Omega Y$ виберемо так, щоб вісь Y проходила крізь полюс P експлуатаційного зачеплення, початок координат Ω лежав на основній окружності і вісь X була до неї дотичною /рис. 4.28/. На рис. 4.28 показано допоміжну систему координат X_0OY_0, вісь Y_0 якої проходить крізь полюс P_0 верстатного зачеплення. На рис. 4.29 позначено рухому систему X_1KY_1, що сполучена з рейкою. Вісь KX_1 збігається з центроїдою рейки.

На рис. 4.30,а системи X_0OY_0 і X_1KY_1 показані в процесі нарізання. Рухому систему $X_1K^0Y_1$ зображено в положенні, що відповідає повороту інструменту на кут φ, причому $P_0Q=KQ=r\varphi$, що випливає з умови кочення центроїди KX_1 по ділильній окружності без ковзання. Кут обкату φ відраховуємо за годинниковою стрілкою від осі OY_0.

Формули для переходу від системи координат X_1KY_1 до системи координат X_0OY_0 можна отримати, враховуючи, що перша система має зміститись уздовж осей X_1Y_1 відповідно на $r\varphi$ та $-r$, а потім бути повернутою на кут $-\varphi$. Зсув уздовж осі X_1 на $r\varphi$ приведе до того, що точка K суміститься з точкою Q, а вісь Y - із лінією OQ. Зсув уздовж лінії OQ, з якою тепер збігається вісь KY_1, на величину $-r$ забезпечить суміщення точки K із точкою O. Після цього залишається повернути рухому систему на кут $-\varphi$ і вона суміститься із системою X_0OY_0. Тому формули переходу від системи X_1KY_1 до системи X_0OY_0 мають вигляд

$$x_0=(x_1-r\varphi)\cos\varphi+(y_1+r)\sin\varphi;$$
$$y_0=-(x_1-r\varphi)\sin\varphi+(y_1+r)\cos\varphi, \qquad (4.75)$$

де x_1, y_1 - координати довільної точки в системі X_1KY_1; x_0, y_0 - координати довільної точки в системі X_0OY_0.

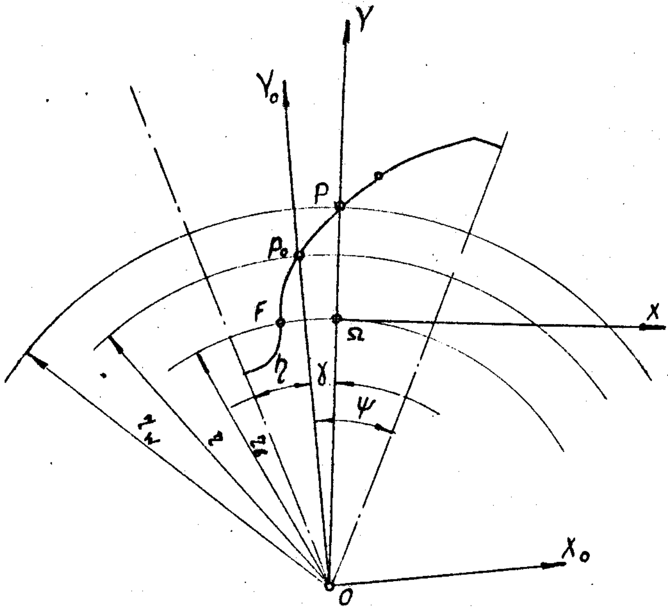


Рис. 4.28

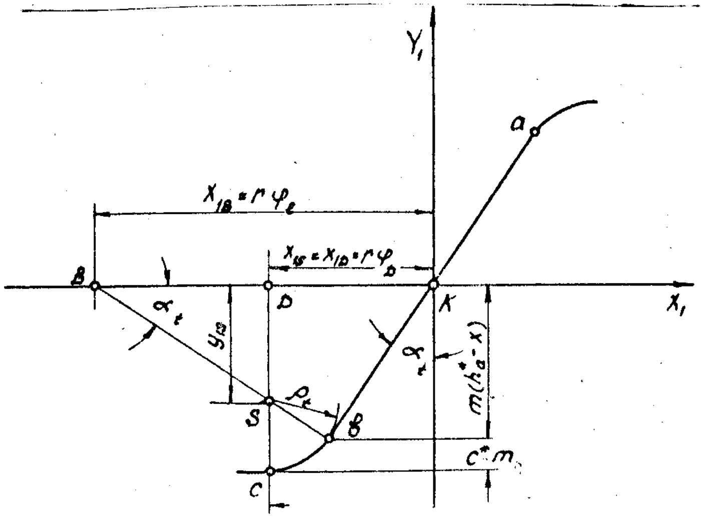


Рис. 4.29

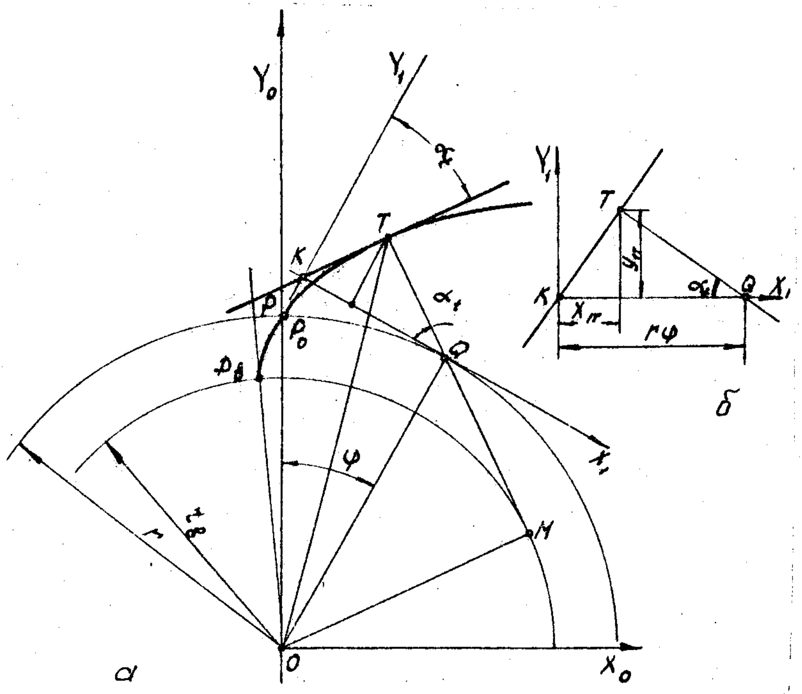


Рис. 4.30

4.8.2.2. Покажемо на рис. 4.30,а точку T стикання інструменту та заготовки. Згідно з основною теоремою зачеплення нормаль до евольвенти в точці T проходить крізь миттєвий центр Q, який розташовано в точці стикання центроїд. Отже, кут $\angle KTQ$ є прямим і координати точки T у системі $X_1 K Y_1$ /рис. 4.30,б/

$$X_{1T} = r \cdot \varphi \sin^2 \alpha_t ; \qquad /4.76/$$

$$y_{1T} = r \varphi \sin \alpha_t \cos \alpha_t ,$$

де α_t - кут профілю рейки в торцевому перерізі.

Підставляючи значення X_{1T} і y_{1T} у /4.75/, дістаємо рівняння евольвентної частини профілю в системі X_oOY_o:

$$X_{OT}=r(\sin\varphi-\varphi\cos\alpha_t\cos(\varphi+\alpha_t)); \qquad /4.77/$$

$$y_{OT}=r(\cos\varphi+\varphi\cos\alpha_t\sin(\varphi+\alpha_t)).$$

Рівняння евольвенти в такому вигляді були отримані проф. Колчіним.

4.8.2.3. Перейдемо до основної системи координат $X\Omega Y$. Оскільки осі OY_o та ΩY /див. рис. 4.28/ проходять крізь точки P_o, P та центр O колеса, кут між ними дорівнює γ і виражається формулою /4.73/. Тому формули переходу від системи X_oOY_o до системи $X\Omega Y$ можна записати у вигляді

$$X=X_o\cos\gamma-y_o\sin\gamma; \qquad /4.78/$$
$$y=X_o\sin\gamma+y_o\cos\gamma-r_в.$$

Підставивши в /4.78/ координати X_{OT} і y_{OT} точки евольвенти, що визначаються за /4.77/, дістанемо

$$X_T=r(\sin(\varphi-\gamma)-\varphi\cos\alpha_t\cos(\varphi+\alpha_t-\gamma)); \qquad /4.79/$$
$$y_T=r(\cos(\varphi-\gamma)-\varphi\cos\alpha_t\sin(\varphi+\alpha_t-\gamma))-r_в.$$

4.8.2.4. Радіус кривизни теоретичного профілю зуба обчислимо, користуючись тим, що центром кривизни евольвенти у довільній точці T /див. рис. 4.30/ є точка M стикання нормалі TM з основною окружністю. Катет TM трикутника OTM

$$R_T=\sqrt{OT^2-r_в^2}.$$

Відрізок OT можна виражати через координати точки T:

$$OT=\sqrt{X_T^2+(y_T+r_в)^2},$$

звідки

$$R_T=\sqrt{X_T^2+(y_T+r_в)^2-r_в^2}. \qquad /4.80/$$

4.8.2.5. Знайдемо межі зміни кута φ в разі переміщення точки T по профілю евольвенти від граничної точки ℓ до точки A на окружності вершин. На рис. 4.31,а показано положення системи X_1KY_1

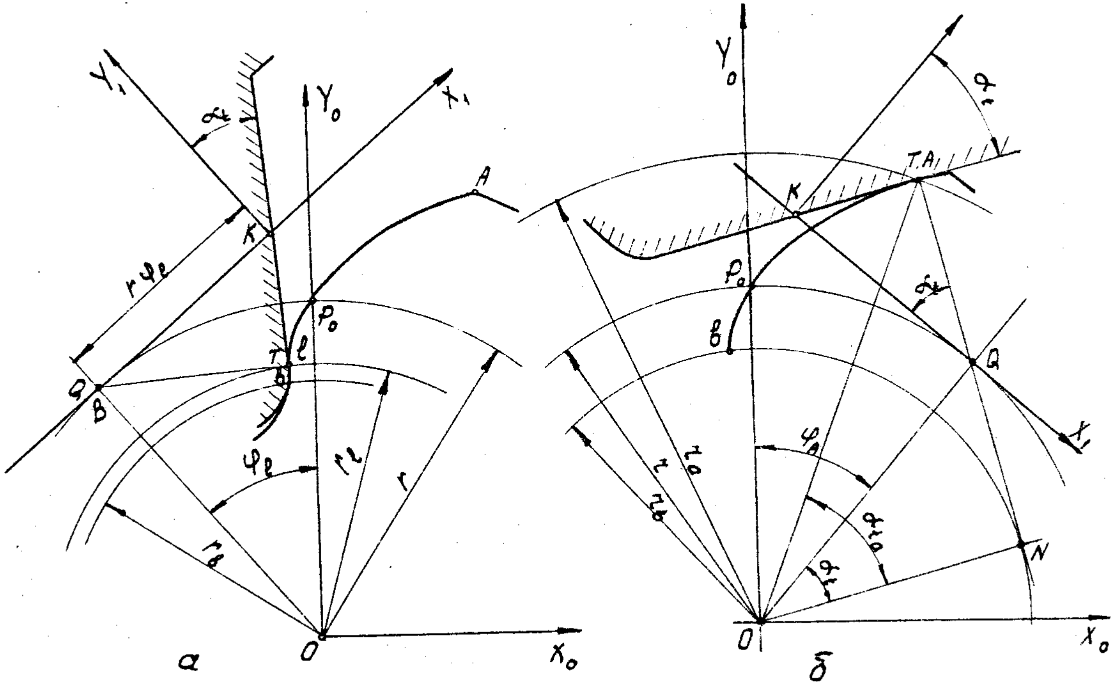


Рис. 4.31

у момент, коли в точці T стикаються точка e на заготовці та точка b на рейці. З умови кочення центроїди QX_1 по ділильній окружності без ковзання випливає, що

$$\varphi_e = -\frac{QK}{r} . \qquad /4.81/$$

У розглядуваний момент миттєвий центр Q збігається з точкою B на осі KX_1 /див. рис. 4.29/, отже, $QK = BK$. Із рис. 4.29 випливає, що

$$BK = \frac{m(h_a^* - x)}{\sin\alpha_t \cos\alpha_t} .$$

Підставивши цей вираз у /4.81/, дістанемо

$$\varphi_e = \frac{m(x - h_a^*)}{r \sin\alpha_t \cos\alpha_t} . \qquad /4.82/$$

Друге граничне положення система $X_1^t K Y_1$ займає тоді, коли точка T збігається з точкою A на окружності вершин /рис. 4.31,б/. Згідно із кресленням

$$\varphi_A = \frac{\smile P_o Q}{r} = \frac{KQ}{r} , \qquad /4.83/$$

що випливає з умови кочення прямої KX_1 по ділильній окружності без ковзання. Із прямокутного трикутника KAQ випливає, що

$$KQ = \frac{AQ}{\cos\alpha_t} .$$

У свою чергу, із $\Delta\, OAN$ та ΔOQN дістаємо

$$AQ = r_b(tg\alpha_{ta} - tg\alpha_t),$$

де α_{ta} - кут профілю, що відповідає точці на окружності вершин,

$$\alpha_{ta} = arccos\left(\frac{r_b}{r_a}\right) .$$

Підставивши знайдені значення в /4.83/, дістанемо

$$\varphi_A = tg\alpha_{ta} - tg\alpha_t . \qquad /4.84/$$

Таким чином, будуючи головний профіль зуба, треба змінювати φ у межах $\varphi_e \le \varphi \le \varphi_A$, що визначаються за /4.28/ і /4.84/.

4.8.2.6. Виведемо тепер рівняння перехідної кривої, що є обвідною сімейства окружностей, які прокреслює закруглена ділянка bc ВТК інструментальної рейки.

Координати центра S окружності bc у системі X_1KY_1 /див. рис. 4.29/

$$x_{1S} = m\left[(x_1 - h_a^*)\, tg\,\alpha_t - \bar{\rho}_t^* \cos\alpha_t\right];$$
$$y_{1S} = m\left[(x_1 - h_a^*) + \bar{\rho}_t^* \sin\alpha_t\right], \qquad /4.85/$$

де $\bar{\rho}_t^*$ - коефіцієнт, що виражає в частках модуля радіус закруглення ділянки рейки в торцевому перерізі /див. п. 4.7.1.2/.

Використовуючи /4.75/ і /4.78/, перейдемо спочатку до системи координат X_oOY_o, а потім до системи $X\Omega Y$. Дістаємо

$$X_{0S} = (X_{1S} - r\varphi)\cos\varphi + (y_{1S} + r)\sin\varphi;$$
$$y_{0S} = -(X_{1S} - r\varphi)\sin\varphi + (y_{1S} + r)\cos\varphi; \qquad /4.86/$$

$$X_S = (y_{1S} + r)\sin(\varphi - \gamma) - (r\varphi - X_{1S})\cos(\varphi - \gamma); \qquad /4.87/$$
$$y_S = (y_{1S} + r)\cos(\varphi - \gamma) + (r\varphi - X_{1S})\sin(\varphi - \gamma) - r_R.$$

Рівняння окружності радіуса ρ_t з координатами центра X_S і y_S має вигляд

$$(X - X_S)^2 + (y - y_S)^2 = \rho_t^2. \qquad /4.88/$$

Щоб вивести рівняння обвідної [32, гл. 13, § 11] до сімейства окружностей /4.88/ продиференціюємо /4.88/ за φ:

$$-2(X - X_S)X_S' - 2(y - y_S)y_S' = 0. \qquad /4.89/$$

Рівняння /4.74/ і /4.75/ є рівняннями перехідної кривої в параметричній формі. Розв'яжемо їх відносно X і y:

$$X = X_S \pm \frac{\rho_t\, y_S'}{v}; \qquad (4.90)$$

$$y = y_S \pm \frac{\rho_t\, X_S'}{v}, \qquad (4.91)$$

де

$$v = \sqrt{(X_S')^2 + (y_S')^2}.$$

Щоб визначити x_s' і y_s', продиференціюємо /4.87/ за φ:

$$x_s' = y_{1s}\cos(\varphi-\gamma)+(r\varphi-x_{1s})\sin(\varphi-\gamma);$$
$$y_s' = -y_{1s}\sin(\varphi-\gamma)+(r\gamma-x_{1s})\cos(\varphi-\gamma). \tag{4.92}$$

Два знаки перед другими доданками в /4.90/ і /4.9I/ відповідають двом обвідним /зовнішній і внутрішній/ до сімейства окружностей /4.88/. Якщо розглядається обвідна до правого профілю інструменту, то для зовнішньої обвідної, яка цікавить нас, другий доданок у /4.90/ має бути додатним, а в /4.9I/ - від"ємним. Але, як випливає з /4.92/, при $\varphi = 0$ маємо $x_s' < 0$ і $y_s' > 0$.

Отже, в /4.90/ необхідно взяти знак "-", а в /4.9I/ - знак "+".

4.8.2.7. Установимо межі зміни φ в разі утворення перехідної кривої. Ці граничні значення відповідають стиканню із заготовкою точок e і c профілю рейки. У першому випадку дотик відбувається в граничній точці ℓ /див. рис. 4.3I,а/. Відповідне значення φ_ℓ було знайдене раніше.

Точка c ввійде у контакт із відповідною точкою заготовки тоді, коли миттєвим центром Q стане точка D на рухомій центроїді /рис. 4.32/, тобто коли $\smile PQ = KD = x_{1s}$. Цьому моменту відповідає кут обкату

$$\varphi_D = \frac{x_{1s}}{r}. \qquad /4.93/$$

Порівнюючи відрізки KB і KD /див. рис. 4.29/, можна зробити висновок, що $\varphi_\ell < \varphi_D < 0$, але $\varphi_A > 0$. Тому три характерні знайдені точки розташовуються по осі φ так, як показано на рис. 4.33. У точці ℓ відбувається перше стикання інструменту із заготовкою. Потім одночасно формуються евольвента та перехідна крива. Утворення перехідної кривої закінчується при $\varphi = \varphi_D$. Далі інструмент обробляє лише головний профіль.

4.8.2.8. Перехідна крива є зовнішньою обвідною до сімейства окружностей радіуса ρ_t, центри яких мають координати x_s, y_s. Отже, $R = R_s + \rho_t$, де R, R_s - радіус кривизни відповідно перехідної кривої та видовженої евольвенти, яку прокреслює точка S.

Траєкторію точки S задано рівняннями /4.87/ у параметричній формі /параметр φ змінюється в межах $\varphi_\ell \leqslant \varphi \leqslant \varphi_0$ /. Як відомо [32], у цьому разі

$$R_s = \frac{\left((x_s')^2 + (y_s')^2\right)^{3/2}}{|x_s' y_s'' - y_s' x_s''|}. \tag{4.94}$$

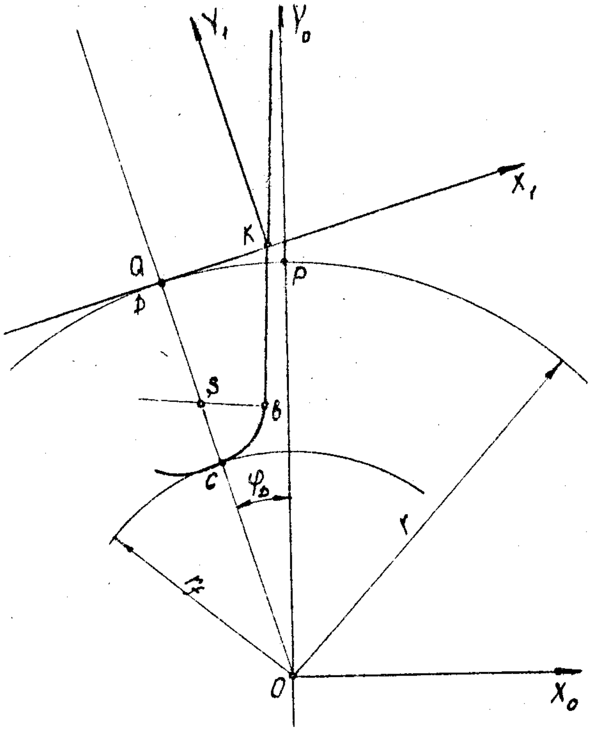


Рис. 4.32

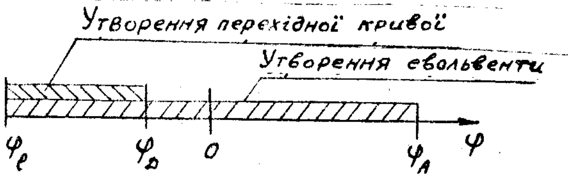


Рис. 4.33

Щоб використовувати /4.94/, треба знати перші та другі похідні координат X_s, Y_s. Перші вже знайдені і обчислені за /4.92/. Продиференціювавши ці вирази за φ, дістанемо

$$x_s'' = (r - y_{1s})\sin(\varphi - \gamma) + (r\varphi - x_{1s})\cos(\varphi - \gamma);$$

$$y_s'' = (r - y_{1s})\cos(\varphi - \gamma) - (r\varphi - x_{1s})\sin(\varphi - \gamma). \qquad (4.95)$$

4.8.2.9. Узята основна система координат $X\Omega Y$ є зручною тоді, коли необхідно викреслити профілі двох коліс, що знаходяться в зачепленні, оскільки вісь Y збігається з лінією центрів.

Іноді зручніше використовувати системи, в яких вісь Y збігається з віссю симетрії зуба чи западини /див. рис. 4.28/. Тоді в /4.79/ і /4.87/ необхідно підставити кути ψ або $-\eta$, що відповідають половині кутової товщини зуба чи ширини западини. Розглянемо, наприклад, як визначається кут ψ.

Із креслення випливає, що

$$\psi = \frac{S}{2r}, \qquad /4.96/$$

де S визначається за /4.61/.

4.8.2.10. Із попередніх пунктів випливає, що для побудови профілю зуба за координатами його точок необхідно обчислити основні параметри передачі. Тому програма 2.6 /дод. I/ містить розрахунок основних параметрів передачі, визначення її коефіцієнта перекриття, координат точок головного профілю та перехідної кривої. Кожний із трьох останніх розділів можна виконувати незалежно від решти після визначення основних розмірів передачі.

Під час виконання першого розділу, як і в п. 4.7.3.1, передбачається два варіанти задання вихідних даних - задаються або X_1, X_2, або міжосьова відстань a_w.

Для побудови головного профілю зуба служить режим 2, перехідної кривої - режим 3. Після введення номера режиму користувач указує номер колеса /I або 2/, для якого буде виконуватись побудова.

У разі побудови головного профілю відрізок $[\varphi_\ell, \varphi_a]$ поділяється на n_ℓ однакових частин і для них обчислюються координати X_T і Y_T головного профілю.

У разі побудови перехідної кривої в межах кута $[\varphi_\ell, \varphi_D]$ лежить тільки невелика частина видовженої евольвенти, яку прокреслює точка S на рейці при її обкочуванні по ділильній окружності заготовки /див. рис. 4.27/. Тому щоб добре уявити собі протікання цієї кривої, рекомендується розширити межі зміни φ. Програма 2.6 дає змогу задати їх за бажанням користувача та встановити потрібний крок $\Delta\varphi$ зміни кута обкату φ.

Протягом усього заданого інтервалу зміни φ будуть знайдені координати X_s і Y_s, а в межах відрізка $[\varphi_l, \varphi_D]$ також координати перехідної кривої та її радіус кривизни.

Для прикладу були виконані розрахунки для пари прямозубих коліс $Z_1 = 13$; $X_1 = 0,25$; $Z_2 = 30$; $X_2 = 0,15$; $m = 5$ мм.

У результаті обчислень було знайдено кути $\varphi_A = 0,410740$; $\varphi_l = -0,359013$; $\varphi_D = -0,096932$.

Координати точок головного профілю наведені в табл. 4.18, координати перехідної кривої – у табл. 4.19.

Із даних табл. 4.18 випливає, що внаслідок близькості точки l до основної окружності радіус кривизни цієї частини профілю набуває неприпустимо малого значення.

Таблиця 4.18

φ	X_T	Y_T	R_T
φ_A	3,622	7,922	23,660
0,35	2,709	6,887	21,805
0,25	1,493	5,266	18,751
0,15	0,602	3,792	15,697
0,05	$-6,513\cdot10^{-3}$	2,514	12,643
-0,05	-0,382	1,468	9,589
-0,15	-0,578	0,686	6,535
-0,25	-0,651	0,191	3,481
-0,35	-0,662	-0,014	0,426
φ_l	-0,662	-0,007	0,151

Порівняння табл.4.18 і 4.19 показує, що координати точок головного профілю та перехідної кривої, що відповідають куту обкату φ_l, збігаються, що свідчить про правильність обчислень. На основі отриманих даних побудовано профіль колеса $Z_1 = 13$ /рис. 4.34/. На рис. 4.34 окрім профілю зуба нанесені траєкторія точки S, на якій позначені три характерних положення, що відповідають кутам обкату φ_l, φ_D, φ_A.

Таблиця 4.19

φ	X_S	Y_S	X	Y	R_S	R
φ_D	-0,043	-1,298	-2,847	-3,188	0,270	2,170
-0,145	-2,901	-1,242	-1,799	-2,790	0,371	2,271
-0,195	-2,769	-1,098	-1,169	-2,123	0,729	2,629
-0,245	-2,6[illegible]4	-0,866	-0,860	-1,467	1,405	3,305
-0,295	-2,592	-0,555	-0,712	-0,834	2,403	4,303
-0,345	-2,561	-0,162	-0,662	-0,192	3,675	5,575
φ_l	-2,562	-0,038	-0,662	$0,68\cdot10^{-3}$	4,071	5,971

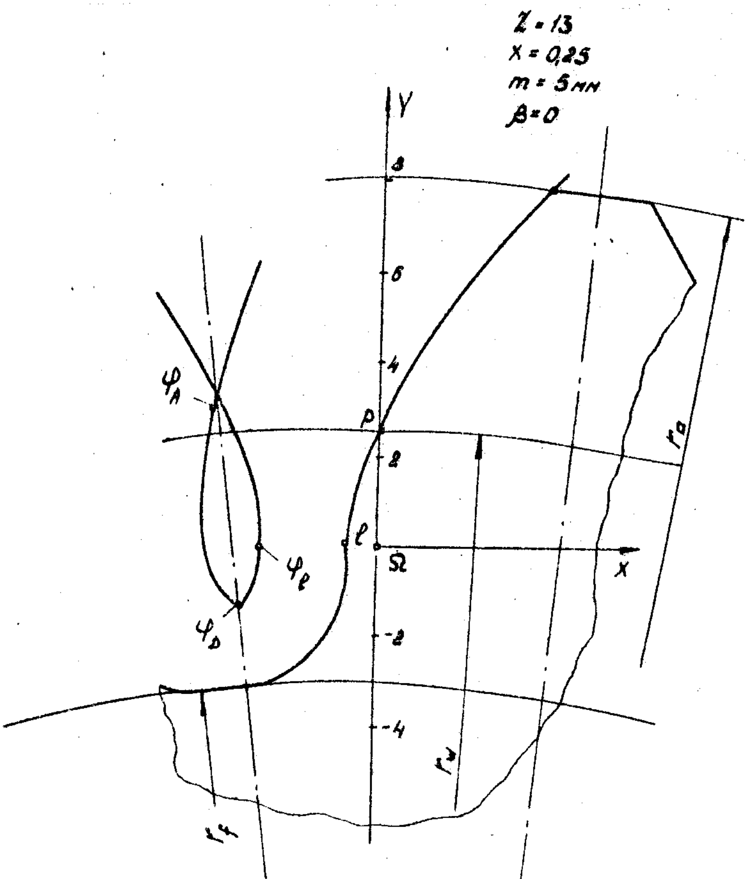


Рис. 4.34

5. ПРОЕКТУВАННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

5.І. Постановка задачі оптимального проектування

5.І.І. Задача проектування кулачкових механізмів /КМ/ складається з визначення геометричних параметрів механізму та профілю кулачка. Останній задається звичайно таблицею координат його точок, яку складено для ряду значень кута повороту кулачкового вала.

Задача синтезу КМ має розв'язуватись як оптимізаційна. Критерієм оптимальності служить габаритний розмір механізму, який, природно, має бути мінімальним.

У процесі пректування враховуються функціональні міцнісні та технологічні обмеження. Прикладом міцнісних обмежень можна назвати необхідність обмеження контактних напружень і тиску на напрямну. Функціональні обмеження - це вимоги безвідривної роботи ролика та відсутності його ковзання по профілю кулачка. Радіуси кривизни профілю мають задовольняти вимогам, поставленим технологічним процесом його обробки. Щоб розв'язати поставлену задачу, необхідно знайти залежності кінематичних і динамічних характеристик механізму від його геометричних параметрів і закону руху.

5.І.2. Найскладнішою частиною задачі оптимального проектування КМ є вибір закону руху веденої ланки. У найсуворішій постановці ця частина задачі є варіаційною. Проте таке розв'язання трудомістке і виходить за межі курсового проекту. Тому в даному посібнику використано простіший метод [І], за якого закон руху вважається заданим на основі досвіду проектування аналогічних механізмів.

5.І.З. Розглянемо найпоширеніші в загальному машинобудуванні типи плоских кулачкових механізмів, в яких кулачок обертається, а ведена ланка рухається поступально чи обертається, тобто служить штовхачем або коромислом /рис. 5.І/.

Розглянемо два типи кулачкових механізмів: із штовчахем, що має ролик, і з плоским штовчахем /тарілчастим штовхачем/. Механізми з плоским коромислом зустрічаються значно рідше, тому в даному посібнику не вивчаються.

У подальшому для скорочення записів будемо використовувати такі позначення різних типів КМ:

РТ - із штовхачем і роликом /рис. 5.І,а/;

ПТ - із плоским штовхачем /рис. 5.І,б/;

РК - із коромислом і роликом /рис. 5.І,в/.

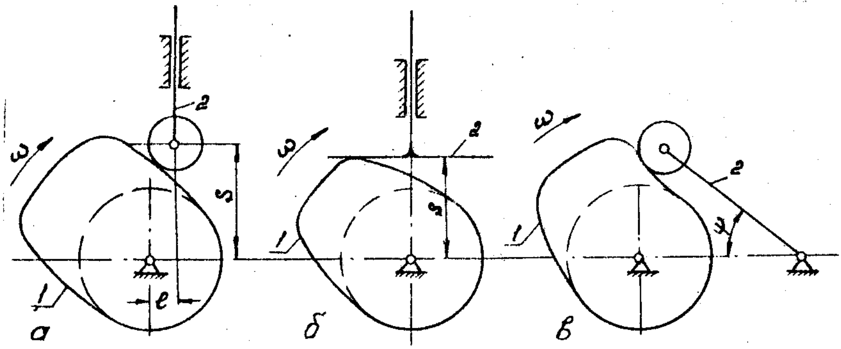


Рис. 5.I

5.I.4. Програми, що дають змогу виконувати обчислення та є необхідними при аналізі й синтезі кулачкових механізмів, зручніше будувати за принципом "нашаровування" блоків /див. п. I.2.2/. Наприклад, при розв'язанні багатьох задач використовується блок обчислення кінематичних параметрів, вміст якого залежить від заданого закону руху, але не залежить від типу механізму.

Для обчислення радіусів кривизни профілю використовується блок, який у подальшому входить до програми обчислення контактних напружень. Вміст деяких блоків /наприклад, блока визначення координат робочого профілю, блока обчислення радіусів кривизни/ є загальним для механізмів типів РТ і РК.

Використання на наступних етапах готових блоків із попередніх програм скорочує час на їх складання та відлагодження.

5.2. Визначення положення веденої ланки, її швидкості та прискорення

5.2.I. Закон руху веденої ланки.

5.2.I.I. Узагальненою координатою, що визначає положення штовхача 2 у механізмах типів РТ і ПТ /див. рис. 5.I,а,б/ візьмемо відстань S. У механізмах типу РК положення веденої ланки /коромисла/ задає кут ψ /див. рис. 5.1,в/.

Переміщення веденої ланки - це періодична функція кута повороту φ кулачкового вала. Останній беруть як аргумент.

Початок відліку φ сумістимо з початком віддалення веденої ланки /рис. 5.2/. Період роботи КМ /цикловий кут/ у більшості випадків дорівнює 2π. Він містить фази віддалення $(a-b)$, дальнього вистою $(b-c)$, зближення $(c-d)$ і ближнього вистою $(d-e)$. В окремому випадку один або обидва вистої можуть бути відсутніми. На ділянках вистою ведена ланка є нерухомою, тому профілем служать дуги окружностей з центром на осі обертання вала.

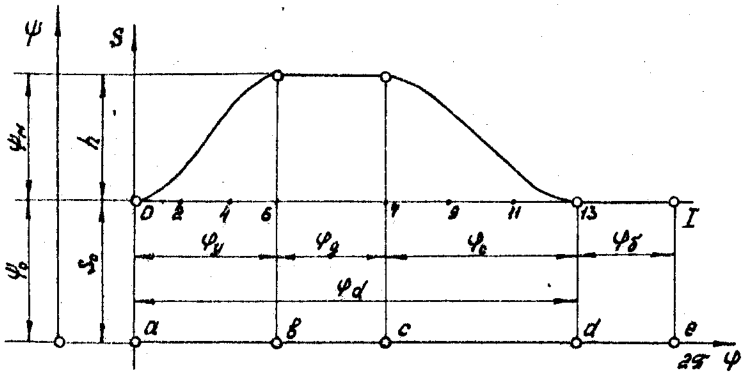


Рис. 5.2

5.2.1.2. Розглянемо на прикладі ділянки віддалення, яким умовам мають задовольняти кінематичні параметри веденої ланки. Викладення будемо вести на прикладі механізмів із штовхачем, проте воно може повторюватись і для механізмів із коромислом.

Графік переміщення штовхача зображено на рис. 5.3,а. Він має пройти крізь точки A і B, що лежать на кінцях відрізка $[0, \varphi_y]$. Різниця ординат цих точок - хід штовхача h - задана величина.

Відстань S_0 з точки зору кінематики КМ - це довільна величина, оскільки не впливає на швидкість і прискорення штовхача і виконуваний ним технологічний процес; саме тому S_0 - параметр, що варіюється в задачі синтезу КМ і буде використаний для її розв'язання.

На графіку швидкості штовхача /рис. 5.3,б/ фіксованими є точки C і D, оскільки швидкість на початку і в кінці віддалення має дорівнювати нулю. Крива v на відрізку $[0, \varphi_y]$ не повинна мати розривів, щоб виключити жорсткі удари.

Щоб виконати вимогу $v=0$ при $\varphi=\varphi_y$, графік прискорення /рис. 5.3,в/, необхідно вибрати так, щоб позитивна та негативна

27*

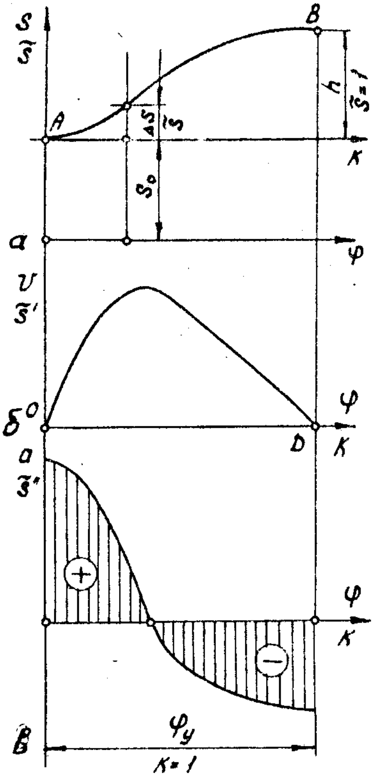


Рис. 5.3

площі під кривою $a(\varphi)$ на ділянці віддалення дорівнювали одна другій. Якщо проектується механізм, в якому неприпустимі м'які удари, крива прискорень не повинна мати розривів на відрізку $[0, \varphi_y]$. У противному разі припустимими є розриви неперервності першого роду.

Переліченим вимогам задовольняє багато законів руху. Оскільки найбільше особливості кожного закону відбиваються на залежності $a(\varphi)$, будемо задавати саме цю криву та визначати параметри, які входять до її описання, так, щоб забезпечити необхідні граничні умови для кривих швидкості та переміщення /див. рис. 5.3/. Найпоширеніші закони руху, що задовольняють сформульованим умовам, наведені в табл. 5.1.

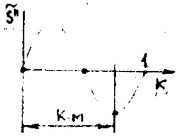
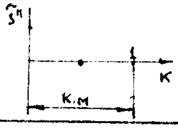
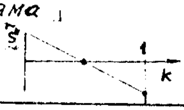
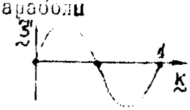
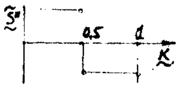
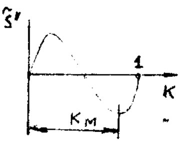
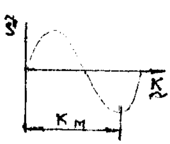
5.2.2. Безрозмірні кінематичні параметри.

5.2.2.1. Оскільки незалежною змінною взято кут повороту кулачкового вала, в процесі дослідження кінематики кулачкових механізмів можна користуватися поняттями про аналоги швидкості та прискорення /див. підрозд. 2.9/ як похідних $dS/d\varphi$ і $d^2S/d\varphi^2$. Проте зручніше ввести безрозмірні параметри [37].

Безрозмірним переміщенням веденої ланки будемо називати величини

$$\bar{S} = \frac{\Delta S}{h} \quad \text{або} \quad \tilde{S} = \frac{\Delta \psi}{\psi_M}, \qquad /5.1/$$

де ΔS, $\Delta\varphi$ – переміщення штовхача та кут повороту коромисла, відраховані від положення, що відповідає початку віддалення штовхача, Таблиця 5.I

Найменування та графік функції, що описує безрозмірне прискорення	Вирази для обчислення безрозмірних кінематичних параметрів	
I. Синусоїда $\tilde{S}_м^{*} = 0,909$ 	$\tilde{S}'' = 2\pi \sin(2\pi K)$ $\tilde{S}' = 1 - \cos(2\pi K)$ $\tilde{S} = \frac{1}{2\pi}(2\pi K - \sin(2\pi K))$	
2. Косинусоїда $\tilde{S}_м = 1,0$ 	$\tilde{S}'' = \pi^2 \cos(\pi K)/2$ $\tilde{S}' = \pi \sin(\pi K)/2$ $\tilde{S} = (1 - \cos(\pi K))/2$	
3. Похила пряма $\tilde{S}_м = 1,0$ 	$\tilde{S}'' = 6(1 - 2K)$ $\tilde{S}' = 6K(1 - K)$ $\tilde{S} = K^2(3 - 2K)$	
4. Дві дуги параболи $\tilde{S}_м = 0,906$ 	$0 \le K \le 0,5$ $\tilde{S}'' = 48K(1-2K)$ $\tilde{S}' = 8K^2(3-4K)$ $\tilde{S} = 8K^3(1-K)$	$0,5 < K \le 1;\ K^* = 1-K$ $\tilde{S}'' = -48K^*(1-2K^*)$ $\tilde{S}' = 8(K^*)^2(3-4K^*)$ $\tilde{S} = 1 - 8(K^*)^3(1-K^*)$
5. Кусково-постійне прискорення $\tilde{S}_м = 0,5$ 	$0 \le K < 0,5$ $\tilde{S}'' = 4$ $\tilde{S}' = 4K$ $\tilde{S} = 2K^2$	$0,5 < K \le 1 \quad K^* = 1-K$ $\tilde{S}'' = -4$ $\tilde{S}' = 4K^*$ $\tilde{S} = 1 - 2(K^*)^2$
6. Поліном Шуна 3-го ступеня $\tilde{S}_м = 0,942$ 	$\tilde{S}'' = 60K(1 + K(2K-3))$ $\tilde{S}' = 30K^2(1 + K(K-2))$ $\tilde{S} = K^3(10 + K(6K-15))$	
7. Поліном 5-го ступеня $\tilde{S}_м = 0,962$ 	$\tilde{S}'' = 4K(27 - 165K + 390K^2 - 420K^3 + 168K^4)$ $\tilde{S}' = 2K^2(27 - 110K + 195K^2 - 168K^3 + 56K^4)$ $\tilde{S} = K^3(18 - 55K + 78K^2 - 56K^3 + 16K^4)$	

* $\tilde{S}_м$ – безрозмірне переміщення при $K = K_м$, тобто в момент мінімуму безрозмірного прискорення.

тобто від точки A на рис. 5.3; h, $\psi'_м$ – повний хід штовхача та розмах коромисла /див. рис. 5.2/.

Аргументом беремо безрозмірний кут повороту кулачкового вала

$$K = \frac{\varphi}{\varphi_y} . \qquad /5.2/$$

Характерні точки A і B на кривій переміщень /див. рис. 5.3,а/ мають такі безрозмірні координати: для точки A $K=0$; $\tilde{S}=0$; для точки B $K=1$; $\tilde{S}=1$.

Це дає змогу спростити подальші викладки.

Першу та другу похідні позначимо відповідно

$$\tilde{S}' = d\tilde{S}/dK; \quad \tilde{S}'' = d^2\tilde{S}/dK^2 . \qquad /5.3/$$

Будемо називати ці похідні безрозмірною швидкістю та прискоренням. Графіки цих величин аналогічні зображеним на рис. 5.3,б,в. Розрізняються вони лише масштабами за осями координат.

Розглянемо залежність між безрозмірними кінематичними параметрами та аналогами швидкості й прискорення.

Із /5.1/ і /5.2/ випливає, що $dS = d\tilde{S} \cdot h$, $d\varphi = dK \cdot \varphi_y$, тому аналог швидкості

$$S' = \frac{dS}{d\varphi} = \frac{d\tilde{S}}{dK}\,\frac{h}{\varphi_y} = \tilde{S}'\,\frac{h}{\varphi_y} . \qquad /5.4/$$

Аналогічно можна показати, що

$$\tilde{S}'' = \frac{d^2\tilde{S}}{d\varphi^2} = \tilde{S}''\,\frac{h}{\varphi_y^2} . \qquad /5.5/$$

Із /5.4/ і /5.5/ випливає, що безрозмірні кінематичні параметри не залежать від фазового кута та ходу веденої ланки. У цьому полягає їх основна перевага.

Закони руху, наведені в табл. 5.1, подані в безрозмірній формі. У разі задання прискорення у вигляді синусоїди, двох дуг парабол, полінома Шуна чи полінома 5-го ступеня м'які удари відсутні. У разі задання прискорення у вигляді косинусоїди чи похилої прямої м'які удари виникають на границях відрізка віддалення /зближення/. У разі використання кусково-постійного закону розриви мають місце по краях відрізка і в точці $K = 0,5$.

5.2.2.2. Як приклад покажемо виведення рівнянь руху при заданні безрозмірного прискорення у вигляді синусоіди. Якщо

$$\tilde{S}'' = a \sin p k, \qquad /5.6/$$

то параметр p визначаємо з умови, що при k = 1,0 має закінчитись період синусоіди. Тому $2\pi = p \cdot 1$. Отже, $p = 2\pi$. Щоб визначити $\tilde{S}'$, проінтегруємо /5.6/ за аргументом k. У результаті дістанемо

$$\tilde{S}' = -\frac{a}{p}\cos p k + C_1, \qquad /5.7/$$

де C_1 – стала інтегрування, що визначається за початкових умов.

Повторно інтегруючи, знаходимо

$$\tilde{S} = -\frac{a}{p^2}\sin p k + C_1 k + C_2,$$

де C_2 – друга константа інтегрування.

Ураховуючи, що при k = 0 маємо $\tilde{S}'$ = 0; S = 0, і підставляючи ці значення в /5.7/ і /5.8/, дістаємо $C_1 = \frac{a}{p}$; $C_2 = 0$. Тому рівняння /5.7/ і /5.8/ набувають вигляду

$$\tilde{S}' = \frac{a}{p}(1 - \cos p k);$$
$$\tilde{S} = \frac{a}{p}k - \frac{a}{p^2}\sin p k. \qquad /5.8/$$

Параметр a можна визначити з умови, що при k = 1,0 маємо $\tilde{S}$ = 1,0. Підставляючи ці значення в /5.8/, знаходимо $a = p$. Тому рівняння руху штовхача остаточно мають вигляд

$$\tilde{S}'' = 2\pi \sin 2\pi k;$$
$$\tilde{S}' = 1 - \cos 2\pi k;$$
$$\tilde{S} = \frac{1}{2\pi}(2\pi k - \sin 2\pi k).$$

Саме ці вирази наведені у відповідній графі табл. 5.1.

5.2.2.3. Записані вирази для $\tilde{S}''$, $\tilde{S}'$, $\tilde{S}$ є справедливими для ділянки віддалення, у початковій точці якої $\tilde{S}$ = 0; $\tilde{S}'$ = 0. Щоб цим вимогам задовольняли значення безрозмірного переміщення та швидкості на ділянці зближення, змінимо /реверсуємо/ напрям обертання кулачка* і перенесемо початок відліку безрозмірного аргументу в

* Необхідно розрізняти обернення руху механізму, коли всім ланкам надається додатковий рух з кутовою швидкістю $-\omega$, і реверсування обертання кулачкового вала, коли кутова швидкість кулачка змінюється з $+\omega$ на $-\omega$.

точку d /див. рис. 5.2/. Тоді безрозмірний аргумент на ділянці зближення

$$K_c = \frac{\varphi_d - \varphi}{\varphi_c}, \qquad /5.9/$$

де φ_d – кут повороту кулачка, що відповідає кінцю зближення /точка d /; φ_c – фазовий кут зближення.

Диференціюючи /5.9/, знаходимо, що

$$dK_c = -\frac{d\varphi}{d_c}. \qquad /5.10/$$

Звідси випливає, що вираз для $\tilde{S}'$ на ділянці зближення можна отримати з наведених у табл. 5.1 зміною знаку. Вирази для $\tilde{S}$ і $\tilde{S}''$ є справедливими для ділянки зближення в разі підстановки в них безрозмірного аргументу K_c.

5.2.3. Програмування обчислень кінематичних параметрів.

5.2.3.1. Розіб'ємо фазові кути віддалення та зближення на n однакових частин і надамо отриманим точкам номери від нуля до n на ділянці віддалення та від $n+1$ до $2n+1$ на ділянці зближення. Для прикладу на рис. 5.2 показано нумерацію положень при $n = 6$.

У разі обертання кулачка будемо слідкувати за зміною номера точки I і безрозмірного аргументу K.

Таблиця 5.2

Значення \ Точка	a	b	c	d
φ	0	φ_y	$\varphi_y+\varphi_g$	$\varphi_y+\varphi_c+\varphi_g$
I	0	n	$n+1$	$2n+1$
K	0	1	1	0

Значення I, φ, K в характерних точках наведені в табл. 5.2.

Із викладеного випливає, що прирости безрозмірного аргументу K на ділянках віддалення та зближення відповідно

$$\Delta K_y = \frac{1}{n}; \quad \Delta K_c = -\frac{1}{n}, \qquad /5.11/$$

а прирости кута повороту кулачка

$$\Delta \varphi_y = \frac{\varphi_y}{n}; \quad \Delta \varphi_c = \frac{\varphi_c}{n}. \qquad /5.12/$$

Значення I, φ, K у кожній наступній точці можуть визначатися на ділянках віддалення та зближення операторами присвоювання $I=I+1$; $\varphi=\varphi+\Delta\varphi$; $K=K+\Delta K$, в яких значення ΔK і $\Delta\varphi$ визначаються за /5.11/ і /5.12/. Тому схема алгоритму може бути побудована так, як зображено на рис. 5.4. У блоках 2 – 4 присвоюються початкові значення змінним φ і K, обчислюються значення ΔK і $\Delta\varphi_n$, задається номер положення $N=n$, за якого мають бути закінчені обчислення для ділянки віддалення. Поточному значенню фазового кута φ_n присвоюється значення φ_y.

Після цього відбувається виклик підпрограми САМ, усередині якої визначаються коефіцієнти m_2 і m_1, на які потрібно помножити $\tilde{S}$ і $\tilde{S}$, щоб отримати S'' і S'.

Потім усередині підпрограми організується цикл, який повторюється доти, поки I не стане дорівнювати N. Усередині циклу обчислюються безрозмірні кінематичні параметри, а потім $S'', S', \Delta S$. Блок 5.2 може бути виконаний у вигляді кількох програм, початкові адреси яких визначають, для якого із законів, наведених у табл. 5.1, будуть обчислені безрозмірні кінематичні параметри. Блоки 5.6 – 5.8 забезпечують зміну значень I, K, φ усередині циклу.

5.2.3.2. Після закінчення обчислень для ділянки підйому /при $I=n$ / відбувається вихід із циклу і підпрограми. У блоках 6 і 7 задаються значення I і φ, що відповідають точці C початку зближення /див. табл. 5.2/. У блоку 8 перерозподіляються значення фазового кута, кроків ΔK і $\Delta\varphi$ для ділянки зближення.

Задання фазового кута таким, що дорівнює $-\varphi_c$, приводить до того, що в разі наступного звернення до підпрограми САМ для ділянки зближення маємо $m_1=-n/\varphi_c$; $m_2=n/\varphi_c^2$, що, у свою чергу, призведе до отримання негативних значень швидкості. Нарешті, у блоку 9 задається значення $N=2n+1$, яке забезпечить вихід із циклу в точці d /див. табл. 5.2/.

Для законів 1 – 3, 5, 6, що наведені в табл. 5.1, описаний алгоритм може бути реалізовано на ПМК.

5.2.3.3. Серед рівнянь руху, що наведені в табл. 5.1, закони кусково-постійний 5 і параболічний 4 потребують обчислень $\tilde{S}', \tilde{S}'', \tilde{S}$ за різними формулами залежно від того, чи досягло K значення 0,5. У разі кусково-постійного закону /рис. 5.5/ у точці $K=0{,}5$ можна виконати два варіанти розрахунку, узявши відповідно $\tilde{S}''=+4$ і $\tilde{S}''=-4$. Розрахунки показують, що значення реакцій у кінематичних парах є більшими у першому випадку. Тому алгоритм обчислень побудо-

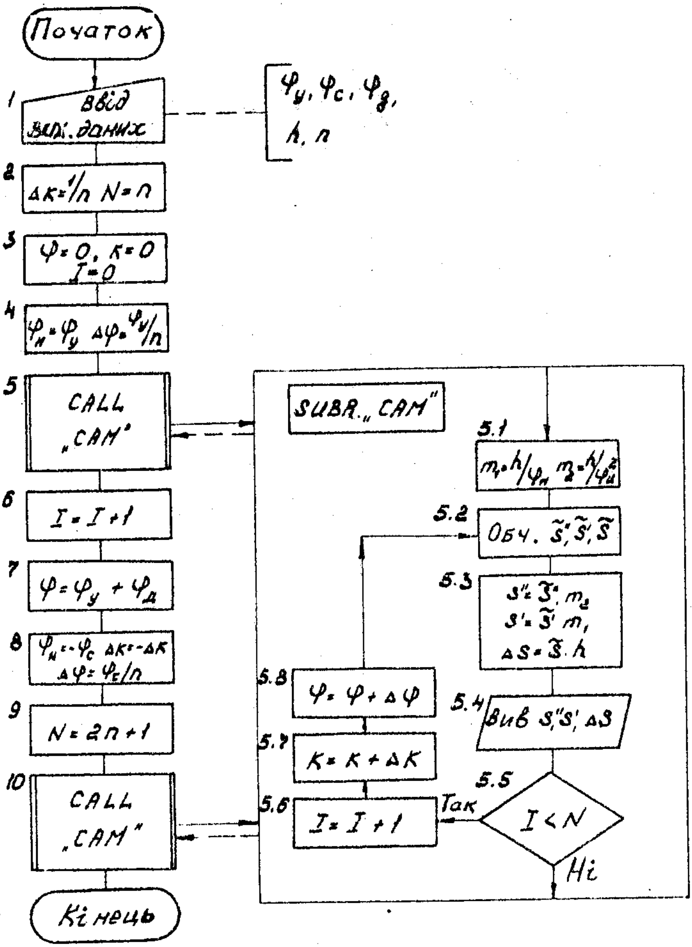

Початок
ввід вих. даних
$\varphi_y, \varphi_c, \varphi_g, h, n$
$\Delta K = 1/n \quad N = n$
$\varphi = 0, \ K = 0, \ I = 0$
$\varphi_H = \varphi_y \quad \Delta\varphi = \varphi_y/n$
CALL „CAM"
$I = I + 1$
$\varphi = \varphi_y + \varphi_Д$
$\varphi_H = -\varphi_c \quad \Delta K = -\Delta K \quad \Delta\varphi = \varphi_c/n$
$N = 2n + 1$
CALL „CAM"
Кінець
SUBR. „CAM"
$m_1 = h/\varphi_H \quad m_2 = h/\varphi_H^2$
Обч. $\tilde{S}'', \tilde{S}', \tilde{S}$
$S'' = \tilde{S}'' m_2$
$S' = \tilde{S}' m_1$
$\Delta S = \tilde{S} \cdot h$
Вив $S'', S', \Delta S$
$I < N$
Так
Ні
$I = I + 1$
$K = K + \Delta K$
$\varphi = \varphi + \Delta\varphi$

Рис. 5.4

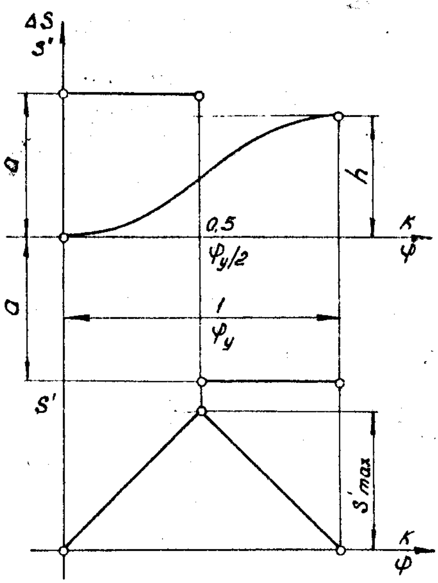


Рис. 5.5

ваний так, що при K = 0,5 розглядається лише випадок $\tilde{S}''$ = +4. Схему алгоритму обчислення кінематичних параметрів для ділянки віддалення зображено на рис. 5.6.

Звернемо увагу на те, що в логічному блоку 3 перевіряється умова $K >$ 0,5, яка відсутня у командах умовних переходів ПМК. Тому, розв'язуючи задачу на ПМК, доводиться використовувати послідовно дві команди умовних переходів за умов $X \geq 0$ і $X \neq 0$.

Циклічний алгоритм обчислення кінематичних параметрів може доповнюватись блоком 6, в якому розміщуються оператори, що використовуються на наступних етапах. Якщо профіль кулачка є симетричним, то достатньо обмежитись дослідженням лише ділянки віддалення. У цьому разі задача значно спрощується, оскільки алгоритм її розв'язання є циклічним із заданим числом повторень і не має яких-небудь особливостей.

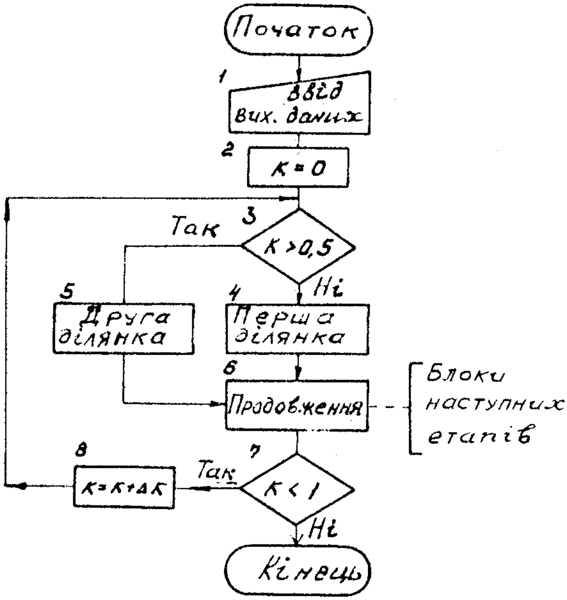


Рис. 5.6

5.2.3.4. Якщо для задання безрозмірного прискорення штовхача використати поліном 5-го ступеня, вираз для $\tilde{S}$ у загальному вигляді можна записати так:

$$\tilde{S} = K^3(q_0 + q_1 K + q_2 K^2 + q_3 K^3 + q_4 K^4).$$

Значення полінома, що стоїть у дужках, зручно обчислити за схемою Горнера [14]. Для цього S наведемо у вигляді

$$\tilde{S} = K^3(q_0 + K(q_1 + K(q_2 + (q_3 + Kq_4)))) . \quad /5.13/$$

Аналогічними виразами можна навести значення $\tilde{S}'$ і $\tilde{S}''$. Програму 1.16 обчислення зазначених величин на ПМК наведено в дод. 1. Її особливістю є послідовне обчислення величин $\Delta S'$, S', S''. Перед кожним з них до оперативної пам'яті необхідно занести значення параметрів, наведених у табл. 5.1, а також показник ступеня множника K^n, що стоїть перед дужкою /1 - для обчислення S'', 2 - для S', 3 - для ΔS /.

5.2.3.5. Для законів I - 3, 5, 6 /див. табл. 5.I/ складено комплект програм I.I7 /дод. I/. Ці програми можуть використовуватися самостійно чи разом з іншими програмами, які виконують обчислення величин, описані в наступних розділах.

Як приклад у дод. I наведені програми I.I8 і I.I9 для обчислення радіусів кривизни профілю кулачка та еквівалентного згинаючого моменту для кулачкового вала механізму типу РТ. Ці програми є сумісними з будь-якою із програм I.I7.I - I.I7.5.

Досліджуючи механізми типу РК, можна скористатись програмою 2.7, яка дає змогу знайти кінематичні параметри, координати центрового та робочого профілів, контактні напруження в парі кулачок - ролик механізму цього типу.

5.3. Визначення координат центрового та робочого профілів кулачків, їх радіусів кривизни у механізмах типів РТ і РК

5.3.I. Вибір системи координат і правила знаків для відліку кутів.

5.3.I.I. У більшості випадків координати центрового, а потім і робочого профілів кулачка зручніше задавати в параметричному вигляді, використовуючи декартову систему координат. Профіль будуємо за допомогою методу обернення руху, тобто розглядаємо рух механізму відносно кулачка і сполученої з ним системи координат, яка стає нерухомою після обернення руху.

Вивчаючи кулачкові механізми, спостерігача будемо розміщувати так, щоб він бачив напрям обертання кулачка, яке відбувається за годинниковою стрілкою. Тоді напрям оберненого руху є протилежним руху годинникової стрілки. Цей напрям беремо позитивним у разі відліку кутів. Як аргумент, що служить параметром у рівнянні профілю, беремо кут повороту механізму в оберненому русі.

Початок відліку декартової системи розмістимо на осі обертання кулачка, а її осі розташуємо так, щоб поворот від осі OX до осі OY відбувався проти годинникової стрілки /рис. 5.7/.

5.3.I.2. Якщо розглядається кулачковий механізм із штовхачем, вісь OY спрямуємо паралельно осі штовхача в момент початку віддалення.

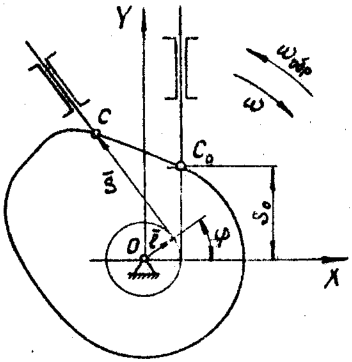


Рис. 5.7

На рис. 5.7 зображено центровий профіль кулачка: точка C_o – центр ролика в початковий момент; C – центр ролика при повороті оберненого механізму на кут φ.

Щоб визначити положення точки C у системі XOY, введемо вектори $\vec{e}$ і $\vec{S}$ /рис. 5.7/. Напрям цих векторів будемо задавати кутами, які вони складають з віссю OX.

У нецентральному механізмі типу РТ штовхач може бути зміщено уздовж осі OX на величину e як у позитивному, так і в негативному напрямах. На рис. 5.7 показано позитивне зміщення штовхача.

В окремому випадку, якщо $e = 0$ і вісь OY збігається з віссю штовхача, механізм називається центральним. Такі механізми характеризуються рядом технологічних і функціональних переваг /див. підрозд. 5.7/, тому вони найбільше поширені в техніці /наприклад, кулачкові механізми ДВС/. Досліджуючи механізми такого типу, зручніше користуватись полярною системою координат, полюс якої лежить на осі кулачка, а полярна вісь збігається з віссю штовхача в момент початку віддалення /рис. 5.8/.

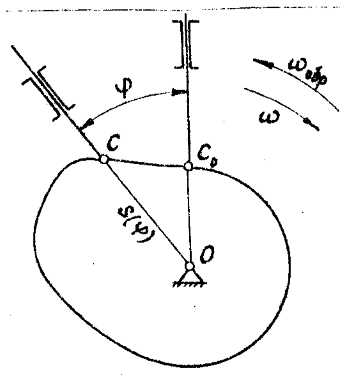
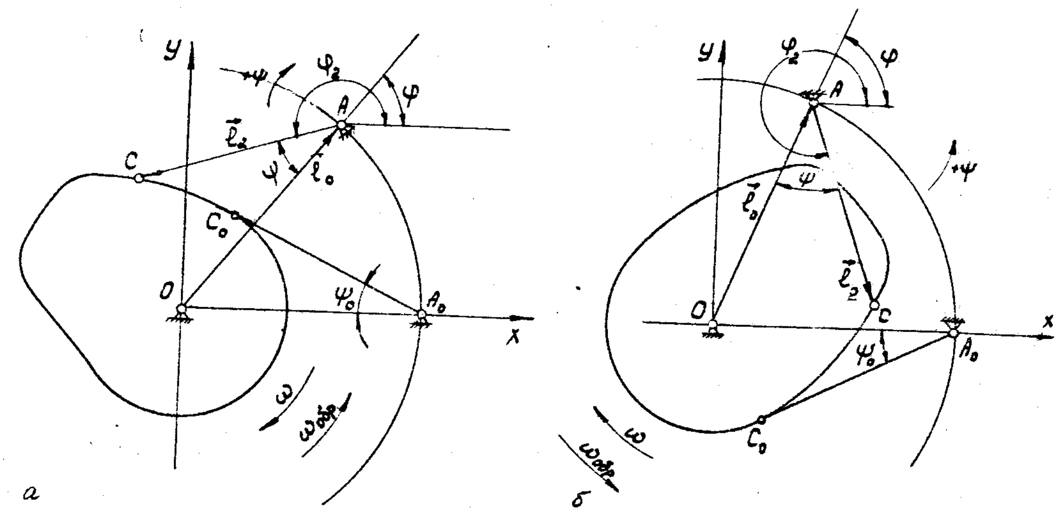


Рис. 5.8

У цьому випадку для задання положення точці C використовується залежність $S = f(\varphi)$ як рівняння центрового профілю в полярній системі.

5.3.1.3. Досліджуючи механізми типів РК, узагальненою координатою беремо кут ψ між лінією центрів OA і віссю коромисла AC /рис. 5.9/.

Позитивним для кута ψ беремо поворот від лінії центрів до осі коромисла.



y
x
O
A
A_0
C
C_0
$\vec{l}_2$
$\vec{l}_0$
φ
φ_2
ψ
ψ_0
$+\psi$
ω
$\omega_{обр}$
а
б

Рис. 5.9

У кулачковому механізмі розглядуваного типу можливими є два випадки розташування коромисла відносно лінії центрів /див. рис.5.9/. Вони аналогічні варіантам складання груп Ассура в шарнірно-важільних механізмах.

У першому випадку /рис. 5.9,а/ коромисло на фазі віддалення обертається за годинниковою стрілкою й напрям його обертання збігається з напрямом обертання кулачка. У другому випадку /рис. 5.9,б/ на фазі віддалення напрями обертання цих ланок є протилежними. Орієнтуючись на це, перший варіант механізму називатимемо позитивним, а другий – негативним.

5.3.1.4. Досліджуючи механізми типу РК, вісь OX декартової системи проведемо крізь вісь кулачка та вісь коромисла в момент початку віддалення. Вісь OY повернемо на кут 90° відносно осі OX за напрямом оберненого руху механізму /див. рис. 5.9/.

Точка C_o – центр ролика в момент, що відповідає початку віддалення. Точка C – положення центра ролика при повороті механізму в оберненому русі на кут φ. Введемо напрямні вектори ланок $\vec{e}_o$ і $\vec{e}_2$. Їх положення задамо кутами φ і φ_2, які відліковуються від осі OX.

Підкреслимо особливість КМ розглядуваного типу. У процесі їх синтезу необхідно встановити два незалежних правила розрахунку кутів. Для кута φ та його похідних знак визначається розташуванням коромисла відносно лінії центрів. На відміну від цього положення напрямних векторів визначається їх кутами з віссю OX за напрямом оберненого руху.

5.3.2. Визначення координат центрового і робочого профілів кулачка в механізмах типу РТ.

5.3.2.1. Розглянемо обернений рух механізму. Якщо до обернення кулачок рухався за стрілкою годинника, то після обернення руху стояк рухається проти стрілки годинника, а штовхач рухається уздовж напрямної. Вісь штовхача завжди торкається окружності радіуса e. Визначимо положення точки C, відповідне повороту механізму в оберненому русі, на кут φ /див. рис. 5.7/. Для цього достатньо вектор $\vec{e}$ повернути на кут φ від вихідного положення і відкласти від його кінця вектор $\vec{S}$, модуль якого визначається поточним значенням функції $S(\varphi)$ за заданого значення φ.

Повторюючи описані дії для необхідного числа точок на ділянках віддалення і зближення штовхача, визначаємо центровий профіль кулачка. На ділянках вистою профіль описаний окружностями з центром у точці O, що проходять крізь точки, відповідні початку і кінцю віддалення.

Щоб мати орієнтовне уявлення про форму кулачка, описана побудова може бути виконана графічно. Кути віддалення і зближення можуть бути при цьому розбиті на 8 - 12 частин. Для виконання креслення кулачка необхідно підрахувати координати точки C на ділянках віддалення і зближення з точністю не менше як 1 мкм і кроком 0,5...1,0°. У цьому випадку одна - дві точки, отримані графічно, можуть служити для виявлення грубих помилок у разі записування формул і складання програми.

5.3.2.2. Для аналітичного визначення координат центрового профілю спроектуємо вектори $\vec{e}$ і $\vec{S}$ на осі OX і OY. Після повороту механізму в оберненому русі на кут φ вектор $\vec{e}$ складе такий самий кут з віссю OX. У всіх наступних викладках e розглядається як алгебраїчна величина.

Кути, які складають вектори $\vec{e}$ і $\vec{S}$ з віссю OX, і проектуючі множники наведені в табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Вектор	Кут з віссю	Проектуючі множники	
		на OX	на OY
$\vec{e}$	φ	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$
$\vec{S}$	$\varphi+\pi/2$	$-\sin\varphi$	$\cos\varphi$

Користуючись табл. 5.3, дістанемо

$$X_c = e\cos\varphi - S\sin\varphi; \qquad /5.14/$$

$$y_c = e\sin\varphi + S\cos\varphi. \qquad /5.15/$$

Робочий профіль кулачка є обвідною до сімейства окружностей, радіус яких дорівнює радіусу ролика r_2, а центри лежать на центровому профілі. Тому для визначення координат робочого профілю треба мати похідні X_c' і y_c', а для встановлення радіусів кривизни - ще й другі похідні X_c'' і y_c''.

Тому продиференціюємо двічі формули /5.14/ і /5.15/. Після першого диференціювання дістаємо

$$x_c' = -[(S'+e)\sin\varphi + S\cos\varphi]; \qquad /5.16/$$

$$y_c' = (S'+e)\cos\varphi - S\sin\varphi, \qquad /5.17/$$

після другого -

$$x''_c = -[(S''-S)\sin\varphi + (2S'+e)\cos\varphi]; \qquad /5.18/$$

$$y''_c = (S''-S)\cos\varphi - (2S'+e)\sin\varphi. \qquad /5.19/$$

5.3.2.3. Робочий профіль /РП/ кулачка із силовим замиканням служить внутрішньою обвідною до згадуваного сімейства окружностей. Для визначення координат точок РП запишемо рівняння окружності радіуса r_2 з центром у точці C, тобто тій, що має координати x_c і y_c /рис. 5.10/:

$$(X-X_c)^2 + (y-y_c)^2 = r_2^2. \qquad /5.20/$$

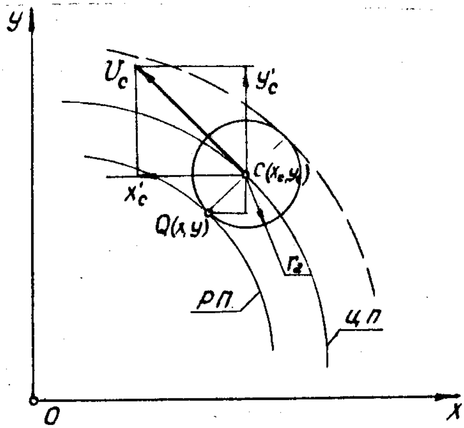


Рис. 5.10

Для визначення координат шуканої обвідної [32, гл. 13, § 11] продиференціюємо це рівняння за параметром φ з урахуванням того, що від φ залежать тільки X_c і y_c, а змінні X і y від цього аргументу не залежать. Тоді

$$-2(X-X_c)\frac{dX_c}{d\varphi} - 2(y-y_c)\frac{dy_c}{d\varphi} = 0. \qquad /5.21/$$

Сумісне розв'язання рівнянь /5.20/ і /5.2I/ дає змогу знайти рівняння зовнішньої та внутрішньої обвідних у параметричній формі.

Із /5.2I/ випливає, що

$$y - y_c = (x - x_c)\frac{x_c'}{y_c'} . \qquad /5.22/$$

Підставивши цей вираз у /5.20/, дістанемо

$$(x - x_c)^2 + (x - x_c)^2\left(\frac{x_c'}{y_c'}\right) = r_2^2 . \qquad /5.23/$$

Звідси

$$(x - x_c)^2 \frac{(x_c')^2 + (y_c')^2}{(y_c')^2} = r_2^2 .$$

Розв'яжемо це рівняння відносно x :

$$x = x_c \pm \frac{r_2 y_c'}{\sqrt{(x_c')^2 + (y_c')^2}} . \qquad /5.24/$$

Аналогічно можна знайти, що

$$y = y_c \pm \frac{r_2 x_c'}{\sqrt{(x_c')^2 + (y_c')^2}} . \qquad /5.25/$$

5.3.2.4. Два знаки у формулах /5.22/ і /5.23/ дають можливість знайти рівняння зовнішньої та внутрішньої обвідних. Виберемо знаки для визначення внутрішньої обвідної, яка нас цікавить. Візьмемо точку C на профілі кулачка у першому квадранті /див. рис. 5.I0/. У внутрішньої обвідної $x < x_c$; $y < y_c$. Ураховуючи напрям руху точки C при зростанні φ, робимо висновок, що X_c спадає і, отже, $X_c' < 0$; y_c навпаки, зростає і $y_c' > 0$. Знаки цих величин видно також на рис. 5.I0.

Розглянемо формулу /5.22/. Оскільки $y_c' > 0$, другий член у ній є додатним і для того, щоб отримати $X < X_c$, його слід брати зі знаком "-". У формулі /5.23/ другий член є від'ємним $(X_c' < 0)$, і, щоб отримати $X < X_c$, його слід брати зі знаком "-".

Отже, координати робочого профілю кулачка слід обчислювати за формулами

$$x = x_c - \frac{r_2 y_c'}{\sqrt{(x_c)^2+(y_c')^2}} ; \qquad /5.26/$$

$$y = y_c + \frac{r_2 x_c'}{\sqrt{(x_o')^2+(y_c')^2}} . \qquad /5.27/$$

В окремому випадку, коли розглядається центральний механізм типу РТ, залежність $S=f(\varphi)$ служить рівнянням центрового профілю у полярній системі координат, яка може бути використана для розв'язання задач, пов'язаних із синтезом механізму. Проте встановлення обвідної у цій системі викликає утруднення. Тому для визначення координат робочого профілю необхідно користуватися формулами /5.14/ - /5.17/, узявши в них $e = 0$, а потім для безпосереднього обчислення координат робочого профілю - формулами /5.24/ і /5.25/.

5.3.3. Визначення координат центрового та робочого профілів у механізмах типу РК.

5.3.3.1. Застосуємо метод обернення руху, надавши всім ланкам механізму обертання з кутовою швидкістю $-\omega$. Тоді повороту кулачка на кут φ за стрілкою годинника відповідає поворот лінії центрів на такий самий кут проти годинникової стрілки /див. рис. 5.9/. Умову замкненості контуру OAC можна записати так:

$$\vec{\ell}_c = \vec{\ell}_a + \vec{\ell}_2 . \qquad /5.28/$$

У табл. 5.4 вказані кути, які складають вектори ℓ_o і ℓ_2 у разі додатного та від'ємного варіантів складання /див. рис. 5.9/, а також проектуючі множники на осі OX і OY, які зв'язані кулачком.

Таблиця 5.4

Вектор		Кут з віссю OX	Проектуючі множники на вісь	
			OX	OY
ℓ_o		φ	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$
$\vec{\ell}_2$	Додатний варіант складання	$\pi+(\varphi-\psi)$	$-\cos(\varphi-\psi)$	$-\sin(\varphi-\psi)$
	Від'ємний варіант складання	$\pi+(\varphi+\psi)$	$-\cos(\varphi+\psi)$	$-\sin(\varphi+\psi)$

Використавши табл. 5.4, запишемо проекції векторів, що входять до рівняння /5.28/, на осі OX і OY:

$$x_c = \ell_0 \cos\varphi - \ell_2 \cos(\varphi \mp \psi); \qquad /5.29/$$

$$y_c = \ell_0 \sin\varphi - \ell_2 \sin(\varphi \mp \psi). \qquad /5.30/$$

5.3.3.2. Продиференціювавши двічі рівняння /5.27/ і /5.29/, дістанемо

$$x_c' = -\ell_0 \sin\varphi + \ell_2 \sin(\varphi \mp \psi)(1 \mp \psi'); \qquad /5.31/$$

$$y_c' = \ell_0 \cos\varphi - \ell_2 \cos(\varphi \mp \psi)(1 \mp \psi') \qquad /5.32/$$

і далі

$$x_c'' = -\ell_0 \cos\varphi + \ell_2\left((1 \mp \psi')^2 \cos(\varphi \mp \psi) \mp \psi'' \sin(\varphi \mp \psi)\right); \qquad /5.33/$$

$$y_c'' = -\ell_0 \sin\varphi + \ell_2\left((1 \mp \psi')^2 \sin(\varphi \mp \psi) \pm \psi'' \cos(\varphi \mp \psi)\right). \qquad /5.34/$$

Як і раніше, верхні знаки у формулах /5.29/ - /5.34/ відповідають додатному варіанту складання, а нижні - від'ємному.

Робочий профіль кулачка типу РК, як і робочий профіль кулачка в механізмі типу РТ, служить внутрішньою обвідною до сімейства окружностей радіуса r_2, центри яких лежать на центровому профілі. Тому для обчислення координат робочого профілю можуть бути використані формули /5.24/ і /5.25/, в яких будуть значення x_c, y_c, x_c', y_c' із /5.27/ - /5.30/.

Обчислення координат профілю кулачка виконується на останньому етапі синтезу механізму, після того як перевірено всі обмеження, які забезпечують його нормальну роботу, зокрема обмеження на радіуси кривизни робочого профілю, які розглядаються далі.

5.3.4. Радіуси кривизни профілю кулачка для механізмів типів РТ і РК. Технологічні обмеження на їх значення.

5.3.4.1. Було знайдено декартові координати та їх похідні за φ для механізмів розглядуваних типів. Щоб обчислити радіуси кривизни, скористаємося відомою формулою [32, гл. 6, § 4.5] для радіуса кривизни плоскої кривої, заданої в параметричній формі:

$$\rho = \frac{\left[(x_c')^2 + (y_c')^2\right]^{3/2}}{x_c' y_c'' - x_c'' y_c'}. \qquad /5.35/$$

У цій формулі радіус кривизни - алгебраїчна величина; $\rho > 0$ відповідає випуклим ділянкам профілю, $\rho < 0$ - увігнутим.

Якщо розглядається центральний механізм типу РТ і його профіль заданий рівнянням $S = f(\varphi)$ у полярній системі координат. Тоді

$$\rho = \frac{[S^2 + (S')^2]^{3/2}}{S^2 + 2(S')^2 - SS''} . \qquad /5.36/$$

Розв'язування в цьому випадку простіше, оскільки немає необхідності обчислювати X_c', Y_c', X_c'', Y_c'', а для обчислення ρ безпосередньо використовуються задані кінематичні величини S, S', S''.

5.3.4.2. У загальному випадку на кожній із фаз руху веденої ланки профіль кулачка має випуклу і ввігнуту ділянки. Як приклад на рис. 5.II показано типовий графік зміни радіуса кривизни на ділянці віддалення. При $\varphi = \varphi^*$ має місце розрив другого роду. Цьому куту повороту відповідає точка перегину на профілі кулачка. На відрізку $[0, \varphi^*]$ профіль увігнутий, а на $[\varphi^*, \varphi_y]$ - випуклий.

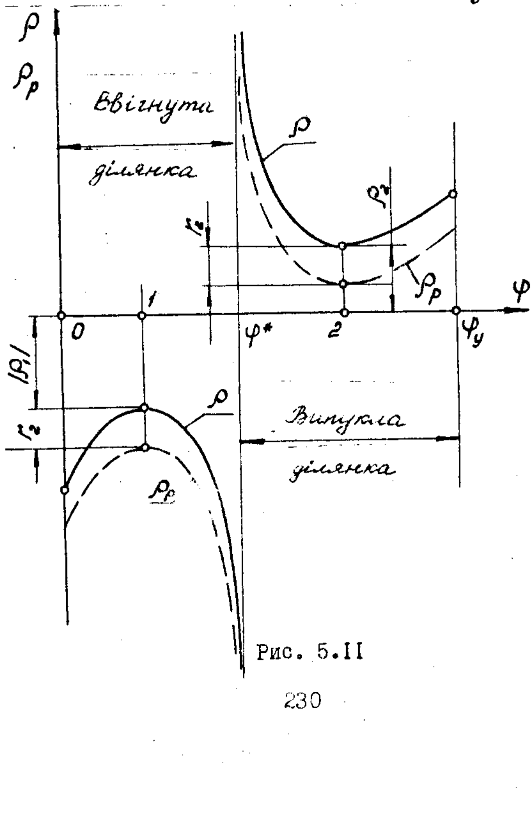


Рис. 5.II

Найбільший інтерес для подальшого дослідження викликають точки I і 2, де значення ρ є екстремальними. Точка 2 відповідає найменшому радіусу кривизни випуклої ділянки профілю, точка I – найменшому за модулем радіусу кривизни ввігнутої ділянки.

5.3.4.3. Щоб встановити обмеження, що накладаються на радіуси кривизни, запишемо співвідношення між радіусами кривизни центрового та робочого профілів /для одного й того самого значення φ /:

$$\rho_p = \rho - r_2 , \qquad /5.37/$$

де ρ_p – радіус кривизни робочого профілю.

Рівність /5.37/ справедлива і для випуклої, і для ввігнутої ділянок. У другому випадку ρ_p і ρ є від'ємними. Із /5.37/ випливає, що на випуклих ділянках профілю зменшення ρ і збільшення r_2 призводить до зменшення ρ_p. Виготовлення кулачків з малими радіусами кривизни викликає технологічні ускладнення. Тому необхідно, щоб для випуклих ділянок профілю виконувалась умова

$$\rho_p \geq r_m , \qquad /5.38/$$

де r_m – найменше допустиме за технологічними умовами значення радіуса кривизни випуклих ділянок робочого профілю. За середнього рівня технології можна забезпечити r_m = 2,5...3,0 мм.

Найбільш небезпечною з точки зору порушення умови /5.38/ є точка 2 /див. рис. 5.11/. Тому, підставивши у /5.38/ значення ρ_p із рівняння /5.37/ і узявши $\rho = \rho_2$, знайдемо

$$\rho_2 - r_2 \geq r_m , \qquad /5.39/$$

яке буде технологічним обмеженням на радіуси кривизни випуклих ділянок центрового профілю.

5.3.4.4. Найчастіше профіль кулачка отримують шліфуванням /чи фрезеруванням/ його контурної поверхні за методом обведення, задаючи такий відносний рух інструменту і заготовці, який забезпечує отримання необхідного робочого профілю, тобто спосіб виготовлення кулачків аналогічний способу виготовлення зубчастих коліс. Щоб інструмент міг стикатися з робочим профілем заготовки в кожній точці /рис. 5.12/ на ввігнутих ділянках, має виконуватись умова

$$|\rho_p| > r_i , \qquad /5.40/$$

де r_i – найменший використовуваний на даному заводі радіус інструмента. Деякі заводи допускають r_i = 75 мм, що є нижньою межею, а інші зовсім не допускають увігнутих ділянок на профілі кулачка.

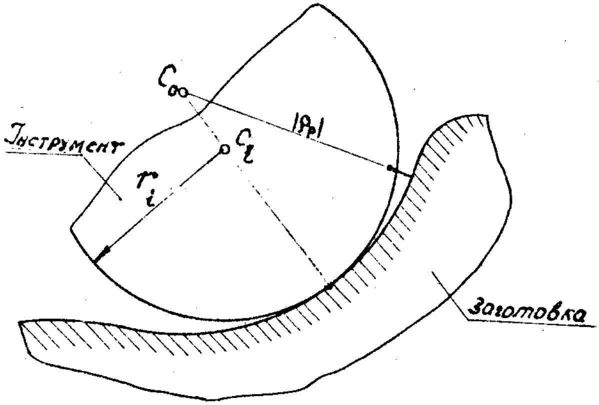


Рис. 5.12

Найбільш небезпечною з точки зору порушення умови /5.40/ є точка I /див. рис. 5.11/, де $|\rho_p| \to min$.

Для ввігнутих ділянок профілю рівняння /5.37/ можна переписати у вигляді

$$|\rho_p| = |\rho| + r_2 .$$

Підставивши $|\rho_p|$ в /5.40/ і поклавши $|\rho| = |\rho_1|$, дістанемо

$$|\rho_1| + r_2 > r_i . \qquad /5.41/$$

Це рівняння є технологічним обмеженням на радіуси кривизни ввігнутих ділянок центрового профілю.

5.4. Визначення кутів тиску в механізмах типів РТ і РК. Синтез цих механізмів за умови обмеження кута тиску

5.4.1. Визначення кута тиску.

5.4.1.1. Покажемо напрям реакції R між кулачком і роликом у механізмі типу РТ /рис. 5.13,а/. Позначимо кут θ між напрямом штовхача і напрямом реакції.

Кут між напрямом швидкості веденої ланки та напрямом нормалі назвемо кутом тиску і будемо вважати його додатним, якщо поворот від вектора швидкості до нормалі відбувається за напрямом обертання кулачка.

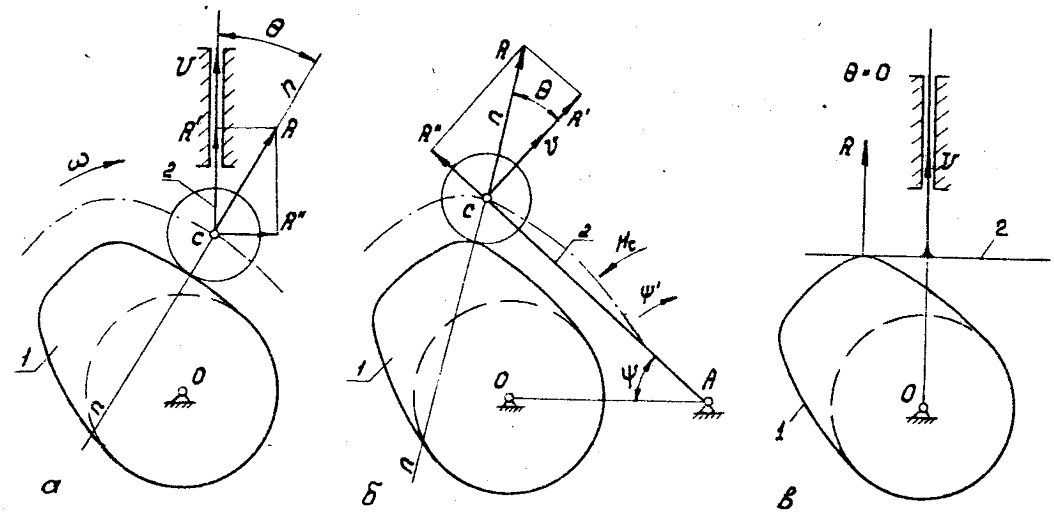


Рис. 5.13

Користуючись кутом тиску, розкладемо реакцію R на складові R' і R''. Складову R' назвемо ефективною силою, загубленою силою, через те що вона не сприяє подоланню технологічних сил і тільки навантажує опору штовхача. Природно, що ми зацікавлені в зниженні $R'' = R\sin\Theta$, а отже, і в зменшенні кута тиску Θ.

Аналогічне розкладання реакцій R можна виконати і в механізмі типу РК. У цьому разі загублена сила R'' деформує коромисло /стискає чи розтягує/. Так що і в цьому механізмі корисним є зниження кута Θ.

У механізмах тиску ПТ напрям реакції увесь час паралельний осі штовхача, і кут $\Theta = 0$. Тому завдання його обмеження в механізмах типу ПТ не ставиться.

Як стане зрозуміло з підрозд. 5.5, реакції в кінематичних парах кулачкових механізмів залежать не тільки від значень кута тиску і тому, обмеживши його значення, ми не отримаємо оптимального розв'язку, але через простоту він застосовується порівняно часто, а тому буде розглянутий в цьому розділі.

5.4.2. Кут тиску та його обмеження в механізмі типу РТ.

5.4.2.1. Для визначення кута тиску скористаємося відомою [38] формулою

$$tg\Theta = \frac{S' + e}{S_0 + \Delta S}, \qquad /5.42/$$

де e - ексцентриситет, що розглядається як алгебраїчна величина.

У формулі /5.39/ S' і ΔS - це функції кута φ повороту кулачкового вала, тому і кут Θ змінюється залежно від φ. Прослідкувати за змінами Θ зручно, якщо побудувати графік $S' = f(S)$ і використати для цього відомі значення S і S'. На рис. 5.14 показано визначення точки на графіку, що відповідає деякому довільно вибраному куту повороту φ. Відкладемо відрізок e униз від точки O /при $e > O$ / і позначимо точку O^*. З'єднавши будь-яку точку a на графіку з точкою O^*, дістанемо промінь O^*a, кут α нахилу якого відносно осі S дорівнює куту тиску Θ. Наприклад, для точки a отриманого графіка $tg\alpha = (ab + bc)/cO^*$. Але відрізки ab, bc, cO^* у відповідних масштабах зображують S', e, S для вибраного $\overline{\varphi}$. Тому права частина отриманого виразу дорівнює правій частині виразу /5.42/ і $\alpha = \Theta$.

З отриманого графіка /рис. 5.14/ випливає, що кут тиску досягає своїх найбільших за модулем значень поблизу точок 2 і 4, де S'

має екстремуми. Ці положення є небезпечними для механізму через несприятливі співвідношення між складовими R' і R'' реакції у вищій парі.

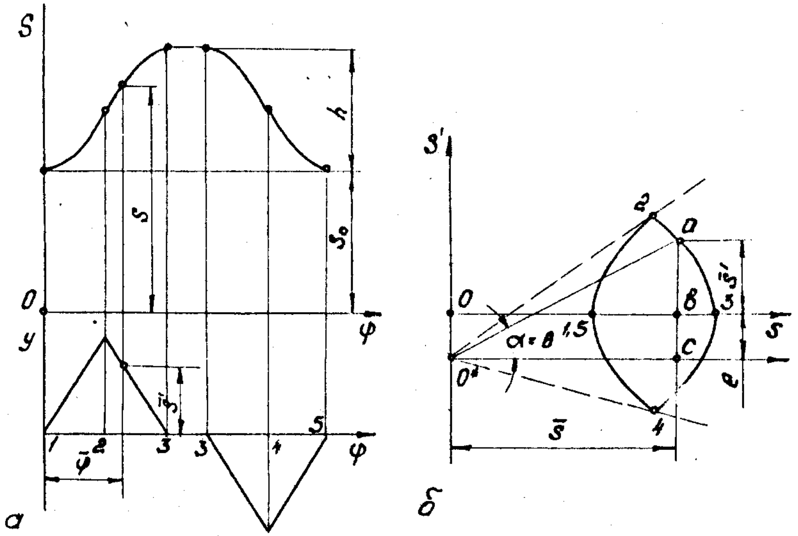


Рис. 5.14

Застосування ексцентриситета дає змогу зменшити найбільше значення кута тиску на одній із фаз за рахунок збільшення його на другій фазі. При $e > 0$ збільшується найбільше значення кута θ на фазі віддалення, а на фазі зближення – зменшується. І, навпаки, при $e < 0$ зменшується найбільше значення θ на фазі віддалення.

За однакових законів руху та однакових фазових кутів графік $S' = f(S)$ є симетричним відносно осі абсцис. Тому найбільше граничне значення кута тиску буде отримане при $e = 0$.

5.4.2.2. Поставимо своїм завданням знайти значення параметрів S_o і e так, щоб виконувалась умова [24]

$$|\theta| \leq [\theta], \qquad /5.43/$$

де $[\theta]$ – допустиме для даного типу механізму значення кута тиску.

Для цього ми повинні мати в своєму розпорядженні залежності $\Delta S = f(\varphi)$ і $S' = f'(\varphi)$ /рис. 5.15,а/. Користуючись ними, побудуе-

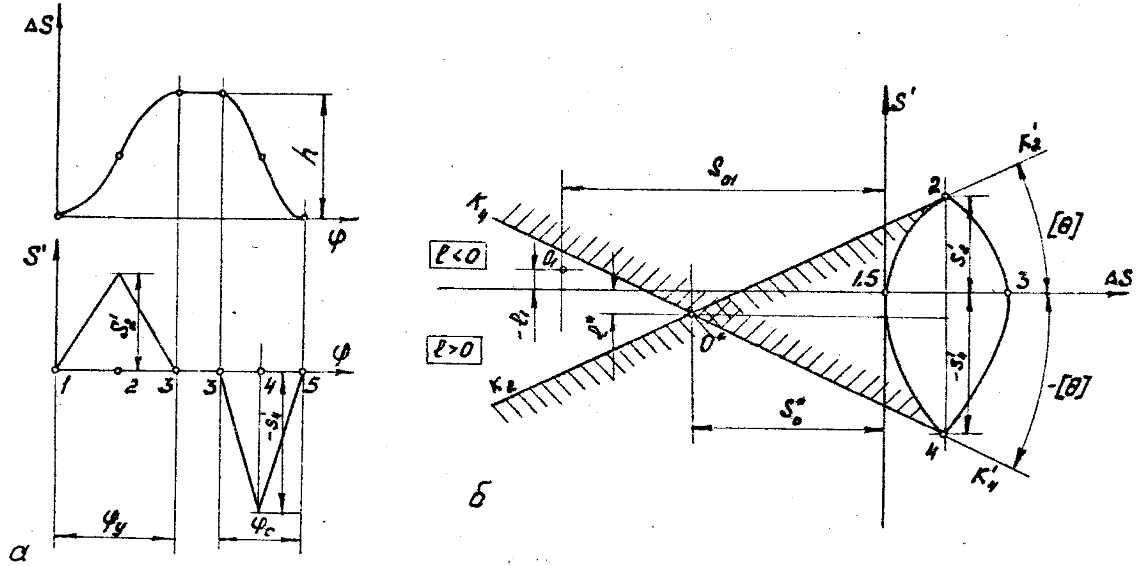


Рис. 5.I5

мо графік $S' = F(\Delta S)$/рис. 5.15,б/. На площині S', ΔS кожному набору параметрів S_o і e відповідає певна точка, і навпаки. Наприклад, точка O_1 на рис. 5.15,б відповідає S_{o1} і e_1.

Область вище осі ΔS відповідає від'ємним значенням e. Додатним значенням e відповідає область нижче осі ΔS. Наприклад, точці O_1 відповідає $e < O$.

Проведемо дві дотичні до графіка $S' = F(\Delta S)$ під кутами $\pm[\theta]$ /прямі $K_2 - K_2'$ і $K_4 - K_4'$ на рис. 5.15,б/. Область вище прямої $K_2 - K_2'$ відповідає точкам, в яких найбільше додатне значення $\theta_{max} < [\theta]$. В області нижче цієї прямої наведена нерівність не дотримується, тому її заштриховано. Виконавши аналогічне міркування для прямої $K_4 - K_4'$, заштрихуємо недопустиму зону вище цієї прямої. Тому умова /5.43/ виконується, якщо за центр кулачка вибрано точку в незаштрихованій зоні /наприклад, точку O_1 /.

Отже, поставлене завдання про обмеження кута тиску має безліч розв'язків – усі точки незаштрихованої області. Тому можна доповнити умови синтезу умовою отримання кулачка найменших габаритних розмірів. Цим умовам задовольняє точка O^*, якій відповідають S_o^* і e^*. У разі задання цих значень параметрів кулачок має найменші габаритні розміри та виконується умова /5.43/ обмеження кута тиску. Якщо графік $S' = F(\Delta S)$ є симетричним відносно осі ΔS, точка O^* лежить на осі ΔS і $e^* = 0$.

Знайдемо значення S_o^* і e^*, відповідні точці O^*. Із рис. 5.15,б випливає, що точки дотику прямих $K_2 K_2'$ з кривою $S' = F(\Delta S)$ лежать поблизу точок 2 і 4. Тому

$$S_0^* \cong \frac{S_2' - S_4'}{2\, tg[\theta]} - \Delta S_2 , \qquad /5.44/$$

де S_2', S_4' – найбільші за модулем значення аналогів швидкості в точках відповідно 2 і 4, узяті зі своїми знаками; ΔS_2 – переміщення штовхача, що відповідають точці 2 або 4; для всіх законів, наведених у табл. 5.1, $\Delta S_2 = 0,5h$.

Із рис. 5.15 випливає, що

$$e^* = \frac{S_2' - S_4'}{2} - S_2' = -\frac{S_2' + S_4'}{2}.$$

5.4.3. Кут тиску та його обмеження в механізмі типу РК.

5.4.3.1. Кут тиску в механізмі типу РК визначається так, як показано на рис. 5.13,б. Нормаль до профілю кулачка проходить крізь точку P – миттєвий центр відносного руху /рис. 5.16/. Положення цієї точки на лінії центрів OA згідно з основною теоремою зачеплення визначає пропорція

$$\frac{PO}{PA} = \frac{\omega_2}{\omega_1} . \qquad /5.45/$$

У разі додатного варіанта складання /рис. 5.16,а/ кулачок і коромисло на фазі віддалення обертаються в одному напрямі, тому точка P лежить за межами відрізка AO /з боку точки O, через те що $\omega_1 > \omega_2$ /.

Проведемо крізь точку O лінію, паралельну нормалі PC, і позначимо точку K її перетину з коромислом AC. Із подібності ΔPCA і ΔOKA випливає, що

$$\frac{CK}{AC} = \frac{PO}{PA} = \frac{\omega_2}{\omega_1} .$$

Звідси

$$CK = \ell_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = \ell_2 \psi' .$$

У разі додатного варіанта складання точка K лежить усередині відрізка AC, тому $AK = \ell_2(1-\psi')$, у разі від'ємного /рис.5.16,б/ – за його межами, тому $AK = \ell_2(1+\psi')$. Ці дві формули можна об'єднати:

$$AK = \ell_2(1 \mp \psi') . \qquad /5.46/$$

/верхній знак відповідає додатному варіанту складання/.

Якщо з точки O опустити перпендикуляр OD на вісь коромисла AC, то кут між сторонами OD і OK дорівнюватиме θ. Із рис. 5.16 випливає, що

$$tg\,\theta = \frac{DK}{DO} , \qquad /5.47/$$

проте $DK = AK - DA;\ DO = \ell_0 \sin\psi;\ DA = \ell_0 \cos\psi$.

Підставивши значення DA, AK, DO у /5.47/, дістанемо

$$tg\,\theta = \frac{\ell_2(1 \mp \psi') - \ell_0 \cos\psi}{\ell_0 \cos\psi} = u . \qquad /5.48/$$

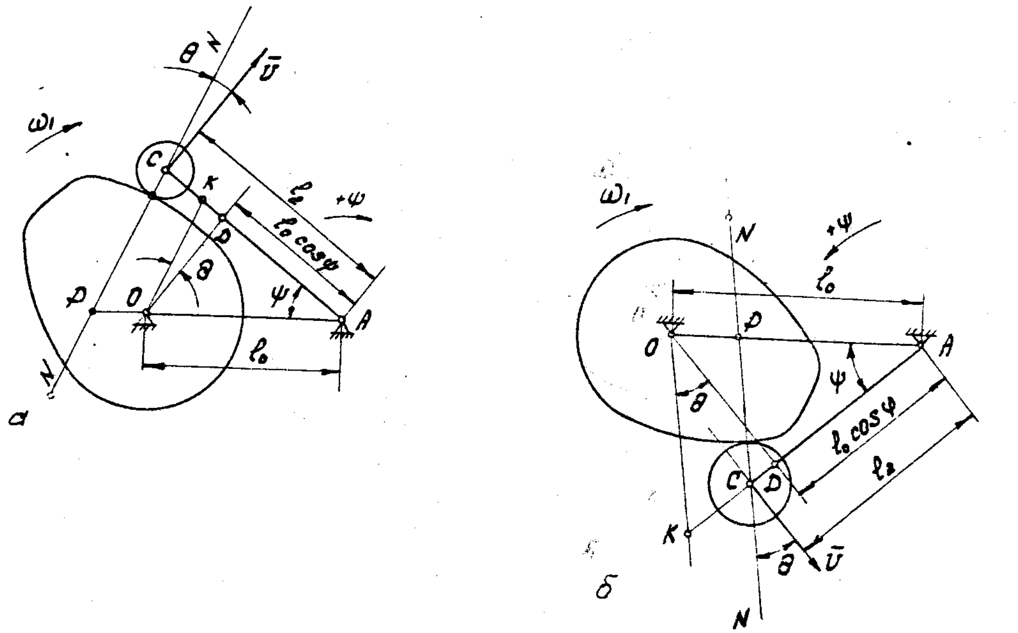


Рис. 5.I6

Оскільки $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, із /5.48/ випливає, що

$$\theta = arctg(u). \qquad /5.49/$$

5.4.3.2. Прослідкувати за зміною кута тиску можна за допомогою такої побудови. Покажемо на рис. 5.17,а ряд положень коромисла, що відповідають повороту кулачка на однакові кути $\Delta \varphi$ на фазі віддалення. На кожному з променів, що зображують коромисло, відкладемо відрізки $\ell_2 \psi'$ у бік точки A на ділянці віддалення /або на ділянці зближення/. З'єднаемо отримані точки плавною кривою.

Значення кута тиску θ для вибраного кута φ можна знайти, якщо точку $\bar{K}$ з'єднати з центром O. Кут між променем OK і перпендикуляром до відповідного положення коромисла дорівнює куту тиску в положенні, що розглядається. На рис. 5.17,б показано графік зміни θ для розглянутого механізму. Із побудови видно, що найбільших за модулем значень величина θ досягає поблизу точок 2 і 4, де ψ' має екстремуми.

Покажемо, як знайти значення ψ_o і відношення ℓ_2/ℓ_o так, щоб виконувалась умова /5.43/ для механізму розглядуваного типу.

Виберемо довільне положення ланки AC_2 /рис. 5.18/ як середне положення, за якого $\Delta\varphi = \varphi_{п}/2$, тобто за нього ψ' досягае свого найбільшого значення ψ'_2. Розглянемо найпростіший випадок однакових фазових кутів і однакових законів руху під час віддалення та зближення.

Відкладемо на відрізку AC вправо та вліво від точки C відрізки $CK_2 = CK_4 = \ell_2 \psi'_2$ і крізь точки K_2 і K_4 проведемо промені під кутами $\frac{\pi}{2} \pm [\theta]$ до відрізка AC. Зона праворуч від променя $K_2 - K'_2$ відповідає такому вибору центра кулачка, за якого кут тиску на ділянці віддалення е меншим від $[\theta]$. Ліворуч від цього променя розташовується частина площини, де ця умова не виконується, тому вона заштрихована як неприпустима.

Розмірковуючи аналогічно, можна дійти до висновку, що праворуч від променя $K_4 - K'_4$ лежить зона, неприпустима за значеннями кута тиску на ділянці зближення, тому вона також заштрихована. Областю припустимих розв'язків е незаштрихована частина площини між променями $K_2 - K'_2$ і $K_4 - K'_4$. Як і в разі механізму типу РТ, отримано багато розв'язків. Отже, умови синтезу можуть бути доповнені вимогами найменших габаритних розмірів механізму. Точка O^* перетину прямих $K_2 - K'_2$ і $K_4 - K'_4$ – центр кулачка найменших габаритних розмірів, для якого виконується /5.40/ обмеження кута тиску. Знайдемо значення ℓ_o^* і ψ_o^*, які відповідають знайденому оптимальному розв'язку.

31 - 3084

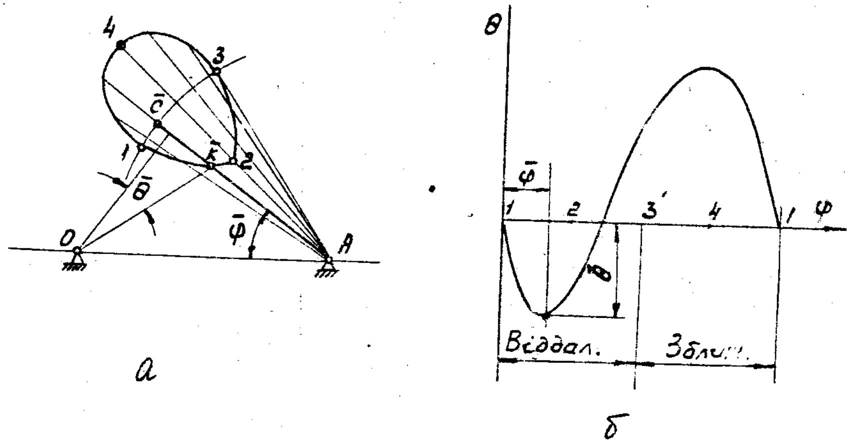


Рис. 5.17

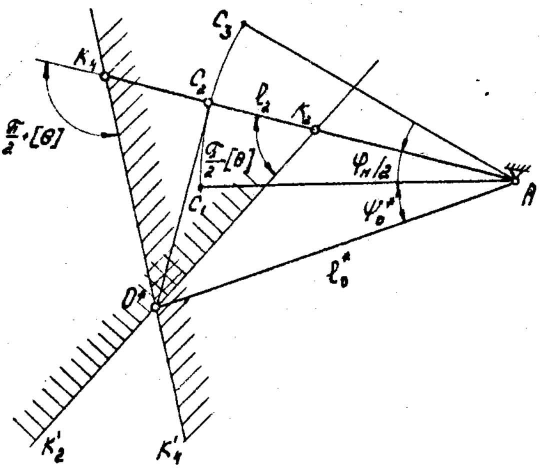


Рис. 5.18

Із розглядання прямокутного $\Delta C_2 K_2 O^*$ випливає, що

$$C_2 O^* = \frac{C_2 K_2}{tg[\theta]} .$$

Із розглядання прямокутного $\Delta C_2 O^* A$ випливає, що

$$tg\left(\psi_0^* - \frac{\psi_m}{2}\right) = \frac{C_2 O^*}{C_2 A} = \frac{\ell_2 \psi_2'}{\ell_2 \, tg[\theta]} = \psi_2' / tg[\theta] ,$$

звідки

$$\psi_0^* = arctg\left(\frac{\psi_2'}{tg[\theta]}\right) - \frac{\psi_m}{2} . \qquad /5.50/$$

Із того самого трикутника випливає, що

$$\frac{\ell_2}{\ell_0} = cos\left(\psi_0^* - \frac{\psi_m}{2}\right) . \qquad /5.51/$$

Із /5.51/ випливає, що прийняті умови синтезу визначають тільки відношення ℓ_2 / ℓ_0, але не кожну з цих величин окремо.

5.5. Визначення реакцій у кінематичних парах КМ типів РТ і РК

5.5.І. Сили, що діють на ведену ланку.

5.5.І.І. При роботі кулачкового механізму до його веденої ланки може бути прикладено силу технологічного опору і в разі силового замикання - силу пружини. В результаті в кінематичних парах виникають динамічні реакції які будемо визначати методом кінетостатики. При цьому користуємося принципом Даламбера і вводимо головний вектор сил інерції веденої ланки /у механізмах типу РТ/ або головний момент сил інерції /механізми типу РК/. Визначаючи динамічні реакції, будемо враховувати силу тертя F, що виникає у поступальній парі механізмів із штовхачем. Вплив моментів тертя в обертальних парах звичайно несуттєвий і ним будемо нехтувати.

У разі дії прикладених до механізму сил може настати втомленісне руйнування його ланок і профілю кулачка. Крім того, вал механізму під дією реакції R вигинається. Якщо частота зміни реакції R як збурююча сила у коливальній системі вала є близькою до власної частоти цієї системи, необхідно виконати розрахунок вимушених коливань вала. У багатьох випадках власна частота значно перевищує частоту збурення, а тому можна обмежитись визначенням статичного прогину вала під дією сили R і обмежити його значення деяким припустимим значенням.

5.5.І.2. Розглянемо сили, прикладені до веденої ланки, на прикладі механізму типу РТ. У загальному випадку на штовхач діє сила пружини $Q_{пр}$ і технологічна сила Q, що відіграють роль сил, що задаються. Для використання методу кінетостатики прикладемо до штовхача приведену силу інерції:

$$P = -m_T a , \qquad /5.52/$$

де m_T - приведена маса штовхача і з'єднаних з ним деталей; $a = S''\omega^2$ - прискорення штовхача; ω - кутова швидкість кулачкового вала.

Сумарна активна сила, яку прикладено до штовхача,

$$P_c = P + Q_{пр} + Q .$$

Вона спрямована за віссю штовхача і розглядається як алгебраїчна величина, додатний напрям якої збігається з віссю OY. Силове замикання вищої пари буде забезпечене, якщо $P_c < O$.

31*

У напрямній штовхача та у вищій парі виникають реакції, показані на рис. 5.19. Нехтуючи тертям на осі ролика, беремо, що реакція R спрямована за нормаллю до профілю кулачка.

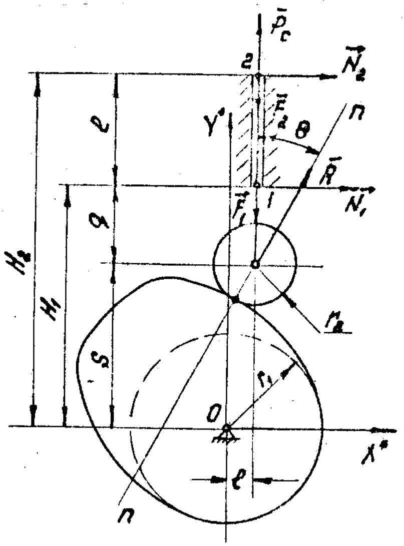


Рис. 5.19

Нормальні реакції N_1 і N_2 на штовхач з боку напрямної вважаємо зосередженими на її кромках, у точках 1 і 2. У цих самих точках прикладені сили тертя F_1 і F_2. На рис. 5.19 показано їх напрям у разі віддалення штовхача.

5.5.1.3. Розглянемо визначення початкового значення сили пружини та її жорсткості з умови силового замикання вищої пари. Ураховуючи взяте правило знаків, дістаємо

$$Q_{пр} = -(Q_o - C\Delta S), \qquad /5.53/$$

де Q_o - зусилля пружини при $\Delta S = 0$ /попередня затяжка/; C - жорсткість пружини.

Технологічні сили звичайно притискають ролик до кулачка. Тому розрахунок пружини ведеться для небезпечнішого режиму холостого ходу, коли $Q = 0$.

Побудуємо графік залежності P від ΔS /рис. 5.20, крива I/ і покажемо на ньому силу пружини у вигляді похилої прямої 2, що відповідає формулі /5.53/. Замикання вищої пари буде забезпечене, якщо в положенні механізму, коли сила інерції досягає найбільшого значення P_M /точка M на рис. 5.20/, виконується умова

$$|Q_{пр}| = K_1 P_M, \qquad /5.54/$$

де K_1 – вибраний коефіцієнт запасу, звичайно беруть $K_1 = 1,2...1,3$.

Окрім наведеної умови початкове значення Q_0 сили пружини в точці O має бути позитивним, щоб забезпечити надійне притиснення ролика до кулачка в момент початку віддалення. Якщо запас зусилля в точці O узяти таким, що дорівнює запасу в точці M, то

$$Q_0 = (K_1 - 1) P_M; \qquad /5.55/$$

$$C = P_M / \Delta S_M, \qquad /5.56/$$

де ΔS_M – переміщення штовхача, що відповідає точці M.

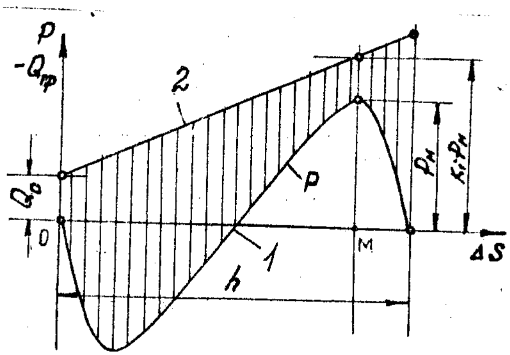


Рис. 5.20

У табл. 5.I наведені значення $\Delta S_M / h$ для розглядуваних законів руху. Кусково-постійний закон зміни S'' має найменше значення ΔS_M, отже, жорсткість пружини в цьому випадку має бути найбільшою, що несприятливо діє на навантаженість кінематичних пар.

5.5.1.4. До коромисла механізму типу РК прикладено технологічну силу, силу пружини та головний момент сил інерції коромисла $M_{iH} = -\mathcal{J}_2\mathcal{E}_2$, де $\mathcal{J}_2$, $\mathcal{E}_2$ – приведений момент інерції коромисла та його кутове прискорення. Тому для механізмів типу РК умова /5.54/ має бути замінена аналогічною умовою для моменту пружини $M_{пр}$ і найбільшого значення M_{iM}:

$$\left| M_{пр} \right| = K_1 \mu_{iM} . \qquad /5.57/$$

Моменти в /5.57/ узяті відносно коромисла.

5.5.2. Визначення реакцій у кінематичних парах.

5.5.2.1. У механізмі типу РТ реакцію R у вищій парі між роликом і кулачком спрямовано за нормаллю до профілю і складає кут Θ з віссю штовхача. Реакцію R вважаємо позитивною, якщо її спрямовано від осі обертання кулачка /див. рис. 5.19/. У разі силового замикання завжди $R > 0$. Якщо використовується кінематичне замикання, значення R змінює знак.

5.5.2.2. Щоб визначити реакції в кінематичних парах, складемо рівняння рівноваги штовхача. Рівняння проекцій на вісь має вигляд

$$P_c + R\cos\Theta + F_1 + F_2 = 0 . \qquad /5.58/$$

Значення R, P_c, F_1, F_2 необхідно підставляти в /5.58/ зі своїми знаками.

Рівняння моментів відносно точок 1 і 2 мають вигляд

$$Rq\sin\Theta - N_2\ell = 0 ;$$

$$R(q+\ell)\sin\Theta + N_1\ell = 0 .$$

Зв'дси

$$N_2 = R\sin\Theta \frac{q}{\ell} ; \qquad /5.59/$$

$$N_1 = -R\sin\Theta\left(1 + \frac{q}{\ell}\right) . \qquad /5.60/$$

Із /5.59/ і /5.60/ випливає, що $|N_1| > |N_2|$. Тому небезпечним є тиск на нижній кромці напрямної штовхача, найбільше значення якої необхідно обмежувати під час проектування КМ.

Сили тертя пов'язані з реакціями рівняннями

$$F_1 = \mp |N_1| f = \mp f \frac{q}{\ell} |R \sin\theta| ;$$

$$F_2 = \mp |N_2| f = \mp f \left(1 + \frac{q}{\ell}\right) |R \sin\theta| ,$$

де верхні знаки відповідають віддаленню штовхача, а нижні - зближенню.

У /5.58/ входить сума

$$F_1 + F_2 = \mp f \left(|N_1| + |N_2|\right) = \mp f |R \sin\theta| \left(1 + 2\frac{q}{\ell}\right). \qquad /5.61/$$

Розглянемо окремо механізми із силовим і кінематичним замиканням.

5.5.2.3. У разі силового замикання реакція завжди є позитивною і може бути винесена із-під знаку модуля в /5.61/ без зміни знаку. Підставивши значення $F_1 + F_2$ в /5.58/, дістанемо

$$P_c + R\cos\theta \mp R\mu = 0 ,$$

де $\mu = f |\sin\theta| \left(1 + 2\frac{q}{\ell}\right)$ - еквівалентний /приведений/ коефіцієнт тертя у поступальній парі.

Розв'яжемо записане рівняння відносно R:

$$R = -\frac{P_c}{\cos\theta \mp \mu} . \qquad /5.62/$$

5.5.2.4. У разі кінематичного замикання на ділянках, де $P_c < 0$ і, отже, $R > 0$, справедливою є формула /5.62/. Якщо $P_c > 0$, то $R < 0$ і в /5.61/ R можна винести із-під знаку модуля, змінивши знак у правій частині. Отже,

$$F_1 + F_2 = \pm f R |\sin\theta| \left(1 + 2\frac{q}{\ell}\right) \text{ (при } R < 0) , \qquad /5.63/$$

де верхній знак, як і раніше відповідає ділянці віддалення. У розглядуваному випадку

$$R = -\frac{P_c}{\cos\theta \pm \mu} . \qquad /5.64/$$

На рис. 5.2I схематично показано правило використання знаків у знаменнику формул /5.62/ і /5.64/.

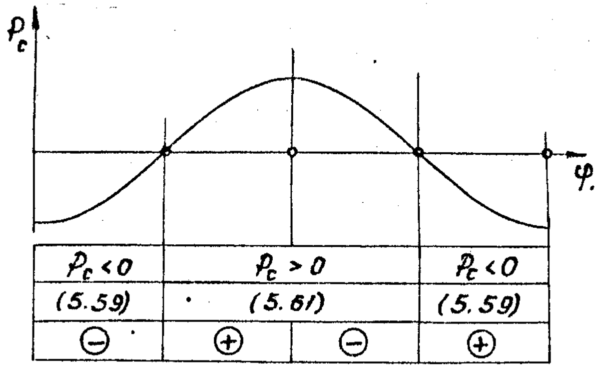


Рис. 5.2I

5.5.2.5. Якщо до коромисла механізму типу РК прикладено сумарний момент M_c, то його зрівноважує ефективна складова реакція R. Із рис. 5.13,б випливає, що

$$R = \frac{M_c}{\ell_2 \cos\theta} . \qquad /5.65/$$

Визначення реакції R_A на осі коромисла залежить від способу передачі зусилля до виконавчої ланки. Вплив сил тертя в механізмах цього типу звичайно є невеликим, тому в подальшому враховуватися не буде.

5.6. Функціональні та міцнісні вимоги до кулачкових механізмів

Нормальна робота КМ можлива лише за умови замикання вищої пари та за відсутності ковзання ролика по кулачку. Ці умови будемо називати функціональними. Деталі КМ зазнають під час роботи навантаження, що періодично змінюються. Тому вони мають розраховуватися на витривалість. Для кулачкового вала необхідно виконати також розрахунок на жорсткість. Ці вимоги будемо називати міцнісними.

5.6.І. Умова відсутності ковзання ролика.

5.6.І.І. У разі силового замикання ролик має бути притиснено до кулачка силою пружини. Цю умову розглянуто в п. 5.5.І.3. Забезпечується вона належним вибором параметрів пружини. Проте, крім того, ролик має котитись по профілю кулачка без ковзання.

Щоб вивести умову кочення ролика, застосуємо метод обернення руху, зупинимо кулачок і будемо вивчати відносний рух ролика /рис. 5.22/. Ролик котиться по кулачку, якщо сума моментів сил опору, прикладених до ролика, не перевищує за модулем граничного моменту. Цей момент створюється силою тертя між роликом і кулачком, який грає для ролика роль рухомого моменту, що викликає його кочення $M = Rfr_2$.

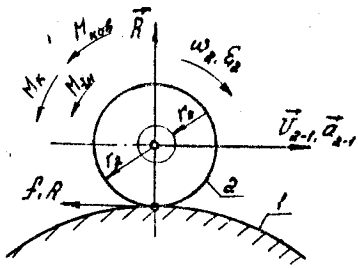


Рис. 5.22

Наведемо моменти, що перешкоджають коченню:

момент тертя кочення

$M_к = Rк;$

момент тертя ковзання на осі $M_{ков} = Rf_0 r_0;$

момент сил інерції $M_{ін} = -J_2 \varepsilon_2$.

У наведених формулах використано такі позначення:

$к$ – коефіцієнт тертя кочення ролика по кулачку;

f_0, f – коефіцієнт тертя ковзання в парах відповідно вісь – ролик і ролик – кулачок;

r_0 – радіус осі ролика;

ε_2 – кутове прискорення ролика;

J_2 – момент інерції ролика відносно центральної осі.

Умовою кочення ролика служить нерівність

$$Rfr_2 \geq |Rк + Rf_0 r_0 - J_2 \varepsilon_2|.$$

Розділивши обидві частини останнього рівняння на Rfr_2, дістанемо

$$1 \geq \left| \frac{к}{fr_2} + \frac{f_0 r_0}{fr_2} - \frac{J_2 \varepsilon_2}{fRr_2} \right|. \qquad /5.66/$$

5.6.1.2. До /5.66/ входить кутове прискорення ролика ε_2 для визначення якого знайдемо швидкість і прискорення центра ролика у відносному русі. Для цього на схемі механізму побудуємо повернутий план аналогів швидкостей, узявши за полюс точку O /рис. 5.23/.

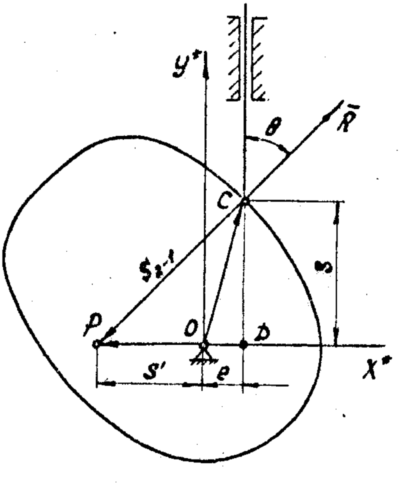


Рис. 5.23

Щоб побудувати план, проведемо нормаль до профілю в точці C і знайдемо точку P її перетину з лінією OP, перпендикулярною до осі штовхача OY. Тоді відрізки OC, OP, CP зображують у масштабі креслення відповідно аналоги переносної швидкості точки C на кулачку, швидкості штовхача та швидкості ковзання ролика по кулачку. Розглянувши прямокутний $\Delta\, CDP$, знайдемо

$$S'_{2-1}=\sqrt{S^2+(S'+e)^2}.$$

Ураховуючи залежність між швидкістю та її аналогом, дістаємо

$$v_{2-1}=\omega_1\sqrt{S^2+(S'+e)^2}, \qquad /5.67/$$

де ω_1 – кутова швидкість кулачка.

Диференціюючи /5.67/ за часом, дістаємо

$$a_{2-1}=\frac{dv_{2-1}}{dt}=\frac{1}{2}\omega_1\frac{(2ss'\varphi'+2(s'+e)s''\varphi')}{\sqrt{s^2+(s'+e)^2}}.$$

Виконавши спрощення, знайдемо

$$a_{2-1}=\omega_1^2\frac{ss'+(s'+e)s''}{\sqrt{s^2+(s'+e)^2}}=\omega_1^2A(\varphi), \qquad /5.68/$$

де $A(\varphi)$ – функція кута повороту кулачка.

Якщо ролик котиться по кулачку, то

$$\varepsilon_2=-\frac{a_{2-1}}{r_2}. \qquad /5.69/$$

Знак "-" поставлений тут тому, що при $a_{2-1} > 0$ ε_2 опрямовано за ходом годинникової стрілки, тобто є меншим за нуль /див. рис. 5.22/.

5.6.І.3. За фіксованих розмірів r_0 і r_2 перші два доданки в /5.67/ є постійними, а третій змінюється в разі зміни φ. Ураховуючи /5.68/ і /5.69/, переписуємо умову відсутності ковзання у вигляді

$$D = \left| C_1 + C_2 \frac{A(\varphi)}{R} \right| \leq 1, \qquad /5.70/$$

де

$$C_1 = \frac{1}{f r_2}(K + f_0 r_0); \quad C_2 = \frac{J_2 \omega_1^2}{f r_2^2}. \qquad /5.71/$$

Розглянемо обчислення коефіцієнта C_2. У разі використання підшипника ковзання ролик є порожнистим циліндром із зовнішнім радіусом r_2 , внутрішнім r_0 та висотою b . Його момент інерції

$$J_2 = \frac{1}{2}\pi b \gamma r_2^4 \left(1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^4\right),$$

де γ - питома маса матеріалу ролика, кг/мм^3.

Якщо підставити це значення в /5.71/, дістанемо

$$C_2 = \frac{1}{2}\frac{\pi b}{f} r_2^2 \gamma \omega_1^2 \left(1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^4\right).$$

Якщо питома маса γ виражена в кілограмах на кубічний міліметр /кг/мм^3/ /для сталі $\gamma = 7{,}82 \cdot 10^{-6}$ кг/мм^3/ та лінійні розміри в міліметрах /мм/ і якщо врахувати, що

$$[кг] = \frac{[Н] \cdot [с^2]}{[м]},$$

то розмірність $[C_2] = \frac{[Н]}{[м]}$.

Якщо кінематичні параметри S, S', S'' виражені в міліметрах /мм/, то C_2 необхідно перевести в ньютон на міліметри /Н/мм/ помноженням на 10^{-3}. Тому

$$C_2 = \frac{1}{2}\frac{\pi}{f} b r_2^2 \gamma \omega_1^2 \left(1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^4\right) \cdot 10^{-3} \quad [Н/мм]. \qquad /5.72/$$

Якщо у вузлі ролика використано підшипник кочення, то треба врахувати момент інерції його зовнішньої рамки та виконати приведення маси куль до цієї обойми.

5.6.2. Міцність і жорсткість кулачкового вала.

5.6.2.1. Кулачковий вал є балкою на двох опорах /рис. 5.24/, яка вигинається силою $\bar{R}$. Ділянка вала з боку привода окручується моментом T, який силою R створюється відносно осі вала. Епюри згинального та крутячого моментів зображено на рис. 5.24, з якого випливає, що описаним є переріз під силою R.

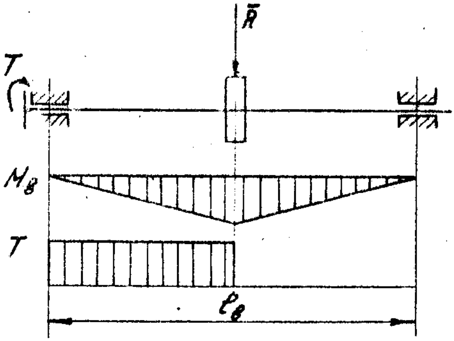


Рис. 5.24

У разі сумісної дії вигину та кручення міцність вала залежить від еквівалентного згинального моменту в небезпечному перерізі:

$$M_E = \sqrt{M_в^2 + \alpha_1 T^2}, \qquad /5.73/$$

де $M_в$, T - згинальний і крутячий моменти в небезпечному перерізі вала; α_1 - коефіцієнт, що залежить від прийнятої теорії міцності.

У подальшому користуватимемось енергетичною теорією, згідно з якою α_1 = 0,75.

Якщо кулачок розташовано на однакових відстанях від опор вала, то згинальний момент у небезпечному перерізі

$$M_в = \frac{R\ell_в}{4}, \qquad /5.74/$$

де $\ell_в$ - відстань між опорами вала.

Крутячий момент можна обчислити з умови рівності потужностей на кулачковому валу і на веденій ланці.

Для механізмів:

типів РТ і ПТ

$$T = P_o S'; \qquad /5.75/$$

типу РК

$$T = R\cos\theta\,\ell_2\,\Psi' = M_c\,\Psi'. \qquad /5.76/$$

5.6.2.2. Сила P_c або момент M_c змінює під час роботи величину та напрям, тому від положення до положення змінюються M_ε і T, а отже, і M_E. Для розрахунку на міцність треба знайти найбільше значення $\bar{M}_\varepsilon^E$ у небезпечному перерізі в разі зміни кута φ. Тоді допустимий за умови міцності радіус вала

$$r_1' = \sqrt[3]{\frac{4M_E}{\pi[\sigma_F]}}, \qquad /5.77/$$

де $[\sigma_F]$ – допустиме для кулачкового вала напруження вигину.

Допустиме напруження визначається згідно з межею стомленості матеріалу вала, заданим числом циклів навантаження та необхідним коефіцієнтом небезпеки. Визначення допустимих напружень описане в підрозд. 4.4.

5.6.2.3. При роботі КМ треба обмежувати також його найбільший прогин. У розглядуваному випадку найбільший прогин має середній переріз вала в момент, коли сила R має найбільше значення $\bar{R}$. Якщо значення допустимого прогину $[\Delta]$, то радіус вала за умови жорсткості

$$r_1'' = \sqrt[4]{\frac{\bar{R}\, \ell_\varepsilon^3}{12\pi E[\Delta]}}, \qquad /5.78/$$

де E – модуль пружності матеріалу вала.

Тепер із двох величин r_1' і r_1'' вибираємо більшу й округляємо до найближчого більшого цілого числа r^*. Фактичний радіус вала r_1 має задовольняти вимогу $r_1 \geq r_1^*$.

5.6.3. Міцність штовхача, його напрямної та осі ролика.

5.6.3.1. Штовхач механізмів типу РТ вигинається поперечною силою $R\sin\theta$ /див. рис. 5.19/. Епюру згинальних моментів зображено на рис. 5.25, з якого випливає, що найбільший за довжиною штовхача згинальний момент

$$M_T = R\sin\theta q, \qquad /5.79/$$

де q – довжина частини штовхача, що виступає.

Характерна особливість навантаження штовхача полягає в тому, що всі три множники в /5.79/ змінюються із зміною φ. Тому необхідно знайти найбільше значення M_T і перевірити напруження, що виникають у матеріалі штовхача:

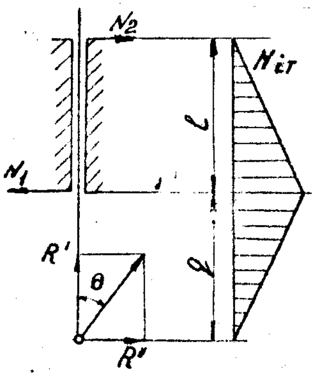


Рис. 5.25

$$\sigma_F = \frac{M_T}{W_T},$$ /5.80/

де W_T - момент опору перерізу штовхача, який звичайно має трубчастий переріз.

Розрахунок штовхача на згин виконується як перевірочний, оскільки щоб визначити силу інерції штовхача, необхідно знати його масу. Тому перед початком розрахунків доводиться задаватись орієнтовними розмірами штовхача.

5.6.3.2. Узятому припущенню, що реакції N_1 і N_2 зосереджені на кромках напрямної, відповідає її конструктивне виконання у вигляді двох шліфованих поясків /рис. 5.26/, за якими штовхач стикається з напрямною. Зношення напрямної буде допустимим, якщо питомий тиск

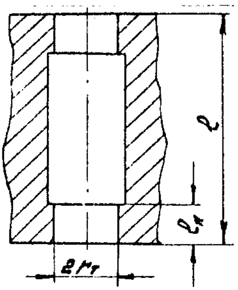


Рис. 5.26

$$\sigma = \frac{\bar{N}}{2\ell_H r_T} \leqslant [\sigma_{зм}],$$ /5.81/

де $\bar{N}$ - найбільше значення реакції N_1; ℓ_H - висота нижнього опорного пояска; r_T - зовнішній радіус штовхача; $[\sigma_{зм}]$ - допустимий питомий тиск на поверхні пояска за умов забезпечення змащення.

5.6.3.3. Ось ролика має розраховуватись на згин і питомий тиск. Якщо радіус осі ролика r_o і ширина маточини ролика дорівнює b, то відношення

$$\alpha_2 = \frac{b}{2r_o}$$ /5.82/

необхідно вибрати за умови рівноміцності на обидва види деформації. Тоді

$$r_o = \sqrt{\frac{\bar{R}}{\alpha_2[\sigma_o]}},$$ /5.83/

де $[\sigma_o]$ - допустимий питомий тиск у парі вісь - ролик.

Ширина маточини ролика $b_0 = 2\alpha_2 r_0$. Для двохопорних роликів К.В.Тір [37] рекомендує брати $\alpha_2 = 1,4$.

Співвідношення між радіусом ролика r_2 і радіусом його осі r_0 залежить від конструкції вузла ролика. Введемо позначення

$$\alpha_0 = r_2^*/r_0, \qquad /5.84/$$

де r_2^* – найменше можливе за конструктивними умовами значення радіуса ролика.

Якщо у вузлі ролика використовується голчастий підшипник, то $\alpha_0 = 1,1...1,2$. Для підшипників ковзання $\alpha_0 = 2,0...2,5$; для підшипників кочення $\alpha_0 = 2,5...3,5$ залежно від того, якої серії поставлено підшипник.

Роликом доцільно використовувати шариковий підшипник, зовнішня обойма якого безпосередньо стикається з кулачком.

За /5.83/ і /5.84/ визначається найменше допустиме значення радіуса ролика r_2^*. Для нормальної роботи механізму необхідно, щоб між нижньою кромкою напрямної та роликом при підйомі штовхача на повний хід h зберігався зазор, тобто щоб виконувалась умова /див. рис. 5.19/

$$H_1 > S_0 + h + r_2. \qquad /5.85/$$

Тому збільшення радіуса r_2 так, що він перевищить мінімальне значення r_2^*, приводить до збільшення H_1, що, у свою чергу, впливає на повні габаритні розміри механізму H_2.

5.6.4. Контактні напруження у вищій парі.

5.6.4.1. Навантаженість вищої пари характеризує найбільше контактне напруження, що виникає по лінії стикання кулачка та ролика.

Із [31, гл. 24, с. 716-727] відомо, що в разі стикання двох пружних циліндрів, що стискаються силою R, контактне напруження

$$\sigma_H = 0,418\sqrt{\frac{R E_n}{b \rho_n}}, \qquad /5.86/$$

де E_n – приведений модуль пружності матеріалів пари; b – довжина лінії контакту; ρ_n – приведений радіус кривизни.

Величини E_n і ρ_n визначають через модулі пружності E_1 і E_2 стислих тіл і їхні радіуси кривизни r_1 і r_2:

$$\frac{1}{E_n} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}; \quad \frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}.$$

У випадку кулачкового механізму ρ_1 і ρ_2 – радіуси кривизни робочого профілю кулачка та ролика в точці контакту. Тому $r_1^* = \rho_p$ і, користуючись /5.37/, знаходимо приведений радіус кривизни:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho - r_2^*} + \frac{1}{r_2^*}, \qquad /5.87/$$

де ρ – радіус кривизни центрового профілю кулачка.

Із /5.87/ випливає, що $\rho_n = r_2^*\left(1 - \frac{r_2^*}{\rho}\right)$. У свою чергу, з останньої формули випливає, що для випуклих ділянок профілю, де $\rho > 0$, маємо $\rho_n < r_2^*$, а для ввігнутих, навпаки, $\rho_n > r_2^*$.

Отже, за решти однакових умов небезпечними є випуклі ділянки профілю, особливо в зоні малих ρ, що наближаються до r_2^*.

Роль стискаючого зусилля в кулачкових механізмах грає реакція R. Враховуючи /5.86/ і /5.87/, дістаємо

$$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{E_n}{b} R\left(\frac{1}{\rho - r_2} + \frac{1}{r_2}\right)}. \qquad /5.88/$$

Якщо виділимо величини, які залежать від φ, і позначимо

$$U = 0{,}418\sqrt{\frac{E_n}{b}},$$

то остаточно матимемо

$$\sigma_H = U\sqrt{R\left(\frac{1}{\rho - r_2^*} + \frac{1}{r_2^*}\right)}. \qquad /5.89/$$

У механізмах типу ПТ ролик є відсутнім і одна з поверхонь, що стикаються, служить площиною. Тому /5.88/ набуває вигляду

$$\sigma_H = U\sqrt{\frac{R}{\rho}}. \qquad /5.90/$$

Найбільше значення σ_H, що отримується в разі зміни φ, необхідно порівняти з допустимим, отриманим згідно з границею втомленості матеріалу вала, заданого числа циклів навантаження та необхідного коефіцієнта небезпечності /див. підрозд. 4.5/.

5.7. Оптимальне проектування механізмів типу РТ

5.7.1. Постановка задачі оптимального проектування.

5.7.1.1. Починаючи розв'язувати задачу оптимізації, необхідно сформулювати критерій оптимізації, записати обмеження деяких показників роботи механізму, які не повинні виходити за допустимі межі, і встановити параметри, що варіюються, тобто величини, за рахунок зміни яких будемо шукати розв'язання поставленої задачі. Якщо при розв'язуванні задачі беруться які-небудь припущення, вони мають бути сформульованими та обгрунтованими.

Перейдемо тепер до розв'язання поставленої задачі стосовно механізму типу РТ. Сформулюємо умови задачі.

Нехай задано хід штовхача h ; фазові кути φ_y, φ_c; кутова швидкість вала ω_1 ; маса штовхача $m_{шт}$; відстань між опорами вала $l_в$; закон руху штовхача $\delta(K)$.

За критерій оптимальності беремо габаритний розмір H_2 /див. рис. 5.19/, а за обмеження - сформульовані функціональні, технологічні та міцнісні обмеження. Відповідні нерівності наведені в табл. 5.5.

Таблиця 5.5

№ п/п	Обмеження	Нерівність, яка виражає обмеження	Величини, що варіюються
1	2	3	4
1	Замикання вищої пари	$\lvert Q_{пр}\rvert \geq K_1 P$	φ
2	Відсутність ковзання ролика	$\bar{\Phi} \leq 1 \quad \bar{\Phi} = \max\left\{C_1 + C_2\frac{A(\varphi)}{R}\right\}$	φ, r_2, S_0
3	Відсутність загострення	$r_2 \leq \rho_2 - r_m \quad \rho_2 = \min\limits_{\rho>0}\{\rho\}$	φ, S_0
4	Можливість виготовлення	$r_2 \geq r_H - \lvert\rho_1\rvert \quad \lvert\rho_1\rvert = \min\limits_{\rho<0}\{\lvert\rho\rvert\}$	φ, S_0
5	Міцність вузла ролика	$r_2 \geq r_2^* \quad r_2^* = \frac{\alpha_0}{2}\sqrt{\frac{\bar{R}}{\alpha_2[\sigma_0]}}$	φ, S_0, r_2

1	2	3	4
6	Міцність і жорсткість вала	$r_2 \le S_0 - r_1^* \quad r_1^* = max\{r_1', r_1''\}$	φ, S_0, r_2
7	Міцність штовхача	$\sigma_F \le [\sigma_P] \quad \sigma_F = \bar{M}_T / W_T$	φ, S_0, r_2
8	Надійність напрямної	$\sigma \le [\sigma_{CM}] \quad \sigma = \dfrac{\bar{N}_1}{2 \ell_H r_T}$	φ, S_0, r_2
9	Контактні напруження	$\bar{\sigma}_H \le [\sigma_H] \quad \bar{\sigma}_H = max\{u\sqrt{R(\frac{1}{\rho - r_2} + \frac{1}{r_2})}\}$	φ, S_0, r_2

Вважатимемо, що фазові кути віддалення та зближення однакові, як однакові і закони руху. Це дає змогу обмежитись розгляданням лише одного з фазових кутів.

Виходячи із рівності найбільших кутів тиску на ділянках віддалення та зближення, беремо $e = 0$. Тоді оптимальний розв'язок можна отримати за рахунок зміни S_0, r_2.

5.7.2. Блокуючий контур кулачкового механізму.

5.7.2.1. Усі величини, що входять до умови 1, - це функції аргументу φ і від решти величин $(S_0; r_2)$ не залежать. Тому виконати цю умову найпростіше. Необхідно організувати цикл, усередині якого мають обчислюватись ΔS, S'', ρ, і побудувати графік, зображений на рис. 5.20. Параметри пружини знаходимо за /5.55/ і /5.56/.

Виконання чи невиконання нерівностей 2-9 у табл. 5.5 за деякого фіксованого H_2 залежить від S_0 і r_2. Кожне з них ділить площину параметрів (S_0, r_2) на дві області, в одній з яких розглядувана умова виконується. У іншій області вона не виконується. Границею є лінія, що отримується заміною нерівності рівністю. Як приклад на рис. 5.27 показані границі виконання умов 3 і 4, що обмежують значення r_2 зверху та знизу. На рис. 5.27 неприпустимі зони заштриховані. Таким чином, нами виділено зону, де виконуються зазначені умови для вибраного значення H_2. Точка A на рис. 5.27 відповідає $|\rho_1| = r_i$. Тому за більших значень S_0 величина r_2

може набувати будь-якого значення. Подальше збільшення S_0 може призвести до того, що профіль кулачка стане випуклим і обмеження 4 перестане діяти.

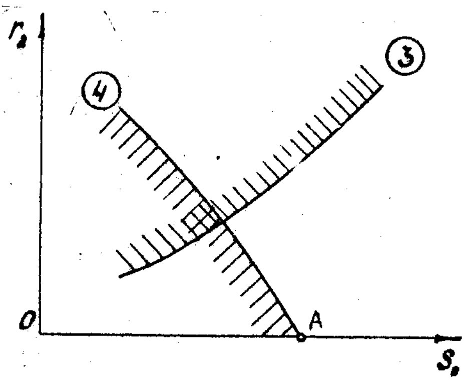


Рис. 5.27

Якщо на площину (S_0, r_2) нанести решту граничних кривих, дістанемо замкнену область, усередині якої за вибраного значення H_2 усі задані обмеження виконуються. Таку побудову для конкретного механізму виконано на рис. 5.28, де показаний контур є аналогом блокуючого контуру, що використовується в разі вибору коефіцієнтів зміщення пари зубчастих коліс /див. п. 4.7.2/. Тому називатимемо його блокуючим контуром кулачкового механізму. Блокуючий контур визначає межі зміни параметрів /за деякого вибраного H_2 /, усередині яких виконуються обмеження 2 – 9 табл. 5.5.

Зменшення значення H_2 приводить до того, що зона припустимих значень S_0 і r_2 зменшується. Подальше зменшення H_2 може призвести до того, що нерівності 2 – 9 стануть несумісними. Це означатиме відсутність розв'язку. Найменше значення H_2, за якого існує розв'язок для S_0 і r_2 у цілих числах, є оптимальним, а відповідні значення S_0 і r_2 визначають конструктивні параметри оптимального механізму.

5.7.2.2. Розглянемо детальніше побудову ліній блокуючого контуру. Найпростіше будуються криві 3 і 4, оскільки радіус кривизни центрового профілю від r_2 не залежить [див. /5.13/ – /5.19/, /5.35/] і до правих частин відповідних рівнянь r_2 не входить. Тому щоб визначити екстремальні значення ρ_1 і ρ_2 на вигнутій і

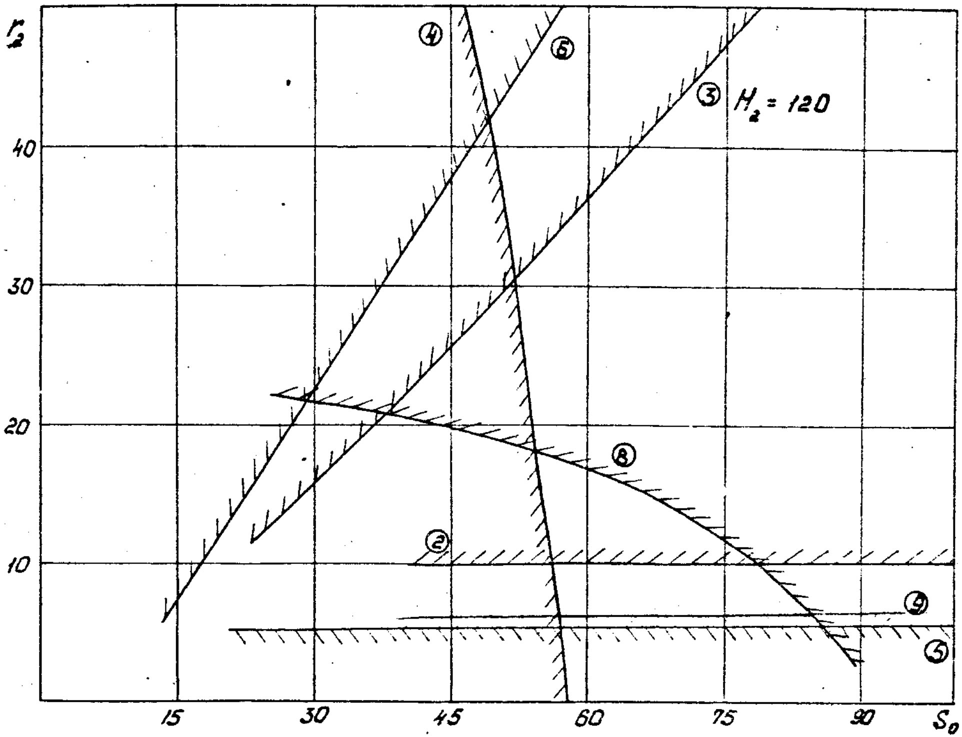


Рис. 5.28

випуклій ділянках профілю, достатньо організувати цикл за φ, усередині якого знайти ρ_1 і ρ_2.

Схему алгоритму визначення ρ_1 і ρ_2 зображено на рис. 5.29. Цю схему показано для випадку, коли значення S_o уводиться за вибором оператора. Її можна доповнити зовнішнім циклом зміни S_o.

Якщо обчислення виконуються на ПМК або на іншій ЕОМ з досить великим обсягом пам'яті, треба один раз обчислити масиви $S', S'', \Delta S$ і зберігати їх на зовнішньому носії у вигляді файла даних. Тоді блок обчислення цих величин на етапі визначення радіусів кривизни використовувати немає необхідності.

Для ілюстрації можливості розв'язання цієї задачі на ПМК у дод. I наведено програму I.8 для обчислення радіусів кривизни та значень ρ_1 і ρ_2. Цю програму треба використовувати разом із однією з програм I.17. Комплект програм I.17.I – I.17.5 служить для визначення кінематичних параметрів для п'яти законів руху, заданих у табл. 5.I.

5.7.2.3. Складніше визначити границі умов 2.5 – 2.9, оскільки їх виконання чи невиконання залежить від значень обох параметрів S_o і r_2. Покажемо послідовність розв'язання на прикладі обмеження на навантаженість напрямної, яка визначається максимальним значенням N_1 реакції на її нижній кромці. Якщо зафіксувати S_o і r_2, можна знайти максимум $\bar{N}_1 = \max\limits_{\varphi}\{N_1\}$. Якщо тепер задати кілька значень r, можна обчислити залежність $\bar{N}_1 = f_1(r_2)$, а отже, і $\sigma = f_2(r_2^2)$. Побудувавши графік цієї функції, можна шляхом інтерполяції знайти граничне значення r_{28}, за якого σ досягає гранично допустимого значення.

Як приклад на рис. 5.30 зображено графік $\bar{N}_1 = f_1(r_2)$, з якого випливає, що коли взяти за гранично допустиме навантаження 140 кН /площа пояска 28 мм^2 при $[\sigma_{зм}]$ = 5,0 МПа/, то верхнім граничним значенням радіуса ролика r_{28} за обмеженням 8 є 16,8 мм. Це обмеження справедливе для значення S_o = 60 мм, за якого побудовано графік на рис. 5.29. Воно визначає одну точку кривої 8 на блокуючому контурі /див. рис. 5.28/. Якщо виконати ряд розрахунків за кількох S_o, можна дістати всю обмежуючу криву за розглядуваної умови. Із рис. 5.28 випливає, що ця крива лише на порівняно невеликому відрізку значень S_o /приблизно 78,6...84/ є активним обмеженням. За решти значень S_o інші обмеження діють більш жорстко та обмеження 8 на навантаженість напрямної є пасивним.

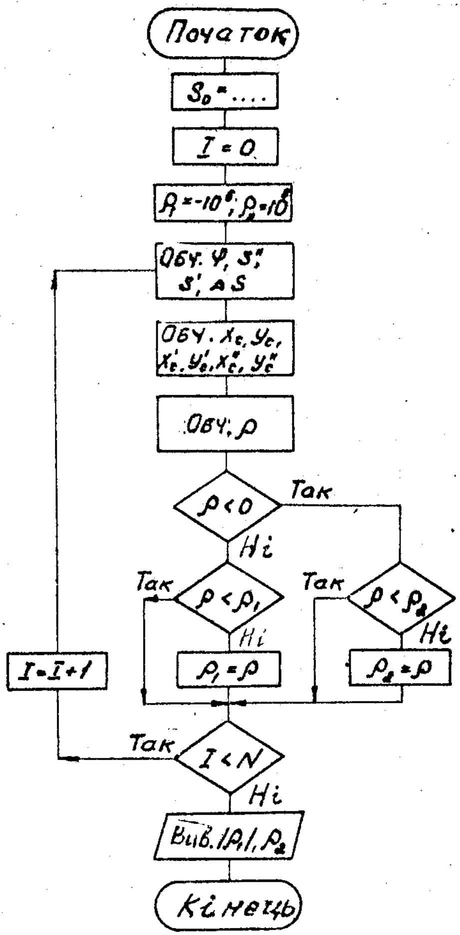
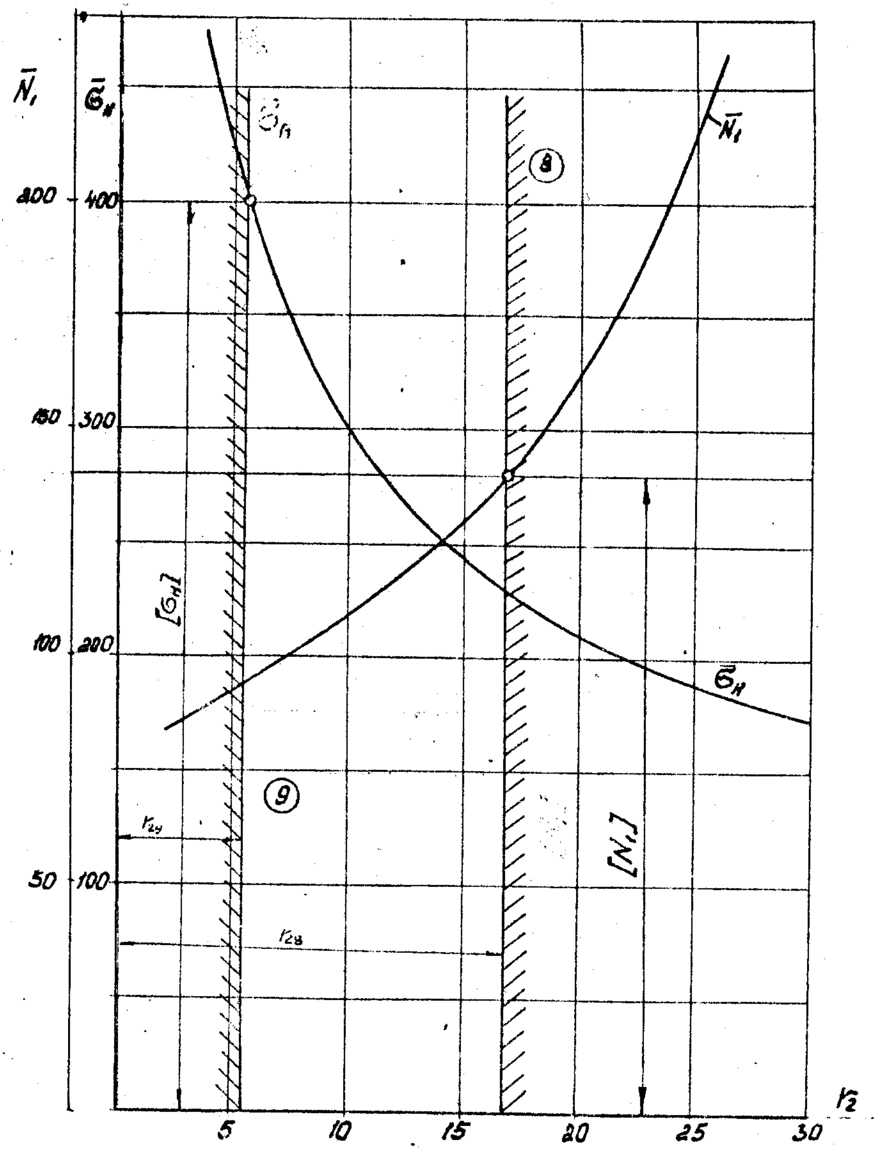

Початок
$S_0 = ...$
$I = 0$
$P_1 = -10^6; P_2 = 10^6$
Обч. φ, S'', S', ΔS
Обч. X_c, Y_c, X_c', Y_c', X_c'', Y_c''
Обч. ρ
$\rho < 0$
Так
Ні
$\rho < \rho_1$
Так
Ні
$\rho < \rho_2$
Так
Ні
$\rho_1 = \rho$
$\rho_2 = \rho$
$I = I + 1$
$I < N$
Так
Ні
Вив. $|\rho_1|$, ρ_2
Кінець

Рис. 5.29



$\bar{N}_1$
$\bar{\sigma}_H$
$\bar{\sigma}_H$
$\bar{N}_1$
200
400
150
300
100
200
50
100
$[\sigma_H]$
$[N_1]$
8
9
r_{2y}
r_{2s}
r_2
5
10
15
20
25
30

Рис. 5.30

На рис. 5.30 зображено також залежність 9 σ_H від r_2. Якщо взяти $[\sigma_H] = 400$ МПа, то нижнє граничне значення $r_{29}^{2} = 5,6$ мм. Залежність σ_H від S_o виражена слабо, тому крива 9 на рис. 5.28 є практично горизонтальною.

5.7.2.4. Із наведеного описання випливає, що для побудови граничної лінії обчислення мають містити три вкладених цикли. У внутрішньому циклі за параметром φ визначається найбільше значення обмежуючої величини, у середньому циклі змінюється r_2, а в зовнішньому – S_o. Межі зміни r_2 мають бути такими, щоб усередині них обмежуюча нерівність змінювала свій знак. Межі зміни S_o необхідно призначити згідно з вибраним значенням H_2. Орієнтовно можна взяти, що найбільше можливе значення $S_o = H_2 - h$. Як приклад на рис. 5.31 зображено схему алгоритму визначення граничної кривої за допустимим контактним напруженням.

5.7.3. Розв'язання задачі оптимізації в процесі грального проектування.

Із наведеного описання випливає, що навіть у разі використання ЕОМ задача оптимального проектування є трудомісткою. Тому в повному обсязі її розв'язування краще доручити бригаді студентів, кожний з яких будує одну з обмежувальних кривих.

Наприклад, можна запропонувати таку розбивку задачі на етапи, до яких входить визначення:

1/ кінематичних параметрів, сили інерції штовхача та параметрів пружини, що забезпечують замикання вищої пари;

2/ радіусів кривизни та верхнього і нижнього граничних значень ε_2 за умов 3 і 4;

3/ граничних значень за умови 5 надійності вузла ролика;

4/ граничних значень за умови міцності та жорсткості вала;

5/ граничних значень за умови міцності штовхача та надійності напрямної;

6/ граничних значень за контактними напруженнями;

7/ граничних значень за відсутності ковзання ролика.

Кожна бригада, побудувавши свої обмежувальні криві, накладає їх на одну систему координат і дістає блокуючий контур для вибраного значення H_2. Залежно від його розмірів бригада приймає рішення або повторити описані побудови, або зупинитись на досягнутому результаті. Потім кожний член бригади вибирає точку всередині знайденого контуру й розраховує координати точок центрового та робочого профілів для вибраних значень параметрів S_o і r_2.

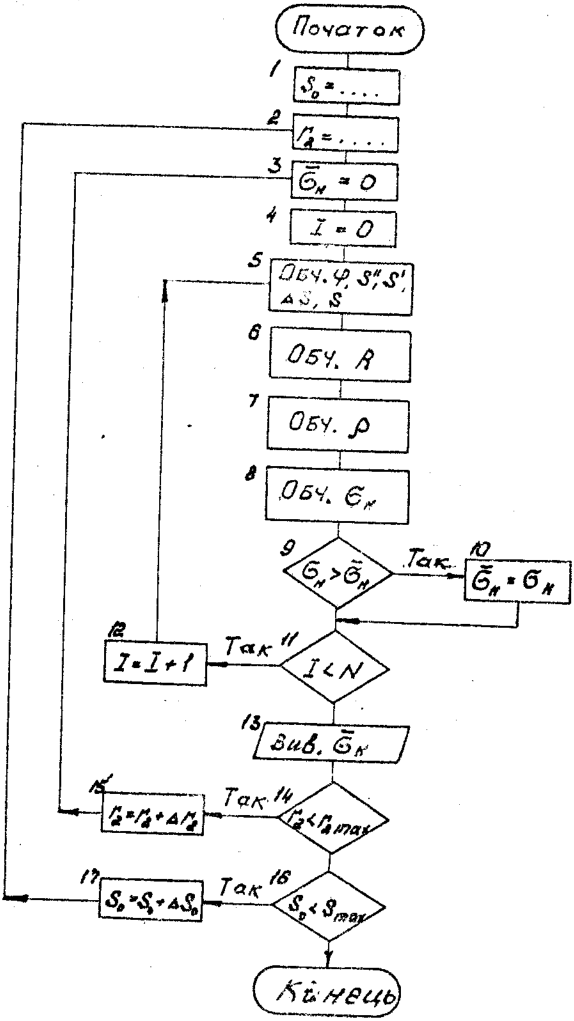

Початок
1
2
3
4
I = 0
5
Обч. φ, S'', S', ΔS, S
6
Обч. R
7
Обч. ρ
8
9
10
Так
11
I < N
12
I = I + 1
Так
13
14
Так
15
16
Так
17
Кінець

Рис. 5.3I

Задачу доцільніше розв'язувати на персональній ЕОМ. Кожному члену бригади треба виділити область пам'яті на зовнішньому носії, до якого тільки він має доступ; на цій області він буде зберігати програму, вихідні дані та проміжні результати.

Якщо знехтувати силами тертя на напрямній, то для найпростіших законів задачу можна розв'язати також на ПМК. Для цього можна скласти шість програм, загальна довжина яких близько 930 команд і які можуть бути записані до пам'яті ТПЗП калькулятора МК-52.

У процесі грального проектування члену бригади, який визначив параметри пружини, можна доручити встановлення конструктивних параметрів пружини /діаметрів витка D та проволоки d і числа витків n / за формулами, відомими з курсу опору матеріалів [3I, с. 248-252]. При цьому може варіюватись відношення D/d для того, щоб отримати прийнятні за конструктивними та технологічними міркуваннями співвідношення між висотою пружини та її зовнішнім діаметром.

5.8. Синтез механізму з плоским штовхачем

5.8.I. Визначення координат профілю кулачка.

5.8.I.I. У кулачкових механізмах типу ПТ ролик є відсутнім. Кулачок стикається безпосередньо з тарілкою штовхача, тому поняття центрового профілю у даному разі не вживається.

Профіль кулачка служить обвідною до сімейства прямих, які тарілка прокреслює у оберненому русі відносно профілю кулачка. Тому координати профілю можна знайти як координати обвідної до сімейства цих прямих.

Для дослідження механізмів типу ПТ введемо декартову систему координат XOY, початок якої збігається з віссю кулачка, а вісь OY проходить крізь точку C_o, що відповідає початку віддалення штовхача /рис. 5.32/.

5.8.I.2. Визначимо координати точок профілю в разі заданого закону руху штовхача. Розглянемо обернений рух, за якого штовхач обертається проти ходу годинникової стрілки. Нехай механізм повернувся на кут φ від початкового положення, коли вісь штовхача збігалася з віссю OY /див. рис. 5.32/. Позначимо точку B перетину осі штовхача з торцевою площиною тарілки. Відрізок $OB = S$. Тому координати точки B такі:

$$x_B = -S\sin\varphi; \quad y_B = S\cos\varphi.$$

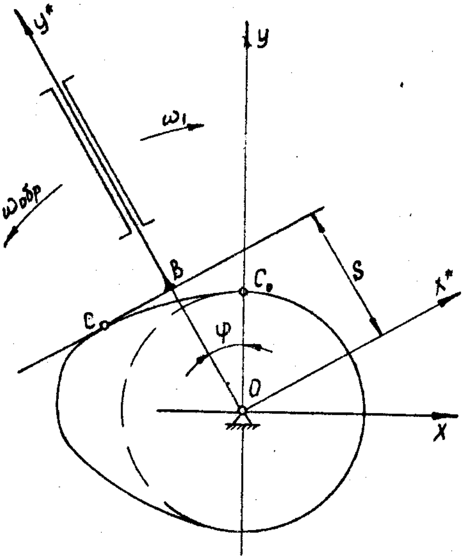


Рис. 5.32

Кут між віссю OX і прямою BC, яка є проекцією торцевої площини тарілки на площину креслення, дорівнює φ. Отже, рівняння цієї прямої, що проходить крізь точку B і має кутовий коефіцієнт $tg\,\varphi$, має вигляд

$$\frac{y - y_B}{x - x_B} = tg\,\varphi. \qquad /5.91/$$

Підставивши в /5.91/ x_B і y_B із /5.90/, дістанемо

$$y - s\cos\varphi = (x + s\sin\varphi)\,tg\,\varphi$$

або, виконавши перетворення, матимемо

$$y = x\,tg\,\varphi + \frac{s}{\cos\varphi}. \qquad /5.92/$$

Якщо розглядати φ як параметр, то /5.92/ описує рівняння сімейства прямих, обвідну до якого необхідно знайти.

5.8.1.3. Щоб визначити координати точок обвідної, необхідно продиференціювати за φ рівняння /5.92/. Ураховуючи, що x і y від φ не залежать, дістаємо

$$0 = \frac{x}{\cos^2\varphi} + \frac{s'\cos\varphi - s\cdot(-\sin\varphi)}{\cos^2\varphi} .$$

Помноживши всі члени на $\cos^2\varphi$ і переносячи x у ліву частину, знайдемо

$$x = -s'\cos\varphi - s\sin\varphi. \qquad /5.93/$$

Підставивши /5.93/ у /5.92/, дістанемо

$$y = -s'\sin\varphi + s\cos\varphi. \qquad /5.94/$$

Цей самий результат можна отримати, користуючись поняттям про замінюючий механізм.

5.8.2. Радіуси кривизни профілю. Синтез механізму за умови випуклості профілю кулачка.

5.8.2.1. У п. 5.8.1.3 було отримано формули /5.93/ і /5.94/ для координат профілю кулачка.

Щоб скористатись /5.35/ для визначення радіусів кривизни, двічі продиференціюємо за φ ці вирази.

Після першого диференціювання маємо

$$x' = -(s''\cos\varphi - s'\sin\varphi + s'\sin\varphi + s\cos\varphi) = -(s''+s)\cos\varphi;$$

$$y' = -s''\sin\varphi - s'\cos\varphi + s'\cos\varphi - s\sin\varphi = -(s''+s)\sin\varphi.$$

Після другого диференціювання дістаємо

$$x'' = -[(s'''+s')\cos\varphi - (s''+s')\sin\varphi];$$

$$y'' = -[(s'''+s')\sin\varphi + (s''+s')\cos\varphi].$$

Піднесемо x' і y' до квадрату і отримані вирази складемо:

$$(x')^2 + (y')^2 = (s''+s)^2\cos^2\varphi + (s''+s)^2\sin^2\varphi = (s''+s)^2.$$

Тоді чисельник виразу /5.35/ дорівнює $(s''+s)^3$. Обчислимо знаменник цього самого виразу:

$$x'y'' = (s''+s)(s'''+s')\sin\varphi\cos\varphi + (s''+s)^2\cos^2\varphi;$$

$$x''y' = (s''+s)(s'''+s')\sin\varphi\cos\varphi - (s''+s)^2\sin^2\varphi.$$

Віднімаючи другий вираз із першого, знайдемо знаменник виразу /5.35/:

$$x'y'' - x''y' = (s''+s)^2(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi) = (s''+s)^2.$$

Тому

$$\rho = s'' + s. \qquad /5.95/$$

Цей вираз уперше отримав Я.Л.Геронімус [8] із розглядання плану прискорень замінюючого механізму і використав його для розв"язання задачі синтезу механізмів типу ПТ.

5.8.2.2. Кожна точка профілю кулачка розглядуваного типу має ввійти у стикання з торцевою площиною тарілки штовхача. Якщо ж профіль кулачка має увігнуту ділянку, наприклад AB на рис. 5.33, то тарілка не може ввійти у стик з його внутрішніми точками, і такий кулачок не забезпечить нормальної роботи механізму. Отже, кулачок механізму типу ПТ не може мати увігнутих або прямолінійних ділянок.

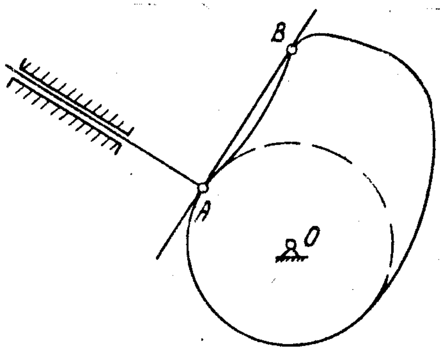


Рис. 5.33

Із /5.95/ випливає, що умова випуклості профілю має вигляд

$$s'' + s > 0. \qquad /5.96/$$

Але $S = S_0 + \Delta S$, де S_0 – стала інтегрування. Значення S_0 не впливає на закон руху і його можна вибрати так, щоб забезпечувалося виконання умови /5.95/ в усіх точках профілю. Для цього визначимо значення функції $F(\varphi) = S'' + \Delta S$ і її мінімум F_{min} /рис. 5.34/.

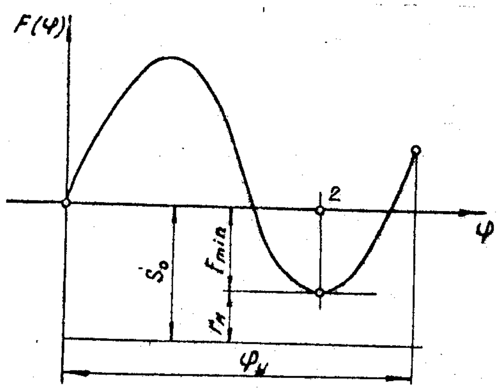


Рис. 5.34

Якщо взяти $S_0 \geq |F_{min}|$, умову випуклості буде виконано. Якщо ж, як і для кулачків із роликом, поставити технологічне обмеження на найменший допустимий радіус кривизни профілю, то

$$S_0 \geq |F_{min}| + r_m . \qquad /5.97/$$

Рівняння /5.97/ визначає найменше допустиме значення S_0 за умови обмеження радіуса кривизни профілю.

Якщо в процесі обчислення функції $F(\varphi)$ виявилось, що вона не має від'ємних значень, випуклість профілю забезпечена за будь-якого значення S_0.

5.8.3. Алгоритм синтезу механізму типу ПТ за умови випуклості.

5.8.3.1. Задача синтезу складається з двох етапів. На першому визначаються кінематичні параметри механізму S', S'', ΔS та значення функції $F(\varphi) = S'' + \Delta S$. Ці обчислення виконуються для ряду рівновіддалених положень механізму на ділянках віддалення та зближення. Якщо на цих ділянках задано однакові закони руху, треба обмежитися розгляданням лише однієї ділянки, а саме тієї, в якої фазовий кут є меншим.

У процесі обчислення функції $F(\varphi)$ визначається також її найменше значення. По закінченні циклу за /5.101/ обчислюємо S_0.

На другому етапі повторюються обчислення кінематичних параметрів, але тепер уже є можливість знайти величину $S = S_0 + \Delta S$. Після цього за /5.93/ і /5.94/ встановлюємо координати x і y профілю кулачка. За необхідності можна визначити також радіус кривизни за /5.95/.

5.8.3.2. Схему описаного алгоритму зображено на рис. 5.35. У блоках I - I5 виконується перший етап задачі - визначаються кінематичні параметри та значення функції $F(\varphi)$, перевіряється її знак та обчислюється найбільше за модулем від'ємне значення. Після виходу із циклу /коли одиниця набуде значення N /, S_o набуває значення $|F_{min}|+r_m$ /блок II/.

Якщо функція $F(\varphi)$ не має від'ємних значень, тобто умова випуклості не накладає обмежень на величину S_o, то виявиться, що S_o дорівнює r_m. У цьому разі умова блоку I2 виконується і виводиться повідомлення " S_o довільне", після чого необхідно ввести S_o, знайдене з міцнісних або конструктивних міркувань /див. п. 5.8.4.2/.

5.8.4. Визначення реакцій у механізмах типу ПТ.

5.8.4.I. У механізмах типу ПТ задача визначення реакції R спрощується, оскільки вона завжди є паралельною осі штовхача /$\theta = 0$/.

Розв'язування виконуємо в системі координат X^*OY^*, сполученій зі стояком. Вісь OY^* збігається з віссю штовхача. У разі обернення руху система X^*OY^* обертається навколо точки O. Повороту кулачка на кут φ відповідає поворот системи X^*OY^* в оберненому русі на такий самий кут /див. рис. 5.32/.

За правилом перетворення координат при повороті осей

$$x^* = x\cos\varphi + y\sin\varphi;$$
$$y^* = -x\sin\varphi + y\cos\varphi.$$

Підставивши в ці рівняння x і y, обчислені за /5.93/ і /5.94/, знайдемо координати точки C стикання тарілки з профілем кулачка в системі X^*OY^* /рис. 5.36/:

$$x^* = (-s'\cos\varphi - s\sin\varphi)\cos\varphi + (-s'\sin\varphi + s\cos\varphi)\sin\varphi = -s'.$$

$$y^* = -(-s'\cos\varphi - s\sin\varphi)\sin\varphi + (-s'\sin\varphi + s\cos\varphi)\cos\varphi = s.$$

Друга формула стає очевидною, якщо на рис. 5.32 позначити переміщення штовхача S .

5.8.4.2. Сума проекцій на вісь OY^* сил, що діють на штовхач /див. рис. 5.36/,

$$P_c + R + F_1 + F_2 = 0, \qquad /5.98/$$

де F_1, F_2 - сили тертя, що виникають на нижній і верхній кромках напрямної. У разі віддалення ці сили є від'ємними, у разі зближення - додатними.

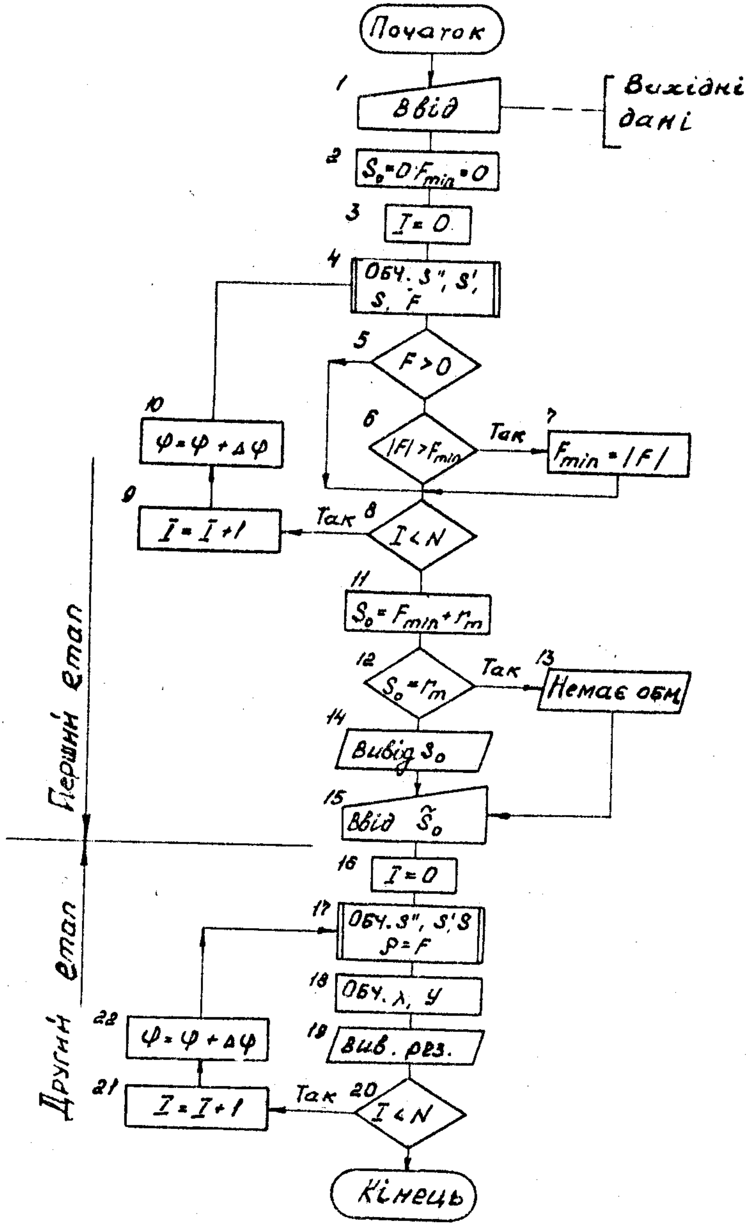

Початок
Ввід
Вихідні дані
$S_0=0$ $F_{min}=0$
$I=0$
ОБЧ. S'', S', S, F
$F>0$
$|F|>F_{min}$
Так
$F_{min}=|F|$
Так
$I<N$
$I=I+1$
$\varphi=\varphi+\Delta\varphi$
$S_0=F_{min}+r_m$
$S_0=r_m$
Так
Немає обм
Вивід S_0
Ввід $\tilde{S}_0$
$I=0$
ОБЧ. S'', S', S, $\rho=F$
ОБЧ. λ, y
вив. рез.
$I<N$
Так
$I=I+1$
$\varphi=\varphi+\Delta\varphi$
Кінець
Перший етап
Другий етап

Рис. 5.35

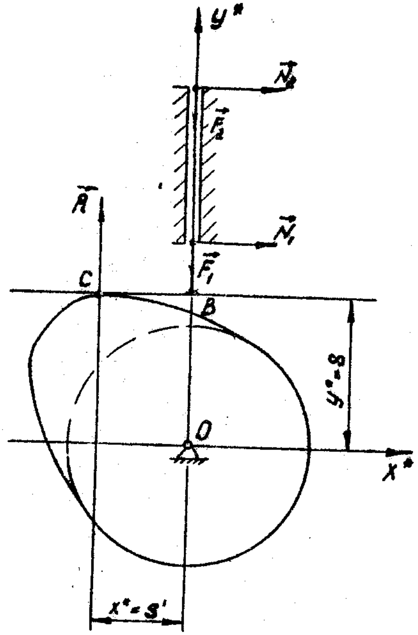


Рис. 5.36

Рівняння моментів відносно точок I і 2 мають вигляд

$$-Rs' + N_2 \ell = 0;$$
$$-Rs' + N_1 \ell = 0,$$

звідки

$$N_2 = -Rs'/\ell; \qquad /5.99/$$
$$N_1 = Rs'/\ell. \qquad /5.100/$$

Із /5.99/ і /5.100/ випливає, що N_1 і N_2 утворюють пару сил, що обертає штовхач у додатному напрямі.

Сили тертя можна навести у вигляді

$$F_1 = \mp |N_1| f = \mp |Rs'| f/\ell; \qquad /5.101/$$
$$F_2 = \mp |N_2| f = \mp |Rs'| f/\ell. \qquad /5.102/$$

У разі віддалення треба вибрати верхні знаки.

У механізмах типу ПТ використовується лише силове замикання. Тому завжди $R > 0$. Ураховуючи це, а також те, що в разі віддалення $S' > 0$, спростимо /5.101/ і /5.102/ і визначимо суму $F_1 + F_2 = -2RS'f/\ell$. Підставивши знайдений вираз у /5.74/, дістанемо

$$P_c + R\left(1 - 2f\frac{S'}{\ell}\right) = 0.$$

Звідси

$$R = -\frac{P_c}{1 - 2f\dfrac{S'}{\ell}} . \qquad /5.103/$$

Із /5.103/ випливає, що за рахунок сил тертя реакції R на фазі віддалення зростає, а на фазі зближення зменшується.

5.8.4.3. Оптимальне проектування кулачкового механізму типу ПТ є більш простим, ніж механізму типу РТ, оскільки у розглядуваному випадку відпадає обмеження на відсутність ковзання ролика, на міцність вузла ролика, а розрахункові формули для решти обмежень значно спрощуються.

Крім того, у механізмі типу ПТ маємо лише один параметр оптимізації - початкову відстань S_o. Тому будувати блокуючий контур немає необхідності. Варіюючи значення S_o, можна встановити, які його значення є припустимими, а які ні. Наочне уявлення про область існування розв'язку може дати побудова на площині $H_2 - S_o$, де виділені зони виконання обмежень. Оскільки умова 2 випуклості профілю від H_2 не залежить, гранична лінія за цим обмеженням на площині $H_2 - S_o$ є горизонтальною прямою /рис. 5.37/. Умова, що обмежує надійність напрямної, залежить від довжини напрямної ℓ :

$$\ell = H_2 - h - S_o .$$

Тому, змінюючи значення ℓ, можна знайти його мінімальне значення ℓ^*, за якого питомий тиск на поясок напрямної не перевищує припустимого значення, а потім побудувати пряму $S_o = H_2 - h + \ell^*$, нижче якої розв'язок існує, а вище - не існує. Цю пряму показано на рис. 5.37, точка перетину якої з прямою $S_{o\,min}$ визначає мінімальне значення H_{min}, за якого виконані умови 4 і 8. Після цього треба перевірити виконання решти обмежень для знайденого значення H_2.

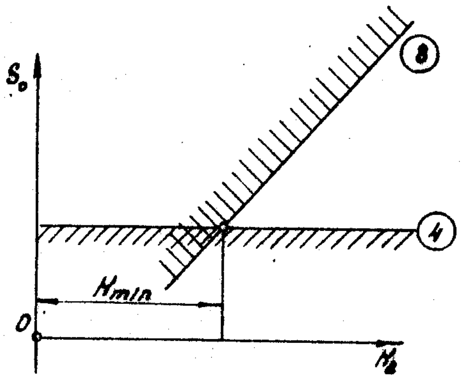


Рис. 5.37

Програми розв'язання задачі оптимізації є аналогічними описаним у процесі проектування механізму типу РТ. Вони містять внутрішній цикл за параметром φ і зовнішній - за параметром S_0. Розв'язувати задачу можна як на ПМК, так і на будь-якій ЕОМ. Як приклад у п. 5.8.3.2 зображено схему алгоритму визначення S_0 за умови випуклості /див. рис. 5.35/.

ДОДАТКИ

Додаток I

Програми

I. Описання програм для ПМК

Кожна програма містить таблицю розподілу оперативної пам'яті, текст програми, інструкцію користувачу та контрольний приклад.

Таблиця розподілу пам'яті вказує, які величини зберігаються в ячейках оперативної пам'яті.

Текст програми записується по стовпцях, в яких указується адреса команди й сама команда. Рекомендується в разі використання програми записати також вміст ячейок стекової пам'яті.

Інструкція користувачу визначає послідовність його дій під час роботи з програмою. Вона має визначити положення перемикача "Р/Г", порядок введення вихідних даних і керуючих команд, читання результатів і умови роботи.

Контрольний приклад містить розв'язання задачі для конкретних вихідних даних. За допомогою контрольного прикладу треба перевірити правильність запису програми та розуміння інструкції.

Програма I.I

Кінематичне дослідження шарнірного чотириланковика

Позначення наведені в п. 2.5.3 і зображені на рис. 2.7.

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\varphi_1-\varphi_2$	$\varphi_1-\varphi_3$	q_x		t	φ_1	φ_2	q	$\tilde{\ell}_2^2-\tilde{\ell}_3^2$	$\tilde{\ell}_2$	$\tilde{\ell}_3$	$\tilde{x}_c$	$\Delta\varphi$	q^2	

Блоки програми

№ п/п	Призначення блока	Команди
I	Обчислення $\tilde{q}$, φ_q	00-26
2	Обчислення φ_2	27-40
3	Обчислення φ_3	4I-52
4	Обчислення $\tilde{\omega}_2$	53-66
5.I	Обчислення $\tilde{\omega}_3$	67-80
6.I	Обчислення $\tilde{\varepsilon}_3$	8I-9I
7.I	Організація циклу	92-94
5.2	Обчислення $\tilde{\omega}_2$	67-8I
6.2	Обчислення $\tilde{\varepsilon}_2$	82-93
7.2	Організація циклу	94-96

Блоки 1–4

00	ИПВ	12	↑	24	2	36	:	48	:	60	ИП2
01	ИП4	13	Fx^2	25	X	37	$Fcos^{-1}$	49	$Fcos^{-1}$	61	ИП6
02	С/П	14	ИП2	26	П2	38	±	50	±	62	−
03	ИПС	15	Fx^2	27	ИП8	39	П6	51	П2	63	ПД
04	X	16	+	28	ИПД	40	С/П	52	С/П	64	Fsin
05	П5	17	ПД	29	+	41	ИП2	53	ИП5	65	П7
06	Fcos	18	$F\sqrt{\ }$	30	ИП7	42	ИП8	54	⇄	66	:
07	−	19	П7	31	2	43	ИПД	55	−		
08	П2	20	ИП2	32	X	44	−	56	П1		
09	ИП5	21	+	33	П7	45	ИП7	57	Fsin		
10	Fsin	22	:	34	ИП9	46	ИПА	58	ИП9		
11	/-/	23	Ftg^{-1}	35	X	47	X	59	:		

Блоки 5.1, 6.1, 7.1

67	Fx^2	72	−	77		82	ИПД	87	Fcos	92	КИП4
68	ИП9	73	П0	78	П7	83	Fcos	88	+	93	БП
69	X	74	Fsin	79	:	84	X	89	ИП7	94	00
70	ИП5	75	ИП7	80	С/П	85	−	90	:		
71	ИП6	76	ИПА	81	Fx^2	86	ИП0	91	С/П		

Блоки 5.2, 6.2, 7.2

67	С/П	73	X	79	ИПА	85	−	91	X
68	Fx^2	74	ИП5	80	X	86	ИП1	92	:
69	ИП9	75	ИП6	81	:	87	Fcos	93	С/П
70	X	76	−	82	Fx^2	88	+	94	КИП4
71	ИПД	77	Fsin	83	ИПА	89	ИП9	95	БП
72	Fcos	78	ИП7	84	X	90	ИП7	96	00

Інструкція користувачу

1. Ввести до програмної пам'яті блоки 1-4, 5.1, 6.1, 7.1.

2. Команди 38, 39 залежать від варіанта складання. У разі додатного варіанта ввести "+".

3. Занести $\ell_2^2-\ell_3^2$, $\tilde{\ell}_2$, $\tilde{\ell}_3$, $\tilde{x}_c$, $\Delta\varphi$ згідно з розподілом пам'яті. В ячейку 4 записати 0.

4. Натиснути "В/0", "С/П". Послідовність виводу: $i, \varphi_2, \varphi_3, \tilde{\omega}_3, \tilde{\varepsilon}_3$.

5. Обчислення зупинити при $i = n$.

6. Не вмикаючи ПМК, записати до пам'яті блоки 5.2, 6.2, 7.2.

7. За адресами 40, 51 записати КНОП. Відновити значення 0 в ячейці 4.

8. Натиснути "В/0", "С/П". Послідовність виводу: $i, \tilde{\omega}_2, \tilde{\varepsilon}_2$.

9. Обчислення закінчити при $i = n$.

Контрольний приклад: $\tilde{\ell}_2 = \ell_2/\ell_1 = 6$;

$\tilde{\ell}_3 = \ell_3/\ell_1 = 3$; $\tilde{x}_c = x_c/\ell_1 = 7$.

i	φ_2	φ_3	$\tilde{\omega}_2$	$\tilde{\omega}_3$	$\tilde{\varepsilon}_2$	$\tilde{\varepsilon}_3$
0	28,95	104,47	-0,16	-0,16	-0,05	0,35
1	23,88	102,46	-0,1612	0,036	0,0558	0,391
2	19,59	106,40	-0,120	0,216	0,0924	0,282
3	16,71	114,69	-0,0703	0,322	0,0997	0,111

Програма 1.2

Обчислення кінематичних параметрів групи /4, 5/ інерційного транспортера

Позначення наведені в п. 2.5.3 і зображені на рис. 2.14.

Розподіл пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\ell_4\cos\varphi_4$	$\tilde{y}_B^*$	φ_3	$\tilde{\omega}_3$	$\tilde{\varepsilon}_3$	i					$\tilde{\ell}_3$	$\tilde{\ell}_4$	$\tilde{\omega}_4$		

00	ИП5	13	$F\sin^{-1}$	26	ИП3	39	ИП3	52	:	65	ИП2
01	С/П	14	$F\cos$	27	×	40	Fx^2	53	С/П	66	ИП3
02	П4	15	ИПВ	28	ИП0	41	×	54	ИП1	67	Fx^2
03	С/П	16	×	29	:	42	ИП2	55	×	68	×
04	П3	17	П0	30	/-/	43	ИП4	57	ИП0	69	−
05	С/П	18	ИП2	31	ПС	44	×	57	ИПС	70	С/П
06	П2	19	$F\cos$	32	С/П	45	−	58	Fx^2	71	КИП5
07	$F\sin$	20	ИПА	33	ИП3	46	ИП1	59	×	72	БП
08	ИПА	21	×	34	−	47	ИПС	60	−	73	00
09	×	22	П2	35	ИП1	48	Fx^2	61	ИП1		
10	П1	23	+	36	×	49	×	62	ИП4		
11	ИПВ	24	С/П	37	С/П	50	−	63	×		
12	:	25	ИП2	38	ИП1	51	ИПЮ	64	−		

Інструкція користувачу

1. Запис значення $\tilde{\ell}_3 = \ell_3/\ell_1$; $\tilde{\ell}_4 = \ell_4/\ell_1$ згідно з розподілом пам'яті. В ячейку 5 занести 0.

2. Натиснути клавіші "В/0", "С/П". Після виводу значення i ввести до регістра x значення $\tilde{\varepsilon}_3$, $\tilde{\omega}_3$, φ_3. Послідовність виводу результатів $\tilde{x}_c^*$, $\tilde{\omega}_4$, $\tilde{v}_c$, $\tilde{\varepsilon}_y$, $\tilde{a}_c$.

3. Обчислення закінчити при $i = n$.

4. За необхідності повторити обчислення, відновити 0 в ячейці 5 і повернутися до п. 2.

Контрольний приклад: $\tilde{\ell}_3 = 1$; $\tilde{\ell}_4 = 6$; $\tilde{\varepsilon}_3 = 0{,}34$; $\tilde{\omega}_3 = 1{,}66$; $\varphi_3 = -72{,}54^0$.

Результати: $\tilde{x}_c^* = 6{,}233$; $\tilde{\omega}_4 = 8{,}4 \cdot 10^{-2}$; $\tilde{v}_c = 1{,}664$; $\tilde{\varepsilon}_4 = -0{,}459$; $\tilde{a}_c = -0{,}105$.

Програма 1.3

Головний модуль у задачі чисельного диференціювання

Позначення наведені в п. 2.9.1.

Розподіл пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
j	адр	$f(+)$	$f(\varphi)$	$f(-)$	$\varphi_0-\theta$									θ

00	3	08	ИПЕ	16	ИП4	24	ИП4	32	:	40	П5
01	П0	09	+	17	-	25	+	33	С/П	41	БП
02	5	10	П5	18	ИПЕ	26	ИП3	34	ИП5	42	00
03	П1	11	$FL0$	19	2	27	2	35	ИПЕ	43	
04	ПШ	12	04	20	×	28	×	36	$q-3$		
05	43	13	ИП3	21	:	29	-	37			
06	КП1	14	С/П	22	С/П	30	ИПЕ	38	×		
07	ИП5	15	ИП2	23	ИП2	31	Fx^2	39	+		

Інструкція користувачу

1. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Ввести програму та відповідну підпрограму. Початкова адреса підпрограми – 43.

3. Занести $\varphi_0-\theta$, θ згідно з розподілом пам'яті головного модуля та величини, що використовуються в підпрограмі, згідно з II розподілом пам'яті. Значення $\varphi_0-\theta$, θ записати в радіанах /рад./.

4. Натиснути "В/0", "С/П". На індикатор послідовно виводяться значення $f(\varphi)$, $f'(\varphi)$, $f''(\varphi)$...

5. Обчислення закінчити при $i=n$.

6. За необхідності повторити обчислення, відновити значення n, $\varphi_0-\theta$ в ячейках 0 і 5 та повернутися до п. 4.

Позначення: $f(+)=f(\varphi+\theta)$, $f(-)=f(\varphi-\theta)$ команди 36–37 означають введення числа $q-3$ з двох цифр.

I.4. Підпрограма визначення кінематичних параметрів довбального верстата /разом із ГМ I.3/

Позначення наведені в п. 2.5.5 і зображені на рис. 2.9.

Розподіл пам'яті

5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\varphi_0-\Theta$	$\tilde{x}_0$	$\tilde{y}_0$	$\tilde{\ell}_B$	$\tilde{\ell}_4$	α	$\tilde{x}_A$ φ_B	$\tilde{x}_E$		Θ

43	ИП7	50	ИП5	57	ИПВ	64	+	7I	-	78	ИПВ
44	ИП5	5I	Fcos	58	+	65	ПВ	72	ИП9	79	Fsin
45	Fsin	52	+	59	:	66	Fcos	73	:	80	ИП8
46	+	53	ПВ	60	Ftg^{-1}	67	ИП8	74	$Fcos^{-1}$	8I	X
47	↑	54	Fx^2	6I	2	68	X	75	Fsin	82	+
48	Fx^2	55	+	62	X	69	ИПС	76	ИП9	83	В/0
49	ИП6	56	F√	63	ИПА	70	⇄	77	X		

Інструкція користувачу

I. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Записати текст програми I.3 за адресами 00–42. Текст підпрограми записати, починаючи з адреси 43.

3. Величини $\tilde{x}_0$, $\tilde{y}_0$, $\tilde{\ell}_B$, $\tilde{\ell}_4$, α, $\tilde{x}_E$, $\varphi_0-\Theta$, Θ записати до пам'яті згідно з розподілом пам'яті підпрограми та головного модуля. Значення α, $\varphi_0-\Theta$, Θ – у радіанах.

4. Натиснути "В/0", "С/П". На індикаторі прочитати значення

$$\tilde{y}_E,\ \tilde{\vartheta}_E,\ \tilde{a}_E .$$

5. Обчислення закінчити при $i = 11$.

6. За необхідності повторити обчислення та відновити значення $\varphi_0-\Theta$ в ячейці 5.

I.5. Підпрограма визначення кінематичних параметрів V-подібного двигуна /разом із програмою I.3/

Позначення наведені в п. 2.5.5 і зображені на рис. 2.10.

Розподіл пам'яті

5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\varphi_0 - \theta$	$-\tilde{\ell}_2$	$\tilde{\ell}_4$	$\tilde{\ell}_c$	α	$\sin\beta$	$\cos\beta$	$\tilde{y}_c$	$\tilde{x}_c$	θ

43	ИП5	51	FBx	59	⇄	67	ИПА	75	/-/	83	ИПС
44	Fsin	52	Fsin	60	ИП8	68	x	76	$Fsin^{-1}$	84	ИПА
45	ИП6	53	ИП8	61	x	69	ИПС	77	Fcos	85	x
46	:	54	x	62	ИП5	70	ИПВ	78	ИП7	86	+
47	$Fsin^{-1}$	55	ИП5	63	Fcos	71	x	79	x	87	+
48	ИП9	56	Fsin	64	+	72	+	80	ИПД	88	В/О
49	+	57	+	65	ПД	73	ИП7	81	ИПВ		
50	Fcos	58	ПС	66	/-/	74	:	82	x		

Інструкція користувачу

1. Перемикач "Р/Г" - у положенні "Р".

2. Записати текст програми I.3 за адресами 00-42. Починаючи з адреси 43 записати текст підпрограми.

3. До ячейок оперативної пам'яті записати $-\tilde{\ell}_2$, $\tilde{\ell}_4$, $\tilde{\ell}_c$, α, $\sin\beta$, $\cos\beta$, $\varphi_0-\theta$, θ згідно з розподілом пам'яті підпрограми та головного модуля. Значення α, $\varphi-\theta$, θ ввести в радіанах.

4. Натиснути "В/О", "С/П". На індикатор послідовно виводяться $\tilde{x}_D^*$, $\tilde{v}_D$, $\tilde{a}_D$.

5. Обчислення закінчити при $i = n$.

6. За необхідності повторити обчислення та відновити значення $\varphi_0 - \theta$ в ячейці 5 /див. перерозподіл пам"яті програми I.3/.

Програма I.6

Визначення приведеного моменту технологічних сил, приведеного моменту інерції та потужності агрегату з V-подібним двигуном

Розподіл пам'яті /позначення див. у пп. 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3/

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
j	$-\ell_1$	$-\ell_1/\ell_2$	φ_2	i	m_n	m_Λ	S'_n	S'_Λ	φ_1	α	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi/3\pi$	Σ	

Блоки програми

№ п/п	Призначення блока	Команди
I	Головний модуль	00 – 22
2	Підпрограма I-го рівня. Обчислення M_T і J_n	23 – 60
3	Підпрограма 2-го рівня. Обчислення S'	61 – 74

00	ПП	13	↑	26	×	→	Ввод	50	Fx^2	63	ИП2
01	24	14	ИПД	27	П9	39	П9	51	ИП5	64	×
02	ПД	15	+	28	ПП	40	С/П	52	×	65	$F\sin^{-1}$
03	КИП0	16	+	29	61	→	Ввод	53	ИП8	66	П3
04	ПП	17	$FL0$	30	П7	41	ИП8	54	Fx^2	67	–
05	23	18	02	31	ИП9	42	×	55	ИП6	68	$F\sin$
06	4	19	FBx	32	ИПА	43	ИП9	56	×	69	ИП3
07	×	20	ИПС	33	–	44	ИП7	57	+	70	$F\cos$
08	ИПД	21	×	34	ПП	45	×	58	С/П	71	:
09	+	22	С/П	35	61	46	+	59	ИП9	72	ИП1
10	ПД	23	КИП4	36	П8	47	П9	60	В/0	73	×
11	ПП	24	ИП4	37	ИП4	48	С/П	61	↑	74	В/0
12	23	25	ИПВ	38	С/П	49	ИП7	62	$F\sin$		

Інструкція користувачу

I. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Ввести до оперативної пам'яті значення $n_1 - \ell_1$, $-\ell_1/\ell_2$, m_n, m_Λ, α, $\Delta\varphi$, $\Delta\varphi/3T$ згідно з розподілом пам'яті. До ячейки 4 записати 0.

3. Натиснути "В/О", "С/П". Після висвічування номера положення "i" ввести F_n до регістру X. Натиснути "С/П" і після зупинки ПМК ввести F_Λ, натиснути "С/П" і прочитати M_r і $\mathcal{J}_n$ для даного положення.

4. Після введення даних для n положень буде виведено значення P_T у ватах, якщо F_n і F_Λ вводились у ньютонах.

5. За необхідності повторити обчислення записати 0 до регістру 4 і n до регістру 0 і перейти до п. 3.

Програма I.7

Дослідження руху машинного агрегату з асинхронним двигуном

Позначення див. у п. 3.4.3.

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
M_{i-1}	M_i	$\mathcal{J}_{i-1}$	$\mathcal{J}_i$	i	ω^2_{i-1}	$\mathcal{J}_M$	n	$\Delta\varphi$	c	n_{pc}	n_{pH}	$2A$	P_H	

Текст програми

00	2	I4	X	28	ИПД	40	КИП4	53	С/П	66	+
0I	$F\pi$	I5	ПВ	29	ИП8	4I	ИП4	→	Ввод	67	ИП3
02	X	I6	:	30	X	42	ИП7	54	ПI	68	ИПД
03	ИП7	I7	ИПА	3I	ПД	43	–	55	ИП0	69	+
04	:	I8	ИПВ	32	0	44	$Fx=0$	56	+	70	:
05	П8	I9	Fx^2	33	П4	45	48	57	ИПС	7I	П5
06	ИПА	20	–	34	С/П	46	0	58	+	72	$F\sqrt{\ }$
07	ИП9	2I	:	→	Ввод	47	П4	59	ИП8	73	С/П
08	X	22	ПД	35	ИП6	48	ИП4	60	X	74	ИП3
09	Fx^2	23	ИПА	36	+	49	С/П	6I	ИП2	75	П2
I0	ПА	24	X	37	П2	→	Ввод	62	ИПД	76	ИПI
II	ИПД	25	2	38	С/П	50	ИП6	63	–	77	П0
I2	ИПВ	26	X	→	Ввод	5I	+	64	ИП5	78	БП
I3	ИП9	27	ПС	39	П0	52	П3	65	X	79	40

Інструкція користувачу

1. Записати ω_o^2, $J_м$, n, c, $n_{рс}$, $n_{рн}$, $P_н$ в ячейки оперативної пам'яті згідно з II розподілом. Номінальна потужність двигуна вводиться в ватах.

2. Натиснути "В/О", "С/П". Після виводу номера положення ввести відповідні значення $J_п$ і $M_т$. Прочитати значення ω_i.

3. Обчислення зупинити після виконання умови періодичності із заданим ступенем точності.

4. Для виконання повторних розрахунків ввести ω_o^2, $J_м$ і натиснути БП 32, після чого повернутися до п. 2.

Контрольні обчислення наведені в дод. 2.

Програма 1.8

Визначення чисел зубів триступінчатого редуктора

Розподіл пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	А	В	С	Д	Е
u	u_1	u_2	u_3	z_1	z_2	z_3	z_4			0,5	4/19	Δ	3/2	

Позначення див. у п. 4.2.3.

00	ИПВ	10	ИП1	22	ПП	30	×	40	:	50	С/П
01	ИПО	11	ИП4	21	54	31	ИП4	41	ИПС	51	КИП4
02	Fx^y	12	С/П	22	П6	32	↑	42	−	52	БП
03	П3	13	×	23	ИП3	33	Fx^2	43	$Fx<0$	53	10
04	ИПД	14	ПП	24	ИП4	34	×	44	51	54	ИПА
05	⇄	15	54	25	×	35	:	45	ИП5	55	+
06	Fx^y	16	П5	26	ПП	36	ИПЮ	46	С/П	56	К[ ]
07	П2	17	ИП2	27	54	37	−	47	ИП6	57	В/О
08	Fx^y	18	ИП4	28	П7	38	К‖	48	С/П		
09	П1	19	×	29	×	39	ИПО	49	ИП7		

Інструкція користувачу

1. Значення u, Z_{min}; 0,5; 4/19; Δ ; I,5 занести до ячейки згідно з розподілом пам'яті.

2. Натиснути "В/С", "С/П". Виводиться поточне значення Z_1. Решта значень чисел зубів виводиться, якщо похибка не перевищує задану.

3. Обчислення закінчити після отримання достатнього числа розв'язків.

Контрольний приклад: $u = 25{,}34$; $\Delta = 0{,}02$; $Z_{min} = 15$.

Результати розрахунку

Z_1	I5	I6	I7	I8	I3	21	22	23	24
Z_2	69	74	79	83	88	97	I02	I06	III
Z_3	42	44	47	50	53	58	61	64	67
Z_4	30	32	34	36	38	4I	43	45	47

Програма I.9
Синтез співвісного редуктора

Позначення див. у п. 4.3.4.

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
	μ_I	μ_{II}		Z_2'	e	Z_1	Z_2	Z_3	$u-\Delta$	$u+\Delta$	Σ_1	Z_{min}	u_2	

00	ИПС	I4	I	28	ИПС	42	ПД	56	$Fx \geq 0$	70	С/П
0I	ИПI	I5	−	29	П4	43	ИПА	57	27	7I	ИП7
02	ИП2	I6	ИПС	30	ИП5	44	+	58	ИПВ	72	С/П
03	+	I7	Fx^2	3I	ИП2	45	I	59	ИПД	73	ИП4
04	X	I8	X	32	X	46	+	60	ИП9	74	С/П
05	ИПI	I9	ИПI	33	ПВ	47	:	6I	:	75	ИП8
06	:	20	:	34	ИП5	48	П7	62	I	76	С/П
07	ИП2	2I	ИП2	35	ИПI	49	КИП7	63	+	77	КИП4
08	:	22	:	36	X	50	ИПВ	64	:	78	БП
09	2	23	+	37	ИП4	5I	ИП7	65	ИП7	79	30
I0	:	24	$F\sqrt{}$	38	−	52	−	66	−		
II	↑	25	+	39	П8	53	П6	67	$Fx<0$		
I2	Fx^2	26	П5	40	ИП4	54	ИПС	68	77		
I3	ИП9	27	КИП5	4I	:	55	−	69	ИП6		

Інструкція користувачу

1. Ввести значення $\mu_I, \mu_{II}, u-\Delta, u+\Delta, z_{min}$ до ячейок згідно з розподілом пам'яті.

2. Натиснути "В/О", "С/П". Числа зубів варіанта, що задовольняє поставленим умовам, виводяться в такій послідовності: z_1, z_2, z_2', z_3.

3. Обчислення припинити після отримання достатнього числа розв'язків.

4. За необхідності повторити розв'язування і ввести e_{min} і z_{min} до ячейок 5 і С, БП 30.

Результати обчислень при $\mu_I = 2$, $\mu_{II} = 3$, $u-\Delta = 8{,}07$; $u+\Delta = 8{,}23$; $z_{min} = 17$ наведені в табл. 4.4.

Програма I.10

Синтез планетарного редуктора типу AI

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
			z_3		z_1		z_2	$u-\Delta$	$u+\Delta$	z_{3H}	K			

Позначення див. у п. 4.4.4.

00	КИП5	07	ИП8	I4	ИП5	2I	36	28	Fx=0	35	С/П
0I	ИП5	08	x	I5	−	22	ИП3	29	36	36	КИП3
02	ИП9	09	ПА	I6	2	23	ИП5	30	ИП5	37	ИП3
03	x	I0	−	I7	:	24	+	3I	С/П	38	ИПА
04	К[]	II	Fx≥0	I8	П7	25	ИПВ	32	ИП7	39	БП
05	П3	I2	00	I9	К{}	26	:	33	С/П	40	I0
06	ИП5	I3	ИП3	20	Fx=0	27	К{}	34	ИП3		

Інструкція користувачу

1. Занести до пам'яті $z_{min}-1$, $u-\Delta$, $u+\Delta$ згідно з таблицею розподілу пам'яті.

2. Натиснути "В/О", "С/П". На індикатор виводяться результати, що задовольняють поставленим умовам, у такій послідовності: z_1, z_2, z_3.

3. Обчислення зупинити після отримання достатньої кількості розв'язків.

Контрольний приклад: $u = 6{,}29 \pm 0{,}1$; $K = 3$; $z_{min} = 17$. Результати наведені в табл. 4.8.

Програма I.II

Визначення параметрів зубчастої пари за заданих x_1 і x_2

Блоки програми

№ п/п	Призначення блока	Команди
I	Визначення $inv\alpha$	00–20
2	Визначення α_{tw} /розв'язання рівняння методом Ньютона/	21–46
3	Визначення a_w, Δy	47–67
4	Визначення r_i, r_{wi}, r_{ai}, r_{fi} $(i=1,2)$	68–98

Позначення див. у п. 4.7.3.

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\frac{z_1+z_2}{2}$	x_2	$\frac{z_2}{2}$	x_1	$\frac{z_1}{2}$	x_1+x_2 r	α_t η	$inv\alpha_{tw}$ m_t	$\cos\beta$	α_{tw} Δy	ε^2	α_n	$h_a^*+c^*$	m	$\frac{\pi}{180}$

00	ИП3	I7	П6	34	–	5I	$F\cos$	68	5	85	×
0I	ИПI	I8	–	35	П9	52	:	69	П0	86	ИП5
02	+	I9	+	36	FBx	53	П6	70	ИП7	87	+
03	П5	20	П7	37	Fx^2	54	ИПД	7I	КИП0	88	С/П
04	ИП4	2I	I	38	ИПА	55	ИП8	72	×	89	⇄
05	ИП2	22	П9	39	–	56	:	73	С/П	90	ИПС
06	+	23	ИП9	40	$Fx<0$	57	П7	74	П5	9I	–
07	П0	24	↑	4I	23	58	ИП0	75	ИП6	92	ИПД
08	:	25	Ftg	42	ИП9	59	×	76	×	93	×
09	ИПВ	26	↑	43	ИПЕ	60	×	77	С/П	94	ИП5
I0	Ftg	27	ИП9	44	:	6I	С/П	78	КИП0	95	+
II	×	28	–	45	$K\leftarrow$	62	FBx	79	↑	96	С/П
I2	FBx	29	ИПI	46	С/П	63	–	80	ИП9	97	БП
I3	ИП8	30	–	47	ИП5	64	ИПД	8I	–	98	70
I4	:	3I	⇄	48	ИП6	65	:	82	I		
I5	↑	32	Fx^2	49	$F\cos$	66	–	83	+		
I6	Ftg^{-1}	33	:	50	ИП9	67	П9	84	ИПД		

Інструкція користувачу

1. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Занести до пам'яті значення x_2, $Z_2/2$, x_1, $Z_1/2$, ε^2, α_n, $h_a^* + c^*$, m_n, $\pi/180$ згідно з II розподілом. Значення α_n – у радіанах.

3. Натиснути "В/О", "С/П". На індикатор виводяться α_{tw}, a_w і далі r, r_w, r_a, r_f спочатку для шестерні, потім для колеса. Значення α_{tw} виводяться в градусах, хвилинах і секундах.

4. Обчислення припинити після одержання параметрів шестерні і колеса.

5. За необхідності повторити обчислення, змінити дані та повернутися до п. 3.

Формат виводу α_{tw} xx. xx xxx

Секунди та їх десяті частки

Хвилини

Градуси

Команда 45 $K \leftarrow$ – переведення десятих часток градуса у хвилини, секунди та їх частки.

Контрольний приклад: $Z_1/2 = 7$; $Z_2/2 = 13,5$; $x_1 = 0,52$; $x_2 = 0,31$; $\cos\beta = \cos\pi/12 = 0,966$; $\varepsilon^2 = 1\cdot 10^{-12}$; $\alpha_n = \pi/9$; $h_a^* + c^* = 1,25$.

Результати обчислень:

$\alpha_{tw} = 25^\circ 18' 55,54''$ /час рахунку $\simeq$ 1 хв/

$a_w = 109,84$ мм;

$r_1 = 36,234$; $\quad r_2 = 69,881$;

$r_{w1} = 37,509$; $\quad r_{w2} = 72,340$;

$r_{a1} = 43,418$; $\quad r_{a2} = 76,014$;

$r_{f1} = 32,58$; $\quad r_{f2} = 65,18$.

Програма I.12

Обчислення параметрів зубчастих коліс за заданого a_w.

Позначення див. у п. 4.7.3.

№ п/п	Призначення блока	Команди
I	Обчислення a	00–I0
2	Обчислення η, α_{tw}	I1–38
3	Обчислення $x_1 + x_2$	39–50
4	Обчислення $y, \Delta y$	5I–57
5	Обчислення $r_i, r_{wi}, r_{ai}, r_{fi}$ $(i=1,2)$	58–88

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
a_w x_1+x_2	$\frac{z_1+z_2}{2}$	$z_2/2$	a x_1	$z_1/2$	m_t	r_1 r_2		$\cos\beta$	η	y Δy	α_n	$h_a^*+c^*$	m_n	$\pi/180$

00	ИПД	I5	:	3I	:	47	ИПI	62	×	78	С/П
0I	ИП8	I6	ПА	32	$F\cos^{-1}$	48	×	63	С/П	79	⇄
02	:	I7	ИП0	33	↑	49	П0	64	П6	80	ИПС
03	П5	I8	ИП3	34	ИПЕ	50	С/П	65	ИП9	8I	−
04	ИП2	I9	:	35	:	→ Ввод		66	×	82	ИПД
05	ИП4	20	П9	36	К ←	5I	П3	67	С/П	83	×
06	+	2I	ИПВ	37	С/П	52	−	68	КИП0	84	ИП6
07	ПI	22	Ftg	38	F⟲	53	ПI	69	↑	85	+
08	×	23	ИП8	39	Ftg	54	ИП0	70	ИПА	86	С/П
09	П3	24	:	40	FBx	55	ИПА	7I	−	87	БП
I0	С/П	25	↑	4I	−	56	−	72	1	88	60
→ Ввод a_w		26	Ftg^{-1}	42	⇄	57	ПА	73	+		
I1	П0	27	−	43	−	58	5	74	ИПД		
I2	ИП3	28	FBx	44	ИПВ	59	П0	75	×		
I3	−	29	$F\cos$	45	Ftg	60	ИП5	76	ИП6		
I4	ИПД	30	ИП9	46	:	6I	КИП0	77	+		

Інструкція користувачу

1. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Ввести до пам'яті значення $Z_2/2$, $Z_1/2$, $\cos\beta$, α_n, $h_a^*+c^*$, m_n, $\pi/180$ згідно з II розподілом. Значення α_n – у радіанах.

3. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: a_{tw}, x_1+x_2. Ввести значення x_1 до регістру X. Потім виводяться r, r_w, r_a, r_f спочатку для шестерні, потім для колеса. Значення α_{tw} виводиться в градусах, хвилинах, секундах та їх десятих частках.

4. За необхідності повторити обчислення, змінити вихідні дані і повернутися до п. 3.

Формат виводу xx. xx xxx

- xx. – Градуси
- xx – Хвилини
- xxx – Секунди та їх десяті частки

Команда 36 $K \leftarrow$ переведення десятих часток градуса у хвилини та секунди.

Контрольний приклад:

$Z_1/2$ = 7 /П4/;	a = 106,11 мм;		
$Z_2/2$ = 13,5 /П2/;	a_w = 110 мм;		
β = 15° $\cos\beta \longrightarrow$ П8;	α_{tw} = 25°28′51,4″ /0,444 рад/;		
$\alpha_n = \pi/9 \longrightarrow$ ПВ;	x_1+x_2 = 0,866;		
$h_a^*+c^*$ = 1,25 $\longrightarrow$ ПС;	x_1 = 0,5;		
m_n = 5 мм $\longrightarrow$ ПД;	r_1 = 36,23;	r_2 = 69,88;	
$\pi/180 \longrightarrow$ ПЕ;	r_{w1} = 37,56;	r_{w2} = 72,44;	
	r_{a1} = 43,88;	r_{a2} = 76,26;	
	r_{f1} = 32,48;	r_{f2} = 65,46.	

Програма 1.13

Визначення загальної нормалі прямозубих і косозубих коліс

Позначення див. у п. 4.7.3.3.

№ п/п	Призначення блока	Команди
1	Обчислення S	00-12
2	Обчислення $S_{в}$	13-36
3	Обчислення граничного значення W^{*}	37-45
4	Визначення граничного значення W^{**}	46-56
5	Вибір найменшого значення W_{min}	57-62
6	Визначення найбільшого значення $Z_{w\,max}$	63-76
7	Обчислення довжини загальної нормалі W	77-83

Розподіл пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	А	В	С	Д	Е
x	Z	α_n	m_n		r_{W^*}	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$\cos\beta$	b	r_a	$r_в$, $\beta_в$	$S_в$	W^{**}	

00	ИП2	14	ИП3	28	+	42	$F\sqrt{\ }$	56	ПД	70	×
01	Ftg	15	2	29	ИП5	43	2	57	ИП5	71	ПВ
02	П7	16	:	30	ИП2	44	×	58	−	72	:
03	ИП0	17	×	31	$F\cos$	45	П5	59	$Fx<0$	73	К[]
04	×	18	П5	32	П6	46	ИП8	60	63	74	1
05	2	19	:	33	×	47	1	61	ИПД	75	+
06	×	20	ИП7	34	ПВ	48	−	62	П5	76	С/П
07	$F\pi$	21	ИП8	35	×	49	$Fx\neq0$	63	ИП5	77	1
08	2	22	:	36	ПС	50	63	64	ИПС	78	−
09	:	23	↑	37	ИПА	51	ИП9	65	−	79	ИПВ
10	+	24	Ftg^{-1}	38	Fx^2	52	ИП8	66	ИП3	80	×
11	ИП3	25	−	39	ИПВ	53	$F\cos^{-1}$	67	$F\pi$	81	ИПС
12	×	26	2	40	Fx^2	54	$F\sin$	68	×	82	+
13	ИП1	27	×	41	−	55	:	69	ИП6	83	С/П

Інструкція користувачу

1. Перемикач "Р/Г" - у положенні "Р".

2. Ввести до оперативної пам'яті $x, z, \alpha_n, m_n, \cos\beta, b, r_a$ згідно з її розподілом. Значення α_n ввести в радіанах.

3. Натиснути "В/О", "С/П". Вивід $z_{w\,max}, W_z$.

4. За бажанням знайти W, що відповідає меншому значенню z_w, ввести z_w до регістру X і натиснути "БП", "76", "С/П". Після цього на індикатор буде виведено знайдене значення W_z.

Контрольний приклад:

$x = 0,32 \rightarrow$ П0

$z = 27 \rightarrow$ П1

$\alpha_n = \pi/9 \rightarrow$ П2

$m_n = 5 \rightarrow$ П3

$\beta = \pi/12 \rightarrow$ П8

$b = 40 \rightarrow$ П9

$r_a = 76 \rightarrow$ ПА.

При $b = 40$ мм

$z_{max} = 5$; $W_5 = 69,604$ мм; $S_b = -10,562$. При $\cos\beta = 1$ і будь-якому b $z_{max} = 5$; $W_5 = 69,408$; $S_b = 10,36554$.

При $b = 10$ мм

$z_{max} = 2$; $W_2 = 25,322$ мм.

Другий приклад:

$x = 0,52$; $z_{max} = 3$; $W_3 = 39,660$;

$z_1 = 14$; $z = 2$; $W_2 = 24,899$.

$\alpha = \pi/9$;

$m_n = 5$;

$r_a = 40$;

$\cos\beta = 1$.

Програма I.14

Обчислення ступеня перекриття та перевірка умов відсутності інтерференції

Позначення в п. 4.7.4 і зображені на рис. 4.23.

№ п/п	Призначення блока	Команди
1	Обчислення m_t	00-16
2	Виклик ПП-1 для обчислення $L_1 N_1$ і $L_2 N_2$	17-20
3	Обчислення $N_1 A_2$	21-27
4	Обчислення $N_2 A_1$	28-33
5	Обчислення $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon$	34-56
6	Підпрограма №1 /обчислення NL /	57-71
7	Підпрограма № 2 /обчислення NA /	72-81

Розподіл пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
agp	x_2	$Z_2/2$	x_1	$Z_1/2$	$\cos\alpha_t$	r_{a1}	r_{a2}	$\cos\beta$	b	g	$\sin\alpha_t$	m_t	m_n	

00	2	I4	ПС	28	ИПА	42	ПЮ	56	С/П	70	С/П
0I	0	I5	5	29	ИП6	43	ИП5	57	КИПЮ	7I	В/О
02	Ftg	I6	ПО	30	Fx^2	44	⌣	58	ИПС	72	ИПС
03	ИП8	I7	ПП	3I	ИП4	45	:	59	X	73	X
04	:	I8	57	32	ПП	46	СП	60	ИПВ	74	ИП5
05	Ftg^{-1}	I9	ПП	33	72	47	ИП9	6I	X	75	X
06	Fsin	20	57	34	ИПО	48	ИП8	62	КИПЮ	76	Fx^2
07	ПВ	2I	ИПА	35	+	49	$Fcos^{-1}$	63	I	77	-
08	FBx	22	ИП7	36	ИПА	50	Ftg	64	-	78	F√
09	Fcos	23	Fx^2	37	⇄	5I	X	65	ИПД	79	-
I0	П5	24	ИП2	38	-	52	ИПЮ	66	X	80	С/П
II	ИПД	25	ПП	39	ИПС	53	:	67	ИПВ	8I	В/О
I2	ИП8	26	72	40	Fπ	54	С/П	68	:		
I3	:	27	ПЮ	4I	X	55	+	69	+		

Інструкція користувачу

I. Перемикач "Р/Г" - у положенні "Г".

2. Ввести до оперативної пам'яті величини $x_2, Z_2/2, x_1, Z_1/2, r_{a1}, r_{a2}, \cos\beta, b, g, m_n$ згідно з таблицею II розподілу.

3. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: L_1N_1, L_2N_2, N_1A_2, N_2A_1, ε_α, ε_β, ε.

4. Обчислення припинити після отримання значення ε.

5. За необхідності повторити обчислення, внести зміни у вихідні дані та повернутися до п. 3.

Контрольний приклад

Вихідні дані

x_2	= 0,522	ПI
$Z_2/2$	= 8,5	П2
x_1	= 0,6	П3
$Z_1/2$	= 7	П4
r_{a1}	= 43,39	П6
r_{a2}	= 50,765	П7
cos	15°	П8
b	= 40	П9
g	= 39,848	ПА
m_n	= 5	ПД

Виводи на індикатор

L_1N_1 = 7,104 мм

L_2N_2 = 8,786 мм

N_1A_2 = 10,152 мм

N_2A_1 = 12,744 мм

ε'_α = 1,111

ε_β = 0,659

ε = 1·771

Оскільки $L_1N_1 < N_1A_2$ і $L_2N_2 < N_2A_1$, то інтерференція є відсутньою.

Програма I.15
Визначення коефіцієнтів питомого ковзання та питомого тиску по довжині лінії зачеплення

Позначення див. у п. 7.4.4.

№ п/п	Призначення блока	Команди
1	Обчислення θ_1	00–12
2	Обчислення θ_2	13–17
3	Обчислення λ	18–25
4	Організація циклу	25–31

Розподіл пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
ρ_1	c	$-u$	ρ_2	m	$\Delta\rho_1$	A								

00	ИП1	06	ИП2	12	С/П	18	ИП4	24	X	30	БП
01	ИП0	07	X	13	ИП6	19	ИП0	25	С/П	31	00
02	С/П	08	:	14	F1/X	20	F1/X	26	ИП0		
03	-	09	П6	15	1	21	ИП3	27	ИП5		
04	П3	10	1	16	+	22	F1/X	28	+		
05	ИП0	11	+	17	С/П	23	+	29	П0		

Інструкція користувачу

1. Записати до пам'яті величини ρ_1, c, $-u$, m, $\Delta\rho_1$ згідно з II розподілом.

2. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: ρ_1, θ_1, θ_2, λ.

3. Обчислення припинити за значень, що є близькими до c.

Контрольний приклад:

$c = 110$; $\sin 25^{0}28'51,4'' = 47,323$ мм;

$m = 5$ мм; $\Delta\rho = 2$ мм; $u = 27/14$

ρ_1	θ_1	θ_2	λ
0,5	-47,55	0,979	10,106
2,5	-8,29	0,692	2,11
4,5	-3,93	0,797	1,22
6,5	-2,25	0,692	0,891
8,5	-1,36	0,577	0,717
10,5	-0,818	0,450	0,611
12,5	-0,444	0,307	0,543
14,5	-0,173	0,448	0,494
. . .	. . .	. . .	. . .
47	0,996	-297	15,17

Програма 1.16

Обчислення кінематичних параметрів за полідинамічного закону руху

Позначення див. у п. 5.2.2.

Загальний вираз для $S^{(p)}$ /$p = 0, 1, 2$/:

$$S^{(p)} = Ak^{n}(q_0 + k(q_1 + k(q_2 + k(q_3 + kq_4)))).$$

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	n	A
S	18	-55	78	-56	16	3	h
S'	27	-110	195	-168	56	2	$2h/\varphi_y$
S''	27	-165	390	-420	168	1	$4h/\varphi_y^2$

Розподіл оперативної пам'яті

0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
10	Адр	i	n	j	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	n	A	Δk	k	

00	ИП4	05	ИПА	I0	П2	I5	+	20	FL3	25	КИП4
0I	С/П	06	П3	II	КИПI	I6	FL2	2I	I8	26	БП
02	ИПС	07	ИП0	I2	ИПД	I7	I2	22	ИПВ	27	00
03	X	08	ПI	I3	X	I8	ИПД	23	X		
04	ПД	09	4	I4	КИПI	I9	X	24	С/П		

N - число відрізків, на які розділено фазовий кут.

Інструкція користувачу

I. Записати величини $N, 0, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, n, A, \Delta k$ згідно з розподілом оперативної пам'яті.

2. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу результатів: j, $S^{(p)}$, де $S^{(p)}$ - переміщення, перва чи друга похідна.

3. Обчислення припинити після отримання заданого числа значень функції.

4. За необхідності повторити обчислення відновити значення $j = 0$ в ячейці 4.

Контрольний приклад: $h = 1$; $\varphi_y = 1$; $A = 1$; $A' = 2$; $A'' = 4$; $N = 10$

j	ΔS	S'	S''
0	0,0000	0,0000	0,0000
I	0,0I32	0,3557	5,598
2	0,0775	0,9236	5,207
3	0,I927	I,I34I	3,I440
4	0,3395	I,562I	I,3I30
5	0,5000	I,6250	0,0000

j	ΔS	S'	S''
6	0,6604	I,562I	-I,3I3
7	0,6072	I,I34I	-3,I44
8	0,9224	0,9236	-5,207
9	0,9867	0,3557	-5,598
I0	I,0000	0,000	0,000

Програма 1.17

Програми обчислення кінематичних параметрів /сумісні з програмами 1.18 і 1.19/

Розподіл пам'яті /є однаковим для всіх програм/.
Позначення див. у п. 5.2.2.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
$\dot{j}$							ΔS	S'	A''	A'	A	ΔK	K	

1.17.1. Прискорення – поліном Шуна:

$$\Delta S = AK^3(10+K(6K-15)); \qquad A = h;$$
$$S' = A'K^2(1+K(K-2)); \qquad A' = 30h/\varphi_y;$$
$$S'' = A''K(1+K(2K-3)); \qquad A'' = 60h/\varphi_y^2.$$

00	ИП0	10	5	20	×	30	×	40	×	50	×
01	С/П	11	−	21	×	31	+	41	3	51	С/П
02	1	12	ИПД	22	ИПВ	32	ИПД	42	−	52	FL0
03	−	13	×	23	×	33	Fx^2	43	ИПД	53	00
04	ИПС	14	1	24	П7	34	×	44	×		
05	×	15	0	25	1	35	ИПА	45	1		
06	ПД	16	+	26	ИПД	36	×	46	+		
07	6	17	ИПД	27	2	37	П8	47	ИПД		
08	×	18	↑	28	−	38	ИПД	48	×		
09	1	19	Fx^2	29	ИПД	39	2	49	ИП9		

1.17.2. Прискорення – синусоїда:

$$\Delta S = A(2\pi K - \sin 2\pi K); \qquad A = h/2\pi;$$
$$S' = A'(1-\cos 2\pi K); \qquad A' = h/\varphi_y;$$
$$S'' = -A''\sin 2\pi K; \qquad A'' = -2\pi h/\varphi_y^2.$$

00	ИП0	06	ПД	12	Fcos	18	П8	24	ИПВ	30	С/П
01	С/П	07	2	13	1	19	F⟳	25	×	31	FL0
02	1	08	×	14	⇄	20	Fsin	26	П7	32	00
03	−	09	Fπ	15	−	21	↑	27	F⟳		
04	ИПС	10	×	16	ИПА	22	FBx	28	ИП9		
05	×	11	↑	17	×	23	−	29	×		

I.I7.3. Прискорення – косинусоїда:

$$S'' = A''\cos \pi k; \qquad A'' = \pi^2 h/\varphi_y^2;$$
$$S' = A'\sin \pi k; \qquad A' = \pi h/\varphi_y;$$
$$\Delta S = -A(1-\cos \pi k); \quad A = -h/2.$$

00	ИПО	05	×	I0	↑	I5	П8	20	×	20	С/П
0I	С/П	06	ПД	II	FBx	I6	F⟳	2I	П7	26	FL0
02	I	07	Fπ	I2	Fsin	I7	I	22	⇄	27	00
03	–	08	×	I3	ИПА	I8	–	23	ИП9		
04	ИПС	09	Fcos	I4	×	I9	ИПВ	24	×		

I.I7.4. Прискорення – похила пряма:

$$S'' = A''(2k-1); \qquad A'' = -6h/\varphi_y^2;$$
$$S' = A'k(k-1); \qquad A' = -6h/\varphi_y;$$
$$\Delta S = Ak^2(2k-3); \quad A = -h.$$

00	ИПО	06	ПД	I2	Fx^2	I8	I	24	П8	30	ИП9
0I	С/П	07	2	I3	×	I9	–	25	ИПД	3I	×
02	I	08	×	I4	ИПВ	20	ИПД	26	2	32	С/П
03	–	09	3	I5	×	2I	×	27	×	33	FL0
04	ИПС	I0	–	I6	П7	22	ИПА	28	I	34	00
05	×	II	ИПД	I7	ИПД	23	×	29	–		

I.I7.5. Прискорення кусково-постійне $(S'' = \pm a)$:

при $k \leqslant 0{,}5$ — при $k > 0{,}5$

$$\Delta S = 2Ak^2; \qquad \Delta S = (1-2(k')^2)A; \qquad A = h;$$
$$S' = A'k; \qquad S' = A'k'; \qquad A' = 4h/\varphi_y;$$
$$S'' = A''; \qquad S'' = -A''; \qquad A'' = 4h/\varphi_y^2;$$

$$k' = 1 - k$$

00	ИПО	09	–	I8	↑	27	ИПВ	36	X	45	ИП9
0I	С/П	I0	$Fx\geq0$	I9	ИПА	28	X	37	П8	46	С/П
02	I	II	34	20	X	29	П7	38	ИПД	47	$FL0$
03	–	I2	$Fx\neq0$	2I	П8	30	ИП9	39	Fx^2	48	00
04	ИПС	I3	34	22	$F\circlearrowright$	3I	/–/	40	2		
05	X	I4	I	23	Fx^2	32	БП	4I	X		
06	ПД	I5	↑	24	2	33	46	42	ИПВ		
07	2	I6	ИПД	25	X	34	ИПД	43	X		
08	$F1/x$	I7	–	26	–	35	ИПА	44	П7		

Інструкція користувачу

I. Перемикач "Р/Г" – у положенні "Р".

2. Ввести до оперативної пам'яті $n, A'', A', A, \Delta K$ згідно з таблицею II розподілу.

3. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: j, S'. Після обчислення $S'', S', \Delta S$ знаходяться в ячейках 8 і 7 та можуть бути викликані на індикатор командами "ИП8" і "ИП7". Вивід виконується в порядку зменшення j, тобто першими обчислюються кінематичні параметри, що відповідають $j = n$ /кінець віддалення/, останніми – для $j = I$ /початок віддалення/.

4. Обчислення закінчити при $j = I$.

5. За необхідності повторити обчислення, відновити значення в ячейці 0 і повернутися до п. 3.

Контрольні приклади виконані для $A'' = I$; $A' = I$; $A = I$; $\Delta K = 0,I$.

j	S''	S'	ΔS	j	S''	S'	ΔS
0	4	0,50	0,000	6	–4	I,6	0,680
I	4	0,40	0,020	7	–4	I,2	0,820
2	4	0,80	0,080	8	–4	0,8	0,920
3	4	I,20	0,I80	9	–4	0,4	0,980
4	4	I,60	0,320	I0	–4	0,0	I,000
5	4	2,00	0,500				

Полином Шуна: $K = 0,1$; $S'' = 4,32$; $S' = 0,243$; $\Delta S = 0,008$.
Синусоїда: $K = 0,1$; $S'' = 3,693$; $S' = 0,191$; $\Delta S = 0,006$.
Косинусоїда: $K = 0,1$; $S'' = 4,693$; $S' = 0,485$; $\Delta S = 0,024$.

Програма 1.18

Визначення критичних радіусів кривизни КМ типу РТ /працювати з однією з програм 1.17/

Позначення див. у п. 5.3.4.

Розподіл оперативної пам'яті

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	А	В	С	Д	Е
				ρ_1	ρ_2	S_0	ΔS ρ	S'	A''	A'	A	ΔK	K	

51	ИП7	58	Fx^2	65	ИП7	72	$Fx \geq 0$	79	П5	86	00
52	ИП6	59	+	66	$F\sqrt{\ }$	73	82	80	БП	87	ИП4
53	+	60	П7	67	ИП7	74	ИП5	81	85	88	С/П
54	x	61	FBx	68	x	75	−	82	ИП4	89	ИП5
55	FBx	62	+	69	⇄	76	$Fx < 0$	83	K_{max}	90	С/П
56	Fx^2	63	⇄	70	:	77	85	84	П4		
57	ИП8	64	−	71	П7	78	ИП7	85	FLO		

Інструкція користувачу

1. Записати до пам'яті одну з програм 1.17 без трьох останніх команд.

2. Записати текст програми 1.18 починаючи з адреси 51.

3. Занести до пам'яті величини $-1 \cdot 10^6$, $+1 \cdot 10^6$, S_0, A'', A', A, ΔK і число точок, для яких виконуються обчислення $(1/\Delta K + 1)$ згідно з таблицею розподілу пам'яті.

4. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: j /від $n + 1$ до 1/; потім ρ_1, ρ_2.

Контрольний приклад

Закон зміни прискорення – косинусоїда:

$\Delta K = 1/12; \quad \dot{J}_0 = 13;$

$\rho_1 = -1 \cdot 10^6;$

$\rho_2 = 1 \cdot 10^6;$

$S_0 = 55;$

$A'' = 90;$

$A' = 30;$

$A = 10.$

$\dot{j}$	ρ
13	34,09
12	34,708
11	36,56
10	39,70
9	44,28
8	50,84
7	60,89
6	79,06
5	124,22
4	412,48
3	-258,35
2	-107,21
1	- 86,42

Програма I.19

Визначення максимального еквівалентного згинального моменту на кулачковому валу

Позначення див. у п. 5.6.2.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	Д	E
j	$\bar{R}$	M_E	F_0	c	c_1	S_0	ΔS / R	S'	A''_m / $\omega^2 \cdot 10^{-3}$	A'	A	ΔK	K / $-\rho_c$	$\ell_1/4$

50	X	60	ИП6	70	ИП7	80	4	90	3	100	С/П
51	ИП7	61	+	71	ИПЕ	81	:	91	:	101	ИП1
52	ИП4	62	:	72	X	82	+	92	$F10^x$	102	$F\sqrt{\ }$
53	X	63	Ftg^{-1}	73	Fx^2	83	$F\sqrt{\ }$	93	ИП5	103	X
54	ИП3	64	$Fcos$	74	ИПД	84	ИП2	94	X	104	С/П
55	+	65	:	75	ИП8	85	K_{max}	95	С/П		
56	+	66	П7	76	X	86	П2	96	ИП1		
57	ПД	67	ИП1	77	Fx^2	87	$FL0$	97	$F\sqrt{\ }$		
58	ИП8	68	K_{max}	78	3	88	00	98	$F\sqrt{\ }$		
59	ИП7	69	П1	79	X	89	Flg	99	X		

Інструкція користувачу

1. Ввести текст однієї з програм 1.17 без трьох останніх команд.

2. Ввести текст програми 1.19.

3. Ввести до пам'яті величини $n+1$; 0,1; 0,1; F_o; c; C_1; S_o; $A''m\omega^2\cdot10^{-3}$; A'; A; ΔK; $\ell_1/4$ згідно з таблицею розподілу пам'яті.

4. Натиснути "В/О", "С/П". Порядок виводу: j (від $n+1$ до 1). Після цього виводиться значення r'. Уводимо значення C_2 до регістру X і натискаємо "С/П". На індикаторі - значення r_1''. Уводимо значення C_3 до регістру X і натискаємо "С/П". На індикаторі - значення r_o.

5. За необхідності повторити обчислення, відновити значення 0 і 1 у регістрах 1 і 2, $n+1$ - у регістрі 0.

Контрольний приклад за закону руху за косинусоїдою:

$n+1 = 13$

$F_o = 10$ Н

$c = 9{,}5$ Н/мм

$S_o = 55$ мм

$A''m\cdot10^{-3}\omega^2 = 180$

$A' = 30$

$A = -10$

$\Delta K = 1/12$

$C_1 = 0{,}2335$

$C_2 = 1{,}908$

$C_3 = 0{,}195$

j	R	M_E
13	20	500,0
12	23,01	595,6
11	32,03	898,7
10	46,80	1431,1
9	68,68	2182,2
8	90,31	3071,1
7	115,64	3974,2
6	140,02	4734
5	160,73	5212
4	175,82	5340
3	184,83	5170
2	188,93	48888
1	190,0	4750

$r_1' = 4{,}05$ мм

$r_1'' = 7{,}05$ мм

$r_o = 5{,}21$ мм

2. Описання програм для ПМК

Описання містить список ідентифікаторів і текст програми мовою Бейсік. У кінці наведено вказівку на розділ, де використано результати обчислень за даною програмою чи самі результати обчислень.

У більшості програм вивід на друк виконується поетапно. Організацією виводу керує змінна LP, значення якої визначає, результати якого етапу будуть виведені на друк.

У програмах використано двосимвольні ідентифікатори, у більшості аналогічні позначенням у тексті, що полегшує читання тексту програми.

Програма 2.1

Призначення цієї програми - виконати кінематичне та динамічне дослідження стругального верстата з верхньою тягою /див. рис. 2.12/; встановити потужність електродвигуна; визначити закон зміни кутової швидкості головного вала, користуючись параболічною апроксимацією характеристики асинхронного електродвигуна.

Список ідентифікаторів програми

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
<u>Вихідні дані</u>		
Число ділянок	n	N
Довжина кривошипа, м	l_1	L1
Ордината центра кривошипа, м	l_0	LØ
Довжина куліси, м	l_c	LC
Відстань до центра ваги куліси, м	l_s	LS
Довжина тяги, м	l_4	L4
Ордината повзуна, м	y_D	YD
Момент інерції кривошипа і редуктора, кг/м^2	J_M	JM
Момент інерції куліси 3, кг/м^2	J_3	J3
Маса повзуна 5, кг	m_5	M5
Вага куліси 3, Н	G_3	G3
Потужність двигуна, кВт	P_H	PN
Частота обертання, хв$^{-1}$:		
кривошипа	n_1	UM
ротора номінальна	n_{pH}	NN
синхронна	n_{pc}	NS
Передаточне число редуктора	u	U
Момент інерції ротора електродвигуна, кг·м^2	J_p	JR

I	2	3
Масиви		
Безрозмірна сила різання	q	Q(N)
Приведений момент сил опору, Н·м	M_c	M(N)
Приведений момент інерції, кг·м^2	$J_п$	J(N)
Кутова швидкість початкової ланки, с$^{-1}$	ω	WM(N)
Прості змінні		
Кут повороту кривошипа, відрахований від крайнього положення, рад	φ	FI
Кут між кривошипом і віссю OX, рад	φ_1	F1
Початковий кут повороту кривошипа, рад	φ_o	FØ
Координати точки C, м	x_c, y_c	XC, YC
Абсциса точки D, м	x_D	XD
Початкове значення x_D, м	x_o	XØ
Переміщення точки D від крайнього положення, м	S_D	SD
Відносна швидкість і прискорення повзуна	V_{2-3}, a_{2-3}	VS, AS
Кутова швидкість і кутове прискорення:		
куліси	ω_3 ε_3	W3, E3
тяги	ω_4, ε_4	W4, E4
Кути повороту куліси та тяги, рад	φ_3, φ_4	F3, F4
Швидкість і прискорення точки D, м/с, м/с^2	v_D, a_D	VD, AD
Проекції швидкості точки C, м/с	v_{cx}, v_{cy}	VX, VY
Проекції прискорення точки C, м/с^2	a_{cx}, a_{cy}	AX, AY
Прискорення Коріоліса, м/с^2	a^k_{2-3}	AK
Середня кутова швидкість кривошипа, I/с	ω	W
Приріст кута повороту, рад	$\Delta\varphi$	DF
Кутова швидкість кривошипа, с$^{-1}$:		
номінальна	$\omega_н$	WN
синхронна	ω_c	WS
Коефіцієнти параболи	A, B	A, B
Максимальна та мінімальна кутові швидкості кривошипа, с$^{-1}$	ω_{max} ω_{min}	WG, WL
Коефіцієнт нерівномірності	δ	D
Момент інерції маховика, кг·м^2	ΔJ	DJ
Час одного оберту, с	T	T

Допоміжні величини

$\cos\varphi_3$	C3
$\sin\varphi_3$	S3
$tg(\varphi_3/2)$	U3
Σ	SI

$\cos\varphi_4$	C4
$\sin\varphi_4$	S4
$\cos(\varphi_3-\varphi_4)$	C
$\sin(\varphi_3-\varphi_4)$	S

Програма 2.I

```
5 PRINT "PROGRAM PR2_1":RESTORE:PI=3.141592654#:P=1
10 N=12
15 READ LO,L1,LC,L4,YD,UM
20 READ JM,J3,M5,G3,LS
25 DATA 0.62,0.2,1.02,0.29,1.0,55
30 DATA 186,18.25,190,0.35,0.5
31 FO=ATN(-L1/SQR(LO*LO-L1*L1)):W=PI*UM/30:T=60/UM
35 IF P<3 GOTO 60
40 N=24:INPUT "Введите силу резания в  кN",K:DM=.0001
45 DIM  J(N),M(N),WM(N),Q(N)
50 FOR I=0 TO N:READ Q(I):NEXT I:GOTO 69
55 DATA 0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
60 PRINT TAB(15);"PART ";P
64 ON P GOTO 65,67,69
65 PRINT TAB(3);"I";TAB(9);"F3";TAB(19);"W3";TAB(29);"E3";
66 PRINT TAB(39);"L3";TAB(49);"V23";TAB(59);"A23":GOTO 69
67 PRINT TAB(3);"I";TAB(9);"F4";TAB(19);"W4";TAB(29);"E4";
68 PRINT TAB(39);"SD";TAB(49);"VD";TAB(59);"AD"
69 DF=2*PI/N
70 FOR I=0 TO N
75 F=I*DF:F1=F+FO:L3=SQR((L1*COS(F1))^2+(LO+L1*SIN(F1))^2)
80 C3=L1*COS(F1)/L3:S3=(LO+L1*SIN(F1))/L3:U3=S3/(1+C3)
85 F3=2*ATN(U3):S=SIN(F1-F3):C=COS(F1-F3)
90 VS=-L1*W*S:W3=L1*W*C/L3:AK=2*W3*VS
95 IF P=3 GOTO 105
100 AS=L3*W3*W3-L1*W*W*C:E3=-(AK+L1*W*W*S)/L3
101 IF P=2 GOTO 105
102 PRINT USING "###";I;
103 PRINT USING "#####.####";F3*180/PI;W3;E3;L3;VS;AS
104 GOTO 170
105 XC=LC*C3:YC=LC*S3:Y4=YD-YC:X4=SQR(L4*L4-Y4*Y4)
106 S4=Y4/L4:C4=X4/L4:T4=Y4/X4
110 F4=ATN(T4):XD=XC+L4*C4
115 IF I=0 THEN XO=XD
120 SD=XD-XO
125 VX=-LC*W3*S3:VY=LC*W3*C3
130 W4=-VY/(L4*C4):VD=VX-L4*W4*S4
135 IF P=3 GOTO 160
140 AX=(-E3*S3-W3*W3*C3)*LC:AY=(E3*C3-W3*W3*S3)*LC
145 E4=(L4*W4*W4*S4-AY)/(L4*C4)
150 AD=AX-L4*W4*W4*C4-L4*E4*S4
152 PRINT USING "###";I;
153 PRINT USING "#####.####";F4*180/PI;W4;E4;SD;VD;AD
155 IF P<>3 GOTO 170
160 J(I)=JM+J3*(W3/W)^2+M5*(VD/W)^2
165 M(I)=1000*(Q(I)*VD*K-LS*G3*W3*C3)/W
170 NEXT I:P=P+1:STOP
171 IF P<4 GOTO 35
173 PRINT TAB(3);"I";TAB(9);"J(I)";TAB(19);"M(I)";
174 PRINT TAB(34);"I";TAB(40);"J(I)";TAB(50);"M(I)"
175 FOR I=0 TO 11
176 PRINT USING "###";I;
177 PRINT USING "#####.####";J(I);M(I)/100;
178 PRINT "         ";
```

```
179 PRINT USING "###";I+13;
180 PRINT USING "#####.####";J(I+13);M(I+13)/100
182 NEXT I
183 PRINT " 12";
184 PRINT USING"#####.####";J(12);M(12)/100
185 I=0: SI=M(I)
190 I=I+1: SI=SI+4*M(I)
195 IF I=N-1 GOTO 205
200 I=I+1: SI=SI+2*M(I): GOTO 190
205 I=I+1: SI=SI+M(I):PRINT:PRINT
210 PE=ABS(SI*DF/(3*T))/1000
211 PRINT USING"&###.###";"          PE=";PE;
212 PRINT "  kWt"
215 INPUT "PN=",PN:INPUT"NN=",NN:INPUT"NS=",NS
216 INPUT"JR=",JR:UR=NN/UM:PRINT"UR=";UR;
217 WN=NN*PI/(30*UR):WS=NS*PI/(30*UR):MN=1000*PN/WN
225 PRINT "    MN=";MN;
230 B=MN/(WS^2-WN^2):A=B*WS*WS:PRINT"A=";A;"  B=";B:PRINT
231 PRINT TAB(25);"PART  4"
235 FOR I=0 TO N:J(I)=J(I)+JR*UR*UR:NEXT I
240 PRINT "      JC=";J(0):DJ=0:Y=1
245 PRINT"      DJ=";DJ:WM(0)=WN
251 STOP
255 FOR I=1 TO N
260 D1=(J(I-1)+DJ-B*DF)*WM(I-1)^2
265 D2=(M(I-1)+M(I)+2*A)*DF:D3=J(I)+DJ+B*DF
270 WM(I)=SQR((D1+D2)/D3)
275 NEXT I:PRINT"Y=";Y;"  WM(0)=";WM(0);"WM(N)=";WM(N),WM(N)-WM(0)
280 IF ABS(WM(0)-WM(N))< DM GOTO 290
285 WM(0)=WM(N): Y=Y+1: GOTO 255
290 WG=0: WL=100: FOR I=0 TO N:LPRINT "I=";I,"WM=";WM(I)
295 IF WM(I)>WG THEN WG=WM(I)
300 IF WM(I)<WL THEN WL=WM(I)
305 NEXT I:D=(WG-WL)*2/(WG+WL)
310 PRINT "    WL=";WL;"      D=";D
320 INPUT"Продолжать ли расчет ?    ",Z$
325 IF Z$<>"Y" GOTO 335
330 INPUT "DJ=",DJ: GOTO 245
335 INPUT "Нужна ли распечатка W(I) ?    ",Z1$
340 IF Z1$<>"Y" GOTO 395
345 CLS:PRINT TAB(16);"Угловая скорость кривошипа при  "
350 PRINT TAB(19);"установившемся движении ":PRINT
355 PRINT TAB(17);"I";TAB(22);"W";TAB(33);"I";TAB(38);"W"
360 FOR I=0 TO 11 :PRINT TAB(15);" ";
365 PRINT USING "##";I;
370 PRINT USING "  #.#####";WM(I);
375 PRINT USING "      ##";I+13;
380 PRINT USING "  #.#####";WM(I+13):NEXT I
385 PRINT TAB(16);"12";
390 PRINT USING "  #.#####";WM(12)
395 PRINT TAB(15);"THE END"
400 END
```

Інструкція користувачу

1. Занести до оперативної пам'яті текст програми.

2. Записати в рядках 25 і 30 програми значення *L0, L1, LC, L4, YD, UM, J3, M5, G3, LS*.

3. Запустити програму на виконання. Після закінчення кінематичного аналізу групи /2, 3/ на екран виводиться таблиця значень *F3, W3, E3, L3, VS, AS*. Кут *F3* виводиться в градусах.

4. Після закінчення кінематичного аналізу групи /4, 5/ на екран виводиться таблиця значень *F4, W4, E4, SD, VD, AD*. Кут *F4* виводиться в градусах. Після закінчення пп. 3 і 4 ЕОМ зупиняється і результати розрахунку можуть бути роздруковані командою *PRINT SCREEN*.

5. Обчислюються значення приведеного моменту рушійних сил, приведеного моменту інерції та виводяться у вигляді таблиці на екран.

6. Обчислюється та виводиться на екран потужність технологічних сил. За каталогом треба вибрати електродвигун і за запитом ЕОМ ввести такі дані:

номінальну потужність двигуна, кВт;

його номінальну частоту обертання, 1/хв;

синхронну частоту обертання, 1/хв;

момент інерції ротора, кг·м^2.

7. Після запуску на рахунок на екран виводяться значення *UR, MN, A, B, JC* і починається розрахунок нерівномірності обертання при *W(0) = WN*.

8. Після підрахунку кожного оберта виводяться значення *W(0)* і *W(N)*, а також різниця *W(0) - W(N)*.

9. За досягнення необхідної точності у виконанні умов періодичності на екран виводяться мінімальне значення *WL* і коефіцієнт нерівномірності обертання.

10. За запитом ЕОМ "Чи продовжувати розрахунок?" користувач уводить *Y* або *N*. Якщо введено *Y*, видається запит на величину *DJ*. Користувач уводить її та отримує результати за нового значення *JC* /повернення до п. 8/.

11. Якщо введено *N*, то ЕОМ робить запит, чи роздрукувати таблицю значень *WM(I)* у 24 розрахункових точках. Якщо ввести *Y*, друкується таблиця значень *WM(I)*. Якщо ввести *N*, програма закінчує роботу.

Програма 2.2

Розв'язання оберненої задачі кінематики маніпуляційної системи, що працює в сферичній системі координат у разі руху схвату по окружності заданого радіуса /див. рис. 2.22, 2.23/

Список ідентифікаторів програми

Величина	Позначення у тексті	Позначення у програмі
I	2	3
Вихідні дані		
Найбільше допустиме прискорення, м/с^2	a_m	AM
Найбільша допустима швидкість, м/с	v_m	VM
Радіус кривизни траєкторії, м	R	R
Координати початкової точки траєкторії, м	x_1, y_1	X1, Y1
Координати кінцевої точки траєкторії, м	x_2, y_2	X2, Y2
Шукані величини		
Кут повороту руки відносно осі OX, рад	φ_2	F2
Кутова швидкість руки, I/с	ω_2	W2
Кутове прискорення руки, I/с^2	ε_2	E2
Виліт руки, м	ℓ_3	L3
Швидкість висування руки, м/с^2	V_{2-3}	VS
Прискорення висування руки, м/с^2	a_{2-3}	AS

I	2	3
Проміжні величини		
Час руху поточний, с	t	T
Повний час руху схвата, с	T	TM
Час розгону, с	t_1	T1
Час рівномірного руху, с	t_2	T2
Відстань між початковою та кінцевою точками траєкторії, м	d	D
Переміщення схвата, м	S	S
Шлях розгону, м	S_1	S1
Шлях рівномірного руху, м	S_2	S2
Ознака напряму руху, м	q	Q
Координати центра траєкторії, м	x_c, y_c	XC, YC
Координати схвата, м	x_a, y_a	XA, YA
Кут між прямою A_1A_2 та віссю OX, рад	φ_0	FØ
Кут між прямими A_1A_2 і A_1C, рад	β	B
Полярні кути початкової та кінцевої точок траєкторії, рад	θ_1, θ_2	U1, U2
Поточне значення полярного кута, рад	θ	U
Приріст полярного кута, рад	$\Delta\theta$	DU
Швидкість центра схвата, м/с	v_A	V
Проекції швидкості центра схвата, м/с	v_{Ax}, v_{Ay}	VX, VY
Прискорення центра схвата, м/с^2	a	A
Проекції тангенціального прискорення, м/с^2	a_x^τ, a_y^τ	TX, TY
Нормальне прискорення схвата, м/с^2	a_n	AN
Проекції нормального прискорення, м/с^2	a_x^n, a_y^n	NX, NY
Прискорення Коріоліса, м/с^2	a^k_{2-3}	AK
Проекції повного прискорення схвата, м/с^2	a_x, a_y	AX, AY

Програма. 2.2

```
5 PRINT"  PROG 2_2":RESTORE
10 READ X1,Y1,X2,Y2,R,AM,VM,N:INPUT"P=",P:INPUT"k=",K
15 DATA 1.4,.5,.3,1,.9,3,1,24
20 PRINT TAB(15); "PART ";P:PI=3.141592654#
25 D=SQR((X1-X2)^2+(Y1-Y2)^2):SF=(Y2-Y1)/D:CF=(X2-X1)/D
30 FO=2*ATN(SF/(1+CF)):C=SQR(R*R-D*D/4):B=ATN(2*C/D)
35 XC=X1+R*COS(FO+B*K):YC=Y1+R*SIN(F +B*K)
40 SU=(Y1-YC)/R:CU=(X1-XC)/R:U1=2*ATN(SU/(1+CU))
45 SU=(Y2-YC)/R:CU=(X2-XC)/R:U2=2*ATN(SU/(1+CU))
50 Q=SGN(U2-U1):SM=R*ABS(U2-U1)
55 T1=VM/AM:S1=AM*T1*T1/2:S2=SM-2*S1
60 IF S2>0 THEN GOTO 70
65 T1=SQR(SM/AM):TM=2*T1:S2=0:GOTO 75
70 T2=(SM-2*S1)/VM:TM=2*T1+T2
71 DT=TM/N
72 ON P GOTO 73,74,75,77,250
73 PRINT "TM=";TM;"U1=";U1;"U2=";U2;"SM=";SM: GOTO 200
74 PRINT:PRINT TAB(3);"I";TAB(7);"A";TAB(15);"V";TAB(23);"S":GOTO 80
75 PRINT:PRINT TAB(3);"I";TAB(9);"XA";TAB(18);"YA";TAB(27);"VX";
76 PRINT TAB(36);"VY";TAB(45);"AX";TAB(54);"AY": GOTO 80
77 PRINT:PRINT TAB(3);"I";TAB(9);"L3";TAB(18);"F2";TAB(27);"W2";
78 PRINT TAB(36);"VS";TAB(45);"AS";TAB(54);"E2"
80 FOR I=0 TO N:T=I*DT
85 IF T>T1 GOTO 95
90 A=AM:V=A*T:S=A*T*T/2: GOTO 115
95 IF S2=0 GOTO 110
100 IF T>TM-T1 GOTO 110
105 A=0:V=VM:S=S1+VM*(T-T1): GOTO 115
110 A=-AM:V=AM*(TM-T):S=SM-(TM-T)^2*AM/2
115 IF P>2 THEN GOTO 120
116 PRINT USING "###";I;
117 PRINT USING"###.####";A;V;S
118 GOTO 190
120 U=U1+S*Q/R:XA=XC+R*COS(U):YA=YC+R*SIN(U)
125 VX=-Q*V*SIN(U):VY=Q*V*COS(U)
130 TX=-Q*A*SIN(U):TY=Q*A*COS(U)
135 AN=V*V/R:NX=-AN*COS(U):NY=-AN*SIN(U)
140 AX=TX+NX:AY=TY+NY
145 IF P<>3 THEN GOTO 155
146 PRINT USING "###";I;
147 PRINT USING "#####.###";XA;YA;VX;VY;AX;AY
148 GOTO 190
155 L3=SQR(XA*XA+YA*YA):F2=ATN(YA/XA)
165 W2=(VY*COS(F2)-VX*SIN(F2))/L3:VS=VX*COS(F2)+VY*SIN(F2)
175 AK=2*W2*VS:AS=AX*COS(F2)+AY*SIN(F2)+L3*W2+W2
180 E2=(AY*COS(F2)-AX*SIN(F2)-AK)/L3
181 IF P=5 GOTO 187
185 PRINT USING "###";I;
186 PRINT USING "#####.###";L3;F2;W2;VS;AS;E2:IF P<>5 GOTO 190
187 XG=CINT(30+XA*MX):YG=CINT(190-YA*MY):N1=1
188 IF T<T1 OR T>TM-T1 THEN N1=2
189 PSET(XG,YG),N1
190 NEXT I
```

```
200 GOTO 310
250 CLS:SCREEN 1:COLOR 0,4
255 FOR I=0 TO 6:GX=30+I*25:GY=65+I*25
260 LINE (GX,65)-(GX,190)
265 LINE (30,GY)-(180,GY):NEXT I
270 MX=100:MY=100
275 XG1=CINT(30+X1*MX):YG1=CINT(190-Y1*MY)
280 XG2=CINT(30+X2*MX):YG2=CINT(190-Y2*MY)
285 LINE (XG1-2,YG1+2)-(XG1+2,YG1-2),1,B
290 LINE (XG2-2,YG2+2)-(XG2+2,YG2-2),1,B
300 LINE(100,70)-(205,130),1,B
305 PAINT(110,120),2,1:STOP:GOTO 80
310 END
585 PSET(XG1,YG1),1
590 PSET(XG2,YG2),1
```

Інструкція користувачу

1. Ввести до оперативної пам'яті текст програми.

2. У рядку 15 записати значення $X1, Y1, X2, Y2, R, AM, VM$.

3. За запитом ЕОМ ввести число ділянок, ознаку розташування центра кривизни траєкторії. Якщо центр розташовано ліворуч від прямої A_1A_2, то $K = +1$; якщо праворуч, $K = -1$.

4. Ввести номер виконуваної частини:

1 - вивід значень ТМ $U1, U2, SM$;

2 - вивід таблиці значень A, V, S;

3 - вивід таблиці значень XA, YA, VX, VY, AX, AY;

4 - вивід таблиці значень $L3, F2, W2, VS, AS, E2$;

5 - графічне уявлення результатів на екрані.

За графічного уявлення результатів на екрані виводиться координатна сітка, габарити перешкоди, початкова та кінцева точки траєкторії. Потім траєкторія розмічається рівновіддаленими в часі точками. Ділянки розбігу та вибігу помічаються одним кольором, а ділянки усталеного руху-іншим.

Контрольний приклад.

При $X1 = 1{,}4$; $Y1 = 0{,}5$; $X2 = 0{,}3$; $Y2 = 1{,}0$; $AM = 3{,}0$; $VM = 1{,}0$; $N = 12$.

Розв'язок у точці O:

$L3 = 1{,}4866$; $F2 = 0{,}3430$; $VS = 0$; $W2 = 0$; $AS = -0{,}1954$; $E2 = 2{,}0137$.

Програма 2.3

Дослідження розгону машинного агрегату

Дослідження виконується за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду. Їх інтегрування виконується методом Рунге - Кутта у модифікації Мерсона, що дає змогу оцінити похибку на кожному кроці інтегрування. Результати наводяться у вигляді таблиці чи графіків.

Оператори, що залежать від виду механізму, винесені до підпрограми. До приведеної підпрограми занесено дані для розрахунку агрегату з виконавчим кривошипно-повзунним механізмом. У разі розгону сила опору взята такою, що дорівнює нулю і включається після досягнення номінальної кутової швидкості. За усталеного руху взято силу опору

$$P_c = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \pi < \varphi < 2\pi; \\ q\varphi^2 u & \text{при} \quad 0 \leq \varphi \leq \pi, \end{cases}$$

де q - коефіцієнт пропорційності; u - коефіцієнт завантаження агрегату.

Список ідентифікаторів основної програми

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
Число рівнянь	n	N
Незалежна змінна /час/	t	X
Параметр циклу		J
Значення функцій на лівій границі відрізка інтегрування	$y_{j,i}$	Z(J)
Значення функцій на правій границі відрізка інтегрування	$y_{j,i+1}$	Y(J)
Значення похідних	f_j	F(J)
Прирости функцій на різних етапах розв'язання задачі	k_0, k_1, k_2, k_3	KØ(J), K1(J), K2(J), K3(J), K4(J)
Крок інтегрування	h	H
Похибка інтегрування	R	M
Найбільша похибка	R_{max}	JM
Функція, для якої похибка є максимальною	j_m	JM

I	2	3
Список ідентифікаторів підпрограми		
Довжина кривошипа, м	l_1	L1
Відношення довжини шатуна до довжини кривошипа	λ	L
Маса повзуна, кг	m_3	M3
Вага повзуна, Н	G_3	G3
Коефіцієнт, Н/рад	q	Q
Коефіцієнт завантаження	u	U
Постійна складова приведеного моменту інерції, кг·м^2	J_c	JC
Приведений момент інерції, кг·м^2	J_n	J1
Кутова швидкість кривошипа, с$^{-1}$:		
номінальна	$\omega_н$	WH
синхронна	ω_c	WS
поточна	ω	W1, Y(1)
Кут повороту, рад:		
кривошипа	φ_1	F1, Y(2)
шатуна	φ_2	F2
Аналог, м:		
кутової швидкості шатуна	$\tilde{\omega}_2$	W
швидкості повзуна	S'	S1
кутового прискорення шатуна	$\tilde{\varepsilon}_2$	E
прискорення повзуна	$a_в$	A
Номінальний момент на кривошипі, Н·м	$M_н$	MN
Похідна, кг·м^2	$dJ_n/d\varphi$	D
Приведений момент, Н·м:		
двигуна	$M_д$	ME
опору	M_c	M
Потужність двигуна, Вт	P	P
Критичне ковзання	$S_м$	SM
Коефіцієнт перевантаження	$M_к/M_н$	KM
Поточне ковзання	S	SK

Програма 2.3

```
 5 PRINT"PROG 2_3":PI=3.141592654:DAT$="22 06 91"
 10 L1=.0375:L=3.5:JC=35.6:M3=30:G=300:Q=3040:P=1100
 15 WN=10:WS=10.714:SM=.275:KM=2.2:MN=P/WN:INPUT"Tend=",XE
 20 PRINT TAB(10);"DATE  ";DAT$:INPUT"GR  ";GR
 25 INPUT"H=",H:N=2:U=0:UM=0:SG=0:ST=0:INPUT "KP=",KP
 30 DIM F(N),Y(N),K0(N),K1(N),K2(N),K3(N),K4(N),Z(N)
 35 X=0:FOR J=1 TO N:Y(J)=0:Z(J)=Y(J):NEXT J
 36 IF GR<>0 GOTO 400
 40 PRINT:PRINT TAB(9);"T";TAB(22)"W";TAB(35)"FI";
 45 PRINT TAB(48);"R";TAB(58);"UM";TAB(63);"U"
 55 PRINT USING "########.####";X;Y(1);Y(2)
 60 IF SG=1 GOTO 67
 61 IF Y(1)<=WN GOTO 67
 62 IF Y(2)<PI GOTO 67
 63 SG=1:U=1
 64 IF GR=0 GOTO 67
 65 XQ=CINT(30+X*MX):LINE(XQ,10)-(XQ,190),2
 66 LINE(XQ,175)-(290,190),2,B:PAINT(XQ+5,180),3,2
 67 ST=ST+1: GOSUB 300
 68 FOR J=1 TO N:K0(J)=F(J)*H
 70 Y(J)=Z(J)+K0(J)/3:NEXT J
 75 X=X+H/3:GOSUB 300
 80 FOR J=1 TO N:K1(J)=F(J)*H
 85 Y(J)=Z(J)+(K0(J)+K1(J))/6:NEXT J
 90 GOSUB 300
 95 FOR J=1 TO N:K2(J)=F(J)*H
100 Y(J)=Z(J)+(K0(J)+3*K2(J))/8:NEXT J
105 X=X+H/6:GO SUB 300
110 FOR J=1 TO N:K3(J)=F(J)*H
115 Y(J)=Z(J)+(K0(J)-3*K2(J))/2+2*K3(J):NEXT J
120 X=X+H/2: GOSUB 300
125 FOR J=1 TO N:K4(J)=F(J)*H
130 Y(J)=Z(J)+(K0(J)+4*K3(J)+K4(J))/6:NEXT J
135 IF Y(2)<2*PI GOTO 140
136 Y(2)=Y(2)-2*PI:UM=UM+1
140 RM=0:FOR J=1 TO N
145 R=ABS(9*K2(J)+K4(J)-8*K3(J)-2*K0(J))/30
150 IF R<RM GOTO 160
155 RM=R:JM=J
160 NEXT J
161 IF GR =0 GOTO 164
162 GX=CINT(30+X*MX):GY=CINT(190-Y(1)*MY)
163 PSET (GX,GY),1:GOTO 180
164 IF INT(ST/KP)<>ST/KP GOTO 180
165 PRINT USING"########.####";X;Y(1);Y(2);
166 PRINT "      ";
170 PRINT USING"##.#^^^^";RM;
175 PRINT USING"#####";UM;U
180 FOR J=1 TO N:Z(J)=Y(J):NEXT J
185 IF X<XE GOTO 60
190 STOP
195 IF GR=0 GOTO 205
200 SCREEN 2:SCREEN 0
205 PRINT TAB(20);"THE END"
210 END
```

```
300 W1=Y(1):F1=Y(2)
305 SK=(WS-W1)/WS
310 ME=2*MN*SK*SM*KM/(SK*SK+SM*SM)
315 F2=-ATN(SIN(F1)/SQR(L*L-SIN(F1)*SIN(F1)))
320 W=COS(F1)/(L*COS(F2))
325 S1=-L1*SIN(F1-F2)/COS(F2)
330 E=(SIN(F2)+L*W*W*SIN(F2))/(L*COS(F2))
335 A=-L1*(COS(F1)+L*(E*SIN(F2)+W*W*COS(F2)))
340 J1=JC+M3*S1*S1
345 IF F1>PI GOTO 355
350 M=(Q*U*F1*F1-G)*S1:GOTO 360
355 M=-G*S1
360 D=2*M3*S1*A
365 F(1)=(ME+M-W1*W1*D/2)/J1:F(2)=W1
370 RETURN
400 CLS:SCREEN 1:COLOR 0,4
405 FOR I=0 TO 10:GX=30+I*26
410 LINE (GX,10)-(GX,190):NEXT I
415 FOR I=0 TO 6:GY=10+I*30
420 LINE (30,GY)-(290,GY):NEXT I
425 MX=65:MY=15
430 GOTO 60
```

Інструкція користувачу

1. Ввести програму до пам'яті. У рядках 10 і 15 записати вихідні дані.

2. Пустити програму на виконання. За запитом ЕОМ ввести час закінчення рахунку та ознаку способу наведення результатів GR. При $GR = 1$ виводяться графіки, при $GR = 0$ – таблиці. За запитом ЕОМ треба ввести величину КР, що встановлює кратність друку обчислених даних /при КР = 2 виводиться кожна друга точка/, крок інтегрування Н.

3. При $GR = 0$ на друк виводиться значення часу, кутової швидкості, кута повороту, похибки інтегрування, число повних обертів кривошипа та ознака, чи ввімкнено опір.

4. При $GR = 1$ на екран наноситься координатна сітка і виводиться графік кутової швидкості. Момент включення сили опору помічається вертикальною прямою. Відстань між вертикальними прямими дорівнює 0,4 с, між горизонтальними – 2 $с^{-1}$.

Контрольний приклад описано в п. 3.4.4.4.

Програма 2.4

Геометричний синтез планетарних редукторів типів AA і AJ. Постановка задачі: знайти числа зубів редуктора, що забезпечують отримання передаточного числа із заданим допуском і задовольняють умови складання, співвісності та сусідства.

Список ідентифікаторів

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
Числа, що є кратними модулям першого та другого ступенів	μ_I, μ_{II}	M1, M2
Числа зубів коліс ступеня:		
першого	z_1, z_2	Z1, Z2
другого	z_2', z_3	W2, Z3
Передаточне число оберненого редуктора	u_c	UØ
Допустима похибка передаточного числа	Δ	D
Граничні значення числа зубів колеса 2	z_{2B}, z_{2H}	ZB, ZH
НОД (z_2, z_2')	L	L
Число пар сателітів	K	K
Параметр, що є пропорційним $z_1 + z_2$	e	E
Мінімально допустиме число зубів	z_{min}	ZM
Сума чисел зубів першого ступеня	Σ_1	S1
Сума /різниця/ чисел зубів другого ступеня	Σ_2	S2
Величина, що використовується для перевірки умови складання	R	R
Ознака типу редуктора /для типу AA маємо $y = 1$, для типу AI маємо $- y = -1$/	y	Y
Допоміжні величини під час визначення НОД за методом Евкліда	q, a B, r	QE, AE BE, RE
Допоміжні величини у разі визначення e_{min}	p q	PA, PB QA, QB
Мінімальне значення e за умови:		
/4.35/	e'_{min}	EA
/4.36/	e''_{min}	EB

Програма 2.4

```
  4 PRINT"PROG 2_4E":DT$="03 07 91"
  5 INPUT"Zmax=",F:I=1
  6 PRINT TAB(20);DT$:PI=3.141592:PRINT
  7 DIM Z1(50),Z2(50),W2(50),Z3(50)
 10:M1=4:M2=7:U0=30.29:D=0.5:ZM=17:K=3:Y=-1:V=SIN(PI/K)
 15:P=ZM*(M1+Y*M2)/(M1*M2):Q=-ZM*ZM*(U0-Y)/(M1*M2)
 20:EA=P/2+SQR(P*P/4-Q):EA=INT(EA)
 21:P=(M2*ZM*V-3*M1)/(M1*M2*V):Q=-ZM*(U0*ZM+3)/(M1*M2*V)
 22:EB=-P/2+SQR(P*P/4-Q):EB=INT(EB):E=EB
 25:IF EA>EB THEN E=EA
 26 PRINT TAB(13);"I";TAB(19);"Z1";TAB(26);"Z2";TAB(32);"Z2'";
 27 PRINT TAB(40);"Z3";TAB(47);"L1";TAB(54);"L2":PRINT
 30 E=E+1
 35:W2=ZM:S1=E*M2:S2=E*M1
 40:Z3=S2-Y*W2
 45:ZB=S1/(1+Z3/((U0+D)*W2)):Z2=INT(ZB)
 50:Z1=S1-Z2:IF Z1<ZM GOTO 30
 55:ZH=S1/(1+Z3/((U0-D)*W2))
 60:IF Z2>ZH GOTO 70
 65:W2=W2+1:GOTO 40
 70:W=Z2*Z3-Y*Z1*W2:BE=Z2:AE=W2
 75 GOSUB 575
 95 R=W/(K*L)
100:IF R-INT(R)=0 GOTO 110
105:GOTO 65
110:A1=(Z1+Z2)*V:B1=Z2+3
115:IF A1>B1 GOTO 121
120:GOTO 30
121 Z1(I)=Z1:Z2(I)=Z2:W2(I)=W2:Z3(I)=Z3:I=I+1
122 BE=Z2:AE=Z1:GOSUB 575:L1=L
123 BE=Z3:AE=W2:GOSUB 575:L2=L
125 PRINT"       ";
130 PRINT USING"#######";I;Z1;Z2;W2;Z3;L1;L2
135 IF Z2 >F OR Z3>F GOTO 145
140 GOTO 65
145 END
575:QE=INT(BE/AE)
580 RE=BE-AE*QE
585 IF RE=0 GOTO 595
590:BE=AE:AE=RE:GOTO 575
595 L=AE
600 RETURN
605 END
```

Інструкція користувачу

1. Увести текст програми до оперативної пам'яті машини.

2. Вихідні дані записати в рядок 10.

3. Пустити програму на виконання. За запитом ЕОМ ввести значення Z_{max}.

4. Виводиться таблиця значень чисел зубів, що задовольняють умовам, а також НОД (Z_1, Z_2) і (Z_2', Z_3). Це дає змогу вибрати варіанти розв'язань, в яких число зубів немає загальних множників.

Контрольний приклад:

$y = -1$; $U_o = 30{,}29$; $\mu_I = 4$; $u_{II} = 7$; $Z_{min} = 17$; $K = 3$.

Результати обчислення наведені в табл. 4.9.

Програма 2.5

Міцнісний розрахунок і визначення критеріїв оптимальності планетарних редукторів типів AA і AJ

За заданими числами зубів визначається значення модуля, що забезпечує контактну і згинальну витривалість передачі. Потім користувач вводить стандартне значення модуля і переобчислюється необхідна ширина зуба. Після цього визначаються приведений момент інерції, сума рухомих мас і габаритний /радіальний/ розмір редуктора.

Список ідентифікаторів

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
Числа зубів коліс	Z_1, Z_2	Z1, Z2
Передаточні числа першого і другого ступенів	Z_2', Z_3	ZD, Z3
Коефіцієнт ширини зуба	u_1, u_2, ψ_{bd}	U1, U2, P
Коефіцієнти для розрахунку Y_F	B, C	B, C
Коефіцієнти форми зуба шестерінок першого та другого ступенів	Y_{F1}, Y_{F2}	Y1, Y2

I	2	3
Коефіцієнти для розрахунку на контактну витривалість першого та другого ступенів	A_{H1}, A_{H2}	H1, H2
Коефіцієнти для розрахунку на згинальну витривалість першого та другого ступенів	A_{F1}, A_{F2}	F1, F2. U, Y, H, F
<u>Формальні параметри підпрограми</u>		
Модуль із розрахунку на контактну та згинальну витривалість, мм	m_H, m_F	MH, MF
Стандартне значення модуля, мм	m_S	MS
Стандартне значення першого та другого ступенів	m_1, m_2	M1, M2
Ознака типу редуктора		W1, W2, W
Допоміжна величина	q	Q
Коефіцієнт заповнення коліс за масою та моментом інерції	α_1, α_2	A1, A2
Питома маса сталі, кг/мм^3	γ	GA
Ширина зуба шестерні першого і другого ступенів	b_1, b_2	B1, B2
Ширина зуба /формальний параметр підпрограми/	b	BK
Радіус ділильної окружності колеса	r	R
Маси коліс I, 2, 2$'$, кг	M_1, M_2, M_2'	G1, G2, GD
Моменти інерції коліс I, 2, 2$'$, кг·м^2	J_1, J_2, J_2'	J1, J2, JD
Міжосьова відстань, мм	a_w	AW
Габаритний радіальний розмір, мм	D	D
Приведений момент інерції редуктора, кг·м^2	J_n	J
Сума рухомих мас редуктора, кг	M	G

Програма 2.5

```
 4:PRINT"PROG 2_5" :INPUT "N=",N
 5 DIM G(N),D(N),J(N),B1(N),M1(N),B2(N),M2(N)
 6 B=3.568:C=201.95:P=0.65:H1=40.58:F1=8.48:H2=40.58:F2=8.48
10 W2=-1:A1=0.434:A2=1.21:K=3
12 GA=7.82E-6:PI=3.1415923
15 FOR I=1 TO N
16 PRINT TAB(15);"I=";I
20:INPUT"Z1=",Z1:INPUT"Z2=",Z2
25 INPUT"Z2'=",ZD:INPUT"Z3=",Z3
27 U1=Z2/Z1:U2=Z3/ZD
30:Z=Z1:U=U1:H=H1:F=F1:Q=1:W=1:PRINT TAB(15);"ST 1",
35:GOSUB 100:M1(i)=MS:B1(I)=BK
40:Z=ZD:U=U2:H=H2:F=F2:Q=U1:W=W2:PRINT TAB(15);"ST 2",
45:GOSUB 100:M2(I)=MS:B2(I)=BK
50:R=M1(I)*Z1/2:G1=PI*R*R*B1(I)*GA:j1=G1*R*R/2
55:R=M1(I)*Z2/2:G2=A1*PI*R*R*B1(I)*GA:J2=A2*G2*R*R/2
60:R=M2(I)*ZD/2:GD=PI*R*R*B2(I)*GA:JD=GD*R*R/2
65:I1=1-W2*U1*U2:I2=1+W2*U2:AW=M1(I)*(Z1+Z2)/2
70:J(I) (J1*I1*I1+K*((J2+JD)*I2*I2+(G2+GD)*AW*AW))*1E-6
75:G(I)=G1+K*(G2+GD):D(I)=AW*2+M1*Z2
80 NEXT I
82 PRINT TAB(6);"I";TAB(12);"M1";TAB(19);"B1";TAB(26);"M2";
84 PRINT TAB(33);"B2";TAB(41);"M";TAB(48);"J";TAB(56);"D"
86 FOR I=1 TO N:PRINT USING"######";I;
88 PRINT USING"#####.##";M1(I);
90 PRINT USING"#######";B1(I);
92 PRINT USING"#####.##";M2(I);
94 PRINT USING"######";B2(I);
96 PRINT USING"#####.##";G(I);J(I);
98 PRINT USING"########";D(I):NEXT I
99 END
100:Y=B+C/(Z*Z):L=LOG((U+W)*Q/U):L1=L/3:MH=H*EXP(L1)/Z
102 L=LOG(Y*Q/(Z*Z)):L1=L/3:MF=F*EXP(L1)
105:IF MH>MF GOTO 115
110:M=MF:PRINT"WIND":GOTO 120
115:M=MH:PRINT"CONT"
120:PRINT USING"&##.##";"M=";M
125:INPUT"MS=",MS
130:P1=P*(M/MS)^3:BK=INT(P1*M*Z)+1
135:PRINT"B=";BK
137 RETURN
138 END
```

Інструкція користувачу

1. Увести текст програми до пам'яті ЕОМ.

2. Запустити програму на виконання. За запитом ЕОМ ввести число варіантів і числа зубів першого варіанта, що розраховуються.

3. ЕОМ виконує розрахунок першого ступеня, видає більше з двох значень модуля і вказує небезпечний вид навантаження /CONT чи WIND/. Користувач вводить найближче більше стандартне значення модуля і читає

результат перерахунку ширини зуба. Потім виконується розрахунок другого ступеня /виконуються ті самі дії/.

4. Після розрахунку всіх заданих варіантів на екран виводиться таблиця значень модуля і ширини зуба першого ступеня, модуля і ширини зуба другого ступеня, ваги рухомих деталей, приведеного моменту інерції і радіального габаритного розміру.

Результати контрольного прикладу наведені в табл. 4.15.

Програма 2.6

Геометричний розрахунок зубчастої пари і визначення координат профілю зуба прямо- і косозубих коліс

Програма складається з головного модуля і чотирьох підпрограм. Підпрограма 1 визначає координати головного профілю. Підпрограма 2 задає значення кута обкату рейки в процесі обчислення координат перехідної кривої. Звертається до підпрограми для виконання цих обчислень. Підпрограма 3 - це підпрограма другого рівня. В ній безпосередньо обчислюються координати перехідної кривої. Підпрограма 4 служить для обчислення радіусів окружностей, що використовуються в разі побудови профілю й обчислення довжини загальної нормалі.

Після завантаження та запуску програми користувач задач варіант розрахунку залежно від того, що задано: X_1 і X_2 чи міжосьова відстань a_w.

Результати розрахунку основних геометричних параметрів можуть бути виведені на друк чи в разі повторних розрахунків пропущені. За бажанням користувача може бути знайдена довжина загальної нормалі. Під час подальших обчислень можуть бути обчислені координати головного профілю і координати перехідної кривої.

Список ідентифікаторів

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
Числа зубів шестерні і колеса	z_1, z_2	Z1, Z2
Коефіцієнти зміщення при нарізанні шестерні і колеса	x_1, x_2	X1, X2
Кут профілю рейки	α	A

I	2	3
Кут профілю рейки у торцевому перерізі	α_t	AT
Кут нахилу зуба	β	B
Модуль нормальний	m	M
Модуль торцевий	m_t	MT
Ділильна міжосьова відстань	a	AD
Міжосьова відстань	a_w	AW
Інволюта кута торцевого профілю	$inv\alpha_t$	IA
Інволюта кута зачеплення	$inv\alpha_{tw}$	IW
Кут зачеплення, рад і град	$\alpha_{tw}, \alpha^{\circ}_{tw}$	AL, GR
Параметри профілю рейки	h^*_a, c^*	H, C
Коефіцієнт	η	ET
Коефіцієнт зміщення, що сприймається	y	Y
Коефіцієнт зворотного зсуву	Δy	DY
Ширина колеса	b	BK
Радіус окружності:		
вершин	r_{a1}, r_{a2}	A1, A2, RA
западин	r_{f1}, r_{f2}	F1, F2, RF
ділильної	r_1, r_2	R1, R2, R
початкової	r_{w1}, r_{w2}	W1, W2, RW
Товщина зуба по дузі ділильної окружності у нормальному перерізі	s	S
Товщина зуба по дузі основної окружності в нормальному перерізі	s_b	SB
Окружний крок	p_t	PT
Крок по основній окружності в нормальному перерізі	p_{bn}	PB
Коефіцієнт перекриття:		
торцевий	ε_α	EA
осьовий	ε_β	EB
повний	ε	E
Найбільше значення загальної нормалі, що визначається:		
радіусом окружності вершин	W^*	WA
шириною зуба	W^{**}	WB

1	2	3
Довжина загальної нормалі	W	W
Число зубів, що охоплюються	z_w	Z
Відрізки на лінії зачеплення	L_1N_1, L_2N_2, N_1A_2, N_2A_1	U1, U2, C2, C1
Кут $inv\alpha_{tw} - inv\alpha_t$	γ	GA
Радіус кривизни заокруглення рейки у торцевому перерізі	ρ_t	RT
Кут профілю на окружності вершин	α_A	AA
Координати центра рейки	x_{1S}, y_{1S}	XS, YS
Кут обкату рейки	φ	FI
Кути	θ, φ_e, φ_a, φ_d, $\varphi-\gamma$, $r\varphi - x_{1S}$	TE, FL, FA, FD, FG, P
Тригонометричні функції	$\sin(\varphi-\gamma)$ $\cos(\varphi-\gamma)$	SG CG
Координати	x_s, y_s	U, W
Похідні координат:		
перші	x_s', y_s'	U1, W1
другі	x_s'', y_s''	U2, W2
Допоміжні величини:		
$(r\varphi - x_{1S})\cos(\varphi-\gamma)$		CK
$(r\varphi - x_{1S})\sin(\varphi-\gamma)$		SK
Радіус кривизни:		
траєкторії центра рейки	ρ_s	RS
перехідної кривої	ρ_n	RP
Координати:		
перехідної кривої	x, y	X, Y
евольвентної частини профілю	x_T, y_T	XT, YT
Допустима похибка	ε	ED
Межі зміни кута φ у разі побудови перехідної кривої		FB, FE
Крок зміни φ у разі побудови перехідної кривої	$\Delta\varphi$	DF
Число ділянок у разі побудови евольвентної частини профілю	n_e	NE
Номер режиму роботи		M1
Допоміжна величина	$tg^2\alpha_{tw}$	K

Програма 2.6

```
5 PRINT TAB(20);"PROGRAM 2.6":ED=1.E-5:BK=40:PI=3.141593:PRINT
6 PRINT TAB(10);"Введите параметры зубчатой пары"
7 INPUT"Z1=",Z1:INPUT"Z2=",Z2:INPUT"Угол наклона зуба, град   ",BG
10 A=PI/9:B=BG*PI/180:M=5:H=1:C=.25:PRINT
15 AT=ATN(TAN(A)/COS(B)):IA=TAN(AT)-AT
16 PRINT TAB(18);"Вариант расчета "
17 PRINT "        1- заданы коэффициенты смещения  X1 и  X2"
18 PRINT "        2- задано межосевое расстояние   AW"
20 INPUT"       Выберите нужный вариант расчета    ",L
21 INPUT"Выводить ли радиусы окружностей ? ",L2
25 IF L=2 GOTO 75
30 INPUT"X1=",X1:INPUT"X2=",X2
35 IW=IA+2*(X1+X2)*TAN(A)/(Z1+Z2):Q=IW:AL=1
40 F=TAN(AL)-AL-Q:K=TAN(AL)*TAN(AL)
45 AL=AL-F/K
50 IF ABS(F/K)>ED GOTO 40
55 GR=AL*180/PI:PRINT USING" &###.###";"ALW=";GR;
60 ET=COS(AT)/COS(AL):AD=M*(Z1+Z2)/(2*COS(B))
65 AW=AD*ET:PRINT USING" &####.###";"AW=";AW
70 Y=(AW-AD)/M:GOTO 110
75 AD=(Z1+Z2)*M/(2*COS(B)):PRINT USING"&####.###";"AD=";AD
80 INPUT"AW=",AW:ET=AW/AD:Y=(AW-AD)/M:PRINT ET
85 CW=COS(AT)/ET:SW=SQR(1-CW*CW):TW=SW/CW
90 AL=ATN(TW):IW=TAN(AL)-AL:GR=AL*180/PI
91 PRINT USING"&###.#####";"ALW=";GR
95 SX=(Z1+Z2)*(IW-IA)/(2*TAN(A))
100 PRINT USING"&##.####";"X1+X2= ";SX
105 INPUT"X1=",X1:X2=SX-X1:PRINT"X2=";X2
110 DY=(X1+X2)-Y
111 GA=2*(X1+X2)*TAN(A)/(Z1+Z2):RT=M*C/(1-SIN(AT))
115 Z=Z1:X=X1:I=1:GOSUB 500
120 R1=R:W1=RW:A1=RA:F1=RF:B1=RB
125 Z=Z2:X=X2:I=2:GOSUB 500
126 R2=R:W2=RW:A2=RA:F2=RF:B2=RB
127 PRINT:PRINT" Какой режим вы хотите выбрать ?"
128 PRINT" 1- проверить интерференцию и определить "
129 PRINT" коэффициент перекрытия"
130 PRINT" 2- вычислить координаты главного профиля "
131 PRINT" 3- вычислить координаты переходной кривой "
132 PRINT" 4- окончить работу "
133 INPUT" Режим ",M1
134 ON M1 GOTO 135,205,216,240
135 G=AW*SIN (AL):MT=M/COS(B):PT=PI*MT
140 U1=R1*SIN(AT)+M*(X1-H)/SIN(AT)
145 C1=G-SQR(A2*A2-B2*B2)
150 IF U1>C1 GOTO 175
155 U2=R2*SIN(AT)+M*(X2-H)/SIN(AT)
160 C2=G-SQR(A1*A1-B1*B1)
165 IF U2>C2 GOTO 180
170 PRINT TAB(15);"Интерференция отсутствует":GOTO 185
175:PRINT TAB(15);"Интерференция на колесе 1":GOTO 185
180:PRINT TAB(15);"Интерференция на колесе 2"
185:GA=G-(C1+C2):EA=GA/(PT*COS(AT))
186 PRINT:PRINT USING" &##.##";"EA=";EA;"   ";
190 EB=BK*TAN(B)/PT:PRINT USING" &##.##";"EB=";EB;"   ";
195 E=EA+EB:PRINT USING" &##.##";"EG=";E:GOTO 127
```

```
205 INPUT"Для какого колеса выполнить построение ? ",I
206 IF I=2 GOTO 212
208 Z=Z1:X=X1:RB=B1:RA=A1:R=R1
210 GOSUB 300:GOTO 127
212 Z=Z2:X=X2:RB=B2:RA=A2:R=R2
214 GOSUB 300:GOTO 127
216 INPUT"Для какого колеса выполнить построение ? ",I
218 IF I=2 GOTO 230
220 Z=Z1:X=X1:RB=B1:R=R1
225 GOSUB 342:GOTO 127
230 Z=Z2:X=X2:RB=B2:R=R2
235 GOSUB 342:GOTO 127
240 PRINT TAB(15);"THE END"
245 END
295 REM SUBROUTINE 1
300 CA=RB/RA :SA=SQR(1-CA*CA):TA=SA/CA:AA=ATN(TA)
301 FA=TAN(AA)-TAN(AT):FL=M*(X-H)/(R*SIN(AT)*COS(AT))
305 XS=M*(X-H)*TAN(AT)-RT*COS(AT):YS=M*(X-H)+RT*SIN(AT)
310 INPUT"NE=";NE:DF=(FA-FL)/NE
311 PRINT TAB(9);"Координаты главного профиля "
312 PRINT TAB(5);"I";TAB(13);"FI";TAB(24);"XT";TAB(37);"YT"
315 FOR J=0 TO NE:FI=FL+J*DF:TE=FI+AT-GA:FG=FI-GA
320 XT=R*(SIN(FG)-FI*COS(AT)*COS(TE))
325 YT=R*(COS(FG)+FI*COS(AT)*SIN(TE))-RB
330 PRINT USING"#####";J;
331 PRINT USING"######.######";FI;
332 PRINT USING"######.######";XT;
333 PRINT USING"######.######";YT:NEXT J:STOP
335 RETURN
341 REM SUBROUTINE 2
342 FL=M*(X-H)/(R*SIN(AT)*COS(AT))
343 XS=M*(X-H)*TAN(AT)-RT*COS(AT):YS=M*(X-H)+RT*SIN(AT)
344 FD=XS/R:PRINT" FL=";FL:PRINT" FD=";FD
345 INPUT"FB=",FB:INPUT"FE=",FE:INPUT"DF=",DF:FI=FB
346 PRINT TAB(8);"Координаты и радиус кривизны переходной кривой"
347 PRINT:PRINT TAB(6);"FI";TAB(16);"XS";TAB(26);"YS";
348 PRINT TAB(36);"X";TAB(46);"Y";TAB(56);"Ro"
350 GOSUB 370:IF FI=>FE GOTO 354
352 FI=FI+DF:GOTO 350
354 FI=FL:PRINT TAB(26);"Точка L":GOSUB 370
356 FI=FD:PRINT TAB(26);"Точка D":GOSUB 370:stop
358 RETURN
359 REM SUBROUTINE 3
370 P=R*FI-XS:FG=FI-GA:SG=SIN(FG):CG=COS(FG)
375 U=(YS+R)*SG-P*CG:W=(YS+R)*CG+P*SG-RB
385 IF FI<FL OR FI>FD GOTO 430
390 U1=YS*CG+P*SG:W1=-YS*SG+P*CG
395 V=SQR(U1*U1+W1*W1)
400 X=U-RT*W1/V:Y=W+RT*U1/V
410 CK=P*CG:SK=P*SG
415 U2=CK+(R-YS)*SG:W2=-SK+(R-YS)*CG
420 RS=ABS(V*V*V/(U1*W2-U2*W1))
425 RP=RS+RT:GOTO 435
430 X=0:Y=0:RP=0
```

```
435 PRINT USING"#####.####";FI;
436 PRINT USING"#####.####";U;
437 PRINT USING"#####.####";W;
438 PRINT USING"#####.####";X;
439 PRINT USING"#####.####";Y;
440 PRINT USING"#####.####";RP
445 RETURN
500 REM SUBROUTINE 4
501 R=M*Z/(2*COS(B)):RW=R*ET
505 RA=R+M*(H+X-DY):RF=R+M*(X-(H+C))
510 RB=R*COS(AT):IF L2=0 GOTO 595
511 PRINT"Параметры колеса ";I
515 PRINT USING" &###.###";" R=";R;
516 PRINT USING" &###.###";"RW=";RW
520 PRINT USING" &###.###";"RA=";RA;
521 PRINT USING" &###.###";"RF=";RF
522 PRINT USING" &###.###";"RB=";RB
525 INPUT"Определять ли длину общей нормали ? " ,L1
530 IF L1=0 GOTO 595
535 W=2*SQR(RA*RA-RB*RB)
540 IF B=0 GOTO 555
545 WB=BK/SIN(B)
550 IF WB<W THEN W=WB
555 S=M*(PI/2+2*X*TAN(A)):RN=M*Z/2
560 SB=(S/RN+2*IA)*RB*COS(B):PB=PI*M*COS(A)
565 ZM=INT((W-SB)/PB+1)
570 PRINT USING" &###";"ZM=";ZM
575 INPUT"ZW=",Z
580 IF Z=0 GOTO 595
585:W=(Z-1)*PB+SB
590 PRINT USING"&####.###";"W=";W:GOTO 575
595 RETURN
600 END
```

Інструкція користувачу

1. Завантажити програму до оперативної пам'яті та запустити на виконання.

2. За запитом ЕОМ ввести номер варіанта завдання вихідних даних: 1 - якщо задано X_1 і X_2 ; 2 - якщо задано a_w .

3. За запитом ЕОМ задати, чи будуть виводитися результати визначення радіусів окружності /1 - так, 0 - ні/.

4. Якщо висновок потрібен, на екран виводяться результати обчислення r, r_w, r_a, r_f, r_b спочатку для шестерні, потім для колеса.

5. Після виведення радіусів ЕОМ робить запит, чи потрібно визначати довжину загальної нормалі. У разі позитивної відповіді /1/ виводиться найбільше число зубів, які можна охопити вимірювальним інструментом. Користувач вибирає зручне для нього число зубів /менше чи таке, що дорівнює розрахованому/ і дістає відповідне значення W.

За бажанням можна повторити розрахунок і за інших значень $\mathcal{Z}$. Для цього за запитом ЕОМ треба вводити $ZW = 0$. Якщо користувач хоче припинити перебір варіантів, слід ввести 0.

6. Якщо на запит "Чи треба виводити радіус окружностей?" була дана негативна відповідь, радіуси обчислюються, але не виводяться на екран. Обчислення довжини загальної нормалі в цьому випадку не виконується.

7. На запити ЕОМ "Який режим ви хочете вибрати?" користувач повинен ввести одну із цифр від I до 4.

8. Якщо вибрано режим 2, ЕОМ робить запит, на скільки частин розбити кут обкату в разі утворення евольвенти, і виводить значення φ, X_T, Y_T в разі зміни φ від φ_e до φ_d.

9. Якщо вибрано режим 3, визначаються і виводяться на екран значення φ_e і φ_d. Користувач задає граничні значення кута обкату FB і FE і крок його зміни DF. Ці межі рекомендується задавати більш широкими, ніж відрізок $[\varphi_d, \varphi_e]$, що дасть змогу простежити за характером траєкторії центра заокругленої частини профілю рейки. Координати центра будуть розраховані на всьому вибраному відрізку зміни φ, а координати перехідної кривої та її радіус кривизни - лише для точок, що лежать усередині відрізка $[\varphi_d, \varphi_e]$ і на його кінцях, тобто при $\varphi = \varphi_d$ і $\varphi = \varphi_e$.

10. Робота в режимах I - 3 може повторюватися необхідну кількість разів. Для закінчення роботи слід ввести цифру 4.

Програма 2.7

Обчислення параметрів кулачкового механізму типу РК

Призначення програми. Визначення кінематичних і динамічних параметрів для n рівновіддалених положень на ділянці віддалення коромисла.

Роботу програми можна поділити на етапи.

Етап I. Розподіл аналога кутового прискорення і кутової швидкості коромисла, його кута повороту, головного моменту сил інерції коромисла. У ході цього етапу визначаються також найбільше значення головного моменту і відповідний кут повороту. На підставі цих даних після виходу з циклу визначаються жорсткість і попередня затяжка пружини.

Етап 2. Обчислення координат робочого та центрового профілів, їх радіусів кривизни.

Етап 3. Обчислення моменту сил пружини, сумарного моменту, прикладеного до коромисла, кута тиску, реакції у вищій парі, контактних напружень.

Задача може розв'язуватись для семи наведених у табл. 5.2 законів руху веденої ланки.

Вихідні дані задаються у програмі у вигляді операторів присвоювання. Шифр закону руху, радіус ролика і варіант складання вводяться за запитом ЕОМ.

Етап 4. Обчислення моменту сил пружини, сумарного моменту, прикладеного до коромисла, кута тиску, реакції у вищій парі, контактних напружень.

Задача може розв'язуватись для семи наведених у табл. 5.2 законів руху веденої ланки.

Вихідні дані задаються у програмі у вигляді операторів присвоювання. Шифр закону руху, радіус ролика і варіант складання вводяться за запитом ЕОМ.

Список ідентифікаторів

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
Відстань між осями кулачка і коромисла	l_0	LØ
Довжина коромисла	l_1	L1
Фазовий кут віддалення	φ_y	FY
Розмах коромисла	ψ_m	PM
Початкове відхилення коромисла	ψ_0	PØ
Номер закону	z	Z
Число ділянок, на які розбито кут підйому	n	N
Радіус ролика	r_2	R2
Кутова швидкість вала	ω	WB
Ширина ролика	b	B
Приріст кута повороту коромисла	$\Delta\psi$	D.O
Кут між віссю коромисла і лінією центрів	ψ	PS
Аналоги кутової швидкості і прискорення коромисла	ψ', ψ''	P1, P2

I	2	3
Координати профілю:		
центрового	$x_c,\ y_c$	X, Y
робочого	$x,\ y$	XW, YW
Похідні:		
перші	$x_c',\ y_c'$	X1, У1
другі	$x_c'',\ y_c''$	X2, У2
Радіус кривизни центрового профілю	ρ	RO
Кривизна центрового профілю	K	KR
Кут тиску	θ	TE
Контактні напруження	σ_H	SH
Безрозмірний аргумент	K	K
Кут поворотного кулачка	φ	FI
Реакція у вищій парі	R	R
Допоміжні величини	v	V
	K_δ	KS
	$1 \mp \psi'$	W
	$\ell_1 \sin(\varphi \mp \psi')$	S
	$\ell_1 \cos(\varphi \mp \psi')$	C

Інструкція користувачу

I. Увести текст програми до оперативної пам'яті ЕОМ.

2. У рядках 25-35 записати вихідні дані для заданого механізму.

3. Пустити програму на виконання. За запитом ЕОМ ввести шифр заданого закону руху у вигляді цілого числа від I до 7. Ввести радіус ролика і варіант складання /+I чи -I/.

4. ЕОМ виводить послідовно таблиці шуканих величин етапів I-3; після кожного етапу відбувається переривання роботи, що дає змогу візуально аналізувати результати і роздруковувати їх за командою PRINT SCREEN. Поновлюються обчислення командою CONTINUE.

Програма 2.7

```
5 PRINT TAB(20);"PROGRAM 2.7":PI=3.1415926:PRINT:PRINT
6 PRINT TAB(10);"Выберите шифр закона ускорения коромысла "
7 PRINT TAB(10);"1- синусоида "
8 PRINT TAB(10);"2- косинусоида "
9 PRINT TAB(10);"3- наклонная прямая  "
10 PRINT TAB(10);"4- кусочно-постоянное ускорение  "
11 PRINT TAB(10);"5- полином Шуна (кубическая парабола) "
12 PRINT TAB(10);"6- две дуги параболы  "
13 PRINT TAB(10);"7- полином пятой степени "
14 INPUT "   Введите нужный шифр   ",Z
15 IF Z>0 AND Z<8 GOTO 25
16 PRINT"выбранный шифр должен быть числом от 1 до 7":GOTO 14
25 L0=100:L1=100:FY=PI/3:P0=PI/6:PM=PI/6
30 N=10:DK=1/N:L1=L1/L0:WB=100:J=1E-4
31 INPUT"Вариант сборки ( +1 или -1 )  ",LS
35 B=7:EP=2E5:LP=1:INPUT"Радиус ролика    ",R2
36 R2=R2/L0:KS=.418*SQR(EP/(B*L0)):KF=1.25
37 PRINT TAB(13);"ЧАСТЬ   ";LP;"    ЗАКОН    ";Z:PRINT
45 ON LP GOTO 46,48,50
46 PRINT TAB(5);"I";TAB(10);"FI";TAB(19);"P2";TAB(28);"P1";TAB(37);"D
47 PRINT TAB(46);"PS";TAB(55);"MI":GOTO 54
48 PRINT TAB(5);"I";TAB(10);"XC";TAB(19);"YC";TAB(28);"XW";TAB(37);"Y
49 PRINT TAB(46);"R0":GOTO 54
50 PRINT TAB(5);"I";TAB(10);"TE";TAB(19);"R";TAB(28);"KP";TAB(37);"SH
54 MM=-110
55:FOR I=0 TO N:K=I*DK:FI=K*FY
60 ON Z GOSUB 200,220,250,265,295,315,350
61 MI=-J*WB*WB*P2:IF MI=<MM GOTO 65
63 MM=MI:DM=DP
65 PS=P0+DP:IF LP<>1 GOTO 70
66 GOSUB 400:GOTO 160
70 S=L1*SIN(FI-PS*LS):C=L1*COS(FI-PS*LS):W=1-P1*LS
75 X=COS(FI)-C:Y=SIN(FI)-S
80 X1=-SIN(FI)+S*W:Y1=COS(FI)-C*W
85 X2=-COS(FI)+C*W*W-S*P2*LS:Y2=-SIN(FI)+S*W*W+C*P2*LS
90 V=SQR(X1*X1+Y1*Y1):R0=V*V*V/(X1*Y2-X2*Y1)
95 XW=X-R2*Y1/V:YW=Y+R2*X1/V:IF LP<>2 GOTO 130
100 GOSUB 430:GOTO 160
130 MI=-J*WB*WB*P2:MF=-(M0+CF*DP):MC=MI+MF
135 U=(L1*W-COS(PS))/SIN(PS):TE=ATN(U):GT=TE*180/PI
145 R=-MC/(1E-3*L1*L0*COS(TE))
150 KR=R0/(R2*(R0-R2))
155 SH=KS*SQR(R*KR):GOSUB 455
160:NEXT I:IF LP<>1 GOTO 175
165 CF=MM/DM:M0=MM*(KF-1)
170 PRINT:PRINT USING "&#####.####";"     CF=";CF;"    M0=";M0
175 IF LP=3 GOTO 185
180 LP=LP+1:STOP:GOTO 37
185:END
200 AR=2*PI*K:P2=PM*2*PI*SIN(AR)/(FY*FY)
205 P1=PM*(1-COS(AR))/FY:DP=PM*(AR-SIN(AR))/(2*PI)
210 RETURN
220 AR=PI*K:P2=PM*PI*PI*COS(AR)/(2*FY*FY)
225 P1=PM*PI*SIN(AR)/(2*FY):DP=PM*(1-COS(AR))/2
230:RETURN
```

```
250:P2=PM*6*(1-2*K)/(FY*FY):P1=PM*6*K*(1-K)/FY
255:DP=PM*K*K*(3-2*K):RETURN
265:IF K=<0.5 GOTO 280
270:K1=1-K:P2=-4*PM/(FY*FY):P1=PM*4*K1/FY
275:DP=PM*(1-2*K1*K1):GOTO 285
280:P2=4*PM/(FY*FY):P1=PM*4*K/FY:DP=PM*2*K*K
285:RETURN
295:P2=PM*60*K*(1+K*(2*K-3))/(FY*FY)
300:P1=PM*30*K*K*(1+K*(K-2))/FY
305:DP=PM*K*K*K*(10+K*(6*K-15)):RETURN
315:IF K<0.5 GOTO 330
320:K1=1-K:P2=-PM*48*K1*(1-2*K1)/(FY*FY)
325:P1=8*PM*K1*K1*(3-4*K1)/FY:DP=(1-8*K1*K1*K1*(1-K1))*PM:GOTO 340
330:P2=PM*48*K*(1-2*K)/(FY*FY)
335:P1=8*PM*K*K*(3-4*K)/FY:DP=PM*8*K*K*K*(1-K)
340 RETURN
350 S2=4*K*(27+K*(-165+K*(390+K*(-420+168*K)))):P2=S2*PM/(FY*FY)
360 S1=2*K*K*(27+K*(-110+K*(195+K*(-168+56*K)))):P1=S1*PM/FY
370 S=K*K*K*(18+K*(-55+K*(78+K*(-56+16*K)))):DP=S*PM:RETURN
400 PRINT USING"#####";I;
405 PRINT USING"####.####";FI;
410 PRINT USING"####.####";P2;
415 PRINT USING"####.####";P1;
420 PRINT USING"####.####";DP;
421 PRINT USING"####.####";PS;
425 PRINT USING"####.####";MI:RETURN
430 PRINT USING"#####";I;
433 PRINT USING"####.####";X*LO;
435 PRINT USING"####.####";Y*LO;
440 PRINT USING"####.####";XW*LO;
445 PRINT USING"####.####";YW*LO;
450 PRINT USING"####.####";RO*LO:RETURN
455 PRINT USING"#####";I;
460 PRINT USING"####.####";GT;
465 PRINT USING"####.####";R;
470 PRINT USING"####.####";KR;
475 PRINT USING"####.####";SH:RETURN
480 END
```

Програма 2.8

Силовий розрахунок з урахуванням тертя кривошипно-повзунного механізму

Програма дає змогу визначати реакції з урахуванням тертя і виконувати приведення технологічних сил, сил тертя і сил ваги до початкової ланки.

Список ідентифікаторів

Величина	Позначення	
	у тексті	у програмі
1	2	3
Довжина, м:		
кривошипа	ℓ_1	L1
шатуна	ℓ_2	L2

I	2	3
Відрізки, що задають положення центра ваги шатуна, м	l_s l_{AS}	LS LA
Кутові швидкості кривошипа і шатуна	ω_1, ω_2	W1, W2
Кути повороту кривошипа і шатуна	φ_1, φ_2	F1, F2
Кутове прискорення шатуна, $с^{-2}$	ε_2	E2
Швидкість повзуна, м/с	v_B	VB
Вертикальна складова швидкості центра ваги шатуна, м/с	v_y	VY
Прискорення повзуна, м/$с^2$	a_B	AB
Складові прискорення центра ваги шатуна, м/$с^2$	a_x, a_y	AX, AY
Маси шатуна і повзуна, кг	m_2, m_3	M4, M6
Сили ваги шатуна і повзуна, Н	G_2, G_3	G2, G3
Момент інерції шатуна, кг·$м^2$	J_2	J2
Радіуси пальців шарнірів, м	r_{21}, r_{23}	U1, U3
Коефіцієнти тертя в обертальних і поступальній парах	f_2, f_3	F4, F6
Головний вектор сил інерції повзуна, Н	P_3	P3
Складові головного вектора сил інерції шатуна, Н	P_{2x}, P_{2y}	PX, PY
Моменти сил тертя, Н·м	M_{21}, M_{23}	M1, M3
Сила тертя у парі 3,0, Н	F_{30}	F3
Сила корисного опору, Н	Q_3	Q
Реакція у парі, Н:		
2,1	R_{21}	D1
2,3	R_{23}	D2
3,0	R_{30}	T(5), R(5)
Складова, Н:		
тангенціальна	R^{τ}_{21}	T(1), R(1)
нормальна	R^{n}_{21}	T(2), R(2)
горизонтальна	R^{x}_{23}	T(3), R(3)
вертикальна	R^{y}_{23}	T(4), R(4)
Плече реакції 3,0, м	h	T(6), R(6)

I	2	3
Число відрізків, на які розбито кут повороту кривошипа	n	N
Приріст кута повороту, град	$\Delta\varphi$	DF
Допустима похибка	ε	E
Допоміжні величини	c	C
	$\ell_1 \cos\varphi_1$	$C1$
	$\ell_1 \sin\varphi_1$	$S1$
	$\ell_2 \cos\varphi_2$	$C2$
	$\ell_2 \sin\varphi_2$	$S2$

Інструкція користувачу

1. Ввести текст програми до оперативної пам'яті машини. Занести необхідні вихідні дані у рядки 20 і 25.

2. Запустити програму на виконання. За запитом ЕОМ ввести номер етапу, результати якого бажано вивести на екран. При LP = I виконується тільки кінематичне дослідження і виводяться його результати; при LP = 2, 3, 4 - кінематичне дослідження і силовий розрахунок. При LP = 2 виводяться значення реакцій, знайдених у результаті ітераційного процесу; при LP = 3 - граничні значення моментів і сили тертя. При LP = 4 для кожного положення виводиться ряд послідовних наближень моментів і сили тертя до їх граничних значень. При LP = 3 виводиться загальне число необхідних ітерацій J, а при LP = 4 - номер кожної ітерації. При LP = 5 виконуються кінематичне дослідження, силовий розрахунок і приведення моментів. Виводяться значення приведених моментів сил ваги, сил корисного опору і сил тертя, а також їх алгебраїчна сума.

Контрольний приклад описано у дод. 3.

Програма 2.8

```
  5 PRINT TAB(24);"ПРОГРАММА 2-8
 10 PRINT TAB(15);"Силовой расчет с учетом трения"
 15 PRINT TAB(15);"Кривошипно-ползунный механизм"
 20 N=12:W1=5:E=0.03:L1=.0375:L2=.168:PI=3.141592654:FB=210*PI/180
 25 Q1=436.6133:F6=.1:F4=.1:LS=.113:LA=.055:M4=12:M6=24:J2=0.055
 30:U2=0.025:U3=0.015:DF=2*PI/N:G2=9.81*M4:G3=9.81*M6
 31 DIM T(6),R(6)
 35 PRINT TAB(10);"Вывести : ":PRINT
 40 PRINT TAB(8);"1- кинематические параметры "
 45 PRINT TAB(8);"2- реакции с учетом трения "
 50 PRINT TAB(8);"3- предельные значения моментов и силы трения"
 55 PRINT TAB(8);"4- итерационный процесс определения сил трения "
 60 PRINT TAB(8);"5- приведенные моменты MG, MF, MC, MS          "
 61 PRINT TAB(8);"6- окончить работу "
 62 INPUT "          Выполнить        ",LP:PRINT
 65 ON LP GOTO 70,85,95,105,115,305
 70 PRINT TAB(18);"Этап   1  Кинематические параметры "
 75 PRINT TAB(4);"I";TAB(10);"XB";TAB(19);"W2";TAB(28);"VB";TAB(37);"E2";
 80 PRINT TAB(46);"AB";TAB(55);"AX";TAB(65);"AY":GOTO 125
 85 PRINT TAB(5);"Этап   2  Реакции с учетом силы и моментов трения  "
 90 PRINT "    I";TAB(10);"R21T";TAB(19);"R21N";TAB(28);"R30";TAB(37);"R23X"
 91 PRINT TAB(46);"R23Y";TAB(55);"H, mm":GOTO 125
 95 PRINT TAB(10);"Этап  3  Моменты и сила трения (предельные значения)"
100 PRINT TAB(16);"I";TAB(21)"J";TAB(28);"M21";TAB(37)"M23";
101 PRINT TAB(46);"F30":GOTO 125
105 PRINT TAB(6);"Этап   4   Итерационный процесс"
110 PRINT TAB(16);"I";TAB(21);"J";TAB(28);"M21";TAB(37);"M23";
111 PRINT TAB(46);"F30":GOTO 125
115 PRINT TAB(6);"Этап   5   Приведенные моменты"
120 PRINT "    I";TAB(10);"MG";TAB(19);"MC";TAB(28);"MF";TAB(37);"MS"
125 FOR I=0 TO N:F1=I*DF:SB=-L1*SIN(F1)/L2:CB=SQR(1-SB*SB):TB=SB/CB
130 F2=ATN(TB):C1=L1*COS(F1):C2=L2*COS(F2)
135 S1=L1*SIN(F1):S2=L2*SIN(F2):XB=C1+C2
140 W2=-W1*C1/C2:VB=-S1*W1-S2*W2:VY=C1*W1+LA*COS(F2)
145 E2=(S1*W1*W1+S2*W2*W2)/C2:AB=-(C1*W1*W1+C2*W2*W2+S2*E2)
150 AX=-(C1*W1*W1+LA*(COS(F2)*W2*W2+SIN(F2)*E2))
155 AY=-(S1*W1*W1+LA*(SIN(F2)*W2*W2-COS(F2)*E2))
160 IF LP<>1 GOTO 170
165 GOSUB 1250:GOTO 300
170 P3=-M6*AB:PX=-M4*AX:PY=-M4*AY-G2:M2=-J2*E2
175 FOR K=1 TO 6:T(K)=0:NEXT K:J=0
180 D1=SQR(T(1)*T(1)+T(2)*T(2)):D3=SQR(T(3)*T(3)+T(4)*T(4))
185 M1=D1*F4*U2:M3=-D3*F4*U3:F3=-ABS(T(5)*F6)
190 IF F1<PI/2 OR F1>3*PI/2 THEN M3=-M3
195 IF F1<PI THEN F3=-F3
200 IF LP=4 THEN GOSUB 1300
210 IF F1>FB GOTO 220
215 Q=0:GOTO 225
220 Q=-Q1*(F1-FB)^2
225 R(1)=(M2+M1+M3-PY*LS*COS(F2)+PX*LS*SIN(F2))/L2
230 R(2)=(R(1)*SIN(F2)-PX-P3-F3)/COS(F2)
235 R(5)=-(R(1)*COS(F2)+R(2)*SIN(F2)+PY-G3)
240 R(3)=-(P3+Q+F3):R(4)=-R(5)+G3:R(6)=1000*M3/R(5):C=0
245 FOR K=1 TO 6:D=0
250 IF R(K)<>0 THEN D=ABS((R(K)-T(K))/R(K))
```

```
255 IF D>E GOTO 265
260 C=C+1
265 T(K)=R(K):NEXT K:J=J+1
270 IF C<6 GOTO 180
272 IF LP<>4 GOTO 275
273 STOP:PRINT
275 IF LP=2 THEN GOSUB 1350
280 IF LP=3 THEN GOSUB 1300
285 IF LP<>5 GOTO 300
290 MF=(F3*VB+M3*W2-M1*(W1-W2))/W1
295 MC=Q*VB/W1:MG=-G3*VY/W1
296 MS=MC+MF+MG:GOSUB 1400
300 NEXT I:STOP:GOTO 35
305 PRINT TAB(24);"T H E  E N D"
310 END
1250 PRINT USING"####";I;
1255 PRINT USING"#####.###";XB;
1260 PRINT USING"#####.###";W2;
1265 PRINT USING"#####.###";VB;
1270 PRINT USING"#####.###";E2;
1275 PRINT USING"#####.###";AB;
1280 PRINT USING"#####.###";AX;
1285 PRINT USING"#####.###";AY:RETURN
1300 PRINT TAB(13);"  ";
1301 PRINT USING "##";I;
1302 PRINT "   ";
1303 PRINT USING"##";J;
1305 PRINT USING"######.###";M1;
1310 PRINT USING"######.###";M3;
1315 PRINT USING"######.###";F3:RETURN
1350 PRINT USING"####";I;
1355 FOR Z=1 TO 6:PRINT USING"#####.###";R(Z);
1360 NEXT Z:PRINT"  ":RETURN
1400 PRINT USING"####";I;
1405 PRINT USING"#####.###";MG;
1410 PRINT USING"#####.###";MC;
1415 PRINT USING"#####.###";MF;
1420 PRINT USING"#####.###";MS:RETURN
1425 END
```

Додаток 2

Приклад розрахунку механізму поперечно-стругального верстата

І. Формулювання задачі та вихідні дані

І.І. Кінематичну схему механізму зображено на рис. Д.2.І. Необхідно виконати кінематичне та динамічне дослідження, тобто визначити переміщення, швидкості прискорення характерних точок, кути повороту, кутові швидкості і кутові прискорення ланок; реакції в кінематичних парах; потужність приводного електродвигуна; закон зміни кутової швидкості головного вала й обчислити коефіцієнт нерівномірності його обертання.

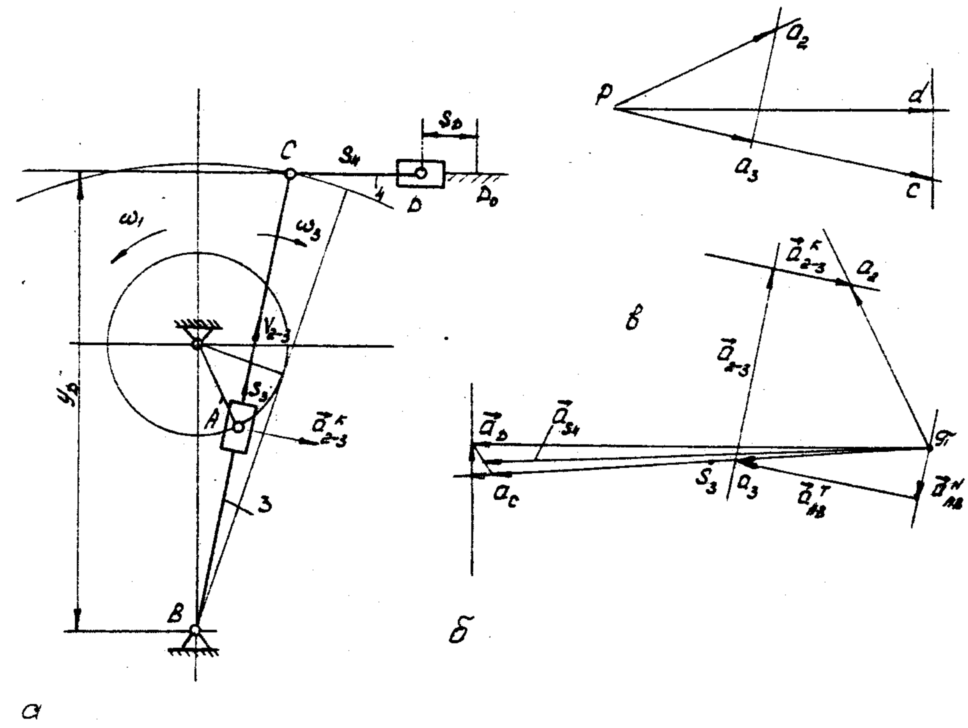

C
S_4
S_D
D
D_0
4
ω_1
ω_3
V_{2-3}
S_3
A
$\vec{a}^{\,k}_{2-3}$
3
B
y_D
а
p
a_2
d
a_3
c
$\vec{a}^{\,k}_{2-3}$
a_2
в
$\vec{a}_{2-3}$
$\vec{a}_D$
$\vec{a}_{S4}$
π_1
S_3
a_3
a_c
$\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$
$\vec{a}^{\,n}_{AB}$
б

Рис. Д.2.I

1.2. Частота обертання початкової ланки OA: n = 55 1/хв. Метрика механізму: ℓ_1 = 200 мм; ℓ_c = 1020 мм; ℓ_4 = 290 мм; ℓ_o = 620 мм; y_D = 1000 мм.

Відрізки, що задають положення центрів мас ланок: BS_3 = 500 мм; CS_4 = 120 мм.

Маси ланок: m_3 = 55 кг; m_4 = 12 кг; m_5 = 190 кг.

Моменти інерції ланок відносно центральних осей: J_3 = 4,5 кг·м^2; J_4 = 0,1 кг·м^2.

Момент інерції ланки 3 відносно точки B: $J_{3B} = J_3 + m_3 \ell^2_{BS}$ = = 4,5 + 55·0,5^2 = 18,25 кг·м^2.

Момент інерції маховика J_M = 186 кг·м^2.

1.3. Початок відрахування кута φ_1 беремо в крайньому правому положенні механізму. При цьому кривошип складає з віссю OX кут

$$\varphi_o = -\arcsin(\ell_1/\ell_o) = -\arcsin(200/620) = -18,819^\circ.$$

Для аналітичного дослідження кінематики механізму і нерівномірності обертання кут повороту кривошипа розбито на 24 рівні частини і отримані положення пронумеровані від 0 до 24 починаючи від крайнього правого положення.

Аналітичне розв'язання задачі силового розрахунку виконане для 12 положень з парними номерами. Графоаналітичне розв'язання задачі кінематики і силовий розрахунок – для положення 21.

Сила корисного опору діє від положення 2 до положення 12: на цьому відрізку беремо її постійною, що дорівнює 1500 Н.

2. Кінематичне дослідження механізму

2.1. Формули, використані в разі аналітичного розв'язання.

Для першого етапу

$$\ell_3 = \sqrt{(\ell_1 \cos\varphi_1)^2 + (\ell_o + \ell_1 \sin\varphi_1)^2},$$

$$\varphi_3 = \arccos(\ell_1 \cos\varphi_1 / \ell_3),$$

$$x_c = \ell_c \cos\varphi_3, \quad y_c = \ell_c \sin\varphi_3,$$

$$\varphi_4 = \arcsin((y_D - y_c)/\ell_4),$$

$$x_D = x_c + \ell_4 \cos\varphi_4,$$

$$S_D = x_D - x_{Do}.$$

2.2. Для другого етапу

$$v_{2-3} = -\ell_1 \omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3),$$

$$\ell_3 = \ell_1 \omega_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3),$$

$$v_{cx} = -\ell_3 \omega_3 \sin\varphi_3, \quad v_{cy} = \ell_c \omega_3 \cos\varphi_3,$$

$$\omega_4 = -v_{cy} / \ell_4 \cos\varphi_4,$$

$$v_D = v_{cx} - \ell_4 \omega_4 \sin\varphi_4.$$

2.3. Для третього етапу

$$a^{k}_{2-3} = 2\,\omega_3\, v_{2-3},$$

$$\varepsilon_3 = -\ell_1 \omega_1^2 (\sin(\varphi_1 - \varphi_3) + a^{k}_{2-3}) / \ell_3,$$

$$a_{2-3} = \ell_3 \omega_3^2 - \ell_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3),$$

$$a_{cx} = -\ell_c (\omega_3^2 \cos\varphi_3 + \varepsilon_3 \sin\varphi_3),$$

$$a_{cy} = -\ell_c (\omega_3^2 \sin\varphi_3 - \varepsilon_3 \cos\varphi_3),$$

$$\varepsilon_4 = (\ell_4 \omega_4^2 \sin\varphi_4 - a_{cy}) / \ell_4 \cos\varphi_4,$$

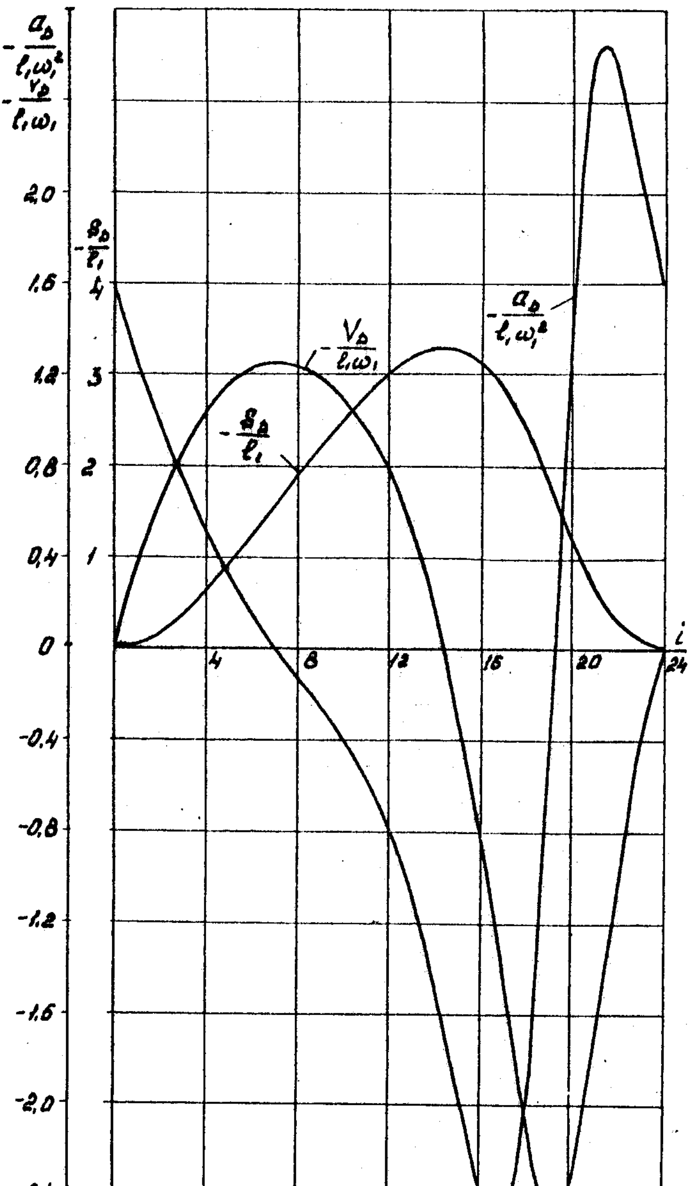
$$a_D = a_{cx} - \ell_4 (\omega_4^2 \cos\varphi_4 + \varepsilon_4 \sin\varphi_4).$$

За чисельного диференціювання використовуються формули для першого етапу.

2.4. Результати кінематичного дослідження методом проектування планів і методом чисельного диференціювання наведені у табл.Д.2.І. На рис. Д.2.2 і Д.2.3 показані графіки кінематичних параметрів ланок 5 і 4.

Таблица П2.1

I	φ_3	φ_4	S_D/l_1	$V_{2-3}/l_1\omega_1$	ω_3/ω_1	ω_4/ω_1	$V_D/l_1\omega_1$	$a_{2-3}/l_1\omega_1^2$	ε_3/ω_1^2	ε_4/ω_1^2	$a_D/l_1\omega_1^2$	$V_{2-3}^*/l_1\omega_1$	$a_D^*/l_1\omega_1^2$
0	71,181	6,838	0	1	0,0000	0	0	0	0,341	-0,388	-1,579	$1,83\cdot10^{-4}$	-1,578
1	71,792	6,151	-0,049	6,968	0,0778	-0,070	-0,370	-0,229	0,256	-0,250	-1,340		
2	73,415	4,437	-0,183	0,885	0,1355	-0,136	-0,647	-0,402	0,187	-0,125	-0,953	-0,647	-0,957
3	75,780	2,224	-0,383	0,761	0,1774	-0,159	-0,863	-0,533	0,134	-0,018	-0,722		
4	78,676	-0,028	-0,633	0,609	0,2070	-0,142	-1,035	-0,629	0,093	0,083	-0,537	-1,035	-0,538
5	81,941	-1,962	-0,921	0,434	0,2268	-0,112	-1,150	-0,693	0,059	0,141	-0,321		
6	85,442	-3,316	-1,232	0,246	0,2387	-0,066	-1,215	-0,737	0,032	0,190	-0,176	-1,219	-0,175
7	89,069	-3,928	-1,555	0,050	0,2437	-0,016	-1,241	-0,755	0,006	0,218	-0,003		
8	92,720	-3,727	-1,880	-0,147	0,2421	0,040	-1,229	-0,749	-0,018	0,203	-0,122	-1,229	+0,126
9	96,928	-2,736	-2,196	-0,340	0,2338	0,086	-1,181	-0,720	-0,045	0,171	0,258		
10	99,698	-1,071	-2,494	-0,522	-0,2182	0,129	-1,092	-0,666	-0,075	0,120	0,397	-1,093	+0,399
11	102,801	1,057	-2,765	-0,687	0,1938	0,154	-0,961	-0,587	-0,112	0,043	0,582		
12	105,459	3,341	-2,997	-0,826	0,1586	0,148	-0,798	-0,473	-0,158	-0,062	0,784	-0,792	0,788
13	107,487	5,372	-3,174	-0,931	-0,1095	0,105	-0,541	-0,323	-0,219	-0,185	1,091		
14	108,636	6,649	-3,276	-0,991	0,0424	0,047	-0,211	-0,124	-0,295	-0,328	1,480	-0,213	1,484
15	108,651	8,646	-3,275	-0,991	-0,0467	-0,052	0,231	0,137	-0,386	-0,430	1,937		
16	107,132	4,997	-3,142	-0,913	-0,1595	-0,165	0,795	0,472	-0,471	-0,402	2,345	0,798	2,347
17	103,781	1,850	-2,850	-0,738	-0,2886	-0,241	1,438	0,869	-0,498	-0,132	2,489		
18	98,519	-1,728	-2,391	-0,459	-04,079	-0,212	2,043	1,250	-0,383	+0,376	2,008	2,048	2,098
19	91,815	-3,853	-1800	-0,038	-0,4731	-0,053	2,406	1,466	-0,091	0,778	0,572		
20	84,771	-3,114	-1,172	0,282	-0,4508	0,146	2,317	1,391	0,252	0,641	-1,356	2,300	-1,356
21	78,673	-0,026	-0,633	0,608	-0,3531	0,243	1,765	1,073	0,462	0,110	-2,521		
22	74,331	+3,540	-0,260	0,837	-0,2243	0,213	1,080	0,699	0,497	-0,299	-2,548	1,082	-2,550
23	71,910	6,020	-0,059	0,962	-0,1013	0,011	0,472	0,298	0,432	-0,439	-2,061		
24	71,181	6,838	0	1	0,0000	0	0	0	0,341	-0,389	-1,579	$1,87\cdot10^{-4}$	-1,578



$-\frac{a_D}{l_1\omega_1^2}$
$-\frac{V_D}{l_1\omega_1}$
$-\frac{S_D}{l_1}$
2,0
1,6
1,2
0,8
0,4
0
-0,4
-0,8
-1,2
-1,6
-2,0
-2,4
4
3
2
1
4
8
12
16
20
24
i

Рис. Д.2.2

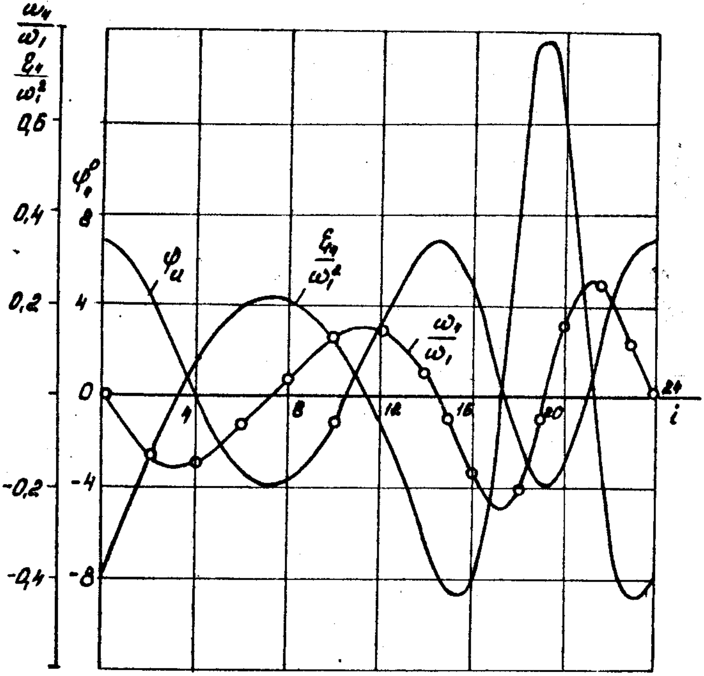


Рис. Д.2.3

У табл. Д.2.І наведені безрозмірні кінематичні параметри, отримані діленням швидкостей і прискорень відповідно на $l_1\omega_1$ і $l_1\omega_1^2$, тобто на значення швидкості та прискорення точки A пальця кривошипа. Це робить резільтати незалежними від кутової швидкості початкової ланки І.

У табл. Д.2.І наведені також результати, отримані методом чисельного диференціювання /останні два стовпчики/. Порівняння відповідних величин показує, що абсолютна похибка чисельного диференціювання не перевищує 0,006, а відносна похибка у визначенні прискорень не перевищує 0,17%, у визначенні швидкостей - не перевищує 0,3%. Такі похибки цілком припустимі в технічних розрахунках.

2.5. Кінематичний аналіз графоаналітичним методом було виконано для положення 2І. Кінематичну схему механізму в цьому положенні показано на рис. 2.І, де зображені також план швидкостей і план прискорень. Для побудови планів використовувались векторні рівняння, наведені в табл. 2.2. У результаті побудови плану швидкостей отримано значення $v_D/\ell_1\omega_1 = 1{,}75$, що на 0,9% відрізняється від знайденого аналітично. Побудовою плану прискорень отримано значення $a_D/\ell_1\omega_1^2 = 2{,}5$, що на 0,8% відрізняється від значення, знайденого аналітично. Такі малі похибки зумовлені ретельністю побудови планів.

3. Силовий розрахунок механізму

3.1. Для визначення складових головних векторів сил інерції використовувались формули

$$P_{3x} = -m_3 a_{s3}^x = m_3 \ell_{s3}(\omega_3^2\cos\varphi_3 + \varepsilon_3\sin\varphi_3);$$

$$P_{3y} = -m_3 a_{s3}^y = m_3 \ell_{s3}(\omega_3^2\sin\varphi_3 - \varepsilon_3\cos\varphi_3);$$

$$P_{4x} = -m_4 a_{s4}^x = m_4(-a_{cx} + \ell_{s4}(\omega_4^2\cos\varphi_4 + \varepsilon_4\sin\varphi_4));$$

$$P_{4y} = -m_4 a_{s4}^y = m_4(-a_{cy} + \ell_{s4}(\omega_4^2\sin\varphi_4 - \varepsilon_4\cos\varphi_4)).$$

У свою чергу,

$$a_{cx} = -\ell_c(\omega_3^2\cos\varphi_3 + \varepsilon_3\sin\varphi_3); \quad a_{cy} = -\ell_c(\omega_3^2\sin\varphi_3 - \varepsilon_3\cos\varphi_3).$$

Головний вектор сил інерції ланки 5

$$P_5 = -m_5 a_D = -m_5 \ell_1 \omega_1^2 \bar{a}_D,$$

де $\bar{a}_D$ – безрозмірне прискорення точки D.

Результати визначення P_{3x}, P_{3y}, P_{4x}, P_{4y}, P_5, M_3, M_4 наведені в табл. Д.2.2. Тут же результати силового розрахунку за таких двох припущень: нехтуємо силою ваги ланки 4, моментами сил тертя в обертальних парах.

Друге припущення призводить до того, що реакції в кінематичних парах групи /2, 3/ не потребують уточнення шляхом ітерацій.

3.2. Для визначення реакції у кінематичних парах групи /4, 5/ використані формули, наведені в дод. 3. Для силового розрахунку групи /2, 3/ були попередньо знайдено проекції реакції R_{34} на вісь ланки 2 і вісь, перпендикулярну до неї /рис. Д.2.4/. Для цього використовувались формули

$$R_{34}^x = (-R_{43}^N)\cos(\varphi_3 - \varphi_4) + (-R_{43}^T)\sin(\varphi_3 - \varphi_4);$$

$$R_{34}^y = -(R_{43}^N)\sin(\varphi_3 - \varphi_4) + (-R_{43}^T)\cos(\varphi_3 - \varphi_4).$$

Таблица Д.2.2

i	P_{3x}	P_{3y}	M_3	P_{4x}	P_{4y}	M_4	P_5	Q_5
0	297,9	-101.5	-51.5	134.9	-63,9	1,3	2008	0
2	170,84	-33,2	-28,3	75,4	-20,8	0,42	1216	1500
4	92,03	21,9	-14,1	38,9	13,8	-0,28	685	1500
6	33,37	50,1	-4,8	11,6	32,5	-0,63	225	1580
8	-19,70	53,2	2,8	-10,7	33,7	-0,68	-156	1500
10	-75,96	31,6	11,4	-35,9	19,9	-0,40	-506	1500
12	-147,6	-16,7	24,0	-66,4	-10,5	0,21	-1003	1500
14	-259,4	-85,8	44,7	-113,4	-53,8	1,1	-1889	0
16	-422,9	-105,8	71,2	-187,6	-56,6	1,3	-2292	0
18	-372,5	-99,6	57,9	-173,2	62,4	-1,3	-2562	0
20	249,3	165,6	-38,1	102,6	106,4	-2,1	1730	0
22	454,9	-79,3	-75,2	200,7	-50,0	1,0	3252	0
24	297,9	-101,5	-51,5	134,9	-63,9	1,3	2008	0

i	R_{43}^{T}	R_{43}^{N}	R_{50}	F_{50}	R_{21}^{N}	F_{32}	R_{30}^{N}	R_{30}^{T}
0	51,1	-2373	2196	219,6	+4111	411	-1635	-1392
2	17,0	-3013	2137	213,69	+4490	449	-1405	-1567
4	-9,1	-2414	1894	189,4	+3224	332	-173	-843
6	-21,6	-1916	1778	177,82	+2429	243	-485	-360
8	-21,6	-1516	1789	178,93	+1869	-187	-378	281
10	-12,6	-1145	1871	187,13	+1412	-141	-355	298
12	4,6	-628	1342	194,25	+744	-74,4	-277	187
14	27,5	1846	1713	171,3	-3310	-331	1225	-27
16	33,8	2663	1701	-170,1	-5776	-577	2730	27
18	-38,0	2934	1964	-196,4	-7329	-733	4064	217
20	-72,8	-1653	1776,4	-177,6	+4321	432	-2439	-755
22	39,9	-3245	2110	-211,0	+7070	707	-3534	-1783
24	51,1	-1936	2143	-214,3	+3427	342	-1345	-1134

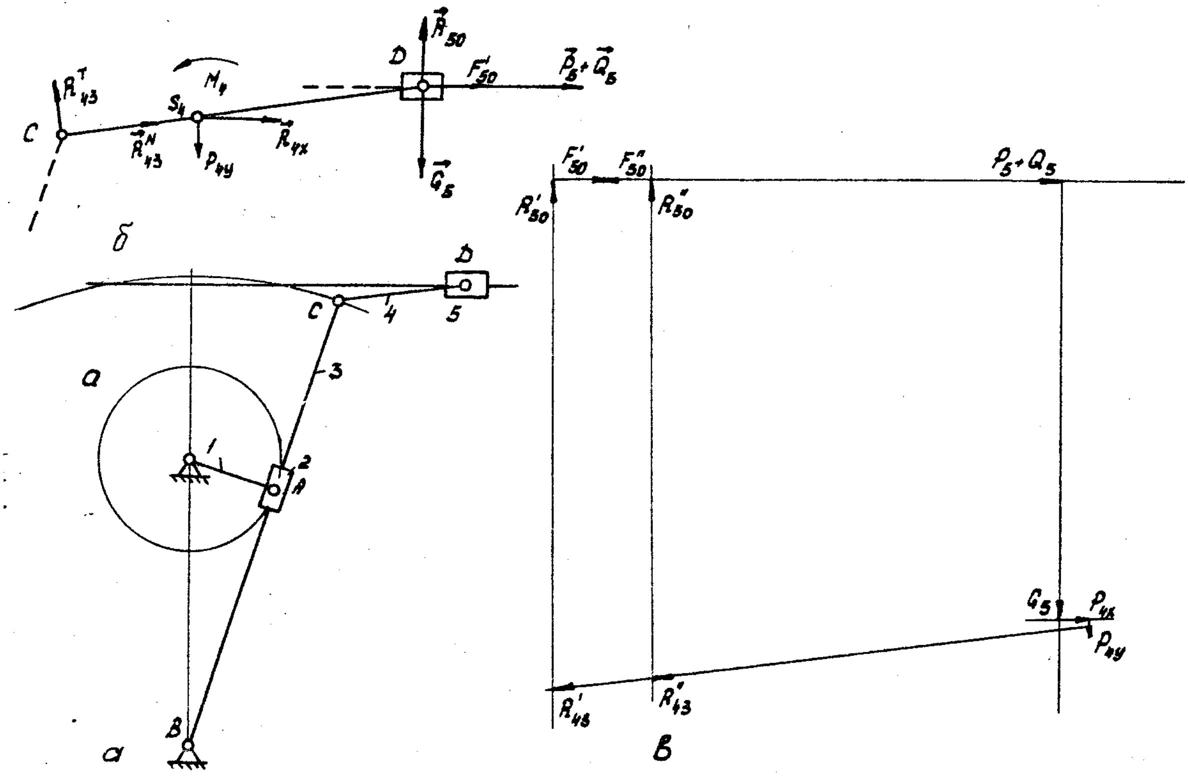


Рис. Д.2.4

Для ілюстрації застосування графоаналітичного методу на рис. Д.2.4 було побудовано план сил групи /4, 5/ для положення 0. Оскільки це є крайнім положенням, то сила тертя F_{50} тут стрибкоподібно змінює напрям; на рис. Д.2.4,в показано два значення сили тертя: F''_{50} - при підході до границі ліворуч і F'_{50} - праворуч. Відповідно отримані також два значення реакцій. Їх значення в разі визначення аналітичним методом наведені в рядках 0 і 24 табл. Д.2.2.

Вимірюванням на плані отримано

$$R'_{50} = 2210 \text{ Н}; \quad R''_{50} = 2016 \text{ Н};$$
$$R'_{43} = 2370 \text{ Н}; \quad R''_{43} = 1920 \text{ Н}.$$

Найбільша відносна похибка становить 0,7%.

4. Визначення приведених моментів сил корисного опору і сил тертя. Визначення приведеного моменту інерції

4.1. Приведення до початкової ланки сили корисного опору виконується за допомогою формули

$$M_Q = Q_5 V_D / \omega_1 .$$

Оскільки $Q_5 \neq 0$ у положеннях 2 - 12, розрахування ведеться тільки для цих положень. У решти положень $M_Q = 0$.

Результати обчислення M_Q наводяться в табл. Д.2.3 і зображуються на рис. Д.2.5. Робота сили корисного опору за один оберт початкової ланки

$$A_Q = \int_{\varphi_2}^{\varphi_{12}} M_Q \, d\varphi .$$

Оскільки функція M_Q задана таблицею значень на відрізку $[\varphi_2, \varphi_{12}]$, інтегрування ведеться чисельним методом Сімпсона, що є досить простим, але забезпечує високу точність результатів.

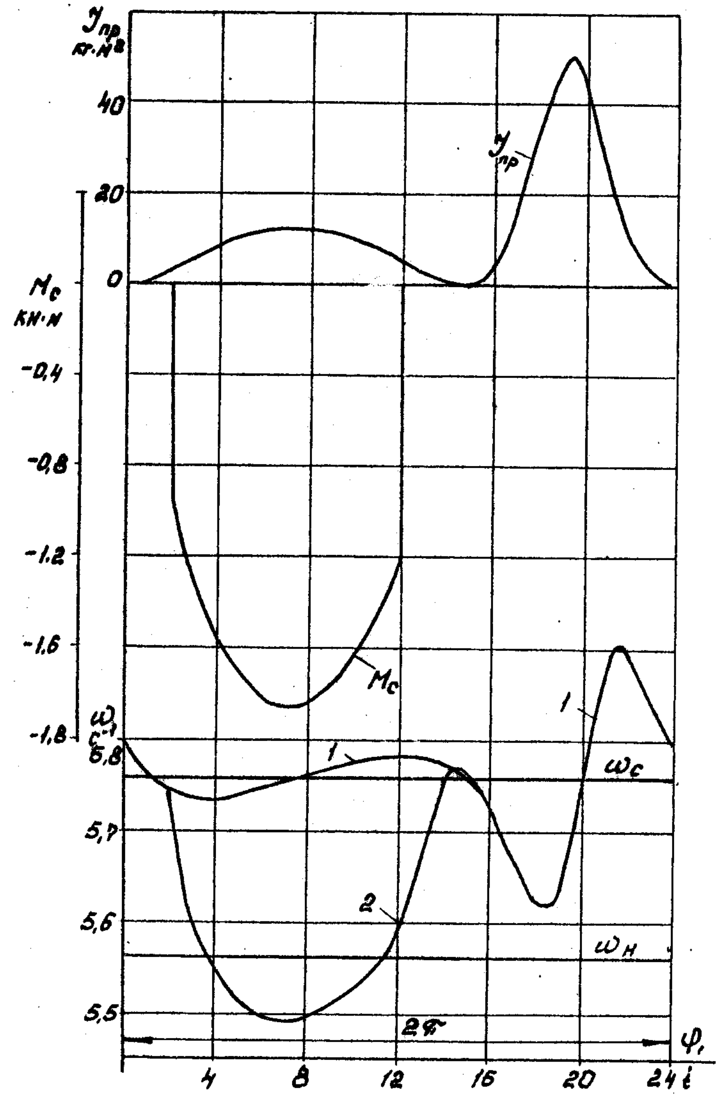
Як відомо,

$$\int_{x_0}^{x_n} y\,dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \ldots + 4y_{n-1} + y_n),$$

де $h = (x_n - x_0)/n$ - крок інтегрування; n - парне число ділянок, на які розбито відрізок $[x_0, x_n]$.

Таблица Д.2.3

i	Q_5, Н	$-M_Q$, Нм	J, кгм²	ω_I, с⁻¹	ω_{II}, с⁻¹	ω_x, с⁻¹
0	0	0	0	5,565	5,792	5,792
1	0	0	1,115	5,605	5,760	5,759
2	7500	971	3,519	5,643	5,740	5,743
3	7500	1302,6	6,306	5,580	5,605	5,737
4	7500	1552,8	8,921	5,545	5,549	5,736
5	7500	1726,5	11,009	5,516	5,517	5,740
6	7500	1829,1	12,340	5,499	5,499	5,746
7	7500	1866,0	12,846	5,422		5,753
8	7500	1844,2	12,558	5,495		5,760
9	7500	1768	11,563	5,506		5,767
10	7600	1640	9,954	5,524		5,772
11	7600	1452	7,807	5,549		5,777
12	7500	1188	5,229	5,584		5,782
13	0	0	2,502	5,674		5,784
14	0	0	0.377	5,756		5,780
15	0	0	0.457	5,758		5,764
16	0	0	5,307	5,726		5,727
17	0	0	17,929	5,671		5,761
18	0	0	34,920	5,624		5,624
19	0	0	48,107	5,640		5,640
20	0	0	43,948	5,751		5,751
21	0	0	25,981	5,874		5,874
22	0	0	0,623	5,899		5,899
23	0	0	1,891	5,847		5,847
24	0	0	0	5,792		5,792



$J_{пр}$
кг·м²
40
20
0
M_c
кН·м
-0,4
-0,8
-1,2
-1,6
-1,8
$J_{пр}$
M_c
ω,
с⁻¹
5,8
5,7
5,6
5,5
1
1
2
ω_c
$\omega_н$
2π
φ,
4
8
12
16
20
24
i

Рис. Д.2.5

Використовуючи наведену формулу, знаходимо A_Q = 4230 Дж. Аналогічно визначається приведений момент сил тертя:

$$M_F = -(F_{50}\, v_D/\omega_1 + F_{23}\, V_{2-3}/\omega_1).$$

Значення приведеного моменту сил тертя записані в табл. Д.2.4. У результаті інтегрування функції M_F знаходимо роботу сил тертя: A_F = -588 Дж.

Таблиця Д.2.4

i	F_{50}, Н	F_{23}, Н	$-M_F$, Н·м
0	219,5	411	82,2
2	213,5	449	116,3
4	189,4	332	87,4
6	177,8	243	58,6
8	178,9	-187	47,5
10	187,1	-141	48,7
12	194,2	-74,4	34,1
14	171,3	-331	70,3
16	-170,1	-377	123,6
18	-196,4	-733	135,9
20	-177,5	432	113,2
22	-211,0	707	177,9
24	-214,4	342	68,4

Повна робота сил опору за один оберт

$$A = A_F + A_Q = -588 - 4230 = -4818 \text{ Дж}.$$

4.2. Тепер можна знайти ККД головного механізму:

$$\eta = \frac{4230}{4818} \simeq 0,877.$$

Отримане значення дещо перевищує дійсне, оскільки тертя в обертальних парах не було враховане. Необхідна потужність двигуна $P \geqslant A/T$, де $T = 60/n$ – час одного оберту початкової ланки. У даному випадку

$$P = \frac{4818 \cdot 55}{60} = 4406 \text{ Вт} \simeq 4,4 \text{ кВт}.$$

Джерелом енергії може бути асинхронний електродвигун серії 4А, типу 4АІ3254УЗ [18], номінальною потужністю P_E = 7,5 кВт і номінальною частотою обертання І455 І/хв. Двигун вибрано з великим запасом потужності, через те що для розглядуваного агрегату характерні значні коливання навантаження та інерційних сил.

4.3. Якщо знехтувати масами другої та четвертої ланок через їх малість, приведений момент інерції шарнірно-важільного механізму можна визначити за формулою

$$J_n = J_{03}(\omega_3/\omega_1)^2 + m_5(V_D/\omega_1)^2 .$$

Результати обчислення приведеного моменту інерції наведені в табл. Д.2.4 і показані на рис. Д.2.5.

5. Визначення нерівномірності обертання вала двигуна

5.І. Вважатимемо, що постійна складова приведеного моменту інерції агрегату, що включає приведений момент інерції ротора двигуна, редуктора і маховика, становить 250 кг $м^2$.

Передаточне число між валом електродвигуна і початковою ланкою шарнірного механізму визначене як відношення номінальних частот обертання цих ланок:

$$u_p = \frac{n_{pH}}{n_H} = \frac{1456}{55} = 26,45.$$

Коефіцієнти A і B характеристики електродвигуна були знайдені за /3.56/.

5.2. Кутова швидкість ω_i у кінці інтервалу $(i-1, i)$ визначається через кутову швидкість на початку інтервалу ω_{i-1} за /3.57/. Значення кутової швидкості ω_0 при φ_1 = 0 було взято таким, що дорівнює його номінальному значенню ω_H = 5,565 $с^{-1}$. При цьому значенні було знайдено значення ω_I /див. табл. Д.2.4/ протягом одного оберту початкової ланки. Як випливає з таблиці, початкові і кінцеві значення ω_0 і ω_{24} не збігаються. Це результат довільного задання ω_0.

Тому розрахунок продовжується із значенням ω_0, що дорівнює кінцевому значенню ω_n для першого оберту, тобто для другого оберту беремо ω_0 = 5,792 /стовпець ω_{II} /. Як випливає з табл. Д.2.4, починаючи з положення 6 значення ω_I і ω_{II} збігаються. Це означає, що дійсним початковим значенням кутової швидкості за усталеного режиму є ω_0 = 5,792 $с^{-1}$.

5.3. Для виявлення причин, що викликали нерівномірність обертання, було виконано розрахунок при $Q_5 = 0$, тобто на холостому ходу верстата. Цьому випадку відповідає останній стовпець у табл. Д.2.4 і крива 2 на рис. Д.2.5. Як випливає з рис. Д.2.5, обидві причини суттєво впливають на нерівномірність обертання початкової ланки.

Коефіцієнт нерівномірності обертання можна знайти, якщо вибрати з табл. Д.2.4 найбільше і найменше значення.

При роботі під навантаженням $\omega_{max} = 5{,}899$; $\omega_{min} = 5{,}422$, тому

$$\delta = \frac{2(\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega_{max} + \omega_{min}} = \frac{2(5{,}899 - 5{,}422)}{5{,}899 + 5{,}422} = 0{,}0843,$$

що припустимо для металорізальних верстатів.

Додаток 3

Алгоритм і приклад силового розрахунку кривошипно-повзунного механізму з урахуванням тертя

I. Розрахункові рівняння

Схему розглядуваного механізму та схему навантаження групи /2, 3/ зображено на рис. Д.3.I.

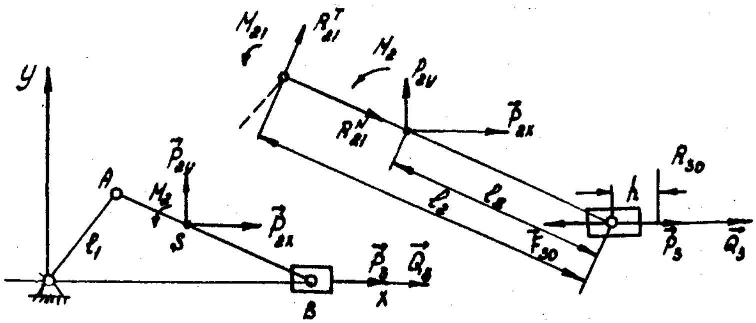


Рис. Д.3.I

При розрахунку слід врахувати силу тертя

$$F_{30} = -|R_{30}| f \operatorname{sign}(v_{3-0}) \qquad /Д.3.1/$$

між повзуном і стояком, а також моменти тертя

$$M_{23} = -|R_{23}| f r_{23} \operatorname{sign}(\omega_{2-3}); \qquad /Д.3.2/$$

$$M_{21} = -|R_{21}| f r_{21} \operatorname{sign}(\omega_{2-1}). \qquad /Д.3.3/$$

Оскільки $v_{B0} = 0$ і $\omega_3 = 0$, то $v_{3-0} = v_B$ і $\omega_{2-3} = \omega_2$.

Відносна кутова швидкість $\omega_{2-1} = \omega_2 - \omega_1$. У розглядуваному механізмі виконується умова $|\omega_2| < |\omega_1|$, тому в усіх положеннях механізму

$$\operatorname{sign}(\omega_{2-1}) = -\operatorname{sign}(\omega_1) = -1.$$

Отже, рівняння /Д.3.3/ набуває вигляду

$$M_{21} = |R_{21}| f r_{21}. \qquad /Д.3.4/$$

Складемо рівняння етапу I для визначення R_{21}^T:

$$-R_{21}^T \ell_2 + M_2 - P_{2y} \ell_{S2} \cos\varphi_2 + P_{2x} \ell_{S2} \sin\varphi_2 + M_{21} + M_{23} = 0.$$

Звідси

$$R_{21}^T = \left(M_2 + M_{21} + M_{23} - \ell_{S2}\left(P_{2y}\cos\varphi_2 - P_{2x}\sin\varphi_2\right)\right)/\ell_2. \qquad /Д.3.5/$$

На етапі 2 складаємо рівняння проекції на осі X і Y усіх сил, що діють на групу /2, 3/:

$$-R_{21}^T \sin\varphi_2 + R_{21}^N \cos\varphi_2 + P_{2x} + P_3 + Q_3 + F_{30} = 0;$$

$$R_{21}^T \cos\varphi_2 + R_{21}^N \sin\varphi_2 + P_{2y} + R_{30} - G_3 = 0.$$

Звідси

$$R_{21}^N = (R_{21}^T \sin\varphi_2 - P_{2x} - P_5 - Q_3 - F_{30})/\cos\varphi_2;$$

$$R_{30} = -(R_{21}^T \cos\varphi_2 + R_{21}^N \sin\varphi_2 + P_{2y} - G_3). \qquad /Д.3.6/$$

Розв'язуючи задачу методом послідовних наближень, у /Д.3.6/ будемо використовувати значення R_{30} попереднього наближення, а при першому розрахунку цим доданком нехтуємо.

На етапі 3 силового розрахунку визначаємо процеси реакції R_{32}. Для цього складаємо рівняння проекцій на осі X і Y сил, що діють на ланку 3:

$$R_{32}^{x} + P_3 + Q_3 + F_{30} = 0;$$

$$R_{32}^{y} + R_{30} - G_3 = 0.$$

Звідси

$$R_{32}^{x} = -(P_3 + Q_3 + F_{30});$$

$$R_{32}^{y} = -R_{30} \mp G_3.$$

На етапі 4 визначаємо плече h реакції R_{30}. З рівняння моментів відносно точки B сил, що діють на повзун 3, дістаємо

$$h = M_{32} / R_{30}.$$

Для моментів M_{23} і M_{21} визначаємо повні реакції:

$$R_{32} = \sqrt{(R_{32}^{x})^2 + (R_{32}^{y})^2};$$

$$R_{21} = \sqrt{(R_{21}^{T})^2 + (R_{21}^{N})^2}.$$

2. Схема алгоритму

Силовий розрахунок має бути виконаний для n рівновіддалених значень φ_1. Щоб розглянути ці положення, організуємо зовнішній цикл /рис. Д.3.2/ з параметром i – номером положення механізму, який змінюється від 0 до n. Тому поточне значення $\varphi = i \Delta \varphi$, де $\Delta \varphi$ – крок зміни кута повороту кривошипа, $\Delta \varphi = 2\pi / n$.

У зовнішньому циклі слід визначити кінематичні параметри механізму φ_2, ω_2, v_3^c, ε_2, a_3, a_{sx}, a_{sy} /блок 3/, які будуть використані для обчислення P_2, P_3, M_2. У задачі силового розрахунку необхідно визначити шість невідомих складових реакцій. У ході обчислення похибок виконуються однотипні обчислення для кожної з цих величин. Для спрощення операцій вихідні й уточнені значення реакцій опишемо у вигляді масивів, які складаються з шести елементів. Елемент масиву вихідних значень реакцій позначимо $R'(j)$, елемент масиву уточнених значень – $R''(j)$. Індекс j може набувати значень від 1 до 6.

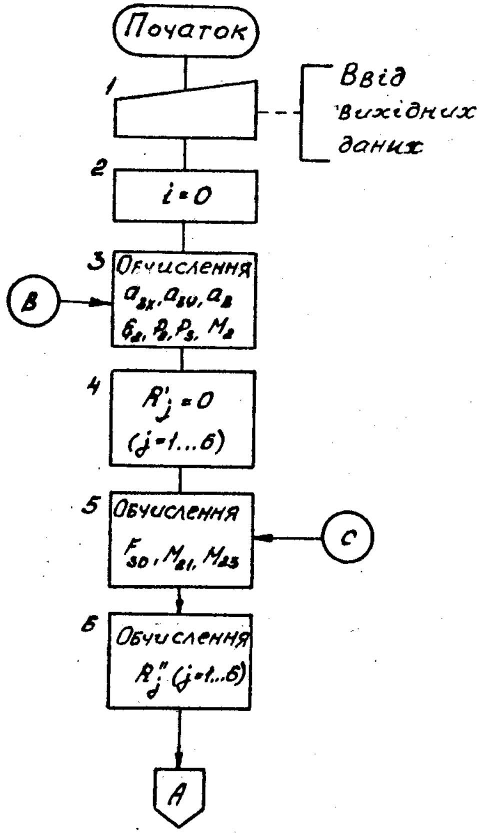

Початок
1
Ввід вихідних даних
2
i=0
3
Обчислення
B
4
5
Обчислення
C
6
Обчислення
A

Рис. Д.3.2

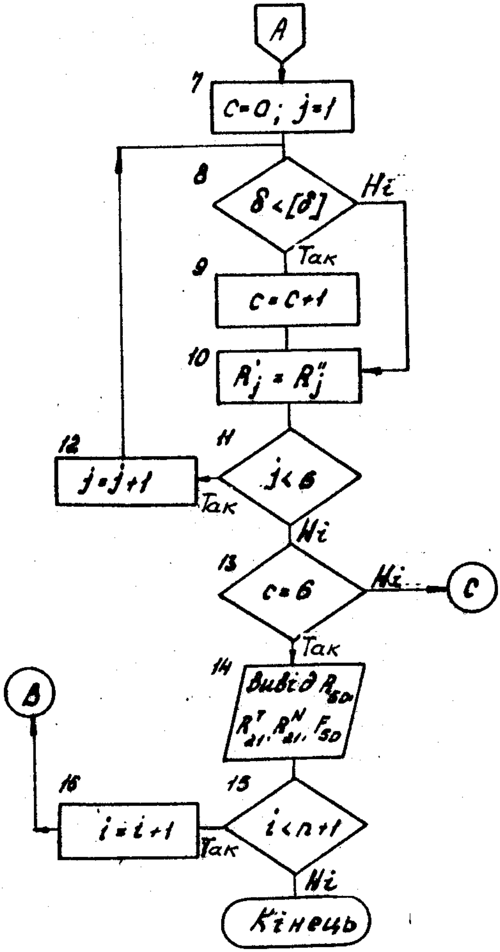


Рис. Д.3.2. Закінчення

45*

Встановимо таку відповідність між позначеннями і елементами масивів R' і R'', які використовувались раніше:

$$R_{21}^{T}=R(1);\ R_{21}^{N}=R(2);\ R_{23}^{x}=R(3);\ R_{23}^{y}=R(4);\ R_{30}=R_5;\ h=R(6).$$

Перед початком силового розрахунку всім елементам масиву R' присвоюємо нульові значення /блок 4/. Природно, що значення F_{30}, M_{21}, M_{23}, які будуть знайдені у блоці 5, за першого виконання ітераційного циклу виявляться такими, що дорівнюють нулю. Потім у блоці 6 буде знайдено елементи масиву R'', які є реакціями першого наближення. У даному випадку це ідеальні реакції, що виникають у механізмі за відсутності тертя.

Ітераційний процес послідовних уточнень реакцій і сил тертя здійснюється блоками 5 - 13. У блоці 5 обчислюються сила тертя F_{30} і моменти M_{21}, M_{23} чергового наближення, за допомогою яких у блоці 6 уточнюються значення реакцій - визначаються елементи масиву R''. Блоки 7 - 12 утворюють внутрішній цикл, в якому обчислюються і перевіряються відміни елементів масиву R'' від відповідних елементів масиву R'. Якщо хоч одна з відносних похибок перевищує задане значення, відбувається повернення до блоку 5 для обчислення сил тертя наступного наближення. Для порівняння всіх шести елементів масивів R' і R'' організовано внутрішній цикл за параметром j, який змінюється від 1 до 6. Всередині цього циклу відбувається обчислення похибок і перезадання елементів масиву R', для чого в блоці 10 елементу $R'(j)$ присвоюється значення $R''(j)$.

Вихід із середнього ітераційного циклу /він вміщує блоки 5-13/ після зменшення всіх похибок нижче припустимого забезпечується за допомогою допоміжної змінної C. Перед початком внутрішнього циклу їй присвоюється значення 0 і при кожній перевірці похибки значення C збільшується на одиницю, якщо похибка, що перевіряється, менша за допустиму. Таким чином, після закінчення внутрішнього циклу $C=6$ є ознакою, що потрібна точність досягнута для всіх величин. Після виходу із середнього ітераційного циклу блок 14 забезпечує вивід усіх знайдених величин. Блоки 15 і 16 завершують виконання зовнішнього циклу і припиняють розрахунок після розглядання всіх положень механізму.

3. Приклад розрахунку

Як приклад виконаємо розрахунок механізму /див. рис. Д.3.1/ за таких вихідних даних.

Довжина кривошипа $\ell_1 = 0{,}0375$ м.
Довжина шатуна $\ell_2 = 0{,}168$ м.
Відрізки, що задають положення центра мас шатуна, $AS_2 = 0{,}055$ м; $BS_2 = 0{,}113$ м.
Кутова швидкість кривошипа $\omega_1 = 5$ 1/с.
Маса шатуна $m_2 = 12$ кг.
Маса повзуна $m_3 = 24$ кг.
Центральний момент інерції шатуна $J_{S2} = 0{,}055$ кг·м^2.
Коефіцієнт тертя $f = 0{,}1$.
Радіус пальця шарніра A $r_a = 25$ мм.
Радіус пальця шарніра B $r_b = 15$ мм.
Сила корисного опору діє при $210^0 \leq \varphi_1 \leq 360^0$.
Залежність сили опору від кута повороту

$$Q_3 = -0{,}133(\varphi_1 - \varphi_B)^2,$$

де φ_B – кут, за якого починає діяти сила опору.

Для розв'язання задачі було використано програму 2.8 /див. дод. 1/. Ця програма дає змогу знайти значення реакцій, моментів тертя M_{12} і M_{23}, а також сили F_{30} методом послідовних наближень. У цій самій програмі обчислюються значення приведених моментів сили корисного опору, сили ваги та сил тертя.

Розрахунки були виконані для 13 рівновіддалених положень механізму. Початком відрахування кута φ_1 узято крайнє праве положення механізму.

Значення сил, що задаються, і результати визначення ідеальних реакцій наведені у табл. Д.3.1; значення моментів тертя і реакцій, знайдених з урахуванням тертя, – у табл. Д.3.2. Із цих таблиць випливає, що найсуттєвішим є вплив тертя на реакцію R_{21}. Процес наближення сили F_{30} і моментів M_{21} і M_{23} до їх усталених значень показаний у табл. Д.3.3, з якої випливає, що ітераційний процес швидко сходиться. Після чотирьох-п'яти наближень похибка стає менше припустимої.

Пара /3, 0/ на першій половині оберту навантажена в основному силою ваги повзуна, яка викликає силу тертя в межах 25...27 Н. На другій половині оберту сила корисного опору викликає реакцію в парі /3, 0/, спрямовану протилежно реакції від сили ваги. У результаті пара /3, 0/ розвантажується, що викликає відповідне зменшення сили тертя F_{30} до 1,58 Н у положенні 11.

Таблиця Д3.1

I	Q_3, H	P_3, H	P_{2x}, H	P_{2y}, H	R_{21}^{T}, H	R_{21}^{N}, H	R_{30}, H	R_{32}^{x}, H	R_{32}^{y}, H
0	0	27,52	12,07	0	79,18	-39,59	273,98	-27,52	-38.54
1	0	22,06	16,16	3,78	74,51	-40,79	270,78	-22,06	-35,34
2	0	8.74	5,21	6,55	71,09	-28,23	271,38	-8.74	-35,96
3	0	-5,15	-0,84	7,56	70,47	-9,99	274,67	5,15	-39,28
4	0	-13,76	-6,035	6,55	72,55	5,89	276,56	13,76	-41,12
5	0	-16,91	-9,32	3,78	75,97	17,86	275,87	16,91	-40,43
6	0	-17,48	-10,43	0	79,18	27,91	273,98	17,48	-38.54
7	0	-16,91	-9,32	-3,78	81,34	35,54	272,08	19,91	-36,64
8	-119,70	-13,76	-6,06	-6,55	82,82	158,49	247,82	133,46	-12,38
9	-478,80	-5,15	-0.84	-7,56	83,89	510,55	163,65	483,95	71,79
10	-1077,23	8.74	5,21	-6,55	84,28	1100,39	64,31	1068,55	121,13
11	-1915,21	22,06	10,16	-3,78	82,86	1904,12	62,08	1893,13	173,35
12	-2992,5	27,52	12,07	0	79,18	2952,91	273,98	2964,98	-38,54

Таблица Д3.2

I	M_{21}, Н·м	M_{23}, Н·м	F_{30}, Н	h, мм	R_{21}^{T}, Н	R_{21}^{N}, Н	R_{30}, Н	R_{32}^{x}, Н	R_{32}^{y}, Н
0	0.263	0,098	27,18	0.36	81.34	-66,78	271,82	-54,71	-36,38
1	0.255	0,085	26,57	0,32	76,54	-67,76	265,75	-48,63	-30,31
2	0,229	0,065	26,44	0,26	72,86	-55,52	264.38	-35,18	-28,94
3	0.202	-0,058	26,76	0.22	71,33	-37,64	267,66	-21,61	-32,22
4	0,191	-0,056	27,14	-0.21	73,36	-21,84	270.41	-13,281	-34,97
5	0,193	-0,056	27,20	-0,21	76,78	-9,60	272,00	-10,29	-36,56
6	0.243	-0,087	-27,30	-0.32	80,11	+55,21	273,15	44,78	-37,61
7	0,258	-0.081	-26,81	-0,31	82,45	62,63	268.01	43,71	-32,57
8	0,504	-0,826	-24,14	-0,98	84,41	183,42	241,43	157,60	-5,99
9	1,353	-0,759	-15,64	-4,86	87,42	533,41	156,44	499,59	78,89
10	2,793	1,639	-3,64	+44,68	110,67	1109,31	36,68	1072,20	198,75
11	4,799	2,868	-1,58	179.45	128.51	1910.83	15,98	1894,71	219,45
12	7,460	4.488	-20.35	22,13	150.31	2973,26	202,85	2985,33	32,58

Таблиця Д.3.3

$I = 1$				$I = 9$			
j	M_{21}, Н·м	M_{23}, Н·м	F_{30}, Н	j	M_{21}, Н·м	M_{23}, Н·м	F_{30}, Н
1	0,000	0.000	0,000	1	0,000	0,000	0,000
2	0.212	0,082	27,077	2	1,308	-0,733	-16,364
3	0,255	0,086	26,609	3	1,353	-0,759	-15,639
4	0,255	0,085	26,573	4	1,353	-0,759	-15,639
5	0.255	0,085	26,573				

На основі отриманих даних за формулами

$$M_c = Q_3 v_B / \omega_1$$

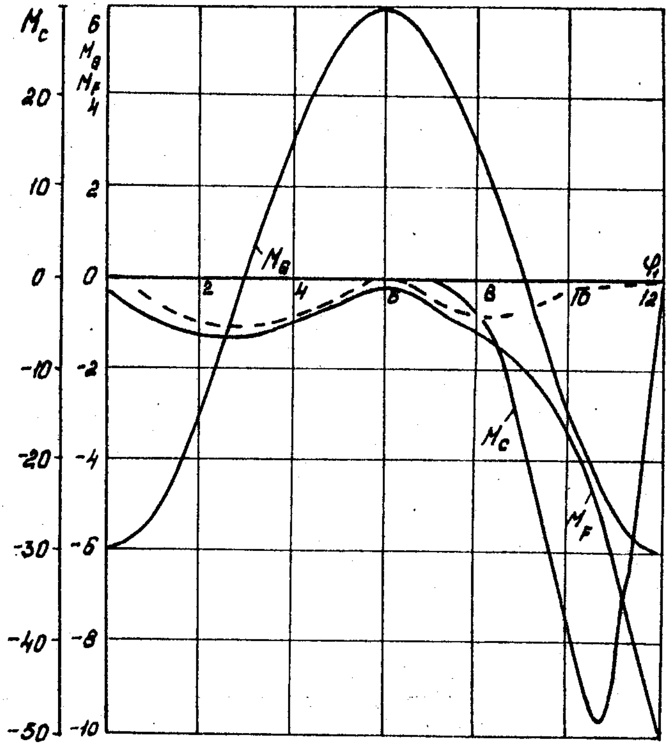
і

$$M_F = (M_{21}(\omega_2 - \omega_1) + M_{23}\omega_3 + F_{30} V_B)/\omega_1$$

були розраховані значення приведених моментів сил корисного опору і сил тертя. Графіки цих функцій показані на рис. Д.3.3. У результаті чисельного інтегрування знайдених функцій було отримано значення роботи сил корисного опору A_c = -57,285 Дж і роботи приведеного моменту тертя A_F = -12,343 Дж. Отже, ККД шарнірного механізму

$$\eta = \frac{A_c}{A_c + A_F} = \frac{57,285}{57,285 + 12,343} = 0,82.$$

Щоб з'ясувати, наскільки суттєвим є вплив моментів тертя в обертальних парах, було виконано розрахунок, за якого M_{21} і M_{23} узято такими, що дорівнюють нулю. Протікання приведеного моменту тертя у цьому випадку показане пунктиром на рис. Д.3.3, з якого випливає, що в розглядуваному механізмі вплив моментів тертя особливо відбивається на робочому ході механізму /$210^\circ < \varphi < 360^\circ$/.



M_c
6
M_B
M_F
4
20
10
2
0
0
-10
-2
-20
-4
-30
-6
-40
-8
-50
-10
2
4
6
8
10
12
φ_1
M_B
M_c
M_F

Рис. Д.3.3

Довідкові матеріали для розрахунку зубчастих коліс

Таблиця Д.4.1

Умови розміщення передачі	H_1 чи $H_2 \leq HB350$		H_1 і $H_2 > HB350$	
	$\mathcal{E}_H$	$\mathcal{E}_F$	$\mathcal{E}_H$	$\mathcal{E}_F$
1. Консольне розташування коліс. Вали на шарикових підшипниках	0,5	1,03	1,12	1,75
2. Те саме. Вали на роликових підшипниках	0,32	0,69	0,88	1,17
3. Швидкохідний ступінь двоступінчастих рядових редукторів	0,16	0,31	0,35	0,53
4. Тихохідний ступінь співвісного редуктора	0,11	0,22	0,25	0,33
5. Швидкохідний ступінь співвісного і тихохідний ступінь рядового двоступінчастого редукторів	0,07	0,16	0,17	0,25
6. Одноступінчастий редуктор	0,05	0,11	0,10	0,20
7. Тихохідний ступінь двоступінчастого редуктора з роздвоєнням потоку потужності на швидкохідному ступені	0,04	0,06	0,05	0,1

Таблиця Д.4.2

Розташування коліс відносно опор	ψ_{bd}	
	$H_1 \leq HB350$ чи $H_2 < HB350$	$H_1 > HB350$ чи $H_2 > HB350$
Симетричне /рядки 6 і 7 табл. 2.1/	0,9...1,2	0,7...1,0
Несиметричне /рядки 3 – 5 табл. 2.1/	0,8...1,0	0,6...0,8
Консольне /рядки 1 і 2 табл. 2.1/	0,5...0,7	0,4...0,5

Таблиця Д.4.3

Термообробка і твердість	Марка сталі	$\sigma^0_{F\,limb}$, МПа	S'_F
Цементація HRC 57...63	20ХН, 20ХНМ, 20Х2НМ, І2ХН3А, І5ХГНТА, І8Х2Н4МА, І8Х2Н4ВА	950* / 800	І,55* / І,75
	І8ХГТ, І5ХФ, 30ХГТ, 20ХГР, 20Х	8І0* / 700	І,6* / І,75
Нітроцементація HRC 57...63	20ХГТМ і подібні	І000	І,55
	35Х, 25ГТ, 30ХГТ	750	І,55
Азотування HV 700...950	35ХЮА, 35ХМЮА, 38ХГМЮА	300+І2М$_{HRC}^{серц.}$	І,75
Азотування HV 500...750	40ХФА, 40Х2НМА		
Гартування тільки робочої поверхні ТВЧ. Викружка має HB 200...300	Усі сталі	400	І,75
Гартування всієї поверхні зуба ТВЧ.	40ХН, 40ХН2М і под.	700	І,75
ТВЧ. HRC 48...58	У0Х, 35ХМ і под.	600	І,75
Гартування об'ємне HRC 45...55	50ХН, 40ХН, 40ХН2М	660* / 550	І,75* / І,85
	40Х, 40ХФА	600* / 500	І,75* / І,85
Нормалізація, покращення HB І80...300	40, 45, 40Х, 40ХН, 40ХФА, 40ХН2МА, І8ХГН4ВА, 35ХГС	$І,8H_{HB}$	І,75

* Чисельник – у разі використання засобів проти зневуглецьовування робочих поверхонь, знаменник – без застосування таких засобів.

Таблиця Д.4.4

Спосіб термічної чи хімічно-термічної обробки	Твердість поверхні зубів	Група сталей	σ_{Hlimb}, МПа
Відпал, нормалізація, покращення	$H \leq HB350$	Вуглецеві, леговані	$2H_{HB}+70$
Поверхневе гартування	HRC40...50	Вуглецеві, леговані	$17H_{HRC}+200$
Цементація і нітроцементація	$H \geq HRC56$	Леговані	$23HRC$
Азотування	HV 550...750	Леговані	1050

Таблиця Д.4.5

Структура матеріалу зуба	S_H	
	Наслідки руйнування передачі	
	Важкі	Звичайні
Однорідна	1,25	1,1
З поверхневим керуванням	1,35	1,2

Таблиця Д.4.6

Вид заготовки	S_F''	
	Абразивне зношення	
	відсутне	наявне
Поковки і штамповки	1,0	1,3...1,6
Прокат	1,15	1,5...1,8
Литво	1,3	1,7...2,0

Таблиця Д.4.7

Характер навантаження	Термообробка	K_{FC}
Одностороннє навантаження		I,0
Двостороннє навантаження	Відпал, нормалізація, покращення	0,65
	Об'ємне та поверхневе гартування, цементація	0,75
	Азотування	0,9

Таблиця Д.4.8

Ряд	Модулі евольвентних циліндричних коліс (Вибірка з ГОСТ 9563-60)
I	I; I,25; I,5; 2,0; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; I0; I2; I6; 20; 25; 32; 40
2	I,I25; I,375; I,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; II; I4; I8; 22; 28; 36

Таблиця Д.4.9

<table>
<tr><th>Розрахунок за контактним напруженням</th><th>Розрахунок на згин</th></tr>
<tr><td colspan="2">1. Розрахунковий крутячий момент
$$T_1 = \frac{|M_c(\varphi)|/max}{u_0 K},$$
де $M_c(\varphi)/max$ – найбільший за модулем сумарний приведений момент, Н·м /див. табл. Д.3.1/; u_0 – загальне передаточне число між початковою ланкою і розраховуваною шестернею; k – число ведених коліс.</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Матеріал шестерні, його термообробка і твердість /див. табл. Д.4.3/</td></tr>
<tr><td>3. Границя контактної витривалості за базового числа циклів $\sigma_{H lim b}$ /див. табл. Д.4.4/</td><td>3. Границя згинальної витривалості за базового числа циклів $\sigma_{F lim b}$ /див. табл. Д.4.3/</td></tr>
<tr><td>4. Коефіцієнт безпеки S_H /див. табл. Д.4.5/</td><td>4. Коефіцієнти безпеки у разі згину:
S'_F – див. табл. Д.4.3;
S''_F – див. табл. Д.4.6.
4.1. Коефіцієнт K_{FC} /див. табл. Д.4.7/</td></tr>
<tr><td>5. Допустимі контактні напруження
$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H lim b}}{S_H}$$</td><td>5. Допустимі напруження у разі згину
$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F lim b} K_{FC}}{S'_F S''_F}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">6. Коефіцієнт ширини зуба ψ_{bd} визначається залежно від розташування коліс за табл. Д.4.2</td></tr>
<tr><td>7. $K_{H\beta} = 1 + b_H \psi_{bd}$;
b_H – див. табл. Д.4.1</td><td>7. $K_{F\beta} = 1 + b_F \psi_{bd}$;
b_F – див. табл. Д.4.1</td></tr>
</table>

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

I. Александрова М.Н., Грунауэр А.А. Оптимальное проектирование кулачковых механизмов с толкателем и роликом / Теория механизмов и машин. - Х.: Выща шк., 1988. - Вып. 44. - С. 3-7.

2. Артоболевский И.И. Об определении маховых колес в машинах // Докл. АН СССР. - 1944. - № 5. - С. 138-142.

3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - 3-е изд., перераб. и др. - М.: Наука, 1975. - 683 с.

4. Болотовская Т.П. и др. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. - М.: Машгиз, 1963. - 376 с.

5. Вешенский С.Н. Характеристики двигателей в приводе. - М.: Энергия, 1977. - 450 с.

6. Гавриленко Б.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. 2-е изд., перераб. - М.: Машиностроение, 1969. - 432 с.

7. Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. - М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1956. - 62 с.

8. Геронимус Я.Л. Нахождение профиля кулачка по заданному закону движения толкателя // Техника воздушного флота. - 1933. - № 3. - С. 27-29.

9. ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические внешнего зацепления. Расчет геометрии. - М.: Госком. по станд., 1983. - С. 77-114.

10. ГОСТ 21354-75. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. - М.: Госком. по станд., 1976. - 60 с.

11. Грунауэр А.А., Изюмский В.П. Условие монтажа планетарных механизмов с несколькими блоками сателлитов // Теория механизмов и машин. - Х.: Выща шк., 1990. - Вып. 48. - С. 48-51.

12. Грунауэр А.А. Проектирование механизмов и машин с помощью цифровых ЭВМ. - Х.: Выща шк., 1980. - 120 с.

13. Гутьяр Е.М. Уточнение расчета массы маховика по методу проф. Мерцалова // Вестник металлопромышленности. - 1939. - № 3. - С. 47-52.

14. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. - М.: Наука, 1985. - 221 с.

15. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. - М.: Наука, 1989. - 239 с.

16. Заблоцкий В.П., Изюмский В.П. К исследованию движения машинного агрегата, имеющего асинхронный двигатель // Теория механизмов и машин. - Х.: Выща шк., 1967. - Вып. 3. - С. 86-92.

17. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. - М.: Наука, 1975. - 383 с.

18. Иванов М.Н., Иванов В.Н. Детали машин. Курсовое проектирование. - М.: Высш. шк., 1975. - С. 570.

19. Использование численного дифференцирования в задачах кинематики / Сост. А.А. Грунауэр. - Х.: ХПИ, 1988. - 8 с.

20. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512 с.

21. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Х.: Выща шк., 1987. - 136 с.

22. Ковылин Ю.Я. Геометрический синтез типовых соосных зубчатых механизмов с помощью ЭВМ. - Томск: Изд-во ТПИ, 1981. - 94 с.

23. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. - 4-е изд., испр. - М.: Машиностроение, 1973. - 590 с.

24. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1985. - 279 с.

25. Методическая разработка. Программируемые микрокалькуляторы и их применение в учебном процессе средних специальных учебных заведений / Сост. А.А. Грунауэр. - К.: РНМК по ССО, 1984. - 56 с.

26. Механика промышленных роботов: Учеб. пособие для втузов: в 3-х кн. / Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. - Кг. 1. Кинематика и динамика. - М.: Высш. шк., 1988. - 304 с.

27. Мерцалов Н.И. Избранные труды. - Т. 3. Динамика механизмов. - М.: Машгиз, 1952. - 328 с.

28. Методические рекомендации по проектному расчету зубчатых передач с использованием программируемых микрокалькуляторов / Сост. А.А. Грунауэр, В.И. Рудницкий, А.С. Столбовой. - К.: РНМК по ССО, 1987. - 46 с.

29. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. - 4-е изд., стер. - М.: Наука, 1973. - 640 с.

30. Петрук А.И. Вопросы синтеза цикловых машин. - К.: Наук. думка, 1981. - 119 с.

31. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. - К.: Выща шк., 1986. - 768 с.

32. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. - 6-е изд. - М.: 1965. - 548 с.

33. Полюдов А.Н. Программные разгружатели цикловых механизмов. - Львов: Выща шк., 1979. - 170 с.

34. Расчеты зубчатых и червячных передач на выносливость и прочность / В.И. Рудницкий. - Х.: ХПИ, 1983. - 68 с.

35. Скуридин М.А. Определение движения механизма по уравнению кинетической энергии при задании сил функциями скорости и времени // Труды Ин-та машиноведения. Семинар по теории механизмов и машин. - М., 1951. - Вып. 45. - Т. XII. - С. 83-95.

36. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М.: Наука, 1974. - 478 с.

37. Тир К.В. Механика полиграфических автоматов. - К.: Книга, 1965. - 327 с.

38. Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. - М.: Высш. шк., 1987. - 496 с.

39. Трегуб А.П. Электротехника. - К.: Выща шк., 1989. - 600 с.

40. Трохименко Я.К., Любич Ф.Д. Инженерные расчеты на программируемых калькуляторах. - К.: Тэхника, 1985. - 324 с.

41. Щепетильников В.А. Уравновешивание механизмов. - М.: Машиностроение, 1982. - 387 с.

42. Фигурнов В.Э. IBM PC для пользователя. - М.: Финансы и статистика, 1990. - 240 с.

43. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. В 2 ч. - 5-е изд., испр. - Ч. I. - М.: Высш. шк., 1977. - 376 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Грунауер Олександр Адольфович
Долгих Іван Дмитрович

Теорія механізмів і машин
/системний підхід/

Навчальний посібник

Зв.темплан 1992, поз. 195

Перекладач-редактор І.В.Хронюк
Коректори: Ю.М.Сергійко
Н.Ф.Слоніна

Підп. до друку 28.09.92. Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Папір друк. № 3 . Друк офсетний. Ум. др. арк. 21,85 Ум. фарбо-відб. 21,96
Облік.-вид. арк. 23,68. Тираж 500 .
Зам. № 3084 . Ціна 1 крб 60 к.

НМК ВО Міністерства освіти України
252070, Київ-70, вул. П. Сагайдачного, 37.

РОВО «Укрвузполіграф».
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

Величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	
		международное	русское
ОСНОВНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИ			
Длина	метр	m	м
Масса	килограмм	kg	кг
Время	секунда	s	с
Сила электрического тока	ампер	A	А
Термодинамическая температура	кельвин	K	К
Количество вещества	моль	mol	моль,
Сила света	кандела	cd	кд
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИ			
Плоский угол	радиан	rad	рад
Телесный угол	стерадиан	sr	ср

ПРОИЗВОДНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИ, ИМЕЮЩИЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ НАИМЕНОВАНИЯ

Величина	Единица			Выражение через основные и дополнительные единицы СИ
	Наименование	Обозначение		
		международное	русское	
Частота	герц	Hz	Гц	$с^{-I}$
Сила	ньютон	N	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Давление	паскаль	Pa	Па	$м^{-I} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Энергия	джоуль	J	Дж	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность	ватт	W	Вт	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3}$
Количество электричества	кулон	C	Кл	$с \cdot А$
Электрическое напряжение	вольт	V	В	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-I}$
Электрическая емкость	фарад	F	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-I} \cdot с^{4} \cdot А^{2}$
Электрическое сопротивление	ом	Ω	Ом	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	сименс	S	См	$м^{-2} \cdot кг^{-I} \cdot с^{3} \cdot А^{2}$
Поток магнитной индукции	вебер	Wb	Вб	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-I}$
Магнитная индукция	тесла	T	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-I}$
Индуктивность	генри	H	Гн	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Световой поток	люмен	lm	лм	$кд \cdot ср$
Освещенность	люкс	lx	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активность радионуклида	беккерель	Bq	Бк	$с^{-I}$
Поглощенная доза ионизирующего излучения	грэй	Gy	Гр	$м^{2} \cdot с^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	зиверт	Sv	Зв	$м^{2} \cdot с^{-2}$