

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

*Короткий довідник для студентів
інженерно-технічних спеціальностей*

Видання 3-тє, виправлене і доповнене

Хмельницький 2013

Теорія механізмів і машин : короткий довідник для студентів інженерно-технічних спеціальностей / Я. Т. Кіницький.
– вид. 3-тє, випр. і доп. –Хмельницький : ХНУ, 2013. – 59 с.

ЗМІСТ

Передмова

1 Загальні відомості

2 Структура і класифікація механізмів

3 Кінематичне дослідження механізмів

4 Динамічне дослідження механізмів

5 Нерівномірність і регулювання руху механізмів та машин

6 Тертя та знос у машинах

7 Передачі

8 Зубчасті передачі

9 Кулачкові механізми

10 Механізми переривчастого руху

11 Синтез важільних механізмів

12 Зрівноваження механізмів

13 Основи теорії машин

Література

Передмова

Теорія механізмів і машин (ТММ) є однією з основних загальноінженерних дисциплін, яку викладають у вищих технічних навчальних закладах як самостійну дисципліну або складову частину більш загального курсу механіки (в деяких навчальних закладах – прикладної чи технічної механіки), а для інженерів-механіків – першою спеціальною дисципліною. Глибокі знання теорії механізмів і машин є базою для вивчення інших навчальних дисциплін, зокрема таких як деталі машин, металорізальні верстати та інструмент, машини та апарати легкої і харчової промисловості тощо. ТММ використовує методи теоретичної механіки для розв'язування конкретних інженерних задач.

Теорія механізмів і машин розглядає будову і класифікацію механізмів, методи кінематичного та динамічного дослідження, проектування їхніх схем, які є загальними для механізмів і машин різного призначення. Ці знання необхідні інженерам-конструкторам для створення сучасних машин, інженерам інших спеціальностей (у т.ч. молодшим спеціалістам-механікам) – для вмілого їх використання, а в деяких випадках дати завдання на проектування нової машини чи вдосконалення існуючої.

У довіднику коротко викладені основні теоретичні положення курсу ТММ, його термінологія і залежності. Крім цього, на початку довідника наведені основні формули теоретичної механіки, які необхідні для його вивчення. Подібні довідники з різних дисциплін добре себе зарекомендували серед учнів шкіл, студентів коледжів та вищих навчальних закладів, спеціалістів виробництва.

Зауваження та побажання, направлені на покращення довідника, просимо надсилати за адресою: 29016, м. Хмельницький, вул. Інститутська, 11, Хмельницький національний університет, кафедра машинознавства.

Основні формули теоретичної механіки, необхідні для вивчення курсу теорії механізмів і машин

Прямолінійний рух	Обертальний рух
<p>1. Швидкість:</p> $v = \frac{ds}{dt};$ <p>– лінійна:</p> $v = \frac{s}{t} = \text{const}$	<p>1. Кутова швидкість:</p> $\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$ <p>Ця швидкість може бути виражена через частоту обертання n, хв^{-1}:</p> $\omega = \frac{\pi n}{30}.$ <p>Колова швидкість точки:</p> $v = \omega R,$ <p>де R – її відстань до центра обертання, м. Під час рівномірного обертання:</p> $v = \frac{\pi n R}{30} = \text{const},$ <p>де R – радіус деталі, яка обертається, м; n – частота обертання, хв^{-1}</p>
<p>2. Прискорення:</p> $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2};$ <p>– лінійне:</p> $g = 9,81 \text{ м/с}^2$	<p>2. Кутове прискорення:</p> $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$ <p>Нормальне (доцентрове) прискорення:</p> $a^n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R},$ <p>де v – колова швидкість. Дотичне (тангенціальне) прискорення:</p> $a^t = \varepsilon R = \frac{dv}{dt}.$ <p>Повне прискорення: $a = a^n + a^t$ або $a = \sqrt{(a^n)^2 + (a^t)^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$ Поворотне (коріолісове) прискорення:</p> $a^k = 2\omega v^r.$ <p>Відносне прискорення:</p> $a^r = \frac{dv^r}{dt}$
Прямолінійний рух	Обертальний рух
3. Сила F – причина руху та опору руху	3. Статичний момент сили

	(момент пари сил): $M = FR$
4. Робота: $A = \int F \cos \alpha ds$. При $F = \text{const}$ і збігу напрямів сили F і переміщення S точки при-кладання сили: $A = F\zeta$	4. Робота: $A = \int M d\varphi$. При $M = \text{const}$ $A = M\varphi$ Робота за один оберт: $A = 2\pi M$
5. Потужність: $P = Fv$	5. Потужність: $P = M\omega$
6. Маса m – міра інертності тіла в поступальному русі.	6. Момент інерції тіла – міра інертності тіла при обертальному русі: $J = \int R^2 dm$
7. Сила інерції: $\vec{F}_{in} = -m\vec{a} = -\frac{G}{g}\vec{a}$. Сила тяжіння: $G = mg$	7. Статичний момент від дотичних сил інерції (момент сил інерції): $\vec{M}_{in} = -J \vec{\epsilon}$
8. Кінетична енергія: $T = \frac{mv^2}{2}$	8. Кінетична енергія: $T = \frac{J\omega^2}{2}$
9. Кількість руху: $K = mv$	9. Момент кількості руху: $L = KR = mvR = J\omega$
10. Імпульс сили при $F = \text{const}$: $S = Ft$	10. Момент імпульсу сили при сталих F або M : $M_s = FtR = Mt$

1 Загальні відомості

- 1.1 **Теорія механізмів і машин** – наука про загальні методи дослідження властивостей механізмів і машин та проектування їхніх схем.
- 1.2 **Деталлю** називається та частина механізму або машини, яка виготовлена без складальних операцій.
- 1.3 Кожна рухома деталь або група деталей, які утворюють одну рухома систему тіл, називається **рухома ланкою** механізму або машини.
- 1.4 Усі нерухомі деталі утворюють **одну** нерухому систему тіл, яка називається **нерухома ланкою** або **стояком**.
- 1.5 Рухоме з'єднання **двох** ланок, які стикаються між собою, називається **кінематичною парою**.
- 1.6 Сукупність поверхонь, ліній або точок, якими ланки стикаються між собою, називається **елементами кінематичних пар**. Відносний рух ланок, що утворюють кінематичну пару, визначається формою її елементів.
- 1.7 Зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари, утворює **кінематичний ланцюг**. В основі кожного механізму є кінематичний ланцюг.
- 1.8 **Механізм** є кінематичний ланцюг з одною нерухома ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи. Взагалі, **механізмом** називається система тіл, що призначена для перетворення руху одного або кількох тіл у потрібні рухи інших тіл.
- 1.9 **Вхідною ланкою** називається ланка, якій надається рух, що перетворюється механізмом у потрібний рух інших ланок.
- 1.10 **Вихідною ланкою** називається ланка, яка здійснює рух, для якого призначений механізм. Решта рухомих ланок механізму називається **з'єднуючими** або **проміжними**.
- 1.11 **Ведучою ланкою** називається така ланка, для якої сума елементарних робіт зовнішніх сил, що прикладені до неї, додатна.
- 1.12 **Веденою ланкою** називається така ланка, для якої сума елементарних робіт зовнішніх сил, що прикладені до неї, від'ємна.
- 1.13 **Машиною** називається пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної або розумової праці людини.
- 1.14 Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається **машиною-автоматом**.
- 1.15 Сукупність машин-автоматів, з'єднаних між собою автоматичними транспортними пристроями і призначених для виконання певного технологічного процесу, називається **автоматичною лінією**.

2 Структура та класифікація механізмів

2.1 У розділі **структури** вивчається теорія будови механізмів, їх видозміна та класифікація.

2.2 **Умовами зв'язку S** називаються обмеження, які накладають кінематичні пари на відносний рух ланок. У загальному випадку $S=1...5$, у плоских механізмах – $S=1; 2$ (рис. 2.1).

2.3 **Ступенем вільності H** називається кількість незалежних можливих рухів, які мають ланки в їх відносному русі. У загальному випадку $H=1...5$, в плоских механізмах – $H=1; 2$.

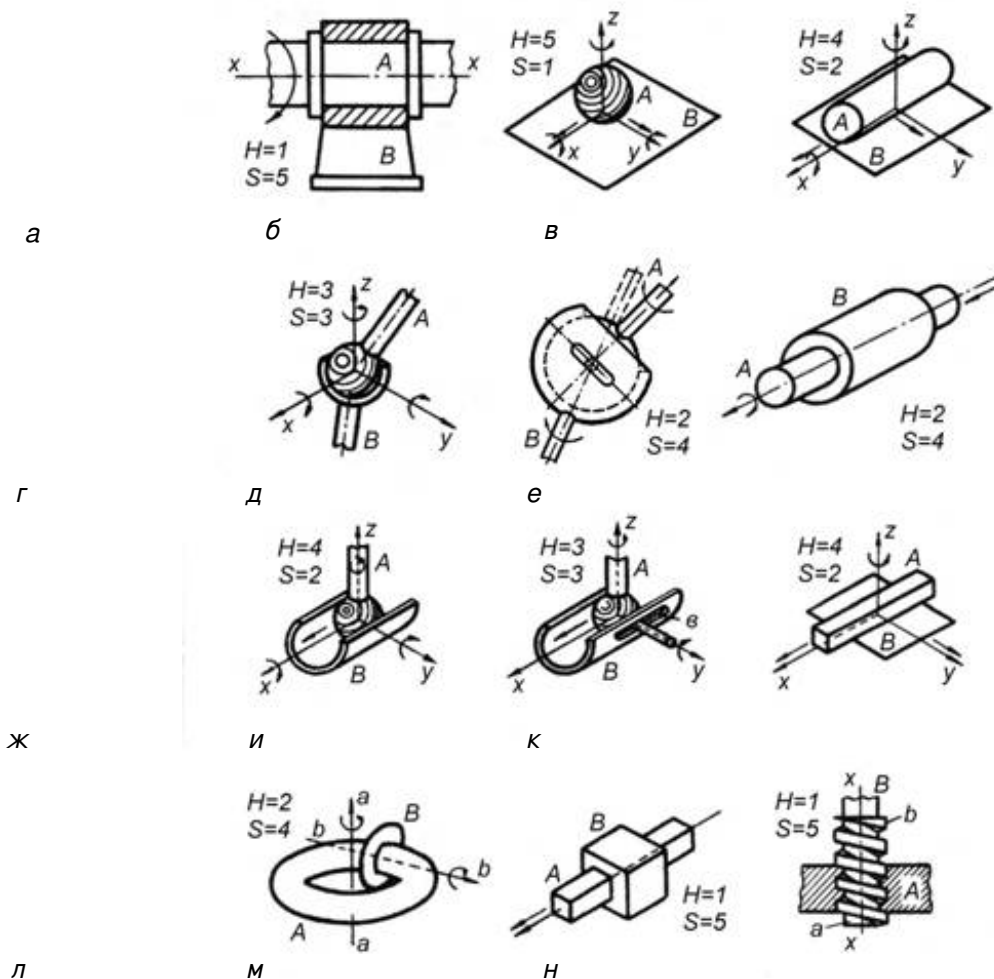


Рис. 2.1 – Приклади кінематичних пар

2.4 **Клас кінематичної пари** (за класифікацією І.І. Артоболовського) визначається числом умов зв'язку, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок. Отже, кінематичні пари бувають **п'яти класів** (I...V).

2.5 Залежно від форми елементів кінематичних пар останні поділяються на нижчі та вищі. **Нижчими** кінематичними парами називаються такі пари, у яких елементи кінематичних пар стикаються **поверхнями** (рис. 2.1, а, г, д, е, к, м, н). **Вищими** – у яких елементи кінематичних пар стикаються **по лінії** або **в точці** (рис. 2.1, б, в, ж, и, л).

2.6 Замикання ланок може бути геометричним і силовим. **Геометричне замикання** здійснюється безпосередньо формою (конструкцією) елементів кінематичних пар (рис. 2.1, а, г, д, л–н). **Силове** замикання забезпечується відповідними силами: ваги, пружністю пружини тощо.

2.7 **Класифікація кінематичних ланцюгів**. Кінематичні ланцюги бувають плоскі та просторові, прості та складні, замкнуті та незамкнуті. **Плоским** називається ланцюг, в якому всі точки ланок описують траєкторії, що лежать в одній або паралельних площинах. **Просторовим** – у яких точки ланок рухаються у різних непаралельних площинах. **Простим** кінематичним ланцюгом називається такий, у якому кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар. **Складним** – у якому є хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар. У **замкнутому** кінематичному ланцюгу кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари. У **незамкнутому** є ланки, що входять лише в одну кінематичну пару.

2.8 **Ступінь рухомості** механізму W – це число ступенів вільності, які мають ланки механізму. Для просторових механізмів:

$$W = 6n - 5p_3 - 4p_4 - 3p_1 - 2p_2 - p_5 - \text{формула Сомова-Малишева};$$

для плоских механізмів:

$$W = 3n - 2p_3 - p_4 - \text{формула Чебишева},$$

де n – кількість рухомих ланок; p_3, p_4, \dots, p_5 – кількість кінематичних пар відповідного класу.

Ступінь рухомості практично визначає кількість початкових ланок у механізмі (див. п. 2.9).

2.9 **Початковою ланкою** називається така, якій приписують (надають) закон руху.

2.10 **Зайвими ступенями вільності** називаються такі, які не впливають на характер руху механізму в цілому.

2.11 **Зайвими (пасивними) зв'язками** називаються такі зв'язки, які накладаються на вже існуючі зв'язки, усунення яких не змінює характеру руху механізму в цілому.

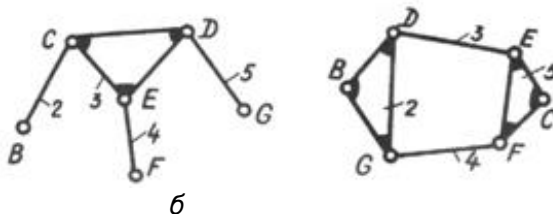
2.12 **Основний принцип утворення механізмів** (за Ассуром). Будь-який механізм можна одержати, якщо до механізму (або механізмів) I класу послідовно приєднувати структурні групи (групи Ассура).

2.13 Початкову ланку і стояк, які утворюють кінематичну пару V класу, називають **механізмом I класу**.

2.14 **Структурною групою** (групою Ассура) називається такий кінематичний ланцюг, який після приєднання його вільними елементами кінематичних пар до стояка має нульовий ступінь вільності і який не можна роз'єднати на простіші кінематичні ланцюги нульового ступеня вільності. Число ланок у структурній групі повинно бути **парним**.

2.15 **Клас структурної групи** визначається найвищим класом контуру, що входить до її складу. Відрізняють групи II, III, IV, ..., n -класів (рис. 2.2, 2.3).

2.16 **Структурні групи II класу**. Групою II класу називається кінематичний ланцюг, який складається з двох ланок і трьох кінематичних пар V класу. Групи цього класу бувають п'яти видів, які одержують шляхом заміни обертових пар поступальними (рис. 2.3).



а

б

Рис. 2.2 – Приклади груп: а – III класу; б – IV класу

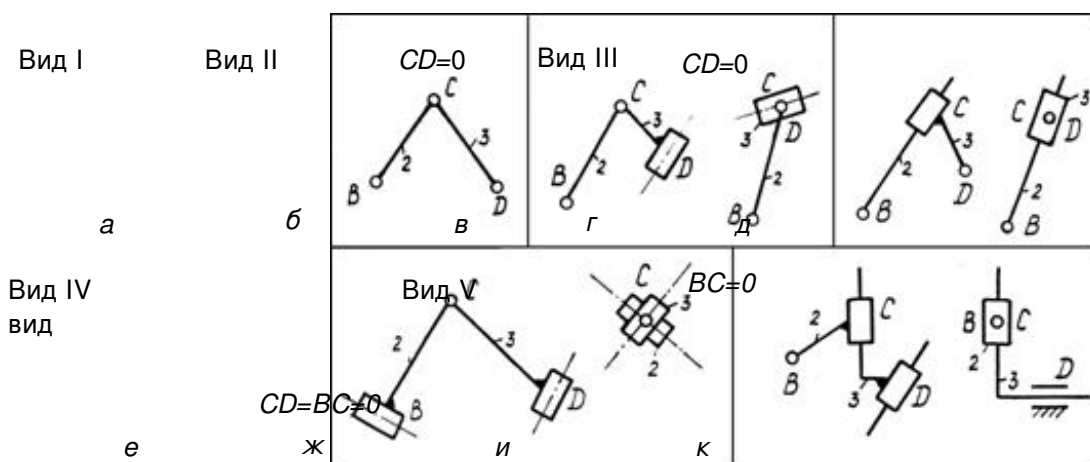


Рис. 2.3 – Приклади груп II класу

2.17 **Клас контуру** визначається кількістю кінематичних пар, які утворюють ланки, що входять до його складу.

2.18 **Порядок групи** визначається кількістю елементів кінематичних пар, якими група приєднується до основного механізму.

2.19 **Клас механізму** визначається найвищим класом структурної групи, що входить до його складу.

3 Кінематичне дослідження механізмів

3.1 При кінематичному дослідженні механізмів розглядається рух його ланок **без урахування сил**, що діють на них.

3.2 **Основні задачі кінематичного дослідження механізмів:** 1) визначення положень і переміщень ланок, траєкторій окремих точок; 2) визначення швидкостей окремих точок і ланок механізму; 3) визначення прискорень окремих точок і ланок механізму.

3.3 **Шатунною кривою** називається траєкторія, яку описує точка, що належить шатуну.

3.4 **Кінематичною схемою механізму** називається умовне його зображення у масштабі.

3.5 **Масштабним коефіцієнтом (масштабом)** називається відношення фізичної величини (шляху, швидкості, прискорення тощо) до довжини відрізка, який цю величину зображає на кресленні (рисунок).

3.6 Існує чотири **методи кінематичного дослідження:** графічний, графоаналітичний, аналітичний та експериментальний.

3.7 При **графічному методі** положення ланок механізму та побудова траєкторій окремих точок знаходиться графічно методом засічок (для механізмів II класу), методом шаблонів та геометричних місць (для механізмів III класу). Швидкості та прискорення знаходять методом графічного диференціювання діаграми переміщень (для швидкостей) і діаграми швидкостей (для прискорень).

3.8 При **графоаналітичному дослідженні** кінематики механізмів будують плани швидкостей та прискорень. **Планом швидкостей (прискорень)** називається геометричне місце кінців векторів швидкостей (прискорень) крайніх точок тіла (ланки), побудованих з однієї довільної точки, яка називається **полюсом плану** швидкостей (прискорень). **Плани швидкостей (прискорень)** ланок **подібні ланкам** і повернуті: плани швидкостей на 90° у бік миттєвого обертання ланки; плани прискорень – на деякий невизначений кут (теорема подібності).

3.9 У плоскому русі **рух тіла (ланки) визначений**, якщо відомі положення, швидкості та прискорення будь-яких двох точок цього тіла. Тоді кінематичні параметри руху (положення, швидкості та прискорення) всіх інших точок цього ж тіла легко визначити.

3.10 При побудові **планів швидкостей** можна використовувати методи подібності та векторних рівнянь, прискорень – лише другий. В основі методу подібності є теорема подібності (п. 3.8), методу векторних рівнянь – теорема про розклад складного руху тіла на два прості: переносний і відносний.

Розглянемо складний рух ланки AB (рис. 3.1), який можна розкласти на два: переносний (поступальний) з положення AB у положення A_1B_1 і відносний (обертаний) з положення A_1B_1 у положення A_1B_1' . При поступальному русі швидкість будь-якої точки ланки AB , включаючи швидкість v_B точки B , буде рівна швидкості v_A точки A . У другому русі швидкість v_{BA} точки B відносно A визначається кутовою швидкістю ω ланки AB в обертанні навколо точки A , тобто $v_{BA} = \omega l_{AB}$, де l_{AB} – довжина ланки AB .

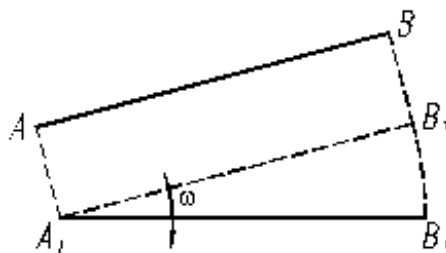


Рис. 3.1 – Перетворення складного руху ланки

Тоді можна записати таке векторне рівняння:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \quad (3.1)$$

Вектор відносної швидкості направлений перпендикулярно ланці AB ($\vec{v}_{BA} \perp AB$). Аналогічно можна записати векторне рівняння для визначення прискорень, знаючи прискорення точки A : $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$. Оскільки \vec{a}_{BA} є прискорення в обертанні навколо точки A (див. рис. 2.1), то воно складається з двох прискорень – нормального (доцентрового) $a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB} = v_{BA}^2 / l_{AB}$ і дотичного (тангенційного) $a_{BA}^t = \varepsilon l_{AB}$. Нормальне прискорення напрямлене від точки B до точки A (до центра обертання), дотичне – перпендикулярно ланці AB . Тоді остаточне рівняння для визначення прискорень має вигляд:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t. \quad (3.2)$$

Якщо переносний рух ланки обертаний (тоді відносний – поступальний), то замість нормальних і дотичних прискорень будемо мати коріолісове і відносне (релятивне) прискорення. Для прикладу розглянемо кулісний механізм (рис. 3.2, а).

План швидкостей. Швидкість точки A $v_A = \omega_1 l_{OA}$, де ω_1 – кутова швидкість кривошипа OA , l_{OA} – його дійсна довжина. Вектор швидкості \vec{v}_A направлений перпендикулярно кривошипу OA у бік руху (рис. 3.2, б).

Для визначення швидкостей різних точок ланок приєднаної до механізму I класу (кривошипа 1 і стійка 0) групи розглянемо точку A_3 , яка належить кулісі 3 і в даний момент збігається з точкою A , що належить одночасно кривошипу 1 і повзуну 2 (центр шарнірного з'єднання). Швидкість точки A_3 можна виразити через швидкості двох точок A і B . Векторні рівняння для визначення швидкості точки A_3 мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_{A_3} &= \vec{v}_A + \vec{v}_{A_3A} \\ \vec{v}_{A_3} &= \vec{v}_B + \vec{v}_{A_3B} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

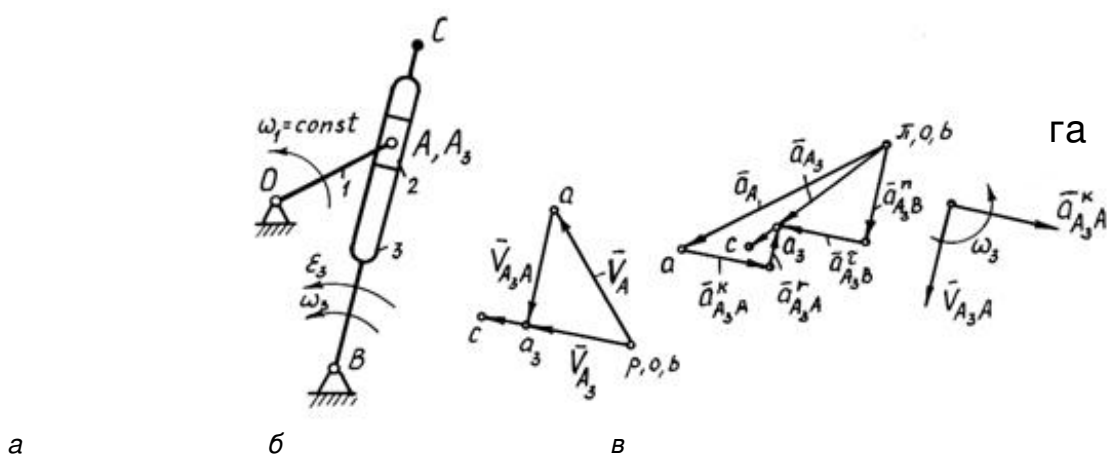


Рис. 3.2 – Побудова планів швидкостей та прискорень кулісного механізму

Відклавши з полюса p (рис. 3.2, б) у масштабі m_v вектор швидкості \vec{v}_A , з його кінця (точка a) проводимо напрямок відносної швидкості \vec{v}_{A_3A} , яка направлена вздовж куліси BC . Оскільки швидкість точки B дорівнює нулю, то на плані швидкостей вона попадає у полюс p (всі нерухомі точки механізму на плані швидкостей і прискорень знаходяться у полюсі). Тому напрямок швидкості \vec{v}_{A_3B} проводимо з полюса p перпендикулярно до відрізка BA_3 . Точка перетину цих двох напрямків визначає точку a_3 , з'єднавши яку з полюсом, визначимо швидкість точки A_3 – $v_{A_3} = (pa_3) m_v$. Відрізок pa_3 є планом швидкостей куліси BA_3 , а тому точка c за теоремою подібності повинна лежати на його продовженні. Довжину відрізка pc можна встановити, склавши пропорцію:

$$\frac{pc}{pa_3} = \frac{BC}{BA_3}, \quad \text{звідки маємо} \quad pc = pa_3 \frac{BC}{BA_3} \quad (3.4)$$

Кутова швидкість ланки 3, а значить і ланки 2, знаходять за формулою: $\omega_3 = v_A / l_{BA}$ або $\omega_1 = v_C / l_{BC}$. Напрямок кутової швидкості ω_1 можна визначити, якщо вектор швидкості точки A_1 (рис. 3.2, а) прикласти у точці A_1 і розглянути обертання ланки 3 навколо точки B . У нашому випадку ω_3 направлена проти руху годинникової стрілки.

План прискорень механізму будується у такому самому порядку. Прискорення точки A , якщо $\omega_1 = \text{const}$, визначимо за формулою:

$$a_A = \omega_1^2 l_{OA} \quad \text{або} \quad a_A = \frac{v_A^2}{l_{OA}} \quad (3.5)$$

Напрямок цього прискорення збігається з напрямком кривошипа ($\vec{a}_A \parallel OA$) і спрямоване від точки A до точки O – центра обертання кривошипа 1.

Векторні рівняння для визначення прискорення точки A_3 мають вигляд (порівняйте з рівняннями (3.3)):

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_{A_3} &= \vec{a}_A + \vec{a}_{A_3A}^k + \vec{a}_{A_3A}^r \\ \vec{a}_{A_3} &= \vec{a}_B + \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Спочатку відкладаємо з полюса p (рис. 3.2, в) у масштабі μ_a вектор прискорення \vec{a}_A , потім з його кінця – вектор коріолісового прискорення $\vec{a}_{A_3A}^k$, величина якого визначається за формулою:

$$a_{A_3A}^k = 2\omega_1 v_{A_3A} \quad (3.7)$$

а напрямком – поворотом вектора відносної швидкості \vec{v}_{A4} (рис. 3.2, r) на 90° у бік переносної кутової швидкості $\omega_1 = \omega_2$. Отже $\vec{a}_{4,4}^k \perp BC$. Через точку k (кінець вектора коріолісового прискорення) проводимо напрямок відносного (релятивного) прискорення $\vec{a}_{4,4}^r$ (паралельно кулісі BC).

Оскільки прискорення точки B також дорівнює нулю, то на плані прискорень точка B попадає у полюс p . Тому вектор нормального прискорення ($\vec{a}_{4,4}^n = \omega_1^2 l_{4,4}$) відкладаємо з полюса (паралельно кулісі, вниз). З кінця вектора нормального прискорення (точка n) проводимо напрямок дотичного прискорення $\vec{a}_{4,4}^t$ (перпендикулярно кулісі). Точка перетину цих двох напрямків (векторів $\vec{a}_{4,4}^r$ і $\vec{a}_{4,4}^t$) визначає точку a_3 , з'єднавши яку з полюсом p , знаходимо прискорення точки A_3 . Відрізок pa_3 є планом прискорень кулісі BA_3 , тому точка C за теоремою подібності повинна лежати на продовженні відрізка pa_3 , довжину якого можна визначити, склавши пропорцію за аналогією (3.4), замінивши літеру ρ на p .

Кутове прискорення ланки 3 знаходимо за формулою $\varepsilon_3 = a_{4,4}^t / l_{4,4}$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_1$. Напрямок кутового прискорення можна визначити, якщо вектор дотичного прискорення $\vec{a}_{4,4}^t$ умовно перенести у точку A_3 (рис. 3.2, a) і розглянути обертання ланки 3 навколо точки B . У нашому випадку ε_3 направлене проти руху годинникової стрілки, тобто так само як кутова швидкість (рух кулісі прискорений).

3.11 Аналітичні методи кінематичного дослідження механізмів. Можна виділити два основні методи: а) замкнених векторних контурів; б) перетворення координат.

При дослідженні кінематики плоских механізмів застосовують **метод замкнених векторних контурів**.

Для прикладу розглянемо кривошипно-повзунний механізм (рис. 3.3), який можна подати у вигляді замкненого векторного контуру $OABV\phi$.

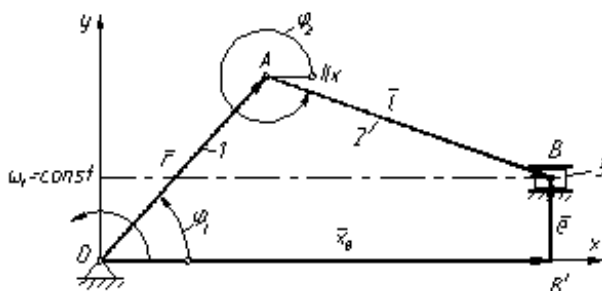


Рис. 3.3 – Зображення механізму у вигляді замкненого векторного контуру

Якщо складові вектори позначити, як це зображено на рис. 3.3, то можна записати таке векторне рівняння:

$$\vec{r} + \vec{l} = \vec{x}_B + \vec{e}. \quad (3.8)$$

Положення ланок механізму визначається: кривошипа – кутом φ_1 (задається), шатуна – кутом φ_2 , повзуна – відрізком x_B (параметри φ_2 і x_B – невідомі). Для знаходження кута φ_2 і відрізка x_B рівняння (3.8) запишемо в проєкціях на координатні осі x та y :

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 &= x_B, \\ r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 &= e. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Кути φ_1 , φ_2 вимірюють проти годинникової стрілки від лінії, яка проводиться через початок відповідного вектора паралельно осі абсцис x .

З другого рівняння системи (3.9) знаходимо кут:

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{e - r \sin \varphi_1}{l}, \quad (3.10)$$

а з першого x_B .

Для знаходження швидкостей ланок механізму диференціюємо рівняння (3.9) за часом, прискорень – диференціюємо другий раз ці ж рівняння. З одержаних рівнянь можна визначити швидкості і прискорення:

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &= d\varphi_2 / dt, \quad v_B = dx_B / dt, \\ \varepsilon_2 &= d\omega_2 / dt = d^2\varphi_2 / dt^2, \quad a_B = dv_B / dt = d^2x_B / dt^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Якщо рівняння (3.9) диференціювати не за часом, а за узагальненою координатою φ_1 , то одержимо відповідні аналоги швидкостей і прискорень:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1' &= \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad x_B' = \frac{dx_B}{dt}; \\ \varphi_1'' &= \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}, \quad x_B'' = \frac{d^2x_B}{dt^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Тоді, знаючи аналоги швидкостей і прискорень, легко визначити відповідні швидкості і прискорення:

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &= \varphi_2' \omega_1, \quad v_B = x_B' \omega_1; \\ \varepsilon_2 &= \varphi_2'' \omega_1^2, \quad a_B = x_B'' \omega_1^2 \quad (\text{при } \omega_1 = \text{const}). \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

4 Динамічне дослідження механізмів

4.1 При **динамічному дослідженні** механізмів розглядають рух ланок з урахуванням сил, що діють на них.

4.2 **Основні задачі динаміки механізмів і машин:** 1) заданий закон руху початкової ланки – треба визначити зовнішні сили, які забезпечують цей рух (силовий розрахунок механізмів); 2) задані зовнішні сили, що діють на ланки механізму, – треба визначити закон руху початкової ланки (динаміка механізмів і машин).

4.3 У динаміці механізмів під **силою** розуміють причину зміни механічного стану тіла та опори, які при цьому виникають.

4.4 Сили, що діють у машинах, поділяють на дві основні групи: 1) **рушійні сили** F_p , які діють у бік руху, тобто намагаються прискорити рух тіла; 2) **сили опору** F_o , які діють проти руху тіла, тобто намагаються сповільнити рух тіла. У свою чергу сили опору поділяють на **сили корисного опору** $F_{ко}$ та **сили шкідливого опору** $F_{шо}$. Робота рушійних сил додатна, сил опору – від’ємна.

4.5 **Сили інерції** з’являються при зміні швидкості за величиною або напрямком. Всі сили інерції будь-якої ланки AB (рис. 4.1), яка здійснює плоский рух і має площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до **сили інерції**:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_s, \quad (4.1)$$

яку прикладаємо в центрі мас S і спрямовуємо протилежно вектору прискорення центра мас \vec{a}_s , та **пари сил інерції**, момент якої $M_{ин}$ дорівнює добутку моменту інерції ланки відносно осі, що проходить через центр мас S і перпендикулярний до площини руху ланки, на кутове прискорення ϵ цієї ланки і спрямовуємо протилежно кутовому прискоренню ϵ :

$$\vec{M}_{ин} = -J_s\vec{\epsilon}, \quad (4.2)$$

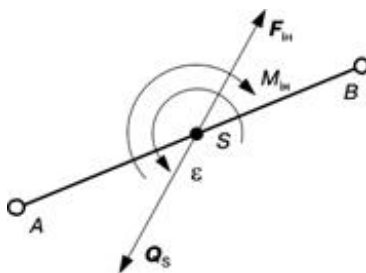


Рис. 4.1 – Визначення сил інерції

4.6 **Основні задачі силового розрахунку** – це визначення: 1) **зовнішніх невідомих сил**, що діють на ланки механізмів 2) **реакцій** у кінематичних парах; 3) **зрівноважувальної сили** або **зрівноважувального моменту**.

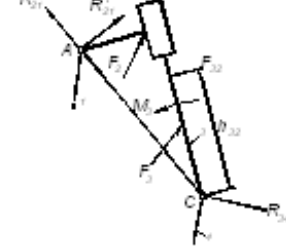

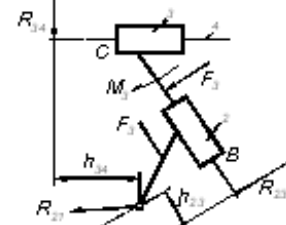
4.7 **Принцип д’Аламбера:** рухома система тіл перебуває у кожний момент часу в рівновазі під дією зовнішніх сил, включаючи сили інерції.

4.8 **Статично визначеною системою** називається така система, в якій кількість невідомих сил дорівнює числу рівнянь рівноваги, які можна скласти для їх знаходження. Статично визначеною системою в механізмах є структурна група.

4.9 **Методика і порядок силового розрахунку механізмів.** Для виконання силового розрахунку механізмів необхідно розбити його на структурні групи (статично визначені системи) і здійснювати силовий розрахунок кожної окремої групи, починаючи з останньої приєднаної групи (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Послідовність силового розрахунку структурних груп II класу

Вид групи	Розрахункова схема структурної групи	Скласти рівняння		Визначити
1		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 2	R_{21}^i
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 3	R_{34}^i
		$\sum \vec{F}_i = 0$	для групи	R_{21}^*, R_{34}^*
		$\sum \vec{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{11} (значення і напрям)
2		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 2	R_{21}^i
		$\sum \vec{F}_i = 0$	для групи	R_{21}^*, R_{34}
		$\sum \vec{F}_i = 0$	для ланки 2	R_{11} (значення і напрям)
		$\sum M_B(F_i) = 0$	для ланки 3	h_1

3		$\sum M_C(F_i) = 0$ $\sum \bar{F}_1 = 0$ $\sum \bar{F}_2 = 0$ $\sum M_C(F_i) = 0$	для групи для ланки 2 для ланки 3 для ланки 3	R_{21}^x R_{21}^y, R_{32} $R_{11} \text{ (значення і напрям)}$ h_{11}
4		$\sum \bar{F}_1 = 0$ $\sum \bar{F}_2 = 0$ $\sum M_B(F_i) = 0$ $\sum M_B(F_i) = 0$	для групи для ланки 2 для ланки 2 для ланки 3	R_{21}, R_{34} $R_{11} \text{ (значення і напрям)}$ h_{11} h_{14}
5		$\sum \bar{F}_1 = 0$ $\sum \bar{F}_2 = 0$ $\sum M_A(F_i) = 0$ $\sum M_A(F_i) = 0$	для ланки 3 для ланки 2 для ланки 2 для групи	R_{11}, R_{32} $R_{11} \text{ (значення і напрям)}$ h_{11} h_{14}

При цьому до ланок структурної групи прикладають всі зовнішні сили, включаючи сили (момент сил) інерції, а дію решти ланок механізму замінюють реакціями, які знаходять графічним (методом планів сил) або аналітичним способом. Невідомі реакції можна визначити, розглядаючи згідно з принципом д'Аламбера рівновагу структурної групи і окремих її ланок. При силовому розрахунку механізму I класу (кривошипа і стояка), крім раніше вказаних сил, ще додають **зрівноважувальну силу** або **зрівноважувальний момент**, які визначають з рівняння моментів усіх сил відносно центра обертання кривошипа. Під **зрівноважувальною силою** розуміють деяку умовну силу, яку необхідно прикласти до початкової ланки механізму (кривошипа), котра зрівноважувала би в цьому положенні всі інші сили, що прикладені до механізму.

4.10 **Принцип можливих переміщень.** Якщо на будь-яку механічну систему діє ряд сил, включаючи сили інерції, то, надавши цій системі можливих для даного положення переміщень, сума елементарних робіт вказаних сил буде дорівнювати нулю. На основі цього принципу виводиться правило "жорсткого" важеля Жуковського.

4.11 **Важіль М.Є. Жуковського.** Переносимо всі задані сили, що діють у даний момент часу на ланки механізму, в т.ч. сили інерції та зрівноважувальну силу, в однойменні точки повернутого на 90° проти миттєвого обертання плану швидкостей, який розглядається як деякий жорсткий важіль, що знаходиться у рівновазі відносно полюса плану швидкостей під дією всіх прикладених сил. Якщо на ланки діють моменти сил, то їх замінюють парами сил. Тоді сума моментів усіх цих сил відносно полюса плану швидкостей дорівнює нулю. З цього рівняння моментів знаходимо невідому зрівноважувальну силу.

4.12 **Зведення сил.** При динамічному дослідженні руху механізмів зручно всі сили (моменти сил), що діють на різні ланки механізму, замінити однією силою або моментом сил, які прикладають до однієї з ланок механізму. Така сила, що замінює всі інші, називається **зведеною силою**, момент – **зведеним моментом**, а ланка – **ланкою зведення**. Така заміна буде еквівалентною, якщо робота (або потужність) зведеної сили (моменту сили) на деякому можливому переміщенні точки її прикладання дорівнює сумі робіт прикладених до механізму сил на тому самому переміщенні їх точок прикладання.

Це і є **умовою зведення сил** або **моментів сил**. На практиці частіше використовується рівність потужностей:

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n P_i, \tag{4.3}$$

де P_{Σ}, P_i – відповідно потужності, які розвиває зведена сила (момент) і сили (моменти), що діють на ланку i . Тут $P_{\Sigma} = F_{\Sigma} v_{\Sigma} \cos \alpha$ або $P_{\Sigma} = M_{\Sigma} \omega_{\Sigma}$;

$$\sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i. \tag{4.4}$$

У формулах (4.4): F_{Σ} – зведена сила, v_{Σ} – швидкість точки прикладання зведеної сили, α – кут між напрямками векторів \bar{F}_{Σ} і \bar{v}_{Σ} ; M_{Σ} – зведений момент сил; ω_{Σ} – кутова швидкість ланки зведення; F_i, M_i – сила або момент сили, які прикладені до i -ї ланки; v_i – швидкість точки, в якій прикладена сила F_i ; α_i – кут між напрямком векторів \bar{F}_i та \bar{v}_i ; ω_i – кутова швидкість i -ї ланки.

4.13 **Зведення мас.** При динамічному дослідженні руху механізмів маси і моменти інерції всіх ланок також зручно замінити **зведеною масою** m_{Σ} або **зведеним моментом інерції** J_{Σ} . При цьому необхідно, щоб кінетична енергія зведеної маси (моменту інерції) у відповідних положеннях механізму дорівнювала сумі кінетичних енергій всіх ланок цього механізму, тобто:

$$T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n T_i, \tag{4.5}$$

де T_i – кінетична енергія i -ї ланки; T_{ze} – кінетична енергія ланки зведення:

$$T_{ze} = \frac{m_{ze} v_{ze}^2}{2} \quad \text{або} \quad T_{ze} = \frac{J_{ze} \omega_{ze}^2}{2}. \quad (4.6)$$

Якщо ланка здійснює рух:

– поступальний:

$$T_i = \frac{m_i v_{zi}^2}{2}; \quad (4.7)$$

– обертвий:

$$T_i = \frac{J_{zi} \omega_i^2}{2}; \quad (4.8)$$

– складний:

$$T_i = \frac{m_i v_{zi}^2}{2} + \frac{J_{zi} \omega_i^2}{2}, \quad (4.9)$$

де m_i – маса i -ї ланки, v_{zi} – швидкість центра мас i -ї ланки; J_{zi} – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через її центр обертання; ω_i – кутова швидкість цієї ж ланки; J_{ze} – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через центр мас відповідної ланки. Тоді:

$$J_{ze} = J_{ze} + m_i r_{zi}^2. \quad (4.10)$$

4.14 Рівняння руху механізмів. Для механізмів, які мають ступінь рухомості $W = 1$, досить встановити закон руху однієї ланки (зведення), як правило, це початкова ланка. При цьому записують **рівняння руху механізму**, під яким розуміють аналітичну залежність між швидкістю руху ланки зведення, силами і масами ланок механізму, що також зводять до ланки зведення.

Рівняння руху одержують, використовуючи **теорему про зміну кінетичної енергії**, згідно з якою зміна кінетичної енергії механічної системи за будь-який проміжок часу дорівнює сумі робіт усіх прикладених сил, що діють на цю систему протягом цього ж проміжку часу, тобто:

$$\Delta T = T - T_0 = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (4.11)$$

де $T = m_{ze} v_{ze}^2 / 2$, $T_0 = m_{ze0} v_{ze0}^2 / 2$ – кінетичні енергії механічної системи відповідно в кінці і на початку проміжку часу, який ми розглядаємо; $\sum_{i=1}^n A_i$ – сума робіт усіх прикладених до системи сил (моментів сил).

Рівняння руху записують у **енергетичній формі** (інтеграла енергії):

$$\frac{m_{ze} v_{ze}^2}{2} - \frac{m_{ze0} v_{ze0}^2}{2} = A_p - A_{no} - A_{sho} \quad (4.12)$$

і диференціальній:

$$F_{ze} = m_{ze} a_{ze} + \frac{v_{ze}^2}{2} \frac{dm_{ze}}{ds}, \quad (4.13)$$

де A_p, A_{no}, A_{sho} – відповідно роботи рушійних сил, сил корисного опору та сил шкідливого опору, F_{ze} – зведена сила, s, v_{ze}, a_{ze} – відповідно переміщення, швидкість та прискорення ланки зведення.

Якщо ланка зведення здійснює обертвий рух, то залежності (4.12) і (4.13) приймають вигляд:

$$\frac{J_{ze} \omega_{ze}^2}{2} - \frac{J_{ze0} \omega_{ze0}^2}{2} = A_p - A_{no} - A_{sho}. \quad (4.14)$$

$$M_{ze} = J_{ze} \varepsilon_{ze} + \frac{\omega_{ze}^2}{2} \frac{dJ_{ze}}{d\varphi}. \quad (4.15)$$

Тут $M_{ze} = M_p - M_o$ – зведений момент сил, ε_{ze} – кутове прискорення ланки зведення. Нагадуємо, що роботу можна записати:

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F ds \cos \alpha \quad \text{або} \quad A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi \quad (4.16)$$

де α – кут між напрямком дії сили \vec{F} і переміщенням ланки \vec{s} (кут тиску).

4.15 **Режими руху механізму.** У роботі механізму (машини) відрізняють три характерні періоди:

- 1) розбігу;
- 2) усталеного руху;
- 3) вибігу.

У **період розбігу** (пуску машини) швидкість руху початкової ланки зростає від нуля ($v_{ze} = 0$) до деякої середньої (робочої) швидкості ($v_{ze} = v_p$). Рівняння руху механізму (4.12) приймає вигляд:

$$\frac{m_{ze} v_p^2}{2} = A_{p\delta} - A_{wo} - A_{шо}. \quad (4.17)$$

Враховуючи, що $m_{ze} v_p^2 / 2 > 0$, то для періоду пуску механізму справедлива така нерівність:

$$A_p > A_{wo} + A_{шо}. \quad (4.18)$$

З цього випливає, що в період пуску машини (механізму) робота рушійних сил має бути більшою за суму робіт сил опору. Надлишок роботи рушійних сил витрачається на збільшення кінетичної енергії машини, тобто збільшення швидкості рухомих мас. Часто для скорочення часу пуску машини знімають з неї корисне навантаження ($A_{wo} = 0$). Рух машини без корисного навантаження називають **холостим ходом машини**.

При **усталеному русі** машини швидкість початкової ланки (головного вала) коливається навколо середнього значення, яке відповідає робочій швидкості цієї ланки. Проміжок часу, по закінченні якого положення, швидкості і прискорення початкової ланки механізму набирають початкового значення, називають періодом зміни кінетичної енергії механізму або **циклом** $t_{ци}$ усталеного руху. Швидкості на початку і в кінці циклу усталеного руху рівні між собою ($v_{ze,0} = v_{ze} = v_p$). Тоді рівняння руху має вигляд:

$$A_p = A_{wo} + A_{шо}. \quad (4.19)$$

Отже, при усталеному русі механізму (машини) робота рушійних сил за один цикл дорівнює сумі робіт сил корисного і шкідливого опорів. У середині циклу ця рівність може не зберігатися, а тому мають місце коливання швидкості початкових ланок механізму ($\omega_1 \neq \text{const}$).

При **вибігу** машини, перш за все, треба зупинити подачу рушійної енергії машині, тобто вимкнути двигун ($A_p = 0$). Кінцевим станом машини буде спокій ($v_{ze} = 0$, $v_{ze,0} = v_p$). Тоді рівняння руху приймає вигляд:

$$\frac{m_{ze} v_p^2}{2} = A_{wo} + A_{шо}. \quad (4.20)$$

Отже, зупинка машини буде досягнута лише тоді, коли вся нагромаджена кінетична енергія рухомих мас буде поглинута роботою сил корисного і шкідливого опорів. На практиці для скорочення часу зупинки дуже часто штучно збільшують роботу сил шкідливого опору за допомогою установки **гальм**.

4.16 **Механічним коефіцієнтом корисної дії (ККД)** називається відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл усталеного руху, тобто:

$$\eta = A_{wo} / A_p < 1. \quad (4.21)$$

Відношення роботи сил шкідливого опору до роботи рушійних сил називається **коефіцієнтом втрат**:

$$\psi = A_{шо} / A_p. \quad (4.22)$$

Оскільки для усталеного руху $A_{шо} = A_p - A_{wo}$, то

$$\eta = 1 - \psi. \quad (4.23)$$

ККД машини або механізму може змінюватись у межах $0 \leq \eta < 1$.

Треба мати на увазі, що механічний ККД і коефіцієнт втрат не дають повної характеристики машини. Вони характеризують лише ефективність використання енергії в машині. Під час руху машини ККД і коефіцієнт втрат, як правило, не залишаються сталими. Тому відрізняють **миттєвий** і **цикловий ККД**. Перший обчислюється для відповідного положення механізму, другий можна знайти як середнє значення миттєвих ККД за один цикл руху механізму.

4.17 **ККД машини.** Загальний ККД машини $\eta_{зм}$ залежить не тільки від ККД окремих механізмів η_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), що входять у її склад, але від способу їх з'єднання. Відрізняють три способи з'єднання механізмів у машині: послідовне, паралельне та змішане.

При **послідовному з'єднанні механізмів** загальний механічний ККД машини дорівнює добуткові механічних ККД окремих механізмів, що утворюють машину, тобто:

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n. \quad (4.24)$$

Отже, чим складніша машина, тим нижчий загальний її ККД, причому він завжди менший за найменший ККД механізму, що входить у її склад ($\eta_{\text{заг}} < \eta_{\text{мін}}$).

При **паралельному з'єднанні механізмів** загальний ККД залежить не лише від ККД окремих механізмів, але і від характеру розподілу енергії між механізмами і визначається за формулою:

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{\sum A_i \eta_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}, \quad (4.25)$$

де A_i – робота рушійних сил, яка приводить у рух відповідний механізм, η_i – ККД відповідного механізму.

З формули (4.25) випливає, що загальний ККД машини буде тим більшим, чим більша частина роботи рушійних сил надходить у механізм з найбільшим ККД і, навпаки, загальний ККД буде найменшим, чим більша частина роботи рушійних сил надходить у механізм з найменшим ККД. При паралельному з'єднанні – $\eta_{\text{мін}} \leq \eta_{\text{заг}} \leq \eta_{\text{макс}}$.

При **змішаному з'єднанні механізмів** використовуємо загальну формулу:

$$\eta_{\text{заг}} = A_{\text{кор}} / A_{\text{в}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i}. \quad (4.26)$$

4.18 Дослідження руху механізмів (машин) методом Віттенбауера. Задача дослідження руху механізмів полягає у тому, щоб встановити закон руху початкової ланки, що дозволяє визначити характер зміни руху будь-якої ланки механізму. Ця задача може бути розв'язана аналітично (з використанням рівнянь руху механізму) або графічно.

Одним із графічних методів є метод Віттенбауера, який базується на залежності кінетичної енергії (4.6), згідно з якою можна визначити кутову швидкість ланки зведення:

$$\omega_{\text{з}} = \sqrt{\frac{2T_{\text{з}}}{J_{\text{з}}}}. \quad (4.27)$$

Отже, для знаходження кутової швидкості ланки зведення необхідно побудувати діаграму кінетичної енергії як функцію зведеного моменту $J_{\text{з}}$ механізму (рис. 4.2).

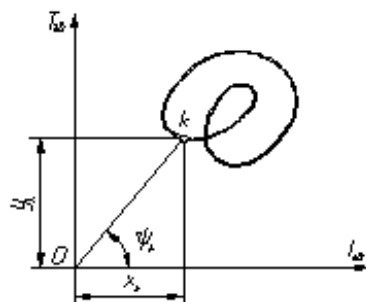


Рис. 4.2 – Визначення кутової швидкості ланки зведення за допомогою кривої Віттенбауера

Швидкість у будь-якому положенні точки k можна виразити через її координати:

$$\omega_{\text{з}} = \sqrt{\frac{2\mu_T y_k}{\mu_J x_k}} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_k}, \quad (4.28)$$

де μ_T , μ_J – відповідно масштаби побудови кінетичної енергії і зведеного моменту інерції.

За допомогою формули (4.28) можна визначити $\omega_{\text{з}}$ у будь-якому положенні механізму і побудувати діаграму

5 Нерівномірність і регулювання руху механізмів та машин

5.1 **Задачею регулювання руху механізмів і машин** є вибір найвигідніших співвідношень між силами, масами і швидкостями ланок механізмів, які забезпечують заданий режим руху механізмів і машин. Частіше всього таким заданим режимом руху є забезпечення рівномірного обертання головного вала машини. У загальному випадку швидкість руху початкової ланки механізму при усталеному русі є змінною. Причиною цього є змінні значення сил, що діють на ланки механізму, та зведеного моменту інерції.

5.2 **Коливання швидкості** початкових ланок за час усталеного руху бувають двох видів: періодичні й неперіодичні.

Періодичними коливаннями швидкості машин називаються коливання, при яких швидкості всіх ланок машин в усіх їхніх положеннях мають цілком визначені цикли, після закінчення яких ці швидкості зоразу набувають своїх початкових значень.

Неперіодичні коливання швидкості у машині не мають визначених циклів і залежать від різних причин: раптової зміни корисних і шкідливих опорів, ввімкнення у машину додаткових мас тощо. Коливання швидкостей під час усталеного руху можуть досягнути неприпустимих з точки зору забезпечення всіх належних умов роботи машини величин.

5.3 **Нерівномірність руху машин** характеризується **коефіцієнтом нерівномірності руху** d , який виражається відношенням різниці максимального і мінімального значення швидкості руху відповідної ланки до середньої, тобто:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\epsilon}}, \quad (5.1)$$

де ω_{ϵ} – середня швидкість руху ланки.

Отже, **задача регулювання руху механізмів або машин** у період усталеного руху зводиться до підбору такого співвідношення між масами ланок механізмів і діючими на них силами, при якому коефіцієнт нерівномірності руху d не перевищував би наперед заданого значення. На практиці це досягається шляхом використання додаткових обертових мас (маховиків) або регуляторів швидкості.

5.4 **Принцип роботи маховика**. Маховик у машині є ніби акумулятором кінетичної енергії, який нагромаджує її в момент прискорення руху механізмів і віддає назад у моменти сповільнення руху машин. Така акумуляторна роль маховика дає можливість використовувати нагромаджену ним енергію для подолання підвищення корисних навантажень без збільшення потужності двигуна, виводити механізм з мертвих положень тощо. Для зменшення коливань швидкості маховик повинен мати відповідний момент інерції. Дія маховика ефективна при короткочасних коливаннях швидкості. Для зменшення ваги і габаритів маховика його доцільно встановлювати на більш швидкохідних валах.

5.5 **Принцип роботи регуляторів швидкості**. Маховик не може регулювати довгочасні і неперіодичні коливання швидкості, коли немає рівності робіт рушійних сил і сил опору. У цих випадках використовують спеціальні механізми, пристрої, які називаються **регуляторами швидкості**.

Завдання регулятора швидкості полягає в тому, щоб встановити стійкий за законом зміни швидкості режим руху механізму чи машини, що досягається **вирівнюванням різниці між зведеними рушійними силами і силами опору**. Наприклад, якщо зменшився опір і машина починає прискорювати свій рух, то регулятор **автоматично** зменшує роботу рушійних сил і, навпаки, якщо збільшується робота сил опору, і машина сповільнює свій рух, то регулятор збільшує роботу рушійних сил.

6 Тертя та знос у машинах

6.1 **Силою тертя** називається опір, який виникає при переміщенні одного тіла відносно іншого. Поверхні, якими стикаються між собою тіла, називаються **поверхнями тертя**.

6.2 Відрізняють два **види тертя**: ковзання і кочення. При **терті ковзання** одні і ті самі поверхні одного тіла стикаються з різними поверхнями іншого тіла. При **терті кочення** різні поверхні одного тіла послідовно стикаються з різними поверхнями іншого тіла.

6.3 Залежно від наявності **мастила** відрізняють два основні види тертя: **сухе тертя** (без мастильних матеріалів) і **рідинне тертя** (з мастильними матеріалами). Крім цього, інколи ще відрізняють проміжні види тертя: граничне, напівсухе і напіврідинне. При **граничному терті** на поверхнях тертя є тонкі адсорбовані маслянисті плівки. **Напівсухе** і **напіврідинне тертя** не мають між собою різкої межі: якщо перевершує сухе тертя (більша частина поверхні контакту тіл не покрита мастилом), то вважають, що тертя напівсухе, і навпаки, якщо перевищує рідинне тертя, то маємо напіврідинне тертя.

6.4 **Силу тертя ковзання** наближено можна знайти за допомогою формули Амонтона-Кулона:

$$F_f = fN, \tag{6.1}$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання, під яким розуміють відношення сили тертя F_f до нормальної реакції N , тобто:

$$f = \frac{F_f}{N}. \tag{6.2}$$

Відрізняють силу і коефіцієнт тертя спокою і руху. Сила тертя під час руху менша сили тертя спокою. Це ж відноситься і до коефіцієнта тертя.

6.5 Сили тертя завжди напрямлені у бік, протилежний відносним швидкостям.

6.6 Кут φ , на який через тертя відхиляється від нормалі повна реакція \bar{R} опорної поверхні (рис. 6.1), називається **кутом тертя**. З рис. 6.1 видно, що:

$$\text{tg}\varphi = F_f / N = f. \tag{6.3}$$

Отже, $\text{tg}\varphi = f$, або

$$\varphi = \text{arctg} f. \tag{6.4}$$

Інакше кажучи, **кутом тертя називається кут, тангенс якого дорівнює коефіцієнту тертя ковзання**.

6.7 **Конусом тертя** називається поверхня, яку описує повна реакція в разі руху тіла в різних напрямках.

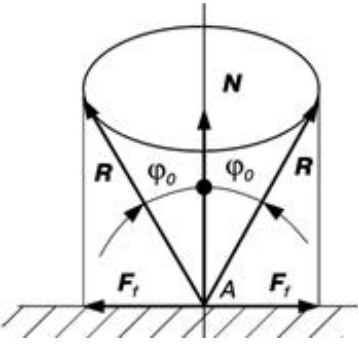


Рис. 6.1 – Кут і конус тертя

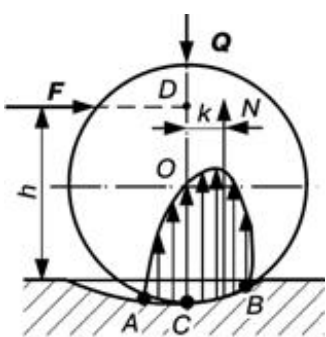


Рис. 6.2 – Тертя кочення

6.8 **Момент тертя в обертовій парі**:

$$M_f = f' R r, \tag{6.5}$$

де f' – зведений коефіцієнт тертя в обертовій парі ($f' \approx \frac{\pi}{2} f$ – для неприпрацьованих пар, $f' \approx \frac{4}{\pi} f$ – для припрацьованих пар, f – коефіцієнт тертя в плоскій поступальній парі); R – повна реакція в парі; r – радіус цапфи.

6.9 **Тертя кочення**. Опір при перекочуванні тіл залежить від пружних властивостей тіл, які стикаються, їх кривизни та сили притискання. При перекочуванні тіл реакція \bar{R} опорної поверхні (рис. 6.2) зміщується відносно лінії дії сили притискання \bar{Q} в бік руху на величину k , яка називається плечем сили, або **коефіцієнтом тертя кочення**. Коефіцієнт тертя кочення має розмірність довжини у міліметрах або сантиметрах.

6.10 **Зношування** – процес руйнування та відокремлення матеріалу з поверхні твердого тіла.

6.11 **Види зношування**: **механічне** – результат механічної взаємодії тіл; **корозійно-механічне** – механічна взаємодія тіл супроводжується хімічною або електричною взаємодією; **абразивне** – результат різання або дряпання твердих частинок, які знаходяться у зоні тертя у вільному або закріпленому стані; **ерозійне** – результат дії потоку рідини або газу; **зношування від втомленості** – викришування частинок металу поверхневого шару при періодично змінних навантаженнях; **зношення при заїданні** – результат схоплення, глибинного виривання матеріалу, перенесення його з однієї поверхні тертя на іншу.

Зношування відрізняється і за характером деформації поверхневого шару: зношування при пружному контакті, пластичному контакті та при мікроковзанні.

6.12 **Стадії зношування.** Відрізняють дві стадії зношування: 1) **припрацювання** поверхні тертя; 2) **нормальне** (експлуатаційне) зношування, коли після припрацювання замість вихідної шорсткості поверхні, яку одержали при виготовленні, утворюється деяка нова рівноважна шорсткість, яка надалі суттєво не змінюється.

6.13 Результат зношування в одиницях довжини, об'єму або маси називають **зносом**. Відрізняють граничний і допустимий зноси. **Граничний знос** – знос, який відповідає граничному стану виробу або його частині, що зношується. **Допустимий знос** – знос, при якому виріб зберігає працездатність.

6.14 **Швидкість зношування** визначається величиною зносу d за одиницю часу:

$$\gamma = d\delta / dt. \quad (6.7)$$

6.15 **Інтенсивність зношування** – це знос, який приходить на одиницю шляху тертя:

$$\gamma_s = d\delta / ds, \quad (6.8)$$

де s – відносне переміщення або шлях тертя.

6.16 **Зносостійкість** – це властивість матеріалу чинити опір зношуванню за певних умов тертя. Зносостійкість оцінюється величиною, оберненою швидкості або інтенсивності зношування.

7 Передачі

7.1 **Передачами** в машинах називають пристрої, які слугують для передачі або перетворення механічного руху. Передачі можуть бути: механічні, гідравлічні, пневматичні та електричні.

7.2 **Механічні передачі** класифікуються за такими ознаками:

а) за фізичними умовами передачі руху – **передачі тертям** (фрикційні, пасові, канатні); **передачі зачепленням** однієї ланки з іншою (зубчасті, гвинтові, цівкові, ланцюгові, важільні тощо);

б) за способом з'єднання вхідної та вихідної ланок: **передачі з безпосереднім дотиком** вхідної та вихідної ланок (фрикційні, зубчасті, гвинтові тощо); **передачі з проміжною гнучкою ланкою**, яка з'єднує вхідну та вихідну ланки (пасові, канатні, ланцюгові).

7.3 **Передаточним відношенням** називається відношення кутових швидкостей двох ланок (як правило, вхідної й вихідної):

$$i_{k\ell} = \pm \frac{\omega_k}{\omega_\ell}, \quad (7.1)$$

де ω_k, ω_ℓ – кутові швидкості відповідно ланок k та ℓ .

7.4 **Знак передачного відношення** приймають залежно від на-прямів обертання ланок: при однакових напрямках обертання ланок k та ℓ знак передачного відношення – “+” (рис. 7.1), при різних їх напрямках обертання – “-” (рис. 7.2).

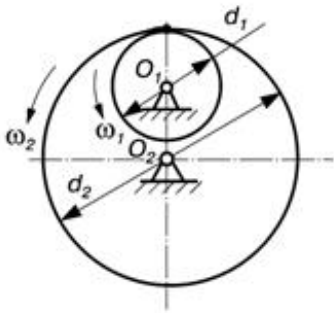


Рис. 7.1 – Внутрішнє зачеплення

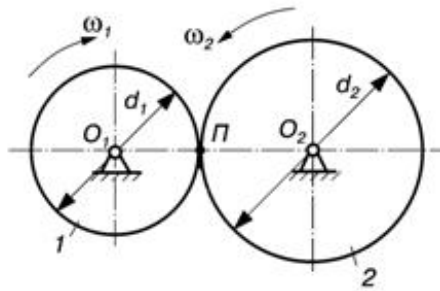


Рис. 7.2 – Зовнішнє зачеплення

Передачне відношення можна виразити через частоту обертання ланок n_i , діаметри котків (якщо не враховувати ковзання):

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{d_2}{d_1}. \quad (7.2)$$

7.5 Передачі, що забезпечують плавну (безступінчасту) зміну кутової швидкості вихідної ланки при сталій швидкості вхідної, називають **варіаторами швидкості** або просто **варіаторами**.

8 Зубчасті передачі

8.1 У **зубчастих передачах** передача руху здійснюється механічним зачепленням зубців вхідного колеса за зубці вихідного колеса. Обидва колеса (рис. 8.1) мають виступи (зубці) і западини такої форми, що зубці одного колеса входять у западини іншого, утворюючи при цьому вищу кінематичну пару.

8.2 Зубчасте колесо з меншим числом зубців (при їх рівності – вхідне зубчасте колесо) називається **шестірнею**, друге зубчасте колесо передачі – **колесом**.

8.3 Поверхні (кола), що перекочуються одна відносно одної без ковзання, називають **початковими**, їх радіуси позначають r_w^i і називаються так само – **радіуси початкових кіл**, де $i = 1; 2$. Точка Π дотику цих кіл називається **полюсом зубчастого зачеплення**, а лінію, що проходить через точку Π паралельно осям обертання коліс, – **полюсною лінією**.

8.4 Відстань між осями обертання двох зубчастих коліс, що перебувають у зачепленні, називається **міжосьовою відстанню**:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2}. \quad (8.1)$$

8.5 Під **передаточним відношенням** у зубчастих механізмах так само (див. п. 7.3) розуміють відношення кутових швидкостей двох зубчастих коліс. Його можна виразити як відношення:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \pm \frac{z_2}{z_1}, \quad (8.2)$$

де z_i – число зубців коліс.

Стандартом (ГОСТ 16530–83) передбачено поняття: **передаточне число i** , під яким розуміють відношення числа

зубів колеса (більшого) до числа зубів шестірні (меншого). У нашому випадку відношення (8.2) $\frac{z_2}{z_1}$ дорівнює передаточному відношенню i_{12} .

8.6 **Коловим кроком зубчастого зачеплення p** називається відстань між однойменними точками профілів двох сусідніх зубців (див. рис. 8.1), що вимірюється по будь-якому колу. Значення кроку p залежить від діаметра (радіуса) кола, на якому його вимірюють, а тому, щоб відрізнити значення кроку на різних колах, вказують нижні індекси як це, наприклад, виконано для початкового кроку p_w (див. рис. 8.1).

8.7 Зубчасте колесо складається з тіла зубчастого колеса 1 і зубчастого вінця 2 (рис. 8.2).

Зубчастий вінець складається із зубців 3 і западин 4. Циліндрична поверхня 5, що відокремлює зубці від тіла зубчастого колеса, називається **поверхнею западин**, а її радіус позначають r_f . Поверхню 6, що обмежує зубці з протилежного від тіла колеса боку, називають **поверхнею вершин**, а її радіус позначають r_a . Частина поверхні западин 7 зубчастого колеса, що належить зубцю, має назву **основи зубця**, а частина поверхні вершин 8, що належить зубцю, – **вершини зубця**.

8.8 Поверхня, яка обмежує зубець з боку западини (див. рис. 8.2), називається **бічною**. Вона складається з **головної 9** і **перехідної 10** поверхонь.

Головною називається частина бічної поверхні, яка при взаємодії з такою самою поверхнею зубців іншого колеса може передавати рух із заданими швидкостями (тобто забезпечує основний закон зубчастого зачеплення (див. п. 8.15)). Поверхні елементів вищої кінематичної пари, що забезпечують заданий рух, називаються **спряженими** поверхнями. **Перехідна поверхня 10** з'єднує головну поверхню з поверхнею западин. Частина головної поверхні, що взаємодіє з поверхнею зубця спряженого зубчастого колеса, називається **активною** поверхнею зуба.

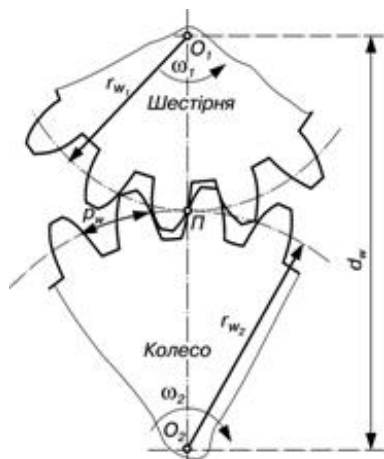


Рис. 8.1 – Зубчасте зачеплення

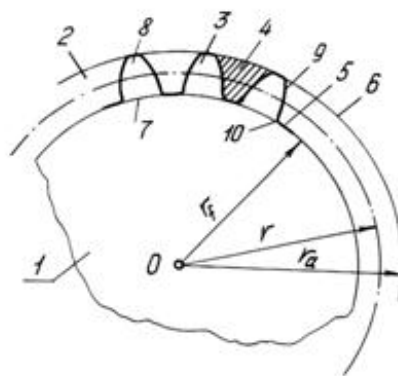


Рис. 8.2 – Геометричні параметри зубчастого колеса

Враховуючи те, що зубчасті передачі циліндричними колесами плоскі, то всі її геометричні параметри можна розглядати в торцевому перерізі (перпендикулярному до осі колеса). Тому розглядають замість поверхні западин коло западин, поверхні вершин – коло вершин, замість головної, перехідної і активної поверхонь зубців – відповідні профілі зубців.

8.9 **Модулем m зубчастого колеса** називають відношення колового кроку p до числа z :

$$m = \frac{p}{z}. \quad (8.3)$$

Модуль m для одного й того колеса, так само як і крок p , залежить від діаметра колеса, до якого він відноситься.

8.10 **Ділильним колом** називають коло стандартного модуля. Його можна назвати колом, діаметр якого визначають добутком стандартного модуля на число його зубців, тобто:

$$d = mz. \quad (8.3)$$

Ділильна поверхня (коло) ділить зубці на дві частини: ділильну ніжку і ділильну головку (рис. 8.3).

Висота ділильної ніжки:

$$h_f = r - r_f. \quad (8.4)$$

Висота ділильної головки:

$$h_a = r_a - r. \quad (8.5)$$

Повна висота зуба:

$$h = h_f + h_a = r_a - r_f. \quad (8.6)$$

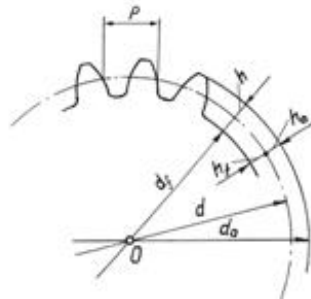


Рис. 8.3 – Геометричні параметри зубчастого колеса

8.11 Лінія перетину бічної поверхні зубця з ділильною поверхнею називають **лінією зуба**.

Відрізняють **прямі зубці** (прямозубі колеса), лінія якого лежить в осьовій площині зубчастого колеса, і **косий зуб** (косозубі або шевронні), лінія якого є гвинтовою лінією сталого кроку (рис. 8.4).

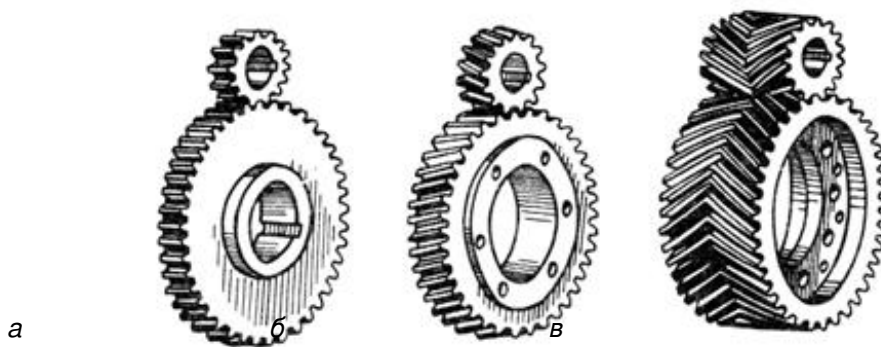


Рис. 8.4 – Циліндричні зубчасті передачі: а – прямозубі; б – косозубі; в – шевронні

Окремими випадками циліндричних зубчастих передач зовнішнього зачеплення є внутрішнє (рис. 8.5) і рейкове (рис. 8.6) зачеплення.

8.12 **Зубчаста рейка** (рис. 8.6) – це сектор циліндричного зубчастого колеса, ділильний радіус якого нескінченно великий, у результаті цього ділильна поверхня (коло), поверхні (кола) вершин і западин, відповідно головні бічні поверхні (профілі) є паралельними площинами (лініями), тобто головний бічний профіль прямолінійний.

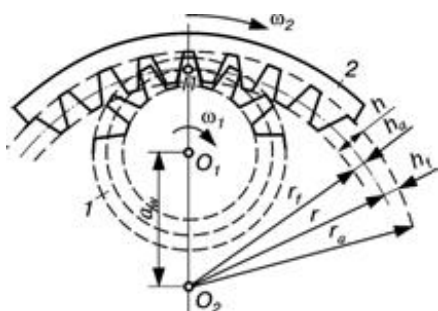


Рис. 8.5 – Внутрішнє зачеплення

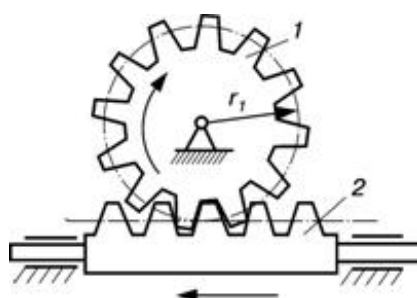


Рис. 8.6 – Рейкове зачеплення

8.13 **Умова безперервного контакту пари зубців.** Для забезпечення безперервного контакту пари зубців необхідно, щоб проекції швидкостей точки контакту зубців на спільну нормаль NN (рис. 8.7), що проведена через її точку контакту K , були рівні між собою.

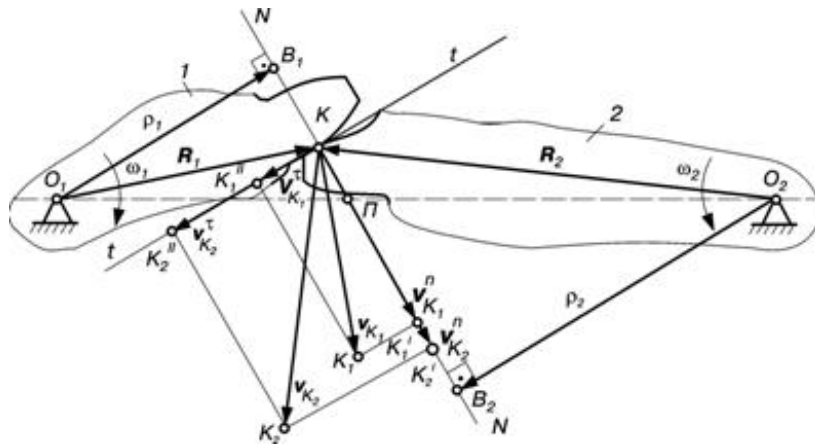


Рис. 8.7 – До основної теореми зачеплення

8.14 **Основна теорема зачеплення** (теорема Вілліса). Активні профілі зубців двох коліс повинні бути побудовані так, щоб нормаль у точці їх контакту в будь-який момент зачеплення проходила через точку Π (поліус зачеплення), що ділить лінію центрів у відношенні, обернено пропорційно передаточному відношенню.

8.15 **Швидкістю ковзання** профілів зубців називається різниця проекцій швидкостей точки дотику зубців на спільну дотичну, яка проведена через цю точку профілів зубців.

8.16 **Питомим ковзанням зубців** називається відношення швидкості ковзання зубців до дотичної складової швидкості точки дотику відповідного колеса.

8.17 **Евольвентою кола** називається траєкторія, яку описує будь-яка точка прямої лінії, що перекочується без ковзання по колу. Таке коло називається **еволютою** або **основним**, а пряма – **твірною прямою**. Евольвенту кола використовують для побудови головного профілю зубців зубчастих коліс.

8.18 **Кутом профілю зубців** називається гострий кут між дотичною до профілю у відповідній точці зубця і радіусом-вектором цієї точки відносно центра обертання колеса.

8.19 **Теоретичним вихідним контуром** (рис. 8.8) називається зубчаста рейка з прямолінійним профілем. За базу визначення геометричних параметрів зубців такого контуру вибирають **ділильну пряму** (площину), яка перпендикулярна до осей симетрії зубців рейки і товщина зуба s на ній дорівнює ширині западини e ($s = e = p/2$). Частина зубця, що знаходиться між ділильною поверхнею і поверхнею вершин, називається **ділильною головкою зубця**, а частина зубця між ділильною поверхнею і поверхнею западин – **ділильною ніжкою зубця**. Стандарт рекомендує приймати висоту ділильної головки:

$$h_a^* = h_a^* m, \quad (8.7)$$

де h_a^* – коефіцієнт висоти головки зуба (відношення висоти головки зуба до модуля: $h_a^* = h_a^* / m$).

Ділильна висота ніжки зуба $h_f = h_f^* m$ вища від головки на величину радіального зазору $c = c^* m$, де c^* – коефіцієнт радіального зазору ($c^* = c / m$). Отже, коефіцієнт висоти ніжки зуба $h_f^* = h_a^* + c^*$, а висота ділильної ніжки зуба:

$$h_f = (h_a^* + c^*) m. \quad (8.8)$$

8.20 **Кутом профілю вихідного контуру** α називається кут між бічною стороною і віссю зуба. Стандарт рекомендує кут $\alpha = 20^\circ$.

8.21 **Вихідним твірним контуром** називається контур зубців рейки, який ніби заповнює западини теоретичного вихідного контуру, як відливка заповнює форму. При цьому між лінією западин твірного контуру і лінією вершин вихідного зберігається радіальний зазор $c = c^* m$ для того, щоб поверхня западини різального інструменту, в основу якого покладено твірний контур, не брала участі в процесі різання. Отже, у вихідному твірному контурі висоти ніжки і головки зубця рівні між собою ($h_f = h_a$).

8.22 **Нарізання зубчастих коліс.** Відрізняють два принципово різні методи нарізання зубчастих коліс: копіювання і обкатка.

При **методі копіювання** (ділення) зубчасті колеса нарізають інструментом, профіль якого точно збігається з профілем западини колеса, що нарізується. Інструментом може бути модульна (дискова або пальцева) фреза.

При **методі обкатки** (огинанні) зубчасті колеса нарізаються інструментом, в основу якого покладено твірне коло або рейка, бічні поверхні зубців яких мають різальні кромки. При нарізанні зубців твірному колесу або рейці (інструменту) і колесу (заготовці), що нарізується, надають такого відносного руху, який би мали ці колеса (чи рейка і колесо), перебуваючи у правильному зачепленні.

Зачеплення твірного колеса (інструменту) із заготовкою називається **верстатним зачепленням**.

При нарізанні зубчастих коліс ділильна пряма вихідного твірного контуру може бути зміщена відносно ділильного кола зубчастого колеса, що нарізується. Це зміщення позначають Xm і називають **зміщенням вихідного твірного контуру** (різального інструменту), де X – **коефіцієнт зміщення**. Зубчасті колеса, які нарізані при $X = 0$, називають **зубчастими колесами без зміщення**, при $X \neq 0$ – **зубчастими колесами зі зміщенням**. Зміною коефіцієнта зміщення можна керувати геометрією зуба та якісними характеристиками передачі.

8.23 **Ділильною міжосьовою відстанню** називається сума радіусів ділильних кіл зубчастих коліс:

$$a = r_1 + r_2, \quad (8.9)$$

де r_1 та r_2 – відповідно радіуси ділильних кіл шестірні 1 і колеса 2.

8.24 Різниця міжосьової відстані a_w і ділильної a називається **сприймальним (видимим) зміщенням** і позначається:

$$m_y = a_w - a, \quad (8.10)$$

де y – коефіцієнт приймального зміщення:

$$y = \frac{a_w - a}{m}. \quad (8.11)$$

У передачах без зміщення ($X_1 = X_2 = 0$) або в рівнозміщених передачах ($X_1 = -X_2$) $a = a_w$.

8.25 **Лінією зачеплення** називається траєкторія точки контакту зубців при її русі відносно нерухомої ланки (стояка) зубчастої передачі. В евольвентному зачепленні такою лінією є загальна нормаль до профілів зубців, що проведена через точку їх контакту. Відрізняють **теоретичну лінію зачеплення** B_1B_2 – відстань між точками дотику спільної нормалі NN з основними колами (рис. 8.8) і **активну лінію зачеплення** $q_a = (H_1H_2)m_f$ – частину лінії зачеплення, яка відповідає активній взаємодії двох спряжених зубців (знаходиться між колами виступів коліс), де m_f – масштаб довжини. За межами активної лінії H_1H_2 контакт між зубцями відсутній, оскільки він лежить за межами габаритів зубчастих коліс.

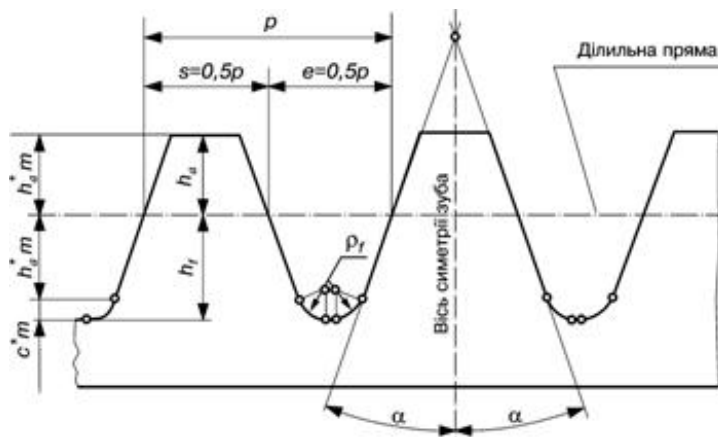


Рис. 8.8 – Теоретичний вихідний контур

8.26 **Кутом зачеплення** α_w називається кут між лінією зачеплення B_1B_2 і прямою, що перпендикулярна до лінії центрів (рис. 8.9). Цей кут чисельно дорівнює куту профілю зубців кожного з коліс передачі у точці, що лежить на початковому колі.

8.27 **Кроком евольвентного зачеплення** p_a називається відстань між двома точками контакту однойменних головних профілів двох сусідніх зубців. однойменні профілі двох сусідніх зубців є еквідистантні криві, відстань між якими визначається основним кроком $p_b = p_n$.

8.28 **Кутом перекриття** φ_γ називається кут повороту зубчастого колеса за час контакту однієї пари зубців.

8.29 **Повним коефіцієнтом перекриття** називається відношення кута перекриття до кутового кроку τ ($\tau = 2\pi/z$), тобто:

$$\varepsilon_\gamma = \varphi_\gamma / \tau. \quad (8.12)$$

Практично коефіцієнт перекриття показує **число пар зубців**, що перебувають одночасно у зачепленні.

Наприклад, якщо $\varepsilon_\gamma = 1,57$, то це означає, що у зачепленні одночасно знаходяться одна або дві пари зубців, причому дві пари знаходяться 57 % часу зачеплення, а одна пара – 43 %.

Повний коефіцієнт перекриття є сумою коефіцієнтів торцевого ε_n і осьового ε_β перекриття, тобто:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta.$$

(8.13)

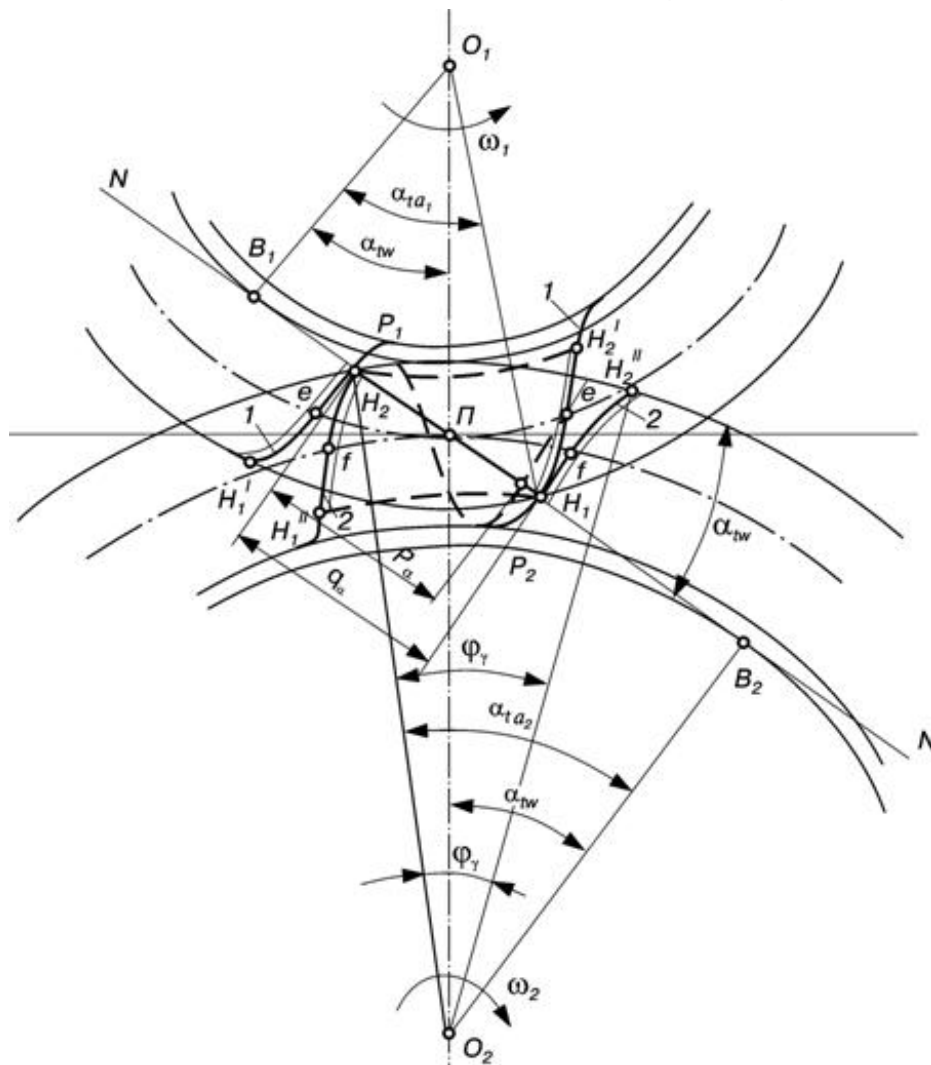


Рис. 8.9 – Картина зубчастого зачеплення

8.30 **Торцевим коефіцієнтом перекриття** називається відношення довжини активної лінії зачеплення q_a до кроку евольвентного зачеплення:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{q_a}{p_\alpha}.$$

(8.14)

8.31 **Коефіцієнтом осьового перекриття** називається відношення робочої ширини зубчастого вінця b_w до осьового кроку p_x :

$$\varepsilon_\beta = b_w / p_x.$$

(8.15)

8.32 **Підрізання зубців** настає тоді, коли активна лінія зачеплення H_1H_2 виходить за межі теоретичної лінії зачеплення B_1B_2 (див. рис. 8.9), оскільки будь-яка точка профілю зубців, що лежить за межами лінії B_1B_2 , не відповідає основній теоремі зачеплення (див. п. 8.13).

8.33 **Загострення зубців** виникає тоді, коли точка перетину різнойменних профілів зубців потрапляє у середину кола вершин.

8.34 **Інтерференція зубців** полягає в тому, що головний профіль головки одного зубця спрягається з перехідним профілем зубця іншого колеса (профілі “накладаються” один на одного).

8.35 **Зачеплення Новикова.** У цьому зачепленні торцевий коефіцієнт перекриття $\varepsilon_\alpha = 0$, оскільки активна лінія $H_1H_2 = 0$, тобто контакт між зубцями в торцевій площині завжди (в однополюсному зачепленні) проходить в одній точці, а тому профіль зубців може бути довільним. На практиці профілі зубців виконують дугами кола, причому, як правило, зуб шестірні опуклий, колеса – вгнутий. Перекриття в зубчастому зачепленні досягається лише за рахунок нахилу зубців, тобто зачеплення Новикова не може бути прямозубим. Враховуючи форму зуба, таке зачеплення називають **круговим**, або **точковим**. Якщо головки зубців обох коліс виконати опуклими, а ніжки увігнутими, то матимемо передачу Новикова з двома точками контакту – так зване **двополюсне зачеплення**.

8.36 **Конічне зубчасте зачеплення** (рис. 8.10) застосовується для передачі обертального руху між валами, осі яких перетинаються. Міжосьовий кут Σ може вибиратися в межах $10...170^\circ$. Найчастіше зустрічаються конічні передачі з кутом

$S = 90^\circ$. Такі конічні передачі називаються **ортогональними**.

8.37 **Гвинтові зубчасті передачі** (гелікоїдні) застосовуються для передачі обертowego руху між осями, які схрещуються (див. рис. 8.11). Гвинтові колеса так само, як і косозубі циліндричні колеса, мають гвинтові зуби, нахилені до відповідних осей під кутами β_1 та β_2 , причому міжосьовий кут:

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2. \quad (8.16)$$

8.38 **Черв'ячні передачі** (рис. 8.12) є окремим випадком гвинтових зубчастих передач. Якщо на одному з гвинтових коліс передачі виконати зубці під великим кутом нахилу, одержимо так званий **черв'як**, а на другому – під малим кутом, одержимо **черв'ячне колесо**. Черв'як має форму гвинта, а черв'ячне колесо має зубці, що утворені як обвідні витка черв'яка. У зв'язку з тим, що черв'ячне колесо нарізають фрезою, яка виготовляється так само, як черв'як, то геометричні параметри черв'ячної передачі визначаються геометрією черв'яка.



Рис. 8.10 – Конічні зубчасті передачі



Рис. 8.11 – Зубчасті передачі гвинтовими колесами

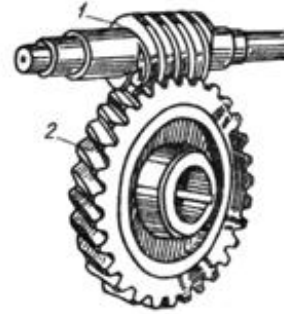


Рис. 8.12 – Черв'ячні передачі

8.39 **Види черв'яків**. Відрізняють **лінійчасті** (гелікоїдні) і **нелінійчасті** черв'яки. До лінійчастих черв'яків відносять архімедові, конволютні та евольвентні. **Архімедовий черв'як** – це гвинт із різьбою, що має трапецеїдальний профіль в осьовому перерізі. У торцевому перерізі витки окреслені по спіралі Архімеда. Ці черв'яки застосовують досить широко, як правило, без шліфування. Умовне позначення архімедової черв'ячної передачі – **ZA**.

Конволютний черв'як (**ZN**) має прямолінійний профіль западини або витка в нормальному перерізі. В торцевому перерізі профіль має вигляд видовженої (або вкороченої) евольвенти. Такі черв'яки мають деякі технологічні переваги перед архімедовими (кращі умови різання).

Евольвентний черв'як (**ZI**) – це косозубе зубчасте колесо з малим числом зубців і дуже великим кутом нахилу зубців. Профіль зубців у торцевому перерізі окреслений евольвентою. Евольвентна поверхня має прямолінійний профіль у перерізі площиною, що дотична до основного циліндра черв'яка.

Шліфуванням конволютних черв'яків конусними кругами з прямолінійними поверхнями одержують нелінійними бічними поверхнями, які досить близькі до поверхонь конволютних черв'яків. **Нелінійчасті** циліндричні черв'яки бувають двох видів: утворені конусом (**ZK**) і тором (**ZT**).

8.40 **Геометричні параметри черв'яка**. Число зубців черв'яка Z_1 називається числом заходів. Стандарт встановлює три значення Z_1 : 1, 2, 4. Розрахунковим кроком p черв'яка є його основний крок, йому відповідає осьовий модуль черв'яка T який для черв'ячного колеса є торцевим ($p = pT$).

Діаметр діляльного циліндра черв'яка вибирають кратним осьовому модулю черв'яка, тобто:

$$d_1 = qm, \quad (8.17)$$

де q – коефіцієнт діаметра черв'яка ($q = d_1/m$). Значення параметрів m , q та їх співвідношення стандартизовані.

8.41 **Багатоланкові зубчасті механізми** поділяють на два основні види:

1. Зубчасті механізми з **нерухомими осями** всіх коліс. Такі передачі називають **серіями зубчастих коліс** (рис. 8.13).

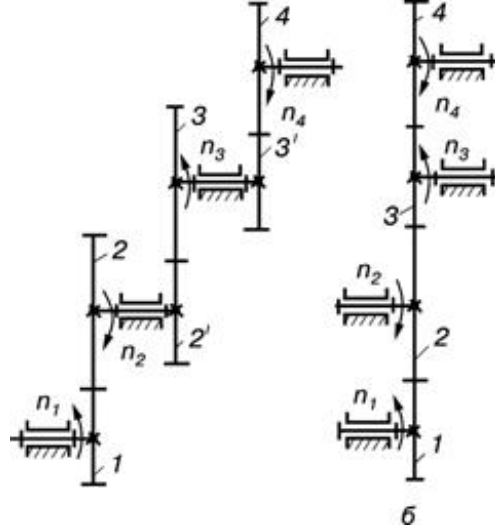


Рис. 8.13 – Зубчаста передача з нерухомими осями: а – ступінчаста; б – паразитна

2. Зубчасті механізми з **рухомими осями** окремих коліс (епіциклічні передачі, деколи планетарні та важільно-зубчасті).

У свою чергу зубчасті механізми з нерухомими осями всіх коліс ділять на два види: **ступінчасті** (звичайні, рис. 8.13, а) і **паразитні** (рис. 8.13, б) зубчасті передачі. У ступінчастій передачі кожне зубчасте колесо входить лише в одне зачеплення. У паразитній серії є зубчасті колеса, що входять одночасно у два або більше зачеплень.

Загальне передаточне відношення серії зубчастих коліс можна виразити через передаточні відношення окремих пар (ступенів) зубчастого зачеплення:

$$i_{1n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{(n-1)n} (-1)^k, \tag{8.18}$$

де i_{12} , i_{23} і т.д. – передаточні відношення окремих ступенів зубчастого механізму, які можна виразити через відношення чисел зубців (рис. 8.13, а):

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}, \quad i_{23} = \frac{z_3}{z_2}, \quad \dots, \quad i_{(n-1)n} = \frac{z_n}{z_{(n-1)}}, \tag{8.19}$$

де k – число пар зубчастих коліс, що знаходяться у зовнішньому зачепленні. Тоді, враховуючи відношення (8.19), можна записати:

$$i_{1n} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2} \dots \frac{z_n}{z_{(n-1)}} (-1)^k. \tag{8.20}$$

Паразитні зубчасті колеса не впливають на величину передаточного відношення, їх треба враховувати лише при визначенні знака передаточного відношення.

8.42 Зубчасті механізми з рухомими осями також (рис. 8.14) поділяються на два основні види: **диференціальні** (рис. 8.14, а) і **планетарні** (рис. 8.14, б). У диференціальному механізмі ступінь рухомості $W \geq 2$, у планетарному – $W = 1$. Планетарний механізм є окремим випадком диференціального, в якому одне із центральних коліс є нерухомим.

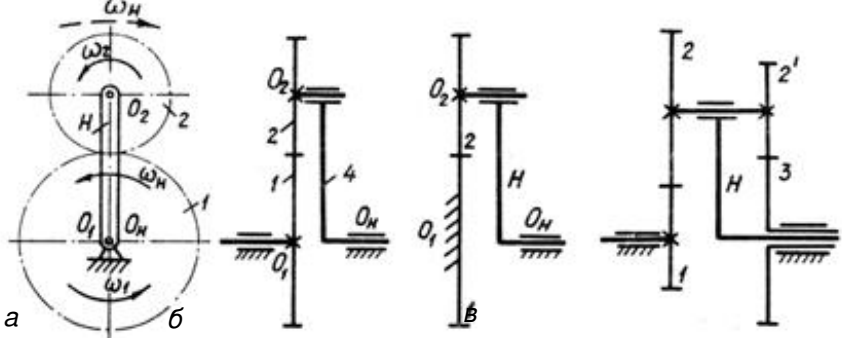


Рис. 8.14 – Зубчасті механізми з рухомими осями: а, в – диференціальні механізми; б – планетарний механізм

Залежність між кутовими швидкостями ланок диференціального механізму встановлюється **формулою Вілліса**, яку одержують шляхом зупинки водила, надавши всім ланкам швидкість, яку має водило із знаком “-” ($-\omega_n$), тоді диференціальний механізм перетворюється у механізм з нерухомими осями (ступінчастий або паразитний), для якого:

$$i_{1n}^{(n)} = \frac{\omega_1 - \omega_n}{\omega_n - \omega_n} = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2} \dots \frac{z_n}{z_{(n-1)}} (-1)^k, \tag{8.21}$$

де $i_{1n}^{(H)}$ – передаточне відношення зубчастого механізму при нерухомому водилі H .

8.43 **Хвильові зубчасті передачі** (рис. 8.15). Така передача є різновидом епіциклічної передачі, в якій зачеплення зубчастої пари здійснюється внаслідок сталої деформації пружного зубчастого вінця.

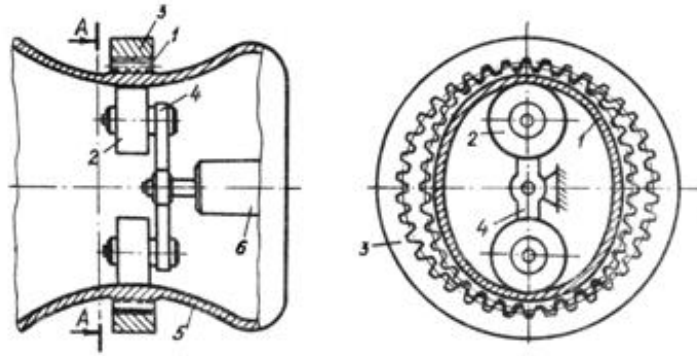


Рис. 8.15 – Хвильова зубчаста передача

Найпростіша хвильова зубчаста передача складається з трьох основних елементів: а) гнучкої ланки, яка з'єднана із вихідним валом 6 і виконана у вигляді тонкостінного стакану 5 із зубчастим вінцем 1 ; б) генератора хвиль (води́ло 4 з роликками 2); в) жорсткого зубчастого колеса 3 , причому число зубців $Z_1 < Z_3$. Гнучка ланка, завдяки її деформації роликками 2 , знаходиться у постійному зачепленні з колесом 3 . При обертанні генератора хвиль i , наприклад, нерухомому зубчастому колесі 3 , гнучка ланка (1 і 5) буде також обертатися. Якщо нерухомою буде гнучка ланка, то обертатиметься колесо 3 . Оскільки в таких передачах: а) мала різниця чисел зубців гнучкого і жорсткого коліс, вони забезпечують великі передаточні відношення ($i = 200 \dots 300$); б) у зачепленні перебуває одночасно не менше чверті загального числа зубців, тому несуча здатність хвильової передачі у кілька разів вища, ніж інших зубчастих передач. Хвильові передачі мають ще ряд інших цінних властивостей.

9 Кулачкові механізми

9.1 **Кулачковими механізмами (КМ)** називаються механізми (рис. 9.1), до складу яких входить вища кінематична пара, одним з елементів якої є поверхня змінної кривизни. Ланку, якій належить елемент вищої кінематичної пари і виконаної у вигляді поверхні змінної кривизни, називають **кулачком**.

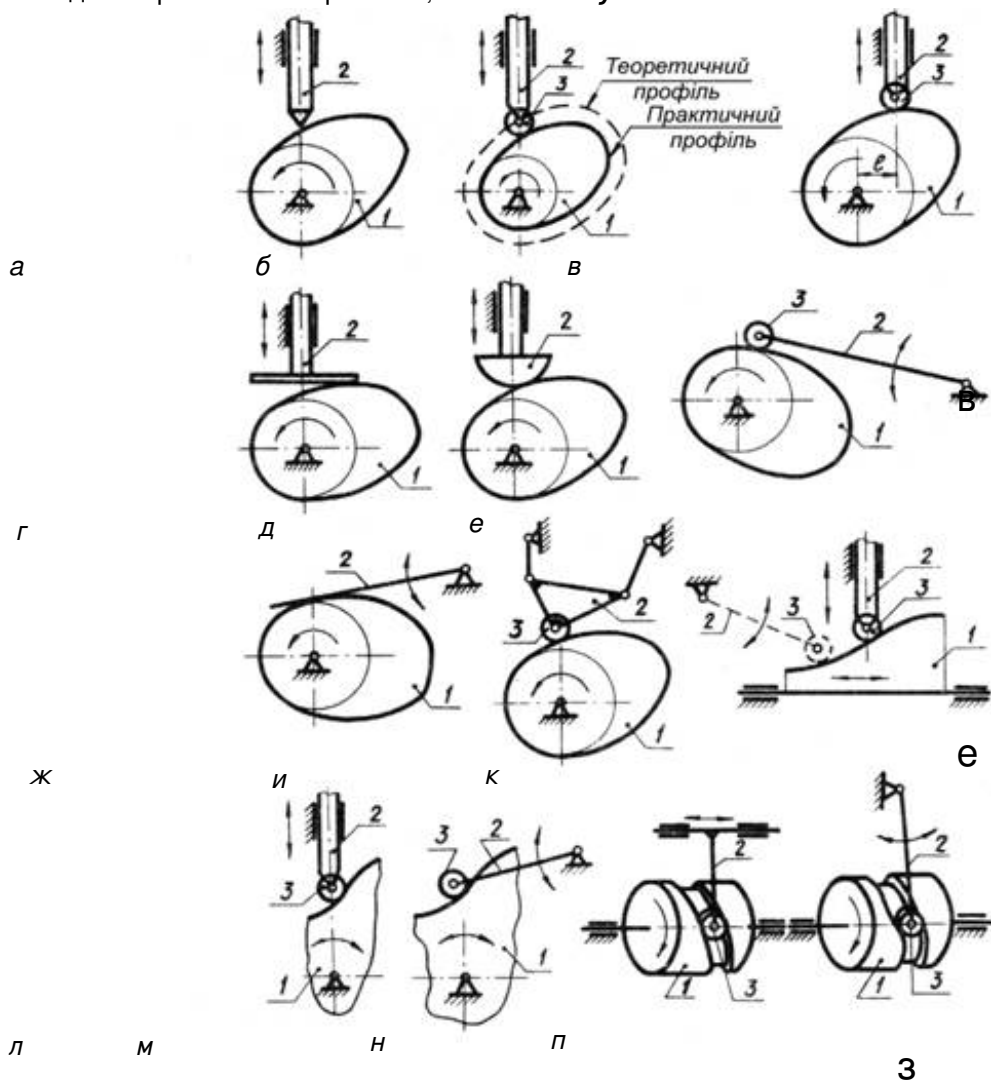


Рис. 9.1 – Кулачкові механізми

9.2 **Переваги і недоліки кулачкових механізмів.** Основною перевагою цих механізмів є те, що за допомогою них можна забезпечити майже будь-який закон руху вихідної ланки. Основними недоліками КМ є:

1) наявність у них вищої кінематичної пари, в яких дотик між ланками відбувається в точці або по лінії, що призводить до швидкого зносу стиковальних деталей;

2) необхідність забезпечувати постійне замикання ланок, які утворюють вищу кінематичну пару.

9.3 **Класифікація КМ.** Кулачкові механізми бувають **плоскими і просторовими**. В КМ кулачок може здійснювати: обертовий, зворотно-поступальний, коливальний або складний рух, а вихідна ланка – зворотно-поступальний рух, тоді її називають штовхачем, коливальний (коромисло), складний, деколи обертовий рухи.

За формою елементів вищої пари вихідної ланки КМ мають **загострену, плоску, циліндричну або сферичну форму штовхача (коромисла)**.

9.4 **Теоретичний (центровий) профіль** кулачка віддалений від дійсного (практичного) профілю на величину радіуса ролика (див. рис. 9.1, б). Ці два профілі утворюють еквідистантні криві. Будь-які точки двох кривих (профілів), які рівновіддалені одна від одної вздовж спільної нормалі до цих кривих, називаються **еквідистантними кривими**.

9.5 **Основні параметри КМ** (рис. 9.2).

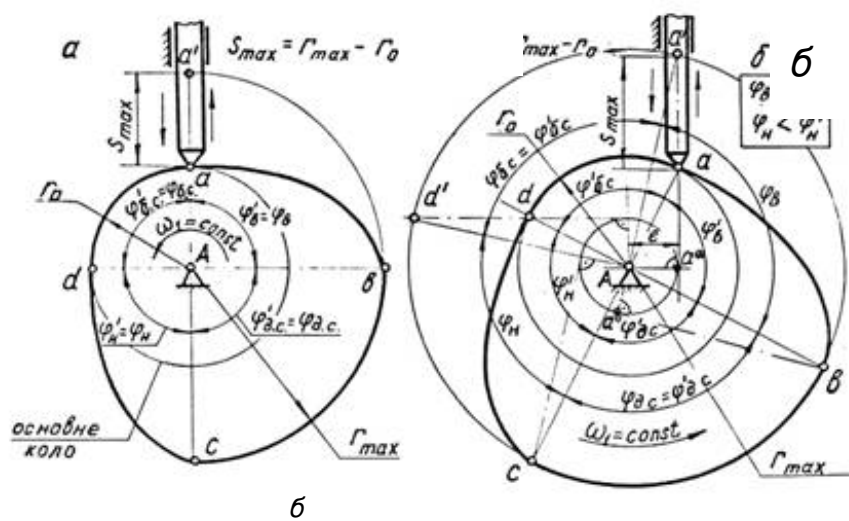


Рис. 9.2 – Параметри кулачкових механізмів: а – центрального; б – зміщеного

Коло мінімального радіуса r_0 , що утворює профіль кулачка, називається **основним**. Центральний кут кулачка, якому відповідає відповідна ділянка профілю кулачка називається **кутом профілю кулачка**. Відрізняють кути віддалення φ'_a , дальнього стояння $\varphi'_{d.e.}$, наближення φ'_n і ближнього стояння $\varphi'_{d.e.}$: Кути повороту кулачка, що визначають відповідні періоди руху штовхача, називаються **фазовими** (φ_a , $\varphi_{d.e.}$, φ_n , $\varphi_{d.e.}$). У центральних кулачкових механізмах кути профілю і фазові кути відповідно рівні між собою.

9.6 **Закони руху вихідної ланки**. Під законами руху вихідної ланки розуміють залежність між переміщеннями вихідної ланки і часом. У КМ закон руху вихідної ланки частіше всього задають залежністю прискорення цієї ланки від часу. Відрізняють три основні види законів руху вихідної ланки: безударні, з “м’якими” і “жорсткими” ударами. Закони руху, в яких прискорення вихідної ланки змінюється поступово (без стрибків), є **безударними**. Закони, в яких прискорення вихідної ланки змінюється миттєво на скінченну величину, викликають **“м’які” удари**. І нарешті, закони в яких прискорення вихідної ланки змінюється миттєво на нескінченну величину, викликають **“жорсткі” удари**.

Для порівняння (якісної оцінки) законів руху вихідної ланки КМ використовують **безрозмірні коефіцієнти (інваріанти)**:

– переміщення:

$$a_k = s_i / S; \quad (9.1)$$

– швидкості:

$$b_k = v_i / (ST^{-1}); \quad (9.2)$$

– прискорення:

$$c_k = a_i / (ST^{-2}); \quad (9.3)$$

– кінетичної (динамічної) потужності:

$$d_k = b_k c_k, \quad (9.4)$$

де s_i – поточне переміщення вихідної ланки у функції відносного часу $k = t_i / T$ (t_i – поточний час); T – період однозначного руху штовхача (віддалення або наближення); S – максимальний хід штовхача; v_i та a_i – відповідно швидкість або прискорення вихідної ланки.

Максимальні значення інваріантів $B = |b_k|_{\max}$, $C = |c_k|_{\max}$, $D = |d_k|_{\max}$ є сталими величинами для відповідних законів і їх якісними характеристиками. Наприклад, максимальне значення прискорення $C = |c_k|_{\max}$ визначає найбільші сили (моменти сил інерції), що діють на штовхач.

9.7 **Синтез кулачкових механізмів**. Задачу синтезу КМ можна розділити на два етапи. На першому етапі, який називається **динамічним синтезом**, визначають основні розміри механізму, зокрема мінімальний радіус кулачка, міжосьову відстань (для коромислових КМ). На другому етапі, який називається **кінематичним синтезом**, необхідно за заданими законами руху вхідної (кулачка) і вихідної (штовхача або коромисла) ланок побудувати профіль кулачка. Для забезпечення нормальної роботи КМ (усунення заклинювання ланок) необхідно вибрати такий мінімальний радіус кулачка, щоб кут тиску J у будь-якому положенні механізму був менший його допустимого значення $J_{доп}$, тобто:

$$\vartheta_{\max} \leq \vartheta_{доп}. \quad (9.5)$$

Кутом тиску ϑ у КМ називається гострий кут між напрямом дії сили (реакції з боку кулачка на штовхач) і напрямом переміщення штовхача. Дуже часто користуються іншими поняттями – **кутом передачі руху** μ , під яким розуміють гострий кут між напрямом абсолютної і відносної швидкостей штовхача (відносно профілю кулачка). Справедлива рівність:

$$\mu + \vartheta = 90^\circ. \quad (9.5)$$

У КМ з плоским штовхачем, у яких кути тиску і передачі сталі, мінімальний радіус кулачка вибирають так, щоб профіль кулачка завжди був **опуклий**.

9.8 **Самоперетин профілю кулачка** настає тоді, коли вибраний радіус ролика більший мінімального радіуса

кривизни ρ_{\min} теоретичного профілю кулачка. Рекомендується приймати радіус ролика:

$$r_y \leq 0,7\rho_{\min}.$$

(9.6)

10 Механізми переривчастого руху

10.1 **Механізмами переривчастого руху** називаються такі, які забезпечують при безперервному обертвовому русі вхідної ланки односторонній переривчастий рух в одному напрямку з **періодичними вистоями**. Такі механізми ще називають **кроковими механізмами**. До таких механізмів відносять: механізми неповнозубих коліс, храпові механізми, мальтійські механізми, важільні і зубчато-важільні механізми з вистоями вихідної ланки.

10.2 **Механізми неповнозубих коліс** використовуються для надання вихідному валу обертвового руху з періодичними вистоями. В таких механізмах повинно бути однаково число зубців на обох колесах, а тому частину зубців зрізають. Отже, тут використовують не повні зубчасті колеса, а сектори (рис. 10.1). Після повороту зубчастих коліс на кут $\varphi_p = z_\phi \tau$, де z_ϕ – фактичне число зубців сектора, τ – кутовий крок ($t = 2p/z$), зубці виходять із зачеплення. При цьому колесо 1 продовжує рухатися, а колесо 2 зупиняється і фіксується у нерухомому стані заірними дугами *B* і *Г*. Зупинка продовжується доти, поки поверхня *B* вхідного зубчастого колеса не впреться у виступ *A* і зубці коліс знову ввійдуть у зачеплення.

10.3 **Храпові механізми**. Такі механізми складаються з храпового колеса 4 (див. рис. 10.2), собачки 5, яка шарнірно закріплена на коромислі 3 шарнірного чотириланкового механізму з кривошипом 1 і шатуном 2. При русі коромисла 3 проти руху годинникової стрілки собачка впирається в зуб храпового колеса. При русі кривошипа в зворотному напрямку собачка проскакує над зубцями храпового колеса і останнє залишається нерухожим. Для запобігання зворотного ходу колеса 4 встановлюється друга собачка (упор), яка не дозволяє колесу 4 обертатися зворотному напрямку.

10.4 **Мальтійські механізми**. До складу мальтійського механізму (рис. 10.3) входить вхідна ланка 1 (кривошип) з роликком 3 і вихідна ланка – хрест 2. Останній виготовлений у вигляді диска або стола з радіальними пазами. При обертанні ланки 1 ролик 3 періодично входить в пази хреста 2 і повертає його на кут $\psi_p = 2\pi/z$, де z – кількість пазів. При виході з паза хрест 2 залишається нерухожим. Щоб усунути самовільний рух ланки 2 під час вистою, на ланки 1 і 2 встановлені заірні дуги *B* і *C*. Мінімальне число пазів дорівнює 3. Звичайно, число пазів не перевищує 24.

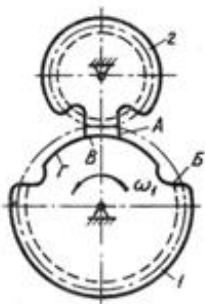


Рис. 10.1 – Механізм неповнозубих коліс

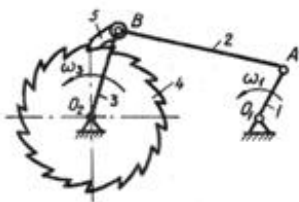


Рис. 10.2 – Храповий механізм

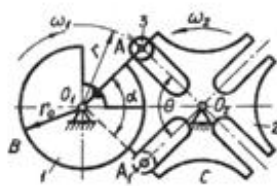


Рис. 10.3 – Мальтійській механізм

10.5 **Важільні механізми з вистоем вихідної ланки**. Важільні механізми з вистоем вихідної ланки бувають двох типів:

– до **першого типу** відносяться механізми, в яких вистій (зупинка) вихідної ланки досягається за рахунок зміщення крайніх положень основного (базового) механізму і приєднаної структурної групи (рис. 10.4);

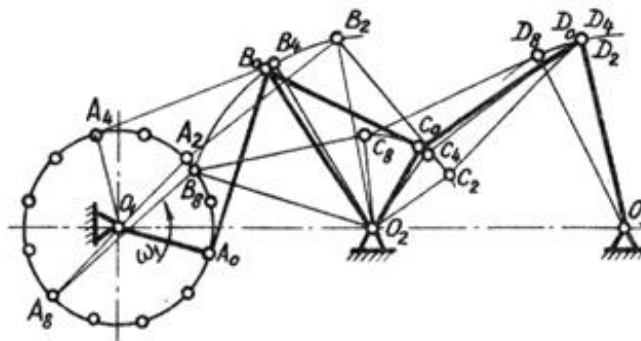


Рис. 10.4 – Важільний механізм з вистоем вихідної ланки (типу I)

– до **другого типу** – механізми, в яких для одержання вистою використовуються ділянки шатунної кривої, що наближаються до прямої лінії або дуги кола (рис. 10.5).

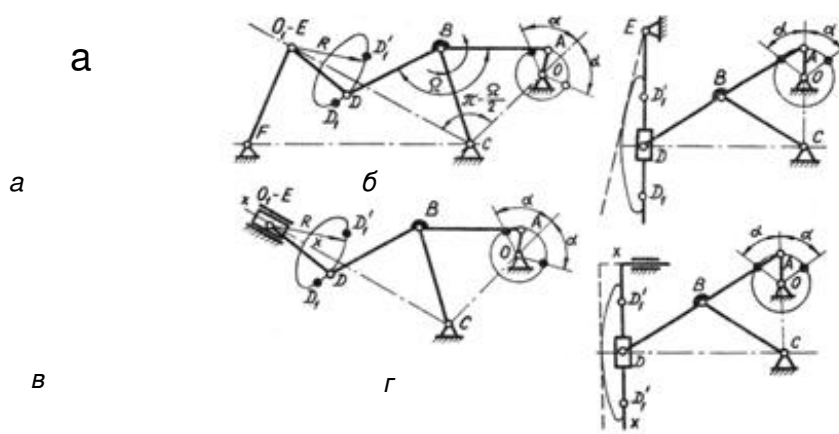


Рис. 10.5 – Важільні механізми з вистоем вихідної ланки (типу II)

Прикладом механізмів **першого типу** може бути кривошипно-коромисловий чотириланковий механізм, до коромисла O_1B якого у точці C приєднана структурна група II класу I або II виду. Приєднання груп здійснюється так, що крайні положення базового механізму і приєднаної групи зміщені за фазою. У результаті цього вихідна ланка DO_1 на деякому куті повороту кривошипа OA має наближений вистій.

В основу механізмів **другого типу** входять напрямні механізми, в яких точка D (див. рис. 10.5) на ділянці D_1D_1' описує траєкторію, що наближається до дуги кола радіуса R або прямої лінії. Для одержання механізму з вистоем вихідної ланки у точці D приєднують одну із структурних груп. Причому, якщо шатунна крива (траєкторія точки D) наближається на ділянці D_1D_1' до дуги кола (рис. 10.5, а, б), то треба приєднувати групи II класу I або II видів; якщо шатунна крива наближається до прямої лінії (рис. 10.5, в, г), то треба приєднувати групи II класу III або V видів. Довжину шатуна DE (рис. 10.5, а, б) приймають рівною радіусу R кола, до якого наближається шатунна крива на ділянці D_1D_1' , а положення центра нерухомого шарніра F (рис. 10.5, а) вибирають так, щоб в одному з крайніх положень вихідної ланки EF , точка E збігалась з точкою O_1 ; у третьому випадку (рис. 10.5, в), вісь паза куліси ED в одному із крайніх положень повинна збігатися з прямолінійною ділянкою шатунної кривої; у четвертому випадку (рис. 10.5, г), вісь повзуна $x-x$ повинна бути паралельною прямолінійній ділянці шатунної кривої точки D .

10.6 Зубчасто-важільні механізми з вистоем вихідної ланки. В таких механізмах, як і в важільних, використовуються траєкторії окремих точок сателітів, які на окремих ділянках наближаються до дуги кола. У прикладі (рис. 10.6) точка C описує замкнуту гіпоциклоїду.

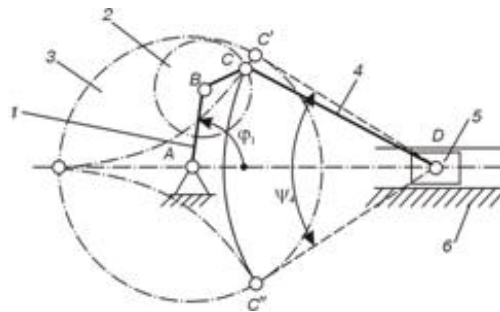


Рис. 10.6 – Зубчасто-важільний механізм з вистоем вихідної ланки

Кожна з віток цієї кривої на деякій ділянці має кривизну, близьку до ста-лої. Якщо довжину шатуна CD вибрати рівною радіусу кривизни ділянки траєкторії точки C , то точка D буде нерухомою (повзун 5 буде мати тривалу зупинку).

11 Синтез важливих механізмів

11.1 Під **синтезом механізмів** розуміють проектування їх схем за заданими властивостями. Відрізняють такі етапи синтезу: **структурний**, **кінематичний** і **динамічний**.

Структурний синтез полягає у виборі структурної схеми механізму, який має потрібний ступінь вільності, необхідну кількість та вид ланок і кінематичних пар, що забезпечують необхідні рухи ланок та їх взаємне розташування.

Кінематичний синтез має на меті визначити геометричні розміри ланок, що забезпечують задані кінематичні умови роботи механізму (положення ланок, траєкторії окремих точок, швидкості та прискорення ланок тощо).

Динамічний синтез включає проектування кінематичної схеми механізму з визначення параметрів, які характеризують розміри і розподіл мас ланок.

11.2 **Параметри синтезу**. Незалежні один від одного постійні параметри схеми механізму називаються параметрами синтезу.

Параметри синтезу бувають вхідними і вихідними. **Вхідні** параметри задані або відомі до проведення синтезу, **вихідні** визначають під час синтезу.

11.3 **Цільова функція або критерій оптимізації**. Серед задач, які має виконувати механізм, що синтезується (проекується), можна виділити одну або кілька найважливіших **основних задач**, інші вважаються другорядними – додатковими. Основну умову синтезу можна подати у вигляді деякої функції вихідних параметрів, яку прийнято називати **цільовою функцією** або **критерієм оптимізації**. Додаткові умови синтезу також повинні бути відображені у математичній формі, як правило, у вигляді нерівностей.

11.4 **Умова існування кривошипа**. Кривошипом називається ланка, яка утворює із стояком обертову пару і може повертатися відносно своєї осі на 360° . Найкоротша ланка шарнірного чотириланкового механізму може бути кривошипом, якщо сума довжин найкоротшої і найдовшої ланок менша суми довжин двох інших ланок. Це поняття носить назву **правила Грасгофа**. Механізм може бути **двокривошипним**, якщо його розміри відповідають правилу Грасгофа і за стояк прийнято найкоротшу ланку.

11.5 Положення механізму, при яких вихідна ланка займає одне з крайніх положень, називають **крайніми**, або **“мертвими”**. В кривошипно-повзунному або шарнірному чотириланковому механізмах крайні положення вихідної ланки наступають тоді, коли кривошип і шатун витягуються або складаються в одну лінію (рис. 11.1). У кулісних механізмах в крайніх положеннях кривошип і куліса взаємно перпендикулярні.

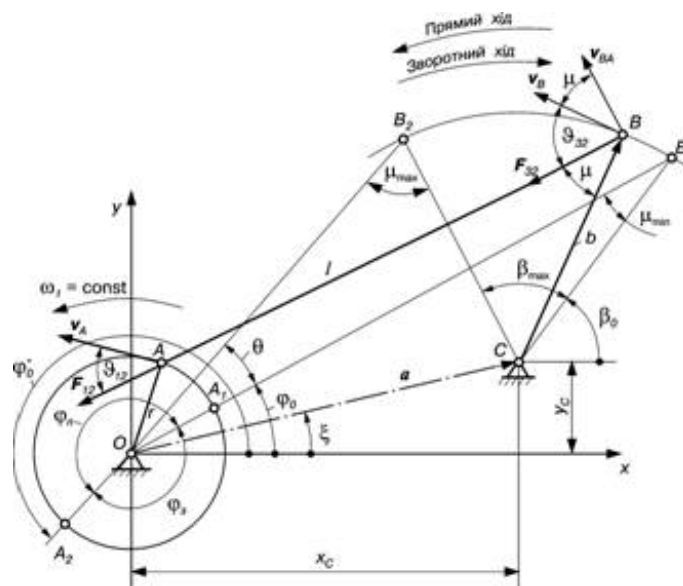


Рис. 11.1 – Шарнірний чотириланковий механізм

11.6 **Коефіцієнтом зміни середньої швидкості вихідної ланки** називається відношення середньої швидкості руху ланки за час зворотного (холостого) ходу v_z до її середньої швидкості за час прямого (робочого) ходу v_n (див. рис. 11.1), тобто:

$$K = v_z / v_n. \quad (11.1)$$

Коефіцієнт K можна виразити як відношення періоду (часу) прямого ходу t_n ланки до періоду її зворотного ходу t_z :

$$K = t_n / t_z. \quad (11.2)$$

Якщо кутлова швидкість обертання кривошипа стала ($\omega_1 = \text{const}$), то ці залежності можна виразити через кути повороту кривошипа за відповідні періоди (φ_n – прямого ходу, φ_z – зворотного ходу):

$$K = \varphi_n / \varphi_z. \quad (11.3)$$

11.7 **Задача оптимального синтезу** зводиться до задачі знаходження таких параметрів синтезу, за яких цільова функція (критерій оптимізації) має мінімальне значення і при цьому виконуються прийняті обмеження. Як правило, ця задача аналітично не розв'язується і доводиться знаходити параметри синтезу пошуком, які можна звести у три групи: **випадковий, спрямований** або **комбінований**.

11.8 **Локальний і глобальний мінімуми**. У загальному випадку цільова функція може мати декілька мінімумів, які відрізняються за величиною. Найменший мінімум прийнято називати **глобальним**, решту мінімумів – **локальними**.

11.9 **Синтез механізмів методом наближення функції** полягає у тому, що задана функції $y = F(x)$ (наприклад, траєкторія якоїсь точки) наближено замінюється другою функцією $y = P(x)$, яка мало відрізняється від неї (рис. 11.2).

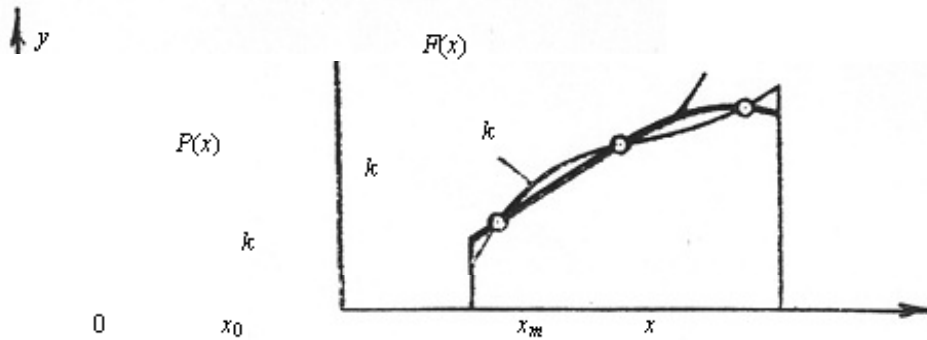


Рис. 11.2 – Метод наближення функцій

Параметри наближеної функції у задачах синтезу механізмів збігаються з параметрами синтезу або їх комбінаціями. На відміну від методів оптимізації, теорія наближення функції дозволяє знайти значення вихідних параметрів, які відшукують, не шляхом пошуку, а безпосередньо з систем рівнянь, що складаються. Відрізняють три способи обчислення шуканих параметрів: інтерполяція, квадратичне наближення і найкраще наближення функції.

Інтерполяція – це найпростіший вид наближення функції. При інтерполяції значення заданої функції $y = F(x)$ і наближеної функції $y = P(x)$ на відрізку (x_0, x_m) збігаються у k точках (див. рис. 11.2), які називаються **вузлами інтерполяції**. Шукані параметри наближеної функції визначаються із системи рівнянь, у яких відхилення у вузлах інтерполяції дорівнюють нулю:

$$\begin{aligned} P(x_1) &= F(x_1), \\ P(x_2) &= F(x_2), \dots, P(x_m) = F(x_m). \end{aligned} \quad (11.4)$$

Квадратичне наближення функцій. Недолік інтерполяції полягає в тому, що між вузлами інтерполяції відхилення від заданої функції може бути значним, оскільки система рівнянь (11.4) не накладає ніяких умов на відхилення від заданої функції між вузлами інтерполяції. Цей недолік деякою мірою усувається при **квадратичному наближенні**, яке базується на перетворенні в мінімум середнього квадратичного відхилення від заданої функції і визначається за формулою:

$$\Delta_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\int_{x_0}^{x_m} [P(x) - F(x)]^2 dx}{x_m - x_0}}. \quad (11.5)$$

Найкраще наближення функції забезпечує максимальне відхилення від заданої функції мінімально можливим. Відповідно до цих умов відхилення від заданої функції повинно певну кількість разів досягти свого граничного значення L (рис. 11.3).

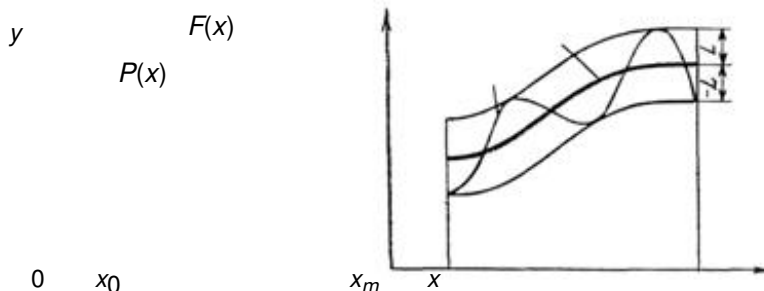


Рис. 11.3 – Найкраще наближення функцій

Геометрично це наближення зображується як графік наближеної функції $P(x)$, розташований між кривими, які віддалені від графіка заданої функції $F(x)$ на величину $\pm L$.

11.10 **Теорема Робертса**. Одна і та сама шатунна крива шарнірного чотириланкового механізму може бути відтворена у загальному випадку трьома різними шарнірними чотириланковими механізмами.

11.11 **Наближеними напрямними механізмами** називаються механізми, в яких траєкторія деякої точки на ланці, що утворює кінематичні пари лише з рухомими ланками, мало відрізняється від заданої кривої на окремих ділянках або на всій

12 Зрівноваження механізмів

12.1 **Задачею зрівноваження механізмів** є повне або часткове погашення динамічних сил (сил інерції), що діють на ланки механізмів, корпус і фундамент машин. Розв'язати таку задачу можна шляхом раціонального розміщення та підбору мас ланок механізму.

Задачу про зрівноваження сил інерції в машинах можна поділити на дві:

- 1) зрівноваження тисків машин або механізмів на фундамент;
- 2) зрівноваження тисків у кінематичних парах.

12.2 **Метод замінювальних мас.** При зрівноваженні механізмів досить широко використовується метод, коли масу

будь-якої ланки замінюють окремими зосередженими масами m_i , які жорстко зв'язані між собою. Для того, щоб така заміна була динамічно еквівалентною, необхідно витримати такі умови:

- 1) **сума замінювальних мас повинна дорівнювати масі ланки**, яка розглядається, тобто:

$$\sum_{i=1}^n m_i = m, \quad (12.1)$$

де n – кількість замінювальних мас;

- 2) **сума статичних моментів замінювальних мас відносно центра мас S ланки повинна дорівнювати нулю**:

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i = 0, \quad (12.2)$$

де r_i – відстань від центра мас ланки до положення i -ї замінювальної маси;

- 3) **сума моментів інерції замінювальних мас відносно центра мас S ланки повинна дорівнювати моменту інерції J_S ланки, що розглядається**:

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_S. \quad (12.3)$$

12.3 **Умова зрівноваження механізмів.** Для повного зрівноваження динамічних сил рухомих ланок механізму

необхідно, щоб головний вектор сил інерції \overline{F}_M і головний момент сил інерції \overline{M}_M дорівнювали нулю (або були сталими). У практиці машинобудування зазначені умови звичайно використовують частково, залежно від типу механізмів. Частіше всього вдається зрівноважити сили інерції, головний вектор яких визначається за формулою:

$$\overline{F}_M = -m \overline{a}_S, \quad (12.4)$$

де m – загальна маса механізму; \overline{a}_S – прискорення загального центра мас механізму (у кожному положенні механізм розглядається як нерухома система).

Умова $\overline{F}_M = 0$ виконується тоді, коли прискорення \overline{a}_S загального центра мас механізму дорівнює нулю. Отже, **для зрівноваження головного вектора сил інерції ланок механізму необхідно і достатньо так підібрати маси ланок, щоб спільний центр мас усіх ланок механізму залишався нерухомим.**

12.4 **Зрівноваження сил інерції механізмів.** Сили інерції ланок механізму можна зрівноважити відносно корпусу (фундаменту) машини такими способами:

- встановленням противаг (рис. 12.1);
- встановленням симетричних механізмів (самозрівноважувальних механізмів, рис. 12.2);

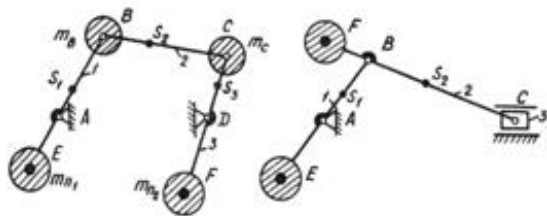


Рис. 12.1 – Зрівноваження механізмів за допомогою противаг

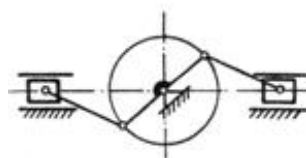


Рис. 12.2 – Зрівноваження механізмів за допомогою симетричних механізмів

- встановленням на зубчастих колесах додаткових обертових мас;
- у багатокривошипних механізмах – шляхом раціонального розташування кривошипів на валу.

12.5 **Зрівноваження обертових мас.** Відрізняють статичну і динамічну незрівноваженість обертових мас.

Причиною **статичної незрівноваженості** є зміщення центра мас відносно осі обертання; **динамічної** – зміщення головної центральної осі інерції відносно осі обертання. Статична і динамічна незрівноваженість обертових мас усуваються відповідним балансуванням.

13 Основи теорії машин

13.1 Встановлена послідовність операцій зміни положень, форми і стану поверхні та структури сировини (матеріалу) або напівфабрикатів, які необхідні для одержання готової продукції з відповідними технологічними властивостями, називається **технологічним процесом**. Відрізняють машинні, апаратні та ручні процеси.

13.2 Під **технологічною операцією** розуміють певну закінчену однорідну частину технологічного процесу виробництва, яка виконується одним і тим самим робочим знаряддям або робочими органами. Відрізняють основні, допоміжні, контрольні та керівні операції. Технологічні операції можуть виконуватися як послідовно, так і паралельно.

13.3 **Основні етапи механізації і автоматизації** виробництва: механізм, робоча машина, машинний агрегат, напівавтомат, машина-автомат, промисловий робот, автоматична лінія, автоматизоване виробництво.

13.4 **Робочими органами** називаються пристрої, які безпосередньо виконують технологічні операції (різці, пуансони, затискачі, стрічки транспортерів, вимірвальні датчики тощо).

13.5 **Виконавчими органами технологічних машин** називаються рухомі деталі, вузли, на яких закріплені робочі органи або вироби, що оброблюються. У токарному верстаті, наприклад, виконавчими органами є супорт і шпindel.

13.6 **Виконавчими механізмами** називаються механізми, які надають робочим органам рух, необхідний для виконання технологічного процесу. Механізм, що виконує основну операцію механічного процесу, прийнято називати **основним**, а його вхідну ланку, що здійснює обертний рух, – **головним валом**. Якщо вхідна ланка виконавчого механізму здійснює один оберт за цикл і є в той самий час вхідною для усіх або ряду виконавчих механізмів, то вона називається **розподільним валом** (РВ). Один і той самий вал може бути одночасно головним і розподільним.

13.7 **Цикли роботи машини**. В машинах переривчастого технологічного процесу відрізняють такі цикли: технологічні, робочі, кінематичні, енергетичні тощо.

Під **технологічним циклом** розуміють сукупність всіх послідовно і паралельно закінчених у часі технологічних операцій виготовлення одного певного виробу. Машинний технологічний процес охоплює, крім основних технологічних операцій, також допоміжні, контрольні та операції керування, які пов'язані з виготовленням виробу.

Робочим циклом називається проміжок часу, після закінчення якого машина видає черговий оброблений виріб (партію виробів) або порцію матеріалу.

Кінематичним циклом називається проміжок часу, після закінчення якого робочі органи машини займають вихідні (початкові) положення, а їх швидкості та прискорення набувають попередніх значень.

Енергетичним циклом називається проміжок часу, протягом якого використання потужності змінюється за деяким законом, який повністю повторюється при кожному наступному циклі.

13.8 **Структура машини**. У найпростішому випадку в склад машини входять такі основні групи структурних елементів: **двигун, передавальні механізми і виконавчі механізми**. Крім цих трьох складових, сучасні машини мають у своєму складі механізми (або машини), які виконують різні допоміжні операції: контролю, регулювання та керування.

13.9 **Системи керування машин**. Сучасні машини, особливо машини-автомати, мають у своєму складі цілу систему різних механізмів, які забезпечують необхідні рухи ланок, їх узгодження як у часі, так і в просторі. Такі системи називаються **системами керування** машин. Рухи виконавчих органів машин-автоматів повинні виконуватися за відповідною програмою (алгоритмом).

Під **програмою роботи** механізмів машин-автоматів розуміють сукупність розпоряджень, які забезпечують виконання технологічного процесу.

Відрізняють дві основні системи керування машин-автоматів: за **часом і шляхом**. Перша система забезпечує потрібну узгодженість переміщень виконавчих органів залежно від часу, друга – від шляху. Програма для системи керування за часом задається у вигляді **циклограми**, за шляхом – у вигляді **тактограми**.

Циклограмою машини-автомата називають діаграму (рис. 13.1), на якій відображена програма її роботи і ув'язана робота всіх циклових механізмів за кутом повороту головного вала.

Тактограмою називають схему узгодженості роботи циклових механізмів залежно від їх положень (рис. 13.2). На ній весь цикл руху поділений на окремі такти руху. **Тактом руху** називається проміжок часу, протягом якого не змінюється стан ні одного з виконавчих органів (рух є або немає).

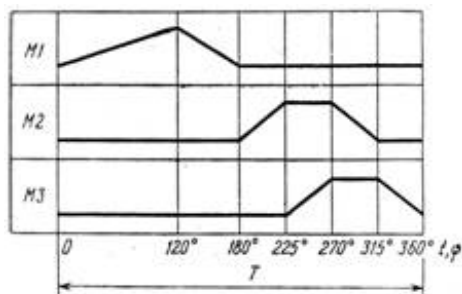


Рис. 13.1 – Приклад циклограми машини

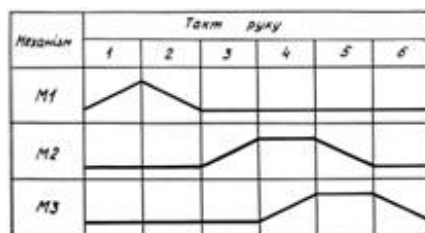


Рис. 13.2 – Приклад тактограми машини

13.10 **Маніпулятори та промислові роботи**. Маніпулятором називається технічний пристрій, призначений для відтворення робочих функцій руки людини. **Промисловий робот** – це автоматична машина, стаціонарна або пересувна, що складається з маніпулятора (маніпуляторів) та пристрою програмного керування, і слугує для виконання у виробничому процесі рухів, які властиві руці людини.

Основу маніпуляторів складає незамкнутий кінематичний ланцюг з декількома ступенями вільності, завдяки чому вони мають великий діапазон різних просторових рухів робочих органів і, як наслідок, можливість швидкого перенастроювання на виконання іншої програми. Маніпулятори бувають з **ручним** і **автоматичним** керуванням. Важливими характеристиками маніпуляторів є маневреність, робочий об'єм, зона обслуговування, кут та коефіцієнт сервісу.

Під **маневреністю** розуміють число ступенів вільності при нерухомому захваті. **Робочим об'ємом** маніпулятора

називається об'єм, який обмежений поверхнею, що обгинає всі можливі положення захвату. **Зоною обслуговування** або **робочою зоною** називається частина робочого об'єму маніпулятора, в якому можна виконати дану операцію. **Кутом сервісу** Ψ є тілесний кут, в середині якого захват можна підвести до відповідної точки робочого об'єму. **Коефіцієнтом сервісу** θ називається відношення кута сервісу до максимального значення тілесного кута, тобто:

$$\theta = \Psi / 4\pi.$$

Всі системи автоматичного керування промисловими роботами поділяють на дві групи: програмне та адаптивне керування. **Програмним керуванням** називається керування виконавчим пристроєм за заданою програмою.

Адаптивним керуванням називається керування, при якому в процесі роботи змінюється алгоритм керування залежно від стану зовнішнього середовища та роботи.

Залежно від ступеня досконалості системи керування, промислові роботи можна поділити на три покоління. Промислові роботи першого покоління мають програмне керування, другого – адаптивне керування (з елементами відчуття), третього, які ще називають роботами з елементами штучного інтелекту, мають розвинуту систему чутливих (інакше, сенсорних) пристроїв.

Література

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 640 с.
2. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – К. : Наукова думка, 2002. – 660 с.
3. Кіницький Я. Т. Практикум із теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Вид. 2-ге. – Л. : Афіша, 2004. – 453 с.
4. Кіницький Я. Т. Короткий курс теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Вид. 2-ге, перероб. і скор. – Л. : Афіша, 2004. – 272 с.
4. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1979. – 576 с.
5. Теория механизмов и машин / под ред. К. В. Фролова. – М. : Высшая школа, 1987. – 496 с.